

Kurzes Lehrbuch
der
Elektrotechnik

von

Dr. Adolf Thomälen

Kurzes Lehrbuch
der
Elektrotechnik.

Von

Dr. Adolf Thomälen,
Elektroingenieur.

Dritte, verbesserte Auflage.

Mit 338 in den Text gedruckten Figuren.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1907.

Alle Rechte, insbesondere das der
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

ISBN 978-3-662-35702-6

ISBN 978-3-662-36532-8 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-36532-8

Softcover reprint of the hardcover 3rd edition 1907

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Das vorliegende „Kurze Lehrbuch der Elektrotechnik“ steht in der Mitte zwischen den populären Darstellungen und den Spezialwerken. Es macht demnach den Studierenden nicht bloß mit den Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik bekannt, sondern es sucht ihn auch zum „elektrotechnischen Denken“ zu erziehen, d. h. ihm die Vorstellungen und Anschauungen anzueignen, mit deren Hilfe wir uns die Erscheinungen in der Elektrotechnik erklären. Endlich will das vorliegende Werk den Studierenden in den Stand setzen, die Wirkungsweise der elektrischen Maschinen auf mathematischem und graphischem Wege zu verfolgen. Dabei sind jedoch die mathematischen Entwicklungen möglichst einfach gehalten und von der höheren Mathematik nur die Anfangsgründe zu Hilfe genommen.

Um den erwähnten Zweck zu erreichen, mußte das Beschreiben sowie das Eingehen auf konstruktive Details verhältnismäßig zurücktreten. Das konnte um so mehr geschehen, als wir eine Reihe von hervorragenden Werken beschreibender sowie konstruktiver Natur über Elektrotechnik besitzen.

Altenburg (S.-A.), im Mai 1903.

Vorwort zur dritten Auflage.

Bei der Durcharbeitung der dritten Auflage sah der Verfasser es wiederum als seine vornehmste Aufgabe an, dem Standpunkte des Studierenden gerecht zu werden. Aus diesem Grunde wurde die Darstellung in einer Reihe von Abschnitten noch schärfer und einfacher gewählt. Mit Recht wird eine möglichst einfache Darstellung auch aus dem Grunde gefordert, weil sie in der Regel den Kern der Sache am besten trifft.

Das zeigte sich im vorliegenden Falle besonders bei der Behandlung der Abschnitte über die primäre Streuung der Wechselstrommaschine und über das Kreisdiagramm des Einphasenmotors, die eine vollständige Umarbeitung erfuhren. Das zwölfte Kapitel wurde gekürzt. Neu hinzugekommen sind die Abschnitte über die elektromotorischen Kräfte des Drehstrommotors und des Kommutatormotors, sowie über die Vektordiagramme des Repulsionsmotors und des Winter-Eichberg-Motors.

Eine Übersetzung des Werkes ins Englische befindet sich in Vorbereitung.

Charlottenburg, im Mai 1907.

Dr. Ad. Thomälen.

Inhaltsverzeichnis.

Erstes Kapitel.		Seite
1. Der elektrische Strom		1
2. Die elektromotorische Kraft		3
3. Das Ohmsche Gesetz		5
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters		9
5. Die Kirchhoffschen Regeln		11
6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife		14
7. Serien- und Parallelschaltung von Elementen		16
8. Die Wheatstonesche Brücke		18
9. Spannungsmessung durch Kompensation		20
10. Das Joulesche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung		22
11. Die Potentialdifferenz		24
12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme		26
Zweites Kapitel.		
13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse		29
14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse		32
15. Die Polarisaton		35
16. Die Akkumulatoren		39
17. Die chemischen Vorgänge in Elementen		43
18. Die Voltmeter		46
Drittes Kapitel.		
19. Die magnetische Polstärke		48
20. Die magnetische Feldstärke		49
21. Die Kraftlinientheorie		51
22. Das magnetische Potential		54
23. Eisen im magnetischen Feld		56
24. Der Erdmagnetismus		58
Viertes Kapitel.		
25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters		59
26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes		63
27. Magnetische Wirkung einer Spule		67
28. Die Magnetisierungskurven		70
29. Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus		74
30. Die Tragkraft eines Elektromagneten		81
31. Die Hysterisis		84
32. Die Ampereschen Regeln über dynamische Wirkungen paralleler Ströme		88
33. Die elektromotorische Kraft der Induktion		89
34. Die Gesetze der gegenseitigen Induktion		94
35. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion		97
36. Foucaultströme		101

Fünftes Kapitel.		Seite
37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem . . .		105
38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft		106
39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl		109
40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand		111
41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung		113
42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität		115
Sechstes Kapitel.		
43. Zweipolige Ringwicklung		118
44. Zweipolige Trommelwicklung		125
45. Ringanker mit Parallelwicklung		130
46. Trommel mit Parallelwicklung		133
47. Ring mit Serienwicklung		139
48. Trommel mit Serienwicklung		143
49. Ring mit Serienparallelwicklung		148
50. Trommel mit Serienparallelwicklung		152
Siebentes Kapitel.		
51. Die Erregung der Dynamomaschinen		156
52. Die Feldmagnete		160
53. Die Bürstenstellung		166
54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung		168
55. Funkenfreie Kommutierung		174
56. Spannungsteilung		182
Achtes Kapitel.		
57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung		186
58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung		195
59. Die Nebenschlußmaschine bei Veränderung der Belastung		197
60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung		201
61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen		209
Neuntes Kapitel.		
62. Drehungsrichtung der Motoren		217
63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors		220
64. Der konstant erregte Motor		225
65. Das Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors		231
66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren		238
67. Beispiel		242
68. Die Regelung von Hauptstrommotoren		245
Zehntes Kapitel.		
69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft		251
70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke		256
71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes		257

	Seite
72. Das Vektordiagramm	261
73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion	264
74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom	269
75. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung	274
76. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung	276
77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung	277
78. Die Kapazitätsspannung	284
79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Serienschaltung	287
80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom	288
81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung	291

Elftes Kapitel.

82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte	293
83. Der Magnetisierungsstrom	294
84. Der Hysteresisstrom	296
85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung	299
86. Der Transformator bei induktiver Belastung	306
87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung	310

Zwölftes Kapitel.

88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschine	316
89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen	322
90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld	324
91. Die elektromotorische Kraft bei Lochwicklung und bestimmter Polbreite	326
92. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung	330
93. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung	333

Dreizehntes Kapitel.

94. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine	336
95. Das Diagramm der Amperewindungen	340
96. Berechnung der Ankerrückwirkung	342
97. Experimentelle Ermittlung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung	346
98. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles	349
99. Berücksichtigung der primären Streuung	352

Vierzehntes Kapitel.

100. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmspannung	356
101. Die synchronisierende Kraft des Ankers	363
102. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen	366
103. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung	370
104. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen	376

Fünfzehntes Kapitel.

105. Prinzip der Synchronmotoren	383
106. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung	385
107. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung	389

	Seite
Sechzehntes Kapitel.	
108. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor	392
109. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor	395
110. Die Dreieckschaltung	397
111. Die Sternschaltung	400
112. Die Leistung des Dreiphasenstromes	403
113. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors	407
Siebzehntes Kapitel.	
114. Die verteilten Wickelungen	411
115. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors	416
116. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes	421
117. Das Drehmoment des Drehstrommotors	426
118. Berechnung der Schlüpfung	429
119. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft	432
Achtzehntes Kapitel.	
120. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung	436
121. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste	440
122. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm	443
123. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment	446
124. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste	449
125. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung mit Berücksichtigung des Statorwiderstandes	454
126. Bequemste Form des Kreisdiagramms	456
127. Praktisches Beispiel	461
128. Der Streuungsfaktor	465
Neunzehntes Kapitel.	
129. Die Zerlegung der Wechseleerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen	473
130. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors	476
131. Einphasige Kommutatormotoren	480
132. Die elektromotorischen Kräfte im Kommutatormotor	484
133. Das Vektordiagramm des Repulsionsmotors	488
134. Das Vektordiagramm des Winter-Eichberg-Motors	491
Zwanzigstes Kapitel.	
135. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer	494
136. Die Effektverluste im rotierenden Umformer	496
137. Vergleich des rotierenden Umformers mit dem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker	499
Anhang. Die symbolische Darstellung der Wechselstromgrößen	502
Bezeichnungen	513
Sachregister	516

Erstes Kapitel.

1. Der elektrische Strom. — 2. Die elektromotorische Kraft. — 3. Das Ohmsche Gesetz. —
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters. — 5. Die Kirchhoffschen Regeln. — 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife. — 7. Parallel- und Serienschaltung von Elementen. — 8. Die Wheatstonesche Brücke. — 9. Spannungsmessung durch Kompensation. — 10. Das Joulesche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung. — 11. Die Potentialdifferenz. —
12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme.

1. Der elektrische Strom.

Wir schreiben die Erhitzung der Glühlampen, die Arbeitsleistung des Elektromotors, die Magnetisierung des Eisens im Elektromagneten, die Zersetzung von Flüssigkeiten etc. der Wirkung des elektrischen Stromes zu. Es fragt sich, warum man gerade das Strömen der Elektrizität als die Ursache aller dieser Erscheinungen ansieht.

Die Elektrizität, mit der man es hier zu tun hat, ist ihrem Wesen nach dieselbe, wie die statische oder Reibungselektrizität. Eine mit Seide geriebene Glasstange zeigt sich elektrisch, d. h. sie zieht kleine, leichte Körper an. Ebenso wird eine mit Wolle geriebene Harzstange elektrisch, aber entgegengesetzt wie die Glasstange. Dieser Gegensatz besteht vor allem darin, daß Glas- und Harzelektrizität sich gegenseitig neutralisieren. Infolgedessen hat man die Glaselektrizität positiv, die Harzelektrizität negativ genannt. Der Ausgleich zwischen beiden erfolgt dann in derselben Weise, wie der Ausgleich zwischen Wärme und Kälte oder zwischen Überdruck und Unterdruck. Ähnlich wie das Wasser vom höheren zum niederen Niveau fließt, oder wie nach unserer Vorstellung die Wärme vom heißen auf den kalten Körper überströmt, fließt auch die Elektrizität vom höheren, positiven Niveau zum niederen, negativen Niveau. Dieser Ausgleich wird der elektrische Strom genannt. Dabei ist es im Prinzip gleichgültig, ob sich der Ausgleich zwischen den Klemmen eines Elementes bezw. einer Dynamo vollzieht, oder zwischen zwei Metallkugeln, die mit ungleichnamiger Elektrizität statisch geladen sind.

Es muß jedoch der Unterschied zwischen der Reibungselektrizität und der durch Elemente oder Dynamomaschinen erzeugten strömenden Elektrizität ins Auge gefaßt werden. Die Elektrizitätsmenge, die auf einer Leydener Flasche gesammelt wird, und die sich durch den Funken entladet, ist verschwindend gering gegenüber der Menge, die in kurzer Zeit

von einem Daniellelement geliefert wird, oder gar gegenüber der Elektrizität, die während eines Tages durch das Kabelnetz einer Stadt fließt. Dagegen ist die Spannung der Reibungselektrizität außerordentlich viel höher als die übliche Spannung der Dynamomaschinen. Man erkennt das daran, daß die Reibungselektrizität mit Leichtigkeit die Luft durchschlägt. Außerdem ist der Ausgleich zwischen den ungleichnamigen Elektrizitäten bei der Reibungselektrizität in der Regel ein plötzlicher, dagegen bei der strömenden Elektrizität ein kontinuierlicher, so daß eigentlich nur bei der letzteren von einem elektrischen Strome gesprochen werden kann.

Wir gehen nun von der Vorstellung aus, daß beim elektrischen Strome nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird. Die Stromstärke ist dann definiert als die Elektrizitätsmenge, die pro Sekunde durch den Querschnitt eines Leiters fließt. Um diese Stromstärke zu messen, benutzt man die elektrolytischen und magnetischen Wirkungen des Stromes. Man nennt also einen Strom doppelt so stark wie einen anderen, wenn er in der gleichen Zeit doppelt so viel Silber aus einer Silberlösung ausscheidet, oder wenn er unter sonst gleichen Bedingungen auf eine Magnethadel die doppelte Kraft ausübt.

Nun läßt sich eine elektrolytisch abgeschiedene Gewichtsmenge viel genauer bestimmen als die vom Strom ausgeübte magnetische Kraft. Daher erfolgt die gesetzliche Festlegung der Einheit der Stromstärke auf Grund der elektrolytischen Wirkung des Stromes. Die Einheit der Stärke hat nach dieser Festsetzung der Strom, der in einer Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung ausscheidet. Diese Stromstärke heißt ein Ampere.

Für praktische Zwecke benutzt man zum Messen der Stromstärke bequemer die magnetischen Wirkungen des Stromes, wobei eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf einen Magneten oder auf ein Stück Eisen wirkt. Die auf diesem Prinzip beruhenden Instrumente nennt man Strommesser oder Amperemeter. Sind sie zum Messen schwacher Ströme bestimmt, so heißen sie Galvanometer.

Die Elektrizitätsmenge, die pro Sekunde durch den Querschnitt geht, wenn die Stromstärke ein Ampere beträgt, heißt ein Coulomb. Nehmen wir z. B. an, daß die Stromstärke einer Glühlampe 0,5 Ampere beträgt, so fließen pro Sekunde 0,5 Coulomb durch den Querschnitt. Dann ist die während einer Stunde oder während 3600 Sekunden durchgeflossene Elektrizitätsmenge gleich $0,5 \cdot 3600$ oder 1800 Coulomb. Bezeichnet also allgemein

Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb,

i die Stromstärke in Ampere,

t die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich

$$Q = i \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Eine Amperestunde ist dann gleich 3600 Coulomb.

2. Die elektromotorische Kraft.

Wir haben schon die Vorstellung erwähnt, daß die Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau herunterfließt. Die Niveaudifferenz wird entweder durch Maschinen hergestellt, in denen eine Drahtwicklung vor den Polen eines Magneten entlang geführt wird, oder durch galvanische Elemente, die aus zwei chemisch verschiedenen Platten in einer Flüssigkeit bestehen. Das Chromelement besteht z. B. aus Zink und Kohle, die in eine Mischung von Chromsäure (CrO_3) und Schwefelsäure (H_2SO_4) tauchen. Die Untersuchung des Elementes mit einem Elektrometer zeigt, daß die Kohle außen positiv, das Zink außen negativ geladen ist. Zwischen den äußeren Enden der Kohle und des Zinks oder zwischen den Klemmen des Elementes herrscht also eine elektrische Niveaudifferenz, und wenn die Klemmen durch einen metallischen oder flüssigen Leiter verbunden werden, so erfolgt der Ausgleich oder der elektrische Strom. Die positive Elektrizität fließt dabei außen von der Kohle C zum Zink Zn (Fig. 1).

Nun findet trotz dieses Ausgleiches ein dauerndes Hinüberströmen von Elektrizität statt, solange die Klemmen durch den äußeren Leiter verbunden sind. Wir müssen also annehmen, daß die Elektrizität, die außen von der Kohle zum Zink geflossen ist, im Innern des Elementes wieder vom Zink zur Kohle zurückfließt, also gleichsam wieder vom niederen zum höheren Niveau hinaufgeschafft wird. Ähnlich wird auch das Wasser, das von den Bergen herunter dem Meere zufließt, wieder auf das hohe Niveau gehoben, indem es durch die Sonnenwärme zum Verdunsten gebracht wird. Wir haben also im Element eine Ursache der Elektrizitätsbewegung vor uns, unter deren Einfluß die Elektrizität im beständigen Kreislaufe durch den inneren Widerstand des Elementes und durch den äußeren Widerstand getrieben wird. Diese Ursache der Elektrizitätsbewegung nennen wir die elektromotorische Kraft, und vergleichen sie mit einer Pumpe, die das Wasser vom niederen zum höheren Niveau emporhebt. Die elektromotorische Kraft ist gleich der bei offenem Element gemessenen Niveaudifferenz oder Spannung.

Es fragt sich nun, wie man die Größe dieser Spannung bestimmen, d. h. eine Spannung messen oder mehrere Spannungen untereinander vergleichen kann. Zu diesem Zwecke könnte man den größeren oder geringeren Ausschlag eines Goldblattelektroskops verwenden. Man mißt jedoch in der Regel die Spannung durch den Strom, den sie verursacht. Wenn z. B. bei zwei kommunizierenden Gefäßen der Widerstand der Ausgleichsleitung, d. h. die Hahnöffnung zwischen beiden, eine gegebene,

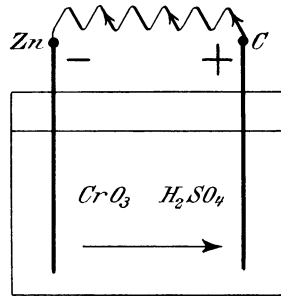


Fig. 1.

unveränderliche Größe ist, so ist die pro Sekunde fließende Wassermenge dem Drucke oder der Niveaudifferenz proportional. In ähnlicher Weise legen wir einen und denselben Ausgleichsleiter, z. B. die Kupferwicklung eines Galvanometers, nacheinander an die zu vergleichenden Elemente oder an die zu messenden Spannungen. Die größere oder geringere Stromstärke im Galvanometer ist uns dann ein Maß für den größeren oder geringeren elektrischen Druck, d. h. für die Spannung oder die elektromotorische Kraft.

Dabei ergibt sich nun, daß die Spannung oder die elektromotorische Kraft eines Elementes eine wesentlich konstante Größe ist, die vor allem von der Größe des Elementes unabhängig ist. Wir vergleichen in dieser Hinsicht ein Element mit einem hochgelegenen Reservoir. Durch dieses ist ein für allemal eine gegebene Niveaudifferenz geschaffen, die durch die Höhe zwischen Wasserspiegel und Verbrauchsstelle gegeben ist, und es ist dabei gleichgültig, ob das Reservoir groß oder klein ist, sofern es nur überhaupt voll gehalten wird. Die Stärke des Wasserstromes hängt dabei ganz willkürlich von den Konsumenten ab, je nachdem diese mehr oder weniger Wasserhähne aufdrehen. Es ist demnach sehr irreführend, von der Stromstärke eines Elementes zu sprechen. Das klingt, als säße der Strom im Element und müßte mit einer ein für allemal gegebenen Stärke herausfließen. Nein, nur die elektromotorische Kraft ist eine wesentliche Eigenschaft des Elementes, die auch vorhanden ist, während das Element unbenutzt dasteht. Die Stromstärke aber hängt ganz von unserer Willkür ab, je nachdem wir mehr oder weniger Strom entnehmen. Das geschieht, indem wir dem Strome einen mehr oder weniger bequemen Weg öffnen, also einen geringeren oder größeren äußeren Widerstand einschalten.

Es steht uns nun frei, irgend eine Spannung als Einheit zu wählen und damit alle anderen zu vergleichen. Die in der Praxis gebrauchte Einheit ist halb so groß wie die Spannung des oben erwähnten Chromsäureelementes und wird ein Volt genannt. Dann ergibt sich für die gebräuchlichen Elemente folgende Tabelle:

Bezeichnung	Zusammensetzung	Spannung in Volt
Chromelement . .	Zink und Kohle in Schwefelsäure und Chromsäure	2
Daniellelement .	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kupfer in Kupfervitriollösung	1,07
Bunsenelement . .	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kohle in konzentrierter Salpetersäure	1,8—1,9
Leclanchéelement	Zink und von Braunstein umgebene Kohle in Salmiaklösung	1,4
Westonelement .	Cadmiumamalgam und Quecksilber, das mit Quecksilberoxydulsulfat bedeckt ist, in Cadmiumsulfatlösung	1,019

Das Zink, respektive das dem Zink chemisch nahestehende Cadmium bildet in diesen Elementen den negativen Pol, und der Strom fließt aus dem Pluspol zum Zink.

3. Das Ohmsche Gesetz.

Wenn wir denselben Ausgleichsleiter nacheinander an verschiedene elektromotorische Kräfte legen, so ist die Stromstärke, wie wir schon sahen, der elektromotorischen Kraft proportional. Wir gehen nun einen Schritt weiter und verbinden die Klemmen ein und desselben Elementes nacheinander durch Drähte, die nach Material, Länge und Querschnitt voneinander verschieden sind. Wir beobachten dann, daß die Stromstärke eine verschiedene ist, und schließen daraus, daß die Drähte dem Strom einen mehr oder weniger großen Widerstand entgegensetzen. Bei geringer Stromstärke schließen wir z. B. auf einen hohen Widerstand des Leiters, bei hoher Stromstärke auf einen geringen Widerstand. Die Stromstärke ist also umgekehrt proportional dem Widerstand des Leiters. Ähnlich ist bei gegebenem Drucke die Wassermenge pro Sekunde, die durch ein enges Rohr gepreßt wird, um so kleiner, je größer die Rohrlänge und die Reibung an der inneren Rohrwand ist und je enger das Rohr ist, oder einfacher, je größer der Widerstand des Rohrs ist. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse: die Stromstärke ist proportional der elektromotorischen Kraft und umgekehrt proportional dem elektrischen Widerstand. Bezeichnet also

E die elektromotorische Kraft in Volt,

i die Stromstärke in Ampere,

W den Widerstand des ganzen Stromkreises,

so folgt
$$i = \frac{E}{W}. \quad (2)$$

Dieses Fundamentalgesetz der Elektrotechnik heißt das Ohmsche Gesetz. Man sollte darin hinter dem Gleichheitszeichen noch einen Proportionalitätsfaktor vermuten. Dieser fällt aber weg oder wird vielmehr gleich Eins, wenn der Widerstand im richtigen Maß eingesetzt wird. Umgekehrt folgt aus der Form des Ohmschen Gesetzes in Gleichung (2) mit Notwendigkeit die Einheit des elektrischen Widerstandes, die nun nicht mehr willkürlich gewählt werden kann. Ist in Gleichung (2) $i = 1$ und $E = 1$, so ist auch $W = 1$. Das heißt: als Einheit gilt der Widerstand, in dem die Spannung von einem Volt den Strom 1 Ampere erzeugt. Man nennt diese Widerstandseinheit das Ohm. Experimentell ergibt sich das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt.

Ist z. B. die elektromotorische Kraft einer Dynamomaschine 115 Volt, der Widerstand der Maschine 0,05 Ohm und der äußere Widerstand 1,1 Ohm, so ergibt sich

$$E = 115 \text{ Volt,}$$

$$W = 0,05 + 1,1 = 1,15 \text{ Ohm,}$$

$$i = \frac{E}{W} = \frac{115}{1,15} = 100 \text{ Ampere.}$$

Die gesetzliche Definition der elektrischen Einheiten erfolgt allerdings auf andere Weise. Es wird nämlich im deutschen Reichsgesetz nicht etwa die Einheit der Spannung und der Stromstärke gewählt und daraus die Einheit des Widerstandes abgeleitet. Vielmehr ist das Ampere gesetzlich als die Stromstärke bestimmt, die 1,118 mg Silber pro Sekunde niederschlägt, und das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Daraus folgt dann: ein Volt ist die Spannung, die in dem Widerstand von einem Ohm den Strom 1 Ampere erzeugt.

Formt man nun die Gleichung (2) um, so erhält man

$$W = \frac{E}{i}. \quad (3)$$

Diese Gleichung ist der mathematische Ausdruck für die schon früher

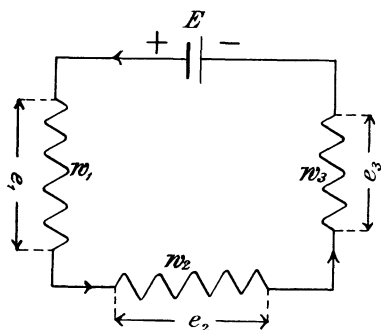


Fig. 2.

erwähnte Tatsache, daß wir bei einem Versuche auf einen großen Widerstand schließen, wenn trotz großer angewandter elektromotrischer Kraft dennoch die Stromstärke eine geringe ist. Der Widerstand ist also eigentlich nur genau zu definieren als das Verhältnis der elektromotrischen Kraft zur Stromstärke. Man muß sich hüten, den Widerstand als einen Gegendruck aufzufassen. Vielmehr erhält man den Druck oder die Spannung erst, wenn man den Wider-

stand mit der Stromstärke multipliziert. Durch Umformung von Gleichung (2) ergibt sich nämlich

$$E = i \cdot W. \quad (4)$$

In dieser Gleichung ist die linke Seite die von der Stromquelle gelieferte Spannung und die rechte Seite die im Widerstand W bei dem Strome i verbrauchte Spannung. Beide sind einander gleich.

Das Ohmsche Gesetz gilt nun aber nicht bloß für den ganzen Kreis, sondern auch für jeden einzelnen Teil des Stromkreises. Der Strom i durchfließe z. B. nacheinander die Widerstände w_1 , w_2 und w_3 (Fig. 2). Bezeichnen wir die Klemmspannungen an den Widerständen w_1 , w_2 und w_3 resp. mit e_1 , e_2 , e_3 , so ergibt sich das Experiment:

$$\begin{aligned} e_1 &= i \cdot w_1 & w_1 &= \frac{e_1}{i} \\ e_2 &= i \cdot w_2 & w_2 &= \frac{e_2}{i} \\ e_3 &= i \cdot w_3 & w_3 &= \frac{e_3}{i} . \end{aligned}$$

Wie stark man also auch den Strom etwa durch Anwendung eines stärkeren Elementes macht, so hat doch beispielsweise das Verhältnis der Klemmspannung e_1 zu der Stromstärke i immer einen konstanten Wert, vorausgesetzt, daß Länge, Querschnitt, Material und Temperatur dieselben geblieben sind. Dieses konstante Verhältnis nennen wir eben den Widerstand w_1 . Dieser ist also im Grunde genommen nichts anderes als ein Faktor, durch den der Spannungsverlust in einem Leiter proportional der Stromstärke gesetzt wird, nach der Gleichung

$$e_1 = i \cdot w_1 .$$

Liegt also beispielsweise ein Widerstand von 1 Ohm vor zwei hintereinander geschalteten Bogenlampen, und ist die Stromstärke gleich 15 Ampere, so beträgt der Spannungsverlust im vorgeschalteten Widerstand $1 \cdot 15 = 15$ Volt. Wenn dabei die Netzspannung 110 Volt beträgt, so bleiben für die beiden Lampen zusammen nur $110 - 15 = 95$ Volt übrig.

Bezeichnet nun allgemein e die Klemmspannung an den Enden eines Widerstandes w , so folgt

$$e = i \cdot w . \tag{5}$$

Diese Gleichung liefert uns ein Mittel, um die Unterschiede der Strom- und Spannungsmesser zu verstehen. Beide Arten von Instrumenten beruhen auf den magnetischen Wirkungen des Stromes. Sie unterscheiden sich aber durch ihre Schaltung und konstruktive Ausführung. Ampere-meter liegen im Hauptstrom und besitzen wenig Windungen eines starken Drahtes. Infolgedessen ist auch bei hoher Stromstärke die entwickelte Wärme und der Spannungsverlust im Instrumente sehr gering. Soll dagegen ein Instrument als Voltmeter dienen, so gibt man ihm viele Windungen eines dünnen Drahtes und legt es, eventuell unter Zuschaltung eines konstanten Widerstandes, an die zu messende Spannung, also z. B. in Fig. 3 an die Klemmen der Maschine. Dadurch liegt das Voltmeter zugleich im Nebenschluß zu dem Widerstand, dessen Klemmspannung gemessen werden soll.

Der Strom, der dabei in den Spannungsmesser fließt, ist für den Betrieb ein Verlust. Der große Widerstand des Instruments hat also den

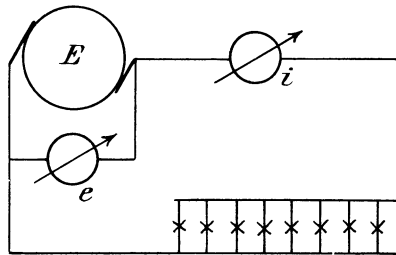


Fig. 3.

Zweck, diesen Strom möglichst gering zu machen. Das ist auch deswegen nötig, damit das Einschalten eines Spannungsmessers ohne Einfluß auf die Spannung oder den Strom der Verbrauchskörper ist. Natürlich hat man dabei zur Erzielung einer kräftigen magnetischen Wirkung viele Windungen nötig, und räumliche und ökonomische Gründe führen dann zur Verwendung eines dünnen Drahtes. Das Instrument funktioniert jetzt ebenfalls eigentlich als Strommesser, indem der Ausschlag durch den hindurchfließenden Strom verursacht wird. Multipliziert man aber diesen Strom mit dem Widerstand des Voltmeters, so erhält man die Spannung an den Enden des Instrumentes, die natürlich gleich auf der Skala aufgetragen ist. Die prinzipielle Gleichheit der Amperemeter und Voltmeter ist am besten ersichtlich daraus, daß es Instrumente gibt, die für beide Zwecke gebraucht werden können. Die Empfindlichkeit eines Amperemeters sei z. B. derartig, daß ein Tausendstel Ampere einen Grad Ausschlag hervorruft. Wenn man das Instrument als Voltmeter schaltet und seinen Widerstand durch Zuschaltung eines Widerstandes auf 1000 Ohm bringt, so entspricht ein Grad Ausschlag einer Spannung von $\frac{1}{1000} \cdot 1000 = 1$ Volt.

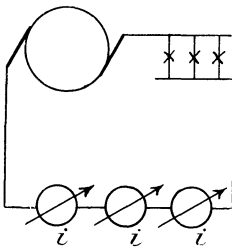


Fig. 4.

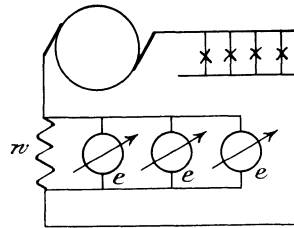


Fig. 5.

Aus dem Vorhergehenden folgt nun von selbst, daß zwei oder mehr Strommesser, die miteinander verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten sind (Fig. 4). Dagegen sind zwei oder mehr Spannungsmesser, die miteinander zu vergleichen sind, parallel zu schalten, und zwar sind sie sämtlich mit ihren Klemmen an die Enden des Widerstandes w zu legen, dessen Klemmspannung gemessen werden soll. In Fig. 5 ist eine solche Schaltung gezeichnet, wobei die vorgeschalteten Lampen dazu dienen, einen größeren oder geringeren Betrag der Maschinenspannung zu vernichten und so die Spannung am Widerstand w zu regulieren.

Vor allen Dingen muß man sich dabei hüten, zwei Spannungsmesser, die verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten, da die Gesamtspannung sich bei ungleichem Widerstand der Spannungsmesser in ungleicher Weise auf beide Instrumente verteilt.

Nachdem auf diese Weise das Prinzip der Strom- und Spannungsmesser dargestellt ist, haben wir nun noch ihre Verwendung zur Widerstandsmessung zu erwähnen. Besonders sehr kleine oder sehr große

Widerstände bestimmt man vorteilhaft durch Beobachtung der Spannung und der Stromstärke, d. h. auf indirektem Wege. Leitet man z. B. einen Strom von 10 Ampere durch die Ankerwicklung eines ruhenden Elektromotors und mißt die Klemmspannung an den Bürsten zu 2 Volt, so ist der Ankerwiderstand w_a gegeben durch die Gleichung:

$$w_a = \frac{e}{i} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ Ohm.}$$

Der Vorteil dieser Methode besteht darin, daß der Widerstand unter Ausschluß irgend eines Zuleitungswiderstandes gemessen wird. Voraussetzung ist aber dabei, daß in dem untersuchten Zweige keine elektromotorische Kraft wirksam ist, wenigstens gestaltet sich dann die Rechnung nicht so einfach.

4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters.

Die Bedeutung des Ohm'schen Gesetzes liegt darin, daß der Widerstand eines Leiters, d. h. das konstante Verhältnis der Spannung an seinen Enden zu der durchfließenden Stromstärke, in einfacher Beziehung zu der Länge und dem Querschnitt des Drahtes steht, außerdem wesentlich vom Material und in geringerem Maße von der Temperatur abhängig ist. Bedeutet also

- l die Länge des Leiters in m,
- q den Querschnitt in qmm,
- ρ einen konstanten Materialkoeffizienten,

so ergibt das Experiment: $w = \rho \cdot \frac{l}{q}$. (6)

Der Widerstand eines Drahtes ist also proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitt. Der Faktor ρ ist bei den verschiedenen Materialien ein verschiedener. Seine Bedeutung ergibt sich, wenn in Gleichung (6) $l = 1$ und $q = 1$ gesetzt wird. Dann wird $w = \rho$. Der Koeffizient ρ ist also der Widerstand eines Drahtes aus dem betreffenden Material von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt. Man nennt diese Größe den spezifischen Widerstand. Um ihn zu bestimmen, beobachtet man bei einem beliebigen Drahte die Größen w , l und q und berechnet daraus ρ . Die Messung ergibt folgende Werte:

Kupfer bei 15°	$\rho = 0,017$,
Quecksilber	$\rho = 0,94 = \frac{1}{1,063}$,
Neusilber (Nickelin)	$\rho = 0,2-0,4$,
Kohle	$\rho = 100-1000$,
Schwefelsäure 25—30%	$\rho = 14\,000$.

Man stellt also z. B. die Widerstände zum Abschwächen des Stromes oder zur Vernichtung von Spannung aus Nickelin her, während man die Wickelungen der Maschinen und die Leitungen aus dem bestleitenden Material, dem Kupfer, herstellt, um unnötige Spannungsverluste zu vermeiden. Auch dann noch ist der Spannungsverlust nicht unerheblich. Ist z. B. die einfache Länge einer Leitung gleich 20 m, die Stromstärke $i = 60$ Ampere und der Querschnitt $q = 50$ qmm, so ergibt sich für Hin- und Rückleitung zusammen $l = 2 \cdot 20 = 40$, und wir erhalten:

$$w = \rho \cdot \frac{l}{q} = \frac{0,017 \cdot 40}{50} = 0,0136 \text{ Ohm.}$$

Der Spannungsverlust e_1 in der Zuleitung ergibt sich dann zu

$$e_1 = i \cdot w = 0,0136 \cdot 60 = 0,8 \text{ Volt.}$$

Der spezifische Widerstand ist nun keine konstante Größe, sondern er wächst bei allen Metallen mit steigender Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturerhöhung. Man definiert dabei den Temperaturkoeffizienten als die Widerstandszunahme, die ein Ohm pro ein Grad Temperaturerhöhung erfährt. Bezeichnet also

$$\begin{aligned} w_1 & \text{ den Anfangswiderstand bei der Temperatur } T_1, \\ w_2 & \text{ den Endwiderstand } \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad T_2, \\ \alpha \rho & \text{ den Temperaturkoeffizienten,} \end{aligned}$$

so folgt:

$$w_2 = w_1 [1 + \alpha \rho (T_2 - T_1)]$$

oder

$$\alpha \rho = \frac{w_2 - w_1}{w_1 (T_2 - T_1)}. \quad (7)$$

Die Messungen ergeben für Kupfer im Durchschnitt den Wert $\alpha \rho = 0,004$, d. h. der Widerstand des Kupfers wächst pro Grad Temperaturerhöhung um 0,4 ‰. Da nun die Temperatur der Maschinen im Laufe des Betriebes um etwa 50 ° steigt, so bedeutet das eine Widerstandszunahme von etwa $0,4 \cdot 50 = 20$ ‰. Deswegen rechnet man mit einem spezifischen Widerstand des warmen Kupfers von rund 0,02 statt 0,017.

Mit Hilfe des bekannten Temperaturkoeffizienten 0,004 läßt sich nun die Temperaturerhöhung selbst in einem Teil einer Maschine feststellen, der für ein Thermometer unzugänglich ist. Es sei z. B. der Widerstand der Magnetwicklung bei 15 ° gleich 50 Ohm, und der Magnetstrom sei nach mehrstündigem Betriebe gleich 2 Ampere. Die Klemmspannung an den Enden der Magnetwicklung sei 114 Volt. Dann ergibt sich der Magnetwiderstand während des Betriebes zu $\frac{114}{2} = 57$ Ohm, und es wird:

$$w_1 = 50, \quad w_2 = 57, \quad T_1 = 15, \quad \alpha \rho = 0,004.$$

Wir haben dann aus Gleichung (7):

$$0,004 = \frac{57-50}{50(T_2-15)}.$$

Daraus ergibt sich

$$T_2 = 50^{\circ}.$$

Die Temperaturerhöhung beträgt also 35° .

Da der Temperaturkoeffizient der Metalle mit Ausnahme des Quecksilbers verhältnismäßig groß ist, so ist ihre Verwendung für Präzisionswiderstände ausgeschlossen. Man verwendet für solche Zwecke das Neusilber oder Nickelin, das neben dem Vorteil eines hohen spezifischen Widerstandes noch den eines sehr niedrigen Temperaturkoeffizienten besitzt. Dieser ist 0,0002—0,0004. Der Widerstand des Manganins, einer Legierung aus Kupfer und Mangan, ist so gut wie unabhängig von der Temperatur.

Im Gegensatz zu den Metallen stehen nun die Kohle und die flüssigen Leiter, deren Widerstand mit zunehmender Temperatur abnimmt, deren Temperaturkoeffizient also negativ ist. Bei der beträchtlichen Temperaturänderung, der die Glühlampe unterworfen ist, ist es also notwendig, den Widerstand immer zu bestimmen, während die Lampe brennt, d. h. der Widerstand ist aus Spannung und Stromstärke zu berechnen.

Unter Umständen ist es vorteilhaft, in die Rechnung das Leitvermögen, d. h. den reziproken Wert des Widerstandes, einzuführen. Das spezifische Leitvermögen des Kupfers ist z. B. $1:0,017 = 59$ oder rund = 60. Das spezifische Leitvermögen der Flüssigkeiten wurde dabei früher nicht auf den umgekehrten Wert des Ohm bezogen, sondern auf Quecksilber. Neuerdings ist jedoch auch in den Werken über Elektrochemie das Leitvermögen schon immer auf den reziproken Wert des Ohm bezogen.

5. Die Kirchhoffschen Regeln.

a) Erste Kirchhoffsche Regel.

An jedem Punkte ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Führt man also die zufließenden Ströme als positiv und die abfließenden Ströme als negativ ein, so ergibt sich für jeden Verzweigungspunkt:

$$\sum i = 0. \tag{8}$$

Diese Regel ist von prinzipieller Wichtigkeit für das Verständnis des elektrischen Stromes. Die Auffassung vieler Anfänger, daß die Elektrizität längs des ganzen Verlaufes von der positiven bis zur negativen Klemme aufgebraucht werde, ist falsch. Vielmehr fließt die ganze Elektrizitätsmenge, die aus der positiven Klemme austritt, in die negative Klemme zurück und durch die Stromquelle wieder zur positiven Klemme. Sie wird also auch nicht fortwährend neu erzeugt, sondern es wird nur ein

und dieselbe Elektrizitätsmenge durch den ganzen Kreis in Bewegung gesetzt, wobei sie sich nirgends staut und nirgends verschwindet. Auch das Wasser, das durch ein Steigrohr in ein Haus eintritt, wird nicht aufgebraucht in dem Sinne, als ob es verschwindet, sondern die ganze Wassermenge gelangt zum niederen Niveau und wird von dort aus durch die Verdunstung wieder zum höheren Niveau geschafft. Wenn man dennoch in der Praxis von Stromverlusten spricht, so meint man damit nur, daß der Strom sich zum Teil einen Weg sucht, auf dem man ihn nicht ausnutzt oder nichts für ihn bezahlt erhält. Was jedoch in Wirklichkeit verbraucht wird, ist nicht der Strom oder die Elektrizitätsmenge, sondern die Spannung.

Die 1. Kirchhoffsche Regel setzt uns nun in den Stand, an Verzweigungspunkten aus zwei oder mehr Strömen einen anderen Strom zu berechnen. Die Klemmspannung einer Nebenschlussmaschine sei z. B. $e = 220$ Volt, die Stromstärke im äußeren Kreise (Fig. 6) $i = 100$ Ampere und der Widerstand der im Nebenschluß liegenden Magnetwicklung $w_m = 50$ Ohm. Gesucht wird der Ankerstrom i_a .

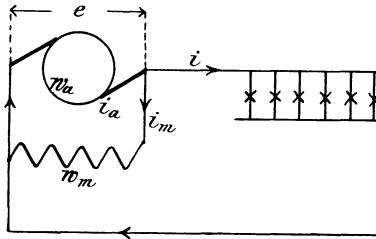


Fig. 6.

Aus dem Ohmschen Gesetz ergibt sich:

$$i_m = \frac{e}{w_m} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ Ampere.}$$

Die erste Kirchhoffsche Regel ergibt dann:

$$i_a = i + i_m = 100 + 4,4 = 104,4 \text{ Ampere.}$$

b) Zweite Kirchhoffsche Regel.

In jedem geschlossenen Stromkreise ist die Summe der Produkte aus Stromstärke mal Widerstand gleich der Summe der in demselben Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte:

$$\Sigma i \cdot w = \Sigma E. \quad (9)$$

Bei der Anwendung dieser Regel hat man den Stromkreis oder den in sich geschlossenen Teil einer Schaltung in einer beliebig gewählten Richtung zu verfolgen und alle Stromstärken und elektromotorischen Kräfte als negativ einzuführen, die dieser Richtung entgegenwirken. Ist man dabei über die Richtung des Stromes oder der elektromotorischen Kraft im Zweifel, so hat man vorläufig ihre Richtung anzunehmen. Wenn die Rechnung dann für diesen Wert ein negatives Resultat ergibt, so heißt dies, daß die Richtung die entgegengesetzte ist, als vorläufig angenommen wurde.

Eine Maschine liefere z. B. eine elektromotorische Kraft $E = 116$ Volt und sei gegen eine Akkumulatorenbatterie von 50 Elementen à 2 Volt geschaltet, um sie zu laden (Fig. 7). Der Maschinenwiderstand w_a sei 0,1 Ohm, der Batteriewiderstand w_b sei 0,18 Ohm und der Leitungswiderstand w_l sei 0,12 Ohm. Gesucht wird die Stromstärke i , sowie die Klemmspannung der Maschine und der Batterie.

Die elektromotorische Gegenkraft der Batterie ist $E_b = 50 \cdot 2 = 100$ Volt. Verfolgen wir nun den Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in der durch den inneren Pfeil gegebenen Richtung, so erhalten wir nach Gleichung (9):

$$i \cdot w_a + i \cdot w_b + i \cdot w_l = E - E_b$$

$$\text{oder } i = \frac{E - E_b}{w_a + w_b + w_l} = \frac{116 - 100}{0,1 + 0,18 + 0,12} = 40 \text{ Ampere.}$$

Die einzelnen Ohmschen Spannungsverluste ergeben sich dann zu

$$i \cdot w_a = 40 \cdot 0,1 = 4,0 \text{ Volt}$$

$$i \cdot w_b = 40 \cdot 0,18 = 7,2 \text{ „}$$

$$i \cdot w_l = 40 \cdot 0,12 = 4,8 \text{ „}$$

$$\text{dazu die elektromotorische Gegenkraft von } 100,0 \text{ „}$$

$$\text{zusammen } 116,0 \text{ Volt.}$$

Wie man sieht, wird die elektromotorische Kraft von 116 Volt gerade aufgebraucht, um die elektromotorische Gegenkraft der Batterie zu überwinden und die Beträge für den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern.

Um nun die Klemmspannung der Maschine, die zugleich die Spannung an den Enden des äußeren Widerstandes ist, zu finden, haben wir zu beachten, daß von der elektromotorischen Kraft der Maschine ein Teil schon verbraucht wird, um den Strom durch den inneren Widerstand zu treiben. Der größere Teil bleibt dann verfügbar für die äußeren Widerstände. Ähnlich hat man bei der Wasserleitung den vollen, der Niveaudifferenz entsprechenden Druck nur dann, wenn alle Hähne geschlossen sind. Sowie aber Wasser verbraucht wird, tritt ein Druckverlust wegen der Reibung des Wassers an den Rohrwänden auf, und der Druck an der Verbrauchsstelle ist dann geringer als die ursprüngliche Niveaudifferenz. Wir ziehen also zur Berechnung der Maschinenspannung e den inneren Spannungsverlust von der elektromotorischen Kraft ab und erhalten:

$$e = E - i \cdot w_a = 116 - 4 = 112 \text{ Volt.}$$

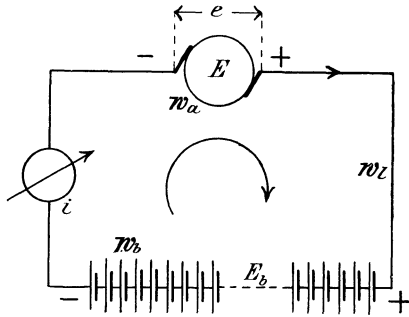


Fig. 7.

Anders liegen die Verhältnisse dagegen bei der Batterie, die geladen wird. Hier hat die Klemmspannung e_b der Batterie eine doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Gegenkraft E_b zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch $i \cdot w_b$ zu liefern. Wir erhalten also:

$$e_b = E_b + i \cdot w_b = 100 + 7,2 = 107,2 \text{ Volt.}$$

6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife.

Es ist selbstverständlich, daß der Widerstand mehrerer hintereinander geschalteter Leiter gleich der Summe der Einzelwiderstände ist. Dagegen ergibt die Parallelschaltung zweier Widerstände w_1 und w_2 , wie sie in Fig. 8 gezeichnet ist, keinesfalls eine Vergrößerung des Widerstandes gegenüber einem einzelnen Leiter, da ja der Weg für den Strom durch die Parallelschaltung ein bequemerer geworden ist. Der Gesamtwiderstand w muß also kleiner sein als jeder einzelne Widerstand w_1

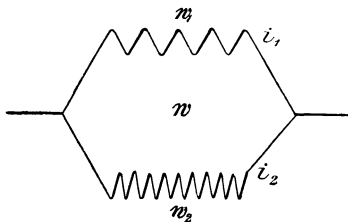


Fig. 8.

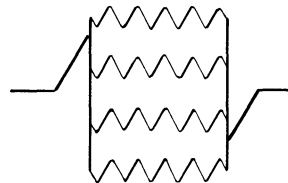


Fig. 9.

oder w_2 . Wohl aber ist, wie auch experimentell nachgewiesen wird, das Leitvermögen der Verzweigung gleich der Summe der Leitvermögen der parallelen Zweige, also:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}.$$

Daraus ergibt sich:

$$w = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2}. \quad (10)$$

Bei Abgleichung kleiner Widerstände ist es z. B. fast unmöglich, genau die entsprechende Drahtlänge abzapassen. Man stellt sich dann einen um einige Prozente zu großen Widerstand w_1 her und erniedrigt dessen Wert durch Parallelschaltung eines zweiten Widerstandes w_2 . Der Widerstand w_1 sei z. B. 0,102 Ohm. Wir fragen uns nun: Wie viel Ohm müssen parallel geschaltet werden, damit der Gesamtwiderstand w gleich 0,1 Ohm wird?

Aus Gleichung (10) folgt:

$$0,1 = \frac{0,102 \cdot w_2}{0,102 + w_2},$$

also

$$w_2 = 5,1 \text{ Ohm.}$$

Gesetzt nun, man macht bei der Abgleichung dieser 5,1 Ohm einen Fehler von 2%, so daß w_2 in Wirklichkeit nur 5 Ohm beträgt. Dann ergibt sich:

$$w = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2} = \frac{0,102 \cdot 5}{0,102 + 5} = 0,09996.$$

Der Fehler im Gesamtwiderstand beträgt also nur 0,04%.

Bei mehr als zwei parallel geschalteten Widerständen ergibt sich in ähnlicher Weise wie oben:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \cdot \dots \cdot \quad (11)$$

Sind die Einzelwiderstände gleich, so wird die Rechnung bequemer. Der Ankerwiderstand einer vierpoligen Maschine mit Parallelwicklung besteht z. B. aus 4 gleichen parallelen Abteilungen (Fig. 9). Ist nun die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes gleich 200 m und der Querschnitt des Drahtes 10 qmm, so ist der Widerstand jedes Zweiges bei einem spezifischen Widerstand 0,02 des warmen Kupfers gegeben durch:

$$\varrho \cdot \frac{l}{q} = 0,02 \cdot \frac{200/4}{10} \text{ Ohm.}$$

Der Widerstand der vier gleichen parallelen Zweige zusammen ist viermal so klein, ergibt sich also zu:

$$w_a = \frac{0,02 \cdot 200}{4^2 \cdot 10} = 0,025 \text{ Ohm.}$$

Um nun das Verhältnis der Stromstärken bei der in Fig. 8 gezeichneten Verzweigung zu finden, beachte man, daß die Klemmspannung e sowohl am Widerstand w_1 als am Widerstand w_2 liegt. Ist also i_1 der Strom im Widerstande w_1 und i_2 der Strom im Widerstande w_2 , so ergibt sich:

$$e = i_1 \cdot w_1 = i_2 \cdot w_2$$

und daraus

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}. \quad (12)$$

Die Stromstärken in einer Verzweigung verhalten sich also umgekehrt wie die Widerstände. Man macht von dieser Regel Gebrauch, wenn man einen starken Strom mit einem empfindlichen Galvanometer messen will, das nur für schwache Ströme gebaut ist. Dabei legt man in den Hauptstrom einen großen Widerstand und legt das Galvanometer in den Nebenschluß zu einem bekannten, kleinen Abzweigungswiderstand. Ist dann w_g der Galvanometerwiderstand und w_z der Abzweigungswiderstand, i_g der Galvanometerstrom und i_z der Strom im Abzweigungswiderstand, so ergibt sich (Fig. 10):

$$\frac{i_g}{i_z} = \frac{w_z}{w_g}$$

oder

$$\frac{i_g}{i_g + i_z} = \frac{w_z}{w_g + w_z}.$$

Nun ist nach Fig. 10 $i_g + i_z$ nichts anderes als der Hauptstrom i . Daraus folgt dann:

$$i = i_g \cdot \frac{w_z + w_g}{w_z}. \quad (13)$$

Am bequemsten macht man dabei den Abzweigungswiderstand gleich $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ oder $\frac{1}{999}$ des Galvanometerwiderstandes. Ist z. B. der Galvanometerwiderstand = 100 Ohm und der Abzweigungswiderstand = $\frac{100}{999}$ Ohm,

so ergibt sich:

$$i = i_g \cdot \frac{\frac{100}{999} + 100}{\frac{100}{999}} = 1000 i_g.$$

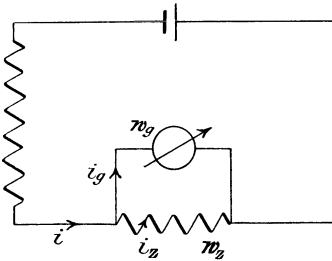


Fig. 10.

Der Hauptstrom ist also 1000 mal so stark wie der Galvanometerstrom. Es ist übrigens zu beachten, daß der Widerstand im Hauptstrom nicht fehlen darf, da sonst die Spannung des Elementes direkt an der Verzweigung liegen würde. Dann würde durch das Parallelschalten des Widerstandes w_z der Galvanometerstrom überhaupt nicht beeinflusst werden.

7. Serien- und Parallelschaltung von Elementen.

Bei der Serien- oder Reihenschaltung von Elementen ist die positive Klemme des einen Elementes mit der negativen Klemme des anderen Elementes verbunden (Fig. 11). Dabei durchfließt derselbe Strom alle

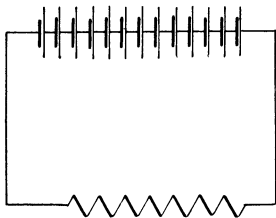


Fig. 11.

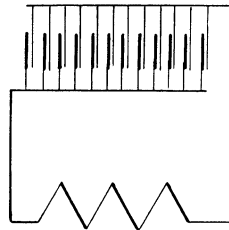


Fig. 12.

Elemente hintereinander, und alle elektromotorischen Kräfte wirken in einer Richtung. Sowohl die elektromotorischen Kräfte als auch die internen Widerstände der Elemente addieren sich also. Man verwendet daher die Serienschaltung, wenn man bei hohem äußeren Widerstande eine große Stromstärke erzielen will. Die Vermehrung des Batteriewiderstandes durch die

Serienschaltung kommt dann nicht in Betracht gegenüber dem Gewinn an elektromotorischer Kraft.

Bei der Parallelschaltung (Fig. 12) verbindet man dagegen einerseits alle positiven und andererseits alle negativen Klemmen miteinander. Durch diese Parallelschaltung wird der Batteriewiderstand sehr klein, aber andererseits liegt nun an dem äußeren Widerstand nur die Spannung eines einzelnen Elementes. Denn parallel geschaltete elektromotorische Kräfte addieren sich ebensowenig wie parallel geschaltete Drücke. Wenn man z. B. von gleich hoch gelegenen Reservoirs zwei Rohre herunterführt, so hat man, abgesehen vom Druckverlust, nur den gleichen Druck wie bei Anwendung eines einzelnen Reservoirs. Man verwendet also zur Erzielung einer hohen Stromstärke die Parallelschaltung, wenn der äußere Widerstand klein ist und man daher keiner hohen Spannung zur Erzielung eines starken Stromes bedarf. Man hat dabei den Vorteil, daß der Batteriewiderstand, der jetzt gegenüber dem kleinen äußeren Widerstand erheblich in Betracht kommt, sehr gering wird und dadurch eine hohe Stromstärke möglich macht.

Daneben kann man dann noch die gemischte Schaltung anwenden (Fig. 13), wobei einige von den Elementen hintereinander geschaltet und mehrere derartige Zweige parallel geschaltet sind. Wir fragen uns dabei, unter welchen Umständen die Stromstärke ein Maximum wird. Es sei

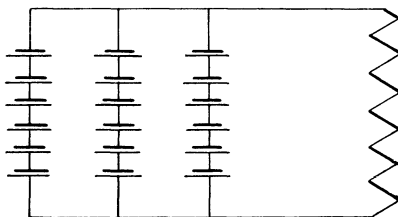


Fig. 13.

- w der äußere Widerstand,
- w_b der Batteriewiderstand,
- w_i der innere Widerstand eines Elementes,
- x die Zahl der hintereinander geschalteten Elemente,
- E die elektromotorische Kraft eines Elementes,
- z die Zahl der Elemente.

Dann ist die Anzahl der parallelen Zweige z/x und der Widerstand eines Zweiges gleich $w_i \cdot x$. Der Batteriewiderstand ist also:

$$w_b = \frac{w_i \cdot x}{z/x} = \frac{w_i \cdot x^2}{z}.$$

Da nun die elektromotorische Kraft der Batterie gleich der elektromotorischen Kraft eines Zweiges, also gleich $E \cdot x$ ist, so ist die Stromstärke i in der gesamten Batterie nach dem Ohmschen Gesetz:

$$i = \frac{E \cdot x}{w + \frac{w_i \cdot x^2}{z}} = \frac{E}{\frac{w}{x} + \frac{w_i \cdot x}{z}}.$$

Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn der Nenner ein Minimum wird. Wir betrachten also x als Variable und differenzieren die Funktion

$$f(x) = \frac{w}{x} + \frac{w_i \cdot x}{z}.$$

Dadurch ergibt sich:

$$f'(x) = -w \cdot x^{-2} + \frac{w_i}{z}.$$

Wenn wir den Differenzialquotienten gleich Null setzen und für w auflösen, erhalten wir:

$$w = \frac{w_i \cdot x^2}{z}.$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt nun nichts anderes dar als den inneren Widerstand der Batterie. Dieser muß also gleich dem äußeren Widerstande gemacht werden, damit die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand und gegebener Elementenzahl ein Maximum wird.

8. Die Wheatstonesche Brücke.

Eine wichtige und lehrreiche Anwendung der Kirchhoffschen Regel bietet die Widerstandsmessung mit der Wheatstoneschen Brücke (Fig. 14).

Das Element E , dessen elektromotorische Kraft nicht bekannt und nicht konstant zu sein braucht, liegt an den Enden A und B eines mit einer Teilung versehenen blanken Messdrahtes, auf dem der Schleifkontakt C verschoben werden kann. Parallel zu dem Drahte liegt mit Hilfe widerstandsfrei gedachter Verbindungen ein Stromzweig, der aus dem unbekanntem zu messenden Widerstande x und aus dem bekannten Widerstande w besteht. Ein Galvanometer liegt mit dem einen Ende am Schleifkontakt C , mit dem anderen Ende am Verbindungspunkt von x und w . Man verschiebt den Schleifkontakt, bis das Galvanometer stromlos ist.

Dann fließt der Strom i_1 gleichmäßig durch die Widerstände a und b und der Strom i_2 gleichmäßig durch die Widerstände x und w . Wir verfolgen nun den linken unteren Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in Richtung des punktierten Pfeiles, und beachten dabei, daß in diesem Kreise keine elektromotorische Kraft enthalten ist, und daß der Galvanometerstrom gleich Null ist. Dann ergibt sich nach der zweiten Kirchhoffschen Regel:

$$i_1 \cdot a + 0 - i_2 \cdot x = 0.$$

Ebenso ergibt sich im rechten unteren Stromkreis:

$$i_1 \cdot b - i_2 \cdot w + 0 = 0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{w}. \quad (14)$$

In dieser Gleichung bedeutet das Verhältnis $a : b$ zunächst das Verhältnis der Widerstände beider Teile des Mefsdrahtes, dann aber direkt das Verhältnis der beiden Drahtlängen.

Es ist nun von Vorteil, wenn man dieses Resultat ohne die Kirchhoffsche Regel aus dem Vergleich mit einem Wasserstrom ableitet, der sich in zwei parallele vertikale Rohre verzweigt. Wenn man dabei von irgend einem Punkte des ersten Rohres eine horizontale Leitung nach dem zweiten Rohr legt, so fließt durch die Verbindungsleitung kein Strom, weil keine Niveaudifferenz an ihren Enden vorhanden ist. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Wheatstoneschen Brücke. Wenn das Galvanometer stromlos ist, so ist zwischen den Punkten C und D keine Niveaudifferenz und der Spannungsverbrauch von A bis C ist gleich dem von A bis D . Oder in einer Gleichung:

$$i_1 \cdot a = i_2 \cdot x.$$

Ebenso ergibt sich:

$$i_1 \cdot b = i_2 \cdot w.$$

Daraus folgt sofort Gleichung (14).

Eventuell kann man statt der Drahtlängen a und b Präzisionswiderstände anwenden. Die Methode eignet sich für Widerstände mittlerer Größe.

Bei sehr kleinen Widerständen würden die Zuleitungswiderstände einen erheblichen Mefsfehler verursachen. Man vermeidet diesen, indem man das Element direkt an die Enden der Widerstände x und w legt und statt des Mefsdrahtes Präzisionswiderstände a und b benutzt, die so groß sind, daß der Zuleitungswiderstand dabei nicht in Betracht kommt. Dagegen läßt sich der Einfluß des Zuleitungswiderstandes zwischen x und w bei der gewöhnlichen Brücke nicht eliminieren. Legt man in Fig. 14 das Galvanometer direkt an das Ende von x , so wird w um den Betrag der Zuleitung zwischen x und w vergrößert. Legt man das Galvanometer dagegen direkt an w , so mißt man x zu groß.

Es liegt daher nahe, das Galvanometer vermittelt zweier Widerstände w_1 und w_2 an x und w zugleich anzuschließen, wie das in der Thomsonschen Doppelbrücke geschieht (Fig. 15). Dabei bleiben die Widerstände x und w durch die unten gezeichnete Leitung miteinander verbunden. Ferner ist darauf zu achten, daß je zwei Zuleitungen direkt zu jedem Ende des Widerstandes x geführt werden. Die Widerstände w_1 und w_2 sind so zu wählen, daß sie sich wie $a : b$ verhalten.

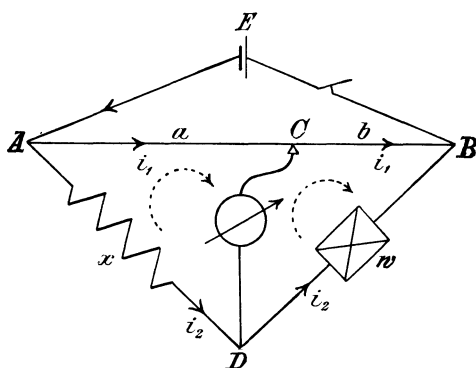


Fig. 14.

Der Punkt D hat dann dasselbe Niveau wie der Punkt F , der den Zuleitungswiderstand im Verhältnis $c : d = w_1 : w_2 = a : b$ teilt. Wir können also das Galvanometer statt an D direkt an F gelegt denken und erhalten, wenn das Galvanometer durch Veränderung des Widerstandes w stromlos geworden ist:

$$\frac{a}{b} = \frac{x + c}{w + d}.$$

Da nun $c : d = a : b$ ist, so muß notwendig auch das Verhältnis $x : w$ genau gleich $a : b$ sein. Der Widerstand der Zuleitung ist dabei

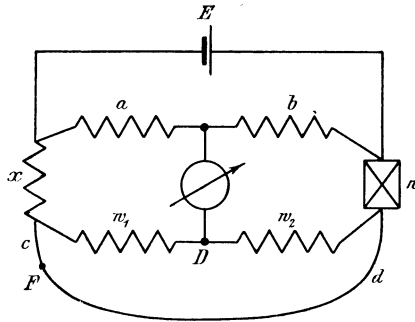


Fig. 15.

eliminiert, und es ist daher möglich, sehr kleine Widerstände, wie z. B. Ankerwiderstände von Maschinen, mit großer Genauigkeit zu messen.

9. Spannungsmessung durch Kompensation.

An den Enden eines kalibrierten Drahtes AB (Fig. 16) liege ein konstantes Element, dessen elektromotorische Kraft nicht bekannt zu sein braucht. Sie muß aber größer sein als die zu messende Spannung x und als die elektromotorische Kraft E_0 des Normalelementes. Man kann z. B. für das Element E ein Bunsenelement und für das Element E_0 ein Daniellelement wählen. Das Galvanometer, das Normalelement und ein Ballastwiderstand liegen hintereinander zwischen dem Anfang A des Meßdrahtes und dem Schleifkontakt, und zwar so, daß die elektromotorischen Kräfte E und E_0 gegeneinander geschaltet sind. Man verschiebt dann den Schleifkontakt nach C , bis das Galvanometer stromlos ist, wobei man zuletzt den Ballastwiderstand kurz schließt. Nun ersetzt man das Normalelement durch das unbekannte zu messende Element mit der elektromotorischen Kraft x , wobei natürlich E und x wieder gegeneinander zu schalten sind. Das Galvanometer sei stromlos, wenn der Schleifkontakt nach C' verschoben ist.

Um dann aus den gemessenen Längen AC und AC' auf das Verhältnis der elektromotorischen Kräfte E_0 und x schließen zu können, beachten wir, daß die Klemmspannung des Bunsenelementes E längs des

ganzen Meßdrahtes verbraucht wird. An dem halben Meßdraht herrscht z. B. die halbe Spannung, da bei gleicher Stromstärke die Spannungen dem Widerstande proportional sind. Demnach verhält sich, auch ohne daß der untere Zweig dagegen geschaltet wird, die Spannung zwischen A und C zur Spannung zwischen A und C' wie die Drahtlänge AC zur Drahtlänge AC' . Nun hält die Spannung zwischen A und C gerade der elektromotorischen Kraft E_0 das Gleichgewicht, während die Spannung zwischen A und C' der elektromotorischen Kraft x das Gleichgewicht hält. Daraus ergibt sich, wenn wir statt der Spannungen die entsprechenden Drahtlängen einführen:

$$\frac{AC}{AC'} = \frac{E_0}{x}. \quad (15)$$

Diese Methode, die dem Anfänger ein anschauliches Bild von dem Spannungsabfall längs eines Widerstandes gibt, bietet das bequemste Mittel

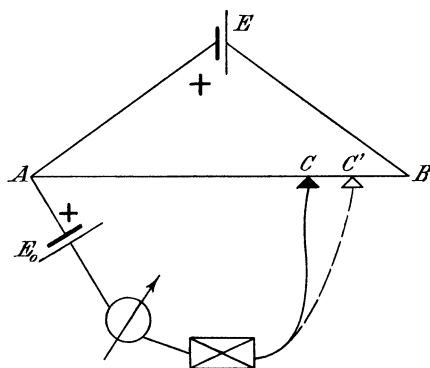


Fig. 16.

zur Eichung von Instrumenten, und man kann wohl sagen, daß fast alle Instrumente nach dieser Methode geeicht werden. Man ersetzt dann den Meßdraht durch Präzisionswiderstände, die elektromotorische Kraft E durch eine Akkumulatorenbatterie und nimmt als Normalelement ein Weston-element (Kompensationsapparat der Reichsanstalt).

In ähnlicher Weise wie oben ergibt sich die Spannung y zwischen den Punkten A und B nach der Gleichung:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{y}{E_0}.$$

Man muß dabei allerdings im Auge behalten, daß y nicht die elektromotorische Kraft E des oberen Elementes ist, sondern nur dessen Klemmspannung. Das Element E ist nämlich nicht stromlos, wie die Elemente x und E_0 , und daher ist seine Klemmspannung y um den Spannungsverlust im Innern kleiner als seine elektromotorische Kraft.

10. Das Joulesche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung.

Ein vom elektrischen Strome durchflossener Leiter wird erwärmt. Die dabei entwickelte Wärme wurde von dem englischen Physiker Joule gemessen und ihre Beziehung zur Spannung, Stromstärke und Zeit festgestellt. Als Maß für die Wärmemenge dient in der Elektrotechnik die Grammkalorie, das ist die Wärmemenge, die ein Gramm Wasser von 0° auf 1° erwärmt, oder, was praktisch dasselbe ist, die Wärmemenge, die ein Gramm Wasser um einen Grad erwärmt. Bezeichnet Q_w die Wärmemenge in Grammkalorien, e die Klemmspannung des Leiters in Volt, i die Stromstärke in Ampere, t die Zeit in Sekunden, so ergibt der Versuch:

$$Q_w = 0,24 e \cdot i \cdot t \text{ gkal.} \quad (16)$$

Man kann den Versuch leicht wiederholen, wenn man (Fig. 17) eine Platinspirale mittels angelöteter, widerstandsfrei gedachter Kupferdrähte in eine abgemessene Menge Wasser taucht. Das innere Glasgefäß, das das Wasser enthält, ruht auf Korkschnitten und ist durch einen Luftzwischenraum vom äußeren Gefäß getrennt, um einen Wärmeverlust möglichst zu vermeiden. Man leitet nun einen Strom durch die Spirale und bestimmt die Temperaturerhöhung $T_2 - T_1$, die Spannung, die Stromstärke und die Zeit. Dann ergibt sich die Wärmemenge, wenn man das Wassergewicht G in Gramm mit der Temperaturerhöhung $T_2 - T_1$ multipliziert. Man findet, daß diese Wärmemenge dem Produkt $e \cdot i \cdot t$ proportional ist:

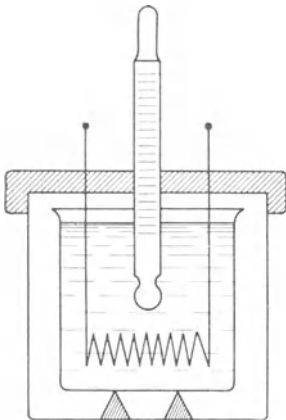


Fig. 17.

$$Q_w = G (T_2 - T_1) = c \cdot e \cdot i \cdot t.$$

Für c ergibt sich bei einiger Vorsicht der Wert 0,24. Man tut dabei gut, den Versuch ebensoviel über Zimmertemperatur zu beendigen, wie man unter Zimmertemperatur angefangen hat. Dann strömt in der zweiten Hälfte des Versuchs ebensoviel Wärme von innen nach außen, wie in der ersten Hälfte von außen nach innen, und der Fehler hebt sich heraus. Ferner hat man zu beachten, daß die Größe G durch das eigentliche Wassergewicht in Gramm und den Wasserwert des inneren Glases gebildet wird. Man findet diesen, indem man das Gewicht des Glases in Gramm mit der spezifischen Wärme des Glases, also mit 0,19 multipliziert.

Der Joulesche Versuch ist nun für die Elektrotechnik von ähnlich fundamentaler Bedeutung wie die Bestimmung des mechanischen Wärme-

äquivalents, wonach eine Kilogrammkalorie 427 mkg entspricht. Das Joulesche Gesetz sagt nämlich aus, daß das Produkt $e \cdot i \cdot t$ einer Wärmemenge proportional ist. Da nun Wärme nichts anderes ist als eine besondere Form der Energie, so stellt das Produkt $e \cdot i \cdot t$ ebenfalls eine Form der Energie dar, es ist also ein Maß für die elektrische Arbeit.

Die Einheit der elektrischen Arbeit wird geleistet, wenn ein Volt den Strom 1 Ampere eine Sekunde lang erzeugt. Man nennt diese Arbeit ein Joule oder eine Wattsekunde. Die elektrische Arbeit A ergibt sich dann nach der Formel:

$$A = e \cdot i \cdot t \text{ Joule.} \quad (17)$$

Es gilt jetzt, die Beziehung zwischen der elektrischen Arbeit in Joule und der mechanischen Arbeit in Meterkilogramm zu ermitteln. Setzen wir im Jouleschen Gesetz e , i und $t = 1$, so ist die Arbeit gleich einem Joule und die Wärme Q_w wird gleich 0,24. Das heißt: 1 Joule ist gleichwertig mit 0,24 gkal. Da nun eine Grammkalorie nach dem mechanischen Wärmeäquivalent gleichwertig mit 0,427 mkg ist, so folgt:

$$\begin{aligned} 1 \text{ Joule} &= 0,24 \text{ gkal.} = 0,24 \cdot 0,427 \text{ mkg} = 0,102 \text{ mkg} \\ \text{oder} \quad 1 \text{ mkg} &= 9,81 \text{ Joule.} \end{aligned} \quad (18)$$

Daß dabei gerade die Zahl 9,81, die Beschleunigung der Schwere, herauskommt, ist kein Zufall, sondern beruht auf den gewählten Einheiten.

Liefert nun z. B. eine Dynamo bei 220 Volt Spannung einen Strom von 50 Ampere durch 10 Stunden, also durch 36 000 Sekunden, so ist die geleistete elektrische Arbeit:

$$A = 220 \cdot 50 \cdot 36\,000 = 396 \cdot 10^6 \text{ Joule,}$$

das entspricht $40,5 \cdot 10^6$ mkg. Liefert andererseits ein Daniellelement eine Stunde lang einen Strom von 0,55 Ampere bei einer Klemmspannung von 1 Volt, so ergibt sich die geleistete elektrische Arbeit A zu:

$$A = 1 \cdot 0,55 \cdot 3600 = 1980 \text{ Joule.}$$

Das ist dieselbe Arbeit, die wir aufwenden, um $\frac{1980}{9,81} = 200$ kg einen Meter hoch zu heben.

Aus der Einheit für die Arbeit folgt nun die Einheit für die elektrische Leistung, d. h. für die pro Sekunde geleistete Arbeit. Stellt nämlich das Produkt $e \cdot i \cdot t$ die elektrische Arbeit dar, so ist das Produkt $e \cdot i$ die elektrische Leistung. Die Einheit der elektrischen Leistung wird also geliefert von einem Ampere bei einer Spannung von einem Volt. Diese Einheit der elektrischen Leistung heißt ein Watt. Bezeichnet also P die elektrische Leistung in Watt, so ergibt sich:

$$P = e \cdot i \text{ Watt.} \quad (19)$$

Die Beziehung des Watt zum Sekundenmeterkilogramm ergibt sich dabei aus Gleichung (18). Ein Meterkilogramm pro Sekunde ist gleich 9,81 Joule pro Sekunde oder gleich 9,81 Watt. Daraus folgt:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt.}$$

Ein 10 pferdiger Elektromotor mit dem totalen Wirkungsgrad 0,85 verbraucht also einen elektrischen Effekt:

$$P = \frac{10 \cdot 736}{0,85} = 8700 \text{ Watt.}$$

Bei einer Spannung von 220 Volt verbraucht er dann einen Strom:

$$i = \frac{8700}{220} = \sim 40 \text{ Ampere.}$$

Die genannten Einheiten für Arbeit und Leistung sind nun für die Praxis zu klein. Man gebraucht daher gröfsere Einheiten, und zwar:

1 Hektowatt	. . .	= 100 Watt,
1 Kilowatt	. . .	= 1000 „
1 Wattstunde	. . .	= 3600 Wattsekunden oder Joule,
1 Kilowattstunde	. . .	= $3,6 \cdot 10^6$ „ „ „

11. Die Potentialdifferenz.

Im vorhergehenden ist die Berechnung der elektrischen Arbeit aus dem experimentell bestimmten Jouleschen Gesetz abgeleitet, und es erscheint ratsam, erst hinterher die theoretische Begründung zu geben. Wir haben schon wiederholt den elektrischen Strom mit dem Wasserstrom verglichen. Der Vergleich trifft auch bei der elektrischen Arbeit in hohem Mafse zu. Man erhält bei einem Wasserfalle die während eines Zeitraumes geleistete Arbeit in Meterkilogramm, wenn man das Gewicht der heruntergefallenen Wassermasse in Kilogramm mit der Fallhöhe in Metern multipliziert. Ähnlich verfahren wir bei Berechnung der elektrischen Arbeit, indem wir das Produkt $e \cdot i \cdot t$ bilden. Denn e ist die Spannung oder Niveaudifferenz und das Produkt $i \cdot t$ ist die Elektrizitätsmenge, die während der Zeit t vom höheren zum niederen Niveau geflossen ist. Daraus ergibt sich nun eine genauere Definition der bisher mit dem Buchstaben e bezeichneten und mit Niveaudifferenz oder Spannung benannten Gröfse. Setzen wir nämlich in der Gleichung

$$A = e \cdot i \cdot t$$

das Produkt $i \cdot t = 1$, also gleich ein Coulomb, so wird $A = e$. D. h. in Worten: Die Spannung e in Volt ist die Arbeit, gemessen in Joule, die geleistet wird, wenn ein Coulomb vom höheren zum niederen Niveau fließt. Indem dieses Coulomb sich auf dem höheren Niveau befindet, wohnt ihm eine potentielle Energie, eine Arbeitsfähigkeit

inne, ebenso wie ein in die Höhe gehobenes Gewicht eine potentielle Energie besitzt, die um so größer ist, je größer die Niveaudifferenz ist. Man spricht daher auch von einer elektrischen Potentialdifferenz und definiert sie als die Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau fließt.

Umgekehrt hätten wir die Potentialdifferenz definieren können als die Arbeit in Joule, die wir leisten müssen, um ein Coulomb positiver Elektrizität vom niederen zum höheren Potential zu führen. Nach Abschnitt 2 schreiben wir nun der elektromotorischen Kraft die Aufgabe zu, dieses Zurückführen der Elektrizität vom niederen zum höheren Niveau zu besorgen. Elektromotorische Kraft und Potentialdifferenz oder Spannung sind also in gewissem Sinne identisch und werden in demselben Maße gemessen.

Die obige Definition der Potentialdifferenz ist identisch mit der Definition, die aus der Elektrostatik bekannt ist. In Fig. 18 sei z. B. eine Kugel mit positiver Elektrizität statisch geladen. Auf der Oberfläche der Kugel befinde sich außerdem ein kleiner, frei beweglicher Körper, der mit der Einheit positiver Elektrizität geladen ist. Dieser wird, da gleichnamige Elektrizitäten sich abstoßen, von der großen Kugel bis ins Unendliche abgestoßen. Dabei wird entweder eine mechanische Arbeit geleistet oder es wird dem kleinen Körper eine lebendige Kraft mitgeteilt, die gleich ist der Summe aus Kraft mal Weg längs der ganzen Strecke. Das Potential auf der Oberfläche ist dann die Arbeit, die die elektrischen Kräfte leisten, indem sie die Einheit der positiven Elektrizität bis ins Unendliche abstoßen.

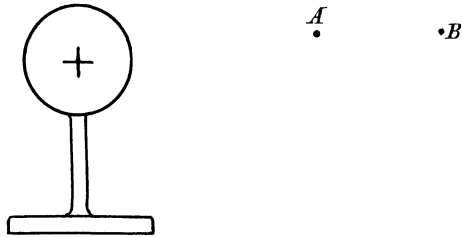


Fig. 18.

Während sich ferner der kleine Körper in A befindet, besitzt er dem Punkte B gegenüber eine Arbeitsfähigkeit, d. h. eine potentielle Energie, vergleichbar einem hochgehobenen Gewichte. Das Potential in A ist also höher als in B , d. h. es existiert eine Potentialdifferenz oder Niveaudifferenz zwischen beiden Punkten. Diese ist gleich der Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität von A nach B getrieben wird.

Es ist nun prinzipiell gleichgültig, ob die Einheit der Elektrizität, die von A nach B getrieben wird, sich auf einem kleinen Körper befindet und mit diesem fortgetrieben wird, oder ob sich die Einheit der Elektrizität, wie bei der strömenden Elektrizität, längs eines Leiters bewegt. Nur muß darauf hingewiesen werden, daß wir bei dem in Fig. 18 dargestellten Falle als Einheit der Elektrizität ebenfalls ein Coulomb und als Einheit der Arbeit das Joule annehmen müssen, um die Potentialdifferenz direkt in Volt zu erhalten.

12. Die Effektverluste durch Joulesche Wärme.

Formen wir mit Hilfe der Beziehung $e = i \cdot w$ die Gleichung für die elektrische Leistung um, so erhalten wir:

$$P = e \cdot i = i^2 \cdot w. \quad (20)$$

Der Effektverbrauch im Nutzwiderstand, z. B. den Lampen, ist also dem Quadrate des Stromes und dem Widerstande proportional, und das gleiche gilt auch für den Effektverlust in der Zuleitung. Diese Tatsache ist von besonderem Einfluß auf die Entwicklung der Elektrotechnik gewesen. Um das zu verstehen, setzen wir den Fall, es seien 10000 Pferdestärken auf 30 km einfache Entfernung zu übertragen. Wir können nun diesen Effekt mit hoher Stromstärke und niedriger Voltzahl oder niedriger Stromstärke und hoher Voltzahl übertragen. Allgemein ergibt sich bei einem Gesamteffekt von 10000 Pfärdestärken, d. i. 7360000 Watt:

$$i = \frac{P}{e} = \frac{7360000}{e}.$$

Wählen wir also nacheinander Spannungen von 100, 1000 und 10000 Volt, so erhalten wir die entsprechenden Stromstärken zu 73600, 7360 und 736 Ampere.

Lassen wir nun $10^0/0$, also 736000 Watt Verlust in der Zuleitung zu, so ergibt sich, wenn w_l der Zuleitungswiderstand ist:

$$i^2 \cdot w_l = 736000$$

oder
$$w_l = \frac{736000}{i^2}.$$

Die ganze Länge der Leitung ist $2 \cdot 30 \text{ km} = 60000 \text{ m}$, und es ergibt sich nach Gleichung (6) auf S. 9 ein Drahtquerschnitt:

$$q = \frac{\varrho \cdot l}{w_l}$$

oder mit Einsetzung der Werte von ϱ , l und w_l :

$$q = \frac{0,017 \cdot 60000}{\frac{736000}{i^2}} = 13,9 \cdot 10^{-4} \cdot i^2.$$

Der Kupferquerschnitt ist also dem Quadrate der gewählten Stromstärke direkt und dem Quadrate der gewählten Spannung indirekt proportional. Es ergeben sich dann folgende Werte:

e	i	$q = 13,9 \cdot 10^{-4} \cdot i^2$
100	73600	$750 \cdot 10^4 \text{ qmm.}$
1000	7360	$750 \cdot 10^2 \text{ „}$
10000	736	750 „

Es ist ersichtlich, dafs nur die letzte Anordnung überhaupt ausführbar ist.

Wir gehen nun dazu über, den Einfluß einer höheren Betriebsspannung auf die Verluste in der Zuleitung resp. auf den Kupferquerschnitt der Anlage durch die Besprechung des Dreileitersystems deutlich zu machen. Eine Glühlampe sei so konstruiert, dafs sie mit 0,5 Ampere gerade normal brennt, und ihr Widerstand sei im heifsen Zustand 220 Ohm. Sie bedarf dann einer Klemmspannung von $220 \cdot 0,5 = 110$ Volt, damit ein Strom von 0,5 Ampere hindurchfließt. Es sollen nun 200 Lampen auf eine Entfernung von 2 km gespeist werden, wobei der Verlust in der Zuleitung 10 % betragen soll. Gesucht wird der Querschnitt der Leitung bei einer Betriebsspannung von 110 und von 220 Volt.

1. Fall. Spannung 110 Volt. Alle Lampen parallel (Fig. 19).

Bei 200 Lampen à 0,5 Ampere ist der Gesamtstrom $i = 0,5 \cdot 200 = 100$ Ampere. Der gesamte übertragene Effekt ist:

$$P = e \cdot i = 110 \cdot 100 = 11000 \text{ Watt.}$$

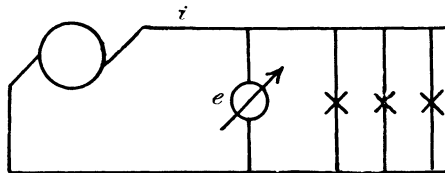


Fig. 19.

Bei 10 % Verlust werden in der Leitung 1100 Watt in Wärme umgesetzt. Dann ergibt sich, wenn w_l den Widerstand der Leitung bedeutet:

$$i^2 \cdot w_l = 100^2 \cdot w_l = 1100$$

oder
$$w_l = \frac{1100}{100^2} = 0,11 \text{ Ohm.}$$

Die Länge l ist $2 \cdot 2000$ m, also 4000 m. Aus der Gleichung

$$w = \frac{e \cdot l}{q}$$

ergibt sich dann:

$$q = \frac{e \cdot l}{w} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,11} = 620 \text{ qmm.}$$

2. Fall. Wir wählen eine Betriebsspannung von 220 Volt und schalten zu diesem Zwecke zwei Maschinen à 110 Volt hintereinander (Fig. 20).

Wenn wir nun ebenfalls je zwei Lampen hintereinander schalten, so bekommt jede Lampe eine Spannung von 110 Volt. Wir haben dann bei 200 Lampen nur 100 Zweige à 0,5 Ampere, also ergibt sich eine Stromstärke $i = 100 \cdot 0,5 = 50$ Ampere. Die übertragene Leistung ist also

$$P = e \cdot i = 220 \cdot 50 = 11000 \text{ Watt.}$$

Das ist dieselbe Leistung wie im ersten Fall. Die Verluste sollen natürlich wie früher 10 0/0, also 1100 Watt betragen. Demnach erhalten wir:

$$i^2 \cdot w_i = 50^2 \cdot w_i = 1100,$$

demnach
$$w_i = \frac{1100}{50^2} = 0,44$$

und
$$q = \frac{e \cdot l}{w_i} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,44} = 155 \text{ qmm}.$$

Der Kupferquerschnitt ist also durch das Verdoppeln der Netzspannung 4 mal so klein geworden. Um nun auch im 2. Fall zu ermöglichen, daß alle Lampen unabhängig von den anderen ein- und ausgeschaltet

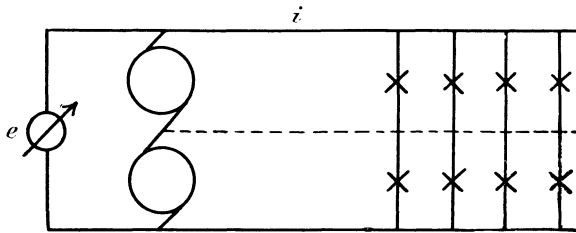


Fig. 20.

werden können, ist eine Ausgleichsleitung, ein Nullleiter, vom Mittelpunkt der Maschinen nach den Mittelpunkten von je zwei Lampen geführt. Dieser Leiter hat gewöhnlich den halben Querschnitt wie die Außenleiter. Trotz der drei Leiter ist aber doch die Ersparnis an Kupfer bedeutend. Umgekehrt ergibt sich, daß man bei ein und demselben Kupferquerschnitt bei gleichen prozentischen Verlusten den 4fachen Effekt übertragen kann, wenn man die Netzspannung verdoppelt.

Das obige Beispiel ist deswegen im einzelnen durchgerechnet, da es dem Anfänger erfahrungsgemäß schwer wird, sich unter einer Kraftübertragung bei höherer oder niedriger Spannung etwas Greifbares vorzustellen. Man sieht deutlich, daß in den beiden obigen Fällen gleich viele Lampen gespeist werden und jede Lampe in beiden Fällen den gleichen Strom erhält, also gleich hell brennt. Der Effekt ist also in beiden Fällen der gleiche.

Zweites Kapitel.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse. — 14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse. — 15. Die Polarisation. — 16. Die Akkumulatoren. — 17. Die chemischen Vorgänge in Elementen. — 18. Die Voltmeter.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse.

Die Leiter erster Klasse sind solche, die durch den elektrischen Strom keine chemische Veränderung erfahren. Dazu gehören die Metalle und die Kohle. Die Leiter zweiter Klasse sind dagegen solche, die durch den Stromdurchgang eine chemische Veränderung oder eine Zersetzung erleiden. Man nennt diese Zersetzung die Elektrolyse und bezeichnet die betreffenden Leiter als Elektrolyte. Zu ihnen gehören die Basen, die Säuren und die Salze in gelöstem oder geschmolzenem Zustand.

Man bezeichnet den Apparat, in dem die Zersetzung vor sich geht, als Zersetzungszone und die in die Flüssigkeit tauchenden Leiter, vermittels deren der Strom zugeführt und abgeleitet wird, als die Elektroden. Die positive Elektrode, bei der der Strom in die Flüssigkeit eintritt, heißt die Anode, die negative Elektrode, bei der der Strom aus der Flüssigkeit austritt, heißt die Kathode.

Die Bestandteile, in die eine Flüssigkeit zerlegt wird, treten an den Elektroden auf, indem der eine Bestandteil mit dem Strom zur Kathode und der andere Bestandteil gegen den Strom zur Anode wandert. Sie heißen daher Ionen, d. i. Wanderer. Nach der modernen Auffassung findet diese Spaltung in die Ionen nicht erst durch den elektrischen Strom statt, sondern sie ist schon vorher vorhanden. Man hat nämlich beobachtet, daß der Druck, mit dem Wasser durch eine halbdurchlässige Wand in die Lösung eines Stoffes einzudringen sucht, der Anzahl der gelösten Moleküle proportional ist.

Stark verdünnte Lösungen, die in gleichen Raumteilen gleich viele Moleküle gelöst enthalten, besitzen den gleichen „osmotischen“ Druck. Ebenso besitzen sie auch die gleiche Siedepunktserhöhung und die gleiche Gefrierpunktserniedrigung. Sonderbarer Weise zeigen nun gerade die Elektrolyte eine Abweichung von diesen Gesetzen. So z. B. ist der osmotische Druck von Salzsäure doppelt so groß und der von Schwefelsäure dreimal so groß, wie man erwartet. Diese Schwierigkeit löste nun Arrhenius in genialer Weise durch die Annahme, daß bei den Elektrolyten

das Molekül in mehrere kleinste Teilchen (Ionen) zerfallen ist, die nun in bezug auf osmotischen Druck, Siedepunktserhöhung und Gefrierpunktserniedrigung dieselbe Wirkung ausüben, wie sonst die Moleküle. Beispielsweise ist dann das Molekül der Salzsäure (HCl) in die beiden Ionen H und Cl zerfallen, während das Molekül der Schwefelsäure in die drei Ionen H , H und SO_4 zerfallen ist.

Die Leitfähigkeit der Elektrolyte beruht dann darauf, daß die Ionen elektrisch geladen sind. Die positiv geladenen Ionen heißen Kathionen. Sie werden von der negativen Kathode angezogen, wandern daher in der positiven Stromrichtung und geben ihre positive Ladung an die Kathode ab. Die andern Ionen, nämlich die Anionen, sind mit negativer Elektrizität geladen und wandern gegen den Strom zur Anode, wo sie ihre negative Ladung abgeben. Es ist übrigens für den Anfänger schwierig, diese Anschauungen mit der sonst herrschenden Vorstellung in Einklang zu bringen, wonach der elektrische Strom nur durch das Fließen der positiven Elektrizität verursacht wird, und man wird am besten beide Vorstellungen ruhig nebeneinander bestehen lassen.

Zum Verständnis der Elektrolyse möge nun zunächst auf den Unterschied zwischen Metallen und Nichtmetallen hingewiesen werden. Die Metalle wie Kalium, Magnesium, Eisen, Gold zeichnen sich durch ihren eigentümlichen Metallglanz aus; sie sind gute Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff sind Basen, z. B. Natronlauge ($NaOH$), Kalilauge (KOH), gelöschter Kalk ($Ca[OH]_2$). Der basische Charakter der Metalloxyde zeigt sich darin, daß sie rotes Lackmuspapier blau färben, ätzend wirken, laugenhaft schmecken und Säuren neutralisieren. Bei vielen Metalloxyden tritt der basische Charakter mehr zurück und zeigt sich nur noch dadurch, daß Säuren durch sie abgestumpft oder neutralisiert werden.

Die Metalle, wie sie auf diese Weise charakterisiert sind, zeigen nun in einer Lösung dem elektrischen Strome gegenüber das besondere Verhalten, daß ihre Ionen immer mit dem Strome zur Kathode wandern. Sie sind also elektropositiv, d. h. die Träger oder Transporteure der positiven Elektrizität (Kationen). Da auch der Wasserstoff mit dem Strome zur Kathode wandert, so ist er ebenfalls zu den Metallen zu rechnen, um so mehr, als er chemisch durch Metalle vertreten werden kann.

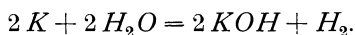
Zu den Nichtmetallen gehören Chlor, Brom, Jod, Stickstoff, Sauerstoff, Schwefel, die dadurch charakterisiert sind, daß ihnen der Metallglanz fehlt. Ferner sind sie, soweit sie in festem Zustand vorkommen, schlechte Leiter für Wärme und Elektrizität. Endlich bilden ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff Säuren, z. B. Salzsäure (HCl), Schwefelsäure (H_2SO_4), Salpetersäure (HNO_3), Phosphorsäure (H_3PO_4). Die Säuren sind dadurch charakterisiert, daß sie sauer schmecken, blaues Lackmuspapier rot färben, Metalle auflösen und die Basen unter Salzbildung neutralisieren.

Von den Nichtmetallen wandern Chlor, Brom, Jod, Fluor direkt gegen den Strom, sie gehören also ohne weiteres zu den Anionen; ferner gehören zu den Anionen noch die Hydroxylgruppe OH der Basen, sowie die Säureradikale SO_4 , PO_4 , NO_3 etc.

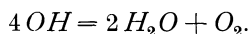
Wir gehen nun dazu über, die Vorgänge bei der Elektrolyse durch einige charakteristische Beispiele deutlich zu machen.

1. Elektrolyse von Basen.

Bei der Zersetzung von Kalilauge (KOH) wandert das Metall Kalium mit dem Strome und veranlaßt an der Kathode das Auftreten von Wasserstoff nach der Gleichung:



Die Hydroxylgruppe OH wandert dagegen gegen den Strom und veranlaßt an der Anode das Auftreten von Sauerstoff nach der Gleichung:

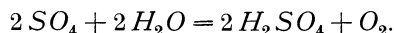


Das Resultat ist also dasselbe, als wenn allein Wasser zersetzt wäre, während tatsächlich die Kalilauge zersetzt ist; denn reines Wasser wäre ein vollkommener Isolator.

2. Elektrolyse von Säuren.

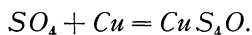
Am einfachsten liegen die Verhältnisse bei der Zersetzung der Salzsäure (HCl). Dabei tritt an der Kathode Wasserstoff und an der Anode Chlor auf. Wir haben es dabei also nur mit einem primären Vorgang zu tun.

Bei der Zersetzung der Schwefelsäure (H_2SO_4) tritt ebenfalls an der Kathode Wasserstoff auf. Das Säureradikal SO_4 wandert dagegen zur Anode und zerfällt dort, falls die Anode aus Kohle oder Platin besteht, nach der Gleichung:



Das Resultat ist also dasselbe, als wenn Wasser allein zersetzt worden wäre.

Besteht jedoch die Anode aus Kupfer, so löst die Gruppe SO_4 das Kupfer zu Kupfersulfat nach der Gleichung:



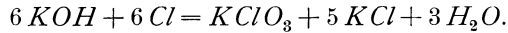
3. Elektrolyse von Salzen.

Bei der Zersetzung von Chlorkaliumlösung (KCl) wandert das Kalium mit dem Strome zur Kathode, und es bildet sich dort, wie oben, Kalilauge. Das Chlor wandert dagegen zur Anode. Sind die beiden Elektroden durch ein Diaphragma, d. h. durch eine trennende Schicht, wie

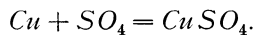
z. B. eine poröse Tonzelle, getrennt, so sind die Endprodukte Kalilauge und Chlor. Arbeitet man jedoch ohne Diaphragma, so wirkt das gebildete Chlor auf die Kalilauge ein, und es entsteht bei diesem tertiären Vorgang unterchlorigsaures Kali ($KClO$) nach der Gleichung:



Arbeitet man jedoch mit heifser Lösung, so bildet sich chlorsaures Kali ($KClO_3$) nach der Gleichung:



Als weiteres Beispiel der Zersetzung einer Salzlösung nennen wir die Elektrolyse des Kupfersulfats ($CuSO_4$). Das schwefelsaure Kupferoxyd oder Kupfersulfat wird in der Weise durch den elektrischen Strom zerlegt, daß das Kupfer mit dem Strome zur Kathode wandert und dort die Elektrode verkupfert. Die Gruppe SO_4 wandert dagegen wieder zur Anode. Besteht nun die Anode aus Platin oder Kohle, so wird, wie früher, Sauerstoff frei. Besteht aber die Anode aus Kupfer, so wird dieses aufgelöst, indem sich wieder Kupfersulfat bildet, nach der Gleichung:



14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse.

Die an einer Elektrode ausgeschiedene Gewichtsmenge eines Elementes oder einer chemischen Verbindung ist, wie Faraday ermittelte, proportional der Stromstärke und proportional der Zeit, also proportional der durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Bedeutet also

- m die Gewichtsmenge in Milligramm,
- i die Stromstärke in Ampere,
- t die Zeit in Sekunden,
- c einen Proportionalitätsfaktor,

so ergibt sich experimentell:

$$m = c \cdot i \cdot t.$$

Der Faktor c ist bei den einzelnen Ionen ein verschiedener. Faradays Untersuchungen haben ergeben, daß er dem Atomgewicht direkt und der Wertigkeit indirekt proportional ist. Ist also

- a das Atomgewicht,
- k die Wertigkeit,

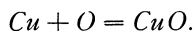
so ergibt sich experimentell:

$$m = 0,010386 \frac{a}{k} \cdot i \cdot t \text{ mg.} \quad (21)$$

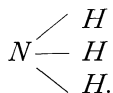
Zum Verständnis dieses Gesetzes ist die Definition des Atomgewichtes und der Wertigkeit erforderlich. Unter dem Atomgewicht eines Ele-

menten versteht man die kleinste relative Gewichtsmenge, bezogen auf Wasserstoff, die mit anderen Elementen eine chemische Verbindung eingeht. So z. B. ist das Atomgewicht des Chlors 35,4, weil die Salzsäure (HCl) auf einen Teil Wasserstoff 35,4 Teile Chlor enthält. Das Wasser enthält andererseits auf einen Teil Wasserstoff 8 Teile Sauerstoff. Es liegt also nahe, das Atomgewicht des Sauerstoffes gleich 8 zu setzen, wie das auch viele Jahre hindurch geschehen ist. Soll aber die Avogadro'sche Regel ihre Gültigkeit behalten, wonach die Volumgewichte verschiedener Gase sich wie die Molekulargewichte verhalten, so muß man die Formel des Wassers H_2O schreiben. Dann kommt auf 2 Atome Wasserstoff 1 Atom Sauerstoff, und das Atomgewicht des letzteren ist gleich 16 zu setzen, damit das Verhältnis $1 : 8 = 2 : 16$ herauskommt. Mit Hilfe der bekannten Atomgewichte und der Formel der Verbindung läßt sich nun umgekehrt berechnen, wieviel Prozent eines Elementes eine Verbindung enthält. Es ist also klar, daß das Atomgewicht in erster Linie in Frage kommt, wenn es sich um die bei der Elektrolyse ausgeschiedene Gewichtsmenge handelt.

Außerdem kommt nun noch nach Gleichung (21) die Wertigkeit in Frage. Unter der Wertigkeit oder der Valenz versteht man die Anzahl der Wasserstoffatome, die ein Element bindet oder vertritt. So ist z. B. das Chlor einwertig, weil es ein Atom Wasserstoff zu Salzsäure (HCl) bindet. Ebenso ist Kalium einwertig, weil es das einwertige Chlor zu Chlorkalium (KCl) bindet, oder weil es im Chlorkalium ein Atom Wasserstoff der Salzsäure vertritt. Andererseits ist Sauerstoff zweiwertig, weil ein Atom Sauerstoff zwei Atome Wasserstoff zu Wasser (H_2O) bindet. Am besten stellt man sich diese Bindungen als Arme vor, vermittelt deren sich die Elemente aneinander hängen. Kupfer ist z. B. in den meisten seiner Verbindungen zweiwertig, es hängt sich also mit seinen beiden Armen in die beiden Arme eines zweiwertigen Sauerstoffatoms und bildet Kupferoxyd nach der Gleichung:



Der dreiwertige Stickstoff bindet dagegen mit seinen drei Armen drei einwertige Wasserstoffatome unter Bildung von Ammoniak (NH_3), und das Molekül des Ammoniaks ist nach der folgenden Form zusammengesetzt:



Jetzt sind wir in der Lage, das Faradaysche Gesetz durch ein einfaches Beispiel zu erläutern. Wir leiten unter Benutzung von Platinelektroden ein und denselben Strom nacheinander durch Zersetzungszellen mit Schwefelsäure (H_2SO_4), Salzsäure (HCl), Kupfervitriol ($CuSO_4$), Kupferchlorid ($CuCl_2$) und Kupferchlorür ($CuCl$) (Fig. 21). Nehmen wir

nun an, wir setzen den Versuch so lange fort, bis 2 mg Wasserstoff in der ersten Zelle ausgeschieden sind. Dann erhalten wir gleichzeitig die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Gewichtsmengen, bei denen in Klammern die Atomgewichte angegeben sind:

In der 1. Zelle (H_2SO_4):

2 mg Wasserstoff ($H = 1$), 16 mg Sauerstoff ($O = 16$).

In der 2. Zelle (HCl):

2 mg Wasserstoff ($H = 1$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

In der 3. Zelle ($CuSO_4$):

63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 16 mg Sauerstoff ($O = 16$).

In der 4. Zelle ($CuCl_2$):

63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

Bis dahin ist alles regelmässig, und es erhellt sofort die vorläufige Tatsache, daß die ausgeschiedenen Gewichtsmengen eines Elementes bei gleichem Strom und gleicher Zeit überall dieselben sind, gleichgültig, aus

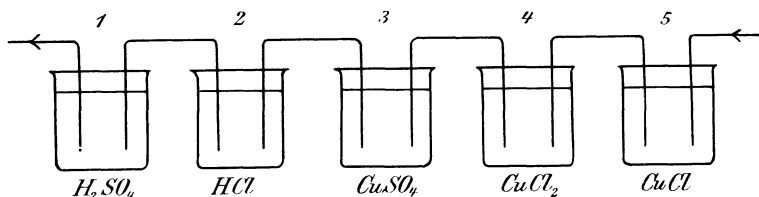


Fig. 21.

welcher Verbindung man das Element abscheidet. Ferner erscheint das Verhältnis der Gewichtsmengen in erster Linie bestimmt durch das Atomgewicht. Wir erhalten in allen Zellen das Atomgewicht selbst oder ein ganzes Vielfaches desselben. Mit Hilfe dieser Tatsachen hätte man aus den Gewichtsmengen der ersten Zelle sofort die der nächsten drei Zellen berechnen können. Bei der fünften Zelle finden wir jedoch eine Schwierigkeit. Wir wissen nicht im voraus, ob wir so viel Kupfer erhalten, wie in der dritten und vierten Zelle, also 63,2 mg. Das ergäbe bei der Verbindung $CuCl$ eine gleichzeitige Ausbeute von nur 35,4 mg Chlor. Oder aber wir erhalten so viel Chlor, wie in der zweiten und vierten Zelle, also 70,8 mg, dann haben wir in der fünften Zelle eine Ausbeute von 126,4 mg Kupfer. Das Experiment entscheidet für den zweiten Fall. Tatsächlich erhält man bei der Elektrolyse einer Kupferchlorürlösung durch den gleichen Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Kupfer wie aus einer Kupferchloridlösung.

Nun bindet im Kupferchlorür ein Atom Kupfer ein Atom Chlor, das Kupfer ist also hier einwertig. Denken wir uns nun, ein Atom Wasserstoff wöge 1 mg, so hätten wir in der ersten Zelle im ganzen zwei

Atome Wasserstoff von der Gruppe SO_4 getrennt, also zwei Bindungen oder Valenzen gelöst. Ebenso findet man, daß in allen folgenden Zellen je zwei Valenzen oder Arme gelöst sind, und man gelangt so zu der einfachsten Form des Faradayschen Gesetzes: Derselbe Strom löst in gleichen Zeiten überall gleich viele Valenzen.

Wir können nun diesem Gesetz noch eine andere Form geben. Die Gewichtsmengen verschiedener Elemente, die man erhält, wenn man das Atomgewicht durch die Wertigkeit dividiert, nennt man die chemischen Äquivalentgewichte. Bei der gleichen durchgeflossenen Elektrizitätsmenge verhalten sich also die Gewichtsmengen wie die chemischen Äquivalentgewichte, d. h. sie sind chemisch äquivalent. Nun werden nach der neueren Anschauung die in der Flüssigkeit im freien Zustand vorhandenen elektrisch geladenen Ionen durch den elektrischen Strom in Bewegung gesetzt und geben dann ihre positive, respektive negative Ladung an den Elektroden ab. Sie sind also die Transporteure der Elektrizität, und zwar transportieren äquivalente Gewichtsmengen immer und überall die gleichen Elektrizitätsmengen. Äquivalente Gewichtsmengen verschiedener Ionen haben also, wie man sich ausdrückt, den gleichen Fassungsraum für Elektrizität.

Man nennt nun die Gewichtsmenge eines Elementes in Milligramm, die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschieden wird, das elektrochemische Äquivalentgewicht. Man kann dieses aus Gleichung (21) mit Hilfe der bekannten Atomgewichte und Wertigkeiten ableiten. So ergibt sich das elektrochemische Äquivalentgewicht des Silbers bei dem Atomgewicht 107,6 und der Wertigkeit 1 zu $\frac{0,010386 \cdot 107,6}{1} = 1,118$ und das des Kupfers zu $\frac{0,010386 \cdot 63,2}{2} = 0,328$. Ebenso läßt sich die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschiedene Gewichtsmenge Wasserstoff und Sauerstoff berechnen. Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der betreffenden Gase ergibt sich dann das ausgeschiedene Gasvolumen: Ein Ampere liefert in einer Sekunde 0,174 ccm trocknes Knallgas von Null Grad und 760 mm Druck.

Was nun die Volumverhältnisse des bei der Elektrolyse entwickelten Wasserstoffs und Sauerstoffs betrifft, so verhalten sich die Volumina nach dem Avogadroschen Gesetz wie die Anzahl der Moleküle. Da beim Wasserstoff und Sauerstoff jedes Molekül aus zwei Atomen besteht, so verhalten sich die Gasvolumina wie die Anzahl der Atome, also nach der Formel H_2O wie 2 zu 1.

15. Die Polarisation.

Elektrolysiert man verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinelektroden, so mißt man an der Zersetzungszelle eine Klemmspannung von 2—3 Volt. Legt man eine Spannung daran, die niedriger ist, so wird das Wasser

überhaupt nicht zersetzt, und legt man (Fig. 22) eine höhere Spannung E , z. B. 10 oder 20 Volt, unter Zwischenschaltung eines Widerstandes w daran, so stellt sich von selbst eine Klemmspannung e im Betrage von 2—3 Volt her. Die Stromstärke ergibt sich dann aus der Beziehung

$$i = \frac{E - e}{w},$$

wo E die elektromotorische Kraft der Stromquelle und e die Klemmspannung der Zersetzungszelle ist. Es ist nun auffällig, daß diese Klemmspannung zwar von außenher an die Zelle gelegt wird, und daß sie es ist, die den Strom durch die Zelle treibt, daß aber ihre Größe von der Zelle bestimmt wird. Sie erscheint also als Funktion der Zersetzungszelle, die wir nicht willkürlich ändern können, die also z. B. wesentlich dieselbe bleibt, auch wenn wir durch Änderung von E und w die Stromstärke erheblich ändern. Sie bleibt sogar ziemlich dieselbe, wenn wir den Abstand

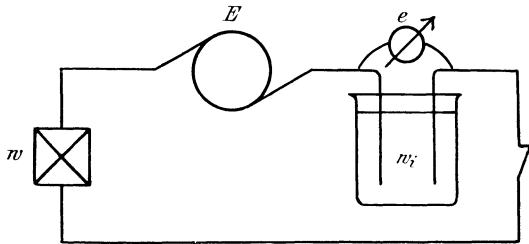


Fig. 22.

der beiden Elektroden, also den Widerstand der Flüssigkeit, variieren. Demnach kann sie nicht, wie die Klemmspannung an den Enden eines Metallwiderstandes, durch das Produkt aus der Stromstärke i und dem innern Widerstand w_i gegeben sein. Tatsächlich ist sie viel größer als der aus der Stromstärke und dem innern Widerstand berechnete Wert.

Das wird erklärlich, wenn wir beachten, daß die Zersetzungszelle nach Unterbrechung des Hauptstromes einen Strom durch das Voltmeter sendet. Sie funktioniert also jetzt als eine Stromquelle, die den Strom aus derselben Klemme der Zelle her austreibt, in die er früher eingetreten war. Dieser Strom heißt der Polarisationsstrom, und die jetzt wirksame elektromotorische Kraft ist die elektromotorische Kraft der Polarisation. Sie ist nur so lange wirksam, als die beiden Elektroden noch mit Gasbläschen bedeckt sind. Wir haben dabei ein Element vor uns, das aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Sauerstoff besteht, und dessen elektromotorische Kraft dem ursprünglichen Strome entgegengerichtet ist.

Nun ist dieses Element schon während des ursprünglichen Stromes wirksam gewesen. Die Klemmspannung e hatte dabei also eine zweifache Aufgabe, nämlich den geringen Ohmschen Spannungsverbrauch in der Zersetzungszelle zu liefern und die elektromotorische Kraft E_1 der

Polarisation zu überwinden. Es ergibt sich dann für die Klemmspannung der Zersetzungszelle die Gleichung:

$$e = E_1 + i \cdot w_i.$$

Wir definieren demnach als elektromotorische Kraft der Polarisation die elektromotorische Kraft des neuen Elementes, das durch die chemische Veränderung der Elektroden aus der Zersetzungszelle entstanden ist. Ist nun, wie gewöhnlich, die Polarisation sehr groß gegenüber dem Ohmschen Spannungsverbrauch, so folgt, daß die Klemmspannung fast nur bedingt ist durch den Wert von E_1 und nicht durch die Stromstärke oder den inneren Widerstand.

Durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit wird uns das Auftreten der Polarisation noch deutlicher. Multiplizieren wir nämlich die obige Gleichung mit i , so erhalten wir:

$$e \cdot i = E_1 \cdot i + i^2 \cdot w_i.$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt $e \cdot i$ die der Zersetzungszelle zugeführte Leistung und der Ausdruck $i^2 \cdot w_i$ den Effektverbrauch durch Joulesche Wärme in der Flüssigkeit dar. Wir kommen dadurch zu dem Resultat, daß die durch $E_1 \cdot i$ dargestellte Arbeit bei der Wasserzersetzung verbraucht sein muß. Das ist nun auch in der Tat der Fall, weil das entwickelte Knallgas ein Kapital von Arbeit, eine potentielle Energie darstellt. Wir können es jeden Augenblick zur Explosion bringen, und die dabei entwickelte Wärme oder geleistete Arbeit ist gleich der bei der Zersetzung aufgewendeten Arbeit.

Nun ist die im Knallgase aufgespeicherte Energie proportional der Menge des entwickelten Knallgases, also proportional der bei der Wasserzersetzung durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Ist c ein konstanter Proportionalitätsfaktor, der speziell nur für Knallgas gilt, so ergibt sich die aufgespeicherte Arbeit zu:

$$A = c \cdot i \cdot t.$$

Andererseits ist die dazu aufgewendete elektrische Arbeit:

$$A = E_1 \cdot i \cdot t.$$

Daraus folgt, daß $E_1 = c$ ist, oder daß die elektromotorische Kraft der Polarisation für gleiche Zersetzungszellen überall den gleichen, konstanten Wert c hat. Dabei ist natürlich überall die gleiche chemische Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Elektroden, d. h. die gleiche chemische Natur der Endprodukte vorausgesetzt. Dagegen hat die Polarisation für anders zusammengesetzte Zellen einen anderen Wert, da ihre Größe durch den Verbrennungswert oder Arbeitswert der Endprodukte gegeben ist. Sie ist z. B. eine andere, wenn wir bei Anwendung von Platinelektroden Kupfersulfat zersetzen, als wenn wir Schwefelsäure zersetzen. Denn im ersteren Falle erhalten wir Kupfer an der Kathode und Sauerstoff an der Anode. Wenn aber Kupfer und Sauerstoff zu Kupferoxyd

verbrennen, so ist die entwickelte Wärme eine andere, als wenn die äquivalenten Gewichtsmengen Wasserstoff und Sauerstoff sich zu Wasser vereinigen.

Man könnte nun versuchen, auf Grund dieser Tatsachen die elektromotorische Kraft der Polarisation im voraus zu berechnen.

Nach der Faradayschen Regel wird durch 1 Coulomb das $0,010386 \cdot 10^{-3}$ fache des Grammäquivalents zerlegt, wobei unter Grammäquivalent das Molekulargewicht in Gramm dividiert durch die Wertigkeit zu verstehen ist. Zur Zerlegung eines Grammäquivalents dienen also

$\frac{1}{0,010386 \cdot 10^{-3}}$ Coulomb, d. h. die elektrische Arbeit ist

$$E_1 \cdot i \cdot t = \frac{E_1}{0,010386 \cdot 10^{-3}}.$$

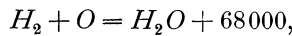
Ist nun x die Wärmemenge in Grammkalorien, die bei der Bildung eines Grammäquivalents frei wird, so ergibt sich nach dem Jouleschen Gesetz die entsprechende elektrische Arbeit zu $x : 0,24$. Durch Gleichsetzung der beiden berechneten Werte für diese Arbeit erhalten wir:

$$\frac{E_1}{0,010386 \cdot 10^{-3}} = \frac{x}{0,24}$$

oder

$$E_1 = \frac{x}{23000}.$$

Beispielsweise gilt die Energiegleichung



d. h. bei Bildung eines Grammmoleküls Wasser werden 68000 gkal. frei.

Bei Bildung eines Grammäquivalents werden also 34000 Grammkalorien frei. Demnach ist die Polarisation bei Wasserzersetzung:

$$E_1 = \frac{34000}{23000} = 1,47 \text{ Volt.}$$

Man kann also z. B. mit einem Daniellelement als Stromquelle kein Wasser zersetzen. Dabei muß aber betont werden, daß die tatsächlich gemessene elektromotorische Gegenkraft viel höher ist als der theoretisch berechnete Wert. Die vorstehenden Erörterungen haben also nur den Zweck, die wesentlichste Ursache der Polarisation rechnerisch zu verfolgen.

Wir betrachten nun zum Schlusse noch einen Fall, wo die Polarisation fast Null wird, weil auch während und nach der elektrochemischen Zersetzung die Elektroden gleich bleiben und die Endprodukte kein Kapital von aufgespeicherter Arbeit darstellen. Zersetzt man nämlich Kupfervitriollösung unter Anwendung einer Reinkupferplatte als Anode, so wird an der Kathode chemisch reines Kupfer gefällt und an der Anode chemisch reines Kupfer aufgelöst. Beide Elektroden haben dabei dauernd die gleiche chemische Beschaffenheit, sie können also niemals mit der Flüssigkeit zusammen ein Element bilden. Die Polarisation ist in diesem Falle gleich

Null, und die Klemmspannung e ist gleich dem Produkt $i \cdot w_i$. Dasselbe Resultat folgt aus der Überlegung, daß die zur Ausfällung des Kupfers an der Kathode aufgewendete Arbeit gleich ist der bei der Lösung, d. h. bei der Oxydation des Kupfers an der Anode gewonnenen Arbeit, so daß die Zersetzung ohne Arbeitsaufwand vor sich geht.

16. Die Akkumulatoren.*)

Die ersten Akkumulatoren wurden nach Planté in der Weise hergestellt, daß verdünnte Schwefelsäure zwischen Bleiplatten als Elektroden zersetzt wurde, wobei die Bleiplatten oberflächlich chemisch verändert, d. h. formiert wurden. Um die Leistungsfähigkeit zu erhöhen, verwendete man dann nach dem Faureverfahren Nuten- oder Gitterplatten, die mit Mennige, Bleioxyd oder fein verteiltem metallischen Blei ausgestrichen waren. Jetzt verwendet man häufig als positive Platten die Grofsflächenplatten (Fig. 23 a), die aus Blei hergestellt sind und deren Gitter

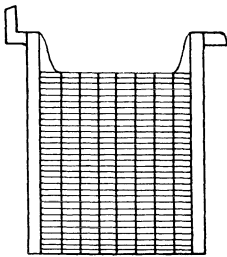


Fig. 23 a.

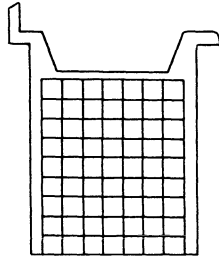


Fig. 23 b.

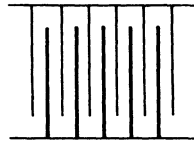


Fig. 24.

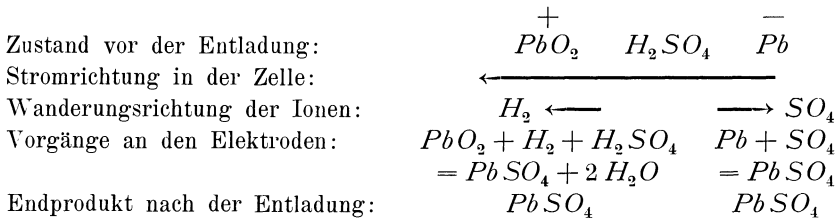
eine große Anzahl enger Maschen enthält, so daß sie der Flüssigkeit eine besonders große Oberfläche darbieten. Diese Bleiplatten werden in der Fabrik unter Anwendung von chemischen Zusätzen zur Schwefelsäure durch einen starken Strom in kurzer Zeit formiert, d. h. oberflächlich in Bleisuperoxyd verwandelt. Die negativen Platten (Fig. 23 b) bestehen ebenfalls aus Bleigittern, aber mit weiteren Maschen, die mit Bleiglätte, d. i. Bleioxyd, ausgestrichen sind. Diese Platten werden unfertig verschickt und nach Aufstellung der Batterie durch eine erste ununterbrochene 40 stündige Ladung in metallisches Blei übergeführt. Die Zusammenstellung der Zellen geschieht dabei in der Weise, daß die Platten mit ihren Nasen auf den Rand der Glasgefäße gelegt und die gleichnamigen Platten einer Zelle durch Bleistreifen miteinander verlötet werden (Fig. 24).

Um nun die Wirkungsweise eines Akkumulators zu verstehen, nehmen wir an, daß wir ihn nach dem Planteverfahren aus reinen Bleiplatten

*) Vergl. den betreffenden Abschnitt in Heim, Die Einrichtung von elektrischen Beleuchtungsanlagen für Gleichstrombetrieb. 4. Aufl. 1903.

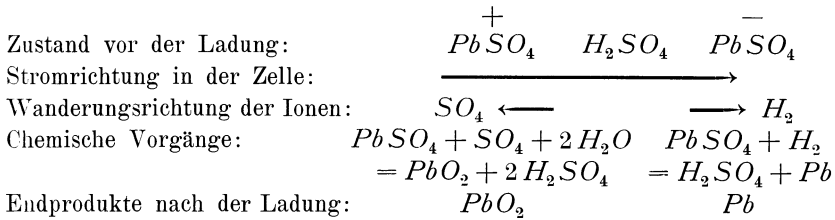
herstellen. Wir betrachten ihn also zunächst als Zersetzungszelle, in der Schwefelsäure zwischen Bleielektroden zersetzt wird. Dann wird an der negativen Platte Wasserstoff frei, wobei in diesem Falle die negative Platte nicht verändert wird. An der positiven Platte tritt dagegen Sauerstoff auf, der mit dem Blei braunes Bleisuperoxyd (PbO_2) bildet. Dadurch aber haben wir in der Zersetzungszelle ein Element vor uns, das aus Blei, Schwefelsäure und Bleisuperoxyd besteht, und dessen elektromotorische Kraft 2 Volt beträgt. Diese wirkt schon während des Stromdurchganges, d. h. während der Ladung, dem Strome oder der Klemmspannung entgegen. Trennt man nun die Batterie von der Stromquelle und verbindet man die Klemmen der Batterie durch einen Widerstand, so fließt der Strom bei der Entladung aus derselben Klemme heraus, wo er bei der Ladung eingetreten war. Die positive Klemme bei der Ladung ist also auch wieder die positive Klemme bei der Entladung. Man bezeichnet nämlich die Klemme einer Zersetzungszelle als positiv, in die der Strom eintritt, dagegen die Klemme einer Stromquelle als positiv, aus der der Strom austritt.

Bei der Entladung vollzieht sich nun folgender Vorgang:



Beide Platten werden also zu schwefelsaurem Blei: die positive durch Reduktion des Bleisuperoxyds zu (schwefelsaurem) Bleioxyd mittels des Wasserstoffes, die negative durch Oxydation des Bleies zu (schwefelsaurem) Bleioxyd mittels des Sauerstoffes. Das Resultat ist also, daß das Bleisuperoxyd seinen überschüssigen Sauerstoff an das Blei der negativen Platte abgibt. Die dabei erfolgende Oxydation des Bleies ist dann in ähnlicher Weise die Quelle der elektrischen Energie, wie die Oxydation der Kohle im Ofen die Quelle der Wärmeenergie ist. Hat schließlic die positive Platte ihren überschüssigen Sauerstoff abgegeben und ist die negative Platte dadurch oberflächlich oxydiert, so ist die aufgespeicherte Energie frei geworden und der Akkumulator entladen. Das wird auch sofort deutlich, wenn man bedenkt, daß die beiden Platten jetzt chemisch gleich geworden sind, also keine Stromquelle oder Element mehr bilden können. Es darf allerdings nicht unerwähnt bleiben, daß neben den Oxydations- und Reduktionsvorgängen die Konzentrationsänderungen der Säure mit an der Lieferung der Energie beteiligt sind. Das spezifische Gewicht der Säure wird während der Entladung geringer.

Der entladene Akkumulator wird nun wieder als Zersetzungszelle behandelt, d. h. wieder geladen. Dabei vollzieht sich dann folgender Vorgang:



An der positiven Platte ist also wieder Bleisuperoxyd, an der negativen metallisches Blei gebildet, und aus der Zersetzungszelle ist wieder eine Stromquelle, ein Element geworden. Außerdem ist an beiden Platten Schwefelsäure frei geworden, wodurch das spezifische Gewicht der Säure größer geworden ist.

Wir sehen also, daß der Prozeß der Ladung nicht etwa, wie beim Kondensator, in der Aufspeicherung von Elektrizität besteht, sondern in einer chemischen Umwandlung der sogen. aktiven Masse. Wenn man also von der Kapazität des Akkumulators spricht, so ist das eigentlich etwas ganz anderes als die Kapazität eines Kondensators. Die Kapazität eines Kondensators bedeutet die Elektrizitätsmenge, die durch die Einheit der Spannung auf den Kondensator gedrückt wird, und die der Kondensator bei der Entladung wieder liefert. Dagegen bedeutet die Kapazität des Akkumulators die Elektrizitätsmenge in Amperestunden, die bei der Entladung des Akkumulators in Bewegung gesetzt wird. Von einer Aufspeicherung, wie beim Kondensator, ist dabei natürlich nicht die Rede.

Was nun die Amperestunden bei der Entladung betrifft, so ist es im Prinzip gleichgültig, ob mit starkem Strom eine kurze Zeit oder mit schwachem Strom eine längere Zeit entladen wird, und mit welcher Stromstärke etwa vorher geladen worden ist. Der Akkumulator besitzt nämlich, wie ein Daniellelement, eine bestimmte elektromotorische Kraft und nicht etwa eine bestimmte Stromstärke. Wenn dennoch eine solche von der liefernden Firma angegeben wird, so bedeutet das nicht etwa den Strom, den eine Zelle liefern muß, auch nicht den maximalen Strom, den sie überhaupt liefern kann. Vielmehr ist der maximale Strom gemeint, der passend nicht überschritten werden soll, damit die aktive Masse nicht herunterfällt und die Platten sich nicht krumm ziehen. Man kann also innerhalb der praktischen Grenzen die Stromstärke bei der Entladung größer oder kleiner wählen und wird dabei eine kürzere oder längere Zeit der Entladung erhalten. Dabei bleibt die Kapazität theoretisch dieselbe, da das Produkt $i \cdot t$ nach dem Faradayschen Gesetz der Menge der umgewandelten aktiven Masse proportional ist.

Praktisch findet man allerdings, daß die Kapazität bedeutend kleiner ist, wenn man mit starkem Strome entladet, als wenn man mit schwachem Strome entladet. Das erklärt sich sehr einfach dadurch, daß die aktive Masse bei starkem Strome nur oberflächlich umgewandelt wird und nur teilweise an dem ganzen Prozeß teilnimmt.

Der Wirkungsgrad in Amperestunden ist nun das Verhältnis der Amperestunden bei der Entladung zu den Amperestunden bei der Ladung. Theoretisch müßte dieses Verhältnis gleich 1 sein, da Ladung und Entladung in der Bildung und Rückbildung der aktiven Masse bestehen, und die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen der umgewandelten aktiven Masse proportional sind. Wenn jedoch ein längerer Zeitraum zwischen Ladung und Entladung liegt, so entlädt sich der Akkumulator ein wenig infolge der mehr oder weniger mangelhaften Isolation. Dazu kommt die Selbstentladung durch Lokalströme an einer und derselben Platte, wie sie durch Unreinigkeit der Säure, unvollständige Ladung der Platte oder ungleiche Konzentration der Säure auftreten können. Endlich wird ein Teil der bei der Ladung aufgewendete Amperestunden nutzlos zur Gasentwicklung verwendet. Wenn nämlich gegen Ende der Ladung die aktive Masse größtenteils umgewandelt ist, so kann der Wasserstoff und der Sauerstoff die Platten nicht mehr recht angreifen und es beginnt die Gasentwicklung. Daher kommt es, daß der Wirkungsgrad in Amperestunden kleiner ist als 1. Er ist aber immerhin verhältnismäßig hoch, übersteigt meist den Wert 0,9 und wird bei geeigneter Anordnung des Versuchs fast gleich 1.

Bei der Bestimmung des Wirkungsgrades in Amperestunden kommt natürlich sehr viel darauf an, wann man die Ladung resp. die Entladung unterbricht. Man setzt die Ladung gewöhnlich so lange fort, bis die aktive Masse an der Oberfläche fast vollständig umgeformt ist, also bis zum „Kochen“ des Akkumulators, wobei die Spannung infolge der an den Elektroden haftenden Gasblasen bis auf 2,6—2,7 Volt steigt. Andererseits unterbricht man die Entladung, wenn die Spannung infolge des zunehmenden inneren Widerstandes, der wesentlich durch den Übergangswiderstand des Bleisulfats gegeben ist, bis auf etwa 1,8 Volt gesunken ist. Dieser Endwert von 1,8 Volt gilt für die Endzeit der Entladung mit normaler Stromstärke und nicht für die Zeit nach der Entladung. Denn ein normal entladener Akkumulator hat zwar am Endpunkt der Entladung eine Klemmspannung von 1,8 Volt, aber noch eine elektromotorische Kraft $E_1 = 2$ Volt. Das zeigt sich daran, daß die Klemmspannung nach der Stromunterbrechung auf 2 Volt steigt. Praktisch ist also die Entladung keine vollständige. Aber eine weitere Entladung würde den Platten schaden und auch praktisch ohne Wert sein, da die Spannung nun sehr schnell auf Null fällt.

Von praktischerer Wichtigkeit als der Wirkungsgrad in Amperestunden ist der Wirkungsgrad in Wattstunden. Um diesen zu ermitteln, beobachten wir die Klemmspannung während der Ladung und Entladung und tragen die Zeit als Abszisse und die Klemmspannung als Ordinate auf (Fig. 25 a und b). Wir sehen, daß die mittlere Spannung bei der Ladung größer ist als die mittlere Spannung bei der Entladung. Bei der Ladung ergibt sich nämlich die Klemmspannung durch die Gleichung:

$$e = E_1 + i \cdot w_i, \quad (22)$$

während für die Entladung die Gleichung gilt:

$$e = E_1 - i \cdot w_i. \quad (23)$$

Die mittlere Klemmspannung bei der Entladung ist also um den doppelten inneren Spannungsverlust kleiner als bei der Ladung, abgesehen davon, daß auch die elektromotorische Kraft bei der Entladung kleiner ist, als der durch die Gasentwicklung vergrößerte Wert der elektromotorischen Kraft bei der Ladung. Der Wirkungsgrad in Wattstunden

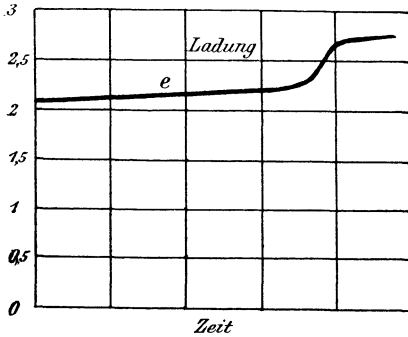


Fig. 25 a.

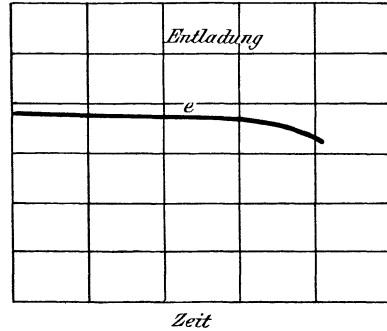


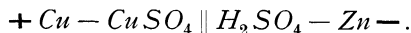
Fig. 25 b.

ist also kleiner als der in Amperestunden, also etwa 0,8—0,9, da zu den schon früher erwähnten Verlusten noch der Verlust durch Joulesche Wärme hinzukommt.

17. Die chemischen Vorgänge in Elementen.

Das einfachste Element besteht aus Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure, wobei sich das Kupfer außen positiv, das Zink negativ geladen zeigt. Verbindet man die beiden Klemmen durch einen Leiter, so fließt ein Strom außen vom Kupfer zum Zink und innen vom Zink zum Kupfer. Dabei wird die Schwefelsäure zerlegt, und der Wasserstoff wandert mit dem Strome zum Kupfer, wo er sich in Bläschen ansetzt. Dadurch entsteht nun ein neues Element, bestehend aus Wasserstoff, Schwefelsäure, Zink, dessen elektromotorische Kraft dem ursprünglichen Element entgegengesetzt ist. Infolgedessen sinkt die Stromstärke allmählich; man sagt, das Element polarisiert sich. Da man ein Interesse daran hat, Elemente von konstanter elektromotorischer Kraft zu besitzen, so gilt es, die Polarisation infolge des freien Wasserstoffs zu verhindern. Der Wasserstoff muß also im Augenblick des Entstehens gebunden werden, oder statt des Wasserstoffes muß ein Metall ausgefällt werden.

Das Daniellelement besteht zu diesem Zwecke aus zwei Flüssigkeiten: Kupfervitriol und verdünnter Schwefelsäure, die durch eine poröse Tonzelle voneinander getrennt sind:



Eine Kupferplatte, die in das Kupfervitriol taucht, bildet den positiven Pol, die Zinkplatte, die in die Schwefelsäure taucht, den negativen Pol. Das Zink ist amalgamiert, damit es nicht auch ohne die Tätigkeit des Elementes von der Schwefelsäure gelöst wird. Der Strom, den das Element erzeugt, fließt nun im Element vom Zink zum Kupfer. Der Wasserstoff aus der Schwefelsäure durchdringt dabei die Tonzelle und fällt das Kupfer an der Kupferelektrode aus nach der Gleichung:



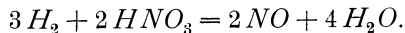
Das Zink wird dagegen durch die Gruppe SO_4 , die gegen den Strom wandert, zu Zinksulfat ($ZnSO_4$) gelöst und liefert, da dies ein Oxydationsprozess ist, die der Stromarbeit entsprechende Energie. Diese umfasst die Arbeit im äußeren Kreise, die Joulesche Wärme im Element und die zur Ausfällung des Kupfers verbrauchte Energie. Man kann auch einfacher die gesamte vom Element gelieferte elektrische Energie auffassen als die Differenz der bei der Lösung des Zinks gewonnenen und bei der Ausfällung des Kupfers verbrauchten Energie.

Da, wie man sieht, die Elektroden unverändert bleiben, so tritt eine Polarisation nicht ein, und die elektromotorische Kraft ist konstant 1,07 Volt, vorausgesetzt, daß man es mit reinen Materialien zu tun hat. Die Stromstärke schwankt dagegen je nach dem äußeren Widerstand. Wenn wir den inneren Widerstand, der sich nach der Größe des Elementes richtet, im Mittel zu 0,5 Ohm rechnen, so würde bei Kurzschluß eine Stromstärke von $1,07 : 0,5 = 2,14$ Ampere durch das Element fließen.

Das Bunsenelement besteht aus Kohle in konzentrierter Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Die Flüssigkeiten sind wieder durch ein Diaphragma getrennt:

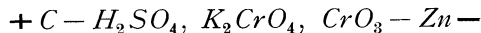


Die Kohle ist der positive, das Zink der negative Pol. Der Vorgang in der Schwefelsäure ist derselbe wie beim Daniellelement. Der mit dem Strom wandernde Wasserstoff wird jetzt dagegen an der Kohle durch den Sauerstoff der Salpetersäure gebunden nach der Gleichung:



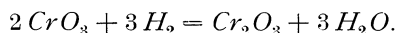
Das dabei frei werdende Stickoxyd (NO) oxydiert sich an der Luft zu braunem, erstickend riechendem Stickstoffdioxyd (NO_2). Die elektromotorische Kraft des Bunsenelementes ist 1,8—1,9 Volt. Der innere Widerstand ist geringer als beim Daniellelement.

Das Chromsäureelement besteht aus Kohle und Zink in einer Lösung von verdünnter Schwefelsäure und Kaliumbichromat (K_2CrO_4 , CrO_3):



Das Element enthält keine Tonzelle. Kohle ist wieder der positive Pol. Die Gruppe SO_4 löst wieder das Zink, und der Wasserstoff wird

an der Kohle durch Sauerstoff aus dem doppelt chromsauren Kali gebunden. Dieses enthält als wesentlichen Bestandteil die Chromsäure (CrO_3), die durch Wasserstoff zu Chromoxyd reduziert wird, nach der Gleichung:

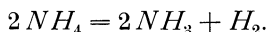


Die bisher rote Farbe der Chromsäure geht dabei in die grüne Farbe des schwefelsauren Chromoxyds über, das sich aus Schwefelsäure und Chromoxyd bildet. Zugleich sinkt dadurch die elektromotorische Kraft, die ursprünglich 2 Volt betrug. Das Element ist also bei stärkerem und längerem Stromverbrauch nicht ganz konstant.

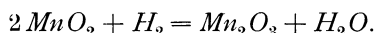
Das Leclanchéelement besteht aus Zink und Kohle, die in eine Salmiaklösung tauchen:



Bei der Zersetzung der Salmiaklösung wandert das Chlor zum Zink und löst es zu Chlorzink. Das ist ein Vorgang, der dem Oxydationsvorgang sehr ähnlich ist, und der die Quelle für die vom Element gelieferte Energie ist. Die Gruppe NH_4 , die sich wie ein Metall verhält, wandert dagegen mit dem Strome, also zur Kohle, und zerfällt hier in Ammoniak und Wasserstoff, nach der Gleichung:



Der entstehende Wasserstoff würde das Element polarisieren, wenn er nicht durch Braunstein, von dem die Kohle umgeben ist, gebunden würde. Der Braunstein oder das Mangansuperoxyd (MnO_2) ist eine sehr sauerstoffreiche Verbindung, die ihren Sauerstoff an den Wasserstoff unter Bildung von Manganoxyd (Mn_2O_3) abgibt, nach der Gleichung:



Im Gegensatz zu der flüssigen Salpetersäure oder der Chromsäure wird der Braunstein unter Umständen den entstehenden Wasserstoff nicht schnell genug binden können. Die elektromotorische Kraft ist infolgedessen nur im stromlosen Zustand 1,4 Volt und sinkt, wenn Strom entnommen wird. Das Element ist also ebenfalls nicht ganz konstant.

Das Westonelement*) (Fig. 26) besteht aus einem Glasgefäß in H form, in das zwei Platindrähte eingeschmolzen sind, und das als positive Elektrode Quecksilber (Hg), als negative Elektrode Kadmium (Cd) oder richtiger ein Kadmiumamalgam mit 12—13% Kadmium enthält. Als Flüssigkeit dient eine konzentrierte Kadmiumsulfatlösung ($CdSO_4$), deren Konzentration durch extra beigegebene Kadmiumsulfatkrystalle konstant gehalten wird. Beim Stromdurchgang wandert das Kadmium mit dem Strome und würde sich an der positiven Elektrode mit dem Quecksilber legieren. Dadurch würden beide Elektroden mehr und mehr gleich werden

*) Vergl. Wiedemannsche Annalen 1898, S. 926.

und die elektromotorische Kraft würde sinken. Nun befindet sich aber über dem Quecksilber eine Mischung von Quecksilberoxydulsulfat (Hg_2SO_4), Kadmiumsulfatkristallen und metallischem Quecksilber. Die Kadmiumionen bilden nun mit dem Quecksilberoxydulsulfat metallisches Quecksilber und Kadmiumsulfat nach der Gleichung:

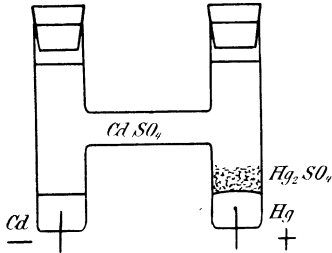
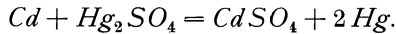


Fig. 26.

Die positive Elektrode bleibt also, was sie war, nämlich metallisches Quecksilber, und die Polarisation ist vermieden. An der negativen Elektrode wird natürlich Kadmium von der Gruppe SO_4 gelöst.

Die elektromotorische Kraft ist konstant 1,019 Volt. Allerdings soll das Element nur ganz schwache Ströme

liefern, kommt also nur für Kompensationsmethoden in Betracht. Fast sämtliche Meßinstrumente werden mit diesem Normalelement geeicht.

18. Die Voltmeter. *)

Die gesetzliche Bestimmung der Stromstärke geschieht mit dem Silbervoltmeter. Ein Platintiegel dient als Kathode und enthält eine Lösung von 20—40 Gewichtsteilen reinen Silbernitrat ($AgNO_3$) in 100 Teilen Wasser. Die Anode besteht aus reinem Silber. Die Lösung darf nur so lange benutzt werden, bis 3 g Silber auf 100 ccm der Lösung ausgeschieden sind, und auf der Kathode darf nicht mehr als 0,1 g Silber pro Quadratcentimeter niedergeschlagen werden. Die Stromdichte soll an der Anode nicht mehr als ein fünftel Ampere, an der Kathode nicht mehr als ein fünfzigstel Ampere pro Quadratcentimeter betragen. Der Tiegel wird vor dem Versuche gewogen und nach dem Versuche mit chlorfreiem destilliertem Wasser gespült, bis das Waschwasser nach Zusatz von Salzsäure keine Trübung zeigt. Salzsäure bildet nämlich mit Silberlösung weißes, unlösliches Chlorsilber nach der Gleichung:



Dann wird 10 Min. lang mit destilliertem Wasser von 70—90° ausgelaut und nochmals gespült, bis das Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung ergibt. Man trocknet dann den Tiegel bei gelinder Wärme, läßt ihn im Exsikkator erkalten und wägt 10 Min. nach der Abkühlung.

Bei der Ausführung der voltametrischen Messung hat man eine Berührung des inneren Tiegels mit der Hand streng zu vermeiden, da der

*) Vergl. die Bestimmungen des deutschen Reichsgesetzes, ETZ 1901, Seite 435.

Niederschlag sonst nicht fest haftet. Es empfiehlt sich, vor Ausführung des Versuches den silberfreien Tiegel in der Spitze der nicht-leuchtenden Bunsenflamme zu glühen, damit etwaige Verunreinigungen organischer Natur zerstört werden.

Es ist jedoch unzulässig, den silberhaltigen Tiegel zu glühen, da sich aus Silber und Platin eine leicht schmelzbare Legierung bildet. Ebenso ist es unzulässig, den Tiegel dem unteren, kalten Teil der Bunsenflamme oder der leuchtenden Bunsenflamme auszusetzen, da sich dabei Kohlenstoffplatin bildet und der Tiegel dadurch brüchig wird.

Bezeichnet nun

m_1 das Gewicht des Tiegels vor dem Versuch in Milligramm,
 m_2 " " " " nach " " " "
 t die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich, da ein Ampere in 1 Sek. 1,118 mg Silber niederschlägt:

$$i = \frac{m_2 - m_1}{1,118 \cdot t} \text{ Ampere.} \quad (24)$$

Was nun das Kupfervoltmeter und das Knallgasvoltmeter betrifft, so sind diese allerdings für stärkere Ströme geeignet, sie geben aber weniger zuverlässige Resultate. Sie dürften daher bei der Umständlichkeit, die eine voltametrische Messung mit sich bringt, nur als Übungsaufgaben in Frage kommen.

Drittes Kapitel.

19. Die magnetische Polstärke. — 20. Die magnetische Feldstärke. — 21. Die magnetischen Kraftlinien. — 22. Das magnetische Potential. — 23. Eisen im magnetischen Feld. — 24. Der Erdmagnetismus.

19. Die magnetische Polstärke.*)

Ein Magnet ist ein Stahlstab, der die Fähigkeit besitzt, Eisen anzuziehen. Diese Fähigkeit wurde zuerst an Eisenerzen beobachtet, die bei der Stadt Magnesia gefunden wurden. Daher nennt man Stahl, der Eisen anzieht, magnetisch. Taucht man einen solchen Stahlstab in Eisenfeilspäne, so bemerkt man, daß die Eisenspäne besonders an den Enden des Stabes haften (Fig. 27). Man bezeichnet diese Stellen, an denen die Anziehungskraft am stärksten ist, als die Pole des Magneten. Näherungsweise können wir bei langen und dünnen Magneten annehmen, daß die magnetische Anziehungskraft von einem

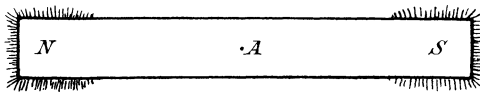


Fig. 27.

Punkt ausgeht, daß also die Pole sich etwa an den in Fig. 27 mit N und S bezeichneten Stellen befinden. Diese Stellen

sind dann nicht genau an den Enden, sondern in der Nähe der Enden anzunehmen. Der Abstand der Pole wird die magnetische Achse genannt.

Ist der Magnet um eine vertikale Achse A drehbar, so stellt er sich so, daß einer von den beiden Polen nach dem geographischen Norden zeigt. Man nennt diesen Pol den Nordpol des Magneten, den entgegengesetzten Pol den Südpol. Nähert man nun zwei Magnete einander, so beobachtet man, daß zwei gleichnamige Pole einander abstofsen, zwei ungleichnamige einander anziehen. Daraus folgt, daß im geographischen Norden eigentlich ein physikalischer Südpol und im geographischen Süden ein physikalischer Nordpol liegt.

Die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, wurde zuerst von Coulomb gemessen. Er hängte einen langen, dünnen Magneten an einem Metallfaden auf, so daß seine magnetische Achse sich in horizontaler Richtung befand. Durch Verdrehung des Aufhängefadens entfernte er nun

*) Vergl. über Magnetismus und Elektromagnetismus: Kittler, Handbuch der Elektrotechnik. 2. Aufl. 1892.

den Nordpol dieses Magneten von dem Südpol eines anderen Magneten mit vertikaler Achse. Da die Kraft, die ein gedrehter Faden ausübt, proportional dem Verdrehungswinkel ist, so konnte Coulomb das Verhältnis zwischen der Entfernung der Magnetpole und der Kraft, mit der sie sich anziehen, feststellen. Es ergab sich, daß die Kraft dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Außerdem wird die Kraft doppelt so groß, wenn man durch Verdoppelung der Magnetstäbe die magnetische Menge oder die Polstärke eines Pols verdoppelt. Bezeichnet also:

- f die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken,
 m_1 „ Polstärke des einen Poles,
 m_2 „ Polstärke des anderen Poles,
 r „ Entfernung in Zentimetern,

so ergibt sich:
$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}. \quad (25)$$

Wenn wir die Einheiten für die Länge und die Kraft wählen, so ergibt sich daraus die Einheit für die Polstärke m . Als Einheit der Länge setzen wir das Zentimeter und als Einheit der Kraft diejenige, die der Masse von 1 cm Wasser die Beschleunigung 1 erteilt, d. h. in jeder Sekunde die Geschwindigkeitszunahme von 1 cm pro Sekunde erteilt. Wir nennen diese Kraft ein Dyn. Da ein Kilogrammgleichgewicht gleich der Kraft ist, die einem Kilogramm oder 1000 cm Wasser eine Beschleunigung von 981 cm erteilt, so ist das Kilogrammgleichgewicht gleich 981000 Dyn. Daraus folgt:

$$1 \text{ Dyn} = \frac{1}{981000} \text{ kg}^* = 1,02 \text{ mg}^*. *)$$

Soll nun das Coulombsche Gesetz seine in Gleichung (25) gegebene einfache Form behalten, so dürfen wir die Einheit für die Polstärke nicht mehr willkürlich wählen, sondern sie folgt aus den gewählten Einheiten. Setzen wir also in Gleichung (25) $m_1 = 1$, $m_2 = 1$ und $r = 1$, so wird $f = 1$. Der Pol hat also die Stärke 1, der auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Wir messen demnach die Stärke eines Poles oder die Menge des Magnetismus durch die Kraft, die unter ganz bestimmten Verhältnissen ausgeübt wird, und definieren die Polstärke m als die Kraft, die der Pol in der Entfernung von einem Zentimeter auf den Pol 1 ausübt.

20. Die magnetische Feldstärke.

Das magnetische Feld ist die Umgebung des Magneten oder überhaupt jeder Ort, wo wir z. B. durch Ablenkung der Magnetnadel

*) Um anzudeuten, daß nicht Masse, sondern Gewichte, d. h. Kräfte gemeint sind, wird hinter die betreffende Masseinheit ein Stern gesetzt.

magnetische Wirkungen beobachten. Im allgemeinen ergibt sich diese Wirkung aus der gemeinsamen Wirkung der beiden Pole eines Magneten. Wir denken uns z. B. in dem Punkte A (Fig. 28) in der Umgebung des Magneten einen frei beweglichen Nordpol, dessen zugehöriger Südpol so weit entfernt sei, daß er vernachlässigt werden kann. Dann wird der Nordpol in A von dem Nordpol N in der Richtung AB abgestoßen und von dem Südpol S in der Richtung AC angezogen. Die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernung. In Fig. 28 verhalten sich z. B. die Entfernungen von A bis zu den beiden Polen wie 2 : 1, also verhalten sich die entsprechenden Kräfte wie 1 : 4.

Aus den beiden Kräften ergibt sich dann graphisch nach dem Parallelogramm der Kräfte die Resultierende AD . Diese gibt uns die Richtung der magnetischen Kraft an der betreffenden Stelle an. Bringen wir nun eine kleine, frei bewegliche Magnetnadel in das magnetische Feld, so greift die von unserem Magnetstab ausgehende magnetische Kraft an den Enden der Nadel an und dreht die Nadel, bis die magnetische Achse

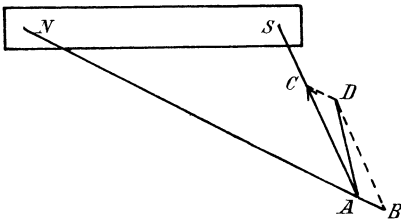


Fig. 28.

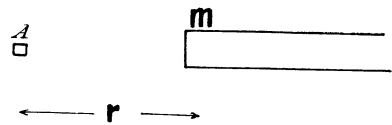


Fig. 29.

mit der Kraftrichtung zusammenfällt. In dieser Stellung ist die Nadel im Gleichgewicht. Die magnetische Achse einer in jeder Richtung drehbaren Magnetnadel zeigt uns also die Richtung der magnetischen Kraft an jeder Stelle des magnetischen Feldes an.

Um nun ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes zu finden, bringen wir einen bestimmten Pol m an die betreffende Stelle und ermitteln die Kraft, mit der er angezogen oder abgestoßen wird. Diese Kraft ist einerseits proportional der Polstärke m , auf die das magnetische Feld wirkt, andererseits aber proportional der Feldstärke. Bezeichnen wir also diese Feldstärke mit H , so erhalten wir:

$$f = m \cdot H. \quad (26)$$

Setzen wir in dieser Gleichung $m = 1$, so folgt $H = f$. Die Feldstärke H ist also gleich der Kraft in Dyn, die an der betreffenden Stelle auf den Pol 1 ausgeübt wird. Die Einheit der Feldstärke hat dann das Feld, das auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausübt.

In Fig. 28 wurde die Kraft in dem Punkte A von den beiden Polen N und S ausgeübt. Wir betrachten jetzt in Fig. 29 den Fall, wo der eine Pol unseres Magneten sehr weit entfernt ist. Dann können wir bei

Berechnung der Feldstärke seine Wirkung vernachlässigen, da sie dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Um dann die Feldstärke in einem beliebigen Punkt A der Umgebung des Magnetstabes zu bestimmen, bringen wir auf den Punkt A einen Pol von der Stärke 1. Ist die Polstärke des Magnetstabes gleich m und die Entfernung des Punktes A vom Pol m gleich r , so ergibt sich nach Coulomb eine Kraft:

$$\mathbf{H} = \frac{m \cdot 1}{r^2} = \frac{m}{r^2}. \quad (27)$$

Dabei haben wir für diese Kraft direkt die Bezeichnung \mathbf{H} statt der Bezeichnung \mathbf{f} eingeführt, da wir es mit der auf den Pol 1 wirkenden Kraft, d. h. mit der Feldstärke zu tun haben.

Wir bringen nun eine Magnetnadel in ein gleichförmiges magnetisches Feld von der Stärke \mathbf{H} . Die Polstärke eines Poles der Nadel sei m und die Länge der magnetischen Achse sei l (Fig. 30). Die Achse der Nadel stehe dabei senkrecht auf

der Richtung der magnetischen Kraft, die in der Figur von oben nach unten angenommen ist. Dann wirkt auf den Nordpol die Kraft $f_1 = m \cdot \mathbf{H}$ am Hebelarm $l/2$ und ebenso auf den Südpol S die Kraft $f_2 = m \cdot \mathbf{H}$ am Hebelarm $l/2$. Wir erhalten also ein gesamtes Drehmoment:

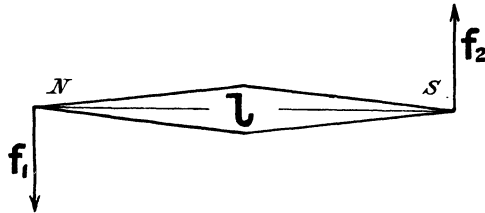


Fig. 30.

$$l/2 (f_1 + f_2) = 2m \mathbf{H} \cdot l/2 = \mathbf{H} \cdot m l.$$

Da die Kraft in Dyn und die Länge in Zentimetern gemessen ist, so erhalten wir das Drehmoment in Zentimeterdyn. Das Drehmoment besteht also aus zwei Größen, von denen die erste durch das äußere Feld \mathbf{H} und die zweite durch die magnetischen Eigenschaften der Nadel, nämlich durch das Produkt aus Polstärke mal Achse gegeben ist. Man nennt dieses Produkt $m \cdot l$ das magnetische Moment der Nadel.

21. Die Kraftlinientheorie.

In dem Bisherigen haben wir die alte Anschauung zugrunde gelegt, wonach an den punktförmigen Polen ein gewisses Quantum Magnetismus vorhanden ist, von dem Wirkungen in die Ferne ausgehen. Nun hat man es in Wirklichkeit niemals mit punktförmigen Polen zu tun, und die Wirkungen in die Ferne werden in der neueren Physik nicht mehr anerkannt. Dennoch ist die alte Anschauung von großem Wert, weil sie die magnetischen Erscheinungen, die experimentell gefunden werden, auf einfache Weise erklärt und in mathematische Form bringt. Zu einem

innerlichen Verständnis und zu einer anschaulichen Vorstellung der magnetischen Erscheinungen kommen wir aber erst durch Faradays geniale Kraftlinientheorie. Faraday kennt keine Wirkung in die Ferne, und nach ihm tritt die Kraft in der Umgebung eines Magneten nicht erst auf, wenn ein anderer Pol hingebacht wird, auf den sie wirkt. Vielmehr ist die Umgebung des Magneten dauernd in einem besonderen Zustand. Sie ist gleichsam selbst magnetisiert und von einer Kraftströmung erfüllt, die von den Polen ausgeht. Diese Anschauung erklärt die magnetischen Erscheinungen ebensogut, wenn nicht noch besser, wie die alte Theorie, und die Übereinstimmung zwischen den Resultaten der mathematischen Forschung und der anschaulichen Vorstellung erhöht unser Vertrauen zu der Richtigkeit beider.

Die Grundlage für Faradays Anschauung bildet ein einfaches Experiment, dessen selbständige Wiederholung jedem zu empfehlen ist.

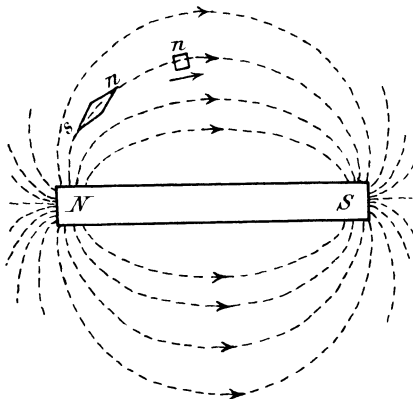


Fig. 31.

Streut man Eisenfeile durch ein Sieb auf einen Magneten, wobei man die Unterlage etwas erschüttert, so ordnen sich die Eisenfeile in charakteristischen Kurven an (Fig. 31). Indem nämlich die Eisenfeilspäne während des Herunterfallens selbst magnetisiert werden, richten sie sich wie eine Magnetnadel, so dafs ihre Längsrichtung mit der Richtung der magnetischen Kraft zusammenfällt. Dabei zieht ein Eisenteilchen das andere an und es entstehen Kurven, die die Richtung der magnetischen Kraft viel

deutlicher angeben, als es in der geometrischen Konstruktion in Fig. 28 geschah. Wir nennen diese Kurven Kraftlinien und betrachten sie willkürlich als vom Nordpol ausgehend und in den Südpol einmündend. Eine Magnetnadel stellt sich so ein, dafs ihre Achse eine Tangente an die Kraftlinie bildet und dafs der Nordpol der Magnetnadel nach der positiven Richtung der Kraftlinien zeigt. Ferner bewegt sich ein frei beweglicher Nordpol n , dessen zugehöriger Südpol weit entfernt ist, in Richtung der Kraftlinie von N nach S (Fig. 31). Die Kraftlinie ist also definiert als die Bahn eines frei beweglichen Nordpoles, und sie ist im Grunde nichts anderes als die Richtung der magnetischen Kraft. Man gewöhnt sich aber schliesslich und vielleicht nicht mit Unrecht daran, mit Kraftlinien zu rechnen, als wenn sie reale Existenz hätten, und als wenn sie etwas Ähnliches wären wie die sichtbaren Linien der Eisenfeilspäne.

Nun ist aber die Kraftlinie nicht blofs ein sehr bequemer Ausdruck für die Richtung der magnetischen Kraft, sondern sie gestattet auch, die

Stärke der Kraft, also die magnetische Feldstärke, sehr bequem auszudrücken. Zu dem Zwecke beachten wir, daß die von einem Pol ausgehende Kraftströmung nicht bloß in der Ebene vorhanden ist, sondern daß sie strahlenförmig in den ganzen Raum dringt. Denken wir nun um einen Pol als Zentrum eine Reihe von konzentrischen Kugeln gelegt, so dringt die Kraftströmung von innen aus durch die verschiedenen Kugeloberflächen hindurch. Da die Kugeloberflächen sich wie die Quadrate ihrer Radien verhalten, so nimmt die Kraftströmung pro Quadratcentimeter Kugeloberfläche mit dem Quadrate des Radius ab. Nun erst verstehen wir, warum in dem Coulombschen Gesetz die Kraft f umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung ist, und warum nach Gleichung (26) auf S. 50 die Feldstärke in der Umgebung eines Poles mit dem Quadrate der Entfernung abnimmt. Wir können also die Feldstärke jetzt einfach ausdrücken als die Kraftströmung pro Quadratcentimeter oder als die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter.

Soll aber die Feldstärke sowohl durch die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, wie auch durch die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gemessen werden, so daß beides dieselbe Zahl ergibt, so ist damit die Einheit für die Kraftlinie bestimmt. Im Felde von der Stärke 1 ist dann pro Quadratcentimeter eine Kraftlinie vorhanden. Das läßt sich noch etwas deutlicher machen, wenn man den Pol 1 im Zentrum einer Kugel vom Radius 1 cm befindlich denkt (Fig. 32). Bringen wir auf die Oberfläche dieser Kugel einen zweiten Pol 1, so ergibt sich die Kraft, die auf ihn wirkt, oder die Feldstärke nach dem Coulombschen Gesetz zu:

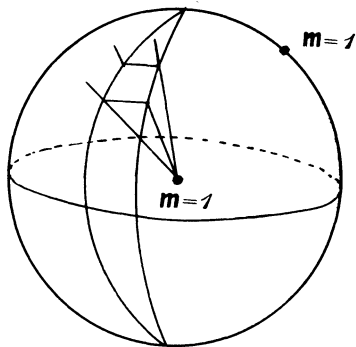


Fig. 32.

$$H = \frac{1 \cdot 1}{1^2}.$$

Nach unserer obigen Festsetzung ist nun die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter ebensogroß, also auch gleich 1. Eine Kraftlinie ist also die Kraftströmung, die, vom Pol 1 ausgehend, ein Quadratcentimeter der Kugeloberfläche vom Radius 1 cm durchdringt. Allgemein ist die Kugeloberfläche gleich $4r^2 \cdot \pi$, in unserm Falle also gleich 4π qcm. Da wir nun pro Quadratcentimeter eine Kraftlinie haben, so ist die Gesamtzahl der vom Pol 1 ausgehenden Kraftlinien gleich 4π . Eine Kraftlinie ist also der 4π te Teil der vom Nordpol 1 ausgehenden Kraftströmung.

Die Gesamtzahl N der von einem Pol m ausgehenden Kraftlinien berechnet sich dann nach der Formel:

$$N = 4\pi m, \quad (28)$$

und die Gesamtzahl der auf eine Fläche von Q qcm treffenden Kraftlinien ergibt sich bei gleichmäßiger Feldstärke zu:

$$N = H \cdot Q. \quad (29)$$

Wenn z. B. die Feldstärke in dem Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker einer Dynamomaschine gleich 7000 ist, so bedeutet dies, daß aus jedem Quadratzentimeter der Nordpolfläche 7000 Kraftlinien austreten. Ist also die dem Anker gegenüberstehende Polfläche gleich 400 qcm, so ergibt sich die Gesamtzahl der vom Nordpol austretenden Kraftlinien zu:

$$N = H \cdot Q = 7000 \cdot 400 = 2,8 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

22. Das magnetische Potential.

Wir haben schon gesehen, daß ein frei beweglicher Nordpol sich im magnetischen Feld längs der Kraftlinie bewegt.

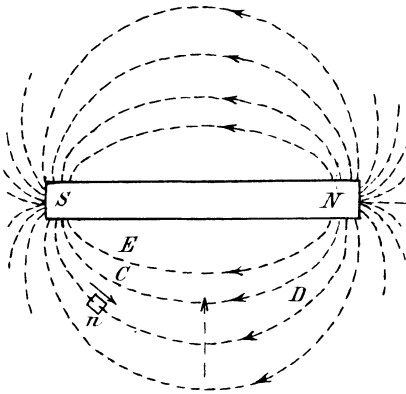


Fig. 33.

Bilden wir nun an jeder Stelle das Produkt aus der Kraft, die auf ihn wirkt, mal dem Weg, über den sie wirkt, und summieren die Produkte, die vom magnetischen Feld bei der Bewegung geleistet wird. Diese wird entweder dazu verbraucht, um einen mechanischen Widerstand zu überwinden, wobei sie sich also in mechanische Arbeit umsetzt, oder sie setzt sich in lebendige Kraft um. Wenn wir andererseits einen Nordpol n (Fig. 33) entgegen der Kraft-

linie von S nach N bewegen, so haben wir dabei die entgegenwirkenden Kräfte des magnetischen Feldes zu überwinden, indem der Nordpol zugleich von S angezogen und von N abgestoßen wird. Wir müssen also eine mechanische Arbeit aufwenden, die sich als die Summe aus den einzelnen Produkten Kraft mal Weg längs der ganzen Strecke ergibt. Diese Arbeit ist dann als potentielle Energie aufgespeichert, um wieder frei zu werden, wenn der Nordpol unter dem Einfluß des Feldes zurückgetrieben wird. Dabei wird dann entweder wieder mechanische Arbeit geleistet, oder es wird dem Pol 1, den wir uns auf einem Eisenkörper befindlich denken, eine lebendige Kraft mitgeteilt. Die Verhältnisse liegen also ganz ebenso, wie wenn wir ein Gewicht hochheben und dabei die entgegenwirkende Schwerkraft überwinden. Die dabei geleistete und

als potentielle Energie aufgespeicherte Arbeit wird wieder frei, wenn das Gewicht vom höheren zum niederen Niveau herunterfällt. Demnach haben wir zwischen den verschiedenen Punkten einer Kraftlinie eine magnetische Niveaudifferenz oder magnetische Potentialdifferenz. Wir definieren diese, ähnlich wie in Abschnitt 11, als die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um die positive Einheit der magnetischen Menge, also den Pol 1, vom niederen zum höheren Niveau zu führen. Umgekehrt läßt sie sich auch definieren als die Arbeit, die von den Kräften des Feldes geleistet wird, wenn der Pol 1 vom höheren zum niederen Niveau getrieben wird. Bezeichnen wir das Niveau des Nordpoles als positiv, so haben wir das Niveau des Südpoles als negativ einzuführen, und das Niveau oder das Potential in der Mitte der Kraftlinie ist gleich Null.

Bei der Bewegung des Nordpoles n von C nach D in Fig. 33 ist es nun gleichgültig, ob wir ihn auf direktem Wege, d. h. längs der Kraftlinie bewegen oder auf einem Umwege. Das folgt aus dem Gesetze von der Erhaltung der Arbeit. Die Energie, die man aufwendet, den Nordpol n von C nach D zu führen, ist — ohne Rücksicht auf den Weg — konstant, weil sie als potentielle Energie aufgespeichert ist und ihr Betrag allein durch die Anfangs- und Endlage gegeben ist. Sie wird in allen Fällen in gleichem Betrage wieder gewonnen, wenn der Pol n unter dem Einfluss der Kräfte des magnetischen Feldes wieder von D nach C zurückgetrieben wird.

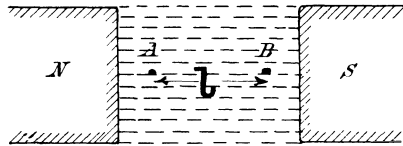


Fig. 34.

Um andererseits den Pol n von C nach E zu führen, haben wir keine Arbeit aufzuwenden, da die Bewegung senkrecht zur Kraftfrichtung erfolgt. Zwischen den Punkten C und E herrscht also keine Niveaudifferenz, d. h. es sind Punkte gleichen Potentials. Derartige Punkte liegen übrigens nicht bloß in der Ebene, sondern auch im Raume. Sie bilden eine sogenannte Niveaufläche, die überall senkrecht auf der Kraftfrichtung steht und auf der eine Verschiebung ohne Arbeitsleistung erfolgt.

Wir betrachten nun ein gleichförmiges Feld, dessen Kraftlinien sämtlich parallel laufen. Wenn wir dann den Pol entgegen der Kraftlinie bewegen (Fig. 34), so ist die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, längs des ganzen Weges l die gleiche. Die Potentialdifferenz zwischen den Punkten A und B , deren Entfernung l ist, berechnet sich dann durch das Produkt aus der Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, mal dem Weg, sie ist also gleich $H \cdot l$.

In dem Bisherigen haben wir nun immer nur von Potentialdifferenzen gesprochen und gehen jetzt dazu über, das magnetische Potential selbst zu definieren. Wir denken uns also einen punktförmigen Nordpol m , dessen Südpol unendlich weit entfernt gedacht werden möge (Fig. 35). Die Kraftlinien dringen dann strahlenförmig in den Raum, und unter ihrem

Einfluß wird ein in A befindlicher Nordpol von der Stärke 1 in der Richtung des Pfeiles in die Unendlichkeit getrieben. Die Kraft, die dabei auf ihn wirkt, nimmt längs des ganzen Weges mit dem Quadrate der Entfernung ab und wird schließlic gleich 0. Die gesamte Arbeit, die dabei frei wird, wenn der Pol 1 vom Punkte A in die Unendlichkeit getrieben wird, würde die Potentialdifferenz zwischen A und der Unendlichkeit sein. Man nennt sie das Potential des Punktes A oder das Potential des Poles m im Punkte A und setzt demzufolge das Potential des unendlich entfernten Punktes gleich 0.

Es könnte nun auffallen, daß das Potential oder Niveau des unendlich entfernten Punktes das gleiche ist wie das des Mittelpunktes einer Kraftlinie, für das wir oben ebenfalls den Wert 0 fanden. Tatsächlich würde es aber gelingen, ohne Arbeitsleistung einen Nordpol aus der Unendlichkeit in Richtung des punktierten Pfeiles in Fig. 33 auf die Mitte einer Kraftlinie zu bringen, da der Pol dabei gleichmäÙig vom Südpol des Magneten

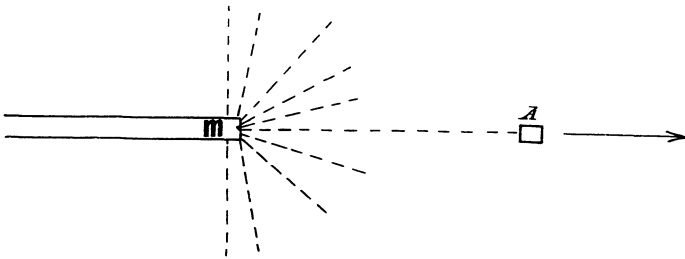


Fig. 35.

angezogen und vom Nordpol des Magneten abgestoÙen wird, oder da die Bewegung immer senkrecht zu den Kraftlinien geschieht.

Sollte übrigens der Begriff des Potentials dem Anfänger Schwierigkeiten machen, so wird er gut tun, den Begriff des Potentials durch den Niveaubegriff zu ersetzen und zu bedenken, daß man in der Regel nur mit Potentialdifferenzen oder Niveaudifferenzen rechnet und nicht mit dem Potential selbst.

23. Eisen im magnetischen Feld.

Streuen wir Eisenfeile auf einen Magneten, in dessen Nähe sich ein Eisenstück befindet, so sehen wir, daß das Eisen im magnetischen Feld die Kraftlinien in sich hineinzieht (Fig. 36). Infolgedessen treten an dem Ende des Eisenstückes, das dem Magnetpol zugekehrt ist, zahlreiche Kraftlinien auf, während das magnetische Feld an anderen Stellen geschwächt wird. Früher erklärte man diese Erscheinung als magnetische Induktion. Danach werden Pole im Eisen „induziert“, und zwar ist das Vorzeichen des induzierten Poles dem Vorzeichen des induzierenden gegenüberliegenden Magnetpales entgegengesetzt. Aus der Ungleichnamigkeit

der gegenüberliegenden Pole folgt dann die Erklärung der schon früher besprochenen Tatsache, daß Eisen von einem Magneten angezogen wird.

Zu denselben Resultaten gelangt nun auch die Kraftlinientheorie. Danach schreiben wir dem Eisen eine besondere Leitfähigkeit für Kraftlinien zu, so daß die Kraftlinien mit besonderer Vorliebe durch das Eisen verlaufen. Die Anziehung des Eisens durch den Pol führt uns dann zu der Annahme, daß die Kraftlinien nicht unnötig einen langen Weg machen, wenn sie einen kürzeren Weg haben können, daß sie sich also wie ein gespanntes, in sich geschlossenes Gummiband zusammenzuziehen suchen. Dabei müssen wir ihnen dann aber weiter eine Abneigung gegen großes Gedränge zuschreiben, denn sonst würden sie sich ja alle dicht am Magneten entlang den kürzesten Weg vom Nordpol N zum Südpol S suchen. Sie stoßen sich also gegenseitig senkrecht zu ihrer eigenen Richtung ab, ebenso wie zwei parallele Magnetstäbe sich abstossen, wenn sich ihre Nordpole beide auf einer Seite, ihre Südpole auf der andern Seite befinden.

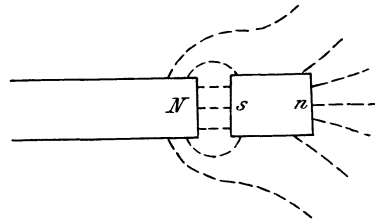


Fig. 36.

Wenn nun die Kraftlinien mit großer Vorliebe durch das Eisen verlaufen, weil dieses sie besser leitet als die Luft, so wird es deutlich, daß in Fig. 36 die Kraftlinien des Poles N zahlreich in die gegenüberliegende Seite des Eisens eintreten. Diese erscheint infolgedessen als ein Südpol, in den die Kraftlinien ja nach unserer früheren Festsetzung eintreten. Die entgegengesetzte Seite des Eisens erscheint dann als ein Nordpol, weil die Kraftlinien aus ihr austreten. Die Magnetisierung des Eisens ist dabei um so stärker, je besser es die Kraftlinien leitet. Beispielsweise

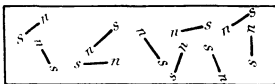


Fig. 37 a.

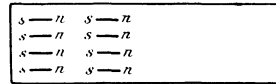


Fig. 37 b.

ist sie unter sonst gleichen Verhältnissen bei Schmiedeeisen oder weichem Stahl stärker als bei dem harten Gußeisen oder gehärtetem Stahl.

Diese Tatsache führt uns nun zu der Anschauung, daß der Vorgang der Magnetisierung ein ähnlicher ist wie der bei dem Richten der Eisenfeilspäne beobachtete Vorgang. Man nimmt an, daß die kleinsten Teilchen, die sogenannten Moleküle des Eisens oder Stahls, von Natur magnetisch sind, daß sie aber wirt durcheinander liegen (Fig. 37 a). Sie können also nach außen keine Wirkung ausüben, und das Eisen erscheint daher unmagnetisch. Bei Annäherung eines Magneten (Fig. 37 b) werden die Moleküle nun gleichgerichtet, zeigen also an den Endflächen „freien“ Magnetismus, während sich ihre Wirkungen mehr in der Mitte gegenseitig

aufheben. Es ist dabei leicht einzusehen, daß die Moleküle im weichen Schmiedeeisen sich leichter richten lassen als im harten Stahl.

Eine Bestätigung findet diese Webersche Theorie des Molekularmagnetismus durch die Tatsache, daß Schmiedeeisen nur vorübergehend oder temporär, Stahl dagegen permanent magnetisch wird. Beim elastischen Schmiedeeisen kehren nämlich die Moleküle nach Entfernung des induzierenden Poles fast vollständig wieder in ihre frühere Lage zurück, und es bleibt nur ein geringer remanenter Magnetismus zurück. Dagegen bleiben die Moleküle des harten Stahls, nachdem sie einmal gerichtet sind, in ihrer neuen Lage, und der Stahl wird permanent, d. i. dauernd magnetisch. Nun erklärt es sich auch, daß ein Stahlmagnet in der Mitte der Achse unmagnetisch ist, und daß man dennoch, wenn man ihn senkrecht zur Achse durchbricht, an den Bruchflächen entgegengesetzte Pole beobachtet.

Die beste Bestätigung der Weberschen Theorie ist jedoch die bei der Ummagnetisierung des Eisens beobachtete Wärmeentwicklung. Die Ummagnetisierung ist nämlich mit einer Umdrehung der Moleküle verbunden, und diese kann nicht ohne Reibung erfolgen, da die Eisenmoleküle in ihrer früheren Lage zurückzubleiben suchen und sich einer Änderung widersetzen. Man bezeichnet diese Erscheinung daher als magnetische Reibung oder als Hysteresis, d. h. als ein Zurückbleiben. Die beim Ummagnetisieren aufgewendete Arbeit setzt sich dann in Wärme um, und zwar ist der Arbeitsverlust pro Sekunde der Anzahl der Polwechsel pro Sekunde und dem Volumen des Eisens proportional. Außerdem ist er von der Härte des Eisens abhängig.

24. Der Erdmagnetismus.

Da die Lage der magnetischen Pole der Erde nicht mit den geographischen Polen zusammenfällt, so bildet die magnetische Achse einer Magnetnadel mit dem geographischen Meridian einen Winkel, den man als Deklinationswinkel bezeichnet. Die Deklination ist in Deutschland eine westliche und beträgt gegenwärtig in Berlin $9^{\circ} 40'$. Andererseits bildet das Nordende einer in jeder Richtung beweglichen Magnetnadel mit der Horizontalen einen Winkel, den man als Inklinationswinkel bezeichnet. Die Inklinasion beträgt in Berlin gegenwärtig 66° . Bei den gewöhnlichen, um eine vertikale Achse drehbaren Magnetnadeln kommt nur ein Teil der erdmagnetischen Kraft, nämlich die sogenannte Horizontalkomponente, zur Geltung. Ihr Betrag ist gegenwärtig in Berlin 0,19, d. h. auf den Pol 1 wirkt in horizontaler Richtung eine Kraft von 0,19 Dyn.

Viertes Kapitel.

25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters. — 26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes. — 27. Magnetische Wirkung einer Spule. — 28. Magnetisierungskurven. — 29. Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus. — 30. Die Tragkraft eines Elektromagneten. — 31. Die Hysteresis. — 32. Dynamische Wirkungen paralleler Ströme. — 33. Die elektromotorische Kraft der Induktion. — 34. Gesetze der gegenseitigen Induktion. — 35. Die Selbstinduktion. — 36. Foucaultströme.

25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters.

Das Experiment ergibt, daß eine Magnetnadel in der Nähe eines Stromleiters aus ihrer Nord-Südrichtung abgelenkt wird. Der elektrische Strom erzeugt also in seiner Umgebung ein magnetisches Feld. Die Richtung der Kraftlinien dieses Feldes läßt sich ermitteln, indem man eine kleine Magnetnadel in Richtung ihrer Achse weiter bewegt, oder indem man Eisenfeilspäne auf eine Ebene streut, die der Leiter senkrecht durchdringt (Fig. 38).

Die Eisenspäne ordnen sich dann in konzentrischen Kreisen an, die den Stromleiter zum Mittelpunkt haben. Die vom Strome erzeugten Kraftlinien sind also geschlossene Kurven, und ein frei beweglicher Nordpol, dessen Südpol weit entfernt ist, umkreist den Leiter in Richtung der Kraftlinie. Diese Richtung steht stets senkrecht auf einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene. Sie ergibt sich aus der Ampèreschen Schwimmerregel: Schwimmt man mit dem Strome und sieht nach einer Magnetnadel, so erscheint der Nordpol nach links abgelenkt.

Die Wirkung zwischen Stromleiter und Pol ist natürlich eine gegenseitige. Steht also der Pol fest und ist der Leiter beweglich, so bewegt sich der Leiter, und zwar senkrecht zu einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene, d. h. die Bewegung erfolgt senkrecht zu einer Ebene, die durch den Leiter und die ihn treffende Kraftlinie gelegt ist. Die Richtung der Bewegung ergibt sich dann durch Umkehrung der Ampèreschen

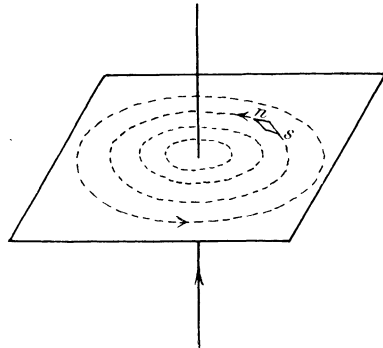


Fig. 38.

Schwimmerregel: Schwimmt man mit der Richtung des Stromes und sieht nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, so würde der Nordpol nach links abgelenkt. Steht er fest, so weicht der Leiter nach rechts aus. In dieser Form ist die Regel auch anwendbar auf Motore, wo man es mit einem gleichmäßigen, aus einer großen Polfläche austretenden Kraftlinienfeld zu tun hat. In Fig. 39 a

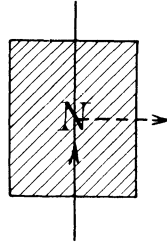


Fig. 39 a.

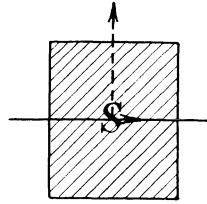


Fig. 39 b.

befinde sich z. B. ein im Sinne des Pfeiles durchflossener Leiter vor einem Nordpol, dessen Kraftlinien aus der Papierebene heraustreten. Schwimmen wir nun mit dem Strome und sehen nach dem Nordpol, so bewegt sich der Leiter nach rechts in Richtung des punktierten Pfeiles. Ebenso befinde sich in Fig. 39 b ein stromdurchflossener Leiter vor einem Südpol, in den also die Kraftlinien eintreten. Diese dringen also von vorn nach hinten in die Papierebene hinein. Wir schwimmen nun wieder in Richtung

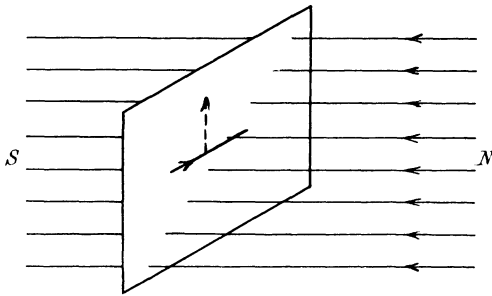


Fig. 40.

des Stromes, also in Fig. 39 b mit dem Kopf rechts und mit den Füßen links, und sehen nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, also nach der Richtung vor der Papierebene. Dann bewegt sich der Leiter nach unserer rechten Hand, das ist nach oben in Richtung des punktierten Pfeiles.

Befindet sich ferner der stromdurchflossene Leiter in horizontaler Lage in einer vertikalen Ebene und treten die Kraftlinien senkrecht von rechts nach links in diese Ebene hinein (Fig. 40), so denken wir uns rechts, von wo die Kraftlinien herkommen, einen Nordpol befindlich. Schwimmen wir nun in Richtung des Stromes und sehen nach diesem Nordpol, so würde derselbe sich nach unserer linken Hand, also nach unten bewegen. Steht er fest und ist der Leiter beweglich, so erfolgt die Bewegung nach unserer rechten Hand, also nach oben in Richtung des punktierten Pfeiles.

Es gilt jetzt, die Gröfse der von einem Pol und einem geraden Leiterelement aufeinander ausgeübten Kraft zu bestimmen. In Fig. 41 bedeutet

J die Stromstärke in einem noch näher zu bestimmenden Mafs,
 dl „ Länge des Leiterelementes in Zentimetern,
 m „ Polstärke in dem früher definierten Mafs,
 r „ Entfernung zwischen Pol und Leiterelement in Zentimetern,
 φ den Winkel zwischen r und dl ,
 df die Kraft in Dyn, mit der Pol und Leiterelement aufeinander wirken.

Dann ergibt das Experiment, dafs die Kraft der Stromstärke, der Polstärke und der Länge des Leiterelementes proportional ist. Statt der Länge des Leiterelementes ist, falls φ kein rechter Winkel ist, die Gröfse $dl \cdot \sin \varphi$ einzuführen, da auf die Länge dl nur so viele vom Pol m ausgehende Kraftlinien treffen, wie auf die Strecke $AB = dl \cdot \sin \varphi$. Endlich ist die Kraft umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung, da ja der Pol m seine Kraftlinien in den ganzen Raum sendet, die Kraft-

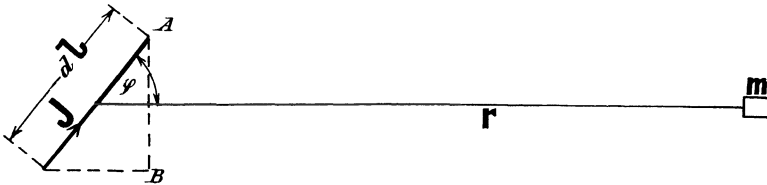


Fig. 41.

liniendichte also mit dem Quadrate der Entfernung abnimmt. Wir erhalten also experimentell:

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dl \cdot \sin \varphi}{r^2}. \quad (30)$$

Diese Gleichung, die gewöhnlich das Biot-Savartsche Gesetz genannt wird, ist in Wirklichkeit von Laplace aufgestellt. Nun stellt $\frac{m}{r^2}$ nach Gleichung (27) auf S. 51 nichts anderes dar als die Feldstärke H , die vom Pol m an der Stelle geschaffen wird, wo sich der Leiter befindet. Setzen wir also H in Gleichung (30) ein, so erhalten wir:

$$df = H \cdot J \cdot dl \cdot \sin \varphi. \quad (31)$$

Dabei bedeutet dann φ den Winkel, den der Leiter mit der ihn treffenden Kraftlinie bildet. Ist nun das Feld ein gleichförmiges und befindet sich der Leiter von der Länge l senkrecht zu den Kraftlinien, so ergibt sich die gesamte auf den Leiter wirkende Kraft zu:

$$f = H \cdot J \cdot l \text{ Dyn.} \quad (32)$$

Diese Gleichung gilt für die in Fig. 39 a, b und 40 dargestellten Fälle. Es muß jedoch nun erst die Einheit bestimmt werden, in der die

Stromstärke zu messen ist. Denn nachdem die Einheiten für f , H und l gewählt sind, kann die Stromstärke nicht mehr in einem willkürlichen Maß, wie es das Ampere ist, eingesetzt werden.

Setzen wir also in Gleichung (32) $f = 1$, $H = 1$ und $l = 1$, so ergibt sich $J = 1$. Man nennt die so berechnete Einheit der Stromstärke die absolute Einheit. Sie ist definiert als die Stromstärke, die eine Kraft von 1 Dyn ausübt, wenn sie 1 cm senkrecht zu den Kraftlinien eines Feldes von der Stärke 1 durchfließt. Diese absolute Einheit erschien früher für praktische Zwecke zu groß. Man hat daher den zehnten Teil davon als praktische Einheit gewählt und ein Ampere genannt. Dann erst hat man experimentell ermittelt, wieviel Silber durch diese praktische Einheit der Stromstärke niedergeschlagen wird, und hat gefunden, daß 1,118 mg pro Sekunde ausgeschieden werden.

Bezeichnet nun

J die Stromstärke im absoluten Maß,
 i „ „ in Ampere,

so ergibt sich, daß die Zahl der Ampere immer 10 mal so groß ist wie die gleichwertige Zahl der absoluten Einheiten. Oder in einer Gleichung:

$$i = 10J,$$

$$J = \frac{i}{10}. \quad (33)$$

Setzen wir nun die Stromstärke in Ampere ein, so nimmt Gleichung (32) die Form an:

$$f = H \cdot \frac{i}{10} \cdot l. \quad (34)$$

Die Wichtigkeit dieser Ableitungen fällt sofort ins Auge, wenn wir sie auf Motoren anwenden. Auf dem Umfang einer eisernen Trommel (Fig. 42) liegen z. B.

944 Drähte von 24 cm Länge. Zwei Drittel von den Drähten mögen vor den Polen liegen und jeder Draht führe einen Strom $i = 10$ Ampere. Es kommt dabei für uns noch nicht darauf an, wie die Leiter untereinander geschaltet sind. Die Stromrichtung sei aber in allen Leitern so, daß die vor den verschiedenen Polen geschaffenen Drehmomente sich addieren. Die Feldstärke oder die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter der Polfläche sei gleich 7000 und der Durchmesser des Ankers 40 cm. Gesucht wird das Drehmoment des Motors in Meterkilogramm.

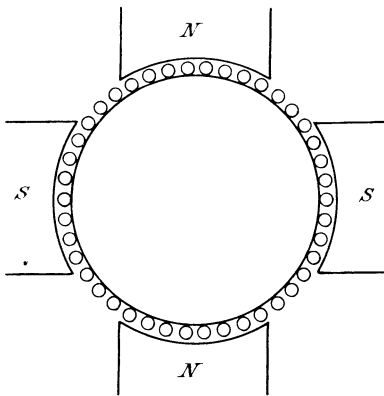


Fig. 42.

Die Summe der Leiterlängen vor den Polen ist $l = \frac{2}{3} \cdot 944 \cdot 24 = 15000$.
Aus Gleichung (34) ergibt sich dann:

$$f = H \cdot \frac{i}{10} \cdot l = 7000 \cdot \frac{10}{10} \cdot 15000 = 105 \cdot 10^6 \text{ Dyn.}$$

Nun ist nach S. 49 1 Dyn gleich $\frac{1}{981000} \text{ kg}^*$.

Demnach ist die Zugkraft F am Ankerumfang gegeben durch:

$$F = \frac{105 \cdot 10^6}{981000} = 107 \text{ kg}^*.$$

Da nun der Hebelarm gleich 20 cm = 0,2 m ist, so ergibt sich das Drehmoment M_d in Meterkilogramm zu:

$$M_d = 107 \cdot 0,2 = 21,4 \text{ mkg.}$$

26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes.

Die Amperesche Schwimmerregel ergibt, daß die von einer Stromschleife erzeugten Kraftlinien sämtlich von der einen Seite in die Ebene der Schleife eindringen und auf der anderen Seite aus der Ebene heraustrreten, um sich dann außen herum zu schließsen (Fig. 43). Die Stromschleife ist also eine magnetische Scheibe, deren Südpol an der Seite liegt, wo die Kraftlinien eintreten, und deren Nordpol an der Seite liegt, wo die Kraftlinien aus der Ebene der Schleife austreten. Sehr bequem ist dann die Regel: Man sehe auf die Ebene der Schleife. Fließt der Strom dann im Sinne des Uhrzeigers, so hat man einen Südpol vor sich. Fließt er entgegengesetzt dem Uhrzeiger, so hat man einen Nordpol vor sich.

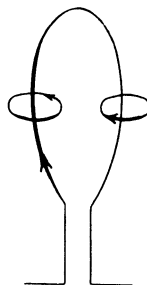


Fig. 43.

Um nun die Größe der magnetischen Kraft auf einen im Zentrum des Reifens befindlichen Pol m zu bestimmen, betrachten wir ein Leiterelement dl des Reifens. Seine Richtung bildet einen rechten Winkel mit dem Radius, also mit der Verbindungslinie des Leiterelementes und des im Zentrum befindlichen Poles. Der Wert $\sin \varphi$ wird demnach 1. Ist also r der Radius des Reifens, so ergibt sich nach Gleichung (30) auf S. 61:

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dl}{r^2}.$$

Die Summe der Leiterelemente ist $2r\pi$. Die gesamte Kraft ergibt sich also zu:

$$f = \frac{m \cdot J \cdot 2r\pi}{r^2} = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r}. \quad (35)$$

Nun ist die Feldstärke H definiert als die Kraftlinienzahl pro Quadrat-zentimeter oder als die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt. Setzen wir also in Gleichung (35) $m = 1$, so erhalten wir die Feldstärke im Zentrum zu:

$$H = \frac{2\pi \cdot J}{r}. \quad (36)$$

Wir benutzen nun die gewonnenen Resultate zur Darlegung der Wirkungsweise der gewöhnlichen Meßinstrumente. Die meisten Meßinstrumente beruhen auf der Wirkung, die eine stromdurchflossene Schleife oder Spule auf Eisen oder auf einen Magneten ausübt. Dabei aber verändert sich gerade durch die Messung die Entfernung zwischen der Spule und dem Eisen, und man kann dann keine Proportionalität zwischen der

Stromstärke und der Kraft, die auf das Eisen wirkt, erwarten. Solche Instrumente sind also empirisch zu eichen.

Bei anderen Instrumenten findet aber eine gesetzmäßige Beziehung zwischen der Stromstärke und dem Ausschlag statt. Man kann nämlich durch Drehung einer Feder den abgelenkten Magneten in seine ursprüngliche Lage zurückführen, so daß das Drehungsmoment der Feder dem vom Strom ausgeübten Drehmoment das Gleichgewicht hält. Da das Torsionsmoment einer Feder dem Verdrehungswinkel proportional ist,

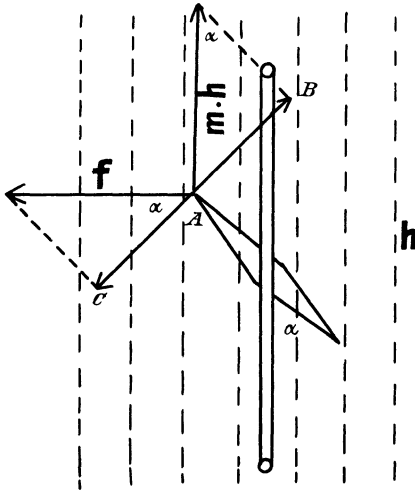


Fig. 44.

so erhält man bei einem solchen Torsionsgalvanometer eine gesetzmäßige Proportionalität zwischen der Stromstärke und dem Verdrehungswinkel.

Man kann aber auch mit geringen Ausschlägen arbeiten, die dann durch Fernrohr und Skala beobachtet werden müssen. Dann bleibt in gewissen Grenzen die Entfernung zwischen dem Magneten und der stromdurchflossenen Spule so gut wie konstant. Solche Spiegelgalvanometer ergeben also in gewissen Grenzen ebenfalls eine Gesetzmäßigkeit zwischen Stromstärke und Ausschlag.

Man kann aber endlich den Durchmesser des stromdurchflossenen Reifens so groß gegenüber der Länge der im Zentrum befindlichen Magnetnadel wählen, daß auch nach der Ablenkung die beiden Pole der Magnetnadel als im Zentrum befindlich angesehen werden können. Das geschieht in der Tangentenbussole. In der Zeichnung (Fig. 44) mußte dabei der Deutlichkeit wegen die Magnetnadel im Verhältnis zum Durchmesser des

Reifens viel größer gezeichnet werden, als sie in Wirklichkeit ist. Die Tangentenbussole wird nun so gestellt, daß die Ebene des Reifens senkrecht steht und sich im magnetischen Meridian befindet. Bei Stromlosigkeit muß also die Richtung der im Zentrum befindlichen Magnetnadel in die Ebene des Reifens fallen. Wenn wir dann von oben herab auf den Reifen sehen, so projiziert er sich als eine Gerade, die den Horizontalkraftlinien h des Erdmagnetismus parallel ist. Fließt nun ein Strom durch den Reifen, so wirken auf die Nadel zwei an den Polen angreifende Kräfte. Die Erde übt auf den Pol m eine Kraft $m \cdot h$ aus, die parallel zur Projektion des Reifens gerichtet ist. Der Strom dagegen übt nach Gleichung (35) eine Kraft

$$f = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r}$$

aus. Unter dem Einfluß beider Kräfte kommt dann die Nadel unter dem Winkel α zur Ruhe. In Richtung der Drehung wirkt dabei von der Erde aus die Kraft

$$AB = m \cdot h \cdot \sin \alpha,$$

dagegen ist die vom Stromreifen in Richtung der Drehung ausgeübte Kraft:

$$AC = f \cdot \cos \alpha = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r} \cos \alpha.$$

Da Gleichgewicht herrscht, so ergibt sich $AB = AC$ oder:

$$m \cdot h \cdot \sin \alpha = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r} \cos \alpha.$$

Aus dieser Gleichung hebt sich m heraus. Da auch die magnetische Achse gar nicht in das Gesetz eingeht, so sind die Angaben der Bussole überhaupt von der Beschaffenheit der Magnetnadel unabhängig. Lösen wir nun die obige Gleichung für J auf, so erhalten wir:

$$J = \frac{h \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha. \quad (37)$$

Da die Anzahl der Ampere 10 mal so groß ist wie die Anzahl der absoluten Einheiten, so ergibt sich:

$$i = \frac{10 \cdot h \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha. \quad (38)$$

Ist also die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus für einen Ort bekannt, so läßt sich aus ihr in Verbindung mit den Werten von r und α die Stromstärke berechnen. Umgekehrt läßt sich mit Hilfe eines geeichten Strommessers die Horizontalkomponente bestimmen.

Wir betrachten nun weiter den Fall, wo der Pol m auf der Achse AA in einer beliebigen Entfernung von Reifen liegt (Fig. 45). Ist dabei α der Winkel, den die Verbindungslinie α des Poles und des Leiter-elementes mit der Achse AA bildet, so ergibt sich:

$$a = \frac{r}{\sin \alpha}.$$

Da das Leiterelement bei B senkrecht durch die Papierebene dringt, so schließt es einen rechten Winkel mit der in der Papierebene liegenden Verbindungslinie a ein. Wir erhalten also nach Gleichung (30) auf S. 61, indem wir $\sin \varphi = 1$ setzen:

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dl}{a^2} = \frac{m \cdot J \cdot dl \cdot \sin^3 \alpha}{r^2}.$$

Diese Kraft wirkt senkrecht zu einer durch Leiterelement und Pol gelegten Ebene und ist in der Figur durch die Strecke CD gegeben. Davon kommt in Richtung der Achse AA nur die Komponente $CE = df \cdot \sin \alpha$ zur Geltung. Summieren wir nun die von den einzelnen Leiterelementen des ganzen Reifens ausgeübten Kräfte, so heben alle vertikalen

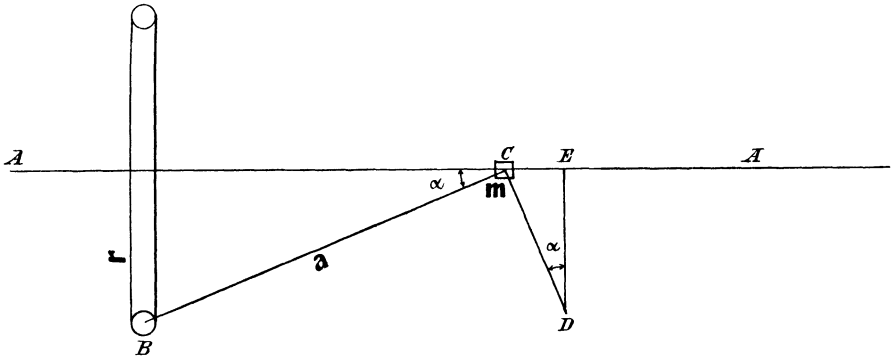


Fig. 45.

Komponenten sich gegenseitig auf, während die horizontalen Komponenten sich addieren. Wir erhalten also die gesamte, auf den Pol m wirkende Kraft zu

$$f = \sum df \cdot \sin \alpha = \frac{m \cdot J \cdot \sin^3 \alpha}{r^2} \cdot \sum dl.$$

Da $\sum dl$ wieder gleich $2r\pi$ ist, so erhalten wir:

$$f = \frac{2\pi m \cdot J}{r} \cdot \sin^3 \alpha. \quad (39)$$

Wir suchen nun die Feldstärke im Punkte C , wo sich der Pol befindet, ermitteln also die Kraft, die dort auf den Pol 1 wirkt. Wir setzen zu dem Zwecke in Gleichung (39) $m = 1$ und erhalten

$$H = \frac{2\pi \cdot J}{r} \cdot \sin^3 \alpha. \quad (40)$$

Diese Gleichung wird uns im folgenden Abschnitt wichtige Dienste leisten, wo es sich darum handelt, das magnetische Feld einer Spule zu berechnen.

27. Magnetische Wirkung einer Spule.

Die Kraftlinien zweier paralleler Leiter, die von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden, setzen sich zu Kraftlinien zusammen, die beide Leiter umgeben. In Fig. 46 a sind z. B. zwei Leiter gezeichnet, die die Papierebene vertikal durchdringen, und in denen der Strom von hinten nach vorne fließt. Die Punkte in den Querschnitten der Leiter bedeuten

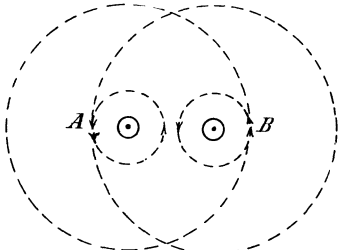


Fig. 46 a.

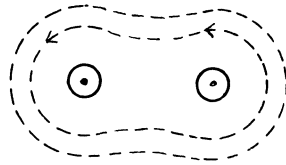


Fig. 46 b.

also die Spitzen der Pfeile, die die Stromrichtung angeben. Zeichnen wir jetzt die Kraftlinien der Leiter, so finden wir, dass die Kraftlinien im Zwischenraum zwischen den Leitern entgegengesetzt verlaufen, sich also gegenseitig aufheben oder neutralisieren. Dagegen addieren sich z. B. an den Punkten *A* und *B* die beiden von den einzelnen Leitern ausgeübten Kräfte, und die Kraftliniendichte wird dort größer als bei einem einzelnen Leiter. Wir könnten nun die Richtung und Stärke des Feldes an jedem einzelnen Punkt berechnen, ziehen es aber vor, die Richtung des Feldes durch Eisenfeile zu bestimmen (Fig. 46 b). Dadurch wird es deutlich, dass die Kraftlinien beide Leiter umgeben.

Winden wir jetzt die Drähte zu einer Spule, so dringen die Kraftlinien, wie im vorigen Abschnitt, durch die Ebenen der einzelnen Schleifen. Sie vereinigen sich aber jetzt zu großen Kraftlinien, die mehr oder weniger die ganze Spule durchdringen, im Innern der Spule wesentlich parallel zur Achse verlaufen und sich aufsenherum schließen. Die Kraftlinien 1 und 1' in Fig. 47 sind dabei durch die beiden mittelsten Windungen geschaffen, die Kraftlinien 2 und 2' durch die 4 mittelsten Windungen, die Kraftlinien 3 und 3' durch die 6 mittelsten Windungen, während die Kraft-

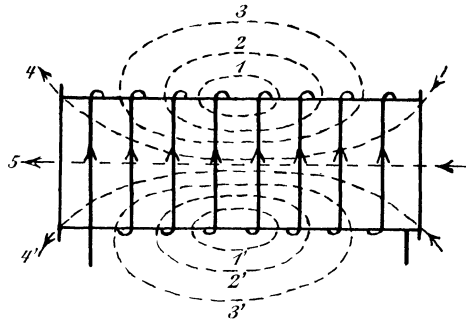


Fig. 47.

linien 4, 4' und 5 durch die vereinigte Wirkung sämtlicher Windungen entstanden sind. Die stromdurchflossene Spule verhält sich also wie ein Magnet, dessen Kraftlinien ebenfalls nicht sämtlich aus der einen Stirnfläche austreten und in die andere Stirnfläche eintreten, sondern sich zum Teil schon an den Seitenflächen schließen.

Die Pole des Solenoids, wie man eine stromdurchflossene Spule nennt, findet man nach der Ampereschen Schwimmerregel. Man schwimmt in Richtung des Stromes und sieht nach einer im Innern befindlichen Magnetnadel. Der Nordpol der Nadel zeigt dann nach links und gibt damit die positive Richtung der Kraftlinien an. Der Nordpol des Solenoids liegt dann an der Stirnfläche, wo die Kraftlinien austreten, also in der Zeichnung an der linken Seite.

Wie man sieht, gehen sämtliche erzeugten Kraftlinien durch die Mitte der Spule, während durch die Stirnflächen nur ein Teil hindurchdringt. Die Feldstärke oder die Anzahl der Kraftlinien pro Quadrat-

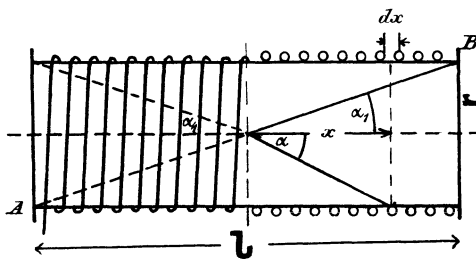


Fig. 48.

zentimeter im Innern der Spule nimmt also von den Stirnflächen aus nach der Mitte hin zu. Das ist auch der Grund, warum Eisen in stromdurchflossene Spulen hineingezogen wird. Das Eisen stellt sich nämlich im magnetischen Felde immer so, daß es von einem Maximum der Kraftlinien durch-

flossen wird. Denken wir uns nun einen Eisenstab halb in die Spule hineinragen, so verlaufen die Kraftlinien durch das Eisen und werden dadurch aufsen zu einer längeren, ihnen unbequemen Bahn veranlaßt. Die Folge ist, daß sie sich zusammenzuziehen suchen und dabei das Eisen in die Spule hineinziehen. Darauf beruhen die gebräuchlichen Konstruktionen der Galvanometer, Amperemeter und Voltmeter.

Wir gehen nun dazu über, die Kraftliniendichte oder Feldstärke im Zentrum des Solenoids zu bestimmen. Es bezeichne

- \mathcal{J} die Stromstärke im absoluten Maß,
- ξ „ Anzahl der Windungen,
- l „ Länge der Spule in Zentimetern,
- r den Radius der Spule in Zentimetern.

Dann entsprechen die ξ Windungen, die vom Strome \mathcal{J} durchflossen werden, einem einzigen breiten Stromband von der Breite l und der Stromstärke $\xi \cdot \mathcal{J}$. Der Strom, der in Fig. 48 in dem Streifen von der Breite dx fließt, ist also gleich $\xi \cdot \mathcal{J} \cdot \frac{dx}{l}$.

Wir bringen nun den Pol 1 ins Zentrum der Spule und bestimmen die vom Stromstreifen dx auf ihn ausgeübte Kraft nach Gleichung (40) auf S. 66. Dabei müssen wir für \mathbf{J} den Wert $\xi \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{dx}{l}$ einführen. Dann ergibt sich:

$$d\mathbf{H} = \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{r} \cdot \frac{dx}{l} \cdot \sin^3 \alpha.$$

Nun ist: $x = r \cdot \cot \alpha.$

Also wird: $dx = -\frac{r}{\sin^2 \alpha} \cdot d\alpha.$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für $d\mathbf{H}$ ein und integrieren zwischen den Grenzen $\pi - \alpha_1$ und $+\alpha_1$, so erhalten wir:

$$\mathbf{H} = -\int_{\pi - \alpha_1}^{+\alpha_1} \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \left[\cos \alpha \right]_{\pi - \alpha_1}^{+\alpha_1} = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \cdot \cos \alpha_1. \quad (41)$$

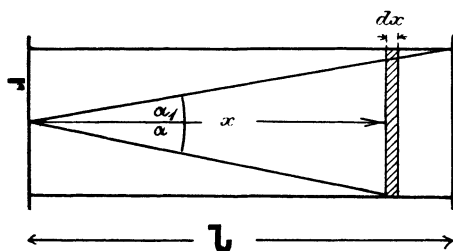


Fig. 49.

Für lange Spulen können wir ohne Fehler $\cos \alpha_1$ gleich 1 setzen und erhalten:

$$\mathbf{H} = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l}. \quad (42)$$

Setzen wir die Stromstärke in Ampere ein, so nimmt die Gleichung die Form an:

$$\mathbf{H} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}. \quad (43)$$

Hätten wir den Pol 1 auf die Mitte der Stirnfläche gebracht, statt in das Zentrum der Spule, so hätten wir die Integration zwischen den Grenzen $\pi/2$ und α_1 ausführen müssen (Fig. 49). Wir hätten dann erhalten:

$$\mathbf{H} = -\int_{\pi/2}^{\alpha_1} \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \left[\cos \alpha \right]_{\pi/2}^{\alpha_1} = \frac{2\pi \cdot \xi \cdot \mathbf{J}}{l} \cdot \cos \alpha_1. \quad (44)$$

Ist die Spule wieder sehr lang, so wird α_1 sehr klein und $\cos \alpha_1 = 1$. Die Feldstärke an den Stirnflächen ist also halb so groß wie im Zentrum, d. h. die Hälfte aller Kraftlinien geht durch die Stirnfläche, während die Hälfte schon an der Mantelfläche austritt.

28. Die Magnetisierungskurven.

Die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter wird unter sonst gleichen Umständen außerordentlich vermehrt, wenn sich Eisen statt der Luft in der Spule befindet. Das Solenoid wird dadurch zum Elektromagneten. Man kann sich dabei vorstellen, daß die Kraftlinien, die in der Luft vorhanden sein würden, eine so viel größere Kraftlinienzahl im Eisen erzeugen oder induzieren. Man nennt daher die Feldstärke oder die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter in der Luft, die mit dem Buchstaben H bezeichnet wurde, auch die magnetisierende Kraft. Dagegen nennt man die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter im Eisen die magnetische Induktion und bezeichnet sie mit dem Buchstaben B . Dabei ist zu beachten, daß der Wert der Induktion B sowohl die im Eisen neugeschaffenen Kraftlinien umfaßt, als auch die etwa vor dem Hineinschieben des Eisens in der Luft vorhandenen.

Die unter sonst gleichen Verhältnissen so viel größere Kraftlinienzahl im Eisen führt nun dazu, daß man dem Eisen eine viel größere magnetische Leitfähigkeit zuschreibt, als der Luft. Man bezeichnet diese mit dem Buchstaben μ . Die Leitfähigkeit μ gibt also an, wie vielmal mehr Kraftlinien im Eisen entstehen, als unter sonst gleichen Verhältnissen in der Luft, oder wie vielmal besser das Eisen die Kraftlinien leitet, als es die Luft tut.

Daraus folgt dann:

$$B = \mu \cdot H \quad (45)$$

oder
$$\mu = \frac{B}{H} \quad (46)$$

Für die Luft ergibt sich demnach die Leitfähigkeit 1, und es wird $B = H$. Übrigens verhält sich das Vakuum in magnetischer Beziehung wie die Luft.

Der Wert von μ hängt nun zuerst von der Eisensorte ab. Bei ausgeglühtem Ankerblech oder weichem Dynamogufsstahl kann μ unter Umständen den Wert 3000 übersteigen. Außerdem ändert sich der Wert von μ bei ein und derselben Eisensorte wesentlich mit dem Grade der Magnetisierung.

Die experimentelle Beobachtung erfolgt in der Weise, daß man mit einer Sekundärspule durch die im Eisen erzeugten Kraftlinien hindurchschneidet (Fig. 50). Dadurch wird in der Sekundärspule eine elektromotorische Kraft und ein Stromstoß geschaffen, der nun in einem sogenannten ballistischen Galvanometer g einen der geschnittenen Kraftlinienzahl entsprechenden Ausschlag hervorruft. Zu diesem Zwecke ist der zu

untersuchende Eisenstab zweiteilig gemacht und durch die Löcher a und a_1 des massiven eisernen Rahmens, sowie durch die magnetisierenden Spulen S und S_1 und durch die Sekundärspule E hindurchgesteckt. Durch die Spulen S und S_1 wird ein Strom i geleitet und mit Hilfe der bekannten Windungszahlen und der Länge l des Eisenstabes der Wert

$$H = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}$$

berechnet. Dabei ist für l nur der zwischen dem Rahmen oder Joch liegende Teil des Eisenstabes einzusetzen, da die Kraftlinien sich sofort nach Eintritt in das Joch nach beiden Seiten hin teilen. Der in den

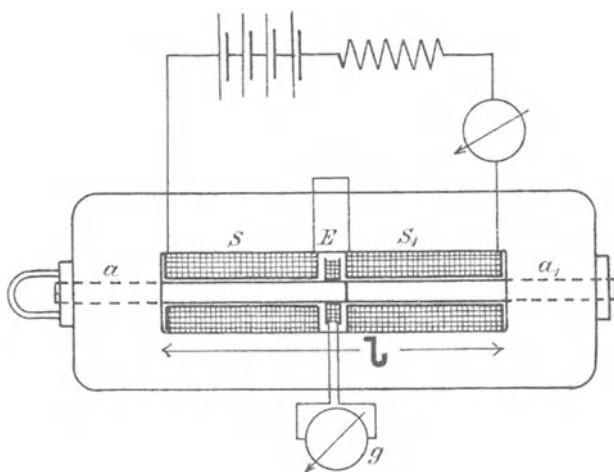


Fig. 50.

Löchern a und a_1 befindliche Teil des Eisenstabes wird also überhaupt nicht von allen Kraftlinien durchflossen und wird ebenso vernachlässigt, wie der Weg der Kraftlinien durch das Joch selbst, das ebenfalls keinen erheblichen Widerstand für die Kraftlinien darstellt.

Zieht man nun die eine Hälfte des Eisenstabes heraus, so reißt gleichzeitig eine Feder die Sekundärspule aus dem Bereich der Kraftlinien heraus. Dabei schneidet die Sekundärspule alle Kraftlinien, die im Eisen vorhanden waren, und es wird in ihr nach Abschnitt 33 eine elektromotorische Kraft induziert, die einen Stromstoß und Ausschlag im Galvanometer hervorruft. Aus der Größe des Ausschlages läßt sich dann die Anzahl der Kraftlinien berechnen. Man verändert nun den magnetisierenden Strom und erhält auf diese Weise eine Reihe von zusammengehörigen Werten von H und B . So ergab die Untersuchung von Grusonstahl durch die physikalisch-technische Reichsanstalt folgende Werte (vergl. Fig. 51):

$H = 0,9$	$B = 1130$	$\mu = \frac{B}{H} = 1260$
1,55	5200	3350
2,7	8160	3020
3,75	9480	2530
8,55	12440	1460
18,1	14510	800
34,5	15710	460
82,7	17150	210
145,3	18200	130.

Auffallend ist dabei die geringe Leitfähigkeit bei schwacher Magnetisierung. Auf kleine magnetisierende Kräfte reagieren also die Moleküle des Eisens nur wenig. Bei stärkerer Magnetisierung, also von $B = 5000$

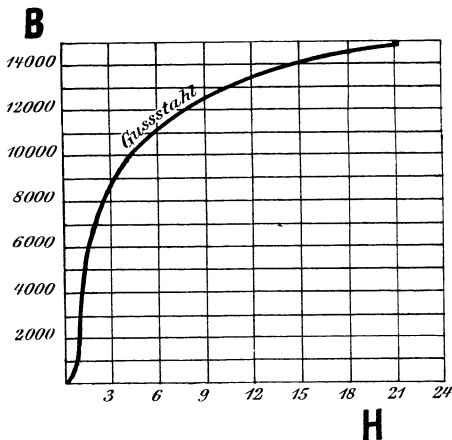


Fig. 51.

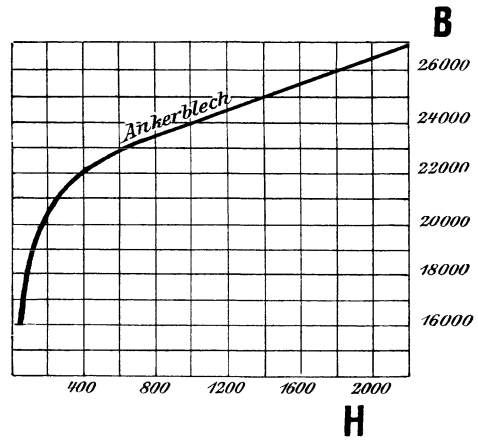


Fig. 52.

bis $B = 9000$, zeigt die Tabelle annähernd Proportionalität zwischen der magnetisierenden Kraft H und der Induktion B . Schließlich bewirkt eine noch weiter fortgesetzte Verstärkung des magnetisierenden Stromes kaum mehr eine Verstärkung der Kraftlinienzahl im Eisen. Das Eisen ist, wie man sagt, gesättigt. Ein bestimmter Wert läßt sich allerdings für den Punkt, wo die Sättigung eintritt, nicht angeben.

Tragen wir nun die magnetisierende Kraft H als Abszisse und die Induktion B als Ordinate auf, so erhalten wir die sogen. Magnetisierungskurve, wie sie für den erwähnten Gussstahl in Fig. 51 gezeichnet ist. Daneben ist in Fig. 52 die Magnetisierungskurve für Ankerblech in ihrem oberen Verlauf gezeichnet, der deswegen von besonderem Interesse ist, weil man im Interesse eines funkenlosen Ganges der Dynamomaschinen die Ankerzähne so hoch wie möglich sättigt. Die Kurve entspricht der folgenden Zahlenreihe:*)

*) Vergl. ETZ 1901, S. 769.

H	B	μ
100	18700	187
300	21300	71
500	22500	45
700	23100	33

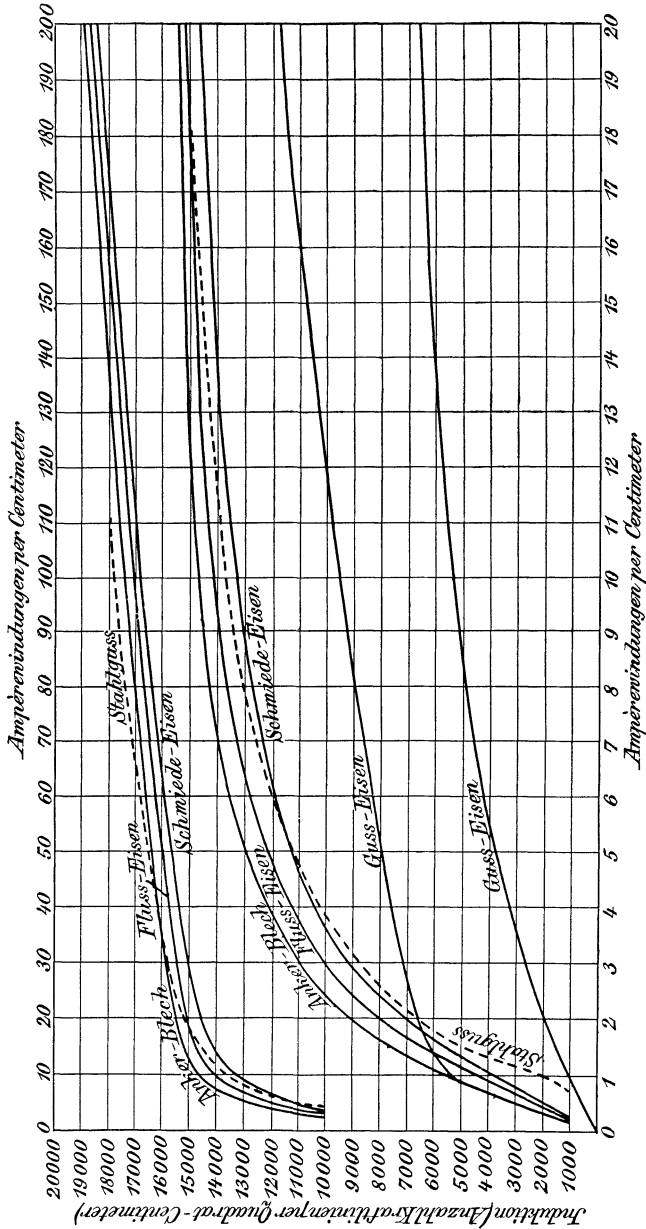


Fig. 53. (Aus Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom.)

Steigert man die magnetisierende Kraft noch mehr, so ist die Zunahme von \mathbf{B} dauernd 2,5mal so groß wie die Zunahme von \mathbf{H} . Der letzte Teil der Kurve in Fig. 52 ist also eine Gerade. Wenn wir diese nach rückwärts verlängern, so schneidet sie die Ordinatenachse im Punkte $\mathbf{B} = 21350$. Für große Sättigung gilt also die Gleichung:

$$\mathbf{B} = 21350 + 2,5 \mathbf{H}.$$

Für den praktischen Gebrauch eignen sich die Magnetisierungskurven nicht ohne weiteres, da man die zu einer bestimmten Induktion erforderlichen Amperewindungen pro Zentimeter Kraftlinienweg nicht direkt daraus ablesen kann. Man hat dazu immer erst nach Gleichung (43) auf S. 69 den betreffenden Wert von \mathbf{H} durch $0,4\pi$ zu dividieren. Bezeichnen wir also die Amperewindungen mit X , so ergeben sich die Amperewindungen pro Zentimeter zu:

$$\frac{X}{l} = \frac{\xi \cdot i}{0,4\pi} = 0,8 \mathbf{H}. \quad (47)$$

Um nun die Berechnung einfacher zu gestalten, sind in Fig. 53 nicht die Werte von \mathbf{H} , sondern die damit proportionalen Werte $\frac{X}{l}$ als Abzissen aufgetragen. Man kann dann direkt für eine gegebene Induktion die pro Zentimeter nötigen Amperewindungen aus den Kurven entnehmen.

Fig. 53 zeigt, daß Schmiedeeisen, Gußstahl und Flußeisen bis zu einer Induktion von $\mathbf{B} = 14000$ eine sehr geringe magnetisierende Kraft erfordern. Dagegen verhält sich das Gußeisen sehr viel ungünstiger, und es ist daher erklärlich, daß das Magnetgestell größerer Maschinen jetzt trotz des höheren Preises aus Gußstahl oder Flußeisen hergestellt wird.

29. Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus.

Für einen geschlossenen magnetischen Kreis, z. B. für einen Eisenring, ist es gleichgültig, ob die Amperewindungen auf den ganzen Umfang verteilt sind, oder ob sie, wie in Fig. 54 auf einen Teil des Umfangs zusammengedrängt sind. In beiden Fällen ergibt sich nach Gleichung (43) auf S. 69:

$$\mathbf{B} = \mu \cdot \mathbf{H} = \frac{\mu \cdot 0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}, \quad (48)$$

wobei l jetzt nicht mehr die Länge der Spule, sondern die mittlere Länge des Kraftlinienweges in Zentimetern bedeutet.

Ist nun \mathbf{Q} der Eisenquerschnitt in Quadratcentimetern, gemessen senkrecht zu den Kraftlinien, so ist die gesamte Kraftlinienzahl gegeben durch die Gleichung:

$$\mathbf{N} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{Q} = \frac{\mu \cdot 0,4\pi \cdot \xi \cdot i \cdot \mathbf{Q}}{l}, \quad (48a)$$

oder, wenn wir $\xi \cdot i = X$ setzen:

$$\mathbf{N} = \frac{X}{\frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot \mathbf{Q}}{l}}. \quad (49)$$

Der Nenner der rechten Seite hat eine ähnliche Form wie der Ausdruck für den elektrischen Widerstand in der Gleichung

$$w = \rho \cdot \frac{l}{q}$$

Die Übereinstimmung wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das Leitvermögen der reziproke Wert des Widerstandes ist, und wenn wir in Gleichung (49) das Produkt $0,4\pi \cdot \mu$ zusammenfassen und als spezifisches Leitvermögen bezeichnen. Dann entspricht der Wert $\frac{1}{0,4\pi \cdot \mu}$ dem spezifischen Widerstand ρ .

Demnach stellt uns der Ausdruck $\frac{l}{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}$ einen Widerstand, und zwar einen magnetischen Widerstand dar. Dieser ist proportional der Länge und umgekehrt proportional dem Leitvermögen und dem Querschnitt des Kraftlinienweges.

Wir gelangen auf diese Weise zu der Vorstellung, daß die Kraftlinien in ähnlicher Weise durch den magnetischen Widerstand getrieben werden, wie der elektrische Strom durch den elektrischen Widerstand getrieben wird. Um diesen Vergleich noch deutlicher zu machen, spricht man von einem Kraftlinienfluß. Der Druck, der diesen Kraftlinienfluß durch den magnetischen Kreis treibt, wird von den Amperewindungen X ausgeübt. Wir können diese also mit der elektromotorischen Kraft vergleichen, die den elektrischen Strom durch den ganzen Kreis treibt. Vielleicht wird das noch deutlicher, wenn wir die aus Gleichung (43) auf S. 69 abgeleitete Beziehung

$$H \cdot l = 0,4\pi X$$

ins Auge fassen. Da der Wert von H die Kraft ist, die auf den Pol 1 wirkt, so stellt das Produkt $H \cdot l$ die Arbeit dar, die aufgewendet werden muß, um in der Luft den Pol 1 entgegen den Kraftlinien längs des ganzen Weges l zu führen. Das ist aber dasselbe, was wir im Abschnitt 22 als die magnetische Potentialdifferenz kennen gelernt haben. Wir können also die Größe X als den magnetischen Druck oder als die magnetische Spannung auffassen. Indem wir sie mit einer elektromotorischen Kraft vergleichen, nennen wir sie die magnetomotorische Kraft und erhalten so das in Gleichung (49) gegebene Gesetz in der Form:

$$\text{Kraftlinienfluß} = \frac{\text{Magnetomotorische Kraft}}{\text{Magnetischer Widerstand}}$$

Obleich nun dieses Ohmsche Gesetz für Magnetismus von bahnbrechender Bedeutung für die Berechnung der Dynamomaschinen und Motoren

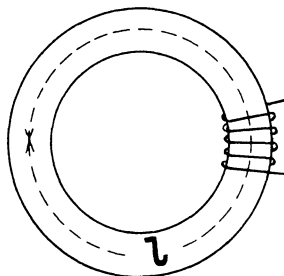


Fig. 54.

geworden ist, so muß man doch im Auge behalten, daß jeder Vergleich hinkt, und daß daher eine Zusammenstellung der elektrischen und magnetischen Verhältnisse nur in gewissem Sinne richtig ist. Zunächst bezeichnet man zwar die Gesamtzahl N der Kraftlinien als den Kraftlinienfluß, aber das ist nur ein bloßer Name, der den Vergleich mit dem elektrischen Strom etwas passender macht. Tatsächlich fließen die Kraftlinien nicht, sondern sie sind, nachdem sie einmal geschaffen sind, in Ruhe.

Nun ist es ja allerdings zweifelhaft, ob denn auch die Vorstellung des Fließens der Elektrizität eine tatsächliche Berechtigung hat, so bequem man auch alle elektrischen Erscheinungen damit erklären kann. Dennoch aber bleibt der wichtige Unterschied, daß beim sogenannten elektrischen Strom eine Arbeit geleistet werden muß, um die Elektrizität durch den Widerstand des Leiters zu treiben, eine Arbeit, die sich dann in Joulesche Wärme umsetzt. Dagegen erfordert die Aufrechterhaltung eines Kraftlinienfeldes oder die Aufrechterhaltung der magnetischen Induktion keine Arbeit. Der Effektverlust in der Magnetwicklung einer Dynamo ist z. B. nicht darauf zurückzuführen, daß ein bestimmter Betrag von Energie etwa in Magnetismus umgesetzt wird. Vielmehr setzt sich der in der Magnetwicklung der Dynamo verbrauchte Effekt direkt in Joulesche Wärme um. Ist i_m der Magnetstrom und w_m der Widerstand der Magnetwicklung, so ist der in Wärme umgesetzte Effekt gleich $i_m^2 \cdot w_m$. Dieser Effektverbrauch wäre z. B. derselbe, wenn sich bei gleicher Stromstärke statt des Eisens Luft innerhalb der Spulen befände, wenn also außerordentlich wenig Kraftlinien erzeugt würden. Aus diesem Grunde ist es auch kein direkter Arbeitsverlust, wenn sich z. B. ein Teil der Kraftlinien einer Dynamomaschine am Anker vorbei durch die Luft schliefst.

Endlich aber muß darauf hingewiesen werden, daß der elektrische Widerstand in einfacher Weise von Länge und Querschnitt abhängig ist, während der magnetische Widerstand außerdem noch vom Sättigungsgrad des Eisens abhängt.

Ein Beispiel möge nun die Anwendung des Ohmschen Gesetzes für Magnetismus auf die Berechnung von Dynamomaschinen zeigen. Der magnetische Kreis sei zusammengesetzt aus einzelnen Teilen, die nach Länge, Querschnitt und Material verschieden sind (Luft, Schmiedeeisen, Gufseisen). Außerdem soll ein Teil der Kraftlinien durch Streuung verloren gehen, d. h. einen Seitenweg durch die Luft einschlagen, so daß ein Teil des magnetischen Kreises eine größere Kraftlinienzahl führt, als die anderen Teile. Gesucht werden die Amperewindungen, die nötig sind, um die Kraftlinien durch den ganzen Kreis zu treiben. Um die Aufgabe zu lösen, dividiert man die Kraftlinien, die einen Teil des magnetischen Kreises durchfließen, durch den Querschnitt dieses Teiles. Man erhält so die magnetische Induktion oder die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter in diesem Teile:

$$B_1 = \frac{N_1}{Q_1} \quad (50)$$

Dann sucht man sich aus der Magnetisierungskurve für das betreffende Material den entsprechenden Wert von H_1 , d. h. die Kraftlinien pro Quadrat-zentimeter, die in der Luft vorhanden sein müßten, um im Eisen die betreffende Induktion B_1 zu erzeugen. Leider stehen B und H nicht in einer einfachen Beziehung zueinander, weil ja, wie wir sahen, der Grad der Sättigung eine so große Rolle spielt. Man ist infolgedessen auf die empirischen Magnetisierungskurven angewiesen. Aus H_1 ergibt sich nun nach Gleichung (47) auf S. 74:

$$X_1 = 0,8 H_1 \cdot l_1, \tag{51}$$

wobei l_1 die Länge des Kraftlinienweges in dem betreffenden Teile des magnetischen Kreises ist. Diese Rechnung führt man für alle Teile des magnetischen Kreises durch und erhält dann:

$$\Sigma X = X_1 + X_2 + X_3 \dots = 0,8 H_1 \cdot l_1 + 0,8 H_2 \cdot l_2 + 0,8 H_3 \cdot l_3 \dots \tag{52}$$

Sind in den Magnetisierungskurven direkt die Werte $\frac{X}{l}$, d. h. die Amperewindungen pro Zentimeter, als Abszissen aufgetragen, so wird die Rechnung für den Eisenweg einfacher, während für die Luft die Gleichung

$$X_l = 0,8 B_l \cdot l_l = 0,8 H_l \cdot l_l$$

bestehen bleibt. Dann ergibt sich:

$$\Sigma X = \left(\frac{X}{l}\right)_1 \cdot l_1 + \left(\frac{X}{l}\right)_2 \cdot l_2 \dots \dots + 0,8 H_l \cdot l_l.$$

Gegeben sei zum Beispiel das Eisengestell einer Dynamomaschine durch die Daten:

Ankerdurchmesser	$D = 20$ cm,
Wellendurchmesser	$d_w = 3$ "
Ankerlänge (in axialer Richtung)	$b = 20$ "
Länge des Kraftlinienweges im Anker	$l_a = 20$ "
Winkel der Polbohrung	$\beta = 120^\circ,$
Abstand zwischen Anker- und Magneteisen	0,4 cm,
Querschnitt der Magnetkerne und des Jochs	$Q_m = 400$ qcm,
Länge des Kraftlinienweges in den Magneten	$l_m = 110$ cm.

Der Anker sei aus schmiedeeisernen Blechen zusammengesetzt, die durch Seidenpapier voneinander isoliert sind, und der Raumverlust durch diese Papierisolation betrage 15 0/0. Das Magnetgestell bestehe aus Gußeisen. Wie in Fig. 55 angedeutet ist, geht ein Teil der in den Magneten erzeugten Kraftlinien durch Streuung verloren. Wir nehmen daher an, daß die Kraftlinien N_m in den Magneten schätzungsweise 20 0/0 größer sind, als die Kraftlinien im Anker. Das heißt:

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

Gesucht werden die Amperewindungen, die erforderlich sind, wenn die Kraftlinienzahl im Anker $N = 2,5 \cdot 10^6$ sein soll.

Zu dem Zwecke berechnen wir zunächst den Querschnitt und die Länge für jeden einzelnen Teil des Kraftlinienweges. Der Querschnitt des Ankers senkrecht zur Kraftlinienrichtung ergibt sich, wenn wir die Differenz $D - d_w$ mit der Ankerlänge b und außerdem wegen der Papierisolation mit 0,85 multiplizieren. Wir erhalten dann:

$$Q_a = b(D - d_w) \cdot 0,85 = 290 \text{ qcm},$$

$$l_a \text{ gegeben} = 20 \text{ cm}.$$

Der Querschnitt der Luft Q_l ergibt sich, wenn wir die Mantelfläche des Ankers im Verhältnis $\beta : 360$ reduzieren. Es ist dabei selbstverständlich, daß nur die Fläche der Bohrung eines Poles als Luftquerschnitt einzusetzen ist. Es ergibt sich also:

$$Q_l = D \cdot \pi \cdot b \cdot \frac{\beta}{360} = 420 \text{ qcm}.$$

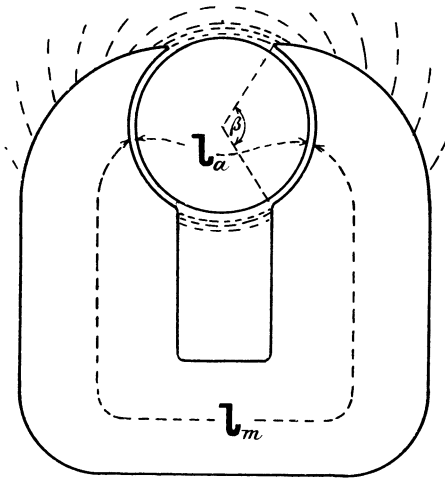


Fig. 55.

Die Länge des Kraftlinienweges l_l in der Luft erhalten wir, wenn wir den Abstand des Ankereisens vom Magneteisen mit 2 multiplizieren, da ja die Kraftlinien beim Eintritt in den Anker und beim Austritt die Luftstrecke passieren. Es ergibt sich also:

$$l_l = 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ cm},$$

$$Q_m \text{ gegeben} = 400 \text{ qcm},$$

$$l_m \quad \text{„} \quad = 110 \text{ cm}.$$

Ferner ergibt sich noch:

$$N_m = 1,2 N = 3 \cdot 10^6.$$

Stellen wir diese Resultate zusammen, so erhalten wir:

$$N = 2,5 \cdot 10^6 \qquad N_m = 3 \cdot 10^6$$

$$Q_a = 290, \qquad Q_l = 420, \qquad Q_m = 400,$$

$$l_a = 20, \qquad l_l = 0,8, \qquad l_m = 110.$$

Dann ergibt sich:

$$B_a = \frac{N}{Q_a} = 8600, \quad B_l = \frac{N}{Q_l} = 5960, \quad B_m = \frac{N_m}{Q_m} = 7500.$$

Aus der Magnetisierungskurve für Ankerblech in Fig. 53 auf S. 73 ergibt sich dann für eine Induktion $B_a = 8600$ eine Amperewindungszahl pro Zentimeter:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_a = 2.$$

Das sind die Amperewindungen, die nötig sind, um den Kraftlinienfluß B_a durch ein Zentimeter des Ankereisens zu treiben. Die ganzen für den Anker nötigen Amperewindungen ergeben sich also zu:

$$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 40.$$

Ebenso findet man aus der Magnetisierungskurve für Gufseisen zu einer Induktion $B_m = 7500$ einen Wert:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_m = 40.$$

Daraus folgen dann die Amperewindungen X_m , die den Kraftlinienfluß B_m durch das Magnetgestell längs des Weges $l_m = 110$ cm treiben, zu:

$$X_m = \left(\frac{X}{l}\right)_m \cdot l_m = 40 \cdot 110 = 4400.$$

Die Amperewindungen X_l für die Luft folgen endlich aus der Gleichung:

$$X_l = 0,8 B_l \cdot l_l = 3820.$$

Dann ergibt sich:

$$\Sigma X = X_a + X_m + X_l = 8260.$$

Dabei ist es nun gleichgültig, ob z. B. 8260 Windungen à 1 Ampere oder 4130 Windungen à 2 Ampere auf den Magnetschenkeln liegen, vorausgesetzt, daß der Wirkungsgrad der Maschine vorläufig außer Betracht bleibt. In vielen Fällen bilden übrigens noch die Zähne des Ankers oder die Polkerne der Magnete besondere Teile des magnetischen Kreises, für die die Amperewindungen dann ähnlich wie oben zu berechnen sind.

Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus gestattet nun auch unter Umständen, die Streuung aus den Abmessungen der Maschine zu berechnen. Gerade diese Rechnung dient hier dazu, es deutlich zu machen, daß die Amperewindungen als magnetische Potentialdifferenz aufzufassen sind. Die Verhältnisse liegen hier gerade so wie beim elektrischen Strom. Liegt an einer elektrischen Spannung eine Lampe und ein dazu parallel geschalteter Widerstand, so fließt ein Teil des Gesamtstromes durch die Lampe, ein Teil durch die parallele Leitung. Besteht diese letztere aus einem mehr oder weniger starken Erdschlufs, so ist der betreffende Teil des Stromes für den wirtschaftlichen Betrieb verloren. Ähnlich liegt an den Polköpfen einer Maschine ein magnetischer Druck, der einerseits den Kraftlinienfluß durch den Anker und andererseits das Streufeld durch die Luft treibt. Dieser magnetische Druck berechnet sich aus den Amperewindungen $X_a + X_z + X_l$, die nötig sind, um den Kraftlinienfluß durch den Anker, die Zähne und die Luft zu treiben.

Bei der in Fig. 56 gezeichneten mehrpoligen Wechselstrommaschine sei z. B. die Summe $X_a + X_z + X_l = 6200$. Dieser magnetische Druck liegt zugleich an dem Widerstand des Streufeldes zwischen den Polköpfen. Die Länge des Ankers in axialer Richtung betrage 30 cm. Die Breite der Polköpfe in radialer Richtung sei 2,5 cm und der Abstand der Polköpfe voneinander sei $l_{s_1} = 6,5$ cm. Der Querschnitt des Streufeldes zwischen einem Nordpol und einem Südpol ist dann $30 \cdot 2,5 = 75$ qcm. Da aber die von einem Nordpol ausgehenden Kraftlinien nach rechts und links hinüber zum Südpol verlaufen, so ist der Gesamtquerschnitt des Streufeldes vorläufig gleich $2 \cdot 75 = 150$ qcm zu setzen. Nehmen wir nun an, daß sich der Querschnitt in der Mitte infolge der in Fig. 54 ange-

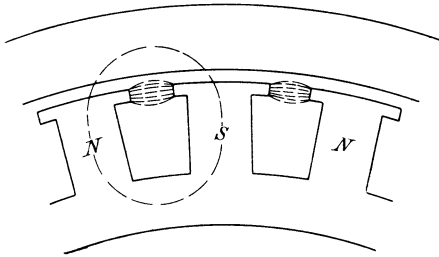


Fig. 56.

deuteten Ausbreitung der Kraftlinien verdoppelt, so ergibt sich der mittlere Querschnitt des Streufeldes zwischen den Polköpfen zu:

$$Q_{s_1} = \frac{150 + 300}{2} = 225 \text{ qcm.}$$

Setzen wir jetzt die Werte $Q_{s_1} = 225$ und $l_{s_1} = 6,5$ in Gleichung (49) auf S. 74 ein und berücksichtigen wir, daß die Leitfähigkeit μ der Luft gleich 1 wird, so erhalten wir den zwischen den Polköpfen verlaufenden Streufluß N_{s_1} zu

$$N_{s_1} = \frac{6200}{\frac{6,5}{0,4\pi \cdot 1 \cdot 225}} = 0,27 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Dasselbe Resultat hätte sich auch aus der Grundgleichung

$$H = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}$$

ergeben.

Zu der Streuung zwischen den Polköpfen addiert sich nun noch die Streuung zwischen den Seitenflächen der Magnetschenkel. Der Abstand der Seitenflächen sei im Mittel $l_{s_2} = 10$ cm und die radiale Länge der Schenkel gleich 16 cm. Bei einer Ankerlänge von 30 cm ist dann der ganze Querschnitt für die Streulinien, die von den Seitenflächen eines Nordpols nach links und rechts hin verlaufen:

$$Q_{s_2} = 2 \cdot 30 \cdot 16 = 960 \text{ qcm.}$$

Der magnetische Druck ist dabei an den Polköpfen gleich 6200 und am Joch gleich 0. Wir können also für den magnetischen Druck X einen mittleren Wert, nämlich 3100, einführen und erhalten den Streufluß zwischen den Seitenflächen zu:

$$N_{s_2} = \frac{X}{l_{s_2}} = \frac{3100}{10} = 0,37 \cdot 10^6.$$

$$\frac{0,4\pi \cdot Q_{s_2}}{0,4\pi \cdot 960}$$

Der gesamte Streufluß ergibt sich also zu:

$$N_s = N_{s_1} + N_{s_2} = 0,27 \cdot 10^6 + 0,37 \cdot 10^6 = 0,64 \cdot 10^6.$$

Nehmen wir nun an, daß der durch den Anker tretende nutzbare Kraftlinienfluß N gleich $3 \cdot 10^6$ ist, so führt das Joch die Kraftlinienzahl:

$$N_m = N + N_s = 3,64 \cdot 10^6,$$

und es ergibt sich ein Streukoeffizient:

$$\sigma = \frac{N_m}{N} = \frac{3,64 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^6} = 1,2.$$

30. Die Tragkraft eines Elektromagneten.

Wenn auch nach dem vorigen Abschnitt bei der Aufrechterhaltung eines Magnetfeldes keine Arbeit verbraucht wird, so findet doch bei der Bildung des Magnetfeldes ein Arbeitsverbrauch statt. Der Ring in Fig. 57 sei z. B. auf seinem ganzen Umfange mit ξ Windungen bewickelt. Die punktiert gezeichneten Kraftlinien sollen hier nicht andeuten, daß ein Teil der Kraftlinien sich etwa dauernd infolge der Streuung durch die Luft schließt, sondern sie sollen andeuten, wie die Kraftlinien zeitlich wachsen, wenn der Strom geschlossen wird. Sie umgeben zunächst den Leiter, der sie erzeugt, als ein Kreis mit kleinem Radius. Dann vereinigen sich die benachbarten Kraftlinien zu gemeinsamen Kraftlinien, die mehrere Leiter umschließen. Und am Schlusse haben sich die Kraftlinien so ausgedehnt, daß sie ihrer ganzen Länge nach durch Eisen verlaufen. Indem also die Kraftlinien sich auf diese Weise ausdehnen, schneiden sie durch die inneren Drähte der Spule hindurch, deren Zahl gleich der Windungszahl ξ ist.

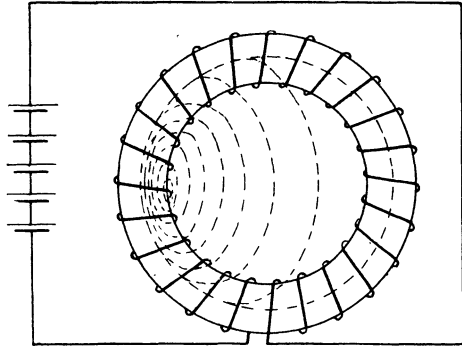


Fig. 57.

Um die Arbeit zu berechnen, die dabei aufgewendet werden muß, betrachten wir in Fig. 58 einen geraden Leiter von der Länge b , der den Strom J führt, und der im Felde von der Stärke H senkrecht zu den Kraftlinien um die Strecke s fortbewegt wird. Die Kraftlinien sollen von vorn nach hinten in die Papierebene eintreten und sind durch Punkte an-

gedeutet. Die Bewegung geschehe in einer solchen Richtung, daß dabei die vom Leiter ausgeübte Kraft überwunden wird. Dann ergibt sich die geleistete Arbeit A in Zentimeterdyn oder Erg, wenn wir die Kraft in Dyn mit dem Weg in Zentimetern multiplizieren. Wir erhalten also mit Benutzung von Gleichung (32) auf S. 61:

$$A = f \cdot s = H \cdot J \cdot b \cdot s \text{ Erg.}$$

Nun ist $b \cdot s$ die vom Leiter beschriebene Fläche in Quadratcentimetern. Da H die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter ist, so ist $H \cdot b \cdot s$ die vom Leiter geschnittene Kraftlinienzahl N , und wir erhalten:

$$A = H \cdot J \cdot b \cdot s = N \cdot J \text{ Erg.} \quad (53)$$

Wächst also der Strom J in dem in Fig. 57 dargestellten Falle um den Betrag dJ , so wächst damit die Kraftliniendichte im Ringe, gleichgültig, ob er Eisen oder Luft enthält, um den Betrag dB . Ist Q der Querschnitt des Ringes oder die Fläche einer Windung, so ist die Zahl

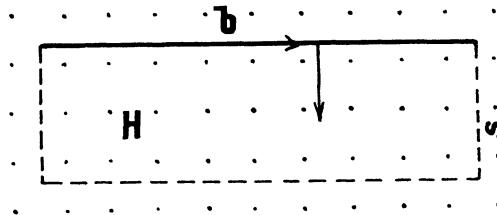


Fig. 58.

der neu erzeugten Kraftlinien $dN = dB \cdot Q$. Diese neu erzeugten Kraftlinien schneiden durch ξ Drähte hindurch, die den Strom J führen. Demnach ergibt sich die dabei aufzuwendende Arbeit nach Gleichung (53) zu:

$$dA = \xi \cdot dN \cdot J = \xi \cdot dB \cdot Q \cdot J.$$

Wir setzen jetzt nach Gleichung 42 auf S. 69

$$\xi \cdot J = \frac{H \cdot l}{4\pi},$$

wo H die magnetisierende Kraft und l die mittlere Kraftlinienlänge im Eisen ist. Dann wird

$$dA = \frac{Q \cdot l}{4\pi} \cdot H \cdot dB. \quad (54)$$

Befindet sich nun im speziellen Falle Luft innerhalb der Spule, so ist H gleich B , und wir erhalten die Arbeit, die aufgewendet wird, um die Induktion vom Wert Null auf den Wert B zu bringen, zu

$$A = \int_0^B \frac{Q \cdot l}{4\pi} \cdot B \cdot dB = \frac{B^2 \cdot Q \cdot l}{8\pi}. \quad (55)$$

Dabei ist für die Induktion in der Luft jetzt ebenfalls die Bezeichnung \mathbf{B} gewählt, die allgemein Kraftlinie pro Quadratcentimeter bedeutet, während die Bezeichnung \mathbf{H} besser für die magnetisierende Kraft verwendet wird, die den Amperewindungen proportional ist. Die berechnete Arbeit wird, wie sich im Abschnitt 35 ergeben wird, dem Solenoid in Form elektrischer Energie zugeführt und ist als potentielle Energie aufgespeichert.

Wir gehen jetzt dazu über, das in Gleichung (55) gewonnene Resultat für die Berechnung der Tragkraft eines Elektromagneten zu verwenden. Zu dem Zwecke denken wir uns das ganze ringförmige Solenoid elastisch und weiten es von innen heraus auf, so daß aus der Länge l die Länge l_1 wird. Gleichzeitig verstärken wir den Strom allmählich etwas, so daß trotz der allmählichen Vergrößerung des magnetischen Widerstandes die Kraftlinienzahl konstant bleibt. Da also in diesem Falle keine neuen Kraftlinien entstehen, so ist auch die Verstärkung des Stromes ohne Aufwendung von Arbeit erfolgt. Wir haben aber bei der Aufweitung der Spule eine mechanische Arbeit geleistet, die wir leicht berechnen können, wenn wir die potentielle Energie der ursprünglichen Spule von der potentiellen Energie der aufgeweiteten Spule abziehen. Die nach der Aufweitung in der Spule aufgespeicherte Arbeit ist nach Gleichung (55):

$$A_1 = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \cdot l_1.$$

Demnach ist die bei der Aufweitung geleistete mechanische Arbeit

$$A_1 - A = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \cdot (l_1 - l).$$

Da $l_1 - l$ der Weg ist, längs dessen wir die Arbeit aufgewendet haben, so ist der Faktor $\frac{B^2}{8\pi} \cdot Q$ die Kraft, die wir aufwenden mußten, oder umgekehrt die Kraft, mit der die Kraftlinien sich einer Verlängerung widersetzen. Sie ergibt sich also zu:

$$f = \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi} \text{ Dyn}, \quad (56)$$

oder, wenn F die Kraft in Kilogramm bedeutet:

$$F = \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi \cdot 981000} = 4 \cdot B^2 \cdot Q \cdot 10^{-8} \text{ kg}^*. \quad (57)$$

Dabei ist es jetzt gleichgültig, ob die Kraftlinien durch Luft oder Eisen verlaufen, so daß die Gleichung auch für einen Elektromagneten gilt.

Bei einem Hufeisenmagneten ist für Q der doppelte Einzelquerschnitt einzusetzen. Ist also der Einzelquerschnitt $\frac{Q}{2} = 10$ qcm und die Induktion $B = 18000$, so ergibt sich:

$$F = 4 \cdot 18000^2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 260 \text{ kg}.$$

Unter Umständen wird jedoch die Tragkraft noch durch eine nützliche Streuung beträchtlich vermehrt.

31. Die Hysteresis.

Bei der Aufnahme der Magnetisierungskurven geht man vom unmagnetischen Zustand des Eisens aus. Man verstärkt dann allmählich den magnetisierenden Strom, wodurch die Werte der magnetisierenden Kraft H und der Induktion B gleichzeitig wachsen. Trägt man nun die magnetisierende Kraft $H = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}$ als Abszisse und die Induktion B als Ordinate auf, so erhält man die Kurve OA in Fig. 59.

Schwächt man nun nach Erreichung einer willkürlichen Induktion $AG = B_{max}$ den magnetisierenden Strom wieder ab, so ist für einen

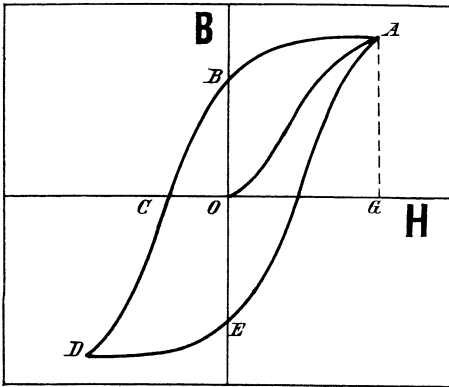


Fig. 59.

gleichen Wert der magnetisierenden Kraft die Induktion größer als bei ansteigender Magnetisierung. Trägt man wieder die magnetisierende Kraft als Abszisse und die zugehörige Induktion als Ordinate auf, so erhält man die Kurve AB . Es ist also, als ob von der starken Magnetisierung her ein Rest von Magnetismus zurückbleibt, und man bezeichnet daher diese Erscheinung als Hysteresis, d. h. als ein Zurück-

bleiben. Für eine magnetisierende Kraft $H = 0$ ist dann die Induktion gleich OB . Diese ist identisch mit der Kraftliniendichte des remanenten Magnetismus. Hysteresis und remanenter Magnetismus sind also in gewissem Sinne ein und dasselbe. Wir erklären beide Erscheinungen daraus, daß die einmal gerichteten Eisenmoleküle infolge einer mechanischen Reibung in ihrer einmal angenommenen Lage zu verharren suchen.

Keht man nun die Richtung des Stromes um, so ist ein bestimmter Betrag an magnetisierender Kraft nötig, um den remanenten Magnetismus zu vernichten. Man nennt diesen Betrag, der in Fig. 59 durch die Abszisse OC gegeben ist, die Koerzitivkraft. Man sieht deutlich, daß die Eisenmoleküle sich einer Ummagnetisierung widersetzen. Erst wenn die magnetisierende Kraft über den Betrag OC gesteigert wird, erhält man eine Induktion in umgekehrter Richtung. Die Kurve CD entspricht dann wieder der ansteigenden und die Kurve DE der abfallenden Magnetisierung. Die Ordinate OE ist wieder der remanente Magnetismus etc.

Für den früher erwähnten Grusonstahl ergaben sich z. B. bei der Untersuchung durch die physikalisch-technische Reichsanstalt folgende Werte:

Abnehmende Induktion		Ansteigende Induktion	
H	B	H	B
145,3	18250	— 2,2	— 6240
62,7	16800	— 5,9	— 11060
24,2	15590	— 11,9	— 13460
3,2	13080	— 34,2	— 15710
0	10200	— 61,6	— 16680
— 1,25	6110	— 145,3	— 18250.
— 1,5	0		

Für den remanenten Magnetismus erhalten wir aus dieser Tabelle den Wert $B = 10200$ und für die Koerzitivkraft den Wert 1,5. Beide Werte sind von dem willkürlich gewählten Wert von B_{max} abhängig, wiewohl die Unterschiede sehr gering werden, wenn man überhaupt bis zu starker Sättigung magnetisiert.

Trägt man jetzt die Werte der obigen Tabelle in ein Koordinatensystem ein und mißt man die Abzissen im Maßstab von H und die Ordinaten im Maßstab von B , so ergibt sich die von den beiden symmetrischen Ästen eingeschlossene Fläche zu 170000. Es läßt sich zeigen, daß diese Fläche in bestimmter Beziehung zu der bei einer vollen Periode durch die Reibung der Eisenmoleküle verbrauchten Leistung steht. Nach Gleichung (54) auf S. 82 ergibt sich nämlich die Arbeit, die aufgewendet wird, wenn die Induktion B um den Betrag dB wächst, zu:

$$dA = \frac{Q \cdot l}{4\pi} \cdot H \cdot dB.$$

Für $Q \cdot l$ setzen wir das Volumen V des Eisenringes in Kubikzentimetern. Wenn wir dann durch V dividieren und zwischen den Grenzen 0 und B summieren, so erhalten wir die pro Kubikzentimeter verbrauchte Arbeit zu:

$$\frac{A}{V} = \frac{1}{4\pi} \sum_0^B H \cdot dB. \quad (58)$$

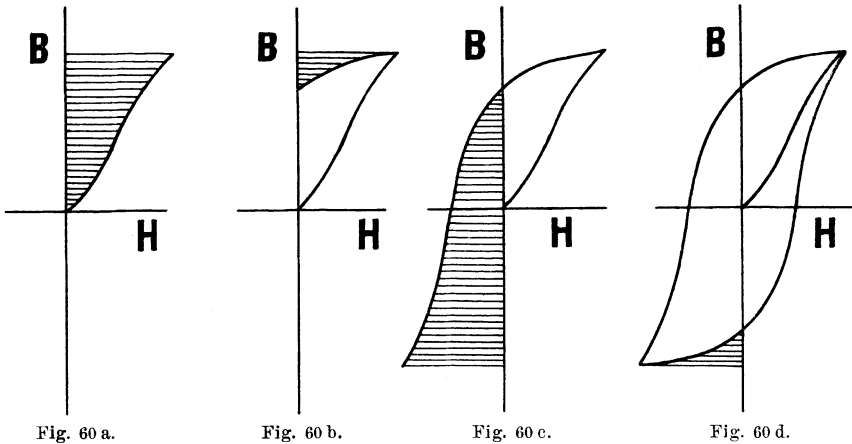
Nun ist $H \cdot dB$ allgemein ein schmaler Flächenstreifen in Fig. 60a und $\sum H \cdot dB$ die ganze schraffierte Fläche in derselben Figur. Wir erhalten also die bei der Magnetisierung aufgewendete Arbeit, wenn wir die schraffierte Fläche in Fig. 60a durch 4π dividieren. Verschwinden jetzt die Kraftlinien, d. h. wird dB negativ, so wird auch die Arbeit negativ, und wir erhalten einen Teil der verbrauchten Arbeit wieder. Dieser ist durch die schraffierte Fläche in Fig. 60b gegeben. Wenn man jetzt den Strom umkehrt, so wird auch die magnetisierende Kraft H negativ, und die Produkte $H \cdot dB$ werden wieder positiv. Die während dieses Zeitraumes verbrauchte Arbeit entspricht der schraffierten Fläche in Fig. 60c.

Von dieser Arbeit wird der in Fig. 60d schraffierte Teil bei abnehmender Magnetisierung wiedergewonnen.

Die tatsächlich während einer Periode aufgewendete Arbeit ist die Summe der positiven und der negativen Arbeit. Sie entspricht also der von den beiden Ästen der Kurve in Fig. 59 eingeschlossenen Fläche, und zwar ist sie nach Gleichung (58) gleich dem 4π ten Teil dieser Hysterese-fläche. Für den erwähnten Grusonstahl war die Fläche gleich 170000, demnach ergibt sich pro Kubikzentimeter und pro Periode ein Verlust:

$$\frac{A}{V} = \frac{\Sigma H \cdot dB}{4\pi} = \frac{170000}{12,5} = 13600 \text{ Erg pro Kubikzentimeter.}$$

Wiewohl nun die Messung des Arbeitsverlustes vermittelt der Ausmessung der Hysterese-fläche von großer Wichtigkeit für das Verständnis



der Hysterese ist, so muß man doch in der Praxis von dieser Methode absehen, weil die experimentelle Ermittlung der Hysterese-fläche mit Hilfe des ballistischen Galvanometers sehr zeitraubend ist. Außerdem hat man es sich zur Regel gemacht, die Eisensorten unter den Verhältnissen zu untersuchen, unter denen sie der Ummagnetisierung beim Betriebe unterworfen sind. Man führt also die Ummagnetisierung durch einen Wechselstrom herbei und mißt die dabei verbrauchte Leistung durch ein Wattmeter, in dem die elektrodynamische Wirkung einer vom Strom durchflossenen Spule auf eine an die Spannung angeschlossene Spule einen Ausschlag hervorruft und dadurch die Anzahl der Watt mißt.

Rechnerisch ergibt sich der Hysterese-verlust durch die von Steinmetz gefundene Beziehung, daß der Arbeitsverlust in Erg pro Kubikzentimeter und pro Periode proportional der 1,6ten Potenz der maximalen Induktion ist. Ist η_h ein konstanter Faktor, der für verschiedene Eisensorten verschieden ist, so ergibt sich:

$$\frac{A}{V} = \eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \text{ Erg.} \quad (59)$$

Das Steinmetzsche Gesetz hat sich tatsächlich bis zu einer Induktion $B_{max} = 7000$ als wesentlich richtig ergeben. Der Wert η_h liegt bei den gebräuchlichen Eisensorten zwischen 0,001—0,004. Für den obigen Grusonstahl ergibt sich z. B. mit Benutzung des Wertes $B_{max} = 18250$ und des oben aus der Hysterisisfläche berechneten Wertes $A/V = 13600$:

$$\eta_h = \frac{A}{V \cdot B_{max}^{1,6}} = \frac{13600}{18250^{1,6}} = 0,0028.$$

Dieser Wert hat übrigens in unserem Falle kaum ein Interesse, weil die Hysterisis nur bei Wechselstrom eine Rolle spielt und man für Wechselstrommaschinen und -Apparate kein massives Eisen verwenden kann.

Ist nun G das Eisengewicht in Kilogramm, so ergibt sich bei einem spezifischen Gewicht von 7,7 das Volumen in Kubikzentimetern zu

$$V = \frac{G \cdot 1000}{7,7}.$$

Demnach erhalten wir die bei \sim Perioden pro Sekunde*) aufgewendete Leistung in Erg pro Sekunde zu:

$$\eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot \frac{G \cdot 1000}{7,7} \cdot \sim.$$

Nun ist nach Abschnitt 41

$$1 \text{ Erg} = 1 \text{ Zentimeterdyn} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{981000} \text{ mkg},$$

$$\text{also} \quad 1 \frac{\text{Erg}}{\text{sek.}} = \frac{1}{9,81 \cdot 10^7} \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = \frac{1}{10^7} \text{ Watt.}$$

Die obige Leistung in Erg pro Sekunde haben wir also noch durch 10^7 zu dividieren und erhalten den Effektverlust in Watt zu:

$$P_h = \frac{\eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot G \cdot \sim \cdot 10^{-4}}{7,7} \text{ Watt.} \quad (60)$$

Ist z. B. $\eta_h = 0,002$, $G = 100 \text{ kg}$, $\sim = 50$ und $B_{max} = 7000$, so erhalten wir:

$$P_h = \frac{0,002 \cdot 7000^{1,6} \cdot 100 \cdot 50 \cdot 10^{-4}}{7,7} = 184 \text{ Watt.}$$

Neuerdings kommt man allerdings von der Rechnung mit dem Steinmetzschen Koeffizienten η_h mehr ab. Wenn man nämlich den Forderungen der Praxis Rechnung trägt und den Hysterisisverlust mittelst eines Wechselstromes bestimmt, so tritt die neue Schwierigkeit auf, daß dann zugleich andere Verluste, nämlich durch Foucaultströme, mitgemessen

*) Zur Bezeichnung der Periodenzahl pro Sekunde verwendet man häufig das von der Form der Sinuskurve hergenommene Zeichen \sim (sprich per).

werden. Man ist daher übereingekommen, als Verlustziffer des Eisens den gesamten Wattverbrauch pro Kilo Eisen bei 50 Perioden und einer maximalen Induktion von 10000 anzugeben. Diese Verlustziffer beträgt bei den gebräuchlichen Eisenblechen 3—4 Watt pro Kilo Eisen.

32. Die Ampereschen Regeln über dynamische Wirkungen paralleler Ströme.

In Fig. 61 sind zwei Stromleiter gezeichnet, die von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden. Wenn wir dann von A und B aus auf die Leiter blicken, so sehen wir den Schaft des Pfeiles, was in der Zeichnung des Drahtquerschnittes durch ein Kreuz angedeutet ist. Die durch die Ströme erzeugten Kraftlinien setzen sich, wie wir schon in Abschnitt 27 sahen, zu großen Kraftlinien zusammen, die beide Leiter umgeben. Wir haben nun die Kraftlinien schon früher mit einem gespannten Gummiband verglichen, das sich zusammenzuziehen sucht, und haben auch in einem

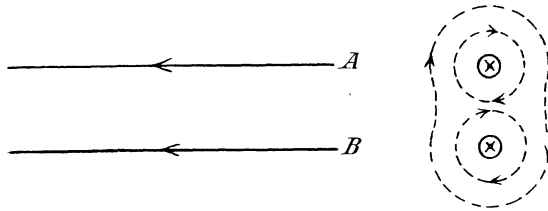


Fig. 61.

besonderen Falle die Kraft berechnet, mit der die Kraftlinien sich einer Verlängerung widersetzen. Demnach ziehen sich auch in unserm Falle die Kraftlinien zusammen und nähern dabei die beiden Leiter einander. Das ist um so mehr der Fall, als die Kraftlinien im Zwischenraum zwischen den Leitern entgegengesetzte Richtung haben, so daß die Feldstärke dort gleich Null ist. Wir kommen also zu dem Resultate: Parallele Leiter ziehen einander an, wenn sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden.

Sind dagegen die Ströme in den beiden Leitern einander entgegengesetzt (Fig. 62), so sehen wir von A aus die Spitze, von B aus den Schaft des Strompfeiles. Zeichnen wir nun die Kraftlinien rings um den Querschnitt des Leiters, so zeigt sich, daß die von den beiden Leitern erzeugten Kraftlinien sich innen addieren, weil sie gleichgerichtet sind, daß sie sich aber außen aufheben. Die Kraftlinien innen suchen sich nun möglichst viel Platz zu schaffen, stoßen sich gegenseitig ab und drängen dabei die beiden Leiter auseinander. Parallele Leiter stoßen also einander ab, wenn sie von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen werden.

Die Anwendung dieser dynamischen Wirkung auf die Konstruktion der Wattmeter ist schon im vorigen Abschnitt erwähnt worden. In ähn-

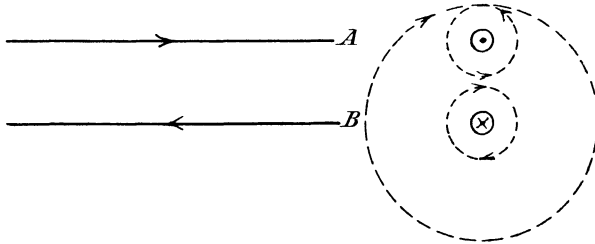


Fig. 62.

licher Weise wird die dynamische Wirkung paralleler Ströme zur Messung der Stromstärke bzw. der Spannung benutzt (Dynamometer).

33. Die elektromotorische Kraft der Induktion.

Ein zu den Kraftlinien senkrechter Leiter von der Länge l werde durch das Kraftlinienfeld von der Stärke H senkrecht zu seiner eigenen Richtung und senkrecht zu den Kraftlinien bewegt (Fig. 63). Wenn in der Zeit dt die Strecke ds zurückgelegt wird, so ergibt sich die Geschwindigkeit v zu:

$$v = \frac{ds}{dt} \frac{\text{cm}}{\text{sek.}}$$

In der Figur sind die senkrecht zur Papierebene von vorn nach hinten verlaufenden Kraftlinien durch Punkte angedeutet, und der Leiter l wird an den in der Papierebene liegenden metallischen Gleitschienen herunter bewegt. Dann ergibt der Versuch, daß während der Zeit der Bewegung eine elektromotorische Kraft in dem Leiter induziert wird. Diese dauert nur so lange, wie die Bewegung währt, und erzeugt, falls die Schienen unten metallisch verbunden sind, einen Strom, dessen Richtung durch den punktierten Pfeil angedeutet ist.

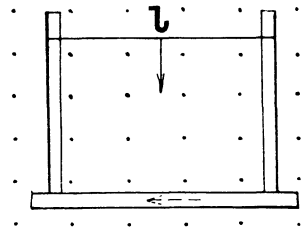


Fig. 63.

Während der Zeit dt wird dabei eine elektrische Arbeit geleistet, die sich nach Abschnitt 10 durch das Produkt aus elektromotorischer Kraft mal Stromstärke mal Zeit berechnet. Indem wir vorläufig von der früher gewählten Einheit der elektromotorischen Kraft absehen, setzen wir fest, daß die Stromstärke im absoluten Maß und die Arbeit ebenfalls im absoluten Maß, also in Zentimeterdyn oder Erg gemessen werden soll. Wir erhalten also die Arbeit zu

$$dA = E \cdot J \cdot dt,$$

wo E die elektromotorische Kraft in einem noch näher zu definierenden Maß ist. Diese Arbeit wird natürlich nur gewonnen durch Aufwand einer gleichwertigen mechanischen Arbeit. Der erzeugte Strom und das Magnetfeld üben nämlich nach S. 60 eine Kraft f aus, die bei der Bewegung mechanisch überwunden werden muß. Allgemein sucht nach dem Lenzschen Gesetz der durch Bewegung induzierte Strom die Bewegung zu hindern. Die Größe der Kraft ist nach Gleichung (32) auf S. 61:

$$f = H \cdot J \cdot l.$$

Die mechanische Arbeit ist das Produkt aus Kraft mal Weg, ergibt sich also zu

$$dA = H \cdot J \cdot l \cdot ds.$$

Durch Gleichsetzung der aufgewendeten und gewonnenen Arbeit erhalten wir:

$$E \cdot J \cdot dt = H \cdot J \cdot l \cdot ds.$$

Daraus folgt:
$$E = H \cdot l \cdot \frac{ds}{dt} = H \cdot l \cdot v. \quad (61)$$

Die elektromotorische Kraft, die durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld induziert wird, ist also proportional der Feldstärke, der Länge des Leiters und der Geschwindigkeit der Bewegung. Aus Gleichung (61) ergibt sich nun auch die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft. Ist in Gleichung (61) $H = 1$, $l = 1$ und $v = 1$, so wird auch $E = 1$. Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird also induziert, wenn ein Leiter von der Länge 1 cm mit der Geschwindigkeit 1 cm pro Sekunde senkrecht durch das Feld von der Stärke 1 hindurch bewegt wird.

Wir sind jetzt in der Lage, die elektromotorische Kraft einer Maschine in einfacher Weise zu berechnen. Gesucht wird z. B. der Maximalwert der elektromotorischen Kraft einer Wechselstrommaschine, d. h. die elektromotorische Kraft in dem Augenblick, in dem die Drähte des Ankers gerade vor der Polmitte liegen. Dabei sei die Drahtzahl gleich 400, die Länge eines induzierten Drahtes gleich 30 cm und die Feldstärke vor der Polmitte gleich 5000. Dann ergibt sich bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 20 m pro Sekunde = 2000 cm/sek. eine elektromotorische Kraft

$$E = 5000 \cdot 30 \cdot 400 \cdot 2000 = 1200 \cdot 10^8 \text{ absolute Einheiten.}$$

Für die Praxis ist die absolute Einheit viel zu klein, und man faßt daher 10^8 absolute Einheiten unter dem Namen ein Volt zusammen. Dies ist die praktische Einheit der Spannung, die im zweiten Abschnitt schon eingeführt wurde, die aber damals nicht genau definiert werden konnte. Bezeichnet also E die elektromotorische Kraft in Volt, so ergibt sich:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}. \quad (62)$$

Im obigen Beispiel werden demnach in dem betreffenden Augenblick 1200 Volt induziert.

Bildet nun der Leiter mit den Kraftlinien den Winkel φ , so ergibt sich nach Gleichung (31) auf S. 61:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot \sin \varphi \cdot 10^{-8}. \quad (63)$$

Erfolgt ferner die Bewegung nicht senkrecht zu den Kraftlinien, sondern schräge, so ist für v die senkrechte Komponente der Geschwindigkeit einzusetzen.

Die bisher aufgestellten Gleichungen lassen sich nun noch vereinfachen. Das Produkt $l \cdot ds$ in Gleichung (61) stellt die vom Leiter beschriebene Fläche und das Produkt $H \cdot l \cdot ds$ die vom Leiter l geschnittene Kraftlinienzahl dN dar. Wir schreiben dabei dN , weil es sich um eine unendlich kleine Strecke ds handelt, in der also auch die unendlich kleine Kraftlinienzahl dN geschnitten wird. Dann ergibt sich für einen einzelnen Leiter aus Gleichung (61):

$$E = \frac{dN}{dt}. \quad (64)$$

Die elektromotorische Kraft im absoluten Mafß wird also gefunden, wenn man die Kraftlinienschnitte durch die Zeit dividiert, in der sie geschehen. Sie ist also definiert als das Verhältnis der Kraftlinienschnitte zur Zeit:

$$\text{Elektromotorische Kraft im absoluten Mafß} = \frac{\text{Kraftlinienschnitte}}{\text{Zeit}}.$$

Wird also in der Zeit t die Kraftlinienzahl N von ξ Windungen geschnitten, so ist die Anzahl der Kraftlinienschnitte gleich $N \cdot \xi$, und die mittlere elektromotorische Kraft in Volt ergibt sich zu

$$E = \frac{N \cdot \xi}{t} \cdot 10^{-8}.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird also induziert, wenn eine Kraftlinie pro Sekunde geschnitten wird. Ein Volt wird dagegen induziert, wenn 10^8 Kraftlinien pro Sekunde geschnitten werden.

Nachdem wir im Bisherigen die Gröfße der induzierten elektromotorischen Kraft ermittelt haben, gehen wir nun dazu über, ihre Richtung zu bestimmen. Diese ergibt sich aus der Faradayschen Schwimmerregel: Schwimmt man in Richtung der Kraftlinien, also vom Nordpol zum Südpol, und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts. In Fig. 64 treten z. B. die Kraftlinien von rechts

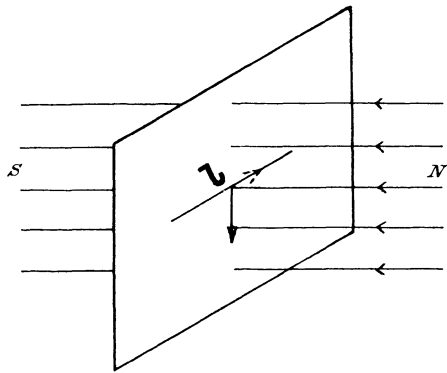


Fig. 64.

aus senkrecht in eine vertikale Ebene ein. In dieser Ebene wird der horizontale Leiter l von oben nach unten bewegt. Schwimmen wir also von rechts nach links mit dem Gesicht nach unten, so zeigt der ausgestreckte rechte Arm die Richtung der elektromotorischen Kraft oder des Stromes an. Diese ist in der Figur durch den punktierten Pfeil angedeutet.

Die Richtigkeit und Notwendigkeit dieser Stromrichtung erhellt aus der Übereinstimmung der Faradayschen und Ampereschen Schwimmerregel. Denken wir uns nach Ampere im erzeugten Strome schwimmend, also von vorn nach hinten, und sehen nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, also nach rechts, so würde sich der Nordpol nach unserer linken Hand, also nach unten bewegen. Steht er fest, so weicht der Leiter nach unserer rechten Hand hin aus, also nach oben. Der Leiter sucht also, wie das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit oder das Lenzsche Gesetz es fordert, unserer Bewegung entgegenzuwirken, und die von uns angegebene Stromrichtung ist die richtige.

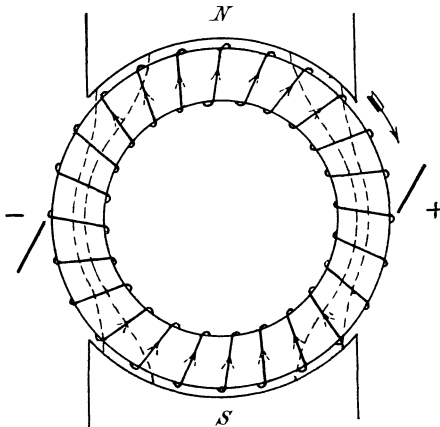


Fig. 65.

Wir können diese Regel nun sofort auf den Anker von Dynamomaschinen anwenden. In Fig. 65 ist ein eiserner Hohlzylinder oder Anker mit einer geschlossenen Wicklung aus isoliertem Kupferdraht versehen und wird in Richtung des Pfeiles zwischen den Polen N und S eines Elektromagneten gedreht.

Die Kraftlinien verlaufen vom Nordpol aus rechts und links durch das Ankereisen zum Südpol, so daß der innere Hohlraum fast frei von Kraftlinien ist. Infolgedessen erfolgen Kraftlinienschnitte nur an der äußeren Mantelfläche. Die Anwendung der Faradayschen Schwimmerregel ergibt dann, daß die induzierte elektromotorische Kraft in den Drähten vor dem Nordpol in unserem Falle von vorne nach hinten und in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorne gerichtet ist. Wenn ein Strom zustande kommt, so fließt er bei der gegebenen Drehungsrichtung des Ankers auf der vorderen Stirnfläche vom Südpol weg und auf den Nordpol zu, wie durch die punktierten Pfeile angedeutet ist. Man sieht, daß der Strom auf der oberen und unteren Ankerhälfte nach rechts auf die Mitte zwischen den beiden Polen zufließt. Hier treffen also die beiden Ströme aufeinander und fließen gemeinsam durch die positive Bürste ins äußere Netz. Der Einfachheit wegen ist dabei angenommen, daß die Bürsten auf der außen blank gedachten Kupferwicklung schleifen. An der negativen Bürste

fließt der Strom dann in die Maschine zurück, um sich wieder in den oberen und den unteren Zweig zu teilen.

Wird umgekehrt das Polrad gedreht, wie es bei der Wechselstrommaschine üblich ist, so hat man die relative Drehungsrichtung des Leiters in die Faradaysche Schwimmerregel einzuführen. Wird z. B. der Nordpol in Fig. 66 nach rechts gedreht, so ist es, als ob die vor dem Nordpol liegenden Drähte nach links gedreht würden. Wir schwimmen also z. B. bei A in der positiven Richtung der Kraftlinien, also von unten nach oben, und sehen nach der relativen Drehrichtung des Leiters, d. h. in der Figur nach links. Dann wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach unserer rechten Hand, d. h. von vorne nach hinten in die Papierebene hinein. Wir haben also in den Drähten, die vor dem Nordpol liegen, den Schaft des Pfeiles zu zeichnen. Ebenso ergibt sich, daß die elektromotorische Kraft in den Drähten vor dem Südpol unter diesen Umständen von hinten nach vorne gerichtet ist.

Auch hier wieder muß scharf im Auge behalten werden, daß man durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld nicht in erster Linie einen Strom, sondern eine elektromotorische Kraft induziert. Die elektromotorische Kraft wird geschaffen, auch wenn die Enden des Leiters ι in Fig. 63 nicht metallisch verbunden sind, und sie würde sich dann durch ein Elektroskop nachweisen lassen. Deswegen muß man sich daran gewöhnen, die elektromotorische Kraft der Maschine bei gegebener Kraftlinienzahl, Umfangsgeschwindigkeit und Länge der induzierten Leiter als die zuerst gegebene Größe anzusehen, während die Stromstärke ganz willkürlich von dem Widerstand im äußeren Kreise, d. h. vom Stromverbrauch der Konsumenten abhängt. Die von der Firma angegebene Stromstärke bedeutet dann den Wert, den die Maschine, ohne Schaden zu nehmen, noch aushält. Daß bei den Dynamomaschinen die Konstanz der elektromotorischen Kraft nicht zutrifft, weil sich auch die Kraftlinienzahl während des Betriebes bei wechselndem Stromverbrauch ändert, darf uns nicht hindern, die elektromotorische Kraft als die Ursache und die Stromstärke als die Folge anzusehen.

Im Bisherigen haben wir immer die Anschauung zugrunde gelegt, wonach die elektromotorische Kraft durch das Schneiden von Kraftlinien erfolgt. In vielen Fällen ist jedoch eine andere Anschauung bequemer, wonach die elektromotorische Kraft durch das Entstehen oder Verschwinden von Kraftlinien erfolgt, die durch die Fläche einer Schleife treten. In Fig. 63 wird z. B. die Kraftlinienzahl, die von dem Leiter und den Gleitschienen umfaßt wird, kleiner. Es wird dabei ein

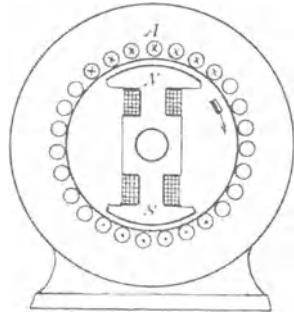


Fig. 66.

Strom induziert, der nach der Ampereschen Schwimmerregel im Sinne des Uhrzeigers fließt. Dieser Strom erzeugt Kraftlinien, die im Raum zwischen Leiter und Gleitschienen in die Papierebene eintreten, also den ursprünglichen Kraftlinien gleichgerichtet sind. Daraus folgt:

Nimmt die Zahl der durch eine Fläche tretenden Kraftlinien ab, so wird ein Strom induziert, der die Kraftlinien aufrecht zu halten sucht. Nimmt umgekehrt die Kraftlinienzahl zu, so wird ein Strom induziert, der die Kraftlinien zu schwächen sucht. Das allgemeine Lenzsche Gesetz lautet dann: Der durch Änderung der Kraftlinien induzierte Strom wirkt der Änderung der Kraftlinien entgegen.

Aus diesem Grunde nimmt dann Gleichung (64) die Form an:

$$E = - \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8}. \quad (65)$$

Darin bedeutet dN eine Zunahme der Kraftlinien. Ist diese positiv, so ist die elektromotorische Kraft negativ, d. h. sie erzeugt einen Strom, der die Kraftlinien zu schwächen sucht. Es ist dabei nicht einmal nötig, die Windungszahl einzuführen, wenn man nämlich die Windungsfläche einer Spule, d. h. die Summe der von den einzelnen Windungen umfaßten Flächen ins Auge faßt. Dann bedeutet dN die Änderung der durch die Windungsfläche tretenden Kraftlinien.

34. Die Gesetze der gegenseitigen Induktion.

Bisher haben wir die Fälle betrachtet, wo ein Leiter die Kraftlinien eines Magneten schneidet und dadurch eine elektromotorische Kraft induziert wird. Wir betrachten nun die Vorgänge, wenn ein Leiter die Kraftlinien eines zweiten Stromleiters schneidet. Man bezeichnet die dadurch bewirkte Induktion als gegenseitige oder als Voltainduktion

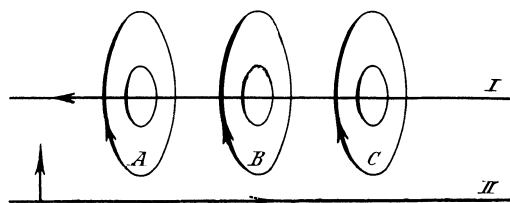


Fig. 67.

(Fig. 67). Im primären Leiter I fließt z. B. ein Strom von rechts nach links. Die Kraftlinien dieses Leiters, wie sie sich aus der Ampereschen Schwimmerregel ergeben, sind in der Figur gezeichnet. Sie dringen bei A , B und C von hinten nach vorne durch die Papierebene.

Wenn nun der sekundäre Leiter II von unten nach oben in Richtung des Pfeiles bewegt wird, so schneidet er bei A , B und C durch die Kraft-

linien des primären Leiters. Um die Richtung der dabei induzierten elektromotorischen Kraft zu bestimmen, schwimmen wir in Richtung der Kraftlinien, also von hinten nach vorne, und sehen nach der Bewegungsrichtung des Leiters, also nach oben. Dann wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts, also in Richtung des punktierten Pfeiles im Leiter *II*.

Auch hier wieder erhalten wir eine Kontrolle durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit oder das Lenzsche Gesetz, das nur ein spezieller Teil des allgemeinen Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit ist. Sind nämlich die Enden des Leiters *II* außen leitend miteinander verbunden, so kommt ein Strom zustande, der dem primären Strom entgegengesetzt ist. Nach den Ampereschen Regeln über die dynamische Wirkung paralleler Ströme stoßen sich dann die Leiter *I* und *II* gegenseitig ab und hindern dadurch die Bewegung. Die bei der Bewegung geleistete Arbeit setzt sich dann im sekundären Leiter in Joulesche Wärme um. Daraus folgt die Regel:

Bei Annäherung der beiden Leiter ist der induzierte sekundäre Strom dem primären entgegengesetzt. Bei Entfernung der beiden Leiter ist er gleichgerichtet.

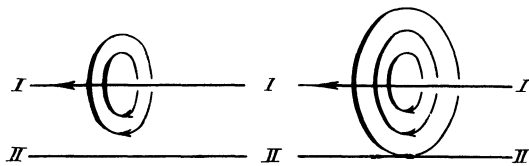


Fig. 68 a.

Fig. 68 b.

Es ist nun nicht nötig, daß beide Leiter mechanisch genähert werden, vielmehr wird eine elektromotorische Kraft auch durch eine Zunahme und Abnahme des primären Stromes induziert, da seine Kraftlinien auch hierbei durch den sekundären Leiter hindurchschneiden.

Wir kommen dadurch zu der ungemein wichtigen, schon im 30. Abschnitt benutzten Vorstellung, daß die Kraftlinien eines Stromes nicht plötzlich vorhanden sind oder plötzlich verschwinden. Vielmehr entstehen sie, indem sie in der in Fig. 68 a gezeichneten Weise aus dem Leiter heraustreten und allmählich wachsen, bis sie dann den sekundären Leiter in Fig. 68 b von oben nach unten schneiden. Es ist also, als ob der sekundäre Leiter von unten nach oben bewegt und die beiden Leiter einander genähert würden. Die induzierte elektromotorische Kraft ist demnach dem anwachsenden primären Strome entgegengesetzt gerichtet. Ebenso ergibt sich, daß sie dem abfallenden primären Strom gleichgerichtet ist.

Durch diese gegenseitige Induktion wird es nun möglich, Gleichstrom in Wechselstrom umzuformen. Der Induktionsapparat (Fig. 69) enthält

eine von einem Gleichstrom durchflossene primäre Spule I , deren eines Ende an die Stromquelle angeschlossen ist, während das andere Ende mit dem Drehpunkt D der Feder J verbunden ist. Durch die Kontaktspitze ist die Feder mit der Stromquelle leitend verbunden. Sobald der Strom geschlossen wird, wird die Spule magnetisch und zieht ein an der Feder befestigtes Eisenstück und damit die Feder selbst an. Dadurch wird der Strom unterbrochen, die Spule wird unmagnetisch, die Feder geht zurück und schließt wieder den Strom. Wir haben also in der primären Spule einen intermittierenden, d. h. unterbrochenen Gleichstrom. Über die primäre Spule ist nun eine sekundäre Spule geschoben, die in Fig. 69 der Deutlichkeit wegen neben der primären gezeichnet ist. Indem nun die primären Kraftlinien entstehen und verschwinden, treten sie in die sekundäre Spule ein und wieder heraus. Sie schneiden also die sekundären Windungen bald in der einen, bald in der anderen Richtung und induzieren dadurch elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung. Sind die Klemmen der sekundären Spule leitend verbunden, so entstehen im sekundären Kreise Wechselströme. Diese wachsen von Null an bis zu einem maximalen Wert, nehmen dann bis auf Null ab und ändern darauf ihre Richtung. Sie sind also zeitlich wechselnd in ihrer Stärke und in ihrer Richtung. Durch Erhöhung der sekundären Windungszahl und durch möglichst plötzliches Unterbrechen des primären Stromes läßt sich die sekundäre elektromotorische Kraft derartig steigern, daß eine Luftstrecke von bedeutender Länge durchschlagen wird. Es gibt z. B. Funkeninduktoren bis zu einem Meter Funkenlänge.

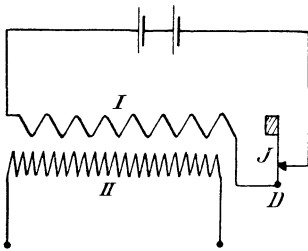


Fig. 69.

Von noch größerer technischer Wichtigkeit ist die Verwendung der gegenseitigen Induktion, wenn es sich darum handelt, den in Maschinen erzeugten hochgespannten Wechselstrom an der Verbrauchsstelle in niedriggespannten Wechselstrom umzuformen. Wir haben schon gesehen, daß man zur Kraftübertragung auf weite Entfernungen sehr hohe Spannungen anwenden muß, um die Verluste in den Leitungen herabzudrücken, oder umgekehrt, um bei gegebenen Verlusten mit einem verhältnismäßig geringen Kupferquerschnitt auszukommen. Zur direkten Verwendung des hochgespannten Stromes müßte man dann eine große Anzahl von Lampen hintereinander schalten. Dabei aber fällt die Unabhängigkeit der einzelnen Lampen voneinander weg, und die Isolierung der ganzen Anlage wird bei der hohen Spannung unmöglich. Dazu kommt noch besonders, daß Spannungen über 500 Volt schon sehr nahe an die Grenze heranreichen, bei der eine Berührung der Leitungen lebensgefährlich ist. Durch Versuche ist festgestellt, daß der menschliche Körper noch einen Strom von ein hundertstel Ampere im allgemeinen ohne großen

Schaden eine ganz kurze Zeit verträgt. Schätzen wir nun den Widerstand des menschlichen Körpers bei oberflächlicher Berührung der Leitungen mit den Fingerspitzen auf 50000 Ohm, so ist die gerade noch ungefährliche Spannung:

$$e = i \cdot w = \frac{1}{100} \cdot 50000 = 500 \text{ Volt.}$$

Haben wir also höher gespannten Strom, so muß er an der Verbrauchsstelle in niedrig gespannten umgeformt werden. Das geschieht sehr einfach durch die Wechselstromtransformatoren (Fig. 70). Diese bestehen aus einem Eisenkern, der aus Blechen zusammengesetzt ist, und der eine primäre und sekundäre Wickelung trägt. Die primäre Wickelung *I* liegt in unserm Falle an der Hochspannung und besteht aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Die vom primären Strom geschaffenen Kraftlinien schneiden nun beim Entstehen und Verschwinden durch die sekundäre Spule und induzieren in ihr eine elektromotorische Kraft, die wegen der geringen Windungszahl der sekundären Spule einen verhältnismäßig niedrigen Wert hat. Nun schneiden die Kraftlinien beim Entstehen und Verschwinden aber auch durch die primäre Spule selbst hindurch und schaffen hier eine elektromotorische Kraft, die der primären Windungszahl proportional ist. Wie sich später ergeben wird, ist diese elektromotorische Kraft fast genau gleich

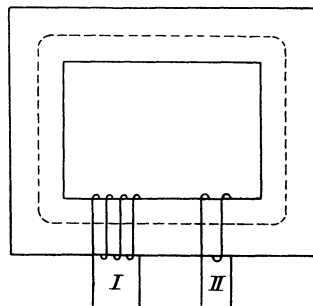


Fig. 70.

entgegengesetzt der an die primäre Spule gelegten Hochspannung. Daraus folgt, daß primäre und sekundäre Spannung sich wie die betreffenden Windungszahlen verhalten. Das Verständnis der Wirkungsweise des Transformators wird erst dann schwierig, wenn die sekundäre Spule Strom liefert, indem dann ein von beiden Spulen erzeugtes Kraftlinienfeld durch beide Spulen hindurchschneidet. Wir werden daher zum vollen Verständnis des Transformators erst im 11. Kapitel gelangen.

35. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Am Schluß des vorigen Abschnitts wurde schon erwähnt, daß die Kraftlinien einer Spule, wenn sie sich bilden oder verschwinden, nicht bloß durch die neben der Spule liegenden Drähte hindurchschneiden, sondern auch durch die Windungen der Spule selbst. In Fig. 57 war dabei die Art und Weise angedeutet, wie eine Kraftlinie, aus einem einzelnen Leiter heraustretend, zeitlich sich vergrößert und schließlich durch den Eisenkern verläuft. Dabei werden nacheinander sämtliche inneren Drähte der Windungen durchschnitten.

Wir stellen uns nun zunächst die Aufgabe, die Gröfse der dabei induzierten elektromotorischen Kraft zu berechnen. Die Windungszahl der Spule sei ξ , der Querschnitt des Eisens Q und die Länge des Kraftlinienweges im Eisen gleich l . Wir machen ferner die Annahme, daß die Leitfähigkeit μ des Eisens konstant ist, was im Anfang der Magnetisierungskurve wegen der Proportionalität der Induktion B und der magnetisierenden Kraft H zutrifft. Der Strom von der Stärke i Ampere wachse nun in der Zeit dt um den Betrag di . Die Anzahl der neuerzeugten Kraftlinien ist dann nach Gleichung (48 a) auf S. 74:

$$dN = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot di \cdot \mu \cdot Q}{l} \quad (66)$$

Diese Kraftlinien schneiden in der Zeit dt durch ξ Windungen hindurch. Dabei schaffen sie eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die nach dem Schlufs des Abschnittes 33 dem zunehmenden Strome entgegenwirken und den abnehmenden Strom verstärken mufs. Da dN wieder eine positive Zunahme der Kraftlinien bedeutet, so haben wir auf der rechten Seite unserer Gleichung negatives Vorzeichen einzuführen und erhalten nach Gleichung (65) auf S. 94 und Gleichung (66):

$$E = -\xi \cdot \frac{dN}{dt} \cdot 10^{-8} = -\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{di}{dt} \quad (67)$$

Wir setzen nun:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$$

und erhalten:

$$E = -L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (68)$$

Die Gröfse L nennt man den Selbstinduktionskoeffizienten. Die Einheit dafür ist 1 Henry. Das ist der Selbstinduktionskoeffizient einer Spule, bei der ein Volt induziert wird, wenn der Strom gleichmäfsig um 1 Ampere in 1 Sekunde wächst.

Wir können nun den Selbstinduktionskoeffizienten L auch in der Form schreiben:

$$L = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot \xi \cdot 10^{-8} \quad (68 a)$$

Darin bedeutet $\frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot \mu \cdot Q}{l}$ die von dem Strome 1 Ampere erzeugte Kraftlinienzahl. Wenn wir diese mit der Windungszahl ξ multiplizieren, erhalten wir die beim Strome 1 Ampere von den einzelnen Windungen umfassten Kraftlinien. Daraus folgt:

Der Selbstinduktionskoeffizient in Henry ist die Summe der von den einzelnen Windungen umfassten und vom Strome 1 Ampere erzeugten Kraftlinien, multipliziert mit 10^{-8} .

Andererseits ist $\frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}{l}$ die von einer Amperewindung erzeugte Kraftlinienzahl. Um also den Selbstinduktionskoeffizienten L zu berechnen, kann man auch den Kraftfluß einer Amperewindung mit dem Quadrate der Windungszahl und mit 10^{-8} multiplizieren. Beispielsweise erzeugt erfahrungsgemäß ein in Eisen eingebetteter, in offenen Nuten liegender Leiter pro Ampere und pro Zentimeter etwa 6 Kraftlinien. Es sei nun

- die Ankerlänge einer Maschine $b = 30$ cm,
 „ Windungszahl pro Spule $\xi = 2$,
 „ Stromstärke $i = 50$ Amp.,
 „ Zeit der Kommutierung $T = 0,004$ Sek.

und es werde der Strom von $+50$ Ampere in -50 Ampere kommutiert. Da eine Windung aus zwei Leitern von der Länge b , die in Eisen eingebettet sind, und aus zwei Stirnverbindungen besteht, deren Einfluß vernachlässigt werden kann, so ergibt sich die Zahl der von einer Amperewindung erzeugten Kraftlinien zu $6 \cdot 2b = 360$. Demnach wird:

$$L = 360 \cdot \xi^2 \cdot 10^{-8} = 1440 \cdot 10^{-8}.$$

Da der Strom von 50 Ampere in der Zeit T vom Werte $+i$ auf den Wert $-i$ kommutiert wird, so ergibt sich die Selbstinduktion zu:

$$E_{\text{mittel}} = L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{2i}{T} = 0,36 \text{ Volt.}$$

Der Einfluß der Selbstinduktion zeigt sich beim Schließen des Stromes darin, daß der Strom erst allmählich zu seiner vollen Stärke anwächst. Andererseits verlangsamt die Selbstinduktion bei Schwächung des Stromes den Abfall des Stromes, sie wirkt also in jedem Falle, wie eine Art Trägheit, der Änderung des Stromes entgegen. Eine beträchtliche Größe erreicht sie, wenn der Stromkreis von Elektromagneten plötzlich unterbrochen wird. Dann zieht sich die sehr bedeutende Kraftlinienzahl des Eisens ganz plötzlich zusammen und schneidet durch die vielen Windungen des Elektromagneten hindurch. In der Grundgleichung (62) auf S. 90

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$$

ist dann jeder einzelne der Faktoren sehr groß, und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion kann dabei derartig hoch werden, daß die Isolation durchschlagen wird. Jedenfalls hat man es mit einer bedeutenden Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zu tun, indem die Selbstinduktion den Strom noch durch die Luftstrecke hindurch aufrecht zu halten sucht.

Man unterbricht daher den Magnetstrom von Maschinen und Motoren oft erst, nachdem man ihn durch einen Vorschaltwiderstand abgeschwächt

hat, oder man schaltet vor dem Ausschalten einen Widerstand w parallel zur Magnetwicklung w_m (Fig. 71). Wenn dann der Hauptstrom unterbrochen wird, so verschwindet der Strom und die Kraftlinienzahl in dem Elektromagneten nicht plötzlich. Denn die verschwindenden Kraftlinien erzeugen in der Magnetwicklung eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die dem abnehmenden Strome gleichgerichtet ist. Diese treibt eine Zeitlang einen Strom durch die Magnetwicklung und durch den Widerstand w , und die Spule des Elektromagneten wird nicht plötzlich, sondern ganz allmählich stromlos (vergl. auch Fig. 148 a).

Unter Umständen ist es erforderlich, die Selbstinduktion eines Apparates ganz aufzuheben. Es gibt z. B. eine Anordnung der Wheatstoneschen Brücke, wobei als Stromquelle die sekundäre Spule eines Induktionsapparates und als Meßinstrument im Brückenweig ein Telephon benutzt wird. In diesem Falle würde eine Selbstinduktion in dem zu messenden Widerstand die Messung stören, da der hineinfließende Strom nun nicht mehr allein vom Ohmschen Widerstand abhängt, sondern auch von der Selbstinduktion, die zeitweise den Strom verstärkt und zeitweise abschwächt. Daher lassen

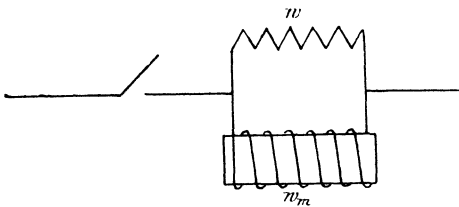


Fig. 71.

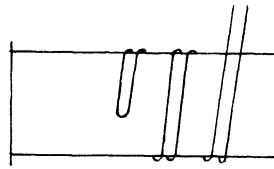


Fig. 72.

sich nur induktionsfreie Widerstände, wie z. B. Glühlampen oder gerade Leiter, nach dieser Methode untersuchen. Die Vergleichswiderstände müssen dabei natürlich ebenfalls selbst induktionsfrei sein. Man erreicht das, indem man den aufzuwickelnden Draht in der Mitte umbiegt und dann zweifädig (bifilar) aufwickelt (Fig. 72). Dabei wird die magnetische Wirkung einer Windung durch die magnetische Wirkung der nächstliegenden Windung aufgehoben.

Wir sind jetzt in der Lage, den in Abschnitt 30 besprochenen Arbeitsverbrauch bei der Bildung des Kraftlinienfeldes, sowie das Freiwerden von Arbeit bei dem Verschwinden des Kraftlinienfeldes besser zu verstehen. Es ergab sich dort, daß nach dem Laplaceschen Gesetz die inneren Leiter der ringförmigen Spule die Bewegung der allmählich anwachsenden Kraftlinien hindern. Wir berechneten die dabei verbrauchte Arbeit durch das Produkt aus Kraftlinienschnitten mal Strom und fragten uns sofort, in welcher Form diese Arbeit zugeführt wird. Wir können diese Frage jetzt genauer beantworten. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist bei Bildung des Kraftlinienfeldes dem Strom entgegen

gerichtet, muß also durch die Klemmspannung überwunden werden. Ist also i der Momentanwert des Stromes und w der Widerstand der Spule, so gilt für einen beliebigen Zeitpunkt die Gleichung:

$$e = E_s + i \cdot w.$$

Multiplizieren wir beide Seiten der Gleichung mit $i \cdot dt$, so erhalten wir:

$$e \cdot i \cdot dt = E_s \cdot i \cdot dt + i^2 \cdot w \cdot dt.$$

In dieser Gleichung stellt $e \cdot i \cdot dt$ die ganze zugeführte Arbeit während der Zeit dt dar, und $i^2 \cdot w \cdot dt$ ist der Betrag, der in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Demnach ist der Betrag $E_s \cdot i \cdot dt$ verwendet, um die Kraftlinien durch die Stromleiter hindurch zu drücken. Die auf diese Weise aufgespeicherte Energie wird in derselben Form, nämlich als elektrische Energie wiedergewonnen, wenn der Strom abnimmt und die Kraftlinien sich dabei wie ein gespanntes Gummiband zusammenziehen. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion hält dann den Strom noch eine kurze Zeit aufrecht, und wir erhalten die beim Spannen der Kraftlinien aufgewendete Arbeit in ihrem vollen Betrage und in derselben Form, nämlich als elektrische Energie wieder. Sie setzt sich dabei in der Regel in Joulesche Wärme um, was durch den Unterbrechungsfunken deutlich wird. Nur wenn die Spule Eisen enthält, ist der wiedergewonnene Betrag kleiner als der aufgewendete, da ein Teil bei der Hysteresisarbeit in Wärme umgesetzt wird.

36. Foucaultströme.

Mit dem Namen Foucault- oder Wirbelströme bezeichnet man Ströme, die nicht in einer linearen Bahn verlaufen, sondern sich da schließen, wo sie den geringsten Widerstand finden. Sie werden z. B. induziert, wenn Kraftlinien massive Leiter schneiden, lassen sich aber in ihrer Bahn nicht genau verfolgen. Nur so viel läßt sich sagen, daß sie an der Stelle, wo der Kraftlinienschnitt erfolgt, senkrecht zur Kraftlinienrichtung und senkrecht zur Bewegungsrichtung verlaufen. Ist z. B. eine Kupferwindung (Fig. 73) auf einen massiven Eisenzylinder gewickelt, und wird dieser so gedreht, daß der obere Leiter in Fig. 73 aus der Papierebene heraustritt, so ergibt die Faradaysche Regel, daß die im Draht induzierte elektromotorische Kraft in Richtung des Pfeiles wirkt. Eine gleiche elektromotorische Kraft wird aber auch in dem darunterliegenden Eisen induziert. Infolgedessen entstehen im Eisen Ströme, die wegen des großen Querschnittes, also wegen des geringen Widerstandes, sehr erheblich sind. Diese würden eine ungemaine Temperaturerhöhung des Ankers und einen großen Arbeitsverlust zur Folge haben. Das wird deutlich, wenn man das Eisen in Fig. 73 als eine kurzgeschlossene Dynamo betrachtet, deren Drehung einen Arbeitsverlust verursacht, weil der induzierte Strom der Bewegung entgegenwirkt.

Man kann den Energieverbrauch durch Wirbelströme auch z. B. in einfacher Weise dadurch demonstrieren, daß man eine kupferne Scheibe zwischen den Polen eines Elektromagneten hin und her pendeln läßt. Sowie der Elektromagnet erregt wird, bleibt die Scheibe zwischen den Polen wie in einem Brei stecken, da die induzierten Wirbelströme die Bewegung hemmen (Waltenhofensches Pendel). Die lebendige Kraft des Pendels setzt sich dabei in Joulesche Wärme im Kupfer um. Wirbelströme bedeuten also unter allen Umständen einen Verbrauch von elektrischer Arbeit. Man setzt daher den Anker einer Maschine aus Eisenblechen zusammen, wie es der untere Teil des Ankers in Fig. 73 zeigt. Die Eisenbleche sind entweder durch ihre Oxydschicht, oder durch Lack, oder, wie gewöhnlich, durch Seidenpapier voneinander isoliert. Allgemein gilt die Regel, daß man die Metallmassen senkrecht zum induzierten Leiter zu unterteilen hat, um den Wirbelströmen die Bahn zu unterbrechen.

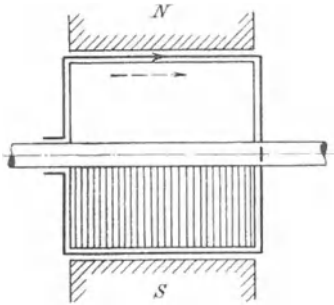


Fig. 73.

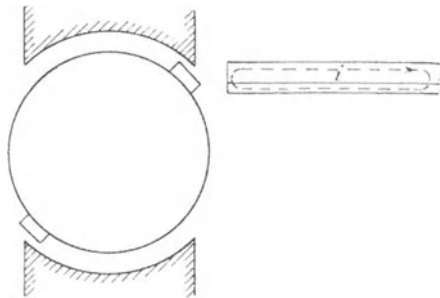


Fig. 74.

Bei Nutenankern ist es unter Umständen auch nötig, die Polschuhe zu lamellieren, da die Kraftlinien das Bestreben haben, durch die Zähne des Ankers zu verlaufen (vergl. Fig. 128). Sie erfahren daher an der Stelle, wo der Anker aus der Polecke austritt, eine zeitweise Dehnung und induzieren dadurch Wirbelströme in den Polecken. Fig. 128 zeigt zugleich, daß auch unter der Polfläche Wirbelströme auftreten können, da die Kraftliniendichte im Poleisen gegenüber dem Zahn eine größere ist als gegenüber der Nut. Bei der Drehung des Ankers verschieben sich dann die Orte der größten und kleinsten Kraftliniendichte.

Aber auch im Ankerkopper können Wirbelströme auftreten, was Fig. 74 in einer übertriebenen Weise zeigt. Besteht nämlich die Wicklung aus Kupferstäben von großem Querschnitt, so liegt zeitweise eine Kante des Stabes noch im Kraftlinienfeld, während die andere Kante sich nicht mehr im Bereiche des Poles befindet. Der Deutlichkeit wegen ist der von der Seite gesehene Stab auf der rechten Seite der Figur herausgezeichnet. Die im oberen Teile des Leiters induzierte elektromotorische Kraft treibt zwar hauptsächlich den Strom durch die Stirnverbindungen und das äußere

Netz, aber andererseits schließt sich ein Strom in Richtung der punktierten Kurve schon durch den unteren Teil des Leiters selbst. Man vermeidet diese Wirbelströme, indem man die Polecken abschrägt oder abrundet, oder indem man den Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker an den Polecken vergrößert. Man erreicht dadurch einen ganz allmählichen Abfall des magnetischen Feldes. Ein radikales Mittel zur Vermeidung der Wirbelströme im Ankerkupfer besteht in der Anwendung von Nutenankern. Die Kraftlinien verlaufen dann nach Fig. 128 fast vollständig durch die Zähne des Ankers und werden bei der Drehung ein wenig mitgenommen, wobei sie eine Dehnung erfahren. Schließlich schneiden sie dann momentan durch den ganzen Querschnitt der Nut hindurch und induzieren alle Teile des Ankerleiters gleichzeitig, so daß die Bildung von Wirbelströmen ausgeschlossen ist.

Wenn nun in den erwähnten Fällen die Wirbelströme als direkt schädlich angesehen werden müssen, so sind sie doch in anderen Fällen von großem Vorteil. Beispielsweise erregt man zur Bremsung eines Straßenbahnwagens die Schenkel eines Elektromagneten, vor dessen Polen eine auf der Achse befestigte Eisenscheibe rotiert. Die in der Eisenscheibe induzierten Wirbelströme hemmen dann die Bewegung des Wagens, und seine lebendige Kraft setzt sich in der Eisenscheibe in Joulesche Wärme um.

Ebenso benutzt man die Wirbelströme zur Galvanometerdämpfung, indem man den beweglichen Magneten eines Galvanometers innerhalb eines massiven Kupferstückes aufhängt. Der Magnet stellt sich dann aperiodisch, d. h. ohne zu schwingen, in seine neue Ruhelage ein. Besteht das Instrument aus einer beweglichen Spule, die vor den Polen eines Stahlmagneten schwingt, wie es z. B. oft bei Spiegelgalvanometern der Fall ist, so geschieht die Dämpfung in ähnlicher Weise, indem man die Galvanometerspule kurz schließt. Die in der Spule durch die Schwingungen induzierten Ströme bringen das Galvanometer dann oft momentan zur Ruhe. Dabei haben wir es allerdings nicht mehr mit Wirbelströmen, sondern mit Strömen in linearen Stromleitern zu tun.

Es gehört aber noch hierher die Besprechung der Wechselstrominstrumente, bei denen der Ausschlag durch dynamische Wirkung von Wirbelströmen erzielt wird (Fig. 75 a und b). Die betreffenden Instrumente der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft bestehen z. B. aus einem Elektromagneten, zwischen dessen Polen M sich eine um die Achse A drehbare Metallscheibe, sowie zwei feste Metallplatten T befinden.*) Wenn die Spule des Elektromagneten von einem Wechselstrom durchflossen wird, so schneiden die entstehenden und verschwindenden Kraftlinien durch die Scheibe und die feststehenden Platten hindurch. Die Bewegungsrichtung der Kraftlinien ist dabei eine vertikale, und der in den Metallplatten und

*) Nach ETZ 1899, S. 82.

der Scheibe induzierte Strom verläuft unten horizontal. Indem dann der Strom an der linken Kante der Metallplatte T in Fig. 75 a entlang fließt, übt er eine Anziehung auf den im gleichen Sinne durchflossenen linken

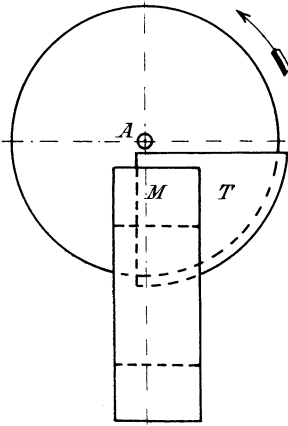


Fig. 75 a.

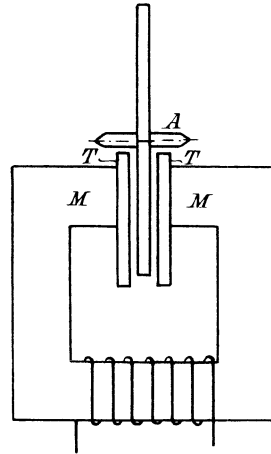


Fig. 75 b.

Teil der Scheibe aus. Dadurch erfolgt ein Drehmoment im Sinne des Pfeiles. Es ist dabei jedenfalls nicht ohne Bedeutung, daß der rechte Teil der Platten T in Fig. 75 a nach außen weggebogen ist, so daß dieser Teil keine Wirkung auf die Scheibe ausübt.

Fünftes Kapitel.

37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem. — 38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft. — 39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl. — 40. Dimension und Einheit für Spannung, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand. — 41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung. — 42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität.

37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem.

Die Einheit der Länge im absoluten Maßsystem ist das Zentimeter. Dieses ist definiert als der 100. Teil des in Paris aufbewahrten Normalmeterstabes, während das Meter selbst willkürlich ungefähr gleich dem 10 millionsten Teil des durch Paris gehenden Erdquadranten gewählt ist. Die Länge wird also im absoluten Maßsystem in Zentimetern gemessen. Indem wir für die im absoluten Maß gemessenen Größen durchweg fette Buchstaben einführen, bezeichnen wir die Länge in Zentimetern mit dem Buchstaben l . Dagegen bezeichnen wir mit dem gewöhnlichen Buchstaben L die Länge in Metern.

Die Einheit der Masse im absoluten Maßsystem ist das Gramm. Dieses ist definiert als die Masse eines Kubikzentimeters Wasser bei 4° C. oder besser als die Masse, die so viel wiegt, wie 1 ccm Wasser. Das Gewicht eines Körpers in Gramm gibt also direkt seine Masse im absoluten Maß an.

So einfach das ist, so bietet es doch dem Anfänger einige Schwierigkeiten, weil er gewohnt ist, zur Berechnung der Masse eines Körpers das Gewicht in Kilogramm durch die Beschleunigung der Schwere zu dividieren. Ein Körper wiege z. B. 9,81 kg. Dann ist seine Masse im gewöhnlichen technischen Maß gleich $9,81 : 9,81$, d. h. eine technische Masseneinheit. Dagegen ist seine Masse im absoluten Maß gleich seinem Gewicht in Gramm, also gleich $9,81 \cdot 1000 = 9810$ g. Eine technische Masseneinheit ist also gleich 9810 absoluten Masseneinheiten. Bei genauer Betrachtung ist indessen diese Schwierigkeit nicht größer, als wenn man sagt, daß $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ ist. Wenn man die erste Schwierigkeit überwunden hat, erscheint sogar die Wahl des Grammes als Masseneinheit besonders praktisch und einfach, weil man es bei dem Kubikzentimeter Wasser wirklich mit einem Stoff, also mit einer Masse zu tun hat. Allerdings muß man nun im absoluten

Mafssystem darauf verzichten, die Kräfte in so einfachem Mafß zu messen, wie in der Technik. — Wir bezeichnen die in Gramm gemessene Masse mit dem Buchstaben M .

Als Einheit der Zeit ist die Sekunde gewählt. Sie ist definiert als der 86400 . Teil eines mittleren Sonnentages. Wir bezeichnen die Zeit in Sekunden mit dem Buchstaben t .

Es ergibt sich nun, daß die meisten anderen Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, die Arbeit etc., sich als Funktionen oder Dimensionen der Länge, Masse und Zeit darstellen lassen. Da der Ausdruck „Dimension“ im Anfang Schwierigkeiten macht, so soll er an einigen besonders einfachen Fällen deutlich gemacht werden. Die Fläche ist z. B. die zweite Dimension einer Länge, und ebenso ist der Raum die dritte Dimension einer Länge. Fläche und Raum sind also Dimensionen oder Funktionen der Länge, d. h. solche Größen, deren Betrag sich rechnerisch aus Längenmaßen ergibt. Ebenso ist die Geschwindigkeit eine Dimension oder Funktion der Länge und der Zeit, weil ihr Betrag sich rechnerisch ergibt, wenn wir die Länge durch die Zeit dividieren. In derselben Weise können wir die meisten vorkommenden Größen als Funktionen der Länge (L), der Masse (M) und der Zeit (T) darstellen. Die Dimension der Fläche ist z. B. L^2 , die des Raumes L^3 und die der Geschwindigkeit LT^{-1} .

Dann aber ergibt sich, daß die Einheiten für die verschiedenen Größen im absoluten Mafssystem nicht mehr willkürlich gewählt werden können, sondern daß sie mit Notwendigkeit aus den gewählten Einheiten des Zentimeters, des Grammes und der Sekunde folgen. So z. B. ergibt sich mit Notwendigkeit die Einheit der Fläche als ein Quadratcentimeter, die Einheit des Raumes als ein Kubikcentimeter und die Einheit der Geschwindigkeit als ein Zentimeter pro Sekunde. Ist in dieser Weise eine Größe im absoluten Mafß gemessen, so setzt man hinter den Zahlenwert die Bezeichnung (*cgs*). Wir stellen uns nun im folgenden die Aufgabe, die Dimensionen der verschiedenen Größen abzuleiten, ihre Einheiten im absoluten Mafß daraus zu folgern und diese Einheiten mit den praktischen Einheiten zu vergleichen.

38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft.

a) Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit ist definiert als das Verhältnis des Weges zur Zeit oder als der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Es ergibt sich also:

$$\text{Dimension der Geschwindigkeit: } \frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}.$$

Bezeichnet nun v die Geschwindigkeit im absoluten Mafß, so erhalten wir:

$$v = \frac{l}{t} \frac{\text{cm}}{\text{sek.}} \quad (69)$$

Die absolute Einheit der Geschwindigkeit ist ein Zentimeter pro Sekunde oder per Sekunde, oder kürzer 1 cm/sek. Da das Wort „per“ gleichbedeutend mit „durch“ ist, so gibt die Bezeichnung „Zentimeter per Sekunde“ uns direkt an, welches die Funktion der Geschwindigkeit ist, oder wie man die Geschwindigkeit aus den Zentimetern und den Sekunden berechnet.

Beispiel: Der Durchmesser des Ankers einer Wechselstrommaschine sei gleich 1,6 m und die Tourenzahl pro Minute gleich 300. Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} \text{Ankerumfang} & \dots \dots \dots 1,6 \cdot \pi = 5 \text{ m,} \\ \text{Weg pro Minute} & \dots \dots \dots 5 \cdot 300 = 1500 \text{ m.} \end{aligned}$$

Drücken wir nun den Weg in Zentimetern und die Zeit in Sekunden aus, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} l &= 1500 \cdot 100 = 150000 \text{ cm,} \\ t &= 60 \text{ sek.} \end{aligned}$$

Demnach ergibt sich die Umfangsgeschwindigkeit zu:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{150000}{60} = 2500 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}} = 2500 \text{ (cgs).}$$

b) Beschleunigung.

Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme pro Zeiteinheit oder das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zur Zeit:

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitszunahme}}{\text{Zeit}}$$

Dabei ist die Dimension der Geschwindigkeitszunahme die gleiche wie die der Geschwindigkeit, nämlich $L \cdot T^{-1}$. Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Beschleunigung: } \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}.$$

Bezeichnet nun v_1 die Anfangsgeschwindigkeit, v_2 die Endgeschwindigkeit, und ist die Beschleunigung eine gleichförmige, so ergibt sie sich im absoluten Maß zu:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \text{ (cgs).} \quad (70)$$

Die absolute Einheit der Beschleunigung erfährt also der Körper, dessen Geschwindigkeit in einer Sekunde um die absolute Einheit, d. h. um 1 cm/sek. wächst.

Beispiel: Die Anfangsgeschwindigkeit sei 0, die Endgeschwindigkeit nach 3 Sek. 29,43 m pro Sekunde. Wie groß ist die Beschleunigung im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$v_1 = 0, \quad v_2 = 29,43 \cdot 100 \text{ cm/sek.}, \quad t = 3.$$

Demnach:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{2943}{3} = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}^2} = 981 \text{ (cgs)}.$$

Wie man sieht, bezieht sich dies Beispiel auf den freien Fall. Man erkennt, daß man das Resultat im absoluten Maß erhält, wenn man die einzelnen Werte in der Rechnung im absoluten Maß einführt. Zugleich erkennt man, daß die Beschleunigung nicht, wie es oft üblich ist, in Zentimetern anzugeben ist, auch nicht in Zentimetern pro Sekunde, sondern, wenn man genau sein will, in Zentimetern durch Sekundequadrat. Ebensov wenig wie wir eine Fläche in Zentimetern messen können, ebensowenig dürfen wir eine Beschleunigung in einem Maß ausdrücken, das nur für die Geschwindigkeit gilt. Es ist auch z. B. 1 PS nicht gleich 75 mkg, sondern 75 mkg pro Sekunde. Eine Nachlässigkeit im Ausdruck führt nur zur Verwirrung. Man kann nur solche Größen miteinander vergleichen, deren Dimensionen gleich sind, und ein Rechenfehler hat sich schon oft einfach dadurch gezeigt, daß die Dimensionen auf beiden Seiten einer Gleichung nicht übereinstimmten. Es ist also sehr wichtig, daß man in bezug auf die Dimensionen eine strenge Gewissenhaftigkeit übt und sich ein sicheres Gefühl aneignet.

c) Kraft.

Die Kraft ist in der Mechanik definiert als das Produkt aus Masse mal Beschleunigung:

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}.$$

Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Kraft: } M \cdot L \cdot T^{-2} = L \cdot M \cdot T^{-2}.*)$$

Ist nun f die Kraft und M die Masse im absoluten Maß, so ergibt sich:

$$f = M \cdot a. \quad (71)$$

*) Von dem mechanischen Kraftbegriff unterscheidet sich der astronomische. Das Gravitationsgesetz lautet nämlich in seiner einfachsten Form:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

wo f die Kraft, m die Masse und r die Entfernung bedeutet. Daraus ergibt sich die Dimension der Kraft im astronomischen Maß zu $M^2 \cdot L^{-2}$. Er wäre nicht zulässig, beide Dimensionen der Kraft einander gleich zu setzen (vergl. die verschiedenen Dimensionen der Elektrizitätsmenge im elektrostatischen und im absoluten Maß auf Seite 112). Jedenfalls zeigt der Unterschied zwischen der Dimension der Kraft im absoluten und astronomischen Maßsystem, daß die Dimensionen nicht a priori im Wesen der betreffenden Größe begründet sind, oder daß sie wenigstens ihr Wesen nicht vollständig erschöpfen.

Die absolute Einheit ist also die Kraft, die der absoluten Masseneinheit oder einem Kubikzentimeter Wasser die Beschleunigung 1 cm/sek.^2 erteilt. Man nennt diese Kraft ein Dyn.

Beispiel: Wie groß ist die Kraft, mit der die Erde ein Kilogramm-gewicht anzieht?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg} &= 1000 \text{ g}, \\ 9,81 \text{ m/sek.}^2 &= 981 \text{ cm/sek.}^2. \end{aligned}$$

Demnach ergibt sich im absoluten Maß:

$$M = 1000, \quad a = 981.$$

Also: $f = 1000 \cdot 981 \text{ (cgs)} = 981000 \text{ Dyn.}$

Das Kilogramm-gewicht oder die technische Einheit der Kraft ist also gleich 981000 Dyn. Wenn wir nun für das Kilogramm-gewicht die Bezeichnung kg^* einführen, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981000 \text{ Dyn}, \\ 1 \text{ Dyn} &= \frac{1}{981000} \text{ kg}^* = 1,02 \text{ mg}^*. \end{aligned} \quad (72)$$

39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl.

a) Polstärke.

Die Polstärke oder die Menge des nach außen wirkenden freien Magnetismus wird gemessen durch die vom Pol unter bestimmten Verhältnissen ausgeübte Kraft. Nach dem Coulombschen Gesetz ist die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo m_1 und m_2 die Polstärken der beiden Pole und r die Entfernung zwischen beiden Polen ist. Sehen wir jetzt, wo es sich noch nicht um Zahlenwerte handelt, von den Indizes ab und schreiben:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

so erhalten wir:

$$m = r \sqrt{f}.$$

Um also die Dimension der Polstärke zu finden, haben wir aus der Dimension der Kraft die Wurzel zu ziehen und das Resultat mit der Dimension der Entfernung r , d. h. mit einer Länge zu multiplizieren. Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Polstärke: } L \cdot \sqrt{L \cdot M \cdot T^{-2}} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Nach dem Coulombschen Gesetz hat also der Pol die Einheit der Polstärke, der auf den gleichen Pol 1 in der Entfernung von einem Zentimeter die Kraft 1 Dyn ausübt. Es ist vorgeschlagen, diese Einheit 1 Weber zu nennen, aber dieser Name hat sich kaum eingebürgert.

b) Feldstärke.

Die Kraft, die von einem magnetischen Feld auf einen Pol ausgeübt wird, ist nach Gleichung (26) auf Seite 50 um so größer, je größer die Feldstärke und je größer die Polstärke ist:

$$f = m \cdot H.$$

Daraus folgt:
$$H = \frac{f}{m}.$$

Man muß sich gewöhnen, derartige Gleichungen in Worten zu lesen. Die Feldstärke H ist die Kraft pro Poleinheit oder die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt. Ihre Dimension ergibt sich also, wenn wir die Dimension der Kraft durch die Dimension der Polstärke dividieren. Wir erhalten dann:

$$\text{Dimension der Feldstärke: } \frac{L \cdot M \cdot T^{-2}}{M^{\frac{1}{2}} \cdot L^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}} = L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheit der Feldstärke hat das Feld, das mit der Kraft 1 Dyn auf den Pol 1 wirkt.

Beispiel: Auf den Nordpol von 100 absoluten Einheiten wirke in einem magnetischen Felde die Kraft 20 Dyn. Wie stark ist das Feld? Wir erhalten:

$$H = \frac{f}{m} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ (cgs).}$$

c) Die Kraftlinienzahl.

Nach Abschnitt 21 ist die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gleich der Feldstärke. Die Kraftlinien N sind dann das Produkt aus der Feldstärke mal der Fläche:

$$N = H \cdot Q.$$

Die Dimension der Kraftlinien erhalten wir also, wenn wir die Dimension der Feldstärke mit der Dimension einer Fläche multiplizieren:

$$\text{Dimension der Kraftlinien: } L^2 \cdot L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheit der Kraftlinie pro Quadratcentimeter ist dort vorhanden, wo auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausgeübt wird. Es fällt nun auf, daß die Dimension der Kraftlinien die gleiche ist wie die Dimension der Polstärke. Das stimmt damit überein, daß man die Kraftlinienzahl eines

Poles direkt findet, indem man nach Gleichung (28) auf Seite 54 die Polstärke mit 4π multipliziert:

$$N = 4\pi m.$$

Wenn also die Werte der Kraftlinienzahl und der Polstärke sich nur durch den konstanten Faktor 4π unterscheiden, so sind ihre Dimensionen gleich. Eine Kraftlinie läßt sich dann einfach definieren als der 4π te Teil der vom Pol 1 ausgehenden Kraftströmung.

40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand.

a) Elektromotorische Kraft.

Die elektromotorische Kraft ist definiert als die Anzahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde. Demnach folgt:

$$\text{Dimension der elektromotorischen Kraft: } L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird induziert, wenn eine Kraftlinie pro Sekunde geschnitten wird. Das 10^8 fache der absoluten Einheit nennen wir 1 Volt.

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ Kraftlinienschnitte pro sek.} = 10^8 (cgs).$$

Bezeichnet also E die elektromotorische Kraft in Volt und treten dN Kraftlinien in der Zeit dt in eine Spule von ξ Windungen, so ergibt sich:

$$E = - \frac{dN \cdot \xi}{dt} \cdot 10^{-8}$$

oder nach Gleichung (62) auf Seite 90:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

b) Stromstärke.

Im Felde H wird auf den Leiter von der Länge l , der vom Strome J durchflossen wird, eine Kraft ausgeübt, die sich nach dem Laplace'schen Gesetz zu

$$f = H \cdot J \cdot l$$

berechnet. Wir erhalten dann:

$$J = \frac{f}{H \cdot l}.$$

Die Dimension der Stromstärke ergibt sich also aus den Dimensionen der Kraft, der Feldstärke und der Länge zu:

$$\text{Dimension der Stromstärke: } \frac{L \cdot M \cdot T^{-2}}{L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot L} = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die absolute Einheit der Stärke hat der Strom, der 1 cm im Felde 1 durchfließend die Kraft 1 Dyn ausübt. Der zehnte Teil dieser absoluten Einheit ist willkürlich als praktische Einheit gewählt und 1 Ampere genannt:

$$1 \text{ Ampere} = \frac{1}{10} (cgs).$$

Die Zahl der Ampere ist also immer 10 mal so groß wie die Zahl der gleichwertigen absoluten Einheiten.

Gesetzlich ist das Ampere definiert als die Stromstärke, die pro Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silbernitratlösung ausscheidet.

e) Elektrizitätsmenge.

Da die Stromstärke die Elektrizitätsmenge ist, die pro Sekunde durch den Querschnitt fließt, so ist die Elektrizitätsmenge das Produkt aus der Stromstärke mal der Zeit. Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension der Elektrizitätsmenge: } L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot T = L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}}.$$

Die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge fließt pro Sekunde durch den Querschnitt, wenn die Stromstärke gleich der absoluten Einheit ist. Der zehnte Teil, der also dem Ampere entspricht, ist die praktische Einheit und heißt 1 Coulomb.

$$1 \text{ Coulomb} = \frac{1}{10} (cgs).$$

Bezeichnet nun Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ergibt sich:

$$Q = i \cdot t.$$

Von der Einheit des Coulomb leiten sich dann folgende Einheiten ab:

$$1 \text{ Mikrocoulomb} = \frac{1}{10^6} \text{ Coulomb} = 10^{-6} \text{ Coulomb},$$

$$1 \text{ Amperestunde} = 3600 \text{ Coulomb}.$$

Anders ergibt sich die Dimension der Elektrizitätsmenge im elektrostatischen Maß. Nach dem Coulombschen Gesetz für Elektrizität ist die Kraft, mit der zwei Elektrizitätsmengen aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo m_1 und m_2 die Elektrizitätsmengen im elektrostatischen Maß sind. Die elektrostatische Einheit ist dabei die Elektrizitätsmenge, die auf die gleiche Elektrizitätsmenge in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit ist $3 \cdot 10^9$ mal so klein wie ein Coulomb, d. h. $3 \cdot 10^{10}$ mal so klein wie die absolute Einheit der strömenden Elektrizität. Die Dimension der Elektrizitätsmenge im statischen Maß ist

$$\dim m = \dim r \sqrt{f} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}.$$

Die Einheiten der Elektrizitätsmenge im statischen und dynamischen Maß unterscheiden sich also nicht bloß durch den Faktor $3 \cdot 10^{10}$, sondern auch in der Dimension durch den Faktor $L \cdot T^{-1}$, d. h. durch die Dimension der Geschwindigkeit.

Das wird von besonderer Bedeutung durch den Versuch von Rowland: Erteilt man einem Ring, der pro Zentimeter Bogenlänge mit der statischen Einheit der Elektrizität geladen ist, eine Rotationsgeschwindigkeit von $3 \cdot 10^{10} \frac{\text{cm}}{\text{sek.}} = 300\,000 \frac{\text{km}}{\text{sek.}}$, so übt der Ring dieselbe magnetische Wirkung aus wie ein Kreisstrom mit der absoluten Einheit der Stromstärke. Dabei ist $300\,000 \frac{\text{km}}{\text{sek.}}$ zugleich die Geschwindigkeit des Lichts und der Elektrizität.

d) Der Widerstand.

Der Widerstand ist definiert als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke:

$$w = \frac{E}{i}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension des Widerstandes: } \frac{L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}}{L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1}} = L \cdot T^{-1}.$$

Die Dimension des Widerstandes ist also die gleiche wie die Dimension der Geschwindigkeit, und die absolute Einheit ist, so sonderbar es klingt, ein Zentimeter pro Sekunde. Es ist dies der Widerstand, in dem die sehr kleine absolute Einheit der elektromotorischen Kraft die verhältnismäßig große absolute Einheit der Stromstärke erzeugt. Das 10^9 fache dieser absoluten Einheit des Widerstandes nennt man ein Ohm. Dies ist der Widerstand, in dem ein Volt den Strom 1 Ampere erzeugt:

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 \text{ (cgs)}.$$

Gesetzlich ist das Ohm definiert als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Aus der gesetzlichen Definition des Ohm und des Ampere folgt dann die gesetzliche Definition für das Volt: Ein Volt ist die Spannung, die, an den Enden von einem Ohm liegend, die Stromstärke 1 Ampere erzeugt, oder umgekehrt: Ein Volt ist die Spannung, die der Strom von 1 Ampere an den Enden eines Widerstandes von einem Ohm schafft.

41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung.

a) Arbeit.

Mechanische Arbeit ist definiert als das Produkt aus Kraft mal Weg. Daraus folgt ihre Dimension:

$$\text{Dimension der Arbeit: } L^2 \cdot M \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der Arbeit wird geleistet, wenn die Kraft ein Dyn längs des Weges von 1 cm Länge wirkt. Man nennt diese absolute Arbeitseinheit ein Zentimeterdyn oder ein Erg. Bezeichnet also A die Arbeit in Erg und s den Weg in Zentimetern, so ergibt sich:

$$A = f \cdot s. \quad (73)$$

Beispiel: Wie groß ist die Arbeit in Erg, die geleistet wird, wenn ein Kilogrammgewicht einen Meter hoch gehoben wird?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981000 \text{ Dyn}, \\ 1 \text{ m} &= 100 \text{ cm.} \\ f &= 981000, \quad s = 100. \\ A = f \cdot s &= 981000 \cdot 100 = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg.} \end{aligned}$$

Ein Meterkilogramm oder die technische Arbeitseinheit ist also gleich $9,81 \cdot 10^7$ Erg.

Wenn nun nach Abschnitt 10 das Produkt $E \cdot i \cdot t$ die elektrische Arbeit darstellt, so muß es auch die Dimension der Arbeit haben. Das ergibt sich in der Tat, wenn man die Dimensionen der elektromotorischen Kraft, Stromstärke und Zeit miteinander multipliziert. Die absolute Einheit der elektrischen Arbeit ist natürlich ebenfalls das Erg.

Nun ist ein Volt gleich 10^8 (*cgs*) und 1 Ampere gleich 10^{-1} (*cgs*). 1 Joule oder das Produkt aus 1 Volt \times 1 Ampere \times 1 sek. ist also gleich $10^8 \cdot 10^{-1}$ absoluten Arbeitseinheiten oder gleich 10^7 Erg.

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg.}$$

Ferner ergab sich oben:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

Daraus folgt:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule.}$$

b) Wärme.

Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so ist ihre Dimension dieselbe wie die der Arbeit. Da aber die Skala des Thermometers willkürlich gewählt ist, so dürfen wir uns nicht wundern, wenn beim Jouleschen Gesetz ein konstanter Faktor auftritt, der z. B. bei den Gesetzen von Ohm, Coulomb, Laplace durch die äußerst zweckmäßige Wahl der betreffenden Einheiten vermieden ist. Es hat eben mit dem absoluten Maßsystem nichts zu tun, wenn wir die Wärme als Einheit wählen, die 1 g Wasser von 0 Grad auf einen Grad erwärmt. Diese Einheit heißt eine Grammkalorie. Ihre Beziehung zur mechanischen Arbeit ergibt sich durch das experimentell bestimmte mechanische Wärmeäquivalent, wonach $1 \text{ kgkal.} = 427 \text{ mkg}$ ist. Daraus folgt:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \text{ mkg.}$$

Da ein Meterkilogramm gleich 9,81 Joule ist, so erhalten wir:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \cdot 9,81 = \frac{1}{0,24} \text{ Joule}$$

oder $1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ gkal.}$

Das ist nur ein anderer Ausdruck für das Joulesche Gesetz, wonach die Wärmemenge Q_w in Grammkalorien sich nach der Gleichung:

$$Q_w = 0,24 E \cdot i \cdot t$$

ergibt.

c) Leistung.

Leistung oder Effekt ist die pro Zeiteinheit geleistete Arbeit.

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}.$$

Daraus folgt:

$$\text{Dimension der Leistung: } L^2 \cdot M \cdot T^{-3}.$$

Die absolute Einheit der Leistung ist 1 Erg pro Sekunde. Diese Leistung ist außerordentlich klein, und man faßt daher 10^7 Erg pro Sekunde unter der Bezeichnung „ein Watt“ zusammen.

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ Erg pro Sekunde} = 1 \text{ Joule pro Sekunde.}$$

Da nun die elektrische Arbeit in Joule gleich dem Produkt $E \cdot i \cdot t$ war, so ist $E \cdot i$ die elektrische Arbeit in Joule pro Sekunde oder in Watt. Bezeichnet also P die Leistung in Watt, so erhalten wir:

$$P = E \cdot i.$$

Beispiel: Wieviel Watt entsprechen einer Pferdestärke? Wir erhalten:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}},$$

$$1 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = 9,81 \frac{\text{Joule}}{\text{sek.}} = 9,81 \text{ Watt.}$$

Demnach:

$$1 \text{ PS} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt.}$$

42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität.

a) Der Selbstinduktionskoeffizient.

Nach Abschnitt 35 ergibt sich der Selbstinduktionskoeffizient in Henry zu:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}. \quad (74)$$

Die Selbstinduktion in Volt ergab sich dann zu:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt}.$$

Wird die Stromstärke und die elektromotorische Kraft im absoluten Masse gemessen, so erhält man, da eine absolute Stromeinheit gleich 10 Ampere und die absolute Einheit der Spannung gleich 10^{-8} Volt ist:

$$E_s = -\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot \frac{dJ}{dt},$$

und es ist dann der Selbstinduktionskoeffizient im absoluten Masse gleich:

$$\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l}.$$

Da 4π , ξ und μ reine Zahlen sind, so ergibt sich:

$$\text{Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten: } \frac{L^2}{L} = L.$$

Die Dimension ist also eine Länge und die Einheit das Zentimeter. 1 Henry ist dann gleich 10^9 absoluten Einheiten oder gleich 10^9 cm. Nun sind 10^9 cm gleich 10000 km oder gleich dem vierten Teil des Erdumfangs. Man hat daher früher die praktische Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten auch als Quadrant bezeichnet. Die Spule hat nun nach Gleichung (74) den Wert 1 Henry, bei der der Wert $\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} = 1$ ist, oder in der die Spannung von einem Volt induziert wird, wenn die Stromstärke gleichmäÙig pro Sekunde um 1 Ampere wächst.

b) Kapazität.

Ein Kondensator besteht aus zwei sich möglichst dicht gegenüberstehenden Metallplatten, die durch eine isolierende Schicht, das sogenannte Dielektrikum, voneinander getrennt sind. Werden beide Platten mit den Klemmen einer Elektrizitätsquelle verbunden, so lädt sich der Kondensator, indem positive Elektrizität auf die eine Platte und negative auf die andere Platte fließt. Dieses Fließen dauert so lange, bis der Gegendruck des Kondensators der Spannung der Elektrizitätsquelle das Gleichgewicht hält. Die Elektrizitätsmenge Q , die dabei auf den Kondensator gedrückt wird, ist um so größer, je größer die Spannung der Stromquelle und je größer die Aufnahmefähigkeit oder Kapazität C des Kondensators ist. Diese Kapazität ist proportional der Fläche der Platten und umgekehrt proportional dem Abstand. Außerdem hängt sie von der Natur des Dielektrikums ab.

Es ergibt sich also die Beziehung:

$$\text{Elektrizitätsmenge} = \text{Spannung} \times \text{Kapazität.}$$

Die Dimension der Kapazität erhalten wir demnach, wenn wir die Dimension der Elektrizitätsmenge durch die der Spannung dividieren:

$$\text{Dimension der Kapazität: } \frac{\frac{1}{L^2} \cdot \frac{1}{M^2}}{\frac{3}{L^2} \cdot \frac{1}{M^2} \cdot T^{-2}} = L^{-1} \cdot T^2.$$

Die absolute Einheit der Kapazität hat also der Kondensator, der durch die absolute Einheit der Spannung mit der absoluten Einheit der Elektrizitätsmenge geladen wird, oder der durch die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge zu der absoluten Einheit der Spannung geladen wird. Nun wissen wir schon, daß die absolute Einheit der Spannung ganz außerordentlich klein, nämlich gleich dem 100 millionsten Teil eines Volt ist. Dagegen ist die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge verhältnismäßig groß, nämlich gleich 10 Coulomb. Demnach müßte der Kondensator, der die absolute Einheit der Kapazität besitzen soll, ganz unglaubliche Dimensionen besitzen, wenn er trotz einer großen Ladung einen ganz geringen Gegendruck ausüben soll. Man sieht daher von der absoluten Einheit ab und nimmt als praktische Einheit die Kapazität des Kondensators, der durch 1 Volt mit einem Coulomb geladen wird, oder umgekehrt, der durch 1 Coulomb zu der (Gegen-)Spannung von einem Volt geladen wird. Man nennt diese Einheit ein Farad. Bezeichnet also C die Kapazität in Farad und Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ergibt sich:

$$Q = C \cdot E \text{ Coulomb}$$

$$\text{oder} \quad C = \frac{Q}{E} \text{ Farad.} \quad (75)$$

Die Beziehung des Farad zur absoluten Einheit ergibt sich aus der Gleichung:

$$1 \text{ Farad} = \frac{1 \text{ Coulomb}}{1 \text{ Volt}} = \frac{10^{-1} \text{ cgs}}{10^8 \text{ cgs}} = 10^{-9} \text{ cgs}.$$

Ein Farad ist also gleich 10^{-9} absoluten Einheiten.

In der Praxis ergibt sich, daß auch die Einheit des Farad noch zu groß ist, und man rechnet daher mit Mikrofarad:

$$1 \text{ Mikrofarad} = \frac{1}{10^6} \text{ Farad} = 10^{-6} \text{ Farad}.$$

Sechstes Kapitel.

43. Zweipolige Ringwicklung. — 44. Zweipolige Trommelwicklung. — 45. Ring mit Parallelwicklung. — 46. Trommel mit Parallelwicklung. — 47. Ring mit Serienwicklung. — 48. Trommel mit Serienwicklung. — 49. Ring mit Serienparallelwicklung. — 50. Trommel mit Serienparallelwicklung.

43. Zweipolige Ringwicklung.*)

Durch Faradays berühmte Arbeiten, die er 1831 und 1832 unter dem Titel „Experimental researches on electricity“ veröffentlichte, waren die Wechselwirkungen zwischen Strömen und Magneten und vor allem die

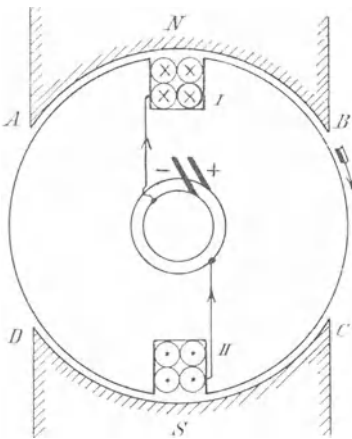


Fig. 76 a.

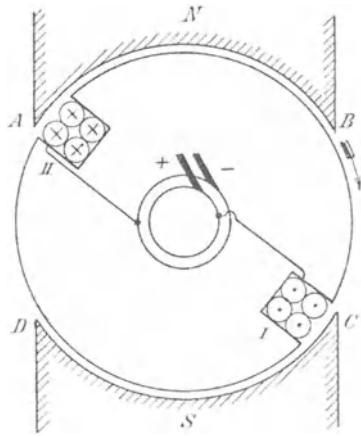


Fig. 76 b.

Induktion von elektromotorischer Kraft durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld bekannt geworden. Die ersten Maschinen, die dann gebaut wurden, enthielten eine Wicklung aus isoliertem Kupferdraht, die in zwei Nuten eines Eisenzylinders untergebracht war. Die Enden der Spule waren zu zwei isoliert auf der verlängerten Achse sitzenden Schleifringen geführt, die in Fig. 76 a der Deutlichkeit wegen übereinander statt nebeneinander gezeichnet sind. Auf den Schleifringen schleifen die beiden

*) Über Ankerwickelungen siehe Arnold, Die Gleichstrommaschine, Bd. I. 2 Auflage. 1906.

feststehenden Federn, die mit den Klemmen des äußeren Stromkreises leitend verbunden sind.

Wird der Eisenzylinder zwischen den Polen eines Stahlmagneten gedreht, so schneiden die in der Nut liegenden Drähte durch die Kraftlinien hindurch, und es wird in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert. In Fig. 76 a befindet sich die Spulenseite, d. h. die zu einer Gruppe gehörige Drahtzahl, gerade vor den Polen. Wie die Faradaysche Schwimmerregel (Abschnitt 33) ergibt, ist die induzierte elektromotorische Kraft bei der gegebenen Drehungsrichtung in den Drähten vor dem Nordpol von vorn nach hinten gerichtet. Da sie gleichzeitig in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet ist, so addieren sich die in den beiden Teilen einer Windung induzierten elektromotorischen Kräfte. Ebenso addieren sich auch die elektromotorischen Kräfte aller einzelnen Windungen. Sind nun die Federn oder Bürsten aufsen durch den äußeren Widerstand miteinander verbunden, so kommt ein Strom zustande, der vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet ist und dann in den äußeren Schleifring fließt. Die auf dem letzteren schleifende Bürste ist also die, wo der Strom aus der Maschine austritt, und wir bezeichnen sie daher mit positivem Vorzeichen. Der Strom fließt dann weiter durch den äußeren Widerstand, von da durch die negative Bürste zum inneren Schleifring und von da aus weiter auf den Nordpol zu.

Die vom Nordpol austretenden Kraftlinien dringen in gleichmäßiger Verteilung senkrecht in das gegenüberliegende Eisen des Ankers ein, und die Feldstärke H im Luftzwischenraum ist wesentlich konstant. Während also die Spulenseite sich vor dem Polbogen befindet, ist die elektromotorische Kraft über den ganzen Zeitraum gegeben durch Gleichung (62) auf S. 90:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Dabei haben wir für l die Gesamtlänge der vor beiden Polen liegenden Leiter in Zentimetern ohne die Stirnverbindungen einzusetzen, während v die Umfangsgeschwindigkeit in Zentimetern pro Sekunde bedeutet.

Tritt nun die Spulenseite I bei B aus dem Bereiche des Poles heraus, so sinkt die elektromotorische Kraft ziemlich rasch auf Null und bleibt Null, solange die Spulenseiten sich in dem Zwischenraum zwischen den Polspitzen befinden. Tritt aber jetzt die Spulenseite I bei C in den Bereich des Südpoles (Fig. 76 b), so wird in ihr eine elektromotorische Kraft induziert, die von hinten nach vorn wirkt, und die Stromrichtung in der Spule ist die entgegengesetzte wie früher. Die Maschine liefert also, da gleichzeitig auch die Vorzeichen der Bürsten und die Stromrichtung im äußeren Kreise sich umkehren, einen Wechselstrom. Sein Verlauf läßt sich darstellen, wenn man den Umfang $ABCD$ als Abszisse und die elektromotorische Kraft, die an den einzelnen Punkten des Umfanges induziert wird, als Ordinate aufträgt (Fig. 77). Dividieren wir dann noch die einzelnen elektromotorischen Kräfte durch den

Gesamtwiderstand des Stromkreises, so erhalten wir den Strom in jedem Augenblick. Es ergibt sich deutlich, daß die Maschine Ströme liefert, die in ihrer Richtung wechseln, und die außerdem noch intermittieren, d. h. zeitweise vollständig aufhören.

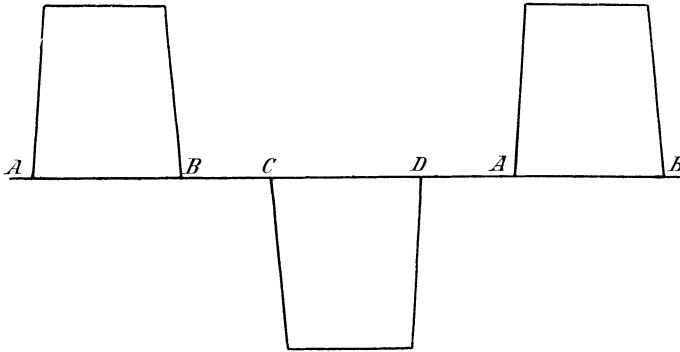


Fig. 77.

Den Übergang zu den modernen Maschinen bildete nun die Anordnung (Fig. 78 a und b), bei der die Wicklung an zwei voneinander isolierte Hälften eines einzigen Schleifringes angeschlossen war. In Fig. 78 a ergibt sich aus der Stromrichtung in den Drähten, daß die rechte Bürste

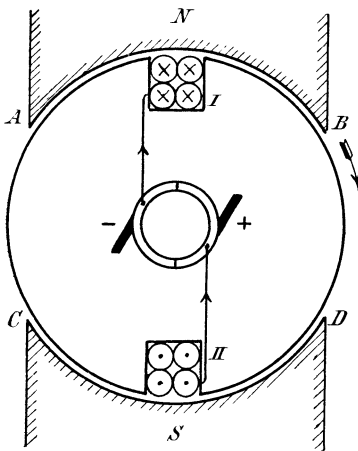


Fig. 78 a.

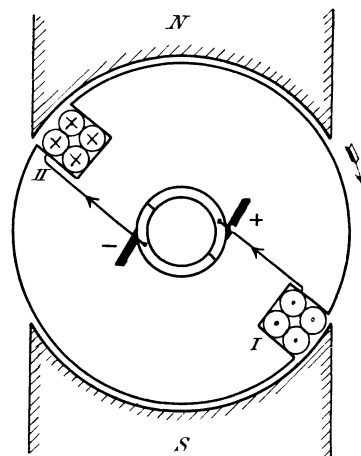


Fig. 78 b.

die positive ist, weil der Strom dort aus der Maschine herausfließt. Sie bleibt auch die positive, nachdem die Spulenseite *I* in den Bereich des Südpoles getreten ist und der Strom in den Spulenseiten seine Richtung geändert hat (Fig. 78 b). Dabei müssen die Bürsten in der neutralen Zone, d. h. in dem Ankerdurchmesser liegen, der senkrecht auf den Kraftlinien steht, vorausgesetzt, daß die Isolation, die den Schleifring in zwei Hälften

teilt, in der Windungsebene der Spule liegt. Dann findet zwar in der neutralen Zone ein Stromwechsel innerhalb der Spule statt, aber die Enden der Spule werden dann gleichzeitig an andere Bürsten, d. h. an andere Klemmen des äußeren Widerstandes angeschlossen. Dadurch bleibt die Stromrichtung im äußeren Stromkreise immer dieselbe, es ist also im

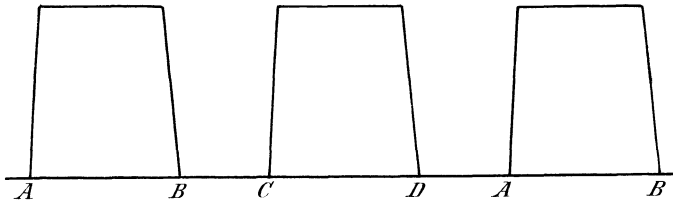


Fig. 79.

äußeren Stromkreise aus dem Wechselstrom ein intermittierender Gleichstrom geworden (Fig. 79).

Damit nun der äußere Strom nicht bloß in seiner Richtung, sondern auch in seiner Stärke konstant bleibt, muß man den Schleifring in mehrere Teile teilen, d. h. einen mehrteiligen Kommutator anwenden. Das geschah zuerst im Jahre 1860 durch Pacinotti, dessen Erfindung aber unbeachtet blieb und später von Gramme selbständig wiederholt wurde. Der Grammesche Ring besteht aus einem eisernen Hohlzylinder mit einer fortlaufenden, in sich geschlossenen Spiralwicklung aus isoliertem Kupferdraht (Fig. 80). Die Art, wie die Wicklung gezeichnet ist, darf uns nicht verleiten anzunehmen, daß wir es bei dem Ring mit einer geringen Ausdehnung in axialer Richtung zu tun haben. Vielmehr besitzt der Ring eine ziemlich bedeutende Ausdehnung in axialer Richtung, und man sollte lieber vom Grammeschen Hohlzylinder als vom Grammeschen Ring sprechen. In Fig. 80 besteht die Wicklung aus 8 Spulen à 2 Windungen. Die Zahl der Spulen und die Zahl der Windungen ist aber in Wirklichkeit viel größer, und die Windungen liegen dabei alle dicht nebeneinander. Sie müssen sämtlich in gleichem Sinne gewickelt sein.

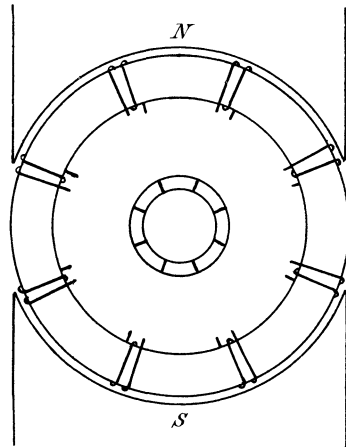


Fig. 80.

Auf der verlängerten Achse befindet sich nun der vierteilige Kollektor oder Kommutator aus Bronze oder Kupfer. Dieser ist durch Schnitte parallel zur Achse in ebensoviele voneinander isolierte Segmente geteilt,

wie der Anker Spulen enthält. Man zeichnet am besten wieder, wie in Fig. 78a und b, die Isolation der Segmente so, daß sie den Spulen gegenüberliegt.

Man verbindet nun die einzelnen Spulen miteinander und zweigt von jeder Verbindungsstelle einen Draht nach dem Kollektorsegment hin ab (Fig. 81a und b). Man erhält dadurch zwar eine einfache Zeichnung, bei der die fortlaufende, in sich geschlossene Spirale deutlich zum Ausdruck kommt, aber bei der praktischen Ausführung ergibt sich eine große Reihe von Lötstellen in der Ankerwicklung. Man zieht daher die Anordnung vor, bei der das Ende einer Spule direkt zu einem Kollektorsegment geführt wird und dort mit dem Anfang der nächsten Spule vereinigt wird.

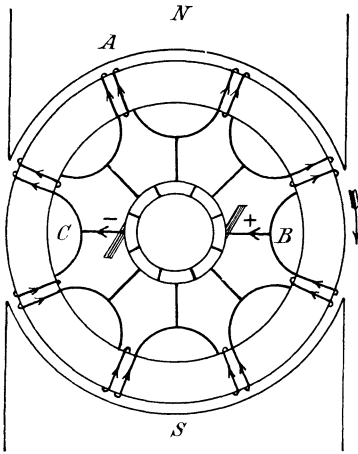


Fig. 81 a.

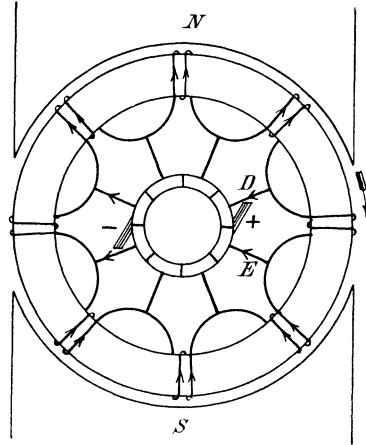


Fig. 81 b.

Das Kollektorsegment bildet dann die Verbindung zwischen zwei nebeneinander liegenden Spulen.

Wird nun der Ring zwischen den Polen eines starken Elektromagneten in Rotation versetzt, so schneiden die Drähte der Wicklung durch die Kraftlinien hindurch. Es wird in ihnen dann eine elektromotorische Kraft induziert, deren Richtung sich wieder aus der Faradayschen Schwimmerregel ergibt. Da die Kraftlinien durch das Eisen des Ringes vom Nordpol zum Südpol verlaufen und der Luftraum innen beinahe frei von Kraftlinien ist, so finden die Kraftlinienschnitte nur an der äußeren Mantelfläche vor den Polen statt. Schwimmen wir nun z. B. in Fig. 81a bei A vom Nordpol zum Südpol und sehen nach der Richtung der Bewegung, also nach rechts, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach unserer rechten Hand, also in die Papierebene hinein. Anstatt nun die Stromrichtung durch Zeichnung von Schaft und Spitze des Pfeiles im Querschnitt der Drähte anzugeben, können wir sie auch durch die ent-

sprechenden Pfeile in den Stirnverbindungen andeuten. Es ergibt sich, dafs bei Rechtsdrehung des Ankers der Strom in den vorderen Stirnverbindungen auf den Nordpol zu und vom Südpol weg fließt.

Ob aber dieser Strom überhaupt zustande kommt, hängt davon ab, dafs wir ihm Gelegenheit geben, an der geeigneten Stelle in den äufseren Widerstand zu fliefsen. Die Pfeile in Fig. 81a zeigen, dafs eine elektromotorische Kraft in der oberen und unteren Ankerhälfte auf den Punkt *B* hinwirkt. Es ist, als wenn bei *B* zwei gleiche Drücke aufeinander stofsen, die sich gegenseitig neutralisieren und aufheben. Legen wir aber bei *B* und *C* die Bürsten auf und verbinden sie durch den äufseren Widerstand, so tritt der Strom bei *B* aus der Maschine heraus. Er fließt dann durch den äufseren Widerstand und kehrt bei *C* wieder in die Maschine zurück, um auf zwei parallelen Wegen durch die Wicklung nach *B* weiterzuffliefen. Wir haben also bei *B* die positive und bei *C* die negative Bürste. Die Bürsten liegen dabei wieder auf einem zu den Kraftlinien senkrechten Durchmesser, also in der neutralen Zone, vorausgesetzt, dafs die Isolation zwischen den Kollektorsegmenten sich der zugehörigen Spule gegenüber befindet.

Die elektromotorische Kraft der Maschine ergibt sich nun wie früher nach der Gleichung:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

Da die elektromotorischen Kräfte in den beiden Ankerhälfen sich nicht addieren, sondern parallel geschaltet sind, so bedeutet *l* die induzierte Leiterlänge vor einem einzigen Pol. Ist nun die Anzahl der Leiter auf dem Ankerumfang sehr grofs, so liegen vor den Polen immer gleich viel Drähte, und die elektromotorische Kraft ist praktisch in allen Augenblicken konstant. Der grofse Vorteil, der durch den Grammeschen Ring mit dem vielteiligen Kollektor gegenüber den früheren Maschinen erzielt ist, liegt auf der Hand.

Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft tritt nun auch dann nicht ein, wenn infolge der Drehung des Ankers je eine Bürste auf zwei Kollektorsegmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 81b). Dann werden allerdings die in der neutralen Zone liegenden beiden Spulen aus dem Stromkreise ausgeschaltet, da jede durch eine Bürste kurzgeschlossen ist. Der Strom fließt dann z. B. in Fig. 81b direkt von den Punkten *D* und *E* aus auf die positive Bürste zu. Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft kann aber dadurch nicht eintreten, weil die ausgeschalteten Spulen bei der theoretisch richtigen Bürstenstellung überhaupt keine Kraftlinien schneiden. Auch auf den Ankerwiderstand ist die Ausschaltung je einer Spule durch Kurzschluß nur von unwesentlicher Bedeutung, wenn die Zahl der Spulen, d. h. die Zahl der Kollektorsegmente, grofs genug gewählt wird.

Bedeutet nun

- D den Ankerdurchmesser in Zentimetern,
- b die Ankerlänge in Zentimetern,
- β den Winkel der Polbohrung,
- N die Gesamtzahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien,
- z die Gesamtzahl der äußeren Leiter,
- n die Tourenzahl pro Minute,

so ergibt sich:
$$v = D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Da die Anzahl der Leiter vor einem Pol gleich $\frac{z \cdot \beta}{360}$ ist, so ist die induzierte Drahtlänge l vor einem Pol:

$$l = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot b.$$

Setzen wir die Werte von l und v in die Gleichung für E ein, so ergibt sich die elektromotorische Kraft der Maschine zu:

$$E = H \cdot \frac{z \cdot \beta \cdot b}{360} \cdot D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

In dieser Gleichung ist der Ausdruck $\frac{D \cdot \pi \cdot \beta \cdot b}{360}$ nichts anderes als die Fläche der Polbohrung. Wenn wir diese mit der Kraftliniendichte H multiplizieren, so erhalten wir die Gesamtzahl N der vom Nordpol austretenden Kraftlinien. Führen wir also die Kraftlinienzahl N in die obige Gleichung ein, so erhalten wir:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (76)$$

Ist z. B. $N = 3 \cdot 10^6$, $n = 1100$ und $z = 200$, so wird:

$$E = 3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1100 \cdot 200}{60} \cdot 10^{-8} = 110 \text{ Volt.}$$

Was nun den Ankerwiderstand w_a betrifft, so ergibt er sich aus der Überlegung, daß die beiden Ankerhälften parallel geschaltet sind.

Bedeutet also

- l die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,
- q den Drahtquerschnitt in Quadratmillimetern,

so ist der Widerstand eines der beiden Zweige gleich $\rho \cdot \frac{l/2}{q}$. Der Widerstand der beiden parallelen Zweige ist halb so groß, ergibt sich also bei zweipoliger Wicklung zu:

$$w_a = \frac{\rho \cdot l/2}{2q} = \frac{\rho \cdot l}{4q}. \quad (77)$$

Der spezifische Widerstand ρ des warmen Kupfers kann dabei zu 0,02 geschätzt werden.

44. Zweipolige Trommelwicklung.

Der im vorigen Abschnitt besprochene Ringanker besitzt den Vorteil einer besonders einfachen Wickelung, bei der unter Umständen auch eine Spule repariert werden kann, ohne daß man den ganzen Anker abzuwickeln braucht. Auch ist die Spannung zwischen zwei nebeneinander liegenden Drähten immer nur ein geringer Bruchteil der ganzen Maschinenspannung, so daß sich eine genügende Isolation sehr leicht erreichen läßt. Demgegenüber besitzt der Ringanker den Nachteil, daß die induzierte äußere Drahtlänge verhältnismäßig klein gegenüber der gesamten Drahtlänge ist. Der Widerstand und das Gewicht der Ankerwicklung werden also verhältnismäßig groß.

In dieser Beziehung ist die jetzt zu besprechende Trommelwicklung von Hefner-Alteneck etwas günstiger gestellt. Unter Umständen liegen dabei allerdings zwei Drähte, zwischen denen eine bedeutende Spannung herrscht, dicht übereinander. Bei der Trommelwicklung werden nämlich die Drähte auf der Mantelfläche vor dem Nordpol entlang und dann quer über die Stirnfläche zu dem diametral gegenüberliegenden Punkte des Südpoles geführt. Je eine vor dem Nordpol und vor dem Südpol liegende Spulenseite gehören also zu einer Spule zusammen. Das Ende der ersten Spule ist dann mit dem Anfang der zweiten Spule zu verbinden, wobei aber zu beachten ist, daß die Wickelung auf dem ganzen Ankerumfang gleichmäßig werden muß.

Zu dem Zwecke teilen wir den Ankerumfang in eine beliebige Anzahl Teile (in Fig. 82 a sind 8 Teile gewählt) und numerieren die Teilpunkte fortlaufend mit 1, 2, 3 etc. Die so bezeichneten Punkte stellen uns die Anfänge der Spulen dar. Wir führen nun den Draht bei 1 auf der Mantelfläche von vorn nach hinten und sollten ihn dann eigentlich hinten zur diametral gegenüberliegenden Stelle führen. Da diese aber durch den Anfang der fünften Spule besetzt ist, so führen wir die punktiert gezeichnete hintere Stirnverbindung von 1 aus nach dem neben Punkt 5 liegenden Punkte 1'. Bei 1' gehen wir auf der Mantelfläche von hinten nach vorn. Die Drähte 1-1' bilden dann mit den zugehörigen Stirnverbindungen eine Windung. Von 1' gehen wir dann vorn nach 1 zurück und wickeln die Spule 1-1', 1-1', 1-1' etc. zu Ende. Der Einfachheit wegen besteht in Fig. 82 a jede Spule nur aus einer Windung. Es hindert uns aber nichts, anzunehmen, daß jede Windung uns eine aus mehreren Windungen bestehende Spule darstellt.

Nachdem nun die erste Spule fertig gewickelt ist, gehen wir von 1' aus auf der vorderen Stirnfläche zum Punkte 2, d. h. zum Anfang der 2. Spule. Wir führen wieder den Draht bei 2 auf der Mantelfläche von vorn nach hinten und sollten hinten nach dem Punkte 6 hin umbiegen. Da Punkt 6 besetzt ist, so führen wir den Draht in Richtung der

punktierten Strecke nach dem Punkt 2' neben dem Punkte 6. Von 2' hinten geht die Wickelung weiter nach 2 vorn und dann nach Fertigstellung der Spule 2-2' auf der vorderen Stirnfläche nach 3 etc.

Wir können nun für die Wickelung folgendes Schema aufstellen, wobei die hinteren Stirnverbindungen durch die horizontalen Striche 1-1' etc., die vorderen Stirnverbindungen durch die schrägen Striche 1'-2 etc. dargestellt werden:

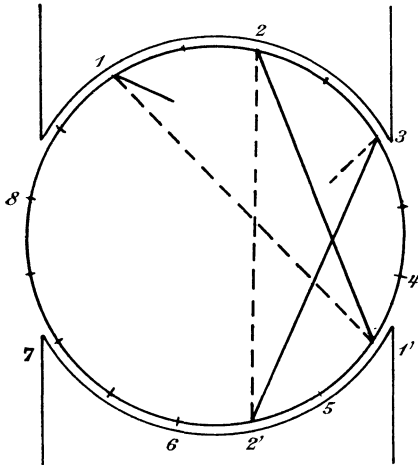
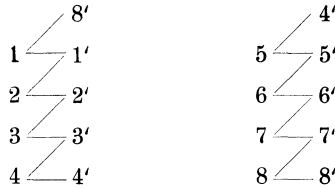


Fig. 82 a.

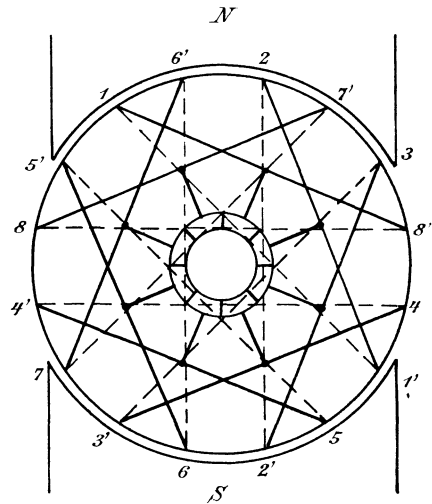


Fig. 82 b.

Der Wickelungsschritt, d. h. die Anzahl der Felder, um die die Wickelung vorwärts schreitet, ist in unserem Falle:

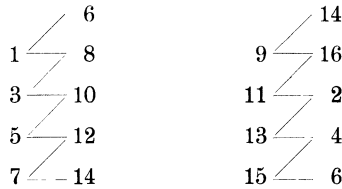
$$y_1 = 7.$$

Das Feld 1' ist nämlich das 7. Feld, das man erreicht, wenn man von 1 aus nach 1' um je ein Feld weiter schreitet. Von 1' aus schreitet dann die Wickelung um 5 Felder nach 2 zurück; der Wickelungsschritt rückwärts, den wir mit y_2 bezeichnen wollen, ergibt sich also zu:

$$y_2 = 5.$$

Hätten wir die 16 Felder fortlaufend numeriert (Fig. 83 a), so wäre die Wickelung ebenfalls um y_1 Schritte vorwärts und um y_2 Schritte

zurück zu führen, also von 1 nach $1 + 7 = 8$ vorwärts und von 8 nach $8 - 5 = 3$ zurück. Das ergibt dann für Fig. 83 a das Schema:



Bestehen die einzelnen Spulen aus vielen Windungen, so legen sich die Stirnverbindungen der zuletzt gewickelten Spulen über die Stirnverbindungen der zuerst gewickelten Spulen und der Widerstand der einzelnen Spulen wird ungleich. Man kann das vermeiden, wenn man zuerst von allen Spulen je eine Windung wickelt, darauf von jeder Spule eine zweite Windung etc., oder besser, indem man die auf einer Schablone gewickelten Spulen übereinanderschiebt.

Wir haben dann am Schlusse, wie es in Fig. 82 b und den folgenden Figuren geschehen ist, das Ende der ganzen Wickelung mit dem Anfang zu verbinden und so die Wickelung kurz zu schließen. Dann sind noch die Verbindungspunkte je zweier Spulen mit den Kollektorsegmenten zu verbinden. Wir zeichnen dabei am einfachsten die Isolation zweier Segmente gegenüber den Eckpunkten des regulären Achtecks, das von den vorderen Stirnverbindungen gebildet wird. Von jeder Stirnverbindung, die zwei verschiedene Spulen miteinander verbindet, führen wir dann einen Draht zum nächstliegenden Segment.

Es ist nun sehr nützlich, sich zu vergegenwärtigen, daß Ring- und Trommelwicklung im Prinzip identisch sind, indem immer das Ende einer Spule an den Anfang der räumlich nächstfolgenden Spule angeschlossen ist. Nur liegen bei der Trommel die Anfänge etwas weiter auseinander und lassen so zwischen sich den nötigen Platz für die Spulenenden. Die Übereinstimmung zwischen Ring und Trommel wird noch deutlicher, wenn man bei Betrachtung der Trommel die Spulenenden, also z. B. 1', 2' etc. in Fig. 82 b, als völlig gleichwertig mit den Anfängen 1, 2, 3 etc. ansieht, weil sie dieselbe relative Lage zu einem Pol haben, wie der zugehörige Anfang. Die elektromotorischen Kräfte in zwei zusammengehörigen Spulenseiten sind also, abgesehen von einer verschwindenden Unsymmetrie, in jedem Augenblicke gleichwertig. Wir können demnach bei Betrachtung der Trommel die Spulenenden vernachlässigen und dafür die Drahtzahl der Anfänge verdoppelt denken. Dann erhalten wir sofort auf der äußeren Mantelfläche die fortlaufend hintereinander geschalteten Spulenseiten des Ringankers.

Um nun den Verlauf der Ströme im Trommelanker zu bestimmen, betrachten wir zunächst die in Fig. 83 a gezeichnete Stellung des Ankers. Wir wissen aus dem vorigen Abschnitt, daß der Strom bei Rechtsdrehung

des Ankers vor dem Nordpol von vorn nach hinten und vor dem Südpol von hinten nach vorn fließt. Die Strompfeile in den vorderen Stirnverbindungen sind also dann auf den Nordpol zu und vom Südpol weg gerichtet. Wenn man demgemäß die Pfeile in die vorderen Stirnverbindungen hineinzeichnet, so sieht man deutlich, daß die elektromotorischen Kräfte in den Drähten einer Windung, sowie in den verschiedenen Windungen sich im allgemeinen addieren. Nur in der Stirnverbindung 5, 10 stoßen die beiden Drücke aufeinander, wir müssen also an das zugehörige Kollektorsegment die eine Bürste anlegen. Aus ihr fließt der Strom, falls der Stromkreis geschlossen ist, in das äußere Netz und wir bezeichnen sie daher mit +. Ebenso haben wir an das Segment, das an

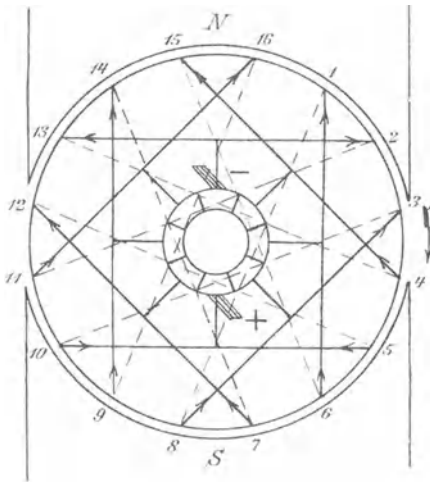


Fig. 83 a.

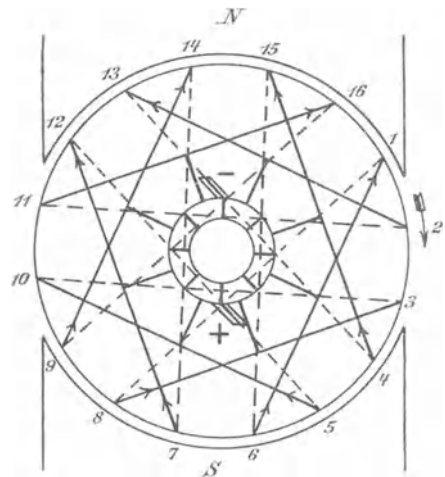


Fig. 83 b.

die Verbindungsstelle der Drähte 2, 13 angeschlossen ist, die negative Bürste zu legen.

Wie man sieht, teilt sich der aus dem Netz in die Maschine zurückfließende Strom an der negativen Bürste und fließt in 2 parallelen Zweigen auf die positive Bürste zu. Das Stromlaufschema innerhalb der Maschine läßt sich also für den in Fig. 83 a gezeichneten Zeitpunkt auf folgende Weise darstellen:

$$- \left| \begin{array}{cccccccc} 2 & 11 & 16 & 9 & 14 & 7 & 12 & 5 \\ 13 & 4 & 15 & 6 & 1 & 8 & 3 & 10 \end{array} \right| +.$$

Wir betrachten jetzt den Fall, wo je eine Bürste auf zwei Segmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 83 b). In diesem Augenblick ist einerseits die Spule 2, 11 durch die negative Bürste, andererseits die Spule 3, 10 durch die positive Bürste kurzgeschlossen und dadurch aus dem ganzen Stromkreis ausgeschaltet. Wir zeichnen also keine Pfeile in die Stirn-

verbindungen der Drähte 2, 11, 3 und 10. Der Stromverlauf ergibt sich dann für den in Fig. 83 b gezeichneten Augenblick zu:

$$\begin{array}{cccccc} - & 16 & 9 & 14 & 7 & 12 & 5 \\ & 13 & 4 & 15 & 6 & 1 & 8 & + \end{array}$$

Wie man sieht, liegen die kurzgeschlossenen Spulen bei richtiger Bürstenstellung wieder in der neutralen Zone.

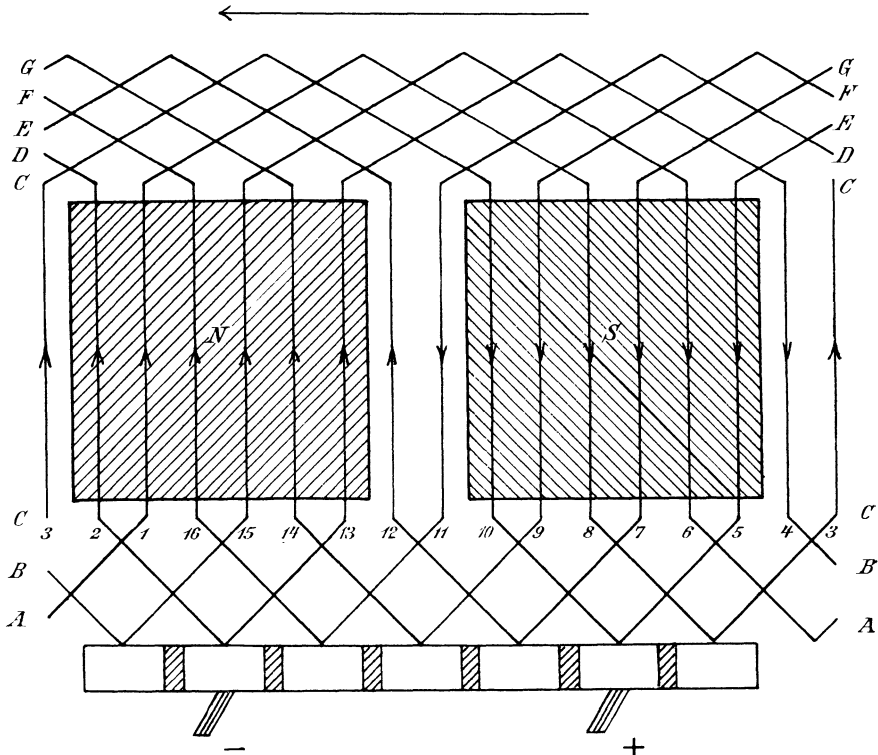


Fig. 84.

Wickelt man nun den Ankerumfang ab, so erhält man ein deutliches Bild des Stromverlaufes. In Fig. 84 ist der abgewickelte Ankerumfang genau für den in Fig. 83a dargestellten Augenblick gezeichnet, wo die Bürsten nur auf je einem Segment aufliegen. Man stelle sich dabei vor, daß die Ankerwicklung in Richtung des oberen Pfeiles an den dahinterliegenden feststehenden Polen *N* und *S* vorbeibewegt wird, während der Kollektor gleichzeitig an den beiden Bürsten entlang gleitet. Nach $\frac{1}{16}$ Umdrehung kommen die beiden Bürsten je auf zwei Segmente gleichzeitig zu liegen und schließend dadurch die in der neutralen Zone liegenden Spulen kurz.

Rollt man nun die ganze Figur 84 auf den Umfang einer Trommel auf, so erhält man die sogenannte Mantelwicklung, bei der die früher auf der Stirnfläche liegenden Verbindungen mit auf dem Mantel der Trommel liegen.

Was nun die elektromotorische Kraft des Trommelankers betrifft, so muß sie natürlich dieselbe sein wie die eines Ringankers mit derselben Zahl der äußeren Drähte. Es zeigt sich jetzt, wie vorteilhaft es ist, für Trommel und Ring nicht die Windungszahl, sondern die äußere Drahtzahl z in die Gleichung für die elektromotorische Kraft einzuführen. Wir erhalten also auch für die zweipolige Trommelwicklung:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Auch die Gleichung für den Ankerwiderstand ist natürlich bei Ring und Trommel dieselbe.

45. Ringanker mit Parallelwicklung.

Wir haben schon früher darauf hingewiesen, daß die elektromotorische Kraft der Maschine als die ursprüngliche Größe anzusehen ist, die durch die Konstruktion der Maschine und ihre Tourenzahl gegeben ist. Die Stromstärke, die man aus der Maschine entnehmen kann, ist jedoch ganz von dem eingeschalteten äußeren Widerstand, also z. B. von der Willkür der Konsumenten abhängig. Dennoch darf die Stromstärke einen gewissen Betrag nicht überschreiten, damit nicht die Joulesche Wärme im Anker einen gefährdenden Betrag erreicht. Man muß also bei Maschinen für hohe Stromstärken den Ankerwiderstand genügend klein und die Oberfläche des Ankers genügend groß machen. Das führt dann zu großen Kupferquerschnitten des Leiters, wobei man statt der Drahtwicklung eine Stabwicklung anwendet.

Nun wird aber bei zu großem Kupferquerschnitt der Verlust durch Foucaultströme sehr bedeutend. Außerdem wird bei zunehmender Größe der Maschine das zweipolige Magnetgestell zu unförmlich und wegen seiner gedrungenen, massiven Form in bezug auf Ventilation sehr ungünstig. Endlich aber führt der Kurzschluß der Spulen durch die Bürsten zu einer Funkenbildung, wenn der Strom in den einzelnen Spulen zu stark ist. Man wendet daher mehrpolige Maschinen an, deren Ankerwicklung in so viele parallele Abteilungen zerfällt, wie Pole vorhanden sind. Am einfachsten gestaltet sich hier die Spiralwicklung für einen mehrpoligen Ringanker. Die Wicklung (Fig. 85) ist genau dieselbe wie für eine zweipolige Maschine. Das Magnetgestell ist so angeordnet, daß ungleichnamige Pole aufeinander folgen. Drehen wir wieder den Ring im Sinne des Uhrzeigers, so fließt der Strom auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg. Man sieht, daß der Strom je

von zwei Seiten auf die Punkte A und B zuströmt und von hier aus vermittelt des Kollektors zu den positiven Bürsten fließt. Beide positive Bürsten sind miteinander und mit der positiven Klemme des äußeren Widerstandes verbunden. Ebenso sind beide negativen Bürsten miteinander und mit der negativen Klemme des äußeren Widerstandes verbunden.

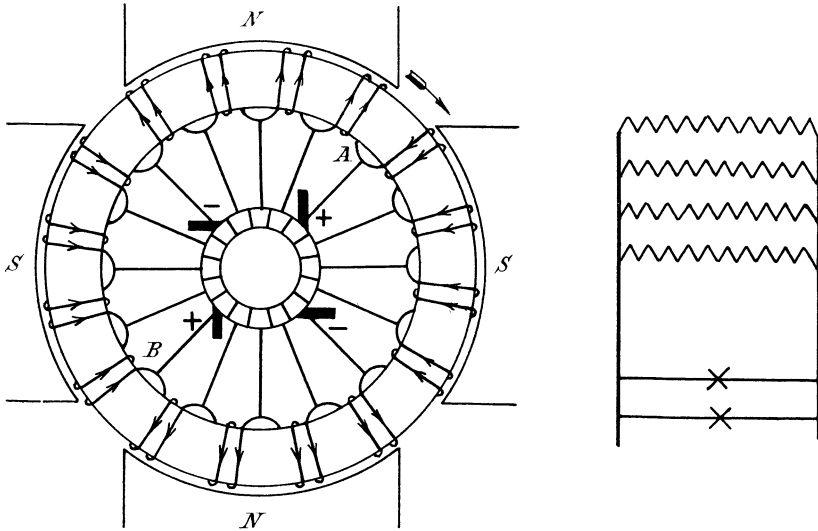


Fig. 85.

Wie man sieht, zerfällt der Anker in vier parallel geschaltete Abteilungen. Ist also

- l die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,
- p die Zahl der Polpaare,
- q der Querschnitt des Drahtes in Quadratmillimetern,

so ergibt sich der Widerstand einer zwischen zwei ungleichnamigen Bürsten liegenden Abteilung zu $\frac{\rho \cdot l / 2p}{q}$. Der ganze Ankerwiderstand bei $2p$ parallelen Zweigen ist $2p$ mal so klein, ergibt sich also zu:

$$w_a = \frac{\rho \cdot l}{4p^2 \cdot q} \quad (78)$$

Die Parallelwicklung hat also den Vorteil, daß der Ankerwiderstand sehr klein wird. Zugleich wird die Stromdichte, d. h. die Amperezahl pro Quadratmillimeter, im einzelnen Draht verhältnismäßig gering, da ja der ganze Ankerstrom sich in $2p$ Teile teilt. Sie ergibt sich bei Parallelwicklung zu $\frac{i_a / 2p}{q} = \frac{i_a}{2p \cdot q}$. Ist z. B. bei einer Maschine für 110 Volt und 110 Ampere Ankerstrom die gesamte aufgewickelte Drahtlänge gleich 200 m, der Drahtquerschnitt 10 qmm und die Zahl der Pole gleich 4, d. h. $p = 2$, so ergibt sich:

$$w_a = \frac{e \cdot l}{4 p^2 \cdot q} = \frac{0,02 \cdot 200}{4 \cdot 4 \cdot 10} = 0,025.$$

Der Effektverlust durch Joulesche Wärme wird dann:

$$i_a^2 \cdot w_a = 100^2 \cdot 0,025 = 250 \text{ Watt.}$$

Das ist etwa 2,5 % der Gesamtleistung. Der Spannungsverlust im Anker ergibt sich ferner zu:

$$i_a \cdot w_a = 100 \cdot 0,025 = 2,5 \text{ Volt}$$

und die Stromdichte zu:

$$\frac{i_a}{2 p \cdot q} = \frac{100}{4 \cdot 10} = 2,5 \frac{\text{Ampere}}{\text{qmm}}.$$

Um nun die elektromotorische Kraft bei Ankern mit Parallelschaltung zu berechnen, hat man zu beachten, daß zwar die Anzahl der Kraftlinienschnitte pro Leiter und pro Umdrehung p mal so groß ist wie bei zweipoliger Maschine mit der gleichen Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien. Andererseits ist aber die Anzahl der hintereinander geschalteten Leiter p mal so klein wie bei der zweipoligen Maschine mit gleicher Drahtzahl. Demnach ergibt sich die elektromotorische Kraft der mehrpoligen Maschine mit Parallelwicklung, wenn N wieder die aus einem Nordpol austretende Kraftlinienzahl bedeutet, zu:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt,}$$

wie bei der zweipoligen Maschine.

Was die Bürstenzahl betrifft, so haben wir in jeder neutralen Zone eine Bürste, also allgemein $2p$ Bürsten. Um diese Zahl zu reduzieren, verbindet man alle Kollektorsegmente miteinander, die um einen Winkel von $\frac{360}{p}$ Grad voneinander abstehen. Diese Verbindungen können an der dem Anker zugekehrten Seite des Kollektors vorgenommen werden. In Fig. 86 ist das für eine sechspolige Maschine mit Parallelschaltung gezeichnet ($p = 3$). Es sind also je drei um $\frac{360}{3} = 120^\circ$ voneinander entfernte Segmente miteinander verbunden und dadurch gleichsam die Verbindung hergestellt, die sonst aufsen durch Verbindung der gleichnamigen Bürsten zu geschehen pflegt. Liegen dabei die stark ausgezogenen und die schwach ausgezogenen, aus Blechen hergestellten Verbindungen in getrennten Ebenen, so läßt sich die Schaltung ausführen, ohne daß die einzelnen Verbindungen sich berühren.

Nun ist allerdings nicht bloß eine Verbindung der drei Segmente geschaffen, an denen die Bürsten gerade anliegen, sondern auch alle anderen Segmente sind je drei und drei miteinander verbunden. Da jedoch alle Punkte, die miteinander verbunden sind, gleiches Potential haben, so wird

durch ihre Verbindung in der ganzen Stromverteilung nichts geändert. Nur die Verbindung der Segmente, an denen die Bürsten gerade aufliegen, wird überhaupt vom Strom durchflossen; alle anderen Verbindungen sind stromlos, weil sie an Punkten gleichen Niveaus liegen. Das wird noch deutlicher durch Fig. 87, wo die Äquipotential- oder Mordeyverbindungen direkt an die zum Kollektor führenden Drähte angeschlossen sind.

Die Verminderung der Bürstenzahl ist selbstverständlich nur zulässig, wo die Stromdichte unter den Bürsten nicht zu groß wird. Die Mordeyverbindungen haben überhaupt weniger den Zweck, die Bürstenzahl zu reduzieren, als zu erreichen, daß Ungleichmäßigkeiten in der Stromverteilung sich innerhalb des Ankers ausgleichen, so daß eine Funken-

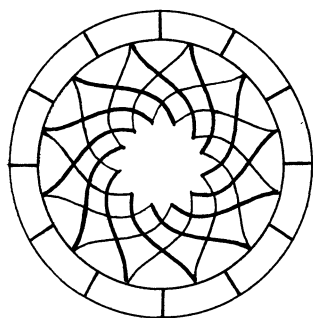


Fig. 86.

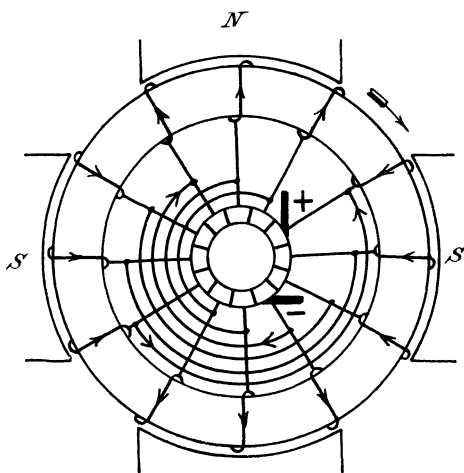


Fig. 87.

bildung am Kollektor durch übermäßige Belastung einzelner Bürsten nicht eintreten kann.

46. Trommel mit Parallelwicklung.

(Schleifenwicklung.)

Bei der mehrpoligen Schleifenwicklung schaltet man hinter den vor dem Nordpol liegenden Leiter direkt den entsprechenden vor dem nächsten Südpol. Nach Fertigstellung der betreffenden Spule kehrt man dann fast an den Ausgangspunkt zurück und beginnt mit der zweiten Spule. Läßt man in Gedanken den Draht vor dem Südpol weg, so sieht man die prinzipielle Gleichheit der Ringwicklung und Schleifenwicklung. Man erkennt dadurch auch, daß die Schleifenwicklung, ebenso wie die Ringwicklung, zur Parallelschaltung führen muß. Wir betrachten nun zunächst:

a) Die Wickelung mit langen Spulen.

Dabei umfaßt ein Spulenkopf mindestens eine volle Polteilung. Es sei z. B. die Polzahl gleich 4 und die Spulenzahl gleich 8. Wir teilen also den Ankerumfang in Fig. 88 a in 8 Teile und benennen die Anfänge der 8 Spulenseiten mit 1, 2, 3 etc. Wir führen dann einen Draht auf der Mantelfläche bei 1 von vorn nach hinten, biegen hinten auf der Stirnfläche um und sollten nach dem Prinzip der Trommelwicklung zu der entsprechenden Stelle eines Südpoles gehen, also z. B. nach 3. Da dieser Platz besetzt ist, so wählen wir den Platz für das Ende der ersten Spule daneben und bezeichnen ihn mit 1'. Die Spule 1 1' wird nun fertig gewickelt und dann die nächste Spule dahinter geschaltet. Der Anfang der zweiten Spule ist 2, wir haben also 1' auf der vorderen Stirnfläche mit 2 zu ver-

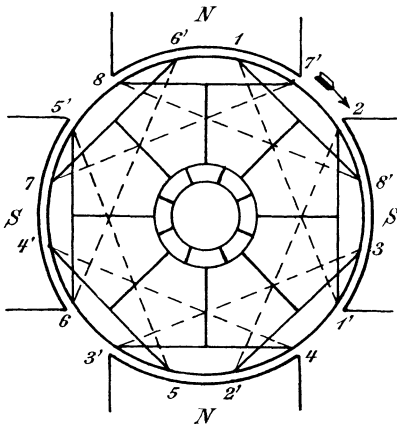


Fig. 88 a.

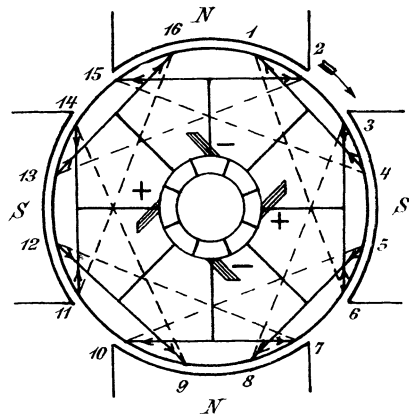


Fig. 88 b.

binden. Auf diese Weise fahren wir fort und schliessen endlich die ganze Wickelung in sich kurz. Die Verbindungspunkte zweier Spulen, wie z. B. der Punkt zwischen 1' und 2, werden dann an den Kollektor angeschlossen. Entsprechend den 8 Spulen sind 8 Kollektorsegmente vorhanden.

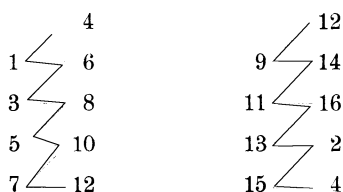
Der Wicklungsschritt von 1 nach 1' ist im vorliegenden Falle 5, der Schritt von 1' zurück nach 2 ist gleich 3. Bezeichnet also wieder y_1 den Schritt vorwärts und y_2 den Schritt rückwärts, so wird

$$y_1 = 5, \quad y_2 = 3.$$

Hat man allgemein p Polpaare, also $2p$ Pole, so muß man theoretisch um den $2p$ ten Teil des Ankerumfangs weiterschreiten, praktisch also einen Schritt weniger oder einen Schritt weiter als den $2p$ ten Teil. Bedeutet also s die Anzahl der auf dem Ankerumfang angelegten Felder oder die Anzahl der Spulenseiten, so ergibt sich für die Schleifenwicklung mit langem Wicklungsschritt:

$$y_1 = \frac{s}{2p} + 1, \quad y_2 = \frac{s}{2p} - 1.$$

Dabei muß s durch $2p$ teilbar sein, damit y_1 und y_2 ganze Zahlen werden, und y_1 und y_2 müssen außerdem ungerade sein. Das letztere wird deutlich, wenn wir, wie es in Fig. 88 b geschehen ist, die Felder auf dem Umfang fortlaufend numerieren und dann die Wickelungstabelle aufstellen:



Wäre der Wicklungsschritt ein gerader, so würde man, mit 1 beginnend, immer nur auf die ungeraden Spulenseiten treffen, und die Wickelung wäre in sich geschlossen, ohne überhaupt die geraden Spulenseiten zu enthalten, die dann wieder eine Wickelung für sich allein bilden. Solche mehrfach geschlossenen Wickelungen können nur da in Frage kommen, wo man auf andere Weise die nötige Symmetrie der Ankerabteilungen nicht erreicht.

Die Anwendung der Faradayschen Schwimmerregel ergibt nun wieder, daß der Strom bei der gezeichneten Drehungsrichtung des Ankers auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg fließt. Wir erhalten dann für Fig. 88 b folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{vmatrix} 7 & 12 & 9 & 14 \\ 10 & 5 & 8 & 3 \\ 2 & 13 & 16 & 11 \\ 15 & 4 & 1 & 6 \end{vmatrix} + .$$

Die Figuren 88 a und b beziehen sich zunächst auf glatte Anker oder auf Nutenanker mit einer Spulenseite pro Nut. Nun kommen glatte Anker neuerdings kaum mehr vor, da man auf dem Umfang nur eine beschränkte Drahtzahl unterbringen kann. Außerdem wird das Einlegen einer auf der Schablone gewickelten Spule in eine Nut bei Massenfabrikation billiger als das Wickeln des glatten Ankers. Endlich fallen nach Abschnitt 36 bei Nutenankern die Wirbelströme im Ankerkupfer fast vollständig fort. Die modernen Maschinen besitzen daher alle Nutenanker, und zwar liegen praktisch immer mehrere Spulenseiten in einer Nut. An und für sich gilt dann Fig. 88 b und der dafür angegebene Wicklungsschritt auch für Nutenanker. Man müßte z. B. bei 2 Spulenseiten pro Nut die Spulenseite 2 nicht neben, sondern unter der Spulenseite 1 anordnen und die unten liegenden Spulenseiten beim Wicklungsschritt mitzählen.

Einfacher bezieht man den Wicklungsschritt nicht auf die Anzahl der Spulenseiten, sondern auf die Nuten. Man macht dabei die selbstver-

ständige Voraussetzung, daß von zwei zusammengehörigen Spulenseiten 1 und 1' in Fig. 89 die eine oben und die andere unten liegt. Bei zwei Spulenseiten übereinander ist dann unter allen Umständen der Wicklungsschritt, bezogen auf die Spulenseiten, ungerade. Man hat daher bei der Nutenwicklung eigentlich gar keinen Schritt auszurechnen, sondern einfach um so viel Nuten weiterzuschreiten, bis man an die entsprechende Stelle

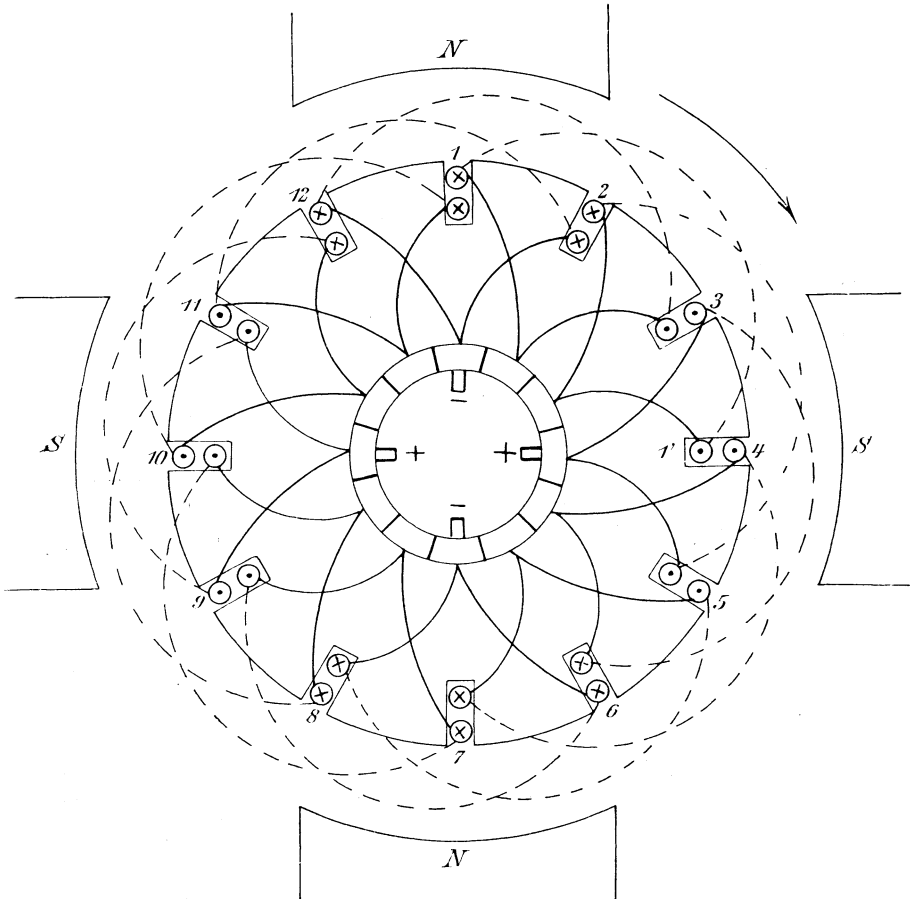


Fig. 89.

des nächsten Pols kommt. Der „Nutenschritt“ ist dann gleich der Polteilung. Man schreitet dann nach Fertigstellung der Spule 1 1' bis zu der Nute 2 zurück, die dem Anfang benachbart ist, etc. Dies ist in Fig. 89 für 4 Pole und 12 Nuten durchgeführt.

Der Vergleich zeigt, daß Fig. 89 im Prinzip und in der Bezeichnung mit Fig. 88 a übereinstimmt. Die hinten liegenden Stirnverbindungen sind der Deutlichkeit wegen aufsen herumgelegt.

b) Schleifenwicklung mit kurzen Spulen.

Der Spulenkopf braucht nicht immer eine ganze Polteilung zu umfassen. Man kann auch den Wicklungsschritt kürzer wählen und kommt dadurch zu der Sehnenvicklung von Swinburne. Für die glatte

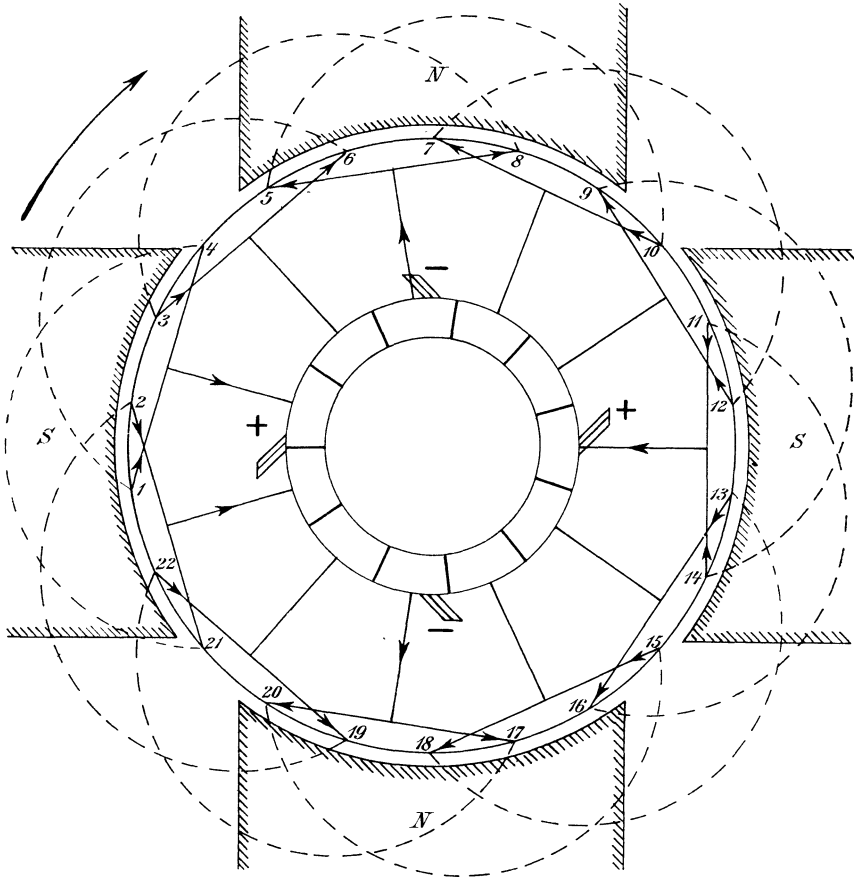


Fig. 90.

Wicklung ergeben sich dann ohne weiteres die Wicklungsschritte, bezogen auf die fortlaufend nummerierten Spulenseiten:

$$y_1 = \frac{s-b}{2p} + 1, \quad y_2 = \frac{s-b}{2p} - 1.$$

Dabei ist b eine willkürlich gewählte Zahl, die nur der Bedingung genügt, daß y_1 und y_2 ungerade Zahlen sind. Ist z. B. $s = 22$, $p = 2$ und $b = 6$, so erhält man die in Fig. 90 gezeichnete Wicklung. In dieser ist

$$y_1 = 5, \quad y_2 = 3.$$

Die Lage der Bürsten ergibt sich, wenn wir in die Drähte vor den Polen die entsprechenden Strompfeile hineinzeichnen. Daraus folgt, daß der Strom aus Draht 11 und 14 auf die Bürste rechts zu fließt. Diese bezeichnen wir also mit + und ordnen die anderen Bürsten im Abstand von $\frac{360}{2p}$ Grad an.

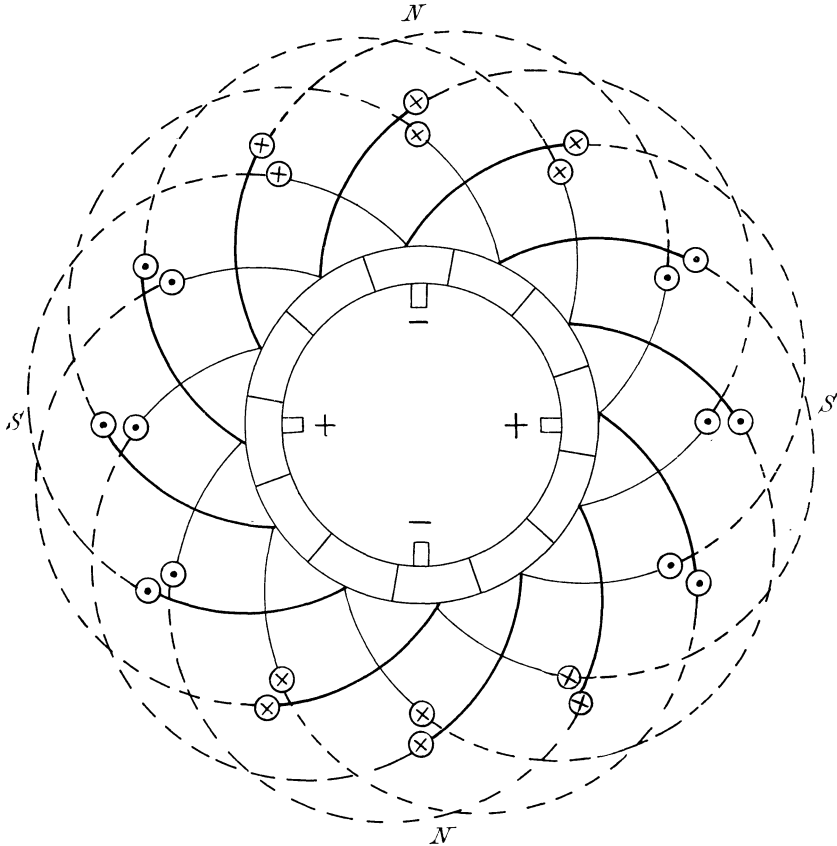


Fig. 91.

Dabei schließt die linke Bürste die Spule 21 4, die gerade in der neutralen Zone liegt, kurz. Es ergibt sich dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{vmatrix} 5 & 10 & 7 & 12 & 9 \\ 8 & 3 & 6 & 1 \\ 20 & 15 & 18 & 13 & 16 \\ 17 & 22 & 19 & 2 \end{vmatrix} + .$$

In unserm Falle kommt immer nur eine einzige Spule gleichzeitig zum Kurzschluß. Im allgemeinen ist dies von Vorteil in bezug auf funkenlosen Gang, aber es ist nachteilig, wenn dadurch die Spulenzahl

pro Ankerzweig eine verschiedene wird. Es sollte daher immer die Lamellenzahl wenigstens durch die Zahl der Polpaare teilbar sein, da dann die gleichnamigen Bürsten dieselbe relative Lage gegenüber einem Segment haben, so daß sich der Gesamtstrom in gleiche einzelne Teile teilt.

Es ist ein Vorteil der Sehnenwicklung, daß in der neutralen Zone die von entgegengesetzten Strömen durchflossenen Drähte sich überdecken und daher keine magnetisierende Wirkung ausüben können. Das wird besonders deutlich bei Nutenwicklung (Fig. 91), bei der zugleich wieder die Einfachheit des Wickelungsschemas ins Auge tritt. Wir brauchen dazu wieder durchaus gar keine Berechnung des Wickelungsschrittes und stellen nur den Grundsatz auf, daß von den beiden Seiten einer Spule die eine in der oberen und die andere in der unteren Lage liegt. Für die Nutenzahl $Z = 20$ erhalten wir bei 4 poliger Wickelung eigentlich einen „Nutenschritt“ von 5 Nuten vorwärts und 4 Nuten zurück. Wählen wir statt dessen die verkürzten „Nutenschritte“ $Y_1 = 3$ und $Y_2 = 2$, so erhalten wir die Wickelung in Fig. 91. Wie man sieht, werden dabei die in der neutralen Zone liegenden Drähte von entgegengesetzten Strömen durchflossen. Eine so starke Verkürzung des Wickelungsschrittes würde übrigens eine Verringerung der elektromotorischen Kraft mit sich bringen. Es ist nun leicht ersichtlich, daß bei Sehnenwicklung die Spule gerade eben den Polbogen umfaßt. Wenn man also im Interesse des funkenlosen Ganges die Drähte der kurzgeschlossenen Spulenseite in die Nähe der Polspitze bringen will, so genügt dazu bei Sehnenwicklung eine besonders geringe Verschiebung (vergl. Abschnitt 53).

47. Ring mit Serienwicklung.

Bei der mehrpoligen Maschine mit Serienwicklung zerfällt der Anker, wie bei der zweipoligen Maschine, nur in zwei parallele Abteilungen. Bezeichnet also wieder N die Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien, so wird bei gleicher Drahtzahl z und gleicher Tourenzahl n die induzierte elektromotorische Kraft p mal so groß wie bei der zweipoligen Maschine. Es ergibt sich also für Serienwicklung:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Es ist nun bequem, bei Serien- und Parallelwicklung dieselbe Gleichung für die elektromotorische Kraft zu benutzen. Bezeichnet zu dem Zwecke a die halbe Anzahl der parallelen Stromzweige, so ergibt sich sowohl für Serien- als auch für Parallelwicklung:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (79)$$

Der Widerstand eines Serienankers ist natürlich wie bei der zweipoligen Maschine:

$$w_a = \frac{\rho \cdot l}{4q},$$

wo l die gesamte Drahtlänge in Metern und q der Drahtquerschnitt in Quadratmillimetern ist. Man erkennt leicht aus den Gleichungen für die elektromotorische Kraft und den Widerstand, daß die Serienwicklung sich für Maschinen mit hoher Spannung und niederer Stromstärke eignet.

Das Prinzip der Serien-Ringwicklung ist nun folgendes: Hinter eine vor dem Nordpol liegende Spule wird die fast gleichliegende Spule des nächsten Nordpols und die der folgenden Nordpole geschaltet. Der Wicklungsschritt y erfolgt also nicht vorwärts und zurück, sondern immer nur vorwärts. Nach p Schritten von je y Spulenseiten gelangt man so einmal um den Umfang herum auf das Feld $s + 1$, das dem Anfang benachbart ist. Daraus folgt für glatte Serien-Ringwicklung:

$$py = s + 1$$

oder
$$y = \frac{s + 1}{p}.$$

Damit die Wicklung einfach geschlossen wird, müssen y und s teilerfremd sein. Die Zahl s der Spulenseiten ist unter Umständen ungerade.

Bei der zweipoligen Ringwicklung schließt sich die benachbarte Spule direkt an die erste Spule an. Bei der Serienwicklung erfolgt dieser Anschluß auch, aber unter Zwischenschaltung der entsprechenden Spulen vor den übrigen Polen. Dadurch ist die mehrpolige Wicklung auf die einfachere einpolige zurückgeführt. Bei einem vollen Umgang „schleicht“ die Wicklung gleichsam nur um einen Schritt vorwärts. Zwischen zwei benachbarte Segmente sind also p Spulen geschaltet.

Ist z. B. $p = 2$ und $s = 13$, so wird $y = 7$ oder 6. In Fig. 92 ist $y = 6$ gewählt. Die Anfänge der Spulen sind vom Kollektor aus an der vorderen Stirnfläche des Ankers entlang geführt und die Enden der Spule auf der inneren Mantelfläche wieder von hinten nach vorn zurückgeführt. Jedes Kollektorsegment stellt wieder den Verbindungspunkt zweier Spulen dar und die Verbindung erfolgt nach dem Schema:

1	7	11	4
13	6	10	3
12	5	9	2
11		8	1

Wir zeichnen wieder in der bekannten Weise die Pfeile in die Drähte auf der Stirnfläche. Da in Spule 1 und 4 keine elektromotorische Kraft induziert wird, so lassen wir dort die Pfeile vorläufig weg. In allen

anderen Spulen können wir über die Stromrichtung nicht zweifelhaft sein und selbst Spule 7 betrachten wir noch als zum Südpol gehörig.

Wir legen jetzt wegen der Stromrichtung in Spule 11 die negative Bürste an Segment I und wegen der Stromrichtung in Spule 8 die positive Bürste an Segment II, wobei die Bürsten miteinander einen Winkel von genau 90° oder allgemein $\frac{360}{2p}$ Grad bilden. Jetzt ist zugleich über die

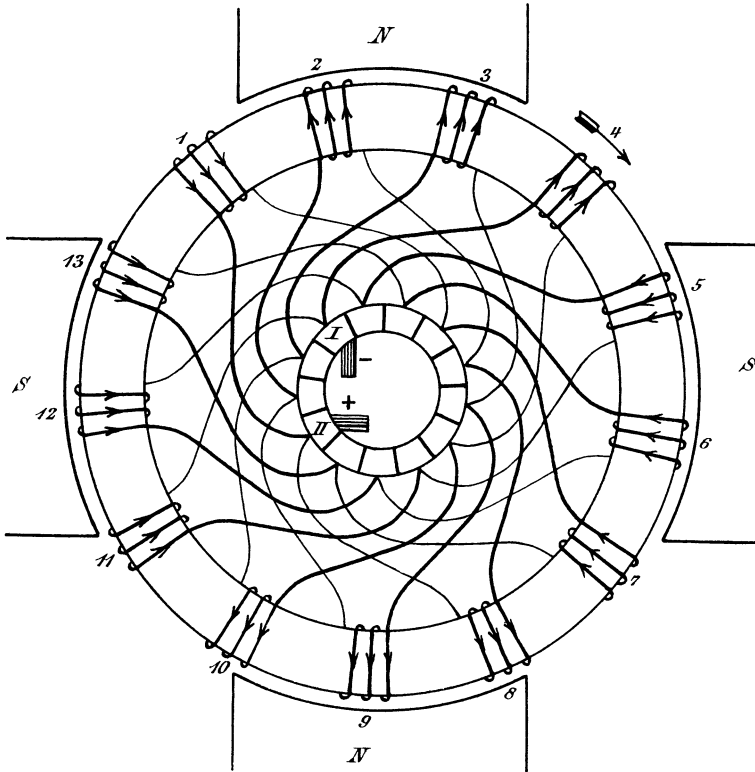


Fig. 92.

Stromrichtung in den Spulen 1 und 4 entschieden, und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$+ \left| \begin{array}{cccccc} 11 & 5 & 12 & 6 & 13 & 7 & 1 \\ 4 & 10 & 3 & 9 & 2 & 8 & \end{array} \right| +.$$

Die geringe Unsymmetrie in den Ankerabteilungen ist ohne wesentliche Bedeutung.

Es ergibt sich nun leicht, daß man die Bürsten mit demselben Rechte wie an Segment I und II auch an die diametral gegenüberliegenden Stellen hätte anlegen können. Dadurch hätte sich nur die Stromrichtung in den Spulen 4 und 1 geändert, die in der neutralen Zone liegen. All-

gemein hätten wir das Bürstenpaar um den p ten Teil des Umfangs verschoben können. Von da aus aber ist es nur ein Schritt vorwärts, wenn man nun überhaupt auch bei Serienwicklung p positive und p negative Bürsten verwendet, wobei dann die in der neutralen Zone liegenden Spulen durch die Bürsten kurzgeschlossen werden. Man kommt aber bei Serienwicklung mit zwei Bürsten aus.

Einen kleinen Zeitraum später nach dem in Fig. 92 gezeichneten Augenblick liegt nun die positive Bürste auf zwei Segmenten zugleich

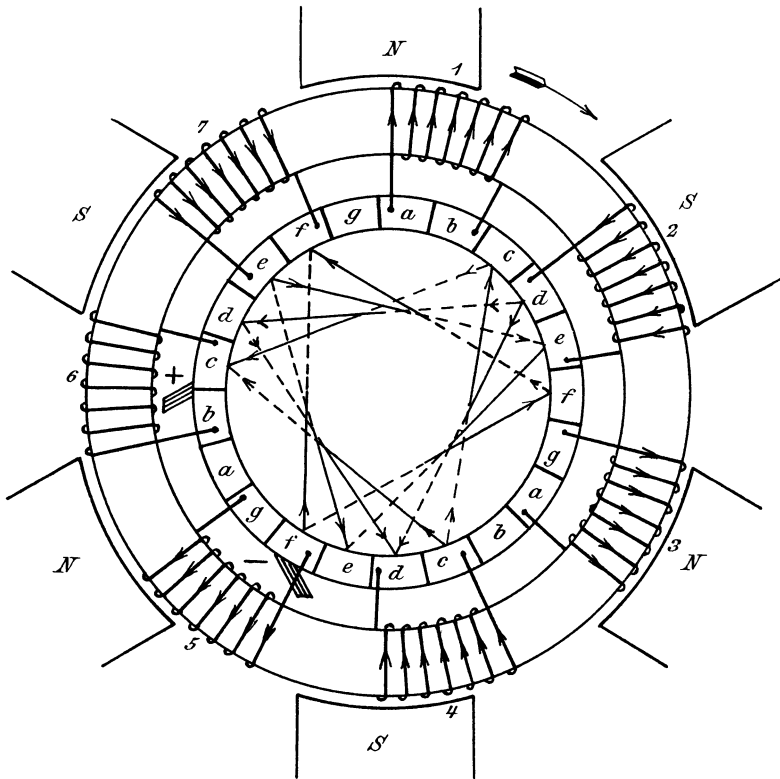


Fig. 93.

und dadurch kommen die Spulen 1 und 7 in Serie geschaltet zum Kurzschluß. Weil man nach dem Prinzip der Serien-Ringschaltung nach p Schritten wieder an die dem Ausgangspunkt benachbarte Stelle kommt, so liegen allgemein p Spulen zwischen zwei benachbarten Segmenten, und diese werden daher in Serie geschaltet kurzgeschlossen, wenn die Bürste gleichzeitig zwei Lamellen berührt.

Will man nun immer nur eine Spule gleichzeitig zum Kurzschluß bringen, so macht man die Zahl der Segmente p mal so groß wie die Spulenzahl. Dann kann die Zahl der Spulen verhältnismäßig kleiner

gewählt werden. Der Anfang und das Ende jeder Spule werden dabei je zu einem besonderen Kollektorsegment geführt. Die Verbindung der Spulen unter sich geschieht dann durch Verbindung der entsprechenden Kollektorsegmente, wobei man je p gleichliegende Segmente miteinander zu verbinden hat. Das Resultat ist dann dasselbe, wie wenn man die Spulen unter Anwendung des Wicklungsschrittes

$$y = \frac{s+1}{p}$$

verbunden hätte. In Fig. 93 ist z. B. $s = 7$ und $p = 3$. Die Zahl der Kollektorsegmente ist also 21. Entsprechend den drei Polpaaren sind je drei um 120° voneinander entfernte Segmente miteinander verbunden. Diese Verbindung ist der Deutlichkeit wegen nur bei einigen Segmenten gezeichnet und bei den andern Segmenten durch gleiche Buchstabenbezeichnung ersetzt.

Es sei nun die Spule 6, die genau in der neutralen Zone liegt, durch die positive Bürste kurzgeschlossen. Die negative Bürste liegt dann um 60° von der positiven entfernt. Dann ergibt sich aus den Strompfeilen in den Drähten auf der Stirnfläche folgendes Schema:

$$- \left| \begin{array}{ccc} 7 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{array} \right| +.$$

Man sieht jetzt ganz deutlich, daß man p positive und p negative Bürsten anwenden kann, da immer p Segmente untereinander verbunden und gleichwertig sind.

Von besonderer Wichtigkeit ist es wieder, daß man sich die relative Lage der Spulen einer Ankerabteilung gegenüber den Polen klar macht. Spule 4 liegt z. B. am Anfang eines Südpoles, Spule 2 in der Mitte eines Südpoles, Spule 7 am Ende eines Südpoles. Alle drei Spulen sind also gleichwertig einer einzigen Spule von dreifacher Windungszahl, die sich über eine ganze Polteilung ausdehnt.

48. Trommel mit Serienwicklung.

Bei der Trommel mit Serienwicklung bildet eine vor dem Nordpol liegende Spulenseite mit der zugehörigen Spulenseite des nächsten Südpoles eine Spule. Hinter diese Spule schaltet man, ohne direkt zum Anfangspunkt zurückzukehren, die ähnlich liegenden Spulen der folgenden Polpaare. Man kommt dann bei einem vollen Umfang auf die Spulenseite, die dem Anfang die zweitnächste ist. Hat man dabei nur einen Draht oder Stab pro Spulenseite, so verliert die Wicklung ihren spulenartigen Charakter ganz und wird zu einer reinen Wellenwicklung (Fig. 94).

Aus dem Obigen ergibt sich dann für die Trommel mit Serienwicklung:

$$p(y_1 + y_2) = s + 2$$

oder:

$$y_1 + y_2 = \frac{s + 2}{p}.$$

Beide Wicklungsschritte sind in gleichem Sinne fortlaufend (Wellenwicklung). Dabei müssen y_1 und y_2 ungerade Zahlen sein, da man bei geraden Werten von y_1 und y_2 , mit Spulenseite 1 anfangend, immer nur

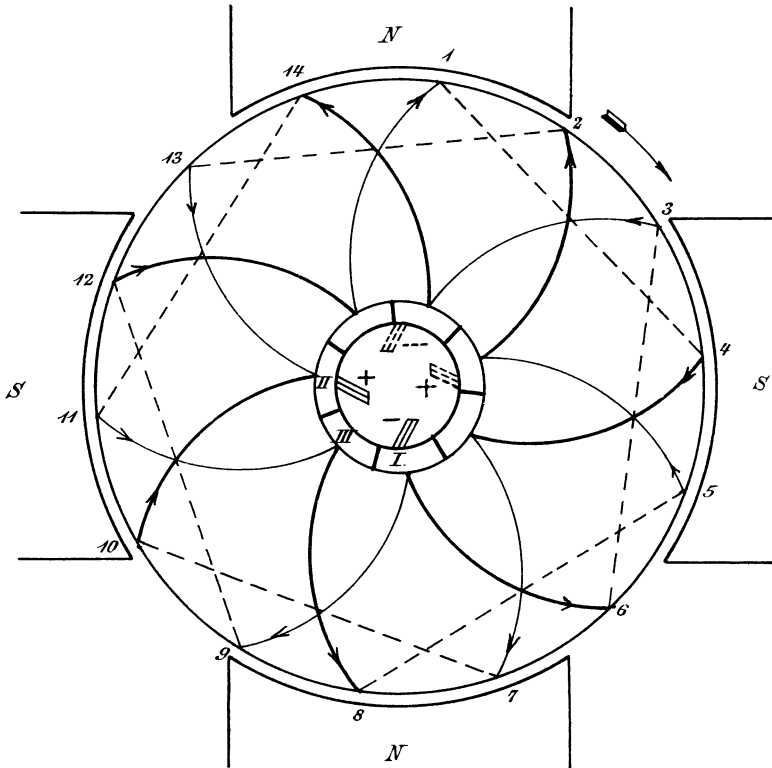


Fig. 94.

auf die ungeraden Spulenseiten treffen würde. Der Fall, daß y_1 ungerade und y_2 gerade ist, ist ausgeschlossen, da nach dem Prinzip der Trommel zwischen einem Doppelschritt immer gleich viele Spulenanfänge und Spulenden liegen. Ferner muß s , wie bei jeder Trommelwicklung, eine gerade Zahl sein. Wird der Wicklungsschritt y_1 gleich y_2 gewählt, so erhält man:

$$y = \frac{s + 2}{2p} \text{ oder } 2py = s + 2.$$

Dabei ist s gerade und y ungerade.

Die Wahl eines verschiedenen Wertes von y_1 und y_2 kann zweierlei Ursachen haben. Unter Umständen ist die Drahtzahl oder die Zahl der Spulenseiten festgelegt, und man erhält dann nur bei ungleichem Wicklungsschritt ungerade Werte von y_1 und y_2 . Ist z. B. $s = 214$ und $p = 6$, so erhält man:

$$y_1 + y_2 = \frac{214 + 2}{6} = 36.$$

Nun darf man y_1 nicht gleich $y_2 = 18$ wählen, da ein gerader Wicklungsschritt keine einfach geschlossene Wickelung liefert. Man kann aber $y_1 = 19$ und $y_2 = 17$ wählen.

In Fig. 94 ist nun eine Trommel mit Serienwicklung für $s = 14$ und $p = 2$ gezeichnet. Dabei ergibt sich:

$$y_1 + y_2 = \frac{s + 2}{p} = \frac{14 + 2}{2} = 8 \text{ oder } 6.$$

Wir wählen $y_1 + y_2 = 6$, also $y_1 = y_2 = 3$.

Das Wicklungsschema ergibt sich dann zu 1—4—7—10—13—2 etc. Man führt also die Wickelung bei 1 von vorn nach hinten auf der Mantelfläche entlang, weiter auf der hinteren Stirnfläche nach 4, dort von hinten nach vorn und dann auf der vorderen Stirnfläche auf dem Umwege über ein Kollektorsegment nach 7. Die punktierten Verbindungen in Fig. 94 liegen auf der hinteren Stirnfläche.

Wir zeichnen nun wieder die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte, lassen jedoch die Strompfeile in den Drähten 13 und 6 vorläufig fort, da diese Drähte in der neutralen Zone liegen. Wir legen dann wegen der Stromrichtung in Draht 9 die negative Bürste an Segment *I* und die positive wegen der Stromrichtung in Draht 10 an Segment *II*. Dadurch ist aber die Stromrichtung in Draht 6 und 13 mitbestimmt, und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} & 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ 6 & 3 & 14 & 11 & 8 & 5 & 2 & 13 \end{array} \right| +.$$

Die ungerade Spulenzahl ergibt also zeitweise eine geringe Unsymmetrie.

Man hätte übrigens in unserm Falle auch wieder 4 Bürsten oder allgemein $2p$ Bürsten anwenden können, deren Abstand gleich $\frac{360}{2p}$ Grad ist. In Fig. 94 sind z. B. noch zwei Bürsten punktiert gezeichnet, die den auf Segment *I* und *II* liegenden Bürsten diametral gegenüber liegen. Dadurch werden im gezeichneten Augenblick die ohnehin wenig oder gar nicht induzierten Drähte 3 6 einerseits und 2 13 andererseits kurzgeschlossen, weil die gleichnamigen Bürsten miteinander verbunden sind. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} & 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ & 14 & 11 & 8 & 5 & & \end{array} \right| +.$$

Ebenso wie beim Ring mit Serienwicklung sind zwischen zwei benachbarte Segmente immer p Spulen geschaltet. Will man im Interesse eines funkenlosen Ganges vermeiden, daß beim Berühren zweier Lamellen durch eine Bürste so viele Spulen kurzgeschlossen werden, so macht man die Zahl der Segmente p mal so groß wie die Zahl der Spulen. Man ver-

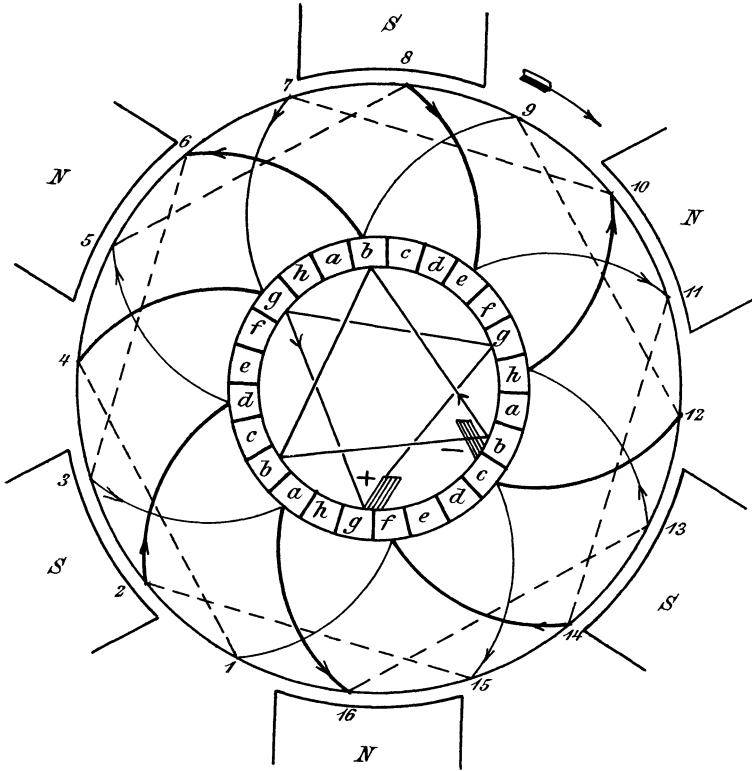


Fig. 95.

bindet dann alle Segmente miteinander, die um $\frac{360}{p}$ Grade voneinander abstehen. Ist z. B., wie in Fig. 95, $s = 16$ und $p = 3$, so ergibt sich:

$$y = \frac{16 + 2}{6} = 3.$$

Das Wickelungsschema ergibt sich also zu 1—4—7—10— etc. Von den Verbindungen innerhalb des Kollektors sind nur die gezeichnet, die im dargestellten Augenblick gerade von Bedeutung sind. Die Verbindung der übrigen Segmente ist durch gleichmäßige Buchstabenbezeichnung deutlich gemacht.

Wir zeichnen nun die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte. Unter der Annahme, daß die in der neutralen Zone liegenden

Spulen 1—4 und 9—12 grade kurzgeschlossen sind, ergibt sich die gezeichnete Stellung der beiden Bürsten. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} 6 & 3 & 16 & 13 & 10 & 7 \\ 15 & 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \end{array} \right| +.$$

Selbstverständlich läßt sich nun ohne weiteres die p -fache Bürstenzahl verwenden, da ja je p Kollektorsegmente gleichwertig sind.

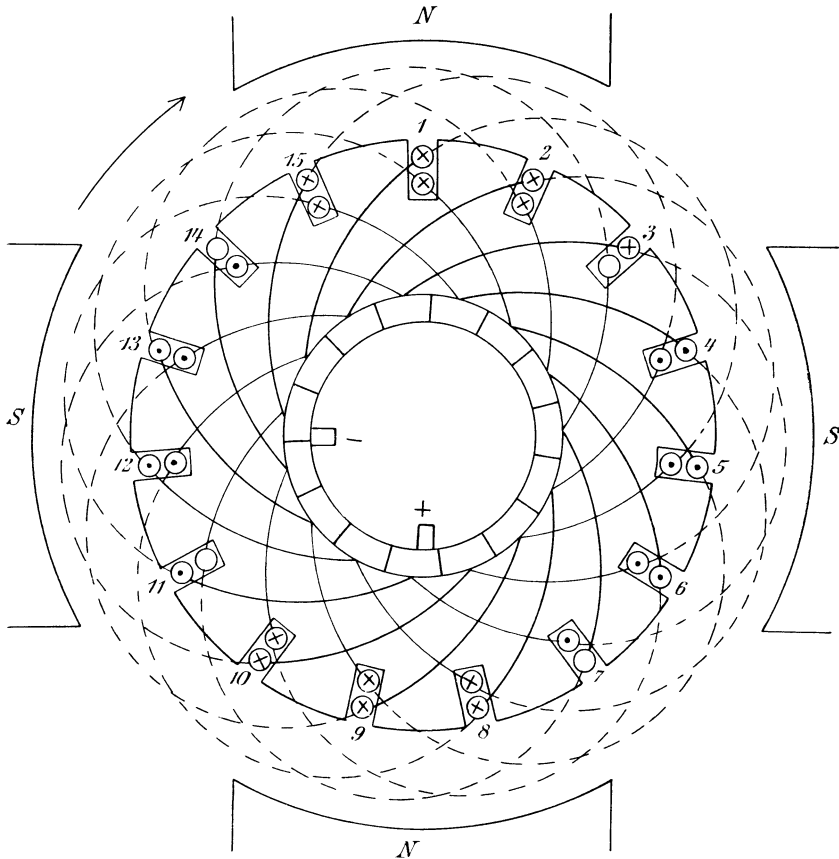


Fig. 96.

Besonders einfach ist nun wieder die Nutenwicklung mit zwei Spulenseiten pro Nut. Bei einem vollen Umgang, also nach $2p$ Schritten, kommt man dabei auf die dem Anfang benachbarte Nut. Dann erhält man das gleiche Resultat, wie wenn man bei glatter Wicklung auf die zweitnächste Spulenseite kommt. Bezeichnet nun Y_1 und Y_2 den Wicklungsschritt, bezogen auf die Nuten, und ist S die Nutenzahl, so erhält man aus der obigen Überlegung:

$$p \cdot (Y_1 + Y_2) = S \pm 1$$

$$\text{oder} \quad Y_1 + Y_2 = \frac{S \pm 1}{p}.$$

Ist also z. B. $S = 15$ und $p = 2$, so erhält man:

$$Y_1 + Y_2 = \frac{15 \pm 1}{2} = 8 \text{ oder } 7.$$

Wir wählen

$$Y_1 = Y_2 = 4$$

und erhalten so die in Fig. 96 dargestellte Wickelung.

49. Ring mit Serien-Parallelwickelung.

Bisher haben wir eine Parallelwickelung kennen gelernt, die sich für Maschinen mit großer Stromstärke eignet, und eine wellenförmig angeordnete Serienwickelung, die sich für Maschinen mit hoher Spannung eignet. Im ganzen wird man die Entscheidung, ob Serien- oder Parallelwickelung anzuordnen ist, davon abhängig machen, daß die Stromstärke pro Ankerdraht einen passenden Wert erhalten muß.

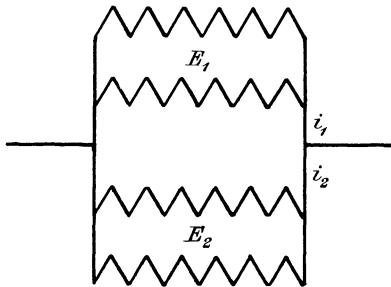


Fig. 97.

Ist z. B. der Ankerstrom 300 Ampere, so wird bei Serienwickelung die Stromstärke pro Ankerzweig 150 Ampere. Das erscheint nach praktischen Erfahrungen zulässig, und man wird die Serienwickelung dabei

unbedingt vorziehen, weil dabei die Stabzahl kleiner und der Stabquerschnitt größer ist als bei Parallelwickelung. Der Raumverlust durch Isolation des Ankerdrahtes wird also gering. Ist andererseits der Gesamtstrom 600 Ampere, so würde bei Serienwickelung die Stromstärke pro Ankerleiter zu groß werden, und man ist genötigt, Parallelwickelung anzuwenden.

Bei den bisher besprochenen Parallelwickelungen tritt aber eine Schwierigkeit auf, die dadurch veranlaßt wird, daß immer eine Ankerabteilung allein vor einem Polpaar liegt. Haben nun die einzelnen Polpaare ungleiche Kraftlinienzahlen, so sind die in den einzelnen Abteilungen induzierten elektromotorischen Kräfte ungleich. Dadurch wird aber die Belastung der einzelnen Zweige, d. h. die Stromstärke, die hindurchfließt, eine sehr verschiedene. In Fig. 97 werde z. B. in der oberen, aus zwei parallelen Zweigen gebildeten Abteilung eine elektromotorische Kraft $E_1 = 115$ Volt induziert. In der unteren Abteilung werde infolge ungleicher Kraftlinienzahl der Polpaare nur eine elektromotorische Kraft $E_2 = 114$ Volt induziert. Der Widerstand jedes Doppelzweiges sei

$w' = 0,05$ Ohm. Wie groß wird der Strom in jedem der beiden Zweige, wenn der Gesamtstrom 100 Ampere beträgt?

Da die Klemmspannung für beide Zweige dieselbe ist, so ergibt sich:

$$E_1 - i_1 \cdot w' = E_2 - i_2 \cdot w' = e$$

oder
$$115 - i_1 \cdot 0,05 = 114 - i_2 \cdot 0,05,$$

dennach
$$i_1 - i_2 = 20.$$

Da der Gesamtstrom gleich 100 Ampere ist, so ergibt sich:

$$i_1 = 60 \text{ Ampere.}$$

$$i_2 = 40 \quad ,,$$

Die Mehrbelastung, d. h. die größere Stromstärke vor dem einen Polpaar kann dann eine Funkenbildung zur Folge haben. Am besten versieht man dann solche Schleifenwickelungen mit Mordeyverbindungen, damit die Ungleichmäßigkeiten der verschiedenen Zweige sich schon innerhalb des Ankers ausgleichen können und wenigstens die Belastung der Bürsten überall die gleiche ist.

Dagegen erreicht man eine fast vollständige Beseitigung jeder Unregelmäßigkeit durch die Arnoldsche Serien-Parallelwicklung, die im Gegensatz zu der früheren Schleifenwicklung eine Wellenwicklung ist. Hierbei verteilt sich jede Ankerabteilung auf die verschiedenen Pole, so daß eine Ungleichheit der Pole alle Ankerabteilungen gleichmäßig beeinflusst. Die Wickelung schreitet dabei immer in einem Sinne vorwärts, so daß man nach dem Wickeln einer Spule zu der entsprechenden Stelle des nächsten Polpaares weiter geht.

Insofern unterscheidet sich eine Arnoldsche Wickelung nicht von der früher besprochenen Serienwicklung. Dennoch aber zerfällt die Arnoldsche Wickelung in mehr als zwei parallele Zweige. Das wird dadurch erreicht, daß man nach einem vollen Umgang nicht zu der dem Anfang benachbarten Spule kommt, wie bei der Serienwicklung, sondern zu der zweitnächsten bzw. drittnächsten etc.

Um das deutlich zu machen, gehen wir wieder auf eine zweipolige Wickelung zurück und untersuchen, welchen Einfluß es bei dieser hat, wenn wir bei der Wickelung eine Spule überspringen (Fig. 98). Der Wickelungsschritt ist in unserm Falle gleich 2 und die Zahl der Spulen-seiten gleich 15. s und y haben also keinen gemeinsamen Teiler, und wir erhalten eine einfach geschlossene Wickelung, die aber elektrisch in vier parallele Zweige zerfällt. Die Bürsten sind dann so breit zu wählen, daß sie mehr als ein Segment bedecken. Hätten wir den Wickelungsschritt allgemein gleich a gemacht, so zerfiel die Wickelung in $2a$ parallele Zweige.

Daraus leiten wir dann für mehrpolige Maschinen mit Wellenwicklung die Regel ab: Kommt man nach einem Umgang zum a ten Spulen-anfang neben dem Ausgangspunkt, so zerfällt die

Wicklung in $2a$ parallele Zweige. Man erkennt leicht, daß die früher besprochene Serienwicklung nur ein spezieller Fall der Serien-Parallelwicklung ist, indem nämlich dabei die Zahl a gleich 1 ist.

Wir beschränken uns nun auf den wichtigsten Fall, wo die Zahl der parallelen Stromzweige gleich der Polzahl ist ($p = a$). Beim Ringanker mit Serien-Parallelwicklung kommen wir dann nach einem vollen

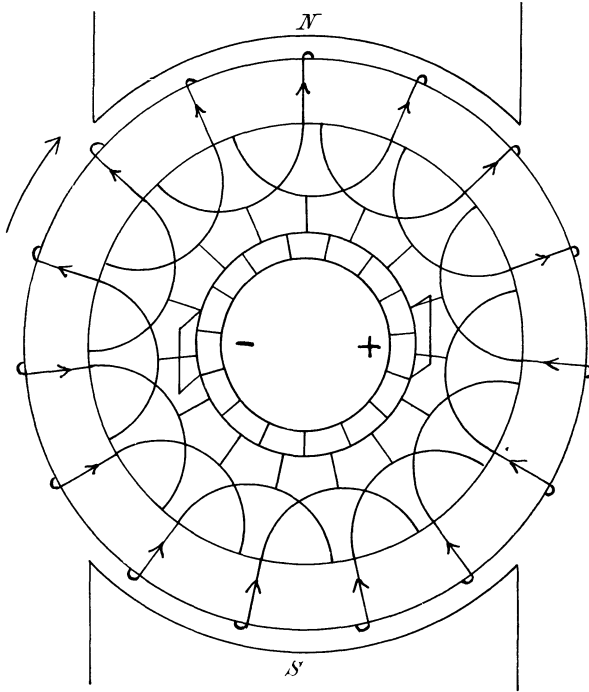


Fig. 98.

Umgang, d. h. nach $p \cdot y$ Spulenseiten, auf das p te Feld neben dem Anfang. Daraus folgt:

$$p \cdot y = s \pm p$$

oder

$$y = \frac{s}{p} \pm 1.$$

Dabei ist s , je nach den Umständen, gerade oder ungerade. s und y dürfen aber keinen gemeinsamen Teiler haben, wenn die Wicklung einfach geschlossen sein soll. In Fig. 99 ist z. B. $s = 16$ und $p = 2$. Das ergibt $y = 9$ oder 7 . Gewählt ist $y = 7$. Dann ergibt sich das überaus einfache Wicklungsschema: 1—8—15—6— etc.

Die Verbindungen der Spulen untereinander liegen alle auf der vorderen Stirnfläche, aber in zwei verschiedenen Ebenen, so daß eine gegenseitige Berührung ausgeschlossen ist.

Zeichnen wir jetzt wieder die Strompfeile in die Ankerdrähte auf der vorderen Stirnfläche, so ergibt sich, daß der Strom einerseits auf den Verbindungspunkt zwischen Spule 8 und 15, andererseits auf den Verbindungspunkt zwischen Spule 16 und 7 zufließt. Daraus ergibt sich die

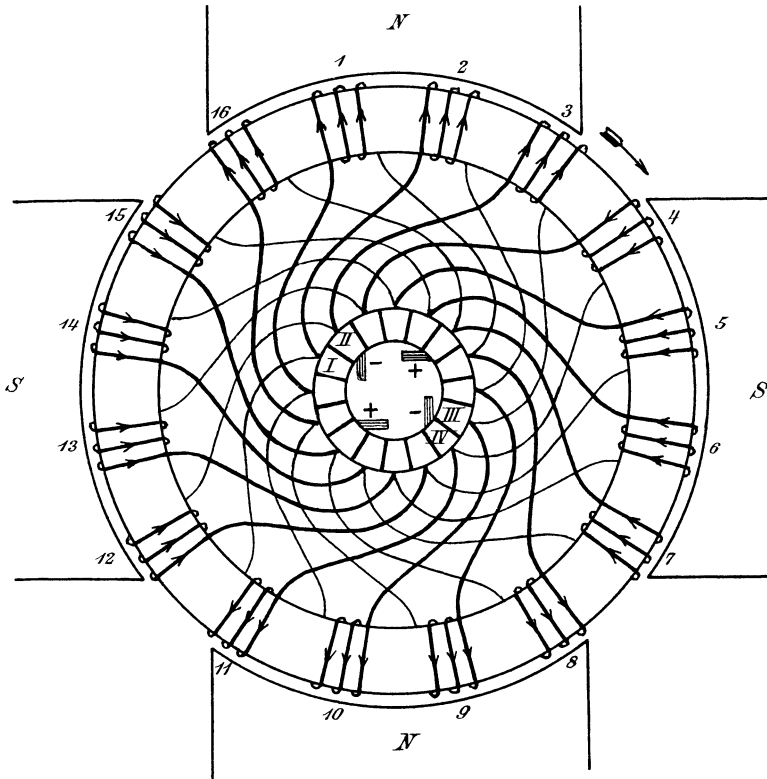


Fig. 99.

Lage der beiden positiven Bürsten, und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{vmatrix} 11 & 2 & 9 & 16 \\ 4 & 13 & 6 & 15 \\ 12 & 5 & 14 & 7 \\ 3 & 10 & 1 & 8 \end{vmatrix} +$$

Einen kleinen Zeitraum nach dem in Fig. 99 gezeichneten Augenblick werden die vier Bürsten gleichzeitig je auf 2 Segmenten liegen. Dadurch bilden z. B. die negativen Bürsten den kurzgeschlossenen Stromkreis:

$$I, II, 3, III, IV, 11, I.$$

Durch die negativen Bürsten sind also in diesem Augenblick die in der neutralen Zone liegenden Spulen 3 und 11 in Serie geschaltet, in sich kurzgeschlossen und dadurch aus dem ganzen Stromkreis ausgeschaltet. Allgemein werden durch die positiven und die negativen Bürsten gleichzeitig je p Spulen in Serie geschaltet kurzgeschlossen. Da ein kurzgeschlossener Stromkreis an einer Stelle unterbrochen werden kann, ohne daß die leitende Verbindung zwischen den einzelnen Teilen aufhört, so kann man bei genügend breiten Bürsten je eine positive und negative Bürste weglassen. Der betreffende Strom fließt dann, statt zu dieser Bürste, durch die in der neutralen Zone liegenden Spulen zu den anderen Bürsten.

50. Trommel mit Serien-Parallelwicklung.

Wir haben schon früher die prinzipielle Gleichheit der Ring- und Trommelwicklung betont und benutzen sie auch hier, um die Formel für den Wicklungsschritt der Serien-Parallelwicklung abzuleiten. Nach S. 149 ergab sich: Kommt man nach einem Umgang zum a ten Spulenanfang neben dem Ausgangspunkt, so zerfällt der Anker in $2a$ Zweige. Nun liegen bei der Trommel auf dem Raum, wo sich a Spulenanfänge befinden, $2a$ Spulenseiten. Andererseits machen wir bei einem Umgang p mal den Schritt $y_1 + y_2$. Für reine Parallelschaltung ($p = a$) ergibt sich also:

$$p(y_1 + y_2) = s \pm 2p.$$

Da zwischen den beiden Spulenseiten ein und derselben Spule immer eine gerade Anzahl von anderen Spulenseiten liegt, so ist sowohl y_1 als auch y_2 ungerade. Dadurch wird $y_1 + y_2$ gerade, also haben $y_1 + y_2$ und s den gemeinsamen Teiler 2. Davon abgesehen, müssen $y_1 + y_2$ und s teilerfremd sein.

Ist der Wicklungsschritt hinten und vorn derselbe, so ergibt sich aus der obigen Formel:

$$y = \frac{s}{2p} \pm 1.$$

Dabei müssen s und y teilerfremd sein. Ist z. B. $s = 24$ und $p = 3$, so ergibt sich $y = 5$ oder 3. Der Wicklungsschritt 3 führt zu keiner einfach geschlossenen Wicklung, da in diesem Falle s und y einen gemeinschaftlichen Teiler haben. Man würde z. B., von 1 anfangend, schon nach 8 Schritten wieder auf die Spulenseite 1 treffen. Wählen wir dagegen $y = 5$, so ergibt sich das Schema: 1—6—11—16— etc.

In Fig. 100 ist diese Wicklung gezeichnet, wobei angenommen werden kann, daß jede Spule, z. B. 27, aus mehreren Windungen besteht. In der Zeichnung sind die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche ausgezogen, die auf der hinteren Stirnfläche sind punktiert. Die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche, durch die zwei Drähte unter sich und mit dem

Kollektorsegment verbunden werden, liegen wieder in 2 verschiedenen Ebenen, und zwar liegen die stark ausgezogenen Verbindungen in einer vorderen, die schwach ausgezogenen in einer hinteren Ebene. Die Anzahl der Segmente ist halb so groß wie die der Spulenseiten. Zeichnen wir nun in der bekannten Weise die Strompfeile in sämtliche Verbindungen der vorderen Stirnfläche, so ergeben sich die Stellen, wo die positiven Bürsten anliegen. Das sind die Punkte, auf die der Strom von 2 Seiten

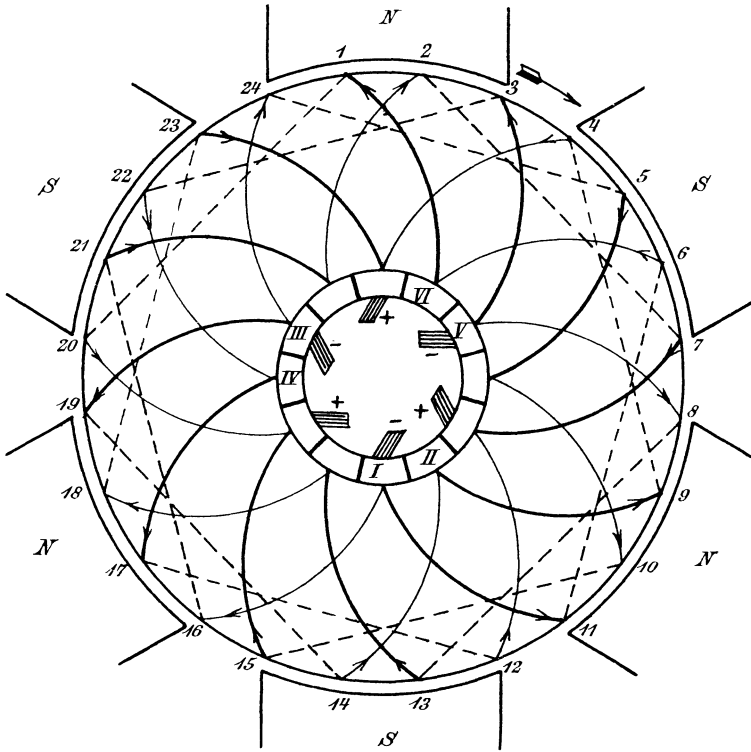


Fig. 100.

zufliest. Ebenso ergeben sich die Orte für die negativen Bürsten als die, von wo der Strom nach 2 Seiten wegfliest. Wir erhalten also folgendes Stromlaufschema:

$$\begin{array}{c}
 \left| \begin{array}{cccc}
 11 & 6 & 1 & 20 \\
 16 & 21 & 2 & 7 \\
 8 & 13 & 18 & 23 \\
 3 & 22 & 17 & 12 \\
 24 & 5 & 10 & 15 \\
 19 & 14 & 9 & 4
 \end{array} \right| +
 \end{array}$$

Einen Augenblick später wird durch das Aufliegen der negativen Bürsten auf je 2 Segmenten folgender kurzgeschlossener Stromkreis hergestellt:

I, II, 14, 19, III, IV, 22, 3, V, VI, 6, 11, I.

Gleichzeitig werden auch drei Spulen durch die positiven Bürsten kurzgeschlossen. Die auf diese Weise kurzgeschlossenen Spulen liegen in

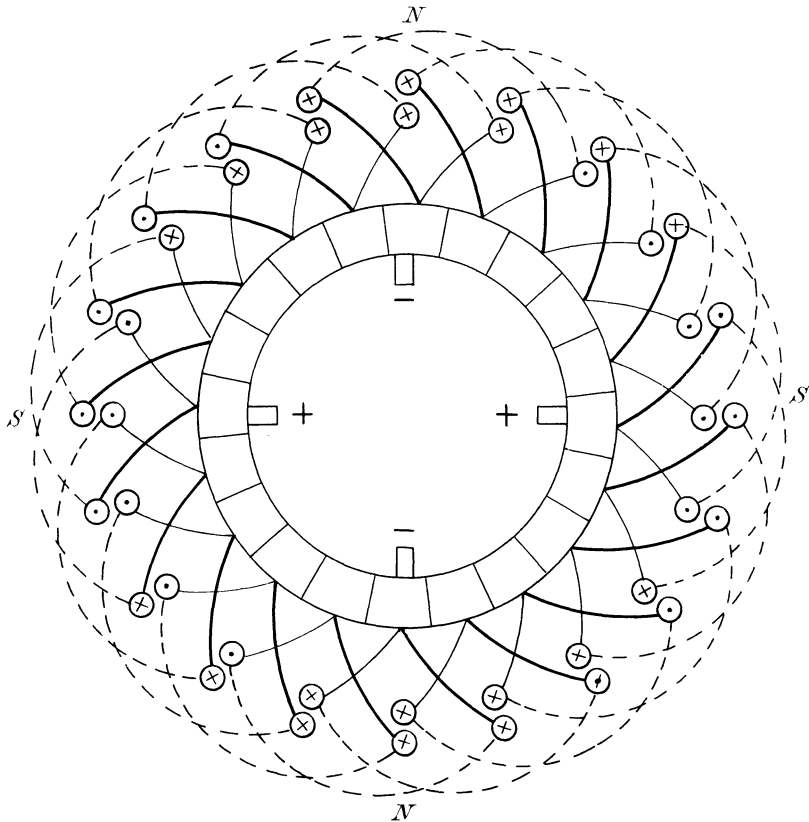


Fig. 101.

der neutralen Zone. Allgemein werden durch die Bürsten p Spulen oder $2p$ Spulenseiten in serie kurzgeschlossen. Über die Weglassung je einer Bürste gilt also das beim Ringanker Gesagte.

Besonders einfach wird nun wieder die obige Wicklung, wenn man die Nuten fortlaufend numeriert und zwei Spulenseiten pro Nut annimmt. Dann lautet die Regel für die Serien-Parallelwicklung: Kommt man nach einem vollen Umgang auf die a te Nut neben dem Anfang, so zerfällt der Anker in $2a$ parallele Zweige. Ist also wieder Y_1

und Y_2 der Nutenschritt, so gilt für reine Parallelschaltung ($p = a$) die Gleichung:

$$p \cdot (Y_1 + Y_2) = S \pm p$$

oder

$$Y_1 + Y_2 = \frac{S}{p} \pm 1.$$

Ist z. B., wie in Fig. 101, die Spulenzahl gleich 12 und die Zahl der Polpaare $p = 2$, so ist die Nutenzahl $S = 12$, und wir erhalten für reine Parallelschaltung:

$$Y_1 + Y_2 = \frac{12}{2} \pm 1 = 7 \text{ oder } 5.$$

Wir wählen $Y_1 = 3$, $Y_2 = 2$ und erhalten so die Wickelung in Fig. 101.

Unter Umständen ergeben sich auch bei Serien-Parallelwicklung Schwierigkeiten in bezug auf funkenlosen Gang, besonders wenn man, bei der neutralen Zone anfangend, nach einem Umgang schon in die Nähe der Polspitze kommt. Es empfiehlt sich daher auch bei dieser Wickelung die Anbringung von Mordeyverbindungen. Ist die Anzahl der Kollektorlamellen durch die Zahl der Polpaare teilbar, was so wie so im Interesse einer symmetrischen Anordnung und eines funkenlosen Ganges wünschenswert ist, so sind die zu verbindenden Segmente leicht zu finden. Es ist dabei nicht nötig, daß sämtliche entsprechenden Segmente verbunden werden.

Siebentes Kapitel.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen. — 52. Die Feldmagnete. — 53. Die Bürstenstellung.
— 54. Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung. — 55. Funkenfreie Kommutierung. —
56. Spannungsteller.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen.

Die ersten Maschinen, in denen durch mechanische Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine elektromotorische Kraft erzeugt wurde, enthielten Stahlmagnete. Man setzte diese aus einzelnen Lamellen zusammen, die sich stärker magnetisieren ließen als massive Stahlmassen.

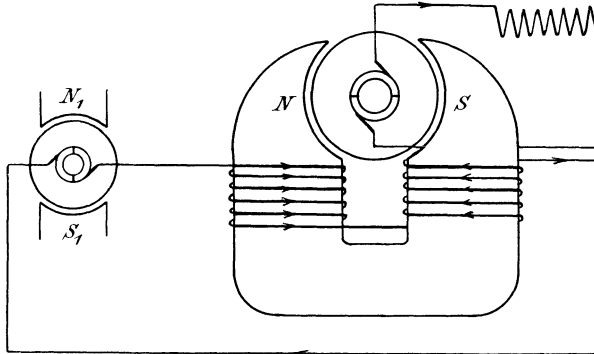


Fig. 102.

Trotzdem war die Kraftlinienzahl, die von solchen Stahlmagneten geliefert wurde, verhältnismäßig klein. Infolgedessen waren auch die erzeugte elektromotorische Kraft und die Stromstärke gering.

Es war daher ein prinzipieller Fortschritt, als Wilde in Manchester den in einer solchen Maschine mit Stahlmagneten und zweiteiligem Kommutator erzeugten Gleichstrom zur Magnetisierung der Eisenschenkel einer zweiten Maschine benutzte. Da Schmiedeeisen durch einen verhältnismäßig schwachen magnetisierenden Strom außerordentlich stark magnetisch wird, so war die in den Wildeschen Maschinen erzielte elektromotorische Kraft von erheblicher Stärke. In Fig. 102 ist eine solche Anordnung gezeichnet, wobei N_1 und S_1 die Stahlmagnete der Erregermaschine darstellen. Der

Strom, den diese Maschine liefert, fließt durch die Schenkelwicklung einer größeren Maschine, deren Magnetgestell aus Schmiedeeisen oder Gufseisen besteht. Die Magnetspulen sind dabei derartig verbunden, daß entgegengesetzte Pole *N* und *S* induziert werden. Wenn also das untere Ende der linken Spule vorn liegt, so muß das angeschlossene untere Ende der rechten Spule hinten liegen.

Der gewaltige Aufschwung der Elektrotechnik während der letzten Jahre des vergangenen Jahrhunderts wurde aber erst möglich durch das von Werner Siemens entdeckte Dynamoprinzip. In einer Abhandlung, die Siemens im Januar 1867 der Berliner Akademie der Wissenschaften vorlegte, wies er nach, daß der remanente Magnetismus des Eisens zur Selbsterregung der Maschinen benutzt werden könne, und daß dadurch der Technik die Mittel gegeben waren, „elektrische Ströme in unbegrenzter Stärke zu erzeugen“.^{*)} Die einfache Form dieser Abhandlung steht in merkwürdigem Gegensatz zu der großen Bedeutung, die das Dynamoprinzip in Verbindung mit dem mehrteiligen Kollektor für die Entwicklung der Elektrotechnik gehabt hat. Erst seit der Entdeckung desselben gibt es „Dynamomaschinen“. Es ist übrigens von Interesse, daß wenige Tage nach der Siemensschen Veröffentlichung auch in England das Prinzip der Selbsterregung selbständig bekannt gemacht wurde, und daß in Amerika bereits einige Wochen vorher ein vorläufiges Patent darauf angemeldet gewesen ist.

Als Dynamomaschinen bezeichnete man früher die selbsterregenden Maschinen zum Unterschied von den Maschinen mit fremder Erregung. Jetzt dagegen ist es Gebrauch geworden, als Dynamo jede Maschine zu bezeichnen, in der durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine elektromotorische Kraft geschaffen wird. Dynamo und Generator sind also jetzt gleichbedeutend, und man spricht jetzt sogar von Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom, obgleich beim Wechselstrom die Selbsterregung in der Regel ausgeschlossen ist.

Der Vorgang der Selbsterregung der Gleichstrommaschinen vollzieht sich derartig, daß bei der Inbetriebsetzung zunächst nur die Kraftlinien des remanenten Magnetismus geschnitten werden. Dadurch wird eine geringe elektromotorische Kraft und, falls der Stromkreis geschlossen ist, ein schwacher Strom erzeugt. Indem aber dieser Strom nach Fig. 103 um die Schenkel der Maschine fließt, verstärkt er den remanenten Magnetismus. Dadurch wächst dann die Zahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde, also die elektromotorische Kraft, und dadurch wieder der Strom etc. So arbeitet sich die Maschine beim „Angehen“ selbst in die Höhe und schafft sich ihren Magnetismus selbst. Die Stärke des auf diese Weise geschaffenen Magnetfeldes und der induzierten elektromotorischen Kraft hängt dann von

^{*)} Siehe Poggendorfsche Annalen 1867, sowie „Wissenschaftliche und technische Arbeiten“ von Werner Siemens, II., S. 234.

den Betriebsverhältnissen ab. Auf den ersten Blick könnte man allerdings vermuten, daß sich die Maschine bis zur vollständigen Sättigung des Eisens in die Höhe arbeiten müßte. Das ist aber nicht der Fall, abgesehen davon, daß die Sättigung des Eisens ein sehr relativer Begriff ist. Vielmehr wächst der Strom nur so lange an, bis das Produkt aus seiner Stärke und dem Widerstand des ganzen Kreises gleich der elektromotorischen Kraft ist, die bei den betreffenden Kraftlinien induziert wird.

Dadurch wird nun allerdings das Verständnis der Dynamomaschinen sehr erschwert, da die betreffende Kraftlinienzahl ja vom Strome selbst abhängig ist. Wir kommen dabei zu dem merkwürdigen Resultat, daß die Stromstärke zwar nach dem Ohmschen Gesetz durch die elektromotorische Kraft und den Widerstand gegeben ist, daß aber andererseits die elektromotorische Kraft selbst von der Stromstärke und also auch vom Widerstand abhängig ist. Jetzt ist also unsere frühere Vorstellung kaum

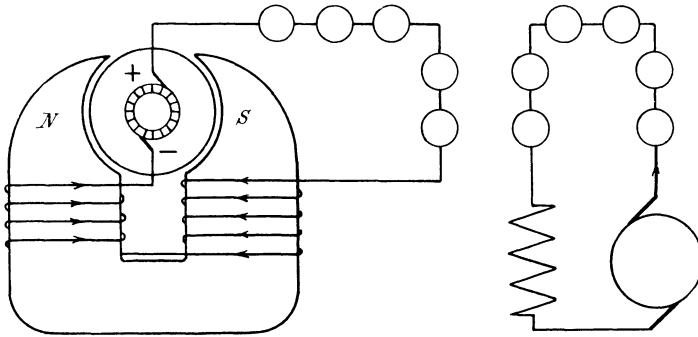


Fig. 103.

mehr aufrecht zu halten, daß die elektromotorische Kraft und der Widerstand des Kreises ursprünglich gegeben sind, und daß sich die Stromstärke erst nach dem Ohmschen Gesetz aus beiden ableitet. Bei der Dynamomaschine ist die elektromotorische Kraft nicht allein eine Funktion der Maschine, die etwa durch konstante Kraftlinienzahl, Tourenzahl und Drahtzahl gegeben wäre. Vielmehr hängt sie außerdem noch ab von den Betriebsverhältnissen, also von dem zwischen den Klemmen liegenden Widerstand, d. h. praktisch von dem Stromverbrauch.

Was nun die Magnetwicklung betrifft, so besteht sie bei der Hauptstrommaschine (Fig. 103) aus wenig Windungen eines dicken Drahtes, der vom Hauptstrom durchflossen wird. Anker, Magnetwicklung und äußeres Netz sind also hintereinander geschaltet.

Bei der Nebenschlußmaschine (Fig. 104) besteht die Magnetwicklung aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Die Wicklung liegt direkt an den Bürsten, ist also parallel zum äußeren Netz geschaltet. Infolge des großen Widerstandes der Wicklung ist der Magnetstrom dann sehr klein gegenüber dem äußeren Strom.

Die Compoundmaschine endlich ist eine Vereinigung von Hauptstrom- und Nebenschlufmaschine (Fig. 105 a und b). Sie ist im wesent-

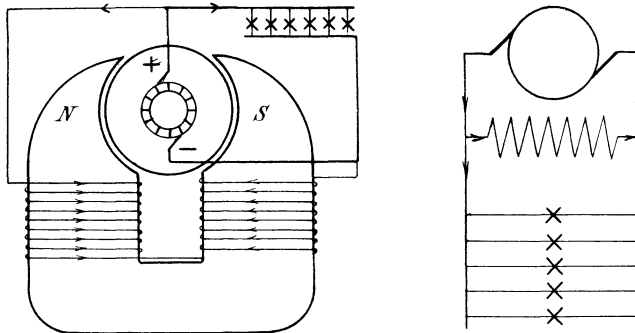


Fig. 104.

lichen eine Nebenschlufmaschine, deren Magnetfeld durch die Wirkung einer Hauptstromspule verstärkt wird. Die Wicklung ist also so anzuordnen, daß die Ströme in der Hauptstrom- und der Nebenschlufwicklung

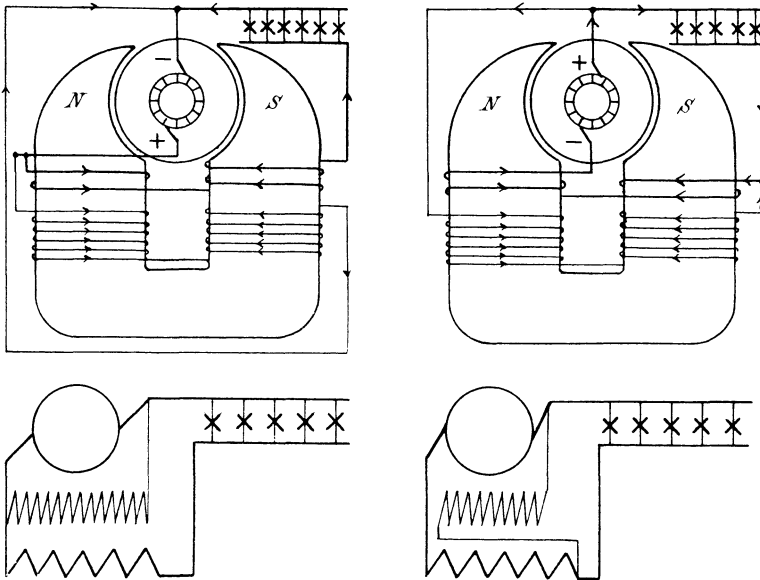


Fig. 105 a.

Fig. 105 b.

gleichgerichtet sind. In Fig. 105 a ist der Nebenschluf von den Bürsten abgezweigt. Er liegt also parallel zum Widerstand der Hauptstromwicklung und dem äußeren Widerstand. In Fig. 105 b ist der Nebenschluf dagegen von den Klemmen der Maschine abgezweigt; er liegt

also parallel zum äußeren Widerstand. Die Compoundwicklung dient dazu, bei Vergrößerung des Stromverbrauches trotz des dadurch vergrößerten Spannungsverlustes im Anker die Klemmspannung konstant zu halten.

Von besonderem Interesse sind nun die Bedingungen, bei denen die Selbsterregung der Dynamomaschinen unmöglich wird. Das „Angehen“ wird erschwert bezw. verhindert:

- I. wenn die im ersten Augenblick induzierte elektromotorische Kraft zu gering ist, d. h.
 1. bei zu geringem remanenten Magnetismus,
 2. bei zu niedriger Tourenzahl;
- II. wenn der erzeugte magnetisierende Strom zu gering ist, d. h.
 1. bei großem Übergangswiderstand der Bürsten,
 2. bei großem äußeren Widerstand der Hauptstrommaschine,
 3. bei großem Magnetwiderstand der Nebenschlußmaschine,
 4. bei sehr kleinem äußeren Widerstand der Nebenschlußmaschine, z. B. bei Kurzschluß, wo die Spannung an den Klemmen und dadurch der Magnetstrom gleich Null wird;
- III. wenn die erzeugten Kraftlinien den remanenten Magnetismus ungenügend oder gar nicht verstärken, d. h.
 1. bei großem Luftabstand zwischen Anker und Polen,
 2. durch falsche Schaltung der Magnetwicklung bei gegebener Drehrichtung,
 3. durch Umkehrung der Drehrichtung bei gegebener Schaltung der Magnetwicklung.

Dagegen hat eine Umpolarisierung der Magnete keinen Einfluß auf das Angehen der Maschine, sondern nur auf das Vorzeichen der Bürsten.

52. Die Feldmagnete.

Die Feldmagnete bestehen meist aus mehreren miteinander verschraubten Teilen verschiedenen Materials. Als Material wird Ankerblech, Schmiedeeisen, Gußeisen, Dynamogußstahl und Flußeisen verwendet.

Für Generatoren mit Fremderregung oder für Motore empfiehlt sich unter Umständen das Schmiedeeisen wegen seiner hohen magnetischen Leitfähigkeit. Dagegen ist es unmöglich, die Feldmagnete einer Maschine mit Selbsterregung ganz aus Schmiedeeisen herzustellen, weil die Maschine bei dem geringen remanenten Magnetismus des Schmiedeeisens nicht angehen würde. Bei Dynamomaschinen, d. h. Maschinen mit Selbsterregung, verwendet man also das Schmiedeeisen nur für die Magnetkerne, wobei der Kernquerschnitt verhältnismäßig klein gewählt werden kann. Dabei erzielt man nicht nur eine Ersparnis an Eisen, sondern auch an Kupfer. Der Umfang einer Windung ist dann verhältnismäßig klein, und bei ge-

gebenem Wirkungsgrad kann dann zugleich der Kupferquerschnitt kleiner gewählt werden als bei Verwendung von Gufseisen.

Das Ankerblech kommt als Material für die Polschuhe in Betracht, weil dabei der Verlust durch Wirbelströme vermieden wird.

Das Gufseisen mit seinem höheren remanenten Magnetismus wurde früher fast allgemein als Material für das Magnetgestell benutzt. Wegen seiner geringen magnetischen Leitfähigkeit kommt es indessen jetzt nur noch für kleinere Maschinen in Frage. Dabei werden Grundplatte und Magnetgestell in einem Stück gegossen. Die geringeren Herstellungskosten und der billigere Preis des Gufseisens wiegen dann den Nachteil des durch die schlechte Leitfähigkeit veranlafsten größeren Kupfer- und Eisengewichtes auf.

Dagegen hat der Dynamogufsstahl das Gufseisen neuerdings überall da verdrängt, wo es gilt, große Maschinen mit hohem Wirkungsgrad zu bauen. Er vereinigt den Vorteil eines starken remanenten Magnetismus mit dem einer hohen magnetischen Leitfähigkeit, die sich von der des Schmiedeeisens kaum unterscheidet. Man kann also eine viel höhere magnetische Induktion zulassen, als bei Gufseisen, und braucht dabei noch verhältnismäßig wenig Amperewindungen auf den Schenkeln. Während früher oft die Hälfte aller Amperewindungen verbraucht wurde, um den Kraftlinienfluß durch das Gufseisen der Feldmagnete zu treiben, ist es jetzt bei größeren Maschinen die Regel, daß für den gesamten Eisenweg inklusive Zähne und Anker nur etwa 25 % der gesamten Amperewindungen verbraucht werden. Dabei kommt es aber immer noch darauf an, für welche Zwecke die Maschine gebaut ist. Bei Maschinen, die ohne parallelgeschaltete Batterie auf Glühlampen arbeiten, wird oft die Hälfte der Amperewindungen für den Eisenweg und für Kompensation der Ankerrückwirkung verbraucht (vergl. Abschnitt 59). Im allgemeinen wird das Eisen- und Kupfergewicht der Feldmagnete bei Verwendung von Gufsstahl bedeutend verringert. Dadurch werden die Maschinen gefälliger und leichter und sind auch in bezug auf Abkühlungsverhältnisse günstiger gestellt. Außerdem ist die größere zulässige Kraftliniendichte, wie sich später ergibt, auf den funkenlosen Gang von wesentlichem Einfluß. Diesen Vorteilen steht nur der höhere Preis des Gufsstahles und unter Umständen die höheren Bearbeitungskosten entgegen, die dadurch verursacht werden, daß sich das Gestell mit der Fundamentplatte nicht in einem Stück gießen läßt.

Was nun die Form des Magnetgestelles betrifft, so baute man, nachdem die erste Entwicklungszeit vorüber war, zuerst hufeisenförmige Magnetgestelle (Siemenstype). Man erkannte dabei bald, daß die zuerst gewählten langen Schenkel den Eisenweg für die Kraftlinien ganz unnütz verlängern. Ferner ergab sich, daß eine möglichst gefällige, dem Verlauf der Kraftlinien sich anschmiegende Form am günstigsten ist. Eine Kraftlinie bildet, solange sie in demselben Material verläuft, niemals Ecken,

und die scharfen Kanten des Magnetgestelles in Fig. 106 vergrößern unnützerweise das Eisengewicht der Maschinen. Die Pole sind also in der Weise, wie es in Fig. 103 gezeichnet ist, abzurunden oder abzuschrägen.

Von geschichtlichem Interesse ist ferner die Manchestertype (Fig. 107). Die Schaltung der Erregerspulen ist dabei derartig, daß die

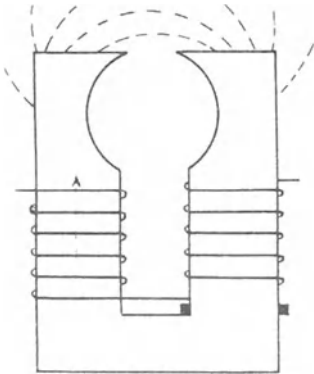


Fig. 106.

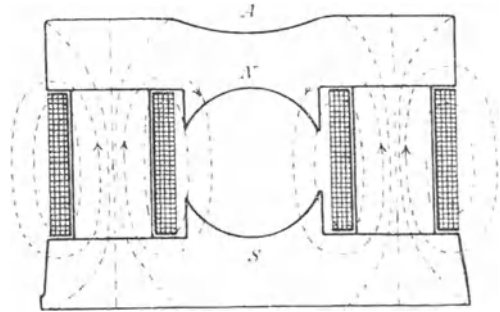


Fig. 107.

magnetischen Drücke beider Schenkel parallel geschaltet sind. Die Kraftlinien verlaufen also in Fig. 107 in beiden Schenkeln von unten nach oben, stoßen bei *N* aufeinander und bilden dort einen sogenannten Folgepol. Bei der Berechnung der Amperewindungen für die Maschine teilt man die Maschine am besten durch einen vertikalen Schnitt parallel zur Achse in

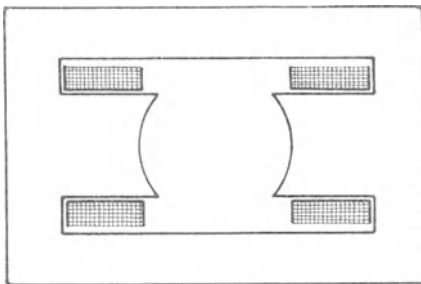


Fig. 108.

2 Hälften und berechnet die Amperewindungen für jede Hälfte einzeln. Dabei ist zu berücksichtigen, daß jeder Kernquerschnitt jetzt nur die Hälfte der Kraftlinien führt. Ferner sind die berechneten Amperewindungen auf jedem der beiden Kerne unterzubringen, da die magnetischen Drücke beider Spulen parallel geschaltet sind und sich nicht addieren.

Die neuerdings wegen ihrer vorzüglichen magnetischen Disposition allgemein verwendete Form des Magnetgestelles ist die Lahmeyertype (Fig. 108). Fast alle mehrpoligen Magnetgestelle gehören dieser eisen-schlossenen Form an. In der Regel trägt dabei jeder Pol auch eine Erregerspule (Fig. 127), jedoch läßt sich die Erregung eines Polpaares auch durch eine einzige Erregerspule bewirken (Fig. 109). Diese Anordnung kann in Frage kommen, wo es sich, wie bei Straßenbahnmotoren, darum handelt, die eine Dimension der Maschine möglichst klein zu machen.

Die Unsymmetrie der magnetischen Anordnung kann aber eine Funkenbildung am Kollektor verursachen.

Was nun endlich die Innenpolmaschinen betrifft, so bietet die Befestigung des Ankers, der um das feststehende Polrad rotiert, gewisse Schwierigkeit, so dafs man von dieser sonst vorzüglichen Konstruktion wieder abgekommen ist. Dagegen ist die Innenpolmaschine die beste Konstruktion für Wechselstrommaschinen, und zwar rotiert bei diesen das Polrad, während der aufsen angeordnete Anker feststeht.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die verschiedenen Maschinentypen in bezug auf die Streuung zu vergleichen.

Unter den Streulinien versteht man die Kraftlinien, die sich direkt zwischen den Polkernen oder zwischen den Polspitzen durch die Luft hindurch schliesfen, ohne den Anker zu durchsetzen. Infolge der Streuung ist die Kraftlinienzahl in den Magneten gröfser als die nutzbare Kraft-

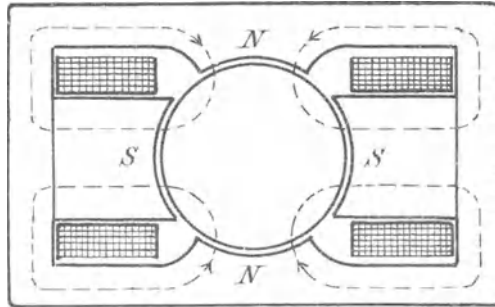


Fig. 109.

linienzahl im Anker. Die dadurch vergrößerte Induktion in den Magnetkernen und im Joch veranlaßt dann einen unverhältnismäßig großen Aufwand von Amperewindungen auf den Magnetschenkeln.

Es sei nun

$$\begin{aligned}
 N & \text{ die von einem Nordpol in den Anker eintretende Kraftlinienzahl,} \\
 N_s & \text{ der von einem Nordpol nach beiden Seiten austretende Streufuß,} \\
 N_m & = N + N_s \text{ die Gesamtkraftlinienzahl innerhalb des Polkernes,} \\
 \sigma & = \frac{N_m}{N} \text{ der Streukoeffizient.} \qquad (80)
 \end{aligned}$$

Um diesen Streukoeffizienten experimentell zu ermitteln, wird eine Sekundärspule in der in Fig. 106 gezeichneten Weise um den Magnetkern gewickelt und die Enden der Spule zu einem ballistischen Galvanometer geführt. Beim Unterbrechen des Erregerstromes ziehen sich alle Kraftlinien zusammen und schneiden durch die Sekundärspule. Der Ausschlag des Galvanometers ist dann ein Maß für die Kraftlinienzahl. Derselbe Versuch wird mit einer um den Anker gelegten Sekundärspule

wiederholt, und das Verhältnis der Ausschläge liefert dann direkt den Koeffizienten σ .

Bei Versuchen, die schon ziemlich weit zurückliegen, ergab sich z. B.:

$\sigma = 1,5$ für die Manchestertype,

$\sigma = 1,36$ für die Siemenstype.

$\sigma = 1,1$ bis $1,2$ für die Lahmeyertype.

Die Streuung ist bei der Manchestertype am größten, weil die Kraftlinien an dem Folgepol aufeinander stoßen, sich gegenseitig aufbäumen und in großer Zahl in die Luft entweichen (vergl. Fig. 107). Es nützt wenig, wenn man durch Aussparungen bei A den Eisenweg dem natürlichen Kraftlinienweg anzupassen sucht.

Auch die Siemenstype (Fig. 103) ist in bezug auf Streuung ungünstig gestellt, weil die Magnetkerne sich verhältnismäßig nahe gegenüber stehen, und weil die Magnetpole große Flächen besitzen, die nach außen Streulinien ausstrahlen. Die Abrundung der Pole vermindert allerdings die Streuung etwas, weil der Weg für die Streulinien länger und unbequemer wird.

Am günstigsten arbeitet die Lahmeyertype (Fig. 108), weil die Erregerspulen dabei ganz dicht in der Nähe des Ankers liegen, und weil infolgedessen der Querschnitt des Streufeldes von Polspitze zu Polspitze verhältnismäßig klein ist.

Nun muß man allerdings im Auge behalten, daß die angegebenen Werte von σ nur eine rohe Annäherung darstellen können. Zunächst kann nämlich die Streuung bei Maschinen ein und derselben Type verschieden sein, je nachdem der magnetische Widerstand des Streufeldes ein größerer oder geringerer ist. So z. B. wird unter sonst gleichen Verhältnissen der Streufluß größer bei rechteckigem Polquerschnitt, als bei rundem Polquerschnitt, und ebenfalls größer, wenn ungleichnamige Pole nahe aneinander stehen, als wenn sie weit voneinander entfernt sind. Außerdem kommt es noch sehr auf den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes an. Ist z. B. der Luftabstand zwischen Polen und Anker besonders groß, so sind zur Überwindung dieses magnetischen Widerstandes viele Amperewindungen nötig. Diese schaffen uns dann einen besonders großen Streufluß bei verhältnismäßig geringem nutzbarem Kraftfluß.

Diese Verhältnisse werden noch deutlicher, wenn man den Streufluß und den nutzbaren Kraftlinienfluß als zwei parallelgeschaltete Ströme auffaßt, die den magnetischen Widerständen der betreffenden Wege umgekehrt proportional sind. Demnach ist das Verhältnis der Streulinien zu den nutzbaren Kraftlinien gleich dem Verhältnis des Widerstandes des nutzbaren Feldes zum Widerstand des Streufeldes. Wie man also sieht, können Maschinen derselben Type eine ganz verschiedene prozentische Streuung besitzen.

Andererseits kann der Wert von σ bei ein und derselben Maschine bei zwei verschiedenen Betriebszuständen verschieden sein, weil man nicht immer die gleiche Kraftlinienzahl im Anker hat. Infolgedessen sind auch die Zähne je nach den Betriebsverhältnissen verschieden gesättigt, und ihr magnetischer Widerstand ist nicht konstant. Dazu kommt noch, daß die Amperewindungen des Ankers nach Abschnitt 54 einen je nach den Betriebsverhältnissen wechselnden magnetischen Gegendruck X_g darstellen, wodurch die erforderlichen Amperewindungen der Feldmagnete und dadurch auch die Streuung vergrößert wird.

Man trägt diesen Verhältnissen Rechnung, indem man den magnetischen Widerstand des Streufeldes einführt, falls die Form der Maschine eine geometrische Ausmessung zuläßt. Ist Q_s der Querschnitt und l_s die Länge des Streuweges, so ergibt sich nach Abschnitt 29 der Widerstand W_s des Streufeldes zu:

$$W_s = \frac{l_s}{0,4\pi \cdot Q_s} . \quad (81)$$

Ist nun der magnetische Druck $X_a + X_z + X_l$ nötig, um den Kraftlinienfluß N durch Anker, Zähne und Luft zu treiben, und ist außerdem noch der Gegendruck X_g der Amperewindungen des Ankers zu überwinden, so ergibt sich die Zahl N_s der Streulinien nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus zu:

$$N_s = \frac{X_a + X_z + X_l + X_g}{W_s} . \quad (82)$$

Der Kraftfluß in den Magneten ist dann $N_m = N + N_s$. Ein Beispiel für eine solche Berechnung der Streuung ist in Abschnitt 29 gegeben. Man muß sich aber hüten, derartigen Rechnungen ein übermäßiges Vertrauen entgegenzubringen.

Noch viel ungünstiger liegt die Sache, wenn man den Widerstand des Streufeldes nicht durch geometrische Ausmessung bestimmen kann. Man kann allerdings bei mehrpoligen Maschinen annehmen, daß der Polbogen etwa 70 % der Polteilung beträgt, so daß der Rest von 30 % der Teilung gleich der neutralen Zone ist. Demnach ist die Länge l_s des Streuweges der Teilung $\frac{D\pi}{2p}$ proportional. Andererseits ist der Querschnitt Q_s des Streufeldes jedenfalls der axialen Ankerlänge b und schätzungsweise der radialen Länge der Magnetschenkel proportional. Die letztere wird nun wieder in einer rohen Schätzung dem Polbogen oder der Polteilung $D\pi/2p$ proportional sein, so daß der Querschnitt des Streufeldes proportional dem Produkt $b \cdot D\pi/2p$ ist. Ist also c ein Faktor, der für verschiedene Typen verschiedene Werte hat, so ergibt sich analog der Gleichung für den elektrischen Widerstand ($w = \rho \cdot \frac{l}{q}$) der magnetische Widerstand des Streufeldes aus Länge und Querschnitt zu:

$$W_s = c \cdot \frac{D\pi/2p}{b \cdot D\pi/2p} = \frac{c}{b} .$$

Wir können den Faktor c den spezifischen Widerstand des Streufeldes nennen. Kapp setzt statt des Nenners b das geometrische Mittel aus der Polteilung und der Ankerlänge, also abgesehen von einem konstanten Faktor den Wert $\sqrt{\frac{D}{p}} \cdot b$ ein. *) Ist dann K ein konstanter Faktor, der für die Lahmeyertype den Wert 0,35—0,55 hat, so nimmt nach Kapp unsere Gleichung für den magnetischen Widerstand des Streufeldes die Form an:

$$W_s = \frac{K}{\sqrt{\frac{D}{p}} \cdot b}. \quad (83)$$

Ist z. B. der Durchmesser 60 cm, die Ankerlänge 40 cm, die Zahl der Polpaare gleich 2, und wird der Faktor $K=0,35$ geschätzt, so ergibt sich:

$$W_s = \frac{K}{\sqrt{\frac{D}{p}} \cdot b} = \frac{0,35}{\sqrt{1200}} = 0,01.$$

Für einen an den Polköpfen liegenden Druck von beispielsweise 10000 Amperewindungen ergibt das einen Streufluß:

$$N_s = \frac{10000}{0,01} = 1 \cdot 10^6.$$

Man muß aber auch hier wieder im Auge behalten, daß die Berechnung der Streuung verhältnismäßig sehr unsichere Resultate ergibt.

53. Die Bürstenstellung.

Im 43. Abschnitt ergab sich, daß der Strom aus jeder Ankerabteilung auf die neutrale Zone zufließt. Die Bürsten müssen also theoretisch in der neutralen Zone stehen. Da nun die Zuleitungen zum Kollektor mehr oder weniger gekröpft sind, so sind allgemein die Bürsten so zu stellen, daß der Übergang einer Spule von einer Ankerabteilung in die andere in der neutralen Zone erfolgt. Die neutrale Zone ist dabei der Ankerdurchmesser, der senkrecht auf den Kraftlinien steht. Bei falscher Bürstenstellung würde z. B. eine Ankerabteilung des Ringankers gleichzeitig vor ungleichnamigen Polen liegen. In den einzelnen Drähten einer Abteilung werden dann entgegengesetzt gerichtete elektromotorische Kräfte induziert, die sich zum Teil aufheben. Das hat dann einen Verlust an elektromotorischer Kraft zur Folge.

Dazu kommt noch, daß die Bürste, sobald sie auf zwei Kollektorsegmenten steht, eine oder unter Umständen mehrere Spulen kurzschließt.

*) Siehe Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom. 4. Aufl. Seite 211.

Wenn nun dieser Kurzschluß nicht in der neutralen Zone, sondern in einem starken magnetischen Feld erfolgt, so wird in den rotierenden, kurzgeschlossenen Spulen durch das äußere Feld eine starke elektromotorische Kraft induziert. Diese erzeugt in dem geringen Spulenwiderstand während der Zeit des Kurzschlusses einen starken Strom. Die Folge ist eine starke Funkenbildung, wenn die Bürste dann im Laufe der Rotation von dem einen der kurzgeschlossenen Segmente abgeleitet. Auch im Interesse des funkenlosen Ganges ist es also nötig, daß die Bürsten wesentlich in der neutralen Zone stehen.

Dabei ist aber zu beachten, daß die neutrale Zone nur bei stromloser Maschine, also bei Leerlauf, senkrecht auf der Kraftlinienrichtung der Magnete steht. Das Experiment mit Eisenfeilspänen zeigt, daß die Richtung der den Anker durchlaufenden Kraftlinien in Richtung der Drehung verschoben wird, sobald die Maschine Strom liefert (Fig. 110).

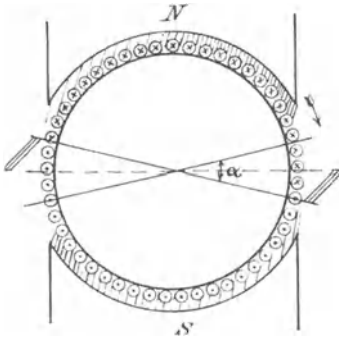


Fig. 110.

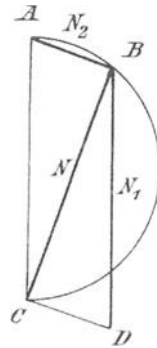


Fig. 111.

Demnach sind die Bürsten ebenfalls im Sinne der Drehung aus der theoretischen, bei Leerlauf bestehenden neutralen Zone in die praktische neutrale Zone zu verschieben, sobald der Anker Strom liefert.

Die Richtung dieser praktischen neutralen Zone ergibt sich aus der Überlegung, daß der stromdurchflossene Anker selbst zu einem Elektromagneten wird, dessen Kraftlinien den Anker in Richtung des Bürstendurchmessers durchdringen. Die vom Anker erzeugten Kraftlinien N_2 setzen sich dabei mit den von Magneten erzeugten Kraftlinien N_1 zu dem resultierenden Kraftfluß N zusammen.

Die Amperesche Schwimmerregel liefert uns die Richtung der Kraftlinien N_2 in Fig. 111. Da der Bürstendurchmesser bei richtiger Bürstenstellung senkrecht auf dem resultierenden Kraftfluß N steht und andererseits mit der Richtung der Ankerkraftlinien N_2 zusammenfällt, so folgt der rechte Winkel zwischen N_2 und N .

Bezeichnet nun α den doppelten Bürstenverschiebungswinkel, so ist der einfache Verschiebungswinkel $\alpha/2$ durch die Gleichung gegeben:

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Bei dieser Bürstenverschiebung liefert die Maschine bei dem betreffenden Ankerstrom die höchste Voltzahl. Es ist aber zu beachten, daß der Anker nicht ganz von Eisen umgeben ist, und daß daher der magnetische

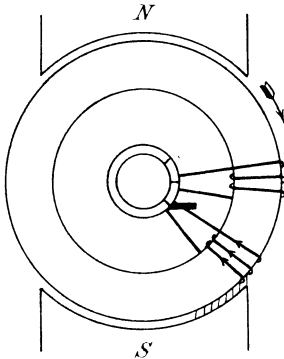


Fig. 112.

Widerstand für die vom Anker erzeugten Kraftlinien ein anderer ist als für die Magnetkraftlinien. Daher ist eine Vorausberechnung der Bürstenverschiebung auf Grund der obigen Gleichung nicht ausführbar. Dazu kommt noch, daß die Bürsten im praktischen Betrieb bis in die Nähe der Polecken vorgeschoben werden. In der kurzgeschlossenen Spule soll nämlich der Strom während der Zeit des Kurzschlusses seine Richtung umkehren. Dieser Vorgang wird nach Abschnitt 35 durch die Selbstinduktion der Spule verzögert. Man verschiebt daher die Bürsten bei Generatoren in Richtung der Drehung über die praktische neutrale Zone hinaus bis in das aktive Feld (Fig. 112).

Dann wird durch das äußere Feld in der Spule eine elektromotorische Kraft induziert, die die Selbstinduktion aufhebt und dadurch die Kommutierung ohne Funkenbildung ermöglicht. Der geringe Verlust an elektromotorischer Kraft, der dadurch bedingt wird, ist ohne Bedeutung.

54. Die Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung.

Stehen die Bürsten in der Nähe der Polspitzen, so zerfällt die ganze Ankerwicklung in 2 Teile, von denen der erste Teil innerhalb des Winkels α der neutralen Zone und der zweite Teil innerhalb des Polbogens β liegt. Wie man aus Fig. 113 erkennt, wirken dann die innerhalb der neutralen Zone liegenden Windungen den Magnetwindungen direkt entgegen, indem sie die punktiert angedeuteten Kraftlinien zu erzeugen suchen. Das geht auch aus Fig. 111 hervor, wo ebenfalls eine Komponente der Ankerkraftlinien N_2 den Magnetkraftlinien entgegengerichtet ist. Der wirkliche, resultierende Kraftfluß, der Magnete und Anker durchsetzt, kommt also zustande durch die Differenz der Magnetamperewindungen und der entgegenwirkenden Amperewindungen des Ankers X_g . Ist z die gesamte Drahtzahl, so liegt innerhalb eines Winkels α die Drahtzahl $\frac{z \cdot \alpha}{360}$ (Fig. 113). Das ist zugleich die Windungszahl innerhalb der neutralen Zone. Ist ferner $2a$ die Anzahl der

parallelen Stromzweige, so ist $\frac{i_a}{2a}$ der Strom pro Ankerdraht, und der Betrag der Gegenamperewindungen ist:

$$X_g = \frac{i_a}{2a} \cdot \frac{z \cdot a}{360}. \quad (84)$$

Diese Gegenamperewindungen werden als Ankerrückwirkung bezeichnet. Gleichung (84) gilt gleichmäÙig für Serien- und Parallelwicklung und gleichmäÙig für Trommel- und Ringanker. Denn die Windungen des Ringes, die in Fig. 114 auf den beiden Seiten in der neutralen Zone den Einzelquerschnitt umgeben, sind gleichwertig einer einzigen Spule, die nach Art der Trommel den ganzen Anker umspannt.

Der EinfluÙ der Ankerrückwirkung besteht darin, daÙ die Kraftlinien bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf geschwächt und dadurch die Spannung

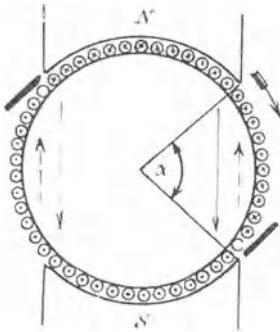


Fig. 113.

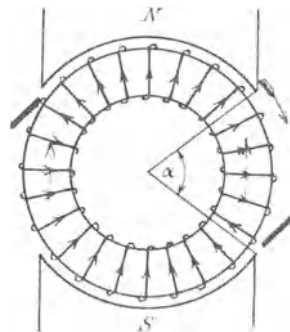


Fig. 114.

der Maschine vermindert wird. Bei Konstruktion der Maschine sind also die berechneten Amperewindungen für Anker-, Luft- und Magnetweg um den Betrag der Ankerrückwirkung X_g zu erhöhen. Dieser Betrag macht in der Regel 10—15 % der ganzen Magnetenerregung aus. Da die Maschinen aber meist mit Sättigung des Eisens arbeiten, also da, wo die Magnetisierungskurve flach verläuft, so entspricht einer verhältnismäÙig groÙen Ankerrückwirkung doch nur ein geringer Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Belastung. Bei Sehnenwicklung wird die Ankerrückwirkung besonders klein (vergl. S. 139).

Wir betrachten jetzt die Wirkung der Amperewindungen, die innerhalb des Polbogens β liegen. Man nennt diese die Queramperewindungen, weil sie Kraftlinien erzeugen, die quer durch den Anker verlaufen. Die Querkraftlinien, die man auch als Streulinien bezeichnen kann, schlieÙen sich auf dem in Fig. 115 und 116 gezeichneten Wege durch die Luft und das Poleisen. Am dichtesten sind sie an den Polecken, weil dort die ganzen vor dem Polbogen liegenden Amperewindungen wirksam sind. Wie man sieht, wirken sie den Magnetkraftlinien an der

Eintrittsstelle des Ankers entgegen, während sie die Magnetkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers verstärken. Dadurch kommt zwar keine Schwächung des Feldes, wohl aber eine Verzerrung des Feldes zustande, wie sie schon in Fig. 110 gezeichnet ist. Nun ist gerade die Eintrittsstelle des Ankers von ganz besonderer Wichtigkeit, weil hier die kurzgeschlossene Spule das zum funkenfreien Kommutieren nötige äußere Feld vorfinden muß (vergl. Abschnitt 55). Sind demnach die Queramperewindungen zu beträchtlich, so wird das Feld an der Eintrittsstelle zu schwach. Unter Umständen wird es sogar negativ, und die Maschine kann dann kaum funkenfrei arbeiten. Man kann in roher Schätzung annehmen, daß beim Trommelanker 1500 und beim Ringanker 2500 Kraftlinien pro Quadratzentimeter zur funkenfreien Kommutierung vorhanden sein müssen.

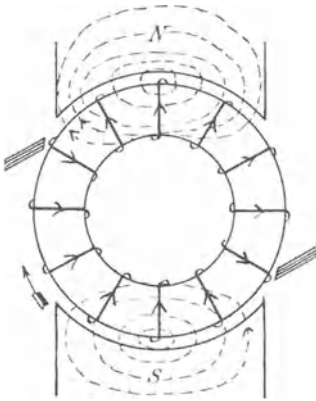


Fig. 115.

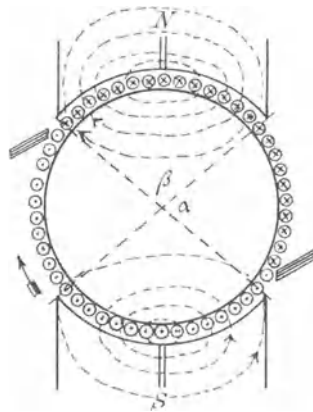


Fig. 116.

Daß beim Ringanker zur funkenfreien Kommutierung eine größere Kraftlinienzahl erforderlich ist, kommt nicht etwa daher, daß der Einfluß der Querwindungen beim Ring größer ist als bei der Trommel. Der Grund liegt vielmehr darin, daß der Hohlraum des Ringes nicht frei von Ankerkraftlinien ist. Infolgedessen ist die Selbstinduktion beim Ring größer als bei der Trommel, und es ist ein stärkeres Kommutierungsfeld nötig, um während des Kurzschlusses die Selbstinduktion aufzuheben.

Bezeichnet nun B_l die mittlere Kraftliniendichte in dem Luftzwischenraum und B_q die von den Querwindungen erzeugte Kraftliniendichte an den Polkanten, so ergibt sich an der Eintrittsstelle des Ankers eine resultierende Feldstärke:

$$B = B_l - B_q.$$

Nun ist die wirksame magnetomotorische Kraft der Querwindungen:

$$X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{i_a}{2a}. \quad (85)$$

Der magnetische Widerstand, den diese Querwindungen vorfinden, ist wesentlich durch die Luftstrecke gegeben, man erhält also nach Gleichung (43) auf S. 69:

$$B_q = \frac{0,4\pi \cdot X_q}{l}$$

wo l der doppelte Luftabstand in Zentimetern ist.

Mit Benutzung der Gleichung

$$B_l = \frac{0,4\pi \cdot X_l}{l}$$

erhält man die tatsächlich an der Eintrittsstelle des Ankers vorhandene Kraftliniendichte zu:

$$B = B_l - B_q = 0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l}.$$

Dann gilt die oben erwähnte empirische Bedingung für funkenlosen Gang:

$$0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l} \geq 1500 \text{ für Trommelanker,} \quad (86)$$

$$0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l} > 2500 \text{ für Ringanker.} \quad (87)$$

Diese Gleichungen zeigen zunächst, daß mit Zunahme des Ankerstromes auch der Einfluß der Queramperewindungen wächst, und daß schliesslich dadurch die Überlastungsfähigkeit der Maschine begrenzt wird. Diese ist nämlich nicht allein dadurch bestimmt, daß mit zunehmender Überlastung die Joulesche Wärme im Anker zu groß wird, sondern vor allen Dingen durch die Rücksicht auf funkenlosen Gang. Es ist daher bei der Konstruktion vor allen Dingen die Quermagnetisierung zu beschränken, und zwar durch folgende Mittel:

1. Nach Gleichung (85) ist ein kleiner Winkel β der Polbohrung von Vorteil. Im allgemeinen ist der Polbogen etwa $\frac{2}{3}$ der Teilung.

2. Vorteilhaft ist ferner eine kleine Drahtzahl z auf dem Anker. Dies führt dann, damit die geforderte elektromotorische Kraft erreicht wird, zu großen Kraftlinienzahlen.

3. Die dadurch bedingte hohe Luftinduktion (8000—10000 Kraftlinien pro Quadratcentimeter bei größeren Maschinen) erfordert dann zugleich einen hohen Betrag an magnetomotorischer Kraft X_l und dadurch wird dann Gleichung (86) und (87) leichter erfüllt.

4. Eine Vergrößerung des Betrages von X_l wird auch durch eine Vergrößerung des doppelten Luftabstandes l erreicht. Dieses Mittel wirkt radikal, da dadurch zugleich der Nenner in Gleichung (86) und (87) größer wird. Aber der Vorteil wird nur durch übermäßigen Aufwand an Amperewindungen auf den Magneten erkauft.

5. Besonders wichtig erscheint auch eine geringe Zahnbreite, so daß die Zähne stark gesättigt sind (18000—24000 Kraftlinien pro Quadrat-zentimeter). Es wird allerdings eingewendet,^{*)} daß gerade an der Eintrittsstelle des Ankers die Sättigung der Zähne durch die Quermagnetisierung verhindert wird. Aber man muß bedenken, daß die Querkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers sich zu den Hauptkraftlinien addieren und daß ihr Zustandekommen durch hohe Sättigung an dieser Stelle überhaupt verhindert wird.

6. Ferner hat man versucht, durch Schlitzten der Pole nach Fig. 116 den Querkraftlinien die Bahn zu erschweren. Das Mittel scheint aber

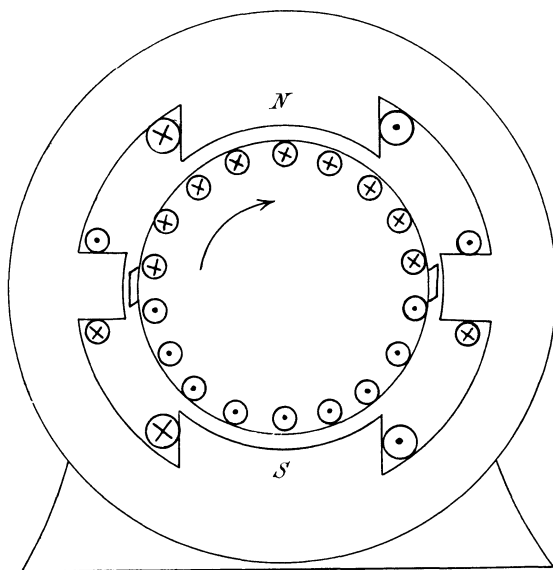


Fig. 117.

nicht zum erwünschten Resultat zu führen, selbst wenn man den Schlitz bis zu Ende durchführt und dadurch das ganze Magnetgestell spaltet. Vielleicht ist der Querschnitt für die den Schlitz passierenden Querkraftlinien so groß, daß der Schlitz keinen genügenden magnetischen Widerstand darstellt.

7. Eine vorzügliche Aufhebung der Quermagnetisierung erreicht man durch Hilfspole, die in der neutralen Zone angeordnet sind. Diese werden so vom Hauptstrom umflossen, daß das vom Anker erzeugte Querfeld aufgehoben wird. Derartige Konstruktionen sind von Menges, Swinburne und Fischer-Hinnen angegeben.***) In Fig. 117 verlaufen

*) Siehe Fischer-Hinnen, Gleichstrommaschinen. 5. Aufl. 1904.

***) Vergl. den Aufsatz von Breslauer, Gleichstrommaschinen mit Hilfspolen, ETZ 1905, S. 641.

z. B. die Querkraftlinien des Ankers von rechts nach links, während die Kraftlinien der Hilfspole von links nach rechts verlaufen. Derartig kompensierte Maschinen lassen eine viel gröfsere Belastung zu, ohne dafs Funkenbildung zu befürchten ist. Es ist dann schliesslich nur die Rücksicht auf die Joulesche Wärme im Anker, die der Belastung eine Grenze setzt. Dennoch werden derartige Konstruktionen bis jetzt nur in Ausnahmefällen ausgeführt, da die Herstellungskosten durch die Kompensationswicklung erhöht werden.

Noch idealer in der Wirkungsweise, aber noch schwieriger in der Herstellung ist die Maschine von Deri. Das Magnetgestell besitzt dabei

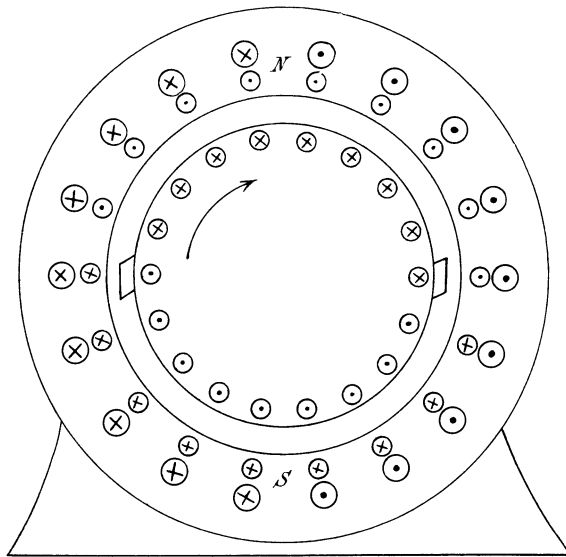


Fig. 118.

keine ausgeprägten Pole, sondern wird, wie beim Induktionsmotor, durch einen Ring dargestellt, der eine Trommelwicklung trägt (Fig. 118). Diese Trommelwicklung ist die in der Figur außen dargestellte, und die Achse des erzeugten Magnetfeldes verläuft senkrecht von oben nach unten. Um 90° verschoben ist auf dem Ring die Kompensationswicklung angeordnet, die vom Ankerstrom durchflossen wird. Wie die Figur zeigt, hebt diese Wicklung die Wirkung des Ankerstromes genau auf. Dadurch, dafs man die Achse der Kompensationswicklung in der Drehrichtung verschiebt, kann man zugleich eine Verstärkung des Hauptmagnetfeldes erreichen. Dadurch wird dann ein Spannungsabfall bei starker Belastung ausgeglichen, so dafs die Maschine als Compoundmaschine arbeitet.*)

*) Vergl. Arnold. Die Gleichstrommaschine. Bd. I. 2. Auflage. 1906.

55. Funkenfreie Kommutierung.

Um den Vorgang der Kommutierung zu verstehen und die Bedingung für funkenfreien Gang zu ermitteln, behandeln wir nur den einfachsten Fall, wo eine Bürste gleichzeitig nicht mehr als zwei Lamellen kurzschließt. Dabei vernachlässigen wir außerdem den etwaigen Einfluß eines gleichzeitigen Kurzschlusses benachbarter Drähte durch eine andere ungleichnamige Bürste. Wir betrachten nun:

1. den zeitlichen Verlauf des Kurzschlußstromes unter dem Einfluß des Übergangswiderstandes der Bürsten, also unter Vernachlässigung der Selbstinduktion;
2. den Einfluß der Selbstinduktion auf den Kurzschlußstrom;
3. die Bedingung für funkenlosen Gang bei Kommutierung in der neutralen Zone;
4. die Aufhebung des Einflusses der Selbstinduktion durch Verschiebung der Bürsten.

1. Die Spule besitze keine Selbstinduktion, und die Bürsten mögen so stehen, daß der Kurzschluß in der praktischen neutralen Zone erfolgt. Die Bürstenbreite sei gleich der Lamellenbreite und der Widerstand einer Spule und der Zuleitungen zum Kollektor werde wegen seiner Kleinheit vernachlässigt. Es sei nach Fig. 119:

J der Strom in einer Ankerabteilung,
 t die Zeit, gerechnet vom Anfang des Kurzschlusses,
 T die Zeitdauer des Kurzschlusses,
 i der zeitlich wechselnde Kurzschlußstrom,
 i_1 der Strom unter der auflaufenden Bürstenspitze,
 i_2 der Strom unter der ablaufenden Bürstenspitze,
 W der Übergangswiderstand der Bürste,
 w_1 der Widerstand der auflaufenden Bürstenspitze,
 w_2 der Widerstand der ablaufenden Bürstenspitze.

Wenn wir von dem Einfluß der Stromdichte auf den Übergangswiderstand absehen, so sind die Übergangswiderstände w_1 und w_2 der Berührungsfläche umgekehrt proportional. Es ist also

$$w_1 = W \cdot \frac{T}{t}, \quad w_2 = \frac{W \cdot T}{T-t}.$$

Der Strom $2J$ fließt aus dem Netz auf die Bürste zu und teilt sich dort in 2 ungleiche Teile. Durch den Widerstand w_2 fließt nach Fig. 119 der Strom J der rechten Ankerhälfte und der Strom i der kurzgeschlossenen Spule. Es ist also

$$i_1 = J - i, \quad i_2 = J + i.$$

Diese Gleichungen bleiben auch richtig, nachdem der Strom i seine Richtung umgekehrt hat, also negativ geworden ist. Wenn nun der Widerstand der kurzgeschlossenen Spule wegen seiner Kleinheit vernach-

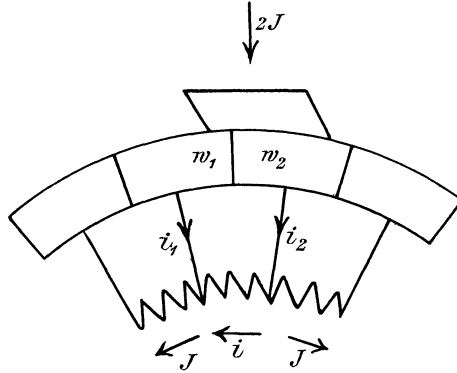


Fig. 119.

lässigt wird, so ergibt die 2. Kirchhoffsche Regel im Kurzschlusskreis (Fig. 119):

$$-i_1 w_1 + i_2 w_2 = 0.$$

Mit Einsetzung der obigen Werte für i_1 , i_2 , w_1 und w_2 erhalten wir:

$$-(J - i) \cdot \frac{W \cdot T}{t} + (J + i) \cdot \frac{W \cdot T}{T - t} = 0.$$

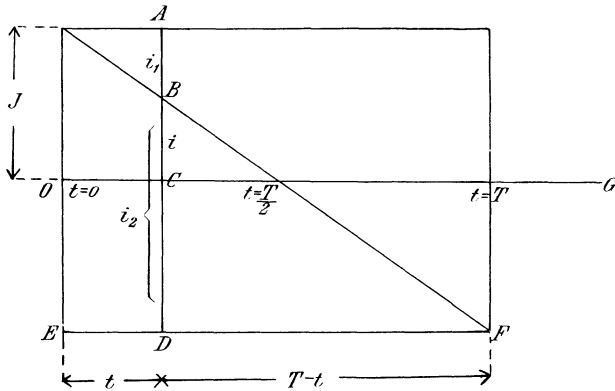


Fig. 120.

Wenn wir für i auflösen, erhalten wir:

$$i = J - 2J \cdot \frac{t}{T}. \tag{a}$$

In Fig. 120 ist nun OG die Abszissenachse, und es ist die Zeit t als Abszisse und der Momentanwert des Kurzschlussstromes i als Ordinate aufgetragen. Aus Gleichung (a) erhalten wir beispielsweise für:

$$\begin{aligned} t = 0, & & i = J, \\ t = \frac{T}{2}, & & i = 0, \\ t = T, & & i = -J. \end{aligned}$$

Es ergibt sich so die gezeichnete Gerade. Zu einer beliebigen Zeit $t = OC$ ist dann:

$$i = BC, \quad i_1 = J - i = AB, \quad i_2 = J + i = BD.$$

Die Ordinaten zwischen der Horizontalen EF und der schrägen Geraden stellen uns also den Strom i_2 in der ablaufenden Bürstenspitze dar. Nun ist die Berührungsfläche der ablaufenden Bürstenspitze proportional dem Werte $T - t$. Demnach ist die Stromdichte unter dieser

Bürstenspitze proportional dem Verhältnis $\frac{i_2}{T-t}$. Da dieses Verhältnis nach der Figur konstant gleich $\frac{2J}{T}$ ist, so folgt, daß die Stromdichte in allen Stadien des Kurzschlusses konstant ist. Eine schädliche Funkenbildung tritt dabei nicht auf, indem der Strom in der ablaufenden Lamelle proportional mit der abnehmenden Berührungsfläche abnimmt und zuletzt bis auf Null sinkt. Zugleich fließt am Ende des Kurzschlusses in der Spule schon der Strom $-J$, d. h.

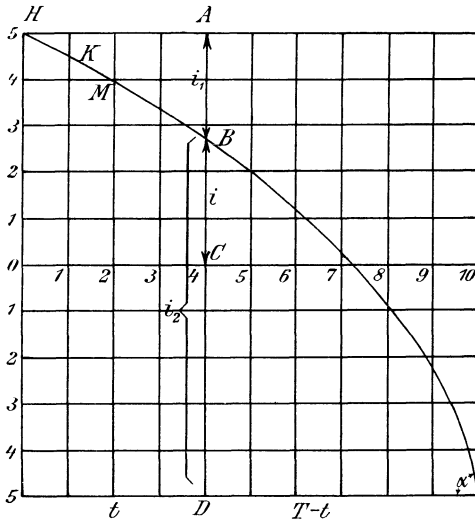


Fig. 121.

der Übergang in die neue Ankerhälfte erfolgt beim Aufhören des Kurzschlusses ohne Änderung in der Spule selbst.

2. Tatsächlich liegen die Verhältnisse wesentlich ungünstiger, da nämlich die kurzgeschlossene Spule Kraftlinien erzeugt, die beim Verschwinden des alten Stromes und beim Entstehen des neuen Stromes durch die Spule selbst hindurchschneiden. Dadurch entsteht eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die das Abfallen des Stromes verlangsamt und ebenso das Anwachsen im entgegengesetzten Sinne verzögert. Die Kurve des Kurzschlußstromes verläuft dann nicht geradlinig, wie in Fig. 120, sondern konkav gegen die untere Horizontale, wie in Fig. 121. Der Kurzschlußstrom geht also nicht mehr zur Zeit $\frac{T}{2}$, sondern erst viel später durch Null hindurch.

Um die Kurve zu konstruieren, stellen wir die 2. Kirchhoffsche Regel für den Kurzschlußkreis mit Selbstinduktion auf. Dabei berücksichtigen wir, daß die Selbstinduktion E_s dem abfallenden Strome i , also auch im gezeichneten Augenblick dem Strome i_2 gleichgerichtet ist. Wir erhalten also:

$$E_s = i_2 \cdot w_2 - i_1 \cdot w_1.$$

Setzen wir für E_s nach Gleichung (68) auf S. 98 den Wert $-L \cdot \frac{di}{dt}$ und für w_1 und w_2 die betreffenden Werte aus S. 174, so erhalten wir:

$$-L \cdot \frac{di}{dt} = i_2 \frac{W \cdot T}{T-t} - i_1 \cdot \frac{W \cdot T}{t}.$$

Daraus folgt:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{W \cdot T}{L} \left(\frac{i_2}{T-t} - \frac{i_1}{t} \right). \quad (b)$$

Dabei ist $i_2 = J + i$ und $i_1 = J - i$. Die Auflösung der Differentialgleichung (b) ist von Arnold gegeben. Es erscheint jedoch hier zweckmäßiger, die Kurzschlußkurve graphisch zu ermitteln.*) Es sei der Einfachheit wegen:

$$T = 10, \quad J = 5, \quad L = 1, \quad W = \frac{1}{10}.$$

Dann ist:

$$\frac{W \cdot T}{L} = 1.$$

Wir bestimmen zunächst die Neigung der Kurve für die Zeit $t = 0$. In diesem Augenblick wird nach Fig. 121, wenn wir den ersten Teil der Kurve als geradlinig betrachten:

$$-\frac{di}{dt} = \frac{i_1}{t}.$$

Gleichzeitig wird für $t = 0$ $i_2 = 2J$ und $T - t = T$. Gleichung (b) nimmt dann die Form an:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{W \cdot T}{L} \left(\frac{2J}{T} - \frac{i_1}{t} \right)$$

oder, wenn wir für $\frac{i_1}{t}$ auflösen und die Zahlenwerte einsetzen:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{2J \cdot W}{L \left(1 + \frac{W \cdot T}{L} \right)} = \frac{1}{2}.$$

Wir ziehen also in Fig. 121 vom Punkt H aus eine Gerade mit der Neigung 1:2 gegen die Horizontale und wählen auf der Geraden willkürlich einen Punkt K , der der Zeit $t = 1$ entspricht. Dafür wird

$$i_1 = 0,5, \quad i_2 = 9,5, \quad t = 1, \quad T - t = 9.$$

*) Vergl. Rothert, Beitrag zur Theorie der Stromwendung. ETZ 1902, Seite 865.

Demnach wird nach Gleichung (b):

$$\frac{di}{dt} = -1 \left(\frac{9,5}{9} - \frac{0,5}{1} \right) = -0,555.$$

Dieser Wert ist die trigonometrische Tangente des Winkels, den die geometrische Tangente im Punkt K mit der Horizontalen bildet. Wir legen also durch K eine Gerade mit dem Gefälle $0,555 : 1$ und wählen auf ihr willkürlich einen Punkt M , für den $t = 2$ ist. Dafür wird

$$i_1 = 1,055, \quad i_2 = 8,945, \quad t = 2, \quad T - t = 8.$$

Wir berechnen dann wieder $\frac{di}{dt}$ und ziehen durch M die entsprechende Gerade. Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten so unsere Kurve mit ziemlich großer Genauigkeit. Für eine beliebige Zeit t ist dann $AB = i_1$, $BC = i$, $BD = i_2$. Der Wert von i wird schließlich negativ. Man sieht deutlich, daß die Änderung des Stromes im zweiten Teil des Kurzschlusses sehr schnell erfolgt.

3. Zur Aufstellung der Bedingung für funkenlosen Gang bei Kommutierung in der neutralen Zone bestimmen wir die Stromdichte s unter der ablaufenden Bürstenspitze. Wir sahen schon oben, daß diese Stromdichte umgekehrt proportional der Berührungsfläche, also umgekehrt proportional dem Werte $T - t$ ist. Wir erhalten also, abgesehen von einem konstanten Faktor:

$$s = \frac{i_2}{T - t}.$$

Nun ist, wenn wir den letzten Teil der Kurzschlußkurve als geradlinig betrachten und den spitzen Neigungswinkel gegen die Horizontale mit α bezeichnen:

$$\operatorname{tg} \alpha_{(t=T)} = -\frac{di}{dt} = \frac{i_2}{T - t}.$$

Demnach gilt für den Endpunkt des Kurzschlusses:

$$s = \frac{i_2}{T - t} = -\frac{di}{dt}.$$

Andererseits wird in Gleichung (b) für die Zeit $t = T$ der Wert von i_1 fast gleich $2J$, weil am Ende des Kurzschlusses fast der ganze Strom durch die auflaufende Lamelle fließt.

Wir erhalten also mit Benutzung von Gleichung (b), indem $\frac{i_1}{t} = \frac{2J}{T}$ gesetzt wird:

$$s = \frac{W \cdot T}{L} \left(s - \frac{2J}{T} \right).$$

Wenn wir für s auflösen, erhalten wir:

$$s = \frac{2J \cdot W}{W \cdot T - L}. \quad (88)$$

Daraus geht hervor, daß bei Kommutierung in der neutralen Zone die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze nur dann einen positiven endlichen Wert hat, wenn $\frac{W \cdot T}{L}$ größer ist als 1. Diese theoretisch abgeleitete Bedingung für funkenlosen Gang stimmt bei Kohlebürsten gut mit den praktischen Erfahrungen überein. Bei Kupferbürsten ist der Widerstand W dagegen sehr gering, so daß die obige Bedingung nicht erfüllt ist. Wenn trotzdem solche Maschinen unter Umständen funkenfrei laufen, so erklärt sich dies wahrscheinlich daraus, daß durch eine minimale Funkenbildung der Übergangswiderstand der Kupferbürsten rasch wächst.

Aus der Bedingung

$$\frac{W \cdot T}{L} > 1$$

folgt nun zunächst, daß zur Erzielung eines funkenlosen Ganges ein großer Übergangswiderstand in den Bürsten, eventuell auch die Einschaltung eines Beruhigungswiderstandes zwischen Spule und Kollektor vorteilhaft ist. Man gibt daher fast allgemein den Kohlebürsten den Vorzug vor den Kupferbürsten. Nur bei Maschinen mit ganz geringer Spannung und hoher Stromstärke für elektrolytische Zwecke sind die Kohlebürsten wegen des hohen Voltverlustes nicht verwendbar.

Ferner ergibt sich der ungünstige Einfluß einer hohen Tourenzahl, da dadurch die Zeitdauer der Kommutierung zu klein wird. Die Konstruktion von Turbogeneratoren für Gleichstrom macht daher besondere Schwierigkeiten, besonders da die großen Reibungsverluste dabei die Anwendung von Kohlebürsten erschweren.

Von ganz besonderer Wichtigkeit ist es aber, daß der Selbstinduktionskoeffizient der kurzgeschlossenen Spule genügend klein gehalten wird. Man verwendet daher offene Nuten und bei großen Maschinen nur einen Stab pro Spulenseite.

Zur Berechnung des Selbstinduktionskoeffizienten hat man die pro Ampere von der Spule erzeugten Kraftlinien mit der Windungszahl der Spule und eventuell mit der Anzahl der in Serie kurzgeschlossenen Spulen zu multiplizieren. Oft wird gleichzeitig ein in derselben Nut liegender Draht, der in demselben Sinne durchflossen wird, durch eine ungleichnamige Bürste kurzgeschlossen. In diesem Falle wird die Selbstinduktion erhöht, und es ist für die Drahtlänge innerhalb der Nut der doppelte Wert einzusetzen. Im übrigen wird die Berechnung dadurch verhältnismäßig einfach, daß man nach Hobart pro Ampere und pro Zentimeter bei Einbettung in Eisen 4—6 Kraftlinien rechnet, während man pro Ampere und pro Zentimeter freier Länge 0,8 Kraftlinien annimmt.

Wie weit die Verhältnisse geändert werden, wenn eine Bürste gleichzeitig mehr als 2 Segmente überdeckt, läßt sich rechnerisch kaum verfolgen. Durch die breiten Bürsten wird allerdings die Kommutierungs-

zeit verlängert. Gleichzeitig wächst aber in demselben Maße die Zahl der kurzgeschlossenen Spulen, d. h. der Kraftlinienfluß, der durch eine einzelne Spule hindurchschneidet. Man rechnet daher am einfachsten mit derselben Selbstinduktion und Kommutierungszeit wie bei schmalen Bürsten (vergl. auch Hobart, ETZ 1903, S. 821).

Multiplizieren wir die Ungleichung $\frac{W \cdot T}{L} > 1$ mit $2J$, so erhalten wir:

$$2J \cdot W > \frac{2J \cdot L}{T}.$$

Darin stellt die linke Seite den Ohmschen Spannungsverlust im Übergangswiderstand der Bürste bei gleichmäßiger Stromdichte dar, während die rechte Seite nach S. 99 die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule angibt. Die Bedingung für funkenlosen Gang lautet also, daß die Ohmsche Spannung größer sein soll als die mittlere elektromotorische Kraft der Selbstinduktion oder die sogenannte Reaktanzspannung. Da nun der Voltverlust in einer Kohlebürste in der Praxis immer etwa ein Volt beträgt, so folgt, daß die Reaktanzspannung kleiner sein muß als ein Volt.

4. Die unter (3) aufgestellte Bedingung für funkenlosen Gang gilt für Maschinen, deren Bürsten in der neutralen Zone stehen, also z. B. für Motore, die umgesteuert werden sollen. Bei Generatoren verschiebt man die Bürsten so weit in Richtung der Drehung über die praktische neutrale Zone hinaus, daß der Kurzschluss in einem aktiven Felde von passender Stärke erfolgt (Fig. 112), oder man verwendet Wendepole bzw. Kompensationswickelungen. Wir sahen schon früher, daß das äußere Feld dann eine elektromotorische Kraft E_k erzeugt, die die Selbstinduktion aufhebt.

Um den Einfluss des „Kommutierungsfeldes“ zu zeigen, greifen wir zwei besonders einfache Fälle heraus. Wir sahen oben unter (1), daß eine konstante Stromdichte unter der Bürste, d. h. ein geradliniger Verlauf der Kurve des Kurzschlussstromes günstig ist. Wir wollen nun annehmen, daß unter der Entgegenwirkung der Selbstinduktion und der von außen induzierten elektromotorischen Kraft ein geradliniger Verlauf der Kurve zustande kommt. Dann ist der konstante Wert von $\frac{di}{dt}$ nach Fig. 120 gleich $-\frac{2J}{T}$, und es wird in jedem Moment

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{2J}{T}.$$

Die von außen induzierte elektromotorische Kraft E_k muß dann in jedem Augenblick ebenso groß sein, d. h., um den geradlinigen Verlauf der Kurve und konstante Stromdichte unter der Bürste zu erreichen, muß der Kurzschluss während der ganzen Zeit T in einem gleichmäßigen

äußeren Felde von passender Stärke stattfinden.*) Dabei kann theoretisch die Selbstinduktion beliebig hoch sein. Es ist jedoch zu beachten, daß sich ein solches Feld praktisch nicht vollkommen herstellen läßt, und daß sich die Stärke des Kommutierungsfeldes durch die Quermagnetisierung des Ankers bei wachsender Belastung verschiebt, wenn nicht Wendepole oder Kompensationswickelungen vorhanden sind.

Besonders günstig wird es, wenn die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze im Moment des Abgleitens schon zu Null geworden ist. Um die Bedingung dafür zu finden, stellen wir die 2. Kirchhoffsche Regel auf:

$$E_s - E_k = i_2 \cdot w_2 - i_1 \cdot w_1.$$

Wir setzen nun nach dem früheren:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt} \text{ und } i_2 \cdot w_2 - i_1 \cdot w_1 = WT \cdot \left(\frac{i_2}{T-t} - \frac{i_1}{t} \right).$$

Am Ende des Kurzschlusses ist wieder:

$$\frac{i_2}{T-t} = -\frac{di}{dt}, \quad \frac{i_1}{t} = \frac{2J}{T}.$$

Demnach nimmt die Kirchhoffsche Regel die Form an:

$$L \cdot \frac{i_2}{T-t} - E_k = WT \cdot \left(\frac{i_2}{T-t} - \frac{2J}{T} \right).$$

Wenn wir für $\frac{i_2}{T-t}$ auflösen und dafür die Stromdichte s unter der ablaufenden Bürstenspitze einführen, so erhalten wir, abgesehen von einem konstanten Faktor:

$$s = \frac{2JW - E_k}{WT - L}. \quad (89)$$

Die Gleichung zeigt, daß auch bei Kommutierung durch ein äußeres Feld für $\frac{WT}{L} = 1$ die Stromdichte unendlich wird, abgesehen von dem Spezialfall, wo $E_k = 2JW$ ist.

Für $\frac{WT}{L} > 1$ wird die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenspitze gleich Null, wenn die von außen induzierte elektromotorische Kraft $E_k = 2JW$ wird, d. h. gerade genügt, um den Voltverlust in der Bürste zu decken.

Es kommt also alles darauf an, ein äußeres Feld von passender Stärke zu schaffen. In erster Linie erreicht man dies durch besondere Formen der Polschuhe. Unter allen Umständen muß der Übergang der Spulenseite aus der neutralen Zone in das aktive Feld ein ganz allmählicher sein. Abrundung der Polecken hat schon oft das Übel der Funkenbildung

*) Vergl. Pichelmeyer, ETZ 1903, S. 1081.

beseitigt. Auch die Abschrägung der Seitenflächen der Polschuhe, wie sie bei den Schuckertmaschinen üblich war, scheint die Einstellung der Bürsten zu erleichtern. Dagegen scheint die früher übliche Konstruktion mit zusammenhängenden Polen (Polbüchse von Doliwo-Dobrowolsky) ziemlich aufgegeben zu sein. Dabei ist zwar der Übergang des äußeren Feldes in die neutrale Zone ein sehr allmählicher, aber das Kommutierungsfeld ändert sich gerade bei diesen Maschinen sehr stark durch die Quermagnetisierung. Die Konstruktion war also nur zulässig, solange man während des Betriebes die Bürsten verstellte. Man fordert aber jetzt, daß die Maschine zwischen Leerlauf und 25% Überlastung ohne Bürstenverstellung funkenfrei arbeitet.

56. Spannungsteilung.

Der Vorteil der Spannungsteilung ist schon auf S. 28 gezeigt worden. Ebenso ist dort die erste und einfachste Methode der Spannungsteilung durch zwei hintereinander geschaltete Generatoren erwähnt worden.

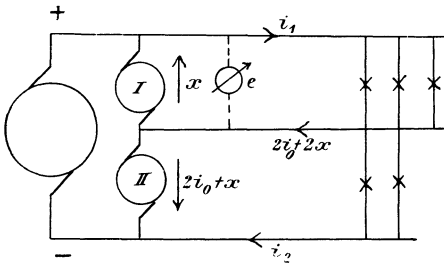


Fig. 122 a.

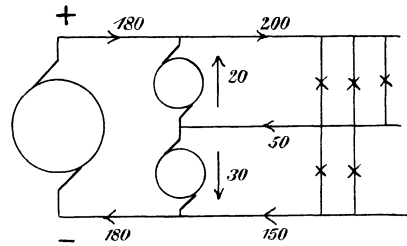


Fig. 122 b.

Da nun aber zwei kleine Maschinen teurer werden als eine einzige größere, so sind eine Reihe von anderen Verfahren zur Anwendung gekommen.

Besonders einfach erreicht man eine Spannungsteilung, wenn eine Batterie parallel zur Maschine arbeitet. Man führt dann einfach den Mittelleiter zum Mittelpunkt der Batterie. Allerdings hat man dabei den Nachteil, daß die beiden Batteriehälften in ungleicher Weise beansprucht werden.

Man kann auch zwei miteinander gekuppelte, elektrisch hintereinander geschaltete Motore als Spannungsteiler verwenden (Fig. 122a). Bei gleicher Belastung beider Netzhälften läuft das Motorenaggregat leer, und bei gleicher Konstruktion und Erregung verteilt sich die ganze Maschinen-spannung in gleicher Weise auf beide Motore. Ist nun das Netz, wie in der Figur, ungleich belastet, so wirkt die Maschine I als Generator, der den zusätzlichen Strom in der oberen Netzhälfte liefert. In den Motor II

fließt dabei jetzt so viel Strom, wie nötig ist, um die Leerlaufsarbeit beider Motore und die Arbeitsleistung des Generators I zu liefern. Um die Verhältnisse zu übersehen, machen wir die Annahme, daß der Ohm'sche Widerstand beider Motore zu vernachlässigen ist. Es sei nun i_0 der Leerstrom jedes Motors bei gleichmäßiger Netzbelastung und e die Spannung jeder Netzhälfte. Dann ist die Leerlaufsleistung für das Aggregat gleich $2e \cdot i_0$. Wird nun die Maschine I zum Generator und liefert sie einen Strom x , so ist ihre Leistung $e \cdot x$. Die als Motor laufende Maschine II konsumiert also die Leistung $2e \cdot i_0 + e \cdot x$ bei einer Spannung e . Die Stromstärke in der Maschine II ist also $2i_0 + x$. Nach der 1. Kirchhoff'schen Regel ist dann der Strom im Mittelleiter $2i_0 + 2x$. Das ist zugleich die Differenz der Ströme i_1 und i_2 . Daraus folgt:

$$i_1 - i_2 = 2i_0 + 2x$$

oder
$$x = \frac{i_1 - i_2}{2} - i_0.$$

Ist z. B. $i_1 = 200$, $i_2 = 150$, $i_0 = 5$, so wird der Strom des Generators I :

$$x = \frac{200 - 150}{2} - 5 = 20.$$

Die Maschine II konsumiert dann den Strom:

$$x + 2i_0 = 20 + 10 = 30$$

und die Stromstärke der Hauptmaschine wird nach Fig. 122b gleich 180 Ampere.

Wie sich in Abschnitt 63 ergeben wird, wird im Motor eine elektromotorische Gegenkraft induziert, die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes gleich und entgegengesetzt der Klemmspannung ist. Da nun die Maschinen I und II in bezug auf Konstruktion, Erregung und Tourenzahl gleich sind, so folgt, daß ihre elektromotorischen Kräfte dieselben sind. Demnach sind auch ihre Klemmspannungen gleich, und die Spannungsteilung ist eine vollkommene.

In Wirklichkeit wird das Resultat durch den Spannungsverlust im Anker beeinflusst, da die Klemmspannung des Generators der Gleichung

$$e = E - i_a \cdot w_a$$

und die des Motors der Gleichung

$$e = E + i_a \cdot w_a$$

entspricht. Da der Generator an der stärker belasteten Seite liegt, so hat diese Seite die geringere Spannung. Man kann den Unterschied verringern, wenn man jede Einzelmaschine von der nicht zugehörigen Netzhälfte erregt, oder indem man den Strom des Mittelleiters be-

nutzt, um das Feld des Generators zu verstärken und das des Motors zu schwächen. *)

Besonders einfach ist die Spannungsteilung mittels einer Drosselspule nach Doliwo-Dobrowolsky (Fig. 123). Dabei werden zwei Punkte der Wickelung, die um eine Polteilung voneinander entfernt sind, zu Schleifringen geführt. An diese wird eine sogenannte Drosselspule angeschlossen, die um einen Eisenkern gewickelt ist. Durch die Wickelung der Drosselspule fließt dann ein Wechselstrom, und dieser erzeugt Kraftlinien, die beim Entstehen und Verschwinden durch die Windungen der Spule hindurchschneiden. Wie sich bei der Besprechung der Transformatoren ergeben wird, wirkt die dadurch induzierte elektromotorische Kraft dem Strome entgegen und läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Magnetisierung nötig ist. Infolgedessen ist der Wechselstrom außerordentlich

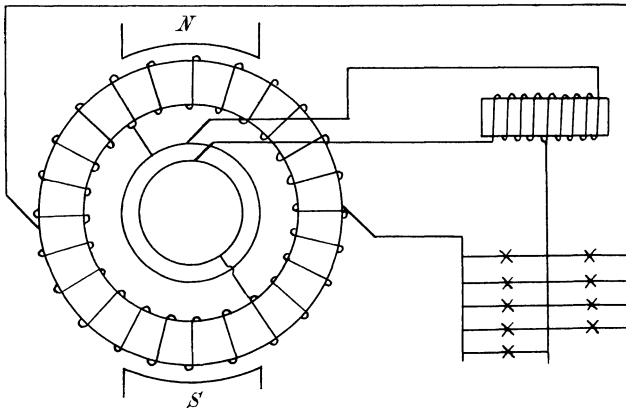


Fig. 123.

gering, während die Drosselspule durchlässig für Gleichstrom ist. Wenn nun der Mittelleiter an den Mittelpunkt der Drosselspule angeschlossen wird, so herrscht zwischen ihm und jedem Außenleiter die halbe Maschinenspannung. Noch vollkommener wirkt die Spannungsteilung nach Sengel, bei der drei um $\frac{2}{3}$ der Polteilung abstehende Punkte der Wickelung zu Schleifringen geführt werden. Man stellt sich dann aus drei Drosselspulen eine Sternschaltung her, an deren Mittelpunkt man den Nulleiter anschließt (vergl. die Sternschaltung bei Drehstrom).

In eigenartiger Weise löst Dettmar das Problem der Spannungsteilung durch eine zwischen den Hauptbürsten angeordnete Hilfsbürste***) (Fig. 124). Da diese zeitweise zwei Segmente kurzschließt und dieser Kurzschluß nicht in einem starken Felde erfolgen darf, so ist dort für

*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. II. Bd. 1903, S. 600.

**) ETZ 1897, S. 55 und 230.

eine geringe Feldstärke zu sorgen, d. h. der Pol ist in seiner Mitte zu spalten. Die Pole N_1 und N_2 zählen also in Wirklichkeit als ein einziger Pol. Damit die Spannung einer Netzhälfte unabhängig von der andern reguliert werden kann, müssen die Wicklungen von N_2 und S_1 und ebenso die von N_1 und S_2 hintereinander geschaltet sein, da die diametral gegenüberliegenden Drähte der Trommel hintereinander geschaltet sind.

Wie sich leicht ergibt, wird durch die Quermagnetisierung die Spannung der einen Netzhälfte geschwächt und die der andern Netzhälfte erhöht. In ähnlicher Weise wie oben ist es daher auch hier vorteilhaft, die Erregerwicklung für die elektromotorische Kraft der einen Netzhälfte von der andern Netzhälfte zu speisen.

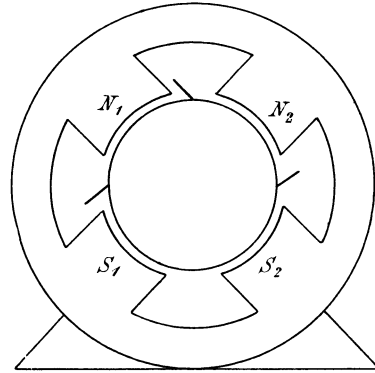


Fig. 124.

Achstes Kapitel.

57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung. — 58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung. — 59. Die Nebenschlussmaschine bei Veränderung der Belastung. — 60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung. — 61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen.

57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung.

Bei einer magnetelektrischen Maschine wird die Schenkelwicklung durch eine äußere, unabhängige Stromquelle gespeist (Fig. 125 a).

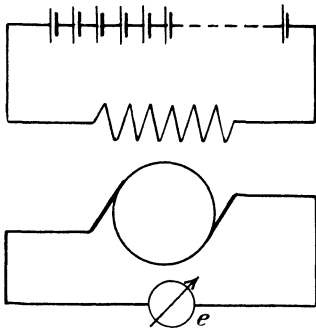


Fig. 125 a.

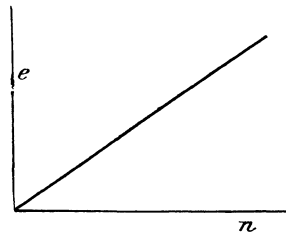


Fig. 125 b.

Wir betrachten nun zunächst eine solche Maschine bei Leerlauf, lassen die Erregung ungeändert und variieren nur die Tourenzahl. Nach Gleichung (79) auf Seite 139 ist dann die elektromotorische Kraft:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Da auf der rechten Seite dieser Gleichung n jetzt die einzige Variable ist, so ist die elektromotorische Kraft der Tourenzahl proportional. Wenn wir also die beobachtete Tourenzahl als Abszisse und die Spannung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Gerade in Fig. 125 b.

Wir verändern jetzt unsern Versuch, indem wir die Tourenzahl konstant lassen und den Erregerstrom durch einen Vorschaltwiderstand variieren (Fig. 126 a). Wir tragen dann den Erregerstrom i_m bzw. die

Amperewindungen der Magnete als Abszisse und die abgelesene Spannung als Ordinate auf (Fig. 126b) und erhalten so die Leerlaufcharakteristik. Wie man sieht, wächst zunächst die Spannung proportional dem Erregerstrom, bis schliesslich bei zunehmender Eisensättigung eine Verstärkung des Erregerstromes nur mehr eine geringe Erhöhung der Kraftlinien und der Spannung bewirkt.

Nun ist die Spannung bei Leerlauf gleich der elektromotorischen Kraft. Da diese der Kraftlinienzahl N proportional ist, so stellen uns die Ordinaten der Fig. 126b im passenden Mafsstabe die Kraftlinien N dar. Wir können die Leerlaufcharakteristik daher mit Recht als die Magnetisierungskurve der Maschine bezeichnen.

Es besteht jedoch ein wesentlicher Unterschied zwischen den früher erwähnten Magnetisierungskurven und der Leerlaufcharakteristik. Die

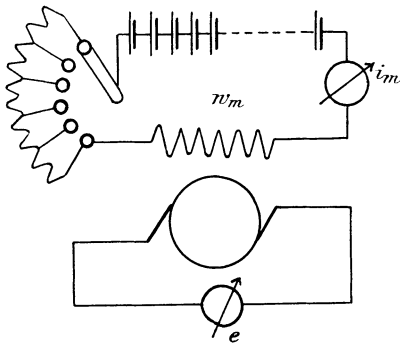


Fig. 126 a.

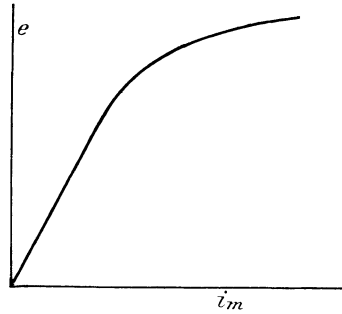


Fig. 126 b.

Abszissen der Magnetisierungskurven sind die Amperewindungen pro Zentimeter, die der Charakteristik sind die Amperewindungen für den ganzen Kraftlinienweg. Ebenso geben uns die Ordinaten der Magnetisierungskurven die Kraftlinien pro Quadratcentimeter, die der Charakteristik aber die gesamten Kraftlinien im Anker, bezw. die induzierte Spannung.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufcharakteristik einer gegebenen Maschine voraus zu berechnen, und ermitteln dazu zunächst die Querschnitte der Kraftlinienpfade in dem Anker, den Zähnen, der Luft, den Polkernen und dem Joch. Es sei nach der im Mafsstabe 1 : 4 gezeichneten Fig. 127 und der im Mafstab 1 : 1 gezeichneten Fig. 128

- der Ankerdurchmesser $D = 15,0$ cm,
- der Durchmesser des inneren Hohlraumes (bei
massiven Ankern der Wellendurchmesser) . . $D_0 = 3,5$..
- die Ankerlänge (axial) $b = 11,0$..
- die Nutentiefe $t_1 = 2,0$..

die Nutenbreite	$t_2 = 0,5$ cm,
die Nutenzahl	$S = 36,$
der Abstand zwischen Anker und Pol	$= 0,2$ cm,
der Winkel der Polbohrung	$\beta = 70^\circ,$
der Raumverlust durch Papierisolation	$= 15\%$,
der Einzelquerschnitt des Joches	$= 37$ qcm.

Dann ergibt sich der Ankerquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien zu:

$$Q_a = 0,85 (D - D_0 - 2 t_1) \cdot b = 70 \text{ qcm.}$$

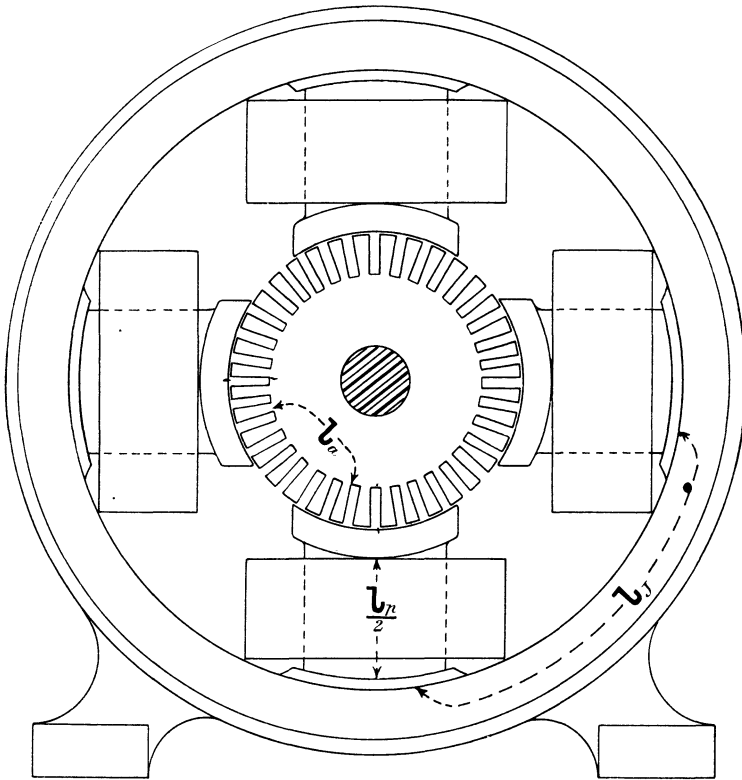


Fig. 127.

Den Zahnquerschnitt für die Kraftlinien erhalten wir, wenn wir vom Umfang des mittleren Zahnkreises die Summe der Nutenbreiten abziehen und die Differenz mit $\frac{b \cdot \beta}{360}$ multiplizieren. Berücksichtigen wir dann noch den Faktor 0,85 für die Papierisolation, so ergibt sich der Zahnquerschnitt zu:

$$Q_z = 0,85 \left[(D - t_1) \pi - S \cdot t_2 \right] \frac{b \cdot \beta}{360} = 41,5 \text{ qcm.}$$

Der Luftquerschnitt Q_l ist das Mittel aus der Fläche einer Polbohrung und der Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol, da die Kraftlinien in der in Fig. 128 gezeichneten Weise in den Anker treten. Ist also der doppelte Luftabstand

$$l_l = 0,4 \text{ cm,}$$

so ergibt sich die Fläche der Polbohrung zu:

$$(D + l_l) \pi \cdot \frac{\beta \cdot b}{360} = 104 \text{ qcm.}$$

Andererseits ist die Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol bei 36 Nuten:

$$(D \pi - 36 \cdot t_2) \cdot \frac{b \cdot \beta}{360} = 62 \text{ qcm.}$$

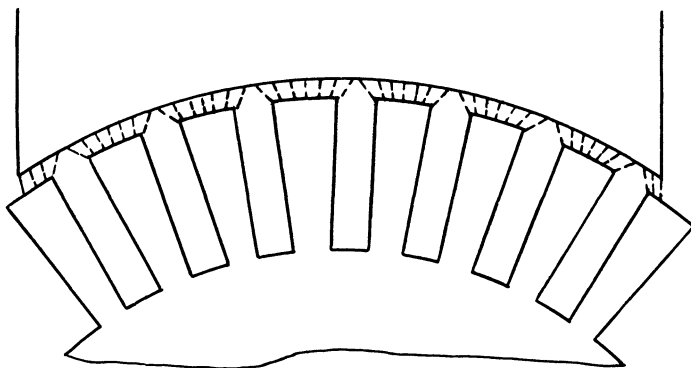


Fig. 128.

Als Mittel aus den beiden ermittelten Werten erhalten wir:

$$Q_l = \frac{104 + 62}{2} = 83 \text{ qcm.}$$

Der Polquerschnitt der runden Polkerne ergibt sich aus der Zeichnung zu:

$$Q_p = 7,4^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 43 \text{ qcm.}$$

Der Jochquerschnitt ist das Doppelte des Einzelquerschnittes, da der Kraftlinienfuß eines Poles sich im Joch in zwei Teile teilt. Wir erhalten so:

$$Q_J = 2 \cdot 37 = 74 \text{ qcm.}$$

Die Längen der Kraftlinienwege ergeben sich aus der Zeichnung, wobei zu berücksichtigen ist, daß für l_l der doppelte Luftabstand zwischen Ankereisen und Magneteisen und für l_z die doppelte Zahntiefe einzusetzen ist. Ebenso bedeutet l_p die doppelte Länge eines Polkernes, da die Kraft-

linien eines magnetischen Kreises durch den Nordpol und den Südpol verlaufen. Dagegen ist für l_J die einfache Länge eines Kraftlinienweges im Joch einzusetzen. Der Kraftlinienweg in den Polschuhen ist zu vernachlässigen. Es ergeben sich so die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werte:

Anker (Ankerblech)	Zähne (Ankerblech)	Luft	Polkerne (Schmiedeeisen)	Joch (Gufseisen)
$Q_a = 70$	$Q_z = 41,5$	$Q_l = 83$	$Q_p = 43$	$Q_J = 74$
$l_a = 7$	$l_z = 4$	$l_l = 0,4$	$l_p = 12,5$	$l_J = 22.$

Wir gehen nun dazu über, die Amperewindungen für jeden einzelnen Teil des magnetischen Kreises zu bestimmen. Zu dem Zwecke wählen wir nacheinander beliebige Werte der Kraftlinienzahl N und dividieren sie durch den Querschnitt des betreffenden Teiles. Für die so berechneten Induktionen B erhalten wir aus Fig. 53 die zugehörigen Amperewindungen pro Zentimeter $\left(\frac{X}{l}\right)$. Diese haben wir mit der Länge des Kraftlinienweges zu multiplizieren, um die Amperewindungen für den betreffenden Teil des magnetischen Kreises zu erhalten.

1. Anker.

	$N = 0,2$	$0,4$	$0,5$	$0,6 \cdot 10^6$
$B_a = \frac{N}{Q_a} = \frac{N}{70} =$	2850	5700	7150	8550
$\left(\frac{X}{l}\right)_a$ aus der Kurve für Ankerblech =	0,5	1,1	1,4	1,8
$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 7 \left(\frac{X}{l}\right)_a =$	3,5	7,7	9,8	12,6.

2. Zähne.

	$N = 0,2$	$0,4$	$0,5$	$0,6 \cdot 10^6$
$B_z = \frac{N}{Q_z} = \frac{N}{41,5} =$	4800	9650	12000	14400
$\left(\frac{X}{l}\right)_z$ aus der Kurve für Ankerblech =	0,8	2,3	4	9
$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot l_z = 4 \left(\frac{X}{l}\right)_z =$	3,2	9,2	16	36.

3. Luft.

Für die Luft gilt die Grundgleichung (43) auf S. 69:

$$B_l = H_l = \frac{0,4\pi \cdot X_l}{l_l}$$

oder

$$X_l = \frac{B_l \cdot l_l}{0,4\pi} = 0,8 B_l \cdot l_l.$$

Wir erhalten also:

$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$B_l = \frac{N}{Q_l} = \frac{N}{83} =$	2400	4820	6020	7220
$X_l = 0,8 B_l \cdot l_l = 0,32 B_l =$	770	1540	1930	2310.

4. Polkerne.

Bei Berechnung der für die Polkerne und das Joch nötigen Amperewindungen müssen wir berücksichtigen, dafs die Kraftlinienzahl N_m in den Magneten wegen der Streuung gröfser ist als die Kraftlinienzahl N im Anker. Ist nun das Verhältnis der Kraftlinien in den Magneten zu denen im Anker gleich σ und schätzen wir

$$\sigma = \frac{N_m}{N} = 1,2,$$

so erhalten wir: $N_m = 1,2 \cdot N.$

Wir erhalten dann:

$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$N_m = 1,2 N =$	0,24	0,48	0,6	$0,72 \cdot 10^6$
$B_p = \frac{N_m}{Q_p} = \frac{N_m}{43} =$	5600	11200	14000	16800
$\left(\frac{X}{l}\right)_p$ aus der Kurve für Schmiedeeisen =	1,6	5	14	100
$X_p = \left(\frac{X}{l}\right)_p \cdot l_p = 12,5 \left(\frac{X}{l}\right)_p =$	20	62,5	175	1250.

5. Joch.

$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$N_m = 1,2 N =$	0,24	0,48	0,6	$0,72 \cdot 10^6$
$B_J = \frac{N_m}{Q_J} = \frac{N_m}{74} =$	3250	6500	8100	9720
$\left(\frac{X}{l}\right)_J$ aus der Kurve für Gufseisen =	4,1	19	53	107
$X_J = \left(\frac{X}{l}\right)_J \cdot l_J = 22 \left(\frac{X}{l}\right)_J =$	90	418	1160	2350.

Zusammenstellung:

$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$X_a =$	3,5	7,7	9,8	12,6
$X_z =$	3,2	9,2	16	36
$X_l =$	770	1540	1930	2310
$X_p =$	20	62,5	175	1250
$X_J =$	90	418	1160	2350
$\Sigma X = X_a + X_z + X_l + X_p + X_J =$	890	2040	3290	5960.

Wir tragen nun die Kraftlinienzahl N als Ordinate und die entsprechenden Amperewindungen X_a, X_z, X_l etc. als Abszisse auf und erhalten so die Kurven in Fig. 129. Die Kurve X_l ist dabei eine Gerade. Da die Werte X_a und X_z in unserem Falle überhaupt kaum in Betracht kommen, so sind nur die Kurven für X_l, X_p, X_J und ΣX gezeichnet. Aus der Figur ist nun sehr leicht zu erkennen, wieviel von der gesamten Magneterregung ΣX für die einzelnen Teile des magnetischen Kreises verbraucht wird. So z. B. ist für die Kraftlinienzahl OA die Erregung AE aufzuwenden. Davon entfällt auf die Polkerne der Betrag AB ,

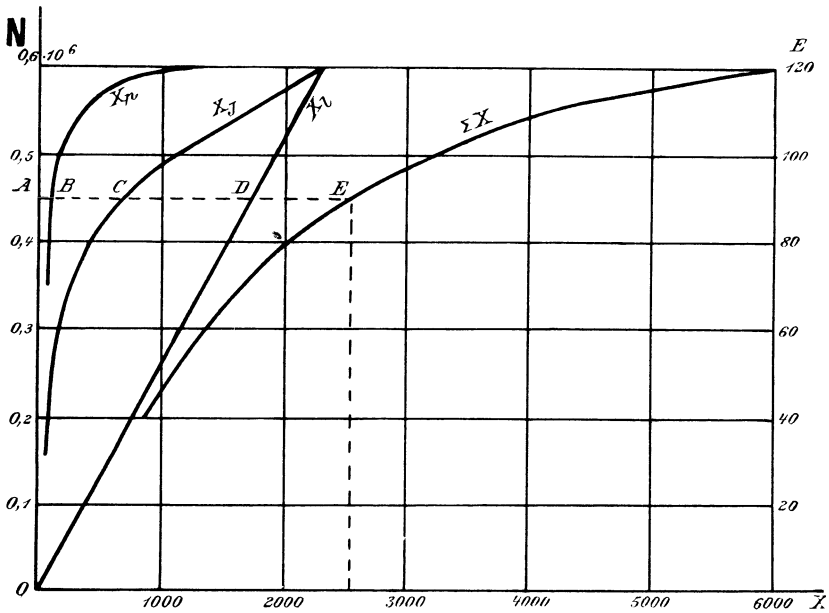


Fig. 129.

auf das Joch der Betrag AC und auf die Luft der Betrag AD . Dabei ist die Bedingung erfüllt:

$$AB + AC + AD = AE.$$

Man sieht ferner, daß die Kurve für ΣX sich anfangs der Geraden X_l anschmiegt, bis sie endlich mit zunehmender Sättigung des Eisens flacher und flacher verläuft.

Nun erhalten wir aus den Kraftlinien N direkt die elektromotorische Kraft nach Gleichung (79) auf S. 139:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Ist also z. B. die Tourenzahl n gleich 1665 und die Drahtzahl z auf dem Anker gleich 720, so erhalten wir bei Parallelwicklung:

$$E = N \cdot \frac{1665}{60} \cdot 720 \cdot 10^{-8} = 200 \cdot N \cdot 10^{-6}.$$

Die Ordinaten der Kurve ΣX geben uns also in dem an der rechten Seite der Figur eingeschriebenen Maßstabe direkt die elektromotorische Kraft. Es muß übrigens darauf hingewiesen werden, daß der Wert von ΣX sich auf ein Polpaar bezieht, da die ganze Rechnung für einen magnetischen Kreis durchgeführt ist und die Kraftlinienzahl eines Nordpoles mit dem Buchstaben N bezeichnet war. Die Amperewindungen auf allen Polpaaren sind also gleich $p \cdot \Sigma X$.

Nachdem wir nun bei einer magnetelektrischen Maschine die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von der Erregung besprochen haben, gehen wir jetzt dazu über, das Verhalten derselben Maschine bei veränderter Belastung darzustellen. Wir lassen dabei die Erregung und die Tourenzahl konstant und schließen die Klemmen der Maschine durch einen äußeren Widerstand, also z. B. durch parallelgeschaltete Glühlampen. Je mehr solcher parallel liegender Lampen wir einschalten, desto größer ist der aus der Maschine entnommene Strom, d. h. die Belastung der Maschine. Dabei verändert sich nun, wenn auch in geringem Maße, die Klemmspannung der Maschine. Während bei Leerlauf die Klemmspannung gleich der elektromotorischen Kraft war, ist sie bei Belastung um den Betrag des inneren Ohmschen Spannungsverlustes geringer geworden. Ist also w_a der Ankerwiderstand, so ergibt sich die Klemmspannung durch die Gleichung:

$$e = E - i \cdot w_a.$$

Wenn wir nun von dem Einfluß der Ankerrückwirkung absehen, so ist die elektromotorische Kraft infolge der ungeänderten Erregung konstant, also durch die Gerade E in Fig. 130a gegeben. Der Ohmsche Spannungsverlust ist der Stromstärke, also der Abszisse proportional. Wir ziehen also die Gerade e so, daß die Tangente des Neigungswinkels α der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i \cdot w_a}{i} = w_a.$$

Eventuell ist bei Konstruktion des Winkels α ein verschiedener Maßstab der Ordinaten und Abszissen zu berücksichtigen. Die Differenzen zwischen den Ordinaten der Kurven E und e stellen dann den Ohmschen Spannungsverlust für eine bestimmte Stromstärke dar, während die Ordinaten der geneigten Geraden uns die Klemmspannung angeben. Experimentell verfährt man natürlich umgekehrt, indem man die Werte der Klemmspannung abliest, zu diesen den Ohmschen Spannungsverlust im Anker addiert und so die konstante elektromotorische Kraft berechnet.

Wir können nun auch den äußeren Widerstand w , d. h. den Quotienten aus e und i als Abszisse und die zugehörigen Werte von e und i als

Ordinate auftragen (Fig. 130 b). Da das Produkt $i(w + w_a)$ gleich der konstanten elektromotorischen Kraft ist, so ergibt sich für die Kurve der Stromstärke eine gleichseitige Hyperbel. Ihre Asymptoten sind die Abszissenachse und eine im Abstände w_a parallel zur Ordinatenachse gezogene Gerade. Die Kurve i schneidet die Ordinatenachse im Punkte A . Für diesen Betriebszustand ist der äußere Widerstand gleich Null, die Maschine ist also kurzgeschlossen und $OA = \frac{E}{w_a}$ ist der Kurzschlussstrom. Dieser liegt selbstverständlich weit außerhalb der Betriebsgrenzen. Man könnte ihn höchstens auf die Weise experimentell ermitteln, daß man von Anfang an die Erregung und dadurch die elektromotorische Kraft sehr niedrig wählt und für diesen willkürlich gewählten Zustand die Kurven aufnimmt.

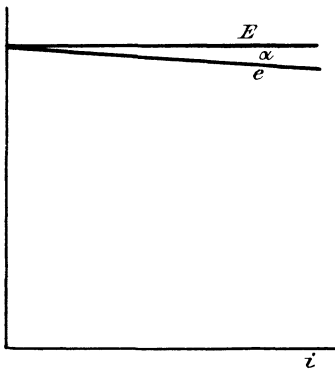


Fig. 130 a.

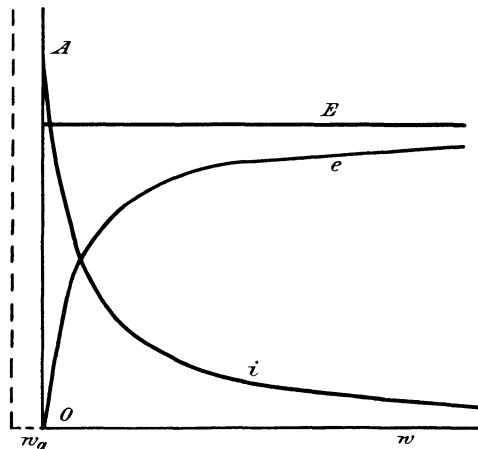


Fig. 130 b.

Der Verlauf der Kurve e in Fig. 130 b ergibt sich aus der Überlegung, daß die Klemmspannung einerseits gleich dem Produkte $i \cdot w$, andererseits gleich der Differenz $E - i \cdot w_a$ ist. Sie wird also gleich Null bei Kurzschluß, wobei beide Klemmen gleichsam einen einzigen Punkt bilden und von einer Niveaudifferenz zwischen beiden Klemmen nicht mehr gesprochen werden kann. Die ganze elektromotorische Kraft wird dabei aufgebraucht, um den starken Kurzschlußstrom durch den inneren Widerstand zu treiben. — Dagegen erreicht die Klemmspannung ihren maximalen Wert und wird gleich der elektromotorischen Kraft E , wenn der äußere Widerstand unendlich groß ist, d. h. bei Leerlauf.

Es ist übrigens schon oben darauf hingewiesen worden, daß die Kurven durch die entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes eine Veränderung erfahren. Dazu kommt noch, daß der Ankerwiderstand keine konstante Größe ist, sondern mit zunehmender Erwärmung des Ankers,

also mit zunehmender Belastung, wächst. Jedoch ist eine rechnerische Berücksichtigung dieser Verhältnisse kaum in einfacher Weise möglich. Auch der Einfluß des remanenten Magnetismus ist in unserer Darstellung, wie auch in den folgenden Abschnitten, vernachlässigt.

58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung.

Das Verhalten der magnetelektrischen Maschine im Betrieb ist deswegen besonders einfach, weil bei konstanter Tourenzahl und konstanter Erregung die elektromotorische Kraft von den Veränderungen im äußeren Stromkreise unabhängig ist. Sehr viel schwieriger ist dagegen das Verständnis der selbsterregenden Maschinen, d. h. der Dynamomaschinen im eigentlichen Sinne, weil bei diesen sowohl der magnetisierende Strom, als auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft von den Änderungen im äußeren Stromkreise abhängig sind.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse noch bei der Hauptstrommaschine, weil bei dieser der Ankerstrom mit dem magnetisierenden Strom und dem äußeren Strom identisch ist. Die Hintereinanderschaltung von Anker, Magnetwicklung und äußerem Widerstand war das einfachste und nächstliegende. Die Hauptstrommaschinen haben jedoch als Generatoren nur für den Betrieb hintereinander geschalteter Bogenlampen Verwendung gefunden, während die jetzt gebräuchliche Parallelschaltung der Verbrauchskörper die Verwendung von Hauptstromgeneratoren ausschließt. Als Motoren sind dagegen die Hauptstrommaschinen von außerordentlicher Wichtigkeit geblieben.

Wir betrachten im folgenden einen Hauptstromgenerator, der mit konstanter Tourenzahl angetrieben wird und dessen äußerer Widerstand w variiert wird (Fig. 131 a). Wir beobachten dabei die Stromstärke und die Klemmspannung und tragen die Stromstärke i als Abszisse und die Klemmspannung e als Ordinate auf (Fig. 131 b). Wir ziehen dann eine Gerade unter einem Winkel α gegen die Abszissenachse, so daß die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = w_a + w_d,$$

wobei w_d der Widerstand der Hauptstromwicklung auf den Magneten ist. Die Ordinaten der Geraden stellen dann den Ohmschen Spannungsverlust $i(w_a + w_d)$ im Innern der Maschine dar. Wenn wir also die Ordinaten der Geraden zu den Ordinaten der Klemmspannungskurve addieren, so erhalten wir die Kurve E der elektromotorischen Kraft. Diese Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine und stellt die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft vom magnetisierenden Strom dar. Hätten wir statt der Stromstärke i das Produkt aus Stromstärke mal Windungszahl der Magnete als Abszisse aufgetragen, so hätten wir

genau die im vorigen Abschnitt besprochene Magnetisierungskurve der Maschine erhalten (Fig. 126 b).

Wie man sieht, ist die elektromotorische Kraft gleich Null bei offenem äußeren Stromkreis, d. h. bei Leerlauf, weil mit dem magnetisierenden Strom auch die Kraftlinienzahl gleich Null wird. Schließen wir jedoch die Klemmen durch einen nicht zu großen Widerstand, so erregt sich die Maschine selbst, und dadurch kommt eine elektromotorische Kraft und ein Strom zustande. Je kleiner wir nun den äußeren Widerstand wählen, desto größer wird nach dem Ohmschen Gesetz die Stromstärke, desto größer also auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, bis sie bei Kurzschluss ihren maximalen Wert erreicht. Zugleich wird bei Kurzschluss die Klemmspannung gleich Null; die ganze elektromotorische

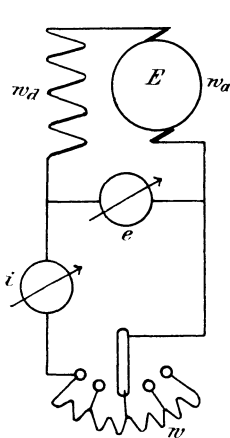


Fig. 131 a.

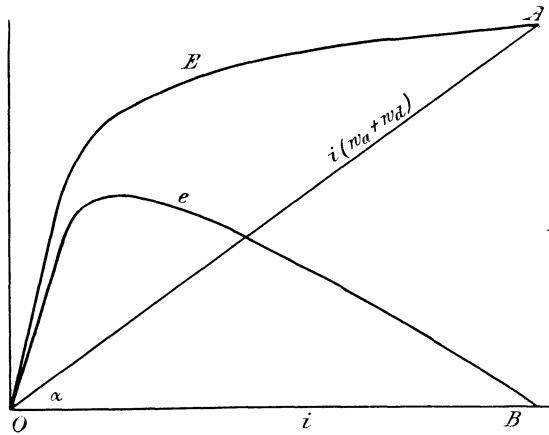


Fig. 131 b.

Kraft AB wird dabei verbraucht, um den Strom OB durch den inneren Widerstand zu treiben. Der Punkt A ist also der Schnittpunkt der Geraden mit der Kurve E .

Was die Klemmspannung betrifft, so steigt sie mit wachsender Belastung an, um nachher nach Erreichung ihres höchsten Wertes wieder zu fallen. Infolge der Sättigung des Eisens muß nämlich einmal der Punkt eintreten, wo der Gewinn an elektromotorischer Kraft durch Verstärkung des Stromes kleiner ist als der vermehrte Spannungsverlust in der Maschine. Für den Betrieb von hintereinander geschalteten Bogenlampen wurde diese Tatsache früher insofern wichtig, als man gezwungen war, das Anwachsen der Stromstärke bei Kurzschluss einer Lampe möglichst zu beschränken. Man konstruierte die Maschinen also absichtlich mit geringem Eisenquerschnitt, so daß das Eisen bei dem normalen Strom, für den der Anker und der Ankerdraht dimensioniert waren, schon stark gesättigt war. Dann arbeiteten die Maschinen normal oberhalb des Knies

der Charakteristik, wo eine Erhöhung des Stromes kaum mehr eine Verstärkung der elektromotorischen Kraft zur Folge hat. Der Kurzschluß einer Lampe verursacht dann zwar nach dem Ohmschen Gesetz eine Verstärkung des Stromes, aber diese ist nicht so erheblich, wie wenn die Verstärkung des Stromes zugleich eine Erhöhung der elektromotorischen Kraft zur Folge hat.

Das eigentümliche Verhalten der selbsterregenden Maschinen, wonach die elektromotorische Kraft vom Nutzstrom abhängt, wird noch deutlicher, wenn wir den äußeren Widerstand ins Auge fassen. Es erhebt sich nämlich immer die Frage, ob bei der Dynamomaschine die elektromotorische Kraft uns nach dem Ohmschen Gesetz den Strom schafft oder ob der (magnetisierende) Strom uns die Kraftlinien und dadurch die elektromotorische Kraft schafft. Man muß beides als richtig anerkennen, aber man weiß dann nicht mehr, was die Ursache und was die Wirkung ist. Tatsächlich aber liegt die Sache beim praktisch ausgeführten Experiment so, daß in erster Linie, also ursächlich, der äußere Widerstand variiert wird, und daß sich dadurch gleichzeitig die Stromstärke und die elektromotorische Kraft ändern. Bei vielen hintereinander geschalteten Bogenlampen ist der äußere Widerstand groß, und der Strom sowie die elektromotorische Kraft der Hauptstrommaschine sind gering. Bei wenig hintereinander geschalteten Bogenlampen ist der äußere Widerstand klein, und die Stromstärke sowie die elektromotorische Kraft sind groß.

59. Die Nebenschlußmaschine bei Veränderung der Belastung.

Man unterscheidet bei der Nebenschlußmaschine eine innere und eine äußere Charakteristik. Man ermittelt die innere oder statische Charakteristik, indem man die Maschine leer mit konstanter Tourenzahl antreibt und den Widerstand des Magnetkreises durch einen Regulierwiderstand verändert. Man trägt dann den Magnetstrom i_m als Abszisse und die Klemmspannung e als Ordinate auf und erhält so eine Kurve, die die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von dem magnetisierenden Strome darstellt. Die statische Charakteristik verläuft also genau wie die Charakteristik der Hauptstrommaschine oder wie die Leerlaufcharakteristik der magnetelektrischen Maschine. Wir gehen daher sofort zur Besprechung des Verhaltens der Nebenschlußmaschine bei Veränderung des äußeren Stromverbrauches über.

Bei der Hauptstrommaschine sind Magnetwicklung und äußeres Netz hintereinander geschaltet, und die elektromotorische Kraft ist in hohem Maße vom Stromverbrauch abhängig. Dagegen liegt die Magnetwicklung einer Nebenschlußmaschine parallel zum äußeren Netz, also direkt an den Bürsten der Maschine (Fig. 132a). Infolgedessen wirkt die Veränderung des äußeren Stromverbrauches nicht mehr direkt auf die

Kraftlinien zurück. Der Einfluss des äußeren Stromverbrauches auf die Erregung und auf die elektromotorische Kraft ist vielmehr verhältnismäßig gering, und wir haben es in den praktischen Betriebsgrenzen mit einer verhältnismäßig konstanten elektromotorischen Kraft zu tun. Das Verhalten der Nebenschlußmaschine im Betrieb ist daher ziemlich einfach, wiewohl ein genaues Verständnis des Verhaltens der Maschine dem Anfänger nicht ganz leicht werden dürfte.

Zunächst bedingt eine Vergrößerung des äußeren Stromverbrauches auch eine Erhöhung des Ankerstromes i_a nach der Gleichung

$$i_a = i + i_m.$$

Infolgedessen wird auch der Ohmsche Spannungsverlust im Anker größer, und die Klemmspannung fällt nach der Gleichung

$$e = E - i_a \cdot w_a.$$

Die Klemmspannung ist also am größten bei Leerlauf und fällt mit zunehmender Belastung. Weil nun die Magnetwicklung direkt an den

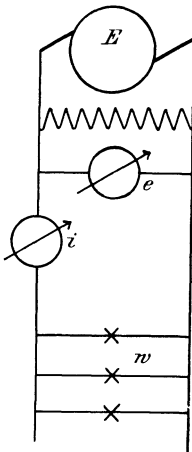


Fig. 132 a.

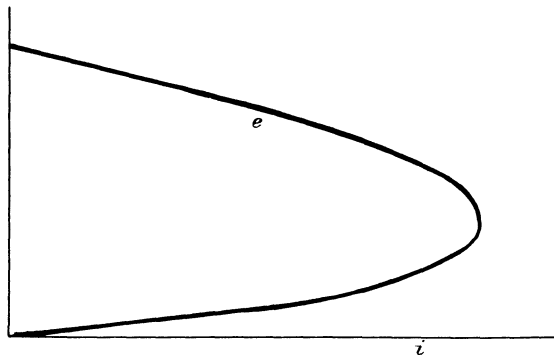


Fig. 132 b.

Klemmen liegt, so wird bei verringerter Klemmspannung auch der Magnetstrom geringer. Dadurch sinkt die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, wodurch natürlich die Klemmspannung nochmals verringert wird. Die Spannungsänderung bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist also unter sonst gleichen Verhältnissen bei der Nebenschlußmaschine größer als bei der magnetelektrischen Maschine, wenn sie auch nicht annähernd so groß ist wie bei der Hauptstrommaschine.

Man kann es jedoch auch bei der Nebenschlußmaschine erreichen, daß der Spannungsabfall bei Mehrbelastung fast ebenso klein wird wie bei der magnetelektrischen Maschine. Man konstruiert die Maschinen zu

diesem Zwecke mit großer Sättigung in einem Teil des magnetischen Kreises. Dann hat selbst eine verhältnismäßig starke Änderung der Erregung kaum einen Einfluss auf die Kraftlinien, und der Spannungsabfall bei Belastung ist dann nur gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch $i_a \cdot \omega_a$, wie bei der magnetelektrischen Maschine. Solche Maschinen eignen sich also besonders für Lichtanlagen, bei denen im Interesse des ruhigen Brennens der Lampen eine konstante Klemmspannung gefordert wird. Etwa noch vorkommende Spannungsschwankungen lassen sich dann noch durch Veränderung des Regulierwiderstandes im Magnetkreis der Maschine ausgleichen.

Dagegen arbeiten Maschinen zum Laden von Akkumulatoren mit geringer Sättigung des magnetischen Kreises. Im Anfange der Ladung ist dann im Magnetkreis Widerstand eingeschaltet, der im Laufe der Ladung nach und nach ausgeschaltet wird. Man verstärkt dadurch allmählich die Kraftlinien und die elektromotorische Kraft der Maschine und erreicht dadurch, daß die Stromstärke trotz der größer werdenden Gegenkraft der Batterie konstant bleibt.

Wenn wir nun dazu übergehen, die äußere Charakteristik experimentell aufzunehmen, und zu diesem Zwecke durch Einschalten von Lampen den äußeren Stromverbrauch variieren, so bemerken wir, daß die Klemmspannung anfangs mit Vergrößerung des Stromverbrauchs mehr und mehr abnimmt. Dieses Verhalten der Maschine, das uns nach den obigen Erwägungen verständlich ist, entspricht dem oberen Teil der Kurve in Fig. 132 b. Wenn wir jedoch die Zahl der parallelgeschalteten Lampen übermäßig vergrößern, so wird schließlich die Stromstärke nicht mehr dadurch vergrößert, wie wir erwarten sollten, sondern verringert. Dabei fällt zugleich auch die Klemmspannung mehr und mehr, bis sie schließlich bei Kurzschluss naturgemäß gleich Null wird. Dadurch wird auch der Magnetstrom und die induzierte Kraftlinienzahl gleich Null. Hätte die Maschine keinen remanenten Magnetismus, so wäre auch die elektromotorische Kraft und der Ankerstrom bei Kurzschluss gleich Null.

Vielleicht wird das Verhalten der Nebenschlussmaschine noch deutlicher, wenn wir unter Vernachlässigung der Ankerrückwirkung die dynamische Charakteristik aus der statischen ableiten. Wir tragen dazu den Magnetstrom bei Betrieb als Abszisse und die elektromotorische Kraft aus der statischen Charakteristik als Ordinate auf (Fig. 133). Da wir bei dem jetzigen Versuch nur den äußeren Stromverbrauch variieren, dagegen den Magnetwiderstand ungeändert lassen, so ist die Klemmspannung dem Magnetstrom proportional nach der Gleichung:

$$e = i_m \cdot \omega_m.$$

Wir erhalten also als Kurve der Klemmspannung die Gerade e in Fig. 133. Die Differenzen der Ordinaten der Kurven E und e ergeben uns dann den Spannungsverlust $i_a \cdot \omega_a = (i + i_m) \cdot \omega_a$, sie

sind uns also ein Maß für den Ankerstrom. Wenn wir von dem so gefundenen Ankerstrom den Magnetstrom abziehen, so erhalten wir den äußeren Strom, der, als Ordinate aufgetragen, die Kurve i ergibt. Für einen bestimmten Betriebszustand wird, wie die Figur zeigt, die Stromstärke ein Maximum.

Da die Abszisse i_m in Fig. 133 der Klemmspannung proportional ist, so ist die Kurve i in Fig. 133 bei passender Wahl des Maßstabes völlig identisch oder besser symmetrisch mit der Kurve e in Fig. 132b. Dabei entspricht der linke Teil der Fig. 133 dem unteren Teil von Fig. 132b, wo sich der Betriebszustand infolge sehr großer Zahl der parallelgeschalteten Lampen dem Kurzschluss nähert. Dagegen entspricht der rechte Teil von Fig. 133 dem oberen Teil der Fig. 132b,

d. h. dem praktischen Betriebszustand, wobei die Spannung bei starker Änderung des Stromes nur wenig heruntergeht.

Was nun die Compoundmaschine betrifft, so können wir sie als eine Nebenschlußmaschine ansehen, deren Magnetfeld bei Belastung durch einige Hauptstromwindungen verstärkt wird. Dadurch wird der Spannungsabfall durch Ohmschen Widerstand im Anker ausgeglichen, und die Maschine liefert eine konstante Klemmspannung. Diese ist bekanntlich bei Glühlampen erforderlich:

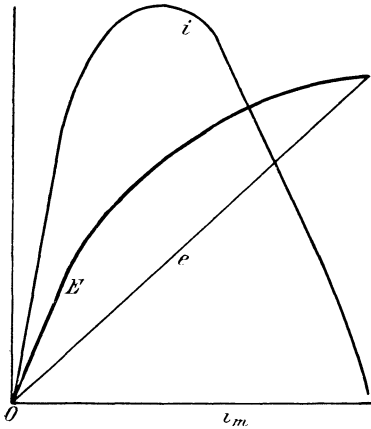


Fig. 133.

1. weil die Stromstärke jeder Lampe der darangelegten Spannung proportional ist und die pro Sekunde in Wärme umgesetzte Arbeit mit dem Quadrate der Spannung wächst;
2. weil die Lampe bei normaler Spannung ein mehr gelbliches, bei übernormaler Spannung ein intensiv weißes Licht ausstrahlt. Geringe Spannungsänderungen haben also eine unverhältnismäßig große Lichtschwankung zur Folge. Derartige Lichtschwankungen werden aber vom Auge besonders unangenehm empfunden.

Die Compoundmaschinen eignen sich also vorzüglich für Lichtanlagen. Wenn sie dennoch keine besonders große Verbreitung gefunden haben, so liegt das zunächst daran, daß sie bei momentanen Belastungsschwankungen ebenfalls momentanen Schwankungen der Klemmspannung unterworfen sind. Das hat seine Ursache in einer momentanen Änderung der Tourenzahl der Antriebsmaschine, deren Regulator immer eine gewisse Unempfindlichkeit besitzt. Diese momentanen Schwankungen der Tourenzahl verursachen dann eine Änderung der elektromotorischen Kraft

und der Klemmspannung. Dadurch ändert sich aber auch der Erregerstrom der Nebenschlußwicklung und die Kraftlinienzahl. Die Spannungsschwankungen sind also viel größer wie die Tourenschwankungen.

Ferner aber eignen sich Compoundmaschinen ebensowenig wie Hauptstrommaschinen zum Laden von Akkumulatoren. Wenn nämlich die Tourenzahl der Antriebsmaschine aus irgend einem Grunde einmal nachläßt, so überwiegt der Gegendruck der Batterie und treibt einen Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Hauptstromwindungen der Magnete. Diese können dadurch umpolarisiert werden, und die elektromotorischen Kräfte der Maschine und der Batterie sind dann nicht mehr gegeneinander, sondern hintereinander geschaltet. Da der ganze Kreis nur aus dem geringen Widerstand des Ankers, der Leitung und der Batterie besteht, so erreicht die Stromstärke in diesem Falle einen gefährlichen Betrag.

Bei Anwendung einer Nebenschlußmaschine zur Ladung einer Batterie liegt dagegen der positive Pol der Batterie immer am positiven Pol der Maschine, und die Magnetwicklung wird immer in gleichem Sinne durchflossen, auch wenn der Hauptstrom einmal seine Richtung umkehrt. Die elektromotorischen Kräfte der Batterie und Maschine bleiben also immer gegeneinander geschaltet. Bei Umkehrung des Hauptstromes läuft die Maschine dann als Motor, und die Stromstärke kann nicht übermäßig ansteigen. Höchstens kann die Umkehrung des Hauptstromes eine Funkenbildung am Kollektor verursachen. Man schaltet daher in die Hauptleitung einen Minimalausschalter, d. h. einen Elektromagneten, dessen Wicklung vom Hauptstrom durchflossen wird. Wenn dann die elektromotorische Gegenkraft der Batterie überwiegt und der Hauptstrom abnimmt, so fällt der Anker des Elektromagneten herunter und schaltet dadurch die Batterie ab.

60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung.

Die im vorigen Abschnitt geforderte konstante Netzspannung wird in beinahe idealer Weise durch Parallelbetrieb mit Maschine und Batterie erreicht. Daneben bietet die Batterie eine schätzenswerte Reserve, die es ermöglicht, die Maschine nur für einen mittleren und nicht für den maximalen Kraftverbrauch anzuschaffen oder auch die Maschine zeitweise ganz abzustellen. Endlich verursacht die parallelgeschaltete Batterie eine konstante Belastung der Dynamo auch bei stark wechselndem Stromverbrauch (Pufferbatterien bei Straßenbahnen). Dadurch wird auch der Dampfverbrauch ein konstanter, so daß eine bedeutende Ersparnis an Kohlen erzielt wird.

Die genannten Vorteile der Batterie beruhen auf den beiden wesentlichen Eigenschaften des Akkumulators, nämlich auf der konstanten elektromotorischen Kraft und auf dem geringen

Widerstand. Daraus folgt, daß die Klemmspannung praktisch gleich der elektromotorischen Kraft der Batterie, also konstant ist, da der Ohm'sche Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt werden kann. Die Maschine arbeitet dabei gleichsam mit Fremderregung, weil die Magnetwicklung zugleich an der konstanten Batteriespannung liegt. Wir betrachten nun im folgenden den Einfluß

1. des äußeren Stromverbrauchs,
2. einer Tourenschwankung der Maschine,
3. einer Veränderung der Magneterregung.

1. Der Einfluß des äußeren Stromverbrauchs.

Ist E die elektromotorische Kraft der parallelgeschalteten Maschine und bleibt die Erregung und die Tourenzahl der Maschine ungeändert, so ist auch der Ankerstrom konstant nach der Gleichung

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Unabhängig von Änderungen des äußeren Stromverbrauchs sind also die Klemmspannung und der Ankerstrom konstant. Wenn z. B. die

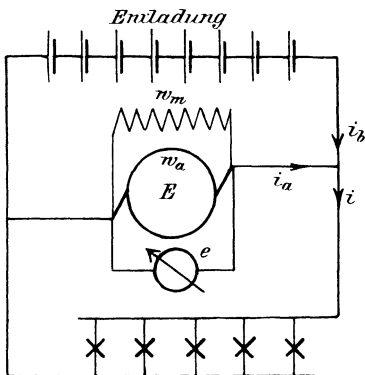


Fig. 134 a.

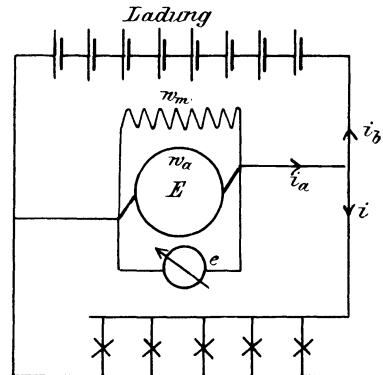


Fig. 134 b.

Batterie entladen wird (Fig. 134 a) und im äußeren Netz parallel liegende Glühlampen eingeschaltet werden, so wird der Mehrverbrauch des Stromes fast allein von der Batterie gedeckt. Wird umgekehrt die Batterie geladen (Fig. 134 b) und es werden im Netz mehr Lampen eingeschaltet, so nimmt gleichsam das Netz der Batterie einen Teil des Stromes weg. Wir haben hier ausnahmsweise einen Fall, wo die Stromquelle ein und denselben Strom liefert, den wir außen in willkürlicher Weise in die Batterie und ins Netz verteilen können.

Die Batterie wird sogar durch die Änderungen des äußeren Stromverbrauchs aus dem Zustand der Ladung in den der Entladung übergehen

können. Ist z. B. der äußere Strom kleiner als der Ankerstrom, so fließt der überschüssige Strom als Ladestrom in die Batterie. Ist der äußere Stromverbrauch dagegen größer als der Ankerstrom, so fließt ein Entladestrom aus der Batterie heraus. Wenn also die Maschine gerade einen mittleren Stromverbrauch liefert, so geht die Batterie dauernd aus der Entladung in Ladung über, und umgekehrt. Das ist natürlich nur dadurch möglich, daß in der Klemmspannung geringe Änderungen eintreten. Denn bei der Ladung ist die Klemmspannung größer als die elektromotorische Kraft der Batterie nach der Gleichung:

$$e = E_b + i_b \cdot w_b.$$

Dagegen ist bei der Entladung die Klemmspannung kleiner als die elektromotorische Kraft der Batterie nach der Gleichung:

$$e = E_b - i_b \cdot w_b.$$

Wir vernachlässigen aber bei unserer Betrachtung die geringen Änderungen der Klemmspannung, ebenso wie wir auch den Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt haben.

2. Die Tourenschwankungen der Maschine.

Wir haben im bisherigen mit einer konstanten elektromotorischen Kraft der Maschine gerechnet und untersuchen jetzt, welchen Einfluß eine Tourenschwankung der Betriebsmaschine auf Klemmspannung und Ankerstrom hat. Dabei wollen wir den äußeren Stromverbrauch ungeändert lassen. Liefere die Maschine ohne Batterie, so hätte eine Tourenschwankung eine erhebliche Spannungsänderung zur Folge. Jetzt aber ist die Netzspannung zugleich Batteriespannung, also praktisch konstant. Dagegen ändert sich der Ankerstrom, wenn sich die elektromotorische Kraft E der Maschine ändert, nach der Gleichung:

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Nimmt z. B. die Tourenzahl für einen Moment ab, so sinkt die elektromotorische Kraft E und der Ankerstrom. Da der äußere Stromverbrauch i derselbe geblieben ist, so liefert bei Entladung die Batterie um so mehr Strom, je weniger der Anker liefert. Bei Ladung fließt umgekehrt, wenn der Ankerstrom heruntergeht, entsprechend weniger Strom in die Batterie. Tourenschwankungen der Antriebsmaschine setzen sich also um in Stromschwankungen der Batterie.

3. Änderung der Magneterregung.

Den gleichen Einfluß wie eine Tourenschwankung hat natürlich auch die Änderung des Regulierwiderstandes im Magnetkreis. Will man z. B. eine Batterie laden, so bringt man durch Änderung der

Erregung die Maschinenspannung auf einen solchen Betrag, daß sie die Batteriespannung nur um wenige Volt übersteigt. Dann schaltet man ein, und zwar den positiven Pol der Maschine gegen den positiven Pol der Batterie. Da die beiden entgegengesetzten elektromotorischen Kräfte sich fast aufheben, so ist die Stromstärke noch fast gleich Null. Nach dem Einschalten bringt man dann durch Verstärkung der Erregung den Ankerstrom auf den gewünschten Betrag (vergl. die obige Gleichung für i_a). Der Ausschlag des Voltmeters ändert sich dabei so gut wie gar nicht, da die Maschinenspannung und die Batteriespannung jetzt identisch sind.

Umgekehrt unterbricht man die Ladung, indem man durch Schwächung der Erregung den Ankerstrom bis auf den Betrag abschwächt, der im äußeren Netz verbraucht wird. Dabei wird der Batteriestrom zu Null, die Batterie bleibt jedoch als Spannungsregulator an den Klemmen des Netzes und der Maschine liegen.

Bei starkem äußeren Stromverbrauch dient endlich der Nebenschlußwiderstand dazu, die Belastung in geeigneter Weise auf Maschine und Batterie zu verteilen. Man verändert dann die Erregung so, daß die Maschine dauernd voll belastet ist, und die Batterie nur den Mehrverbrauch an Strom liefert.

Wir nahmen bisher an, daß die Batteriespannung konstant ist, und diese Annahme ist insofern richtig, als die Stromstärke kaum einen Einfluß auf die Spannung hat. Jedoch ist die Batteriespannung, entsprechend der Lade- und Entladekurve, allmählichen zeitlichen Änderungen unterworfen, die durch den Zellschalter ausgeglichen werden müssen. Damit dabei die Zu- oder Abschaltung einer Zelle ohne Stromunterbrechung vor sich geht, sind bei dem in Fig. 135a angedeuteten Zellschalter zwischen den Hauptkontakten noch Zwischenkontakte angeordnet und je zwei benachbarte Segmente durch einen Zwischenwiderstand miteinander verbunden. Der Hebel ist dabei so breit, daß er die Isolation zwischen einem Hauptkontakt und einem Zwischenkontakt überbrückt. In der gezeichneten Stellung des Hebels liegen die Lampen noch allein an dem linken Teil der Batterie, und die erste Schaltzelle ist durch den Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung liegt dann der Hebel allein auf dem Zwischensegment. Dadurch ist die erste Schaltzelle mit aufs Netz geschaltet, also die elektromotorische Kraft um 2 Volt erhöht, aber der Netzstrom hat noch den Zwischenwiderstand zu durchfließen. Bei passender Wahl des Zwischenwiderstandes kann man erreichen, daß der Spannungsverlust in ihm bei normalem Strom gerade ein Volt beträgt, so daß die Netzspannung nur um $2 - 1 = 1$ Volt erhöht wird. Bei noch weiterer Rechtsdrehung kommt der Hebel dann auf einen Hauptkontakt zu liegen, so daß die erste Schaltzelle direkt ans Netz geschlossen ist. Dabei beträgt die Spannungserhöhung dann wieder ein Volt, im ganzen also zwei Volt.

Man kann jedoch auch zwei starr miteinander verbundene, aber voneinander isolierte Hebel verwenden, die durch einen Zwischenwiderstand miteinander verbunden sind (Fig. 135 b). In der gezeichneten Stellung ist z. B. die erste Schaltzelle durch die beiden Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab, und das Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Bei noch weiterer Rechtsdrehung liegen dann beide Hebel gleichzeitig auf dem zweiten Kontakt, von links aus gerechnet, und schließlich gleitet der Hilfshebel von diesem Kontakt ab, so daß das Netz dann direkt an einer um 2 Volt vermehrten Batteriespannung liegt.

Die Anwendung eines solchen Einfachzellenschalters empfiehlt sich überall da, wo während der Ladung keine Lampen brennen (Fig. 136 a).

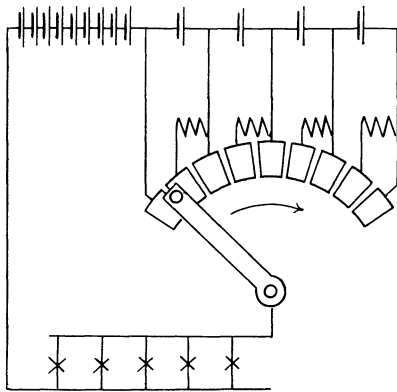


Fig. 135 a.

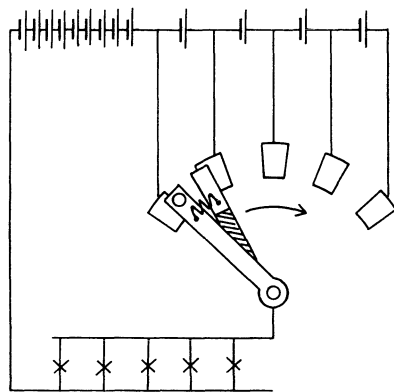


Fig. 135 b.

Der Hebel dient in diesem Falle z. B. während der Morgenstunden als Ladehebel und schaltet dabei die letzten Schaltzellen rechts nach und nach ab. Diese sind nämlich nur während der letzten Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen worden und daher eher voll geladen als der Hauptteil der Batterie. Im Laufe der Ladung wandert der Schalthebel dann bis auf den linken Kontakt. Da die Batteriespannung während der Ladung größer ist als die Netzspannung, für die die Lampen konstruiert sind, so muß der Ausschalter A während der Ladung offen sein. Nach beendeter Ladung wird auch der Schalter A_1 geöffnet.

Wenn dann abends Lampen brennen sollen, so stellt man den Hebel, der jetzt als Entladehebel funktioniert, auf einen solchen Kontakt, daß die Spannung der Batterie bis zum Hebel gleich der normalen Netzspannung ist, bei der die Lampen brennen sollen. Man schließt dann den Ausschalter A und schaltet die Maschine in der oben beschriebenen Weise auf das Netz, d. h. zugleich auf die Batterie. Dann reguliert man die Magneterregung derartig, daß die Maschine stets möglichst voll belastet

ist und die Batterie nur für die Stunden des höchsten Stromverbrauchs, bzw. in den Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen wird. Dabei wandert der Schalthebel, entsprechend der allmählich sinkenden Spannung der Zellen, allmählich nach rechts, so daß er dauernd eine konstante Lampenspannung aufrecht erhält.

Die Zahl der Schaltzellen ergibt sich bei dieser Anordnung daraus, daß die Spannung einer Zelle im Anfang der Entladung etwa 2 Volt, am Ende der Entladung etwa 1,8 Volt beträgt. Für eine Lampenspannung von 110 Volt brauchen wir im Anfang der Entladung $110 : 2 = 55$ Zellen und am Ende der Entladung $110 : 1,8 = 60$ Zellen. Es sind also etwa 10 % aller Zellen an den Zellschalter anzuschließen.

Die obige Bedingung, daß während der Ladung kein Stromverbrauch im äußeren Netz stattfinden soll, wird nur in den wenigsten Fällen erfüllt sein. Wenn während der Ladung auch das äußere Netz gespeist werden

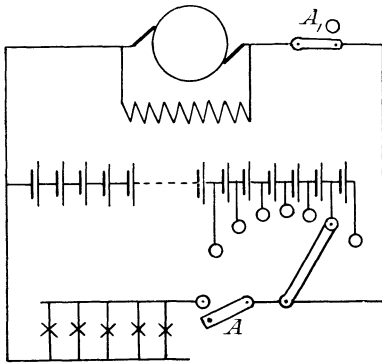


Fig. 136 a.

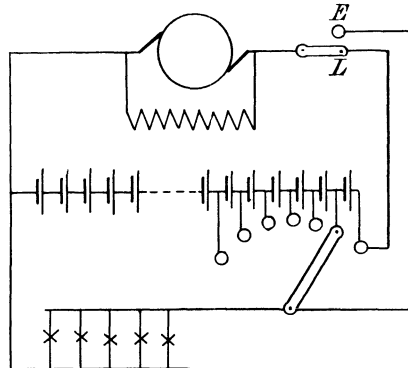


Fig. 136 b.

soll, so ist man gezwungen, den Hebel des Einfachzellenschalters dauernd als Entladehebel, d. h. als Spannungsregulator zu benutzen (Fig. 136 b). Die Maschine bleibt dann mittels eines Umschalters, der auf *L* steht, während der Ladung dauernd am Ende der Batterie liegen, während das Netz mittels des Entladehebels immer an so viel Zellen liegt, daß die Netzspannung die normale ist. Der Maschinenstrom teilt sich dann am linken Pol der Batterie in den Batteriestrom und den äußeren Strom. Beide Ströme vereinigen sich wieder an dem Punkte, wo gerade der Hebel steht, und fließen gemeinsam durch den rechten Teil der Schaltzellen zur Maschine zurück. Nach beendigter Ladung muß dann die Maschine, die ja die hohe Spannung am Ende der Ladung besitzt, von der Batterie abgeschaltet werden und ihre Spannung auf die Netzspannung ermäßigt werden. Dann wird sie durch den auf *E* zu stellenden Umschalter aufs Netz geschaltet. Die Batterie dient dabei vorläufig wieder nur als Spannungsregulator, bis abends das Parallelarbeiten von Maschine und Batterie beginnt.

Der Nachteil eines Einfachzellenschalters bei der gleichzeitigen Speisung des Netzes während der Ladung liegt auf der Hand. Da das Abschalten der vollgeladenen Schaltzellen nicht mehr möglich ist, so wird ein großer Teil der Maschinenleistung ganz nutzlos zur Wasserzersetzung verwendet. Dazu kommt, daß durch die Schaltzellen die Summe des Batteriestromes und des Netzstromes fließt. Die Gasentwicklung wird also besonders stürmisch, so daß die Platten mechanisch besonders stark beansprucht werden. Endlich muß die Maschine die volle Spannung am Ende der Ladung liefern, muß also z. B. bei 110 Volt Netzspannung und den oben berechneten 60 Zellen eine Klemmspannung von $60 \cdot 2,7 = 162$ Volt liefern, während man bei Abschaltung der vollgeladenen Schaltzellen erfahrungsgemäß mit 150 Volt auskommt. Die Anschaffungskosten für die Maschine werden also unnötig groß, denn eine solche Maschine ist immer für die maximale Spannung, d. h. für die entsprechende Kraftlinienzahl in

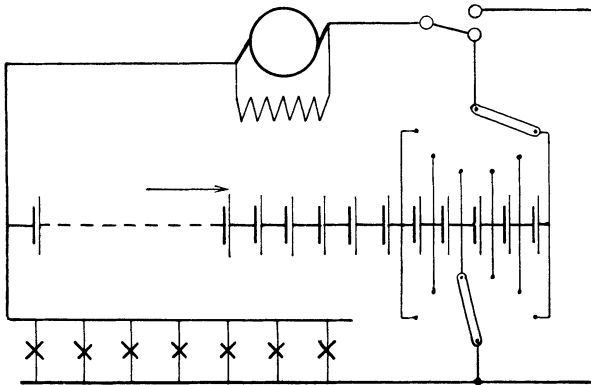


Fig. 137.

den Magneten entworfen. Liefert die Maschine dann etwa beim Parallelarbeiten nur 110 Volt, so ist eben der Magnetstrom durch den Regulierwiderstand willkürlich abgeschwächt und die Kraftlinienzahl dadurch vermindert. Die Maschine wird dabei in magnetischer Beziehung nicht vollständig ausgenutzt, sie enthält also für diesen Betriebszustand verhältnismäßig große Eisenquerschnitte und ist teuer in der Anschaffung.

Wenn man also während der Ladung Lampen brennen will, so ist man genötigt, einen Doppelzellenschalter anzuwenden (Fig. 137). Dabei liegt das Netz dauernd am Entladehebel, der jetzt sowohl während der Ladung, als auch während der Entladung nur als Spannungsregulator dient. Der Ladehebel steht dabei in Fig. 137 dauernd rechts vom Entladehebel, allgemein also dauernd außerhalb vom Entladehebel. Er schaltet während der Ladung die vollgeladenen Schaltzellen ab, so daß sie nicht mehr, wie in Fig. 136 b, durch lang andauernde Überladung Schaden leiden. Die Schaltzellen zwischen beiden Hebeln werden dabei allerdings noch von der Summe aus Batteriestrom und Netzstrom durchflossen.

Am Schlusse der Ladung stehen dann beide Hebel ganz nach links auf demselben Kontakt, wobei also Maschinenspannung, Batteriespannung und Netzspannung identisch sind. Man macht dann durch Regulieren im Nebenschluß die Batterie stromlos und legt den Hebel des Umschalters um, so daß die Maschine direkt am Netz, d. h. am Entladehebel liegt. Die Maschine speist dann wieder vorläufig das Netz allein, und die Batterie dient nur als Spannungsregulator, bis sie dann bei wachsendem äußeren Stromverbrauch selbsttätig zur Stromlieferung mit herangezogen wird. Dabei sinkt dann ihre Spannung allmählich; der Entladehebel wandert dabei nach rechts und nimmt vermittels eines Anschlages den Ladehebel mit. Prinzipiell würde also die erwähnte Umlegung des Schalthebels nicht nötig gewesen sein, da beide Hebel des Zellschalters bei Entladung immer auf demselben Kontakt stehen. Praktisch ist sie jedoch notwendig, damit nicht in den Abendstunden die Schleiffedern des Entladehebels durch die Summe aus Batteriestrom und Maschinenstrom beansprucht werden.

Wie man sieht, sind die betreffenden Kontakte für den Lade- und Entladehebel miteinander verbunden, d. h. man kommt in Wirklichkeit mit einer Kontaktreihe aus, auf der beide Hebel schleifen. Der Deutlichkeit wegen sind jedoch in Fig. 137 zwei Kontaktreihen gezeichnet.

Bei Anwendung eines Doppelzellschalters ist nun allerdings die Möglichkeit gegeben, während der Ladung Lampen zu brennen, die Netzspannung konstant zu halten und die vollgeladenen Schaltzellen abzuschalten. Indessen bleibt noch immer ein Nachteil bestehen, der sich gerade bei größeren Anlagen fühlbar macht. Dieser besteht darin, daß die Maschine für eine wesentlich höhere Spannung als die Netzspannung konstruiert sein muß und doch während des eigentlichen Parallelarbeitens nur die Netzspannung liefert. Dabei wird sie nicht vollständig ausgenutzt und die Anschaffungskosten sind unnötig groß. Dieser Nachteil wird nun vollständig vermieden bei Anwendung einer Zusatzmaschine, wobei man die Hauptmaschine nur für die Netzspannung konstruiert, so daß eine wesentliche Erhöhung der Spannung dabei nicht vorgesehen ist. Das bedeutet, daß das Magneteisen bei normalem Betrieb verhältnismäßig gesättigt ist, und daß ein größerer Regulierwiderstand bei der Konstruktion nicht vorgesehen ist. Eine solche Maschine besitzt verhältnismäßig geringere Eisenquerschnitte als die zum Laden von Akkumulatoren bestimmten Maschinen und wird infolgedessen viel billiger.

In diesem Falle (Fig. 138) liegt die Maschine dauernd am Entladehebel, also am Netz, während die zwischen Lade- und Entladehebel liegenden Schaltzellen durch eine Zusatzmaschine geladen werden. Unter der Voraussetzung, daß durch Regulieren der Zusatzmaschine der Ladestrom der Schaltzellen gleich dem Ladestrom des Hauptteils der Batterie gemacht wird, fließt der Batteriestrom direkt vom Hauptteil der Batterie in gleicher Stärke durch die Schaltzellen und die Zusatzmaschine. Der

Entladehebel ist also dann stromlos, weil er, wie der Brückenweig in der Wheatstoneschen Brücke, zwei Punkte gleichen Niveaus verbindet. Er dient dabei rein als Spannungsregulator.

Was nun die Anzahl der Schaltzellen bei Anwendung eines Doppelschalters betrifft, so haben wir am Ende der Ladung eine Spannung

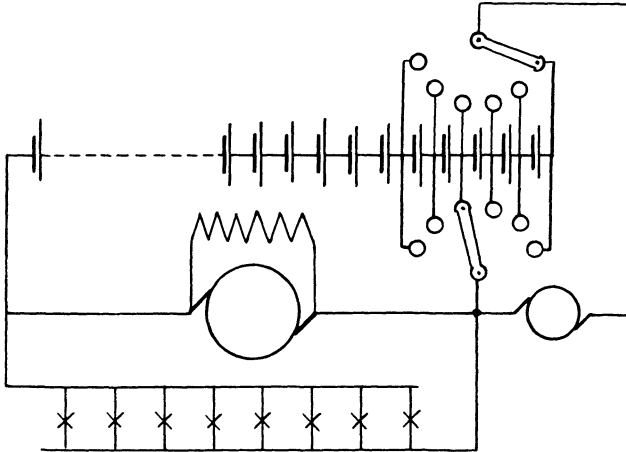


Fig. 138.

von 2,7 Volt pro Zelle; der Hauptteil der Batterie muß also bei 110 Volt Netzspannung aus $110 : 2,7 = 40$ Zellen bestehen. Andererseits haben wir am Schluß der Entladung eine Spannung von 1,8 Volt pro Zelle. Die ganze Batterie inklusive Schaltzellen muß also aus $110 : 1,8 = 60$ Zellen bestehen. Es müssen also $60 - 40 = 20$ Zellen oder etwa 30% aller Zellen an den Zellschalter angeschlossen sein.

61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen.

Bei den Verlusten einer Dynamomaschine unterscheiden wir zunächst den Leerlaufverlust P_0 . Er wird zunächst verursacht durch mechanische Reibung in den Lagern und an den Bürsten. Dazu kommt der Verlust durch Luftreibung, besonders seitdem man durch Zwischenräume im Ankereisen für genügende Ventilation sorgt. Der Reibungsverlust ist natürlich unabhängig von der Erregung. Zu den Reibungsverlusten kommt dann noch der Verlust durch Hysterese im Ankereisen. Dieser ist bei geringer Induktion der 1,6ten Potenz der Induktion proportional und kann bei der jetzt gebräuchlichen Induktion von über 10000 Kraftlinien pro Quadratcentimeter im Ankereisen und von 20000 Kraftlinien pro Quadratcentimeter in den Ankerzähnen dem Quadrate der Induktion proportional gesetzt werden. Endlich kommt noch der Verlust durch Foucaultströme im Ankereisen, Poleisen, im Ankerkupfer und in den Ankerbolzen in Betracht. Dieser

Verlust ist dem Quadrate der Induktion proportional, weil mit der Kraftliniendichte nicht blofs die elektromotorische Kraft, sondern auch die Stromstärke des Wirbelstromes wächst. Im allgemeinen kann bei gegebener Erregung der Leerverlust als konstant angesehen werden. Zu den Leerlaufverlusten kommt nun noch

der Kupferverlust im Anker $i_a^2 \cdot w_a$,
 der Kupferverlust in der Hauptstromwicklung $i_d^2 \cdot w_d$,
 der Kupferverlust in der Nebenschlußwicklung $e \cdot i_m$.

Der letztere Verlust ist natürlich von der Erregung abhängig, ändert sich aber doch verhältnismäfsig wenig bei den verschiedenen Belastungszuständen. Wir setzen dabei voraus, dafs durch Änderung der Erregung die Klemmspannung bei wechselnder Belastung konstant gehalten wird. Dann mufs zwar bei starkem Ankerstrom der Magnetstrom erhöht werden, damit der gröfsere Spannungsverlust gedeckt und die Ankerrückwirkung kompensiert wird. Aber der zusätzliche Verlust durch Joulesche Wärme in der Magnetwicklung kommt doch gegenüber der Jouleschen Wärme im Anker weniger in Betracht. Wir wollen daher im folgenden den Verlust $e \cdot i_m$ als konstant ansehen.

Allgemein ergibt sich der Wirkungsgrad als das Verhältnis der Nutzleistung $e \cdot i$ zu der gesamten zugeführten Leistung. Die letztere wird zur Erzeugung der totalen elektrischen Leistung $E \cdot i_a$ und zur Deckung der Leerlaufsleistung verbraucht.

Wir erhalten also den Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{e \cdot i}{E \cdot i_a + P_0} \quad (90)$$

oder mit Einführung der einzelnen Verluste:

$$\eta = \frac{e \cdot i}{e \cdot i + i_a^2 \cdot w_a + i_d^2 \cdot w_d + e \cdot i_m + P_0} \quad (91)$$

Diese Gleichung gilt allgemein für Hauptstrom-, Nebenschluß- und Compoundmaschinen. Speziell für Nebenschlußmaschinen ist der Strom i_d in den direkten Windungen gleich Null, und es wird ausserdem $i_a = i + i_m$.

Wir erhalten so für Nebenschlußmaschinen:

$$\eta = \frac{e \cdot i}{e \cdot i + i^2 \cdot w_a + 2i \cdot i_m \cdot w_a + i_m^2 \cdot w_a + e \cdot i_m + P_0} \quad (92)$$

oder

$$\eta = \frac{e}{e + 2i_m \cdot w_a + i \cdot w_a + \frac{P_0 + i_m^2 \cdot w_a + e \cdot i_m}{i}}$$

Der Wirkungsgrad wird ein Maximum, wenn der Nenner ein Minimum wird. Wir differenzieren also den Nenner nach i als variabler und setzen den Differentialquotienten gleich Null. Dabei haben wir nach den obigen Darlegungen e und i_m als konstant anzusehen. Wenn wir gleichzeitig das Produkt $i_m^2 \cdot w_a$ wegen seiner Kleinheit vernachlässigen, so erhalten wir:

$$w_a - \frac{P_0 + e \cdot i_m}{i^2} = 0$$

oder

$$i^2 \cdot w_a = P_0 + e \cdot i_m.$$

Da der äußere Strom bei dem betrachteten Betriebszustand fast gleich dem Ankerstrom ist, so stellt die linke Seite den Verlust im Anker dar. Dagegen stellt die rechte Seite den wesentlich konstanten Verlust durch Reibung und durch Joulesche Wärme in den Magneten dar. Der Wirkungsgrad wird also ein Maximum, wenn die variablen Verluste gleich den wesentlich konstanten Verlusten sind.

Es ist übrigens bemerkenswert, daß die Kurve des Wirkungsgrades in der Nähe des Maximums über eine große Strecke fast parallel zur Abszissenachse verläuft. Daher hat selbst eine starke Änderung der Belastung wenig Einfluß auf den Wirkungsgrad.

Bei einer Maschine für 110 Volt und 100 Ampere sei z. B. der totale Wirkungsgrad gleich 0,88, d. h. die Verluste seien 12 0/100. Dann ist die auf die Welle zu übertragende Leistung $\frac{110 \cdot 100}{0,88} = 12500$ Watt und die gesamten Verluste sind $\frac{12}{100} \cdot 12500 = 1500$ Watt. Unter der Voraussetzung, daß die Maschine bei normaler Belastung gerade mit ihrem günstigsten Wirkungsgrad arbeitet, und daß die betreffende Maschine sich praktisch ausführen läßt, müßte die Joulesche Wärme im Anker die Hälfte der Gesamtverluste, also 750 Watt sein. Von der anderen Hälfte mögen auf die zum Antrieb bei Leerlauf erforderliche Leistung 500 Watt entfallen, dann bleiben für den Effektverlust in den Magneten 250 Watt übrig. Daraus folgt:

$$\begin{aligned} e \cdot i_m &= 250 \\ i_m &= \frac{250}{110} = 2,3 \\ i_a = i + i_m &= 100 + 2,3 = 102,3 \\ i_a^2 \cdot w_a &= 750 \\ w_a = \frac{750}{i_a^2} &= \frac{750}{102,3^2} = 0,071. \end{aligned}$$

Gesetzt nun, wir belasteten die Maschine zur Hälfte bzw. auf das Doppelte. Dadurch erhalten wir, wenn wir den Magnetstrom wieder als konstant annehmen:

$$\begin{aligned} i &= 50 \text{ bzw. } 200 \\ i_a = i + i_m &= 50 + 2,3 = 52,3 \quad \text{,,} \quad 202,3 \\ i_a^2 \cdot w_a &= 52,3^2 \cdot 0,071 = 194 \quad \text{,,} \quad 2900 \\ e \cdot i_m &= 250 \quad \text{,,} \quad 250 \\ e \cdot i &= 5500 \quad \text{,,} \quad 22000 \\ P_0 &= 500 \quad \text{,,} \quad 500 \\ &= 6450 \quad \text{,,} \quad 25650 \\ \eta &= \frac{5500}{6450} = 0,85 \quad \text{,,} \quad \frac{22000}{25650} = 0,86. \end{aligned}$$

Wie man sieht, ändert sich der Wirkungsgrad in der Nähe des Maximums sehr wenig, selbst bei starken Änderungen der Belastung. Bei der Konstruktion hat man daher die Freiheit, die Gesamtverluste willkürlich auf Anker und Magnete zu verteilen. Die Rücksicht auf den Spannungsabfall im Anker wird es in den meisten Fällen überhaupt verbieten, die Maschine so zu konstruieren, daß sie bei normaler Belastung mit ihrem maximalen Wirkungsgrad arbeitet. Dieser Spannungsabfall ist in dem obigen Beispiel $i_a \cdot w_a = 100 \cdot 0,071 = 7$ Volt, die elektromotorische Kraft ist dann $110 + 7 = 117$ Volt und der prozentische Spannungsabfall $7 : 117 = 6\%$. Dazu kommt, daß der verhältnismäßig große Ankerwiderstand eine übergroße Joulesche Wärme im Anker verursacht, für die die Ankeroberfläche dann nicht ausreicht. Überhaupt sind für die Verteilung der Verluste auf Anker und Magnete ganz andere praktische Gesichtspunkte maßgebend, als die Rücksicht auf den maximalen Wirkungsgrad. Die praktisch ausgeführten Maschinen arbeiten in der Regel so,

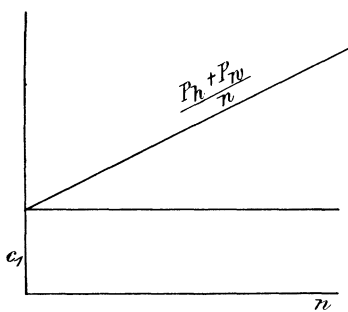


Fig. 139.

daß der Ankerverlust bei normalem Betrieb kleiner ist als der Verlust durch mechanische Reibung und durch Joulesche Wärme in den Magneten. Bei Überlastung steigt daher der Wirkungsgrad.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufverluste experimentell zu trennen. Wenn zwei gleiche Maschinen vorhanden sind, so können wir sie miteinander kuppeln und die erste Maschine als Elektromotor antreiben, während wir die zweite Maschine unerregt lassen. Die gemessene Leistung des Motors wird verbraucht für die mechanische Reibung beider Maschinen und für Hysterisis und Wirbelströme in der ersten Maschine. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die zweite Maschine normal erregen, so daß sie als Generator leer läuft. Der Effektverbrauch in der ersten Maschine ist dann um den Hysterisis- und Wirbelstromverlust $P_h + P_w$ in der zweiten Maschine größer geworden.

Ist auf diese Weise der Hysterisis- und Wirbelstromeffekt einerseits und der Reibungseffekt andererseits ermittelt, so wiederholt man den Versuch mit anderer Tourenzahl. Dabei muß natürlich die Erregung, d. h. die Kraftlinienzahl der Maschinen dieselbe bleiben und die Veränderung der Tourenzahl durch einen Vorschaltwiderstand im Ankerkreis des Motors vorgenommen werden.

Wir dividieren dann den Effektverbrauch $P_h + P_w$ durch die Tourenzahl n und tragen die Tourenzahl n als Abszisse und den Wert $\frac{P_h + P_w}{n}$ als Ordinate auf (Fig. 139). Nun ist der Effektverlust durch

Hysteresis der 1. Potenz und der Verlust durch Wirbelströme der 2. Potenz der Tourenzahl proportional, d. h.:

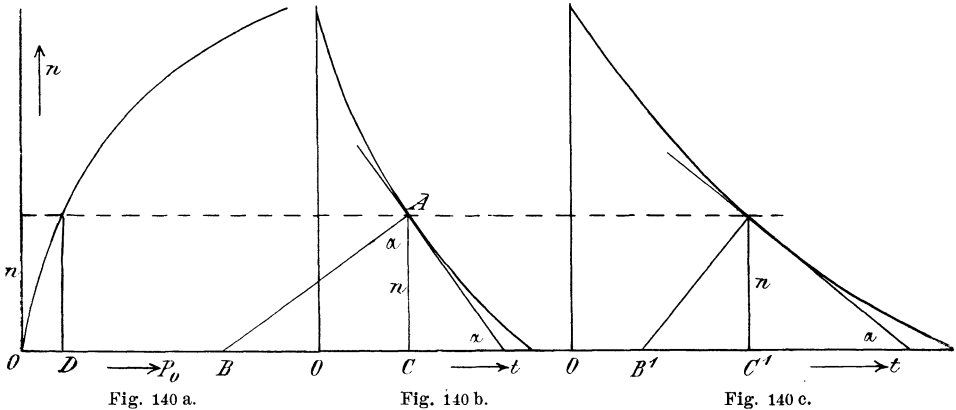
$$P_h + P_w = c_1 \cdot n + c_2 \cdot n^2. \quad (93)$$

Daraus folgt:

$$\frac{P_h + P_w}{n} = c_1 + c_2 \cdot n.$$

Demnach erhalten wir in Fig. 139 eine Gerade, deren Abschnitt c_1 auf der Ordinatenachse uns den Hysteresisverlust bei einer Umdrehung pro Minute angibt. Wir haben diesen dann nur mit der Tourenzahl zu multiplizieren, um den Hysteresisverlust zu erhalten, und sind auf diese Weise imstande, die gesamte Leerlaufsleistung in ihre einzelnen Teile zu zerlegen.

Zur Trennung der Verluste bei einer einzelnen Maschine verwendet man die sogenannte Auslaufsmethode. Wir wählen dazu eine bestimmte



Magneterregung, lassen die Maschine als Motor leer laufen und messen den Leerverlust P_0 bei den verschiedenen Tourenzahlen. In Fig. 140 a tragen wir dann den Verlust P_0 als Abszisse und die Tourenzahl n als Ordinate auf.

Wir unterbrechen dann den Ankerstrom, lassen aber die Magneterregung ungeändert und lassen die Maschine auslaufen. Während des Auslaufens beobachten wir zu bestimmten Zeitpunkten durch ein Tachometer die jeweilige Tourenzahl und tragen die Zeit als Abszisse und die Tourenzahl als Ordinate auf (Fig. 140 b). Eventuell kann an Stelle der Touren die damit proportionale Spannung der Maschine beobachtet werden. Beim Auslaufen verringert sich die Tourenzahl, und es ist die Abnahme der lebendigen Kraft gleich der während der betreffenden Zeit durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme verzehrten Arbeit. Zu einer bestimmten Zeit t sei z. B. die Tourenzahl $n = AC$, und es ändere sich die lebendige Kraft A in Joule in der Zeit dt um den Betrag dA . Dann

ist die Arbeit pro Sekunde, die durch die Leerverluste verzehrt wird, gleich $\frac{dA}{dt}$. Andererseits ist die lebendige Kraft proportional dem Quadrate der Tourenzahl. Wir erhalten also, wenn k einen Proportionalitätsfaktor bedeutet:

$$A = k \cdot n^2,$$

$$dA = 2k \cdot n \cdot dn$$

und

$$\frac{dA}{dt} = 2k \cdot \dot{n} \cdot \frac{dn}{dt}.$$

Dieselbe Leistung ist entgegengesetzt gleich der bei Leerlauf mit der entsprechenden Tourenzahl zugeführten Leistung P_0 , deren Betrag OD aus Fig. 140 a bekannt ist. Wir erhalten also:

$$P_0 = -2k \cdot n \cdot \frac{dn}{dt}. \quad (94)$$

Wir zeichnen nun im betrachteten Punkte A die Tangente und Normale der Auslaufskurve in Fig. 140 b*) und erhalten:

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{dn}{dt} = \frac{BC}{AC}.$$

Demnach, da $AC = n$ ist:

$$-n \cdot \frac{dn}{dt} = BC.$$

Demnach ist:

$$P_0 = 2k \cdot BC.$$

Daraus läßt sich der Faktor $2k$ berechnen; dazu mißt man BC in Sekunden und multipliziert es mit dem Quadrate des Verhältnisses der Maßstäbe der Ordinaten und Abszissen, da der Maßstab in Gleichung (94) sowohl bei n als auch bei dn in Frage kommt. Man führt diese Rechnung für verschiedene Tourenzahlen durch und nimmt aus den erhaltenen Werten von $2k$ das Mittel.

Wiederholt man den Auslaufversuch mit unterbrochenem Magnetstrom, so wird die Auslaufzeit größer, weil die bremsende Wirkung der Wirbelströme und Hysteresis fehlt. Wir erhalten so die Auslaufskurve in Fig. 140 c, die uns für den betrachteten Wert von n die Subtangente $B'C'$ gibt. Genau wie oben, ergibt sich dann der Effektverlust allein durch mechanische Reibung zu

$$P_r = 2k \cdot B'C',$$

wo $B'C'$ in Sekunden zu messen ist.

Einfacher, wenn auch ungenauer, ergibt sich ohne Rücksicht auf den Maßstab:

$$\frac{P_r}{P_0} = \frac{B'C'}{BC}.$$

*) Vergl. Arnold, Die Gleichstrommaschine, Band II. 1903.

Unter Umständen empfiehlt sich ein Verfahren, das die Untersuchung bei voller Belastung selbst dann ermöglicht, wenn eine entsprechend grofse Antriebsmaschine nicht zur Verfügung steht. Man kuppelt dabei zwei gleiche zu untersuchende Maschinen miteinander und treibt die erste Maschine von einer äußeren Stromquelle als Motor an. Dieser Motor treibt dann die zweite Maschine als Dynamo an, und diese speist dann wieder durch ihren Strom den ersten Motor. Die äußere Stromquelle und die zweite Maschine sind also auf den Motor parallel geschaltet. Dabei liefert die äußere Stromquelle natürlich nur den durch die Gesamtverluste in beiden Maschinen bedingten Effekt, der auf diese Weise leicht gemessen werden kann. Man hat dabei die Erregung beider Maschinen so zu wählen, dafs die Tourenzahl und die Stromstärke beider Maschinen dem normalen Betriebszustand entsprechen. Auf den ersten Blick erscheinen die Verhältnisse allerdings nicht ganz einfach, man mufs aber bedenken, dafs bei beiden Maschinen die Klemmspannung und die Tourenzahl die gleichen sind. Die elektromotorische Kraft der als Motor angetriebenen Maschine ist nun nach Abschnitt 63 kleiner als die Klemmspannung, während die elektromotorische Kraft der als Generator angetriebenen Maschine gröfser als die Klemmspannung ist. Da die Tourenzahl, Drahtzahl und Klemmspannung für beide Maschinen die gleichen sind, so müssen wir den Generator etwas stärker erregen als den Motor, oder umgekehrt: Von den beiden Maschinen läuft die stärker erregte als Generator und die schwächer erregte als Motor. Ist also:

- N_1 die Kraftlinienzahl des Motors,
- N_2 die Kraftlinienzahl des Generators,
- i_1 die Stromstärke des Motors,
- i_2 die Stromstärke des Generators,
- $i_1 - i_2 = i_0$ der aus der Stromquelle zufließende Leerstrom,
- E_1 die elektromotorische Gegenkraft des Motors,
- E_2 die elektromotorische Kraft des Generators,

so ergibt sich nach Abschnitt 63 für den Motor:

$$e = E_1 + i_1 \cdot w_a = \frac{\dot{p}}{a} \cdot N_1 \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} + i_1 \cdot w_a$$

und ebenso für den Generator:

$$e = E_2 - i_2 \cdot w_a = \frac{\dot{p}}{a} \cdot N_2 \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} - i_2 \cdot w_a.$$

Durch Addition der beiden Gleichungen erhalten wir:

$$2e = \frac{\dot{p}}{a} (N_1 + N_2) \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} + i_0 \cdot w_a.$$

Vernachlässigen wir dabei den außerordentlich kleinen Wert $i_0 \cdot w_a$, so ergibt sich:

$$\frac{\dot{p}}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} = \frac{2e}{N_1 + N_2}.$$

Die Tourenzahl ist also der Summe der gewählten Kraftlinien N_1 und N_2 umgekehrt proportional. Setzen wir nun den gefundenen Wert für $\frac{\dot{p}}{a} \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$ in die zweite oben für e angegebene Gleichung ein, so erhalten wir:

$$e = \frac{N_2 \cdot 2e}{N_1 + N_2} - i_2 \cdot w_a,$$

oder wenn wir für i_2 auflösen:

$$i_2 = \frac{N_2 - N_1}{N_1 + N_2} \cdot \frac{e}{w_a}.$$

Während also die Tourenzahl durch die Summe der gewählten Kraftlinien gegeben ist, ist uns die Stromstärke des Generators durch den Quotienten $\frac{N_2 - N_1}{N_2 + N_1}$ gegeben. Wir haben es dadurch in der Hand, einerseits die Tourenzahl, andererseits die Stromstärke herzustellen, wofür die Leerlaufarbeit ermittelt werden soll. Das dabei gemessene Produkt $e \cdot i_0$ ist natürlich die für den Leerlauf beider Maschinen zusammen verbrauchte Leistung.

Neuntes Kapitel.

62. Drehungsrichtung der Motoren. — 63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors. — 64. Der konstant erregte Motor. — 65. Das Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors. — 66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren. — 67. Beispiel. — 68. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

62. Drehungsrichtung der Motoren.

Die Gleichstrommotoren unterscheiden sich in der Konstruktion nicht von den Gleichstromgeneratoren. Da ein und dieselbe Maschine in einem Augenblick als Generator und im nächsten Augenblick als Motor arbeiten kann, so können wir das Kapitel über Motoren besonders kurz fassen. Uns interessieren bei den Motoren besonders die mechanischen

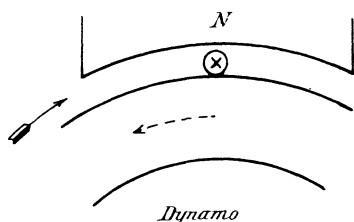


Fig. 141 a.

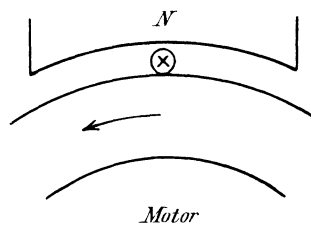


Fig. 141 b.

Eigenschaften, wie die Drehungsrichtung, das Drehmoment, die Tourenzahl und die mechanische Leistung, und es wird unsere Aufgabe sein, die Abhängigkeit dieser mechanischen Eigenschaften von den elektrischen und magnetischen Verhältnissen festzustellen.

Um die Drehungsrichtung eines Motors zu bestimmen, erinnern wir uns, daß die Drehung einer stromliefernden Dynamo nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie einen Aufwand von mechanischer Arbeit erfordert. Der durch die Bewegung induzierte Strom hemmt die Bewegung, indem das magnetische Feld auf die Stromleiter eine Kraft ausübt, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird also die in Fig. 141a angedeutete Dynamo im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom vor dem Nordpol von vorn nach hinten, vor dem Südpol von hinten nach vorn. Dieser Strom übt in Verbindung mit den Kraftlinien eine Kraft aus, deren Richtung wir nach der Ampereschen Schwimmer-

regel oder bequemer nach dem Lenzschen Gesetz bestimmen können. Diese Kraft sucht in unserem Falle den Anker entgegengesetzt dem Uhrzeiger, also im Sinne des punktierten Pfeiles zu drehen. Wir können uns dabei vorstellen, daß die Maschine als Motor zu funktionieren sucht, daß es ihr aber nicht gelingt, weil ihre Kraft durch die Antriebsmaschine überwunden wird.

Diese Kraft kommt dagegen zur freien Wirksamkeit, wenn wir die Antriebsmaschine plötzlich abgestellt und den Anker von einer äußeren Stromquelle gespeist denken. Dabei soll die Stromrichtung in der Anker- und Magnetwicklung so gewählt werden, daß sie die gleiche ist wie bei der als Dynamo arbeitenden Maschine (Fig. 141b). Dann folgt mit Notwendigkeit, daß unter diesen Umständen der Motor sich entgegen dem Uhrzeiger drehen muß, also im Sinne des ausgezogenen Pfeiles in Fig. 141b. Wir schließen daraus:

„Bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung im Anker läuft die Maschine als Motor entgegengesetzt der Richtung, in der sie als

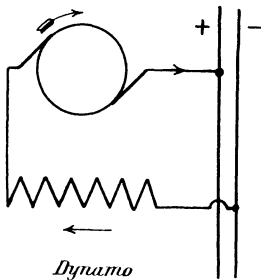


Fig. 142 a.

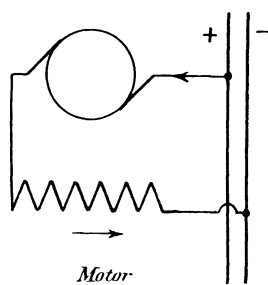


Fig. 142 b.

Dynamo angetrieben wurde.“ Dasselbe ist der Fall, wenn der Strom gleichzeitig im Anker und in den Magneten umgekehrt wird.

Aus dem Gesagten darf man nun aber nicht etwa die dem Anfänger sehr nahe liegende Folgerung ziehen, daß überhaupt jede Maschine, wenn sie aus dem Zustand des Generators in den des Motors übergeht, ihre Drehungsrichtung ändert. Wir haben die Umkehrung der Drehungsrichtung ausdrücklich nur für den Fall abgeleitet, daß die Stromrichtung im Anker und den Magneten beim Motor die gleiche ist wie beim Generator. Wir wenden uns also jetzt den speziellen Fällen, nämlich dem Hauptstrom- und dem Nebenschlußmotor zu und haben dabei zu untersuchen, ob und wann diese Voraussetzung zutrifft.

Bei der Hauptstrommaschine liegen Anker und Magnete hintereinander. Wir nehmen nun an, daß die in Fig. 142a angedeutete Hauptstrommaschine als Generator im Sinne des Uhrzeigers gedreht wird, und daß das Vorzeichen der Bürste rechts positiv ist. Wir benutzen dann dieselbe Maschine ohne Änderung der Schaltung als Motor. Nach dem oben Gesagten ist es für die Drehungsrichtung gleichgültig, wie wir die

Hauptleitung an die Klemmen des Motors anschließen. Am nächstliegenden ist es natürlich, wenn die Maschine in der früheren Weise am Netz liegen bleibt (Fig. 142 b). Dann ergibt sich, daß der Motorstrom gegenüber der Dynamo seine Richtung sowohl im Anker als auch in den Magneten umgekehrt hat. Das Resultat ist also das gleiche, wie wenn der Strom in beiden Teilen derselbe ist wie in der Dynamo. Die Hauptstrommaschine läuft also ohne Änderung der Schaltung als Motor entgegengesetzt wie als Dynamo, d. h. gegen die Bürsten.

Soll dagegen die Drehungsrichtung die gleiche bleiben, so hat man in Fig. 142 b die Magnete umzuschalten. Man erreicht dadurch zugleich, daß die Stromrichtung in der Magnetwicklung beim Motor und Generator ungeändert bleibt. Das ist wichtig, weil die Hysteresis des Eisens die Ummagnetisierung erschwert und dadurch eventuell unter sonst gleichen Umständen nach der Ummagnetisierung eine geringere Kraftlinienzahl im Eisen auftritt, wie vorher.

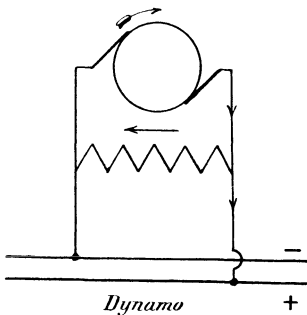


Fig. 143 a.

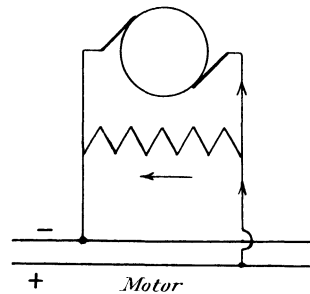


Fig. 143 b.

Wir betrachten nun den Fall, wo eine als Motor laufende Hauptstrommaschine in derselben Drehungsrichtung als Generator benutzt wird. Dieser Fall ist von praktischer Wichtigkeit, da die Bremsung von Hauptstrommotoren dadurch erfolgt, daß der Motor von der Zuleitung getrennt und als Generator auf Widerstände geschaltet wird. Die lebendige Kraft des Straßenbahnwagens z. B. setzt sich dabei in elektrische Energie um, und der Wagen wird dadurch gebremst. Man muß dabei beachten, daß die elektromotorische Kraft des Motors nach Abschnitt 63 dem Strome entgegenwirkt. Nun ist die Richtung der Drehung dieselbe geblieben und ebenso die Richtung der Kraftlinien (remanenter Magnetismus). Die elektromotorische Kraft im Generator ist also gleichgerichtet mit der im Motor und erzeugt uns beim Angehen einen Strom, der dem früheren Motorstrom entgegengesetzt ist. Dieser würde ohne Änderung der Schaltung den remanenten Magnetismus abschwächen, statt ihn zu verstärken, und die Maschine würde nicht als Generator angehen. Man muß daher die Magnete umschalten, wenn man von der Fahrt zur Bremsung übergeht.

Anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Nebenschlußmotor. Ein Blick auf Fig. 143 a und b zeigt, daß der Strom in den Magneten beim Generator und Motor derselbe geblieben ist, wenn wir die Nebenschlußmaschine ohne Änderung der Schaltung als Motor benutzen. Der Ankerstrom dagegen hat in beiden Maschinen eine entgegengesetzte Richtung. Wäre die Stromrichtung überall die gleiche, so liefe der Motor entgegengesetzt wie die Dynamo. Nun aber, wo im Anker allein eine Umkehrung stattgefunden hat, läuft die Maschine als Motor in gleichem Sinne wie als Dynamo. Eine Nebenschlußdynamo, als Motor benutzt, läuft also mit den Bürsten, und ebenso: Ein Nebenschlußmotor kann ohne Änderung der Schaltung in der alten Drehungsrichtung als Generator angetrieben werden.

Wir haben nun noch zum Schlusse die Umsteuerung von Motoren zu erwähnen. Wollte man dazu die Hauptleitungen vertauschen, so würde der Strom sowohl im Anker als auch in der Magnetwicklung umgekehrt.

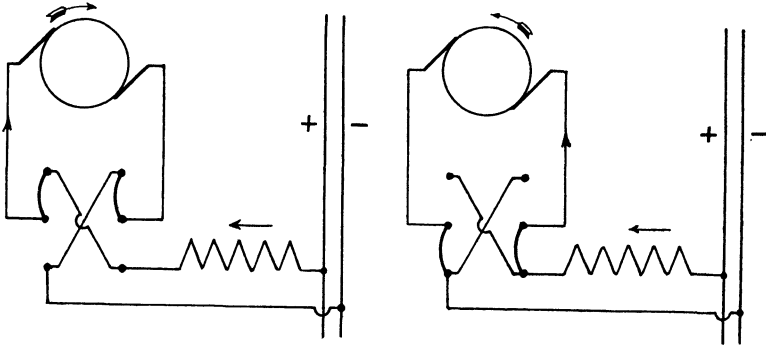


Fig. 144.

und die Drehungsrichtung bliebe dieselbe. Man muß also entweder allein den Ankerstrom oder allein den Magnetstrom kommutieren. In der Regel kommutiert man wegen des oben erwähnten Einflusses der Hysterisis den Ankerstrom (Fig. 144).

63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors.

Das Laplacesche Gesetz liefert uns ein einfaches Mittel, um aus der Kraftlinienzahl, Drahtzahl und Stromstärke das Drehmoment des Elektromotors zu bestimmen. Diese Bestimmung ist schon im Abschnitt 25 an einem Beispiel durchgeführt, und wir haben jetzt noch die allgemeine Gleichung für das Drehmoment zu entwickeln. Es sei

- H** die Feldstärke im Luftzwischenraum,
- b** die Ankerlänge in Zentimetern,
- D** der Ankerdurchmesser in Zentimetern,

z die Gesamtzahl der äußeren Ankerdrähte,
 β der Winkel der Polbohrung,
 J die Stromstärke pro Leiter in absolutem Maß,
 i_a der Ankerstrom in Ampere.

Dann ergibt sich die von den Kraftlinien auf die Ankerdrähte ausgeübte Kraft nach Gleichung (32) auf Seite 61 zu:

$$f = H \cdot J \cdot l \text{ Dyn.}$$

Ferner ist die vor $2p$ Polen liegende Drahtlänge:

$$l = \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \text{ cm.}$$

Die Zugkraft ist also:

$$f = H \cdot J \cdot \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \text{ Dyn.} \quad (95)$$

Um die Zugkraft in Kilogramm zu erhalten, haben wir die Kraft in Dyn mit 981000 zu dividieren. Der Radius ergibt sich ferner zu:

$$r = \frac{D}{2 \cdot 100} \text{ m.}$$

Wir erhalten also das Drehmoment in Meterkilogramm zu:

$$M_a = H \cdot J \cdot \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \cdot \frac{D}{2 \cdot 100} \cdot \frac{1}{981000}.$$

Nun ist die Gesamtkraftlinienzahl N eines Poles gleich der Polfläche mal der Feldstärke vor den Polen:

$$N = \frac{D \cdot \pi \cdot \beta \cdot b}{360} \cdot H. \quad (96)$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir:

$$M_a = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot J}{\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-7}. \quad (97)$$

Diese Gleichung gilt ganz allgemein für zwei- und mehrpolige Maschinen, sowie für Parallel- und Serienwicklung. Ist wieder, wie früher, die halbe Anzahl der Ankerstromzweige gleich a , so ergibt sich:

$$J = \frac{i_a}{10 \cdot 2a}.$$

Gleichung (97) nimmt dann die Form an:

$$M_a = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}. \quad (98)$$

Für Serienwicklung ist a gleich eins und für Parallelwicklung ist a gleich p .

Diese Gleichungen beziehen sich auf das ganze vom Motor ausgeübte Drehmoment einschl. Reibung etc. Das nutzbare Drehmoment ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf zur Drehung des Motors erforderlich ist.

Die ganze Bedeutung der für das Drehmoment abgeleiteten Gleichung ergibt sich nun erst, wenn wir ihre beiden Seiten miteinander vertauschen. Ursprünglich besagten die Gleichungen, daß das vom Motor ausgeübte Drehmoment dem Produkt aus der Kraftlinienzahl mal dem Ankerstrom proportional ist. Im Beharrungszustande entspricht nun ein vom Motor ausgeübtes Drehmoment einem genau gleichen Drehmoment, das von der Last ausgeübt wird. Wir kommen demnach zu dem wichtigen Resultat, daß das Produkt $N \cdot i_a$ sich stets nach der Belastung, d. h. nach dem durch die Last geforderten Drehmoment richtet. Die Sache liegt also nicht so, daß wir in den Motor einen willkürlichen Strom hineinschicken, und daß sich danach die Zugkraft des Motors richtet. Dies ist höchstens der Fall, solange der Motor still steht und die Stromstärke noch nicht für das Drehmoment genügt. Sobald sich aber der Motor gleichmäßig dreht, muß die Gleichung (98) erfüllt sein, d. h. die Stromstärke richtet sich nach dem durch die Belastung gegebenen Drehmoment.

Dabei bleibt jedoch immer noch die Frage offen, wie es kommt, daß gerade nur die für die betreffende Belastung erforderliche Stromstärke, also nicht mehr und nicht weniger in den Anker fließt. Es fehlt scheinbar ein Regulator, der die Elektrizität mehr oder weniger drosseln könnte. Aber wir haben im Motor eine elektromotorische Gegenkraft, die ebenso wie der Regulator der Dampfmaschine von der Tourenzahl beeinflusst wird. Offenbar ist es gleichgültig, ob die Maschine von außen als Generator angetrieben wird, oder ob sie infolge der vom Ankerstrom und Pol aufeinander ausgeübten Kraft rotiert. In jedem Falle schneiden die Kraftlinien durch die Ankerdrähte hindurch und induzieren in ihnen eine elektromotorische Kraft. Der Motor gleicht also nicht bloß konstruktiv einer Dynamo, und die Maschine kann nicht bloß abwechselnd als Motor und Generator benutzt werden, sondern die Maschine sucht, während sie als Motor läuft, selbst als Generator zu funktionieren. Dabei erzeugt sie zwar keinen Strom, sondern nur eine elektromotorische Kraft. Daß diese elektromotorische Kraft der Klemmspannung und dem Strome entgegenwirkt, läßt sich aus der Faradayschen Schwimmerregel ableiten. Einfacher ergibt sich diese Tatsache aus der bloßen Überlegung, daß man unmöglich erwarten kann, daß die elektromotorische Kraft des Motors den Strom verstärkt. Dadurch, daß wir den Motor mechanische Arbeit leisten lassen, können wir unmöglich noch einen Strom erhalten, der uns etwa miteingeschaltete Glühlampen speist.

Die elektromotorische Gegenkraft ist natürlich der Tourenzahl proportional, und das ist der Grund, warum sich immer genau die für das Drehmoment erforderliche Stromstärke einstellt. Wird z. B. die Belastung des Motors vergrößert, so genügt das bisher ausgeübte Drehmoment nicht mehr, um die Last durchzuziehen. Demnach findet eine momentane Verzögerung statt, wodurch die Zahl der Kraftlinienschnitte und die

elektromotorische Gegenkraft verringert wird. Dadurch wird dann ein stärkeres Zufliessen des Stromes ermöglicht, bis zu dem Betrage, der dem neuen Drehmoment entspricht.

Umgekehrt ist bei Verringerung der Belastung das vom Motor noch ausgeübte Drehmoment zu groß. Der Motor wird dadurch beschleunigt, und die dadurch vergrößerte elektromotorische Gegenkraft drosselt den Strom ab. Im Beharrungszustand ist dann wieder das ausgeübte Drehmoment genau gleich dem durch die Belastung erforderten Drehmoment und durchaus nicht etwa größer, wie viele Anfänger glauben. Man muß aber dann natürlich unter der Belastung das Drehmoment an der Riemenscheibe einschl. das Drehmoment der Leerlaufreibung verstehen.

Was nun die Tourenzahl betrifft, so ergibt sie sich aus der elektromotorischen Gegenkraft nach Gleichung (79) auf S. 139:

$$E = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Dabei folgt die elektromotorische Gegenkraft aus dem Ankerstrom durch die Überlegung, daß die an den Anker gelegte Netzspannung e sowohl die Gegenkraft E zu überwinden, als auch den Ohmschen Spannungsverlust $i_a \cdot w_a$ zu decken hat, d. h.:

$$e = E + i_a \cdot w_a. \quad (99)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt dann:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}. \quad (100)$$

Die Gleichung läßt erkennen, daß eine Veränderung der Belastung, also des Ankerstromes, nicht bloß eine momentane, sondern auch eine dauernde Änderung der Tourenzahl zur Folge hat, wenn auch diese Änderung unter Umständen gering ist.

Wir haben nun noch die Gleichung für die mechanische Leistung abzuleiten. Absichtlich haben wir nämlich bei der allgemeinen Besprechung der mechanischen Größen des Motors das Drehmoment vorangestellt, obgleich man ja sonst meist die Leistung als die wichtigste Größe des Motors anzusehen pflegt. Zum Verständnis der Wirkungsweise des Motors muß aber unbedingt die Betrachtung des Drehmoments vorausgehen, weil sich die Leistung immer erst aus dem Produkt zweier veränderlicher Größen, nämlich aus dem Drehmoment und der Tourenzahl ergibt.

Ist nun M_d das Drehmoment in mkg und

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$$

die Winkelgeschwindigkeit, so ist die mechanische Leistung in mkg pro Sekunde nach einem bekannten Satze der Mechanik gleich $M_d \cdot \omega$. Um die mechanische Leistung P in Watt zu erhalten, haben wir nach Abschnitt 41 noch mit 9,81 zu multiplizieren und erhalten:

$$P = M_d \cdot \omega \cdot 9,81 = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 \text{ Watt.} \quad (101)$$

Es ist nun für uns von Wichtigkeit, diese Leistung auch als Funktion der elektrischen Größen auszudrücken. Zu diesem Zwecke multiplizieren wir die Gleichung (99) mit i_a und erhalten:

$$e \cdot i_a = E \cdot i_a + i_a^2 \cdot w_a. \quad (102)$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt $e \cdot i_a$ die auf den Anker übertragene Leistung dar, während das Produkt $i_a^2 \cdot w_a$ uns die im Anker in Joulesche Wärme umgesetzte Leistung angibt. Demnach muß das Produkt $E \cdot i_a$ den Effektverbrauch für die mechanische Leistung des Motors darstellen. Diese schließt die Nutzleistung und den Leerlaufeffekt ein.

Wir haben nun sofort die Möglichkeit, unsere Gleichungen durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit zu kontrollieren. Der elektrische Effekt $E \cdot i_a$ muß gleich der mechanischen Leistung sein, und es muß daher die Gleichung erfüllt sein:

$$E \cdot i_a = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81. \quad (103)$$

Setzen wir für E und M_d die entsprechenden Werte aus Gleichung (79) auf S. 139 und Gleichung (98) auf S. 221 ein, so ergibt sich in der Tat, daß beide Seiten unserer Gleichung identisch sind.

Was nun die Abhängigkeit der Leistung vom Ankerstrom betrifft, so ergibt sich, daß die Leistung bei sehr kleinem Drehmoment, also bei geringem Ankerstrom, ebenfalls gering ist. Mit zunehmender Belastung wird die mechanische Leistung größer, bis sie schließlich infolge der Abnahme der Tourenzahl bei sehr großer Belastung wieder heruntergeht. Um zu bestimmen, wann die Leistung ein Maximum wird, differenzieren wir die Gleichung

$$P = E \cdot i_a = e \cdot i_a - i_a^2 \cdot w_a$$

und setzen den ersten Differentialquotienten gleich Null. Wir erhalten dann:

$$P' = e - 2i_a \cdot w_a = 0$$

oder

$$i_a \cdot w_a = \frac{e}{2}.$$

Für diesen Fall ist $i_a \cdot w_a$ auch gleich E .

Das gleiche Resultat ergibt sich*) aus Fig. 145 a und b, wo die Klemmspannung die Seite eines Quadrates bildet und in den Ohmschen Spannungsverbrauch und die elektromotorische Gegenkraft zerlegt ist. Abgesehen vom Faktor w_a ist dann das schraffierte Rechteck gleich der

*) Vergl. Kapp, Kraftübertragung.

mechanischen Leistung und das schraffierte Quadrat gleich dem Verlust durch Joulesche Wärme. Man sieht, daß das Rechteck für kleine und für große Werte von i_a besonders klein ist. Das Rechteck wird am größten, wenn es selbst zu einem Quadrate wird, d. h. wenn $i_a \cdot w_a = E$

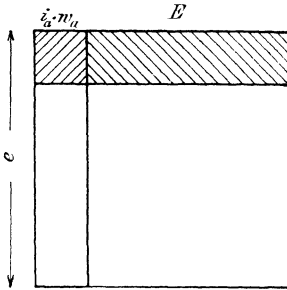


Fig. 145 a.

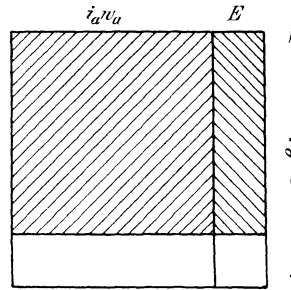


Fig. 145 b.

ist. Unter dieser Bedingung hat auch die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Natürlich liegt dieser Fall wegen des hohen Ankerstromes weit außerhalb der Betriebsgrenzen. Außerdem wird die Hälfte der zugeführten Leistung in Joulesche Wärme umgesetzt.

64. Der konstant erregte Motor.

Wir betrachten im folgenden einen Motor, dessen Magnetwicklung an der konstanten Netzspannung liegt. Es soll zunächst das Verhalten dieses Motors vorausbestimmt werden, wenn auch der Anker direkt an die Netzspannung angeschlossen ist.

Das ganze Drehmoment unseres Motors ergibt sich nach Gleichung (98) auf S. 221 zu:

$$M_d = \frac{p}{a} \cdot \frac{N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}.$$

Da der Magnetisierungsstrom und die Kraftlinienzahl in unserm Falle konstant sind, so ist das gesamte Drehmoment dem Ankerstrom proportional. Tragen wir also den Ankerstrom als Abszisse und das ganze Drehmoment M_d als Ordinate auf, so erhalten wir die durch den Nullpunkt gehende Gerade in Fig. 146 a.

Das nutzbare Drehmoment M_n ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf für Reibung, Hysterisis und Foucaultströme aufgewendet werden muß. Ist also i_0 der Leerstrom im Anker, so ist das nutzbare Drehmoment der Differenz $i_a - i_0$ proportional. Wenn wir das nutzbare Drehmoment M_n als Ordinate auftragen, so erhalten wir ebenfalls eine Gerade, die der ersten Geraden parallel ist und auf der Abszissenachse den Abschnitt i_0 abschneidet (Fig. 146 a).

Die Tourenzahl ist nach Gleichung (100) auf S. 223:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p |a \cdot N \cdot z} \quad (104)$$

Da bei unserm Motor die Kraftlinienzahl wieder konstant ist, so ist die Tourenzahl der elektromotorischen Kraft proportional. Der Tourenabfall gegenüber dem Leerlauf ist dann dem Ohmschen Spannungsverlust $i_a \cdot w_a$ proportional. Tragen wir also den Ankerstrom als Abszisse und die Tourenzahl als Ordinate auf, so erhalten wir die geneigte Gerade in Fig. 146 b. Da der Ohmsche Spannungsabfall immer sehr gering ist, so hat der konstant erregte Motor zwischen Leerlauf und Vollbelastung eine fast konstante Tourenzahl.

Die Nutzleistung in PS ergibt sich entweder aus dem nutzbaren Drehmoment und der Winkelgeschwindigkeit zu $\frac{M_n \cdot 2\pi \cdot n}{75 \cdot 60}$ oder aus der elektromotorischen Gegenkraft und dem Arbeitsstrom $i_a - i_0$ zu $E \cdot (i_a - i_0)$.

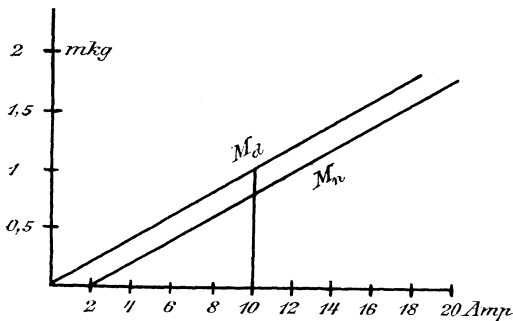


Fig. 146 a.

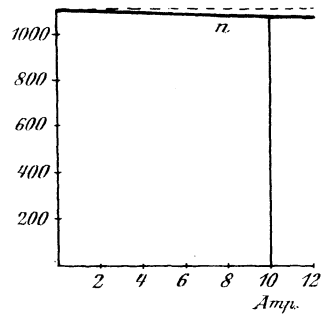


Fig. 146 b.

Der totale Wirkungsgrad η des konstant erregten Motors ist, wenn i die Summe des Ankerstromes i_a und des Magnetstromes i_m bezeichnet:

$$\eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot (i_a + i_m)} \quad (105)$$

Es ist klar, daß bei Leerlauf, also für den Wert $i_a = i_0$, der Wirkungsgrad gleich Null sein muß. Endlich ist der Wirkungsgrad ebenfalls gleich Null, wenn die Belastung derartig groß wird, daß selbst der stärkste mögliche Ankerstrom

$$i_a = \frac{e}{w_a}$$

den Motor nicht zum Anziehen bringt. Daß der Ankerdraht diesen Strom überhaupt nicht aushält, ist für unsere jetzige Betrachtung Nebensache. Der totale Wirkungsgrad muß also für eine mittlere Belastung ein Maximum werden. Um die günstigste Belastung, d. h. den günstigsten

Ankerstrom zu finden, multiplizieren wir zunächst den Zähler in der Gleichung für η aus und erhalten:

$$\eta = \frac{e \cdot i_a - i_a^2 \cdot \omega_a - e \cdot i_0 + i_a \cdot i_0 \cdot \omega_a}{e \cdot (i_a + i_m)}$$

Wir differenzieren dann nach i_a und setzen den Differentialquotienten gleich Null. Dabei ist der Einfachheit wegen der Faktor e im Nenner vernachlässigt. Wir erhalten dann:

$$\eta' = \frac{(e - 2i_a \cdot \omega_a + i_0 \cdot \omega_a) \cdot (i_a + i_m) - (e \cdot i_a - i_a^2 \cdot \omega_a - e \cdot i_0 + i_a \cdot i_0 \cdot \omega_a)}{(i_a + i_m)^2}$$

Der Ausdruck wird gleich Null, wenn der Zähler gleich Null wird. Multiplizieren wir also den Zähler aus und setzen ihn gleich Null, so erhalten wir:

$$i_a^2 \cdot \omega_a - e \cdot i_m - e \cdot i_0 + i_m \cdot \omega_a \cdot (2i_a - i_0) = 0.$$

Die Bedeutung dieser Gleichung tritt zutage, wenn wir bedenken, daß das letzte Glied der linken Seite wegen des geringeren Magnetstromes eine sehr kleine Größe darstellt, also für unsere Betrachtung vernachlässigt werden kann. Wir erhalten dann als Bedingung für den günstigsten Wirkungsgrad:

$$i_a^2 \cdot \omega_a = e \cdot i_m + e \cdot i_0 = e \cdot (i_m + i_0). \quad (106)$$

Nun stellt die Summe $i_m + i_0$ den ganzen Strom dar, der bei Leerlauf in den Motor fließt. Der Wirkungsgrad wird also ein Maximum, wenn die variablen Verluste durch Joulesche Wärme im Anker gleich dem konstanten Verlust durch mechanische Reibung und durch Stromwärme in den Magneten sind.

Wir gehen nun dazu über, die bisherigen Ableitungen durch ein Zahlenbeispiel deutlich zu machen.

Es sei z. B. bei einem zweipoligen Motor ($p = 1$, $\alpha = 1$):

$$\begin{array}{lll} e = 110 & N = 2 \cdot 10^6 & z = 300 \\ \omega_a = 0,3 & i_m = 1 & i_0 = 2. \end{array}$$

Dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} M_d &= \frac{p}{\alpha} \cdot \frac{N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,1 \cdot i_a, \\ M_n &= 0,1 (i_a - i_0) = 0,1 \cdot i_a - 0,2, \\ n &= \frac{(e - i_a \cdot \omega_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p|\alpha \cdot N \cdot z} = 1100 - 3i_a. \end{aligned}$$

Ist z. B. der normale Strom, für den der Motor konstruiert ist, gleich 10 Ampere, so erhalten wir für die normale Belastung ein totales Drehmoment von 1 mkg, ein nutzbares Drehmoment von 0,8 mkg und eine Tourenzahl gleich 1070. Der Tourenabfall gegenüber dem Leerlauf ist also 30 auf 1100 oder rund 3⁰/₁₀.

Der totale Wirkungsgrad wird dann bei 10 Ampere Ankerstrom:

$$\eta = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot (i_a + i_m)} = \frac{107 \cdot 8}{110 \cdot 11} = 0,7.$$

Um die Verhältnisse beim maximalen Wirkungsgrad zu finden, berechnen wir die Summe der konstanten Verluste:

$$e \cdot i_0 + e \cdot i_m = 330.$$

Beim günstigsten Wirkungsgrad ist der Verlust $i_a^2 \cdot w_a$ auch gleich 330 Watt. Daraus erhalten wir:

$$i_a = \sqrt{\frac{330}{0,3}} = 33 \text{ Ampere.}$$

Wir addieren nun dazu den Magnetstrom von 1 Ampere und erhalten so einen Gesamtstrom von 34 Ampere und eine zugeführte Leistung:

$$e \cdot i = 110 \cdot 34 = 3740 \text{ Watt.}$$

Ziehen wir davon die Verluste im Betrage von $2 \cdot 330$ Watt ab, so erhalten wir eine Nutzleistung von $3740 - 660 = 3080$ Watt und einen totalen Wirkungsgrad:

$$\eta_{max} = \frac{3080}{3740} = 0,825.$$

Die Nutzleistung ist dabei $3080 : 736 = 4,2$ PS. Der prozentische Tourenverlust gegenüber dem absoluten Leerlauf ist nach S. 226 gleich dem prozentischen Spannungsverlust im Anker, also $0,3 \cdot 33$ auf 110 oder 9% .

Es ist nun von Interesse, zu untersuchen, wie sich der totale Wirkungsgrad ändert, wenn wir den Motor nur zur Hälfte belasten ($i_a = 17$) oder auf das Doppelte überlasten ($i_a = 66$). Dann ergibt sich:

$$\begin{array}{rcl} i_a & & = 17 \text{ bzw. } 66 \text{ Ampere,} \\ i = i_a + i_m & & = 18 \quad \text{,,} \quad 67 \quad \text{,,} \\ i_a - i_0 & & = 15 \quad \text{,,} \quad 64 \quad \text{,,} \\ E = e - i_a \cdot w_a & & = 105 \quad \text{,,} \quad 90 \text{ Volt,} \\ \eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} & & = 0,8 \quad \text{,,} \quad 0,78. \end{array}$$

Wie man sieht, ändert sich der Wirkungsgrad unwesentlich, wenn man die Belastung in weiten Grenzen ändert. Es braucht daher auch bei der Konstruktion nicht genau die Bedingung innegehalten zu werden, daß der Zustand der normalen Belastung mit dem Zustand des günstigsten Wirkungsgrades zusammenfällt. Besonders gebietet die Rücksicht auf einen niedrigen Tourenabfall meist, daß die Motoren normal unterhalb ihrer für den Wirkungsgrad günstigsten Belastung arbeiten.

Wir betrachten jetzt das Verhalten eines Motors, dessen Magnetwicklung direkt an der konstanten Klemmspannung

liegt, dessen Anker aber mit Hilfe eines regulierbaren Widerstandes an die Klemmspannung angeschlossen ist (Fig. 147). Wir machen nun, gleichgültig ob der Motor belastet oder unbelastet läuft, die überraschende Beobachtung, daß eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes von keinem Einfluß auf die Stromstärke ist. Gleichung (98) auf S. 221 fordert nämlich mit zwingender Kraft, daß die Stromstärke sich allein nach der Belastung richtet, also nicht geändert wird, wenn man bei gleichbleibender Belastung den Vorschaltwiderstand variiert. Zwar nimmt die Stromstärke bei Verkleinerung des Widerstandes im ersten Augenblicke etwas zu, aber dadurch wird das vom Anker ausgeübte Drehmoment größer als das durch die Belastung geforderte Drehmoment. Der Anker wird also beschleunigt und läuft dauernd mit erhöhter Tourenzahl weiter. Durch diese erhöhte Tourenzahl wächst aber die elektromotorische Gegenkraft, und die Stromstärke nimmt daher wieder genau bis auf den früheren Wert ab, der dem Drehmoment entspricht. Eine Änderung der Stromstärke läßt sich beim konstant erregten Motor nur durch eine Änderung der Belastung erzielen.

Dagegen ist die Tourenzahl ganz wesentlich von dem vorgeschalteten Widerstande w abhängig. Die Netzspannung e hat jetzt nämlich die Aufgabe, die elektromotorische Gegenkraft zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch im Anker und im vorgeschalteten Widerstand w zu decken. Es ergibt sich also:

$$e = E + i_a \cdot w_a + i_a \cdot w$$

oder

$$E = e - i_a \cdot w_a - i_a \cdot w.$$

In dieser Gleichung ist e und w_a ohne weiteres konstant, und i_a ist konstant, solange wir die Belastung ungeändert lassen. Daraus folgt, daß die Veränderung des Vorschaltwiderstandes die elektromotorische Gegenkraft und die Tourenzahl stark beeinflusst.

Das wird noch deutlicher, wenn wir den geringen Ohmschen Spannungsverlust im Anker ganz vernachlässigen und annehmen, daß die Bürstenspannung direkt gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Kraft ist. Unter dieser Voraussetzung mißt man durch ein an den Bürsten liegendes Voltmeter direkt die elektromotorische Kraft. Man findet dann bei Veränderung des Widerstandes w , daß die Tourenzahl fast genau der Bürstenspannung proportional ist. *) Die Genauigkeit ist um

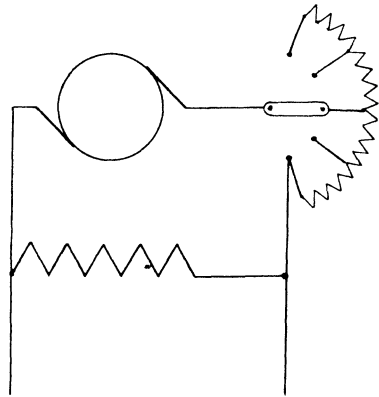


Fig. 147.

*) Vergl. Kapp, Kraftübertragung.

so größer, je kleiner der Ohmsche Spannungsverlust im Anker ist, also am größten, wenn man den ganzen Versuch bei Leerlauf vornimmt. In dem oben gerechneten Beispiel ergibt sich z. B. für den Leerlauf bei 110 Volt Bürstenspannung nach Gleichung (104) auf S. 226 eine Tourenzahl:

$$n = \frac{(110 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1094.$$

Legen wir nun vor den Anker einen Widerstand von 27,5 Ohm, so wird dadurch der Leerstrom von 2 Ampere nicht geändert. Der Spannungsverbrauch im Vorschaltwiderstand ist also $27,5 \cdot 2 = 55$ Volt, und die Spannung, die wir mit dem Voltmeter an den Bürsten messen, ist $110 - 55 = 55$ Volt. Wir erhalten also eine Tourenzahl:

$$n = \frac{(55 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 544.$$

Bei 55 Volt Bürstenspannung messen wir also fast genau die halbe Tourenzahl wie bei 110 Volt. Die Tourenzahlen verhalten sich demnach bei Leerlauf fast genau wie die Bürstenspannungen. Annähernd bleibt dies Gesetz auch für die verschiedenen Betriebszustände gültig. Wir kommen dadurch zu dem interessanten Ergebnis: Bei einem konstant erregten Motor hängt die Stromstärke allein von der Belastung und die Tourenzahl allein von der Bürstenspannung ab. Man kann also durch Veränderung der Bürstenspannung die Tourenzahl beliebig regulieren.

Dabei muß man sich aber vor zwei Irrtümern hüten. Erstens hat man zu beachten, daß bei den soeben geschilderten Versuchen der Vorschaltwiderstand allein im Ankerzweig liegt, so daß die Magneterregung während des Versuches ungeändert bleibt. Liegen dagegen Anker und Magnetwicklung mit beiden Klemmen direkt aneinander, und liegt der Vorschaltwiderstand in der gemeinsamen Zuleitung, so bewirkt eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes unter Umständen nur eine geringe Änderung der Tourenzahl. Erhöhen wir z. B. die Klemmspannung des Ankers und der Magnete auf das Doppelte, so wächst die Kraftlinienzahl bei wenig gesättigten Magneten auch auf fast das Doppelte. Dann aber wächst in der Gleichung

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z}$$

sowohl der Wert von E im Zähler, als auch der Wert von N im Nenner auf das Doppelte, und die Tourenzahl bleibt die frühere. Nur wenn die Magnete annähernd gesättigt sind, bewirkt eine Verdoppelung der Klemmspannung auch annähernd eine Verdoppelung der Tourenzahl, und der Motor verhält sich fast wie ein konstant erregter Motor.

Man muß sich ferner klar machen, daß eine Veränderung der Tourenzahl durch Vorschaltwiderstände nur dann möglich ist, wenn der Hebel des Regulierwiderstandes dauernd bedient wird, wie es z. B. bei den Hauptstrommotoren der Strafsenbahnwagen der Fall ist. In jedem

anderen Falle sind Vorschaltwiderstände auch abgesehen von dem Effektverlust durch Joulesche Wärme unmöglich. Jede Änderung der Belastung bewirkt nämlich sofort eine Änderung des Ankerstromes, also auch des Spannungsverbrauches im Vorschaltwiderstand. Die Folge ist, daß dabei auch die Bürstenspannung und die Tourenzahl sich erheblich ändern. Belastet man z. B. einen leerlaufenden Motor, vor dessen Anker noch ein Vorschaltwiderstand liegt, so geht die Tourenzahl unter Umständen so weit zurück, daß der Motor stehen bleibt.

65. Das Anlassen und Regulieren des Nebenschlufsmotors.

Der Nebenschlufsmotor ist im Grunde nichts anderes als der im vorigen Abschnitt besprochene Motor mit konstanter Felderregung. Er besitzt also alle wesentlichen Eigenschaften desselben, nämlich die völlige Proportionalität zwischen Stromstärke und Belastung, und bei Leerlauf und Vollbelastung eine fast konstante Tourenzahl. Die letztere Eigenschaft macht ihn besonders geeignet zum Antrieb von Transmissionen. Indem wir also in bezug auf die Wirkungsweise des Nebenschlufsmotors auf den vorigen Abschnitt verweisen, haben wir nur noch das Wesentlichste über das Anlassen und Regulieren des Nebenschlufsmotors zu erwähnen.

Der Anlafswiderstand erfüllt den Zweck, den Anker beim Anlassen vor zu starkem Strom zu schützen. Im Moment des Anlassens steht der Motor noch still, es fehlt also noch die elektromotorische Gegenkraft. Infolgedessen wird die Stromstärke außerordentlich hoch, wenn man den geringen Widerstand des Ankers ohne Vorschaltwiderstand direkt an die volle Netzspannung legt. Man hat demnach so viel Anlafswiderstand einzuschalten, daß die Stromstärke die durch die Erwärmung des Ankerdrahtes gesetzte Grenze nicht überschreitet. Außerdem ist es aus mechanischen Gründen unzulässig, wenn das Drehmoment beim Angehen übermäßig groß ist, besonders wenn schwere Massen in Bewegung zu setzen sind. Endlich muß Rücksicht darauf genommen werden, daß ein plötzlicher, starker Stromverbrauch einen großen Spannungsverlust in der Leitung und dadurch eine Lichtschwankung der benachbarten Lampen verursacht.

Wenn nun der Motor mit Hilfe des Anlassers in Rotation versetzt ist, so wächst mit zunehmender Geschwindigkeit die elektromotorische Gegenkraft, und diese sorgt dann dafür, daß der Ankerstrom den durch das Drehmoment gegebenen Wert erhält. Der Anlafswiderstand wird also dann allmählich ausgeschaltet.

Wird nun für den Nebenschlufsmotor noch eine Regulierung der Tourenzahl gefordert, so muß diese durch Veränderung des Widerstandes der Magnetwicklung geschehen. Am einfachsten ergibt sich dies, wenn wir Gleichung (104) auf S. 226 auf den absoluten Leerlauf anwenden.

Wir erhalten dann:

$$n = \frac{e \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot a \cdot N \cdot z}.$$

Schaltet man also Regulierwiderstand in den Magnetkreis ein und schwächt dadurch den Magnetstrom und die Kraftlinienzahl N , so wird nach der obigen Gleichung die Tourenzahl gröfser. Wir können uns das auch so deutlich machen, dafs der Motor bei der kleineren Kraftlinienzahl schneller laufen mufs, um eine der Klemmspannung gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen.

Natürlich kann eine derartige Schwächung des Magnetfeldes bei gleichbleibender Belastung nicht ohne Einflufs auf den Ankerstrom sein. Da die Belastung dem Produkt $N \cdot i_a$ proportional ist, so mufs bei einer Schwächung des Magnetfeldes gleichzeitig der für dieselbe Belastung nötige Ankerstrom wachsen. Um das deutlich zu machen, gehen wir auf unser obiges Beispiel zurück, wo die Klemmspannung $e = 110$ Volt, der Ankerwiderstand $w_a = 0,3$ Ohm, die Drahtzahl $z = 300$ und die Kraftlinienzahl $N = 2 \cdot 10^6$ Kraftlinien war. Für eine Stromstärke $i_a = 10$ Ampere ergibt sich dann bei einem zweipoligen Motor nach Gleichung (104) auf S. 226:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot a \cdot N \cdot z} = \frac{(110 - 10 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1070.$$

Wenn wir nun beispielsweise bei gleichbleibender Belastung das Kraftlinienfeld im Verhältnis 0,8 : 1 schwächen, so nimmt der Ankerstrom im Verhältnis 1 : 0,8 zu. Wir erhalten dann:

$$N = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6,$$

$$i_a = \frac{10}{0,8} = 12,5 \text{ Ampere.}$$

Das Produkt $N \cdot i_a$ ist dann dasselbe geblieben wie früher, aber der Ankerstrom ist gröfser geworden. Da hierdurch auch der Ohmsche Spannungsverlust vergrößert ist, so wird die elektromotorische Gegenkraft geringer als früher. Das kann natürlich nicht ohne Einflufs auf die Tourenzahl sein. Beispielsweise erwarten wir eine Steigerung der Tourenzahl im Verhältnis 1 : 0,8, also $1070 \cdot \frac{1}{0,8} = 1338$. Tatsächlich ist aber die Tourenzahl nach Schwächung des Feldes:

$$n = \frac{(110 - 12,5 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1328.$$

Daraus geht zugleich hervor, dafs man das Kraftlinienfeld nicht unbegrenzt abschwächen darf, um die Tourenzahl zu erhöhen. Schliesslich wird nämlich der Einflufs des Ohmschen Spannungsverlustes auf die Tourenzahl so grofs, dafs die Tourenzahl bei übermäfsiger Schwächung des Feldes wieder abnimmt. Das mufs ja auch notwendig eintreten, da wir ja sonst zu dem Schlusse kämen, dafs der belastete (!) Motor mit

unendlicher Tourenzahl laufen müßte, wenn wir das Kraftlinienfeld durch Unterbrechung des Magnetstromes bis auf Null schwächten. In diesem Falle bleibt in Wirklichkeit der Motor stehen, weil der eine der beiden Faktoren, die das Drehmoment ergeben, zu Null geworden ist. Es muß also einen Wert für N oder für i_a geben, für den die Tourenzahl bei der gegebenen Belastung ein Maximum wird. Um den betreffenden Wert von i_a zu finden, benutzen wir Gleichung (103) auf S. 224, wo die mechanische Leistung gleich der elektrischen Leistung gesetzt war:

$$E i_a = e i_a - i_a^2 \omega_a = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81.$$

Da die Belastung bei unserm Versuche nicht geändert werden soll, ist M_d konstant. Mit Einführung eines Proportionalitätsfaktors $c = \frac{60}{2\pi \cdot 9,81 \cdot M_d}$ erhalten wir dann:

$$n = c \cdot (e i_a - i_a^2 \omega_a).$$

Wenn wir differenzieren und den ersten Differentialquotienten gleich Null setzen, erhalten wir:

$$n' = c \cdot (e - 2 i_a \cdot \omega_a) = 0$$

oder

$$i_a \cdot \omega_a = \frac{e}{2}.$$

Die Tourenzahl erreicht also für die gegebene Belastung ihren maximalen Wert, wenn das Kraftlinienfeld so weit geschwächt ist, bis der Ohmsche Spannungsabfall halb so groß ist wie die Klemmspannung. Der elektrische Wirkungsgrad des Ankers ist in diesem Falle 0,5, und der betreffende Betriebszustand liegt, zumal wegen des sehr großen Wertes von i_a , weit außerhalb der Betriebsgrenzen.

Was nun die Anordnung des im Ankerkreis liegenden Anlaufwiderstandes und des im Magnetkreis liegenden Regulierwiderstandes betrifft, so hat man darauf zu achten, daß beim Abschalten des Motors der Magnetstrom nicht plötzlich unterbrochen wird. Das würde eventuell ein Durchschlagen der Isolation infolge der Selbstinduktion, jedenfalls aber eine Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zur Folge haben. Man erreicht ein funkenfreies Ausschalten, indem man die Hauptleitung des Motors unterbricht, also den Ausschalter in Fig. 148 a öffnet. Der Anker läuft dann zunächst durch seine lebendige Kraft in seiner alten Richtung weiter, und es wird in ihm durch das nur langsam verschwindende Feld noch eine elektromotorische Kraft induziert. Da diese gleiche Richtung mit der vorher bei Betrieb wirksamen elektromotorischen Gegenkraft hat, so treibt sie durch die Magnetwicklung einen Strom, der dem früheren Magnetstrom gleichgerichtet ist. Indem der Motor dann allmählich zur Ruhe kommt, fällt der Magnetstrom und damit die Kraftlinienzahl ganz allmählich bis auf Null.

Nun ist ein solches Ausschalten des Hauptstromes sehr bedenklich, weil dabei der Hebel des Anlassers in einer Stellung verbleibt, die beim

Wiedereinschalten des Hauptstromes einen gefährlichen Kurzschluss veranlassen würde. Der in Fig. 148 b gezeichnete Ausweg, dafs man Anker und Magnete direkt aneinander legt und den Anlasser sowie den Ausschalter in den gemeinsamen Stromzweig legt, ist nicht gangbar. Denn beim Anlassen ist der Anker in Ruhe, die Spannung an den Bürsten also nur durch das Produkt $i_a \cdot w_a$ gegeben und demnach auferordentlich klein.

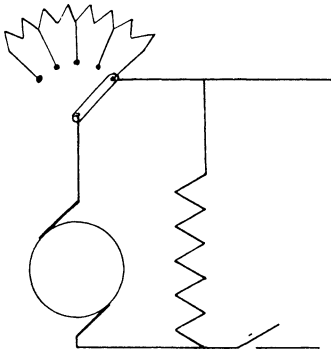


Fig. 148 a.

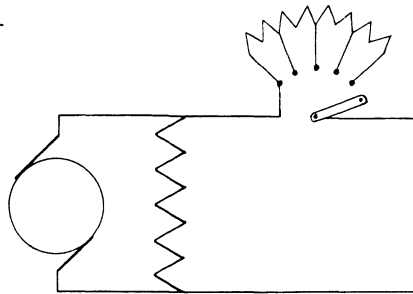


Fig. 148 b.

Demnach sind Magnetstrom und Kraftlinienzahl fast gleich Null und der Motor läuft nicht an.

Dagegen erreicht man das zum funkenfreien Ausschalten erforderliche Aneinanderbleiben der Anker- und Magnetwicklung, wenn man die Magnetwicklung zwischen das freie Ende des Ankers und das freie Ende des Anlassers schaltet (Fig. 149 a).*) Bei einer mittleren Stellung des Hebels

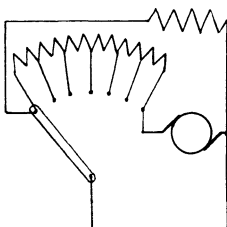


Fig. 149 a.

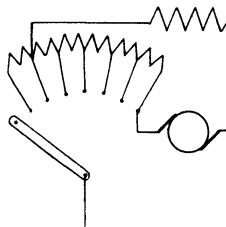


Fig. 149 b.

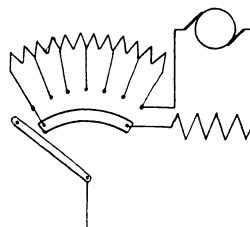


Fig. 149 c.

ist dann der rechte Teil des Widerstandes Anlasser, während der linke Teil des Widerstandes im Magnetkreis liegt und den Magnetstrom schwächt. Die Schaltung hat den grossen Vorteil, dafs Anker und Magnete dauernd aneinander liegen, und dafs dadurch das Ausschalten funkenfrei erfolgt, besonders wenn man es bei voller Tourenzahl vornimmt. Man hat aber den Nachteil, dafs bei normalem Betrieb ein Zusatzwiderstand im Magnet-

*) Vergl. den Aufsatz von R. Krause, ETZ 1901, S. 233.

kreis liegt, und daß die Joulesche Wärme in diesem Widerstand einen unnötigen Verlust darstellt.

Um diesen Verlust zu verringern, kann man den Magnetstrom von einem Teile des Anlassers abzweigen (Fig. 149 b). Bei dieser Anordnung besteht allerdings der Nachteil, daß der Magnetstrom beim Einschalten nicht gleich seinen vollen Wert erreicht. Das Drehmoment kommt also nur allmählich zustande, um so mehr, als die Selbstinduktion der Magnetspulen so wie so die Bildung der Kraftlinien verlangsamt.

In Fig. 149 c wird dieser Nachteil sowie der zusätzliche Verlust vermieden, indem die Magnete durch einen kurzen Hebel sofort voll eingeschaltet werden und eingeschaltet bleiben, während der Ankerstrom mittels des längeren Hebels und des Anlaufwiderstandes eingeschaltet wird. Das Ausschalten erfolgt dann nicht ganz so funkenfrei wie in Fig. 149 a, weil im Augenblick des Ausschaltens der vom Anker erzeugte Magnetstrom den Anlaufwiderstand zu durchfließen hat und der Magnetstrom dadurch sofort etwas geschwächt wird.

Noch mehr ist das in Fig. 150 der Fall. Im Anfang werden die Magnete durch einen kurzen Hebel und das linke Segment eingeschaltet, während der Ankerstrom durch einen langen Hebel und durch den Anlasser w_1 geschlossen wird. Normal steht dann der Doppelhebel auf dem rechten Ende des linken Segmentes. Soll dann die Tourenzahl noch erhöht werden, so dreht man den Hebel nach rechts. Dabei wird nach und nach der Regulierwiderstand w_2 in den Magnetkreis eingeschaltet, während der Ankerstrom direkt durch den kurzen Hebel und das rechte Segment geschlossen wird.

Zum funkenfreien Ausschalten ist dann das linke Ende des Anlassers mit dem rechten Ende des Regulierwiderstandes verbunden. Nach dem Ausschalten treibt dann die als Generator weiter laufende Maschine einen Strom hintereinander durch Anker, Magnete, Regulierwiderstand w_2 und Anlasser w_1 .

Die Konstruktion von Anlassern für sehr große Motore bietet erhebliche Schwierigkeiten, und ihre Anwendung verursacht große Effektivverluste, besonders wenn große Massen zu beschleunigen sind. Man hat daher bei Förderanlagen zum Anlassen und Tourenregulieren unter Umständen eine Batterie verwendet, die mittels Zellschalters in mehrere Gruppen geteilt ist. Beim Anlassen wird nur ein kleiner Teil der Batterie

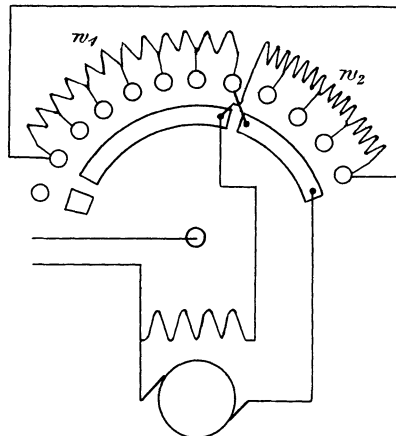


Fig. 150.

direkt an den Anker gelegt. Wenn dann mit zunehmender Tourenzahl die elektromotorische Gegenkraft des Motors wächst, so vergrößert man seine Klemmspannung allmählich durch Zuschalten von Zellen. Die Batterie dient dann zugleich als Pufferbatterie.

Man kann aber auch zum Anlassen und zum Regulieren der Tourenzahl besondere Anlafsaggregate verwenden.^{*)} So z. B. wird in der Leonardschaltung (Fig. 151) vom Netz aus ein Hilfsmotor gespeist, der mit einem separat erregten Generator gekuppelt ist. Zum Anlassen des Arbeitsmotors wird der mit voller Tourenzahl laufende Generator schwach erregt und direkt auf den Arbeitsmotor geschaltet. Indem man dann die Erregung des Generators allmählich verstärkt, bringt man den Arbeitsmotor auf volle Tourenzahl und schaltet ihn dann direkt auf das Netz.

Diese Umschaltung ist natürlich nur möglich, wenn die Kraftstation ebenfalls Gleichstrom liefert und nicht etwa Drehstrom. Andernfalls muß der Hilfsmotor so konstruiert sein, daß er nicht bloß während des An-

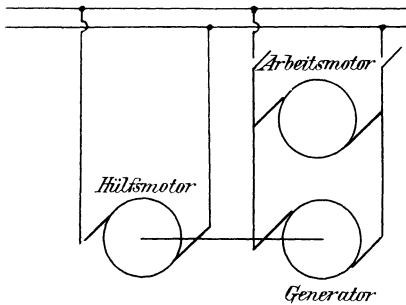


Fig. 151.

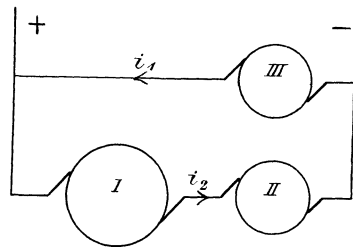


Fig. 152.

fahrens, sondern auch während der Arbeitsperiode tätig ist. Die Umformung des Drehstromes in Gleichstrom erscheint dabei allerdings als eine große Komplikation der Anlage; aber sie ist oft so wie so nötig, weil die Konstruktion eines langsam laufenden Fördermotors als Drehstrommotor erhebliche Schwierigkeiten macht.

Besonders vorteilhaft ist es nun, wenn man nach dem System Ilgner zwischen Hilfsmotor und Generator ein schweres Schwungrad anordnet. Dieses gibt bei starker Belastung einen Teil der aufgespeicherten Energie ab, während bei geringer Belastung Energie durch die Beschleunigung des Schwungrades aufgespeichert wird. Durch diese „Pufferwirkung“ bleibt die Kraftstation von Änderungen der Belastung unbeeinflusst.

Man muß dabei allerdings den Hilfsmotor so konstruieren, daß das Schwungrad zur Geltung kommt, d. h. daß er bei Belastung einen starken Tourenabfall zeigt. Das erreicht man durch einen verhältnismäßig großen

^{*)} Vergl. Köttgen, ETZ 1902, Seite 601, und Meyersberg, ETZ 1903, Seite 260.

Ankerwiderstand oder bei Gleichstrommotoren durch eine Compoundwicklung, die so vom Hauptstrom durchflossen wird, daß sie das Feld des Nebenschlufmotors verstärkt (vergl. den Einfluß des Hauptstromes auf die Tourenzahl beim Hauptstrommotor in Abschnitt 66).

Von Interesse ist ferner das Anlassen großer Motore mittels einer Maschine, deren elektromotorische Kraft der Netzspannung zuerst entgegen und nachher gleichgerichtet ist. In Fig. 152 ist die Maschine *I* der Fördermotor, der für 1000 Volt konstruiert ist. Das Zusatzaggregat besteht aus zwei miteinander gekoppelten Maschinen *II* und *III*, die beide für 500 Volt konstruiert sind, und die dauernd mit annähernd konstanter Tourenzahl laufen. Die Netzspannung ist 500 Volt. Wir beschränken uns nun im folgenden darauf, die Vorgänge beim Anlassen zu beschreiben, wiewohl ein völliges Verständnis sich nur durch die Aufstellung der Kirchhoffschen Gleichungen ergeben kann.

Vor dem Anlassen steht der Motor *I* still und dient nur als Zuleitung für den Motor *II*. Dieser treibt die Maschine *III* an, leistet jedoch nur die Leerlaufarbeit, da die elektromotorische Kraft der Maschine *III* durch geeignete Erregung gleich der Netzspannung gemacht ist.

Durch Schwächung der Erregung beschleunigen wir jetzt die Maschine *II* ein wenig. Infolge der etwas größer gewordenen Tourenzahl überwiegt dann die elektromotorische Kraft der Maschine *III* über die Netzspannung und liefert uns einen Strom i_1 . Dadurch wird zugleich der Motor *II* stärker belastet und es wächst der Strom i_2 . In Wirklichkeit fließt also der Strom i_1 direkt aus dem Generator *III* in den Motor *II*.

Bei weiterer geringer Schwächung der Erregung des Motors *II* wird der Strom i_2 schließlich so stark, daß der Motor *I* anzieht. Er erreicht dann bei einer bestimmten Erregung des Motors *II* eine ganz bestimmte Tourenzahl, indem sich die Netzspannung in bestimmter Weise auf die Motore *I* und *II* verteilt. So ist es auch erklärlich, daß der Motor *II* bei weiter fortgesetzter Schwächung seines Feldes etwas langsamer (!) läuft, indem seine Bürstenspannung mehr abnimmt wie seine Kraftlinienzahl. Die Folge dieses etwas langsameren Laufens auf den Generator *III* ist dann, daß seine elektromotorische Kraft ein wenig geringer wird und dadurch seine Stromstärke stark abfällt.

Schließlich haben wir das Feld des Motors *II* bis auf Null geschwächt. Dann ist seine elektromotorische Gegenkraft gleich Null und der Motor *I* liegt an 500 Volt Bürstenspannung. Zugleich ist die Tourenzahl des Zusatzaggregates jetzt so weit heruntergegangen, daß die Netzspannung über die elektromotorische Kraft der Maschine *III* überwiegt. Der Strom i_1 kehrt dann seine Richtung um und die Maschine *III* ist zum Motor geworden.

Die Maschine *II* wird dabei mechanisch angetrieben. Wir kehren nun ihren Magnetstrom um und verstärken ihn allmählich. Die Maschine *II*

wird dadurch zum Generator, dessen elektromotorische Kraft sich zur Netzspannung addiert und schliesslich 500 Volt beträgt. So wächst die Bürstenspannung des Motors I allmählich bis auf 1000 Volt, und damit ist dann seine volle Tourenzahl erreicht. Seine Leistung wird dann direkt zur Hälfte vom Netz und zur Hälfte vom Generator II geliefert. Indirekt wird natürlich die ganze Leistung aus dem Netz entnommen.

66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren.

Die Verhältnisse liegen beim Hauptstrommotor deshalb viel komplizierter als beim Nebenschlussmotor, weil das Magnetfeld des Hauptstrommotors bei den verschiedenen Betriebszuständen variiert. Anker- und Magnetwicklung sind hintereinander geschaltet, und der Ankerstrom, der in Verbindung mit der Kraftlinienzahl das Drehmoment ergibt, ist zugleich der magnetisierende Strom. Belasten wir also z. B. einen Hauptstrommotor stärker, so wächst sowohl der Strom im Anker, als auch in der Magnetwicklung. Die Erhöhung des Drehmomentes kommt dann nach Gleichung (98) auf S. 221 durch die Erhöhung der beiden wirksamen Faktoren N und i_a zustande.

Arbeitet nun der Motor im ersten Teil der Magnetisierungskurve, also mit ungesättigtem Eisen, so entspricht einem doppelten Strom auch die doppelte Kraftlinienzahl, also nach der obigen Gleichung das vierfache Drehmoment. Oder umgekehrt: Wird die Belastung vervierfacht, so nimmt die Stromstärke nur um das Doppelte zu.

Was nun die Tourenzahl des Hauptstrommotors betrifft, so ist sie nach Gleichung (104) auf S. 226:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p | a \cdot N \cdot z}$$

Dabei ist der Einfachheit wegen unter w_a der Gesamtwiderstand des Ankers und der Feldmagnete verstanden. Bei einer Vergrößerung der Belastung, also des Stromes, bleibt der Zähler in der obigen Gleichung ziemlich ungeändert, weil der Gesamtwiderstand des Ankers und der Magnete immer sehr klein ist. Dagegen wird der Nenner und dadurch die Tourenzahl jetzt erheblich geändert, weil mit dem Ankerstrom auch die Kraftlinienzahl variiert. Bei einer erhöhten Kraftlinienzahl genügt z. B. eine kleinere Tourenzahl, um eine der Klemmspannung fast gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen.

Das große Drehmoment des Hauptstrommotors bei verhältnismässig niederem Strom und die Veränderlichkeit der Tourenzahl machen nun den Hauptstrommotor ganz besonders geeignet für den Betrieb von Hebezeugen und Strafsenbahnwagen. Beim Anfahren muß das vom Motor ausgeübte Drehmoment wegen der Massenbeschleunigung größer sein als das von der Last ausgeübte Drehmoment. Da ist es dann eine sehr schätzenswerte

Eigenschaft des Hauptstrommotors, daß er dieses große Drehmoment bei verhältnismäßig niederem Strome liefert.

Auch gegenüber der Verschiedenheit der Belastung, die bei den Straßenbahnen durch die größere oder geringere Steigung der Strecke verursacht wird, verhält sich der Hauptstrommotor außerordentlich günstig. Wenn ein großes Drehmoment von ihm gefordert wird, so liefert er es ohne besonders großen Aufwand von Strom, und die in diesem Augenblick aus der Zentrale entnommene Leistung ist verhältnismäßig gering.

Natürlich kann dabei das große Drehmoment nicht erreicht werden, ohne daß gleichzeitig die oben besprochene Verringerung der Tourenzahl eintritt. Abgesehen von der oben gegebenen Ableitung wird das auch ohne weiteres klar, wenn man die mechanische Seite der Sache betrachtet. Leistung ist Kraft mal Geschwindigkeit. Wenn also ein Hauptstrommotor eine große Zugkraft entwickelt und dabei wenig Strom, d. h. wenig Leistung aus der Zentrale entnimmt, so muß seine Tourenzahl dabei gering sein. Die Generatoren und Motoren brauchen dann nicht für eine übermäßige Leistung konstruiert zu sein, und der Effektverbrauch wird nicht so außerordentlich schwanken. Wir müssen demnach die Veränderlichkeit der Tourenzahl als einen ganz besonders großen Vorteil der Hauptstrommotoren ansehen, und es ist im Interesse eines gleichmäßigen Betriebes einer Kraftstation sehr zweckmäßig, daß z. B. die vollbesetzten Wagen einen Berg langsam hinauffahren.

Wir gehen nun dazu über, das Verhalten des Hauptstrommotors während der verschiedenen Betriebszustände rechnerisch zu verfolgen. Zu dem Zwecke ermitteln wir zunächst die Magnetisierungskurve, indem wir den Motor als Generator mittels eines anderen Motors mit einer bestimmten Tourenzahl n_0 antreiben und durch elektrische Widerstände belasten. Wir messen dabei den von unserem Generator gelieferten Strom i_a und die Klemmspannung e_0 . Wir berechnen dann die elektromotorische Kraft E_0 des Hauptstromgenerators nach der Gleichung:

$$E_0 = e_0 + i_a \cdot w_a,$$

wobei wieder w_a den gesamten innern Widerstand bedeutet. Wir tragen dann, wie wir es im Abschnitt 58 getan haben, die elektromotorische Kraft als Ordinate und den äußeren Strom, der zugleich Anker- und Magnetstrom ist, als Abszisse auf. Die so erhaltene Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine. Wir dividieren nun die Werte der elektromotorischen Kraft E_0 durch den konstanten Wert $\frac{p \cdot n_0 \cdot z \cdot 10^{-8}}{a \cdot 60}$ und erhalten dadurch die Kraftlinienzahl N , die durch den jeweiligen Magnetisierungsstrom i_a geschaffen wurde. Die Kurve N unterscheidet sich von der Kurve E_0 nur durch den Maßstab (Fig. 153) und gilt im Gegensatz zu der Kurve E_0 nicht nur für den Generator, sondern auch für den Motor.

Ist eine solche Messung nicht möglich, so kann man auch die Maschine bei konstanter Klemmspannung als Motor laufen lassen und

mechanisch belasten. Man mißt dann die Tourenzahl n und die Stromstärke des Motors und berechnet die jeweilige Kraftlinienzahl nach Gleichung (104) auf S. 226 zu:

$$N = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot \alpha \cdot z \cdot n}$$

Ist nun auf diese oder die andere Weise die Kraftlinienzahl für jede Stromstärke i_a ermittelt, so bildet man das Produkt aus den zusammengehörigen Werten von N und i_a und trägt es als Ordinate auf. Man erhält so die Kurve M_d in Fig. 154, deren Ordinaten uns mit Berücksichtigung des Maßstabes das Drehmoment für jede einzelne Abszisse angeben. Die Kurve M_d ist anfangs konvex gegen die Abszissenachse, d. h. das Drehmoment nimmt schneller zu als die Stromstärke. Schließlich aber, wenn das Eisen gesättigt ist, wird die Kurve M_d geradlinig, und

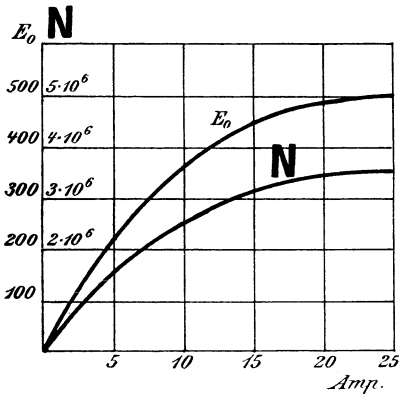


Fig. 153.

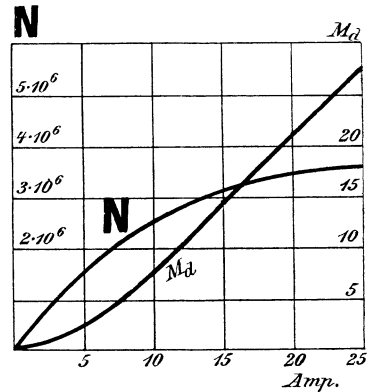


Fig. 154.

die Zunahme des Drehmomentes ist der Zunahme der Stromstärke proportional.

Die Kurve der Kraftlinienzahlen N setzt uns nun zugleich in den Stand, für jeden einzelnen Betriebszustand die zugehörige Tourenzahl zu ermitteln. Wir zeichnen zu diesem Zwecke (Fig. 155) eine Horizontale im Abstände e von der Abszissenachse (in Fig. 155 ist dieser Abstand gleich 500 Volt) und ziehen durch den Schnittpunkt der Horizontalen mit der Ordinatenachse eine Gerade, die mit der Horizontalen einen Winkel α bildet. Dieser entspricht der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \alpha = w_a.$$

Natürlich sind dabei die Ordinaten im Voltmaßstab und die Abszissen im Amperemaßstab zu messen. Dann ist für jeden Betriebszustand die Differenz zwischen der Horizontalen und der geneigten Geraden gleich $i_a \cdot \operatorname{tg} \alpha = i_a \cdot w_a$, d. h. gleich dem Ohmschen Spannungsverlust. Die Ordinaten der geneigten Gerade stellen uns also die elektromotorische

Gegenkraft E dar. Wenn wir sie durch die zugehörige Kraftlinienzahl dividieren, so erhalten wir nach Gleichung (104) auf S. 226 ein Maß für die Tourenzahl n . Auf diese Weise ist die Kurve n in Fig. 155 ermittelt.

Diese Kurve zeigt, daß der Hauptstrommotor bei Leerlauf durchgeht. Seine Tourenzahl steigert sich derartig, daß der Motor in Stücke fliegt. Mit zunehmender Belastung nimmt die Tourenzahl anfangs bedeutend ab, bis sie sich schließlich, wenn das Eisen stark gesättigt ist, innerhalb des praktischen Betriebes einem fast konstanten Werte nähert.

Der totale Wirkungsgrad ergibt sich nun, wenn wir die Verluste durch Joulesche Wärme und mechanische Reibung von der dem Motor zugeführten Leistung abziehen und die Differenz durch die zugeführte Leistung dividieren. Wir können aber jetzt den Leerlaufverlust nicht mehr in so einfacher Weise in Rechnung setzen, wie beim konstant er-

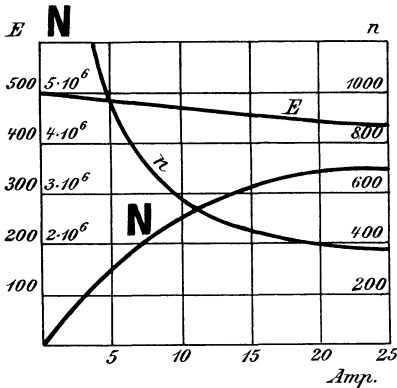


Fig. 155.

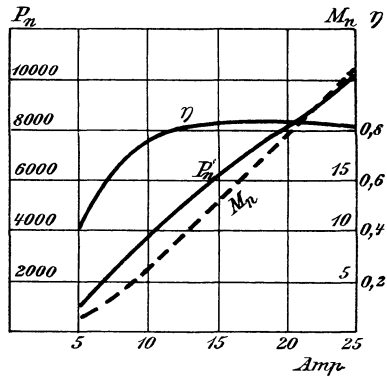


Fig. 156.

regten Nebenschlußmotor. Da das Kraftlinienfeld beim Hauptstrommotor nicht konstant ist, gibt es keinen Leerstrom, der, wie beim Nebenschlußmotor, mit dem Feld multipliziert, bei Betrieb und bei Leerlauf das für die Reibung nötige Drehmoment liefert.

Wir können aber wenigstens annähernd den Wirkungsgrad ermitteln, wenn wir von dem Drehmoment M_0 ausgehen, das bei Leerlauf wirksam ist, und wenn wir dieses bei den verschiedenen Betriebszuständen als konstant voraussetzen. Diese Voraussetzung trifft annähernd zu, wenn wir den totalen Wirkungsgrad des Motors allein ohne die Übersetzung ins Auge fassen. Wir haben dann von den Werten von M_d den konstanten Wert M_0 abzuziehen und erhalten dadurch die punktierte Kurve in Fig. 156, die das nutzbare Drehmoment M_n darstellt.

Multiplizieren wir das nutzbare Drehmoment mit der Tourenzahl, so erhalten wir, abgesehen vom Maßstab, die Nutzleistung P_n . Um dann den Wirkungsgrad zu erhalten, haben wir die Nutzleistung durch die zugeführte Leistung $e \cdot i_a$ zu dividieren. Wir erhalten auf diese Weise

die Kurve η , deren Ordinaten uns den Wirkungsgrad angeben. Wie man sieht, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung gering wegen der Leerlaufarbeit. Er steigt dann mit zunehmender Belastung bis zu einem Maximum, um dann schliesslich wieder zu fallen, wenn mit wachsendem Ankerstrom die Jouleschen Verluste zu groß werden.

67. Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, die Werte für Tourenzahl, Zugkraft und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors an einem Beispiel zu ermitteln, für das die betreffenden Daten aus Kapps elektromechanischen Konstruktionen entnommen sind. Bei einem Strafsenbahnmotor der Maschinenfabrik Örlikon mit vier Polen und Serienwicklung für eine Klemmspannung von 500 Volt ist der innere Widerstand $w_a = 2,75$ Ohm und die Drahtzahl auf dem Anker $z = 944$. Die Charakteristik der Maschine als Hauptstromgenerator bei einer Tourenzahl $n_0 = 450$ ist durch die beiden ersten Vertikalreihen der unten folgenden Tabelle gegeben.

Wir erhalten dann die von den betreffenden Stromstärken geschaffenen Kraftlinienzahlen nach Gleichung (79) auf S. 139 zu:

$$N = \frac{E_0 \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot n_0 \cdot z} = \frac{E_0 \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 450 \cdot 944} = 7070 \cdot E_0.$$

Diese Kraftlinien ergeben uns in Verbindung mit der Stromstärke das vom Motor ausgeübte Drehmoment nach Gleichung (98) auf S. 221:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot i_a \cdot z}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = \frac{2 \cdot N \cdot i_a \cdot 944}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot i_a \text{ mkg.}$$

Zur Berechnung der Tourenzahlen des Motors brauchen wir die elektromotorische Gegenkraft E . Diese ergibt sich zu:

$$E = e - i_a \cdot w_a = 500 - 2,75 \cdot i_a.$$

Dann erhalten wir die Tourenzahl nach Gleichung (100) auf S. 223 zu:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot N \cdot z} = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot N \cdot 944} = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}.$$

Die Resultate dieser Rechnung sind in folgender Tabelle übersichtlich zusammengestellt und nach den Werten dieser Tabelle die Kurven des vorigen Abschnittes gezeichnet.

Generator		Motor und Generator	
i_a	E_0	$N = 7070 \cdot E_0$	$M_d = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot i_a$
5	225	$1,59 \cdot 10^6$	2,45
10	362	$2,56 \cdot 10^6$	7,85
15	450	$3,18 \cdot 10^6$	14,6
20	490	$3,46 \cdot 10^6$	21,3
25	505	$3,56 \cdot 10^6$	27,3

Motor		
i_a	$E = 500 - 2,75 \cdot i_a$	$n = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}$
5	486,2	970
10	472,5	590
15	458,7	460
20	445	410
25	431,2	390

Diese Werte gestatten, für jede Steigung bei gegebenem Wagengewicht den entsprechenden Strom und die entsprechende Wagengeschwindigkeit zu bestimmen. Ist

G das Wagengewicht in Tonnen (1 Tonne = 1000 kg*),

f der Traktionskoeffizient, d. h. die Kraft in Kilogramm, die nötig ist eine Tonne auf ebener Strecke fortzubewegen,

s die Steigung pro Mille,

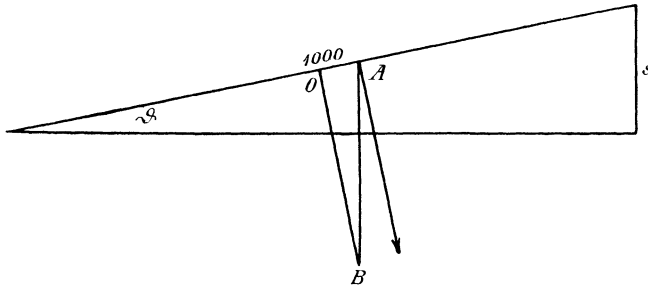


Fig. 157.

so ist die auf ebener Strecke nötige Zugkraft gleich $G \cdot f$. Andererseits ist bei Steigungen die Komponente der Schwerkraft, die der Bewegungsrichtung direkt entgegenwirkt, nach Fig. 157 gegeben durch die Beziehung

$$AO = AB \cdot \sin \vartheta.$$

Setzen wir für $\sin \vartheta$ den Wert $s/1000$ und für AB das Wagengewicht in Kilogramm, also $1000 G$ ein, so erhalten wir:

$$AO = 1000 G \cdot \frac{s}{1000} = G \cdot s.$$

Allgemein ergibt sich also die am Radumfang auszuübende Zugkraft zu:

$$F = G \cdot f + G \cdot s = G \cdot (f + s) \text{ kg*}.$$

Ist r der Radius des Rades in Metern, so ist das Drehmoment an der Radachse:

$$F \cdot r = G \cdot (f + s) \cdot r \text{ mkg}.$$

Es sei nun k das durch die Übersetzung gegebene Verhältnis der Tourenzahl des Motors zur Tourenzahl des Rades. Läuft der Motor k mal

so schnell wie das Rad, so ist nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit sein Drehmoment k mal so klein als das des Rades. Berücksichtigen wir nun noch den Wirkungsgrad η der Übersetzung, so ergibt sich das von allen Motoren des Wagens zusammen auszubühende Drehmoment zu:

$$\Sigma M_d = \frac{F \cdot r}{k \cdot \eta} = \frac{G \cdot r \cdot (f + s)}{k \cdot \eta}.$$

Im vorliegenden Falle ist der Radius des Rades $r = 0,39$ m und das Verhältnis der Tourenzahle des Motors zur Tourenzahle des Rades $k = 4,9$. Nehmen wir an, daß das Wagengewicht 8 Tonnen und der Traktionskoeffizient der Bahn $f = 12$ ist, so erhalten wir:

$$\Sigma M_d = \frac{8 \cdot 0,39 \cdot (12 + s)}{4,9 \cdot \eta} = \frac{0,635 \cdot (12 + s)}{\eta}.$$

In unserem Falle sind zwei Motoren im Wagen vorhanden, also hat jeder die Hälfte des ganzen Drehmomentes zu liefern. Wir erhalten also für einen Motor:

$$M_d = \frac{\Sigma M_d}{2} = \frac{0,318 \cdot (12 + s)}{\eta}.$$

Lösen wir für s auf, so ergibt sich die Steigung, die der Wagen bei den einzelnen Werten von M_d nimmt, zu:

$$s = 3,14 \cdot \eta \cdot M_d - 12.$$

Im allgemeinen kann man mit einem mittleren Wirkungsgrad $\eta = 0,8$ rechnen, jedoch sind unserem speziellen Falle die Werte von η durch ein Experiment ermittelt. Sie sind in der unten folgenden Tabelle angegeben und zur Berechnung der Steigung benutzt, wobei die Werte des Drehmomentes M_d aus S. 242 entnommen sind. Negative Werte der Steigung bedeuten dabei ein Gefälle.

Wir haben nun noch die Wagengeschwindigkeit K in Kilometern pro Stunde zu berechnen. Wir erhalten die Tourenzahle der Räder pro Stunde, wenn wir die Tourenzahle des Motors pro Minute mit 60 multiplizieren und durch den Faktor k dividieren. Diese Tourenzahle der Räder haben wir mit dem Umfang des Rades in Kilometern zu multiplizieren und erhalten die Wagengeschwindigkeit in Kilometern pro Stunde zu:

$$K = \frac{n \cdot 60}{k} \cdot \frac{2r \cdot \pi}{1000}.$$

Setzen wir für r den Wert 0,39 und für k den Wert 4,9 ein, so erhalten wir:

$$K = 0,03 \cdot n.$$

Danach sind die Werte in der vorletzten Reihe der folgenden Tabelle berechnet, wobei die Werte von n aus Seite 243 entnommen sind. In der letzten Reihe der Tabelle ist dann noch der gesamte in den Wagen fließende Strom $i = 2 \cdot i_a$ angegeben. Wir erhalten dann:

i_a	η	$s = 3,14 \cdot \eta \cdot M_a - 12$	$K = 0,03 \cdot n$	$i = 2 \cdot i_a$
5	0,75	- 6,2 ‰	29 km/Std.	10
10	0,775	+ 7 „	17,7 „	20
15	0,805	+ 25 „	13,8 „	30
20	0,835	+ 44 „	12,3 „	40
25	0,85	+ 61 „	11,7 „	50

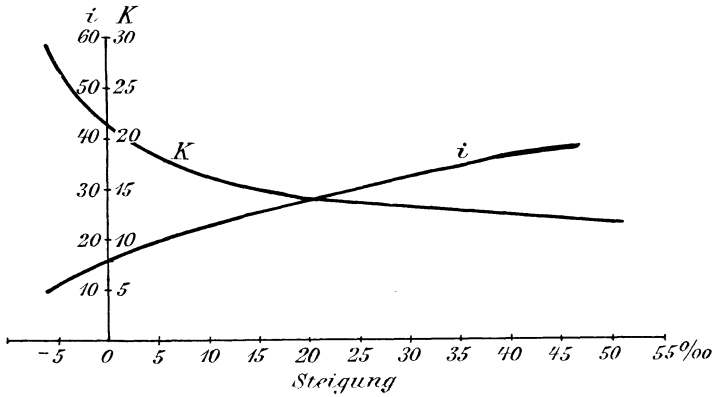


Fig. 158.

Wir tragen nun die Steigung als Abszisse und die zugehörigen Werte des in den Wagen fließenden Gesamtstromes i , sowie die Wagensgeschwindigkeit K als Ordinate auf und erhalten so die in Fig. 158 gezeichneten Kurven.

68. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

Die Tourenzahl eines Motors ist nach Gleichung (100) auf S. 223:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p | a \cdot N \cdot z}$$

Dabei ist unter e die Klemmspannung des Motors selbst zu verstehen. Der nächstliegende Weg zur Regulierung des Hauptstrommotors ist also eine Regulierung der Klemmspannung mittels des Anlassers. Der durch die Belastung gegebene Strom erzeugt dann im Vorschaltwiderstand einen Spannungsverlust, wodurch die Klemmspannung erniedrigt wird. Man kann den Vorgang aber auch anders auffassen und unter e die Spannung des Netzes verstehen. Die Vorschaltung eines Regulierwiderstandes w_1 wirkt dann als eine Vergrößerung des Gesamtwiderstandes, so daß sich die Tourenzahl nach der Gleichung

$$n = \frac{\{e - i_a \cdot (w_a + w_1)\} \cdot 60 \cdot 10^8}{p | a \cdot N \cdot z}$$

ergibt. Es ist vollständig gleichgültig, welche von beiden Auffassungen wir anwenden. Ob wir nun das positive Glied im Zähler verkleinern oder das negative Glied vergrößern, in jedem Falle ergibt sich rechnerisch eine Verminderung der Tourenzahl. Diese Regulierung durch Vorschaltwiderstände hat sich am besten bewährt.

Dabei ist allerdings der Joulesche Verlust ziemlich bedeutend, und man reguliert daher unter Umständen die Tourenzahl wie beim Nebenschlufmotor durch Veränderung des Magnetfeldes. Durch Verkleinerung des Nenners in den obigen Gleichungen wird z. B. der Wert für die Tourenzahl n größer. Allerdings kann eine solche Schwächung nicht, wie beim Nebenschlufmotor, durch Hinzuschalten eines Widerstandes zur Magnetwicklung erreicht werden, da ein so geschalteter Widerstand beim Hauptstrommotor nur wie ein Vorschaltwiderstand wirkt. Vielmehr hat

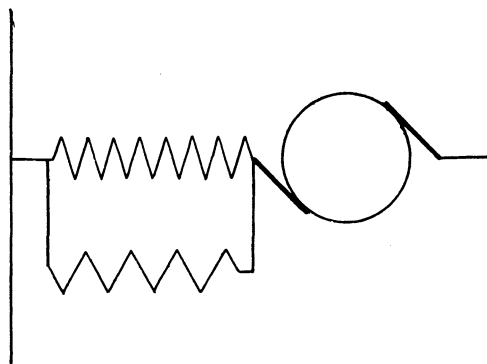


Fig. 159.

man nach Fig. 159 den Regulierwiderstand parallel zur Magnetwicklung zu schalten. Man erreicht dadurch, daß der Ankerstrom, der durch das Drehmoment gegeben ist, nicht in seiner vollen Stärke durch den Magnetwiderstand fließt.

Wenn der Einfachheit wegen angenommen wird, daß der parallelgeschaltete Widerstand gleich dem Magnetwiderstand ist, und daß die Kraftlinien dem magnetisierenden Strom proportional sind, so scheint es auf den ersten Blick, als wäre das Magnetfeld gegen früher auf die Hälfte reduziert, demnach die Tourenzahl auf das Doppelte erhöht. Diese Annahme trifft jedoch nicht zu. Denn wie wir schon beim Nebenschlufmotor sahen, muß bei gleichbleibender Belastung eine Schwächung des Magnetfeldes notwendig eine Erhöhung des Ankerstromes zur Folge haben. Um nun die Stromstärke zu ermitteln, die nach Parallelschaltung des Widerstandes durch den Anker fließt, zeichnen wir zunächst in der gewöhnlichen Weise die charakteristischen Kurven des Motors ohne den Widerstand (Fig. 160). Die Ordinaten der Kurve M_d sind das Produkt

aus den zugehörigen Werten der Kraftlinienzahl N und der Stromstärke i_a . Wir zeichnen nun in Fig. 161 dieselben Kurven für den Motor mit einem parallelgeschalteten Widerstand, der gleich dem Widerstand der Magnetwicklung ist. Die Kurve für die Kraftlinien ist genau die gleiche wie in Fig. 160, nur haben sich die Zahlenwerte der Abszissen gegenüber Fig. 160 verdoppelt, weil die gleiche Kraftlinienzahl bei dem gleichen Magnetstrom, also jetzt bei dem doppelten Ankerstrom erzeugt wird. Durch Multiplikation der Werte von N und i_a erhalten wir wieder die Kurve M_d in Fig. 161. Aus Fig. 160 und 161 ergeben sich dann für dasselbe Drehmoment in beiden Fällen die zugehörigen Werte des Stromes und der Kraftlinien. Beispielsweise finden wir ohne parallelgeschalteten Widerstand aus Fig. 160 für eine Belastung von 14 mkg einen Ankerstrom

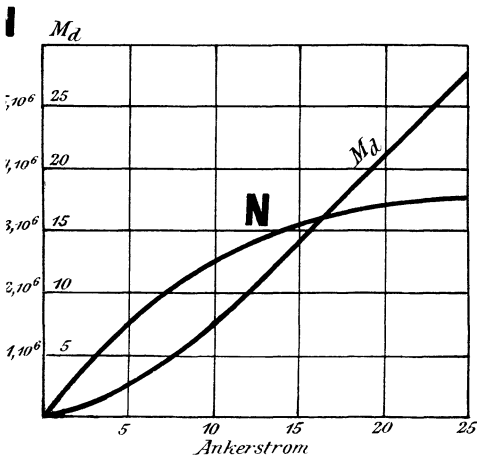


Fig. 160.

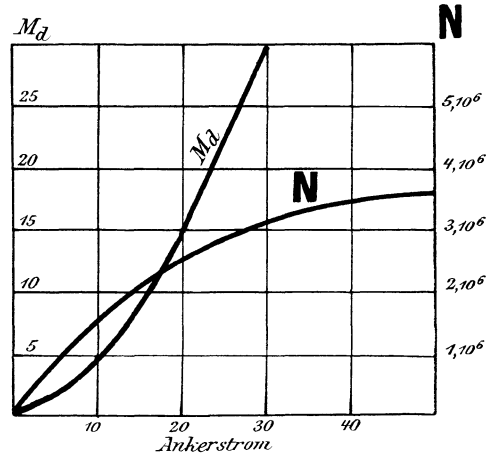


Fig. 161.

von 15 Ampere und eine Kraftlinienzahl von $3,1 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Bei der gleichen Belastung finden wir nach Schwächung des Feldes aus Fig. 161 eine Stromstärke von etwa 19 Ampere und eine Kraftlinienzahl von $2,5 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Wenn wir von dem geringen Einfluss des Ohmschen Spannungsverlustes absehen, sind die Tourenzahlen der Kraftlinien umgekehrt proportional. Wir haben also die Tourenzahl im vorliegenden Falle im Verhältnis $3,1 : 2,5$ erhöht, indem wir zum Magnetwiderstand einen gleichgroßen Widerstand parallel geschaltet haben.

Diese Regulierung der Tourenzahl durch Einschaltung eines Widerstandes parallel zur Magnetwicklung bedingt ebenfalls noch einen Verlust durch Joulesche Wärme. Vielfach ist daher die Spragueschaltung verwendet, bei der die Magnetspulen beim Anfahren in Serie geschaltet sind. Bei voller Fahrt werden sie dann parallel geschaltet, so dass in jeder Magnetwicklung nur ein Teil des Ankerstromes fließt. Dadurch wird die Tourenzahl erheblich variiert.

Jetzt ist man aber von der Regelung der Tourenzahl durch Schwächung des Magnetfeldes mehr zurückgekommen.*) Nach dem, was wir in Abschnitt 54 über den Einfluß der Quermagnetisierung kennen gelernt haben, gibt eine übermäßige Schwächung des Magnetfeldes zur Funkenbildung Anlaß. Ferner liegt die Gefahr vor, daß bei Wagen mit mehreren Motoren die Kraftlinienzahlen der einzelnen Motoren nicht gleich sind. Das kann eintreten, wenn der magnetische Widerstand der einzelnen Motoren ungleich ist, oder wenn durch das wiederholte Umschalten der Magnetwickelungen die Kontakte gelitten haben und dadurch die Stromstärken in den einzelnen Zweigen verschieden sind. Der Einfluß solcher Unregelmäßigkeiten möge durch ein Beispiel deutlich gemacht werden. Man hat dabei zu beachten, daß man bei der Spragueschaltung ein System von Magnetspulen hat, das mit den beiden parallelen Ankern in Serie geschaltet ist.

Ein Wagen besitze zwei parallelgeschaltete Motoren, deren Bürstenspannung e gleich 500 Volt und deren Ankerwiderstand gleich 1 Ohm ist. Die Stromstärke des einen Motors sei 15 Ampere. Seine elektromotorische Gegenkraft ist dann:

$$E = 500 - 15 \cdot 1 = 485 \text{ Volt.}$$

Wir wollen nun annehmen, das Magnetfeld des zweiten Motors sei um 5% schwächer als das des ersten Motors. Da der zweite Motor auf demselben Wagen arbeitet, so läuft er mit genau derselben Tourenzahl wie der erste Motor. Seine elektromotorische Kraft ist also um 5% geringer als die des ersten Motors und ergibt sich zu:

$$E = 485 \cdot 0,95 = 460 \text{ Volt.}$$

Demnach fließt in den zweiten Motor eine Stromstärke:

$$i_a = \frac{e - E}{w_a} = \frac{500 - 460}{1} = 40 \text{ Ampere.}$$

Zusammen fließen also in den Wagen $40 + 15 = 55$ Ampere. Davon fließen nur 15 Ampere in den stärker erregten und 40 Ampere in den schwächer erregten Motor. Der zweite leistet also fast die dreifache Arbeit wie der erste. Es ist nicht schwer, Verhältnisse auszurechnen, bei denen die elektromotorische Gegenkraft des einen Motors infolge seiner stärkeren Erregung ebensogroß ist wie die Klemmspannung, so daß seine Stromstärke und seine Leistung gleich Null werden. Ja, es kann sogar vorkommen, daß bei der betreffenden Tourenzahl die elektromotorische Kraft der stärker erregten Maschine größer ist als die Klemmspannung, so daß sie als Generator Strom in das Netz oder in den anderen Motor liefert. Der letztere hat dann nicht bloß für sich allein den Wagen zu ziehen, sondern auch noch die andere, als Generator wirkende Maschine

*) Vergl. den Aufsatz von Sieber in der ETZ 1901, S. 35.

anzutreiben. Die Folge ist natürlich, daß der Anker der schwächer erregten Maschine durch zu große Joulesche Wärme zerstört wird.

Übrigens kommt es auch vor, daß die Ankerwiderstände der parallelgeschalteten Motoren ungleich sind, was ebenfalls bei der Spragueschaltung besonders nachteilig wird.

Man kommt demnach mehr davon ab, die Tourenzahl durch Regulierung der Magnetwickelungen zu verändern, und begnügt sich oft mit der Regulierung durch Vorschaltwiderstände. Dabei bleibt der Anker eines Motors immer mit seiner Magnetwicklung verbunden, so daß der Ankerstrom immer identisch mit dem Magnetstrom desselben Motors ist. Man hat dabei noch die Möglichkeit, durch Schaltung der beiden Motoren in Serie den Strom und die Leistung beim Anfahren ganz bedeutend zu erniedrigen. Ein Motor dient dabei gleichsam als Vorschaltwiderstand für den anderen (Fig. 162 a), und es kommt auf jeden Motor nur die halbe Spannung. Zugleich wird aus der Kraftstation nur der einfache Strom entnommen, was bei der überaus hohen, beim Anfahren erforderlichen Stromstärke sehr wesentlich ist. Bei voller Fahrt werden die Motoren

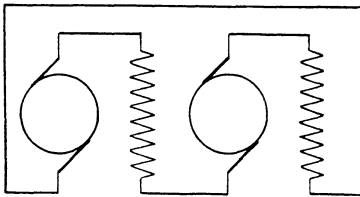


Fig. 162 a.

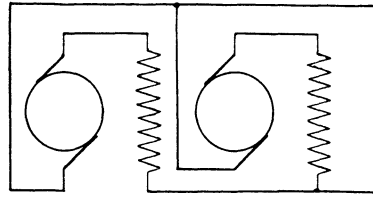


Fig. 162 b.

dann parallel geschaltet (Fig. 162 b). Allerdings scheint es dann, als ob die Gefahr einer ungleichen Verteilung der Stromstärke und der Befastung bei ungleichen inneren Widerständen oder ungleicher Feldstärke nicht ausgeschlossen ist. Ist z. B. der Widerstand eines Ankers etwas zu groß, so ist anscheinend die Stromstärke nach der Gleichung

$$i_a = \frac{e - E}{w_a}$$

zu klein gegenüber dem anderen parallelgeschalteten Motor. Da aber gleichzeitig dadurch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Gegenkraft dieses Motors abnehmen, so gleicht sich die Unregelmäßigkeit fast vollständig wieder aus. Es seien z. B. für den einen Motor folgende Werte gegeben:

$$e = 500, \quad N = 3 \cdot 10^6, \quad i_a = 20, \quad w_a = 2.$$

Der Widerstand des zweiten Motors sei verschieden von dem des ersten Motors. Infolgedessen sei seine Stromstärke 18 Ampere und diesem Strom entspreche aus der Charakteristik eine Kraftlinienzahl von $2,9 \cdot 10^6$ Kraftlinien. Gesucht wird der Widerstand x des zweiten Motors. Da beide Motoren die gleiche Tourenzahl besitzen, so ergibt sich nach Gleichung (100) auf S. 223:

$$n = \frac{(500 - 20 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{p|a \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot z} = \frac{(500 - 18 \cdot x) \cdot 60 \cdot 10^8}{p|a \cdot 2,9 \cdot 10^6 \cdot z}$$

Daraus erhalten wir:

$$x = 3,05.$$

Wir sehen, daß eine Vergrößerung des Widerstandes im Verhältnis 3 : 2 nur eine Verringerung der Stromstärke im Verhältnis 18 : 20 zur Folge hat. Ebenso wird eine Differenz in den Kraftlinienzahlen beider Motoren immer nur wenig ausmachen (Fig. 163 a und b). Nehmen wir z. B. an, der zweite Motor besäße einen größeren Abstand des Anker- eisens vom Magneteisen als der erste Motor. Seine Charakteristik, die die Abhängigkeit der Kraftlinienzahl vom Erregerstrom darstellt, verläuft also flacher. In Fig. 163 a und b ist der Einfachheit wegen die Annahme

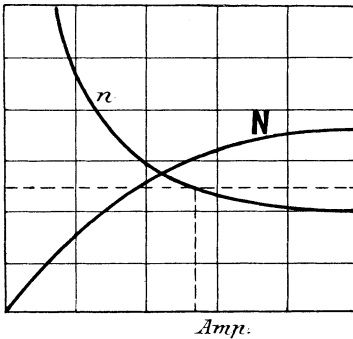


Fig. 163 a.

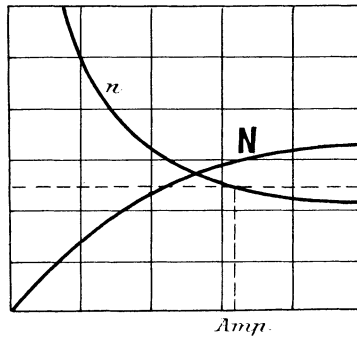


Fig. 163 b.

gemacht, daß die Kraftlinienzahl des zweiten Motors für gleiche Werte des Stromes um 10% kleiner ist als die des ersten Motors. Wenn wir dann unter der Annahme gleicher Klemmspannung und unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes die Kurven für die Tourenzahlen beider Motoren zeichnen, so liegt die Tourenkurve des zweiten Motors höher als die des ersten Motors. Für eine beliebige, beiden Motoren gleiche Tourenzahl, wie sie durch die punktierte Horizontale gegeben ist, ergibt sich dann allerdings beim zweiten Motor eine größere Stromstärke als beim ersten Motor. Aber die Differenzen zwischen beiden Strömen erreichen niemals die hohen Beträge, die wir bei der Sprague-schaltung kennen gelernt haben. Der Motor, der den größeren magnetischen Widerstand hat, entwickelt allerdings eine kleinere elektromotorische Gegenkraft, und dadurch wird die Stromstärke im Anker dieses Motors größer. Aber indem dieser Strom gleichzeitig die Magnete desselben Motors umfließt, magnetisiert er diese verhältnismäßig stark, so daß die Differenzen in den Kraftlinienzahlen keine erheblichen Beträge annehmen können.

Zehntes Kapitel.

69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft. — 70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke. — 71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes. — 72. Das Vektordiagramm. — 73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. — 74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 75. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung. — 76. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung. — 77. Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung. — 78. Die Kapazitätsspannung. — 79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Serienschaltung. — 80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft.

Wird eine Drahtschleife in einem gleichförmigen magnetischen Felde gedreht, so werden in ihr elektromotorische Kräfte induziert, die sich

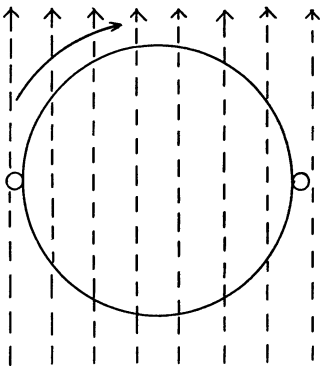


Fig. 164 a.

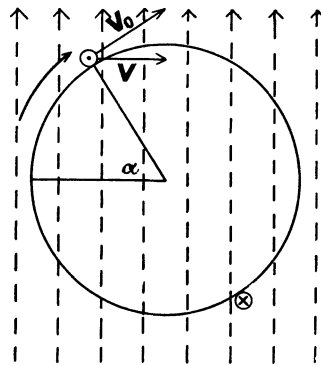


Fig. 164 b.

zeitlich nach Richtung und Stärke ändern. In Fig. 164 a und b rotiert eine rechteckige Drahtschleife, die auf einen Zylinder aus unmagnetischem Material gewickelt ist, um eine zu den Kraftlinien senkrechte Achse. Die Kraftlinien sind gestrichelt gezeichnet. In Fig. 164 a steht die Ebene der Schleife gerade senkrecht auf der Kraftlinienrichtung, und die Kraftlinienzahl, die die Ebene der Schleife durchsetzt, ist ein Maximum. In diesem Augenblick ist die Bewegungsrichtung der auf der Mantelfläche liegenden induzierten Leiter parallel zur Kraftlinienrichtung, und die induzierte elektromotorische Kraft ist gleich Null. Man bezeichnet daher die in Fig. 164 a gezeichnete Lage als die Nulllage.

In Fig. 164 b ist dagegen der Fall gezeichnet, in dem die Ebene der Schleife mit der Nulllage den Winkel α bildet. In diesem Augenblicke schneiden die auf der Mantelfläche liegenden Leiter schräg durch die Kraftlinien, und es wird in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert, deren Richtung sich aus der Faradayschen Schwimmerregel ergibt. Unter der Annahme, daß die Trommel im Sinne des Uhrzeigers rotiert, und daß die Kraftlinien in der Zeichnung von unten nach oben verlaufen, ergeben sich der gezeichnete Schaft und die gezeichnete Spitze der Strompfeile in den induzierten Leitern.

Die elektromotorische Kraft ist nun um so größer, je mehr Kraftlinien pro Sekunde geschnitten werden, d. h. je weniger schräge der Kraftlinienschnitt erfolgt. Sie erreicht also ihren Maximalwert bei senkrechtem Kraftlinienschnitt, wenn die Ebene der Schleife parallel zu den Kraftlinien steht und von keinen Kraftlinien durchsetzt wird. Bei weiterer Drehung nimmt der Momentanwert der elektromotorischen Kraft wieder ab und wird gleich Null, wenn die Ebene der Schleife wieder in die Nulllage fällt. In diesem Augenblicke ändert sich die Richtung, in der die induzierten Leiter durch die Kraftlinien schneiden. Solange sich z. B. ein Leiter auf der oberen Hälfte der Trommel befindet, schneidet er in Fig. 164 b wesentlich von links nach rechts durch die Kraftlinien. Sowie er aber auf der unteren Hälfte der Trommel liegt, schneidet er von rechts nach links. Infolgedessen ändert sich die induzierte elektromotorische Kraft zeitlich nicht bloß nach ihrer Stärke, sondern auch nach ihrer Richtung.

Es bedeute nun:

- H die Feldstärke in Kraftlinien pro Quadratcentimeter,
- N die Zahl der in der Nulllage umfaßten Kraftlinien,
- v_0 die konstante Umfangsgeschwindigkeit in Zentimetern pro Sekunde,
- n die Tourenzahl pro Minute,
- D den Durchmesser der Trommel in Zentimetern,
- b die Länge eines induzierten Leiters in Zentimetern,
- z' die Anzahl der hintereinander geschalteten induzierten Leiter (auch bei mehreren hintereinander geschalteten Windungen),

dann ergibt sich allgemein der Momentanwert der elektromotorischen Kraft nach Gleichung (62) auf S. 90 zu:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Dabei ist für die induzierte Leiterlänge l in unserem Falle das Produkt $z' \cdot b$ einzusetzen. Es fragt sich nur, was wir für die Geschwindigkeit v einzusetzen haben. Ohne weiteres ergibt sich aus Fig. 164 b, daß der mit der Geschwindigkeit v_0 bewegte Leiter in der Zeiteinheit nur so viele Kraftlinien schneidet, wie wenn er mit der kleineren Geschwindigkeit $v = v_0 \cdot \sin \alpha$ senkrecht durch die Kraftlinien bewegt wird. Nun ist

$$v_0 = D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Mit Einsetzung der gefundenen Werte von l und v in die Gleichung für die elektromotorische Kraft erhalten wir:

$$E = H \cdot z' \cdot b \cdot D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \sin \alpha \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist das Produkt $b \cdot D$ gleich der Fläche der Schleife in Quadratcentimetern. Da die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gleich H ist, so stellt das Produkt $H \cdot b \cdot D$ die Gesamtzahl N der durch die Fläche tretenden Kraftlinien dar. Wir schreiben daher kürzer:

$$E = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha. \quad (107)$$

Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ändert sich also mit dem Sinus des Winkels, den die Ebene der Schleife mit der Nulllage bildet. Für $\alpha = 0$ wird auch $E = 0$. Für $\alpha = 90^\circ$ wird $\sin \alpha = 1$, die elektromotorische Kraft hat also in diesem Falle, d. h. bei senkrechtem Kraftlinienschnitt, ihren maximalen Wert. Dieser ergibt sich aus Gleichung (107) zu:

$$E_{max} = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (108)$$

Wir können also Gleichung (107) auch in der Form schreiben:

$$E = E_{max} \cdot \sin \alpha. \quad (109)$$

Für Werte von α , die zwischen 0 und 180° liegen, ist der Wert von $\sin \alpha$ positiv, für Werte von α zwischen 180 und 360° ist $\sin \alpha$ negativ. Das bedeutet in unserem Falle, daß die elektromotorische Kraft bei $\alpha = 180^\circ$ ihre Richtung wechselt. Wenn wir nun den Bogen als Abszisse und die jeweilige elektromotorische Kraft als Ordinate auftragen, so erhalten wir die bekannte Sinuskurve. Wir können aber auch die Zeit t als Variable einführen und die elektromotorische Kraft als Funktion der Zeit darstellen. Bezeichnet ω die Winkelgeschwindigkeit, d. h. den pro Sekunde zurückgelegten Bogen, so ist der in der Zeit t zurückgelegte Bogen $\alpha = \omega t$, und wir erhalten mit Einführung dieses Wertes in Gleichung (109):

$$E = E_{max} \cdot \sin (\omega t). \quad (110)$$

Wenn wir dann die Zeit t statt des Bogens α als Abszisse auftragen, so ändert sich nur der Maßstab, und wir erhalten die in Fig. 165 gezeichnete Kurve. Diese gibt uns ein deutliches Bild von den zeitlichen Änderungen der elektromotorischen Kraft. Die Zeit t_1 einer vollen Umdrehung entspricht dem Bogen 2π . Inn̄erhalb dieser Zeit erreicht die elektromotorische Kraft je ein positives und ein negatives Maximum, und nach einer vollen Umdrehung wiederholt sich der Vorgang. Man bezeichnet den Zeitraum, innerhalb dessen sich der gleiche Zustand wiederholt, als

den Zeitraum einer Periode. Während dieses Zeitraums finden zwei Polwechsel statt. Die gebräuchliche Zahl von 50 Perioden pro Sekunde entspricht also 100 Polwechseln pro Sekunde.

Das Gesetz, daß die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion der Zeit ist, bleibt auch annähernd gültig, wenn eine auf eine Eisentrommel

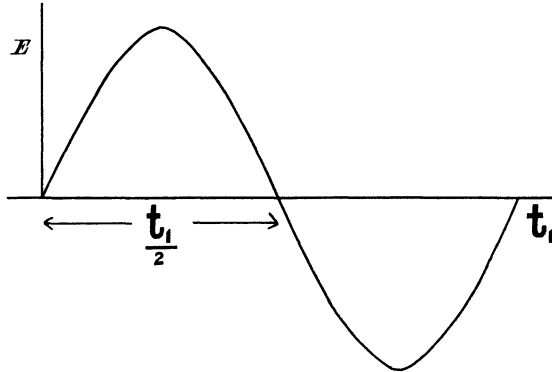


Fig. 165.

gewickelte Spule vor den Polen eines Elektromagneten rotiert (Fig. 166). Allerdings haben wir es jetzt mit einer anderen Kraftlinienverteilung zu tun wie in dem oben besprochenen Falle. Die Kraftlinien treten in dem jetzigen Fall meist senkrecht in die Ankeroberfläche ein, und ein gesetzmäßiger, schräger Kraftlinienschnitt, wie früher, findet nicht mehr statt.

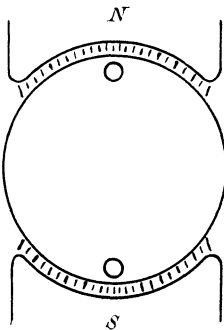


Fig. 166.

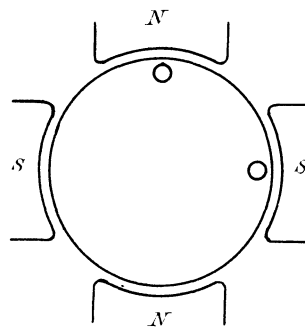


Fig. 167.

Infolge der Abrundung der Polecken ist jedoch der Übergang aus der neutralen Zone in die maximale Feldstärke vor den Polen ein ganz allmählicher. Wir können also ohne großen Fehler annehmen, daß die Feldstärke vor der Polmitte ein Maximum ist und nach der neutralen Zone zu, dem Sinusgesetz folgend, abfällt. Dann wird die induzierte elektromotorische Kraft wieder eine Sinusfunktion der Zeit und Gleichung (107) ist wieder anwendbar. Dabei ist, wie früher, unter N die maximale,

von der Spule umfasste Kraftlinienzahl zu verstehen. Das ist aber hier gleichbedeutend mit der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinienzahl.

Für mehrpolige Maschinen mit p Polpaaren bedarf jedoch unsere Gleichung einer Abänderung. Die Wickelung erfolgt, wie beim Gleichstromanker, in der Weise, daß von Mitte des Nordpols über die Stirnfläche bis Mitte des nächsten Südpols gewickelt wird (Fig. 167). Dann aber wird die Kraftlinienzahl N während einer Umdrehung p mal so oft geschnitten wie bei einer zweipoligen Maschine mit der gleichen Drahtzahl. Wir erhalten also auch eine p mal so große elektromotorische Kraft, und es ergibt sich allgemein:

$$E = \pi \cdot N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Nun ist das Produkt $p \cdot \frac{n}{60}$ gleich der Anzahl der Perioden pro Sekunde. Wir wählen dafür das Zeichen \sim (sprich per), ein Zeichen, das von der Form der Sinuskurve hergenommen ist. Setzen wir also:

$$\sim = p \cdot \frac{n}{60},$$

so ergibt sich für die elektromotorische Kraft der Wert:

$$E = \pi \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha. \quad (111)$$

Ebenso ergibt sich:

$$E_{max} = \pi \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (112)$$

Diese Gleichungen gelten ganz allgemein für zwei- und mehrpolige Maschinen. Allerdings ändert dabei der Winkel α seine Bedeutung. Bei der vierpoligen Maschine in Fig. 167 entspricht z. B. die Drehung eines Leiters aus der Nulllage bis vor die Polmitte einer räumlichen Drehung von 45° . Dabei ist aber die elektromotorische Kraft von Null bis auf den maximalen Wert angestiegen, so daß für die Stellung vor der Polmitte der Wert $\sin \alpha$ den maximalen Wert 1 erreichen mußte. Wir dürfen also nicht gedankenlos in diesem Falle für $\sin \alpha$ den Wert $\sin 45^\circ$ einsetzen. Man könnte diese Schwierigkeit dadurch beseitigen, daß man statt $\sin \alpha$ den Wert $\sin(p \cdot \alpha)$ in alle Gleichungen einführt, wobei dann α den wirklichen, räumlichen Drehungswinkel bedeutet. Das ist jedoch eine unnötige Komplikation. Wir machen die ausdrückliche Festsetzung, daß ein Grad nicht den 360. Teil einer vollen Umdrehung, sondern den 360. Teil einer vollen Periode bedeuten soll. In diesem Sinne entspricht der Bogen 2π einer vollen Periode. Der Bogen π entspricht dann einer halben Periode oder dem Zeitraum, in dem ein Ankerdraht den Abstand zweier benachbarter Polmitten ungleichen Vorzeichens, d. h. eine Polteilung zurücklegt. Ein Irrtum infolge dieser Festsetzung ist ausgeschlossen.

70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke.

Wir haben im vorigen Abschnitt gesehen, daß die elektromotorische Kraft der Induktion eine Sinusfunktion der Zeit ist. Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß der Stromkreis nur Ohmschen Widerstand und keine Selbstinduktion enthält, so ergibt sich die Stromstärke in jedem Augenblick, wenn wir die jeweilige elektromotorische Kraft durch den konstanten Widerstand dividieren. Dadurch ändert sich in unserer Sinuskurve nur der Maßstab der Ordinate. Der Momentanwert des Stromes ändert sich also zeitlich ebenfalls mit dem Sinus des Winkels α , den die Ebene der Spule mit der Nulllage bildet, und wir erhalten den Momentanwert des Stromes zu:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Um nun den Mittelwert des Stromes experimentell festzustellen, führen wir die Enden der Ankerspule zu einem zweiteiligen Kommutator, wie wir ihn im Abschnitt 43 kennen gelernt haben. Wir erhalten dann im äußeren Stromkreise einen pulsierenden Gleichstrom. Wenn dieser durch ein Kupfervoltmeter geleitet wird, so ist die ausgeschiedene Gewichtsmenge ein Maß für die während dieser Zeit in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge. Dividieren wir diese Gewichtsmenge m in Milligrammen durch die Zeit t und durch das elektrochemische Äquivalentgewicht 0,328, so erhalten wir die mittlere Stromstärke zu:

$$i_{mittel} = \frac{m}{0,328 \cdot t}.$$

Man nennt den so gefundenen Wert den elektrolytischen Mittelwert. Um diesen Mittelwert graphisch zu bestimmen, tragen wir die Zeit t als Abszisse und die Stromstärke i als Ordinate auf. Nach einer bestimmten Zeit t , von der Nulllage an gerechnet, ist die Stromstärke gegeben durch:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Während der unendlich kleinen Zeit dt können wir diese Stromstärke als konstant ansehen. Da sie als die Elektrizitätsmenge pro Sekunde definiert ist, so ist das Produkt $i \cdot dt$ oder der Inhalt des schmalen, vertikalen Flächenstreifens in Fig. 168 a gleich der während der Zeit dt in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge. Die ganze während der Zeit t_1 einer Periode in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ergibt sich also als die Summe aller Flächenstreifen oder als die schraffierte Fläche in Fig. 168 a. Um den Mittelwert der Stromstärke zu erhalten, dividieren wir diese Fläche, d. h. die ganze Elektrizitätsmenge durch die Zeit. Wir ersetzen dazu die Fläche durch ein Rechteck über derselben Basis. Dann ist die Höhe dieses Rechtecks der gesuchte Mittelwert.

Angenähert ergibt sich dieser Mittelwert, wenn man aus den Werten von $\sin 0^\circ$, $\sin 10^\circ$, $\sin 20^\circ$ etc. bis $\sin 90^\circ$ das Mittel nimmt und mit

i_{max} multipliziert. Zur genauen Berechnung bestimmen wir durch Integration die von der Sinuskurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche über eine halbe Periode. Die Rechnung wird dabei am einfachsten, wenn man direkt die Bögen als Abszisse aufträgt (Fig. 168 b). Der Flächeninhalt des vertikalen Streifens in Fig. 168 b ist:

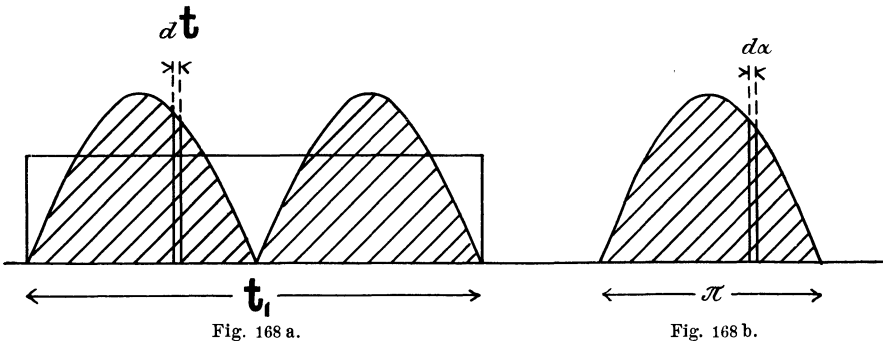
$$i \cdot d\alpha = i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

Um die schraffierte Fläche in Fig. 168 b zu finden, haben wir zwischen den Grenzen 0 und π zu summieren und erhalten:

$$\sum_0^{\pi} i \cdot d\alpha = i_{max} \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot d\alpha = 2 \cdot i_{max}.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis π dividieren, erhalten wir die mittlere Stromstärke zu:

$$i_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,636 \cdot i_{max}. \quad (113)$$



Der elektrolytische Mittelwert verhält sich also zum Maximalwert wie $2:\pi$ oder wie $7:11$. Dabei ist natürlich vorausgesetzt, daß die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit ist. In derselben Weise erhalten wir den Mittelwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot E_{max} = 0,636 \cdot E_{max}. \quad (114)$$

In der Technik spielen indessen diese Mittelwerte nur eine untergeordnete Rolle, weil sie zur Berechnung des Effektes nicht zu gebrauchen sind.

71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes.

Es wäre fehlerhaft, zur Berechnung der Leistung die Mittelwerte der Spannung und Stromstärke zu multiplizieren. Vielmehr haben wir zunächst den Momentanwert P der Leistung zu berechnen, indem wir die Momentanwerte der Spannung und Stromstärke multiplizieren. Statt

dessen können wir auch den Momentanwert des Stromes ins Quadrat erheben und mit dem Widerstand multiplizieren. Wir erhalten so den Momentanwert der Leistung zu:

$$P = e_{max} \cdot \sin \alpha \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha = (i_{max} \cdot \sin \alpha)^2 \cdot w.$$

Wir tragen nun den Momentanwert der Leistung als Ordinate auf und erhalten so die Kurve in Fig. 169 a. Da Leistung gleich Arbeit pro Sekunde ist, so ist der schmale Flächenstreifen $P \cdot dt$ in Fig. 169 a gleich der Arbeit während der Zeit dt . Die ganze schraffierte Fläche ist dann die Arbeit während einer Periode. Wenn wir diese durch die Zeit t_1 dividieren, erhalten wir die mittlere Arbeit pro Sekunde, d. h. die mittlere Leistung. Wir ersetzen also die schraffierte Fläche durch ein Rechteck über derselben Basis und erhalten in der Höhe dieses Rechtecks die gesuchte mittlere Leistung. Sie ergibt sich als die Hälfte der maximalen Leistung.

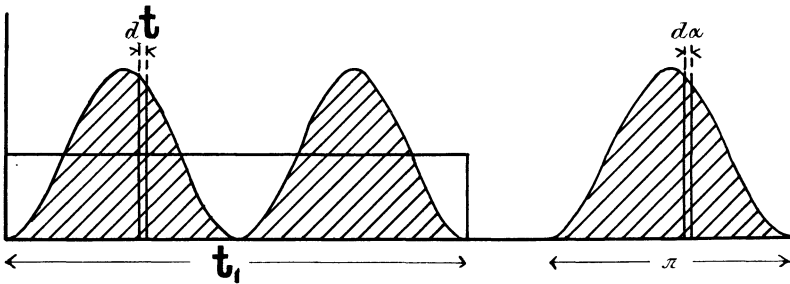


Fig. 169 a.

Fig. 169 b.

Zu demselben Resultat führt uns die Rechnung. Um diese wieder möglichst einfach zu gestalten, tragen wir nicht die Zeit, sondern direkt den Bogen α als Abszisse auf (Fig. 169 b). Der schmale Flächenstreifen in Fig. 169 b ist dann $P \cdot d\alpha$. Mit Benutzung des obigen Wertes für P erhalten wir dann die ganze schraffierte Fläche zu:

$$\int_0^{\pi} P \cdot d\alpha = \int_0^{\pi} i_{max}^2 \cdot w \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha.$$

Mit Hilfe der teilweisen Integration erhalten wir dann:

$$\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \left[\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right]_0^{\pi} = \frac{\pi}{2}.$$

Die schraffierte Fläche in Fig. 169 b ergibt sich also zu:

$$i_{max}^2 \cdot w \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = i_{max}^2 \cdot w \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis π dividieren, erhalten wir die mittlere Leistung zu:

$$P = \frac{i^2_{max} \cdot \omega}{2}. \quad (115)$$

Enthält nun der Stromkreis keine Selbstinduktion, so gilt die Beziehung:

$$E_{max} = i_{max} \cdot \omega$$

und wir erhalten die mittlere Leistung zu:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}. \quad (116)$$

Es ist nun von Interesse, daß sich das obige Resultat auch ohne Integration herleiten läßt, obgleich sich die Rechnung dann weniger dem Wesen der Sache anschließt. Wir denken uns zu diesem Zwecke auf der Trommel einer zweipoligen Maschine zwei gleiche selbständige Wickelungen liegen, die um 90° gegeneinander versetzt sind. Beide Wickelungen mögen durch einen gleichgroßen äußeren Widerstand geschlossen sein. Wenn dann die Ebene der einen Spule mit der Nulllage den Winkel α bildet, so bildet die andere Spule mit der Nulllage den Winkel $90^\circ + \alpha$ und der Momentanwert der Leistungen beider Spulen zusammen ist:

$$E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \sin^2 [90^\circ + \alpha]) = E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha).$$

Da $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$ gleich 1 ist, so folgt, daß der Momentanwert der gemeinsamen Leistung in jedem Augenblick konstant gleich $E_{max} \cdot i_{max}$ ist. Dieser Wert ist dann natürlich gleich den mittleren Leistungen beider Spulen zusammen, und es ergibt sich für die einzelne Spule die Hälfte, nämlich wie oben:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}.$$

Hätten wir zur Berechnung des Effektes die Mittelwerte der Spannung und Stromstärke miteinander multipliziert, so hätten wir $\frac{2}{\pi} \cdot E_{max} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,405 E_{max} \cdot i_{max}$ erhalten. Der Fehler wäre also $20 \frac{0}{10}$ gewesen.

Wir gehen daher jetzt dazu über, die Werte der Spannung und Stromstärke zu definieren und zu berechnen, die direkt zur Berechnung des Effektes verwendbar sind. Zu dem Zwecke schreiben wir Gleichung (115) in der Form:

$$P = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \omega.$$

Darin stellt der Ausdruck $\frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$ eine Stromstärke dar, die, in das Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert, die mittlere Leistung ergibt. Diese Stromstärke nennen wir den quadratischen Mittelwert oder die effektive Stromstärke und bezeichnen

sie mit dem Buchstaben i . Es erscheint unnötig, für den Effektivwert und den Momentanwert besondere Bezeichnungen einzuführen, da eine Verwechslung ausgeschlossen ist. Wir erhalten also:

$$i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot i_{max}. \quad (117)$$

Der Effektivwert des Stromes ist also definiert:

1. als die Größe, die, ins Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert, die mittlere Leistung ergibt,
2. als die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Momentanwerte,
3. bei Sinuskurven als das 0,707fache des Maximalwertes.

Da der elektrolytische Mittelwert gleich $\frac{1}{11}$ des Maximalwertes ist, so verhält sich der Effektivwert zum Mittelwert wie 11 : 10. Wollten wir also ein Wechselstromamperemeter unter Anwendung eines Kommutators und eines Voltameters eichen, so hätten wir die aus dem Voltameternieder-schlag berechnete mittlere Stromstärke mit 1,1 zu multiplizieren und das Resultat auf der Skala aufzutragen. Gleichmäßig zeigen dagegen für Gleich- und Wechselstrom die Instrumente, deren Ausschlag durch das Quadrat des momentanen Stromes bewirkt wird. Sie nehmen dann gleichsam selbständig das Mittel aus den Quadraten der Momentanwerte und zeigen, wenn sie mit Gleichstrom geeicht sind, direkt den Effektivwert des Wechselstromes an.

Dahin gehören zunächst die Instrumente, bei denen eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf einen Eisenkern wirkt. Die Größe der ausgeübten Kraft ist proportional dem Momentanwert der Stromstärke und dem im Eisen induzierten Magnetismus. Sie ist also bei geringer Eisensättigung dem Quadrate des Stromes proportional, so daß wir prinzipiell eine gleiche Teilung für Gleich- und Wechselstrom erwarten dürfen. Die Hysterisis des Eisens wirkt jedoch wie eine entmagnetisierende Kraft, und daher ist im allgemeinen zur Erzielung desselben Ausschlags bei Wechselstrom eine größere Amperezahl erforderlich als bei Gleichstrom.

Dagegen gibt es Instrumente, die genau gleiche Skala für Gleichstrom und Wechselstrom besitzen. Dahin gehören die Hitzdrahtinstrumente, bei denen die Joulesche Wärme eine Verlängerung eines stromdurchflossenen Platindrahtes und dadurch den Ausschlag des Zeigers hervorruft. Da die Temperatur des Platindrahtes den periodischen Schwankungen der Leistung nicht folgt, und da überhaupt das Instrument eine gewisse Trägheit besitzt, so nimmt es gleichsam selbständig das Mittel aus den Momentanwerten der Leistung, die im Platindraht in Joulesche Wärme umgesetzt ist. Nun ist auf der Skala der Effektivwert aufgetragen, d. h. die Stromstärke, die, gleichmäßig den Platindraht durchfließend, denselben Effekt in Joulesche Wärme umsetzen würde, wie der periodisch schwankende Wechselstrom. Daraus folgt dann, daß das Instrument dieselbe Teilung für Gleichstrom und Wechselstrom besitzen muß.

Das gleiche gilt von den Dynamometern, die aus einer festen und einer beweglichen Spule bestehen. Beide werden hintereinander vom Strome durchflossen. Nach Abschnitt 32 ziehen gleichgerichtete Ströme sich an, ungleichgerichtete stoßen sich ab. Da der Strom sich in beiden Spulen gleichzeitig umkehrt, so erfolgt das Drehmoment fortdauernd in demselben Sinne. Nun ist der Ausschlag von der Stromstärke in der festen und in der beweglichen Spule, also vom Quadrat der Stromstärke abhängig. Infolge der Trägheit des beweglichen Systems stellt sich wieder eine mittlere Zeigerstellung her, die durch eine mittlere Kraft oder durch das Mittel aus den Quadraten der Stromstärke hervorgerufen wird. Die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate oder die effektive Stromstärke ist dann auf der Skala aufgetragen. Das ist nun wieder die Stromstärke, die gleichmäßig fließend denselben Ausschlag hervorruft, wie der sich periodisch ändernde Wechselstrom. Die Teilung für Gleichstrom und für den Effektivwert des Wechselstromes ist also dieselbe. Das gleiche gilt natürlich auch für Wattmeter.

72. Das Vektordiagramm.

Die Sinuskurve gibt uns ein anschauliches Bild von dem zeitlichen Verlauf der elektromotorischen Kraft oder der Stromstärke, und wir werden sie daher oft benutzen, um die Vorgänge in Wechselstromkreisen deutlich

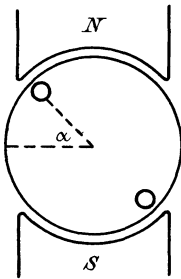


Fig. 170 a.

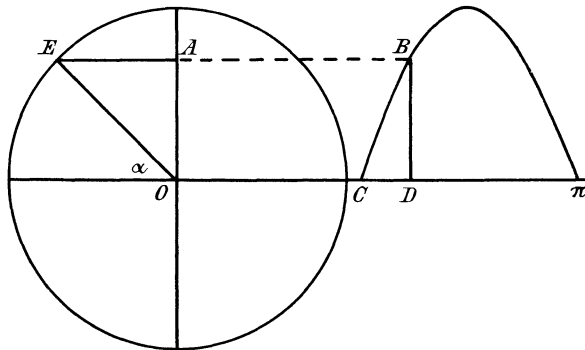


Fig. 170 b.

zu machen. Dagegen ist da, wo es auf schnelle Übersicht und rechnerische Ermittlung der Wechselstromgrößen ankommt, das Vektordiagramm vorzuziehen. In diesem Diagramm (Fig. 170 b) rotiert der Strahl $OE = E_{max}$ mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot \sim$. Haben wir es also mit einer zweipoligen Maschine zu tun, so dreht sich der Vektor mit derselben Geschwindigkeit wie die Maschine. Die Drehungsrichtung ist beliebig und wird von uns immer im Sinne des Uhrzeigers gewählt.

In der Nulllage fällt der Radius Vektor in die Abszissenachse. Der Winkel α , den der Radius Vektor in einem beliebigen Augenblick mit der

Abszissenachse bildet, ist dann gleich dem Winkel, den die Ebene der Ankerspule in Fig. 170 a mit der Nulllage bildet. Wie man sieht, ist die Projektion OA des Vektors auf die Ordinatenachse gleich $OE \cdot \sin \alpha$, also gleich $E_{max} \cdot \sin \alpha$. Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ist also in jedem Augenblicke gleich der Projektion des Radius Vektor auf die Ordinatenachse.

Der Deutlichkeit wegen ist in Fig. 170 b noch gezeigt, wie das Vektordiagramm und die Sinuskurve zusammenhängen. Der Radius des vom Punkte O beschriebenen Kreises ist gleich der maximalen Ordinate der Sinuskurve. Der Momentanwert OA im Vektordiagramm ist gleich der Ordinate BD der Sinuskurve. Im Vektordiagramm ist endlich der zu dem Winkel α gehörige Bogen des Kreises vom Radius 1 gleich der Abszisse CD der Sinuskurve.

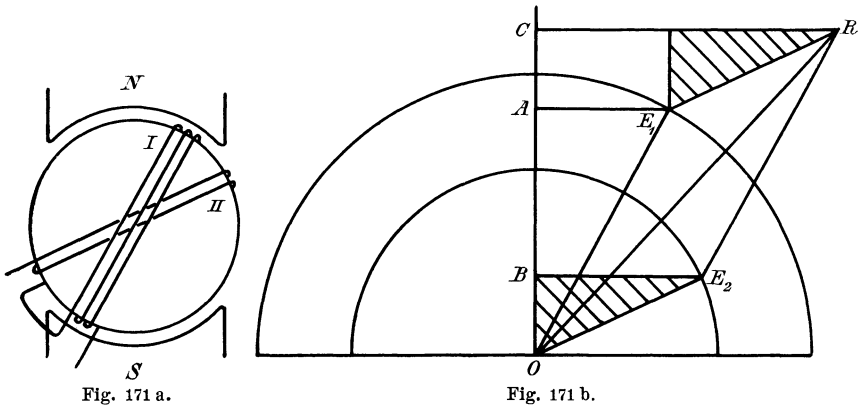


Fig. 171 a.

Fig. 171 b.

Das Vektordiagramm bietet nun ein sehr bequemes Mittel, um elektromotorische Kräfte von verschiedener Größe und verschiedener Phase, d. h. verschiedenem zeitlichen Zustand, zusammenzusetzen. Auf dem Anker der Maschine in Fig. 171 a liegen z. B. zwei hintereinander geschaltete Wicklungen, die ungleiche Drahtzahl besitzen und um einen gewissen Winkel gegeneinander verschoben sind. Die Spule I besitzt die größere Drahtzahl, also ist ihre maximale elektromotorische Kraft auch größer als die der Spule II . Wir schlagen nun in Fig. 171 b mit den Radien $OE_1 = E_{1max}$ und $OE_2 = E_{2max}$ zwei Kreise und ziehen die Vektoren OE_1 und OE_2 in einer durch die Stellung der Spulen gegebenen Richtung. Wir konstruieren dann aus beiden Vektoren die Resultierende OR nach dem Parallelogramm der Kräfte. Dann ist:

- OA der Momentanwert der elektromotorischen Kraft in Spule I ,
- OB " " " " " " " " II ,
- OC die Projektion der Resultierenden OR auf die Ordinatenachse.

Aus der Kongruenz der schraffierten Dreiecke ergibt sich dann:

$$OC = OA + OB.$$

Nun ist aber OC nichts anderes als der Momentanwert einer elektromotorischen Kraft, die nach GröÙe und Phase durch den Vektor OR gegeben ist. Die Summe der Momentanwerte der elektromotorischen Kräfte in den beiden Spulen ist also in jedem Augenblicke gleich dem Momentanwert der Resultierenden. Daraus folgt, daß man elektromotorische Kräfte ebenso wie mechanische Kräfte nach dem Parallelogramm zusammensetzen kann.

Um dieses Resultat noch etwas deutlicher zu machen, betrachten wir den Zeitpunkt, wo die resultierende elektromotorische Kraft gerade ihren maximalen Wert erreicht (Fig. 172 a). Ihr Vektor fällt dabei in die Ordinatenachse, während der Vektor von E_1 links und der Vektor von E_2 rechts von der Ordinatenachse liegt. Wir fassen nun in unserer Betrachtung die Drähte der beiden Spulen zusammen, die nebeneinander auf der Mantelfläche liegen, und nennen sie die gemeinsame Spulenseite.

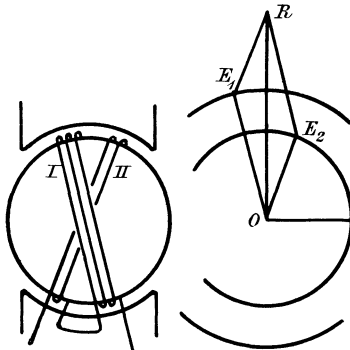


Fig. 172 a.

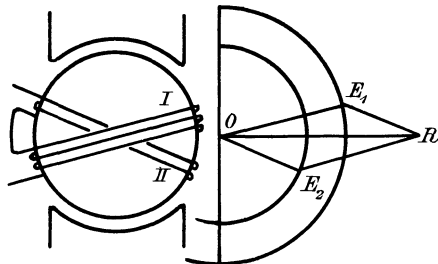


Fig. 172 b.

Das Maximum der elektromotorischen Kraft wird in ihr induziert, wenn sie vor der Polmitte liegt. Dann liegt die Seite der Spule I dicht vor der Polmitte und die Seite der Spule II dicht hinter der Polmitte. Das sind dieselben Stellungen, die wir auch durch das Vektordiagramm ermittelt haben.

Ebenso betrachten wir den Fall, wo die gemeinsame Spulenseite wesentlich in der neutralen Zone liegt und die elektromotorische Kraft gleich Null wird (Fig. 172 b). Dabei liegt die eine Einzelspulenseite im Bereiche des Nordpols, die andere im Bereiche des Südpols, und die vor beiden Polen induzierten elektromotorischen Kräfte heben sich gegenseitig auf. Zu dem gleichen Resultat gelangen wir durch das Vektordiagramm, wo im gezeichneten Augenblicke der Vektor der Resultierenden in die Abszissenachse fällt, und wo seine Projektion auf die Ordinatenachse gleich Null ist. Dabei fällt der Vektor OE_1 oberhalb und der Vektor OE_2 unterhalb der Abszissenachse. Die Projektion des Vektors OE_1 ist also positiv, die des Vektors OE_2 ist negativ, und da beide sich entgegenwirken,

so ist die Resultierende gleich Null. Auch hier wieder entsprechen die Richtungen der Radien Vektoren der geometrischen Stellung der Ankerspulen. — Diese und ähnliche Überlegungen vermindern die Schwierigkeit, die zuerst für den denkenden Studierenden darin liegt, daß die Phase von elektromotorischen Kräften unter Umständen eine verschiedene ist, und daß man elektromotorische Kräfte nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen kann.

Man geht nun noch einen Schritt weiter und führt statt der Maximalwerte direkt die Effektivwerte in das Vektordiagramm ein. Dabei ändert sich nur der Maßstab, während alle Winkel dieselben bleiben. Der Vektor OR gibt dann direkt den Effektivwert der Resultierenden an. In ganz derselben Weise kann man ferner bei einer Verzweigung zwei Ströme zusammensetzen, die nach Stärke und Phase verschieden sind. Man nennt eine solche Zusammensetzung von elektromotorischen Kräften oder Strömen eine vektorielle oder geometrische Addition.

73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Nach Abschnitt 35 ist die Selbstinduktion:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt},$$

wo

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$$

der Selbstinduktionskoeffizient in Henry ist.

Nun ist die Winkelgeschwindigkeit oder der pro Sekunde zurückgelegte Bogen:

$$\omega = 2\pi \cdot \nu.$$

Demnach ist:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin(\omega t).$$

Durch Differentiation erhalten wir:

$$\frac{di}{dt} = i_{max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega = i_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für E_s erhalten wir:

$$E_s = -L \omega \cdot i_{max} \cdot \cos \alpha. \quad (118)$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist demnach eine Kosinusfunktion, und wenn wir den Bogen α oder die Zeit t als Abszisse und die Selbstinduktion als Ordinate auftragen, so erhalten wir eine Kosinuslinie. Ihre Form ist genau die gleiche wie die einer Sinuslinie, nur ist sie gegen die Sinuslinie um 90° verschoben. Wir können also die früher für die Sinusfunktion abgeleitete Beziehung anwenden und erhalten für den Effektivwert der Selbstinduktion das 0,707 fache des Maximalwertes.

Der Maximalwert wird nach Gleichung (118) erreicht, wenn $\cos \alpha = -1$, also $\alpha = 180^\circ$ ist. Sein Betrag ergibt sich zu:

$$E_{smax} = L \omega \cdot i_{max}.$$

Wenn wir nun auf beiden Seiten der Gleichung mit 0,707 multiplizieren, so erhalten wir auf beiden Seiten die Effektivwerte. Es ergibt sich dann die effektive elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu:

$$E_s = L \omega \cdot i.$$

Ihr Wert ist also gegeben durch den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule, die Winkelgeschwindigkeit des Wechselstromes und die effektive Stromstärke.

Eine Drosselspule, wie sie in Fig. 175 angedeutet ist, besteht z. B. aus einem Eisenkern, der an einer Stelle aufgeschnitten ist und von einer Kupferwicklung umgeben ist. Wenn die Induktion nicht zu hoch ist, so kann der magnetische Widerstand des Eisenweges vernachlässigt werden, und es kommt zur Berechnung des Selbstinduktionskoeffizienten nur die Luft in Betracht. Es sei nun:

die Länge des Kraftlinienweges in der Luft . . .	$l = 0,6$ cm,
der Luftquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien . .	$Q = 12$ qcm,
die Windungszahl	$\xi = 200$,
die Stromstärke	$i = 10$ Amp.,
die Periodenzahl	$\sim = 50$,

dann erhalten wir, da die Leitfähigkeit der Luft gleich 1 ist:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} = 12,5 \cdot \frac{200^2 \cdot 1 \cdot 12}{0,6} \cdot 10^{-9} = 0,01 \text{ Henry.}$$

Ferner wird:

$$\omega = 2\pi \cdot \sim = 314.$$

Demnach erhalten wir die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu:

$$E_s = L \omega \cdot i = 0,01 \cdot 314 \cdot 10 = 31,4 \text{ Volt.}$$

Es wird sich unten ergeben, dafs ein an die Drosselspule gelegtes Voltmeter fast genau diese Spannung von 31,4 Volt misst, dafs also die Drosselspule, wie ein Vorschaltwiderstand, diese Spannung abdrösselst.

Zur Berechnung einer Drosselspule mufs allerdings die Formel umgeformt werden, damit man nicht bei willkürlicher Wahl des Eisenquerschnittes oder der Windungszahlen auf ungünstige Werte der magnetischen Induktion im Eisen kommt. Zu dem Zwecke führen wir den Kraftfluß N ein, der im Augenblicke des höchsten Stromes auftritt.

$$N = B_{max} \cdot Q.$$

Dann wird der Momentanwert des Kraftflusses:

$$N \cdot \sin \alpha = N \cdot \sin (\omega t).$$

Die Zunahme der Kraftlinien in der Zeit dt ist dann:

$$dN = N \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) \cdot dt.$$

Diese Zunahme haben wir nach Gleichung (65) auf S. 94 mit ξ und mit 10^{-8} zu multiplizieren. Dadurch wird der Momentanwert der elektromotorischen Kraft:

$$E = -N \cdot \omega \cdot \xi \cdot \cos \alpha \cdot 10^{-8}.$$

Der Maximalwert wird dann:

$$N \cdot \omega \cdot \xi \cdot 10^{-8} = 2\pi \cdot N \cdot \sim \cdot \xi \cdot 10^{-8},$$

und der Effektivwert, der das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ fache des Maximalwertes ist, wird:

$$E = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot \sim \cdot \xi \cdot 10^{-8} = 4,44 \cdot N \cdot \sim \cdot \xi \cdot 10^{-8}. \quad (119)$$

Dabei besteht die Beziehung:

$$B_{max} = \mu \cdot H_{max} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i_{max} \cdot \mu}{l}.$$

Führen wir nun den effektiven Wert der Stromstärke ein, schreiben also $i_{max} = \sqrt{2} \cdot i$ und lösen für i auf, so erhalten wir:

$$i = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi \cdot \mu}. \quad (120)$$

Diese Gleichung wird besonders wichtig für die Berechnung des Magnetisierungsstromes eines Transformators.

Mit Hilfe der Gleichungen (119) und (120) läßt sich nun eine Drosselspule unter Zugrundelegung einer passenden maximalen magnetischen Induktion berechnen. Es soll z. B. eine elektromotorische Kraft $E_s = 30$ Volt geschaffen werden bei einem Strome von 10 Ampere und einer Periodenzahl $\sim = 50$. Die Induktion werde gleich 5000 gewählt und der Eisenweg vernachlässigt, so daß nur der Kraftlinienweg l in der Luft in Betracht kommt. Der Querschnitt des Eisens sei $Q = 15$ qcm. Dann ergibt sich:

$$N = B_{max} \cdot Q = 5000 \cdot 15 = 75000.$$

Dann folgt aus Gleichung (119):

$$\xi = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 \cdot N \cdot \sim} = \frac{30 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 75000 \cdot 50} = 180.$$

Aus Gleichung (120) ergibt sich dann der Luftzwischenraum zu:

$$l = \frac{1,78 \cdot \xi \cdot \mu \cdot i}{B_{max}} = \frac{1,78 \cdot 180 \cdot 1 \cdot 10}{5000} = 0,64 \text{ cm.}$$

Dabei ist der Querschnitt der Luft gleich dem Querschnitt des Eisens angenommen. Tatsächlich ist aber der Luftquerschnitt größer als der des Eisens, weil am Luftzwischenraum eine sehr nützliche Streuung der Kraftlinien auftritt, und weil durch die Papierisolation zwischen den Eisen-

blechen der Querschnitt der ganzen Drosselspule vergrößert wird. Tatsächlich drosselt die Spule also bei 10 Ampere etwas mehr als 30 Volt.

Nachdem wir im bisherigen die Größe der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion bestimmt haben, haben wir jetzt noch ihre Phase zu besprechen. Wir sahen oben, daß die Kurve der Selbstinduktion eine Kosinuslinie ist und als solche um 90° gegen die Sinuslinie des Stromes verschoben ist. Das wird noch deutlicher, wenn wir in den charakteristischen Zeitpunkten die Größe und Richtung der Selbstinduktion einzeln bestimmen.

Die Kurve des Stromes ist in Fig. 173 stark ausgezogen. Für $\alpha = 0$ ist $\sin \alpha$ gleich Null und $\cos \alpha$ gleich 1. Die Stromstärke ist also gleich Null, und die Selbstinduktion erreicht nach Gleichung (118) auf S. 264 ihr negatives Maximum. Die Kurve der Stromstärke ist nämlich in diesem Augenblicke am steilsten, so daß die Änderung der Kraftlinien pro Zeiteinheit am größten ist. Daß in diesem Zeitpunkt die Ordinate

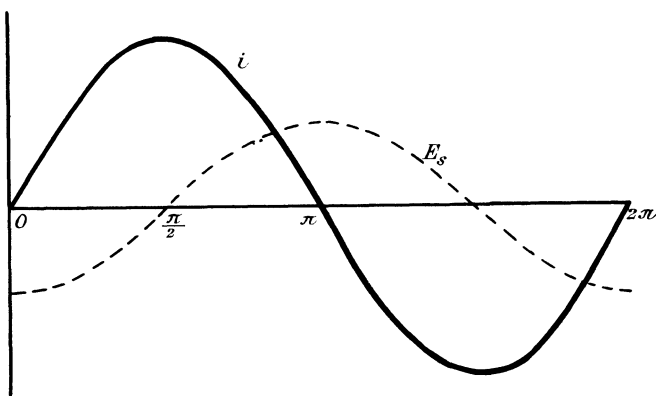


Fig. 173.

der Selbstinduktion nach unten gerichtet ist, wird auch durch die Überlegung bestätigt, wonach die Selbstinduktion dem anwachsenden Strome entgegengerichtet und dem abfallenden Strome gleichgerichtet ist.

Für den Wert $\alpha = 90^\circ$ wird $\sin \alpha$ gleich 1 und $\cos \alpha$ gleich Null. Die Stromstärke ist also ein Maximum, und die Selbstinduktion ist gleich Null. Im Augenblicke der maximalen Stromstärke verläuft nämlich die Kurve des Stromes in Fig. 173 parallel zur Abszissenachse, und die Stromstärke sowie die Kraftlinien ändern sich dabei für eine kleine Zeit gar nicht. Die Kraftlinienschnitte und die Selbstinduktion sind also in diesem Augenblicke gleich Null, und die gestrichelt gezeichnete Kurve der Selbstinduktion schneidet die Abszissenachse.

Man kann auf diese Weise die einzelnen Punkte der Kurve E_s konstruieren und kommt dadurch zu dem Resultat, daß die Kurve der Selbstinduktion um 90° hinter der Kurve des Stromes zurückbleibt. Man muß sich allerdings nicht durch den ersten Anblick der Fig. 173 zu der Annahme verleiten lassen, daß die Kurve der Selbstinduktion etwa vorausseilt, weil

sie weiter nach rechts verschoben ist. Vielmehr muß man schließen, daß die Selbstinduktion ihren höchsten Wert erst zu einer Zeit erreicht, wenn die Stromstärke ihr Maximum bereits überschritten hat. Die Selbstinduktion bleibt also um eine viertel Periode oder um einen Winkel von 90° hinter der Stromstärke zurück.

Das Vektordiagramm in Verbindung mit den aus Abschnitt 35 bekannten Gesetzen über die Selbstinduktion wird uns diese Verhältnisse noch deutlicher machen. In Fig. 174 a, b und c ist das Diagramm für verschiedene Zeitpunkte gezeichnet. Passiert der Vektor des Stromes die Abszissenachse (Fig. 174 b), so ist seine Projektion auf die Ordinatenachse, also auch der Momentanwert des Stromes, gleich Null. In diesem Augenblick hat die Selbstinduktion ihren größten Wert, ihr Vektor fällt also in die Ordinatenachse, und zwar ist er nach unten gerichtet, weil die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion um 90° hinter der Stromstärke zurückbleibt.

Wir betrachten ferner die Verhältnisse in den kurz voraufgehenden und kurz darauffolgenden Augenblicken. In Fig. 174 a haben wir abnehmenden

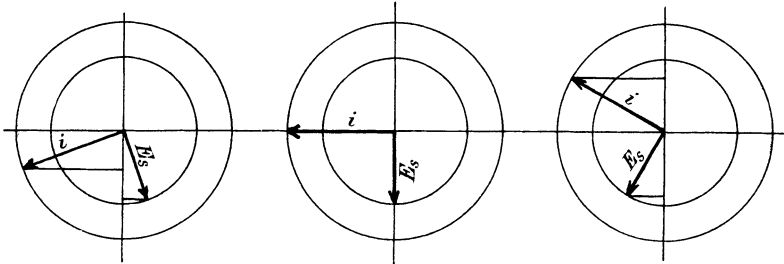


Fig. 174 a.

Fig. 174 b.

Fig. 174 c.

Strom, und der Vektor des Stromes liegt noch unterhalb der Abszissenachse, seine Projektion hat also in diesem Augenblick gleiche Richtung wie die Projektion der Selbstinduktion. Die Selbstinduktion ist also dem abfallenden Strome gleichgerichtet, wie es nach Abschnitt 35 gefordert wird.

In Fig. 174 c dagegen hat der Strom die Nulllage schon passiert, wir haben also jetzt zunehmenden Strom. Dabei fällt die Projektion seines Vektors in die positive Richtung der Ordinatenachse, während die Projektion des Vektors der Selbstinduktion in die negative Richtung fällt. Die Selbstinduktion wirkt also im Vektordiagramm dem anwachsenden Strome entgegen, wie das nach Abschnitt 35 gefordert wird.

Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß die Kraftlinien immer im gleichen Sinne gerechnet werden wie der Strom, der sie erzeugt, so besteht keine Phasendifferenz zwischen dem magnetisierenden Strom und den von ihm erzeugten Kraftlinien. Die Stromkurve gibt uns dann direkt in passendem Maßstabe die Kurve der durch die Fläche der Windungen tretenden Kraftlinien an. Die induzierte elektromotorische Kraft bleibt also nicht bloß um 90° hinter dem Strome zurück, sondern

auch um 90° hinter den Kraftlinien, durch deren Änderung sie erzeugt wird.

74. Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Wir betrachten jetzt den in Fig. 175 dargestellten Fall, wo ein Ohmscher Widerstand w und eine Spule mit Selbstinduktion hintereinander geschaltet sind. Die Windungen der Spule mögen aus so starkem Draht bestehen, daß ihr Widerstand vernachlässigt werden kann. Es liegt nun die Frage nahe: Welche Stromstärke stellt sich in dem Widerstande w unter dem Einfluß der Klemmspannung e und der Selbstinduktion E_s her, und welche Phase hat die Stromstärke gegenüber der Klemmspannung?

Wir formen diese Aufgabe vorläufig so um: Welche Klemmspannung ist nötig, um einen bestimmten Strom durch den äußeren Kreis zu treiben? Zur Lösung der Aufgabe berechnen wir

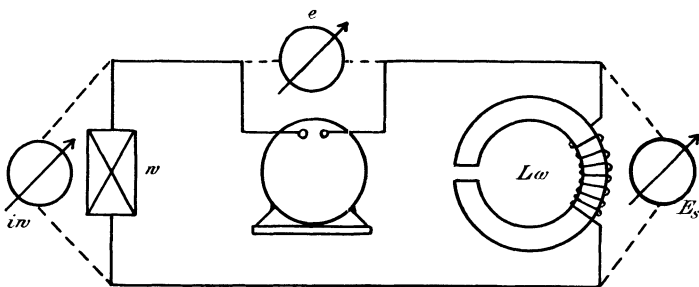


Fig. 175.

zunächst die Momentanwerte des Ohmschen Spannungsverbrauchs, indem wir die Momentanwerte des Stromes mit dem Widerstand multiplizieren. Die Ohmsche Spannung tragen wir dann als Ordinate auf und erhalten so die stark ausgezogene Kurve $i \cdot w$ in Fig. 176. Da der Ohmsche Spannungsverbrauch in dem Augenblick am größten ist, wo die Stromstärke am größten ist, so hat er gleiche Phase mit dem Strom. Die Kurve $i \cdot w$ unterscheidet sich also von der Stromkurve nur durch den Maßstab.

Diese Ohmsche Spannung kommt nun zustande einerseits durch die Maschinenspannung e , andererseits durch die elektromotorische Kraft E_s , deren Kurve um 90° hinter der Kurve $i \cdot w$ zurückbleibt. Wir gehen also jetzt dazu über, für die einzelnen charakteristischen Zeitpunkte die Werte der Klemmspannung zu ermitteln.

Im Zeitpunkt O ist die Stromstärke gleich Null, obwohl in diesem Augenblicke eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion wirksam ist, die sogar gerade ihr negatives Maximum erreicht. Ihr Einfluß muß also gerade aufgehoben sein durch einen entgegengesetzten Momentanwert OF der Klemmspannung. Denn nur wenn Druck und Gegendruck einander aufheben, kann der Strom gleich Null sein.

Im Zeitpunkte A hat dagegen die Klemmspannung nicht blofs eine erhebliche Ohmsche Spannung zu liefern, sondern auch noch eine entgegengesetzte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden. Die Summe aus den Werten der Ohmschen Spannung und der (negativ genommenen) Selbstinduktion liefert uns den in diesem Augenblick nötigen Momentanwert GA der Klemmspannung.

Im Zeitpunkte B ist die Selbstinduktion gleich Null, und die Klemmspannung hat nur die Ohmsche Spannung HB zu liefern. Die Kurven der Klemmspannung und der Ohmschen Spannung schneiden sich also im Punkte H .

Endlich ist im Zeitpunkte C die Ohmsche Spannung gleich der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, so dafs diese gerade ausreicht, um

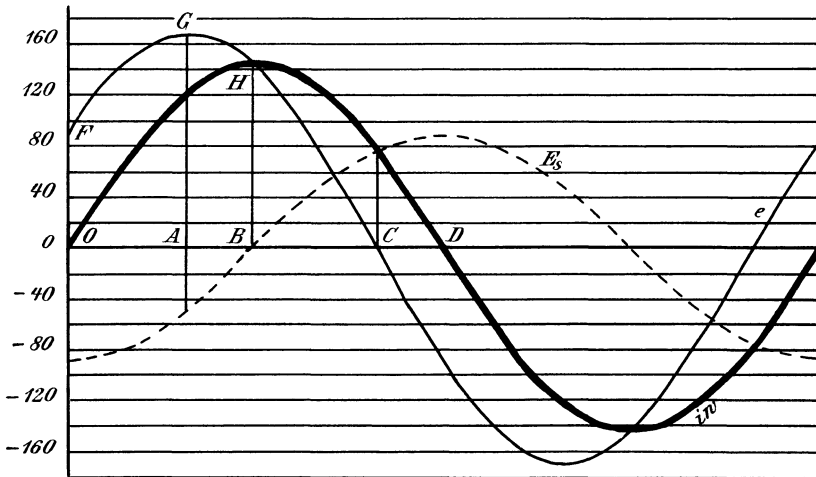


Fig. 176.

den Strom durch den Widerstand zu treiben. Die erforderliche Klemmspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null, und die Kurve e schneidet die Abszissenachse im Punkte C . Auf diese Weise ist die in Fig. 176 schwach ausgezogene Kurve der Klemmspannung gezeichnet, und zwar für die Werte

$$i = 10 \text{ Ampere}, \quad w = 10 \text{ Ohm}, \quad L \omega = 6,28.$$

Dafür ist der Maximalwert der Ohmschen Spannung

$$i_{max} \cdot w = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 10 = 141,4 \text{ Volt}$$

und der Maximalwert der Selbstinduktion

$$E_{smax} = L \omega \cdot i_{max} = 6,28 \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 88,8.$$

Aus Fig. 176 entnehmen wir ferner den Maximalwert der Maschinen-
spannung zu $e_{max} = 167$ Volt.

Ein Blick auf unsere Figur lehrt nun folgende wichtige Tatsachen:

1. Die Kurve der Ohmschen Spannung ist flacher als die Kurve der Klemmspannung, d. h. die Stromstärke ist kleiner, als man nach der Klemmspannung und dem Widerstande erwarten sollte. Die Gleichung $e = i \cdot \omega$ gilt demnach nicht mehr für einen Wechselstromkreis mit Selbstinduktion.

2. Die Summe aus den Maximalwerten der Ohmschen Spannung und der Selbstinduktion ist größer als der Maximalwert der Klemmspannung. Addieren wir nämlich die Maximalwerte der Ohmschen Spannung und der Selbstinduktion, so erhalten wir 230,2 Volt, während der Maximalwert der Klemmspannung sich aus der Zeichnung nur zu etwa 167 Volt ergibt. Diese Tatsache wird besonders auffällig, wenn man, wie es in Fig. 175 gezeichnet ist, je ein Voltmeter an den Ohmschen Widerstand, an die Drosselspule und an die Maschinenspannung gelegt denkt. Wir lesen dann für die Effektivwerte der Spannungen folgende Werte an den Mefsinstrumenten ab:

$$e = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{167}{\sqrt{2}} = 118,$$

$$i \cdot \omega = 10 \cdot 10 = 100,$$

$$E_s = L \omega \cdot i = 6,28 \cdot 10 = 62,8.$$

Die Summe der Teilspannungen $i \cdot \omega$ und E_s ist also größer als die Gesamtspannung e . Dies Resultat scheint vollständig den Anschauungen zu widersprechen, die wir vom Gleichstrom her gewohnt sind. Es muß aber betont werden, daß es sich nur auf die Effektivwerte bezieht. Für die Momentanwerte behält die Kirchhoffsche Regel Gültigkeit, wonach die Gesamtspannung gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen ist.

3. Die Kurve der Ohmschen Spannung oder der Stromstärke bleibt hinter der Kurve der Klemmspannung um einen Winkel φ zurück, der in Fig. 176 durch die Strecke CD gegeben ist. Der Strom erreicht also den maximalen Wert um einen gewissen Zeitabschnitt oder Winkel später als die elektromotorische Kraft. Man nennt diesen Winkel den Phasenverschiebungswinkel und spricht von einer positiven Phasenverschiebung, wenn der Strom, wie in unserem Falle, hinter der Spannung zurückbleibt. Eilt der Strom dagegen in der Phase vor der Klemmspannung voraus, so ist die Phasenverschiebung eine negative.

Die auffallenden Erscheinungen in einem Stromkreise mit Selbstinduktion treten besonders deutlich im Vektordiagramm zutage. Wir lassen statt der Stromstärke den damit proportionalen Vektor der Ohmschen Spannung rotieren und nehmen an, daß er gerade die Nulllage passiert (Fig. 177). Dabei fällt der Vektor der Selbstinduktion nach unten in die Ordinatenachse. Wenn dann in diesem Augenblicke die Stromstärke gleich Null ist, so muß die Selbstinduktion aufgehoben sein durch eine

entgegengesetzte Komponente der Klemmspannung. Wir nennen diese Komponente $-E_s$ und tragen sie von O aus auf der positiven Richtung der Ordinatenachse auf. Aus den Spannungen $-E_s$ und $i \cdot w$ ergibt sich dann die Resultierende e als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion und durch die Ohmsche Spannung gegeben sind.

Die Klemmspannung hat demnach die doppelte Aufgabe: den Ohmschen Widerstand zu überwinden und der elektromotorischen Gegenkraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten. Obgleich also die Selbstinduktion dem Strom zeitweise gleichgerichtet und zeitweise entgegengesetzt gerichtet ist, betrachten wir sie dennoch im wesentlichen als eine Gegenspannung, die durch eine Komponente der Klemmspannung überwunden werden muß. Das wird besonders deutlich in dem gezeichneten Falle, wo der ganze Momentanwert der Klemmspannung dafür aufgebraucht wird, um der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten.

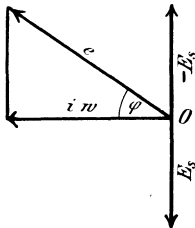


Fig. 177.

beachten, daß der Phasenverschiebungswinkel φ immer zwischen der Hypotenuse und der Ohmschen Kathete des rechtwinkligen Spannungsdreiecks liegt.

Wir gehen nun dazu über, an der Hand des Vektordiagramms die durch die Selbstinduktion geschaffenen Verhältnisse rechnerisch zu verfolgen. In Fig. 177 ergibt sich nämlich:

$$e^2 = (i \cdot w)^2 + E_s^2.$$

Setzen wir für E_s den Wert $L \omega \cdot i$ ein und lösen für i auf, so erhalten wir:

$$i = \frac{e}{\sqrt{w^2 + (L \omega)^2}}. \quad (121)$$

Man nennt diese Gleichung das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Sie ist der deutlichste Ausdruck für die Tatsache, daß die Selbstinduktion wie ein vergrößerter Widerstand wirkt, da statt des einfachen Widerstandes w die Größe $\sqrt{w^2 + (L \omega)^2}$ in den Nenner einzusetzen ist.

Graphisch ergibt sich der vergrößerte Widerstand als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohmschen Widerstand w und durch die Größe $L \omega$ gebildet werden. (Flemingsches

Diagramm.) Da dieses rechtwinklige Dreieck (Fig. 178 a) dem entsprechenden Spannungsdreieck ähnlich ist, so ist der Winkel zwischen der Hypotenuse und der Ohmschen Kathete gleich dem Phasenverschiebungswinkel φ , und wir erhalten die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{w}. \quad (122)$$

Man bezeichnet nun die GröÙe $\sqrt{w^2 + (L \omega)^2}$ als den scheinbaren Widerstand oder die Impedanz und die GröÙe $L \omega$ als die Induktanz oder den induktiven Widerstand (Fig. 178 b). Zu einer solchen Bezeichnung ist man natürlich nur deshalb berechtigt, weil die GröÙe $L \omega$ die Dimension eines elektrischen Widerstandes hat. Die Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten ist nämlich eine Länge und die der Winkelgeschwindigkeit der reziproke Wert einer Zeit. Daraus folgt:

Dimension der Induktanz: $L \cdot T^{-1}$.

Das ist aber nach Abschnitt 40 dieselbe Dimension wie die der Geschwindigkeit oder des elektrischen Widerstandes. Da nun ein Henry

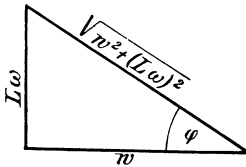


Fig. 178 a.

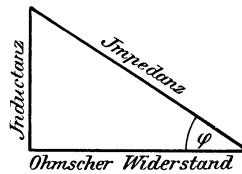


Fig. 178 b.

gleich 10^9 absoluten Einheiten und ein Ohm ebenfalls gleich 10^9 absoluten Einheiten ist, so gibt uns das Produkt $L \omega$ direkt den induktiven Widerstand in Ohm an.

Mit Hilfe von Gleichung (121) können wir nun bei gegebenen Werten von e , w und $L \omega$ die Stromstärke bestimmen, während wir uns früher darauf beschränken mußten, umgekehrt zu einer gegebenen Stromstärke die nötige Klemmspannung zu finden. Wir wählen dieselben Verhältnisse wie im Anfang dieses Abschnitts, also nach S. 270 und 271:

$$e = 118, \quad w = 10, \quad L \omega = 6,28.$$

Dann ergibt sich aus Gleichung (121):

$$i = \frac{118}{\sqrt{10^2 + 6,28^2}} = 10 \text{ Ampere.}$$

Dabei ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen Klemmspannung und Stromstärke aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{w} = \frac{6,28}{10} = 0,628.$$

Dazu gehört ein Winkel von etwa $32^\circ 10'$ oder etwa ein Bogen $\frac{\pi}{6}$. Wie der Augenschein zeigt, entspricht dieser Bogen der Länge CD in Fig. 176, die für diese Verhältnisse gezeichnet ist.

75. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung.

Wir betrachten jetzt den Fall, wo nach Fig. 179 zwei Teile eines Stromkreises hintereinander geschaltet sind, die beide Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzen. In diesem Falle ist die gesamte Spannung e die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete durch die Summe der Ohmschen Spannungen $i \cdot w_1$ und $i \cdot w_2$ und dessen andere Kathete durch die Summe der Selbstinduktion E_{s_1} und E_{s_2}

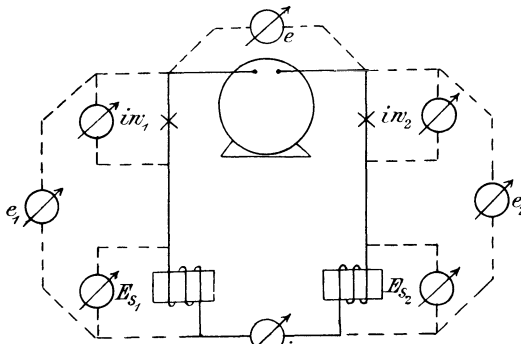


Fig. 179.

gegeben ist (Fig. 180). Andererseits ist die Gesamtspannung zugleich die geometrische Summe aus den Klemmspannungen e_1 und e_2 der beiden Teile des Stromkreises. Dabei ergeben sich für jeden einzelnen Teil die charakteristischen Spannungsdreiecke. Die Klemmspannung e_1 der linken Abteilung ist die Hypotenuse zu den Katheten $i \cdot w_1$ und E_{s_1} . Sie bildet mit dem Vektor der Stromstärke den Winkel φ_1 , dessen Tangente gegeben ist durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{E_{s_1}}{i \cdot w_1} = \frac{L_1 \omega}{w_1}.$$

Ebenso ist die Klemmspannung e_2 der rechten Abteilung die Hypotenuse zu den Katheten $i \cdot w_2$ und E_{s_2} . Sie bildet mit dem Vektor des Stromes den Winkel φ_2 , dessen Tangente der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{E_{s_2}}{i \cdot w_2} = \frac{L_2 \omega}{w_2}.$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ des gesamten Stromkreises liegt dem Werte nach zwischen den Winkeln φ_1 und φ_2 . Während also die Phase des Stromes in allen Teilen eines unverzweigten Kreises dieselbe ist, sind die Spannungen an den einzelnen Teilen im allgemeinen von verschiedener Phase (Fig. 180).

Ähnliche Verhältnisse treten auf, wenn ein Generator auf einen äußeren Stromkreis arbeitet, der Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzt.

Bei einer Wechselstrommaschine sei z. B.

- die Klemmspannung $e = 2000$ Volt,
- die Stromstärke $i = 50$ Ampere,
- der Ankerwiderstand $w_a = 1$ Ohm,
- der Selbstinduktionskoeffizient des Ankers $L = 0,04$ Henry,
- die Periodenzahl $\sim = 50$,
- die Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise . . $\cos \varphi = 0,8$.

Gesucht wird der Spannungsverlust in der Maschine, sowie die erforderliche elektromotorische Kraft nach Größe und Phase. Wir erhalten dann zur Zeichnung des Diagramms in Fig. 181 folgende Werte:

$$i \cdot w_a = 50 \cdot 1 = 50 \text{ Volt,}$$

$$E_{s \text{ innen}} = L \omega \cdot i = 0,04 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 50 = 628 \text{ Volt.}$$

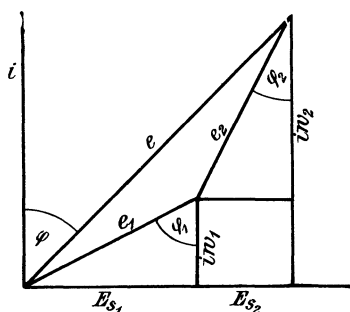


Fig. 180.

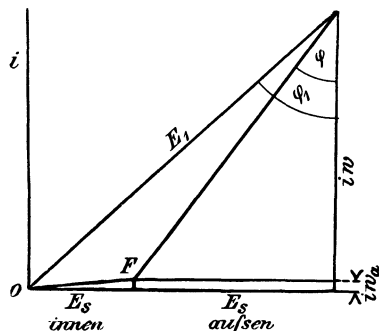


Fig. 181.

Aus diesen beiden Werten ergibt sich der innere Spannungsverlust OF als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohmschen Spannungsverlust in der Maschine und die innere Selbstinduktion gebildet werden. Wir erhalten:

$$OF = \sqrt{50^2 + 628^2} = 630 \text{ Volt.}$$

Wir berechnen dann den äußeren Ohmschen Spannungsverbrauch $i \cdot w$ und erhalten:

$$i \cdot w = e \cdot \cos \varphi = 2000 \cdot 0,8 = 1600 \text{ Volt.}$$

Zu einem Werte $\cos \varphi = 0,8$ gehört der Wert $\sin \varphi = 0,6$. Wir erhalten also die äußere Selbstinduktion zu:

$$E_{s \text{ aussen}} = e \cdot \sin \varphi = 2000 \cdot 0,6 = 1200 \text{ Volt.}$$

Die Summe der Ohmschen Spannungen im ganzen Kreise berechnet sich also zu:

$$i \cdot w_a + i \cdot w = 50 + 1600 = 1650 \text{ Volt,}$$

und ebenso die Summe der Selbstinduktion zu:

$$E_{s \text{ innen}} + E_{s \text{ außen}} = 628 + 1200 = 1828 \text{ Volt.}$$

Aus beiden Werten ergibt sich die elektromotorische Kraft E_1 der Maschine als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch die Summe der Ohmschen Spannung und die Summe der Selbstinduktion gebildet werden. Wir erhalten also:

$$E_1 = \sqrt{1650^2 + 1828^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ_1 zwischen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\Sigma i \cdot w}{E_1} = \frac{1650}{2460} = 0,67.$$

Von sekundären Einflüssen abgesehen, ist die Leerlaufspannung gleich der elektromotorischen Kraft E_1 . Die Differenz zwischen Leerlaufspannung und Betriebsspannung beträgt also $2460 - 2000 = 460$ Volt, während der gesamte Spannungsverbrauch im Anker $OF = 630$ Volt ist. Das kommt daher, weil der Vektor OF in Fig. 181 nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft subtrahiert werden muß, um die Klemmspannung e zu erhalten.

Der erwähnte Spannungsabfall von 460 Volt zwischen Leerlauf und Vollbelastung ist 18,6% der Leerlaufspannung. Da er zum allergrößten Teil auf die innere Selbstinduktion zurückzuführen ist, so sieht man deutlich, wie nachteilig die scheinbare Vergrößerung des Widerstandes durch die Selbstinduktion wirkt.

76. Ohmsche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung.

In dem in Fig. 182 gezeichneten Falle sind zwei Zweige parallel geschaltet, von denen jeder Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion besitzt. Dann ist die Klemmspannung e für beide Zweige nach Größe und Phase dieselbe. Selbstverständlich ist es dabei gleichgültig, ob in jedem Zweige ein einziger Verbrauchskörper liegt, der Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion enthält, oder ob, wie es in Fig. 182 gezeichnet ist, in jedem Zweige ein Ohmscher Widerstand und eine Induktanz hintereinander geschaltet sind. Es seien nun die Werte w_1 und $L_1 \omega$, w_2 und $L_2 \omega$, sowie die Klemmspannung e gegeben, und es soll die Stromstärke in der Verzweigung nach Größe und Phase bestimmt werden. Zu dem Zwecke schlagen wir in Fig. 183 über der Klemmspannung e als Durchmesser einen Halbkreis und ziehen den Strahl OA so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_1 bildet. Dabei ist φ_1 gegeben durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{w_1}.$$

Dann stellt uns der Strahl OA den Ohmschen Spannungsverbrauch im ersten Zweige dar. Wir dividieren ihn durch den Widerstand w_1 und erhalten dadurch die Stromstärke i_1 , die in der Figur gleich der Länge OC sein möge. Ebenso ziehen wir den Strahl OB so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_2 bildet. Dabei ist φ_2 gegeben durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{w_2}.$$

Dann stellt uns der Strahl OB den Ohmschen Spannungsverbrauch in dem zweiten Zweige dar. Wir dividieren ihn wieder durch den Widerstand w_2 und erhalten dadurch die Stromstärke i_2 , die gleich der Länge OD sein möge. Die Resultierende OJ aus i_1 und i_2 gibt uns dann die gesamte Stromstärke i nach Gröfse und Phase. Wir verlängern nun den

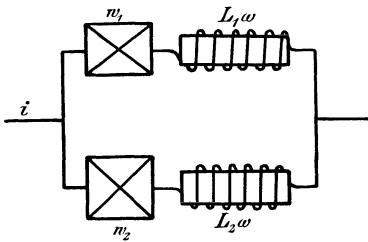


Fig. 182.

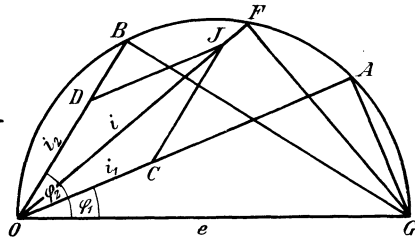


Fig. 183.

Vektor i , bis er den Halbkreis im Punkte F schneidet. Dann ist der Strahl OF der Ohmsche Spannungsverbrauch und die Sehne FG die Selbstinduktion eines einzigen Verbrauchskörpers, der unserer Verzweigung gleichwertig ist. Der Gesamtstrom i bleibt dabei um den Winkel FOG hinter der Klemmspannung e zurück.

77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung.

Bei Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke ist der Momentanwert der Leistung positiv, wenn die Momentanwerte der Spannung und der Stromstärke gleiche Richtung haben (Fig. 184 a). Dagegen ist der Momentanwert der Leistung negativ, wenn die Momentanwerte der Spannung und des Stromes ungleiche Richtung haben (Fig. 184 b). Um die Bedeutung dieser Tatsache zu verstehen, erinnern wir uns, daß bei einem Gleichstromgenerator die Stromstärke gleiche Richtung hat wie die elektromotorische Kraft, und daß dabei die von der Maschine gelieferte Leistung positiv ist. Läuft dagegen die Maschine als Motor, so ist ihre elektromotorische Kraft der Stromstärke entgegengerichtet, und die elek-

trische Leistung der Maschine ist negativ. Wir kommen also zu dem Schlusse, daß ein Wechselstromgenerator, bei dem die Phase des Stromes gegen die der elektromotorischen Kraft verschoben ist, nur zeitweise als Generator arbeitet, während er zeitweise Arbeit aus dem Netz empfängt und als Motor angetrieben wird.

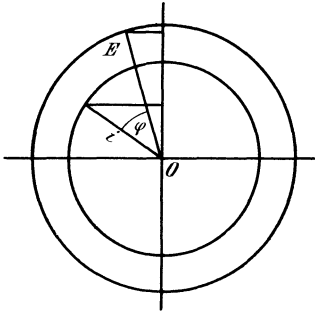


Fig. 184 a.

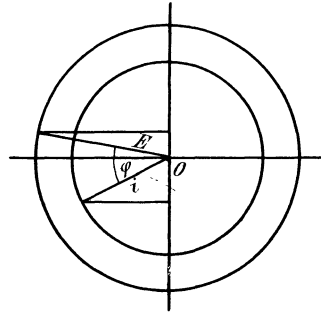


Fig. 184 b.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei Verbrauchskörpern. Bei diesen ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Leistung positiv, solange die Momentanwerte der Klemmspannung und des Stromes gleichgerichtet sind. Während des Zeitraumes aber, wo Klemmspannung und Stromstärke

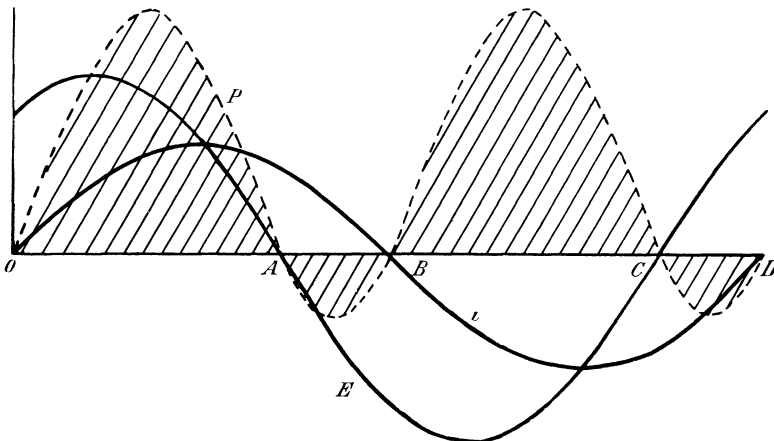


Fig. 185.

einander entgegengerichtet sind, ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Arbeit negativ. Der Verbrauchskörper liefert während dieser Zeit Arbeit ins Netz zurück und verhält sich dabei wie ein Generator.

Fig. 185 bezieht sich auf einen Generator, dessen Stromstärke i infolge der Selbstinduktion der Maschine und des äußeren Kreises um den Winkel φ hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt. Die Zeit ist

als Abszisse und die Stromstärke bzw. die elektromotorische Kraft als Ordinate aufgetragen. Der Phasenverschiebungswinkel φ entspricht dabei der Zeit AB , um die der Strom hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt.

Wir bilden nun die Momentanwerte der Leistung P , indem wir die zueinander gehörenden Werte der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke multiplizieren. Diese Momentanwerte der Leistung sind positiv über die Zeit OA und BC , dagegen negativ über die Zeit AB und CD . Wenn wir dann die Momentanwerte der Leistung in einem beliebigen Maßstabe als Ordinate auftragen, so erhalten wir die gestrichelt gezeichnete Kurve P . Die von dieser Kurve und der Abszissenachse eingeschlossene schraffierte Fläche stellt uns die von der Maschine abgegebene elektrische Arbeit dar. Diese Fläche liegt zum Teil oberhalb, zum Teil unterhalb der Abszissenachse. Wir erhalten also die mittlere Leistung, wenn wir die Differenz der oberen und unteren Flächen durch die Zeit dividieren. Daraus geht sofort hervor, daß die Leistung kleiner sein muß, als man nach der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke erwarten sollte.

Um die mittlere Leistung zu berechnen, denken wir uns wieder, wie früher, statt der Zeit den Bogen α aufgetragen. Ist dann zu einer beliebigen Zeit die Stromstärke gleich $i_{max} \cdot \sin \alpha$, so ist zu derselben Zeit die elektromotorische Kraft gleich $E_{max} \cdot \sin (\alpha + \varphi)$, und die momentane Leistung ergibt sich zu:

$$P = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin (\alpha + \varphi).$$

Diese Leistung bleibt über den unendlich kleinen Bogen $d\alpha$ konstant, und die Fläche eines unendlich schmalen, vertikalen Streifens ist dann:

$$P \cdot d\alpha = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin (\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Die mittlere Leistung erhalten wir, wenn wir zwischen den Grenzen 0 und π integrieren und durch die Basis π dividieren. Dann ergibt sich:

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin (\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Wir setzen nun:

$$\sin (\alpha + \varphi) = \sin \alpha \cdot \cos \varphi + \cos \alpha \cdot \sin \varphi$$

und erhalten:

$$\int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin (\alpha + \varphi) \cdot d\alpha = \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot \cos \varphi \cdot d\alpha + \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi \cdot d\alpha.$$

Der allgemeine Wert des zweiten Integrals ist $\sin \varphi \cdot \left[\frac{\sin^2 \alpha}{2} \right]$ und wird für beide Grenzen gleich Null. Wenn wir also das zweite

Glied der obigen Gleichung gleich Null setzen und im ersten Glied für $\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha$ den auf S. 258 ermittelten Wert $\frac{\pi}{2}$ einführen, so erhalten wir:

$$\int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha = \cos \varphi \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \cos \varphi \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für P ergibt sich:

$$P = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi.$$

Führen wir statt der Maximalwerte die Effektivwerte ein, so erhalten wir:

$$P = E \cdot i \cdot \cos \varphi. \quad (123)$$

Das Gesetz, daß das Produkt aus Spannung und Stromstärke die Leistung ergibt, gilt also nur für die Momentanwerte, aber nicht mehr für die Effektivwerte. Vielmehr haben wir bei Phasenverschiebung die scheinbare Leistung $E \cdot i$ noch mit dem Kosinus des Phasenverschiebungswinkels zu multiplizieren. Man nennt daher den Wert $\cos \varphi$ auch den Leistungsfaktor. Eine solche Bezeichnung ist um so mehr angebracht, als praktisch die Form der Kurven von der Sinuskurve abweicht und dadurch streng genommen die Größe $\cos \varphi$ ihre eigentliche Bedeutung verliert. Der Leistungsfaktor ist dann allgemein definiert als das Verhältnis der mit dem Wattmeter abgelesenen wirklichen Leistung zur scheinbaren Leistung:

$$\cos \varphi = \frac{P}{E \cdot i}. \quad (124)$$

In dem Beispiel des Abschnitts 75 war z. B. die Klemmspannung der Maschine $e = 2000$ Volt und die Stromstärke $i = 50$ Ampere. Die scheinbare Leistung ist in diesem Falle $2000 \cdot 50 = 100000$ Watt. Dagegen ist wegen des gegebenen Leistungsfaktors $\cos \varphi = 0,8$ die wirkliche Leistung nur

$$P = e \cdot i \cdot \cos \varphi = 100000 \cdot 0,8 = 80000 \text{ Watt.}$$

Nun verringert sich die von der Dampfmaschine auf die Dynamo übertragene Leistung in dem gleichen Maße wie die wirkliche Leistung. Obgleich daher die Verkleinerung der Leistung kein direkter Verlust ist, so ist doch die Phasenverschiebung von nachteiligem Einfluß. Die Leistung von 80000 Watt wird nämlich im obigen Falle nur durch eine unverhältnismäßig hohe Klemmspannung erreicht, die neben dem Ohmschen Widerstand noch die Selbstinduktion überwinden muß. Die Maschine muß also für die hohe Spannung gebaut sein, während für die Leistung nur ein Teil der Spannung in Betracht kommt.

Das wird besonders deutlich, wenn wir zur Berechnung der Leistung auf die für Gleich- und Wechselstrom gleichmäÙig geltende Gleichung

$$P = i^2 \cdot w$$

zurückgehen. Wir schreiben zu dem Zwecke die Gleichung in der Form:

$$P = i \cdot w \cdot i$$

und setzen statt $i \cdot w$ nach Fig. 177 das Produkt $e \cdot \cos \varphi$ ein. Dann erhalten wir:

$$P = e \cdot \cos \varphi \cdot i.$$

Die Gleichung zeigt in dieser Form deutlich, daÙ zur Berechnung der Leistung von der ganzen Spannung nur die Komponente $e \cdot \cos \varphi$ in Betracht kommt, die mit der Stromstärke gleiche Phase hat.

Wir können uns aber auch auf einen anderen Standpunkt stellen und in der Gleichung $P = e \cdot i \cdot \cos \varphi$ das Produkt $i \cdot \cos \varphi$ zusammenfassen.

Aus Fig. 186 ergibt sich, daÙ $i \cdot \cos \varphi$ die Projektion OC des Vektors i auf den Vektor e ist. Wir haben also, um die Leistung zu erhalten, die Spannung mit der Komponente des Stromes zu multiplizieren, die mit der Spannung gleiche Phase hat.

Man nennt diese Komponente $OC = i \cdot \cos \varphi$ die Wattkomponente des Stromes oder den Wattstrom, während die dazu senkrechte Komponente OD der wattlose Strom genannt wird. Gerade weil man gewohnt ist,

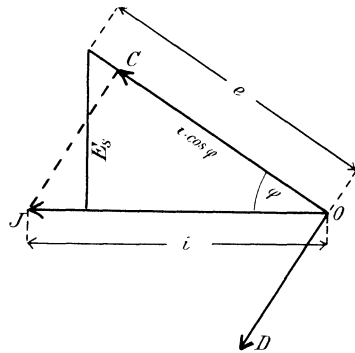


Fig. 186.

in den Zentralen mit einer konstanten Netzspannung zu rechnen, hat sich die Trennung des Stromes in seine Komponenten außerordentlich bequem erwiesen, obgleich ursprünglich wohl die Trennung der Spannung in zwei Komponenten sachgemäÙer sein dürfte.

Wir sahen nun oben den Einfluss der Phasenverschiebung darin, daÙ bei gegebener Leistung und Stromstärke die Spannung unverhältnismäÙig sein muÙ. Jetzt werden wir dagegen sagen, daÙ bei gegebener Leistung und Spannung die Stromstärke unnötig groß sein muÙ, da zur Berechnung der Leistung nur die eine Komponente des Stromes in Frage kommt. Die vermehrte Stromstärke erfordert natürlich bei Generatoren, Leitungen und Motoren einen größeren Kupferquerschnitt, oder es wird bei gegebenem Kupferquerschnitt der Verlust durch Joulesche Wärme unnötig groß. Man sucht daher die Phasenverschiebung möglichst zu vermeiden, indem man die Selbstinduktion in Generatoren und Motoren möglichst gering macht.

Besonders deutlich wird der Einfluss der Phasenverschiebung auf die Leistung, wenn man eine Spule mit Selbstinduktion und einen variablen

Ohmschen Widerstand hintereinander an eine konstante Klemmspannung legt (Fig. 187). Die Leistung in dem Stromkreise wird durch ein Wattmeter gemessen. Steht der Hebel des gezeichneten Rheostaten nach rechts und ist infolgedessen der eingeschaltete Widerstand groß, so ist die Stromstärke und damit die Leistung gering. Dreht man dann den Hebel allmählich nach links, so wächst die Stromstärke, und die Leistung wird, wie man erwartet, größer. Schliesslich aber wird ein Punkt erreicht, wo zwar die Stromstärke durch das Ausschalten von Widerstand weiter wächst, wo aber der Ausschlag des Wattmeters wieder heruntergeht. Das erklärt sich sehr einfach daraus, daß der Flächeninhalt des Spannungsdreieckes in Fig. 177 auf S. 272 gleich dem halben Produkt aus Grundlinie mal Höhe ist, also gleich $\frac{1}{2} e \cdot \cos \varphi \cdot L \omega \cdot i$ ist. Da $L \omega$ in unserem Falle konstant ist, so ist der Flächeninhalt proportional dem Werte $e \cdot i \cdot \cos \varphi$, er ist also ein Maß für die Leistung. Bei gegebener Hypotenuse e ist nun der Flächeninhalt ein Maximum, wenn das Dreieck

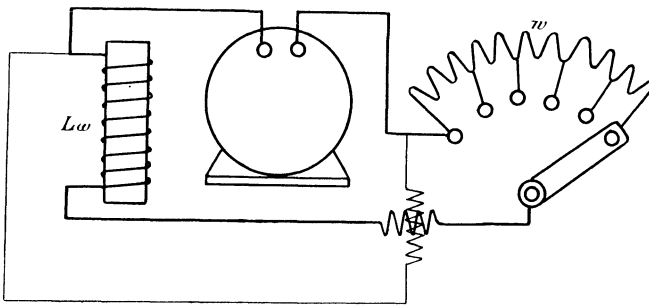


Fig. 187.

ein gleichschenkliges ist. Dann ist der Widerstand w gleich der Induktanz $L \omega$ und der Winkel der Phasenverschiebung ist gleich 45° . Dabei erreicht die Leistung für die gegebene Klemmspannung und Induktanz ihren höchsten Wert.

Drehen wir endlich den Hebel ganz nach links, so nimmt die Stromstärke naturgemäß weiter zu, aber trotzdem geht der Ausschlag des Wattmeters fast auf Null zurück. Dieses eigentümliche Verhalten erklärt sich daraus, daß zuletzt fast nur mehr Selbstinduktion im Kreise vorhanden ist. In diesem Falle wird die Phasenverschiebung nach der Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{w}$$

sehr groß. Dadurch wird der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ und demnach die Leistung trotz der hohen Stromstärke fast gleich Null, und der Strom ist fast wattlos.

Um das anschaulich zu machen, zeichnen wir die Sinuskurven für einen Stromkreis, der viel Selbstinduktion und wenig Ohmschen Widerstand

enthält (Fig. 188). Die Kurve der Ohmschen Spannung verläuft dann derartig flach, daß ihre Ordinaten bei Zusammensetzung der Spannungen kaum in Betracht kommen. Die Klemmspannung hat also jetzt eigentlich nur die Aufgabe, die entgegengesetzte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden. Infolgedessen ist die Kurve e der Klemmspannung fast um 180° gegen die Kurve E_s der Selbstinduktion verschoben, und wir haben eine Phasendifferenz von fast 90° zwischen der Klemmspannung und der Stromstärke. Wenn wir jetzt die Produkte aus den Momentanwerten der Spannung und der Stromstärke bilden, so sind diese im Zeitraum von O bis A positiv und von A bis B negativ. Da beide Zeiträume fast gleichwertig sind, so ist die Gesamtleistung fast Null. Sie würde vollständig gleich Null werden, wenn die Kupferwicklung der Drosselspule

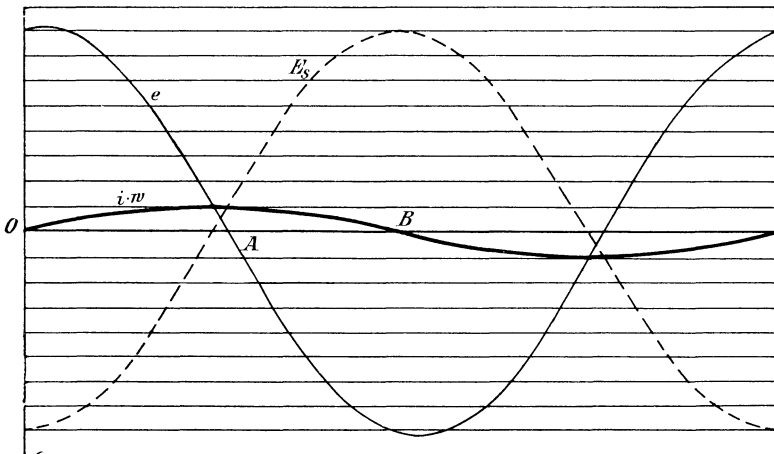


Fig. 188.

ganz widerstandslos wäre und die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erforderte.

Drosselspulen bieten also die Möglichkeit, einen Teil der Spannung ohne nennenswerten direkten Effektverlust abzudrosseln. Man hat sie daher früher vielfach als Beruhigungswiderstände für Bogenlampen verwendet. Die oben erwähnten lästigen Eigenschaften des wattlosen Stromes haben aber dazu geführt, diese Verwendung der Drosselspulen für Bogenlampen einzuschränken. Handelt es sich um eine erhebliche Reduzierung der Spannung, so wird ohnehin ein kleiner Transformator günstiger wirken als eine vorgeschaltete Drosselspule.

Von Bedeutung sind jedoch die Drosselspulen für den Betrieb hintereinander geschalteter Glühlampen geworden, um zu verhindern, daß beim Durchbrennen einer Lampe der ganze Stromkreis unterbrochen wird. Eine selbsttätige Kurzschlußvorrichtung würde in diesem Falle zu einer Erhöhung

der Stromstärke im ganzen Kreise führen, was für die übrigen Lampen schädlich wäre. Schaltet man aber eine Drosselspule parallel zu jeder Glühlampe, so fließt nach Erlöschen der Lampe der ganze Strom durch die Drosselspule, und die übrigen Lampen brennen ungestört weiter. Allerdings ist der Widerstand des ganzen Kreises nun etwas größer und die Stromstärke etwas geringer. Aber das macht bei der großen Zahl der hintereinander geschalteten Lampen wenig aus, und in unserm Falle noch besonders wenig, weil der Selbstinduktionskoeffizient der Drosselspule nicht konstant ist. Wenn nämlich jetzt der ganze Strom durch die Drosselspule fließt, so erzeugt er zwar eine Erhöhung der Kraftlinien und der elektromotorischen Gegenkraft und daher eine Schwächung des Stromes im ganzen Kreise; aber die Erhöhung der Kraftlinien findet ihre Grenze in der Sättigung des Eisens, vorausgesetzt, daß die Drosselspule schon normal mit hoher Induktion arbeitet.

Endlich sind die Drosselspulen von wesentlicher Bedeutung für die Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen. Wie wir in Abschnitt 35 sahen, wirkt die Selbstinduktion wie eine Art Trägheit der Änderung des Stromes entgegen. Diese Eigenschaft der Selbstinduktion macht man sich zunutze, wenn die Gefahr besteht, daß starke Ströme zwischen den einzelnen parallelgeschalteten Wechselstrommaschinen hin und her fließen (vergl. Abschnitt 102 und 104). Man verhindert solche Ströme durch Drosselspulen, die zwischen Generator und Sammelschiene eingeschaltet werden. Der dabei erzielte Vorteil ist so groß, daß er den Nachteil des Spannungsverlustes in den Drosselspulen aufwiegt. Der Effektverlust in einer solchen Drosselspule ist verhältnismäßig gering, da der Strom um fast 90° hinter der Klemmspannung der Drosselspule zurückbleibt.

78. Die Kapazitätsspannung.

Ein Kondensator besteht aus zwei Metallplatten, die durch eine dünne isolierende Schicht voneinander getrennt sind. Verbindet man die beiden Platten mit den Klemmen einer Elektrizitätsquelle, so lädt sich die eine Platte positiv, die andere negativ. Diese Anschauung, die man von der Elektrostatik her gewohnt ist, paßt nun nicht zu der von Maxwell eingeführten Theorie, wonach nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird. Wir können aber beide Anschauungen in Übereinstimmung bringen, indem wir annehmen, daß die Ladung der negativen Platte nicht durch Hinzufliessen von negativer Elektrizität, sondern durch Wegfliessen von positiver Elektrizität zustande kommt. Wir kommen dadurch zu der Vorstellung eines Kreisstromes, der von der positiven Klemme der Maschine zum Kondensator fließt und von der negativen Klemme des Kondensators zur Maschine zurückfließt. Dieser Strom dauert so lange, bis der Kondensator geladen ist, d. h. bis die Gegenspannung E_c der hineingedrückten Elektrizitätsmenge gleich der daran gelegten Spannung

ist. Man sagt deswegen auch: der Kondensator wird durch eine bestimmte Elektrizitätsmenge zu einer (Gegen-) Spannung E_c geladen.

Der Einfluß der Kapazität in Wechselstromkreisen ist nun deswegen von Interesse, weil jedes konzentrische Kabel sich wie ein Kondensator verhält. Um die Verhältnisse möglichst einfach zu gestalten, nehmen wir zunächst an, daß die Leitung weder Ohmschen Widerstand noch Selbstinduktion besitzt. Der Momentanwert der Maschinenspannung ist:

$$e = e_{max} \cdot \sin \alpha = e_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Die Maschinenspannung wachse nun in der Zeit dt um den Betrag de . Dieser ergibt sich durch Differentiation zu:

$$de = e_{max} \cdot \cos (\omega t) \cdot \omega \cdot dt.$$

Die dabei auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge dQ ist nach S. 117 proportional der Spannungszunahme de und proportional der Kapazität des Kondensators. Dabei ist C in dem für Volt und Ampere passenden Mafß, also in Farad einzusetzen. Wir erhalten also:

$$dQ = C \cdot de = C \cdot e_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha \cdot dt.$$

Nun ist der Quotient $dQ : dt$ die in der Zeiteinheit auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge oder die Stärke i des Kapazitätsstromes. Wir erhalten also den Momentanwert des Stromes zu:

$$i = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \omega \cdot e_{max} \cdot \cos \alpha.$$

Die Stromstärke ist demnach eine Kosinusfunktion des Winkels α , wobei α der Winkel ist, den der Vektor der Maschinenspannung mit der Nulllage bildet. Für $\alpha = 0$ wird $\cos \alpha = 1$, und die Stromstärke hat ihren höchsten Wert:

$$i_{max} = C \cdot \omega \cdot e_{max}.$$

Führen wir auf beiden Seiten der Gleichung die Effektivwerte ein, so erhalten wir den Effektivwert des Kapazitätsstromes zu:

$$i = C \cdot \omega \cdot e. \quad (125)$$

Da sich der Druck der Maschinenspannung und der Gegendruck E_c des Kondensators in jedem Augenblicke das Gleichgewicht halten, so ist die elektromotorische Gegenkraft E_c des Kondensators numerisch gleich der Maschinenspannung e , und wir erhalten aus der obigen Gleichung:

$$E_c = \frac{i}{C \cdot \omega}. \quad (126)$$

Jetzt ist also in dem Stromkreise nicht bloß die Maschinenspannung, sondern noch eine von der Maschinenspannung zu überwindende elektromotorische Gegenkraft vorhanden. Wir haben nun im folgenden die Phase derselben zu bestimmen.

In Fig. 189 stellt die schwach ausgezogene Kurve den zeitlichen Verlauf der Maschinenspannung dar, wobei als Abszisse der Bogen aufgetragen ist, um den der Vektor der Maschinenspannung von der Nulllage aus fortgeschritten ist. Unter der obigen Annahme, daß der Stromkreis keine Selbstinduktion und keinen Widerstand besitzt, ergab sich, daß die Stromstärke proportional dem Kosinus des Winkels α ist. Sie wird also ein positives Maximum für $\alpha = 0$ und gleich Null für $\alpha = 90^\circ$. Wir erhalten so die stark ausgezogene Kurve i des Kapazitätsstromes. Aus der Überlegung, daß die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators direkt der Klemmspannung entgegengesetzt ist, ergibt sich dann weiter die gestrichelt gezeichnete Kurve E_c . Diese eilt der Kurve der Stromstärke um 90° voraus.

Es ist jedoch notwendig, daß man die auf mathematischem Wege gewonnenen Resultate durch Betrachtung der charakteristischen Zeitmomente

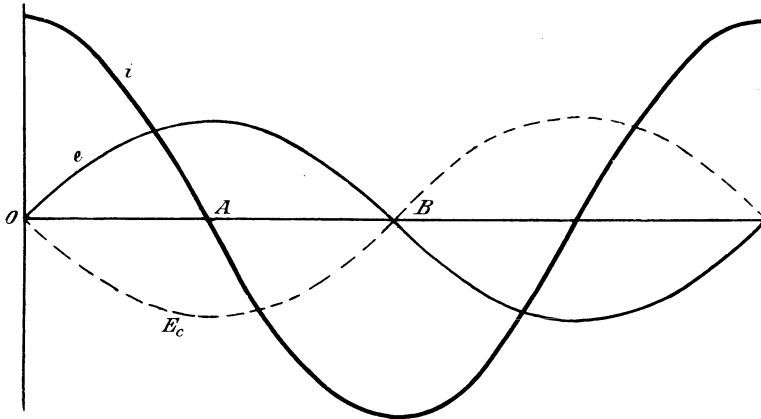


Fig. 189.

kontrolliert. Im Punkte O schneidet die Kurve der Klemmspannung die Abszissenachse und ist am steilsten. Die Klemmspannung der Maschine ändert sich daher in diesem Augenblick pro Zeiteinheit am meisten, und die Elektrizitätsmenge, die sie pro Zeiteinheit auf den Kondensator drückt, ist am größten. Die Stromstärke hat also ihren maximalen Wert. Solange nun die Klemmspannung anwächst, also über den Zeitraum OA , hat der Strom gleiche Richtung mit der Spannung, und die Ordinaten sind beide positiv.

Wenn jedoch die Maschinenspannung im Zeitpunkte A ihren maximalen Wert erreicht, so ändert sie sich für eine kleine Zeit gar nicht, und die Stromstärke ist deshalb in diesem Augenblick gleich Null. Wenn dann die Maschinenspannung abnimmt, so überwiegt der Gegendruck des jetzt voll geladenen Kondensators und sendet einen Strom in die Maschine zurück, dessen Richtung der Klemmspannung entgegengesetzt ist. Im Zeitraum

von A bis B sind also die Ordinaten der Stromstärke den Ordinaten der Spannung entgegengesetzt. Auf diese Weise bestätigt die Vorstellung von den beiden gegeneinander geschalteten Spannungen uns die Richtigkeit unserer Kurven, und es ergibt sich, daß die Stromstärke der ladenden Spannung um 90° vorausseilt, und ebenso, daß die Kapazitätsspannung, d. h. die Gegenspannung E_c des Kondensators, um 90° vor dem Strome vorausseilt.

79. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Serienschaltung.

Wir haben bisher angenommen, daß zwischen Maschine und Kondensator kein Ohmscher Widerstand liegt, daß also die Maschinenspannung identisch mit der Klemmspannung des Kondensators ist. Liegt

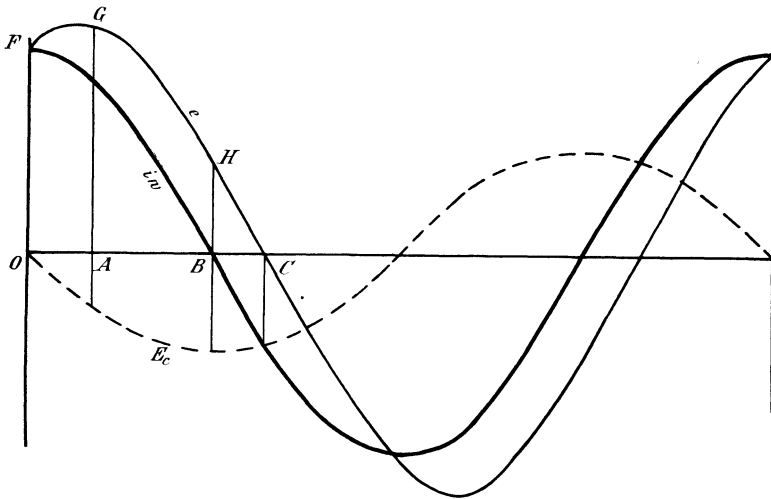


Fig. 190.

jedoch zwischen Maschine und Kondensator der Widerstand w , so hat die Maschinenspannung e sowohl den Ohmschen Spannungsverbrauch $i \cdot w$ zu decken, als auch die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators zu überwinden. Wir zeichnen also in Fig. 190 zunächst die stark ausgezogene Kurve der Ohmschen Spannung $i \cdot w$ und die um 90° vorausseilende Kurve der Kapazitätsspannung E_c .

Dann ergibt sich:

Im Zeitpunkt O ist die Kapazitätsspannung E_c gleich Null. Die Maschinenspannung e hat also nur die Ohmsche Spannung zu liefern; ihr Momentanwert ist also OF .

Im Zeitpunkt A hat die Klemmspannung eine erhebliche Ohmsche Spannung zu liefern und außerdem noch eine entgegengesetzte Kondensator-

satorspannung zu überwinden. Daraus ergibt sich der Momentanwert GA der Klemmspannung.

Im Zeitpunkt B ist die Ohmsche Spannung Null, und die Klemmspannung HB hat nur die gleich große und entgegengesetzte Kondensatorspannung zu überwinden.

Endlich ist im Zeitpunkt C die Ohmsche Spannung gleich der vom Kondensator gelieferten Spannung, die Klemmspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null.

Wenn man auf diese Weise die Kurve e zeichnet, so ergibt sich, daß die Kurve des Stromes der Kurve der Spannung voraufeilt. Der Phasenverschiebungswinkel entspricht in Fig. 190 dem Betrage BC . Die Kapazität hat also die entgegengesetzte Wirkung wie die Selbstinduktion, indem sie ein Vorauseilen des Stromes vor der Klemmspannung oder eine negative Phasenverschiebung bewirkt.

80. Das vollständige Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, wo Ohmscher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität hintereinander geschaltet sind. In Fig. 191 passiere der Vektor OB der Ohmschen Spannung $i \cdot w$ gerade die Nulllage. Dann bleibt der Vektor E_s der Selbstinduktion um 90° hinter dem Strome zurück, fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Dieser Vektor wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente $-E_s$ der Klemmspannung. Aus $i \cdot w$ und $-E_s$ ergibt sich eine Resultierende OA . Zugleich ist aber im Stromkreise noch die Spannung E_c wirksam, die dem Strome um 90° voraufeilt, deren Vektor also in die positive Richtung der Ordinatenachse fällt. Diese Spannung E_c muß durch eine entgegengesetzte Komponente $-E_c$ der Klemmspannung aufgehoben werden. Aus dem Vektor OA und dem Vektor $-E_c$ ergibt sich dann die Resultierende OC als der gesuchte Wert der Klemmspannung e . Diese ist unter Umständen kleiner als die Einzelwerte der Selbstinduktion und der Kapazität.

Das Diagramm in Fig. 191 setzt uns nun in den Stand, die Stromstärke zu berechnen, wenn die Klemmspannung, der Ohmsche Widerstand, die Selbstinduktion und die Kapazität gegeben sind. Es ist nämlich

$$BC = E_c - E_s.$$

Demnach ergibt sich im rechtwinkligen Dreieck OBC :

$$e^2 = (i \cdot w)^2 + (E_c - E_s)^2.$$

Setzen wir nun nach Gleichung (126) auf S. 285:

$$E_c = \frac{i}{C \cdot \omega}$$

und ferner:

$$E_s = L \omega \cdot i,$$

so erhalten wir:

$$e^2 = (i \cdot w)^2 + \left(\frac{i}{C\omega} - L\omega \cdot i \right)^2,$$

oder wenn wir für i auflösen:

$$i = \frac{e}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega \right)^2}}. \quad (127)$$

In diesem vollständigen Ohmschen Gesetz für Wechselstrom ist der Nenner der scheinbare Widerstand oder die Impedanz des ganzen Kreises. Er ist dargestellt als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete der Ohmsche Widerstand und dessen andere Kathete die Differenz $\frac{1}{C\omega} - L\omega$ ist. Dabei muß wieder darauf hingewiesen werden, daß die Kapazität in Farad einzusetzen ist. Man hat die Anzahl der Mikrofarad mit 10^{-6} zu multiplizieren, um die Anzahl der Farad zu erhalten.

Es ist nun bedeutungsvoll, daß der Wert von ω in der Klammergröße der Gleichung (127) einmal im Zähler und einmal im Nenner steht. Es muß also eine Periodenzahl geben, für die diese Differenz gleich Null wird.

Wir erhalten diesen Wert aus der Gleichung:

$$\frac{1}{C\omega} - L\omega = 0,$$

oder wenn wir für ω auflösen:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}. \quad (128)$$

Die Periodenzahl, bei der die Differenz verschwindet, ergibt sich also zu:

$$\sim = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}}. \quad (129)$$

Für diesen Wert wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null, und wir erhalten:

$$i = \frac{e}{w}.$$

Die Stromstärke ist in diesem Falle ein Maximum, und zwar ist sie gerade so groß, als wenn wir ohne Selbstinduktion und ohne Kapazität direkt den Widerstand w an die Spannung e legen.

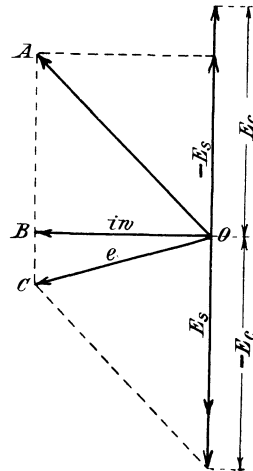


Fig. 191.

Es sei z. B. die elektromotorische Kraft einer Wechselstrommaschine $E = 10000$ Volt, ihr Selbstinduktionskoeffizient $L = 0,4$ Henry, die Kapazität eines Kabels $C = 2,5$ Mikrofarad, und der Widerstand des Kabels für Hin- und Rückleitung zusammen betrage 5 Ohm.

Die Periodenzahl ω sei zunächst die normale, nämlich gleich 50 .

Wir können dann die Kapazität des Kabels durch einen Kondensator ersetzt denken, der in der Mitte zwischen der Maschine und dem Ende des Kabels angebracht ist. Für den Widerstand zwischen Maschine und Kondensator haben wir dann ebenfalls die Hälfte des ganzen Widerstandes, nämlich $2,5$ Ohm einzusetzen. Durch diese oberflächliche Rechnung erhalten wir bei der normalen Periodenzahl $\omega = 50$ nach Gleichung (127) einen Kapazitätsstrom:

$$i = \frac{10000}{\sqrt{2,5^2 + \left(\frac{10^6}{2,5 \cdot 50 \cdot 6,28} - 0,4 \cdot 6,28 \cdot 50 \right)^2}} = 8,7.$$

Diese Stromstärke fließt in unserem Falle in das Kabel, trotzdem es offen ist. Die Phasenverschiebung ist dabei fast 90° , der Wert $\cos \varphi$ fast gleich Null und dadurch die Leistung ebenfalls fast gleich Null.

Wir fragen uns nun, bei welcher Periodenzahl die Stromstärke bei den oben gegebenen Werten der elektromotorischen Kraft, der Induktanz und der Kapazität ihren höchsten Wert erreicht.

Die kritische Periodenzahl ergibt sich aus Gleichung (129) zu:

$$\omega = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4}} = 160.$$

Bei dieser Periodenzahl wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null, und die Stromstärke ergibt sich, trotzdem das Kabel offen ist, zu:

$$i = \frac{E}{w} = \frac{10000}{2,5} = 4000 \text{ Ampere!!}$$

Dabei erreichen die Spannungen der Kapazität und der Selbstinduktion jede den enormen Wert:

$$\frac{i}{C\omega} = L\omega \cdot i = 0,4 \cdot 2\pi \cdot 160 \cdot 4000 = 1,62 \cdot 10^6 \text{ Volt.}$$

Natürlich hält der Kupferquerschnitt die hohe Stromstärke und die Isolation die hohe Spannung nicht aus. Man nennt den bei der kritischen Periodenzahl eintretenden Zustand die Resonanz. Das Eigentümliche ist dabei die außerordentliche Stromstärke trotz des offenen Kabels und die enorme Spannung trotz normal erregter Maschine. Dabei ist aber zu beachten, daß der obige Wert $L = 0,4$ verhältnismäßig groß gewählt ist und nur für eine kleine Maschine paßt, wie sie etwa zur Isolationsprüfung verwendet wird. Ist der Wert von L kleiner, so liegt die kritische Periodenzahl natürlich weit höher als bei 160 .

81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

In Fig. 192 a ist der Fall gezeichnet, wo zwei Stromzweige parallel geschaltet sind, von denen der eine Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion, der andere Ohmschen Widerstand und Kapazität enthält. Die Klemmspannung e ist beiden Zweigen gemeinsam. Ihr Vektor bildet also die Hypotenuse einerseits für die Katheten $i_1 \cdot w_1$ und $L \omega \cdot i_1$, andererseits für die Katheten $i_2 \cdot w_2$ und $\frac{i_2}{C \cdot \omega}$ (Fig. 192 b). Dabei bleibt der Strom i_1 hinter der Klemmspannung e um den Winkel φ_1 zurück, der durch die Gleichung gegeben ist:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{w_1}.$$

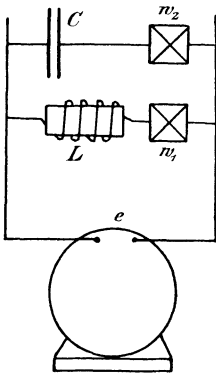


Fig. 192 a.

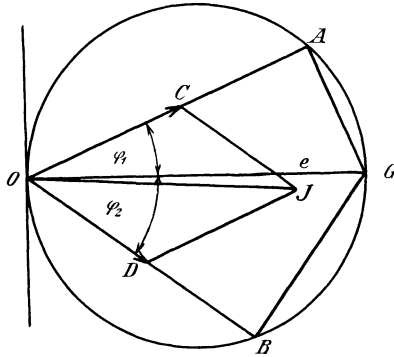


Fig. 192 b.

Dagegen eilt die Stromstärke i_2 der Klemmspannung um den Winkel φ_2 voraus, und zwar ist, wenn E_c die Kapazitätsspannung bedeutet:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{E_c}{i_2 \cdot w_2} = \frac{1}{C \omega}.$$

Wir schlagen nun über der Klemmspannung $e = OG$ als Durchmesser einen Kreis und ziehen den Strahl OA so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_1 bildet. Dann stellt OA den Ohmschen Spannungsverlust und AG die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion im ersten Zweige dar. Wir ziehen nun ferner den Strahl OB so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel φ_2 bildet. Dann stellt OB den Ohmschen Spannungsverlust und BG die Kapazitätsspannung in dem zweiten Zweige dar. Dabei liegen die Winkel φ_1 und φ_2 auf verschiedenen Seiten des Durchmessers. Wir dividieren nun die Sehne OA durch den Widerstand w_1 und erhalten:

$$i_1 = \frac{OA}{w_1} = OC.$$

Ebenso erhalten wir den Strom i_2 , wenn wir die Spannung OB durch den Widerstand w_2 dividieren:

$$i_2 = \frac{OB}{w_2} = OD.$$

Aus den Komponenten $i_1 = OC$ und $i_2 = OD$ ergibt sich dann die Resultierende OJ nach dem Parallelogramm der Kräfte. Diese stellt den Gesamtstrom i nach Stärke und Phase dar. Es ist bemerkenswert, daß der Vektor dieses Gesamtstromes um einen sehr kleinen Winkel gegen die Klemmspannung verschoben ist. Durch geeignete Wahl der Kapazität läßt sich also die Phasenverschiebung im Netzleiter und in der Maschine zu Null machen. Leider muß man aber wegen der geringen Haltbarkeit der Kondensatoren darauf verzichten, sie zum Ausgleich der durch die Selbstinduktion verursachten Phasenverschiebung zu verwenden. Es wird sich jedoch im Abschnitt 107 ergeben, daß ein übererregter Synchronmotor, dessen elektromotorische Gegenkraft größer als die Netzspannung ist, ebenfalls eine negative Phasenverschiebung veranlaßt. Man hat daher derartige Motoren mit Vorteil verwendet, um die Phasenverschiebung im Hauptleiter auf Null zu reduzieren.

Elftes Kapitel.

82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte. — 83. Der Magnetisierungsstrom. — 84. Der Hysteresisstrom. — 85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung. — 86. Der Transformator bei induktiver Belastung. — 87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte.

Das Prinzip des Transformators ist schon in Abschnitt 34 dargestellt. Das vom Wechselstrom erzeugte Kraftlinienfeld schneidet bei seinem Entstehen und Verschwinden durch zwei auf einen Eisenkern gewickelte Spulen hindurch und induziert in beiden Spulen elektromotorische Kräfte, die den Windungszahlen proportional sind. Um den Vorgang in der primären Spule zu verstehen, betrachten wir zunächst den Transformator bei Leerlauf, d. h. wir entnehmen aus der sekundären Wickelung keinen Strom.*) In diesem Falle ist die Primärwicklung nichts anderes als eine Drosselspule, in deren Windungen die vom Wechselstrom erzeugten Kraftlinien eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion induzieren. Man vermeidet dabei allerdings den Ausdruck Selbstinduktion und gebraucht dafür den Ausdruck „induzierte elektromotorische Kraft“ oder „elektromotorische Gegenkraft“. Ist N die maximale Kraftlinienzahl, die die Fläche der Windungen durchsetzt, ω die Periodenzahl und ξ_1 die primäre Windungszahl, so ergibt sich die primäre elektromotorische Kraft nach Gleichung (119) auf S. 266 zu:

$$E_1 = 4,44 \cdot N \cdot \omega \cdot \xi_1 \cdot 10^{-8}. \quad (130)$$

Die von außen an den Transformator gelegte primäre Klemmspannung hat nun nach dem grundlegenden Diagramm auf S. 272 eine doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden und den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern. Der letztere ist aber beim Transformator wegen des geringen Kupferwiderstandes immer sehr gering. Demnach ist die durch die Kraftlinienschnitte induzierte elektromotorische Kraft E_1 fast genau gleich und entgegengesetzt der Klemmspannung e_1 und läßt nur so viel Strom

*) Der Ausdruck „Leerlauf“ beim ruhenden Transformator erscheint allerdings nicht recht passend.

zufliessen, wie zur Erzeugung des Kraftlinienfeldes erforderlich ist. Der Leerstrom ist also immer sehr gering, da schon ein schwacher Strom genügt, um in dem geschlossenen Eisenkern die erforderliche Kraftlinienzahl zu erzeugen.

Wenn nun das schwingende Feld zugleich auch eine Sekundärwicklung schneidet, so induziert es in ihr eine elektromotorische Kraft E_2 , die mit der primären elektromotorischen Kraft gleiche Phase hat. Ist ξ_2 die Windungszahl der sekundären Spule, so ergibt sich nach Gleichung (119) auf S. 266:

$$E_2 = 4,44 \cdot N \cdot \sim \cdot \xi_2 \cdot 10^{-8}. \quad (131)$$

Die elektromotorischen Kräfte in beiden Spulen verhalten sich also wie die Windungszahlen. Bei Leerlauf, also stromloser sekundärer Spule, ist nun die elektromotorische Kraft E_2 gleich der sekundären Klemmspannung e_2 . Wir erhalten demnach unter Vernachlässigung des primären Ohmschen Spannungsverlustes:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}. \quad (132)$$

Die Klemmspannungen verhalten sich also bei Leerlauf wie die Windungszahlen.

83. Der Magnetisierungsstrom.

Da die primäre Wickelung des unbelasteten Transformators gleichwertig ist mit einer Drosselspule, so ergibt sich der zur Magnetisierung erforderliche Strom nach Gleichung (120) auf S. 266 zu:

$$i_\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi_1 \cdot \mu}.$$

Dabei ist B_{max} die grösste von den Windungen umfasste Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter, l die Länge des Kraftlinienweges im Eisen und μ die Leitfähigkeit des Eisens. Der letztere Wert ist allerdings während der Dauer einer Periode nicht konstant, wie es bei Ableitung der obigen Gleichung vorausgesetzt wurde. Die Transformatoren arbeiten jedoch im Interesse eines geringen Hysteresisverlustes und eines geringen Magnetisierungsstromes mit geringer Induktion, also im ersten Teil der Magnetisierungskurve, wo der Wert von μ fast konstant ist.

Es erscheint jedoch bedenklich, den Wert von μ aus den Magnetisierungskurven zu entnehmen, die nach der ballistischen Methode mit Gleichstrom aufgenommen sind. Man bestimmt vielmehr an einem mit der betreffenden Eisensorte gebauten Transformator den Magnetisierungsstrom experimentell. Aus Gleichung (130) auf S. 293 berechnet man dabei den Wert der maximalen Kraftlinienzahl N , und durch Division mit dem Querschnitt des Eisens die maximale Induktion B_{max} . Der gemessene

Magnetisierungsstrom i_μ und die maximale Induktion ergeben uns dann den Wert von μ nach der Gleichung:

$$\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot i_\mu \cdot \xi_1} \tag{133}$$

Dieser praktisch gefundene Wert ist dann für die entsprechende Eisensorte zuverlässig richtig, obgleich die Größe μ sich jetzt nicht mehr

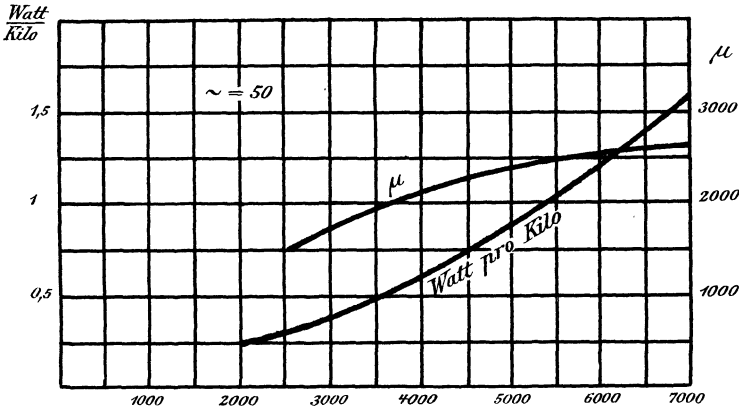


Fig. 193.

so einfach definieren läßt. Vielleicht können wir unter μ eine mittlere Leitfähigkeit verstehen, die nach Gleichung (133) berechnet ist.

Auf die bezeichnete Weise ist die Kurve μ in Fig. 193 aufgenommen, wo die Abszissen die maximale Induktion B_{max} und die Ordinaten der Kurve μ die Leitfähigkeit des Eisens darstellen. Die Kurve ist aus Kapps elektro-mechanischen Konstruktionen entnommen. Der Verlauf der Kurve ist insofern auffällig, als die Leitfähigkeit bei wachsender magnetischer Induktion zunimmt, während man aus dem gewöhnlichen Verlauf der Magnetisierungskurve das Gegenteil erwarten sollte. Tatsächlich ist aber, wie z. B. Fig. 51 auf S. 72 zeigt, die Magnetisierungskurve im Anfang konvex gegen die Abszissenachse, d. h. man erhält für eine Zunahme des magnetisierenden Stromes anfangs eine unverhältnismäßig große Zunahme der Induktion B . Die Leitfähigkeit des Eisens wächst also anfangs mit zunehmender Induktion. Der höchste Wert der Induktion ist in Fig. 193 gleich 7000. Würde man sie allerdings noch höher wählen, so würde die Kurve für die Leitfähigkeit μ mit zunehmender Sättigung des Eisens natürlich wieder fallen.

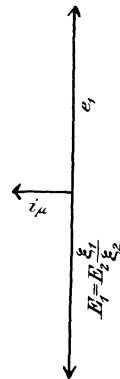


Fig. 194.

Wir gehen nun dazu über, die Phasen der Spannungen und des Leerstromes durch das Vektordiagramm festzustellen (Fig. 194). Die

induzierte elektromotorische Kraft bleibt um 90° hinter dem magnetisierenden Strome zurück. Wenn wir also den Vektor des Stromes i_μ nach links in die Abszissenachse legen, so fällt der Vektor der induzierten elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 nach unten in die Ordinatenachse. Zugleich ergibt sich, da die elektromotorischen Kräfte sich wie die Windungszahlen verhalten:

$$E_1 = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}.$$

Der Vektor der primären elektromotorischen Kraft E_1 stellt uns also im passenden Maßstabe direkt den Vektor der sekundären elektromotorischen Kraft dar, wodurch das Diagramm außerordentlich vereinfacht wird. Sämtliche sekundären Spannungen werden dabei durch die Multiplikation mit ξ_1/ξ_2 auf die primären Verhältnisse reduziert.

Da die primäre Klemmspannung e_1 bei Leerlauf der elektromotorischen Gegenkraft E_1 direkt gleich und entgegengesetzt ist, so fällt ihr Vektor in die positive Richtung der Ordinatenachse. Der Winkel zwischen der Klemmspannung e_1 und der Stromstärke i_μ ist dabei 90° , und die bei Leerlauf verbrauchte Leistung ist, abgesehen von dem zu vernachlässigenden Verlust durch Joulesche Wärme, gleich Null. Dabei haben wir allerdings bisher die Voraussetzung gemacht, daß die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erfordert, und gehen jetzt dazu über, die Verluste durch Hysteresis in Rechnung zu setzen.

84. Der Hysteresisstrom.

Tatsächlich beobachteten wir bei Untersuchung des leerlaufenden Transformators einen Wattverbrauch, der auf die Umkehrung der Eisenmoleküle zurückzuführen ist. Messen wir also die Klemmspannung e_1 , den Leerstrom i_0 und den Wattverbrauch P_h , so ergibt sich für Leerlauf

$$\cos \varphi = \frac{P_h}{e_1 \cdot i_0}.$$

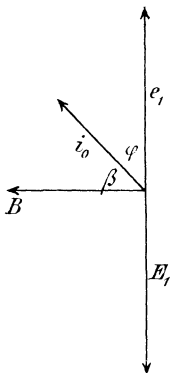


Fig. 195.

Der Leerstrom bleibt dann, wie Fig. 195 zeigt, um den Winkel φ hinter der Klemmspannung zurück, während die elektromotorische Gegenkraft, wie früher, der Klemmspannung direkt entgegengesetzt ist. Nun bleibt die induzierte elektromotorische Kraft nach S. 268 um 90° hinter den Kraftlinien zurück, durch deren Änderung sie erzeugt wird. Wenn also beispielsweise die elektromotorische Kraft in Fig. 195 ein Maximum ist, so muß die Kraftliniendichte gleichzeitig Null sein, da unter diesen Umständen die Änderung der Kraftlinien entsprechend der Steilheit der Sinuskurve am größten ist. Wir tragen also den Vektor B der tatsächlich vorhandenen Induktion nach links in Richtung der Abszissenachse

auf. Dadurch ergibt sich, daß die Induktion B um den Winkel β hinter dem Leerstrom i_0 zurückbleibt.

Um das noch näher zu verstehen, zeichnen wir in Fig. 196 eine Hysteresisschleife, wobei der Momentanwert des Leerstromes als Abszisse und die Induktion B als Ordinate aufgetragen ist. Wenn die Klemmspannung e_1 eine Sinusfunktion der Zeit ist, ist auch die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion. Die rechts gezeichnete Kurve der Kraftlinien, die um 90° gegen die Kurve der elektromotorischen Kraft verschoben ist, ist dann ebenfalls eine Sinuslinie. Ihr Maximalwert ist gleich dem Maximalwert der Hysteresiskurve im linken Teil der Figur.

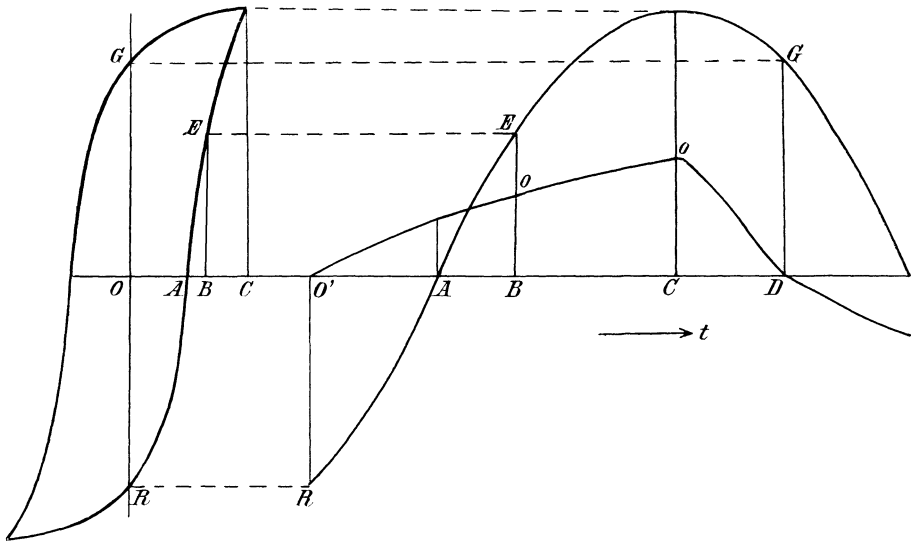


Fig. 196.

Wir suchen nun in der Kurve der Induktion die Ordinate, die gleich der Kraftliniendichte OR des remanenten Magnetismus ist. Dieser Wert tritt nach der Zeichnung im Zeitpunkte O' auf und für diesen Zeitpunkt ist die Stromstärke gleich Null.

Im Zeitpunkt A dagegen ist die Kraftliniendichte gleich Null und wir entnehmen dafür aus der Hysteresiskurve die zugehörige Abszisse OA , die dann im rechten Teil der Figur als Ordinate aufgetragen ist.

Im Zeitpunkt B ist nach dem rechten Teil der Figur die Kraftliniendichte gleich EB und der zugehörige Strom nach der Hysteresiskurve gleich OB . Dieser Wert wird wieder im rechten Teil der Figur als Ordinate aufgetragen.

Im Zeitpunkt C erreicht die Induktion und der Leerstrom gleichzeitig den Maximalwert. Um dann den Zeitpunkt D zu ermitteln, in dem die Stromkurve die Abszissenachse schneidet, suchen wir uns in der Sinus-

kurve die Ordinate GD , die gleich der Kraftliniendichte GO des remanenten Magnetismus ist etc.

Aus Fig. 196 geht dann deutlich hervor, daß Leerstrom und Induktion ungleiche Phase haben, indem die Induktion um die Zeit $O'A$ hinter dem Leerstrom zurückbleibt. Zugleich aber sieht man, daß die Kurve des Stromes verzerrt ist. Um den Vektor i_0 also ins Diagramm einführen zu können, müssen wir uns den tatsächlichen Strom ersetzt denken durch einen sinusförmigen Strom von gleichem Effektivwert.

Wir zerlegen nun den Leerstrom nach Fig. 197 in den Hysteresisstrom i_h in Richtung der Klemmspannung und den Magnetisierungsstrom i_μ in Richtung der tatsächlichen Induktion.

Dann ist:

$$i_h = i_0 \cdot \cos \varphi.$$

Nun ist die Leerlaufsleistung $P_h = e_1 \cdot i_0 \cdot \cos \varphi$. Damit jedoch unsere Gleichung für den Hysteresiseffekt auch in dem später behandelten Fall gültig bleibt, wo ein Teil der Klemmspannung für Überwindung eines Ohmschen Widerstandes verbraucht wird, setzen wir bei Leerlauf $e_1 = E_1$ und erhalten:

$$P_h = E_1 \cdot i_0 \cdot \cos \varphi$$

oder

$$i_h = \frac{P_h}{E_1} \tag{134}$$

Dann ergibt sich:

$$i_\mu = \sqrt{i_0^2 - i_h^2} \tag{135}$$

Es läßt sich nun nicht leugnen, daß bis jetzt die Größen i_h und i_μ rein rechnerisch ermittelte Werte sind. Ihre physikalische Bedeutung wird uns klar, wenn wir den Vektor $-i_h$ in Fig. 197 nach untenhin auftragen. Dann ist der Magnetisierungsstrom i_μ die Resultierende aus dem ganzen Leerstrom i_0 und aus dem Strom $-i_h$, d. h. aus der entmagnetisierenden Wirkung der Hysterisis. Der Vektor $-i_h$ stellt also die entmagnetisierende Wirkung der Hysterisis dar, während der Vektor i_μ die wirkliche magnetisierende Kraft darstellt. Diese magnetisierende Kraft i_μ würde zur Erzeugung des tatsächlichen Feldes genügen, wenn keine Hysterisis vorhanden wäre.

Wir gehen jetzt dazu über, die gewonnenen Resultate an einem Beispiel deutlich zu machen. Bei dem in Kapps elektromechanischen Konstruktionen beschriebenen 36 Kilowatt-Transformator ist z. B.

- der Querschnitt des Eisens . . . $Q = 900$ qcm,
- die Länge des Kraftlinienweges . . . $l = 100$ cm,
- die primäre Windungszahl . . . $\xi_1 = 315$,
- die Periodenzahl . . . $\sim = 50$,

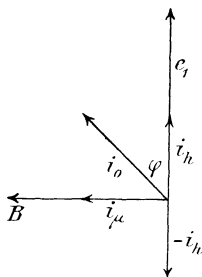


Fig. 197.

die primäre Klemmspannung	$e_1 = 2000$ Volt,
der Leerstrom	$i_0 = 0,36$ Amp.,
der Effektverbrauch bei Leerlauf	$P_h = 400$ Watt,
das Eisengewicht	$= 765$ kg.

Gesucht wird die Leitfähigkeit μ der betreffenden Eisensorte. Wir erhalten dann nach Gleichung (134):

$$i_h = \frac{P_h}{e_1} = \frac{400}{2000} = 0,2 \text{ Ampere,}$$

und nach Gleichung (135) den Magnetisierungsstrom i_μ zu:

$$i_\mu = \sqrt{i_0^2 - i_h^2} = \sqrt{0,36^2 - 0,2^2} = 0,3 \text{ Ampere.}$$

Um nun die Leitfähigkeit der betreffenden Eisensorte zu berechnen, brauchen wir die maximale Induktion. Zu diesem Zwecke setzen wir nach Gleichung (130) auf S. 293:

$$B_{max} = \frac{N}{Q} = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \cdot \xi_1 \cdot Q} = 3180.$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir aus Gleichung (133) auf S. 295 die magnetische Leitfähigkeit μ zu:

$$\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot i_\mu \cdot \xi_1} = \frac{3180 \cdot 100}{1,78 \cdot 0,3 \cdot 315} = 1900.$$

Das ist ungefähr der gleiche Wert, den wir für eine Induktion von 3180 aus Fig. 193 entnehmen. Gleichzeitig ergibt sich der Wattverlust pro Kilo bei 50 Perioden zu:

$$\frac{\text{Watt}}{\text{Kilo}} = \frac{400}{765} = 0,52.$$

Auf ähnliche Weise ist die entsprechende Kurve in Fig. 193 experimentell bestimmt. Diese ergibt für eine Induktion von 3180 einen etwas niedrigeren Wert, nämlich 0,42 Watt pro Kilogramm bei 50 Perioden. Wenn nun die Kurven für Eisenverlust und Leitfähigkeit genau bekannt sind, so kann man bei Berechnung von Transformatoren den Wattverlust und den Leerstrom zuverlässig vorausbestimmen. Man geht ja dabei nur denselben Weg rückwärts, den man bei Untersuchung der Eisensorte eingeschlagen hat.

85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung.

Für den, der einigermaßen mit den Wirkungen der Selbstinduktion und dem Wesen einer Drosselspule vertraut ist, bietet das in Abschnitt 82 dargestellte Verhalten des unbelasteten Transformators keine wesentlichen Schwierigkeiten. Dagegen ist das Verständnis der Wirkungsweise des belasteten Transformators im Anfang nicht so leicht. Man begreift es nicht recht, daß man der sekundären Spule eine beliebige Stromstärke entnehmen kann,

und daß die primäre Stromstärke sich selbsttätig danach einstellt. Während bei Leerlauf die große elektromotorische Gegenkraft das Hineinfließen des Stromes fast vollständig verhindert, wächst die primäre Stromstärke sofort, wenn man sekundären Strom entnimmt. Man fragt sich da unwillkürlich, wodurch diese Zunahme des primären Stromes oder die scheinbare Abnahme des Selbstinduktionskoeffizienten eigentlich veranlaßt ist. Mit andern Worten: Man sieht nicht recht den Zusammenhang zwischen den beiden Wickelungen, die ja vollständig voneinander isoliert sind.

Nun ist es ja allerdings einfach genug, aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie den Zusammenhang zwischen dem primären und dem sekundären Strom zu folgern. Die primär zugeführte Leistung muß gleich der Summe aus der sekundären Nutzleistung und sämtlichen Verlusten sein. Wenn wir also mit w_1 den Widerstand der primären und mit w_2 den Widerstand der sekundären Spule bezeichnen und die Phasenverschiebung im primären Kreise wegen des geringen Betrages des wattlosen Stromes i_μ vernachlässigen, so erhalten wir für induktionslose Belastung die Gleichung:

$$e_1 \cdot i_1 = e_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + i_2^2 \cdot w_2 + P_h.$$

Nun sind die Verluste sehr gering und wir können sie bei unserer Betrachtung vernachlässigen. Dann erhalten wir:

$$e_1 \cdot i_1 = e_2 \cdot i_2$$

oder

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}. \quad (136)$$

Die Stromstärken verhalten sich also umgekehrt wie die Spannungen oder umgekehrt wie die Windungszahlen.

Obgleich nun das Gesetz von der Erhaltung der Energie uns derartig geläufig geworden ist, daß es überall die Grundlage unseres Erkennens geworden ist, so läßt sich doch nicht leugnen, daß in unserm Falle noch immer die oben erwähnte Schwierigkeit für den denkenden Studierenden bestehen bleibt. Diese Schwierigkeit fällt jedoch vollständig fort, wenn wir nach dem Vorgang von Kapp die magnetischen Wirkungen des primären und sekundären Stromes ins Auge fassen und im Diagramm der magnetomotorischen Kräfte zur Darstellung bringen.

Der sekundäre Strom hat bei induktionsloser Belastung gleiche Phase mit der induzierten elektromotorischen Kraft. Dagegen hat der primäre Strom wesentlich gleiche Phase mit der primären Klemmspannung, die der induzierten elektromotorischen Kraft entgegengesetzt ist. Daraus folgt, daß primärer und sekundärer Strom eine Phasenverschiebung von fast 180° zueinander haben und sich in ihrer magnetisierenden Wirkung gegenseitig aufheben. Demnach ist die scheinbare Abnahme des Selbstinduktionskoeffizienten bei Belastung daraus zu erklären, daß der weitaus größte Teil der primären Amperewindungen direkt durch entgegenwirkende sekundäre Amperewindungen neutralisiert wird.

Das wird noch deutlicher, wenn wir bedenken, daß unter Vernachlässigung des primären Ohmschen Spannungsverlustes die elektromotorische Gegenkraft numerisch gleich der konstanten primären Klemmspannung ist. Demnach ergibt sich die Kraftlinienzahl zu:

$$N = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \cdot \xi_1}$$

Da sämtliche Größen der rechten Seite konstant sind, so ist der Maximalwert der Kraftlinien immer ein und derselbe, gleichgültig, ob der Transformator leer läuft, oder ob er belastet ist. Wenn wir nun einen bisher leer laufenden Transformator belasten, so übt der sekundäre Strom eine starke entmagnetisierende Wirkung aus. Die Kraftlinien und die elektromotorische Gegenkraft werden dadurch für einen Augenblick verringert. Primär fließt daher so viel Strom zu, daß die entmagnetisierende Wirkung der sekundären Amperewindungen aufgehoben und das ursprüngliche Leerlauffeld wieder hergestellt wird. Mit andern Worten: Die primären Amperewindungen $i_1 \cdot \xi_1$ und die sekundären Amperewindungen $i_2 \cdot \xi_2$ üben zusammen dieselbe magnetische Wirkung aus, wie die Amperewindungen $i_0 \cdot \xi_1$ bei Leerlauf. Im Diagramm ist dann der Vektor $i_0 \cdot \xi_1$ die Resultierende aus den Vektoren $i_1 \cdot \xi_1$ und $i_2 \cdot \xi_2$.

Wir gehen dann noch einen Schritt weiter und dividieren sämtliche Amperewindungen durch die primäre Windungszahl ξ_1 . Dadurch erhalten wir das Diagramm der Ströme (Fig. 198 a), worin der Vektor i_0 die Resultierende aus den Vektoren i_1 und $\frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}$ ist.

Bei der Konstruktion des Diagramms zeichnen wir zunächst das Stromdreieck OAB bei Leerlauf aus den Vektoren i_0 , i_h und i_u . Fällt der Vektor i_u in die Abszissenachse, so fällt der Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft $E_1 = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$ nach unten in die Ordinatenachse, da ja die induzierte elektromotorische Kraft um 90° hinter dem magnetisierenden Strom zurückbleibt. Es ist also in Fig. 198 a:

$$OE = E_1 = E_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

In die gleiche Richtung wie E_1 und E_2 fällt auch der Vektor des sekundären Stromes, weil bei induktionsloser Belastung Phasengleichheit zwischen sekundärer Spannung und Stromstärke besteht. Die sekundäre Stromstärke wird, weil das Diagramm aus dem Amperewindungsdiagramm entstanden ist, in einem auf die primären Verhältnisse reduzierten Maßstabe aufgetragen. Es ist also:

$$OC = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}$$

Die obige Überlegung, daß der Leerstrom i_0 die Resultierende aus dem Primärstrom und dem reduzierten Sekundärstrom ist, ergibt dann den Primärstrom nach Größe und Phase. Es ist also:

$$OD = i_1$$

$$\begin{aligned} OK &= e_1 \cdot \cos \varphi_1, \\ GK &= OK - OG = e_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1 \cdot w_1. \end{aligned}$$

Andererseits ist

$$GH = E_1, \quad OD = i_1, \quad DB = i_2 \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1} + i_h.$$

Nun folgt aus der Ähnlichkeit der Dreiecke GKH und DBO :

$$\frac{DB}{OD} = \frac{GK}{GH},$$

oder mit Einsetzung der obigen Werte:

$$\frac{\frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1} + i_h}{i_1} = \frac{e_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1 \cdot w_1}{E_1}.$$

Indem wir quer herüber multiplizieren, erhalten wir:

$$E_1 \cdot \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1} + E_1 \cdot i_h = e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1^2 \cdot w_1.$$

Setzen wir $E_1 \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1} = E_2$, so erhalten wir:

$$e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1 = E_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + E_1 \cdot i_h. \quad (137)$$

Nun ist das Produkt $E_2 \cdot i_2$ die gesamte sekundäre Leistung innen und außen. Das Produkt $i_1^2 \cdot w_1$ ist die in Joulesche Wärme umgesetzte primäre Leistung, und das Produkt $E_1 \cdot i_h$ stellt den Verlust durch Hysterisis dar. Die aufgewendete Leistung ist also gleich der Summe aus der sekundären Leistung und den Verlusten.

Es ist aber zu beachten, daß die elektromotorische Gegenkraft durch den Ohmschen Verlust beeinflusst wird, und daß unter Voraussetzung konstanter Klemmspannung e_1 die Kraftlinienzahl und der Magnetisierungsstrom bei Betrieb tatsächlich etwas kleiner sind als bei Leerlauf. Der Fehler ist aber verschwindend gering, wenn wir das Leerlaufdreieck für alle Betriebsverhältnisse als konstant annehmen.

Wir gehen nun dazu über, den Wirkungsgrad bei induktionsloser Belastung zu bestimmen. Ist w_2 der sekundäre innere Widerstand, so ist die sekundäre Klemmspannung e_2 um den Betrag $i_2 \cdot w_2$ kleiner als die elektromotorische Kraft E_2 . Der sekundäre Verlust durch Joulesche Wärme ist dann $i_2^2 \cdot w_2$ und die sekundäre Nutzleistung $e_2 \cdot i_2$. Der Wirkungsgrad wird dann bei induktionsloser Belastung:

$$\eta = \frac{e_2 \cdot i_2}{e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{e_2 \cdot i_2}{e_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + i_2^2 \cdot w_2 + P_h}. \quad (138)$$

Wie die Gleichung zeigt, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung sehr schlecht, weil der Hysterisisverlust zu sehr in Betracht kommt. Bei steigender Belastung kommt der Hysterisisverlust weniger in Betracht, und die Jouleschen Verluste sind auch anfangs noch gering

im Verhältnis zur Nutzleistung, so daß der Wirkungsgrad mit steigender Belastung zunimmt. Er wird ein Maximum, wenn die variablen Jouleschen Verluste zusammen ungefähr gleich dem wesentlich konstanten Verlust durch Hysteresis werden. Bei noch größerer Belastung fallen die Jouleschen Verluste, die ja vom Quadrate des Stromes abhängig sind, zu sehr ins Gewicht, und der Wirkungsgrad wird wieder geringer.

Wir fragen nun, wie der Effektverlust durch Joulesche Wärme auf beide Spulen zu verteilen ist, damit der Wirkungsgrad bei gegebenem Wicklungsraum am größten wird.

Da $i_2 = i_1 \cdot \xi_1 / \xi_2$ ist, so ist der Effektverlust in beiden Spulen:

$$P_v = i_1^2 \cdot w_1 + i_2^2 \cdot w_2 = i_1^2 \cdot \left(w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right).$$

Dabei ist, wenn l_1 bzw. l_2 die mittlere Länge einer Windung in Metern bedeutet:

$$w_1 = \rho \cdot \frac{l_1 \cdot \xi_1}{q_1}, \quad w_2 = \rho \cdot \frac{l_2 \cdot \xi_2}{q_2}.$$

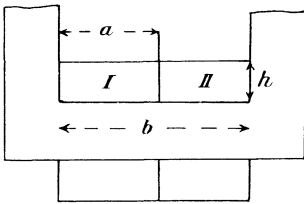


Fig. 199 a.

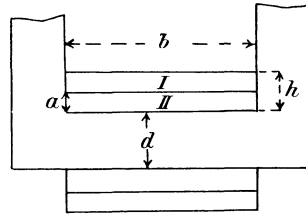


Fig. 199 b.

Demnach erhalten wir, indem wir gleichzeitig den Faktor $\xi_1^2 \cdot \rho$ absondern:

$$P_v = i_1^2 \cdot \xi_1^2 \cdot \rho \cdot \left(\frac{l_1}{\xi_1 \cdot q_1} + \frac{l_2}{\xi_2 \cdot q_2} \right). \quad (a)$$

Bei Scheibenwicklung ist die mittlere Länge l einer Windung in beiden Spulen dieselbe, d. h. nach Fig. 199 a:

$$l_1 = l_2 = l.$$

Ferner ist nach Fig. 199 a, wenn wir bei beiden Spulen den gleichen prozentischen Raumverlust durch Isolation voraussetzen, abgesehen von einem konstanten Faktor:

$$\xi_1 \cdot q_1 = a \cdot h, \quad \xi_2 \cdot q_2 = (b - a) h.$$

Demnach ist der Effektverlust:

$$P_v = \frac{i_1^2 \cdot \xi_1^2 \cdot \rho \cdot l}{h} \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a - b} \right). \quad (b)$$

Um zu ermitteln, wann dieser Verlust ein Maximum wird, setzen wir den ersten Differentialquotienten nach a gleich Null und erhalten unter Vernachlässigung der konstanten Faktoren:

$$-\frac{1}{a^2} + \frac{1}{(b-a)^2} = 0$$

oder
$$a = \frac{b}{2}.$$

Daraus folgt für beide Spulen der gleiche Wicklungsraum. Demnach verhalten sich die Kupferquerschnitte umgekehrt wie die Windungen, also direkt wie die Stromstärken. Die Stromdichte ist dann in beiden Spulen die gleiche. Ferner ergibt sich, wenn wir den Wert $a = \frac{b}{2}$ in Gleichung (b) einsetzen, daß der Effektverlust sich gleichmäßig auf beide Spulen verteilt.

Bei Zylinderwicklung ergibt sich nach Fig. 199 b:

$$\begin{aligned} l_2 &= (d+a) \cdot \pi, \\ l_1 &= [d+2h-(h-a)] \cdot \pi = (d+h+a) \cdot \pi, \\ q_1 \cdot \xi_1 &= b(h-a), \quad q_2 \cdot \xi_2 = b \cdot a. \end{aligned}$$

Demnach nimmt Gleichung (a) die Form an:

$$P_v = \frac{i_1^2 \cdot \xi_1^2 \cdot \rho \cdot \pi}{b} \cdot \left[\frac{d+h+a}{(h-a)} + \frac{d+a}{a} \right].$$

Wenn wir den ersten Differentialquotienten nach a gleich Null setzen und die Gleichung ordnen, erhalten wir:

$$a^2 + a d - \frac{h \cdot d}{2} = 0.$$

Das ist dieselbe Gleichung, die man erhält, wenn man in der letzten Gleichung für P_v die beiden Summanden gleichsetzt.*) Der Wirkungsgrad wird also wieder bei gegebenem Wicklungsraum am größten, wenn die Verluste gleichmäßig auf beide Spulen verteilt werden. Die Bedingung der gleichen Stromdichte ist in diesem Falle nicht erfüllt. Übrigens ist bei unserer Rechnung auf den bei beiden Spulen verschieden großen Raumverlust durch Isolation keine Rücksicht genommen. Zur genauen Berechnung hat man $q_1 \cdot \xi_1 = k_1 \cdot Q_1$ und $q_2 \cdot \xi_2 = k_2 \cdot Q_2$ zu setzen, wo Q_1 und Q_2 die Querschnitte der Wicklungsräume sind. Die Werte von k_1 und k_2 lassen sich auf Grund des voraussichtlichen Raumverlustes durch Isolation schätzen. Ebenso ist, genau genommen, die mittlere Länge der primären Windung in Fig. 199 b gleich $(d+h+a+c) \cdot \pi$, wo c der Abstand der beiden Wicklungen ist.

Es sei nun die primäre Klemmspannung gleich 2000 Volt, der primäre Strom 20 Ampere und die Übersetzung 10:1, dann ist die sekundäre Leerlaufspannung 200 Volt und der sekundäre Strom 200 Ampere. Bei einem Effektverlust von 3 % durch Joulesche Wärme hat man dann einen Spannungsverbrauch von 3 % durch Ohmschen Widerstand, und

*) Vergl. Kapp, Transformatoren, 2. Aufl., S. 88.

man hat diesen Verbrauch gleichmäÙsig auf die primäre und sekundäre Spule zu verteilen. Dadurch erhält man:

$$i_1 \cdot w_1 = \frac{1,5}{100} \cdot 2000 = 30 \text{ Volt,}$$

$$i_2 \cdot w_2 = \frac{1,5}{100} \cdot 200 = 3 \text{ Volt.}$$

Daraus ergibt sich:

$$w_1 = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ Ohm,}$$

$$w_2 = \frac{3}{200} = 0,015 \text{ Ohm.}$$

Wir machen nun einen verschwindend kleinen Fehler, wenn wir der Einfachheit wegen den Ohmschen Spannungsverlust algebraisch statt geometrisch addieren. Dadurch wird:

$$E_1 = e_1 - i_1 \cdot w_1 = 1970 \text{ Volt,}$$

$$E_2 = \frac{E_1}{10} = \frac{1970}{10} = 197 \text{ Volt}$$

und

$$e_2 = E_2 - i_2 \cdot w_2 = 194 \text{ Volt.}$$

Der Spannungsverlust zwischen Leerlauf und Vollbelastung beträgt also $200 - 194 = 6$ Volt oder 3% .

86. Der Transformator bei induktiver Belastung.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, wo die sekundären Klemmen des Transformators durch Ohmsche und induktive Widerstände geschlossen sind. Ist W_2 der Widerstand und $L_2 \omega$ die Induktanz des äußeren sekundären Kreises, so ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen sekundärer Klemmspannung und Stromstärke durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{W_2}.$$

Dagegen ist der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen der elektromotorischen Kraft E_2 und der Stromstärke i_2 gegeben durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L_2 \omega}{W_2 + w_2}.$$

Wir machen also in Fig. 200 a den Vektor $OE = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}$ und konstruieren das rechtwinklige Dreieck OME so, daß die Kathete OM um den obigen Winkel φ hinter der Hypotenuse zurückbleibt. Dann ist OM die gesamte sekundäre Ohmsche Spannung, bestehend aus dem inneren Ohmschen Spannungsverbrauch OL und der äußeren Ohmschen Spannung LM . Da das Übersetzungsverhältnis zu berücksichtigen ist, so ist:

$$OM = i_2 (W + w_2) \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}, \quad OL = i_2 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Ebenso ist EM im passenden Maßstabe gleich der Selbstinduktion im äußeren sekundären Kreis, d. h.

$$EM = L_2 \omega \cdot i_2 \cdot \frac{s_1}{s_2}$$

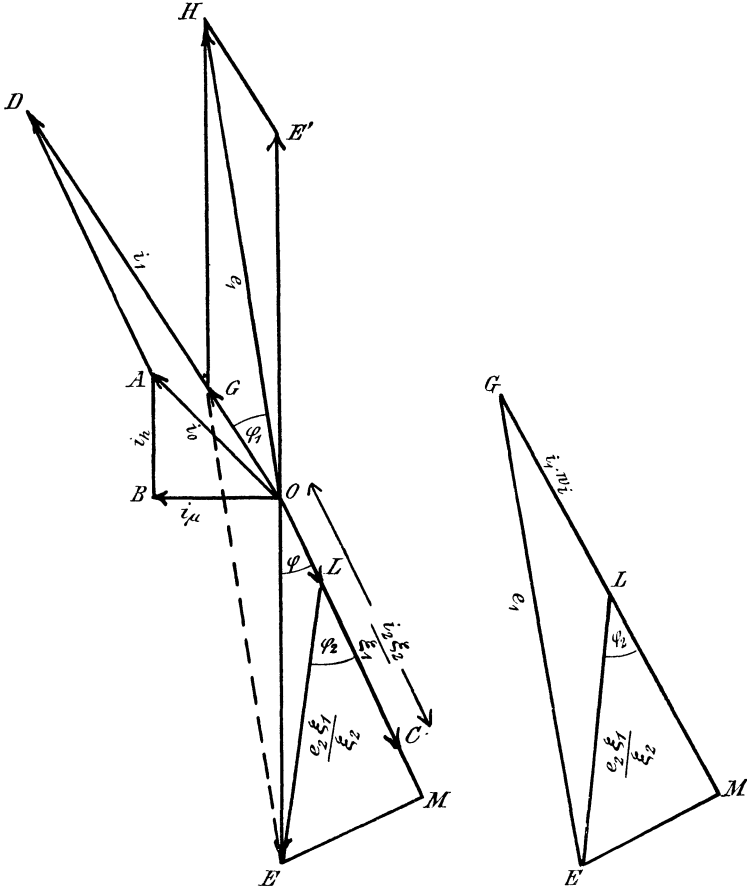


Fig. 200 a.

Fig. 200 b.

Um die sekundäre Klemmspannung zu bestimmen, haben wir von der sekundären elektromotorischen Kraft OE den sekundären Spannungsverlust OL geometrisch abzuziehen. Dadurch erhalten wir:

$$LE = e_2 \cdot \frac{s_1}{s_2}$$

Die sekundäre Klemmspannung ist dann, wie die Figur ergibt, die Hypotenuse für die Katheten der Selbstinduktion und Ohmschen Spannung im äußeren sekundären Kreise.

Es gilt jetzt, den sekundären und primären Stromvektor zu zeichnen. Der Vektor des sekundären Stromes fällt in die Richtung der sekundären

Ohmschen Spannung. Wir tragen ihn in passendem Mafse auf, indem wir auf gleiche Windungszahl reduzieren, und erhalten:

$$OC = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

Wir ziehen dann den Strahl OD so, dafs der Leerstrom OA die Resultierende aus OD und OC wird. Der Vektor OD stellt dann die primäre Stromstärke i_1 nach Gröfse und Phase dar, weil die Amperewindungen bei Leerlauf die Resultierende aus den primären und sekundären Amperewindungen sind.

Wir tragen nun in Richtung des primären Stromvektors den Ohmschen Spannungsverlust $i_1 \cdot w_1 = OG$ auf und ebenso in Richtung der Ordinatenachse die Spannung OE' , die die primäre elektromotorische Kraft zu überwinden hat. Aus beiden Spannungen erhalten wir als Resultierende die primäre Klemmspannung $e_1 = OH$. Das Diagramm ergibt uns dann folgende wichtige Tatsachen:

1. Der primäre und der sekundäre Stromvektor sind sich jetzt fast genau entgegen gerichtet. Die Amperewindungen bei Leerlauf sind also fast gleich der algebraischen Differenz aus den primären und sekundären Amperewindungen. Da nun der Leerstrom in Wirklichkeit viel kleiner ist als in der Figur, so ist annähernd wieder die Gleichung erfüllt:

$$i_1 = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

2. Der Vektor der Klemmspannungen e_1 und e_2 fällt bei kleinem Ohmschen Spannungsverlust fast genau in die Richtung der Ordinatenachse, also mit der Richtung der elektromotorischen Kraft zusammen.

3. Demnach ist der Phasenverschiebungswinkel φ_2 im äufseren sekundären Kreis annähernd gleich dem Winkel φ_1 zwischen der primären Klemmspannung und dem primären Strome. Die sekundäre Phasenverschiebung wirkt also direkt auf den primären Kreis zurück.

Dieses Verhalten des Transformators führt uns zu einer Anschauung, die auf elegante und einfache Weise den Zusammenhang zwischen der primären und sekundären Spule deutlich macht. Bei dieser Anschauung wird geistig die Trennung zwischen beiden Spulen überbrückt, und der ganze Transformator bildet dann gleichsam einen einzigen Apparat. Die Verbindungslinie GE in Fig. 200 a ist nämlich als Seite eines Parallelogramms gleich der primären Klemmspannung e_1 . Da ferner die Ohmschen Spannungsverluste OG und OL wesentlich gleiche Richtung haben, so addieren sie sich zu einem gemeinsamen Ohmschen Spannungsverlust, und es ist mit grofser Annäherung:

$$GL = OG + OL = i_1 \cdot w_1 + i_2 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Wir setzen nun für i_2 den Wert $\frac{i_1 \cdot \xi_1}{\xi_2}$ ein und erhalten:

$$GL = i_1 \cdot w_1 + i_1 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = i_1 \cdot \left(w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right).$$

Es sieht also nach dieser Gleichung so aus, als ob der primäre Strom hintereinander den Widerstand w_1 und den Widerstand $w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$ durchfließt. Der letztere Wert heißt der auf die primäre Spule reduzierte sekundäre Widerstand. Von der ganzen ursprünglichen Spannung e_1 bleibt dann nach Überwindung des gesamten Widerstandes die Spannung e_2 übrig. Der ganze Transformator verhält sich dabei wie ein Generator mit einer elektromotorischen Kraft e_1 , einem inneren Widerstand $w_i = w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$ und einer Klemmspannung $e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$. Der Deutlichkeit wegen ist das entsprechende Diagramm dieses Generators in Fig. 200 b herausgezeichnet, und zwar genau in derselben Lage, die es im Transformator-diagramm einnimmt. Die Spannung e_1 ist die Hypotenuse, während die eine Kathete GM die Summe der inneren und äußeren Ohmschen Spannungen und die andere Kathete EM die äußere Selbstinduktion darstellt. Dabei ist die innere Selbstinduktion des Generators gleich Null anzunehmen.

Es sei z. B. in dem Beispiel am Schlusse des vorigen Abschnitts der Leistungsfaktor im äußeren sekundären Kreis $\cos \varphi_2 = 0,7$ und die primäre Stromstärke $i_1 = 20$ Ampere. Die Widerstände sind wie früher $w_1 = 1,5$ und $w_2 = 0,015$ Ohm und die Übersetzung 10 : 1. Gesucht wird die Primärspannung, die nötig ist, um eine sekundäre Spannung von 200 Volt zu erzeugen. Wir erhalten:

$$w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = 1,5 + 0,015 \cdot 100 = 3 \text{ Ohm.}$$

Der gesamte innere Ohmsche Spannungsabfall, bezogen auf die primäre Spule, ist also:

$$GL = i_1 \cdot \left(w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right) = 60 \text{ Volt.}$$

Dazu kommt der äußere Ohmsche Spannungsverbrauch, reduziert auf die primäre Spule:

$$LM = e_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,7 \cdot 10 = 1400 \text{ Volt.}$$

Die gesamte Ohmsche Kathete ist also für den ganzen Transformator $1400 + 60 = 1460$ Volt. Da nun zu einem Wert $\cos \varphi_2 = 0,7$ ein Wert $\sin \varphi_2 = 0,714$ gehört, so ist die Kathete der Selbstinduktion:

$$EM = e_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,714 \cdot 10 = 1428 \text{ Volt.}$$

Die Hypotenuse als die Wurzel aus der Summe der Quadrate über den Katheten ergibt sich dann zu:

$$e_1 = \sqrt{1460^2 + 1428^2} = 2040 \text{ Volt.}$$

Bei dieser Primärspannung ist dann die Sekundärspannung gerade 200 Volt. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß sämtliche von der Primärspule erzeugten Kraftlinien auch in die Sekundärspule hineinschneiden und umgekehrt, so daß nur ein beiden Spulen gemeinsames Feld existiert. Tatsächlich findet jedoch eine teilweise Streuung der Kraftlinien statt, die den Spannungsabfall bei Vollbelastung vergrößert. Wir werden im folgenden Abschnitt sehen, daß auch für diese tatsächlichen Verhältnisse die Zusammenfassung beider Spulen zu einem einzigen Apparat sehr einfache Resultate liefert.

87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

Wir haben im Abschnitt 82 die in der Primärspule induzierte elektromotorische Kraft mit der Selbstinduktion einer Drosselspule verglichen, haben aber dann absichtlich den Ausdruck „Selbstinduktion“ fallen gelassen und dafür den Ausdruck „elektromotorische Gegenkraft“ eingeführt. Das war deshalb nötig, weil tatsächlich außer dieser nützlichen induzierten elektromotorischen Kraft noch eine durch die Streulinien veranlasste, schädliche Selbstinduktion in beiden Spulen auftritt.

Um das Auftreten der Streuung zu verstehen, betrachten wir den ganz extremen Fall, wo die Primärspule auf der einen Seite, die Sekundärspule auf der anderen Seite eines Kerntransformators angeordnet ist (Fig. 201 a). Die bei Leerlauf erzeugten Kraftlinien verlaufen dann zwar zum größten Teile durch das Eisen, ein Teil schließt sich aber durch die Luft und bildet dort das sogenannte Streufeld. Dann wird die sekundäre Spule nur von den im Eisen verlaufenden Kraftlinien geschnitten, während die primäre Spule außerdem noch von den Streulinien geschnitten wird. Die induzierte elektromotorische Kraft in der sekundären Spule ist also kleiner als die ganze elektromotorische Kraft in der primären Spule. Wir können das auch so auffassen, daß von der primären Klemmspannung ein Teil verbraucht wird, um die primäre Selbstinduktion zu überwinden, die von den Streulinien induziert wird. Der Rest dient dann zur Überwindung der normalen elektromotorischen Kraft E_1 , die von den ganz im Eisen verlaufenden Kraftlinien induziert wird. Die letztere ist also kleiner als die Klemmspannung, und dadurch wird auch die sekundäre Spannung etwas geringer. Bei Leerlauf ist aber dieser Einfluß der Streuung zu vernachlässigen, weil der magnetische Widerstand der Luft sehr viel größer ist als der des Eisens und daher das Streufeld im Verhältnis zum „Nutzfeld“ verschwindend gering ist.

Sobald wir aber den Transformator belasten, wächst der Einfluß der Streuung ganz bedeutend. Der sekundäre Strom ist, wie wir sahen, dem primären entgegen gerichtet. Wenn also der primäre Strom in Fig. 201 b im gezeichneten Augenblick auf der vorderen Fläche von außen nach innen

gerichtet ist, so fließt er gleichzeitig in der sekundären Spule von innen nach außen. Wenden wir nun die Amperesche Schwimmerregel an, so erkennen wir, daß die von beiden Spulen erzeugten Kraftlinien sich im Eisenkern entgegen wirken, dagegen im Streufeld addieren. Die primären und sekundären Amperewindungen sind also in bezug auf den Eisenweg gegeneinander und in bezug auf den Streuweg parallel geschaltet. Die Zahl der Streulinien im Verhältnis zu den nutzbaren Kraftlinien wird also außerordentlich groß.

Das wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß bei Leerlauf zwischen den Punkten *A* und *B* der Fig. 201 a nur der geringe Druck herrscht, der nötig ist, um die Kraftlinien durch das Eisen zu treiben. Dagegen herrscht bei Betrieb in Fig. 201 b außerdem zwischen den Punkten *A* und *B* der große magnetische Druck, der nötig ist, um den

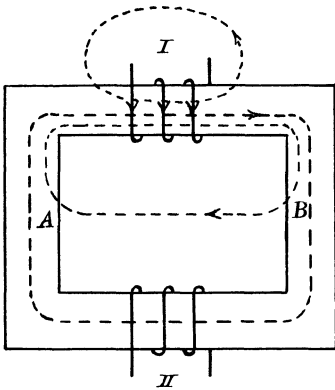


Fig. 201 a.

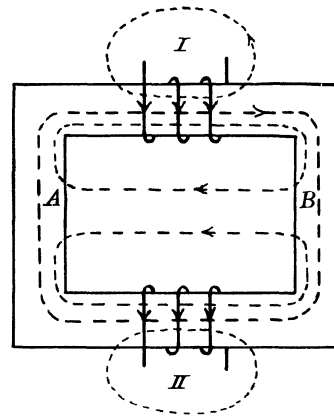


Fig. 201 b.

Gegendruck der sekundären Amperewindungen zu überwinden. Dieser große magnetische Druck treibt dann eine sehr große Zahl von Streulinien durch die Luft. Es ist, wie wenn wir Wasser durch ein undichtes Rohr drücken. Je größer dabei der Gegendruck ist, der der Vorwärtsbewegung des Kolbens entgegen wirkt, desto mehr Wasser wird seitlich durch die Undichtigkeiten herausgedrückt.

Neuerdings ist nun die Annahme herrschend geworden, daß der gesamte Streufluß durch die primären Amperewindungen geschaffen wird, und daß der Verlauf der Kraftlinien nach Fig. 202 erfolgt. Dabei werden die Kraftlinien infolge des Gegendrucks der sekundären Amperewindungen in den Streuweg gedrängt. Diese Vorstellung erscheint insofern berechtigt, als in Fig. 201 b die nutzbaren Kraftlinien und die Streulinien innerhalb der Sekundärspule entgegengesetzte Richtung haben. Sie ergeben also als Resultierende die Differenz beider; das sind die in Fig. 202 innerhalb der sekundären Spule gezeichneten Kraftlinien.

Wäre die Phasenverschiebung zwischen dem primären und sekundären Strom genau 180° , so wären die Streulinien zweifellos allein dem primären Strome zuzuschreiben. Es kann jedoch nach Fig. 198 a der Zeitpunkt eintreten, wo der primäre Strom gleich Null ist, während der sekundäre Strom nicht gleich Null ist. Die Streulinien werden in diesem Augenblicke sicher vom sekundären Strome erzeugt.*) Wir werden daher sagen müssen, daß der Streufluß zu jeder Zeit und an jedem Ort durch die vereinigte Wirkung des momentanen primären und sekundären Stromes zustande kommt, wenn auch die Annahme, daß der primäre Strom den ganzen Streufluß erzeugt, wegen ihrer Einfachheit sehr viel für sich hat.

Um den Einfluß der Streuung so gering wie möglich zu machen, legt man die beiden Spulen möglichst dicht übereinander, oder man zerlegt jede Spule in mehrere Scheiben, so daß immer eine Scheibe der einen Wickelung zwischen zwei Scheiben der andern Spule liegt. Aber auch dann noch hat man mit einem geringen Spannungsabfall durch Selbstinduktion zu rechnen.

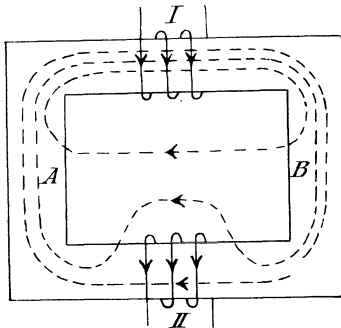


Fig. 202.

Zur Berücksichtigung der Streuung im Vektordiagramm vernachlässigen wir den Leerstrom wegen seines geringen Betrages**) und nehmen an, daß der primäre und sekundäre Stromvektor einander direkt entgegengesetzt sind. Der Winkel zwischen dem Vektor i_2 und dem Vektor $OE = E_2 \cdot \xi_1/\xi_2$ ist in Fig. 203 a willkürlich gewählt, hängt jedoch in Wirk-

lichkeit von dem Verhältnis der gesamten sekundären Selbstinduktion zum gesamten sekundären Widerstand ab. Wir tragen nun wieder in Richtung der Stromvektoren die betreffenden Ohmschen Spannungsverluste auf. Es ist also:

$$OG = i_1 \cdot w_1,$$

$$OL = i_2 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Wenn wir nun, der älteren Darstellung folgend, den beiden Spulen je einen besonderen Streufluß zuschreiben, so bleibt die innere sekundäre Selbstinduktion, die durch die Streulinien geschaffen wird, nach S. 267 um 90° hinter der Stromstärke zurück. Sie muß durch eine entgegengesetzte Komponente ON der sekundären elektromotorischen Kraft aufgehoben werden, die dem sekundären Strome um 90° voraufeilt. Dann stellt die Resultierende OR aus dem inneren Ohmschen Spannungsverlust und der

*) Vergl. Heyland, ETZ 1904, S. 60.

**) Das genaue Transformatoridiagramm wird bei Besprechung des Drehstrommotors im Abschnitt 121 gegeben werden.

inneren Selbstinduktion den gesamten sekundären Spannungsabfall dar. Die Verbindungslinie RE ist dann die sekundäre Klemmspannung nach Gröfse und Phase. Es ist also:

$$RE = e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Der Deutlichkeit wegen sind übrigens in Fig. 203 a die Vektoren der Spannungsverluste und der Selbstinduktion verhältnismäfsig grofs gezeichnet. In Wirklichkeit sind sie viel kleiner, so dafs die sekundäre Klemmspannung sich wenig von der elektromotorischen Kraft unterscheidet.

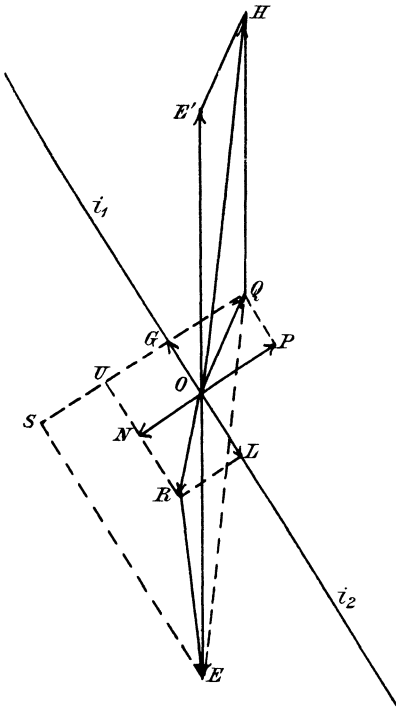


Fig. 203 a.

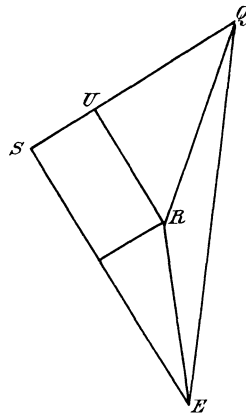


Fig. 203 b.

Die Komponente OP der Primärspannung, die der primären Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, eilt nun dem primären Stromvektor um 90° voraus. Dann stellt der Strahl OQ die Resultierende aus dem Ohmschen Spannungsverlust und der Selbstinduktion, d. h. den gesamten primären Spannungsverlust dar. Wir setzen ihn mit der Spannung OE' , die der elektromotorischen Gegenkraft das Gleichgewicht hält, zu einer Resultierenden zusammen und erhalten:

$$OH = e_1.$$

Damit sind sämtliche Vektoren nach Gröfse und Phase gegeben, und wir können nun wieder dazu übergehen, beide Spulen zu einem

einzigem Apparat zusammenzufassen. Wir verbinden deswegen den Punkt Q mit den Punkten G und E und fällen von R und E aus Senkrechte auf die Verlängerung von QG . Das so erhaltene, in Fig. 203 b herausgezeichnete Dreieck QES stellt nun das Spannungsdreieck für den gesamten Transformator dar. Die Hypotenuse QE ist als Seite eines Parallelogramms gleich OH , also gleich der primären Klemmspannung e_1 . Die Strecke QU ist gleich der Summe der beiden inneren Selbstinduktionen und die Strecke RU gleich der Summe der beiden Ohmschen Spannungsverluste. Dann stellt die Strecke QR uns den gesamten Spannungsverlust durch Ohmschen Widerstand und Induktanz im ganzen Transformator dar, während die sekundäre Klemmspannung nach Größe und Phase durch die Strecke RE gegeben ist. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß der gemeinsame innere Spannungsverlust in Wirklichkeit viel kleiner ist als die Strecke QR in Fig. 203 a und b.

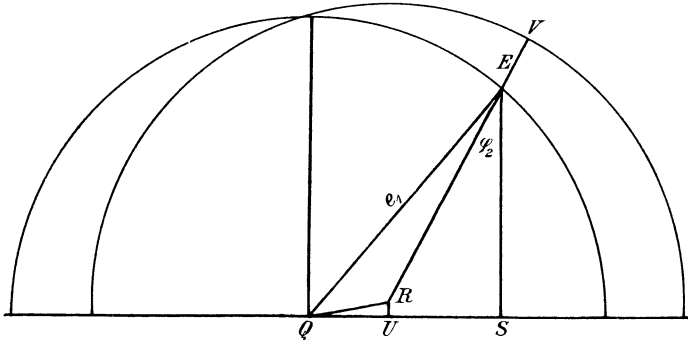


Fig. 204.

Es ist nun von Wichtigkeit, daß das Dreieck QRU sich experimentell ermitteln läßt. Schließt man nämlich die sekundäre Spule kurz, so wird $RE=0$ und der Punkt E fällt mit dem Punkt R zusammen. Natürlich muß dabei die primäre Spannung so niedrig gewählt werden, daß gerade nur der normale Strom im kurzgeschlossenen Transformator erzeugt wird. Dann ist die bei diesem Versuch angewandte primäre Spannung direkt gleich QR . Da nun die gesamte Ohmsche Spannung sich für die betreffende Stromstärke berechnen läßt, so ist das Dreieck QRU leicht zu konstruieren.

Damit sind die Grundlagen des Kappschen Transformatorendiagramms für konstante Stromstärke und variable äußere Phasenverschiebung gegeben (Fig. 204). Wir zeichnen das Dreieck QRU aus der primären Kurzschlußspannung QR und dem gesamten Ohmschen Spannungsverlust RU , beides natürlich bei normalem Strom, und schlagen mit $QE = e_1$ als Radius 2 Kreise mit den Mittelpunkten Q und R . Für einen gegebenen Phasenverschiebungswinkel φ_2 im äußeren sekundären Kreis ist dann RE

die reduzierte sekundäre Klemmspannung und EV der sekundäre Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung. Das gilt natürlich nur für ein und dieselbe Stromstärke, für die die Länge QR experimentell ermittelt ist. Für eine andere Stromstärke hätte man diese Länge proportional der Stromstärke zu ändern und ein neues Diagramm zu zeichnen.

Nach dem Diagramm in Fig. 204 wird die Differenz zwischen der Leerspannung und der Spannung bei Belastung um so größer, je weiter der Punkt E auf dem Kreise nach unten rückt, je größer also der Phasenverschiebungswinkel φ_2 ist.

Bei negativer Phasenverschiebung liegt der Punkt E dicht an der Ordinatenachse oder links von der Ordinatenachse. Dadurch wird dann die sekundäre Klemmspannung RE bei Betrieb größer als die Leerlaufspannung QE . Dieser Fall tritt ein, wenn im sekundären Kreis Kapazität oder übererregte Motoren eingeschaltet sind (vergl. das entsprechende Diagramm des Generators in Abschnitt 94, sowie die Abschnitte 79 und 107).

Zwölftes Kapitel.

88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschinen. — 89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen. — 90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld. — 91. Die elektromotorische Kraft bei Lochwicklung und bestimmter Polbreite. — 92. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung. — 93. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung.

88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschinen.

Obgleich sich im Laufe der Zeit herausgestellt hat, daß die einfache Innenpolmaschine fast in allen Fällen am günstigsten ist, wird es doch zweckmäßig sein, die verschiedenen Maschinentypen zu überblicken. Dabei empfiehlt es sich, den geschichtlichen Gang zu verlassen und die einfachsten Maschinen voranzustellen. Wir werden dabei vorläufig die

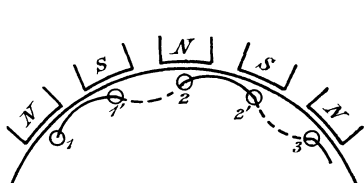


Fig. 205.

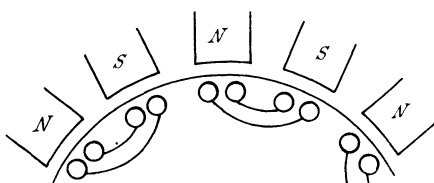


Fig. 206.

Ein- und Mehrphasenmaschinen zusammen behandeln, da die Besprechung der Eigentümlichkeiten der Drehstrommaschinen besser im Zusammenhang mit der Theorie des Drehstromes erfolgt. Es sei nur zum Verständnis dieses Kapitels erwähnt, daß die Einphasenmaschinen eine einzige Wicklung tragen. Jede Spulenseite kann dabei, wie in Fig. 205, in einem Loch untergebracht sein oder, wie in Fig. 206, in mehreren Löchern. Dabei liegt vor jedem Pol eine einzige Spulenseite. Im Gegensatz dazu tragen die Mehrphasenmaschinen mehrere, in bestimmter Weise verbundene Wicklungen, die räumlich gegeneinander verschoben sind. Diese Wicklungen oder Phasen können wir vorläufig als voneinander getrennt betrachten, so daß z. B. die Zweiphasenmaschine nichts ist, als eine Maschine mit zwei Einphasenwicklungen. Wir fassen demnach in Fig. 207 beispielsweise vorläufig nur die Wicklung 1 ins Auge, ohne uns um die andere Wicklung 2 zu kümmern. Auf diese Weise können wir im folgenden Wechselstrom- und Drehstrommaschinen gemeinsam behandeln.

Die Maschinen mit Außenpolen wurden früher sowohl für Ring- als auch für Trommelanker gebaut. Bei dem in Fig. 208 angedeuteten Ringanker sind alle Spulen im gleichen Sinne gewickelt und dann in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet. Zeichnet man, wie beim Gleichstromanker, die Strompfeile in die Drähte der vorderen Stirnfläche

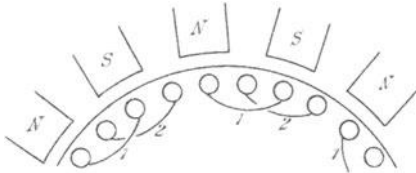


Fig. 207.

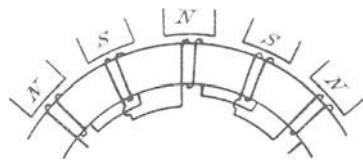


Fig. 208.

und verfolgt die Stromrichtung, so findet man, daß die gleichzeitig induzierten elektromotorischen Kräfte sich addieren.

Die Maschine mit Außenpolen und Trommelanker (Fig. 205) wird auch heute noch für kleinere Leistungen und hohe Tourenzahlen gebaut. Prinzipiell haben wir pro Pol eine Spulenseite, und zwar wird, wie beim Gleichstromanker, von Mitte Nordpol bis Mitte Südpol gewickelt. Der

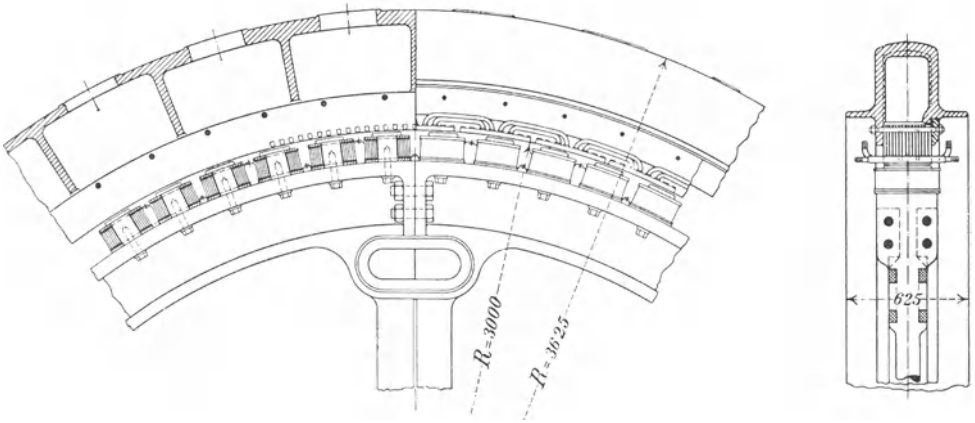


Fig. 209.

Dreiphasengenerator der Electricité et Hydraulique.

(Aus der Elektrotechnischen Zeitschrift vom Jahre 1900, Seite 1013.)

Draht sei z. B. in Fig. 205 im Loch 1 von hinten nach vorn und in 1' von vorn nach hinten geführt. Dann wird nach Fertigstellung der Spule 1 1' die Spule 2 2' durch die hinten liegende, punktiert gezeichnete Stirnverbindung dahintergeschaltet.

Die Innenpolmaschine (Fig. 209), die in ihrer Konstruktion und Wirkungsweise von bestechender Einfachheit ist, hat im Laufe der Zeit alle übrigen Konstruktionen verdrängt. Bei dieser Type steht der aus

Blechen zusammengesetzte Anker fest. Er trägt auf seinem inneren Umfang Nuten, die bei Hochspannungsmaschinen mit Mikanit, bei Niederspannungsmaschinen mit Prefsspan ausgekleidet sind. Die Wicklung erfolgt nach dem gewöhnlichen Prinzip der Trommel, und die Enden der Wicklung sind zu feststehenden Klemmen geführt, so daß ein Abnehmen des hochgespannten Stromes durch Schleifringe vermieden ist. Im Innern des Ankers rotiert das Polrad mit Wechselepolen, die in vielen Fällen direkt auf dem Umfang eines als Joch dienenden Schwungrades befestigt sind. Die Erregerwicklung ist in unserem Falle aus flach aufgewickelmtem Kupferband hergestellt. Häufig besteht sie auch aus einer einzigen Lage

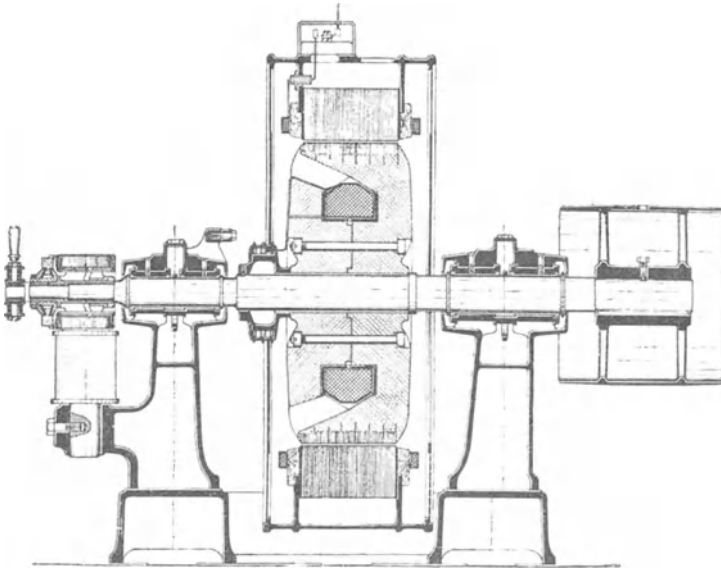


Fig. 210.
(Aus Kapp, Dynamomaschinen.)

Flachkupfer, das hochkantig gewickelt ist, und dessen einzelne Windungen durch Prefsspan voneinander isoliert sind. Der Erregerstrom wird durch eine Gleichstrommaschine oder durch eine Akkumulatorenbatterie geliefert und dem Polrade durch Bürsten und Schleifringe zugeführt.

Die Erregung sämtlicher Magnetpole durch eine einzige Erreger-
spule wurde in der sogenannten Lauffener Type durchgeführt, wie sie für die berühmte Kraftübertragung von Lauffen nach Frankfurt im Jahre 1891 angewendet wurde. Das Polrad enthält einen zweiteiligen eisernen Zylinder, der von der Erreger-
spule umschlossen ist (Fig. 210). Der Zylinder trägt klauenförmige Ansätze, die abwechselnd von rechts nach links und von links nach rechts über die Mitte hindübergreifen. Die Kraftlinien verlaufen dabei z. B. im Innern des Zylinders von links nach

rechts in Richtung der Achse und dringen durch die in der Papierebene liegende Polklaue der rechten Hälfte in den aufsen angeordneten Anker. Hier teilen sie sich in zwei Teile und kehren durch die vor und hinter der Papierebene liegenden Polklauen der linken Hälfte zum Innern der Spule zurück. Natürlich schließt sich ein großer Teil der Kraftlinien schon direkt von Polklaue zu Polklaue. Die Streuung solcher Maschinen ist also eine unverhältnismäßig große, und der Vorteil, den die eine Erregerspule bietet, ist zu teuer erkauft.

Während die bisher besprochenen Maschinen einen einzigen Polkranz besitzen, haben die Maschinen mit Scheibenankern zwei Polkranze, die so angeordnet sind, daß Polflächen ungleichen Vorzeichens einander gegenüberstehen. Wir betrachten zunächst den Fall, wo Wechselfole aufeinander folgen, wie z. B. bei der älteren Ferrantimaschine (Fig. 211). Dabei rotiert ein schmales, wellenförmiges Kupferband zwischen den Polflächen zweier Polkranze. Die in der Figur angedeuteten

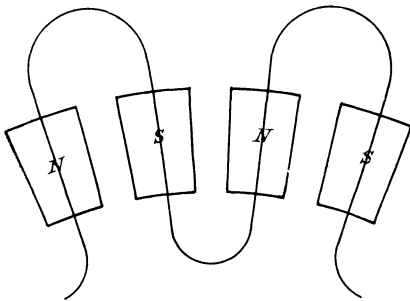


Fig. 211.

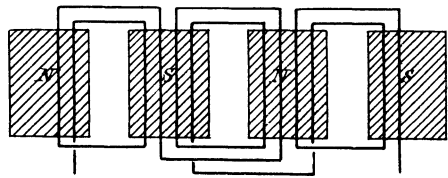


Fig. 212.

Pole liegen also hinter der Papierebene, und vor der Papierebene ist ein zweites Polsystem derartig angeordnet, daß ungleichnamige Pole sich gegenüberstehen. Diese ältere Ferrantimaschine ist deshalb von besonderem Interesse, weil sie am deutlichsten zeigt, daß man den Draht vor einem Nordpol entlang führt und vor dem nächsten Südpol zurückführt. Die Wickelung hat dabei ihren spulenartigen Charakter ganz verloren und ist zu einer reinen Wellenwickelung geworden.

Die spätere Ferrantimaschine besaß das gleiche Polsystem wie die ältere, enthielt jedoch scheibenförmige Spulen, wie sie auch bei den ersten Wechselstrommaschinen der Firma Siemens & Halske angewendet wurden. Um die prinzipielle Gleichheit der Scheibenwickelung und der Trommelwickelung deutlich zu machen, ist in Fig. 212 eine Spulenwickelung gezeichnet, die ebensogut für eine Ferrantimaschine, wie für eine Trommelwickelung gilt. Damit Fig. 212 eine Ferrantimaschine darstellt, haben wir die durch alle Polmitten gehende Gerade, wie in Fig. 211, in der Papierebene zu einem Kreise zu biegen und vor der Papierebene noch einen zweiten Polkranz liegend zu denken. Andererseits

können wir Fig. 212 aber auch als den abgerollten Mantel einer Trommel auffassen, wobei die im Ankereisen induzierten Pole den hinter der Papier-ebene liegenden Magnetpolen gegenüberstehen.

Damit die elektromotorischen Kräfte in den einzelnen Spulen sich addieren, sind die Spulen wieder im umgekehrten Sinne hintereinander zu schalten. Es ist dabei zu beachten, daß bei der gezeichneten Wickelung zwei Einzelspulen-seiten verschiedener Spulen nebeneinander vor einem Pol liegen. Sie werden also in gleichem Sinne induziert und bilden eine gemeinsame Spulenseite von doppelter Drahtzahl.

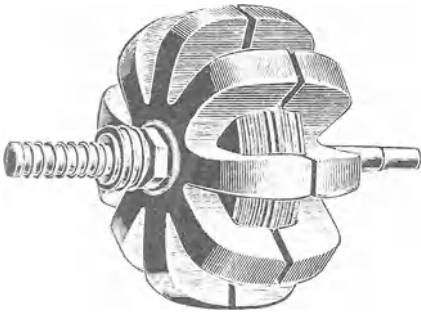


Fig. 213 a.

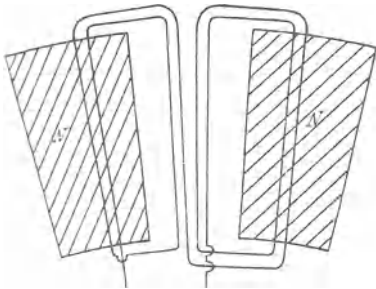


Fig. 213 c.

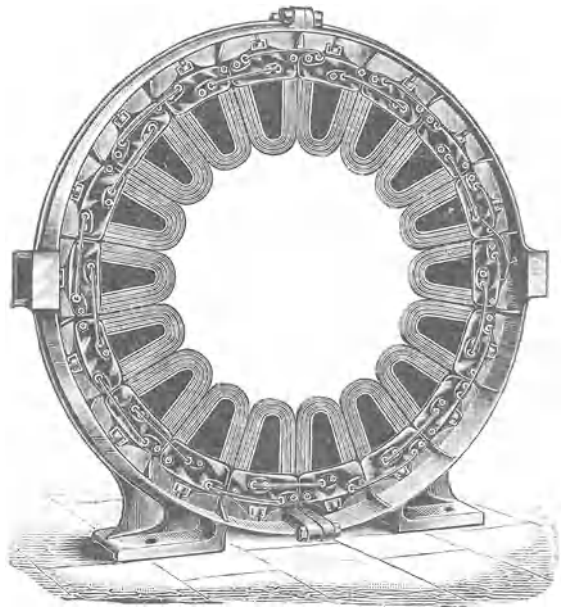


Fig. 213 b.

(Aus Kapp, Dynamomaschinen.)

Wir haben nun noch die Maschinen mit Gleichpolen zu erwähnen, obgleich sie eigentlich nur noch ein historisches Interesse haben. Zu den Gleichpolmaschinen gehört zunächst die Mordeymaschine, deren Magnet-system große Ähnlichkeit mit der Lauffener Type hat. Nur sind die klauenförmigen Ansätze nicht gegeneinander versetzt und ragen nicht über die Mitte hinaus, sondern die Pole der einen Hälfte stehen denen der andern Hälfte nach Fig. 213 a gerade gegenüber. Wir haben also auf der einen Seite eine Reihe von Nordpolen, auf der andern Seite eine Reihe von Südpolen. Wenn nun das Polrad rotiert, so schneiden die Kraftlinien durch die scheibenförmig gewickelten Spulen des feststehenden Ankers hindurch (Fig. 213 b). Die Anzahl der Spulen ist doppelt so

grofs, wie die Zahl der auf einer Seite befindlichen Pole. Wenn von Mitte Nordpol bis Mitte Nordpol gewickelt wäre, so wäre die elektromotorische Kraft jeder Windung in jedem Augenblicke gleich Null. Es ist demnach, wie Fig. 213 c zeigt, wesentlich von Mitte Nordpol bis Mitte der neutralen Zone gewickelt. Die elektromotorische Kraft kommt also nicht dadurch zustande, daß gleichzeitig beide Seiten einer Spule induziert werden wie bei der gewöhnlichen Trommelwicklung. Vielmehr liegt die eine Spulenseite gerade in der neutralen Zone, wenn sich die andere Spulenseite vor der Polmitte befindet. Die elektromotorische Kraft ist also bei gleicher Kraftlinienzahl, gleicher Drahtzahl und gleicher Periodenzahl halb so grofs, wie die einer Maschine mit Wechselepolen.

Wir können diesen Unterschied auch so definieren: Bei einer Wechselepolmaschine treten die Kraftlinien eines Poles während einer Periode in die Fläche der Spule hinein, wieder heraus, von der entgegengesetzten Seite hinein und wieder heraus. Dagegen tritt die Kraftlinienzahl eines Poles der Gleichpolmaschine während einer Periode in die Fläche der Spule nur einmal hinein und heraus.

Die Verbindung zweier Spulen geschieht wieder so, daß die elektromotorischen Kräfte sich addieren. Dabei haben wir zu beachten, daß zwei räumlich nebeneinander liegende Seiten verschiedener Spulen, wie in Fig. 212, eine gemeinsame Gruppe bilden und gleichzeitig vor einem Pol liegen. Zwei benachbarte, in gleichem Sinne gewickelte Spulen müssen also nach Fig. 213 c in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet werden, damit die elektromotorischen Kräfte in den verschiedenen Spulen sich addieren.

Zu den Maschinen mit Gleichpolen gehörten nun auch die sogenannten Induktormaschinen. Das Eigentümliche dieser Maschinen bestand darin, daß weder die Hochspannungswickelung, noch die Erregerwicklung, sondern nur ein Eisenkörper rotierte. Dieser schloß den Kraftlinienweg bald an der einen, bald an der anderen Stelle des Ankers und induzierte auf diese Weise elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung. Diese Maschinen liefen eine außerordentlich hohe Umfangsgeschwindigkeit zu. Fig. 214 stellt eine solche Induktormaschine der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft dar. Die Maschine besitzt zwei Anker *A* und *B*, die aus Blechen zusammengesetzt und durch das gemeinsame Joch *C* miteinander verbunden sind. Innerhalb des so gebildeten Hohlraumes liegt die Erregerspule *F*. Zwischen den beiden Ankern rotieren nun die Eisenklötze *G*, die an einem Schwungrad befestigt sind. Die Kraftlinien schlossen sich da am zahlreichsten, wo der magnetische Widerstand am kleinsten ist. Sie dringen also vom Anker *A* durch den Polklotz *G* zum Anker *B*, und wenn der Polklotz rotiert, werden die Kraftlinien mitgenommen. Wir können also die rotierenden Polklötze durch rotierende Elektromagnete ersetzt denken. Die Ankerwicklung erfolgt natürlich, wie bei allen Gleichpolmaschinen, von der Polmitte bis zur Mitte der neutralen Zone.

Wäre keine Streuung vorhanden, so wäre die in der neutralen Zone liegende Spulenseite an der Induzierung der elektromotorischen Kraft unbeteiligt. Infolge der Streuung werden aber in zwei zusammengehörigen Spulenseiten elektromotorische Kräfte induziert, die sich entgegenwirken. Bezeichnen wir also die Streulinien mit N_s , die Kraftlinien des Polklotzes mit N_p , so entspricht die elektromotorische Kraft der Differenz $N_p - N_s$. Mit Berücksichtigung dessen, daß der Induktionsfluß nicht zwischen dem positiven und negativen Maximum, sondern nur zwischen dem Maximum und Null wechselt, hat man daher in die allgemeine Gleichung (143) auf S. 324 für N den Wert

$$N = \frac{N_p - N_s}{2} \quad (139)$$

einzusetzen.

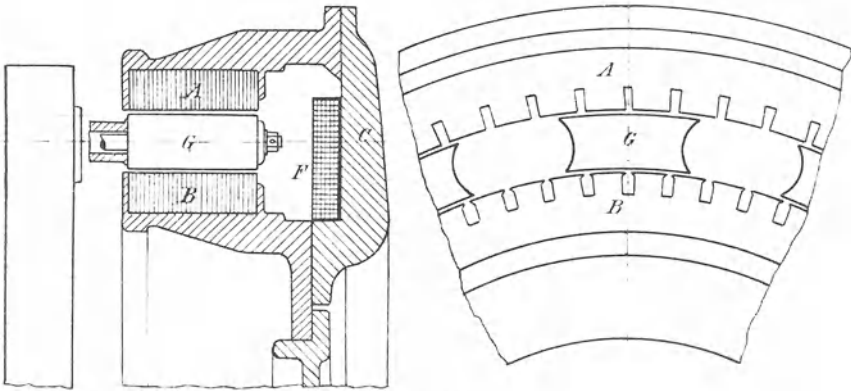


Fig. 214.

Der große Einfluß der Streuung bei den Induktormaschinen hat dazu geführt, daß sie, wie die Lauffener Type, ebenso schnell wieder verlassen sind, wie sie aufkamen. Die Streuung bedingt nämlich eine größere Kraftlinienzahl im Joch und daher eine größere, für das Joch erforderliche Amperewindungszahl. Das ist jedoch noch von geringer Bedeutung. Die Hauptsache ist, daß die Streuung der Feldmagnete einen erheblichen Spannungsabfall bei Belastung verursacht (vergl. Abschnitt 99).

89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen.

Der Unterschied der Gleichstrom- und Wechselstromwickelungen besteht darin, daß bei der Gleichstrommaschine die Ankerdrähte auf den ganzen Umfang verteilt sind, während bei der Wechselstrommaschine die Drähte einer Spulenseite meist in eine Nut oder wenige nebeneinanderliegende Nuten zusammengedrängt sind. Die Breite einer Spulenseite ist dabei also in der Regel kleiner als die Polbreite und sogar kleiner als die

neutrale Zone. Die gleichzeitig in den verschiedenen Drähten induzierten elektromotorischen Kräfte addieren sich in jedem Augenblick. Wir erhalten also den Mittelwert der induzierten elektromotorischen Kraft, wenn wir die während einer Umdrehung stattfindenden Kraftlinienschnitte durch die Zeitdauer einer Umdrehung dividieren und mit 10^{-8} multiplizieren. Bezeichnet also:

N die Kraftlinienzahl eines Poles,

p die Zahl der Polpaare,

z' die Zahl der hintereinander geschalteten Leiter,

so ergeben sich pro Umdrehung $2p \cdot N \cdot z'$ Kraftlinienschnitte. Da die Zeitdauer einer Umdrehung $\frac{1}{n/60}$ Sekunde ist, so ergibt sich die mittlere elektromotorische Kraft zu:

$$E_{\text{mittel}} = \frac{2p \cdot N \cdot z'}{1} \cdot 10^{-8} = 2N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (140)$$

Setzen wir nun:

$$\sim = p \cdot \frac{n}{60},$$

so erhalten wir:

$$E_{\text{mittel}} = 2N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (141)$$

Es ist von Interesse, diese Gleichung mit der für einen Gleichstromanker mit Serienwicklung zu vergleichen. Für diesen erhalten wir nach Gleichung (79) auf S. 139, indem wir die halbe Anzahl a der parallelen Stromzweige gleich 1 setzen:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Dabei bedeutete z die Gesamtzahl der Drähte auf dem Gleichstromanker. Von diesen ist aber nur die Hälfte hintereinander geschaltet. Wenn wir also die Zahl z' der hintereinander geschalteten Drähte einführen, so haben wir zu setzen:

$$z = 2z'$$

und erhalten für den Gleichstromanker:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot 2z' \cdot 10^{-8} = 2N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Das ist dieselbe Gleichung, die wir für die mittlere elektromotorische Kraft des Wechselstromankers gefunden haben.

Wir vergleichen jetzt eine Wechselstrommaschine mit einer Gleichstrommaschine von derselben gesamten Drahtzahl und demselben Drahtquerschnitt. Bei gleicher gesamter Drahtzahl ist die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschine doppelt so groß wie die der Gleichstrommaschine. Dagegen ist die Stromstärke der Wechselstrommaschine halb so groß wie die der entsprechenden Gleichstrom-

maschine, weil der Strom der Wechselstrommaschine alle Drähte hintereinander in seiner vollen Stärke durchfließt, während der Gleichstromanker in zwei parallelen Zweigen durchfließen wird.

Dabei ist aber immer vorausgesetzt, daß alle Drähte der Wechselstrommaschine hintereinander geschaltet sind, und daß die in den einzelnen Drähten induzierten elektromotorischen Kräfte sich in jedem Augenblicke addieren. Unsere Ableitungen sind also nicht anwendbar auf rotierende Umformer (vergl. Abschnitt 93 und 133).

90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld.

Unter der Voraussetzung, daß die Feldstärke am Ankerumfang eine Sinusfunktion des Ortes ist und alle Drähte in einer Nut liegen, ergibt sich die maximale elektromotorische Kraft nach Gleichung (112) auf S. 255 zu:

$$E_{max} = \pi \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Der Effektivwert ist $\sqrt{2}$ mal so klein wie der Maximalwert, er ergibt sich also zu:

$$E = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8} = 2,22 \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (142)$$

Man nennt das Verhältnis des Effektivwertes zum Mittelwert den Formfaktor. Dieser ist von der Form der Feldkurve und von der Art der Wickelung abhängig, und ergibt sich in unserem Falle zu $2,22:2 = 1,11$.

Wir gehen jetzt dazu über, die effektive elektromotorische Kraft auch für andere Verhältnisse zu bestimmen und schreiben daher Gleichung (142) ganz allgemein in der Form:

$$E = k \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (143)$$

Bei Mehrlochwicklung ist die elektromotorische Kraft etwas kleiner als für Einlochwicklung mit gleicher gesamter Drahtzahl. Wir erhalten sie bei sinusförmiger Verteilung des Feldes in einfacher Weise, indem wir die elektromotorische Kraft für die verschiedenen liegenden Löcher einzeln nach Gleichung (142) berechnen. Die gefundenen Werte haben wir dann mit Berücksichtigung des Lochabstandes nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen.

Es sei z. B. bei sinusförmigem Feld und Zweilochwicklung der Lochabstand gleich ein Drittel der Teilung. Nun entspricht eine Teilung dem Bogen π . Die ganze elektromotorische Kraft ergibt sich also als die Resultierende aus zwei einzelnen elektromotorischen Kräften, die um den Bogen $\pi/3$ verschoben sind, und für die die Drahtzahl gleich $z'/2$ ist. Jede einzelne elektromotorische Kraft ist dann nach Gleichung (142):

$$E' = 2,22 \cdot N \cdot \sim \cdot \frac{z'}{2} \cdot 10^{-8}.$$

Wenn wir zwei gleiche elektromotorische Kräfte E' , die um den Bogen $\pi/3$ verschoben sind, nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen, so erhalten wir $2 \cdot \cos \pi/6 \cdot E' = 1,73 E'$. Die elektromotorische Kraft für den ganzen Anker ist also:

$$E = 1,73 \cdot E' = 1,92 \cdot N \cdot \omega \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Von besonderem Interesse ist nun der Fall, wo die Spulenseite in so viel Löchern untergebracht ist, daß die Wickelung mit einer glatten Wickelung gleichwertig ist. Dieser Fall mag gleich bei dieser Gelegenheit behandelt werden, obgleich er weniger für Wechselstrommaschinen, als für Drehstrommotoren in Betracht kommt. Bei diesen haben wir es mit einem rotierenden, fast sinusförmigen Feld und einer Mehrlochwicklung zu tun, die ziemlich gleichwertig mit einer glatten Wickelung ist.

Wir zerlegen nun die ganze Spulenseite von der Breite 2γ in unendlich kleine Teile von der Breite $d\varphi$. Da auf der Breite 2γ vor allen Polen zusammen eine Drahtzahl z' liegt, so enthält die Breite $d\varphi$ eine Drahtzahl:

$$\frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z'.$$

Wir betrachten nun den Augenblick, wo die Mitte der Spulenseite im stärksten Felde liegt, wo also das Maximum der elektromotorischen Kraft in der ganzen Spulenseite induziert wird. In dem kleinen Teil, der im stärksten Felde liegt, wird dabei nach Gleichung (112) auf S. 255 induziert:

$$\pi \cdot N \cdot \omega \cdot \frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

In einem beliebigen, um den Winkel φ entfernten Teile ist die elektromotorische Kraft im betrachteten Augenblick:

$$\pi \cdot N \cdot \omega \cdot \frac{d\varphi}{2\gamma} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \cos \varphi.$$

Die ganze elektromotorische Kraft im betrachteten Augenblick ist also:

$$E_{max} = \frac{\pi}{2\gamma} \cdot N \cdot \omega \cdot z' \cdot 10^{-8} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \cos \varphi \cdot d\varphi = \pi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \cdot \omega \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Nun wird die elektromotorische Kraft der ganzen Spule wieder eine Sinusfunktion der Zeit, weil sie in jedem einzelnen schmalen Teil eine Sinusfunktion ist und die Summe verschiedener Sinusfunktionen wieder eine Sinusfunktion ist. Der Effektivwert ist also das 0,707fache des Maximalwertes.

Er ergibt sich also zu:

$$E = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \cdot \omega \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (144)$$

Ist z. B., wie bei Drehstrommotoren mit Dreiphasen-Spulenwicklung, die Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung, so ergibt sich:

$$2\gamma = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{0,5}{\pi/6} = \frac{3}{\pi},$$

und wir erhalten nach Gleichung (144):

$$E = 2,22 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot N \cdot z' \cdot 10^{-8} = 2,12 \cdot N \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (145)$$

Für eine Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung, wie wir sie bei der schleichenden Dreiphasenwicklung haben, ergibt sich:

$$2\gamma = \frac{2}{3} \cdot \pi, \quad \sin \gamma = \sin \frac{\pi}{3} = 0,866,$$

und daraus nach Gleichung (144):

$$E = 2,22 \cdot \frac{0,866}{\pi/3} \cdot N \cdot z' \cdot 10^{-8} = 1,84 \cdot N \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (146)$$

Die Gleichungen (145) und (146) werden uns für Drehstrommotoren von besonderer Wichtigkeit werden, während für Wechselstrom- und Drehstromgeneratoren mehr die Gleichungen des folgenden Abschnittes in Betracht kommen.

91. Die elektromotorische Kraft bei Lochwicklung und bestimmter Polbreite.

Während wir im vorigen Abschnitt ein sinusförmiges Feld voraussetzen, nehmen wir jetzt an, daß die Feldstärke unter dem Polbogen überall konstant ist und an der Polecke plötzlich auf Null fällt. Dann besteht die Kurve der elektromotorischen Kraft aus lauter Rechtecken. In Wirklichkeit hat allerdings die Abrundung der Pole und die Wirkung der Selbstinduktion zur Folge, daß die Kurve der elektromotorischen Kraft sich einer Sinuskurve nähert. Die im folgenden berechneten theoretischen Werte fallen also um 10% zu groß aus. Überhaupt sollen die folgenden Abschnitte wesentlich nur als Übungsaufgaben dienen.

In Fig. 215 a ist die theoretische Kurve der elektromotorischen Kraft für Einlochwicklung gezeichnet. Die elektromotorische Kraft erreicht ihren maximalen Wert sofort, wenn das Loch des Ankers unter den Pol tritt, und behält diesen Wert, solange sich das Loch unter dem Pol befindet. Zur Berechnung dieses Maximalwertes dividieren wir die Kraftlinienschnitte vor dem ganzen Polbogen durch die Zeitdauer der Bewegung. Ist N die Kraftlinienzahl eines Poles und z' die Zahl der hintereinander geschalteten Drähte, so ergeben sich vor dem Polbogen $N \cdot z'$ Kraftlinienschnitte. Ist ferner das Verhältnis des Polbogens zur Teilung gleich $\beta : \pi$, so ergibt sich nach Fig. 215 a:

der Bogen π wird in der Zeit $\frac{1}{2\sim}$ zurückgelegt,
 " " β " " " " $\frac{1}{2\sim} \cdot \frac{\beta}{\pi}$ "

Wir erhalten also den Maximalwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{max} = \frac{N \cdot z' \cdot 10^{-8}}{\frac{1}{2\sim} \cdot \frac{\beta}{\pi}} = 2 \frac{\pi}{\beta} N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (147)$$

Wir tragen nun, wie es in Fig. 215 b geschehen ist, das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf und ersetzen die schraffierten Flächen durch ein Rechteck über der Basis 2π . Die Höhe dieses Rechtecks ergibt sich zu $\frac{\beta}{\pi} \cdot E_{max}^2$. Wenn wir daraus die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \cdot E_{max}. \quad (148)$$

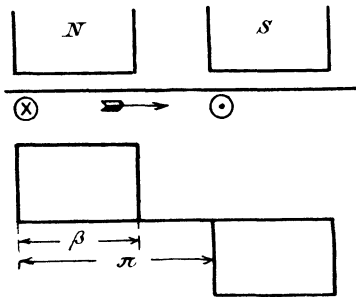


Fig. 215 a.

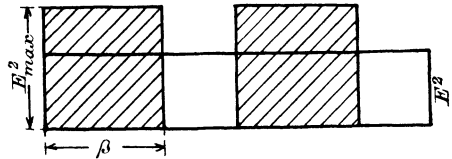


Fig. 215 b.

Ist z. B. das Verhältnis des Polbogens zur Teilung $\beta/\pi = 2/3$, so ergibt sich nach Gleichung (147):

$$E_{max} = 3 N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}$$

und nach Gleichung (148):

$$E = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot E_{max} = 2,45 N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Nimmt man die oben erwähnte Reduktion um 10% vor, so erhält man bei dem Verhältnis $\beta/\pi = 2/3$ fast genau denselben Wert wie bei sinusförmigem Feld und Einlochwicklung.

Bei Zweilochwicklung ist die Breite 2γ der Spulenseite gleich dem Lochabstand (Fig. 216 a). Wir betrachten der Einfachheit wegen nur den in der Praxis immer vorkommenden Fall, daß der Lochabstand kleiner ist als die neutrale Zone. Wenn die Polteilung dem Bogen π und die

Polbreite dem Bogen β entspricht, so entspricht die neutrale Zone dem Bogen $\pi - \beta$, und wir machen daher die Voraussetzung:

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft setzt sich nun aus zwei Rechtecken zusammen, die um den Bogen 2γ gegeneinander verschoben sind. Während der Zeit, wo sich beide Löcher vor dem Pol befinden, also über den Bogen $\beta - 2\gamma$, ist die elektromotorische Kraft ein Maximum. Da es für diesen Zeitraum gleichgültig ist, ob die vor den Polen befindlichen Drähte in einem oder in zwei Löchern angeordnet sind, so erhalten wir nach Gleichung (147):

$$E_{max} = 2 \cdot \frac{\pi}{\beta} \cdot N \cdot \omega \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Während sich dagegen nur ein einziges Loch vor dem Pol befindet, d. h. über den Bogen 2γ , ist die elektromotorische Kraft nur die Hälfte des Maximalwertes.

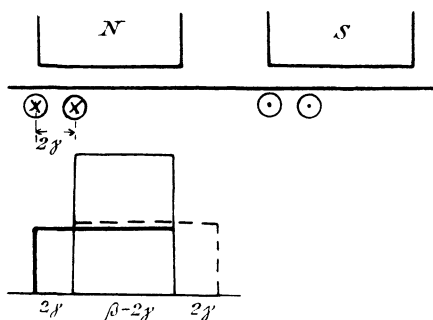


Fig. 216 a.

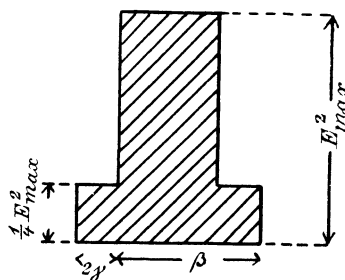


Fig. 216 b.

Wir tragen nun wieder das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf (Fig. 216 b) und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot 2\gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{2}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2 = (\beta - \gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis π dividieren und aus dem Resultat die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}. \quad (149)$$

Diese Gleichung gilt gleichmäÙig für die in Fig. 217 und 218 angedeuteten Wicklungen. In Fig. 217 zählt der gezeichnete Teil der Wicklung als eine einzige Spule mit 2 Löchern pro Spulenseite, und die Zahl solcher Spulen auf dem Anker ist gleich β . In Fig. 218 haben wir dagegen 2β Einzelspulen, deren Seiten in je einem Loch untergebracht sind. Für die Rechnung aber ist auch Fig. 218 zu behandeln wie eine

Zweilochwicklung mit p Spulenseiten. Natürlich muß dabei derart gewickelt sein, daß der Draht durch zwei dicht nebeneinander liegende Löcher in gleichem Sinne geführt wird.

Bei der Dreilochwicklung beschränken wir uns wieder auf den Fall, wo die Breite der Spulenseite kleiner ist als die neutrale Zone:

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

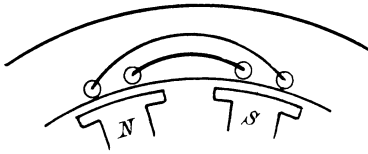


Fig. 217.

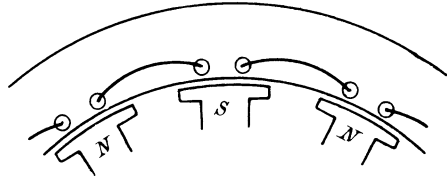


Fig. 218.

Die Kurve der elektromotorischen Kraft ergibt sich nun einfach, wenn wir in Fig. 219a die Ordinaten dreier Kurven addieren, deren Phasendifferenz dem Lochabstand oder der halben Spulenbreite entspricht. Der Deutlichkeit wegen sind in Fig. 219a die Ordinaten der drei Kurven nicht genau gleich groß gezeichnet.

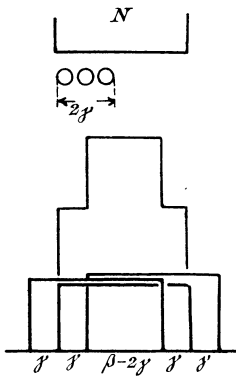


Fig. 219 a.

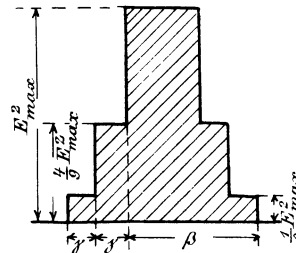


Fig. 219 b.

Im ersten Zeitraum, wo sich nur ein Loch unter dem Polbogen befindet, entspricht die elektromotorische Kraft dem dritten Teil der Ankerdrähte. Dieser Zeitraum dauert über den Bogen γ , wenn 2γ wieder die ganze Breite der Spulenseite ist. Über den weiteren Bogen γ entspricht die elektromotorische Kraft zwei Drittel der Ankerdrähte und weiter über den Bogen $\beta - 2\gamma$ hat sie einen konstanten Wert, der durch die ganze Drahtzahl gegeben ist. Die beiden ersten Vorgänge wiederholen sich dann, wenn die Spulenseite aus dem Polbogen austritt. Wir

quadrieren nun die Momentanwerte, tragen die Quadrate in Fig. 219 b als Ordinaten auf und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{3}\right)^2 + 2 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot E_{max}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wir vereinigen die zusammengehörigen Größen, dividieren durch den Bogen π und ziehen die Wurzel. Dann erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{8}{9} \cdot \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}. \quad (150)$$

Dabei berechnet sich der Maximalwert wieder aus Gleichung (147) auf S. 327:

$$E_{max} = \frac{2\pi}{\beta} \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Bei einer Dreiphasenmaschine mit Dreilochwicklung haben wir z. B. $3 \cdot 3 = 9$ Löcher pro Polteilung. Der Lochabstand, d. h. in unserem Falle der Wert von γ , ist also gleich $\pi/9$. Ist nun z. B. das Verhältnis des Polbogens zur Teilung $\beta : \pi = 1 : 2$, so erhalten wir nach Gleichung (147):

$$E_{max} = \frac{2 \cdot 2}{1} \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8} = 4 \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Ferner ergibt sich nach Gleichung (150):

$$E = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{9}} \cdot E_{max} = 2,53 \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

92. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung.

Im Gegensatz zu den Ausführungen auf S. 322 betrachten wir hier zunächst einen Fall, wo die Breite der Spulenseite größer als die Polbreite ist:

$$2\gamma > \beta.$$

Jetzt ragt die Spulenseite selbst in den Augenblicken der maximalen Induktion (Fig. 220 c) über die Polbreite hinaus, und dann ist nicht die Breite 2γ , sondern die Breite β ein Maß für den Wert von E_{max} . Wir beginnen nun unsere Betrachtung mit dem Augenblick, wo die Mitte der Spulenseite in die neutrale Zone fällt (Fig. 220 a). Dann werden vor den beiden Polen elektromotorische Kräfte induziert, die sich genau aufheben. Die elektromotorische Kraft der Spulenseite ist daher Null. Wenn dann die Spule um den Bogen α weiter schreitet, so nimmt die elektromotorische Kraft vor dem Südpol um einen Betrag zu, der dem Bogen α entspricht. Gleichzeitig nimmt die entgegengesetzte elektromotorische Kraft vor dem Nordpol um denselben Betrag ab. Daher entspricht die Zunahme der

elektromotorischen Kraft dem Bogen 2α . Da der Bogen β ein Maß für den Wert von E_{max} ist, so ergibt sich der Momentanwert zu:

$$E = E_{max} \cdot \frac{2\alpha}{\beta}.$$

Dieser Zeitraum dauert so lange, bis die Spulenseite ganz aus dem Bereiche des Nordpols herausgetreten ist (Fig. 220 b).

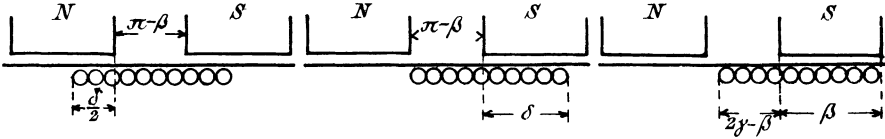


Fig. 220 a.

Fig. 220 b.

Fig. 220 c.

Bezeichnen wir nun den Betrag, um den die Spulenseite größer ist als die neutrale Zone, mit δ , so ergibt sich aus Fig. 220 b:

$$\delta = 2\gamma - (\pi - \beta) = 2\gamma + \beta - \pi. \tag{151}$$

Der Weg, um den die Spulenseite im ersten Zeitraum vorwärts geschritten ist, ist dann nach Fig. 220 a gleich $\delta/2$. Wir tragen nun die

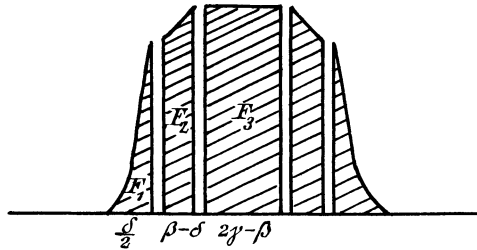


Fig. 221.

Quadrate der elektromotorischen Kraft als Ordinaten auf und berechnen die Fläche F_1 in Fig. 221. Sie ergibt sich zu:

$$F_1 = \int_0^{\delta/2} E_{max}^2 \cdot \left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^2 \cdot d\alpha = \frac{4 \cdot E_{max}^2}{\beta^2} \cdot \left[\frac{\alpha^3}{3}\right]_0^{\delta/2}.$$

Setzen wir die Grenzen ein, so erhalten wir:

$$F_1 = \frac{E_{max}^2 \cdot \delta^3}{6 \cdot \beta^2}.$$

Der zweite Zeitraum liegt zwischen dem in Fig. 220 b und 220 c gezeichneten Augenblick. Er ist dadurch bestimmt, daß die Spulenseite eine einzige Polfläche teilweise bedeckt. Bezeichnen wir jetzt den Betrag, um den die Spulenseite unter einen Polbogen getreten

ist, mit α , so ist allgemein der Momentanwert der elektromotorischen Kraft während des zweiten Zeitraumes:

$$E = E_{max} \cdot \frac{\alpha}{\beta}.$$

Im Anfang unseres Zeitraumes ist α nach Fig. 220 b gleich δ . Am Ende des Zeitraumes ist α nach Fig. 220 c gleich β . Wir haben also die Quadrate der Momentanwerte als Ordinaten aufzutragen und zwischen den Grenzen $\alpha = \delta$ und $\alpha = \beta$ zu integrieren. Wir erhalten dann die Fläche F_2 in Fig. 221 zu:

$$F_2 = \int_{\delta}^{\beta} E_{max}^2 \cdot \frac{\alpha^2}{\beta^2} \cdot d\alpha = \frac{E_{max}^2 \cdot (\beta^3 - \delta^3)}{3\beta^2}.$$

Im dritten Zeitraum ist die ganze Polfläche von der Spulenseite bedeckt und die elektromotorische Kraft ist gleichmäÙig ein Maximum. Der Zeitraum dauert nach Fig. 220 c über den Bogen $2\gamma - \beta$. Wir erhalten also, wenn wir das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auftragen:

$$F_3 = E_{max}^2 \cdot (2\gamma - \beta).$$

In Fig. 221 sind die Flächen getrennt gezeichnet, weil der Koordinatenanfang für die einzelnen Integrale nicht derselbe ist. Als Summe der Flächen erhalten wir dann:

$$2F_1 + 2F_2 + F_3 = E_{max}^2 \cdot \left(2\gamma - \frac{\beta}{3} - \frac{\delta^3}{3\beta^2} \right).$$

Wenn wir dann durch π dividieren und die Wurzel ziehen, so erhalten wir den Effektivwert zu:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\beta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma > \beta). \quad (152)$$

Diese Gleichung gilt unter der Voraussetzung, daß die Breite der Spulenseite größer ist als die Polbreite. Deswegen haben wir nun auch den Wert von E_{max} in Gleichung (147) auf S. 327 im Verhältnis $\beta:2\gamma$ zu reduzieren, da von der ganzen Drahtzahl nur im Maximum der Betrag $\beta/2\gamma$ vor einem Pol liegt. Wir erhalten also für eine Spulenseite, die größer als die Polbreite ist, mit Berücksichtigung der Gleichung (147):

$$E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \cdot z' \cdot 10^{-8} \quad (2\gamma > \beta). \quad (153)$$

Ist dagegen die Spulenseite kleiner als die Polbreite, so bleibt für die maximale elektromotorische Kraft Gleichung (147) auf S. 327 ohne weiteres bestehen. Bei der Berechnung des Effektivwertes ist aber jetzt nicht mehr der Polbogen β , sondern die Breite 2γ ein Maß für die maximale elektromotorische Kraft. Ferner sind die Integrationsgrenzen

für den zweiten Zeitraum δ und 2γ , und der dritte Zeitraum währt über den Bogen $\beta - 2\gamma$. Dann ergibt sich, ähnlich wie oben:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^2}{12\gamma^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma < \beta). \quad (154)$$

Dabei berechnet sich jetzt der Maximalwert aus Gleichung (147) auf S. 327.

Ist nun die Breite 2γ der Spulenseite sogar kleiner als die neutrale Zone, so erhalten wir aus Gleichung (151) auf S. 331 einen negativen Wert für δ . Wir haben in diesem Falle δ gleich Null zu setzen und im übrigen nach Gleichung (154) zu rechnen. Der Beweis ergibt sich einfach daraus, daß die Fläche F_1 in diesem Falle gleich Null wird, und daß die Fläche F_2 zwischen den Grenzen 0 und 2γ zu rechnen ist. Beides wird erfüllt, wenn wir δ gleich Null setzen.

93. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung.

Ein besonders wichtiges Beispiel für die glatte Wickelung der Wechselstrommaschinen bietet der Gleichstrom-Wechselstrom-Umformer. Dieser besteht aus einer Gleichstrommaschine, deren geschlossene Wickelung an zwei diametral gegenüberliegenden Punkten mit zwei Schleifringen verbunden ist. Ist die Maschine eine mehrpolige Maschine mit Parallelwicklung, so werden zwei Punkte, die um eine Polteilung voneinander entfernt sind, zu zwei Schleifringen geführt, und die beiden angeschlossenen Punkte werden mit den gleichliegenden durch Mordeyverbindungen verbunden.

Derartige Maschinen eignen sich sowohl zur gleichzeitigen Erzeugung von Gleichstrom und Wechselstrom (Laboratoriumsmaschinen), als auch zur Umwandlung der einen Stromart in die andere (rotierende Umformer). Sie können z. B. als Motoren von der Wechselstromseite aus angetrieben werden und liefern als Generatoren Strom auf der Gleichstromseite. Solange sich die Abzweigungspunkte, die mit den Schleifringen verbunden sind, in der neutralen Zone befinden (Fig. 222 a), sind die Bürsten auf den Schleifringen gleichbedeutend mit den Bürsten auf dem Kollektor. Während dieser Zeit ist die elektromotorische Kraft des Wechselstromes konstant, und zwar ist sie gleich der Gleichstromspannung der Maschine. Sie ist also nach Gleichung (79) auf S. 139 gegeben durch:

$$E_{max} = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8},$$

wo z die gesamte Drahtzahl auf dem Anker bedeutet. Nun ist $z/2a$ die Drahtzahl einer Ankerabteilung.

Es wird also:

$$z' = \frac{z}{2a};$$

andererseits ist:

$$\sim = p \cdot \frac{n}{60}.$$

Mit Einführung dieser Werte in die Gleichung für E_{max} erhalten wir:

$$E_{max} = 2 N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Derselbe Wert hätte sich direkt aus Gleichung (153) ergeben.

Sobald nun die zu den Schleifringen geführten Punkte der Wicklung unter den Polbögen treten (Fig. 222 b), ergibt sich die in einer Abteilung induzierte elektromotorische Kraft aus der Differenz der beiden elektromotorischen Kräfte, die auf dem Bogen y und dem Bogen x induziert

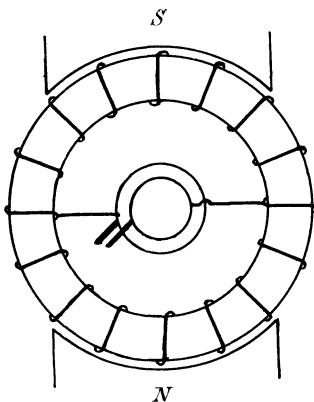


Fig. 222 a.

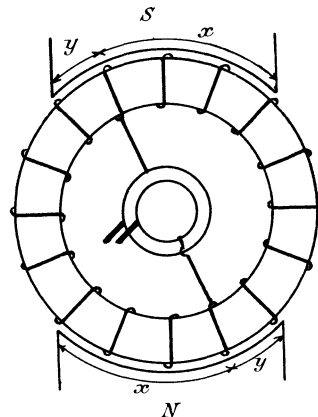


Fig. 222 b.

werden. Die Spannung nimmt daher ab und wird schließlich gleich Null, wenn die beiden Zuführungsstellen vor der Polmitte stehen.

Der Effektivwert der elektromotorischen Kraft beim Umformer für einphasigen Wechselstrom ergibt sich, wenn wir in Gleichung (152) auf S. 332 für 2γ den Wert π einführen. Für das gebräuchliche Verhältnis $\beta : \pi = 2 : 3$ wird dann nach Gleichung (151) auf S. 331:

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{2\gamma}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} - 1 = \frac{2}{3}.$$

Der Effektivwert wird dann aus Gleichung (152) auf S. 332:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\delta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2\pi}} = 0,745 E_{max},$$

oder mit Hilfe des oben berechneten Wertes von E_{max} :

$$E = 0,745 \cdot 2 N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8} = 1,49 \cdot N \cdot \sim \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Die effektive Wechselstromspannung ist also in unserem Beispiel das 0,745 fache der Gleichstromspannung, oder die Gleichstromspannung ist 1,34 mal größer als die Wechselstromspannung. Dieses konstante Verhältnis der Spannungen wird nun wichtig, wenn man hochgespannten Wechselstrom in Gleichstrom transformieren will. Man muß den Wechselstrom dann erst durch einen ruhenden Transformator auf den 0,745 fachen Wert der gewünschten Gleichstromspannung transformieren. Die Höhe dieser letzteren ist dadurch nach oben hin begrenzt, daß der Kollektor der Gleichstrommaschine sich schwer für Spannungen über 1000 Volt konstruieren läßt, und daß nur in Ausnahmefällen der Gleichstrom von hoher Spannung für Beleuchtungszwecke anwendbar ist. Man zieht daher unter Umständen eine Doppelmaschine vor, d. h. einen Wechselstrommotor, der mit einem Gleichstromgenerator gekuppelt ist (Motorgenerator).

Dreizehntes Kapitel.

94. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine. — 95. Das Diagramm der Amperewindungen. — 96. Berechnung der Ankerrückwirkung. — 97. Experimentelle Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung. — 98. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles. — 99. Berücksichtigung der primären Streuung.

94. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine.

Unter der Voraussetzung, dafs der Selbstinduktionskoeffizient eine Maschine bei den verschiedenen Betriebszuständen einen konstanten Wert hat, ist das Diagramm der Wechselstrommaschine ein aufserordentlich einfaches. Die von den Magnetkraftlinien induzierte elektromotorische Kraft E_1

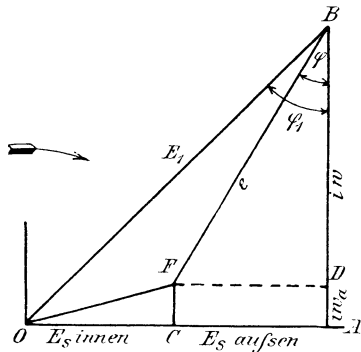


Fig. 223 a.

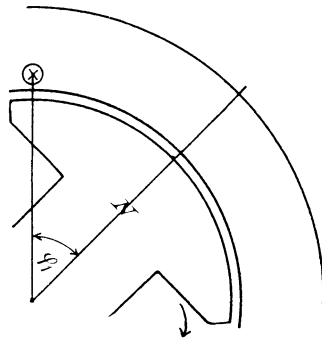


Fig. 223 b.

ist die Hypotenuse eines rechtwinklichen Dreieckes, dessen eine Kathete durch die Summe der inneren und äusseren Selbstinduktion und dessen andere Kathete durch die Summe der inneren und äusseren Ohmschen Spannung gebildet wird. In Fig. 223 a fällt der Vektor des Stromes in die positive Richtung der Ordinatenachse. Die Selbstinduktion bleibt um 90° hinter dem Strome zurück und wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente OA der elektromotorischen Kraft. Die Strecke OA zerfällt wieder in zwei Teile, nämlich die innere Selbstinduktion OC und die äussere Selbstinduktion CA . Ebenso zerfällt die gesamte Ohmsche Spannung AB in den Ohmschen Spannungsverbrauch AD im Anker und in den Ohmschen Spannungsverbrauch DB im äusseren Stromkreise. Um nun die Klemmspannung zu ermitteln, zeichnen wir das Rechteck

CFDA. Dann stellt die Verbindungslinie *FB* die Klemmspannung der Maschine dar, denn sie ist die Hypotenuse zu den Katheten der äußeren Selbstinduktion und der äußeren Ohmschen Spannung. Ferner stellt *OF* den gesamten Spannungsverlust in der Maschine dar. Es ist schon im Abschnitt 75 darauf hingewiesen, daß man diesen nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft subtrahieren muß, um die Klemmspannung *e* zu erhalten.

Der Winkel *FBD* ist der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Klemmspannung und Stromstärke, also der Phasenverschiebungswinkel im äußeren Stromkreise. Dagegen stellt der Winkel φ_1 die Phasenverschiebung zwischen elektromotorischer Kraft und Stromstärke dar. Um die räumliche oder zeitliche Bedeutung dieses Winkels deutlich zu machen, ist in Fig. 223 b der Pol gerade in dem Augenblick gezeichnet, in dem die Stromstärke ihren maximalen Wert hat. Wäre die Phasenverschiebung gleich Null, so fiel dieses Maximum des Stromes mit dem Zeitpunkt zusammen, wo die Polmitte sich vor dem Draht befindet. Tatsächlich aber wird das Maximum des Stromes um den Winkel φ_1 später erreicht, nachdem die Polmitte den Draht schon passiert hat. Selbstverständlich ist der im Diagramm gezeichnete Winkel φ_1 nur bei einer zweipoligen Maschine gleich dem räumlichen Winkel. Bei mehrpoligen Maschinen mit p Polpaaren entspricht allgemein ein Winkel des Diagramms einem p mal so kleinen räumlichen Winkel.

Um nun das Diagramm in Fig. 223 a zeichnen zu können, müssen wir die Leerlaufcharakteristik und den Selbstinduktionskoeffizienten der Maschine kennen. Wir können die Charakteristik leicht experimentell ermitteln, indem wir den Magnetstrom durch Veränderung eines Regulierwiderstandes variieren, oder indem wir die Spannung der Erregermaschine verändern. Wir tragen dann den Erregerstrom oder die Amperewindungen pro Polpaar als Abszisse und die Leerlaufsspannung als Ordinate auf. Diese Spannung ist gleich der elektromotorischen Kraft der Maschine.

Man erhält auf diese Weise die statische Charakteristik (Fig. 236). Diese steigt zunächst gradlinig an, solange die Kraftlinienzahl und damit die Eisensättigung gering ist. Denn dann spielt in dem ganzen magnetischen Kreis der Luftraum die Hauptrolle, und die erzeugten Kraftlinien sowie die elektromotorische Kraft sind den Erregeramperewindungen proportional. Sobald aber infolge zunehmender Sättigung des Eisens die magnetische Leitfähigkeit des Eisenweges abnimmt, wird die Kurve flacher und flacher.

Die statische Charakteristik sei nun durch Experiment bestimmt oder eventuell durch Rechnung nach Abschnitt 57 ermittelt. Es gilt nun noch, die innere Selbstinduktion zu bestimmen. Wir machen zunächst zu diesem Zwecke die Annahme, daß die Stellung des Ankers gegenüber den Polen keine wesentliche Veränderung der vom Anker erzeugten Selbstinduktionskraftlinien bewirken soll. Fig. 224 a und b zeigen allerdings, daß der

magnetische Widerstand für die vom Ankerstrom erzeugten, in den Figuren punktiert gezeichneten Kraftlinien je nach der relativen Lage des Poles und der Spule verschieden ist. Der Selbstinduktionskoeffizient ist also zunächst während einer Periode keine konstante GröÙe. Ferner aber wird er auch von der Phasenverschiebung beeinflusst, da es für die vom Anker erzeugten Kraftlinien nicht gleichgültig sein kann, ob das Maximum des Stromes in der neutralen Zone oder vor der Polmitte auftritt.

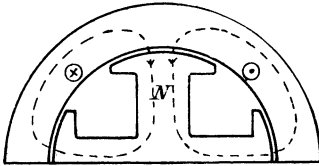


Fig. 224 a.

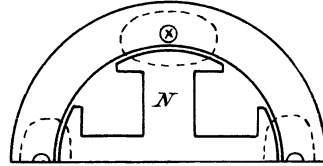


Fig. 224 b.

Sehen wir aber davon ab, so können wir die Selbstinduktion experimentell ermitteln, indem wir eine Wechselstromspannung an den Anker unserer feststehenden Maschine legen. Diese Spannung wird so niedrig gewählt, daß sie nur den normalen Strom durch den Anker treibt. Bei größeren Maschinen ist dies Experiment allerdings unter Umständen sehr gefährlich, da die vom Anker erzeugten Kraftlinien mit der vollen Perioden-

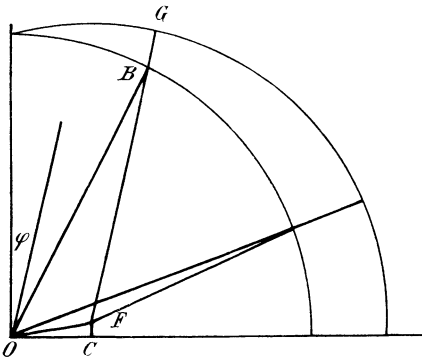


Fig. 225.

zahl durch die Magnetwindungen hindurchschneiden und in ihnen Spannungen von gefährlicher Höhe induzieren. Wir wollen aber dies in unserm Falle übersehen, da es uns hier darauf ankommt, auf möglichst einfache Weise zu einem Begreifen der Verhältnisse zu gelangen. Wenn wir dann von dem geringen Ohmschen Spannungsverbrauch absehen, ist die an den Anker gelegte Spannung gleich der elektromotorischen

Gegenkraft der Selbstinduktion. Wenn wir sie also durch die Stromstärke dividieren, erhalten wir direkt die Induktanz $L \omega$.

Nachdem so die Leerlaufcharakteristik und die Induktanz des Ankers bestimmt sind, können wir für eine gegebene Erregung die Klemmspannung bei einem bestimmten Stromverbrauch vorausbestimmen. Der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ im äußeren Stromkreise muß dabei ebenfalls gegeben sein. Wir suchen dazu aus der statischen Charakteristik für die gegebene Erregung die elektromotorische Kraft E_1 und schlagen von O aus einen Kreis mit dem Radius $OB = E_1$ (Fig. 225). Dann konstruieren

wir aus $CF = i \cdot \omega_a$ und $OC = L \omega \cdot i$ das Dreieck OFC . Um dann für einen bestimmten Leistungsfaktor $\cos \varphi$ im äußeren Stromkreise das Diagramm zu ermitteln, ziehen wir von O aus einen Strahl unter dem Winkel φ gegen die Ordinatenachse. Durch F legen wir eine Parallele zu diesem Strahl, die den Kreis im Punkte B schneidet. Dann ist FB nach Fig. 223 a die gesuchte Klemmspannung. Die algebraische Differenz $OB - FB$ gibt uns den Abfall der Klemmspannung zwischen Leerlauf und normaler Belastung an. Um diese Differenz bequem ablesen zu können, schlagen wir von F aus mit dem Radius $FG = E_1$ einen zweiten Kreis, der die Verlängerung von FB im Punkte G schneidet. Dann ist BG der gesuchte Spannungsabfall. Wie die Figur zeigt, wird dieser Spannungsabfall um so größer, je weiter der Punkt B sich auf dem Kreise nach unten bewegt, je größer also der Winkel φ ist.

Der Spannungsabfall erreicht seinen größten Wert, wenn die Phasenverschiebung 90° beträgt (Fig. 226 a). In diesem Falle ist die äußere

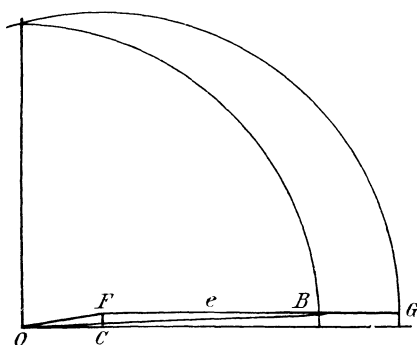


Fig. 226 a.

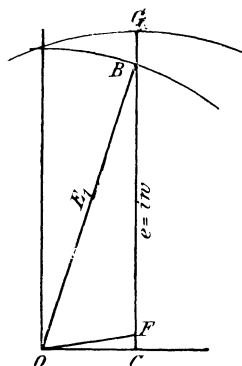


Fig. 226 b.

Ohmsche Spannung gleich Null und die Klemmspannung ist gleich der äußeren Selbstinduktion. Der innere Spannungsverlust OF subtrahiert sich jetzt fast algebraisch von der elektromotorischen Kraft OB , und die Klemmspannung erreicht ihren niedrigsten Wert.

Dagegen zeigt Fig. 226 b, daß der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung besonders klein wird, wenn die Maschine nur auf Glühlampen arbeitet, und wenn infolgedessen die Phasenverschiebung aufsen gleich Null ist. Die Klemmspannung FB ist in diesem Falle gleich der äußeren Ohmschen Spannung und die äußere Selbstinduktion ist gleich Null.

Von besonderem Interesse ist nun noch der Fall, wo die Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise negativ ist (Fig. 227). Dann eilt der Vektor des Stromes i dem Vektor FB der Klemmspannung um den Winkel φ voraus. Das kann eintreten, wenn eine Kapazität oder ein übererregter Synchronmotor im Stromkreise eingeschaltet ist. Unter diesen

Umständen ist die Klemmspannung e sogar größer als die elektromotorische Kraft E_1 . Diese auffällige Erscheinung wird erst in den Abschnitten 103 und 107 vollständig besprochen werden können. Hier sei nur darauf hingewiesen, daß Wechselstrommotoren eine elektromotorische Gegenkraft haben können, die größer als die Netzspannung ist, und die sogar größer als die elektromotorische Kraft des Generators sein kann. Liefert z. B.

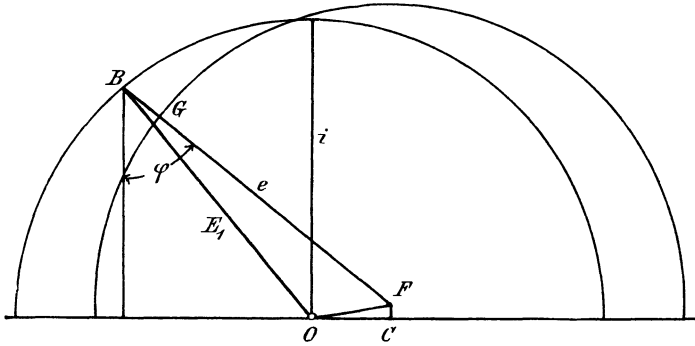


Fig. 227.

der Generator eine elektromotorische Kraft von 1000 Volt und ist die elektromotorische Gegenkraft des Motors 1200 Volt, so stellt sich eine Klemmspannung von etwa 1100 Volt her. Zugleich eilt dann die Stromstärke in der Phase voraus und wir erhalten Verhältnisse, wie sie in Fig. 227 gezeichnet sind.

95. Das Diagramm der Amperewindungen.

Das im vorigen Abschnitt besprochene Diagramm der elektromotorischen Kräfte liefert uns schnell und anschaulich ein Bild von der Wirkungsweise der Wechselstrommaschine. Es läßt uns aber im Stich, wenn wir die für einen bestimmten Betriebszustand nötige Erregung vorausberechnen wollen. Ein großer Teil der vom Anker erzeugten Kraftlinien verläuft nämlich durch die Magnetkerne und wirkt dort den Kraftlinien entgegen, die von der Magneterregung erzeugt werden.

Wir trennen daher zunächst die ganze, früher als Selbstinduktion bezeichnete elektromotorische Kraft in zwei Teile. Der erste Teil, den wir mit E_2 bezeichnen wollen, wird durch die vom Anker erzeugten Kraftlinien induziert, die sich nach Fig. 228 a durch die Magnete hindurch schließen. Die Figur ist unter der Annahme gezeichnet, daß das Polrad im Sinne des Uhrzeigers gedreht wird, und daß infolge von Phasenverschiebung der Strom erst im gezeichneten Augenblick sein Maximum erreicht. Wie man sieht, wirken die vom Anker erzeugten Kraftlinien, die durch die gestrichelte Kurve angedeutet sind, den Kraftlinien der Pole entgegen.

Der zweite Teil der Selbstinduktion, den wir von jetzt an als die Streuinduktion E_{st} bezeichnen wollen, wird durch die Streulinien des Ankers geschaffen. Von diesen verläuft ein Teil nach Fig. 228 b durch die Stege der Ankerzähne und ein Teil schließt sich nach Fig. 228 c um die Stirnverbindungen herum. Endlich können wir auch die vom Anker erzeugten Kraftlinien, die sich nach Art der Querkraftlinien eines Gleichstromankers durch den Polschuh schließen, zu den Streulinien rechnen.

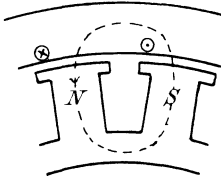


Fig. 228 a.

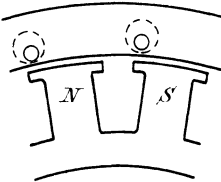


Fig. 228 b.

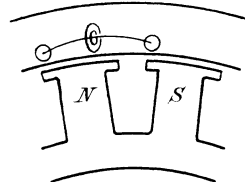


Fig. 228 c.

Wenn wir so die von den Ankerkraftlinien induzierte elektromotorische Kraft in die beiden Teile E_2 und E_{st} trennen, so erhalten wir das Diagramm in Fig. 229 a. Darin wird E_2 durch die Ankerrückwirkung und E_{st} durch die Ankerstreuung induziert, während E_1 bei der gegebenen Eisensättigung des Betriebes durch die Magneterregung geschaffen wird.

Wie man sieht, sind die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 rein fiktive Werte, die gar nicht tatsächlich auftreten, da ja die Kraftlinien,

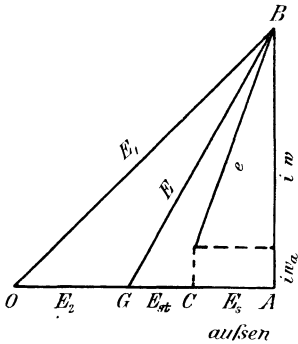


Fig. 229 a.

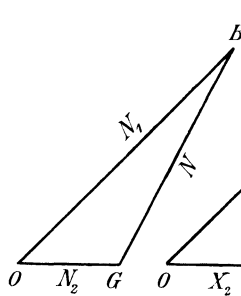


Fig. 229 b.

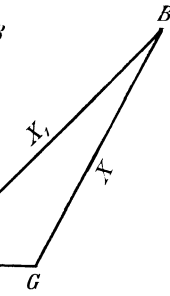


Fig. 229 c.

von denen sie induziert werden, nicht selbständig existieren, sondern sich in jedem Augenblicke zu einer Resultierenden zusammensetzen. Ja, die Selbstinduktion der Magnetspulen und die Wirbelströme im Poleisen werden es sogar verhindern, daß die vom Wechselstrom erzeugten Gegenkraftlinien N_2 entstehen und verschwinden, wie etwa die Streulinien des Ankers. Es stellt sich vielmehr unter dem Einfluß der konstanten Erregung durch Gleichstrom und unter dem Einfluß einer mittleren Ankerrückwirkung eine wesentlich konstante Kraftlinienzahl N in den Magneten her.

In Fig. 229 b sind also die von der Magneterregung geschaffenen Kraftlinien N_1 und die von der Ankerrückwirkung geschaffenen Kraftlinien N_2 ebenfalls noch fiktive Werte. Es existiert tatsächlich nur das resultierende Feld N , und durch dieses wird direkt die tatsächliche elektromotorische Kraft $E = GB$ in Fig. 229 a induziert. Dabei sind die Dreiecke der Kraftlinien und der elektromotorischen Kräfte einander ähnlich, da bei der gegebenen Periodenzahl und Drahtzahl die elektromotorische Kraft der entsprechenden Kraftlinienzahl proportional ist. Es sollten allerdings nach S. 268 alle Vektoren der Fig. 229 b gegen die entsprechenden Vektoren der Fig. 229 a um 90° verschoben sein. Der Deutlichkeit wegen sind sie jedoch in ein und derselben Richtung gezeichnet.

Da nun andererseits alle Amperewindungen auf denselben magnetischen Kreis wirken, so sind wieder die Kraftlinien den entsprechenden Amperewindungen proportional. Wir erhalten so das Dreieck in Fig. 229 c, das wieder dem Dreieck in Fig. 229 a ähnlich ist. Es bedeutet dabei:

- X_1 die Magneterregung,
- X_2 die Ankerrückwirkung,
- X die resultierende Erregung.

Der Vorteil ist nun, daß man es nicht mit fiktiven Kraftlinien und elektromotorischen Kräften zu tun hat, sondern mit den wirklich existierenden Amperewindungen X_1 und X_2 . Die daraus resultierende Erregung X schafft uns eine wirkliche Kraftlinienzahl und eine elektromotorische Kraft, deren Betrag direkt aus der Leerlaufcharakteristik entnommen werden kann (vergl. Abschnitt 98). Sie wird aufgebraucht für die innere Streuinduktion GC und die äußere Selbstinduktion CA , sowie für die ganze Ohmsche Spannung BA . Die elektromotorische Kraft $E = GB$ ist ein Maß für die im ganzen magnetischen Kreise verlaufenden Kraftlinien $N = GB$.

96. Berechnung der Ankerrückwirkung.

Bei Maschinen für einphasigen Wechselstrom gestaltet sich die Berechnung der Ankerrückwirkung verhältnismäßig unsicher. Ist die Phasenverschiebung gleich 90° (Fig. 230 a, b, c), so erreicht der Ankerstrom seinen höchsten Wert in dem Augenblick, wenn der Ankerdraht sich in der neutralen Zone befindet. Schaft und Spitze der Strompfeile sind daher in Fig. 230 b besonders stark gezeichnet. Wie durch die gestrichelt gezeichneten Kraftlinien angedeutet wird, wirkt der Ankerstrom in diesem Augenblick der Magneterregung direkt entgegen.

Bezeichnet dann z' die hintereinandergeschaltete Drahtzahl des Ankers, so ist die Drahtzahl pro Spulenseite gleich $\frac{z'}{2p}$. Das ist zugleich

die Windungszahl des Ankers pro Polpaar. Die Ankerrückwirkung pro Polpaar ist also für den Augenblick in Fig. 230 b:

$$X_{2max} = \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}.$$

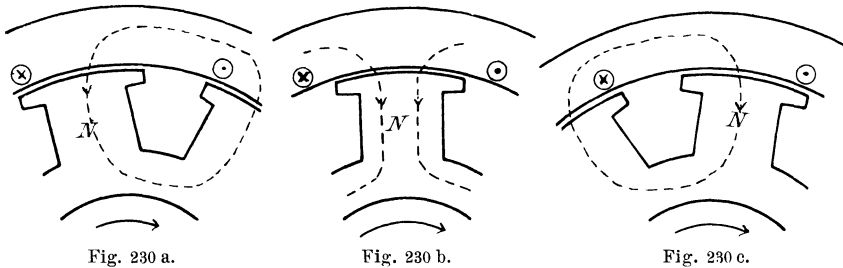
Da der Ankerstrom in den vorausgehenden und folgenden Augenblicken geringer ist, so werden wir eine mittlere Stromstärke statt der maximalen einführen müssen und erhalten:

$$X_2 = \frac{z'}{2p} \cdot i_{mittel} = \frac{z'}{2p} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{max}.$$

Wenn wir für i_{max} den Wert $\sqrt{2} \cdot i$ einführen, wo i der Effektivwert des Ankerstromes ist, so erhalten wir pro Polpaar:

$$X_2 = 0,9 \frac{i \cdot z'}{2p}.$$

Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß der Weg für die Kraftlinien erschwert wird, wenn der Pol sich nicht gerade vor dem Spulenkopf



befindet. Kapp erhält durch genaue Berücksichtigung aller Verhältnisse statt des Faktors 0,9 den Faktor 0,736 für eine Polbreite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung und den Faktor 0,8 für eine Polbreite gleich $\frac{1}{2}$ der Teilung. (Siehe Kapp, Dynamomaschinen, 4. Aufl. S. 423 ff.) Es kommt uns jedoch mehr darauf an, die Faktoren zu erkennen, die die Ankerrückwirkung bestimmen, als mathematisch genau ihren Wert zu berechnen. Überhaupt ist die Berechnung verhältnismäßig unsicher, weil das vom Anker erzeugte Feld trotz der Selbstinduktion der Magnetspulen und der Wirbelströme im Poleisen nicht unwesentlich fluktuiert.

Wesentlich zuverlässiger ist die Rechnung bei Dreiphasenmaschinen, bei denen auf dem Anker drei besondere Wickelungen liegen. Obgleich die Gesetze des Dreiphasenstromes erst später behandelt werden, können wir doch schon hier die Tatsache benutzen, daß der Strom immer in der einen Spulenseite ein Maximum ist, wenn er in der rechts und links liegenden Spulenseite den halben Wert hat. Bei einer Phasenverschiebung von 90° führt also der Leiter, der in der neutralen Zone liegt, den maxi-

malen Strom, während die Leiter zu seinen beiden Seiten einen Strom von der gleichen Richtung, aber von der halben Stärke führen (Fig. 231).

Um nun die Ankerrückwirkung pro Polpaar zu ermitteln, betrachten wir zunächst die Löcher 2 und 5, in denen der Strom gerade seinen maximalen Wert hat. Ist die Drahtzahl pro Phase gleich z' , so ist die Drahtzahl pro Spulenseite gleich $\frac{z'}{2p}$. Die Amperewindungen der Spule 2 5 sind dann $\frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$. Die Amperewindungen der Spulen 3 6 und 1 4 sind dann je $\frac{1}{2} \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$. Die Gegenkraftlinien zwischen den Löchern 3 und 4 werden nun geschaffen durch eine gesamte Gegenenerregung, deren eine Spulenseite von den Löchern 1, 2, 3 und deren andere Spulenseite von den Löchern 4, 5, 6 gebildet wird. Die Gegenkraftlinien zwischen den Löchern 3 und 4 entsprechen also einer Amperewindungszahl:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} + \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} + \frac{1}{2} \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} = \frac{2 \cdot z'}{2p} \cdot i_{max}.$$

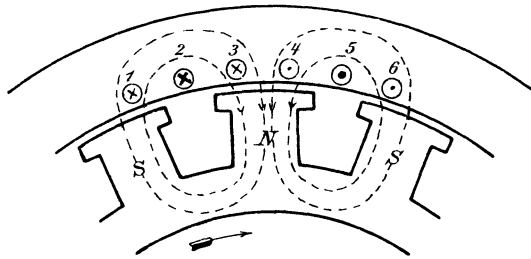


Fig. 231.

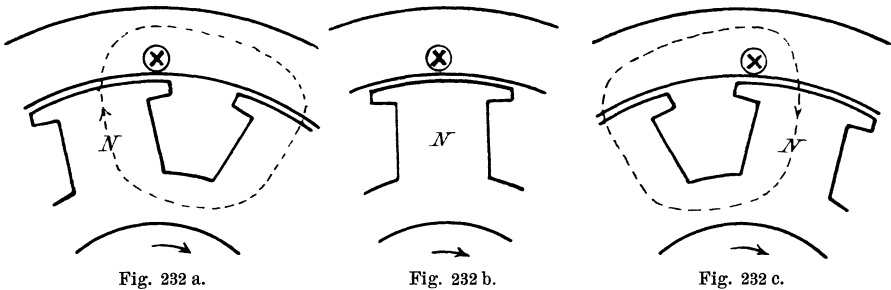
Dagegen werden die Gegenkraftlinien links von Loch 3 und rechts von Loch 4 nur von der Spule 2 5 geschaffen, sie entsprechen also einer Amperewindungszahl $\frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$. Unter der Voraussetzung, daß die Polbreite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung ist, verlaufen die jetzt betrachteten Kraftlinien durch einen ebenso breiten Luftraum wie die oben betrachteten. Es liegt daher nahe, als mittlere Ankerrückwirkung das Mittel zwischen den beiden oben berechneten Werten einzusetzen. Wir erhalten dadurch:

$$X_2 = 1,5 \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}. \quad (155)$$

Das ist allerdings zunächst nur der Betrag der Ankerrückwirkung im gezeichneten Augenblick. Wenn jedoch das Polrad weiter gedreht wird, so nimmt der Strom in der einen Phase zu und in der andern ab, so daß die magnetische Wirkung annähernd dieselbe bleibt. Außerdem kommt sehr bald wieder ein anderer Draht in die neutrale Zone zu liegen, und dieser führt wieder den maximalen Strom, so daß sich die gezeichneten Verhältnisse sofort wiederholen. Es muß aber auch wieder darauf hin-

gewiesen werden, daß unsere Darlegungen nur die allgemeine Wirkungsweise der Ankerrückwirkung deutlich machen sollen, ohne daß eine mathematische Genauigkeit erzielt werden könnte. Eine völlig einwandfreie Rechnung dürfte hier ein Ding der Unmöglichkeit sein. Praktische Messungen ergeben einen um 25 % größeren Wert von X_2 als den oben berechneten.

Bisher wurde die Ankerrückwirkung nur für eine Phasenverschiebung von 90° abgeleitet, wo der Ankerstrom im Augenblicke des Maximums den Magneten direkt entgegenwirkt. Wir gehen nun dazu über, den Einfluß der Phasenverschiebung auf die Ankerrückwirkung zu besprechen. Ist die Phasenverschiebung gleich Null, so fällt das Maximum des Stromes zeitlich mit der Stellung des Ankerdrahtes vor der Polmitte zusammen (Fig. 232 b). Dabei erzeugt der Ankerstrom keine Kraftlinien, die sich durch das ganze Polgestell schließen. Dagegen erzeugt der zunehmende Strom nach Fig. 232 a Kraftlinien, die das Magnetfeld verstärken, und der abnehmende



Strom erzeugt nach Fig. 232 c Kraftlinien, die das Magnetfeld schwächen. Da der Zeitraum der Schwächung gleichwertig ist mit dem Zeitraum der Verstärkung, so übt der Ankerstrom in unserem Falle keine entmagnetisierende Wirkung aus.

Bleibt dagegen die Stromstärke nach Fig. 233 um den Winkel φ_1 hinter der elektromotorischen Kraft zurück, so kommt die Ankerrückwirkung zur Geltung. Die Figur ist durch einfache Aufeinanderlegung von Fig. 229 a und c entstanden, so daß wieder der Vektor HB der resultierenden Erregung X in Richtung von E fällt, während er rechtmäßig um 90° verschoben werden sollte. Die Ankerrückwirkung erreicht für $\varphi_1 = 90^\circ$ ihren höchsten Wert. Im Diagramm kommt das dadurch zum Ausdruck, daß der Vektor X_2 dem Vektor X_1 um so direkter entgegengerichtet ist, je größer die Phasenverschiebung ist. Bei 90° Phasenverschiebung subtrahiert sich die Ankerrückwirkung, wie in Fig. 230 b, direkt von der Magneterregung.

Wir können das auch so auffassen, daß in Fig. 233 von der ganzen Ankerrückwirkung $X_2 = HK$ nur eine Komponente, nämlich $HL = X_2 \cdot \sin \varphi_1$, in Richtung der resultierenden Erregung HB fällt.

Wenn wir also diese Komponente, die direkt entmagnetisierend wirkt, mit X_g bezeichnen, so ergibt sich:

$$X_g = X_2 \cdot \sin \varphi_1 = HL.$$

Andererseits ist nach der Figur $HB + HL$ mit großer Annäherung gleich der primären Erregung X_1 , so daß die Gleichung besteht:

$$X_1 = X + X_g$$

oder

$$X = X_1 - X_g.$$

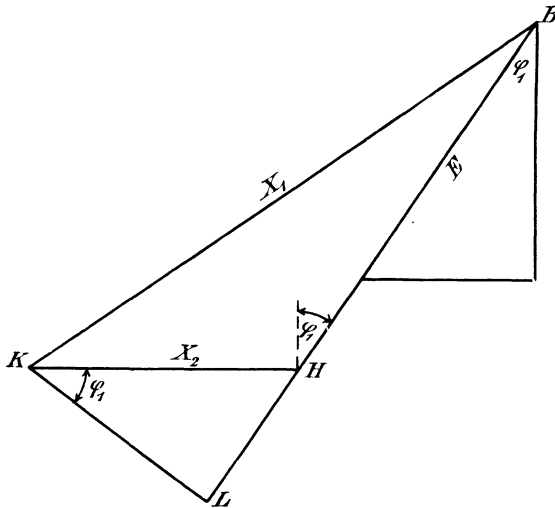


Fig. 233.

Für negative Werte von φ_1 wird auch die Ankerrückwirkung negativ, wie sich leicht ergibt, indem man in Fig. 230 b die Stromrichtung im Ankerdraht entgegengesetzt zeichnet. Man drückt das auch so aus: Positive Phasenverschiebung entmagnetisiert, negative Phasenverschiebung magnetisiert den Generator. Damit stimmt die in Fig. 227 abgeleitete Erhöhung der Spannung überein.

97. Experimentelle Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung.

Im allgemeinen bestätigt das Experiment die Rechnungen des vorigen Abschnitts. Man schließt zum Zwecke der Untersuchung die Maschine kurz, wobei natürlich die Feldmagnete nur ganz schwach erregt werden dürfen. Durch Veränderung der Erregung variiert man dann den Ankerstrom. Wir können nun die Voraussetzung machen, daß der Ohmsche Spannungsverbrauch außerordentlich klein ist, und daß auch die Streuinduktion gegenüber der Ankerrückwirkung sehr gering ist. Diese

Voraussetzung trifft für moderne Maschinen zu, da diese offene oder halboffene Nuten, großen Luftabstand und mehrere Löcher pro Spulenseite besitzen.

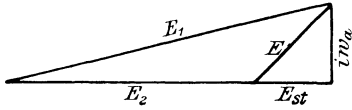


Fig. 234 a.

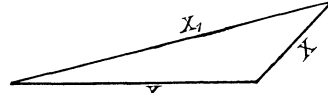


Fig. 234 b.

Wir erhalten dann bei Kurzschluss das Diagramm in Fig. 234 a. Darin bedeutet wie früher:

E_1 die elektromotorische Kraft, die bei der gegebenen Eisensättigung von der Magneterregung allein herrühren würde.

E_2 die elektromotorische Kraft, die von den Gegenkraftlinien des Ankers allein herrührt.

E die wirklich induzierte elektromotorische Kraft, die vom resultierenden Feld induziert wird, und die dazu dient, den innern Spannungsverbrauch durch Ohmschen Widerstand und Streuinduktion zu decken.

Das entsprechende Diagramm der Amperewindungen ist in Fig. 234 b gezeichnet. In Wirklichkeit ist daher die Ankerrückwirkung X_2 annähernd gleich und entgegengesetzt der bei Kurzschluss gemessenen Magneterregung X_1 .

Man braucht dabei die Windungszahlen des Ankers und der Magnete gar nicht zu kennen, sondern kann zur Zeichnung der Kurzschlusskurve direkt den Magnetstrom bei Kurzschluss als Abszisse und den Ankerstrom als Ordinate auftragen (Fig. 235). Die so gewonnene Kurzschlusscharakteristik gibt uns für jeden Ankerstrom die Ankerrückwirkung, d. h. den Betrag des Magnetstromes, der durch den Einfluss des Ankers neutralisiert wird. Die Kurve ist fast genau eine Gerade.

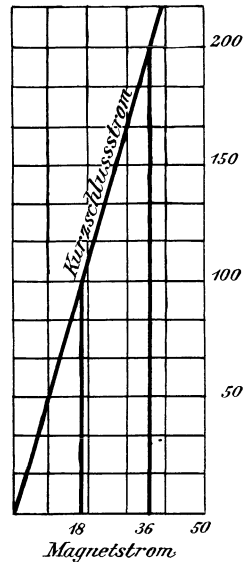


Fig. 235.

Um nun, wie es im folgenden geschehen soll, die zu einer bestimmten Klemmspannung erforderliche Erregung vorausbestimmen zu können, ist es erforderlich, daß außer der Ankerrückwirkung X_2 auch die Streuinduktion $E_{st} = L \omega \cdot i$ bekannt ist. Diese läßt sich nur auf Grund sehr komplizierter Formeln berechnen, und nur die Erfahrung kann dabei dem Konstrukteur ein Urteil geben, ob und wie weit diese Formeln für eine bestimmte Maschine zuverlässig sind. Wir begnügen uns daher mit der

Darstellung einer experimentellen Ermittlung, wie sie von Heyland in der Elektrotechnischen Zeitschrift vom Jahre 1900, S. 1011 gegeben wurde. Das Experiment bezog sich auf den in Fig. 209 dargestellten Dreiphasengenerator der Société anonyme Electricité et Hydraulique, der in Paris ausgestellt war. Seine Kurzschlusskurve ist in Fig. 235 und seine Leerlaufcharakteristik in Fig. 236 gegeben.

Der Generator wurde mittels Drosselspulen bzw. mittels leerlaufender Drehstrommotoren rein induktiv belastet. Der Magnetstrom betrug dabei 150 Ampere, der Ankerstrom 100 Ampere und die Klemmspannung 2140 Volt.

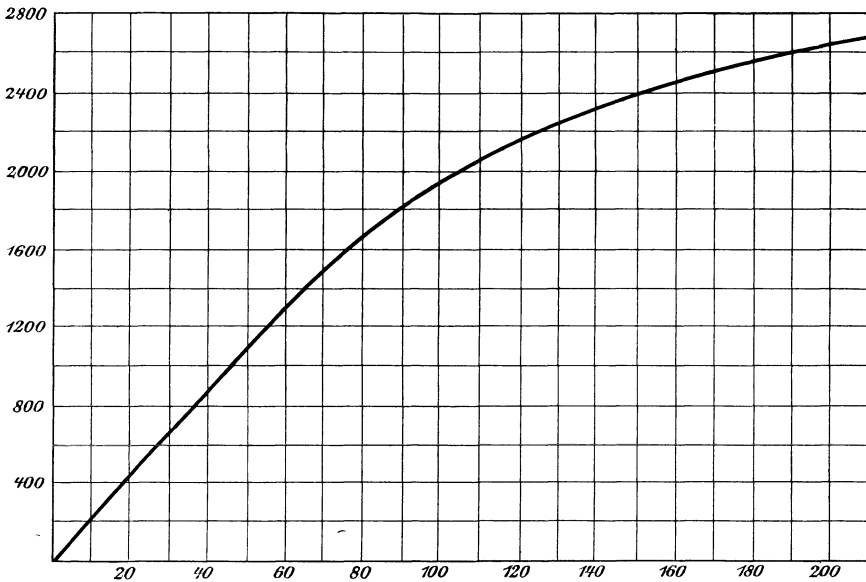


Fig. 236.

Die entsprechenden Diagramme sind in Fig. 237 a und b gezeichnet. Man entnimmt dazu aus der Kurzschlusscharakteristik für den Ankerstrom von 100 Ampere eine Ankerrückwirkung

$$X_2 = 18 \text{ Ampere.}$$

Dieser Betrag subtrahiert sich nach Fig. 237 b fast algebraisch von der Magneterregung X_1 und wir erhalten die resultierende Erregung X zu:

$$X = X_1 - X_2 = 150 - 18 = 132 \text{ Ampere.}$$

Diese resultierende Erregung schafft uns nach der Leerlaufcharakteristik in Fig. 236 eine tatsächliche elektromotorische Kraft:

$$E = 2240 \text{ Volt.}$$

Nun ist diese elektromotorische Kraft E in Fig. 237 a durch den Vektor GB gegeben, ist also mit großer Annäherung die Summe aus E_{st} und e . Daraus folgt:

$$E_{st} = E - e = 2240 = 2140 = 100 \text{ Volt}$$

oder

$$L \omega = \frac{E_{st}}{i} = 1.$$

Mit Hilfe der ermittelten Werte der Ankerrückwirkung und der Streuinduktion läßt sich dann die erforderliche Erregung, sowie der

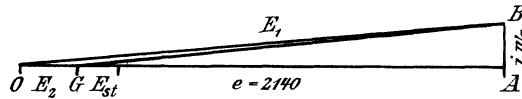


Fig. 237 a.

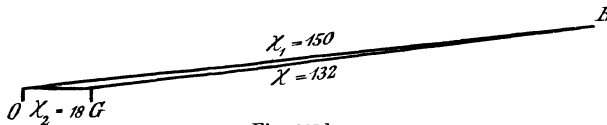


Fig. 237 b.

Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung bei verschiedener äußerer Phasenverschiebung vorausberechnen.

98. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles.

Wir stellen uns die Aufgabe, bei der im vorigen Abschnitt besprochenen Maschine die für eine Klemmspannung von 2200 Volt nötige Erregung vorauszubestimmen, und zwar:

1. bei $\cos \varphi = 1$,
2. „ $\cos \varphi = 0,8$,
3. „ $\cos \varphi = 0$.

Die Stromstärke sei in allen 3 Fällen 200 Ampere und der Ankerwiderstand sei $w_a = 0,22$ Ohm. Wir wollen dann annehmen, daß in allen drei Fällen das Netz abgeschaltet wird, und wollen die Spannungserhöhung ermitteln, die dadurch eintritt. Wir setzen also:

1. $\cos \varphi = 1$.

Der Ohmsche Spannungsverbrauch im Anker ist:

$$i \cdot w_a = 200 \cdot 0,22 = 44 \text{ Volt.}$$

Der Ohmsche Spannungsverbrauch außen ist in diesem Falle gleich der Klemmspannung von 2200 Volt. Die Summe der Ohmschen Spannungen in Fig. 238 a ist also:

$$AB = 2200 + 44 = 2244 \text{ Volt.}$$

Der innere Spannungsverbrauch durch Selbstinduktion ist bei $L\omega = 1$ und $i = 200$:

$$GA = L\omega \cdot i = 200.$$

Die nötige elektromotorische Kraft ist also:

$$GB = \sqrt{2244^2 + 200^2} = 2250.$$

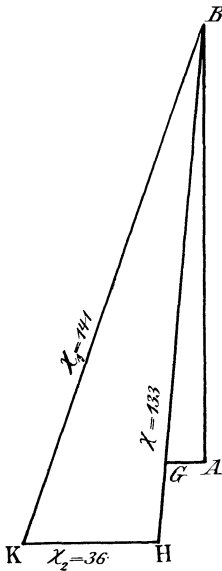


Fig. 238 a.

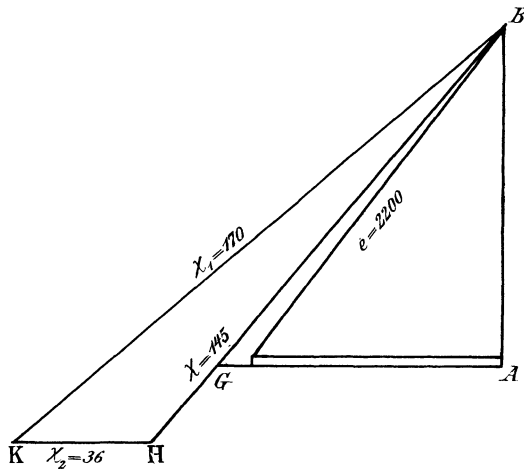


Fig. 238 b.

Dazu gehört aus der statischen Charakteristik in Fig. 236 eine resultierende Erregung:

$$X = BH = 133 \text{ Ampere.}$$

Andererseits erhalten wir aus der Kurzschlusskurve in Fig. 235 für 200 Ampere Ankerstrom eine Ankerrückwirkung:

$$X_2 = 36 \text{ Ampere.}$$

Durch geometrische Addition der Amperewindungen X und X_2 in Fig. 238 a erhalten wir:

$$X_1 = 141 \text{ Ampere.}$$

Damit ist die erforderliche Magneterregung bei induktionsloser Belastung bestimmt, und wir können jetzt die Spannungserhöhung ermitteln, die nach Abschaltung des Netzes eintritt. Für 141 Ampere

Erregung ergibt die statische Charakteristik eine Leerlaufspannung von 2315 Volt. Da die Klemmspannung bei Betrieb gleich 2200 Volt war, so ergibt sich eine Spannungserhöhung von $2315 - 2200 = 115$ Volt. Das ist $5,2\%$ der Klemmspannung, also ein sehr günstiger Wert.

Wir setzen nun:

$$2. \cos \varphi = 0,8.$$

Wir erhalten, ähnlich wie auf S. 275:

$$\begin{aligned} i \cdot w_a &= 200 \cdot 0,22 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad = 44, \\ i \cdot w_{\text{aufsen}} &= e \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,8 \quad . \quad = 1760, \\ E_{s \text{ aufsen}} &= e \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,6 \quad . \quad = 1320, \\ E_{s \text{ innen}} &= L \omega \cdot i = 1 \cdot 200 \quad . \quad . \quad . \quad = 200. \end{aligned}$$

Die Summe der Ohmschen Spannungen ist also rund 1800 Volt und die Summe des Spannungsverbrauchs durch Selbstinduktion ist 1520 Volt. Die nötige elektromotorische Kraft GB (Fig. 238 b) ist also:

$$GB = E = \sqrt{1804^2 + 1520^2} = 2360 \text{ Volt.}$$

Dafür ergibt sich nach der Charakteristik in Fig. 236 eine resultierende Erregung

$$X = 145 \text{ Ampere.}$$

Dazu addieren wir geometrisch die Ankerrückwirkung $X_2 = 36$ Ampere und erhalten eine Magneterregung

$$X_1 = KB = 170 \text{ Ampere.}$$

Um also bei der Phasenverschiebung die Klemmspannung von 2200 Volt aufrecht zu halten, haben wir die Erregung auf 170 Ampere zu verstärken. Wenn wir dann das Netz abschalten, steigt dann natürlich auch die Leerlaufspannung an, und zwar erhalten wir aus der Leerlaufcharakteristik für 170 Ampere Erregung eine Spannung von 2500 Volt. Die Spannungserhöhung ist also $2500 - 2200 = 300$ Volt oder $13,7\%$ der Klemmspannung.

Wir setzen endlich:

$$3. \cos \varphi = 0.$$

Bei rein induktiver Belastung ist die äußere Selbstinduktion gleich der Klemmspannung von 2200 Volt und die Summe des Spannungsverbrauchs durch Selbstinduktion ist dann $2200 + 200 = 2400$ Volt. Da der Ohmsche Spannungsverbrauch von 44 Volt jetzt kaum eine Rolle mehr spielt, so ist die elektromotorische Kraft gleich 2400 Volt. Dazu ergibt die Leerlaufcharakteristik eine resultierende Erregung:

$$X = 152 \text{ Ampere.}$$

Hierzu addiert sich fast algebraisch die Ankerrückwirkung von 36 Ampere, ähnlich wie in Fig. 237 b, und wir erhalten die Magneterregung:

$$X_1 = 152 + 36 = 188 \text{ Ampere.}$$

Wenn jetzt wieder das äußere Netz abgeschaltet wird, so steigt die Spannung nach der Leerlaufcharakteristik bis auf 2580 Volt, also um $2580 - 2200 = 380$ Volt. Das sind $17,5\%$ der Klemmspannung, was wieder als sehr günstig zu bezeichnen ist.

Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß die Berechnungen unseres Abschnittes nur für solche Maschinen zuverlässig sind, bei denen die Streuung der Feldmagnete klein ist. Das ist bei der besprochenen Maschine der Fall, weil die Entfernung zwischen den Polköpfen und ebenso die Entfernung zwischen den Seitenflächen der Polkerne sehr groß ist. Außerdem ist auch die Länge der Schenkel auffallend klein und der Streufluß ist infolgedessen verhältnismäßig gering. Für Maschinen mit großer primärer Streuung ist noch eine Korrektur anzubringen, die im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

99. Berücksichtigung der primären Streuung.

Es scheint auf den ersten Blick, daß der Einfluß der primären Streuung schon in der statischen Charakteristik enthalten ist. Wenn man jedoch eine Maschine für eine bestimmte Belastung konstruiert und nachher die Diagramme zeichnet, so findet man, daß der berechnete Betriebszustand nachher nicht mit den Werten stimmt, die man aus dem Diagramm entnimmt.

Der Grund liegt darin, daß tatsächlich zur Erzeugung einer bestimmten elektromotorischen Kraft bei Betrieb eine größere resultierende Erregung aufgewendet werden muß als bei Leerlauf. Um das zu erkennen, betrachten wir zwei Zustände bei Leerlauf und Betrieb, bei denen gleiche Kraftlinienanzahlen im Anker vorhanden sind, bei denen also auch eine gleiche elektromotorische Kraft induziert wird. Um diese Kraftlinien durch Luft, Zähne und Anker zu treiben, ist ein Druck $X_a + X_z + X_l$ erforderlich. Dieser Druck liegt an den Polköpfen und treibt auch den Streufluß bei Leerlauf durch den Widerstand des primären Streufeldes.

Bezeichnet nun X_g die Komponente der Ankerrückwirkung, die der Magneterregung direkt entgegenwirkt, so muß an den Polköpfen ein magnetischer Druck $X_a + X_z + X_l + X_g$ aufgewendet werden, um denselben Kraftlinienfluß, wie oben bei Leerlauf, durch den Anker zu treiben. Da dieser Druck auch am Streufeld liegt, so wächst der Streufluß um einen Betrag, der der Erregung X_g entspricht. Dadurch wird dann die Induktion und der magnetische Spannungsverbrauch X_m in den Magneten bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Die Magneterregung ist also bei Betrieb nicht bloß um den Betrag X_g zu erhöhen, sondern auch um den Betrag, um den der magnetische Druckverbrauch X_m gewachsen ist. Damit ist bewiesen, daß zur Erzeugung

einer bestimmten elektromotorischen Kraft der aus der Leerlaufcharakteristik entnommene Wert für die Amperewindungen zu klein ist.

Umgekehrt können wir sagen, daß bei gegebener Magneterregung die primäre Streuung in Verbindung mit der Ankerrückwirkung eine Vergrößerung des Spannungsabfalls zur Folge hat.

Zugleich geht aus unserer Beweisführung hervor, daß die Vergrößerung der primären Streuung bei solchen Maschinen ohne Bedeutung ist, bei denen der magnetische Druckverbrauch X_m überhaupt gering ist, bei denen also die Magnetkerne schwach gesättigt sind. Bei den modernen Maschinen ist aber die Sättigung der Magnete eine sehr hohe, damit die Spannung bei Belastungsänderungen möglichst wenig schwankt. Bei diesen Maschinen spielt dann aber die primäre Streuung eine erhebliche Rolle, und man erreicht eine möglichst konstante Spannung nur dann, wenn man gleichzeitig die primäre Streuung möglichst erniedrigt.

Um den Einfluß der Streuung genauer zu erkennen, betrachten wir einen Leerlaufzustand, bei dem der Kraftfluß in den Magneten der gleiche ist wie bei Betrieb. Wir setzen dabei voraus, daß die ganze Streuung an den Polecken auftritt und daß der magnetische Widerstand des Ankers ohne Fehler zu dem Widerstand der Luft hinzugeschlagen werden kann.

Es sei nun:

W der Widerstand des Nutzfeldes,
 W_s „ „ „ „ Streufeldes.

Es sei ferner:

	der magnetische Spannungsverbrauch		das Nutzfeld	das Streufeld	die ganze Magneterregung
	im Nutzfeld	im Streufeld			
bei Leerlauf . . .	X_{l_0}	X_{l_0}	$N_0 = \frac{X_{l_0}}{W}$	$N_{s_0} = \frac{X_{l_0}}{W_s}$	$X_0 = X_{l_0} + X_m$
bei Betrieb	$X_l^*)$	$X_l + X_g$	$N = \frac{X_l}{W}$	$N_s = \frac{X_l + X_g}{W_s}$	$X_1 = X_l + X_m + X_g$

*) Die magnetische Spannung am Nutzfeld ist bei Betrieb allerdings $X_l + X_g$. Aber davon wird der Betrag X_g für die Gegenwindungen verbraucht, während der Betrag X_l den „Ohmschen Spannungsverlust“ darstellt. (Vergl. die ähnlichen Verhältnisse bei der Ladung eines Akkumulators.)

Die Abnahme des nutzbaren Kraftflusses gegenüber dem Leerlauf ist gleich der Zunahme des Streuflusses, d. h.

$$N_0 - N = N_s - N_{s_0}. \quad (156)$$

Demnach ist bei Betrieb für den Luftraum eine geringere Erregung nötig, als bei Leerlauf. Diese Verringerung ist gleich $X_{l_0} - X_l$ und wird in Fig. 239 a durch OD dargestellt. Dann ist der Rest $DB = X_1 - X_g$ die bei Betrieb wirksame Erregung. Zugleich ergibt sich, da der Anfang der Kurve in Fig. 239 a die Magnetisierungskurve der Luft darstellt, daß $DO' = N_0 - N$ ist.

Wir können also O' als den Anfangspunkt eines neuen Koordinatensystems betrachten, in dem $O'F$ die zu dem nutzbaren Kraftfluß AF nötige resultierende Erregung darstellt.

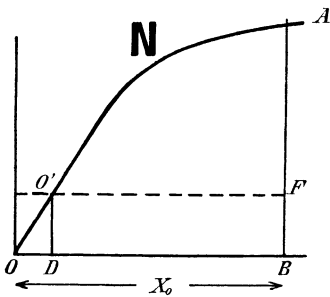


Fig. 239 a.

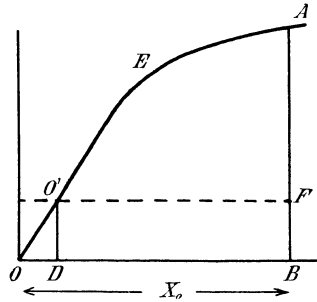


Fig. 239 b.

Um die Größe von $OD = X_{l_0} - X_l$ zu bestimmen, setzen wir in Gleichung (156) die Werte der obigen Tabelle ein und erhalten nach einer einfachen Umrechnung:

$$X_{l_0} - X_l = X_g \cdot \frac{W}{W + W_s}. \quad (157)$$

Nun sind bei Leerlauf die Kraftflüsse im Nutzfeld und Streufeld den magneten Widerständen umgekehrt proportional, d. h.

$$\frac{N_0}{N_{s_0}} = \frac{W_s}{W}$$

oder durch Umformung, indem das Verhältnis des gesamten Kraftflusses zum nutzbaren Kraftfluß nach S. 81 gleich σ gesetzt wird:

$$\sigma = \frac{N_0 + N_{s_0}}{N_0} = \frac{W_s + W}{W_s}$$

oder

$$\frac{W_s + W}{W} = \frac{\sigma}{\sigma - 1}.$$

Demnach wird:

$$OD = X_{I_0} - X_t = X_g \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma}. \quad (158)$$

Die gleiche Konstruktion wie in Fig. 239 a können wir natürlich direkt in der statischen Charakteristik ausführen (Fig. 239 b).

Aus der Figur wird es nun deutlich, daß bei Maschinen, die im geradlinigen Teil der Charakteristik arbeiten, der Einfluß der primären Streuung keine Rolle spielt. Eine Verschiebung des Anfangspunktes von O nach O' ändert dann nämlich an der Charakteristik gar nichts.

Vierzehntes Kapitel.

100. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmspannung. — 101. Die synchronisierende Kraft des Ankers. — 102. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen. — 103. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung. — 104. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen.

100. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmspannung.

Wir betrachten im folgenden eine konstant erregte Maschine, die zu mehreren andern Maschinen parallelgeschaltet ist. Dann ist die Klemmspannung nicht mehr blofs eine Funktion unserer Maschine, sondern auch eine Funktion der andern parallelgeschalteten Maschinen. Sind nun diese besonders grofs, so wirken Veränderungen an unserer Maschine fast gar nicht auf die Klemmspannung e zurück, und wir können diese daher praktisch als konstant betrachten.

Wir machen ferner der Einfachheit wegen die Annahme, dafs die Ankerrückwirkung mit der Streuinduktion des Ankers zusammengefafst werden soll, so dafs das grundlegende Diagramm in Fig. 223 a seine Gültigkeit behält. In diesem Diagramm ist dann der Vektor E_1 die bei Leerlauf und Betrieb gleichmäfsig induzierte elektromotorische Kraft, die infolge der ungeänderten Erregung bei allen Betriebsverhältnissen als konstant anzusehen ist.

Um nun einen beliebigen Betriebszustand der Maschine zu zeichnen, schlagen wir in Fig. 240 a von O aus einen Kreis mit dem Radius E_1 . Wir ziehen dann den Strahl OM so, dafs die Gleichung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i \cdot w_a}{E_s} = \frac{w_a}{L \omega}.$$

Dabei verstehen wir jetzt unter E_s im Sinne des Abschnittes 94 die gesamte innere Selbstinduktion, d. h. die durch Ankerstreuung und Ankerrückwirkung induzierte elektromotorische Kraft.

Von einem beliebigen Punkte F dieses Strahles schlagen wir mit der konstanten Klemmspannung e als Radius einen zweiten Kreis, der den ersten Kreis im Punkte B schneidet. Wir ziehen dann die Verbindungslinie OB gleich E_1 und die Senkrechte $BA = \Sigma i \cdot w$. Allerdings verliert diese Strecke jetzt ihre frühere Bedeutung, da von einem äufseren Wider-

stand der einzelnen Maschine bei Parallelbetrieb nicht mehr die Rede sein kann. Wir können nur sagen, daß sich die Maschine in dem einen gezeichneten Betriebszustand jetzt genau verhält, als wenn sie für sich allein eine äußere Ohmsche Spannung BD zu liefern und eine äußere Selbstinduktion $FD = CA$ zu überwinden hätte.

Wiederholen wir dieselbe Konstruktion für einen anderen Punkt F' , so ergibt sich für einen anderen Betriebszustand bei gleichen Werten von E_1 und e das Diagramm in Fig. 240 b. Die beiden gezeichneten Betriebszustände unterscheiden sich zunächst durch eine Verschiedenheit des Winkels γ zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung. Die Folge davon ist, daß die Werte OC und OC' , d. h. die elektromotorischen Kräfte der Selbstinduktion in der Maschine verschiedene sind. Da OC und OC' der Stromstärke proportional sind, so folgt, daß die

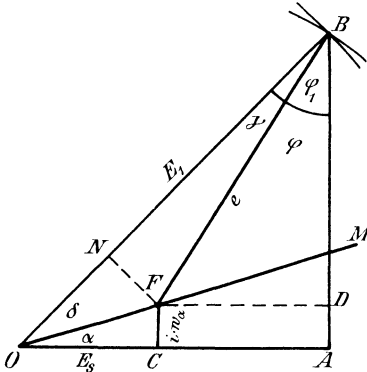


Fig. 240 a.

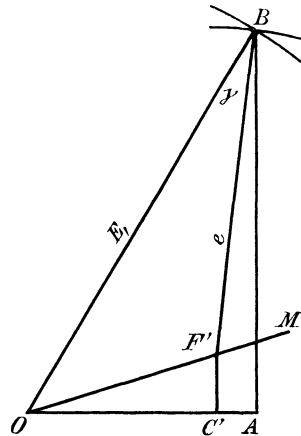


Fig. 240 b.

Stromstärken der Maschine bei beiden Betriebszuständen verschieden sind. Endlich ergibt sich, daß die gesamte von der Maschine gelieferte elektrische Leistung in beiden Fällen verschieden ist.

Wir wollen zunächst die Frage noch unentschieden lassen, wodurch diese Veränderung der Leistung bewirkt ist, ob durch Veränderung an der Maschine, wie bei Gleichstrom, oder durch direkte Vergrößerung der zugeführten mechanischen Leistung. Wir stellen uns vielmehr jetzt nur die Aufgabe, die gesamte elektrische Leistung der Maschine als Funktion des Winkels γ zu berechnen. Die ganze elektrische Leistung ist:

$$P_1 = E_1 \cdot i \cdot \cos(\varphi + \gamma).$$

Wenn wir den Ohmschen Widerstand ω_a als verschwindend klein gegenüber der Selbstinduktion ansehen, so wird der Winkel $\alpha = 0$ und es wird $\cos(\varphi + \gamma) = \sin \delta$. Andererseits wird dann OF in Fig. 240 a gleich $L \omega \cdot i$, und wir erhalten nach dem Sinussatz:

$$\sin \delta = \frac{e}{L \omega \cdot i} \cdot \sin \gamma$$

oder

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot e}{L \omega} \cdot \sin \gamma.$$

Da nun $\frac{E_1}{L \omega}$ der Kurzschlufsstrom J_0 ist, so folgt:

$$P_1 = e \cdot J_0 \cdot \sin \gamma.$$

Dabei ist γ der Winkel, um den der Vektor der elektromotorischen Kraft vor dem Vektor der Klemmspannung voraufeilt. Dabei fassen wir

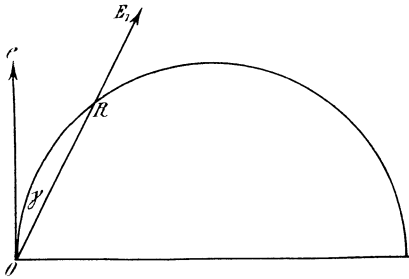


Fig. 241.

die Klemmspannung als Funktion der Maschine auf, so daß sie wesentlich gleiche Phase mit E hat. Die elektrische Leistung ist also dem Sinus des Winkels γ proportional. Legen wir dann den Vektor e in die Ordinatenachse (Fig. 241) und machen den Kreisdurchmesser gleich $e \cdot J_0$, so stellt der Strahl OR uns die Leistung der Maschine dar.

Unter Berücksichtigung des inneren Ohmschen Widerstandes erhalten wir ähnliche Verhältnisse. Es wird nach Fig. 240 a:

$$P_1 = E_1 \cdot i \cdot \cos(\gamma + \varphi) = E_1 \cdot i \cdot \sin(\alpha + \delta) = E_1 \cdot i \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \delta + \cos \alpha \cdot \sin \delta).$$

$$\text{Nun ist: } \cos \delta = \frac{ON}{OF} = \frac{E_1 - e \cdot \cos \gamma}{i \cdot \sqrt{w_a^2 + (L \omega)^2}},$$

$$\sin \delta = \frac{FN}{OF} = \frac{e \cdot \sin \gamma}{i \cdot \sqrt{w_a^2 + (L \omega)^2}},$$

$$\text{demnach: } P_1 = E_1 \cdot \frac{\sin \alpha (E_1 - e \cdot \cos \gamma) + e \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha}{\sqrt{w_a^2 + (L \omega)^2}}.$$

Nun ist jetzt der Kurzschlufsstrom J_0 durch die Gleichung gegeben:

$$J_0 = \frac{E_1}{\sqrt{w_a^2 + (L \omega)^2}},$$

und es ist:

$$e \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha - e \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha = e \cdot \sin(\gamma - \alpha).$$

Demnach wird:

$$P_1 = e \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma - \alpha) + E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha. \quad (159)$$

Dabei ist γ wieder der Winkel, um den die elektromotorische Kraft vor der Klemmspannung voraufeilt. Wir legen nun den Vektor e in die

Ordinatenachse und ziehen in Fig. 242 den Strahl OP unter einem Winkel α gegen die Abszissenachse, so dafs die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{w_a}{L \omega}.$$

Über $OP = e \cdot J_0$ als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis und ziehen den Strahl OE so, dafs er mit der Klemmspannung e einen beliebigen Winkel γ bildet. Ist Q der Schnittpunkt dieses Strahles mit dem Kreise, so ergibt sich:

$$OQ = OP \cdot \sin \beta_1 = e \cdot J_0 \cdot \sin \beta_1.$$

Da nun der Peripheriewinkel β_1 gleich dem Sehnentangentenwinkel $\gamma - \alpha$ ist, so folgt:

$$OQ = e \cdot J_0 \cdot \sin (\gamma - \alpha).$$

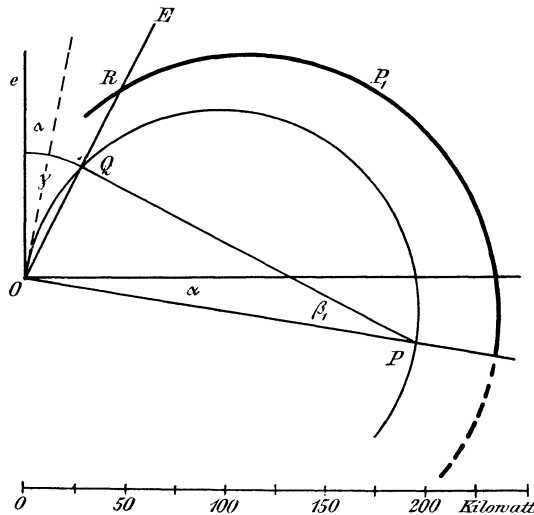


Fig. 242.

Wir addieren nun zu OQ den konstanten Wert:

$$QR = E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha$$

und erhalten nach Gleichung (159):

$$P_1 = OQ + QR.$$

Wenn wir auf diese Weise verschiedene Punkte R konstruieren und die gefundenen Punkte verbinden, so erhalten wir die in Fig. 242 stark ausgezogene Kurve. Diese unterscheidet sich praktisch nicht von einem Kreise, da der Winkel α immer sehr klein ist und dadurch $QR = E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha$ verschwindend gering ist.

In unserm Falle ist die Figur für

$$w_a = 1, \quad L \omega = 6, \quad e = 1000, \quad E_1 = 1200 \text{ gezeichnet.}$$

Wir bestimmen nun die Nutzleistung als Funktion des Winkels γ .
Diese ergibt sich zu:

$$P = e \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Nun ist nach Fig. 240 a:

$$\cos \varphi = \sin (\gamma + \alpha + \delta) = \sin (\gamma + \alpha) \cdot \cos \delta + \cos (\gamma + \alpha) \cdot \sin \delta.$$

Mit Benutzung der obigen Werte für $\cos \delta$ und $\sin \delta$ ergibt sich dann:

$$P = e \cdot \frac{(E_1 - e \cdot \cos \gamma) \cdot \sin (\gamma + \alpha) + e \cdot \sin \gamma \cdot \cos (\gamma + \alpha)}{\sqrt{\omega a^2 + (L \omega)^2}}.$$

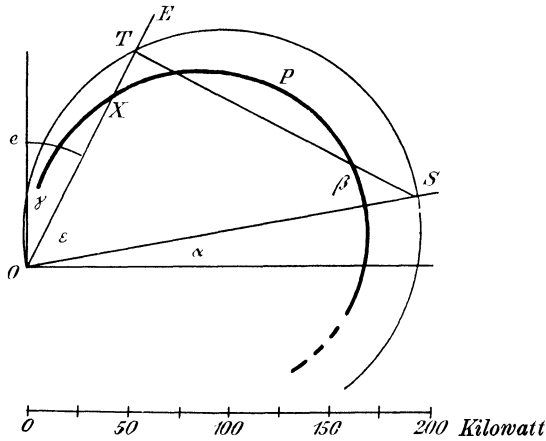


Fig. 243.

Wir sondern nun E_1 ab, setzen $\frac{E_1}{\sqrt{\omega a^2 + (L \omega)^2}} = J_0$ und setzen:

$$- e \cdot \cos \gamma \cdot \sin (\gamma + \alpha) + e \cdot \sin \gamma \cdot \cos (\gamma + \alpha) = - e \cdot \sin \alpha.$$

Demnach wird:

$$P = e \cdot J_0 \cdot \sin (\gamma + \alpha) - \frac{e^2}{E_1} \cdot J_0 \cdot \sin \alpha. \quad (160)$$

Um diese Nutzleistung graphisch zu ermitteln, ziehen wir in Fig. 243 den Strahl OS , so daß er mit der Abszissenachse den Winkel α einschließt. Über $OS = e \cdot J_0$ als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis. Wie man sieht, ist der Durchmesser der gleiche wie in Fig. 242.

Für einen beliebigen Wert von γ ergibt sich dann:

$$OT = OS \cdot \sin \beta = e \cdot J_0 \cdot \sin \beta = e \cdot J_0 \cdot \sin (\alpha + \gamma).$$

Wir ziehen nun von dem Strahl OT den konstanten Wert

$$XT = \frac{e^2 \cdot J_0}{E_1} \cdot \sin \alpha$$

ab und erhalten nach Gleichung (160):

$$OX = OT - XT = P.$$

Der Strahl OX ist also die gesuchte Nutzleistung. Verbinden wir alle so gefundenen Punkte X miteinander, so erhalten wir die stark ausgezogene Kurve der Nutzleistung, die sich wieder wenig von einem Kreise unterscheidet. Sie ist ebenfalls unter der Voraussetzung $w_a = 1$, $L \omega = 6$, $e = 1000$ und $E_1 = 1200$ gezeichnet, und der Maßstab für die Kilowatt ist wieder in der Figur angegeben.

Es handelt sich nun noch darum, für jede Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung die zu-

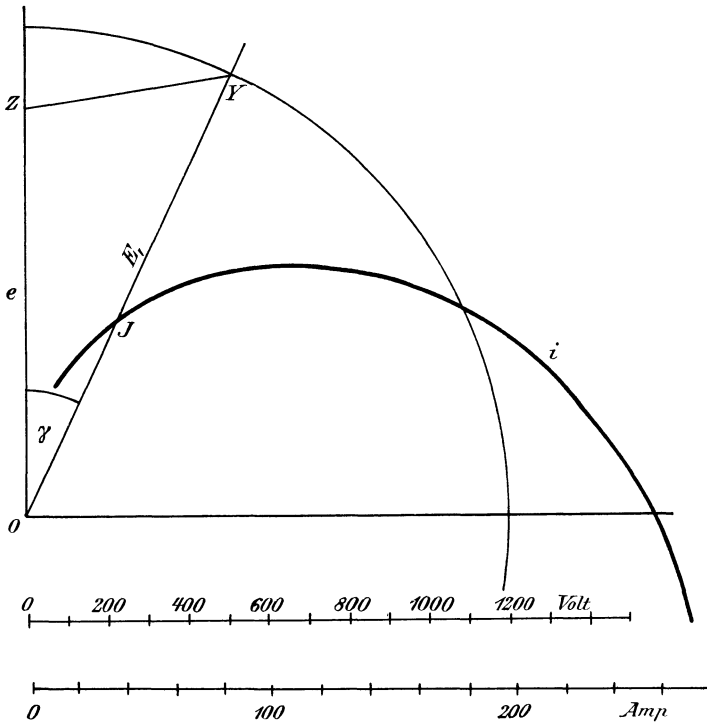


Fig. 244.

gehörige Stromstärke zu finden. Zu dem Zwecke tragen wir in Fig. 244 von O aus in Richtung der Ordinatenachse die Klemmspannung $e = OZ$ auf. Dann ist OY die elektromotorische Kraft E_1 , die der Klemmspannung um den Winkel γ vorausleitet, und die Verbindungslinie ZY im Voltmaßstab ist gleich der Spannung OF in Fig. 240 a.

Wir erhalten also nach derselben Figur:

$$ZY = i \cdot \sqrt{w_a^2 + (L \omega)^2} = i \cdot \frac{E_1}{J_0}$$

oder
$$i = \frac{J_0}{E_1} \cdot ZY. \tag{a}$$

Dabei ist ZY im Voltmafsstab zu messen. Wenn wir also den Mafsstab, wie es unten gezeigt wird, entsprechend ändern, so stellt uns ZY direkt die Stromstärke dar. Wir tragen nun ZY in Richtung des Vektors der elektromotorischen Kraft auf, machen also $OJ = ZY$. Wiederholen wir diese Konstruktion für verschiedene Werte von γ , so erhalten wir die stark ausgezogene Kurve in Fig. 244, deren Vektoren uns direkt die Stromstärke für jeden Wert von γ angeben.

Die drei Kurven P_1 , P und i aus Fig. 242, 243 und 244 sind dann in Fig. 245 zusammengestellt. Sie beziehen sich wieder auf eine Maschine,

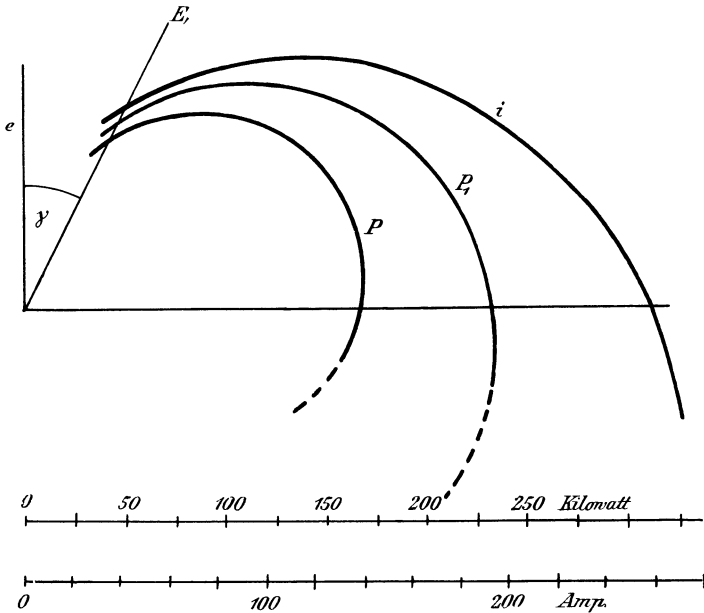


Fig. 245.

bei der $L\omega = 6$, $w_a = 1$, $e = 1000$ und $E_1 = 1200$ ist. Die zur Konstruktion der Diagramme nötigen Daten sind dann:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{w_a}{L\omega} = \frac{1}{6} = 0,166, \quad \sin \alpha = \frac{w_a}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = 0,164,$$

$$J_0 = \frac{E_1}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = 197.$$

Die Durchmesser OP und OS ergeben sich zu:

$$OP = OS = e \cdot J_0 = 197000 \text{ Watt.}$$

Ferner ergibt sich:

$$\underline{OR} = E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha = 38600 \text{ Watt,}$$

$$\underline{XT} = \frac{e^2}{E_1} \cdot J_0 \cdot \sin \alpha = 27000 \text{ Watt.}$$

Die Maßstäbe für Leistung und Spannung sind willkürlich gewählt. Um den Maßstab für die Stromstärke zu erhalten, haben wir die Zahlen des Voltmaßstabes nach Gleichung (a) unseres Abschnittes mit $\frac{J_0}{E_1} = \frac{197}{1200} = 0,164$ zu multiplizieren. Bei der Ausführung des Maßstabes ergibt sich z. B., daß 200 Ampere durch dieselbe Länge dargestellt werden wie $\frac{200}{0,164} = 1220$ Volt.

Wie Fig. 245 zeigt, gehört zu einer bestimmten Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung eine ganz bestimmte Gesamtleistung, Nutzleistung und Stromstärke. Ferner ergibt sich, daß die Differenz zwischen den Strahlen der Kurve P_1 und P um so größer ist, je größer der Winkel γ ist. Diese Differenz stellt uns aber den Jouleschen Verlust im Anker dar. Damit also der Wirkungsgrad günstig wird, arbeitet die Maschine normal im linken Teil des Diagramms.

Es ist nun von Interesse, daß die von der Maschine aufgenommene und in elektrische Arbeit umgesetzte Leistung zunächst mit Vergrößerung des Winkels γ zunimmt und schließlich für den Winkel $\gamma = 90^\circ + \alpha$ ein Maximum wird. Dieser Maximalwert ergibt sich nach Fig. 242 zu $OP + QR$, also zu:

$$P_{1max} = e \cdot J_0 + E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha.$$

Die Vergrößerung der Leistung mit zunehmender Voreilung der elektromotorischen Kraft vor der Klemmspannung wird nun von besonderer Wichtigkeit für das Parallelarbeiten der Wechselstrommaschinen, das im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

101. Die synchronisierende Kraft des Ankers.

Um das Verhalten der Wechselstrommaschinen zu verstehen, betrachten wir mehrere parallelgeschaltete Maschinen von derselben Konstruktion, auf die die gleiche Leistung von der Antriebsmaschine übertragen wird. Die Erregung soll ebenfalls bei allen Maschinen dieselbe sein. Dann verteilt sich der im äußeren Kreise verbrauchte Effekt gleichmäßig auf alle Maschinen. Nach dem Diagramm in Fig. 245 ist also auch die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung bei allen Maschinen dieselbe. Da die Klemmspannung allen Maschinen gemeinsam ist, so folgt, daß die elektromotorische Kraft überall gleiche Phase hat, d. h. daß in einem gegebenen Augenblick der Ankerdraht einer Maschine genau dieselbe relative Lage zu den Polen hat wie der entsprechende Draht der anderen Maschinen. Die Maschinen laufen also zeitlich ganz gleichmäßig, d. h. synchron. Damit ist nicht bloß eine gleiche Tourenzahl, sondern auch ein Takthalten in der Phase gemeint.

Wir wollen nun vorläufig nicht untersuchen, wie diese Übereinstimmung erzielt ist. Wir wollen vielmehr zunächst fragen, wie es kommt,

dafs diese Übereinstimmung in der Tourenzahl und in der Phase, wenn sie einmal vorhanden ist, sich dauernd aufrecht erhält. Die Wichtigkeit dieser Frage leuchtet ohne weiteres ein. Beim Parallelbetrieb sind ja, wie der Vergleich mit dem Gleichstrom ergibt, die elektromotorischen Kräfte so zu schalten, dafs die gleichnamigen Klemmen aneinander liegen. Die einzelnen elektromotorischen Kräfte sind dabei für sich allein gegeneinander geschaltet. Wenn also Wechselstrommaschinen parallelgeschaltet sind, so ist es nicht blofs nötig, dafs in einem gegebenen Momente die Richtung der elektromotorischen Kräfte in allen Maschinen die gleiche ist, sondern dafs ihre Richtung sich dauernd gleichzeitig in allen Maschinen umkehrt. Das setzt dann natürlich voraus, dafs alle Maschinen mit absolut gleicher Tourenzahl laufen, oder dafs sie bei ungleicher Polzahl mit absolut gleicher Periodenzahl laufen.

Diese absolut gleiche Tourenzahl liefse sich nun niemals durch äußere Mittel erzwingen. Glücklicherweise zeigen aber parallelgeschaltete Wechselstrommaschinen von selbst das Bestreben, synchron zu laufen, d. h. sie veranlassen eine bei allen Maschinen absolut gleiche Periodenzahl und halten dabei ihre Antriebsmaschinen genau im Takt. Um das zu verstehen, setzen wir den Fall, dafs eine einzelne Maschine infolge des Ungleichförmigkeitsgrades der Dampfmaschine vor den anderen Maschinen momentan ein wenig vorausgeilt ist. Diese mechanische oder räumliche Vorausseilung ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung des Winkels γ zwischen dem Vektor der elektromotorischen Kraft der einzelnen Maschine und dem Vektor der Klemmspannung e . Der letztere ist durch die anderen Maschinen gegeben und wesentlich unverändert geblieben. Die Vergrößerung des Winkels γ hat nun aber nach Fig. 245 bis zu einer gewissen Grenze eine Vergrößerung der erzeugten elektrischen Leistung P_1 zur Folge. Zur Erzeugung dieser vergrößerten Leistung reicht dann die gerade zugeführte mechanische Leistung der Antriebsmaschine nicht mehr aus. Die Folge ist eine Verzögerung, die den Anker in die normale Stellung gegenüber den Polen zurückbringt.

Umgekehrt hat das Zurückbleiben einer einzelnen Maschine hinter den anderen Maschinen nach Fig. 245 eine Verkleinerung der elektrischen Leistung P_1 der einzelnen Maschine zur Folge. Dann überwiegt die zugeführte mechanische Leistung. Die dadurch veranlafte Beschleunigung bringt dann den Anker der zurückgebliebenen Maschine wieder in die richtige Stellung zu den Polen, so dafs seine Stellung mit den anderen Maschinen übereinstimmt. Die Dynamomaschinen halten also die Dampfmaschinen in mathematisch genauem Takt.

Dabei setzen wir allerdings voraus, dafs die Dynamomaschinen im linken Teil des in Fig. 245 gegebenen Diagramms arbeiten, wo eine Zunahme des Winkels γ eine Zunahme der elektrischen Leistung zur Folge hat. Arbeitet aber die Maschine in der Nähe ihrer maximalen Leistung,

so ergibt sich für eine Zunahme des Winkels γ eine sehr geringe Zunahme der Leistung, d. h. eine geringe synchronisierende Kraft der Maschine. Ja, ist das Maximum der Leistung erreicht, so hat das Voreilen der Dynamo sogar eine Abnahme der Leistung zur Folge, wie aus dem punktierten Teil der Kurve P_1 hervorgeht. Die Folge ist, daß jetzt die zugeführte mechanische Leistung über die abgegebene elektrische Leistung noch weiter überwiegt, und daß die Maschine noch mehr beschleunigt wird. Dadurch kommt der Ankerdraht in eine immer falschere Lage zu den Polen, die Maschine fällt aus dem Tritt und das ganze System ist gestört. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß dabei gewaltige Ströme zwischen den Maschinen hin und her fließen. Im allgemeinen arbeiten also die Wechselstrommaschinen normal im linken Teil des Diagramms in Fig. 245. Dabei werden die unvermeidlichen Voreilungen und Verzögerungen der Antriebsmaschinen durch die synchronisierende Wirkung des Ankers energisch ausgeglichen. Das ist um so nötiger, als eine Verschiebung um wenige räumliche Grade gleichbedeutend ist mit einer gewaltigen Verschiebung in elektrischen Graden.

Wir haben nun bisher die synchronisierende Kraft wesentlich als die Zu- und Abnahme der elektrischen Leistung aufgefaßt, die durch die Voreilung bzw. durch das Zurückbleiben verursacht wird. In der Praxis spricht man dagegen in der Regel von Synchronisierungsströmen und meint damit, daß der voreilende Generator zu viel und der zurückbleibende zu wenig Strom liefert. Wenn nur zwei Maschinen aufs Netz arbeiten, so können wir uns den Vorgang so vorstellen, daß ein Synchronisierungsstrom zwischen beiden Maschinen hin und her fließt, der sich zum Strom der voreilenden Maschine addiert und sich vom Strom der zurückbleibenden Maschine subtrahiert. Die erstere wird gleichsam durch diesen Strom gebremst und die zweite beschleunigt, d. h. als Motor angetrieben.

Nun kommt es darauf an, daß für eine kleine Verschiebung die Zunahme der Leistung eine möglichst große wird. Nur unter dieser Bedingung ist die synchronisierende Kraft eine große. Wir müssen diese also genau definieren als das Verhältnis der Zunahme der Leistung zur Zunahme des Winkels γ oder als den Differentialquotienten $\frac{dP_1}{d\gamma}$. Nun war allgemein die erzeugte elektrische Leistung nach Gleichung (159) auf S. 358:

$$P_1 = e \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma - \alpha) + E_1 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha.$$

Daraus folgt:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = e \cdot J_0 \cdot \cos(\gamma - \alpha).$$

Diese Gleichung dient uns dazu, den Einfluß der Selbstinduktion auf die synchronisierende Kraft zu erkennen. Wir fassen dabei den Augenblick nach dem Einschalten ins Auge, wo nach Abschnitt 102 die elektro-

motorische Kraft und die Klemmspannung gleiche bzw. entgegengesetzte Phase haben, wo also der Winkel $\gamma = 0$ ist. Nun ist nach dem vorigen Abschnitt:

$$J_0 = \frac{E_1}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = \frac{E_1}{w_a} \cdot \frac{w_a}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} = \frac{E_1}{w_a} \cdot \sin \alpha.$$

Für $\gamma = 0$ wird also die synchronisierende Kraft:

$$\frac{dP_1}{d\gamma} = \frac{e \cdot E_1}{w_a} \cdot \sin \alpha \cdot \cos(-\alpha) = \frac{E_1 \cdot e \cdot \sin(2\alpha)}{2 \cdot w_a}.$$

Dieser Ausdruck wird bei gegebenen Werten von E_1 , e und w_a ein Maximum, wenn $\alpha = 45^\circ$ ist, wenn also die Selbstinduktion so klein wie der Ohmsche Widerstand ist. Obgleich das praktisch nicht zu erreichen ist, so zeigt doch unsere Rechnung, daß die Selbstinduktion möglichst gering zu halten ist. Für $L\omega = 0$ ist andererseits $\alpha = 90^\circ$, also $\sin 2\alpha = 0$. Da dann auch die synchronisierende Kraft gleich Null ist, so folgt, daß die Selbstinduktion nicht ganz und gar fehlen darf, und daß der synchrone Betrieb überhaupt erst durch sie möglich wird.

102. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen.

Das Hinzuschalten einer Wechselstrommaschine auf ein Netz mit gegebener Klemmspannung gleicht in mancher Beziehung dem ähnlichen Vorgang bei einer Gleichstrommaschine. Soll eine Nebenschlußmaschine auf das Netz geschaltet werden, das bereits von anderen Maschinen gespeist wird, so läßt man die Maschine leer anlaufen und variiert die Magnet-erregung, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. Dann schaltet man die Klemmen der Maschine auf die gleichnamigen Klemmen des Netzes.

Bei einer Wechselstrommaschine läßt man ebenfalls die Maschine leer anlaufen, jedoch muß die Tourenzahl der Periodenzahl des Netzes möglichst genau entsprechen. Darauf macht man durch Veränderung der Magneterregung die elektromotorische Kraft der zuzuschaltenden Maschine gleich der Klemmspannung. Bevor man aber einschaltet, muß man, wie bei der Gleichstrommaschine, sicher sein, daß wirklich die Klemme der Maschine, die momentan positives Vorzeichen hat, an die momentan positive Klemme des Netzes gelegt wird. Nur dann schaltet man wirklich die Maschinenspannung und die Netzspannung gegeneinander.

Abgesehen also von der bei Wechselstrom erforderlichen Übereinstimmung in der Tourenzahl, resp. in der Periodenzahl, die für Gleichstrommaschinen nicht in Betracht kommt, ist der Vorgang des Parallelschaltens derselbe wie bei der Gleichstrommaschine. Naturgemäß ist es aber bei Wechselstrom schwieriger zu erkennen, ob die Vorzeichen der Maschinenklemmen im Augenblick des Einschaltens mit den Vorzeichen der Netzklemmen übereinstimmen. Man verwendet dazu die sogenannten Phasen-

lampen, durch die die Maschinenklemmen bei offenem Hauptausschalter mit den Netzklemmen verbunden sind (Fig. 246 a). Man bringt die zuzuschaltende Maschine möglichst auf die richtige Tourenzahl und schaltet bei der in Fig. 246 a gezeichneten Anordnung den Ausschalter ein, wenn die Lampen erlöschen. Man ist dann sicher, daß Druck und Gegendruck in diesem Augenblicke sich das Gleichgewicht halten, wie das aus den Vorzeichen der Klemmen in Fig. 246 a hervorgeht. Diese Vorzeichen gelten natürlich nur für den gezeichneten Augenblick.

Man kann aber auch die in Fig. 246 b angegebene Schaltung anwenden, wobei der richtige Augenblick zum Einschalten daran erkannt wird, daß die Lampen hell aufleuchten. In dem in Fig. 246 b gezeichneten Augenblick hat die durch einen Ausschalterhebel zu verbindende Klemme

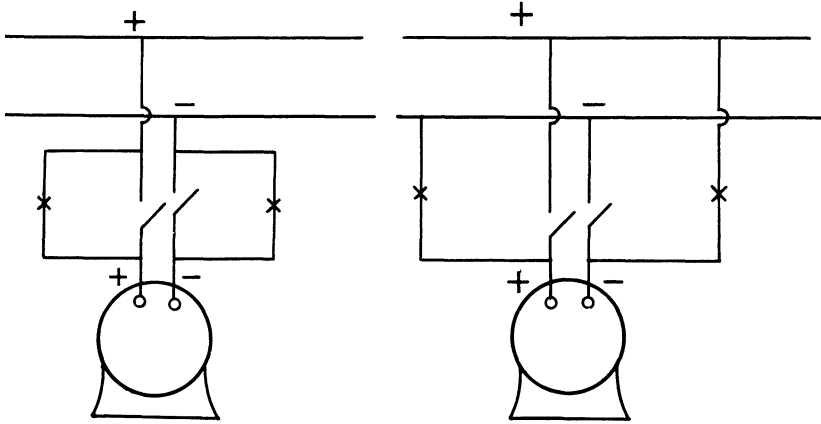


Fig. 246 a.

Fig. 246 b.

der Maschine und des Netzes gerade dasselbe Vorzeichen. Das Netz und die Maschine sind also in bezug auf die beiden Phasenlampen hintereinander geschaltet, und die Lampen leuchten hell auf.

Natürlich erfordert die Erkennung des richtigen Zeitpunktes einige Übung. Der Vorgang geht überhaupt nicht ganz so glatt von statten wie beim Gleichstrom, da weder die Richtigkeit der Tourenzahl noch die Richtigkeit der Phase mit mathematischer Genauigkeit erkannt werden kann. Aber eine solche Genauigkeit ist auch nicht erforderlich, da sofort nach dem Einschalten die synchronisierende Wirkung des Ankers in Tätigkeit tritt, die bald den vollen Synchronismus herstellt.

Wir haben dann, solange die Maschine noch unbelastet läuft, dieselben Verhältnisse wie beim Gleichstrom. Druck und Gegendruck von gleichem Betrage sind gegeneinander geschaltet, und die Stromstärke sowie die Leistung sind noch gleich Null. Die prinzipielle Verschiedenheit des Betriebes von parallelgeschalteten Maschinen bei Gleichstrom und Wechsel-

strom tritt erst hervor, wenn wir nun dazu übergehen, die Art und Weise der Belastung darzulegen.

Wir betrachten zunächst eine leer laufende Nebenschlussmaschine und schalten sie auf ein Netz, das bereits von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Wir belasten dann die Nebenschlussmaschine, indem wir die Erregung der Maschine und dadurch die elektromotorische Kraft verstärken. Dadurch wächst die Stromstärke des Ankers nach der Gleichung:

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Mit der Ankerstromstärke unserer Maschine wird nun die gesamte elektrische Leistung $E \cdot i_a$ größer. Die bisher zugeführte mechanische Leistung reicht dann nicht mehr aus, und es tritt eine Verzögerung ein, die ein Heruntergehen der Kugeln des Regulators bewirkt. Dadurch wird der Maschine dauernd mehr Dampf zugeführt, und die auf die Maschine übertragene mechanische Leistung ist wieder gleich der verbrauchten elektrischen Leistung.

Da der Stromverbrauch im äußeren Netz in unserer Betrachtung der gleiche geblieben ist, so kann der Strom unserer einzelnen Maschine nur dadurch größer geworden sein, daß die anderen Maschinen gleichzeitig entlastet worden sind. Eine Beeinflussung dieser anderen Maschinen ist allerdings nur dadurch möglich, daß gleichzeitig die Klemmspannung sich um einen kleinen Betrag ändert, der aber bei unserer Betrachtung keine Rolle spielt.

Dabei ist zu beachten, daß die Vergrößerung der elektrischen Leistung eine dauernde gewesen ist, daß demnach auch der Dampfverbrauch dauernd erhöht ist. Die Regulatorkugeln stehen also dauernd in einer anderen Stellung als früher, und die Tourenzahl ist gegenüber dem Leerlauf geringer geworden. Allerdings ist diese Verringerung der Tourenzahl so klein, daß sie für den praktischen Maschinenbau meist ganz vernachlässigt oder übersehen wird. Wir fassen also unser Resultat zusammen: Bei der Nebenschlussmaschine wird die Belastung durch die Erregung variiert. Dabei wirkt die Dynamo auf die Dampfmaschine zurück, und es ändert sich in geringem Maße die Tourenzahl, sowie in erheblichem Maße die zugeführte mechanische Leistung. Hier richtet sich das Angebot nach der Nachfrage, d. h. die Dampfmaschine gibt das her, was die Dynamo fordert.

Ganz anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Wechselstrom. Wir setzen auch dabei voraus, daß eine kleine Maschine auf das Netz geschaltet ist, das von mehreren großen Maschinen gespeist ist. Dann wird die Klemmspannung und Tourenzahl der großen Maschinen so gut wie gar nicht beeinflusst durch Änderungen der kleinen Maschine. Wir können also mit konstanter Periodenzahl und konstanter Netzspannung rechnen. Es fragt sich nun, wie wir die Belastung vornehmen wollen. Der erste

Gedanke ist natürlich, die Erregung und damit die elektromotorische Kraft E_1 unserer Maschine zu vergrößern. Wie wir erwarten, erhalten wir dabei auch eine Erhöhung der Stromstärke, aber keine Vergrößerung des Wattmeterausschlages und vor allen Dingen keine Vergrößerung des Dampfverbrauches. Wenn nun trotz der Erhöhung der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke keine Veränderung der Leistung auftritt, so müssen wir schließen, daß gleichzeitig die Phasenverschiebung zwischen E_1 und i größer geworden ist. Nur dann kann die Leistung dieselbe geblieben sein.

Es ist ja auch ganz unmöglich, daß die Leistung durch eine Veränderung der Erregung variiert werden kann. Denn die Wechselstrommaschine läuft entweder genau im Takt oder sie fällt aus dem Tritt. Demnach läuft auch nach Veränderung der Erregung die Dampfmaschine noch genau im alten Takt weiter und dabei stehen die Regulatorkugeln genau in der alten Stellung. Die Dampfeinströmung ist also noch die gleiche wie früher und die Leistung bleibt dieselbe. So z. B. leistet die Dampfmaschine in dem Zeitpunkt nach dem Einschalten immer nur die Leerlaufarbeit, auch wenn wir die Erregung der Maschine variieren. Demnach kann eine Vergrößerung der Maschinenleistung nur durch mechanische Verstellung des Regulatorgewichtes erzielt werden. Diese Verstellung erfolgt entweder von Hand oder durch einen kleinen, am Regulator angebrachten und vom Schaltbrett betätigten Elektromotor. Man erreicht dadurch, daß die Dampfeinströmung bei der konstanten Tourenzahl, die der Maschine durch die Periodenzahl des Netzes aufgezwungen ist, größer wird. Um also die elektrische Leistung der Dynamo zu verändern, müssen wir die zugeführte mechanische Leistung variieren. Hier richtet sich also der Verbrauch nach dem Angebot, d. h. die Dynamo gibt die elektrische Leistung her, die von der Dampfmaschine auf sie übertragen wird.

Es fragt sich dabei nur, wodurch die Dynamo veranlaßt wird, ihre erzeugte elektrische Leistung nach der übertragenen mechanischen Leistung einzurichten. Da ist es nun von großem Interesse, daß eine Vermehrung der Dampfeinströmung eine mechanische Voreilung der Maschine zur Folge hat, und daß dadurch der Vektor der elektromotorischen Kraft in Fig. 242 vorwärts geschoben wird. Dadurch wird die von der Dynamo geleistete elektrische Arbeit vergrößert, bis sie der Dampfmaschine genügend entgegenwirkt. Auf diese Weise läßt sich die Leistung einer Maschine beliebig vergrößern, bis schließlich die Maschine in der Nähe ihrer maximalen Leistung arbeitet, wobei sie in Gefahr ist, aus dem Tritt zu fallen.

Ein ähnlicher Unterschied besteht zwischen dem Abschalten einer Gleichstrom- und einer Wechselstrommaschine vom Netz. Eine Nebenschlußmaschine wird vor dem Abschalten entlastet, indem man ihre Erregung abschwächt und dadurch die Maschine stromlos macht. Eine Wechselstrommaschine wird dagegen vor dem Abschalten stromlos gemacht,

indem man durch Verstellung des Regulatorgewichtes die Dampfeinströmung vermindert.

Es erhebt sich jetzt nur noch die Frage, welchen Zweck denn eigentlich der automatische Regulator der Dampfmaschine hat, wenn doch die Tourenzahl der Dynamo und demnach auch die der Antriebsmaschine unweigerlich durch die Periodenzahl des Netzes gegeben ist. Nun ist es ja richtig, daß der Regulator einer einzelnen Maschine festgestellt werden kann, ohne daß im ganzen System eine Änderung vor sich geht. Soll aber der von der Willkür des Konsumenten abhängige Mehrverbrauch an elektrischer Leistung sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, so müssen an allen Maschinen die Regulatoren automatisch in Tätigkeit treten. Sie lassen dann bei allgemein etwas verminderter Periodenzahl überall mehr Dampf zuströmen. Natürlich läßt sich dann die verminderte Periodenzahl durch mechanische Verstellung aller Regulatorgewichte wieder auf den alten Betrag bringen.

Ferner erhebt sich die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung hat, da diese nicht, wie bei der Gleichstrommaschine, eine Veränderung der Leistung bedingt. Daß eine Verstärkung der Erregung sämtlicher Maschinen die Klemmspannung in die Höhe bringen muß, leuchtet ja allerdings ein. Uns interessiert hier jedoch die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung einer einzelnen Maschine auf diese Maschine selbst ausübt, unter der Voraussetzung, daß die Klemmspannung des ganzen Netzes nicht wesentlich dadurch geändert wird. Die Beantwortung dieser Frage wird sich im nächsten Abschnitt ergeben.

103. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung.

Wir betrachten im folgenden eine Wechselstrommaschine, die an einem Netz mit konstanter Klemmspannung liegt, und der durch die Antriebsmaschine eine konstante Leistung zugeführt wird. Wir fragen uns, welche Veränderung in der Stromstärke und in der Phasenverschiebung durch eine Veränderung der Erregung bewirkt wird.

Der Einfachheit wegen setzen wir wieder zunächst den Ankerwiderstand gleich Null. Dann wird nach S. 358:

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot e}{L \omega} \cdot \sin \gamma. \quad (\text{a})$$

Da in unserm Falle die Werte $L \omega$ und P_1 konstant sind, so folgt, daß der Flächeninhalt des Dreiecks OCE konstant ist (Fig. 247). Bei Veränderung der Erregung und der elektromotorischen Kraft E_1 bewegt sich also der Punkt E auf einer Parallelen zu e . Dabei ist

$$CE = L \omega \cdot i.$$

Für eine Erregung OD wird $L \omega \cdot i$ gleich CD , nimmt also den kleinsten Wert an. Zugleich wird dann

$$\sin \gamma = \frac{CD}{E_1},$$

oder nach Gleichung (a):

$$CD = \frac{P_1 \cdot L \omega}{e}.$$

Gleichzeitig fällt dann der Vektor des Stromes, der auf der Selbstinduktion CD senkrecht steht, in die Richtung der Klemmspannung. Die Maschine liefert also nur Wattstrom ins Netz.

Wird die Maschine so erregt, daß die elektromotorische Kraft E_1 gleich OE wird, so ist die Ohmsche Spannung gleich OF und es wird $\beta = \varphi$. Der Winkel β gibt also die Phasenverschiebung des ins Netz gelieferten Stromes hinter der Netzspannung an. Diese Verschiebung wird negativ, wenn E_1 kleiner ist als OD , d. h. bei Untererregung.

Endlich ergibt sich, daß OB die kleinste elektromotorische Kraft ist, bei der die Maschine die Leistung P_1 noch aufnimmt, ohne aus dem Tritt zu fallen. Ähnliche Ergebnisse erhalten wir mit Berücksichtigung des Ankerwiderstandes.

Zu dem Zwecke multiplizieren wir Gleichung (159) auf S. 358 mit $\frac{E_1}{J_0 \cdot \sin \alpha}$, addieren auf beiden Seiten $\left(\frac{e}{2 \sin \alpha}\right)^2$ und setzen $\sin(\gamma - \alpha) = -\cos(90^\circ + \gamma - \alpha)$. Dadurch erhalten wir:

$$E_1^2 + \left(\frac{e}{2 \sin \alpha}\right)^2 - \frac{E_1 \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \cos(90^\circ + \gamma - \alpha) = \frac{P_1 \cdot E_1}{J_0 \cdot \sin \alpha} + \left(\frac{e}{2 \sin \alpha}\right)^2. \quad (161)$$

Beachten wir, daß der Quotient $\frac{E_1}{J_0}$ bei allen Erregungen konstant gleich der inneren Impedanz ist, so folgt, daß wir für die rechte Seite unserer Gleichung einen konstanten Wert R^2 einführen können. Unsere Gleichung hat dann die Form des Kosinussatzes. Es muß also ein Dreieck existieren, dessen Seiten durch E_1 , $e/2 \cdot \sin \alpha$ und R gebildet werden, während die beiden ersteren Seiten den Winkel $90^\circ + \gamma - \alpha$ einschließen. Daraus folgt ein einfaches Diagramm, das uns für jeden Wert von E_1 direkt den zugehörigen Wert des Winkels γ zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung angibt. Wir tragen in Fig. 248 von O aus auf der Ordinatenachse die Strecke OC gleich e ab und ziehen den Strahl $OA = e/2 \cdot \sin \alpha$ so, daß er mit der Abszissenachse den Winkel α bildet. Der Punkt A liegt dann in der halben Höhe wie der Punkt C . Wir schlagen dann mit A als Mittelpunkt einen Kreis, dessen Radius gleich R ist, und ziehen unter einem beliebigen Winkel γ gegen

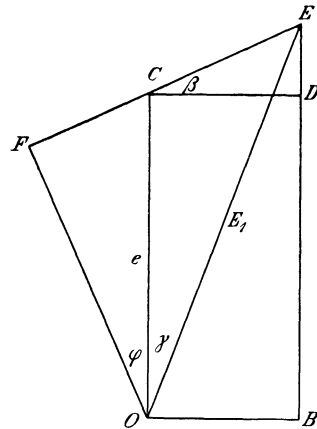


Fig. 247.

trischen Leistung verbunden ist. Infolgedessen überwiegt für einen kleinen Augenblick die Leistung der Antriebsmaschine, und es wird dadurch der Winkel γ so weit vergrößert, bis die elektrische Leistung wieder der zugeführten mechanischen Leistung das Gleichgewicht hält.

Schließlich jedoch wird bei großer Schwächung der Erregung der Winkel γ so groß, daß der Vektor der elektromotorischen Kraft E_1 in die Richtung von AO fällt, also gleich OB ist. Dieser Vektor OB stellt die kleinste elektromotorische Kraft dar, bei der die Maschine die Leistung von 100000 Watt noch konsumiert. Wir können auch umgekehrt sagen: Die Leistung von 100000 Watt ist die größte, die bei der Erregung $E_1 = OB$ auf die Maschine übertragen werden kann. Wird die Erregung noch mehr verringert oder die zugeführte Leistung gesteigert, oder eilt die Maschine selbst aus irgend einem Grunde noch weiter vor, so fällt sie aus dem Tritt. Auch hier wieder ergibt sich die Analogie mit dem Leistungsdiagramm auf S. 359, da das Aufsertrittfallen, wie früher, bei einem Verschiebungswinkel $90^\circ + \alpha$ stattfindet. Auch hier wieder zeigt es sich, daß man, damit die Maschinen sicher im Takt bleiben, den Winkel γ nicht zu groß wählen darf.

Von besonderem Interesse ist es nun wieder, zu wissen, wie die Maschine erregt werden muß, damit sie bei der gegebenen zugeführten Leistung mit dem günstigsten Wirkungsgrad arbeitet. Die Verluste im Anker sind dem Quadrate des Ankerstromes proportional. Nun haben wir in dem Vektor CE der Fig. 248 ein Maß für die Stromstärke, da das Dreieck OCE mit dem Dreieck BOF im grundlegenden Diagramm (Fig. 240 a) identisch ist.

Wir erhalten also ähnlich wie in Gleichung (a) des Abschnittes 100:

$$i = \frac{J_0}{E_1} \cdot CE,$$

wo

$$J_0 = \frac{E_1}{\sqrt{w_a^2 + (L\omega)^2}} \text{ ist.}$$

Mit Hilfe der früheren Werte $w_a = 1$, $L\omega = 6$ und $E_1 = 1200$ erhalten wir also zur Zeichnung des Maßstabes für die Stromstärke die Beziehung:

$$i = \frac{197}{1200} \cdot CE = 0,164 CE.$$

Der günstigste Wirkungsgrad wird nun erreicht, wenn von der zugeführten Leistung der geringste Betrag in Joulesche Wärme $i^2 \cdot w_a$ umgesetzt wird. Das tritt ein, wenn die Stromstärke den kleinsten Wert hat, d. h. wenn der Vektor CE die Verlängerung von AC bildet und mit CD zusammenfällt. Die günstigste elektromotorische Kraft ist also $OD = 1220$ Volt, und dabei ist die Stromstärke nach dem Amperemaßstab $CD = 91,6$ Ampere. Der Joulesche Verlust ergibt sich dann zu:

$$i^2 \cdot w_a = 91,6^2 \cdot 1 = 8400 \text{ Watt.}$$

Der Betrag ist zweifellos zu hoch bei einer Gesamtleistung von 100000 Watt. Aber es ist schon früher darauf hingewiesen, daß die Verhältnisse wegen der Deutlichkeit der Zeichnung anormal gewählt sind.

Wenn die Verluste am kleinsten sind, ist bei gegebener Gesamtleistung die Nutzleistung am größten. Wir erhalten also eine Nutzleistung

$$P_{max} = 100000 - 8400 = 91600 \text{ Watt.}$$

Für jede andere Erregung, für die der Punkt E oberhalb oder unterhalb des Punktes D liegt, wird der Wirkungsgrad schlechter, weil die Stromstärke größer wird. Allerdings macht das gerade in der Nähe des Punktes D besonders wenig aus, da dort die Erregung in ziemlich weiten Grenzen geändert werden kann, ohne daß die Stromstärke sich dabei wesentlich ändert.

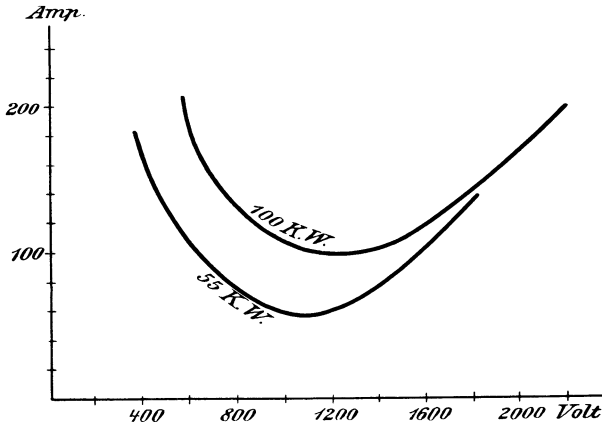


Fig. 249.

Der letztere Umstand wird besonders deutlich, wenn wir die elektromotorische Kraft als Abszisse und die Stromstärke als Ordinate auftragen. Wir erhalten dann die sogenannte V -Kurve in Fig. 249. In dieser Figur sind als Abszissen direkt die Werte OE und als Ordinaten die Werte CE aus Fig. 248 verwendet. Man sieht deutlich, daß die Stromstärke bei konstant zugeführter Leistung für eine bestimmte Erregung ein Minimum wird. Der linke Teil der Kurve ist der, wo sich die Maschine bei fortgesetzter Schwächung der Erregung der Gefahr des Aufsertrittfallens nähert.

Es geht nun ohne weiteres aus der Konstruktion in Fig. 248 hervor, daß eine Änderung der elektromotorischen Kraft OE die Stromstärke CE sehr wenig beeinflusst, wenn der Kreis in Fig. 248 weit entfernt von der Ordinatenachse liegt, d. h. wenn CD sehr groß ist. Ein großer Spannungsabfall im Anker, also eine große Selbstinduktion $L \omega \cdot i$ macht demnach die Maschine gegen Änderungen der Erregung verhältnismäßig unempfindlich. Die V -Kurve verläuft dann unten verhältnismäßig flach.

Dagegen liefern Maschinen mit geringem Spannungsverlust $L \omega \cdot i$ im Anker eine spitzere V -Kurve. Um eine solche zu zeichnen, müßten wir die ganze Konstruktion in Fig. 248 für dieselbe Leistung, aber für einen kleineren Wert von $L \omega$ wiederholen. Wir können aber den Wert $L \omega \cdot i$ auch dadurch erniedrigen, daß wir die Maschine mit geringer Stromstärke arbeiten lassen, also z. B. nur etwa die halbe Leistung auf sie übertragen. Dann geht der Kreis mit dem Radius R etwa durch die Mitte von CD , und eine Änderung der Erregung beeinflusst dann die Stromstärke verhältnismäßig stark. Wir erhalten so die spitzere Kurve in Fig. 249.

Wir stellen uns jetzt die Aufgabe, den Leistungsfaktor für die von unserer Maschine an das Netz abgegebene Leistung zu bestimmen. Allgemein erhalten wir den Winkel φ zwischen Klemmspannung und Stromstärke, wenn wir in Fig. 248 die Strecke EF so ziehen, daß sie mit EC den Winkel α bildet, und dann von O aus auf EF eine Senkrechte fallen. Wir erkennen dann leicht in dem Dreieck EOF das grundlegende Diagramm auf S. 357 und erkennen in dem Winkel COF den gesuchten Winkel φ . Nun ergibt sich mit Hilfe der in Fig. 248 eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$OA = \frac{e}{2 \cdot \sin \alpha},$$

oder
$$\frac{e}{2} = OA \cdot \sin \alpha.$$

Das Dreieck OAC ist also gleichschenkelig, und der Strahl AC bildet mit der Abszissenachse den Winkel α . Daraus folgt:

$$\varepsilon = 90^\circ + \alpha.$$

Ferner ist
$$\varphi + \gamma = 90^\circ - (\alpha + \delta)$$

und
$$180^\circ = \varepsilon + \beta + \gamma + \delta.$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen erhalten wir:

$$\varphi = \beta.$$

Der Phasenverschiebungswinkel φ ist also der Winkel, der durch die Verbindungslinien CD und CE gebildet wird. Erregen wir die Maschine so, daß sie eine elektromotorische Kraft OD liefert, so ist der Winkel β , also auch der Winkel φ gleich Null. Die Maschine liefert in diesem Falle reinen Wattstrom ins Netz. Das stimmt auch mit unserer obigen Rechnung überein, wonach die Nutzleistung für den Punkt D gleich 91600 Watt war. Da die Stromstärke dabei 91,6 Ampere und die Klemmspannung 1000 Volt war, so muß $\cos \varphi$ notwendig gleich Eins sein.

Es könnte nun scheinen, als ob es besonders gut wäre, die Maschine gerade so zu erregen, daß $\cos \varphi$ gleich Eins wird und die Stromstärke, sowie die Verluste bei gegebener Leistung am kleinsten werden. Das ist jedoch ein Irrtum. Wenn nämlich im äußeren Kreise infolge der dort vorhandenen Selbstinduktion eine Phasenverschiebung eintritt und unsere

Maschine nur Wattstrom liefert, so müssen eben die anderen Maschinen um so mehr wattlose Ströme liefern. Man wird vielmehr die Maschinen so erregen, daß sich die wattlosen Ströme gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, daß also die Phasenverschiebung in allen die gleiche ist.

Wenn wir unsere Maschine übermäßig stark erregen, so rückt der Punkt E nach oben, und wir erhalten eine große Phasenverschiebung des Stromes gegen die Klemmspannung; die Maschine liefert dann vorwiegend wattlosen Strom ins Netz. Umgekehrt rückt der Punkt E nach unten, wenn wir die Maschine schwach erregen. Für eine solche untererregte Maschine wird der Winkel β , d. h. der Winkel φ negativ, d. h. die Stromstärke eilt der Klemmspannung voraus. Zugleich wird dabei die elektromotorische Kraft E_1 kleiner als die Klemmspannung. Das ist z. B. der Fall, wenn die Maschine auf übererregte Synchronmotoren arbeitet, deren elektromotorische Gegenkraft größer als die elektromotorische Kraft des Generators ist. Die zwischen Motor und Generator liegende Netzspannung ist dann annähernd das Mittel zwischen beiden elektromotorischen Kräften, also größer als die elektromotorische Kraft des Generators.

Die Bedeutung unseres Diagramms beruht darauf, daß es nicht bloß die elektromotorischen Kräfte, sondern auch die Stromstärken und die äußere Phasenverschiebung direkt abzulesen gestattet. Ferner ergibt sich deutlich der Zusammenhang zwischen den mechanischen und elektrischen Vorgängen, die durch eine Änderung der Erregung bewirkt werden.

104. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen.

Wir betrachten eine Maschine, die an einer absolut konstanten Netzspannung liegt. Sie werde zunächst von einer Turbine mit völlig gleichmäßiger Umfangsgeschwindigkeit angetrieben und durch Änderung der Belastung oder der Erregung sei zufällig eine momentane Voreilung vor der normalen Stellung eingetreten. Da die abgegebene Leistung dem Voreilungswinkel proportional ist, so bremst sich die Maschine selbst und erleidet eine Verzögerung. Sie kommt dadurch zunächst in ihre normale Lage, schwingt aber wie ein Pendel darüber hinaus und erleidet eine Nacheilung. Dadurch wird sie aber entlastet, so daß das Drehmoment der Antriebsmaschine überwiegt und wieder eine Beschleunigung hervorruft. Die Maschine pendelt also um ihre normale Lage, bis die Schwingungen durch mechanische Reibung oder durch Foucaultströme gedämpft werden.

Nun ist die Zunahme der Leistung pro elektrische Bogeneinheit nach S. 365 gleich $e \cdot J_0 \cdot \cos(\gamma - \alpha)$. Dabei ist der Winkel α unter allen Umständen sehr klein, und γ ist ebenfalls im Interesse einer geringeren Selbstinduktion und einer großen Überlastungsfähigkeit nur etwa $10\text{--}20^\circ$. Wir können also $\cos(\gamma - \alpha)$ rund gleich 1 setzen. Ferner ist das Drehmoment gleich der Leistung dividiert durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit $2\pi \cdot \frac{\omega}{p}$. Endlich ist eine mechanische Bogeneinheit p mal

so groß wie eine elektrische Bogeneinheit und $1 \frac{\text{Joule}}{\text{sek.}} = \frac{1}{9,81} \frac{\text{mkg.}}{\text{sek.}}$. Es wird also die Zunahme des Drehmoments pro mechanische Bogeneinheit oder die sogenannte Direktionskraft:

$$D = \frac{p \cdot e \cdot J_0}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \frac{\sim}{p}} = \frac{p^2 \cdot e \cdot J_0}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \sim} \text{ mkg.} \quad (a)$$

Ist nun m die auf den Umfang reduzierte Masse im mechanischen Maß und r der Radius in Metern, so ist die Eigenschwingungszeit der Maschine nach einem bekannten Gesetz der Mechanik:

$$t_1 = 2\pi \sqrt{\frac{m r^2}{D}}. \quad (b)$$

Ist z. B. *) $m = 720$, $r = 2,75$, $p = 32$, $\sim = 48,5$, $e = 3000$, $J_0 = 670$, so folgt die Eigenschwingungszeit $t_1 = 0,55$.

Im Gegensatz zu den erwähnten Eigenschwingungen betrachten wir nun die Schwingungen einer Dampfmaschine, und zwar soll die Dampfmaschine vorläufig eine Gleichstrommaschine antreiben. Es sei T_1 die Zeit, innerhalb der sich der Maximaldruck der Dampfmaschine wiederholt. Wir ersetzen dabei **) das Tangentialdruckdiagramm durch die Sinuskurve in Fig. 250 a, deren Ordinaten von EH an gemessen den Maschinendruck und von OD an gemessen den Überdruck über die mittlere Leistung darstellen. Ist nun $F_1 = GA$ der maximale Überdruck in Kilogramm am Ankerumfang, dann ist die maximale Beschleunigung:

$$a = \frac{F_1}{m}.$$

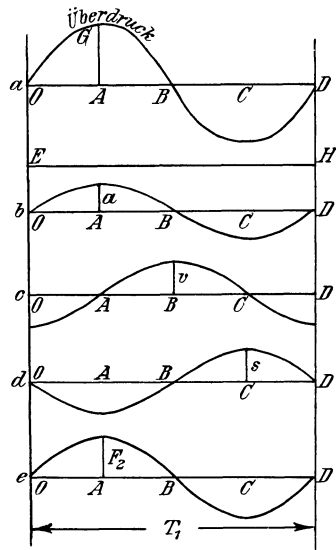


Fig. 250 a-e.

Die Beschleunigung ist phasengleich mit dem Überdruck (Fig. 250 b). Solange sie positiv ist, nimmt die zusätzliche Geschwindigkeit zu, sie erreicht also ihren Höchstwert v im Zeitpunkt B (Fig. 250 c). Dieser berechnet sich aus der mittleren Beschleunigung mal der Zeit $AB = \frac{T_1}{4}$ zu:

$$v = \frac{2}{\pi} \cdot a \cdot \frac{T_1}{4} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{F_1}{m} \cdot T_1. \quad (c)$$

*) Vergl. Kapp, ETZ 1899, S. 134.

**) Vergl. Rosenberg, ETZ 1902, S. 425.

Solange die zusätzliche Geschwindigkeit positiv ist, nimmt die Voreilung vor der normalen Stellung zu. Die Voreilung erreicht also im Zeitpunkt C ihren Höchstwert s . Dieser ergibt sich, wenn wir die mittlere zusätzliche Geschwindigkeit mit der Zeit $\frac{T_1}{4}$ multiplizieren, zu:

$$s = \frac{2}{\pi} \cdot v \cdot \frac{T_1}{4}.$$

Um den Bogen ε_1 der größten Voreilung zu finden, haben wir mit dem Radius zu dividieren. Mit Einsetzung der Werte von v und a erhalten wir:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{F_1 \cdot T_1^2}{m \cdot r}. \quad (d)$$

Dies ist die sogenannte initiale Voreilung der Dampfmaschine.

Wir betrachten jetzt den Einfluß der Wechselstrommaschine auf die Voreilung der Dampfmaschine und gehen dabei von der Voraussetzung aus, daß die Dampfmaschine dem ganzen System ihren Takt aufzwingt. Da die Wechselstrommaschine bei Voreilung stärker belastet und bei Nacheilung entlastet wird, so wird ihr gleichsam vom Netz aus ein Beschleunigungsdruck geliefert. Dieser ist am größten, wenn die Wechselstrommaschine am meisten entlastet wird. Er hat also seinen positiven Höchstwert F_2 im Augenblick der größten Nacheilung, also im Zeitpunkte A in Fig. 250 d und e. Die dadurch bedingten periodischen Schwankungen der ans Netz abgegebenen Leistung sind dann unter Umständen so erheblich, daß ein Parallelbetrieb unmöglich wird.

Aus dem Überdruck F_1 der Dampfmaschine und mit Überdruck F_2 des Netzes resultiert nun ein gesamter Überdruck F . Dieser tritt an Stelle des bisher betrachteten Überdruckes F_1 , und es ergibt sich die bemerkenswerte Tatsache aus Fig. 250 a und e, daß der vom Netz ausgeübte Beschleunigungsdruck gleiche Phase mit dem resultierenden Überdruck F hat. Die Kräfte F_1 und F_2 setzen sich also algebraisch zur resultierenden Kraft F zusammen. Der Grenzwert ε , dem sich die Voreilung nähert, ist dann nach Gleichung (d):

$$\varepsilon = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{F \cdot T_1^2}{m \cdot r}. \quad (e)$$

Wenn sich ein gleichförmiger Zustand hergestellt hat, genügt dann diese Voreilung ε gerade, um eine Synchronisierungskraft F_2 zu schaffen, die in Verbindung mit dem Überdruck F_1 der Dampfmaschine die betreffende Voreilung ε hervorruft. Wir haben uns das so vorzustellen, daß die Voreilungen mit jedem Zyklus größer werden, sich aber einem Grenzwert nähern, der durch Gleichung (e) gegeben ist.

Dabei berechnet sich der maximale Beschleunigungsdruck, der durch Verminderung der elektrischen Leistung erzielt wird, wenn wir das

Drehmoment D pro Bogeneinheit mit der Voreilung ε multiplizieren und mit dem Radius dividieren, mit Benutzung von Gleichung (e) zu:

$$F_2 = \frac{D}{r} \cdot \varepsilon = \frac{D}{m \cdot r^2} \cdot \frac{1}{4\pi^2} \cdot F \cdot T_1^2$$

oder nach Gleichung (b):
$$\frac{F_2}{F} = \frac{T_1^2}{t_1^2}. \quad (f)$$

Wir unterscheiden nun drei Fälle:

1. Die Eigenschwingungszeit t_1 der Dynamo ist größer als die Schwingungszeit T_1 der Dampfmaschine. Dieser Fall ist bei Generatoren der gewöhnliche. Dann ist nach Gleichung (f) F größer als F_2 , d. h. es gilt die Gleichung:

$$F = F_1 + F_2.$$

Das ist besonders leicht verständlich, weil ja nach Fig. 250 a und d der maximale Überdruck der Dampfmaschine zeitlich mit einer Entlastung der Wechselstrommaschine zusammenfällt, so daß der Überdruck vergrößert erscheint. In diesem Falle wird nach Gleichung (f):

$$\frac{F_2}{F_1 + F_2} = \frac{T_1^2}{t_1^2}.$$

Mit Benutzung dieser Gleichung ergibt sich der Vergrößerungsfaktor, d. h. das Verhältnis der Voreilungen bei Wechselstrom und Gleichstrom zu:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{F_1 + F_2}{F_1} = \frac{1}{1 - \frac{T_1^2}{t_1^2}}. \quad (g)$$

Die Vergrößerung der ursprünglichen Voreilung ist also um so geringer, je größer die Eigenschwingungszeit t_1 der Dynamo im Verhältnis zur Schwingungszeit T_1 der Dampfmaschine ist. In dem auf S. 377 angeführten Falle war die Dampfmaschine eine Tandemcompoundmaschine mit 85 Touren pro Minute, also mit $\frac{2 \cdot 85}{60}$ Zyklen pro Sekunde, und es wird:

$$T_1 = \frac{1}{2 \cdot 85/60} = 0,353.$$

Der Vergrößerungsfaktor wird dann, da die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine $t_1 = 0,55$ war:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{1}{1 - \frac{0,353^2}{0,55^2}} = 1,7.$$

2. Die Eigenschwingungszeit t_1 der Dynamo ist gleich der Schwingungszeit T_1 der Dampfmaschine. In diesem Falle wird nach Gleichung (f) $F_2 = F$. Das bedeutet, daß der initiale Druck gegenüber dem Synchronisierungsdruck gar nicht in Betracht kommt. Der letztere ist also unendlich groß, und es wird auch die schließliche Voreilung unendlich groß. Es

tritt also vollständige Resonanz ein, und die Maschinen fallen aus dem Tritt. Um diese Gefahr zu verringern, muß man also die Eigenschwingungszeit der Dynamo im Verhältnis zur Schwingungszeit der Dampfmaschine möglichst groß machen, d. h. die Schwungmassen vergrößern.

3. Die Eigenschwingungszeit t_1 ist kleiner als die Schwingungszeit T_1 der Dampfmaschine. Das ist ein Fall, der bei Generatoren praktisch ausgeschlossen ist, da er nur bei sehr geringen Schwungmassen und bei großer initialer Voreilung vorkommen könnte. Der Fall wird aber bei Synchronmotoren und vor allem bei rotierenden Umformern von Bedeutung. Bei diesen tritt dann eine etwa periodische Änderung der Belastung an die Stelle der Ungleichförmigkeit der Dampfmaschine. Nach Gleichung (f) ist dann in unserm Falle F kleiner als F_2 . Das würde bedeuten, daß jetzt im Augenblick der größten Nacheilung ausnahmsweise die Dampfmaschine ihren geringsten Druck ausübt, daß aber doch infolge der großen Synchronisierungskraft der Dynamo eine Beschleunigung zustande kommt. Dann gilt die Gleichung:

$$F = F_2 - F_1.$$

Ähnlich wie oben ergibt sich dann ein Vergrößerungsfaktor:

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{1}{\frac{T_1^2}{t_1^2} - 1}.$$

Das Resultat ist dann wieder, daß der Unterschied zwischen beiden Schwingungszeiten möglichst groß gemacht werden muß, um den Vergrößerungsfaktor zu verringern und von dem Zustand der Resonanz möglichst weit entfernt zu bleiben. In diesem Falle würde eine Verringerung der Schwungmassen von Vorteil sein.

Im allgemeinen ist aber, wie bemerkt, bei Generatoren die Eigenschwingungszeit t_1 immer größer als T_1 , und es kann sich daher eventuell nur darum handeln, den Unterschied noch zu vergrößern, um den Parallelbetrieb günstiger zu gestalten. Dazu gibt es nach Gleichung (b) zwei Mittel. Der erste Weg ist die Einschaltung einer Drosselspule zwischen Generator und Netzsammelschiene. Dadurch wird der Kurzschlussstrom J_0 kleiner, die Direktionskraft nach Gleichung (a) geringer und die Eigenschwingungszeit t_1 nach Gleichung (b) größer. Das ergibt nach Gleichung (g) eine Verringerung des Vergrößerungsfaktors. Auch bei rotierenden Umformern ist oft die Einschaltung einer Drosselspule das einzige Mittel zur Vermeidung des Pendelns. — Der zweite Weg ist die Vergrößerung der Schwungmassen. Das Mittel hilft in den meisten Fällen radikal, da dadurch sowohl die initiale Voreilung verringert, als auch die Eigenschwingungszeit vergrößert wird.

Von besonderer Wichtigkeit ist nun unter Umständen ein dritter Weg, nämlich die Dämpfung der Schwingungen durch Wirbelströme nach Leblanc. Man verwendet dabei massive Polschuhe, oder man ordnet in

den Polköpfen in Richtung der Achse Kupferstäbe an, die an den Stirnflächen miteinander verbunden sind. Beim Schwingen der Maschine erzeugen dann die vom Ankerstrom erzeugten Kraftlinien Ströme in den Polen, die nach dem Lenzschen Gesetz die Bewegung hindern. Eine solche Dämpfung empfiehlt sich besonders auch bei Synchronmotoren und Umformern. Sie hat zugleich den Vorteil, daß bei einer zufälligen Überlastung die momentane Verzögerung nicht zu groß wird. Der Motor fällt dann also nicht aus dem Tritt, indem die Dämpferwicklung wie die Kurzschlußwicklung eines Asynchronmotors funktioniert.

Aber gerade der Vergleich mit dem Asynchronmotor zeigt, daß die Dämpfung nicht unter allen Umständen zum Ziele führt. Es ist nämlich nicht etwa die Joulesche Wärme in der Dämpferwicklung, die bremsend wirkt, sondern die Maschine wird tatsächlich zu einer Asynchronmaschine, die zeitweise Leistung ans Netz abgibt und zeitweise empfängt. Der Maximalwert dieser Leistung und damit das Maximum der Dämpferkraft F_a tritt in dem Augenblicke auf, wenn die Geschwindigkeit v am größten ist, also wenn die Maschine durch ihre normale Lage schwingt. Wir können diese Kraft proportional der Geschwindigkeit setzen. Da sie der Bewegung entgegenwirkt, so finden wir aus Fig. 250 c, daß sie im Zeitpunkt B ein negatives Maximum hat. Sie eilt also dem resultierenden Druck F und dem synchronisierenden Druck OA um 90° voraus. Es ist also in Fig. 251:

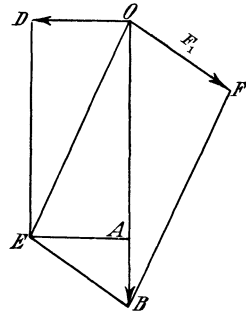


Fig. 251.

$OF = F_1$ der Überdruck der Dampfmaschine,
 OA der Synchronisierungsdruck bei Dämpfung,
 OD der durch die Dämpferwicklung ausgeübte Druck,
 OB der resultierende Druck.

Dann ist OE ein Maß für die aus dem Netz entnommene zusätzliche Leistung, während bei derselben Maschine ohne Dämpfung die zusätzliche Leistung gleich F_2 war. Dabei ist nach Gleichung (f), gleichgültig ob wir dämpfen oder nicht, das Verhältnis des Synchronisierungsdruckes zum Gesamtdruck bei ungedämpfter Maschine dasselbe wie bei Dämpfung, d. h.:

$$\frac{F_2}{F_1 + F_2} = \frac{OA}{OB} \quad \text{oder} \quad \frac{F_2}{F_1} = \frac{OA}{AB}.$$

Daraus folgt, da $F_1 = EB$ ist:

$$\frac{OE}{F_2} = \frac{OE}{EB} \cdot \frac{AB}{OA}.$$

Diese Gleichung läßt erkennen, ob durch die Dämpfung eine Vergrößerung oder Verringerung der Netzschwankung auftritt. Es nähert sich nämlich das Verhältnis $OE:EB$ mehr der Einheit als das Ver-

hältnis $OA:AB$. Daher entscheidet das Verhältnis $OA:AB$, ob wirklich eine Verringerung der Netzschwankung auftritt. Ist also AB kleiner als OA , so hilft die Dämpfung. Dann aber ist bei ungedämpfter Maschine der Überdruck der Maschine kleiner als der Synchronisierungsdruck, d. h.:

$$\bar{F}_1 < \bar{F}_2 \text{ oder } \frac{\bar{F}_1 + \bar{F}_2}{\bar{F}_1} > 2.$$

Demnach hilft die Dämpfung, wenn der Vergrößerungsfaktor größer ist als 2, d. h. bei Maschinen mit verhältnismäßig geringen Schwungmassen. Sie wird also dann besonders in Frage kommen, wenn pro Umdrehung mehr als zwei Antriebe vorkommen, da die Schwungmassen dabei verhältnismäßig gering gehalten werden.

Fünftehntes Kapitel.

105. Prinzip der Synchronmotoren. — 106. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung. — 107. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung.

105. Prinzip der Synchronmotoren.

Wir unterscheiden bei den mit Wechselstrom betriebenen Motoren die Synchronmotoren, die bei Leerlauf und Betrieb mit genau derselben Tourenzahl laufen, und die Asynchron- oder Induktionsmotoren, deren Tourenzahl mit der Belastung etwas abnimmt. Zu den Asynchronmotoren gehört auch der gewöhnliche Drehstrommotor.

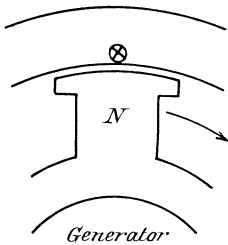


Fig. 252 a.

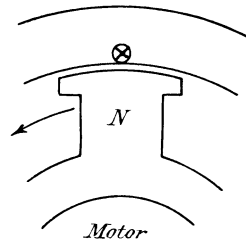


Fig. 252 b.

Die Synchronmotoren sind nichts anderes als eine Umkehrung der gewöhnlichen Wechselstromgeneratoren und können für ein- oder mehrphasigen Strom gebaut sein. Jede Wechselstrommaschine läßt sich ohne weiteres als Wechselstrommotor benutzen. Wenn wir den Nordpol des in Fig. 252 a angedeuteten Wechselstromgenerators im Sinne des Uhrzeigers drehen, so wird dadurch in dem vor dem Nordpol liegenden Draht ein Strom induziert, der, abgesehen von der Phasenverschiebung, von vorn nach hinten gerichtet ist. Dabei hat die Antriebsmaschine das vom Strom und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Drehmoment mechanisch zu überwinden. Daraus folgt bei dem in Fig. 252 b gezeichneten Motor, daß die elektromagnetische Wechselwirkung das Polrad entgegen dem Uhrzeiger zu drehen sucht.

Nun steht im folgenden Zeitmoment statt des Nordpols ein Südpol vor dem gezeichneten Draht. Dann muß der Strom inzwischen seine

Richtung geändert haben, damit das neue Drehmoment mit dem früheren Drehmoment gleichgerichtet ist. Die Tourenzahl des Polrades muß also schon beim Anlassen genau mit der Periodenzahl des Netzes übereinstimmen. Ist p die Zahl der Polpaare des Motors, $n/60$ seine Tourenzahl pro Sekunde und ω_1 die Periodenzahl des Netzes, so muß die Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{n}{60} = \frac{\omega_1}{p}.$$

Der Synchronmotor muß also vor dem Einschalten mechanisch auf Synchronismus gebracht werden. Wenn eine Batterie zur Verfügung steht, so treibt man zu dem Zwecke die mit dem Motor direkt gekuppelte Gleichstrommaschine, die zur Erregung der Magnete dient, als Gleichstrommotor an. Synchronmotoren, die mit einem Gleichstromgenerator gekuppelt sind und zur Umformung des Wechselstromes in Gleichstrom dienen, werden von der Gleichstromseite aus angelassen. Die Notwendigkeit, den Synchronmotor vor dem Einschalten auf Synchronismus zu bringen, schließt seine Verwendung natürlich in vielen Fällen aus.

Was nun das Einschalten des synchron laufenden Motors betrifft, so vollzieht es sich genau wie das Parallelschalten einer Wechselstrommaschine. Um das zu veranschaulichen, nehmen wir an, es sei noch ganz unentschieden, ob die aufs Netz zu schaltende Maschine als Generator oder als Motor arbeiten soll. Gerade wenn die Wechselstrommaschine mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt ist, können wir auch praktisch diese Annahme rechtfertigen. Denn wir haben es ja in der Hand, die Gleichstrommaschine auf eine Akkumulatorenbatterie zu schalten und ohne umständliche Veränderungen die Gleichstrommaschine als Generator oder als Motor arbeiten zu lassen. Wenn wir die Gleichstrommaschine so stark erregen, daß ihre elektromotorische Kraft über die der Batterie überwiegt, so wird die Batterie geladen und die Gleichstrommaschine arbeitet als Generator. Wenn wir die Gleichstrommaschine dagegen schwächer erregen, so überwiegt die elektromotorische Kraft der Batterie und treibt die Gleichstrommaschine als Motor an.

Wir bringen also, wie es im Abschnitt 102 besprochen wurde, die parallel zu schaltende Wechselstrommaschine durch die zuerst als Motor laufende Gleichstrommaschine auf die richtige Tourenzahl. Dann regulieren wir ihren Magnetstrom, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. In dem Augenblick, wo Maschinenspannung und Netzspannung sich genau entgegenwirken, schalten wir ein. Dann sind Druck und Gegendruck einander noch gleich, und die Stromstärke ist, wenn wir von sekundären Einflüssen absehen, gleich Null. Jedenfalls ist die von der Maschine aufgenommene oder abgegebene elektrische Arbeit noch Null, weil bei der betreffenden Tourenzahl die Leistung der Antriebsmaschine nur gerade genügt, um die Leerlaufverluste zu decken.

Unsere Wechselstrommaschine wird nun dadurch zum Generator, daß wir die zugeführte Leistung erhöhen. Wir schwächen dazu das Magnetfeld der direkt gekuppelten Gleichstrommaschine, die jetzt als Motor arbeitet und von der Batterie gespeist wird. Für gewöhnlich hat eine solche Schwächung des Magnetstromes beim Nebenschlußmotor eine Erhöhung der Tourenzahl zur Folge. Jetzt aber ist die Tourenzahl unserer Doppelmaschine unweigerlich gegeben durch die Periodenzahl des Wechselstromnetzes. Bei dieser konstanten Tourenzahl bewirkt dann eine Feldschwächung des Gleichstrommotors eine Verringerung seiner elektromotorischen Kraft. Nach der Gleichung $i_a = \frac{e - E}{w_a}$ wächst dadurch die Stromstärke, und der Anker wird beschleunigt. Der Anker der Wechselstrommaschine kommt dadurch in eine solche relative Lage zu den Polen, daß nach Abschnitt 102 die erzeugte elektrische Leistung des Wechselstromes vergrößert wird. Diese hält dann der größer gewordenen mechanischen Leistung der Gleichstromseite das Gleichgewicht. Durch die mechanisch bewirkte Vor-eilung wird also die Wechselstrommaschine zum Generator.

Wir ändern nun nichts an der ganzen Anordnung, verstärken aber den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, statt ihn abzuschwächen. Bei der konstanten, durch die Wechselstromseite gegebenen Tourenzahl hat eine Verstärkung des Feldes der Gleichstrommaschine eine Erhöhung ihrer elektromotorischen Kraft zur Folge. Diese wird dadurch größer als die Klemmspannung oder als die elektromotorische Kraft der Batterie, so daß die Maschine Strom in die Batterie liefert und sie ladet. Die Gleichstrommaschine ist also zum Generator geworden, und die Wechselstrommaschine arbeitet als Motor. Während dieses Vorganges ist die von der Batterie an die Maschinen abgegebene elektrische Leistung erst positiv, dann Null und endlich negativ, und es muß dabei eine mechanische Verzögerung der beiden Maschinen eintreten. Durch diese Verzögerung oder Nacheilung kommt der Wechselstromanker in eine derartige relative Lage zu den Polen, daß das Drehmoment für die auf der Gleichstromseite geforderte Leistung genügt. Durch die Verzögerung oder Nacheilung wird also die Maschine zum Motor. Wir gehen nun im folgenden Abschnitt dazu über, diese Verhältnisse des Synchronmotors durch das Vektordiagramm noch deutlicher zu gestalten.

106. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung.

Das Vektordiagramm für den Wechselstrommotor (Fig. 253 a) ist ganz ähnlich dem für die Wechselstrommaschine. Nur haben wir zu beachten, daß die elektromotorische Kraft E des Motors dem Strome und der Netzspannung e wesentlich entgegengesetzt ist. Die Netzspannung $e = OK$ und die elektromotorische (Gegen-)Kraft $E = OB$ ergeben eine

Resultierende OF , die den gesamten Spannungsverbrauch im Anker darstellt. Dieser ist andererseits wieder die Resultierende aus der Ohmschen Spannung OD und der Spannung OC , die die Selbstinduktion überwindet. Dabei haben wir willkürlich den Stromvektor in die negative Richtung der Ordinatenachse gelegt. Wir bezeichnen wieder den Winkel zwischen der Selbstinduktion OC und der Resultierenden OF mit α . Wie man aus Fig. 253 a sieht, und wie es aus dem Prinzip der Motoren folgt, ist der Vektor der elektromotorischen Gegenkraft dem Strome wesentlich entgegengesetzt. Es wird ferner deutlich, daß bei Leerlauf, also nach dem Einschalten, der Vektor E mit der Richtung des von O

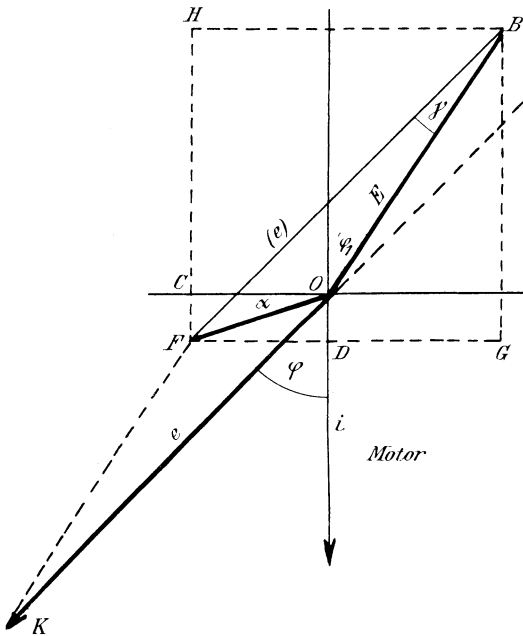
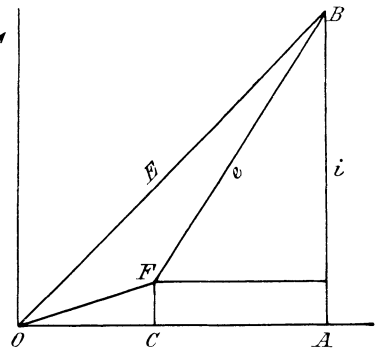


Fig. 253 a.



Generator

Fig. 253 b.

aus gezogenen punktierten Vektors zusammenfiel, und daß er durch die mechanische Belastung um den Winkel γ hinter dem punktierten Vektor zurückgeblieben ist. (Vergl. den Schluss des vorigen Abschnittes.)

Nun ergibt sich die auf den Motor übertragene Leistung zu:

$$P_1 = e \cdot i \cdot \cos \varphi,$$

wo φ der Winkel zwischen den Vektoren der Klemmspannung und Stromstärke ist. Setzen wir für $e \cdot \cos \varphi$ den Wert FH ein, so erhalten wir:

$$P_1 = i \cdot FH.$$

Der davon in Joulesche Wärme umgesetzte Betrag ist:

$$i^2 \cdot w_a = i \cdot i \cdot w_a = i \cdot FC.$$

Demnach ist die mechanische Leistung P des Motors gegeben durch:

$$P = P_1 - i^2 \cdot \omega_a = i(FH - FC) = i \cdot CH.$$

Bezeichnen wir nun den Winkel, den die elektromotorische Kraft mit der negativ genommenen Richtung der Stromstärke bildet, mit φ_1 , so erhalten wir:

$$CH = E \cdot \cos \varphi_1.$$

Für die mechanische Leistung des Motors erhalten wir also die Gleichung:

$$P = E \cdot i \cdot \cos \varphi_1, \quad (162)$$

ein Resultat, das wir nach den für Gleichstrom abgeleiteten Gesetzen voraussehen konnten.

Vergleichen wir nun das Dreieck FBG mit dem Dreieck OBA in Fig. 240 a, so erkennen wir eine sehr große Übereinstimmung. Der Deutlichkeit wegen ist das Vektordiagramm des Generators daneben gezeichnet (Fig. 253 b). In beiden Diagrammen sind nur die Werte e und E miteinander vertauscht. Ferner tritt die gesamte, auf den Motor übertragene Leistung $P_1 = FB \cdot i \cdot \cos \varphi$ in Fig. 253 a an die Stelle der gesamten vom Generator erzeugten elektrischen Leistung $P_1 = OB \cdot i \cdot \cos \varphi_1$ in Fig. 253 b. Wir erhalten also die gesamte auf den Motor übertragene Leistung P_1 , wenn wir in Gleichung (159) auf S. 358 die Werte von e und E miteinander vertauschen. Dann wird zugleich

$$J_0 = \frac{e}{\sqrt{\omega_a^2 + (L\omega)^2}},$$

wie das ja beim Motor nur natürlich ist, und wir erhalten die auf den Motor übertragene Leistung P_1 zu:

$$P_1 = E \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma - \alpha) + e \cdot J_0 \cdot \sin \alpha. \quad (163)$$

Ebenso tritt jetzt beim Motor die mechanische Leistung $P = OB \cdot i \cdot \cos \varphi_1$ in Fig. 253 a an die Stelle der vom Generator gelieferten elektrischen Nutzleistung $FB \cdot i \cdot \cos \varphi$ in Fig. 253 b. Wir erhalten also für beide Werte dieselben Gleichungen, haben aber wieder e und E miteinander zu vertauschen. Das ergibt nach Gleichung (160) auf S. 360 für die mechanische Leistung die Formel:

$$P = E \cdot J_0 \cdot \sin(\gamma + \alpha) - \frac{E^2}{e} \cdot J_0 \cdot \sin \alpha. \quad (164)$$

Dabei ist jetzt γ der Winkel, um den die elektromotorische Kraft des Motors hinter der negativ genommenen Netzspannung zurückbleibt.

Wir stellen nun wieder graphisch die Abhängigkeit der Leistung von der Phasenverschiebung zwischen Netzspannung und elektromotorischer Gegenkraft dar. Zu diesem Zwecke schlagen wir, wie in Fig. 242 und 243, zwei Kreise, die durch den Punkt O gehen, und deren Durchmesser nach oben und unten hin unter dem Winkel α gegen die Horizontale

geneigt sind (Fig. 254 und 255). Der Durchmesser ist $E \cdot J_0$. Zu den Strahlen des Kreises in Fig. 254 addieren wir nach Gleichung (163) den konstanten Wert $e \cdot J_0 \cdot \sin \alpha$ und erhalten so die Kurve P_1 in Fig. 254. Der Vektor der negativ genommenen Klemmspannung fällt dabei in die positive Richtung der Ordinatenachse. Die Länge eines beliebigen Vektors der Kurve P_1 ist dann die gesamte elektrische Leistung, die von dem Netz auf den Synchronmotor übertragen wird. Der Winkel zwischen dem Strahl der Kurve P_1 und der Ordinatenachse ist der zugehörige Phasenverschiebungswinkel zwischen der elektromotorischen Kraft und der negativ genommenen Klemmspannung. Der Beweis ergibt sich genau wie bei dem entsprechenden Diagramm des Generators.

Wir subtrahieren ferner von den Strahlen des Kreises in Fig. 255 nach Gleichung (164) den konstanten Wert $\frac{E^2 \cdot J_0 \cdot \sin \alpha}{e}$ und erhalten so

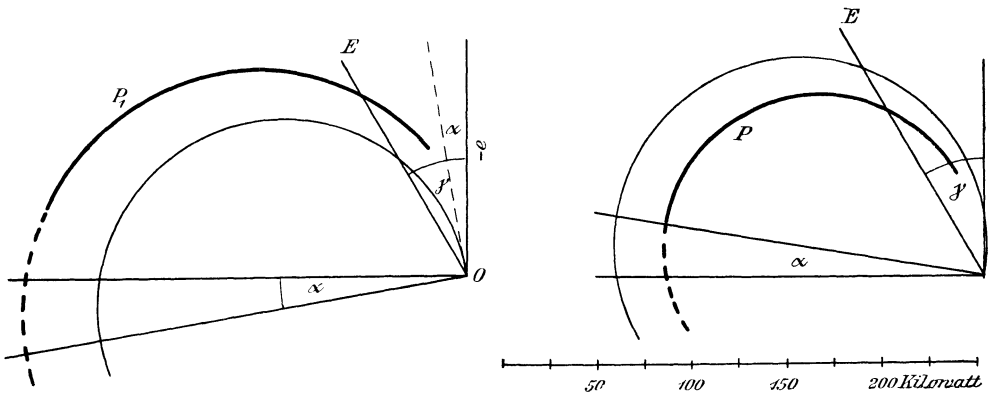


Fig. 254.

Fig. 255.

die Kurve P in Fig. 255. Die Strahlen dieser Kurven stellen uns die zu den bestimmten Winkeln γ gehörige mechanische Leistung dar.

Die Kurven sind für die Werte $w_a = 1$, $L \omega = 6$, $e = 1200$ und $E = 1000$ gezeichnet. Wie man sieht, wird die mechanische Leistung ein Maximum für den Wert $\gamma = 90^\circ - \alpha$. Wenn wir den Motor noch stärker überlasten, so tritt zwar eine weitere Verzögerung ein, und es wird der Winkel γ noch größer. Die vom Motor ausgeübte Leistung nimmt dagegen nach unserm Diagramm ab. Der Motor kann dann die Last nicht mehr durchziehen, fällt aus dem Tritt und bleibt stehen. Da das gleichbedeutend mit einem Kurzschluss ist, so muß der Motor normal im rechten Teil der Fig. 255, also mit kleinem Winkel γ arbeiten. Tritt das normale Drehmoment bei etwa $\gamma = 30^\circ$ ein, so kann man auf eine Überlastungsfähigkeit gleich dem doppelten des normalen Drehmoments rechnen.

Um nun den Motor im linken Teil des Diagramms arbeiten zu lassen, muß man den Durchmesser des Diagrammkreises möglichst groß machen

gegenüber der normalen Leistung. Nach Gleichung (164) erreicht man das durch eine hohe elektromotorische Kraft und durch einen hohen Kurzschlussstrom, d. h. durch eine geringe Selbstinduktion.

Über die synchronisierende Kraft des Ankers und das Pendeln bei Motoren gilt das bei den Generatoren Gesagte. Es bleibt jetzt nur noch übrig, das Verhalten eines Motors darzustellen, dessen Belastung ungeändert bleibt, und dessen Erregung variiert wird.

107. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung.

Wir betrachten einen konstant belasteten Motor, der an konstanter Netzspannung liegt, und fragen uns, welchen Einfluss die Veränderung der Erregung auf die Stromstärke und Phasenverschiebung hat. Wir multiplizieren zu dem Zwecke Gleichung (164) auf S. 387 mit $-\frac{e}{J_0 \cdot \sin \alpha}$ und addieren links und rechts $\left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2$. Zugleich setzen wir $\sin(\alpha + \gamma) = \cos[90^\circ - (\alpha + \gamma)]$ und erhalten:

$$E^2 + \left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2 - \frac{E \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \cos[90^\circ - (\alpha + \gamma)] = \left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2 - \frac{P \cdot e}{J_0 \cdot \sin \alpha}. \quad (165)$$

Beachten wir nun wieder, daß $\frac{e}{J_0}$ beim Motor konstant gleich der ganzen Impedanz ist, so können wir die rechte Seite konstant gleich R^2 setzen. Gleichung (165) hat dann die Form des Kosinussatzes. Es muß also ein Dreieck existieren, dessen Seiten durch E , $\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}$ und R gebildet werden, während der Winkel zwischen den beiden ersteren Seiten gleich $90^\circ - (\alpha + \gamma)$ ist. Wir ziehen also in Fig. 256 den Strahl OA so, daß seine Länge gleich $\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}$ ist, und daß er mit der Horizontalen den Winkel α bildet. Dann schlagen wir von A aus einen Kreis mit dem Radius R . Der Vektor OE dieses Kreises stellt dann die elektromotorische Gegenkraft dar, während der Vektor OC der negativ genommenen Klemmspannung in die Richtung der Ordinatenachse fällt. Die Figur ist in der Annahme gezeichnet, daß $\omega_a = 1$, $L \omega = 6$, $e = 1200$ und die konstante Belastung $P = 50000$ Watt ist. Je schwächer wir nun den Motor erregen, desto mehr sinkt der Punkt E nach unten, desto größer wird also der Winkel γ . Dadurch nähert sich aber der Motor dem gefährlichen Zustand, der durch die elektromotorische Kraft OB gegeben ist. Diese Erregung ist die kleinste, bei der der Motor die konstante mechanische Leistung von 50000 Watt liefert, oder, wie wir im vorigen Abschnitt sagten: Die Leistung von 50000 Watt ist die größte, die der Motor bei der elektromotorischen Kraft OB in mechanische Arbeit umsetzt.

Wir stellen uns nun wieder die Aufgabe, in Fig. 256 den Phasenverschiebungswinkel zwischen Klemmspannung und Stromstärke zu be-

der in die Richtung von OF fällt, bleibt dann hinter der Klemmspannung zurück. Dieser Fall tritt ein, wenn die elektromotorische Kraft OE kleiner gewählt wird als die Klemmspannung OC .

Ist dagegen die elektromotorische Kraft des Motors größer als die Klemmspannung, was bei Gleichstrommotoren widersinnig wäre, so rückt der Punkt E von D aus auf dem Kreise nach oben. Dann nimmt der Winkel β , d. h. der Winkel φ zwischen Netzspannung und Netzstrom, einen negativen Wert an, und der Strom eilt der Spannung voraus. Wir haben schon früher gesehen, daß derartige negative Phasenverschiebungen durch überregte Motoren mit Vorteil dazu verwendet werden, positive Phasenverschiebungen anderer Apparate auszugleichen, so daß der Netzstrom zu einem reinen Wattstrom wird.

Sechzehntes Kapitel. *)

108. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor. — 109. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor. — 110. Die Dreieckschaltung. — 111. Die Sternschaltung. — 112. Die Leistung des Dreiphasenstromes. — 113. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors.

108. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor.

Bei den Maschinen zur Erzeugung von zweiphasigem Wechselstrom liegen auf dem Anker zwei getrennte Spulen, die um 90° gegeneinander versetzt sind. Dann befinden sich die Spulenseiten der ersten Spule

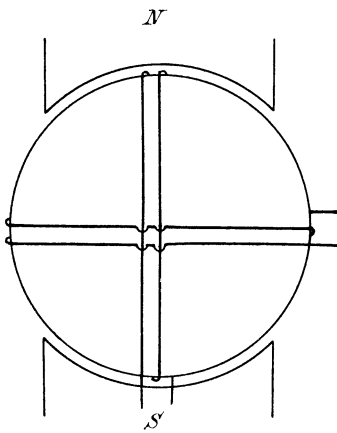


Fig. 257 a.

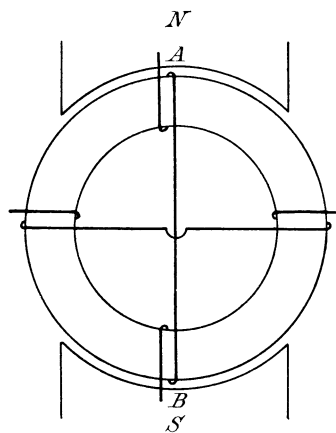


Fig. 257 b.

gerade vor den Polmitten, wenn die der zweiten Spule sich in der neutralen Zone befinden (Fig. 257 a und b). Die beiden Spulen unterscheiden sich also in ihrem zeitlich wechselnden Zustand, d. h. in ihrer Phase. Man nennt daher die beiden Spulen kurz die beiden Phasen des Generators.

*) Über Drehstrommotoren siehe neben Kapps Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom noch Behrend, The induction Motor, sowie die deutsche Bearbeitung dieses Werkes: Induktionsmotoren von Behrend, unter Mitwirkung von Prof. Kübler bearbeitet von Dr. P. Berkitz; ferner die sehr wertvollen Artikel und Briefe in der ETZ seit 1894; endlich Heubach, Der Drehstrommotor 1903.

Die auf diese Weise ausgeführte Trommelwicklung in Fig. 257 a ist ohne weiteres verständlich. Die zweiphasige Ringwicklung in Fig. 257 b ist in der Weise ausgeführt, daß die Stirnverbindung, wie bei der Trommel, quer über die vordere Stirnfläche hinübergeführt ist. Auf diese Weise wird der Wickelungssinn der beiden zusammengehörigen Einzelspulen allerdings ein verschiedener. Aber es tritt dabei die Identität der Ringwicklung mit der Trommelwicklung am deutlichsten hervor. Die Drähte auf der Mantelfläche bei *A* und *B* entsprechen dann den induzierten Drähten einer Windung des Trommelankers. Es ist leicht einzusehen, daß die elektromotorischen Kräfte in den beiden Teilen einer Phase sich dann addieren.

Der im Generator erzeugte Strom dient nun dazu, den feststehenden Eisenring des Drehstrommotors zu magnetisieren. Dieser Eisenring, der

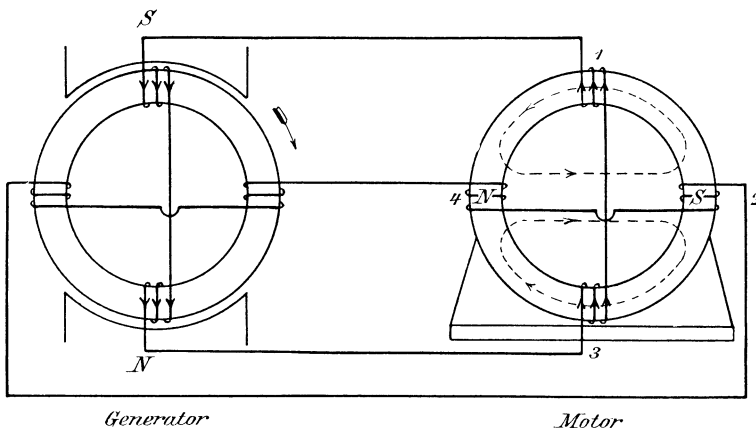


Fig. 258.

sogenannte Stator, ist aus Blechen zusammengesetzt und genau in derselben Weise bewickelt, wie der Anker des Generators. Die Enden der Phasenwicklung des Stators sind mit den entsprechenden Enden der Generatorwicklung verbunden (Fig. 258). Falls der Anker des Generators rotiert, so ist diese Verbindung natürlich mit Hilfe von Schleifringen auf der Generatorachse auszuführen.

Wird nun der Anker des Generators im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom auf der vorderen Stirnfläche auf den Nordpol zu und vom Südpol weg. Wenn wir von einer Phasenverschiebung durch Selbstinduktion absehen, so hat der Strom in der Spule vor den Polmitten gerade seinen maximalen Wert, während er in der anderen Spule gleich Null ist. Verfolgen wir nun den Stromverlauf in der Statorwicklung, so ergeben sich auf Grund der Ampereschen Schwimmerregel die punktiert gezeichneten Kraftlinien im Stator. Sie stoßen bei *N* aufeinander und dringen von *N* nach *S* durch den inneren Hohlraum des Stators, bezw.

durch einen innen befindlichen eisernen Zylinder. Die Kraftlinien bilden also bei N einen Nordpol und bei S einen Südpol.

Wir zeichnen nun den Generator nach einer Drehung von 45° , während der Stator in seiner früheren Stellung geblieben ist (Fig 259). Jetzt liegen beide Phasen des Generators vor den Polen, und wir haben in beide Phasen die entsprechenden Strompfeile hineinzuzichnen. Nun ist die Feldstärke an den Polecken des Generators infolge der Abrundung der Kanten geringer als in der Mitte, und die Spulenseiten liegen jetzt nicht mehr ihrer ganzen Ausdehnung nach vor den Polen. Wir können also annehmen, daß die Stromstärke nach dem Sinusgesetz variiert. Bezeichnet also i den Momentanwert des Stromes, so ergibt sich für den in Fig. 259 gezeichneten Fall:

$$i = i_{max} \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_{max}.$$

Die Abnahme des Stromes gegenüber dem ersten Falle ist in Fig. 259 durch schwächere Zeichnung der Strompfeile zum Ausdruck gebracht.

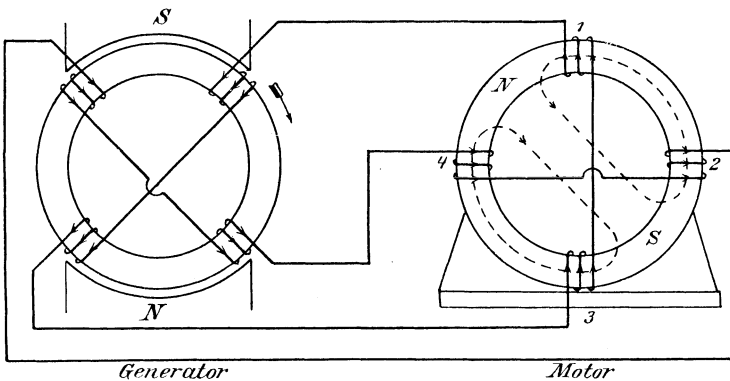


Fig. 259.

Verfolgen wir jetzt wieder den Stromverlauf im Stator, so sehen wir, daß alle Spulen des Stators vom Strome durchflossen werden. Obgleich dabei die Einzelspulen 1 und 2 zu verschiedenen Phasen gehören, so bilden sie doch für unsere Betrachtung eine einzige Spule von doppelter Windungszahl. Der Strom hat nämlich in beiden die gleiche Richtung, d. h. er fließt auf der vorderen Stirnfläche vom Zentrum nach der äußeren Peripherie zu. Ebenso gehören die Einzelspulen 3 und 4 in magnetischer Beziehung zusammen, um so mehr, als bei den praktisch ausgeführten Motoren der Umfang vollständig ausgenutzt wird und zwischen den einzelnen Spulenseiten verschiedener Phasen kein Zwischenraum frei bleibt.

Auf Grund der Ampereschen Schwimmerregel ergeben sich nun wieder die punktiert gezeichneten Kraftlinien, die wie vorhin bei N aufeinander stoßen, dort einen Nordpol bilden und von N nach S durch den inneren Hohlraum dringen. Die Pole N und S sind aber jetzt räumlich

um 45° gegen die Pole in Fig. 258 verschoben. Nach einer weiteren Drehung des Generators um 45° würde die Statorphase 1 3 stromlos werden, während durch die Phase 2 4 der maximale Strom fließt. Die Phase 2 4 erzeugt dann einen Nordpol bei 1 und einen Südpol bei 3.

Es ergibt sich also das überraschende Resultat, daß infolge der Drehung des Generators ein rotierendes Feld im Motor auftritt, oder daß im feststehenden Statoreisen die Magnetpole umlaufen. Wir können dann die mehrphasige, feststehende Statorwicklung durch ein rotierendes Polgestell ersetzt denken, dessen Pole nach innen gerichtet sind und dessen Kraftlinien bei ihrer Drehung durch einen im inneren Hohlraum drehbar gelagerten Eisenzylinder hindurchschneiden (vergl. Fig. 274).

Dieser Eisenzylinder, der sogenannte Rotor, ist ebenfalls aus Blechen zusammengesetzt und trägt eine längs des Umfanges in Nuten untergebrachte, in sich geschlossene Kupferwicklung. In dieser werden durch das rotierende Feld Ströme induziert, die nach dem Lenzschen Gesetz die relative Verschiebung zwischen Kraftlinienfeld und Rotorleitern aufzuhalten suchen. Die Folge ist, daß der Rotor von dem rotierenden Feld mitgenommen wird, also in der Drehungsrichtung des Feldes rotiert. Dabei hängt die Drehrichtung des Feldes, also auch des Rotors, von der Schaltung ab. Vertauscht man die Stromzuführungen einer Phase miteinander, so ändert man dadurch die Drehrichtung.

109. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor.

Bei den Maschinen zur Erzeugung von dreiphasigem Wechselstrom liegen auf dem Anker drei Wickelungen, die um 120° gegeneinander

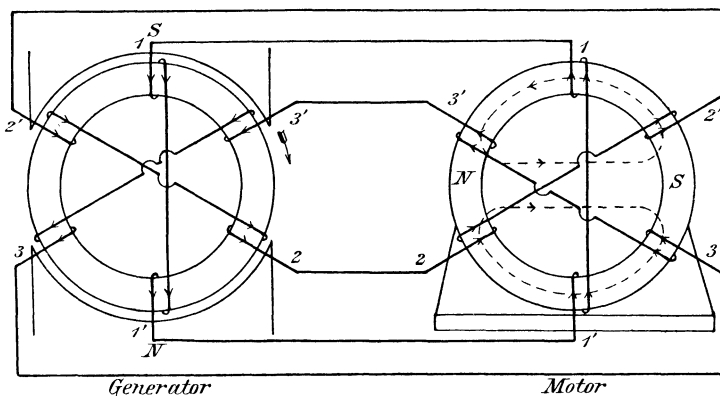


Fig. 260.

versetzt sind (Fig. 260). Bei der Zeichnung der Wicklung hat man zu beachten, daß die Anfänge 1, 2 und 3 der drei Phasen um 120° voneinander abstehen, und daß diese Anfänge in gleichem Sinne gewickelt

werden. In Fig. 260 sind sie z. B. auf der vorderen Stirnfläche von der äußeren zur inneren Peripherie geführt worden. Durch Schleifringe sind die Enden der Phasen des Generators mit den entsprechenden Klemmen der Statorphasen verbunden. Es ist dabei gleichgültig, daß die Numerierung des Generators im Sinne des Uhrzeigers und die des Stators entgegen dem Uhrzeiger erfolgt ist. Man spart auf diese Weise in der Zeichnung eine Reihe von Überkreuzungen.

Die Phase 1 1' des Generators befindet sich in Fig. 260 gerade vor den Polen und führt den maximalen Strom, vorausgesetzt, daß keine Phasenverschiebung durch Selbstinduktion eintritt. Der Momentanwert des Stromes in den beiden andern Phasen ist dann:

$$i = i_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_{max}.$$

Verfolgen wir jetzt den Stromverlauf im Stator, so erkennen wir, daß die Spulenseiten 3', 1 und 2' magnetisch zusammengehören, da sie

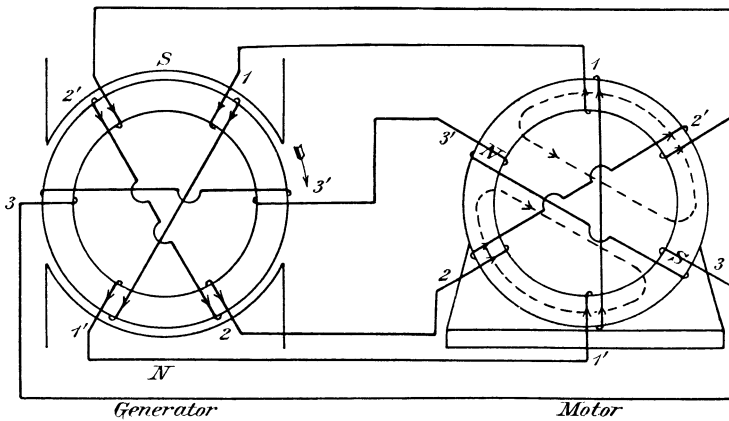


Fig. 261.

von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden. Ebenso bilden die Spulenseiten 2, 1' und 3, obgleich sie zu verschiedenen Phasen gehören, gleichsam eine einzige Spule. Nach der Ampèreschen Schwimmerregel ergeben sich nun wieder im Stator des Motors die punktiert gezeichneten Kraftlinien, sowie die Lage der Polmitten *N* und *S*.

Wir zeichnen jetzt den Generator nach einer Drehung von 30° (Fig. 261). In diesem Augenblicke liegt die Phase 3 3' des Generators gerade in der neutralen Zone, ist also stromlos. Dagegen ist der Momentanwert des Stromes in den beiden anderen Phasen:

$$i = i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_{max}.$$

Beim Motor gehören jetzt die Spulenseiten 1 und 2' und andererseits die Spulenseiten 2 und 1' magnetisch zusammen. Die erzeugten Kraftlinien, die wieder durch punktierte Linien angedeutet sind, stoßen dann bei *N*

aufeinander und bilden dort einen Nordpol. Da die Lage der Pole um 30° gegenüber Fig. 260 verschoben ist, so ergibt sich das Resultat, daß infolge der Drehung des Generators ein rotierendes Feld im Motor entsteht. Bei der gezeichneten zweipoligen Wicklung des Stators macht das Feld während einer Periode eine Umdrehung.

110. Die Dreieckschaltung.

Die in Fig. 260 und 261 gezeichneten sechs Zuleitungen lassen sich durch Dreieckschaltung oder durch die Sternschaltung auf drei reduzieren. Beide Schaltungen sind gleichmäßig beim Generator und Motor anwendbar.

Bei der Dreieckschaltung wird das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden verbunden. Das Prinzip dieser Schaltung wird

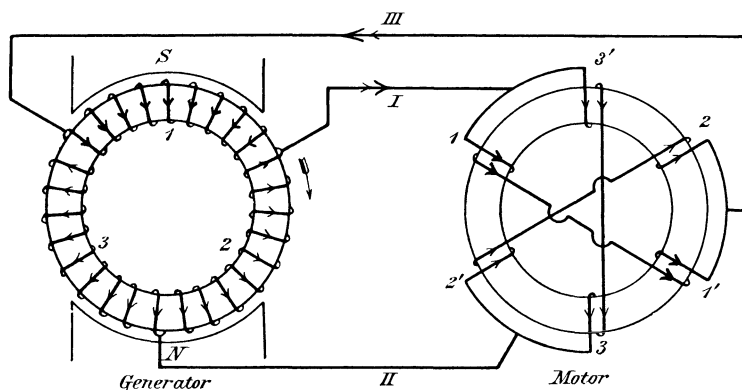


Fig. 262.

am deutlichsten bei den Maschinen, die gleichzeitig für Gleichstrom und Drehstrom gebaut sind. Der Drehstrom wird dabei durch Schleifringe von drei um 120° abstehenden Punkten einer Gleichstromwicklung abgenommen (vergl. den linken Teil von Fig. 262). Die Breite der Spulenseite ist dann gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung. Ist die Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung, so erfolgt die Verbindung zweier Phasen nach dem rechten Teil der Fig. 262. Dabei ist zum Beispiel das Ende der Phase 1 1' an den Anfang der Phase 2 2' geschaltet, und schließlich die ganze Wicklung in sich kurzgeschlossen.

Die Berechtigung der Dreieckschaltung folgt aus dem Vektordiagramm in Fig. 263, wo die Resultierende R aus den Vektoren 2 und 3 gleich und entgegengesetzt dem Vektor 1 ist. Wenn wir also nach Fig. 264 zwei Phasen hintereinander schalten, so ist die elektromotorische Kraft in beiden Phasen zusammen in jedem Augenblick gleich der elektromotorischen Kraft in der dritten Phase. Die beiden Voltmeter zeigen dann den gleichen Ausschlag. Schließen wir also die ganze Wicklung zu einem

Ring, so schalten wir zwei gleiche Drücke gegeneinander, d. h. wir schalten sie im Verhältnis zum äußeren Kreise zueinander parallel. Innere Ströme können dabei nicht auftreten, weil die elektromotorischen Kräfte in den parallelgeschalteten Ankerabteilungen sich das Gleichgewicht halten. Die Analogie mit den beiden Ankerhälften eines Gleichstromankers oder mit zwei parallel auf dasselbe Netz geschalteten Maschinen tritt dabei deutlich zutage. Es ist auch leicht einzusehen, daß die Spannung zwischen zwei Außenleitern bei Dreieckschaltung gleich der Spannung einer einzelnen Phase ist.

Dagegen bietet die Stromverteilung bei Dreieckschaltung im Anfang mehr Schwierigkeiten. Schon die Tatsache, daß man mit drei Zuleitungen auskommt, erscheint schwer verständlich. Der Hinweis darauf, daß die Elektrizität sich nirgends stauen kann, daß also in jedem Augen-

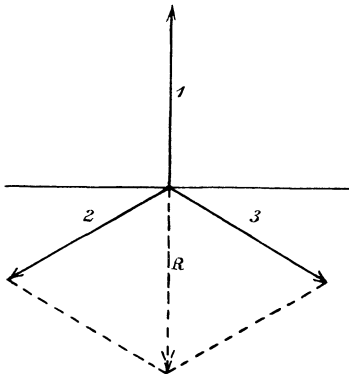


Fig. 263.

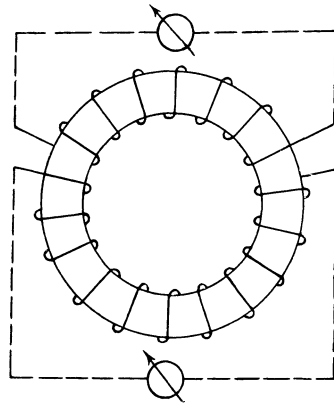


Fig. 264.

blicke der eine Leiter als Rückleitung für die beiden anderen dient, genügt kaum zum völligen Verständnis. Wir haben vielmehr Generatorstrom, Netzstrom und Statorstrom in den beiden schon früher erwähnten extremen Fällen zu betrachten.

Im ersten betrachteten Zeitmoment (Fig. 262) liegt die Phase 1 des Generators gerade vor der Polmitte, und die in ihr induzierte elektromotorische Kraft ist ein Maximum. Sehen wir wieder von einer Phasenverschiebung ab, so hat auch die Stromstärke in dieser Phase den Höchstwert i_{max} , während sie in den beiden anderen Phasen den Wert $\frac{1}{2} \cdot i_{max}$ hat. Der Strom im Netzleiter I ist dann im gezeichneten Augenblick gleich $1,5 \cdot i_{max}$. Von diesem Netzstrom fließt der Betrag i_{max} durch die Phase 1 1' des Stators, während ein halb so starker Strom durch die Phasen 3' 3 und 2' 2 hintereinander fließt. Im Motor wie im Generator wird also die eine Spulenseite, die den maximalen Strom führt, von zwei anderen Spulenseiten eingeschlossen, die einen gleichgerichteten Strom von halber Stärke führen. Zwischen 1' und 2 vereinigen sich die beiden

Statorströme, und es fließt der Strom $1,5 \cdot i_{max}$ durch den Netzleiter *III* zum Generator zurück, während der Netzleiter *II* stromlos ist.

In der zweiten extremen Stellung liegt die Generatorphase 3 in der neutralen Zone, ist also stromlos (Fig. 265), während die Phasen 1 und 2 den Strom $i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{max}$ führen. Aus ihnen fließt also der

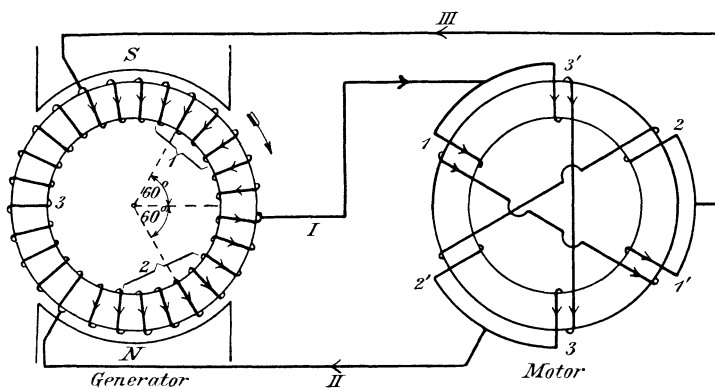


Fig. 265.

Strom $2 \cdot 0,866 \cdot i_{max} = 1,73 \cdot i_{max}$ in den Leiter *I*. Das ist zugleich, wie das Vektordiagramm unten ergeben wird, der Höchstwert des Netzstromes. Von diesem Strom fließt die eine Hälfte durch die Statorphase 3' 3 und durch den Netzleiter *II* zum Generator zurück, während die andere Hälfte durch die Phase 1 1' und durch den Netzleiter *III* zum Generator zurückfließt. In dem Zeitmomente also, wo die Netzleiter den maximalen resp. den halben Netzstrom führen, ist der Strom in einer Generator- und einer Motorphase gleich Null.

Wir finden also, das das Maximum des Netzstromes größer ist als das des Phasenstromes und das beide Maxima nicht gleichzeitig eintreten. Das wird noch deutlicher durch das Vektordiagramm. Dabei haben wir zu berücksichtigen, das nicht die Anfänge zweier Phasen aneinander liegen, sondern das das Ende einer Phase mit dem Anfang der nächsten verbunden ist. Wir haben also bei der Zusammensetzung der Ströme in Fig. 266 den einen Phasenstrom negativ zu nehmen. Addieren wir nun z. B. den Vektor *OC* und den punktierten Vektor *OA*, so erhalten wir einen Netzstrom *OR*. Dieser ist 1,73 mal so groß wie der Strom in der Phase *OC* und ist gegen diesen um 30° verschoben.

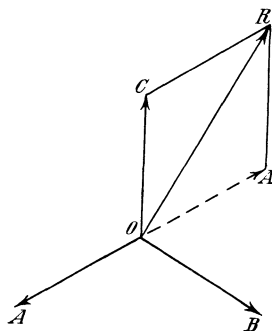


Fig. 266.

III. Die Sternschaltung.

Während bei der Dreieckschaltung das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden Phase verbunden ist, sind bei Sternschaltung die Anfänge der drei Phasen aneinander gelegt (Fig. 267). Daß eine solche Schaltung ohne Störungen möglich ist, ergibt sich aus Fig. 268, wo aus den Vektoren OA und OB zweier Phasenströme die Resultierende OR gezeichnet ist. Diese ist genau gleich und entgegengesetzt dem Vektor OC der dritten Phase. Die Summe der drei Ströme ist also in jedem Augenblicke gleich Null, d. h. der im Nullpunkt zufließende Strom ist von Natur gleich den vom Nullpunkt wegfließenden Strömen, ohne daß ein störender Ausgleich zu erfolgen braucht. Liegt also die Spule 1 des in Fig. 267 angedeuteten Generators gerade vor der Polmitte, so ist, abgesehen von Phasenverschiebung, der Strom in ihr ein Maximum. Er fließt dann einfach zu zwei gleichen Teilen durch die Phasen 2 und 3 weiter.

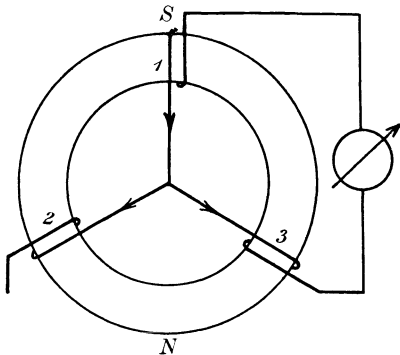


Fig. 267.

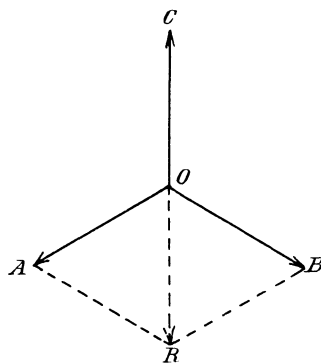


Fig. 268.

Es ist nun ohne weiteres deutlich, daß der Netzstrom bei Sternschaltung nach Stärke und Phase identisch ist mit dem Strom in einer Wickelung. Dagegen ist die Netzspannung nicht gleich der Spannung einer einzelnen Phase, sondern gleich der Spannung zweier hintereinander oder besser gegeneinander geschalteter Phasen. In Fig. 267 ist z. B. das Voltmeter an die Enden der Phasen 1 und 3 gelegt. Im gezeichneten Augenblick wird in der Spule 1 die maximale elektromotorische Kraft induziert. Dazu addiert sich der Momentanwert $E_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 E_{max}$, der in Spule 3 induziert wird. Demnach ist der Momentanwert der Spannung zwischen den Netzleitern, die an 1 und 3 angeschlossen sind, im gezeichneten Augenblick gleich der Summe, nämlich $1,5 E_{max}$.

Wir betrachten jetzt den Augenblick, wo die Phase 2 des Generators in der neutralen Zone liegt. Dann ist die elektromotorische Kraft in ihr gleich Null, während in den beiden anderen Phasen die elektromotorische Kraft gleich $E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 E_{max}$ ist (Fig. 269). Zeichnen wir wieder in bekannter Weise die Strompfeile in die Stirnverbindungen, so

ergibt sich, daß die beiden elektromotorischen Kräfte sich addieren. Ein Voltmeter zwischen den Netzleitern *I* und *III* mißt also in diesem Augenblick die Spannung $2 E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 E_{max}$. Es ergibt sich leicht, daß dieses der größte Momentanwert ist, der zwischen zwei Netzleitern auftreten kann.

Addieren wir nämlich zwei Phasenspannungen oder Sternspannungen im Vektordiagramm, so haben wir zu berücksichtigen, daß die Anfänge der Phasen aneinander liegen. Die Spulen sind dann nicht hintereinander, sondern gegeneinander geschaltet. Wir haben also bei der vektoriellen Addition den einen Vektor negativ zu nehmen, d. h. statt des Vektors *OB* den entgegengesetzten Vektor *OB'* einzuführen (Fig. 270). Aus *OA* und *OB'* ergibt sich dann die Resultierende *OR*, die uns die Netzspannung

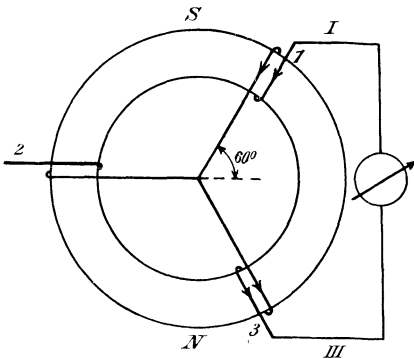


Fig. 269.

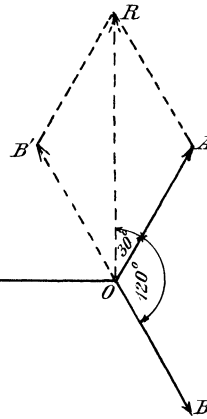


Fig. 270.

nach Größe und Phase angibt. Ihr Effektivwert ist nach dem Diagramm 1,73 mal so groß wie die Sternspannung und zeigt gegen diese eine Phasendifferenz von 30° resp. $120 + 30 = 150^\circ$.

Natürlich kann nun der Generator in Sternschaltung und der Motor in Dreieckschaltung angeordnet sein oder umgekehrt. Bei Kraftübertragungen auf weite Entfernungen zieht man natürlich die Sternschaltung bei Generator und Motor vor, weil die Netzspannung dabei 1,73 mal so groß ist wie die Spannung pro Phase. Sind Widerstände, also z. B. Lampen statt der Motoren eingeschaltet, so können sie ebenfalls in Stern- oder Dreieckschaltung angeordnet sein. Dabei ist aber zu beachten, daß nur bei Dreieckschaltung, aber nicht bei reiner Sternschaltung, die Anzahl der Lampen in den drei Zweigen eine verschiedene sein darf.

Wenn man auch bei Sternschaltung des Netzes eine ungleiche Belastung der drei Phasen ermöglichen will, ohne daß die für die Glühlampen erforderliche Konstanz der Spannung gestört wird, so hat man

nach Fig. 271 die Nullpunkte des Generators und des Netzes miteinander zu verbinden. Dieser Nulleiter erfüllt dann die gleiche Aufgabe wie der Nulleiter eines Dreileiternetzes für Gleichstrom.

Die bisher besprochenen Generatorwickelungen sind vollständig symmetrisch, da die Anfänge der drei Phasenwickelungen um den dritten Teil einer Periode voneinander entfernt sind. Es gibt jedoch auch unsymmetrische Wickelungen, unter denen das monozyklische System von Steinmetz das wichtigste ist. Bei diesem System liegt auf dem Anker zunächst eine Hauptspule, die in der gewöhnlichen Weise von Mitte Nordpol bis Mitte Südpol gewickelt ist. Diese Hauptspule können wir uns in zwei gleiche, hintereinander geschaltete Einzelspulen zerfallend denken. An den Mittelpunkt dieser beiden Einzelspulen ist nun nach Art der Sternschaltung eine aus schwächerem Draht bestehende Hilfswickelung angeschlossen, die gegen die Hauptspule um 90° versetzt ist. Man kann dann den freien Enden der Hauptspule und der Hilfsspule einen ver-

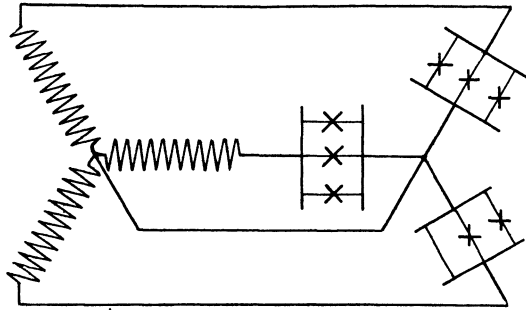


Fig. 271.

ketteten Dreiphasenstrom für Kraftbetrieb entnehmen, während die Hauptspule außerdem für Lichtbetrieb benutzt wird.

Durch geeignete Windungszahl der Hilfsspule kann man dabei erreichen, daß der Effektivwert der verketteten Spannung an den drei Klemmen der gleiche ist. Die Hauptspule liefere z. B. eine elektromotorische Kraft E und die Hilfsspule eine elektromotorische Kraft E' . Dann ergibt sich die verkettete Spannung zwischen dem freien Ende der Hauptspule und dem der Hilfsspule nach dem Parallelogramm der Kräfte zu:

$$\sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 + (E')^2}.$$

Soll die Hauptspule dieselbe Spannung haben, so erhalten wir:

$$E = \sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 + (E')^2}$$

oder

$$E' = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot E = 0,86 \cdot E.$$

Die Drahtzahlen der Hilfsspule und der Hauptspule müssen sich also wie 0,86 zu 1 verhalten.

112. Die Leistung des Dreiphasenstromes.

Bedeutet unabhängig von der Schaltung

e_1 die Spannung pro Phase, also bei Sternschaltung die Sternspannung,

i_1 den Strom pro Phase,

φ den Winkel zwischen der Spannung und dem Strom in einer Phase,

e die Netzspannung,

i den Netzstrom,

P die Gesamtleistung in Watt,

so ergibt sich für Stern- und Dreieckschaltung die Leistung pro Phase zu:

$$e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi.$$

Für Sternschaltung war

$$e = 1,73 \cdot e_1,$$

$$i = i_1.$$

Daraus folgt für Sternschaltung die Leistung aller drei Phasen zusammen:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \frac{e}{1,73} \cdot i \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Für Dreieckschaltung ergab sich:

$$i = 1,73 \cdot i_1,$$

$$e = e_1.$$

Daraus folgt:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e \cdot \frac{i}{1,73} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi. \quad (166)$$

Führt man also Netzspannung und Netzstrom in die Gleichung für die Leistung ein, so ergibt sich die gleiche Formel für beide Arten der Schaltung.

Es wird hier der Ort sein, um den prozentischen Verlust in Drehstromleitungen mit dem prozentischen Verlust in Gleichstromleitungen zu vergleichen. Wir setzen zu diesem Zwecke den Fall, daß die gleiche Leistung P auf die gleiche Entfernung übertragen werden soll. Dabei soll das eine Mal Gleichstrom, das andere Mal Drehstrom verwendet werden, bei gleicher Netzspannung und gleichem Effektverlust. Wir fragen uns dann, wie sich die Kupfervolumina beider Anlagen verhalten. Bezeichnen wir den Widerstand einer Einzelleitung bei Gleichstrom mit w_1 , bei Drehstrom mit w_2 und die entsprechenden Querschnitte mit q_1 und q_2 , so erhalten wir:

Gleichstrom:

$$P = e \cdot i,$$

$$i = \frac{P}{e}.$$

Drehstrom:

$$P = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi,$$

$$i = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot e \cdot \cos \varphi}.$$

Verlust in Hin- und Rückleitung:

$$2 \cdot i^2 \cdot w_1 = 2 \cdot \frac{P^2 \cdot w_1}{e^2}.$$

Verlust in drei Leitungen:

$$3 \cdot i^2 \cdot w_2 = \frac{P^2 \cdot w_2}{e^2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Setzen wir nun die Verluste gleich, so ergibt sich:

$$2 \cdot w_1 = \frac{w_2}{\cos^2 \varphi}$$

oder

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Bei gleicher Länge sind die Querschnitte den Widerständen umgekehrt proportional. Wir erhalten also:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Nun verhalten sich bei gleicher Einzellänge die Kupfervolumina wie die Summe der Einzelquerschnitte. Ist also V_1 das Kupfervolumen bei Gleichstrom und V_2 das Kupfervolumen bei Drehstrom, so erhalten wir:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3 q_2}{2 q_1}$$

oder mit Benutzung des obigen Wertes von q_2/q_1 :

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{4 \cdot \cos^2 \varphi} = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi}.$$

Ist also $\cos \varphi = 1$, d. h. hat der Strom gleiche Phase mit der Spannung, so ist für die Drehstromleitung nur 75% des Kupfers bei der Gleichstromleitung aufzuwenden. Die Verhältnisse liegen aber, wie unsere Gleichung zeigt, bei Phasenverschiebung wesentlich ungünstiger.

Wir gehen jetzt zur Besprechung der experimentellen Bestimmung der Leistung über. Diese Bestimmung ist am übersichtlichsten bei einer Sternschaltung, deren Nullpunkt zugänglich ist. Man legt dann die Spannungsspule des Wattmeters zwischen den Nullpunkt und das Ende der einen Phase, während die Amperespule des Wattmeters von dem Strom derselben Phase durchflossen wird. Das Wattmeter zeigt dann die Leistung dieser einen Phase an, und bei gleicher Belastung der drei Phasen ist die Gesamtleistung dreimal so groß. Bei ungleicher Belastung der drei Phasen hat man die Messung für jede einzelne Phase zu machen und die gemessenen Watt zu addieren. Das erfordert entweder drei Wattmeter oder das jedesmalige Umschalten eines Wattmeters.

Man kann jedoch die Spannungsspule des Wattmeters nicht an die Sternspannung, sondern an die verkettete Spannung, d. h. an das Netz

legen. Diese Messung ist dann gleichmäÙig bei Stern- und Dreieckschaltung möglich und erfordert zwei Wattmeter, die völlig gleichmäÙig zu schalten sind. In Fig. 272 sind z. B. die links gezeichneten Generatorphasen 1 und 3 beide zur linken Klemme der Amperespulen des Wattmeters geführt. Die Spannungsspulen liegen beide mit ihrem unteren Ende an der Amperespule und mit ihrem oberen Ende an dem Netzleiter, der nicht an die Amperespule angeschlossen ist. Sind dann e_1, e_2, e_3 die Momentanwerte der Sternspannungen und i_1, i_2, i_3 die Momentanwerte des Stromes, so ist der Momentanwert des Effekts:

$$P = e_1 \cdot i_1 + e_2 \cdot i_2 + e_3 \cdot i_3.$$

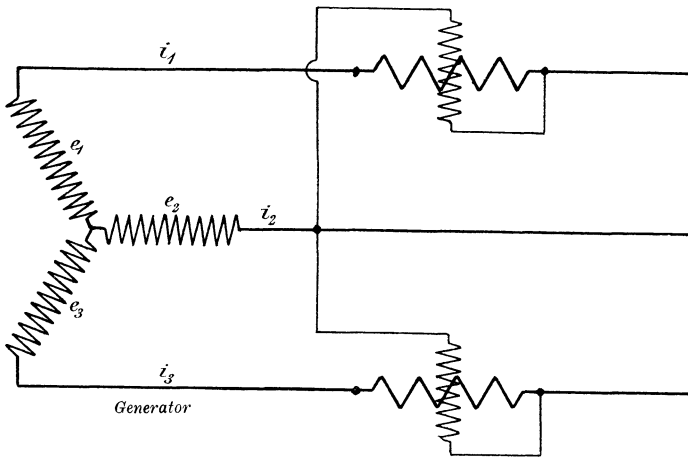


Fig. 272.

Ferner ist die Summe der drei Ströme, die aus den Generatorphasen ins Netz hineinfließen, in jedem Augenblicke gleich Null. Wir erhalten also:

$$i_2 = -(i_1 + i_3).$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für P ein, so ergibt sich:

$$P = e_1 \cdot i_1 - e_2 \cdot (i_1 + i_3) + e_3 \cdot i_3$$

oder, wenn wir umformen:

$$P = (e_1 - e_2) \cdot i_1 + (e_3 - e_2) \cdot i_3.$$

Dabei ist $e_1 - e_2$ nichts anderes als der Momentanwert der verketteten Spannung, an die die Spannungsspule des oberen Wattmeters angeschlossen ist. Ebenso ist $e_3 - e_2$ die momentane verkettete Spannung am unteren Wattmeter. Das Produkt $(e_1 - e_2) \cdot i_1$ bewirkt also das momentane Drehmoment im oberen Wattmeter und das Produkt $(e_3 - e_2) \cdot i_3$ bewirkt das momentane Drehmoment im unteren Wattmeter. Dafs in den Klammern dabei die Differenzen und nicht die Summen auftreten, erklärt sich daraus,

dafs die beiden betreffenden Phasen in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet sind.

Nun nimmt das Wattmeter infolge der Trägheit seines beweglichen Systems gleichsam das Mittel aus den Momentanwerten der Leistung. Die Gesamtleistung ergibt sich also aus der Summe der beiden Wattmeterauschläge. Dabei sind aber die Vorzeichen der einzelnen Glieder zu beachten. Im allgemeinen sind ja allerdings beide Ausdrücke der rechten Seite positiv, d. h. die Wattmeter schlagen bei der oben angegebenen Schaltung beide nach derselben Seite aus. In diesem Falle sind die Wattmeterauschläge zu addieren.

Ist jedoch eine erhebliche Selbstinduktion im Stromkreise vorhanden, so schlägt bei der gezeichneten Schaltung das eine Wattmeter nach der verkehrten Richtung aus. Der Vektor der Spannung OB' in Fig. 270 bleibt nämlich um 30° hinter der Netzspannung OR zurück. Wenn nun der Strom um mehr als 60° hinter der Spannung OB' zurückbleibt, so ist die Phasendifferenz zwischen dem betreffenden Phasenstrom und der

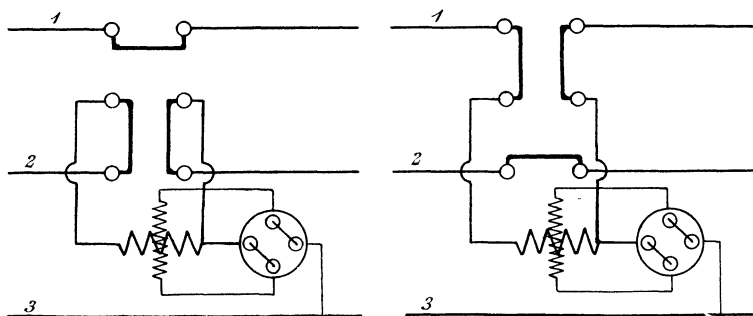


Fig. 273 a.

Fig. 273 b.

Netzspannung OR mehr als 90° . Die Folge ist, dafs das betreffende Wattmeter nach der entgegengesetzten Seite ausschlägt, also eine negative Leistung anzeigt. Dann ergibt sich die ganze Leistung nicht aus der Summe, sondern aus der Differenz beider Wattmeterauschläge. Sind dabei die Wattmeter nur für einseitigen Ausschlag eingerichtet, so ist der Strom in der Spannungsspule des Wattmeters zu kommutieren, das nach der verkehrten Richtung ausschlägt.

Die Messung läfst sich nun auch mittels eines einzigen Wattmeters ausführen, wozu passend ein Quecksilberkommutator mit drei Bügeln verwendet wird. In Fig. 273 a fließt der Strom des Netzleiters 2 durch die Amperespule des Wattmeters, während nach Umlegung der drei Bügel (Fig. 273 b) der Strom des Netzleiters 1 durch die Amperespule fließt. Die Spannungsspule des Wattmeters liegt in beiden Fällen an der Amperespule und dem nicht an die Amperespule angeschlossenen Leiter 3. Ein Quecksilberkommutator erlaubt die Umkehrung der Stromrichtung in der Spannungsspule.

Will man doppelte Ablesung vermeiden, so muß man Wattmeter verwenden, die aus zwei Einzelwattmetern bestehen. Ihre beweglichen Teile sitzen auf ein und derselben Achse, so daß sich die ausgeübten Drehmomente addieren beziehungsweise subtrahieren.

113. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors.

Nachdem wir bisher die Entstehung des Drehfeldes, sowie die Schaltung des Stators betrachtet haben, fassen wir jetzt die Wirkung des rotierenden Feldes auf den Rotor ins Auge. Der im Hohlraum des Stators drehbar gelagerte Eisenzylinder ist aus Blechen zusammengesetzt und trägt auf seinem Umfang entweder eine Kurzschlußwicklung oder eine Phasenwicklung. Die Kurzschlußwicklung besteht aus lauter einzelnen, in sich geschlossenen Schleifen oder aus Stäben, die in Nuten verlegt und durch Stirnringe sämtlich miteinander verbunden sind. Die Phasenwicklung des Rotors dagegen entspricht der Statorwicklung. Ihre Enden sind zu Schleifringen geführt, so daß beim Anlassen ein Widerstand in den Rotorkreis eingeschaltet werden kann.

Wir sahen nun, daß bei den bisher besprochenen zweipoligen Wicklungen das Feld des Stators während einer Periode des Generators einmal umläuft. Um die Wirkung dieses rotierenden Feldes besser zu veranschaulichen, ersetzen wir es durch ein Polrad, das in Fig. 274 entgegengesetzt dem Uhrzeiger rotiert. Die Kraftlinien dieses Polrades schneiden in der Figur durch den Rotor in einer Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengesetzt ist. Es ist also, als wenn der Rotor im Sinne des Uhrzeigers durch das feststehende Feld gedreht würde. Nach der bekannten Regel haben wir also in den Drähten vor dem Nordpol den Schaft und vor dem Südpol die Spitze zu zeichnen, um die Richtung des induzierten Stromes anzudeuten.

Wir nehmen dann aber weiter an, daß das gezeichnete Polrad uns nicht eigentlich die vom Stator erzeugten Kraftlinien darstellt, sondern das resultierende Feld N , das sich aus der gemeinsamen Wirkung des Statorstromes und des Rotorstromes ergibt. In diesem Falle haben wir keine Phasenverschiebung zwischen der im Rotor induzierten elektromotorischen Kraft und dem

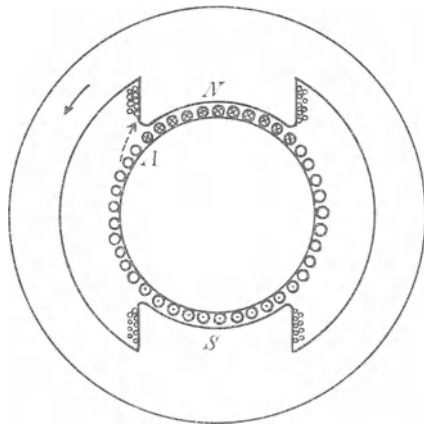


Fig. 274.

Rotorstrom. Vor den Polmitten ist also nicht bloß die elektromotorische Kraft, sondern gleichzeitig auch der Strom ein Maximum.

Nun wirkt nach dem Lenzschen Gesetz der induzierte Strom der Bewegung entgegen. Der Rotorstrom sucht also die relative Verschiebung zwischen Magnetfeld und Rotordraht zu verhindern, d. h. er läuft in Richtung der Drehung des Feldes mit. Um das noch deutlicher zu machen, schwimmen wir nach der Ampereschen Regel bei \mathcal{A} von vorn nach hinten und sehen nach dem Nordpol. Dann wird eine Kraft ausgeübt, die den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben sucht. Durch diese Kraft, die durch den punktierten Pfeil angedeutet ist, sind das Magnetfeld und der Rotor gleichsam miteinander gekuppelt. Es ist, als ob das rotierende Polrad gegen einen Anschlag des Rotors stößt, den wir uns an Stelle des punktierten Pfeiles denken können, und durch den der Rotor mitgenommen wird. Noch besser ziehen wir einen Fall zum Vergleich heran, wo ein unmagnetisches Eisengestell den Rotor vermittle eines Riemen mitnimmt.

Ist der Rotor unbelastet und läuft er ohne Reibung in den Lagern, so ist eine Tourenzahl pro Sekunde bei zweipoliger Wicklung gleich der Tourenzahl des primären Feldes. Da dann überhaupt keine Kraftlinienschnitte im Rotor stattfinden, so sind die elektromotorische Kraft und der Strom im Rotor gleich Null. Ist der Rotor dagegen belastet, so ist zur Hervorbringung des erforderlichen Drehmomentes ein bestimmter Rotorstrom nötig. Infolgedessen bleibt der Rotor in seiner Tourenzahl etwas hinter der Tourenzahl des Feldes zurück, d. h. es tritt eine Schlüpfung auf. Diese Differenz der Tourenzahlen ermöglicht ein Schneiden von Kraftlinien durch die Rotordrähte, so daß in ihnen der für das Drehmoment nötige Rotorstrom induziert wird. Unter normalen Verhältnissen genügt eine ganz geringe elektromotorische Kraft, also auch eine kleine Schlüpfung, um in dem kleinen Kupferwiderstand des Rotors den genügenden Strom zu erzeugen. Deshalb ist die Differenz der Touren oder die Schlüpfung immer sehr gering und beträgt oft nur $1-2\%$.

Jetzt wird es auch deutlich, warum wir oben den Vergleich mit dem Riemen dem Vergleich mit dem Anschlag vorzogen. Bei der Übertragung durch den Riemen ist nämlich infolge des Riemengleitens die Tourenzahl des mitgenommenen Eisenzylinders ebenfalls geringer als die des rotierenden Eisengestelles. Diesen Tourenverlust durch das Riemengleiten können wir also passend mit der Schlüpfung des Rotors vergleichen.

Wenn nun nach dem Obigen die Tourenzahl des Rotors bei normalen Verhältnissen annähernd gleich der Tourenzahl des primären Feldes ist, so folgt, daß zweipolige Wicklungen bei der üblichen Periodenzahl nicht anwendbar sind. Bei Anlagen für Licht und Kraft arbeitet man nämlich im Interesse eines ruhigen Brennens der Lampen mit 50 Perioden pro Sekunde. Bei zweipoliger Wicklung des Stators würden also das Feld und der Rotor 50 mal in der Sekunde oder 3000 mal in der Minute

rotieren. Man vermeidet diese hohen Tourenzahlen durch Anwendung mehrpoliger Wickelungen. Wir schieben zu diesem Zwecke die bei zweipoliger Wickelung auf dem ganzen Umfang liegenden Spulen so zusammen, daß sie nur auf dem halben Umfang liegen, und denken uns die Spulen der anderen Hälfte entsprechend dahintergeschaltet. In Fig. 275 sind z. B. die nach Fig. 257 b auf S. 392 geschalteten Spulen 1 und 1' eines dreiphasigen Motors nicht, wie früher, diametral einander gegenüber angeordnet, sondern nur um 90° gegeneinander verschoben. Die zu derselben Phase gehörigen Spulen 2 2' sind dann in entsprechender Weise dahintergeschaltet. Der Deutlichkeit wegen ist dabei in Fig. 275 nur eine einzige Phase gezeichnet, aber die Stromrichtung in den anderen Phasen ergibt sich daraus von selbst. Die Spulenseite mit dem maximalen Strom wird rechts und links von zwei anderen Spulenseiten eingeschlossen,

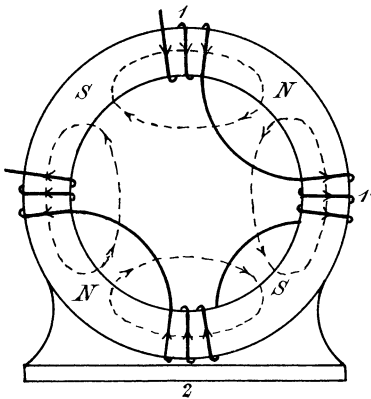


Fig. 275.

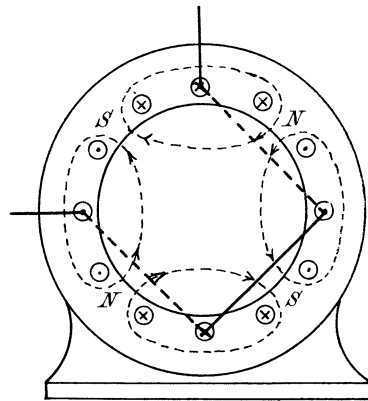


Fig. 276.

die einen gleichgerichteten Strom von der halben Stärke führen. Nehmen wir nun an, daß der maximale Strom in Fig. 275 gerade in die Spule 1 hineinfließt, so erhalten wir auf Grund der Ampereschen Schwimmerregel die punktiert gezeichneten Kraftlinien und die Lage der 4 Pole.

In Fig. 276 ist nun noch eine vierpolige Trommelwicklung gezeichnet, wobei wiederum die Wickelung nur für eine Phase durchgeführt ist. Bei den anderen Phasen sind nur Schaft und Spitze der Strompfeile in die Löcher hineingezeichnet, unter der Annahme, daß der Strom in der vollständig gezeichneten Phase ein Maximum und in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Für die praktische Ausführung kommt allein die Trommelwicklung in Betracht, wiewohl die Entstehung des Drehfeldes in mancher Hinsicht besser an der Ringwicklung zu erklären ist.

Während einer Periode macht das Feld in Fig. 275 und 276 nur eine halbe Umdrehung. Iht allgemein p die Anzahl der Polpaare und \sim_1 die Periodenzahl des primären Stromes, so ergibt sich die Umdrehungszahl des Feldes pro Sekunde zu:

$$\frac{n_1}{60} = \frac{\simeq_1}{p}.$$

Ist nun $\frac{n}{60}$ die Umdrehungszahl des Rotors, so ist die Differenz der Tourenzahlen gleich $\frac{n_1 - n}{60}$. Es ist, als wenn der Rotor mit dieser Tourenzahl die Kraftlinien eines feststehenden Feldes schneidet. Die Periodenzahl der Schlüpfung, die dieser Tourenzahl entspricht, ergibt sich dann bei p Polpaaren zu:

$$\simeq = \frac{n_1 - n}{60} \cdot p. \quad (167)$$

Was nun die Drehungsrichtung des Rotors betrifft, so ist sie durch die Drehungsrichtung des rotierenden Feldes gegeben. Sie wird umgekehrt, wenn man zwei Hauptleitungen miteinander vertauscht.

Siebzehntes Kapitel.

114. Die verteilten Wicklungen. — 115. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors. — 116. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes. — 117. Das Drehmoment des Drehstrommotors. — 118. Berechnung der Schlüpfung. — 119. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft.

114. Die verteilten Wicklungen.

Wir haben bisher der Deutlichkeit wegen angenommen, daß eine Spulenseite in einem einzigen Loch untergebracht ist, oder daß die Breite der Spulenseite sehr klein ist, so daß zwischen den Spulenseiten verschiedener Phasen ein erheblicher Raum frei blieb. In Wirklichkeit liegen nun aber die Drähte einer Spulenseite in mehreren Löchern längs des Umfangs verteilt. Dies geschieht, um ein möglichst gleichmäßiges Feld zu erzeugen, das keine plötzlichen Änderungen in der Feldstärke besitzt, und um andererseits die Anzahl der Amperedrähte in einem Loch möglichst klein zu machen. Der Einfluß des letzteren Umstandes auf die Selbstinduktion oder Streuung wird später im Abschnitt 128 besprochen werden. Man wählt gewöhnlich 2—5 Löcher pro Spulenseite im Stator und 3—7 Löcher pro Spulenseite im Rotor. Die Anzahl der Löcher im Stator muß von der Lochzahl des Rotors verschieden sein, da sich sonst der Drehstrommotor leicht wie ein ruhender Transformator verhält und nicht anzieht.

In Fig. 277 ist nun eine vierpolige verteilte Spulenkwicklung eines Motors gezeichnet, wobei die einzelnen Phasen durch Ausziehen, Stricheln und Strichpunktieren der Stirnverbindungen unterschieden sind. Dabei ist angenommen, daß der Strom in der strichpunktierten Phase gerade den maximalen Wert hat, während er in den beiden anderen Phasen halb so

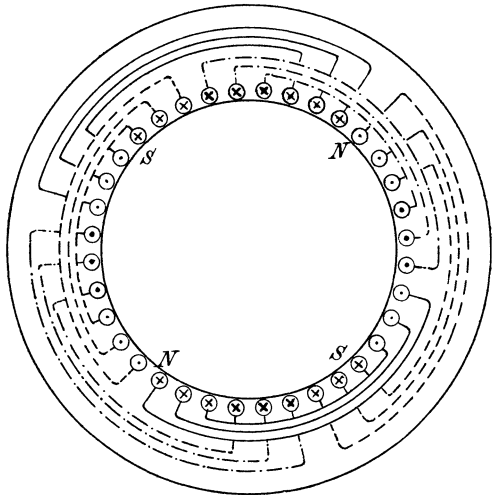


Fig. 277.

stark ist. Das ist in Fig. 277 durch stärkere oder schwächere Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile angedeutet. Die Amperesche Schwimmerregel ergibt jetzt, daß die durch N und S bezeichnete Polmitte da liegt, wo zwei entgegengesetzt durchflossene Spulenseiten aneinandergrenzen. Die neutrale Zone liegt dann jedesmal in der Mitte einer gleichmäÙig durchflossenen Gruppe von Drähten.

Bei der bisher besprochenen Spulenwicklung war die Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Teilung. Dabei wird die vor einem Polpaar liegende Spule einer Phase durch Hin- und Zurückschreiten fertig gewickelt, und dann werden die entsprechend vor den anderen Polen liegenden Spulen derselben Phase dahinterschaltet.

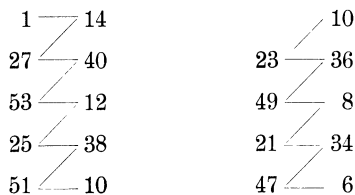
Für den Stator und Rotor kommt außerdem die schleichende Stabwicklung in Betracht, die mit der gewöhnlichen Serienwicklung für Gleichstrom identisch ist. Dabei schreitet man fortlaufend vorwärts und kommt nach einem Umgang fast an den Ausgangspunkt zurück. Wenn man dann weiter vorwärts wickelt, so legen sich bei den wiederholten Umgängen die Drähte einer Spulenseite aneinander. Bezeichnet z_1 die gesamte Drahtzahl, so ergibt sich nach S. 144 der Wicklungsschritt zu:

$$y = \frac{z_1 + 2}{2p}.$$

y muß dabei eine ungerade Zahl sein und z_1 muß durch 3, d. h. durch die Anzahl der Phasen teilbar sein. Das Prinzip dieser Wicklung wird nur bei ziemlich großer Drahtzahl deutlich, da eine unvermeidliche geringe Unsymmetrie das Verständnis erschwert. Wir wählen also $z_1 = 54$, d. h. 18 Drähte pro Phase. Dann ergibt sich bei vierpoliger Wicklung ($p = 2$):

$$y = \frac{54 + 2}{4} = 14 \text{ oder } 13.$$

Davon ist nur $y = 13$ brauchbar, da die Wicklung sonst keine einfach geschlossene ist. Die Wicklung ist in Fig. 278 in Sternschaltung angeordnet und die Phase a führt gerade den maximalen Strom. Dieser fließt in dem Sinne, wie wir wickeln, d. h. vom Nullpunkt aus nach 1, dann längs der Mantelfläche nach hinten und auf der hinteren Stirnfläche nach $1 + 13 = 14$ etc., nach dem Schema:



Wenn wir nun von 6 nach $6 + 13 = 19$ weiter schreiten würden, so erhielten wir eine gewöhnliche Gleichstromwicklung. Diese wird ohne weiteres zu einer Dreieckschaltung, wenn wir an drei um $\frac{2}{3}$ der Polteilung versetzte Punkte die Zuführung anschließen. Die Breite der

Spulenseite ist dann nach Fig. 262 gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung. Statt dessen ist in Fig. 278 Sternschaltung gewählt, nach Art von Fig. 267. Dabei bleibt die Breite der Spulenseite $\frac{2}{3}$ der Teilung. Wir beginnen also bei 19 die folgende Phase.

Der Deutlichkeit wegen sind die Löcher auf dem Umfang in zwei Lagen übereinander angebracht. Die Umrahmung der Spulenseiten ist bei der ersten Phase stark gezeichnet, bei der zweiten schwach ausgezogen, und bei der dritten gestrichelt. Da die Summe zweier Ströme in jedem

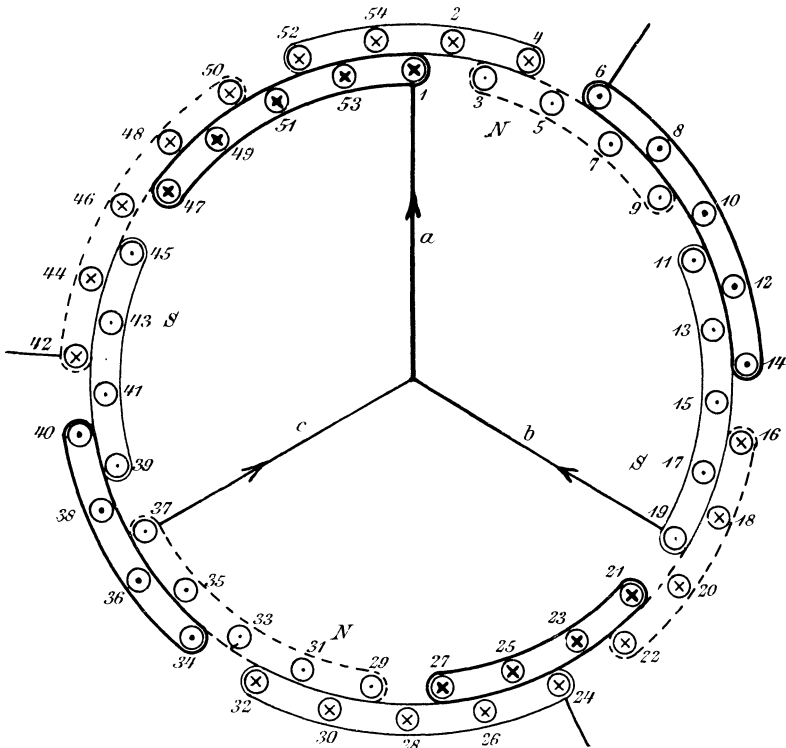
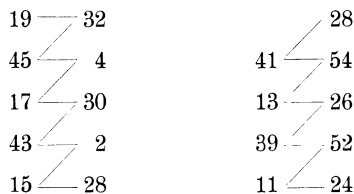
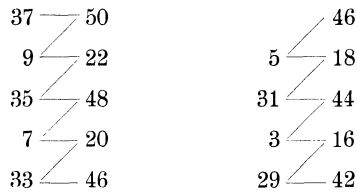


Fig. 278.

Augenblicke gleich dem dritten ist, so fließt der Strom aus den beiden letzteren Phasen auf den Nullpunkt zu, und die Stromrichtung ist der jetzt folgenden, vom Nullpunkt ausgehenden Wicklungsrichtung entgegengesetzt. Das Schema der Wicklung der zweiten Phase ergibt sich zu:



Ebenso ergibt sich das Schema der dritten Phasenwicklung zu:



Die Umrahmung der zu einer Spulenseite gehörenden Drähte macht es deutlich, daß die einzelnen Spulenseiten verschiedener Phasen sich teilweise überdecken oder überlappen. Dabei ist die Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung.

In elektrischer und magnetischer Beziehung ist eine so breite Spulenseite ungünstig. Man sieht z. B. deutlich in Fig. 278, daß an einzelnen Stellen des Umfanges entgegengesetzt durchflossene Drähte sich neutralisieren. Es empfiehlt sich daher, die Gleichstromwicklung, wie es schon im rechten Teil der Fig. 262 geschehen ist, aufzuschneiden und dadurch die Überlappung und die große Breite der Spulenseite zu vermeiden. Man wickelt also in zwei vollen Umgängen in Fig. 278 die Drähte 1—14, 27—40, 53—12, 25—38. Dadurch ist, abgesehen von der schon besprochenen Unsymmetrie, die Hälfte der 1. Phase fertiggestellt, und zwar erstreckt sich eine Spulenseite, z. B. 1—53, etwa über $\frac{1}{3}$ der Polteilung. Man wickelt dann nicht, wie früher, von 38 nach 51, sondern prinzipiell nach 2. Dann addieren sich bei den wiederholten, im selben Sinne ausgeführten Umgängen die Drähte 2, 54 und 52 zu den Drähten 1 und 53.

In Wirklichkeit ist die Ausführung eine etwas andere, indem man nach Fertigstellung der ersten Hälfte der Phase den Wickelungssinn umkehrt. Das ist aber ohne prinzipielle Bedeutung und hat nur den Zweck, die symmetrische Anordnung der Stirnverbindungen nicht zu stören. Man kann dabei noch die Unsymmetrie in Fig. 278 dadurch beseitigen, daß man auf die Bedingung $2p \cdot y = z_1 \pm 2$ ganz verzichtet und die Drahtzahl pro Phase durch die Polzahl teilbar macht.

Wir wählen z. B. pro Pol und pro Phase 4 Stäbe, d. h. 2 Nuten. Dann erhalten wir bei vier Polen 24 Nuten mit 48 Stäben (Fig. 279). Der Nutenschritt wird gleich einer vollen Polteilung, also gleich 6 Nuten. Wir verfolgen nun die erste Phase vom Nullpunkt 0 nach 1, bei 1 von vorn nach hinten, auf der hinteren Stirnseite nach 7, dort von hinten nach vorn und weiter nach 13 und 19.

Von 19 würde uns der regelmässige Nutenschritt wieder nach 1 führen. Wir verbinden aber 19 (unten) durch die besonders stark ausgezogene längere Verbindung mit 2 (oben). Dann wickeln wir beim zweiten Umgang die Stäbe 2, 8, 14, 20. Von 20 (unten) müßten wir, um gleichliegende Drähte hintereinander zu schalten, nach 1 (unten) gehen und in demselben Sinne weiter schreiten.

Um aber die Symmetrie der Stirnverbindungen nicht zu stören, verbinden wir 20 (unten) mit 2 (unten) und ändern den Wicklungssinn. Es ist leicht ersichtlich, daß wir bei den unten in der Nut liegenden Drähten mit 2 statt mit 1 anfangen müssen, wenn wir den Wicklungssinn vertauschen. Bei einem Umgang wird nun in regelmäßiger Weise der Stab 2 (unten) mit 20, 14, 8 verbunden. Dann wird mit Hilfe der längeren, stark ausgezogenen Verbindung 8—1 die Gruppe 1, 19, 13, 7 dahintergeschaltet. Alle Verbindungen auf der hinteren Stirnfläche umfassen eine volle Polteilung. In unserem Falle ist in jeder Phase die

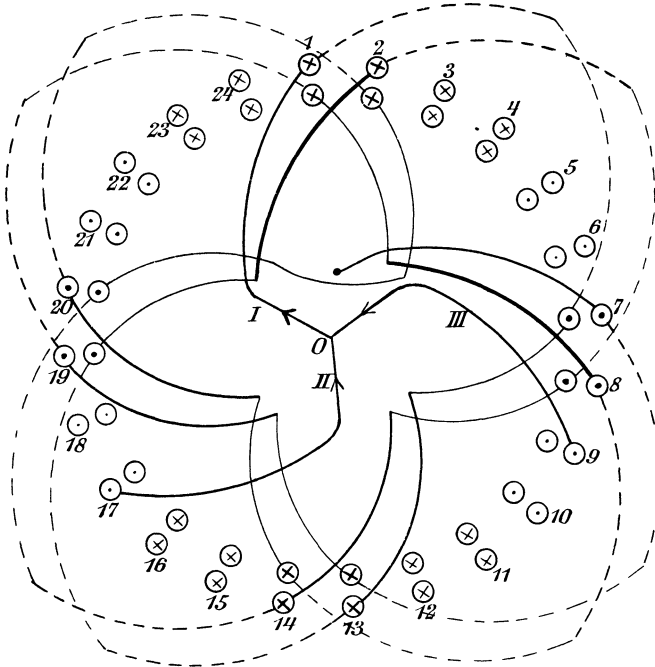


Fig. 279.

vordere Stirnverbindung, die auf den Anfang und das Ende folgt, länger als die übrigen. Ist allgemein q' die Drahtzahl pro Spulenseite, so ist $\frac{q'}{2}$ die Anzahl der Umgänge in einem Sinne pro Phase, und die Zahl der neben dem Anfang bzw. dem Ende der Phase liegenden längeren Stirnverbindungen ist $\frac{q'}{2} - 1$.

Die übrigen Phasen sind in genau derselben Weise verbunden. Der Anfang der 2. Phase sollte um $\frac{2}{3}$ der Polteilung gegen die erste verschoben sein, aber wir können natürlich statt des Drahtes 5 auch den gleichliegenden Draht 17 wählen.

115. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors.

Wir haben in diesem Abschnitt den Nachweis zu liefern, daß das Kraftlinienfeld des Drehstrommotors räumlich annähernd sinusförmigen Verlauf hat, und haben die von den Stator- und Rotorströmen erzeugten Kraftlinien für die verschiedenen Wicklungsarten zu berechnen. Zu dem Zwecke ist in Fig. 280 eine Spulenkwicklung mit vielen Löchern pro Spulenseite gezeichnet. Dabei ist der Statorumfang der Deutlichkeit wegen in eine Gerade gestreckt und die einzelnen Spulenseiten ein wenig voneinander getrennt. Der Strom hat in der einen Spulenseite gerade seinen maximalen Wert und ist also in den beiden benachbarten Spulenseiten halb so stark. Das ist in der Figur dadurch angedeutet, daß Schaft und Spitze der Strompfeile in den einzelnen Phasen verschieden stark gezeichnet sind.

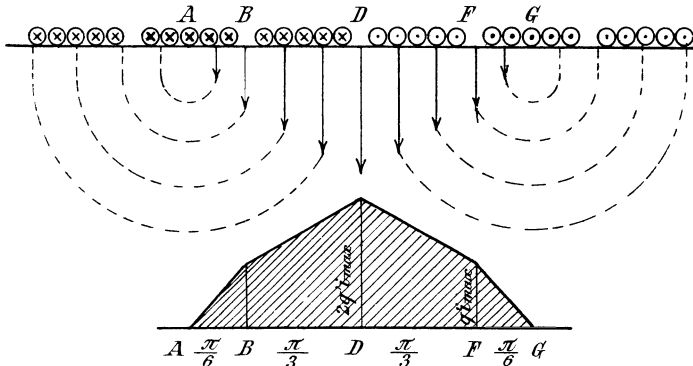


Fig. 280.

Wir finden nun, daß der Punkt D die Mitte eines Nordpols ist, während an den Punkten A und G der Nordpol in den Südpol übergeht. Von D an fällt also die Feldstärke entsprechend der an den einzelnen Stellen des Umfanges wirksamen Erregung nach beiden Seiten hin ab. Das ist durch die verschiedene Länge der in die Kraftlinien gezeichneten Pfeile angedeutet.

Um nun an den verschiedenen Punkten des Umfanges die dort wirksame Erregung zu finden, beachten wir, daß eine Kraftlinie durch die Amperedrähte erzeugt wird, die von der betreffenden Kraftlinie umschlossen werden. Daraus ergibt sich, wenn q' die Drahtzahl pro Spulenseite, d. h. die Drahtzahl pro Pol und pro Phase bedeutet:

bei A die Erregung Null,

„ B „ „ $q' \cdot i_{max}$,

„ D „ „ $\frac{q' \cdot i_{max}}{2} + q' \cdot i_{max} + \frac{q' \cdot i_{max}}{2} = 2 \cdot q' \cdot i_{max}$.

Wir tragen nun den Umfang oder bequemer den Bogen als Abszisse auf, wobei der Bogen einer ganzen Polteilung natürlich wieder gleich π ist. Wenn wir dann die Erregungen, die an den einzelnen Stellen des Umfanges wirksam sind, als Ordinaten auftragen, so erhalten wir die im unteren Teil der Figur gezeichnete Kurve. Zwischen A und B und zwischen B und D ist die Zunahme der Erregung der Zunahme des Umfanges proportional.

Zur Berechnung der mittleren Erregung dividieren wir die schraffierte Fläche durch die Basis π und erhalten mit Hilfe der in Fig. 280 eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{6} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} + 3 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} \right) = 1,166 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}.$$

Da die Kraftliniendichte an den einzelnen Punkten des Umfanges den dort wirksamen Erregungen proportional ist, so hat die Kurve der

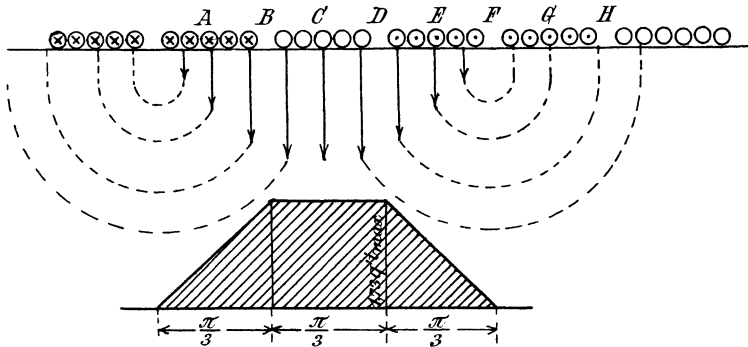


Fig. 281.

Feldstärke denselben Verlauf wie die Kurve der Erregungen, sie ist also fast eine Sinuskurve.

Wir betrachten nun den anderen extremen Zeitpunkt, wo die Stromstärke in der einen Phase gleich Null ist, während sie in den beiden anderen Phasen gleich $i_{\text{max}} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{\text{max}}$ ist (Fig. 281). Jetzt bilden die Drähte zwischen D und H eine gemeinsame Spulenseite von der Amperewindungszahl $2 \cdot q' \cdot 0,866 \cdot i_{\text{max}} = 1,73 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}$. Diese Erregung ist gleichmäßig zwischen B und D wirksam, was durch die gleichmäßige Länge der Kraftlinienpfeile zwischen B und D angedeutet ist. Dagegen wird die wirksame Erregung nach links und rechts hin proportional dem Umfang schwächer. Wenn wir nun wieder die an den einzelnen Punkten des Umfanges wirksame Erregung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Kurve im unteren Teil der Fig. 281. Berechnen wir die schraffierte Fläche und dividieren sie durch die Basis, so erhalten wir eine mittlere Erregung:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1}{\pi} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 1,73 \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,155 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}.$$

Das ist fast genau derselbe Wert, den wir oben in dem ersten extremen Zeitpunkt fanden, d. h. die mittlere Erregung und die mittlere Kraftliniendichte sind annähernd konstant. Nehmen wir das Mittel aus den beiden gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{1,166 + 1,155}{2} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,16 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}. \quad (168)$$

Nun sind die Kraftlinien proportional der Erregung. Das rotierende Feld hat also eine fast genau konstante Kraftlinienzahl, während sein Maximalwert nach Fig. 280 und 281 im Verhältnis 2:1,73 schwankt. Daraus ergibt sich die Überlegenheit des Dreiphasenmotors gegenüber dem Zweiphasenmotor, bei dem nach Abschnitt 108 die Schwankungen viel bedeutender sind.

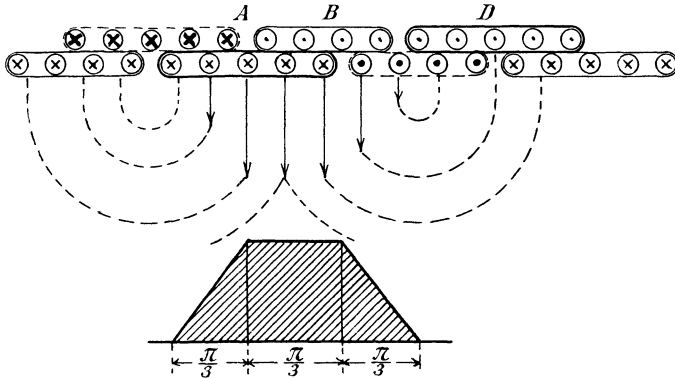


Fig. 282.

In ähnlicher Weise wie bei der Spulenumwicklung ergibt sich die mittlere Erregung bei der schleichenden Stabwicklung. In Fig. 282 ist eine solche schleichende Stabwicklung noch einmal gezeichnet, und zwar ist der Strom in der einen Phase gerade ein Maximum, während er in den beiden anderen Phasen gleich $\frac{1}{2} \cdot i_{\text{max}}$ ist. Wie man sieht, heben sich die magnetischen Wirkungen der Stromleiter zwischen A und B auf. Wir haben dort also eine gleichmäßige Feldstärke, die von den Ampere-drähten zwischen B und D geschaffen wird. Die Zahl dieser Ampere-drähte ist $q' \cdot i_{\text{max}} + 2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot \frac{i_{\text{max}}}{2} = 1,5 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}$. Wenn wir wieder eine große Lochzahl pro Spulenseite voraussetzen, nimmt die wirksame Ampere-windungszahl von B an proportional dem Umfang bis auf den Wert Null ab. Dieser Wert wird in der Mitte zwischen den Punkten B und D erreicht, wo der Nordpol in den Südpol übergeht. Wir tragen nun wieder die wirksamen Ampere-windungen als Ordinaten auf und erhalten so die im unteren Teil der Fig. 282 gezeichnete Kurve.

Dieselbe Konstruktion führen wir nun auch für den zweiten Grenzfall aus, wo der Strom in der einen Phase gleich Null ist (Fig. 283). Die Drähte zwischen *A* und *D* bilden jetzt eine gemeinsame Spulenseite, in deren Mitte die Feldstärke gleich Null ist. Von da aus nimmt sie nach beiden Seiten proportional dem Ankerumfang zu. Bei *B* entspricht sie den zwischen *B* und *C* liegenden Amperedrähten, also dem Betrage $2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot q' \cdot i_{max}$. Von *B* bis *A* nimmt die Feldstärke dann ebenfalls noch zu, aber langsamer. Sie entspricht schließlich bei *A* allen Amperedrähten, die zwischen *A* und *D* liegen, also dem Betrage $2 \cdot q' \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 \cdot q' \cdot i_{max}$.

Wir vergleichen jetzt die Flächen in Fig. 282 und 283 mit den ähnlichen Flächen in Fig. 280 und 281 und finden, daß die beiden Flächen in den beiden extremen Zeitpunkten ihre Rolle gewechselt haben. Die Ordinaten der jetzt erhaltenen Flächen sind aber 0,866 mal so klein wie

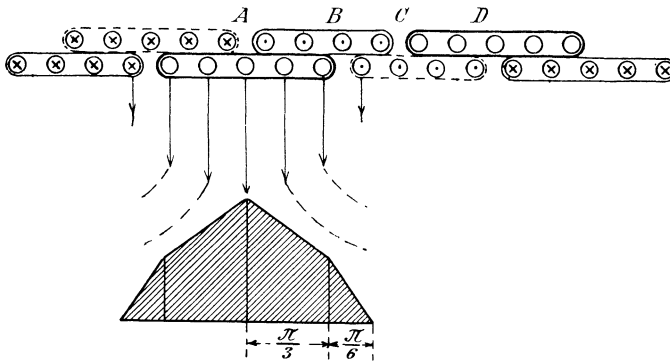


Fig. 283.

die früheren; demnach ergibt sich mit Rücksicht auf Gleichung (168) eine mittlere Erregung:

$$X_{mittel} = 0,866 \cdot 1,16 \cdot q' \cdot i_{max} = 1,005 \cdot q' \cdot i_{max}. \quad (169)$$

Wir gehen nun dazu über, die von der Käfigwicklung des Rotors ausgeübte Erregung zu bestimmen. Die obere Kurve in Fig. 284 stellt das den Rotor schneidende Feld dar, das längs des Umfanges nach dem Sinusgesetz variiert. Die in den einzelnen Rotordrähten induzierte elektromotorische Kraft und der Rotorstrom i_2 sind dann ebenfalls eine Sinusfunktion des Ortes. Das ist in Fig. 284 durch entsprechend starke Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile in den Rotordrähten angedeutet.

Die vom Rotor ausgeübte wirksame Erregung ist nun im Punkte *B* gleich Null und nimmt nach links und rechts hin bis zu einem Maximum zu, das bei *A* und *C* erreicht wird.

Ist α der Winkel, um den eine Spule von der Breite $d\alpha$ von *B* entfernt ist, so ist die mittlere Stromstärke im „Stromband“ *DE* gleich:

$$\frac{1}{2\gamma} \int_{-\gamma}^{+\gamma} i_{max} \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha = i_{max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma},$$

und die Drahtzahl dieses Strombandes gleich:

$$\frac{z_2}{2p} \cdot \frac{2\gamma}{\pi}.$$

Die Amperewindungen, die an den Punkten D und E wirksam sind, sind also:

$$\frac{z_2}{p \cdot \pi} \cdot i_{max} \cdot \sin \gamma.$$

Sie sind also dem Sinus des Bogens γ proportional.

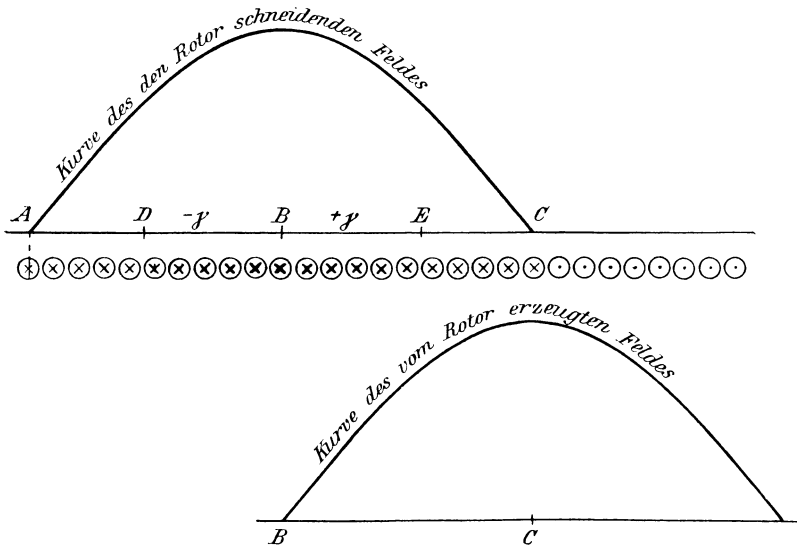


Fig. 284.

Die Kurve der vom Rotor erzeugten Kraftlinien ist also eine Sinuskurve, die räumlich um 90° gegen die Kurve des den Rotor schneidenden Feldes verschoben ist. Ist z_2 die Drahtzahl des Rotors, so ist die Drahtzahl pro Pol gleich $\frac{z_2}{2p}$ und die mittlere räumliche Stromstärke $\frac{2}{\pi} \cdot i_{max}$. Die bei C wirksame Erregung ist also:

$$X_{max} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} \cdot \frac{z_2}{2p}.$$

Bei sinusförmig abgeschatteter Erregung ist dann die mittlere Erregung gleich $\frac{2}{\pi} \cdot X_{max}$. Wir setzen nun, um einen Vergleich mit den andern Wickelungen durchführen zu können:

$$z_2 = 3 \cdot 2p \cdot q'$$

und erhalten:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{2}{\pi} \cdot i_{\text{max}} \cdot \frac{3 \cdot 2p \cdot q'}{2p} = \frac{12}{\pi^2} \cdot q' \cdot i_{\text{max}} = 1,22 \cdot q' \cdot i_{\text{max}}. \quad (170)$$

Allgemein wird für alle drei Wickelungen:

$$X_{\text{mittel}} = c \cdot q' \cdot i_{\text{max}}. \quad (171)$$

Darin ist:

- $c = 1,005$ bei schleichender Wickelung,
 $c = 1,16$ „ Spulenwickelung,
 $c = 1,22$ „ Käfigwickelung.

Die Kraftlinienzahl pro Pol ergibt sich dann unter Vernachlässigung des Eisenwiderstandes mit Hilfe der Polfläche Q_l zu:

$$N = B_{\text{mittel}} \cdot Q_l = \frac{0,4\pi \cdot X_{\text{mittel}} \cdot Q_l}{l} = \frac{0,4\pi \cdot c \cdot q' \cdot i_{\text{max}} \cdot Q_l}{l}. \quad (172)$$

Wie ein Vergleich zeigt, sind die Faktoren c fast genau den entsprechenden Faktoren k in Abschnitt 90 proportional.

116. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes.

Ein 150 PS-Motor der Firma Örlikon diene uns dazu, die bisher abgeleiteten Formeln zu kontrollieren. Die dazu nötigen Daten (vergl. Fig. 285) sind folgende:*)

Klemmspannung verkettet	$e = 3300$ Volt
Primäre Periodenzahl	$\sim_1 = 50$
Zahl der Polpaare	$p = 6$
Ankerlänge (axial)	$b = 32,5$ cm
Ankerdurchmesser	$D = 90$ „
Doppelter Luftabstand	$l_l = 0,15$ „
Drahtzahl des Stators	$z_1 = 2016$
Länge eines Stator- und Rotorzahnes zusammen .	$= 6$ „
Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite . .	$= 2,5$.

Daraus ergeben sich zunächst folgende Werte:

Spannung pro Phase	$e_1 = \frac{3300}{\sqrt{3}}$	$= 1910$ Volt
Drahtzahl pro Phase	$z_1' = \frac{z_1}{3}$	$= 672$
Drahtzahl pro Pol und pro Phase .	$q' = \frac{z_1}{3 \cdot 2p}$	$= 56$
Polfläche	$Q_l = \frac{D \cdot \pi \cdot b}{2p}$	$= 763$.

*) Die Angaben sind aus Arnolds Konstruktions tafeln für den Dynamomaschinenbau entnommen.

Es sei nun N_0 das gesamte vom Stator erzeugte Feld bei Leerlauf. Da die Phasenspannung e_1 nahezu gleich und entgegengesetzt der induzierten elektromotorischen Kraft E_1 ist, so ergibt sich unter Voraussetzung eines sinusförmigen Feldes nach Gleichung (145) auf S. 326:

$$e_1 = E_1 = 2,12 \cdot N_0 \cdot \omega_1 \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Demnach:

$$N_0 = \frac{e_1 \cdot 10^8}{2,12 \cdot \omega_1 \cdot z_1'} = \frac{1910 \cdot 10^8}{2,12 \cdot 50 \cdot 672} = 2,69 \cdot 10^6.$$

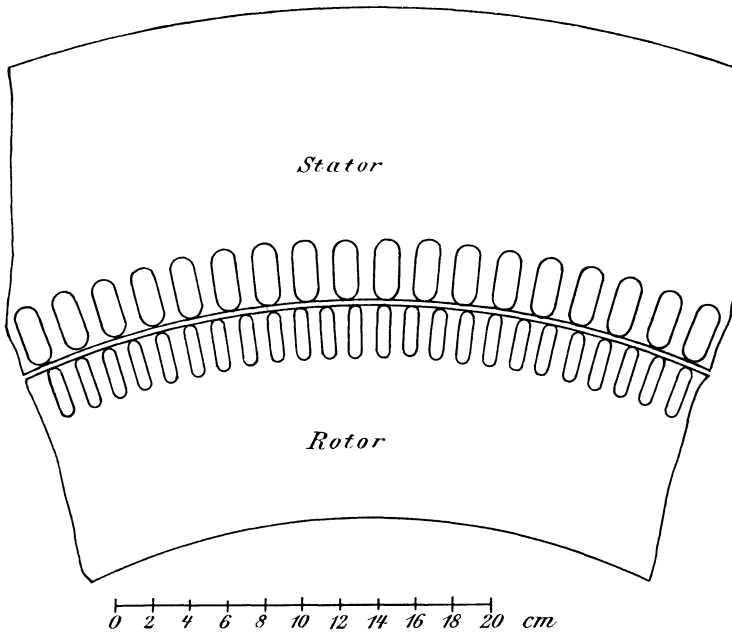


Fig. 285.

Nehmen wir an, daß 2 % davon durch Streuung verloren gehen, so werden 98 % auf den Rotor übertragen, und wir erhalten die auf den Rotor übertragene Kraftlinienzahl N zu:

$$N = 0,98 \cdot N_0 = 2,64 \cdot 10^6.$$

Für Spulenwicklung wird dann nach dem Schluß des vorigen Abschnittes der Faktor c gleich 1,16 und wir erhalten:

$$N = \frac{0,4\pi \cdot c \cdot q' \cdot i_{max}}{l} \cdot Ql.$$

Wir führen nun den Effektivwert des Leerstromes $i_0 = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$ ein und erhalten:

$$i_0 = \frac{N \cdot l}{\sqrt{2} \cdot 0,4\pi \cdot c \cdot q' \cdot Ql} = 4,5 \text{ Ampere.}$$

Dieser Magnetisierungsstrom wäre bei Leerlauf erforderlich, wenn der magnetische Widerstand des Eisens gleich Null wäre. Tatsächlich ist nun für diesen Motor ein Leerstrom von 6 Ampere angegeben, d. h. 33 % mehr, als theoretisch berechnet wurde. Wir gehen also nun dazu über, den magnetischen Widerstand des Eisens zu berücksichtigen.

Wir haben dazu zunächst eine sogenannte Charakteristik des Motors zu zeichnen, die für jede Induktion im Luftraum die entsprechende Erregung angibt. *) Umgekehrt findet man dann aus dieser Kurve zu jeder längs des Umfangs wirksamen Erregung die entsprechende Kraftliniendichte. Man wählt zu diesem Zwecke beliebige Werte der Luftinduktion B_l und berechnet die für die Luft nötigen Amperewindungen nach der Gleichung:

$$X_l = 0,8 \cdot B_l \cdot l_l$$

oder, da in unserem Falle $l_l = 0,15$ ist:

$$X_l = 0,8 \cdot B_l \cdot 0,15 = 0,12 \cdot B_l.$$

Dann berechnet man die Zahninduktion an der betreffenden Stelle aus der Luftinduktion und dem Verhältnis der Querschnitte. Dieses Verhältnis ist in unserem Falle gleich 2,95. Wir erhalten also:

$$B_z = 2,95 \cdot B_l.$$

Zu B_z ergibt sich die betreffende Amperewindungszahl pro Zentimeter Weglänge der Kraftlinien aus der Magnetisierungskurve für Eisenblech in Fig. 286. Dann ergibt sich:

$$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot l_z.$$

Dabei ist für l_z das Doppelte der einfachen Zahnlängen einzusetzen. Wir erhalten also in unserem Falle:

$$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot 2 \cdot 6 = 12 \cdot \left(\frac{X}{l}\right)_z.$$

Die Summe aus X_l und X_z ergibt uns dann die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung X .

Diese Rechnung ist für Werte von $B_l = 2000$ bis $B_l = 5200$ ausgeführt, und die Resultate sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

B_l	$X_l = 0,12 \cdot B_l$	$B_z = 2,95 \cdot B_l$	$\left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_z = 12 \cdot \left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_l + X_z$
2000	240	5900	1,1	13	253
3000	360	8850	1,9	23	383
3000	480	11800	3,6	43	523
4500	540	13300	5,4	65	605
5000	600	14800	10,7	128	728
5200	624	15300	18,5	222	850

*) Vergl. Kapp, Elektromechanische Konstruktionen.

Wir tragen nun den Wert $X_l + X_z$ als Abszisse und die Luftinduktion B_l als Ordinate auf und erhalten so die Kurve in Fig. 287.

Wir wählen nun einen Magnetisierungsstrom, der größer ist als der theoretisch berechnete, schätzen also den Leerstrom zu:

$$i_0 = 5,5 \text{ Ampere.}$$

Dann ergibt sich:

$$i_{0max} = \sqrt{2} \cdot i_0 = 7,78 \text{ Ampere.}$$

Wir tragen nun den Umfang als Abszisse und die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung als Ordinate auf und erhalten so die Kurve X in Fig. 288 a, die dem früher behandelten ersten Grenzfall in Fig. 280 entspricht. Für eine Abszisse gleich $\pi/2$ erhalten wir dabei eine maximale Ordinate:

$$2 \cdot q' \cdot i_{0max} = 2 \cdot 56 \cdot 7,78 = 870.$$

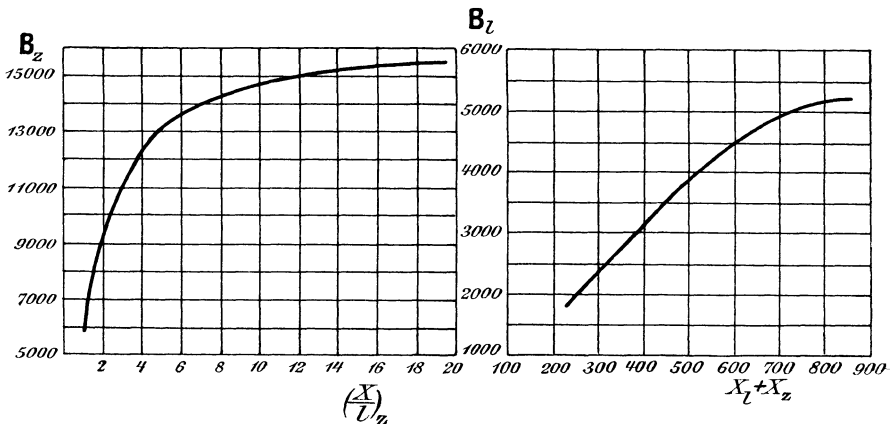


Fig. 286.

Fig. 287.

Dagegen ergibt sich für eine Abszisse gleich $\pi/6$ eine wirksame Erregung, die halb so groß ist wie die maximale. Der Maßstab für die Erregung ist links an der Ordinatenachse aufgetragen.

Wir tragen ferner auf der Ordinatenachse von O aus die aus der Charakteristik in Fig. 287 oder aus der Tabelle entnommenen Werte:

$$X = X_l + X_z = 253, \quad 383, \quad 523, \quad 605, \quad 728, \quad 850$$

auf und ziehen durch die Teilpunkte Parallele zur Abszissenachse. In den Schnittpunkten dieser Parallelen mit der Kurve X errichten wir Ordinaten, deren Länge nacheinander den betreffenden Werten der Tabelle:

$$B_l = 2000, \quad 3000, \quad 4000, \quad 4500, \quad 5000, \quad 5200$$

entspricht. Der Maßstab für B_l ist dabei beliebig gewählt und im rechten Teil der Fig. 288 b angegeben. Die Kurve, die die Endpunkte dieser Ordinaten miteinander verbindet, ist die gesuchte Feldkurve bei einem

Strome von 5,5 Ampere. Die von dieser Feldkurve und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche haben wir dann nach der Simpsonschen Regel zu planimetrieren und die Fläche durch die Basis zu dividieren. Wir erhalten dadurch die mittlere Feldstärke bei einem Magnetisierungsstrom von 5,5 Ampere.

Wenn wir die Planimetrierung ausführen und die so erhaltene Fläche durch die Basis dividieren, so erhalten wir:

$$B_{l\text{mittel}} = 3635.$$

Dieselbe Konstruktion ist für den zweiten Grenzfall in Fig. 288 b durchgeführt, und zwar wird dabei die maximale Ordinate der Kurve X nach Fig. 281:

$$1,73 \cdot q' \cdot i_{0\text{max}} = 1,73 \cdot 56 \cdot 7,78 = 750.$$

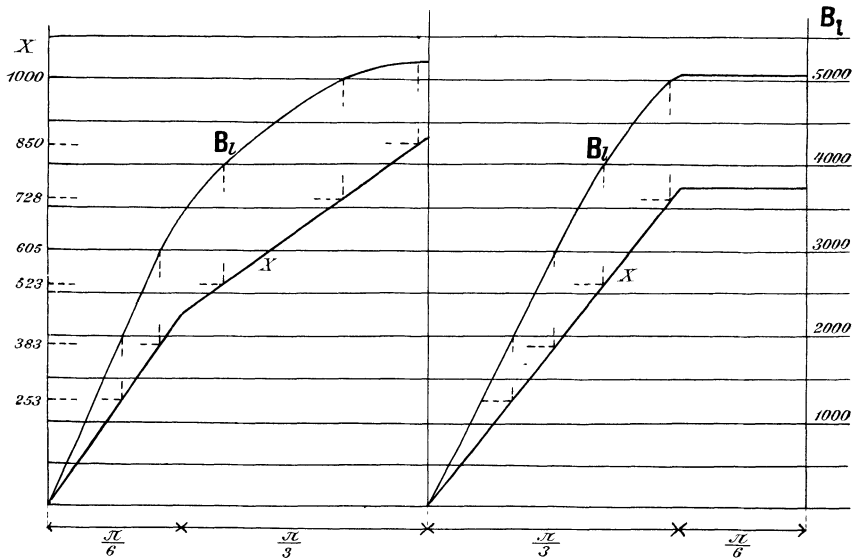


Fig. 288 a.

Fig. 288 b.

Wir zeichnen nun wieder die Kurven X und B_l und planimetrieren die von der Kurve B_l und der Abszissenachse eingeschlossene Fläche. Dadurch erhalten wir:

$$B_{l\text{mittel}} = 3583.$$

Nehmen wir das Mittel aus den für die beiden Grenzfälle gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$B_{l\text{mittel}} = \frac{3635 + 3583}{2} = 3609.$$

Die gesamte übertragene Kraftlinienzahl N ergibt sich dann zu:

$$N = B_{l\text{mittel}} \cdot Q_l = 3609 \cdot 763 = 2,75 \cdot 10^6.$$

Dieser Wert liegt so nahe an dem von uns gewünschten Wert von $2,64 \cdot 10^6$ Kraftlinien, daß wir Proportionalität zwischen Stromstärke und Kraftlinienzahl annehmen können. Der zur Erzeugung von $2,64 \cdot 10^6$ Kraftlinien erforderliche Magnetisierungsstrom ergibt sich also zu:

$$i_0 = \frac{5,5 \cdot 2,64 \cdot 10^6}{2,75 \cdot 10^6} = 5,3 \text{ Ampere.}$$

Dabei ist der Eisenwiderstand des Stator- und Rotorkernes noch nicht berücksichtigt. Außerdem kommt noch die Verringerung des von den Kraftlinien durchflossenen Luftquerschnittes durch die Nutenöffnungen in Betracht. Wir können uns also nicht wundern, daß der jetzt berechnete Leerstrom $i_0 = 5,3$ Ampere noch um 10 % kleiner ist als der gemessene Leerstrom von 6 Ampere.

117. Das Drehmoment des Drehstrommotors.

Zur Berechnung des Drehmomentes eines Drehstrommotors denken wir uns das rotierende Feld durch ein sinusförmiges Feld von gleicher Kraftlinienzahl ersetzt. Wir betrachten nun eine Spulenseite des mehrphasig gewickelten Rotors, dessen Breite wieder, wie früher, gleich 2γ ist und deren Mitte sich gerade im Abstand α_1 von der neutralen Zone

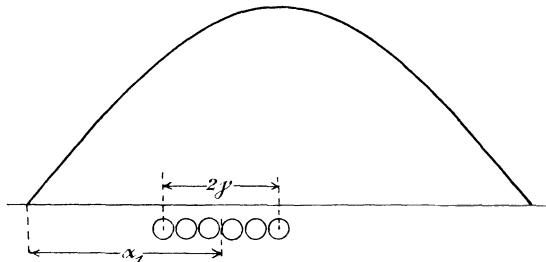


Fig. 289.

befinden möge (Fig. 289). Wir wissen nun aus Abschnitt 90, daß die in dieser Spulenseite induzierte elektromotorische Kraft und demnach auch der Rotorstrom dem Sinus dieses Winkels α_1 proportional sind. Der Momentanwert des Rotorstromes ist also:

$$i_2 = i_{2 \max} \cdot \sin \alpha_1.$$

Dieser Strom fließt in allen Drähten der Spulenseite, aber die einzelnen Drähte befinden sich in einem verschieden starken Felde. Um also das Drehmoment in diesem Augenblick zu finden, müssen wir die mittlere räumliche Kraftlinienzahl längs des Bogens 2γ kennen. Allgemein ist in einem beliebigen Abstand α von der neutralen Zone die Feldstärke gleich $B_{\max} \cdot \sin \alpha$. Die mittlere Feldstärke über dem Bogen 2γ ist also:

$$\mathbf{B} = \frac{1}{2\gamma} \int_{\alpha_1 - \gamma}^{\alpha_1 + \gamma} \mathbf{B}_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \mathbf{B}_{max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin \alpha_1.$$

Zur Berechnung des Drehmomentes in diesem Augenblick bilden wir das Produkt aus der momentanen Stromstärke und dem momentanen Mittelwert der Induktion über dem Bogen 2γ und erhalten:

$$i_2 \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B}_{max} \cdot i_{2max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin^2 \alpha_1.$$

Dabei bedeutet i_2 den Momentanwert des Stromes und \mathbf{B} die mittlere Feldstärke über der Spulenseite in dem betreffenden Augenblick.

Nun kommt die Spulenseite fortdauernd in einen anderen Teil des Feldes zu liegen, d. h. der Winkel α_1 verändert sich zwischen 0 und 360° . Da der Momentanwert des Produktes $i_2 \cdot \mathbf{B}$ vom Quadrate des Sinus α_1 abhängig ist, so ergibt sich der Mittelwert $i_2 \cdot \mathbf{B}$ genau wie die mittlere Leistung in Abschnitt 71. Wir erhalten also analog der Gleichung (115) auf S. 259 den zeitlichen Mittelwert über eine ganze Periode:

$$(\mathbf{B} \cdot i_2)_{mittel} = \frac{\mathbf{B}_{max} \cdot i_{2max}}{2} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}.$$

Wenn wir die Zugkraft in Dyn haben wollen, müssen wir die Stromstärke im absoluten Mafß einführen (1 Ampere = $\frac{1}{10}$ cgs). Nach dem Laplaceschen Gesetz haben wir dann das Produkt aus Feldstärke und Stromstärke mit der gesamten Leiterlänge des Rotors, also mit $z_2 \cdot \mathbf{b}$ zu multiplizieren. Das ergibt mit Hilfe des obigen Wertes von $(\mathbf{B} \cdot i_2)_{mittel}$:

$$f = \frac{\mathbf{B}_{max} \cdot i_{2max}}{2 \cdot 10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot z_2 \cdot \mathbf{b} \text{ Dyn.} \quad (173)$$

Wir brauchen nun den Hebelarm, an dem diese Kraft wirkt, also den Radius r des Rotors in Zentimetern. Zu dem Zwecke setzen wir die Mantelfläche gleich dem Produkt aus der Polfläche mal der Anzahl der Pole:

$$2 r \pi \cdot \mathbf{b} = 2 p \cdot Q_l$$

oder, wenn wir für r auflösen:

$$r = \frac{p \cdot Q_l}{\pi \cdot \mathbf{b}}.$$

Um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, haben wir das Produkt $f \cdot r$ durch $981000 \cdot 100$ zu dividieren und erhalten, wenn wir gleichzeitig mit 2 erweitern:

$$M_d = \frac{f \cdot r}{9,81 \cdot 10^7} = \frac{2p \cdot \mathbf{B}_{max} \cdot Q_l \cdot z_2 \cdot i_{2max}}{\pi \cdot 40 \cdot 9,81 \cdot 10^7} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (174)$$

Wir setzen nun, ähnlich wie in Gleichung (113) auf S. 257:

$$\frac{2}{\pi} \cdot \mathbf{B}_{max} = \mathbf{B}_{mittel}.$$

$$\text{Demnach:} \quad \frac{2}{\pi} \cdot \mathbf{B}_{max} \cdot \mathbf{Q}_l = N.$$

Ferner setzen wir nach Gleichung (117) auf S. 260:

$$i_{2max} = \sqrt{2} \cdot i_2,$$

wo i_2 den Effektivwert des Stromes bedeutet.

Mit Benutzung dieser Gleichungen ergibt sich:

$$M_d = 3,6 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (175)$$

Dabei ist die Breite 2γ für Käfigwicklung gleich Null, für Spulenwicklung gleich $\pi/3$ und für schleichende Wicklung gleich $2/3\pi$.

Nun ergaben sich auch die Koeffizienten k für die elektromotorischen Kräfte in Gleichung (144) auf S. 325, (145) und (146) auf S. 326 mit Hilfe des Faktors $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$. Bei verschiedenen Wicklungen des Rotors verhalten sich also die Drehmomente wie die Koeffizienten k für die im Rotor induzierten elektromotorischen Kräfte.

Das obige Resultat ergibt sich auch direkt, wenn wir den Rotor festgebremst denken, so daß die ganze auf den Rotor übertragene Leistung im Rotor oder in einem in die Rotorwicklung eingeschalteten Widerstand in Joulesche Wärme umgesetzt wird. Es ist nämlich N das im Rotor wirklich vorhandene Feld, das von der gemeinsamen Wirkung des Stator- und Rotorstromes geschaffen wird. Dieses Feld schneidet bei Festbremsung des Rotors mit der primären Periodenzahl $\omega_1 = p \cdot \frac{n_1}{60}$ durch die Rotordrähte, wobei n_1 die Tourenzahl des rotierenden Feldes ist. Dabei wird im Rotor eine elektromotorische Kraft E_2 induziert, die gleiche Phase mit dem Rotorstrom hat, und die sich nach Abschnitt 90 berechnet. Wenn also z_2 die Gesamtzahl der Rotordrähte ist, so ist die auf den Rotor übertragene Leistung in allen drei Phasen zusammen gegeben durch:

$$P_2 = 3 \cdot E_2 \cdot i_2 = 3 \cdot k \cdot N \cdot \omega_1 \cdot z_2' \cdot 10^{-8} \cdot i_2 = k \cdot N \cdot \omega_1 \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2. \quad (176)$$

Diese Leistung wird auf den Rotor durch ein Feld übertragen, das mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n_1}{60} = 2\pi \cdot \frac{\omega_1}{p}$$

rotiert. *) Nun ist die Leistung in mkg pro Sekunde gleich dem Produkt aus dem Drehmoment mal der Winkelgeschwindigkeit. Wenn wir die Leistung in Watt haben wollen, müssen wir noch mit 9,81 multiplizieren.

*) In diesem Falle ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot \frac{n_1}{60}$ einzusetzen, während wir sonst gewöhnlich unter ω den Wert $2\pi \cdot \omega_1 = 2\pi \cdot p \cdot \frac{n_1}{60}$ verstanden haben.

Wir erhalten also:

$$P_2 = M_a \cdot \omega \cdot 9,81.$$

Lösen wir für M_a auf und setzen die obigen Werte für P_2 und ω ein, so erhalten wir:

$$M_a = \frac{k \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 9,81}. \quad (177)$$

Dabei ist es nun gleichgültig, ob der Rotor läuft oder festgebremst ist, wofern nur die Werte von N und i_2 dieselben sind. Setzen wir die auf S. 325 und 326 angegebenen Werte für k ein, so erhalten wir für das Drehmoment bei den verschiedenen Wickelungen die gleichen Werte, wie wir sie oben berechnet haben, und damit zugleich eine Bestätigung unserer Rechnung.

Es ist nun von Interesse, das Drehmoment des Drehstrommotors mit dem eines Gleichstrommotors zu vergleichen. Für den Gleichstrommotor ergab sich nach Gleichung (98) auf S. 221:

$$M_a = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot i_a \cdot 10^{-8}}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} = 3,25 \cdot p \cdot N \cdot z \cdot \frac{i_a}{2a} \cdot 10^{-10}.$$

Dabei ist $i_a/2a$ die Stromstärke pro Ankerleiter.

Für Käfigwicklung erhalten wir aus Gleichung (175) den Faktor 3,6, da die Breite der Spulenseite unendlich klein ist, also der Wert $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$ gleich 1 wird. Das Drehmoment des Drehstrommotors ist also für gleiche Verhältnisse bei Käfigwicklung um 10 0/0 gröfser als das des Gleichstrommotors.

118. Berechnung der Schlüpfung.

Wie wir in Abschnitt 113 sahen, läuft der völlig unbelastete Rotor synchron mit dem Felde, also mit der Tourenzahl

$$n_1 = \frac{\simeq_1 \cdot 60}{p}.$$

Wie wir ferner sahen, ist die Tourenzahl n bei Belastung so viel geringer als die Tourenzahl n_1 des rotierenden Feldes, dafs durch die Kraftlinienschnitte eine genügende elektromotorische Kraft E_2 im Rotor zustande kommt. Dadurch wird ein Rotorstrom geschaffen, der nach den Gleichungen des vorigen Abschnittes das erforderliche Drehmoment liefert.

Die Schlüpfung oder die Periodenzahl \simeq , mit der die Rotordräfte geschnitten werden, entspricht dann der Differenz der Tourenzahl des Feldes und des Rotors:

$$\simeq = \frac{n_1 - n}{60} \cdot p.$$

Dieser Schlüpfung entspricht eine geringe, in den Rotordrähren induzierte elektromotorische Kraft E_2 , die sich nach der bekannten Gleichung berechnet:

$$E_2 = k \cdot N \cdot \simeq \cdot z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Nun verstehen wir unter N das tatsächliche, den Rotor schneidende Feld, wie es zustande kommt durch die vereinigte Wirkung des Stator- und Rotorstromes. Wir haben daher, wie schon wiederholt bemerkt wurde, keine Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft E_2 und dem Rotorstrom i_2 . Bezeichnet also w_2 den Rotorwiderstand pro Phase, so ergibt sich:

$$E_2 = i_2 \cdot w_2.$$

Die im Rotor in Joulesche Wärme umgesetzte Leistung ist dann in allen drei Phasen zusammen:

$$3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = 3 \cdot E_2 \cdot i_2 = k \cdot N \cdot \sim \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2. \quad (178)$$

Dabei ist z_2 für $3 \cdot z_2'$ eingesetzt. Mit Benutzung der Gleichung (176) erhalten wir dann:

$$\frac{3 \cdot i_2^2 \cdot w_2}{P_2} = \frac{\sim}{\sim_1}. \quad (179)$$

Die prozentischen Verluste im Rotor sind also gleich der prozentischen Schlüpfung. Dadurch wird es deutlich, warum man die Motoren immer so konstruiert, daß die Schlüpfung nur wenige Prozente beträgt. Es ist ferner klar, daß man durch Veränderung des Rotorwiderstandes bei der Konstruktion in einfacher Weise eine Veränderung der Schlüpfung erreichen kann.

Es ist von besonderem Interesse, dieses Verhalten des Drehstrommotors mit dem eines Nebenschlußmotors zu vergleichen. Für diesen gilt die Gleichung:

$$e \cdot i_a = E \cdot i_a + i_a \cdot w_a.$$

Darin ist $e \cdot i_a$ die auf den Anker übertragene Leistung, während $E \cdot i_a$ der in mechanische Leistung umgesetzte Effekt ist. Beide Leistungen verhalten sich also wie e zu E , d. h. wie die Tourenzahl n_0 bei absolutem Leerlauf zur Tourenzahl n bei Belastung:

$$\frac{E \cdot i_a}{e \cdot i_a} = \frac{n}{n_0}.$$

Durch Umformung erhalten wir:

$$\frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{e \cdot i_a - E \cdot i_a}{e \cdot i_a} = \frac{i_a^2 \cdot w_a}{e \cdot i_a}.$$

Der prozentische Tourenverlust bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf ist also auch beim Nebenschlußmotor gleich dem prozentischen Effektverlust im Anker.

Wir betrachten jetzt den Fall, wo die Schlüpfung 100% beträgt. Dieser Fall tritt beim Anlassen ein, wo im ersten Moment der Rotor noch stillsteht. Dann schneidet das rotierende Feld mit der großen Periodenzahl \sim_1 durch die Rotordrähte und induziert in ihnen eine außerordentlich

starke elektromotorische Kraft. Der Strom im Rotor (und entsprechend auch im Stator) wird dabei so stark, daß der Rotor in vielen Fällen beschädigt und eventuell der Betrieb durch die plötzliche übermäßige Stromentnahme gestört wird. Daher lassen sich Kurzschlußanker im allgemeinen nur für kleinere Motoren verwenden. Eventuell sind dabei noch Anlaufwiderstände in den Statorleitungen vorzusehen, damit nicht durch plötzlichen starken Stromverbrauch benachbarte Lampen gestört werden. Kurzschlußanker werden auch verwendet, wo man die Motoren vor dem Einschalten auf die normale Tourenzahl bringen kann, oder wo man den Generator zugleich mit dem Motor anlaufen lassen kann.

In allen anderen Fällen muß man Phasenanker verwenden und den Rotorstrom im Augenblick des Anlassens durch Anlaufwiderstände im Rotorkreis abschwächen. Solche Phasenanker sind natürlich ebensogut in Dreieckschaltung wie in Sternschaltung möglich. Eine gewöhnliche Dreieckschaltung ist zwar mechanisch in sich geschlossen; elektrisch aber würde man sie, wie beim Generator, so lange als offen bezeichnen müssen, bis die drei Eckpunkte des Dreiecks durch einen äußeren Anlaufwiderstand oder Kurzschluß der Schleifringe miteinander verbunden sind. Die Anlaufwiderstände werden natürlich am besten in Sternschaltung angeordnet.

Als Anlaufwiderstand wird häufig ein Flüssigkeitswiderstand benutzt, bei dem ein tieferes Eintauchen der Elektroden eine Verringerung des Widerstandes erzielt. Es muß übrigens darauf hingewiesen werden, daß die Anlaufwiderstände im Rotorkreis nicht bloß dazu dienen, den Anlaufstrom zu verringern, sondern auch dazu, das Drehmoment beim Anlaufen zu erhöhen (vergl. Abschnitt 123).

Die Gleichung (179) zeigt, daß man durch Einschaltung eines Widerstandes im Rotorkreis die Schlüpfung vergrößern, also die Tourenzahl verringern kann. Doch ist dabei, ähnlich wie beim Nebenschlußmotor mit Vorschaltwiderstand, der Effektverlust bedeutend. Außerdem ist die Tourenzahl dann bei jeder Belastungsschwankung stark veränderlich. Eine Umschaltung der Statorwicklung auf verschiedene Polzahl ist möglich, aber umständlich. Unter Umständen läßt man den Rotor des einen Motors, anstatt auf Vorschaltwiderstände, auf den Stator des anderen arbeiten und erniedrigt dadurch die Tourenzahl etwa im Verhältnis 1 : 2 (Kaskadenschaltung). Immerhin macht die unter gewöhnlichen Verhältnissen fast konstante Tourenzahl den Drehstrommotor für manche Zwecke ungeeignet.

Von besonderem Interesse ist nun die Untersuchung eines festgebremsten Phasenankers, in dessen Rotorkreis Widerstand eingeschaltet ist. Die gesamte auf den festgebremsten Rotor übertragene Leistung wird dann im Anker und im Vorschaltwiderstand in Joulesche Wärme umgesetzt, und der Motor verhält sich genau wie ein Transformator. Unter Voraussetzung gleicher Stromstärke ist dabei die Gesamtleistung im Rotorkreis dieselbe wie die bei Betrieb auf den rotierenden Anker übertragene

Leistung. Die gemessene Joulesche Leistung bei Festbremsung kann also sehr bequem zur Bestimmung der mechanischen Leistung dienen, die der Motor bei Betrieb mit demselben Strom hergeben würde. Zugleich wird das Verständnis des Drehstrommotors ungemein erleichtert, wenn man ihn als einen Transformator betrachtet, auf den alle früher besprochenen Gesetze des gewöhnlichen Transformators anwendbar sind. Dafs das Kraftlinienfeld beim gewöhnlichen Transformator ein schwingendes, beim Drehstrommotor aber ein rotierendes ist, begründet keinen wesentlichen Unterschied.

119. Genaue Berechnung der elektromotorischen Kraft. *)

Wir haben bisher angenommen, dafs der Kraftfluß während seiner Rotation angenähert eine sinusförmige Verteilung hat. Unter diesen Umständen ergibt sich, wie das schon in den letzten Abschnitten benutzt ist, die elektromotorische Kraft:

$$E = k \cdot N \cdot \omega \cdot z' \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist nach Seite 325 und 326:

$k = 2,12$ bei Spulenwicklung,

$k = 1,84$ „ schleicher Stabwicklung mit einer Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung,

$k = 2,22$ „ Käfigwicklung, da die Breite der Spulenseite unendlich klein ist.

Der Wert von N ergab sich dabei im Abschnitt 114 als das Mittel aus den beiden in sich symmetrischen Kraftflüssen, die auftreten, wenn der Strom in der einen Phase den Höchstwert bzw. den Wert Null hat.

Tatsächlich ist aber der Kraftfluß nicht sinusförmig abgeschattiert, und die Kurve der Induktion ist, abgesehen von den betrachteten extremen Zeitpunkten, in ihrem aufsteigenden und absteigenden Teil überhaupt nicht symmetrisch. Sie verläuft auch nicht geradlinig ansteigend, wie im Abschnitt 114 angenommen wurde, da die Wickelung durchaus nicht als eine glatte anzusehen ist. Die Lochzahl pro Spulenseite ist durchaus nicht etwa sehr groß, sondern wird bei der praktischen Ausführung unter Umständen nur gleich 2 oder gleich 3 sein. Die Kurve der Induktion längs des Umfangs ist daher eine treppenförmige.

Aus allen diesen Gründen erscheint es nötig, die Rechnungen genauer durchzuführen, obgleich sie nicht gerade bequem sind, und obgleich dabei die Anschaulichkeit verloren geht, die wir bisher bei dem rotierenden Feld gewonnen haben. Wir beschränken uns dabei auf die gewöhnliche Dreiphasen-Spulenwicklung.

*) Vergl. Görges, ETZ 1907, S. 1.

Wir betrachten die Phase in Fig. 290, die gerade den höchsten Strom führt. Sie wird im gezeichneten Augenblicke von dem Höchstwert des Kraftflusses durchsetzt, und zwar wird dieser Kraftfluß von ihr selbst und von den beiden anderen Phasen erzeugt, die je einen halb so starken Strom führen. Sind die Ströme Sinusfunktionen der Zeit, so ist auch der Kraftfluß, der unsere Phase durchsetzt, eine Sinusfunktion der Zeit, gleichgültig, wie er durch die vereinigte Wirkung der drei Phasen zustande kommt.

Dann aber gilt die bekannte Gleichung:

$$E = 4,44 N \cdot \xi \cdot 10^{-8},$$

wo N der Höchstwert des Kraftflusses ist, der die Spule durchsetzt. Dieser Höchstwert tritt im gezeichneten Augenblicke ein, wo der Strom

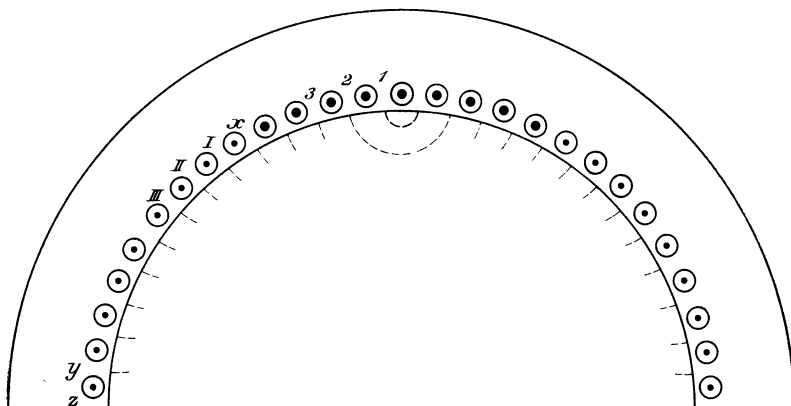


Fig. 290.

unserer betrachteten Phase am größten ist. Es ist aber zu beachten, daß nicht alle Windungen unserer Phase von dem gleichen Kraftfluß durchsetzt werden. Um also das Produkt $N \cdot \xi$ zu bestimmen, haben wir die Kraftflüsse der einzelnen Zähne mit den Windungen zu multiplizieren, die von den Kraftflüssen im gezeichneten Augenblicke umschlossen werden. Die so erhaltenen „Kraftflußwindungen“ haben wir dann zu summieren.

Die Lochzahl pro Spulenseite sei a . In jedem Loch liege vorläufig ein Draht, und der magnetische Widerstand des Kraftlinienweges hin und zurück durch je einen Zahn sei gleich eins. Unter diesen Umständen ist der aus einem Zahn austretende Kraftfluß gleich der an der betreffenden Stelle wirksamen Erregung. Der Höchstwert des Stromes in unserer betrachteten Phase sei gleich 1 Ampere, also der Strom der anderen Phasen im betrachteten Augenblick gleich $\frac{1}{2}$ Ampere.

Dann ergibt sich nach Fig. 290:

a)	Zahn	Wirksame Erregung = Zahnkraftfluß	Verknüpfte Windungen	Kraftfluß- windungen
	1	1	1	1
	2	3	3	3 ²
	3	5	5	5 ²
	⋮	⋮	⋮	⋮
	x	a	a	a^2

Die nun folgenden Drähte führen den halben Strom, aber die Kraftflüsse sind jetzt auf allen a Löchern unserer Phase verknüpft. Es ergibt sich also:

b)	Zahn	Wirksame Erregung = Zahnkraftfluß	Verknüpfte Windungen	Kraftfluß- windungen
	I	$a + \frac{1}{2} \cdot 2$	a	$a(a + 1)$
	II	$a + \frac{1}{2} \cdot 4$	a	$a(a + 2)$
	III	$a + \frac{1}{2} \cdot 6$	a	$a(a + 3)$
	⋮	⋮	⋮	⋮
	y	$2a - \frac{1}{2} \cdot 2$	a	$a(2a - 1)$

Die Anzahl der Glieder unter b) ist $a - 1$.

- c) Endlich ist der Kraftfluß im Zahn z , der der Erregung $2a$ entspricht, gleich $2a$, und er ist mit a Windungen unserer Phase verknüpft. Das gibt noch $2a^2$ Kraftflußwindungen.

Nach der Theorie der Reihen ergibt sich die Summe:

$$\text{der Glieder unter a) } \frac{a^3}{6} + \frac{a^2}{2} + \frac{a}{3},$$

$$\text{der Glieder unter b) } \frac{3}{2} a^3 - \frac{3}{2} a^2.$$

Da die gleichen Kraftflüsse auf der unteren Hälfte auftreten, so haben wir die unter a) und b) berechneten Kraftflußwindungen zu verdoppeln, während der unter c) erhaltene Wert nur einfach auftritt.

Die Summe der Kraftflußwindungen wird dann:

$$\frac{2a}{3} (5a^2 + 1).$$

In Wirklichkeit ist aber der Kraftfluß im Zahne z nicht gleich $2a$, sondern das Produkt aus der Induktion B_{max} und der Zahnfläche $\frac{Q_l}{3a}$. Die berechneten Kraftflußwindungen sind also mit dem Verhältnis $\frac{Q_l \cdot B_{max}}{3a} : 2a$ zu multiplizieren. Ferner schneiden die Kraftflüsse in jedem Loch nicht

durch einen Draht, sondern $\frac{q'}{a}$ Drähte, wo q' die Drahtzahl pro Spulenseite ist. Endlich sind p hintereinander geschaltete Polpaare zu berücksichtigen.

Dadurch erhalten wir:

$$\Sigma N \cdot \xi = \frac{2a}{3} (5a^2 + 1) \cdot \frac{Ql \cdot B_{max}}{3a} \cdot \frac{1}{2a} \cdot \frac{q'}{a} \cdot p.$$

Setzen wir jetzt:

$$c_1 = \frac{5a^2 + 1}{9a^2},$$

so wird:

$$\Sigma N \cdot \xi = c_1 \cdot p \cdot Ql \cdot q' \cdot B_{max}.$$

Dabei ist:

$$B_{max} = \frac{0,4\pi \cdot 2q'}{l} \cdot i_{max}.$$

Unsere Rechnungen beziehen sich nun zunächst auf ungerade Lochzahlen pro Spulenseite. Es ergeben sich jedoch für gerade Lochzahlen dieselben Resultate.

Die folgende Tabelle gibt für verschiedene Werte von a den zugehörigen Wert von c_1 :

a	c_1
1	0,667
2	0,583
3	0,568
4	0,563
∞	0,555

Es ergibt sich dann die elektromotorische Kraft nach Gleichung (119) auf Seite 266 zu:

$$E = 4,44 c_1 \cdot p \cdot Ql \cdot q' \cdot B_{max} \cdot \sim \cdot 10^{-8}.$$

Für glatte Wickelung ($a = \infty$) stimmt diese Gleichung bis auf 0,2% mit der Gleichung (145) auf Seite 326 und Gleichung (172) auf Seite 421 überein. Wir werden also die Vorstellung des räumlich sinusförmig verteilten Kraftflusses ohne Fehler beibehalten können.

Achtzehntes Kapitel.

120. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung. — 121. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste. — 122. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm. — 123. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment. — 124. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste. — 125. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung mit Berücksichtigung des Statorwiderstandes. — 126. Bequemste Form des Kreisdiagramms. — 127. Praktisches Beispiel. — 128. Der Streuungsfaktor.

120. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß die Streuung gleich Null ist, daß also z. B. zwischen den Stegen der Stator- oder Rotorzähne keine Kraftlinien verlaufen.

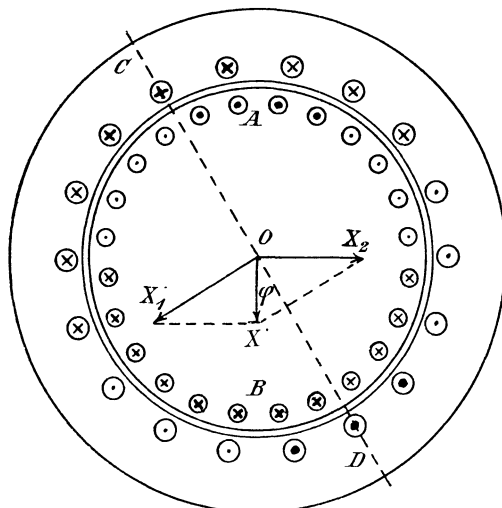


Fig. 291.

Dann existiert nur ein einziger Kraftfluß, der gleichmäßig das Stator- und Rotoreisen und den Luftweg durchdringt.

Dieser Kraftfluß kommt durch die resultierende Wirkung des Stator- und Rotorstromes zustande. Wir wollen nun annehmen, daß der Kraftfluß N in Fig. 291 gerade bei A ein positives und bei B ein negatives Maximum hat. Dann bildet das Kraftlinienfeld bei A die Mitte eines Nordpols und bei B die Mitte eines

Südpols. Die Kraftlinien dieses Feldes sind also gerade von oben nach unten gerichtet, und wir zeichnen daher den Vektor der resultierenden Erregung OX vertikal von oben nach unten.

Wenn nun das Feld im Sinne des Uhrzeigers rotiert, so induziert es im Rotor einen Strom, der bei A und B ein Maximum ist. Wir sehen dann nach der Faradayschen Regel bei A die Spitze und bei B den Schaft des Stropfpeiles in den Rotordrahnten. Jede Phase des Rotors ist im vorliegenden Falle in 4 Löchern gewickelt. Wir zeichnen also in den Löchern des Rotors bei A und B den Schaft und die Spitze des Stropfpeiles besonders stark. In den benachbarten Phasen ist der Strom gerade halb so stark, was durch schwächere Zeichnung der Pfeile angedeutet ist.

Der Vektor der vom Rotor ausgeübten Erregung OX_2 verläuft dann von links nach rechts, da er in derselben Richtung zu zeichnen ist, wie die vom Rotor allein erzeugten Kraftlinien.

Damit nun die resultierende Erregung X zustande kommt, muß notwendig die Statorerregung nach Größe und Phase gleich OX_1 sein. Das Maximum des Statorstromes liegt also bei C und D , und zwar haben wir bei C den Schaft und bei D die Spitze des Stropfpeiles anzudeuten. Jede Statorphase ist im vorliegenden Falle in 3 Löchern gewickelt. Wir zeichnen in der Phase bei C und D die Stropfpeile am stärksten und in den benachbarten Phasen halb so stark.

Fig. 291 zeigt nun:

1. daf der primäre und sekundäre Strom wie beim Transformator einander wesentlich entgegengesetzt sind;
2. daf der induzierte Strom im Rotor da am stärksten ist, wo das den Rotor schneidende, resultierende Feld am stärksten ist;
3. daf der Vektor des Rotorstromes senkrecht auf dem Vektor des Feldes, das den Rotor schneidet, steht.

Bedenken wir nun, daf das Feld nicht bloß durch den Rotor, sondern auch durch den Stator schneidet, so ergibt sich, daf die maximale elektromotorische Kraft im Stator im gezeichneten Augenblick bei A und B induziert wird, während der Statorstrom bei C und D ein Maximum ist. Es ergibt sich also:

4. daf der Statorstrom hinter der Statorspannung um den in der Figur gezeichneten Winkel φ zurückbleibt.

Diese verhältnismäfsig große Phasenverschiebung ist darin begründet, daf die Drehstrommotoren sich ihr eigenes Feld schaffen (Induktionsmotoren), und daf dazu wegen des Luftzwischenraumes ein verhältnismäfsig starker wattloser Strom oder Magnetisierungsstrom nötig ist. Trotzdem man den Abstand zwischen Anker und Stator oft bis auf einige Zehntel eines Millimeters erniedrigt, wird der Wert $\cos \varphi = 0,9$ nur bei größeren Motoren erreicht und nur bei besonders großen Motoren noch überschritten. Der wattlose Strom bildet nun, wie wir früher sahen, eine unnötige Belastung des Drahtquerschnittes im Generator, im Netz und im Motor. Drehstrommotoren müssen also verhältnismäfsig größer konstruiert werden

als Gleichstrommotoren oder Synchronmotoren. Endlich wird der starke Magnetisierungsstrom besonders unangenehm bei Leerlauf.

Wir gehen nun dazu über, die wichtigsten Größen des streuungslosen Motors rechnerisch zu bestimmen. Die im Stator induzierte elektromotorische Kraft ist, wenn der Ohmsche Spannungsverlust im Stator gering ist, fast gleich der konstanten, pro Phase an den Stator gelegten Spannung e_1 . Andererseits ist sie von der Kraftlinienzahl N abhängig, die beim streuungslosen Motor dem Rotor und dem Stator gemeinsam ist. Wir erhalten also die im Stator induzierte elektromotorische Kraft E_1 zu:

$$E_1 = k \cdot N \cdot \sim_1 \cdot z'_1 \cdot 10^{-8}.$$

Ist aber der Wert von E_1 gleich dem Wert von e_1 , also konstant, so muß auch nach der obigen Gleichung das resultierende Feld N konstant sein.

Wenn nun dieses gemeinsame Feld mit einer der Schlüpfung entsprechenden Periodenzahl \sim durch die Rotordrähte schneidet, so induziert es in ihnen eine elektromotorische Kraft

$$E_2 = k \cdot N \cdot \sim \cdot z'_2 \cdot 10^{-8}.$$

Der Einfachheit wegen setzen wir bei Stator und Rotor die gleiche Art der Wickelung voraus, so daß der Faktor k für Stator und Rotor der gleiche ist.

Der Rotorstrom ergibt sich dann zu $i_2 = E_2/w_2$, er ist also der Periodenzahl der Schlüpfung proportional. Wir erhalten demnach, wenn c_1 einen konstanten Faktor bedeutet:

$$i_2 = c_1 \cdot \sim.$$

Das Drehmoment berechnet sich nach Gleichung (177) auf S. 429 durch das Produkt aus dem Rotorstrom i_2 und der Kraftlinienzahl N . Die letztere ist in unserem Falle konstant, während der Rotorstrom der Schlüpfung proportional ist. Wir erhalten daher, wenn c_2 einen konstanten Faktor bedeutet:

$$M_d = c_2 \cdot \sim.$$

Die auf den Rotor übertragene Leistung P_2 ist ebenfalls nach Gleichung (176) auf S. 428 dem Produkt aus der Kraftlinienzahl und dem Rotorstrom proportional. Sie ist also, da die Kraftlinienzahl konstant ist, der Schlüpfung proportional. Wenn also c_3 einen konstanten Faktor bedeutet, so ergibt sich:

$$P_2 = c_3 \cdot \sim.$$

Die mechanische Leistung P ergibt sich endlich, wenn wir von der ganzen auf den Rotor übertragenen Leistung den Effektverlust durch Joulesche Wärme im Rotor abziehen. Nun sind die Verluste durch Joulesche Wärme dem Quadrate des Stromes, also dem Quadrate der

Schlüpfung proportional. Es ergibt sich also, wenn c_4 einen konstanten Proportionalitätsfaktor und w_2 den Rotorwiderstand pro Phase bedeutet:

$$P = P_2 - 3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = c_3 \cdot \omega - c_4 \cdot \omega^2.$$

Wir tragen nun in Fig. 292 die Tourenzahl als Abszisse und den Rotorstrom, das Drehmoment, die übertragene Leistung und die mechanische Leistung als Ordinaten auf. Ist dann OA die Tourenzahl n_0 bei absolutem Leerlauf und OB die Tourenzahl n bei einem bestimmten Betriebszustand, so ist $OA - OB = AB$ der Tourenverlust durch Schlüpfung. Der Rotorstrom i_2 , das Drehmoment M_d und die auf den Rotor übertragene Leistung P_2 sind diesem Tourenverlust proportional und werden daher durch die Ordinaten der Geraden in Fig. 292 dargestellt. Dagegen ist die mechanische Leistung durch die Ordinate der Parabel gegeben. Sie ist gleich

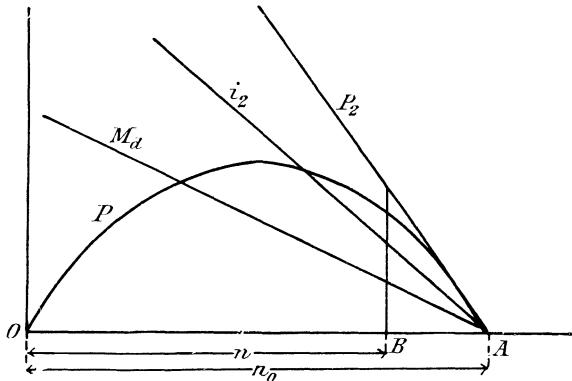


Fig. 292.

Null im Punkte O , wo die Tourenzahl gleich Null ist, wo also der Motor festgebremst ist. Sie ist aber auch gleich Null im Punkte A , also bei absolutem Leerlauf. Für eine Schlüpfung von 50% , d. h. bei einer Tourenzahl n gleich $n_0/2$ erreicht die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Der normale Betrieb liegt natürlich viel weiter nach rechts, denn dann ist die Schlüpfung und der Verlust im Rotor verhältnismäßig gering, also der Wirkungsgrad verhältnismäßig hoch.

Der praktisch ausgeführte Motor unterscheidet sich nun von dem eben besprochenen idealen Motor besonders durch das Drehmoment beim Anlassen und durch die Überlastungsfähigkeit.

Beim Anlassen ist die Tourenzahl gleich Null und dafür ergibt unser Diagramm ein besonders großes Drehmoment. Im Gegensatz dazu ist das Anlaufmoment beim wirklichen Motor infolge der Streuung besonders klein. Man erreicht dann das Anziehen mit Belastung nur durch Einschaltung von Widerständen in den Rotorkreis.

Wir können uns dabei vorstellen, daß der starke Anlaßstrom, der bei 100% Schlüpfung induziert wird, infolge der Selbstinduktion des Stators und des Rotors das magnetische Feld N außerordentlich schwächt, und daß das Drehmoment infolgedessen besonders klein wird. Demnach hat der Anlaßwiderstand nicht bloß den Zweck, eine zu große Stromdichte im Motor zu verhindern, sondern auch ein hohes Drehmoment beim Angehen zu erzielen. Zum vollständigen Verständnis dieser Tatsachen kommen wir allerdings erst im folgenden Abschnitt durch das Heylandsche Kreisdiagramm.

121. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste. *)

Wir betrachten zunächst die durch die Streuung geschaffenen physikalischen Verhältnisse und gehen dann mit Hilfe des Vektordiagramms zur rechnerischen Behandlung über.

Bei Leerlauf besteht das gesamte Feld im Stator oder das sogenannte Hauptfeld aus dem auf den Rotor übertragenen Luftfeld und aus dem primären Streufeld N_s . Beide Felder werden durch den Leerstrom geschaffen, sind phasengleich und verhalten sich umgekehrt wie die magnetischen Widerstände des Luftfeldes und des primären Streufeldes.

Bei Belastung kommt, wie beim Transformator, das Luftfeld N_l durch die Entgegenwirkung des Stator- und Rotorstromes zustande.

Dieses Luftfeld durchdringt nach der älteren Anschauung den Rotor (Fig. 293) und induziert in ihm eine elektromotorische Kraft, die für Ohmschen Widerstand und Selbstinduktion verbraucht wird. Die Ohmsche Spannung im Rotor kommt dann zustande durch zwei elektromotorische Kräfte, die vom Luftfeld N_l und vom Rotorstrefeld N_s induziert werden.

Dabei werden im Rotor zwei verschiedene Kraftlinien angenommen, die sich in Wirklichkeit zu dem tatsächlich im Rotor vorhandenen Kraftfluß N zusammensetzen. Daher folgen wir besser der neueren Anschauung, daß von dem Luftfeld N_l nur ein Teil N durch den Rotor fließt, während ein Teil N_s infolge des von den Rotorwindungen ausgeübten Gegendrucks in den sekundären Streuweg gedrängt wird (Fig. 294).

Es sei nun in Fig. 295 LD der Vektor der den Rotor durchdringenden Kraftlinien N . Die im Rotor induzierte elektromotorische Kraft bleibt um 90° hinter diesem Kraftfluß zurück und ist phasengleich

*) Die geschichtliche Entwicklung des Heylandschen Diagramms ist hochinteressant. Heyland gab in der ETZ am 11. Oktober 1894, sowie 1895 S. 649 und 823 zuerst den Diagrammkreis. Behrend veröffentlichte 1896 in der ETZ S. 63 zuerst eine analytische Ableitung, die aber im Grundgedanken und im Ergebnis nicht einwandfrei war. Die Klärung der Sache erfolgte dann durch eine von Emden veranlaßte Diskussion in der ETZ 1900.

mit dem Rotorstrom, weil sie nach der in Fig. 294 gegebenen Anschauung allein für Ohmschen Widerstand verbraucht wird. Daraus folgt der Vektor $LB = i_2$ rechtwinklig zu LD .

Der sekundäre Streufluß $N_{s_2} = LE = DA$ ist dem Rotorstrom entgegengesetzt aufzutragen, weil er nach Fig. 294 durch einen Strom erzeugt wird, der dem Gegendruck des Rotorstromes das Gleichgewicht hält.

Das Luftfeld N_l ist die Summe aus dem Kraftfluß N im Rotor und dem Kraftfluß N_{s_2} im Rotorstreufluß. Wir erhalten also $N_l = LA$.

In diesem Luftfeld wirken sich die magnetischen Drücke des Stators und Rotors entgegen. Ist also c ein konstanter Faktor und W der Widerstand des Luftfeldes, so ergibt das Ohmsche Gesetz für Magnetismus

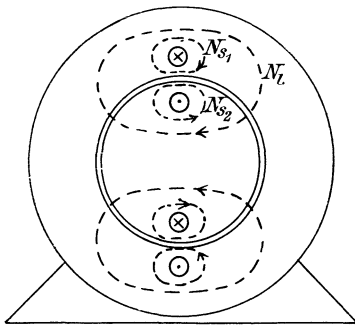


Fig. 293.

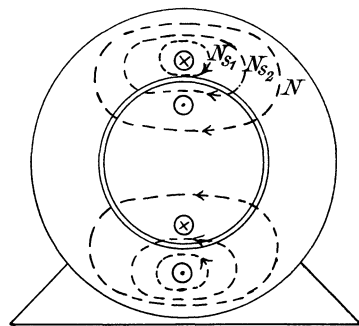


Fig. 294.

den zur Überwindung der Luftstrecke verbrauchten Magnetisierungsstrom i_l aus der Gleichung:

$$N_l = \frac{c \cdot i_l}{W}.$$

Wir nehmen nun an, es sei der Faktor $\frac{c}{W} = 1$. Dies kann prinzipiell durch entsprechende Windungszahl oder entsprechende Dimensionen des Luftzwischenraumes realisiert werden. Bei einem gegebenen Motor läßt sich das durch entsprechende Wahl der Einheit des magnetischen Widerstandes erreichen, wobei natürlich die Stromstärke vorübergehend in einem andern Maß als in Ampere herauskommt. In Fig. 295 wird dann LA direkt gleich dem Magnetisierungsstrom für die Luftstrecke. Dieser ist die Resultierende aus dem primären Strom i_1 und dem sekundären Strom i_2 , wenn wir von der Verschiedenheit der Windungszahlen des Stators und Rotors vorläufig absehen. Es ist also, wenn wir statt der Parallelogrammkonstruktion die einfachere Dreieckskonstruktion anwenden, $AB = i_1$.

In Phase mit dem Primärstrom i_1 , also schräg nach unten, addieren wir nun zu dem Luftkraftfluß N_l den primären Streufluß $N_{s_1} = AO$ und

erhalten so in LO den gesamten Kraftfluß $N_0 = LO$ im Stator. Dieser ist, entsprechend der konstanten Klemmspannung und der konstanten elektromotorischen Gegenkraft, bei Betrieb und bei Leerlauf derselbe.

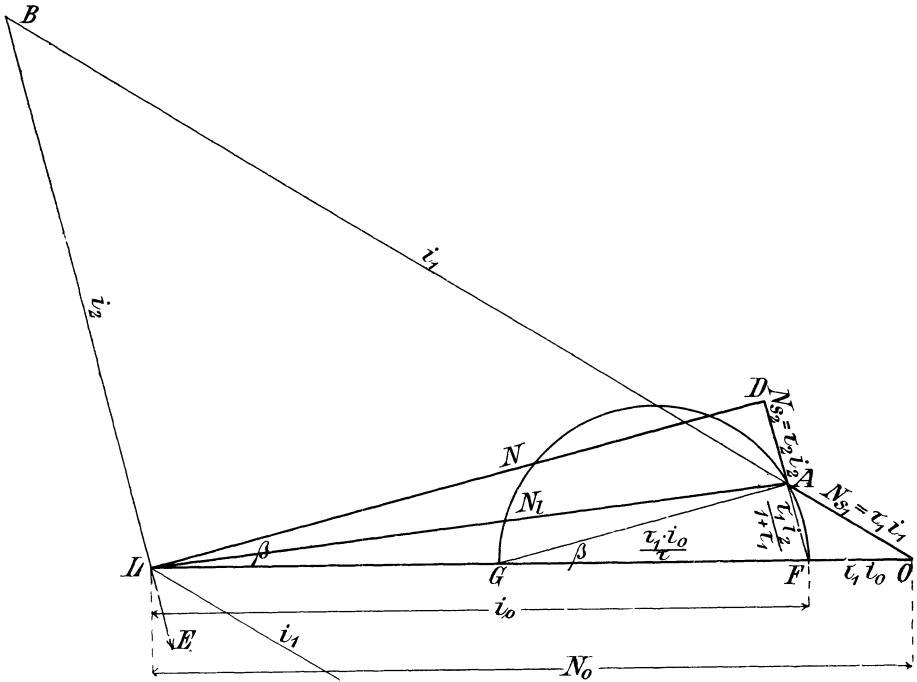


Fig. 295.

Sind nun W_{s_1} und W_{s_2} die Widerstände der Streufelder und ist

$$\tau_1 = \frac{W}{W_{s_1}}, \quad \tau_2 = \frac{W}{W_{s_2}},$$

so ergibt sich nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus:

$$AO = N_{s_1} = \frac{c \cdot i_1}{W_{s_1}} = \frac{c}{W} \cdot \tau_1 \cdot i_1 = \tau_1 \cdot i_1,$$

$$DA = N_{s_2} = \frac{c \cdot i_2}{W_{s_2}} = \frac{c}{W} \cdot \tau_2 \cdot i_2 = \tau_2 \cdot i_2.$$

Nun teilt der Punkt A die Strecke OB im Verhältnis $\tau_1 : 1$ und es ist DA parallel zu BL . Daraus folgt zunächst:

$$FA = \frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot i_2.$$

Ferner folgt, daß die Verlängerung von DA den ganzen Leerlaufkraftfluß $N_0 = OL$ ebenfalls im Verhältnis $\tau_1 : 1$, also im Verhältnis des Luftwiderstandes zum primären Streuwiderstand teilt. Da sich die Kraft-

flüsse umgekehrt wie die parallelgeschalteten Widerstände verhalten, so stellt bei Leerlauf OF den primären Streufluß und FL den Luftkraftfluß dar. Ist also i_0 der Leerstrom, so ergibt das Ohmsche Gesetz:

$$FL = \frac{c \cdot i_0}{W} = i_0.$$

Demnach ist: $OF = \tau_1 \cdot FL = \tau_1 \cdot i_0$.

Wenn wir nun AG parallel zu DL , also rechtwinklig zu FA ziehen, so ergibt sich:

$$FG = FL \cdot \frac{FA}{FA + AD} = i_0 \cdot \frac{\frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot i_2}{\frac{\tau_1}{1 + \tau_1} \cdot i_2 + \tau_2 \cdot i_2}.$$

Wenn wir umformen und

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$$

setzen, so erhalten wir:

$$FG = \frac{i_0 \cdot \tau_1}{\tau}.$$

Demnach liegt bei allen Betriebszuständen der Punkt A auf einem Halbkreise über dem Durchmesser $FG = \frac{i_0 \cdot \tau_1}{\tau}$. Wir vergrößern nun den rechten Teil des Diagramms im Verhältnis $1 : \tau_1$. In Fig. 296 wird dann, wenn wir gleichzeitig die Verschiedenheit der Drahtzahlen auf Rotor und Stator berücksichtigen:

$$OF = i_0, \quad FG = \frac{i_0}{\tau}. \quad (180)$$

$$OA = i_1, \quad FA = \frac{1}{1 + \tau_1} \cdot \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}. \quad (181)$$

Der Endpunkt des primären Stromvektors liegt also auf dem Halbkreise über dem Durchmesser $\frac{i_0}{\tau}$ (Fig. 296).

Wie man sieht, sind die Verhältnisse bei den verschiedenen Betriebszuständen wesentlich gegeben durch die beiden Streuungskoeffizienten τ_1 und τ_2 und den daraus folgenden Wert von τ . Die Werte von τ_1 und τ_2 liegen zwischen 0,07 und 0,02. Die Tabelle auf S. 448 gibt den Wert von τ , wenn τ_1 gleich τ_2 gesetzt wird.

122. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm.

Nach Gleichung (176) auf S. 428 war die auf den Rotor übertragene Leistung:

$$P_2 = k \cdot N \cdot \sim_1 \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2.$$

Wir können jetzt die Probe machen, ob das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit in unserem Diagramm erfüllt ist.

Da der Punkt F in Fig. 295 den Strahl $OL = N_0$ im Verhältnis $\tau_1 : 1$ teilt, so ist $FL = \frac{N_0}{1 + \tau_1}$. Demnach ist nach derselben Figur:

$$N = FL \cdot \cos \beta = \frac{N_0}{1 + \tau_1} \cdot \cos \beta. \quad (182)$$

und nach Gleichung (181):

$$i_2 \cdot z_2 = (1 + \tau_1) FA \cdot z_1 = (1 + \tau_1) FA \cdot 3 \cdot z_1'.$$

Wir führen ferner nach Fig. 295 für FA den Wert $\frac{AH}{\cos \beta}$ ein und setzen die Werte von $i_2 \cdot z_2$ und N in die Gleichung für die auf den Rotor übertragene Leistung ein. Dadurch erhalten wir:

$$P_2 = 3 \cdot k \cdot N_0 \cdot \sim_1 \cdot z_1' \cdot AH.$$

Nun steht in Fig. 296 der Vektor der Klemmspannung senkrecht auf N_0 , also auch auf i_0 , unter der Voraussetzung, daß die Statorverluste

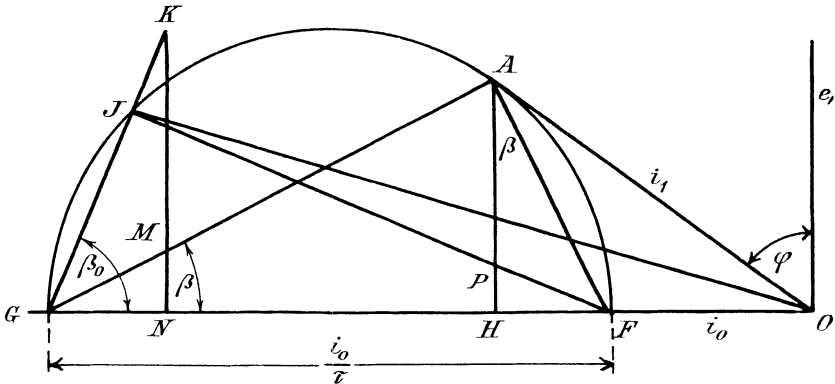


Fig. 296.

gleich Null sind. Die Ordinate AH ist also nichts anderes als die Wattkomponente $i_1 \cdot \cos \varphi$ des Primärstromes. Ferner ist $k \cdot N_0 \cdot \sim_1 \cdot z_1'$ gleich der elektromotorischen Kraft E_1 , demnach auch gleich der primären Klemmspannung e_1 . Durch Einsetzung dieser Werte erhalten wir:

$$P_2 = 3 \cdot e_1 \cdot AH = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi. \quad (183)$$

Damit ist der Beweis geliefert, daß die auf den Rotor übertragene Leistung gleich der primär zugeführten Leistung ist. Dieser Beweis ist deswegen notwendig, weil längere Zeit hindurch eine unklare und ungenaue Behandlungsweise des Diagramms üblich war, bei der das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit nur auf Grund willkürlicher Voraussetzungen erfüllt war. Vergl. die Anmerkung auf S. 440.

Nun wird die Leistung P_2 durch ein Feld auf den Rotor übertragen, das mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi \cdot \sim_1 / p$ rotiert, und es ist dabei gleichgültig, ob der Rotor läuft oder festgebremst ist.

Wir erhalten also das Drehmoment zu:

$$M_d = \frac{P_2}{\omega \cdot 9,81} \text{ mkg} = \frac{P_2 \cdot \rho}{2\pi \cdot \sim_1 \cdot 9,81} \text{ mkg.}$$

Mit Einsetzung des Wertes für P_2 aus Gleichung (183) erhalten wir:

$$M_d = \frac{3 \cdot e_1 \cdot \rho}{2\pi \cdot \sim_1 \cdot 9,81} \cdot AH = \frac{e_1 \cdot \rho}{20,5 \cdot \sim_1} \cdot AH. \quad (184)$$

Das Heylandsche Diagramm gestattet aber nicht blofs eine bequeme Ablesung der auf den Rotor übertragenen Leistung und des Drehmomentes, sondern auch eine direkte Ablesung der Schlüpfung für jeden Wert des Primärstromes i_1 . Wir benutzen dazu die durch Gleichung (179) auf S. 430 gegebene Beziehung, dafs die relativen Verluste im Rotor gleich der relativen Schlüpfung sind:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{3 \cdot i_2^2 \cdot w_2}{P_2}.$$

Aus Gleichung (181) auf S. 443 ergibt sich nun, wenn wir einen bekannten Satz der Planimetrie auf Fig. 296 anwenden:

$$\frac{i_2^2 \cdot z_2^2}{(1 + \tau_1)^2 \cdot z_1^2} = FA^2 = \frac{i_0}{\tau} \cdot HF.$$

Wir setzen nun den daraus folgenden Wert von i_2^2 , sowie den Wert von $P_2 = 3 \cdot e_1 \cdot AH$ in die obige Gleichung für $\frac{\sim}{\sim_1}$ ein. Wir führen ferner für $\frac{HF}{AH}$ nach Fig. 296 den Wert $tg \beta$ ein und setzen:

$$\left(\frac{1 + \tau_1}{\tau}\right)^2 \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2} \cdot \frac{i_0 \cdot w_2}{e_1} = C. *) \quad (185)$$

Dadurch erhalten wir:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot tg \beta. \quad (186)$$

Die relative Schlüpfung ist also der Tangente des Winkels β proportional. Um sie graphisch zu ermitteln, ziehen wir in Fig. 296 den Strahl GK , so dafs die Bedingung erfüllt ist:

$$tg \beta_0 = \frac{1}{C}. \quad (187)$$

Ist J der Schnittpunkt dieses Strahles mit dem Halbkreis, so ergibt sich für den Betriebszustand mit dem primären Strom OJ :

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot tg \beta_0 = 1.$$

*) Die Gröfse $\frac{z_1^2 \cdot w_2}{z_2^2}$ ist der auf die Primärwicklung reduzierte sekundäre Widerstand, wie wir ihn schon beim Transformator kennen gelernt haben. Bei ungleichen Wickelungen auf Stator und Rotor ist in den Gleichungen (181) und (185) $k_1 \cdot z_1$ statt z_1 und $k_2 \cdot z_2$ statt z_2 zu setzen (vergl. S. 421).

Die Schlüpfung erreicht also bei dem primären Strom OJ den Wert 100% , d. h. der Rotor steht still. OJ ist also der Kurzschlussstrom, d. h. der primäre Strom bei festgebremstem Rotor oder im Augenblicke des Anlassens.

Wir fällen nun von einem Punkte K des Strahles GJ eine Senkrechte KN auf den Kreisdurchmesser, so daß KN gleich 100 mm ist. Diese Senkrechte schneidet die Verbindungslinie GA im Punkte M . Dann ergibt sich bei dem primären Strom OA nach Gleichung (186):

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{MN}{KN}.$$

Da KN gleich 100 mm gemacht war, so gibt die Länge MN in Millimetern direkt die prozentische Schlüpfung an.

Wir können nun, um die mechanische Leistung des Motors zu bestimmen, die auf den Rotor übertragene Leistung um einen der Schlüpfung entsprechenden Betrag vermindern. Einfacher ergibt sich jedoch die mechanische Leistung, wenn wir die Verbindungslinie FJ ziehen, die die Ordinate AH im Punkte P schneidet. Dann ist der Winkel FPH gleich β_0 und wir erhalten:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{HF}{AH} \cdot \frac{HF}{PH} = \frac{PH}{AH}.$$

Nun war die relative Schlüpfung gleich dem relativen Verluste im Rotor. Wir erhalten also:

$$\frac{3 i_2^2 \cdot w_2}{P_2} = \frac{\sim}{\sim_1} = \frac{PH}{AH}.$$

Da AH ein Maß für die dem Rotor zugeführte Leistung P_2 ist, so ist in demselben Maßstabe PH der Verlust im Rotor, und die Differenz AP die mechanische Leistung P . Wir erhalten also mit Berücksichtigung der Gleichung (183) auf S. 444 die mechanische Leistung zu:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot AP \text{ Watt.}$$

Diese mechanische Leistung P besteht aus der für Reibung verbrauchten Leistung und aus der Nutzleistung.

123. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment.

Die induzierte elektromotorische Kraft bleibt allgemein um 90° hinter dem magnetisierenden Strom zurück, und ihr Vektor wäre also in Fig. 297 senkrecht nach unten zu zeichnen. Unter Vernachlässigung der primären Verluste ist der Vektor der Klemmspannung dem Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft direkt entgegen gerichtet. Er bildet also mit dem primären Stromvektor den in Fig. 297 gezeichneten Winkel φ .

Wie man sieht, ist die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke am geringsten, wenn der primäre Stromvektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Für diesen Betriebszustand ist also der Motor zu konstruieren. Der maximale Leistungsfaktor ergibt sich dann durch die Beziehung:

$$(\cos \varphi)_{max} = \frac{i_0/2\tau}{i_0/2\tau + i_0} = \frac{1}{2\tau + 1}. \quad (188)$$

Der maximale Leistungsfaktor hängt also unter Vernachlässigung der primären Verluste allein vom Streufaktor τ ab.

Die unten folgende Tabelle gibt den maximalen Leistungsfaktor für verschiedene Werte der Streukoeffizienten unter der Annahme, daß τ_1 gleich τ_2 ist. Wir erkennen aus der Tabelle, daß ein Wert $\cos \varphi = 0,9$ nur schwer erreicht und selten überschritten werden kann, weil dabei ein Koeffizient $\tau_1 = \tau_2 = 0,03$ erfordert wird. *) Ferner ergibt sich, daß bei

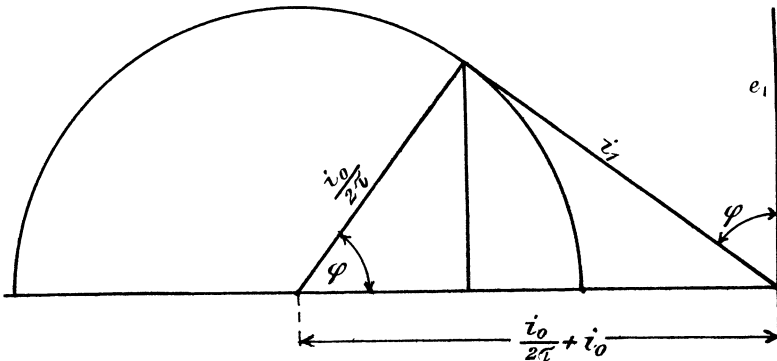


Fig. 297.

gegebenem Wert von τ der günstigste Betriebsstrom i_1 , dessen Vektor die Tangente bildet, in einer bestimmten Beziehung zum Werte von i_0 steht. Diese Beziehung ist nach Fig. 297 durch die Gleichung gegeben:

$$i_1^2 = \left(\frac{i_0}{2\tau} + i_0\right)^2 - \left(\frac{i_0}{2\tau}\right)^2.$$

*) Heyland erreicht einen Wert $\cos \varphi = 1$, indem er den Magnetisierungsstrom nicht dem Stator, sondern mit Hilfe eines aus wenigen Lamellen bestehenden Kollektors dem Rotor zuführt. Da die im Rotor induzierte elektromotorische Kraft nur der geringen Periodenzahl der Schlüpfung entspricht, so genügt eine ganz geringe Spannung, um den Magnetisierungsstrom durch die Rotorwicklung zu treiben. Gewöhnlich wird diese Spannung von einzelnen Statorspulen abgenommen. Infolgedessen ist der Verbrauch dieses wattlosen Stromes fast ohne Einfluss auf den ganzen, dem Stator zufließenden Strom und die Phasenverschiebung zwischen der primären Spannung und dem primären Strom ist gleich Null (vergl. ETZ 1901, S. 633; 1902, S. 28 und 533; 1903, S. 51, 72, 95 und 213).

Daraus ergibt sich:

$$\frac{i_0}{i_1} = \sqrt{\frac{\tau}{1 + \tau}}$$

Die betreffenden Werte von i_0/i_1 sind in der Tabelle für verschiedene Werte der Streuungskoeffizienten berechnet. Man erkennt daraus, daß unter der Annahme eines günstigsten normalen Betriebszustandes der Leerstrom $1/5$ bis $1/8$ des Betriebsstromes ist. Dieser verhältnismäßig hohe Leerstrom wird durch den Luftraum zwischen Stator und Rotor veranlaßt und bildet, obgleich er wattloser Strom ist, einen der größten Nachteile des Drehstrommotors. Bei einer Streuung von nur 2 % im Stator und Rotor ist der Leerstrom immer noch das 0,197fache des normalen Betriebsstromes. So z. B. hat ein 500 PS-Motor der Firma Alioth,*) der wegen seiner Größe besonders günstig gestellt ist, einen Leerstrom von 9,3 Ampere bei einem normalen Betriebsstrom von 50 Ampere. Das Verhältnis $i_0 : i_1$ ist also $9,3 : 50 = 0,186$. Wir können bei diesem Motor nach unserer Tabelle auf einen Streuungsfaktor $\tau_1 = \tau_2 = 0,02$ schließen, in der sicheren Voraussetzung, daß der normale Stromvektor von 50 Ampere die Tangente an den Halbkreis bildet.

Um nun die Überlastungsfähigkeit des Motors festzustellen, nehmen wir wieder an, daß der Motor bei normalem Betrieb mit kleinster Phasenverschiebung arbeitet, so daß der primäre Vektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Ist i_1 wieder der normale Strom, d. h. die Tangente, so ist $i_1 \cdot (\cos \varphi)_{max}$ nach Gleichung (184) auf S. 445 ein Maß für das normale Drehmoment, während der Radius des Halbkreises $\frac{i_0}{2\tau}$ ein Maß für das maximale Drehmoment ist. Wir erhalten also die Überlastungsfähigkeit mit Benutzung von Gleichung (188) nach der Gleichung:

$$\frac{\text{Maximales Drehmoment}}{\text{Normales Drehmoment}} = \frac{i_0/2\tau}{i_1 \cdot (\cos \varphi)_{max}} = \frac{i_0}{i_1} \cdot \frac{2\tau + 1}{2\tau}$$

Nach dieser Gleichung sind die Werte der letzten vertikalen Reihe in der folgenden Tabelle berechnet.

$\tau_1 = \tau_2$	$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$	$\cos \varphi_{max} = \frac{1}{2\tau + 1}$	$\frac{i_0}{i_1} = \sqrt{\frac{\tau}{1 + \tau}}$	Überlastungsfähigkeit $= \frac{i_0}{i_1} \cdot \frac{2\tau + 1}{2\tau}$
0,07	0,145	0,776	0,355	1,58
0,06	0,124	0,802	0,33	1,65
0,05	0,103	0,83	0,305	1,78
0,04	0,082	0,86	0,275	1,95
0,03	0,061	0,892	0,24	2,2
0,02	0,040	0,925	0,197	2,63

*) Vergl. ETZ 1901, S. 547.

Man erkennt aus dieser Tabelle, daß eine Überlastung auf das 2,6fache des bei kleinster Phasenverschiebung entwickelten Drehmoments schwer erreicht wird. Selbstverständlich kann man nun den Motor so konstruieren, daß sein normaler primärer Stromvektor kleiner ist als die Tangente. Das wird den Winkel φ nur unwesentlich vergrößern, während die Überlastungsfähigkeit, bezogen auf die niedrig gewählte Belastung, natürlich erheblich wächst.

Von besonderem Interesse ist nun das Drehmoment beim Angehen oder das Anzugsmoment. Ist der Rotorwiderstand gleich Null, so ergibt sich nach den Gleichungen (185) und (187) auf S. 445:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{1}{C} = \frac{\tau \cdot \mathcal{Z}_2^2 \cdot e_1}{(1 + \tau_1)^2 \cdot \mathcal{Z}_1^2 \cdot w_2 \cdot i_0} = \infty.$$

Der Winkel β_0 ist dann 90° und die Punkte J und G in Fig. 296 fallen zusammen. OG ist also der theoretische Anlaufstrom im Stator, falls der Rotorwiderstand gleich Null ist. In diesem Falle ist auch die Kreisordinate und damit das Drehmoment beim Angehen gleich Null.

Aber auch wenn der praktische Wert des Rotorwiderstandes in die Gleichung für β_0 eingesetzt wird, ist die Richtung des Strahles OJ immer noch sehr steil. Der Punkt J , der dem Moment des Anlaufens entspricht, liegt also noch sehr niedrig, und das Drehmoment beim Anlassen ist sehr gering. Es leuchtet nun ein, daß durch Einschalten eines Anlaufwiderstandes im Rotorkreis der Widerstand w_2 beliebig erhöht werden kann. Dadurch wird nach der obigen Gleichung der Winkel β_0 kleiner, so daß die Kreisordinate und das Drehmoment beim Anlassen vergrößert werden. Damit der Motor mit seinem maximalen Drehmoment angeht, muß $\beta_0 = 45^\circ$, also $\operatorname{tg} \beta_0 = 1$ werden. Bezeichnet W_2 den Widerstand der Rotorwicklung und des Anlassers pro Phase, so ergibt sich für diesen Fall, also für $\beta_0 = 45^\circ$:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{\tau \cdot \mathcal{Z}_2^2 \cdot e_1}{(1 + \tau_1)^2 \cdot i_0 \cdot \mathcal{Z}_1^2 \cdot W_2} = 1$$

oder

$$W_2 = \frac{\tau \cdot \mathcal{Z}_2^2 \cdot e_1}{(1 + \tau_1)^2 \cdot i_0 \cdot \mathcal{Z}_1^2}.$$

Bei diesem Widerstand im Rotorkreis geht der Motor mit seinem maximalen Drehmoment an.

124. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste.

Wir haben bisher angenommen, daß der Ohmsche Spannungsverlust im Stator vernachlässigt werden kann. Dann ist die Klemmspannung e_1 gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Gegenkraft E_1 , und sie bildet mit dem Vektor des Leerstromes i_0 einen Winkel von 90° . In Wirklichkeit hat die Klemmspannung e_1 nicht bloß die elektromotorische

Gegenkraft E_1 zu überwinden, sondern auch den Ohmschen Spannungsverlust $i_1 \cdot w_1$ zu liefern. Wir lassen nun in Fig. 298 den Vektor der Klemmspannung in die Ordinatenachse fallen und lassen den primären Stromvektor $i_1 = OP$ um den Winkel φ hinter der Klemmspannung zurückbleiben. In Richtung von i_1 tragen wir den Ohmschen Spannungsverlust OP_2 auf. Dann ergibt sich aus e_1 und $i_1 \cdot w_1$ nach dem Parallelogramm die Größe und Richtung des Vektors E_1 , der der elektromotorischen Gegenkraft das Gleichgewicht hält. E_1 ist also kleiner als e_1 , und damit sind auch die Kraftlinien und der Magnetisierungsstrom proportional kleiner geworden. Mit Hilfe des kleineren Magnetisierungsstromes OF_1 , der auf E_1 senkrecht steht, zeichnen wir dann den Heylandkreis über dem Durchmesser F_1G_1 . Dabei ist $OF_1 : F_1G_1 = \tau$ und der Endpunkt P des primären Stromvektors liegt auf dem Kreise F_1G_1 mit dem Mittelpunkt P_1 .

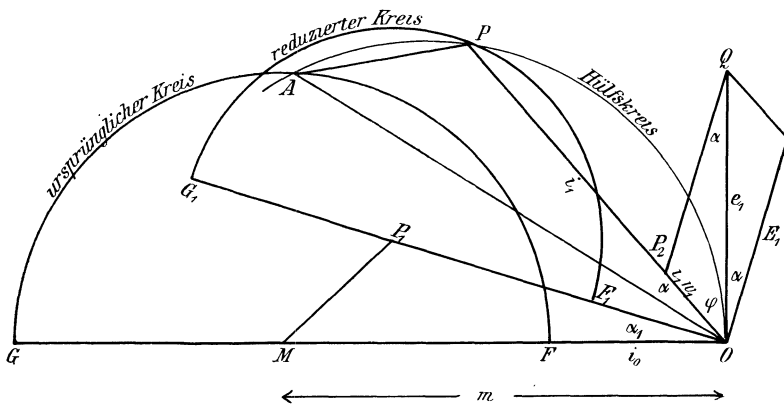


Fig. 298.

Dieser Kreis ist bei den verschiedenen Betriebszuständen nicht konstant. Er kann uns aber dazu dienen, den geometrischen Ort des Punktes P zu finden. Dazu haben wir die Gleichung des Kreises über F_1G_1 aufzustellen und dabei die Koordinaten des Mittelpunktes P_1 , sowie den Radius als Funktionen der Koordinaten des Punktes P einzuführen. Es stehe $OF = i_0$ senkrecht auf e_1 , wobei i_0 der Leerstrom ist, der bei widerstandslosem Stator auftreten würde, d. h. der Leerstrom, dessen Kraftlinien eine elektromotorische Kraft gleich e_1 schaffen würden.

Es sei ferner:

$$FG = \frac{i_0}{\tau}, FM = r, OM = m \text{ und } P_1F_1 = r_1$$

und es seien

- x und y die Koordinaten des Punktes P ,
- x_1 und y_1 " " " " P_1 ,
- x_2 und y_2 " " " " P_2 .

Dann ist die Gleichung des Kreises mit dem Mittelpunkt P_1 :

$$(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 = r_1^2.$$

Nun verhält sich, da die Leerströme den elektromotorischen Kräften proportional sind:

$$OP_1 : OM = E_1 : e_1.$$

Da ferner nach der Konstruktion der Winkel $\alpha = \alpha_1$ ist, so ist das Dreieck OP_1M dem Dreieck QP_2O ähnlich. Nach der Figur ist dann:

$$\frac{x_1}{e_1 - y_2} = \frac{m}{e_1}, \quad \frac{y_1}{x_2} = \frac{m}{e_1}, \quad \frac{r_1}{r} = \frac{OF_1}{OF} = \frac{E_1}{e_1}.$$

Darin ist nach der Figur:

$$x_2 = x \cdot w_1, \quad y_2 = y \cdot w_1, \quad E_1^2 = e_1^2 + i_1^2 \cdot w_1^2 - 2 e_1 \cdot i_1 \cdot w_1 \cdot \cos \varphi.$$

Daraus folgt, indem $i_1 \cdot \cos \varphi = y$ und $i_1^2 = x^2 + y^2$ gesetzt wird:

$$x_1 = \frac{m \cdot e_1 - m \cdot y \cdot w_1}{e_1}, \quad y_1 = \frac{m \cdot x \cdot w_1}{e_1},$$

$$r_1^2 = \frac{r^2}{e_1^2} [e_1^2 + (x^2 + y^2) \cdot w_1^2 - 2 e_1 \cdot w_1 \cdot y].$$

Wir führen nun für x_1 , y_1 und r_1^2 die berechneten Werte in die obige Kreisgleichung ein und setzen:

$$m^2 - r^2 = s^2, \quad z^2 = e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2.$$

Dann erhalten wir nach einigen Umformungen als Gleichung des geometrischen Ortes für den Punkt P :

$$x^2 + y^2 - \frac{2m \cdot e_1^2}{z^2} \cdot x - \frac{2s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2} \cdot y = -\frac{s^2 \cdot e_1^2}{z^2}.$$

Das ist aber die Gleichung eines Kreises mit den Mittelpunktskoordinaten:

$$p = \frac{m \cdot e_1^2}{z^2}, \quad (189)$$

$$q = \frac{s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2}, \quad (190)$$

während der Radius R dieses Kreises (Fig. 299) durch die Gleichung gegeben ist:

$$R^2 = p^2 + q^2 - \frac{s^2 \cdot e_1^2}{z^2}. \quad (191)$$

Man nennt diesen Kreis den Ossannaschen Kreis. Setzen wir nun die betreffenden Werte von p und q in die Gleichung (191) ein, so erhalten wir nach einigen Umformungen:

$$R^2 = \frac{m^2 \cdot e_1^4}{z^4} - \frac{s^2 \cdot e_1^4}{z^4}$$

oder, da $m^2 - s^2 = r^2$ ist:

$$R = \frac{r \cdot e_1^2}{z^2}. \quad (192)$$

Der Kreis mit dem Radius R gestattet dann, zu einem gegebenen Primärstrom i_1 direkt den zugehörigen Phasenverschiebungswinkel φ abzulesen.

Wenn wir nun in Fig. 298 den Strahl OA so ziehen, daß er mit OP den Winkel α einschließt, so bildet OA im ursprünglichen Diagramm mit e_1 denselben Winkel $\alpha + \varphi$, den der Strahl OP im verkleinerten Diagramm mit E_1 bildet. Da beide Diagrammkreise mit demselben Wert von τ konstruiert sind, so verhält sich:

$$\frac{OP}{OA} = \frac{OF_1}{OF} = \frac{E_1}{e_1}.$$

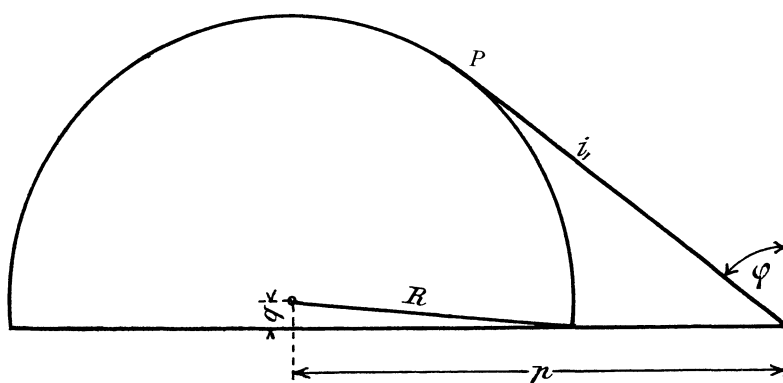


Fig. 299.

Wir können also für viele Zwecke vom Punkte A im ursprünglichen Diagramm ausgehen und das ursprüngliche Diagramm im Verhältnis $OP:OA$ reduziert und zugleich um den Winkel α nach oben gedreht denken. Dann fällt der Endpunkt des primären Stromvektors auf P , wobei P auf dem Ossannaschen Kreise liegt. Da nach der obigen Proportion die Dreiecke OPA und QP_2O ähnlich sind, so ist der Winkel OAP gleich φ . Nach dem Satze von der Gleichheit der Sehnen- und Sehnentangentenwinkel liegt dann der Punkt A des ursprünglichen Kreises und der zugehörige Punkt P des Ossannaschen Kreises auf einem Hilfskreise durch O mit dem Mittelpunkt auf der Abszissenachse.

Wir benutzen das in Fig. 300 zur graphischen Ermittlung des Ossannaschen Kreises. Es ist F der Endpunkt des Leerstromes und G der Endpunkt des Kurzschlussstromes auf dem ursprünglichen Kreise. F' und G' sind die entsprechenden Punkte auf dem Ossannaschen Kreise. Dann liegt F' auf einem Hilfskreise über OF und G' auf einem Hilfs-

Ist z. B., wie bei einem 600 PS-Motor der Maschinenfabrik Örlikon:*)

$$e_1 = 1900, \quad i_0 = 36, \quad w_1 = 0,4, \quad \tau = 0,117,$$

dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} r &= \frac{i_0}{2\tau} = 154, \\ m &= i_0 + \frac{i_0}{2\tau} = 190, \\ s^2 &= m^2 - r^2 = 12400, \\ z^2 &= e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2 = 3600 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3. \end{aligned}$$

Wenn wir also bei z^2 das zweite Glied vernachlässigen, so machen wir nur einen Fehler von 2 auf 3600, und es wird $z^2 = e_1^2$. Nach Gleichung (189) wird dann $p = m$ und nach Gleichung (192) $R = r$. Der Radius bleibt also der ursprüngliche, und der Mittelpunkt liegt senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises in der Entfernung:

$$q = \frac{s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2} = 2,6.$$

125. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung mit Berücksichtigung des Statorwiderstandes.

In Fig. 301 ist der ursprüngliche Diagrammkreis mit dem Radius $r = \frac{i_0}{2\tau}$ gestrichelt gezeichnet, während der Ossannasche Kreis stark ausgezogen und der Hilfskreis durch O schwach ausgezogen ist. Im vorigen Abschnitt ergab sich dann die Ähnlichkeit der Dreiecke OPA und QP_2O . Wenn wir nun die Ordinate PK ziehen, so ist auch der Winkel OPK gleich φ . Demnach ist auch das Dreieck OBP dem Dreieck OPA und dem Dreieck QP_2O ähnlich, und es verhält sich:

$$\frac{PB}{i_1 \cdot w_1} = \frac{i_1}{e_1}.$$

Die Joulesche Wärme im Stator ist dann:

$$3 i_1^2 \cdot w_1 = 3 e_1 \cdot PB.$$

Nun ist die zugeführte Leistung:

$$P_1 = 3 e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 e_1 \cdot PK.$$

Durch Subtraktion ergibt sich dann die auf den Rotor übertragene Leistung:

$$P_2 = 3 e_1 \cdot BK.$$

Nach Gleichung (181) ist ferner in Fig. 298 F_1P ein Maß für den Rotorstrom. Dabei finden wir F_1P , wenn wir in unserer Figur FA im Verhältnis $E_1 : e_1 = OP : OA$ reduzieren:

*) Vergl. ETZ 1900, Heft 52.

Da CV gleich BK ist, so ergibt sich die mechanische Leistung zu:

$$P = 3 e_1 \cdot CU.$$

Da ferner die relative Schlüpfung gleich den relativen Verlusten im Rotor ist, so ergibt sich:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{UV}{CV} = \frac{LH}{AH}.$$

Zur Ermittlung der Schlüpfung dient also der Punkt A im nicht reduzierten Diagramm mit Hilfe der in Fig. 296 angegebenen Konstruktion.

126. Bequemste Form des Kreisdiagramms.

Die genaue Berücksichtigung des Statorwiderstandes, wie sie in den vorigen Abschnitten vorgenommen wurde, ist umständlich. Man verwendet daher meist ein von Heyland angegebenes vereinfachtes Diagramm, wobei die Verluste im Stator und im Rotor von den Ordinaten des ursprünglichen Diagramms abgezogen werden. Der dadurch gemachte Fehler ist verhältnismäßig gering gegenüber dem durch Einfachheit des Diagramms gewonnenen Vorteil.

Im Abschnitt 124 hat sich ergeben, daß der Radius des tatsächlichen Diagrammkreises fast genau gleich $i_0/2\tau$ ist, und daß der Mittelpunkt dieses Kreises um die kleine Strecke q fast senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises liegt. Wir vernachlässigen jetzt diesen Betrag q , lassen also den tatsächlichen Diagrammkreis mit dem ursprünglichen Kreis zusammenfallen. Der Vektor der primären Klemmspannung fällt dabei in die Ordinatenachse, und die primär zugeführte Leistung in Fig. 302 ist:

$$P_1 = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e_1 \cdot AH.$$

Von dieser primär zugeführten Leistung ziehen wir nun die primären Kupferverluste ab. Zu diesem Zwecke ziehen wir den Strahl GK so, daß die Bedingung erfüllt ist:

$$tg \alpha_1 = \frac{i_0 \cdot w_1}{e_1} \cdot \left(2 + \frac{1}{\tau}\right). \quad (193)$$

Der Strahl schneidet eine durch M gelegte Vertikale im Punkte M_1 . Wir schlagen nun mit M_1 als Mittelpunkt und mit M_1G als Radius einen Halbkreis. Dieser schneidet die Verlängerung von GM_1 im Punkte K und die Verbindungslinie GA im Punkte P . Durch P legen wir eine Parallele zur Abszissenachse, die die Höhe AH im Punkte C schneidet. Dann ist nach Fig. 302 $\alpha_1 = \alpha_2$ als Peripheriewinkel über gleichem Bogen. Da ferner KP parallel zu FA ist, so ist $\alpha_3 = \alpha_2 = \alpha_1$. Nun ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke AHF und PCA :

$$\frac{AC}{AP} = \frac{HF}{FA} \quad \text{und es ist} \quad \frac{AP}{FA} = \operatorname{tg} \alpha_3.$$

Multiplizieren wir diese beiden Gleichungen miteinander, so erhalten wir:

$$AC = HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_3 = HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_1. \quad (\text{a})$$

Nun ergibt der allgemeine Pythagoras im Dreieck OAF :

$$i_1^2 = FA^2 + i_0^2 + 2 \cdot i_0 \cdot HF.$$

Dabei ist

$$FA^2 = GF \cdot HF = \frac{i_0}{\tau} \cdot HF.$$

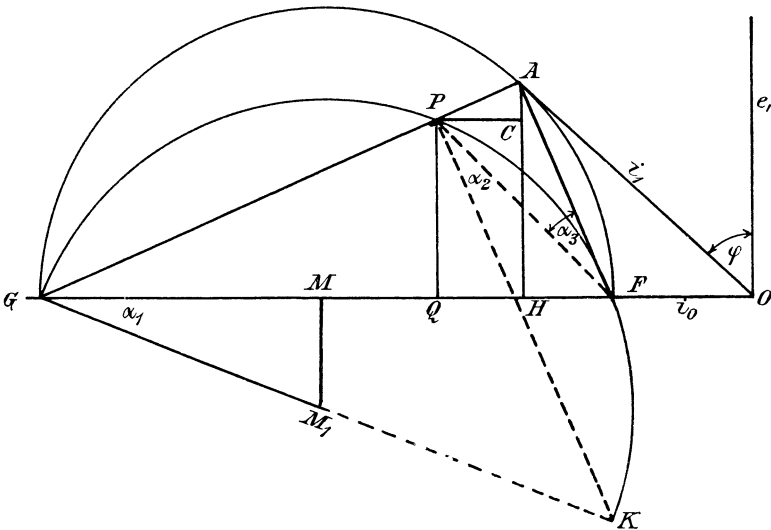


Fig. 302.

Wir erhalten also:

$$i_1^2 = \frac{i_0}{\tau} \cdot HF + i_0^2 + 2 \cdot i_0 \cdot HF,$$

oder wenn wir für HF auflösen:

$$HF = \frac{i_1^2 - i_0^2}{i_0 \cdot \left(2 + \frac{1}{\tau}\right)}.$$

Setzen wir diesen Wert in die obige Gleichung für AC ein, so erhalten wir mit Benutzung des oben gewählten Wertes von $\operatorname{tg} \alpha_1$:

$$AC = \frac{i_1^2 - i_0^2}{i_0 \cdot \left(2 + \frac{1}{\tau}\right)} \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(i_1^2 - i_0^2) \cdot w_1}{e_1}.$$

Wir vernachlässigen nun das Produkt $i_0^2 \cdot w_1$, das immer sehr klein ist, um so mehr, als wir dafür nachher bei Berücksichtigung der Leerlauf-

Wir erhalten dann:

$$\frac{RA}{FA} = \operatorname{tg} \gamma_3 \quad \text{und} \quad \frac{AS}{RA} = \frac{HF}{FA}.$$

Durch Multiplikation der beiden Gleichungen miteinander erhalten wir:

$$AS = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_3 = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (\text{b})$$

Mit Benutzung des auf S. 457 gefundenen Wertes von $AC = HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$ erhalten wir:

$$CS = AS - AC = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_1 - HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = HF \cdot (\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1).$$

Nun ist nach dem bekannten Lehrsatz der Planimetrie:

$$HF = \frac{FA^2}{i_0 \tau}.$$

Setzen wir diesen Wert, sowie den oben gewählten Wert von $\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1$ in die Gleichung für CS ein, so erhalten wir:

$$CS = \frac{FA^2}{i_0 \tau} \cdot \frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot i_0 \cdot \varkappa_1^2 \cdot w_2}{\tau \cdot \varkappa_2^2 \cdot e_1} = \frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot FA^2 \cdot \varkappa_1^2}{\varkappa_2^2} \cdot \frac{w_2}{e_1}.$$

Nach Gleichung (181) auf S. 443 gilt nun im ursprünglichen Diagramm, also auch angenähert im jetzigen Diagramm, die Gleichung:

$$\frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot FA^2 \cdot \varkappa_1^2}{\varkappa_2^2} = i_2^2.$$

$$\text{Demnach ergibt sich: } CS = \frac{i_2^2 \cdot w_2}{e_1}.$$

Daraus erhalten wir die Verluste durch Joulesche Wärme im Rotor zu:

$$3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = 3 \cdot e_1 \cdot CS.$$

Durch Subtraktion ergibt sich dann die mechanische Leistung P zu:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot SH = 3 \cdot e_1 \cdot RT.$$

Diese mechanische Leistung schließt nun noch die Leerlaufleistung mit ein. Diese läßt sich durch eine in Fig. 303 punktiert gezeichnete Parallele zur Abszissenachse in Rechnung setzen. Der Einfachheit wegen schlagen wir die Verluste durch Hysterisis mit zum mechanischen Leerlaufeffekt, was um so praktischer ist, als wir ja beide Effektverluste zusammen messen. Dadurch korrigieren wir den Fehler, den wir früher machten, als wir bei den Verlusten durch primäre Joulesche Wärme den Betrag $i_0^2 \cdot w_1$ vernachlässigten. Ist also P_0 die gesamte Leistung bei Leerlauf, d. h. der Effektverlust durch mechanische Reibung, Hysterisis und Joulesche Wärme, so haben wir zu setzen:

$$P_0 = 3 \cdot e_1 \cdot T'T.$$

Die Strecke RT' ist dann ein Maß für die Nutzleistung.

Wir haben nun noch in unserem Diagramm ein Maß für die Schlüpfung zu ermitteln. Zu dem Zwecke ziehen wir von G einen Strahl GJ senkrecht auf GM_2 (Fig. 304). Dieser Strahl schneidet den ursprünglichen Diagrammkreis im Punkte J . Da GJ eine Tangente an den Kreis um M_2 ist, so gibt es überhaupt keinen Schnittpunkt des Strahles GJ mit dem Kreis um M_2 , d. h. der Punkt R in Fig. 303 fällt mit dem Punkte G zusammen, und die mechanische Leistung ist Null. Der Motor steht dabei still, und der Punkt J entspricht einer Schlüpfung von 100%. Der Strahl OJ ist also der Strom beim Anlaufen.

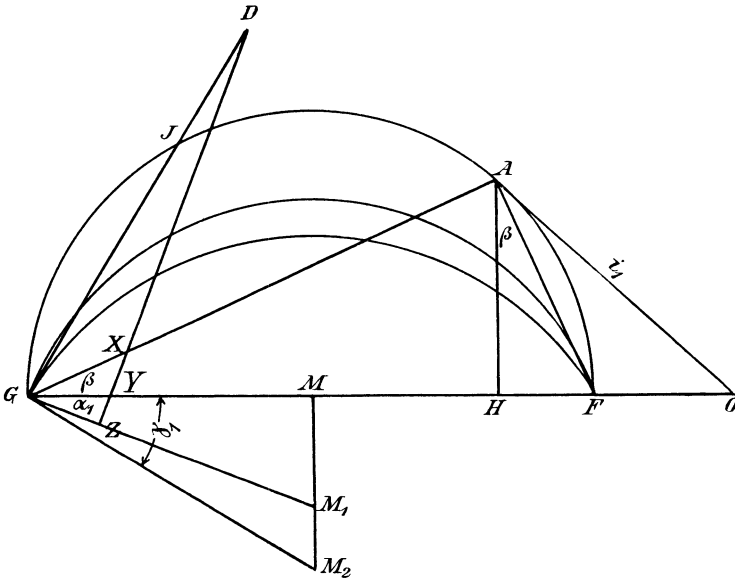


Fig. 304.

Um nun allgemein die Schlüpfung für den primären Strom i_1 zu bestimmen, ziehen wir die Verbindungslinie GA und fällen von einem beliebigen Punkte D des Strahles GJ die Senkrechte DZ auf GM_1 . Dann ergibt sich nach dem Sinussatz im Dreieck GXY :

$$\frac{XY}{GY} = \frac{\sin \beta}{\sin [90^\circ - (\alpha_1 + \beta)]} = \frac{\sin \beta}{\cos (\alpha_1 + \beta)}.$$

Ferner ist der Winkel bei D gleich $\gamma_1 - \alpha_1$, und es ergibt sich nach dem Sinussatz im Dreieck GDY :

$$\frac{GY}{DY} = \frac{\sin (\gamma_1 - \alpha_1)}{\sin (90^\circ - \gamma_1)} = \frac{\sin (\gamma_1 - \alpha_1)}{\cos \gamma_1}.$$

Wir multiplizieren nun die beiden linken Seiten und die beiden rechten Seiten der Gleichungen miteinander, lösen $\cos (\alpha_1 + \beta)$ und

$\cos(\gamma_1 - \alpha_1)$ nach den bekannten trigonometrischen Formeln auf und dividieren Zähler und Nenner der rechten Seite durch $\sin \beta \cdot \cos \gamma_1 \cdot \cos \alpha_1$. Dadurch erhalten wir:

$$\frac{XY}{DY} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1}{\cot \beta - \operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Nun ist nach Gleichung (a) und (b) dieses Abschnitts bzw. nach Fig. 304:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{AC}{HF}, \quad \operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{AS}{HF}, \quad \cot \beta = \frac{AH}{HF}.$$

$$\text{Demnach ist: } \frac{XY}{DY} = \frac{AS - AC}{AH - AC} = \frac{CS}{CH}.$$

Dies Verhältnis $CS : CH$ ist aber nichts anderes als das Verhältnis des Effektverlustes durch Joulesche Wärme im Rotor zu der ganzen auf den Rotor übertragenen Leistung. Es gibt uns also direkt die relative Schlüpfung an, und wir erhalten:

$$\frac{XY}{DY} = \frac{\sim}{\sim_1}.$$

Ist nun die Senkrechte DZ so gezogen, daß die Länge DY gleich 100 mm wird, so liefert uns die Strecke XY in Millimetern direkt die prozentische Schlüpfung.

127. Praktisches Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, das Heylandsche Diagramm für einen praktisch ausgeführten Motor zu zeichnen, und wählen dazu einen Motor der Maschinenfabrik Örlikon.*) Der Motor ist für eine Leistung von 600 PS bei der besonders niedrigen Tourenzahl von 75 Umdrehungen pro Minute gebaut. Diese niedrige Tourenzahl bedingt natürlich eine verhältnismäßig große Polzahl und infolgedessen, wie wir im 128. Abschnitt sehen werden, eine verhältnismäßig große Streuung. Aus diesem Grunde konnte die gewöhnliche Zahl von 50 Perioden nicht angewendet werden, sondern es mußte der Wert $\sim_1 = 22,5$ gewählt werden. Dabei ergibt sich dann die Zahl der Polpare zu:

$$p = \frac{\sim_1}{n/60} = 18.$$

Der Durchmesser des Rotors beträgt rund 300 cm, der Abstand des Rotoreisens vom Statoreisen 0,2 cm.

Die Spannung an den Klemmen des in Dreieckschaltung angeordneten Stators beträgt $e_1 = 1900$ Volt. Der Statorwiderstand ist $w_1 = 0,4$ Ohm pro Phase, der Rotorwiderstand $w_2 = 0,016$ Ohm pro Phase. Die Statorwicklung ist in 324 Löchern untergebracht. Jedes Loch enthält 8 Drähte,

*) Vergl. ETZ 1900, Heft 52.

so daß die primäre Drahtzahl sich zu $z_1 = 324 \cdot 8 = 2592$ ergibt. Der Rotor besitzt eine blanke Drahtwicklung, die in 432 Löchern untergebracht ist, und es ergibt sich daher der Wert z_2 zu 432. Da Stator und Rotor beide Spulenwicklung tragen, so sind die Wicklungskoeffizienten k_1 und k_2 einander gleich. — Der Leerstrom ist zu 62 Ampere, der normale Betriebsstrom zu 170 Ampere pro Netzleiter angegeben. Die entsprechenden Phasenströme erhalten wir also durch Division mit $\sqrt{3}$.

Zusammenstellung:

$$\begin{array}{ll} e_1 = 1900 & i_0 = \frac{62}{\sqrt{3}} = 36 \\ w_1 = 0,4 & i_1 = \frac{170}{\sqrt{3}} = 100 \text{ (normal).} \\ w_2 = 0,016 & \\ z_1 = 2592 & \\ z_2 = 432 & \end{array}$$

Auf Grund von Versuchen, die an dem Motor vorgenommen wurden und die im folgenden Abschnitt besprochen werden sollen, ergab sich für den normalen Betriebszustand ein Streuungsfaktor:

$$\tau = 0,117 \quad \text{oder} \quad \tau_1 = \tau_2 = 0,057.$$

Demnach erhalten wir zur Konstruktion des Diagramms die folgenden Daten:

$$\begin{aligned} OF &= i_0 = 36 \\ FG &= \frac{i_0}{\tau} = \frac{36}{0,117} = 306. \end{aligned}$$

Ferner nach den Gleichungen (193) und (194) auf S. 456 und 458:

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha_1 &= \frac{i_0 \cdot w_1}{e_1} \cdot \left(2 + \frac{1}{\tau}\right) = \frac{36 \cdot 0,4}{1900} \cdot \left(2 + \frac{1}{0,117}\right) = 0,08 \\ \text{tg } \gamma_1 - \text{tg } \alpha_1 &= \frac{(1 + \tau_1)^2 \cdot i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}{\tau \cdot z_2^2 \cdot e_1} = 0,103. \end{aligned}$$

Aus beiden Gleichungen ergibt sich also:

$$\text{tg } \gamma_1 = 0,103 + 0,08 = 0,183.$$

Wir zeichnen nun das Diagramm aus den Werten i_0 , $\frac{i_0}{\tau}$, α_1 und γ_1 (Fig. 305). Da der gesamte Leerlaufverlust zu $P_0 = 16000$ Watt ermittelt worden ist, so ist der Abstand der punktiert gezeichneten Horizontalen von der Abszissenachse gegeben durch:

$$T'T = \frac{P_0}{3 \cdot e_1} = \frac{16000}{3 \cdot 1900} = 2,8 \text{ Ampere.}$$

Wir gehen nun dazu über, die Abhängigkeit der Stromstärke, des Wirkungsgrades, des Leistungsfaktors und der Tourenzahl von der Belastung zu bestimmen, wobei wir unter der Belastung das nutzbare Drehmoment M_n verstehen. Dieses ergibt sich also nicht mehr, wie früher

das gesamte Drehmoment M_d , aus der auf den Rotor übertragenen Leistung, sondern aus der Nutzleistung P_n in Verbindung mit der Tourenzahl nach der Gleichung:

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81} \text{ mkg.}$$

Da die Nutzleistung durch das Produkt $3 \cdot e_1 \cdot RT'$ gegeben ist, wobei RT' im Amperemaßstab zu messen ist, so ergibt sich:

$$M_n = \frac{3 \cdot 1900 \cdot RT'}{2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81} = 5550 \cdot \frac{RT'}{n} \text{ mkg.}$$

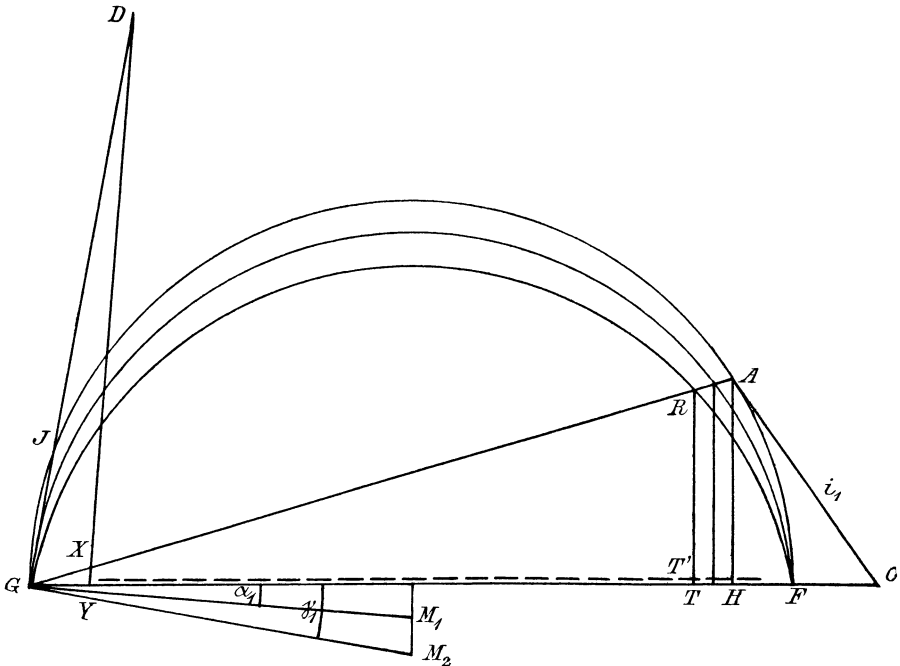


Fig. 305.
1 mm = 3 Ampere.

Zu diesem nutzbaren Drehmoment gehört ein primärer Strom $i_1 = OA$ im Amperemaßstab:

$$i_1 = OA.$$

Da die Wattkomponente des primären Stromes gleich AH ist, so ergibt sich der Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{RT'}{AH}.$$

Um nun die Tourenzahl direkt ablesen zu können, ziehen wir DY senkrecht auf GM_1 , wobei Y auf der Abszissenachse liegt und die Strecke

DY in Millimetern gleich der Tourenzahl bei Leerlauf, also gleich $\frac{\approx_1 \cdot 60}{p} = 75$ mm ist. Dann folgt leicht auf Grund des vorigen Abschnittes, dafs DY in Millimetern direkt gleich der Tourenzahl ist:

$$n = DY \text{ in Millimetern.}$$

Auf diese Weise ergibt sich dann für beliebige gewählte Werte von i_1 außerordentlich schnell die folgende Tabelle. Die dritte horizontale Reihe entspricht dem normalen in Fig. 305 gezeichneten Betriebszustand. Die letzte vertikale Reihe enthält den Netzstrom i , der sich bei der Dreieckschaltung des Stators zu $\sqrt{3} \cdot i_1$ ergibt.

$i_1 =$ OA	RT'	AH	$\eta =$ $\frac{RT'}{AH}$	$n =$ DY in mm	$\cos \varphi =$ $\frac{AH}{OA}$	$M_n =$ $5550 \cdot \frac{RT'}{n}$	i
45	21,2	24,2	0,87	74,4	0,548	1 565	78
60	38,7	42,7	0,91	74	0,718	2 900	104
100	73,5	80,5	0,916	73	0,805	5 600	173
196,3	121,2	142,7	0,85	70,5	0,73	9 520	340
220	123,9	150	0,83	68,3	0,682	10 000	380
243	121,2	152,5	0,793	66,6	0,63	10 100	421
(284)	113,5	150,2	0,753	64,8	0,57	9 700	490)

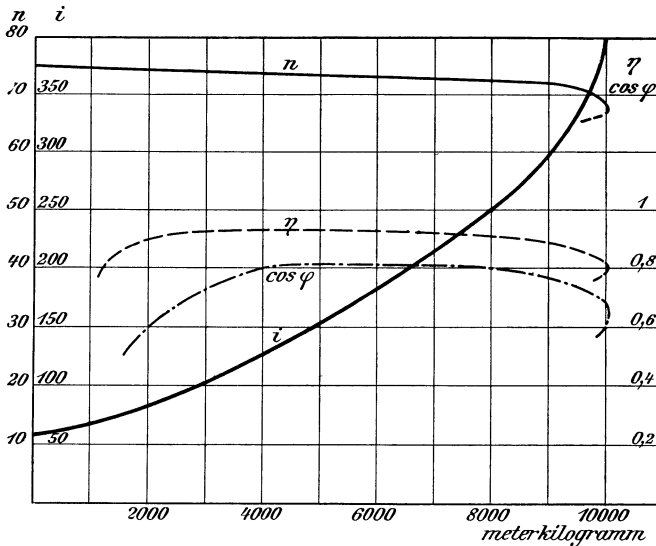


Fig. 306.

Mit Hilfe dieser Werte sind dann die Kurven in Fig. 306 konstruiert, wobei das nutzbare Drehmoment als Abszisse aufgetragen ist. Wie man

sieht, ist das maximale Drehmoment gleich 10000 mkg, während das Drehmoment bei normalem Betrieb etwa 5600 mkg beträgt. Der Motor kann also auf das Doppelte überlastet werden, wobei die Stromstärke im Netzleiter von normal 173 Ampere auf 421 Ampere steigt. Bei noch stärkerer Belastung bleibt der Motor stehen. Die aus dem linken Teil des Diagramms in Fig. 305 entnommenen Werte sind daher nicht reell oder gelten vielmehr nur für die Anlaufperiode.

Was nun die Tourenzahl betrifft, so ist sie bei normalem Betrieb gleich 73, was einer Schlüpfung von 2 auf 75 oder 2,7 % entspricht. Bei stärkerer Belastung nimmt die Tourenzahl dauernd ab und erreicht bei der höchsten Belastung den Wert 66,6.

Die Kurven des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors steigen bei wachsender Belastung verhältnismäßig schnell an, erreichen bei der normalen Belastung ihren höchsten Wert und fallen dann bei Überlastung langsam wieder ab. Bemerkenswert ist, daß beide Kurven in der Nähe ihres Maximums über eine große Strecke fast parallel zur Abszissenachse verlaufen. Es könnte nun auffallen, daß bei einem 600 PS-Motor nur ein totaler Wirkungsgrad von rund 92 % und nur ein Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,81$ erzielt wird. Im folgenden Abschnitt wird sich jedoch ergeben, daß die besonders niedrige Tourenzahl unseres Motors eine große Polzahl mit sich bringt und dadurch eine große Streuung bewirkt. Dadurch wird die Phasenverschiebung verhältnismäßig groß und der Wirkungsgrad wird ungünstig. Ein normaler Motor derselben Firma für die gleiche Leistung und 370 Umdrehungen pro Minute bei 50 Perioden ergab z. B. $\cos \varphi = 0,92$, $\eta = 0,95$ und eine Schlüpfung von 1,5 %.

Wir werden uns nun im nächsten Abschnitt die Frage stellen, wie man den Streuungsfaktor τ , der die Grundlage für die Wirkungsweise des Motors bildet, experimentell bestimmt, und wodurch seine Größe bedingt ist.

128. Der Streuungsfaktor.

Wenn der Rotor eine Phasenwicklung besitzt, so kann die experimentelle Bestimmung des Streuungsfaktors τ in folgender Weise geschehen. Man legt eine primäre Klemmspannung e_1 an den Stator und mißt die Spannung an den Klemmen der offenen Rotorwicklung. Der Drehstrommotor verhält sich dann wie ein ruhender unbelasteter Transformator, und es sollten sich die Klemmspannungen e_1 und e_2 wie die Drahtzahlen z_1 und z_2 verhalten. Dabei ist natürlich gleiche Schaltung des Rotors und Stators vorausgesetzt. Bei ungleicher Schaltung wäre die verkettete Spannung durch den bekannten Faktor $\sqrt{3}$ zu dividieren, und es wäre eventuell auch die Verschiedenheit der Koeffizienten k zu berücksichtigen.

Wir erwarten nun an den Klemmen des Rotors eine Spannung $e_1 \cdot z_2/z_1$. Wenn aber infolge der Streuung nicht alle vom Stator erzeugten Kraftlinien in den Rotor dringen, so ist die sekundäre Spannung e_2 kleiner

als der theoretisch berechnete Wert $e_1 \cdot z_2/z_1$. Das Verhältnis $e_1 \cdot z_2/z_1 : e_2$ gibt uns dann das Verhältnis der gesamten vom Stator erzeugten Kraftlinien zu den auf den Rotor übertragenen Kraftlinien an. Nun verhält sich bei Leerlauf:

$$\frac{N}{N_{s_1}} = \frac{1}{\tau_1}.$$

Demnach:
$$\frac{N_{s_1} + N}{N} = 1 + \tau_1.$$

Wir erhalten also:
$$1 + \tau_1 = \frac{e_1 \cdot z_2/z_1}{e_2}.$$

In derselben Weise können wir eine äußere Drehstromquelle an den Rotor legen und dabei die Spannung e_1 an den Klemmen des Stators messen. Ist e_2 die an den Rotor gelegte Spannung, so ist $e_2 \cdot z_1/z_2$ der Wert der Statorspannung, falls alle im Rotor erzeugten Kraftlinien auch in den Stator dringen. Ist dagegen eine Streuung vorhanden, so ist die am Stator gemessene Spannung e_1 geringer als die theoretisch berechnete, und es ergibt sich:

$$1 + \tau_2 = \frac{e_2 \cdot z_1/z_2}{e_1}.$$

Die Messungen müssen mit peinlicher Genauigkeit ausgeführt werden. Es ist dabei allerdings nicht durchaus nötig, daß die Voltmeter am Rotor und Stator absolut übereinstimmen. Denn wenn bei beiden Messungen Rotor- und Statorvoltmeter nicht vertauscht werden, so mißt man von den beiden Größen τ_1 und τ_2 den einen zu groß und den andern zu klein, so daß sich der Fehler im gesamten Streuungsfaktor τ heraushebt. Dieser ergibt sich aus den Werten von τ_1 und τ_2 nach S. 443.

Diese Methode der Bestimmung des Streuungskoeffizienten hat den Vorzug großer Einfachheit und Übersichtlichkeit, weil sie direkt auf der Definition der Koeffizienten τ_1 und τ_2 beruht. Sie führt indessen in den meisten Fällen zu falschen Resultaten, weil der Streuungskoeffizient tatsächlich nicht, wie wir bisher angenommen haben, einen konstanten Wert hat. Bei hoher Stromstärke ist nämlich die Zahl der Streulinien und die Sättigung der Zahnstege eine sehr große. Der Widerstand des Streuweges ist also bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Dadurch wird dann das Verhältnis des Luftwiderstandes zum Streuwiderstand bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Da die Werte τ_1 und τ_2 dadurch ebenfalls kleiner werden, so arbeitet die Maschine bei Belastung günstiger, als nach dem oben ermittelten Wert von τ anzunehmen war.

Dadurch wird streng genommen die Richtigkeit des Heylandschen Diagramms beschränkt. Es gilt dann genau nur für den einen bestimmten Betriebszustand, bei dem der Widerstand des Streuweges dem angenommenen Wert von τ_1 und τ_2 entspricht. Es ist also unter Umständen nötig, für verschiedene Betriebszustände verschiedene Diagramme zu zeichnen, und es kommt vor allem darauf an, den Streuungskoeffizienten für

den normalen Betriebszustand zu ermitteln. Das geschieht, indem man den Rotor kurz schließt und den Statorstrom J_0 bei ruhendem Rotor mißt. Unter der Annahme eines geringen Rotorwiderstandes fällt der Kurzschlußstrom $J_0 = OJ$ in Fig. 296 mit dem Vektor OG zusammen. Man erhält auf diese Weise direkt $OG = i_0 + \frac{i_0}{\tau} = J_0$. Man mißt außerdem den Leerstrom i_0 und erhält:

$$J_0 = i_0 + \frac{i_0}{\tau}$$

oder

$$\tau = \frac{i_0}{J_0 - i_0}. \quad (195)$$

Nimmt man nun diese Beobachtung des Kurzschlußstromes bei der gewöhnlichen Spannung vor, so wird die Stromstärke viel zu groß. Außerdem sind die Zahnstege dabei stark gesättigt. Während also die vorige Methode einen Wert von τ lieferte, der nur für den äußersten rechten Teil des Diagramms gilt, ist der jetzt erhaltene Wert nur für den äußersten linken Teil richtig. Man muß daher eine solche Spannung an den Stator legen, daß bei Kurzschluß gerade der normale Betriebsstrom durch den Stator fließt. Dann sind die Streulinien während des Kurzschlusses dieselben wie bei normalem Betrieb, also ist auch das Verhältnis der magnetischen Widerstände des Streufeldes und des Nutzfeldes das gleiche wie bei normalem Betrieb. Man gewinnt auf diese Weise allerdings nicht einen allgemein gültigen Wert von τ , aber wenigstens den Wert von τ für den normalen Betriebszustand. Natürlich ist in den obigen Gleichungen für i_0 ebenfalls der Magnetisierungsstrom bei der verkleinerten Spannung in Rechnung zu setzen.

Ein Beispiel wird diese Methode deutlich machen, wobei wir auf den im vorigen Abschnitt erwähnten Motor zurückgehen. Die experimentell ermittelten Daten sind aus No. 52 der ETZ vom Jahre 1900 entnommen. Zur Ermittlung des Wertes von τ wurde der Rotor kurz geschlossen, wobei nicht die normale Netzspannung von 1900 Volt, sondern nacheinander die Spannungen von 600 und 390 Volt an den Stator gelegt wurden. Dabei ergaben sich die Kurzschlußströme pro Netzleiter zu 200 und 110 Ampere, die Kurzschlußströme pro Phase also zu $J_0 = 200/\sqrt{3} = 116$ und $110/\sqrt{3} = 63,7$ Ampere.

Um nun daraus die entsprechenden Werte von τ für die beiden Betriebszustände zu berechnen, ermitteln wir die Leerströme, die bei den Spannungen von 390 und 600 Volt auftreten würden. Diese Leerströme sind ganz wesentlich Magnetisierungsströme und dienen zur Magnetisierung der Luftstrecke zwischen Stator und Rotor. Demnach sind sie der erzeugten Kraftlinienzahl, also der elektromotorischen Gegenkraft E_1 proportional, sie verhalten sich also wie die Klemmspannungen. Wenn wir also für eine bestimmte Klemmspannung den Wert des Leerstromes kennen, so können wir daraus die Leerströme bei anderen Klemmspannungen berechnen.

Demnach ergibt sich folgende Tabelle:

e_1	i_0	J_0 (gemessen)	$\tau = \frac{i_0}{J_0 - i_0}$
1900	36 (gemessen)	—	—
600	$36 \cdot \frac{600}{1900} = 11,4$	116	0,109
390	$36 \cdot \frac{390}{1900} = 7,4$	63,7	0,131

Wir sehen deutlich, daß mit wachsender Stromstärke der Wert von τ kleiner wird, d. h. daß die Streuungskoeffizienten τ_1 und τ_2 nach der Tabelle auf S. 448 ebenfalls kleiner werden. Der Grund liegt wieder darin, daß mit wachsender Stromstärke die Streulinien schließlichs wegen der Sättigung der Zahnstege kaum mehr zunehmen. Der prozentische Verlust durch Streuung wird also immer geringer, je stärker der Strom im Stator und Rotor ist.

Um nun den Wert von τ für den normalen Betriebszustand, also bei einem Phasenstrom $i_1 = 100$ Ampere zu finden, interpolieren wir zwischen den Werten

$$\begin{array}{ll} J_0 = 116 & \tau = 0,109 \\ & 63,7 \quad \quad 0,131. \end{array}$$

Für eine Stromstärke von 100 Ampere erhalten wir dann:

$$\tau = 0,117.$$

Aus der Gleichung für τ auf S. 443 ergibt sich dann, wenn wir $\tau_1 = \tau_2$ annehmen:

$$\tau = 2\tau_1 + \tau_1^2$$

oder mit Benutzung des Wertes $\tau = 0,117$:

$$\tau_1 = \tau_2 = 0,057.$$

Das ist ein im Verhältnis zur Leistung des Motors ungünstiger Wert, aber ein im Verhältnis zur großen Polzahl immerhin günstiger Wert.

Der dritte Weg zur experimentellen Aufnahme des Diagramms besteht darin, daß man die Belastung des Rotors verändert oder bei festgebremstem Rotor den Anlaufwiderstand im Rotorkreis variiert. Man mißt dann die Netzspannung e , den Netzstrom i und mit Hilfe eines oder mehrerer Wattmeter die zugeführte primäre Leistung P_1 . Dann ergibt sich:

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot e \cdot i}.$$

Man legt dann die primäre Klemmspannung in die Ordinatenachse, legt den Winkel φ daran und trägt auf dem anderen Schenkel des Winkels φ den primären Strom i_1 auf. Die Kurve, die die Endpunkte des primären Vektors verbindet, ist allerdings wegen der Veränderlichkeit von τ kein Kreis. Sie nähert sich aber für den Bereich des praktischen Betriebes einem Kreise, dessen Durchmesser dann zur Berechnung von τ verwendet

werden kann. Die in Fig. 307 gezeichnete Kurve wurde unter Festbremsung des Rotors an einem $1\frac{1}{4}$ PS-Motor der mechanischen Werkstätte Darmstadt aufgenommen.

Da die Größe des Leistungsfaktors und die Überlastungsfähigkeit direkt vom Streufaktor τ abhängen, so ist die erste Aufgabe bei der Konstruktion des Drehstrommotors die Erreichung eines möglichst niedrigen Wertes von τ , also einer möglichst geringen Streuung. Man sieht sofort, daß die Unterbringung der Drähte in geschlossenen Löchern wegen des geringen Widerstandes des Streuweges von ungünstigem Einfluß ist. Dieser Einfluß wird dann besonders groß, wenn die Löcher ziemlich weit von dem Luftzwischenraum entfernt sind. Sind dagegen die Stege zwischen den Zähnen sehr dünn, d. h. liegen die Löcher unmittelbar am Luft-

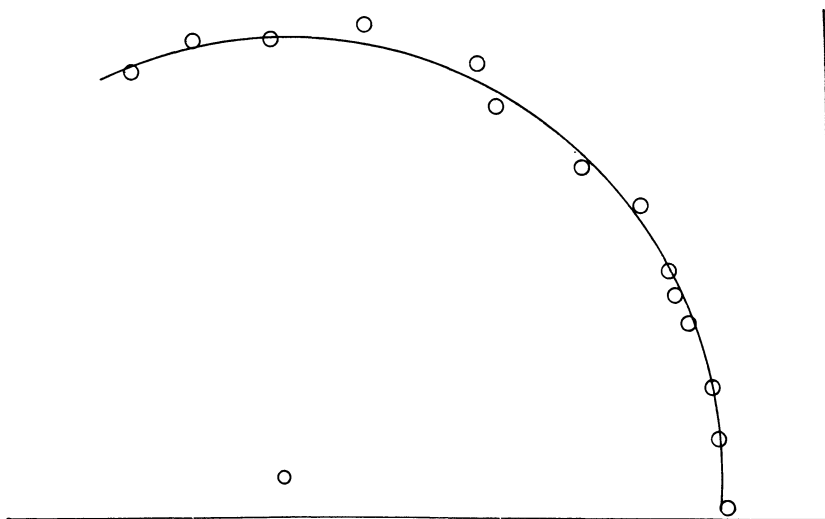


Fig. 307.

zwischenraum, so wird gegen eine geschlossene Nut weniger einzuwenden sein. Am vorteilhaftesten wäre sicherlich die ganz offene Nut, weil der magnetische Widerstand des Streupfades dabei am größten ist, und weil sich die Wickelung dabei leichter herstellen läßt. Allerdings verursachen derartige Nuten eine ungleichmäßige Verteilung der Kraftlinien im Luftzwischenraum und daher eine Erhöhung des Magnetisierungsstromes.

In jedem Falle aber ist es nötig, mehrere Löcher pro Spulenseite anzuwenden, damit die Anzahl der Streulinien, die von den Amperedrähten eines Loches geschaffen wird, möglichst gering ist. Natürlich kann man darin nicht beliebig weit gehen, weil bei großer Lochzahl der durch Isolation eingenommene Raum unverhältnismäßig groß wird. Man beschränkt sich daher darauf, die Statorwicklung in 3 bis 5, die Rotorwicklung in 4 bis 7 Löchern pro Spulenseite unterzubringen. Aus den obigen Überlegungen geht auch hervor, daß man bei Drehstrommotoren

oft große Durchmesser mit kleiner Ankerlänge bevorzugt, da es bei großen Durchmessern, also verhältnismäßig großer Polteilung, viel leichter ist, die Drähte einer Spulenseite auf mehrere Löcher zu verteilen. Allerdings werden Maschinen mit großem Durchmesser und geringer Ankerlänge ziemlich teuer. Das ergibt sich aus der einfachen Überlegung, daß man die Leistung einer solchen Maschine ohne besondere Unkosten erheblich steigern kann, wenn man die Ankerlänge bei der Konstruktion größer wählt. Außerdem ist bei großer Polteilung auch der Einfluß der Stirnstreuung wieder unverhältnismäßig groß.

Ein zweites Mittel zur Verringerung des Streufaktors τ ist die Verringerung des Luftspaltes. Da in dem Faktor $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$ das letzte Glied wegen seiner Kleinheit fast verschwindet, so ist nach der Definition von τ_1 und τ_2 auf S. 442 der Wert von τ dem Luftwiderstand direkt proportional.*)

Es ist nun interessant, den Einfluß der Größe des Luftspaltes auf die Wirkungsweise des Motors zu verfolgen. Natürlich darf man dabei nicht einen einzigen Motor verwenden und zum Zwecke des Versuches den Rotor oder Stator abdrehen. Denn dadurch vergrößert man nicht bloß den Luftspalt, sondern man vergrößert zugleich den magnetischen Widerstand der Zahnstege.

Wir vergleichen vielmehr zwei Motoren von derselben Nutenkonstruktion, aber mit verschieden großem Luftspalt miteinander. Je kleiner der Luftspalt ist, desto kleiner wird der Wert von τ , desto größer wird der maximale Leistungsfaktor nach der Gleichung:

$$(\cos \varphi)_{max} = \frac{1}{2\tau + 1}.$$

Ebenso wird natürlich bei Verkleinerung des Luftabstandes der Leerstrom geringer, weil jetzt schon ein schwächerer Magnetisierungsstrom zur Erzeugung der Kraftlinien genügt. Dagegen ist das maximale Drehmoment durch die maximale Kreisordinate, also durch den Wert i_0/τ gegeben. Da dies Verhältnis für beide betrachtete Motoren das gleiche ist, so folgt, daß das maximale Drehmoment unabhängig von der Größe des Luftspaltes ist. Dabei ist vorausgesetzt, daß die betrachteten Motoren in allen andern Größen übereinstimmen.

Von besonders großem Einfluß auf den Wert des Streufaktors τ ist nun die gewählte Periodenzahl. Um das zu erkennen, betrachten wir zwei Motore, deren Eisengestell dieselben Dimensionen und dieselbe Nutenzahl hat, und die beide für die gleiche Spannung, Leistung und Tourenzahl bestimmt sind. Es soll aber der eine Motor für 50 Perioden, der andere für 30 Perioden gewickelt werden. Beide Motoren sollen in bezug auf die Ausnutzung des Nutenquerschnittes, auf die Zahl der Ampere

*) Vergl. Behrend, The induction motor, sowie Behrend, ETZ 1904, Seite 59.

pro Quadratmillimeter und die Zahl der Amperedrähte pro Zentimeter Umfang gleich sein.

Nun ergibt sich, wenn wir von der Verschiedenheit des Wertes von $\cos \varphi$ bei beiden Motoren absehen, daß bei gleicher Leistung und Spannung auch die Stromstärke in beiden Fällen dieselbe ist. Soll also die Zahl der Amperedrähte pro Zentimeter Umfang dieselbe sein, so haben wir in beiden Fällen dieselbe Drahtzahl und bei gleicher Lochzahl auch dieselbe Drahtzahl pro Loch.

Dagegen sind beide Motore in bezug auf die Zahl der Polpaare verschieden, nach der Gleichung:

$$p = \frac{\sim_1}{n_1/60}.$$

Wir müssen also bei gleicher Tourenzahl dem Motor für 50 Perioden eine im Verhältnis 5 : 3 größere Polzahl geben als dem Motor für

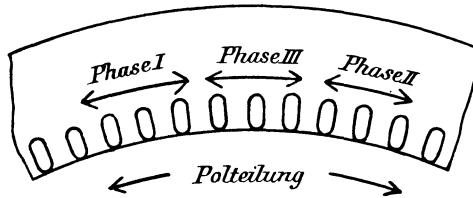


Fig. 308 a.

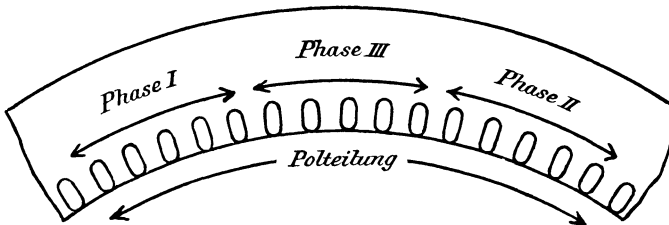


Fig. 308 b.

30 Perioden. Da der Umfang bei beiden Motoren derselbe ist, so verhalten sich die Polteilungen wie 3 : 5. Auf dem ersten Motor (Fig. 308 a) sind beispielsweise 3 Löcher pro Spulenseite oder 9 Löcher pro Polteilung vorhanden. Dann besitzt der zweite Motor statt dessen 5 Löcher pro Spulenseite oder 15 Löcher pro Polteilung (Fig. 308 b). Die Drahtzahlen pro Spulenseite verhalten sich also wie 3 : 5.

Nun gilt die Gleichung:

$$e_1 = k \cdot N_0 \cdot \sim_1 \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Darin setzen wir N_0 rund gleich der übertragenen Kraftlinienzahl $B_{\text{mittel}} \cdot Q_l$ und \sim_1 rund gleich $p \cdot n/60$ und erhalten:

$$e_1 = k \cdot B_{\text{mittel}} \cdot Q_l \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist $\varrho_1 \cdot p$ der halbe Umfang der inneren Statorfläche, hat also in beiden Fällen denselben Wert. Da ferner auch die Werte e_1 , k , n und z_1' in beiden Fällen gleich sind, so folgt, daß beide Motore mit derselben Kraftliniendichte B_{mittel} arbeiten.

Nun ist bei gleicher Induktion der Hysteresisverlust der Periodenzahl proportional. Er ist also bei dem Motor mit 50 Perioden im Verhältnis 5:3 größer als bei dem Motor mit 30 Perioden.

Ferner ergibt sich, daß zur Erzeugung derselben Induktion bei beiden Motoren auch dieselben Amperedrähte pro Spulenseite erforderlich sind. Da die Spulenseite des ersten Motors im Verhältnis 3:5 weniger Drähte enthält, so verhalten sich die Leerströme wie 5:3, also direkt wie die Periodenzahlen. *)

Schwieriger gestalten sich dagegen die Verhältnisse, wenn wir den Streuungsfaktor in beiden Fällen ins Auge fassen. Wir können vielleicht annehmen, daß der magnetische Widerstand des Streufeldes für beide Motoren der gleiche geblieben ist. Dagegen erhalten wir bei 50 Perioden, entsprechend der geringeren Polbreite, einen im Verhältnis 5:3 größeren Widerstand des Nutzfeldes als bei 30 Perioden. Da nun nach S. 442 und 443 τ dem Luftwiderstand proportional ist, so folgt, daß er auch der Periodenzahl direkt proportional ist. Eine niedrigere Periodenzahl bedingt also einen kleinen Wert von τ , d. h. einen großen maximalen Leistungsfaktor. Behrend hat dieses Resultat ebenfalls experimentell bestätigt. Es ist jedoch zweifelhaft, ob seine Versuche allgemeine Gültigkeit haben, da es unsicher ist, ob wirklich der Widerstand des Streufeldes in beiden Fällen der gleiche geblieben ist. Jedenfalls ist die Kopfstreuung infolge der größeren Stirnverbindungen in Fig. 308 b viel größer als in Fig. 308 a. Dagegen ist die Streuung zwischen den Zahnstegen in Fig. 308 b kleiner, weil der Teil der Streulinien, der die ganze Spulenseite umfaßt, aus einer kleineren Zahnfläche austritt und jetzt 5 statt 3 Nutenöffnungen zu passieren hat. Es ist fraglich, ob die Vergrößerung der Kopfstreuung aufgehoben wird durch eine Verringerung der Zahnstreuung.

Es ist nun interessant, daß die beiden betrachteten Motoren wesentlich die gleiche Überlastungsfähigkeit besitzen. Der Motor mit der größeren Polzahl hat zwar einen größeren Magnetisierungsstrom, aber auch einen größeren Streuungsfaktor τ . Infolgedessen ist bei ihm der Radius des Diagrammkreises und das maximale Drehmoment fast ebenso groß wie bei dem Motor für die geringe Periodenzahl.

Der wesentliche Unterschied beider Motoren besteht also in dem verschiedenen Magnetisierungsstrom und in dem verschiedenen Leistungsfaktor.

*) Bei ein und demselben Motor verhalten sich dagegen unter Voraussetzung derselben Klemmspannung die Leerströme umgekehrt wie die Periodenzahlen.

Neunzehntes Kapitel.

129. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen. — 130. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors. — 131. Einphasige Kommutatormotoren. — 132. Die elektromotorischen Kräfte im Kommutatormotor. — 133. Das Vektordiagramm des Repulsionsmotors. — 134. Das Vektordiagramm des Winter-Eichberg-Motors.

129. Die Zerlegung der Wechselrerregung des Einphasenmotors in rotierende Erregungen.

Unterbricht man eine Zuleitung eines rotierenden Drehstrommotors, so läuft der Motor in der gegebenen Drehrichtung als Einphasenmotor weiter. In Fig. 309 bilden dabei die Spulenseiten 1 und 2 eine einzige, gleichmäßig durchflossene Spulenseite von der Breite gleich $\frac{2}{3}$ der Teilung. Bei offener Rotorwicklung erzeugt dann der Statorstrom einen zeitlich

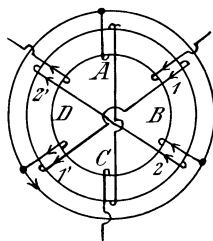


Fig. 309.

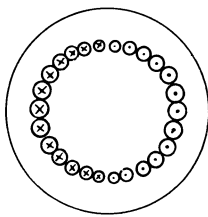


Fig. 310 a.

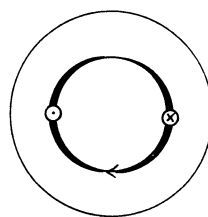


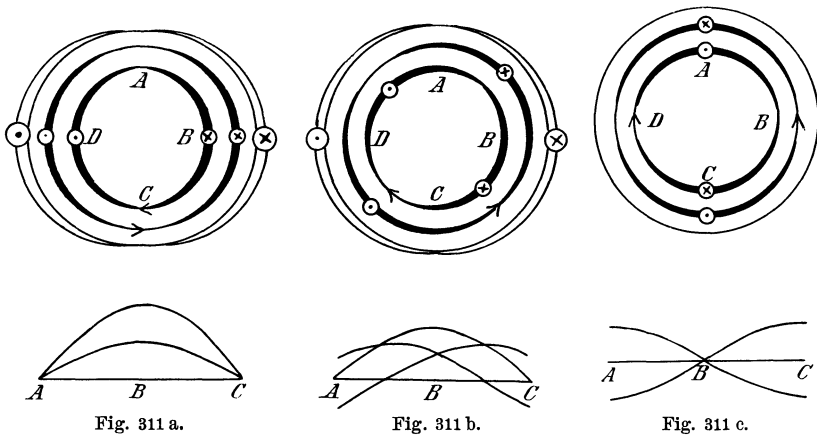
Fig. 310 b.

wechselnden Kraftlinienflusses, dessen Achse im Raume feststeht und in der Figur senkrecht von unten nach oben den Rotor durchdringt. Die Polmitte ist dabei konstant bei *A* und *C* und die neutrale Zone bei *B* und *D*. Es ist schwer einzusehen, daß durch ein solches Wechselfeld ein Drehmoment zustande kommt, und daß die Richtung des Drehmomentes durch den willkürlich gewählten, ursprünglichen Drehsinn bestimmt ist.

Nach dem Vorgang von Ferraris zerlegt man das Wechselfeld in zwei entgegengesetzt rotierende Felder. Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und nicht nur die Kraftlinien, sondern auch die primären Amperewindungen in zwei entgegengesetzt rotierende Amperewindungen zerlegen. Dabei müssen wir annehmen, daß die Drähte längs des Umfangs sinusförmig variieren, wie in Fig. 310 a durch verschieden große Löcher angedeutet ist. Theoretisch würde dies allerdings zu einer unendlich großen

Zahl unendlich dünner Drähte führen. Wir können eine solche sinusförmig verteilte Erregung durch die in Fig. 310 b gezeichnete Weise andeuten. Der Pfeil soll dabei nicht andeuten, daß die in Fig. 310 a gezeichnete Wickelung rotiert, sondern daß in feststehenden, gleichmäßig längs des Umfangs angeordneten Drähten die sinusförmige Stromverteilung rotiert. In diesem Sinne kommt man wirklich zum Begriffe eines Drehstrommotors, während man früher von Drehfeldmotoren sprach. Wir wollen nun nachweisen, daß unter der gemachten Annahme in jedem Augenblick und an jedem Orte die Wirkung der Wechseleerregung genau gleich der Wirkung zweier konstanter, sinusförmiger Erregungen ist, die entgegengesetzt rotieren, und von denen jede halb so stark ist, wie die Zahl der wirklichen Amperewindungen in Augenblicke des Maximums.

In Fig. 311 a ist der wirkliche Statorstrom ein Maximum. In diesem Augenblicke überdecken sich die in gleichem Sinne durchflossenen,



rotierenden Spulenseiten und addieren sich in ihrer Wirkung. Sie sind also gleichwertig den außen angedeuteten feststehenden Amperewindungen, die augenblicklich ihren Höchstwert haben.

Nach $\frac{1}{8}$ Periode ist der wirkliche Statorstrom gleich $i_{max} \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_{max}$. Wir finden dann, daß in Fig. 311 b die rotierenden Amperewindungen sich bei A und C aufheben. Die Addition der beiden Sinuskurven im unteren Teil der Figur ergibt dann eine Sinuskurve, deren Maximum wieder bei B liegt. Ihre Ordinaten sind gegenüber Fig. 311 a im Verhältnis $0,707 : 1$ verkleinert, so daß die magnetische Wirkung der rotierenden Erregungen wieder gleich der Wirkung der tatsächlichen Amperewindungen ist.

Dasselbe ergibt sich nach dem weiteren Verlauf von $\frac{1}{8}$ Periode, wo der tatsächliche Statorstrom zu Null geworden ist (Fig. 311 c). Damit stimmt überein, daß jetzt entgegengesetzte Spulenseiten der rotierenden Erregungen sich überdecken und in ihrer magnetischen Wirkung aufheben.

Wir fassen nun den absoluten Leerlauf mit geschlossenem, aber widerstandslosem Käfiganker ins Auge. Die Drehung des Rotors erfolge im Sinne des Uhrzeigers, und wir bezeichnen die in gleichem Sinne rotierenden Amperewindungen als die mitlaufende Erregung, die anderen als die gegenlaufende Erregung. Die mitlaufende Erregung treibt einen Kraftfluß durch den Rotor, der synchron mit dem Rotor rotiert und die Rotordrähte daher nicht schneidet. Dieser Kraftfluß ist für die drei betrachteten Zeitpunkte in Fig. 312 a, b, c dargestellt. Natürlich sind im folgenden die Kraftlinien, elektromotorischen Kräfte, Rotorströme etc. für jede einzelne Erregung Sinusfunktionen des Ortes. —

Der Rotor hat nun gegenüber der gegenlaufenden Erregung eine Schlüpfung von 200%. Infolgedessen entsteht ein starker Kurzschlussstrom

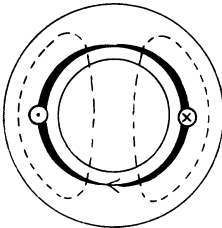


Fig. 312 a.

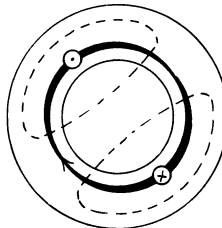


Fig. 312 b.

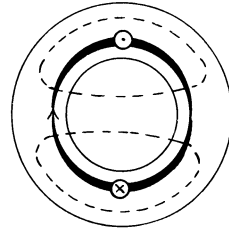


Fig. 312 c.

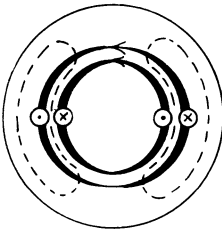


Fig. 313 a.

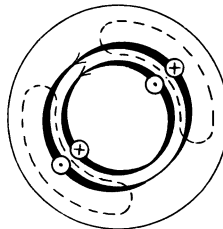


Fig. 313 b.

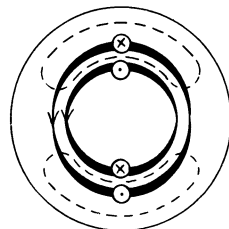


Fig. 313 c.

im Rotor, der der gegenlaufenden Statorerregung direkt entgegengesetzt ist, und der den Kraftfluß ganz aus dem Rotor hinaus und in den sekundären Streuweg drängt (Fig. 313 a, b u. c). Tatsächlich ist, wenn der Rotorwiderstand gleich Null ist, auch eine unendlich kleine Zahl von Kraftlinienschnitten ausreichend, um den Rotorstrom zu induzieren, der dem Druck der Statorerregung das Gleichgewicht hält. Wir haben also bei absolutem Leerlauf mit widerstandslosem Rotor ein mitlaufendes Feld im Rotor und ein gegenlaufendes Rotorstrefelfeld, sowie eine gegenlaufende Rotorerregung. Da der Rotor selbst synchron läuft, so fließt im einzelnen Rotordraht ein Strom von doppelter Periodenzahl.

In Wirklichkeit wird nun der in Fig. 312 a gezeichnete Kraftfluß im Rotor durch die Differenz der wirklichen Amperewindungen auf Stator und Rotor erzeugt. Dagegen wird in Fig. 312 c ein Kraft-

flufs erzeugt, der räumlich und zeitlich um 90° verschoben ist. Da der Statorstrom in diesem Augenblicke gleich Null ist, so sind tatsächlich die in Fig. 312c gezeichneten Kraftlinien von dem Rotorstrom in Fig. 313c erzeugt. Die Anwendung der Ampereschen Schwimmerregel bestätigt dies Resultat. Demnach ist das Problem des Einphasenmotors auf das des Zweiphasenmotors zurückgeführt, dessen eine Phase durch die Differenz des Stator- und Rotorstromes und dessen andere Phase durch den Rotorstrom gegeben ist. Bei Leerlauf mit Berücksichtigung des wirklichen Rotorwiderstandes und bei normalem Betrieb werden die obigen Verhältnisse etwas geändert. Dazu kommt, daß der Zweiphasenmotor nicht die Regelmäßigkeit besitzt, die den gewöhnlichen Drehstrommotor auszeichnet. Es empfiehlt sich daher, die Theorie der rotierenden Erregungen bis in die letzten Konsequenzen durchzuführen, wie das im folgenden Abschnitt geschehen soll.

130. Das Kreisdiagramm des Einphasenmotors.

Wir lassen im folgenden jede rotierende Erregung aus vielen Phasen bestehen, die je eine Windung enthalten. In den feststehenden, gleichmäßig verteilten Drähten dieser Phasen denken wir uns die sinusförmig verteilten Ströme rotieren.

Von allen diesen Phasen fassen wir der Einfachheit wegen die Windung ins Auge, deren Achse mit der wirklichen Statorachse zusammenfällt. Wir erkennen dann leicht aus Fig. 311a, daß der Strom dieser Phase, gleichgültig welche rotierende Erregung wir betrachten, in demselben Augenblick am größten ist, wo der wirkliche Statorstrom am größten ist. Daraus folgt: Die Ströme der betrachteten Windung haben gleiche Phase mit dem wirklichen Statorstrom, ihre Vektoren fallen also aufeinander.

Was den Maßstab betrifft, so zeichnen wir das Diagramm nicht mit den Effektivwerten des Stromes einer Phase, sondern mit den damit proportionalen Amperewindungen einer rotierenden Erregung. Diese sind bei Leerlauf mit offenem Rotor und bei Betrieb halb so groß wie der zeitliche Höchstwert der wirklichen Amperewirkungen, den wir der Kürze wegen mit i_0 bzw. mit i bezeichnen wollen.

Bei offenem Rotor erzeugen die beiden rotierenden Erregungen zwei gleiche entgegengesetzt laufende Kraftflüsse, die zusammen dieselbe elektromotorische Kraft im Stator induzieren, die durch das wirkliche Wechselfeld entsteht, und die der Klemmspannung entgegengesetzt ist.

Bei Betrieb sind die Kraftflüsse infolge der Wirkung des Rotorstromes nicht mehr gleich. Wohl aber induzieren sie im Stator elektromotorische Kräfte, deren geometrische Summe gleich und entgegengesetzt der Klemmspannung ist. Allerdings ist der Drehsinn der Kraftlinien ein verschiedener, während die Drehung der

Vektoren in einem Sinne erfolgt. Man muß aber berücksichtigen, daß das Vektordiagramm nur den zeitlichen Verlauf zum Ausdruck bringt, und daß es dafür gleichgültig ist, ob ein Kraftfluß nach rechts oder nach links hin aus einer Windung verschwindet. Wird also die elektromotorische Kraft E_1 im wirklichen Stator durch den mitlaufenden Kraftfluß induziert und ebenso E_2 durch den gegenlaufenden Kraftfluß, so ist die konstante Klemmspannung e die Resultierende aus zwei Vektoren, die den elektromotorischen Kräften entgegengesetzt sind (Fig. 314).

Die elektromotorischen Kräfte in unserer betrachteten Windung haben gleiche Phase mit E_1 und E_2 , da unsere Windung die gleiche Achse hat wie die wirkliche Statorwicklung, und sie sind den Magnetisierungsamperewindungen OP_1 und OP_2 proportional. Daraus folgt, daß die Resultierende OF senkrecht auf der Klemmspannung e steht und wie diese konstant ist.

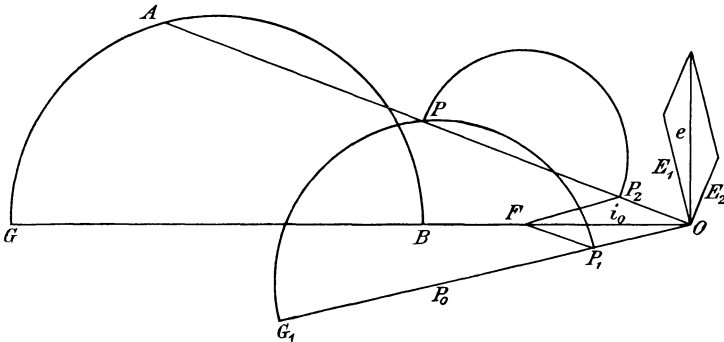


Fig. 314.

Die Bedeutung von OF ergibt sich aus der Überlegung, daß unsere Ableitung für jeden Betriebszustand gilt, also auch bei offenem Rotor. Dabei werden aber beide Magnetisierungserregungen gleich und addieren sich algebraisch zum Höchstwert der wirklichen Leerlaufamperewindungen bei offenem Rotor. Es wird also OF gleich i_0 .

Wir machen nun in bekannter Weise

$$P_1 G_1 = \frac{1}{\tau} \cdot OP_1$$

und

$$P_2 P = \frac{1}{\tau} \cdot OP_2$$

und zeichnen die beiden Heylandschen Kreise. Da bei Vernachlässigung des Rotorwiderstandes die Schlüpfung für die gegenlaufende Erregung gleich 200 % ist, so stellt OP die Amperewindungen der gegenlaufenden Erregung dar. Da der Strom der mitlaufenden Erregung ebenso groß ist und gleiche Phase hat, so liegt der Punkt P gleichzeitig auf dem Diagrammkreis der mitlaufenden Erregung.

Beide Kreise sind mit den gleichen Werten von τ gezeichnet. Wir setzen nun der Einfachheit wegen

$$OP_2 = c \cdot OP$$

und bezeichnen die Koordinaten des Punktes P mit x und y und die Koordinaten der übrigen Punkte mit dem entsprechenden Index. Da die Resultierende i_0 in die Abszissenachse fällt, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} x_1 = i_0 - x_2 = i_0 - c \cdot x, \\ y_1 = -y_2 = -c \cdot y. \end{aligned}$$

Andererseits ist, wenn wir $OP_0 = c_1 OP_1$ setzen:

$$x_0 = c_1 x_1, \quad y_0 = c_1 y_1.$$

Endlich setzen wir noch den Radius $P_0 P_1 = c_2 OP_1$; dadurch ergibt sich die Gleichung des Kreises mit dem Mittelpunkt P_0 zu:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = P_0 P_1^2 = c_2^2 \cdot (x_1^2 + y_1^2). \quad (\text{a})$$

Setzen wir in diese Gleichung die berechneten Werte von x_0, x_1, y_0, y_1 ein, so erhalten wir eine Gleichung, in der die Glieder mit x^2 und y^2 gleiche Faktoren haben, und in der außerdem die Glieder mit xy und y fehlen. Der geometrische Ort für den Punkt P ist also ein Kreis mit dem Mittelpunkt auf der Abszissenachse. Das gleiche ist dann mit dem Endpunkt A des primären Stromvektors i der Fall, da OA doppelt so groß ist wie OP .

Die Faktoren c, c_1 und c_2 ergeben sich leicht mit Hilfe des Streufaktors τ . Wir können jedoch die Rechnung sparen, wenn wir den Leerstrom J_0 bei geschlossenem Rotor einführen. Dann ist der Leerstrom jeder rotierenden Erregung gleich $\frac{J_0}{2}$. Das ist einerseits der Magnetisierungsstrom der mitlaufenden Erregung, andererseits der Kurzschlußstrom der gegenlaufenden Erregung. Der Magnetisierungsstrom für die gegenlaufende Erregung ist dann nach dem Heylandschen Diagramm auf S. 444 gleich:

$$\frac{J_0}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{\tau}} = \frac{J_0}{2} \cdot \frac{\tau}{1 + \tau}.$$

Nun haben wir beide Magnetisierungsströme bei Leerlauf algebraisch zusammzusetzen, weil beide wattlos sind. Da diese Summe den konstanten Wert i_0 hat, so ergibt sich:

$$\frac{J_0}{2} + \frac{\tau}{1 + \tau} \cdot \frac{J_0}{2} = i_0$$

oder

$$OB = J_0 = \frac{2i_0}{1 + \frac{\tau}{1 + \tau}} = 2i_0 \cdot \frac{1 + \tau}{1 + 2\tau}. \quad (196)$$

Andererseits geht, wenn wir $OG = i_0 + \frac{i_0}{\tau}$ machen, der Kreis für den Endpunkt des primären Stromvektors auch durch den Punkt G , da OG der Kurzschlussstrom ist. Demnach ist der Durchmesser des Diagrammkreises:

$$BG = OG - OB = i_0 + \frac{i_0}{\tau} - 2i_0 \cdot \frac{1 + \tau}{1 + 2\tau} = \frac{i_0}{\tau} \cdot \frac{1 + \tau}{1 + 2\tau}. \quad (197)$$

Dasselbe Ergebnis erhalten wir aus Gleichung (a).

Daraus ergeben sich nun folgende Eigenschaften des Einphasenmotors:

1. Da τ von der Größenordnung 0,1 ist, so wird der Leerstrom OB fast doppelt so groß wie der Leerstrom bei offenem Rotor.
2. Der maximale Leistungsfaktor ist geringer als beim Drehstrommotor.
3. Da beim vorausgesetzten widerstandslosen Rotor die Schlüpfung gleich Null ist, so ist die Tourenzahl konstant. Demnach ist das Drehmoment proportional der Leistung, also durch die Ordinaten des Kreises GB gegeben. Die Überlastungsfähigkeit ist also viel geringer als beim Drehstrommotor.
4. Ein Angehen mit Belastung ist selbst nicht bei Einschaltung von Widerstand in den Rotorkreis zu erzielen, da bei Stillstand die beiden rotierenden Amperewindungen gleichwertig sind. Man erreicht das Angehen mit Belastung durch eine Hilfswickelung; die um 90° gegen die Hauptwicklung versetzt ist, und in die ein Wechselstrom geleitet wird, dessen Phase gegen den Hauptstrom mittels eines Kondensators verschoben ist. Der Motor geht dann als Zweiphasenmotor an.

Es ergibt sich nun ferner,*) daß auch bei Berücksichtigung des Rotorwiderstandes der Endpunkt des primären Stromvektors auf einem Kreise liegt. Sein Mittelpunkt liegt senkrecht über dem Mittelpunkt des Kreises, der für widerstandslosen Rotor gezeichnet ist. Jedoch kann auf den Beweis dafür hier nicht näher eingegangen werden. Es läßt sich ferner nachweisen, daß die zugeführte Leistung, die mechanische Leistung, das Drehmoment und die Rotorverluste für den wirklichen Motor gleich der Summe der betreffenden Größen sind, die aus den Diagrammen der beiden rotierenden Erregungen entnommen werden. Dabei ist die Schlüpfung für beide rotierende Erregungen zusammen 200% und es sind mechanische Leistung und Drehmoment der gegenlaufenden Erregung als negativ einzuführen. Diese Resultate sind um so bemerkenswerter, als die tatsächlichen Verhältnisse sehr verwickelt sind. Beispielsweise ergibt sich bei Berücksichtigung des Rotorwiderstandes eine sinusförmig verteilte Rotorerregung, für die der Ort des maximalen Stromes entgegen der Drehrichtung rotiert, wobei der Höchstwert zeitlichen Schwankungen unterworfen ist. Ebenso ergibt sich, daß auch das den Stator wirklich schneidende Feld ein sinusförmig verteiltes Drehfeld ist, das im Sinne der Dreh-

*) Vergl. des Verfassers Aufsatz in der ETZ 1905.

richtung rotiert, dabei aber zeitlichen Schwankungen in seiner Intensität unterworfen ist. (Elliptisches Drehfeld.)

131. Einphasige Kommutatormotoren.*)

Die im vorigen Abschnitt erwähnten Eigenschaften des einphasigen Induktionsmotors machen ihn für die meisten Zwecke ungeeignet. Besonders verlangt man für Traktionszwecke eine große Zugkraft beim Angehen und eine große Überlastungsfähigkeit. Man erreicht diese durch Anwendung eines Kommutators auf dem Rotor, und gerade in der neueren Zeit sind derartige Konstruktionen mit praktischem Erfolg ausgeführt.

Gemeinsam ist allen einphasigen Kommutatormotoren eine Statorwicklung nach Art von Fig. 315 a. Diese Wickelung kann nach Art der Gleichstromwicklung eine geschlossene sein, wobei sich der zugeführte Strom in zwei parallele Zweige teilt, oder sie kann in einfacher Weise als offene Wickelung hergestellt werden. Dabei durchfließt der Strom

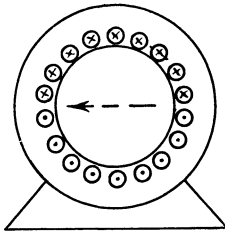


Fig. 315 a.

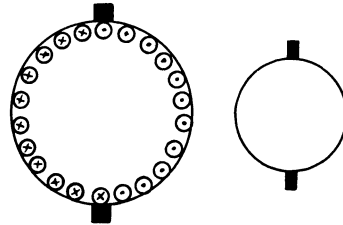


Fig. 315 b.

die Hälfte des Statorumfangs von vorn nach hinten, die andere Hälfte von hinten nach vorn. Schematisch ist eine solche Wickelung im rechten Teil von Fig. 315 a angedeutet. Dabei liegt die Wicklungsachse, d. h. die Richtung der erzeugten Kraftlinien, horizontal. Ebenso ist allen Kommutatormotoren gemeinsam ein Rotor, der wie ein Gleichstromanker gewickelt ist, und auf dessen Kommutator zwei bzw. vier Bürsten schleifen (Fig. 315 b). Der Strom wird dem Rotor entweder von außen zugeführt, oder er ist ein Induktionsstrom, der sich über die außen kurzgeschlossenen Bürsten schließt. In jedem Falle durchsetzen die vom Anker erzeugten Kraftlinien den Anker in Richtung des Bürstendurchmessers, wenn wir die Bürsten direkt auf dem außen blank gedachten Anker schleifen lassen. Der rechte Teil von Fig. 315 b gibt die schematische Darstellung eines solchen Ankers.

Der einfachste Kommutatormotor ist der gewöhnliche Serienmotor. In der Fig. 316a ist der Deutlichkeit wegen die auf dem Umfang

*) Vergl. die Aufsätze von Osnos, ETZ 1904, S. 1; Eichberg, ETZ 1904, S. 75 und Pichelmayer, ETZ 1904, S. 464, aus denen auch ein Teil der folgenden Figuren entnommen ist.

verteilte Wickelung durch eine Wickelung mit ausgeprägten Polen ersetzt. Der Stator trägt die Feldwicklung, während der Rotor den motorisch wirkenden Strom führt, und beide sind hintereinander geschaltet. Dabei ist, wie in allen folgenden Figuren und auch in Fig. 320 (!), die Achse des motorisch wirkenden Feldes horizontal und die Achse der motorisch wirkenden Stromwindungen vertikal angenommen. Bei der gezeichneten Stromrichtung ergibt sich ein Drehmoment im Sinne des Uhrzeigers. Da die Richtung des Feldes und des Ankerstromes sich gleichzeitig umkehrt, so erscheint das Problem des Einphasenmotors prinzipiell als gelöst. Fig. 316 b gibt eine schematische Darstellung des Serienmotors, wobei die Widerstände R zur Regulierung der Tourenzahl dienen.

Der Serienmotor erzeugt sich sein eigenes Magnetfeld, besitzt also, wie alle Induktionsmotoren, eine starke Phasenverschiebung. Diese könnte

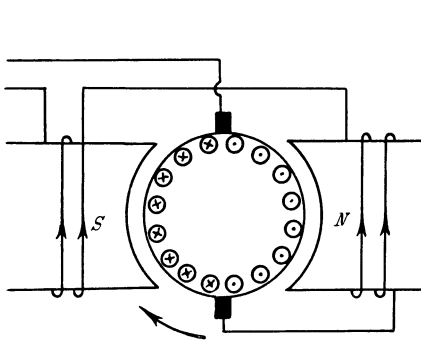


Fig. 316 a.

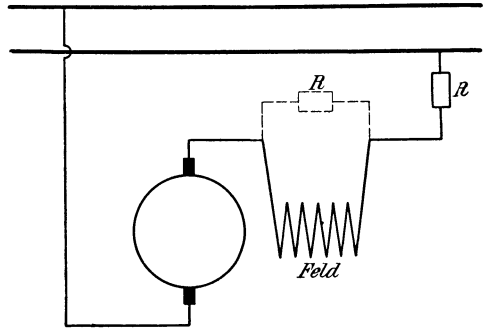


Fig. 316 b.

man nun an und für sich mit in Kauf nehmen, wenn nur nicht außer den nützlichen horizontalen Kraftlinien auch die vom Anker erzeugten vertikalen Querkraftlinien auftreten würden. Diese veranlassen eine schädliche Selbstinduktion und eine ganz bedeutende Phasenverschiebung. Dazu kommen noch Schwierigkeiten bei der funkenfreien Kommutierung.

Es ist daher ein Fortschritt, wenn man durch eine Kompensationswicklung K auf dem Stator die Quermagnetisierung aufhebt. Das Nächstliegende ist dabei natürlich, die Wickelungen für Feld, Kompensation und Anker in Serie zu schalten (Fig. 317 a). Die Kompensationswicklung dient dann auch dazu, das zur funkenfreien Kommutierung nötige Wendefeld zu schaffen. Übrigens bietet die Kommutierung deswegen noch besondere Schwierigkeiten, weil in der durch die Bürste kurzgeschlossene Spule eine elektromotorische Kraft durch das in seiner Stärke wechselnde Hauptfeld induziert wird. Es wird daher oft nötig, besonders harte Kohlen mit großem Widerstand zu benutzen oder Widerstände zwischen Anker und Kommutator einzubauen. Die Siemens-Schuckert-Werke legen diese

Widerstände, die dann aus Kupferdrähten bestehen, in passender Weise in die Ankernuten, so daß der in ihnen fließende Strom das Drehmoment erhöht.

Man kann nun natürlich auch die Kompensationswicklung kurz schließen (Fig. 317 b). Der Anker bildet dann den primären Teil und die Kompensationswicklung den sekundären Teil eines Transformators. Da

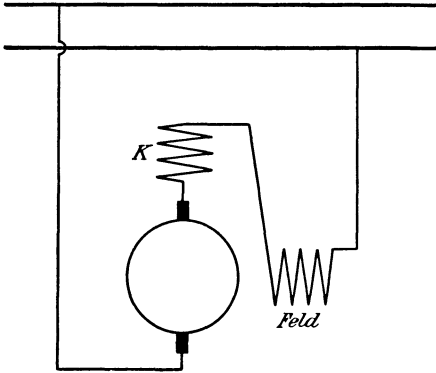


Fig. 317 a.

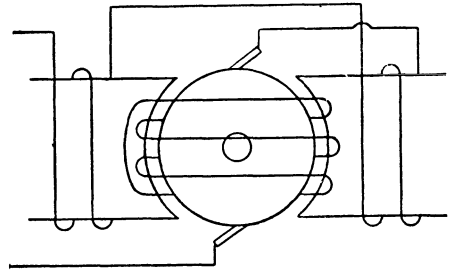


Fig. 317 b.

der induzierte sekundäre Strom dem primären direkt entgegengesetzt ist, so wird die Quermagnetisierung kompensiert.

Dann aber ist es nur ein Schritt vorwärts, wenn man primären und sekundären Teil miteinander vertauscht, d. h. den Anker über die Bürsten kurz schließt und die Kompensationsspule mit der Feldwicklung in Serie

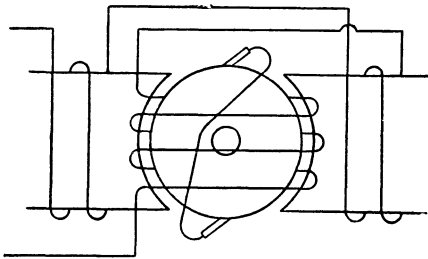


Fig. 318 a.

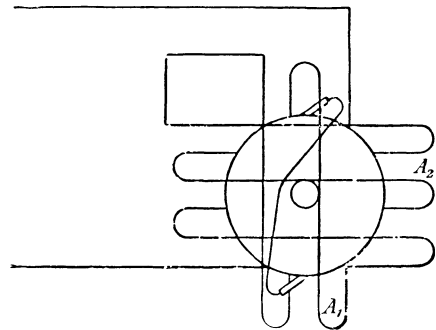


Fig. 318 b.

schaltet. Fig. 318 a zeigt diese Schaltung mit ausgeprägten Polen, während Fig. 318 b dieselbe Schaltung mit einer auf der Mantelfläche verteilten Wicklung darstellt. Dabei erzeugt die Wicklung A_1 das Magnetfeld, während die Wicklung A_2 durch Induktion den motorisch wirkenden Ankerstrom erzeugt. Dabei heben sich der Strom in der Wicklung A_2 und der Rotorstrom in ihrer magnetischen Wirkung fast völlig auf. Es entsteht neben dem vertikalen Hauptfeld nur ein geringes vertikales Feld,

das gerade genügt, um im geringen Rotorwiderstand eine elektromotorische Kraft gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch zu induzieren.

Ein weiterer Schritt vorwärts ist es dann, wenn man die beiden auf dem Stator angebrachten Wickelungen zu einer resultierenden Wickelung vereinigt. Man erhält so den Thomsonschen Repulsionsmotor (Fig. 319). Die Achse der Statorwicklung ist dabei um einen spitzen Winkel gegen die Achse der Rotoramperewindungen geneigt. Man hat sich die Wirkungsweise dann so vorzustellen, daß die eine räumliche Komponente der Statorerregung das motorisch wirkende Feld schafft, während die dazu senkrechte Komponente durch Transformatorwirkung den Ankerstrom induziert. Dieser schafft in Verbindung mit dem Feld das Drehmoment, so daß der Motor mit Last angeht. Durch Rotation entsteht dann außerdem im Anker eine elektromotorische Kraft, die in ähnlicher Weise wie beim Gleichstrommotor in direkter Beziehung zur Tourenzahl steht. Demnach hängt die Tourenzahl des Repulsionsmotors

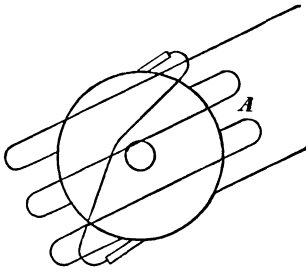


Fig. 319.

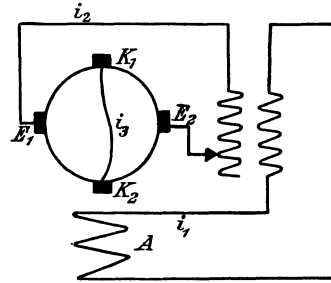


Fig. 320.

wesentlich von der Größe der Komponente des Statorfeldes ab, die das motorisch wirksame Feld schafft. Die Tourenzahl ändert sich also mit der Bürstenverschiebung. Ein Umsteuern des Motors kann natürlich nur durch starke Verschiebung der Bürsten erfolgen. Will man das vermeiden, so muß man zwei besondere Bürstenpaare bzw. zwei Statorwickelungen benutzen, von denen immer nur der eine Teil benutzt wird.

Von besonderer Wichtigkeit ist nun die Kompensation des Querfeldes im Winter-Eichberg-Motor (Fig. 320). In diesem wird das motorisch wirksame, horizontale Feld von dem Ankerstrom erzeugt, der durch die Bürsten E_1 und E_2 zu- und abgeleitet wird. Diese Wickelung E_1 und E_2 ist mit Hilfe eines Serientransformators hinter die Amperewindungen A des Stators geschaltet. Da primärer und sekundärer Strom im Transformator fast direkt entgegengesetzt sind, wird durch diese Schaltung im Prinzip nichts gegenüber der reinen Serienschaltung geändert. Man hat aber dabei den Vorteil, durch Änderung der Windungszahl des Transformators die Spannung für die Erregerwicklung E_1 zu variieren. Man kann dann durch Änderung der Erregung den Leistungsfaktor wesentlich verbessern, bzw. die Tourenzahl regulieren. Letzteres geschieht auch

durch einen Stufentransformator, der durch verschiedene Übersetzung die Hauptspannung zu regulieren gestattet.

Die feststehende Statorwicklung führt nun den motorisch wirksamen Strom, oder vielmehr sie induziert in der Rotorwicklung K_1K_2 einen um etwa 180° verschobenen Strom, der motorisch wirkt, und dessen Kraftlinien durch die Statorwicklung A kompensiert werden. Die Sache liegt also so, daß die Ankerwicklung K_1K_2 sich in dem Felde dreht, das von der Ankerwicklung E_1E_2 geschaffen wird. Man könnte dazu auf dem Anker zwei besondere Wicklungen und Kommutatoren anbringen. Dann hätte man genau die Anordnung in Fig. 317 b, nur mit Vertauschung von Rotor und Stator. In Wirklichkeit kann man die doppelte Ankerwicklung sparen, indem man die beiden Bürstenpaare auf demselben Kollektor anordnet. Nach dem Gesetz von der Superposition der Ströme ist dann die Wirkung des tatsächlichen Ankerstromes gleich der Summe der Wirkungen aus der eben betrachteten Feldwicklung E_1E_2 und der Kurzschlußwicklung K_1K_2 .

Eine bessere Einsicht in die Wirkungsweise des Repulsionsmotors und des Winter-Eichberg-Motors erhalten wir durch die Vektordiagramme der folgenden Abschnitte. Dabei soll der magnetische Widerstand des Eisens, der Übergangswiderstand der Bürsten und der Einfluß der kurzgeschlossenen Spulen vernachlässigt werden.

132. Die elektromotorischen Kräfte im Kommutatormotor.

Wir haben beim Transformator und beim Drehstrommotor die Anschauung zugrunde gelegt, daß ein resultierender Kraftfluß durch die vereinigten Wirkungen des Stator- und Rotorstromes entsteht. Im Gegensatz dazu wollen wir jetzt jedem dieser Ströme einen eigenen, von ihm erzeugten Kraftfluß zuschreiben und wollen die elektromotorischen Kräfte berechnen, die in den einzelnen Wicklungen durch diese einzelnen Kraftflüsse induziert werden.

In Fig. 321 ist eine durch Bürsten kurzgeschlossene Rotorwicklung gezeichnet, deren Achse um den Winkel α gegen die Achse der Statorwicklung verschoben ist. Ebenso wie auf Seite 98 berechnet sich dann der Koeffizient M der gegenseitigen Induktion zwischen Rotor und Stator als das 10^{-8} -fache der von den Statorwindungen umfaßten Kraftlinien, wenn der Rotorstrom 1 Ampere beträgt. Der Rotorstrom 1 Ampere soll dabei in der Kurzschlußverbindung fließen. Für die gegenseitige Induktion kommt dabei nur die Statorspule BD von der Breite $\pi - 2\alpha = 2\delta$ in Betracht, da die Statorspule DF keine Kraftlinien umfaßt, die vom Rotor erzeugt werden.

Es sei nun

ξ_1 die in Serie geschaltete Windungszahl des Stators pro Polpaar,
 $\xi_2 = c \cdot \xi_1$ die in Serie geschaltete Windungszahl des Rotors pro Polpaar.

Der Höchstwert der vom Rotorstrom 1 Ampere erzeugten Induktion ist, gleichgültig ob wir Serien- oder Parallelwicklung haben:

$$B = \frac{0,4\pi \cdot \xi_2 \cdot 1}{l}$$

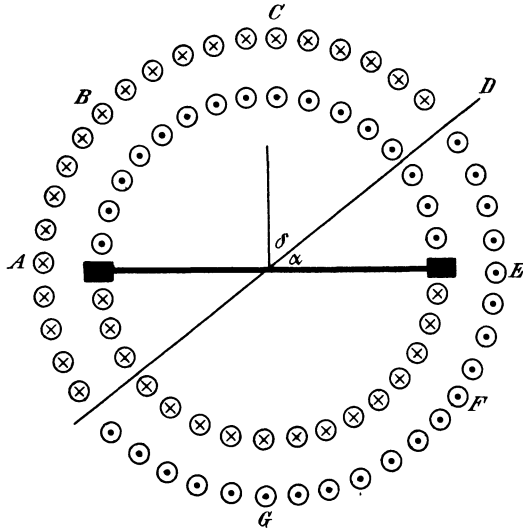


Fig. 321.

Dieser Höchstwert tritt in Fig. 321 und 322 im Punkte *E* auf und erreicht, gleichmäßig abfallend, bei *C* und *G* den Wert Null. Wenn wir der

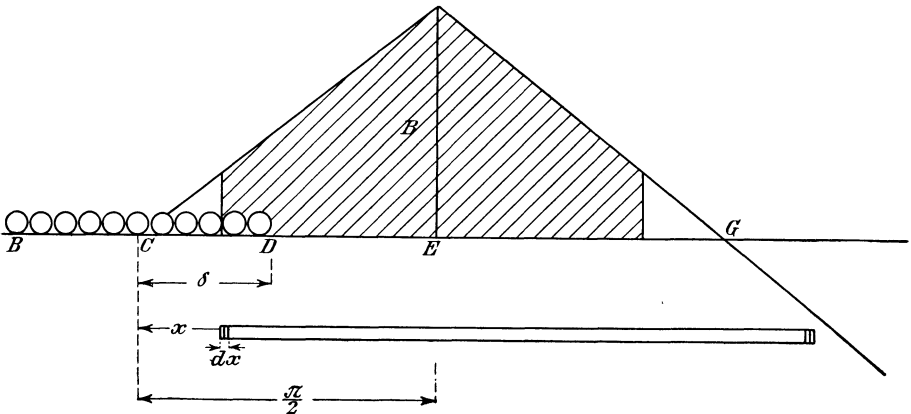


Fig. 322.

Einfachheit wegen den Höchstwert vorläufig gleich Eins annehmen und die Polbreite gleich π setzen, so ist die Induktion im Bogenabstande x von *C* gleich $x : \pi/2$. Die gezeichnete Spule von der Breite dx umfasst dann

einen Kraftfluß, der zum Teil positiv und zum Teil negativ ist und durch das Produkt aus der schraffierten Fläche und der Ankerlänge b gegeben ist. Setzen wir die letztere der Einfachheit wegen ebenfalls gleich Eins, so wird der von der Windungsbreite dx umfaßte Kraftfluß:

$$N = \left(1 + \frac{x}{\pi/2}\right) \cdot \left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \frac{\pi}{2} \left(1 - 4 \frac{x^2}{\pi^2}\right).$$

Auf dem Bogen π liegen nun beim Stator ξ_1 in Serie geschaltete Windungen, also ist die in Serie geschaltete Windungszahl der Spule dx gleich $\frac{dx}{\pi} \cdot \xi_1$. Die Kraftflußwindungen sind also:

$$N \cdot \frac{dx}{\pi} \cdot \xi_1 = \frac{\xi_1}{2} \left(1 - 4 \frac{x^2}{\pi^2}\right) dx.$$

Summieren wir nun nach Fig. 322 zwischen den Grenzen $-\delta$ und $+\delta$ und setzen:

$$k = 3 \frac{\delta}{\pi} - 4 \frac{\delta^3}{\pi^3},$$

so erhalten wir die Kraftflußwindungen pro Polpaar zu:

$$\frac{\xi_1}{2} \int_{-\delta}^{+\delta} \left(1 - 4 \frac{x^2}{\pi^2}\right) \cdot dx = k \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \xi_1.$$

In Wirklichkeit ist

die Ankerlänge nicht 1, sondern b ,

die höchste Induktion nicht 1, sondern $B = \frac{0,4\pi \cdot \xi_2}{l}$,

die Polteilung nicht π , sondern $\frac{D}{2p}$ mal so groß,

die Zahl der Polpaare p .

Wir haben also die berechneten Kraftflußwindungen mit diesen 4 Faktoren und außerdem noch mit 10^{-8} zu multiplizieren und erhalten den Koeffizienten der gegenseitigen Induktion zu:

$$M = \frac{0,2\pi^2}{3} \cdot k \cdot \xi_1 \cdot \xi_2 \cdot \frac{D \cdot b}{l} \cdot 10^{-8}.$$

Daraus ergibt sich nun sehr einfach der Selbstinduktionskoeffizient L des streuungslosen Stators. Wir brauchen dazu nur für ξ_2 den Wert ξ_1 einzuführen und den Winkel $\alpha = 0$ zu setzen. Dadurch wird $k = 1$, und es ergibt sich:

$$L = \frac{0,2\pi^2}{3} \cdot \xi_1^2 \cdot \frac{D \cdot b}{l} \cdot 10^{-8}.$$

Setzen wir nun

$$z = L \omega,$$

so wird mit Einschluss der Streulinien des Stators die ganze im Stator vom Strom i_1 induzierte elektromotorische Kraft:

$$E_1 = L \omega \cdot i_1 \cdot (1 + \tau_1) = (1 + \tau_1) \cdot z \cdot i_1.$$

Wenn wir nun in der Gleichung für L den Wert ξ_1 durch $\xi_2 = c \cdot \xi_1$ ersetzen, so ergibt sich mit Berücksichtigung der Streuung die vom Rotor auf sich selbst induzierte elektromotorische Kraft zu:

$$E_2 = c^2 \cdot L \omega \cdot i_2 \cdot (1 + \tau_2) = (1 + \tau_2) \cdot c^2 \cdot z \cdot i_2.$$

Ferner wird vom Stator aus im Rotor induziert:

$$E_{12} = M \omega \cdot i_1 = c \cdot k \cdot z \cdot i_1$$

und es wird vom Rotor aus im Stator induziert:

$$E_{21} = c \cdot k \cdot z \cdot i_2.$$

Endlich ist noch die elektromotorische Kraft zu berechnen, die im Anker durch Rotation induziert wird. Dadurch, daß sich der Anker in

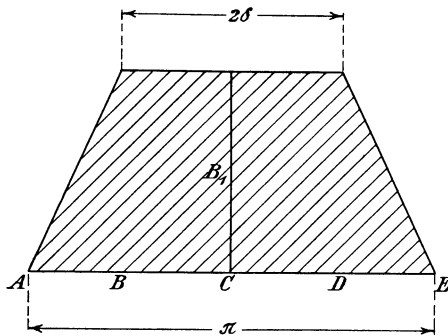


Fig. 323.

seinem eigenen Felde oder in den von der Statorspule BD erzeugten Kraftlinien dreht, wird keine elektromotorische Kraft induziert. Sie kommt vielmehr zustande dadurch, daß der Rotor die von der Statorspule DF erzeugten Kraftlinien schneidet. Diese Kraftlinien durchdringen die Breite AE des Luftraums und haben die in Fig. 323 gezeichnete Verteilung. Der zeitliche und räumliche Höchstwert B_1 wird unabhängig von der Schaltung erzeugt von der Erregung $\frac{2\alpha}{\pi} \cdot \xi_1 \cdot i_{1max}$, wobei i_1 der Strom im Netzleiter ist. Er ergibt sich also zu:

$$B_1 = \frac{0,4\pi}{l} \cdot \frac{2\alpha}{\pi} \cdot \xi_1 \cdot i_{1max}.$$

Um den von der Spule DF in Fig. 321 erzeugten Kraftfluß zu berechnen, haben wir die Fläche der Fig. 323 mit der Ankerlänge und mit

dem Verhältnis $\frac{D \cdot \pi}{2p} : \pi$ zu multiplizieren. Das ergibt als zeitlichen Höchstwert:

$$N = B_1 \cdot \left(\frac{\pi + 2\delta}{2} \right) \cdot \frac{b \cdot D}{2p}.$$

Der zeitliche Höchstwert der durch Rotation induzierten elektromotorischen Kraft wird dann nach Gleichung (79) auf Seite 139:

$$E_{rmax} = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z_2 \cdot 10^{-8}.$$

Nun entspricht bei $2a$ parallelen Zweigen die Drahtzahl z_2 des Rotors der Gleichung:

$$z_2 = 2a \cdot p \cdot 2\xi_2.$$

Ferner ist, wenn v das Verhältnis der wirklichen Tourenzahl zur „synchronen“ Tourenzahl $\frac{\omega}{p}$ ist:

$$\frac{n}{60} = v \cdot \frac{\omega}{p} = \frac{v \cdot \omega}{p \cdot 2\pi}.$$

Mit Einsetzung der Werte von N , $\frac{n}{60}$ und z_2 ergibt sich:

$$E_{rmax} = \left(\frac{\pi + 2\delta}{2\pi} \right) \cdot v \cdot \omega \cdot \xi_2 \cdot B_1 \cdot b \cdot D.$$

Setzen wir hierin für B_1 den obigen Wert ein und nehmen auf beiden Seiten den Effektivwert, so erhalten wir mit Benutzung des früheren Wertes $z = L \cdot \omega$ den Effektivwert:

$$E_r = \frac{3}{\pi} \cdot \left(1 - 4 \frac{\delta^2}{\pi^2} \right) \cdot c \cdot v \cdot z \cdot i_1.$$

Wir setzen jetzt:

$$k' = \frac{3}{\pi} \cdot \left(1 - 4 \frac{\delta^2}{\pi^2} \right),$$

wo k' der Differenzialquotient von k genommen nach δ ist. Dadurch wird:

$$E_r = k' \cdot c \cdot v \cdot z \cdot i_1.$$

133. Das Vektordiagramm des Repulsionsmotors.

Die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_{12} bleiben um 90° hinter dem Strome i_1 zurück, durch dessen Kraftlinien sie erzeugt werden. Ebenso bleiben die elektromotorischen Kräfte E_2 und E_{21} um 90° hinter dem Strome i_2 zurück. Dagegen hat die elektromotorische Kraft E_r gleiche Phase mit dem Strome i_1 , da sie am größten ist, wenn der primäre Strom am größten ist.

Im Repulsionsmotor ist nun, wie in jedem Transformator, der Sekundärstrom dem Primärstrom wesentlich entgegen gerichtet (vergl.

Fig. 321). Der primäre Stromvektor i_1 falle nun in die positive Richtung der Ordinatenachse (Fig. 324), und der Vektor des Rotorstromes daher wesentlich nach unten. Dann bleiben die Vektoren E_1 und E_{12} um 90° hinter dem Strome i_1 zurück, während die Vektoren E_2 und E_{21} um 90° hinter dem Strome i_2 zurückbleiben. Da die Summe der elektromotorischen Kräfte im Kurzschlussanker gleich Null ist, so ist die Resultierende aus E_{12} und E_2 gleich und entgegengesetzt dem Vektor E_r , sie fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Andererseits ist die Resultierende aus E_1 und E_{21} die im Stator induzierte elektromotorische Gegenkraft, also gleich und entgegengesetzt der Klemmspannung. Demnach ist, abgesehen vom Vorzeichen:

$$OA = E_r, \quad OE = e.$$

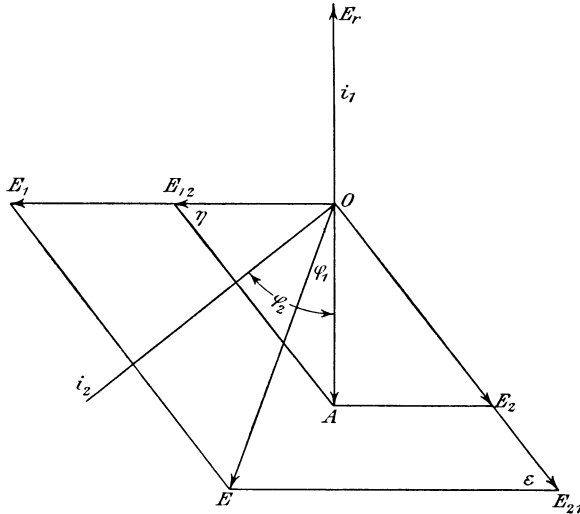


Fig. 324.

Nach Fig. 324 und mit Benutzung der Gleichungen für die elektromotorischen Kräfte ist dann:

$$e \cdot \cos \varphi_1 = OA \cdot \frac{E_{21}}{E_2} = \frac{k \cdot k' \cdot v}{1 + \tau_2} \cdot z \cdot i_1. \tag{a}$$

Ebenso erhalten wir, indem wieder $\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$ und demnach $1 + \tau = (1 + \tau_1) \cdot (1 + \tau_2)$ gesetzt wird:

$$e \cdot \sin \varphi_1 = E_1 - \frac{E_{21}}{E_2} \cdot E_{12} = \frac{1 + \tau - k^2}{1 + \tau_2} \cdot z \cdot i_1. \tag{b}$$

Demnach:
$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{1 + \tau - k^2}{k \cdot k' \cdot v}.$$

Ferner ist der Leerstrom i_0 bei offenem Rotor durch die Gleichung gegeben:

$$e = i_0 \cdot z \cdot (1 + \tau_1). \tag{c}$$

Mit Benutzung dieser Gleichung nimmt dann die Gleichung für $e \cdot \sin \varphi_1$ die Form an:

$$\sin \varphi_1 = \frac{1 + \tau - k^2}{(1 + \tau) \cdot i_0} \cdot i_1.$$

Der geometrische Ort für den Endpunkt des primären Stromvektors ist also ein Kreis (Fig. 325). Der Durchmesser ist nach der letzten Gleichung der Kurzschlussstrom:

$$J_0 = \frac{(1 + \tau) \cdot i_0}{1 + \tau - k^2}.$$

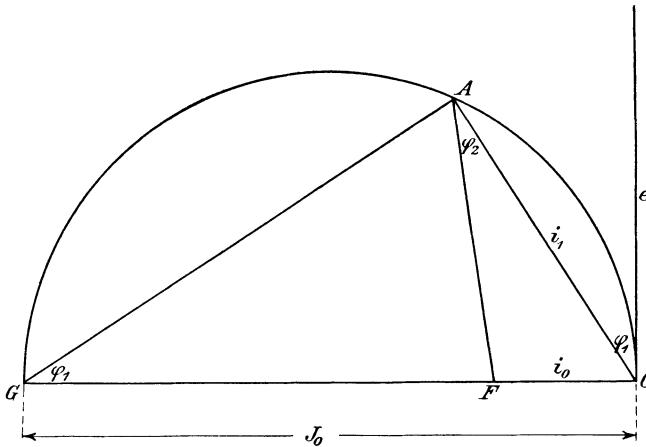


Fig. 325.

Das Drehmoment ergibt sich aus der Gleichung:

$$M_a = \frac{e \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60}} = \frac{e \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \frac{\sim}{p} \cdot v}$$

oder mit Benutzung der obigen Gleichungen (a) und (c):

$$M_a = \frac{p \cdot k \cdot k'}{9,81 \cdot 2\pi \cdot \sim} \cdot \frac{e}{i_0 \cdot (1 + \tau)} \cdot i_1^2.$$

Da nun in Fig. 324 $\varphi_2 = \eta$ ist, so folgt die Phase des Rotorstromes aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{OA}{E_{12}} = \frac{k'}{k} \cdot v. \quad (d)$$

Dabei ist φ_2 der Winkel zwischen den Vektoren i_1 und dem negativ genommenen Vektor i_2 . Bildet nun in Fig. 325 der Strahl AF mit OA den Winkel φ_2 , dann ergibt der Sinussatz im Dreieck OAF :

$$\frac{OF}{i_1} = \frac{\sin \varphi_2}{\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

Wenn wir rechts den Nenner auflösen und dann mit $\sin \varphi_2$ heben, so erhalten wir mit Hilfe der Gleichungen (a), (b), (c) und (d):

$$OF = i_0.$$

Die nochmalige Anwendung des Sinussatzes im Dreieck OAF ergibt dann:

$$FA = \frac{k \cdot c \cdot i_2}{1 + \tau_1}.$$

Dieses Resultat zeigt eine bemerkenswerte Übereinstimmung mit dem Heylandschen Diagramm.

134. Das Vektordiagramm des Winter-Eichberg-Motors.

In ähnlicher Weise wie beim Repulsionsmotor ergibt sich das Vektordiagramm für den Winter-Eichberg-Motor. Dabei kann man sich auf dem Rotor zwei Wickelungen von gleicher Windungszahl denken, die um 90° verschoben sind. Die Bürstenverschiebung zwischen Kurzschlußwicklung und Stator ist gleich Null, die zwischen der Erregerwicklung $E_1 E_2$ in Fig. 320 und zwischen Stator ist 90° . Die elektromotorischen Kräfte ergeben sich dann nach den früher entwickelten Gleichungen. Es ist aber zu beachten, daß nun auch die Kurzschlußwicklung $K_1 K_2$ bei der Rotation die Kraftlinien der Erregerwicklung $E_1 E_2$ schneidet und daß diese Kraftlinien die Streulinien mit einschließen.

Es sei nun u das Verhältnis der primären und sekundären Windungen auf dem Transformator in Fig. 320, und es beziehe sich der Index 1 auf den Stator, 2 auf die Erregerwicklung und 3 auf die Kurzschlußwicklung. Dann wird mit Hilfe der Gleichungen für die elektromotorischen Kräfte, und wenn $i_2 = u \cdot i_1$ gesetzt wird:

$E_1 = z \cdot (1 + \tau_1) \cdot i_1$ die Selbstinduktion des Stators,

$E_2 = u \cdot c^2 \cdot z \cdot (1 + \tau_2) \cdot i_1$ die Selbstinduktion der Erregerwicklung,

$E_3 = c^2 \cdot z \cdot (1 + \tau_2) \cdot i_3$ die Selbstinduktion der Kurzschlußwicklung,

$E_{13} = c \cdot z \cdot i_1$ die gegenseitige Induktion vom Stator auf den Kurzschlußanker,

$E_{31} = c \cdot z \cdot i_3$ die gegenseitige Induktion vom Kurzschlußanker auf den Stator,

$E_{r12} = \frac{3}{\pi} \cdot c \cdot v \cdot z \cdot i_1$ die elektromotorische Kraft durch Rotation der Erregerwicklung im Felde des Stators,

$E_{r23} = \frac{3}{\pi} \cdot u \cdot c^2 \cdot v \cdot z \cdot (1 + \tau_2) \cdot i_1$ die elektromotorische Kraft durch Rotation der Kurzschlußwicklung im Felde der Erregerwicklung,

$E_{r32} = \frac{3}{\pi} \cdot c^2 \cdot v \cdot z \cdot (1 + \tau_2) \cdot i_3$ die elektromotorische Kraft durch Rotation der Erregerwicklung im Felde der Kurzschlußwicklung.

Sonstige elektromotorische Kräfte können der Natur der Sache nach nicht auftreten. Aus den obigen Gleichungen ergibt sich dann:

$$\frac{E_{r_{12}}}{E_{13}} = \frac{E_{r_{32}}}{E_3} = \frac{E_{r_{23}}}{E_2} = \frac{3}{\pi} \cdot v.$$

Der Einfachheit wegen lassen wir in Fig. 326 den Vektor i_2 mit dem Vektor i_1 in die Ordinatenachse fallen, da durch Einschaltung des Transformators an dem Wesen des Motors nichts geändert wird. Die Zusammensetzung der elektromotorischen Kräfte E_3 , E_{13} und $E_{r_{23}}$ im Kurzschlusskreise erfolgt wie beim Repulsionsmotor. Ebenso werden im Stator, wie früher, die Vektoren E_{31} und E_1 zusammengesetzt und geben

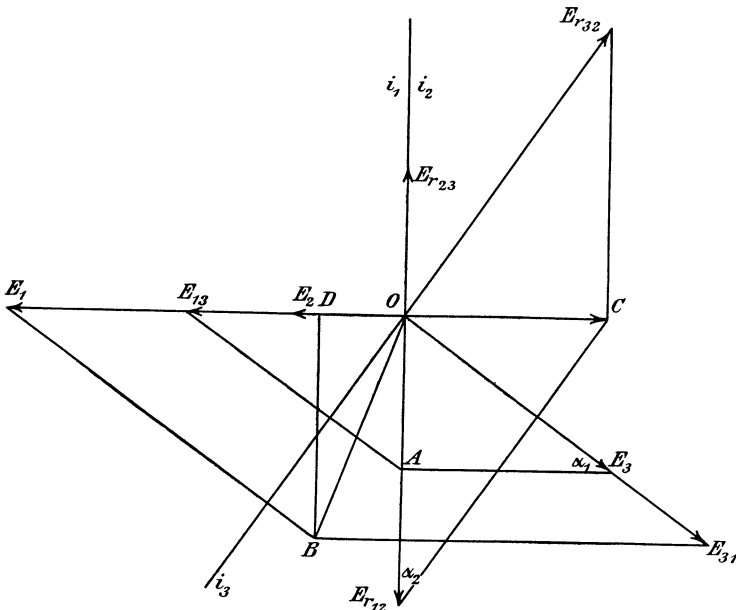


Fig. 326.

als Resultierende den Vektor OB , der der Statorspannung entgegengesetzt ist.

In der Erregerwicklung ergeben $E_{r_{12}}$ (in Phase mit i_1) und $E_{r_{32}}$ (in Phase mit i_3) eine Resultierende OC . Dafs diese wesentlich nach rechts fällt, folgt am einfachsten aus der Tatsache, dafs der Winter-Eichberg-Motor fast den Wert $\cos \varphi = 1$ erreicht, so dafs die nach links fallenden Vektoren der Selbstinduktion in den Kreisen (1) und (2) kompensiert sein müssen. Da ferner nach der Konstruktion die Winkel α_1 und α_2 gleich sind, so folgt aus der obigen Proportion die Ähnlichkeit der Dreiecke $OCE_{r_{32}}$ und AOE_{13} . Dann aber fällt OC in die Abszissenachse. Die Spannung an der Erregerwicklung ist dann $E_2 - OC$, also vollständig wattlos. Die primäre Spannung am Transformator ist dann

$u \cdot (E_2 - OC)$. Da OC der Tourenzahl proportional ist, so kommt es wesentlich auf die Tourenzahl an, ob die Spannung am Transformator Null wird, oder dem Strom um 90° voraufeilt, oder um 90° nachheilt.

Die wattlose Komponente der Statorspannung ist OD und die Wattkomponente ist BD . Demnach ergibt sich der Leistungsfaktor für den aus Stator und Erregerwicklung bestehenden Primärkreis aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{OD + u \cdot (E_2 - OC)}{BD}.$$

Wenn wir mit Hilfe von geometrischen Proportionen OD , OC und BD durch die elektromotorischen Kräfte ausdrücken, so erhalten wir:

$$\operatorname{tg} \varphi = u \cdot c \cdot (1 + \tau_2) \cdot \left\{ \frac{1,05}{v} - \frac{v}{1,05} \right\} + \frac{\tau \cdot 1,05}{u \cdot c \cdot (1 + \tau_2) \cdot v}.$$

Die Gleichung zeigt, daß für eine bestimmte Geschwindigkeit der Leistungsfaktor gleich 1 wird, und daß diese Geschwindigkeit vom Übersetzungsverhältnis des Transformators, wenn auch in geringem Maße, abhängt. Für den streuungslosen Motor ($\tau = 0$) liegt die Tourenzahl, bei der Phasenkompensierung auftritt, ganz in der Nähe der synchronen Tourenzahl.

Es ist nun bemerkenswert, daß der Stator beim Anlaufen einen kurzgeschlossenen Induktionsmotor darstellt, dessen Kraftlinien nach Fig. 313a nur den Streuweg zur Verfügung haben. Dagegen ist der Anlaufstrom gleichzeitig der Magnetisierungsstrom für die Erregerwicklung, deren Kraftlinien außerdem den Luftraum zur Verfügung haben. Da Stator und Erregerwicklung hintereinander geschaltet sind, so ist die Spannung beim Anlaufen am Stator sehr gering gegenüber der Spannung an der Erregerwicklung bzw. am Transformator. Mit zunehmender Tourenzahl tritt dann Kompensierung im Erregerkreis ein, und bei einer bestimmten Tourenzahl wird die Spannung am Transformator gleich Null, während am Stator die volle Netzspannung liegt.

Unsere Gleichung für $\operatorname{tg} \varphi$ ergibt für eine beliebige Tourenzahl, d. h. für einen gegebenen Wert von v , die zugehörige Phasenverschiebung. Man kann dann mit Hilfe von $\operatorname{tg} \varphi$ den Wert $\cos \varphi$ berechnen, und daraus ergibt sich dann leicht mit Hilfe von $BD = e \cdot \cos \varphi$ der zugehörige Primärstrom, sowie die Leistung und das Drehmoment. Ein Kreisdiagramm für den Winter-Eichberg-Motor existiert nicht.

Zwanzigstes Kapitel.

135. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer. — 136. Der Effektverlust im rotierenden Umformer. — 137. Vergleich des rotierenden Umformers mit einem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker.

135. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer.

Das Prinzip des rotierenden Umformers ist schon im Abschnitt 93 besprochen. Eine gewöhnliche Gleichstrommaschine, der ein Gleichstrom mit Hilfe eines Kollektors zugeführt wird, läuft als Gleichstrommotor und liefert zugleich Wechselstrom, der von Schleifringen auf der Achse abgenommen wird. Umgekehrt läuft eine solche Maschine als Synchronmotor, wenn ihr durch die Schleifringe ein Wechselstrom zugeführt wird, und sie liefert dann am Kommutator einen Gleichstrom. Das Eigentümliche dieser Maschine besteht also darin, das im Anker beide Ströme fließen, so daß sich der Wechselstrom zeitweise zu dem Gleichstrom addiert und zeitweise subtrahiert. Die Joulesche Wärme im Anker ist dann im Umformer eine ganz andere, als wenn die Maschine bei derselben Stärke des Gleichstromes mechanisch als Generator angetrieben wird.

Um nun die Joulesche Wärme im Umformer mit der eines Gleichstromgenerators vergleichen zu können, müssen wir das Verhältnis der Stärke des maximalen Wechselstromes i_{max} zu dem Gleichstrom c pro Ankerleiter kennen. Dieses Verhältnis sei gegeben durch die Gleichung:

$$\eta = \frac{i_{max}}{c}. \quad (198)$$

Nun folgt, daß die Leistung des Wechselstromes gleich der Leistung des Gleichstromes ist. Ist also:

ν die Anzahl der Ankerabteilungen, also $\nu = 2$ bei Einphasenumformern,

$\nu = 3$ bei Dreiphasenumformern etc.,

z' die Drahtzahl pro Ankerabteilung,

$i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$ die effektive Stärke des Wechselstromes pro Ankerabteilung,

E die elektromotorische Kraft pro Ankerabteilung,

φ die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft E und der Stärke i des Wechselstromes,

so ergibt sich die Gesamtleistung des Wechselstromes zu:

$$P = v \cdot E \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Setzen wir nun $E = k \cdot N \cdot \omega \cdot z' \cdot 10^{-8}$ und $i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{\eta \cdot c}{\sqrt{2}}$, und führen wir für $v \cdot z'$ die gesamte Drahtzahl z ein, so wird die Leistung des Wechselstromes:

$$P = k \cdot N \cdot \omega \cdot z \cdot \frac{\eta \cdot c}{\sqrt{2}} \cdot 10^{-8} \cdot \cos \varphi.$$

Andererseits ist die Leistung des Gleichstromes:

$$P = \frac{p}{a} \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \cdot i_a.$$

Wir setzen nun $i_a = 2 a \cdot c$ und $p \cdot \frac{n}{60} = \omega$ und setzen die Leistung des Wechselstromes gleich der des Gleichstromes. Dann erhalten wir:

$$\eta = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}. \quad (199)$$

Dabei hängt der Wert von k wesentlich von der Breite der Spulenseite ab. Bei Einphasenumformern (Fig. 327 a) entspricht die Breite 2γ einer Spulenseite einer Polteilung, ist also gleich dem Bogen π . Bei Zwei- oder Vierphasenumformern (Fig. 327 b) ist die Breite 2γ gleich dem Bogen $\pi/2$. Bei Dreiphasenumformern (Fig. 327 c) ist sie gleich $2/3\pi$ und bei Sechphasenumformern*) gleich dem Bogen $\pi/3$ (Fig. 327 d).

Ferner ist der Wert des Faktors k von der Gestaltung des magnetischen Feldes abhängig. Wir unterscheiden wieder, wie früher, ein sinusförmiges Feld, eine Polbreite gleich $2/3$ der Teilung und eine Polbreite gleich $1/2$ der Teilung.

Für ein sinusförmiges Feld ergibt sich nach Gleichung (144) auf S. 325:

$$k = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}.$$

Bei Polbreiten gleich $2/3$ und $1/2$ der Teilung gilt für Ein- und Dreiphasenumformer Gleichung (152) und (153) auf S. 332, da die Breite 2γ der Spulenseite größer ist als der Polbogen β . Dagegen ist für Vier- und Sechphasenumformer die Spulenseite kleiner als der Polbogen β , und es gilt Gleichung (147) und (154) auf S. 327 und 333. Daraus ergibt sich dann die folgende Tabelle:

*) Man erhält einen solchen Sechphasenumformer einfach dadurch, daß man bei einem Dreiphasentransformator die sekundäre Wicklung nicht verkettet. Dadurch sind dann ohne weiteres sechs Zuleitungen zum Umformer gegeben. Allerdings hat man dabei eigentlich nur drei einzelne Dreiphasensysteme des Transformators. Aber auch der Sechphasenumformer kann ganz bequem als ein System von drei Phasen aufgefaßt werden, deren Spulenseiten die Breite einer vollen Polteilung haben, und die sich gegenseitig teilweise überdecken.

	$2\gamma/\pi$	Werte des Faktors k		
		für Sinusform	für $\beta/\pi = 2/3$	für $\beta/\pi = 1/2$
Einphasen	1	$\sqrt{2}$	$2/3 \sqrt{5}$	$2/3 \sqrt{6}$
Dreiphasen	$2/3$	$3/4 \sqrt{6}$	$1/2 \sqrt{15}$	$2/3 \sqrt{10}$
Vierphasen	$1/2$	2	$2/3 \sqrt{10}$	$4/3 \sqrt{3}$
Sechsphasen	$1/3$	$3/2 \sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$2/3 \sqrt{14}$

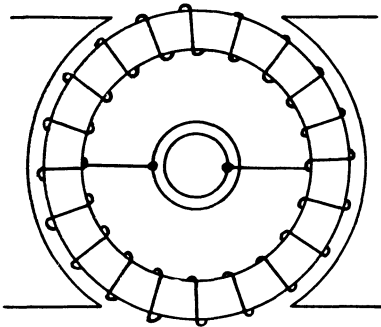


Fig. 327 a.

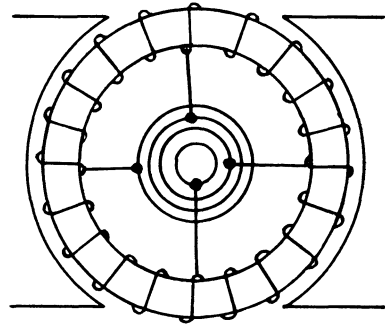


Fig. 327 b.

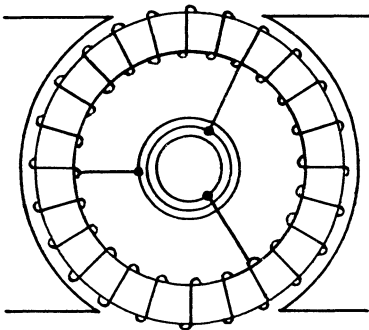


Fig. 327 c.

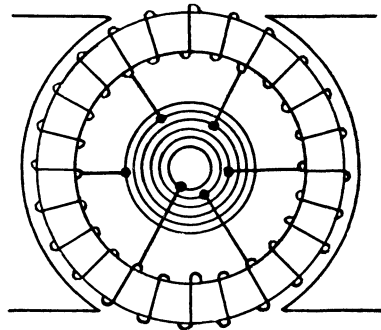


Fig. 327 d.

Aus den Werten von k ergeben sich dann leicht die Werte von $\eta = \frac{2\sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$. Diese werden uns im folgenden Abschnitt dazu dienen, den Effektverlust durch Joulesche Wärme im Umformer zu ermitteln.

136. Der Effektverlust im rotierenden Umformer.

Der rotierende Umformer wird in der Regel mit Wechselstrom bzw. Mehrphasenstrom gespeist und liefert dann am Kommutator Gleichstrom. Er läuft also als Wechselstromsynchronmotor und Gleichstromgenerator.

Im wesentlichen ist dann der hineingesandte Wechselstrom der elektromotorischen Kraft entgegengerichtet, während der gelieferte Gleichstrom der elektromotorischen Kraft gleichgerichtet ist. Daraus folgt, daß Gleichstrom und Wechselstrom sich im Anker zum großen Teil gegenseitig aufheben, so daß die Joulesche Wärme verhältnismäßig gering ist.

Es leuchtet aber ein, daß dieses günstige Resultat nur erzielt wird, wenn zwischen elektromotorischer Kraft und Stromstärke des Wechselstromes keine Phasenverschiebung stattfindet. Außerdem aber liegt zeitweise die Spulenseite des Wechselstromes gleichzeitig vor entgegengesetzten Polen, und es ist klar, daß dann in einzelnen Drähten eine Addition, in anderen eine Subtraktion beider Ströme stattfindet. Am günstigsten wäre natürlich eine unendliche Zahl von Kollektorlamellen und eine unendliche Zahl von Phasen, das heißt eine unendlich kleine Breite der Spulenseite.

Das Verständnis und die rechnerische Behandlung wird nun am leichtesten, wenn wir die Lamellenzahl des Kommutators als sehr groß voraussetzen und den zeitlichen Verlauf des Stromes in einer einzigen Windung ins Auge fassen. *) Dazu wählen wir zunächst die Windung, die

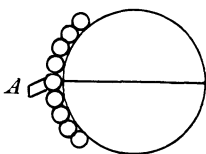


Fig. 328 a.

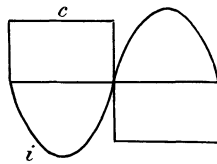


Fig. 328 b.

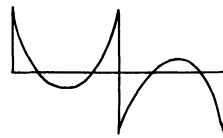


Fig. 328 c.

die Mitte der Spulenseite des Wechselstromes bildet, und setzen zunächst voraus, daß die Phasenverschiebung gleich Null ist, was durch geeignete Erregung immer erzielt werden kann.

Sowie nun der Draht der betrachteten Windung in Fig. 328 a die neutrale Zone passiert, kehrt sowohl der Gleichstrom als auch der Wechselstrom seine Richtung um. Unter der Voraussetzung, daß wir den Gleichstrom als konstant betrachten dürfen, stellt uns dann die Kurve c in Fig. 328 b den zeitlichen Verlauf des Gleichstromes in der betrachteten Windung dar. Ebenso stellt die Kurve i den Verlauf des Wechselstromes dar. Durch Summierung beider Ströme mit Berücksichtigung des Vorzeichens erhalten wir dann die Stromkurve in Fig. 328 c. Die Ordinaten haben wir zu quadrieren und mit dem Widerstand w der betrachteten Windung zu multiplizieren, um die Momentanwerte des Effektverlustes zu erhalten.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse für eine Windung, die um den Bogen ε von der Mitte der Spulenseite entfernt ist (Fig. 329 a). Sobald

*) Vergl. Steinmetz, Der rotierende Umformer in Voits Sammlung elektrischer Vorträge Bd. II, 1899.

diese Windung bei A die neutrale Zone passiert, tritt der Stromwechsel des Gleichstromes ein. Dagegen erfolgt, da die Phasenverschiebung gleich Null angenommen ist, der Stromwechsel des Wechselstromes erst um den Bogen ε später, wenn nämlich die Mitte der Spulenseite die neutrale Zone passiert.

Die Kurve des Wechselstromes erscheint also in Fig. 329 b nach rechts hin verschoben, und bei der Zusammensetzung der Ordinaten er-

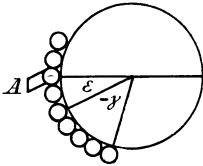


Fig. 329 a.

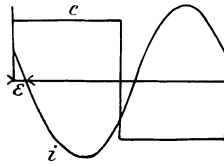


Fig. 329 b.

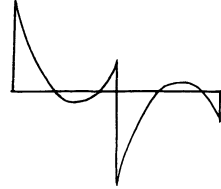


Fig. 329 c.

halten wir die Kurve in Fig. 329 c, die uns den zeitlichen Verlauf des Stromes in der betrachteten Windung darstellt.

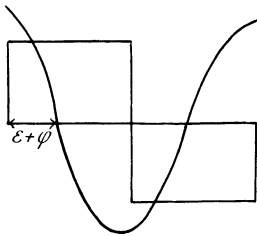


Fig. 330.

Bleibt endlich der Strom um den Winkel φ hinter der elektromotorischen Kraft zurück, so erscheint die Stromkurve um den Bogen φ noch weiter nach rechts verschoben (Fig. 330). Als Abszisse ist dabei der Einfachheit wegen, wie in früheren Abschnitten, der Bogen α aufgetragen, der der Zeit t entspricht. Der Momentanwert des Stromes in der betrachteten Windung ist dann:

$$c - i_{max} \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) = c \{ 1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \}.$$

Wir quadrieren den Momentanwert des Stromes und nehmen das Mittel zwischen 0 und π . Ist w der Widerstand der Windung, so erhalten wir den mittleren zeitlichen Effektverlust in der einen betrachteten Windung zu:

$$\frac{c^2 \cdot w}{\pi} \int_0^{\pi} \{ 1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi) \}^2 \cdot d\alpha = c^2 \cdot w \left\{ 1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \cos(\varepsilon + \varphi) \right\}.$$

Die Integration ist dabei ausgeführt, indem ausquadriert wurde und ε als konstant angesehen wurde. Wie die Klammergröße der rechten Seite zeigt, enthält der mittlere zeitliche Effektverlust zwei konstante Glieder, die für alle Windungen dieselben sind, und ein Glied, dessen Wert mit dem räumlichen Winkel ε variiert. Der mittlere räumliche Wert dieses Gliedes innerhalb der Klammer wird, wenn 2γ die Breite der Spulenseite ist:

$$\frac{1}{2\gamma} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \frac{4\eta}{\pi} \cdot \cos(\varepsilon + \varphi) \cdot d\varepsilon = \frac{4\eta}{\pi} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \cos \varphi.$$

Der mittlere räumliche und zeitliche Effektverlust pro Windung ist also:

$$P_v = c^2 \cdot w \left(1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\pi} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \cos \varphi \right).$$

Setzen wir nun für η den früher ermittelten Wert $\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$, so erhalten wir:

$$P_v = c^2 \cdot w \cdot \left(1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right). \quad (200)$$

Diese Gleichung wird uns nun im folgenden Abschnitt dazu dienen, den Umformer mit dem Gleichstromgenerator in Hinsicht des Kupferverlustes im Anker zu vergleichen.

137. Vergleich des rotierenden Umformers mit einem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker.

In Gleichung (200) ist das Produkt $c^2 \cdot w$ der Effektverlust pro Windung, wenn die Maschine als Gleichstromgenerator angetrieben wird und dabei den Gleichstrom c liefert. Der Ausdruck in der Klammer:

$$I = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

gibt also an, wie viel mal gröfser der Effektverlust im Umformer ist, als wenn die Maschine denselben Gleichstrom als mechanisch angetriebener Generator liefert.

Je gröfser also der Phasenverschiebungswinkel φ ist, je kleiner also der Wert von $\cos \varphi$ ist, desto gröfser wird in der obigen Gleichung für I das zweite Glied und damit der Verlust. Ferner ergibt sich aus der Gleichung für I sehr deutlich der Einfluss der Spulenbreite. Ist z. B. das Feld sinusförmig, so ist der Faktor k dem Werte $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$ proportional, d. h. das letzte Glied in der Gleichung für I ist für alle Spulenbreiten konstant. Demnach kommt der Einfluss der Spulenbreite nur in dem zweiten Gliede in Betracht. Je kleiner die Spulenbreite ist, desto gröfser wird der Faktor k . Dadurch wird dann das zweite Glied in der obigen Gleichung kleiner und demnach der Effektverlust ebenfalls geringer. Die Überlegenheit des Sechphasenumformers infolge seiner geringen Breite der Spulenseite tritt also klar hervor. Ist das Feld nicht sinusförmig, so werden diese Verhältnisse nur ganz unwesentlich geändert.

Die folgende Tabelle enthält für die verschiedenen Fälle die Werte von I , d. h. das Verhältnis des Verlustes im Umformer zu dem Verlust im Generator bei gleicher Stromstärke des Gleichstromes.

	$\cos \varphi$	$\Gamma = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$		
		Sinusförmiges Feld	$\beta \pi = \frac{2}{3}$	$\beta \pi = \frac{1}{2}$
Einphasen {	1	1,38	1,26	1,10
	0,8	2,50	2,28	1,94
Dreiphasen {	1	0,56	0,53	0,49
	0,8	1,23	1,13	0,99
Vierphasen {	1	0,38	0,36	0,35
	0,8	0,94	0,87	0,77
Sechphasen {	1	0,27	0,26	0,26
	0,8	0,77	0,71	0,63

Die Tabelle zeigt, daß man die Verluste ganz erheblich vermindert, wenn man durch geeignete Erregung der Maschine dafür sorgt, daß die Phasenverschiebung gleich Null wird. Ferner zeigt die Tabelle die gewaltige Überlegenheit des mehrphasigen Umformers gegenüber dem einphasigen. Der Einfluß der Polform ist nach der Tabelle sehr gering und wird in Wirklichkeit wegen der Abrundung der Pole noch weniger ins Gewicht fallen.

Für die Praxis interessiert uns nun noch die Frage, wie stark wir den rotierenden Umformer belasten können, ohne daß der Anker zu warm wird. Es sei unter Voraussetzung gleichen Verlustes:

c der Gleichstrom pro Ankerdraht, den der Umformer liefert,

c_1 der Strom, den dieselbe Maschine als mechanisch angetriebener Gleichstromgenerator liefert.

Der Verlust pro Spulenseite ist dabei im Generator $c_1^2 \cdot w$, im Umformer dagegen nach Gleichung (200) $\Gamma \cdot c^2 \cdot w$. Wenn beide Verluste gleich sein sollen, so ergibt sich:

$$c_1^2 \cdot w = \Gamma \cdot c^2 \cdot w$$

oder

$$\frac{c}{c_1} = \frac{1}{\sqrt{\Gamma}}.$$

Unter Voraussetzung gleichen Effektverlustes im Anker ist also das Verhältnis des Gleichstromes im Umformer zum Gleichstrom im Generator durch den Wert $1/\sqrt{\Gamma}$ gegeben. Dieser Wert gibt also auch das Verhältnis der Leistungen beider Maschinen unter Voraussetzung gleicher Erwärmung des Ankers an. In der folgenden Tabelle sind die Werte von $1/\sqrt{\Gamma}$ für die einzelnen Fälle zusammengestellt.

	$\cos \varphi$	$1/\sqrt{G}$.		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = 2/3$	$\beta/\pi = 1/2$
Einphasen {	1	0,85	0,89	0,95
	0,8	0,63	0,66	0,72
Dreiphasen {	1	1,33	1,37	1,43
	0,8	0,90	0,94	1,00
Vierphasen {	1	1,62	1,66	1,70
	0,8	1,03	1,07	1,14
Sechphasen {	1	1,93	1,95	1,94
	0,8	1,14	1,18	1,26

Bei einem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 1$ leistet also der Einphasenumformer bei gleicher Erwärmung des Ankers 85 % von dem, was der Gleichstromgenerator leistet. Dagegen leistet der Sechphasenumformer bei $\cos \varphi = 1$ etwa das Doppelte des Gleichstromgenerators.

Anhang.

Die symbolische Darstellung von Wechselstromgrößen.

(Nach Steinmetz, Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen.)

1. Das Polardiagramm.

Wir haben früher im Vektordiagramm die Maximalwerte der Spannung oder der Stromstärke als Vektoren aufgetragen und haben diese Vektoren rotieren lassen. Die Richtung des Radius Vektor entsprach dann z. B. der räumlich wechselnden Stellung der Ankerspule, und der Momentanwert der Spannung war durch die Projektion des Vektors auf die Ordinatenachse gegeben.

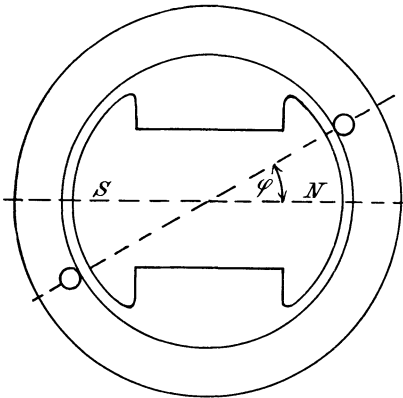


Fig. 331.

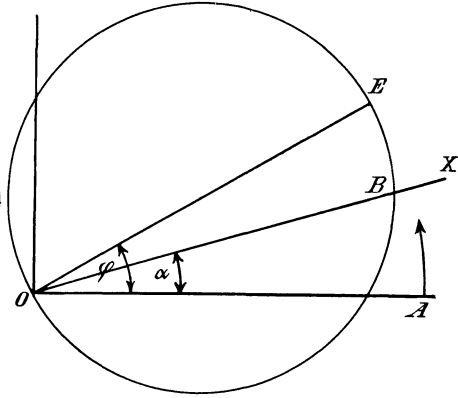


Fig. 332.

Im Gegensatz dazu betrachten wir in Fig. 331 die Ankerspule als feststehend und lassen das Polrad rotieren. Die Anfangslage der magnetischen Achse des Polrades sei willkürlich in die Abszissenachse gelegt, und die Ebene der feststehenden Spulenseite bilde mit der Anfangslage den konstanten Winkel φ . Wir betrachten nun im Polardiagramm (Fig. 332) ebenfalls die Abszissenachse als die Anfangslage und zeichnen den Vektor $OE = E_{max}$ in einer durch den Winkel φ gegebenen Richtung. Über OE als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis. Wir betrachten nun OE als feststehend und lassen den Strahl OX entgegen dem Uhrzeiger rotieren. Wenn dieser Strahl um den Winkel α gegen die Null-

lage vorgeschritten ist, so schneidet er den Kreis im Punkte B . Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ist dann:

$$E_{max} \cdot \cos(\varphi - \alpha) = OB.$$

Wir bezeichnen nun den Durchmesser E_{max} als die Intensität der Sinuswelle und den Winkel φ als die Phase der Welle. In Polarkoordinaten ist also der Momentanwert als Funktion des Winkels α gegeben. Der Maximalwert wird in dem Augenblicke erreicht, wenn der rotierende Strahl OX mit dem Durchmesser OE zusammenfällt.

In Fig. 333 sind z. B. die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 von verschiedener Phase, weil ihre Maximalwerte OE_1 und OE_2 verschiedene Winkel φ_1 und φ_2 mit der Nulllage einschließen. Die elektromotorische Kraft E_2 bleibt hinter E_1 in der Phase zurück, weil der rotierende Strahl OX zuerst mit OE_1 und später mit OE_2 zusammenfällt. Es zeigt sich, daß wir bei Drehung des Strahles OX entgegen dem

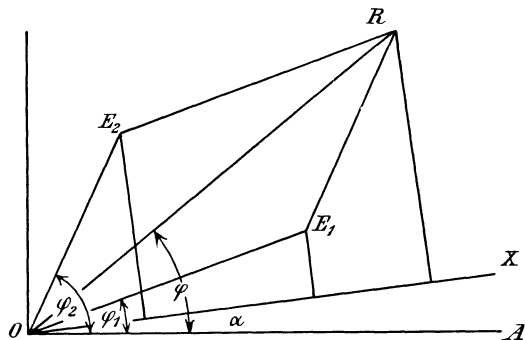


Fig. 333.

Uhrzeiger genau dieselbe Figur erhalten, wie früher, wo wir die Vektoren der Maximalwerte im Sinne des Uhrzeigers rotieren ließen.

2. Geometrische Addition.

Nach Fig. 332 ist der Momentanwert durch OB , d. h. durch die Projektion des Durchmessers OE auf den rotierenden Strahl OX gegeben. Ähnlich wie in Abschnitt 72 (S. 262) ergibt sich daraus, daß wir die beiden elektromotorischen Kräfte OE_1 und OE_2 in Fig. 333 durch eine Resultierende ersetzen können, deren Intensität gleich OR und deren Phase gleich φ ist.

Wir sehen nun im folgenden von den Momentanwerten ab und betrachten nur den Maximalwert (die Intensität) und die Phase der Welle. Selbstverständlich können wir wieder, wie früher, statt der Maximalwerte die Effektivwerte auftragen, da sich dadurch nur der Maßstab ändert. Wie wir sahen, ist eine Welle durch ihre Intensität und ihre Phase gegeben. Wir können aber statt der Intensität und der Phase die recht-

winkligen Koordinaten des Durchmessers OE einführen. In diesem Sinne ist die Welle in Fig. 334 durch die Abszisse $a = 3$ und die Ordinate $b = 4$ gegeben. Dabei gelten die Gleichungen:

$$OE = \sqrt{a^2 + b^2}$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}.$$

Wie gebräuchlich, werden wir dabei die Abszissen, die rechts von der Ordinatenachse liegen, als positiv, die links von der Ordinatenachse als negativ einführen. Es empfiehlt sich nun, die Ordinaten in der positiven Richtung der Ordinatenachse als positiv imaginär und die Ordinaten in der negativen Richtung der Ordinatenachse als negativ imaginär einzuführen. Da der Buchstabe i schon zur Bezeichnung der Stromstärke dient,

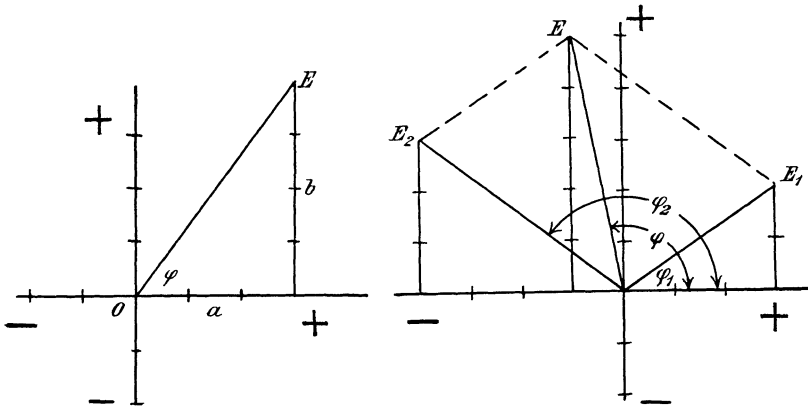


Fig. 334.

Fig. 335.

so wird zur Bezeichnung der imaginären Zahl $\sqrt{-1}$ der Buchstabe j gewählt. Dann ergibt sich zur symbolischen Bezeichnung der Wechselstromwelle in Fig. 334, wenn E die Intensität bedeutet, die Gleichung:

$$E = 3 + j \cdot 4.$$

Allgemein wählen wir, wie Steinmetz es in seinem Werke „Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen“ tut, für die Intensität große Buchstaben, für die Projektionen auf die Achsen kleine Buchstaben.

Nun ist die Projektion einer Resultierenden nach S. 262 gleich der Summe der Projektionen der Komponenten. Sind also z. B. zwei Wellen von verschiedener Phase gegeben, so können wir die geometrische Addition statt der früher benutzten graphischen Methode jetzt rechnerisch durchführen. In Fig. 335 ergeben z. B. die elektromotorischen Kräfte E_1 und E_2 , deren Phase φ_1 und φ_2 ist, eine Resultierende, deren Intensität gleich E und deren Phase gleich φ ist. Eine Berechnung der Intensität mit Hilfe trigonometrischer Formeln wäre sehr umständlich. Auch die Zeichnung

ist umständlich, wenn man aus den gegebenen Winkeln φ_1 und φ_2 die Richtungen von E_1 und E_2 festzulegen hat. Nach der symbolischen Methode ergibt sich dagegen:

$$\begin{array}{r} E_1 = +3 + j.2 \\ E_2 = -4 + j.3 \\ \hline E = E_1 + E_2 = -1 + j.5. \end{array}$$

Wie man sieht, ist die geometrische Addition, die früher für uns ein bloßer Name war, jetzt wirklich zur Rechenoperation des Addierens geworden. Das $+$ Zeichen zwischen E_1 und E_2 bedeutet die geometrische Addition, und ein Blick auf Fig. 335 bestätigt uns, daß die geometrische Resultierende die Koordinaten -1 und $j.5$ hat. — Will man nun von der Rechnung mit komplexen Zahlen zur Rechnung mit reellen Werten zurückgehen, so hat man im obigen Resultat zu setzen:

$$E = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26},$$

und $\operatorname{tg} \varphi = \frac{+5}{-1} = -5.$

3. Drehung der Wellen.

Wir betrachten in Fig. 336 zwei elektromotorische Kräfte von gleicher Intensität, von denen E_2 um 90° hinter E_1 zurückbleibt. Wie man sieht, ist

$$E_1 = +4 + j.3$$

und $E_2 = -3 + j.4.$

Da $(j)^2 = -1$ ist, so folgt, daß man die Welle E_2 aus der Welle E_1 durch Multiplikation mit j erhält.

$$E_2 = j. E_1 = j.4 - 3.$$

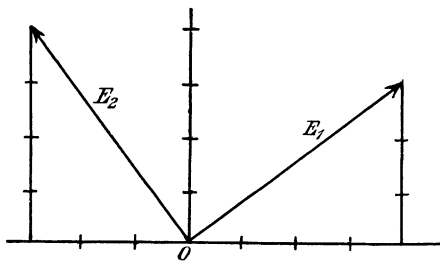


Fig. 336.

Die Multiplikation mit j verschiebt also den Durchmesser der Welle in Richtung des rotierenden Strahles OX , und man erhält eine Welle, die gegen die ursprüngliche Welle um 90° zurückbleibt.

Ebenso können wir die Welle E_1 aus der Welle E_2 entstanden denken durch Multiplikation mit $-j$:

$$E_1 = -j. E_2 = -j(-3 + j.4)$$

oder, da $(-j)(+j) = +1$ ist:

$$E_1 = 4 + j.3.$$

Die Multiplikation einer Welle mit $-j$ bedeutet also die Verschiebung des Durchmessers entgegengesetzt der Rotations-

richtung des Strahles OX . Man erhält dadurch eine Welle, die der ursprünglichen Welle um 90° voraufeilt.

Haben wir endlich zwei Wellen, deren Phasendifferenz 180° beträgt, so sind die Koordinaten der einen Welle die negativen Werte der Koordinaten der andern Welle. Multiplikation mit -1 verschiebt also die Welle um 180° .

Wir sind jetzt in der Lage, die Ohmsche Spannung und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion durch symbolische Bezeichnung auszudrücken, wenn die Stromstärke nach Intensität und Phase gegeben ist. Es sei z. B. die Stromstärke nach Intensität und Phase gegeben durch:

$$J = 3 - j \cdot 2.$$

Der Widerstand w sei gleich 2 Ohm und die Induktanz $L\omega$, die wir der Einfachheit wegen mit x bezeichnen, sei 1,5 Ohm. Dann ergibt

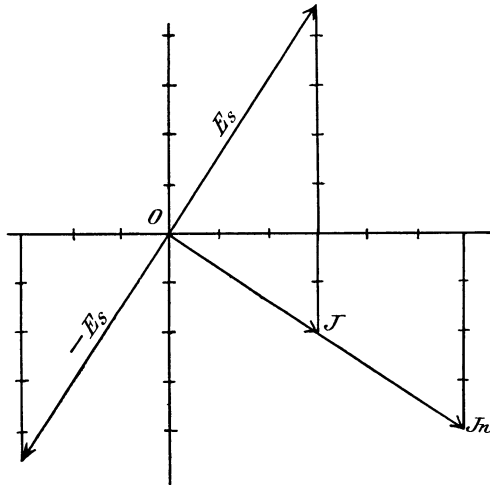


Fig. 337.

sich die Ohmsche Spannung nach Größe und Phase, indem wir einfach die Gleichung für J mit w multiplizieren. Dadurch erhalten wir:

$$J \cdot w = 2 \cdot (3 - j \cdot 2) = 6 - j \cdot 4.$$

Um die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion nach Größe und Phase zu bestimmen, haben wir aber die Gleichung für J nicht bloß mit x , sondern außerdem mit j zu multiplizieren. Dadurch erreichen wir, daß die berechnete Welle um 90° hinter der Stromwelle zurückbleibt. Wir erhalten also:

$$E_s = j \cdot x \cdot J$$

oder in unserm Falle:

$$E_s = j \cdot 1,5 \cdot (3 - j \cdot 2) = +3 + j \cdot 4,5$$

Ein Blick auf Fig. 337 bestätigt uns dies Resultat. Dabei haben wir unter E_s die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion verstanden, die der Klemmspannung zum Teil entgegenwirkt. Wollen wir die Komponente der Klemmspannung haben, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, so haben wir die Gleichung für E_s noch mit -1 zu multiplizieren und erhalten:

$$-E_s = -3 - j \cdot 4,5.$$

4. Induktanz und Ohmscher Widerstand in Serie.

Allgemein eilt die Komponente der Klemmspannung, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, dem Strome um 90° voraus. Wir erhalten sie also, wenn wir den Strom J mit x und außerdem mit $-j$ multiplizieren. Das ergibt $-j \cdot x \cdot J$. Die ganze Klemmspannung ist die Resultierende aus den beiden Spannungen, die zur Überwindung des Ohmschen Widerstandes und der Selbstinduktion dienen. Sie ergibt sich also durch geometrische Addition zu:

$$E = J \cdot w + (-j \cdot x \cdot J) = J \cdot (w - j \cdot x).$$

Als gesamter Widerstand oder als Impedanz Z ist also der Wert $w - j \cdot x$ einzuführen:

$$Z = w - j \cdot x.$$

Die Impedanz ergibt sich demnach ebenfalls aus zwei Katheten, und ihr reeller Wert berechnet sich nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu:

$$z = \sqrt{w^2 + (-x)^2}.$$

Das Ohmsche Gesetz für Wechselstrom lautet also:

in symbolischer Darstellung:

$$J = \frac{E}{Z} = \frac{E}{w - j \cdot x},$$

in reeller Form:

$$i = \frac{e}{z} = \frac{e}{\sqrt{w^2 + x^2}}.$$

Wir gehen jetzt dazu über, die Klemmspannung eines Generators zu bestimmen, dessen innerer Widerstand gleich w_0 und dessen innere Induktanz gleich x_0 ist. Der äußere Widerstand sei w und die äußere Induktanz gleich x . Dann ist der gesamte innere Widerstand $Z_0 = w_0 - j \cdot x_0$, während der scheinbare äußere Widerstand $Z = w - j \cdot x$ ist (vergl. Fig. 181 auf S. 275). Bezeichnen wir die konstante elektromotorische Kraft des Generators, ausgedrückt in komplexen Größen, mit E_0 und die Klemmspannung in komplexen Größen mit E_k , so erhalten wir:

$$J = \frac{E_0}{Z_0 + Z} = \frac{E_0}{w_0 + w - j \cdot (x_0 + x)}$$

und

$$E_k = J \cdot Z = \frac{E_0 \cdot Z}{w_0 + w - j \cdot (x_0 + x)}.$$

Gehen wir jetzt zu reellen Werten über, so erhalten wir:

$$E_k = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{(w_0 + w)^2 + (x_0 + x)^2}} = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{w_0^2 + 2w_0 \cdot w + w^2 + x_0^2 + 2x \cdot x_0 + x^2}}$$

Nun ist $w_0^2 + x_0^2 = z_0^2$

und $w^2 + x^2 = z^2$.

Demnach erhalten wir:

$$E_k = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{z_0^2 + z^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x)}}$$

Dieselbe Gleichung hätte man natürlich auch direkt mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes aus Fig. 181 ableiten können.

5. Kapazität und Ohmscher Widerstand in Serie.

Im Abschnitt 78 hat sich ergeben, daß die elektromotorische Gegenkraft E_c des Kondensators dem Strome um 90° voraufeilt. Die Kapazitätsspannung E_c ergibt sich dabei, wenn wir nach Gleichung (126) auf S. 285 die Stromstärke J durch $C\omega$ dividieren und wegen der Phasendifferenz mit $-j$ multiplizieren. Wir erhalten so:

$$E_c = -j \cdot \frac{J}{C\omega}$$

Die Komponente der Klemmspannung, die der elektromotorischen Gegenkraft des Kondensators das Gleichgewicht hält, ist also $+j \cdot \frac{J}{C\omega}$. Demnach ergibt sich bei Hintereinanderschaltung von Kapazität und Ohmschem Widerstand eine Klemmspannung:

$$E = J \cdot w + j \cdot \frac{J}{C\omega} = J \cdot \left(w + j \cdot \frac{1}{C\omega} \right)$$

Wir haben also als Impedanz des Kreises den Ausdruck

$$Z = w + j \cdot \frac{1}{C\omega}$$

zu setzen, wobei w und $\frac{1}{C\omega}$ die rechtwinkligen Komponenten der Induktanz Z sind. Natürlich ergibt sich in reellen Werten:

$$z = \sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{C\omega} \right)^2}$$

Vergleichen wir nun die Gleichungen

$$Z = w - j \cdot L\omega$$

und $Z = w + j \cdot \frac{1}{C\omega}$,

so erkennen wir, daß wir die Größe $\frac{1}{C\omega}$ als eine negative Induktanz auffassen können. Bezeichnen wir also die zum Ohmschen Widerstand

rechtwinklige Komponente der Impedanz allgemein als die Reaktanz x , so gilt die Gleichung:

$$Z = w - j \cdot x$$

ganz allgemein für eingeschaltete Induktanzen und eingeschaltete Kapazität. Für Induktanzen ist $x = L \omega$ und für Kapazitäten ist $x = -\frac{1}{C \omega}$. Wir nennen die Größe $\frac{1}{C \omega}$ nach Steinmetz die Kondensanz.

6. Ohmscher Widerstand, Induktanz und Kondensanz in Serie.

Die Gleichung:
$$J = \frac{E}{w - j \cdot x}$$

gilt jetzt ganz allgemein, indem wir unter x die Summe $L \omega - \frac{1}{C \omega}$ verstehen. Wir erhalten also:

$$J = \frac{E}{w - j \cdot \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)}$$

In reellen Werten ergibt sich dann sofort:

$$J = \frac{E}{\sqrt{w^2 + \left(L \omega - \frac{1}{C \omega} \right)^2}}$$

Es gilt also jetzt auch allgemein die früher abgeleitete Gleichung für die Klemmspannung eines Generators:

$$E_k = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{z_0^2 + z^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x)}}$$

Diese Gleichung läßt erkennen, daß bei gegebenem äußeren Gesamtwiderstand $z = \sqrt{w^2 + x^2}$ und gegebener innerer Impedanz des Generators die Klemmspannung unter Umständen gleich der elektromotorischen Kraft ist. Das tritt ein, wenn der Nenner gleich z wird oder wenn:

$$z_0^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x) = 0$$

ist. Vernachlässigen wir den kleinen inneren Widerstand w_0 und setzen dementsprechend die Impedanz z_0 gleich x_0 , so erhalten wir:

$$x_0^2 + 2x \cdot x_0 = 0$$

oder

$$x = -\frac{x_0}{2}$$

Die äußere Reaktanz, d. h. die Summe der positiven Induktanz und der negativen Kondensanz muß also gleich $-\frac{x_0}{2}$ sein, wenn die Klemmspannung gleich der elektromotorischen Kraft sein soll.

Überwiegt die äußere Kondensanz noch mehr, so wird der Nenner in der Gleichung für E_k kleiner als z , und die Klemmspannung ist größer als die elektromotorische Kraft (vergl. Fig. 227).

7. Induktanz und Kondensanz in Parallelschaltung.

In Fig. 338 ist der Fall gezeichnet, wo ein Kondensator im Nebenschluss zu einem Zweige liegt, der Ohmschen Widerstand und Induktanz hintereinander enthält. Dann gilt für den oberen Zweig die Gleichung:

$$J_1 = \frac{E}{w - j \cdot x}.$$

Da der Kondensatorstrom J_2 der Klemmspannung E um 90° vorauffeilt, so ergibt sich nach der auf S. 505 angegebenen Regel:

$$J_2 = -j \cdot C \omega \cdot E.$$

Der Gesamtstrom J ergibt sich also zu:

$$J = J_1 + J_2 = \frac{E}{w - j \cdot x} - j \cdot C \omega \cdot E.$$

Wir sondern nun E ab und multiplizieren im Zähler und Nenner mit $w + j \cdot x$, damit die komplexen Größen aus dem Nenner wegfallen. Wir erhalten dann:

$$J = E \cdot \left\{ \frac{w + j \cdot x}{w^2 + x^2} - j \cdot C \omega \right\}$$

oder

$$J = E \cdot \left\{ \frac{w}{w^2 + x^2} + j \cdot \left(\frac{x}{w^2 + x^2} - C \omega \right) \right\}. \quad (a)$$

Kehren wir wieder zu reellen Werten zurück, so haben wir statt der Addition in der geschweiften Klammer die Addition nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu setzen und erhalten:

$$J = E \cdot \sqrt{\left(\frac{w}{w^2 + x^2} \right)^2 + \left(\frac{x}{w^2 + x^2} - C \omega \right)^2}.$$

Soll nun z. B. der Hauptstrom gleiche Phase mit der Klemmspannung E haben, so unterscheiden sich beide nur durch einen reellen Faktor, und die imaginäre Größe in der Gleichung (a) muß Null sein. Wir erhalten dafür die Bedingung:

$$C \omega = \frac{x}{w^2 + x^2}.$$

In dieser Gleichung ist außer der Induktanz x auch der Widerstand w enthalten. Es zeigt sich also, daß eine vollständige Aufhebung der wattlosen Ströme durch Einschaltung einer Kapazität im Nebenschluss zwar erreicht werden kann, daß aber bei Veränderung des Widerstandes w wieder Phasenverschiebung eintritt.

8. Admittanz, Konduktanz und Suszeptanz.

Schon auf S. 11 haben wir erwähnt, daß man unter Umständen bequemer mit dem Leitvermögen, als mit dem Widerstand rechnet. Als

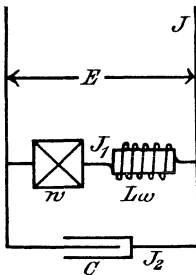


Fig. 338.

es sich darum handelte, den Widerstand mehrerer paralleler Zweige auszurechnen, erhielten wir das Resultat:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \cdot \cdot \cdot$$

In dieser Gleichung sind direkt die Leitfähigkeiten enthalten. Wir stellen uns nun die Aufgabe, eine derartige Rechnung auch bei der symbolischen Methode anzuwenden. Wir führen nach Steinmetz für den reziproken Wert der Impedanz die Bezeichnung Admittanz ein und bezeichnen sie mit dem Buchstaben Y . Dann ergibt sich:

$$Y = \frac{1}{Z}, \quad y = \frac{1}{z}.$$

Dann erhalten wir:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{w - j \cdot x} = \frac{w + j \cdot x}{w^2 + x^2} = \frac{w}{w^2 + x^2} + \frac{j \cdot x}{w^2 + x^2}.$$

Die Admittanz Y besteht also ebenfalls aus einer reellen und einer imaginären Komponente. Wir nennen die reelle Komponente die Konduktanz und bezeichnen sie mit dem Buchstaben g . Ebenso nennen wir die imaginäre Komponente die Suszeptanz und führen dafür die Bezeichnung b ein. Wir erhalten dann:

$$g = \frac{w}{w^2 + x^2} = \frac{w}{z^2}, \quad (a)$$

$$b = \frac{x}{w^2 + x^2} = \frac{x}{z^2}, \quad (b)$$

$$Y = g + j \cdot b.$$

Das Ohmsche Gesetz lautet dann:

$$J = \frac{E}{Z} = E \cdot Y$$

oder

$$J = E \cdot (g + j \cdot b).$$

Der absolute Wert der Admittanz ergibt sich natürlich wieder nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu:

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{\frac{w^2}{z^4} + \frac{x^2}{z^4}}$$

oder, da $w^2 + x^2 = z^2$ ist:

$$y = \sqrt{\frac{1}{z^2}} = \frac{1}{\sqrt{w^2 + x^2}}.$$

Um die Anwendung dieser Gleichungen zu zeigen, fragen wir wieder, unter welchen Umständen der parallelgeschaltete Kondensator in Fig. 338 die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null macht.

In diesem Falle muß die imaginäre Komponente in der Gleichung

$$J = E \cdot (g + j \cdot b) \quad (c)$$

zu Null werden.

Nun ist die Admittanz des oberen Kreises in Fig. 338, wenn wir der Deutlichkeit wegen die Induktanz mit x_1 bezeichnen, nach Gleichung (b):

$$b_1 = \frac{x_1}{z^2} = \frac{x_1}{x_1^2 + w_1^2}.$$

Ebenso ergibt sich die Admittanz des unteren Stromkreises nach Gleichung (b), indem wir $x = -1/C\omega$ und $w = 0$ setzen, zu:

$$b_2 = -C\omega.$$

Wir erhalten also die gesamte Admittanz beider Stromzweige zu:

$$b = b_1 + b_2 = \frac{x_1}{x_1^2 + w_1^2} - C\omega.$$

Soll die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null werden, so unterscheiden sich E und J nur durch einen reellen Faktor, und es muß daher b in Gleichung (c) gleich Null werden. Daraus ergibt sich, wie früher, die Bedingung:

$$C\omega = \frac{x_1}{w_1^2 + x_1^2}.$$

Es ist aber bemerkenswert,

1. daß die Konduktanz und Suszeptanz der einzelnen Zweige nicht die reziproken Werte des Widerstandes bzw. der Induktanz sind, sondern durch die Gleichungen

$$g = \frac{w}{z^2} \quad \text{und} \quad b = \frac{x}{z^2}$$

gegeben sind;

2. daß der Widerstand und ebenso die Reaktanz des ganzen Kreises nicht die Summe der einzelnen Widerstände bzw. der einzelnen Reaktanzen darstellt.

Um also in dem obigen Beispiel die Größe b zu berechnen, durften wir nicht etwa für den ganzen Kreis die Gleichung $b = \frac{x}{w^2 + x^2}$ benutzen und darin für x die Summe der außen liegenden Reaktanzen einsetzen, sondern wir mußten die Suszeptanzen b_1 und b_2 für jeden einzelnen Zweig berechnen und beide Werte zusammenzählen.

Bezeichnungen.

Für Größen, die im absoluten Maß gemessen sind, sind fett gedruckte Buchstaben verwendet. Auf den angeführten Seiten ist die betreffende Bezeichnung zuerst eingeführt. Von den Indizes bezeichnet:

<p><i>a</i> Anker, <i>b</i> Batterie, <i>c</i> Kapazität, <i>d</i> direkte Windungen, <i>d</i> Dämpfung, <i>g</i> Galvanometer, <i>g</i> Ankerrückwirkung, <i>i</i> Inneres, <i>J</i> Joch, <i>k</i> Kommutierung, <i>k</i> Klemmspannung, <i>l</i> Leitung, <i>l</i> Luft, <i>m</i> Magnete, <i>μ</i> Magnetisierung, <i>n</i> nutzbare Größe, <i>p</i> Pole, <i>q</i> Quermagnetisierung,</p>	<p><i>r</i> Reibung bezw. Rotation, <i>s</i> Streuung, <i>s</i> Selbstinduktion, <i>st</i> Streuinduktion, <i>v</i> Verlust, <i>w</i> Welle, <i>w</i> Wirbelstrom, <i>z</i> Abzweigung, <i>z</i> Zähne, <i>max</i> Maximalwert, <i>mittel</i> Mittelwert, <i>o</i> Leerlauf, Kurzschluß, ausgen. S. 239, 252 u. 507. <i>1</i> u. <i>2</i> prim. und sek. <i>1</i> u. <i>2</i> mitlaufend und gegenlaufend, <i>1</i> u. <i>2</i> auflaufend und ablaufend.</p>
--	---

Kleine lateinische Buchstaben:

	Seite
<i>a</i> Atomgewicht	32
<i>a</i> Beschleunigung	107
<i>a</i> halbe Zahl der Stromzweige	139
<i>a</i> max. Beschleunig. in m/sek. ²	377
<i>a</i> Lochzahl pro Spulenseite .	433
<i>b</i> Ankerlänge	77
<i>b</i> Suszeptanz	511
<i>c</i> verschiedene Faktoren.	
<i>c</i> Gleichstrom pro Leiter . .	494
<i>c</i> = $\frac{\xi_2}{\xi_1}$	484
<i>e</i> Klemmspannung in Volt . . .	7
<i>e</i> Netzspannung in Volt . . .	403
<i>e</i> ₁ Spannung pro Phase	403
<i>f</i> Kraft in Dyn	49
<i>f</i> Traktionskoeffizient in Kilogramm pro Tonne	243
<i>g</i> Konduktanz	511
<i>h</i> Horizontalkomponente . . .	65
<i>i</i> Stromstärke in Ampere . . .	2
<i>i</i> effektive Stromstärke . . .	259
<i>i</i> Netzstrom	403
<i>i</i> ₁ Strom pro Phase	403
<i>k</i> Wertigkeit	32
<i>k</i> = $3 \frac{\delta}{\pi} - 4 \frac{\delta^3}{\pi^3}$	486
<i>k</i> verschiedene Faktoren.	
<i>k'</i> = $\frac{3}{\pi} \left(1 - 4 \frac{\delta^2}{\pi^2} \right)$	488
<i>l</i> Länge in Meter	9

	Seite		Seite		
<i>l</i>	Länge in Zentimeter	61	<i>t</i> ₁	Zeit einer Periode	253
<i>m</i>	Gewicht in Milligramm	32	<i>t</i> ₁	Eigenschwingungszeit	377
<i>m</i>	Masse im techn. Mafs	377	<i>u</i>	Verhältnis der primären und sekundären Windungen	491
<i>m</i>	Masse im astrom. Mafs	108	<i>v</i>	Verhältnis der Tourenzahl zur synchronen Tourenzahl	488
<i>m</i>	$= i_0 + r$	450	<i>v</i>	Geschwindigkeit	90
<i>m</i>	Polstärke	49	<i>v</i>	max. zusätzliche Geschwindigkeit in m/sek.	377
<i>n</i>	Tourenzahl pro Minute	124	<i>w</i>	Widerstand in Ohm	5
<i>p</i>	Zahl der Polpaare	131	<i>x</i>	Reaktanz	505
<i>p</i>	Abszisse für Mittelpunkt	451	<i>x</i>	Wärmetönung	38
<i>q</i>	Querschnitt in Quadratmill.	9	<i>x</i>	Abszissen.	
<i>q</i>	Ordinate für Mittelpunkt	451	<i>y</i>	Ordinaten.	
<i>q'</i>	Drahtzahl pro Spulenseite	415	<i>y</i>	Wicklungsschritt	134
<i>r</i>	Entfernung in Zentimeter	51	<i>y</i>	Admittanz	511
<i>r</i>	Radius in Meter	221	<i>z</i>	gesamte Drahtzahl	124
<i>r</i>	$= i_0/2\tau$	450	<i>z</i>	Impedanz	507
<i>s</i>	Weg in Zentimeter	89	<i>z</i>	$= L\omega$	486
<i>s</i>	Felderzahl	134	<i>z</i> ²	$= e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2$	451
<i>s</i>	Stromdichte	178	<i>z'</i>	Drahtzahl pro Phase	252
<i>s</i>	Steigung pro mille	243	\sim	Periodenzahl pro sek.	87
<i>s</i>	max. Voreilung in Meter	378	\sim	Periodenzahl der Schlüpfung	410
<i>s</i> ²	$= m^2 - r^2$	451			
<i>t</i> ₁	Nutentiefe	187			
<i>t</i> ₂	Nutenbreite	188			
<i>t</i>	Zeit in Sekunden	2			

Große lateinische Buchstaben:

<i>A</i>	Arbeit in Erg	82	<i>G</i>	Gewicht in Kilogramm	87
<i>A</i>	Arbeit in Joule	23	<i>G</i>	Gewicht in Gramm	22
<i>B</i>	Induktion	70	<i>G</i>	Gewicht in Tonnen	243
<i>C</i>	Kapazität in Farad	117	<i>H</i>	Feldstärke	50
<i>C</i>	$= \frac{(1 + \tau_1)^2}{\tau} \cdot \frac{z_1^2}{z_2^2} \cdot \frac{i_0 \cdot w_2}{e_1}$	445	<i>J</i>	Stromstärke im abs. Mafs	61
<i>D</i>	Ankerdurchmesser	77	<i>J</i>	Stromstärke pro Ankerleiter	174
<i>D</i>	Direktionskraft	377	<i>K</i>	Wagengeschw. in km/Std.	244
<i>E</i>	elektromotorische Kraft (abs.)	89	<i>L</i>	Selbstinduktions-Koeffizient in Henry	98
<i>E</i>	elektromotorische Kraft in Volt	5	<i>L</i>	Selbstinduktions-Koeffizient des streuungslosen Stators	486
<i>E</i> ₁	elektromotorische Kraft = Leerlaufspannung	336	<i>M</i>	Masse in Gramm	108
<i>E</i> ₁	Selbstinduktion des Stators	487	<i>M</i>	Koeffizient der gegenseitigen Induktion	484
<i>E</i> ₁₂	Gegenseitige Induktion vom Stator auf Rotor	487	<i>M</i> _d	Drehmoment in Meterkilogramm	63
<i>F</i>	Kraft in Kilogramm	63	<i>N</i>	Kraftlinien	54
<i>F</i>	result. max. Überdruck	378	<i>N</i>	Kraftlinien im Rotor	422
<i>F</i> ₁	max. Überdruck der Dampfmaschine	377	<i>N</i> ₀	Kraftlinien im Stator	422
<i>F</i> ₂	max. Überdr. der Netzleistung (Synchronisierungsdruck)	378	<i>P</i>	Leistung in Watt	23
			<i>P</i>	mechan. Leistung in Watt	223
			<i>P</i>	mittlere Leistung	257

	Seite
P momentane Leistung . . .	279
P Nutzleistung des Generators	360
P_1 ganze zugeführte Leistung	357
P_2 auf den Rotor übertragene Leistung	428
Q Fläche in Quadratcentimeter	54
Q Elektrizitätsmenge in Coul.	2
Q_w Wärmemenge in Grammkalorien	22
R Radius	451
S Nutenzahl	147
T Temperatur	10
T Zeitdauer des Kurzschlusses	174
T_1 Schwingungszeit der Dampfmaschine	377

	Seite
V Volum in Kubikcentimeter	85
W Gesamtwiderstand	5
W Übergangswiderstand der Bürsten	174
W_2 sekundärer äußerer Widerstand	306
W_2 Gesamtwiderstand im Rotorkreis	449
W magnetischer Widerstand .	165
W Widerstand des Luftfeldes .	441
X Amperewindungen	74
Y Nutenschritt	147
Y Admittanz (Intensität) . .	511
Z Impedanz (Intensität) . . .	507

Griechische Buchstaben:

α Winkel der neutr. Zone . .	167
$\alpha = \text{arc } tg (w_a + w_b)$	193
α variabler Winkel.	
$\alpha = \text{arc } tg w_a / L \omega$	356
α Winkel zwischen den Wicklungsachsen	484
β Winkel der Polbohrung . .	77
β Winkel der Polbohrung im elektr. Mafs	326
β Winkel zwischen N_0 u. N	444
γ halbe Breite der Spulenseite	325
γ Winkel der Voreilung . .	357
δ $2\gamma + \beta - \pi$	331
$\delta = \frac{\pi}{2} - \alpha$	484
ε max. resultierende Voreilung	378
ε_1 initiale max. Voreilung . .	378
η Wirkungsgrad	210
$\eta = i_{max} : c$	494

η_h Hysteresiskoeffizient . . .	86
μ Leitfähigkeit	71
ν Zahl der Ankerabteilungen	494
ξ Windungszahl	68
ξ Windungszahl pro Pol in serie	484
ρ spezifischer Widerstand . .	9
$\sigma = N_m : N$	81
$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1 \cdot \tau_2$	443
$\tau_1 = W : W_{s_1}$	442
$\tau_2 = W : W_{s_2}$	442
φ Winkel der Phasenverschiebung	271
φ_1 Winkel zwischen E_1 und i	337
ω mechan. Winkelgeschwind.	223
ω elektr. Winkelgeschw. . .	253
$\Delta \varrho$ Temperaturkoeffizient . . .	10
I Umformerleistung : Gleichstromleistung	499

Sachregister.

- Absolute Einheit** der Stromstärke 62. 112.
Absolutes Maßsystem 105.
Admittanz 504.
Äquipotentialverbindungen 133. 155.
Äquivalentgewichte, elektrochemische 34.
Akkumulatoren, Konstruktion 38.
— chemische Vorgänge 39.
— Kapazität 40.
— Ladung und Entladung 39.
— bei Parallelbetrieb 201.
— Spannung 42.
— Wirkungsgrad 41.
Aktive Masse von Akkumulatoren 41.
Ampere (Einheit d. Stromstärke) 2. 62. 112.
Amperemeter, Eichung 8.
— Konstruktion und Schaltung 2. 7.
— für Wechselstrom 260.
Amperesche Regel über parallele Ströme 86.
— Schwimmerregel 59. 91.
Amperestunde 2. 112.
Amperewindungen 74. 79. Siehe auch Erregung.
Angehen der Dynamomaschinen 157. 160.
Anionen 29.
Ankerrückwirkung, Gleichstrom 168.
— Wechselstrom 342. 346.
Ankerstreuung, Gleichstrom 169.
— Wechselstrom 341. 346.
Ankerstrom im Umformer 494.
Ankerwiderstand, zweipolig 124.
— bei Parallelwicklung 131.
— bei Serienwicklung 140.
Anlafsaggregate 236.
Anlassen von Drehstrommotoren 431.
— von Einphasenmotoren 479.
— von Gleichstrommotoren 231. 234.
— von Synchronmotoren 384.
Anlasser 231. 234.
Anlasser, funkenfreie 234.
— zum Regulieren 228. 245.
Anlaufstrom von Drehstrommot. 446.
Anode 29.
Anzugsmoment von Drehstrommotoren 446.
Arbeit, Definition und Einheit 22. 87. 113.
— Erhaltung der 36. 90. 92. 224.
— bei Magnetisierung 82. 100.
— bei Ummagnetisierung 58. 85.
Asynchronmotoren 383.
Atomgewicht 32.
Aufgeschnittene Gleichstromwicklung 414.
Auslaufmethode 213.
Ausschalten, funkenfreies 100. 234.
Avogadro'sche Regel 35.
Ballistisches Galvanometer 70.
Basen 30.
Batterie, siehe Akkumulatoren.
Belasten von Synchronmotoren 385.
— von Wechselstrommaschinen 369. 385.
Belastung, normale bei Drehstrom 446.
Beschleunigung 107.
Bifilare Wickelung 100.
Biot-Savartsches Gesetz 61.
Bremung, elektrische 219.
Bunsenelement 4. 44.
Bürstenstellung 123. 166.
Charakteristik der magnetelektrischen Maschine bei Leerlauf 187. 192.
— — — bei Belastung 194.
— des Drehstrommotors 424.
— der Hauptstrommaschine 196.
— des Hauptstrommotors 240.
— der Nebenschlussmaschine bei Leerlauf 197.

- Charakteristik der Nebenschlussmaschine
 bei Belastung 198.
 — der Wechselstrommaschine 337. 348.
 Chemische Energie 37.
 — Vorgänge in Akkumulatoren 39.
 — — in Elementen 43.
 Chromelement 3. 4. 44.
 Compoundmaschine 159. 200.
 Coulomb (Einheit der Elektrizitätsmenge)
 2. 112.
 Coulombsches Gesetz f. Elektrizität 112.
 — — für Magnetismus 49. 110.

Dämpfung durch Foucaultströme 103. 376.
 — von Galvanometern 103.
 — bei Wechselstrommaschinen 380.
 Daniellelement 4. 43.
 Deklination 58.
 Diagramm der Ströme beim Drehstrom-
 motor 442. 453.
 — — — beim Transformator 302. 314.
 — der Spannungen beim Synchronmotor
 386.
 — — — beim Repulsionsmotor 489.
 — — — beim Winter-Eichberg-Motor
 491.
 — — — bei der Wechselstrommaschine
 336.
 — der Amperewindungen bei der Wechsel-
 strommaschine 341.
 Dimension 106. 273.
 Direktionskraft 377.
 Doppelbrücke 19.
 Doppel-T-Anker 118.
 Doppelzellenschalter 207.
 Drehfeld beim Einphasenmotor 476.
 — beim Zweiphasenmotor 392.
 — beim Dreiphasenmotor 395.
 Drehmoment des Drehstrommotors 408.
 426. 438. 445. 463.
 — des Einphasenmotors 479.
 — des Gleichstrommotors 62. 220.
 — des Hauptstrommotors 240.
 — des Nebenschlussmotors 225.
 Drehrichtung des Drehstrommotors 395.
 410.
 — des Einphasenmotors 473.
 — des Gleichstrommotors 217.

 Drehstromleitungen 403.
 Drehstrommotor, Diagramme 442. 453.
 — Drehmoment 408. 426. 438. 445. 465.
 — elektromotorische Kraft 432.
 — Erregung 416. 421.
 — Grundgesetze 392.
 — Kraftlinien 416. 422.
 — Leistung 403.
 — Wickelungen 411.
 Drehung von Wellen 504.
 Dreieckschaltung 397.
 Dreileiter 27. 182.
 Dreilochwicklung 329.
 Dreiphasenmotor, siehe Drehstrommotor.
 Drosselspule 265. 283. 284.
 Dyn 49. 51. 108.
 Dynam. Charakteristik der magnetelekt.
 Maschine 194.
 — — der Hauptstrommaschine 196.
 — — der Nebenschlussmaschine 198.
 — Wirkung paralleler Ströme 86.
 Dynamogufsstahl 72. 161.
 Dynamometer 89. 261.
 Dynamoprinzip 157.

Effekt 23. 115.
 — bei Phasenverschiebung 277.
 — des Wechselstromes 257.
 Effektive elektromotorische Kraft beim
 Drehstrommotor 432.
 — — — beim Transformator 293.
 — — — beim Umformer 334. 495.
 — — — bei der Wechselstrommaschine
 324 ff.
 — Spannung 260.
 — Stromstärke 260.
 Effektverluste in Gleichstrommaschinen
 209.
 — in der Leitung 26. 403.
 — in Transformatoren 303.
 — im Umformer 496.
 Eichung von Volt- und Amperemetern 7.
 — von Wechselstrominstrumenten 260.
 Einfachzellenschalter 103.
 Einheit für Arbeit 22. 87. 113.
 — für Beschleunigung 107.
 — für Effekt 23. 115.
 — für Elektrizitätsmenge 2. 112.
 — für elektromotorische Kraft 4. 90. 111.

- Einheit für Feldstärke 50. 110.
 — für Geschwindigkeit 106.
 — für Kapazität 116.
 — für Kraft 49. 108.
 — für Kraftlinien 53. 111.
 — für Länge 105.
 — für Leistung 23. 115.
 — für Masse 105.
 — für Polstärke 49. 110.
 — für Selbstinduktionskoeffizient 98. 115.
 — für Spannung 3. 90. 111.
 — für Stromstärke 2. 62. 112.
 — für Zeit 105.
 Einlochwicklung 324. 326.
 Einphasenmotor 473.
 — Kraftlinienverlauf 475.
 — Kreisdiagramm 476.
 — Leerstrom 478.
 — Zerlegung der Amperewindungen 474.
 Einphasige Kollektormotoren 480.
 Eisen im magnetischen Feld 56.
 Eisenwiderstand bei Drehstrommotoren 421.
 Elektrische Arbeit 22. 114.
 Elektrischer Widerstand 5.
 Elektrizität, Vorzeichen 1.
 — statische 1. 112.
 Elektrizitätsmenge 2. 112. 285.
 Elektrochem. Äquivalentgewicht 34.
 Elektroden 29.
 Elektrolyse 29.
 Elektrolyte 29.
 Elektrolytischer Mittelwert 256. 260.
 Elektromagnet, Tragkraft 81.
 Elektromagnetismus 58.
 Elektromotorische Kraft 3. 90. 111.
 — — Messung 20.
 — — von Drehstrommotoren 432.
 — — von Drosselspulen 265.
 — — von Elementen 4. 44.
 — — von Gleichstrommaschinen 124. 130. 132. 139.
 — — der Induktion 89.
 — — der gegenseitigen Induktion 94. 484.
 — — von Kommutatormotoren 484.
 — — der Polarisation 35.
 — — der Selbstinduktion 97. 264. 266.
 — — von Transformatoren 293.
 — — von Umformern 334. 495.
 Elektromotorische Kraft des Wechselstromes 252.
 — — von Wechselstrommaschinen 324.
 Elemente 4. 44.
 — chemische Vorgänge 43.
 — Schaltung 16. 17.
 Entladekurve 42.
 Erg 87. 114.
 Erhaltung der Arbeit 36. 90. 92. 224. 300. 302.
 Erregung, Einfluss auf Phasenverschiebung bei Generatoren 375.
 — — — bei Synchronmotoren 390.
 — Vorausbestimmung bei Drehstrommotoren 421. 426.
 — — bei Gleichstrommaschinen 187.
 — — bei Wechselstrommaschinen 349.
 Farad 117. 289.
 Faradaysche Schwimmerregel 39.
 Faradaysches Grundgesetz für Elektrolyse 32.
 Faureverfahren 38.
 Feldmagnete 160.
 Feldstärke, Begriff und Einheit 49. 70. 110.
 — im Zentrum eines Reifens 63.
 — in einer Spule 67.
 Ferrantimaschine 319.
 Flemingsches Diagramm 273.
 Flüssigkeitsanlasser 431.
 Fördermotor 236.
 Formfaktor 324.
 Formierung von Akkumulatoren 38.
 Foucaultströme 101. 209. 376.
 Funkenbildung durch Selbstinduktion 99.
 Funkenfreier Anlasser 233.
 — Kommutierung 168. 174. 178.
 Galvanometer 2.
 — mit Nebenschluss 15.
 Gegenamperewindungen 342. Siehe auch Rückwirkung.
 Gegenseitige Induktion 94.
 Geometrische Addition 262.
 Geschwindigkeit 106.
 Glatte Wicklung 330.
 Gleichpolmaschinen 320.
 Gleichstromwicklung bei Wechselstrommaschinen 333. 412.

- Grad im elektrischen Maß 255.
 Gramm als Einheit der Masse 105.
 Grammescher Ring 121.
 Grammkalorie 22. 114.
 Grusonstahl 72.
- Hauptstrommaschine** 158. 195.
 — Charakteristik 196. 239. 242.
 — für Bogenlicht 196.
 — als Motor 217.
Hauptstrommotor 238.
 — Drehmoment 240. 244.
 — Tourenzahl 238. 242.
 Hektowatt 24.
 Henry 99. 116.
 Heylandsches Diagramm 442.
 Hilfspole 172.
 Hitzdrahtinstrumente 260.
 Hopkinsonscher Apparat 71.
 Horizontalkomponente 58.
 Hysteresis 58. 83.
 — Koeffizient 86.
 — Strom 296.
 — Verlust 86. 298.
- Ignersystem** 236.
 Imaginäre Zahlen 504.
 Impedanz 273. 507.
 Induktanz 273. 506. Siehe auch Selbstinduktion.
 — und Widerstand in serie 269. 274. 507.
 — — — parallel 276.
 — Kapazität u. Widerst. in serie 287. 509.
 — und Kapazität parallel 291. 510.
 Induktion, magnetische 56.
 — von elektromotorischer Kraft 89. 93. 118. 251.
 Induktionsapparat 95.
 Induktionsfreie Wickelung 100.
 Induktionslose Belastung des Transformators 299.
 — — der Wechselstrommaschine 339.
 Induktive Belastung der Wechselstrommaschine 339. 351.
 Induktiver Widerstand, siehe Induktanz.
 Induktormaschinen 321.
 Inklination 58.
 Innenpolmaschinen, Gleichstrom 163.
 — Wechselstrom 317.
- Innerer Widerstand von Batterien 17. 202.
 Intensität in der symbol. Darstellung 503.
 Ionen 29.
 Joule, Einheit der Arbeit 23. 114.
 Joulesche Konstante 22.
 — Wärme 26.
 Joulesches Gesetz 22. 115.
- Kadmiumelement** 4. 45.
Käfiganker 407. 421. 429. 432.
 Kalorie 22. 114.
Kapazität der Batterie 39.
 — des Kondensators 116. 284.
 — und Widerstand in serie 287. 510.
 — Widerstand und Selbstinduktion in serie 288. 509.
 — und Selbstinduktion parallel 291. 510.
 — Einfluss auf Phasenverschiebung 292. 510.
Kapazitätsspannung, Phase der 286. 508.
Kapazitätsstrom 285.
Kappsches Diagramm für Transf. 314.
Kaskadenschaltung 431.
Kationen 29.
Kathode 29.
Kilogramm 105. 109.
Kilowatt 24.
Kilowattstunde 24.
Kirchhoffsche Regeln 11.
Klemmspannung eines Widerstandes 6.
 — einer Batterie 42.
 — einer Compoundmaschine 200.
 — einer Hauptstrommaschine 195.
 — einer magnetelekt. Maschine 193.
 — einer Nebenschlussmaschine 198.
 — eines Transformators 294.
 — einer Wechselstrommaschine 339.
- Kollektor** 121.
Kollektormotoren, einphasig 480.
 — mehrphasig 447.
Kommutator, siehe Kollektor.
Kommutierung 168. 174.
Kommutierungsfeld 168. 180. 181.
Kompensation der Quermagnetisierung 172.
 — bei Einphasenmotoren 481.
 — bei Mehrphasenmotoren 447.
Kompensationsapparat 21.
Kompensationsmethode 20.

- Komplexe Zahlen 504.
 Kondensanz 509. Siehe auch Kapazität.
 Kondensator 116. 284.
 Konduktanz 511.
 Kopfstreuung bei Drehstrommotoren 472.
 — bei Wechselstrommaschinen 341.
 Kraft, Begriff und Einheit 49. 108.
 — zwischen zwei Polen 49.
 — — Leiter und Pol 59.
 — — Feld und Pol 50.
 — — Feld und Leiter 61.
 Kraftlinien, Begriff und Einheit 51. 110.
 — eines Dreiphasenmotors 394. 416. 425. 433.
 — eines Einphasenmotors 476.
 — eines geraden Leiters 59.
 — einer Spule 67.
 — eines Zweiphasenmotors 393.
 Kraftliniendichte 110.
 Kreisdiagramm des Drehstrommotors ohne Statorverluste 442.
 — mit Statorverlusten 453. 455.
 — für Einphasenmotoren 477.
 Kritische Periodenzahl 290.
 Kupfer, spez. Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 10.
 Kupfervoltmeter 256.
 Kurzschluss unter den Bürsten 123. 166.
 Kurzschlussanker, siehe Käfiganker.
 Kurzschlusscharakteristik 347.
 Kurzschlussstrom bei Kommutierung 174.
 Kurzschlussuntersuchung bei Drehstrommotoren 467.
 — bei Generatoren 347.
 — bei Transformatoren 314.
 Kurzschlusswicklung, siehe Käfiganker.
 Ladekurve 42.
 Ladung mit Doppelzellenschalter 207.
 — mit Einfachzellenschalter 204.
 — mit Zusatzmaschine 208.
 Lahmeyertype 162. 164.
 Längeneinheit 105.
 Lange Spulen 134.
 Laplacesches Gesetz 61. 111.
 Lauffenertype 318.
 Leblanchéelement 380.
 Leclanchéelement 4. 44.
 Leerlauf des Transformators 294.
 Leerlaufcharakteristik der magnetoelektrischen Maschine 187.
 — der Wechselstrommaschine 348.
 Leerlaufverluste der Gleichstrommaschine 209.
 — des Drehstrommotors 459. 462.
 — Trennung der 212.
 Leerstrom des Drehstrommotors 422.
 — des Einphasenmotors 478.
 — des Transformators 294.
 Leistung, elektrische 23. 115.
 — — bei Drehstrom 403.
 — — bei Phasenverschiebung 277.
 — — bei Wechselstrom 257.
 — mechanische, des Drehstrommotors 438. 456. 459.
 — — des Gleichstrommotors 223.
 — — des Synchronmotors 387.
 — des Umformers 500.
 — der Wechselstrommaschine 360.
 — abhängig von Nacheilung bei Synchronmotoren 385.
 — — von Voreilung bei Wechselstrommaschinen 357. 385.
 Leistungsfaktor 280.
 — abhängig von Erregung 375. 390.
 — maximaler, bei Drehstrommotoren 447.
 Leitfähigkeit, magnetische 57. 70.
 Leitvermögen, elektrisches 11. 510.
 Lenzsches Gesetz 92. 95. 218. 408.
 — — allgemeines 94.
 Leonardschaltung 236.
 Luftspalt, Einfluss auf Streuung 470.
Magnet 48.
 Magnetelektrische Maschine 186.
 Magneterregung bei Parallelbetrieb mit Batterie 203.
 Magnetgestelle, Gleichstrom 161.
 — Wechselstrom 316.
 Magnetische Achse 48.
 — Kraft eines geraden Leiters 58.
 — — eines Pols 49.
 — — eines Kreisstromes 63.
 — — einer Spule 67.
 — Induktion 56. 70.
 — Kraftlinien 51. 110.
 — Leitfähigkeit 57. 70.
 — Masse 48. 109.
 — Menge 48. 109.

- Magnetische Polstärke 49. 109.
 — Potentialdifferenz 79.
 Magnetischer Druck 79.
 — Kreis 76. 187.
 — Widerstand 75.
 Magnetisches Moment 51.
 Magnetisierende Kraft 70.
 — — bei Drehstrommotoren 421 ff. 435.
 Magnetisierungskurven 70.
 — Aufnahme 71.
 — von Drehstrommotoren 425.
 — von Maschinen 192. 239.
 — von Wechselstrommaschinen 348.
 Magnetisierungsstrom des Drehstrom-
 motors 422.
 — des Transformators 266. 294.
 Magnetomotorische Kraft 75.
 Magnetsysteme, Gleichstrom 161.
 — Wechselstrom 316.
 Manchestertype 162. 164.
 Manganin 9.
 Masse 105.
 Maximaler Leistungsfaktor bei Dreh-
 strommotoren 447.
 — — bei Einphasenmotoren 479.
 Maximalwerte bei Wechselstrom 253.
 Mechanische Arbeit 113.
 — Leistung des Drehstrommotors 439.
 456. 459.
 — — des Gleichstrommotors 223.
 — — des Synchronmotors 387.
 Mehrlochwicklung 316. 324. 326.
 Mehrphasenmaschinen 316.
 Mehrpolige Wicklung von Drehstrom-
 motoren 409.
 Mehrteiliger Kollektor 121.
 Messinstrumente, Gleichstrom 2. 7. 89.
 — Wechselstrom 260. 404.
 Metalle 29.
 Metalloxyde 30.
 Meter 105.
 Meterkilogramm 23. 114.
 Mikroculomb 112.
 Mikrofarad 117. 289.
 Mittlere elektromotorische Kraft der Selbst-
 induktion 98.
 — — — der Wechselstrommaschine 322.
 — Kraftliniendichte beim Drehstrommotor
 425.
 Mittlere Leistung des Wechselstromes 256.
 — Stromstärke 256. 260.
 Molekularmagnetismus 57.
 Momentanwert, graph. Darstellung 262.
 — der elektrom. Kraft 255.
 — der Leistung 258. 279.
 — der Selbstinduktion 98.
 — des Wechselstromes 256.
 Monozyklisches System 402.
 Mordey-Verbindungen 132. 155.
 Motor, Drehrichtung 216.
 Nacheilung des Synchronmotors 385.
 Nebenschluß zum Galvanometer 16.
 Nebenschlußmaschine 158. 196.
 — als Motor 219.
 Nebenschlußmotoren 225. 230.
 Neusilber, spez. Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 11.
 Neutrale Zone 165. 167.
 Neutralisierung von Basen u. Säuren 30.
 Nichtmetalle 30.
 Nickelin, spez. Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 11.
 Niveaudifferenz, elektrische 4. 13. 24.
 — magnetische 55.
 Niveaufläche 55.
 Nordpol 49.
 Normale Belastung des Drehstrommotors
 448.
 Nullleiter 28. 402.
 Nutenanker 147. 154.
 Nutenform, Einfluß auf Streuung 469.
 Nutenschritt 147. 155.
 Nutenwicklung 135.
 Nutenzahl, Einfluß auf elektromotorische
 Kraft 432.
 Nutzleistung beim Drehstrommotor 459.
 463.
 — beim Hauptstrommotor 241.
 — beim Nebenschlußmotor 226.
 — bei der Wechselstrommaschine 360.
 Ohm, Einheit 5. 113.
 Ohmsche Spannung, ihre Phase 269. 506.
 Ohmsches Gesetz 5.
 — — für Magnetismus 74.
 — — für Wechselstrom 269. 288.
 Osmotischer Druck 29.

- Ossannascher Kreis 452.
 — — graphische Darstellung 453.
- Pacinottianker** 121.
 Parallelbetrieb mit Batterie 200.
 — von Wechselstrommaschinen 356. 366.
 Parallelschaltung von Elementen 17.
 — von Gleichstrommaschinen 366.
 — von Induktanz und Kapazität 291. 510.
 — von Wechselstrommaschinen 284. 366. 384.
 — von Widerstand und Induktanz 276.
 Parallelwicklung, Ring 130.
 — Trommel 133.
 Pendeln von Wechselstrommaschinen 376.
 — seine Beseitigung 380.
 Periodenzahl 87. 253. 255.
 — Einfluß auf Streuung 470.
 Permanente Magnete 57.
 Pferdestärke 24. 115.
 Phase 503.
 — der Kapazitätsspannung 286. 508.
 — der Ohmschen Spannung 269. 506.
 — des Rotorstromes 407. 419. 426. 430.
 — der Selbstinduktion 266. 506.
 Phasenanker 407. 431.
 Phasenlampen 366.
 Phasenregler 391.
 Phasenverschiebung 267. 271. 272. 274. 277. 286. 504.
 — Aufhebung 292. 376. 391. 510. 511.
 — negative 288. 376. 391.
 — Einfluß auf Klemmspannung 338.
 — — auf Ankerrückwirkung 345.
 — im Synchronmotor 387.
 — im Umformer 498.
 Planteverfahren 38.
 Polardiagramm 502.
 Polarisation 35. 43.
 Polbreite, Einfluß auf EMK 326. 330. 495.
 Polbüchse 182.
 Pole 48.
 Polstärke 48. 109.
 Polwechsel 254.
 Polzahl, Einfluß auf Streuung 470.
 Potential 54.
 Potentialdifferenz, elektr. 24.
 — magnetische 54. 79.
- Präzisionswiderstände 11. 14.
 Pufferbatterie 202.
- Quadrant** 116.
 Quadrat, Mittelwert 260.
 Queramperewindungen 168.
 Quermagnetisierung bei Gleichstrom 168. 172.
 — beim Kommutatormotor 481.
 — bei Wechselstrom 341.
- Reaktanz** 509.
 Reaktanzspannung bei Kommutierung 180.
 Regulierung der Spannung 199.
 — der Tourenzahl durch Änderung der Erregung 231. 235.
 — — — bei Drehstrommotoren 431.
 — — — bei Kollektormotoren 483.
 — — — durch Serienparallelschaltung 248.
 — — — nach Sprague 247.
 — — — durch Vorschaltwiderstand 229. 245.
- Reibungselektrizität 1.
 Reibungsverluste von Maschinen 209.
 Reihenschaltung, siehe Serienschaltung.
 Remanenter Magnetismus 58. 84. 157.
 Repulsionsmotor 483. 488.
 Resonanz 289.
 Resultierende Erregung von Drehstrommotoren 407. 437. 441.
 — — von Transformatoren 301.
 — — von Wechselstrommaschinen 342.
 — Spannung und Stromstärke 262.
- Richtung der Kraftlinien 52.
 — der induzierten EMK 91. 94.
 — der magnetischen Kraft 61.
 — der Selbstinduktion 98. 268.
- Ringwicklung 118.
 — mit Parallelschaltung 130.
 — mit Serienparallelschaltung 148.
 — mit Serienschaltung 139.
- Rotierende Erregungen im Einphasenmotor 474.
 Rotierender Umformer, siehe Umformer.
 Rotor, Wirkungsweise 407.
 Rotorstrom 408.
 — seine Phase 420. 430. 437.

- Rotorverluste 430. 438. 445. 455. 459.
 Rückwirkung des Ankers bei Gleichstrom 168.
 — — — bei Wechselstrom 342.
 Sättigung 70. 198.
 — Einfluss auf Streuung 466.
 — bei Maschinen 161. 355.
 Säuren 30.
 Schaltung von Elementen 16.
 Schaltzellen 205. 209.
 Schleichende Stabwicklung für Wechselstrom 412. 421. 428. 432.
 — — aufgeschnitten 414.
 Schleife, Widerstand 14.
 — Stromverteilung 15.
 Schleifenwicklung 133.
 Schlüpfung 408. 429. 438. 443. 454. 461.
 Schwingungszeit d. Dampfmaschinen 377.
 — der Wechselstrommaschinen 377.
 Schwungmassen 380.
 Sehnenwicklung 137.
 Sekunde 105.
 Selbsterregung der Dynamos 157.
 Selbstinduktion 97.
 — Einfluss auf Kommutierung 168. 176.
 — — auf Pendeln 380.
 — — auf I -Kurve 374.
 — Effektivwert 265. 266.
 — der Maschine 275. 337. 347.
 — Momentanwert 264. 267.
 — ihre Phase 266. 506.
 — ihre Richtung 98. 264. 268.
 — als Trägheit 99. 284.
 — des Transformators 312.
 — und Widerstand in serie 269. 274. 507.
 — und Widerstand parallel 276.
 — Widerstand u. Kapazität in serie 288.
 — und Kapazität parallel 291. 510.
 Serienmotor 480.
 Serienparallelwicklung 148. 152.
 Serienschaltung von Elementen 16.
 — von Widerstand und Induktanz 269. 274. 507.
 — Widerst., Induktanz u. Kapazit. 288.
 Serienwicklung 139.
 Siemenssches Dynamoprinzip 157.
 Siemenstype 162. 164.
 Silbervoltmeter 2. 46. 112.
 Spannung, siehe Klemmspannung oder elektromotorische Kraft.
 Spannungsabfall d. Wechselstrommaschine 276. 339. 349.
 — durch primäre Streuung der Wechselstrommaschine 352.
 — durch Streuung im Transformator 314.
 Spannungsmesser, siehe Voltmeter.
 Spannungsteilung 28. 182.
 Spezifischer Widerstand 9.
 Spiegelgalvanometer 64.
 Spragueschaltung 247.
 Spulenseite, Einfluss auf elektrom. Kraft 324. 326. 330. 495.
 — — auf Erregung bei Drehstrom 421.
 — — auf Drehmoment bei Drehstrom 428.
 Stabwicklung 312.
 Statische Elektrizität 112.
 — Charakteristik d. Gleichstrommaschine 198.
 — — der Wechselstrommaschine 337. 348.
 Stator des Zweiphasenmotors 392.
 — des Dreiphasenmotors 395.
 Statorverluste 449. 454. 458.
 Steigung von Bahnen 242.
 Steinmetzcher Hysteresiskoeffizient 86.
 Sternschaltung 400.
 Stirnstreuung bei Drehstrom 472.
 — bei Wechselstrom 343.
 Streufaktor, siehe Streuungskoeffizient.
 Streuung bei Gleichstrommaschinen 163.
 — Berechnung 79.
 — des Ankers bei Wechselstrommaschinen 343.
 — beim Drehstrommotor 440. 442. 465.
 — bei Induktormaschinen 322.
 — primäre, bei Wechselstrommaschinen 352.
 — beim Transformator 310.
 Streuungskoeffizient, Drehstrom 442. 465.
 — experimentelle Ermittlung 465.
 — Gleichstrom 81. 163.
 Streuungsloser Drehstrommotor 436.
 Stromdichte unter der Bürste 175. 177.
 — bei Dynamos 132.
 Stromrichtung in Maschinen 92. 119.
 Stromstärke, Definition und Einheit 2. 62. 111.
 — effektive 259.

- Stromstärke, Messung 2. 65.
 — mittlere 256. 260.
 — des Wechselstromes 259.
 Stromverbrauch bei Steigungen 242.
 Stromverteilung bei Schleifen 15.
 Superposition von Strömen 494.
 Suszeptanz 511.
 Swinburnesche Sehnenwicklung 137.
 Symbolische Methode 502.
 Symmetrische Drehstromwicklung 402.
 Synchronisierende Kraft 363. 376. 380.
 Synchronismus 363. 366. 384.
 Synchronmotoren 383.
 — bei konstanter Erregung 385.
 — bei variabler Erregung 389.
Tangentenbussole 64.
 Temperaturbestimmung der Magnetspulen 10.
 Temperaturkoeffizient 10.
 Thomsonscher Repulsionsmotor 483. 488.
 Tourenregulierung, siehe Regulierung.
 Tourenschwankung. Ausgleich durch Batterie 199.
 Tourenverlust, siehe Schlüpfung.
 Tourenzahl des Drehstrommotors 410. 439. 464.
 — des Gleichstrommotors 222. 225. 229. 231. 237. 242.
 — des Synchronmotors 383.
 Transformator 96. 293.
 — bei induktionsloser Belastung 299.
 — bei induktiver Belastung 306.
 — bei Leerlauf 295. 298.
 — Verhältnis der Ströme und Spannungen 294. 300.
 — Verluste 296. 304.
 — Wirkungsgrad 303.
 Trennung der Verluste in Gleichstrommaschinen 211.
 Trommel, zweipolig 125.
 — mit Parallelwicklung 133.
 — mit Serienwicklung 143.
 — mit Serienparallelwicklung 152.
Übererregung 292.
 Überlastungsfähigkeit von Drehstrommotoren 448. 472.
 — von Einphasenmotoren 479.
 — von Gleichstrommaschinen 171.
 Überlastungsfähigkeit von Synchronmotoren 388.
 — von Wechselstrommaschinen 363.
 Umformer 333. 494.
 — Ankerstrom 497.
 — Effektivverluste 498.
 — elektromotorische Kraft 494.
 — Leistung 500.
 Ummagnetisierung 58. 84.
 Umsteuerung von Drehstrommotoren 410.
 — von Gleichstrommotoren 219.
 — von Repulsionsmotoren 483.
Valenz 32.
 Vektordiagramm 261.
 Vergrößerungsfaktor 379. 382.
 Verhältnis der Spannungen und Ströme beim Transformator 294. 300.
 Verlust in Drehstromleitungen 403.
 — in Dynamomaschinen 209.
 — experimentelle Ermittlung 212.
 — Trennung 213.
 — in Gleichstromleitungen 26.
 — durch Hysteresis 86. 212. 296.
 — im Rotor 430. 438. 445. 455. 459.
 — im Stator 449. 454. 458.
 — im Transformator 296. 304.
 — im Umformer 496.
 — Verteilung in Maschinen 210.
 — durch Wirbelströme 101. 212.
 Verlustziffer 87.
 V -Kurven 374.
 Volt, Einheit der Spannung 2. 90. 111.
 Voltainduktion 94.
 Voltameter 46. 256.
 Voltmeter, Eichung 8.
 — Konstruktion und Schaltung 7.
 Volumverhältnisse bei Elektrolyse 35.
 Vorausberechnung der Erregung, siehe Erregung.
 Voreilung der Wechselstrommaschine in Beziehung zur Leistung 358. 364. 385.
 — — — in Beziehung zur Erregung 372.
 — initiale, der Dampfmaschine 378.
 — resultierende, beim Pendeln 378.
 Vorschaltwiderstand, siehe Anlasser.
Wagengeschwindigkeit 244.
 Waltenhofensches Pendel 102.

- Wanderungsrichtung der Ionen 30.
 Wärme beim Ummagnetisieren 58.
 Wärmemenge 22. 114.
 Watt 23. 115.
 Wattkomponente 281.
 Wattlose Ströme 281.
 Wattmeter 86.
 — für Drehstrom 404.
 Wattstunde 24.
 Wattverluste durch Joulesche Wärme 26.
 — im Eisen 299.
 Weber, Einheit der Polstärke 58.
 Wechselstrom, Effektivwert 259.
 — Effektmessung 265.
 — Mittelwert 256.
 — Momentanwert 256.
 Wechselstrommaschine 316.
 Wellenwicklung 143. 148.
 Wertigkeit 32.
 Westonelement 4. 45.
 Wheatstonesche Brücke 18.
 — — mit Wechselstrom 100.
 Wickelung, Drehstrommaschinen 411.
 — Wechselstrommaschinen 324 ff.
 Wickelungsschritt 126 ff.
 Widerstand, elektrischer 5. 113.
 — magnetischer 75.
 — Messung 8. 18.
 — und Induktanz in serie 269. 274. 507.
 — Induktanz und Kapazität in serie 288.
 — und Induktanz parallel 276.
 — und Kapazität in serie 287. 508.
 Wildesche Maschine 156.
 Winkelgeschwindigkeit 222. 253.
 Winter-Eichberg-Motor 483. 491.
 Wirbelstrom-Bremse 103.
 — Instrumente 104.
 Wirbelströme 101. 211.
 Wirkungsgrad von Akkumulatoren 41.
 — von Bahnmotoren 244.
 — von Drehstrommotoren 463.
 — von Dynamomaschinen 208.
 — von Motoren 225.
 — von Transformatoren 303.
 — von Wechselstrommaschinen 363.
 Zahnsättigung, Einfluss auf Streuung bei Drehstrommotoren 466.
 Zahnstreuung bei Drehstrommotoren 466.
 — bei Generatoren 341.
 Zeiteinheit 105.
 Zellschalter 204.
 Zentimeter 105.
 Zentimeterdyn 82. 114.
 Zerlegung in entgegengesetzt rotierende Amperewindungen 474.
 — von Strömen 281.
 Zersetzungszellen 29.
 Zugkraft, siehe Drehmoment.
 Zuleitung, Verluste in der 26. 403.
 Zusammensetzung von Strömen und Spannungen 262. 270.
 Zweilochwicklung 316. 324. 327.
 Zweiphasenmotor 392.
 Zweiteiliger Kollektor 120.

Hilfsbuch für die Elektrotechnik, unter Mitwirkung einer Anzahl Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. K. Strecker, Geh. Postrat und Professor. Siebente, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 675 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 14,—.

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. Von Dr. Gustav Benischke. Zweite, erweiterte Auflage von „Magnetismus und Elektrizität mit Rücksicht auf die Bedürfnisse der Praxis“. Mit 489 Textfiguren. Preis M. 12,—; in Leinwand geb. M. 13,20.

Die neueren Wandlungen der elektrischen Theorien, einschließlich der Elektronentheorie. Zwei Vorträge von Dr. G. Holzmüller. Mit 22 Textfiguren. Preis M. 3,—.

Ergebnisse und Probleme der Elektronentheorie. Vortrag von H. A. Lorentz, Professor an der Universität Leiden. Zweite, durchgesehene Auflage. Preis M. 1,50.

Elektrische und magnetische Messungen und Meßinstrumente. Von H. S. Hallo und H. W. Land. Eine freie Bearbeitung und Ergänzung des holländischen Werkes „Magnetische en Elektrische Metingen“ von G. J. van Swaay, Professor an der technischen Hochschule zu Delft. Mit 343 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 15,—.

Elektrotechnische Meßkunde. Von Arthur Linker, Ingenieur. Mit 385 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 10,—.

Messungen an elektrischen Maschinen. Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von Rudolf Krause, Ingenieur. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 172 Textfiguren. Erscheint im Sommer 1907. In Leinwand geb. Preis ca. M. 5,—.

Die Isolierung elektrischer Maschinen. Von H. W. Turner, Associate A. I. E. E. und H. M. Hobart. M. I. E. E., Mem. A. I. E. E. Deutsche Bearbeitung von A. von KönigsLöw und R. Krause, Ingenieure. Mit 166 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 8,—.

Einführung in die Differential- und Integralrechnung nebst Differentialgleichungen. Von Dr. F. L. Kohlrausch, Dozent der Ausbildungskurse am Kaiserlichen Telegraphen-Versuchsamte Berlin. Mit 100 Textfiguren und 200 Aufgaben. Preis M. 6,—; in Leinwand geb. M. 6,80.

Die Gleichstrommaschine. Theorie, Konstruktion, Berechnung, Untersuchung und Arbeitsweise derselben. Von E. Arnold, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe. In zwei Bänden.

Erster Band: Theorie und Untersuchung. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 593 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 16,—.

Zweiter Band: Konstruktion, Berechnung, Untersuchung und Arbeitsweise der Gleichstrommaschine. Zweite Auflage befindet sich unter der Presse.

Die Wechselstromtechnik. Herausgegeben von E. Arnold, Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zur Karlsruhe. In fünf Bänden.

Erster Band: Theorie der Wechselströme und Transformatoren. Von J. L. la Cour. Mit 263 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 12,—.

Zweiter Band: Die Transformatoren. Von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 335 Textfiguren und 3 Tafeln. In Lwd. geb. Preis M. 12,—.

Dritter Band: Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen. Von E. Arnold. Mit 426 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 12,—.

Vierter Band: Die synchronen Wechselstrommaschinen. Von E. Arnold und J. L. la Cour. Mit 514 Textfiguren und 13 Tafeln. In Leinwand geb. Preis M. 20,—.

In Vorbereitung befindet sich:

Fünfter Band: Die asynchronen Wechselstrommaschinen. Von E. Arnold und J. L. la Cour.

Elektromotoren für Gleichstrom. Von Dr. G. Roefsler, Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Berlin. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 49 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 4,—.

Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom. Von Dr. G. Roefsler, Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Berlin. Mit 89 Textfiguren. Zweite Auflage in Vorbereitung.

Motoren für Gleich- und Drehstrom. Von Henry M. Hobart, B. Sc. M. I. E. E. Mem. A. I. E. E. Deutsche Bearbeitung. Übersetzt von Franklin Punga. Mit 425 Textfiguren. In Lwd. geb. Preis M. 10,—.

Die Bahnmotoren für Gleichstrom. Ihre Wirkungsweise, Bauart und Behandlung. Ein Handbuch für Bahntechniker von H. Müller, Oberingenieur der Westinghouse-Elektrizitäts-Aktiengesellschaft, und W. Mattersdorff, Abteilungsvorstand der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft. Mit 231 Textfiguren und 11 lithogr. Tafeln, sowie einer Übersicht der ausgeführten Typen. In Leinwand geb. Preis M. 15,—.

Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom. Von Gisbert Kapp. Vierte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 255 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 12,—.

Asynchrone Generatoren für ein- und mehrphasige Wechselströme. Ihre Theorie und Wirkungsweise. Von Cl. Feldmann, Ingenieur und Privatdozent an der Großherzogl. Technischen Hochschule in Darmstadt. Mit 50 Textfiguren. Preis M. 3,—.

Der Drehstrommotor. Ein Handbuch für Studium und Praxis. Von Julius Heubach, Chef-Ingenieur. Mit 163 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 10,—.

Über die Entwicklungsmöglichkeiten des Induktionsmotors für Einphasen-Wechselstrom. Von Dr.-Ing. R. v. Koch. Mit 49 Textfiguren. Preis M. 2,60.

Die Arbeitsweise der Wechselstrommaschinen. Für Physiker, Maschineningenieure und Studenten der Elektrotechnik. Von Fritz Emde. Mit 32 Textfiguren. Preis M. 2,40; in Leinwand geb. M. 3,—.

Die Prüfung von Gleichstrommaschinen in Laboratorien und Prüfräumen. Ein Hilfsbuch für Studierende und Praktiker von Carl Kinzbrunner, Ingenieur und Dozent für Elektrotechnik an der Municipal School of Technology in Manchester. Mit 249 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 9,—.

Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom. Eine Darstellung ihrer Theorie, Konstruktion und Anwendung. Von Gisbert Kapp. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 185 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 8,—.

Die elektrischen Wechselströme. Für Ingenieure und Studierende bearbeitet. Von T. H. Blakesley. Autorisierte Übersetzung von Cl. Feldmann. Mit 31 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 4,—.

Elektromechanische Konstruktionen. Eine Sammlung von Konstruktionsbeispielen und Berechnungen von Maschinen und Apparaten für Starkstrom. Zusammengestellt und erläutert von Gisbert Kapp. Zweite, verbesserte und erweiterte Auflage. Mit 36 Tafeln und 114 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 20,—.

Elektromechanische Konstruktionselemente. Skizzen, herausgegeben von Dr. G. Klingenberg, Professor und Dozent an der Königl. Technischen Hochschule zu Berlin. Erscheint in Lieferungen zum Preise von je M. 2,40. Bisher sind erschienen: Lieferung 1, 2, 3, 4 (Apparate) und 6, 7 (Maschinen); Lieferung 5 erscheint im Sommer 1907. Jede Lieferung enthält 10 Blatt Skizzen in Folio.

Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze in Theorie und Praxis. Bearbeitet von Jos. Herzog, Vorstand der Abteilung für elektrische Beleuchtung, Ganz & Co., Budapest, und Cl. Feldmann, Privatdozent an der Großherzogl. Technischen Hochschule zu Darmstadt. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage in zwei Teilen.

Erster Teil: Strom- und Spannungsverteilung in Netzen. Mit 269 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 12,—.

Zweiter Teil: Die Dimensionierung der Leitungen. Mit 216 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 12,—.

Theorie und Berechnung elektrischer Leitungen. Von Dr.-Ing. H. Gallusser, Ingenieur bei Brown, Boveri & Co., Baden (Schweiz), und Dipl.-Ing. M. Hausmann, Ingenieur bei der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft, Berlin. Mit 145 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 5,—.

Die Fernleitung von Wechselströmen. Von Dr. G. Roefsler, Professor an der Königl. Technischen Hochschule in Danzig. Mit 60 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 7,—.

Berechnung und Ausführung der Hochspannungs-Fernleitungen. Von Carl Fred. Holmboe, Elektroingenieur. Mit 61 Textfiguren. Preis M. 3,—.

Tabelle der prozentualen Spannungsverluste bei Gleich-, Ein- und Dreiphasenwechselstrom für die Querschnitte 1,5 bis 150 qmm. Von Fritz Jesinghaus. Preis M. —,50.

Handbuch der elektrischen Beleuchtung. Bearbeitet von Oberingenieur Josef Herzog und Professor Cl. Feldmann. Dritte Auflage erscheint im Herbst 1907.

Die Akkumulatoren für Elektrizität. Von Professor Dr. Edmund Hoppe. Dritte, neubearbeitete Auflage. Mit zahlreichen Textfiguren. Preis M. 8,—; in Leinwand geb. M. 9,—.

Die Verwaltungspraxis bei Elektrizitätswerken und elektrischen Straßen- und Kleinbahnen. Von Max Berthold,

Bevollmächtigter der Kontinentalen Gesellschaft für elektrische Unternehmungen und der Elektrizitäts-Aktiengesellschaft vormals Schuckert & Co. in Nürnberg. In Leinwand geb. Preis M. 8,—.

Die Preisstellung beim Verkaufe elektrischer Energie. Von

Gust. Siegel, Diplom-Ingenieur. Mit 11 Textfiguren. Preis M. 4,—.

Herstellung und Instandhaltung elektrischer Licht- und Kraftanlagen. Ein Leitfadensuch für Nichttechniker unter Mitwirkung

von Michalke verfasst und herausgegeben von S. Frhr. v. Gaisberg. Dritte, umgearbeitete und erweiterte Auflage. In Lwd. geb. Preis M. 2,—.

Die künstlichen Kohlen für elektrotechnische und elektrochemische Zwecke,

ihre Herstellung und Prüfung. Von Dr. Julius Zellner, Professor der Chemie an der Staatsgewerbeschule in Bielitz. Mit 102 Textfiguren. Preis M. 8,—; in Leinwand geb. M. 9,—.

Der elektrische Lichtbogen bei Gleichstrom und Wechselstrom und seine Anwendungen. Von Berthold Monasch, Diplom-

Ingenieur. Mit 141 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 9,—.

Die Beleuchtung von Eisenbahn-Personenwagen mit besonderer

Berücksichtigung der Elektrizität. Von Dr. M. Büttner. Mit 60 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 5,—.

Telegraphie und Telephonie ohne Draht. Von Otto Jentsch,

Kaiserlicher Ober-Postinspektor. Mit 156 Textfiguren. Preis M. 5,—; in Leinwand geb. M. 6,—.

Die drahtlose Telegraphie und ihr Einfluss auf den Wirtschaftsverkehr unter besonderer Berücksichtigung des Systems „Telefunken“.

Mit einem Verzeichnis der Patente und Literaturangaben über drahtlose Telegraphie. Von Dr. Eugen Nesper, Diplom-Ingenieur. Mit 22 Textfiguren. Preis M. 3,—.

Hilfsbuch für Dampfmaschinen-Techniker. Herausgegeben von

Josef Hrabák, k. u. k. Hofrat, emer. Professor der k. k. Bergakademie zu Píbram. Vierte Auflage. In drei Teilen. Mit Textfiguren. In 3 Leinwandbände geb. Preis M. 20,—.

Hilfsbuch für den Maschinenbau. Für Maschinentechniker sowie für den Unterricht an technischen Lehranstalten. Von Fr. Freytag, Professor, Lehrer an den technischen Staatslehranstalten in Chemnitz. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 1004 Textfiguren und 8 Tafeln. In Leinwand geb. Preis M. 10,—; in ganz Leder geb. M. 12,—.

Die Hebezeuge. Theorie und Kritik ausgeführter Konstruktionen mit besonderer Berücksichtigung der elektrischen Anlagen. Ein Handbuch für Ingenieure, Techniker und Studierende. Von Ad. Ernst, Professor des Maschinen-Ingenieurwesens an der Kgl. Techn. Hochschule in Stuttgart. Vierte, neubearbeitete Auflage. Drei Bände. Mit 1486 Textfiguren und 97 lithogr. Tafeln. In 3 Leinwandbände geb. Preis M. 60,—.

Hebemaschinen. Eine Sammlung von Zeichnungen ausgeführter Konstruktionen mit besonderer Berücksichtigung der Hebemaschinen-Elemente. Von C. Bessel, Ingenieur, Oberlehrer an der Kgl. höh. Maschinenbauschule Altona. 34 Tafeln. In Leinwand geb. Preis M. 6,—.

Elastizität und Festigkeit. Die für die Technik wichtigsten Sätze und deren erfahrungsmäßige Grundlage. Von Dr.-Ing. C. Bach, Kgl. Württ. Baudirektor, Professor des Maschinen-Ingenieurwesens an der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart. Fünfte, vermehrte Auflage. Mit zahlreichen Textfiguren und 20 Lichtdrucktafeln. In Leinwand geb. Preis M. 18,—.

Technische Messungen, insbesondere bei Maschinen-Untersuchungen. Zum Gebrauch in Maschinenlaboratorien und für die Praxis. Von Anton Gramberg, Diplom-Ingenieur, Dozent an der Technischen Hochschule zu Danzig. Mit 181 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 6,—.

Technische Untersuchungsmethoden zur Betriebskontrolle, insbesondere zur Kontrolle des Dampfbetriebes. Zugleich ein Leitfaden für die Arbeiten in den Maschinenbaulaboratorien technischer Lehranstalten. Von Julius Brand, Ingenieur, Oberlehrer der Königl. vereinigten Maschinenbauschulen zu Elberfeld. Zweite, verbesserte Auflage unter der Presse.

Entwerfen und Berechnen der Dampfmaschinen. Ein Lehr- und Handbuch für Studierende und angehende Konstrukteure. Von Heinrich Dubbel, Ingenieur. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 427 Textfiguren. In Leinwand geb. Preis M. 10,—.

Die Dampfkessel. Ein Lehr- und Handbuch für Studierende Technischer Hochschulen, Schüler höherer Maschinenbauschulen und Techniken, sowie für Ingenieure und Techniker. Bearbeitet von F. Tetzner, Oberlehrer an den Kgl. Vereinigten Maschinenbauschulen zu Dortmund. Dritte Auflage unter der Presse.