

# Schwingungen in den Zuleitungs- und Ableitungskanälen von Wasserkraftanlagen

Wellenerscheinungen in offenen Kanälen  
Wasserschläsler an Druckstollen

Von

**Josef Frank**

Ingenieur der Abteilung Wasserkraftanlagen  
der Siemens-Schuckertwerke, Berlin

und

**Dr.-Ing. Josef Schüller**

em. Konstrukteur an der Deutschen Techn.  
Hochschule in Prag, Bauanwalt in Eger

Mit 151 Abbildungen im Text  
und auf einer Tafel



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1938

# Schwingungen in den Zuleitungs- und Ableitungskanälen von Wasserkraftanlagen

Wellenerscheinungen in offenen Kanälen  
Wasserschlösser an Druckstollen

Von

**Josef Frank**

Ingenieur der Abteilung Wasserkraftanlagen  
der Siemens-Schuckertwerke, Berlin

und **Dr.-Ing. Josef Schüller**

em. Konstrukteur an der Deutschen Techn.  
Hochschule in Prag, Bauanwalt in Eger

Mit 151 Abbildungen im Text  
und auf einer Tafel



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1938

**Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>.**

ISBN 978-3-662-33457-7      ISBN 978-3-662-33855-1 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-33855-1

**Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.**

**Copyright 1938 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg**

**Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1938.**

## Vorwort.

Durch die Entwicklung des Wasserkraftausbaues ist zweifellos unsere Kenntnis der zeitveränderlichen Wasserbewegung sehr stark gefördert worden. Zuerst waren es die Schwingungserscheinungen in den *Wasserschlässern an Druckstollen*, die zu Beginn dieses Jahrhunderts Bedeutung gewannen und seither Anlaß zu einem ständig wachsenden Schrifttum geworden sind. Das Problem der *Wellenfortpflanzung in offenen Gerinnen* hat die Hydrauliker schon seit vielen Jahrzehnten beschäftigt. Aber erst in jüngster Zeit hat es, vorwiegend beim Bau großer Niederdruckkraftwerke, durch die Praxis den entscheidenden Auftrieb erhalten.

Heute gehört die Beschäftigung mit diesen Aufgaben fast zur täglichen Arbeit des planenden Wasserbau-Ingenieurs, dem freilich die Fülle des Schrifttums manchmal die Übersicht rauben mag.

Wir haben es uns daher zur Pflicht gemacht, eine nicht nur gründliche, sondern auch für die praktische Anwendung klare und übersichtliche Darstellung des gesamten Stoffgebietes in seinen bis heute vorliegenden Erkenntnissen zu geben. Besonderer Wert wurde außerdem auf jene Teilfragen gelegt, die entweder noch zu wenig geklärt oder sonst im Schrifttum nur andeutungsweise behandelt wurden, für die Praxis aber wichtig sind, wie etwa die Stabilitätsverhältnisse, die Schwingungen bei besonderen Wasserschloßanordnungen usw. Ferner wurden viele Fluchtlinientafeln und sonstige graphische Darstellungen beigegeben, die umständliche Ausrechnungen ersparen und in möglichst kurzer Zeit mit wenig Rechenarbeit ein Bild der zu erwartenden Verhältnisse vermitteln. Die Zahlenbeispiele wurden so gewählt, daß sie bei den am häufigsten vorkommenden Fällen unmittelbar zu Rate gezogen werden können. Bei den Zahlenbeispielen zu den Wellenerscheinungen in offenen Gerinnen waren allerdings gewisse Beschränkungen nicht zu umgehen. Derartige Untersuchungen sind meist so langwierig, daß man im Rahmen eines Buches neben einer genauen Beschreibung des Vorganges nur die wichtigsten Abschnitte der Berechnung im einzelnen zahlenmäßig anführen kann.

Wenn es uns, zusammen mit dem Verlag, der dem Buch seine muster-gültige äußere Form gab, gelingt, unseren Berufskameraden das große Gebiet der Schwingungserscheinungen näher zu bringen, so wollen wir darin eine nachträgliche Bestätigung der Berechtigung unserer Arbeit erblicken.

Berlin und Eger, März 1938.

**Die Verfasser.**

# Inhaltsverzeichnis.

<b>Wellenerscheinungen in offenen Kanälen.</b>		Seite
Einleitung . . . . .		1
I. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwallwellen, Beziehungen zwischen Schnelligkeit, Schwallhöhe und Wassermengenänderung . . . . .		2
1. Ableitung der Formeln . . . . .		2
2. Versuchsmäßige Überprüfung der gegebenen Gleichungen . . . . .		10
3. Auflösung des Schalles in Einzelwellen . . . . .		12
II. Fortpflanzung der Sunkwellen. Grundlegende Beziehungen . . . . .		13
1. Formbeständiger Sunkkopf . . . . .		13
2. Verformung des Sunkkopfes. . . . .		15
III. Wellenverlauf bei Berücksichtigung der Reibung . . . . .		19
1. Allgemeines . . . . .		19
2. Die Methode von FORCHHEIMER . . . . .		20
3. Die Methode von FAVRE . . . . .		21
IV. Verformung der Wellen an Querschnittsänderungen, Reflexionen, Durchdringungen . . . . .		30
1. Allgemeines . . . . .		30
2. Verformung an sprunghaften Profilwechseln . . . . .		31
3. Verformung an allmählichen Profilwechseln . . . . .		33
4. Grenzfälle (Verengung auf Null, Erweiterung auf Unendlich) . . . . .		34
5. Gegenseitige Durchdringung von Wellen . . . . .		34
6. Verformung von Wellen in kurzen Einengungen oder Erweiterungen . . . . .		35
7. Auslauf von Wellen in Becken . . . . .		41
8. Berücksichtigung der Reibung und der Sohlenneigung . . . . .		44
9. Einfluß der Schließ- bzw. Öffnungszeit auf die Wellenhöhe . . . . .		48
V. Behandlung der beim Kraftwerksbetrieb vorkommenden Fälle . . . . .		49
A. Vorgänge im Oberwasser bei Entlastung (Stauschwall) . . . . .		49
1. Kurze Kanäle mit geringem Absolutgefälle . . . . .		49
2. Lange Kanäle . . . . .		55
a) Schwallverlauf bei offener Abzweigung aus dem Fluß . . . . .		55
b) Schwingungsverlauf bei Kanälen mit geschlossenem Oberende . . . . .		59
c) Zahlenbeispiel . . . . .		60
B. Vorgänge im Oberwasser bei Belastung (Entnahmesunk) . . . . .		64
1. Schwingungsverlauf bei offener Abzweigung aus dem Fluß . . . . .		64
2. Schwingungsverlauf bei am Oberende geschlossenen Kanälen . . . . .		65
3. Zahlenbeispiel. . . . .		67
C. Vorgänge im Unterwasser bei Entlastung (Absperrunk) . . . . .		76
1. Schwingungsverlauf bei freier Einmündung in ein großes Becken . . . . .		76
2. Schwingungsverlauf, wenn der Kanal am unteren Ende geschlossen ist . . . . .		77

	Seite
D. Vorgänge im Unterwasser bei plötzlicher Belastung (Füllschwall) . . . . .	77
1. Schwingungsverlauf bei freiem Auslauf des Grabens in ein Becken . . . . .	78
2. Schwingungsverlauf bei abgeschlossenem Kanal . . . . .	79
3. Zahlenbeispiel . . . . .	79
Schrifttumsverzeichnis . . . . .	85
<b>Wasserschlösser an Druckstollen.</b>	
Einleitung . . . . .	87
1. Entwurfsgrundlagen für das Wasserschloß . . . . .	87
2. Geschichtlicher Rückblick . . . . .	88
3. Das Ziel dieser Arbeit . . . . .	89
4. Bezeichnungen . . . . .	89
I. Stabilitätsbetrachtungen . . . . .	91
1. Voraussetzungen und Annahmen . . . . .	91
2. Die Grundgleichungen . . . . .	91
3. Stabilitätsbetrachtungen für das ungedämpfte Wasserschloß . . . . .	92
a) Das Abschätzungsverfahren . . . . .	92
b) Steigende Charakteristik des Reglers . . . . .	93
c) Übergangsfall: Konstante Wasserentnahme . . . . .	95
d) Fallende Charakteristik des Reglers . . . . .	96
e) Regelung auf konstante Leistung . . . . .	100
$\alpha$ ) Stabilitätsuntersuchung der Schwingungsachsen I und II für konstante Leistungsentnahme. Kleine Schwingungen . . . . .	101
$\beta$ ) Stabilitätsbetrachtung bei endlichen Schwingungsweiten und Regelung auf konstante Leistung . . . . .	103
4. Stabilitätsbetrachtung für das gedämpfte Wasserschloß bei konstanter Leistungsentnahme . . . . .	106
a) Stabilitätsbetrachtung für kleine Schwingungen bei konstanter Leistungsentnahme . . . . .	106
b) Stabilitätsbetrachtung für endliche Schwingungsweiten bei kon- stanter Leistungsentnahme . . . . .	108
5. Stabilitätsbetrachtung für endliche Schwingungsweiten und Regelung auf konstante Leistung bei einem mit $z$ veränderlichen Wasserschloß- Querschnitt . . . . .	111
6. Eine neue Wasserschloßform . . . . .	116
II. Rechnerische Verfahren zur Bestimmung der Schwingungs- weiten. Bemessungsverfahren . . . . .	118
A. Ungedämpfte Wasserschlösser . . . . .	118
1. Ungedämpftes Schachtwasserschloß mit konstantem Querschnitt . . . . .	118
a) Verlustfreier Stollen . . . . .	119
$\alpha$ ) Plötzliche vollständige Entlastung . . . . .	119
$\beta$ ) Plötzliche Belastungsvergrößerung . . . . .	119
$\gamma$ ) Lineare Belastungsvergrößerung . . . . .	120
b) Verluste im Stollen werden berücksichtigt . . . . .	122
$\alpha$ ) Plötzliche vollständige Entlastung . . . . .	122
$\beta$ ) Allmähliche lineare Entlastung . . . . .	124
$\gamma$ ) Wasserschloß mit Überlauf, plötzliche vollständige Entlastung . . . . .	125
$\delta$ ) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch konstant . . . . .	128
$\epsilon$ ) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch ver- änderlich . . . . .	132

	Seite
ζ) Allmähliche Belastungsvergrößerung von Null auf Vollast . . . . .	135
η) Zahlenbeispiele . . . . .	136
2. Das Kammerwasserschloß . . . . .	140
a) Idealisirtes Kammerwasserschloß . . . . .	141
α) Vollständige plötzliche Entlastung . . . . .	141
β) Plötzliche Belastungsvergrößerung . . . . .	141
b) Wasserschloß mit offenen Kammern . . . . .	141
α) Vollständige plötzliche Entlastung . . . . .	141
β) Belastungsvergrößerung . . . . .	145
c) Wasserschloß mit abgeschlossenen Kammern . . . . .	150
α) Obere Kammer mit Überfallschwelle, vollständige Entlastung	150
β) Belastungsvergrößerung, untere Kammer mit Saugschwelle	152
und Tauchwand . . . . .	
γ) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch mit der	155
Fallhöhe veränderlich . . . . .	
δ) Allmähliche Belastungsvergrößerung von Null auf Vollast .	156
d) Zahlenbeispiel . . . . .	156
B. Die gedämpften Wasserschlösser . . . . .	161
1. Allgemeines, Berechnung des Dämpfungswiderstandes . . . . .	161
2. Gedämpftes Wasserschloß mit konstantem Querschnitt . . . . .	167
a) Grundgleichungen, schrittweise Lösung . . . . .	167
b) Plötzliche vollständige Entlastung . . . . .	168
c) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch konstant .	172
d) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch veränderlich	173
(Leistung konstant) . . . . .	
e) Allmähliche Belastungsvergrößerung . . . . .	174
3. Das Differential-Wasserschloß von JOHNSON . . . . .	175
a) Allgemeine Anordnung, Bezeichnungen . . . . .	175
b) Wirkungsweise und Grundgleichungen . . . . .	176
α) Belastungszunahme . . . . .	176
β) Vollständige Entlastung . . . . .	178
c) Numerische Integrationen . . . . .	180
α) Belastungsvergrößerung . . . . .	180
β) Vollständige Entlastung . . . . .	182
d) Plötzliche vollständige Entlastung (geschlossene Formeln) . .	184
e) Plötzliche Belastungsvergrößerung bei konstantem Wasser-	186
verbrauch . . . . .	
f) Plötzliche Belastungsvergrößerung bei konstanter Leistung . .	188
g) Allmähliche Belastungsvergrößerung . . . . .	188
h) Die Sonderform von VOGT . . . . .	188
i) Zahlenbeispiel . . . . .	189
C. Besondere Wasserschloßanlagen . . . . .	192
1. Stollen mit zwei Wasserschlossern . . . . .	192
2. Wasserschloß mit zwei Stollen . . . . .	192
3. Wasserschloß im Unterwasser . . . . .	195
a) Plötzliche vollständige Entlastung . . . . .	196
b) Plötzliche Belastungsvergrößerung . . . . .	196
4. Wasserschloß an Pumpleitungen . . . . .	197
5. Veränderlicher Stollenquerschnitt . . . . .	198
Schrifttumsverzeichnis . . . . .	198

# Wellenerscheinungen in offenen Kanälen.

## Einleitung.

Im Betrieb der modernen Wasserkraftwerke muß damit gerechnet werden, daß beim Start oder beim Abschalten der Maschinen wegen der damit verbundenen starken Änderung der Turbinenwassermenge beträchtliche Störungen des stationären Fließzustandes in den Zu- und Ablaufkanälen entstehen. Der Übergang zu dem einer geänderten Belastung entsprechenden Beharrungszustand erfolgt durch Schwingungsvorgänge, die wir sowohl bei geschlossenen als auch bei offenen Kanälen beobachten können.

Im ersten Fall, beispielsweise bei einem unter Druck stehenden Zulaufstollen, äußert sich jede Entnahmeänderung in einer Füllung bzw. Entleerung des Wasserschlusses. Die dadurch bedingte Druckänderung teilt sich durch sehr schnell laufende Druckwellen der im Stollen fließenden Wassermasse mit und verzögert oder beschleunigt sie. Ganz ähnlich, wenn auch erheblich verwickelter, liegen die Verhältnisse bei offenen Gerinnen. Auch hier ruft jede Entnahme- oder Zulaufänderung eine augenblickliche Spiegelbewegung am Ort der Störung hervor und Wellen, die sich entlang dem Kanal fortpflanzen. Da aber das Gerinne einen freien Wasserspiegel aufweist, ergeben sich nicht wie bei Druckleitungen reine Druckwellen, sondern es entstehen Wellen in räumlichem Sinn, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit erheblich unter der bei Druckstollen liegt.

Wenn das Problem der Wellen in offenen Kanälen seinem Wesen nach auch schon lange bekannt und bereits durch die klassischen Hydrauliker des vorigen Jahrhunderts behandelt worden ist, so hat es doch erst in den letzten Jahrzehnten für die wasserbauliche Praxis, insbesondere für den Bau von Wasserkraftanlagen und von Schiffschleusen größerer Abmessungen erhöhte Bedeutung gewonnen.

Die beim Kraftwerksbetrieb in den Zu- und Ablaufkanälen auftretenden Wellenerscheinungen sind mannigfacher Art. Man kann zunächst unterscheiden: die Hebungswelle, auch positive Welle oder Schwall, und die Senkungswelle, auch negative Welle oder Sunk. Jede dieser beiden Wellengattungen zerfällt wieder in zwei Gruppen, je nachdem sich die Welle talwärts, d. h. in Richtung der Wasserbewegung des Beharrungszustandes, oder entgegengesetzt hierzu — bergwärts — fortpflanzt. Anschauliche Bezeichnungen hat FORCHHEIMER geprägt. Er

bezeichnet die flußaufwärts laufende Hebungswelle, die sich beim Abschalten der Turbinen im Oberwasser bildet und gegen das Wehr hin läuft, mit *Stauschwall*. Im Unterwasser entsteht gleichzeitig wegen der unterbrochenen Wasserzufuhr eine flußabwärts laufende Senkungswelle, der *Absperrsenk* (vgl. Abb. 1). Tritt dagegen eine plötzliche oder auf eine kurze Zeit verteilte Erhöhung der Turbinenwassermenge ein, so

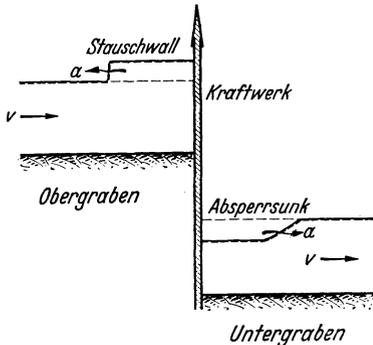


Abb. 1.

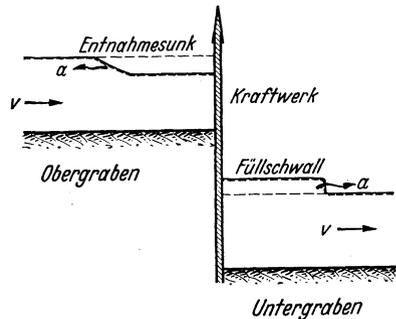


Abb. 2.

bildet sich im Oberwasser der *Entnahmesenk*, die flußaufwärts fortschreitende Senkungswelle, und gleichzeitig im Untergraben der *Füllschwall*, der sich in Richtung der Beharrungsfließrichtung bewegt (s. Abb. 2). — Diese Bezeichnungen beziehen sich auf vier charakteristische Fälle von Wellenerscheinungen in Werkkanälen. Selbstverständlich sind außerdem noch zahlreiche Wellenerscheinungen, insbesondere bei gegenseitiger Überlagerung und bei Reflexion, möglich, für die diese Bezeichnungen weniger sinnfällig sind und auf die zweckmäßiger die allgemeinen Benennungen — z. B. flußabwärts laufende Schwallwelle usw. — angewendet werden.

## I. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schwallwellen, Beziehungen zwischen Schnelligkeit, Schwallhöhe und Wassermengenänderung.

### 1. Ableitung der Formeln.

Hierfür soll als Beispiel die flußabwärts laufende Hebungswelle (Füllschwall) gewählt werden.

Gemäß Abb. 3 werden nachstehende Bezeichnungen eingeführt:

- $Q$  ... Wassermenge des vorhergehenden Fließzustandes, unmittelbar vor dem Durchgang der Welle.
- $F$  ... Fließquerschnitt vor dem Durchgang der Welle.
- $h$  ... Wassertiefe, wie vor.
- $B$  ... Spiegelbreite, wie vor.

- $v \dots$  Fließgeschwindigkeit vor dem Durchgang der Welle,  $= Q:F$ .
- $z \dots$  Höhe der Welle, + bei Hebung, - bei Senkung.
- $w \dots$  Relativgeschwindigkeit der Welle mit Bezug auf einen mit der Geschwindigkeit  $v$  fortschreitenden Beobachter,
- $a \dots$  Absolute Wellengeschwindigkeit, auch Schnelligkeit, bezogen auf einen festen Punkt des Ufers.
- $\Delta F' \dots$  Durch die Spiegeländerung  $z$  bedingte Flächenänderung, + bei Hebungswellen, - bei Senkungswellen.
- $F' \dots$  Fließquerschnitt unmittelbar nach dem Durchgang der Welle,  $F' = F + \Delta F'$ .
- $Q' \dots$  Fließmenge nach dem Durchgang der Welle.
- $\Delta Q' \dots$  Änderung der Wassermenge, die die Wellenbildung hervorruft bzw. die sich beim Durchgang der Welle ergibt,  $\Delta Q' = Q' - Q$ .
- $v' \dots$  Fließgeschwindigkeit nach dem Durchgang der Welle,  $= Q':F'$ .
- $y \dots$  Mittlere Schwall- bzw. Sunkbreite.
- $h' \dots$  Wassertiefe unmittelbar nach dem Durchgang der Welle.
- $B' \dots$  Spiegelbreite des Schalles bzw. Sunkes, gemessen über der Tiefe  $h'$ .

Der im Querschnitt vor dem Durchgang der Welle herrschende, durch  $Q, F, v$  gekennzeichnete Fließzustand kann einer stationären Wasserbewegung angehören, wenn sich die Welle einem Beharrungszustand überlagert, er kann aber auch einer nicht stationären Wasserbewegung entsprechen, wie es z. B. bei reflektierten Wellen der Fall ist.

Die Wassergeschwindigkeiten und die Wassermengen sind positiv, wenn die Fließbewegung vom oberen zum unteren Kanalende stattfindet. Das gleiche gilt von der Relativ- und der Absolutgeschwindigkeit der Welle.

Die im Querschnitt  $F$  mit der Geschwindigkeit  $v$  fließende Wassermenge  $Q$  (Abb. 3) erfahre eine plötzliche Änderung um den Wert  $\Delta Q'$

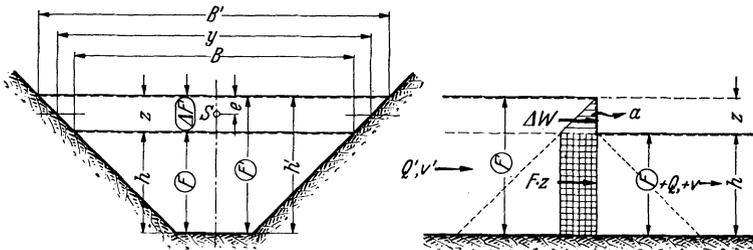


Abb. 3.

und erreiche damit die Größe  $Q'$ . Die Folge hiervon ist die Entstehung einer Welle, die sich mit einer bestimmten Schnelligkeit fortbewegt. Hierbei wird sekundlich ein früher mit Luft erfüllter Raum von der Größe  $a \cdot \Delta F'$  durch Wasser ausgefüllt, der gleich groß mit der sekundlich anfallenden zusätzlichen Wassermenge  $\Delta Q'$  ist. Es besteht also die Raumgleichung

$$(1) \quad \Delta Q' = a \cdot \Delta F'.$$

Zwischen der Relativ- und der Absolutgeschwindigkeit der Welle besteht die Beziehung

$$(2) \quad a = v + w,$$

ferner ist

$$\Delta Q' = Q' - Q = F' \cdot v' - F \cdot v$$

und

$$F' = F + \Delta F'.$$

Damit wird aus Gl. (1)

$$(F + \Delta F') \cdot v' = \Delta F' \cdot (v + w) + F \cdot v$$

und nach Umformung

$$(3) \quad v' - v = \frac{\Delta F' \cdot w}{F + \Delta F'}.$$

Die fortschreitende Welle überdeckt sekundlich ein  $w$  Meter langes Stück des ursprünglich vorhandenen Wasserstromes mit dem Querschnitt  $F$ , dem Inhalt  $F \cdot w$  und der Masse  $\frac{F \cdot w}{g} \cdot \gamma$  ( $\gamma =$  spez. Gew. des Wassers), deren Geschwindigkeit eine Änderung  $v' - v$  erfährt. Die sekundliche Änderung der Bewegungsgröße läßt sich demnach angeben zu

$$\gamma \cdot \frac{F \cdot w}{g} \cdot (v' - v)$$

und muß nach dem Impulssatz gleich sein dem durch die Stufe von der Höhe  $z$  verursachten Wasserüberdruck. Dieser setzt sich zusammen aus dem Überdruck auf die ursprüngliche Fließfläche  $\gamma \cdot F \cdot z$  und dem Wasserdruck  $\Delta W$  auf den Wellenkopf. Es ergibt sich damit die Gleichung

$$(4) \quad \gamma \cdot \frac{F \cdot w}{g} \cdot (v' - v) = \gamma \cdot F \cdot z + \Delta W,$$

aus deren Vereinigung mit Gl. (3) eine Beziehung für die Relativgeschwindigkeit hervorgeht.

Es ist

$$\begin{aligned} \gamma \cdot \frac{F \cdot w}{g} \cdot \frac{\Delta F' \cdot w}{F + \Delta F'} &= \gamma \cdot F \cdot z + \Delta W, \\ \gamma \cdot F \cdot w^2 \cdot \Delta F' &= g \cdot (\gamma \cdot F \cdot z + \Delta W) \cdot (F + \Delta F'), \\ w &= \pm \sqrt{g \cdot \frac{(F \cdot z + \Delta W') \cdot (F + \Delta F')}{F \cdot \Delta F'}} \end{aligned}$$

oder

$$(5) \quad w = \pm \sqrt{g \cdot \left( \frac{F \cdot z}{\Delta F'} + \frac{\Delta W'}{\Delta F'} + z + \frac{\Delta W'}{F} \right)},$$

wobei  $\Delta W' = \Delta W : \gamma$ .

$\Delta W'$  ergibt sich als Produkt der Fläche  $\Delta F'$  und ihrem Schwerpunktabstand vom Schwallspiegel. Für trapezförmige Querschnitte mit den Breiten  $B$  und  $B'$  (vgl. Abb. 3) ist  $\Delta W' = \frac{z^2}{2} \cdot (2B + B')$ . Für

Querschnitte, die im Bereich der Wellenhöhe kreisförmig begrenzt sind, ist der Schwerpunktabstand  $e = h + z - c - \frac{B^3 - B'^3}{12 \cdot \Delta F'}$ , wobei sich  $\Delta F'$  als Differenz zweier Kreisabschnitte ergibt (vgl. Abb. 4).

Gl. (5) ist von CALAME weiter entwickelt worden. Sie ist für die praktische Anwendung reichlich umständlich und wird nur für Querschnitte nach Abb. 4 in Betracht kommen oder in ähnlichen Fällen, wo im Bereich von  $z$  eine starke Breitenänderung vorliegt.

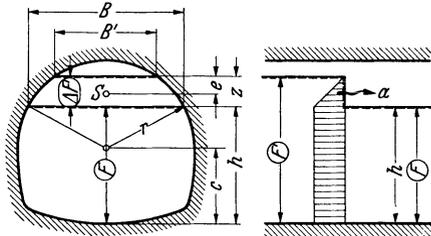


Abb. 4.

Für weitaus die meisten praktisch vorkommenden Gerinneformen kann mit sehr guter Annäherung gesetzt werden  $\Delta W' = y \cdot \frac{z^2}{2}$ . Mit  $\Delta F' = y \cdot z$  ergibt sich aus Gl. (5)

$$(6) \quad w = \pm \sqrt{g \cdot \left( \frac{F}{y} + \frac{3}{2} \cdot z + \frac{y \cdot z^2}{2 \cdot F} \right)}.$$

Die Gleichung stimmt genau für Profile mit senkrechten Wandungen im Bereich der Wellenhöhe und mit sehr guter und absolut ausreichender Genauigkeit für alle vorkommenden Trapez- und ähnliche Profile.

Die Vorzeichen der Wurzel beziehen sich auf die Bewegungsrichtung der Welle und sind schon früher erklärt worden.

Die absolute Wellengeschwindigkeit (Schnelligkeit) ist nach (2) und (6)

$$(7) \quad a = v \pm \sqrt{g \cdot \left( \frac{F}{y} + \frac{3}{2} \cdot z + \frac{y \cdot z^2}{2 \cdot F} \right)}.$$

Zur Auswertung von Gl. (6) kann das in Abb. 5 wiedergegebene Nomogramm verwendet werden. Seine Anwendung geht aus dem eingezeichneten Berechnungsbeispiel hervor.

Für kleine Wellenhöhen wird das dritte Klammerglied der Gl. (6) unbedeutend und man kann dann nach ST. VENANT genau genug setzen

$$(8) \quad w = \pm \sqrt{g \cdot \left( \frac{F}{y} + \frac{3}{2} \cdot z \right)}.$$

Auswertung dieser Formel mit Hilfe des Nomogramms Abb. 6.

In manchen Fällen kann auch noch  $\frac{3}{2} \cdot z$  der Gl. (8) vernachlässigt werden, womit sich die auch bei stationären Fließvorgängen wichtige Wellengeschwindigkeit kleiner Anschwellungen  $w = \pm \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}}$  ergibt, die z. B. den Übergang vom Schießen zum Strömen kennzeichnet.

Schließlich sei noch erwähnt, daß in der Literatur [BÖSS (a), FAVRE, FORCHHEIMER (b), KREY (a, b), WINKEL u. a.] weitere, zum Teil recht

brauchbare Näherungsformeln zu finden sind. Aus Gründen der Einheitlichkeit soll hier jedoch nicht näher darauf eingegangen werden.

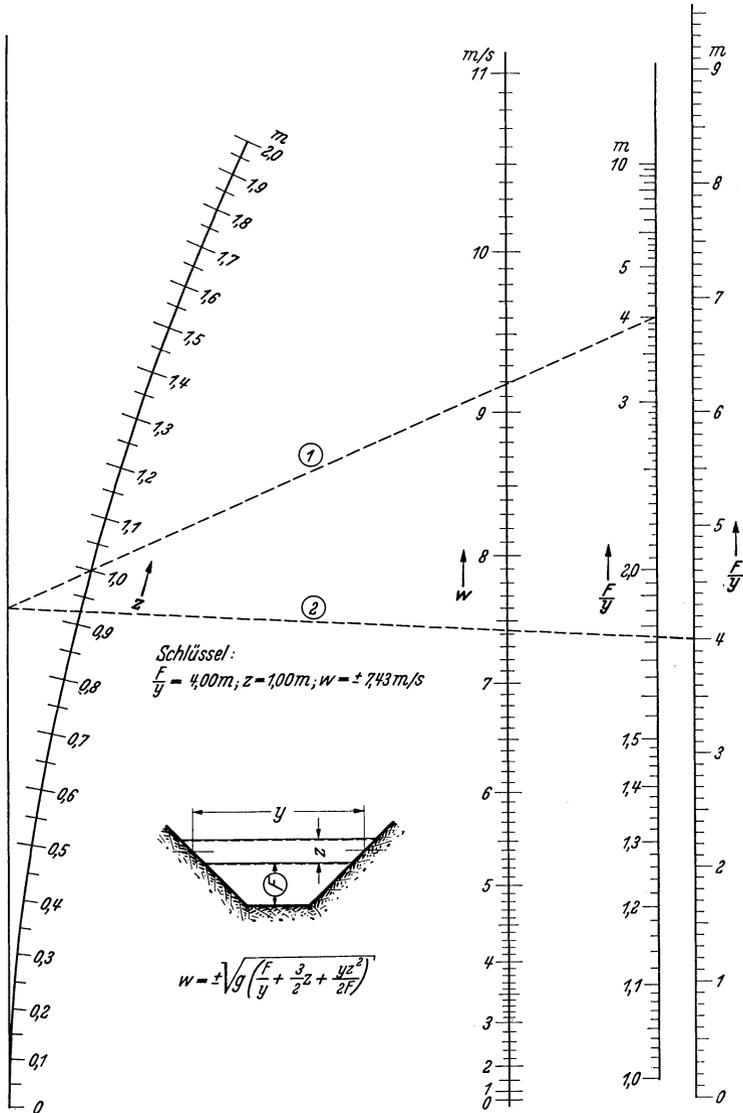


Abb. 5. Relative Wellengeschwindigkeit nach Gl. (6) (Schwall).

Aus Gl. (1) ergibt sich für den plötzlichen Spiegelanstieg

$$(9) \quad z = \frac{\Delta Q'}{a \cdot y}.$$

Die Wassergeschwindigkeit unter der Welle beträgt

$$(10) \quad v' = \frac{Q'}{F'} = \frac{Q + \Delta Q'}{F + \Delta F'}$$

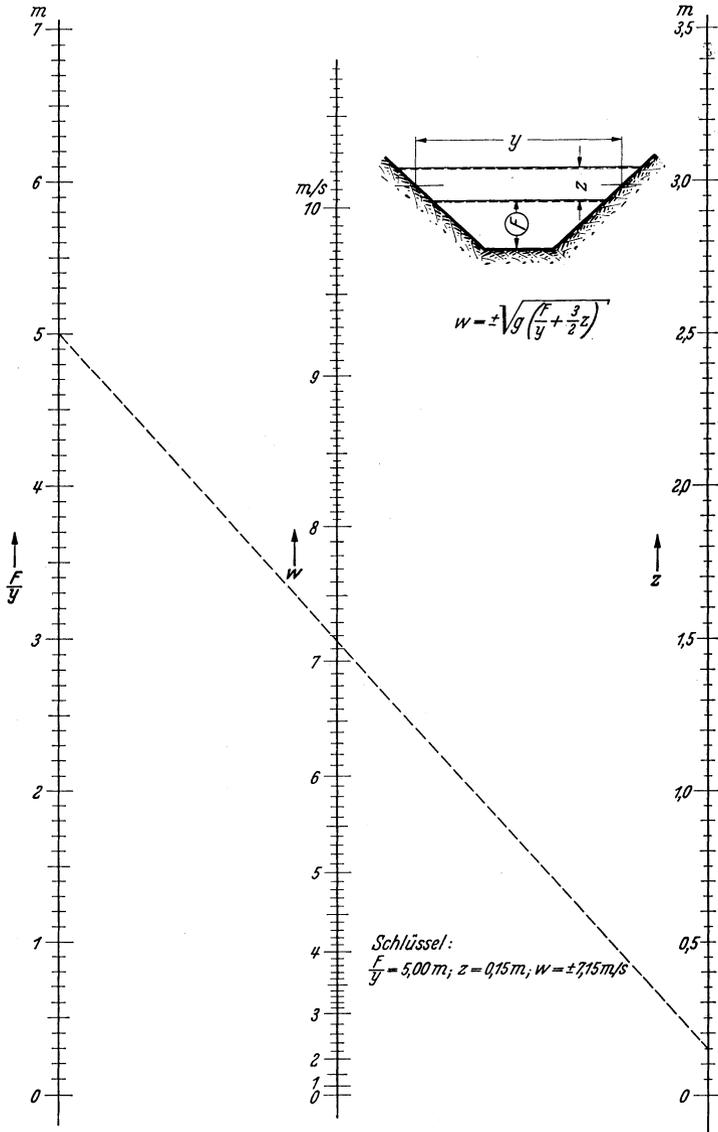


Abb. 6. Relative Geschwindigkeit von Schwallwellen nach Gl. (8).

Die Auflösung der gegebenen Gleichungen geschieht zweckmäßig in folgender Weise:

a) Wenn die Wassermengenänderung  $\Delta Q'$  gegeben ist, schätzt man zunächst den Spiegelanstieg  $z$  oder man setzt in erster Näherung  $a = v \pm \sqrt{g \cdot \frac{F'}{B}}$ , um dann aus (9) einen ersten Näherungswert für  $z$  zu

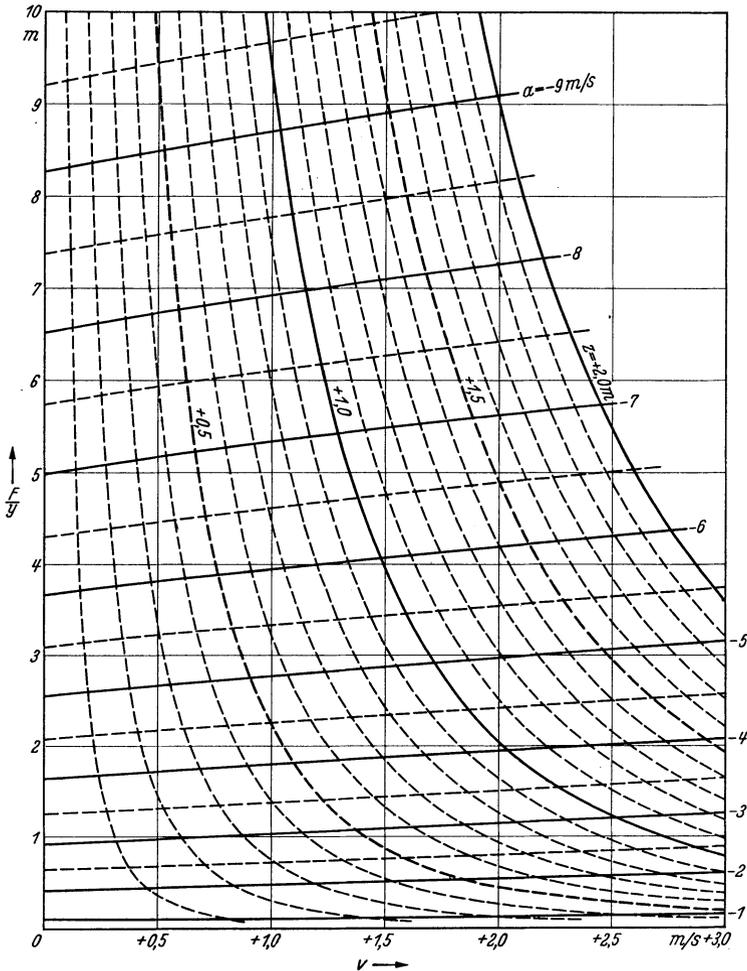


Abb. 7. Stauschwall bei plötzlicher vollständiger Entlastung.

bestimmen. Nunmehr kann in (7) schon genauer  $y$  angegeben und  $a$  berechnet werden. Eine abermalige Anwendung von (9) ergibt einen zweiten Näherungswert von  $z$ . Falls die Übereinstimmung noch ungenügend ist, kann eine nochmalige Wiederholung der Rechnung stattfinden.

b) Sehr häufig ist die Höhe der ankommenden Welle gegeben. Dann läßt sich  $a$  nach Gl. (7) direkt berechnen und aus (9) die durch die Welle hervorgerufene Wassermengenänderung

$$(11) \quad \Delta Q' = a \cdot y \cdot z.$$

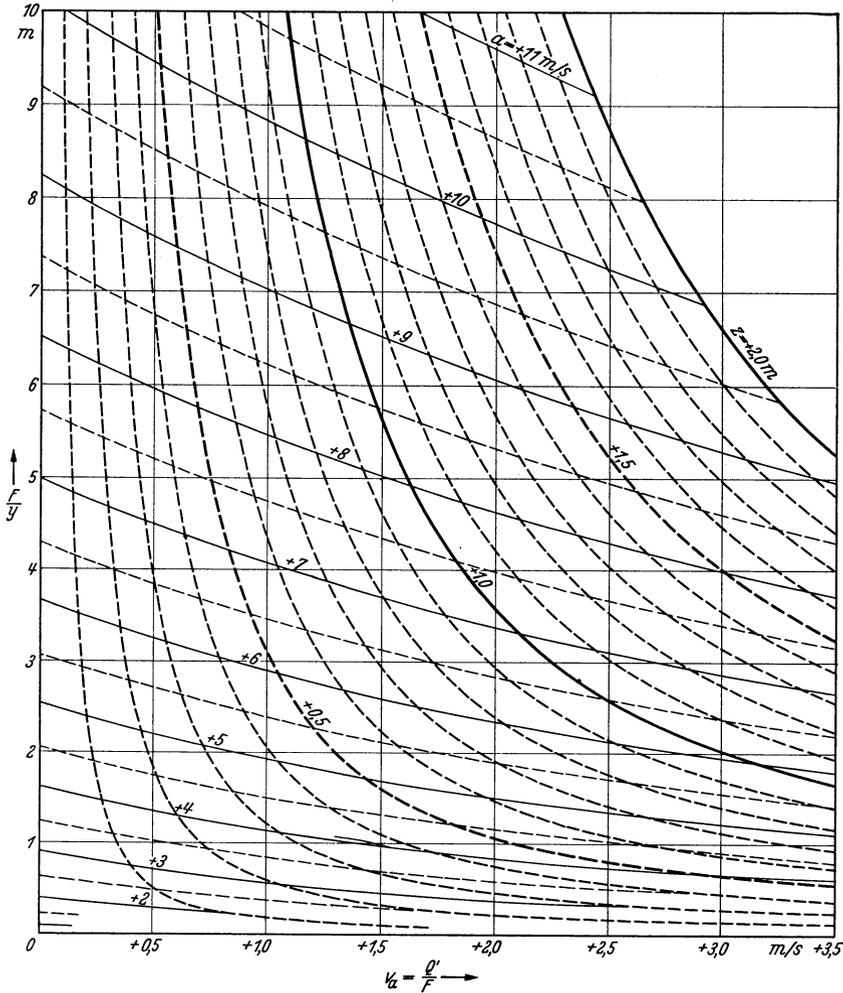


Abb. 8. Füllschwall bei plötzlicher Belastung.

Für einige Sonderfälle läßt sich das Gleichungssystem (7)—(9) direkt lösen. Dies gilt unter anderem für den Spiegelanstieg im Oberwasser bei plötzlicher vollständiger Entlastung des Kraftwerkes (Stauschwall) und für den Spiegelanstieg im Unterwasser, wenn die Zentrale plötzlich von Null aus belastet wird (Füllschwall). Die Auflösung geschieht zweckmäßig mit Hilfe der Kurventafeln Abb. 7 und 8.



in einer zweiten Veröffentlichung über die Anlage<sup>1</sup> enthalten sind, ist für die plötzliche Abschaltung von 94 m<sup>3</sup>/s folgende Nachrechnung möglich:

Bei einer Sohlenhöhe von + 441,95 m am unteren Grabenende ergibt sich

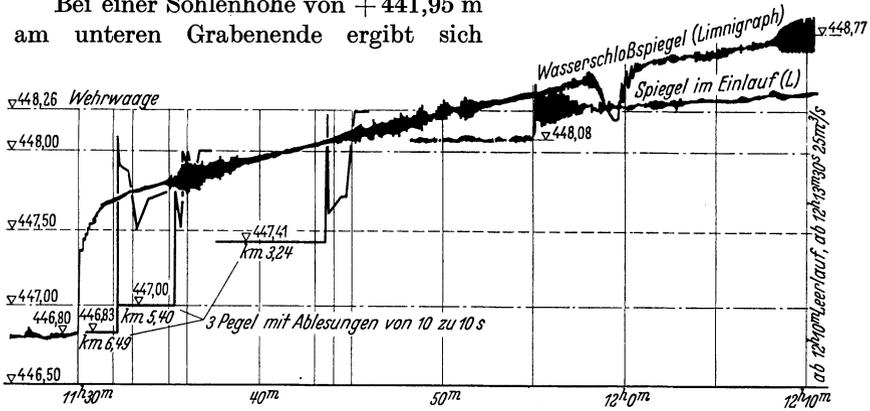


Abb. 10. Schwallversuch Mixnitz-Frohnleiten, Abschaltung von 94 m<sup>3</sup>/s. Pegelganglinien. (Wasserwirtsch. 1934.)

nach Abb. 10 eine Beharrungswassertiefe von  $h = 446,80 - 441,95 = 4,85$  m. Dazu gehört bei dem vorhandenen Trapezprofil (Sohlenbreite

$b = 6,00$  m, Böschungen 1 : 1,5) eine Fläche von  $F = 64,4$  m<sup>2</sup> und eine Spiegelbreite von  $B = 20,55$  m. Schätzt man zunächst  $y = 22$  m, so ist  $F/y = 2,93$  m. Mit  $v = 94 : 64,4 = + 1,46$  m/s erhalten wir aus Abb. 7  $z = + 0,85$  m und  $a = - 5,05$  m/s. Eine zweite Näherung liefert  $y = 20,55 + 1,5 \cdot 0,85 = 21,83$  m,  $F/y = 2,95$  m und nach Gl. (7) u. (9)  $a = - 5,06$  m/s und  $z = + 0,85$  m. Demnach muß der Wasserspiegel

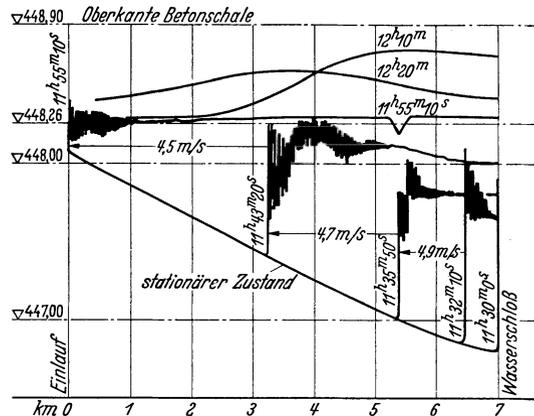


Abb. 11. Schwallversuch Mixnitz-Frohnleiten, Zustandslinien zu Abb. 10. (Wasserwirtsch. 1934.)

auf + 446,80 + 0,85 = + 447,65 m ansteigen. Dieses Ergebnis wird durch die Pegelstandsganglinie der Abb. 10 bestätigt. Daß der tatsächliche Anstieg nicht sofort zur rechnermäßigen Höhe erfolgte, liegt daran, daß im Wasserschloß zunächst größere Spiegelbreiten als im Normalprofil vorhanden sind, so daß sich die maßgebende Spiegelhöhe erst nach einigen Reflexionsvorgängen am Übergang vom Wasserschloß

<sup>1</sup> GRENGG: Das Murkraftwerk Mixnitz-Frohnleiten der Steirischen Wasserkraft- und Elektrizitäts-Aktiengesellschaft. Wasserwirtsch. 1934 S. 36.

zum normalen Obergraben einstellen konnte. — Als die Welle das Einlaufbauwerk erreichte, war sie nur noch 448,26 (Abb. 11) minus 448,08 (Abb. 10) = 0,18 m hoch. Die ursprüngliche Wassertiefe betrug dort  $h = 448,08 - 443,70 = 4,38$  m. Es ist  $F = 55,1$  m<sup>2</sup>,  $y = 19,41$  m,  $F/y = 2,84$  m,  $v = +1,71$  m/s. Abb. 5 ergibt hierzu  $w = -5,53$  m/s, womit  $a = +1,71 - 5,53 = -3,82$  m/s. Die mittlere Schnelligkeit ist  $a_m = -\frac{5,06 + 3,82}{2} = -4,44$  m/s gegenüber dem Meßwert von  $-4,6$  m/s, was einer Abweichung von rd. 3% entspricht. Obgleich bei der Rechnung verschiedene störende Einflüsse (eine Spiegelverbreiterung bei km 2,4, ferner eine rd. 500 m lange Breiteneinschränkung zwischen km 1 und 2) nicht berücksichtigt sind und auch die Messung der Schnelligkeit unter gewissen Unsicherheiten litt, ist die Übereinstimmung eine gute zu nennen. — Ähnliche Ergebnisse ergibt eine Nachrechnung des zweiten Versuches, auf den sich ein weiter unten folgendes Zahlenbeispiel bezieht.

### 3. Auflösung des Schalles in Einzelwellen.

Wie schon aus den Abb. 10 und 11 ersichtlich und wie FAVRE in seiner Arbeit festgestellt hat, lösen sich die Schwallwellen (vgl. Abb. 12) sehr bald in Einzelwellen auf. Die rechnerisch ermittelte Schwallhöhe

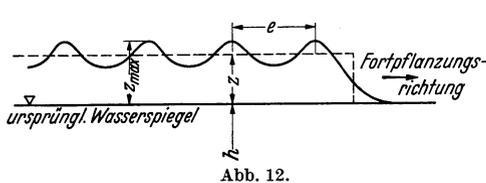


Abb. 12.

ist daher nur als ein mittlerer Wert anzusehen, der über- und unterschritten werden kann.

Die Kenntnis des größten Wellenausschlages  $z_{\max}$  ist aber für die Bauausführung nicht ohne Bedeutung, da man

hiernach z. B. die Oberkante von Böschungsverkleidungen festlegen muß. Es seien daher nachstehende, einer graphischen Darstellung FAVRES entnommenen Werte wiedergegeben:

$z/h = 0,00$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,28	0,30	0,35
$z_{\max}/z = 1,00$	1,38	1,68	1,90	2,00	2,05	2,06	1,95	1,69
$z/h = 0,40$	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	
$z_{\max}/z = 1,53$	1,42	1,32	1,25	1,20	1,18	1,14	1,12	

Aus der Tabelle läßt sich für jeden Wert  $z/h$  das Verhältnis  $z_{\max}/z$  und daraus wieder  $z_{\max}$  finden. Bemerkenswert ist, daß die größte Überschreitung der mittleren Wellenhöhe  $z$  bei  $z/h = 0,28$  stattfindet, wo die Kopfwellen mehr als doppelt so groß sein können wie der rechnerische Wert.

Der Bereich  $0 < z/h < 0,28$  ist dadurch gekennzeichnet, daß am Schwallkopf keine Brandung auftritt und die Wellentäler wenig über dem ursprünglichen Wasserspiegel liegen. Im Bereich  $0,28 < z/h$  tritt dagegen ein brandender Schwallkopf auf, die Wellentäler liegen beträchtlich über dem Ausgangswasserspiegel.

Die Tabellenwerte entsprechen Füllschwallversuchen mit ursprünglich ruhendem Wasser und horizontaler Gerinnesohle. Versuche mit Stauschwällen bei geneigter Gerinnesohle und von Null verschiedener anfänglicher Beharrungsgeschwindigkeit ergaben geringere Werte  $z_{\max}/z$ . Die Tabellenwerte können daher nach FAVRE, solange nicht eingehendere Versuche vorliegen, als wahrscheinliche Größtwerte angesehen werden.

Auch für die Entfernung  $e$  zwischen den Wellenscheiteln hat FAVRE Versuchswerte veröffentlicht. Einer zeichnerischen Darstellung entnehmen wir folgende Tabelle:

$z/h = 0,065$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
$e/z = 175$	110	48	25	14	8	6	4

Bei Bildung der Werte  $z/h$  sind bei Trapezprofilen die Wassertiefen über der Sohle und nicht die mittleren Profiltiefen einzusetzen.

Die schon erwähnten Versuche von Mixnitz-Frohneiten gehören mit  $h_{\text{mittel}} = 4,6$  m,  $z_{\text{mittel}} = +0,5$  m und  $z/h = 0,11$  offenbar nicht in den brandenden Bereich. Nach der ersten Tabelle wäre  $z_{\max} = 1,75 \cdot z$ . Soweit man nach Abb. 11 urteilen kann, scheint (in Kanalmitte) dieser Wert nicht erreicht worden zu sein. — Die Entfernung  $e$  zwischen den Wellenscheiteln ist nach der zweiten Tabelle ungefähr  $e = 100 \cdot 0,5 = 50$  m. Dieser Wert ist tatsächlich beobachtet worden.

## II. Fortpflanzung der Sunkwellen. Grundlegende Beziehungen.

### 1. Formbeständiger Sunkkopf.

Macht man für Senkungswellen, ebenso wie dies bei Behandlung der Schwallwellen geschehen ist, die Voraussetzung, daß der Sunkkopf als

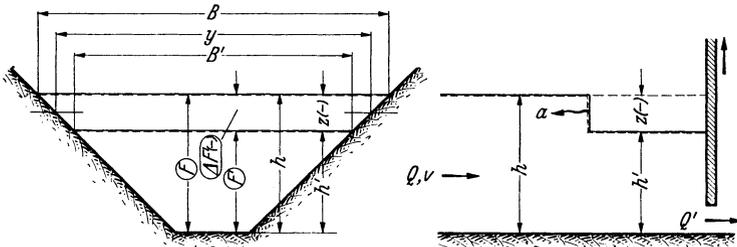


Abb. 13.

lotrechte Wand fortschreitet, so besteht grundsätzlich kein Unterschied zwischen Hebungs- und Senkungswellen.

Es gelten demnach die schon früher abgeleiteten Formeln (6), (7), (9), (10) und (11) unverändert auch für Sunkwellen, vorausgesetzt, daß die Werte  $z$  und  $\Delta F'$  mit negativem Vorzeichen eingesetzt werden.

Im übrigen sind die Bezeichnungen in Abb. 13 an der Darstellung eines Entnahmesunkes klargemacht.

Die Anwendung von Gl. (6) auf Sunkwellen wird durch das Nogramm Abb. 14 erleichtert, dessen Gebrauch an dem eingetragenen Zahlenbeispiel ersichtlich ist.

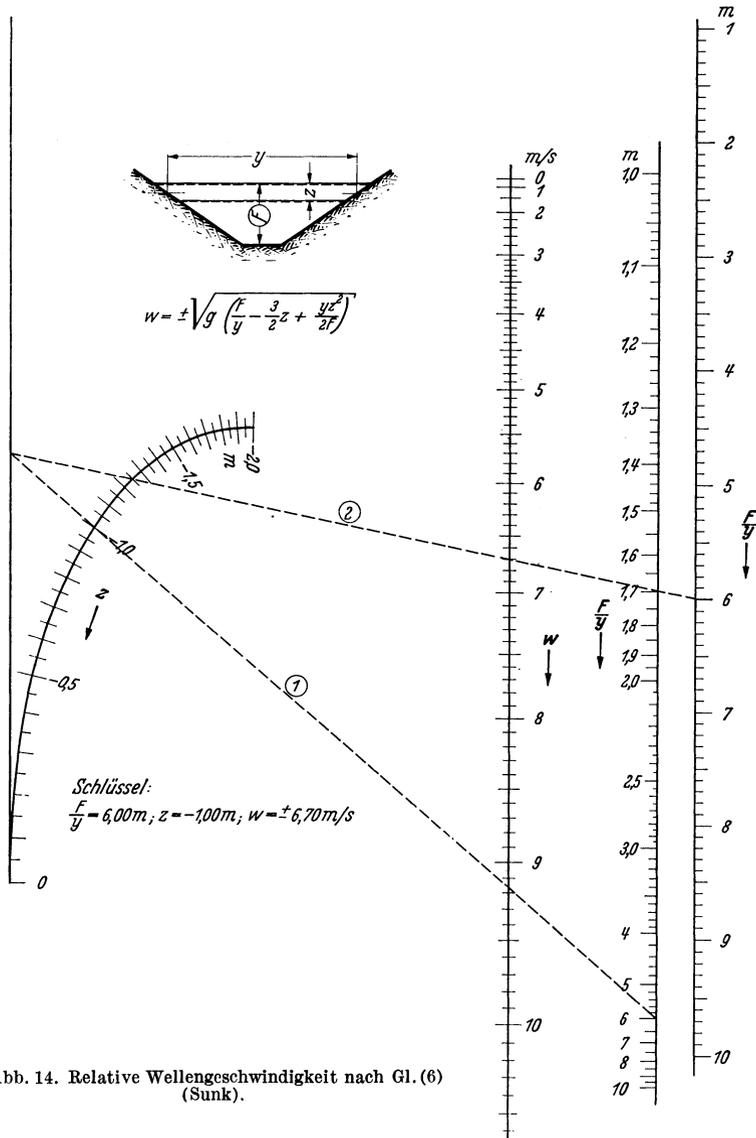


Abb. 14. Relative Wellengeschwindigkeit nach Gl. (6) (Sunk).

Wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird, trifft die Annahme einer lotrechten Sunkfront in der Natur nicht zu, sondern es tritt stets eine Abflachung des Sunkkopfes ein. Trotzdem aber können für Sunk-

rechnungen die obigen Gleichungen verwendet werden. Die allmähliche Abflachung der Sunkfront läßt sich durch eine einfache Näherungsrechnung berücksichtigen.

### 2. Verformung des Sunkkopfes.

Alle bisher wiedergegebenen Gleichungen für die Schnelligkeit bringen zum Ausdruck, daß sie ausschlaggebend von der mittleren Wassertiefe abhängt und annähernd mit der Wurzel aus derselben zunimmt. Wellenteile mit größerer Entfernung von der Sohle werden sich daher schneller fortbewegen als solche mit geringerer Entfernung. Für Sunkwellen ergibt sich hieraus, daß die oberen Teile schneller als die unteren laufen und daß sich somit eine immer schrägere Lage der Wellenfront herausbildet, vgl. Abb. 15, bei der, wie bei allen bisherigen Erörterungen, der Einfluß der Reibung außer acht gelassen ist.

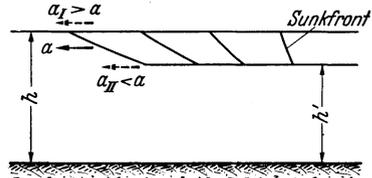


Abb. 15.

Für Rechteckgerinne mit horizontaler Sohle und verschwindende Reibung hat EGIJAROFF die von ST. VENANT, RITTER u. a. behandelte Gleichung der freien Oberfläche des Entnahmesunkes durch Versuche überprüft und bestätigt gefunden. Sie lautet

$$(12) \quad x = t \cdot (3 \cdot \sqrt{g \cdot (h - z)} - 2 \cdot \sqrt{g \cdot h}).$$

Die Bezeichnungen gehen aus Abb. 16 hervor.  $t$  bedeutet die Zeit seit der Entstehung der Sunkwelle.

Wie aus Gl. (12) zu ersehen ist, sind die Sunklinien Parabeln, die am Ausflußorgan in Höhe  $\frac{4}{9}h$  einen gemeinsamen Punkt haben. Sie kommen in der dargestellten vollständigen Form jedoch nur dann zustande, wenn die ganze Abschlußwand plötzlich freigegeben wird (Dammbruchkurve). Bemerkenswert ist dabei, daß im Schützenquerschnitt eine Wassergeschwindigkeit entsteht, die gleich groß mit der der Wassertiefe  $\frac{4}{9}h$  entsprechenden Wellengeschwindigkeit  $w = \sqrt{g \cdot \left(\frac{4}{9}h\right)}$

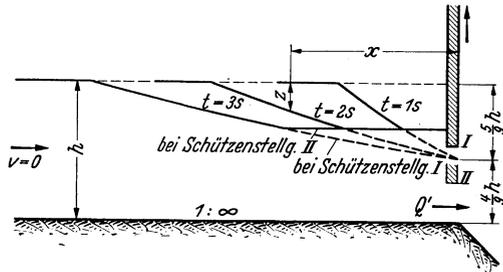


Abb. 16.

$= \frac{2}{3} \cdot \sqrt{g \cdot h}$  ist, so daß eine Veränderung der Wassertiefe  $\frac{4}{9}h$  eben unmöglich ist.

Die Ausflußmenge beträgt

$$(13) \quad Q' = \frac{8}{27} \cdot B \cdot h \cdot \sqrt{g \cdot h}$$

und bleibt so lange unveränderlich, als sich der Sunk ungehindert fortbewegen kann.

Wird die Abschlußwand des Gerinnes nicht vollständig entfernt bzw. wird weniger Wasser entnommen als maximal nach Gl. (13) möglich wäre, was bei Kraftanlagen immer der Fall ist, so sinkt der Spiegel am Abschlußorgan nicht um den Wert  $\frac{5}{9}h$ , sondern um einen kleineren.

Nach den Untersuchungen von EGIJAROFF bleibt, nachdem die Senkung  $z$  einmal erreicht ist, d. h. die Sunkfront den betrachteten Querschnitt passiert hat, der Wasserspiegel unverändert auf der gleichen Höhe liegen, solange sich der Sunk ungehindert (ohne Reflexion) fortpflanzen kann und solange sich Reibungseinflüsse nicht bemerkbar machen.

Dies geht aus Abb. 17 hervor, die einen der EGIJAROFFschen Versuche wiedergibt. Die Kurven sind selbsttätig aufgezeichnete Wasserstandsganglinien für einige auf die

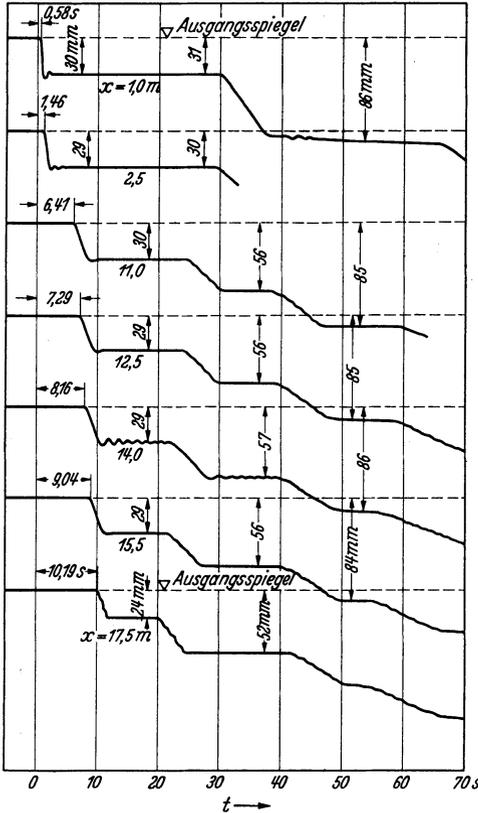


Abb. 17. Sunkversuch in einem 300 mm tiefen Rechteckgerinne (0,40 × 0,53 m) mit horizontaler Sohle, Öffnungsdauer 0,3 s, Schützenöffnung 31,5 mm. (Nach EGIJAROFF, Versuch 423.)

Länge des Versuchsgerinnes verteilte Querschnitte, und zwar in 1,0, 2,5, 11,0, 12,5, 14,0, 15,5 und 17,5 m Abstand vom unteren Verschlußorgan. Das Gerinne war insgesamt 30 m lang, die Öffnungszeit betrug 0,3 s. Alle Kurven zeigen beim Eintreffen der Welle eine Absenkung auf eine von da an konstant bleibende Höhe. Die nächste Absenkung (bei etwa 25 s) rührt daher, daß der primäre Sunk am oberen Gerinneende reflektiert wurde und um diese Zeit wieder im Meßquerschnitt anlangte. Im übrigen zeigt auch diese und jede der folgenden Sunkwellen hinsichtlich Spiegelbewegung den gleichen Charakter wie die Primärwelle.

Bemerkenswert ist ferner die Verformung des Wellenkopfes. Während im Querschnitt vor der Schütze der Spiegelabfall fast plötzlich, entsprechend einer nahezu lotrechten Wellenfront, erfolgt, ist er in den entfernteren Querschnitten und in verstärktem Maße bei den reflektierten Wellen immer flacher. Die Spiegellinien werden daher den in Abb. 16 voll gezeichneten Zustandslinien entsprechen.

Der Längenschnitt des durch den Sunk entleerten Raumes wird eingeschlossen von dem Ruhespiegel und der um das Maß  $z$  darunter liegenden Horizontalen, ferner von dem zwischen diesen beiden Parallelen liegenden Teil der Kurve von der Gl. (12).

Der Wert  $z$  kann bei gegebenem Ausfluß  $Q'$  aus der Formel bestimmt werden:

$$(14) \quad Q' = 2 \cdot B \cdot h \cdot \sqrt{g \cdot h} \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{z}{h}}\right).$$

Mit  $z = \frac{5}{9} h$  ergibt sich hieraus wieder Gl. (13).

Zur Ermittlung der Sunktiefe empfiehlt EGIAZAROFF die Formel

$$(15) \quad z = \frac{\Delta Q'}{K \cdot B \cdot \sqrt{g \cdot h}},$$

wobei  $K$  ein Beiwert zur Berücksichtigung der Form der Spiegellinie ist. Für plötzliches Öffnen von Null aus ist

$$(16) \quad K = 2 \cdot \frac{h}{z} \cdot \left(1 - \frac{z}{h}\right) \cdot \left(1 - \sqrt{1 - \frac{z}{h}}\right).$$

In (15) und (16) ist  $z$  mit dem Absolutwert einzuführen.

*Zahlenbeispiel.* Einem Rechteckgerinne von  $B = 10$  m Breite und  $h = 5$  m Tiefe soll plötzlich eine Wassermenge von  $Q' = \Delta Q' = 20$  m<sup>3</sup>/s entnommen werden.

Nach den unter Abschnitt 1 angegebenen Gesichtspunkten, die für die Ermittlung von  $a$  und  $z$  die Annahme eines formbeständigen Sunkkopfes zulassen, ergibt sich folgendes:

$$\text{In erster Näherung ist } a = w = -\sqrt{g \cdot 5,0} = -7,0 \text{ m/s und } z = \frac{20,00}{-7,00 \cdot 10,00} = -0,29 \text{ m.}$$

Genauer wird nunmehr nach (6)

$$a = w = -\sqrt{9,81 \cdot \left(5,00 - \frac{3}{2} \cdot 0,29 + \frac{0,29^2}{2 \cdot 5,0}\right)} = -6,70 \text{ m/s}$$

und nach (9)

$$z = -\frac{20,00}{6,70 \cdot 10,00} = -0,298 \text{ m.}$$

Demgegenüber ergibt die Anwendung von (15) und (16) folgendes:

Auf Grund der obigen Ermittlung soll  $z$  von vornherein mit  $z = \text{rd. } 0,30 \text{ m}$  eingeführt werden. Es ist dann

$$h/z = 5,00/0,30 = 16,67, \quad z/h = 0,30/5,00 = 0,060.$$

Gl. (16):

$$K = 2 \cdot 16,67 \cdot (1 - 0,060) \cdot (1 - \sqrt{1 - 0,060}) = 0,971.$$

Gl. (15):

$$z = \frac{20,00}{0,971 \cdot 10,00 \cdot \sqrt{9,81 \cdot 5,00}} = 0,294 \text{ m (Absolutwert)}.$$

Beide Ergebnisse stimmen gut überein.

Wenn die Versuche von EGIAZAROFF sich auch nur auf Rechteckgerinne mit horizontaler Sohle und Sunkwellen in ursprünglich ruhendem Wasser beziehen, so sind sie für die Erkenntnis der Vorgänge doch sehr aufschlußreich, so daß im vorstehenden etwas näher auf ihre Ergebnisse eingegangen werden mußte. Jedenfalls hat EGIAZAROFF endgültig bewiesen, daß Schwall- und Sunkwellen grundsätzlich durchaus gleich sind und sich nur in der Ausbildung des Wellenkopfes unterscheiden<sup>1</sup>.

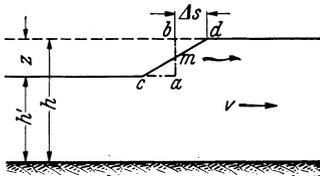


Abb. 18.

Der durch Gl. (12) bestimmte Längenschnitt des Sunkkopfes ist ein Parabelteil, der praktisch, da der Parabelscheitel verhältnismäßig weit entfernt liegt, als Gerade aufgefaßt werden kann. Die Sunkrechnungen können daher so durchgeführt werden, daß man für die Ermittlung der Spiegellagen zunächst einen formbeständigen Sunkkopf (lotrechte Wellenfront) annimmt und die Neigung des Kopfes nach Abb. 18 bestimmt wie folgt (FAVRE):

Die auf Grund von Gl. (7) ausgeführte Berechnung ergibt bzw. setzt voraus einen Sunkkopf, der nach  $a - b$  begrenzt ist. Tatsächlich laufen die oberen Teile schneller, und es entsteht die Kopfform  $c - d$ . Die in Höhe des ursprünglichen Wasserspiegels laufende Sunkkante schreitet, da  $z = 0$  und  $y = B$ , mit einer Schnelligkeit fort

$$(17) \quad a_s = v \pm \sqrt{g \cdot \frac{F}{B}}.$$

Ist seit der Entstehung der Senkungswelle die Zeit  $t$  vergangen, so hat die Mitte des Sunkkopfes einen Weg  $s = t \cdot a$  zurückgelegt, wobei  $a$  aus Gl. (7) hervorgeht. Die vorderste Sunkkante ( $d$ ) hat in der gleichen Zeit  $s' = t \cdot a_s$  zurückgelegt, also eine größere Strecke. Die Länge  $b - d$

<sup>1</sup> Die erste tatsächlich zutreffende Darstellung der Sunklängenschnitte findet sich übrigens bereits in der Arbeit von MATER und SPÄTH über die Schleusungsversuche am Poppenweiler Graben.

ist somit  $\Delta s = t \cdot (a_s - a)$ . Da die durch  $a-c-m$  und  $b-d-m$  gekennzeichneten Rauminhalte gleich sein müssen, läßt sich der Sunkfuß  $c$  festlegen. Praktisch genügt es,  $a-c$  gleich  $b-d$  zu machen.

Eine Bestätigung der vorstehend gegebenen Sunkformeln ist durch die Versuche von EGIJAROFF und FAVRE erbracht.

### III. Wellenverlauf bei Berücksichtigung der Reibung.

#### 1. Allgemeines.

Im vorhergehenden Kapitel wurden Beziehungen gegeben zwischen den Querschnittskonstanten einerseits und der Wellengeschwindigkeit  $a$  bzw.  $w$ , der Schwallhöhe  $z$  und der Wassermengenänderung  $\Delta Q'$  andererseits.

Soweit es sich um Kanäle mit konstantem Querschnitt und horizontaler Sohle und ebensolchem Ausgangsspiegel handelt, praktisch also um kurze Leitungen, bei denen das Sohlengefälle und die Reibungseinflüsse vernachlässigt werden können, ist durch die gegebenen Formeln der gesamte Verlauf der Wellenerscheinung bestimmt: Die infolge der Wassermengenänderung  $\Delta Q'$  entstandene Welle läuft mit der Schnelligkeit  $a$  den Kanal entlang, ohne dabei ihre Höhe  $z$  zu verändern.

Liegt dagegen die Kanalsole in merklichem Gefälle und hat der Wasserspiegel eine bestimmte, von Null verschiedene Neigung, d. h. kann die Reibung nicht vernachlässigt werden, so sind die Formeln nur anwend-

bar zur Berechnung des ersten Spiegelausschlages und der dabei entstehenden Schnelligkeit, bzw., wenn die Wellenhöhe  $z$  gegeben ist, zur Bestimmung der Schnelligkeit und der Wassermengenänderung  $\Delta Q'$  in dem betrachteten Querschnitt. Zur vollständigen Beschreibung des Wellenverlaufes dagegen genügen die Formeln nicht mehr. Der

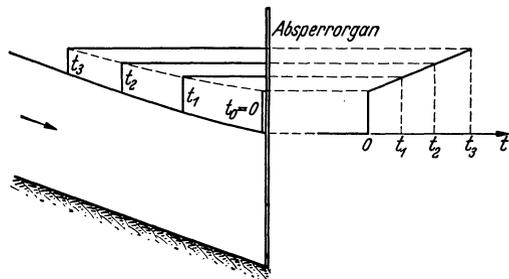


Abb. 19. Schwalllängenschnitte (Zustandsbilder) für  $t_1$ ,  $t_2$  und  $t_3$ , Spiegelganglinie für den Querschnitt am Absperrorgan.

ist durch die gegebenen Formeln der gesamte Verlauf der Wellenerscheinung bestimmt: Die infolge der Wassermengen-

änderung  $\Delta Q'$  entstandene Welle läuft mit der Schnelligkeit  $a$  den Kanal entlang, ohne dabei ihre Höhe  $z$  zu verändern.

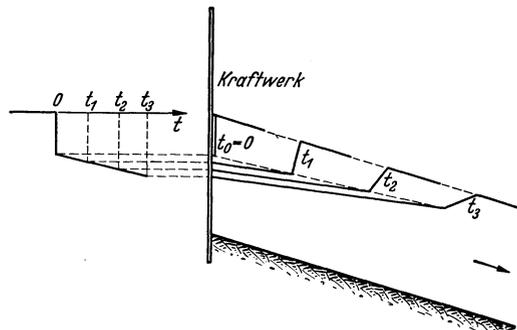


Abb. 20. Sunklängenschnitte (Zustandslinien) für  $t_1$ ,  $t_2$  und  $t_3$ , Spiegelganglinie für den Kraftwerkquerschnitt.



FORCHHEIMER nimmt an, daß die Spiegelhebung durch zwei Funktionen dargestellt werden kann, von denen die eine nur vom Ort und die andere nur von der Zeit abhängt.

$$(18) \quad dz_s = \frac{\partial z_s}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial z_s}{\partial t} \cdot dt.$$

Für die erste der beiden Funktionen ergibt sich beim Fortschreiten des in Querschnitt 1 mit der Höhe  $z'_1$  ankommenden Schwall es nach Querschnitt 2 die Gleichung

$$(19) \quad \left\{ \begin{array}{l} x = x_2 - x_1 = \frac{f}{2 \cdot \sqrt{I_{1-2}}} \cdot \left\{ \ln \frac{\frac{Q_0}{a \cdot y} - z_x + f \cdot \sqrt{I_{1-2}}}{-\frac{Q_0}{a \cdot y} + z_x + f \cdot \sqrt{I_{1-2}}} - \right. \\ \left. - \ln \frac{\frac{Q_0}{a \cdot y} - z'_1 + f \cdot \sqrt{I_{1-2}}}{-\frac{Q_0}{a \cdot y} + z'_1 + f \cdot \sqrt{I_{1-2}}} \right\}, \end{array} \right.$$

$$(20) \quad z_2 = z_x - \Delta \frac{v^2}{2g},$$

$$(21) \quad f = \frac{k \cdot F_s \cdot R_s^{2/3}}{a \cdot y} *.$$

In diese Formeln sind  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $Q_0$ ,  $a$ ,  $z_x$  und  $z'_1$  mit ihren Absolutwerten einzusetzen, ferner sind für  $a$ ,  $y$ ,  $F_s$  und  $R_s$  Mittelwerte des betrachteten Berechnungsabschnittes einzuführen, wobei  $F_s$  und  $R_s$  für die Wassertiefe von der Sohle bis zum Stufeneckweg zu bestimmen sind.

Das zweite Glied rechts in der Gl. (20) ist die Differenz der Geschwindigkeitshöhen der unter dem Schwall im Augenblick des Durchganges durch die Profile 1 und 2 herrschenden Geschwindigkeiten, die unter sinngemäßer Anwendung der Gl. (10) und (11) bestimmbar sind. Die vom Ort unabhängige Parallelhebung des Wasserspiegels  $z_{0,2}$  wird (für vollständigen Abschluß) aus der Raumgleichung bestimmt:

$$(22) \quad \frac{\Delta x}{a} \cdot Q_0 = \frac{z'_1 + 2 \cdot z_{0,2} + z_2}{2} \cdot y_{1,2} \cdot \Delta x + z_{0,2} \cdot y_{0,1} \cdot x_1,$$

wobei  $a$  der Abschnittsmittelwert ist,  $y_{1,2}$  die mittlere Schwallbreite zwischen den Profilen 1 und 2,  $y_{0,1}$  jene der Strecke vom unteren Kanalende bis zum Querschnitt 1, und zwar im Bereich der zusätzlichen Hebung  $z_{0,2}$ , bedeutet.  $x_1$  ist als Entfernung des Querschnittes 1 vom unteren Grabeneende einzuführen.

Eine ähnliche Betrachtung hat FORCHHEIMER auch für den Füllschwall durchgeführt.

### 3. Die Methode von FAVRE.

Eine ganz allgemeingültige Berechnungsmethode, die sowohl für Schwall wie auch für Sunk brauchbar ist, findet sich bei FAVRE. Sie

\* Unter Zugrundelegung der Formel von STRICKLER  $v = k \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$ . Bei Anwendung der FORCHHEIMER-Formel ist  $k$  durch  $\lambda$  und  $R^{2/3}$  durch  $R^{0,7}$  zu ersetzen.

setzt als Anfangszustand eine zeitveränderliche Fließbewegung voraus, umfaßt also als Sonderfall auch den des stationär gleichförmigen, beschleunigten und verzögerten Abflusses, nur unter der einzigen Voraussetzung, daß der Längenschnitt des ursprünglichen Spiegels genau genug

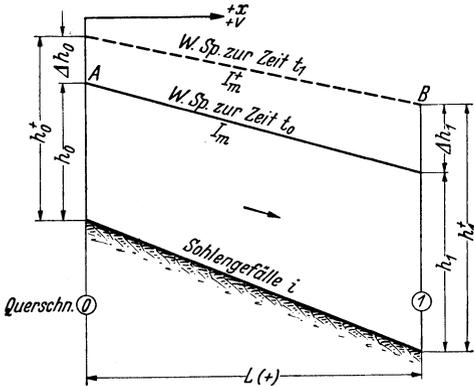


Abb. 22. Zeitveränderliche Fließbewegung, ohne Wellenüberlagerung.

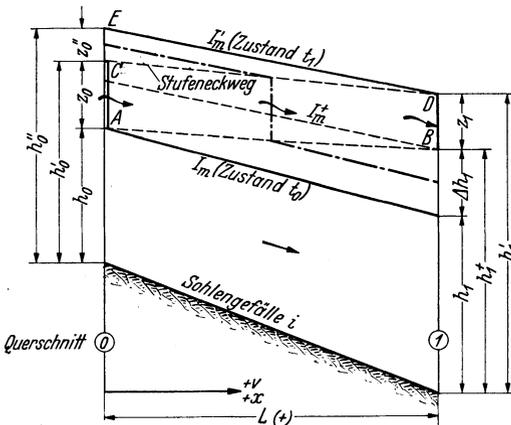


Abb. 23. Flußabwärts wandernder Schwall (Füllschwall).

als Gerade angesehen werden kann.

Die Grundlage dieses Verfahrens, dessen wir uns im folgenden ausschließlich bedienen werden, geht auf ST. VENANT zurück. Die Ausgangsgleichungen lauten:

$$(23) \quad \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial (v \cdot F)}{\partial x} = 0,$$

$$(24) \quad \begin{cases} I = \alpha \cdot v^2 + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v^2}{2g} \right) + \\ + \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}, \end{cases}$$

in denen  $F$  die Querschnittsfläche,  $t$  die Zeit,  $v$  die Wassergeschwindigkeit,  $x$  die Abszisse bedeuten und  $\alpha$  ein Wert ist, der, mit dem Geschwindigkeitsquadrat multipliziert, das Reibungsgefälle gibt und der vom Profilradius  $R$  abhängt und von der Rauigkeit der Profilwandungen.  $I$  ist die Spiegelnäigung der Wasseroberfläche.

Die näherungsweise Integration dieser Gleichungen mittels Einführung endlicher Differenzen und ihre weitere

Vereinfachung führt auf die unten wiedergegebenen Formeln (46) und (47).

Zunächst sollen an Hand der Abb. 22 und 23<sup>1</sup> die Wellenvorgänge beschrieben und die Bezeichnungen festgelegt werden.

Grundsätzlich werden die Begrenzungsquerschnitte des Kanales mit 0 und 1 so bezeichnet, daß sich die Welle stets von Querschnitt 0 nach Querschnitt 1 hin bewegt. Wird die Welle z. B. in Querschnitt 1

<sup>1</sup> Abb. 23 bezieht sich auf eine flußabwärts wandernde Schwallwelle (Füllschwall). Die daran erläuterten Formeln gelten selbstverständlich ganz allgemein für alle Wellenarten. Es sind nur die Definitionen und die Vorzeichen genau zu beobachten.

reflektiert und soll die zurückgeworfene Welle untersucht werden, so sind die Profile umzubenennen.

Alle Größen, die sich auf Profil 0 beziehen, erhalten den Index 0, wenn sie sich auf Profil 1 beziehen, den Index 1.

Zu Beginn der Wellenbewegung, zur Zeit  $t_0$ , sind die Begrenzungsquerschnitte des Kanales durch folgende Größen gekennzeichnet:

Querschnitt 0.

$Q_0$  = Wassermenge,  $h_0$  = Wassertiefe,  $F_0$  = Fließquerschnitt,  
 $B_0$  = Spiegelbreite,  $v_0 = Q_0 : F_0$  = Fließgeschwindigkeit.

Querschnitt 1.

$Q_1, h_1, F_1, B_1, v_1 = Q_1 : F_1$ .

Es sind also unmittelbar vor der Entstehung der Welle folgende Differenzen bzw. Mittelwerte festzustellen:

$$(25) \quad \Delta B = B_1 - B_0; \quad B_m = \frac{B_0 + B_1}{2}; \quad \Delta Q = Q_1 - Q_0.$$

Die Spiegelneigung ist  $I_m$ .

Da eine zeitveränderliche Bewegung vorliegt, werden sich die angeführten Größen allmählich ändern und werden in dem Augenblick, wo die Welle den Querschnitt 1 erreicht hat, also zur Zeit  $t_1 = t_0 + \Delta t$ , andere Werte angenommen haben, soweit diese allmähliche Änderung nicht durch die Welle selbst unterbrochen worden ist. Während im Entstehungsquerschnitt der Welle die Wassermenge, Wassertiefe, Fließgeschwindigkeit durch diese sofort sprunghaft verändert wurden, konnte am anderen Kanalende, in Querschnitt 1, die allmähliche Änderung tatsächlich vor sich gehen, da ja die Welle erst am Ende des betrachteten Zeitabschnittes dort eintrifft.

Die während der Laufzeit der Welle in Querschnitt 1 entstandenen Änderungen sind (s. Abb. 22)

$$\Delta Q_1, \quad \Delta h_1, \quad \Delta F_1,$$

und die zur Zeit  $t_1$  herrschenden Werte

$$Q_1^+, \quad h_1^+, \quad F_1^+, \quad B_1^+ \quad \text{und} \quad v_1^+.$$

Es gilt

$$(26) \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_1^+ = Q_1 + \Delta Q_1 \quad \text{bzw.} \quad \Delta Q_1 = Q_1^+ - Q_1 \\ h_1^+ = h_1 + \Delta h_1 \quad \text{,,} \quad \Delta h_1 = h_1^+ - h_1 \\ F_1^+ = F_1 + \Delta F_1 \quad \text{,,} \quad \Delta F_1 = F_1^+ - F_1 \\ v_1^+ = Q_1^+ : F_1^+ \end{array} \right.$$

Das mittlere Spiegelgefälle des Zustandes  $t_1$  ist  $I_m^+$ .

Durch die Wassermengenänderung in Querschnitt 0 wird nunmehr eine Störung in das System hineingetragen. Der Verlauf dieser Wassermengenänderung ist in Abb. 24 dargestellt. Wie ersichtlich, schließt sich an die plötzliche Änderung  $\Delta Q'$  noch eine auf die Zeit  $\Delta t$  gleichmäßig verteilte allmähliche Änderung  $\Delta Q_0''$  an.

Die Fließmenge nach der Änderung ist

$$(27) \quad Q'_0 = Q_0 + \Delta Q'_0.$$

Es entsteht eine Welle von der Höhe  $z_0$  und der mittleren Breite  $y_0$ , die sich mit der Anfangsschnelligkeit  $a_0$  fortbewegt. Beziehungen für  $z_0$  und  $a_0$  sind bereits früher [Gl. (7) und (9)] gegeben worden. Sie lauten mit den hier gewählten Bezeichnungen

$$(28) \quad a_0 = v_0 \pm \sqrt{g \cdot \left( \frac{F_0}{y_0} + \frac{3}{2} \cdot z_0 + \frac{y_0 \cdot z_0^2}{2 \cdot F_0} \right)}$$

(Auswertung mit Hilfe der Nomogramme Abb. 5 bzw. 14)

$$(29) \quad z_0 = \frac{\Delta Q'_0}{a_0 \cdot y_0}.$$

Die bei der Wellenbildung auftretende Flächenänderung

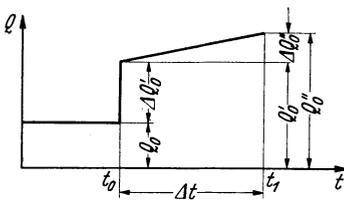


Abb. 24.

$$(30) \quad \Delta F'_0 = y_0 \cdot z_0$$

ergibt eine neue Fließfläche

$$(31) \quad F'_0 = F_0 + \Delta F'_0$$

und diese wiederum die neue Fließgeschwindigkeit

$$(32) \quad v'_0 = Q'_0/F'_0.$$

Die ursprüngliche Wassertiefe  $h_0$  geht in  $h'_0 = h_0 + z_0$  über, wozu ein benetzter Umfang  $p'_0$  und ein hydraulischer Radius  $R'_0 = F'_0/p'_0$  gehört.

Bei der Fortbewegung des Wellenkopfes von 0 nach 1 findet dieser (im Fall der Abb. 23) wegen der im Gerinne herrschenden zeitveränderlichen Fließbewegung steigendes Wasser vor, der Wellenfuß wird daher längs der Linie A—B vorrücken, in der halben Kanallänge etwa die strichpunktirte Lage einnehmen und schließlich in Querschnitt 1 mit der Höhe  $z_1$  ankommen. Wie ersichtlich, hat sich indessen die Wellenhöhe geändert, da die Stufenecke längs der Linie C—D fortgeschritten ist. Gleichzeitig ist im Querschnitt 0 eine weitere Spiegelhebung  $z''_0$  eingetreten. Beziehungen für die Werte  $z_1$  und  $z''_0$  folgen weiter unten [Gl. (46) und (47)].

Die in Profil 1 mit einer Höhe  $z_1$  eintreffende Welle hat eine mittlere Breite  $y_1$  und eine im allgemeinen von  $a_0$  verschiedene Schnelligkeit

$$(33) \quad a_1 = v_1^+ \pm \sqrt{g \cdot \left( \frac{F_1^+}{y_1} + \frac{3}{2} \cdot z_1 + \frac{y_1 \cdot z_1^2}{2 \cdot F_1^+} \right)}$$

(Auswertung nach Abb. 5 oder 14) und verursacht eine Wassermengenänderung — entsprechend Gl. (11) — von

$$(34) \quad \Delta Q'_1 = a_1 \cdot z_1 \cdot y_1.$$

Ferner ergibt sich

$$(35) \quad Q'_1 = Q_1 + \Delta Q'_1,$$

$$(36) \quad F'_1 = F_1^* + \Delta F'_1$$

und

$$(37) \quad v_1 = Q'_1/F'_1.$$

Die neue Wassertiefe wird  $h'_1 = h_1^* + z_1$ ; hierzu gehören die Werte  $p'_1$  und  $R'_1 = F'_1/p'_1$ .

Im Querschnitt 0 ist, wie schon angedeutet, in der Zeit  $\Delta t = t_1 - t_0$  bei einer Flächenzunahme  $\Delta F''_0$  der Spiegel um das Maß  $z''_0$  angestiegen. Gleichzeitig ist nach Abb. 24 der Zufluß um  $\Delta Q''_0$  auf

$$(38) \quad Q''_0 = Q'_0 + \Delta Q''_0 = Q_0 + \Delta Q'_0 + \Delta Q''_0$$

angewachsen und die Querschnittsfläche auf

$$(39) \quad F''_0 = F'_0 + \Delta F''_0 = F_0 + \Delta F'_0 + \Delta F''_0,$$

ferner die Wassertiefe auf  $h''_0 = h'_0 + z''_0$ , wozu die Werte  $p''_0$  und  $R''_0$  gehören.

Mit (38) und (39) läßt sich die neue Wassergeschwindigkeit

$$(40) \quad v''_0 = Q''_0/F''_0$$

angeben.

Zur Zeit  $t_1$  liegt im Kanal eine mittlere Wassergeschwindigkeit vor von

$$(41) \quad v_m = \frac{v''_0 + v'_1}{2}$$

bzw. ein mittleres Geschwindigkeitsquadrat

$$(42) \quad (v^2)_m = \frac{v''_0{}^2 + v'_1{}^2}{2},$$

ferner ein mittlerer hydraulischer Radius

$$(43) \quad R_m = \frac{R''_0 + R'_1}{2}.$$

Die mittlere Fortpflanzungsschnelligkeit ist

$$(44) \quad a_m = \frac{a_0 + a_1}{2},$$

wobei sich  $a$  um den Wert

$$(45) \quad \Delta a = a_1 - a_0$$

geändert hat.

Zur Zeit  $t_1$  hat der Wasserspiegel eine Neigung  $I'_m$  erreicht.

Es sind nunmehr nur noch die Beziehungen für die Werte  $z_1$  (bzw.  $\Delta F'_1$ ) und  $z''_0$  (bzw.  $\Delta F''_0$ ) anzugeben, die von FAVRE aus den Gl. (23) und (24) gewonnen worden sind. Sie lauten:

$$(46) \quad \Delta F'_1 = \Delta F'_0 - \left\{ \frac{L \cdot B_m}{2} \cdot (I_r - I_m) \cdot \left( 1 - \frac{v_m}{a_m} \right) - \frac{\Delta F'_0}{2} \cdot \left( \frac{\Delta B}{B_m} - \frac{\Delta a}{a_m} \right) + \Delta F_1 \cdot \left( 1 - \frac{v_m}{2 \cdot a_m} \right) + \frac{1}{a_m} \cdot \left[ \Delta Q \cdot \left( 1 + \frac{v_m}{2 \cdot a_m} \right) + \frac{\Delta Q_1}{2} \cdot \left( 1 + \frac{v_m}{a_m} \right) \right] \right\}$$

und

$$(47) \quad \Delta F''_0 = \frac{L \cdot B_m}{2} \cdot (I_r - I_m) \cdot \left(1 - \frac{v_m}{a_m}\right) - \frac{\Delta F'_0}{2} \times \\ \times \left(\frac{\Delta B}{B_m} + \frac{\Delta a}{a_m}\right) - \frac{\Delta F_1 \cdot v_m}{2 \cdot a_m} + \frac{1}{a_m} \cdot \left\{ \Delta Q''_0 - \right. \\ \left. - \Delta Q \cdot \left(1 - \frac{v_m}{2 \cdot a_m}\right) - \frac{\Delta Q_1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v_m}{a_m}\right) \right\}.$$

In den beiden Gleichungen bedeutet  $I_r$  ein mittleres Reibungsgefälle, das bei Zugrundelegung einer Formel von der Gestalt  $v = \rho \cdot R^\sigma \cdot I^{1/2}$  den Wert erhält

$$I_r = \frac{(v^2)_m}{\rho^2 \cdot R^{2\sigma}}.$$

Insbesondere nimmt bei Anwendung der Formel von CHÉZY ( $v = c \cdot R^{1/2} \cdot I^{1/2}$ ) bzw. von MANNING-STRICKLER ( $v = k \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$ ) bzw. von FORCHHEIMER ( $v = \lambda \cdot R^{0.7} \cdot I^{0.5}$ ) der Ausdruck für das Reibungsgefälle die Form an

$$(48) \quad \left\{ \begin{array}{ll} \text{CHÉZY:} & I_r = \frac{(v^2)_m}{c_m^2 \cdot R_m}, & \text{FORCHHEIMER:} & I_r = \frac{(v^2)_m}{\lambda^2 \cdot R_m^{1.4}}. \\ \text{STRICKLER:} & I_r = \frac{(v^2)_m}{k^2 \cdot R_m^{4/3}}, & & \end{array} \right.$$

Die übrigen Größen der Formeln (46) und (47) sind bereits durch die vorhergehenden Ausführungen definiert.

Bei Anwendung der Gleichungen muß streng auf die Vorzeichen geachtet werden, die wie folgt einzuführen sind:

Ursprung der Abszissen ist das obere Ende des Kanales, wobei die positive Richtung gegen das untere Kanalende weist, also dem Bewegungssinn des Wassers im Beharrungszustand entspricht. Die Kanallänge  $L$  ist demnach positiv einzuführen, wenn der Wellenfortschritt in Richtung der positiven Abszissenachse vor sich geht. Im anderen Fall ist  $L$  mit dem negativen Vorzeichen zu versehen. Die Wassergeschwindigkeiten  $v$ , die Wassermengen  $Q$  und die relativen Wellengeschwindigkeiten<sup>1</sup>  $w$  tragen das positive Vorzeichen, wenn die betreffende Bewegung vom oberen zum unteren Kanalende, also in Richtung der positiven Abszissenachse erfolgt.  $I_r$  ist positiv, wenn die Wassergeschwindigkeiten positiv sind,  $I_m$ , wenn der Spiegel in der positiven Abszissenrichtung fällt. — Die Wellenhöhen  $z_0$ ,  $z'_0$ ,  $z_1$  sind positiv, wenn sie die Wassertiefe vergrößern. Das gleiche gilt von  $\Delta F'_0$ ,  $\Delta F''_0$ ,  $\Delta F'_1$ . Die  $\Delta Q$ -Werte sind positiv, wenn eine Erhöhung, negativ, wenn eine Verminderung der Wasserführung eintritt. Im übrigen ergeben sich alle Differenzenwerte ohne weiteres mit dem richtigen Vorzeichen, wenn die übrigen Größen der sie bestimmenden Formeln (25), (26), (27), (29), (30), (31), (34) und (45) mit zutreffendem Vorzeichen eingeführt werden.

Zur besseren Übersicht sei nunmehr noch eine Zusammenstellung der verschiedenen Berechnungsgrößen gegeben:

<sup>1</sup> Durch die Vorzeichenfestsetzung für  $v$  und  $w$  ist gleichzeitig auch das Vorzeichen von  $a$  festgelegt, es stimmt stets mit dem von  $w$  überein.

	Querschnitt 0 (Ausgangspunkt der Welle)		Querschnitt 1	
	Zeit $t = 0$ (vor Ent- stehung der Welle)	Zeit $t = 0$ (unmittelbar nach Bildung der Welle)	Zeit $t = 0$ (bei Ent- stehung der Welle im Quer- schnitt 0)	Zeit $t = t_1$ (unmittelbar vor Eintreffen der Welle)
Wassertiefe . . . . .	$h_0$	$h'_0 = h_0 + z_0$	$h_1$	$h_1^+ = h_1 + \Delta h_1$
Fließquerschnitt . . . . .	$F_0$	$F'_0 = F_0 + \Delta F'_0$	$F_1$	$F_1^+ = F_1 + \Delta F_1$
Wassermenge . . . . .	$Q_0$	$Q'_0 = Q_0 + \Delta Q'_0$	$Q_1$	$Q_1^+ = Q_1 + \Delta Q_1$
Fließgeschwindigkeit . . . . .	$v_0$	$v'_0$	$v_1$	$v_1^+$
Spiegelbreite . . . . .	$B_0$	$B'_0$	$B_1$	$B_1^+$
Benetzter Umfang . . . . .		$p'_0$		$p_1^+$
Profilradius . . . . .		$R'_0$		$R_1^+$
Wellenhöhe . . . . .		$z_0$		$z_1$
Mittlere Wellenbreite . . . . .		$y_0$		$y_1$
Absolute Wellengeschwindigkeit . . . . .		$a_0$		$a_1$
Relative Wellengeschwindigkeit . . . . .		$w_0$		$w_1$
Wassermengenänderung beim Durchgang der Welle . . . . .		$\Delta Q'_0$		$\Delta Q_1$
Flächenänderung beim Durchgang der Welle . . . . .		$\Delta F'_0$	$\Delta h_1$	$\Delta F_1$
Allmähliche Tiefenänderung . . . . .		$z''_0$		$\Delta Q_1$
Mittlere Breite im Bereich der Tiefenänderung . . . . .		$y''_0 = z''_0 \cdot y'_0$		
Allmähliche Flächenänderung . . . . .		$\Delta F''_0 = z''_0 \cdot y'_0$		
Allmähliche Wassermengenänderung . . . . .				
Mittlere Spiegelbreite . . . . .			$B_m = \frac{B_0 + B_1}{2}$	
Breitenänderung . . . . .			$\Delta B = B_1 - B_0$	
Änderung der Wasserführung zur Zeit $t = 0$ . . . . .			$\Delta Q = Q_1 - Q_0$	
Änderung der Schnelligkeit . . . . .			$\Delta a = a_1 - a_0$	
Mittlere Schnelligkeit . . . . .			$a_m = \frac{a_0 + a_1}{2}$	
Mittlerer Profilradius . . . . .			$R_m = \frac{R'_0 + R'_1}{2}$	
Mittlere Geschwindigkeit . . . . .			$v_m = \frac{v''_0 + v'_1}{2}$	
Mittleres Geschwindigkeitsquadrat . . . . .			$(v^2)_m = \frac{v''_0{}^2 + v'_1{}^2}{2}$	

Wie schon hervorgehoben wurde, gelten die wiedergegebenen Gleichungen für alle Wellenformen. Als Ergänzung der Abb. 23, die einen Füllschwall darstellt, sind in den Abb. 26 und 27 ein Stauschwall, ein Entnahmesunk und ein Absperrsunk schematisch dargestellt, wobei beim Entnahmesunk der Vollständigkeit halber im Gegensatz zu den übrigen Abbildungen angenommen ist, daß die von der Sunkbildung unbeeinflusste allmähliche Änderung des Fließzustandes in einer Senkung des Wasserspiegels besteht.

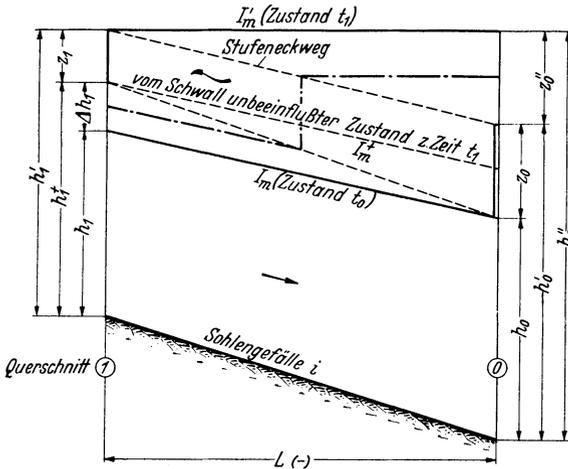


Abb. 25. Flußaufwärts laufender Schwall (Stauschwall).

beschleunigt oder verzögert) überlagert, wie dies zu Beginn der Spiegelbewegung meist der Fall ist, ist zu beachten, daß dann die Differenzen  $\Delta Q$ ,  $\Delta Q_1$ ,  $\Delta h_1$  und  $\Delta F_1$  gleich Null sind, daß ferner  $Q_1^+ = Q_1$ ,  $h_1^+ = h_1$  und  $F_1^+ = F_1$ . Infolgedessen fallen in den Abb. 23 bis 27 die beiden mit  $I_m$  und  $I_m^+$  bezeichneten Zustandslinien zusammen. Im übrigen bleiben die Figuren gültig.

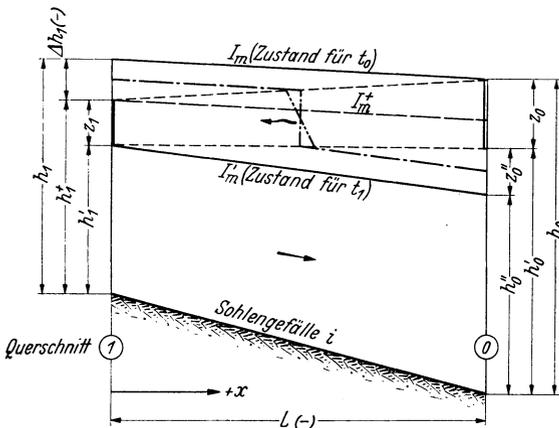


Abb. 26. Flußaufwärts laufender Sunk (Entnahmesunk).

Wie aus den Hauptgleichungen (46) und (47) ersehen werden kann, setzen diese, da  $v_m$ ,  $a_m$ ,  $\Delta F_1$ ,  $\Delta Q_1$  und  $\Delta Q_0''$  in ihnen vorkommen, bereits die Kenntnis der Laufzeit  $\Delta t$  und der im Endquerschnitt zur Zeit  $t_1$  vorhandenen Größen voraus, die ihrerseits wiederum erst durch (46) und (47) berechnet werden können. Es muß daher eine probeweise Ermittlung mit allmählicher Annäherung angewendet werden. Im folgenden sind zwei Methoden hierfür angedeutet.

a) Ohne weiteres möglich ist die Anwendung der Gl. (25), (27), (28), (29), (30), (31), (32) und die Bestimmung von  $R'_0$ . Nun wird in erster Näherung gesetzt:  $\Delta a = 0$  oder  $a_m = a_0$ . Daraus ist  $\Delta t = L/a_0$  und  $t_1$  bestimmbar und ferner  $\Delta Q_1$ ,  $\Delta h_1$ ,  $\Delta F_1$  nach (26) und  $\Delta Q'_0$ . Außerdem wird angenommen  $v'_0 = v_m$ ,  $v_0'^2 = (v^2)_m$  und  $R'_0 = R_m$ . Damit ist eine erste Anwendung der Gl. (46), (47) und (48) möglich und die Bestimmung von  $z_1$  und  $z'_0$ . Die Auswertung der Formeln (33) bis (40) gestattet, neue Mittelwerte und Differenzen nach (41) bis (45) und eine verbesserte Laufzeit  $\Delta t = L/a_m$  zu finden und weiterhin auch verbesserte Werte der Gl. (26) und von  $\Delta Q'_0$ . Nun liefert eine neuerliche Anwendung von (46), (47) und (48)  $z_1$  und  $z'_0$  in zweiter Näherung, die in vielen Fällen schon ausreicht. Anderenfalls könnten noch weitere Näherungen folgen.

b) In vielen Fällen ist eine Schätzung von  $z_1$  möglich. Dadurch wird meist eine doppelte Auswertung von (46) und (47) erspart. Man geht folgendermaßen vor:

Wie früher werden die Gl. (25) und (27) bis (32)

ausgewertet.  $z_1$  wird, wie schon erwähnt, geschätzt. Jetzt werden für die Zeit  $t_1 \cong t_0 + \frac{L}{a_0}$  die Werte der Gl. (26) berechnet, mit deren Hilfe man aus (33)  $a_1$  und aus (44)  $a_m$  finden kann. Der Vorgang wird für ein neues  $t_1 = t_0 + \frac{L}{a_m}$  wiederholt und ergibt schon ziemlich angenäherte Werte der Gl. (26) und von  $\Delta Q'_0$ . Die Gl. (33) bis (37) geben die charakteristischen Werte der Schwall- bzw. Sunkwelle in Querschnitt 1. Die zu gleicher Zeit in Querschnitt 0 auftretenden Größen  $v'_0$ ,  $R'_0$  können, da  $Q'_0$  aus (38) bekannt ist, durch eine Schätzung von  $F'_0$  ermittelt werden<sup>1</sup>.

Nach Ausrechnung von (41) bis (45) können (46) bis (48) angewendet werden und ergeben bei einigermaßen zutreffender Schätzung von  $z_1$  schon eine recht gute Annäherung.

Die in den Gl. (46) und (47) ausgedrückten Gesetze sind von FAVRE experimentell nachgeprüft worden. Es hat sich bei Schwall- bzw. Sunkwellen sehr gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Wirklichkeit

<sup>1</sup> Bei vielen Aufgaben ist entweder  $v'_0$  von vornherein gegeben (bzw. = 0) oder aber — wie etwa bei gewissen Reflexionsaufgaben — es ist  $\Delta F'_0 = 0$  bzw.  $F'_0 = F_0$ . Wenn  $Q'_0$  an Hand von  $\Delta Q'_0$  nicht genau ermittelt werden kann und auch eine Schätzung nicht möglich ist, begnügt man sich in erster Näherung mit  $Q'_0 = Q_0$ .

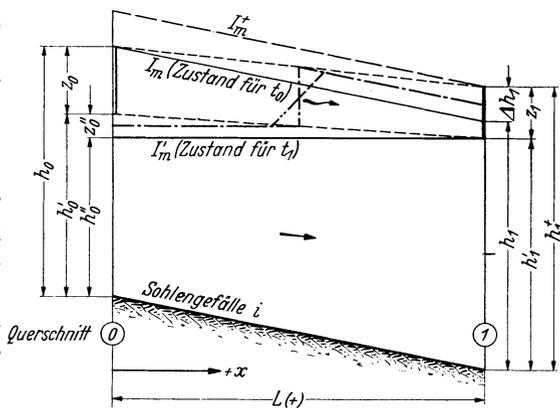


Abb. 27. Flußabwärts fortschreitender Sunk (Absperssunk).

gezeigt, solange das Verhältnis Wellenhöhe zu mittlerer Ausgangswassertiefe nicht größer als  $\frac{1}{4}$  bzw.  $\frac{1}{5}$  war. Diese Grenzen werden in den weitaus meisten praktischen Fällen eingehalten sein.

## IV. Verformung der Wellen an Querschnittsänderungen, Reflexionen, Durchdringungen.

### 1. Allgemeines.

Jede Welle erfährt durch eine Änderung des Gerinne-Querschnitts eine Verformung. Diese Verformung äußert sich außer in einer Veränderung der Wellenhöhe in einer teilweisen Reflexion der Welle.

Die möglichen Grundfälle sind in den Abb. 28 bis 31 dargestellt.

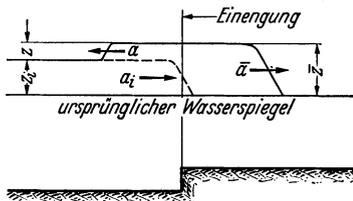


Abb. 28. Umformung einer Schwallwelle in einer Einengung.

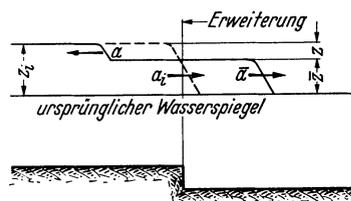


Abb. 29. Umformung einer Schwallwelle in einer Erweiterung.

Abb. 28 zeigt die Verformung einer positiven Welle beim Durchlaufen einer Einengung. Die Höhe der ankommenden Welle ist  $z_i$ . An der Einengung ergibt sich eine Erhöhung von  $z$ . Die Welle läuft mit

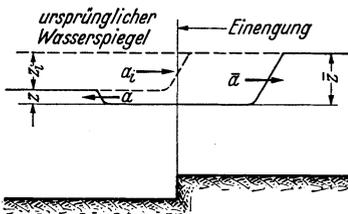


Abb. 30. Umformung einer Senkwelle in einer Einengung.

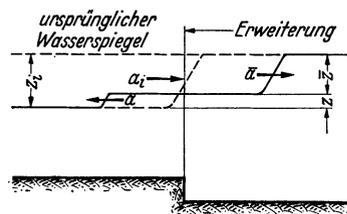


Abb. 31. Umformung einer Senkwelle in einer Erweiterung.

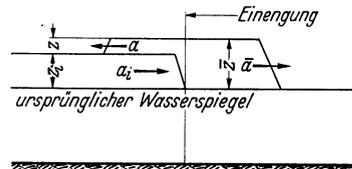
einer Höhe  $\bar{z}$  im gleichen Sinn weiter, gleichzeitig bildet sich eine gegenläufige positive Sekundärwelle mit der Höhe  $z$ .

Abb. 29 zeigt eine in eine Profilerweiterung tretende Hebungswelle. Hier erleidet die Primärwelle mit der Höhe  $z_i$  eine Erniedrigung auf die Höhe  $\bar{z}$ . Dabei bildet sich eine gegenläufige Senkungswelle von der Höhe  $z$ .

Abb. 30 stellt eine negative (Senkungs-) Welle dar, die mit einer Höhe  $z_i$  in eine Profilverengung eintritt und dabei auf  $\bar{z}$  verstärkt wird, während eine sekundäre Senkungswelle mit der Höhe  $z$  zurückgesendet wird.

Aus Abb. 31 endlich ist eine Senkungswelle an einer Profilerweiterung ersichtlich. Ihre Höhe  $z_i$  (negativ) wird dabei auf  $\bar{z}$  verringert unter Bildung einer gegenläufigen Hebungswelle von der Höhe  $z$ .

Als allgemeine Regel kann also festgehalten werden: Tritt eine Welle in eine Einengung, so erfährt sie eine gleichsinnige Verstärkung, die reflektierte Welle ist ebenfalls gleichsinnig, d. h. bei positiver Primärwelle sind nach der Umformung alle Wellen wieder positiv, das gleiche ist sinngemäß bei negativen Wellen der Fall. Tritt dagegen eine Welle von engen in weite Querschnitte, so wird ihre absolute Höhe verringert, die gegenläufige Reflexionswelle hat entgegengesetztes Vorzeichen, d. h. die Hebungswelle sendet eine Senkungswelle zurück, die Senkungswelle aber eine Hebungswelle.



## 2. Verformung an sprunghaften Profilwechseln.

Unter der Voraussetzung, daß die am Profilwechsel auftretenden Beschleunigungs- oder Verzögerungshöhen vernachlässigbar sind, können zur Berechnung der Verformung zwei Beziehungen angeschrieben werden (vgl. Abb. 32) <sup>1</sup>.

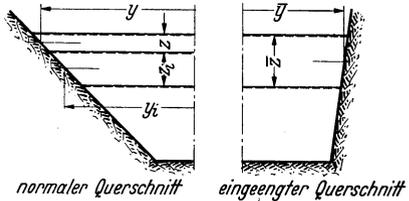


Abb. 32. Plötzliche Profiländerung.

a) Die Höhe der weiterlaufenden Welle muß gleich der algebraischen Summe der Höhen der ankommenden und der zurücklaufenden sein:

$$(49) \quad \bar{z} = z_i + z.$$

b) Zwischen den durch die Wellen sekundlich eingenommenen bzw. entleerten Inhalten muß die Raungleichung bestehen

$$(50) \quad a_i \cdot y_i \cdot z_i = \bar{a} \cdot \bar{y} \cdot \bar{z} - a \cdot y \cdot z$$

bzw.  $\Delta Q'_i = \Delta \bar{Q}' - \Delta Q'$ .

Es wird hierzu ausdrücklich auf die Vorzeichenfestsetzung verwiesen.  $a_i$  und  $\bar{a}$  haben gleiches,  $a$  hat entgegengesetztes Vorzeichen.

Die Auflösung des Gleichungssystems (49) bis (50) muß probeweise erfolgen. Man nimmt eine Reihe von  $\bar{z}$ -Werten an und kann, weil  $z_i$  gegeben ist, nach (49) die zugehörigen  $z$ -Werte bestimmen. Liegen die Wellenhöhen nunmehr vor, so können auch die entsprechenden Werte  $\bar{y}$ ,  $y$  sowie  $\bar{a}$  und  $a$  angegeben werden. Für jedes der angenommenen  $\bar{z}$  ergibt sich so ein bestimmter Wert für die rechte Seite der Gl. (50).

<sup>1</sup> FORCHHEIMER fügt noch eine dritte Bedingung, die der Unveränderlichkeit der potentiellen Energie, hinzu.

Durch Interpolation wird festgestellt, für welches  $\bar{z}$  Gl. (50) erfüllt ist, deren linke Seite ja durch die gegebenen Werte der ankommenden Welle festliegt.

Das Verfahren wird später noch eingehender gezeigt.

Es sollen vorher geschlossene Ausdrücke für  $\bar{z}$  und  $z$  gegeben werden, mit Hilfe derer eine Reihe handlicher Überschlagsformeln hergeleitet werden kann.

Die Vereinigung der Gl. (49) und (50) führt auf folgende Beziehungen für die Höhe der weiterlaufenden und der zurückgeworfenen Welle

$$(51) \quad \bar{z} = z_i \cdot \frac{a_i \cdot y_i - a \cdot y}{a \cdot \bar{y} - a \cdot y},$$

$$(52) \quad z = z_i \cdot \frac{a_i \cdot y_i - \bar{a} \cdot \bar{y}}{a \cdot \bar{y} - a \cdot y}.$$

Die beiden Gleichungen setzen die Kenntnis der Schnelligkeiten und mittleren Schwallbreiten der Teilwellen voraus. Da diese aber wiederum von  $\bar{z}$  und  $z$  abhängen, wird man die Formeln in erster Linie für Näherungsrechnungen verwenden, während, wie oben schon angedeutet, für genaue Rechnungen probeweise verfahren wird.

Aus (51) und (52) gehen eine Reihe von Überschlagsformeln hervor.

a) Mit  $a = -a_i$  und  $y = y_i$  [KREY (a, b)] wird

$$(53) \quad \bar{z} = z_i \cdot \frac{2 \cdot a_i \cdot y_i}{a \cdot \bar{y} + a_i \cdot y_i},$$

$$(54) \quad z = z_i \cdot \frac{a_i \cdot y_i - \bar{a} \cdot \bar{y}}{a \cdot y + a_i \cdot y_i}.$$

b) Für  $a_i = \bar{a} = -a$  und  $y_i = y$  [FORCHHEIMER (b)] ist (etwa für Rechteckprofile gleicher Tiefe mit verhältnismäßig kleinen Wellenhöhen und kleinen Wassergeschwindigkeiten)

$$(55) \quad \bar{z} = z_i \cdot \frac{2 \cdot y_i}{y_i + y},$$

$$(56) \quad z = z_i \cdot \frac{y_i - \bar{y}}{y_i + \bar{y}}.$$

c) Für  $y_i = \bar{y} = y$  endlich (gleiche Spiegelbreiten, Einengung wird z. B. durch plötzliche Sohlenhebung gebildet) und  $a = -a_i$  ist [FORCHHEIMER (b)]

$$(57) \quad \bar{z} = z_i \cdot \frac{2 \cdot a_i}{a_i + \bar{a}},$$

$$(58) \quad z = z_i \cdot \frac{a_i - \bar{a}}{a_i + \bar{a}}.$$

d) Ist es zulässig, z. B. bei kleinen Wassergeschwindigkeiten, die absolute gleich der relativen Wellengeschwindigkeit zu setzen, so wird aus (57) und (58) [FORCHHEIMER (b)]

$$(59) \quad \bar{z} = z_i \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{Z_i}}{\sqrt{Z_i} + \sqrt{Z}},$$

$$(60) \quad z = z_i \cdot \frac{\sqrt{Z_i} - \sqrt{Z}}{\sqrt{Z_i} + \sqrt{Z}},$$

wobei  $Z_i$  und  $Z$  die mittleren Wassertiefen vor bzw. in der Einengung oder Erweiterung und vor der Ankunft der Welle bedeuten.

### 3. Verformung an allmählichen Profilwechseln.

Für allmähliche Profiländerungen (Abb. 33) lassen sich unter gewissen vereinfachenden Annahmen geschlossene Formeln finden. Diese Annahmen sind

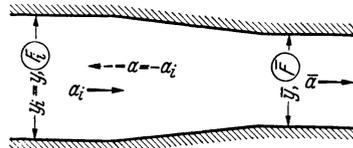


Abb. 33. Allmähliche Querschnittsänderung.

$$a_i = -a; \quad y_i = y; \quad a = w = \sqrt{g \cdot \frac{F}{y}}.$$

Der Fließquerschnitt ändere sich allmählich von  $F_i$  in  $F$ , die Breite von  $y_i$  in  $y$ .

Die Anwendung der Gl. (53) und (54) liefert mit

$$A_i = F_i \cdot y_i \quad \text{und} \quad A = F \cdot y,$$

$$\frac{\bar{z}}{z_i} = \frac{2 \cdot \sqrt{A_i}}{\sqrt{A_i} + \sqrt{A}}.$$

Setzt man  $\bar{z} = z + dz$  und  $A = A + dA$ , so erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{z + dz}{z} = \frac{2 \cdot A^{1/2}}{A^{1/2} + (A + dA)^{1/2}}.$$

Das zweite Nennerglied rechts gibt, als Binomialreihe bei Berücksichtigung nur der zwei ersten Glieder entwickelt,  $(A + dA)^{1/2} \simeq A^{1/2} + \frac{dA}{2 \cdot A^{1/2}}$ , womit nach einigen Umformungen und nach Unterdrückung der im Laufe derselben auftretenden unendlich kleinen Größe zweiter Ordnung  $(dA)^2$  für allmähliche Änderung des Produktes  $A = F \cdot y$  die Gleichung erhalten wird

$$\frac{z + dz}{z} = \frac{4A - dA}{4A}.$$

Die Integration liefert

$$\ln z = -\frac{1}{4} \cdot \ln A + C,$$

woraus nach Konstantenbestimmung (für  $z = z_i$  ist  $A = A_i$ )

$$(61) \quad \bar{z} = z_i \cdot \sqrt[4]{\frac{A_i}{A}} \quad \text{bzw.} \quad \bar{z} = z_i \cdot \sqrt[4]{\frac{F_i \cdot y_i}{F \cdot y}}.$$

Hierzu noch folgende Sonderfälle:

a) Für konstante Spiegelbreiten ( $y_i = \bar{y} = y$ ), aber wechselnde mittlere Tiefen  $Z$  wird [FORCHHEIMER (b)], da dann  $F_i/\bar{F} = Z_i/\bar{Z}$ ,

$$(62) \quad \bar{z} = z_i \cdot \sqrt[4]{\frac{Z_i}{Z}}.$$

b) Sind die Schnelligkeiten gleich ( $a_i = \bar{a} = -a$ ), die Breiten  $y_i = y$  und  $\bar{y}$  dagegen verschieden, so vereinfacht sich (61), weil  $Z_i = \bar{Z}$  bzw.  $\bar{F} = F_i \cdot \frac{y}{y_i}$ , weiter zu [FORCHHEIMER (b)]

$$(63) \quad z = z_i \cdot \sqrt{\frac{y_i}{\bar{y}}}.$$

#### 4. Grenzfälle (Verengung auf Null, Erweiterung auf Unendlich).

Für den Sonderfall, daß eine Welle auf einen *vollkommenen Abschluß* des Gerinnes trifft, ergibt (52) mit  $\bar{a} \cdot \bar{y} = 0$

$$z = z_i \cdot \frac{a_i \cdot y_i}{-a \cdot y}.$$

Da die  $a$ -Werte mit Vorzeichen und zwar, da entgegengesetzt gerichtet, mit verschiedenen Vorzeichen einzusetzen sind, ist der zweite Faktor rechts des Gleichheitszeichens stets positiv und nahe an Eins. Es tritt somit annähernd eine Verdoppelung der Wellenhöhe ( $z \cong z_i$ ) ein, wenn eine Welle gegen eine Abschlußwand prallt.

Eine genaue Verdoppelung ergibt sich wegen der dabei gemachten Voraussetzungen aus den Gl. (54), (56), (58) und (60).

Für eine allmählich auf Null abnehmende Verengung würde aus (61), (62) und (63)  $\bar{z} = \infty$  hervorgehen. Für einen derartigen Fall stimmen aber allerdings die vereinfachenden Annahmen nicht mehr.

Ein zweiter wichtiger Sonderfall ist der des plötzlichen *Überganges in ein unendlich großes Becken* ( $\bar{y} = \infty$ ). Hierfür ergeben alle Gleichungen, soweit sie nicht voraussetzungsgemäß dieser Annahme widersprechen,

$$\bar{z} = 0 \quad \text{und} \quad z = -z_i.$$

Zusammenfassend ist demnach festzustellen, daß bei Reflexion der Welle an einer Abschlußwand ankommende und rücklaufende Welle annähernd gleich groß sind ( $z \cong z_i$ ), so daß, da die Wellen sich überlagern, eine Verdoppelung der Wellenhöhe eintritt. Beim Auslauf von Wellen in große Becken dagegen sind ankommende und zurückgeworfene Welle entgegengesetzt gleich ( $z = -z_i$ ), sie heben sich daher in ihrer Wirkung auf.

#### 5. Gegenseitige Durchdringung von Wellen.

Für die Durchdringung von Wellen gelten folgende Grundgleichungen (vgl. Abb. 34):

$$(64) \quad z_i - z_{i'} = \bar{z} - z,$$

$$(65) \quad \left\{ \begin{array}{l} z_i \cdot y_i \cdot a_i - z_{i'} \cdot y_{i'} \cdot a_{i'} = \bar{z} \cdot \bar{y} \cdot \bar{a} - z \cdot y \cdot a \\ \text{bzw.} \quad \Delta Q'_i - \Delta Q_i = \Delta \bar{Q}' - \Delta \bar{Q}, \end{array} \right.$$

wobei die Werte  $z$ ,  $\Delta Q$  und  $a$  mit ihren Vorzeichen einzusetzen sind.

Aus diesen Gleichungen ergibt sich, daß die Wellen einander in unveränderter Höhe kreuzen, wenn  $a_i = \bar{a}$ ,  $y_i = \bar{y}$  und  $a_{i'} = a$ ,  $y_{i'} = y$ , wenn also die Schnelligkeiten und mittleren Breiten der in gleicher Richtung laufenden Wellen unverändert bleiben.

Eine genaue Rechnung mit Hilfe der Gl. (64) und (65) läßt sich in ähnlicher Weise durchführen wie unter Abschnitt 2 beschrieben. Für ein angenommenes  $\bar{z}$  kann aus (64) auch  $z$  ermittelt werden, ferner lassen sich die Schnelligkeiten  $a$  und  $\bar{a}$  bestimmen und weiterhin  $\Delta \bar{Q}' - \Delta \bar{Q}'$ . Diese Differenz muß der Gl. (65) genügen. Die Rechnung wird für einige angenommene  $\bar{z}$ -Werte durchgeführt. Eine graphische Interpolation liefert dann den richtigen Wert, für den (65) erfüllt ist.

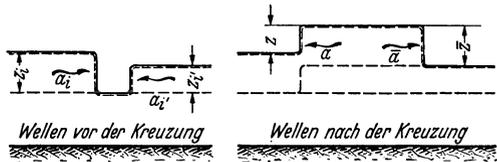


Abb. 34.

Bei langen Wellen, bei denen die Reibung eine wesentliche Rolle spielt, tritt, wie später gezeigt wird, zu den Gl. (64) und (65) noch eine weitere hinzu.

Die in den vorstehenden Abschnitten abgeleiteten Gesetze über Reflexion, Überlagerung und Durchdringung von Einzelwellen gestatten die Behandlung einer Anzahl von Aufgaben, bei denen der Einfluß der Reibung und der Sohlenneigung praktisch vernachlässigt werden kann. Es ist dies in erster Linie die Verformung von Wellen, die eine kurze Einengung oder Erweiterung durchlaufen und ferner der Auslauf von Wellen in Becken.

### 6. Verformung von Wellen in kurzen Einengungen oder Erweiterungen.

Derartige Erscheinungen können z. B. beim Durchlaufen von Brücken oder Durchlässen auftreten, die das Profil auf eine kurze Strecke einengen. Auch sonstige örtliche Verhältnisse, wie etwa Rücksichtnahme auf vorhandene Bebauung oder auf Verkehrswege usw., machen häufig eine Profileinschränkung erforderlich.

Abb. 35 zeigt als erstes Beispiel den Durchgang einer Einzelwelle durch eine Verengung mit allmählichen Übergängen.

Ein Stauschwall tritt mit einer Höhe von 520 mm in eine Einengung ein und wird hier allmählich auf 692 mm erhöht.

Die allmähliche Breitenänderung ist in eine Reihe von kleinen Breitenstufen aufgeteilt. Der Vorgang erfolgt so, daß die ankommende Schwallwelle an der ersten Stufe erhöht wird und gleichzeitig eine

Sekundärwelle zurücksendet. An der zweiten Einengung wird die Primärwelle abermals vergrößert, wobei wieder eine Reflexionswelle

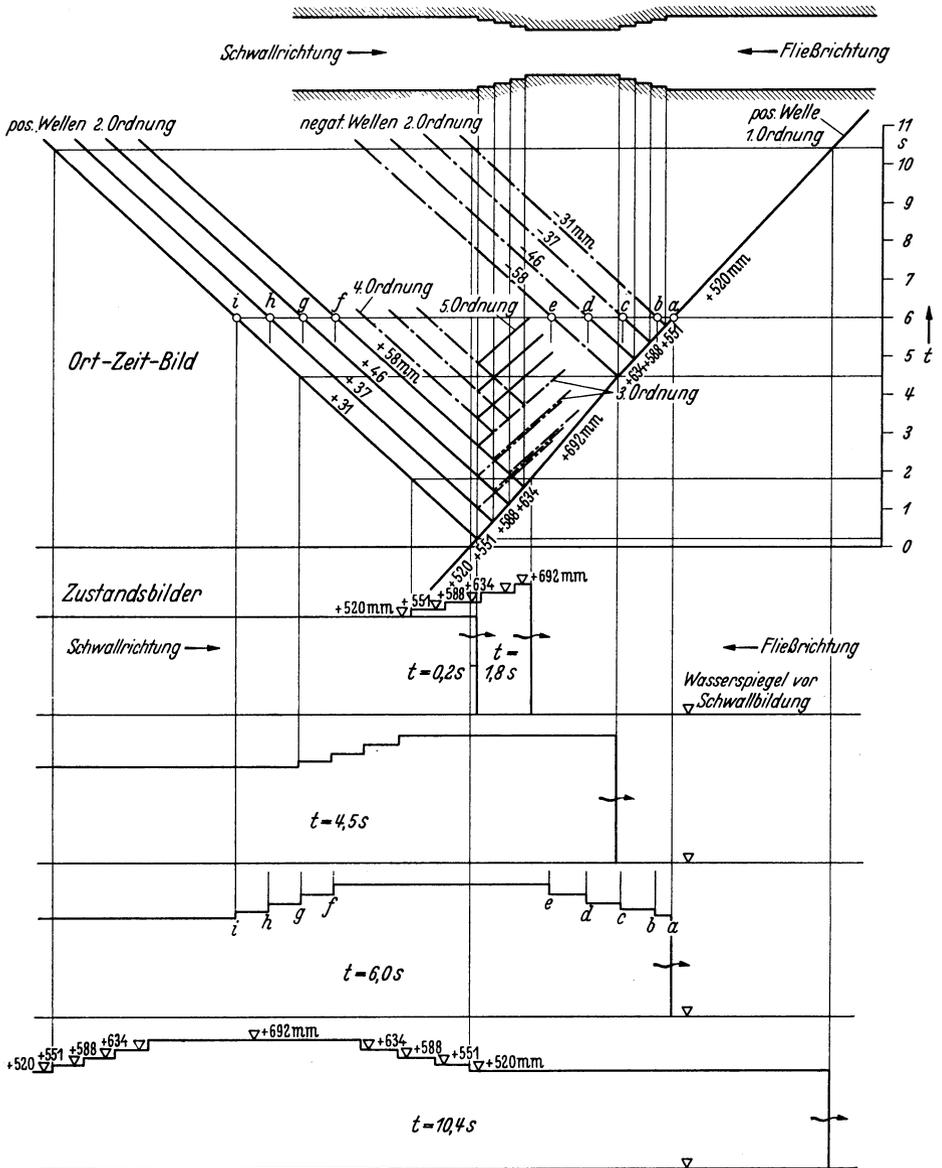


Abb. 35. Umformung einer Welle in kurzer Einengung mit allmählichen Übergängen.

entsteht und so fort, bis die trichterförmige Verjüngung durchlaufen ist. Der umgekehrte Vorgang erfolgt beim Austritt aus der Enge. Hier

verliert die Hauptwelle von Breitenstufe zu Breitenstufe unter Zurücksendung negativer Gegenwellen etwas an Höhe, bis schließlich die ursprüngliche Stufenhöhe wieder erreicht ist. Die gegenläufigen Wellen werden ihrerseits an den Unstetigkeiten ebenfalls umgeformt, wobei sich nunmehr Wellen dritter, vierter usw. Ordnung bilden. Bei normalen Verhältnissen ist es freilich ohne besondere Fehler möglich, schon Wellen dritter Ordnung zu vernachlässigen. Die Wellen sind in der Abbildung durch ein Zeit-Ort-Diagramm dargestellt, außerdem auch durch Zustandslinien für einige bestimmte Zeitpunkte.

Die Schnelligkeit des Primärschalles ist unter Benutzung von Gl. (8) ermittelt. In der Einengung verringert sich die Schnelligkeit, weil der Schwall dort eine größere Anfangsgeschwindigkeit  $v$  vorfindet. (Die mittleren Tiefen vor und in der Einengung sind ungefähr gleich groß.) Dies äußert sich in einer steileren Ort-Zeit-Linie innerhalb der Enge. Die Schnelligkeit der rückläufigen Sekundärwellen kann man genau genug nach der Gleichung  $a = v \pm \sqrt{g \frac{F}{B}}$  berechnen, wobei sich  $F$  und  $B$  auf den Wasserspiegel beziehen, auf dem sich die betrachtete Teilwelle aufbaut. Die Umformung der Wellenhöhen ist nach (51) und (52) bestimmt. Den Zustand für  $t = 10,4$  s, wenn auch die negativen Wellen zweiter Ordnung die Einengung wieder verlassen haben, zeigt das unterste Zustandsbild der Abb. 35. Daraus ist ersichtlich, daß nun eine trapezförmige Sekundärwelle auf dem Rücken des Hauptschalles gegen den Ursprungsort des Stauschalles läuft. Da die oberen Schwallteile schneller als die unteren laufen, wird sich ihre Gestalt mit der Zeit ändern. Die Vorderfront (gegen das Wasserschloß gerichtet) wird steiler, die Rückfront dagegen flacher werden.

Über die Konstruktion der Zustandslinien aus dem Ort-Zeit-Diagramm braucht zur Erläuterung nur wenig gesagt zu werden. Die Wellenhöhen werden zweckmäßig den Ort-Zeit-Linien beige geschrieben. Die Zustandslinie z. B. für  $t = 6$  s ergibt sich dann folgendermaßen:

Es wird die  $t = 6$  s entsprechende Horizontale gezeichnet. Der Wellenkopf liegt bei Punkt  $a$  mit 520 mm, bei  $b$  tritt eine Aufhöhung um 31 mm ein, weil dort der Kopf der rückläufigen letzten Senkungswelle liegt. Aus dem gleichen Grund treten bei  $c$ ,  $d$  und  $e$  Hebungen von 37, 46 und 58 mm in Erscheinung. Bis  $f$  tritt keine Höhenänderung mehr ein (von den kleinen Wellen höherer Ordnung ist abgesehen). In  $f$  wird der Kopf der letzten rückläufigen sekundären Hebungswelle erreicht, somit an dieser Stelle Erniedrigung des Schalles um 58 mm, bei  $g$ ,  $h$ ,  $i$  ebenso um 46, 37, 31 mm, womit dann die ursprüngliche Schwallhöhe wieder erreicht ist.

Die errechneten Höhen werden sich noch um einige mm ändern, wenn man, was ohne Schwierigkeiten möglich ist, auch noch die Wellen dritter Ordnung berücksichtigen will.

Eine Rechenkontrolle besteht darin, daß die unterhalb der Schwall- oberfläche durch die Einengung bedingte Inhaltsminderung des 520 mm hohen Primärschwalles gleich dem Rauminhalt der auf der ursprünglichen Schwalloberfläche aufgebauten gegenläufigen Sekundärwelle sein muß.

Auf Grund dieser Raumbedingung können übrigens (bei Vernachlässigung der Wellen dritter und höherer Ordnung) die Form und Höhe des aus der Einengung austretenden Gegenschwalles (selbstverständlich auch Gegensunkes) direkt ermittelt werden.

Wie aus den vorausgehenden Ausführungen bzw. aus Abb. 35 hervorgeht, ist der Längenschnitt der Gegenwelle ein Trapez. Die Abmessungen

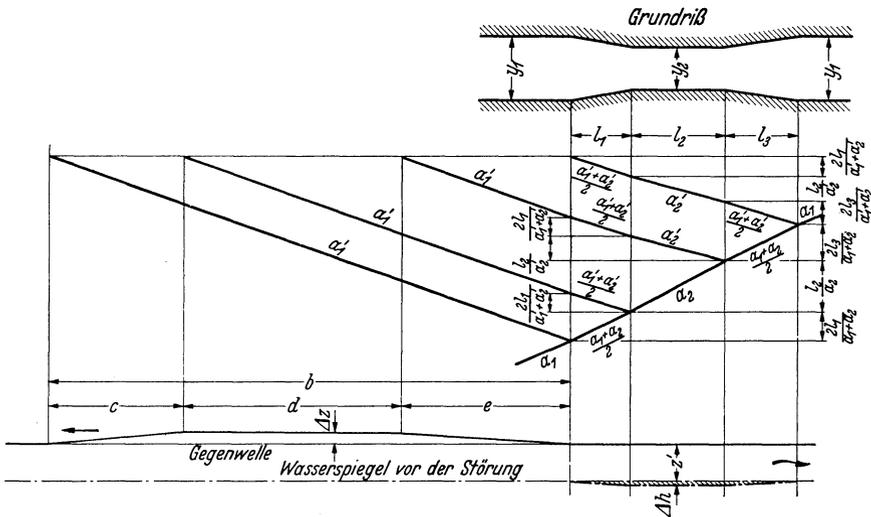


Abb. 36. Form der durch eine kurze Einengung mit allmählichen Übergängen erzeugten Gegenwelle. Ort-Zeit-Diagramm und Zustandsbild.

desselben können an Hand von Abb. 36 bestimmt werden wie folgt: Sind  $l_1, l_2, l_3$  die Teilstrecken der Einengung,  $a_1$  und  $a_2$  die Schnelligkeiten des primären Schwalles und  $a_1'$  und  $a_2'$  die der rückläufigen Sekundärwellen, so lassen sich für die Längen der Gegenwelle beim Verlassen der Einengung die Beziehungen anschreiben

$$b = 2 a_1' (l_1 + l_3) \left( \frac{1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{a_1' + a_2'} \right) + a_1' l_2 \cdot \left( \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2'} \right),$$

$$c = 2 l_1 \cdot a_1' \left( \frac{1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{a_1' + a_2'} \right),$$

$$d = a_1' l_2 \left( \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_2'} \right),$$

$$e = 2 a_1' l_3 \left( \frac{1}{a_1 + a_2} + \frac{1}{a_1' + a_2'} \right).$$

Die Höhe  $\Delta z$  wird aus der Raumbedingung bestimmt. Werden  $y_1$  und  $y_2$  als mittlere Schwallbreiten aufgefaßt, so entzieht die Einengung dem Schwall von der Höhe  $z$  an Rauminhalt

$$V = \frac{1}{2} (y_1 - y_2) (l_1 + 2l_2 + l_3) \cdot z.$$

$V$  muß gleich dem Inhalt der Gegenwelle sein, deren Höhe  $\Delta z$  aus dieser Bedingung durch eine einfache stereometrische Rechnung ermittelt werden kann.

Der beschriebene Vorgang gestattet sogar, den Einfluß der Spiegelsenkung  $\Delta h$  (in Abb. 36 strichpunktirt; für verlustloses Fließen ist  $\Delta h = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$ ) auf  $\Delta z$  angenähert zu erfassen. Ist der schraffierte, durch  $\Delta h$  gekennzeichnete Rauminhalt  $V'$ , so bleibt (bei dem hier betrachteten Fall einer Stauschwallbildung)<sup>1</sup> für die Gegenwelle der Inhalt  $V - V'$  übrig,  $\Delta z$  wird also kleiner.

Abb. 37 zeigt den Durchgang einer Welle mit geneigter Vorderfront durch eine Einengung. Die geneigte Schwallfront ist dabei als eine Folge einander überlagernder Teilwellen aufgefaßt.

Wenn Schwallberechnungen normalerweise auch für plötzliches Manöver durchgeführt werden, so kann es in manchen Sonderfällen — etwa bei kurzen Kanälen — mitunter erwünscht sein, den auf endliche Dauer erstreckten Schließvorgang genauer zu berücksichtigen. Es ergibt sich dann in der Nähe des Abschlußorganes eine schräge Schwallfront, die in der erwähnten Weise als Folge mehrerer Teilwellen gedeutet werden kann.

Die Konstruktion geschieht grundsätzlich in der gleichen Weise wie bei Abb. 35 unter Zuhilfenahme des Ort-Zeit-Bildes. Jede der mit bekannter Schnelligkeit ankommenden Teilwellen wird am Einlauf zur Verengung in der bekannten Weise umgeformt, läuft mit veränderter Höhe weiter und sendet eine Sekundärwelle zurück. Am Austrittende wiederholt sich der Vorgang noch einmal analog.

Die Aufzeichnung der Zustandslinien kann wieder durch einfache Überlagerung der durch die Zeithorizontale des Ort-Zeit-Bildes „geschnittenen“ Teilwellen geschehen, wie dies schon bei Abb. 35 erläutert wurde. Wellen dritter und höherer Ordnung sind vernachlässigt.

Rein rechnerisch kann die höchste Spiegellage so bestimmt werden, daß die Höhe der ankommenden Welle  $z_i$  nach Abb. 38 in Teilwellen  $\Delta z_{iI}$ ,  $\Delta z_{iII}$  usw. zerlegt wird. Auf jede dieser Teilwellen wird eine der Formeln (51) bis (60) angewendet, die von der Grundform  $\Delta \bar{z} = \alpha \cdot \Delta z_i$  sind. Die durch die Einengung verursachte Gesamthöhe wird dann

$$z = \sum_{t=0}^{t=T} \alpha (\Delta z_i).$$

<sup>1</sup> Anderen Formen der Primärwelle (Entnahmesunk, Füllschwall usw.) ist die Betrachtung unter Umständen sinngemäß anzupassen.

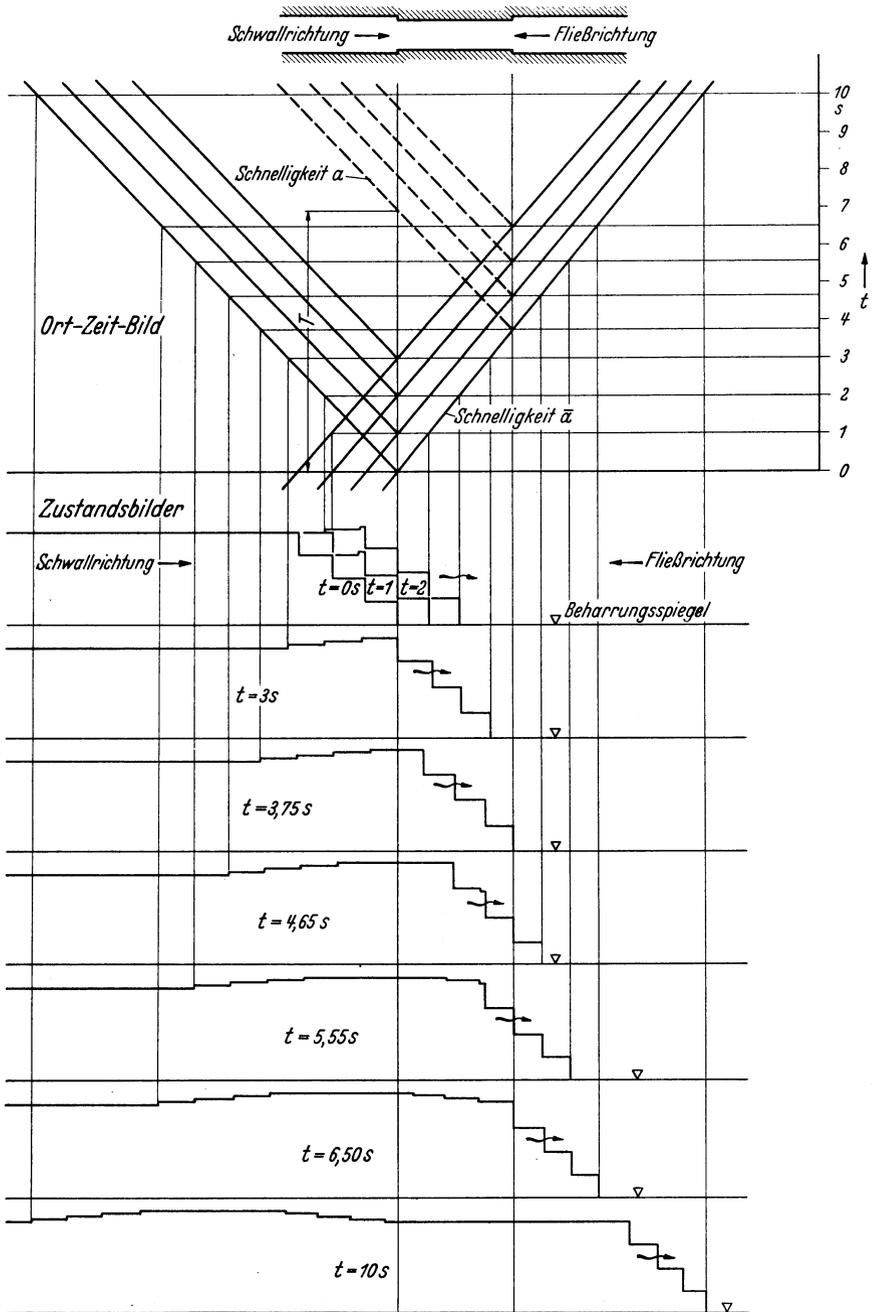


Abb. 37. Wellenfolge in kurzer Einengung mit plötzlichen Übergängen.

Die untere Grenze der  $\sum$  in obiger Gleichung liegt bei  $t=0$ , d. h. bei dem Augenblick, in dem die erste Teilwelle das Hindernis erreicht, die obere Grenze wird durch die Zeit  $T$  gebildet, während der die vorderste Welle die Enge durchläuft und die hierzu gehörige rückläufige Sekundärwelle wieder zum Eingang der Enge zurückkehrt. Die Zeit  $T$  ist in Abb. 37 eingetragen und beträgt dort etwa

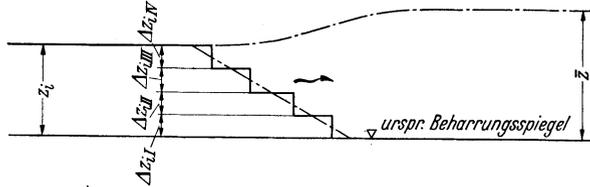


Abb. 38. Umformung einer Wellenfolge (Welle mit geneigtem Kopf) in einer Einengung.

7 s. Würden zu diesem Zeitpunkt noch Teilwellen am Hindernis ankommen, so könnten sie den Wert  $\bar{z}$  nicht mehr vergrößern, weil inzwischen reflektierte negative Wellen die Aufhöhung am Eintritt in die Enge<sup>1</sup> abzubauen beginnen.

**7. Auslauf von Wellen in Becken.**

Eine weitere Aufgabe, die häufig ohne Berücksichtigung der Reibung behandelt werden kann, ist der Auslauf von Wellen in große Becken, wie dies im Unterwasser von Speicherkraftwerken der Fall ist, die zu Beginn des Spitzenbetriebes plötzlich mit großer Wassermenge starten und im unteren Becken Wellen erzeugen, die unter Umständen für die Schifffahrt gefährlich werden können<sup>2</sup>.

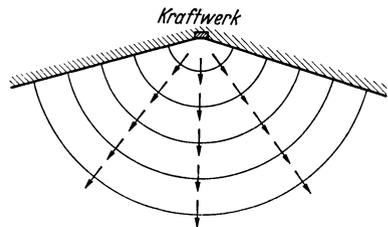


Abb. 39. Auslauf einer Welle in ein Becken mit gleichmäßiger Tiefe, Einleitungsstelle punktförmig.

Die Ausbreitung von Schwall- oder Sunkwellen in großen Becken geschieht nach konzentrischen Kreisen oder ähnlichen Linien, wobei wichtig ist, ob die Entstehungs- bzw. Ein-

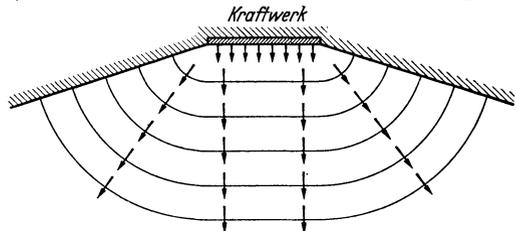


Abb. 40. Auslauf einer Welle in ein Becken mit gleichmäßiger Tiefe, Einleitungsstelle linienförmig.

trittsstelle der Welle praktisch als Punkt oder als endliche Strecke anzusehen ist. Die Abb. 39 und 40 verdeutlichen dies unter Voraussetzung überall gleicher Wassertiefe bzw. Schnelligkeit. — Die strahlenförmig auseinanderlaufenden Bahnen der Wellenteile und die erwähnten

<sup>1</sup> Das Gesagte gilt selbstverständlich sinngemäß in vollem Umfang auch für Senkungswellen bzw. Querschnittsverbreiterungen.

<sup>2</sup> Beim Etzelwerk am Züricher See hat man den Auslauf des Unterwasserstollens durch eine in angemessenem Abstand angebrachte Pfahlreihe für Schiffe unzugänglich gemacht. (Schweiz. Wass. u. Energiewirtsch. 1935.)

ringartigen Wellenfronten bilden also zwei einander zugeordnete Systeme von Orthogonaltrajektorien.

Bei Becken ungleichmäßiger Tiefe wird die Grundrißform der Wellenfronten unregelmäßig, da sich diese an tiefen Stellen schneller und an seichten langsamer fortbewegen werden.

Abb. 41 stellt einen derartigen Fall dar, in dem die Wassertiefen in der Richtung der ankommenden Welle zunehmen, während die Tiefen an den Ufern kleiner sind und längs derselben unveränderlich bleiben.

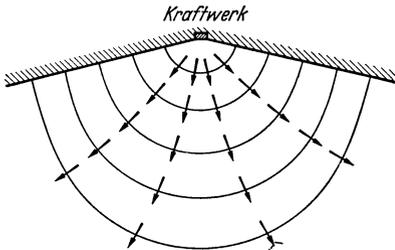


Abb. 41. Auslauf einer Welle in ein Becken mit ungleichmäßiger Tiefe. Einleitungsstelle punktförmig.

In solchen Fällen läßt sich zu Beginn der Untersuchung an Hand z. B. eines Tiefenschichtenplanes und unter Zugrundelegung etwa der einfachen Beziehung  $a \cong w \cong \sqrt{gh}$  die Lage der Wellenfront nach  $t = 1, 2, 3$  s usw. bestimmen.

Für die Berechnung des Wellenverlaufes kann man die für allmähliche Querschnittsänderung gegebenen Verfahren unmittelbar heranziehen, wo-

bei hier aber die Querschnitte nicht mehr durch parallele Ebenen, sondern durch Zylindermantelflächen bestimmt sind. Bemerkt sei, daß man bei Feststellung der Schnelligkeiten und Wellenhöhen nicht allzu kleinlich vorgehen darf, da sonst der Arbeitsumfang leicht so groß wird, daß der Überblick gefährdet ist. Man wird also z. B. oft, wie schon erwähnt, sich bei Ermittlung der Schnelligkeiten mit der einfachen Näherungsformel  $a \cong w \cong \sqrt{gh}$  begnügen. Tatsächlich wird ja auch wegen der relativ großen Querschnittsflächen der Einfluß der Fließgeschwindigkeit gering sein. Auch verflachen sich die Wellen sehr rasch, so daß die Bedeutung der Stufenhöhe für  $a$  nicht groß ist.

Wenn nur nach der Höhe der Kopfwellen in einer bestimmten Entfernung vom Eintrittsort gefragt ist, so kann man nach Ermittlung der Frontbreiten und der mittleren Wassertiefen näherungsweise je nach Sachlage Gl. (61) oder (63) anwenden.

Eine nähere Untersuchung der Wellenerscheinung ist in gleicher Weise wie früher durchführbar unter Voraussetzung der Überlagerungsmöglichkeit kleiner Wellen und unter Auflösung der allmählichen Verbreiterung in eine zweckmäßige Anzahl von sprungweisen Erweiterungen. Als gutes Hilfsmittel dient wieder das Ort-Zeit-Diagramm.

Abb. 42 (s. Tafel am Schluß des Buches) bringt ein Beispiel. Durch plötzlichen Start eines an einem See gelegenen Kraftwerkes gelangt ein 440 mm hoher Füllschwall in diesen und breitet sich dort bei überall gleicher Wassertiefe und somit auch überall gleicher Wellenschnelligkeit aus. Die allmähliche Verbreiterung ist in gleich weit voneinander angenommene plötzliche Breitenänderungen aufgelöst. Die Bestimmung der

Verformung der Wellen ist nach Gl. (55) vorgenommen, aus der sich die Höhe  $z$  der weiterlaufenden Welle durch Multiplikation der Ankunftshöhe  $z_i$  mit einem nur von den Schwallbreiten abhängigen Festwert ergibt. Die Höhe der reflektierten Welle ergibt sich nach Gl. (49). Es liegt also für jede Übergangsstelle zu einer neuen Breite für die Bewegung vom und zum Kraftwerk je eine konstante Verhältniszahl  $\bar{z}/z_i$  vor, die zweckmäßig an den Kopf des Ort-Zeit-Diagramms geschrieben wird. Das Ort-Zeit-Diagramm stellt sich bei den gemachten Annahmen als Rautennetz dar, das seinen Ursprung in der linken unteren Ecke hat. Jede direkte Welle wird an jeder Querschnittsänderung umgeformt und reflektiert, ebenso auch wieder jede reflektierte Welle, so daß sich sehr schnell eine große Anzahl hin- und herlaufender Teilwellen bildet, die man hier alle berücksichtigen muß, wenn man nicht Gefahr laufen will, grobe Fehler zu begehen. Es ist dies auch nicht allzu schwierig, wenn man durch die Eckpunkte des Rautennetzes Zeithorizontale legt und folgerichtig von einer Horizontalen zur anderen fortschreitet, wobei jede ankommende Welle sich an jedem Knotenpunkt des Ort-Zeit-Bildes in zwei Teilwellen auflöst, in eine direkte und in eine reflektierte. Es sei z. B. die Rechnung bis  $t = \text{rd. } 2 \text{ s}$  durchgeführt, die bisherigen Wellenhöhen sind  $+188, -58, -194 \text{ mm}$ . Beim weiteren Fortschritt läuft die Welle  $+188 \text{ mm}$  mit  $+158 \text{ mm}$  weiter ( $188 \cdot 0,840 = 158$ ) und sendet eine Gegenwelle von  $-30 \text{ mm}$  ( $188 - 158 = 30 \text{ mm}$ ) zurück. Die ankommende rückläufige Welle  $-58 \text{ mm}$  teilt sich ebenfalls und zwar in  $-83 \text{ mm}$  ( $-58 \cdot 1,440 = -83 \text{ mm}$ ) direkt und  $-25 \text{ mm}$  reflektiert ( $-83 - (-58) = -25 \text{ mm}$ ). Ebenso auch die Welle  $-194 \text{ mm}$ , die  $-109 \text{ mm}$  vorwärts- und  $+85 \text{ mm}$  zurücksendet. Durch algebraische Addition der den Rautenseiten beigeschriebenen Werte erhält man die neuen Wellenhöhen  $+2, -134 \text{ mm}$  (und  $-30$  sowie  $+158 \text{ mm}$ ). Beim weiteren Fortschritt wird ebenso vorgegangen. Erwähnt sei noch, daß bei der Reflexion am Krafthaus jede Welle eine gleich hohe Gegenwelle erzeugt. Eine einfache Rechenprobe ist die, daß die durch algebraische Addition der Wellenhöhen entlang der Zeithorizontalen (von rechts nach links) bestimmte Wellenhöhe gleich der algebraischen Summe der bei einer bestimmten Abszisse *unter* der Zeithorizontalen liegenden Teilwellen sein muß. So werden auch die Zustandsbilder ermittelt. Für  $t = 5 \text{ s}$  z. B. ist die Rechnung folgende (vgl. Ort-Zeit-Bild und Zustandsbild für  $t = 5 \text{ s}$ ): Wellenhöhe am Kopf =  $+106 \text{ mm}$ ;  $106 + 9 = +115$ ;  $115 - 78 = +37$ ;  $37 + 2 = +39$ ;  $39 - 4 = +35$ ;  $35 + 6 = +41$ ;  $41 - 8 = +33$ ;  $33 + 3 = +36 \text{ mm}$  bei  $x = 0$ . Kontrolle für  $x = 0$  (Summierung der vor  $t = 5 \text{ s}$  gebildeten Wellen)  $+440 - 194 - 194 + 2 + 2 - 10 - 10 = +36 \text{ mm}$  wie oben. (Die fetten Zahlen erscheinen im Zustandsbild.)

Eine weitere Kontrolle ergibt die Raumgleichung für jeden Zeitpunkt  $t_i$ : In  $t_i$  Sekunden zugeflossene Wassermenge gleich Speicherung oberhalb des ursprünglichen Beharrungsspiegels in derselben Zeit.

Wie sehr sich die ermittelten Zustandslinien den tatsächlichen Verhältnissen anschließen, hängt — abgesehen von der Erfüllung der grundsätzlichen Berechnungsannahmen — vor allem davon ab, wie grob oder wie fein man die Abstufung der Schwallbreiten wählt, d. h. wie nahe man die Berechnungsprofile legt. In Abb. 42 ist der Abstand der plötzlichen Breitenänderungen mit 5 m angenommen. Zum Vergleich wurde die Berechnung in den ersten 2,5 s für Abstände von nur 1 m durchgeführt. Die in die Zustandsbilder gestrichelt eingetragenen Ergebnisse zeigen, daß — wenn eine möglichst genaue Form der Schwallängenschnitte erwünscht ist — mindestens dicht beim Kraftwerk eine ziemlich enge Breitenabstufung vorgenommen werden muß. Für spätere Zeitpunkte können die Abstände größer gewählt werden. — Im allgemeinen läßt Abb. 42 bezüglich der Form der Zustandslinien erkennen, daß am Wellenkopf die größte Höhe vorliegt, die gegen das Kraftwerk hin allmählich absinkt. Dies ist ohne weiteres verständlich, da bei jeder Querschnittsverbreiterung der voreilende Schwall mehr Wasser faßt als der ankommende (daher auch die rückläufigen Senkungswellen) und die am Kraftwerk reflektierten Senkungswellen eine in Schwallrichtung steigende Wasseroberfläche erzeugen müssen.

Der Vollständigkeit halber sei noch darauf hingewiesen, daß die feinere Breitenabstufung auch die genaueren Werte für die Wellenkopfhöhe gibt. Groß gewählter Abstand der plötzlichen Breitenänderungen bedingt zu kleine Werte; je kleiner der Abstand, desto näher kommt man den Werten der Gl. (61) bzw. (63).

Umständlicher wird die Untersuchung für allmähliche Belastung des Kraftwerkes. Hier muß man den gesamten Belastungsvorgang in eine Reihe von Teilvorgängen gleicher Anfangswellenhöhe zerlegen und trachten, eine einzige Teilwelle möglichst lange (tunlichst die mehrfache Belastungsdauer) zu verfolgen. Die dafür erhaltenen Zustandsbilder werden auch für die übrigen Teilwellen gelten, und man wird also näherungsweise die ganzen Zustandsbilder überlagern können. — Derartige Arbeiten sind allerdings schon recht zeitraubend.

Naturbeobachtungen über diese Vorgänge sind leider bisher nicht bekannt geworden.

### 8. Berücksichtigung der Reibung und der Sohlenneigung.

Die in den vorhergehenden Abschnitten 1 bis 7 wiedergegebenen Verfahren beziehen sich ausnahmslos auf die Horizontalströmung, d. h. auf reibungslose Strömung, bei der die Längenschnitte der Einzelwellen immer Rechtecke mit horizontal liegenden Breitseiten sind.

Können Reibungseinflüsse und Sohlenneigung nicht vernachlässigt werden, so sind die Gleichungen (49) und (50) bzw. die aus ihnen folgenden Näherungsformeln nur für die Ermittlung der augenblicklichen Verformung brauchbar, die sich ergibt, wenn die Welle die Unstetigkeit

erreicht. Für die Bestimmung des weiteren Spiegelverlaufes dagegen muß, wie FAVRE gezeigt hat, noch eine dritte Bedingung hinzutreten.

Abb. 43 zeigt einen flußaufwärts laufenden Schwall, der sich in Profil  $0_i$  gebildet hat und bei seiner Fortbewegung in Querschnitt  $1_i$  eine sprungweise Änderung des Querschnittes vorfindet. Die Bezeichnungen sind von früher her bekannt (s. Abb. 25); die den Buchstaben beigefügten Indizes  $i$  sollen die primäre Welle bezeichnen, die am Profilwechsel umgeformt wird.

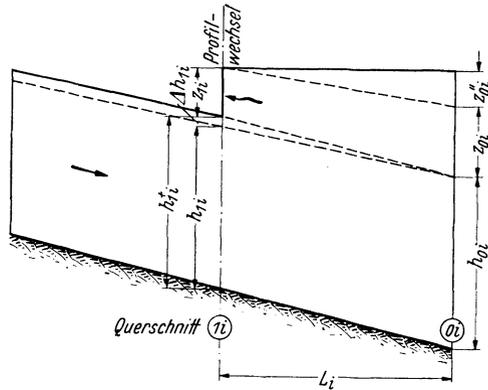


Abb. 43. Anknüpfung des Schalles am Profilwechsel.

Im Augenblick der Ankunft der Welle in Querschnitt  $1_i$  hat der Längenschnitt die stark gezeichnete Form.

Den am Querschnittswechsel, der z. B. eine Verengung sei, verursachten Reflexionsverlauf zeigt Abb. 44. Die Größen der zurück-

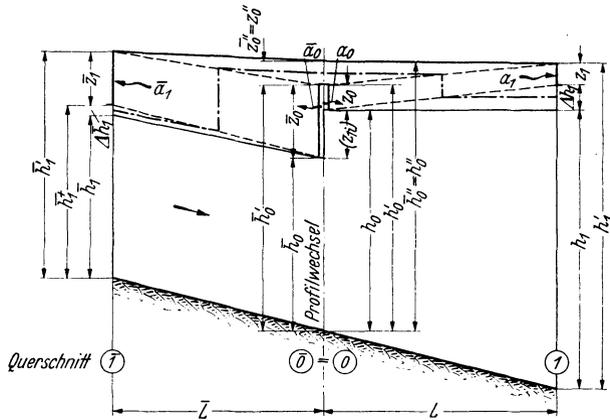


Abb. 44. Umformung eines Schalles an einer Querschnittsverengung.

geworfenen Welle sind in der bekannten Art bezeichnet, die der direkten, vergrößert weiterlaufenden Welle erhalten oben einen Querstrich.

Die beiden neuen Wellen bewegen sich, vom Querschnittswechsel ausgehend, von  $0$  nach  $1$  (reflektierte Welle) bzw. von  $\bar{0}$  nach  $\bar{1}$  (direkte Welle) und erreichen die Querschnitte  $1$  und  $\bar{1}$  zur gleichen Zeit. Die Längen  $L$  und  $\bar{L}$  sind dementsprechend festgelegt;  $L$  braucht im allgemeinen nicht mit  $L_i$  (Abb. 43) übereinzustimmen.

Für den Augenblick der Umformung gelten die schon mitgeteilten Gl. (49) und (50), die mit den neuen Bezeichnungen lauten

$$(66) \quad \bar{z}_0 - z_0 = z_{1i},$$

$$(67) \quad \Delta \bar{Q}'_0 - \Delta Q'_0 = \Delta Q'_{1i}.$$

Die Auflösung dieses Gleichungssystems erfolgt, wie auf S. 31 f. beschrieben.

Beim weiteren Verlauf der Bewegung tritt im Unstetigkeitsquerschnitt eine zusätzliche Spiegeländerung ein. (Im Fall der Abb. 44 ist es eine allmähliche Hebung.)

Aus Gründen der Kontinuität muß sein

$$(68) \quad z''_0 = \bar{z}''_0 \quad \text{und} \quad \Delta Q''_0 = \Delta \bar{Q}''_0.$$

Die Gl. (66), (67) und (68) lösen die Aufgabe vollständig.

Die Auswertung von (68) setzt die Anwendung der Gl. (46) und (47) voraus. Streng genommen wäre für jede der beiden Wellen eine Anzahl von Proberechnungen für verschiedene angenommene Werte  $\Delta Q''_0$  bzw.  $\Delta \bar{Q}''_0$  nach (46) und (47) (s. S. 25 f.) durchzuführen. Auf diese Weise ergeben sich für die beiden Wellen die Beziehungen  $\Delta Q''_0 = \Phi(z''_0)$  und  $\Delta \bar{Q}''_0 = \Psi(\bar{z}''_0)$ , die, nach Abb. 45 graphisch aufgelöst, die gesuchten Werte  $z''_0 = \bar{z}''_0$  und  $\Delta Q''_0 = \Delta \bar{Q}''_0$  liefern.

Praktisch wird sich bei einiger Übung die zeitraubende Probierarbeit auf ein Mindestmaß herabsetzen lassen, wenn man — was in vielen Fällen hinreichend genau möglich ist — etwa die Werte  $z_1$  und  $\bar{z}_1$  im voraus schätzt. Dadurch wird die Rechenarbeit ganz erheblich einfacher.

In ganz ähnlicher Weise sind zwei *einander durchdringende Wellen* zu behandeln (FAVRE).

Abb. 46 zeigt zwei gegeneinander laufende Schwallwellen, die in Querschnitt  $1i$  und  $1i'$  mit den Höhen  $z_{1i}$  und  $z_{1i'}$  ankommen. Die Bezeichnungen, die aus der Abbildung hervorgehen, sind die gleichen wie früher, nur erhalten die Größen zur Unterscheidung der beiden primären Wellen die Indizes  $i$  bzw.  $i'$ .

Die Verformung und den weiteren Verlauf der Spiegelbewegung zeigt Abb. 47, ebenso die verwendete Bezeichnungsweise. Die Umformungs-

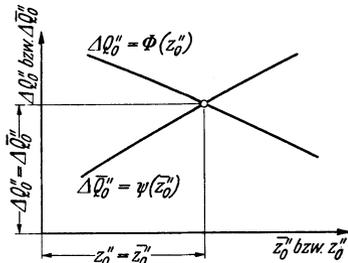


Abb. 45.

bedingungen sind schon auf S. 34f. angegeben worden. Sie lauten mit den Bezeichnungen der Abb. 47

(69)

$$z_0 - z_0 = z_{1i} - z_{1i'}$$

und

(70)

$$\Delta \bar{Q}'_0 - \Delta Q'_0 = \Delta Q'_{1i} - \Delta Q'_{1i'}$$

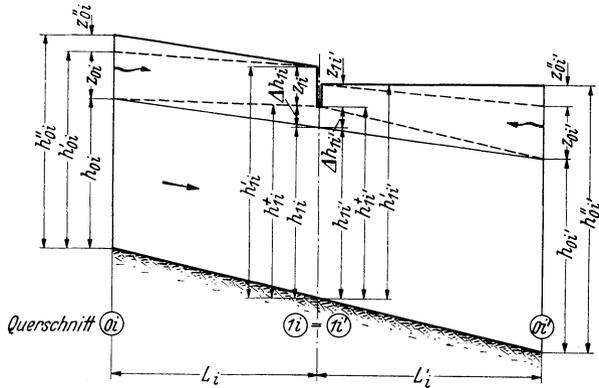


Abb. 46. Gegenläufige Wellen unmittelbar vor der Kreuzung.

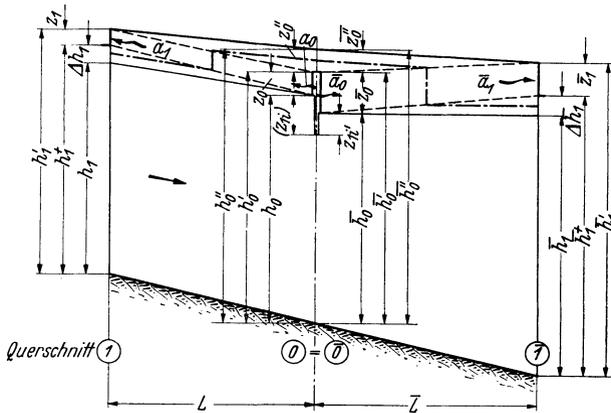


Abb. 47. Kreuzung zweier Wellen.

Hinzu kommt als dritte Bedingung für den Zeitpunkt, da die Wellenköpfe die Profile  $\bar{1}$  und  $1$  erreichen,

(71)

$$z''_0 = \bar{z}''_0 \quad \text{und} \quad \Delta Q''_0 = \Delta \bar{Q}''_0$$

Ein Vergleich mit (66) bis (68) zeigt, daß an Stelle der Werte  $z_{1i}$  und  $\Delta Q'_{1i}$  nunmehr die Differenzen  $(z_{1i} - z_{1i'})$  und  $(\Delta Q'_{1i} - \Delta Q'_{1i'})$  treten.

Die Auflösung des Gleichungssystems (69) bis (71) ist demnach genau die gleiche wie bei der Reflexion an Querschnittsunstetigkeiten.

Der Vollständigkeit halber sei noch erwähnt, daß FAVRE auch Ansätze für die Berechnung der *Reflexionserscheinungen an Flußspaltungen* gegeben hat.

Wird die ankommende Primärwelle wieder durch den Index  $i$  bezeichnet und werden ferner die auf die beiden Gerinnearme bezüglichen Werte mit einem bzw. zwei Querstrichen gekennzeichnet und bleibt die zurückgeworfene Welle wie bisher ohne besondere Kennzeichen, so lassen sich folgende Beziehungen anschreiben:

$$(72) \quad \bar{z}_0 - z_0 = z_{1i},$$

$$(73) \quad \bar{z}_0 = \bar{z}_0,$$

$$(74) \quad \Delta \bar{Q}'_0 + \Delta \bar{Q}'_0 - \Delta Q'_0 = \Delta Q'_{1i},$$

$$(75) \quad z'_0 = \bar{z}'_0 = \bar{z}'_0,$$

$$(76) \quad \Delta Q'_0 = \Delta \bar{Q}'_0 + \Delta \bar{Q}'_0.$$

Die Auflösung dieser Gleichungen kann grundsätzlich erfolgen wie oben.

### 9. Einfluß der Schließ- bzw. Öffnungszeit auf die Wellenhöhe.

Ihrer Natur nach gehört in den Rahmen dieses Kapitels noch die Erörterung der Frage, welchen Verformungserscheinungen die Welle unterworfen ist, wenn der Schließvorgang nicht, wie bisher angenommen, plötzlich, sondern in einer endlichen Zeit erfolgt.

Bei Schwallwellen äußert sich langsames Schließen (vgl. Abb. 50) in einer Schrägstellung der Wellenfront. Bei Sunkwellen, deren Kopf ohnehin aus anderen Gründen (vgl. S. 15ff.) schräg liegt, wird durch ein langsames Manöver diese Schräglage noch verstärkt (EGIAZAROFF).

Bezüglich der Hebungswellen haben die Versuche von FAVRE gezeigt, daß die am Ende des Manövers vorhandene Spiegelhebung unabhängig von der Dauer desselben ist. Auch die Höhe der Kopfwellen, in die sich (vgl. S. 12f.) der Schwall auflöst, ist von der Dauer der Schützenbewegung unabhängig, sofern diese klein im Vergleich zur Laufdauer der Hebungswelle selbst bleibt.

Den Einfluß der Öffnungsdauer auf Entnahmesünke hat EGIAROFF untersucht und dabei ebenfalls festgestellt, daß die endgültige Wellenhöhe nicht von der Öffnungszeit abhängt.

Auch KOCH und CARSTANJEN sind zu diesem Ergebnis gekommen.

Selbstverständliche Voraussetzung all dieser Feststellungen ist, daß sich vor Beendigung des Manövers nicht irgendwelche Reflexionserscheinungen bemerkbar machen. Dies hat unter anderen FEIFEL näher erörtert.

In einem kurzen Obergraben zum Beispiel, der aus einem großen Becken kommt, wäre der Fall denkbar, daß die zu Beginn des Schließvorganges entstehende Hebungswelle bis zum Becken läuft und von dort als reflektierter Sunk wieder am Abschlußorgan ankommt, noch ehe der Schließvorgang beendet ist. In diesem Zeitpunkt wird die weitere Hebung am unteren Grabenende unterbrochen, und die Schwallhöhe kann nicht den Wert erreichen, auf den sie in unbegrenzt langem Kanal angestiegen wäre.

Derartige Untersuchungen können nach den bisherigen Ausführungen ohne Schwierigkeiten durchgeführt werden, und es erübrigt sich daher, näher darauf einzugehen.

## V. Behandlung der beim Kraftwerksbetrieb vorkommenden Fälle.

Nachdem nunmehr aus den vorhergehenden Kapiteln alle grundlegenden Gesetze für die Berechnung der Schwall- und Sunkwellen bekannt sind, soll jetzt im einzelnen auf die beim Kraftwerksbetrieb möglichen Fälle und ihre rechnerische Behandlung, zum Teil mit Hilfe von Zahlenbeispielen, näher eingegangen werden. Es sollen zunächst die Vorgänge im Oberwasser des Kraftwerkes näher behandelt werden und zwar für Entlastung und für Belastung und dann die entsprechenden Vorgänge im Unterwasser.

### A. Vorgänge im Oberwasser bei Entlastung (Stauschwall).

#### 1. Kurze Kanäle mit geringem Absolutgefälle.

Bei kurzen Kanälen, insbesondere bei solchen großer Abmessungen, ist es häufig zulässig, den Einfluß der Reibung zu vernachlässigen, wenn Profilform und Wassertiefe annähernd konstant bleiben. Von kurzen Kanälen im Sinne der folgenden Ausführungen soll dann gesprochen werden, wenn das Absolutgefälle ohne groben Fehler gleich Null gesetzt werden kann.

Eine durch einen Abschaltvorgang hervorgerufene *Einzelwelle* läuft unter den gemachten Voraussetzungen in horizontaler Richtung bis zum Kanaleinlauf. Dort wird sie zurückgeworfen, läuft als Senkungswelle zurück und baut auf ihrem Weg den im Obergraben entstandenen Schwall bis zur Höhe der Wasserfassung ab (s. S. 34). Bei der Ankunft am Wasserschloß findet die Sunkwelle einen „vollkommenen Abschluß“ vor, d. h. eine weitere Fortpflanzung ist ausgeschlossen. Die Welle verdoppelt sich daher annähernd und läuft nach ihrer Reflexion als Sunk gegen die Wasserfassung. Dort wiederum wird sie als Schwall gleicher Höhe zurückgeworfen, der seinerseits bei seiner flußabwärtigen

Fortpflanzung die vorgefundenen tiefen Spiegellagen wieder bis auf Wasserfassungshöhe auffüllt. Dieses Spiel wiederholt sich, da reibungsloses Fließen und Formbeständigkeit der Wellen vorausgesetzt, bis ins Unendliche. Die beschriebenen ersten vier Halbphasen des Schwingungsvorgangs sind in Abb. 48 dargestellt, in der die am Kanalbeginn auftretende Beschleunigungshöhe der Einfachheit halber vernachlässigt ist.

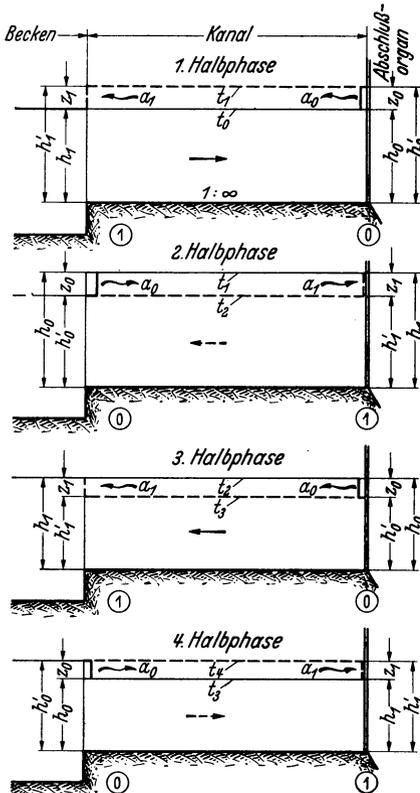


Abb. 48. Stauschwall in reibungsfreiem Obergraben mit unveränderlichem Querschnitt und waagerechter Sohle mit anschließenden Reflexionswellen.

Das Wesen derartiger Reflexionsvorgänge wird am besten durch ein Zahlenbeispiel klar werden.

Es handle sich um ein Trapezgerinne von 6,0 m Sohlenbreite, 4,0 m Wassertiefe und 1:1 geneigten Böschungen, das eine Fläche von 40,0 m<sup>2</sup> aufweist. Die Beharrungswassermenge ist 40,0 m<sup>3</sup>/s. Der 50 m lange Kanal zweigt aus einem Staubecken mit großer Oberfläche ab.

Wir haben für die 1. Halbphase (vgl. Abb. 48):

$$\begin{aligned} h_0 &= 4,00 \text{ m}; & F_0 &= 40,00 \text{ m}^2; \\ B_0 &= 6,00 + 2 \cdot 4,00 = 14,00 \text{ m}; \\ Q_0 &= +40,00 \text{ m}^3/\text{s}; & v_0 &= +1,00 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Zur Zeit  $t_0 = 0$  soll die Fließmenge plötzlich auf  $Q'_0 = 0$  m<sup>3</sup>/s ( $v'_0 = 0$ ) vermindert werden; also ist  $\Delta Q'_0 = Q'_0 - Q_0 = -40,00$  m<sup>3</sup>/s.

Für eine zunächst schätzungsweise angenommene mittlere Schwallbreite von  $y_0 = 14,55$  m

wird  $F_0/y_0 = 2,75$  m. Aus der Kurventafel Abb. 7 ergibt sich  $z_0 = +0,55$  m. Damit erhält man, da das angenommene  $y_0$  gerechtfertigt erscheint ( $y_0 = 14,00 + 0,55$ ), genauer aus Gl. (28)

$$a_0 = +1,00 - \sqrt{9,81 \cdot \left( 2,75 + \frac{3}{2} \cdot 0,55 + \frac{14,55 \cdot 0,55^2}{2 \cdot 40,00} \right)} = -4,96 \text{ m/s}$$

und aus Gl. (29)

$$z_0 = \frac{-40,00}{-4,96 \cdot 14,55} = +0,554 \text{ m}.$$

Da bei Horizontalströmung und der vorausgesetzten Profilausbildung die  $z$ - und die  $a$ -Werte unverändert bleiben, ergibt sich für Profil 1:

$$z_1 = +0,554 \text{ m}, \quad h'_1 = 4,554 \text{ m}, \quad a_1 = -4,96 \text{ m/s}.$$

Ferner ist

$$Q'_1 = 0, \quad v'_1 = 0 \quad \text{und} \quad F'_1 = 40,00 + 14,55 \cdot 0,554 = 48,1 \text{ m}^2.$$

In der 2. *Halbphase* liegen somit in Querschnitt 0 (s. Abbildung) die Anfangswerte vor:

$$h_0 = 4,554 \text{ m}, \quad Q_0 = 0, \quad v_0 = 0, \quad F_0 = 48,1 \text{ m}^2.$$

Da nach S. 34 bei Reflexion einer Welle in einem unendlich groß angenommenen Becken die rückläufige Welle entgegengesetzt gleich der ankommenden ist<sup>1</sup>, haben wir  $h'_0 = 4,00 \text{ m}$ ,  $z_0 = -0,554 \text{ m}$ ,  $y_0 = 14,55 \text{ m}$  wie früher.

$$F_0/y_0 = 48,1/14,55 = 3,30 \text{ m}.$$

Mit  $v_0 = 0$  wird nach Gl. (28)

$$a_0 = + 4,96 \text{ m/s}$$

und nach (11) bzw. (29)

$$\Delta Q'_0 = + 4,96 \cdot (-0,554) \cdot 14,55 = - 40,00 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$Q'_0 = 0 + (- 40,00) = - 40,00 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$F'_0 = 48,1 - 0,554 \cdot 14,55 = 40,00 \text{ m}^2,$$

$$v'_0 = - \frac{40,00}{40,00} = - 1,00 \text{ m/s}.$$

Die gleichen Werte ergeben sich in Querschnitt 1 am Wasserschloß bei Ankunft der Welle, also

$$z_1 = - 0,554 \text{ m}, \quad Q'_1 = - 40,00 \text{ m}^3/\text{s}, \quad v'_1 = - 1,00 \text{ m/s}, \quad h'_1 = 4,00 \text{ m/s}.$$

Für die 3. *Halbphase* ist

$$h_0 = 4,00 \text{ m}, \quad Q_0 = - 40,00 \text{ m}^3/\text{s}, \quad v_0 = - 1,00 \text{ m/s}, \quad F_0 = 40,0 \text{ m}^2.$$

Beim Eintreffen der Sunkwelle am Wasserschloß fließen  $- 40,00 \text{ m}^3/\text{s}$  im Graben, die dem durch den Sunk entleerten Raum entstammen. Da dieser Raum aber durch die Ebene des Wasserschlosses begrenzt ist, so wird  $Q'_0 = 0$  und  $\Delta Q'_0 = 0 - (- 40,00) = + 40,00 \text{ m}^3/\text{s}$ . Aus einer hier nicht wiedergegebenen ersten Proberechnung hat man erhalten  $z_0 = - 0,525 \text{ m}$ . Daraus ergibt sich  $y_0 = 14,00 - 0,525 = 13,47 \text{ m}$  und  $F_0 \cdot y_0 = 2,97 \text{ m}$ . Aus (28) und (29) wird dann endgültig  $a_0 = - 5,68 \text{ m/s}$  und

$$z_0 = - \frac{+ 40,00}{- 5,68 \cdot 13,47} = - 0,523 \text{ m}.$$

Ferner ist  $h'_0 = 4,00 - 0,523 = 3,477 \text{ m}$ ,  $Q'_0 = 0$ ,  $F'_0 = 40,00 - 0,523 \cdot 13,47 = 32,96 \text{ m}^2$ .

Die gleichen Werte ergeben sich für das andere Kanalende.

#### 4. *Halbphase*.

$$h_0 = 3,477 \text{ m}, \quad Q_0 = 0, \quad F_0 = 32,96 \text{ m}^2, \quad v_0 = 0, \quad y_0 = 13,47 \text{ m},$$

$$h'_0 = 4,000 \text{ m}, \quad z_0 = + 0,523 \text{ m}, \quad F_0 \cdot y_0 = 2,45 \text{ m}.$$

<sup>1</sup> Beschleunigungshöhen am Übergang zum Kanal seien hier vernachlässigt.

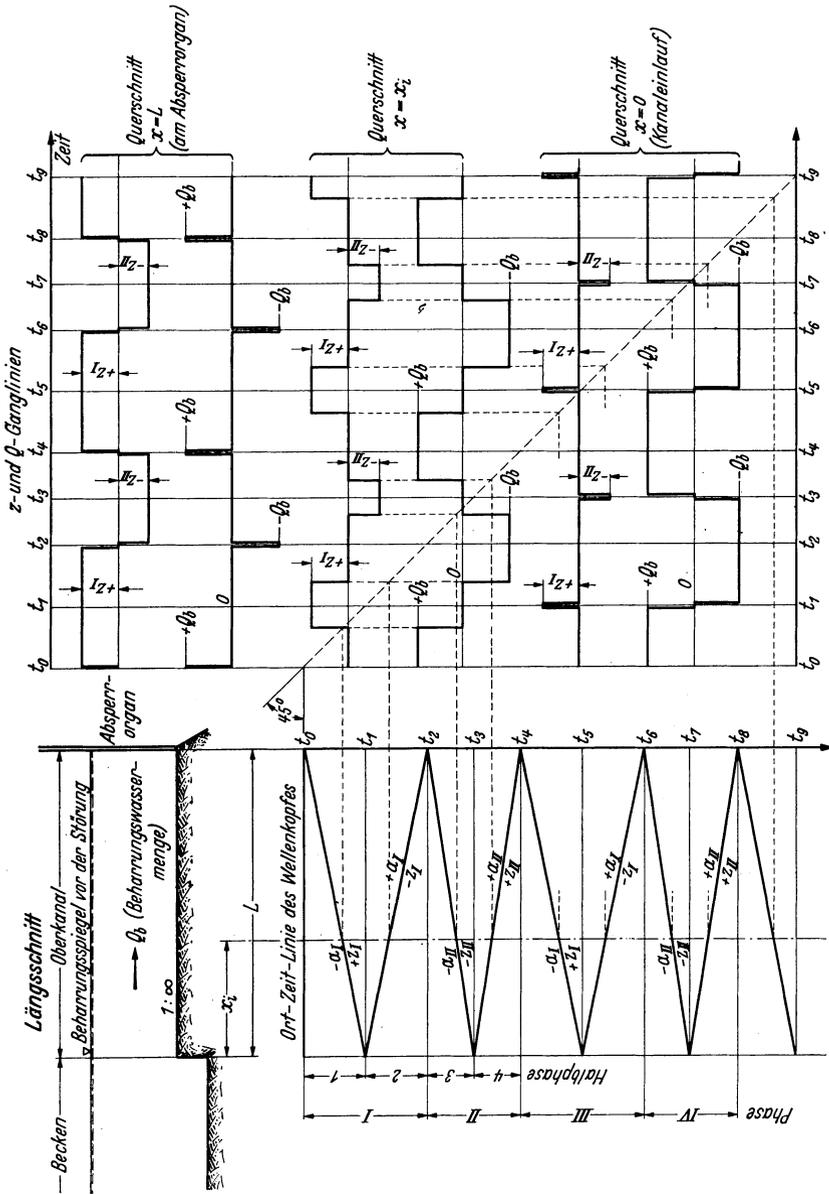


Abb. 49. Schwingungsverlauf in einem reibungsfreien, aus einem großen Becken abweigenden Kanal nach plötzlicher Entlastung des Kraftwerkes.

Nach (28) ist  $a_0 = + 5,68$  m/s und nach (29)

$$\begin{aligned} \Delta Q'_0 &= + 5,68 \cdot 0,523 \cdot 13,47 = + 40,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\ Q'_0 &= 0 + 40,00 = + 40,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\ F'_0 &= 32,96 + 0,523 \cdot 13,47 = 40,00 \text{ m}^2, \\ v'_0 &= + 1,00 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Am Ende der 4. Halbphase, wenn die Schwallwelle das Wasserschloß erreicht, liegen dort die Werte vor:  $h'_1 = 4,00$  m,  $Q'_1 = + 40,00$  m<sup>3</sup>/s,  $F'_1 = 40,00$  m<sup>2</sup> und  $v'_1 = + 1,00$  m/s, genau wie zu Beginn der 1. Halbphase. Von jetzt ab wiederholt sich das Spiel.

Aus den obigen Entwicklungen, die selbstverständlich auch in allgemeiner Form möglich sind, kann man demnach für Horizontalströmung und unter Vernachlässigung der Verformungserscheinungen der Wellenköpfe folgendes feststellen:

a) In den zu einer ganzen Phase gehörigen beiden Halbphasen sind die  $a$ - und die  $z$ -Werte entgegengesetzt gleich,

b) nach Ablauf zweier ganzer Phasen ist der Anfangszustand wieder erreicht und der Schwingungsvorgang wiederholt sich,

c) die Ganglinien für Wasserstand, Wassermenge und Geschwindigkeit nehmen eine (s. Abb. 49) mäanderartige Form an.

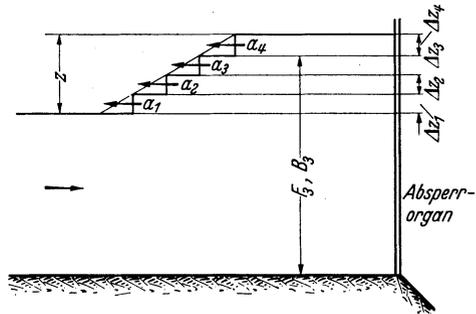


Abb. 50. Schräge Wellenfront infolge langsamen Schließens.

Der gesamte Schwingungsvorgang ist in Abb. 49 mit Ort-, Zeit- und Ganglinien dargestellt<sup>1</sup>.

Die Spiegelganglinien sind bezüglich des Beharrungsspiegels nur ungefähr symmetrisch, auch sind die Zeiten der Hebung und Senkung (im Wasserschloßquerschnitt) ungleich. Vollkommene Symmetrie würde sich ergeben für verschwindende  $z$ - und  $v$ -Werte und konstante Schwallbreiten. Dann würden die Ganglinien der Abb. 51 entsprechen.

Unter Zugrundelegung derartig vereinfachter Schwingungsbilder hat FEIFEL den Verlauf der Spiegelbewegung bei der in endlicher Zeit erfolgenden Belastungsminderung untersucht.

Daß die nach beendigtem Manöver vorhandene Schwallhöhe nicht von der Dauer desselben abhängt, ist schon S. 48 gesagt worden. Vorausgesetzt ist hierbei, daß sich die Welle während der Bewegung des Verschlussorgans ohne Reflexion fortbewegen kann.

Man kann daher die Gesamthebung auch bei endlicher Schließdauer nach den früher gegebenen Formeln berechnen<sup>2</sup>.

Die entstehende schräg geneigte Wellenfront kann man in eine Reihe einander stufenartig überlagernder Teilwellen  $\Delta z$  auflösen, siehe Abb. 50.

<sup>1</sup> In der Abbildung bedeuten  $z_I$  und  $z_{II}$  die Absolutwerte der Spiegelausschläge in den Phasen I und II, ebenso  $a_I$  und  $a_{II}$  die Absolutwerte der Schnelligkeiten.  $Q_b$  = Absolutwert der Beharrungswassermenge vor der Störung.

<sup>2</sup> Die Berechnung kann natürlich auch eingehender erfolgen, etwa unter Anwendung der besonderen von FEIFEL gegebenen Formeln. Eine solche vermehrte Rechenarbeit hätte aber mit Rücksicht auf die folgenden Vereinfachungen keinen Sinn.

Jede der Teilwellen  $\Delta z_1, \Delta z_2$  usw. wird sich mit anderer Schnelligkeit fortbewegen und zwar die oberen, zuletzt entstandenen, am schnell-

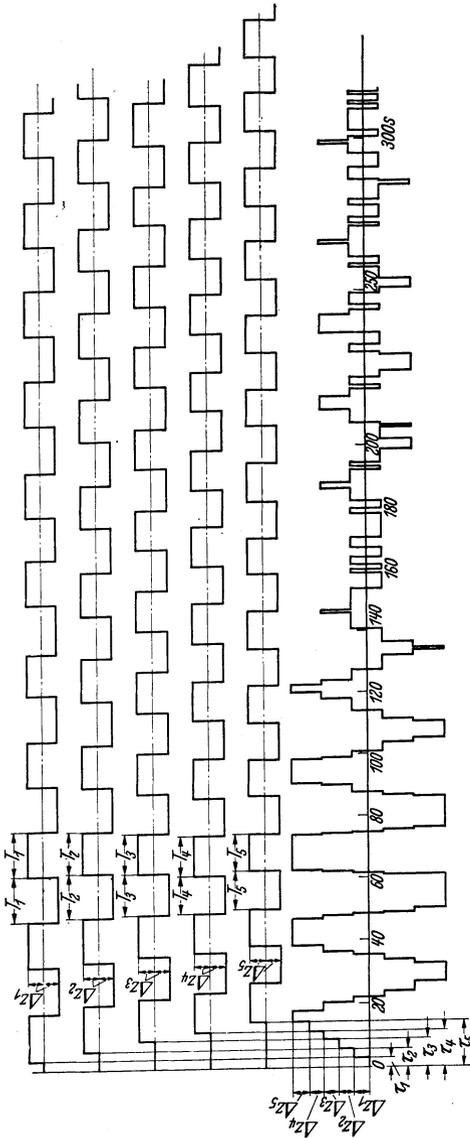


Abb. 51. Schwingungsbilder der Einzelwellen am Absperrorgan, Gesamtschwingungsbild.

sten, die unteren dagegen am langsamsten (die Wellenfront muß daher immer steiler und schließlich lotrecht werden, wenn der Kanal genügend lang ist). Gelangen diese Teilwellen an das dem Kanal vorgelagerte große Becken, so werden sie in der Reihenfolge ihrer Ankunft zurückgeworfen, und es bildet sich ein System durcheinander laufender positiver und negativer Wellen. FEIFEL macht die vereinfachende Annahme, daß die den Wellen am Entstehungsort anhaftende Schnelligkeit dauernd erhalten bleibt. Mit Rücksicht auf diese Annahme genügt es, die Schnelligkeit z. B. der Welle  $\Delta z_4$  nach der

Beziehung  $a_4 \cong w_4 \cong \sqrt{g \cdot \frac{F_3}{B_3}}$

zu bestimmen. Bezeichnet man mit  $T = \frac{2 \cdot L}{a}$  die für

das Hin- und Rücklaufen der Teilwelle erforderliche Laufzeit, so gibt  $T$  auch gleichzeitig die Hebungs- bzw. die Senkungsdauer in den Ganglinien der Abb. 51 an. In der Abbildung sind die Schwingungsbilder der Einzelwellen gezeigt, und man sieht, daß zwischen ihnen wegen der Verschiedenheit der Laufzeit eine Phasenverschiebung vor-

liegt. — Die Superposition der einzelnen Bilder ergibt schließlich das Gesamtschwingungsbild, das anfänglich dem der Einzelwelle sehr ähnlich ist. Späterhin zeigt sich aber eine sehr starke Dämpfung, die daher

rührt, daß die positiven und die negativen Teilwellen sich zum Teil aufheben. Aus dieser Phasenverschiebung erklärt sich auch, daß ein scheinbar einigermaßen beruhigter Wasserspiegel plötzlich erneut anfängt zu schwingen, wie dies aus der Abbildung zu erkennen ist. Dieser Schwingungsverlauf ist für den vorliegenden Fall typisch und wird durch die Versuche von FEIFEL durchaus bestätigt, die erstmalig die von der Reibung unabhängige stark dämpfende Wirkung der Phasenverschiebung zwischen den Elementarwellen zeigten.

## 2. Lange Kanäle.

a) Schwallverlauf bei offener Abzweigung aus dem Fluß.

Bei längeren Kanälen, bei denen weder das absolute Sohlengefälle noch das absolute Spiegelgefälle des vorhergehenden Beharrungszustandes annähernd gleich Null gesetzt werden kann, ist es erforderlich, die Schwallerscheinungen nach den S. 20 ff. gegebenen Verfahren zu untersuchen.

Entgegen den Verhältnissen bei reibungsloser Horizontalströmung ist hier die Hebung in einem Querschnitt nicht mit dem beim Durchgang des Wellenkopfes eintretenden Spiegelanstieg beendet, sondern es schließt sich an diesen eine weitere, allmählich erfolgende Hebung des Wasserspiegels an (vgl. Abb. 19). Auch aus den Versuchsbildern von Mixnitz-Frohnleiten (Abb. 10, 11, 52, 53) ist dieser zusätzliche Anstieg ersichtlich.

Praktische Schwallberechnungen werden sich in der Regel auf die beiden ersten Halbphasen beschränken können, in denen der Schwall bis zum Wehr läuft und von dort als reflektierter Sunk zu seinem Ausgangspunkt zurückkehrt und damit am unteren Ende des Grabens den weiteren Spiegelanstieg unterbricht. In Abb. 54 sind diese beiden Halbphasen für einen Stauschwall gezeigt, der sich einem Beharrungszustand überlagert.

Der Schwallkopf bewegt sich zwischen den beiden Linien  $AB$  und  $CD$  gegen das obere Grabenende fort, wobei seine Höhe abnimmt und der Spiegel im Wasserschloß sich allmählich von  $C$  nach  $E$  hebt, also um das Maß  $z'_0$ , dem eine Flächenzunahme von  $\Delta F''_0$  entspricht. Am Ende der 1. Halbphase, zur Zeit  $t_1$ , ist der Schwallängenschnitt durch den Linienzug  $A$  (bzw.  $F$ )— $D$ — $E$  gegeben.

Nun setzt die Gegenbewegung der 2. Halbphase ein, der Schwall läuft ins Staubecken oberhalb des Wehres aus, d. h. es bewegt sich jetzt eine Sunkwelle vom Wehr zum Krafthaus. Dieser Sunk findet auf seinem Weg einen stetig steigenden Spiegel vor, die Stufenecke schreitet also längs der Linie  $D$ — $K$ — $G$  vor, während der Sunkfuß die Linie  $F$ — $J$ — $H$  beschreibt. Am Ende der 2. Halbphase, zur Zeit  $t_2$ , tritt am Wasserschloß eine plötzliche Senkung  $z_1 = GH$  ein, die sich infolge Reflexion ähnlich wie in Abb. 48 (3. Halbphase) ungefähr verdoppelt. Damit ist der Spiegelanstieg am unteren Kanalende beendet.

Das Schwingungsbild für den unteren Kanalquerschnitt zeigt Abb. 55. Wie man sieht, unterscheidet es sich von dem der Abb. 49 dadurch, daß die Ganglinie keine waagerechten Teile mehr aufweist.

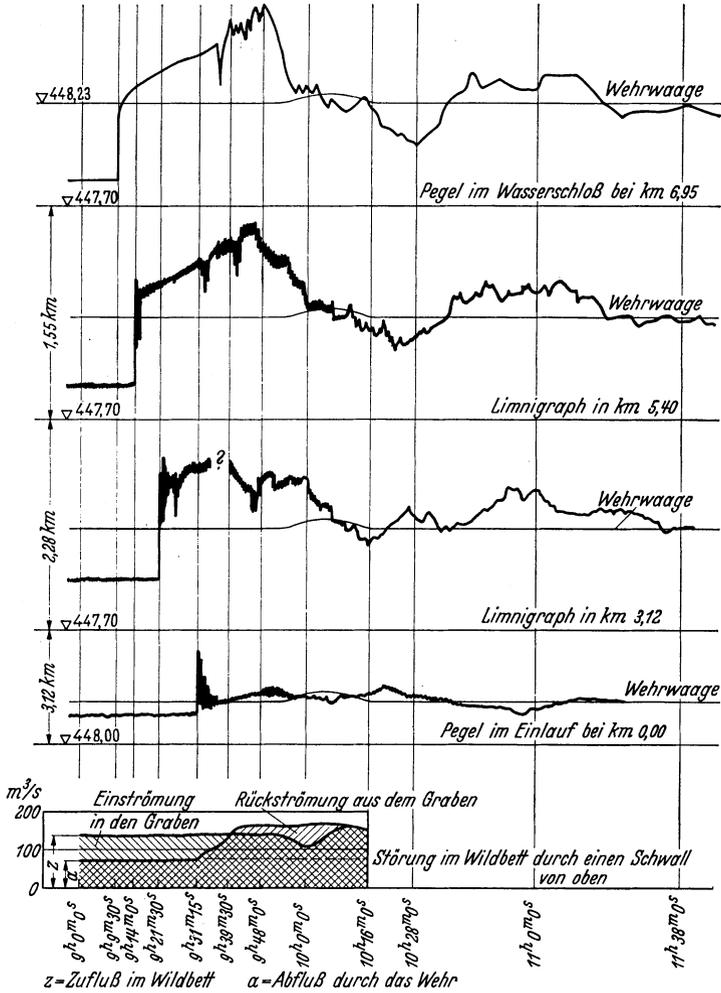


Abb. 52. Schwallversuch Mixnitz-Frohleiten. Abschaltung von 60 m³/s. Pegelganglinien. (Wasserwirtsch. 1934.)

Die Berechnung erfolgt nach den S. 23 ff. gegebenen Formeln. Für die 1. Halbphase findet man aus (46) die Höhe  $z_1$  des am Grabeneinlauf ankommenden Schalles, aus (47) die zusätzliche Aufhöhung am Kanalende  $z_0'$  bzw.  $\Delta F'''$ .

Die die zweite Halbphase einleitende Reflexion wird genau so behandelt, wie es S. 51 geschehen ist, wobei man die am Grabeneinlauf

vorhandene Beschleunigungshöhe  $\Delta h_e$  (Abb. 54) in der Weise berücksichtigen kann, daß man die Höhe der reflektierten Welle nicht gleich der ankommenden setzt, sondern sie um das Maß  $\Delta h_e$  vermindert<sup>1</sup>.

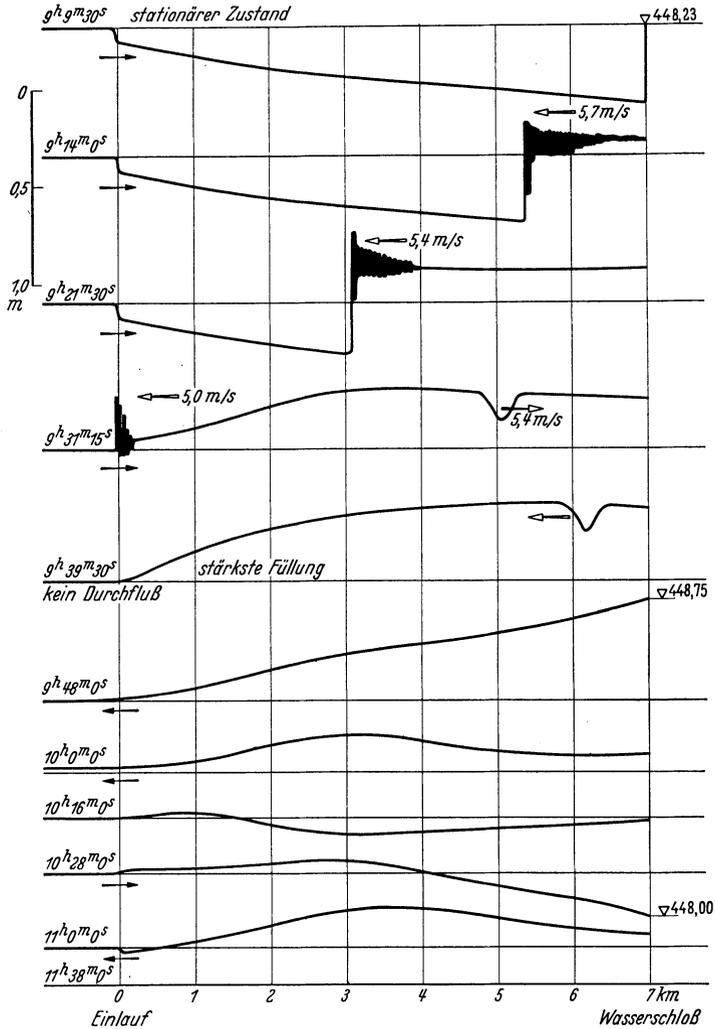


Abb. 53. Schwallversuch Mixnitz-Frohnleiten. Zustandslinien zu Abb. 52.  
(Wasserwirtsch. 1934.)

<sup>1</sup> Selbstverständlich wird auch in den folgenden Halbphasen kein horizontaler Übergang vom Fluß zum Obergraben vorliegen, sondern es werden sich immer kleine Gefällstufen einstellen. Da aber die Durchflußmengen am Einlaufbauwerk die ursprüngliche Beharrungswassermenge nie mehr erreichen, so kann man wohl, auch mit Rücksicht auf die sonstigen Unsicherheitsfaktoren, in der Folge diese Beschleunigungsdrücke als klein vernachlässigen.

Bei Anwendung der Gl. (46) und (47) auf die 2. Halbphase muß man vor allem  $\Delta h_1$  und das zugehörige  $\Delta F_1$  kennen. Mathematische Beziehungen hierfür liegen zur

Zeit noch nicht vor, wohl aber eine durch Versuche bestätigte Näherungsannahme. FAVRE stellte fest, daß zwischen den Punkten C und G der Abb. 54 eine lineare Flächenzunahme stattfindet. Bezeichnet man mit  $\Delta t_1$  bzw.  $\Delta t_2$  die Dauer der 1. bzw. 2. Halbphase und die zugehörigen Berechnungswerte entsprechend mit einem ausgeklammerten Index 1 bzw. 2, so besteht die empirische Beziehung

$$(77) (\Delta F_1)_2 = (\Delta F''_0)_1 \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1},$$

die man häufig genau genug ersetzen kann durch

$$(78) (\Delta h_1)_2 = (z''_0)_1 \cdot \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}.$$

Da  $\Delta t_2$  von der mittleren Schnelligkeit abhängt, die man nicht von vornherein kennt, so ist wieder mit allmählicher Annäherung vorzugehen. — Bei Auswertung von Gl. (47) ist zu beachten, daß in der 2. Halbphase  $z''_0$  bzw.  $\Delta F''_0$  wegen des niveaugleichen Überganges vom Fluß zum Kanal gleich Null ist; die Gleichung dient dann zur Berechnung von  $\Delta Q''_0$ .

Für plötzlichen Vollabschluß ergibt sich nach Ablauf der 1. Halbphase eine

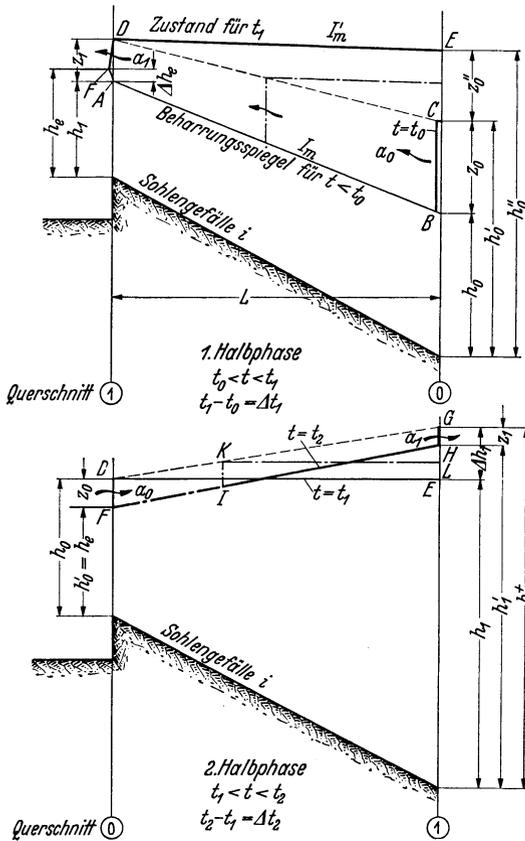


Abb. 54. Stauschwall bei freier Abzweigung des Kanales aus dem Fluß.

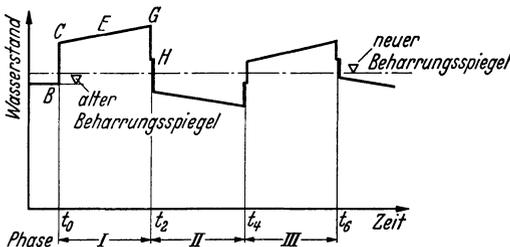


Abb. 55. Wasserstandsganglinie für das untere Kanalende.

Spiegelneigung  $I'_m$  (Abb. 54), die sehr wenig von der Horizontalen abweicht. Man kann daher ohne großen Fehler die Schwalloberfläche

von vornherein horizontal annehmen, wobei sich nach Bestimmung der mittleren Schnelligkeit der Schwallspiegel am Ende der 1. Halbphase durch eine einfache stereometrische Rechnung ergibt [EISNER, FORCHHEIMER (b)]. Ein Zahlenbeispiel für dieses sehr zweckmäßige Näherungsverfahren folgt weiter unten.

Bei der bisherigen Untersuchung der 2. Halbphase ist angenommen worden, daß der ankommende Schwall am Oberende vollkommen reflektiert wird, daß also das Becken, aus dem der Kanal abzweigt, unendlich groß ist. Diese Bedingung ist in der Praxis natürlich nicht erfüllt. Die Schwallwelle wird daher nicht vollkommen, sondern nur teilweise als Sunk zurückgeworfen werden; zum Teil wird sie als Schwall im Fluß weiterlaufen. — In den meisten Fällen wird am Übergang vom Kanal zum Fluß eine beträchtliche Verbreiterung vorliegen, die rückläufige Senkungswellen verursacht. Man kann dann zur Ermittlung der Rücklaufzeit der Senkungswellen einfach vollkommene Reflexion am Einlauf annehmen, da die Rücklaufschnelligkeit nicht sehr stark von der Wellenhöhe abhängt. — Sollte sich vereinzelt der Fall ergeben, daß der Fluß ungefähr gleiche Spiegelbreite und mittlere Tiefe wie der Kanal hat, so treten rückläufige Senkungswellen überhaupt nicht auf. Man müßte dann an Hand der baulichen Gegebenheiten überlegen, ob eine zeitgerechte Entlastung am Krafthaus durch abermaligen Start der Maschinen, durch Leerschüsse, Heber u. dgl. oder durch Umlegen von Klappen am Wehr möglich ist. — Ähnliche Überlegungen empfehlen sich übrigens auch im ersten Fall, wenn ein großes Staubecken am Wehr vorhanden ist. Auch dann muß bedacht werden, daß eine Entlastung entweder am Krafthaus oder am Wehr vorgenommen werden muß, falls das Werk nicht wieder anfährt und der für den Abfluß des nicht mehr benötigten Werkwassers erforderliche Überstau am Wehr (oberhalb des normalen Stauzieles) den Grabendämmen gefährlich werden könnte.

### b) Schwingungsverlauf

#### bei Kanälen mit geschlossenem Oberende<sup>1</sup>.

Ein grundsätzlich anderer Schwingungsverlauf zeigt sich bei Kanälen, deren oberes Ende abgeschlossen ist, d. h. die z. B. stromaufwärts durch ein weiteres Kraftwerk begrenzt sind oder ihren Zufluß mit starkem Abfall (etwa bei vorgeschalteten Sandfängen u. dgl.) erhalten. Dann ist am Beginn der zweiten Halbphase keine ungleichsinnige Reflexion mehr möglich, der Schwall wird gleichsinnig zurückgeworfen, d. h. die rückläufige Welle ist wieder ein Schwall, der, am unteren Ende angekommen,

<sup>1</sup> Wenn im folgenden von einem geschlossenen Ober- oder Unterende des Kanales die Rede ist, so ist dies nicht so aufzufassen, als ob der Wasserzu- oder -abfluß unmöglich wäre, sondern lediglich so, daß eine Fortpflanzung der Welle über das betreffende Kanalende hinaus ausgeschlossen ist. Die Folge hiervon ist, wie schon früher dargelegt, eine totale, gleichsinnige Reflexion der Welle.

abermals gleichsinnig reflektiert wird, so daß eine allmähliche Auffüllung der Haltung eintritt, wie dies Abb. 56 zeigt. Die rechnerische Behandlung

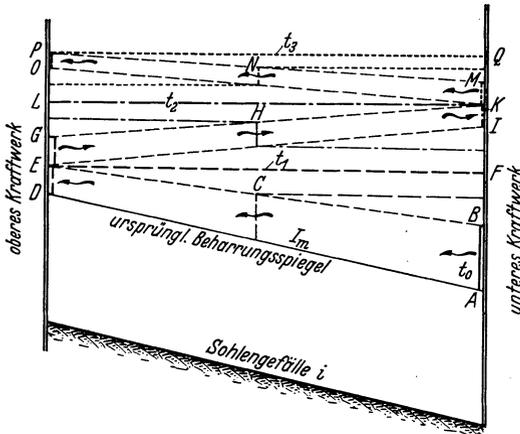


Abb. 56. Stauschwall in einem Gerinne mit abgeschlossenem Oberende (allmähliche Auffüllung einer Haltung).

bietet keine Schwierigkeiten und ist ähnlich der Untersuchung einer allmählichen Entleerung einer Haltung zu behandeln, die auf S. 67 ff. an einem Zahlenbeispiel näher erläutert wird.

Der Vorgang geht so vonstatten, daß der Schwall von der Höhe  $AB$  sich zwischen den Linien  $AD$  und  $BCE$  fortpflanzt und am oberen Kanalende mit der Höhe  $DE$  ankommt, während am unteren Ende eine allmähliche Hebung  $BF$  stattgefunden hat. Der ankommende

Schwall  $ED$  wird zurückgeworfen, es entsteht ein neuer Schwall  $EG$ , der am Ende der zweiten Halbphase am Unterende mit der Höhe  $KJ$  ankommt, während der Spiegel allmählich von  $F$  nach  $J$  gestiegen ist. Am unteren Grabenende erfolgt abermalige Reflexion, und so setzt sich das Spiel fort. Abb. 56 zeigt neben den Zustandslinien am Ende der Halbphasen auch die für die Mitten der Halbphasen (Punkte  $C, H, N$ ).

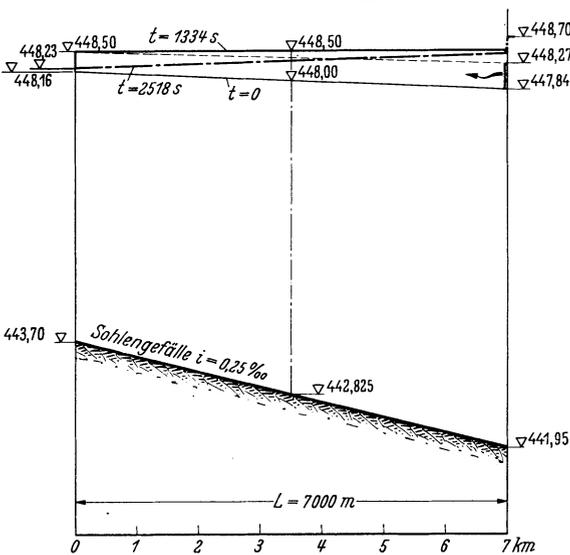


Abb. 57. Längenschnitt mit Zustandslinien.

c) Zahlenbeispiel.

Es soll das S. 58f. erwähnte Näherungsverfahren bei plötzlichem vollkommenen Abschluß gezeigt werden, das in der 1. Halbphase horizontale Schwalloberfläche annimmt

und das für praktische Schwallberechnungen bei Gerinnen mit unveränderlicher Querschnittsform bei verhältnismäßig wenig Rechenarbeit meist vollständig ausreichende Ergebnisse liefert.

Zugrunde gelegt soll der Obergraben des Kraftwerkes Mixnitz-Frohnleiten werden und der in Abb. 52 und 53 dargestellte Versuch mit einer plötzlichen Abschaltung von 60 m<sup>3</sup>/s. Der Längenschnitt des Kanales geht aus Abb. 57 hervor, in der auch der Beharrungsspiegel für 60 m<sup>3</sup>/s, der den Abb. 52 und 53 entstammt, dargestellt ist. Der Kanal hat ein Trapezprofil von 6,00 m Sohlenbreite und 1:1,5 geneigte Böschungen<sup>1</sup>. Die etwas gekrümmte Spiegellinie des Beharrungszustandes ist genau genug als Gerade angenommen worden, der Einfluß einer Profilverengung und einer Profilerweiterung, die in der Natur vorhanden sind, soll vernachlässigt werden.

1. *Halbphase.* Für Querschnitt 0 (km 7,0) ist

$$h_0 = 5,89 \text{ m}, F_0 = 87,38 \text{ m}^2, B_0 = 23,67 \text{ m}, v_0 = + \frac{60,0}{87,38} = + 0,686 \text{ m/s}.$$

An Hand von  $B_0$  schätzen wir  $y_0$  zunächst zu  $y_0 = 24,0 \text{ m}$ . Dann ist  $F_0/y_0 = 3,64 \text{ m}$ . Dazu ergibt sich aus Abb. 7  $z_0 = + 0,43 \text{ m}$  bei  $a_0 = - 5,8 \text{ m/s}$ .

Genauer ist nun  $y_0 = 23,67 + 1,5 \cdot 0,43 = 24,32 \text{ m}$  und  $F_0/y_0 = 3,60 \text{ m}$ . Mit  $z_0 = 0,43 \text{ m}$  wird aus Gl. (28) oder aus Abb. 5

$$w_0 = - 6,47 \text{ m/s}, a_0 = + 0,69 - 6,47 = - 5,78 \text{ m/s}.$$

$$\Delta Q'_0 = 0 - 60,0 = - 60,0 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Nach (29) wird

$$z_0 = \frac{- 60,00}{- 5,78 \cdot 24,32} = + 0,427 \text{ m}.$$

Spiegellage zur Zeit  $t_0 = 0$ :  $+ 447,84 + 0,427 = + 448,27 \text{ m}$ .

Ermittlung der Laufzeit des Schwalles:

Es wird schätzungsweise angenommen, daß sich die Höhe des Schwallkopfes, die am unteren Grabenende  $+ 0,427 \text{ m}$  beträgt, während der Fortpflanzung auf  $+ 0,30 \text{ m}$  ermäßigt. In Kanalmitte, bei km 3,5, ist demnach:

$$z_m = + \frac{0,427 + 0,30}{2} = + 0,36 \text{ m}.$$

Ferner ist

$$h_m = 448,00 - 442,825 = 5,175 \text{ m},$$

$$F_m = 71,22 \text{ m}^2, B_m = 21,53 \text{ m},$$

$$y_m = 21,53 + 1,5 \cdot 0,36 = 22,07 \text{ m},$$

$$v_m = + \frac{60,0}{71,22} = + 0,84 \text{ m/s},$$

$$F_m/y_m = 3,22 \text{ m}.$$

Mit diesen Werten ergibt Abb. 5

$$w_m = - 6,09 \text{ m/s}, a_m = + 0,84 - 6,09 = - 5,25 \text{ m/s}.$$

Laufzeit des Schwalles

$$\Delta t_1 = \frac{- 7000}{- 5,25} = 1334 \text{ s}.$$

<sup>1</sup> GRENGG: Das Murkraftwerk Mixnitz-Frohnleiten der Steirischen Wasserkraft- und Elektrizitäts-Aktiengesellschaft. Wasserwirtsch. 1934, Heft 4, S. 36f.

In dieser Zeit fließen dem Kanal zu  $1334 \cdot 60,0 = 80040 \text{ m}^3$ .

Eine einfache stereometrische Nachrechnung ergibt, daß die waagerechte Schwalloberfläche auf  $+448,50 \text{ m}$  liegen muß, wenn die genannte Zuflußmenge zwischen ihr und dem ursprünglichen Beharrungsspiegel untergebracht werden soll. Für den Querschnitt km 0 ergibt sich eine Höhe des ankommenden Schwalles von  $z_1 = 448,50 - 448,16 = +0,34 \text{ m}$  (gegenüber der Schätzung von  $+0,30 \text{ m}$ ).

Für den oberen Querschnitt ist ferner

$$\begin{aligned} h_1 &= 448,16 - 443,70 = 4,46 \text{ m}, \\ F_1 &= 56,60 \text{ m}^2, \quad B_1 = 19,38 \text{ m}, \\ v_1 &= + \frac{60,0}{56,60} = +1,06 \text{ m/s}, \\ y_1 &= 19,38 + 1,5 \cdot 0,34 \text{ m} = 19,89 \text{ m}, \\ F_1/y_1 &= 56,60/19,89 = 2,85 \text{ m}; \end{aligned}$$

nach (33) oder Abb. 5 wird

$$w_1 = -5,76 \text{ m/s} \quad \text{und} \quad a_1 = +1,06 - 5,76 = -4,70 \text{ m/s}.$$

Nach (34) ist

$$\begin{aligned} \Delta Q'_1 &= -4,70 \cdot 0,34 \cdot 19,89 = -31,8 \text{ m}^3/\text{s}, \\ Q'_1 &= +60,0 - 31,8 = +28,2 \text{ m}^3/\text{s}. \end{aligned}$$

Nun läßt sich die mittlere Schnelligkeit überprüfen:

$$a_m = - \frac{5,78 + 4,70}{2} = -5,24 \text{ m/s}.$$

Die Übereinstimmung mit dem ersten Näherungswert ( $-5,25$ ) ist demnach ausreichend.

2. *Halbphase*. Reflexion am Grabeneinlauf (s. auch Zahlenbeispiel S. 50 ff.):

$$\begin{aligned} h_0 &= 448,50 - 443,70 = 4,80 \text{ m}, \\ Q_0 &= +28,2 \text{ m}^3/\text{s}, \\ F_0 &= 63,36 \text{ m}^2 \cdot \text{entsprechend } h_0, \\ B_0 &= 20,40 \text{ m}, \\ v_0 &= + \frac{28,2}{63,36} = +0,45 \text{ m/s}, \\ h'_0 &= 448,23 - 443,70 = 4,53 \text{ m} \text{ (s. Abb. 57)}, \\ z_0 &= 4,53 - 4,80 = -0,27 \text{ m}, \\ y_0 &= 20,40 - 1,5 \cdot 0,27 = 20,00 \text{ m}, \\ F_0/y_0 &= 63,36/20,00 = 3,18 \text{ m}. \end{aligned}$$

Mit diesen Werten ergibt sich aus (28) bzw. nach Abb. 14

$$w_0 = +5,22 \text{ m/s} \quad \text{und} \quad a_0 = +0,45 + 5,22 = +5,67 \text{ m/s}.$$

Nach (11) bzw. (29) wird

$$\begin{aligned} \Delta Q'_0 &= +5,67 \cdot (-0,27) \cdot 20,00 = -30,6 \text{ m}^3/\text{s}, \\ Q'_0 &= +28,2 + (-30,6) = -2,4 \text{ m}^3/\text{s}. \text{ (Strömung vom Graben in den} \\ &\quad \text{Fluß.)} \end{aligned}$$

Die Laufzeit des Sunkes wird, wenn man die mittlere Schnelligkeit zunächst gleich der am Anfang vorhandenen setzt,

$$\Delta t_2 = \frac{+7000}{+5,67} = 1234 \text{ s.}$$

In dieser Zeit hebt sich der Spiegel am unteren Kanalende, der in den vorhergehenden 1334 s um  $(z_0'')_1 = 448,50 - 448,27 = +0,23 \text{ m}$  stieg, gleichmäßig weiter. Wir wollen genau genug Gl. (78) anwenden. Danach ist  $\Delta h_1 = +0,23 \cdot \frac{1234}{1334} = +0,21 \text{ m}$ , was einer Spiegelkote von  $+448,71 \text{ m}$  entspricht.

In Querschnitt 1 (km 7,0) ist also

$$h_1^+ = 448,71 - 441,95 = 6,76 \text{ m,}$$

ferner  $F_1^+ = 109,1 \text{ m}^2, B_1^+ = 26,28 \text{ m, } Q_1^+ = 0, v_1^+ = 0.$

Die Höhe des ankommenden Sunkes, die auf die Schnelligkeit keinen sehr großen Einfluß ausübt, kann man genügend genau schätzen. Wir nehmen an

$$z_1 = -0,24 \text{ m.}$$

Mit  $y_1 = 26,28 - 1,5 \cdot 0,24 = 25,92 \text{ m}$  läßt sich aus Abb. 14 mit  $F_1^+ : y_1 = 4,21 \text{ m}$  die Schnelligkeit bestimmen:

$$w_1 = a_1 = +6,15 \text{ m/s.}$$

Die mittlere Schnelligkeit wird

$$a_m = + \frac{5,67 + 6,15}{2} = +5,91 \text{ m/s.}$$

Damit wird die Laufzeit genauer

$$\Delta t_2 = \frac{+7000}{+5,91} = 1184 \text{ s.}$$

Die gleichmäßige Spiegelhebung während der 2. Halbphase ergibt sich jetzt verbessert zu  $\Delta h_1 = +0,23 \cdot \frac{1184}{1334} = +0,20 \text{ m}$ , was einer Kote von  $+448,70 \text{ m}$  entspricht, die bei  $t_2 = 1334 + 1184 = 2518 \text{ s}$  erreicht wird. Zu diesem Zeitpunkt tritt eine Absenkung infolge Reflexion um etwa den doppelten Wert von  $z_1$ , also um ungefähr  $0,5 \text{ m}$  ein.

Die Schrägstellung des Sunkkopfes bewirkt, daß die Absenkung tatsächlich schon früher als zu dem angegebenen Zeitpunkt eintritt. Nach Gl. (17) ist die Schnelligkeit der vordersten Sunkkante in Querschnitt 0 (km 0)

$$a_{s,0} = +0,45 + \sqrt{\frac{63,36}{20,40} \cdot 9,81} = +5,96 \text{ m/s,}$$

in Querschnitt 1 (km 7)

$$a_{s,1} = 0 + \sqrt{\frac{109,1}{26,28} \cdot 9,81} = +6,37 \text{ m/s,}$$

im Mittel also

$$a_{s,m} = +6,17 \text{ m/s.}$$

Die vordersten Teile des Sunkes legen demnach die Grabenlänge in  
 $\frac{+7000}{+6,17} = 1134 \text{ s}$  zurück und erreichen das untere Grabenende zur Zeit  
 $t = 2468 \text{ s}$ .

Der Versuch begann um  $9^{\text{h}} 9,5^{\text{min}}$ , es ergibt sich somit rechnerisch die Absenkung am Wasserschloß um  $9^{\text{h}} 50,4^{\text{min}}$ . In Wirklichkeit trat sie schon um  $9^{\text{h}} 48^{\text{min}}$  ein.

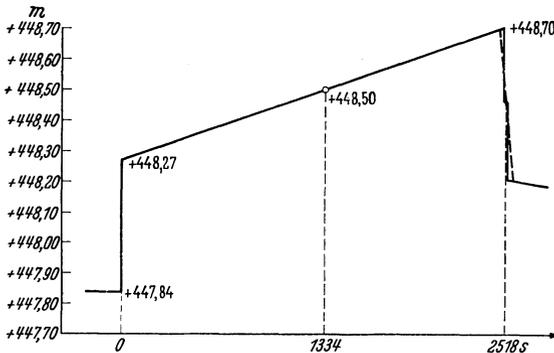


Abb. 58. Spiegelganglinie am Wasserschloß.

Ein Vergleich der errechneten Ganglinie Abb. 58 mit der in Abb. 52 enthaltenen Versuchslinie zeigt bis auf kleine Unregelmäßigkeiten, die offenbar von Reflexionserscheinungen herrühren, gute Übereinstimmung.

## B. Vorgänge im Oberwasser bei Belastung (Entnahmesunk).

### 1. Schwingungsverlauf bei offener Abzweigung aus dem Fluß.

Unter offener Abzweigung ist im Sinne dieser Untersuchung die normale Abzweigung des Werkkanales aus einem relativ großen Becken zu verstehen, wie es bei den meisten Kraftanlagen oberhalb der Wehre vorhanden ist.

Bei plötzlicher Vergrößerung des Wasserverbrauches der Zentrale treten Spiegelbewegungen auf, die denen bei plötzlicher Entlastung (s. S. 55 ff.) analog sind.

Abb. 59 zeigt die hierbei auftretenden beiden ersten Bewegungsphasen. Die plötzliche Entnahmevergrößerung erzeugt in Querschnitt 0 eine Absenkung  $z_0$ , die mit der Schnelligkeit  $\alpha_0$  flußaufwärts fortschreitet. Die Berechnung erfolgt nach den Gl. (7), (9) bzw. (28) und (29). Für den Fortschritt des Sunkkopfes, der sich zwischen den Linien  $BA$  und  $CD$  abspielt, gilt Gl. (46) und für die allmähliche Spiegelsenkung  $CE$  Gl. (47). Im übrigen gilt das über die Berechnung auf S. 21 ff. Gesagte.

Zur Zeit  $t_1$  trifft der Sunk am Einlaufbauwerk ein und wird dort reflektiert (Abb. 59, 2. Halbphase), wobei die Wellenhöhe  $z_0$  gegeben ist und somit auch die Schnelligkeit  $\alpha_0$ . Aus Gl. (11) läßt sich die zusätzliche Einstromung in den Graben ermitteln. Für den weiteren Verlauf der 2. Halbphase ist zu bemerken, daß in Querschnitt I (unteres Ende) das in der 1. Halbphase begonnene Absinken des Spiegels von  $C$  nach  $E$  bis  $G$  weitergeht und zwar so, daß die in der 1. Halbphase vor sich

gegangene sekundliche Änderung der Querschnittsfläche gemäß Gl. (77) auch in der 2. Halbphase unverändert anhält. Für die Auswertung der Gl. (47) ist wichtig, daß sie bei gegebenem  $\Delta F''_0$  zur Ermittlung von  $\Delta Q''_0$  dient. Falls die Beschleunigungshöhen am Grabeneinlauf nicht vernachlässigt werden können, gilt für die Schwallhöhe am Beginn der 2. Halbphase

$$(z_0)_2 =$$

$$(z_1)_1 + (\Delta h_e)_1 - (\Delta h'_e)_2,$$

wobei die ausgeklammerten Indexe die betreffenden Halbphasen kennzeichnen (vgl. Abbildung 59)<sup>1</sup>.

Beim Eintreffen der Schwallwelle von der Höhe  $GH$  am Wasserschloß erfolgt, da jetzt vollständiger Abschluß vorliegt, eine gleichsinnige annähernde Verdoppelung der Wellenhöhe, wie dies in der Ganglinie für das untere Grabenende (Abb. 60) angedeutet ist.

### 2. Schwingungsverlauf bei am Oberende geschlossenen Kanälen.

Dieser Fall liegt vor, wenn z. B. der Kanal auch an seinem oberen Ende durch ein Kraftwerk abgeschlossen

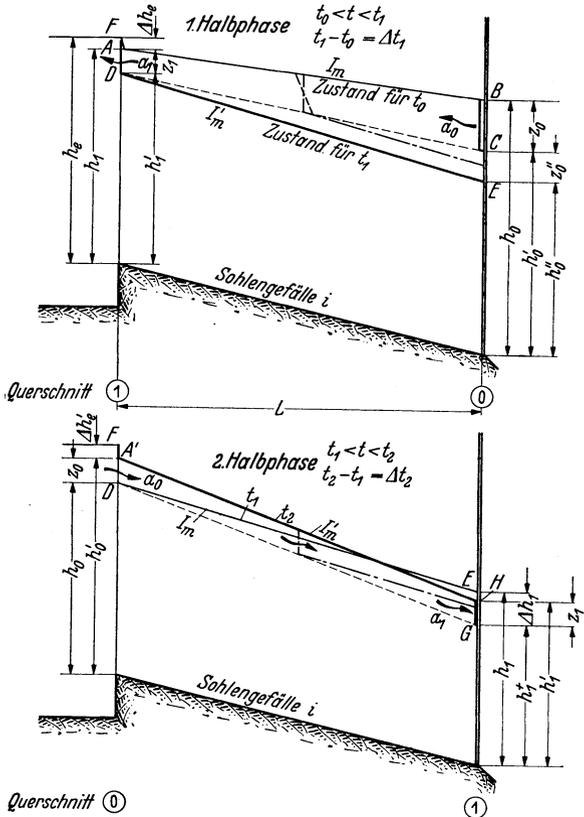


Abb. 59. Entnahmesunk bei freier Abzweigung des Kanales aus dem Fluß.

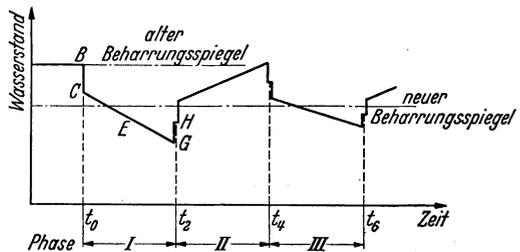


Abb. 60. Wasserstandsganglinie für das untere Kanalende.

<sup>1</sup> Abb. 59 setzt im Staubecken konstanten Wasserspiegel voraus. Für den Fall einer bestimmten Veränderung des Beckenspiegels würden in der 1. Halbphase die Werte  $\Delta h_1$ ,  $F_1^+$  usw. erscheinen müssen, was in der Berechnung keinerlei Schwierigkeiten verursachen würde. In der 2. Halbphase wäre bei Bestimmung von  $\Delta F''_0$  die Spiegeländerung im Becken zu berücksichtigen.

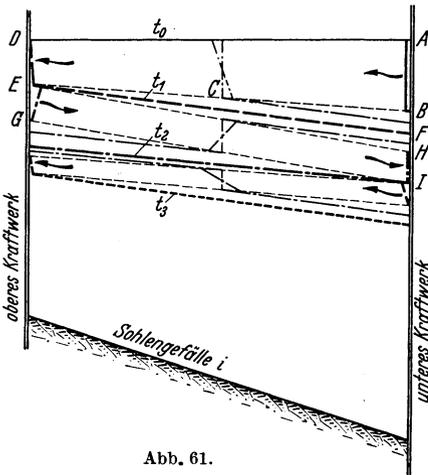


Abb. 61.

ist und zur Speicherung herangezogen wird. Dann wird die vom unteren Grabenende ausgehende Senkungswelle am oberen Ende gleichsinnig zurückgeworfen, läuft gegen das untere Kraftwerk zurück, wird dort abermals als Sunk reflektiert usw., wie dies aus Abb. 61 hervorgeht, die einen vom Ruhezustand ausgehenden allmählichen Entleerungsvorgang des Grabens darstellt.

Durch die plötzlich einsetzende Entnahme entsteht im unteren Quer-

Abb. 61. Entnahmesunk in einem am Oberende geschlossenen Gerinne (allmähliche Entleerung einer Haltung).

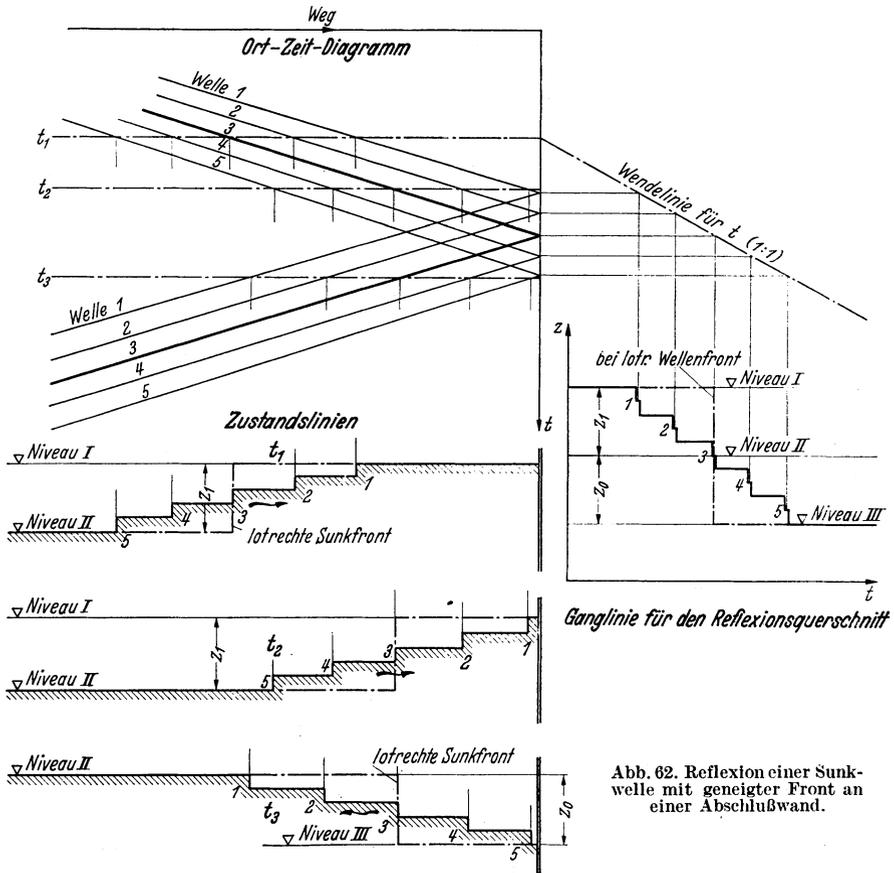


Abb. 62. Reflexion einer Sunkwelle mit geneigter Front an einer Abschlusswand.

schnitt der Sunk  $AB$ , der zwischen den Linien  $AD$  und  $BCE$  fließaufwärts wandert, während am Unterende die Senkung allmählich bis  $F$  weitergeht. Am oberen Ende wird der Sunk  $DE$  gleichsinnig zurückgeworfen ( $EG$ ) und schreitet gegen das untere Grabenende fort, während dort der Wasserspiegel bis  $H$  gesunken ist, und erreicht es mit der Sunkhöhe  $HJ$ . Nun erfolgt abermalige Reflexion usw.

Während des oftmaligen Hin- und Herlaufens wird die Wellenhöhe immer kleiner. Gleichzeitig wird auch der Sunkkopf immer flacher, da seine Schräglage auch über die Reflexionen hinweg erhalten bleibt, wie Abb. 62 zeigt.

Das folgende Zahlenbeispiel behandelt einen derartigen Schwingungsfall.

### 3. Zahlenbeispiel.

Der in Abb. 63 in Längenschnitt und Querschnitt dargestellte Kanal verbindet die beiden Kraftwerke 1 und 2. Diese dienen industriellen Zwecken und sind beide für eine Wassermenge von  $70 \text{ m}^3/\text{s}$  ausgebaut.

$70 \text{ m}^3/\text{s}$  fließen im Obergraben, wie durch eine Nachrechnung mit Hilfe der Formel von MANNING - STRICKLER  $v = k \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$  mit  $k = 40$  festgestellt wurde, mit einer Normalabflusstiefe  $h_n = 3,51 \text{ m}$  ab.

Die beiden Kraftwerke arbeiten im allgemeinen parallel, jedoch mit zeitlich gegeneinander verschobenem Betriebsbeginn. Um den früher auftretenden Wasserbedarf des unteren Werkes 2 bis zur Vollbelastung des Werkes 1 decken zu können, soll der Verbindungskanal als Zwischenspeicher verwendet werden, wobei das Stauziel am unteren Werk mit  $+15,05 \text{ m}$  festgesetzt ist.

Zu Beginn der Tagesschicht ergibt sich folgender Betriebsfall:

Werk 2, das längere Zeit mit  $40 \text{ m}^3/\text{s}$  gefahren ist, geht plötzlich mit der Volleistung entsprechend  $70 \text{ m}^3/\text{s}$  Wasserverbrauch in Betrieb, während Werk 1, das  $50 \text{ m}^3/\text{s}$  verarbeitet, erst etwa  $1\frac{1}{2}$  Stunden später die Volleistung einsetzt. — Es ist zu untersuchen, ob der durch das Stauziel am Werk 2 begrenzte Speicherraum im Graben zur Überbrückung dieser Zeit ausreicht und ob dabei keine unzulässigen Absenkungen und Wassergeschwindigkeiten im Graben entstehen.

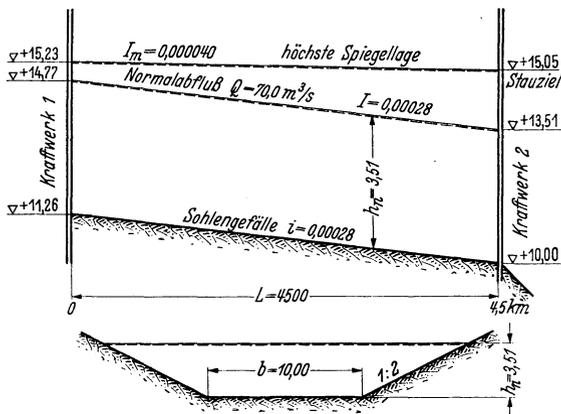


Abb. 63. Längenschnitt und Querschnitt.

Der Ausgangszustand, der wegen der Verschiedenheit des Zu- und Abflusses einem zeitveränderlichen Fließzustand entspricht, ist nicht genau bekannt. Es soll daher näherungsweise angenommen werden, daß die Spiegellinie einem stationären mittleren Durchfluß von  $\frac{40 + 50}{2} = 45 \text{ m}^3/\text{s}$  entspricht. Eine diesbezügliche Berechnung ergab die in Abb. 63 ersichtliche höchste Spiegellage.

1. *Halbphase* (km 4,5 bis 0,  $t = 0$  bis  $t = 937$  s).

Querschnitt 0 (km 4,5):

$$Q_0 = + 40,00 \text{ m}^3/\text{s}, \quad h_0 = 15,05 - 10,00 = 5,05 \text{ m},$$

$$F_0 = 10,00 \cdot 5,05 + 2 \cdot 5,05^2 = 101,50 \text{ m}^2,$$

$$v_0 = + \frac{40,00}{101,50} = + 0,394 \text{ m/s},$$

$$B_0 = 10,00 + 4 \cdot 5,05 = 30,20 \text{ m},$$

$$Q'_0 = + 70,00 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \Delta Q'_0 = 70,00 - 40,00 = + 30,00 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$\text{geschätzt: } z_0 = - 0,20 \text{ m}, \quad y_0 = 30,20 - 2 \cdot 0,20 = 29,8 \text{ m}, \quad F_0/y_0 = 101,50/29,8 = 3,41 \text{ m}.$$

Aus Gl. (7) oder Abb. 14 ergibt sich

$$a_0 = - 5,133 \text{ m/s} \quad \text{und nach (29)}$$

$$z_0 = \frac{+ 30,0}{- 5,133 \cdot 29,8} = - 0,196 \text{ m}.$$

In zweiter Näherung wird mit dem erhaltenen  $z_0$ -Wert

$$y_0 = 29,81 \text{ m}, \quad F_0/y_0 = 3,405 \text{ m},$$

$$a_0 = + 0,394 - 5,518 = - 5,124 \text{ m/s},$$

$$z_0 = \frac{+ 30,00}{- 5,124 \cdot 29,81} = - 0,196 \text{ m} (+ 14,854 \text{ m}),$$

$$h'_0 = 5,05 - 0,196 = 4,854 \text{ m},$$

$$\Delta F'_0 = - 0,196 \cdot 29,81 = - 5,84 \text{ m}^2,$$

$$F'_0 = 101,50 - 5,84 = 95,66 \text{ m}^2,$$

$$v'_0 = + \frac{70,00}{95,66} = + 0,731 \text{ m/s},$$

$$p'_0 = 10,00 + 2 \cdot 4,854 \cdot \sqrt{1 + 2^2} = 31,7 \text{ m},$$

$$R'_0 = 95,66/31,7 = 3,02 \text{ m},$$

$$B'_0 = 29,42 \text{ m}.$$

Die Dauer der Halbphase ergibt sich angenähert zu

$$\Delta t = \frac{- 4500}{- 5,124} = 878 \text{ s}.$$

Querschnitt 1, (km 0,0):

$$Q_1 = + 50,00 \text{ m}^3/\text{s}, \quad h_1 = 15,23 - 11,26 = 3,97 \text{ m},$$

$$F_1 = 71,22 \text{ m}^2, \quad v_1 = + \frac{50,00}{71,22} = + 0,702 \text{ m/s},$$

$$B_1 = 10,00 + 4 \cdot 3,97 = 25,88 \text{ m}.$$

Während der Sunk flußaufwärts läuft, wird am oberen Grabenende der Füllungsvorgang weitergehen und zwar so, als ob am unteren

Grabenende keine Störung eingetreten wäre, und man kann wohl ohne großen Fehler annehmen, daß die Spiegelhebung auf der ganzen Kanal-länge gleichmäßig vor sich geht<sup>1</sup>.

Die Hebung beträgt bei einer Speichermenge von  $50 - 40 = 10 \text{ m}^3/\text{s}$  und einer mittleren Spiegelbreite von 28,04 m

$$\frac{dh}{dt} = \frac{10,0}{28,04 \cdot 4500} = + 0,0000792 \text{ m/s.}$$

Somit ist

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= 878 \cdot 0,0000792 = + 0,07 \text{ m,} \\ \Delta F_1^+ &= + 0,07 \cdot 25,88 = + 1,81 \text{ m}^2, \\ h_1^+ &= 3,97 + 0,07 = 4,04 \text{ m,} \\ F_1^+ &= 71,22 + 1,81 = 73,03 \text{ m}^2, \\ v_1^+ &= + \frac{50,0}{73,03} = + 0,685 \text{ m/s,} \\ B_1^+ &= 25,88 + 4 \cdot 0,07 = 26,16 \text{ m;} \end{aligned}$$

Mittelwerte und Differenzen:

$$\begin{aligned} \Delta B &= 25,88 - 30,20 = - 4,32 \text{ m,} \\ B_m &= \frac{25,88 + 30,20}{2} = 28,04 \text{ m,} \\ \Delta Q &= Q_1 - Q_0 = 50,0 - 40,0 = + 10,0 \text{ m}^3/\text{s,} \\ \Delta Q_0'' &= 0, \quad \Delta Q_1 = 0. \end{aligned}$$

Die Werte  $a_m$ ,  $v_m$  und  $R_m$  werden in erster Näherung gleich den in Profil 0 gültigen gesetzt:

$$\Delta a = 0, \quad (v^2)_m = 0,731^2 = 0,534;$$

nach (48) ist

$$I_r = + \frac{0,534}{40^2 \cdot 3,02^{4/3}} = + 0,0000765.$$

In erster Näherung können nunmehr Gl. (46) und (47) angeschrieben werden:

$$\begin{aligned} \Delta F_1' &= -5,84 - \left\{ -\frac{4500 \cdot 28,04}{2} \cdot (0,0000765 - 0,000040) \cdot \left( 1 - \frac{0,731}{-5,124} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{5,84}{2} \cdot \left( \frac{-4,32}{28,04} - 0 \right) + 1,81 \cdot \left( 1 - \frac{0,731}{2 \cdot 5,124} \right) + \frac{1}{-5,124} \times \right. \\ &\quad \left. \times \left[ + 10,0 \cdot \left( 1 + \frac{0,731}{2 \cdot 5,124} \right) + 0 \right] \right\} = - 2,89 \text{ m}^2, \\ \Delta F_0'' &= \frac{-4500 \cdot 28,04}{2} \cdot (0,0000765 - 0,000040) \left( 1 - \frac{0,731}{-5,124} \right) - \\ &\quad - \frac{5,84}{2} \cdot \left( \frac{-4,32}{28,04} + 0 \right) - \frac{1,81 \cdot 0,731}{-2 \cdot 5,124} + \frac{1}{-5,124} \times \\ &\quad \times \left\{ 0 - 10,0 \cdot \left( 1 - \frac{0,731}{-2 \cdot 5,124} \right) - 0 \right\} = - 0,861 \text{ m}^2, \end{aligned}$$

<sup>1</sup> Streng genommen besteht der Füllungsvorgang seinem Wesen nach ebenso wie die allmähliche Entleerung aus einer Reihe von hin- und herlaufenden Wellen. Die Berechtigung zu der gemachten Annahme gleichmäßiger Hebung entnehmen wir den in Abb. 66 dargestellten Ganglinien, die ebenfalls mit einiger Annäherung parallele Bewegung zeigen.

$$z_1 = -\frac{2,89}{25,94} = -0,111 \text{ m,}$$

$$y_1 = 26,16 - 2 \cdot 0,111 = 25,94 \text{ m,}$$

$$F_1^+ / y_1 = 73,03 / 25,94 = 2,82 \text{ m;}$$

nach (33) und (34) ist

$$a_1 = +0,685 - 5,101 = -4,416 \text{ m/s,}$$

$$\Delta Q_1' = -4,416 \cdot (-2,89) = +12,8 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$Q_1' = +50,0 + 12,8 = +62,8 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$F_1' = 73,03 - 2,89 = 70,14 \text{ m}^2,$$

$$v_1' = +\frac{62,8}{70,14} = +0,895 \text{ m/s (früher } +0,731 \text{ m/s),}$$

$$h_1' = 4,04 - 0,111 = 3,929 \text{ m,}$$

$$p_1' = 27,6 \text{ m, } R_1' = 2,54 \text{ m.}$$

Für Querschnitt 0 gilt:

$$z_0'' = -\frac{0,861}{29,36} = -0,029 \text{ m,}$$

$$y_0'' = 29,42 - 2 \cdot 0,029 = 29,36 \text{ m,}$$

$$F_0'' = 95,66 - 0,861 = 94,80 \text{ m}^2,$$

$$h_0'' = 4,854 - 0,029 = 4,825 \text{ m,}$$

$$p_0'' = 31,6 \text{ m, } R_0'' = 3,00 \text{ m,}$$

$$v_0'' = +\frac{70,0}{94,80} = +0,738 \text{ m/s (früher } 0,731 \text{ m/s),}$$

$$a_m = -\frac{5,124 + 4,416}{2} = -4,770 \text{ m/s,}$$

$$\Delta t = \frac{-4500}{-4,770} = 943 \text{ s (früher } 878 \text{ s),}$$

$$R_m = \frac{2,54 + 3,00}{2} = 2,77 \text{ m.}$$

Mit den vorstehend ermittelten Werten läßt sich nun eine zweite Näherung durchführen, die unter anderem  $v_1' = +0,76 \text{ m/s}$  (gegenüber  $+0,89 \text{ m/s}$  der Vorberechnung) ergibt, was von dem in die erste Näherung eingesetzten Wert von  $+0,731 \text{ m/s}$  wenig abweicht. (Punkte I und II der Abb. 64). Die allmähliche Annäherung ist also wenig „stabil“, und man müßte eine größere Anzahl von Näherungsrechnungen durchführen, um zu dem richtigen Wert zu kommen. — Außer den beiden erwähnten Näherungen wurde noch eine dritte vorgenommen.

Die Ergebnisse dieser drei Näherungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Annäherung . . .	1	2	4	3
$v_1'$ angenommen . . .	+0,731	+0,894	+0,80	+0,76 m/s
$v_1'$ berechnet . . .	+0,894	+0,76	+0,80	+0,83 m/s
$R_m$ berechnet . . .	2,77	2,77	2,77	2,77 m
$v_0''$ berechnet . . .	+0,738	+0,761	+0,755	+0,749 m/s
$a_1$ berechnet . . .	-4,416	-4,50	-4,48	-4,47 m/s

Die Zahlen sind in Abb. 64 als Ordinaten zu den Abszissen  $v_1'$  angenommen aufgetragen. Der Schnittpunkt des  $45^\circ$ -Strahles durch den Ursprung mit der  $v_1'$  berechnet - Kurve gibt  $v_1' \text{ berechnet} = v_1' \text{ angenommen} = +0,80 \text{ m/s}$ . Für diese Abszisse können die zugehörigen Werte  $v_0'$ ,  $R_m$  und  $a_1$  abgelesen werden, die in der Zusammenstellung eingerahmt sind. Für sie wurde eine neuerliche Zahlenrechnung endgültig durchgeführt. Sie ergab die folgenden Werte:

Querschnitt 0 (km 4,5):

$$h_0'' = 4,764 \text{ m (+ 14,764 m);}$$

$$F_0'' = 93,03 \text{ m}^2;$$

$$Q_0'' = + 70,0 \text{ m}^3/\text{s};$$

$$v_0'' = + 0,752 \text{ m/s.}$$

Querschnitt 1 (km 0,0):

$$z_1 = -0,068 \text{ m; } h_1' = 3,976 \text{ m (+ 15,236 m); } F_1' = 71,39 \text{ m}^2;$$

$$Q_1' = + 57,9 \text{ m}^3/\text{s; } v_1' = + 0,812 \text{ m/s; } \Delta t = 937 \text{ s.}$$

Die Übereinstimmung der obigen Werte mit den zu ihrer Berechnung angenommenen ist ausreichend.

2. Halbphase (km 0,0—4,5,  $t = 937 \text{ s}$  bis  $t = 1672 \text{ s}$ ). Für den Beginn der 2. Halbphase können von oben (bei Umkehrung des Index) folgende Anfangswerte übernommen werden:

Querschnitt 0 (km 0,0):

$$h_0 = 3,976 \text{ m, } F_0 = 71,39 \text{ m}^2, Q_0 = + 57,9 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$v_0 = + 0,812 \text{ m/s, } B_0 = 25,90 \text{ m.}$$

Querschnitt 1 (km 4,5):

$$h_1 = 4,764 \text{ m, } F_1 = 93,03 \text{ m}^2, Q_1 = + 70,0 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$v_1 = + 0,752 \text{ m/s, } B_1 = 29,06 \text{ m.}$$

Die Berechnung bietet keine Besonderheiten, sie soll daher im folgenden nur kurz beschrieben werden.

In Querschnitt 0 (km 0,0) tritt nach Ankunft der ersten Senkungswelle eine gleichsinnige Reflexion ein:

$$Q_0' = + 50,0 \text{ m}^3/\text{s, } \Delta Q_0' = 50,0 - 57,9 = - 7,9 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$z_0 = - 0,052 \text{ m (+ 15,184 m), } a_0 = + 5,949 \text{ m/s.}$$

In erster Näherung wird die Laufzeit  $\Delta t = \frac{+ 4500}{+ 5,949} = 757 \text{ s}$ . Die Flächenänderung in Querschnitt 1 (km 4,5) ist in erster Näherung nach Gl. (77)

$$\Delta F_1 = - 2,63 \cdot \frac{757}{937} = - 2,125 \text{ m}^2,$$

woraus weiterhin die Werte  $F_1^+$ ,  $h_1^+$ ,  $v_1^+$  usw. gefunden werden können. Nach zweiter Näherung mit Hilfe der Gl. (46) und (47) ergeben sich schließlich die Werte:

$$\Delta t = 735 \text{ s, } t = 937 + 735 = 1672 \text{ s;}$$

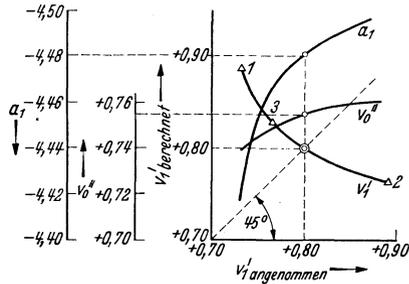


Abb. 64.

Querschnitt 0 (km 0,0):

$$\begin{aligned} h_0'' &= 3,823 \text{ m (+ 15,083 m)}, & \Delta F_0'' &= -2,562 \text{ m}^2, \\ F_0'' &= 67,49 \text{ m}^2, & Q_0'' &= + 50,0 \text{ m}^3/\text{s}, & v_0'' &= + 0,741 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Querschnitt 1 (km 4,5):

$$\begin{aligned} h_1^+ &= 4,693 \text{ m (+ 14,693 m)}, \\ z_1 &= -0,020 \text{ m}, & h_1' &= 4,673 \text{ (+ 14,673 m)}, \\ F_1' &= 90,40 \text{ m}^2, & Q_1' &= + 66,38 \text{ m}^3/\text{s}, & v_1' &= + 0,734 \text{ m/s}, \\ I_m &= + 0,0000911. \end{aligned}$$

Eine Raumkontrolle ergibt nachstehende Zahlen:

Gesamter Grabeninhalte zur Zeit $t = 0$ . . . . .	388620 m <sup>3</sup>
Gesamter Grabeninhalte zur Zeit $t = 1672$ s . . . . .	<u>355253 m<sup>3</sup></u>

Dem Speicherinhalt somit entnommen . . . . . 33367 m<sup>3</sup>.

Aus dem Zu- und Ablauf errechnet sich für 1672 s eine

Entnahme von . . . . .  $1672 \cdot (70 - 50) = 33440 \text{ m}^3$ .

Die beiden Zahlen stimmen ausreichend überein.

3. *Halbphase* (km 4,5 bis 0,0,  $t = 1672 - 2608$ ). Sie umfaßt die Reflexion des Sunkes in km 4,5 und seine Fortbewegung nach km 0,0. Die Ergebnisse sind folgende:

$$\Delta t = 994 \text{ s}, \quad t = 1672 + 994 = 2666 \text{ s}.$$

Querschnitt 0 (km 4,5):

$$\begin{aligned} h_0' &= 4,647 \text{ m (+ 14,647 m)}, \\ h_0'' &= 4,494 \text{ m (+ 14,494 m)}, & \Delta F_0'' &= -4,33 \text{ m}^2, \\ F_0'' &= 85,34 \text{ m}^2, & Q_0'' &= + 70,0 \text{ m}^3/\text{s}, & v_0'' &= + 0,82 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Querschnitt 1 (km 0,0):

$$\begin{aligned} h_1^+ &= 3,685 \text{ m (+ 14,945 m)}, \\ z_1 &= -0,011 \text{ m}, & h_1' &= 3,674 \text{ m (+ 14,942 m)}, \\ F_1' &= 63,76 \text{ m}^2, & Q_1' &= 51,41 \text{ m}^3/\text{s}, & v_1' &= + 0,806 \text{ m/s}, \\ I_m &= + 0,0000978. \end{aligned}$$

4. *Halbphase* (km 0,0 bis 4,5,  $t = 2666$  bis  $t = 3409$  s). Die vorstehenden Berechnungen zeigen, daß die Wellenhöhe immer kleiner wird und schon nach 3 Halbphasen auf 1 cm vermindert ist. Man kann daher für die weitere Berechnung vollkommen ausreichend  $z_1 = 0$  annehmen und die Senkungen  $z_0''$  an Hand einer einfachen Inhaltsberechnung ermitteln, wodurch eine wesentliche Vereinfachung der Rechenarbeit eintritt.

Für Querschnitt 0 (km 0,0) ist (vgl. oben)

$$\begin{aligned} h_0 &= 3,674 \text{ m}, & F_0 &= 63,76 \text{ m}^2, & Q_0 &= + 51,41 \text{ m}^3/\text{s}, & v_0 &= 0,806 \text{ m/s}, \\ Q_0' &= 50,0 \text{ m}^3/\text{s}, & \Delta Q_0' &= 50,0 - 51,41 = -1,41 \text{ m}^3/\text{s}, \\ B_0 &= 24,70 \text{ m}; \end{aligned}$$

für  $z \cong -0,01$  m ist  $y_0 = 24,68$  m,  $F_0/y_0 = 2,58$  m,

$$a_0 = + 5,833 \text{ m/s,}$$

$$z_0 = \frac{-1,41}{5,833 \cdot 24,68} = -0,0098 \text{ m,}$$

$$\Delta F'_0 = -0,0098 \cdot 24,68 = -0,24 \text{ m}^2,$$

$$h'_0 = 3,674 - 0,010 = 3,664 \text{ m (+ 14,924 m),}$$

$$F'_0 = 63,76 - 0,24 = 63,52 \text{ m}^2, \quad v'_0 = + \frac{50,0}{63,52} = + 0,79 \text{ m/s.}$$

In erster Näherung ist  $\Delta t = \frac{4500}{+ 5,833} = 772$  s.

Querschnitt 1 (km 4,5):

$$h_1 = 4,494 \text{ m, } F_1 = 85,34 \text{ m}^2, \quad Q_1 = 70,0 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$\Delta F_1 = -4,33 \cdot \frac{772}{994} = -3,36 \text{ m}^2 \text{ [Gl. (77)];}$$

hierzu gehört  $\Delta h_1 = -0,121$  m,

$$h_1^+ = 4,494 - 0,121 = 4,373 \text{ m, } F_1^+ = 85,34 - 3,36 = 81,98 \text{ m}^2,$$

$$v_1^+ = + \frac{70,0}{81,98} = + 0,845 \text{ m/s,}$$

$$B_1^+ = 27,49 \text{ m,}$$

$$a_1 = + 0,845 + \sqrt{9,81 \cdot \frac{81,98}{27,49}} = + 6,26 \text{ m/s,}$$

$$a_m = + \frac{5,833 + 6,26}{2} = + 6,05 \text{ m/s.}$$

In zweiter Näherung wird damit  $\Delta t = \frac{+ 4500}{+ 6,05} = 743$  s, ferner  $t = 2666 + 743 = 3409$  s und

$$\Delta F_1 = -4,33 \cdot \frac{743}{994} = -3,24 \text{ m}^2; \text{ hierzu } \Delta h_1 = -0,117 \text{ m,}$$

$$h_1^+ = 4,494 - 0,117 = 4,377 \text{ m (+ 14,377 m), } Q_1^+ = + 70,0 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$F_1^+ = 85,34 - 3,24 = 82,10 \text{ m}^2, \quad v_1^+ = + 0,85 \text{ m/s,}$$

$$B_1^+ = 27,51 \text{ m,}$$

$$a_1 = + 0,85 + \sqrt{9,81 \cdot \frac{82,10}{27,51}} = + 6,25 \text{ m/s (vgl. oben).}$$

Raumbestimmung: In 3409 s werden aus dem Speichervorrat des Obergrabens entnommen  $3409 \cdot (70 - 50) = 68180 \text{ m}^3$ . Der gesamte Grabeninhalte zur Zeit  $t = 0$  war (vgl. 2. Halbphase)  $388620 \text{ m}^3$ . Zur Zeit  $t = 3409$  s muß er demnach sein  $388620 - 68180 = 320440 \text{ m}^3$ . Es besteht die Raumgleichung

$$320440 = 4500 \cdot \frac{F_1^+ + F_0''}{2},$$

woraus mit  $F_1^+ = F_1' = 82,10 \text{ m}^2$ ,  $F_0'' = 60,32 \text{ m}^2$ .

Die zugehörige Wassertiefe ist  $h_0'' = 3,533 \text{ m (+ 14,793 m)}$ .

$$\Delta F_0'' = 60,32 - 63,52 = -3,20 \text{ m}^2,$$

$$Q_0'' = + 50,0 \text{ m}^3/\text{s, } v_0'' = + \frac{50,0}{60,32} = + 0,83 \text{ m/s.}$$

5. Halbphase (km 4,5 bis 0,0,  $t = 3409$  bis  $t = 4470$  s). Aus der vorigen Halbphase werden die Werte übernommen:

Querschnitt 0 (km 4,5):

$$h_0 = 4,377 \text{ m}, \quad F_0 = 82,10 \text{ m}^2, \quad Q_0 = 70,0 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$v_0 = +0,85 \text{ m/s}, \quad B_0 = 27,51 \text{ m},$$

$$\alpha_0 = +0,85 - \sqrt{9,81 \cdot \frac{82,10}{27,51}} = -4,55 \text{ m/s}.$$

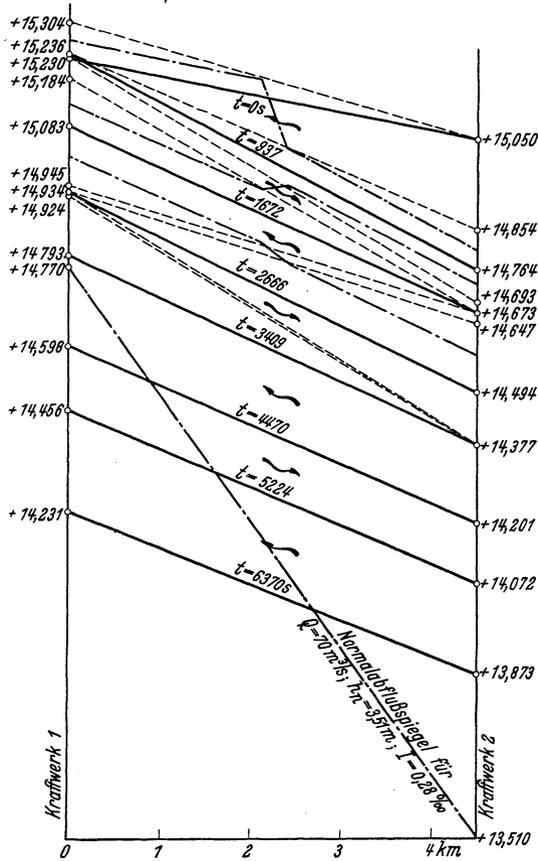


Abb. 65. Zustandslinien.

Nun läßt sich in erster Näherung angeben  $\Delta t$  und für Querschnitt 1 (km 0,0)  $\Delta F_1^+$ ,  $F_1^+$ ,  $h_1^+$ ,  $v_1^+$  und schließlich  $a_1$  und  $a_m$ . Eine zweite Näherungsrechnung ergibt dann

$$\Delta t = 1061 \text{ s}, \quad t = 3409 + 1061 = 4470 \text{ s},$$

$$h_0'' = 4,201 \text{ m (+ 14,201 m)}, \quad v_0'' = +0,90 \text{ m/s},$$

$$h_1^+ = h_1' = 3,338 \text{ m (+ 14,598 m)}, \quad v_1^+ = +0,90 \text{ m/s}.$$

6. Halbphase (km 0,0 bis 4,5,  $t = 4470$  bis  $5224$  s). In gleicher Weise wie vorher ergibt sich

$$h_0'' = 3,196 \text{ m (+ 14,456 m)}, \quad v_0'' = +0,95 \text{ m/s},$$

$$h_1^+ = 4,072 \text{ m (+ 14,072 m)}, \quad v_1^+ = +0,95 \text{ m/s}.$$

7. Halbphase (km 4,5 bis 0,0,  $t = 5224$  bis  $6370$  s).

$$h_0'' = 3,873 \text{ m (+ 13,873 m)}, \quad v_0'' = + 1,02 \text{ m/s,}$$

$$h_1^+ = 2,971 \text{ m (+ 14,231 m)}, \quad v_1^+ = 1,05 \text{ m/s.}$$

Die Berechnungsergebnisse sind in den Abb. 65 (Zustandslinien) und 66 (Ganglinien für Wasserstände und Fließgeschwindigkeiten)

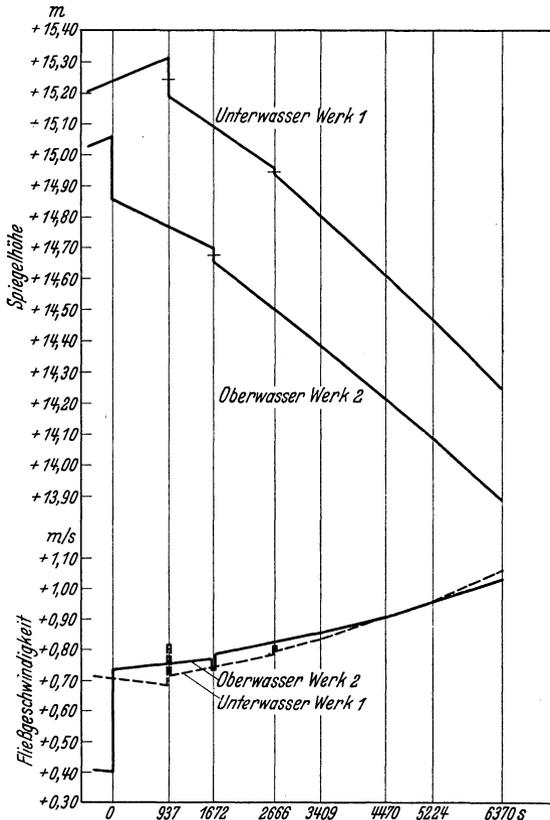


Abb. 66. Ganglinien der Pegelstände und Fließgeschwindigkeiten.

aufgetragen. Es zeigt sich, daß bei  $t = 6370$  s oder nach rd.  $1\frac{3}{4}$  h die Wassergeschwindigkeiten auch am oberen Werk noch nicht über das zulässige Maß hinausgehen. Trotzdem wäre es aber bedenklich, derartig tiefe Absenkungen zuzulassen, weil zu berücksichtigen ist, daß beim Anfahren des Werkes 1 immer noch genügend Fließquerschnitt für eine Wassermenge von  $70 \text{ m}^3/\text{s}$  vorhanden sein muß.

Als äußerste Absenkungsgrenze könnte die Zustandlinie für  $5224$  s (rd.  $1,45$  h) betrachtet werden, da hierbei die bei Vollbelastung des Werkes 1 von  $50$  auf  $70 \text{ m}^3/\text{s}$  auftretende Wassergeschwindigkeit für die vorhandenen Kanalwandungen eben noch zulässig ist.

Für km 0,0 liegen (s. 6. Halbphase) bei  $t = 5224$  s folgende Größen vor:

$$\begin{aligned} h &= 3,196 \text{ m}, & F &= 52,41 \text{ m}^2, & B &= 22,78 \text{ m}, & Q &= 50,0 \text{ m}^3/\text{s}, \\ v &= 50,0/52,41 = +0,95 \text{ m/s}, & Q' &= 70 \text{ m}^3/\text{s} \text{ (Werk 1 fährt an)}, \\ \Delta Q &= 70,0 - 50,0 = +20,0 \text{ m}^3/\text{s}. \end{aligned}$$

Schätzt man  $z = +0,15$  m, so wird mit  $y = 22,78 + 2 \cdot 0,15 = 23,08$  m und  $F/y = 2,27$  m nach Abb. 5

$$\begin{aligned} a &= +0,95 + 4,95 = +5,90 \text{ m/s}, \\ z &= \frac{+20,0}{+5,90 \cdot 23,08} = +0,147 \text{ m}, \\ F' &= 52,41 + 0,147 \cdot 23,08 = 55,80 \text{ m}^2, \\ v' &= +\frac{70,0}{55,80} = +1,25 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

### C. Vorgänge im Unterwasser bei Entlastung (Absperrsunk).

Eine Zuflußverminderung am oberen Ende eines Kanales, wie sie etwa im Unterwasser eines Kraftwerkes bei Entlastung desselben stattfindet, bedingt eine in Fließrichtung fortschreitende Senkungswelle, die bei ihrer Ankunft am unteren Kanalende zurückgeworfen wird. Die Art der Reflexion sowie der anschließende Schwingungsvorgang hängt — ebenso wie dies bei den früher behandelten Beispielen der Fall war — davon ab, ob der Kanal frei in ein großes Becken mündet oder ob er durch ein Abschlußorgan oder ein zweites Kraftwerk abgeschlossen wird. Im ersten Falle erfolgt eine ungleichsinnige, im zweiten eine gleichsinnige Reflexion.

#### 1. Schwingungsverlauf bei freier Einmündung in ein großes Becken.

Abb. 67 zeigt die beiden ersten Halbphasen der Spiegelbewegung. In der ersten Halbphase läuft der Sunk mit einer Anfangshöhe  $AC$  zwischen den Linien  $AE$  und  $CD$  flußaufwärts und kommt dort mit der Höhe  $DE$  an. Die Abbildung setzt voraus, daß sich der Spiegel im Becken während der 1. Halbphase nach irgendeinem Gesetz von  $B$  nach  $E$  gehoben hat. (Bei konstantem Beckenwasserstand fallen  $B$  und  $E$  zusammen.) In Querschnitt 0 tritt eine zusätzliche allmähliche Senkung  $CF$  ein. Ein Zwischenzustand ist strichpunktiert eingetragen.

Zu Beginn der 2. Halbphase bildet sich am unteren Ende ein rückläufiger Schwall von der Höhe  $ED$ , der mit allmählich abnehmender Höhe zwischen den Linien  $DG$  und  $EJ$  flußaufwärts läuft und am oberen Ende mit der Höhe  $GJ$  ankommt. Die allmähliche Senkung  $CF$  der ersten Halbphase hat sich in der zweiten Halbphase entsprechend Gl. (77) fortgesetzt und bei Ankunft der Hebungswelle die Spiegellage  $G$  verursacht. In der gleichen Zeit ist der Beckenspiegel an Querschnitt 0 von  $E$  nach  $H$  gestiegen. Für die Anwendung der Gl. (47) ist demnach  $\Delta F'_0$  durch  $EH$  gegeben, und die Gleichung liefert dann die Wasser-

mengenänderung  $\Delta Q_0''$ . Bei konstantem Beckenspiegel fallen die Punkte E und H zusammen bzw. ist  $\Delta F_0'' = 0$ . Ein Zwischenzustand der 2. Halbphase ist strichpunktiert eingetragen.

**2. Schwingungsverlauf, wenn der Kanal am unteren Ende geschlossen ist.**

In diesem Fall lösen einander, da am unteren Kanalende gleichsinnige Reflexion erfolgt, berg- und talläufige Sunkwellen ab, und es tritt eine allmähliche Entleerung der Haltung ein. Diese Möglichkeit kann sich praktisch ergeben, wenn von zwei den Kanal begrenzenden Kraftwerken das obere den Betrieb einstellt, während das untere mit der bisherigen Wassermenge weiterarbeitet. Der Vorgang ist aus Abb. 68 ersichtlich und ist durchaus ähnlich dem der Abb. 61. Weitere Ausführungen hierzu erübrigen sich wohl.

**D. Vorgänge im Unterwasser bei plötzlicher Belastung (Füllschwall).**

Auch hier hängt die an die erste Halbphase anschließende Spiegelbewegung davon ab, ob der Untergraben in ein Becken einmündet oder ob er durch ein Abschlus-

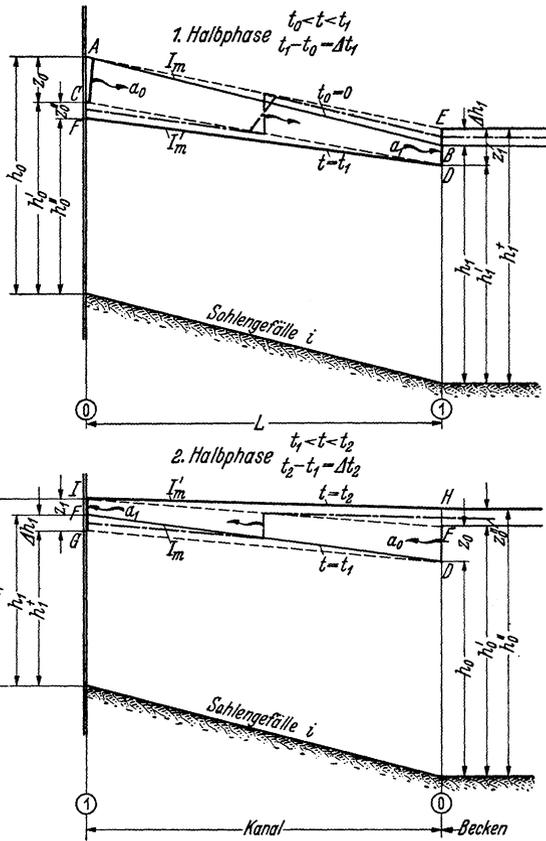


Abb. 67. Absperssunk bei freiem Auslauf des Kanales in ein Becken.

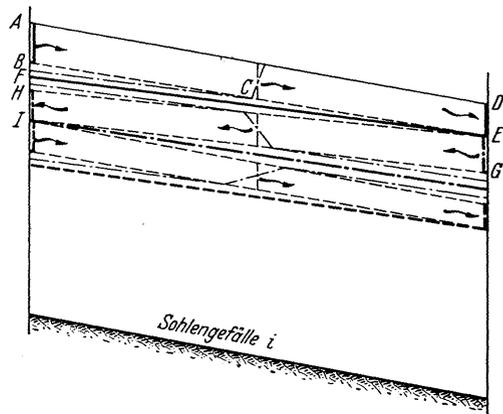


Abb. 68. Absperssunk in einem am Unterende geschlossenen Gerinne. Allmähliche Entleerung der Haltung.

organ, ein zweites Kraftwerk oder ähnliches Bauwerk an seinem unteren Ende abgeschlossen ist. Entsprechend entstehen die nachstehend beschriebenen Bewegungsformen.

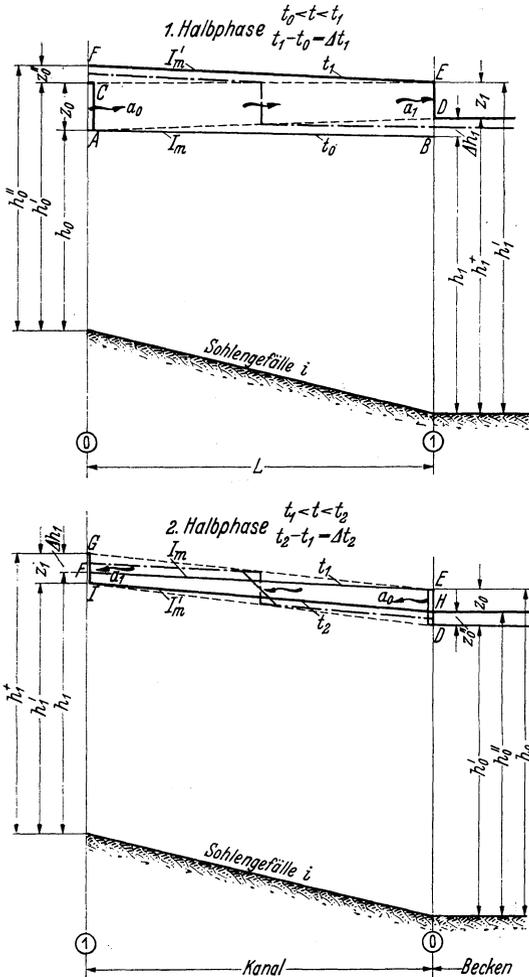


Abb. 69. Füllschwall bei freiem Auslauf des Grabens in ein Becken.

### 1. Schwingungsverlauf bei freiem Auslauf des Grabens in ein Becken.

Der am oberen Ende durch plötzliche Zuflußvermehrung entstehende Schwall von der Höhe AC bewegt sich flußabwärts und beschreibt dabei mit den Ecken der Schwallfront die Linien AD und CE, wobei angenommen ist (Abb. 69), daß sich der Spiegel im Auslaufbecken aus irgendwelchen Gründen um das bekannte Maß  $\Delta h_1 = BD$  in der Zeit  $\Delta t_1$  gehoben hat. Gleichzeitig hebt sich der Spiegel am oberen Ende des Grabens von C nach F. Die 2. Halbphase wird eingeleitet durch eine entgegengesetzt sinnige Reflexion des am unteren Ende ankommenden Schwalles, d. h. es bildet sich eine flußaufwärts laufende Sunkwelle von der Höhe DE, die sich entlang den fein

punktierten Linien fortbewegt und am Oberende mit der Höhe GJ ankommt. Während ihrer Laufzeit hat sich die allmähliche Hebung CF der ersten Halbphase fortgesetzt und zur Zeit  $t_2$  am oberen Ende die Spiegellage G erzeugt. Der Beckenwasserstand hat sich während der Dauer der 2. Halbphase weiter verändert und zwar um das bekannte Maß  $z_0'' = DH$ , das den Wert  $\Delta F_0''$  der Gl. (47) angibt, aus der dann  $\Delta Q_0''$  bestimmbar ist. Bei konstantem Beckenspiegel ist in der 1. Halbphase  $\Delta h_1 = 0$  und in der 2.  $z_0'' = 0$  und  $\Delta F_0'' = 0$ .

Das am Schluß wiedergegebene Zahlenbeispiel behandelt den vorstehend beschriebenen Fall.

## 2. Schwingungsverlauf bei abgeschlossenem Kanal.

Trifft der Füllschwall am Grabenende auf einen Abschluß, wie etwa auf ein zweites Kraftwerk oder den Abschlußdamm eines Ausgleichsbeckens, so wird er gleichsinnig zurückgeworfen, und die Spiegelbewegung besteht darin, daß Schwallwellen abwechselnd flußaufwärts und flußabwärts laufen. Wie man sieht, liegt genau der umgekehrte Vorgang wie bei Abb. 61 vor: dort allmähliche Entleerung der Haltung von unten her, hier allmähliche Füllung von oben her. Da außerdem in den Abb. 56 und 68 ähnliche Vorgänge dargestellt sind, können weitere Erörterungen fortfallen.

## 3. Zahlenbeispiel.

Abb. 70 zeigt in Längenschnitt und Querschnitt den Unterkanal eines Spitzenwerkes, der in ein Ausgleichsbecken von sehr großer Oberfläche einmündet. Es ist der größte Spiegelanstieg am Kraftwerk zu ermitteln, der beim plötzlichen Start der Maschinen mit einer Wassermenge von  $14 \text{ m}^3/\text{s}$  auftritt. Für die Berechnung kann wegen der zu erwartenden kurzen Dauer der beiden ersten Halbphasen konstanter Spiegel im Ausgleichsbecken angenommen werden. Die Rauigkeit der Grabenwandungen ist mit  $k = 37$  (STRICKLER) einzuschätzen.

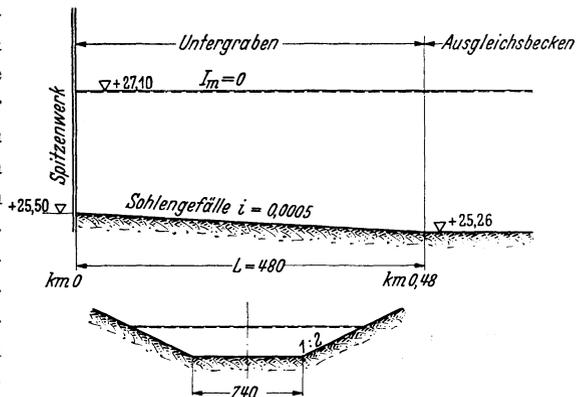


Abb. 70. Längenschnitt und Querschnitt.

1. Halbphase. Querschnitt 0 (km 0,0):

$$h_0 = 1,60, \quad F_0 = 16,96 \text{ m}^2, \quad B_0 = 13,80 \text{ m}, \quad Q_0 = 0, \quad v_0 = 0, \\ Q'_0 = + 14,00 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \Delta Q'_0 = + 14,00 \text{ m}^3/\text{s}.$$

In bekannter Weise wird mit  $y_0 = 14,29 \text{ m}$  und  $F_0/y_0 = 1,188 \text{ m}$

$$\alpha_0 = + 3,94 \text{ m/s}, \quad z_0 = + \frac{14,00}{3,94 \cdot 14,29} = + 0,248 \text{ m}, \\ h'_0 = 1,600 + 0,248 = 1,848 \text{ m} (+ 27,348 \text{ m}), \\ \Delta F'_0 = + 0,248 \cdot 14,29 = + 3,54 \text{ m}^2, \\ F'_0 = 16,96 + 3,54 = 20,50 \text{ m}^2, \\ v'_0 = + \frac{14,00}{20,50} = + 0,683 \text{ m/s}, \\ B'_0 = 13,80 + 4 \cdot 0,248 = 14,79 \text{ m}.$$

Querschnitt 1 (km 0,48):

$$h_1 = 1,84 \text{ m}, \quad F_1 = 20,39 \text{ m}^2, \quad B_1 = 14,76 \text{ m}, \quad Q_1 = 0, \quad v_1 = 0.$$

Die in erster Näherung angewandten Gl. (46) und (47) ergeben

$$\begin{aligned} \Delta F_1' &= + 2,98 \text{ m}^2, & \Delta F_0'' &= + 0,556 \text{ m}^2, \\ z_1 &= + 0,197 \text{ m}, & z_0'' &= + 0,037 \text{ m}, \end{aligned}$$

wobei  $a_m$ ,  $v_m$ ,  $R_m$  den in Querschnitt 0 zur Zeit  $t_0$  geltenden Werten gleichgesetzt wurden. Die übrigen Berechnungsergebnisse sind folgende:

Querschnitt 0 (km 0,0):

$$\begin{aligned} h_0'' &= 1,885 \text{ m}, \quad F_0'' = 21,06 \text{ m}^2, \quad Q_0'' = + 14,00 \text{ m}^3/\text{s}, \\ v_0'' &= + 0,665 \text{ m/s}, \quad R_0'' = 1,33 \text{ m}. \end{aligned}$$

Querschnitt 1 (km 0,48):

$$\begin{aligned} a_1 &= + 4,01 \text{ m/s}, \quad h_1' = 2,037 \text{ m}, \quad F_1' = 23,37 \text{ m}^2, \quad Q_1' = + 12,0 \text{ m}^3/\text{s}, \\ v_1' &= + 0,514 \text{ m/s}, \quad R_1' = 1,41 \text{ m}. \end{aligned}$$

Für die zweite Näherung haben wir somit folgende Differenzen und Mittelwerte:

$$\begin{aligned} \Delta B &= 14,76 - 13,80 = + 0,96 \text{ m}, & B_m &= 14,28 \text{ m}, \\ \Delta F_1 &= 0, & \Delta Q &= 0, & \Delta Q_1 &= 0, \\ \Delta a &= 4,01 - 3,94 = + 0,07 \text{ m/s}, \\ a_m &= + \frac{3,94 + 4,01}{2} = + 3,975 \text{ m/s}, \\ v_m &= + \frac{0,665 + 0,514}{2} = + 0,589 \text{ m/s}, \\ (v^2)_m &= \frac{0,264 + 0,443}{2} = 0,354, \\ R_m &= \frac{1,33 + 1,41}{2} = 1,37 \text{ m}, \\ I_r &= + \frac{0,354}{37^2 \cdot 1,37^{4/3}} = + 0,00017. \end{aligned}$$

Damit erhält man aus (46) und (47)

$$\Delta F_1' = + 3,13 \text{ m}^2, \quad \Delta F_0'' = + 0,346 \text{ m}^2, \quad \text{ferner für}$$

Querschnitt 0 (km 0,0):

$$\begin{aligned} z_0'' &= + \frac{0,346}{14,84} = + 0,023 \text{ m}, \\ y_0'' &= 14,79 + 2 \cdot 0,023 = 14,84 \text{ m}, \\ h_0'' &= 1,848 + 0,023 = 1,871 \text{ m} (+ 27,371 \text{ m}), \\ F_0'' &= 20,50 + 0,346 = 20,85 \text{ m}^2, \\ v_0'' &= + \frac{14,00}{20,85} = + 0,671 \text{ m/s} \text{ (früher } + 0,665 \text{ m/s)}. \end{aligned}$$

Querschnitt 1 (km 0,48):

$$\begin{aligned} z_1 &= + \frac{3,13}{15,17} = + 0,206 \text{ m}, \\ y_1 &= 14,76 + 2 \cdot 0,206 = 15,17 \text{ m}, \\ h_1' &= 1,840 + 0,206 = 2,046 \text{ m} (+ 27,306 \text{ m}), \\ F_1'/y_1 &= 20,39/15,17 = 1,343 \text{ m}. \end{aligned}$$

Abb. 5 ergibt:

$$\begin{aligned} a_1 &= + 4,02 \text{ m/s (früher } + 4,01 \text{ m/s),} \\ \text{Gl. (34): } \Delta Q'_1 &= + 4,02 \cdot 3,13 = + 12,6 \text{ m}^3/\text{s (früher } + 12,0 \text{ m}^3/\text{s),} \\ Q'_1 &= + 12,6 \text{ m}^3/\text{s, } F'_1 = 20,39 + 3,13 = 23,52 \text{ m}^2, \\ v'_1 &= + \frac{12,6}{23,52} = + 0,537 \text{ m/s (früher } + 0,514 \text{ m/s),} \\ a_m &= + \frac{3,94 + 4,02}{2} = + 3,98 \text{ m/s,} \\ \Delta t_1 &= 480/3,98 = 120,6 \text{ s,} \\ I'_m &= \frac{27,371 - 27,306}{480} = + 0,0001354. \end{aligned}$$

2. *Halbphase*. Zu Beginn liegen die aus der 1. Halbphase bekannten Werte für Querschnitt 0 (km 0,48) und Querschnitt 1 (km 0,0) vor:

$$\begin{aligned} h_0 &= 2,046 \text{ m, } F_0 = 23,52 \text{ m}^2, \quad Q_0 = + 12,6 \text{ m}^3/\text{s,} \\ v_0 &= + 0,537 \text{ m/s, } B_0 = 15,58 \text{ m,} \\ h_1 &= 1,871 \text{ m, } F_1 = 20,85 \text{ m}^2, \quad Q_1 = + 14,00 \text{ m}^3/\text{s,} \\ v_1 &= + 0,671 \text{ m/s, } B_1 = 14,88 \text{ m.} \end{aligned}$$

Für den Reflexionsquerschnitt 0 ist

$$\begin{aligned} z_0 &= -0,206 \text{ m, } y_0 = 15,17 \text{ m, } \Delta F'_0 = -0,206 \cdot 15,17 = -3,13 \text{ m}^2, \\ F'_0/y_0 &= 23,52/15,17 = 1,55 \text{ m.} \end{aligned}$$

Aus Abb. 14 ergibt sich

$$\begin{aligned} a_0 &= + 0,537 - 3,505 = -2,968 \text{ m/s und aus (34)} \\ \Delta Q'_0 &= (-3,13) \cdot (-2,968) = + 9,30 \text{ m}^3/\text{s,} \\ Q'_0 &= + 12,6 + 9,3 = + 21,9 \text{ m}^3/\text{s,} \\ F'_0 &= 23,52 - 3,13 = 20,39 \text{ m}^2, \\ v'_0 &= + \frac{21,9}{20,39} = + 1,074 \text{ m/s,} \\ \Delta Q &= 14,0 - 12,6 = + 1,4 \text{ m}^3/\text{s, } \Delta Q_1 = 0, \\ \Delta B &= 14,88 - 15,58 = -0,70 \text{ m, } B_m = 15,23 \text{ m.} \end{aligned}$$

Nun könnte auf dem Wege allmählicher Annäherung die Berechnung so fortgeführt werden, daß man in erster Näherung  $\Delta t_2 = L/a_0 = 162 \text{ s}$  bestimmt und daraus die Flächenänderung am oberen Grabenende nach Gl. (77), ferner  $F_1^+$ ,  $h_1^+$ ,  $v_1^+$  usw.

Tatsächlich aber führt ein solches Vorgehen im vorliegenden Fall nur nach einer großen Anzahl von Näherungsrechnungen zum Ziel, die Näherung ist wenig „stabil“, wie wir dies schon bei einem früheren Zahlenbeispiel feststellen konnten. Es wird daher zweckmäßiger der nachstehend beschriebene Weg beschritten:

Für mehrere Werte  $z_1$  (mindestens drei) lassen sich folgende Werte angeben bzw. ermitteln:  $F_1^+$  (für alle drei Fälle gleich),  $\Delta t_2$  (zunächst  $= L/a_0$ ),  $\Delta F_1^+$  [nach Gl. (77)],  $F_1^+$ ,  $\Delta h_1$ ,  $h_1^+$ ,  $B_1^+$ ,  $y_1$  (aus  $B_1^+$  und  $z_1$ ),  $F_1^+/y_1$ ,  $v_1^+ = \frac{Q_1 = \text{konst.}}{F_1^+}$ ,  $a_1$  [nach Gl. (33)],  $a_m$ ; an Hand von  $a_m$  erfolgt eine nochmalige Berechnung von  $\Delta t_2$  und eine Überprüfung des ganzen bisherigen Berechnungsganges.

Alsdann kann weiter angegeben werden:  $\Delta Q'_1$  [nach Gl. (34)],  $Q'_1 = 14,00 + \Delta Q'_1$ ,  $\Delta F'_1 = z_1 \cdot y_1$ ,  $F'_1 = F_1 + \Delta F'_1$ ,  $v'_1 = Q'_1/F'_1$ ,  $h'_1 = h_1^* + z_1$ ,  $p'_1$ ,  $R'_1$ ,  $R'_0 = R'_0$ ,  $R_m$ . Diese Ermittlung wird am besten in Tabellenform durchgeführt (vgl. unten).

Die Berechnung läuft darauf hinaus, für jedes angenommene  $z_1$  eines aus Gl. (46) zu bestimmen und jenen  $z_1$ -Wert zu finden, für den Annahme und Berechnung übereinstimmen. Hierzu ist aber die Kenntnis der zur Zeit  $t_2$  in Profil 0 (km 0,48) vorhandenen Größen nötig. Da sich dort der Wasserstand während  $\Delta t_2$  nicht ändert, sind die Längen und Flächen die gleichen wie zu Beginn der Halbphase ( $F''_0 = F'_0$ ,  $R''_0 = R'_0$  usw.). Es handelt sich daher nur noch um  $Q''_0$ . Dieses kann aber einfach durch eine Raumermittlung bestimmt werden, sofern  $z_1$  gegeben ist<sup>1</sup>.

Der Grabeninhalt vor Beginn der Wellenbildung ist bekannt und beträgt  $V_0 = 8952 \text{ m}^3$ ; am Ende der 2. Halbphase kann er auch angegeben werden. Er beträgt

$$V_2 = \frac{L}{3} \cdot (F'_0 + \sqrt{F'_0 \cdot F'_1} + F'_1)^*.$$

Die Differenz beider Werte  $\Delta V = V_2 - V_1$  muß gleich sein dem Zufluß in der Zeit  $t_2 = \Delta t_1 + \Delta t_2 = 120,6 + \Delta t_2$  minus dem Ausfluß ins Ausgleichsbecken in der Zeit  $\Delta t_2$ .

Der Zufluß beträgt  $Z = 14,0 \cdot (120,6 + \Delta t_2)$ , der Abfluß  $A = \Delta t_2 \times \frac{Q'_0 + Q''_0}{2}$ , wobei  $Q'_0 = +21,9 \text{ m}^3/\text{s}$ .

	a	b	c
$z_1$ angenommen . . . . .	-0,05	-0,10	-0,15 m
$F_1$ . . . . .	20,85	20,85	20,85 m <sup>2</sup>
$\Delta t_2$ . . . . .	161,8	163,9	166,1 s
$\Delta F_1$ . . . . .	+0,464	+0,470	+0,477 m <sup>2</sup>
$F'_1$ . . . . .	21,31	21,32	21,33 m <sup>2</sup>
⋮	⋮	⋮	⋮
$a_1$ . . . . .	-2,98	-2,89	-2,81 m/s
⋮	⋮	⋮	⋮
$v'_1$ . . . . .	+0,790	+0,921	+1,058 m/s
⋮	⋮	⋮	⋮
$Q''_0$ [nach Gl. (a)] . . .	+15,9	+18,6	+20,1 m <sup>3</sup> /s
$v''_0$ . . . . .	+0,780	+0,912	+0,986 m/s
⋮	⋮	⋮	⋮
$\Delta F'_1$ berechnet . . . . .	-2,34	-1,79	-1,51 m <sup>2</sup>
$z_1$ berechnet . . . . .	-0,159	-0,121	-0,102 m

<sup>1</sup> Ein zweites Verfahren besteht in der Anwendung von Gl. (47). Im vorliegenden Fall ist jedoch eine stereometrische Ermittlung einfacher.

\* Der Grabeninhalt ist hier als Pyramidenstumpf berechnet.

Es besteht also die Beziehung

$$(a) \quad Z - \Delta t_2 \cdot \frac{21,9 + Q_0''}{2} = \Delta V,$$

woraus für jedes  $z_1$  (d. h.  $F_1'$ )  $Q_0''$  berechnet werden kann. Weiterhin ergeben sich dann  $v_0'' = Q_0''/20,39$ ,  $v_m$ ,  $(v^2)_m$ ,  $I_r$  [nach Gl. (48)] und schließlich  $\Delta F_1'$  berechnet nach Gl. (46) und weiterhin  $z_1$  berechnet.

Die Ermittlung wird tabellarisch durchgeführt und ist vorstehend teilweise wiedergegeben.

Die Werte  $z_1$  berechnet,  $Q_0''$  und  $a_1$  werden als Ordinaten zu den Abszissen  $z_1$  angenommen gemäß Abb. 71 aufgetragen. Der Schnitt der  $z_1$ -Kurve mit dem unter  $45^\circ$  geneigten Strahl durch den Ursprung liefert

den gesuchten Wert  $z_1 = -0,113$  m. Auf der gleichen Abszisse ergeben sich dann  $Q_0'' = +19,1$  m<sup>3</sup>/s und  $a_1 = -2,87$  m/s.

Daraus errechnet sich

$$a_m = -\frac{2,968 + 2,87}{2} = -2,92 \text{ m/s,}$$

$$\Delta t_2 = \frac{-480}{-2,92} = 164,3 \text{ s,}$$

$$t_2 = 120,6 + 164,3 = 284,9 \text{ s.}$$

Gl. (77):

$$\Delta F_1 = +0,346 \cdot \frac{164,3}{120,6} = +0,471 \text{ m}^2,$$

$$\Delta h_1 = +\frac{0,471}{14,94} = +0,032 \text{ m,}$$

$$y = 14,88 + 2 \cdot 0,032 = 14,94 \text{ m,}$$

$$h_1^* = 1,871 + 0,032 = 1,903 \text{ m,}$$

entsprechend einer Spiegelhöhe +27,403 m, die den höchsten Spiegelanstieg am Krafthaus darstellt.

$$F_1^+ = 20,85 + 0,471 = 21,32 \text{ m}^2,$$

$$v_1^+ = +\frac{14,00}{21,32} = +0,66 \text{ m/s,}$$

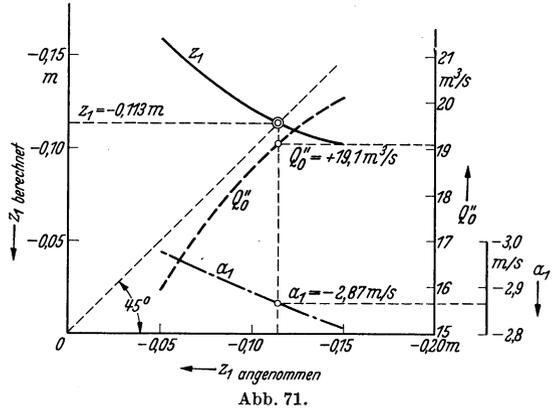
$$B_1^+ = 15,012 \text{ m,} \quad y_1 = 15,012 - 2 \cdot 0,113 = 14,79 \text{ m,}$$

$$\Delta F_1' = -0,113 \cdot 14,79 = -1,67 \text{ m}^2,$$

$$\Delta Q_1' = (-1,67) \cdot (-2,87) = +4,79 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$Q_1' = +14,00 + 4,79 = +18,79 \text{ m}^3/\text{s,}$$

$$F_1' = 20,85 + 0,471 - 1,67 = 19,65 \text{ m}^2,$$



$$v'_1 = + \frac{18,79}{19,65} = + 0,96 \text{ m/s,}$$

$$h'_1 = 1,903 - 0,113 = 1,790 \text{ m (+ 27,290 m),}$$

$$v'_0 = + \frac{19,1}{20,39} = + 0,94 \text{ m/s.}$$

An Hand dieser Werte wäre es nun möglich, zur Kontrolle eine nochmalige genaue Durchrechnung durchzuführen. Es soll hier jedoch davon abgesehen werden.

3. *Halbphase.* Hiervon soll nur noch die Reflexion des Sunkes am Kraftwerk behandelt werden.

Es ist für den Krafthausquerschnitt 0 (km 0,0):

$$h_0 = 1,790 \text{ m,}$$

$$F_0 = 19,65 \text{ m}^2, \quad Q_0 = + 18,79 \text{ m}^3/\text{s}, \quad v_0 = + 0,96 \text{ m/s,}$$

$$B_0 = 14,56 \text{ m,}$$

$$Q'_0 = + 14,00 \text{ m}^3/\text{s}, \quad \Delta Q'_0 = 14,00 - 18,79 = - 4,79 \text{ m}^3/\text{s.}$$

Schätzt man

$$z_0 = - 0,08 \text{ m,}$$

so wird  $y_0 = 14,40 \text{ m}$  und  $F'_0/y_0 = 1,365 \text{ m}$  und nach (28)

$$a_0 = + 0,96 + 3,50 = + 4,46 \text{ m/s, ferner nach (29)}$$

$$z_0 = - \frac{4,79}{14,40 \cdot 4,46} = - 0,075 \text{ m,}$$

$h'_0 = 1,790 - 0,075 = 1,715 \text{ m}$ ,  
entsprechend + 27,215 m,

$$F'_0 = 19,65 - 14,40 \cdot 0,075 = 18,57 \text{ m}^2,$$

$$v'_0 = + \frac{14,00}{18,57} = + 0,75 \text{ m/s.}$$

Die Berechnungsergebnisse sind in Abb. 72 durch Zustandslinien dargestellt. Abb. 73 zeigt die Ganglinien für den Querschnitt am Kraftwerk.

Bei dem vorliegenden kurzen Kanal mag es vielleicht von Interesse sein, den Einfluß der endlichen Öffnungszeit zu untersuchen. Die Öffnungszeit der

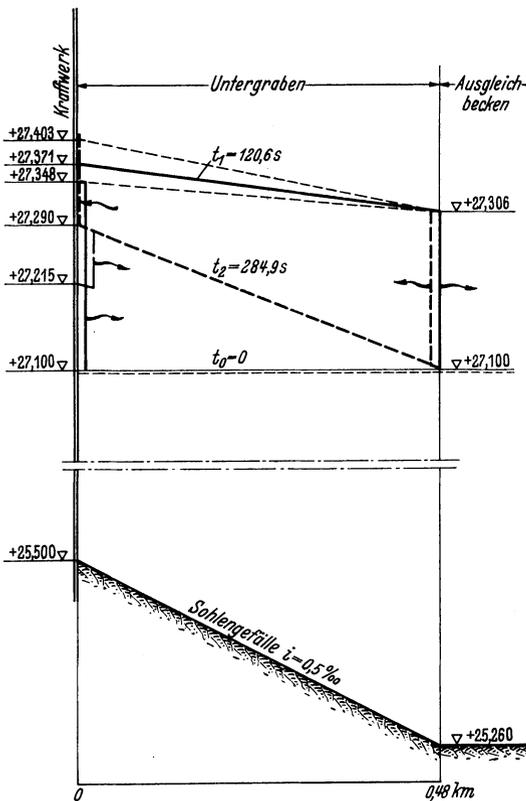


Abb. 72. Zustandslinien.

Turbinen beträgt 5 s. Es wird daher keine senkrechte Wellenfront entstehen, sondern eine geneigte, wie dies in Abb. 50 für einen Stauschwall gezeigt ist. Die zur Zeit  $t = 0$  entstehende erste Teilwelle findet in

Querschnitt 0 (km 0,0) eine Wassertiefe von  $h_0 = 1,60$  m bzw. eine mittlere Tiefe von  $16,96/13,80 = 1,23$  m und in Querschnitt km 0,48 eine Wassertiefe von  $h_1 = 1,84$  m bzw. eine mittlere Tiefe von  $20,39/14,76 = 1,38$  m vor. Die mittlere Schnelligkeit ist demnach

$$a_T = \frac{\sqrt{9,81 \cdot 1,23} + \sqrt{9,81 \cdot 1,38}}{2} = +3,57 \text{ m/s.}$$

Nach 5 s, also bei vollendeter Belastung, erstreckt sich der Wellenkopf eine Länge von  $l_0 = 5 \cdot \sqrt{9,81 \cdot 1,23} = 17,35$  m. — Die Laufzeit der Wellenspitze beträgt

$$\Delta t_T = 480/3,57 = 134,6 \text{ s.}$$

Ein Vergleich mit der mittleren Laufzeit der gesamten Welle  $\Delta t_1 = 120,6$  s (s. oben) zeigt, daß die schräge Wellenfront schon sehr bald verschwindet bzw. sich zur Senkrechten aufrichtet, da ja die oberen Schwallteile sich schneller fortpflanzen als die unteren und daher bei genügender Längenentwicklung diese einholen. Die endliche

Öffnungszeit hat daher nur Einfluß auf den zeitlichen Verlauf des Spiegelanstieges am Kraftwerk. Der Spiegelabfall hängt dagegen nur mehr von der Verformung des Sunkkopfes entsprechend Abb. 18 ab. Eine hier nicht wiedergegebene Berechnung zeigt, daß die obersten Teile des Sunkes bereits nach 150 s Laufzeit, also zur Zeit  $t = 120,6 + 150 = 271$  s am Kraftwerk eintreffen. Daraus ergibt sich der in Abb. 73 gestrichelt gezeichnete Verlauf der Spiegelganglinie.

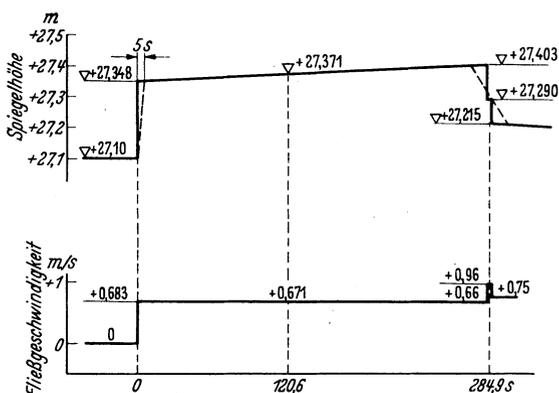


Abb. 73. Ganglinien für den Querschnitt am Kraftwerk.

## Schrifttumsverzeichnis.

BIDONE: Mem. Accad. Sci. Torino. Bd. 30 (1826). (Versuche über die Fortpflanzung von Wellen.) — BÖSS (a): Berechnung der Wasserspiegellage. Forschungsarbeiten, Heft 284. Berlin: VDI-Verlag 1927. — (b) Versuche an einem HERNschen Wasserpegel bei der Wasserkraftanlage der Papierfabrik Schoeller u. Hoesch in Gernsbach. Bautechn. 1930. — BOUSSINESQ: (a) Essai sur la théorie des eaux courantes. Mém. présentés par divers savants Acad. Sci. Bd. 23 u. 24. Paris 1877. — (b) Théorie de l'écoulement tourbillonnant et tumultueux des liquides dans les lits rectilignes à grande section. Paris: Gauthier-Villars 1897.

CALAME: Calcul de l'onde de translation dans les canaux d'usines. Lausanne et Paris: Concorde et Gauthier-Villars 1932.

DARCY et BAZIN: Recherches hydrauliques 2. Recherches expérimentales relatives aux remous et à la propagation des ondes. Paris: Dunod 1865.

EGIAZAROFF: Zur Frage der täglichen Regulierung hydroelektrischer Anlagen. (Experimentelle Erforschung des Entnahmesunkes in einem langen Gerinne.) Russisch, mit englischer Inhaltsübersicht. Leningrad 1931. — EISNER: Praktisches

Beispiel zur Berechnung eines Stauschalles bei Vorhandensein in einer Heberentlastung. *Wasserkr.-Jb.* 1925/26.

FAVRE: *Étude théorique et expérimentale des ondes de translation dans les canaux découverts.* Paris: Dunod 1935. — FEFTEL: Über die veränderliche, nicht stationäre Strömung in offenen Gerinnen, insbesondere über Schwingungen in Turbinen-Triebkanälen. *Forsch.-Arb.* Heft 205, Berlin 1918, VDI-Verlag, in Kommission bei Julius Springer. — FORCHHEIMER: (a) *Hydraulische Folgerungen aus Beobachtungen in Trostberg.* Schweiz. Bauz. Bd. 75 (1920). — (b) *Wasserschwall und Wassersunk.* Leipzig u. Wien: Franz Deuticke 1924. — (c) *Hydraulik.* Leipzig u. Berlin: Teubner 1930. Ferner: *Grundriß der Hydraulik.* Leipzig u. Berlin: Teubner 1926.

GRENGG: *Schwallversuche im Oberwassergraben des Murkraftwerkes Mixnitz-Frohleiten.* *Wasserwirtsch.* 1934.

KOCH-CARSTANJEN: *Von der Bewegung des Wassers und den dabei auftretenden Kräften.* Berlin: Julius Springer 1926. — KOBELT: Über eine künstlich erzeugte Hochwasserwelle in der Aare. *Mitt. Nr. 14 d. Schweiz. Amtes f. Wasserwirtsch.* Bern 1921. — KOŽENY: *Die Wasserführung der Flüsse.* Leipzig u. Wien: Franz Deuticke 1920. — KREY: (a) *Die Wirkung der Schleusungen auf den Wasserstand und die Wasserbewegung in den Haltungen.* *Z. dttsch. Wasserwirtsch. u. Wasserkraftverb.* E. V. 1921. — (b) *Einfluß von künstlichen Querschnitteinengungen auf die Sturmfluthöhe im Tidegebiet der Flüsse.* *Zbl. Bauverw.* 1923. — (c) *Die Flutwelle in Flußmündungen und Meeresbuchten.* *Mitt. Versuchsanst. Wasserbau u. Schiffbau Berlin*, Heft 3. Berlin 1926. — KURZMANN: *Der Betrieb von Werkkanälen großer Abmessungen.* *Wasserkr.-Jb.* 1927/28.

LUDIN: *Wasserkraftanlagen, Erste Hälfte, Planung, Triebwasserleitungen und Kraftwerke.* Berlin: Julius Springer 1934.

MAIER u. SPÄTH: (a) *Über die Vorgänge in Stauhaltungen bei Anwendung der Tagesspeicherung.* *Zbl. Bauverw.* 1920. — (b) *Der Einfluß der Schiffsschleusungen auf die Wasserkraftanlagen an dem zu kanalisierenden Neckar. Die Schleusungsversuche am Wasserkraftwerk Poppenweiler.* *Zbl. Bauverw.* 1920. — MASSÉ: *Hydrodynamique fluviale. Régimes variables.* Paris: Hermann 1935. — MEYER-PETER u. FAVRE: *Über die Eigenschaften von Schwallen und die Berechnung von Unterwasserstollen.* Schweiz. Bauz. Bd. 100 (1932).

RITTER: *Die Fortpflanzung der Wasserwellen.* *Z. VDI* Bd. 36 (1892).

SAINT-VENANT: *Théorie du mouvement non permanent des eaux avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit.* C. R. Acad. Sci. Paris 1871. Ferner: C. R. Acad. Sci. Paris 1870. — SCHNEIDER: *Versuche an Hebermodellen. Modellversuche über die zweckmäßigste Gestaltung einzelner Bauwerke.* Veröff. Mittl. Isar AG., München. Charlottenburg: Mittelbach 1923. — SCHOCKLITSCH: *Über Dammbrechwellen.* *Sitzungsberichte, Abt. 2a, Bd. 126.* Wien 1917. — SCOTT-RUSSEL: (a) *Report of the 7<sup>th</sup> meeting of the British Association for the Advancement of Science.* York 1837. — (b) *Report of the 14<sup>th</sup> meeting of the British Association for the Advancement of Science: Report on Waves.* York 1844.

VÖGERL: *Beitrag und Beispiel zur Schwallberechnung.* *Wasserkr. u. Wasserwirtsch.* 1935.

WINKEL: (a) *Änderungen des Wasserstandes in den Haltungen infolge Schiffsschleusungen.* *Wasserkr.* 1922. — (b) *Die hydromechanischen Vorgänge beim Schließen eines Schiffes.* *Bautechn.* 1923. — (c) *Aufnahme der beim Schließen in einer Kanalhaltung entstandenen Senkungswellen.* *Bautechn.* 1924. — (d) *Besondere Wellenerscheinungen in Schiffahrtskanälen infolge von Schleusungen.* *Bautechn.* 1926. — (e) *Das Verhalten von Hebungs- und Senkungswellen bei verschiedener Fließbewegung.* *Dtsch. Wasserwirtsch.* 1926. — (f) *Die Grundlagen der Flußregelung.* Berlin: Ernst & Sohn 1934.

Weitere Literaturangaben finden sich unter anderem in FAVRE.

# Wasserschlösser an Druckstollen.

## Einleitung.

Die Forderung der Volkswirtschaft nach gesteigerter und billiger Schaffung von Werten hat die Nutzung der Wasserkräfte im Dienste der Menschen auf das Wirksamste gefördert.

Der praktische und theoretische Wasserbau wurde dadurch vor eine Reihe von Problemen gestellt, unter denen (in den letzten 2—3 Jahrzehnten) das Problem des Wasserschlosses — im engsten Zusammenhange mit dem Ausbau der Großwasserkraftanlagen — in den Vordergrund des theoretischen Interesses gerückt wurde.

Bei den modernen Wasserkraftanlagen zwingt die Forderung nach möglichst großem Nutzgefälle das Krafthaus in weiter Entfernung von der Wasserfassung anzulegen. Als Wasserspeicher dienen dabei hochgelegene Bergseen oder Talsperren, aus denen das Betriebswasser für die Speisung der Turbinen entnommen wird.

Überlegungen wirtschaftlicher Natur und maschinelle Rücksichten haben nun zu einer Zweiteilung der Wasserzuleitung geführt: in einen langen schwach geneigten *Stollen*, der die Berghänge der Wasserfassung durchfährt und einen kurzen *Druckrohrteil*, der steil zum Krafthause abfällt. Zwischen *Stollen* und *Druckrohr* ist als Druck- und Wassermengenregler das *Wasserschloß* eingeschaltet mit der Aufgabe, als Energiespeicher wirksamen Ausgleich zu schaffen zwischen dem rasch wechselnden Wasserverbrauch der Turbinenbelastung und der diesem Wechsel nur träge folgenden langen Wassersäule im Stollen. Der Rauminhalt des Wasserschlosses muß also so bemessen sein, daß er den Mehrbedarf bei Belastungserhöhung deckt und bei vollständiger Entlastung die zuströmende Wassermenge aufnimmt.

### 1. Entwurfsgrundlagen für das Wasserschloß.

Neben den Anforderungen, die an das Wasserschloß als *Druck- und Wassermengenregler* gestellt werden, nehmen auf den Entwurf auch *betriebstechnische* und *wirtschaftliche Forderungen* entscheidenden Einfluß.

a) *Hydraulische Anforderungen*. Das Wasserschloß muß so entworfen werden, daß bei jeder möglichen Betriebsstörung nicht nur *angefachte* oder *stehende* Schwingungen vermieden, sondern diese vielmehr so gedämpft werden, daß in kurzer Zeit ein neuer Gleichgewichtszustand

herbeigeführt wird. Außerdem müssen die zulässigen Schwingungsgrenzen eine noch einwandfreie Turbinenregelung zulassen.

b) Betriebstechnische Anforderungen. Die betriebstechnischen Anforderungen, die an das Wasserschloß gestellt werden, hängen wesentlich von der Art und Größe der Wasserkraftanlage ab. Gemeinsam für alle Wasserkraftanlagen *jeder* Größe ist aus Gründen der Sicherung gegen Kurzschluß und Unglücksfälle (z. B. Rohrbruch) die Dimensionierung des Wasserschlosses für die *Entlastung* auf plötzliches und *vollständiges* Absperrren aller Turbinen.

Für die *Belastung* wird bei *kleinen* Anlagen der Inhalt des Wasserschlosses so bestimmt, daß für plötzliches und vollständiges Einschalten *aller* Turbinen eine untere Schwingungsgrenze nicht unterschritten wird, die so festgelegt ist, daß das Eindringen von Luft in den Stollen oder das Druckrohr vermieden ist.

Bei *mittleren* Anlagen wird in der wasserbaulichen Praxis meist gefordert, daß bei einer plötzlichen Belastungszunahme von *Halb-* auf *Vollast* eine untere Schwingungsgrenze nicht unterschritten wird, während für diese Forderung bei *Großwasserkraftanlagen* schon entsprechend kleinere Hundertsätze (15–30% der Gesamtlast) — Belastung von 70% auf 100% oder von 85% auf Vollast — der Wasserschloßberechnung als Grundlage dienen sollen.

*Allgemein* gültige Regeln des für das Wasserschloß *ungünstigsten* Betriebsfalles können wohl kaum angegeben werden, da dieser in hohem Maße von der Betriebsführung, der wechselnden Belastung des Netzes und vor allem auch davon abhängig ist, ob die Anlage mit anderen Werken auf gemeinsame Sammelschiene arbeitet.

Es wird sich also empfehlen, fallweise aus der zu erwartenden Belastung des Netzes den ungünstigsten Betriebsfall für die *Belastungszunahme* (in nicht zu engherziger Weise) zu schätzen, der dann als Grundlage zur Dimensionierung des Wasserschlosses dient.

c) Wirtschaftliche Forderungen. Als Ausführungsform des Wasserschlosses wird jene in Frage kommen, die in vollkommener Weise die hydraulischen und betriebstechnischen Anforderungen bei *kleinstem* Anlagekapital erfüllt.

## 2. Geschichtlicher Rückblick.

Die erste mathematische Formulierung des Wasserschloßproblems und seiner Grundgleichungen geht auf F. PRÁŠIL zurück, der auch für den Sonderfall des plötzlichen und vollständigen Absperrrens der Turbinen eine erste Integration der Bewegungsgleichung geleistet und die strenge Lösung für die größten Schwingungsweiten angegeben hat.

Doch die Unmöglichkeit, die *vollständige* Lösung der Differentialgleichung in geschlossener Form zu geben, wurde nur zu bald schmerzlich empfunden. Mit vereinfachten Annahmen (linear mit der Geschwindigkeit

veränderliche Reibungshöhe) wurden nun Lösungen angegeben, auf die jedoch, als auf unzureichenden Grundlagen aufgebaut, hier nicht näher eingegangen werden soll.

Unter Berücksichtigung der mit dem Quadrat der Geschwindigkeit veränderlichen Reibungshöhe geben die bekannten Arbeiten von E. BRAUN, H. BUSCH, PH. FORCHHEIMER, R. GRAMMEL, F. PRÁŠIL, D. THOMA, F. VOGT u. a. durch rechnerische und zeichnerische Verfahren wertvollen Einblick in die Art der so vielgestaltigen Schwingungsvorgänge im Wasserschloß.

### 3. Das Ziel dieser Arbeit.

Um die Beantwortung der Frage zu fördern, wann im Wasserschloße *ungefachte* und wann *gedämpfte* Schwingungen auftreten, sollen dieselben nach Art der *Charakteristik* des Reglervorganges (mit sinkendem Gefälle linear sinkende Entnahme, konstante Wasserentnahme und konstante Leistungsentnahme) folgerichtig geordnet und eingehend beschrieben werden.

Die Stabilitätsbetrachtungen für Schwingungen mit unendlich *kleiner Amplitude*, die an die Namen D. THOMA, E. BRAUN und F. VOGT geknüpft sind, sollen durch ein *Abschätzungsverfahren* auf „endliche“ Schwingungen erweitert und die bezüglichen Dämpfungskriterien angegeben werden.

Im Anschluß hieran sollen die für die Ermittlung der größten Schwingungswerten erforderlichen Rechenverfahren gezeigt werden. Derartige Verfahren liegen für fast alle heute gebräuchlichen Wasserschloßformen vor. Sie sollen für die Bedürfnisse der praktischen Hydraulik gesichtet bzw. weiter ausgebaut werden und — zum Teil mit Hilfe von graphischen Darstellungen und Nomogrammen — für die mühelose Anwendung bei der Entwurfsarbeit geeignet gemacht werden.

Für gewisse Fälle — etwa allmählich veränderliche Wasserschloßfläche, wechselnden Wasserverbrauch u. ä. —, die durch rechnerische Verfahren nicht geklärt werden können, soll auf die zahlreichen zeichnerischen Verfahren nach BRAUN, CALAME und GADEN, LEINER, MÜHLHOFER und nach SCHOCKLITSCH und FRANK hingewiesen werden, die für die Untersuchung der Schwingungsvorgänge von allgemeinsten Anwendbarkeit sind.

Schließlich soll eine neue Wasserschloßform aufgezeigt werden, an der die allgemein gültigen Grundsätze zur wirtschaftlichen Formgebung von Wasserschloßern entwickelt werden.

### 4. Bezeichnungen. (Vgl. Abb. 74.)

$H_0$  ... Rohgefälle.

$H_n$  ... Nutzgefälle. (Bei langen Rohrleitungen ist von dem in Abb. 74 eingezeichneten Wert  $H_n$  noch der Druckverlust in der Druckrohrleitung in Abzug zu bringen oder im Turbinenwirkungsgrad zu berücksichtigen).

- $Q$  ... Wassermenge im Stollen, positiv, wenn Wasserbewegung zum Wasserschloß vorliegt.  
 $Q_0$  ... Wassermenge im Stollen bei Vollast (Beharrungszustand).  
 $Q_1$  ... desgl., bei Teillast.  
 $q$  ... Augenblicklicher Wasserverbrauch der Turbinen, im Beharrungszustand  $= Q$ .  
 $v$  ... Wassergeschwindigkeit im Stollen, positiv bei Wasserbewegung zum Wasserschloß.  
 $v_0$  ... Wassergeschwindigkeit im Stollen im Beharrungszustand bei Vollast.  
 $v_1$  ... desgl., bei Teillast.  
 $L$  ... Stollenlänge.  
 $h$  ... Druckverlust im Stollen,  $h = \alpha \cdot v^2$ .  
 $\alpha$  ... Beiwert, der mit  $v^2$  multipliziert, den Druckverlust im Stollen ergibt.

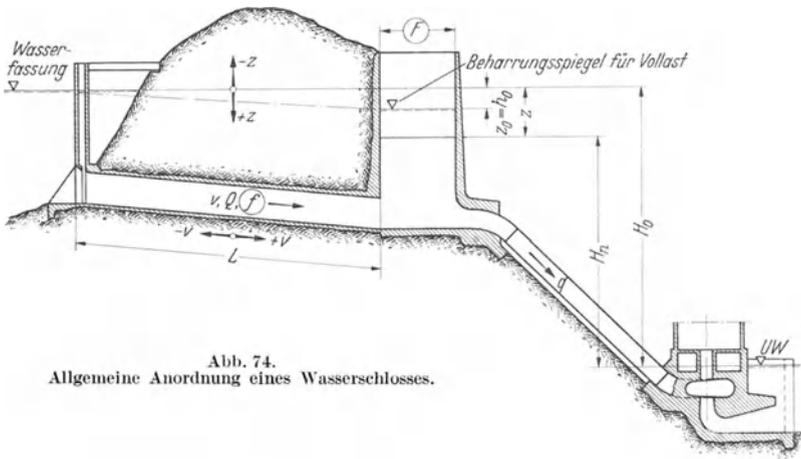


Abb. 74.  
Allgemeine Anordnung eines Wasserschlosses.

- $h_0$  ... Druckverlust im Stollen bei Vollast ( $h_0 = \alpha \cdot v_0^2$ ).  
 $h_1$  ... desgl., bei Teillast ( $h_1 = \alpha \cdot v_1^2$ ).  
 $F$  ... Wasserschloßquerschnitt (horizontal).  
 $f$  ... Stollenquerschnitt.  
 $C$  ... Turbinenleistung in mt/s;  $C = N \cdot \frac{0,75}{10 \cdot \eta_t}$ , wobei  $N$  = Leistung in PS und  $\eta_t$  = Wirkungsgrad von Turbine + Rohrleitung.  
 $z$  ... Spiegellage im Wasserschloß bezüglich der Wasserfassung, positiv nach abwärts.  
 $z_0$  ... Spiegellage im Vollast-Beharrungszustand.  $z_0 = h_0$ .  
 $z_{\max}$  ... Höchste bzw. tiefste Lage des Wasserspiegels im Wasserschloß.  
 $t$  ... Zeit in s.  
 $g$  ... Beschleunigung der Schwere.

Für das gedämpfte Wasserschloß (Abb. 83) gelten außerdem die Bezeichnungen:

- $k$  ... Druckverlust im Widerstand beim Durchfluß einer Wassermenge  $Q$ .  
 $k_0$  ... Druckverlust im Widerstand beim Durchfluß der Vollastwassermenge  $Q_0$ .  
 $\eta$  ... Dämpfungszahl,  $\eta = k_0/h_0$ .  
 $\alpha_1$  ... Beiwert, der mit  $v^2$  multipliziert den Druckverlust im Widerstand ergibt.  
 $\alpha_1 = \eta \cdot \alpha = k_0/v_0^2$ .

Verhältniszahlen (VOGT):

$$x = z/h_0, \quad x_{\max} = z_{\max}/h_0,$$

$$y = Q/Q_0 = v/v_0,$$

$$n = Q_1/Q_0 = v_1/v_0 = \text{Belastungsgrad, nach Wasserverbrauch gerechnet.}$$

$$\varepsilon = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F \cdot h_0^3} = \text{Wasserschloßkennziffer.}$$

$$\beta = h_0/H_0.$$

## I. Stabilitätsbetrachtungen.

### 1. Voraussetzungen und Annahmen.

Als Voraussetzung der folgenden Untersuchungen, die sich *nur* auf Wasserschlässe mit *unter Druck* durchflossenem Zulaufgerinne beziehen, soll eine unelastische Stollenwandung angenommen werden und das Wasser selbst als unzusammendrückbar gelten. Die Berichtigungen, die sich aus dieser Voraussetzung gegenüber den tatsächlichen Verhältnissen ergeben würden, sind unwesentlich. — Das Nacheilen der Regler, das nach den Untersuchungen D. THOMAS vernachlässigt werden kann, würde eine Verbesserung der Stabilität ergeben. — Die Näherung gleicher Geschwindigkeitsverteilung über den ganzen Stollenquerschnitt findet in der turbulenten Strömungsform in weiten Stollen ausreichende Begründung. — Die Annahme eines unveränderlichen Turbinenwirkungsgrades bedingt nach den Untersuchungen von VOGT bei kleinen Belastungsgraden *im allgemeinen* eine Verbesserung der Stabilität. Jedoch sind — insbesondere bei Turbinen hoher Schnellläufigkeit — auch Fälle möglich, in denen eine Verschlechterung der Stabilität infolge Abnahme des Wirkungsgrades mit sinkender Fallhöhe eintritt (THOMAS, VOGT). Eine allgemeine Formulierung kann wohl kaum gegeben werden, da der Wirkungsgrad in erster Linie von der Turbinenart (die beim Entwurf meist noch gar nicht genau festliegt) und von ihrer Auslegung abhängt. Man wird also in einzelnen offensichtlich ungünstig gelagerten Fällen, in denen die Schwingungswerten beträchtlich im Vergleich zur Nutzfallhöhe sind und ein Sinken des Wirkungsgrades verursachen, zu besonderen Untersuchungen (zeichnerische oder rechnerische Integrationen) greifen müssen, falls der gewählte Wasserschloßquerschnitt nahe an der unteren Grenze liegt. — Wie bisher im Schrifttum soll auch hier der Einfluß der Massenkkräfte des Wassers im Druckrohr und im Wasserschloß als klein gegen die Trägheitskräfte im Stollen vernachlässigt werden<sup>1</sup>.

### 2. Die Grundgleichungen.

Als Ausgangspunkt der folgenden Untersuchungen dienen die von F. PRÁŠIL gegebenen Grundgleichungen des schwingungsfähigen Systems

<sup>1</sup> Daß der Einfluß der Massenkkräfte im Wasserschloß auf die Periode der Schwingung tatsächlich verschwindend ist, hat PÖSCHL nachgewiesen. Siehe auch TH. PÖSCHL: Physik. Z. Bd. 29 (1928) S. 938.

— die Wassersäule Stollen-Wasserschloß —. Die nach einer Störung des Gleichgewichtszustandes von den Turbinen verbrauchte Wassermenge wird durch die aus dem Stollen und Wasserschloß zufließende Wassermenge gemeinsam gedeckt.

Mit den Bezeichnungen der Abb. 74 folgt aus dieser Überlegung als *Durchflußgleichung*

$$(1) \quad q = v f + F \frac{dz}{dt}.$$

Während des Schwingungsvorganges wirkt beim Einschalten der Turbinen die um die Reibungshöhe verminderte Spiegeldifferenz zwischen Wasserfassung und Wasserschloß beschleunigend auf die Wassersäule im Stollen, womit unter Berücksichtigung der mit dem Quadrate der Geschwindigkeit veränderlichen Reibung als *Beschleunigungsgleichung*

$$(2) \quad \frac{L}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = z - \alpha v^2$$

erhalten wird.

Bei der Herleitung der beiden Grundgleichungen, der Durchfluß- und Beschleunigungsgleichung, wurden über die Art des Entnahmevorganges, also über das Gesetz der Turbinenregelung, keinerlei Voraussetzungen gemacht. Die Stabilitätsbetrachtungen des folgenden Abschnittes sollen nach der *Charakteristik* des Reglers jene Arten der Turbinenregelung, bei denen nur gedämpfte Schwingungen möglich sind, scharf von jenen trennen, die durch das Auftreten stehender oder angefachter Schwingungen den Betrieb der Turbinenanlagen gefährden.

Schon frühzeitig wurden solche stehenden und angefachten Schwingungen — als Folge der unzureichenden Bemessung des Wasserschlosses — im Betriebe beobachtet und haben dadurch die Anregung zu den grundlegenden Stabilitätsbetrachtungen D. THOMAS für kleine Schwingungen im Wasserschloß gegeben. Die Stabilitätsfragen für *endliche* Schwingungen — wie sie sich im Betriebe der Wasserkraftanlagen tatsächlich ergeben — zu erweitern und die bei verschiedener Reglercharakteristik auftretenden Schwingungsvorgänge eingehend zu beschreiben, ist das Ziel des folgenden Abschnittes.

### 3. Stabilitätsbetrachtungen für das ungedämpfte Wasserschloß.

#### a) Das Abschätzungsverfahren [SCHÜLLER (b)].

Die Stabilitätsbetrachtungen D. THOMAS für kleine Störungen einer Gleichgewichtslage führen mit den in der Theorie der kleinen Schwingungen gebräuchlichen Vernachlässigungen auf eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Beiwerten, deren Diskussion nach bekannten Verfahren geleistet werden kann.

Werden jedoch in der Bewegungsgleichung des schwingungsfähigen Systems auch die Glieder von zweiter und höherer Ordnung in  $s$  und

die entsprechenden Produkte beibehalten, so ergibt sich eine nicht-lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit veränderlichen Beiwerten von der Form

$$(3) \quad \ddot{s} + \varphi(t)\dot{s} + \psi(t) \cdot s = 0,$$

die einem mit *zeitveränderlicher* Reibung schwingendem Systeme entspricht. Dabei bedeuten  $\ddot{s}$ ,  $\dot{s}$  die zweite bzw. erste Ableitung nach der Zeit,  $\varphi(t)$  und  $\psi(t)$  zeitveränderliche Beiwerte, die nur in mäßigen Grenzen schwanken.

Die Differentialgleichung (3), die der Schwingungsgleichung des Systems Stollen-Wasserschloß entspricht, gibt nach der physikalischen Anschauung dann eine *gedämpfte* Schwingung, wenn die Beiwerte  $\varphi(t)$  und  $\psi(t)$  im ganzen Verlaufe der Schwingung *positiv* bleiben, eine Folgerung, die sich nach einem Hinweis von Herrn Prof. Dr. P. FUNK, Prag, unmittelbar aus dem Energiesatz herleiten läßt.

Wird die Differentialgleichung

$$\ddot{s} + \varphi(t) \cdot \dot{s} + \psi(t) \cdot s = 0,$$

in der  $\varphi(t)$  und  $\psi(t)$  zwar zeitveränderliche aber nur in *engen Grenzen schwankende* Beiwerte bedeuten, mit  $\dot{s}$  multipliziert und integriert, so ergibt sich

$$(4) \quad \left[ \frac{\dot{s}^2}{2} \right]_{t=0}^{t=t_1} + \psi(t) \cdot \left[ \frac{s^2}{2} \right]_{t=0}^{t=t_1} = - \int_{t=0}^{t=t_1} \varphi(t) \cdot \dot{s}^2,$$

aus welcher Gleichung unmittelbar abgelesen werden kann, daß die Energie des Systems mit fortschreitender Schwingung abnimmt. Das hier angegebene Abschätzungsverfahren soll nun auf verschiedene Reglervorgänge angewendet werden, um aus den Bedingungsgleichungen

$$(5) \quad \varphi(t) > 0, \quad \psi(t) > 0,$$

die bei *gedämpften* Schwingungen im ganzen Verlaufe erfüllt sein müssen, die Wasserschloßkriterien zu gewinnen.

#### b) Steigende Charakteristik des Reglers.

Als erster Fall soll jene Turbinenregelung behandelt werden, die mit steigendem Gefälle der Kraftanlage linear anwachsenden Wasserverbrauch der Turbine gibt.

Die für den Schwingungsvorgang geltende Bewegungsgleichung folgt aus der *Durchflußgleichung*

$$(6) \quad q = v \cdot f + F \cdot \frac{dz}{dt},$$

der *Beschleunigungsgleichung*

$$(7) \quad \frac{L}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = z - \alpha v^2$$

und der *Reglergleichung* nach Abb. 75

$$(8) \quad q = \frac{b-z}{a}$$

durch Ausschaltung von  $Q$  und  $v$  aus den Gl. (6) bis (8) mit

$$(9) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \frac{dz}{dt} \cdot \left[\frac{1}{a F} + \frac{2 \alpha g (b-z)}{a f L}\right] + \frac{g f}{L F} \cdot z = \frac{\alpha g}{f L F} \cdot \left(\frac{b-z}{a}\right)^2.$$

Führt man in die Differentialgleichung (9)

$$z = z_0 + s$$

ein, wobei  $s$  den Abstand von der Schwingungsachse bedeutet, so verschwindet das Störungsglied der Gl. (9), und es ergibt sich als Differentialgleichung in  $s$

$$(10) \quad \begin{cases} \frac{d^2 s}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 + \frac{ds}{dt} \cdot \left[\frac{1}{a F} + \frac{2 \alpha g (b-z_0-s)}{a f L}\right] + \\ + \left[\frac{g f}{L F} + \frac{2 \alpha g}{f L F} \cdot \left(\frac{b-z_0}{a^2}\right) - \frac{\alpha g s}{L F f a^2}\right] \cdot s = 0. \end{cases}$$

Um Gl. (10) für das Abschätzungsverfahren von S. 92 f. brauchbar zu machen, um sie also auf die *Form* einer linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung mit zeitveränderlichen Beiwerten zu bringen, hebt man aus dem zweiten und dritten Gliede  $ds/dt$  heraus und diskutiert nun diese Beiwerte so, wie im folgenden gezeigt werden soll.

Der Beiwert von  $s$  in Gl. (10) ist für alle Werte von  $s$ , die während der Schwingung auftreten können, wie unmittelbar zu sehen ist, immer *positiv*; es bleibt also nur noch die Untersuchung des Beiwertes von  $ds/dt$

$$(11) \quad A = \left[\frac{1}{a F} + \frac{2 \alpha g (b-z)}{a f L} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \frac{dz}{dt}\right].$$

Gelingt es, für  $dz/dt$  die Größtwerte, die auch in den Beiwert  $A$  eingehen, anzugeben, so kann die Diskussion vollständig geleistet werden. Mit

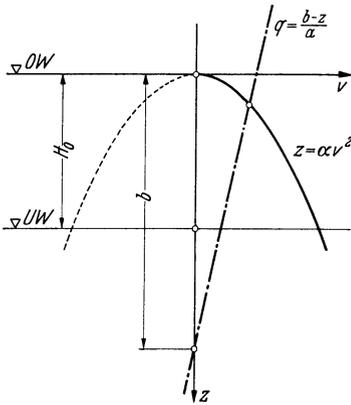


Abb. 75.

$$(12) \quad \frac{dz}{dt} = \frac{b-z}{a F} - \frac{v f}{F}$$

aus Gl. (6) und (8) folgt für  $v = 0$  und  $z = 0$  der Größtwert für

$$(13) \quad \left[\frac{dz}{dt}\right]_{\max} = \frac{b}{a F}.$$

Geht man nun mit diesem Wert in den Beiwert  $A$  der Gl. (11) ein, so folgt für diesen

$$(14) \quad A = \frac{1}{a F} + \frac{\alpha g b}{a f L}.$$

Dieser Wert von  $A$  der Gleichung bedeutet den *Kleinstwert*, der bei diesem Schwingungsvorgang überhaupt auftreten

kann, denn mit wachsendem  $z$  und  $v$  wird  $dz/dt$  *kleiner* und damit der Beiwert  $A$  größer.

Wechselt  $dz/dt$  das Zeichen (Aufschwingen des Wasserschloßspiegels), so wird der Beiwert  $A$  um so größer, die Schwingung wird also um so

mehr gedämpft. Da vom Einschalten der Turbinen an während eines ganzen Schwingungsganges (Abschwingen und Aufschwingen bis  $dz/dt = 0$ ) die Schwingung dauernd gedämpft wurde, kann die Ausgangshöhenlage nicht mehr erreicht worden sein, d. h. die Schwingungsweiten haben abgenommen.

Das Krümmungskriterium für den Anfang der Schwingung ergibt mit  $t = 0, v = 0, z = 0$

$$(15) \quad \frac{dz}{dt} = \frac{b}{aF}, \quad \frac{d^2z}{dt^2} = -\frac{b}{a^2 F^2}.$$

Die Bewegungsgleichung für *reibungsfreien Stollen* fließt aus Gl. (9) mit  $\alpha = 0$

$$(16) \quad \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{aF} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{gf}{LF} \cdot z = 0.$$

Die Gleichgewichtslagen (Schwingungsachsen des Wasserschloßspiegels) folgen für  $z = \text{konst.}$  aus Gl. (9) als Wurzelwerte der quadratischen Beziehung

$$(17) \quad fz = \frac{\alpha}{f} \cdot \left(\frac{b-z}{a}\right)^2.$$

Gilt also für den Wasserzufluß zu den Turbinen das Reglergesetz

$$q = \frac{b-z}{a},$$

so sind bei *beliebiger* Wahl des Wasserschloßquerschnittes (eine untere Grenze ist nur durch die Schwingungsweiten gegeben, die man noch zulassen will) *alle* bei einer Störung des Gleichgewichtszustandes auftretenden Schwingungen — auch bei *reibungsfreiem Stollen* — gedämpft.

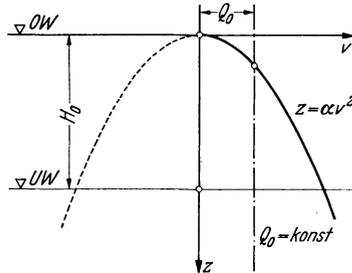


Abb. 76.

c) Übergangsfall:

Konstante Wasserentnahme.

Aus den drei Bestimmungsgleichungen

$$\begin{aligned} q &= v_j + F \frac{dz}{dt} \\ \frac{L}{g} \cdot \frac{dv}{dt} &= z - \alpha v^2 \\ q &= Q_0 = \text{konst.} \end{aligned} \quad (\text{Abb. 76})$$

folgt aus Gl. (9) mit  $a = \infty$  und  $\frac{b-z}{a} = Q_0$  als Differentialgleichung des Schwingungsvorganges

$$(18) \quad \frac{d^2z}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \frac{2 \alpha g v_0}{L} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{g f}{L F} \cdot z = \frac{g f \alpha v_0^2}{L F}.$$

Das Störungsglied der Differentialgleichung wird wieder durch Einführung der neuen Veränderlichen  $s$ ,

$$z = z_0 + s,$$

beseitigt, wodurch sich als Schwingungsgleichung in  $s$  ergibt

$$(19) \quad \frac{d^2 s}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 + \frac{2 \alpha g v_0}{L} \cdot \frac{ds}{dt} + \frac{g f}{L F} \cdot s = 0.$$

In dieser Gleichung bleibt der Beiwert von  $s$  im ganzen Verlaufe der Schwingung konstant und positiv. Die Diskussion des Beiwertes von  $ds/dt$  wird nach dem Abschätzungsverfahren geführt und ergibt mit dem Größtwerte für

$$\left[ \frac{dz}{dt} \right]_{\max} = \frac{Q_0}{F}$$

als Bedingungsgleichung für den Beiwert von  $ds/dt$

$$(20) \quad \frac{2 \alpha g v_0}{L} - \frac{\alpha g v_0}{L} > 0$$

und daraus  $v_0 > 0$ , eine Bedingung, die immer erfüllt ist.

Für die Krümmung am Anfang der Schwingung für  $t = 0$ ,  $v = 0$ ,  $z = 0$  ist

$$(21) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} = 0,$$

d. h. die Zeit-Weg-Linie der Schwingung besitzt am Anfang der Bewegung für  $t = 0$  einen *Wendepunkt*.

Die Bewegungsgleichung für *reibungsfreien Stollen* folgt aus Gl. (18) mit  $\alpha = 0$  und ergibt für konstante Wasserentnahme im ganzen Gefällsraum

$$(22) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{g f}{L F} \cdot z = 0,$$

also eine reine *Sinusschwingung*. Mit  $z = \text{konst.}$  ergibt sich die Schwingungsachse aus

$$(23) \quad z = \alpha v_0^2.$$

Aus den Ergebnissen dieses Abschnittes folgt, daß bei einer Turbinenregelung auf *konstante* Wasserentnahme bei beliebiger Wahl des Wasser-schloßquerschnittes alle Schwingungen gedämpft werden. Bei reibungs-freiem Stollen ergibt sich für diese Turbinenregelung der *Grenzfall* zwischen *angefachter* und *gedämpfter* Schwingung, die *Sinusschwingung*.

#### d) Fallende Charakteristik des Reglers.

Mit sinkendem Gefälle linear wachsende Wasserentnahme ergibt nach Abb. 77 die Reglergleichung

$$(24) \quad q = \frac{b + z}{a}$$

und damit als Bewegungsgleichung der Schwingung

$$(25) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + \frac{dz}{dt} \cdot \left[ \frac{2 \alpha g (b + z)}{a f L} - \frac{1}{a F} \right] + \frac{g f}{L F} \cdot z = \frac{\alpha g}{L F f} \left( \frac{b + z}{a} \right)^2.$$

Nach bekanntem Verfahren wird mit

$$z = z_0 + s$$

das Störungsglied der Gleichung beseitigt, wodurch sich als Schwingungsgleichung in  $s$  ergibt

$$(26) \quad \begin{cases} \frac{d^2 s}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 + \frac{ds}{dt} \cdot \left[ \frac{2 \alpha g (b + z_0 + s)}{a f L} - \frac{1}{a F} \right] + \\ + \left[ \frac{g f}{L F} - \frac{2 \alpha g (b + z_0)}{L F f a^2} - \frac{\alpha g s}{L F f a^2} \right] \cdot s = 0. \end{cases}$$

Der Beiwert von  $s$  liefert als Bedingungsgleichungen für die Dämpfung

$$(27) \quad \frac{g f}{L F} - \frac{2 \alpha g (b + z_0)}{L F f a^2} - \frac{\alpha g s}{L F f a^2} > 0$$

und daraus

$$(28) \quad z_0 < \frac{f^2 a^2}{2 \alpha} - b - \frac{s}{2}.$$

Für diesen Ausdruck soll an Hand der Abbildung eine einfache geometrische Deutung angegeben werden. Denkt man zunächst  $s$  als sehr klein vernachlässigt, so ist  $z_0$  gerade jene Tiefenlage des Berührungspunktes zwischen Reibungsparabel und der unter der vorgegebenen Neigung gezogenen Reglergeraden. Aus Gl. (25) ergeben sich für  $z = \text{konst.}$

$$(29) \quad f z = \frac{\alpha}{f} \cdot \left( \frac{b + z}{a} \right)^2$$

die Schnittpunkte der Reglergeraden mit der Reibungsparabel als Wurzel der quadratischen Gleichung. Mit

$$(30) \quad z_{1,2} = \frac{f^2 a^2}{2 \alpha} - b$$

für den Berührungspunkt zwischen Reglergeraden und Reibungsparabel müssen sich zwei zusammenfallende Wurzelwerte ergeben.

Jene die Reibungsparabel berührende Reglergerade stellt daher den Grenzfall der Entnahme dar, der für Dauerbetrieb bei dem gegebenen Reglergesetz noch möglich ist. Bei Schwingungen mit unendlich kleiner Schwingungsweite könnte man theoretisch mit der Schwingungsachse bis zu dieser Grenzlage der Reglergeraden herangehen.

Bei Schwingungen mit *endlichen* Ausschlägen tritt jedoch auch die Größe der Schwingungsweite bei Ermittlung der noch zulässigen Grenzlage mitbestimmend in Erscheinung. Diese Grenzlage kann nach Abb. 78 als Ausdruck der Gl. (28) leicht ermittelt werden.

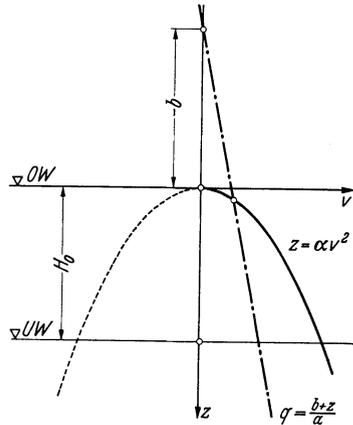


Abb. 77.

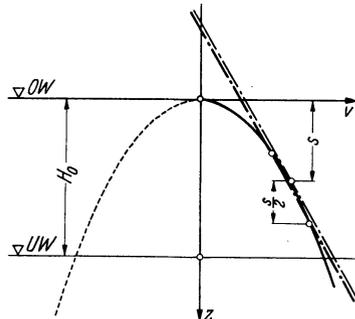


Abb. 78.

Das angegebene Diskussionsverfahren, auf den Beiwert von  $ds/dt$  angewendet, ergibt als *zweite* Stabilitätsbedingung

$$(31) \quad \frac{2 \alpha g \cdot (b+z)}{a f L} - \frac{1}{a F} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \frac{dz}{dt} > 0,$$

$$(32) \quad \frac{dz}{dt} = \frac{b+z}{a F} - \frac{v f}{F}.$$

Den Größtwert von  $dz/dt$  aus Gl. (32) auf einfache Weise anzugeben, gelingt hier nicht mehr, da mit wachsendem  $z$  auch  $v$  wächst, der funktionelle Zusammenhang von  $v$  und  $z$  aber nicht bekannt ist. Es soll daher vorläufig der Wert von  $dz/dt$  aus Gl. (32) in die Bedingungsgleichung (31) eingeführt werden, um dadurch den Querschnitt  $F$  des Wasserschlosses in Abhängigkeit von  $v$  und  $z$  zu gewinnen.

Als Stabilitätsbedingung ergibt sich dann

$$(33) \quad \frac{\alpha g}{L} \cdot \left[ \frac{b+z}{a f} + v \right] > \frac{1}{a F}$$

und daraus für den Wasserschloßquerschnitt die Ungleichung

$$(34) \quad F > \frac{L f}{\alpha g a \left[ \frac{b+z}{a} + v f \right]}.$$

Für plötzliches Einschalten einer Wassermenge  $q$  ergibt sich mit  $v = 0$  und  $z = 0$  aus Gl. (34) als *Größtwert* des Wasserschloßquerschnittes

$$(35) \quad F > \frac{L f}{\alpha g b},$$

denn mit wachsendem  $z$  nimmt auch  $v$  zu, so daß der Nenner der Gl. (34) ständig wächst, der Wasserschloßquerschnitt  $F$  daher im Laufe der weiteren Schwingung abnimmt.

Der Nennerausdruck der Gl. (34) enthält in der Klammer die Summe aus der durch die Turbinen entnommenen und der durch den Stollen zugeführten Wassermenge.

Für die Störung eines *Gleichgewichtszustandes* ist in Gl. (34) die zugeführte Wassermenge gleich der abgeführten zu setzen, wodurch sich als Stabilitätsquerschnitt für *kleine* Schwingungen um eine Gleichgewichtslage aus Gl. (34) ergibt

$$(36) \quad F > \frac{L f}{2 \alpha g (b + z_0)},$$

wenn  $z_0$  den Abstand der Schwingungsachse vom Weiherspiegel bedeutet. Der Querschnitt  $F$  der Gl. (36) kann auch unmittelbar aus Gl. (25) gewonnen werden. Vernachlässigt man  $(dz/dt)^2$  als klein gegen  $dz/dt$ , so ergibt sich als Stabilitätsbedingung

$$\frac{2 \alpha g (b + z_0)}{a f L} - \frac{1}{a F} > 0$$

und daraus für den Wasserschloßquerschnitt

$$F > \frac{L f}{2 \alpha g (b + z_0)} \quad [\text{wie Gl. (36)}].$$

Aus Gl. (34) folgt damit, daß bei wachsendem  $z$  und  $v$  der Wasserschloßquerschnitt abnimmt, um einem Grenzwert zuzustreben, der mit  $(dz/dt) = 0$  für den ersten Schwingungsgang erreicht wird. Bei dem nun eintretenden Aufschwingen des Wasserschloßspiegels wird bei der gleichen Höhenlage des Spiegels wie im Falle des Abschwingens die Stollengeschwindigkeit einen größeren Wert erreicht haben, so daß sich für das Aufschwingen ein kleinerer Wasserschloßquerschnitt ergibt als in gleicher Höhenlage des Spiegels für den Fall des Absinkens. Dieser Vorgang wiederholt sich nun solange, bis mit dem Querschnitt für  $F$  der Gl. (36) die *kleinen* Schwingungen um die Schwingungsachse gedämpft würden.

Aus diesen Überlegungen folgt nun, daß als hinreichende Bedingung für die Stabilität der Schwingungen mit endlicher Schwingungsweite bei einer mit abnehmendem Gefälle linear wachsenden Wasserentnahme sich für den ungünstigsten Fall des plötzlichen Öffnens nach Betriebsstillstand der notwendige Wasserschloßquerschnitt mit

$$(37) \quad F > \frac{L f}{\alpha g b}$$

ergibt. Das Wasserschloß wird also zur Erreichung stabiler Schwingungen mit diesem Querschnitt als *Schacht* einheitlich durchzubilden sein.

Die Krümmung der  $z-t$ -Linie für den Anfang der Bewegung ( $z = 0$ ,  $v = 0$ ,  $t = 0$ ) ergibt

$$(38) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} = + \frac{b}{a^2 F^2}.$$

Setzt man in Gl. (25) wieder  $\alpha = 0$ , so folgt als Bewegungsgleichung für *reibungsfreien* Stollen

$$(39) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{1}{a F} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{g f}{L F} z = 0,$$

also eine *angefachte Schwingung*.

Die Schwingungsachsen ergeben sich wieder für  $z = \text{konst.}$  als Wurzelwerte der quadratischen Gleichung

$$(40) \quad f z = \frac{\alpha}{f} \cdot \left( \frac{b+z}{a} \right)^2.$$

Die hier durchgeführten Untersuchungen haben gezeigt, daß *steigende* Charakteristik einschließlich des Übergangsfalles der *konstanten* Wasserentnahme immer *gedämpfte* Schwingungen bedingt, während *fallende* Charakteristik bei *Unterschreitung* des kritischen Wasserschloßquerschnittes *angefachte* Schwingungen zur Folge hat.

Es ergibt sich also, daß bei steigender Charakteristik jede *Verkleinerung* der Tangentenneigung der Charakteristik zur  $z$ -Achse — der Winkel im Gegensinne des Uhrzeigers gemessen — eine *Verbesserung*, jede *Vergrößerung* derselben eine *Verschlechterung* der Dämpfung bedingt.

Bei fallender Charakteristik bedingt jede *Verkleinerung* der Tangentenneigung eine Verbesserung, jede *Vergrößerung* eine Verschlechterung der *Stabilität*.

e) Regelung auf konstante Leistung.

Die Bewegungsgleichung des für die wasserbauliche Praxis wichtigsten Falles der konstanten Leistungsentnahme ergibt sich aus den Gleichungen

$$q = v f + F \frac{dz}{dt},$$

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = z - \alpha v^2$$

in Verbindung mit der Reglergleichung

$$C = q \cdot (H_0 - z),$$

worin  $H_0$  das Gesamtgefälle der Kraftanlage bedeutet, mit

$$(41) \frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \frac{dz}{dt} \left[ \frac{2 \alpha g C}{L f (H_0 - z)} - \frac{C}{F (H_0 - z)^2} \right] + \frac{g f}{L F} \cdot z = \frac{\alpha C^2 g}{L F f (H_0 - z)^2}.$$

Die Schwingungsachsen ergeben sich für  $z = \text{konst.}$  aus Gl. (41) als Wurzelwerte der kubischen Gleichung

$$f^2 z \cdot (H_0 - z)^2 - \alpha C^2 = 0.$$

In anschaulicher Weise zeigt Abb. 79, wie die Schwingungsachsen für Regelung auf konstante Leistung gefunden werden können. Sie ergeben

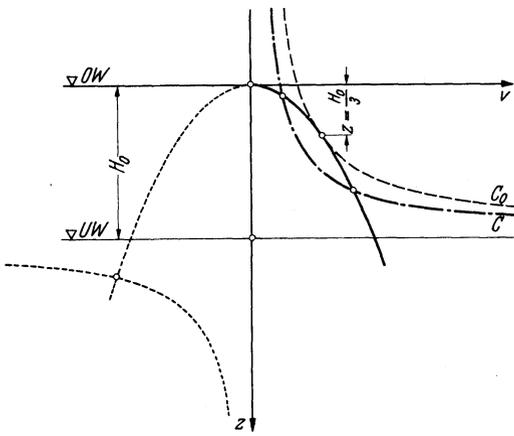


Abb. 79.

sich als Schnittpunkte der Reibungsparabel

$$z = \alpha v^2$$

mit der gleichseitigen Leistungshyperbel

$$C = q \cdot (H_0 - z).$$

Die Abb. 79 liefert auch sofort das Kriterium für den Größtwert der Leistung bei unbegrenztem Wasserzufluß, den schon D. THOMA aus anderen Überlegungen hergeleitet hat. Die größte Leistung, die einer Kraftanlage mit gegebener Stollenreibung

und unbegrenztem Wasserzufluß im *Dauerbetrieb* entnommen werden kann, wird durch jene Hyperbel gegeben, die die Reibungsparabel *berührt*. Um die Höhenlage dieser Berührung zu erhalten, trägt man in Abb. 80 auf der Waagrechten die Abstände vom Spiegel der

Wasserefassung und auf der Senkrechten die Leistungen  $q \cdot H$  auf. Als Schaubild der Hyperbel  $C = q \cdot (H_0 - z)$  ergibt sich bei dieser Art der Darstellung eine Gerade parallel zur Waagrechten und für die Parabel eine Kurve dritter Ordnung. Die Berührung zwischen Parabel und Hyperbel findet dann statt, wenn auch die entsprechenden Leistungskurven sich berühren.

Der Größtwert der Kurve rechnet sich daher aus

$$z = \alpha v^2 \quad \text{und} \quad Q = v \cdot f$$

zu

$$(42) \quad Q = f \cdot \sqrt{z/\alpha}.$$

Mit diesem Wert muß

$$f \cdot \sqrt{\frac{z}{\alpha}} \cdot (H_0 - z) \rightarrow \text{Max}$$

werden. Daraus ergibt sich

$$(43) \quad z = H_0/3.$$

Man findet also, daß die Berührung zwischen Parabel und Hyperbel *unabhängig* von den Kurvenkonstanten im *ersten Drittelpunkt* der Gesamtgefällshöhe erfolgt.

Als Größtwert der möglichen Leistungsentnahme der *Spitzenleistung* des Werkes folgt mit  $z = H_0/3$  aus Gl. (42)

$$(44) \quad C_0 = Q \cdot \frac{2}{3} \cdot H_0 = \frac{2}{3} f H_0 \cdot \sqrt{\frac{H_0}{3\alpha}}.$$

a) **Stabilitätsuntersuchung der Schwingungsachsen I und II für konstante Leistungsentnahme. Kleine Schwingungen.** Da für den Fall der konstanten Leistungsentnahme zwei mögliche Schwingungsachsen im positiven Gefällsraume liegen (Abb. 81), ist vor allem zu untersuchen, ob um *beide* Achsen *stabile* Schwingungen möglich sind. Für die weiteren Untersuchungen soll Gl. (41) nochmals angeschrieben werden

$$\frac{d^2z}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \frac{dz}{dt} \cdot \left[ \frac{2 \alpha g C}{L f (H_0 - z)} - \frac{C}{F (H_0 - z)^2} \right] + \frac{g f}{L F} \cdot z = \frac{\alpha C^2 g}{L F f (H_0 - z)^2}.$$

Nach der Theorie der kleinen Schwingungen wird für kleine Störungen einer Gleichgewichtslage  $(dz/dt)^2$  als klein gegen  $dz/dt$  vernachlässigt und  $z$  durch  $(z_0 + s)$  ersetzt, wobei  $s$  eine *kleine* Abweichung von  $z_0$  der Schwingungsachse bedeutet. Vernachlässigt man dann in Gl. (41) alle Glieder, welche unendlich klein von höherer als erster Ordnung sind,

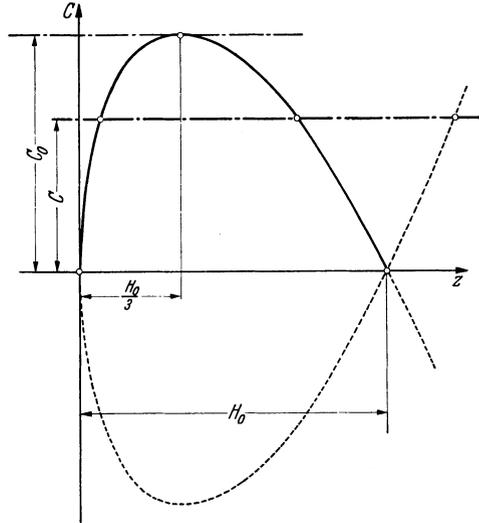


Abb. 80.

so ergibt sich als Bewegungsgleichung für kleine Störungen einer Gleichgewichtslage

$$(45) \quad \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{ds}{dt} \left[ \frac{2 \alpha C g}{L f (H_0 - z_0)} - \frac{C}{F (H_0 - z_0)^2} \right] + \frac{g f \cdot (H_0 - z_0) (H_0 - 3 z_0)}{L F (H_0 - z_0)^2} \cdot s = 0,$$

eine lineare homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung.

Aus dem Beiwert von  $s$  ergibt sich daraus als erste Stabilitätsbedingung

$$(46) \quad H_0 - 3 z_0 > 0, \quad z_0 < H_0/3.$$

Aus dieser Bedingung folgt sofort, daß um die Schwingungsachse II, die immer tiefer als der erste Drittelpunkt des Gesamtgefälles liegt, *keine* stabile Schwingung möglich ist. Aus diesem Grund kommt der Schwingungsachse II *keine* technische Bedeutung zu.

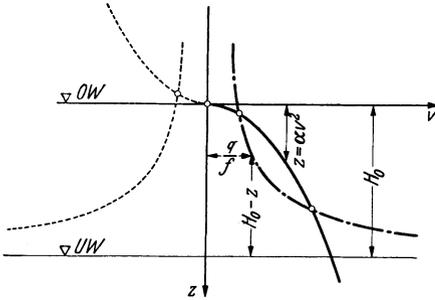


Abb. 81.

Als zweite Stabilitätsbedingung aus dem Beiwert von  $ds/dt$

$$(47) \quad \frac{2 \alpha C g}{L f (H_0 - z_0)} - \frac{C}{F (H_0 - z_0)^2} > 0$$

folgt der von D. THOMA gefundene kritische Wasserschloßquerschnitt für kleine Schwingungsweiten mit

$$(48) \quad F > \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z_0)}.$$

Das Stabilitätskriterium der Gl. (48) soll nun in einer Form geschrieben werden, die die Abhängigkeit von den Systemkonstanten deutlicher hervortreten läßt. Mit

$$(49) \quad \alpha = \frac{z_0}{v_0^2} = \frac{z_0 \cdot f^2 \cdot (H_0 - z_0)^2}{C^2}$$

ergibt sich als Bedingung für den Querschnitt  $F$  des

Wasserschlosses bei kleinen Störungen einer Gleichgewichtslage

$$(50) \quad F > \frac{L C^2}{2 g f z_0 \cdot (H_0 - z_0)^3}.$$

Nun kann auch die Frage beantwortet werden, bei welcher Reibungshöhe *kleine* Schwingungen mit dem *kleinsten* Wasserschloßquerschnitt gedämpft werden können. Der Ausdruck der Gl. (50)

$$(51) \quad \frac{L C^2}{2 g f z_0 (H_0 - z_0)^3} \rightarrow \text{Min}$$

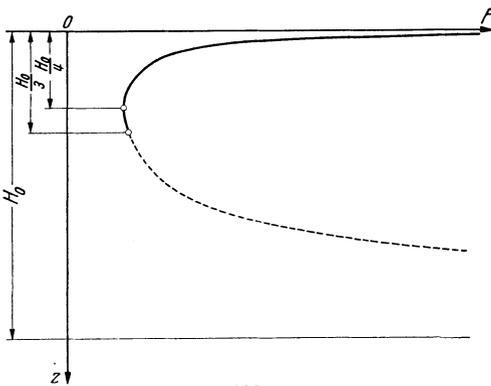


Abb. 82.

muß zu einem Minimum werden, woraus sich für  $z_0$  der Wert

$$(52) \quad z_0 = H_0/4$$

ergibt. Die Schaulinie der Abb. 82 zeigt, wie sich für konstante Leistung  $C$  der zur Dämpfung *kleiner* Schwingungen notwendige Wasserschloßquerschnitt bei wechselnder Reibungshöhe ändert.

**β) Stabilitätsbetrachtung bei endlichen Schwingungsweiten und Regelung auf konstante Leistung.** Um übersichtliche Verhältnisse zu schaffen, soll die allgemeine Bewegungsgleichung für konstante Leistung nochmals angeschrieben werden:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + \frac{dz}{dt} \left[ \frac{2 \alpha C g}{L f (H_0 - z)} - \frac{C}{F (H_0 - z)^2} \right] + \frac{g f}{L F} z = \frac{\alpha C^2 g}{L F f (H_0 - z)^2}.$$

Durch Achsentransformation mit

$$z = z_0 + s$$

wird das Störungsglied beseitigt, und es ergibt sich als Differentialgleichung der Schwingung in  $s$

$$(53) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{d^2 s}{dt^2} - \frac{\alpha g F}{f L} \cdot \left( \frac{ds}{dt} \right)^2 + \frac{ds}{dt} \left[ \frac{2 \alpha C g}{L f (H_0 - z_0 - s)} - \frac{C}{F (H_0 - z_0 - s)^2} \right] + \\ + s \left[ \frac{g f}{L F} - \frac{\alpha C^2 g}{L F f (H_0 - z_0)^2} \cdot \left( \frac{2}{H_0 - z_0} + \frac{s}{(H_0 - z_0)^2} \cdot \dots \right) \right], \end{aligned} \right.$$

wobei nur Glieder in  $s$  von höherer als zweiter Ordnung vernachlässigt wurden.

Der Beiwert von  $s$  liefert als erste Stabilitätsbedingung

$$(54) \quad f - \frac{\alpha C^2 [2 (H_0 - z_0) + s]}{f (H_0 - z_0)^4} > 0,$$

woraus sich für die Leistung  $C$  der Wert ergibt

$$(55) \quad C < \frac{f (H_0 - z_0)^2}{\sqrt{\alpha [2 (H_0 - z_0) + s]}}.$$

Um aus dieser Beziehung den für eine Schwingungsdämpfung noch zulässigen Wert der Leistungsentnahme zu erhalten, soll für  $s$  der größte *positive* (für die Leistung also ungünstigste Wert) eingeführt werden, der bei diesem Schwingungsvorgang überhaupt auftreten kann [SCHÜLLER (b)].

Führt man in Gl. (55) für  $s$  den Wert ein

$$s = H_0 - z_0,$$

so folgt für  $C$  der Wert

$$(56) \quad C < f \cdot (H_0 - z_0) \cdot \sqrt{\frac{H_0 - z_0}{3 \alpha}}.$$

Diese Beziehung gibt in Verbindung mit der Leistungsgleichung

$$C = Q_0 \cdot (H_0 - z_0), \quad Q_0 = v_0 \cdot f \quad \text{und} \quad v = \sqrt{z_0/\alpha}$$

als Bestimmungsgleichung für  $z_0$

$$(57) \quad f \cdot (H_0 - z_0) \cdot \sqrt{\frac{z_0}{\alpha}} < f (H_0 - z_0) \cdot \sqrt{\frac{H_0 - z_0}{3\alpha}},$$

woraus sich für  $z_0$  der Wert

$$(58) \quad z_0 < H_0/4$$

ergibt.

Den Grenzwert der Leistungsentnahme für dämpfungssichere Schwingungen bei endlichen Schwingungsweiten stellt also jene Leistung dar, bei deren Entnahme im Dauerbetrieb *ein Viertel* des Gesamtgefälles durch die Reibung im Stollen aufgezehrt wird. Bei *kleinen* Schwingungen war das theoretisch zulässige Reibungsgefälle  $H_0/3$ .

Der Beiwert von  $dz/dt$  liefert nach dem Abschätzungsverfahren als *zweite* Stabilitätsbedingung

$$(59) \quad \left[ \frac{2\alpha Cg}{Lf(H_0 - z)} - \frac{C}{F(H_0 - z)^2} - \frac{\alpha g F}{fL} \cdot \frac{dz}{dt} \right] > 0.$$

Führt man in diese Beziehung den Wert für  $dz/dt$  aus der Durchfluß- und Leistungsgleichung mit

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1}{F} \left[ \frac{C}{H_0 - z} - fv \right]$$

ein, so folgt damit aus Gl. (59) als *hinreichende* Bedingung für gedämpfte Schwingung

$$(60) \quad F > \frac{fLC}{\alpha g (H_0 - z)^2 \left[ \frac{C}{H_0 - z} + vf \right]}.$$

Der Fall der plötzlichen Entnahme einer Leistung  $C$  vom Ruhezustande aus ergibt mit  $v = 0$  und  $z = 0$

$$(61) \quad F > \frac{Lf}{\alpha g H_0}.$$

Aus der *zweiten* Stabilitätsbedingung, die durch Gl. (60) gegeben ist, kann über die Abhängigkeit des Wasserschloßquerschnittes  $F$  als Funktion von  $v$  und  $z$  unmittelbar nichts ausgesagt werden.

Differentiiert man Gl. (60) nach  $z$ , so folgt daraus für den Augenblick des plötzlichen Einschaltens einer Leistung  $C$ , also für  $z = 0$ ,  $v = 0$  und  $dv/dz = 0$ , daß für wachsendes  $z$  auch  $F$  anfänglich zunimmt.

Für welchen Wert von  $z$  der Wasserschloßquerschnitt seinen *Größt-wert* erreicht, kann ohne die Kenntnis des funktionellen Zusammenhanges von  $v$  und  $z$  nicht angegeben werden. Da die Bewegungsgleichung und damit die *zweite* Stabilitätsbedingung unter der Voraussetzung eines konstanten Wasserschloßquerschnittes hergeleitet wurde, als Dämpfungsbedingung aus der Stabilitätsbetrachtung aber ein *veränderlicher* Wasserschloßquerschnitt folgte, soll die Frage der genauen *Formbestimmung* weiter unten ihre Lösung finden.

Die Bedingungsgleichung (60) eröffnet aber die Möglichkeit, jene Form des Wasserschlosses anzugeben, die die zur Dämpfung endlicher Schwingungen notwendige Wasserschloßform sicher umschließt. Legt man für diese Untersuchung einen Stollen mit sehr großer Reibungszahl zugrunde, so kann unter dieser Voraussetzung für plötzliches Einschalten einer Leistung  $C$  die Stollengeschwindigkeit  $v$  nur sehr langsam wachsen, sie kann also für den Anfang der Bewegung in erster Näherung vernachlässigt werden. Damit ergibt sich aus Gl. (60) als Dämpfungsbedingung für den Querschnitt  $F$  des Wasserschlosses

$$(62) \quad F > \frac{L f}{\alpha g (H_0 - z)}.$$

Dieser mit der Höhe  $z$  veränderliche Wasserschloßquerschnitt hätte also theoretisch den Wasserverbrauch der Turbinen allein zu decken, weil die große Reibungszahl des Stollens das Zuströmen zum Wasserschloß verhindert. Stellt man nunmehr unter Berücksichtigung des *veränderlichen* Wasserschloßquerschnittes der Gl. (62) aus der *Durchfluß-, Beschleunigungs- und Leistungsgleichung* die Bewegungsgleichung der Schwingung auf, so folgt damit

$$(63) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{\alpha g C}{f L \cdot (H_0 - z)} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{g f}{L F(z)} \cdot z = \frac{\alpha g C^2}{L f F(z) \cdot (H_0 - z)^2}.$$

In dieser Differentialgleichung ist das Glied mit  $(dz/dt)^2$  verschwunden, und der Beiwert von  $dz/dt$  zeigt, daß er für *alle* Werte von  $z$  im ganzen Verlaufe der Schwingung positiv bleibt und mit absinkendem Wasserspiegel anwächst. Für  $z_0$  gilt als zweite Stabilitätsbedingung wieder die Einschränkung

$$(64) \quad z_0 < H_0/4.$$

Hier soll auch nicht unerwähnt bleiben, daß im Gegensatz zur Stabilitätsbedingung für *kleine* Schwingungen die Bedingungsgleichung (60) deutlich die Abhängigkeit des Wasserschloßquerschnittes von der Länge des Stollens durch das Glied  $v \cdot f$  aufzeigt, das um so langsamer wächst, je länger der Stollen ist.

Die Stabilitätsbedingung für den Wasserschloßquerschnitt bei *endlichen* Schwingungen nach Gl. (60) liefert in anschaulicher Weise auch das von D. THOMA für *kleine* Schwingungsweiten abgeleitete Kriterium, wenn man bei einer kleinen Störung einer *Gleichgewichtslage* die dem Wasserschloß durch den Stollen zuströmende Wassermenge der von den Turbinen verbrauchten gleichsetzt.

An die Stelle des  $z$  tritt dann der Abstand der Gleichgewichtslage vom Weiherspiegel  $z_0$ , um die die Schwingung erfolgt.

Die Bedingungsgleichung (60) für die Dämpfung endlicher Schwingungen liefert unter dieser Voraussetzung das Kriterium für *kleine* Schwingungen nach D. THOMA mit

$$(65) \quad F > \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z_0)}.$$

#### 4. Stabilitätsbetrachtung für das gedämpfte Wasserschloß bei konstanter Leistungsentnahme.

In der Fachliteratur finden sich nur vereinzelt Versuche, die Schwingungen in *gedämpften* Wasserschlässern einer analytischen Lösung zugänglich zu machen. Von praktisch größter Bedeutung war insbesondere auch hier die Beantwortung der Frage nach jenem *Grenzquerschnitt*, der noch einen gedämpften Schwingungsverlauf bedingt.

Wird nun die zur Lösung derartiger Fragen bisher übliche Methode der kleinen Schwingungen auf die Stabilitätsbetrachtung in gedämpften Wasserschlässern angewendet, so zeigt sich, daß der Stabilitätsquerschnitt unter der Voraussetzung *kleiner* Schwingungen *unabhängig* von der Dämpfungskonstanten des Wasserschlosses ist.

Der Gedankengang dieser von F. VOGT angegebenen Betrachtung sei hier in Kürze aufgezeigt, und im Anschluß daran soll der Versuch einer Erweiterung auf *endliche* Schwingungsweiten in gedämpften Wasserschlässern unternommen werden. Als deren Folge ergibt sich das mit der physikalischen Anschauung übereinstimmende Ergebnis, daß der zur Schwingungsstabilität in *gedämpften* Wasserschlässern notwendige Querschnitt tatsächlich von der Dämpfungskonstanten des Wasserschlosses *abhängig* ist.

Dadurch erscheint die Möglichkeit eröffnet, die bisher bei der Dimensionierung der *gedämpften* Wasserschlösser herrschende Unsicherheit abzustreifen und auch diese für die wasserbauliche Praxis so wichtige Wasserschloßform in den Kreis der theoretischen Betrachtung zu ziehen.

##### a) Stabilitätsbetrachtung für kleine Schwingungen bei konstanter Leistungsentnahme.

Zur Herleitung der Schwingungsgleichung für das gedämpfte Wasserschloß ergibt sich aus Abb. 83 unter Berücksichtigung der gebräuchlichen Vernachlässigungen als *Durchflußgleichung*

$$(66) \quad q = v f + F \frac{dz}{dt},$$

wobei die Voraussetzung gilt, daß nur eine solche Schwingungsdämpfung zur Wirkung kommt, bei der die Kontinuität der Wassersäule erhalten bleibt, also *kein Abreißen* des Wasserstromes in Stollen und Druckrohrleitung erfolgt.

Die Beschleunigungsgleichung für die Wassersäule im Stollen ist durch das Dämpfungsglied des im Wasserschloß eingebauten Widerstandes zu erweitern, und es ergibt sich

$$(67) \quad \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = z - \alpha v^2 + \alpha_1 \frac{F^2}{f^2} \cdot \left( \frac{dz}{dt} \right)^2.$$

Ein positives  $dz/dt$  (Absinken des Wasserschloßspiegels) bedingt eine Vergrößerung der Beschleunigungshöhe, während bei einem negativen

$dz/dt$  (Ansteigen des Wasserschloßspiegels) das Dämpfungsglied  $\alpha_1 \frac{F^2}{f^2} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2$  mit negativem Vorzeichen einzuführen ist.

Die Verbindung zwischen der *Durchfluß-* und *Beschleunigungsgleichung* stellt die *Leistungsgleichung* her, die die von den Turbinen verbrauchte Wassermenge von  $z$  und  $dz/dt$  abhängig darstellt.

Unter der Voraussetzung einer im ganzen Gefällsraum *konstanten* Leistungsabgabe an der *Turbinenwelle* folgt für die das Druckrohr sekundlich durchfließende Wassermenge

$$(68) \quad q = \frac{C}{\left\{ H_0 - \left[ z + \alpha_1 \frac{F^2}{f^2} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \right\}}$$

Ersetzt man nun in den Gl. (66) bis (68) nach der Methode der kleinen Schwingungen  $z$  durch  $z_0 + s$ , wobei  $s$  eine kleine Abweichung von der

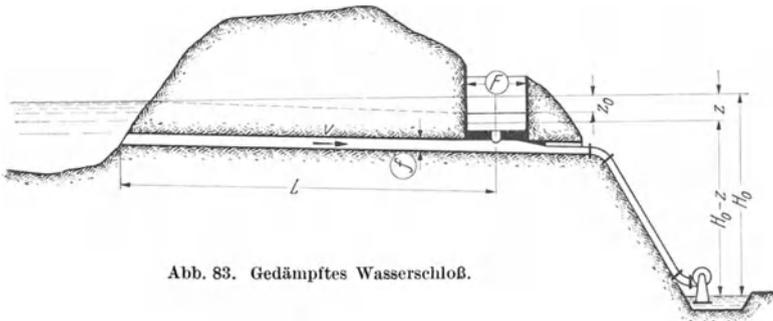


Abb. 83. Gedämpftes Wasserschloß.

Gleichgewichtslage  $z_0$  bedeutet, um die die Schwingung erfolgt, so ergibt sich unter Vernachlässigung aller Größen, die unendlich klein von höherer als erster Ordnung sind, als Differentialgleichung der Schwingung

$$(69) \quad \frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{ds}{dt} \left[ \frac{2 \alpha C g}{L f (H_0 - z_0)} - \frac{C}{F (H_0 - z_0)^2} \right] + \frac{g f (H_0 - z_0) \cdot (H_0 - 3 z_0)}{L F (H_0 - z_0)^2} \cdot s = 0,$$

eine lineare homogene Differentialgleichung zweiter Ordnung, für die D. THOMA die Dämpfungsbedingungen mit

$$(70) \quad \begin{cases} F > \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z_0)} \\ z_0 < H_0/3 \end{cases}$$

angegeben hat. Es ergibt sich also, daß für *kleine* Schwingungen die Stabilitätsbedingung *unabhängig* von  $\alpha_1$ , der Dämpfungszahl des Wasserschlosses, ist.

Da aber die Erfahrung, übereinstimmend mit der physikalischen Anschauung, ergibt, daß bei endlichen Schwingungsweiten die Dämpfung auf die Stabilität der Schwingungen erheblichen Einfluß besitzt, seien hier nach dem schon oben verwendeten Abschätzungsverfahren die Grenzen für das Stabilitätskriterium bei endlichen Schwingungen unter Berücksichtigung einer zusätzlichen Dämpfung abgeleitet.

b) Stabilitätsbetrachtung für endliche Schwingungsweiten bei konstanter Leistungsentnahme.

Aus den Gl. (66) bis (68) ergibt sich durch Ausschaltung von  $q$  und  $v$  eine Differentialgleichung zweiter Ordnung und sechsten Grades in  $dz/dt$ , die einer vollständigen Diskussion nach bekannten Verfahren bisher unzugänglich blieb. Mit Hilfe des Abschätzungsverfahrens kann nun der zur Dämpfung endlicher Schwingungen notwendige Wasserschloßquerschnitt zwischen einer oberen und unteren Grenze eingeschlossen werden.

Diese Grenzen werden so bestimmt, daß für die Stabilitätsbetrachtung vorerst der zur Erzielung gedämpfter Schwingungen *günstigere* Belastungsfall behandelt wird; das Abschätzungsverfahren liefert unter dieser Voraussetzung einen Wasserschloßquerschnitt, der *kleiner* ist als das tatsächliche Stabilitätskriterium, wie im folgenden gezeigt werden soll.

Wird in der Leistungsgleichung die von der Dämpfung im Wasserschloß bedingte Verlusthöhe als klein gegen das Gesamtgefälle vernachlässigt, dagegen in der Beschleunigungsgleichung als von gleicher Größenordnung wie die anderen Glieder beibehalten, so ergibt sich aus den drei Grundgleichungen als Bewegungsgleichung

$$(71) \quad \begin{cases} \frac{d^2 z}{dt^2} - \frac{gF}{fL} \cdot [\alpha - \alpha_1] \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + \left[ \frac{2C\alpha g}{fL(H_0 - z)} - \frac{C}{F(H_0 - z)^2} \right] \cdot \frac{dz}{dt} + \\ + \frac{gf}{LF} z = \frac{\alpha g C^2}{fL F (H_0 - z)^2}, \end{cases}$$

die der Diskussion nach dem Abschätzungsverfahren noch zugänglich ist.

Hebt man also aus dem zweiten und dritten Glied der Gl. (71)  $dz/dt$  heraus und fordert, daß der verbleibende Beiwert

$$(72) \quad \left[ \frac{2C\alpha g}{fL(H_0 - z)} - \frac{C}{F(H_0 - z)^2} - \frac{gF}{fL} \cdot (\alpha - \alpha_1) \frac{dz}{dt} \right] > 0$$

im ganzen Verlauf der Schwingung *positiv* bleibt und ersetzt aus Gl. (66) und (68)  $dz/dt$  durch den Wert

$$(73) \quad \frac{dz}{dt} = \frac{1}{F} \left( \frac{C}{H_0 - z} - f v \right),$$

so folgt als Bedingungsgleichung für den Querschnitt  $F$  des Wasserschlosses

$$(74) \quad F > \frac{fCL}{g(H_0 - z)^2 \left[ \frac{C(\alpha + \alpha_1)}{(H_0 - z)} + (\alpha - \alpha_1)fv \right]}.$$

Wird in dieser Gleichung  $\alpha_1$  gleich *Null* gesetzt, so fließt daraus die Dämpfungsbedingung für *endliche* Schwingungen in *Schachtwasserschlossern* (für  $v = 0$ ,  $t = 0$ )

$$(75) \quad F > \frac{Lf}{\alpha g H_0}.$$

Berücksichtigt man, daß für kleine Störungen einer Gleichgewichtslage die durch den Stollen zufließende Wassermenge gleich der von den Turbinen verbrauchten ist, so liefert Gl. (74) auch als Dämpfungskriterium für *kleine* Schwingungen nach D. THOMA den Wasserschloßquerschnitt

$$(76) \quad F > \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z_0)},$$

der, wie schon gezeigt, *unabhängig* von der Dämpfungszahl des Wasserschlosses ist.

Bei größeren Störungen eines Gleichgewichtszustandes tritt jedoch diese Dämpfungszahl sehr wesentlich hervor. Für den ungünstigsten Fall des plötzlichen Einschaltens einer Leistung von Betriebsstillstand aus folgt aus Gl. (74) mit  $v = 0$  und  $z = 0$  als notwendiger Querschnitt in der Höhenlage  $z = 0$

$$(77) \quad F_1 \geq \frac{L f}{g (\alpha + \alpha_1) H_0}.$$

Die Dämpfungszahl wirkt also, mit der physikalischen Anschauung übereinstimmend, *verkleinernd* auf den Querschnitt  $F$  des Wasserschlosses, und ihr Einfluß wird um so stärker hervortreten, je kleiner die Stollenreibungszahl  $\alpha$  sein wird.

Zur Gewinnung der *oberen* Grenze für den Dämpfungsquerschnitt des Wasserschlosses wird eine Turbinenbelastung der Stabilitätsbetrachtung zugrunde gelegt, die im ganzen Verlauf der Schwingung *ungünstiger* ist als jene Wasserentnahme, die tatsächlich auftreten kann. Bekanntlich wirkt bei einer im ganzen Gefällsraum konstanten Leistungsentnahme der mit sinkendem Gefälle wachsende Wasserverbrauch der Turbinen *anfachend* auf die Schwingung; die Stabilität wird um so ungünstiger beeinflusst, je rascher dieser Zuwachs der Wasserentnahme erfolgt. Ersetzt man daher zur Bestimmung der oberen Schranke des Dämpfungsquerschnittes in der Leistungsgleichung

$$(78) \quad q = \frac{C}{\left\{ H_0 - \left[ z + \alpha_1 \frac{F^2}{f^2} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] \right\}}$$

das von der Dämpfung im Wasserschloß bedingte Glied durch seinen *Größtwert* bei plötzlichem Einschalten und behält diesen Wert in der Leistungsgleichung als *Konstante* im ganzen Verlauf der Schwingung bei, so wird der aus dieser Betrachtung gewonnene Querschnitt sicher *größer* sein als der zur Dämpfung endlicher Schwingungen bereits hinreichende.

Die Beschleunigungsgleichung (67) bleibt ungeändert, weil ein Ersatz des Dämpfungsgliedes durch eine *Konstante* die Stabilität im günstigen Sinne beeinflussen würde, da durch dieses Glied die Wassersäule im Stollen rascher beschleunigt und dadurch das Wasserschloß entlastet wird.

Der Ersatz des Dämpfungsgliedes durch eine Konstante im ganzen Verlauf der Schwingung bedeutet also lediglich eine Verkleinerung des Gesamtgefälles  $H_0$  in der Stabilitätsbedingung um diesen Wert, wodurch sich als *obere* Grenze des Wasserschloßquerschnittes in der Höhenlage  $z = 0$  ergibt

$$(79) \quad F_2 \geq \frac{L f}{g(\alpha + \alpha_1) H_n},$$

wobei

$$(80) \quad H_n = H_0 - \alpha_1 \frac{F_1^2}{f_2} \left( \frac{dz}{dt} \right)_{v=0, z=0}^2$$

die um die Verlusthöhe der Wasserschloßdämpfung verminderte Gefällshöhe der Kraftanlage und  $F_1$  die *untere* Grenze des Dämpfungskriteriums nach Gl. (77) bedeuten. Der Wert der Sinkgeschwindigkeit des Wasserschloßspiegels für  $v = 0$  und  $z = 0$  ergibt sich aus der Durchflußgleichung als reeller Wurzelwert der kubischen Gleichung

$$(81) \quad \left( \frac{dz}{dt} \right)^3 - \frac{H_0 f^2}{\alpha_1 F_1^2} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{f^2 C}{\alpha_1 F_1^3} = 0.$$

Die Art der Herleitung der *oberen* Schranke zeigt unmittelbar an, daß der tatsächliche Dämpfungsquerschnitt in der Höhenlage  $z = 0$  näher an dieser liegen wird, weshalb man aus Sicherheitsgründen die *obere* Schranke nach Gl. (79) mit dem *Schacht*querschnitt nicht unterschreiten wird.

Diese Stabilitätsuntersuchung hat also gezeigt, daß durch eine neben der Stollenreibung vorhandene Dämpfung im Wasserschloß eine beliebige Verkleinerung des Wasserschloßquerschnittes erreicht werden kann, wobei aber zu berücksichtigen ist, daß *jede Verstärkung der Dämpfung die Empfindlichkeit für Belastungsstöße erhöht*.

Von welcher Größenordnung die Verlusthöhe der Widerstände im Wasserschloß gewählt werden soll, wird wesentlich von der Art der Belastung der Kraftanlage abhängen. Wird im Betrieb ein rascher und plötzlicher Wechsel der Turbinenbelastung zu erwarten sein, so wird man (wenn in diesem Fall zusätzliche Dämpfung zur Stollenreibung verwendet werden muß) nur *kleine* Dämpfungszahlen zulassen dürfen, um der Gefahr des Abreißen der Wassersäule im Druckrohr zu begegnen.

#### Zahlenbeispiel.

Für die Bemessung eines gedämpften Wasserschlosses seien vorgegeben:

Die Länge des Stollens . . . . .	$L = 2000$ m
Der Querschnitt des Stollens . . . . .	$f = 4$ m <sup>2</sup>
Die Reibungszahl des Stollens . . . . .	$\alpha = 0,1$ s <sup>2</sup> /m
Die Dämpfungszahl des Wasserschlosses . . . . .	$\alpha_1 = 0,1$ s <sup>2</sup> /m
Gesamtgefälle . . . . .	$H_0 = 80$ m
Leistungsentnahme . . . . .	$C = 960$ mt/s

Mit diesen *Werten* ergibt sich als *untere* Schranke für den Wasserschloßquerschnitt  $F_1$  aus Gl. (77)

$$F_1 \geq \frac{L f}{g (\alpha + \alpha_1) H_0} = \frac{2000 \cdot 4}{9,81 \cdot 0,2 \cdot 80} = 51 \text{ m}^2.$$

Die Sinkgeschwindigkeit des Wasserschloßspiegels folgt als Wurzelwert der kubischen Gl. (81) mit

$$dz/dt = 0,238 \text{ m/s.}$$

Setzt man diesen Wert in

$$H_n = H_0 - \alpha_1 \frac{F_1^2}{f^2} \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 = 80 - 0,1 \cdot \frac{51^2}{4^2} \cdot (0,238)^2 = 79,08 \text{ m}$$

ein, so folgt aus Gl. (79) als *obere* Schranke des Wasserschloßquerschnittes

$$F_2 \geq \frac{L f}{g (\alpha + \alpha_1) \cdot H_n} = \frac{2000 \cdot 4}{9,81 \cdot 0,2 \cdot 79,08} = 51,5 \text{ m}^2.$$

Mit diesem Wert wäre das Wasserschloß als *Schacht* durchzubilden.

Hier möge noch der Hinweis folgen, daß bei der Berechnung der Sinkgeschwindigkeit  $dz/dt$  aus der kubischen Gl. (81) mit praktisch genügender Genauigkeit  $(dz/dt)^3$  oft als klein gegen die Glieder erster Ordnung unterdrückt werden kann, womit sich als *erste Näherung*  $(dz/dt) = 0,235 \text{ m/s}$  gegen den *genauen Wert*  $dz/dt = 0,238 \text{ m/s}$  ergeben würde.

### 5. Stabilitätsbetrachtung für endliche Schwingungsweiten und Regelung auf konstante Leistung bei einem mit $z$ veränderlichen Wasserschloßquerschnitt.

Die Bewegungsgleichung für den Schwingungsvorgang ergibt sich wieder aus der Durchflußgleichung

$$(82) \quad q = v f + F_{(z)} \cdot \frac{dz}{dt},$$

der *Beschleunigungsgleichung*

$$(83) \quad \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = z - \alpha v^2$$

und der *Leistungsgleichung*

$$(84) \quad C = q \cdot (H_0 - z)$$

nach bekanntem Verfahren unter Berücksichtigung des mit  $z$  veränderlichen Wasserschloßquerschnittes mit

$$(85) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 z}{dt^2} + \left[ \frac{1}{F_{(z)}} \cdot \frac{d F_{(z)}}{dz} - \frac{g \alpha F_{(z)}}{L \cdot f} \right] \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + \\ + \left[ \frac{2 \alpha g C}{L f (H_0 - z)} - \frac{C}{F_{(z)} \cdot (H_0 - z)^2} \right] \frac{dz}{dt} + \frac{g f}{L \cdot F_{(z)}} \cdot z = \frac{C^2 \alpha g}{L f F_{(z)} \cdot (H_0 - z)^2}. \end{array} \right.$$

Diese Differentialgleichung umschließt auch die Bewegungsvorgänge in Wasserschlossern mit  $z$ -veränderlichem Querschnitt und eröffnet gleichzeitig die Möglichkeit, sie durch entsprechende Wahl des Wasserschloßquerschnittes so zu vereinfachen, daß sie einer Diskussion nach bekannten Verfahren zugänglich wird.

Zur Vereinfachung der Differentialgleichung (85) soll vorerst jene Wasserschloßform bestimmt werden, die den Beiwert von  $(dz/dt)^2$  aus Gl. (85) im ganzen Verlauf zum Verschwinden bringt.

Hierfür muß aus Gl. (85) die Bedingung erfüllt sein

$$(86) \quad \frac{1}{F_{(z)}} \cdot \frac{dF_{(z)}}{dz} - \frac{g \alpha F_{(z)}}{L f} = 0.$$

Mit den Anfangsbedingungen  $z = 0$ ,  $F_{(z)} = F_0$  integriert, ergibt sich

$$(87) \quad F_{(z)} = \frac{F_0}{1 - \frac{\alpha g}{L f} \cdot F_0 \cdot z}$$

als Bedingungsgleichung für den mit  $z$  veränderlichen Wasserschloßquerschnitt, der im ganzen Verlauf der Schwingung den Beiwert von  $(dz/dt)^2$  in Gl. (85) zum Verschwinden bringt.

Nun soll noch jener Wasserschloßquerschnitt ermittelt werden, der den Beiwert von  $(dz/dt)$  im ganzen Verlauf der Schwingung zum Verschwinden bringt. Aus Gl. (85) muß dann die Bedingung erfüllt sein

$$(88) \quad \frac{2 \alpha g C}{L f \cdot (H_0 - z)} - \frac{C}{F_{(z)} (H_0 - z)^2} = 0,$$

woraus der mit  $z$  veränderliche Wasserschloßquerschnitt

$$(89) \quad F_{(z)} = \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z)}$$

hervorgeht.

Um zu untersuchen, ob es Wasserschloßformen gibt, die gleichzeitig den Beiwert von  $(dz/dt)^2$  und von  $dz/dt$  in Gl. (85) zum Verschwinden bringen, sollen die Wasserschloßform der Gl. (87) und die Wasserschloßform der Gl. (89) miteinander verglichen werden.

Aus Gl. (89) ergibt sich für  $z = 0$  als Anfangswert des Wasserschlosses in der Höhenlage des Stauweiherspiegels

$$(90) \quad F_0 = \frac{L f}{2 \alpha g H_0}.$$

Dieser Anfangswert, in Gl. (87) eingesetzt, ergibt als Wasserschloßform

$$(91) \quad F_{(z)} = \frac{L f}{\alpha g \cdot (2 H_0 - z)}.$$

Durch Vergleich von Gl. (91) mit Gl. (89) folgt, daß es *keine* mit  $z$  veränderliche Wasserschloßform gibt, die *gleichzeitig* in der Bewegungsgleichung (85) den Beiwert von  $(dz/dt)^2$  und von  $dz/dt$  zum Verschwinden bringt.

Die Wasserschloßform der Gl. (91), die den Beiwert von  $(dz/dt)^2$  zum Verschwinden bringt, besitzt ihre Asymptote für  $z = 2 H_0$ , während für die Wasserschloßform, die den Beiwert von  $dz/dt$  zu Null macht, die Asymptote in der Höhenlage  $z = H_0$  liegt.

Es ist nun noch zu untersuchen, welche  $z$ -veränderliche Wasserschloßform *beide* Beiwerte von  $(dz/dt)^2$  und  $(dz/dt)$  der Gl. (85) im ganzen

Verlauf der Schwingung *positiv* erhält und damit die Bedingung für *stabile* Schwingungen erfüllt.

Der Wasserschloßquerschnitt der Gl. (91) bringt den Beiwert von  $(dz/dt)^2$  im ganzen Verlauf der Schwingung zum Verschwinden und ergibt, in den Beiwert von  $dz/dt$  der Gl. (85) eingesetzt, den Ausdruck

$$(92) \quad \frac{2 \alpha g C}{L f (H_0 - z)} - \frac{\alpha g C (2 H_0 - z)}{L f (H_0 - z)^2},$$

der für alle Werte von  $z$  im ganzen Verlauf der Schwingung *negativ* bleibt und damit *angefachte* Schwingungen bedingt. Der Wasserschloßquerschnitt der Gl. (91) ergibt daher *keine gedämpften* Schwingungen.

Die Untersuchung des Wasserschloßquerschnittes der Gl. (89) ergibt, daß der Beiwert von  $dz/dt$  in Gl. (85) im ganzen Verlauf der Schwingung verschwindet. Dieser Querschnitt, in Gl. (86) eingesetzt, macht den Beiwert von  $(dz/dt)^2$  in Gl. (85) im ganzen Verlauf der Schwingung *positiv* und bedingt damit *gedämpfte* Schwingungen.

Mit dieser Stabilitätsbetrachtung folgt als *kleinster* Wasserschloßquerschnitt, der mit  $z$ -veränderlichem Querschnitt noch *gedämpfte* Schwingungen ergibt,

$$(93) \quad F_{(z)} = \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z)}.$$

Jede Unterschreitung dieses Wasserschloßquerschnittes muß nach der Differentialgleichung (85) zwangsläufig *angefachte* Schwingungen ergeben. In Abb. 84 ist das Schwingungsbild unter Zugrundelegung des THOMA-Querschnittes und des Querschnittes nach Gl. (93) vergleichsweise entworfen, und es zeigt sich, daß sich für den Querschnitt

$$F = \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z)}$$

gerade noch *gedämpfte* Schwingungen bei endlichen Schwingungsaus-schlägen ergeben, während bei einem Schachtwasserschloß mit dem THOMA-Querschnitt

$$(94) \quad F = \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - h_0)}$$

schon *angefachte* Schwingungen auftreten.

Durch den Nachweis, daß ein Wasserschloß mit dem Querschnitt

$$F = \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z)}$$

die Grenzkurve für alle Wasserschloßformen angibt, die *noch gedämpfte Schwingungen* ergeben, sind die Stabilitätsbetrachtungen bei Wasserschloßern mit unter Druck durchflossenem Zulaufgerinne zu einem gewissen Abschluß gebracht, weil dadurch die *scharfe* Grenze gezogen ist zwischen jenen Querschnitten, die *noch gedämpfte* Schwingungen ergeben und jenen, die *schon angefachte* Schwingungen hervorrufen.

Da sich die mit

$$F(z) = \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z)}$$

entwickelte Bewegungsgleichung in strenger Form bisher nicht lösen ließ, sei hier auf Grund der zeichnerischen Untersuchung der Abb. 84

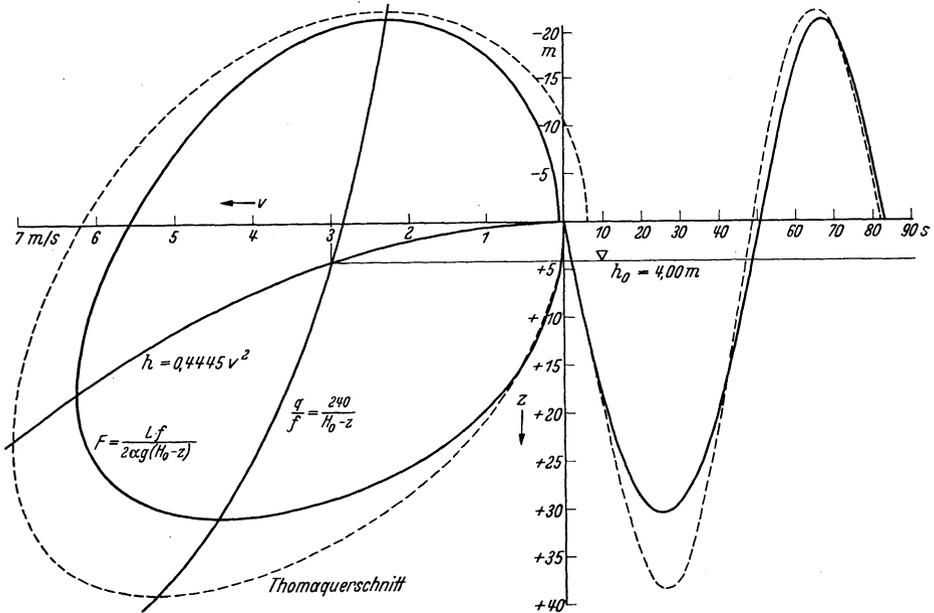


Abb. 84. Schwingungsverlauf bei Bemessung des Querschnittes nach Gl. (65) und nach Gl. (93).  $L = 1000 \text{ m}$ ;  $f = 5 \text{ m}^2$ ;  $v_0 = 3,0 \text{ m/s}$ ;  $Q_0 = 15 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $h = \alpha \cdot v^2 = 0,4445 \cdot v^2$ ;  $h_0 = 4,0 \text{ m}$ ;  $H_0 = 84 \text{ m}$ ;  $C = (84 - 4) \cdot 15 = 1200 \text{ mt/s}$ ; Gl. (65):  $F_{Th} = 7,18 \text{ m}^2$  (THOMA-Querschnitt), Gl. (93):  $F = \frac{574}{H_0 - z}$ .

der Vermutung Raum gegeben, daß der dem Reglergesetz auf konstante Leistung angepaßte Wasserschloßquerschnitt

$$F(z) = \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z)}$$

in der strengen Lösung der Differentialgleichung (85) die *stehende Schwingung* als Grenze zwischen den gedämpften und angefachten Schwingungen ergeben müßte.

Die vorstehenden Stabilitätsbetrachtungen haben gezeigt, daß zur Erzielung stabiler Schwingungen bei der Wahl des Wasserschloßquerschnittes aus mathematischen Rücksichten unbedenklich bis an den Grenzquerschnitt

$$F(z) = \frac{L f}{2 \alpha g (H_0 - z)}$$

herangegangen werden könnte, sofern der Wahl eines solchen Querschnittes nicht konstruktive Bedenken oder Rücksichten auf die großen,

bei einem solchen Querschnitt zu erwartenden Schwingungsweiten entgegenstehen.

Die grundsätzliche Forderung des wirtschaftlichen Ausbaues der Wasserkräfte, die *Anlagekosten für die ausgebaute Pferdekraft zu einem Minimum zu machen*, verschaffte sich im Konkurrenzkampf der Kohle mit den Wasserkraften immer schärfere Geltung. Die auch auf dem Gebiete des Wasserschloßbaues einsetzende vergleichende Erforschung der verschiedenen Wasserschloßformen zeigte sehr bald, daß das *Schachtwasserschloß* bei größeren Anlagen eine sehr unwirtschaftliche Ausnützung der Dämpfungswertigkeit des Wasserschloßvolumens gibt. Das letzte Ziel dieser Untersuchung war, jene Form des Wasserschlosses anzugeben, die der Forderung nach kleinstem Fassungsraum und der betriebstechnischen Anforderung nach günstigster Schwingungsdämpfung in weitestem Maße gerecht wird.

Das Bestreben, raumsparende Wasserschlösser mit günstiger Schwingungsdämpfung zu schaffen, hat vom Schachtwasserschloß über das Wasserschloß des Zweikammersystems zu den verschiedenen Formen der „gedämpften“ Wasserschlösser nach JOHNSON'S Differentialprinzip geführt. Da die Baukosten dem Inhalt des Wasserschlosses nahezu proportional sind (für aufgelöste Wasserschlösser nur in weiteren Grenzen geltend), war der leitende Gedanke der auf die *wirtschaftliche* Gestaltung zielenden Untersuchungen, die schwingungsdämpfende Wertigkeit der Raumeinheit zu verbessern.

Bei Kammerwasserschlossern bedingen neben der Rücksicht, daß auch die im Schacht allein auftretenden Schwingungen gedämpft werden müssen, auch konstruktive Gründe einen endlichen Querschnitt für den Verbindungsschacht der beiden Kammern, gegenüber dem Querschnitt Null des idealisierten Kammerwasserschlosses. Da nun die Dämpfungswertigkeit im Schacht kleiner ist als in den Kammern, wird man zur Verbesserung des Wirkungsgrades des Wasserschlosses mit dem Querschnitt des Schachtes bis an jenen herangehen, der die in ihm auftretenden endlichen Schwingungen noch wirksam dämpft.

Um nun die Grenze zu ziehen, wann der von D. THOMA für kleine Schwingungen hergeleitete Stabilitätsquerschnitt für endliche Schwingungen versagt, wurde im vorstehenden Abschnitt ein Abschätzungsverfahren entwickelt, das die Angabe des Dämpfungskriteriums für endliche Schwingungen gestattet.

Es wurde auch weiter der Nachweis geliefert, daß der mit  $z$  *veränderliche Wasserschloßquerschnitt*

$$F = \frac{L f}{2 \alpha g \cdot (H_0 - z)}$$

die Grenzform jenes Wasserschlosses darstellt, das bei einer Regelung auf konstante Leistung noch gedämpfte Schwingungen bedingen würde.

Als praktische Regel galt bisher, den Querschnitt des Schachtes gleich dem mehrfachen *Mindestquerschnitt* für die Dämpfung *kleiner* Schwingungen zu machen<sup>1</sup>. Gl. (61) zeigt nun, daß zur Dämpfung endlicher Schwingungen schon ein Querschnitt ausreicht, der nicht ganz dem doppelten Minimalquerschnitt entspricht, was aber in gewissen Fällen ohne obere und untere Kammer allerdings sehr erhebliche Schwingungsausschläge zur Folge hätte.

### 6. Eine neue Wasserschloßform.

Von den hier gewonnenen Ergebnissen ausgehend soll nun eine Wasserschloßform entwickelt werden, die der doppelten Aufgabe gerecht wird, die gleiche Kammer, die zur Aufnahme des Wassers bei plötzlichem Abschließen der Druckleitung dient, gleichzeitig als Energiespeicher für plötzliches Öffnen heranzuziehen.

#### Beschreibung der Wasserschloßform.

Für das Wasserschloß nach Abb. 85 dient als Ausgangsform das Kammerwasserschloß mit dem Leitgedanken, die große obere Kammer,

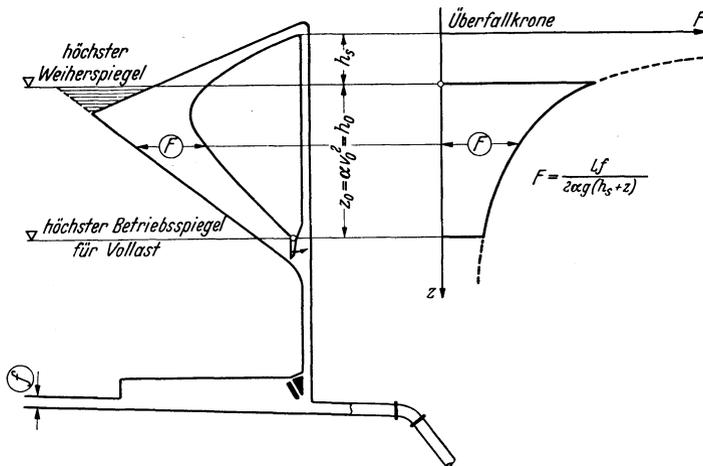


Abb. 85. (Schweiz. Bauztg. 1927.)

die aus Gründen der Rohrbruchsicherung für das plötzliche und vollständige Abschließen der Druckleitung bemessen werden muß, entgegen der bisherigen Ausführung gänzlich unter den Weiherspiegel zu legen, um sie auch zur Schwingungsdämpfung für das Öffnen heranzuziehen. Die Kammer ist daher so zu formen, daß für jeden Betriebszustand der für plötzlichen Abschluß notwendige Fassungsraum zur Verfügung steht.

<sup>1</sup> BRAUN verlangt 7—8fachen Mindestquerschnitt für kleine Schwingungen, VOGT bleibt dagegen beträchtlich unter dieser Forderung.

Vorerst soll die Voraussetzung gemacht werden, daß der Weiherspiegel zeitlich unverändert in gleicher Höhenlage bleibt. Als Querschnitt des Steigschachtes wird der Mindestquerschnitt zur Dämpfung endlicher Schwingungen gewählt. In der Höhe  $h_s$  über dem Weiherspiegel liegt im Steigschacht eine Überfallkrone, über die das Wasser in die Kammer fällt.

Unmittelbar unter dem Betriebsspiegel für Vollast schließt eine Rückschlagklappe die Verbindungsöffnung zwischen Schacht und Kammer ab. Die Klappe läßt einen schmalen Schlitz der Verbindungsöffnung frei, der einen allmählichen Spiegelausgleich zwischen Kammer und Schacht ermöglicht (Abb. 85).

Bei plötzlichem Abschließen wirkt das Wasserschloß wie ein Kammerwasserschloß mit Überfallschwelle, beim Einschalten der Turbinen wie ein Schachtwasserschloß mit sehr großem Querschnitt, wodurch eine nahezu schwingungsfreie Angleichung an den Betriebsspiegel erreicht wird.

#### Berechnung des Inhalts der Kammer und der Form des Wasserschlosses.

Unter der Annahme eines unendlich schmalen Steigschachtes mit Überfall bestimmt Gl. (95)

$$(95) \quad \frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = z - \alpha v^2$$

allein für plötzliches Abschließen der Druckleitung die Bewegung des Wassers im Stollen. Das Wasser steigt im Schacht bis zur Überfallkrone an — die Klappe wurde durch den hydrostatischen Überdruck geschlossen —, und nun strömt das ganze zufließende Wasser über den Überfall in die Kammer. Während des Überströmens bleibt die Verzögerungshöhe nahezu konstant, gleich  $-h_s$ ; mit dieser Annahme kann Gl. (95) unmittelbar integriert werden und ergibt mit  $t = 0$ ,  $v = v_0$ :

$$(96) \quad v = \sqrt{\frac{h_s}{\alpha}} \operatorname{tg} \sqrt{h_s \alpha} \left[ C - \frac{g}{L} t \right]$$

mit

$$(97) \quad C = \frac{1}{\sqrt{h_s \alpha}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{\alpha}{h_s}} v_0.$$

Für  $v = 0$  folgt aus Gl. (96) die Zeitdauer des Überströmens über den Überfall mit

$$(98) \quad T = \frac{L}{g \sqrt{h_s \alpha}} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \sqrt{\frac{\alpha}{h_s}} \cdot v_0.$$

Mit diesen Werten ergibt sich das Volumen  $V$  der überfließenden Wassermenge (gleich dem Inhalt der Kammer) zu

$$(99) \quad V = f \cdot \int_{t=0}^{t=T} v dt = \frac{L f}{2 \alpha g} \ln \left( 1 + \frac{\alpha v_0^2}{h_s} \right),$$

wenn  $\alpha v_0^2 = z_0$  die Reibungshöhe für Vollast bedeutet. Da nun  $z_0$  für verschiedene Belastungsgrade verschieden ist, muß die Querschnitt-

verteilung der Kammer über die Reibungshöhe so erfolgen, daß für jeden Betriebszustand der für plötzliches Abschließen notwendige leere Kammerraum verfügbar ist.

Diese Verteilung ergibt sich aus

$$(100) \quad F = \frac{dV}{dz_0} = \frac{L f}{2 \alpha g (h_s + z_0)}$$

und stellt eine gleichseitige Hyperbel mit den Asymptoten  $z = -h_s$  und  $F = 0$  dar (Abb. 85).

Aus Gl. (99) folgt, daß der Kammerraum durch Vergrößerung von  $h_s$  beliebig verkleinert werden könnte, doch ist die obere Grenze durch die Beanspruchung gegeben, die für die Stollenpanzerung noch zulässig ist und außerdem durch örtliche Verhältnisse.

Der Ausgleichsvorgang für das Einschalten von Halblast auf Vollast, wie er für die Bemessung meist betrachtet wird, ist nach einem der bekannten zeichnerischen Verfahren leicht nachzuprüfen.

Ist der Weiherspiegel zeitveränderlich, so ist die Kammer nach Abb. 85 unter dem höchsten Stauziele des Weihers anzuordnen und der Stollen als untere Kammer etwa mit „Saugschwelle“ nach Patent KAMMÜLLER auszuführen.

Für die konstruktive Durchbildung läßt diese Wasserschloßform größte Freizügigkeit in der gegenseitigen Anordnung von Kammer und Steigschacht zu.

Die infolge des endlichen Schachtquerschnittes noch mögliche (allerdings unwesentliche) Verkleinerung des Kammerraumes könnte zeichnerisch leicht ermittelt werden (in Abb. 85 durch horizontale Schraffur angedeutet).

Als Vorteile sind anzuführen: Sehr erhebliche Ersparnis an Ausbruchraum, Verbesserung der Energiebilanz, geringste Beanspruchung des Stollens durch Vermeidung der Schwingungen, Energieverzehrung bei plötzlichem Abschluß in der Kammer, also außerhalb des schwingenden Systems. Gegenüber den „gedämpften“ Wasserschlossern ist die hier gezeigte Form dadurch im Vorteil, daß sie neben kleinerem Fassungsraum unempfindlich gegen Belastungsstöße ist.

## II. Rechnerische Verfahren zur Bestimmung der Schwingungsweiten. Bemessungsverfahren.

### A. Ungedämpfte Wasserschlösser.

#### 1. Ungedämpftes Schachtwasserschloß mit konstantem Querschnitt.

Ein derartiges Wasserschloß ist aus Abb. 74 ersichtlich. Kennzeichnend für das ungedämpfte Wasserschloß ist, daß beim Übergang des Überschuß- bzw. Zuschußwassers vom Stollen zum Wasserschloß bzw. vom Wasserschloß zum Stollen keinerlei zusätzliche Drücke auftreten bzw. erforderlich sind.

a) Verlustfreier Stollen.

Für vollkommen verlustfreien Stollen<sup>1</sup> ist eine Integration der Differentialgleichungen möglich, und es lassen sich alle Größen ( $z, v, t$ ) scharf angeben. Im Wasserschloß entsteht hierbei die reine Sinusschwingung.

Da bei manchen Anlagen (mit kurzem glatten Stollen und kleiner Wassergeschwindigkeit) die Voraussetzung der Verlustlosigkeit annähernd erfüllt ist, sollen die wichtigsten Ergebnisse für den verlustlosen Stollen kurz wiedergegeben werden.

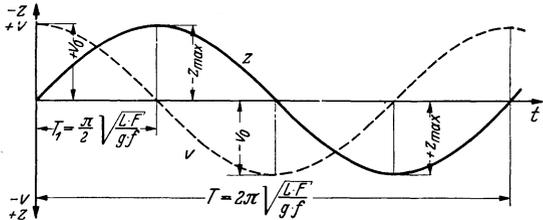


Abb. 86. Schwingungsverlauf bei verlustfreiem Stollen und plötzlicher vollständiger Entlastung.

α) Plötzliche vollständige Entlastung. Zwischen Wasserstand, Wassergeschwindigkeit und Zeit ergeben sich folgende Beziehungen:

$$(101) \quad t = \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}} \cdot \arcsin \left( \frac{z}{v_0} \sqrt{\frac{g \cdot F}{L \cdot f}} \right),$$

$$(102) \quad z = -v_0 \sqrt{\frac{L \cdot f}{g \cdot F}} \cdot \sin \left( t \sqrt{\frac{f \cdot g}{L \cdot F}} \right),$$

$$(103) \quad v = v_0 \cdot \cos \left( t \sqrt{\frac{f \cdot g}{L \cdot F}} \right).$$

Der größte Spiegelanstieg entsteht bei

$$(104) \quad T_1 = \frac{\pi}{2} \cdot \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}}$$

und beträgt

$$(105) \quad z_{\max} = \mp v_0 \sqrt{\frac{L \cdot f}{g \cdot F}}.$$

Die Dauer der Gesamtschwingung ist

$$(106) \quad T = 2 \pi \cdot \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}}.$$

β) Plötzliche Belastungsvergrößerung. Bei augenblicklicher Erhöhung der Entnahmemenge von  $Q_1$  auf  $Q_0$  entsprechend den Stollengeschwindigkeiten  $v_1$  und  $v_0$  ergibt sich das Schwingungsbild Abb. 87.

Es ist

$$(107) \quad t = \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}} \cdot \arcsin \left( \frac{z}{v_0 - v_1} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot F}{L \cdot f}} \right),$$

$$(108) \quad z = (v_0 - v_1) \sqrt{\frac{L \cdot f}{g \cdot F}} \cdot \sin \left( t \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right),$$

<sup>1</sup> Es ist vorausgesetzt, daß im Stollen keinerlei Verluste auftreten, also weder Reibungs- noch Eintritts- und andere Verluste.

$$(109) \quad v = v_1 + (v_0 - v_1) \left[ 1 - \cos \left( t \cdot \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right) \right].$$

Die Schwingungsdauern  $T$  und  $T_1$  sind die gleichen wie auf S. 119, Gl. (104) und (106).

Die tiefste Spiegellage entsteht bei  $T_1$  und beträgt

$$(110) \quad z_{\max} = (v_0 - v_1) \sqrt{\frac{L \cdot f}{g \cdot F}}.$$

Die größte Stollengeschwindigkeit tritt auf bei  $t = 2 T_1$  bzw.  $T/2$  und ist

$$(111) \quad v_{\max} = 2 v_0 - v_1.$$

Auf Grund dieser Gleichung läßt sich — auch bei nicht verlustfreien Stollen — ungefähr beurteilen, welchen absolut größten Wassergeschwindigkeiten die Stollenwandungen ausgesetzt sind.

Dies ist beispielsweise auch von Interesse für die Höhenfestlegung des Stolleneinlaufes.

**γ) Lineare Belastungsvergrößerung.** Auch in diesem Fall läßt sich der Schwingungsverlauf bei verlustfreiem Stollen exakt verfolgen

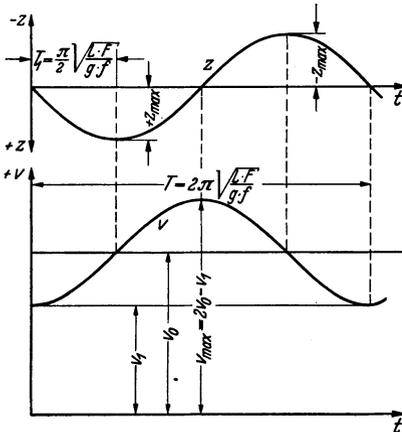


Abb. 87. Schwingungsverlauf bei verlustfreiem Stollen und plötzlicher Belastungsvergrößerung.

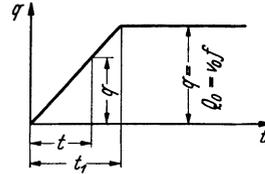


Abb. 88. Lineare Belastung.

[CALAME und GADEN (a); VOGT]. Die hierbei erhaltenen Ergebnisse lassen manche Rückschlüsse auch auf Anlagen mit reibungsbehafteten Stollen zu und sollen daher gleichfalls kurz behandelt werden.

Der Belastungsvorgang ist in Abb. 88 für lineares, von Null ausgehendes Öffnen dargestellt.

Die Grundgleichungen lauten für  $t < t_1$ :

$$(112) \quad \frac{dv}{dt} = \frac{g}{L} \cdot z,$$

$$(113) \quad \frac{dz}{dt} = \frac{f}{F} \left( \frac{v_0}{t_1} \cdot t - v \right).$$

Für  $t > t_1$  wird in Gl. (113) das erste Klammernglied zu  $v_0$ . Durch zweimalige Integration der Gl. (112) und (113) ergeben sich für die Dauer des Öffnens die Beziehungen:

$$(114) \quad t = \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}} \cdot \left\{ \arcsin \left( 1 - \frac{t_1 \cdot g}{v_0 \cdot L} \cdot z \right) - \frac{\pi}{2} \right\},$$

$$(115) \quad z = \frac{v_0 \cdot L}{g \cdot t_1} \cdot \left[ 1 - \cos \left( t \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right) \right],$$

$$(116) \quad v = \frac{v_0}{t_1} \left[ t - \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}} \cdot \sin \left( t \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right) \right].$$

Die entsprechenden Größen bei bereits abgeschlossenem Öffnungsvorgang lauten:

$$(117) \quad t = \frac{t_1}{2} + \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}} \cdot \arcsin \left[ z \cdot \frac{g \cdot t_1}{2 v_0 \cdot L} \cdot \frac{1}{\sin \left( \frac{t_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right)} \right],$$

$$(118) \quad z = \frac{2 v_0 \cdot L}{g \cdot t_1} \cdot \sin \left( \frac{1}{2} \cdot t_1 \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right) \cdot \sin \left[ \left( t - \frac{t_1}{2} \right) \cdot \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right],$$

$$(119) \quad v = v_0 \cdot \left\{ 1 - \frac{2}{t_1} \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}} \cdot \sin \left( \frac{t_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right) \cdot \cos \left[ \left( t - \frac{t_1}{2} \right) \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right] \right\}.$$

Die tiefste Absenkung  $z_{\max}$  kann eintreten sowohl während des Öffnens als auch nach beendetem Öffnungsvorgang. Der Grenzfall — Beschleunigungsdauer gleich Anfahrzeit — ist gekennzeichnet durch

$$(120) \quad t_{\text{gr}} = \pi \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}}.$$

Ist  $t_1 > t_{\text{gr}}$ , so tritt die größte Absenkung während des Öffnens ein und ist

$$(121) \quad z_{\max} = 2 \cdot \frac{v_0 \cdot L}{g \cdot t_1}.$$

Für  $t_1 < t_{\text{gr}}$  dagegen wird  $z_{\max}$  erst nach vollendetem Öffnungsvorgang erreicht. Es ist dann

$$(122) \quad z_{\max} = \frac{2 \cdot v_0 \cdot L}{g \cdot t_1} \cdot \sin \left( \frac{t_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right).$$

Häufig ergibt sich bei Wasserschlossern, die für eine *Entnahme-steigerung von  $v_1 \cdot f$  auf  $v_0 \cdot f$  bemessen sind*, die Frage, wie lange eine Öffnung von Null auf Vollast mindestens dauern muß, damit der vorhandene Wasserschloßinhalt ausreicht. Diese läßt sich im vorliegenden Fall exakt beantworten:

Für  $t_1 > t_{\text{gr}}$  gilt

$$(123) \quad t_1 = \frac{2 v_0}{v_0 - v_1} \cdot \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}},$$

für  $t_1 < t_{\text{gr}}$

$$(124) \quad t_1 = \frac{2 v_0}{v_0 - v_1} \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}} \cdot \sin \left( \frac{t_1}{2} \cdot \sqrt{\frac{g \cdot f}{L \cdot F}} \right).$$

Es ist jene der Gl. (123) und (124) anzuwenden, für die der angegebene Geltungsbereich zutrifft. Bei mehreren Wurzeln ist immer die größte maßgebend.

b) Verluste im Stollen werden berücksichtigt.

$\alpha$ ) **Plötzliche vollständige Entlastung.** Wie leicht einzusehen ist, wirken die Verluste im Stollen verringernd auf den bei plötzlicher Vollentlastung auftretenden Spiegelausschlag. Aus Sicherheitsgründen wird man daher mit einem möglichst kleinen Druckverlust  $h_0$  rechnen.

Der vorliegende Störfall ist einer teilweisen strengen Behandlung insofern zugänglich, als es gelingt, Beziehungen zwischen Wasserstand im Wasserschloß und der jeweiligen Zuflußmenge im Stollen anzugeben [CALAME und GADEN (a), FORCHHEIMER (b), PRÁŠIL, VOGT].

Aus den Grundgleichungen

$$(124 a) \quad \frac{dv}{dt} = \frac{g}{L} (z - h) \quad \text{und} \quad \frac{dz}{dt} = - \frac{f}{F} \cdot v$$

ergibt sich durch Integration zwischen  $z$  und  $v$  die Beziehung

$$(125) \quad \left( \frac{v}{v_0} \right)^2 = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2 g \cdot F \cdot h_0^2} + \frac{z}{h_0} + C \cdot e^{\frac{2 g F h_0 z}{L f v_0^2}}.$$

Die Konstante  $C$  kann für den Beginn der Schwingung bestimmt werden. Hierfür ist  $v = v_0$  und  $z = h_0$ . Aus Gl. (125) wird dann

$$(126) \quad \left( \frac{v}{v_0} \right)^2 = \frac{z}{h_0} + \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2 g \cdot F \cdot h_0^2} \left( 1 - e^{\frac{2 g F h_0}{L f v_0^2} (z - h_0)} \right).$$

Führt man in Gl. (126) die auf S. 91 angegebenen VOGTSchen Verhältniszahlen

$$\frac{v}{v_0} = y, \quad \frac{z}{h_0} = x \quad \text{und} \quad \varepsilon = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F \cdot h_0^2}$$

ein, so erhält man die Gleichung in folgender Form:

$$(126 a) \quad y^2 = x + \frac{\varepsilon}{2} \left( 1 - e^{\frac{2}{\varepsilon} (x-1)} \right).$$

Mit Hilfe von Gl. (126) bzw. (126a) kann für das erste Aufschwingen des Wasserschloßspiegels die Frage beantwortet werden, welche Stollengeschwindigkeit bzw. Zulaufmenge einem bestimmten Wasserstand im Wasserschloß zugeordnet ist und umgekehrt. Es ist dies von Bedeutung für die Bemessung von Überfallschwellen (s. später) und für die Berechnung des höchsten Schwallspiegels  $z_{\max}$ , für den  $v = 0$  ist.

Die Lösung der Gl. (126) bzw. (126a) kann mit Hilfe der Netztafel Abb. 89 erfolgen, in der zu den Koordinaten  $x$  und  $\varepsilon$  der zugehörige Wert  $v/v_0 = y$  in der Kurvenschar abgelesen wird.

Im übrigen kann für den höchsten Spiegelanstieg aus Gl. (126) eine Beziehung gewonnen werden, indem für  $v$  Null gesetzt wird. Es ergibt sich dann die von FORCHHEIMER gefundene Formel

(127)  $(1 + m \cdot z_{\max}) - \ln(1 + m \cdot z_{\max}) = 1 + m \cdot h_0,$

wobei

$$m = \frac{2g \cdot F \cdot h_0}{L \cdot f \cdot v_0^2}.$$

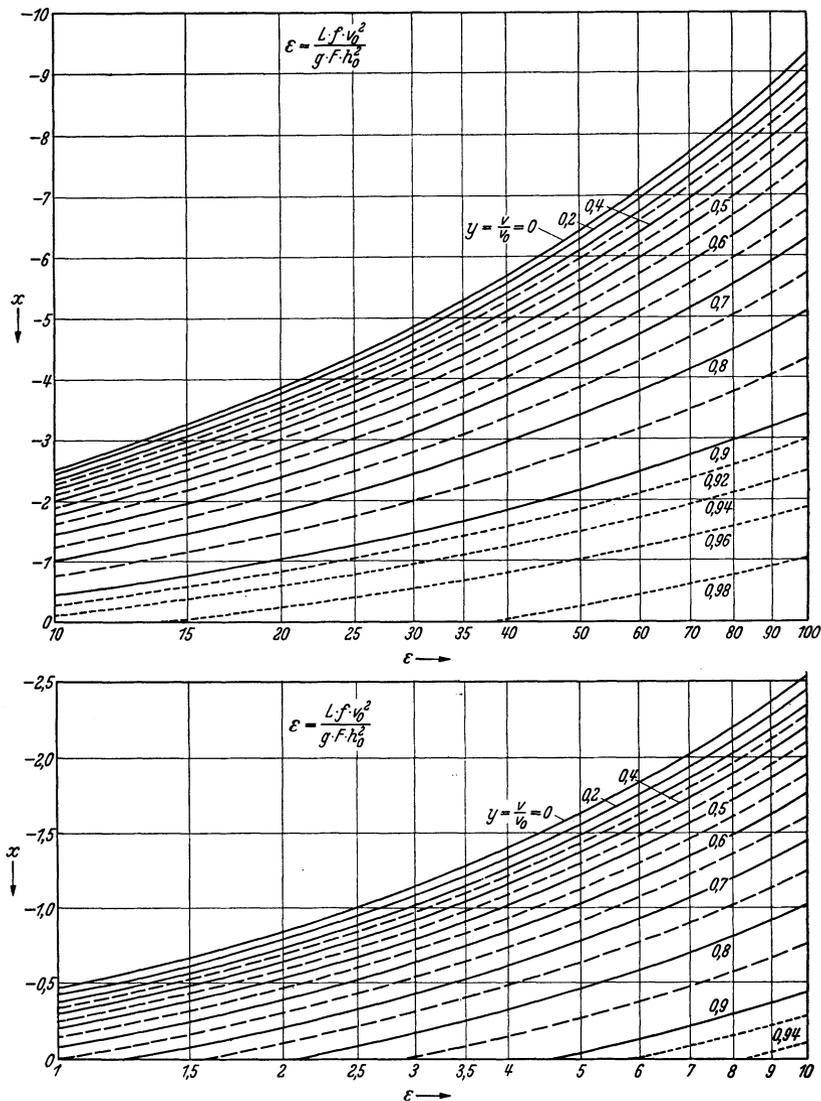


Abb. 89. Beziehung zwischen Wasserstand und Wasserführung des Stollens nach Gl. (126a).

Für die Auswertung von Gl. (127), d. h. zur Bestimmung von  $z_{\max}$  bei gegebenem  $m$  und  $h_0$  kann vorteilhaft die nachstehende Zahlentafel I Verwendung finden.

Zahlentafel 1.

$m \cdot h_0$	$m \cdot z_{\max}$						
0,00005	— 0,0100	0,026	— 0,211	0,30	— 0,589	0,92	— 0,825
0,0001	— 0,0145	0,028	— 0,218	0,31	— 0,596	0,94	— 0,830
0,0002	— 0,0200	0,030	— 0,225	0,32	— 0,602	0,96	— 0,834
0,0003	— 0,0241	0,035	— 0,242	0,33	— 0,609	0,98	— 0,837
0,0004	— 0,0280	0,040	— 0,257	0,34	— 0,615	1,00	— 0,841
0,0005	— 0,0312	0,045	— 0,271	0,35	— 0,621	1,05	— 0,850
0,0006	— 0,0342	0,050	— 0,284	0,36	— 0,627	1,10	— 0,859
0,0007	— 0,0370	0,055	— 0,296	0,37	— 0,633	1,15	— 0,867
0,0008	— 0,0396	0,060	— 0,308	0,38	— 0,639	1,20	— 0,874
0,0009	— 0,0419	0,065	— 0,318	0,39	— 0,644	1,25	— 0,882
0,0010	— 0,0439	0,070	— 0,329	0,40	— 0,650	1,30	— 0,888
0,0015	— 0,0535	0,075	— 0,339	0,42	— 0,661	1,35	— 0,894
0,0020	— 0,0615	0,080	— 0,348	0,44	— 0,671	1,40	— 0,900
0,0025	— 0,0686	0,085	— 0,358	0,46	— 0,680	1,45	— 0,905
0,0030	— 0,0750	0,090	— 0,366	0,48	— 0,689	1,50	— 0,910
0,0035	— 0,0809	0,095	— 0,375	0,50	— 0,698	1,60	— 0,920
0,0040	— 0,0864	0,10	— 0,383	0,52	— 0,707	1,70	— 0,928
0,0045	— 0,0915	0,11	— 0,399	0,54	— 0,715	1,80	— 0,935
0,0050	— 0,0962	0,12	— 0,413	0,56	— 0,723	1,90	— 0,942
0,0060	— 0,105	0,13	— 0,427	0,58	— 0,730	2,00	— 0,948
0,0070	— 0,113	0,14	— 0,440	0,60	— 0,737	2,10	— 0,953
0,0080	— 0,121	0,15	— 0,453	0,62	— 0,744	2,20	— 0,957
0,0090	— 0,128	0,16	— 0,465	0,64	— 0,751	2,30	— 0,962
0,010	— 0,134	0,17	— 0,476	0,66	— 0,758	2,40	— 0,965
0,011	— 0,141	0,18	— 0,486	0,68	— 0,764	2,50	— 0,969
0,012	— 0,147	0,19	— 0,497	0,70	— 0,770	2,60	— 0,972
0,013	— 0,153	0,20	— 0,507	0,72	— 0,776	2,70	— 0,975
0,014	— 0,158	0,21	— 0,516	0,74	— 0,782	2,80	— 0,977
0,015	— 0,163	0,22	— 0,525	0,76	— 0,787	2,90	— 0,979
0,016	— 0,168	0,23	— 0,534	0,78	— 0,792	3,00	— 0,981
0,017	— 0,173	0,24	— 0,543	0,80	— 0,798	3,50	— 0,989
0,018	— 0,178	0,25	— 0,551	0,82	— 0,803	4,00	— 0,993
0,019	— 0,182	0,26	— 0,559	0,84	— 0,807	4,50	— 0,996
0,020	— 0,187	0,27	— 0,567	0,86	— 0,812	5,00	— 0,998
0,022	— 0,196	0,28	— 0,574	0,88	— 0,817		
0,024	— 0,204	0,29	— 0,582	0,90	— 0,821		

β) Allmähliche lineare Entlastung. Die Schließzeiten der Turbinen sind in der Regel so gering — von der Größenordnung weniger Sekunden —, daß bei Berechnung des höchsten Spiegelanstieges im Wasserschloß die Annahme plötzlicher Entlastung vollkommen gerechtfertigt ist. Lediglich Anlagen mit Freistrahlturbinen machen hiervon eine Ausnahme, sofern sie mit Strahlableitung arbeiten. In diesem Fall wird nach Ausfall der Belastung automatisch der Strahl vom Laufrad abgelenkt und sodann — meist zur Vermeidung unzulässig hohen Druckanstieges in der Rohrleitung — ein allmähliches Schließen der Düsen eingeleitet. Ähnliche Verhältnisse liegen auch bei Druckreglern vor.

In einem derartigen Fall wird der Spiegelanstieg im Wasserschloß geringer sein als bei plötzlichem Abschluß.

Wird die Schließzeit mit  $t_1$  bezeichnet und der zugehörige Spiegelausschlag mit  $z_{t_1}$ , so gilt allgemein

$$(128) \quad z_{t_1} = \zeta \cdot z_{\max},$$

wobei  $z_{\max}$  den Ausschlag bei plötzlichem Schließen bedeutet. Führt man als Maßstab für die Schließzeit die Schwingungsdauer  $T$  nach

$$\text{Gl. (106) ein — } T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}} \text{ — und}$$

$$(129) \quad \tau = t_1/T,$$

so können die  $\zeta$ -Werte der Gl. (128) aus folgender Zahlentafel 2 gefunden werden, die sich auf Grund numerischer Integrationen ergab [CALAME und GADEN (a)].

Für Werte rechts der starken treppenförmigen Trennungslinie tritt die tiefste Absenkung bereits während des Öffnungsvorganges ein.

Zahlentafel 2.

$\sqrt{\varepsilon}$	$\zeta$ -Werte für $\tau =$										
	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
0,0	1,00	0,98	0,93	0,86	0,76	0,64	0,53	0,46	0,40	0,35	0,32
0,1	1,00	0,98	0,93	0,86	0,76	0,65	0,54	0,45	0,38	0,33	0,29
0,2	1,00	0,98	0,93	0,86	0,77	0,68	0,57	0,46	0,37	0,31	0,27
0,3	1,00	0,98	0,94	0,87	0,79	0,70	0,60	0,49	0,39	0,31	0,26
0,4	1,00	0,98	0,95	0,89	0,81	0,73	0,63	0,53	0,43	0,35	0,27
0,5	1,00	0,99	0,96	0,90	0,83	0,75	0,66	0,57	0,48	0,39	0,31
0,6	1,00	1,00	0,97	0,92	0,86	0,79	0,70	0,62	0,54	0,46	0,37
0,7	1,00	1,00	0,98	0,93	0,88	0,81	0,74	0,67	0,59	0,52	0,44
0,8	1,00	0,99	0,97	0,95	0,89	0,85	0,78	0,71	0,64	0,58	0,50
0,9	1,00	0,99	0,97	0,95	0,92	0,87	0,82	0,75	0,69	0,63	0,57
1,0	1,00	0,99	0,98	0,97	0,93	0,89	0,85	0,80	0,73	0,68	0,64

$\gamma$ ) Wasserschloß mit Überlauf, plötzliche vollständige Entlastung. Ist das Wasserschloß mit einem Überfall nach Abb. 90 ausgerüstet, so gelten zunächst die bereits mehrfach genannten Differentialgleichungen:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{g}{L} (z - h) \quad \text{und} \quad \frac{dz}{dt} = \frac{f}{F} (v_1 - v).$$

Übersteigt der Wasserschloßspiegel die Überfallkante, so ändert sich die Raumgleichung in

$$(130) \quad \frac{dz}{dt} = \frac{f}{F} (v_1 - v) + \frac{Qu}{F},$$



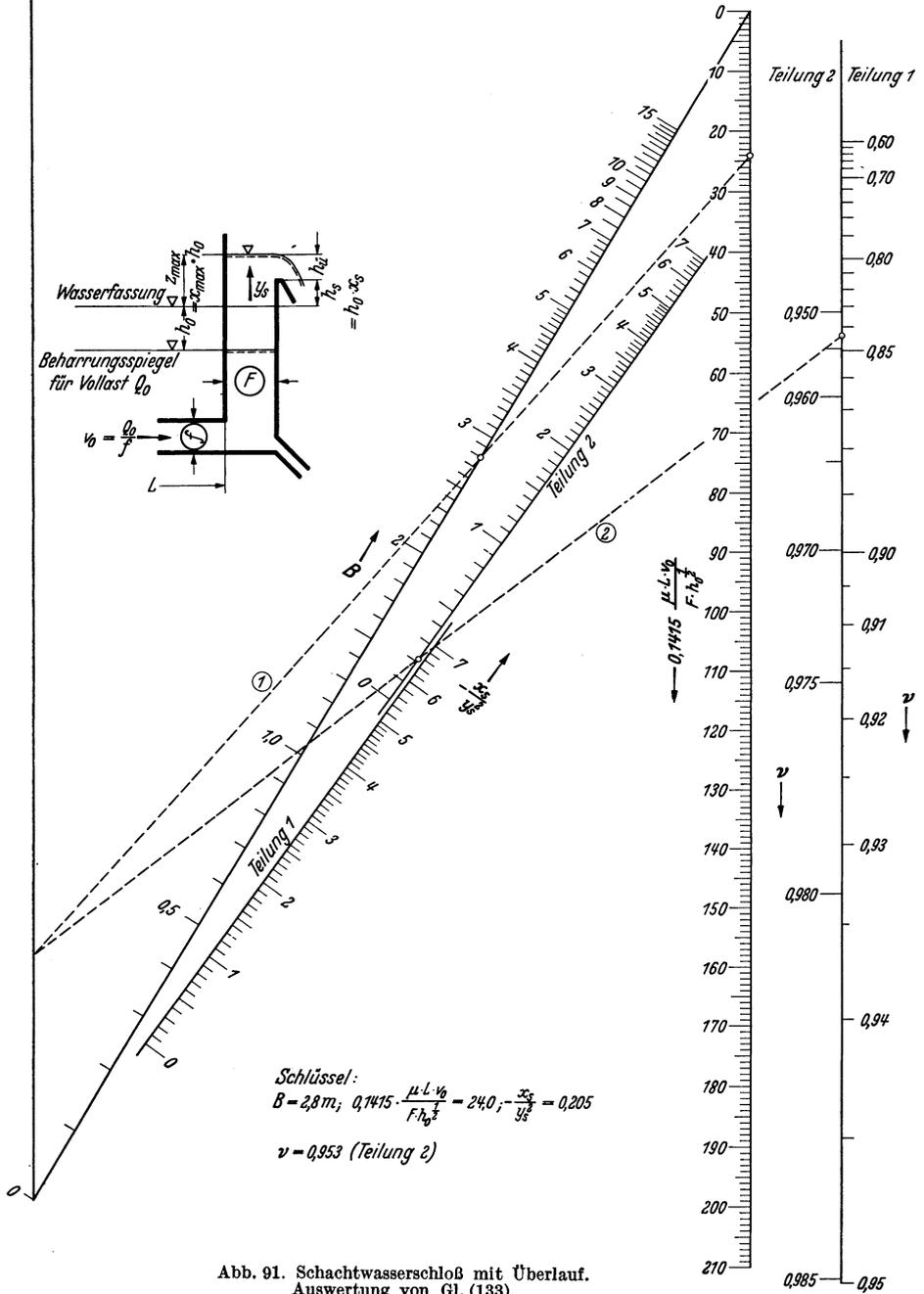


Abb. 91. Schachtwasserschloß mit Überlauf.  
Auswertung von Gl. (133).

Der zweitgenannte Wert wird mit  $B$  verbunden. Der hierdurch auf der (unbezeichneten) Zapfenlinie erhaltene Punkt wird sodann durch eine Gerade mit  $x_s/y_s^2$  (Teilung 1 oder Teilung 2, je nachdem ein günstiger Schnittwinkel erzielt wird) verbunden, die den gesuchten Abminderungswert  $\nu$  (Teilung 1 bzw. 2, je nachdem  $x_s/y_s^2$  auf 1 oder 2 benützt wurde) liefert.

Für Überfälle in Höhe des Ruhespiegels hat VOGT besondere Untersuchungen durchgeführt. Es gilt hierfür jedoch genau genug auch Gl. (133) mit  $x_s = 0$ .

**f) Plötzliche Belastungsvergrößerung. Wasserverbrauch konstant.** Die vor der Störung verarbeitete Wassermenge ist  $Q_1 = n \cdot Q_0$ , die Vollastmenge  $Q_0$ . Für einen derartigen Belastungsfall ist eine exakte mathematische Lösung der Differentialgleichung nicht mehr möglich und man muß sich daher mit Näherungsverfahren begnügen. Aus der großen Fülle derartiger Verfahren sollen hier nur zwei herausgegriffen werden.

FRANK (c) nimmt das  $z, t$ -Bild von vornherein an als Sinuslinie von der Form

$$z = h_1 + (z_{\max} - h_1) \cdot \sin(at),$$

wobei

$$a = \frac{f(v_0 - v_1)}{F(z_{\max} - h_1)},$$

und erhält durch Integration für den tiefsten Spiegelausschlag die Beziehung

$$(134) \quad z_{\max} = h_1 - \frac{c \cdot h_0}{2} + \sqrt{\frac{c^2}{4} \cdot h_0^2 + \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F} (1-n)^2}$$

mit  $c = (1-n) \left[ 2 - \frac{\pi}{4} (3+n) \right]$ , das der Zahlentafel 3 entnommen werden kann.

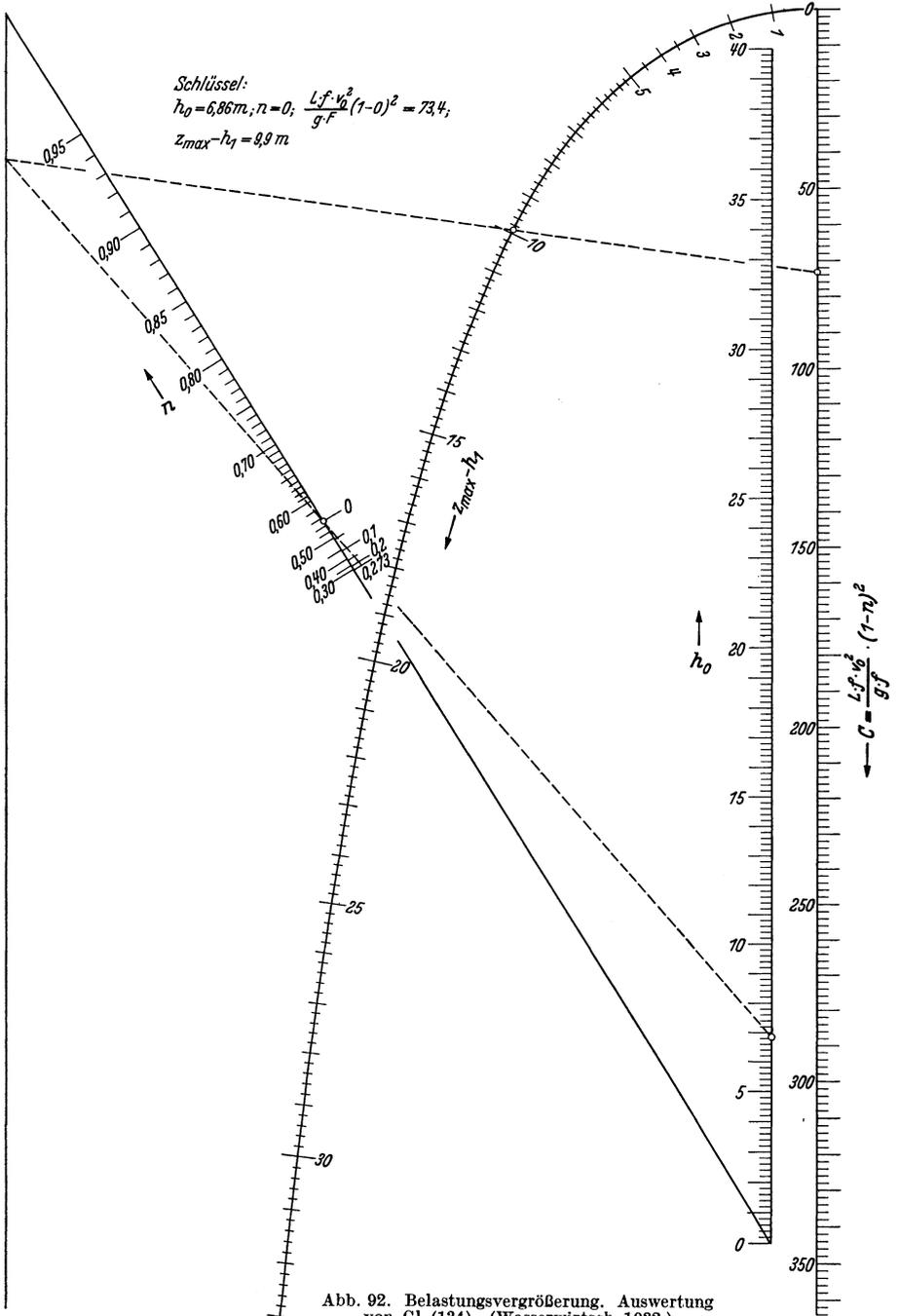
Zahlentafel 3.

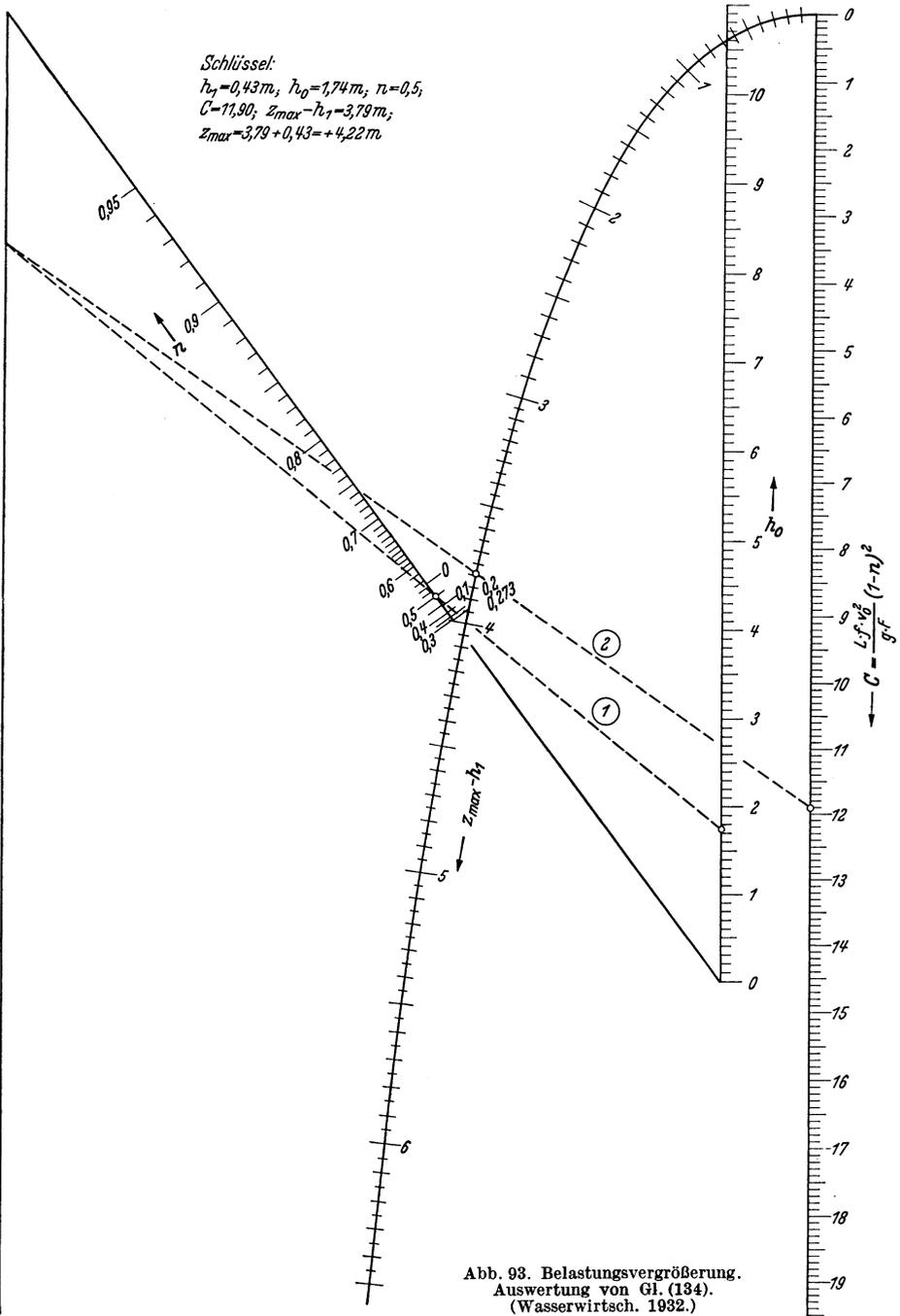
$n =$	0,0	0,1	0,2	0,273	0,3	0,4
$c =$	-0,356	-0,391	-0,410	-0,416	-0,415	-0,402
$n =$	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$c =$	-0,375	-0,331	-0,272	-0,197	-0,106	-0,000

Als Sonderfall der Gl. (134) ergibt sich für  $n = 0$  (plötzliche Vollbelastung nach Betriebsstillstand) die von FORCHHEIMER (b) gegebene Formel

$$(135) \quad z_{\max} = 0,178 \cdot h_0 + \sqrt{0,0317 h_0^2 + \frac{L \cdot f}{g \cdot F} \cdot v_0^2}.$$

Zur Auswertung von Gl. (134) dienen die Nomogramme Abb. 92 u. 93, die aus Gründen der Berechnungsgenauigkeit zwei verschiedene Bereiche umfassen. Ihre Anwendung ist folgende: man bildet zunächst den Wert  $C = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F} (1-n)^2$ . Sodann verbindet man  $h_0$  mit dem  $n$ -Wert der Schrägleiter; der so erhaltene Punkt der Zapfenlinie liefert, mit  $C$  verbunden, auf der gekrümmten Leiter die Größe  $z_{\max} - h_1$ .





Ein anderes, sehr gute Ergebnisse lieferndes Verfahren stammt von VOGT. Es ist hiernach

$$(136) \quad x_{\max} = 1 + \left[ \sqrt{\varepsilon - 0,275 \sqrt{n} + \frac{0,05}{\varepsilon}} - 0,9 \right] (1 - n) \left( 1 - \frac{n}{\varepsilon^{0,02}} \right).$$

Die Auflösung dieser Gleichung kann an Hand der Netztafel (Abb. 94) erfolgen.

Die *Schwingungszeiten* können mit Hilfe von Gl. (106) für verlustlosen Stollen ungefähr geschätzt werden. Es ist dabei zu beachten,

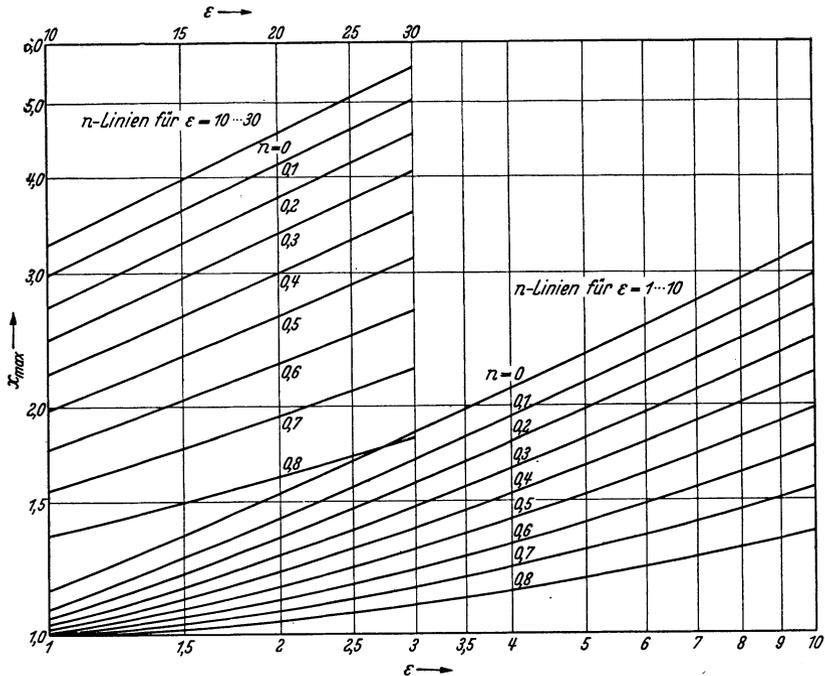


Abb. 94. Belastungsvergrößerung, Auswertung nach Gl. (136).

daß der Einfluß der Stollenverluste die Schwingungszeit verlängert. Die Dauer der Gesamtschwingung ist nach Gl. (106) bei verlustfreiem Stollen

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}},$$

die tiefste Absenkung  $z_{\max}$  tritt auf bei

$$T_1 = 0,25 \cdot T \quad [\text{vgl. Gl. (104)}].$$

Bei nicht verlustfreiem Stollen gilt allgemein

$$(137) \quad T_b = \varrho \cdot T,$$

worin  $\varrho > 0,25$  und in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  und  $n$  aus Abb. 95 entnommen werden kann, die auf Grund graphischer Integrationen erhalten wurde.

ε) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch veränderlich. Die im vorhergehenden Abschnitt gegebenen Formeln setzen konstanten Wasserverbrauch voraus. Tatsächlich ist diese Bedingung aber nicht streng erfüllt, und es soll daher im folgenden erörtert werden, in welcher

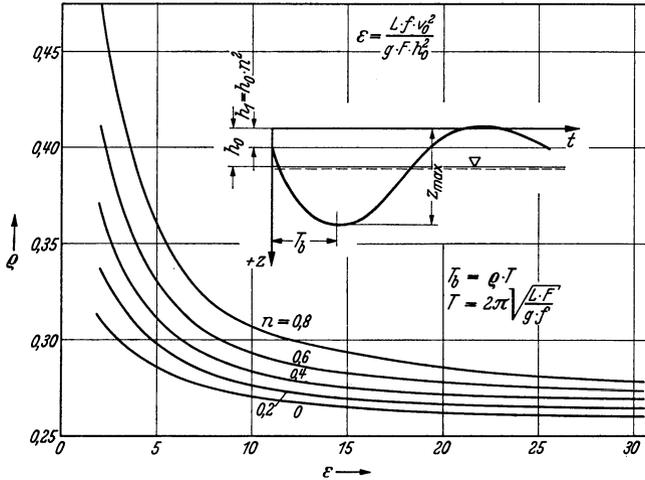


Abb. 95. Beschleunigungsdauer nach Gl. (137).

Weise und in welchen Fällen eine Berücksichtigung dieses Umstandes erforderlich ist.

Ist eine Turbine für eine Wassermenge  $Q_k$  und ein Gefälle  $H_k$  konstruiert, so ist ihr Schluckvermögen bei einem beliebigen Nutzgefälle  $H_x$

$$(138) \quad Q_x = Q_k \sqrt{\frac{H_x}{H_k}}.$$

Diese Beziehung gilt auch, wenn an Stelle der Konstruktionswerte  $Q_k$  und  $H_k$  beliebige andere, zueinander gehörende Werte treten. Allgemein verhalten sich also die von der Turbine verarbeiteten Wassermengen wie die Wurzeln aus den Nutzgefällen, der Wasserverbrauch entspricht der in Abb. 96 gezeichneten Kurve.

Ist die Turbine für das in der Zeichnung angegebene Gefälle  $H_k$  und die Wassermenge  $Q_k$  ausgelegt und tritt bei einem kleineren Anfangsgefälle  $H_I$  eine plötzliche Belastungsvergrößerung ein, so wird im Laufe der ersten Abwärtsschwingung der Wasserverbrauch von  $Q_I$  auf  $Q'_I$  abnehmen und der Schwingungsausgang  $z'_{\max}$  wird kleiner sein als der Wert  $z_{\max}$ , der auf Grund einer konstanten Wasserentnahme  $Q_I$  berechnet ist.

Selbstverständlich wird während der Schwingung die Leistung entsprechend den Werten  $Q'_I$  und  $(H_I - z'_{\max})$  zurückgehen.

In der Praxis wird man, solange das Verhältnis  $z'_{\max}/H_I$  verhältnismäßig klein bleibt, die beschriebene Veränderlichkeit der Turbinenwassermenge unberücksichtigt lassen und nach den Formeln auf S. 128 ff. mit konstantem Wasserverbrauch  $Q_I$  rechnen. Der errechnete Schwingungsausschlag enthält dann eine gewisse Sicherheit.

Für den Fall plötzlicher Vollbelastung nach einem Ruhezustand haben CALAME und GADEN (a) den Einfluß der nach Gl. (138) veränderlichen Schluckfähigkeit an Hand von zeichnerischen Integrationen untersucht. Auf Grund ihrer Ergebnisse ist Zahlentafel 4 bearbeitet.

Wurde unter Voraussetzung konstanten, der Ausgangsspiegelhöhe  $H_I$  (Abb. 96) entsprechenden Wasserverbrauches  $Q_I$  eine Absenkung  $z_{\max}$  nach einem der auf S. 128 ff. gegebenen Verfahren ermittelt, so verringert sich infolge des sinkenden Schluckvermögens die Schwingungswweite auf

$$(139) \quad z'_{\max} = \sigma \cdot z_{\max},$$

wobei der Wert  $\sigma$  aus Zahlentafel 4 zu entnehmen ist.

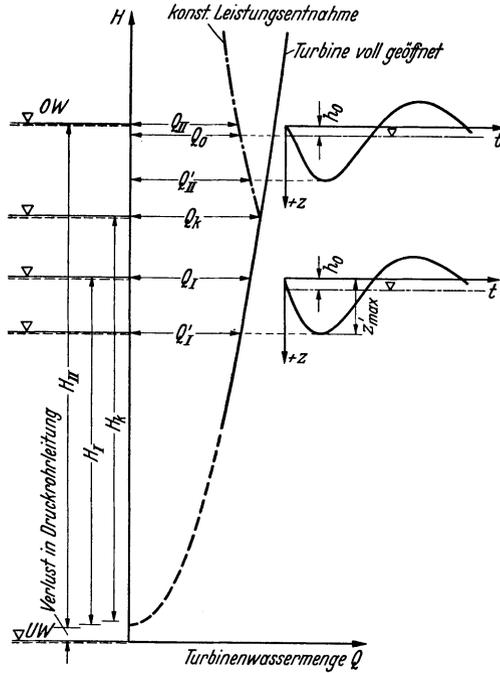


Abb. 96. Veränderliche Wasserentnahme.

Zahlentafel 4.

$\frac{1}{\sqrt{\epsilon}}$	$\sigma$ -Werte für $\frac{H_I}{h_0} \cdot \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} =$											
	2	3	4	5	10	20	30	40	60	80	100	$\infty$
0,0	0,83	0,88	0,91	0,93	0,96	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00	1,00
0,2	0,82	0,87	0,90	0,92	0,96	0,97	0,98	0,99	0,99	0,99	0,99	1,00
0,4	0,81	0,87	0,90	0,92	0,95	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00
0,6	0,81	0,86	0,89	0,91	0,95	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00
0,8	0,80	0,85	0,89	0,91	0,95	0,97	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99	1,00
1,0	0,78	0,84	0,87	0,90	0,94	0,96	0,97	0,97	0,97	0,98	0,99	1,00

Völlig anders liegen die Verhältnisse, wenn von dem Kraftwerk eine konstante Leistung verlangt wird. Dann müssen die Turbinen für ein

Gefälle ausgelegt werden, das mit Sicherheit unter dem bei tiefstem Sunk auftretenden Wert liegt.

Sieht man von der Veränderlichkeit des Turbinenwirkungsgrades ab, so ist das Produkt  $Q \cdot H$  konstant. Ist (Abb. 96) die verlangte Leistung durch die Werte  $H_k$  und  $Q_k$  festgelegt, d. h. ist der Generator hierfür bemessen, so muß bei höheren Gefällen die Turbine gedrosselt werden, damit eine dauernde Überlastung des Generators ausgeschlossen ist. Der Wasserverbrauch verläuft dann nach der strichpunktierten Hyperbel. Für das Gefälle  $H_{II}$  beispielsweise ist der Wasserverbrauch

$$(140) \quad Q_{II} = \frac{Q_k \cdot H_k}{H_{II}}.$$

Wollte man den tiefsten Spiegelausschlag für die konstante Wassermenge  $Q_{II}$  oder  $Q_0$  berechnen, so würden die erhaltenen Werte zu klein sein, da ja im Verlauf der Spiegelsenkung die Wasserentnahme ständig zunimmt.

Nach der VOGTSchen Arbeit kann die Berechnung der tiefsten Spiegelage nach Gl. (136) vorgenommen werden, wenn man die darin enthaltenen Werte<sup>1</sup>  $n$ ,  $\varepsilon$  und  $x_{\max}$  ersetzt durch die nachstehend definierten Größen  $n_1$ ,  $\varepsilon_1$  und  $x_{1\max}$ :

$$(141) \quad n_1 = n \cdot \left( \frac{1 - \beta \cdot x_{\max}}{1 - \beta} \right),$$

$$(142) \quad x_{1\max} = x_{\max} \cdot \left( \frac{1 - \beta \cdot x_{\max}}{1 - \beta} \right)^2,$$

$$(143) \quad \varepsilon_1 = \varepsilon \left[ \left( \frac{1 - \beta \cdot x_{\max}}{1 - \beta} \right)^2 - 0,45 \cdot \beta \cdot \sqrt{\varepsilon} \cdot \frac{x_{\max} - n^2}{x_{\max}} \right].$$

Der Wert  $n$  stellt dabei das Verhältnis

$$\frac{\text{Wasserverbrauch bei Teillast}}{\text{Wasserverbrauch bei Vollast}},$$

gerechnet für die Beharrungszustände, dar. Der Kennwert  $\varepsilon$  ist aus den Größen des Vollastbeharrungszustandes zu ermitteln, ebenso  $x_{\max}$ .

Die Berechnung wird am besten so durchgeführt, daß man  $x_{\max}$  annimmt und mit Hilfe von Gl. (141) und (143)  $n_1$  und  $\varepsilon_1$  bestimmt und damit aus Gl. (136)  $x_{1\max}$ . Aus Gl. (142) erhält man dann einen Wert  $x_{\max}$ , der mit dem angenommenen übereinstimmen muß.

Notfalls ist die Rechnung zu wiederholen.

Ist  $x_{\max}$  gegeben und soll die Wasserschloßfläche  $F$  (also  $\varepsilon$ ) ermittelt werden, so wird nach Aufsuchen von  $n_1$  und  $x_{1\max}$  nach Gl. (141) und (142) aus Gl. (136)  $\varepsilon_1$  bestimmt und dann aus Gl. (143)  $\varepsilon$ , aus dem, da

$$\varepsilon = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F \cdot h_0^2},$$

$F$  gefunden werden kann.

<sup>1</sup> Begriffsbestimmung dieser Größen vgl. S. 91.

Häufig ist nicht der Teillastwasserverbrauch, also das Verhältnis  $n$ , gegeben, sondern das Verhältnis der Leistungen (PS, kW oder mt/s)  $n' = \frac{\text{Teillast}}{\text{Vollast}}$ . In einem solchen Fall ist  $n' = \frac{Q_1(H_0 - h_1)}{Q_0(H_0 - h_0)}$ , woraus sich mit  $Q_1/Q_0 = n$ ,  $h_1 = h_0 \left(\frac{Q_1}{Q_0}\right)^2 = h_0 \cdot n^2$  und  $\beta = h_0/H_0$  die Beziehung finden läßt:

$$(144) \quad n(1 - \beta \cdot n^2) = n'(1 - \beta).$$

Die Auflösung dieser Gleichung nach  $n$  bei gegebenem  $n'$  und  $\beta$  kann mit Hilfe von Abb. 97 erfolgen.

5) Allmähliche Belastungsvergrößerung von Null auf Vollast. Ist ein Wasserschloß bemessen für eine plötzliche Entnahmevergrößerung von *Teillast* auf *Vollast*, so ist der Fall einer plötzlichen Belastungszunahme von *Null* auf *Vollast* durch geeignete Maßnahmen auszuschließen. Es entsteht dann die Frage, auf welche Zeit die Belastungsvergrößerung

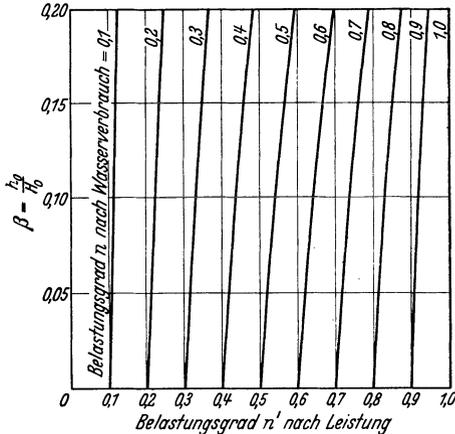


Abb. 97. Zusammenhang zwischen Belastungsgrad nach Wasserverbrauch und nach Leistung entsprechend Gl. (144).

von Null aus mindestens zu verteilen ist, damit der dabei auftretende Sunk nicht größer wird, als nach der Berechnungsannahme ermittelt wurde.

Entsteht bei plötzlicher Öffnung von Null aus ein Sunk von der Größe  $z_{\max}$  und bei linearer Öffnung in  $t_2$  s ein solcher von der Größe  $z_{t_2}$ , so gilt

$$(144 a) \quad z_{t_2} = \varrho \cdot z_{\max},$$

wobei  $\varrho$  aus Zahlentafel 5 [s. auch CALAME und GADEN (a)] in Abhängigkeit von den Werten

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \quad \text{und} \quad \tau = \frac{t_2}{T} = \frac{t_2}{2\pi \sqrt{\frac{L \cdot F}{g \cdot f}}}$$

entnommen werden kann.

Im Bereich der Werte rechts oberhalb der starken Trennungslinie tritt die tiefste Absenkung noch während des Öffnungsvorganges ein.

Der Vorgang zur Beantwortung der obenerwähnten Frage ist nun der, daß das Verhältnis

$$\varrho = \frac{z_{\max} (\text{Teillast} \div \text{Vollast})}{z_{\max} (\text{Null} \div \text{Vollast})}$$

gebildet und bei dem zugehörigen Wert  $1/\sqrt{\varepsilon}$  in der Zahlentafel aufgesucht wird. Am Kopf der Zahlentafel kann dann  $\tau = t_2/T$  abgelesen werden, woraus sich  $t_2$  ergibt.

Zahlentafel 5.

1 $\sqrt{\epsilon}$	$\epsilon$ -Werte für $\tau =$										
	0,00	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
0,0	1,00	0,98	0,93	0,85	0,75	0,63	0,53	0,46	0,40	0,35	0,32
0,1	1,00	0,98	0,93	0,86	0,76	0,64	0,54	0,47	0,41	0,36	0,32
0,2	1,00	0,98	0,93	0,86	0,78	0,67	0,56	0,48	0,41	0,37	0,33
0,3	1,00	0,98	0,93	0,87	0,79	0,69	0,59	0,50	0,42	0,39	0,36
0,4	1,00	0,98	0,94	0,88	0,80	0,71	0,62	0,54	0,48	0,46	0,45
0,5	1,00	0,98	0,94	0,88	0,81	0,74	0,65	0,59	0,54	0,54	0,54
0,6	1,00	0,99	0,95	0,89	0,83	0,76	0,69	0,64	0,61	0,60	0,60
0,7	1,00	0,99	0,95	0,90	0,85	0,79	0,73	0,69	0,68	0,67	0,67
0,8	1,00	0,99	0,95	0,91	0,87	0,82	0,78	0,75	0,74	0,74	0,74
0,9	1,00	0,99	0,96	0,92	0,88	0,85	0,83	0,81	0,80	0,80	0,80
1,0	1,00	0,99	0,96	0,93	0,90	0,88	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87

$\eta$ ) Zahlenbeispiele. *Beispiel 1.* Die in Abb. 98 dargestellte Anlage ist im Oberwasser mit einem Jahresspeicher, im Unterwasser mit einem

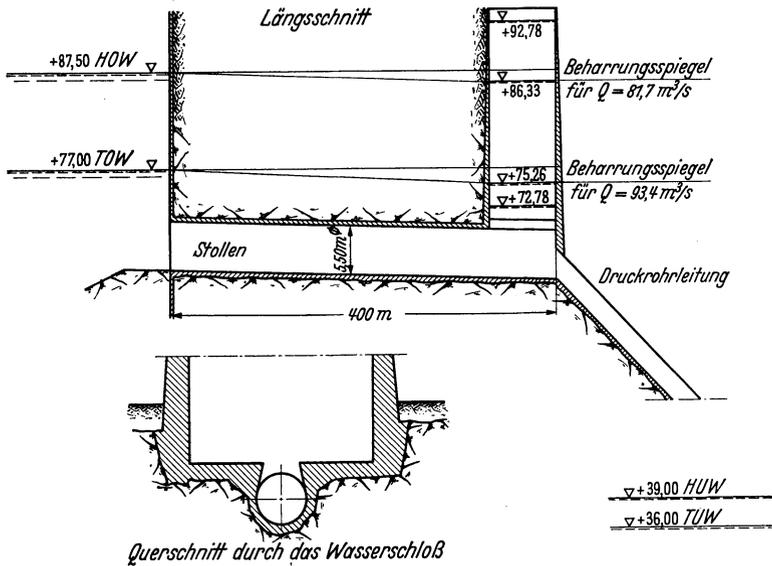


Abb. 98.

Tagesausgleichbecken versehen. Es können also mit jedem Wasserstand im oberen Becken täglich beide Grenzwasserstände im Ausgleichbecken zusammentreffen. Die Hauptdaten sind folgende:

$$L = 400 \text{ m}; \quad f = 23,76 \text{ m}^2 \text{ (} 5,50 \text{ m } \varnothing \text{)}; \quad F = 314 \text{ m}^2;$$

Druckrohrleitung  $2 \times 3,65 \text{ m } \varnothing$ ;

$$\text{Verlust in der Druckrohrleitung } h_R = 0,0001892 \cdot q^2.$$

Die Francis-Turbinen sind ausgelegt für  $H_k = 41,0$  m und  $Q_k = 95$  m<sup>3</sup>/s, also für eine Leistung von  $A = 41,0 \cdot 95 = 3895$  mt/s. Der Wasserverbrauch ist somit

für  $H_n > 41,0$  m:  $q = \frac{3895}{H_n}$  [nach Gl. (140)],

für  $H_n < 41,0$  m:  $q = 95 \cdot \sqrt{\frac{H_n}{41,0}} = 14,83 \sqrt{H_n}$  [nach Gl. (138)].

Der Rauigkeitswert der Stollenwandungen kann zwischen den Grenzwerten  $k = 90$  und  $k = 75$  der Formel von MANNING-STRICKLER ( $v = k \cdot R^{2/3} \cdot I^{1/2}$ ) erwartet werden.

a) Plötzliche vollständige Entlastung. Als ungünstigster Fall wird die Abgabe der verlangten Volleistung bei höchstem Stau im Oberwasser und höchstem Wasserstand im unteren Becken untersucht, wobei außerdem mit den wahrscheinlich kleinsten Verlusten in der Zuleitung gerechnet wird.

$$H_0 = 87,50 - 39,00 = 48,50 \text{ m.}$$

Verluste: Eintritt und Rechen. . . . .  $0,3 \cdot \frac{v^2}{2g} = 0,0153 \cdot v^2$

Reibung im Stollen: Mit  $k = 90$  und

$$R = 5,50/4 = 1,375 \text{ m ist } h_r = 400 \frac{v^2}{90^2 \cdot 1,375^{4/3}} = 0,0322 \cdot v^2$$

---

Zusammen im Stollen:  $h = 0,0475 \cdot v^2 = 0,0000842 \cdot Q^2$ .

In der Druckrohrleitung entsteht, da zwei gleiche Turbinen vorhanden sind, mit  $q = Q/2$  ein Verlust

$$h_R = 0,0001892 (Q/2)^2 = 0,0000473 Q^2.$$

Insgesamt ist also mit einer Verlusthöhe von

$$h_v = (0,0000842 + 0,0000473) \cdot Q^2 = 0,0001315 \cdot Q^2$$

zu rechnen. Die Vollastwassermenge ergibt sich dann aus

$$3895 = Q_0 (48,50 - 0,0001315 \cdot Q_0^2)$$

zu  $Q_0 = 81,7$  m<sup>3</sup>/s,

$$v_0 = 81,7/23,76 = 3,44 \text{ m/s.}$$

Bei Bestimmung des Wertes  $h_0$  ist zu beachten, daß er durch die Ordinate der Piezometerlinie am Wasserschloß gekennzeichnet ist. Bei der gewählten Durchführung des Stollens unter der Wasserschloßsohle liegt, da die Stollengeschwindigkeit erhalten bleibt, der Wasserspiegel im Wasserschloß außer um die Eintritts- und Reibungsverluste auch um die volle Geschwindigkeitshöhe unter dem Ruhespiegel.

Für Eintritt und Reibung ergab sich oben . . . . .  $0,0475 \cdot v^2$ ,

die Geschwindigkeitshöhe ist . . . . .  $\frac{v^2}{2g} = 0,0510 \cdot v^2$

---

$0,0985 \cdot v^2$ .

Somit ist  $h_0 = 0,0985 \cdot 3,44^2 = 1,166 = \text{rd. } 1,17$  m.

Der größte Spiegelanstieg soll nach Gl. (127) bestimmt werden:

$$m = \frac{2g \cdot F \cdot h_0}{L \cdot f \cdot v_0^2} = \frac{19,62 \cdot 314 \cdot 1,17}{400 \cdot 23,76 \cdot 3,44^2} = 0,0642,$$

$$m h_0 = 0,0642 \cdot 1,17 = 0,0752.$$

Hierzu ergibt Zahlentafel 1

$$m \cdot z_{\max} = -0,339,$$

$$z_{\max} = -0,339 : 0,0642 = -5,28 \text{ m.}$$

Eine Kontrollrechnung soll nach Gl. (126) bzw. nach Abb. 89 vorgenommen werden:

$$\varepsilon = \frac{400 \cdot 23,76 \cdot 3,44^2}{9,81 \cdot 314 \cdot 1,17^2} = 26,6.$$

Hierzu ergibt Abb. 89 für  $v/v_0 = 0$ ,  $x = -4,51$  und  $z_{\max} = -4,51 \times 1,17 = -5,28 \text{ m}$  wie oben.

Der Spiegel steigt also höchstens auf Höhe  $+87,50 - (-5,28) = +92,78 \text{ m}$  an.

Die Schließdauer der Turbinen ist mit  $t_1 = 6 \text{ s}$  bemessen. Mit  $T = 2\pi \sqrt{\frac{400 \cdot 314}{9,81 \cdot 23,76}} = 146 \text{ s}$  entsprechend Gl. (106) ist nach Gl. (129)  $\tau = 6/146 = 0,041$ . Hierzu würde sich nach Zahlentafel 2 für den Spiegelanstieg eine Abminderungszahl  $\zeta = 0,99$  ergeben. Der Einfluß der endlichen Schließzeit ist also von untergeordneter Bedeutung.

b) Belastungsvergrößerung. Eine Untersuchung der zu erwartenden Betriebsverhältnisse zeigt, daß es genügt, das Wasserschloß für eine Entnahmevergrößerung von  $n = 0,5$  auf Vollast zu bemessen.

Für die Berechnung ist abgesenktes oberes und abgesenktes unteres Becken anzunehmen, außerdem ein möglichst großer Druckverlust im Stollen.

$$H_0 = 77,0 - 36,0 = 41,0 \text{ m.}$$

Da die Turbinen für ein *Netto*gefälle von 41 m ausgelegt sind, wird im vorliegenden Fall der Wasserverbrauch mit sinkendem Wasserschloßspiegel abnehmen entsprechend der eingangs gegebenen Beziehung  $q = 14,83 \cdot \sqrt{H_n}$ .

Der Gesamtverlust in Stollen und Druckleitung ergibt sich in ähnlicher Weise wie früher zu  $h_v = 0,0001567 \cdot Q^2$ , wobei für die Stollenrauigkeit  $k = 75$  gesetzt wurde. Das Schluckvermögen der Turbinen geht aus der Beziehung

$$Q_0 = q = 14,83 \cdot \sqrt{41,00 - 0,0001567 \cdot Q_0^2}$$

hervor zu  $Q_0 = 93,4 \text{ m}^3/\text{s}.$

$$Q_1 = n \cdot Q_0 = 0,5 \cdot 93,4 = 46,7 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$v_0 = 93,4/23,76 = 3,93 \text{ m/s}.$$

In gleicher Weise wie auf S. 137 errechnet sich der Wert  $h_0$ :

$$h_0 = 1,3 \cdot \frac{3,93^2}{2g} + \frac{400 \cdot 3,93^2}{75^2 \cdot 1,375^{4/3}} = 1,74 \text{ m,}$$

$$h_1 = n^2 \cdot h_0 = 0,5^2 \cdot 1,74 = 0,435 \text{ m.}$$

Tiefste Absenkung nach Gl. (134) bzw. Abb. 93:

$$C = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F} \cdot (1 - n)^2 = \frac{400 \cdot 23,76 \cdot 3,93^2}{9,81 \cdot 314} \cdot 0,5^2 = 11,90.$$

Das Nomogramm liefert (die Fluchtstrahlen sind in Abb. 93 eingezeichnet)

$$z_{\max} - h_1 = 3,79 \text{ m,}$$

woraus

$$z_{\max} = 3,79 + 0,435 = +4,22 \text{ m.}$$

Der abgesenkte Spiegel liegt auf Höhe  $+77,00 - 4,22 = 72,78 \text{ m}$ . Die Ermittlung nach Gl. (136) bzw. Abb. 94 liefert fast das gleiche Ergebnis. Es ist

$$\varepsilon = \frac{400 \cdot 23,76 \cdot 3,93^2}{9,81 \cdot 314 \cdot 1,74^2} = 15,65,$$

wozu Abb. 94 für  $n = 0,5$  liefert

$$x_{\max} = 2,38 \quad \text{und} \quad z_{\max} = 1,74 \cdot 2,38 = +4,14 \text{ m.}$$

Die Dauer der Gesamtschwingung bei vernachlässigter Reibung ist nach Gl. (106)  $T = 146 \text{ s}$  wie früher. Nach Abb. 95 entsteht die tiefste Absenkung ( $\varepsilon = 15,65$ ,  $n = 0,5$ ) bei

$$T_b = 0,28 \cdot 146 = 41 \text{ s.}$$

Es sei nunmehr die kürzeste zulässige Dauer für volle Öffnung von Null auf Vollast ermittelt, bei der die oben für  $n = 0,5$  errechnete Absenkung nicht überschritten wird. Aus Abb. 94 wird für plötzliche Vollbelastung ( $n = 0$ )

$$z'_{\max} = +4,06 \cdot 1,74 = +7,06 \text{ m.}$$

Der Abminderungswert  $\rho$  der Zahlentafel 5 wird damit

$$\rho = 4,14/7,06 = 0,59;$$

$$\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt{15,65}} = 0,253.$$

Zu diesen Werten entnehmen wir aus der Zahlentafel durch Zwischenschalten

$$\tau = \sim 0,59.$$

Die kleinste zulässige Öffnungszeit ist also

$$t_2 = 0,59 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{400 \cdot 314}{9,81 \cdot 23,76}} = 86 \text{ s.}$$

Es sind somit Vorkehrungen zu treffen, die eine volle Öffnung nach Betriebsstillstand in weniger als 86 s verhindern.

Zum Schluß sei noch daran erinnert, daß die oben berechneten Absenkungen noch einige Prozent Sicherheit enthalten, weil die

angenommene Unveränderlichkeit der Wassermenge mit Rücksicht auf die mit abnehmendem Gefälle sinkende Schluckfähigkeit der Turbinen nicht streng zutrifft.

*Beispiel 2.* Ein Schachtwasserschloß hat nachstehende Daten:

$$L = 3000 \text{ m}; \quad f = 5,0 \text{ m}^2; \quad F = 10 \text{ m}^2; \quad Q_0 = 15 \text{ m}^3/\text{s}; \\ v_0 = 3,00 \text{ m/s}; \quad h_0 = 11,05 \text{ m}.$$

Zur Begrenzung des Spiegelanstieges bei Entlastung ist eine Überfallschwelle von der Breite  $B = 2,80 \text{ m}$  ( $\mu = 0,626$ ) in  $h_s = -2,00 \text{ m}$  Höhe vorgesehen.

$$x_s = -\frac{2,00}{11,05} = -0,181, \\ \varepsilon = \frac{3000 \cdot 5,0 \cdot 3,00^2}{9,81 \cdot 10,0 \cdot 11,05^2} = 11,28.$$

Die Wasserführung des Stollens in dem Augenblick, da der Schwallspiegel die Überfallschwelle erreicht, kann aus Gl. (126a) bestimmt werden. Wir verwenden dazu Abb. 89, die zu  $x_s$  und  $\varepsilon$

$$y_s = 0,94 \text{ liefert.} \\ \frac{x_s}{y_s} = -\frac{0,181}{0,94^2} = -0,205, \\ 0,1415 \cdot \frac{\mu \cdot L \cdot v_0}{F \cdot h_0^{1/2}} = 0,1415 \cdot \frac{0,626 \cdot 3000 \cdot 3,0}{10,0 \cdot 11,05^{1/2}} = 24,0.$$

Mit diesen Werten ergibt sich aus Abb. 91 der Abminderungswert  $\nu$  der Gl. (132) und (133) mit Hilfe der eingezeichneten Fluchtstrahlen auf Teilung 2 zu

$$\nu = 0,953.$$

Nach Gl. (132) ist  $Q_{ii} = 0,953 \cdot 0,94 \cdot 15,0 = 13,4 \text{ m}^3/\text{s}$  und die zugehörige Überfallhöhe

$$h_{ii} = \left( \frac{13,4}{\frac{2}{3} \cdot 0,626 \cdot 2,8 \cdot \sqrt{2g}} \right)^{2/3} = 1,89 \text{ m}.$$

Der Wasserspiegel steigt auf

$$z_{\max} = -2,00 - 1,89 = -3,89 \text{ m an.}$$

## 2. Das Kammerwasserschloß.

Der Wert einer Raumeinheit für die Dämpfung der Schwingungen ist um so größer, je weiter sie vom Ruhespiegel entfernt liegt. Diese Erkenntnis führte dazu, daß man die größten Querschnitte auf Höhe der Extremwasserstände legte. So entstand das Kammerwasserschloß, das eine obere und eine untere Kammer aufweist. Der Verbindungsschacht zwischen den Kammern wird nur so groß gemacht, daß auch kleinere Schwingungen, die die Kammern nicht erreichen, gedämpft verlaufen.

Es sind eine Reihe von verschiedenen Typen entwickelt worden, deren wichtigste nachstehend besprochen werden sollen.

a) Idealisiertes Kammerwasserschloß.

Die vollkommenste Form des Kammerwasserschlosses würde nach dem oben Gesagten einen Schachtquerschnitt Null und den gesamten Kammerinhalt auf der Höhe des höchsten bzw. tiefsten Wasserspiegels vereinigt haben. Selbstverständlich ist eine derartige Ausführung nicht möglich — in erster Linie, weil der Schacht mit Rücksicht auf die Stabilität einen bestimmten Mindestquerschnitt haben muß —, trotzdem aber soll dieser Fall erwähnt werden, weil er auch für Wasserschlösser, die dem Idealfall nicht streng entsprechen, von Bedeutung ist.

Da der Schacht den Querschnitt Null hat und der Kammerinhalt auf der Höhe  $z_{\max}$  vereinigt gedacht ist, fällt aus den Differentialgleichungen die Veränderlichkeit von  $z$  fort, und es ist eine strenge Lösung möglich.

**a) Vollständige plötzliche Entlastung.** Der Kammerinhalt, der voraussetzungsgemäß auf Schwallhöhe  $z_{\max} = h_0 \cdot x_{\max}$  vereinigt ist, wird [SCHÜLLER (b)]

$$(145) \quad V = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot h_0} \cdot \ln \left( 1 + \frac{1}{x_{\max}} \right).$$

Die Verzögerung des Stolleninhaltes auf  $v = 0$  ist erstmalig erreicht zur Zeit

$$(146) \quad T_v = \frac{L \cdot v_0}{g \cdot h_0 \cdot \sqrt{x_{\max}}} \cdot \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1}{x_{\max}}};$$

$x_{\max}$  ist in Gl. (145) und (146) mit dem Absolutwert einzusetzen.

**β) Plötzliche Belastungsvergrößerung.** Bei Belastungssteigerung von  $n \cdot v_0$  auf  $v_0$  ist der notwendige Kammerinhalt

$$(147) \quad V = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot h_0} \cdot \ln \left\{ \frac{x_{\max} - 1}{x_{\max} - n^2} \cdot \left( \frac{\sqrt{x_{\max} + 1}}{\sqrt{x_{\max} - 1}} \cdot \frac{\sqrt{x_{\max} - n}}{\sqrt{x_{\max} + n}} \right)^{1/\sqrt{x_{\max}}} \right\}$$

$$\left( x_{\max} = \frac{z_{\max}}{h_0} \right).$$

Die Vollastgeschwindigkeit ist erstmalig erreicht zur Zeit

$$(148) \quad T_b = \frac{L \cdot v_0}{2g h_0 \sqrt{x_{\max}}} \cdot \ln \left\{ \frac{\sqrt{x_{\max} + 1}}{\sqrt{x_{\max} - 1}} \cdot \frac{\sqrt{x_{\max} - n}}{\sqrt{x_{\max} + n}} \right\}.$$

b) Wasserschloß mit offenen Kammern.

Hierunter wird ein Kammerwasserschloß nach Abb. 99 verstanden, bei dem am Übergang vom Schacht zu den Kammern keinerlei Einbauten, z. B. Schwellen, vorhanden sind.

**a) Vollständige plötzliche Entlastung.** Für den sich ein- oder mehrmals sprunghaft ändernden Wasserschloßquerschnitt kann die Berechnung nach Gl. (125) genau durchgeführt werden. Sie lautet für den auf Höhe  $z_I$  beginnenden Wasserschloßteil vom Querschnitt  $F_I$  (vgl. Abb. 100)

$$\left( \frac{v}{v_0} \right)^2 = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot F_I \cdot h_0^2} + \frac{z}{h_0} + C \cdot e^{\frac{2g F_I \cdot h_0 \cdot z}{L \cdot f \cdot v_0^2}}.$$

Die Konstante  $C$  ergibt sich mit Hilfe der Werte  $z_I$  und  $v_I$ , die dem Schwingungszustand in dem Augenblick entsprechen, da der Wasserspiegel den Querschnittsübergang erreicht. Werden diese statt  $v$  und  $z$  in die obige Gleichung eingesetzt, so kann  $C$  bestimmt werden, und es ergibt sich für die Spiegelbewegung im Bereich der Fläche  $F_I$  die Beziehung

$$(149) \quad \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot F_I \cdot h_0^2} + \frac{z}{h_0} + \left[\left(\frac{v_I}{v_0}\right)^2 - \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot F_I \cdot h_0^2} - \frac{z_I}{h_0}\right] \cdot e^{\frac{2g \cdot F_I \cdot h_0}{L \cdot f \cdot v_0^2} \cdot (z - z_I)}$$

Mit Gl. (149) läßt sich ein Wasserschloß nach Abb. 101 berechnen.

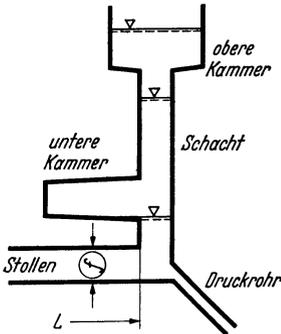


Abb. 99. Kammerwasserschloß mit offenen Kammern.

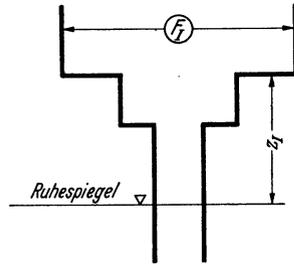


Abb. 100.

Für den Bereich bis  $a$  gilt Gl. (126) bzw. (126a), aus der der zu  $z_a$  gehörige Wert  $v_a$  hervorgeht. Beide Werte, als  $z_I$  und  $v_I$  in Gl. (149) eingeführt, ergeben zu  $z = z_b$  den Wert  $v = v_b$ . Eine abermalige

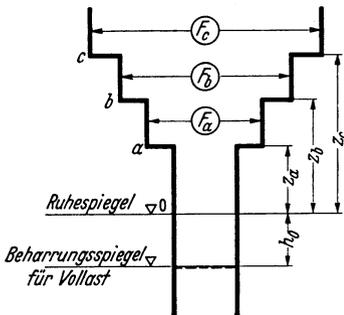


Abb. 101.

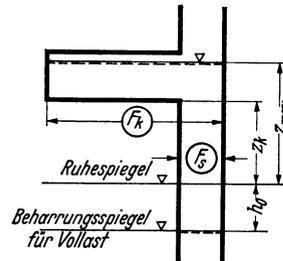


Abb. 102. Obere Kammer offen.

Anwendung von (149) mit  $z_I = z_b$  und  $v_I = v_b$  ergibt zu  $z = z_c$  die Größe  $v = v_c$ . Für den obersten Kammerteil von der Fläche  $F_c$  endlich ist gegeben  $v_I = v_c$ ,  $z_I = z_c$  und  $v = 0$  (höchster Spiegelanstieg!). Hierzu kann aus Gl. (149)  $z = z_{max}$  ermittelt werden.

Für den gebräuchlichsten Fall einer einfachen Kammer nach Abb. 102 ergibt sich demnach folgender Berechnungsgang:

Nach Gl. (126):

$$(150) \quad \left(\frac{v_k}{v_0}\right)^2 = \frac{z_k}{h_0} + \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot F_s \cdot h_0^2} \cdot \left(1 - e^{\frac{2g \cdot F_s \cdot h_0}{L \cdot f \cdot v_0^2} (z_k - h_0)}\right)$$

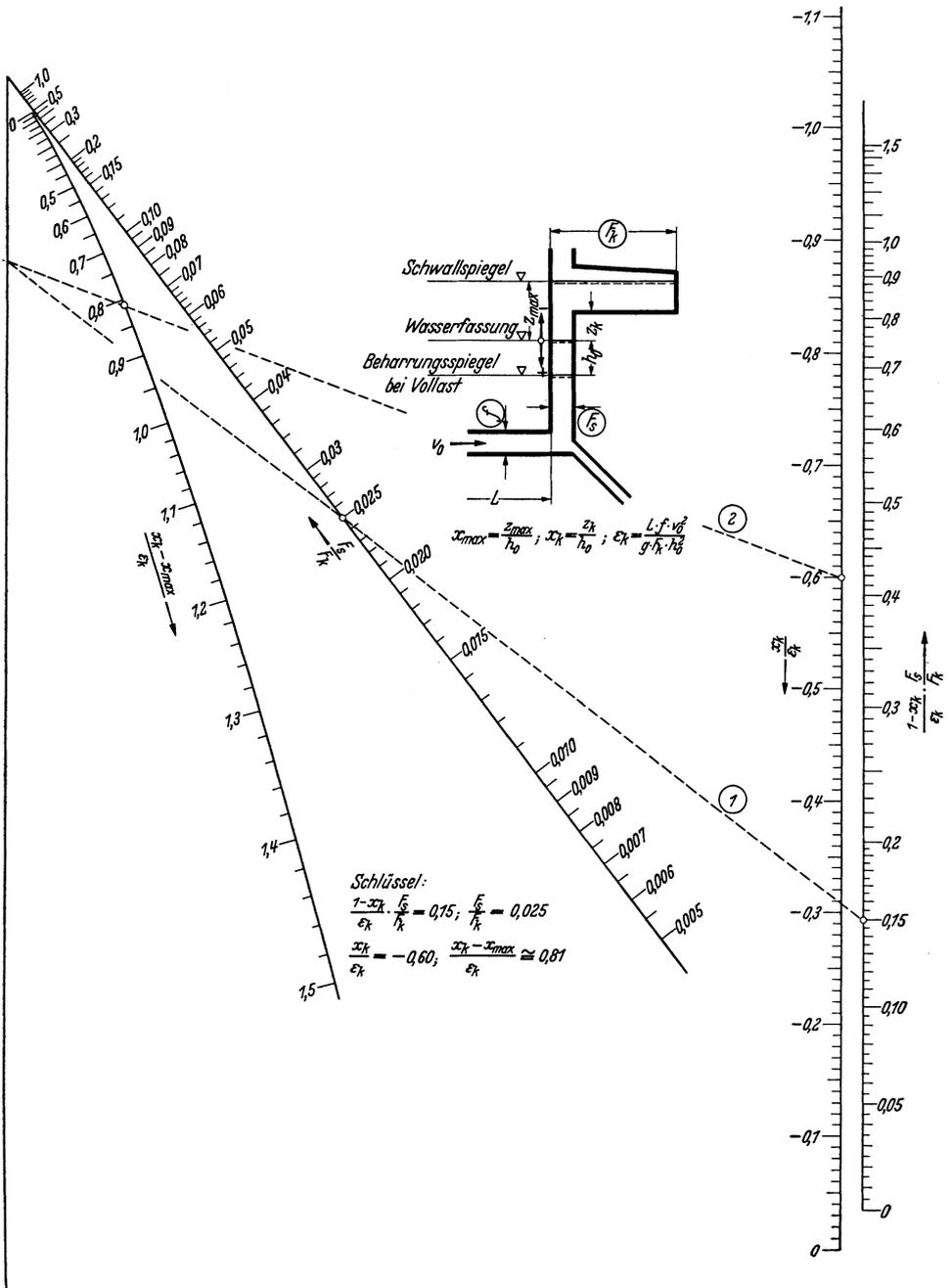


Abb. 103. Kammerwasserschloß mit oberer offener Kammer. Plötzliche vollständige Entlastung nach Gl. (152).



Hieraus errechnet sich  $(v_k/v_0)^2$ . Nach Gl. (149):

$$(151) \quad 0 = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot F_k \cdot h_0^2} + \frac{z_{\max}}{h_0} + \left[ \left( \frac{v_k}{v_0} \right)^2 - \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot F_k \cdot h_0^2} - \frac{z_k}{h_0} \right] \cdot e^{\frac{2g \cdot F_k \cdot h_0}{L \cdot f \cdot v_0^2} \cdot (z_{\max} - z_k)}$$

Aus Gl. (151) kann  $z_{\max}$  durch Versuchsrechnung ermittelt werden. Führt man die Werte

$$x_{\max} = \frac{z_{\max}}{h_0}, \quad x_k = \frac{z_k}{h_0} \quad \text{und} \quad \varepsilon_k = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F_k \cdot h_0^2}$$

ein und vereinigt Gl. (150) und (151), so ergibt sich für die Berechnung von  $x_{\max}$  die Gleichung:

$$(152) \quad 1 + 2 \frac{x_{\max}}{\varepsilon_k} - \left\{ \frac{F_k}{F_s} \cdot e^{2 \frac{x_k - 1}{\varepsilon_k} \cdot \frac{F_s}{F_k}} + 1 - \frac{F_k}{F_s} \right\} \cdot e^{2 \frac{x_{\max} - x_k}{\varepsilon_k}} = 0,$$

deren Auflösung mit Hilfe der Nomogramme Abb. 103 u. 104 erfolgen kann. Der Wert  $\frac{1 - x_k}{\varepsilon_k} \cdot \frac{F_s}{F_k}$  wird mit  $F_s/F_k$  verbunden. Der durch den Fluchtstrahl auf der Zapfenlinie abgeschnittene Punkt wird dann mit  $x_k/\varepsilon_k$  verbunden. Die Verbindungslinie schneidet auf der gekrümmten Leiter den Wert  $\frac{x_k - x_{\max}}{\varepsilon_k}$  ab, aus dem  $x_{\max}$  bzw.  $z_{\max}$  bestimmt werden kann. — Die Nomogramme umfassen zwei verschiedene Bereiche der Berechnungsgrößen.

Für die zahlenmäßige Auswertung der Gl. (152) läßt sich diese noch etwas weiter entwickeln: Wird der Klammerausdruck gesetzt

$$\frac{F_k}{F_s} \cdot e^{2 \frac{x_k - 1}{\varepsilon_k} \cdot \frac{F_s}{F_k}} + 1 - \frac{F_k}{F_s} = B',$$

so vereinfacht sich Gl. (152) zu

$$(152 \text{ a}) \quad 2 \frac{x_k}{\varepsilon_k} = \ln \frac{B'}{1 + 2 \frac{x_{\max}}{\varepsilon_k}} + 2 \frac{x_{\max}}{\varepsilon_k},$$

woraus  $x_{\max}$  durch Probieren gefunden werden kann.

**β) Belastungsvergrößerung (Abb. 105).**

Die Wirkungsweise wird zum Teil so wie beim gewöhnlichen Schachtwasserschloß sein und zum Teil ähnlich wie beim idealisierten Kammerwasserschloß, da sich das Wasserschloß aus beiden Elementen zusammensetzt.

Ist die tiefste Absenkung  $z_{\max}$  bzw.  $x_{\max}$  =  $z_{\max}/h_0$  gegeben, so sind für ein *Schachtwasserschloß* die Abmessungen durch Gl. (136) festgelegt; man kann daraus für  $n$  und  $x_{\max}$  den  $\varepsilon$ -Wert bestimmen, der ja (s. S. 91) die Wasserschloßfläche enthält. Dieser  $\varepsilon$ -Wert soll mit dem Index 2 bezeichnet werden:  $\varepsilon_2$ .

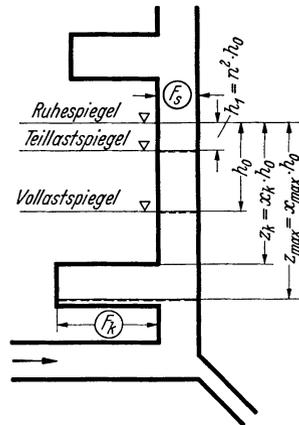


Abb. 105. Untere Kammer offen.

Ebenso kann für das *idealisierte Kammerwasserschloß* bei gegebenem  $x_{\max}$  und  $n$  nach Gl. (147) der Inhalt  $V$  bestimmt werden. Diesen kann man sich auf die Höhe zwischen dem Teillastspiegel und dem tiefsten Sunkspiegel, also zwischen den Höhen  $h_1 = n^2 \cdot h_0$  und  $z_{\max}$  gleichmäßig mit einer bestimmten Querschnittsfläche verteilt denken, wenn man nur durch geeignete Maßnahmen dafür sorgt, daß die hydraulische Wirkung des Inhaltes auf der Höhe  $z_{\max}$  vereinigt ist<sup>1</sup>

$$V = (z_{\max} - n^2 \cdot h_0) \cdot F.$$

Mit  $V$  nach Gl. (147) und  $z_{\max} = x_{\max} \cdot h_0$  ist

$$\frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F \cdot h_0^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \ln \{ \dots \} = x_{\max} - n^2.$$

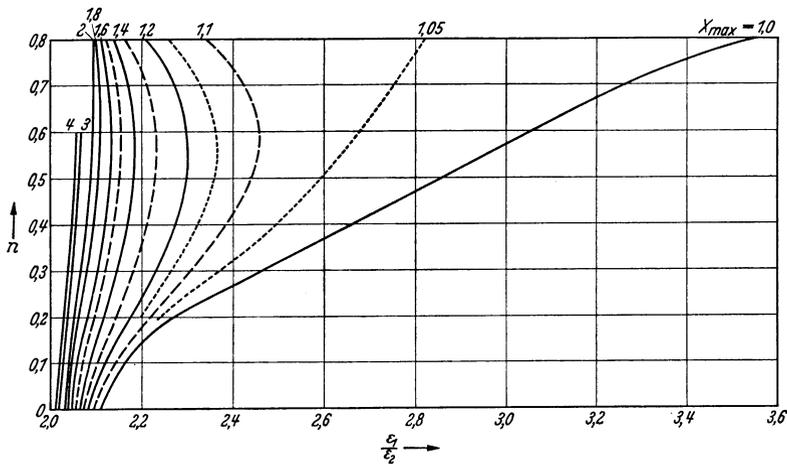


Abb. 106.

Der erste Faktor links kann mit  $\epsilon_1$  bezeichnet werden, und es ergibt sich dann die Beziehung

$$(153) \quad \frac{x_{\max} - n^2}{\epsilon_1} = \frac{1}{2} \cdot \ln \left\{ \frac{x_{\max} - 1}{x_{\max} - n^2} \cdot \left( \frac{\sqrt{x_{\max} + 1}}{\sqrt{x_{\max} - 1}} \cdot \frac{\sqrt{x_{\max} - n}}{\sqrt{x_{\max} + n}} \right)^{1/\sqrt{x_{\max}}} \right\},$$

aus der die Kennziffer  $\epsilon_1$  bestimmbar ist. Es kann dies mit Hilfe von Abb. 114 geschehen. Das Verhältnis  $\epsilon_1/\epsilon_2$  hängt nur von  $n$  und von  $x_{\max}$  ab und kann aus Abb. 106 ohne weiteres entnommen werden. VOGT hat festgestellt, daß sowohl für das idealisierte Kammerwasserschloß als auch für das einfache Schachtwasserschloß das Moment des Nutzinhaltendes vom  $\left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1\right)$ -ten Grad bezüglich des Teillastbeharrungsspiegels den Wert  $\frac{1}{\epsilon_1} (x_{\max} - n^2)^{\epsilon_1/\epsilon_2}$  annimmt. Für eine zwischenliegende Ausführung, wie sie das Wasserschloß mit unterer offener Kammer darstellt, kann angenommen werden, daß das Moment den gleichen Wert erhält, und es

<sup>1</sup> Dies ist z. B. bei den gedämpften Wasserschlossern konstruktiv annähernd erreicht.

besteht dann die Beziehung

$$(154) \quad \int_{n^2}^{x_{\max}} \frac{(x - n^2)^{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1}}{\varepsilon} \cdot dx = \frac{1}{\varepsilon_1} \cdot (x_{\max} - n^2)^{\varepsilon_1/\varepsilon_2}.$$

Für Wasserschloßteile, die sich mit konstanter Fläche (d. h. unveränderlichem  $\varepsilon$ ) zwischen den Höhen  $x_0$  und  $x_u$  erstrecken, ist das Integral der Gl. (154)

$$(155) \quad \int_{x_0}^{x_u} \frac{(x - n^2)^{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1}}{\varepsilon} \cdot dx = \frac{1}{\varepsilon} \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \cdot [(x_u - n^2)^{\varepsilon_1/\varepsilon_2} - (x_0 - n^2)^{\varepsilon_1/\varepsilon_2}].$$

Für ein Wasserschloß nach Abb. 105, bei dem sowohl Schacht als auch untere Kammer unveränderliche Flächen ( $F_s$  und  $F_k$ ) haben, kann zur Bestimmung des Kammerquerschnittes  $F_k$  bei gegebenem  $n$  und  $x_{\max}$  mit Hilfe von Gl. (154) und (155) eine geschlossene Formel gefunden werden. Es ist

$$(156) \quad F_k = \frac{\left(\frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_2} - 1\right)}{1 - \left(\frac{\xi_k}{\xi_{\max}}\right)^{\varepsilon_1/\varepsilon_2}} \cdot F_s,$$

wobei  $\varepsilon_s$  der Kennwert des Schachtes  $\varepsilon_s = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{g \cdot F_s \cdot h_0^2}$  ist und  $\xi_k = x_k - n^2$ ,  $\xi_{\max} = x_{\max} - n^2$ .

Die Annahme einer unveränderlichen Kammerfläche wird in den weitaus meisten Fällen gerechtfertigt sein und somit auch die Verwendung von Gl. (156). Einen Behälterstollen von kreisförmigem Querschnitt wird man z. B. genau genug durch einen Quadratstollen ersetzen, dessen Achse auf gleicher Höhe wie die des Kreisstollens liegt.

Für die Auswertung von Gl. (156) sind die Fluchtlinientafeln Abb. 107 u. 108 entworfen. Ihre Anwendung ist folgende:

Verbinde  $\xi_k/\xi_{\max}$  mit  $\varepsilon_1/\varepsilon_2$  und verlängere bis zum Schnitt mit der unbezifferten Zapfenlinie rechts, ziehe von hier aus eine Tangente an die Gleitkurve bis zur unbezifferten Zapfenlinie links und sodann durch  $\varepsilon_s/\varepsilon_2$  einen Fluchtstrahl, der auf der  $F_k/F_s$ -Leiter den gesuchten Wert abschneidet.

In vielen Fällen wird die Bildung des Integrals der Gl. (154) auf Schwierigkeiten stoßen. Will man dann nicht mit der vereinfachten Formel (156) rechnen, so kann die Integration in endlicher Form durchgeführt werden.

In diesem Fall geht das Integral  $\int_{x_k}^{x_{\max}} \frac{(x - n^2)^{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1}}{\varepsilon} \cdot dx$  über in

$$\sum_{x_k}^{x_{\max}} \frac{(x - n^2)^{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1}}{\varepsilon} \cdot \Delta x,$$

wobei  $\varepsilon$  veränderlich ist entsprechend der ver-

änderlichen Horizontalfläche  $F = s \cdot L_k$  ( $L_k$  = Kammerlänge).

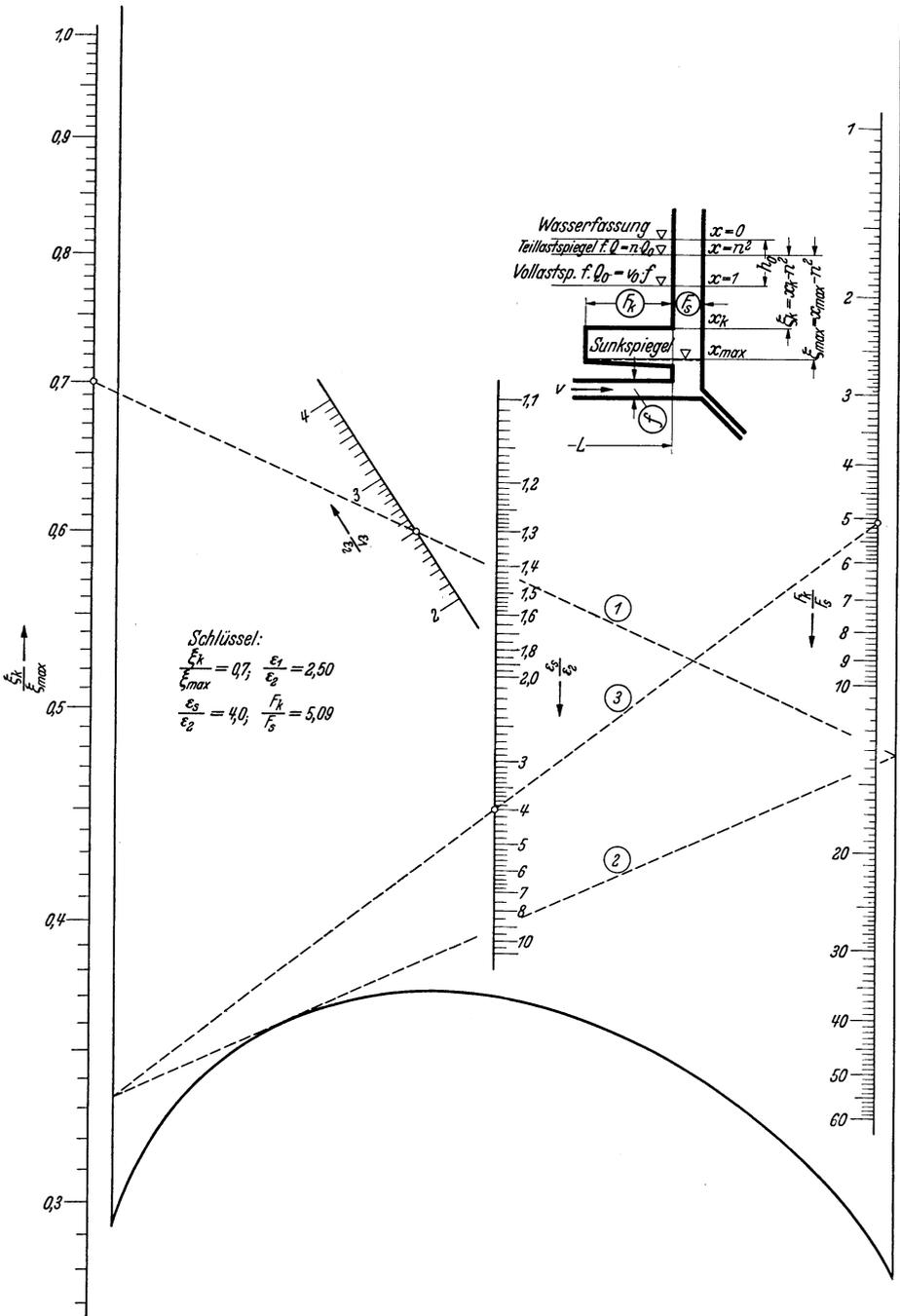


Abb. 107. Kammerwasserschloß mit unterer Kammer. Nomogramm zu Gl. (156).

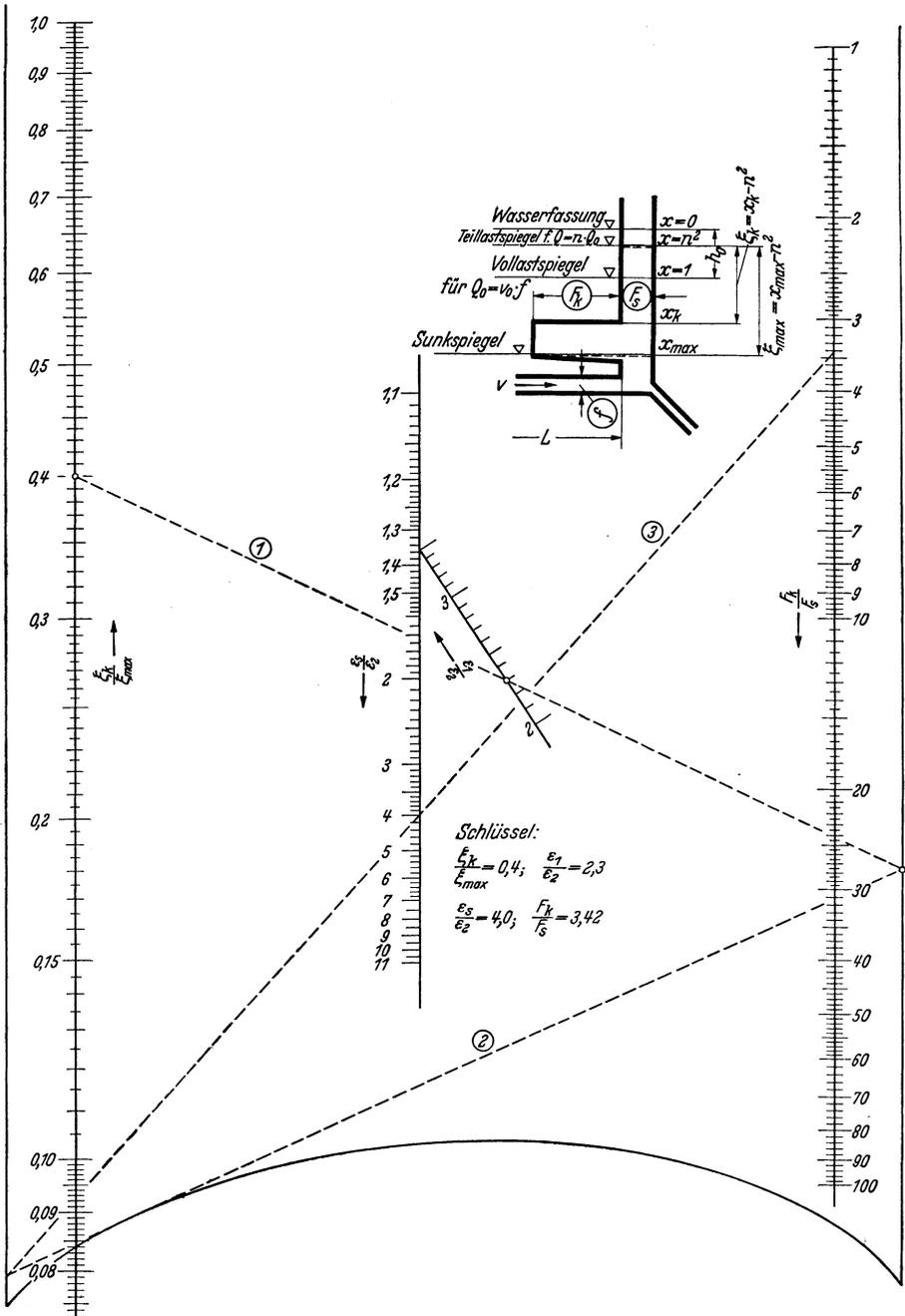


Abb. 108. Kammerwasserschloß mit unterer Kammer. Nomogramm zu Gl. (156).

$$(157) \sum_{x_k}^{x_{\max}} \frac{(x - n^2)^{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1}}{\epsilon} \cdot \Delta x = \frac{g \cdot L_k \cdot h_0^3}{L \cdot f \cdot v_0^2} \cdot \sum_{x_k}^{x_{\max}} (x - n^2)^{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1} \cdot s \cdot \Delta x.$$

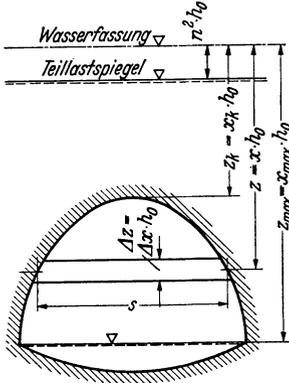


Abb. 109. Untere Kammer.

Die Summe wird durch Zerlegung des Vertikalschnittes in eine Anzahl von Streifen  $s \cdot \Delta x$  gebildet, für die die Momentenarme genau genug gleich den Abständen ihrer Mitten vom Teillastspiegel gesetzt werden. Zum Schluß werden die Teilmomente addiert.

Für ein Wasserschloß nach Abb. 105, dessen untere Kammer einen beliebigen Querschnitt, etwa wie Abb. 109 hat, gilt dann die folgende Gleichung, in welcher der Einfluß des Schachtes nach Gl. (155) und der Kammer nach Gl. (157) berücksichtigt sind.

$$(158) \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{\epsilon_8} \cdot \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \cdot (x_{\max} - n^2)^{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}} + \frac{g \cdot L_k \cdot h_0^3}{L \cdot f \cdot v_0^2} \cdot \sum_{x_k}^{x_{\max}} (x - n^2)^{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1} \cdot s \cdot \Delta x = \\ = \frac{1}{\epsilon_1} \cdot (x_{\max} - n^2)^{\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2}}. \end{aligned} \right.$$

In dieser Gleichung sind alle Größen bis auf  $L_k$ , die Kammerlänge, bekannt bzw. ohne weiteres zu ermitteln; es kann somit  $L_k$  daraus bestimmt werden.

c) Wasserschloß mit abgeschlossenen Kammern.

Hierunter fallen alle jene Ausführungen, bei denen die Speicherkammern nicht in unmittelbarer Verbindung mit dem Schacht bzw. Stollen stehen, sondern von diesen durch Schwellen bzw. Tauchwände getrennt sind. Bei ihnen ist der Grundsatz des Kammerwasserschlosses insofern noch deutlicher als bei der auf S. 141 ff. behandelten Form herausgebildet, als die Kammerinhalte noch ausgesprochener auf den Höhen der Extremwasserstände zusammengefaßt sind. Es gehören hierher das Wasserschloß mit einer Überfallschwelle in der oberen Kammer, ferner die von KAMMÜLLER entwickelten Formen mit Saugschwelle oder Tauchwand in der unteren Kammer.

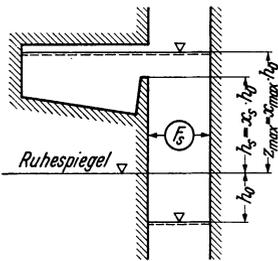


Abb. 110. Obere Kammer mit Schwelle.

a) Obere Kammer mit Überfallschwelle, vollständige Entlastung (Abb. 110). Der notwendige Kammerinhalt des idealisierten Kammer-

wasserschloßes ist in Gl. (145) gegeben worden. Vor Übertragung dieser Formel auf den vorliegenden Fall ist zu berücksichtigen:

1. daß die Zulaufmenge bereits teilweise abgebremst ist, wenn der Schwallspiegel die Krone der Überlaufschwelle erreicht. Zur Ermittlung dieser Zulaufmenge sind Gl. (126) bzw. (126a) oder Abb. 89 heranzuziehen;

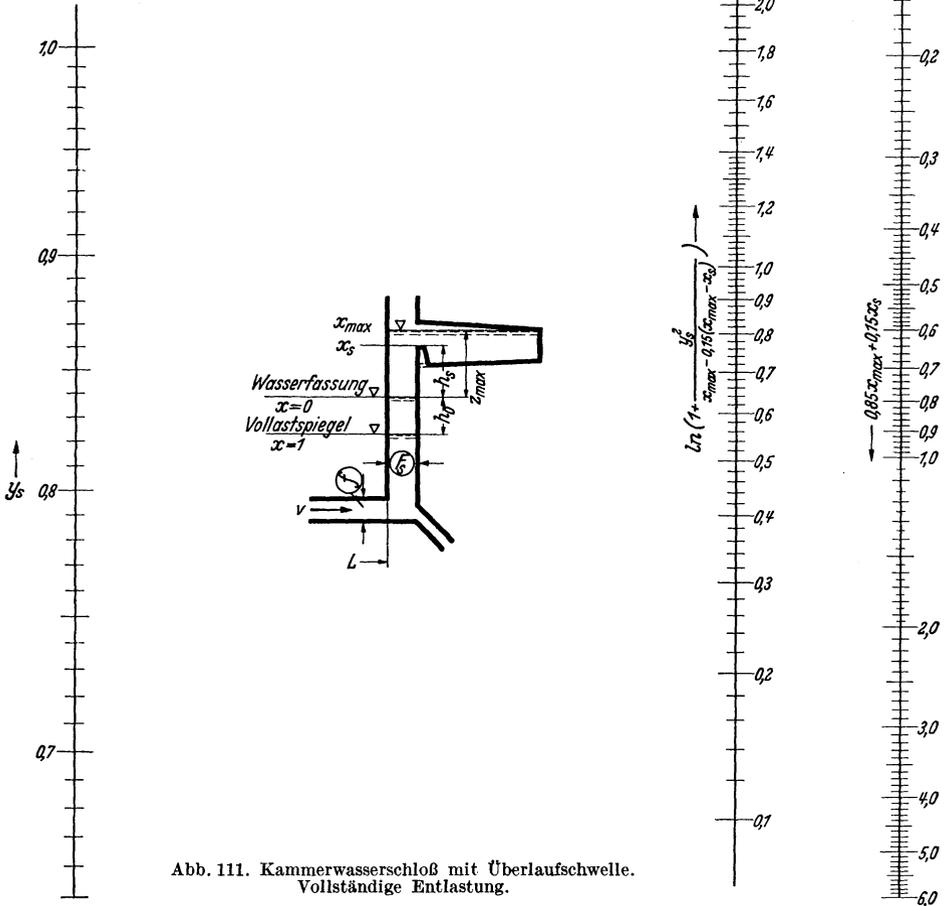


Abb. 111. Kammerwasserschloß mit Überlaufschwelle. Vollständige Entlastung.

2. ist der Kammerinhalt nicht genau auf Höhe des Extremwasserstandes zusammengefaßt, sondern auf einer etwas geringeren Höhe, die VOGT auf Grund numerischer Integrationen zu  $x_{max} - 0,15(x_{max} - x_s)$  angibt;

3. ist der Einfluß des Steigschachtes oberhalb der Überfallkrone zu berücksichtigen.

Unter Beachtung dieser Gesichtspunkte ergibt sich für den Inhalt der oberen Kammer die Beziehung:

$$(159) \quad V = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot h_0} \cdot \ln \left[ 1 + \frac{y_s^2}{x_{\max} - 0,15(x_{\max} - x_s)} \right] - F_s \cdot h_0 (x_{\max} - x_s).$$

(Für  $x_{\max}$  und  $x_s$  sind die Absolutwerte einzusetzen.) Zur Bestimmung von  $\ln[\dots]$  der Gleichung dient das Nomogramm Abb. 111.

Die Breite  $B$  der Überlaufschwelle kann nach den für das einfache Schachtwasserschloß mit Überlauf (S. 125 ff.) gegebenen Gesichtspunkten bestimmt werden.

Da die Überlaufhöhe  $h_{\bar{u}}$  durch  $z_{\max}$  und  $h_s$  gegeben ist, ebenso die angenäherte Überlaufmenge  $y_s \cdot Q_0$ , kann in erster Näherung  $B$  ermittelt werden zu

$$B = \frac{y_s \cdot Q_0}{\frac{2}{3} \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot h_{\bar{u}}^{3/2}}.$$

Nunmehr können der Abminderungswert  $\nu$  der Gl. (133) und eine verbesserte Überlaufmenge  $Q_{\bar{u}}$  nach Gl. (132) berechnet werden. Daraus ergibt sich ein verbesserter Wert  $B$ . Unter Umständen ist die Berechnung abermals zu wiederholen.

Selbstverständlich ist darauf zu achten, daß der errechnete Wert von  $B$  bei den gegebenen räumlichen Verhältnissen auch wirklich untergebracht werden kann. Macht dies Schwierigkeiten, so ist  $h_s$  zu verkleinern oder  $z_{\max}$  zu vergrößern.

**β) Belastungsvergrößerung, untere Kammer mit Saugschwelle und Tauchwand.** Der Gedanke, durch Schwelleneinbauten in ähnlicher Weise wie bei der oberen Kammer auch die Wirkungsweise der unteren Kammer zu verbessern, führte KAMMÜLLER (b, c, d) auf die Saugschwelle und auf die Tauchwand zwischen Kammer und Stollen.

Die Saugschwelle ist in den Abb. 112 u. 113 in zwei verschiedenen Ausführungen dargestellt.

Ihre Wirkungsweise ist so, daß bei Belastungssteigerung der Wasserspiegel im Schacht sofort bis zur Unterkante der Saugschwelle ( $z_{\max}$ ) herabsinkt und die untere Öffnung des Luftkanals  $c$  freilegt. Es dringt dann Luft in die Kammer, und von jetzt ab erfolgt allmählich auch deren Entleerung, wobei in der Kammer und im Stollen unabhängig vom jeweiligen Kammerwasserspiegel ein Druck herrscht, der der tiefsten Spiegellage  $z_{\max}$ , die im Schacht tatsächlich vorliegt, entspricht. — Das Wiederfüllen der Kammer ist nur möglich, wenn die Luft daraus entweichen kann. Diesem Zweck dient das Rohr  $d$ , das aber nicht allzu groß gemacht werden darf, da es bei der Abwärtsbewegung des Spiegels die Wirkung der Saugschwelle beeinträchtigt. KAMMÜLLER weist hierzu auf die Möglichkeit hin, Rückschlagklappen einzubauen. Zweifellos ergeben sich aber aus der Notwendigkeit der Entlüftung  $d$  gewisse konstruktive Schwierigkeiten.

Bei Bemessung des Entlüftungsquerschnittes ist an Hand numerischer oder zeichnerischer Integrationen das Ansteigen  $\Delta z/\Delta t$  des Kammerwasserspiegels zu bestimmen. Die verdrängte sekundliche Luftmenge wird dann  $\frac{\Delta z}{\Delta t} \cdot F_k$ , wobei  $F_k$  bei nicht rechteckigem Kammerquerschnitt veränderlich ist. Unter Annahme einer bestimmten Luftgeschwindigkeit ist der Entlüftungsquerschnitt für den Größtwert von  $\frac{\Delta z}{\Delta t} \cdot F_k$  festzulegen.

Im übrigen ist durch Modellversuche gezeigt worden, daß die Saugschwelle ruhig und gleichmäßig arbeitet. Günstig wirkt sich in dieser

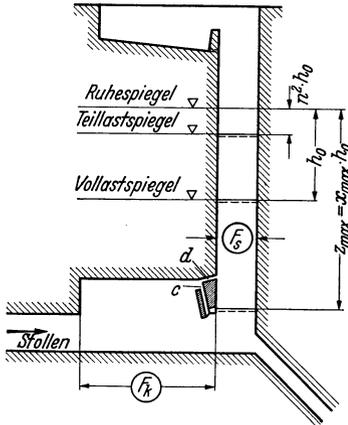


Abb. 112. Untere Kammer mit Saugschwelle. Kammer als Erweiterung des Stollendaches.

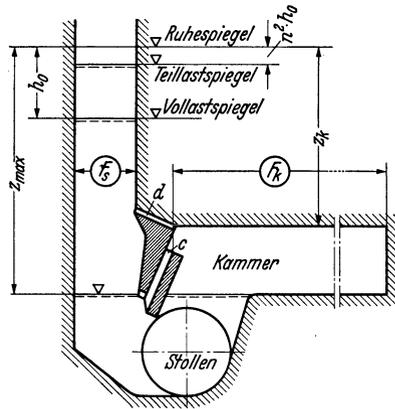


Abb. 113. Untere Kammer mit Saugschwelle (DRP, 458 123).

Hinsicht die zickzackförmige Ausbildung der Saugkante aus, die aus Abb. 113 ersichtlich ist.

Die hydraulische Berechnung des Kammerinhaltes erfolgt nach Gl. (154), wobei für den Integralanteil der Kammer  $x = x_{max} = \text{konst.}$  zu setzen ist. Es ergibt sich dann

$$V = \frac{L \cdot f \cdot v_0^3}{g \cdot h_0} \cdot \left\{ \frac{x_{max} - n^2}{\varepsilon_1} - \frac{x_{max} - n^2}{\varepsilon_8} \cdot \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right\}.$$

Ein Vergleich mit Gl. (153) zeigt, daß das erste Klammerglied dem idealisierten Kammerwasserschloß entspricht. Das zweite Glied gibt den Einfluß des Schachtes an. Die weitere Entwicklung der obigen Formel liefert

$$(160) \quad V = \frac{L \cdot f \cdot v_0^3}{g \cdot h_0} \cdot \frac{x_{max} - n^2}{\varepsilon_1} \cdot \left( 1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_8} \right).$$

Hierin wird  $\frac{x_{max} - n^2}{\varepsilon_1}$  nach Gl. (153) oder Abb. 114 gefunden und  $\varepsilon_2$  nach Gl. (136) oder Abb. 94.

Die Unterkante der Saugschwelle kann man bis unterhalb des Stollenscheitels hinabführen, dagegen ist der Kammerinhalt über ihm anzuordnen, da sonst der Stollen nicht mehr voll mit Wasser angefüllt wäre.

Liegt der gesamte Kammerinhalt höher als der Stollenscheitel, die Unterkante der Saugschwelle dagegen tiefer, so tritt im Stollen zwar ein gewisser Unterdruck auf (entsprechend der Höhendifferenz zwischen dem Stollenscheitel und der Unterkante der Saugschwelle), der Querschnitt ist aber ganz mit Wasser angefüllt.

Bei Anordnung der KAMMÜLLERSchen *Tauchwand* (DRP. 519511) dagegen kann, soweit nicht durch die Größe des auftretenden Unterdruckes  $u$  gewisse Grenzen einzuhalten sind, die untere Kammer beliebig

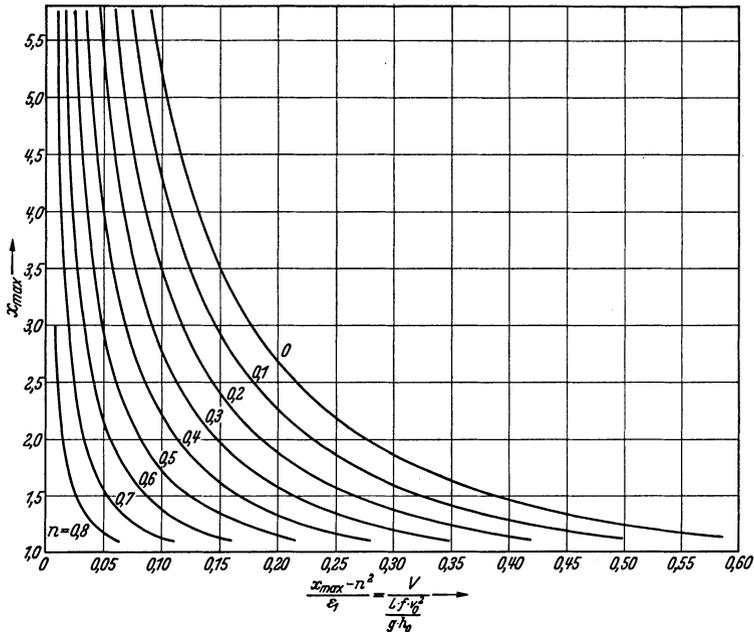


Abb. 114. Idealisertes Kammerwasserschloß. Inhalt bei Belastungsvergrößerung nach Gl. (147) und (153).

tief gelegt werden, auch in gleiche Höhe mit dem Zulaufstollen (vgl. Abb. 115).

Die Berechnung erfolgt genau so wie bei einer offenen Kammer, also nach den Gl. (154) bzw. (156) oder (158). Der Unterschied gegenüber der offenen Kammer ist lediglich der, daß die Kammer tiefer liegt. Bei Festsetzung des zulässigen Unterdruckes  $u$  (Abb. 115) sind die Seehöhe des Wasserschlosses zu berücksichtigen und unter Umständen auch statische Gesichtspunkte. Bei günstigsten Verhältnissen kann man äußerstenfalls bis 7 m gehen.

Als weitere Verbesserung ist die Anordnung nach Abb. 116 anzusehen, bei der Tauchwand und Saugschwelle verbunden sind. Der Vorteil gegenüber der bloßen Tauchwand besteht darin, daß die Beschleunigung des Stolleninhaltes nicht mehr unter dem Einfluß des *allmählich* von

$z_k$  bis  $z_{\max}$  sinkenden Wasserspiegels vor sich geht, sondern darin, daß der Spiegel sofort bis  $z_{\max}$  herabsinkt und während der Beschleunigungszeit auf gleicher Höhe verharrt.

Für die Berechnung des Inhaltes ist Gl. (160) zu verwenden.

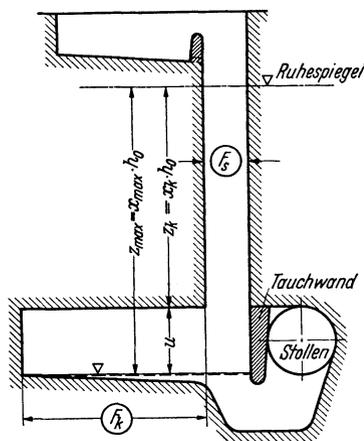


Abb. 115. Untere Kammer mit Tauchwand.

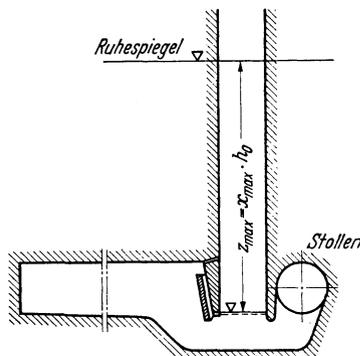


Abb. 116. Untere Kammer mit Tauchwand und Saugschwelle.

**γ) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch mit der Fallhöhe veränderlich.** Da das Kammerwasserschloß in erster Linie bei größerer Fallhöhe Anwendung findet, macht sich der Einfluß des im Verlauf der Schwingung veränderlichen Nutzgefälles auf den Wasserverbrauch nicht sehr bemerkbar. Wir wollen uns daher im folgenden darauf beschränken, den Fall konstanter Leistungsentnahme zu behandeln.

Die Spiegelganglinie des Kammerwasserschlosses (Abb. 117) ist dadurch gekennzeichnet, daß der Schacht verhältnismäßig schnell leer ist und dann im Bereich der Kammer sich die Spiegelhöhe nicht mehr stark ändert<sup>1</sup>.

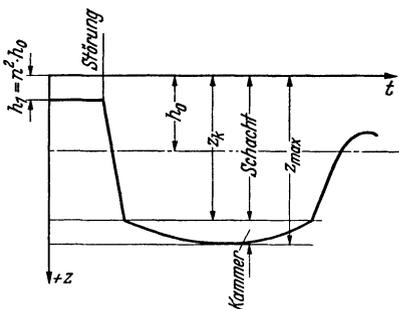


Abb. 117. Spiegelganglinie infolge Belastungsvergrößerung beim Kammerwasserschloß.

Man kann daher praktisch annehmen, daß während der *ganzen Beschleunigungsdauer* die dem Gefälle ( $H_0 - z_{\max}$ ) entsprechende Wassermenge verbraucht wird.

Da alle Berechnungen für das Kammerwasserschloß von gegebenem  $z_{\max}$  ausgehen, kann die zur Erzielung der verlangten Leistung nötige Wassermenge an Hand von Gl. (140) bestimmt werden. Es ist

$$(161) \quad Q'_0 = \frac{Q_k \cdot H_k}{H_0 - z_{\max} - h_r},$$

<sup>1</sup> Ist eine Saugschwelle vorhanden, so liegt der Spiegel bis zur vollendeten Beschleunigung unverändert auf Höhe  $+ z_{\max}$ .

wobei  $Q_k$  und  $H_k$  die Konstruktionswerte der Turbinen sind und  $h_r$  der Verlust in der Druckrohrleitung, der seinerseits wieder von  $Q'_0$  abhängig ist.

Die Berechnung wird nunmehr auf  $Q'_0$  abgestellt und erfolgt ohne weiteres nach den für konstante Wasserentnahme gegebenen Formeln.

d) **Allmähliche Belastungsvergrößerung von Null auf Vollast.** Für den praktischen Kraftwerksbetrieb hat die Frage Bedeutung, auf welche Zeit eine Belastung von Null auf Vollast verteilt werden muß, damit der für eine plötzliche Belastungsvergrößerung von der Teillast  $n$  auf Vollast vorgesehene Speicherraum ausreicht.

Nach den Untersuchungen von VOGT ist wichtig, ob die Öffnungszeit  $t_2$  kleiner oder größer als die Dauer der Entleerung des Schachtes ist. Im Grenzfall wird während des linearen Öffnens (der mittlere Wasserverbrauch ist dabei  $\frac{1}{2} \cdot f \cdot v_0$ ) der Inhalt des Schachtes  $F_s \cdot z_{\max}$  verbraucht.

Unter der Annahme, daß während der Schachtentleerung praktisch kein Wasser im Stollen zufließt, dauert diese

$$2 \cdot z_{\max} \cdot \frac{F_s}{f \cdot v_0} \text{ Sekunden.}$$

Ist nun die Öffnungszeit

$$t_2 > 2 \cdot z_{\max} \cdot \frac{F_s}{f \cdot v_0},$$

so gilt

$$(162) \quad t_2 = \frac{L \cdot v_0}{g \cdot h_0} \left\{ A + \frac{7 x_{\max} - 9 n^2}{9 \varepsilon_s} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2 x_{\max}}{\varepsilon_s} \cdot \left[ A - \frac{9 n^2 + x_{\max}}{9 \cdot \varepsilon_s} \right]} \right\},$$

wobei

$$A = \ln \left[ \left( \frac{x_{\max} - n^2}{x_{\max}} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{x_{\max} + n}}{\sqrt{x_{\max} - n}} \right)^{1/\sqrt{x_{\max}}} \right]$$

und  $\varepsilon_s$  die Kennziffer des Schachtes ist.

Für  $t_2 < 2 z_{\max} \cdot \frac{F_s}{f \cdot v_0}$  ist

$$(163) \quad t_2 = \frac{L \cdot v_0}{g \cdot h_0} \cdot \sqrt{12 \cdot \frac{x_{\max}}{\varepsilon_s} \cdot \left( A - \frac{n^2}{\varepsilon_s} \right)}.$$

Bei praktischen Berechnungen ist zunächst *eine* der beiden Gleichungen anzuwenden und dann festzustellen, ob die Geltungsbedingung erfüllt ist. Ist dies nicht der Fall, so gilt die andere Formel.

Bei Wasserschlossern mit offener Kammer oder mit Tauchwand ist in den Gl. (162) und (163)  $x_{\max}$  zu ersetzen durch  $x'_{\max} = x_{\max} - \frac{x_{\max} - x_k}{3}$ .

#### d) Zahlenbeispiel.

Eine Hochdruckspeicheranlage hat nachstehende Daten:  $L = 4200$  m;  $f = 4,91$  m<sup>2</sup>;  $Q_0 = 10,3$  m<sup>3</sup>/s;  $v_0 = 2,10$  m/s. Der Wasserspiegel im Stausee schwankt zwischen den Höhen +116,00 und +126,00 m. Für die zu erwartende Spiegeldifferenz zwischen Wasserfassung und Wasserschloß wurde als möglicher Größtwert  $h_0 = 9,00$  m und als möglicher

Kleinstwert  $h_0 = 7,50$  m errechnet. Mit Rücksicht auf die Stabilitätsverhältnisse ist der Schachtquerschnitt zu  $F_s = 4,91$  m<sup>2</sup> gewählt worden. Das Wasserschloß ist als Kammerwasserschloß auszubilden.

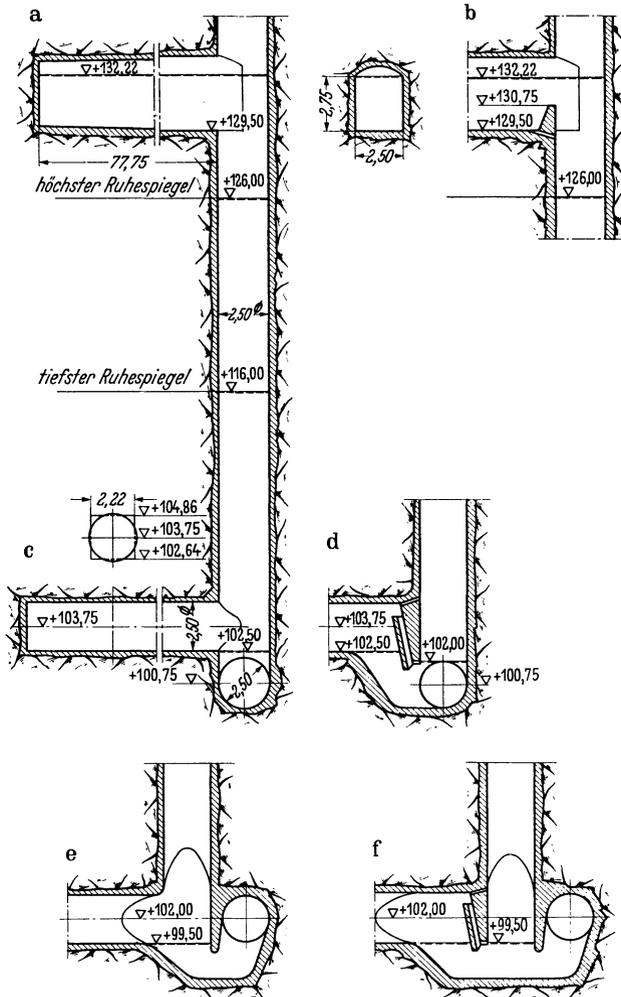


Abb. 118. Kammerwasserschloß (zum Zahlenbeispiel)<sup>1</sup>.  
 a Kammer offen, b Kammer mit Schwelle, c Kammer offen, d Saugschwelle, e Tauchwand,  
 f Tauchwand und Saugschwelle.

1. Obere Kammer. Die Sohle der oberen offenen Kammer liegt auf + 129,50 m, also  $z_k = -(129,50 - 126,00) = -3,50$  m; Kammerfläche  $F_k = 200$  m<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Bei d müssen Sunkspiegel und Saugschwelle auf + 102,50 m, bei e und f die Stollenmitten auf + 100,75 m liegen.

$$\begin{aligned}\varepsilon_k &= \frac{4200 \cdot 4,91 \cdot 2,10^2}{9,81 \cdot 200 \cdot 7,50^2} = 0,825; \\ x_k &= -\frac{3,50}{7,50} = -0,467; \quad \frac{F_s}{F_k} = \frac{4,91}{200} = 0,0246; \\ \frac{1-x_k}{\varepsilon_k} \cdot \frac{F_s}{F_k} &= \frac{1+0,467}{0,825} \cdot 0,0246 = 0,0437.\end{aligned}$$

Mit diesen Werten ergibt sich aus Abb. 104.

$$\frac{x_k - x_{\max}}{\varepsilon_k} = 0,439,$$

woraus  $x_{\max} = -0,467 - 0,439 \cdot 0,825 = -0,829$  und  $z_{\max} = -0,829 \times 7,50 = -6,22$  m, was einer Schwallhöhe von  $+126,00 + 6,22 = +132,22$  m entspricht. Zur Kontrolle sei auch noch die zahlenmäßige Berechnung nach Gl. (152a) gegeben:

$$\begin{aligned}B' &= \frac{200}{4,91} \cdot e^{2 \cdot \frac{-0,467-1}{0,825} \cdot 0,0246} + 1 - \frac{200}{4,91} = -2,42, \\ 2 \cdot \frac{-0,467}{0,825} &= \ln \frac{-2,42}{1 + 2 \frac{x_{\max}}{0,825}} + 2 \cdot \frac{x_{\max}}{0,825}.\end{aligned}$$

Hieraus wird durch Probieren gefunden:  $x_{\max} = -0,829$  wie oben.

Der Speicherstollen ist 77,75 m lang zu machen. Dann hat er zusammen mit dem Steigschacht die vorgeschriebene Fläche von  $F_k = 200$  m<sup>2</sup>. Sein Nutzinhalt ohne den Anteil des Schachtes ist bei 2,50 m Breite und  $6,22 - 3,50 = 2,72$  m Wassertiefe  $V = 77,75 \cdot 2,50 \cdot 2,72 = 529$  m<sup>3</sup>.

Dieser Inhalt läßt sich bei *Anordnung einer Schwelle* noch weiter verringern. Der Zulauf im Stollen wird sich nicht sehr stark verringert haben, wenn der Schwallspiegel die Schwelle erreicht. Man kann einigermaßen zutreffend annehmen, daß der Zulauf auf etwa  $0,95 \cdot Q_0 = 9,8$  m<sup>3</sup>/s gesunken sein wird. Für diese Wassermenge ist, da die Schwellenbreite nicht wesentlich vom Schachtdurchmesser und von der Kammerbreite abweichen kann, eine Überlaufhöhe von ungefähr 1,5 m erforderlich. Wir legen dementsprechend die Überfallschwelle auf Höhe  $+130,75$  m.

$$\begin{aligned}h_s &= -(130,75 - 126,00) = -4,75 \text{ m}, \\ x_s &= -\frac{4,75}{7,50} = -0,633, \quad x_{\max} = -0,829 \text{ wie oben}, \\ \varepsilon_s &= \frac{4200 \cdot 4,91 \cdot 2,10^2}{9,81 \cdot 4,91 \cdot 7,50^2} = 33,6.\end{aligned}$$

Nach Abb. 89 [auch nach Gl. (126a)] kann zu diesen Werten die relative Wasserführung des Stollens zu  $y_s = \frac{v}{v_0} \cong 0,96$  ermittelt werden. Der Rauminhalt wird nach Gl. (159)

$$\begin{aligned}V &= \frac{4200 \cdot 4,91 \cdot 2,10^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 7,50} \cdot \ln \left[ 1 + \frac{0,96^2}{0,829 - 0,15(0,829 - 0,633)} \right] - \\ &\quad - 4,91 \cdot 7,5 \cdot (0,829 - 0,633).\end{aligned}$$

Den Logarithmus der Klammer entnehmen wir für  $y_s = 0,96$  und  $0,85 x_{\max} + 0,15 x_s = 0,800$  aus Abb. 111 zu  $0,766$ . Damit ergibt sich

$$V = 466 \text{ m}^3.$$

Die Raumerparnis gegenüber der offenen Kammer ist

$$\frac{529 - 466}{529} \cdot 100 = 12\% .$$

Die größte Überlaufmenge ist in erster Näherung  $Q_{\bar{u}} = y_s \cdot Q_0 = 0,96 \times 10,3 = 9,89 \text{ m}^3/\text{s}$ . Mit  $\mu = 0,7$  wird die erforderliche Überlaufbreite bei  $h_{\bar{u}} = 132,22 - 130,75 = 1,47 \text{ m}$

$$B = \frac{9,89}{\frac{2}{3} \cdot 0,7 \cdot 4,43 \cdot 1,47^{3/2}} = 2,68 \text{ m},$$

also etwas größer als die Kammerbreite. Wir rechnen, da sich  $Q_{\bar{u}}$  noch verringert, mit  $B = 2,60 \text{ m}$ , was sich konstruktiv ohne weiteres ermöglichen läßt. Mit  $-\frac{x_s}{y_s^2} = \frac{0,633}{0,96^2} = 0,687$  und  $0,1415 \cdot \frac{\mu \cdot L \cdot v_0}{F \cdot h_0^{1/2}} = 0,1415 \times \frac{0,7 \cdot 4200 \cdot 2,10}{5,91 \cdot 7,5^{1/2}} = 65,0$  wird der Abminderungswert der Gl. (132) und (133) nach Abb. 91

$$\nu = 0,971 \quad \text{und} \quad Q_{\bar{u}} = 0,971 \cdot 0,96 \cdot 10,3 = 9,6 \text{ m}^3/\text{s}.$$

$$B = \frac{9,6}{\frac{2}{3} \cdot 0,7 \cdot 4,43 \cdot 1,47^{3/2}} = 2,61 \text{ m}.$$

2. Untere Kammer. Das Wasserschloß ist für eine Belastungssteigerung von  $n = 0,4$  auf  $1$  zu bemessen. Tiefster Seespiegel  $+116,00 \text{ m}$ ,  $h_0 = 9,00 \text{ m}$ .

Es soll zunächst eine *offene Kammer* ins Auge gefaßt werden. Sie soll Kreisquerschnitt ( $\varnothing = 2,50 \text{ m}$ ) erhalten. Die Achse des Speicherstollens ist auf Höhe  $+103,75 \text{ m}$  angenommen. Für die Anwendung von Gl. (156) wird statt des Kreisquerschnittes näherungsweise ein flächengleiches Quadrat von  $2,22 \text{ m}$  Seitenlänge und gleicher Schwerpunkthöhe  $+103,75 \text{ m}$  gesetzt. Es ist somit

$$z_k = 116,00 - \left( 103,75 + \frac{2,22}{2} \right) = +11,14;$$

$$z_{\max} = 116,00 - \left( 103,75 - \frac{2,22}{2} \right) = +13,36 \text{ m};$$

$$x_k = +\frac{11,14}{9,00} = +1,238; \quad x_{\max} = +\frac{13,36}{9,00} = +1,485;$$

$$\xi_k = x_k - n^2 = 1,238 - 0,40^2 = 1,078;$$

$$\xi_{\max} = 1,485 - 0,40^2 = 1,325;$$

$$\xi_k/\xi_{\max} = 1,078/1,325 = 0,813 .$$

Für  $n = 0,4$  und  $x_{\max} = +1,485$  wird nach Abb. 114 [auch nach Gl. (153)]  $\frac{x_{\max} - n^2}{\varepsilon_1} = 0,1685$  und daraus  $\varepsilon_1 = \frac{1,325}{0,1685} = 7,86$ . Ebenso ergibt sich nach Abb. 94 oder nach [Gl. (136)]  $\varepsilon_2 = 3,65$ .

$\varepsilon_1/\varepsilon_2 = 7,86/3,65 = 2,15$ . Das gleiche Ergebnis geht auch unmittelbar aus Abb. 106 hervor.

$$\varepsilon_s = \frac{4200 \cdot 4,91 \cdot 2,10^2}{9,81 \cdot 4,91 \cdot 9,00^2} = 23,3;$$

$$\varepsilon_s/\varepsilon_2 = 23,3/3,65 = 6,39.$$

Zu diesen Werten gibt Abb. 107 [oder Gl. (156)]  $F_k/F_s = 15$  bzw.  $F_k = 15 \cdot 4,91 = 73,7 \text{ m}^2$ . Die Kammerlänge wird  $L_k = 73,7/2,22 = 33,2 \text{ m}$ .

Um das Verfahren zu zeigen, sei auch noch die allgemeinere Formel (158) herangezogen (vgl. Abb. 119):

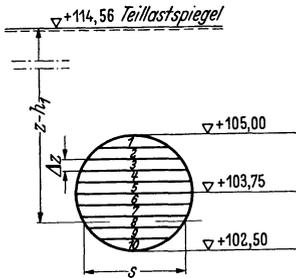


Abb. 119.

$$z_{\max} = 116,00 - 102,50 = + 13,50 \text{ m};$$

$$z_{\max} = + \frac{13,50}{9,00} = + 1,500.$$

Zur Auswertung der Größe

$$\sum_{x_k}^{x_{\max}} (x - n^2)^{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot s \cdot \Delta x$$

wird der Querschnitt in Streifen von  $\Delta z = 0,25 \text{ m}$  Höhe eingeteilt.

$$\Delta x = 0,25/9,00 = 0,0278.$$

Die Streifenbreiten  $s$  sind aus Abb. 119 abgemessen, ebenso die mittleren Abstände  $z - h_1$  der Streifen vom Teillastspiegel, der  $h_1 = 0,4^2 \cdot 9,00 = 1,44 \text{ m}$  unter Wasserfassung, also auf Höhe  $+ 114,56 \text{ m}$  liegt. Die Ermittlung ist in nachstehender Tafel gegeben:

Streifen	Mittlere Breite $s$	$z - h_1$	$x - n^2 = \frac{z - h_1}{9,00}$	$(x - n^2)^{1,15}$	$\frac{s \cdot \Delta x \times}{(x - n^2)^{1,15}}$
1	1,00	9,710	1,079	1,091	0,0304
2	1,77	9,935	1,104	1,121	0,0552
3	2,16	10,185	1,132	1,153	0,0692
4	2,38	10,435	1,159	1,185	0,0785
5	3,48	10,685	1,189	1,220	0,0842
6	2,48	10,935	1,215	1,251	0,0863
7	2,38	11,185	1,243	1,284	0,0851
9	2,16	11,435	1,271	1,318	0,0790
8	1,77	11,685	1,298	1,350	0,0664
10	1,00	11,910	1,323	1,380	0,0384

$$\sum_{x_k}^{x_{\max}} (x - n^2)^{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} - 1} \cdot s \cdot \Delta x = 0,6727$$

Gl. (158) lautet nunmehr:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{23,3} \cdot \frac{3,65}{7,86} \cdot (1,500 - 0,16)^{2,15} + \frac{9,81 \cdot L_k \cdot 9,00^2}{4200 \cdot 4,91 \cdot 2,10^2} \cdot 0,6727 = \\ & = \frac{1}{7,86} \cdot (1,500 - 0,16)^{2,15}. \end{aligned}$$

Hieraus ergibt sich  $L_k = 34,2$  m. [Nach Gl. (156) war  $L_k = 33,2$  m.]  
Kammerinhalt  $V = 34,2 \cdot 4,91 = 168$  m<sup>3</sup>.

Bei Ausführung der Kammer mit *Saugschwelle* würde sich folgendes ergeben:

Unterkante Saugschwelle + 102,50 m, also  $z_{\max} = + 13,50$  m und  
 $x_{\max} = + 1,500$  wie oben, ebenso  $\frac{x_{\max} - n^2}{\varepsilon_1} = 0,1685$ .

Kammerinhalt nach Gl. (160)

$$V = \frac{4200 \cdot 4,91 \cdot 2,10^2}{9,81 \cdot 9,0} \cdot 0,1685 \cdot \left(1 - \frac{3,65}{23,3}\right) = 146,2 \text{ m}^3.$$

Dies bedeutet gegenüber der offenen Kammer eine Raumersparnis von 13%.

Eine weiter verbesserte Ausführung besteht in der Anordnung einer *Tauchwand*, die soweit herabgeführt wird, daß der Sunkspiegel auf Höhe der Stollensohle (+ 99,50 m) zu liegen kommt.

Die Kammer wird als offene Kammer berechnet, Gl. (156) oder (158). Von der Wiedergabe der Rechnung soll hier abgesehen werden.

Zum Schluß soll noch gezeigt werden, wie die erwähnte *Tauchwand* mit einer *Saugschwelle* verbunden werden kann. Es ist

$$z_{\max} = 116,00 - 99,50 = + 16,50 \text{ m},$$

$$x_{\max} = + \frac{16,50}{9,00} = + 1,833.$$

Die Anwendung von Gl. (160) mit  $\frac{x_{\max} - n^2}{\varepsilon_1} = 0,127$  für  $x_{\max} = + 1,833$  und  $n = 0,4$  nach Abb. 114, ferner mit  $\varepsilon_2 = 6,32$  nach Abb. 94 gibt

$$V = \frac{4200 \cdot 4,91 \cdot 2,10^2}{9,81 \cdot 9,0} \cdot 0,127 \left(1 - \frac{6,32}{23,3}\right) = 95,5 \text{ m}^3.$$

Die Raumersparnis gegenüber der zuerst behandelten offenen Kammer (168 m<sup>3</sup>) beträgt 43%.

Der am Stollenscheitel (+ 102,00 m) auftretende Unterdruck ist  $u = 102,00 - 99,50 = 2,50$  m.

## B. Die gedämpften Wasserschlösser.

### 1. Allgemeines, Berechnung des Dämpfungswiderstandes.

Gedämpfte Wasserschlösser sind dadurch gekennzeichnet, daß zwischen Stollen und Druckleitung einerseits und dem Wasserschloß andererseits keine freie Verbindung besteht, sondern daß das Zuschuß- bzw. Überschußwasser am Übergang zwischen Wasserschloß und Stollen eine Öffnung, den „Widerstand“ durchströmen muß. Derartige Wasserschlösser sind aus den Abb. 120 und 121 zu ersehen. Ihre Wirkungsweise beruht darauf, daß bei Belastungsänderungen zur Ermöglichung des

erforderlichen Wasserdurchflusses durch den Widerstand ein zusätzlicher Druck auftritt, der die Beschleunigung oder Verzögerung des Stolleninhaltes maßgebend beeinflusst.

Fährt beispielsweise das Kraftwerk nach Betriebsstillstand an, so muß das erforderliche Wasser im ersten Augenblick zur Gänze und weiterhin bis zur erreichten Vollbeschleunigung des Stolleninhaltes zum Teil aus dem Wasserschloß kommen, d. h. den Widerstand durchströmen. Die hierzu nötige Druckhöhe zur Erzeugung der Geschwindigkeit und zur Deckung sonstiger Verluste kommt so zustande, daß sich im Stollen

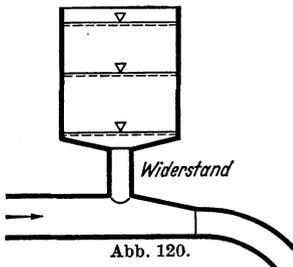


Abb. 120.

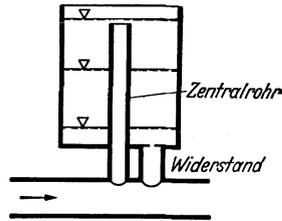


Abb. 121.

Abb. 120 und 121. Gedämpfte Wasserschlösser.

ein entsprechender Unterdruck bildet, der seinerseits wieder den Stolleninhalt beschleunigt. Ähnlich ist es bei Entlastung. Dann bildet sich vor dem Widerstand ein zusätzlicher Überdruck, der einerseits das Wasser durch die Widerstandsöffnung ins Wasserschloß preßt, andererseits aber auch stark bremsend auf die Wassermasse im Stollen wirkt.

Außer den bereits von den vorhergehenden Abschnitten her geläufigen Bezeichnungen werden für die gedämpften Wasserschlösser noch folgende eingeführt.

- $k$  = Druckverlust beim Durchfluß der Wassermenge  $Q_I$  durch den Widerstand,
- $k_0$  = Druckverlust am Widerstand beim Durchfluß der Vollastmenge  $Q_0$ ,
- $\eta = k_0/h_0$  = Dämpfungszahl.

Der Druckverlust im Widerstand setzt sich zusammen aus Umlenkverlusten, Verlusten an Einschnürungen und Erweiterungen und aus Reibungsverlusten. Da die richtige Berechnung des Widerstandes für die entwurfsmäßige Wirkung des gedämpften Wasserschlosses von ausschlaggebender Bedeutung ist, soll hierauf etwas näher eingegangen werden.

#### a) Umlenkverluste.

Für die rechtwinklige Umlenkung eines Kreisrohres von gleichem Querschnitt vor und hinter dem Knie fand WEISBACH einen Energieverlust von  $h_v = 0,98 \cdot \frac{v^2}{2g}$ . Neuere Versuche (HOFFMANN, KIRCHBACH, SCHUBART, WASIELEWSKI)<sup>1</sup> haben  $h_v = 1,125 \cdot \frac{v^2}{2g}$  ergeben.

<sup>1</sup> Mitt. Hydraul. Inst. Techn. Hochsch. München, Hefte 3 u. 5. München 1926.

Streng genommen entspricht die Umlenkung des Wasserstromes am Widerstand nicht einem Knierohr, bei dem das ankommende Wasser gegen die Rohrwand prallt. Es werden daher besser die Versuchsergebnisse

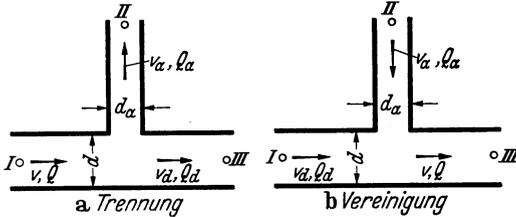


Abb. 122. Rohrverzweigungen.

von VOGEL<sup>1</sup> über rechtwinklige Rohrverzweigungen und Rohrvereinigungen herangezogen. Es sind hierbei Rohrverzweigungen nach Abb. 122 untersucht worden.

Die auftretenden Energieverluste sind, bezogen auf die Geschwindigkeit des gesamten Wasserstromes zu  $h_v = \zeta \cdot \frac{v^2}{2g}$  ermittelt.  $h_v$  ist als Energiehöhenverlust mit  $h_I$ ,  $h_{II}$  und  $h_{III}$  als den in I, II und III wirksamen Druckhöhen (Höhen der Piezometerlinie) folgendermaßen gekennzeichnet<sup>2</sup>:

$$(164) \left\{ \begin{array}{l} \text{Trennung der Wasserströme} \\ \text{(Abb. 122 a):} \\ h_{v a} = h_I - h_{II} + \frac{v^2 - v_a^2}{2g} = \zeta_a \cdot \frac{v^2}{2g} \\ h_{v d} = h_I - h_{III} + \frac{v^2 - v_d^2}{2g} = \zeta_d \cdot \frac{v^2}{2g} \\ \text{Vereinigung der Wasserströme} \\ \text{(Abb. 122 b):} \\ h_{v a} = h_{II} - h_{III} + \frac{v_a^2 - v^2}{2g} = \zeta_a \cdot \frac{v^2}{2g} \\ h_{v d} = h_I - h_{III} + \frac{v_d^2 - v^2}{2g} = \zeta_d \cdot \frac{v^2}{2g} \end{array} \right.$$

Die Werte  $\zeta_a$  und  $\zeta_d$  gehen aus nebenstehender Zahlentafel 6 hervor.

<sup>1</sup> VOGEL: Untersuchungen über den Verlust in rechtwinkligen Rohrverzweigungen. Mitt. Hydraul. Inst. Techn. Hochsch. München. Hefte 1 u. 2. München 1926.

<sup>2</sup> Reibungsverluste sind vernachlässigt.

Zahlentafel 6.

$d_a/d$ $f_a/f$	$d_a/d = 0,582$ $f_a/f = 0,338$	$d_a/d = 0,350$ $f_a/f = 0,122$	Trennung							Vereinigung						
			$Q_a/Q = \zeta_a$	$Q_a/Q = \zeta_d$	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
1,0	0,95	1,00	0,89	0,88	0,95	1,10	1,28	—	1,2	0,08	0,47	0,72	0,91	—		
1,0	0,04	—	—	—	+ 0,07	0,21	0,35	0,04	—	0,30	0,41	0,51	0,60	—		
0,582	1,30	1,00	2,36	1,50	4,30	(7,2)	(11)	—	—	1,25	2,78	4,75	7,24	—		
0,338	0,17	—	—	—	+ 0,06	0,19	0,30	0,27	0,19	0,76	1,00	1,25	1,50	—		
0,350	1,00	—	8,9	3,0	19,5	31,2	(43)	—	—	11,6	29,2	(52,7)	(82,9)	—		
0,122	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		

Die eingeklammerten Werte sind durch die Verfasser an Hand der angeführten Veröffentlichung extrapoliert und sollen daher nur mit allen Vorbehalten wiedergegeben werden. Die  $\zeta_d$ -Werte der letzten Zeile sind vernachlässigbar klein.

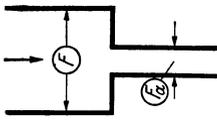


Abb. 123.  
Plötzliche Verengung.

b) Plötzliche Verengungen (Abb. 123).

Plötzliche Verengungen verursachen nach WEISBACH einen Energiehöhenverlust

$$(165) \quad h_v = \xi \cdot \frac{v_a^2}{2g} \quad \text{mit} \quad \xi = \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 + 0,04.$$

Die Werte  $\mu$  und  $\xi$  sind in Zahlentafel 7 enthalten.

Zahlentafel 7.

$F_a/F = 0,01$	0,1	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
$\mu = 0,60$	0,61	0,62	0,65	0,70	0,77	1,00
$\xi = 0,49$	0,45	0,42	0,33	0,22	0,13	(0,00)

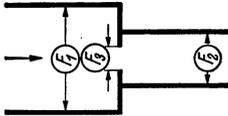


Abb. 124.  
Scheibenring im Ansatz.

c) Verluste in Blenden (Diaphragmen).

Für den Scheibenring im Ansatz nach Abb. 124 ist nach WEISBACH der Energiehöhenverlust

$$(166) \quad h_v = \xi_s \cdot \frac{v_s^2}{2g} \quad \text{mit} \quad \xi_s = \left(\frac{F_2}{\mu \cdot F_3} - 1\right)^2.$$

Für  $\xi_s$  und  $\mu$  gilt Zahlentafel 8.

Zahlentafel 8.

$F_3/F_2 = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\mu = 0,616$	0,614	0,612	0,610	0,607	0,605	0,603	0,601	0,598	0,596
$\xi_s = 231,7$	50,99	19,78	9,61	5,26	3,08	1,88	1,17	0,73	0,48

Für den Scheibenring in der Leitung ( $F_1 = F_2$ ) gehen die Werte  $\xi_s$  und  $\mu$  der Gl. (166) aus Zahlentafel 9 hervor.

Zahlentafel 9.

$F_3/F_2 = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\mu = 0,624$	0,632	0,643	0,659	0,681	0,712	0,755	0,813	0,892	1,000
$\xi_s = 225,9$	47,77	17,51	7,80	3,75	1,80	0,80	0,29	0,06	0,00

d) Plötzliche Erweiterungen.

Der Energiehöhenverlust in plötzlichen Erweiterungen nach Abb. 125 beträgt nach BORDA

$$(167) \quad h_v = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g}$$

und wird auch durch neuere Versuche<sup>1</sup> bestätigt. Der bei der Geschwindigkeitsverminderung auftretende Rückgewinn an Druckhöhe ist

$$(168) \quad \Delta h = \frac{v_2(v_1 - v_2)}{g}.$$

<sup>1</sup> SCHÜTT: Versuche zur Bestimmung der Energieverluste bei plötzlicher Rohrerweiterung. Mitt. Hydraul. Inst. Techn. Hochsch. München. Heft 1.

Für die Ermittlung des gesamten Widerstandsverlustes  $k$  sind die Einzelverluste an Hand der vorstehend gegebenen Beziehungen zu ermitteln und zu addieren. Eine gewisse Unsicherheit wird sich selten umgehen lassen, selbst wenn es gelingt, die Verlustbeiwerte zutreffend zu schätzen. So folgen im Widerstand beispielsweise häufig die einzelnen Teilwiderstände (Umlenkung, Drosselung, Erweiterung) in so nahem Abstand aufeinander, daß man nicht ohne weiteres mit der Gültigkeit der angegebenen Formeln rechnen kann, die selbstverständlich vor und hinter der Querschnittsunstetigkeit ungestörte Strömung voraussetzen. Man wird aber trotzdem meist mit der algebraischen Summe der einzelnen Teilverluste zu rechnen gezwungen sein und zunächst den Widerstand nicht zu klein machen, sondern ihn lieber nach Inbetriebnahme des Wasserschlosses nach Bedarf noch verändern, etwa durch Verengung oder Neueinbau von Blenden (Scheiberingen) u. dgl.

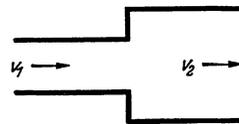


Abb. 125. Plötzliche Erweiterung.

Unter Voraussetzung einfacher Überlagerung der Teilverluste nach den Formeln (164) bis (168) sollen für die häufigsten Widerstandsarrangierungen geschlossene Ausdrücke für  $k$  im nachstehenden abgeleitet werden.

*Widerstand nach Abb. 126 bei Entlastung.* Geht man vom Zulaufquerschnitt ① mit der Druckhöhe  $h_I$  aus, so liegt dort die Energielinie um den Wert  $\frac{v^2}{2g}$  über dem Druckhorizont. Von ① bis ② fällt die Energielinie

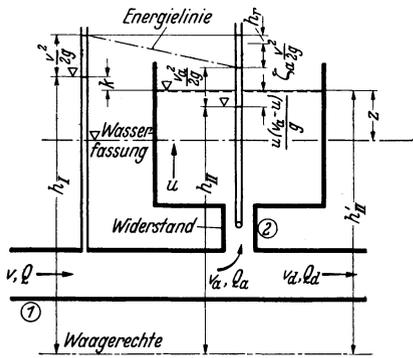


Abb. 126. Widerstand bei Entlastung.

um den Umlenkverlust  $\zeta_a \cdot \frac{v^2}{2g}$  und die Reibungshöhe  $h_r$ . Der Spiegel im Piezometerrohr in Querschnitt ② liegt um  $\frac{v_a^2}{2g}$  unter der Energielinie, also auf Höhe  $h_{II}$ , die ihrerseits wieder um den Wert  $\Delta h = \frac{u(v_a - u)}{g}$  nach Gl. (168) kleiner als die Druckhöhe  $h'_{II}$  des freien Wasserschloßspiegels ist. Unter Zugrundelegung des BERNOULLISCHEN Gesetzes läßt sich demnach anschreiben:

$$h_I + \frac{v^2}{2g} = h'_{II} - \frac{u(v_a - u)}{g} + \frac{v_a^2}{2g} + \zeta_a \cdot \frac{v^2}{2g} + h_r,$$

woraus der Widerstandsdruck  $k = h_I - h'_{II}$  erhalten wird zu

$$(169) \quad k = \frac{v_a^2}{2g} - \frac{u(v_a - u)}{g} + (\zeta_a - 1) \cdot \frac{v^2}{2g} + h_r.$$

Darin ist  $u$  die lotrechte Fließgeschwindigkeit im Wasserschloß,  $\zeta_a$  ist aus Zahlentafel 6 (Trennung) zu entnehmen und ist z. B. für vollständige

Entlastung ( $Q_a/Q = 1,0$ ) und  $f_a/f = 1 \dots \zeta_a = 1,28$ . Die Reibungshöhe kann bei geringen Längen vernachlässigt werden, sonst ist sie nach den bekannten Formeln (STRICKLER, FORCHHEIMER oder CHÉZY) zu ermitteln.

Widerstand nach Abb. 127 bei Belastungsvergrößerung. Aus der Begriffsbestimmung der Energiehöhenverluste bei Vereinigung zweier Wasserströme [Gl. (164)] läßt sich die Druckdifferenz zwischen den Querschnitten ② und ① leicht ableiten. Es ist

$$(170) \quad \delta = h_{II} - h_I = \frac{v_d^2}{2g} - \frac{v_a^2}{2g} + (\zeta_a - \zeta_d) \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

Da ferner

$$h'_{II} = h_{II} + (1 + \xi) \frac{v_a^2}{2g} + h_r,$$

ergibt sich der Widerstandsdruck

$$k = h'_{II} - h_I = \delta + (1 + \xi) \cdot \frac{v_a^2}{2g} + h_r$$

oder

$$(171) \quad k = \frac{v_d^2}{2g} + \xi \cdot \frac{v_a^2}{2g} + (\zeta_a - \zeta_d) \cdot \frac{v^2}{2g} + h_r,$$

wobei  $\xi$  nach Gl. (165) oder Zahlentafel 7 zu bestimmen ist und  $h_r$  den Reibungsverlust darstellt, der im allgemeinen nur bei längeren Verbindungsleitungen zwischen Stollen und Wasserschloß zu berücksichtigen

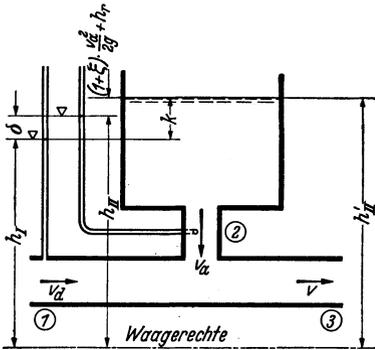


Abb. 127. Widerstand bei Belastung.

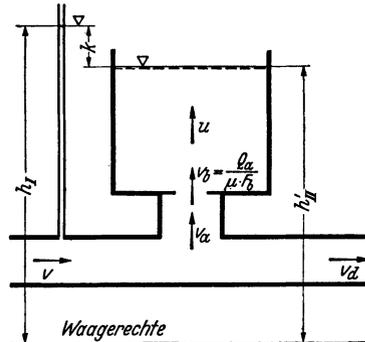


Abb. 128. Widerstand bei Entlastung.

ist. Die Größen  $\zeta_a$  und  $\zeta_d$  können an Hand von Zahlentafel 6 (Vereinigung) bestimmt werden. Dabei ergibt sich  $Q_a/Q$  aus dem Belastungsgrad  $n$  vor der Störung zu  $Q_a/Q = 1 - n$ .  $\zeta_a$  und  $\zeta_d$  wechseln mit dem während der Schwingung veränderlichen Wert

$$\frac{v_0 - v}{v_0} = \frac{Q_a}{Q} = 1 - y \quad (\text{vgl. Bezeichnungen S. 91}).$$

In der Praxis wird aber vereinfacht meist so verfahren, daß man  $k$  für die im Augenblick der Störung durch den Widerstand strömende

Wassermenge bestimmt und weiterhin für  $k$  eine quadratische Veränderlichkeit mit der Widerstandswassermenge voraussetzt. Dies gilt ganz allgemein.

Widerstand nach Abb. 128, Entlastung. In ähnlicher Weise wie für Abb. 126 läßt sich für  $k$  der Ausdruck ableiten:

$$(172) \quad k = \frac{v_b^2}{2g} - \frac{2u(v_b - u)}{g} + (\zeta_a - 1) \cdot \frac{v^2}{2g} + h_r,$$

wobei mit  $F_b$  als Öffnungsfläche der Blende  $v_b = \frac{Q_a}{\mu \cdot F_b}$ ;  $\mu = 0,62$ .  $\zeta_a$  ergibt sich aus Zahlentafel 6.  $h_r$  = Reibungsverlust.

Widerstand nach Abb. 129, Belastungsvergrößerung. Unter Zugrundelegung von Gl. (166) und von Zahlentafel 8 ergibt sich ähnlich wie für Abb. 127 der Widerstandsdruck

$$(173) \quad k = \frac{v_a^2}{2g} + \xi_s \cdot \frac{v_a^2}{2g} + (\zeta_a - \zeta_d) \cdot \frac{v^2}{2g} + h_r.$$

Der Wert  $k$  gibt den zusätzlichen Beschleunigungsdruck, der auf den Stolleninhalt wirkt. Er ist maßgebend für die Ermittlung der Spiegelausschläge bei konstanter Wasserentnahme und ist in die weiter unten angegebene Formel (176) einzuführen. Bei konstanter Leistungsentnahme ist dagegen zur Ermittlung des Wasserverbrauches ein anderer Widerstandsdruck,  $k'$ , einzuführen. Daß  $k$  und  $k'$  verschieden sein müssen, geht ohne weiteres aus Gl. (164) hervor.

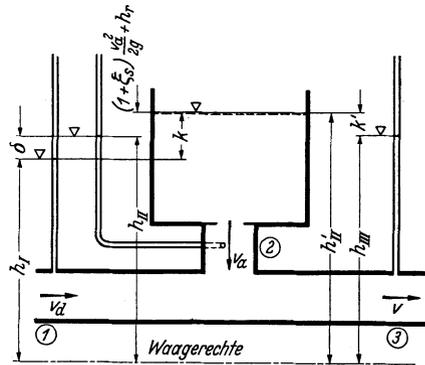


Abb. 129. Widerstand bei Belastung.

Für die Anordnung nach Abb. 129 läßt sich  $k'$  ableiten zu

$$(174) \quad k' = \frac{v^2}{2g} (1 + \zeta_a) + \xi_s \cdot \frac{v_a^2}{2g} + h_r.$$

Bei Ausbildung des Widerstandes nach Abb. 127 gilt die gleiche Formel, nur tritt an Stelle von  $\xi_s$  der Wert  $\xi$  der Gl. (165).

## 2. Gedämpftes Wasserschloß mit konstantem Querschnitt.

### a) Grundgleichungen, schrittweise Lösung.

Raumgleichung

$$(175) \quad \frac{dz}{dt} = \frac{q}{F} - \frac{v \cdot f}{F}$$

Beschleunigungsgleichung

$$(176) \quad \frac{dv}{dt} = \frac{g}{L} (z + k - h).$$

$k$  ist positiv bei positivem, negativ bei negativem  $dz$  einzusetzen.  $h$  ist positiv, wenn Wasserbewegung von der Wasserfassung zum Wasserschloß vorliegt.

Zur schrittweisen Lösung sind die Differenzgleichungen zu verwenden:

$$(177) \quad \Delta z = \frac{q}{F} \cdot \Delta t - \frac{v \cdot f}{F} \cdot \Delta t = \frac{\Delta t}{F} (q - Q)$$

$$(178) \quad \Delta v = \frac{g}{L} \cdot (z + k - h) \Delta t.$$

In Übereinstimmung mit dem Vorgang von PRESSEL werden die von  $t_i$  bis  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  entstehenden Änderungen  $\Delta z$  und  $\Delta v$  aus den zur Zeit  $t_i$  gültigen Werten  $v$ ,  $z$ ,  $k$  und  $h$  ermittelt. Es wird zweckmäßig das untenstehende Rechenschema verwendet, dessen Spalten in der Reihenfolge der eingeschriebenen Ziffern auszufüllen sind.

Der Widerstandsdruck  $k$  wird, wie schon erwähnt, aus  $k_0$  umgerechnet. Die durch den Widerstand fließende Wassermenge ist  $q - Q$ , und es wird dann

$$(179) \quad k = k_0 \left( \frac{q - Q}{Q_0} \right)^2 = \alpha' \cdot (q - Q)^2,$$

$$\alpha' = \frac{k_0}{Q_0^2}.$$

Rechenschema für numerische Integration.

$t$	$q$	$q - Q$	$\frac{\Delta z =}{F} (q - Q)$	$z$	$h =$ $\alpha \cdot v^2$	$k =$ $\alpha' \cdot (q - Q)^2$	$z + k - h$	$\frac{\Delta v =}{L} \cdot \Delta t (z + k - h)$	$v$	$Q =$ $v \cdot f$	
1	2	6	10	3	7	8	9	11	4	5	
12	13	17		14	18	19	20		15	16	
				21						22	
23	24	28		25	29	30	31		26	27	
			32					33			

Die obige Tabelle bezieht sich auf konstanten Wasserschloßquerschnitt und auf konstante Wasserentnahme  $q = Q_0$ . Für veränderliches  $F$  und  $q$  wären weitere Spalten anzufügen; im übrigen ändert sich am Rechengang nichts. Zur Ermittlung der größten Schwingungsausschläge sind numerische Integrationen nicht erforderlich. Es können hierzu die zahlreichen geschlossenen Formeln verwendet werden, deren wichtigste nachstehend wiedergegeben sind.

#### b) Plötzliche vollständige Entlastung.

Für das gedämpfte Wasserschloß lassen sich die Berechnungen für den höchsten Spiegelanstieg in ganz ähnlicher Weise exakt durchführen wie beim ungedämpften Wasserschloß [CALAME und GADEN (a), VOGT].

Der Zusammenhang zwischen Spiegellage und zugehöriger Stollengeschwindigkeit wird ausgedrückt durch die Beziehung

$$(180) \left\{ \begin{aligned} \left(\frac{v}{v_0}\right)^2 &= \frac{z}{h_0 + k_0} + \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot F \cdot (h_0 + k_0)^2} + \\ &+ \left(\frac{k_0}{h_0 + k_0} - \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot F \cdot (h_0 + k_0)^2}\right) \cdot e^{-\frac{2gF(h_0 + k_0)}{L f v_0^2} \cdot (z - h_0)} \end{aligned} \right.$$

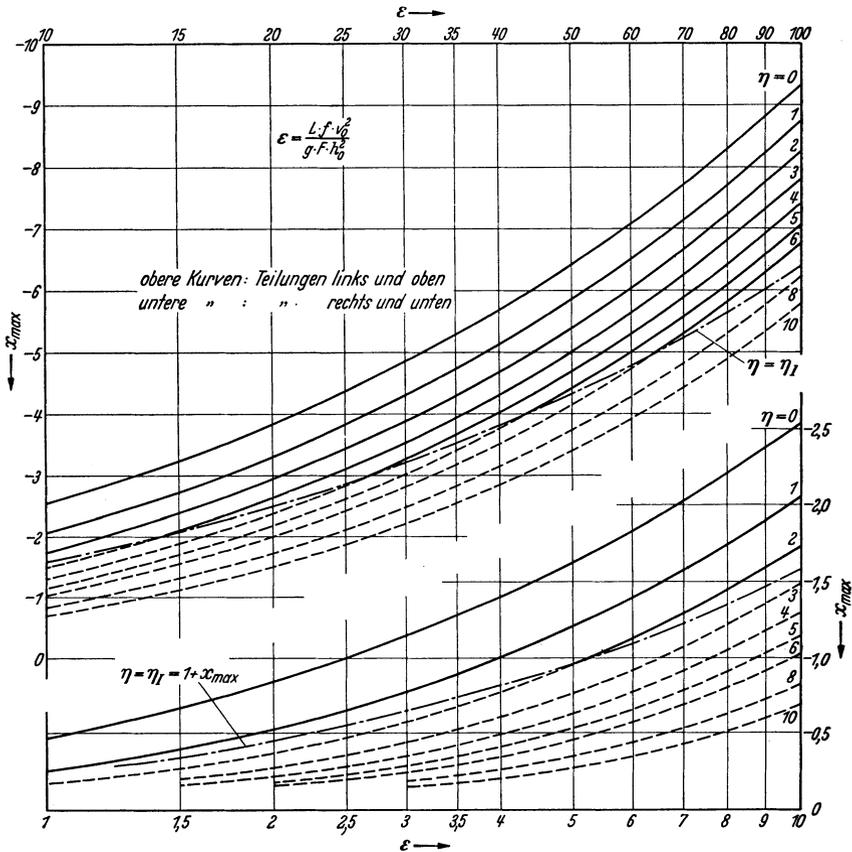


Abb. 130. Gedämpftes Wasserschloß, Entlastung nach Gl. (181 a).

oder in der VOGTSchen Schreibweise

$$(181) y^2 = \frac{x}{1 + \eta} + \frac{\epsilon}{2} \cdot \frac{1}{(1 + \eta)^2} + \left(1 - \frac{\epsilon}{2(1 + \eta)^2} - \frac{1}{1 + \eta}\right) \cdot e^{-\frac{2(1 + \eta)}{\epsilon} (x - 1)}$$

Aus diesen Gleichungen ergibt sich für  $v = 0$  bzw.  $y = 0$  der höchste Spiegelanstieg  $z = z_{\max}$  bzw.  $x = x_{\max}$ . Gl. (181) nimmt dann die Form an:

$$(181 a) 0 = \frac{x_{\max}}{1 + \eta} + \frac{\epsilon}{2} \cdot \frac{1}{(1 + \eta)^2} + \left(1 - \frac{\epsilon}{2(1 + \eta)^2} - \frac{1}{1 + \eta}\right) \cdot e^{-\frac{2(1 + \eta)}{\epsilon} \cdot (x_{\max} - 1)}$$

Eine rechnerische Auflösung dieser Gleichung nach  $x_{\max}$  oder nach  $\varepsilon$  (bzw.  $F$ ) ist nur durch Probieren möglich.

Für die Bestimmung des höchsten Spiegelanstieges  $z_{\max}$  aus Gl. (180) läßt sich diese mit  $z = z_{\max}$  und  $v = 0$  zur bequemeren rechnerischen Auswertung noch umformen. Es ergibt sich mit

$$m' = \frac{2g \cdot F \cdot (h_0 + k_0)}{L \cdot f \cdot v_0^2}$$

für  $k_0 \cdot m' < 1$ :

$$(181b) \quad (1 + m' \cdot z_{\max}) - \ln(1 + m' \cdot z_{\max}) = (1 + m' \cdot h_0) - \ln(1 - m' \cdot k_0),$$

für  $k_0 \cdot m' > 1$ :

$$(181c) \quad (m' \cdot z_{\max} - 1) + \ln(m' \cdot z_{\max} - 1) = \ln(m' \cdot k_0 - 1) - (m' h_0 + 1).$$

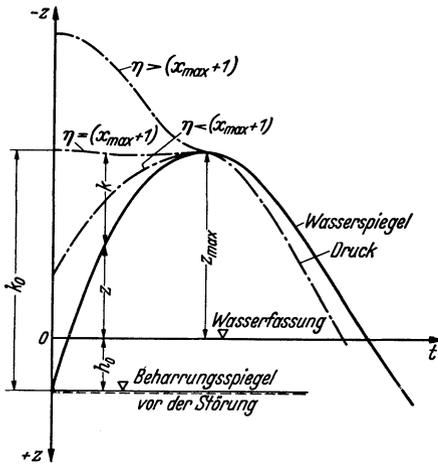


Abb. 131. Ganglinien für Druck und Wasserspiegel bei Entlastung.

Aus Gl. (181 b) ergibt sich  $z_{\max}$  als negativer Wert. Er kann unter Zuhilfenahme der für das ungedämpfte Wasserschloß gegebenen Zahlentafel I gefunden werden, wobei an den Kopf statt  $m \cdot h_0$  der Wert  $m' h_0 - \ln(1 - m' k_0)$  und statt  $m \cdot z_{\max}$  der Wert  $m' \cdot z_{\max}$  zu setzen ist. Aus Gl. (181 c) wird  $z_{\max}$  als Absolutwert erhalten.

Eine allgemeine Lösung zur Bestimmung des maximalen Spiegelanstieges ist mit Hilfe der Netztafel (Abb. 130) möglich, die  $x_{\max}$  in Abhängigkeit von  $\eta$  und  $\varepsilon$  liefert und auch für das ungedämpfte Wasserschloß ( $\eta = 0$ ) brauchbar ist.

Das Schwingungsbild für vollständige Entlastung ist in Abb. 131 dargestellt.

Die unterbrochen gezeichneten Linien stellen den am Stollenende vorhandenen Druckhorizont dar. Es sind drei Fälle möglich.

$$1. \quad \eta < x_{\max} + 1 \quad \text{oder} \quad k_0 < z_{\max} + h_0.$$

Der Druck steigt im Augenblick der Entlastung nicht bis zur Höhe des höchsten Schwallspiegels an.

$$2. \quad \eta = x_{\max} + 1 \quad \text{oder} \quad k_0 = z_{\max} + h_0.$$

Der Druck steigt im Augenblick der Entlastung bis zur gleichen Höhe  $z_{\max}$ , die der Spiegel höchstens einnimmt, und bleibt bis zur erreichten Abbremsung der Stollengeschwindigkeit ungefähr konstant.

3.  $\eta > x_{\max} + 1$  oder  $k_0 > z_{\max} + h_0$ .

Der Druck steigt augenblicklich auf einen über  $z_{\max}$  liegenden Wert und sinkt bis zur vollständigen Abbremsung ( $v = 0$ ) allmählich auf  $z_{\max}$  herab.

Im allgemeinen macht man beim einfachen gedämpften Wasserschloß<sup>1</sup>  $\eta \leq x_{\max} + 1$  bzw.  $k_0 \leq z_{\max} + h_0$ . Dementsprechend wird man die Dämpfungszahlen  $\eta$  nicht größer wählen als in Abb. 130 durch die strichpunktierte Linie gekennzeichnet.

Beim ungedämpften Wasserschloß ergab sich die absolut höchste Spiegellage stets bei Abschaltung der vollen Wassermenge  $Q_0$ . Beim gedämpften Wasserschloß trifft dies allgemein nur zu, solange  $\varepsilon > 4$ . Ist dagegen  $\varepsilon < 4$ , so ergibt sich die höchste Spiegellage bei Abschaltung einer kleineren Wassermenge  $Q'_0$ , die aus Abb. 132 in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  und  $\eta$  entnommen werden kann<sup>2</sup>.

Durch die endliche Reglerschließzeit  $\tau$  wird nach VOGT der Spiegelanstieg noch etwas vergrößert und zwar von  $x_{\max}$  der obigen Formeln auf  $x'_{\max}$ . Es ist

$$(181d) \quad x'_{\max} = x_{\max} + \frac{x_{\max}}{15} \cdot \frac{\eta}{x_{\max} + 1}.$$

Hat ein Wasserschloß zwei Widerstände, deren Dämpfungszahlen  $\eta_1$  und  $\eta_2$  sind, so verhalten sich die durch die beiden Öffnungen fließenden Wassermengen  $Q_I$  und  $Q_{II}$ , wie sich leicht zeigen läßt, umgekehrt wie die Wurzeln aus den Dämpfungszahlen:

$$(182) \quad \frac{Q_I}{Q_{II}} = \frac{\sqrt{\eta_2}}{\sqrt{\eta_1}}.$$

In die gegebenen Formeln ist ein mittlerer  $\eta$ -Wert einzuführen, der sich aus der Bedingung, daß an beiden Öffnungen der gleiche Widerstandsdruck auftritt, ergibt zu

$$(183) \quad \eta = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{(\sqrt{\eta_1} + \sqrt{\eta_2})^2}.$$

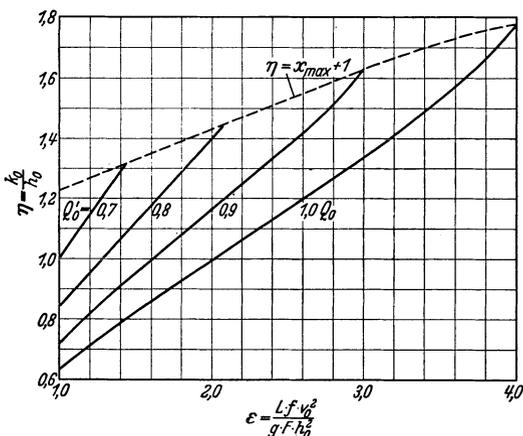


Abb. 132. Gedämpftes Schachtwasserschloß. Darstellung der Fälle, in denen der höchste Schwallspiegel nicht bei Entlastung der Vollwassermenge  $Q_0$  sondern einer kleineren  $Q'_0$  entsteht.

<sup>1</sup> In den vorstehenden Ausführungen sind  $x_{\max}$  und  $z_{\max}$  als Absolutwerte zu verstehen, also nicht mit dem negativen Vorzeichen.

<sup>2</sup>  $\varepsilon$  ist für die volle Wassermenge  $Q_0$  zu bestimmen.

c) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch konstant.

Für eine beliebige Dämpfungszahl  $\eta$  gilt die Formel von VOGT

$$(184) \left\{ \begin{array}{l} x_{\max} = 1 + c(1-n)^2(\eta-1) + (1-n) \times \\ \quad \times \sqrt{\varepsilon - [c(1-n)^2(\eta-1) + (1-n^2)] \cdot [\eta - c(\eta-1)]} \cdot e^a, \\ \text{wobei} \\ c = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 + 2\varepsilon \left(1 + \frac{\sqrt{\eta}}{1+\eta}\right)}{1 + 4\varepsilon} \\ \text{und} \\ a = - \left[ \frac{(1+n) + \eta(1-n)}{\sqrt{4\varepsilon - [(1+n) + \eta(1-n)]^2}} \times \right. \\ \quad \left. \times \operatorname{arc\,tg} \left( - \frac{\sqrt{4\varepsilon - [(1+n) + \eta(1-n)]^2}}{(1+n) - (1-n)[\eta - 2c(\eta-1)]} \right) \right]. \end{array} \right.$$

Der  $\operatorname{arc\,tg}$  ist hierbei im zweiten Quadranten zu suchen. Die Gleichung ist für  $\eta = 1$  exakt, für andere  $\eta$ -Werte liefert sie gute Näherungswerte, solange die Dämpfungszahl

$$\eta \leq \frac{x_{\max} - n^2}{(1-n)^2}.$$

Diese Bedingung wird in der Praxis grundsätzlich eingehalten werden. Der in obiger Gleichung angegebene Grenzwert

$$(185) \quad \eta_I = \frac{x_{\max} - n^2}{(1-n)^2}$$

bringt zum Ausdruck, daß — ähnlich wie in Abb. 131 für vollständige Entlastung — der im Augenblick der Belastungsänderung auftretende Unterdruck gleich groß ist mit dem später sich ergebenden Spiegelausschlag  $z_{\max} = x_{\max} \cdot h_0$ . Der Widerstandsdruck für den Durchfluß der Zerschußwassermenge des ersten Augenblickes  $Q_0(1-n)$  ist einerseits  $k = h_0(x_{\max} - n^2)$ , andererseits aber auch  $k = \eta \cdot h_0 \left( \frac{Q_0(1-n)}{Q_0} \right)^2$ . Durch Gleichsetzen beider Werte ergibt sich Gl. (185).

Zur Ermittlung des tiefsten Spiegelausschlages bei plötzlicher Vollbelastung ( $n = 0$ ) und beliebiger Dämpfungszahl  $\eta$  kann außer Gl. (184) auch die Netztafel Abb. 133 verwendet werden. Die darin dargestellte strichpunktierte Linie  $x_{\max} = \eta$  entspricht, da  $n = 0$ , Gl. (185). Man wird also Netzpunkte unterhalb dieser Linie im allgemeinen vermeiden.

Für Wasserschlösser, deren Widerstand nach Gl. (185) bemessen ist

$$\eta = \eta_I = \frac{x_{\max} - n^2}{(1-n)^2}$$

hat VOGT festgestellt, daß jede Raumeinheit doppelt so gut ausgenützt ist wie beim ungedämpften Schachtwasserschloß. Es kann daher Gl. (136)

unmittelbar verwendet werden, wenn man darin statt  $\varepsilon$  die Größe  $\varepsilon/2$  setzt. Es ist also

$$(186) \quad x_{\max} = 1 + \left[ \sqrt{0,5 \cdot \varepsilon - 0,275 \sqrt{n}} + \frac{0,1}{\varepsilon} - 0,9 \right] (1-n) \left( 1 - \frac{n}{(0,5 \varepsilon)^{0,62}} \right).$$

Zur Auswertung dieser Gleichung kann Abb. 94 verwendet werden, nur ergibt sie lediglich die halben  $\varepsilon$ -Werte, mit anderen Worten die ab-

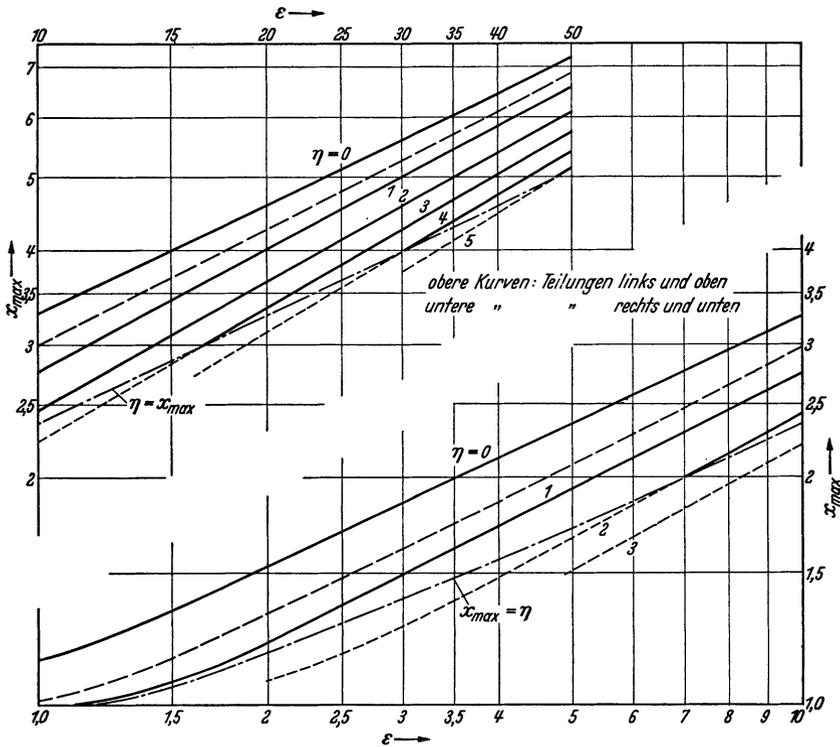


Abb. 133. Tiefster Sunk bei plötzlicher Belastung von Null auf Vollast.

gelesenen Kennziffern  $\varepsilon$  sind zu verdoppeln. Ist  $\varepsilon$  gegeben und  $x_{\max}$  gesucht, so ist andererseits von den halben  $\varepsilon$ -Werten der Abszissenachse auszugehen.

d) Plötzliche Belastungsvergrößerung, Wasserverbrauch veränderlich (Leistung konstant).

$\alpha$ ) Widerstand nach Gl. (185) bemessen. Im Augenblick der Belastungsvergrößerung stellt sich sofort ein Druck ein, der der späteren Vollabsenkung entspricht. Das an den Turbinen wirksame Nutzgefälle ist dann  $H_n = H_0 - z_{\max} - h_r$  ( $h_r$  = Verlust in der Druckrohrleitung)

und bleibt bis zur Vollbeschleunigung ungefähr gleich<sup>1</sup>. Der zugehörige Wasserverbrauch  $Q'_0$  läßt sich dann ermitteln, wie in Gl. (161) angegeben, und ist größer als die Vollastbeharrungswassermenge  $Q_0$ . Die Berechnung ist nun auf  $Q'_0$  abzustellen, d. h. für eine Entnahmevergrößerung von  $Q_1$  auf  $Q'_0$  statt auf  $Q_0$ . Bei Anwendung von Gl. (186) bzw. Abb. 94 wird man zweckmäßig von  $x_{\max}$  ausgehen und  $\varepsilon$  bzw.  $F$  bestimmen.

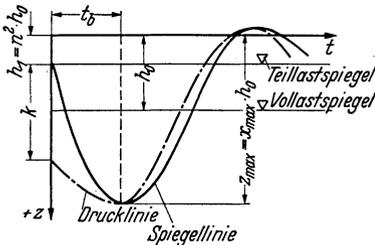


Abb. 134. Ganglinien für Druck und Wasserschloßspiegel bei Belastung.

Zu diesen Werten ergibt sich nach Gl. (140) der Wasserverbrauch  $Q'_{01}$  und  $Q'_{02}$ . Nimmt man den Verlauf der Drucklinie bis  $t_b$  annähernd parabolisch an, so ist der mittlere Wasserverbrauch

$$Q'_0 = \frac{2}{3} Q'_{02} + \frac{1}{3} Q'_{01},$$

auf den die gesamte Berechnung abzustellen ist, die selbstverständlich nur Näherungsergebnisse liefert. Mehrfache Proberechnungen, insbesondere wenn Gl. (184) angewendet wird, sind kaum zu umgehen.

#### e) Allmähliche Belastungsvergrößerung.

a) **Öffnungszeiten sind kurz.** Unter „kurzen Öffnungszeiten“ sind solche verstanden, wie sie die Turbinenregler zur Vollöffnung benötigen, also einige wenige Sekunden. Wird die Vollbelastung auf eine derartige kurze Zeit  $\tau$  Sekunden erstreckt, so sinkt der Spiegel im Wasserschloß etwas tiefer ab ( $x'_{\max}$ ), als für plötzliches Öffnen ( $x_{\max}$ ) berechnet wurde. Nach VOGT ist für ein Wasserschloß mit  $\eta = \eta_I$  nach Gl. (185)

$$(187) \quad x'_{\max} = x_{\max} + \frac{1}{6} (1 - n) \cdot \tau \cdot \frac{f \cdot v_0}{F \cdot h_0}.$$

Für Wasserschlösser mit beliebiger Dämpfung  $\eta$  ist

$$(188) \quad x'_{\max} = x_{\max} + \frac{x_{\max} - 1}{15} \cdot \frac{\eta}{\eta_I}.$$

$\beta$ ) **Langsame Vollbelastung von Null aus, wenn das Wasserschloß für Belastungssteigerung von  $n$  auf 1 entworfen ist.** Eine allgemeine Formulierung liegt zur Zeit noch nicht vor. Soweit man aus den Erörterungen von VOGT sehen kann, verhält sich das gedämpfte Wasserschloß mit  $\eta = \eta_I$ , wenn es sich nicht um die oben erwähnten kurzen

<sup>1</sup> Die Verschiedenheit der Werte  $k$  und  $k'$  (S. 167) ist hierbei näherungsweise vernachlässigt.

$\beta$ ) **Widerstand beliebig.** In diesem Fall verläuft die Druckminderung wie in Abb. 134 strichpunktiert angegeben. Zur Zeit  $t = 0$  ist das Nutzgefälle<sup>1</sup>

$$H_{n_1} = H_0 - (h_1 + k),$$

zur Zeit  $t_b$

$$H_{n_2} = H_0 - z_{\max}.$$

Zu diesen Werten ergibt sich nach Gl. (140) der Wasserverbrauch  $Q'_{01}$  und  $Q'_{02}$ . Nimmt man den Verlauf der Druck-

Öffnungszeiten handelt, im großen und ganzen so günstig (zum Teil noch günstiger) wie ein ungedämpftes Wasserschloß, das für den gleichen Spiegelausschlag  $x_{\max}$  bemessen ist. Mit Hilfe des unter  $\zeta$ ) auf S. 135 Gesagten lassen sich also die Verhältnisse ungefähr überblicken. Zur eindeutigen Klärung solcher Fragen wird man zweckmäßig auf numerische oder graphische Integrationen zurückgreifen.

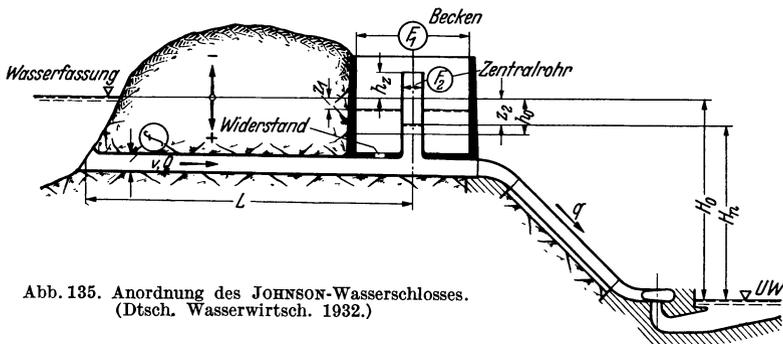
### 3. Das Differentialwasserschloß von JOHNSON.

#### a) Allgemeine Anordnung, Bezeichnungen.

Die grundsätzliche Anordnung des Differentialwasserschlosses ist aus den Abb. 135 und 136 zu ersehen. Es sind folgende neue Bezeichnungen einzuführen:

- $Q_I$  = Wassermenge im Widerstand, positiv bei Leerung des Beckens,
- $Q_{II}$  = Wassermenge im Zentralrohr, positiv bei Leerung des Zentralrohres,
- $F_1$  = Fläche des Beckens,  $F_2$  = Fläche des Zentralrohres,
- $F = F_1 + F_2$ ,
- $z_1$  = Spiegellage im Becken bezüglich der Wasserfassungshöhe, positiv nach abwärts.
- $s = \frac{F_2}{F_1 + F_2}$ .
- $z_2$  = Spiegellage im Zentralrohr,  $z_{\max}$  = Extremlage des Wasserspiegels,
- $h_z$  = Höhenlage der Zentralrohroberkante (negativ),
- $Q_{\ddot{u}} = c \cdot h_{\ddot{u}}^{3/2}$  = Überfallwassermenge, die über die Zentralrohroberkante bei vollkommenem Überfall abfließt,
- $Q_{\ddot{u}} = c \cdot h_{\ddot{u}}^{3/2} + c_1 \cdot a \cdot h_{\ddot{u}}^{1/2}$  desgl., bei unvollkommenem Überfall.

Beim einfachen gedämpften Wasserschloß ergeben sich bei der Bemessung des Widerstandes insofern gewisse Schwierigkeiten, als man ihn



nur für einen Belastungsfall bemessen kann, also entweder für Entlastung oder für Belastungsvergrößerung. Für den jeweiligen anderen Fall ist dann der Widerstand entweder zu groß ( $\eta > \eta_I$ ) oder zu klein, so daß die Raumeinheit weniger gut ausgenutzt ist. Diesem Übelstand kann durch die Anordnung von JOHNSON abgeholfen werden. Es wird

dabei der Widerstand für Belastungsvergrößerung bemessen. Bei Entlastung tritt dann das Zentralrohr in Tätigkeit und nimmt einen Teil des Wassers auf, so daß zu hohe Widerstandsdrücke vermieden werden.

### b) Wirkungsweise und Grundgleichungen.

a) **Belastungszunahme.** Vor der Gleichgewichtsstörung liegen die Wasserspiegel in Becken und Zentralrohr auf gleicher Höhe, nämlich um den der Teilbelastung entsprechenden Druckverlust  $h_1$  unterhalb der Wasserfassungshöhe. Es fließt genau so viel Wasser zu, wie von den

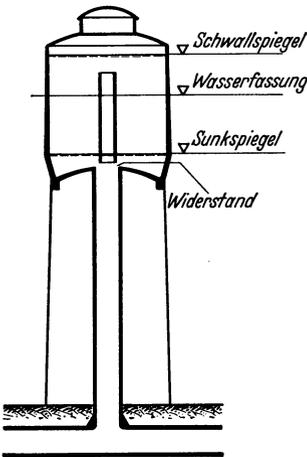


Abb. 136. JOHNSON-Wasserschloß.  
(Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

Turbinen verbraucht wird:  $Q_1 = q_1 = \text{konst.}$ , es wird somit weder dem Becken noch dem Zentralrohr Wasser entnommen. Im Augenblick der Belastungsvergrößerung wächst der Verbrauch der Turbinen auf  $q$ . Die Fehlwassermenge ( $q - Q_1$ ) wird im Augenblick der Entnahmevergrößerung aus dem Zentralrohr entnommen, da ja bei  $t = 0$   $z_1 = z_2$  ist, für eine Wasserentnahme durch den Widerstand also keinerlei Druckhöhe zur Verfügung steht. Diese ergibt sich erst im Laufe des ersten Zeitabschnittes  $dt$ , in welchem infolge des entzogenen Fehlwassers der Wasserspiegel im Zentralrohr um einen gewissen Betrag gesunken ist. Da zunächst vorausgesetzt wird, daß bei Entnahme aus dem verhältnismäßig weiten Zentralrohr keinerlei Zusatzdrücke bzw. Druckminderungen auftreten,

so entspricht der an der Stollenseite der Widerstandsöffnung herrschende Druck dem Wasserstand  $z_2$  im Zentralrohr, und für den Wasserdurchtritt durch den Widerstand steht als Druckhöhe die Differenz der Wasserstände im Becken und im Zentralrohr zur Verfügung. Die in den ersten Augenblicken durch den Widerstand gelieferten Wassermengen reichen zur Deckung des Wasserbedarfes nicht aus, so daß das Fehlwasser auch weiterhin dem Zentralrohr entzogen werden muß. Der Spiegel im Zentralrohr wird daher rasch so tief sinken, bis die Druckhöhe am Widerstand auf jenes Maß angewachsen ist, welches dazu nötig ist, um annähernd das gesamte Fehlwasser durch den Widerstand zu pressen. Dieser Zustand wird nach wenigen Sekunden erreicht sein.

Von da an liegt — richtige Bemessung des Widerstandes vorausgesetzt — der Zentralrohrspiegel auf annähernd konstanter Höhe. Man hat also beim Differentialwasserschloß schon nach wenig Sekunden den tiefsten Sunkspiegel erreicht, was den Stolleninhalt in erheblich kürzerer Zeit beschleunigt als beim ungedämpften Schachtwasserschloß. Bei

aufsteigender Schwingung (nach erreichter Beschleunigung des Stolleninhaltes) ist der Vorgang entsprechend.

Die Beschleunigung der Wassermenge im Stollen erfolgt unter dem Einfluß von  $z_2$ . Die Beschleunigungsgleichung lautet somit

$$(189) \quad dv = \frac{g}{L} \cdot (z_2 \mp h) \cdot dt \quad \text{bzw.} \quad dQ = \frac{g \cdot f}{L} (z_2 \mp h) \cdot dt.$$

Hierin ist bei positiver Stollengeschwindigkeit in der Klammer das Minuszeichen zu setzen. Die den Widerstand durchströmende Wassermenge errechnet sich aus der Bedingung

$$p = k = k_0 \left( \frac{Q_I}{Q_0} \right)^2$$

zu

$$(190) \quad Q_I = Q_0 \sqrt{\frac{p}{k_0}} = Q_0 \cdot \sqrt{\frac{p}{\eta \cdot h_0}} = m \cdot \sqrt{p}.$$

Für positives  $p$  wird auch  $Q_I$  positiv.  $p = z_2 - z_1$ . In Gl.(190) ist  $p$  jedoch stets mit dem Absolutwert einzusetzen. Die dem Zentralrohr entnommene Wassermenge wird erhalten aus:

$$(191) \quad Q_{II} = (q - Q) - Q_I.$$

Für konstante Leistungsentnahme kann  $q$  aus der bekannten Beziehung gefunden werden:

$$q = \frac{C}{H_0 - z_2}.$$

Es lassen sich nunmehr folgende Raumgleichungen aufstellen:

$$(192) \quad dz_1 = \frac{Q_I}{F_1} \cdot dt$$

$$(193) \quad dz_2 = \frac{Q_{II}}{F_2} \cdot dt.$$

Gl. (190) bis (193) lassen sich auch vereinigt anschreiben:

$$dz_1 = \frac{Q_0 \sqrt{\frac{z_2 - z_1}{\eta \cdot h_0}}}{F_1} \cdot dt,$$

$$dz_2 = \frac{q - Q - Q_0 \sqrt{\frac{z_2 - z_1}{\eta \cdot h_0}}}{F_2} \cdot dt.$$

Für die Durchführung der schrittweisen Integration ist es jedoch besser, mit den Gl. (190) bis (193) zu rechnen. *In alle Gleichungen sind die Werte mit ihren Vorzeichen einzusetzen*, nur in die Wurzeln der vorstehenden Gleichungen oder der Gl. (190) wird  $p = z_2 - z_1$  als Absolutwert eingeführt.

Für die Ableitung der obigen Formeln ist angenommen, daß das Zentralrohr selbst keine Dämpfungswertigkeit besitzt. Wird jedoch eine solche vorausgesetzt, und zwar in Größe  $k_{0z}$  (Druckverlust beim Durchfluß von  $Q_0$  durch das Zentralrohr), so erhalten die oben gegebenen Gleichungen folgende Form:

$$dv = \frac{g}{L} \left[ z_2 \pm k_{0z} \cdot \left( \frac{Q_{II}}{Q_0} \right)^2 \mp h \right] \cdot dt,$$

$$q = \frac{C}{H_0 - \left[ z_2 \pm k_{0z} \cdot \left( \frac{Q_{II}}{Q_0} \right)^2 \right]},$$

$$p = z_2 - z_1 \pm k_{0z} \cdot \left( \frac{Q_{II}}{Q_0} \right)^2.$$

Die Glieder  $k_{0z}$  sind mit positivem Vorzeichen einzusetzen, wenn  $dz_2$  positiv ist. Die Zentralrohrdämpfung spielt jedoch nur bei engen Zentralrohren eine Rolle und auch da nur in den ersten Sekunden nach der Belastungsänderung, so daß sie nur in seltenen Fällen berücksichtigt zu werden braucht. Bei der normalen JOHNSONSchen Konstruktion, bei welcher die Zentralrohrfläche nicht stark von der Stollenfläche verschieden ist, braucht die Zentralrohrdämpfung kaum je beachtet zu werden.

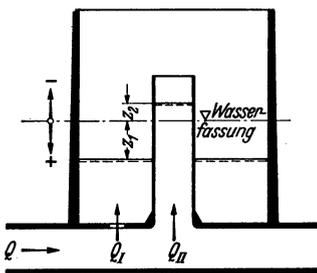


Abb. 137.  
(Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

da für  $t = 0$  die Wasserspiegel in Becken und Zentralrohr gleich hoch liegen, für den Wasserdurchtritt durch den Widerstand also kein Überdruck vorhanden ist. Letzterer ergibt sich auch hier ähnlich wie bei der

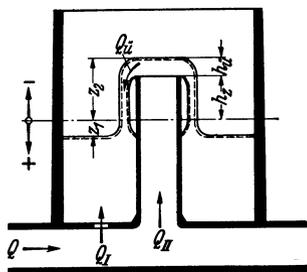


Abb. 138.  
(Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

β) **Vollständige Entlastung.** Im Augenblick der Entlastung wird das gesamte Überschusswasser vom Zentralrohr aufgenommen, und unter dem Einfluß dieser Druckdifferenz wird Wasser durch den Widerstand ins Becken strömen. Da die Wassermenge  $Q_I$  jedoch in den ersten Sekunden beträchtlich kleiner als der Zufluß ist, wird das Zentralrohr durch die Wassermenge  $Q_{II}$  rasch bis zur Oberkante gefüllt, wo das Wasser in das Becken überfällt. Für Entlastung gelten unverändert die Gl. (189), (190) und (191). Bei

Aufstellung der Raumgleichungen sind jedoch verschiedene Zustände zu unterscheiden.

**Zustand 1** (Abb. 137). Der Wasserspiegel im Zentralrohr liegt unter dessen Oberkante. In diesem Fall gelten bei Beachtung der Vorzeichen die Raumgleichungen (192) und (193). Für die Zeit unmittelbar nach der Entlastung ergibt sich z. B.  $p = z_2 - z_1$  negativ, ebenso  $Q_I$ ;  $Q_{II}$  errechnet sich, da  $q = 0$ , aus Gl. (191) zu  $Q_{II} = -Q - Q_I$  gleichfalls als negative Größe. Mithin werden auch  $dz_1$  und  $dz_2$  negativ (Spiegelanstieg).

*Zustand 2* (Abb. 138). Der Zentralrohrspiegel ist über die Zentralrohroberkante angestiegen, es findet vom Zentralrohr ins Becken ein vollkommener Überfall statt (Wasserspiegel im Becken liegt unterhalb

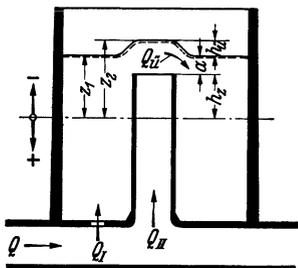


Abb. 139. (Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

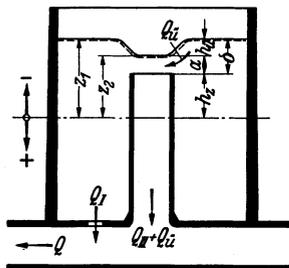


Abb. 140. (Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

Zentralrohrkrone). Die Überfallmenge  $Q_u$  ist beim Überfall ins Becken negativ. Die Raumgleichungen lauten <sup>1</sup>:

$$(194) \quad dz_1 = \frac{Q_I + Q_u}{F_1} \cdot dt$$

$$(195) \quad dz_2 = \frac{Q_{II} - Q_u}{F_2} \cdot dt.$$

*Zustand 3* (Abb. 139). Es herrschen die gleichen Verhältnisse wie bei Zustand 2, nur ist der Wasserspiegel im Becken über Zentralrohroberkante angestiegen. Es liegt demnach unvollkommener Überfall vor. Da immer noch Wasser ins Becken überfällt, ist  $Q_u$  negativ. Gl. (194) und (195) gelten unverändert.

*Zustand 4* (Abb. 140). Die Zuflußmenge  $Q$  ist über Null hinaus abgebremst und daher negativ. Für den Augenblick  $Q = 0$  ist  $z_1 = z_2$ . Durch den Widerstand fließt kein Wasser. Sinkt  $Q$  unter 0, so erfolgt Entnahme aus dem Wasserschloß, und zwar zunächst wegen  $p = 0$  nur aus dem Zentralrohr, wo sich hieraus eine Senkung des Wasserspiegels ergibt und infolgedessen auch ein Widerstandsdruck, der Wasser aus dem Becken in den Stollen preßt. Gleichzeitig fließt Wasser auch aus dem Becken über die Krone des Zentralrohres ab. In die Gl. (194) und (195) ist  $Q_u$  mit positivem Vorzeichen einzusetzen, ebenso  $Q_I$  und  $Q_{II}$ .

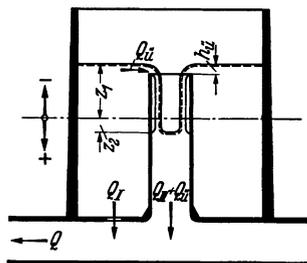


Abb. 141.  
(Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

*Zustand 5* (Abb. 141). Unterscheidet sich von Zustand 4 nur dadurch, daß der Wasserspiegel im Zentralrohr tiefer als die Zentralrohroberkante liegt, mithin vollkommener Überfall ins Zentralrohr stattfindet.

<sup>1</sup> Die Wassermengen sind in die Gl. (194) und (195) mit den hier festgesetzten Vorzeichen einzuführen!

Zustand 1 ist wieder erreicht, wenn auch der Beckenspiegel unter Überfallkrone gesunken ist.

Die obigen Formeln beziehen sich auf die Grundform des Differentialwasserschlosses. Man hat auch bereits kompliziertere Formen dieses

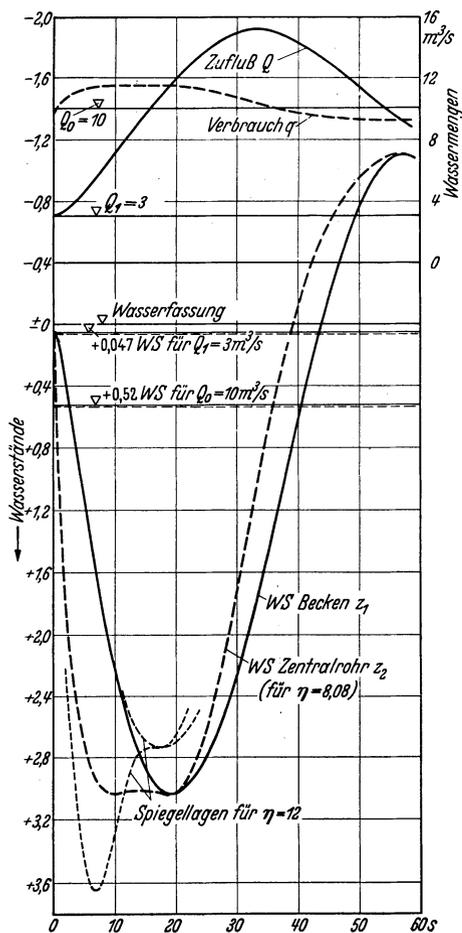


Abb. 142. Belastungsvergrößerung. (Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

Typs ausgeführt. So hat man in der Zentralrohrwand Schlitze angeordnet, die als Widerstände aufzufassen sind, und die unter anderem bei Teillastungen ein zu hohes Ansteigen des Wassers im Zentralrohr verhindern. Ferner hat man das JOHNSON-Wasserschloß auch mit Überläufen ausgerüstet (vgl. das Wasserschloß am Stollen 3 der Ontario Power Co. in der „Wasserkraft“ 1926). Als Sonderform ist auch die von VOGT angegebene Ausführung aufzufassen, welche weiter unten noch gestreift wird.

c) Numerische Integrationen.

Die Hauptabmessungen des JOHNSON-Wasserschlosses können auf Grund der später gegebenen Formeln verhältnismäßig einfach festgelegt werden. Für die Verfolgung des Schwingungsverlaufes und die Untersuchung der Stabilitätsverhältnisse ist man jedoch auf numerische Integrationen angewiesen. Hierzu werden bei den auf S. 177 gegebenen Formeln die Differentiale durch Differenzen ersetzt. Da die strenge Berechnung nach den angeführten Gleichungen teilweise sehr mühsam und zeitraubend ist, weil sie die Anwen-

dung sehr kleiner Zeitintervalle erfordert, werden nachstehend auch einige Näherungsformeln gebracht. Die sich hieraus ergebenden Ungenauigkeiten sind von untergeordneter Bedeutung.

α) Belastungsvergrößerung (Abb. 142). Nach Einführung endlicher Differenzen erhält man:

$$(196) \quad \Delta v = \frac{g}{L} \cdot \Delta t (z_2 \mp h) \quad \text{bzw.} \quad \Delta Q = \frac{g \cdot f}{L} \cdot \Delta t (z_2 \mp h),$$

$$(197) \quad \Delta z_1 = \frac{Q_I}{F_1} \cdot \Delta t,$$

$$(198) \quad \Delta z_2 = \frac{Q_{II}}{F_2} \cdot \Delta t.$$

Die Durchführung der numerischen Integration unterscheidet sich grundsätzlich nicht von der für ungedämpfte Wasserschlässe. Ein Beispiel hierfür wird weiter unten gegeben. Im allgemeinen muß man wegen der raschen Spiegelbewegung mit sehr kleinen Intervallen rechnen. In dem angeführten Beispiel wurde  $\Delta t = 0,5$  bis  $1,0$  s angenommen, ausnahmsweise sogar  $= 0,1$  s, letzteres besonders in der Nähe der Kulminationspunkte, wo  $p$  sehr klein ist. Hier ergeben sich nämlich sonst leicht starke Unregelmäßigkeiten bei  $p$  und  $Q_I$ , was sich bei dem kleinen Wert  $F_2$  bei Bildung von  $\Delta z_2$  mitunter sehr störend bemerkbar macht. Es ist dann am besten, die Zentralrohrspeicherung, die an den Kulminationspunkten tatsächlich unbedeutend ist, ganz zu vernachlässigen und die Berechnung wie für ein gedämpftes Wasserschloß ohne Zentralrohr durchzuführen. Jenseits des Kulminationspunktes kann man dann wieder zur strengen Berechnung übergehen. Die so gemachten Vernachlässigungen haben praktisch keinen Einfluß auf die Ermittlung der Schwingungen. Die Gleichungen für dieses vereinfachte Verfahren sind folgende:

$$\Delta z_1 = \frac{q-Q}{F_1} \cdot \Delta t,$$

$$z_2 = z_1 + p,$$

wobei aus Gl. (190)

$$p = k_0 \left( \frac{q-Q}{Q_0} \right)^2 = r (q-Q)^2$$

gefunden wird ( $r = k_0 : Q_0^2$ ). Man nimmt also an, daß alles Fehl- bzw. Überschußwasser aus dem Becken entnommen bzw. dort gespeichert wird, bestimmt hieraus den Druck  $p$ , der hierbei am Widerstand wirksam sein muß und erhält somit die zugehörige Höhe der Drucklinie  $z_2$ , welche mit dem Zentralrohrspiegel identisch gesetzt wird.

In Zahlentafel 10 ist die numerische Integration für folgendes Beispiel teilweise gezeigt:

$$L = 200 \text{ m}, \quad H_0 = 20,0 \text{ m}, \quad Q_0 = 10 \text{ m}^3/\text{s},$$

$$Q_1 = 3,0 \text{ m}^3/\text{s}, \quad f = 3,8 \text{ m}^2, \quad h = 0,0052 \cdot Q^2,$$

$$C = 194,8 \text{ mt/s}, \quad F_1 = 24,83 \text{ m}^2, \quad F_2 = 3,47 \text{ m}^2,$$

$$\eta = 8,08.$$

Der Dämpfungswert entspricht ungefähr der Bedingung [Gl. (185)].

Der Schwingungsverlauf ist in Abb. 142 graphisch dargestellt. Wie wichtig die richtige Wahl von  $\eta$  ist, zeigt die fein punktiert eingezeichnete Ganglinie, für die die Dämpfungszahl (zu groß) mit  $12$  angenommen ist.

Zahlentafel 10. (Dtsch.)

$\Delta t$	$t$ (s)	$Q$	$H_n$	$q$	$q-Q$	$Q_I$	$Q_{II}$	$\Delta z_2$	$\Delta z_1$
0,1			$H_0 - z_2$	$\frac{194,8}{H_n}$		$4,88\sqrt{p}$	$(q-Q) - Q_I$	$\left. \begin{array}{l} 0,0288 \\ 0,144 \\ 0,288 \end{array} \right\} \cdot Q_{II}$	$\left. \begin{array}{l} 0,00402 \\ 0,0201 \\ 0,0402 \end{array} \right\} \cdot Q_I$
0,5									
1,0									
0,1			$H_0 - z_2$	$\frac{194,8}{H_n}$		$q-Q$	—	$\left. \begin{array}{l} 0,0288 \\ 0,144 \\ 0,288 \end{array} \right\} \cdot Q_{II}$	$\left. \begin{array}{l} 0,00402 \\ 0,0201 \\ 0,0402 \end{array} \right\} \cdot Q_I$
0,5									
1,0									
	0	3,000	19,953	3,000					
0,1	0,0	3,000	19,953	9,763	6,763	0,000	6,763	+ 0,195	+ 0,000
	0,1	3,000	19,758	9,859	6,859	2,155	4,704	+ 0,136	+ 0,009
	0,2	3,004	19,622	9,928	6,924	2,770	4,154	+ 0,120	+ 0,011
	0,3	3,010	19,502	9,989	6,979	3,205	3,774	+ 0,109	+ 0,013
	0,4	3,018	19,393	10,045	7,027	3,545	3,482	+ 0,100	+ 0,014
0,5	0,5	3,028	19,293	10,090	7,062	3,820	3,242	+ 0,467	+ 0,077
	1,0	3,089	18,826	10,347	7,258	4,890	2,368	+ 0,341	+ 0,098
	1,5	3,193	18,485	10,538	7,345	5,450	1,895	+ 0,273	+ 0,110
	2,0	3,329	18,212	10,699	7,370	5,790	1,580	+ 0,228	+ 0,116
	2,5	3,490	17,984	10,832	7,342	6,015	1,327	+ 0,191	+ 0,121
	3,0	3,672	17,793	10,948	7,276	6,150	1,126	+ 0,162	+ 0,124

β) Vollständige Entlastung (Abb. 143). Beschleunigungsgleichung siehe Gl. (196), Raumgleichungen für Zustand 1 siehe Gl. (197) und (198); für Zustand 2 bis 5 gilt:

$$(199) \quad \Delta z_1 = \frac{Q_I + Q_{\ddot{u}}}{F_1} \cdot \Delta t,$$

$$(200) \quad \Delta z_2 = \frac{Q_{II} - Q}{F_2} \cdot \Delta t.$$

Näherungsverfahren.

Für Zustand 2. Die Speicherung im Zentralrohr wird vernachlässigt, alles Wasser wird somit durch das Becken aufgenommen. Der Wasserspiegel  $z_2$  stellt sich über Oberkante Zentralrohr so hoch ein, daß die gesamte Wassermenge  $Q_{II}$  überfallen kann. Unter diesen Voraussetzungen gelten die Beziehungen:

$$\Delta z_1 = \frac{Q}{F_1} \cdot \Delta t \quad \text{und} \quad z_2 = h_z - h_{\ddot{u}},$$

ferner  $Q = Q_I + Q_{\ddot{u}} = m \cdot p^{1/2} + c \cdot h_{\ddot{u}}^{3/2}$

und da  $p = z_2 - z_1 = h_z - h_{\ddot{u}} - z_1,$

$$Q = m \cdot (h_z - h_{\ddot{u}} - z_1)^{1/2} + c \cdot h_{\ddot{u}}^{3/2}.$$

(Der Klammerwert ist mit seinem Absolutwert einzusetzen.) Aus dieser Gleichung ließe sich bei gegebenem  $Q$  und  $z_1$  die Überfallhöhe  $h_{\ddot{u}}$  bestimmen und daraus wieder  $Q_I$  und  $Q_{II}$ . Zweckmäßiger ist es jedoch,

Wasserwirtsch. 1932, FRANK.)

$z_2$	$z_1$	$p$	$h$	$z_2 \mp h$	$\Delta Q$	$Q$	Bemerkung
		$z_2 - z_1$	$0,0052 Q^2$		$\left. \begin{matrix} 0,0186 \\ 0,0931 \\ 0,1862 \end{matrix} \right\} (z_2 \mp h)$		
$z_1 + p$		$0,042 Q^2$	$0,0052 Q^2$		$\left. \begin{matrix} 0,0186 \\ 0,0931 \\ 0,1862 \end{matrix} \right\} (z_2 \mp h)$		Zentralrohrspeicherung vernachläss.
+ 0,047	+ 0,047					3,000	
+ 0,047	+ 0,047	+ 0,000	0,047	0,000	+ 0,000	3,000	
+ 0,242	+ 0,047	+ 0,195	0,047	0,195	+ 0,004	3,000	
+ 0,378	+ 0,056	+ 0,322	0,047	0,331	+ 0,006	3,004	
+ 0,498	+ 0,067	+ 0,431	0,047	0,451	+ 0,008	3,010	
+ 0,607	+ 0,080	+ 0,527	0,047	0,560	+ 0,010	3,018	
+ 0,707	+ 0,094	+ 0,613	0,048	0,659	+ 0,061	3,028	
+ 1,174	+ 0,171	+ 1,003	0,050	1,124	+ 0,104	3,089	
+ 1,515	+ 0,269	+ 1,246	0,053	1,462	+ 0,136	3,193	
+ 1,788	+ 0,379	+ 1,409	0,058	1,730	+ 0,161	3,329	
+ 2,016	+ 0,495	+ 1,521	0,063	1,953	+ 0,182	3,490	
+ 2,207	+ 0,616	+ 1,591	0,070	2,137	+ 0,199	3,672	

zunächst  $z_2$  zu schätzen, was durch Extrapolation mit Hilfe der Werte  $z_2$  in den vorausgehenden Intervallen leicht möglich ist, sodann  $Q_I$  und

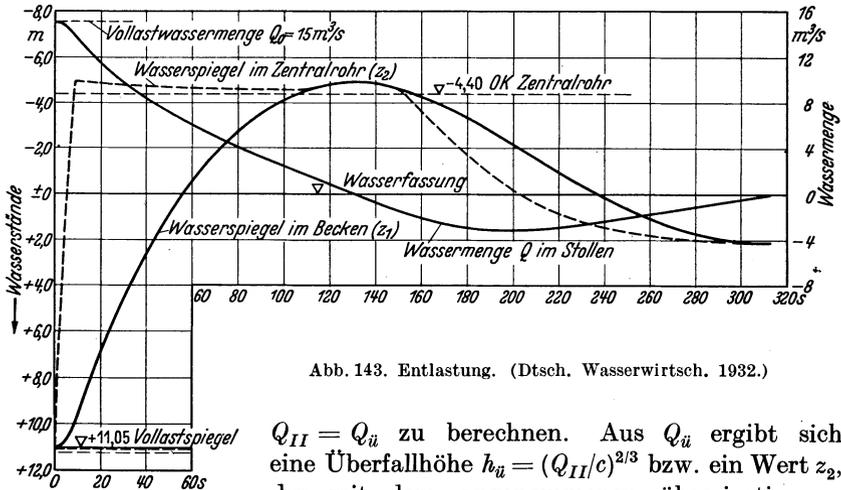


Abb. 143. Entlastung. (Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

$Q_{II} = Q_{ii}$  zu berechnen. Aus  $Q_{ii}$  ergibt sich eine Überfallhöhe  $h_{ii} = (Q_{II}/c)^{2/3}$  bzw. ein Wert  $z_2$ , der mit dem angenommenen übereinstimmen muß. Die Schätzung läßt sich meist so genau durchführen, daß kaum je eine Verbesserung nötig wird.

Für *Zustand 3*. Unter den gleichen Annahmen wie für *Zustand 2* ergibt sich die gleiche Formel für  $\Delta z_1$ . Da ein unvollkommener Überfall vorliegt, wird  $z_2 = z_1 - h_{\bar{u}}$ . Das vorstehend beschriebene Probiervorgehen bewährt sich hier nicht. Man verwendet besser die Beziehung

$$Q = Q_I + Q_{\bar{u}} = m \cdot h_{\bar{u}}^{1/2} + c \cdot h_{\bar{u}}^{3/2} + c_1 \cdot a \cdot h_{\bar{u}}^{1/2} \\ = c \cdot h_{\bar{u}}^{3/2} + h_{\bar{u}}^{1/2} (c_1 \cdot a + m).$$

Hieraus bestimmt man — zweckmäßig graphisch nach Abb. 144 — die Überfallhöhe  $h_{\bar{u}}$ . Die Kurve  $h_{\bar{u}}^{1/2} \cdot (c_1 a + m)$  läßt sich für jeden Klammerwert sehr einfach für den Bereich des vermutlichen  $h_{\bar{u}}$  zeichnen. Sodann wird

die Kurve  $c \cdot h_{\bar{u}}^{3/2}$  mittels durchsichtigen Deckblattes so lange verschoben, bis auf der Abszissenachse  $Q$  abgeschnitten wird. Durch den Schnittpunkt  $a'$  ist  $h_{\bar{u}}$  bestimmt.

Für *Zustand 4*.

$$\Delta z_1 = \frac{Q}{F_1} \cdot \Delta t; \quad z_2 = z_1 + h_{\bar{u}}.$$

Zu Beginn eines Intervalles sind bekannt  $z_1$ ,  $Q$  und damit  $a + h_{\bar{u}} = \delta$  als Differenz  $h_z - z_1$ . In ähnlicher Weise wie für *Zustand 3* wird gesetzt

$$Q = c \cdot h_{\bar{u}}^{3/2} + c_1 \cdot a \cdot h_{\bar{u}}^{1/2} + m \cdot h_{\bar{u}}^{1/2},$$

mit  $a = \delta - h_{\bar{u}}$ :

$$Q = h_{\bar{u}}^{3/2} (c - c_1) + h_{\bar{u}}^{1/2} (c_1 \cdot \delta + m) \\ = -h_{\bar{u}}^{3/2} \cdot (c_1 - c) + h_{\bar{u}}^{1/2} (c_1 \cdot \delta + m).$$

Auflösung dieser Gleichung nach Abb. 145.

In Zahlentafel 11 ist die numerische Integration für folgendes Beispiel teilweise wiedergegeben:

$$L = 3000 \text{ m}, \quad Q_0 = 15 \text{ m}^3/\text{s}, \quad f = 5 \text{ m}^2, \quad h = 0,0491 \cdot Q^2,$$

$$\eta = 5, \quad F_2 = 5 \text{ m}^2, \quad F_1 = 46,1 \text{ m}^2, \quad h_z = -4,40 \text{ m}.$$

Das Ergebnis ist in Abb. 143 zeichnerisch dargestellt.

d) Plötzliche vollständige Entlastung (geschlossene Formeln).

Wie aus Abb. 143 ersichtlich, ist der Druck während der ganzen Beschleunigungszeit annähernd konstant, das JOHNSON-Wasserschloß kann also als idealisiertes Kammerwasserschloß aufgefaßt werden, und es können daher näherungsweise zu seiner Berechnung die Gl. (145) und (146) verwendet werden, wie dies in zahlreichen Arbeiten geschieht [FERRO, JOHNSON (b, c)].

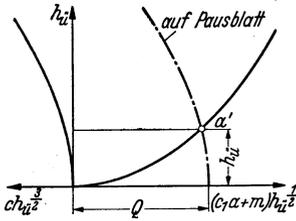


Abb. 144.  
(Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

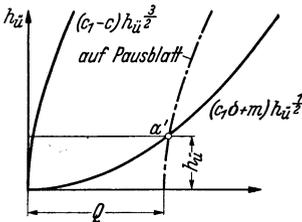


Abb. 145.  
(Dtsch. Wasserwirtsch. 1932.)

VOGT geht ebenfalls vom idealisierten Wasserschloß aus, bringt aber an Gl. (145)

$$V = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot h_0} \cdot \ln \left( 1 + \frac{1}{x_{\max}} \right)$$

noch einige Berichtigungen an, und zwar setzt er

1. den Nenner in der Klammer wie beim Kammerwasserschloß mit Überfallschwelle  $x_{\max} - 0,15 (x_{\max} - x_z)$ , weil der Spiegel im Zentralrohr nicht konstant auf Höhe  $z_{\max}$  liegt;

2. ist der Inhalt gegenüber dem idealisierten Kammerwasserschloß noch etwas zu vergrößern, weil der Inhalt des Zentralrohres nicht die gleiche Dämpfungswertigkeit hat wie das Becken von der Fläche  $F_1$ . Diese Vergrößerung wird erhalten, indem der Inhalt durch den Wert

$$1 - \frac{x_{\max} + 0,3}{2x_{\max} + 0,3} \cdot \frac{s}{1 - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1 + x_{\max}}{\eta}}}$$

dividiert wird. Der Wasserschloßinhalt wird dann

$$(201) \quad V = \frac{L \cdot f \cdot v_0^2}{2g \cdot h_0} \cdot \frac{\ln \left( 1 + \frac{1}{x_{\max} - 0,15(x_{\max} - x_z)} \right)}{1 - \frac{x_{\max} + 0,3}{2x_{\max} + 0,3} \cdot \frac{s}{1 - \frac{2}{3} \cdot \sqrt{\frac{1 + x_{\max}}{\eta}}}},$$

wobei  $x_{\max}$  und  $x_z$  mit ihren Absolutwerten einzusetzen sind. Der Zähler des zweiten Bruches rechts kann mit Hilfe des Nomogrammes Abb. 111 mit  $y_s = 1,0$  und  $x_s = x_z$  bestimmt werden.

Die Höhenlage der Zentralrohroberkante wird genau genug so bestimmt, daß die zu Beginn des Schwingungsvorganges über den Zentralrohrtrand überfallende Wassermenge  $Q_{II}$  ins Becken abfließen kann, ohne die Schwallhöhe  $z_{\max}$  zu überschreiten. Der Zentralrohrspiegel ist also auf Höhe  $z_{\max}$  anzunehmen, während im Becken der Spiegel praktisch noch auf Höhe  $h_0$  liegt. Gemäß Gl. (190) ist die Wassermenge im Widerstand

$$(202) \quad Q_I = Q_0 \sqrt{\frac{h_0 + z_{\max}}{\eta \cdot h_0}} = Q_0 \cdot \sqrt{\frac{1 + x_{\max}}{\eta}}$$

und die Überfallmenge

$$(203) \quad Q_{II} = Q_0 \left( 1 - \sqrt{\frac{1 + x_{\max}}{\eta}} \right).$$

Der Abfluß von  $Q_{II}$  ins Becken wird als vollkommener Überfall berechnet, dessen Überlaufhöhe ist

$$(204) \quad h_{\bar{u}} = \left( \frac{Q_{II}}{\frac{2}{3} \mu \cdot B \cdot \sqrt{2g}} \right)^{2/3}.$$

Die Zentralrohroberkante ist um  $h_{\bar{u}}$  tiefer zu legen als der Schwallspiegel  $z_{\max}$ . Für  $x_{\max}$  und  $z_{\max}$  der Gl. (202) und (203) sind die Absolutwerte zu setzen.

Zahlentafel II (Dtsch.)

Zustand	$\Delta t$	$t$	$Q$	$p$	$Q_I$	$Q_{II}$	$h_{ii}$	$\alpha$ bzw. $\delta$	$c \cdot h_{ii}^{3/2}$	$c_1 \alpha h_{ii}^{1/2}$	$Q_{ii}$
1	0,5 1,0			$z_2 - z_1$	$2,02 \sqrt{p}$	$-Q - Q_I$					
2	0,5 1,0			$z_2 - z_1$	$2,02 \sqrt{p}$	$-Q - Q_I$	$-4,40 - z_2$		$14,66 h_{ii}^{3/2}$		$c \cdot h_{ii}^{3/2}$
2 Näherg.	0,5 1,0			$z_2 - z_1$	$2,02 \sqrt{p}$	$-Q - Q_I$	$0,167 Q_{II}^{3/2}$				$Q_{ii} = Q_{II}$
3	0,5 1,0			$z_2 - z_1$	$2,02 \sqrt{p}$	$-Q - Q_I$	$h_{ii} = p$	$\alpha = -4,40 - z_1$	$14,66 h_{ii}^{3/2}$	$24,5 \alpha h_{ii}^{1/2}$	$c \cdot h_{ii}^{3/2} + c_1 \alpha h_{ii}^{1/2}$
3 Näherg.	0,5 1,0			$z_2 - z_1$	$2,02 \sqrt{p}$	$-Q - Q_I$	aus Diagramm	$\alpha = -4,40 - z_1$			$Q_{ii} = Q_{II}$
4	0,5 1,0			$z_2 - z_1$	$2,02 \sqrt{p}$	$-Q - Q_I$	$h_{ii} = p$	$\alpha = -4,40 - z_2$	$14,66 h_{ii}^{3/2}$	$24,5 \alpha h_{ii}^{1/2}$	$c \cdot h_{ii}^{3/2} + c_1 \alpha h_{ii}^{1/2}$
4 Näherg.	0,5 1,0			$z_2 - z_1$	$2,02 \sqrt{p}$	$-Q - Q_I$	aus Diagramm	$\delta = -4,40 - z_1$			$Q_{ii} = Q_{II}$
5	0,5 1,0			$z_2 - z_1$	$2,02 \sqrt{p}$	$-Q - Q_I$	$-4,40 - z_1$		$14,66 h_{ii}^{3/2}$		$c \cdot h_{ii}^{3/2}$
1	0,5	0 0,0 0,5 1,0 1,5	15,00 15,00 15,00 14,988 14,965	0,00 - 1,500 - 2,725 - 3,854	0,00 - 2,48 - 3,34 - 3,97	- 15,00 - 12,52 - 11,65 - 11,00					
2	0,5	10,0 10,5 11,0	13,53 13,41 13,30	- 14,55 - 14,40 - 14,25	- 7,70 - 7,66 - 7,62	- 5,83 - 5,75 - 5,68	0,542 0,540 0,534		5,85 5,81 5,72		- 5,85 - 5,81 - 5,72
2 Näherg.	1,0	24 25 26	10,75 10,57 10,41	- 10,75 - 10,51 - 10,27	- 6,62 - 6,55 - 6,48	- 4,13 - 4,02 - 3,93	0,430 0,422 0,415				
3 Näherg.	1,0	111 112 113	1,494 1,417 1,339	- 0,045 <sub>6</sub> - 0,033 <sub>8</sub> - 0,026 <sub>1</sub>			0,045 <sub>6</sub> 0,033 <sub>8</sub> 0,026 <sub>1</sub>	0,177 <sub>3</sub> 0,210 <sub>4</sub> 0,240 <sub>6</sub>			
4 Näherg.	1,0	130 131 132	- 0,007 <sub>2</sub> - 0,088 <sub>2</sub> - 0,168	+ 0,000 <sub>1</sub> + 0,000 <sub>1</sub> + 0,000 <sub>1</sub>			0,000 <sub>1</sub> 0,000 <sub>1</sub> 0,000 <sub>1</sub>	0,501 <sub>1</sub> 0,501 <sub>1</sub> 0,500 <sub>0</sub>			
5	0,5	153,0 153,5 154,0	- 1,790 - 1,824 - 1,858	+ 0,177 <sub>2</sub> + 0,211 <sub>4</sub> + 0,250 <sub>7</sub>	+ 0,850 + 0,929 + 1,021	+ 0,940 + 0,895 + 0,837	0,099 <sub>1</sub> 0,084 <sub>4</sub> 0,070 <sub>7</sub>		0,457 0,362 0,276		+ 0,457 + 0,362 + 0,276

e) Plötzliche Belastungsvergrößerung bei konstantem Wasserverbrauch.

Eine erste Berechnung des Inhaltes kann auch hier erfolgen wie für das idealisierte Kammerwasserschloß, also nach Gl. (147) unter Zuhilfenahme der Netztafel Abb. 114.



Es ist somit Gl. (186) anzuwenden, zweckmäßig unter Zuhilfenahme von Abb. 94. Es ist hierbei aber zu berücksichtigen, daß ein Teil des Inhaltes, nämlich der des Zentralrohres, nur etwa die halbe Dämpfungswertigkeit wie der Beckeninhalte hat. In Gl. (186) ist deshalb mit einem größeren  $\varepsilon$ -Wert als dem tatsächlich vorhandenen zu rechnen, es ist  $\varepsilon$  zu ersetzen durch  $\varepsilon'$  [s. a. FRANK (b)].

$$(205) \quad \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{1 - \frac{3}{2} \cdot s}.$$

#### f) Plötzliche Belastungsvergrößerung bei konstanter Leistung.

Da beim JOHNSON-Wasserschloß grundsätzlich  $\eta = \eta_I$  gemacht wird, gilt das beim einfachen gedämpften Wasserschloß auf S. 173f. Gesagte.

#### g) Allmähliche Belastungsvergrößerung.

Die Beantwortung der Frage, in welcher Zeit eine Entnahmesteigerung von Null auf Vollast vor sich gehen darf, wenn das Wasserschloß für eine plötzliche Belastungszunahme von  $n$  auf 1 konstruiert wird, ist beim JOHNSON-Wasserschloß genau die gleiche wie beim einfachen gedämpften Wasserschloß (vgl. S. 174f.).

#### h) Die Sonderform von VOGT.

Gedämpfte Wasserschlösser sind sehr empfindlich gegen Belastungsstöße, wenn diese größer sind als bei der Konstruktion angenommen. Man wird also bei der Festsetzung des Belastungsgrades  $n$  sehr vorsichtig sein oder aber bei der Wahl der Dämpfungszahl unter der an sich zulässigen Grenze ( $\eta = \eta_I$ ) bleiben.

Als Vorbeugungsmittel gegen die Folgen solch unvorhergesehen großer Belastungsstöße empfiehlt VOGT, das Zentralrohr auf Höhe des Teillastspiegels  $h_1 = n^2 \cdot h_0$  abzuschneiden. Erfolgt nun eine von einem Belastungsgrad  $n_1 < n$  ausgehende unvorhergesehene plötzliche Vollbelastung, so kann das erforderliche Zuschußwasser auch durch das Zentralrohr fließen, weil ja der Ausgangsspiegel höher als  $n^2 h_0$ , also über Zentralrohroberkante liegt. Über die Berechnung dieser Sonderform ist folgendes zu sagen:

Bei *plötzlicher Entlastung* ist die Berechnung durchzuführen wie beim einfachen gedämpften Wasserschloß [Gl. (181a) oder Abb. 130], nur ist das Zentralrohr als zweiter Widerstand aufzufassen<sup>1</sup>. Die mittlere Dämpfungszahl ist dann nach Gl. (183) zu bestimmen.

Bei *plötzlicher Belastungsvergrößerung* ist zu rechnen wie beim JOHNSON-Wasserschloß, also nach Gl. (186) und (205).

Zu beachten ist bei dieser Sonderform noch, daß sie den oben erwähnten Zweck nicht erfüllen kann, wenn damit gerechnet werden muß,

<sup>1</sup> Es ist also die Zentralrohrdämpfung zu berücksichtigen; vgl. auch S. 177f.

daß vor dem Belastungsstoß von  $n_1$  auf 1 kleine Schwingungsvorgänge auftreten, bei denen der Wasserspiegel vorübergehend unter Zentralrohroberkante liegt. Würde in diesem Augenblick der Belastungsstoß eintreten, so würde er wieder nur den unteren Widerstand wirksam vorfinden. Als allein sicheres Mittel bleibt somit nur die vorsichtige Wahl des für die Wasserschloßbemessung und die Festlegung des Widerstandes anzunehmenden Belastungsgrades  $n$ .

i) Zahlenbeispiel.

Eine Mitteldruckkraftanlage hat nachstehende Daten:  $L = 420$  m;  $f = 28,27$  m<sup>2</sup> (6,00 m  $\varnothing$ ); höchster Stauseespiegel + 567,50 m, tiefster Stauseespiegel + 557,00 m.

Der Druckabfall im Stollen wird voraussichtlich zwischen  $h = 0,0914 \cdot v^2$  und  $h = 0,1108 v^2$  liegen. Dabei enthalten die  $h$ -Werte, da der Stollen in unverändertem Profil unter dem Wasserschloß hinweggeführt ist, die volle Geschwindigkeitshöhe. Die Maschinensätze sind so vorgesehen, daß sie bei gefülltem Becken (+ 567,50 m) 120 m<sup>3</sup>/s und bei leerem Becken (+ 557,00 m) 110 m<sup>3</sup>/s verarbeiten können. Im letzteren Fall sind die Turbinen voll geöffnet.

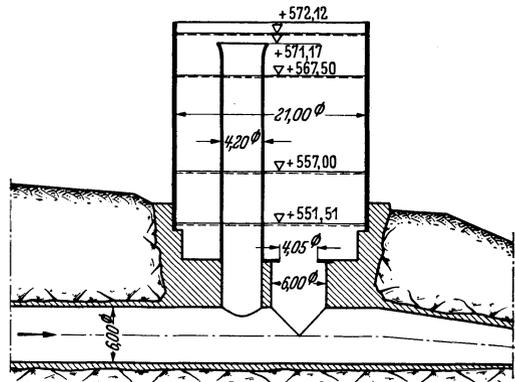


Abb. 146.

Das Wasserschloß wurde zuerst als ungedämpftes Wasserschloß entworfen und erhielt aus Stabilitätsrücksichten eine Fläche von  $F = 346,4$  m<sup>2</sup> (21,0 m  $\varnothing$ ). Die dabei zu erwartenden Schwingungsausläge stellten sich jedoch als im Verhältnis zum Gesamtgefälle zu groß und die Dämpfung für den vorgesehenen Kraftwerksbetrieb als zu träge heraus. Es ist daher ein JOHNSON-Wasserschloß nach Abb. 146 geplant. Der gewählte Wasserschloßquerschnitt soll dabei in der angegebenen Größe beibehalten werden, um den Vorteil dieser Type voll für die Verringerung der Schwingungswreiten und der Schwingungsdauer auszunützen.

$\alpha$ ) Belastungsvergrößerung. Da das Werk für Spitzendeckung und erforderlichenfalls auch als Momentanreserve eingesetzt werden soll, ist das Wasserschloß für plötzliche Vollbelastung vom Betriebsstillstand aus auf Grund nachstehender Daten durchzubilden:

Ruhspegel + 557,00 m;  $q = Q_0 = 110$  m<sup>3</sup>/s;  $v_0 = 110/28,27 = 3,89$  m/s;  
 $h_0 = 0,1108 \cdot 3,89^2 = 1,68$  m;  
 Zentralrohrquerschnitt  $F_2 = 13,85$  m<sup>2</sup> (4,20 m  $\varnothing$ );  $s = 13,85/346,4 = 0,04$ .

Der Widerstand wird nach Gl. (185)

$$\eta = \eta_I = \frac{x_{\max} - n^2}{(1 - n)^2}$$

bemessen, die Sunktiefe kann daher nach den Gl. (186) und (205) gefunden werden.

Da die Wasserschloßfläche bereits festliegt, ist  $x_{\max}$  durch Probe-rechnung zu bestimmen. Einige Versuche ergeben  $x_{\max} = 3,27$ , wofür die Berechnung wiedergegeben werden soll:

$$\varepsilon = \frac{420 \cdot 28,27 \cdot 3,89^2}{9,81 \cdot F \cdot 1,68^2} = \frac{6500}{F}.$$

Für  $x_{\max} = 3,27$  und  $n = 0$  ergibt sich aus Gl. (186) oder Abb. 94

$$\varepsilon' = 20,0.$$

(Aus Abb. 94 geht  $\varepsilon = 10,0$  hervor. Dieser Wert ist nach S. 173 zu verdoppeln.)

Nach Gl. (205) wird dann

$$\varepsilon = \varepsilon' \left(1 - \frac{3}{2} \cdot s\right) = 20,0 \left(1 - \frac{3}{2} \cdot 0,04\right) = 18,80.$$

Die Wasserschloßfläche ergibt sich zu

$$F = 6500/18,80 = 346 \text{ m}^2,$$

was mit dem vorhandenen Wert übereinstimmt<sup>1</sup>.

$$z_{\max} = 1,68 \cdot 3,27 = 5,49 \text{ m},$$

$$\text{Absenkhöhe} + 557,00 - 5,49 = +551,51 \text{ m}.$$

Die Dämpfungsziffer wird nach Gl. (185), da  $n = 0$ ,

$$\eta = x_{\max} = 3,27; \quad k_0 = z_{\max} = 5,49 \text{ m}.$$

Hiernach ist der Widerstand zu bemessen<sup>2</sup>.

Wir wählen die in Abb. 146 enthaltene Anordnung: einen kreisförmigen Ansatz gleicher Lichtweite mit dem Stollen und eine Blende. Hierfür gilt Gl. (173), in der zu setzen ist  $v_d = 0$ , ferner nach Zahlentafel 6  $\zeta_a = 0,91$  und  $\zeta_d = 0,60$ ,  $v_a = v = 3,89 \text{ m/s}$ ,  $\frac{v_d^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} = 0,77 \text{ m}$ . Damit wird Gl. (173):

$$5,49 = \xi_s \cdot 0,77 + (0,91 - 0,60) \cdot 0,77 + h_r.$$

Wir vernachlässigen  $h_r$  und erhalten  $\xi_s = 6,82$ . Hierzu gehört laut Zahlentafel 8  $\mu = \sim 0,61$ , und man kann damit aus Gl. (166) die lichte Fläche der Blende  $F_3$  unmittelbar berechnen. Mit  $F_2 = 28,27 \text{ m}^2$  ist

$$6,82 = \left(\frac{28,27}{0,61 \cdot F_3} - 1\right)^2 \quad \text{und} \quad F_3 = 12,85 \text{ m}^2 \quad (4,05 \text{ m } \varnothing).$$

<sup>1</sup> Für das gedämpfte Wasserschloß ( $\eta = \eta_I$ ) ohne Zentralrohr wäre  $F = 6500/20,0 = 325 \text{ m}^2$ , also um 6% kleiner.

<sup>2</sup> Es sei darauf hingewiesen, daß hydraulisch eine mehrfache Rohrverzweigung vorliegt (Widerstand und Zentralrohr), auf die die Formeln S. 163 ff. nur ungefähr zutreffen werden.

Durch Veränderung des Scheibenringes, der zweckmäßig aus Eisen hergestellt wird, kann auch nach Inbetriebnahme des Werkes die Dämpfung noch verbessert werden.

Wie auf S. 174 und 188 erörtert, wird infolge der endlichen Regleröffnungszeit ( $3\frac{1}{2}$  s) die Absenkung noch etwas verstärkt. Nähere Untersuchungen können aber entfallen, denn ein Blick auf Abb. 146 zeigt, daß in dieser Hinsicht ausreichend Sicherheit vorhanden ist.

$\beta$ ) Vollständige plötzliche Entlastung. Ruhespiegel +567,50 m;  $Q_0 = 120 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $v_0 = 120/28,27 = 4,24 \text{ m/s}$ ;  $h_0 = 0,0914 \cdot 4,24^2 = 1,64 \text{ m}$ .

Ermittlung der Dämpfungszahl.

$$\text{Es gilt Gl. (172) mit } v_b = \frac{120}{0,62 \cdot 12,85} = 15,05 \text{ m/s,}$$

$$u = \frac{120}{346,4 - 13,85} = 0,36 \text{ m/s; } \zeta_a = 1,28 \text{ nach Zahlentafel 6.}$$

$$k_0 = \frac{15,05^2}{2g} - \frac{2 \cdot 0,36(15,05 - 0,36)}{g} + (1,28 - 1) \cdot \frac{4,24^2}{2g} = 10,73 \text{ m.}$$

$$\eta = \frac{10,73}{1,64} = 6,55 .$$

Bei fehlendem Zentralrohr würde der augenblickliche Druckanstieg 10,73 m betragen, also offensichtlich zu viel. Wie wir sehen werden, wird dieser Anstieg durch das Zentralrohr auf knapp 60% begrenzt. Die Bestimmung von  $z_{\max}$  muß unter der Annahme von  $x_{\max}$  durch Versuchsrechnung geschehen. Für den endgültigen Wert  $x_{\max} = -2,82$  und  $z_{\max} = -4,62$  m wird die Berechnung nachstehend vorgeführt:

Nach Gl. (202) ist die Wassermenge im Widerstand

$$Q_I = 120 \cdot \sqrt{\frac{1 + 2,82}{6,55}} = 91,7 \text{ m}^3/\text{s}$$

und die im Zentralrohr

$$Q_{II} = 120 - 91,7 = 28,3 \text{ m}^3/\text{s.}$$

Um für  $Q_{II}$  eine möglichst lange Überfallbreite zu erhalten, ziehen wir das Zentralrohr oben glockenartig auf 5,50 m  $\varnothing$  auseinander und gewinnen so eine Überfallbreite  $B = 5,50 \cdot \pi = 17,3 \text{ m}$ .

Nach Gl. (204) ist

$$h_u = \left( \frac{28,3}{\frac{2}{3} \cdot 0,6 \cdot 17,3 \cdot 4,43} \right)^{2/3} = 0,95 \text{ m.}$$

Das Zentralrohr ist also auf  $h_z = -4,62 + 0,95 = -3,67 \text{ m}$  abzuschneiden.  $x_z = -\frac{3,67}{1,64} = -2,24$ , ferner  $0,85 \cdot x_{\max} + 0,15 \cdot x_z = 0,85 \cdot 2,82 + 0,15 \cdot 2,24 = 2,74$ . Hierzu liefert Abb. 111 den zweiten Zählerfaktor der Gl. (201):

$$\ln \left( 1 + \frac{1}{x_{\max} - 0,15(x_{\max} - x_z)} \right) = 0,312 .$$

Diese selbst lautet dann:

$$V = \frac{420 \cdot 28,27 \cdot 4,24^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 1,64} \cdot \frac{0,312}{1 - \frac{2,82 + 0,3}{2 \cdot 2,82 + 0,3}} \cdot \frac{0,04}{1 - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1 + 2,82}{6,55}}} = 2170 \text{ m}^3.$$

Der Inhalt ist vom Vollastbeharrungsspiegel bis zum Schwallspiegel unterzubringen, also auf  $1,64 + 4,62 = 6,26 \text{ m}$  Höhe. Die Wasserschloßfläche wird dann  $F = 2170/6,26 = 346,4 \text{ m}^2$ , stimmt also genau mit der vorhandenen überein.  $z_{\max} = -4,62 \text{ m}$  ist also zutreffend, der Schwallspiegel steigt auf Höhe  $+567,50 + 4,62 = +572,12 \text{ m}$  an.

## C. Besondere Wasserschloßanlagen.

### 1. Stollen mit zwei Wasserschlossern.

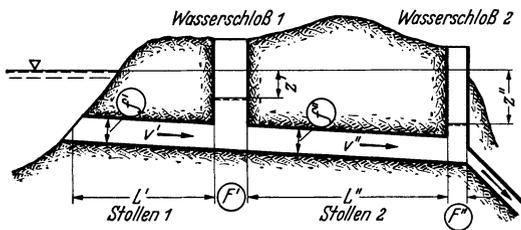


Abb. 147. Zwei Wasserschlösser.

Eine derartige Anordnung ist aus Abb. 147 ersichtlich. Die Berechnungsgrößen werden mit ' oder '' bezeichnet, je nachdem sie sich auf Stollen und Wasserschloß 1 oder 2 beziehen.

Die Bestimmung der Spiegelschwankungen ist

nur durch schrittweise Lösung möglich. Die Differenzgleichungen des schwingenden Systems lauten:

$$(206) \quad \Delta z'' = \frac{\Delta t}{F''} \cdot (q - Q''),$$

$$(207) \quad \Delta v'' = \frac{g}{L''} \cdot (z'' - z' - h'') \cdot \Delta t,$$

$$(208) \quad \Delta z' = \frac{\Delta t}{F'} \cdot (Q'' - Q'),$$

$$(209) \quad \Delta v' = \frac{g}{L'} \cdot (z' - h') \cdot \Delta t.$$

Für die schrittweise Auswertung dieser Gleichungen ist das nachstehende Rechenschema (S. 194 oben) zu verwenden, das in der Reihenfolge der eingeschriebenen Ziffern auszufüllen ist.

### 2. Wasserschloß mit zwei Stollen.

Derartige Anordnungen ergeben sich, wenn das Wasser zweier Flüsse vor ihrer Vereinigung gefaßt und zur Krafterzeugung nutzbar gemacht werden soll. Abb. 148 zeigt einen schematischen Grundriß.

Die Wasserfassungen müssen auf gleicher Höhe liegen. Im Beharrungszustand sind dann auch die Druckverluste gleich  $\alpha' \cdot v'^2 = \alpha'' \cdot v''^2$ . Daraus ergibt sich

$$(210) \quad \frac{v'}{v''} = \sqrt{\frac{\alpha''}{\alpha'}} \quad \text{und} \quad \frac{Q'}{Q''} = \frac{f'}{f''} \cdot \sqrt{\frac{\alpha''}{\alpha'}}$$

und weiterhin die Gesamtwassermenge  $Q = Q' + Q'' = v' \cdot f' + v'' \cdot f''$ .

$$(211) \quad \begin{cases} Q = Q' \left( 1 + \frac{f''}{f'} \sqrt{\frac{\alpha''}{\alpha'}} \right) \\ \text{bzw.} \\ Q = Q'' \left( 1 + \frac{f'}{f''} \cdot \sqrt{\frac{\alpha''}{\alpha'}} \right). \end{cases}$$

Durch diese Gleichungen ist auch der der Störung vorausgehende Beharrungszustand festgelegt.

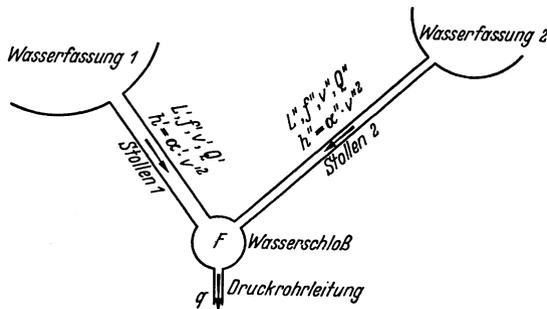


Abb. 148. Wasserschloß mit 2 Stollen.

Zur schrittweisen Ermittlung der Schwingungen stehen folgende Differenzgleichungen zur Verfügung:

$$(212) \quad \Delta z = \frac{\Delta t}{F} \cdot (q - Q),$$

$$(213) \quad \Delta v' = \frac{g}{L'} (z - h') \cdot \Delta t,$$

$$(214) \quad \Delta v'' = \frac{g}{L''} (z - h'') \cdot \Delta t.$$

Für die Auflösung dient das untenstehende Rechenschema (Zahlentafel 13), das folgendes Beispiel behandelt:

$$\begin{aligned} L' &= 300 \text{ m}, & f' &= 2,54 \text{ m}^2, & \alpha' &= 0,22; \\ L'' &= 400 \text{ m}, & f'' &= 3,14 \text{ m}^2, & \alpha'' &= 0,25; \\ F &= 50 \text{ m}^2; & Q_0 &= 10,0 \text{ m}^3/\text{s}. \end{aligned}$$

Es ist die Schwingung für eine Belastungsvergrößerung von  $n = 0,5$  auf 1, d. h. von  $Q_1 = 5,0$  auf  $Q_0 = 10,0 \text{ m}^3/\text{s}$  zu ermitteln. Nach Gl. (210) ist

$$\frac{Q'}{Q''} = \frac{2,54}{3,14} \cdot \sqrt{\frac{0,25}{0,22}} = 0,862$$

oder 
$$Q' = 0,862 \cdot Q''.$$

Zahlentafel 12. Rechenschema für die numerische Integration bei Anlagen mit 2 Wasserschlossern.

t	Stollen-Wasserschloß 2						Stollen-Wasserschloß 1											
	q	q - Q''	$\frac{\Delta z''}{F''} \cdot (q - Q'')$	$\frac{\Delta z''}{F''} = z'' - z' - h''$	$\frac{\Delta v''}{L''} \cdot \Delta t (z'' - z' - h'')$	$\frac{Q''}{v'' \cdot f''}$	z'	$\frac{h''}{\alpha' \cdot v''^2}$	$z'' - z' - h''$	$\frac{\Delta v''}{L''} \cdot \Delta t (z'' - z' - h'')$	$\frac{Q''}{v'' \cdot f''}$	$\frac{\Delta z'}{F'} \cdot (Q' - Q'')$	$\frac{h'}{\alpha' \cdot v'^2}$	z'	$\frac{Q'}{v' \cdot f'}$	$\frac{\Delta v'}{L'} \cdot \Delta t (z' - h')$	$\frac{Q'}{v' \cdot f'}$	
1	2	9		3	11	12					4	5	14	6	16	17	7	8
			10				13				22	23	32	24	34	35	25	26
19	20	27		21	29	30					40	41	50	42	52	53	43	44
			28				31				40	41	50	42	52	53	43	44
37	38	45		39	47	48					40	41	50	42	52	53	43	44
			46				49				40	41	50	42	52	53	43	44

Zahlentafel 13. Rechenschema für die numerische Integration bei Anlagen mit 2 Stollen.

t	Stollen 1					Stollen 2									
	q	q - Q	$\frac{\Delta z}{F} \cdot (q - Q)$	z	$\frac{h'}{\alpha' \cdot v'^2}$	z - h'	$\frac{\Delta v'}{L'} \cdot \Delta t (z - h')$	v'	$\frac{Q'}{v' \cdot f'}$	$\frac{h''}{\alpha' \cdot v''^2}$	z - h''	$\frac{\Delta v''}{L''} \cdot \Delta t (z - h'')$	v''	$\frac{Q''}{v'' \cdot f''}$	$\frac{Q}{v' \cdot f' + v'' \cdot f''}$
0	10,00 (11)	5,00 (12)		+ 0,183 (1)	0,183 (4)	0,000 (9)		0,912 (2)	2,32 (5)	0,183 (6)	0,000 (10)		0,853 (3)	2,68 (7)	5,00 (8)
			+ 0,200 (13)	+ 0,383 (16)	0,183 (19)	0,200 (24)	+ 0,000 (14)	0,912 (17)	2,32 (20)	0,183 (21)	0,200 (25)	+ 0,000 (15)	0,853 (18)	2,68 (22)	5,00 (23)
4	10,00	4,94	+ 0,200 (28)	+ 0,583	0,188	0,395	+ 0,013 (29)	0,925	2,35	0,186	0,397	+ 0,010 (30)	0,863	2,71	5,06
			+ 0,197	+ 0,780	0,199	0,581	+ 0,026	0,951	2,42	0,195	0,585	+ 0,020	0,883	2,78	5,20
6	10,00	4,80	+ 0,192				+ 0,038					+ 0,029			



Für numerische Integrationen sind diese Gleichungen in Differenzenform anzuschreiben:

$$(217) \quad \Delta z = \frac{\Delta t}{F} (Q - q),$$

$$(218) \quad \Delta v = \frac{g}{L} (-z - h) \cdot \Delta t.$$

Die schrittweise Auflösung ist grundsätzlich die gleiche wie beim Wasserschloß im Oberwasser. Für das zylindrische ungedämpfte Wasserschloß lassen sich für das plötzliche Abschalten der Maschinen ( $q = 0$ ) und die Belastungsvergrößerung von  $Q_1 = n \cdot Q_0$  auf  $Q_0 = \text{konst.}$  geschlossene Formeln angeben.

#### a) Plötzliche vollständige Entlastung.

Es ist

$$(219) \quad \frac{dz}{dt} = \frac{f}{F} \cdot v,$$

$$(220) \quad \frac{dv}{dt} = \frac{g}{L} (-z - \alpha \cdot v^2).$$

Aus Gl. (219) und (220) ergibt sich in bekannter Weise die Differentialgleichung des schwingenden Systems

$$(221) \quad \frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{h_0 \cdot F \cdot g}{L \cdot f \cdot v_0^2} \cdot \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 + \frac{f \cdot g}{L \cdot F} \cdot z = 0.$$

Hierfür läßt sich eine erste Integration durchführen. Die Lösung ist nach Konstantenbestimmung und mit

$$m = \frac{2g \cdot F \cdot h_0}{L \cdot f \cdot v_0^2} \quad \text{und} \quad n = \frac{f \cdot g}{L \cdot F}$$

$$\frac{dz}{dt} = \sqrt{\frac{2n^2}{m^2} (1 - m \cdot z) - \frac{2n^2}{m^2} \cdot e^{-m(z+h_0)}}.$$

Für  $z = z_{\max}$  ist  $dz/dt = 0$  und für  $z_{\max}$  wird dann die Beziehung gewonnen:

$$(222) \quad (1 - m \cdot z_{\max}) - \ln(1 - m \cdot z_{\max}) = 1 + m h_0.$$

Zur Lösung von (222) kann Zahlentafel 1, S. 124, verwendet werden, nur sind dabei die negativen  $m \cdot z_{\max}$ -Werte positiv zu nehmen.

#### b) Plötzliche Belastungsvergrößerung.

Zur Ermittlung der höchsten Spiegellage können ähnliche Überlegungen durchgeführt werden, wie sie beim Wasserschloß im Oberwasser zu Gl. (134) führten. Wird die Belastung von  $Q_1 = n \cdot Q_0$  auf  $q = Q_0 = v_0 \cdot f$  vergrößert, so geht aus Gl. (215) und (216) hervor:

$$(223) \quad -z - \alpha \left[ v_0^2 + 2v_0 \cdot \frac{F}{f} \cdot \frac{dz}{dt} + \frac{F^2}{f^2} \cdot \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] - \frac{L \cdot F}{g \cdot f} \cdot \frac{d^2 z}{dt^2} = 0.$$

Wird die Spiegelganglinie im ersten Gang von vornherein als Sinuslinie von der Form

$$(224) \quad z = -h_1 + (h_1 + z_{\max}) \cdot \sin at$$

angenommen, so lassen sich aus Gl. (224) die Werte  $dz/dt$  und  $d^2z/dt^2$  ableiten, auch kann der Wert  $a$  durch Vergleichen von  $dz/dt$  mit dem aus Gl. (215) für  $t = 0$  hervorgehenden Wert zu  $a = -\frac{f}{F} \cdot \frac{v_0 - v_1}{h_1 + z_{\max}}$  angegeben werden. Durch Einsetzen dieser Größen in Gl. (223) wird eine Gleichung gewonnen, deren Integration zwischen den Grenzen  $at = \pi/2$  und  $at = 0$  schließlich auf eine Formel für den Spiegelausschlag führt. Es ergibt sich mit

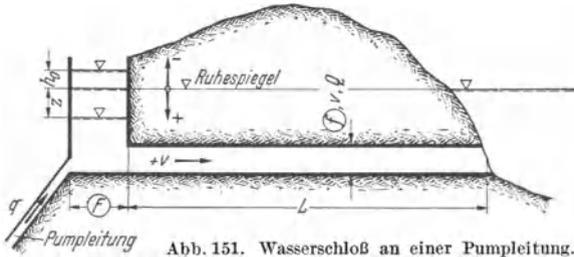
$$(225) \quad c = (1 - n) \left[ 2 - \frac{\pi}{4} (3 + n) \right]$$

$$z_{\max} = -h_1 + \frac{c \cdot h_0}{2} - \sqrt{\frac{c^2 \cdot h_0^2}{4} + \frac{L \cdot f}{g \cdot F} \cdot v_0^2 (1 - n)^2}.$$

$c$  kann der Zahlentafel 3 auf S. 128 entnommen werden,  $h_1$  und  $h_0$  sind Absolutwerte.

#### 4. Wasserschloß an Pumpleitungen.

Ein Vergleich der Abb. 151 mit Abb. 150 zeigt, daß hydraulisch der gleiche Fall vorliegt wie beim Wasserschloß im Unterwasser. Es können also ohne weiteres die Gl. (217), (218), (222) und (225) benutzt werden.



Bei Pumpspeicherwerken haben die Wasserschlößer einen doppelten Zweck, sie dienen sowohl dem Turbinen- wie auch dem Pumpbetrieb. Nun wird bei derartigen Kraftwerken häufig Wert darauf gelegt, daß der Übergang vom Pumpen- zum Turbinenbetrieb sehr schnell erfolgt. Es kann dabei der Fall eintreten, daß schon Wasser für die Krafterzeugung gebraucht wird, während die Stollengeschwindigkeit noch vom Wasserschloß gegen den Stausee hin gerichtet ist. Der Stolleninhalt ist also in einem solchen Fall nicht nur von Null, sondern von einer negativen Geschwindigkeit ausgehend auf den erforderlichen positiven Wert zu beschleunigen. Ähnliches gilt auch beim plötzlichen Übergang vom Turbinen- auf den Pumpbetrieb.

Werden solche Forderungen an das Wasserschloß gestellt, so muß eine erhebliche Vergrößerung des Wasserschloßinhaltes in Kauf genommen werden. Ein Verfolgen der Schwingungsvorgänge ist nur durch numerische Integrationen möglich. Sie beruhen wieder auf den bekannten Gleichungen:

$$\Delta z = \left( \frac{q}{F} - \frac{v \cdot f}{F} \right) \cdot \Delta t \quad \text{und} \quad \Delta v = \frac{g}{L} (z - h) \cdot \Delta t.$$

Bei Beginn der Belastung ( $t = 0$ ) hat dabei  $v$  einen negativen Wert. Im übrigen bietet die Berechnung nichts Besonderes.

### 5. Veränderlicher Stollenquerschnitt.

Setzt sich der Stollen, von der Wasserfassung beginnend, aus mehreren Teilstrecken

$$L_1, L_2, L_3 \dots L_n$$

zusammen mit den Querschnitten

$$f_1, f_2, f_3 \dots f_n,$$

so kann nach MÜHLHOFER (a) mit den Werten  $f_n, v_n$  und  $v_{0n} = Q_0/f_n$  der unmittelbar ans Wasserschloß anschließenden Stollenstrecke gerechnet werden, wenn man für die Ermittlung der Stollenverluste einen mittleren  $\alpha$ -Wert  $\bar{\alpha}$  benützt und mit einer ideellen Stollenlänge  $\bar{L}$  rechnet wie folgt: Betragen die Verluste in den einzelnen Stollenstrecken  $h_1 = \alpha_1 \cdot v_1^2, h_2 = \alpha_2 \cdot v_2^2, h_3 = \alpha_3 \cdot v_3^2 \dots h_n = \alpha_n \cdot v_n^2$ , so ist

$$\bar{\alpha} = \alpha_1 \left( \frac{f_n}{f_1} \right)^2 + \alpha_2 \left( \frac{f_n}{f_2} \right)^2 + \alpha_3 \left( \frac{f_n}{f_3} \right)^2 + \dots + \alpha_n$$

und der gesamte Verlust im Stollen

$$(226) \quad h = \bar{\alpha} \cdot v_n^2.$$

Die ideelle Stollenlänge ist

$$(227) \quad \bar{L} = L_1 \left( \frac{f_n}{f_1} \right) + L_2 \left( \frac{f_n}{f_2} \right) + L_3 \left( \frac{f_n}{f_3} \right) + \dots + L_n.$$

## Schrifttumsverzeichnis.

BORDINI: Pozzi di oscillazione. Energia elettr. 1933. — BRAUN: (a) Über Wasserschloßprobleme. Z. ges. Turbinenwes. 1920. — (b) Über graphische Behandlung des Wasserschloßproblems. Schweiz. Bauztg. Bd. 77 (1921). — (c) Zur Berechnung von Wasserschläslern. Schweiz. Bauztg. Bd. 86 (1925).

CALAME: Résonance de l'oscillation dans une chambre d'équilibre. Bull. techn. Suisse rom. 1934. — CALAME et GADEN: (a) Théorie des chambres d'équilibre. Lausanne et Paris: La Concorde et Dunod 1926. — (b) De la stabilité des installations hydrauliques munies de chambres d'équilibre. Schweiz. Bauztg. Bd. 90 (1927). — (c) Influence des réflexions partielles de l'onde aux changements de caractéristiques de la conduite et au point d'insertion d'une chambre d'équilibre. Bull. techn. Suisse rom. 1935 u. 1936.

DUBS: Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen II. Teil. Berlin: Julius Springer 1909. — DURAND: Application of Law of kinematic Similitude of the Surge-Chamber. *Mechan. Engng.*, New York 1921.

EYDOUX: (a) Les mouvements de l'eau et les coups de bélier dans les cheminées d'équilibre. Toulouse 1919. — (b) Sur les données actuelles en matière de construction d'usines hydroélectriques. *Ann. Ponts Chauss.* 1918. — (c) *Hydraulique générale et appliquée*. Paris: Baillière & Fils 1921.

FERRO: Alcuni tipi particolari di camere di oscillazione per impianti idroelettrici (differenziali, multiple, ecc.) *Energia elettr.* 1925. — FINALÝ, v.: Beitrag zum Wasserschloßproblem. *Z. öst. Ing.* V (1917 u. 1922). — FÖPPL: (a) Grundzüge der technischen Schwingungslehre. Berlin: Julius Springer 1931. — (b) Aufschaukelung und Dämpfung von Schwingungen. Berlin: Julius Springer 1926. — FORCHHEIMER: (a) Zur Ermittlung der Schwingungen im Wasserschloß. *Z. VDI Bd. 57* (1913). — (b) *Hydraulik*. Leipzig: Teubner 1930. — (c) *Grundriß der Hydraulik*. Leipzig u. Berlin: Teubner 1926. — FRANK: (a) Zur graphischen Berechnung gedämpfter Wasserschlößer. *Bauing.* 1930. — (b) Das JOHNSON-Wasserschloß. *Dtsch. Wasserwirtsch.* 1932. — (c) Berechnung ungedämpfter Schachtwasserschlößer mit Hilfe von Nomogrammen. *Wasserwirtsch.* 1932.

GADEN: vgl. CALAME et GADEN. — GAULIS: Calcul des surélévations produites dans une chambre d'eau faisant suite à un canal sous pression. *Bull. techn. Suisse rom.* 1910. — GIBSON: *Hydro-electric Engineering*, Bd. 1. London: Blackie and Son Ltd. 1921. — GRABNER: Bemessung eines Wasserschlosses. *Bauing.* 1936. — GRAMMEL: Zur Theorie der Schwingungen im Wasserschloß. *Z. ges. Turbinenwes.* 1913.

HAMPL: Zur Berechnung von Schwingungen mit quadratischer Dämpfung. *Ing.-Arch.* 1935. — HORT: Technische Schwingungslehre. Berlin: Julius Springer 1922. — HUTZELSIEDER: *Der Steigschacht*. *Z. ges. Turbinenwes.* 1911.

JAEGER: *Théorie générale du Coup de Bélier*. Paris: Dunod 1933. — JAKOBSEN: Surge-Tank. *Trans. Amer. Soc. civ. Engr.* Bd. 85 (1922). — JOHNSON: (a) The Surge Tank in Water Power Plants. *Trans. Amer. Soc. mech. Engr.* Bd. 30 (1908). — (b) The differential Surge-Tank. *Trans. Amer. Soc. civ. Engr.* Bd. 78 (1915). — Siehe auch *Proc. Amer. Soc. mech. Engr.* 1908. — *Engng. News Rec.* 1912, 1913, 1915. — (c) Möjligheter och Fördelar af reglerad afloppstunnel. *Tekn. T.* 1915, V. o. V. — (d) Surge Tank. Referat auf der Weltkraftkonferenz. London 1924.

KAMMÜLLER: (a) Über rationelle Konstruktion von Wasserschlossern. *Wasserkr.* 1925. — (b) Die Saugschwelle in der unteren Wasserschloßkammer und der durch sie erzielbare Raumgewinn. *Bauing.* 1926. — (c) Versuche mit der Saugschwelle. *Bauing.* 1928. — (d) Fortschritte in der konstruktiven Gestaltung des Wasserschlosses. *Wasserwirtsch.* 1931. — KLEIN: Ausgleichsschächte in Druckstollen. *Wasserkr.* 1926. — KUHN: Beitrag zum Wasserschloßproblem. *Z. ges. Turbinenwes.* 1920.

LAUCHLI: Tests check computed values of surges. *Engng. Rec.* Bd. 71 (1915). — LEINER: Ermittlung der Schwingungen im Wasserschloß. *Z. VDI* 1925.

MÜHLHOFER: (a) Zeichnerische Bestimmung der Spiegelbewegungen in Wasserschlossern von Wasserkraftanlagen mit unter Druck durchflossenem Zulaufgerinne. Berlin: Julius Springer 1924. — (b) Zur Berechnung von Wasserschlossern mit oberer und unterer Speicherkammer. *Z. öst. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1925. — MÜLLER: Berechnung von Schwingungen mit quadratischer Dämpfung. *Ing.-Arch.* 1934.

PÖSCHL: Zur Frage der Schwingungen in Wasserschlossern. *Z. angew. Math. Mech.* 1926. — PRÁŠIL: Wasserschloßprobleme. *Schweiz. Bauztg.* Bd. 52 (1908). — PRESSEL: Beitrag zur Bemessung des Inhaltes von Wasserschlossern. *Schweiz. Bauztg.* Bd. 53 (1909).

RASCH u. BAUWENS: Die Kraftübertragungsanlagen der Ruhrtalsperren-gesellschaft. Z. VDI 1908. — RICHTER: Eine graphische Lösung des Wasser-schloßproblems mit nomographischen Hilfsmitteln. Ing.-Arch. 1937.

SCHNYDER: Über Druckstöße in verzweigten Leitungen mit besonderer Berück-sichtigung von Wasserschloßanlagen. Wasserkr. u. Wasserwirtsch. 1935. — SCHOCKLITSCH: (a) Über die Spiegelbewegung in Wasserschlossern bei Anordnung eines Zwischenwasserschlosses. Z. öst. Ing.-Ver. 1921. — (b) Spiegelbewegung in Wasserschlossern. Schweiz. Bauztg. Bd. 81 (1923). — (c) Graphische Hydraulik. Leipzig: Teubner 1923. — (d) Über die Bemessung von Wasserschlossern. Wasserkr.-Jb. 1925/26. — SCHÜLLER: (a) Ein Beitrag zum Problem des Wasserschlosses. Diss. Deutsche Techn. Hochschule Prag 1926. — (b) Eine wirtschaftliche Wasser-schloßform. Schweiz. Bauztg. Bd. 89 (1927). — (c) Das Stabilitätskriterium für gedämpfte Wasserschlosser bei Belastungsstörungen mit endlichen Schwingungs-weiten. Wasserkraft u. Wasserwirtsch. 1928. — SITTE: (a) Praktische Nähe-rungsformeln für den Höchstschwall in Schachtwasserschlossern. Bauing. 1926. — (b) Der Höchstschwall in Schachtwasserschlossern. Wasserwirtsch. 1925. — STRECK: Das Wasserschloß bei Hochdruckspeicheranlagen. Berlin: Julius Springer 1929. — STRICKLER: Exakte und angenäherte Formeln zur Wasserschloßberechnung. Schweiz. Wasserwirtsch. 1914. — STUCKY: Contribution à l'étude expérimentale et analytique des chambres d'équilibre. Bull. techn. Suisse rom. 1936.

TAYLOR: Discussion on the differential Surge-Tank. Trans. Amer. Soc. civ. Engr. Bd. 78 (1915). — THOMA: Zur Theorie des Wasserschlosses bei selbsttätig geregelten Turbinenanlagen. München: Oldenbourg 1910. — TILLMANN: Über neuere Verfahren der graphischen Hydraulik als Hilfsmittel beim Entwerfen von Wasserkraftanlagen. Wasserkr. 1920/21.

VOGT: Berechnung und Konstruktion des Wasserschlosses. Stuttgart: Ferdinand Enke 1923.

WAHLMANN: (a) Tryckreglering vid Vattenkraftanläggning. Tekn. T. 1910, V. o. V. — (b) Differentialregulatorn och något om reglering af långa Tubledningar i Allmänhat. Tekn. T. 1915, V. o. V. — (c) Discussion on Surge-Tank. Trans. Amer. Soc. civ. Engr. Bd. 85 (1922). — WARREN: Penstock and Surge Tank Problems. Proc. Amer. Soc. civ. Engr. 1914. — WEYRAUCH-STROBEL: Hydraulisches Rechnen. Stuttgart: Wittwer 1930. — WUTSCHER: Berechnung der maximalen Schwingungen des Schacht- und Kammerwasserschlosses von Hochdruckwerken. Dtsch. Wasserwirtsch. 1936.

ZORN: Beitrag zur Ermittlung einer sparsamen Wasserschloßform. Z. öst. Ing.-Ver. 1923.

---

Additional material from *Schwingungen in den Zuleitungs- und  
Ableitungskanälen von Wasserkraftanlagen*,  
ISBN 978-3-662-33457-7, is available at <http://extras.springer.com>

