Die physikalischen Grundlagen der elektrischen Festigkeitslehre

Von

N. Semenoff und Alexander Walther

Assistent-Direktor Ingenieur des Physikalisch-Technischen Laboratoriums in Leningrad

Mit 116 Textabbildungen



Berlin Verlag von Julius Springer 1928 ISBN-13:978-3-642-89478-7 e-ISBN-13:978-3-642-91334-1 DOI: 10.1007/978-3-642-91334-1

> Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1928 Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

Vorwort.

Den glänzenden Aufschwung, den die Elektrotechnik in den letzten Jahrzehnten genommen hat, verdanken wir hauptsächlich dem engen Zusammenarbeiten von Technikern und Physikern auf diesem Gebiete. Welche Bedeutung man auf beiden Seiten diesem Zusammenarbeiten beimißt, sieht man u. a. schon daran, daß es Zeitschriften, wie z. B. das "Archiv für Elektrotechnik" gibt, die sich die Aufgabe gestellt haben, ein Sammelpunkt für Arbeiten zu sein, die vorwiegend auf einem Gebiete liegen, in dem technische und physikalische Fragen ineinander übergehen. Auch wird mit jedem Jahr die Zahl der Arbeiten größer, in denen versucht wird, verschiedene für die Technik wichtige Probleme vom rein physikalischen Standpunkt zu lösen.

Eins der wichtigsten Probleme ist das der dielektrischen Festigkeit der für Isolatoren verwandten Stoffe bei Hochspannung. Da wir es bei dem Durchschlag der Isolatoren mit einem rein physikalischen Prozeß zu tun haben, so liegt es eigentlich nahe, die Lösung der damit verbundenen Probleme den Physikern anzuvertrauen. Und diese Tendenz kann man auch in allen Industriestaaten beobachten: sowohl an den Fabriken wie hauptsächlich an den Hochschulen sind besondere Laboratorien geschaffen worden, die sich mit der Untersuchung der Hochspannungserscheinungen beschäftigen.

Ein besonders großes Verdienst gebührt in dieser Hinsicht Deutschland. Hier sind von einer Reihe von Gelehrten, wie Wagner, Günther-Schulze, Rogowski, Schumann, die wichtigsten Probleme der elektrischen Festigkeitslehre aufgestellt, zum Teil auch theoretisch und experimentell gelöst worden. Während aber in Deutschland und in Amerika die Initiative hauptsächlich von den Elektrotechnikern ausging, sind in der U. d. S. S. R. diese Forschungen von einer Anzahl von Physikern unternommen worden, und zwar unter der Leitung von Prof. Joffé, der sich schon seit mehr als 20 Jahren mit dem eingehenden Studium der mechanischen und elektrischen Eigenschaften der Dielektrika beschäftigt hat.

Im Jahre 1918 ist von der Regierung, nach dem Vorschlage von Prof. Joffé das Physikalisch-Technische Röntgeninstitut, im Jahre 1924 das Physikalisch-Technische Laboratorium des Oberen Volkswirtschaftsrats gegründet worden. Eine der Hauptaufgaben dieser Forschungsinstitute bestand gerade in dem Studium der elektrischen Eigenschaften der Dielektrika. Diese Untersuchungen werden teilweise persönlich von Prof. Joffé und seinen Mitarbeitern ausgeführt; einige spezielle Fragen sind jedoch der Elektrischen Abteilung des Physikalisch-Technischen Laboratoriums übertragen worden.

Das vorliegende Buch beabsichtigt keineswegs alle Probleme der elektrischen Festigkeitslehre zu behandeln; es besitzt vielmehr eher den Charakter einer Monographie. Ausführlich werden nur die Fragen besprochen, die in der Elektrischen Abteilung behandelt wurden. Die Arbeiten von Prof. Joffé selbst sind nur soweit angeführt, als sie für die Deutung der in dem Buch besprochenen Probleme von Wichtigkeit sind, und zwar deshalb, weil, wie wir hoffen, Prof. Joffé selbst in naher Zukunft einen ausführlichen Bericht über alle von ihm vollendeten Arbeiten veröffentlichen wird.

Das vorliegende Buch zerfällt in drei Teile:

1. Die experimentellen Methoden der Erforschung von elektrischen Feldern.

2. Das Vakuum als Isolator.

3. Der Durchschlag von festen Isolatoren.

Diese drei Teile entsprechen den Richtungen, in denen sich die Arbeit der Elektrischen Abteilung bewegte. Außerdem sind gerade diese Fragen in den deutschen Büchern, die uns bekannt waren (die Bücher von Günther-Schulze, Schwaiger, Schumann, Bültemann), verhältnismäßig wenig behandelt worden.

Der erste Teil enthält eine ausführliche Beschreibung der experimentellen Methoden, die erlauben, die elektrischen Felder genau auszumessen. Diese Methoden, die im Physikalisch-Technischen Laboratorium ausgearbeitet wurden, sind offenbar wenig bekannt, können aber unserer Ansicht nach dem Elektrotechniker bei der Berechnung von schwierigen elektrostatischen Problemen eine bedeutende Hilfe leisten.

Der zweite Teil, in dem die isolierende Fähigkeit des Vakuums besprochen wird, enthält nur wenige Originalarbeiten und hat eher den Charakter eines Referates. Doch kann nach unserer Meinung dies Gebiet von so großer Bedeutung für die zukünftige Entwicklung der Elektrotechnik werden, daß es nicht ohne Interesse sein dürfte, diese Erscheinungen eingehender zu besprechen, besonders da ein systematischer Überblick über diese Fragen, soweit uns bekannt ist, nicht existiert. Unsere eigenen Untersuchungen, bei denen wir das Hochvakuum als technisches Isoliermittel zu verwenden suchten, führten uns außerdem auf eine Reihe von Möglichkeiten, die von praktischer Bedeutung

Vorwort.

werden könnten. Um auch dem in der Physik wenig bewanderten Leser die Möglichkeit zu geben, sich über die Erscheinungen der Entladung im Hochvakuum zu orientieren, haben wir diesem Teil des Buches einige Abschnitte vorausgeschickt, in denen die der Gasentladung zugrunde liegenden physikalischen Prozesse kurz besprochen werden.

Der dritte Teil des Buches ist dem Durchschlage von festen Isolatoren gewidmet. In dem ersten Kapitel werden die allgemeinen elektrischen Eigenschaften der Dielektrika (die "dielektrischen Anomalien") besprochen, wie sie von Prof. Joffé und seinen Mitarbeitern vom physikalischen Standpunkt gedeutet werden. Im zweiten Kapitel wird die Wärmetheorie des Durchschlages behandelt und experimentell begründet, dabei wird gezeigt, daß sie dem Durchschlage von Isolatoren bei Zimmertemperaturen kaum zugrunde liegen kann. Darauf werden die "elektrischen" Theorien besprochen, die die Gesetzmäßigkeiten, die der Durchschlag bei den niedrigen Temperaturen aufweist, einigermaßen zu deuten erlauben. Eine volle Klarheit in allen Fragen herrscht hier freilich noch nicht.

Ein bedeutender Teil der Untersuchung über die Methoden der Erforschung von elektrischen Feldern, sowie alle Messungen der Durchschlagsspannungen von festen Isolatoren, sind von den Autoren dieses Buches gemeinschaftlich mit Frl. Lydia Inge ausgeführt worden.

Außerdem müssen noch folgende Mitglieder des Physikalisch-Technischen Laboratoriums und Instituts erwähnt werden, deren Arbeiten in diesem Buch angeführt sind: Herr K. Sinjelnikow (Stromdurchgang durch feste Isolatoren, dielektrische Verluste, Ionisationstheorie des Durchschlages), Herr Kurtschatow (Ionisationstheorie des Durchschlages), Herr V. Fock (Wärmetheorie des Durchschlages), Herr Anton Walther (Messungen von elektrischen Feldern, dielektrische Verluste), Herr Horowitz (Spaltentheorie des Durchschlages), Herr Tomaschewski (Durchschlag des Vakuums), Herr Malyschew (elektrische Felder von Hochspannungskabeln).

Der Verlagsbuchhandlung Julius Springer, Berlin sind wir für freundliches Entgegenkommen bei der Drucklegung des Buches sehr dankbar.

Leningrad, Anfang 1928.

Die Verfasser.

Inhaltsverzeichnis.

I. Die experimentellen Methoden zur Erforschung von					
elektrischen Feldern.	Seite				
1. Die elektrischen Felder und ihre Bestimmung	1				
2. Überblick über die experimentellen Methoden	3				
3. Die gewöhnliche Sonden-Methode und ihre Abänderungen	6				
4. Die elektrolytische Methode	8				
5. Die Methode der Glühsonde	12				
6. Die elektrischen Felder der Netze und Diaphragmen	15				
7. Die Methode der Kapazitätssonde	24				
8. Beispiele aus der Praxis	27				
9. Einige spezielle Methoden zur Ermittlung der Spannungsverteilung 1	bei				
Hochspannung	32				

11. Das Vakuum als Isolator.

1.	Über den Zusammenstoß von Elektronen und Ionen mit Molekülen	35	
2.	Die Theorie von Townsend	36	
3.	Die Gasentladung bei niedrigen Drucken	41	
4.	Die Emission von Elektronen durch glühende Körper	42	
5.	Die Theorie des Vakuumdurchschlages	44	
6.	5. Experimentelle Untersuchungen der elektrischen Entladung im Hoch-		
	vakuum	4 8	
7.	Die praktischen Anwendungen der isolierenden Fähigkeiten des Vakuums	56	

III. Der Durchschlag von festen Isolatoren.

A.	Der Elektrizitätsdurchgang durch feste Isolatoren und die
	dielektrischen Verluste
	1. Der Durchgang des elektrischen Stromes durch feste Stoffe 58
	2. Der Stromdurchgang durch feste Isolatoren bei hohen Temperaturen . 60
	3. Der Durchgang des Stromes durch feste Isolatoren bei niedrigen Tem-
	peraturen
	4. Die dielektrischen Verluste
B.	Über die Vorgänge, die demDurchschlag von festen Isolatoren
	zugrunde liegen können
	1. Die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten des elektrischen Durchschlages 81
	2. Die verschiedenen Theorien des elektrischen Durchschlages 88
C.	Die Wärmetheorie des Durchschlages
	1. Die elementare Theorie von Wagner
	2. Die genaue Behandlung des eindimensionalen Problems 96
	3. Experimentelle Untersuchungen im Wärmegebiet

Inhaltsverzeichnis.	VII
D. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen im elek- trischen Gebiete	Seite
1. Der elektrische Durchschlag im homogenen und nichthomogenen elek-	101
2. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke .	121
3. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz und der	
Temperatur	131
E. Die Theorien des elektrischen Durchschlags	138
1. Die Zerreißfestigkeit des idealen Kristallgitters	138
2. Die elektrische Zerreißfestigkeit der Realkristalle	145
3. Die Ionisationstheorie	148
4. Die theoretische Deutung der experimentellen Gesetzmäßigkeiten im	
elektrischen Gebiet	153
5. Der wärmeelektrische Durchschlag	160
Schlußwort	163
Literaturverzeichnis	164
Anhang	167

1. Die elektrischen Felder und ihre Bestimmung.

Eine der Hauptaufgaben der Hochspannungstechnik besteht darin, eine hinreichende Isolation von verschiedenen unter Spannung stehenden Teilen zu erreichen. Alle hier zur Verfügung stehenden Isolationsmaterialien halten, bei gegebener Schichtdicke, nur eine bestimmte maximale Spannung aus. Wird die Spannung noch weiter gesteigert, so zeigt sich der Isolator gestört. Diese Spannung, bei der das Medium seine isolierende Fähigkeit einbüßt, wollen wir die Durchschlagspannung E_m nennen. Die Durchschlagspannung ist keine Material-Sie wird in weitem Maße durch die Art der angelegten konstante. Spannung (Gleichspannung, Wechselspannung, Stoßspannung), sowie durch die Form des elektrischen Feldes beeinflußt. Im homogenen elektrischen Felde ist sie in den meisten Fällen am größten. Wir können hier von einer bestimmten Durchbruchfeldstärke $X_m = \frac{E_m}{J}$ für eine gegebene Schichtdicke d sprechen.

In nicht homogenen Feldern sind diejenigen Teile der Isolation besonders gefährdet, in denen die Feldstärke große Werte erreicht. So kann z. B. bei kantigen Elektroden, an deren Rändern Stellen von bedeutend erhöhter Feldstärke vorhanden sein können, der Durchschlag bei derselben Schichtdicke sehr viel früher eintreten als im homogenen elektrischen Felde. Für eine einigermaßen zuverlässige Berechnung der Isolation ist folglich eine genaue Kenntnis des elektrischen Feldes der entsprechenden Anordnung unbedingt nötig.

Das elektrische Feld irgendeiner Anordnung kann auf dreierlei Art bestimmt werden:

1. analytisch,

2. graphisch,

3. experimentell.

Besitzt das elektrische Feld keine Raumladungen, so führt die analytische Methode der Bestimmung des Feldes auf eine Lösung der Laplaceschen Gleichung

$$\Delta V = 0, \tag{1}$$

Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.

l

wobei diese Lösung so gewählt werden muß, daß sie den durch die Elektrodenanordnung bestimmten Grenzbedingungen genügt.

Eine solche Lösung läßt sich aber nur in wenigen einfachen Fällen verhältnismäßig leicht finden. Schon bei einigermaßen komplizierten Feldern müssen wir zu Kunstgriffen Zuflucht nehmen. Als sehr erfolgreich hat sich hier die Methode der konformen Abbildung erwiesen, die es ermöglicht, verwickelte Felder auf einfachere, schon bekannte, zurückzuführen. Die Methode erfordert aber meistens sehr umständliche, langwierige Berechnungen, wodurch ihre praktische Anwendbarkeit bedeutend herabgesetzt wird.

Noch schlimmer steht es, wenn im Felde Raumladungen vorhanden sind. Die Aufgabe besteht dann in der Lösung der Poissonschen Gleichung

$$\Delta V = -4\pi\varrho. \tag{2}$$

Selbst in den einfachsten Fällen sind hier die Berechnungen sehr schwierig, um so mehr als unter der Einwirkung des Feldes die Raumladungen sich zu bewegen beginnen. Die Raumladungsdichte kann folglich nicht nur eine Funktion der Koordinaten, sondern auch der Zeit t sein (z. B. bei Wechselspannung), was die Lösung der Aufgabe bedeutend erschwert.

Wegen der Schwierigkeiten, auf die die analytische Berechnung der elektrischen Felder stößt, haben die graphischen Methoden eine große Verbreitung gefunden. Sie gründen sich auf gewisse (graphische) Beziehungen zwischen der Länge und der Richtung der Niveaulinien und der elektrischen Kraftlinien, denen das elektrostatische Feld genügen muß. Diese Methode läßt sich auf die Lösung der meisten elektrostatischen Probleme anwenden. Ihr Nachteil besteht darin, daß sie eigentlich nur die Richtigkeit des graphischen Aufbaus des Feldes zu prüfen erlaubt; die Kraft- und Niveaulinien müssen vorher meistens rein intuitiv aufgetragen werden. Außerdem erfordert die Berechnung von einigermaßen komplizierten Feldern auch hier eine lange, mühsame Arbeit.

Die beiden theoretischen Methoden, die analytische und die graphische, erlauben demnach, das elektrostatische Feld in den meisten für die Praxis wichtigen Fällen zu ermitteln. Gewöhnlich aber fällt diese Berechnung mathematisch ziemlich umständlich aus. Die Lösung der Poissonschen Gleichung stößt meistens auf unüberwindliche Schwierigkeiten. Gerade aber das durch Raumladungen verzehrte Feld ist für die Praxis oft von großem Interesse. In dieser Hinsicht erweisen sich die theoretischen Methoden als ungenügend.

Schon seit langem suchte man sich bei solchen schwierigen Problemen dadurch zu helfen, daß man zu den experimentellen Methoden griff. Zuerst verfolgten diese Methoden nur das Ziel, das Feld qualitativ zu beurteilen. Es zeigte sich aber bald, daß sie auch eine ziemlich genaue quantitative Bestimmung der Felder ermöglichen. Mit gutem Erfolge wurden z. B. die experimentellen Methoden bei Messungen der Spannungsverteilung an Isolatorketten, Stützisolatoren und Durchführungen angewandt.

Es erhob sich weiter die Frage, ob nicht die experimentellen Methoden auch bei theoretisch berechenbaren Feldern Anwendung finden könnten. Der Übergang zu den experimentellen Methoden kann nämlich in vielen Fällen eine große Zeitersparnis ermöglichen, da sich ein einigermaßen kompliziertes Feld schneller ausmessen als berechnen läßt. Zwar haben die experimentellen Methoden den Nachteil, daß sie uns nur erlauben, die Felder von fertigen Objekten zu messen; das Feld kann nicht vorausbestimmt werden. Oft kann man sich dadurch helfen, daß man aus den schon gemessenen Feldern gewisse empirische Gesetzmäßigkeiten entnimmt, die es erlauben, weitere ähnliche Felder verhältnismäßig einfach zu berechnen.

Von den experimentellen Methoden kommen folgende in Betracht:

- 1. die gewöhnliche Sondenmethode;
- 2. die elektrolytische Methode;
- 3. die Methode der Glühsonde;
- 4. die Methode der Kapazitätssonde.

Im Folgenden wird gezeigt werden, daß sich mit Hilfe dieser Methoden in manchen Fällen das elektrische Feld bedeutend schneller und bequemer bestimmen läßt, als auf analytischem oder graphischem Wege.

Die experimentellen Methoden besitzen ferner den Vorteil, daß sie erlauben, das Feld bei der gegebenen Versuchsanordnung selbst zu messen, während bei der theoretischen Behandlung der Frage die Anordnung gewissermaßen idealisiert wird. Eine solche Idealisierung kann aber in manchen Fällen zu falschen Resultaten führen, besonders da, wo es sich um ein Feld in einem nicht homogenen dielektrischen Medium handelt. Solche nicht homogenen Medien sind aber die meisten synthetischen Isolatoren, die in der Hochspannungstechnik eine weite Verbreitung gefunden haben.

2. Überblick über die experimentellen Methoden.

Eine vollkommene experimentelle Methode muß folgenden Forderungen genügen:

1. Sie muß gestatten, das ganze elektrische Feld, sowohl zwischen den Elektroden als auch in der Umgebung der Elektroden, zu bestimmen.

2. Die Messungen müssen unmittelbar an der zu untersuchenden Anordnung möglich sein und zwar unter normalen Betriebsbedingungen dieser Anordnung.

3. Bei den Messungen muß der Raum zwischen den Elektroden mit denselben Isolierstoffen ausgefüllt werden können, die dort bei normalen Betriebsbedingungen vorhanden sind.

Eine solche Methode, die erlaubt, das ganze Feld auf einmal zu bestimmen, besitzen wir bis jetzt noch nicht. Wir sind gezwungen, bei jeder Messung das Potential nur in einem Punkte des Feldes zu bestimmen. Auf Grund einer mehr oder minder großen Anzahl solcher Einzelbeobachtungen wird dann das ganze Feld berechnet. Zur Bestimmung des Potentials wird in das Feld ein Leiter eingeführt, der unter geeigneten Bedingungen das Potential des ihn umgebenden Teiles des Feldes annimmt. Einen solchen Leiter werden wir im Folgenden die Sonde nennen. Die Sonde wird weiter mit einer Anordnung verbunden, die gestattet, das von der Sonde angenommene Potential zu bestimmen. In einigen Fällen ist es vorteilhafter, in das Feld statt einer Sonde zwei nahe beieinander gelegene Sonden einzuführen. Wird die Potentialdifferenz zwischen den beiden Sonden durch ihren Abstand dividiert, so ergibt sich unmittelbar die dem entsprechenden Teile des Feldes zukommende elektrische Feldstärke.

Die Sonde selbst muß so gestaltet werden, daß sie das elektrische Feld, in welches sie eingeführt wird, möglichst wenig deformiert. Dieser Forderung wird genügt, wenn man ihr die Form der zu messenden Niveaufläche gibt. So kann z. B. im homogenen elektrischen Felde als Sonde eine den Elektroden parallele dünne Platte genommen werden. Bei Axialsymmetrie genügt dieser Forderung ein zu der Symmetrieachse konzentrischer Drahtring. Im allgemeinsten Fall, wo sich über das Aussehen des Feldes nichts voraussagen läßt, muß die Sonde so geformt werden, daß sie als punktförmig gelten kann.

Unter welchen Bedingungen wird nun die Sonde das Potential des Feldes annehmen? Am einfachsten steht es damit bei den stromdurchflossenen Feldern. Bei nicht zu kleinen Stromdichten und nicht allzu hohen Frequenzen nimmt ein in das Feld eingeführter isolierter Leiter selbständig das Potential des umgebenden Teiles des Feldes an. Auf dieser Eigenschaft beruht die Methode der gewöhnlichen Sonde, die mit Erfolg bei dem Studium von Gasentladungen bei niedrigen Drucken angewandt wurde.

Ist das Medium zwischen den Elektroden an sich nicht leitend (z. B. Luft bei geringen Feldstärken), so kann es künstlich leitend gemacht werden, indem man die Elektroden in ein halbleitendes Medium bringt. Die Feldverteilung wird dadurch nicht gestört, da die Stromlinien, von elektrolytischen Polarisationserscheinungen abgesehen, genau ebenso verlaufen wie die elektrischen Kraftlinien des entsprechenden elektrostatischen Feldes. Das in dem Halbleiter vorhandene Feld kann aber, wie oben, mit Hilfe gewöhnlicher Sonden ermittelt werden. Die eben beschriebene Methode, die die Bestimmung der Feldverteilung auf eine Ausmessung der Stromverteilung zurückführt, wollen wir die elektrolytische Methode nennen.

Aber auch im stromlosen Felde ist es möglich, die Sonde zu zwingen, das Potential des umgebenden Teiles des Feldes anzunehmen. Ein glühender Körper besitzt, wie bekannt, die Eigenschaft, positive und negative Ladungen spontan zu emittieren. Wird ein solcher Körper in ein konstantes elektrisches Feld gebracht, so werden die Ladungen des einen Zeichens beschleunigt, des entgegengesetzten Zeichens verzögert werden. Wir betrachten den Fall, in dem das Potential des Körpers dasjenige des umgebenden Raumes übertrifft. Dann wird die elektrische Kraft an der Oberfläche des Körpers so gerichtet sein, daß sie die positiven Ladungen herausreißt, die negativen dagegen zurückhält. Das Potential des Körpers wird sich verringern. Diese Entladung des Körpers

wird so lange dauern, bis die Potentialdifferenz zwischen dem Körper und dem umgebenden Raum Null wird. Eine weitere Verringerung des Potentials des Körpers ist nicht mehr möglich, da sonst die emittierten positiven Ladungen ein Gegen-

 A	
 С	
 В	
Abb. 1.	

feld überwinden müßten, was wegen der geringen Geschwindigkeit der Thermoionen kaum möglich ist. Der Körper bleibt folglich bis zu einem Potential aufgeladen, das demjenigen des umgebenden Raumes gleich ist. War das Potential des Körpers ursprünglich kleiner als dasjenige des Feldes, so wiederholt sich genau derselbe Vorgang, nur daß sich jetzt der Körper auflädt. Ein solcher glühender Körper kann folglich als Sonde dienen. Wir werden ihn im folgenden als Glühsonde bezeichnen.

Statt einer Glühsonde kann auch ein Körper verwandt werden, der mit einer radioaktiven Substanz bedeckt ist. Die von diesem Stoff ausgesandten schnellen α - und β -Teilchen ionisieren nämlich die Luft in der Umgebung, so daß sich positive und negative Ionen ausbilden. Der weitere Prozeß spielt sich genau wie bei der Glühsonde ab, nur mit dem Unterschied, daß die Aufladung oder Entladung der Sonde nicht durch die Emission, sondern durch ein Niederschlagen von Ionen bedingt wird.

Wird zwischen die Platten eines ebenen Kondensators A-B (Abb. 1) eine dritte ihnen parallele Platte C gebracht, alle drei Platten zuerst geerdet und dann an die äußeren eine Potentialdifferenz angelegt, die mittlere Platte dagegen isoliert, so nimmt diese letztere ein Potential an, das demjenigen gleich ist, welches die mit C zusammenfallende Niveaufläche bei Fehlen der Platte C besaß. Diese Gesetzmäßigkeit läßt sich auch für elektrische Felder von beliebiger Form verallgemeinern, nur muß die mittlere Elektrode C in einer Niveaufläche liegen. Auch

bei Wechselspannung erweist sich diese Regel als richtig. In letzterem Falle müssen selbstverständlich die Augenblickswerte der Potentiale der Niveaufläche und des Leiters C identifiziert werden. Ein solcher Leiter kann folglich als Sonde dienen. Diese ϵ lektrostatische Erscheinung liegt der Methode der Kapazitätssonde zugrunde.

Nach diesem kurzen Überblick über die experimentellen Möglichkeiten werden wir in den folgenden Paragraphen jede der angeführten experimentellen Methoden ausführlich besprechen.

3. Die gewöhnliche Sondenmethode und ihre Abänderungen.

Die Sondenmethode wurde schon seit langem für Messungen der Potentialverteilung bei Entladungen in verdünnten Gasen angewandt. Als Sonde wurde ein dünnes Drähtchen in das Prüfgefäß eingeführt. Dieses Drähtchen war mit einem Spannungsmesser von geringer Kapazität, etwa einem Goldblattelektroskop oder Saitenelektrometer verbunden. Das Gleichgewichtspotential, bis zu dem sich das Elektroskop auflud, setzte man dem Potential desjenigen Teiles des Feldes gleich, in dem die Sonde lag. Bei vielen Versuchen führte diese Methode zu befriedigenden Resultaten. Auch unterliegt ihre Anwendbarkeit in dem Fall, wo im Felde Raumladungen beider Zeichen in ungefähr gleicher Anzahl vorhanden sind, keinem Zweifel. Schlimmer steht es, wenn die Raumladungen eines Zeichens überwiegen. Die Frage der Anwendbarkeit der gewöhnlichen Sondenmethode bei der Ausmessung derartiger Felder ist ausführlich von Langmuir behandelt worden. Er kommt zu dem Schluß, daß man dabei in manchen Fällen zu entschieden falschen Resultaten gelangen kann. So kann z. B. nach seinen Berechnungen im Quecksilberlichtbogen, in dem der Strom hauptsächlich von Elektronen gebildet wird, ein isolierter Körper sich bis zu einem Potential aufladen, das um etwa 15 V niedriger als dasjenige des umgebenden Raumes ist. Langmuir [5]¹ schlägt daher vor, die Methode etwas abzuändern, nämlich nicht das unmittelbare Potential der Sonde, sondern den der Sonde zufließenden Strom zu messen.

Wird eine solche Sonde, z. B. eine Metallplatte von nicht zu kleiner Seitenfläche, in einen verdünnten Gasraum eingeführt, in dem eine elektrische Entladung stattfindet, so werden sich auf dieser Platte aus dem umgebenden Felde Ladungen niederschlagen. Die Anzahl dieser Ladungen, oder, was dasselbe ist, der der Sonde zufließende Strom, hängt von dem Potential der Sonde und demjenigen des umgebenden Raumes ab.

Die Sonde sei zuerst gegenüber den umgebenden Teilen des Feldes

¹ Die eingeklammerten Zahlen hinter dem Namen entsprechen den Nummern. unter denen die diesbezüglichen Arbeiten in dem Literaturverzeichnis angeführt sind.

negativ geladen. Dann werden die positiven Ladungen beschleunigt, die negativen aber zurückgehalten werden. Die von der Sonde angezogenen Ladungen werden um sie eine positive Raumladung bilden. die die Sonde so abschirmt, daß das elektrische Feld im ganzen durch die Einführung der Sonde ungeändert bleibt. Vergrößert man nun das Potential der Sonde, so bleibt der der Sonde zufließende positive Strom zuerst unverändert, denn er wird nur durch die Zahl der hinzukommenden positiven Ladungen bestimmt, die bei konstanter Stromdichte im Entladungsgefäß auch selbst konstant sein muß. Bei weiterer Vergrößerung des Potentials wird ein Wert erreicht, bei dem schon die schnellsten Elektronen die Sonde erreichen können. Von hier an beginnt eine Änderung des Stromes. Der Strom wird am stärksten, wenn die Potentiale der Sonde und des umgebenden Raumes einander gleich werden und folglich alle Elektronen (die reflektierten ausgenommen) die Sonde erreichen können. Eine weitere Vergrößerung des Potentials bringt keine Änderung des Stromes mit sich, da die Anzahl der auftreffenden Elektronen ungeändert bleibt.

Wird nun die Stromspannungscharakteristik der Sonde graphisch dargestellt, so erhält man eine Kurve mit einem Knick. Der Knick tritt an der Stelle ein, wo die Potentiale der Sonde und des umgebenden Teiles des Feldes gleich sind.

Ist die Sonde nicht plattenförmig, sondern anders, etwa kugelförmig oder zylindrisch geformt, so ergeben sich ähnliche Gesetzmäßigkeiten. Die Stromspannungscharakteristik zeigt auch hier an der Stelle einen Knick, wo das Potential der Sonde und dasjenige des umgebenden Raumes übereinstimmen.

Diese Methode kann auch in dem Fall angewandt werden, wo im Felde die positiven Ladungen vorherrschen. Doch muß dann das Anfangspotential der Sonde größer als dasjenige des umgebenden Feldes genommen und allmählich vermindert werden.

Die Methode der Stromspannungscharakteristik ist von Compton, Turner und McCurdy [6] bei dem Studium der Vorgänge im Quecksilberlichtbogen angewandt worden. Als Sonde diente ihnen ein 0,1 mm dickes Wolframdrähtehen, das in einem dünnen Glasröhrehen so angebracht war, daß nur ein etwa 3 mm langes Stück des Drähtehens herausragte. Alle übrigen Teile wurden durch das Röhrehen geschützt. Die Sonde war mit dem Schieber eines parallel zu der Spannungsquelle geschalteten Widerstandes verbunden, so daß ihre Spannung stetig verändert werden konnte. Der Strom wurde durch ein Millivoltmeter gemessen.

Um die Empfindlichkeit der Methode zu zeigen, bringen wir zwei von den erwähnten Autoren gemessene Kurven (Abb. 2). Die Stellen, an denen die Kurven den Knick erleiden, sind durch Pfeile gekenn-

zeichnet. Der Stelle des Feldes, an der die Sonde im ersten Fall liegt, müssen wir folglich ein Potential von 54,2 V, im zweiten ein solches von 56,4 V zuschreiben.

Die Methode der gewöhnlichen Sonde in ihrer ursprünglichen oder in der von Langmuir abgeänderten Form läßt sich also mit Erfolg beim Studium der elektrischen Vorgänge in verdünnten Gasen bei konstanten elektrischen Feldern anwenden. Sind Raumladungen beider Zeichen in ungefähr gleicher Anzahl vorhanden, so können unmittelbare Potentialmessungen ausgeführt werden; herrschen Raumladungen eines Zeichens vor, so ist es ratsamer, die Potentiale aus den Stromspannungskurven nach Langmuir zu ermitteln.



Abb. 2. Stromspannungskurven bei Sondenmessungen im Quecksilberdampflichtbogen nach Compton, Turner und Mc Curdy.

Ob die Anwendung der gewöhnlichen Sondenmethode sich auch bei Messungen in Gasentladungen unter Atmosphärendruck, z. B. bei Koronamessungen, als bequem erweist, ist fraglich, um so mehr, als es hier hauptsächlich auf Wechselfelder ankommt, bei denen die Methode vollkommen versagt.

Der Anwendungsbereich der Methode der gewöhnlichen Sonde ist selbstverständlich nicht nur auf Messungen im gasförmigen Medium beschränkt. Ebenso gut lassen sich auch Messungen in flüssigen oder festen Leitern und Halbleitern ausführen. Auch hat diese

Methode, wie wir später sehen werden, bei der Lösung der Probleme, auf die uns die Elektrizitätsleitung in den festen Elektrolyten, den Kristallen, führt, vorzügliche Dienste geleistet.

4. Die elektrolytische Methode.

Wie schon erwähnt wurde, besteht das Wesen der elektrolytischen Methode darin, das elektrostatische Feld durch ein Stromfeld zu ersetzen.

Es sei eine bestimmte Elektrodenanordnung gegeben, deren Feld bestimmt werden muß. Der Raum zwischen den Elektroden sei von einem homogenen oder nichthomogenen Dielektrikum mit einer oder mehreren verschiedenen Dielektrizitätskonstanten ε_1 , ε_2 usw. ausgefüllt. Wird nun der Raum zwischen den Elektroden statt durch das Dielektrikum mit einem leitenden Medium ausgefüllt, dessen Leitfähigkeiten so gewählt werden, daß in allen Teilen des Feldes die Verhältnisse der Leitfähigkeiten und der Dielektrizitätskonstanten des elektrostatischen Feldes einander gleich sind, so verlaufen die Stromlinien genau ebenso wie die Kraftlinien des entsprechenden elektrostatischen Feldes. Die Potentialverteilung in beiden Fällen ist folglich die gleiche. Um das elektrostatische Feld bei beliebiger Elektrodenanordnung zu bestimmen, genügt es daher, das entsprechende Stromfeld auszumessen, was mit Hilfe einer gewöhnlichen Sonde geschehen kann.

Streng genommen sind die beiden Felder nur bei Gleichspannung vollkommen identisch. Bei Gleichspannung aber lassen sich die Versuche gerade nicht ausführen, da dann die elektrolytischen Polarisationserscheinungen an den Elektroden das Feld bedeutend entstellen können. Man ist deshalb gezwungen, bei den Messungen Wechselspannung anzuwenden. Am besten wird Wechselspannung von den üblichen

niedrigen Frequenzen genommen, da bei hohen Frequenzen schädliche Kapazitätswirkungen hinzukommen, die die Resultate entstellen können.

Als Medium muß man einen Stoff von nicht zu größer Leitfähigkeit wählen, da sonst die Ströme so groß werden, daß eine starke Erwärmung des Mediums möglich wird was die Feldverteilung bedeutend verändern kann. Außerdem ist es bei einem gut leitenden Medium am schwierigsten, den Einfluß der Übergangswiderstände an den Elektroden und an der Sonde auszuschalten¹. Anderer-

Abb. 3. Elektrolytische Methode. Einfache Brückenschaltung.

seits soll die Leitfähigkeit des Mediums auch nicht zu klein sein, da sonst die ganze Methode wenig empfindlich wird.

Die Dimensionen des Gefäßes, in dem die Messungen erfolgen, müssen so groß wie möglich gewählt werden, um den störenden Einfluß der Wände zu eliminieren. Sind die Wände leitend, so werden die Stromlinien zu ihnen herangezogen, sind sie nicht leitend, so werden umgekehrt die Stromlinien in der Mitte des Gefäßes zusammengedrängt. In beiden Fällen ist eine bedeutende Deformation des Feldes zu befürchten.

Für die Bestimmung des Potentials der Sonde kann in den meisten Fällen mit Erfolg die Brückenschaltung angewandt werden. Die Sonde S(Abb. 3) wird mit dem Schieber eines parallel zu den Elektroden A-A geschalteten Widerstandes W verbunden. Der Schieber wird so eingestellt, daß in dem Verbindungsdraht kein Strom fließt. Dann sind die Potentiale des Schiebers und der Sonde einander gleich. Das

¹ Die Übergangswiderstände hängen in weitem Maße von der Reinheit der Elektroden ab. Um diese Widerstände herabzusetzen, empfiehlt es sich, die Elektroden vor jedem neuen Versuch von neuem zu polieren.

entsprechende Potential des Schiebers kann entweder unmittelbar gemessen oder aus seiner Lage zu dem Widerstand W berechnet werden.

Abb. 4 zeigt das Schaltbild der Anordnung, die im Physikalisch-Technischen Laboratorium zu Leningrad für ähnliche Versuche gebraucht wurde. A-A sind die Elektroden, W der Widerstand, C der Schieber. Die Sonde S, ein kurzes Stück dünnen Nickel- oder Platindrahts, ist mit dem Schieber durch den Leiter L verbunden. Sie ist an dem einen Ende einer Pantographanordnung so befestigt, daß einer bestimmten Verschiebung der Sonde eine genau ebensolche Verschiebung des Stiftes Bauf der Zeichnung D entspricht. Oft sind die in dem Leiter L fließenden Ströme so klein, daß sich ein Telephon T als Nullprüfer nicht unmittelbar anwenden läßt. Dann müssen die Ströme zuerst durch eine oder mehrere Glühkathodenröhren verstärkt werden.



Abb. 4. Elektrolytische Methode. Brückenschaltung mi Pantographanordnung.

Die Messungen werden folgendermaßen ausgeführt: der Schieber Cwird auf einen bestimmten Potentialwert eingestellt und darauf die Sonde S so verschoben, daß die Stromstärke im Verbindungsleiter die ganze Zeit gleich Null

bleibt. Die von dem Stift B aufgezeichnete Kurve wird dann die Niveaulinie darstellen, die dem durch die Stellung des Schiebers bestimmten Potential entspricht. Ist eine Niveaulinie aufgezeichnet, so wird der Schieber in eine neue Lage gebracht, die einem anderen Potentialwert entspricht, die neue Niveaufläche wird, wie früher, aufgetragen usw., bis das ganze Feld ausgemessen ist.

Die elektrolytische Methode wurde im Physikalisch-Technischen Laboratorium angewandt, um einige für die praktische Geologie wichtige Fragen zu lösen, nämlich um zu untersuchen, in welchem Maße verschiedene in ein schlecht leitendes Medium eingebettete, an sich gut leitende Einlagerungen ein gegebenes Feld entstellen. Die eben beschriebene Anordnung läßt- sich aber auch für die Ausmessung von beliebigen andern Strombildern verwenden.

Eine ähnliche Schaltung wurde von Estorff [7] bei der Bestimmung des elektrischen Feldes zwischen zwei Kugeln verwandt. Der Widerstand W war bei ihm nur durch zwei Kurbelrheostaten ersetzt. Außerdem waren in seiner Anordnung die Ströme so stark, daß als Nullprüfer unmittelbar ein Telephon eingeschaltet werden konnte.

Von großem Interesse sind die Versuche von Atkinson [8], der mit Hilfe der elektrolytischen Methode die Felder von Hochspannungskabeln systematisch untersuchte. Bei seinen Messungen handelte es sich hauptsächlich um die Felder von Drehstromkabeln, die der theoretischen Berechnung besondere Schwierigkeiten bieten.

Die Messungen wurden an Modellen ausgeführt, deren Querschnitt demjenigen des Kabels, doch in bedeutend vergrößertem Maßstab nachgebildet war. Das zylindrische Gefäß, in das der Elektrolyt eingegossen wurde, stellte den Mantel des Kabels dar. Die Elektrolen wurden innerhalb dieses Gefäßes isoliert befestigt. Als Elektrolyt wurde de-



Abb. 5. Elektrolytische Methode. Ausmessung von Drehstromfeldern nach Atkinson.

stilliertes Wasser verwandt, dem ein geringer Prozentsatz von Leitungswasser zugesetzt war.

Im Gegensatz zu den oben beschriebenen Methoden wurde von Atkinson nicht der Wert des Potentials selbst, sondern die Potentialdifferenz zwischen zwei nahe beieinander gelegenen Sonden ermittelt. Diese Potentialdifferenz durch den konstanten Abstand zwischen den Sonden dividiert, ergab die Feldstärke in Richtung der Ebene, in der die Sonden lagen. Da diese Feldstärken in den verschiedenen Teilen des Feldes nicht nur ihrer Größe, sondern auch ihrer Phase nach verschieden waren, wurde von Atkinson eine besondere Methode ausgearbeitet, die erlaubte, die beiden Größen einzeln zu bestimmen.

Die Sonden, zwei parallele Drähte, waren in einem Rahmen in einem Abstand von 6 mm voneinander angebracht. Der Rahmen war an dem einen Ende einer Pantographanordnung befestigt, deren anderes Ende einen Stift trug, der auf einer Zeichnung des Kabelquerschnittes die Lage des Zentrums des Rahmens angab. An die drei Elektroden A, B und C (Abb. 5)

wurde eine Dreiphasenspannung von etwa 50 V, 60 per/sek. angelegt, die dem Transformator T entnommen wurde. Die Potentialdifferenz zwischen den Sonden wurde durch das Dynamometer Dgemessen, dem ein großer Widerstand (40000 Ω) vorgeschaltet war. Die feste Spule des Dynamometers wurde entweder von dem Strom des Transformatorschenkels I gespeist oder von einem in der Phase von ihm um 90° verschiedenen Strom, der zwei Anzapfungen der Schenkel II und III entnommen wurde. Im ersten Falle wurde die Komponente der Feldstärke bestimmt, die der Phase nach mit der Schenkelspannung I übereinstimmte, im zweiten Fall die zu ihr senkrechte Komponente. Aus diesen beiden Komponenten konnte sowohl die Größe als auch die Phase der Feldstärke in der Richtung der Rahmenebene bestimmt werden. Das Potentiometer P diente zum nachgraduieren des Dynamometers.

Die elektrolytische Methode erlaubt es, das elektrostatische Feld bei beinahe beliebiger Elektrodenanordnung zu ermitteln. Sie besitzt aber auch eine Reihe von Nachteilen: erstens können Messungen, die eine große Genauigkeit erfordern, nur an Modellen von sehr großen Dimensionen ausgeführt werden und zweitens ist der Anwendungsbereich der Methode hauptsächlich auf Felder in homogenen Medien beschränkt.

In nicht homogenen Feldern müssen nämlich, wie schon erwähnt wurde, im Modell die verschiedenen Arten der Isolatoren durch Elektrolyte ersetzt werden, deren Leitfähigkeiten in demselben Verhältnis stehen, wie die Dielektrizitätskonstanten der Isolatoren. In der Praxis stößt man aber bei einem solchen Ersatz auf bedeutende Schwierigkeiten. Sind die Elektrolyte flüssig, so vermischen sie sich miteinander. Sind sie fest, so ist die Einführung und die richtige Einstellung der Sonde ziemlich schwierig. Ob deshalb solche Messungen praktische Anwendung finden können, ist fraglich.

5. Die Methode der Glühsonde.

Die Methode beruht, wie schon erwähnt wurde, auf der Tatsache, daß ein glühender Körper, der in ein elektrisches Feld gebracht wird, bestrebt ist, das Potential des umgebenden Raumes anzunehmen. Ein solcher glühender Körper sendet positive und negative Ladungen aus. Ist das Potential des Körpers, der Sonde, ursprünglich kleiner als dasjenige des umgebenden Raumes, so werden die positiven Ladungen zurückgehalten, die negativen dagegen herausgerissen werden. Das Potential der Sonde wächst an, bis es dasjenige des umgebenden Raumes erreicht. Als derartige Sonde kann außerdem auch ein radioaktiver Körper dienen.

Die theoretische Forderung wird aber praktisch nicht immer genau erfüllt. Werden nämlich hauptsächlich Ionen eines Zeichens ausgesandt, so verliert die Sonde im gewissen Maße die Eigenschaft, sich selbst zu kontrollieren. Es sei z. B. nur eine positive Emission vorhanden. Wird nun aus irgendwelchen Gründen (schlechte Isolation) das Potential der Sonde niedriger als dasjenige des umgebenden Feldes, so kann es nicht mehr bis zu dem richtigen Wert erhöht werden, da dann negative Ionen ausgesandt werden müßten, was nicht möglich ist. Am günstigsten sind deshalb die Bedingungen, wenn die Emission von Ionen beider Zeichen annähernd gleichgroß ist.

Solch günstige Bedingungen können künstlich durch eine entsprechende Wahl der Temperatur der Sonde geschaffen werden. Bei niedrigen Temperaturen (Rot- bis Gelbglut) werden nämlich von glühenden Körpern hauptsächlich positive Ionen, bei höheren (Gelb- bis Weißglut) vorwiegend negative Ionen (Elektronen) ausgesandt. Es muß folglich eine Temperatur existieren, bei der die beiden Emissionen einander gleich sind. Diese günstigste Temperatur kann folgendermaßen experimentell ermittelt werden: Die Sonde wird in ein homogenes elektrisches Feld gebracht und ihre Temperatur solange verändert, bis die Aufladungsgeschwindigkeiten der Sonde von unten (von einem Potential an, das niedriger als das Raumpotential ist) und von oben einander gleich werden. Dann müssen auch die Emissionen ungefähr einander gleich sein.

Als weitere Fehlerquelle ist der Einfluß der Raumladungen zu beachten, die durch die von der Sonde ausgesandten Ionen gebildet werden können. Besonders schädlich können diese Raumladungen bei Feldern mit geringen Feldstärken wirken. Die Messungen müssen deshalb bei nicht zu kleinen Spannungen ausgeführt werden. Spezielle Versuche zeigten, daß bei den von uns gebrauchten Sonden meistens schon eine Feldstärke von 10-20 V/cm genügte, um den Einfluß der Raumladungen aufzuheben.

Die Methode der Glühsonde wurde ungefähr gleichzeitig von einem von uns [9] in Rußland und Langmuir in Amerika zuerst angewandt. Während sich aber Langmuir auf Messungen bei Entladungen in verdünnten Gasen beschränkte, wurde diese Methode im Physikalisch-Technischen Institut von den Autoren [10] dieses Buches so weit entwickelt, daß sie jetzt als ein technisch bequemes Mittel für die Bestimmung von rein elektrostatischen Feldern gelten kann.

Als am besten geeignet erwies sich folgende Anordnung (Abb.6). Die Sonde S — ein Platindrähtchen von 5—10 mm Länge und 0,1—0,3 mm Dicke — wurde durch den Transformator T elektrisch geheizt. Die Spannung wurde vom Transformator der Sonde durch die beiden Zuleitungsdrähte b-b zugeführt. Die Sonde und die Leiter b-b wurden auf einem Träger angebracht, der erlaubte, der Sonde eine beliebige Lage im Felde zwischen den Elektroden A-A zu geben. Das ganze Sondensystem

wurde auf Bernstein oder Paraffin als Isolatoren befestigt und mit dem Blättchen eines Wilson-Elektroskops E verbunden.

Wurde die Sonde durch die Einschaltung des Stromes zum Glühen gebracht, so konnte man an dem Elektroskop verfolgen, wie sie sich auflud. Die Aufladungsgeschwindigkeit hing in hohem Maße von der Stärke des Feldes ab. In einigen Fällen dauerte es bis zu 10 Minuten, bis sich die Sonde aufgeladen hatte.

Um den Ausschlag des Blättchens des Elektroskops in Spannung auszuwerten, verfuhren wir folgendermaßen. Das Blättchen wurde mit dem Schieber D eines parallel den Elektroden geschalteten Widerstandes W verbunden. Der Schieber wurde darauf so lange verschoben,



bis sich das Blättchen genau so einstellte, wie wenn es mit der aufgeladenen Sonde verbunden war. Der entsprechende Spannungswert in Volt lies sich dann unmittelbar am Voltmeter Vablesen.

Bedeutende Schwierigkeiten bereitete in einigen Fällen die richtige Einstellung der Sonde im Felde. Die Sonde mußte nämlich so eingestellt werden, daß

sowohl sie selbst als auch besonders die Zuleitungsdrähte das Feld so wenig wie möglich veränderten. Damit dies erreicht wurde, mußten die Sonde und die Zuleitungsdrähte in einer Niveaufläche liegen. Am einfachsten konnte diese Forderung in eindimensionalen und zweidimensionalen, flächensymmetrischen Feldern erfüllt werden. Dabei genügte es, die Sonde und die Zuleitungsdrähte senkrecht zu der Symmetrieebene einzustellen. Im allgemeineren Fall, besonders bei den praktisch sehr wichtigen axialsymmetrischen Feldern, ließ sich die Forderung nicht mehr erfüllen. Es zeigte sich aber, daß man auch hier zu genauen Resultaten kommen konnte, wenn man die Sonde tangential zu den kreisförmigen Niveaulinien einstellte.

Die Methode der glühenden Sonde läßt sich mit gutem Erfolg nur bei konstanten elektrischen Feldern anwenden. Die Messungen können nur in einem gasförmigen Medium oder im Vakuum ausgeführt werden. Dabei ist für große Sauberkeit der Elektroden zu sorgen. Ist nämlich eine von den Elektroden, wenn auch nur teilweise mit einer nichtleitenden Schicht überzogen, so können sich auf dieser Schicht die von der Sonde ausgesandten Ladungen niederschlagen und das Feld vollkommen entstellen. Aus demselben Grund ist es auch unmöglich, Messungen in der Nähe von nichtleitenden Körpern auszuführen. Dieser letzte Umstand verringert bedeutend den Anwendungsbereich der Methode.

Die Anwesenheit von Raumladungen bildet dagegen in manchen Fällen kein Hindernis. So ist es z. B. einem von den Autoren [9] gelungen, die theoretischen Schlüsse über die Spannungsverteilung in einigen mit Raumladungen erfüllten elektrischen Feldern experimentell zu bestätigen. Nur wenn die Dichte der Raumladungen so groß ist, daß sich auf die Sonde aus dem umgebenden Felde mehr Ladungen niederschlagen, als sie selbst auszusenden vermag, versagt die Methode. In diesem Fall verliert die Sonde die Möglichkeit, sich selbst zu regulieren und arbeitet als gewöhnliche, nicht glühende Sonde mit allen Nachteilen der Letzteren.

6. Die elektrischen Felder der Netze und Diaphragmen¹.

Wir wollen nun einige Felder anführen, die nach der Methode der Glühsonde gemessen worden sind.

Zuerst soll gezeigt werden, daß die Methode der Glühsonde bei bekannten elektrischen Feldern tatsächlich zu richtigen Werten führt. Die



Resultate dieser Messungen sind in den Abb. 7 und 8 aufgezeichnet. Die Abb. 7 entspricht dem Felde eines ebenen Kondensators. Die beobachteten Werte liegen auf einer Geraden, deren Neigung mit der theoretisch aus der Spannung und dem Plattenabstand berechneten zusammenfällt. In Abb. 8 ist die Spannungsverteilung in einem zylin-

¹ Die diese Untersuchung betreffenden experimentellen Messungen sind von Frl. Inge angeführt worden.

drischen Kondensator aufgezeichnet. In diesem Fall muß das Potential eine lineare Funktion des Logarithmus des Abstandes vom Zentrum rsein. Die eingezeichnete Gerade entspricht der theoretischen Abhängigkeit, die Kreise — den gemessenenWerten. Die Übereinstimmung ist befriedrigend.

Die Methode der Glühsonde wurde von den Autoren dieses Buches und deren Mitarbeitern hauptsächlich angewandt, um die sowohl für die Physik als auch für die Technik wichtigen elektrischen Felder von Drahtgittern, Drahtnetzen und Diaphragmen zu untersuchen [11]. Diese Felder sind in zweierlei Hinsicht von Interesse: Drahtgitter und Drahtnetze werden oft dazu verwandt, um Apparate oder Versuchsanordnungen vor der Einwirkung von fremden Feldern zu schützen. Nun ist aber tatsächlich diese Schirmwirkung nicht vollkommen, ein Teil der elektrischen Kraftlinien dringt immer durch die Maschen des Netzes hindurch. Es ist von Interesse, den Zusammenhang zwischen dem Prozentsatz der hindurchgedrungenen Kraftlinien und den geometrischen Dimensionen des Netzes oder Gitters zu finden.

Noch wichtiger ist folgende Aufgabe: bei vielen Vakuumapparaten werden Drahtnetze oder Diaphragmen dazu verwandt, um Ionen zu beschleunigen oder zu verzögern. Dabei wird gewöhnlich stillschweigend angenommen, daß ein Ion oder Elektron, das zwischen zwei Netzen hindurchgeflogen ist, eine Energieänderung erleidet, die der zwischen diesen Netzen angelegten Potentialdifferenz gleich ist. Dies trifft aber nur in den wenigsten Fällen zu. Tatsächlich ist das Potential des Feldes in den Maschen des Netzes, durch die die Ionen hindurchfliegen, keineswegs dem Potential des Netzes gleich. Da, wo es auf eine genaue Kenntnis der Energie der Ionen bzw. Elektronen ankommt, muß diese Abweichung beachtet werden.

Um diese Frage zu beantworten, wurde von uns eine Reihe von Messungen ausgeführt. Das zu untersuchende Objekt, Netz oder Diaphragma, wurde der größeren Bestimmtheit halber zwischen den Platten eines ebenen Kondensators so eingestellt, daß es parallel zu den Platten lag. Die Dimensionen wurden so groß gewählt, daß man das ganze Feld in allen seinen Einzelheiten ausmessen konnte.

Wir wollen zuerst die Untersuchung von Drahtnetzen und Gittern besprechen. Das hauptsächliche Interesse bieten die Felder, bei denen zwischen der einen Platte und dem Netz eine bestimmte Spannung, zwischen der anderen Platte und dem Netz aber keine oder eine entgegengesetzt gerichtete Spannung angelegt ist. Im ersten Fall wirkt das Netz als elektrostatischer Schutz. Im zweiten — läßt sich der größte Unterschied zwischen der Energieänderung des Ions und der angelegten Potentialdifferenz erwarten. Zwei dieser an Drahtgittern gemessenen Felder zeigen Abb. 9 und 10¹. Die Abb. 9 entspricht dem Fall, wo zwischen der oberen Platte und dem Gitter eine Spannung von 190 V, zwischen dem Gitter und der unteren Platte keine Spannung angelegt war. Trotzdem ist in dem unteren Kondensator ein elektrisches Feld vorhanden, dessen Intensität ungefähr 15% des oben angelegten beträgt. Die Abb. 10 entspricht dem Fall, wo die Spannungen am oberen und unteren Kondensator einander gleich aber entgegengesetzt gerichtet sind. Trotzdem eine Spannung von 190 V angelegt ist, beträgt der Maximalwert



Abb. 9. Elektrostatisches Feld eines Drahtgitters. Schirmwirkung. Abstand zwischen Gitter u. Platten je 10 cm. Abstand zwischen den Drähten 2 cm. Drahtdurchmesser 0,4 mm.

Abb. 10. Elektrostatisches Feld eines Drahtgitters. Gegenfelder. Abmessungen wie Abb. 9.

der Energie eines in der Mitte zwischen den Drähten hindurchgeflogenen Ions bloß 125 V.

Aus dem Aussehen dieser Felder lassen sich folgende wichtige Schlüsse ziehen.

1. In einer Entfernung vom Gitter, die ungefähr dem Abstand zwischen den einzelnen Gitterdrähten gleichkommt, kann das Feld schon als homogen betrachtet werden. Da dieser Abstand im Vergleich zum Plattenabstand gewöhnlich sehr klein ist, so ist die Gesamtwirkung des Netzes der einer Platte ähnlich, deren Potential aber mit dem des Netzes keineswegs zusammenfällt.

2. Die Niveaulinien unmittelbar in der Nähe der Drähte sind konzentrische Kreislinien. Die Feldverteilung ist hier der in einem zylindrischen Kondensator ähnlich.

Die Felder der Drahtnetze ähneln in ihrem äußeren Aussehen sehr denjenigen der Drahtgitter. Die beiden oben erwähnten Eigenschaften

¹ Die Felder von Drahtgittern lassen sich auch theoretisch nach einer von Maxwell gegebenen Formel berechnen. Die gemessenen Werte können folglich theoretisch geprüft werden. Ein solcher Vergleich wurde von uns ausgeführt. Die Übereinstimmung erwies sich als befriedigend.

Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.

der Felder der Drahtgitter werden auch bei ihnen beobachtet. Da es in der Praxis hauptsächlich auf die Gesamtwirkung der Netze ankommt, kann man davon absehen, das ganze Feld in allen Einzelheiten auszumessen und sich damit begnügen, die Spannungsverteilung längs einigen charakteristischen Schnittlinien des Feldes zu bestimmen. Wir wählten zwei senkrecht zum Netz gerichtete Schnittlinien, von denen eine durch



Abb. 11. Schnittlinien des Feldes eines Drahtnetzes. Netz zwischen zwei Platten. Abstand der Platten vom Netz je 10 cm, Maschenweite 5 cm, Drahtdurchmesser 0.3 mm. Spannungsdifferenz links 250 V, rechts Gegenfeld von dem über die Kurven geschriebenen Betrage.

den Mittelpunkt der Maschen ging, die andere einen der das Netz bildenden Drähte kreuzte.

Die Resultate einer Reihe solcher Messungen sind in Abb. 11 zusammengestellt. Zwischen der linken, hier nicht sichtbaren Platte und dem Netz ist eine Spannung von 250 V angelegt. Rechts hatte die Spannung entgegengesetzte Richtung und wurde stufenweise von 0 bis 250 V verändert. Die Werte dieser Gegenspannungen sind über die Kurven geschrieben. Die geometrischen Dimensionen des Netzes sind auf der Tafel angeführt. Jedem einzelnen Fall entsprechen, wie gesagt, zwei Kurven; die obere entspricht der durch den Draht, die untere der durch den Mittelpunkt der Maschen gehenden Schnittlinie. Schon in einer geringen Entfernung vom Netz fallen diese beiden Kurven zusammen; d. h. daß das Feld kann von hier an als homogen betrachtet werden.

Selbst in den Fällen, wo rechts keine Spannung angelegt ist, ist hier doch ein Feld vorhanden, das dem links gelegenen gleichgerichtet ist, so daß die durch das Netz hindurchgegangenen Ionen auch weiter beschleunigt werden und die ihnen vorgeschriebenen 250 V bloß an der rechten Platte bekommen (das unmittelbar an den Drähten gelegene Feld schließen wir aus, da es einen nur unbedeutenden Teil des gesamten Feldes ausmacht). Wir finden tatsächlich ein Fehlen des Feldes rechts erst bei 35 V Gegenspannung. Ist die Gegenspannung kleiner, so wird die Maximalenergie der Elektronen durch die rechte Platte (nicht aber das Netz) bestimmt. Wenn der Wert der Gegenspannung nahe bei 35 V liegt, so bekommen die meisten der Elektronen überhaupt nicht mehr als 215 V. Steigert man die Gegenspannung, so wird auch der Unterschied zwischen der erwarteten und der tatsächlichen Energieänderung größer, bis er bei 250 V Gegenspannung 53 V erreicht.

Es erhebt sich die Frage, ob man nicht die bei einem Netz gewonnenen Resultate auf beliebige andere umrechnen kann. Man könnte sich dann die Mühe ersparen, bei jedem Netz die Messungen von neuem auszuführen. Eine solche Umrechnung ist möglich. Da eine derartige Verallgemeinerung nicht nur bei Netzen, sondern auch in anderen Fällen möglich und folglich von allgemeinem Interesse ist, wollen wir diese Aufgabe ausführlicher besprechen.

Die Umrechnung gründet sich auf folgende Tatsachen:

1. In Abb. 11 läßt sich der Maßstab längs der Ordinatenachse beliebig verändern, ohne daß die Kurven ihre Richtigkeit einbüßen oder, mit anderen Worten, alle angelegten Spannungsdifferenzen können in einem beliebigen aber gleichem Maße verändert werden.

2. Der Maßstab längs der Abszissenachse kann auch beliebig vergrößert oder verkleinert werden, die Dimensionen des Netzes und die Abstände der Platten können folglich in gleichem Maße verändert werden, ohne daß die Spannungsverteilung aufhört richtig zu sein.

3. Da die Niveauflächen schon nahe am Netz zu Ebenen werden, so kann jede von ihnen durch eine Metallplatte ersetzt werden, die das Potential der entsprechenden Niveaufläche erhält, ohne daß das Feld verändert wird. Wir können also die beiden Platten beliebig nähern

oder entfernen, wobei wir nur ihre Potentiale entsprechend verändern müssen.

4. Da das Feld an den Drähten logarithmisch abfällt und die Niveauflächen folglich koaxiale Zylinderflächen sind, so kann man einen dünnen Draht durch einen dicken ersetzen, wenn man dem letzteren das Potential der Niveaufläche zuschreibt, mit der seine Oberfläche zusammenfällt. Dies gibt uns die Möglichkeit, auch das Verhältnis des Durchmessers der Drähte zur Weite der Maschen beliebig zu variieren.

Die ersten drei Punkte bedürfen kaum einer Begründung, sie gehen aus den allgemeinen Eigenschaften der elektrostatischen Felder hervor. Anders steht es mit dem vierten Punkt; hier muß gezeigt werden, daß das Feld wirklich logarithmisch abfällt. Unmittelbare Messungen waren dazu zu ungenau. Der Beweis wurde deshalb folgendermaßen erbracht: es wurden zuerst mehrere Kurven, die verschiedenen Gegenspannungen entsprechen, für ein Netz ausgemessen, bei dem das Verhältnis des Durchmessers der Drähte d zur Weite der Maschen a 1:11 war. Die linke Platte war geerdet, an dem Netz war eine Spannung von 250 V, an der rechten Platte der Reihe nach eine von 250 V und 235 V angelegt. Darauf wurden, bei derselben Maschenweite, die dicken Drähte durch dünnere ersetzt, so daß das Verhältnis $\frac{d}{a}$ 1:150 betrug. Nun wurde untersucht, ob sich nicht bei diesem Netze ein Potential finden ließe, bei dem sich dieselben Kurven ergäben wie bei dem dicken Netz. Es zeigte sich, daß die Kurven übereinstimmten, wenn man das Potential des dünnen Netzes bis 269 V steigerte, die übrigen Potentiale aber und die Entfernungen der Elektroden unverändert ließ. Man hatte dann zwei Punkte $\left(\frac{d}{2} = 0.15 \text{ mm} - 269 \text{ Volt}, \frac{d}{2} = 2.25 \text{ mm} - 250 \text{ V}\right)$, zwischen denen eine logarithmische Kurve aufgetragen werden konnte. Die Resultate wurden an einem dritten Netz geprüft, dessen Drähte 1,9 mm dick waren. Aus der logarithmischen Kurve konnte man berechnen, daß man dem Netz ein Potential von 256 V geben mußte, damit die diesem Netz entsprechenden Kurven mit den beiden früheren (dünnes und dickes Netz) übereinstimmten. Das traf auch tatsächlich zu, wie man aus Abb. 12 ersehen kann, in der die Kurven für die 0,3 mm (Kreise) und 1,9 mm (Kreuze) dicken Drähte gegeben sind.

Das Netz, das zur Berechnung aller übrigen dienen kann und das wir weiterhin Grundnetz nennen werden, muß man so wählen, daß das Verhältnis des Durchmessers der Drähte zur Weite der Maschen klein ist, denn es ist bequemer, von einem dünneren Netz zu einem dickeren überzugehen, als umgekehrt. Man kann gut das der Abb. 11 entsprechende Netz gebrauchen. Der am Draht liegende logarithmische Teil der Kurve, der gerade den Übergang zu dickeren Netzen ermöglicht, ist für sich noch einmal in Abb. 13 wiedergegeben¹.

Aus dem Gesagten ergibt sich für die Umrechnung auf ein beliebiges gegebenes Netz folgendes Schema: Zuerst muß man beim Grundnetz das Verhältnis des Durchmessers der Drähte zur Weite der Maschen so verändern, daß es dem des gegebenen Netzes gleich wird. Das kann mit Hilfe der in der Abb. 13 gegebenen logarithmischen Kurve geschehen. Dies wird die am Grundnetz angelegte Spannung verändern. Dann müssen die beiden Platten beim Grundnetz so verschoben werden, daß hier das Verhältnis der Abstände der Platten zu den Dimensionen des Netzes dasselbe wird wie bei dem uns gegebenen Netz. Nach diesen





Abb. 13. Das elektrostatische Feld eines Drahtnetzes. Spannungsabfall an den Drähten.

Rechnungen bekommen wir beim Grundnetz eine bestimmte Spannung zwischen dem Netz und der linken Platte. Die Gegenspannung muß nun so gewählt werden, daß das Verhältnis dieser beiden Spannungen beim Grundnetz dasselbe ist wie bei dem uns gegebenen Netz. Darauf suchen wir eine Kurve, die dieser Gegenspannung bei dem schon gefundenen Abstand der rechten Platte entspricht. Diese Kurve wird den Schnitt des gesuchten Feldes darstellen. Um auch die absoluten Werte der Spannungen richtig zu bestimmen, müssen wir noch alle Spannungswerte in dem Verhältnis ändern, in dem die gegebenen Spannungen zu denen am Grundnetz nach allen Rechnungen stehen.

Wir wollen nun die ganze Rechnungsweise an einem Beispiel erklären. Wir wählen eine Anordnung, wie sie bei Vakuumapparaten häufig vorkommt. Es sei ein dünnes Molybdännetz gegeben (Weite der

¹ Als Abszissen sind auf dieser Abbildung die Durchmesser der Drähte aufgetragen.

Maschen 0,5 mm, Durchmesser der Drähte 0,02 mm). Der Abstand der linken Elektrode vom Netz sei 10 mm, der der rechten 20 mm. Die entsprechenden Spannungsdifferenzen seien 12 Volt und 20 Volt. Nach dem oben gegebenen Schema müssen wir das Verhältnis des Durchmessers der Drähte zur Weite der Maschen beim Grundnetz derart verändern, daß es demjenigen des uns gegebenen Netzes gleich wird. Bei dem zu untersuchenden Netz beträgt dieses Verhältnis 1:25. Man muß also den Durchmesser der Drähte beim Grundnetz auf 2 mm vergrößern, sein Potential folglich auf 237,5 verringern (vgl. Abb. 13).

Dann müssen wir im Grundnetz die Platten so verschieben, daß sie ähnlich wie im gegebenen Fall liegen. Da die Dimensionen des gegebenen Netzes ein Hundertstel der des Grundnetzes betragen, muß man bei letzterem, um eine ähnliche Lage der Elektroden zu erzielen, die linke Platte auf 100 cm, die rechte auf 200 cm entfernen. Aus der Neigung der Geraden im linken Kondensator (20 V/cm) läßt sich leicht berechnen, daß man, um das Feld unverändert zu lassen, der linken Platte ein Potential von — 1800 Volt geben muß. Die totale Spannungsdifferenz zwischen der linken Platte und dem Netz wird dann 2037,5 V sein, diejenige zwischen dem Netz und der rechten Platte, aus dem Verhältnis der gegebenen Felder (12 V und 20 V) berechnet, $\frac{2037,5 \cdot 20}{10} = 3395$ V betragen müssen. Es läßt sich leicht zeigen, daß

bei dieser Spannungsdifferenz und bei einer Entfernung vom Netz von 200 cm, die rechte Platte von einer Kurve getroffen wird, die zwischen den durch — 200 V und — 250 V in der Abb. 11 bezeichneten liegt und zwar näher zur ersteren. Das Potential im Mittelpunkt der Maschen wird folglich vom Potential der Drähte um 237,5 — 198,5 = 39 V abweichen. Wenn wir nun zu den gegebenen Spannungsdifferenzen übergehen, so wird diese Abweichung $\frac{39 \cdot 12}{2037,5} = 0,23$ V betragen.

Zu bemerken ist, daß sich diese Abweichung ändert, wenn bei konstanter zweiter Spannungsdifferenz die erste Spannungsdifferenz vergrößert oder verkleinert wird. So beträgt sie, wenn man zwischen der linken Platte und dem Netz 15 V statt 12 V nimmt, schon 0,28 V.

Ähnlich gestaltet sich die Rechnung, wenn wir zwei Netze zwischen den Platten des Kondensators haben und das Feld zwischen den Netzen schwach ist. Dann kann jedes Netz mit der an ihm liegenden Platte einzeln, wie oben, berechnet werden. Als spezieller Fall ergibt sich auch die Bestimmung der Schirmwirkung von Netzen. Für die Berechnung genügt es anzunehmen, daß das Netz und die rechte Platte ein und dasselbe Potential besitzen.

Es muß noch erwähnt werden, daß in dem oben behandelten Fall von Netzen zwischen ebenen Elektroden, die durch die Maschenstruktur des Netzes verursachte Deformation des Feldes am größten ist. Sind die Elektroden anders geformt, insbesondere scharfkantig, so dringt bei demselben Elektrodenabstand eine kleinere Anzahl der elektrischen Kraftlinien durch das Netz hindurch. Die Differenz zwischen der Wir-

kung eines Netzes und einer ebenen Platte wird kleiner.

Alle schädlichen Eigenschaften der Drahtnetze besitzen auch die Diaphragmen, wenn auch in bedeutend geschwächter Form. Abb. 14 und 15 zeigt zwei derartige von uns gemessene Feldbilder. Die Abb. 14 entspricht dem Fall, wo zwischen der



Abb. 14. Elektrostatisches Feld eines Diaphragmas. Schirmwirkung. Abstand der Platten 52,5mm. Breite des Diaphragmas 12 mm.

oberen Platte und dem Diaphragma eine Spannung von 170 V, zwischen dem Diaphragma und der unteren Platte keine Spannung angelegt ist. Das Feld dringt auch hier aus dem oberen Kondensator in den unteren ein. In einer Entfernung vom Diaphragma, die dessen Breite gleichkommt, ist es aber beinahe verschwunden.

In dem Fall, wo im unteren Kondensator eine Gegenspannung an-

gelegt ist (Abb. 15), kann auch hier das Potential in der Mitte des Diaphragmas V_d von demjenigen des Diaphragmas selbst V_0 bedeutend abweichen. So erhält man in dem der Abb. 15 entsprechenden Fall statt 170 V bloß 155 V. Diese Abweichung $V_0 - V_d$ kann als Funktion des Ver-

hältnisses $\frac{a}{b}$ dargestellt



Abb. 15. Elektrostatisches Feld eines Diaphragmas. Gegenfelder. Dimensionen wie in der Abb. 14.

werden, wo *b* die Breite des Diaphragmas und *a* der Abstand der Platten vom Diaphragma ist. Zwei von diesen experimentell ermittelten Kurven sind in Abb. 16 aufgezeichnet. Als Abszissen sind hier die Verhältnisse $\frac{b}{a}$, als Ordinaten die relativen Abweichungen $\frac{V_0 - V_d}{V_0}$ aufgetragen. Die untere Kurve entspricht dem Fall, wo am unteren Kondensator keine Spannung angelegt ist, die obere dem Fall, wo die Spannung am unteren Kondensator gleich der am oberen angelegten,

aber entgegengesetzt gerichtet ist. In der Praxis haben wir es gewöhnlich mit dazwischenliegenden Fällen zu tun.

Bei den von uns untersuchten ebenen Elektroden sind, ebenso wie bei den Drahtnetzen, die Abweichungen am größten. Wird z. B. eine



Abb. 16. Relative Spannungserniedrigung im Mittelpunkt des Diaphragmas in Abhängigkeit von der Breite des Diaphragmas.

von den Elektroden durch ein parallel zu dem Diaphragma eingestelltes Drahtstück ersetzt, so verkleinern sich die Abweichungen um etwa 60%.

Die oben behandelten Probleme sind die einfachsten. Die in der Praxis vorkommenden Anordnungen sind gewöhnlich komplizierter. Näherungsweise lassen sich aber dennoch die Felder solcher Anordnungen nach dem oben angeführten Verfahren abschätzen. Für viele Probleme, bei denen es sich um die Berechnung von Vakuumapparaten handelt, wie z. B. bei der Konstruktion von Glühkathodenröhren, Röntgenröhren und Kathoden-

oszillographen, ist eine Kenntnis des elektrischen Feldes erwünscht. Die Elektrodenanordnung ist meistens so kompliziert, daß sich das Feld kaum theoretisch berechnen läßt. Die Sondenmethoden könnten hier gute Dienste leisten. Wir bekommen dabei zwar das elektrostatische Feld, das von dem Feld, das den Betriebsbedingungen der Anordnung entspricht, bedeutend abweichen kann. Aber das ist auch schon etwas.

7. Die Methode der Kapazitätssonde.

In einer gewöhnlichen, mit Wechselspannung gespeisten Kapazitätsbrücke (Abb. 17), wird in der Diagonale d der Strom dann ausbleiben,



Abb. 17. Gewöhnliche Kapa- oder zitätsbrücke.

wenn sich die Kapazitäten C_1 und C_2 umgekehrt wie die Widerstände r_1 und r_2 und die entsprechenden Potentialdifferenzen V_1 und V_2 verhalten, d. h. wenn gilt:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{V_2}{V_1},$$
(3)

$$C_1 V_1 = C_2 V_2 . (4)$$

Dasselbe System von zwei Kondensatoren

kann man sich durch drei Platten gebildet denken, wie sie in Abb. 18 abgebildet sind. Die erste Kapazität C_1 wird durch die untere Elektrode A_1 und die Platte a, die zweite C_2 durch die Platte a und die obere Elektrode A_2 gebildet. Fließt in der Diagonale d kein Strom, so müssen hier ebenfalls die Gleichungen (3) und (4) erfüllt werden.

Entfernen wir die Platte a, so bekommen wir zwischen den Elektroden A_1 und A_2 ein homogenes elektrisches Feld. Vor Einführung der Platte besaß die Niveaufläche dieses homogenen Feldes, in der nachher die Platte a liegen wird, ein bestimmtes Potential V_x . Die Potentialdifferenz zwischen dieser Niveaufläche und den Platten sei V_1' und V_2' . Stimmt nun das Potential der Platte mit demjenigen der Niveaufläche V_x überein, so muß die Beziehung

$$C_1 V_1' = C_2 V_2' \tag{5}$$

erfüllt werden, da die beiderseits induzierten Ladungen ihrer Größe nach einander gleich sein müssen. Vergleichen wir (5) und (4), so sehen wir,

daß das Verhältnis der Spannungsdifferenzen in beiden Fällen dasselbe ist. Das Potential der Platte bei stromloser Diagonale muß folglich mit demjenigen übereinstimmen, das die Niveaufläche besaß, in die die Platte eingestellt



Abb. 18. Kapazitätssonde. Schematische Anordnung.

wird. Das Feld bleibt durch die Einführung der Platte vollkommen ungeändert.

In der oben angeführten Berechnung wurde nur der Übersichtlichkeit wegen das Feld eines ebenen Kondensators genommen. Genau derselbe Beweis läßt sich auch im allgemeinsten Fall für beliebige elektrostatische Felder führen. Die einzige Bedingung ist, daß der mittlere, sonst beliebig geformte Leiter, in einer Niveaufläche liegen muß.

Eine Anordnung, wie sie Abb. 18 zeigt, läßt sich folglich für Sondenmessungen verwenden; der Leiter a kann als Sonde dienen. Um das Feld auszumessen, genügt es, in das Feld eine geeignet geformte Sonde einzuführen und darauf die Sonde oder den Schieber so lange zu verschieben, bis in der Diagonale kein Strom mehr fließt. Das Potential der Niveaufläche, in der die Sonde liegt, wird dann mit dem des Schiebers identisch sein. Selbstverständlich lassen sich statt der Ohmschen Widerstände r_1 und r_2 auch Kapazitätswiderstände verwenden.

Wegen der Kleinheit der Kapazitäten C_1 und C_2 sind auch die in der Diagonale fließenden Wechselströme schwach. Mit gewöhnlichen Meßapparaten können sie nicht festgestellt werden. Eine Glühkathodenröhre genügt aber schon meistens, um den Strom so weit zu verstärken, daß er in einem Telephon hörbar wird. Um den Strom zu vergrößern, empfiehlt es sich, auch die Frequenz der Wechselspannung nicht zu

klein zu wählen. Die besten Resultate bekommt man bei Frequenzen von 500-1000 per/sek.

Große Sorgfalt erfordert der elektrostatische Schutz der Diagonale. Der Wirkung von elektrischen Feldern kann nämlich nur die Sonde ausgesetzt werden. Alle übrigen von der Sonde zum Schieber führenden Leiter müssen dagegen äußerst sorgfältig vor der Einwirkung von äußeren Feldern geschützt werden. Es ist am besten, die Diagonale in eine metallische Hülle, die mit dem Schieber vereinigt wird, einzuschließen und den Schieber selbst zu erden.

Die Genauigkeit der Methode läßt sich sehr weit steigern. Am meisten wird sie durch Fehler in der Bestimmung der geometrischen Lage der Sonden beeinflußt. Es empfiehlt sich deshalb, die geometrischen Di-



mensionen des Feldes so groß wie möglich zu wählen. Bei gewöhnlichen, nicht sehr genauen Messungen, beträgt die Genauigkeit der Messungen einige Prozente, was für die Praxis vollkommen ausreicht.

Das im Physikalisch-Technischen Laboratorium für Son-

denmessungen ausgearbeitete praktische Schema ist in Abb. 19 gegeben.

Als Spannungsquelle E diente ein Röhrengenerator, dessen Frequenz zwischen 500 per/sek und 1000 per/sek variiert werden konnte. Die Spannung wurde vom Generator den Elektroden A-A zugeführt. Parallel zu den Elektroden war der Widerstand W geschaltet, dessen Schieber C geerdet wurde. Die Sonde S wurde mit dem Gitter des Verstärkers V verbunden. Der Zuleitungsdraht war der ganzen Länge nach durch das geerdete Metallrohr M elektrostatisch geschützt. In den Anodenkreis des Verstärkers wurde ein Telephon eingeschaltet. Die Kathode des Verstärkers war geerdet.

Die Kapazität der Sonde muß so groß wie möglich gewählt werden. Dadurch werden die in der Diagonale fließenden Ströme verstärkt, alle schädlichen Einwirkungen dagegen abgeschwächt. Zu beachten ist nur, daß die Sonde stets so genau wie möglich in einer Niveaufläche liegt.

Die Messungen selbst können auf zweierlei Art ausgeführt werden:

1. In das Feld wird eine Anzahl von unbeweglichen Sonden eingeführt. Die Sonden werden der Reihe nach mit dem Gitter des Verstärkers verbunden und der Schieber so lange verschoben, bis kein Strom mehr fließt.

2. In das Feld wird eine bewegliche Sonde eingeführt. Der Schieber wird der Reihe nach auf bestimmte Spannungswerte eingestellt und die Sonde so lange verschoben, bis kein Strom mehr fließt. Welche der beiden Methoden bequemer ist, hängt von der Art des Feldes ab. Wendet man unbewegliche Sonden an, so muß beachtet werden, daß die Sonden nicht allzunah aneinander liegen. Sonst können die Resultate der Messungen bedeutend gefälscht werden.

Nach der Methode der Kapazitätssonde wurde im Physikalisch-Technischen Laboratorium eine Reihe von praktisch wichtigen Feldern ausgemessen. Die Resultate, zu denen diese Messungen führten, werden wir im folgenden ausführlicher besprechen. In einigen Fällen wurden die entsprechenden Felder auch theoretisch berechnet. Die Übereinstimmung war in allen Fällen sehr gut. Während aber die theoretische oder graphische Berechnung meistens mehrere Wochen erforderte, konnte dasselbe Feld mit Hilfe der experimentellen Methode in wenigen Tagen ausgemessen werden. Die experimentelle Methode hat also bei einigermaßen komplizierten Feldern auch noch den Vorteil, daß sie schneller zum Ziele führt.

Die Messungen wurden bisher hauptsächlich in Luft ausgeführt. Zweifellos läßt sich aber die Methode der Kapazitätssonde auch bei beliebigen anderen festen oder flüssigen Isolierstoffen anwenden. Auch bei einem homogen leitenden Medium lassen sich günstige Resultate erwarten.

Ist die Leitfähigkeit des Mediums nicht homogen, wie z. B. bei Gasentladungen unter Atmosphärendruck, so werden die Verhältnisse komplizierter. Aber auch hier können scheinbar günstige Resultate erzielt werden, wie vorläufige Messungen der Potentialverteilung in der Korona gezeigt haben.

8. Beispiele aus der Praxis.

Die einfachsten Felder. — Um die Genauigkeit der Methode zu zeigen, sind in Abb. 20 und 21 die Resultate der Messungen in einigen



eindimensionalen Feldern wiedergegeben. Abb. 20 gibt die Spannungsverteilung in einem ebenen Kondensator. Die theoretische Spannungs-

verteilung ist durch die Gerade wiedergegeben, die gemessenen Werte sind durch Kreise bezeichnet. Als Sonde diente ein Drahtring, der parallel zu den Platten des Kondensators eingestellt war.

Abb. 21 zeigt die Spannungsverteilung in einem zylindrischen Kondensator. Die Kurve entspricht der theoretischen Potentialverteilung, die Kreise den gemessenen Werten. In diesem Fall wurden als Sonden auch Kreisringe verwandt, die konzentrisch zur Achse des Konden-



Abb. 22. Das elektrische Feld der Metallteile eines Stützenisolators.

sators eingestellt waren. Der Unterschied zwischen den theoretischen und den gemessenen Werten beträgt, sowohl im ebenen als auch in dem zylindrischen Kondensator durchschnittlich nicht mehr als 1%.

Die elektrischen Felder von Stützenisolatoren¹. Die Aufgabe bestand darin, das elektrische Feld eines Porzellanisolators sowohl innerhalb des Isolators als auch in seiner Umgebung möglichst genau zu bestimmen. Bedeutende Schwierigkeiten bereitete der Umstand, daß keine Sonden in das Innere des Isolators eingeführt werden konnten. Es wurde deshalb folgendermaßen verfahren:

Zuerst wurde nach der Sondenmethode das elektrische Feld der Metallteile allein in Luft gemessen. Diese Metallteile bestehen aus der Stütze St (Abb. 22), dem Bund B und dem durch eine Kugel ersetzten Leiter L. Als Sonden wurden kreisförmige Drahtringe von verschiedenem Durchmesser verwandt, die koaxial zu der Symmetrieachse des Feldes eingestellt waren und durch eine Mikrometerschraube in einer zur Symmetrieachse parallelen Richtung verschoben werden konnten. Das entsprechende Feld zeigt Abb. 22. Darauf wurde der Porzellanisolator zwischen die Metallteile gestellt und das Feld um den Isolator herum so genau wie möglich ausgemessen. Innerhalb des Isolators, weit von dessen Oberfläche, mußte das Feld für Porzellan und Luft dasselbe sein. Es konnten folglich für die Bestimmung des Feldes in diesen Teilen des Isolators die aus den vorigen, in Luft ausgeführten Messungen, gewonnenen Resultate verwandt werden. In der Nähe der Oberfläche des Isolators war das Feld gegenüber dem in Luft gemessenen sicher bedeutend entstellt. Durch die zweite Serie der Messungen war jedoch

¹ Diese Felder sind nach der Sondenmethode im hiesigen Laboratorium von Anton Walther [12] untersucht worden.

das unmittelbar an der Oberfläche des Isolators in der Luft vorhandene Feld bekannt. Die aus dem Inneren des Isolators kommenden Niveauflächen mußten in der Nähe der Oberfläche so verschoben werden, daß sie die in Luft bei Anwesenheit des Isolators gemessenen richtig trafen und daß das Gesetz der Brechung der Niveaulinien an der Oberfläche erfüllt wurde. Das nach einem solchen Verfahren bestimmte elektrostatische Feld eines Isolators zeigt Abb. 23.



Abb. 23. Das elektrische Feld eines Stützenisolators (gemessen).

Abb. 24. Das elektrische Feld eines Stützenisolators (berechnet).

In Abb. 24 ist das Feld eines ähnlichen Isolators abgebildet, das nach einem graphischen Verfahren von A. M. Salessky berechnet worden ist. Ein genauer Vergleich läßt sich leider nicht ausführen, da die beiden Isolatoren der Form nach etwas verschieden sind. Qualitativ ist die Übereinstimmung jedenfalls befriedigend. Die experimentelle Methode hat aber wieder den Vorteil, daß sie ungefähr zehnmal schneller zum Ziele führt als die graphische.

Die elektrischen Felder von Hochspannungskabeln¹. Da die Einbettung von Sonden in natürliche Kabel auf bedeutende Schwierigkeiten stieß, begnügte man sich damit, die Spannungsverteilung an treu nachgebildeten Luftmodellen zu messen. Um die Messungen aus-

 $^{^{1}}$ Die entsprechenden Messungen sind von W. Malyschew [13]ausgeführt worden.
30 Die experimentellen Methoden zur Erforschung von elektrischen Feldern.

zuführen, wurde in dem Modell eine Anzahl von geradlinigen, unbeweglichen Sonden angebracht, die parallel zu der Symmetrieachse des Feldes



Abb. 25. Radialer Schnitt durch ein verseiltes Einleiterkabel.

eingestellt waren und im Felde so verteilt wurden, daß sie möglichst weit voneinander lagen. Das Schema der Anordnung stimmt mit dem in Abb. 19 überein.

Von den vielen untersuchten Feldern dürften folgende von größtem Interesse sein:

a) Das elektrische Feld eines verseilten Einleiterkabels. Die Aufgabe bestand darin, zu bestimmen, in welchem Maße die Feldstärke an der Oberfläche eines verseilten Leiters sich von derjenigen eines glatten Leiters bei denselben Dimensionen des Kabels unterscheiden kann. Da das gesamte

Feld des Kabels nur von geringem Interesse war, wurde die Potentialverteilung lediglich längs zweier Schnitte des Feldes bestimmt. Einer von diesen Schnitten führte durch das Zentrum des Kabels und den Drahtmittelpunkt (OA Abb. 25); hier konnte man an der



Abb. 26. Radialer Schnitt des Feldes eines verseilten Einleiterkabels.

Leiteroberfläche die maximale Feldstärke erwarten. Der zweite ging durch das Zentrum-O und den Berührungspunkt zwischen zwei benachbarten Drähten; längs dieses Schnittes mußte die Feldstärke in der Nähe der Leiteroberfläche am kleinsten sein.

Diese Potenialverteilung zeigt für ein 19-drahtiges Seil Abb. 26. Die weißen Kreise entsprechen dem Schnitt OA, die schwarzen dem Schnitt OB. Das Verhältnis der Dicke der Isolierschicht zum Leiterradius betrug 0,5. In derselben Abbildung sind zum Vergleich auch die theoretischen Spannungsverteilungen (Kurven 1 und 2) aufgetragen, die nach den von V. Fock (13) gegebenen genauen Formeln berechnet wurden. Die Übereinstimmung ist sehr befriedigend. Es zeigt sich, daß die maximale

Feldstärke um etwa 20% größer ist als die, die einem glatten Leiter entspricht. Dieses Resultat steht mit den Messungen von Atkinson (vgl. S.11) in gutem Einklang, der in einem ähnlichen Fall eine Erhöhung von 20 bis 22% beobachtete.



Abb. 27. Spannungsdiagramme des Drehfeldes.

b) Die elektrischen Felder von

Drehstromkabeln mit Sektorleitern. Da die Messung der einem Drehfeld zukommenden Mittelwerte mit Hilfe der Kapazitätssonde auf bedeutende Schwierigkeiten stieß, wurden zwei Augenblickswerte des Feldes bestimmt. Es wurden folgende Augenblicke gewählt:

1. Ein Leiter hat die Spannung Null, die beiden anderen + 86,7% und - 86,7% der maximalen Spannung (Abb. 27 links).

2. An einem der Leiter ist die maximale Spannung, an beiden anderen -50% der maximalen angelegt (Abb. 27 rechts). Der Mantel



Abb. 28. Elektrisches Feld des Drehstromkabels. Augenblickswert I. Abb. 29. Elektrisches Feld des Drehstromkabels. Augenblickswert II.

ist in beiden Fällen geerdet. Jede dieser Spannungsverteilungen wiederholt sich sechsmal während einer Periode.

Die entsprechenden Felder zeigen die Abb. 28 und 29, wobei der erste Fall dem Augenblick *I*, der zweite dem Augenblick *II* entspricht¹.

¹ Wegen der Schwierigkeiten, die die genaue graphische Einzeichnung der Niveaulinien bereitet, können die Abb. 28 und 29 nur für eine qualitative, nicht aber für eine genaue quantitative Beurteilung der Felder dienen.

32 Die experimentellen Methoden zur Erforschung von elektrischen Feldern.

Zwischen zwei benachbarten Leitern ist das Feld so gut wie homogen; zwischen dem Leiter und dem Mantel fällt es mit dem eines zylindrischen Kondensators zusammen. An den abgerundeten Kanten ist die Feldstärke etwas vergrößert.

c) Das Feld eines Hochspannungs-Kabelmuffes. Das Feld wurde an einem natürlichen Kabelmuff gemessen, aus dem die ganze Isolation



entfernt war. Als Sonden wurden Drahtringe verwandt, die koaxial zu der Achse des Muffes eingestellt waren und durch eine Mikrometerschraube längs der Achse verschoben werden konnten. Das gemessene Feld gibt Abb. 30 wieder. Es ist deutlich zu sehen, wo die für die Kabelisolation besonders gefährlichen tangentialen Komponenten der Feldstärke auftreten können.

9. Über einige spezielle Methoden zur Ermittlung der Spannungsverteilung bei Hochspannung¹.

Die schon besprochenen Methoden geben uns die Möglichkeit, die räumliche Verteilung des Potentials zu ermitteln. In einer großen Anzahl von Fällen kommt es aber nur darauf an, die Potentialwerte in einigen wenigen Punkten des Feldes zu kennen. So ist z. B. bei Ketten von Isolatoren eine genaue Kenntnis der jedem einzelnen Glied zukommenden Teilspannung von großer Wichtigkeit. Da sich diese Spannungsverteilung theoretisch nur angenähert berechnen läßt, ist man bei diesen Fragen hauptsächlich auf die experimentellen Methoden angewiesen. Ebenso wichtig ist auch die Bestimmung der Verteilung des Potentials an der Oberfläche von Stützenisolatoren und Durchführungen, die sich gleichfalls theoretisch kaum ausführen läßt.

Natürlich lassen sich diese Aufgaben mit Hilfe einer der besprochenen Methoden lösen, z. B. der Methode der Kapazitätssonde. Da es sich aber bei diesen Feldern gewöhnlich um Hochspannung handelt, lassen sich auch eine Reihe von bedeutend einfacheren Methoden anwenden.

Wie früher, wird bei den Messungen eine Sonde in das Feld eingeführt. Bei Isolatorketten kann als Sonde der Verbindungsbolzen

¹ Die Beschreibung dieser Methoden ist dem Buch von Schwaiger [2] entnommen.

Spezielle Methoden zur Ermittlung der Spannungsverteilung bei Hochspannung. 33

selbst dienen. Bei der Bestimmung der Oberflächenverteilung des Potentials befestigt man an der Oberfläche des Isolators eine Drahtschlinge so, daß sie in einer Niveaufläche liegt. Bei Wechselspannung, die bei diesen Aufgaben fast ausschließlich in Frage kommt, wird dieser Meßdraht, ähnlich wie die Sonde bei der Kapazitätsmethode, bestrebt sein, das Potential desjenigen Teiles der Oberfläche anzunehmen, in dem er befestigt ist. Außerdem ist bei den hohen Spannungen, bei denen die Messungen gewöhnlich stattfinden, die Luft schon teilweise ionisiert und wirkt als Halbleiter. In einem solchen Medium kann aber wiederum keine große Potentialdifferenz zwischen einem Leiter und den umgebenden Teilen des Feldes existieren.

Die Bestimmung des Potentials, das die Sonde angenommen hat, gestaltet sich wegen der hohen Spannungen sehr einfach. Am häufigsten wird dabei eine Prüffunkenstrecke verwandt. Man kann hier auf zweierlei Art verfahren:

a) Dem Meßdraht S wird eine Prüfelektrode e genähert, die mit einer



Abb. 31. Anordnung für die experimentelle Bestimmung der Potentialverteilung an Isolatoren nach Schwaiger.

der Elektroden verbunden ist (Abb. 31). Die Entfernung, bei der der Funke zwischen dem Meßdraht und der Elektrode übergeht, kann als Maß der zwischen ihnen vorhandenen Potentialdifferenz dienen. Statt eine veränderliche Prüffunkenstrecke zu benutzen, kann man auch eine konstante verwenden. In diesem Fall wird die Spannung an den Elektroden allmählich so weit vergrößert, bis die Funkenstrecke durchschlagen wird.

b) Die Prüfelektrode e kann mit dem beweglichen Kontakt eines Widerstandes verbunden werden, der parallel zu den Elektroden geschaltet ist (Abb. 31). Dieser Kontakt wird so eingestellt, daß bei Annäherung der Prüfelektrode an den Meßdraht kein Funken überspringt. Dann können die Potentiale des Meßdrahtes und der Prüfelektrode als gleich gelten. Das Potential der Prüfelektrode kann weiterhin aus dem Wert der angelegten Spannung und dem Verhältnis der Widerstandszweige leicht berechnet werden.

Durch eine Reihe solcher Versuche kann auch die ganze in Frage kommende Potentialverteilung bestimmt werden. Zu beachten ist nur, daß bei dem unter a) angeführten Verfahren, bei dem eine konstante Prüffunkenstrecke verwandt wird, den verschiedenen Lagen der Sonden gleiche Spannungsdifferenzen zwischen Sonde und Elektrode (dieselbe Funkenstrecke), aber verschiedenen Spannungen an den Elektroden entsprechen. Um die Potentialverteilung zu bestimmen, muß man diese Spannungsdifferenzen auf eine und dieselbe angelegte Spannung beziehen.

Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.

34 Die experimentellen Methoden zur Erforschung von elektrischen Feldern.

Bedeutend genauer als mit Hilfe einer Prüffunkenstrecke läßt sich das Potential des Prüfdrahtes nach einem von Schwaiger vorgeschlagenen Verfahren bestimmen. An dem Prüfdraht wird ein kleines Fähnchen, am besten ein Glas-, Baumwoll- oder Seidenfaden, befestigt. Bei Aufladung der Sonde wird das Fähnchen aus seiner normalen Lage abgelenkt. Der Ausschlag kann als Maß des von dem Prüfdraht angenommenen Potentials dienen. Das Fähnchen wird aus einiger Entfernung durch ein Fernrohr beobachtet. Um den Ausschlag des Fähnchens in Spannung auszuwerten, kann man den Meßdraht mit dem beweglichen Kontakt eines parallel zu den Elektroden geschalteten Potentiometers verbinden. Der bewegliche Kontakt wird so lange verschoben, bis das Fähnchen denselben Ausschlag zeigt, wie bei der Messung des Feldes. Als ein solcher Potentiometer kann auch die Hochspannungswickelung des Transformators selbst dienen, falls wir es mit einem Lufttransformator zu tun haben.

Diese Methode, die Elektroskopmethode, wurde von Schwaiger mit gutem Erfolg beim Studium der Oberflächen-Feldverteilung bei Durchführungen und Trägern angewandt. Ein ausführlicherer Bericht über die nach dieser Methode ausgeführten Messungen ist in dem Lehrbuch von Schwaiger (2) enthalten.

II. Das Vakuum als Isolator.

1. Über den Zusammenstoß von Elektronen und Ionen mit Molekülen.

Der Mechanismus des Durchschlags gasförmiger Körper ist mit der Erscheinung der Stoßionisation von Molekülen und Atomen durch hinreichend schnelle Ionen oder Elektronen eng verbunden. Die Frage des Zusammenstoßes von verschieden schnellen Elektronen mit Atomen und Molekülen behandelt eine so große Anzahl experimenteller und theoretischer Arbeiten, daß man dieses Gebiet mit Recht eins der schönsten und am besten erforschten der modernen Physik nennen kann. Rein schematisch können diese Erscheinungen folgendermaßen beschrieben werden¹: Kommt dem Elektron eine Energie zu, die kleiner als W_1 ist, so stößt es mit dem Molekül elastisch (ohne Energieverlust) zusammen. Ist die Energie des Elektrons größer als W_1 , so wird eine Energieabgabe möglich, die aber nur in ganz bestimmten Quantitäten $W_1, W_2, W_3, \ldots, W_J$ erfolgt, die für das Molekül charakteristisch sind. Übertrifft die Energie des Elektrons W_J , so kann bei dem Zusammenstoß schon ein beliebiger Teil der Energie abgegeben werden, doch muß er größer als W_J sein. Das Molekül, das eins von diesen Energiequanten aufgenommen hat, strahlt es weiterhin aus, und zwar besteht diese Strahlung aus Linien, die für den gegebenen Stoff charakteristisch sind. Wird dem Molekül die Energie W_J zugeteilt, so wird es ionisiert, d. h. in ein Elektron und ein positiv geladenes Ion zerlegt; letzteres sendet bei der Wiedervereinigung das ganze Spektrum des entsprechenden Stoffes aus. Erhält das Molekül bei dem Zusammenstoß eine Energie die größer als W_I ist, so wird ein Teil der Energie, der gleich W_I ist, auf die Ionisation verwandt, der Rest geht in die kinetische Energie des bei der Ionisation entstandenen Elektrons über.

Die positiven Ionen können die Moleküle ebenfalls durch Stoß ionisieren, jedoch müssen sie dann eine bedeutend größere Energie besitzen; außerdem ist bei ihnen die Wahrscheinlichkeit, daß es bei dem Zusammenstoß zu einer Ionisation kommt, bedeutend kleiner. Die positiven Ionen besitzen somit eine bei weitem geringere ionisierende

¹ Ausführlich werden diese Fragen in folgenden Büchern behandelt: 1. J. Frank: Anregung von Quantensprüngen. 2. Foot and Mohler: The origin of Spektra.

Fähigkeit als die Elektronen. Obgleich ein bedeutend kleineres experimentelles und theoretisches Material vorliegt, das diese Fragen behandelt, können dennoch auch hier alle Gesetzmäßigkeiten als prinzipiell gedeutet gelten.

Bedeutend komplizierter werden alle Erscheinungen, wenn wir von diesen elementaren Erscheinungen zu denen übergehen, die sich in Gasen von großer Dichte bei intensiven elektrischen Feldern abspielen. Wir begegnen hier einer ganzen Reihe von neuen Erscheinungen, die sich auf die Tatsache gründen, daß bei großen Gasdichten ein Elektron auf ein schon angeregtes Ion stoßen kann, das nicht Zeit hatte, die ihm bei dem vorhergehenden Stoß mitgeteilte Energie als Strahlung auszusenden und das deshalb leichter zu ionisieren ist. Es zeigt sich weiterhin, daß selbst in den Fällen, wo den Elektronen eine Energie zukommt, die kleiner als W_1 ist, diese Elektronen dennoch bei den Zusammenstößen einen geringen Bruchteil der Energie abzugeben vermögen : und dieser Umstand kann bei der großen Anzahl der Zusammenstöße bedeutende Energieverluste verursachen. Außerdem wird hier die noch sehr wenig geklärte Frage von großer. Wichtigkeit, wie wahrscheinlich es ist, daß ein mit einer ausreichenden Energie behaftetes Elektron bei dem Zusammenstoße ionisiert. Bei der theoretischen Behandlung dieser Fragen stoßen wir endlich noch auf eine Reihe von Schwierigkeiten, die mit der durch die Raumladungen verursachten Änderung des elektrischen Feldes, sowie mit der Möglichkeit der Wiedervereinigung der Ionen zusammenhängen. Das ganze Problem erscheint so verwickelt, daß wir bis jetzt noch keine strenge Theorie des Durchschlages von Gasen besitzen, obgleich uns alle Einzelheiten dieses Vorgangs genau bekannt sind. Wir müssen uns mit der noch von Townsend (15) aufgestellten Theorie begnügen, die, wenn sie auch vom Standpunkt der modernen Physik aus betrachtet bedeutend veraltet ist, die ganze Erscheinung im allgemeinen richtig beschreibt.

2. Die Theorie von Townsend.

Es sei ein ebener Kondensator in einem gasförmigen Medium gegeben, an den eine hohe Spannung angelegt ist. Wir wollen annehmen, daß die negative Platte aus irgendeinem Grunde, z. B. unter der Einwirkung des Lichtes, Elektronen aussendet. Diese Elektronen bewegen sich durch das Feld hindurch zu der Anode hin und erhalten dabei, falls die Feldstärke groß genug ist, eine solche Energie, daß sie die Moleküle des Gases ionisieren und folglich neue Elektronen bilden. Diese neuen Elektronen zusammen mit den ursprünglichen, bewegen sich nun weiter zu der Anode und bilden auf diesem Wege immer weitere Elektronengruppen. Von der Ionisation durch positive Ionen wollen wir einstweilen absehen. Um die Stärke des Stromes zu berechnen, der sich bei diesem Prozeß ergibt, wollen wir von der Annahme ausgehen, daß die Zahl der neuen Elektronen dn, die sich in der Zeiteinheit in der Schicht dx bilden (Abb. 32), proportional der Anzahl der primären und sekundären Elek-

tronen ist, die in der Zeiteinheit durch die Ebene x = const hindurchwandern. Man kann folglich

setzen. Der Koeffizient α bedeutet hier die

$$dn = \alpha n dx$$

$$dx = \frac{x}{\frac{1}{x}}$$
Abb. 32.

Anzahl der Ionisationen, die ein Ion auf einer Wegelänge von 1 cm ausführt. Aus der Formel (6) läßt sich für n der Ausdruck

(6)

$$n = n_0 e^{a x} \tag{7}$$

berechnen, wo n_0 der Anzahl der zu Beginn des Versuches von der Kathode ausgesandten Elektronen entspricht. Die Stärke des durch den Kondensator fließenden Stromes wird man aus dieser Formel erhalten, indem man sie mit der Ladung des Elektrons ε multipliziert und x = d(d Abstand zwischen den Platten des Kondensators) setzt.

$$i = n_0 \varepsilon e^{\alpha d} = i_0 e^{\alpha d} \tag{8}$$

Die Größe a ist eine Funktion der Feldstärke und des Gasdruckes. Aus Formel (8) läßt sich folgern, daß bei konstanter Feldstärke und konstantem Gasdruck der Strom mit dem Plattenabstand sehr schnell anwächst. Um nun die Abhängigkeit zwischen dem Strom und der Spannung E oder der Feldstärke X festzustellen, muß man den Zusammenhang zwischen a und X bestimmen. Durch Strommessungen konnte a experimentell für verschiedene p und X ermittelt werden. Es zeigte sich. daß α sich als eine Funktion der Art



$$a = pf(X/p) \tag{9}$$

darstellen läßt. Eine der für Luft gemessenen Kurven zeigt Abb. 33.

Bei der theoretischen Behandlung dieser Frage macht Townsend der Einfachheit halber die Annahme, daß das Elektron bei jedem Zusammenstoß seine ganze Energie einbüßt. Wenn dies zutrifft, so muß sich das Elektron streng in der Richtung der Kraftlinien verschieben. Längs jeder freien Weglänge wird es die Energie $\varepsilon X \lambda$ anhäufen. Ist diese Energie kleiner als W_J , so verliert sie das Elektron ohne weitere Folgen; ist sie dagegen größer als W_J , so kommt es zu einer Ionisation des Moleküls bei jedem Stoß. Die Bedingungen für die Ionisation sind folglich:

$$\varepsilon X \lambda \geqslant W_J \text{ oder } \lambda \geqslant \frac{W_J}{\varepsilon X}$$
 (10)

Die freien Weglängen sind aber nicht alle einander gleich. Ist die mittlere Wegelänge λ_m , so kann die Wahrscheinlichkeit, daß die freie

Weglänge größer als ein bestimmtes λ ist, durch die Funktion $e^{-\lambda m}$ ausgedrückt werden. Es läßt sich also behaupten, daß von den *n*-Zusammenstößen, die die Elektronen auf einer einheitlichen Wegelänge erleiden, nur

$$\alpha = n e^{-\frac{W_J}{\varepsilon \, X \, \lambda_m}} \tag{11}$$

eine Ionisation zur Folge haben werden. Die Zahl n kann gleich $\frac{1}{\lambda_m}$ gesetzt werden, da wir ja der ganzen Berechnung die Annahme zugrunde gelegt haben, daß sich das Elektron genau in der Richtung der Kraftlinien bewegt. Ersetzen wir in dem Ausdruck (11) n durch $\frac{1}{\lambda_m}$, so bekommen wir für die Anzahl der ionisierenden Stöße auf einer einheitlichen Weglänge den Ausdruck

$$\alpha = \frac{1}{\lambda_m} e^{-\frac{W_j}{\epsilon X \lambda_m}}$$
(12)

oder, da λ_m dem Gasdruck p umgekehrt proportional ist,

$$\alpha = A p e^{-\frac{B p}{X}} \tag{13}$$

Die experimentell ermittelten Gesetzmäßigkeiten werden durch die Formel (13) bei entsprechender Wahl der Koeffizienten A und B gut wiedergegeben. Die Werte der Größen λ_m und W_J jedoch, die aus den Konstanten A und B berechnet werden können, sind nur der Größenordnung nach richtig. Vergleicht man die ihnen zukommenden Zahlenwerte mit denjenigen, die sich unmittelbar aus Messungen ergeben, so läßt sich eine bedeutende Abweichung feststellen. Dies ist auch nicht zu verwundern, da die Annahmen von Townsend über den Mechanismus der Ionisation nur sehr angenähert den Gesetzmäßigkeiten entsprechen, die uns aus genaueren Versuchen über die Zusammenstöße von Molekülen und Elektronen bekannt sind. Die Formel (8) ist aber auf weit allgemeinere Annahmen gegründet und wird auch durch das Experiment vollkommen bestätigt.

Bei sehr hohen Feldstärken genügt aber auch die Formel (8) dem Experiment nicht mehr, da eine Ionisation durch positive Ionen möglich wird. Townsend berücksichtigt auch diese Möglichkeit und kommt dann zu der Formel

$$i = \frac{(\alpha - \beta) e^{(\alpha - \beta)d}}{a - \beta e^{(\alpha - \beta)d}}$$
(14)

wobei

$$\begin{aligned} \alpha &= p f_1\left(\frac{X}{p}\right) \\ \beta &= p f_2\left(\frac{X}{p}\right) \end{aligned}$$
 (15)

zu setzen sind.

Die Formel (8) ergibt $i = \alpha$ nur für $\alpha = \infty$, was einer unendlich großen Feldstärke entspricht. Im Ausdruck (14) dagegen wird *i* schon bei einem endlichen Wert von α und folglich auch von X unendlich groß. Dies geschieht, wenn der Nenner des Bruches in (14) Null wird:

$$\alpha - \beta e^{(\alpha - \beta)d} = 0, \tag{16}$$

oder

$$d = \frac{\lg \alpha - \lg \beta}{\alpha - \beta},$$

$$pd = \frac{\lg f_1\left(\frac{X_0}{p}\right) - \lg f_2\left(\frac{X_0}{p}\right)}{f_1\left(\frac{X_0}{p}\right) - f_2\left(\frac{X_0}{p}\right)},$$
(17)

wo durch X_0 der Wert der Feldstärke bezeichnet ist, bei dem *i* unendlich groß wird. Da bei unbegrenztem Anwachsen des Stromes das Gas als durchschlagen gelten kann, ist X_0 nichts anderes als die Durchbruchfeldstärke des Gases. Setzen wir $X_0 = \frac{E_0}{d}$, wo E_0 die diesem X_0 entsprechende Durchschlagspannung bedeutet und setzen diesen Wert in (17) ein, so bekommen wir

$$pd = \frac{\lg f_1\left(\frac{E_0}{pd}\right) - \lg f_2\left(\frac{E_0}{pd}\right)}{f_1\left(\frac{E_0}{pd}\right) - f_2\left(\frac{E_0}{pd}\right)}.$$
(18)

Aus dieser Formel läßt sich folgern, daß bei konstantem Produkt pdauch die Durchschlagspannung E_0 konstant bleibt, eine Tatsache, die durch das Experiment bestätigt wird. Aber noch mehr: führen wir in die Formel (17) die den verschiedenen Gasen entsprechenden Zahlenwerte der Funktion f_1 und f_2 ein, so lassen sich, wie Townsend gezeigt hat (wenigstens bei Gasdrucken die von der Größenordnung von $\frac{1}{10}$ Atmosphäre und kleiner sind), für die Durchschlagspannungen Werte berechnen, die mit den unmittelbar gemessenen sehr gut übereinstimmen.

Die Durchschlagsbedingung (16) kann folgendermaßen umgeformt werden:

$$\alpha e^{-\alpha d} = \beta e^{-\beta d}. \tag{19}$$

Das Vakuum als Isolator.

Diese Gleichung zeigt, daß zwischen den ionisierenden Fähigkeiten der positiven und negativen Ionen ein bestimmter Zusammenhang vorhanden sein muß: wird α gegeben, so kann der Durchschlag nur bei einem ganz bestimmten minimalen β stattfinden. Die mathematische Deutung dieses Zusammenhanges ist folgende: α und β sind zwei reelle positive Wurzeln der Gleichung $xe^{-xd} = A$. Um sie zu finden, tragen wir die Funktion xe^{-xd} für verschiedene Werte des Parameters dgraphisch auf (vgl. Abb. 34; den verschiedenen d entspricht ein verschiedener Maßstab der Ordinatenachse). Wählen wir nun d = 1 und $\alpha = 2,7$, so muß, damit der Durchschlag stattfindet, $\beta = 0,2$ gesetzt



Abb. 34. Die Funktion xe^{-dx} bei verschiedenen d.

werden. Man kann sich leicht überzeugen, daß dann der Forderung $\alpha_1 e^{-\alpha_1 d} = \beta_1 e^{-\beta_1 d}$ (20)

genügt wird. Vermindern wir nun d auf die Hälfte, lassen aber α und β unverändert, so wird die Bedingung (19) nicht mehr erfüllt, da bei den Abszissen α_1 und β_1 die entsprechenden Ordinaten der Kurve $d = \frac{1}{2}$ $(\beta_1 A$ und $\alpha_1 B)$ nicht mehr einander gleich sein werden. Vergrößern wir nun die Feldstärke X, so wachsen sowohl α als auch β , und die Differenz zwischen den entsprechenden Ordinaten wird kleiner. Bei einem bestimmten $X = X_2$ kommen wir zu zwei Werten α_2 und β_2 , bei welchen die Ordinaten einander gleich werden. Dieser Wert der Feldstärke X_2 wird die Durchbruchfeldstärke bei der Schichtdicke $d = \frac{1}{2}$ sein. Bei Verkleinerung des Abstandes der Elektroden vergrößert sich folglich nach Townsend die Durchbruchfeldstärke; bei geringen Entfernungen kann sie sehr große Werte erreichen, was auch tatsächlich durch eine große Anzahl von Versuchen von verschiedenen Forschern bestätigt worden ist.

Um die Abhängigkeit der Durchbruchfeldstärke von dem Gasdruck zu bestimmen, müssen wir vor allem feststellen, wie sich die Größen α und β mit dem Drucke ändern. Abb. 35 zeigt die experimentell ermittelte Abhängigkeit zwischen α , β und p. Bei Vergrößerung des Druckes wächst α zuerst, erreicht bei $p = p_m$ seinen Maximalwert und nimmt dann wieder ab. Wir nehmen nun an, daß der Gasdruck größer als p_m ist und daß bei diesem Druck die Durchschlagsbedingungen erfüllt werden. Bei Anwachsen des Druckes verkleinern sich sowohl α als auch β , β aber bedeutend langsamer. Der Ausdruck $\alpha e^{-\alpha d}$ wird größer als $\beta e^{-\beta d}$ (vgl. Abb. 34), während die Bedingung für den Durchschlag Gleichheit der beiden Ausdrücke ist. Um sie einander gleich zu machen, müssen wir α und β vergrößern, was durch Vergrößerung der Feldstärke geschehen kann. Für $p > p_m$ hat also ein Anwachsen des Druckes eine Erhöhung der Durchbruchfeldstärke zur Folge.

Ist $p < p_m$, so verkleinert sich α bei Abnahme des Druckes, β wächst dagegen in dem Druckintervall, das der Abb. 35 entspricht. Die Ordinaten $\alpha e^{-\alpha d}$ und $\beta e^{-\beta d}$ wachsen beide. Je nachdem, ob sich $\beta e^{-\beta d}$ schneller oder langsamer vergrößert als $\alpha e^{-\alpha d}$, müssen, um die Gleichgewichtsbedingung $\alpha e^{-\alpha d} = \beta e^{-\beta d}$ zu erfüllen, die Größen α und β selbst und folglich auch die



Abb. 35. Abhängigkeit zwischen den Größen a und β und dem Gasdruck p.

Durchbruchfeldstärken verkleinert oder erhöht werden. Es läßt sich aber ganz bestimmt behaupten, daß die Größe β bei geringeren Gasdrucken, als sie auf der Abb. 35 aufgetragen sind, mit dem Gasdruck abnimmt, ähnlich wie α . In diesem Fall werden sich bei abnehmendem Gasdruck die Ordinaten $\beta e^{-\beta d}$ verkleinern, die Ordinaten $\alpha e^{-\alpha d}$ dagegen anwachsen, so daß eine Vergrößerung von α und β und folglich auch der Durchbruchfeldstärke nötig sein wird, um den Durchschlag herbeizuführen.

Auf Grund unserer Überlegungen kommen wir zu dem Schluß, daß bei einem bestimmten Druck ein Minimum der Durchbruchfeldstärke existieren muß. Diese Folgerung wird durch das Experiment im vollen Maße bestätigt¹.

3. Die Gasentladung bei niedrigen Drucken.

Wie wir bewiesen haben, wächst bei kleinen pd, d. h. kleinen Abständen oder niedrigen Drucken die Durchbruchfeldstärke. Diese Erscheinung kann dadurch erklärt werden, daß das lawinenartige An-

¹ Genaueres über diese Theorien siehe Townsend: Electricity in Gases; Schumann: "Elektrische Durchbruchfeldstärke in Gasen".

schwellen des Stromes bei kleinen pd durch die geringe Anzahl der vorhandenen Moleküle erschwert wird. Obgleich die Ionen eine Energie besitzen, die für die Ionisation ausreicht, stehen ihnen dazu zu wenig Moleküle zur Verfügung. Außerdem ist bei kleinen pd bei dem Durchschlage selbst der Strom bedeutend kleiner, wir bekommen hier nicht mehr einen Funken, sondern ein stationäres Leuchten, wie es z. B. in Geislerröhren auftritt. Wird der Druck noch weiter verkleinert, so wird die Anzahl der Moleküle so gering, daß eine elektrische Entladung von der oben besprochenen Art eigentlich gänzlich ausbleiben müßte. Jedoch kommt hier eine neue Erscheinung hinzu, nämlich die Ionisation der Oberfläche der Kathode durch positive Ionen, die eine Elektronenemission zur Folge hat.

Jedes positive Ion reißt bei dem Auftreffen auf die Kathode nElektronen heraus; es genügt nun, daß eines von diesen n-Elektronen auf seinem Wege zu der Anode auf ein Molekül trifft und es ionisiert, um den ganzen Entladungsprozeß aufrecht zu erhalten. Gerade bei solchen Drucken treten die Kathoden- und die Röntgenstrahlen auf. Wird der Restdruck noch weiter verringert, so wächst die Durchschlagspannung wieder an, da eine immer kleinere Anzahl der herausgerissenen Elektronen auf Moleküle trifft und die erforderlichen positiven Ionen bildet. Um die Entladung aufrechtzuerhalten, muß daher jedes auf die Kathode auftreffende Ion mehr Elektronen bilden als vorher; dies kann aber nur durch eine Vergrößerung der Schnelligkeit des Ions und folglich eine Erhöhung der Spannung erzielt werden. Sehr weit können wir aber dabei nicht gehen. Selbst die schnellsten Ionen --- die a-Partikeln des Radiums, vermögen nicht mehr als 20 Elektronen bei dem Aufprall auf eine Metalloberfläche herauszureißen, so daß bei sehr geringen Drucken selbst eine bedeutende Erhöhung der angelegten Spannung die stationäre Entladung nicht mehr aufrechterhalten kann. Es wird auch tatsächlich beobachtet, daß bei einem sehr guten Vakuum die Röntgenröhren zu arbeiten aufhören. Falls ihre Elektroden gut entgast sind, lassen sich Spannungen von über 100 KV anlegen, ohne daß eine Entladung zu merken ist. Das Vakuum ist folglich ein sehr guter Isolator. Die nicht mehr stationären Entladungen, die in einem solchen Hochvakuum möglich sind, wollen wir im Folgenden besprechen.

4. Die Emission von Elektronen durch glühende Körper¹.

Die isolierende Fähigkeit des vollkommenen Vakuums kann selbstverständlich nicht auf irgendwelche Eigenschaften des Vakuums selbst

¹ Vgl. Richardson: The emission of electricity from hot bodies, 1916; Bloch: Les phénomènes thermioniques. Paris 1923.

zurückgeführt werden, da der Durchschlag an das Vorhandensein von Materie gebunden ist, das Vakuum aber eben das Fehlen jeglicher Materie voraussetzt. Sie wird ausschließlich durch die Eigenschaften der Elektroden bestimmt. Wird an die Elektroden eine Spannung angelegt, so bildet sich an ihrer Oberfläche eine senkrecht zu ihnen gerichtete elektrische Kraft aus, die bestrebt sein wird, die Elektronen aus der Oberfläche herauszureißen und folglich eine Entladung einzuleiten. Die erste Frage, die sich hier bietet, ist folgende:

Wir wissen, daß im Innern des Metalls die Elektronen sich frei bewegen; was hindert sie nun, schon bei geringen Feldstärken die Oberfläche des Metalls zu verlassen und im Vakuum zwischen den Elektroden einen beliebig großen elektrischen Strom zu bilden? Da sich solche Ströme nicht beobachten lassen, müssen wir annehmen, daß auf die Elektronen in den an der Oberfläche liegenden Schichten des Metalls irgendwelche Kräfte wirken, die sie zurückhalten. Eine ähnliche Erscheinung kann auch bei den Flüssigkeiten beobachtet werden; deren Moleküle sich im Inneren beliebig bewegen, in den Oberflächenschichten dagegen einer Kraft unterworfen sind, die sie zurückhält. Bei den flüssigen Körpern wird diese Erscheinung durch die intermolekularen Anziehungskräfte erklärt. Diese Kräfte heben sich im Innern auf, bilden jedoch an der Oberfläche eine sehr bedeutende resultierende Kraft, die nach dem Inneren der Flüssigkeit gerichtet ist. Eine ähnliche Erscheinung läßt sich auch bei den Elektronen erwarten: die Anziehungskräfte zwischen dem Elektron und dem von ihm polarisierten Molekül ergeben an der Oberfläche eine resultierende Kraft, die die Elektronen zurückhält.

Aber ebenso wie einzelne Moleküle der Flüssigkeit, die eine genügende Energie besitzen, die zurückhaltenden Kräfte überwinden und die Oberfläche verlassen können (das Verdampfen der Flüssigkeit), verhalten sich auch die Elektronen. Die Energie, die sie im Inneren des Metalls besitzen, ist derjenigen der Moleküle gleich und folgt dem Maxwellschen Verteilungsgesetz. Die schnellsten Elektronen reißen sich aus dem Metall heraus und bilden einen Strom, der von der Kathode zu der Anode fließt. Ein solcher Strom muß, streng genommen, bei jeder beliebigen Temperatur existieren, praktisch ist er aber bei Zimmertemperatur wegen der kleinen Zahl der genügend schnellen Elektronen so gering, daß er vernachlässigt werden kann. Bei Temperaturerhöhung wird die Zahl der verdampfenden Elektronen immer größer und größer, was auch ein entsprechendes Anwachsen des Stromes zwischen den Elektroden im Vakuum zur Folge hat. Für verschiedene Stoffe beginnen diese schon meßbaren Ströme bei Temperaturen, die zwischen 300° C und 1000° C liegen. Die Abhängigkeit zwischen dem Strome und der Temperatur wird, wie sowohl experimentell als auch theoretisch

gezeigt werden kann, durch die Formel von Richardson

$$i = a \sqrt{Te} - \frac{W}{kT}$$
(21)

wiedergegeben; hier bedeutet a ein Koeffizient, der von der in der Volumeinheit enthaltenen Anzahl der Elektronen abhängt, k eine Konstante, der der Zahlenwert $1,35 \times 10^{-16}$ zukommt, T die absolute Temperatur und W die Arbeit, die das Elektron leisten muß, um durch die Oberfläche hindurchzufliegen (Austrittsarbeit). W kann experimentell aus der Formel (21) bestimmt werden, wenn man bei derselben Anordnung die Ströme *i* für verschiedene Temperaturen Tmißt.

Ein anderer Weg, auf dem W ermittelt werden kann, ist folgender: Es ist bekannt, daß sich die Flüssigkeit beim Verdampfen abkühlt. Eine ähnliche Erscheinung läßt sich auch bei dem Verdampfen der Elektronen beobachten: auch hier kühlt sich das Metall ab. Aus dieser Temperaturerniedrigung läßt sich die Größe W ebenfalls mit guter Genauigkeit berechnen. Die beiden Methoden zur Bestimmung von Wführen zu gut übereinstimmenden Resultaten. Drücken wir diese Arbeit W in Volt aus ($W_{\rm erg} = \frac{W_{\rm Volt} \times \varepsilon}{300}$; ε Ladung des Elektrons), so ergeben sich folgende Zahlen:

Metall	Austritts- arbeit W _{Volt}	Metall	Austritts- arbeit Wvolt	
Wolfram . </th <th>$\begin{array}{r} 4,5\\ 4,3\\ 4,3\\ \cdot 6,9-4,4\\ 4,2\\ 3.4\end{array}$</th> <th>Titan </th> <th>2,4 3,2 2,9 3,2 2,7</th>	$\begin{array}{r} 4,5\\ 4,3\\ 4,3\\ \cdot 6,9-4,4\\ 4,2\\ 3.4\end{array}$	Titan	2,4 3,2 2,9 3,2 2,7	

Tabelle 1.

Sowohl die Metalle, die fast immer Beimengungen von K, Na und verschiedenen Gasen enthalten, als auch insbesondere die Salze senden bei Erhitzung positive Ionen aus. Diese Emission beginnt bei tieferen Temperaturen als die der Elektronen, erreicht aber niemals eine solche Intensität wie letztere. Die Abhängigkeit von der Temperatur ist bei dieser positiven Emission ungefähr dieselbe wie bei der negativen, nur ist die Arbeit W kleiner.

5. Die Theorie des Vakuumdurchschlages.

Die Energie, die ein Elektron besitzen muß, um sich von der Oberfläche des Metalls loszulösen, kann, wie wir soeben gesehen haben, als genau bekannt gelten. Die thermische Emission der Elektronen wird bei konstanter Temperatur in erster Linie durch diesen Energiewert bestimmt. Nun wollen wir uns die Frage stellen, wie groß die Feldstärke an der Oberfläche des Metalls sein muß, damit ein Elektron imstande ist, nur unter der Einwirkung der elektrischen Kraft, bei beliebig niedriger Temperatur, das Metall zu verlassen. Dies wird ja gerade die Bedingung dafür sein, daß zwischen zwei im Vakuum angeordneten Elektroden eine Entladung stattfindet. Es müssen die äußere elektrische Kraft und die nach innen gerichtete, die Elektronen zurückhaltende Kraft, einander gleich werden.

Um die Erscheinung des Herausreißens der Elektronen durch elektrische Felder theoretisch zu charakterisieren, reicht die Kenntnis der integralen Größe der Austrittsarbeit des Elektrons nicht aus, man muß vielmehr wissen, wie die elektrischen Kräfte an der Oberfläche selbst und dicht in der Nähe von ihr beschaffen sind. Diese Oberflächenkräfte werden durch die elektrischen Wechselwirkungen zwischen den in der Oberflächenschicht gelegenen Elektronen und den übrigen Atomen, Ionen und Elektronen bestimmt. Bei dem gegenwärtigen Stand der Physik lassen sich diese Kräfte noch nicht einigermaßen genau berechnen. Aber auch eine angenäherte Lösung der Aufgabe ist von bedeutendem Interesse.

Diese Frage ist eingehend von Schottky [18] behandelt worden (vgl. seine letzte Arbeit Z. f. Phys. 14, 63, 1923; Literaturangabe ebenda). Die Theorie von Schottky kann, wie uns scheint, folgendermaßen zusammengefaßt werden. Ist das Elektron von der Oberfläche so weit entfernt, daß der Abstand die Atomdimensionen weit übertrifft (etwa 5×10^{-7} cm — 10^{-4} cm), so können die Anziehungskräfte zwischen ihm und der Elektrode nach den üblichen Formeln der Elektrostatik berechnet werden. Ist die Ladung des Elektrons gleich ε und der Abstand gleich x, so kann diese Kraft gleich

$$K = rac{arepsilon^2}{4 \, x^2}$$
 (22)

gesetzt werden. Befindet sich das Elektron dagegen so nahe an der Oberfläche, daß x mit den intermolekularen Abständen vergleichbar wird, so hängt die Kraft K überhaupt nicht mehr von x ab. Diese Behauptung kann vielleicht durch die Tatsache erklärt werden, daß selbst bei den am besten polierten Oberflächen Vorsprünge und Vertiefungen vorhanden sind, die die Atomdimensionen übertreffen, so daß die Kraft in der Oberflächenschicht schon wenig von der Lage des Elektrons abhängt. Wie dem auch sei, es liegt die Annahme der Konstanz der Kraft der Theorie von Schottky zugrunde. Zwischen diesen zwei Gebieten der großen und kleinen x ist natürlich auch ein Übergangsgebiet vorhanden; Schottky nimmt jedoch an, daß kein großer Fehler begangen wird, wenn man dieses Übergangsgebiet gänzlich außer acht läßt und sich mit folgenden Annahmen begnügt:

$$\begin{array}{ccc} x < x_{0} & K = K_{0} \\ x > x_{0} & K = \frac{\varepsilon^{2}}{4x^{2}} \\ & K_{0} = \frac{\varepsilon^{2}}{4x^{2}_{0}} \end{array}$$
 (23)

Die Abhängigkeit der Kraft von dem Abstand ist graphisch in Abb. 36 wiedergegeben. Kann nun die Kraft durch die For-



Abb. 36. Anziehungskraft zwischen Elektron und Elektrode als Funktion des Abstandes x nach Schottky.

e Kraft durch die For-
meln (23) als bestimmt gel-
ten, so fällt es nicht schwer,
auch die Arbeit zu berech-
nen, die erforderlich ist,
um das Elektron aus dem
Inneren des Metalls ins Un-
endliche zu bringen. Diese
Arbeit wird dem Inhalt
der schraffierten Fläche
$$OK_{0}abc$$
 gleich sein, d.h.

$$W = x_0 K_0 + \int_{x_0}^{\infty} K dx = x_0 \frac{\varepsilon^2}{4x_0^2} + \int_{x_0}^{\infty} \frac{\varepsilon^2}{4x_0^2} dx = \frac{\varepsilon^2}{2x_0}$$
(24)

Die Größen x_0 und K_0 lassen sich durch W folgendermaßen ausdrücken

$$x_0 = \frac{\epsilon^2}{2W}; \quad K_0 = \frac{\epsilon^2}{4x_0^2} = \frac{\epsilon^2}{4\frac{\epsilon^4}{4W^2}} = \frac{W^2}{\epsilon^2},$$
 (25)

oder, wenn man zu den praktischen Einheiten übergeht und W in V die Kraft K_0 in V/cm ausdrückt (die entsprechenden Werte wollen wir durch V_i und X_0 bezeichnen)

$$\left. \begin{array}{l} x_{0} = \frac{300 \, \epsilon^{2}}{2 \, \epsilon \, V_{i}} = \frac{7.16 \times 10^{-8}}{V_{i}} \, \mathrm{cm} \\ x_{0} = \frac{V_{i}^{2}}{300 \, \epsilon} = 6.97 \times 10^{6} \, V_{i}^{2} \, \mathrm{V/cm} \end{array} \right\}$$
(26)

Die Arbeit V_i ist uns aus dem Thermioneneffekt bekannt (vgl. vorigen Paragraph). Bei Wolfram, bei dem $V_i = 4.5$ V ist, ergibt sich

$$x_0 = 1.6 \times 10^{-8} \, \mathrm{cm}; \quad X_0 = 1.4 \times 10^{8} \, \mathrm{V/cm},$$

bei Natrium ($V_i = 2$ V)

$$x_0 = 3.6 \times 10^{-8} \, {
m cm}; \quad X_0 = 2.8 \times 10^7 \, {
m V/cm}$$

Das äußere elektrische Feld wird dann imstande sein, Elektronen aus dem Metall herauszureißen, wenn seine Feldstärke X der Kraft X_0 gleich und entgegengesetzt gerichtet ist. Für den Durchschlag des

46

Vakuums ist folglich die Feldstärke $X = 6.97 \times 10^6 V_i^2$ oder ungefähr 10⁸ V/cm erforderlich. Beachten wir aber, daß die Oberfläche des Metalls, streng genommen, immer rauh ist, wobei diese Unebenheiten bei den am besten polierten Elektroden 10⁻⁶ mm erreichen können, so läßt sich erwarten, daß die Feldstärke dicht an der Elektrode diejenige merklich übertrifft, die in der Annahme einer vollkommen ebenen Oberfläche berechnet wurde. Hat die Unebenheit die Form eines Halbzylinders vom Radius ϱ_0 , so bekommt das Feld das in Abb. 37 gezeichnete Aussehen. Aus dem Verlauf der Niveauflächen läßt sich folgern, daß die Feldstärke am äußersten Punkt der Zylinderfläche A, diejenige an den ebenen Teilen der Platten (z. B. Punkt B) ungefähr um das Doppelte übertreffen wird. Liegt auf dieser Zylinderfläche eine zweite vom Radius $\frac{\varrho_0}{2}$, auf dieser zweiten eine dritte mit dem Radius $\frac{\varrho_0}{4}$ usw., und hat die letzte Zylinderfläche einen Radius $\frac{\varrho_0}{k}$, der den Atomdimensionen gleich-

kommt, so hat, wie Schottky gezeigt hat, der Gipfel dieser Unebenheit eine Feldstärke, die diejenige der ebenen Oberfläche bei $\varrho_0 \sim 10^{-5} - 10^{-6}$ cm etwa um das Zehnfache übertrifft. Falls an den Elektroden solche Vorsprünge tatsächlich vorhanden sind, so wird schon eine kleinere makroskopische Feldstärke X genügen, um an Spitzen die für das Herausreißen der den Elektronen notwendige Kraft X_0 zu erzeugen.



Abb. 37. Elektrostatisches Feld einer Ebene mit einem halbzylinderförmigen Vorsprung nach Schottky.

Das Vakuum kann dann schon bei einer Feldstärke von 107 V/cm durchschlagen werden. Bei ebenen Elektroden und 1 mm Abstand dürfte für den Durchschlag eine Spannung von 106 V statt 107 V genügen.

Es muß aber erwähnt werden, daß, noch bevor die Feldstärke den Wert X_0 erreicht, schon eine durch das elektrische Feld bedingte Elektronenemission eintreten wird. Die thermische Emission der Elektronen genügt, wie gezeigt wurde, dem Gesetz (21)

$$i = i_0 e^{-\frac{W}{KT}^1}$$
(21a)

wo W die Austrittsarbeit ist. Sie war gleich (vgl. 24)

$$W = X_0 \varepsilon x_0 + \frac{\varepsilon^2}{4x_0}.$$
 (24a)

Durch das Vorhandensein eines elektrischen Feldes wird die thermische Emission erleichtert. Ist nämlich ein äußeres Feld von der Feldstärke X_1 vorhanden, so braucht ein Elektron, um sich aus dem Metall

¹ Da sich in (21) \sqrt{T} im Verhältnis zu $e^{-\overline{KT}}$ sehr langsam ändert, nehmen wir die Wurzel als konstant an und führen sie in den Koeffizienten i_0 ein.

herauszureißen, nicht mehr die Energie W, sondern eine kleinere W_1 zu besitzen. Diese Energie wird durch den Inhalt der schraffierten Fläche in Abb. 38 gegeben, die von den Ordinaten $K = K_0 = \varepsilon X_0$ und $K = K_1 = \varepsilon X_1$ begrenzt wird. Das entsprechende X_1 kann aus der Formel

$$K_1 = \frac{\varepsilon^2}{4x_1^2} \tag{27}$$

bestimmt werden. Für x_1 ergibt sich der Wert $x_1 = \frac{\varepsilon}{\sqrt[\gamma 4 K_1}$.



Abb. 38. Austrittsarbeit des Elektrons bei großen Feldstärken nach Schottky.

Für die Austrittsarbeit W_1 bekommen wir den Ausdruck

$$W_{1} = (K_{0} - K_{1})x_{0} + \int_{x_{0}}^{\sqrt{\frac{\epsilon^{2}}{4K_{1}}}} \left(\frac{\epsilon^{2}}{4k^{2}} - K_{1}\right)dx =$$

$$= K_{0}x_{0} - K_{1}x_{0} + \frac{\epsilon^{2}}{4x_{0}} - \frac{\sqrt{\epsilon^{2}K_{1}}}{2} - \frac{\sqrt{\epsilon^{2}K_{1}}}{2} + K_{1}x_{0} =$$

$$= K_{0}x_{0} + \frac{\epsilon^{2}}{4x_{0}} - \sqrt{\epsilon^{2}K_{1}} = W - \sqrt{\epsilon^{3}X_{1}}.$$
(28)

Die Richardsonsche Formel (21a) geht in

$$\dot{c} = i_0 e^{-\frac{W - V e^3 X}{KT}} \tag{29}$$

über. Zwischen i und X besteht also folgender Zusammenhang:

$$\lg \frac{i}{i_0} = -\frac{W}{KT} + \frac{\sqrt{e^3 X}}{KT} \,. \tag{30}$$

6. Experimentelle Untersuchungen der elektrischen Entladung im Hochvakuum.

Eine einwandfreie Ermittlung der Stromspannungskurven im Hochvakuum wird außerordentlich dadurch erschwert, daß an den Elektroden und den Wänden des Gefäßes verschiedene Nebenerscheinungen auftreten, die den ganzen Vorgang entstellen. Nur bei völliger Entgasung der Elektroden sowie bei aufs sorgfältigste polierten Oberflächen lassen sich darstellbare Werte erzielen. Da alle diese NebenExperimentelle Untersuchungen der elektrischen Entladung im Hochvakuum. 49

effekte bei Hochspannung bedeutend an Intensität zunehmen und außerdem die Einführung der Hochspannung selbst in das Prüfgefäß bedeutende Schwierigkeiten bereitet, suchten die meisten Forscher hohe Feldstärken dadurch zu erzielen, daß sie Elektrodenanordnungen wählten, die bei verhältnismäßig geringen Spannungen intensive Felder liefern. So nimmt z. B. Lilienfeld [19], der zuerst das Vorhandensein einer kalten Elektronenemission bei hohen Feldstärken feststellte, als Elektroden eine feine Spitze und eine Platte; Millican [20] und Rosario [21] wählten bei ihren Versuchen ein dünnes Drähtchen als eine Elektrode und einen konzentrischen Zylinder von 1-2 cm Durchmesser als andere Elektrode; Rother nimmt schwach gekrümmte sehr nahe beieinander gelegene Elektroden. Die von Rother [22] und Millican erzielten Resultate

folgenden 150 +×2,6×10 werden im ausführlich besprochen werden.

Zuerst wollen wir auf 100 die Resultate hinweisen, die von den erwähnten Autoren unter den günstigsten Bedingungen, die sie erreichen konnten, erhalten wurden. Abb. 39 zeigt die Stromspannungskurven, die von Rother gemessen worden sind.



Abb. 39. Stromspannungskurve im Vakuum. Tantalspitze gegen schwach gekrümmte Tantalelektrode nach Rother.

Die eine Elektrode war eine Tantalspitze, die so abpoliert war, daß ihr Krümmungsradius am Ende 0,08 mm betrug; die andere eine gekrümmte Tantalfläche. Diese Elektroden wurden vor den Versuchen sorgfältig poliert und im Prüfgefäß selbst in sehr hohem Vakuum durchgeglüht. Die Temperatur, bei der die Entgasung stattfand, war so hoch, daß die Oberfläche der Elektroden zu schmelzen begann.

Die Kurven in Abb. 39 entsprechen Elektrodenabständen von 0,003, 0.005, 0.01, 0.015 und 0.02 mm. Werden die Ströme als Funktionen der Feldstärken $X = \frac{E}{d}$ aufgetragen, so erhält man das Bild der Abb. 40.

Aus dem Verlauf der Kurven läßt sich folgendes schließen:

1. Ein bedeutendes Anwachsen des Stromes wird bei Feldstärken von etwa 5×10^6 —10⁷ V beobachtet, was mit der von Schottky gegebenen Theorie in gutem Einklang steht.

2. Bei verschiedenen Abständen zwischen den Elektroden liegen die Punkte nicht auf einer Geraden, was scheinbar darauf hinweist, daß Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.

die der ganzen Theorie zugrunde gelegte Idee, daß die Emission allein eine Funktion der Feldstärke ist, nicht richtig ist.

Hier müssen wir aber bemerken, daß der Ausdruck $\frac{V}{d}$ eigentlich die mittlere Feldstärke darstellt, nicht die Feldstärke an der Spitze, die wir durch X_m bezeichnen wollen, und die gerade für die Elektronenemission maßgebend ist. Wenn wir auch bei d = 0,005 mm und $r \gg d$



Abb. 40. Zusammenhang zwischen Strom und Feldstärke im Vakuum. Bedingungen wie Abb. 39 nach Rother. $\times = Abstand zwischen den Elektroden 0,003 mm$ $\bullet = ..., 0,005 mm$ $\bullet = ..., 0,010 ...,$ $\Box = ..., 0,015 ...,$ O = ..., 0,020 ...,

das Feld als gleichmäßig betrachten können und berechtigt sind $X_m = \frac{V}{d}$ zu setzen, so wird dies bei Abständen d von 0.015 und 0.02 mm nicht mehr möglich. Doch vermag dieser Unterschied zwischen der mittleren und der maximalen Feldstärke, die den größeren Distanzen entsprechenden Punkte maximal um 0,1 bis 0,2 Skalenteile nach rechts zu verschieben, so daß dieser Umstand allein nicht dazu ausreicht, um den verschiedenen Verlauf der Kurven erklären. Aber zu die Schwierigkeiten, mit denen die Messung der Strom-

spannungskurven verbunden ist, sind so groß, daß man unsere Grundannahme, daß der Strom eine Funktion der Feldstärke allein ist, keineswegs für widerlegt halten kann. Als bewiesen kann sie aber auch nicht gelten, da bei verschiedenen Elektrodenabständen bei derselben Feldstärke die Ströme sich um mehr als 50% unterscheiden können.

Bei den Versuchen von Millican und Eyring [20] fällt es gleich auf, daß hier Ströme von der Größenordnung von 10^{-4} A schon bei einer maximalen Feldstärke von 10^{6} V/cm gemessen wurden, während bei Rother bei Feldstärken von 8×10^{6} V/cm sich bloß Ströme von etwa 10^{-10} Aergaben. Dieser Umstand läßt vermuten, daß Millican bei seinen Versuchen nicht das durch das Feld bedingte Herausreißen der Elektronen beobachtete, sondern eine Nebenerscheinung von derselben Art, wie sie Lilienfeld an feinen Spitzen entdeckte — den sogenannten Äonaeffekt, den wir weiter unten besprechen werden. Experimentelle Untersuchungen der elektrischen Entladung im Hochvakuum. 51

Ob die Stärke des Stromes durch die Feldstärke oder die angelegte Spannung bedingt wird, darüber läßt sich aus den Versuchen von Millican nichts schließen, da er alle Messungen mit gleichen Elektroden ausführte. Es wird jedoch in der Arbeit von Millican ein Umstand erwähnt, der von bedeutendem Interesse sein dürfte: Wird nämlich bei konstanter Feldstärke die Temperatur von 300° Abs. auf 1100° Abs. erhöht, so wächst der Strom stark an. Ist kein Feld vorhanden, so ändert sich in demselben Temperaturbereiche die Emission so gut wie gar nicht (bei einer Temperatur von 800° C ist sie bei Wolfram noch sehr klein). Bei intensiven Feldern kann dagegen die Änderung des Stromes 10^{-5} A betragen, wie aus der Tabelle 2 zu ersehen ist.

	Strom in A		
Feldstärke V/cm	300 º Abs.	1100 [°] Abs.	
0.59 • 106	$1.2 \cdot 10^{-8}$	$1.5 \cdot 10^{-8}$	
0.70	$1.2 \cdot 10^{-7}$	$1.4 \cdot 10^{-7}$	
0.80	$6.0 \cdot 10^{-7}$	$7.5 \cdot 10^{-7}$	
0.91	$4.5 \cdot 10^{-6}$	$5.4 \cdot 10^{-6}$	
1.00	$2.1 \cdot 10^{-5}$	$2.4 \cdot 10^{-5}$	
1.08	$5.4 \cdot 10^{-5}$	$5.9 \cdot 10^{-5}$	
1.14	$1.0 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-4}$	

Tabelle 2.

Diese Erscheinung läßt sich leicht erklären, wenn wir die Formel von Schottky

$$i = i_0 e^{-\frac{W-c\sqrt{X}}{kT}}$$
(29a)

heranziehen. Bei gegebenem X wächst der Strom bei Temperaturerhöhung an, und zwar erfolgt dies Anwachsen um so schneller, je größer X ist, in guter qualitativer Übereinstimmung mit den experimentellen Daten.

Gegen diese Deutung spricht nur der Umstand, daß Millican im Temperaturbereich von 300° Abs. bis 900° Abs. keine Stromänderung feststellen konnte, obgleich der Formel (29a) gemäß eine Änderung unbedingt vorhanden sein müßte. Wie uns scheint, kann diese Diskrepanz auf den Umstand zurückgeführt werden, daß die von Millican beobachteten Ströme aus zwei Strömen bestehen, nämlich einem Strom *i*, der durch die herausgerissenen Elektronen nach Schottky gebildet wird, und einem zweiten i_1 , der durch Nebenerscheinungen (Äonaeffekt) hervorgerufen ist. Dieser letzte Strom i_1 ist temperaturunabhängig. Vergrößern wir nun die Feldstärke, so wachsen beide Ströme an. Bei den niedrigen Temperaturen bis 900° Abs. ist *i* im Vergleich zu i_1 verschwindend klein, weshalb auch keine Temperaturabhängigkeit des Stromes festgestellt werden kann. Bei höheren Temperaturen, etwa bei 1100° Abs., wächst der Strom i soweit an, daß er ungefähr 5% des Stromes i_1 ausmacht. Von diesen Temperaturen an kann auch eine Änderung des totalen Stromes $i + i_1$ beobachtet werden.

Die Vermutungen, die wir über die Arbeit von Millican und Eyring aussprachen, werden durch die Versuche von Del Rosario [21] in vollem Maße bekräftigt. Del Rosario verwandte bei seinen Messungen eine Elektrodenanordnung, die derjenigen von Millican sehr ähnlich war, nur wurden die Elektroden besser entgast. Ebenso wie bei Millican diente ihm als eine Elektrode ein dünnes Platindrähtchen von 5×10^{-4} cm Durchmesser. Die andere Elektrode wurde durch einen zu dem Drähtchen konzentrischen Zylinder von 1 bis 1,5 cm Durchmesser gebildet. Der mit einem Ionisationsmanometer gemessene Restdruck im Gefäß war von der Größenordnung 10-8 mm Hg. Unter diesen Bedingungen ließen sich bis zu Spannungen von 4000 V keine Ströme feststellen. Da die Empfindlichkeit des Strommessers 2×10^{-10} A pro Skalenteil betrug, war folglich der Strom nicht größer als 10⁻¹⁰ A. Die Feldstärke an der Oberfläche des Drähtchens ließ sich zu 2×10^{6} V/cm berechnen. Diese Resultate stimmen mit den von Rother sehr gut überein, widersprechen aber entschieden den Messungen von Millican.

Es ist außerdem von Del Rosario gezeigt worden, daß in dem Fall, wo man das Vakuum im Prüfgefäß stark verschlechterte (von 10^{-8} mm Hg bis zu etwa 10^{-4} mm Hg), sich Ströme beobachten ließen, die einen stationären Charakter besaßen und sich bei Spannungserhöhung schnell vergrößerten. Del Rosario weist darauf hin, daß diese Ströme sowohl in ihrem Charakter als auch ihrer Größe nach denjenigen sehr ähnlich sind, die von Millican beobachtet wurden. So ergaben sich Ströme von 10^{-9} A. bei einer Feldstärke am Draht von 0.5×10^{6} V/cm solche von 10^{-4} A. — bei 4×10^{6} V/cm, genau wie bei Millican.

Diese Ströme werden, wie Del Rosario gezeigt hat, nicht mehr durch die Feldstärke, sondern durch die angelegte Spannung bestimmt. Wird nämlich das innere Drähtchen durch ein anderes halb so dünnes ersetzt, so ergeben sich zwar bei derselben Spannung, nicht aber bei derselben Feldstärke, dieselben Stromwerte wie früher.

Der Äonaeffekt, den wir schon mehrmals erwähnten, — die Spitzenentladung im Vakuum bleibt, wie Cunradi [23] gezeigt hat, in einigen Fällen gänzlich aus. Rother hat nachgewiesen, daß dies dann geschieht, wenn die Spitzen gut entgast sind. Wahrscheinlich kann man bei ungenügend entgasten Elektroden überhaupt kein gutes Vakuum zwischen den Elektroden erreichen, so daß der Äonaeffekt auf dieselben Erscheinungen zurückgeführt werden muß, wie sie von Del Rosario im schlechten Vakuum beobachtet wurden. Experimentelle Untersuchungen der elektrischen Entladung im Hochvakuum. 53

Es lassen sich folglich schwache Ströme bei großen Feldstärken nur dann erzielen, wenn für eine gute Entgasung der Elektroden gesorgt ist. Am besten ist dies aus der von Rother gegebenen Kurvenschar zu ersehen, die in Abb. 41 abgebildet ist. Wir sehen, daß in den den Kurven 4 und 6 entsprechenden Fällen, die sich nur durch eine verschieden starke Entgasung der Elektroden unterscheiden und bei demselben Vakuum aufgenommen sind, im ersten Falle (Kurve 4; gute Entgasung) ein Strom von 5×10^{-10} A bei einer Spannung von etwa 1,7 kV beobachtet werden kann, im zweiten Falle (Kurve 6; beste Entgasung, die überhaupt erzielt werden konnte) derselbe Strom

sich bei etwa 7 kV ergibt. Bei schlecht entgasten Elektroden verkleinert sich diese Spannung bis zu 0,2 kV.

Sowohl diese Kurven als auch die von uns schon früher besprochenen Erscheinungen (z. B. der Äonaeffekt) zeigen deutlich, daß außer dem unmittelbaren Herausreißen der Elektronen durch elektrische Kräfte es noch einen anderen Entladungsmechanismus geben muß, der mit dem Vorhandensein von Gasen in den



Abb. 41. Stromspannungskurven im Vakuum nach Rother. Kurven 1—3 Elektroden nicht entgast, steigende Pumpdauer. Kurve 4—5 höchstes Außenvakuum, steigende Entgasungsdauer. Kurve 6 höchstes Vakuum, höchste Entgasung.

Elektroden verknüpft ist. Nur die große Sauberkeit, mit der die Versuche von Rother ausgeführt sind, die Übereinstimmung seiner Resultate untereinander sowie mit den theoretischen Berechnungen von Schottky, lassen uns annehmen, daß die von Rother beobachteten Erscheinungen wirklich einem Herausreißen von Elektronen durch elektrostatische Kräfte zuzuschreiben sind. Leider erlauben aber selbst die Versuchsergebnisse von Rother nicht, die Theorie von Schottky eingehender zu prüfen.

Was geschieht bei gut entgasten Elektroden, wenn man die Spannung noch weiter vergrößert? Darüber gibt uns ebenfalls Rother Auskunft. In Abb. 42 ist die von ihm gemessene Abhängigkeit zwischen i und E im logarithmischen Maßstab aufgetragen. Die Kurve zerfällt deutlich in zwei Teile ABC und CD. Der Teil ABC entspricht wahrscheinlich dem oben beschriebenen Mechanismus des Herausreißens der Elektronen. Von C an beginnt der Strom bedeutend schneller zu wachsen, was auf das Eintreten einer neuen Erscheinung hinweist. Gleichzeitig damit verändert sich auch das äußere Aussehen der Entladung. Bei Spannungen, die kleiner als 2 kV sind und geringen Strömen bleibt das Prüfgefäß dunkel. Bei 2 bis 3 kV und Strömen von 10^{-5} bis 10^{-6} A wird ein schwaches Röntgenleuchten bemerkbar; oberhalb 5 kV läßt sich an der Anode ein blaugraues Leuchten beobachten — der Äonaeffekt. Noch weiter erscheinen Szintillationen — kleine helle Sterne, die einige Zeit ruhig an der Anode verbleiben. Jede solche Szintillation ist mit einer Vergrößerung des Stromes und einem Abfall

der Spannung verbunden. Das Spektrum dieser Szintillationen, sowie dasjenige des blaugrauen Lichtes, ist wahrscheinlich kontinuierlich und nimmt in Richtung der kurzen Wellenlängen an Intensität zu.

Im ganzen Gebiet CD sind außerdem noch glimmlichtartige Funken zu beobachten. Rother weist darauf hin, daß bei sehr gut entgasten Elektroden das Auftreten der Szintillationen mit der Zerstäubung des Metalls der Elektroden verbunden ist. Außerdem erscheint dabei im ersten Augenblick ein Linienspektrum, das das kontinuierliche überlagert. Die Szintillationen haben die Tendenz, in einen elektrischen Bogen überzugehen und die Elektroden kurzzuschließen.

Falls die Elektroden ungenügend entgast sind, treten dieselben Erscheinungen (Äonaeffekt, Szintillationen) bei viel geringeren Feldstärken ein, bei denen von einem Herausreißen des Elektrons noch keine Rede sein kann. Dies waren gerade die Bedingungen, unter denen Lilienfeld und wahrscheinlich auch Millican experimentierten. In der Praxis haben wir es meistens gerade mit dem Kurventeil CD zu tun, der aber wegen der ungenügenden Entgasung sehr weit in das Gebiet der niedrigeren Feldstärken verschoben ist.

Über die Natur dieser Erscheinungen läßt sich nichts Gewisses sagen. Es kann aber kaum ein

Zweifel darüber bestehen, daß die Entgasung des Metalls und die Güte des Vakuums die ausschlaggebende Rolle spielen¹. Vielleicht ist folgen-



1õ⁹

kurve im Vakuum. Tantalspitze gegen sphärische Tantalelektrode. Abstand 0,05 mm. Entgasungsdauer % Stunde. Nach Rother.

Abb. 42. Stromspannungs-

¹ Es ist eine ganze Reihe von Arbeiten über das sogenannte Pseudovakuum vorhanden. Von einem Pseudovakuum spricht man, wenn bei einem hohen Gasdruck, der eigentlich für das Eintreten einer leuchtenden Entladung genügen müßte, tatsächlich die Entladung vollkommen ausbleibt. Diese Erscheinung wurde von Janitzky eingehend studiert, der sie auf die Entgasung der Elektroden zurückzuführen suchte und zu dem paradoxen Schlusse kam, daß ein vollkommen entgastes Metall überhaupt keine metallische Leitfähigkeit besitzt. Günther-Schulze hat jedoch gezeigt, daß man gar nicht zu solch unwahrscheinlichen Annahmen zu greifen braucht. Die Erscheinung läßt sich jedenfalls teilweise dadurch

Experimentelle Untersuchungen der elektrischen Entladung im Hochvakuum. 55

der Mechanismus möglich: Selbst bei nicht sehr großen Feldstärken wird eine geringe Anzahl von Elektronen aus der Kathode gerissen. Diese Elektronen stoßen mit Wucht auf die Anode und bewirken. daß ein Teil des in ihr enthaltenen Gases verdampft. Die anfängliche Dichte dieses Gaswölkchens kann so groß sein, daß sich eine gewisse Anzahl von positiven Ionen auszubilden vermag. Diese positiven Ionen treffen nun auf die Kathode und rufen eine schon bedeutende Elektronenemission hervor, die das Gas zum Leuchten bringt. Der Funken verschwindet sehr bald, da sich die Stelle, an der die Entladung begonnen hatte, schnell entgast und es einige Zeit erfordert, bis das neue Gas an diese Stelle aus dem Inneren hinzuströmt. Ist aber die sekundäre Elektronenemission so groß, daß die Anode an einer Stelle wenigstens zum Glühen gebracht wird, und enthält außerdem die Anode an dieser Stelle irgendwelche Verunreinigungen, so kommt es zu einer Emission von positiven Ionen und die Entladung kann einigermaßen stabil werden. Dies kann vielleicht die Erklärung für die Szintillationen sein. Falls die Oberfläche sehr gut entgast ist, so können sich nur dann Szintillationen ausbilden, wenn die positiven Ionen durch Stoß das Metall der Elektroden zum Verdampfen bringen. Eine solche Szintillation muß leicht in eine Bogenentladung übergehen können, was auch tatsächlich beobachtet wird.

Wir beabsichtigen hier keineswegs eine vollständige Erklärung der ganzen Erscheinung zu geben. Auch widerspricht der von uns vorgeschlagene Mechanismus einigen experimentell festgestellten Tatsachen, z. B. dem Umstand, daß bei dem Äonaeffekt die Elektroden nur schwach erwärmt werden. Es scheint uns aber, daß der diesen Erscheinungen zugrunde liegende Mechanismus eine große Ähnlichkeit mit dem Mechanismus der Ausbildung von Kathodenstrahlen besitzen muß, wie wir es auch in der oben besprochenen Theorie annahmen¹. Die erste Folgerung, die wir aus unserer Theorie ziehen können, ist die, daß die Intensität der Entladung hauptsächlich durch die Spannung, nicht aber die Feldstärke bestimmt wird. Eine gewisse Abhängigkeit von dem Abstand der Elektroden kann dadurch bedingt werden, daß das durch die Ionenstöße gebildete Gaswölkchen um so länger zwischen den Elektroden verbleiben wird, je näher die Elektroden aneinander liegen. Leider sind uns keine Arbeiten bekannt, in denen die Abhängig-

erklären, daß die sich auf der inneren Oberfläche des Prüfgefäßes niederschlagenden Ladungen das Feld so weit verzehren, daß die Entladung unmöglich wird. Werden Maßnahmen getroffen, um die Bildung der Oberflächenladungen zu verhüten, so kann in der Mehrzahl der Fälle das Auftreten des Pseudovakuums verhindert werden.

¹ Eine andere, ebenfalls auf die Wirkung der positiven Ionen gegründete Erklärung ist von Schottky (Zeitschr. f. Phys. 14, 80-82, 1920) vorgeschlagen worden.

keit dieser Art von Entladungen von dem Elektrodenabstand untersucht wird. Die Messungen von Del Rosario bestätigen jedoch scheinbar unsere Theorie.

7. Die praktischen Anwendungen der isolierenden Fähigkeiten des Vakuums.

Wie gezeigt wurde, können im Hochvakuum bei sorgfältig entgasten Elektroden Feldstärken bis zu 10⁷ V/cm erzielt werden. In dieser Hinsicht übertrifft folglich das Vakuum alle bisher bekannten festen oder flüssigen Isolatoren¹. Ganz natürlich drängt sich der Gedanke auf, die isolierende Fähigkeit des Vakuums in der Praxis zu verwenden². So wäre z. B. eine solche Isolation sehr gut bei der Konstruktion von elektrostatischen Hochspannungsgeneratoren zu gebrauchen. Diese Generatoren bestehen aus einer Reihe von beweglichen und unbeweglichen Platten, die voneinander durch ein Vakuum getrennt sind³. Die Verwendung des Vakuums als Isolator erlaubt nämlich, sehr hohe Spannungen zu benutzen; daher läßt sich auch ein elektrostatischer Generator in bedeutend kleineren Ausmaßen konstruieren als ein gewöhnlicher Generator von derselben Leistungsfähigkeit.

Eine gänzliche Entgasung der Elektroden, besonders bei Vorhandensein großer Metallmassen, stellt sich jedoch als so schwierig heraus, da man für die Praxis die Durchbruchfeldstärke des Vakuums nicht gleich 10⁷ V/cm, sondern bedeutend kleiner setzen muß. Praktisch wird man es immer mit dem Teil CD der Stromspannungskurve (Abb. 42), nicht aber mit dem Teil ABC zu tun haben.

Besonders ungünstig wirkt der Umstand, daß bei ungenügend entgasten Elektroden der Anfang der Entladung nicht durch die Feldstärke, sondern durch die Spannung bestimmt wird, so daß sich hohe Spannungen zwischen den Elektroden schwer erhalten lassen. Alle von uns im vorigen Paragraphen besprochenen Arbeiten sind bei kleinen Spannungen (nicht über 10 kV) ausgeführt worden.

Für die Praxis sind aber gerade die hohen Spannungen von Interesse. Scheinbar ist nur eine Arbeit von Hayden vorhanden, in der einigermaßen hohe Spannungen verwendet wurden. So fand Hayden, daß zwischen zwei Wolframelektroden bei 1 mm Abstand der erste Funken bei einer Feldstärke von 400 kV/cm überging. Durch eine sehr sorgfältige Entgasung der Elektroden konnte diese Feldstärke bis zu 1200 kV/cm gesteigert werden.

¹ Der einzige Isolator, der ihm an Wirkung gleichkommt, ist vielleicht der von Prof. Joffé vorgeschlagene geschichtete Hochspannungsisolator.

² Auch ist das Vakuum als Isolator mit Erfolg bei der Konstruktion von Trennschaltern in Amerika angewandt worden.

³ Vgl. z. B. die Patentanmeldung von N. Semenoff und Bogoslowsky, April 1927.

Die praktischen Anwendungen der isolierenden Fähigkeiten des Vakuums. 57

Da diese Angaben ziemlich unbestimmt waren, wurde von uns im Physikalisch-Technischen Laboratorium zu Leningrad eine Reihe von Versuchen ausgeführt, die das Ziel hatten, festzustellen, bei welchem minimalen Abstand die Entladungsströme zwischen den Elektroden bei einer Spannung von 100 bis 120 kV 5×10^{-8} A. per cm² nicht übertreffen. Außerdem stellten wir die Bedingung, daß die Entgasung der Elektroden im Prüfgefäß selbst durch bloße Einwirkung von Hochspannung ausgeführt würde¹.

Als Elektroden wurden kreisförmige abgerundete Platten von 3 mm Dicke und 5 cm Durchmesser verwandt. Es zeigte sich, daß die aufgestellte Forderung bei Eisen-, Nickel- und einigen Sorten von Stahlelektroden bei einem Abstand von 3 bis 3,5 mm erfüllt wurde. Bis zu Spannungen von 100 bis 120 kV blieb das Gefäß dunkel. Wurde die Spannung weiter gesteigert, so erschien zuerst an den Glaswänden ein Fluoreszenzleuchten; bei noch höheren Spannungen waren Fünkchen und Szintillationen zu beobachten. Daß die letztgenannten Erscheinungen mit dem Herausreißen von Elektronen durch elektrostatische Kräfte nichts zu tun hatten folgte daraus, daß, als wir eine von den Elektroden durch eine halbkreisförmige scharfkantige Platte ersetzten, alle Erscheinungen dieselben wie früher blieben. Die starke Vergrößerung der Feldstärke an den Rändern der Platte hatte auf die Entladungserscheinungen keinen Einfluß.

Hätte man die Entgasung der Elektroden mit Spannungen von mehreren Hunderten kV ausgeführt, die uns leider nicht zur Verfügung standen, so ließe sich wahrscheinlich dieser kritische Abstand zwischen den Elektroden bis auf 1 mm verkleinern. Dies ergibt aber schon eine Feldstärke von 10⁶ V/cm, die für die praktischen Anwendungen vollkommen ausreichen dürfte.

¹ Die entsprechenden Versuche sind von Tomaschewsky im Physikalisch-Technischen Laboratorium zu Leningrad ausgeführt worden.

III. Der Durchschlag von festen Isolatoren.

A. Der Elektrizitätsdurchgang durch feste Isolatoren und die dielektrischen Verluste.

1. Der Durchgang des elektrischen Stromes durch feste Stoffe.

Wie bekannt, sind alle Stoffe aus elektrisch geladenen Teilchen positiven und negativen Ionen und Elektronen aufgebaut. Bei der einen Gruppe der festen Stoffe, wie z. B. bei den meisten Kristallen, sind die Ionen unmittelbar in einem räumlichen Gitter angeordnet, bei den anderen zuerst in geringer Anzahl zu neutralen Komplexen, den Atomen und Molekülen verbunden, aus denen weiter der ganze Stoff aufgebaut ist. Jedes Ion oder Molekül, aus denen der Stoff besteht, ist durch wechselseitige elektrische Kräfte an bestimmte Stellen gebunden, die es im allgemeinen ohne äußere Einwirkung nicht verlassen kann.

Kommt nun im Inneren des Isolators ein elektrisches Feld zur Ausbildung, so werden alle Ladungen einer elektrischen Kraft unterliegen, die bestrebt sein wird, diese Ladungen entweder in der Richtung des Feldes oder in der entgegengesetzten Richtung, je nach ihrem Zeichen zu verschieben. Wir haben hier zwei Grenzfälle zu unterscheiden:

1. Einige von den Elektronen (diejenigen die sich in den äußersten Bahnen bewegen) sind an die Atome oder Ionen so schwach gebunden, daß sie ohne Energieaufwand von dem einen Atom zu dem andern wandern können. Unter der Einwirkung des Feldes wird dieser Elektronenstrom, der vorher ungeordnet war, eine Bewegungskomponente in der dem Feld entgegengesetzten Richtung erhalten. Diese geordnete Bewegung der Elektronen werden wir als einen elektrischen Strom wahrnehmen. Solche Stoffe, bei denen ein Teil der Elektronen sich frei zu bewegen vermag, sind die Metalle, sowie einige andere Elemente und Verbindungen, kurzhin die Stoffe, die wir gewöhnlich "Leiter" nennen. Bei diesen Stoffen werden wir von einer metallischen Leitfähigkeit sprechen.

2. Die Elektronen sind fest gebunden. Der Stoff ist dann an sich meistens ein schlechter Leiter. Er besitzt aber dennoch eine, wenn auch geringe Leitfähigkeit. In jedem Stoff ist nämlich eine gewisse Anzahl von dissoziierten Ionen vorhanden, die sich verhältnismäßig leicht bewegen. Es können sowohl Ionen des Stoffes selbst sein, die sich von ihren Plätzen losgelöst haben, als auch, hauptsächlich, Ionen von Beimengungen, die in jedem, selbst einem auf das sorgfältigste gereinigten Stoff unvermeidlich vorhanden sind. Diese dissoziierten Ionen werden nun unter Einwirkung des Feldes in der Richtung des Feldes wandern und einen, wenn auch geringen elektrischen Strom verursachen. Als typisches Beispiel dieser Stoffe können die meisten Kristalle, wie z. B. Quarz, Glimmer und Steinsalz, dienen. Zu dieser Gruppe der Leiter gehören alle diejenigen Stoffe, die wir als "Isolatoren" bezeichnen. Da bei diesen Stoffen der Leitfähigkeit derselbe Mechanismus zugrunde liegt wie bei den flüssigen Elektrolyten, werden wir hier von einer elektrolytischen Leitfähigkeit sprechen.

Außer diesen Grenzfällen von Leitern und Isolatoren gibt es noch eine Reihe von Stoffen, die sowohl eine metallische, als auch eine elektrolytische Leitfähigkeit aufweisen. Da aber diese Stoffe von geringerer praktischer Bedeutung sind, werden wir auf sie nicht näher eingehen.

Wir wollen nun die Gesetzmäßigkeiten besprechen, die wir bei den beiden Arten der Leitfähigkeit zu erwarten haben.

Der wichtigste Unterschied liegt in der Temperaturabhängigkeit der beiden Leitfähigkeiten. Bei den Metallen kann die Anzahl der den Strom bildenden Elektronen als von der Temperatur unabhängig betrachtet werden. Dagegen treffen die Elektronen bei ihrer Bewegung bei den höheren Temperaturen auf einen größeren Widerstand, da sich hier die Atome heftiger bewegen, so daß es ihnen schwerer fällt, von dem einen Atom zu dem anderen überzugehen. Die Leitfähigkeit der Metalle wird sich deshalb bei Temperaturerhöhung vermindern.

Bei den elektrolytisch leitenden Körpern sind dagegen die Bedingungen für die Ausbildung von neuen dissoziierten Ionen um so günstiger, je höher die Temperatur ist. Bei hohen Temperaturen kann es eher vorkommen, daß ein gebundenes Ion so viel Bewegungsenergie hat, daß es sich aus dem Gitter losreißen kann. Wir können diese Erscheinung als eine Dissoziation des Kristallgitters ansprechen und behaupten, daß die Dissoziation mit der Temperatur anwächst.

Bei Temperaturzunahme wird das Kristallgitter des Isolators immer mehr und mehr gelockert. Den freien Ionen wird es deshalb bei den hohen Temperaturen leichter fallen, sich zwischen den noch gebundenen Ionen hindurchzuzwängen. Sie können sich dabei bei denselben Feldstärken in der Richtung des Feldes schneller bewegen als bei den niedrigen Temperaturen. Die Temperaturerhöhung hat also auch eine Vergrößerung der Beweglichkeit der freien Ionen zur Folge. Beide Ursachen — das Anwachsen der Dissoziation und die Vergrößerung der Beweglichkeit werden eine Erhöhung der Leitfähigkeit bei Temperaturzunahme bedingen.

Bei den elektrolytisch leitenden Körpern muß folglich, im Gegensatz zu den metallisch leitenden, die Leitfähigkeit gleichzeitig mit der Temperatur zunehmen. Dies ist das erste Merkmal, das zu beurteilen erlaubt, welche Art von Leitfähigkeit ein Stoff besitzt.

Ein weiterer wichtiger Unterschied zwischen den beiden Arten von Leitfähigkeiten ist folgender: Bei der metallischen Leitfähigkeit wird jedes von dem Feld weggeführte Elektron durch ein hinzukommendes neues ersetzt, so daß der Stoff als Ganzes durch den Stromdurchgang nicht verändert wird. Bei der elektrolytischen Leitfähigkeit dagegen hat der Stromdurchgang eine Zersetzung des Stoffes zur Folge. Die zerlegte Stoffmenge ist mit der Quantität der durchflossenen Elektrizität genau ebenso, wie bei den flüssigen Elektrolyten, durch die Gesetze von Faraday verbunden. Daß diese Gesetzmäßigkeiten von Kristallen bei hohen Temperaturen erfüllt werden, ist von Tubandt [24], Lukirski [25] und anderen Autoren durch unmittelbare Messungen gezeigt worden. Nach neuen Veröffentlichungen von Schiller [26] werden die Gesetze von Faraday bei Glas selbst bei den Zimmertemperaturen erfüllt. Als zweites sicheres Merkmal der elektrolytischen Leitfähigkeit kann folglich das Vorhandensein einer chemischen Zersetzung dienen.

Die Leitfähigkeit der elektrolytisch leitenden Stoffe ist gewöhnlich bedeutend kleiner als diejenige der metallisch leitenden. Als Isolatoren kommen deshalb nur Stoffe mit elektrolytischer Leitfähigkeit in Betracht. Auf die elektrischen Eigenschaften derartiger Stoffe wollen wir im folgenden ausführlich eingehen.

2. Der Stromdurchgang durch feste Isolatoren bei hohen Temperaturen¹.

Je höher die Temperatur ist, um so größer ist die Leitfähigkeit der elektrolytisch leitenden Stoffe. Wir können deshalb erwarten, daß alle Gesetzmäßigkeiten, die sich auf die elektrolytische Leitfähigkeit beziehen, bei den hohen Temperaturen am besten ausgeprägt sein werden. Diese Gesetzmäßigkeiten wurden von Curie und weiter von A. Joffé [27] teilweise zusammen mit Röntgen an erwärmten Kristallen eingehend studiert. Es ergaben sich folgende Resultate:

Wurde an dem zu untersuchenden Stoff — wir nennen ihn im folgenden kurz "Prüfling" — eine konstante Spannung angelegt, so konnte ein Strom beobachtet werden, der sich zuerst schnell, dann immer langsamer verkleinerte. Ließ man die Spannung längere Zeit (mehrere Stunden) konstant, so näherte sich der Strom einem bestimmten Grenz-

¹ Das in diesem Paragraphen enthaltene experimentelle und theoretische Material ist hauptsächlich den Arbeiten von Joffé entnommen.

Der Stromdurchgang durch feste Isolatoren bei hohen Temperaturen. 61

wert, der mehrmals kleiner sein konnte als der Anfangswert des Stromes. Wurde der Prüfling nun kurz geschlossen, so floß in dem Verbindungsdraht ein Entladungsstrom, der dem ursprünglichen entgegengerichtet war und allmählich bis zu Null abfiel.

Eine Reihe solcher an einer Quarzplatte gemessenen Kurven zeigt Abb. 43. Die oberen Teile der Kurven entsprechen dem zeitlichen Verlauf des Stromes, wenn an die Platte eine Spannung von 100 V angelegt war, die unteren Teile dem Entladungsstrom der kurzgeschlossenen Platte.

Diese Erscheinungen können durch die Annahme erklärt werden, daß sich in dem Prüfling eine elektrische Gegenspannung auszubilden



Abb. 43. Zeitkurven des Stroms durch eine erwärmte Quarzplatte nach Joffé.

vermag, ähnlich wie bei den flüssigen Elektrolyten. Während aber bei den flüssigen Elektrolyten die Gegenspannung höchstens einige Volt erreicht, können sich bei den festen Elektrolyten, den Kristallen, Gegenspannungen von mehreren hunderten und selbst tausenden Volt ausbilden.

Das Vorhandensein einer Gegenspannung konnte durch Ausmessung der Spannungsverteilung an dem Prüfling unmittelbar nachgewiesen werden. Die Messungen zeigten, daß sich bei dem Durchgang des Stromes in der Nähe der Elektroden die Feldstärke tatsächlich bedeutend vergrößert, in den inneren Teilen des Prüflings dagegen verkleinert. Wir haben dabei zwei Fälle zu unterscheiden:

1. Beinahe der ganze Spannungsabfall erfolgt in der unmittelbaren Nähe der Elektroden. In allen übrigen Teilen des Dielektrikums ist das Feld bedeutend geschwächt. Ein solches Dielektrikum ist z. B. der Kalkspatkristall $CaCO_3$. Abb. 44 zeigt die zeitliche Änderung der Spannungsverteilung in einem solchen Kristall. Die Spannungsverteilung wurde durch Sonden 15 Sek., 5, 10, 20 und 30 Minuten nach Einschaltung der Spannung gemessen. Die ermittelten Werte sind durch Kreise gekennzeichnet. Die seit der Einschaltung der Spannung verflossene Zeit ist über jede Kurve geschrieben. Nach 30 Minuten ist die Gegen-



nungsverteilung in einem Kalkspatkristall beim Durchgang des Stromes nach Joffé.

spannung so weit angewachsen, daß die Feldstärke im Innern des Kristalls bloß ein Drittel des ursprünglichen Wertes beträgt. In dem der Abb. 44 entsprechenden Fall bildet sich die Gegenspannung nur an einer Elektrode, nämlich an der Kathode aus. Dies zeigt, daß der Strom fast ausschließlich von den positiven Ionen, den Metallionen gebildet wird, die sich an der Kathode als positive Raumladungen anhäufen. In anderen Fällen können auch beide Ionen an der Leitung teilnehmen. Die Dicke der Schicht, in der die die Gegenspannung verursachenden Raumladungen sitzen, der "Polarisationsschicht", läßt sich bei Kalkspat auf etwa 0,001 mm schätzen.

2. Die Feldstärke ist ebenfalls in der Nähe der Elektroden am größten. Bei Entfernung von den Elektroden verkleinert sie sich allmählich und erreicht ihren kleinsten Wert in den mittleren Teilen des Kristalls. Die Raumladung ist nicht mehr, wie im ersten Fall, auf





dünne, dicht an den Elektroden liegende Schichten beschränkt, sondern räumlich verteilt. Ein solcher Kristall ist der Quarz. Die an ihm gemessene Spannungsverteilung ist in Abb. 45 wiedergegeben. Die Gerade entspricht der Spannungsverteilung gleich nach Einschaltung der Spannung, die Kurve dagegen derjenigen, die 10 Minuten später beobachtet werden konnte.

Im ersten Fall, wo die Raumladung auf eine dünne Schicht beschränkt ist, muß eine große Elektrizitätsmenge in dem Kristall aufgespeichert werden, um die Gegenspannung auszubilden. Dividiert man diese Elektrizitätsmenge durch den Wert der Gegenspannung, so ergibt sich eine fiktive Kapazität \overline{C} , die freilich von der Temperatur und von der Spannung selbst abhängen kann. Wir wollen sie als Polarisationskapazität bezeichnen. Sie kann diejenige ElektriDer Stromdurchgang durch feste Isolatoren bei hohen Temperaturen. 63

zitätsmenge, die nötig ist, um die geometrische Kapazität des Prüflings¹ aufzuladen, mehrere hundertmal übertreffen. Im zweiten Fall ist die in der Raumladung enthaltene Elektrizitätsmenge bedeutend kleiner und die Polarisationskapazität von derselben Größenordnung wie die geometrische.

Die elektrolytischen Polarisationserscheinungen sind bei verschiedenen Isolatoren verschieden scharf ausgeprägt. Bei einem und demselben Isolator sind sie um so bedeutender, je niedriger die Temperatur des Isolators ist. Bei hohen Temperaturen, die der Schmelz- oder Zersetzungstemperatur des Isolators naheliegen (bei Glas wahrscheinlich von 250^o an und höher), verschwinden die Polarisationserscheinungen vollkommen.

Bei den gewöhnlichen Leitern wird der Widerstand R als der Quotient der angelegten Spannung E und des Stromes i definiert:

$$R = \frac{E}{i} \tag{31}$$

Bei dem Isolator führt diese Definition zu keinen bestimmten Werten, da sich der Strom bei konstanter Spannung zeitlich vermindert und folglich der nach Formel (31) bestimmte Widerstand stetig anwächst. Wenn man nun annimmt, daß die Verkleinerung des Stromes durch die Entstehung einer Gegenspannung P bedingt wird, so muß das Ohmsche Gesetz (31) folgendermaßen umgeformt werden:

$$R_0 = \frac{E - P}{i} \tag{32}$$

wo R_0 ein für den gegebenen Isolator konstanter Widerstand ist. Diese Annahme wurde von A. Joffé experimentell bewiesen. In der Tabelle 3 sind die Resultate der an einem Kalkspat-Kristall ausgeführten Messungen angeführt. Tabelle 3

1000110 0.				
	E-P	i	$rac{i}{E-P}$	
	99,0	53,8	0,543	
	89,8	48,5	0,542	
	75,2	40,4	0,540	
	66,0	35,6	0,541	
	55,5	30,1	0,542	
	49,0	26,3	0,538	
	42,7	23,2	0,541	
	25,0	13,4	0,538	

Trotzdem sich sowohl die Differenz E - P als auch der Strom *i* zeitlich verändern, bleibt der Quotient $\frac{i}{E - P}$ und demnach auch der

¹ Als geometrische Kapazität werden wir diejenige bezeichnen, die sich nach den üblichen Formeln aus den Abmessungen der Elektroden und der Dielektrizitätskonstante des Mediums berechnen läßt.

Widerstand R_0 konstant. Das Ohmsche Gesetz wird folglich auch bei den festen Isolatoren erfüllt, wenn man nur die Ausbildung der Gegenspannung berücksichtigt. Den Widerstand R_0 wollen wir im folgenden den wahren Widerstand des Isolators nennen.

Wie schon erwähnt wurde, strebt der durch den Kristall fließende Strom bei dauernd eingeschalteter Spannung einem bestimmten Grenzwert i_{∞} zu. Diesen Strom werden wir den Reststrom nennen. Wird nun die angelegte Spannung durch den Reststrom dividiert, so ergibt sich auch ein mehr oder minder konstanter Wert des Widerstandes,



Abb. 46. Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes nach Joffé. ● △ Quarzkristall, ○ Kalkspatkristall.

der aber bedeutend größer als der wahre Widerstand ist. Die in den verschiedenen Tabellen angeführten Werte der Widerstände entsprechen gewöhnlich gerade diesen, unter Berücksichtigung des Reststroms gemessenen Widerständen, nicht aber den wahren.

Werden die Widerstände statt mit Gleichspannung mit Wechselspannung gemessen, so können sich auch je nach der Frequenz der Wechselspannung verschiedene Werte ergeben. Ist die Frequenz niedrig, so hat nämlich die Gegenspannung Zeit, sich wenigstens teilweise auszubilden. Bei höheren Frequenzen kommt sie gar nicht dazu. Bei

hohen Frequenzen müßten sich daher durchweg kleinere Werte der Widerstände ergeben als bei niedrigen.

Was die Temperaturabhängigkeit des spezifischen Widerstandes ϱ betrifft, so wird sie bei den meisten Isolatoren am genauesten durch das Gesetz $\frac{b}{2}$ (22)

$$\varrho = \varrho_0 e^{\frac{\theta}{T}} \tag{33}$$

$$\lg n \varrho = \frac{b}{T} + B \tag{34}$$

wiedergegeben. B und b sind hier Konstanten, T — die absolute Temperatur¹. Werden die Logarithmen der Widerstände als Funktionen der reziproken Werte der absoluten Temperaturen graphisch aufgetragen, so muß sich, der Formel (34) gemäß, eine Gerade ergeben. Aus Abb. 46 ist zu ersehen, daß diese Forderung bei solchen Kristallen wie Quarz und Kalkspat in bedeutenden Temperaturintervallen erfüllt wird.

¹ Merkwürdig ist, daß dem Koeffizienten b bei allen untersuchten Stoffen ungefähr dieselben Werte zukommen $(0.8 \cdot 10^4 - 1.1 \cdot 10^4)$.

Auch bei den meisten anderen festen Isolatoren, wie z. B. bei Glas [28] (Abb. 47) und Porzellan, wird die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit durch dieselbe Formel (34) ausgedrückt.

Handelt es sich um kleine Temperaturintervalle, so kann die genaue Formel (31) durch die angenäherte, aber rechnerisch bequemere

$$\varrho = \varrho_0 e^{-at} \tag{35}$$

oder

$$\lg q = -at + A \tag{36}$$

ersetzt werden. t ist hier die gewöhnliche in Celsiusgraden ausgedrückte Temperatur, a, ρ_0 und A sind Konstante. Bei einigen Kristallen, wie

z. B. bei Steinsalz, wird diese Beziehung auch in größeren Temperaturintervallen gut erfüllt.

Streng genommen wird durch die Formeln (33) und (35) nur die Temperaturabhängigkeit des wahren Widerstandes ausgedrückt. Es zeigt sich jedoch, daß auch der bei dem Reststrom gemessene Widerstand Reine ähnliche Temperaturabhängigkeit aufweist. Da sich aber bei Temperaturerhöhung die Polarisationserscheinungen verkleinern und sich folglich der bei dem Reststrom gemessene Widerstand R dem wahren R_0 nähert, so muß der erste von diesen Widerständen etwas steiler abfallen als der zweite. Die Kon-



stante b in den Gleichungen (33) und (34) ist deshalb bei dem wahren Widerstand kleiner als bei dem bei dem Reststrom gemessenen.

Bei der Besprechung der elektrischen Eigenschaften der Isolatoren haben wir bisher von der elektrolytischen Zersetzung abgesehen. Bei nicht allzu hohen Temperaturen und kurzer Beanspruchung kommen auch diese Erscheinungen wegen der Kleinheit der durchgeflossenen Elektrizitätsmengen kaum in Betracht. Wird aber ein erwärmter Isolator einer Spannung dauernd ausgesetzt, so können auch diese elektrolytischen Erscheinungen von großer Wichtigkeit werden.

In allen Isolatoren, selbst in den aufs sorgfältigste gereinigten Kristallen, ist ein gewisser Prozentsatz von Beimengungen vorhanden[.] Diese Beimengungen sind gewöhnlich stärker dissoziiert als der Stoff selbst und üben deshalb auf die Leitfähigkeit des Isolators einen bedeutenden Einfluß aus. Wird nun an den Isolator eine Spannung angelegt, so sind es gerade die Ionen der Beimengungen, die hauptsächlich

Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.
zu wandern beginnen. An der Elektrode angelangt, scheiden sie sich aus. Dadurch wird die Quantität der Beimengungen verringert. Ein dauernder Stromdurchgang wird also eine Reinigung des Kristalls und gleichzeitig eine Vergrößerung seines Widerstandes zur Folge haben.

Steigert man die Temperatur des Isolators so weit, daß man sich seiner Schmelztemperatur nähert, so wird die Dissoziation des Stoffes selbst so groß, daß die Beimengungen auf seine Leitfähigkeit keinen Einfluß mehr haben. Dagegen beginnt eine intensive Zersetzung des Stoffes. Die sich an den Elektroden ausscheidenden Zersetzungsprodukte können sowohl die Elektroden als auch die Oberfläche des Isolators an-



Abb. 48. Mikrophotographie eines Steinsalzkristalls nach heftiger Elektrolyse nach Lukirski.



Abb. 49. Mikrophotographie eines Steinsalzkristalls nach Elektrolyse. Natriumdendrite an der Kathode nach Lukirski.

greifen, wodurch ein Teil des Isolators zerstört und seine isolierende Fähigkeit verschlechtert wird.

Diese Erscheinungen sind ausführlich von Lukirsky und Sčukareff [25] an Steinsalzkristallen untersucht worden. Bei der Elektrolyse des Steinsalzkristalls NaCl scheidet sich an der Kathode Natrium, an der Anode Chlor aus. Das ausgeschiedene Natrium bildet Dendrite, die von der Oberfläche des Kristalls nach dessen Innerem zu allmählich wachsen. Gleichzeitig mit dem Wachsen der Dendrite vergrößert sich auch der durch den Isolator fließende Strom. Dieser Prozeß dauert so lange, bis die Dendrite die Anode erreichen. Dann wächst sprungweise der Strom bis zu einem hohen Wert, der der metallischen Leitfähigkeit des Natriumdendrits entspricht. Der Isolator ist zerstört — durchschlagen. Das an der Anode ausgeschiedene Chlor verbindet sich mit dem Metall, aus dem die Elektrode besteht, und bildet das entsprechende Chlorid.

Abb. 48 zeigt die Mikrophotographie eines Steinsalzkristalls, der längere Zeit von Strom durchflossen wurde. Oben an der Kathode sind die Natriumdendrite zu sehen. Ein Teil von diesen Dendriten ist vergrößert in Abb. 49 abgebildet, um ihre Struktur deutlicher zu zeigen. Der Durchgang des Stromes durch feste Isolatoren bei niedrigen Temperaturen. 67

3. Der Durchgang des Stromes durch feste Isolatoren bei niedrigen Temperaturen.

Geht man von den hohen Temperaturen zu den niedrigen über, so werden die Erscheinungen, die den Elektrizitätsdurchgang durch Isolatoren begleiten, noch komplizierter. Besonders verwickelt sind die

Verhältnisse bei den nichthomogenen Isolatoren. Von besonderem Interesse sind dabei zwei Fragen, nämlich: die nach der zeitlichen Änderung des Stromes und der Abhängigkeit des Stromes von der angelegten Spannung.

a) Die zeitliche Änderung des Stro-Wird ein plattenförmiger Isolator mes. zwischen zwei Elektroden eingeklemmt und Abb. 50. Zeitlicher Verlauf des an diese Elektroden eine konstante Spannung

angelegt, so ergibt sich folgende zeitliche Änderung des Stromes. Im Augenblick des Anlegens (Abb. 50) der Spannung fließt ein großer Strom, der der Aufladung der geometrischen Kapazität c_0 des von dem Isolator und den Elektroden gebildeten Kondensators entspricht. Statt aber dann fast augenblicklich bis zu Null abzufallen, wie es z. B. bei einem Luftkondensator der Fall ist, vermindert sich der Strom nur allmählich. Bei dauernder Spannung strebt der Strom einem konstanten Wert i_L zu. Dieser Reststrom i_L wird gewöhnlich als Leitungsstrom, der abfallende Strom als Nachladungsstrom bezeichnet¹. Werden nun, nachdem sich der Kondensator aufgeladen hat, die

Elektroden kurzgeschlossen (Abb. 51), so ist ein Entladungsstrom zu beobachten, der dem Ladestrom entgegengerichtet ist. Dieser Strom ist am Anfang am größten und entspricht der Entladung der geometrischen Kapazität des Kondensators. Darauf wird er allmählich Null. Diese zeitlich verlaufenden Erscheinungen werden unter dem Namen der "dielektrischen Nachwirkung" zusammengefaßt.





Abb. 51. Zeitlicher Verlauf des Entladungsstromes nach Wagner.

Eine Serie von experimentell ermittelten Ladungskurven ist in Abb. 52 aufgezeichnet. Sie sind von Wagner [29] an Guttapercha gemessen worden. Aus dem Verlauf der Kurven ist zu ersehen, daß der Nachladungsstrom bei solchen nicht homogenen Isolatoren mehrere und selbst viele Minuten dauern kann. Die größte

¹ Die hier angewandten Bezeichnungen sowie die Abb. 50 und 51 sind dem Aufsatz von Wagner (Arch. f. Elektr. 3, S. 68, 1914) entnommen.

Änderung des Stromes erfolgt meistens in den ersten Sekunden nach Einschaltung der Spannung. Ähnliche Kurven erhält man auch



Abb. 52. Zeitlicher Verlauf des Ladestromes bei Guttapercha nach Wagner.

bei den homogenen Isolatoren, doch klingt bei ihnen im allgemeinen der Nachladungsstrom schneller ab. Eine solche Kurve zeigt Abb. 53. Sie ist an einer 0,3 mm dicken Glasplatte von Sinjelnikoff und Anton Walther [30] ermittelt worden. Im Gegensatz zu den Kurven von Wagner, wurde hier der während der ersten Sekunden fließende Strom gemessen. Durch eine besondere Vorrichtung wurde dabei der Ladungsstrom der geometrischen Kapazität des Kondensators eliminiert, so daß wir es hier nur mit der zeitlichen

Änderung des Nachladungsstromes zu tun haben. Schon 0,1 Sekunde nach Einschaltung der Spannung ist der Strom bis auf 1/15 seines Anfangswertes gesunken. Nach einer Minute wurden in ähnlichen Fällen Ströme beobachtet, die bloß 0,05% des Anfangswertes betrugen.

Um den zeitlichen Abfall des Stromes darzustellen, sind eine ganze Reihe von Formeln vorgeschlagen worden. Am häufigsten wird der Ausdruck

$$i(t) = i_0 \cdot \varphi(t) = i_0 t^{-m} \tag{37}$$

angewandt. In den ersten Teilen der Zeitkurve wird aber auch die einfachere und rechnerisch bequemere Formel

$$\varphi(t) = e^{-\alpha t} \qquad (38)$$

mit befriedigender Genauigkeit erfüllt.

Bei nichthomogenen Isolatoren lassen sich diese Erschei-

nungen rein formell auf Grund der Maxwellschen Vorstellungen deuten. So wurde von Maxwell ausgesprochen und von Wagner [31] theoretisch bewiesen, daß ein nichthomogener Isolator, dessen einzelne Bestandteile verschiedene Dielektrizitätskonstanten ε und Leitfähigkeiten σ besitzen, dann, wenn das Verhältnis $\frac{\varepsilon}{\sigma}$ nicht für alle Bestandteile ein und dasselbe ist, typische Nachwirkungserscheinungen aufweist. Im ersten

sek 0,28 t 0,32



0,16 Abb. 53. Nachladungsstrom bei Glas nach Sinjelnikoff und Anton Walther.

0,20

0,24

Der Durchgang des Stromes durch feste Isolatoren bei niedrigen Temperaturen. 69

Augenblicke nach dem Anlegen der Spannung wird nämlich im Inneren des Isolators die Feldverteilung nur durch die Dielektrizitätskonstanten ε der verschiedenen Teile des Isolators bestimmt. Die Feldstärke ist im allgemeinen dort am größten, wo die Dielektrizitätskonstante am kleinsten ist. Wäre nun das Verhältnis $\frac{\varepsilon}{\sigma}$ überall ein und dasselbe, so bliebe diese Feldverteilung bestehen. Schwankt dieses Verhältnis von Ort zu Ort, so muß sich die Feldverteilung verändern, da sie bei dauernd angelegter Spannung durch die Leitfähigkeiten der einzelnen Bestandteile bedingt wird. Diese innere Umladung wird von uns als ein Nachladungsstrom wahrgenommen. So hat z. B. Wagner gezeigt, daß ein an sich homogenes und nichtleitendes Medium, in dem einzelne schlechtleitende Kügelchen regellos verstreut liegen, eine dielektrische Nachwirkung zeigt. Außerdem können bei nichthomogenen Isolatoren, besonders bei solchen, die flüssige Bestandteile enthalten (öldurchtränkte Papierisolation), langsame zeitliche Änderungen des Stromes durch Strukturänderungen des Stoffes hervorgerufen werden.

Es ist sehr leicht möglich, daß die Nachwirkungserscheinungen tatsächlich in einer Anzahl von Fällen durch die Inhomogenitäten des Mediums bedingt werden. Eine dem Wagnerschen Schema ähnliche Struktur besitzen ja viele technische Isolierstoffe. Bei den homogenen Isolatoren stößt jedoch diese Deutung auf große Schwierigkeiten. Hier müssen andere Erklärungen herangezogen werden¹.

Vergleicht man die in Abb. 50 und 51 wiedergegebenen Kurven mit der in Abb. 42 abgebildeten, die den Aufladungs- und Entladungsprozeß an einer erwärmten Quarzplatte darstellt, so sieht man, daß man es in beiden Fällen mit ähnlichen Vorgängen zu tun hat. Die Nachwirkungserscheinungen können also, jedenfalls teilweise, auf elektrolytische Polarisationserscheinungen zurückgeführt werden². Der Anfangswert des Stromes bestimmt dabei den wahren Widerstand des Isolators, der Leitungsstrom i_z muß mit dem Reststrom identifiziert werden. Der Nachladungsstrom ist ein eigenartiger Leitungsstrom, der die Polarisationskapazität des Isolators auflädt. Die Maxwellsche Theorie bleibt, streng genommen, auch hier bestehen. Nur schreiben wir die Umladungsprozesse im Medium nicht mehr dem Einfluß der Inhomogenitäten, sondern den Besonderheiten der elektrolytischen Leit-

¹ Von Wagner [31] ist ebenfalls bewiesen worden, daß bei schlecht anliegenden Elektroden, bei denen zwischen den Elektroden und dem Prüfling dünne, halbleitende Schichten vorhanden sein können (ionisierte Luft), der Isolator typische Nachwirkungserscheinungen aufweist. Jedoch kann diese Erklärung nur in wenigen Fällen herangezogen werden.

² Dieser Gedanke ist schon vor mehr als einem Jahrzehnt von Prof. Joffé in seiner Dissertation ausgesprochen worden. In neuester Zeit wurde diese Ansicht von Sinjelnikoff und Anton Walther [30], sowie von Schiller [32] vertreten.

fähigkeit zu. Die formelle Theorie von Maxwell kann also bei Berücksichtigung der elektrolytischen Polarisationserscheinungen auch auf die homogenen Isolatoren angewandt werden. Selbstverständlich können auch bei den nichthomogenen Stoffen die elektrolytischen Polarisationserscheinungen nebst anderen Erscheinungen, die wir oben besprochen haben, den zeitlichen Abfall des Stromes verursachen.

Unter der Annahme, daß der Abfall des Stromes durch elektrolytische Polarisationserscheinungen bedingt wird, bekommt auch die Formel (38) einen physikalischen Sinn — sie stellt den Aufladungsstrom der Polarisationskapazität dar. Der Koeffizient α muß dann



Abb. 54. Spannungsverteilung in einem Glaszylinder beim Durchgang des Stromes nach Sinjelnikoff und Anton Walther.

gleich $\frac{\sigma}{\overline{C}}$ gesetzt werden, wo σ die (wahre)elektrische Leitfähigkeit und C die Polarisationskapazität des Isolators bedeuten.

Daß in den Isolatoren bei niedrigen Temperaturen bedeutende Polarisationserscheinungen auftreten können, wird durch folgende Tatsachen bekräftigt:

1. Schiller [32] legte an ein 0,2mm dickes Deckglas eine Spannung

von 10000 V an und verringerte nach einiger Zeit diese Spannung bis auf 2000 V. Es zeigte sich dabei, daß selbst 30 Sekunden nach der Änderung der Spannung der Strom noch gegen die Spannung floß. Dieser Versuch läßt sich am einfachsten damit erklären, daß sich im Deckglas vor der Änderung der Spannung eine Gegenspannung ausgebildet hatte, die 2000 V übertraf.

2. Unmittelbar an Glas ausgeführte Sondenmessungen von Sinjelnikoff und Anton Walther zeigten, daß der Spannungsabfall an den Elektroden tatsächlich bedeutend vergrößert ist. Die an einem kurzen Glaszylinder gemessene Spannungsverteilung zeigt Abb. 54. Sie hat ein ähnliches Aussehen, wie die bei Quarz bei hohen Temperaturen (Abb. 44). Ebenso wie dort, muß folglich bei Glas schon eine geringe Elektrizitätsmenge genügen, um den Prüfling zu polarisieren. Die Polarisationskapazität \overline{C} wird deshalb klein sein, der Koeffizient $\alpha = \frac{\sigma}{\overline{C}}$ in der Formel (37) dagegen groß. Der Aufladungsstrom muß deshalb steil abfallen, wie es auch tatsächlich beobachtet wird (vgl. die Kurven in den Abb. 52 und 53).

b) Die Abhängigkeit des Stromes von der angelegten Spannung. Für den Rest- oder Leitungsstrom wird das Ohmsche Gesetz bei den festen Isolatoren im allgemeinen nicht erfüllt. Bei einigermaßen hohen Spannungen wächst der Strom nicht mehr der Spannung proportional, sondern bedeutend schneller. Bei Vergrößerung der Spannung verkleinert sich folglich der Widerstand. Von einer ganzen Reihe von Forschern (Pool [33], Schiller [32]) ist festgestellt worden,

daß dabei folgende Beziehung zwischen dem Widerstand des Isolators und der Feldstärke ziemlich genau erfüllt wird:

$$\operatorname{lgn} R = D - CX \quad (39)$$

wo X die Feldstärke, C und DKonstanten bedeuten. In den Abb. 55 und 56 sind zwei von Schiller an Glas und Glimmer gemessene Kurven





abgebildet. Als Abszissen sind hier die Feldstärken, als Ordinaten die Logarithmen der Widerstände abgetragen. Bei Glas (Abb. 55) wird die Beziehung (39) genau erfüllt. Bei Glimmer (Abb. 56) lassen sich einige nicht sehr bedeutende Abweichungen von der Beziehung (39)

feststellen. Die Konstante C ist bei allen untersuchten Gläsern und bei Glimmer ungefähr dieselbe.

Diese Abhängigkeit des Widerstandes von der Feldstärke suchte Günther-Schulze (1) durch eine im Inneren des Isolators auftretende Stoßionisation zu erklären. Auf Grund der Annahme, daß die im Isolator enthaltenen freien Elektronen durch Stoß neue Elektronen abzuspalten vermögen, kommt Günther-Schulze zu folgenden



Abb. 56. Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes von der Feldstärke bei Glimmer nach Schiller.

Formeln, die die Abhängigkeit des Leitungsstromes von der Feldstärke wiedergeben:

$$1. \quad i = i_0 e^{c X d} \tag{40}$$

2.
$$i = i_0 \frac{e^{c X d} - 1}{c X d}$$
 (41)

X ist hier die Feldstärke, d die Dicke des Isolators, i_0 und c sind Konstanten. Die erste Formel entspricht dem Fall, daß die primären Elektronen nur an der Kathode entstehen, die zweite gilt dann, wenn die primären Elektronen im ganzen Volumen des Isolators verteilt sind. Für die Abhängigkeit des Widerstandes von der Feldstärke erhält man R

nach einigen Umformungen die Ausdrücke

$$1. \, \lg n R = D - CX + \lg n X, \tag{42}$$

2.
$$\lg n \frac{1}{1 + \frac{i_0 R}{C X^2}} = DCX + 2 \lg n X, \tag{43}$$

wobei C = cd gesetzt ist. Beide Beziehungen gehen bei großen Feldstärken X in die experimentell ermittelte Formel (39) über.

Den Gleichungen (40) und (41) entsprechend, muß bei Stoßionisation der Strom bei konstanter Feldstärke X eine Exponentialfunktion der Schichtdicke d sein. Schiller hat aber experimentell bewiesen, daß diese Forderung, bei Glas und Glimmer wenigstens, nicht erfüllt wird. Die Konstanten C in Formel (42) oder (43), die den Schichtdicken proportional sein müßten, sind tatsächlich bei dickeren Platten etwas kleiner als bei den dünnen. Durch eine Stoßionisation kann folglich die Abhängigkeit zwischen R und X nicht erklärt werden. Außerdem ist das Vorhandensein von freien Elektronen in festen Isolatoren selbst bei hohen Feldstärken wenig wahrscheinlich¹.

Von mehreren Autoren (Schiller, Sinjelnikoff u. a.) ist der Gedanke ausgesprochen worden, daß diese Abhängigkeit durch die elektrolytischen Polarisationserscheinungen erklärt werden könnte.

Bei den Experimenten, die zu der Aufstellung der Formel (39) führten, wurde nämlich meistens der Strom nicht gleich nach Einschaltung der Spannung, sondern nach Verlauf einer gewissen Zeit gemessen. Der Widerstand R fällt folglich mit dem von uns früher definierten "Widerstand aus dem Reststrom" zusammen. Letzterer wird aber, wie wir gesehen haben, durch die Polarisationserscheinungen sehr stark beeinflußt. Um einige Klarheit in dieser Frage zu schaffen, mußte untersucht werden, welche Gesetzmäßigkeiten der wahre Widerstand aufweist.

Eine derartige Untersuchung ist von K. Sinjelnikoff und Anton Walther ausgeführt worden. Der wahre Widerstand kann auf zweierlei Weise bestimmt werden: entweder ermittelt man den Augenblickswert des Stromes so bald wie möglich nach Einschaltung der Spannung, bevor sich die Gegenspannung noch ausgebildet hat, und dividiert die Spannung durch diesen Stromwert i_0

$$R_0 = \frac{E}{i_0}.$$
 (31)

Oder man bestimmt der Formel (32) entsprechend

$$R_0 = \frac{E - P}{i} \tag{32}$$

¹ Nur in sehr dünnen Schichten (d etwa 10^{-4} mm) können bei hohen Feldstärken Erscheinungen auftreten, die wahrscheinlich auf das Eintreten einer Stoßinoisation durch Ionen zurückzuführen sind. Auf diese Erscheinungen kommen wir noch bei der Besprechung der Durchschlagsprobleme zurück (vgl. S. 148).

Der Durchgang des Stromes durch feste Isolatoren bei niedrigen Temperaturen. 73

auf irgendeine Weise den Wert der Gegenspannung, wenn sie sich schon eingestellt hat, subtrahiert sie von dem Spannungswert E und dividiert durch den Wert des Reststromes. Von Sinjelnikoff und Walther wurden beide Wege eingeschlagen und führten zu gut übereinstimmenden Resultaten.

Da bei dem ersten Verfahren der Wert des Stromes im Augenblick des Einschaltens der Spannung nicht unmittelbar bestimmt werden

konnte, wurde der Stromverlauf während der ersten Sekunden nach der Einschaltung photographisch registriert. Als Strommesser diente ein Fadenelektrometer. Eine der aufgenommenen Kurven ist in Abb. 53 abgebildet. Um den Anfangswert des Stromes zu bestimmen, wurde die Kurve bis zu $t = t_0$ nach dem Exponentialgesetz

$$i = i_0 e^{-\alpha(t-t_0)} \qquad (44)$$

extrapoliert.

Bei dem zweiten Verfahren wurde der Strom auf übliche Weise mittels eines Galvanometers gemessen, die Gegenspannung P nach einem besonderen Verfahren aus der in



den Polarisationsschichten aufgehäuften Elektrizitätsmenge Q bestimmt.

Die Resultate der am Glimmer ausgeführten Messungen zeigt Abb. 57. Längs der Abszissenachse sind die Feldstärken, längs der Ordinatenachse die Logarithmen der Widerstände abgetragen. Die untere wagerechte Gerade entspricht den wahren Widerständen, die obere geneigte denen nach üblicher Weise aus dem Reststrom ermittelten. Die verschiedenen Arten von Bezeichnungen auf der wagerechten Geraden entsprechen den zwei verschiedenen Verfahren, nach denen der wahre Widerstand bestimmt werden konnte (vgl. die Formel (31) und (32)). Während der aus dem Reststrom ermittelte Widerstand sich bei Anwachsen der Feldstärke bedeutend verkleinert und dem Gesetz von Pool

$$\lg R = D - CX$$

annähernd genügt, bleibt der wahre Widerstand bis zu hohen Feldstärken konstant.

Die Resultate ähnlicher an Glas ausgeführten Messungen sind in Abb. 58 wiedergegeben. Durch weiße Kreise sind hier die aus dem Reststrom ermittelten Widerstände, durch schwarze Kreise die wahren Widerstände bezeichnet. Das Ohmsche Gesetz wird folglich von den Isolatoren auch bei den Zimmertemperaturen erfüllt. Nur bei sehr hohen Feldstärken, bei denen schon eine Stoßionisation eintreten kann (vgl. S. 148), können sich bedeutende Abweichungen ergeben.

Die eben besprochenen Versuche zeigen deutlich, daß bei solchen Isolatoren, wie Glas und Glimmer, der wahre Widerstand bis zu sehr hohen Feldstärken von letzterer so gut wie gar nicht abhängt. Wahrscheinlich kann diese Regel allgemein auch auf die Mehrzahl der anderen festen, mehr oder minder homogenen Isolatoren angewandt werden. Nur bei Isolatoren von scharf ausgeprägter nichthomogener Struktur



Abo. So: Abolangigket des whistendes von der Feldstärke bei Glimmer nach Sinjelnikoff und Anton Walther. O Widerstand nach dem Reststrom, wahrer Widerstand.

läßt sich eine tatsächliche Abhängigkeit des wahren Widerstandes von der Feldstärke erwarten.

Der Einfluß, den die Gegenspannung ausübt, ist folgendermaßen zu deuten: Bei kleinen Feldstärken wird bei den Isolatoren auch von dem Reststrom das Ohmsche Gesetz erfüllt. Dies bedeutet, daß hier die Gegenspannung P proportional der angelegten Spannung E wächst. Diese Proportionalität zeigt sich aber

nur bis zu einer bestimmten Feldstärke. Weiter wächst die Gegenspannung weniger schnell als die angelegte Spannung, wodurch eine Verminderung des Widerstandes vorgetäuscht wird.

Die Annahme, daß die Abhängigkeit zwischen R und X dem Einfluß der Gegenspannung zuzuschreiben ist, wird noch durch folgende Tatsachen bekräftigt. Wie bekannt, sind bei hohen Temperaturen alle Polarisationserscheinungen minder scharf ausgeprägt, als bei niedrigen. Dies folgt schon daraus, daß die Gegenspannung bei sehr hohen Temperaturen gänzlich verschwindet. Es müßte dann, wenn unsere Annahme richtig ist, der aus dem Reststrom ermittelte Widerstand sich bei Temperaturerhöhung schneller verkleinern als der wahre Widerstand. Dies trifft auch tatsächlich zu, wie Sinjelnikoff und Anton Walther gezeigt haben. Eine ähnliche Erscheinung wurde auch von Schiller beobachtet. Nach seinen Messungen nimmt nämlich bei hohen Feldstärken der Widerstand bei Temperaturerhöhung weniger schnell ab als bei niedrigen Feldstärken.

Die Annahme, daß bei hohen Spannungen die Polarisationserschei-

nungen relativ schwach ausgeprägt sind, wird endlich noch dadurch gestützt, daß bei dem Durchschlage, bei dem wir gerade die höchsten Spannungen haben, die Polarisationserscheinungen wahrscheinlich eine nur unbedeutende Rolle spielen (vgl. S. 159).

Schiller sucht die Verkleinerung des Widerstandes bei zunehmender Feldstärke ebenfalls durch den Einfluß der Polarisationserscheinungen, aber auf eine abweichende Art zu erklären. Nach seiner Ansicht könnte das Anwachsen des Stromes dadurch erklärt werden, daß sich in den an den Elektroden liegenden Polarisationsschichten wegen der großen Feldstärken, die dort herrschen, eine Stoßionisation auszubilden vermag. Wenig begreiflich wird aber bei dieser Annahme, warum eben in den Fällen, wo die Polarisationserscheinungen am schwächsten ausgeprägt sind, die größten Ströme beobachtet werden.

4. Die dielektrischen Verluste¹.

Wird an zwei in Luft befindlichen Elektroden eine Wechselspannung

$$e = E \sin \omega t \tag{44a}$$

angelegt, so fließt durch den von ihnen gebildeten Kondensator ein reiner Entladungsstrom, dessen Augenblickswert durch den Ausdruck

$$i_0 = I_0 \cos \omega t = \omega C_0 E \sin(\omega t + 90^0) \tag{44b}$$

gegeben wird. Mit C_0 ist hier die geometrische (aus den geometrischen Dimensionen des Kondensators berechnete)

Kapazität bezeichnet, die in diesem Fall mit der wahren Kapazität des Kondensators identisch sein wird.

Bedeutend anders gestalten sich die Verhältnisse, wenn wir den Raum zwischen den Elektroden mit einem festen Isolierstoff ausfüllen. Bei einem solchen Kondensator erfolgt die Ladung nicht augenblicklich, sondern es fließt, nachdem sich die geometrische Kapazität aufgeladen hat, noch ein allmählich abfallender Nachladungsstrom (vgl. S. 67). Dieser Nachladungsstrom i_0 (Abb. 59) wird gegenüber dem Kapazitätsstrom i_0 etwas verspätet sein und folglich mit der Spannung nicht mehr einen Winkel



Abb. 59. Vektordiagramm für Strom und Spannung in festen Isolatoren nach Wagner.

von 90°, sondern einen von 90° — α bilden. Wir können also schreiben:

$$i_N = J_N \sin(\omega t + 90^0 - \alpha) = k E \sin(\omega t + 90^0 - \alpha), \qquad (45)$$

¹ Das in diesen Paragraphen enthaltene theoretische und experimentelle Material ist hauptsächlich den Arbeiten von Wagner [29, 31], Sinjelnikoff und Anton Walther [30] entnommen.

wo k eine Konstante ist, die wir später definieren werden. Außerdem wird in dem Kondensator noch ein konstanter Leitungsstrom i_L fließen, der der Richtung nach mit der Spannung E übereinstimmt. Der gesamte Strom i_1 , der durch den Kondensator fließt, ist die geometrische Summe dieser Teilströme. Aus der Abb. 59 ist zu ersehen, daß er mit dem reinen Kapazitätsstrom den Winkel δ_1 , mit der Spannung folglich den Winkel 90° — δ_1 bildet.

$$i_1 = J_1 \sin(\omega t + 90^0 - \delta_1) \tag{46}$$

Bei den meisten Isolatoren ist der Leitungsstrom i_L so klein, daß er vernachlässigt werden kann. Dann wird der resultierende Strom inur durch die Komponenten i_0 und i_N gebildet. Den Winkel zwischen iund i_0 wollen wir mit δ bezeichnen.

Der Nachladungsstrom i_N kann in zwei Komponenten zerlegt werden, deren eine i_c parallel zu dem Kapazitätsstrom i_0 , die andere i_v parallel zu dem Leitungsstrom gerichtet ist. Die erste Komponente können wir gleich

$$i_c = \omega C_1 E \sin(\omega t + 90^{\circ}) \tag{47}$$

setzen, wo C_1 eine neue Konstante ist, die von der Frequenz abhängt. Für den gesamten Ladungsstrom ergibt sich dann der Wert:

$$i_0 + i_c = \omega (C_0 + C_1) E \sin(\omega t + 90^0).$$
 (48)

Die Kapazität des Kondensators ist folglich durch den Einfluß des Nachladungsstromes auf den Wert $C = C_0 + C_1$ angewachsen.

Da der Strom i und die Spannung E jetzt keinen Winkel von 90^o bilden, so wird der Durchgang des Stromes durch den Isolator mit einem bestimmten Energieverlust

$$W = J_{\rm eff} E_{\rm eff} \cos \varphi \tag{49}$$

verbunden sein. Aus Abb. 58 ist zu ersehen, daß $J_{\rm eff} \cos \varphi$ gleich $(J_0 + J_c)_{\rm eff} \operatorname{tg} \delta$ oder $\omega C E_{\rm eff} \operatorname{tg} \delta$ gesetzt werden kann. Wird der letzte Ausdruck in die Formel (49) eingesetzt, so ergibt sich

$$W = \omega C E_{\rm eff}^2 tg \delta.$$

Bei kleinen δ , wo tg $\delta = \sin \delta = \delta$ gesetzt werden kann, ist tg δ nichts anderes als der Leitungsfaktor $\cos \varphi$ des Kondensators. Da der Winkel δ die dielektrischen Verluste W bestimmt, wird er als dielektrischer Verlustwinkel bezeichnet.

Um den Verlustwinkel theoretisch zu berechnen, muß zuerst der Ausdruck für den Nachladungsstrom bei Wechselspannung abgeleitet werden. Dabei kann man von den Gesetzmäßigkeiten ausgehen, die für den Nachladungsstrom bei konstanter angelegter Spannung gefunden worden sind. Wird die an dem Isolator liegende Spannung im Zeitpunkt τ um ΔV verändert, so hat dies eine Änderung des Stromes zur Folge, die im ersten Augenblicke proportional ΔV gesetzt werden kann.

$$(\Delta i)_r = k \Delta V. \tag{50}$$

Dieser Strom wird nach der Spannungständerung nach einem bestimmten Gesetz $\varphi(t)$ abfallen. Für jeden späteren Augenblick t wird sein Wert

$$\Delta i = k \Delta V \varphi(t - \tau) \tag{51}$$

betragen.

Nun besagt aber das Superpositionsprinzip, daß jede derartige, einem bestimmten ΔV entsprechende Stromänderung unabhängig davon verläuft, ob der Isolator gleichzeitig oder später anderen Spannungsänderungen unterworfen war. Wir bekommen folglich den Gesamtwert des Stromes für einen bestimmten Augenblick t, wenn wir alle den einzelnen ΔV entsprechende Stromänderungen addieren

$$\mathbf{i} = \sum \mathbf{k} \Delta V_{\mathbf{i}} \varphi(\mathbf{t} - \tau_{\mathbf{i}}). \tag{52}$$

Haben wir es mit einer stetigen Änderung der Spannung zu tun V = V(t), so geht der Ausdruck (52) in das Integral

$$i = \int_{-\infty}^{t} k \frac{dV}{d\tau} \varphi(t-\tau) d\tau$$
(53)

über. Die Formel (53) enthält eigentlich schon die Lösung der Aufgabe in ihrer allgemeinsten Form. Wir wollen aber die Berechnungen für den Fall noch weiter durchführen, wo an den Kondensator eine einfache Wechselspannung

$$e = E \sin \omega \tau$$

angelegt ist.

Statt $\frac{dV}{d\tau}$ muß dann in der Formel (53) $\omega E \cos \omega \tau$ eingesetzt werden. Für den Nachladungsstrom *i* bekommt man dann den Ausdruck

$$i = \int_{-\infty}^{t} k \omega E \cos \omega \tau \varphi(t-\tau) d\tau.$$
(54)

Um dies Integral zu berechnen, wollen wir eine neue Veränderliche u einführen, die mit τ durch die Gleichung $u = t - \tau$ verbunden ist. Der Ausdruck (54) geht dann über in:

$$i = \int_{0}^{\infty} k\omega E \cos \omega (t - u) \varphi(u) du.$$
(55)

Zerlegt man den Kosinus der Differenz nach der bekannten Formel, so ergibt sich

$$i = k\omega E \int_{0}^{\infty} \cos \omega t \cos \omega u \varphi(u) du + k\omega E \int_{0}^{\infty} \sin \omega t \sin \omega u \varphi(u) du$$

= $A \cos \omega t + B \sin \omega t$ (56)

wo durch A und B folgende Ausdrücke ersetzt sind:

$$A = k \omega E \int_{0}^{\infty} \cos \omega u \varphi (u) du$$

$$B = k \omega E \int_{0}^{\infty} \sin \omega u \varphi (u) du$$
(57)

Die Koeffizienten A und B sind nichts anderes als die Amplituden der beiden Komponenten J_c und J_v des Nachladungsstromes. Für den ganzen Nachladungsstrom bekommt man den Ausdruck

$$i_{N} = J_{N} \sin(\omega t + \gamma),$$

$$J_{N} = \sqrt{A^{2} + B^{2}}$$

$$tg \gamma = \frac{A}{B}$$

$$(58)$$

wobei

und

sind. Der Winkel γ ist mit dem Winkel
 α (Abb. 58) durch die Beziehung $\gamma=90^{0}-\alpha$ verknüpft.

Ist der Leitungsstrom J_L gegenüber der J_v -Komponente des Nachladungsstromes gering, so ergibt sich für den Energieverlust im Isolator der Ausdruck

$$W = \frac{E \cdot J_v}{2} = \frac{E \cdot B}{2}.$$
 (59)

Um den dielektrischen Verlustwinkel δ zu berechnen, muß man die Komponente J_v des Nachladungsstromes durch den totalen Kapazitätsstrom $J_0 + J_c$ dividieren.

$$\operatorname{tg} \delta \sim \delta = \frac{J_v}{J_0 + J_e} = \frac{B}{\omega C E + A}.$$
 (60)

Für die endgültige Lösung der Aufgabe muß man noch die beiden Koeffizienten A und B berechnen. Zu diesem Zwecke muß die Funktion $\varphi(u)$, die den Abfall des Nachladungsstromes bestimmt, analytisch ausgedrückt und in die entsprechenden Formeln (57) eingesetzt werden. Da es uns hier hauptsächlich auf eine qualitative Beurteilung der Erscheinung ankommt, wollen wir der Funktion $\varphi(u)$ den für die weiteren Berechnungen bequemsten Ausdruck geben, nämlich

$$\boldsymbol{\varphi}\left(\boldsymbol{u}\right) = e^{-a\boldsymbol{u}} \tag{61}$$

setzen. Für die Koeffizienten A und B bekommt man dabei (vgl. (57))

$$\begin{array}{l} A = \frac{\omega \ k \ E \ \alpha}{\omega^2 + \alpha^2} \\ B = \frac{\omega^2 \ k \ E}{\omega^2 + \alpha^2} \end{array} \right\}$$
(62)

Der Energieverlust (vgl. (59)) ergibt sich zu

$$W = \frac{k \,\omega^2}{\omega^2 + \alpha^2} E^2_{\text{eff}}.$$
(63)

Ebenso wie die Jouleschen Verluste sind die dielektrischen Verluste also dem Quadrat der Spannung proportional.

Für den Verlustwinkel läßt sich ebenso der Wert

$$\delta \sim \operatorname{tg} \delta = \frac{\omega k}{(\omega^2 + \alpha^2)C + k \alpha}$$
(64)

berechnen.

Wie aus dem in der Abb. 58 angeführten Stromdiagramm zu ersehen ist, werden die dielektrischen Verluste fast ausschließlich durch das Vorhandensein eines Nachladungsstromes bedingt. Es werden folglich alle die Stoffe solche Verluste aufweisen, die eine dielektrische Nachwirkung zeigen. Diese kann aber, wie wir gesehen haben, in der Mehrzahl der Fälle auf elektrolytische Polarisationserscheinungen zurückgeführt werden. Die dielektrischen Verluste müssen dann durch die eigenartigen Leitungsströme bedingt werden, die die Polarisationskapazität des Isolators aufladen. Diese Ansicht ist von Sinjelnikoff und Anton Walther in ihrer Arbeit über die dielektrischen Verluste (30) ausgesprochen und experimentell bestätigt worden.

Die theoretischen Formeln lassen in diesem Fall eine besonders einfache physikalische Deutung zu. In den Ausdrücken (50) und (51) die von uns der Berechnung des Nachladungsstromes zugrunde gelegt waren, muß dann der Koeffizient k mit der wahren Leitfähigkeit des Isolators σ , dem reziproken Wert des wahren Widerstandes R_0 identifiziert werden. Der Koeffizient α (vgl. S. 70, sowie die Formeln 38 und 61 kann durch $\frac{\sigma}{\overline{C}}$ ersetzt werden, wo \overline{C} die Polarisationskapazität bedeutet. Für den Energieverlust ergibt sich dann der Ausdruck

$$W = \frac{\sigma \,\omega^2 \,\bar{C}^2}{\bar{C}^2 \,\omega^2 + \,\sigma^2} \,E^2_{\text{eff}},\tag{65}$$

für den Verlustwinkel:

$$\delta \sim \operatorname{tg} \delta = \frac{\sigma \, \omega \, \bar{C}^2}{\omega^2 \bar{C}^2 C + \sigma^2 (C + \bar{C})} \tag{66}$$

Der Faktor von E^2_{eff} in der Formel (65) bedeutet nichts anderes als die Leitfähigkeit des Stoffes bei der Frequenz ω .

Die Formel (65) erlaubt es, den dielektrischen Verlustwinkel zahlenmäßig zu berechnen, falls die Werte von σ , \overline{C} und C bekannt sind. Eine solche Prüfung wurde von Sinjel-

nikoff und Anton Walther an dem Schottschen Glase 015 ausgeführt. Die Übereinstimmung erwies sich als befriedigend.

Wir wollen nun versuchen, auf Grund der Formeln (63) und (65), die Abhängigkeit der Verluste von der Frequenz, der Temperatur und der Spannung zu bestimmen. Gleichzeitig soll geprüft werden, inwie-



Abb. 60. Abhängigkeit der dielektrischen Verluste von der Frequenz nach Sinjelnikoff und Anton Walther.

fern das Experiment diese theoretischen Schlüsse bestätigt.

a) Die Abhängigkeit der Verluste von der Frequenz. Der Koeffizient α (Formel (63)), sowie die Größen \overline{C} und σ können in erster Annäherung als von der Frequenz unabhängig betrachtet werden. Die unter dieser Annahme aus Formel (63) berechnete Abhängigkeit des Energieverlustes von der Frequenz ist graphisch in Abb. 60 dargestellt. Bei wachsender Frequenz ändern sich zuerst die Verluste ziemlich schnell, dann immer langsamer und streben bei großen Frequenzen einem konstanten Wert zu. Aus Formel (63) ist zu ersehen, daß dieser konstante Wert gleich kE_{eff}^2 ist. Bei den homogenen Isolatoren (Formel (65)), bei denen $k = \sigma$ gesetzt werden kann, streben die Verluste dem Wert σE_{eff}^2 zu. Dieser Ausdruck ist aber mit dem Leitungsverlust in dem nicht polarisierten Isolator identisch. Dieses Resultat war auch von vornherein zu erwarten, da bei der großen Frequenz die Gegenspannung sich nicht auszubilden vermag, so daß die entsprechende Leitfähigkeit des Isolators gleich dessen wahrer Leitfähigkeit ist.

Die theoretische Abhängigkeit (Abb. 60) wird von einer Reihe von Stoffen, bei nicht sehr hohen Frequenzen ungefähr erfüllt. Solche Stoffe sind z. B. Paraffin, Glas, bei denen sich die empirische Formel von Granier [34]

$$W = M \omega^n \left(\frac{1}{2} < n < 1\right) \tag{67}$$

bewährt hat; diese besitzt für n nahe bei 0,5 und kleinem ω einen ähnlichen Verlauf wie die theoretische Kurve. Es ist jedoch eine Reihe von Stoffen (Glimmer, Ebonit) vorhanden, bei denen sich die Verluste bei hohen Frequenzen proportional zu ω verändern und folglich unbegrenzt anwachsen. Durch die theoretische Formel kann ein solcher Verlauf nicht erklärt werden, oder man müßte annehmen, daß sich die Größe \overline{C} selbst mit der Frequenz verändern kann, was freilich nicht ausgeschlossen ist.

b) Die Abhängigkeit der Verluste von der Temperatur. In den theoretischen Formeln (63) und (65) hängt sowohl die Größe kbzw. σ als auch α bzw. $\frac{\sigma}{\overline{\alpha}}$ von der Temperatur ab. Beide Größen wachsen bei Temperaturerhöhung. Außerdem kommen noch die durch den Leitungsverluste $\frac{J_L E}{2}$ hinzu, die wir bisher vernachlässigt haben. Dieses letzte Glied bewirkt, daß sich im allgemeinen bei Temperaturerhöhung die Verluste vergrößern. Bei niedrigen Temperaturen jedoch, bei denen der Leitungsstrom i_{L} gering ist, können, falls der Nenner schneller mit der Temperatur anwächst als der Zähler, die Verluste bei Temperaturerhöhung sich auch verkleinern. Bei einer bestimmten Temperatur erreichen sie dann ein Minimum, worauf sie wieder anzusteigen beginnen. Solche Kurven mit einem Minimum sind von Wagner [29] an Guttapercha und von Frigon [35] an Kabelisolation ermittelt worden. Bei anderen Stoffen jedoch, wie bei Glas und Glimmer, wachsen die Verluste stetig bei steigender Temperatur.

c) Die Abhängigkeit der Verluste von der Spannung. Wie erwähnt, nimmt bei großen Feldstärken der aus dem Leitungstrom bestimmte Widerstand des Isolators stark ab. Die reinen Leitungsverluste können daher bei hohen Spannungen so groß werden, daß sie bei der Berechnung des Gesamtwertes der Verluste nicht mehr vernachlässigt werden können. Der Formel (63) gemäß wachsen die Verluste proportional dem Quadrat der Spannung. Die Leitungsverluste $\frac{J_L E}{2}$ müssen schneller als proportional zu E^2 anwachsen, da das Ohm sche Gesetz für J_L nicht erfüllt wird und er sich schneller vergrößert als die angelegte Spannung Wir können deshalb erwarten, daß bei Spannungserhöhung auch der Gesamtwert der Verluste, die Leitungsverluste mit inbegriffen, schneller anwachsen wird als proportional zu E^2 . Dies ist auch tatsächlich von Frigon [35] beobachtet worden, der für die Abhängigkeit der Verluste von der Spannung die empirische Formel

vorschlug.

$$W = E^n \left(n \sim 2, 5 \right) \tag{68}$$

Fassen wir nun die Ergebnisse zusammen, zu denen wir bei der Besprechung der drei obengenannten Abhängigkeiten gelangten, so können wir folgendes behaupten: Bei der Erhöhung der Frequenz, der Temperatur und der Feldstärke wachsen im allgemeinen die Verluste. Bei niedrigen Temperaturen jedoch können in einigen Fällen, insbesondere bei den nichthomogenen Isolatoren, sich bei Temperaturerhöhung die Verluste auch verringern.

B. Uber die Vorgänge, die dem Durchschlag von festen Isolatoren zugrunde liegen können.

1. Die allgemeinen Gesetzmäßigkeiten des elektrischen Durchschlages.

Wird an einen Isolator eine Spannung angelegt, so fließt durch diesen

Isolator ein Strom, der bei kleinen Feldstärken proportional der angelegten Spannung wächst. Die Stromspannungskurve ist eine Gerade (Abb. 61, OT); ihre Neigung $\frac{dE}{di}$ konstant und dem Widerstande des Isolators gleich. Bei höheren Feldstärken beginnt der Widerstand sich zu verkleinern, so daß der Strom jetzt schneller als die angelegte Span-

nung anwächst; $\frac{dE}{di}$ wird kleiner. Steigert man die Spannung weiter, so vermindert sich der Widerstand immer mehr und mehr. Die Schnelligsemenoff-Walther, Festigkeitslehre. 6



keit, mit der er sich bei Anwachsen des Stromes verkleinert, kann so groß werden, daß, trotzdem sich der Strom vergrößert, die Spannung konstant bleibt oder sogar abnimmt. Die Kurve wendet sich (von dem Punkt A nach rechts), $\frac{dE}{di}$ wird gleich Null oder negativ. Dieser



spannungskurven Wagner. nach

Zustand, der durch einen negativen Widerstand charakterisiert wird, ist entschieden labil. Wird vom Punkt A an die Spannung konstant gehalten, so wächst der Strom ins Unbegrenzte und der Isolator wird durchschlagen. Eigentlich kann er schon im Punkt A, wo $\frac{dE}{di}$ gleich Abb. 62. Anord- Spannung E_m wollen wir als Durchschlagspannung besung der Strom- zeichnen. Null wird, als durchschlagen gelten. Die entsprechende

Die ganze Stromspannungskurve, besonders ihr labiler Teil, wird bei dem Durchschlag meistens äußerst schnell

durchlaufen; gewöhnlich kann sie deshalb nicht experimentell ermittelt werden. Wagner [36] hat aber gezeigt, daß bei geeigneten Vorsichtsmaßregeln dies dennoch gelingen kann. Die Schnelligkeit des Prozesses wird nämlich hauptsächlich dadurch bedingt, daß der labile Zustand nicht gleichzeitig im ganzen Isolator erreicht wird, sondern an einigen wenigen schwachen Stellen. Auf diese schwachen



Stellen konzentriert sich der ganze Strom und zerstört sie. Durch Einschaltung eines großen Widerstands in Reihe mit dem Prüfling kann diesem Umstand auch nicht abgeholfen werden, da die an den Elektroden aufgespeicherte Elektrizitätsmenge dazu genügt, um die schwachen Stellen zu durchschlagen. Wagner schlug deshalb vor, solche Widerstände zu nehmen, die in der Richtung senkrecht zu der Oberfläche des Prüflings den Strom gut

leiten, tangential zu der Oberfläche dagegen möglichst schlecht. Wird ein solcher Leiter W (Abb. 62) zwischen dem Prüfling und der oberen Elektrode eingeführt, so muß die Stromverteilung, die an der oberen Elektrode gleichmäßig ist, auch im Prüfling bis zu dem Durchschlag gleichmäßig bleiben. Als Widerstand läßt sich mit Erfolg Holz verwenden, das in der Richtung der Fasern um ein Vielfaches besser leitet als quer zu den Fasern.

Mit dieser Anordnung ist es auch tatsächlich Wagner gelungen, eine große Anzahl von Stromspannungskurven in verschiedenen Isolierstoffen zu messen. Eine so an Glas ermittelte Kurve zeigt Abb. 63. Es muß darauf hingewiesen werden, daß bei Glas, selbst im labilen Gebiet, sich bei wiederholten Messungen dieselben Stromwerte ergaben, so daß wir auch im labilen Gebiet dem Isolator einen bestimmten Widerstand zuschreiben können, der hier freilich nicht konstant, sondern eine Funktion von i und E ist.

Aus den Versuchen von Wagner läßt sich folgern, daß der Durchschlag durch ein Labilwerden des elektrischen Gleichgewichts im Inneren des Isolators bedingt wird. Daß dabei meistens auch der Stoff zerstört wird, ist eigentlich Nebensache und nicht unbedingt nötig. So kann z. B. im labilen Gebiet der Prüfling als durchschlagen gelten, er ist aber keines-





Abb. 64. Abhängigkeit der Durchschlagspannung (kVeff) von der Temperatur nach Inge und Walther [37]. Glas. Dicke 1 mm, Wechselsp. 50 per/sek.

Abb. 65. Abhängigkeit der Durchschlagspannung (Veff) von der Temperatur nach Inge und Walther [37]. Steinsalz. Dicke 1mm, Wechselsp. 50 per/sek.

wegs zerstört. Die Zerstörung muß in der Mehrzahl der Fälle als eine Folge des Durchschlages betrachtet werden, nicht aber als dessen Ursache.

Es muß von vornherein betont werden, daß die Durchbruchfeldstärke (die auf eine Schichtdicke von 1 cm bezogene Durchschlagspannung) keineswegs eine Materialkonstante ist. Sie hängt nicht nur von der Schichtdicke, dem Aussehen des Feldes, der Art der Spannung (Gleich- oder Wechselspannung, Stoßspannungen), endlich von der Temperatur in weitem Maße ab, sie wird auch durch andere Umstände, wie die Dauer der Beanspruchung, die Beschaffenheit der Oberfläche des Prüflings, die Dimensionen und das Material der Elektroden stark beeinflußt. Trotz der enormen Anzahl der ausgeführten Experimente ist es daher ziemlich schwierig, irgendwelche allgemeine Gesetzmäßigkeiten festzustellen.

Am besten ist es, bei der Besprechung dieser Gesetzmäßigkeiten von der Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung auszugehen, da gerade bei der Behandlung dieser Frage die meisten Versuche zu eindeutigen Resultaten führten. In den Abb. 64 bis 66 sind die Abhängigkeiten zwischen der Temperatur und der Durchschlagspannung für drei verschiedene Isolatoren, nämlich Glas (Abb. 64), Steinsalz (Abb. 65) und Porzellan (Abb. 66) aufgezeichnet. Trotz der Verschiedenheit der Stoffe sind die Kurven einander durchaus ähnlich. Bei niedrigen Temperaturen ist gar keine oder eine nur geringe Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung vorhanden. Geht man aber zu höheren Temperaturen über, so beginnt, von einer bestimmten Temperatur an, ein steiler Abfall der Kurve. Wie groß hier die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur werden kann, ist aus der Tabelle 4 zu ersehen, auf der die an einer 1 mm dicken Glasplatte gemessenen



Werte der Durchschlagspannungen angeführt sind.

Bei einer Temperaturerhöhung von 100° kann sich die Durchschlagspannung mehr als bis zum 10. Teil verringern. Bei hohen Temperaturen genügt schon eine Spannung von einigen Hundert Volt, um denselben Prüfling zu durchschlagen, der bei Zimmertemperaturen Spannungen von über 20 kV aushält, ohne beschädigt zu werden.

Der Abfall der Kurve beginnt im allgemeinen um so später, je größer der spezifische Widerstand des Isolators ist. Dies läßt sich leicht durch den

Vergleich der in Abb. 64 und 65 gezeichneten Kurven erkennen. Bei Glas, dem bei 300°C ein spezifischer Widerstand von $1,6 \cdot 10^5 \Omega$ zukommt, liegt die Übergangstemperatur bei etwa 80°, bei Steinsalz dagegen, das bei derselben Temperatur von 300° einen spezifischen

Temperatur	Durchschlagspannung V_{eff}
25 °	20 500
50 °	21000
70 °	21000
100 °	14500
130 °	620 0
157 0	27(0
200 °	1 100
290 °	400

Tabelle 4. Glasplatte Dicke 1 mm. — Wechselspannung von 50 per/sec.

Widerstand von $1.7 \cdot 10^9 \ \Omega$ besitzt, erstreckt sich der wagerechte Teil der Kurve bis zu etwa 225°. Im Gebiet der niedrigen Temperaturen, da, wo die Kurven noch wagerecht sind, ist der Unterschied zwischen den Durchschlagspannungen von Glas und Steinsalz (beide Kurven beziehen sich auf dieselbe Schichtdicke) nur gering. Bei hohen Temperaturen jedoch, da wo die Kurven schon abfallen, kann der Unterschied sehr groß werden. Hier kann auch unmittelbar gezeigt werden, daß die Durchschlagspannung von dem spezifischen Widerstande sehr abhängt. Wird z. B. eine Glasplatte durch eine andere genau ebenso geformte ersetzt, die aber einen viermal größeren spezifischen Widerstand besitzt, so ist die Durchschlagspannung bei derselben Temperatur ungefähr doppelt so groß.

Auch seinem Charakter nach ist der Durchschlag bei den hohen und bei den niedrigen Temperaturen gänzlich verschieden. Bei den hohen Temperaturen tragen nach dem Durchschlag die Prüflinge Spuren einer hohen thermischen Beanspruchung. Meistens können an ihnen Stellen von bedeutender Ausdehnung entdeckt werden, die geschmolzen waren und dann wieder erstarrt sind. Der Ort des Durchschlages liegt immer dort, wo sich die maximale Erwärmung des Prüflings erwarten ließ, nämlich in der Mitte der Elektroden, nicht aber am Rande. Geringe Inhomogenitäten des elektrischen Feldes sind von keiner Wichtigkeit. Der Durchschlag selbst erfolgt nie augenblicklich. Es ist immer eine vorläufige Einwirkung der Spannung nötig, deren Dauer sich bis zu mehreren Minuten erstrecken kann. Wird die Dauer der Beanspruchung verringert, so kommt man zu Werten, die viel höher liegen.

Bei einer großen Schichtdicke des Isolators läßt sich der Verlauf des Durchschlages mit dem Auge bequem verfolgen. Besonders günstig sind die Bedingungen dann, wenn man die Temperatur so wählt, daß der Isolator selbst noch dunkel ist, eine geringe Erwärmung aber schon genügt, um ihn in Rotglut zu versetzen. Eine derartige Beobachtung ist von den Verfassern [37] an einer 10 mm dicken Steinsalzplatte bei 500 ° C ausgeführt worden. Die Durchschlagspannung betrug dabei ungefähr 1000 V. Bei Steigerung der angelegten Spannung leuchtet der Isolator zuerst violett auf. Dieser violette Schimmer wird immer intensiver, bis sich ein Teil des Kristalls rot zu färben beginnt. Nun nimmt die rote Färbung an Stärke zu, während der violette Schimmer allmählich verschwindet. Dann findet plötzlich ein blitzartiges Aufleuchten statt — der Durchschlag. Nach ihm bleibt ein Kanal bestehen, der bis zur Gelbglut erhitzt ist; die übrigen Teile des Kristalls sind dunkel.

Wird nun die Spannung ausgeschaltet und der Kristall abgekühlt, so ist an der durchschlagenen Stelle ein trichterförmiger Kanal zu erkennen. Das Salz, das ihn vor dem Durchschlag ausfüllte, ist nicht nur geschmolzen, sondern teilweise auch verdampft. Eine Photographie eines so durchschlagenen Salzblocks ist in Abb. 67 in natürlicher Größe gegeben. Der Kristall wurde zweimal der Reihe nach durchschlagen (bei so hohen Temperaturen isoliert Luft besser als Steinsalz!). Der linke Kanal hat die oben beschriebene Trichterform, während der rechte zu einem mächtigen Loch entartet ist.

Der letzte Versuch zeigt ganz deutlich, daß der vorläufige Prozeß eine Erwärmung ist, der Durchschlag selbst als ein Schmelzen des Isolators gedeutet werden muß. Diese Behauptung wird auch durch die übrigen von uns hier angeführten Tatsachen bekräftigt. Einen solchen Durchschlag wollen wir einen Wärmedurchschlag nennen, den Temperaturbereich, in dem er stattfindet, als das Wärmegebiet bezeichnen.



Abb. 67. Durchgeschlagener Steinsalzkristall. Natürliche Größe nach Inge und Walther.

Bei niedrigen Temperaturen ergeben sich andere Gesetzmäßigkeiten. Die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung verschwindet fast vollkommen. Der Widerstand des Isolators wird, wie erwähnt, ebenfalls von nur geringem Einfluß sein (vgl. die Kurven auf den Abb. 64 und 65). Der Unterschied zwischen den Durchschlagspannungen bei dauernder und kurzer Beanspruchung ist bedeutend kleiner. So beträgt z. B. dieser Unter-

schied bei Stoßspannung (Zeitdauer 10^{-5} bis 10^{-6} Sek.) und gewöhnlicher, dauernd angelegter Wechselspannung im allgemeinen nicht mehr als 100%, meistens sogar weniger, während bei den hohen Temperaturen im ersten Fall die Durchschlagspannungen mehrere zehnmal höher liegen können als im zweiten. Die Werte der Durchschlagspannungen werden bei niedrigen Temperaturen durch die Inhomogenitäten des elektrischen Feldes äußerst stark beeinflußt. Der Durchschlag selbst erfolgt immer dort, wo die Feldstärke am größten ist. Wird der als Platte geformte Prüfling zwischen ebenen Elektroden eingeklemmt, so liegt die durchschlagene Stelle immer am Rande der Elektroden. Verhindert man nun die Inhomogenitäten des elektrischen Feldes an den Rändern der Elektroden, den Randeffekt, so ergeben sich für die Durchschlagspannungen Werte, die oft vier- bis fünfmal so hoch liegen. Dem Aussehen nach ist die durchschlagene Stelle bei den niedrigen Temperaturen von derjenigen, die sich bei den hohen Temperaturen beobachten läßt, gänzlich verschieden. Von einer thermischen Beanspruchung ist nichts zu bemerken. An der Stelle des Durchschlages ist nur ein kleiner Fleck zu sehen, von dem sich meistens strahlenartig feine Risse ausbreiten. Alle äußeren Merkmale weisen darauf hin, daß hier der Durchschlag nicht mehr auf ein einfaches

Schmelzen zurückgeführt werden kann. Er wird nicht mehr durch die thermischen Bedingungen, sondern hauptsächlich durch die Konfiguration des elektrischen Feldes beeinflußt. Einen solchen Durchschlag wollen wir einen elektrischen nennen.

Abb. 68 zeigt die Photographien von sechs durchschlagenen Gläsern. Die Kreisflächen entsprechen den versilberten Teilen der Platten, die als Elektroden dienten. Die drei oberen Platten sind bei Temperaturen

von 100 bis 120°C. die unteren bei Temperaturen von 50° bis 85° C durchschlagen worden. Die Stellen, an denen der Durchschlag stattfand, sind durch Pfeile gekennzeichnet. In den ersten drei Fällen ist man entschieden im Wärmegebiet, in den drei letzten dagegen schon im elektrischen.

Betrachtet man die in Abb. 64 aufgezeichnete Temperaturabhängigkeit



Abb. 68. Durchgeschlagene Glasplatten. Oben — Wärmegebiet. Unten — elektrisches Gebiet nach Inge und Walther.

der Durchschlagspannung, die gerade diesen Gläsern entspricht, so sieht man, daß die ersten drei Durchschläge auf dem abfallenden Teil der Kurve, die letzten drei auf ihrem wagerechten Teil liegen. Diese Tatsache bestätigt unsere Folgerung, daß der steile Abfall der Durchschlagspannung für das Wärmegebiet, die Unabhängigkeit von der Temperatur dagegen für das elektrische Gebiet charakteristisch ist.

Der Unterschied zwischen den beiden Arten von Durchschlägen ist so groß, daß die Vermutung ausgesprochen werden kann, daß wir es hier mit zwei verschiedenen Erscheinungen zu tun haben. Im folgenden soll gezeigt werden, welcher Art die Mechanismen dieser Erscheinungen sein können.

Zum Schluß wollen wir die charakteristischen Merkmale der beiden Gebiete noch einmal zusammenfassen.

Elektrisches Gebiet.

1. Starke Beeinflussung der Durchschlagspannungen durch die Inhomogenitäten des elektrischen Feldes.

2. Geringe Abhängigkeit von der Temperatur.

3. Geringe Abhängigkeit von dem Widerstande des Isolators.

4. Verhältnismäßig geringe Beeinflussung durch die Dauer der Beanspruchung.

Wärmegebiet.

1. Starke Beeinflussung der Durchschlagspannungen durch die Inhomogenitäten des thermischen Feldes.

2. Sehr große Abhängigkeit von der Temperatur.

3. Große Abhängigkeit von dem Widerstande des Isolators.

4. Sehr große Beeinflussung durch die Dauer der Beanspruchung.

2. Die verschiedenen Theorien des elektrischen Durchschlags.

Wie sich im vorigen Paragraphen aus den Versuchen von Wagner folgern ließ, muß der Durchschlag als ein Labilwerden des im Inneren des Isolators herrschenden elektrischen Gleichgewichts betrachtet werden. Wir wollen nun die Prozesse besprechen, die ein solches Labilwerden des Gleichgewichts verursachen können.

Der Einfachheit halber wählen wir für unsere Betrachtungen einen homogenen Isolator, den wir aus einzelnen in einem Raumgitter angeordneten Ladungen aufgebaut denken. Der Durchschlag muß so gedeutet werden, daß diese gebundenen Ionen durch irgendwelche äußere oder innere Einwirkungen gezwungen sind, die ihnen zukommenden Plätze zu verlassen, wodurch die Anzahl der dissoziierten, den Strom bildenden Ionen so weit gesteigert wird, daß der Stoff seine isolierende Fähigkeit einbüßt. Wodurch kann nun eine solche Dissoziation des Kristallgitters verursacht werden ? Es sind drei Theorien aufgestellt worden¹.

1. Die mechanische Theorie. — Bei Anlegung der Spannung werden die das Kristallgitter des Stoffes bildenden Ionen einer elektrischen Kraft unterworfen. Diese Kraft kann so groß werden, daß sie die elektrischen Kohäsionskräfte zwischen den Elementen des Gitters übersteigt. Die gebundenen Ionen werden dann aus ihren Plätzen herausgerissen und das Gitter dissoziiert, was den Durchschlag herbeiführt².

2. Die Ionisationstheorie. — Die in Isolatoren vorhandenen dissoziierten Ionen stoßen, durch das elektrische Feld getrieben, mit den gebundenen Ionen so heftig zusammen, daß letztere aus ihren Plätzen herausgerissen werden. Diese herausgerissenen Ionen ionisieren

¹ Diese Theorien sind einzeln schon seit langem bekannt. Ein zusammenhängender Überblick ist, soweit uns bekannt ist, zuerst von Günther-Schulze [I] gegeben worden.

² Bei Günther-Schulze heißt es:

[&]quot;Die elektrische Festigkeit eines Dielektrikums ist dasjenige Mindestpotentialgefälle, durch das die Bindung zwischen den Ladungen eines Dielektrikums zerrissen wird, so daß eine Entladung, ein Funke, durch das Dielektrikum geht."

bei den Zusammenstößen noch weitere usw., bis der Strom unbegrenzt angewachsen und der Isolator durchschlagen ist¹.

3. Die Wärmetheorie. — Der nach Anlegung der Spannung durch den Isolator fließende Strom ruft in ihm eine kleine Temperaturerhöhung hervor. Dabei werden die Bewegungen der Ionen etwas heftiger, und es kann leichter geschehen, daß ein gebundenes Ion frei wird. Die Anzahl der dissoziierten Ionen vergrößert sich ein wenig; dementsprechend vermindert sich der Widerstand des Isolators². Der durch den Isolator fließende Strom wächst folglich an. Dies hat eine weitere Erwärmung und Vermehrung der Anzahl der dissoziierten Ionen zur Folge.

Gleichzeitig mit der Erwärmung des Isolators beginnt aber auch eine Wärmeabgabe. Bei nicht sehr hohen Spannungen wird dabei bald ein stationärer Zustand erreicht, bei dem ebensoviel Wärme abgeleitet als aufgenommen wird. Der Isolator bleibt bis zu einer bestimmten Temperatur erwärmt. Ist aber die Spannung groß genug, so ist die aufgenommene Wärmemenge immer größer als die abgegebene, Temperatur und Strom wachsen unbegrenzt an und der Isolator wird durchschlagen. Auf diese Erscheinung ist die sogenannte Wärm eth eorie des Durchschlages gegründet³. Sie betrachtet den Durchschlag eigentlich auch als ein Labilwerden des elektrischen Gleichgewichts im Inneren des Isolators, das aber nicht mehr durch die unmittelbare Einwirkung des elektrischen Feldes, sondern durch die hohe Temperatur bedingt wird, die sich in dem Isolator bei dem Durchgang des Stromes ausbilden kann.

Alle drei Erscheinungen sind möglich und nicht nur bei Kristallen, die wir hier bloß der Übersichtlichkeit halber herangezogen haben, sondern auch bei allen anderen Isolatoren von beliebiger Struktur. Die

¹ Günther-Schulze schreibt darüber:

[&]quot;Sobald das Spannungsgefälle im Dielektrikum so groß geworden ist, daß die vorhandenen Ionen durch Auftreffen auf Moleküle des Dielektrikums diese in Ionen zu zerlegen vermögen, beginnt der Strom sehr schnell zu steigen und überschreitet bald jedes Maß. Es erfolgt ein Durchschlag, ein Funke."

² Rein formell spricht man dabei von einem negativen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes. Es muß bemerkt werden, daß das Vorhandensein eines negativen Temperaturkoeffizienten für den Wärmedurchschlag unbedingt nötig ist. Sonst kann sich bei konstanter Spannung kein Anwachsen des Stromes ergeben, wie es die Wärmetheorie fordert.

³ Bei Günther Schulze l. c. heißt es:

[&]quot;Bringt man einen derartigen als vollkommen homogen vorausgesetzten Körper in ein homogenes, steigendes Feld, so ist eine homogene mit der Feldstärke zunehmende Leitung durch den Körper zu erwarten. Diese erwärmt ihn gleichmäßig, vergrößert damit die Leitfähigkeit, den Strom, die Erwärmung, und so steigert sich der Prozeß, bis der Körper sich in einen vorzüglichen Leiter verwandelt hat."

Frage ist nur, welche von diesen Erscheinungen bei gegebenen Bedingungen bei der niedrigsten Spannung eintreten kann. Sie wird gerade dem Durchschlag zugrunde liegen. Außerdem ist es gar nicht nötig, daß in allen Fällen sich nur eine Theorie als richtig erweist. Verschiedenen äußeren Bedingungen (Temperatur, Frequenz) können auch verschiedene Mechanismen entsprechen.

Die Anwendbarkeit der mechanischen Theorie kann dem ersten Anschein nach einen Zweifel erregen. Rogowski [39] hat nämlich berechnet, daß um ein Kristallgitter zu zerreißen, Feldstärken von der Größenordnung von 10^8 bis $2 \cdot 10^8$ V/cm erforderlich sind. Nun werden aber tatsächlich bei den festen Isolatoren im günstigsten Fall Durchbruchfeldstärken von $3 \cdot 10^6$ V/cm beobachtet, die also ungefähr hundertmal kleiner als die theoretisch berechneten sind. Beachtet man aber, daß selbst die vollkommen homogenen Stoffe keineswegs ein ideales, gleichmäßiges Kristallgitter besitzen, sondern immer kleine Risse und Spalten aufweisen, so kommt man bei der theoretischen Berechnung zu Werten, die von der Größenordnung von 10^6 V/cm sein können und folglich mit dem Experiment in keinem Widerspruch mehr stehen.

Auch die Ionisationstheorie stößt anfänglich auf einige Schwierigkeiten. Die Energie, die erforderlich ist, um ein Ion aus dem Gitter herausreißenzu, die "Ionisationsspannung" des Kristallgitters, läßt sich auf einige oder zehn Volt schätzen. Den Weg, den das Ion zwischen zwei Zusammenstößen durchläuft - die "freie Weglänge" im Kristall konnte man ebenso groß annehmen, wie den Abstand zwischen den Molekülen, ihn also maximal gleich 10⁻⁷ cm setzen. Bei einer solchen Weglänge kommt aber den Ionen bei den üblichen Durchbruchfeldstärken bloß eine Energie von einigen Zehntel Volt zu, d. h. etwa zehn- bis hundertmal zu wenig. Die Möglichkeit einer Stoßionisation soll aber wegen dieser Diskrepanz keineswegs verworfen werden. Es können hier vielleicht die aus den Erscheinungen der Gasentladungen bekannten Größen, wie freie Weglänge, Ionisationsspannung usw. nicht einfach übernommen werden. Die beiden Größen Ionisationsspannung und freie Weglänge reichen ja selbst dazu nicht aus, um die Entladungsvorgänge in Gasen bei Atmosphärendruck vollkommen zu beschreiben (vgl. S. 36). Um wieviel komplizierter müssen die Ionisationserscheinungen in festen Stoffen sein, die ja eine etwa 1000-fach größere Dichte besitzen als die Gase. Wie wir später zeigen werden, liegt auch tatsächlich dem Durchschlag bei Isolatoren von sehr geringer Schichtdicke ein Ionisationsprozeß zugrunde.

Welche charakteristische Merkmale werden nun die beiden besprochenen Mechanismen aufweisen? In beiden Fällen wird im allgemeinen der Durchschlag dort beginnen, wo die Feldstärke am größten ist. Es muß deshalb in nichthomogenen elektrischen Feldern, in denen gerade Stellen von erhöhter Feldstärke vorhanden sind, der Durchschlag früher stattfinden als im homogenen Felde. Besonders trifft dies für Felder von flachen, schlecht abgerundeten Elektroden zu, bei denen die Feldstärke an den Rändern diejenige in der Mitte zwischen den Elektroden um ein Vielfaches übertreffen kann. Der Durchschlag muß hier durchweg an den Rändern der Elektroden stattfinden.

Die Durchschlagspannung wird von der Anzahl der vorhandenen freien Ionen und folglich auch von dem Widerstand des Stoffes nur wenig abhängen. Besitzen nämlich die, wenn auch wenig zahlreichen, freien Ionen eine Energie, die für die Ionisation genügt, so hat sich sehr bald durch wiederholte Ionisation eine so große Menge von neuen freien Ionen gebildet, daß ihr gegenüber die Anzahl der primären Ionen verschwindend klein ist. Ob es anfänglich etwas mehr oder etwas weniger Ionen gab, ist von keiner Bedeutung. Die mechanische Festigkeit des Gitters wird ebenfalls von der Anzahl der freien Ionen nur wenig abhängen.

Aus denselben Gründen wird auch die Temperatur auf die Größe der Durchschlagspannungen keinen bedeutenden Einfluß ausüben. Die Wirkung der Temperatur besteht ja hauptsächlich darin, daß neue freie Ionen gebildet werden. Zwar kommt bei den höheren Temperaturen den gebundenen Ionen eine größere eigene Schwingungsenergie zu. Es müßte deshalb der Kristall bei höheren Temperaturen sowohl etwas leichter ionisiert als auch zerrissen werden. Die da durch bedingte Verminderung der Durchschlagspannung ist aber nur gering.

Auch die Dauer der Beanspruchung muß, von sekundären Erscheinungen abgesehen, die Größe der Durchschlagspannung nur wenig beeinträchtigen. Bei der Zerreißung des Gitters geht nämlich der ganze Prozeß fast augenblicklich vor sich. Die Zeit, die für die Ausbildung des Ionisationsstromes nötig ist, muß auch einen Bruchteil von einer Sekunde ausmachen. Nur bei sehr kurzen Beanspruchungen (von etwa 10^{-5} Sek. an) könnte sich bei dem Ionisationsmechanismus eine Erhöhung der Durchschlagspannungen ergeben.

Es zeigt sich, daß die Merkmale der beiden ersten Theorien, der mechanischen und der Ionisationstheorie, in mancher Hinsicht identisch sind. Wir werden deshalb im folgenden sie unter dem Namen der rein elektrischen Theorie zusammenfassen und den entsprechenden Durchschlag einen rein elektrischen Durchschlag nennen.

Vergleichen wir die Merkmale dieser elektrischen Theorie mit den im vorigen Paragraphen auf Seite 87 angeführten, empirischen Gesetzmäßigkeiten, so sehen wir, daß bei den niedrigen Temperaturen zwischen den beiden vollständige Übereinstimmung besteht. Der Durchschlag muß folglich im Gebiet der niedrigen Temperaturen wahrscheinlich als rein elektrischer Vorgang gedeutet werden¹.

Die Wärmetheorie sieht, wie erwähnt, in dem Durchschlag ein Schmelzen des Isolators, das durch die Stromwärme $Q = 0.24 \frac{E^2}{R}$ bedingt wird. Nehmen wir nun an, daß bei ein und demselben Stoff, bei Temperaturen, die von dessen Schmelztemperatur genügend weit entfernt sind, ungefähr eine und dieselbe Wärmenmenge Q genügt, um den Durchschlag herbeizuführen, so sehen wir, daß sich das Quadrat der Durchschlagspannung E_m^2 proportional dem Widerstande R verändern muß. Da nun aber der Widerstand des Isolators von der Temperatur stark abhängt, so muß auch die Durchschlagspannung eine bedeutende Temperaturabhängigkeit aufweisen. Bei Glas z. B., bei dem der Widerstand pro 100° auf $\frac{1}{150}$ heruntergehen kann, müßte die Durchschlagspannung in demselben Temperaturintervall etwa zwölfmal so klein werden. Diese bedeutende Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung ist das wichtigste Merkmal des Wärmedurchschlages. Ist keine Temperaturabhängigkeit vorhanden, so können wir entschieden behaupten, daß der Durchschlag kein reiner Wärmeprozeß ist, wie ihn die Theorie fordert.

Vergleichen wir diese Folgerung mit den auf Seite 88 angeführten experimentellen Gesetzmäßigkeiten, so kommen wir zu dem Schluß, daß die Erscheinung des Durchschlages bei den Zimmertemperaturen durch die reine Wärmetheorie nicht erklärt werden kann. Bei hohen Temperaturen dagegen werden die Forderungen der Wärmetheorie gut erfüllt. Wir haben schon früher die Vermutung ausgesprochen, daß hier der Durchschlag als ein Schmelzen des Isolators angesehen werden muß. Die Wärmetheorie zeigt nun, wie dies Schmelzen zu erklären ist.

Die Wärmetheorie kann noch weiter verallgemeinert werden. Für das Eintreten des Wärmedurchschlages ist es nur nötig, daß sich im Isolator eine Wärmemenge ausscheidet, die genügt, um ihn etwas zu erwärmen. Bisher haben wir angenommen, daß diese Wärmemenge durch die Leitungsverluste $\frac{E^2}{R}$ bestimmt wird, wo E die angelegte Spannung und R der Widerstand des Isolators ist. Nun wird aber die Erwärmung des Isolators keineswegs durch diese Verluste allein bedingt, im allgemeinen kommen noch die dielektrischen Verluste hinzu. Strenggenommen müßten bei der Wärmeauffassung bei der Berechnung der Erwärmung alle Verluste mit berechnet werden. Außerdem ist im allgemeinen der Widerstand des Isolators R keineswegs eine Konstante,

¹ In einigen Fällen kann dies auch ein wärmeelektrischer Vorgang sein, von dem wir später sprechen werden, und der dieselben Merkmale besitzen kann wie der rein elektrische Durchschlag.

sondern kann, sowohl von der Spannung E selbst, als auch von der Frequenz abhängen.

So kommen wir zu einer neuen, zuerst von Rogowski vertretenen, wärmeelektrischen Auffassung des Durchschlages. Sie besagt, daß der Prozeß anfangs ein rein elektrischer sein kann, was an sich aber nicht genügt, um den Durchschlag herbeizuführen. Dennoch können bei diesem Prozeß die Verluste so weit anwachsen, daß die durch sie bedingte Erwärmung ausreicht, um den Wärmeprozeß einzuleiten. Der wärmeelektrische Durchschlag kann sowohl die Merkmale eines elektrischen Durchschlages (starke Beeinflussung durch die Inhomogenitäten des elektrischen Feldes, keine Temperaturabhängigkeit), als diejenigen eines Wärmedurchschlages aufweisen (großer Einfluß der Dauer der Beanspruchung, bedeutende Abhängigkeit von der Kühlung des Isolators und der Elektroden).

Diese Theorie gibt uns darüber Aufschluß, wie sich der Übergang von dem reinen Wärmedurchschlag zum rein elektrischen Durchschlage vollzieht. Aber auch bei Zimmertemperaturen im elektrischen Gebiete dürfte dieser kombinierte Mechanismus in manchen Fällen dem Durchschlag zugrunde liegen, besonders da, wo es sich um eine dauernde Beanspruchung handelt.

Die Ergebnisse unserer Betrachtungen lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Bei hohen Temperaturen muß für die Erklärung der Durchschlagserscheinungen sicher die reine Wärmetheorie herangezogen werden

2. Bei Zimmertemperaturen können die Gesetzmäßigkeiten, die der Durchschlag aufweist, nur durch die elektrische oder wärmeelektrische Auffassung erklärt werden.

3. Bei sehr kurz dauernden Beanspruchungen (Stoßspannungen) müssen dem Durchschlage rein elektrische Prozesse zugrunde liegen.

Die letzte Behauptung folgt daraus, daß bei den Stoßspannungen von kurzer Dauer die im Isolator ausgeschiedene Wärmemenge zu klein ist, um ihn merklich zu erwärmen. Es können endlich noch die chemischen Prozesse (Oxydation), sowie die kataphoretischen von einiger Bedeutung werden, besonders bei nichthomogenen Isolatoren.

C. Die Wärmetheorie des Durchschlags.

1. Die elementare Theorie von Wagner.

Wir wollen zuerst die Wärmetheorie in der elementaren Form bringen, in der sie Wagner [36] gegeben hat. Wagner geht von der Annahme aus, daß in den an sich schlecht leitenden Isolatoren immer einzelne besser leitende Inhomogenitäten verstreut liegen. Der elektrische Strom wird deshalb den Isolator nicht gleichmäßig durchfließen, sondern sich auf einzelne Fäden oder Kanäle konzentrieren, in die diese



besser leitenden Stellen eingeschlossen sind. Der Durchschlag besteht in dem Schmelzen oder Durchbrennen eines solchen Kanals.

Ein plattenförmiger Isolator (Abb. 69) sei zwischen zwei Elektroden A-B eingeklemmt. C sei

einer von den Kanälen, der eine solche Inhomogenität enthält. Wir wollen die folgenden Bezeichnungen einführen: E = die angelegte Spannung in V_{eff} ,

- $E_m = \text{die Durchschlagspannung in } V_{\text{eff}},$
- σ = die Leitfähigkeit des Isolators in Ω^{-1} ,
- ρ = der spezifische Widerstand des Isolators in Ω ,
- k = die Wärmeleitfähigkeit des Isolators in $\frac{cai}{\text{grad. sek. cm.}}$
- $T_0, t_0 = \text{die Temperatur der Elektroden } (T_0 = \text{absolute}, t_0 = \text{Temperatur } ^0\text{C}),$
 - d = die Schichtdicke in cm,
 - s = die Schnittfläche des Kanals.

Im Kanal wird in der Sekunde die Wärmemenge

$$Q_{1} = \frac{0.24 \, E^{2} \, \sigma \left(T\right) \, s}{d}^{1} \tag{69}$$

aufgenommen. Während desselben Zeitraumes wird die Wärmemenge

$$Q_2 = \beta \left(T - T_0 \right) d \tag{70}$$



Abb. 70. Aufgenommene und abgeführte Wärmemenge im Isolator.

abgegeben. T ist hier die mittlere Temperatur des Kanals, β eine Konstante, die von den Dimensionen des Kanals und der Wärmeleitfähigkeit des Mediums abhängt. Der Durchschlag ist nur dann möglich, wenn $Q_1 \ge Q_2$ ist.

Am einfachsten kann diese Frage graphisch erläutert werden. Die Kurven (1), (2) und (3) Abb. 70 mögen die Abhängigkeit zwischen der Stromwärme (Formel (69)) und der Temperatur T des Kanals bei drei verschiedenen Werten der

Spannung E wiedergeben. Der Zusammenhang zwischen der abgegebenen Wärmemenge Q_2 (Formel (70)) und der Temperatur wird

¹ Es müßten eigentlich bei der Berechnung der Wärmemenge noch die dielektrischen Verluste berücksichtigt werden. Es kann aber auch die Formel (69) beibehalten werden, wenn man nur σ dem Wert zuschreibt, der dem effektiven Widerstand des Isolators bei der gegebenen Frequenz der Wechselspannung entspricht.

durch die Gerade (4) gegeben. Bei niedrigen Spannungen (Kurve 1) wird die Kurve von der Geraden schon bei kleinem $T = T_1$ geschnitten. Der Schnittpunkt entspricht dem stationären Zustand $Q_1 = Q_2$. Weiter kann sich der Isolator nicht erwärmen, da sonst die abgegebene Wärmemenge die ausgeschiedene übertreffen müßte, was offenbar widersinnig ist; der Isolator bleibt folglich bis zu der Temperatur T_1 erwärmt.

Steigern wir nun die Spannung bis zu dem der Kurve (3) entsprechenden Werte, so bleibt bei allen $T Q_1 > Q_2$, der stationäre Zustand kann sich nicht ausbilden und der Isolator wird durchschlagen. Der Durchschlag wird bei der der Kurve (2) entsprechenden Spannung gerade möglich, die die Gerade (4) in einem Punkte berührt. Diese Spannung werden wir als die Durchschlagspannung E_m des anfänglich bis zu der Temperatur T_o erwärmten Isolators bezeichnen.

Um den Wert von E_m zu berechnen, wollen wir folgende Forderungen aufstellen: Erstens müssen im Berührungspunkt die Wärmemengen Q_1 und Q_2 einander gleich sein:

$$\frac{0.24 E_m^2 \sigma(T_m)s}{d} = \beta(T_m - T_0) d,$$
(71)

wo T_m die Temperatur ist, die dem Isolator im Berührungspunkt entspricht. Weiterhin müssen in diesem Punkte die Winkelkoeffizienten der Geraden (4) und der Kurve (2) zusammenfallen.

$$\frac{0.24 E_m^2 s}{d} \left(\frac{d \sigma (T)}{d T} \right)_m = \beta d$$
(72)

Wenn wir nun T_m aus den Formeln (71) und (72) eliminieren, so bekommen wir den uns interessierenden Zusammenhang zwischen E_m , T und d.

Um die Berechnungen weiter fortzusetzen, müssen wir die Funktion $\sigma(T)$ analytisch ausdrücken. Dazu stehen uns die beiden Formeln (vgl. S. 64 und 65)

$$\sigma = \sigma_0 \, e^{-\frac{b}{T}} \tag{73}$$

$$\sigma = \sigma_0 e^{a t} \tag{74}$$

zur Verfügung. Der Einfachheit halber wollen wir den zweiten Ausdruck anwenden. Setzt man ihn in die Formeln (71) und (72) ein und eliminiert T_m , so ergibt sich

$$E_m = \sqrt{\frac{\beta}{0,24 \, s \, a \, e}} d \, e^{-\frac{a}{2} \, t_0} \tag{75}$$

Die Durchschlagspannung ist also der Schichtdicke proportional. Ihre Temperaturabhängigkeit ist derjenigen des Widerstandes des entsprechenden Isolators ähnlich, nur ist der Exponent halb so groß wie dort. Selbst bei dieser elementaren Behandlung gibt die Wärmetheorie schon die Möglichkeit, die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung richtig zu beurteilen. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke dagegen kann kaum als genau bestimmt gelten. Nur in den Fällen, wo der Durchmesser des Kanals gegenüber seiner Länge und folglich auch der Schichtdicke des Isolators sehr klein ist, dürfte sich tatsächlich eine Proportionalität zwischen E_m und d ergeben. In den übrigen Fällen müßte auch der axiale, senkrecht zu den Elektroden gerichtete Wärmeabfluß berücksichtigt werden. Dieser Wärmeabfluß wird um so kleiner sein, je größer die Dicke des Isolators ist. Bei größeren Schichtdicken muß daher der Isolator relativ mehr erwärmt und daher früher durchschlagen werden, als es die von Wagner gegebene Formel fordert.

Außerdem ist es ganz unbestimmt, eine wie große Inhomogenität man den schwachen Stellen zuschreiben muß. Weicht ihre Leitfähigkeit von denjenigen des übrigen Stoffes nur wenig ab, so erwärmen sich nicht nur diese Stellen, sondern auch das übrige Medium, so daß die oben angeführte Berechnung nicht mehr richtig ist. In dem Fall, wo der Unterschied zwischen den Leitfähigkeiten groß ist, hört die Durchschlagspannung überhaupt auf, eine für den gegebenen Stoff charakteristische Größe zu sein, da sie nur durch zufällige Inhomogenitäten des Stoffes bedingt wird. Wenn letztere Folgerung für einige nichthomogene Stoffe auch richtig sein dürfte, so ist eine solche Möglichkeit bei den homogenen Isolatoren, wie z. B. bei Glas, mehr als fraglich.

Für die Berechnung der absoluten Werte der Durchschlagspannungen ist die Formel von Wagner völlig unbrauchbar, da in ihr eine Reihe von unbestimmten Konstanten, wie β und s, enthalten ist.

2. Die genaue Behandlung des eindimensionalen Problems.

Die Nachteile, die die Wärmetheorie in der von Wagner gegebenen Fassung aufwies, veranlaßte eine Reihe von Forschern, zu untersuchen, ob sich nicht ähnliche Formeln für homogene, gleichmäßig vom Strom durchflossene Isolatoren herleiten ließen. Die erste Behandlung dieses Problems stammt von Rogowski [40] und Karman [41]. Unabhängig und ungefähr gleichzeitig ist aber dieselbe Aufgabe auch von V. Fock [42] und Dreyfus [43] gelöst worden. Wir werden dieses Problem in der Fassung bringen, die ihm V. Fock gegeben hat, und die vom mathemathischen Standpunkt aus wohl die strengste sein dürfte.

Der Isolator sei wieder plattenförmig und von so großer Seitenfläche, daß man den Fall als eindimensional betrachten kann (Abb. 71). Er sei von zwei Elektroden von der Dicke δ und der Wärmeleitfähigkeit k_1 begrenzt. Die elektrische Leitfähigkeit der Elektroden wollen wir unendlich groß im Verhältnis zu derjenigen des Isolators voraussetzen. Die Koordinatenachsen wollen wir so richten, daß die *x*-Achse in die Mittelebene des Isolators, die *z*-Achse senkrecht zu der Oberfläche zu liegen kommt. Der Oberfläche des Isolators werden dann die Koordinaten $+\frac{d}{2}$ und $-\frac{d}{2}$ entsprechen. Der Kürze halber setzen wir $\frac{d}{2} = h$. Der oberen Elektrode schreiben wir das Potential $+\varphi$ zu, so daß die angelegte Spannung $E = 2\varphi$ ist und dem Mittelschnitt des Isolators (z = 0) das Potential 0 zukommt.

Die Grundgleichungen des thermischen Gleichgewichts im Isolator für den allgemeinsten Fall sind folgende:

$$\operatorname{div}(k \operatorname{grad} T) + \sigma (\operatorname{grad} \varphi)^2 = 0 \tag{76}$$

$$\operatorname{div}\left(\sigma\operatorname{grad}\varphi\right)=0.$$
(77)

Die erste Gleichung besagt, daß im Isolator die von der Volumen-

einheit in der Zeiteinheit abgegebene Wärmemenge (erstes Glied) gleich derjenigen ist, die in demselben Volumen in derselben Zeit bei dem Durchgang des Stromes ausgeschieden wird. In der zweiten Gleichung stellt σ grad φ die Stromdichte j dar. Die Gleichung bringt die Tatsache zum Ausdruck, daß in dem Medium keine Stromquellen enthalten sind.



97

Multiplizieren wir die zweite Gleichung (77) mit $\varphi - \varphi_0$, wo φ_0 eine willkürliche Konstante ist¹, und addieren sie zu der ersten Gleichung, so bekommen wir

$$\begin{array}{l} \operatorname{div}\left(k \operatorname{grad} T + \sigma \left(\varphi - \varphi_{\mathbf{0}}\right) \operatorname{grad} \varphi\right) = 0 \quad (\mathbf{a}) \\ \operatorname{div}\left(\sigma \operatorname{grad} \varphi\right) = 0 \quad (\mathbf{b}) \end{array} \right\}, \tag{78}$$

Das Gleichungssystem (78) ist dem ursprünglichen gleichbedeutend. Falls das Gleichungssystem (78) bei gegebenen Grenzbedingungen eine Lösung zuläßt, so ist ein stationärer thermischer Zustandmöglich. Verändern wir aber die Grenzbedingungen etwa dadurch, daß wir das Potential erhöhen, so wird von einem bestimmten Wert des Potentials an die Lösung unmöglich. Dieser kritische Wert des Potentials be-

stimmt die Durchschlagspannung des Isolators. In dem uns interessierenden eindimensionalen Fall hängen alle

Größen nur von der Koordinate z ab. Das Gleichungssystem (78) geht

Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.

¹ φ_0 entspricht dem Wert des Potentials an der Stelle im Inneren des Isolators, wo die Temperatur ihren maximalen Wert T_m erreicht.

daher in folgendes über (φ_0 müssen wir aus Symmetriegründen, vgl. Anm. S. 97, gleich 0 setzen):

$$\frac{\frac{d}{dz}\left(k\frac{dT}{dz} + \sigma\varphi\frac{d\varphi}{dz}\right) = 0 \qquad (a) \\
\frac{d}{dz}\left(\sigma\frac{d\varphi}{dz}\right) = 0 \qquad (b)$$
(79)

Wie gesagt gelten diese Gleichungen in dem Fall eines stationären thermischen Zustandes im Inneren des Isolators. Bei den Elektroden ist das Potential konstant und die Temperatur eine lineare Funktion von z.

Der Grenzfläche Isolator-Elektrode schreiben wir das Potential φ_1 zu; es ist also:

$$\left. \begin{array}{ll} z = h & \varphi = \varphi_1 \\ z = -h & \varphi = -\varphi_1 \end{array} \right\}.$$
 (80)

Für die Temperatur werden die Stetigkeitsbedingungen dort folgendermaßen lauten:

$$z = h; \quad (T)_{h=0} = (T)_{h+0} = T_1 \\ k \left(\frac{d T}{d z}\right)_{h=0} = k_1 \left(\frac{d T}{d z}\right)_{h+0} \end{cases}$$
(81)

(k = Wärmeleitfähigkeit des Isolators, $k_1 = diejenige der Elektrode).$

Für die äußere Grenzfläche der Elektrode lauten die Grenzbedingungen: dT

$$z = h + \delta; \qquad k_1 \frac{dT}{dz} + \lambda (T - T_0) = 0$$
(82)

In diesen Formeln bedeutet λ die äußere Wärmeleitfähigkeit des umgebenden Mediums, T_0 = die konstante Temperatur dieses Mediums. Die Gleichungen (81) und (82) besagen, daß der Wärmefluß sowohl an den inneren als auch an der äußeren Grenzfläche der Elektroden stetig bleibt. Wenn an den äußeren Grenzflächen der Elektroden die Temperatur konstant gleich T_0 gehalten wird, muß man in der Gleichung (82) $\lambda = \infty$ setzen.

Wir haben hier nur die Grenzbedingungen für die obere Elektrode niedergeschrieben. Die für die untere Elektrode gültigen werden aus Symmetriegründen genau ebenso lauten. In der Mittelfläche (z = 0)erreicht die Temperatur ihr Maximum T_m ; das Potential ist hier, wie erwähnt, gleich Null.

Beachtet man, daß auf Grund der Gleichung (79) (b)

$$\sigma \frac{d \varphi}{d z} = j \tag{83}$$

konstant ist, so bekommt man durch Integrieren der ersten Formel des Gleichungssystems (79)

$$k\frac{dT}{dz} + j\varphi = 0.$$
(84)

98

Die Integrationskonstante ist gleich Null, da bei z = 0, $\varphi = 0$ und $\frac{dT}{dz}$ auch Null ist (die Temperatur erreicht hier ihr Maximum).

Aus der Gleichung (79) (a) läßt sich weiter für das Potential folgender Ausdruck berechnen:

$$\varphi^{2} = \int_{T}^{T_{m}} 2 \varrho(T) k(T) dT = u(T) - u(T_{m}), \qquad (85)$$

wo mit u(T) das unbestimmte Integral

$$u(T) = -\int^{T} 2 \varrho(T) k(T) dT$$
(86)

bezeichnet ist.

Führen wir den Ausdruck (85) in (84) ein, so ergibt sich

$$k\frac{dT}{dz} + j\sqrt{u(T) - u(T_m)} = 0$$
(87)

aus dem man durch Integrieren erhält:

$$j z = \int_{T}^{T_{m}} \frac{k(T) d T}{\sqrt{u(T) - u(T_{m})}}.$$
(88)

Im zweiten Medium ergibt sich auf Grund der Grenzbedingungen (81) und (82) für die Temperaturverteilung folgender Ausdruck:

$$T = T_1 - g \frac{z - h}{h} (T_1 - T_0), \qquad (89)$$

wo

$$g = \frac{\lambda h}{k_1 + \lambda \delta} \tag{90}$$

gesetzt ist.

Um der Bedingung zu genügen, daß an der Grenzfläche Isolator – Elektrode sowohl der Wärmefluß als auch die Temperatur stetig bleiben, müssen folgende Gleichungen erfüllt werden:

Eliminieren wir aus diesem Gleichungssystem die unbekannte Stromdichte j, so kommen wir zu folgenden Ausdrücken:

$$\begin{split} F_{1}\left(T_{1},T_{m}\right) &\equiv \int_{T_{1}}^{T_{m}} \frac{k\left(T\right) d T}{\sqrt{u\left(T\right) - u\left(T_{m}\right)}} - g \frac{k_{1}}{\varphi_{1}}\left(T_{1} - T_{0}\right) = 0 \\ F_{2}\left(T_{1},T_{m}\right) &\equiv u\left(T_{1}\right) - u\left(T_{m}\right) - \varphi_{1}^{2} = 0 \end{split} \right\}. \tag{92}$$

Aus diesen beiden Gleichungen müssen die unbekannten Temperaturen T_1 und T_m berechnet werden. Falls diese Gleichungen nach T_1 und T_m nicht aufgelöst werden können, ist keinstationärer, thermischer Zustand möglich und der Isolator wird durchschlagen.

Die Auflösung wird dann unmöglich, wenn die Jakobische Funktion der linken Seiten der Gleichungen (92) Null wird.

$$\frac{\partial F_1}{\partial T_1} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial T_m} - \frac{\partial F_1}{\partial T_m} \cdot \frac{\partial F_2}{\partial T_1} = 0.$$
(93)

Differenzieren wir, so ergibt sich der Ausdruck:

$$\frac{g \, k_{1}}{\varphi_{1}} - \varrho \left(T_{1}\right) k \left(T_{1}\right) \int_{T_{1}}^{T_{m}} \frac{\sigma'(T) \, d \, T}{\sqrt{u \left(T\right) - u \left(T_{m}\right)}} = 0. \tag{94}$$

Durch die drei Gleichungen (92) und (94) wird der Zusammenhang zwischen der Durchschlagspannung (φ_1), der Temperatur (T_0) und der



in dem Fall, wo alle Grenzflächen Kreiszylinder sind. Der Radius der inneren Elektrode (A Abb. 72) sei r_0 , der innere Radius der äußeren Elektrode (C) r_1 , der äußere r_2 . Weiterhin sei φ_1 das Potential der äußeren Elektrode, dasjenige der inneren Elektrode sei Null. Dann be-

halten alle oben berechneten Formeln ihre Gültigkeit, nur ist überall der Parameter g durch

$$\frac{\lambda r_0 \left(\lg n r_1 - \lg n r_2 \right)}{k_1 + \lambda r_0 \left(\lg n r_0 - \lg n r_1 \right)} \tag{95}$$

zu ersetzen.

Abb. 72.

Um die Berechnungen fortzusetzen, muß man den Funktionen ϱ (T) und k (T) eine besondere Form geben. Die Wärmeleitfähigkeit k hängt von der Temperatur nur wenig ab. Wir wollen sie deshalb in unseren Berechnungen als konstant annehmen. Für die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes wollen wir die beiden Gesetze (73) und (74) wählen und jeden von diesen Fällen einzeln besprechen.

1. Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes sei durch den Ausdruck

$$\varrho = \varrho_0 \, e^{-at} \tag{35}$$

gegeben. In diesem Falle lassen sich alle Integrale in endlicher Form berechnen. Die Funktion u (Formel (86)) ergibt sich zu

$$u = \frac{2 k \varrho_0}{a} e^{-at} \tag{96}$$

100

Wir wollen folgende Bezeichnungen einführen:

$$\begin{cases}
at = x \\
\sqrt{\frac{a}{2 \varrho_0 k}} \varphi_1 = v \\
g \frac{k_1}{k} = c
\end{cases}$$
(97)

Das Gleichungssystem (92) und (94) kann dann folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$e^{\frac{1}{2}x_{m}}\int_{x_{1}}^{x_{m}}\frac{dx}{\sqrt{e^{x_{m}-x}-1}}-\frac{c}{v}(x_{1}-x_{0})=0,$$

$$e^{-x_{1}}-e^{-x_{m}}-v^{2}=0,$$

$$\frac{c}{v}-e^{-x_{1}}\int_{x_{1}}^{x_{m}}\frac{e^{x}dx}{\sqrt{e^{-x}-e^{-x_{m}}}}=0.$$
(98)

Führt man weiter durch die Gleichung

$$\cos \alpha = e^{\frac{1}{2}(x_1 - x_m)}$$

$$0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$$

$$(99)$$

den Hilfsparameter α ein, und drückt x_m durch x_1 und α aus, so bekommt man:

$$2 \alpha \sec \alpha \ e^{\frac{1}{2} x_{1}} - \frac{c}{v} (x_{1} - x_{0}) = 0,$$

$$e^{-x_{1}} \sin^{2} \alpha - v^{2} = 0,$$

$$\frac{c}{v} - e^{\frac{1}{2} x_{1}} \sec^{3} \alpha (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) = 0.$$
(100)

Wird nun aus diesen Gleichungen x_1 eliminiert, so ergibt sich als endgültiges Gleichungssystem

$$c = \sin \alpha \sec^{3} \alpha (\alpha + \sin \alpha \cos \alpha) \quad (a) \\ v = e^{-\frac{1}{2}x_{0}} \psi (\alpha) \quad (b)$$

$$\psi (\alpha) = \sin \alpha e^{-\frac{\alpha \cos^{2} \alpha}{\alpha + \sin \alpha \cos \alpha}}$$
(101)

wobei

gesetzt ist. Die mit der Schichtdicke und der Durchschlagspannung verbundenen Größen c und v erscheinen hier als Funktionen von $x_0 = at_0$ und des Parameters α . Aus der ersten der Gleichungen (101) kann das α berechnet werden, das dem gegebenen c (Schichtdicke) entspricht. Wird dieses α in die zweite Gleichung eingesetzt, so läßt sich das dieser Schichtdicke und der gegebenen Temperatur (x_0) entsprechende v und folglich auch die Durchschlagspannung berechnen.

Die zweite der Gleichungen wollen wir unter Benutzung der in (97) eingeführten Bezeichnungen umformen und nach φ_1 lösen:

$$\varphi_{1} = \sqrt{\frac{2 \varrho_{0} k}{a}} e^{-\frac{a}{2} t_{0}} \chi(c).$$
 (102)
Geht man zu der Durchschlagspannung E_m und den praktischen Einheiten über, so ergibt sich folgender Ausdruck:

$$E_{m} = \sqrt{\frac{33,6\,\varrho_{0}\,k}{a}} \, e^{-\frac{a}{2}\,t_{0}} \, \chi(c).^{1}$$
(103)

Durch χ (c) ist hier die Funktion bezeichnet, die man bekommt, wenn man die Gleichung (101)(a) nach α löst und in ψ (α) einsetzt.

Die rechte Seite der Formel (103) ist das Produkt von zwei Faktoren, von denen der eine, $e^{-\frac{\alpha}{2}t_0}$, nur von der Temperatur, der andere χ (c)

von denen der eine, e^{-2} ", nur von der Temperatur, der andere χ (c) dagegen, nur von c, d. h. von den geometrischen Dimensionen des Prüflings und der Elektroden abhängt. Wir können deshalb die beiden Funktionen einzeln untersuchen.

Vergleichen wir den Ausdruck (103) mit der von Wagner abgeleiteten Formel (75), so sehen wir, daß die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung in beiden Fällen genau dieselbe ist. Logarithmiert man den Ausdruck (103), so bekommt man

$$\lg E_m = -\frac{a}{2}t_0 + C, \qquad (104)$$

wo in dem Summanden C die Logarithmen aller derjenigen Faktoren zusammengefaßt sind, die von der Temperatur nicht abhängen. Der Logarithmus der Durchschlagspannung muß folglich proportional der Temperatur abnehmen. Logarithmiert man weiter das Widerstandsgesetz (33), so ergibt sich

$$\lg \varrho = -at + C_1. \tag{105}$$

Die Abhängigkeit zwischen $\lg \rho$ und t wird ebenfalls durch eine Gerade gegeben, deren Neigung aber das Doppelte derjenigen der Geraden (104) beträgt. Diese Gesetzmäßigkeit gibt uns ein bequemes Mittel, die Theorie experimentell zu prüfen.

Die Formeln (75) und (103) bestätigen die von uns schon früher ausgesprochene Behauptung, daß für den Wärmedurchschlag ein Abnehmen des Widerstandes bei Temperaturerhöhung unbedingt nötig ist. Hängt nämlich der Widerstand von der Temperatur nicht ab, so muß der Koeffizient a gleich Null gesetzt werden, und die nach den Formeln der Wärmetheorie berechnete Durchschlagspannung wird für beliebige Temperaturen unendlich groß².

¹ In den vorhergehenden Berechnungen wurde angenommen, daß alle Größen, sowohl die elektrischen als auch die thermischen in denselben Einheiten ausgedrückt sind. Geht man aber zu den praktischen Einheiten über, Volt, Ohm und Kalorie, so muß ein entsprechender Übergangskoeffizient eingeführt werden. Deshalb erscheint hier unter der Wurzel die Zahl 33,6.

² Es kann auch schon aus den Grundformeln (78) gefolgert werden, daß in dem Fall, wo der Widerstand von der Temperatur nicht abhängt, das thermische Gleichgewicht bei beliebigem φ möglich wird, so daß kein Wärmedurchschlag stattfinden kann.

Was die Abhängigkeit von der Dicke des Isolators betrifft, so ist hier die Durchschlagspannung nicht mehr der Schichtdicke proportional, wie in der von Wagner hergeleiteten Formel. Die der Funktion $\psi(\alpha)$ bei verschiedenen α und folglich auch c zukommenden Werte sind in der Tabelle I im Anhang gegeben. Aus dieser Tabelle ist zu ersehen, daß bei großen c die Funktion $\psi(\alpha)$ keineswegs unbegrenzt anwächst, sondern sich asymptotisch der Einheit nähert. Die Durchschlagspannung muß folglich dem Grenzwert

$$\boldsymbol{E}_{m} = \sqrt{\frac{33,6\ \varrho_{0}\ k}{a}} e^{-\frac{a}{2}t_{0}} \tag{106}$$

zustreben, der nur von den Materialkonstanten ϱ , k, a und der Temperatur t_0 abhängt.

Betrachtet man den Zusammenhang zwischen c und der Schichtdicke d

$$c = \frac{\lambda d}{2(k_1 + \lambda \delta)} \cdot \frac{k_1}{k} = p d$$
(107)

(vgl. die Beziehungen (90) und (97)), so sieht man, daß dieser Grenzwert in zwei Fällen erreicht wird — nämlich bei sehr großen Schichtdicken $(d = \infty)$ oder sehr intensiver Kühlung der Elektroden $(k_1 \text{ und } \lambda,$ folglich auch p sehr groß). Der Koeffizient p ist also ein Maß für die Intensität der Kühlung. Ist die Temperatur der Oberfläche des Isolators konstant gleich t_0 , so muß man $p = \infty$ setzen. In diesem Fall wird c bei beliebigen d unendlich. Die Durchschlagspannung hängt überhaupt nicht mehr von der Schichtdicke ab und ist ihrem Grenzwert E_m gleich.

Bei Einführung des Grenzwertes läßt sich die Durchschlagspannung folgendermaßen umschreiben:

$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{m}} = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{m}} \, \boldsymbol{\psi} \left(\boldsymbol{\alpha} \right) = \boldsymbol{E}_{\boldsymbol{m}} \, \boldsymbol{\chi} \left(\boldsymbol{c} \right), \tag{108}$$

oder

$$\frac{E_m}{E_m} = \chi(c) = \chi(p d). \tag{108a}$$

Die Funktion χ (c) kann folglich als das Verhältnis der Durchschlagspannung bei gegebener Schichtdicke zu ihrem Grenzwert definiert werden. Die nach Formel (108a) berechnete Abhängigkeit der relativen Durchschlagspannung $\frac{E_m}{E_m}$ von der Schichtdicke *d* ist in der Abb. 73 aufgezeichnet. Die drei Kurven entsprechen drei verschiedenen Werten des Koeffizienten *p*. Je intensiver die Kühlung ist (großes *p*), um so höher liegt die Kurve.

Bei kleinen c (c < 1) und folglich geringen Schichtdicken wird der Zusammenhang zwischen E_m und d ziemlich genau durch die Parabel

$$E_m = E_m / \frac{c}{2 e} = C \sqrt{d}$$
(109)

gegeben.

Die Formel (103) erlaubt auch, die absoluten Werte der Durchschlagspannungen zu bestimmen. Dies kann etwa auf folgende Weise geschehen: Zuerst wird nach Formel (106) aus den gegebenen Stoffkonstanten und der gegebenen äußeren Temperatur der Grenzwert E_m der Durchschlagspannung bestimmt. Alsdann wird aus den geometrischen Dimensionen des Isolators und der Elektroden (d, δ) , sowie aus ihren thermischen Konstanten (k, k_1, λ) die Größe c berechnet. Um den Wert der Durchschlagspannung zu ermitteln, genügt es dann, den diesem c entsprechenden Wert von $\psi(\alpha)$ aus der Tabelle I zu



Abb. 73. Zusammenhang zwischen relativer Durchschlagspannung und Schichtdicke bei verschieden starker Kühlung der Elektroden (Parameter p) nach der Wärmetheorie.

entnehmen und mit ihm der Formel (108) gemäß den Grenzwert der Durchschlagspannung zu multiplizieren.

2. Die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung sei durch die Formel

$$\varrho = \varrho_0 \, e^{\frac{b}{T}} \tag{33}$$

gegeben. In diesem Fall lassen sich die Integrale (86), (92) und (94) nicht mehr in endlicher Form berechnen, so daß man gezwungen ist, zu mechanischen Quadraturen Zuflucht zu nehmen. Ähnlich wie in dem vorigen Fall wollen wir die Bezeichnungen

$$\frac{\frac{b}{T} = x}{\sqrt{\frac{\varphi_1}{2 \, \varrho_0 \, k \, b}} = v} \begin{cases} 110 \\ g \frac{k_1}{k} = c \end{cases}$$

einführen. Für die Funktion u ergibt sich der Wert

$$u = 2 k \varrho_0 b f(x),$$
 (111)

wo

$$f(x) = \int \frac{e^x}{x^2} dx = E i(x) - \frac{e^x}{x}$$
(112)

gesetzt ist. Ei(x) ist hier das sogenannte Exponentialintegral.

Bei Einführung dieser Bezeichnungen können die Grundformeln (92) und (94) folgendermaßen umgeschrieben werden:

$$\frac{c}{v} \left(\frac{1}{x_{1}} - \frac{1}{x_{0}}\right) = \int_{x_{m}}^{x_{1}} \frac{dx}{x^{2} \gamma f(x) - f(x_{m})}$$

$$v^{2} = f(x_{1}) - f(x_{m})$$

$$\frac{c}{v} = e^{x_{1}} \int_{x_{m}}^{x_{1}} \frac{e^{-x} dx}{\sqrt{f(x) - f(x_{m})}}$$

$$x_{1} = \frac{b}{T_{1}} \qquad x_{0} = \frac{b}{T_{0}} \qquad x_{m} = \frac{b}{T_{m}}$$
(113)

Der Bequemlichkeit halber wollen wir mit Hilfe der Beziehung

$$e^{\frac{1}{2}(x_1-x_m)} = \sec \alpha \tag{114}$$

die Hilfsgröße α , sowie die Funktionen

$$H(a, x) = \frac{e^{\frac{x}{2}} \operatorname{tg} \alpha}{x \sqrt{f(x+2 \operatorname{lgn sec} \alpha) - f(x)}}$$
(115)

$$\Phi(\alpha, x) = 2 \int_{0}^{\alpha} \cos^{2} \alpha H(\alpha, x) d\alpha$$
(116)

$$\Psi(\alpha, x) = 2 \int_{0}^{\infty} \left(\frac{x}{x+2 \lg n \sec \alpha}\right)^{2} H(\alpha, x) d\alpha$$
(117)

einführen. Die Funktion $H(\alpha, x)$ genügt der Ungleichung

$$1 < H(\alpha, x) < 1 + \frac{2}{x} \operatorname{lgn sec} \alpha.$$
 (118)

Mit Hilfe dieser Funktionen können die drei Größen $\frac{1}{x_0}$, c und v in Parameterdarstellung durch α und x_m gegeben werden

$$\frac{1}{x_{0}} = \frac{1}{x_{m} + 2 \lg n \sec \alpha} - \frac{1}{x_{m}^{2}} \cos^{2} \alpha \frac{\psi(\alpha, x_{m})}{\Phi(\alpha, x_{m})}$$

$$c = \sin \alpha \sec^{3} \alpha \frac{\Phi(\alpha, x_{m})}{H(\alpha, x_{m})}$$

$$v = \frac{1}{x_{m}} e^{\frac{x_{m}}{2}} \frac{\lg \alpha}{H(\alpha, x_{m})}$$
(119)

Die den Größen $c, \frac{1}{x_0}$ und lg v bei verschiedenen α und x_m zukommenden Werte sind in den Tabellen II, III und IV im Anhang angeführt. Der Änderung von x_m (12 bis 22) entspricht eine Temperaturänderung von etwa 150° C bis 500° C, was für die Praxis vollkommen ausreichen dürfte. Das Intervall der Winkel α (0° bis 60°) genügt ebenfalls für die Praxis vollkommen.

Die Berechnung der Durchschlagspannungen kann auf folgende Weise geschehen: Zuerst muß man die den gegebenen x_0 und c entsprechenden x_m und α auffinden. Dazu setzt man in erster Annäherung

$$\frac{1}{x_m} = \frac{1}{x_0} + \frac{1}{x_0^2},\tag{120}$$

berechnet aus dieser Gleichung den Wert von x_m und sucht in der Tabelle II (Anhang) den Wert von α , der diesem x_m und dem gegebenen c entspricht. Der genauere Wert von x_m kann aus der Tabelle III mit Benutzung des nun bekannten α und des gegebenen x_0 durch Interpolation entnommen werden. Ist eine noch größere Genauigkeit erwünscht, so wiederholt man die ganze Berechnung noch einmal, indem man von den durch die vorige Annäherung gefundenen Werten von α und x_m ausgeht. Sind nun dieGrößen α und x_m bekannt, so läßt sich der entsprechende Wert von v aus der Tabelle IV entnehmen. Die Durchschlagspannung kann dann aus der Beziehung $v = \frac{E_m}{|33,6|g_0|k|b}$ unschwer berechnet werden.

In den Fällen, wo es sich um eine nicht sehr große Genauigkeit handelt (1 bis 2%), lassen sich die Berechnungen noch weiter vereinfachen. Aus der Tabelle II ist zu ersehen, daß c von x_m beinahe nicht abhängt und fast ausschließlich durch α bestimmt wird. Bei den meisten praktischen Berechnungen können wir von der Abhängigkeit zwischen c und x_m überhaupt absehen und den entsprechenden Wert von α mittels Interpolation aus einer beliebigen Spalte der Tabelle II gewinnen.

Die in den Tabellen III und IV enthaltenen Abhängigkeiten sind in Abb. 74 graphisch abgebildet. Als Abszissen sind hier die Werte von x_m , als Ordinaten diejenigen von $\frac{1}{x_0} = \frac{T_0}{b}$ (links) und lg v(rechts) abgetragen. Die Kurvenschar I stellt die Abhängigkeit zwischen $\frac{1}{x_0}$ und x_m , die durch II bezeichnete diejenige zwischen x_m und lg v dar. Den verschiedenen Kurven einer Schar entsprechen verschiedene α , deren Werte über die Kurven geschrieben sind.

Die Berechnung selbst wird folgendermaßen ausgeführt. Aus der Kurvenschar I wird die Kurve ausgewählt, deren Parameter α dem

106



aus c vorausberechneten α am nächsten ist. Auf dieser Kurve findet man den Punkt, dessen Ordinate dem gegebenen $\frac{1}{x_0}$ entspricht. Die Abszisse dieses Punktes wird dann den Wert des zweiten Parameters x_m bestimmen. Nun geht man senkrecht nach unten oder nach oben, bis man die Kurve der zweiten Kurvenschar schneidet, über die dasselbe α geschrieben ist, wie über die Ausgangskurve. Die Ordinate des Schnittpunktes (rechte Skala) wird dann der gesuchte Wert von lg v sein.

Bei sehr hohen x_m endlich, bei denen, der Ungleichung (118) gemäß, $H(\alpha, x) \sim 1$ gesetzt werden kann, ist eine genaue Berechnung aller Integrale möglich. Es ergeben sich dabei Ausdrücke, die sich nur wenig von den im vorigen Falle (Widerstandsgesetz $\varrho = \varrho_0 e^{-at}$) gewonnenen unterscheiden.

Logarithmiert man das hier angewandte Widerstandsgesetz, so bekommt man

$$\lg \varrho = \frac{b}{T} + C_2. \tag{34}$$

In Analogie zu dem vorigen Fall könnte man erwarten, daß auch hier der Logarithmus der Durchschlagsspannung proportional dem reziproken Wert der absoluten Temperatur abnehmen wird. Die Resultate der zahlenmäßigen Berechnung lassen sich auch tatsächlich mit guter Annäherung durch die Formel

$$\lg E_m = \frac{b_1}{T} + C_3 \tag{121}$$

wiedergeben. Der Koeffizient b_1 ist jedoch nicht gleich $\frac{b}{2}$, wie dort, sondern etwas kleiner.

Bisher haben wir angenommen, daß der Durchschlag nur dann eintritt, wenn der thermische Zustand labil wird. Es kann aber prinzipiell auch vorkommen, daß noch im stabilen Zustand die maximale Temperatur im Inneren des Isolators T_m so hoch wird, daß der Isolator schmilzt. Dann muß als Durchschlagspannung die Spannung bezeichnet werden, bei der diese kritische Temperatur T_k erreicht wird. In der Praxis haben wir aber kaum mit einem solchen Durchschlag zu rechnen. Aus Tafel III läßt sich berechnen, daß im ungünstigsten Falle (sehr hohe Temperaturen, sehr große Schichtdicken) bei $x_0 = 13,5$ sich x_m zu etwa 11,5 ergibt. Der Koeffizient $b\left(x = \frac{b}{T}\right)$ kann rund gleich $9 \cdot 10^3$ gesetzt werden. Der Unterschied zwischen der äußeren Temperatur T_0 und der maximalen inneren T_m beträgt dann etwa 120°. Bei niedrigeren Temperaturen jedoch und kleineren Schichtdicken kann er um ein Vielfaches kleiner sein. Nähern wir uns also der Schmelztemperatur des Isolators nicht mehr als bis auf etwa 150°, so kann diese zweite Art des Wärmedurchschlages gänzlich außer acht gelassen werden.

Die Problemstellungen von Rogowski und Wagner entsprechen zwei extremen Fällen. In der eben behandelten Theorie von Rogowski wird der Isolator als vollkommen homogen vorausgesetzt und nur der axiale, senkrecht zu den Elektroden gerichtete Wärmeabfluß beachtet; Wagner schreibt dagegen dem Isolator die Eigenschaften eines sozusagen vollkommen nichthomogenen Mediums zu, in dem der Strom nur durch einzelne fadenförmige Kanäle fließt, so daß nur der radiale, parallel zu den Elektroden gerichtete Wärmefluß beachtet zu werden braucht. Bei hohen Temperaturen sind wir sicher der Problemstellung von Rogowski näher, bei nicht sehr starken Erwärmungen dagegen haben wir es meistens mit dazwischenliegenden Fällen zu tun. Das Problem wird hier eigentlich zweidimensional, da sowohl der axiale, als auch der radiale Wärmeabfluß in Rechnung gesetzt werden muß. Die genaue Lösung der zweidimensionalen Aufgabe stößt auf außerordentliche mathematische Schwierigkeiten. Es ist deshalb von verschiedenen Autoren (Rogowski [40], Dreyfus [43]) versucht worden, dies Problem näherungsweise zu lösen, aber genauer als es Wagner getan hat.

Für den Fall eines fadenförmigen, zylindrischen Kanals vom Durchmesser $2r_0$ ist von Rogowski folgende Formel abgeleitet worden:

$$E_{m} = \frac{d}{r_{0}} \left/ \frac{\frac{k \varrho}{2 a \operatorname{lgn} \left(\frac{2}{1,781 r_{0}} \sqrt{\frac{k d}{2 \beta}}\right)}}{(122)} \right|_{1,781 r_{0}} \right|_{2,6}$$

Die Bezeichnungen sind hier dieselben, die in der Theorie von Wagner angewandt wurden. Die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes ist durch das Gesetz $\varrho = \varrho_0 e^{-at}$ gegeben. Der axiale Wärmefluß ist vernachlässigt worden. Wie auch zu erwarten war, ist die Durchschlagspannung von den Dimensionen der Inhomogenität abhängig. Sie wächst der Schichtdicke ungefähr proportional.

Wird der Kanal breiter, so kann der axiale Wärmefluß nicht mehr vernachlässigt werden. So hat z. B. Dreyfus gezeigt, daß in dem Fall, wo das Verhältnis des Durchmessers des Kanals $2r_0$ zur Schichtdicke $d \ \frac{2r_0}{d} \ll \frac{1}{5}$ ist, etwa 8% der ganzen Wärmemenge axial abfließen; bei $\frac{2r_0}{d} \sim 1$ sind dies schon 50%, bei $\frac{2r_0}{d} \ge 3$ über 80%. In den letzten Fällen kommt man schon zu ähnlichen Formeln wie bei dem homogenen Medium.

Je nach den Dimensionen der Inhomogenitäten können wir folglich

verschiedene Formen für die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bekommen, die zwischen der reinen Proportionalität (fadenförmige Inhomogenität) und der nahezu parabolischen (homogener Isolator) liegen. In dem Fall endlich, wo die Leitfähigkeiten der Inhomogenität und des Mediums von einander nur wenig verschieden sind, bekommt man genau dieselben Gesetzmäßigkeiten wie bei den homogenen Isolatoren.

Die oben angeführten Theorien sind strenggenommen nur bei Gleichspannung gültig. Erstens setzen sie voraus, daß die Spannungsverteilung im Inneren des Isolators allein durch die Verteilung der Leitfähigkeiten σ bedingt wird. Haben wir es mit Wechselspannung zu tun, so trifft diese Behauptung nicht mehr das Richtige, da die Spannungsverteilung dann auch von der Dielektrizitätskonstanten ε des Stoffes abhängt, und zwar um so mehr, je höher die Frequenz ist. Die Spannungsverteilung würde nur dann dieselbe bleiben, wenn das Verhältnis $\frac{\sigma}{s}$ in allen Teilen des Isolators dasselbe wäre. Nun ist dies aber tatsächlich nicht der Fall. Die inneren Teile des Isolators erwärmen sich bei dem Stromdurchgang mehr als diejenigen, die näher an den Elektroden liegen. Die Leitfähigkeit in den mittleren Teilen kann deshalb bedeutend größer sein als an den Rändern. Die Dielektrizitätskonstante dagegen, die von der Temperatur nur wenig abhängt, bleibt bei der Erwärmung so gut wie ungeändert. Wenn auch vor dem Anlegen der Spannung das Verhältnis $\frac{\sigma}{2}$ in allen Teilen des Isolators dasselbe war (wie es z. B. bei einem homogenen Stoff der Fall sein wird), so wird dies Verhältnis beim Erwärmen des Isolators unbedingt gestört werden.

Zweitens setzen diese Theorien voraus, daß sämtliche Verluste, die im Isolator auftreten, auf Leitungsverluste zurückgeführt werden können. Strenggenommen müßten in alle Formeln der Wärmetheorie bei Wechselspannung statt der Leitungsverluste die dielektrischen Verluste eingeführt werden, wie es auch Wagner und Dreyfus getan haben. Noch einfacher wäre es, vielleicht überall statt σ die der gegebenen Frequenz entsprechende effektive Leitfähigkeit des Isolators (dielektrische Verluste durch das Quadrat der Spannung dividiert) mit der ihr entsprechenden Temperaturabhängigkeit einzuführen.

Bei niedrigen Temperaturen, besonders bei Hochfrequenz, vermögen deshalb die von uns hergeleiteten Formeln die tatsächlichen Verhältnisse nur annähernd wiederzugeben. Bei hohen Temperaturen jedoch, wo die Leitfähigkeit der Isolatoren groß ist, können die Formeln als hinreichend genau gelten. Eine Prüfung der Wärmetheorie muß somit unbedingt im Bereich der hohen Temperaturen ausgeführt werden.

3. Experimentelle Untersuchungen im Wärmegebiet.

Von vornherein ist es klar, daß man eine Übereinstimmung zwischen der Wärmetheorie und dem Experiment bei den hohen Temperaturen im Wärmegebiet zu suchen hat. Die Isolatoren, die bei solchen Versuchen verwandt werden können, müssen folgenden Forderungen genügen: Sie müssen

1. temperaturbeständig sein,

2. bis zu den hohen Temperaturen homogen bleiben.

Die letzte Forderung folgt daraus, daß sich die Prüfung am bequemsten an homogenen Isolatoren ausführen läßt, für die gerade eine genaue Theorie existiert. Diesen Forderungen genügen viele natürliche Kristalle, wie Steinsalz, Quarz, Glimmer, sowie einige künstliche schwer-

schmelzbare Isolatoren, z. B. die Gläser und die Porzellane.

Daß die Durchschlagspannung bei hohen Temperaturen eine starke Temperaturabhängigkeit aufweist, war schon seit langem bekannt (vgl. die im vorigen Kapitel S. 84 erwähnten Versuche von Weimer [38]). Weiterhin ist von Pirani



Abb. 75. Elektrodenanordnung für Messungen der Durchschlagspannungen im Wärmegebiet.

und Schönborn [44] gezeigt worden, daß zwischen der Leitfähigkeit der Gläser und der keramischen Stoffe und den ihnen zukommenden Werten der Durchschlagspannungen ein eindeutiger Zusammenhang besteht. Eine genaue Prüfung der Wärmetheorie haben aber anscheinend als erste die Autoren dieses Buches gemeinschaftlich mit Frl. Lydia Inge [37, 45] ausgeführt. Als Isolatoren wurden dabei Steinsalz, Glas und Porzellan verwandt.

Bei dieser Prüfung war es von Wichtigkeit, die theoretischen Bedingungen so genau wie möglich experimentell nachzubilden. Am schwierigsten war es, die thermischen Kontaktwiderstände an der Grenzfläche Isolator—Elektrode zu vermeiden. Ihr schädlicher Einfluß konnte teilweise dadurch beseitigt werden, daß man für die Elektroden ein Material wählte, das ein schlechter Wärmeleiter war. Am bequemsten gestaltete sich folgende Anordnung: Der plattenförmige Prüfling A (Abb. 75) wurde von zwei Platten B-B begrenzt, die aus demselben Stoff bestanden (die Isolatoren sind fast immer schlechte Wärmeleiter) und als Elektroden dienten. Um die Entstehung von Stromverlusten in den Elektroden selbst zu verhüten, wurden sie durch einen Belag von dünner Aluminium- oder Nickelfolie gut leitend gemacht. Der Belag aus Folie hatte die in Abb. 75 rechts abgebildete Form von zwei Kreisflächen, die durch einen Streifen verbunden waren. Die Breite des Streifens konnte leicht so bemessen werden, daß er den ganzen Strom zuführte, während etwa 99% der Wärmeabgabe durch die Platte B stattfand. Die abgegebene Wärmemenge wurde folglich ausschließlich durch die geometrischen Dimensionen der Elektroden bestimmt, so daß die theoretischen Forderungen erfüllt waren. Der Isolator mit den Elek-



Vorsicht erforderte die richtige Wahl der Dauer der Beanspruchung τ . Sie mußte so bemessen werden, daß der ganze Prozeß der Vorerwärmung und des Durchschlages selbst Zeit hatte, sich zu vollziehen. Es wurde



troden wurde weiter zwischen zwei massive Kupferblöcke C--Ceingeklemmt, die den Zweck hatten, dank ihrer großen Wärmeleitfähigkeit und Wärmekapazität die Temperatur an den äußeren Grenzflächen der Elektroden während des Durchschlages konstant zu halten.

Die Mehrzahl der Versuche wurde mit Wechselspannung von 50 per/sek ausgeführt. Wo es sich um eine andere Frequenz handelt, soll dies besonders erwähnt werden. Große

> deshalb durch vorläufige Versuche die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Dauer der Beanspruchungin einerReihe von Fällen festgestellt, und bei den endgültigen Messungen solche "Expositionen" τ_{∞} gemacht, bei denen die Durchschlagspannungen nicht mehr von τ abhingen. Eine Reihe derartiger an

Steinsalz und Porzellan gemessenen Zeitkurven zeigen die Abb. 76 und 77.

a) Die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung.

Steinsalz. (Natürlicher Steinsalzkristall von Bachmut.) Die einer Schichtdicke von 5 mm entsprechende Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung ist in Abb. 78 gegeben (Kurve I). Längs der Abszissenachse sind die Temperaturen C, längs der Ordinatenachse (links) die (gewöhnlichen) Logarithmen der Durchschlagspannungen¹ abgetragen. Zum Vergleich ist auf derselben Abbildung auch die Temperatur-

abhängigkeit des spezifischen Widerstandes eingezeichnet, die beiderselbenFrequenz 50 per/sec gemessen wurde (Kurve II). Die Widerstände sind ebenfalls in ihren logarithmischen Werten angeführt, wobei der ihnen entsprechende Maßstab (rechts) halb so groß genommen ist, wie derjenige der Durchschlagspannungen. Die beiden Kurven sind Gerade; und ihr analytischer Ausdruck ist

 $\lg \rho = - 0,0109t + 11,64(123)$ $\lg E_m = -0,00530t + 5,64.(124)$

Die erste der Formeln zeigt, daß die Temperaturabhängigkeit des Widerstandes bei Stein-

salz dem Gesetze $\varrho = \varrho_0 e^{-at}$ genügt. Den theoretischen Berechnungen zufolge (vgl. S. 102) ließe sich erwarten, daß auch die Abhängigkeit zwischen $\lg E_m$ und t durch eine Gerade gegeben würde, deren Neigung halb so groß wie die der Geraden $\lg \rho, t$ ist. Wie aus der zweiten Formel (124) zu ersehen ist, wird diese

400

450

500

Forderung auch tatsächlich erfüllt. Die Proportionalität zwischen lg E_m und t erstreckt sich auch weiter hinab in das Gebiet der niedrigen Temperaturen, dicht bis zu dem Übergang zu dem elektrischen Durchschlag, wie die Kurve in Abb. 79 zeigt. Diese letzten Versuche konnten wegen der hohen Spannungen nicht mehr mit Steinsalzplatten aus- Abb. 79. Temperaturabhängigkeit der Durchschlagsnannung Steinsalz geführt werden, da die Platten überschlagen wurden. Um den Überschlag zu vermeiden,



Durchschlagspannung. Steinsalz. Doppelbecher. Schichtdicke 1 mm. Wechselspannung 50 per/sek.

wurden die Prüflinge als Doppelbecher geformt. Da die Wärmebedingungen bei solchen Prüflingen weniger bestimmt als bei Platten waren, sind die letzten Messungen etwas weniger genau als die vorigen.

Glas. (Deckplatten und Objektträger der Firma Zeiß.) Die an zwei verschiedenen Arten von Objektträgern von 1 mm Dicke gewonne-



Abb. 78. Temperaturabhängigkeit der Durchschlag-spannung (I) und des spezifischen Widerstandes (II) bei Steinsalz. Plattendicke 5 mm. Wechselspannung 50 per/sek.

550

600

7000

650 C

¹ Es sind überall die effektiven Werte der Durchschlagspannungen angeführt. Semenoff-Walther Festigkeitslehre. 8

nen Resultate zeigt Abb. 80. Als Abszissen sind hier die reziproken Werte der absoluten Temperaturen, als Ordinaten die Logarithmen der Durch-



schlagspannungen (links) und der spezifischen Widerstände (rechts) abgetragen. Die den Widerständen entsprechenden Werte sind durch Dreiecke, die den Durchschlagspannungen entsprechenden durch Kreise bezeichnet. Die ersten sind wiederum in einem halb so großen Maßstab wie die zweiten eingezeichnet worden.

In allen Fällen werden die Abhängigkeiten durch Geraden wiedergegeben. Aus der Proportionalität zwischen lg ϱ und $\frac{1}{T}$ läßt sich folgern, daß bei den theoretischen Berechnungen das Gesetz $\varrho = \varrho_0 e^{\frac{b}{T}}$

angewandt werden muß. Analytisch werden die Abhängigkeiten durch folgende Formeln ausgedrückt.



Glasart I: $\lg \varrho = \frac{4140}{T} - 1,44,$ (125)

$$\lg E_m = \frac{1950}{T} - 1,10. \quad (126)$$

Glasart II:

$$\lg \varrho = \frac{3825}{T} - 1,45, \quad (127)$$

$$\lg E_m = \frac{1770}{T} - 1,02. \quad (128)$$

Die Abhängigkeit zwischen E_m und $\frac{1}{T}$ wird durch eine Gerade gegeben, deren Neigung etwas weniger als die

Hälfte derjenigen der Geraden $\lg \varrho = f\left(\frac{1}{T}\right)$ beträgt. Die Forderungen der Theorie (vgl. S. 108) werden folglich auch hier erfüllt. Der weitere Verlauf der den Durchschlagspannungen entsprechenden Kurven ist in Abb. 81 aufgezeichnet. Bis zu dem Übergang zu

dem elektrischen Durchschlage erweist sich die reine Wärmetheorie als richtig.

Porzellan. Ebenso wie bei Glas erwies es sich bei Porzellan als notwendig, das Widerstandsgesetz $\varrho = \varrho_0 e^{\frac{b}{T}}$ anzuwenden. Dies ist aus der Abb. 82 ersichtlich, in der die Abhängigkeit zwischen lg ϱ (rechte Skala, Kreuze) und $\frac{1}{T}$ eingezeichnet ist. Dieselbe Abbildung zeigt auch den experimentell ermittelten Zusammenhang zwischen dem Logarithmus der Durchschlagspannung (linke Skala) und dem reziproken Wert der absoluten Temperatur. Die obere Gerade (Kreise) entspricht 4,7mm dicken Porzellanplatten bei 3,1mm Elektrodendicke, die untere (schwarze Kreise) solchen von 1,85mm Dicke, bei $\delta = 9,1$ mm. Die analytischen Ausdrücke, die diesen drei Geraden entsprechen, sind folgende:

Widerstand
$$\lg \varrho = \frac{3800}{T} - 0.25;$$
 (129)

4,7 mm dicke Platte,
$$\lg E_m = \frac{1650}{T} + 0,19$$
, (130)

1,85 mm dicke Platte,
$$\lg E_m = \frac{1670}{T} - 0,10.$$
 (131)

Die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung ist auch genau nach den im vorigen Paragraphen hergeleiteten Formeln berechnet worden und zwar für den Fall d = 1,71 mm, $\delta = 3,1$ mm. Er ist gestrichelt in Abb. 82 eingezeichnet. Der entsprechende analytische Ausdruck lautet:

$$\lg E_m = \frac{1680}{T} - 0,05. \quad (132)$$

Vergleicht man diese Formel mit den experimentell gefundenen (130) und (131), so sieht man, daß in bezug auf die Neigung der Geraden die Überein-





• Durchschlagsp. d = 4,7 mm, $\delta = 3,1$ mm. • Durchschlagsp. d = 1,85 mm, $\delta = 9,1$ mm.

stimmung qualitativ sehr befriedigend ist. Die Proportionalität zwischen lg E_m und $\frac{1}{T}$ läßt sich bis zu Temperaturen von etwa 1200 und bis Spannungen von 30 kV_{eff} verfolgen (vgl. Abb. 83).

b) Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von dem Widerstand des Isolators und der Frequenz.

Nach der Wärmetheorie muß sich die Durchschlagspannung proportional der Quadratwurzel aus dem Widerstande des Isolators ver-



Abb. 83. Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung bei Porzellan. Doppelbecher. Schichtdicke 2 mm. Wechelsp. 50 per/sek.

halb so großer Maßstab entspricht, so müßte, falls die theoretische Forderung erfüllt wäre, die Differenz zwischen zwei einer und derselben



hängigkeit der Durchschlagspannung bei verschiedenen Frequenzen. Glas. Schichtdicke 1,2 mm. C Frequenz 50. Frequenz 1000.

Abszisse (Temperatur) entsprechenden Logarithmen der Durchschlagspannungen gleich sein der Differenz zwischen den derselben Abszisse entsprechenden Logarithmen der Widerstände. Aus Abb. 80 läßt sich ersehen, daß diese Forderung ziemlich genau erfüllt wird.

Die Abhängigkeit von der Frequenz kann nur darauf beruhen, daß für verschiedene Frequenzen die Widerstände der Isolatoren verschieden sind. Von einer solchen Abhängigkeit ist aber bei niedrigen Frequenzen nichts zu merken. In Abb. 84 sind die Resultate von Messungen eingetragen, die an Objektträgern

von 1,2 mm Dicke mit Wechselspannung von der Frequenz 50 (weiße Kreise) und der Frequenz 1000 (schwarze Kreise) ausgeführt wurden. Alle Werte liegen auf einer und derselben Geraden. Aus diesen Ver-

ändern. Daß diese Forderung erfüllt wird, folgt eigentlich schon aus dem Umstand, daß die theoretische Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung sich als richtig er-Die Proportionalität weist. zwischen E_m^2 und ρ kann aber auch direkt bewiesen werden. Die in der Abb. 80 gegebenen Kurven zeigen, wie schon erwähnt wurde, die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannungen und der spezifischen Widerstände von zwei verschiedenen Gläsern bei einer und derselben Schichtdicke von 1 mm. Da hier sowohl E_m als auch ρ im logarithmischen Maßstab abgetragen sind, und den Widerständen außerdem ein

suchen läßt sich indirekt schließen, daß die elektrolytischen Polarisationserscheinungen, die bei den niedrigen Temperaturen und Spannungen so große Bedeutung haben, hier nur schwach ausgeprägt sind.

Werden dagegen die Versuche mit Gleichspannung ausgeführt, so ergeben sich in der Mehrzahl der Fälle für die Durchschlagspannungen Werte, die um 20 bis 50% höher liegen, als die mit Wechselspannung ermittelten. Eine genaue Untersuchung zeigt, daß dieser Umstand durch eine elektrolytische Zersetzung im Isolator verursacht wird. Durch das Auftreten einer Gegenspannung kann diese Erhöhung des Widerstandes nicht erklärt werden, da sie nach dem Ausschalten der Spannung dauernd bestehen bleibt. Es bleibt nur übrig, die Ursache dieser Erscheinung in einer Änderung der Struktur des Isolators zu suchen, um so mehr, als die bei den in Frage kommenden hohen Spannungen hindurchgeflossenen Elektrizitätsmengen ziemlich groß werden können.

Nähert man sich dem Schmelzpunkt des Isolators, so kann die Elektrolyse so heftig werden, daß der Isolator von den Zersetzungsprodukten, von denen einige gut leitend sein können, durchfressen wird. So können z. B. bei dem NaCl, die durch das ausgeschiedene Natrium gebildeten Dendrite, von der Kathode aus in das Innere des Kristalls so weit anwachsen, daß sie die Anode erreichen und den ganzen Isolator metallisch leitend machen (vgl. S. 66).

Bei niedrigen Temperaturen freilich, bei denen die hindurchgeflossenen Elektrizitätsmengen geringer sind, verschwindet der Unterschied zwischen Gleichspannung und Wechselspannung beinahe vollkommen. Dieser Umstand erlaubt es, die von dem theoretischen Standpunkt selbständig sich ergebende, jetzt aber auch experimentell begründete Behauptung auszusprechen, daß im Wärmegebiet die Durchschlagspannung, von Sekundäreffekten abgesehen, nicht durch die maximalen, sondern die effektiven Werte der Spannungen bestimmt wird.

c) Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke.

Die Abhängigkeit von der Schichtdicke ist systematisch bei Porzellan untersucht worden. Vom theoretischen Standpunkt aus wird, wie wir gesehen haben, die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke durch die Hilfsgröße

$$c = \frac{k_1 \lambda d}{2 k (k_1 + \lambda \delta)} \tag{107}$$

gegeben. Bei unserer experimentellen Anordnung kann $\lambda = \infty$ gesetzt werden, da die äußeren Grenzflächen der Elektroden eine konstante Temperatur haben. Außerdem hebt sich k gegen k_1 , da die Elektroden und der Prüfling aus demselben Stoff bestehen. Für c ergibt sich dann der Ausdruck:

$$c = \frac{d}{2\delta}.$$

Die Durchschlagspannung hängt sowohl von der Dicke des Isolators d, als auch von derjenigen der Elektrode δ ab.





In Abb. 85 sind zwei Kurven wiedergegeben, die bei einer Temperatur von 313°C gemessen worden sind. Die obere Kurve entspricht einer Elektrodendicke δ von 3,1 mm, die untere einer von 9,1 mm. Um den Vergleich mit der Theorie durchzuführen. wurde der Verlauf der Abhängigkeit von der Schichtdicke bei konstantem δ nach den im vorigen Paragraphen angeführten Tabellen für dieselbe Temperatur berechnet. Setzt man die einer Schichtdicke von 9mm entsprechende Durch-

schlagspannung gleich 1, so ergeben sich für andere Schichtdicken folgende Werte:

d mm	E_m beobachtet	E_m berechnet
1,85 4,60 9,00	$0,547 \\ 0,748 \\ 1,00$	0,525 0,750 1,00

Tabelle 5.

Die theoretische und die experimentell ermittelte Abhängigkeit stimmt ihrem Verlauf nach gut überein. Ähnliche Resultate ergeben sich auch für Steinsalz bei Schichtdecken von 0,5 bis 4 bis 5 mm.

d) Vergleich der absoluten Werte der berechneten und beobachteten Durchschlagspannungen.

Die genaue Theorie des Wärmedurchschlages ermöglicht es auch, die absoluten Werte der Durchschlagspannungen zu berechnen. Sie bringt die beiden Größen

$$egin{aligned} x_0 &= rac{b}{T_0}, \ v &= rac{E_m}{\sqrt{33,6\ k\ arrho_0\ t}} \end{aligned}$$

und den Parameter c in Zusammenhang; letzterer kann in unserem Fall gleich $\frac{d}{2\delta}$ gesetzt werden. Die Größen c und x_0 lassen sich unschwer aus den geometrischen Dimensionen der Anordnung, der Anfangstemperatur T_0 und den experimentell bestimmten Exponentialkoeffizienten b berechnen. Der entsprechende Wert von v kann dann aus den Tabellen entnommen werden. Um nun die Durchschlagspannung zu bestimmen, genügt es, die ebenfalls experimentell ermittelten Größen kund ϱ_0 in die zweite Formel einzusetzen. Bei dem in diesen Versuchen verwandten Porzellan kommen diesen Größen folgende Zahlenwerte zu:

$$k = 0,0023 \frac{\text{cal}}{\text{grad cm sek}}$$
$$\varrho_0 = 0,560$$
$$b = 8750 \text{ *}$$

Eine derartige Berechnung ist von uns für eine Temperatur von 313° ausgeführt worden, bei der gerade die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von d und δ experimentell ermittelt worden war. Es ergaben sich folgende Resultate:

		Durchschlagspannungen E_m V _{eff}				
Dicke d mm	$\delta = 3.1 \text{ mm}$		$\delta = 9,1 \text{ mm}$			
a min	beobachtet	berechnet	beobachtet	berechnet		
1,85 4,60 9,00	750 1050 1370	550 810 1050	590 810 1090	335 520 690		

Tabelle 6.

Zum Vergleich sind in den Spalten 2 und 4 auch die beobachteten Werte angeführt. Die theoretischen Werte sind etwa 30 bis 40% niedriger als die beobachteten. Dieser Unterschied läßt sich leicht durch einige Fehler in der Versuchsanordnung erklären, die auf die Temperatur-

^{*} Die Größe *b* ist hier von dem in der Formel (129) angeführten Koeffizienten von $\frac{1}{T}$ verschieden, da es sich dort um gewöhnliche Briggsche Logarithmen handelt. Den hier angeführten Wert bekommt man aus dem obengenannten, indem man ihn mit $\frac{1}{\lg e} = 2,303$ multipliziert.

abhängigkeit der Durchschlagspannung und die Abhängigkeit von der Schichtdicke einen nur sehr geringen Einfluß hatten, die absoluten Werte der Durchschlagspannungen aber stark entstellen konnten.

Durch die oben angeführten Versuche kann die Anwendbarkeit der Wärmetheorie im Gebiet der hohen Temperaturen als bewiesen gelten. Die Theorie reicht vollkommen dazu aus, alle experimentell ermittelten Gesetzmäßigkeiten zu erklären. Es ist hier also unnötig, für die Erklärung der Durchschlagerscheinungen noch irgendwelche rein elektrische Prozesse, wie Ionisation oder Zerreißung des Kristallgitters, heranzuziehen. Wir sehen, daß sich in einigen Fällen der Wärmedurchschlag selbst bis zu Zimmertemperaturen und sehr hohen Spannungen $(3 \cdot 10^5 \text{ V/cm})$ in fast reiner Form verfolgen läßt.

In den letzten Jahren ist von mehreren Forschern versucht worden. die reine Wärmetheorie zur Erklärung des Durchschlages von Isolierstoffen bei Zimmertemperaturen heranzuziehen. Am häufigsten handelte es sich dabei um öldurchtränkte Papierisolation, die bei der Fabrikation von Hochspannungskabeln Verwendung findet. Die Ansicht, daß wir es hier mit einem reinen Wärmevorgang zu tun haben, ist darauf gegründet, daß, erstens der Durchschlag an den Stellen stattfindet, die noch vor dem Durchschlag, unter Spannung am meisten erwärmt waren, zweitens, daß sich bei geeigneten Bedingungen an den Kabeln ähnliche Strom-Spannungskurven messen ließen, wie sie von Wagner an Glas (Abb. 63) und an anderen festen Isolierstoffen beobachtet wurden. Diese beiden Tatsachen reichen aber nicht dazu aus, um das Vorhandensein eines reinen Wäremdurchschlages zu beweisen. Die thermischen Erscheinungen brauchen keineswegs selbständig den Durchschlag herbeizuführen. Ebenso gut können sie einfach Prozesse begleiten, die im Inneren des Isolators stattfinden (z. B. Ionisationsprozesse) und den Durchschlag tatsächlich verursachen. Es muß ebenfalls ausdrücklich betont werden, daß das Vorhandensein einer Strom-Spannungskurve, die teilweise unstabil ist, noch nicht das Vorhandensein eines Wärmeprozesses beweist. Unter gewissen Annahmen ließen sich auch bei einem Ionisationsprozeß ähnliche Kurven erwarten. Das wichtigste Merkmal des Wärmedurchschlages ist eine Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur. Diese scheint aber gerade bei der Kabelisolation nicht vorhanden zu sein, wie es unter anderen auch die im Physikalisch-Technischen Laboratorium zu Leningrad von Herrn Dmitriew ausgeführten Versuche gezeigt haben. Es kann daher behauptet werden, daß der Durchschlag in Kabeln kein reiner Wärmeprozeß ist. Ganz bestimmt haben bei dem Durchschlag auch die thermischen Erscheinungen eine gewisse Bedeutung. Sie müssen aber eher als Sekundärerscheinungen betrachtet werden, die den Durchschlag in seinem ganzen Verlaufe begleiten.

D. Die Ergebnisse der experimentellen Untersuchungen im elektrischen Gebiete.

1. Der elektrische Durchschlag im homogenen und nichthomogenen elektrischen Felde.

Dem elektrischen Gebiete schrieben wir folgende experimentell ermittelten Merkmale zu (vgl. S. 87):

1. Starke Beeinflussung der Durchschlagspannungen durch die Inhomogenitäten des elektrischen Feldes.

2. Geringe Abhängigkeit von der Temperatur.

3. Geringe Abhängigkeit von dem Widerstand des Isolators.

4. Verhältnismäßig geringe Beeinflussung durch die Dauer der Beanspruchung.

Eine der wichtigsten Abhängigkeiten ist die erste. Wir haben schon darauf hingewiesen, daß im nichthomogenen elektrischen Felde die Durchschlagspannungen um ein Vielfaches niedriger liegen können als in dem homogenen. Besonders trifft dies in dem Fall zu, wo bei dem Durchschlag ebene Elektroden verwandt werden. An den Rändern dieser Elektroden ergeben sich in der Regel Gebiete mit bedeutend erhöhten Feldstärken, so daß das Feld keineswegs als homogen gelten kann. Der Einfluß dieses "Randeffektes" kann so groß werden, daß er die wahren Gesetzmäßigkeiten gänzlich entstellt. Als einwandfrei kann man deshalb nur die Messungen betrachten, die in homogenen elektrischen Feldern ausgeführt worden sind.

In der Praxis ist man fast immer auf flache oder schwach gekrümmte Elektroden angewiesen. Um den schädlichen Einfluß der Ränder zu beseitigen, können folgende Mittel angewandt werden:

1. Der Prüfling wird so gestaltet, daß die Ränder der Elektroden auf die dicksten Teile des Prüflings zu liegen kommen. Die Schichtdicke des Prüflings an den Rändern der Elektroden wird so bemessen, daß der Durchschlag hier nicht stattfinden kann. Der Prüfling muß an einer von den dünneren Stellen durchschlagen werden, die von den Rändern soweit entfernt ist, daß hier das Feld schon als genügend homogen gelten kann. So verfuhr z. B. Moscicki [46], der seinen Prüflingen die Form von Röhren gab, die an einer Stelle dünn ausgezogen oder aufgeblasen waren (Abb. 86*a*), und Rochov [47], der bei seinen Durchschlagsversuchen den Prüflingen die Form bikonkaver Linsen gab (Abb. 86*b*). Auch die Verfasser [49] griffen in einigen Fällen zu diesem Mittel, indem sie bei den Versuchen Glasröhren verwandten, die an einem Ende kugelförmig aufgeblasen waren (Abb. 86*c*). Sorgt man außerdem für ein gutes Anliegen der Elektroden (am besten werden sie auf chemischem Wege durch Versilberung hergestellt), so werden jedenfalls alle groben Inhomogenitäten des elektrischen Feldes vermieden. Nachteilig für diese Methode ist dagegen, daß sie oft eine mühsame vorbereitende Bearbeitung des Prüflings erfordert.

2. Der Prüfling und die Elektroden werden in ein Medium eingebettet, das dieselbe Dielektrizitätskonstante besitzt wie der Prüfling.



Abb. 86. Prüflinge mit richtiger Randausbildung für Durchschlagsversuche.

Die Elektroden müssen dabei so geformt werden, daß sie an sich ein möglichst homogenes Feld ergeben. Es sind uns keine Versuche bekannt, in denen die Frage der Anwendbarkeit einer solchen Methode systematisch untersucht wäre. Man stößt dabei auf bedeutende Schwierigkeiten. Das erforderliche Medium muß nämlich nicht nur dieselbe Dielektrizitätskonstante wie der Prüfling,

sondern auch eine geringe Leitfähigkeit und eine große elektrische Festigkeit besitzen. Einen solchen Stoff zu finden ist nicht leicht.

3. Es werden Schutzelektroden benutzt, durch die der Spannungsabfall an den Rändern der Elektroden künstlich verringert wird. Eine solche Vorrichtung wurde z. B. von Sonnenschein [48] benutzt, der außer der zentralen Elektrode A (Abb. 87) noch eine Reihe von Hilfs-



Abb. 87. Schutzringelektrode für Durchschlagsversuche nach Sonnenschein.

elektroden A_1 , A_2 usw. verwandte, die die Form von Kreiszylindern hatten. An diese Elektroden wurden mittels der Kondensatorreihe C Spannungen angelegt, die sich von innen nach außen verkleinerten, so daß der äußere Ring beinahe bei dem Potential der unteren Elektrode lag. Zwischen zwei benachbarten Elektroden war dann die

Spannung so gering, daß sich kaum hohe lokale Feldstärken ausbilden konnten. Für systematische Durchschlagsversuche wurde diese Anordnung von Sonnenschein scheinbar nicht verwandt. Jedenfalls kann sie als eine mögliche, wenn auch ziemlich komplizierte Lösung der Aufgabe angesehen werden.

4. Der Prüfling und die Elektroden werden in ein halbleitendes Medium eingebettet, in dem wegen seiner Leitfähigkeit keine bedeutenden Inhomogenitäten des elektrischen Feldes vorhanden sein können. Dieses letzte Mittel wurde von den Verfassern dieses Buches [49] bei einer großen Anzahl von Versuchen angewandt und führte zu befriedigenden Resultaten.

Diese letzte Methode kann von großem praktischen Interesse werden, da sie die Notwendigkeit einer vorbereitenden Bearbeitung der Prüflinge und der Elektroden erspart. Um sie genauer zu begründen, wollen wir den Einfluß untersuchen, den das Medium, in dem der Prüfling eingebettet ist, auf die Werte der Durchschlagspannungen ausübt.

Um diesen Einfluß zu bestimmen, ist von den Autoren dieses Buches eine Reihe von speziellen Versuchen unternommen worden. Sie wurden an Deckgläsern von 0,075 mm Dicke, zwischen ebenen, an den Rändern schwach abgerundeten Elektroden bei verschiedenen Spannungsarten ausgeführt.

Die Resultate dieser Messungen sind in der Tabelle 7 niedergeschrieben.

			Durchschlagspannung kV_{max}		
Medium	З	ę	Gleich- spannung	Wechselsp. 50 per/sek	Stoß- spannung
Pentan \ldots \ldots Benzin \ldots \ldots Transformatoröl \ldots Rizinusöl \ldots Xylol \ldots Xylol \ldots Xylol \ldots	$1,8 \\ 1,9 \\ 2,2 \\ 4,4 \\ 2,35 \\ 3,1$	$\begin{array}{c} 7,5\cdot 10^{13}\\ 5,0\cdot 10^{12}\\ 2,4\cdot 10^{12}\\ 2,3\cdot 10^{11}\\ 9,1\cdot 10^{10}\\ 0,9\cdot 10^8\end{array}$	$12,8 \\ 17,4 \\ 16,9 \\ 18,4 \\ 18,7 \\ 21,3$	$\begin{array}{r} 6,65\\7,4\\7,4\\7,4\\12,8\\20,7\end{array}$	7,77,77,97,47,99,0

Tabelle 7. Deckgläser von 0,075 mm Dicke. Temperatur 20 ° C.

In der ersten Spalte ist das Medium angeführt, in dem der Prüfling durchschlagen wurde; in der zweiten die Dielektrizitätskonstante des Mediums, in der dritten der spezifische Widerstand des Mediums, der mittels Gleichspannung bei einer Feldstärke von etwa 30 kV/cm gemessen wurde. Die folgenden Spalten enthalten die Werte der Durchschlagspannungen, die den verschiedenen Spannungsarten (Gleichspannung, Wechselspannung von 50 per/sek, Stoßspannungen) entsprechen. Im letzten Falle wurden Spannungsstöße von langer Dauer (etwa 1 Sekunde), aber sehr steilem Anstieg ($\sim 10^{-6}$ sek) verwandt. Jede Zahl ist ein Mittelwert von mehreren Beobachtungen.

Bei allen drei Spannungsarten wachsen die Werte der Durchschlagspannungen vom Pentan bis zu dem Xylol systematisch an. Die der Gleichspannung entsprechenden Werte sind am größten, die bei Stoßspannungen gemessenen am niedrigsten. Bei Wechselspannung ergeben sich in den ersten vier Flüssigkeiten sehr niedrige Werte, die den bei Stoßspannung ermittelten ungefähr gleich sind. In der Lösung von Xylol und Azeton dagegen steigen sie so weit an, daß sie sich den bei Gleichspannung gemessenen nähern. Es muß außerdem bemerkt werden, daß bei den Stoßspannungen der Durchschlag immer am Rande der Elektroden stattfindet, bei Wechselspannung in der Lösung von Xylol und Azeton immer in der Mitte zwischen den Elektroden, in den übrigen Flüssigkeiten immer am Rande; bei Gleichspannung ergeben sich ungefähr dieselben Gesetzmäßigkeiten wie bei Wechselspannung, nur daß hier auch in den Ölen und dem reinen Xylol der Durchschlag manchmal in der Mitte erfolgt. Die zuletzt genannten Gesetzmäßigkeiten zeigen ganz deutlich, daß die Erhöhung der Durchschlagspannungen im Xylol der Beseitigung der Inhomogenitäten des elektrischen Feldes an den Rändern der Elektroden zugeschrieben werden muß. Wodurch kann nun diese Erscheinung erklärt werden ?



Abb. 88.

Aus der zweiten Spalte der Tabelle 7 ist zu ersehen, daß wir sie kaum einer Änderung der Dielektrizitätskonstante des Mediums zuschreiben können. Die dritte Spalte zeigt dagegen, daß sich der spezifische Widerstand des Mediums stetig vom Pentan an bis zum Xylol verringert. Die Beseitigung des Randeffektes haben wir folglich mit der Verkleinerung des

Widerstandes des Mediums in Zusammenhang zu bringen. Die ganze Erscheinung kann vom theoretischen Standpunkt aus etwa folgendermaßen gedeutet werden:

Es sei A (Abb. 88) der Prüfling, B die Elektrode, C das Medium. Die Dielektrizitätskonstante des Prüflings sei ε_1 , diejenige des Mediums ε_2 . Die entsprechenden spezifischen Widerstände ϱ_1 und ϱ_2 . Den Widerstand des Prüflings ϱ_1 wollen wir bedeutend größer als denjenigen des Mediums ϱ_2 voraussetzen, wie es auch in der Praxis meistens der Fall ist. Im ersten Augenblick nach der Einschaltung der Spannung wird die Feldverteilung nur durch die Dielektrizitätskonstanten ε_1 und ε_2 bestimmt werden, und der Randeffekt an den Elektroden scharf ausgeprägt sein. Gleich darauf ändert sich aber die Feldverteilung, wodurch die Feldstärke an den Rändern verkleinert wird. Nach einem genügend großen Zeitraum kann das Feld im Prüfling als ungefähr homogen gelten.

In erster Annäherung kann diese Änderung der Feldverteilung als ein Aufladen der Oberfläche des Isolators angesehen werden, die sich nach der bekannten Formel

$$E = E_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{Cr}} \right) \tag{133}$$

vollzieht. Die Größe C muß hier als die Kapazität der sich aufladenden Schicht des Isolators betrachtet werden, r ist eine dem Widerstande des Mediums ϱ_2 proportionale Größe. Die Aufladung der Oberfläche und folglich auch die Beseitigung des Randeffektes wird sich um so langsamer vollziehen, je größer der Widerstand des Mediums ist. Bei sehr großen ϱ_2 oder sehr schnellen Spannungssteigerungen (Stoßspannungen) kommt es überhaupt zu keiner Schwächung des Randeffektes. Bei Wechselspannung wird bei schlecht leitenden Flüssigkeiten der Randeffekt gar nicht geschwächt, bei gut leitenden dagegen völlig aufgehoben. Die hohen Werte der Durchschlagspannungen, die man bei Gleichspannung erhält, zeigen endlich, daß hier schon im schlecht leitenden Medium das Feld ziemlich homogen ist.

Es kann auch unmittelbar gezeigt werden, daß wir es bei diesen Versuchen tatsächlich mit einer zeitlichen Schwächung des Randeffektes zu tun haben. Werden nämlich die Versuche mit Stoßverschieden spannungen von schneller Spannungssteigerung τ ausgeführt, so ergeben sich bei größeren τ (langsamer Anstieg) höhere Durchschlagspannungen als bei den kleineren τ (steiler Anstieg der Spannung). Die Resultate einer Reihe derartiger Messungen sind in Abb. 89 gegeben. Auf der Ordinatenachse sind hier die Durchschlagspannungen in kV. auf der Abszissenachse die die



 Abol S. Arbitagi and Steilheit des Anstiegs der Spannung in verschiedenen Medlen. Glas. Schichtdicke 0,075 mm. 20⁹ C.
 O Medium Xylol + 12% Azeton. ● Medium Transformatoröl nach Inge und Walther.

Schnelligkeit der Spannungssteigerung charakterisierenden Zeiten τ im logarithmischen Maßstab aufgetragen. Die obere Kurve entspricht den in der Lösung von Xylol und Azeton ermittelten Werten, die untere den in Transformatoröl gemessenen. Bei kleinen τ hängt die Durchschlagspannung von τ beinahe gar nicht ab. Verringert man die Schnelligkeit der Spannungssteigerung, so beginnt der Anstieg der Kurve bei $\tau \sim 10^{-6}$ sek zuerst im Xylol. Bei $\tau \sim 10^{-4}$ sek ist im Xylol schon der hohe konstante Wert der Durchschlagspannung erreicht, der dem homogenen Felde entspricht. Gleichzeitig damit erfolgt auch der Durchschlag, der bei kleineren τ immer am Rande der Elektroden stattfand, in der Mitte zwischen den Elektroden (die beiden oberen Kreise). Im Öl dagegen beginnen die Durchschlagspannungen sich erst bei $\tau \sim 10^{-4}$ ein wenig zu erhöhen.

Beachtet man nun, daß der Wechselspannung von 50 per/sek eine Schnelligkeit der Spannungssteigerung τ von etwa $3 \cdot 10^{-3}$ entspricht, so daß lg τ gleich — 2,5 gesetzt werden kann, so läßt sich aus dem Verlauf der Kurven unmittelbar folgern, daß im Xylol bei gewöhnlicher Wechselspannung der Durchschlagspannung schon ein hoher konstanter Wert zukommen muß, während im Öl der Randeffekt noch scharf ausgeprägt ist und die Werte der Durchschlagspannungen sehr niedrig liegen, wie es tatsächlich auch beobachtet wird.

In dem Fall endlich, wo der Randeffekt durch eine entsprechende Gestaltung der Prüflinge auch bei den Stoßspannungen von sehr schnellem Anstieg aufgehoben wird, ergeben sich für beliebige τ ungefähr dieselben Werte.

Durch einen derartigen Einfluß des Mediums lassen sich viele der früher beobachteten Erscheinungen ungezwungen erklären. So war es schon seit langem bekannt, daß einige Isolatoren (wie z. B. Glas, Porzellan, Glimmer) in Luft später durchschlagen werden als in Öl. Mit vollem Recht schrieb man diese Erscheinung dem Umstand zu, daß die Luft an den Rändern der Elektroden durch die hohe Feldstärke ionisiert wurde, so daß sich eine leitende Schicht ergab, die die Inhomogenität des Feldes verringerte. In Öl dagegen blieb der Randeffekt bestehen. Es wurde deshalb geraten, die Versuche in Öl auszuführen. Während aber die im Öl ermittelten Werte für die Praxis tatsächlich von größerem Interesse sind, da sie die Minimalwerte der dielektrischen Festigkeit des Materials bestimmen, können diese Werte für theoretische Betrachtungen wegen ihrer Unbestimmtheit keineswegs herangezogen werden. Die in Luft ermittelten Werte können schon eher als Materialkonstanten gelten.

2. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke.

Das experimentelle Material, das für das Studium der Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke vorliegt, ist sehr ergiebig. Auch sind die empirischen Formeln, durch die diese Abhängigkeiten ausgedrückt werden, bei verschiedenen Forschern durchaus verschieden. Sie lassen sich jedoch in zwei Gruppen einteilen:

1. Die Durchschlagspannung wächst proportional der Schichtdicke. Die Durchbruchfeldstärke ist von der Schichtdicke unabhängig.

2. Die Durchschlagspannung wächst weniger schnell als die Schichtdicke. Die Durchbruchfeldstärke verringert sich bei steigender Schichtdicke.

Im ersten Fall werden wir von einem Proportionalitätsgesetz sprechen, im zweiten von einem Potenzgesetz, da sich dabei die Durchschlagspannung proportional einer gewissen *n*-ten Potenz (n < 1) der Schichtdicke verändert. Die beiden Benennungen entnehmen wir der Arbeit von Schwaiger.

126

Wie als erster Moscicki [46] gezeigt hat, widersprechen diese beiden Gesetze einander keineswegs. In dem Fall, wo das Feld homogen ist,

bekommt man das Proportionalitätsgesetz. Werden dagegen keine Vorrichtungen getroffen, um den Randeffekt zu beseitigen, so ergibt sich für dasselbe Material das Potenzgesetz. Diese Behauptung ist von Moscicki durch folgende Versuche bestätigt worden: Bei zylindrischen Glasröhren wird der Zusammenhang zwischen der Durchschlagspannung und der Schichtdicke ziemlich genau durch die Parabel

$$E_m^2 = a d$$
 (134)
(d Schichtdicke) wiedergegeben
(Abb. 90, Kurve 3). Der Durch-
schlag erfolgt immer an den Rän-
dern der Elektroden. Werden aber
nun die Glasröhren dünner aufge-

blasen und die Elektroden so angebracht, daß die dünnsten Teile der Röhre zwischen den Elektroden liegen, an den Rändern der Elektroden dagegen die Schichtdicke bedeutend erhöht ist (Abb. 86a), so daß der Durchschlag im homogenen Felde zwischen den Elektroden stattfinden muß. wachsen so die

Durchschlagspannungen bedeutend an und sind jetzt der Schichtdicke proportional (Abb. 90, Kurve 1). Ähnliche Resultate ergeben sich auch bei Ebonit (Kurven 2 und 4). Dem Glase entspricht eine kon-



Abb. 90. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke nach Moscicki. Wechselsp. 50 per/sek.

Kurve 1 Alkaliglas Kurve 2 Ebonit	beseitigter Randeffekt,
Kurve 3 Alkaliglas	scharf ausgeprägter
Kurve 4 Ebonit	Randeffekt.



stante Durchbruchfeldstärke von 1,35 · 10⁶ V/cm. Diese Resultate wurden durch die von den Verfassern dieses

Buches [49] ausgeführten Versuche vollkommen bestätigt. Die Messungen wurden an Glas- und Glimmerplatten mit Wechselspannung von 50 per/sek ausgeführt; der Randeffekt war durch Einbettung in ein halbleitendes Medium (Lösung von Xylol und Azeton) beseitigt. Bei Glas im Xylol (Abb. 91, obere Kurve) wurde bis zu einer Schichtdicke von 0,25 mm das Proportionalitätsgesetz genau erfüllt, während in Öl (untere Kurve) die Durchschlagspannungen bei Vergrößerung der Schichtdicke selbst langsamer, als nach dem Parabelgesetz (134) zu erwarten wäre, anwuchsen. Ähnliche Gesetzmäßigkeiten ergaben sich auch bei Glimmer (Abb. 92), nur sind hier die Differenzen zwischen den



Durchschlagspannungen, die dem Proportionalitätsgesetze und denen, die dem Potenzgesetze entsprechen, kleiner, was wahrscheinlich durch die geringe Dicke der in Betracht kommenden Schichten bedingt wird. Dem Glas kommt eine Durchbruchfeldstärke von $2,1 \cdot 10^6 V_{eff}$ /cm, dem Glimmer eine von $2,4 \cdot 10^6 V_{eff}$ /cm zu.

Außerdem wurde von den Verfassern noch eine Reihe von Versuchen mit Prüflingen ausgeführt, bei denen der Randeffekt durch die Form der Prüflinge selbst unschädlich gemacht wurde. Es wurden kugelförmig aufgeblasene Glasröhren (Abb. 86*c*) verwandt, die denjenigen von Moscicki (Abb. 86*a*) ähnlich waren. Es ergab sich wieder das Proportionalitätsgesetz sowohl bei Gleich- als auch bei Wechselspannung (Abb. 93). Die entsprechenden Durchbruchfeldstärken sind: bei Gleichspannung 2,94 · 10⁶ V/cm, bei Wechselspannung 2,14 · 10⁶ V_{eff}/cm. In ihren Maximalwerten sind die beiden Durchbruchfeldstärken ein-

ander gleich. Auch bei den Stoßspannungen (Abb. 94) zeigte sich das Proportionalitätsgesetz erfüllt.

Die bisher besprochenen Messungen entsprechen kleinen Schicht-



Abb. 94. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke. Glaskugeln. Beseitigter Randeffekt. Stoßspannungen. Nach I ng e und Walt her. Schnelligkeit des Anstiegs der Spannung. O $5 \cdot 10^{-3}$ sek $\bigtriangleup 1,5 \cdot 10^{-5}$ sek $\bigstar 2,5 \cdot 10^{-4}$ sek $\bigtriangleup 1,5 \cdot 10^{-5}$ sek $\bigstar 1,0 \cdot 10^{-6}$ sek Gerade — Wechselsp. 50 per/sek.



Abb. 95. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Pertinax-Rohren. Nach Grünewald.

dicken (bis 0,4 mm). Im Porzellan kann jedoch das Proportionalitätsgesetz nach Schwaiger [2] bis zu Schichtdicken von 9 mm verfolgt werden.

Auch bei den nichthomogenen Isolatoren ergeben sich ähnliche Gesetzmäßigkeiten. Es sind z. B. in Abb. 95 und 96 die Abhängigkeiten

der Durchschlagspannung von der Schichtdicke gegeben, die von Grünewald [50] bei Gleichspannung (G_s), Wechselspannung von 50 per/sek (W_s) und Stoßspannungen (St) an Pertinax-Rohren und Platten gemessen wurden. In allen Fällen wird bis zu Schichtdicken von 2 mm das Proportionalitätsgesetz erfüllt. Bei größeren Schichtdicken freilich geht es in ein Potenzgesetz über.

Nur eine Arbeit steht mit diesen Resultaten in entschiedenem Widerspruch, nämlich die von Rochow [47]. Bei den Versuchen von Rochow hatten die Prüflinge die Form von Bikonkavlinsen



Abb. 96. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Pertinax-Platten nach Grünewald.

(Abb. 86b). Die Krümmungsradien der Anschliffe wurden so groß gewählt, daß das Feld in dem dünnsten Teil des Prüflings als homogen gelten konnte. Als Elektroden diente Quecksilber, welches, um Luft-

Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.

blasen zu vermeiden, im Vakuum eingegossen war. Es gelangten von den homogenen Isolatoren Glas und kristallinischer Quarz, von den nichthomogenen Porzellan, Hartgummi, Gerätequarz und einige weitere künstliche Isolierstoffe zur Untersuchung. Bei den meisten Stoffen wurde ein Abnehmen der Durchbruchfeldstärke bei wachsender Schichtdicke beobachtet, so z. B. bei Glas (vgl. Tabelle 8):

		·
$d \mathrm{mm}$	$X_m \text{ kV}_{max}/\text{cm}$	E _m kV _{max}
0.032	4290	13.7
0,049	3860	18,9
0.076	3640	27,6
0,102	3380	34,5
0,131	3030	39,7
0,158	3050	48,2
0,184	2990	55,0
0,207	2640	54,6
0,228	2560	58,4
0,262	2490	65,2

		Τa	be	lle 8		
Jenaer	Flintglas	(Schott	u.	Gen.	0118)	${\bf Zimmertemperatur.}$

In der letzten Spalte ist die beobachtete Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Durchbruchfeldstärke und der Schichtdicke gegeben. Graphisch ist sie in Abb. 97 abgebildet. Bei Anwachsen



Abb. 97. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke nach Rochow. Glas. Wechselsp. von 50 per/sek.

der Schichtdicke von 0,05 bis 0,25 mm verkleinert sich X_m um etwa 35%. Ähnliche Gesetzmäßigkeiten ergaben sich auch bei Porzellan und Hartgummi. Nur bei dem kristallinischen und dem Gerätequarz erhielt man eine konstante Durchbruchfeldstärke. Bei nichthomogenen Stoffen wurde bei hohen Spannungen außer dem Durchschlag noch eine allmähliche Zerstörung des Materials beobachtet.

Die Abweichung von dem Proportionalitätsgesetz ist bei Rochow so bedeutend, daß sie durch eine zufällige Streu-

ung der gemessenen Werte nicht erklärt werden kann. Außerdem sind gerade bei diesen Messungen alle möglichen Fehlerquellen aufs peinlichste beseitigt worden, so daß diese Resultate als einwandfrei gelten können. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von Frequenz und Temperatur. 131

Es müssen endlich noch die Versuche von Mündel [51] erwähnt werden, in denen die dielektrischen Eigenschaften des Glases bei Gleichspannung eingehend studiert wurden. Es läßt sich leider nicht angeben, in welchem Maße bei diesen Versuchen der Randeffekt beseitigt war, da die Prüflinge (Glasplatten) zwischen ebenen Elektroden im Vakuum durchschlagen wurden. So weist Mündel selbst darauf hin, daß eine Anzahl von Prüflingen an den Rändern der Elektroden durchschlagen wurde. Bei diesen Versuchen zeigte sich das Potenzgesetz bestätigt. Die beobachteten Werte der Durchschlagspannungen liegen bedeutend niedriger als die oben angeführten (vgl. Abb. 102 und 103). Dieser Widerspruch kann dadurch erklärt werden, daß Mündel, wie wir später sehen werden, bei seinen Messungen wahrscheinlich schon mitten im Wärmegebiet war, in dem ja gerade das Potenzgesetz erfüllt wird.

Die Frage, welches von den beiden Gesetzen, das Proportionalitätsgesetz oder das Potenzgesetz, bei Beseitigung aller Nebenerscheinungen bei Isolatoren tatsächlich gültig ist, bleibt somit offen. Der einzige Schluß, den wir aus dem experimentellen Material ziehen können, ist, daß die Beseitigung des Randeffektes eine Annäherung an das Proportionalitätsgesetz zur Folge hat.

Vergleichen wir die absoluten Werte der Durchbruchfeldstärken, die für dieselben Stoffe von verschiedenen Forschern gefunden worden sind, so ergibt sich eine befriedigende Übereinstimmung. Dieser Vergleich ist in der Tabelle 9 ausgeführt.

Beobachter	Durchbruchfeldstärke X_m V _{eff} /cm Wechselspannung von 50 per/sek		
	Glas	Porzellan	Steinsalz
Moscicki Inge und Walther Rochow Weicker	$1,36 \cdot 10^{6} \\ 2,15 \cdot 10^{6} \\ 2,4 \cdot 10^{6} \\$	$\begin{array}{r} 2,0\cdot 10^{5} \\ 2,7\cdot 10^{5} \\ 2,7\cdot 10^{5} \end{array}$	bis zu 5 · 10 ⁵

Tabelle	9
---------	---

Die Zahlen von Rochow entsprechen einer Schichtdicke von 0,1 mm. In der letzten Spalte sind zum Vergleich auch die an Steinsalzkristallen gewonnenen Werte angeführt, die wir im folgenden brauchen werden.

3. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz und der Temperatur.

Was die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz betrifft, so ist uns keine einzige Arbeit bekannt, in der diese Frage systematisch untersucht wäre. Es liegen nur einzelne Messungen vor, die bei Gleichspannung, Wechselspannung von niedriger Frequenz und bei Hochfrequenz ausgeführt wurden. Im vorigen Paragraphen haben wir schon darauf hingewiesen, daß eine Abhängigkeit von der Frequenz durch den Einfluß des Mediums, in das der Prüfling eingebettet ist, vorgetäuscht werden kann. Es ist deshalb große Vorsicht nötig, um aus den zahlreichen Versuchen die auszuwählen, die in dieser Hinsicht einwandfrei ausgeführt worden sind.

Gleich- und Wechselspannung. Je niedriger die Frequenz ist, um so höhere Werte ergeben sich im allgemeinen für die Durchschlagspannungen. So liegen nach Rochow bei Glas bei Gleichspannung die Durchschlagspannungen (ihre Maximalwerte) um 20% höher als bei Wechselspannung von 50 per/sek. Nach Mündel beträgt diese Differenz bei sorgfältig bearbeiteten Gläsern etwa 5%. Nach den Versuchen der Verfasser kann diese Differenz, je nach der Temperatur, sehr verschieden sein. Bei Zimmertemperaturen, um die es sich in den vorigen Messungen handelte, waren bei Glaskugeln die Maximalwerte der Durchschlagspannungen bei Gleich- und Wechselspannung einander gleich (vgl. Abb. 93). Bei nichthomogenen, besonders bei geschichteten Isolatoren, können die Differenzen auch bedeutend größer werden. So beträgt z. B. bei den Pertinaxrohren, bei denen gerade die Schichtung scharf ausgeprägt ist, dieser Unterschied nach Grünewald etwa 100% (vgl. Abb. 96). Bei geschichteter Papierisolation, wie sie bei den Hochspannungskabeln verwandt wird, kann selbst eine Differenz von 150% beobachtet werden¹. Bei Glimmer endlich, der eine ausgesprochen geschichtete Struktur aufweist, kann der Unterschied bis auf 400% anwachsen.

Geht man von niedrigen Frequenzen zu Hochfrequenz über, so werden die Durchschlagspannungen bedeutend erniedrigt. Die ausführlichste Untersuchung auf diesem Gebiet stammt von Goebeler [52]. Seine Messungen haben noch den wichtigen Vorteil, daß sie mit denselben Materialien und derselben Versuchsanordnung ausgeführt wurden, wie die von Rochow im Gebiet der niedrigen Frequenzen. Es ist deshalb ein unmittelbarer Vergleich der Resultate der beiden Untersuchungen möglich. Sie sind in der Tabelle 10 angeführt.

Stoff	Dicke	Durchbruchfeldstärke KV _{max} /cm		
	mm	Frequenz 50	Frequenz $1,2 \cdot 10^5$	
Glas Hartgummi Porzellan	0,1 0,2 0,2	3400 1100 480	1115 537 337	

Tabelle 10.

¹ Die entsprechenden Messungen sind im hiesigen Laboratorium von Herrn Dmitrijev ausgeführt worden.

Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von Frequenz und Temperatur. 133

Am größten ist der Unterschied bei dem homogenen Isolator, dem Glase, am kleinsten bei dem wenig homogenen Porzellan, dem auch die niedrigsten absoluten Werte der Durchbruchfeldstärken zukommen.

Eine eingehende Untersuchung des Durchschlags von festen Isolatoren bei Hochfrequenz ist von dem einen der Verfasser gemeinschaftlich mit Frl. Inge ausgeführt worden. Die vorläufigen Resultate zeigen, daß wir es hier bei einer Reihe von Stoffen mit einem reinen Wärmedurchschlage zu tun haben. Die Erwärmung des Stoffes wird durch die hohen dielektrischen Verluste bedingt, die der Hochfrequenz entsprechen. Die meisten Versuche wurden an Glas ausgeführt, wobei auf eine sorgfältige Vernichtung des Randeffektes besonders geachtet wurde. Die wichtigsten Merkmale des Wärmedurchschlages, die wir früher besprachen, waren vorhanden. Außerdem konnte gezeigt werden, daß der Durchschlag nicht durch den maximalen, sondern den effektiven Wert der Spannung bestimmt wird. Die Erniedrigung der Durchschlagspannung in den niedrigen Frequenzen war sehr groß. So entspricht im Fall von Glas bei der Frequenz 4.1×10^5 einer Schichtdicke von 0,1 mm eine Durchbruchfeldstärke von 2.5×10^5 V_{eff}/cm, während bei der Frequenz 50 demselben Glase eine von 2.15×10^6 zukommt. Die Differenz ist bedeutend größer, als die von Goebeler beobachtete. Es darf aber nicht vergessen werden, daß bei einem Wärmedurchschlage der Wert der Durchschlagspannung durch den Widerstand des Stoffes bzw. die dielektrischen Verluste stark beeinflußt wird, während bei den niedrigen Frequenzen, bei denen wir dem elektrischen Durchschlage nahe sind, der Widerstand des Stoffes von untergeordneter Bedeutung ist. Der Unterschied zwischen den Resultaten von Goebeler und den unsrigen kann leicht dadurch erklärt werden, daß die Gläser bei Hochfrequenz verschiedene dielektrische Verluste besaßen.

Stoßspannungen. — Das entsprechende experimentelle Material ist sehr unbestimmt. Auch läßt sich in der Mehrzahl der Fälle nur schwer beurteilen, inwiefern das elektrische Feld homogen war. Gerade aber bei diesen Messungen, bei denen die Spannungssteigerung sehr groß ist, können die Inhomogenitäten des Feldes von sehr großem Einfluß werden. Einige Schlüsse lassen sich dennoch ziehen. So kann aus den von Grünewald ausgeführten Versuchen gefolgert werden, daß bei nichthomogenen Isolatoren, wie Glimmer, Mikanit, Porzellan, geschichtetem Pertinaxrohrmaterial (vgl. Abb. 95) der Durchschlag bei Stoßspannung ungefähr ebenso hoch oder etwas niedriger liegt als bei gewöhnlicher Wechselspannung. Bei anderen ebenfalls nichthomogenen Isolatoren jedoch, wie z. B. bei Pertinaxplattenmaterial, sowie bei einigen von Peck untersuchten künstlichen Isolierstoffen, entsprechen den Stoßspannungen um etwa 100 bis 120% höhere Werte als der Wechselspannung von niedriger Frequenz. Im allgemeinen ist diese Differenz bei den Stoffen kleiner, die einen geschichteten Aufbau besitzen. Bei homogenen Isolatoren, wie z. B. bei Glas, liegen bei Stoßbeanspruchung die Durchschlagspannungen ungefähr ebenso hoch, wie bei dauernder Beanspruchung (vgl. Abb. 94), vorausgesetzt, daß die Messungen nicht im Wärmegebiet ausgeführt werden.

Werden die Stöße mehrmals der Reihe nach wiederholt, so nehmen die Durchschlagspannungen ab. Bei sehr hohen Frequenzen, die in einer Reihe von schnell aufeinanderfolgenden Stößen bestehen, betragen sie, wie wir gesehen haben, bloß einen Bruchteil der Spannungen, die man bei gewöhnlicher Wechselspannung erhält.

Es muß endlich noch darauf hingewiesen werden, daß auch bei den niedrigen Temperaturen eine merkliche Abhängigkeit der Durchschlag-



Abb. 98. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schnelligkeit der Spannungssteigerung. Glas. Wechselsp. 50 per/sek. nach Rochow.

spannungen von der Dauer der Beanspruchung vorhanden ist. Da hier die Versuche meistens bei ununterbrochener Spannungssteigerung ausgeführt werden, so äußert sich diese Abhängigkeit darin, daß bei einer schnelleren Spannungssteigerung die Durchschlagspannungen höher liegen als bei langsameren. Wie groß diese Abhängigkeit werden kann, ist aus Abb. 98 zu er-

sehen, die der Arbeit von Rochow entnommen ist. Das Bestehen einer solchen Abhängigkeit weist darauf hin, daß in den Isolatoren außer den raschen, rein elektrischen Prozessen (Stoßspannungen), auch langsamere vor sich gehen können.

Die Temperaturabhängigkeit. — Bei der Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung haben wir wieder die Fälle von homogenen und nichthomogenen elektrischen Feldern zu unterscheiden. Die Unabhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur, die wir früher den niedrigen Temperaturen zuschrieben, gilt, streng genommen, nur für die nichthomogenen elektrischen Felder, hauptsächlich für solche, in denen der Randeffekt nicht beseitigt ist. So ändert sich z. B. bei Glas bei gut ausgeprägtem Randeffekt die Durchschlagspannung im Temperaturgebiet von — 160° C (Temperatur der flüssigen Luft) bis zu 70 bis 80° C nur unbedeutend. Bei Steinsalz kann eine solche Unabhängigkeit im Temperaturintervall von 0 bis 200° C beobachtet werden, bei Glimmer selbst bis etwa 350°. Jedoch ist auch hier der Einfluß des Mediums streng zu beachten, da man sonst zu falschen Schlüssen gelangen kann. In Abb. 99 sind einige von den Resultaten wiedergegeben, zu denen die Autoren bei Messungen an Glasplatten gelangten. Die Versuche wurden mit Deckplatten zwischen ebenen Elektroden in Öl bei verschiedenen Spannungsarten ausgeführt. Bei Stoßspannungen (Kurve 1) ist beinahe gar keine Temperaturabhängigkeit zu merken. Bei Wechsel-

spannung von 50 per/sek (Kurve 2) wächst zuerst die Durchschlagspannung etwas an, um später von 110º an steil abzufallen. Bei Gleichspannung (Kurve 3) erstreckt sich die Temperaturabhängigkeit bis zu den Zimmertemperaturen (in der Abb.99 ist nur ein Teil der Kurve eingezeichnet). Der steile Abfall der Kurven rechts entspricht dem Übergang zu dem reinen Wärmedurchschlag. Merkwürdig ist, daß die bei Stoßspannungen erhaltene Gerade selbst in dem Wärmegebiet verfolgt werden kann. Die Dauer des Stoßes ist nämlich für ein Schmelzen zu kurz, so daß



der Temperatur bei nichtbeseitigtem Randeffekt. Glas. Schichtdicke 0,10 mm nach Inge und Walther. ▲ Stoßspannunge. O Wechselsp. 50 per/sek. ● Gleichspannung.

der Prüfling nach demselben Mechanismus durchschlagen wird, wie bei den niedrigen Temperaturen. Bei Gleichspannung dagegen, bei der das elektrische Feld am homogensten ist, kann der Wärmedurchschlag noch weit in das "elektrische" Gebiet hinein verfolgt werden. Bei Wechselspannung wird das Anwachsen der Durchschlagspannung im Anfang wahrscheinlich durch den Einfluß des Mediums hervorgerufen. Bei Erhöhung der Temperatur verkleinert sich nämlich der Widerstand des Öles, der Randeffekt wird folglich besser beseitigt und die Durchschlagspannungen wachsen an. Ein Vergleich der Kurven (1) und (3) zeigt deutlich, daß wir eigentlich kein Recht haben, von einem elektrischen und einem Wärmegebiet zu sprechen. Der Mechanismus des Durchschlages bei einem gegebenen Stoff wird keineswegs durch die Temperatur eindeutig bestimmt, sondern kann je nach der Art der Spannung verschieden ausfallen.

Wird für genügende Homogenität des elektrischen Feldes gesorgt, so können sich die Gesetzmäßigkeiten bedeutend ändern. Zwar wird in einigen Fällen auch hier eine vollständige Temperaturunabhängigeit beobachtet. So fand z. B. Rochow für das Jenaer Flintglas bei einer Schichtdicke von 0,175 mm und Wechselspannung von 50 per/sek:

Temperatur C	$E_m \mathrm{kV_{max}}$
-18 + 20 + 90	65,6 67,4 67,7

Innerhalb eines Temperaturbereiches von 108° ist überhaupt keine Änderung der Durchschlagspannung vorhanden. Zu ähnlichen Resultaten kam auch Grünewald, der bei Pertinaxplatten bei Stoß-

spannungen in einem Temperaturintervall von 10° bis 115° C keine Änderung der Durchschlagspannung feststellen konnte.





• Wechselspannung von 50 per/sek. In anderen Fällen jedoch ist schon bei den niedrigen Temperaturen im homogenen Felde eine bedeutende Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur vorhanden. So sind z. B. in Abb. 100 die Resultate wiedergegeben, die von den Autoren an Zeißschen Deckgläsern bei Gleichspannung gewonnen wurden. Eine Temperaturabhängigkeit ist schon bei Zimmertemperaturen zu merken. Von 50° bis 60° an läßt sich der steile Abfall beobachten, der für den reinen Wärmedurchschlag charakteristisch ist. Die gestrichelte Gerade entspricht den Werten, bei denen die Platten bei Spannungsstößen und nicht beseitigtem Randeffekt durchschlagen werden. Die an Glaskugeln gemessenen Kurven sind in Abb. 101 abgebildet, wobei den Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von Frequenz und Temperatur. 137

Kreisen die bei Gleichspannung, den Punkten die bei Wechselspannung ermittelten Werte entsprechen.

Ähnliche Kurven sind auch von Mündel veröffentlicht worden (vgl. Abb. 102 und 103). Merkwürdig ist nur, daß die von ihm beobachteten absoluten Werte der Durchschlagspannungen so niedrig liegen; sie sind etwa drei- bis fünfmal kleiner als die von den Autoren dieses Buches an ähnlichen Gläsern gemessenen. Sicher besteht hier ein Zusammenhang mit der Tatsache, daß sich bei den Untersuchungen der Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei Mündel das Potenzgesetz als gültig erwies. Für kleinere Schichtdicken, wie sie z. B.



in unseren Messungen verwandt wurden (0,05-0,1 mm), folgen auch aus den Versuchen von Mündel bedeutend größere Durchbruchfeldstärken, die sich denen von Moscicki und anderen Forschern gemessenen nähern. Der starke Abfall der Kurven in den Abb. 102 und 103 stützt unsere Annahme, daß Mündel bei seinen Messungen größtenteils schon mitten im Wärmegebiet war. Dann wird es auch verständlich, warum sich für den Zusammenhang zwischen E_m und d das Potenzgesetz ergab. Da er seine Messungen im Vakuum ausführt, wo die Wärmeabfuhr sehr klein war, mußten nämlich alle Eigenschaften des Wärmedurchschlages scharf zur Ausprägung kommen, so auch die Abhängigkeit von der Schichtdicke, der das Potenzgesetz genügt (vgl. S. 103).

Über die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung bei Hochfrequenz sind wenig Angaben vorhanden. Die von den Verfassern dieses Buches ausgeführten Messungen zeigen, daß in einigen Fällen eine


bedeutende Abhängigkeit von der Temperatur vorliegen kann. So sind die an Glas gewonnenen Resultate in folgender Tabelle angeführt.

1000110 11.				
Glaskugeln	Schichtdicke 0,1 mm			
Frequ	enz 4,1 $ imes$ 10 ⁵			
t	$X_m V_{eff}/cm$			
300	$2,3 \cdot 10^{5}$			
750	$1, 6 \cdot 10^{5}$			
1200	$1, 2 \cdot 10^{5}$			
1800	8,5.104			
2450	6.5 104			

Tabelle 11

Die Werte der Durchbruchfeldstärken sind so gering und die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung so scharf ausgeprägt, wie dies nur bei einem reinen Wärmedurchschlage

> Sowohldie Kurven von Mündel, als auch die unsrigen zeigen deutlich, daß wir selbst bei Zimmer-

temperaturen in einigen Fällen dem Wärmegebiet sehr nahe sein können, und zwar bei denjenigen Isolatoren, die einen verhältnismäßig geringen spezifischen Widerstand besitzen. Dann wird es auch begreiflich, warum Rochow, der seine Messungen an einem schlecht leitenden Glase ausführte, keine Temperaturabhängigkeit feststellen konnte. Der für das Wärmegebiet charakteristische steile Abfall der Durchschlagspannungen begann bei seinem Glase bei Temperaturen, die 100° überstiegen.

E. Die Theorien des elektrischen Durchschlags.

1. Die Zerreißfestigkeit des idealen Kristallgitters.

Von den rein elektrischen Theorien wollen wir zuerst diejenige betrachten, die den Durchschlag auf ein Zerreißen des Kristallgitters durch elektrische Kräfte zurückführt. Das Kristallgitter denken wir uns als vollkommen homogen und aus einzelnen positiven (z. B. Natrium-) und negativen (Chlor-)Ionen aufgebaut (vgl. Abb. 104)¹. Die Ionen werden durch die von den übrigen Ionen ausgeübten Anziehungs- und

¹ Die Abb. 104 bis 108 sind der Arbeit von Rogowski: "Molekulare und technische Durchschlagsfeldstärke fester elektrischer Isolatoren" (Arch. Elektrot. Bd. 18, S.123. 1927) entnommen.

Abstoßungskräfte an bestimmten Stellen festgehalten. Unter Einwirkung von äußeren Kräften werden sie gezwungen, diese Gleichgewichtslagen zu verlassen. Ist die äußere Kraft nicht allzugroß, so kehren die Ionen nach Entfernung der äußeren Kraft in ihre frühere Gleichgewichts-



Abb. 104. Das räumliche Gitter des Steinsalzkristalls nach Rogowski.

lage zurück. Die Deformation kann in diesem Fall als elastisch bezeichnet werden. Sind aber die äußeren Kräfte sehr bedeutend, so werden die ursprünglichen Bedingungen nicht wiederhergestellt. Das Gleichgewicht des Kristallgitters ist gestört. Ist die äußere Kraft eine mechanische, so kann dabei der Kristall als zerrissen, bei einem äußeren elektrischen Feld — als durchschlagen gelten. Die Frage eines solchen Zerreißens des Kristallgitters durch elektrische Kräfte ist ausführlich von Rogowski (39) behandelt worden. Im folgenden werden wir die Ergebnisse seiner theoretischen Untersuchung besprechen.

a) Zerreißfestigkeit eines einzelnen isolierten Moleküls. — Ein Molekül, z. B. dasjenige des Salzes NaCl, denken wir uns aus zwei Ionen verschiedenen Zeichens dem positiven Natrium-Ion und dem negativen Chlor-Ion aufgebaut. Der Abstand zwischen den Zentren der Ionen sei r. Die Ionen werden sich mit der Coulombschen Kraft

$$k_1 = \frac{\varepsilon^2}{r^2} \tag{135}$$

(ε — elektrisches Elementarquantum — 4,77 · 10⁻¹⁰ elektrost. Einheiten) anziehen. Wäre nur diese Anziehungskraft vorhanden, so müßte das Molekül zusammenfallen. Da aber dies tatsächlich nicht geschieht, so müssen noch Abstoßungskräfte vorhanden sein, die, wie Born gezeigt hat, hauptsächlich durch die Wechselwirkungen der Elektronen-

schalen der Ionen bedingt werden. Diese abstoßende Kraft wurde von Born zu

$$K_2 = \beta \, \frac{\varepsilon^2 a_{\theta}^3}{r^{10}} \tag{136}$$

berechnet, wo β ein Zahlenfaktor (für Steinsalz ist $\beta = 0,29$) und a_0 die Gitterkonstante — der kleinste Abstand zwischen zwei benachbarten Ionen in dem von ihnen gebildeten Kristallgitter ist (für Steinsalz ist $a_0 = 2,8 \cdot 10^{-8}$ cm). Diese abstoßende Kraft verkleinert sich sehr schnell bei einem Anwachsen der Entfernung zwischen den Ionen. Bei größeren Abständen kann sie vollkommen vernachlässigt werden.



Die beiden Kräfte k_1 und k_2 wollen wir graphisch darstellen (Abb. 105). In normaler Lage ist die resultierende Kraft $k = k_2 - k_1$ (stark ausgezogene Kurve) gleich Null. Das dieser Lage entsprechende r wird durch die Abszisse des Schnittpunktes der Kurve k und der Abszissenachse gegeben. Wird nun die Entfernung der Ionen r durch die Einwirkung des äußeren Feldes vergrößert, so wächst der absolute Betrag von k. Das negative Vorzeichen der Kraft zeigt, daß wir dabei eine Anziehung bekommen. Die neue Gleichgewichtslage wird dann erreicht, wenn diese mit r anwachsende Anziehungskraft der äußeren gleich wird. Wie aber aus Abb. 105 zu ersehen ist, wächst k bei der Vergrößerung des Abstandes nicht unbegrenzt, sondern erreicht bei einem bestimmten

140

 r_k dem absoluten Betrage nach ein Maximum; bei noch größeren Entfernungen nimmt k wieder ab. Übertrifft die von außen angelegte Kraft diesen Maximalwert von k, so ist überhaupt kein Gleichgewicht mehr möglich und das Molekül wird zerrissen.

Der Maximalwert von k läßt sich folgendermaßen berechnen.

Die resultierende Kraft k ist gleich

$$k = \beta \; \frac{\epsilon^2 \, a_0^8}{r^{10}} - \frac{\epsilon^2}{r^2} \cdot \tag{139}$$

Um ihr Maximum zu finden, differenzieren wir den Ausdruck (139) nach r und setzen ihn gleich Null.

$$\frac{d k}{d r} = -\frac{10 \beta \epsilon^2 a_0^2}{r^{11}} + \frac{2 \epsilon^2}{r^3} = 0.$$
(140)

Der "kritische" Abstand r_k , der größte, bei dem noch eine Gleichgewichtslage möglich ist, ergibt sich zu

$$r_k = \sqrt[8]{5\beta} a_0. \tag{141}$$

Der maximalen Kraft k_m entspricht dann der Ausdruck

$$k_m = rac{\epsilon^3}{\sqrt[4]{5\beta a_0^2}} \ 0.8 = rac{\epsilon^2}{a_0^2} \ 0.728.$$
 (142)

Ist die äußere Kraft $k > k_m$, so wird das Molekül zerrissen.

Haben wir es mit einem elektrischen Felde zu tun, so muß

$$k = \epsilon X \tag{143}$$

gesetzt werden. Für die Durchbruchfeldstärke X_m ergibt sich dann der Ausdruck:

$$X_m = \frac{\varepsilon}{a_0^2}$$
 0,728 elektrost. Einheiten (144)

oder für das NaCl-Molekül

 $X_m = 4,3 \cdot 10^5$ elektr. Einh. ~130 · 10⁶ V/cm. (145)

Wir haben bisher die das Molekül bildenden Ionen als unbeweglich angesehen. Dies trifft eigentlich nur bei dem absoluten Nullpunkt der Temperatur zu. Tatsächlich schwingen sie immer um ihre Gleichgewichtslage, wobei die Schwingungsenergie proportional der absoluten Temperatur wächst. Um das Molekül zu zerreißen, muß eine bestimmte Arbeit geleistet werden, die durch den Flächeninhalt der von der Achse und der k-Kurve begrenzten Figur bestimmt wird. Der Betrag dieser Arbeit sei W_0 . Besitzen nun die Ionen an sich die Schwingungsenergie W_1 , so muß bei dem Zerreißen des Moleküls nicht mehr die Arbeit W_0 , sondern $W_0 - W_1$ geleistet werden. Dementsprechend verkleinert sich auch die Kraft k_m und die Durchbruchsfeldstärke X_m -Die Berechnungen von Rogowski zeigen aber, daß dieser Einfluß der Temperatur nicht sehr groß ist So verringert sich die Zerreißfestigkeit des NaCl Moleküls im Temperaturintervall von 0° Abs. bis 1100° Abs. bloß etwa auf die Hälfte.

b) Die Zerreißfestigkeit des Ionengitters. Wie ändern sich nun die Verhältnisse, wenn wir von einem isolierten Molekül zu dem Ionengitter übergehen? Ebenso wie bei dem Molekül wird hier die gegenseitige Lage der Ionen durch elektrische Anziehungs- und Abstoßungskräfte bestimmt, doch müssen wir hier bei der Berechnung der Gleichgewichtslage nicht nur zwei benachbarte Ionen, sondern alle umgebenden Ionen ins Auge fassen. Der Gleichgewichtsabstand zwischen zwei be-



Abb.106. Geringe Verschiebung der beiden Teilgitter des Steinsalzkristalls nach Rogowski. gitter des St

Abb. 107. Große Verschiebung der beiden Teilgitter des Steinsalzkristalls nach Rogowski.

nachbarten Ionen ist deshalb in Kristall etwas größer als bei dem Molekül, nämlich gleich a_0 .

Es sei nun an den Kristall ein äußeres elektrisches Feld in der x-Richtung (vgl. Abb. 104) angelegt. Das positive (Natrium-) und das negative (Chlor-)Gitter werden dann bestrebt sein, sich gegeneinander zu bewegen. Der Einfachheit halber nehmen wir an, daß nur das eine, z. B. das negative Gitter, verschoben wird. Das positive denken wir uns festgehalten. Ist das äußere Feld nicht sehr groß und die Verschiebung des negativen Gitters unbedeutend (Abb 106), so kehrt das Gitter nach Aufhören der äußeren Kraft in seine normale Lage zurück, die Deformation ist folglich elastisch. Der Kristall bleibt unversehrt.

Daß dies aber bei bedeutenden Deformationen auch nicht mehr zutreffen kann, zeigt folgende Überlegung. Das negative Gitter denken wir uns stark in der x-Richtung verschoben (Abb. 107). In der x-Richtung bleibt freilich das Gitter stabil, da die abstoßenden Kräfte

142

um so mehr anwachsen, je mehr sich das Ion 1 dem Ion 3 nähert. Gegenüber einer Verschiebung in der *y*-Richtung verhält sich das Gitter aber jetzt labil. Verschieben wir nämlich das negative Gitter aus der in Abb. 107 gezeichneten Lage etwas nach oben, so werden die inneren Kräfte bestrebt sein, diese Verschiebung zu vergrößern (das Ion 1 wird von dem Ion 3 bedeutend stärker als von dem Ion 2 abgestoßen). Das Gitter strebt folglich einer neuen Gleichgewichtslage zu, nicht aber in die frühere zurück.

Die äußere Kraft, der der Kristall unterworfen sein muß, damit sein Gitter in den labilen Zustand übergeführt wird, kann folgendermaßen

berechnet werden: Die in Abb. 104 gegebene Lage des Kristallgitters ist nicht die einzige stabile. Verschieben wir die negativen Ionen in allen Koordinatenrichtungen um $\frac{a_0}{2}$, so daß sie die Zentren der vormaligen Würfel einnehmen, so bekommen wir wieder einen stabilen Zustand, bei dem die an jedes Ion angelegte resultierende innere Kraft Null wird. Zwischen diesen beiden Lagen ist aber die innere Kraft keineswegs gleich Null. Die *x*-Komponente dieser Kraft ändert sich bei der Verschiebung des Ions nach dem in Abb. 109 gegebenen Gesetz (ξ ist hier



eine dem x proportionale Größe, $\lambda = \frac{k_x a_0^2}{\epsilon^2}$). Die Kraft hat ein Maximum. Ist nun die durch Einwirkung des äußeren elektrischen Feldes verursachte Kraft K so groß, daß sie den Maximalwert der inneren Kraft übertrifft, so ist kein Gleichgewicht mehr möglich, die beiden Gitter fahren ungehindert durcheinander — der Kristall wird durchschlagen.

Auf Grund dieser Vorstellung über den Durchschlagmechanismus sind von Rogowski für den Steinsalzkristall folgende Werte berechnet worden:

1. Durchbruchfeldstärke in der Kantenrichtung (x, y oder z) X_1 rund 290 · 10⁶ V/cm.

2. Durchbruchfeldstärke in Richtung der Flächendiagonale des Würfels X_2 — rund 190 \cdot 106 V/cm.

3. Durchbruchfeldstärke in Richtung der Körperdiagonal
e X_3 —rund 150 · 106 V/cm.

Die Durchschlagspannung ist offenbar der Schichtdicke proportional.

Außer den Durchbruchfeldstärken wollen wir auch die Arbeit berechnen, die nötig ist, um das negative Gitter aus seiner normalen Lage in das Zentrum des Würfels überzuführen. Das Feld verlaufe wiederum in Richtung der x Achse. Die Verschiebungen längs der y- und z-Richtung sind für uns von keinem Interesse, da ihnen keine Arbeit entspricht (Kraft senkrecht zum Wege). Die Gesamtarbeit wird dann gleich dem Inhalt der von der λ -Kurve (Abb. 108) und der ξ -Achse begrenzten Figur sein. Auf ein Ion bezogen, ergibt sie sich zu $32 \cdot 10^{-13}$ erg. Wir wollen annehmen, daß ungefähr dieselbe Arbeit geleistet werden muß, wenn nicht das ganze Gitter, sondern nur ein Ion aus seiner Gleichgewichtslage herausgerissen wird, und werden diese Arbeit als Platzwechselenergie W_0 bezeichnen.

Die oben angeführten Werte der Durchschlagspannungen sind aber sicher zu hoch gegriffen, und zwar aus folgenden Gründen:

1. Die Gitterkonstante des Kristalls a_0 wurde von uns als konstant angenommen. Tatsächlich ändert sie sich bei der Verschiebung der beiden Teilgitter gegeneinander in der Weise, daß die Durchschlagspannungen verkleinert werden. Diese Erniedrigung läßt sich auf etwa 20% schätzen.

2. Wir haben unsere Berechnungen unter der Annahme ausgeführt, daß die Ladungen in den Ionen so fest gebunden sind, daß die Ionen durch äußere Einwirkungen nicht polarisiert werden. Tatsächlich verschieben sich aber immer in elektrischen Feldern die Ladungen des Ions so, daß die Gravitationszentren der positiven und negativen Ladungen nicht mehr zusammenfallen. Das Ion kann jetzt in elektrischer Hinsicht nicht mehr durch eine einzige Ladung charakterisiert werden, sondern durch ein Ion + Dipol¹. Zu den Coulombschen Kräften kommen daher noch andere Anziehungskräfte hinzu, die aber nicht umgekehrt proportional der zweiten Potenz der Entfernung, wie bei einer Einzelladung, sondern umgekehrt proportional der dritten Potenz abnehmen. Eine mathematische Behandlung dieser Frage zeigt, daß die Durchbruchfeldstärken dabei um etwa ein Drittel verkleinert werden.

Unter Berücksichtigung der beiden Korrektionen 1 und 2 gelangen wir zu folgenden Werten:

$$\begin{array}{c} X_{1} = 190 \cdot 10^{6} \text{ V/cm} \\ X_{2} = 125 \cdot 10^{6} \text{ V/cm} \\ X_{3} = 100 \cdot 10^{6} \text{ V/cm} \\ W_{0} = 2,13 \cdot 10^{-12} \text{ Erg.,} \end{array}$$

$$(146)$$

oder, wenn wir den letzten Wert in Volt ausdrücken,

$$W_{\text{Volt}} = \frac{W_{\text{erg}}}{\varepsilon} \cdot 300 = 1.2 \text{ V}.$$

¹ Als Dipol bezeichnen wir ein elektrisches System, bei dem die Ladungen verschiedenen Zeichens unsymmetrisch verteilt sind. Als einfaches Beispiel eines magnetischen Dipols kann jeder statische Magnet dienen.

Bisher sahen wir von der Eigenbewegung der Ionen vollständig ab. Unsere Berechnungen sind daher, streng genommen, nur für den absoluten Nullpunkt gültig. Es ist leicht einzusehen, daß diese Eigenbewegung der Ionen im Kristallgitter, die sich auf eine Schwingung um die Gleichgewichtslage als Zentrum zurückführen läßt, ebenso wie bei dem Molekül die Durchbruchfeldstärken verkleinern wird. Durch die äußeren Kräfte muß nicht mehr die Arbeit W_0 geleistet werden, sondern eine kleinere, die etwa der schraffierten Fläche in der Abb. 108 gleich ist.

Bei Temperaturerhöhung muß folglich die Durchschlagspannung abnehmen. Diese Erniedrigung ist aber nicht sehr groß. Selbst bei der Schmelztemperatur des Steinsalzes beträgt die Durchbruchfeldstärke X_1 noch etwa 100 · 10⁶ V/cm.

Vergleicht man die theoretisch berechneten Werte der Durchbruchfeldstärken mit den an Steinsalz beobachteten $(0,7 \cdot 10^6 \text{ V/cm}, \text{ vgl}.$ Tabelle 9, S. 131), so sieht man, daß sie die reellen Durchbruchfeldstärken etwa hundertmal übertreffen, so daß die oben angeführte Theorie des Zusammenbruches des Kristallgitters kaum den natürlichen Bedingungen entsprechen kann¹.

2. Die elektrische Zerreißfestigkeit der Realkristalle.

Der große Unterschied zwischen den theoretisch berechneten und den beobachteten Durchbruchfeldstärken dürfte darauf zurückgeführt werden können, daß wir die Struktur des Kristalls allzusehr idealisierten. Wir nahmen an, daß das Kristallgitter in allen seinen Teilen vollkommen homogen ist. Dies ist aber tatsächlich keineswegs der Fall: Jeder reale Kristall weist eine Reihe von "schwachen" Stellen auf, an denen das Gitter deformiert und die Ionen schwächer gebunden sind als in den übrigen Teilen. Außerdem sind einige Kristalle von einem ultramikroskopischen Spaltengefüge durchzogen. Bei Steinsalz ist das Vorhandensein solcher Spalten von Siedentopf (53) festgestellt worden. Ihre Länge soll etwa $4 \cdot 10^{-5}$ bis 10^{-6} cm, ihre Breite 10^{-7} cm betragen. Sehr wahrscheinlich ist es, daß nicht nur Steinsalz, sondern auch die meisten übrigen festen kristallinischen Isolatoren, insbesondere die nichthomogenen (Porzellan) ein solches Spaltengefüge besitzen.

Welch eine Wirkung können nun diese Spalten auf die Durchbruchfestigkeit der Isolatoren ausüben? Man könnte erwarten, daß ihr Vorhandensein die Durchschlagspannungen sehr verringern muß, da das Gitter jetzt weniger widerstandsfähig erscheint, als wir es bisher vorausgesetzt haben.

¹ Bei sehr kleinen Schichtdicken ($\sim 10^{-5}$ cm) wird nach Joffé freilich auch dieser Mechanismus möglich (vgl. S. 149).

Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.

1. Am einfachsten beantwortet diese Frage Rogowski. Er nimmt nämlich an, daß der Durchschlag dann erfolgt, wenn ein Ion, das längs eines Risses hindurchgeflogen ist, genügend Energie aufspeichert, um weitere Ionen aus dem Gitter herauszureißen. Diese Ionisationsarbeit setzt er der Platzwechselenergie W_0 gleich. Ist λ die Länge der Spalte, so ergibt sich für den Durchschlag die Bedingung

$$\varepsilon X_m \lambda \geqslant W_0. \tag{147}$$

Setzen wir $\lambda = 10^{-5}$ cm, $W_0 = 2,13 \cdot 10^{-12}$ Erg., so be rechnet sich für die Durchbruchfeldstärke der Wert

$$X_m = 134 \times 10^3 \, \mathrm{V/cm}$$
,

der schon von der richtigen Größenordnung ist. Diese Berechnung von Rogowski ist selbstverständlich nur eine grobe Annäherung. Wir



wissen ja nichts darüber, wie diese Spalten eigentlich aussehen und womit sie ausgefüllt sind, so daß die Annahme, daß ein Ion sie der ganzen Länge nach zu durchfliegen vermag, ohne zusammenzustoßen, ziemlich willkürlich erscheint. Außerdem könnte vielleicht die Energie, die ein freies Ion besitzen muß, um durch Stoß ein anderes herauszureißen, die Platzwechselenergien bedeutend übertreffen. Dennoch ist aber die Berechnung von Rogowski von einigem Interesse, da sie uns zeigt, daß wir unter ge-

wissen Annahmen zu richtigen Werten für die Durchbruchfeldstärke kommen können.

2. Bedeutend genauer, wenn auch viel schematischer, ist diese Aufgabe von Horowitz [54] gelöst worden. In Abb. 109 ist eine Spalte abgebildet, die wir als vollkommen leitenden elliptischen Halbzylinder mit den Halbachsen λ (Länge der Spalte) und ν (Breite der Spalte) annehmen werden. Sie sei senkrecht zu der Oberfläche des Kristalls gerichtet.

Ist nun in der x-Richtung ein elektrisches Feld angelegt, so kommt der Spalte die elektrostatische Energie

$$W = -\frac{1}{16}\lambda(\lambda+\nu)\varepsilon X^2 \qquad (148)$$

 $(\varepsilon$ — Dielektrizitätskonstante, X — Feldstärke) zu. Diese Energie ist um so kleiner, je länger die Spalte ist. Unter der Einwirkung des Feldes wird die Spalte folglich bestrebt sein, sich zu verlängern. Die entsprechende in der x-Richtung nach unten wirkende Kraft K_1 können wir gleich

$$K_1 = -\frac{dW}{d\lambda} = \frac{1}{16} \varepsilon X^2 (2\lambda + \nu) \tag{149}$$

setzen.

Der Kraft K_1 werden die folgenden Kräfte entgegenwirken: erstens die durch die Oberflächenspannung verursachte Kraft K_2 , die längs der X-Achse nach oben gerichtet sein wird und bei sehr dünnen Spalten $v \ll \lambda$ gleich

$$K_2 = 2 \sigma \tag{150}$$

gesetzt werden kann; zweitens, die elastische Kraft, die ebenfalls der Verlängerung der Spalte entgegenwirken wird. Diese Kraft berechnet sich zu

$$K_3 = K_k \frac{\nu^2}{\lambda},\tag{151}$$

wo K_k die Zerreißfestigkeit des idealen Kristallgitters (vgl. Paragraph 1) bedeutet. Die Spalte verlängert sich nur in dem Fall, wo die resultierende Kraft $K_1 - K_2 - K_3$ ins Innere des Kristalls gerichtet ist, d. h.

$$\frac{1}{16} \varepsilon X^2 (2 \lambda + \nu) \geqslant 2 \sigma + K_k \frac{\nu^2}{\lambda}.$$
(152)

Nehmen wir nun an, daß die Spalte sehr eng ist, und strebt ν zu Null, so geht (152) über in

$$\frac{1}{8}\varepsilon X^2 \lambda \geqslant 2 \sigma. \tag{153}$$

Beginnt nun die Spalte zu wachsen, so wird die elektrische Kraft immer größer. Es kann sich kein Gleichgewichtszustand mehr ausbilden — die Spalte verlängert sich unbegrenzt — der Kristall wird durchschlagen. Der Durchschlag wird dann möglich, wenn die beiden Kräfte (153) einander gleich sind. Aus der Formel (153) ergibt sich dann für die Durchbruchfeldstärke X_m folgender Wert

$$X_m = \sqrt{\frac{16\,\sigma}{\epsilon\,\lambda}}.\tag{154}$$

Die auf Grund dieser Formel berechneten Werte der Durchbruchfeldstärken für Glas und Steinsalz sind in der Tabelle 12 angeführt.

Tabelle 12.

	ε	σ	λcm	X_m Volt cm
Glas	7	$\begin{array}{c} 500 \\ 150 \end{array}$	10^{-4}	$1,02 \cdot 10^{6}$
Steinsalz	5		10^{-4}	6,6 $\cdot 10^{5}$

Die berechneten Werte sind von der richtigen Größenordnung, besonders bei Steinsalz, bei dem ja gerade das Vorhandensein der Spalten als bewiesen gelten kann.

Bisher haben wir den Kristall als unendlich dick angenommen. Führt man seine Dicke d ein, so ergibt sich für die elektrische Energie ein Korrektionsglied, das aber im Fall wo

$$\frac{\lambda^2}{d^3} \ll 1 \tag{155}$$

147

10*

ist (praktisch bei $d \ll 1$ mm), vernachlässigt werden kann. Bei sehr kleinen Dicken d wird die Durchbruchfeldstärke durch das Vorhandensein dieses Gliedes verkleinert.

In dem Fall, wo eine ganze Reihe von nahe beieinander liegenden Spalten vorhanden ist, wird die Durchbruchfeldstärke dagegen größer. Die entsprechende Korrektion kann aber wieder vernachlässigt werden, falls $\frac{\lambda^2}{a^3} \ll 1$ ist (*a* — Abstand zwischen den Spalten).

Wenn auch diese Theorie in mancher Hinsicht allzu schematisch erscheint (so setzt sie z. B. voraus, daß die Spalte ein vollkommener Leiter ist, gerade das Gegenteil von dem, was die Theorie von Rogowski fordert, nach der die Spalte ein Nichtleiter sein muß, da in ihr ein bedeutendes Potentialgefälle vorhanden ist), so ist es doch sehr merkwürdig, daß man auf Grund solcher makroskopischen Vorstellungen, wie Dielektrizitätskonstante und Oberflächenspannung, zu richtigen Werten der Durchbruchfeldstärken gelangen kann. Trotzdem die ganze Theorie nur als eine gewisse Annäherung betrachtet werden kann, so zeigt sie jedenfalls, wie wir uns die Wirkung der Spalten zu denken haben. Eine weitere Theorie, die die niedrigen Werte der "technischen" Durchbruchfeldstärken durch das Vorhandensein von Inhomogenitäten "Lockerstellen" zu erklären sucht, ist von Smekal [59] vorgeschlagen worden.

Die elektrischen Theorien, die wir eben besprochen haben und die die Erniedrigung der Durchschlagspannungen in den realen Isolatoren auf Inhomogenitäten ihrer Struktur zurückführen, erlauben aber keineswegs, alle Erscheinungen zu deuten, die den Durchschlag bei niedrigen Temperaturen begleiten. Außerdem kann ja das Vorhandensein von Inhomogenitäten in solchen homogenen Stoffen wie Glas und Quarz durchaus nicht als bewiesen gelten. Diese homogenen Isolatoren müßten dann aber bei Feldstärken durchgeschlagen werden, die den theoretisch berechneten (10^8 V/cm) nahe kommen. Nun werden aber solche Durchbruchfeldstärken selbst bei den homogensten Stoffen niemals beobachtet. Dieser Umstand veranlaßt uns, noch andere Theorien heranzuziehen, die auch bei den homogenen Isolatoren Durchbruchfeldstärken von etwa 10^6 V/cm ergeben könnten. Ein solcher Mechanismus ist der von Joffé und seinen Mitarbeitern entwickelte Ionisationsmechanismus des Durchschlages.

3. Die Ionisationstheorie¹.

Bei der experimentellen Erforschung der Polarisationserscheinungen hat Prof. Joffé schon vor längerer Zeit gefunden, daß in sehr dünnen

¹ Das in diesem Paragraphen enthaltene experimentelle und theoretische Material ist den Aufsätzen von Joffé [55] entnommen

Polarisationsschichten der Kristalle außerordentlich hohe Feldstärken auftreten können, ohne daß die Schicht durchschlagen wird. Es lag die Vermutung nahe, daß dünne Schichten von festen Isolatoren, ebenso wie dünne Schichten von Gasen (vgl. S. 40) bedeutend höhere Durch-

bruchfeldstärken aufweisen als die dickeren. Vielleicht können sie bei solchen dünnen Schichten so weit gesteigert werden, daß man schon der molekularen Zerreißfestigkeit ($\sim 200 \cdot 10^6$ V/cm) nahe kommt.

Die von Prof. Joffé zusammen mit Kurtschatow und Sinjelnikow ausgeführten Versuche führten zu folgenden Resultaten. Wird die Schichtdicke von Glas von 10^{-2} bis 10^{-3} cm an verkleinert, so wird zuerst das Pro-

portionalitätsgesetz erfüllt; die Durchschlagspannung E_m nimmt mit dem Abstand linear ab, die Durchbruchfeldstärke X_m ist konstant. Gehen wir aber zu Dicken von $1 \cdot 10^{-4}$ bis $4 \cdot 10^{-4}$ cm über, so beginnt die Durchschlagspannung langsamer abzunehmen und strebt einem konstanten Wert zu (Abb. 110 mittlerer Teil der Kurve); X_m wächst dementstrechend ungefähr hyperbolisch (Xd = const)

(Abb. 111 Mittelteil der Kurve). Diese Konstanz von E_m läßt sich bis zu einer Schichtdicke von ungefähr 2 bis $3 \cdot 10^{-5}$ cm verfolgen. Weiter beginnt wieder $\stackrel{>}{\sim} \stackrel{>}{\times} \stackrel{\otimes}{_{\sim}} \stackrel{\circ}{_{\sim}} \stackrel{$

In dem letzten Teile der Kurve kommen wir schon in das Gebiet der Feldstärken, die nach Rogowski für das Zerreißen des

Kristallgitters des Isolators genügen (vgl. S. 144). Ein solcher Mechanismus ist um so wahrscheinlicher, als durch spezielle Versuche gezeigt wurde, daß hier weder eine mechanische Zertrümmerung (die mechanischen Drucke erreichen hier den ungeheuren Wert von $6 \cdot 10^4$ kg/cm²) noch ein Herausreißen der Elektronen aus den Elektroden vorliegen kann.

Zur Deutung der anderen Teile der Kurven zieht Joffé die Ionisationstheorie heran. Obgleich diese Theorie von uns bei der Behandlung des Problems des Vakuumdurchschlages schon besprochen



140 Xm 120 100 60 40 20 ď 0,2 0,4 0,6 0,8 1,0 1,2 1,4 1,6 1.8×10-4Cm 0 Abb. 111. Abhängigkeit der Durchbruchfeldstärke



wurde, wollen wir sie hier kurz noch einmal anführen, um so mehr, als dies uns die Möglichkeit geben wird, alle für die Deutung der Kurven notwendigen Gesetze unmittelbar herzuleiten.

Wir betrachten ein Ion, das, durch das elektrische Feld getrieben, von der einen Elektrode zu der anderen wandert. Zuerst wird seine Bewegung beschleunigt sein, aber schon bald erreicht die durch Zusammenstöße mit den anderen Molekülen bedingte verzögernde Reibung einen solchen Wert, daß sie die elektrische Kraft εX (ε -Ladung des Ions) kompensiert. Dann wandert das Ion mit einer konstanten Geschwindigkeit

$$v = u X \tag{156}$$

weiter, die wir der Feldstärke proportional setzen können. Der durch diese wandernden Ionen bedingte Strom wird durch den Ausdruck

$$i = n \varepsilon u X$$
 (157)

gegeben, wo *n* die Anzahl der Ionen in der Volumeinheit, ε die Ladung des Ions und *u* seine Beweglichkeit ist. Der Weg, den das Ion durchwandern muß, um die konstante Geschwindigkeit v_0 zu erreichen, wollen wir die Anlaufweglänge nennen. Erlangt nun nach dem Anlauf das Ion eine so große Energie $\frac{1}{2}mv_0^2$, daß es bei dem nächsten Stoß ein gebundenes Ion herausreißen kann, so kommt es zur Ausbildung von neuen dissoziierten Ionen.

Damit es zu einer Ionisation kommt, muß die Energie des Ions der Bedingung

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \varepsilon V_k \tag{158}$$

genügen, wo V_k als Ionisationsspannung der gebundenen Ionen definiert werden kann. Diese Ionisationsspannung ist eine der von Rogowski berechneten Platzwechselenergie W_0 nahe verwandte Größe.

Bei jedem Stoß des energiereichen Ions wird ein neues Ion herausgerissen. Nach dem ersten Stoß sind also im ganzen zwei Ionen vorhanden, nach dem zweiten — vier usw., nach z-Stößen ist die Anzahl der neuen Ionen gleich 2^{z} . Ist d die Dicke des Isolators, λ_{0} die Anlaufweglänge, so beträgt die Anzahl der Stöße, die ein Ion auf dem Wege von der einen Elektrode zu der andern erleiden kann, $z = d/\lambda_{0}$; die Anzahl der neu entstandenen Ionen folglich $2^{d/\lambda_{0}}$. Waren zuerst in der Volumeneinheit n_{0} -Ionen enthalten, so ist die Gesamtzahl der Ionen, die sich im Innern des Isolators bilden, gleich

$$N_0 = n_0 \int_0^a 2^{x/\lambda_0} dx = \frac{n_0 \, \lambda_0}{\lg n \, 2} (2^{d/\lambda_0} - 1). \tag{159}$$

Die mittlere Dichte dieser Ionen beträgt

$$n = \frac{N_0}{d} = \frac{n_0}{\lg n \ 2} \frac{\lambda_0}{d} \ (2^{d/\lambda_0} - 1). \tag{160}$$

150

Weiterhin müssen wir zwei Fälle unterscheiden:

1. $\lambda \ll d$ (praktisch $d > 10^{-3}$ cm). Der in der Klammer stehende Wert ist sehr groß, *n* ebenfalls, der Widerstand des Isolators ist verschwindend klein. Der Isolator kann gleich nach dem Eintreten der Ionisation als durchschlagen gelten. Nach den beiden Gleichungen (156) und (158) berechnet sich dann seine Durchbruchfeldstärke zu

$$X_m = \frac{v_0}{u} = \frac{1}{u} \sqrt{\frac{2 \varepsilon V_k}{m}}$$
(161)

Da rechts nur Werte stehen, die von X nicht abhängen, ist auch X_m selbst konstant. Die Durchschlagspannung wächst der Schichtdicke proportional.

2. Dünne Schichten. — d übertrifft λ_0 nicht sehr stark (etwa mehrere zehnmal). Dann ruft die Ionisation eine Vergrößerung des Stromes hervor, die aber keineswegs sehr bedeutend ist. Trotzdem die Ionisation schon begonnen hat, ist der Isolator noch nicht durchschlagen. Wir wollen annehmen, daß sich in diesem Falle der Durchschlag dann vollzieht, wenn der Strom, und folglich auch die Anzahl der Ionen, einen bestimmten kritischen Wert erreicht. Für den Durchschlag ergibt sich dann die Bedingung (vgl. (159))

$$n_0 \lambda 2^{d/\lambda} = \text{const}, \qquad (162)$$

oder annähernd

$$\frac{\lg n_0}{\lg n_2} + \frac{d}{\lambda} = \text{const}$$
(163)

 λ ist hier nicht mehr dem vorigen λ_0 gleich, sondern kann auch kleiner sein.

Es ist nämlich möglich, daß, wenn die Anzahl der Stöße, die ein Ion vollführt, bloß d/λ_0 ist, die für den Durchschlag notwendige Anzahl der Ionen n_k überhaupt nicht erreicht werden kann. Wird nun die Feldstärke gesteigert, so kann das Ion die erforderliche Energie auf einer Weglänge $\lambda < \lambda_0$ ansammeln, wodurch die Anzahl der Stöße d/λ und folglich auch die Zahl der neugebildeten Ionen vergrößert wird. In Formel (162) stellt λ eben die Weglänge dar, die erforderlich ist, damit eine genügende Anzahl von Ionen n_k gebildet wird.

Auf einem Weg von der Länge λ muß das Ion, wie gesagt, die Energie V_k ansammeln. Es muß folglich die Beziehung

$$X_m \lambda = V_k \tag{164}$$

oder

$$\lambda = \frac{V_k}{X_m} = \frac{V_k d}{E_m} \tag{165}$$

 $(E_m$ — angelegte Spannung) erfüllt werden. Setzen wir diese Beziehung in (163) ein, so bekommen wir

$$\frac{\lg n_0}{\lg n 2} + \frac{d}{\lambda} = \frac{\lg n_0}{\lg n 2} + \frac{E_m}{V_k} = \text{const.}$$
(166)

Da n_0 und V_k konstant sind (konstante Temperatur), ist auch die Durchschlagspannung E_m von der Schichtdicke d unabhängig.

Die Ionisationstheorie vermag folglich beide beobachteten Abhängigkeiten zwischen E_m und d, sowohl bei größeren ($X_m = \text{const}$) als auch bei kleinen Schichtdicken ($E_m = \text{const}$) theoretisch zu klären.

Daß wir es hier tatsächlich mit einer Ionisation zu tun haben, wird noch durch folgende Experimente bestätigt. Wie wir im ersten Kapitel erwähnt haben, fordert die von Günther-Schulze entwickelte Ionisationstheorie der festen Isolatoren, die in ihren Hauptzügen mit der hier angeführten übereinstimmt, daß der durch den Isolator fließende



Strom bei konstanter Feldstärke und Temperatur eine Exponentialfunktion der Schichtdicke ist (vgl. die Formel (40), sowie die in diesem Paragraphen angeführte Formel (160). Bei Schichtdicken von 0,1 bis 1 mm war diese Forderung nicht erfüllt; daher wurde auch die Ionisationstheorie verworfen. Bei dünnen Schichten ist dagegen die Abhängigkeit zwischen iund d sehr bedeutend. Eine Reihe derartiger Kurven, die verschiede-

nen d entsprechen, zeigt Abb. 112. Je dicker die Glasplatte ist, um so steiler steigt der Strom an. Es wird auch leicht begreiflich, warum es nicht gelungen ist, diese Abhängigkeit bei dicken Platten zu beobachten. Der Strom vergrößert sich in ihnen bei Spannungserhöhung so ungemein schnell, daß der Prüfling gleich nach Beginn der Ionisation schon durchschlagen ist, noch bevor irgendeine Strommessung ausgeführt werden kann.

Aus den Kurven konnten auch die Zahlenwerte von λ_0 und V_k bestimmt werden. Es ergaben sich die Werte

$$\lambda_0 \sim 10^{-5} \,\mathrm{cm}$$

 $V_k \sim 10 \,\mathrm{V}.$

Bei sehr kleinen Schichtdicken verringerte sich λ bis auf etwa 10⁻⁷ cm. Wenn auch der große Wert der Ionisationsspannung V_k beim VerDeutung der experimentellen Gesetzmäßigkeiten im elektrischen Gebiet. 153

gleich mit der von Rogowski berechneten Platzwechselenergie (1,2 V)einiges Bedenken erregt, und außerdem die große Länge des Anlaufs λ_0 nicht sehr begreiflich ist, so kann dennoch durch diese Versuche das Vorhandensein einer eigenartigen Stoßionisation in festen Isolatoren als bewiesen gelten. Eine weitere sehr merkwürdige Tatsache, die sich aus den Versuchen von Joffé und seiner Mitarbeiter folgern läßt, ist die, daß die hohen theoretischen Werte, die dem Zerreißen des idealen Kristallgitters entsprechen, unter gewissen Bedingungen auch tatsächlich erreicht werden können.

4. Die theoretische Deutung der experimentellen Gesetzmäßigkeiten im elektrischen Gebiet.

Gehen wir von den dünnen von Joffé untersuchten Schichten zu dickeren über, denen gerade das im vorigen Kapitel angeführte experimentelle Material entspricht, so werden die Verhältnisse sehr verwickelt. Die in den vorigen Paragraphen besprochenen elektrischen Theorien reichen in der Form, wie sie dort aufgestellt wurden, bei weitem nicht dazu aus, die experimentell aufgefundenen Gesetzmäßigkeiten zu deuten.

Sowohl nach der Ionisationstheorie als auch nach der Spaltentheorie verläuft der Durchschlag sehr schnell. Schon ein geringer Bruchteil von einer Sekunde muß genügen, um den Durchschlag zu vollenden. Daher vermögen die beiden elektrischen Theorien in ihrer reinen Form die Abhängigkeit der Durchschlagspannung vor der Beanspruchungsdauer, die sich auf mehrere Sekunden und selbst Minuten erstrecken kann, nicht zu erklären. Es können deshalb, streng genommen, die Werte der Durchschlagspannungen, die bei dauernder elektrischer Beanspruchung gemessen wurden, zur Prüfung der Theorien nicht herangezogen werden. Am ehesten könnten dazu die bei Stoßspannung gewonnenen Resultate verwandt werden. In den Fällen freilich, in denen die Durchschlagspannung von der Dauer der Beanspruchung nur wenig abhängt, können auch die bei gewöhnlicher Gleich- oder Wechselspannung ermittelten Resultate zur Prüfung dienen.

Die erste Frage, die sich bietet, ist die, ob die Durchschlagspannung bei gegebener Temperatur im homogenen elektrischen Felde als eine Materialkonstante gelten kann, wie es z. B. die Durchschlagspannung von Gasen ist. Die zweite Frage wäre, ob sich, von dieser Materialkonstante ausgehend, die Durchschlagspannungen für beliebige andere Bedingungen ermitteln ließen, wie es ebenfalls bei Gasen möglich ist.

Wie uns scheint, kann die erste Frage entschieden bejaht werden. Aus der Tabelle 9, S. 131 ist zu ersehen, daß bei Stoffen, wie Glas und Porzellan, von verschiedenen Forschern bei verschiedenen Versuchsanordnungen für jeden von diesen Isolatoren ungefähr gleiche Durchbruchfeldstärken gemessen worden sind. Da die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Dauer der Beanspruchung bei Glas nicht sehr groß ist (es wurden von uns bei Wechsel- und Stoßspannungen ungefähr dieselben Werte ermittelt), so kann für diesen Isolator ein Vergleich zwischen den gemessenen und den theoretisch berechneten Werten durchgeführt werden. Die Übereinstimmung ist befriedigend.

Die Versuche zeigen, daß die kristallinischen Isolatoren in bezug auf ihre dielektrische Festigkeit ziemlich deutlich in zwei Gruppen eingeteilt werden können. Zu der ersten Gruppe (vgl. Tabelle 13) gehören

Gruppe	Stoff	Durchbruchfeldstärke			
I	Glas	$2,4 \cdot 10^{6}$ 1,8 \cdot 10^{6}			
II	Gerätequarz Porzellan Steinsalz	$\begin{array}{r} 4,5\cdot 10^{5}\\ 2,7\cdot 10^{5}\\ 5\cdot 10^{5}\end{array}$			

Tabelle 13¹.

die homogenen Stoffe, wie Glas und Quarz, zu der zweiten die nichthomogenen, wie Gerätequarz und Porzellan, sowie diejenigen, die ein gut ausgeprägtes Spaltengefüge besitzen, wie Steinsalz. Während die ersten dieser Isolatoren Durchbruchfeldstärken von etwa $2 \cdot 10^6$ V/cm aufweisen, kommt den zweiten eine von $2 \cdot 10^5$ bis $5 \cdot 10^5$ V/cm zu. Bei Glas in dünnen Schichten lag dem Durchschlag der Ionisationsmechanismus zugrunde. Sehr wenig wahrscheinlich ist es, daß bei größeren Schichtdicken der Mechanismus sich ändert, um so mehr, als von $d = 10^{-3}$ cm an, wo das Vorhandensein der Ionisation noch als bewiesen gelten kann, bis zu d = 0.1 cm die Durchbruchfeldstärke genau dieselbe bleibt. Ähnliches haben wir auch bei Quarz zu erwarten.

Bei den nichthomogenen Isolatorem dagegen, bei denen ultramikroskopische und selbst mikroskopische Spalten unvermeidlich sind, kann auch der elektrostatische Spaltenmechanismus von Bedeutung werden. Diese Vermutung wird noch dadurch bestätigt, daß gerade diese letzte Gruppe der Isolatoren bei Stoßspannungen, bei denen der Einfluß der Spalten besonders scharf ausgeprägt sein muß, sehr kleine Durchschlagspannungen aufweist.

Für die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke ergeben die meisten Versuche das Proportionalitätsgesetz. Die Durchbruchfeldstärke bleibt somit konstant, in voller Übereinstimmung mit den Forderungen der elektrischen Theorien.

Wenn wir uns der zweiten Frage zuwenden, so müssen wir leider feststellen, daß wir nicht imstande sind, den Mechanismus aller der-

 $^{^1}$ Die meisten Werte der Durchbruchfeldstärken sind dem Aufsatz von Rochow [47] entnommen.

jenigen Erscheinungen anzugeben, die die elektrische Festigkeit der Isolierstoffe herabsetzen. In einigen Fällen jedoch ist es möglich, diese Erscheinungen sowohl qualitativ als auch quantitativ zu beurteilen. Wir wollen im folgenden drei Fragen ausführlicher besprechen, nämlich den Einfluß der Inhomogenitäten des elektrischen Feldes, den Einfluß der Frequenz und den der Temperatur

1. Wir haben bisher das angelegte elektrische Feld als homogen aufgefaßt. Es ist von Interesse, zu untersuchen, welche theoretischen Gesetzmäßigkeiten sich für das Verhalten der Isolatoren im nichthomogenen elektrischen Felde ergeben. Wir wollen hier nur eine Frage behandeln, nämlich die Abhängig-

keit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei scharf ausgeprägtem Randeffekt.¹

Zwei ebene scharfkantige Elektroden seien in ein homogenes, dielektrisches Medium eingebettet. Der Abstand zwischen den Platten sei d = 2 a,



die angelegte Potentialdifferenz 2 V. Man kann sich damit begnügen, das Feld zwischen der einen Elektrode und der Mittelebene des Kondensators zu berechnen, da die ganze Feldverteilung zu der Mittelfläche symmetrisch sein muß. Die x-Achse möge in der Mittelebene (Abb. 113)² verlaufen, die y-Achse senkrecht zu ihr, so daß ihr kleinster Abstand vom Rande der Elektrode $\frac{a}{\pi}$ beträgt. Der Mittelebene schreiben wir das Potential v = 0, der oberen Platte v = V zu. Das entsprechende Feld ist von Maxwell berechnet worden³. Bei der mathematischen Behandlung des Problems war es bequemer, nicht die Niveauflächen und Kraftlinien als Funktionen der Koordinaten x und yzu bestimmen, sondern umgekehrt, die Koordinaten als Funktionen zweier Parameter φ und ψ , wobei $\varphi = \text{const}$ eine Kraftlinie und $\psi = \text{const}$ eine Niveaufläche bedeutet.

Die entsprechenden Gleichungen lauten:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \mathbf{A} \left(\varphi + e^{\varphi} \cos \psi \right) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{A} \left(\psi + e^{\varphi} \sin \psi \right), \end{aligned}$$
 (167)

¹) In einer allgemeineren, wenn auch weniger genauen Form ist dies Problem von Schwaiger gelöst worden.

² Die Abb. 113 und 114 sind dem Buch von Schwaiger: "Elektrische Festigkeitslehre" entnommen.

³ Streng genommen entspricht das von Maxwell berechnete Feld zwei unbegrenzten Halbebenen. Die durch die Endlichkeit der Flächen hervorgerufene Korrektion ist aber nicht groß.

wobei der Kürze halber

$$\psi = \frac{v}{V}\pi$$

$$A = \frac{a}{\pi}$$
(168)

gesetzt sind. Das nach dieser Formel berechnete Kraftlinienbild ist in Abb. 114 aufgezeichnet.

Wir müssen nun das Feld in der Nähe der Kanten berechnen. Dies kann nach dem von Rogowski [57] angegebenen Verfahren geschehen Bewegen wir uns längs einer Kraftlinie $\varphi = \text{const}$, so läßt sich die elementare Weglänge ds aus den obigen Formeln unschwer zu

$$ds = A \sqrt{1 + e^{2\varphi} + 2 e^{\varphi} \cos \psi} d\psi \qquad (169)$$

oder



Abb. 114. Das elektrische Feld eines ebenen Kondensators nach Maxwell.

$$ds = a \sqrt{1 + e^{2\varphi} + 2 e^{\varphi} \cos \psi} \frac{dv}{V}$$
(170)

berechnen. $\frac{d v}{ds}$ bedeutet die Feldstärke X am entsprechenden Punkt des Feldes; $\frac{V}{a}$ die konstante Feldstärke in den weit von den Rändern der Elektroden entfernten homogenen Teilen des Feldes, die wir durch X_0 bezeichnen werden. Die Gleichung (170) läßt sich dann folgendermaßen umschreiben:

$$\frac{X}{X_0} = \frac{1}{\sqrt{1 + e^2\varphi + 2e^{\varphi}\cos\psi}}.$$
(171)

Wir wollen nun weiter untersuchen, in welchem Punkt einer gegebenen Niveaufläche ($\psi = \text{const}$) die Feldstärke ihr Maximum besitzt. Die im Nenner stehende Wurzel muß an dieser Stelle ein Minimum aufweisen. Eine Berechnung zeigt, daß dieser Minimalwert sin² ψ beträgt. Für den

daß dieser Minimalwert $\sin^2 \psi$ betragt. Für den Maximalwert der Feldstärke bekommt man dann

$$\left(\frac{X}{X_0}\right)_m = \frac{1}{\sin\psi} \,. \tag{172}$$

Die entsprechende Weglänge ds_m ergibt sich zu

$$ds_m = -\frac{a}{\pi} \sin \psi \, d \, \psi. \tag{173}$$

Unsere schematischen Rechnungen sind somit beendet Um sie weiter zu führen, müssen wir einen bestimmten Durchschlagmechanismus wählen. Wir wollen annehmen, daß der Durchschlag dann stattfindet, wenn an irgendeiner Stelle im Innern des Isolators die Feld-

156

Deutung der experimentellen Gesetzmäßigkeiten im elektrischen Gebiet. 157

stärke den kritischen Wert X_m übertrifft. Wie man sich leicht überzeugen kann, kommt dem Rand selbst ($\psi = \pi$) eine unendlich große Feldstärke zu. Das bedeutet aber keineswegs, daß der Durchschlag bei unendlich kleinen Spannungen stattfinden muß. Die Feldstärke besitzt diesen äußerst hohen Wert nur längs einer unendlich kleinen Weglänge ds. Für den Durchschlag sind aber irgendwelche endliche Bedingungen nötig. Je nachdem, ob wir es mit dem Spaltenmechanismus oder dem Ionisationsmechanismus zu tun haben, werden wir verschiedene Bedingungen aufstellen:

1. Spaltenmechanismus. Durchschlagsbedingung: In einer Entfernung von dem Rand der Elektroden, die der Länge der Spalte δ gleichkommt, muß die Feldstärke den nach der Spaltentheorie erforderlichen Wert X_m erreichen.

Der Gleichung (172) zufolge können wir diese Bedingung folgendermaßen umschreiben:

$$X_m = \frac{X_0}{\sin \psi_1}.$$
 (174)

wobei ψ_1 der Wert zugeschrieben werden muß, bei dem die Weglänge Δs am Rande der Elektrode den richtigen Wert λ besitzt. Dies ψ läßt sich aus der Bedingung

$$\int_{=\psi_1}^{\psi=\pi} ds(\psi) = \lambda, \qquad (175)$$

oder

$$\begin{array}{l} \psi = \pi \\ \frac{a}{\pi} \int_{\psi = \psi_1}^{\psi = \pi} \psi \, d \, \psi = \frac{a}{\pi} \left(\cos \psi_1 + 1 \right) = \lambda \end{array} \tag{176}$$

ermitteln. Sin ψ_1 be
rechnet sich aus diesem Ausdruck zu

¥

$$\sin \psi_1 = \sqrt{2 \frac{\pi}{a} \lambda - \frac{\pi^2}{a^2}} \lambda^2 \cdot$$
 (177)

Für X_m ergibt sich dann der Ausdruck:

$$X_{m} = \frac{a X_{0}}{\sqrt{2 \pi a \lambda - \pi^{2} \lambda^{2}}}.$$
 (178)

Da gewöhnlich $\lambda \ll a$ ist, so kann das zweite Glied unter der Wurzel vernachlässigt werden. Beachten wir nun weiter, daß 2 *a* der Schichtdicke *d* gleich ist, *a* X_0 der Hälfte der an dem Kondensator von außen angelegten Spannung *E* gleichkommt, so ergibt sich für den Zusammenhang zwischen der Durchschlagspannung und der Schichtdicke folgende Formel:

$$E_m = 2 X_m \sqrt{\pi \, d \, \lambda}. \tag{179}$$

Führen wir noch statt X_m den aus der Spaltentheorie bekannten Ausdruck (154) ein, so lautet die Gleichung

$$E_m = 8 \sqrt[]{\frac{\sigma \pi d}{\varepsilon}}.$$
 (180)

2. Ionisationsmechanismus. Durchschlagsbedingung: Am Rande der Elektroden muß auf einer bestimmten Weglänge λ_0 (Anlaufweglänge) ein bestimmtes Potentialgefälle V_k (Ionisationsspannung) vorhanden sein.

Diese Bedingungen werden mathematisch folgendermaßen ausgedrückt:

$$\int_{\psi=\psi_1}^{\psi=\pi} X_m ds = V_k \quad \int_{\psi=\psi_1}^{\psi=\pi} ds(\psi) = \lambda_0.$$
(181)

Setzen wir in diese Gleichung die Ausdrücke (172) und (173) ein und integrieren, so bekommen wir

$$\left. \begin{array}{c} \frac{a X_0}{\pi} (\pi - \psi_1) = V_k \\ \cos \psi_1 = \frac{\pi \lambda_0}{a} - 1 \end{array} \right\}.$$
(182)

Lösen wir die obere der beiden Gleichungen nach ψ_1 auf und setzen den erhaltenen Wert in die untere ein, so ergibt sich

$$\cos\frac{\pi V_k}{a X_0} = 1 - \frac{\pi \lambda_0}{a}$$
$$a X_0 = \frac{\pi V_k}{\arccos\left(1 - \frac{\pi \lambda_0}{a}\right)}.$$
(183)

oder

Ersetzen wir aX_0 durch $\frac{E_m}{2}$, den arc cos durch den angenäherten Ausdruck

$$\sqrt{\frac{2\pi\lambda_0}{a}} = 2\sqrt{\frac{\pi\lambda_0}{d}},$$

so kommen wir zu der Gleichung

$$E_m = V_k \left| \sqrt{\frac{\pi d}{\lambda_0}}, \right|$$
(184)

oder wenn man $V_k = X_m \lambda_0$ gleichsetzt, wo X_m die Durchbruchfeldstärke im homogenen elektrischen Felde ist,

$$E_m = X_m \sqrt{\pi \,\lambda_0 \,d}. \tag{185}$$

Beide Annahmen über den Mechanismus des Durchschlages führen uns zu Beziehungen zwischen E_m und d, die in erster Annäherung durch die Parabel $E_m = C \sqrt{d}$ wiedergeben werden. Dieselbe Abhängigkeit ist schon längst rein empirisch von den Forschern, die Durchschlagsversuche bei nicht beseitigtem Randeffekt ausführten, festgestellt worden.

Die eben hergeleiteten Formeln lassen auch eine theoretische Berechnung der absoluten Werte der Durchschlagspannungen zu. Diese Werte sind drei- bis fünfmal kleiner als die beobachteten. Dies ist auch nicht zu verwundern, da der Randeffekt tatsächlich kaum so scharf ausgeprägt sein kann, wie wir es in unseren theoretischen Überlegungen annehmen. Die Ränder sind immer etwas abgerundet, wobei der Krümmungsradius gegenüber λ_0 oder δ als groß betrachtet werden kann; auch kann die Verschiedenheit der Dielektrizitätskonstanten des Prüflings und des umgebenden Mediums das Feld stark entstellen. Wir können deshalb auch nicht mehr als eine Übereinstimmung der Größenordnung nach erwarten. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke aber kann, wenn auch nicht streng quantitativ, so doch jedenfalls qualitativ als richtig bestimmt gelten.

2. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz kann weder durch den Ionisations-, noch den Spaltenmechanismus erklärt werden, und muß daher auf sekundäre Erscheinungen zurückgeführt werden. Nur die Vergrößerungen der Durchschlagspannungen, die sich bei äußerst kurzen Beanspruchungen (etwa 10^{-7} sek) ergeben, wie sie z. B. von Mayr [60] beobachtet wurden, lassen sich dadurch erklären, daß der Prozeß des Durchschlages nicht Zeit hatte, sich auszubilden. Außer diesen extremen Fällen wird die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Frequenz durch dieselben Erscheinungen hervorgerufen, die eine Abhängigkeit von der Beanspruchungsdauer verursachen.

Wie wir gesehen haben, gehen in den festen Isolatoren nach dem Einschalten der Spannung mehr oder minder schnelle Umladungen vor sich, die wir als Nachladungserscheinungen bezeichneten. Sie werden hauptsächlich durch das Auftreten von elektrolytischen Polarisationsspannungen bedingt. Es kann nicht als ausgeschlossen gelten, daß dieselben Erscheinungen auch für den Durchschlag von Bedeutung werden. Falls diese Umladungen die Spannungsverteilung im Isolator derart verändern, daß für den Durchschlag eine größere äußere Spannung nötig wird, so können bei Gleichspannung, bei der diese Umladungsprozesse Zeit haben sich auszubilden, die Durchschlagspannungen sehr viel höher liegen als bei Wechselspannung, besonders in den Fällen, wo wir es mit bedeutenden Frequenzen zu tun haben. Besonders scharf sind die Umladungsprozesse bei den Isolatoren ausgeprägt, die einen geschichteten Aufbau besitzen. Bei solchen Stoffen (z. B. Glimmer) liegen die Durchschlagspannungen bei Gleichspannung auch tatsächlich bedeutend höher als bei Wechselspannung.

Gehen wir zu Hochfrequenz über, so können die hohen dielektrischen Verluste, die diesen Frequenzen entsprechen, von großer Bedeutung werden. In einigen Fällen sind sie so groß, das wir, wie erwähnt, selbst bei Zimmertemperaturen einen charakteristischen Wärmedurchschlag bekommen. In diesem Fall lassen sich die Durchschlagspannungen nach den Formeln der Wärmetheorie berechnen, in die statt der gewöhnlichen Leitfähigkeit die der Hochfrequenz entsprechende effektive Leitfähigkeit eingeführt werden muß.

3. Beide elektrischen Theorien lassen eine bestimmte Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung erwarten; sie ist aber nur unbedeutend. Haben wir es tatsächlich mit einer gut ausgeprägten Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Temperatur zu tun, so bedeutet dies meistens, daß wir bei unseren Versuchen dem Wärmegebiet nahe sind. Auch erfolgt ja gerade bei Zimmertemperaturen bei einer Reihe von festen Isolatoren, wie z. B. bei Glas, der Übergang von dem Wärmemechanismus zu dem Ionisationsmechanismus. Dies Übergangsgebiet wird deshalb von großem praktischen Interesse. Das Problem des Durchschlages in diesem Gebiet, des "wärmeelektrischen" Durchschlages, ist von Rogowski behandelt worden. Die Theorie dieses Durchschlages wollen wir im nächsten Paragraphen besprechen.

5. Der wärmeelektrische Durchschlag.

Der Gedankengang von Rogowski ist folgender. Die sich im Isolator ausscheidende Wärmemenge $0.24 \sigma V^2$, wo σ die bei kleinen Feld-



Abb. 115. Die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke nach der wärmeelektrischen Auffassung.

hin ein reiner Wärmedurchschlag möglich wird.

Wir wollen annehmen, daß bei dem rein elektrischen Durchschlag die Durchschlagspannung der Schichtdicke proportional wächst

$$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{e}} = \boldsymbol{X}_{\boldsymbol{0}} \boldsymbol{d} \tag{186}$$

eintreten können.

diese Prozesse

stärken gemessene Leitfähig-

keit des Stoffes ist, möge nicht dazu ausreichen, um den labilen thermischen Zustand hervorzubringen. Nun

kann aber bei hohen Feldstärken das σ bedeutend größer sein als bei den niedrigen, erstens deshalb, weil sich hier der Einfluß der Gegenspannung stark

verringert, zweitens, da hier schon elektrische Prozesse, wie z. B. eine Stoßionisation,

Leitfähigkeit so weit ge-

steigert werden, daß weiter-

Durch

die

kann

und von der Temperatur nicht abhängt. Graphisch kann sie durch die Gerade E_e (Abb. 115) dargestellt werden. In derselben Abbildung sind

drei Kurven eingezeichnet, die die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei der reinen Wärmeauffassung für drei verschiedene Temperaturen wiedergeben (E_w) . Bei kleinen Schichtdicken entspricht der rein elektrischen Auffassung eine bedeutend kleinere Durchschlagspannung als der thermischen. Die Durchschlagspannung wird daher proportional der Schichtdicke anwachsen und von der Temperatur unabhängig sein. Gehen wir zu großen Schichtdicken über, so wird hier im Gegenteil der Durchschlag durch den Wärmemechanismus bestimmt werden. Die Durchbruchfeldstärke ist nicht mehr konstant und hängt von der Temperatur ab. Der wahre Verlauf der Abhängigkeit zwischen ${\cal E}_m$ und d wird durch die stark ausgezogenen Kurven E_{we} wiedergegeben werden. Bei geringen Schichtdicken haben wir folglich einen rein elektrischen Durchschlag, bei großen einen rein thermischen, bei den mittleren den eigentlichen wärmeelektrischen Durchschlag zu erwarten. Ob die Schichtdicke als dünn oder dick bezeichnet werden soll, hängt von der Temperatur ab. Ist sie hoch, so verschwindet das Gebiet des elektrischen Durchschlages fast vollkommen, bei niedrigen Temperaturen dagegen breitet es sich bedeutend aus.

Bei der mathematischen Behandlung des Problems setzt Rogowski den Widerstand des Isolators gleich

$$R = R_0 \left(1 - \frac{X}{X_0}\right) e^{-at}.$$
 (187)

Bei der Feldstärke X_0 verschwindet der Widerstand vollkommen — es tritt der rein elektrische Durchschlag ein. Für die wärmeelektrische Durchschlagspannung läßt sich dann der folgende angenäherte Ausdruck berechnen.

$$E_{we} = E_w \sqrt{1 - \frac{X}{X_0}}.$$
(188)

Mit E_w ist hier der Grenzwert der thermischen Durchschlagspannung $(d \to \infty)$ bezeichnet, X entspricht der Feldstärke, bei der der Durchschlag tatsächlich stattfindet. Die weitere Berechnung gestaltet sich verschieden, je nachdem wir es mit dünnen oder dicken Platten zu tun haben.

1. Dünne Platten. — In diesem Fall können wir

$$E_{we} = Xd \tag{189}$$

setzen. Die wärmeelektrische Durchschlagspannung berechnet sich dann zu

$$E_{we} = X_0 d \left(1 - \frac{X_0^2 d^2}{E_w^2} \right).$$
(190)

2. Dicke Platten. — Hier müssen wir in die Formel (188) die Beziehung

$$E_w = X d \tag{191}$$

11

Semenoff-Walther, Festigkeitslehre.

einsetzen. Wir bekommen dann näherungsweise

$$E_{we} = E_w \left(1 - \frac{E_w}{2 X_0 d} \right).$$
 (192)

Inwiefern werden nun die eben hergeleiteten Gesetzmäßigkeiten des wärmeelektrischen Durchschlages durch das Experiment bestätigt? In Abb. 116 sind vier der von den Autoren dieses Buches an Glas gemessenen Kurven eingezeichnet, die die Abhängigkeit zwischen E_m und d für verschiedene Temperaturen wiedergeben. Die Messungen sind an denselben Glaskugeln ausgeführt worden, für die die Temperaturabhängigkeit der Durchschlagspannung in Abb. 101 gegeben ist.



Abb. 116. Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke bei verschiedenen Temperaturen. Glaskugeln. Wechselsp. 50 per/sek nach Inge und Walther.

Wegen dieser Temperaturabhängigkeit könnte man erwarten, daß sich bei diesem Isolator am ehesten der wärmeelektrische Durchschlag als gerechtfertigt erweisen würde. Vergleichen wir jedoch die experimentell ermittelten Kurven mit den theoretischen (Abb. 115). so sehen wir, daß die Forderungen der Theorie hier keineswegs erfüllt werden. Nach der Theorie müßten alle Kurven in ihrem geradlinigen Teil zusammenfallen, in ihren gekrümmten Teilen dagegen um so höher liegen, je niedriger die Temperatur ist. Tatsächlich sind alle Kurven bei allen Temperaturen außer der

höchsten Geraden, deren Neigung bei Temperaturerhöhung stetig abnimmt. Es müßte also entweder die oben angeführte wärmeelektrische Theorie in irgendeiner Beziehung nicht zutreffen, oder müßte sich in den untersuchten Gläsern der reine Wärmedurchschlag bis zu Zimmertemperaturen erstrecken. Gegen die letzte Deutung spricht der Umstand, daß sich für die Abhängigkeit der Durchschlagspannung von der Schichtdicke das Proportionalitätsgesetz ergibt, das für den Wärmedurchschlag von homogenen Isolatoren keineswegs charakteristisch ist.

Trotz dieses Mißerfolges braucht aber die wärmeelektrische Auffassung nicht verworfen zu werden. So gut wie dem Durchschlag von Isolatoren bei sehr geringen Schichtdicken ein rein elektrischer Mechanismus, bei sehr großen dagegen ein Wärmemechanismus zugrunde liegen muß, ist unvermeidlich auch ein Übergangsgebiet — das wärmeelektrische Gebiet vorhanden. Die Frage ist nur, bei welchen Dicken wir bei gegebener Temperatur in dies Gebiet hineinkommen.

Die wärmeelektrische Auffassung dürfte sich bei dem Studium der Durchschlagsprobleme in künstlichen Isolatoren, wie öldurchtränkten Kabelpapieren und Hartpapieren gut bewähren. Solche Iso-

Schlußwort.

lierstoffe enthalten meistens Komponenten, die elektrisch wenig widerstandsfähig sind (z. B. Luftblasen). Da die Zerstörung dieser Komponenten eine große Erhöhung der Leitfähigkeit und der Verluste mit sich bringt, sind hier gerade die Bedingungen für die Ausbildung eines wärmeelektrischen Durchschlages sehr günstig. Außerdem werden solche Isolatoren meistens in Schichten von großer Dicke verwandt, was wiederum das Auftreten eines Wärmedurchschlages befördert. Es ist auch tatsächlich beobachtet worden, daß, während in geringen Schichten das öldurchtränkte Kabelpapier entschieden rein elektrisch durchschlagen wird, sich bei großen Dicken, an den Kabeln selbst, charakteristische Merkmale des thermischen Durchschlages beobachten lassen.

Schlußwort.

Die Ergebnisse, zu denen wir bei dem Studium der Durchschlagserscheinungen gelangten, lassen sich folgendermaßen zusammenfassen:

1. Bei hohen Temperaturen liegt dem Durchschlag der festen Isolatoren zweifellos ein Wärmeprozeß zugrunde. Die Wärmetheorie reicht vollkommen dazu aus, sowohl alle experimentell gefundenen Gesetzmäßigkeiten zu erklären, als auch die absoluten Werte der Durchschlagspannungen zu berechnen.

2. Bei niedrigen Temperaturen kann die Erscheinung des Durchschlages in seinen Grundzügen auch als geklärt gelten. Bei den homogenen Isolatoren ist sie wahrscheinlich ein Ionisationsprozeß, bei den nichthomogenen, besonders bei solchen, die ein Spaltengefüge besitzen, ist noch die Möglichkeit eines Zerreißens durch elektrostatische Kräfte vorhanden. Die beiden letzten Theorien erlauben sowohl die absoluten Werte der Durchschlagspannungen der Größenordnung nach richtig zu berechnen, als auch einige Abhängigkeiten (von der Schichtdicke z. B.) vorauszubestimmen. Andere Abhängigkeiten dagegen, wie diejenigen von der Frequenz, können diese Theorien jedoch nicht erklären. Sie werden durch Nebenerscheinungen bedingt. Eine der wichtigsten zukünftigen Aufgaben wird es sein, volle Klarheit in den Mechanismus dieser Nebenerscheinungen zu bringen.

Die von uns besprochenen Theorien sind, streng genommen, nur für Stoffe von kristallinischer Struktur gültig. In ihren Hauptzügen können sie aber auch auf beliebige andere feste Isolatoren verallgemeinert werden. Es kommen nur bei den letzteren eine große Anzahl von Nebenerscheinungen hinzu, wie z. B. eine chemische oder thermische Zersetzung, Zerstörung der minder widerstandsfähigen Bestandteile usw. Von diesen Nebenerscheinungen sahen wir in diesem Buche absichtlich ab. Sie sind so zahlreich und so kompliziert, daß sie das Thema einer selbständigen Untersuchung bilden können.

Literaturverzeichnis.

Im folgenden werden nur die meistens neuen Arbeiten erwähnt, die wir bei dem Niederschreiben des Buches benutzten. Ausführliche Literaturangaben, die auch ältere Arbeiten enthalten, sind in den Büchern (1-4) angeführt.

- 1. Günther-Schulze: Über die dielektrische Festigkeit. München 1924.
- 2. Schwaiger: Elektrische Festigkeitslehre. Zweite Auflage. Berlin: Julius Springer 1925.
- 3. Schumann: Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Berlin: Julius Springer 1923.
- 4. Bültemann: Dielektrisches Material. Berlin: Julius Springer 1926.
- Langmuir: The pressure effect and other Phenomena in gaseous discharges. J. Frankl. Inst. Bd. 196, S. 751. 1923.
- Compton, Turner and McCurdy: Theorie and Experiments relating to the striated glow discharge in mercury vapour. Phys. Rev. Bd. 24, S. 597. 1924.
 Extended Parine Research and Kampton an
- 7. Estorff: Beiträge zur Kenntnis der Kugelfunkenstrecke. Berlin 1917.
- Atkinson: Die Feldverteilung in elektrischen Hochspannungskabeln. Ref. ETZ 1922, S. 205.
- Semenoff, N. u. W. Kudrjawzewa: Über einige Fälle der räumlichen Potentialverteilung beim Stromdurchgang durch Gase. Verh. des Röntg. und Radiol. Inst. in Petrograd. Berlin 1922.
- Semenoff, N. u. A. Walther: Über eine experimentelle Methode der Erforschung von elektrischen Feldern. Z. Physik, Bd. 17, S. 67. 1923.
- Inge, Lydia u. A. Walther: Elektrostatische Felder von Drahtnetzen und Diaphragmen. Z. Physik, Bd. 19, S. 192. 1923.
- Semenoff, N. u. Anton Walther: Über einige experimentelle Methode der Erforschung von elektrischen Wechselfeldern. Z. Physik, Bd. 19, S. 136. 1923.
- Fock, V., W. Malyschew u. Alexander Walther: Die elektrischen Felder von einigen Hochspannungskabeln. Arch. Elektrot. 1928.
- Außerdem ist ein kurzer Bericht über die Arbeiten (9-12) in den Reports of the Phys.-Techn. Roentgen Institute and the Leningrad Phys.-Techn. Laboratory 1918-1926, Leningrad 1926 (englisch), enthalten.
- 15. Townsend: Electricity in gases.
- 16. Richardson: The emission of electricity from hot bodies, 1916.
- 17. Bloch: Les phénomènes thermioniques. Paris 1920.
- Schottky, W.: Über kalte und warme Elektronenentladung. Z. Physik, Bd. 14, S. 63. 1923.
- 19. Lilienfeld: Die Röntgenstrahlung der Kathode bei der autoelektrischen Entladung Phys. Z. Bd. 23, S. 506. 1922.
 Einiges experimentelle zur autoelektronischen Entladung. Z. Physik, Bd. 15, S. 46. 1923.
- Millikan u. Shackelford: On the possibility of pulling elektrons from metals by powerful electric fields. Phys. Rev. Bd. 15, S. 230. 1920.
 Millikan and C. Eyring: Laws governing the pulling of elektrons out of metals by intense electrical fields. Phys. Rev. Bd. 27, S. 51. 1926.
- Del Rosario: Low Pressure electric Discharge in intense Electric Fields. J. Frankl. Inst. Bd. 203, S. 243. 1927.

22. Rother: Über den Austritt von Elektronen aus kalten Metallen. Ann. Phys. Bd. 81, S. 317. 1926.

— Die Elektronenentladung bei kleinen Elektrodenabständen. Phys. Z. Bd. 23, S. 423. 1922.

- 23. Conradi: Beiträge zur autoelektrischen Entladung. Leipziger Dissert. 1925.
- 24. Tubandt: Zeitschr. f. anorg. Chem. Bd. 110, S. 196; Bd. 115, S. 105; Bd. 117, S. 1 u. 48. 1920–1921.
- Lukirski, S. Sčucareff u. Frl. O. Trapesnikoff: Z. Physik, Bd. 31, S. 525. 1925.
- Schiller: Elektrolytische Leitung bei hohen Feldstärken. Ann. Physik, Bd. 83, S. 137. 1927.
- 27. Joffé: Elektrizitätsdurchgang durch Kristalle. Ann. Physik, Bd. 72, S. 461.
 1923. Literaturangabe ebenda.
 Electrical Conductivity of dielectrical Crystals. Reports of the Phys.-Techn. Roentgen Inst. and the Leningr. Phys.-Techn. Lab. 1918—1926, S. 185.
- Gehlkoff u. Thomas: Die physikalischen Eigenschaften der Gläser in Abhängigkeit von der Zusammensetzung. Z. techn. Phys. Jg. 1925, Nr. 10, S. 544.
- 29. Wagner, K.: Dielektrische Eigenschaften von verschiedenen Isolierstoffen. Arch. Elektrot. Bd. 3, S. 67. 1914.
- Sinjelnikoff u. Anton Walther: Über die Natur der dielektrischen Verluste. Z. Physik, Bd. 40, S. 786. 1927.
- 31. Wagner, K.: Erklärung der dielektrischen Nachwirkungsvorgänge auf Grund Maxwellschen Vorstellungen. Arch. Elektrot. Bd.2, S. 371. 1914.
- 32. Schiller, H.: Über das Verhalten von Dielektrika bei hohen Feldstärken. Z. techn. Phys. Jg. 1925, Nr. 11, S. 589. Elektrizitätsleitung in festen Dielektriken bei hohen Feldstärken. Arch. Elektrot. Bd. 17, S. 600. 1927.
- Pool, H. H.: On the electrical Conductivity of some dielektrics. Phil. Mag. Bd. 42, S. 488. 1921.
- 34. Granier, M.: Bull. Soc. Franz. Electr. Bd. 28, S. 333. 1923.
- 35. Frigon, M.: Rev. gen. electr. Bd. 11, S. 197. 1922.
- Wagner, K.: The physical nature of the electrical Breakdown of solid dielectrics. J. Am. Electr. Engs Bd. 41, S. 1034. Dezember 1922.
- Inge, Lydia N. Semenoff u. Alexander Walther: Über den Durchschlag fester Isolatoren. Arch. Elektrot. Bd. 17, S. 433. 1926.
- Weimer: Der Einfluß der Temperaturen auf die dielektrische Festigkeit von Porzellanisolatoren. El. u. Maschinenbau, Bd. 29, S. 58. 1911.
- 39. Rogowski, W.: Molekulare und technische Durchschlagfeldstärke fester elektrischer Isolatoren. Arch. Elektrot. Bd. 18, S. 123. 1927.
- 40. Der Durchschlag fester Isolatoren. Arch. Elektrot. Bd. 13, S. 153. 1924.
- Kármán: Das thermisch-elektrische Gleichgewicht fester Isolatoren. Arch. Elektrot. Bd. 13, S. 174. 1924.
- Fock, V.: Die Wärmetheorie des Durchschlages. Arch. Elektrot. Bd. 19, S. 71. 1927.
- 43. Dreyfus: Mathematische Theorien für den Durchschlag fester Isoliermaterialien. Bull. Schweiz El. Ver. 1924, Heft 7 und 12; El. u. Maschinenb. 1926, S. 133.
- 44. Pirani u. Schönborn: Die Bestimmung der elektrischen Durchschlagfestigkeit von Gläsern und keramischen Stoffen. Z. techn. Phys. 1925, S. 351.
- Inge, L., N. Semenoff u. A. Walther: Über den Durchschlag fester Isolatoren. Z. Physik, Bd. 32, S. 273. 1925.
 Inge, L. u. A. Walther: Durchschlag von Isolatoren bei hohen Temperaturen. Z. Physik. Bd. 34, S. 15. 1925;
 - Durchschlag von Glas. Z. Physik, Bd. 37, S. 292. 1926;

Inge, L. u. A. Walther: Durchschlag von Porzellan bei hohen Temperaturen. Arch. Elektrot. Bd. 18, S. 542. 1927.

- 46. Moscicki, J.: Über Hochspannungskondensatoren. ETZ Bd. 25, S. 527. 1904.
- 47. Rochow, H.: Über einige Fragen der elektrischen Festigkeitslehre. Arch. Elektrot. Bd. 14, S. 361. 1925.
- 48. Sonnenschein: Elektrische Eigenschaften von Kunstharzen und Hartpapieren in der Erwärmung. Arch. Elektrot. Bd. 17, S. 481. 1926.
- 49. Inge, Lydia u. Alexander Walther: Durchschlag von festen Isolatoren in homogenen und nichthomogenen elektrischen Feldern. Arch. Elektrot. Bd. 19, S. 257. 1928.
- 50. Grünewald: Durchschlag von Hartpapierisolation bei elektrischem Stoß im Vergleich zu anderen elektrischen Beanspruchungen. ETZ 1927, H. 4.
- 51. Mündel: Zum Durchschlag fester Isolatoren. Arch. Elektrot. Bd. 15, S. 320. 1925.
- Goebeler: Über die dielektrischen Eigenschaften von Luft und einiger fester Isoliermaterialien bei hochgespannter Hochfrequenz. Arch. Elektrot. Bd. 14, S. 491. 1925.
- 53. Siedentopf: Phys. Z. Bd. 6, S. 885. 1905.
- 54. Horowitz: Das Griffithsche Prinzip und die dielektrische Durchschlagfestigkeit. Arch. Elektrot. Bd. 18, S. 535, 1927.
- 55. Joffé, A., J. Kurchatoff and K. Sinelnikoff: The mechanism of breakdown of dielectrics. Publications from the Massachusets Inst. of Techn. Vol. 62 Nr. 117. 1927. Siehe ebenfalls Comptes Rendus de l'Union R. S. S. 1927 und Phys. Z. Heft 24. 1927.
- 56. Weickert: Mitteilungen der Hennsdorf-Schomburg-Isolatoren-G. m. b. H. 1926, S. 707; ETZ 1926, S. 177.
- 57. Rogowski: Die elektrische Festigkeit am Rande des Plattenkondensators. Arch. Elektrot. Bd. 12, Heft 1. 1923.
- Rogowski, Flegler, Tamm: Über Wanderwelle und Durchschlag. Neue Aufnahmen mit dem Kathodenoszillographen. Arch. Elektrot. Bd. 18, S. 1179. 1927.
- 59. Smekal: Molekulare und technische Durchschlagfeldstärke fester elektrischer Isolatoren. Arch. Elektrot. Bd. 18, S. 525. 1927.
- 60. Mayr: Eine neue Schaltung zur Messung der Durchschlagsverzögerung fester Isolatoren. Arch. Elektrot. Bd. 19, S. 108. 1927.

α ⁰	C	ψ (α)	α ⁰	C	ψ(α)	
0	0,0000	0,0000	45,0	2,571	0,5210	
2,5	0,0038	0,0265	47,5	3,173	0,5544	
5,0	0,0154	0,0530	50,0	3,937	0.5882	
7.5	0,0349	0,0796	52,5	4,921	0,6224	
10.0	0.0628	0.1064	55,0	6,207	0.6568	
12.5	0,0999	0.1334	57.5	7,920	0.6913	
15.0	0,1470	0,1606	60,0	10,28	0.7256	
17.5	0,2053	0,1881	62,5	13,52	0,7597	
20.0	0.2764	0.2160	65.0	18.22	0.7930	
22.5	0.3621	0.2442	67.5	25.25	0.8255	
25,0	0,4654	0.2730	70.0	36.27	0.8566	
27.5	0,5886	0,3020	72.5	54.44	0.8860	
30,0	0,7364	0.3317	75.0	86,86	0.9131	
32,5	0,9139	0,3618	77,5	150.6	0.9375	
35,0	1,128	0,3925	80,0	294.8	0,9587	
37.5	1.387	0.4238	82,5	699.7	0.9761	
40.0	1.702	0.4557	85.0	2363	0.9891	
42.5	2.090	0.4880	87.5	18909	0.9972	
45,0	2,571	0,5210	90,0	00	1,0000	

Anhang.

Tabelle I.

Tabelle II. Die Funktion C.

α/x_m	12	14	16	18	20	22
0	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2,5	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038	0,0038
5,0	0,0153	0,0153	0,0153	0,0153	0,0153	0,0153
7,5	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349	0,0349
10,0	0,0628	0,0628	0,0628	0,0628	0,0628	0,0628
12,5	0,0998	0,0998	0,0998	0,0998	0,0998	0,0998
15,0	0,1467	0,1467	0,1467	0,1468	0,1468	0,1468
17,5	0,2048	0,2048	0,2048	0,2049	0,2049	0,2050
20,0	0,2755	0,2755	0,2756	0,2757	0,2758	0,2758
22,5	0,3606	0,3607	0,3608	0,3610	0,3611	0,3612
25,0	0,4626	0,4629	0,4631	0,4634	0,4636	0,4637
27,5	0,5844	0,5850	0,5854	0,5857	0,5860	0,5863
30,0	0,7300	0,7310	0,7315	0,7321	0,7324	0,7329
32,5	0,9048	0,9058	0,9065	0,9074	0,9082	0,9086
35,0	1,114	1,116	1,117	1,118	1,119	1,120
37,5	1,367	1,369	1,371	1,373	1,375	1,375
40,0	1,674	1,677	1,680	1,683	1,685	1,686
42,5	2,049	2,054	2,058	2,063	2,065	2,067
45,0	2,512	2,519	2,526	2,531	2,535	2,538
47,5	3,090	3,101	3,109	3,116	3,123	3,126
50,0	3,818	3,833	3,845	3,856	3,864	3,870
52,5	4,750	4,771	4,789	4,804	4,816	4,824
55,0	5,960	5,990	6,015	6,037	6,054	6,066
57,5	7,558	7,604	7,641	7,671	7,696	7,715
60,0	9,717	9,787	9,841	9,886	9,923	9,950

α/x_m	12	14	16	18	20	22	
	0.07639	0.06633	0.05859	0.05247	0.04750	0.04339	
2.5	0.07639	0.06632	0.05859	0.05247	0.04750	0.04339	
5.0	0,07638	0,06631	9,05858	0.05246	0.04750	0,04339	
7.5	0,07635	0,06630	0.05857	0.05245	0.04749	0,04337	
10.0	0,07633	0,06628	0.05855	0.05243	0,04748	0,04337	
12,5	0,07629	0,06625	0,05854	0,05242	0,04746	0,04336	
15,0	0,07625	0,06623	0,05851	0,05240	0,04745	0,04334	
17.5	0,07620	0.06619	0.05848	0,05238	0,04742	0,04333	
20,0	0,07614	0,06614	0.05843	0,05235	0,04740	0,04331	
22,5	0,07607	0,06608	0,05840	0,05231	0,04738	0,04328	
25,0	0,07598	0,06602	0,05835	0,05227	0,04734	0,04325	
27,5	0,07588	0,06595	0,05829	0,05222	0,04730	0,04323	
30,0	0,07577	0,06586	0,05822	0,05217	0,04726	0,04319	
32,5	0,07564	0,06576	0,05815	0,05211	0,04720	0,04314	
35,0	0,07549	0,06565	0,05806	0,05204	0,04715	0,04310	
37,5	0,07533	0,06552	0,05797	0,05196	0,04709	0,04304	
40,0	0,07514	0,06538	0,05785	0,05188	0,04701	0,04298	
42,5	0,07492	0,06522	0,05772	0,05177	0,04692	0,04291	
45,0	0,07468	0,06504	0,05758	9,05165	0,04682	0,04283	
47,5	0,07441	0,06484	0,05742	0,05152	0,04671	0,04274	
50,0	0,07410	0,06459	0,05723	0,05137	0,04659	0,04263	
$52,\!5$	0,07375	0,06432	0,05702	0,05120	0,04645	0,04250	
55,0	0,07335	0,06401	0,05678	0,05101	0,04630	0,04238	
$57,\!5$	0,07290	0,06368	0,05651	0,05079	0,04612	0,04223	
60,0	0,07239	0,06330	0,05620	0,05053	0,04590	0,04205	
Tabelle IV. Die Funktion lg v.							
α/X_m	12	14	16	18	20	22	
0	<u>∞</u>		<u>—∞</u>		$-\infty$	∞	
$2,\!5$	0,1666	0,5340	0,9103	1,2934	1,6820	2,0749	
5,0	0,4684	0,8358	1,2122	1,5952	1,9838	2,3767	
7,5	0,6457	1,0131	1,3894	1,7726	2,1611	2,5540	
10,0	0,7723	1,1397	1,5160	1,8993	2,2879	2,6808	
12,5	0,8715	1,2390	1,6153	1,9986	2,3871	2,7801	
15,0	0,9534	1,3209	1,6973	2,0806	2,4692	2,8622	
17.5	1.0236	1.3912	1,7676	2,1510	2,5396	2,9326	

Tabelle III. Die Funktion $\frac{1}{2}$

25,01,9362 2,3196 1,1916 1,5595 2,3668 2,7556 3,1489 1,2386 1,6066 1,9834 27,53,1933 30,0 1,2826 1,6509 2,0276 2,4112 2,8000 2,8422 3,2354 32,5 1,3244 1.6927 2,0695 2,4532 2,8825 3,2759 35,0 1,3644 1,7326 2,1098 2,4935 3,3149 2,9215 2,5324 1,4028 1,7713 2,1486 37,5 2,5702 3,3529 2,9595 40,0 1,4402 1.8089 2,1862 2,2232 2,6074 2,9968 3,3903 42,5 1,4770 1,8458 2,6442 3,4273 2,2599 3,0337 1.8822 45,0 1,5131 2,6809 3,0705 3,4642 1,9185 2,2964 47,51,5491 2,7176 3,1074 3,5012 1,9549 2,3330 50,0 1,5852 2,7549 3,1448 3,5387 2,3700 52,51,6217 1,9917 3,5769 2,7928 3,1828 2,4077 2,0291 55,0 1.65882,8318 3,2220 3,6163 57,5 1,6968 2,0675 2,4465 2,1073 2,4866 2,8722 3,2627 3,6571 1,7362 60,0

1,8296

1,8852

1,4530

1,5086

2,2129

2,2687

2,6016

2,6573

2,7084

2,9946

3,0504

3,1015

Druck von Oscar Brandstetter in Leipzig.

17,5

20,0

22,5

1,0854

1,1409

Elektrische Festigkeitslehre. Von Prof. Dr.-Ing. A. Schwaiger, München. Zweite, vollständig umgearbeitete und erweiterte Auflage des "Lehrbuchs der elektrischen Festigkeit der Isoliermaterialien". Mit 448 Textabbildungen, 9 Tafeln und 10 Tabellen. VIII, 474 Seiten. 1925.

Gebunden RM 27.-

- Isolierte Leitungen und Kabel. Erläuterungen zu den Normen für isolierte Leitungen in Starkstromanlagen, den Normen für isolierte Leitungen in Fernmeldeanlagen, den Normen für umhüllte Leitungen und den Kupfernormen. Im Auftrage des Verbandes Deutscher Elektrotechniker herausgegeben von Dr. Richard Apt. Dritte, neubearbeitete Auflage. Mit 20 Textabbildungen. IX, 235 Seiten. 1928. RM 12.—; gebunden RM 13.—
- Die Porzellan-Isolatoren. Von Professor Dr. Gustav Benischke. Zweite, erweiterte Auflage. Mit 162 Abbildungen im Text. 116 Seiten. 1923. RM 4.80; gebunden RM 5.60
- Die Isolierstoffe der Elektrotechnik. Vortragsreihe, veranstaltet von dem Elektrotechnischen Verein E. V. und der Technischen Hochschule Berlin. Herausgegeben im Auftrage des Elektrotechnischen Vereins E. V. von Prof. Dr. H. Schering. Mit 197 Abbildungen im Text. IV, 392 Seiten. 1924. Gebunden RM 16.—

Die Materialprüfung der Isolierstoffe der Elektrotech-

nik. Herausgegeben von Walter Demuth, Oberingenieur, Vorstand des Mech.-Tech. Laboratoriums der Porzellanfabrik Hermsdorf i. Th., unter Mitarbeit der Oberingenieure Hermann Franz und Kurt Bergk. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 132 Abbildungen im Text. VIII, 254 Seiten. 1923. Gebunden RM 12.—

Dielektrisches Material. Beeinflussung durch das elektrische Feld. Eigenschaften. Prüfung. Herstellung. Von Dr.-Ing. A. Bültemann, Dresden. Mit 17 Textabbildungen. VI, 160 Seiten. 1926.

RM 10.50; gebunden RM 12.-

- Die Eigenschaften elektrotechnischer Isoliermaterialien in graphischen Darstellungen. Eine Sammlung von Versuchsergebnissen aus Technik und Wissenschaft. Von Dr. U. Retzow, Abteilungsleiter der AEG-Fabrik für elektrische Meßinstrumente, Berlin. Mit 330 Abbildungen. VI, 250 Seiten. 1927. Gebunden RM 24.—
- Elektrische Durchbruchsfeldstärke von Gasen. Theoretische Grundlagen und Anwendung. Von Prof. W. O. Schumann, Jena. Mit 80 Textabbildungen. VII, 246 Seiten. 1923.

RM 7.20; gebunden RM 8.40

Mitteilungen der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co., A.-G.

- Heft 6: Uber die Entladungsvorgänge auf Isolatoren. Von Prof. Dr.-Ing.
 A. Schwaiger, München. Mit 23 Textabbildungen. 23 Seiten. 1925.
 RM 1.50
- Heft 7: Uber Verlustwinkel- und Kapazitätsmessungen an Porzellan.
 Von Dr.-Ing. K. Draeger, Oberingenieur der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co., A.-G., Selb in Bayern. Mit 22 Textabbildungen. 36 Seiten. 1925.
 RM 2.10
- Heft 8: Uber Zerstörungs- und Alterungserscheinungen an Porzellanisolatoren. Von Dr.-Ing. K. Draeger, Oberingenieur der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co., A.-G., Selb in Bayern. Mit 16 Textabbildungen. IV, 36 Seiten. 1926. RM 2.40
- Heft 9: Über die Durchschlagsspannung und den Verlustwinkel bei festen Isolatoren. Erster Teil. Von Dr.-Ing. K. Draeger, Oberingenieur der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co., A.-G., Selb in Bayern. Mit 23 Textabbildungen. II, 30 Seiten. 1926. RM 1.80
- Heft 12: Der Einfluß verschiedener Spannungsarten auf die Kapazität und Spannungsverteilung von Isolatorenketten. Von Dr.-Ing. K. Draeger, Oberingenieur der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co., A.-G., Selb in Bayern. Mit 23 Textabbildungen. II, 33 Seiten. 1927. RM 2.—
- Heft 13: Uber einige Fragen zur Isolierung von Hochspannungsfreileitungen. Von Dr.-Ing. K. Draeger, Oberingenieur der Porzellanfabrik Ph. Rosenthal & Co., A.-G., Selb in Bayern. Mit 22 Textabbildungen. 40 Seiten. 1928.
 RM 2.—
- Gummifreie Isolierstoffe. Technisches und Wirtschaftliches. Unter Mitarbeit von Fachgenossen verfaßt von Dr.-Ing. Arthur Sommerfeld, Freiburg i. Br. Herausgegeben vom Zentralverband der deutschen elektrotechnischen Industrie E. V. Berlin. Mit zahlreichen Abbildungen. 103 Seiten. 1927. RM 2.80; gebunden RM 3.60
- Kurzschlußströme beim Betrieb von Großkraftwerken. Von Prof. Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h. Reinhold Rüdenberg, Chefelektriker, Privatdozent, Berlin. Mit 60 Textabbildungen. IV, 75 Seiten. 1925. RM 4.80
- Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungserscheinungen in Starkstromanlagen. Von Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h. Reinhold Rüdenberg, Chefelektriker, Privatdozent, Berlin. Zweite, berichtigte Auflage. Mit 477 Abbildungen im Text und einer Tafel. VIII, 510 Seiten. 1926. Gebunden RM 24.-

- Vorlesungen über Elektrizität. Von Prof. A. Eichenwald, Dipl.-Ing. (Petersburg), Dr. phil. nat. (Straßburg), Dr. phys. (Moskau). Mit 640 Abbildungen. VIII, 664 Seiten. 1928.
 RM 36.—; gebunden RM 37.50
- Lehrbuch der Elektrodynamik von Dr. J. Frenkel, Professor für theoretische Physik am Polytechnischen Institut in Leningrad.
 - Erster Band: Allgemeine Mechanik der Elektrizität. Mit 39 Abbildungen. X, 365 Seiten. 1926. RM 28.50; gebunden RM 29.70

Zweiter Band: Makroskopische Elektrodynamik der materiellen Körper. Mit 50 Abbildungen. XII, 505 Seiten. 1928.

RM 45.-; gebunden RM 46.20

Elektrotechnik. Redigiert von W. Westphal. Mit 360 Abbildungen. VII, 392 Seiten. 1926. RM 31.50; gebunden RM 33.60 (Bildet Band XVII des Handbuches der Physik, herausgegeben von H. Geiger und Karl Scheel.)

Kurze Inhaltsangabe:

Telegraphie und Telephonie auf Leitungen. Von Dr. F. Breisig, Berlin. — Drahtlose Telegraphie und Telephonie. Von Prof. Dr. F. Kiebitz, Berlin. — Röntgentechnik. Von Dr. Hermann Behnken, Berlin. — Elektromedizin. Von Dr. Hermann Behnken, Berlin. — Transformatoren. Von Dr. R. Vieweg und Dipl.-Ing. V. Vieweg, Berlin. — Elektrische Maschinen. Von Dr. R. Vieweg und Dipl.-Ing. V. Vieweg, Berlin. — Technische Quecksilberdampf-Gleichrichter. Von Prof. Dr. A. Güntherschulze, Berlin. — Hochspannungstechnik. Von Prof. Dr. W. O. Schumann, München. — Überströme und Überspannungen. Von Dr. A. Fraenckel, Berlin. — Sachverzeichnis.

- Das elektromagnetische Feld. Ein Lehrbuch von Emil Cohn, ehem. Professor der theoretischen Physik an der Universität Straßburg. Zweite, völlig neubearbeitete Auflage. Mit 41 Textabbildungen. VI, 366 Seiten. 1927. Gebunden RM 24.—
- Hochfrequenzmeßtechnik. Ihre wissenschaftlichen und praktischen Grundlagen. Von Dr.-Ing. August Hund, Beratender Ingenieur. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 287 Abbildungen im Text. XIX, 526 Seiten. 1928. Gebunden RM 39.-
- Die Grundlagen der Hochfrequenztechnik. Eine Einführung in die Theorie von Dr.-Ing. Franz Ollendorff, Charlottenburg. Mit 379 Abbildungen im Text und 3 Tafeln. XVI, 640 Seiten. 1926. Gebunden RM 36.—
- Die Grundlagen der Hochvakuumtechnik. Von Dr. Saul Dushman, Schenectady. Deutsch von Dr. phil. R. G. Berthold und Dipl.-Ing. E. Reimann. Mit 110 Abbildungen im Text und 52 Tabellen. XII, 298 Seiten. 1926. Gebunden RM 22.50

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.

Von Prof. Dr. Gustav Benischke. Sechste, vermehrte Auflage. Mit 633 Abbildungen im Text. XVI, 682 Seiten. 1922. Gebunden RM 18.—

Hochspannungstechnik. Von Dr.-Ing. Arnold Roth. Mit 437 Abbildungen im Text und auf 3 Tafeln sowie 75 Tabellen. VIII, 534 Seiten. 1927. Gebunden RM 31.50

Überströme in Hochspannungsanlagen. Von J. Biermanns, Chefelektriker der AEG-Fabriken für Transformatoren und Hochspannungsmaterial. Mit 322 Textabbildungen. VIII, 452 Seiten. 1926.

Gebunden RM 30.-

Elektrische Starkstromanlagen. Maschinen, Apparate, Schaltungen, Betrieb. Kurzgefaßtes Hilfsbuch für Ingenieure und Techniker sowie zum Gebrauch an technischen Lehranstalten. Von Oberstudienrat Dipl. Ing. Emil Kosack, Magdeburg. Sechste, durchgesehene und ergänzte Auflage. Mit 296 Textfiguren. XII, 330 Seiten. 1923.

RM 5.50; gebunden RM 6.90

Bau großer Elektrizitätswerke. Von Prof. Dr.-Ing. h. c., Dr. phil. G. Klingenberg, Geh. Baurat. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 770 Textabbildungen und 13 Tafeln. VIII, 608 Seiten. Berichtigter Neudruck 1926. Gebunden RM 45.—

Deutschlands Großkraftversorgung. Von Dr. Gerhard Dehne. Mit 44 Abbildungen. VI, 99 Seiten. 1925. Gebunden RM 7.-

- Das Bayernwerk und seine Kraftquellen. Von Dipl.-Ing. A. Menge, München. Mit 118 Abbildungen im Text und 3 Tafeln. VIII, 104 Seiten. 1925. RM 6.-
- Die Kraftübertragungsleitungen Deutschlands. Vereinigte Aluminiumwerke Aktiengesellschaft Lautawerke (Lausitz). 19 Seiten 1927. RM 1.50
- Höchstspannungs-Tagung Essen. Sechs Vorträge. Herausgegeben vom Elektrotechnischen Verein des rheinisch-westfälischen Industriebezirks e. V., Essen 1926. 108 Seiten. 1926. Gebunden RM 12.—