

DIE WISSENSCHAFT

Sammlung von Einzeldarstellungen aus den Gebieten der
Naturwissenschaft und der Technik

Herausgegeben von Prof. Dr. WILHELM WESTPHAL

BAND 82

Elektrische Meßmethoden und Meßinstrumente

Von

Dr. Siegfried Valentiner

o. Professor der Physik an der Bergakademie Clausthal



Springer Fachmedien Wiesbaden

Elektrische Meßmethoden und Meßinstrumente

Ein Hilfsbuch zum Gebrauch bei einfachen
elektrischen Arbeiten im Laboratorium

Von

Dr. Siegfried Valentiner

o. Professor der Physik an der Bergakademie Clausthal

Mit 110 Abbildungen



Springer Fachmedien Wiesbaden

ISBN 978-3-322-98385-5 ISBN 978-3-322-99133-1 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-322-99133-1

Alle Rechte vorbehalten

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1930

Vorwort

Der Inhalt der folgenden Seiten soll die Studenten der Naturwissenschaften, insbesondere die Studenten der Physik und der Chemie bei ihren Arbeiten im Laboratorium unterstützen, ferner den vielen Chemikern und Ingenieuren, die in Industrie- und Werkslaboratorien oft mancherlei einfache elektrische Messungen auszuführen haben, zugute kommen. Er stellt eine kurze Zusammenfassung der gebräuchlichen elektrischen Meßmethoden dar, nach der ein Bedürfnis vorliegt, wenn ich die von verschiedenen Seiten oft gehörten Wünsche, die auch Veranlassung zu der Abfassung des Bändchens geworden sind, richtig bewerte. Ich selbst habe zuweilen den Mangel einer kurzen Darstellung der Grundlagen elektrischer und magnetischer Gesetze und der Meßmethoden empfunden, wenn es sich darum handelte, einem Ingenieur in der Praxis oder einem Studenten für seine Arbeiten im Laboratorium und im Physikalischen Praktikum ein Bändchen solchen Inhalts zu empfehlen, das durch seine Systematik und Übersichtlichkeit (besser als ein bloßes Rezeptbuch) ein tieferes Verständnis der elektrischen und magnetischen Erscheinungen zu vermitteln vermag, das für die zweckmäßige Ausnutzung vorhandener Meßgeräte und bekannter Meßmethoden notwendig ist. Von Nichtphysikern und Anfängern wird das dem Physiker unentbehrliche, so ausgezeichnete Lehrbuch der praktischen Physik von Kohlrausch als zu umfangreich und zu kompakt häufig abgelehnt, besonders dann, wenn nur der Wunsch nach einer kurzen Behandlung der Aufgaben aus dem Gebiet der Elektrizität und des Magnetismus vorliegt.

Das Bändchen wurde in die beiden Abschnitte „Grundbegriffe“ und „Meßmethoden“ geteilt, um die Darstellung in

eine möglichst knappe Form bringen zu können, ohne fordern zu müssen, daß der Leser, der allerdings den Gegenstand wenigstens aus einer einleitenden Vorlesung über Experimentalphysik kennen muß, noch ein Lehrbuch der Physik zu Hilfe nimmt. Und es wurden im ersten Teil zusammenhängend fast nach Art eines Repetitoriums alle die Grundbegriffe und Definitionen elektrischer und magnetischer Größen behandelt, auf die im zweiten Teil Bezug genommen werden mußte. Was die Auswahl des Stoffes anlangt, so war sie durch den Zweck des Bändchens ziemlich eindeutig gegeben.

Zu der Wahl der Einheiten möchte ich bemerken, daß ich mich im wesentlichen an die Vorschläge des AEF gehalten habe, insbesondere an die, die sich auf die Benutzung der technischen Einheiten beziehen. Das gleiche gilt von den verwendeten Formelzeichen.

Ich möchte das Bändchen nicht herausgehen lassen, ohne Herrn Professor Dr. Westphal, der mich zu der Abfassung veranlaßt hat, für Anregung, Interesse und mancherlei wertvolle Hilfe herzlichst zu danken. Auch meinem Assistenten, Herrn Dr. Becker, der wie Herr Westphal eine Korrektur des Bändchens mit gelesen hat, sage ich hier gern meinen Dank.

Clausthal, März 1930

S. Valentin

Inhaltsverzeichnis

Abschnitt I

Einheiten — Grundbegriffe — Definitionen

A. Einheiten

Seite

Reichsgesetz vom 1. Juni 1898. — Neben den Einheiten der Maße, Länge, Zeit ist die Einheit der Elektrizitätsmenge notwendig	1
--	---

B. Grundbegriffe und Definitionen aus dem Gebiet der Elektrizität und des Magnetismus

a) Elektrostatik

1. Elektrizitätsmenge	6
2. Coulombsches Gesetz	7
3. Elektrische Feldstärke	8
4. Spannung — Potentialdifferenz	8
5. Kapazität eines Leiters	9
6. Dielektrizitätskonstante	10
7. Elektrische Verschiebung	11

b) Elektrodynamik, Gleichstrom

8. Elektrischer Strom	12
9. Faradaysche Gesetze	12
10. Leistung	13
11. Widerstand in festen Körpern	13
12. Ohmsches Gesetz	15
13. Kirchhoffsche Regeln	15
14. Widerstand von Flüssigkeiten	16
15. Widerstand in Gasen	17
16. Leitung durch Elektronen im Vakuum	19
17. Joulesches Gesetz (Ergänzung zu 10)	19
18. Normalelemente	19

c) Wechselwirkung zwischen elektrischem und magnetischem Feld

19. Erste Maxwellsche Gleichung	21
20. Biot-Savartsches Gesetz	23
21. Tangentenbussole	24
22. Magnetische Feldstärke	24
23. Magnetische Spannung	25

	Seite
24. Magnetischer Fluß	26
25. Zweites Maxwellsches Gesetz	26
26. Magnetischer Widerstand	27
27. Permeabilität	27
28. Intensität der Magnetisierung	28
29. Entmagnetisierungsfaktor	29
30. Remanenz. Permanente Magnete	29
31. Magnetisches Moment	30
32. Erdmagnetismus	31
33. Induktionskoeffizient	32

d) Veränderlicher Strom, Wechselstrom

34. Graphische Darstellung des zeitlichen Verlaufs veränderlicher Ströme	33
35. Wechselstromwiderstand, Scheinwiderstand	35
36. Effektivwert der Stromstärke und der Spannung	38
37. Zwei allgemeine Regeln über den Widerstand	38
38. Resonanz	39

Abschnitt II

Messung elektrischer und magnetischer Größen

Allgemeine Vorbemerkung über den Reduktionsfaktor	40
---	----

A. Messung im Gleichstromkreis

a) Messung des Stromes und der Elektrizitätsmenge

α) Strommessung durch Instrumente mit bekanntem oder berechenbarem Reduktionsfaktor

1. Voltmeter (Elektrolyse). (Messung des „internationalen“ Ampere.)	40
2. Stromwaage. (Messung des „absoluten“ Ampere.)	44
3. Tangentenbusssole	46
4. Sinusbusssole	49
β) Strommessung durch Instrumente, die eine Eichung erfordern	
5. Drehspulengalvanometer	49
6. Stromempfindlichkeit des Galvanometers	51
7. Dämpfung und Einstellzeit	52
8. Nadelgalvanometer	55
9. Ballistische Stromempfindlichkeit des Galvanometers	57
10. Saitengalvanometer	60
11. Hitzdrahtinstrumente	62
12. Experimentelle Bestimmung der Empfindlichkeit und Dämpfung eines Galvanometers	63

γ) Strommessung mit geeichten Zeigerinstrumenten

13. Drehspulinstrumente für verschiedenen Meßbereich	64
14. Weicheisen- und Dreheiseninstrumente	66
15. Eichung und Prüfung der Meßinstrumente	66

δ) Strommessung besonderer Art		Seite
16. Strommessung nach dem Ohmschen Gesetz		67
17. Strommessung durch Kondensatoraufladung		67
18. Strom in einer Ionisationskammer		68
19. Charakteristik einer Verstärkerröhre		69
20. Messung der Höhenstrahlung		72
21. Messung der Aktivität radioaktiver Präparate		73
 b) Messung der Spannung 		
α) Absolute Messung der Spannung		
22. Thomsons absolutes Elektrometer		76
β) Relative Messung auf Grund des Coulombschen Gesetzes. Elektrometer		
23. Instrumente mit Schwerkraftwirkung		77
24. Instrumente mit Bieungsbeanspruchung		79
25. Instrumente mit Torsionsbeanspruchung		80
26. Schaltungsweisen der Quadrantelektrometer		82
γ) Elektromagnetische Spannungsmessung		
27. Spannungsempfindlichkeit eines Galvanometers		82
28. Kompensationsmethode		83
29. Kompensationsapparat für große Spannungen		86
30. Kompensationsapparat für kleine Spannungen		88
31. Technische Voltmeter		89
δ) Spannungsmessung in besonderen Fällen		
32. Benutzung einer Funkenstrecke zur Messung hoher Spannungen		90
33. Spannungsmessung mit Röntgenstrahlung		91
 c) Messung des Widerstandes 		
α) Widerstandsmessung an festen Leitern		
34. Absolute Messung		91
35. Substitutionsmethode		92
36. Differentialgalvanometer		93
37. Strom- und Spannungsmessung		94
38. Wheatstonesche Brücke		95
39. Elektrometrische Messung bei sehr hohen Widerständen		97
40. Messung von Widerständen besonderer Art		97
41. Berechnung von Widerständen		99
42. Einige Formen fester Widerstände für den Gebrauch		99
β) Leitvermögen von Flüssigkeiten		
43. Messung mit der Kohlrausch-Meßbrücke		100
44. Notwendige Vorsichtsmaßregeln bei der Messung		101

B. Messungen im magnetischen Kreis

	Seite
1. Magnetische Feldstärke mit Induktionsspule	103
2. Magnetische Feldstärke mit Wismutspirale	105
3. Magnetische Feldstärke durch Rechnung	106
4. Magnetische Feldstärke durch Drehung der Polarisations-ebene	106
5. Magnetische Feldstärke mit der Magnethnadel	107
6. Magnetische Spannung nach Steinhaus und Rogowski	107
7. Magnetisches Moment eines Stabes	108
8. Magnetische Polstärke	111
9. Intensität der Magnetisierung	112
10. Magnetische Induktion am Torroid	114
11. Magnetische Induktion am Ellipsoid und am Stabe	116
12. Hysteresisschleife und Scherung bei dem Ellipsoid und Stab	116
13. Messung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus	117
14. Messung der Inklination der erdmagnetischen Kraft	117

C. Messungen im Wechselstromkreis**a) Messung von Strom und Spannung**

1. Nullmethode	119
2. Telephone und Vibrationsgalvanometer	120
3. Empfindlichkeit der Galvanometer	122
4. Elektrodynamometrische Messung	124
5. Instrumente mit verschiedenem Meßbereich	126
6. Benutzung der Wärmewirkung	126
7. Strom- und Spannungswandler	127

b) Leistungsmessung. Phasenfaktor

8. Beschaffenheit der Wattmeter	127
9. Drei-Voltmetermethode, Drei-Amperemetermethode	129
10. Bestimmung des Phasenfaktors	130

c) Frequenzmessung

11. Phonisches Rad	130
12. Der Zungenfrequenzmesser	131
13. Stahlbandschwingung mit Resonanz	131
14. Indirekte Bestimmung der Frequenz	132

d) Messung der Selbstinduktion und der Kapazität

15. Bestimmung aus dem Scheinwiderstand mit Benutzung von Wechselstrom	132
16. Methoden der Bestimmung des Scheinwiderstandes	133
17. Bestimmung in der Wheatstoneschen Brücke mit Gleichstrom	135
18. Resonanzmethoden	137
19. Messung kleiner Kapazitäten durch Ladungsteilung	138
20. Messung der Gegeninduktivität	138

Inhaltsverzeichnis

XI

	Seite
21. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante nach Nernst	139
22. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante nach Drude	140
23. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante im Schwingungskreis mit ungedämpften Wellen	141

D. Messung im elektrischen Schwingungskreis

1. Allgemeines über die Bestimmung der Wellenlänge	142
2. Bestimmung mit Lechers Drahtsystem	143
3. Bestimmung mit dem Schwebungsempfang	144
4. Eichung eines Wellenmessers	144
5. Aufnahme einer Resonanzkurve	145
6. Dämpfung in einem Schwingungskreis	145
7. Messung des Kopplungskoeffizienten	147
Sachregister	149

Abschnitt I

Einheiten — Grundbegriffe — Definitionen

A. Einheiten

Allen elektrischen und magnetischen Messungen liegen gewisse elektrische Einheiten zugrunde, über die durch das Reichsgesetz vom 1. Juni 1898 folgendes bestimmt worden ist:

1. Die gesetzlichen Einheiten für elektrische Messungen sind das Ohm, das Ampere und das Volt.

2. Das Ohm ist die Einheit des elektrischen Widerstandes. Es wird dargestellt durch den Widerstand einer Quecksilbersäule von der Temperatur des schmelzenden Eises, deren Länge bei durchweg gleichem, einem Quadratmillimeter gleichzuachtenden Querschnitt 106,3 cm und deren Masse 14,4521 g beträgt.

3. Das Ampere ist die Einheit der elektrischen Stromstärke. Es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, welcher bei dem Durchgange durch eine wässrige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001 118 g Silber niederschlägt.

4. Das Volt ist die Einheit der elektromotorischen Kraft, welche in einem Leiter, dessen Widerstand ein Ohm beträgt, einen elektrischen Strom von einem Ampere erzeugt.

Weiter ist in dem gleichen Gesetz noch folgendes festgesetzt worden:

a) Die Elektrizitätsmenge, die bei 1 Ampere in der Sekunde durch den Querschnitt der Leitung fließt, heißt 1 Ampèresekunde (Coulomb), die in 1 Stunde hindurchfließende Elektrizitätsmenge heißt 1 Amperestunde.

b) Die Leistung von einem Ampere in einem Leiter von einem Volt Endspannung heißt 1 Watt.

c) Die Arbeit von 1 Watt während einer Sekunde heißt 1 Wattsekunde.

d) Die Kapazität eines Kondensators, welcher durch 1 Amperesekunde auf 1 Volt geladen wird, heißt 1 Farad.

e) Der Induktionskoeffizient eines Leiters, in welchem 1 Volt induziert wird durch die gleichmäßige Änderung der Stromstärke um 1 Ampere in der Sekunde, heißt 1 Henry.

Die durch 2, 3, 4 definierten Einheiten sind auf dem internationalen Kongreß in London 1908 allgemein angenommen worden und wurden als „internationale“ Einheiten bezeichnet.

Die Erfahrung hat gelehrt, daß die elektrischen und magnetischen Vorgänge und Erscheinungen nicht auf die Newtonsche Mechanik zurückzuführen sind. Man kann versuchen und hat versucht, umgekehrt die Mechanik auf die Elektrodynamik zurückzuführen, was eine Erweiterung der Mechanik in der Richtung bedeutet, daß sie auch über alle elektrischen und magnetischen Erscheinungen Rechenschaft gibt. Die Besprechung dieser Versuche und ihrer Erfolge gehört nicht in den Rahmen dieses Bändchens und wir stellen daher ohne nähere Erörterungen die elektrische Masse, für die das Coulombsche Anziehungsgesetz gilt, der materiellen Masse, die dem Newtonschen Anziehungsgesetz folgt, als etwas Selbständiges an die Seite und fordern neben den mechanischen Grundeinheiten: der Zeit, der Länge, der Masse (oder der Kraft), eine weitere Grundeinheit: die elektrische Masse. Als solche wählen wir die durch das Reichsgesetz definierte Einheit: 1 Coulomb. Man kann freilich auch die elektrische Masse, unbekümmert darum, daß sie nicht vom Standpunkt der reinen Mechanik aus erfaßt werden kann, durch Bezugnahme auf empirisch erkannte Kraftwirkungen in den drei mechanischen Grundeinheiten angeben (und meinte, dadurch ihre Dimension in mechanischen Einheiten zu bestimmen), wie man für die Geschwindigkeit nicht eine selbständige Einheit zu wählen braucht, sondern sie in cm/sec angibt, dabei allerdings zugleich ihr Wesen erfassend. Doch geht dies nicht ohne eine gewisse Willkür. Leicht nämlich führt zwar z. B. das Coulombsche Kraftgesetz, angewandt auf zwei gleich große Elektrizitätsmengen entgegengesetzten oder gleichen Vorzeichens, auf eine sogenannte „Dimensionsgleichung“, nämlich

$$-K = c_0^2 \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2}, \quad (1)$$

wenn K die Anziehungskraft zwischen zwei in der Entfernung r befindlichen Ladungen Q_1 und $Q_2 = \pm Q_1$ ist und c_0^2 eine von dem umgebenden Medium abhängende Konstante. Es ist dies eine Gleichung, aus der man bei bekannter Dimension von c_0^2 auf den Wert des Q im cgs-Maß schließen kann. Diese Konstante aber z. B. als eine dimensionslose Zahl anzusehen und für den Fall, daß das umgebende Medium das Vakuum ist, gleich 1 zu setzen, daß willkürlich¹⁾. Aus Gleichung (1) folgt nur, daß $c_0^2 Q^2$ die Dimension dyn. cm² hat, nichts für c_0^2 oder Q selbst. Die willkürliche Festsetzung $c_0^2 = 1$ führt wohl zu einer Messung der Elektrizitätsmenge in mechanischen Einheiten, nicht aber zu einer Erkenntnis des Inhalts des Wortes „Elektrizitätsmenge“ und einer Erfassung durch mechanische Größen. Die Festsetzung $c_0^2 = 1$ bestimmt die sogenannte absolute elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge im cgs-System als eine Elektrizitätsmenge, die von einer gleich großen (gleichen oder entgegengesetzten Vorzeichens) in der Entfernung 1 cm eine Kraft von 1 dyn erfährt, und nach Gleichung (1) die „Dimension“ $g^{1/2} \text{ cm}^{3/2} \text{ sec}^{-1}$ hat. Trifft man dagegen z. B. die Festsetzung $c_0^2 = 9 \cdot 10^{20} \left(\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right)^2$, so muß Q in einer anderen Einheit angegeben werden, nämlich der sogenannten absoluten elektromagnetischen, deren Dimension $\text{cm}^{1/2} g^{1/2}$ ist und auf die man durch eine andere der Erfahrung entnommene Beziehung zwischen mechanischen und elektrischen Größen geführt wird.

Mit dieser Willkür brechen wir, wenn wir, was hinfort geschehen soll, die Elektrizitätsmenge als etwas nicht auf mechanische Grundeinheiten zurückführbares Neues anerkennen, deren Größe wir allerdings trotzdem durch irgendwelche Wirkungen auf die Materie messen können und messen müssen.

¹⁾ Die Willkür dieser Schlußweise erkennt man deutlich, wenn man sie vergleicht mit den Folgerungen, die man aus der analogen Form des Newtonschen Anziehungsgesetzes ziehen kann. Es lautet $K = f \frac{m_1 m_2}{r^2}$ mit den Massen m_1 und m_2 und der Konstanten f . Die Gleichung kann zu einer Bestimmung und der Definition der Größe f führen, da die Massen m_1 und m_2 ihrer Größe nach durch die auch in K und r steckenden Grundeinheiten bereits völlig festgelegt sind. Genau so muß Gleichung (1) zu einer Bestimmung und Definition der Größe c_0^2 führen, wenn Q irgendwie vorher festgesetzt worden ist, oder kann umgekehrt nur dann zu einer Bestimmung von Q führen, wenn über c_0^2 durch eine besondere Annahme verfügt wurde.

Es erhebt sich freilich sofort die Frage, ob diese vier Einheiten (Zeit, Länge, Masse, Elektrizitätsmenge) nun genügen, um die übrigen elektrischen und magnetischen Größen, die die Erfahrung uns kennen lehrt, eindeutig, widerspruchlos und frei von Willkür darzustellen. Man kann das und zwar nicht nur, wenn wir uns auf die Gesamtheit der elektrostatischen, -dynamischen und -magnetischen Erscheinungen beschränken, sondern auch, wenn wir das gesamte Gebiet der Physik in Betracht ziehen. Und wenn in dem angeführten Reichsgesetz neben der Elektrizitätsmenge noch für andere elektrische Größen bestimmte Einheiten festgesetzt sind, so sind sie doch auf die genannten vier Einheiten zurückführbar. Die Zusammenhänge zwischen den bei elektrischen und magnetischen Messungen auftretenden Größen mit ihren Einheiten in systematischer Entwicklung ihrer Definitionen darzustellen, ist die Hauptaufgabe des folgenden Abschnittes B. Daß wir dabei zuweilen auch auf die beiden „absoluten“ elektrischen Maßsysteme Bezug nehmen, in denen die Elektrizitätsmengeneinheit

entweder $g^{1/2} \text{ cm}^{3/2} \text{ sec}^{-1}$, die elektrostatische Maßeinheit
oder $g^{1/2} \text{ cm}^{1/2}$, die elektromagnetische Maßeinheit

ist, und daß wir die Umrechnungsfaktoren der Maßsysteme angeben, ist notwendig, weil diese Systeme insbesondere bei den magnetischen Messungen noch vielfach in Gebrauch sind.

Man spricht häufig davon, daß durch solche Umrechnungsfaktoren die „internationalen“ Einheiten auf die „absoluten“ zurückgeführt werden. Nach den gemachten Ausführungen kann man darunter nur die genaue zahlenmäßige Bestimmung von gewissen Konstanten in Gesetzen verstehen, die zwischen elektrischen und mechanischen Größen gelten, die in elektrischen und mechanischen Einheiten angegeben sind.

Die Umrechnung der in bestimmten Einheiten angegebenen Zahlenwerte in die, bei denen ein anderes Maßsystem benutzt wird, — gleiches gilt auch für die Verwendung der verschiedenen rein mechanischen Systeme —, geschieht am zuverlässigsten in der vom Ausschuß für Einheiten und Formelgrößen vorgeschlagenen¹⁾ Schreibweise physikalischer Gleichungen, in der die Formelzeichen der physikalischen Gleichungen in der Regel die physikalischen „Größen“ bedeuten, d. h. benannte Zahlen sind. Man kann sie zweckmäßiger-

¹⁾ AEF-Verhandlungen, herausgeg. von J. Wallot, Springer, Berlin 1928.

weise als symbolische „Produkte“ aus den Zahlenwerten (Maßzahlen) und den benutzten Einheiten auffassen gemäß der Gleichung:

$$\text{Physikalische Größe} = \text{Zahlenwert} \times \text{Einheit.}$$

In den „Größengleichungen“ darf man die Symbole der Einheiten ebenso wie die Zahlen und die Buchstaben miteinander multiplizieren oder durcheinander dividieren.

Ein Beispiel aus der Mechanik ist für das Verständnis dieser Auffassung vorteilhaft: Es ist $c = \sqrt{\frac{E}{d}}$, wenn c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elastischen Wellen in einem Medium mit dem Elastizitätskoeffizienten E und der Dichte d bedeutet. Diese „Größengleichung“ ist aus der Newtonschen Mechanik abgeleitet, die auch der Definition der Größen c , E , d zugrunde liegt. Es ist für die Gültigkeit der Gleichung daher ganz gleichgültig, ob man E in $\frac{\text{kg}^*}{\text{mm}^2}$ oder $\frac{\text{dyn}}{\text{cm}^2}$ angibt. Für Eisen z. B. ist

$$E = \frac{21\,000 \text{ kg}^*}{\text{mm}^2} = \frac{21\,000 \cdot 1000 \cdot 981 \text{ dyn}}{\text{cm}^2 : 100} = \frac{21 \cdot 981 \cdot 10^8 \text{ g}}{\text{cm} \cdot \text{sec}^2}$$

und

$$c = \sqrt{\frac{21}{7,8} \cdot 981 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}}$$

Soll c in m/sec herauskommen, so braucht man nur durch m/sec zu dividieren und erhält

$$\frac{c}{\text{m}} = \sqrt{\frac{21}{7,8} \cdot 981 \cdot 10^8 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} \cdot \frac{\text{sec}}{\text{m}}} = \sqrt{\frac{21}{7,8} \cdot 981 \cdot 10^4}$$

und

$$c = \sqrt{\frac{21}{7,8} \cdot 981 \cdot 10^4} \frac{\text{m}}{\text{sec}} = 5150 \frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

Im Sinne der Vorschläge des AEF, der durchaus für möglichst einfache Schreibweise eintritt, wenn sie nur verständlich ist, ist es gelegen, wenn wir im folgenden neben diesen Größengleichungen auch (freilich weniger streng, aber häufig einfacher) „Zahlenwertgleichungen“ verwenden, die erst durch besondere Angabe der zugrunde gelegten Einheiten ihre bestimmte, oft aber unmittelbar aus

dem Zusammenhang zu entnehmende Bedeutung erhalten. In den AEF-Verhandlungen ist dafür als Beispiel angeführt:

$$\bar{v} = 27,8 \bar{s} / \bar{t},$$

in der \bar{v} nur den Zahlenwert der in cm/sec gewonnenen Geschwindigkeit bedeutet, wenn der Weg \bar{s} in Kilometer und die Zeit \bar{t} in Stunden angegeben ist. Es erleichtert zuweilen die Übersicht, wenn man, wie wir das im folgenden in der Regel tun werden, die in den Formeln vorkommenden „physikalischen Größen“ und ihre „Zahlenwerte“, sobald die letzteren nicht durch eine Zahl, sondern auch durch einen Buchstaben (ein Formelzeichen) angegeben werden müssen, mit dem gleichen Buchstaben (oder Formelzeichen) bezeichnet und nur dadurch unterscheidet, daß man den Buchstaben, der den Zahlenwert bedeutet (der also erst einen Sinn bekommt durch gleichzeitige Angabe oder stillschweigende Annahme der Einheit) mit einem Strich versieht (bzw. mit mehreren Strichen, wenn die „physikalische Größe“ in mehreren Zahlenwerten und Einheiten angegeben wird), z. B.:

$$r = \bar{r} \text{ cm} = \bar{\bar{r}} \text{ m}; \text{ also } \bar{r} = 100 \bar{\bar{r}}, \quad \text{oder} \quad J = \bar{J} \text{ Amp. usw.}$$

B. Grundbegriffe und Definitionen aus dem Gebiet der Elektrizität und des Magnetismus

a) Elektrostatik

1. Elektrizitätsmenge. In der Elektrostatik wird gelehrt, daß Körper, die nach außen keine elektrischen Wirkungen zeigen, gleich viel positive und negative elektrische Ladung, Elektrizitätsmengen, besitzen. Als Einheit der Elektrizitätsmenge¹⁾ gilt das „Coulomb“, C, die Menge, die bei der Stromstärke von 1 Ampere in einer Sekunde durch den Querschnitt der Leitung fließt, mit der aus einer AgNO₃-Lösung 0,001118 g Silber an der einen Elektrode abgeschieden wird. Wir bezeichnen die Elektrizitätsmenge, die sich mit dem Silber bewegt, als solche positiven Vorzeichens, die in entgegengesetzter Richtung sich bewegende als negative Elektrizität. Durch verschiedene Mittel können wir in Leitern und Halbleitern positive und negative Elektrizität voneinander trennen und auf Körpern, die

¹⁾ Die „elektrostatische“ Maßeinheit ist $1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1} = 3,33 \cdot 10^{-10} \text{ Coulomb}$; die „elektromagnetische“ ist $1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} = 10 \text{ Coulomb}$.

vorher nach außen keine elektrischen Wirkungen zeigten, aufsammeln, also diese mit positiver und negativer Elektrizität beladen. Bei Leitern ist der Sitz der Ladung die Oberfläche. Auf der Oberfläche einer geladenen, im freien Raum befindlichen Kugel ist die Ladung gleichmäßig verteilt.

Als Ladungsdichte bezeichnet man die Ladung an einer Stelle eines geladenen Leiters, dividiert durch den Flächeninhalt dieser Stelle, oder die auf die Flächeneinheit bezogene Ladung. Man spricht häufig von Kraftlinien, die von positiven Ladungen ausgehen, in einer Zahl = der Ladungsdichte, und in negative Ladungen einmünden.

Eine besonders wichtige Rolle spielt die „Elementarladung“ $e = 1,592 \cdot 10^{-19}$ C, die Ladung des negativ geladenen Elektrons, die nicht weiter zerteilbar ist.

2. Coulombsches Gesetz. Zwei gegenüber ihrer Entfernung r äußerst kleine Metallkugelchen seien mit den positiven Ladungen Q_1 und Q_2 versehen. Dann stoßen sie sich nach Coulomb mit einer Kraft K ab, die gegeben ist durch

$$K = c_0^2 Q_1 Q_2 \frac{1}{r^2}, \quad (1)$$

meßbar in Dynen oder g^* ; c_0^2 ist bei unveränderlichem, die Metallkugelchen umgebendem Medium eine Konstante, für die wir in Zukunft $1/4\pi\epsilon$ schreiben wollen. Das Resultat ist durch diese Konstante von dem Medium, in dem sich die Körper mit den Ladungen befinden, abhängig und kann daher zur Berechnung der für das Medium charakteristischen Konstanten ϵ , der Dielektrizitätskonstanten (s. unten), führen. Befinden sich z. B. die beiden Kugeln in Benzol, so liefert uns die Beobachtung bei $Q_1 = Q_2 = 10^{-9}$ Coulomb und $r = 1$ cm für K den Wert 4 mg^* . Es ist

$$4 \text{ mg}^* = \frac{10^{-18} \text{ C}^2}{4\pi\epsilon \cdot 1 \text{ cm}^2},$$

und daher ϵ für Benzol:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \frac{10^{-20} \text{ C}^2}{0,503 \text{ mg}^* \cdot \text{cm}^2} = \frac{10^{-20} \text{ C}^2}{0,503 \cdot 0,981 \text{ erg cm}} \\ &= 2,03 \cdot 10^{-20} \frac{\text{C}^2}{\text{erg cm}} \left[= 2,03 \cdot 10^{-13} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{cm}} \right], \end{aligned}$$

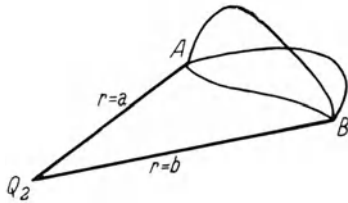
wobei erinnert sei an:

$$1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ Joule} = 10^{-7} \text{ Wattsec} = 10^{-7} \text{ Coulomb} \cdot \text{Volt} \\ [= 10^{-7} \text{ C} \cdot \text{V}].$$

3. Elektrische Feldstärke. Um eine elektrische Ladung besteht ein elektrisches Feld, dessen Stärke \mathcal{E} an einer Stelle des Raumes als die in mechanischen Einheiten gemessene Kraft K anzusehen ist, die an der Stelle die Ladung $Q_1 = 1 \text{ C}$ erfährt. In der Entfernung r von einer punktförmigen Ladung Q_2 wird also nach dem Coulombschen Gesetz infolge dieser Ladung die Feldstärke $\mathcal{E} = K:Q_1 = Q_2:(4\pi\epsilon r^2)$ sein. Sie ist, wie die Kraft, eine gerichtete Größe.

4. Spannung — Potentialdifferenz. Das Linienintegral der Feldstärke zwischen zwei Punkten eines elektrischen Feldes längs eines bestimmten Weges ist die Spannung längs des Weges zwischen diesen Punkten. Bei einer Punktladung Q_2 an irgendeiner Stelle des

Raumes ist die Spannung zwischen Punkten in den Entfernungen $r = a$ und $r = b$ (Abb. 1),



$$\int_b^a \mathcal{E} \, dr = [Q_2 : 4\pi\epsilon r]_b^a \\ = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon a} - \frac{Q_2}{4\pi\epsilon b},$$

Abb. 1. Unabhängigkeit der Spannung vom Wege

unabhängig vom Wege zwischen A und B . Es ist offenbar die

Arbeit, die man leisten muß, um die Elektrizitätseinheit von $r = b$ nach $r = a$ durch das Feld zu führen, und die zu messen ist z. B. in

$$\text{kg} \cdot \text{m} / \text{Elektrizitätseinheit} = \text{kg} \cdot \text{m} / \text{C}.$$

Fallen die Endpunkte A und B des Weges zusammen, ist also der Weg ein geschlossener, so ist die Spannung gleich Null. Verschwindet in einem Raumteil die elektrische Spannung für alle möglichen geschlossenen Wege, die man auf stetige Weise in einen Punkt zusammenziehen kann, so nennt man das elektrische Feld in diesem Raumteil wirbelfrei. Da in ihm die Spannung zwischen zwei Punkten unabhängig vom Wege ist, kann man sie als Differenz zweier den Punkten zuzuschreibender Größenwerte $\left(\frac{Q_2}{4\pi\epsilon a} - \frac{Q_2}{4\pi\epsilon b} \right)$, der

elektrischen Potentiale, auffassen. Im wirbelfreien Felde (Elektrostatik) ist die elektrische Spannung eine Potentialdifferenz. Man nennt ihre Einheit 1 Volt $= 1 \text{ V} = \frac{0,102 \text{ kg}^* \text{ m}^1}{\text{C}}$. Wird also die Elektrizitätsmenge \bar{Q}_1 Coulomb im Felde $\bar{\mathfrak{E}} \frac{\text{V}}{\text{cm}}$ von b nach a geführt, so wird die Arbeit

$$\bar{Q}_1 \int_b^a \bar{\mathfrak{E}} d\bar{r} \text{ Coulomb} \times \text{Volt}$$

geleistet, für deren Einheit man den Namen Wattsekunde $= 1 \text{ Wattsec} = 10^7 \text{ erg} = 0,102 \text{ kg}^* \text{ m}$ benutzt in Übereinstimmung mit der Definition im Reichsgesetz.

Ist der eine der beiden Wegendpunkte mit der Erde leitend verbunden, so ist die Spannung zwischen ihnen gleich der Differenz der Potentiale des anderen Endpunktes und der Erde, und man spricht dann zuweilen von dem Potential dieses Punktes schlechtweg, indem man das Potential der Erde gleich Null setzt.

5. Kapazität eines Leiters. Mit der Elektrizitätsmenge auf einem Leiter wächst das elektrische Feld um ihn und damit die Spannung zwischen ihm und irgendeinem Punkte des Feldes (also auch z. B. der Erde), und zwar: der Elektrizitätsmenge proportional, wenn alles andere unverändert bleibt. Der Proportionalitätsfaktor heißt die Kapazität, die also durch das Verhältnis der Elektrizitätsmenge zu der Spannung des Leiters gegen Erde oder gegen einen Punkt der Umgebung zu messen ist, d. h. in Coulomb/Volt. Im besonderen ist die Kapazität einer Kugel, die von allen Leitern, auch der Erdoberfläche, weit entfernt ist, deren Spannung gegen Erde bei der Ladung Q_2 nach Coulomb den Wert $Q_2: 4\pi\epsilon r$ hat, $4\pi\epsilon r$. Die Einheit²⁾ nennt man Farad, F, vgl. das Reichsgesetz. Die Kapazität eines Leiters hängt von seiner geometrischen Form, seiner Lage zu anderen Leitern und der Dielektrizitätskonstante des Mediums ab.

¹⁾ Die „elektrostatische“ Maßeinheit ist $1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1} = 300 \text{ Volt}$; die „elektromagnetische“ ist $1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-2} = 10^{-8} \text{ Volt}$.

²⁾ Die „elektrostatische“ Maßeinheit ist $1 \text{ cm} = \text{dem Quotienten der elektrostatischen Maßeinheiten der Elektrizitätsmenge und der Spannung} = 1,11 \cdot 10^{-12} \text{ F}$.

Wegen ihrer Wichtigkeit wollen wir hier die Werte der Kapazität von einigen einfachen Leitern in Luft¹⁾ mit der Dielektrizitätskonstante

$$\varepsilon_0 = 0,8842 \cdot 10^{-13} \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{cm}}$$

(s. unten) mitteilen:

a) Die Kapazität einer Kugel mit dem Radius r ist²⁾:

$$4 \pi \varepsilon_0 r = 1,11 \cdot 10^{-12} \frac{r}{\text{cm}} \text{ F.}$$

b) Die Kapazität eines Kugelkondensators, bestehend aus zwei konzentrischen Kugelflächen mit den Radien r_1 und $r_2 = r_1 + a$, wenn die äußere Kugelfläche geerdet, ist:

$$\frac{r_1 r_2}{a \cdot \text{cm}} \cdot 1,11 \cdot 10^{-12} \text{ F.}$$

c) Die Kapazität eines Kreisplattenkondensators vom Radius r und dem Abstand a der Platten, deren eine geerdet ist, wenn a klein gegen r , ist:

$$\frac{r^2}{4 a \text{ cm}} \cdot 1,11 \cdot 10^{-12} \text{ F.}$$

d) Die Kapazität eines Zylinderkondensators von der Länge l , dem inneren Radius r , dem Luftzwischenraum von der Dicke a , wenn der äußere Zylinder geerdet, ist:

$$\frac{1}{2} \frac{l}{l g (1 + a/r) \text{ cm}} \cdot 1,11 \cdot 10^{-12} \text{ F.}$$

6. Dielektrizitätskonstante. Die Konstante ε des Coulombschen Gesetzes wird nach dem oben Gesagten gemessen in

$$\frac{\text{C}^2}{\text{erg} \cdot \text{cm}} \quad \text{oder} \quad \frac{\text{C}^2}{\text{C} \cdot \text{V} \cdot \text{cm}} = \frac{\text{C}}{\text{V} \cdot \text{cm}} = \frac{\text{F}}{\text{cm}}$$

¹⁾ Befände sich der Leiter in einem Medium mit der Dielektrizitätskonstante ε , so wäre die Kapazität $\varepsilon/\varepsilon_0$ -mal so groß als in Luft, was aus dem Coulombschen Gesetz folgt.

²⁾ In diesen Ausdrücken, die als „Größengleichungen“ geschrieben sind, bedeutet r ein Produkt aus Zahl und Längeneinheit, z. B. 10 m, so daß $\frac{r}{\text{cm}}$ eine reine Zahl, in dem Beispiel also $\frac{10 \text{ m}}{\text{cm}} = 1000$ ist; ebenso ist ε_0 eine Zahl mal Einheit, z. B. $0,8842 \cdot 10^{-13} \frac{\text{F}}{\text{cm}}$, so daß das Produkt $r \cdot \varepsilon_0$ eine Zahl mal Farad ergeben muß (vgl. I, A).

und ergibt sich für das Vakuum durch Beobachtung zu

$$0,8842 \cdot 10^{-13} \frac{\text{F}}{\text{cm}} = \frac{1,11 \cdot 10^{-12} \text{ F}}{4 \pi \text{ cm}}$$

Danach würde ein Medium die Dielektrizitätskonstante 1 haben, wenn in ihm eine Kugel mit dem Radius $1/4 \pi \text{ cm}$ die Kapazität von 1 F besitzt. In den Tabellen findet man in der Regel nicht die Dielektrizitätskonstante in F/cm angegeben, sondern den auf Luft oder das Vakuum bezogenen Wert. Diese „relative“ Dielektrizitätskonstante ist (bei 18°) für

Aceton	21	Schwefelkohlenstoff	2,6
Äthyläther	4,4	Wasser	81
Äthylalkohol	26	Bernstein	2,8
Benzol	2,3	Glas	5—7
Chloroform	5,1	Marmor	8,3
Nitrobenzol	36	Schellack	3—3,7
Paraffinöl	2,2	Schwefel	3,6—4,3
Petroleum	2,0	Steinsalz	5,6

7. Elektrische Verschiebung. In dem Medium findet durch das elektrische Feld eine elektrische Verschiebung statt, die, ebenfalls eine gerichtete Größe, proportional der Feldstärke ist und von der Dielektrizitätskonstante

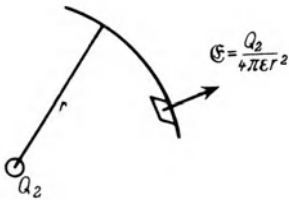


Abb. 2. Feldstärke um die Elektrizitätsmenge Q_2

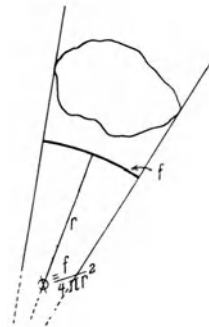


Abb. 3. Der räumliche Winkel Φ

des Mediums abhängt. Man schreibt sie: $\mathfrak{D} = \epsilon \mathfrak{E}$ und in isotropem Medium hat sie die Richtung von \mathfrak{E} . Sie ist als eine Deformation des Mediums infolge der vorhandenen Feldstärke aufzufassen und erinnert an die elastische Deformation im festen Körper infolge einer Kraft (vgl. das Hooksche Gesetz der Elastizität). In der Entfernung r von der punktförmigen Ladung Q_2 haben wir parallel zur Richtung von \mathfrak{E} , also von r die Verschiebung $\frac{Q_2}{4 \pi r^2}$. Die Kraft-

linien, die wir uns gleichmäßig nach allen Richtungen von Q_3 ausgehend denken können, treffen in der Entfernung r auf eine Fläche f mit der Dichte $\frac{Q_2}{4\pi r^2}$ auf und treten auf der anderen Seite der Fläche mit der gleichen Dichte aus. Bringen wir also einen Körper ins Feld, der von Q_2 unter dem räumlichen Winkel $\Phi = \frac{f}{4\pi r^2}$ erscheint, so hat er auf der Q_2 zugewandten Seite die scheinbare Ladung

$$\frac{Q_2}{4\pi r^2} f = Q_2 \Phi = \mathfrak{D} f,$$

auf der abgewandten Seite die entgegengesetzte.

b) Elektrodynamik, Gleichstrom

8. Elektrischer Strom. Fließt durch den Querschnitt eines Leiters pro Sekunde die Elektrizitätsmenge \bar{Q} Coulomb, so sagen wir, es fließt ein elektrischer Strom von der Stärke \bar{Q} Ampere¹⁾. Als Stromdichte bezeichnet man die Stromstärke auf die Querschnittseinheit bezogen. In der die Erscheinungen der Elektrizität und des Magnetismus umfassenden Theorie von Maxwell kommen neben den Strömen der Elektrizität durch Leiter die sogenannten Verschiebungsströme vor, gegeben durch die Änderung der elektrischen Verschiebung mit der Zeit, also durch $\frac{d\mathfrak{D}}{dt}$. Sie spielen nur bei schnell veränderlichen Strömen eine Rolle, weshalb wir sie erst weiter unten behandeln.

9. Faradaysche Gesetze. Durch den gleichen Strom werden in gleichen Zeiten chemisch äquivalente Mengen aus verschiedenen Elektrolyten an den Elektroden abgeschieden, und der Versuch (bzw. die Definition durch Reichsgesetz) zeigt, daß mit der Elektrizitätsmenge 1 Coulomb in einer AgNO_3 -Lösung 0,001 118 g Silber oder, da das Atomgewicht des Silbers 107,88 ist, $\frac{0,001\,118}{107,88}$ \equiv 0,000 010 363 g-Äquivalent, in einer CuSO_4 -Lösung 0,003 294 g

¹⁾ Die „elektrostatische“ Maßeinheit ist $1 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-2} = 3,33 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$; die „elektromagnetische“ ist $1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1} = 10 \text{ Amp.}$

Cu oder, da das Atomgewicht des Kupfers 63,6, die Wertigkeit 2 ist, $\frac{0,003294 \cdot 2}{63,6}$, ganz allgemein 0,000010363 g-Äquivalent wandert.

Umgekehrt wird 1 g-Äquivalent irgendeines Stoffes durch $1 : 0,000010363 = 96494$ Coulomb, die sogenannte „Valenzladung“ ausgeschieden. Je größer die Elektrizitätsmenge ist und je schneller sie wandert, um so mehr Äquivalente werden transportiert. Der Transport ist nur möglich, weil der Elektrolyt vorher schon in positive und negative Ionen aufgespalten (dissoziiert) ist, die in einem elektrischen Felde in Richtung des Feldes oder ihm entgegen sich mit einer Geschwindigkeit proportional der Feldstärke bewegen. Die elektrische Ladung eines einwertigen Ions ist zahlenmäßig gleich der Ladung des Elementarquantums.

10. Leistung. Wenn die Elektrizitätsmenge Q in einem elektrischen Felde \mathcal{E} von b bis a getrieben wird, so wird an ihr eine Arbeit geleistet oder gewonnen: $Q \int_b^a \mathcal{E} dr$. Wenn also die Spannung zwischen a und b (z. B. zwei Elektroden) \bar{E} Volt beträgt, so ist die Arbeit QE und die Leistung $\frac{QE}{\text{Zeit des Transportes}} = JE = \bar{J} \bar{E} \frac{CV}{\text{sec}}$. Oder wenn durch einen Elektrolyten der Strom \bar{J} Ampere von der Spannung \bar{E} Volt getrieben wird, so ist die Leistung $\bar{J} \bar{E}$ Watt.

Gleiches gilt bei der Leitung in metallischen Leitern; auch da ist die Leistung $\bar{J} \bar{E}$ Watt.

11. Widerstand in festen Körpern. Die Elektrizitätsmenge findet im festen Leiter beim Fließen einen Widerstand R ; die Einheit, ein Ohm, Ω , ist willkürlich durch das Reichsgesetz definiert. Er¹⁾ ist in verschiedenem Material verschieden groß, in einem homogenen Draht überall gleichen Querschnitts q und von der Länge l aber proportional der Länge l und umgekehrt proportional dem Querschnitt q . Der Proportionalitätsfaktor ist der spezifische Widerstand $\rho = \bar{\rho} \Omega \text{cm}$; er hängt im allgemeinen von der Temperatur

¹⁾ Die „elektromagnetische“ Maßeinheit ist $1 \text{ cm/sec} = 10^{-9} \text{ Ohm}$.

ab, in einigen Fällen auch noch von anderen Zustandsgrößen, z. B. dem Magnetfeld (Wismutspirale), der Belichtung (Selenzelle). (Aus Abb. 4 ist die Änderung des Widerstandes von Kupfer mit der Temperatur zu ersehen; als Ordinate ist der Widerstand eines

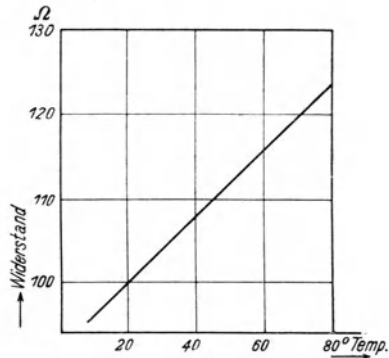


Abb. 4.

Temperaturabhängigkeit des Widerstandes von Kupfer

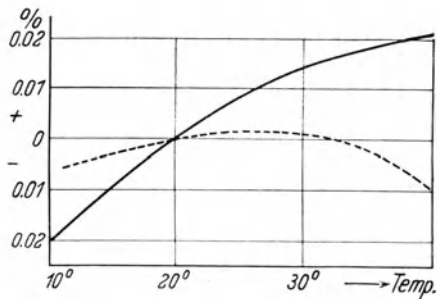


Abb. 5.

Temperaturabhängigkeit des Widerstandes von Manganin

Kupferdrahtes aufgetragen, der bei 20° 100 Ω beträgt; Abb. 5 gibt die Widerstandsänderung zweier Manganinarten mit der Temperatur in Prozenten des Widerstandes an, die ausgezogene Kurve bezieht sich auf 87,3 Cu, 10,4 Mn, 1,8 Ni, 0,5 Fe, die gestrichelte auf 83,7 Cu, 12,9 Mn, 2,6 Ni, 0,8 Fe). In der folgenden Tabelle ist der Widerstand eines 1 m langen Drahtes von 1 mm² Quer-

schnitt ($= 10^4 \varrho$) für verschiedene Metalle und Legierungen angegeben, sowie einige Temperaturkoeffizienten $\frac{\varrho_{100} - \varrho_0}{100 \varrho_0}$, die aber ebenso wie die Widerstände ϱ_{18} zuweilen nicht unerheblich von der Bearbeitung des Materials abhängen. Die Indizes geben die Temperaturen an, auf die sich die ϱ -Werte beziehen.

	$10^4 \varrho_{18}$	$\frac{\varrho_{100} - \varrho_0}{100 \varrho_0}$		$10^4 \varrho_{18}$	$\frac{\varrho_{100} - \varrho_0}{100 \varrho_0}$
Silber	0,016	0,0041	Platin	0,107	0,0039
Kupfer	0,017	0,0043	Tantal	0,12	0,0035
Gold	0,023	0,0040	Blei	0,21	0,0042
Aluminium	0,029	0,0044	Wismut	1,20	0,0045
Nickel	0,070	0,0066	Quecksilber	0,958	0,00099
Eisen	0,086	0,0066	Manganin	0,43	—

12. Ohmsches Gesetz. Je größer der Widerstand des Leiters, um so kleiner der Strom, wenn die den Strom treibende Kraft, die Spannung, die gleiche bleibt; das Ohmsche Gesetz sagt aus, daß das Produkt JR proportional der Spannung ist, und es gilt für metallische Leiter und Elektrolyten bis zu sehr hohen Stromstärken. Es dient zur Definition des Volt, der Einheit der Spannung nach dem Reichsgesetz, die so gewählt ist, daß der Proportionalitätsfaktor zwischen \bar{E} Volt und JR gerade $= 1$ ist, wenn der Strom in Ampere, der Widerstand in Ohm gemessen ist. Mit Benutzung des spezifischen Widerstandes ϱ oder des Leitvermögens $\kappa = \frac{1}{\varrho}$ kann man es bei einem leitenden Draht von der Länge l und dem gleichförmigen Querschnitt q in der Form schreiben: $J \cdot \frac{\varrho \cdot l}{q} = E$, oder so in Worte fassen: Die elektrische Stromdichte J/q ist gleich dem Potentialgefälle E/l mal dem Leitvermögen $\kappa = \frac{1}{\varrho}$.

13. Kirchhoffsche Regeln. Aus dem Ohmschen Gesetz folgen sehr leicht die beiden Kirchhoffschen Regeln, die die Stromverzweigungen beherrschen:

1. Die Summe der Intensitäten der in einen Verzweigungspunkt hineinfließenden Ströme ist gleich der der Intensitäten der ab-

fließenden, oder wenn man die zu- und abfließenden Ströme durch das Vorzeichen unterscheidet:

$$\sum J = 0,$$

die Summe der Intensitäten aller Ströme ist Null.

2. In einem beliebigen geschlossenen Stromkreis ist die Summe der elektromotorischen Kräfte bei Berücksichtigung ihrer Richtung durch das Vorzeichen gleich der Summe der Produkte der Stromstärken und Widerstände in den Teilen, die den geschlossenen Stromkreis zusammensetzen, oder $\sum J R = \sum E$.

Zum Beispiel (Abb. 6):

$$J_1 R_1 + J_2 R_2 + J_3 R_3 = E_1 + E_2.$$

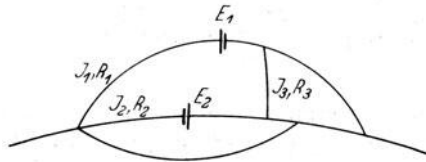


Abb. 6. Zur Kirchhoffschen Regel: $\sum J R = \sum E$

Und es gilt: Der Gesamtwiderstand hintereinander geschalteter Widerstände R'_i ist gleich der Summe der Widerstände:

$$R = \sum R'_i.$$

Der Gesamtwiderstand parallel geschalteter Widerstände R''_i ergibt sich als der reziproke Wert der Summe der reziproken Einzelwiderstände:

$$R = 1 : \left(\sum \frac{1}{R''_i} \right).$$

14. Widerstand von Flüssigkeiten. Die Elektrizitätsleitung durch Flüssigkeiten (Elektrolyte) beruht auf der Beweglichkeit und der Wanderung der Ionen. Befinden sich in einem Kubikzentimeter einer Na Cl-Lösung η g-Äquivalente, von denen der Bruchteil α dissoziiert (in Ionen aufgespalten) ist, und ist in einem elektrischen Feld $\bar{\mathcal{E}} \frac{V}{\text{cm}}$ die Geschwindigkeit¹⁾ der Na- und der Cl-Ionen: $\bar{\mathcal{U}} \bar{u}_-$

¹⁾ Sie ist der antreibenden Kraft $\mathcal{E} \cdot e$ proportional, weil die Reibung in der Flüssigkeit sogleich zu einer konstanten Endgeschwindigkeit führt.

und $\bar{\mathcal{E}} \bar{u}_+ \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, so ist die in der Sekunde durch 1 qcm transportierte Elektrizitätsmenge oder die Stromdichte $\frac{J}{q} = i$ gleich

$$96\,494 \eta \cdot \alpha \cdot (u_+ + u_-) \cdot \mathcal{E}.$$

Nach Nr. 12 ist daher das Leitvermögen

$$\kappa = 96\,494 \eta \cdot \alpha \cdot (\bar{u}_+ + \bar{u}_-) \frac{1}{\Omega \text{ cm}}.$$

Man bezeichnet κ/η als das Äquivalentleitvermögen \mathcal{A} . Es nimmt wegen der Zunahme von α mit wachsender Verdünnung zu. Wegen der Abhängigkeit des α und der Flüssigkeitsreibung von der Temperatur nimmt erfahrungsgemäß in vielen Fällen κ pro Grad um etwa 2 % zu, weshalb bei Bestimmung des κ aus i und \mathcal{E} auf die Temperatur genau zu achten ist. Der Widerstand einer zylindrischen Flüssigkeitssäule von \bar{l} cm Länge und \bar{q} qcm Querschnitt beträgt $\frac{\bar{l}}{q} \cdot \frac{1}{\kappa}$ Ohm.

Zur Orientierung seien hier die Beweglichkeiten \bar{u} cm/sec einiger Ionen (bei unendlicher Verdünnung) und die Leitvermögen einiger Flüssigkeiten bei 18° mitgeteilt:

	Li	Na	K	Cl	Br	J	H	
u	34,6	45,0	66,8	67,8	70,0	68,8	326	$\cdot 10^{-5}$ cm/sec

$\bar{\kappa}$ einer Lösung von	K Cl	Na Cl	Mg S O ₄	Ag N O ₃	K O H	H ₂ S O ₄
5 %	0,069	0,067	0,0263	0,0256	0,172	0,209
10	0,136	0,121	0,0414	0,0476	0,315	0,392
20	0,268	0,196	0,048	0,087	0,499	0,653
κ_{max} bei			0,0492 17,4 %		0,544 28 %	0,740 30,0 %

15. Widerstand in Gasen. Die Leitung durch ein Gas findet ähnlich der elektrolytischen Leitung durch die Wanderung von Gasionen statt. Sie werden durch verschiedene sogenannte Ionisatoren (Röntgen-, Radiumstrahlen, Flammen, glühende Drähte u. dgl.) gebildet, indem durch sie aus den elektrisch neutralen Gasmole-

külen Elektronen abgespalten werden, die die positiven Reste als Kationen zurücklassen und selbst sich mit anderen neutralen Molekülen zu Anionen vereinigen. Als „Ionisation“ bezeichnet man die Anzahl n der im Kubikzentimeter vorhandenen Ionen eines Zeichens. Der Ionisation wirkt die Wiedervereinigung (Rekombination) entgegen, die man proportional dem Quadrat der Ionisation, gleich an^2 setzt. Ein stationärer Zustand ist vorhanden, wenn die Zahl der pro Sekunde neu erzeugten Ionen z gleich der durch Wiedervereinigung entfernten ist, also

$$n = n_0 = \sqrt{z/a}.$$

Die Wanderung der Ionen und damit die Leitung tritt ein, wenn die Ionen sich in einem elektrischen Feld \mathcal{E} befinden oder darin entstehen, etwa herrührend von einer Spannung E zwischen zwei im Gas befindlichen Leitern. Der sich infolge der Wanderung der vorhandenen Ionen ausbildende Strom J ist, solange die Feldstärke klein ist, dieser proportional, er ist

$$J_0 = en_0(u_+ + u_-) \cdot \mathcal{E} \cdot q,$$

wenn e das Elementarquantum, u_+ und u_- die Ionenbeweglichkeiten der positiven und negativen Ionen, das sind die Geschwindigkeiten

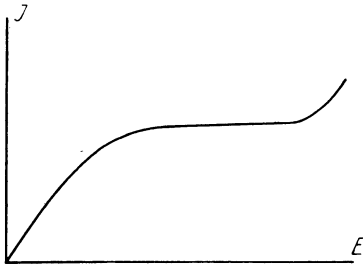


Abb. 7.

Abhängigkeit der Stromstärke
von der Spannung in einem Gase

bei dem Potentialgefälle 1, sind und q der Querschnitt der hier z. B. zylindrisch gedachten, zwischen den Elektroden liegenden Gasstrecke. Von einem gewissen Wert der Feldstärke an kann der Strom mit wachsender Feldstärke nicht weiter zunehmen, nämlich von dem Wert an, bei dem bereits pro Sekunde alle von dem Ionisator in dieser Zeit erzeugten und nicht wiedervereinigten Ionen abgeführt

werden. Man erreicht also bei einer gewissen Feldstärke einen Sättigungsstrom, dessen Stärke von der Ionisationsquelle abhängt, außerdem vom Gas selbst und vom Gasdruck. Er hängt auch von dem Abstand l der Elektroden ab und ist ihm bemerkenswerterweise (im Gegensatz zum Ohmschen Gesetz) proportional, wenn

die Ionisation sich über das ganze Volumen zwischen den Elektroden erstreckt; also:

$$J_s = e \cdot z \cdot l \cdot q; \text{ und dies ist } = \frac{e n_0}{T} l \cdot q,$$

wenn T die Zeit angibt, in der die Ionisation bei abgeschalteter Ionisierungsquelle infolge der Wiedervereinigung auf den halben Betrag sinken würde (sie wird häufig zur Charakterisierung dieses Vorganges angegeben). Bei weit höheren Feldstärken tritt wiederum ein Anwachsen des Stromes ein, weil bei solchen die gebildeten Ionen durch Zusammenstoß mit neutralen Molekülen infolge ihrer großen Energie diese ionisieren. Den Charakter der Abhängigkeit zwischen Stromstärke und Spannung zeigt Abb. 7.

16. Leitung durch Elektronen im Vakuum. Auf verschiedene Weise kann auch im hohen Vakuum eine elektrische Leitung erzwungen werden durch Erzeugung einer Emission von Elektronen, z. B. der Photoelektronen, die aus Metalloberflächen bei Belichtung austreten, und der Glühelktronen, die infolge der hohen Temperatur aus einem glühenden Draht emittiert werden. Ein Glühdraht, im Vakuum befindlich, sendet nach Richardson pro Zeiteinheit und Quadratcentimeter Oberfläche eine Zahl von Elektronen aus, die proportional ist

$$\sqrt{\vartheta} e^{-a/\vartheta},$$

wenn ϑ die absolute Temperatur des Drahtes und a eine Konstante bedeutet. Die ausgesandten Elektronen können durch ein angelegtes elektrisches Feld zu einer den Glühdraht umgebenden Anode getrieben werden und liefern einen Strom, der von ihrer Zahl (also von der Temperatur des Drahtes) und der Feldstärke abhängt und bei genügender Feldstärke dem von Richardson angegebenen Ausdruck proportional ist. Auch in diesem Falle wird der Strom von einer bestimmten Feldstärke an nicht mehr wachsen, sondern es wird sich ein Sättigungsstrom ausbilden (vgl. hierzu auch Abb. 49).

17. Joulesches Gesetz. Die durch den Strom \bar{J} Amp. in einem Draht vom Widerstand $\bar{R} \Omega$ in \bar{t} Sekunden erzeugte Wärme ist in Kalorien gemessen $\bar{A} = 0,24 \bar{J}^2 \bar{R} \bar{t}$.

18. Normalelemente. Unbekannte Spannungen bestimmt man häufig durch Vergleich mit einer in Volt bekannten Spannung, z. B.

der eines Normalelementes. Als solches gilt das Weston-Element und das Clark-Element, Elemente, die man mit Eichschein beziehen kann.

Das Weston-Normalelement besitzt als positiven Pol reines Quecksilber, als negativen Cadmiumamalgam mit 10 bis 13 Gewichtsprozent Cadmium. Über dem Quecksilber befindet sich eine Paste aus Hg_2SO_4 (Mercurosulfat)- und CdSO_4 -Kristallen, auf dem Amalgam lagern Kristalle des Cadmiumsulfathydrats. Eine gesättigte Lösung von CdSO_4 verbindet die beiden Elektroden. Eine viel verwendete Form ist die in der Abb. 8 gezeichnete, bei der die Platinzuleitungen zum Quecksilber und dem Amalgam durch das Glas von unten eingeführt werden. Die Spannung ist bei

0°	10°	15°	20°	25°
1,0187	186	185	183	181 Volt.

Das wegen seines hohen Temperaturkoeffizienten nicht mehr sehr viel gebrauchte Clark-Element besteht aus: Quecksilber, Hg_2SO_4 (Oxydul), Zinkvitriol, Zinkamalgam mit 10 Gewichtsprozent Zink. Die Spannung ist bei

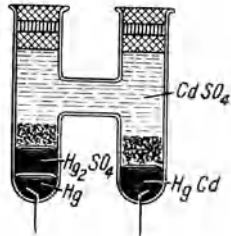


Abb. 8.

Weston-Normalelement

0°	10°	15°	20°	25°
1,4487	382	324	263	198 Volt.

In vielen Fällen genügt der Vergleich mit der Spannung eines Akkumulators, eines Daniell-Elementes oder eines der bekannten anderen Elemente, die Spannungen zwischen 1 und 2 Volt besitzen.

Der Bleiakкумуляtor besteht aus einer Blei- und einer Bleisuperoxydplatte, die in verdünnte Schwefelsäure vom spez. Gew. 1,15 bis 1,25 tauchen. Die Spannung beträgt 2,0 bis 2,02 Volt, Blei ist der negative Pol. Nach längerer Stromentnahme, bei der das Blei sich allmählich mit PbSO_4 überzieht und das PbO_2 in PbSO_4 umwandelt, muß der Akkumulator „aufgeladen“, d. h. der chemische Umwandlungsprozeß rückgängig gemacht werden; man schickt zu dem Zweck einen Strom in entgegengesetzter Richtung durch den Akkumulator, indem man den positiven Pol mit dem positiven Pol einer anderen Batterie, den negativen mit dem negativen der Batterie unter Vorschalten eines geeigneten Widerstandes

verbindet, so daß die Stromstärke nicht über die für den Akkumulator erträgliche hinausgeht, die bei Lieferung der Akkumulatoren angegeben werden muß.

Als Kapazität eines Akkumulators bezeichnet man die Ampere-stundenzahl, die bei der Ladung von ihm aufgenommen wurde und die er beim Entladen abgeben kann. Große Kapazitäten erfordern große Oberflächen, große Platten.

Bei dem Edison-Akkumulator ist das PbO_2 durch pulverförmiges gepreßtes Nickelsuperoxyd, das Blei durch Eisen, die Säure durch Kalilauge (20 bis 25 %) ersetzt. Er zeigt eine Spannung von 1,23 Volt, ist verhältnismäßig leicht und wenig stoßempfindlich, ist aber, insbesondere wenn große Kapazität gefordert wird, weniger häufig als der bewährte Bleiakkumulator in Gebrauch.

Das Daniell-Element (Abb. 9) besitzt als negativen Pol Z einen amalgamierten Zinkstab, der in verdünnte Schwefelsäure taucht (1,075 spez. Gew.), als positiven Pol K ein Kupferblech in konzentrierter Kupfersulfatlösung; die beiden Flüssigkeiten sind durch einen porösen Tonzylinder getrennt, der die Schwefelsäure enthält und in der Kupfersulfatlösung steht. Die Spannung beträgt rund 1,1 Volt.

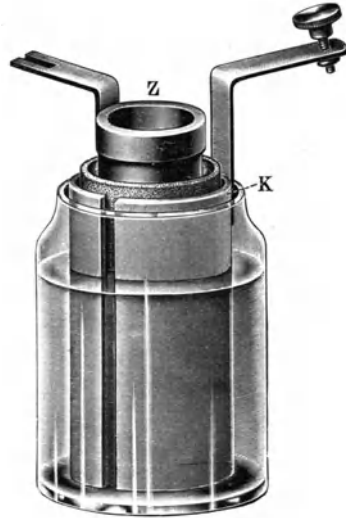


Abb. 9. Daniell-Element

c) Wechselwirkung zwischen elektrischem und magnetischem Feld

19. Erste Maxwellsche Gleichung. Um einen konstanten (auch variablen) elektrischen Strom befindet sich ein magnetisches Feld \mathfrak{H} , dessen Kraftlinien den Stromleiter ringförmig (bei Störungsfreiheit kreisförmig) umschließen. Wir verstehen dabei zunächst unter „Kraftlinien“ des magnetischen Feldes Kurven, deren Tangente in jedem Punkt die Richtung des magnetischen Feldes in diesem Punkt an-

gibt, oder wenn wir zunächst von dem magnetischen Feld noch nicht sprechen wollen, die Richtung einer Kraft, in die sich eine allen anderen Kräften entzogene Magnethadel einstellen würde. Stärke und Richtung des Feldes an irgendeiner Stelle des Raumes bei Kenntnis der Strom- und elektrischen Feld-Verteilung im Raume ist durch die erste Maxwellsche Gleichung bestimmt, deren allgemeine Form lautet [worin $\mathfrak{D} = \epsilon \mathfrak{E}$ ist]:

$$\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t} + \kappa \mathfrak{E} = \text{rot } \mathfrak{H}^1),$$

und die daher geradezu als die Definition des magnetischen Feldes \mathfrak{H} angesehen werden kann. $\frac{\partial \mathfrak{D}}{\partial t}$ ist der Verschiebungsstrom, der nur bei veränderlichen Strömen und Spannungen als Begleiterscheinung auftreten kann. $\kappa \mathfrak{E} = J$ ist der Leitungsstrom. Haben wir es mit einem konstanten Strom J in einem linearen, aus den Linienelementen ds bestehenden Leiter, der also zugleich die Richtung des Stromes angibt, zu tun, so läßt sich \mathfrak{H} aus der obigen Gleichung für eine bestimmte Stelle x, y, z des Raumes in den Entfernungen r von den Elementen ds berechnen, also Stärke und Richtung des Feldes um den stromführenden Leiter an dieser Stelle des Raumes angeben. Es ist bei Ausdehnung der Integrale auf alle ds :

$$\mathfrak{H}_x = \frac{J}{4\pi} \int \frac{ds}{r^2} [\cos(sy) \cos(rz) - \cos(sz) \cos(ry)],$$

$$\mathfrak{H}_y = \frac{J}{4\pi} \int \frac{ds}{r^2} [\cos(sz) \cos(rx) - \cos(sx) \cos(rz)],$$

$$\mathfrak{H}_z = \frac{J}{4\pi} \int \frac{ds}{r^2} [\cos(sx) \cos(ry) - \cos(sy) \cos(rx)],$$

¹⁾ *rot* \mathfrak{H} , ein Symbol, ist wie die beiden Summanden auf der linken Seite eine gerichtete Größe und bezeichnet die Resultante mit den drei Komponenten:

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{H}_x}{\partial y},$$

wenn $\mathfrak{H}_x, \mathfrak{H}_y, \mathfrak{H}_z$ die drei Komponenten des Feldes \mathfrak{H} in den drei Raumkoordinatenrichtungen x, y, z sind. Die Gleichung ist eine Vektorgleichung und ist erfüllt, wenn die links- und rechtsstehenden Vektoren, also ihre Komponenten einzeln einander gleich sind.

worin das Symbol $\cos (a b)$ den Kosinus des Winkels zwischen den Richtungen a und b bedeutet. Die Integrale können wir auffassen als Summen von Wirkungen der einzelnen Stromelemente ds und können uns vorstellen, daß jedes Stromelement einen Beitrag \mathfrak{H}' zu der Feldstärke \mathfrak{H} an dem Ort x, y, z liefert. Dieser ist dann offenbar:

$$\mathfrak{H}'_x = \frac{J}{4\pi} \frac{ds}{r^2} [\cos (s y) \cos (r z) - \cos (s z) \cos (r y)],$$

$$\mathfrak{H}'_y = \frac{J}{4\pi} \frac{ds}{r^2} [\cos (s z) \cos (r x) - \cos (s x) \cos (r z)],$$

$$\mathfrak{H}'_z = \frac{J}{4\pi} \frac{ds}{r^2} [\cos (s x) \cos (r y) - \cos (s y) \cos (r x)].$$

Durch Anwendung dieser Formeln auf besonders einfach geführte Stromleiter lassen sich leicht einige bekannte Beziehungen zwischen elektrischem Strom und magnetischem Feld erhalten.

20. Biot-Savartsches Gesetz. Das Element des Stromes habe die x -Richtung und befinde sich im Anfangspunkt des Koordinatensystems. Dann ist:

$$\mathfrak{H}'_x = 0; \quad \mathfrak{H}'_y \cos (r y) + \mathfrak{H}'_z \cos (r z) = 0.$$

Das bedeutet, daß \mathfrak{H}' in die y - z -Ebene fällt und senkrecht zu r gerichtet ist (vgl. Abb. 10). Die Stärke des Feldes \mathfrak{H}' ist:

$$\mathfrak{H}' = \frac{J}{4\pi} \frac{ds}{r^2} \sin (r ds).$$

Ganz allgemein ist die Feldstärke senkrecht zur Ebene durch Stromelement ds und Verbindungslinie r gerichtet. Wenn wir die Richtung, in die der Nordpol einer Magnetnadel weist, positiv rechnen, so gilt für die positive Richtung des Feldes \mathfrak{H}' erfahrungsgemäß folgende (Amperesche) Schwimmerregel: Denkt man sich im Strome schwimmend mit dem Kopf voran, so ist die positive Richtung des in der

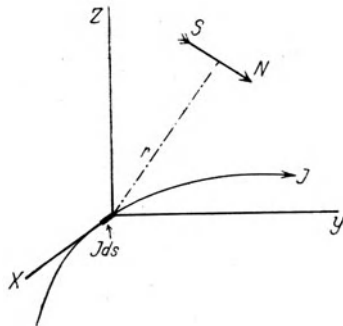


Abb. 10.
Zum Biot-Savartschen Gesetz

Blickrichtung liegenden Feldes durch die Richtung der seitlich ausgestreckten Linken gegeben (oder: so beobachtet man, daß der in der Blickrichtung liegende Nordpol von dem Strom nach links abgelenkt wird). Die Formel für die Abhängigkeit des \mathfrak{H}' von J und r ist von Biot und Savart angegeben worden.

21. Tangentenbussole. Vom Strom J wird ein zu einem vollen Kreis mit dem Radius r gebogener Draht durchflossen mit Zuleitungen, die gut miteinander verdreht sind, daß von ihnen eine merkliche magnetische Wirkung nach außen nicht zu befürchten ist. Dann ist in der Mitte des Kreises ein magnetisches Feld von der Stärke $\frac{J}{2r}$, wie durch Summation der Wirkungen der Stromelemente des Kreises sofort aus dem Biot-Savartschen Gesetz folgt. Be findet sich dort eine kleine Magnetnadel und fällt der Kreis in die Ebene des magnetischen Meridians, dann wird die Nadel durch das Feld in eine neue Ruhelage gedreht, die den Winkel α gegen den Meridian zeigt. In ihr halten sich die Drehmomente, das von der Feldstärke $\frac{J}{2r}$ und das von der Horizontalkomponente der erdmagnetischen Kraft \mathfrak{H}_0 , das Gleichgewicht. Also muß sein

$$\mathfrak{H}_0 \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{J}{2r},$$

woraus z. B. \mathfrak{H}_0 berechnet werden kann. Ist der Strom in mehreren (n) Kreiswindungen mit dem Radius r um den Mittelpunkt der Nadel herumgeführt, so ist die Feldstärke $\frac{nJ}{2r}$. Man wird also eindeutig die magnetische Feldstärke in Ampere-Windungszahl/cm angeben können, und man nennt in der Tat die Feldstärke in der Mitte eines Kreises vom Radius \bar{r} cm, der von dem Strom \bar{J} Amp. durchflossen wird. $\frac{\bar{J}}{2\bar{r}}$ Amp.-Wind./cm, also z. B. wenn $r = 50$ cm und $J = 100$ Amp. ist, oder $r = 0,5$ cm und $J = 1$ Amp., die Feldstärke 1 Amp.-Wind./cm.

22. Magnetische Feldstärke. Wenn man die Einheit der magnetischen Feldstärke so wählt, wie in Nr. 21 angegeben, so findet man, daß sie im Innern eines unendlich langen Solenoids konstanter Weite zahlenmäßig gleich ist der Ampere-Windungszahl, die auf

1 cm der Solenoidlänge entfällt. Sie ist an allen Stellen im Innern gleich und außerhalb des Solenoids Null. Das gleiche gilt von der Ringspule, dem Torroid, d. h. einem geschlossenen Solenoid mit kreisförmig gebogener Achse; im Innern herrscht ein magnetisches Feld, dessen Stärke numerisch gleich ist der Ampere-Windungszahl/cm, außerhalb der Spule ist das Feld Null. Im Innern und in der Nähe der Mitte eines Solenoids von endlicher Länge ist das Feld im wesentlichen auch durch die Ampere-Windungszahl/cm gegeben und von der geometrischen Form nur wenig abhängig, wenn das Solenoid lang im Vergleich zum Durchmesser ist.

Man vergleicht magnetische Feldstärken miteinander, indem man die Schwingungsdauer einer kleinen Magnetnadel an den betreffenden Feldstellen bestimmt und die Feldstärken umgekehrt proportional den Quadraten der Schwingungszeiten setzt. Denn es ist die Schwingungsdauer T eines jeden schwingenden Systems $= 2\pi$ mal der Quadratwurzel aus Trägheitsmoment durch Direktionskraft, und die Direktionskraft der Nadel proportional der magnetischen Feldstärke. Daher ist man prinzipiell auch in der Lage, experimentell die von einem permanenten Magneten herrührende Feldstärke an irgendeiner Stelle des Raumes in Ampere-Windungszahl/cm zu bestimmen. Früher benutzte man unter Bezugnahme auf das cgs-System als Einheit der Feldstärke 1 „Gauß“ $= 1 \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$, auf die man z. B. geführt wird, wenn man fordert, daß die Feldstärke in der Mitte eines Kreisstromes (vgl. Nr. 21) in „Gauß“ numerisch gleich ist dem Zahlenwert von $\frac{2\pi J}{r}$, wobei J in sogenannten „absoluten“ elektromagnetischen Einheiten, die $= 10$ Amp. sind, r in cm angegeben ist. Danach ist

$$1 \text{ Amp.-Wind./cm} = \frac{4\pi}{10} \text{ Gauß.}$$

In der ursprünglichen Definition nimmt man Bezug auf die Kraft, die ein Magnetpol in einem magnetischen Felde erfährt. Ein Pol von der Stärke 1 erfährt in dem Felde der Stärke 1 „Gauß“ einen Antrieb von 1 dyn (vgl. Nr. 30, 31).

23. Magnetische Spannung. Entsprechend der elektrischen Spannung bezeichnen wir als magnetische Spannung zwischen zwei Punkten das Linienintegral der magnetischen Feldstärke, also $\int \mathfrak{H} ds$, und messen es in Ampere-Windungszahl.

24. Magnetischer Fluß. In Analogie zum elektrischen Strom spricht man von einem magnetischen Strom \mathfrak{B} , der in einem Raumgebiet durch die magnetische Spannung $\int \mathfrak{H} ds$ hervorgerufen werden kann. Der spezifische magnetische Fluß \mathfrak{B}_0 ist der magnetische Strom bezogen auf die Querschnittseinheit, also \mathfrak{B}/q . Er ist nur elektrisch zu messen und das Maß ist gegeben durch das zweite Maxwell'sche Gesetz.

25. Zweites Maxwell'sches Gesetz. Eine Änderung des magnetischen Flusses durch eine Fläche ruft einen elektrischen Spannungszustand hervor, der z. B. durch einen elektrischen Strom in der Um-

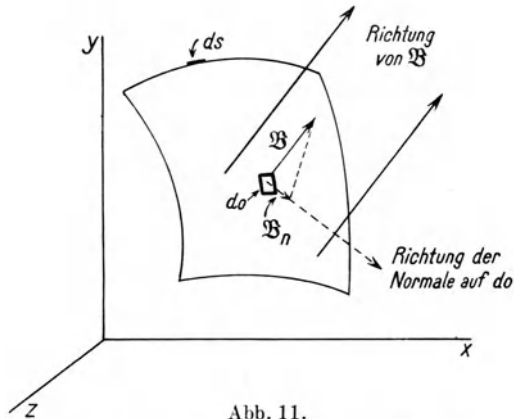


Abb. 11.
Zum zweiten Maxwell'schen Gesetz

randung der Fläche nachweisbar ist, wenn diese Umrandung aus leitendem Material besteht; es ist

$$\frac{d}{dt} \int \mathfrak{B}_n do = \int \mathfrak{E}_s ds \quad \text{oder} \quad \frac{\partial \mathfrak{B}}{\partial t} = - \text{rot } \mathfrak{E}^1).$$

¹⁾ Darin ist wieder $\text{rot } \mathfrak{E}$ das Symbol für die Resultante mit den Komponenten

$$\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial y} - \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial z}, \quad \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial x}, \quad \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{E}_x}{\partial y},$$

wenn $\mathfrak{E}_x, \mathfrak{E}_y, \mathfrak{E}_z$ die Komponenten der elektrischen Feldstärke \mathfrak{E} am Punkt x, y, z sind. Die Gleichung ist wieder eine Vektorgleichung, die erfüllt ist, wenn links und rechts stehende Vektoren gleich sind, also ihre drei Komponenten einzeln gleich sind.

Das Integral auf der linken Seite ist von den Produkten $\mathfrak{B}_n do$ über die Fläche zu nehmen, auf deren Umrandung das Integral rechts sich bezieht; dabei bedeutet $\mathfrak{B}_n do$ das Produkt aus einem Flächenelement do der umrandeten Fläche und dem Betrag der in die Richtung der Normalen n auf do fallenden Komponente des spezifischen magnetischen Flusses \mathfrak{B}_0 ; und $\mathfrak{C}_s ds$ ist das Produkt aus dem Umrandungselement ds und der in diese Richtung fallenden Komponente von \mathfrak{C} an der Stelle (vgl. Abb. 11). Der durch die induzierte elektromotorische Kraft $\int \mathfrak{C}_s ds$ hervorgerufene Induktionsstrom, der nur während der Änderung von \mathfrak{B} besteht, kann galvanometrisch gemessen werden und so zur Berechnung von \mathfrak{B} in Voltsekunden oder von \mathfrak{B}_0 in Volt-sec/cm² dienen.

26. Magnetischer Widerstand. Der Fluß findet einen Widerstand, der vom Medium abhängt und um so größer ist, je länger die Strecke und je kleiner der Querschnitt des Flusses ist. Der spezifische Widerstand wird in der Regel mit $1/\mu$ bezeichnet; der reziproke Wert μ des spezifischen Widerstandes ist die Permeabilität. Wenn man in Analogie zu dem Ohmschen Gesetz der Elektrizität fordert, daß der Fluß und die Spannung formal durch eine lineare Beziehung miteinander verbunden sein sollen, so kommt man in manchen Fällen mit der Erfahrung in Widerspruch, da der Widerstand von dem Fluß (bzw. von der Spannung) abhängig ist. Immerhin schreibt man allgemein

$$\mathfrak{H}l = \mathfrak{B}_0 \cdot g \frac{l}{\mu \cdot g} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{H} \cdot \mu = \mathfrak{B}_0$$

(μ zuweilen Funktion von \mathfrak{H}). Wenn man μ willkürlich als reine Zahl ansähe, so würde durch diese Gleichung bestimmt, daß \mathfrak{B}_0 und \mathfrak{H} in gleichen Einheiten gemessen werden müßten. Das ist nicht zweckmäßig, da \mathfrak{H} und \mathfrak{B}_0 ganz verschiedene Bedeutung haben und auch durch zwei ganz verschiedene elektromagnetische Beziehungen gewonnen wurden, durch die beiden Maxwellschen Gesetze. Trotzdem wird noch vielfach daran festgehalten und dann der Fluß oder die „magnetische Induktion“ in „Gauß“ angegeben; als Umrechnungsgleichung merke man in diesem Falle: 1 Volt-sec = 10⁸ Gauß.

27. Permeabilität. Messen wir, wie das den Definitionen entspricht, \mathfrak{H} in Amp.-Wind./cm und \mathfrak{B}_0 in Volt-sec/cm², so ergibt sich die Permeabilität in Volt-sec/Amp.-Wind.-cm, und zwar findet man

durch Beobachtung, die in verschiedener Weise angestellt werden kann, im Vakuum

$$\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-8} = 4\pi \cdot 10^{-9} \cdot \frac{\text{Volt-sec}}{\text{Amp.-cm}}$$

(Die Einheit wird danach ein Medium zeigen, in dem die Feldstärke 1 Amp.-Wind./cm einen Fluß von $\frac{1}{4\pi} \cdot 10^9 \frac{\text{Volt-sec}}{\text{cm}^2}$ hervorruft.)

Medien, deren μ größer als das des Vakuums, aber von dessen Größenordnung ist, nennt man paramagnetisch, solche, deren μ kleiner als das des Vakuums ist, sind die diamagnetischen, solche, deren μ viel größer als das des Vakuums ist, sind die ferromagnetischen

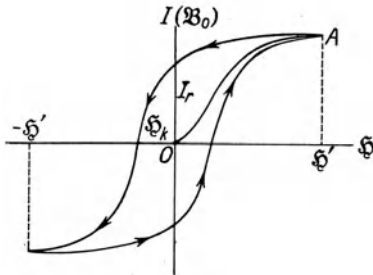


Abb. 12. Hysteresiskurve.
Remanenz I_r , Koerzitivkraft H_k .

Materialien; der tiefere Grund für die starken Verschiedenheiten des μ in verschiedenen Materialien ist vermutlich zu suchen in Bewegungsformen oder Konfigurationen gewisser Elektronen der Atome. Das μ der ferromagnetischen Stoffe ist abhängig von H bzw. B_0 , und zwar nicht eindeutig; sein Wert kann entnommen werden aus graphischen Darstellungen der

Abhängigkeit des B_0 von H , deren Charakter aus Abb. 12 hervorgeht. B_0 nimmt mit wachsendem H bis zu einem Sättigungswert zu, den B_0 bei der Feldstärke H' erreicht, und bei Abnahme von H langsamer ab. Die in sich bei einem Zyklus meist geschlossene Kurve nennt man die Hysteresisschleife. Die Werte μ' von μ , die man in Tabellen findet, sind die der sogenannten „jungfräulichen“ Kurve OA , die man bei einem Material erhält, das dem magnetischen Felde noch nicht ausgesetzt war, und in der Regel auf μ_0 des Vakuums oder der Luft bezogen, also relative Werte $\mu' = \mu/\mu_0$, nicht angegeben in Volt-sec/Amp.-cm.

28. Intensität der Magnetisierung. Häufig wird statt der Permeabilität die Suszeptibilität angegeben. Zieht man von der Gesamtinduktion infolge des eingebetteten Mediums die des Vakuums ab, bildet also: $B_0 - \mu_0 H = 4\pi \mu_0 \kappa \cdot H$, so ist

$$B_0 = H \mu_0 (1 + 4\pi \kappa) = H \mu, \quad \text{und} \quad \frac{\mu}{\mu_0} = 1 + 4\pi \kappa.$$

Darin bedeutet μ/μ_0 die „relative“ Permeabilität und κ die Suszeptibilität. Ferner ist $\mu_0 \kappa \cdot \mathfrak{H} = I$ unter dem Namen Intensität der Magnetisierung bekannt. Auch sie kann man in Volt-sec/cm² messen, während die Suszeptibilität eine reine Zahl ist.

29. Entmagnetisierungsfaktor. Für das Feld \mathfrak{H} in der Formel der Nr. 28 kann man meist nicht den Wert des Feldes einsetzen, der an derselben Stelle sich ausbilden würde, wenn dort ein Medium mit der Permeabilität des Vakuums sich befände; der freie Magnetismus, der an der Grenzfläche zweier Medien mit verschiedenem μ entsteht, wirkt dem Felde entgegen; und für die Erzeugung der Induktion \mathfrak{B} und der Intensität der Magnetisierung ist nur die Differenz verantwortlich zu machen: $\mathfrak{H} - NI$, indem man die Feldwirkung des freien Magnetismus in Bruchteilen der Intensität I der Magnetisierung ausdrückt. Man nennt N den Entmagnetisierungsfaktor, der nur bei dem Rotationsellipsoid unabhängig von I oder \mathfrak{H} , bei dem Torroid gleich Null und bei dem zylindrischen Stab eine komplizierte Funktion der Intensität und der Dimensionen des Stabes ist. Einfache Gesetzmäßigkeiten sind nur zu erwarten, wenn man die Entmagnetisierung berücksichtigt.

30. Remanenz. Permanente Magnete. Stellt man die Abhängigkeit des I von \mathfrak{H} graphisch dar (Abb. 12 mit I statt \mathfrak{B}_0 als Ordinate), so erhält man eine der \mathfrak{B}_0 - \mathfrak{H} -Kurve ähnliche Kurve, die auch oft als Hysteresiskurve bezeichnet wird. Der Abschnitt dieser Kurve auf der Ordinate, I_r , d. h. die bei $\mathfrak{H} = 0$ zurückbleibende Magnetisierung ist der remanente Magnetismus. Der Abszissenabschnitt \mathfrak{H}_k , d. i. die Feldstärke, die notwendig ist, um den remanenten Magnetismus zu vernichten, ist die Koerzitivkraft. Ein Material mit remanentem Magnetismus ist ein „permanenter“ Magnet. Von ihm geht ein magnetischer Fluß aus, der durch $\mathfrak{B}_0 q$ zu messen ist, bzw. durch $\int \mathfrak{B}_0 dq$, wenn der spezifische Kraftfluß an verschiedenen Stellen der Magnetoberfläche verschieden ist. Die Größe ist als Polstärke (auch Magnetismmenge) bekannt, die wir demnach in Volt-sec angeben können. Es stimmt das der Dimension nach überein mit den Beobachtungen der Kraftwirkungen im Sinne des Coulombschen Gesetzes des Magnetismus, demzufolge zwei Magnetismmengen m_1 und m_2 in der Ent-

fernung r im Medium mit der Permeabilität μ sich anziehen nach der Gleichung

$$K = \frac{m_1 m_2}{4\pi \mu r^2}.$$

Vergleichen wir in dieser Gleichung die für die physikalischen Größen eingeführten Einheiten beiderseits des Gleichheitszeichens, so finden wir, wie es sein muß, Übereinstimmung: denn es ist wirklich:

$$\left[\frac{\mathfrak{B}_0^2 \text{ cm}^4 \cdot \mathfrak{H}}{\mathfrak{B}_0 \cdot \text{cm}^2} \right] = \left[\frac{\text{Coul. Volt}}{\text{cm}} \right] = \text{Dimension einer Kraft}^1).$$

31. Magnetisches Moment. Das ist das Produkt aus Polstärke und Polentfernung, zu messen in Volt-sec-cm, wobei aber betont werden muß, daß diese beiden Größen problematisch sind, da nur ihr Produkt eindeutig bestimmt werden kann. Das magnetische Moment M eines Magnetstabes in einem magnetischen Felde \mathfrak{H} bestimmt mit diesem zusammen die Dauer T der Schwingungen des Stabes um eine zur Feldrichtung senkrechte Achse; denn die auf den Stab wirkende Direktionskraft ist das Produkt $\mathfrak{H} \cdot M$ (in dem vielgebrauchten „elektromagnetischen“ cgs-Maßsystem ist die Einheit des magnetischen Moments $\text{cm}^{5/2} \text{g}^{1/2} \text{sec}^{-1}$ sehr viel kleiner als 1 Volt-sec-cm nämlich 10^{-8} Volt-sec-cm) und es ist

$$M = \frac{4\pi^2}{\mathfrak{H} T^2} \times \text{Trägheitsmoment des Stabes um die Drehachse.}$$

Es ist leicht zu sehen, aber zur Kontrolle wichtig, auch hier zu prüfen, ob die Maßeinheiten beiderseits des Gleichheitszeichens gleich sind, wie es sein muß. Es ist

$$[M] = [\text{Volt-sec-cm}] = \left[\frac{\text{cm}}{\text{Amp.-Wind.-sec}^2} \text{g cm}^2 \right]$$

oder durch geeignete Multiplikation:

$$[\text{Volt-Amp.-sec}] = \text{kinetische Energie.}$$

Ein Magnetstab mit dem magnetischen Moment $\overline{M} \cdot 10^{-8}$ Volt-sec-cm erzeugt in der Achsenrichtung in der Entfernung $r = \bar{r}$ cm von dem Mittelpunkt des Magneten, die groß ist im Vergleich zum

¹⁾ Die eckigen Klammern sind angewandt, um anzudeuten, daß es sich hier nur um sogenannte „Dimensionsgleichungen“ handelt, also um „Größengleichungen“, aus denen die Zahlenwerte weggelassen oder gleich 1 gesetzt sind.

Polabstand, die Induktion $\frac{2\bar{M}}{r^3}$ Gauß oder $\frac{2\bar{M}}{r^3} \cdot 10^{-8}$ Volt-sec/cm².

Die gleiche Wirkung zeigt ein ebener geschlossener Kreisstrom mit dem Radius \bar{r}_0 cm, dessen Ebene senkrecht zur Achsenrichtung liegt und dessen Mittelpunkt mit dem Mittelpunkt des Magneten zusammenfällt, wenn die Stärke des Stromes J in Ampere zahlen-

mäßig gleich ist: $\bar{J} = \frac{10\bar{M}}{f}$, worin $f = \bar{f}$ cm² die umflossene

Fläche $\pi \bar{r}_0^2$ cm² bedeutet; es ist dabei vorausgesetzt, daß die Permeabilität in dem Versuchsraum μ_0 die der Luft (oder die des Vakuums) ist. Denn nach dem Gesetz von Biot-Savart ist in der Achsenrichtung des Kreisstromes in der Entfernung r von der Ebene des Kreisstromes

$$\bar{\mathfrak{H}} = \frac{J}{4\pi} \int \frac{r_0 \cdot ds}{(r_0^2 + r^2)^{3/2}} = \frac{J}{4\pi} \frac{2\pi r_0^2}{(r_0^2 + r^2)^{3/2}} \sim \frac{J}{4\pi} f \frac{2}{r^3},$$

also die Induktion an der Stelle

$$\bar{\mathfrak{H}} \cdot \mu_0 = \frac{2}{r^3} f \frac{J}{4\pi} \cdot 4\pi \cdot 10^{-9} \frac{\text{Volt-sec}}{\text{Amp.-cm}} = \frac{2}{r^3} \bar{J} \bar{f} \frac{1}{10} \cdot 10^{-8} \text{ Volt-sec/cm}^2.$$

Die Wirkungen sind also gleich, wenn:

$$\bar{J} = \frac{10\bar{M}}{f}.$$

(Wenn die Stromstärke nicht in Ampere (\bar{J}), sondern in der Einheit des elektromagnetischen Maßsystems (\bar{J}) angegeben ist, die zehnmal so groß ist, wie 1 Amp., so ist: $\bar{J} \bar{f} = \bar{M}$.)

32. Erdmagnetismus. Das erdmagnetische Feld ist völlig bestimmt durch Angabe der drei Bestimmungsstücke: Deklination, Inklination und Horizontalkomponente der erdmagnetischen Kraft oder Horizontalintensität. Man versteht unter Deklination den Winkel, den die Magnetnadel mit dem geographischen Meridian bildet, und spricht von westlicher oder östlicher Deklination, je nachdem der Nordpol der Nadel nach Westen oder Osten abgelenkt ist. Inklination ist der Winkel, den eine Magnetnadel mit der Horizontalebene bildet, wenn die Nadel um eine horizontale, von Ost nach West gerichtete Achse drehbar ist. Alle drei Bestimmungsstücke sind zeitlichen Schwankungen unterworfen.

33. Induktionskoeffizient. Die Stromänderung dJ im Kreis A_2 (Abb. 13) ruft eine Änderung des magnetischen Flusses durch die Fläche des Stromkreises A_1 hervor von der Größe

$$d \int B_n d\sigma,$$

die zu messen ist durch die induzierte elektromotorische Kraft $dt \int \mathfrak{E}_s ds$, die in dem Stromleiter A_1 während des Zeitelementes dt der Stromänderung dJ hervorgerufen wird (vgl. 25). Wenn im

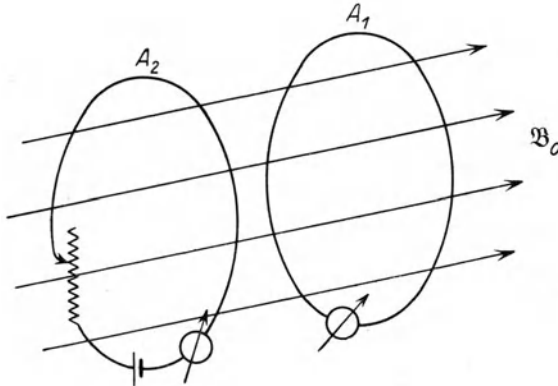


Abb. 13. Zur gegenseitigen Induktion zweier Stromkreise

Raum Eisen oder magnetisches Material nicht vorhanden, ist sie der Änderung dJ proportional. Der Proportionalitätsfaktor $L_{1,2}$ in der Beziehung

$$\int \mathfrak{E}_s ds = L_{1,2} \frac{dJ}{dt}$$

ist der Koeffizient der gegenseitigen Induktion zwischen dem den Fluß hervorrufenden Stromkreis A_2 und dem die durchflossene Fläche umschließenden Stromleiter A_1 . Erfolgt die Gesamtänderung in der Zeit t , so ist:

$$L_{1,2} (J_t - J_0) = \int_0^t \int \mathfrak{E}_s ds dt.$$

Der Koeffizient $L_{1,2}$ wird angegeben in Volt-sec/Amp., die Einheit $= 1 \frac{\text{Volt-sec}}{\text{Amp.}}$ heißt 1 Henry; sie hat ein Leitersystem A_1, A_2 , wenn eine Änderung des Stromes im einen Kreis A_2 um 1 Amp. im andern A_1 die Induktion von 1 Volt-sec hervorruft (oder die Ände-

zung von 1 Amp./sec im einen die Spannung von 1 Volt im anderen). Auch in dem Leiter, der die Stromänderung erleidet, tritt eine Induktion auf, die man als Selbstinduktion bezeichnet. Auch der Selbstinduktionskoeffizient wird in Henry gemessen.

d) Veränderlicher Strom, Wechselstrom

34. Graphische Darstellung des zeitlichen Verlaufs veränderlicher Ströme. Es gibt zwei Darstellungsarten des zeitlichen Verlaufs. Von ihnen kommt nur die eine in Betracht, wenn es sich um nicht periodisch veränderliche Ströme handelt: Dabei verwendet man die Zeit als Abszisse, die Intensität des Stromes als

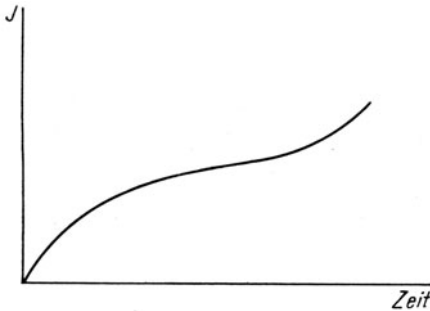


Abb. 14. Zeitlich veränderlicher Strom

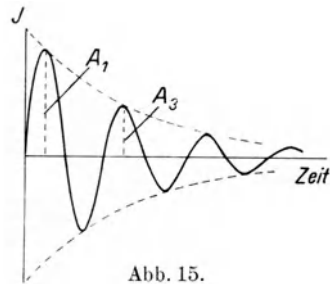


Abb. 15.

Periodisch veränderlicher Strom mit Dämpfung

Ordinate (z. B. Abb. 14). Auch bei periodischem Verlauf verwendet man diese Darstellung, wenn man z. B. Dämpfungserscheinungen betrachten will. In Abb. 15 ist der sinusähnliche Verlauf der Intensität eines Stromes mit abnehmender Amplitude wiedergegeben, etwa von der analytischen Form: $J = A_0 \sin \omega t = A \cdot e^{-\kappa t} \sin \omega t$, eine gedämpfte Schwingung mit den Konstanten A , κ , ω . Man nennt κT das logarithmische Dekrement \mathcal{A} der Schwingung mit der Periode T und $e^{+\kappa T} = k_0$ das Dämpfungsverhältnis, d. i. das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender (um eine ganze Periode auseinander liegender) gleichsinniger maximaler Elongationen A_1 , A_3 ; es ist $\mathcal{A} = \lg \frac{A_1}{A_3}$ ¹⁾.

¹⁾ Zuweilen wird statt des oben definierten k_0 als Dämpfungsverhältnis das Verhältnis k_1 zweier aufeinanderfolgender um eine halbe Periode auseinanderliegender maximaler Elongationen A_1 und A_2 bezeichnet. Offenbar ist $k_0 = k_1^2$ und $\mathcal{A} = \lg k_0 = 2 \lg k_1 = \kappa T$.

Bei ungedämpftem periodischem Verlauf, den man auf sinusförmigen zurückführen kann, z. B. wenn $J = A \sin \omega t$ ist (mit der Amplitude A), benutzt man aber gern die Vektordarstellung oder das Wechselstrom-Vektordiagramm (Abb. 16). Mit dem Wert der Amplitude der Schwingung als Radius schlägt man um den Koordinatenanfangspunkt einen Kreis; die Stromintensität im Augenblick t ist dann gleich der Ordinate des Peripheriepunktes, dessen Verbindungslinie (Radiusvektor) mit dem Koordinatenanfangspunkt, dem Kreismittelpunkt, zur Abszissenachse den Neigungswinkel $\omega t = \frac{2\pi}{T}t$ zeigt, wenn T die Umlaufzeit des Radiusvektors, d. i.

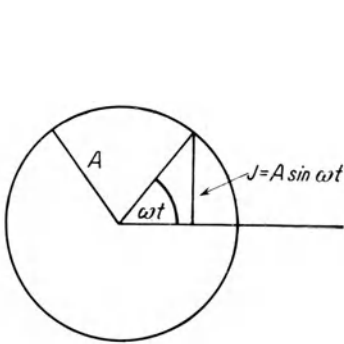


Abb. 16. Vektordiagramm eines Wechselstromes

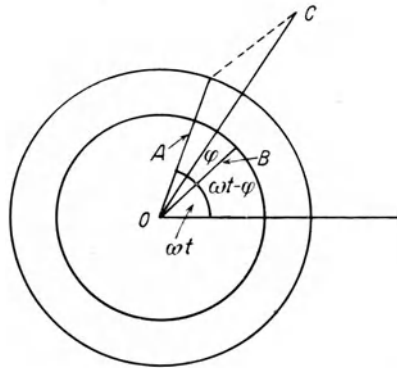


Abb. 17. Addition von Wechselströmen

die Periode, bedeutet. $\frac{2\pi t}{T}$ ist die augenblickliche Phase, $\frac{2\pi}{T} = \omega$ nennt man die Kreisfrequenz, $\frac{1}{T} = \nu$ die Frequenz, die in „Hertz“ (Schwingungszahl in der Sekunde) angegeben wird. Diese Darstellung hat den großen Vorteil, daß man aus ihr z. B. sehr leicht den Augenblickswert eines Wechselstroms entnehmen kann, der sich aus mehreren sinusförmigen Wechselströmen gleicher Periode aber verschiedener Phase zusammensetzt. So ist in Abb. 17 OC der Augenblickswert des Stromes

$$A \sin \omega t + B \sin (\omega t - \varphi)$$

zur Zeit t , wie die Konstruktion leicht ersehen läßt. In analoger Weise stellt man die Wechselspannungen dar.

35. Wechselstromwiderstand, Scheinwiderstand. Wechselströme werden in Drahtschleifen durch Bewegungen derselben in magnetischen Felde erzeugt. Ein sinusförmiger Wechselstrom entsteht in einer ebenen Drahtschleife, wenn sie um eine in ihrer Ebene liegende Achse in einem homogenen Magnetfeld, das senkrecht zur Achse verläuft, in gleichmäßige Rotation versetzt wird. Er ist die Folge der durch die Bewegung in dem Leiter induzierten elektromotorischen Kraft $E = E_0 \sin \omega t$. Ist in dem Kreise Selbstinduktion und Kapazität zu vernachlässigen, so ist der Strom durch die Formel gegeben: $J = J_0 \sin \omega t$, wenn der Widerstand (der sogenannte Ohmsche Widerstand) $\frac{E_0}{J_0} = R$ ist. Anders ist es, wenn in dem Kreis, in dem $E = E_0 \sin \omega t$ wirksam ist, sich eine Selbstinduktion L befindet; dann bildet sich infolge des Stromes J die elektromotorische Kraft $-L \frac{dJ}{dt} = -L J_0 \omega \cos \omega t$ aus. Will man sie überwinden, also den Strom $J = J_0 \sin \omega t$ aufrechterhalten, so muß man zu E noch eine elektromotorische Kraft von der Größe $+L \frac{dJ}{dt}$ zufügen; dem Strom J im Kreise entspricht also die Wechselspannung $E' = J_0 (R \sin \omega t + \omega L \cos \omega t) = J_0 \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \sin (\omega t + \varphi)$, wenn

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$$

ist. Der Maximalwert von E' ist $J_0 \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$. Man nennt $\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ den Wechselstromwiderstand oder Scheinwiderstand eines Leiters mit Selbstinduktion oder seine Impedanz; der Teil R heißt Wirkwiderstand, ωL Blindwiderstand. Strom und Spannung zeigen einen Phasenunterschied, d. h. das Maximum des Stromes tritt erst um die Zeit $\frac{\varphi}{\omega}$ später ein als das der Spannung, es eilt der Spannung um den Phasenwinkel φ nach.

Ist der Leiterkreis durch einen Kondensator mit der Kapazität C unterbrochen, so wird er doch (durch Auf- und Entladen des Kondensators) von einem Wechselstrom durchflossen, wenn er an eine Wechselspannung gelegt ist. Die zur Erzeugung des Stromes $J = J_0 \sin \omega t$ notwendige Spannung ist dann

$$E'' = J_0 \sin (\omega t - \varphi) \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}, \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{R \omega C};$$

in diesem Falle ist $\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$ der Wechselstrom- oder Scheinwiderstand; der Strom eilt der Spannung um den Phasenwinkel φ voraus.

Besteht der Kreis aus Selbstinduktion mit Widerstand und in Reihe geschalteter Kapazität, so ist für den Strom $J = J_0 \sin \omega t$ die Spannung E''' notwendig

$$E''' = J_0 \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

mit dem Wechselstrom- oder Scheinwiderstand

$$\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}.$$

Auch hier benutzt man dann für den Teil R den Namen Wirkwiderstand, für $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ den Namen Blindwiderstand.

Anzumerken ist noch, daß, wenn eine sinusförmige elektromotorische Kraft durch eine Selbstinduktion (mit zu vernachlässigendem Widerstand) geschlossen wird, der Strom der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ nacheilt; wenn sie an einer Kapazität liegt, er der Spannung um $\frac{\pi}{2}$ vorseilt.

Handelt es sich um die Bestimmung der Amplitude einer Gesamtwechselspannung aus der Kenntnis der Teilspannungen an den Enden hintereinandergeschalteter Leiter oder um die Bestimmung der Amplitude der Gesamtstromstärke im unverzweigten Leiterteil bei Kenntnis der Stromstärken in parallelgeschalteten Leitern, so verwendet man gern und zweckmäßig das angeführte Vektordiagramm. Z. B.:

1. Wie groß ist die Amplitude der Gesamtwechselspannung an den Enden einer Selbstinduktion mit Widerstand und einer dazu in Reihe geschalteten Kapazität? Das System wird durchflossen von einem Strom $J = J_0 \sin \omega t$. Die dazu notwendige Spannung setzt sich zusammen aus der, die den Ohmschen Widerstand überwindet mit der Amplitude $E'_0 = J_0 R$, aus der, die die Selbstinduktion

überwindet mit der Amplitude $E_0'' = J_0 \omega L$ und einer Phasenverschiebung $\frac{\pi}{2}$ und einer dritten zur Überwindung der Kapazität mit der Amplitude $E_0''' = \frac{J_0}{\omega C}$ und einer Phasenverschiebung $-\frac{\pi}{2}$; in dem Diagramm haben wir die drei Strecken, die diese Spannungen mit ihren Phasendifferenzen darstellen, geometrisch zu addieren und erhalten E_0 als den gesuchten Amplitudenwert, φ als den Phasenwinkel zwischen E_0 und E_0' (vgl. Abb. 18).

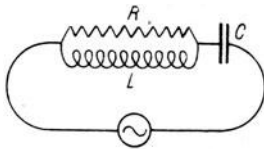
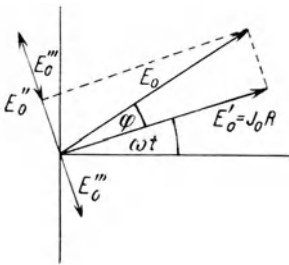


Abb. 18. Vektordiagramm eines Wechselstromes im Kreis mit hintereinandergeschalteter Selbstinduktion und Kapazität

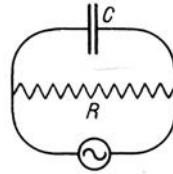
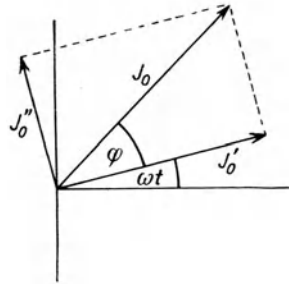


Abb. 19. Vektordiagramm eines Wechselstromes im Kreis mit Kapazität und parallelgeschaltetem Widerstand

2. Wie groß ist die Amplitude des Gesamtstromes, der infolge einer Spannung $E \sin \omega t$ in dem unverzweigten Leiterteil entsteht, wenn der Kreis eine Kapazität und einen parallel geschalteten Widerstand ohne Selbstinduktion enthält? In dem den Widerstand enthaltenden Teil fließt ein Strom mit der Amplitude $J_0' = \frac{E}{R}$, in der parallel geschalteten Kapazität ein solcher mit der Amplitude $J_0'' = E \omega C$, aber mit einer Phasenverschiebung von $\frac{\pi}{2}$. Die geometrische Summe der in dem Diagramm gezeichneten Ströme gibt die gesuchte Amplitude im unverzweigten Teil des Kreises (vgl. Abb. 19).

36. Effektivwert der Stromstärke und der Spannung. Die gebräuchlichen Wechselstrommeßinstrumente zeigen, von einem Gleichstrom durchflossen, einen dem Quadrat des Stromes (oder der Spannung) proportionalen Ausschlag, bei Wechselstrom liefern sie daher den Mittelwert des Strom- (oder Spannungs-) Quadrats

$$\frac{1}{T} \int_0^T J^2 dt \quad \left(\text{oder} \quad \frac{1}{T} \int_0^T E^2 dt \right).$$

Ist J (oder E) eine Sinusfunktion von t , mit der Periodendauer T , also $J = J_0 \sin \omega t$ oder $E = E_0 \sin \omega t$, so sind diese Mittelwerte:

$$\frac{1}{2} J_0^2 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2} E_0^2.$$

Die Wurzeln aus diesen Mittelwerten sind die „effektiven Werte“ der Stromstärke oder der Spannung (oder die „dynamometrischen“ Mittelwerte). Sie sind

$$J_e = 0,707 J_0 \quad \text{oder} \quad E_e = 0,707 E_0.$$

(Daraus ergibt sich die Bedeutung eines Verfahrens, die Amplitudenwerte J_0, E_0 von Gesamtstrom oder -spannung leicht berechnen zu können.)

Die Leistung, die eine Wechselstromquelle der Spannung $E = E_0 \sin \omega t$ in die Leitung gibt, in der der Strom $J = J_0 \sin (\omega t - \varphi)$ fließt, ist in jedem Augenblick

$$E \cdot J = E_0 \cdot J_0 \cdot \sin \omega t \cdot \sin (\omega t - \varphi).$$

Sie ist mit der Zeit veränderlich und zeigt den Mittelwert (über eine Periode)

$$U = \frac{J_0}{\sqrt{2}} \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cos \varphi = J_e E_e \cos \varphi.$$

Die Leistung hängt danach von der Phasendifferenz φ zwischen Strom und Spannung ab, deren Bestimmung infolgedessen in der Technik eine große Rolle spielt.

37. Zwei allgemeine Regeln über den Widerstand in zusammengesetzten Leiterkreisen. „In allen unverzweigt in Reihe geschalteten Leitungsteilen verschiedener Induktivität und Kapazität ist der Strom bei nicht zu schnellen Wechslen der gleiche nach Stärke und Phase. Die Spannungen sind nach Größe und Phase verschieden;

ihre Effektivwerte berechnen sich als Produkte aus effektiver Stromstärke und Scheinwiderständen, verhalten sich also direkt wie die Scheinwiderstände.“

„Für alle parallel geschalteten Leitungen verschiedener Induktivität und Kapazität, welche zwischen zwei Punkten eines Wechselstromkreises verlegt sind, ist die Wechselspannung nach Größe und Phase gleich. Die Ströme sind nach Stärke und Phase verschieden; ihre Effektivwerte sind den Scheinwiderständen umgekehrt proportional.“ (Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik.)

38. Resonanz. Ist in einem Wechselstromkreis eine Selbstinduktion (ohne merklichen Ohmschen Widerstand) und eine Kapazität parallel geschaltet, so ist der Widerstand dieses Systems $\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$. Sind L und C so gewählt, daß dieser Ausdruck Null wird, also $LC = \frac{1}{\omega^2}$, dann sagt man: das System ist mit der Frequenz ω in Resonanz. In dem Falle sind die beiden in der Selbstinduktion und in der Kapazität fließenden Ströme entgegengesetzt gleich; sie entnehmen der Wechselstromquelle keine Energie (der Gesamtwiderstand ist Null) und können unbegrenzt lange fortbestehen. Sie stellen eine elektrische Schwingung dar. Man bezeichnet die Resonanzbeziehung in der Schreibweise $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{LC}$ auch als die Thomsonsche Wellengleichung.

Auch ein Leitersystem, das außer Kapazität und Selbstinduktion einen merklichen Widerstand R besitzt, kann zu Resonanzschwingungen angeregt werden, wenn zwischen L , C und T die Resonanzbeziehung gilt. Sobald die Wechselstromquelle abgeschaltet wird, bilden sich in dem Fall gedämpfte Schwingungen mit dem logarithmischen Dekrement $\alpha T = \frac{R}{2L} T$ aus, so daß die Stromintensitätsgleichung lautet: $J = J_0 e^{-\alpha t} \sin \omega t$.

Abschnitt II

Messung elektrischer und magnetischer Größen

Allgemeine Vorbemerkung über den Reduktionsfaktor

Die Ablesung, die wir an einem Meßinstrument (Amperemeter, Galvanometer, Widerstand oder dergleichen) vornehmen können, gibt uns in der Regel nicht oder nicht genau den Zahlenwert, mit dem eine bestimmte Einheit zu multiplizieren ist, um die zu messende Größe zu erhalten; und die sogenannte Zurückführung oder Reduktion der Ablesung auf diesen gesuchten Zahlenwert ist notwendig. Das geschieht z. B. durch eine Tabelle, in der zu jeder Ablesung der richtige Zahlenwert eingetragen ist, oder durch eine die Tabelle ersetzende graphische Darstellung, die sogenannte Reduktionstabelle (wozu auch die Korrektionstabellen zu rechnen sind). Vielfach erhält man den richtigen Zahlenwert der zu messenden Größe durch einen für alle Ablesungen konstanten Faktor, den Reduktionsfaktor, häufig auch dadurch, daß man eine bekannte einfache Funktion der Ablesung mit einem konstanten Faktor multipliziert, den man auch in diesem Falle Reduktionsfaktor nennt (z. B. bei der Tangentenbussole, einem Instrument zur Messung der Stromstärke, die proportional der Tangente des direkt abgelesenen Ablenkungswinkels ist).

A. Messung im Gleichstromkreis

- a) Messung des Stromes und der Elektrizitätsmenge
- c) *Strommessung durch Instrumente mit bekanntem oder berechenbarem Reduktionsfaktor*

1. Voltmeter (Elektrolyse). (Messung des „internationalen“ Ampere.) Auf Grund des Faradayschen Gesetzes und der Definition der Stromeinheit durch das Reichsgesetz kann man die

Elektrizitätsmenge Q , die in einer gewissen Zeit t durch einen Elektrolyten hindurchgegangen ist, aus der auf der positiven oder negativen Elektrode (der Anode oder Kathode) abgeschiedenen Menge m (z. B. m_{Ag} Silber, m_{Cu} Kupfer) eines negativen oder positiven Ions durch Wägung mit empfindlicher Waage bestimmen. Nach I, Nr. 9 wandern mit einem Gramm-Äquivalent eines Stoffes 96 494 C, die sogenannte Valenzladung; daher haben wir, wenn M das Äquivalentgewicht (Atomgewicht durch Wertigkeit) des Stoffes ist:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{96\,494}{M} m \text{ C}, \\ &= \frac{m_{\text{Ag}}}{1,118 \text{ mg}} \text{ C}, \\ &= \frac{m_{\text{Cu}}}{0,3294 \text{ mg}} \text{ C}. \end{aligned}$$

Wandert die Elektrizitätsmenge Q in gleichmäßigem Strom während der Zeit t durch die Elektrolytzelle, das Voltmeter, zur einen Elektrode, so fließt ein Strom von $\frac{Q}{t} = 96\,494 \frac{m}{M \cdot t} \frac{\text{C}}{\text{sec}}$,

dessen Messung bei dieser Methode also auf eine Zeitmessung und eine Wägung zurückgeführt ist. Schaltet man die Zelle mit einem anderen Strommeßinstrument in Reihe, so kann man aus der Messung des mittleren Stromes durch die Zelle den Skalenwert des anderen Meßinstrumentes bestimmen, das andere Instrument eichen. Bei sehr kleinen Strömen ist die Genauigkeit der Messung mit der Zelle dadurch begrenzt, daß der abgeschiedene Betrag sehr gering ist, wenn man nicht sehr lange Zeit hindurch beobachtet. Dem Vorteil der Zurückführung auf Zeitmessung und Wägung steht also der Nachteil der längeren Versuchsdauer gegenüber. Verwendbar ist die Methode z. B. auch zur Messung der von einer Elektrisiermaschine größeren Formats gelieferten Elektrizitätsmenge, evtl. Stromstärke. Wegen der möglichen Polarisationserscheinungen im Elektrolyten muß man dafür sorgen, daß an der Zelle eine gewisse Mindestspannung liegt, die im allgemeinen ungefähr 1,5 bis 2 Volt beträgt.

In Gebrauch sind das Silber-, das Kupfer- und das Knallgasvoltmeter, über die noch die folgenden Einzelheiten mitgeteilt seien.

Bei dem Ag-Voltmeter verwendet man eine 15 bis 20 % wässrige AgNO_3 -Lösung, bei stärkeren Strömen unter Umständen

eine etwas höhere, bei schwächeren eine etwas niedrigere Konzentration. Zweckmäßig ist es, die Stromdichte nicht höher als $0,02 \text{ Amp. pro cm}^2$ der Kathode zu nehmen. Die Temperatur hat keinen merklichen Einfluß. Als Kathode benutzt man einen trocken, auf empfindlicher Waage (auf mg oder $0,1 \text{ mg}$ genau) abgewogenen Platintiegel, Pt, als Anode einen Stab aus reinem Silber, Ag (vgl. Abb. 20). Der Platintiegel, auf dem sich das Ag abscheidet, ist nach dem Versuch vor der Wiederwägung mit destilliertem Wasser abzuspülen, bis das Waschwasser bei Zusatz von etwas Salzsäure keine Trübung mehr zeigt, und vorsichtig über der Flamme zu trocknen. Weggespülte Ag-Flitter müssen im Porzellanfilter F' aufgesammelt und mit gewogen werden.

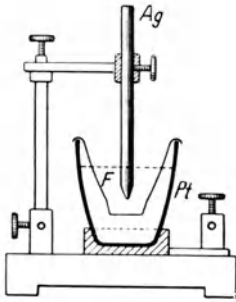


Abb. 20.
Silbervoltmeter

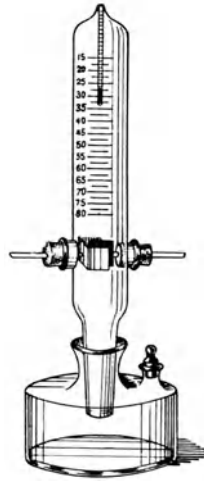


Abb. 21.
Knallgasvoltmeter

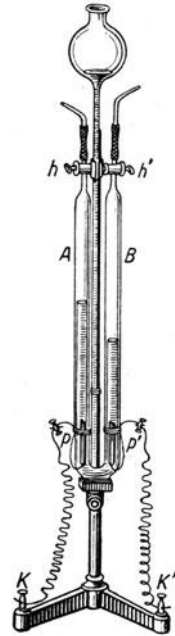


Abb. 22.
Wasservoltmeter

Das Kupfervoltmeter besitzt eine Cu- oder Pt-Kathode und eine Anode aus reinem Cu, die sich in verdünnter, etwas angesäuertem CuSO_4 -Lösung (etwa 20 %) befinden, die Stromdichte kann bis $0,04 \text{ Amp. pro cm}^2$ der Kathode betragen. Auch hier kommt es auf die Feststellung der auf der Kathode abgeschiedenen Cu-Menge an, für die eine sorgfältige Wägung der trockenen Kathode vor und nach Stromdurchgang notwendig ist.

Das Wasser- oder Knallgasvoltmeter (Abb. 21 u. 22) zeigt, verglichen mit den beiden erstgenannten, eine geringere Genauigkeit, die bei großer Sorgfalt immerhin auch bis zu einigen pro Mille gesteigert werden kann. Man benutzt bei ihm 10 bis 20% reine H_2SO_4 -Lösung mit Pt-Elektroden P und P' und bestimmt entweder (Abb. 22) die an der Kathode abgeschiedene und in einem Gasentbindungsrohr B aufgefangene H_2 -Menge oder (Abb. 21) die an beiden Elektroden abgeschiedene, gemeinsam aufgefangene Knallgasmenge in ccm gleich dem $\frac{3}{2}$ fachen des H_2 -Volumens; den an der Anode im Rohr A aufsteigenden O_2 allein zu messen, empfiehlt sich wegen des sehr leicht auftretenden Ozons oder Wasserstoffsuperoxyds nicht. Die Berechnung des Stromes geschieht nach der Formel:

$$J = \frac{Q}{t} = \frac{v_0}{t \text{ sec}} \frac{1 \text{ C}}{0,1740 \text{ cm}^3},$$

wenn v_0 das auf 0° und 760 mm Hg-Druck bezogene, als v gemessene Knallgasvolumen (oder das $\frac{3}{2}$ fache des auf die normalen Bedingungen bezogenen Wasserstoffvolumens) ist, da 0,1740 ccm Knallgas beim Durchgang von $1 \frac{\text{C}}{\text{sec}}$ durch Wasser entsteht und im Gasentbindungsrohr aufgefangen werden kann. Zwischen v_0 und v besteht die bekannte Beziehung:

$$v_0 = \frac{v}{1 + 0,00367 \vartheta} \frac{p}{760 \text{ mm}},$$

wenn ϑ die Temperatur des Knallgases und p der Druck, unter dem es steht, bedeutet. p berechnet sich aus Barometerstand b , Differenz h der Schwefelsäureniveaus vom spezifischen Gewicht $s = 1,1$ und dem Wasserdampfdruck e mittels der Formel:

$$p = b - \frac{h \cdot s}{13,6} - k e,$$

worin durch den Faktor $k \sim 0,9$ die Verminderung des Wasserdampfdruckes durch die Schwefelsäure berücksichtigt wird. Wegen der Polarisationsspannung von H_2 und O_2 mit Pt von fast 2 Volt muß bei Messungen mit dem Knallgasvoltmeter für eine Spannung von mindestens 2 Volt (mindestens 1 Akkumulator) am Voltmeter gesorgt werden. Bei geeigneter Elektrodenwahl kann man Ströme bis zu 40 Amp. hindurchlassen und messen; in diesem Falle bestimmt man in der Regel die abgeschiedene Knallgasmenge.

2. Stromwaage. (Messung des „absoluten“ Ampere.) Die folgenden drei Methoden bestehende Wechselwirkung und führen zur Messung des „absoluten“ Ampere.

Bei der Stromwaage wird die Anziehung zweier Stromspulen mit Hilfe der Waage in g^* gemessen und aus der Anziehung auf die Größe der die Spule durchfließenden Ströme, und zwar in der Einheit des elektromagnetischen cgs-Systems, deren 10. Teil man als absolute Ampere, Amp._a^1), bezeichnet, geschlossen, wenn man der Berechnung der Kraft das Biot-Savartsche Gesetz der Wirkung des Stromes auf eine Magnetnadel im cgs-Maß, und die magnetische Feldstärke in Gauß zugrunde legt. Schaltet man in den Stromkreis ein Ag-Voltmeter oder einen in internationalen Einheiten geeichten Strommesser ein, so hat man in dieser Messung eine Methode der Zurückführung des international festgelegten Ampere auf das absolute. In der Tat ist das das Hauptziel dieser Methode, die für die praktische Strommessung kaum in Betracht kommt. Wir sehen daher von der eingehenderen Behandlung ab und geben nur schematisch die Rayleighsche Stromwaage an. Die an dem einen Arm einer Waage aufgehängte Spule B mit dem Radius r_0 befindet sich in der Mitte zwischen den beiden festen Spulen A und C mit dem Radius r_1 . Alle drei Spulen werden von demselben Strom J , in internationalen Amperen gemessen, durchflossen; in den beiden Spulen A und C fließt er aber in entgegengesetzter Richtung. Wenn der Abstand $2a$ der festen Spulen so gewählt wird, daß die Kraft auf die bewegliche Spule ein Maximum ist, und das ist etwa der Fall, wenn

$$a = \frac{r_1}{2} \left[1 - \frac{9}{10} \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 - \dots \right],$$

so ist die Kraft in dyn in erster Annäherung:

$$\bar{P} = 981 \bar{P}^* = \bar{J}_a^2 (n_1 + n_2) \cdot n_0 \cdot 1700 \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2,$$

wobei n_1, n_2, n_0 die Windungszahlen der Spulen A, C, B sind und nun für \bar{J}_a ein Zahlenwert herauskommt, der den Strom in „absoluten“

1) Der Index a soll andeuten, daß es sich um das absolute Maß, nicht das internationale handelt; das gilt auch für das Folgende.

2) Wenn $\frac{r_0}{r_1} \sim \frac{1}{2}$, so setzt man besser 1900 statt 1700 in der Gleichung.

Amperen angibt, so daß aus dem Vergleich von \bar{J}_a mit dem gemessenen J der Umrechnungsfaktor von internationalen Ampere auf absolute zu gewinnen wäre. (Doppelwägung, wie sie in der Apparatur der Abb. 23 vorgesehen ist, erhöht die Sicherheit der Messung.)

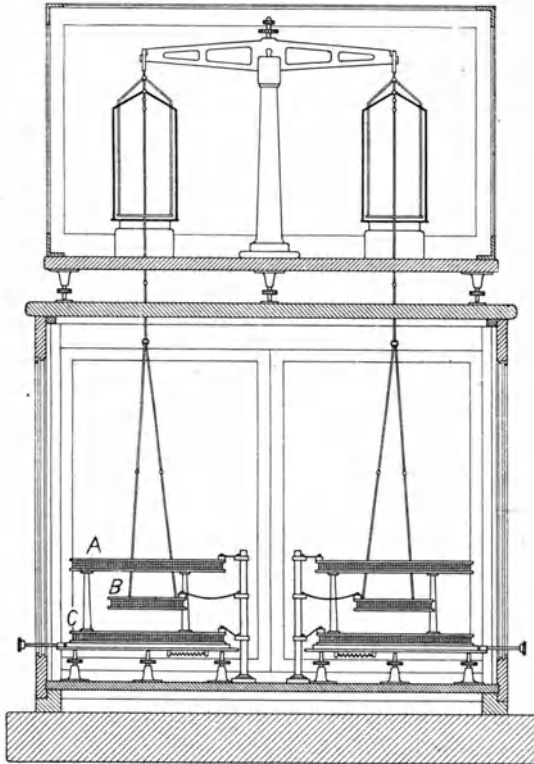


Abb. 23. Stromwaage nach Rayleigh

In den Abänderungen, die von den Staatsinstituten in Deutschland (Physikalisch-Technische Reichsanstalt), England (National Physical Laboratory), Amerika (Bureau of Standards) verwendet werden, lassen sich mit dieser Methode absolute Strommessungen mit einer Genauigkeit von $1/10\,000$ machen, und die Beobachtungen haben ergeben, daß innerhalb dieser Genauigkeit ein Unterschied zwischen dem „internationalen“ und dem „absoluten“ Ampere nicht besteht.

3. Tangentenbussole. In gleicher Weise wie die Stromwaage zu „absoluten“ Messungen der Stromstärke dient, kann es auch die Tangentenbussole und die Sinusbussole tun. Auch bei diesen Apparaten kommt es auf die Messung eines magnetischen Feldes einer Spule an, die indessen bei ihnen, im Gegensatz zur Bestimmung mit der Stromwaage, durch den Vergleich des magnetischen Feldes der Spule mit dem magnetischen Erdfeld vorgenommen wird. Die

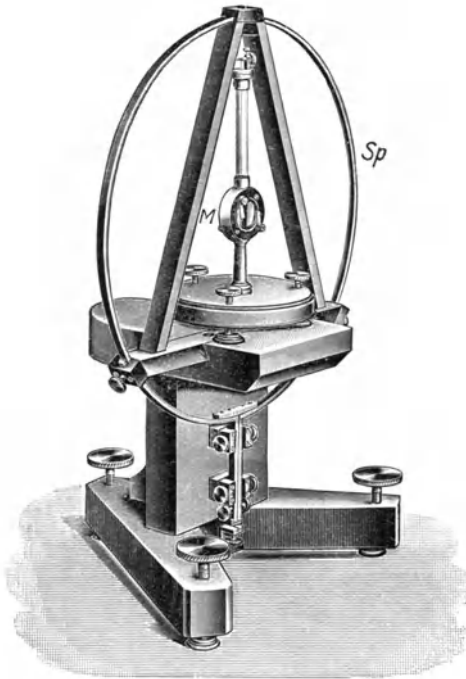


Abb. 24. Tangentenbussole

Tangentenbussole besteht in der Regel aus einem kreisförmig gebogenen Leiter Sp (Abb. 24) oder einer Kreisspule mit n Windungen vom Radius r , dessen Windungsebene in den Meridian fällt, und einer möglichst kleinen Magnetnadel in der Mitte der Spule (zweckmäßig mit Spiegel und Skala, wie bei dem in Abb. 24 wiedergegebenen Instrument mit dem in der Mitte aufgestellten Spiegelmagnetometer M , vgl. B, Nr. 7). Gemessen wird die Ablenkung α der Magnetnadel aus dem Meridian durch den Strom J_w und es ist:

$$J_w = \frac{2r}{n} \mathfrak{H}_0 \operatorname{tg} \alpha,$$

wobei \mathfrak{H}_0 die Horizontalintensität des erdmagnetischen Feldes bedeutet¹⁾. Ein homogenes magnetisches Feld etwas größerer Ausdehnung als das in der Mitte des Kreisstromes bei der beschriebenen Tangentenbussole — was bei der unvermeidlichen Länge der Magnet-

¹⁾ Es sei auch hier noch einmal (beispielsweise) darauf hingewiesen, daß es, da wir es hier mit einer „Größengleichung“ zu tun haben, ganz gleichgültig ist, in welchen Einheiten man \mathfrak{H}_0 angibt, also als 0,2 Gauß

nadel zur genauen Berechnung der Ablenkung der Nadel von Wichtigkeit ist -- erhält man nach Helmholtz, wenn man die Spule der Tangentenbussole in zwei Teile zerlegt und diese zu beiden Seiten der Mittelebene anordnet, wie Abb. 25 zeigt. Zwei Spulen vom Radius \bar{r} cm im Abstand \bar{a}_0 cm liefern in der Mitte ein einigermaßen homogenes Feld in einer größeren Ausdehnung längs der Verbindungslinie der Spulenmittelpunkte („Helmholtzspule“). Unbequem ist es, daß

in dem Reduktionsfaktor $\frac{2r}{n} \mathfrak{H}_0$

die Horizontalkomponente \mathfrak{H}_0 vorkommt, die meist nicht sehr genau bekannt und außerdem variabel ist. Man muß sie getrennt bestimmen, was entweder durch die Gaußsche Methode (s. unten) geschehen kann oder mit Hilfe des Bifilargalvanometers, das aber sonst kaum noch Anwendung findet. Dieses besteht im wesentlichen aus einer kleinen Spule (Abb. 26) mit der Gesamtwindungsfläche \bar{f} cm² (Windungszahl mal Fläche der einzelnen Windungen), die an den Zuleitungen bifilar aufgehängt ist, so daß die Windungsfläche in den magnetischen Meridian fällt. Das Erdfeld \mathfrak{H}_0 Amp.

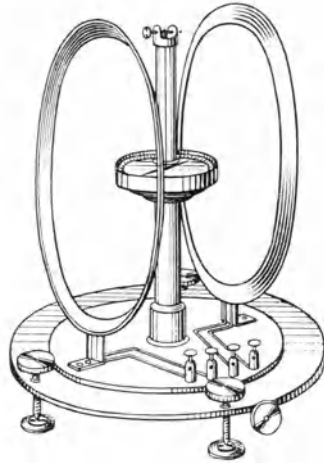


Abb. 25. Helmholtzspule

oder $2/4\pi$ Amp.-Wind./cm; die Gleichung ist immer richtig. Um J_a zahlenmäßig zu finden, muß man nur das Symbol durch das Produkt aus Zahlenwert und Einheit ersetzen und findet z. B.

$$J_a = \frac{2 \cdot 10 \text{ cm} \cdot 0,2 \text{ Gauß} \cdot \text{tg } 8^\circ}{1 \text{ Wind.}}$$

$$= 4 \cdot 0,14 \cdot \frac{\text{Gauß} \cdot \text{cm}}{\text{Wind.}} = 4 \cdot 0,14 \cdot \frac{10 \text{ Amp.-Wind. cm}}{4\pi \text{ cm Wind.}} = 0,445 \text{ Amp.,}$$

und zwar sind dies „absolute“ Ampere im Gegensatz zu den mit dem Voltmeter gemessenen „internationalen“ Amperen, Einheiten, die durch Hintereinanderschalten der beiden Apparate miteinander verglichen werden können.

Wind./cm übt auf einen kleinen Kreisstrom von \bar{J}_a Amp. die Direktionskraft $\frac{4\pi}{100} \bar{f} \bar{J}_a \bar{\mathfrak{D}}_0$ dyn-cm aus, der die Direktionskraft D der bifilaren Aufhängung¹⁾, die aus der geometrischen Abmessung und dem Gewicht der Aufhängung zu berechnen ist, entgegenwirkt.

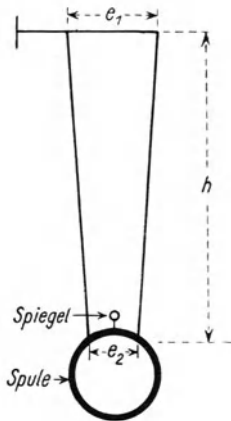


Abb. 26.

Bifilar aufgehängte Spule

Stellt sich die Spule im Winkel φ gegen den Meridian ein, so haben wir:

$$\bar{J}_a = \frac{100}{4\pi} \bar{D} \operatorname{tg} \varphi / \bar{f} \bar{\mathfrak{D}}_0.$$

Die Windungsfläche f läßt sich, wie hier nur angedeutet sei, eliminieren, wenn man die bifilar-aufgehängte Spule zugleich mit der Tangentenbussole auf die Nadel wirken läßt: Derselbe Strom J_a durchfließe beide Apparate hintereinander, die in einem Abstand \bar{a} cm in NS-Richtung voneinander aufgestellt seien, und zwar einmal so, daß sich die Wirkungen auf die Nadel addieren, das andere Mal so, daß sie sich subtrahieren, und bewirkt dadurch einen Ausschlag α_1 bzw. α_2 der Nadel der Tangentenbussole; dann ist:

$$\bar{J}_a = \frac{25}{2\pi^2} \frac{\bar{r}^2 \bar{D}}{n^2 \bar{a}^3} \frac{(\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2)^2}{\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2} \operatorname{tg} \varphi.$$

Der Vergleich mit den Angaben eines in den Stromkreis mitgeschalteten Voltmeters gibt die Beziehung zwischen den absoluten und internationalen Einheiten.

¹⁾ Es ist

$$D = 981 \cdot m \frac{e_1 e_2}{4(h-d)} + \frac{2\pi}{5} E \frac{\varrho^4}{h},$$

worin m angehängte Masse + $\frac{1}{2}$ Fadenmasse, ϱ Radius der Aufhängefäden, h mittlere Länge, $e_1 e_2$ oberer und unterer horizontaler Abstand, E Elastizitätskoeffizient der Fäden, $d = \varrho^2 \sqrt{2\pi E/981 m}$ ein Korrektionsglied wegen der Steifigkeit, alle Größen im cgs-Maß gemessen, bedeutet.

4. Sinusbussole. Von der Tangentenbussole unterscheidet sich die Sinusbussole dadurch, daß die stromdurchflossene Spule um eine vertikale, durch die Mitte gehende Achse drehbar ist

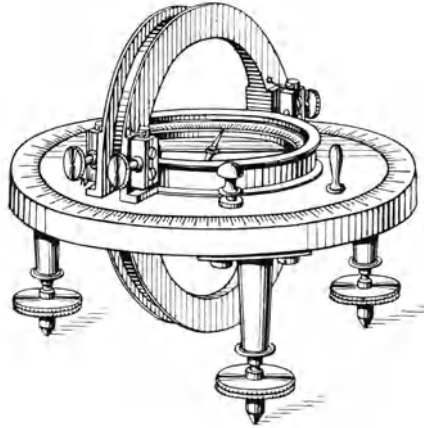


Abb. 27. Sinusbussole

und der Nadel um den Winkel α so weit nachgedreht wird, bis Nadel und Windungsebene in einer Ebene liegen (vgl. Abb. 27). Dann ist:

$$J_a = \frac{2r}{n} \mathfrak{H}_0 \sin \alpha.$$

β) Strommessung durch Instrumente, die eine Eichung erfordern

Jede Wirkung eines elektrischen Stromes kann zur Messung von Strömen dienen. Durch Vergleich der Angaben eines auf solche Wirkung ansprechenden Instrumentes mit denen eines Instrumentes, das den Strom in absolutem oder internationalem Maß zu messen gestattet, kann man das Instrument eichen. Wir besprechen im folgenden die verschiedenen Typen von Strommeßinstrumenten und die Schaltungen zu ihrem Gebrauch.

5. Drehspulengalvanometer. Die Drehspulengalvanometer beruhen, wie auch die weiter unten besprochenen Nadelinstrumente, auf der magnetischen Wirkung des Stromes. Eine

kleine Spule L (vgl. das Schema Abb. 28 und das Drehspulengalvanometer von Siemens und Halske in Abb. 29) ist in einem starken magnetischen Feld N-S drehbar aufgehängt und gelagert, und zwar so, daß in der Nulllage die Windungsebene in der Feldrichtung liegt. Sie ist mit Spiegel (Sp) oder Zeiger versehen, die die Ablenkung durch den Strom zu messen gestatten;

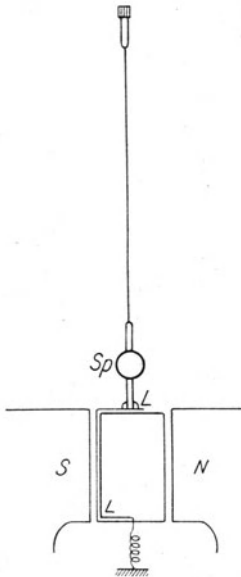


Abb. 28. Schema
des Drehspulgalvanometers

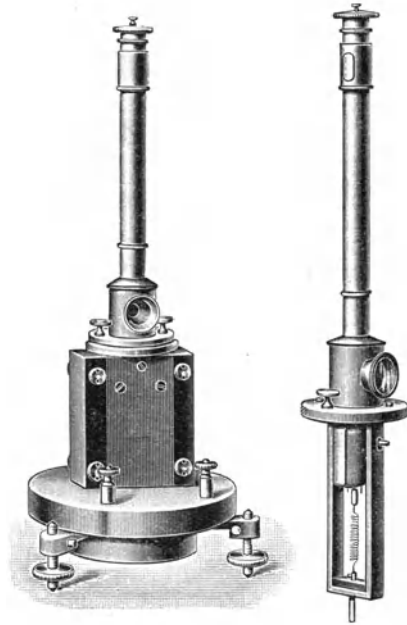


Abb. 29. Drehspulgalvanometer
von Siemens u. Halske

bei den Instrumenten mit Zeiger und Skala entspricht einem bestimmten Ausschlag ein bestimmter Strom, der entweder direkt abgelesen oder durch eine leichte Umrechnung oder durch Tabellen gefunden werden kann. Bei den Instrumenten mit Spiegel und Skala kann man, solange die Ausschläge klein bleiben, Proportionalität zwischen Ausschlag bzw. Winkel und Strom annehmen. Es ist $J = \Gamma \cdot \alpha$, worin Γ den Reduktionsfaktor bedeutet. Je kleiner Γ , um so kleinere Ströme geben noch einen merkbaren Ausschlag, um so empfindlicher ist die Anordnung.

6. Stromempfindlichkeit des Spiegelgalvanometers¹⁾. In Analogie zu der Definition der Empfindlichkeit einer Waage bezeichnet man als Stromempfindlichkeit S_i das Verhältnis des Ausschlages α zur Stromstärke J , die ihn hervorruft, und zwar meist in Millimeter pro Mikro-Ampere bei 1 m Skalenabstand, also z. B.:

$$S_i = \frac{\bar{s} \text{ mm/m}}{J \mu \text{ Amp.}} = \bar{S}_i \frac{\text{mm/m}}{\mu \text{ Amp.}},$$

wenn $J \mu \text{ Amp.}$ einen Ausschlag von $\bar{s} \text{ mm/m}$ hervorbringt. Oft gibt man zur Charakterisierung der Empfindlichkeit den Strom an, der einen Ausschlag von 1 mm bei 1 m Skalenabstand hervorruft, also $\Gamma = \frac{J}{\alpha}$. Die Empfindlichkeit wird im wesentlichen

bestimmt durch die Größe des Drehmoments, das das magnetische Feld \mathfrak{H} auf den Strom J in der Drehspule ausübt, und die rückdrehende Direktionskraft der Aufhängung. Das Drehmoment des Stromes, das infolge des von der Spule eingeschlossenen Eisenkerns in dem verwendeten Winkelbereich annähernd unabhängig von dem Ablenkungswinkel bleibt, ist

$$D_0 = J \cdot \mathfrak{H} \cdot n \cdot b \cdot l = J \cdot \mathfrak{H} \cdot f,$$

wenn n die Windungszahl, b und l Breite und Länge des rechteckigen Rahmens der Spule, $b \cdot l$ also die Fläche einer Windung und wenn f die Gesamtwindungsfläche bedeutet. $\mathfrak{H} \cdot f$ nennt man die dynamische Galvanometerkonstante q . Das Drehmoment, das von der Direktionskraft D der Aufhängung herrührt und dem $J \cdot \mathfrak{H} \cdot f$ das Gleichgewicht halten muß, ist bei den auf Torsion beanspruchten Einfadenaufhängungen $D \cdot \alpha$, wenn α den Ablenkungswinkel bei der Einstellung angibt. Also gilt

$$\alpha D = J \mathfrak{H} f \text{ und } S_i = \frac{\mathfrak{H} \cdot f}{D},$$

$q = \mathfrak{H} f$ ist also das mechanische Drehmoment der vom Strom $1 \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$ oder 10 Amp. durchflossenen Spule, und α ist um so größer, je größer bei gleichem Strom $\mathfrak{H} f$ und je kleiner

¹⁾ Vgl. das empfehlenswerte Buch von O. Werner, Empfindliche Galvanometer für Gleich- und Wechselstrom. Walter de Gruyter u. Co., Berlin und Leipzig, 1928.

D ist. Wird J in Ampere, \mathfrak{S} in Amp./cm, f in cm^2 angegeben, so ist:

$$\alpha D = (4\pi/100) \bar{J} \bar{\mathfrak{S}} \bar{f} \text{ dyn cm}$$

und da der gemessene Ausschlag (Spiegelablesung!) 2α ist:

$$S_i = \frac{4\pi}{100} \frac{\bar{\mathfrak{S}} \bar{f}}{\bar{D}} \frac{2}{\text{Amp.}} = 8\pi \cdot 10^{-5} \frac{\bar{\mathfrak{S}} \bar{f}}{\bar{D}} \frac{\text{mm/m}}{\mu \text{Amp.}} = \bar{S}_i \frac{\text{mm/m}}{\mu \text{Amp.}}$$

Bei der Wahl dieser die Empfindlichkeit bestimmenden Größen müssen wir freilich beachten, daß für die Brauchbarkeit des Galvanometers nicht allein die Empfindlichkeit von Bedeutung ist, sondern auch noch andere von den gleichen Faktoren abhängende Eigenschaften. Insbesondere ist die Dämpfung zu berücksichtigen, die nicht zu groß und nicht zu klein sein darf, wenn man mit dem Instrument bequem arbeiten können. Ohne Dämpfung würde das System beim Einschalten eines Stromes um die Einstellung hin und her pendeln, so daß deren Ermittlung nur durch Beobachtung der Umkehrpunkte möglich wäre; und bei sehr großer Dämpfung (überaperiodischer Bewegung) würde das System in die neue Ruhelage „kriechen“, sie also unter Umständen erst nach sehr langer Zeit praktisch erreichen. Eine Vergrößerung des \mathfrak{S} erhöht stark auch die Dämpfung, weshalb man bei dem Bau sehr empfindlicher Instrumente praktisch nicht über $\mathfrak{S} = 3000$ Gauß hinausgeht. Die Gesamtwindungsfläche kann in extremen Fällen 20000 cm^2 betragen; abgesehen davon, daß bei solchen Werten von f der Widerstand der Spule für viele Zwecke unbrauchbar hoch wird, ist auch das Trägheitsmoment K einer Spule mit großem f und damit die Schwingungsdauer T des Systems unbequem groß. Mit der Direktionskraft konnte man bis $0,1 \text{ dyn cm}$ und noch weiter herunter gehen. So ergibt sich theoretisch als eine erreichbare Empfindlichkeit: $S_i = \frac{\mathfrak{S} \cdot f}{D_0} = 120000 \frac{\text{mm/m}}{\mu \text{Amp.}}$, in Übereinstimmung mit der Erfahrung.

7. Dämpfung und Einstellzeit. Die Dämpfung kann man nicht ohne die Einstellzeit behandeln, unter der man die Zeit bis zur Einstellung auf einen Wert versteht, der nur noch um einen sehr kleinen, in der geforderten Genauigkeitsgrenze liegenden Betrag von dem wahren Endwert abweicht. Dieser wird theoretisch erst nach unendlich langer Zeit erreicht und kann in Wirklichkeit nicht abgewartet werden. Das System vollführt um die Einstellung eine

Schwingungsbewegung, die durch die bekannte Differentialgleichung gegeben ist:

$$K \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + p \frac{d \alpha}{dt} + D \alpha = J \mathfrak{S} f, \quad (1)$$

worin $p \frac{d \alpha}{dt}$ das Dämpfungsglied ist. Bei dem Drehspulengalvanometer überwiegt im allgemeinen die elektromagnetische Dämpfung die Luft- und Wirbelstromdämpfung; dann ist $p \frac{d \alpha}{dt}$ das Drehmoment, das durch die bei der Bewegung entstehende Induktion hervorgerufen wird, d. h. in unserem Falle gleich dem Induktionsstrom $\frac{d \alpha}{dt} \cdot \frac{\mathfrak{S} f}{R}$ multipliziert mit der dynamischen Galvanometerkonstanten $\mathfrak{S} f$, wenn R den Gesamtwiderstand¹⁾ des Systems bedeutet, und es ist somit: $p = \frac{(\mathfrak{S} f)^2}{R} = \frac{q^2}{R}$. Die Gleichung (1) gestattet eine sehr übersichtliche und allgemeine Behandlung, wenn man erstens durch D dividiert und dadurch rechts die Galvanometerempfindlichkeit S_i einführt, und wenn man zweitens die Variable t durch $\tau = t \sqrt{\frac{D}{K}} = \omega_0 t$ ersetzt, also die Bewegung auf die Eigenschwingungsdauer $\frac{T}{2\pi}$ des Systems bezieht. Dann nimmt die Gleichung die Form an:

$$\frac{d^2 \alpha}{d \tau^2} + \frac{p}{\omega_0 K} \frac{d \alpha}{d \tau} + \alpha = J \cdot S_i.$$

Sie zeigt, daß die Schwingungsform um den neuen, dem Strom J und der Empfindlichkeit S_i entsprechenden Einstellungswert nur von dem Dämpfungsgrad $a = \frac{p}{2 \omega_0 K}$ abhängt, wenn die Schwingungsdauer $\frac{T}{2\pi}$ des Systems als Zeiteinheit bei der Bewegung benutzt wird. Die Abhängigkeit der Schwingungsform von a zeigt deutlich die Abbildung 30.

¹⁾ Beträgt der Widerstand R Ohm, so ist für R einzusetzen $\bar{R} \cdot 10^9$ cgs-Einheiten = $\bar{R} \cdot 10^9$ cm/sec, um p in cgs-Einheiten, nämlich in dyn cm sec zu erhalten, wenn auch \mathfrak{S} in Gauß (= $\text{cm}^{-1/2} \text{g}^{1/2} \text{sec}^{-1}$) angegeben wird.

Man erkennt in ihr und besser noch durch Rechnung, daß die Einstellzeit, gerechnet vom Beginn der Bewegung bis zu dem Augenblick, in dem die Abweichung von der wahren Einstellung einen gewissen kleinen Betrag erreicht, für die verschiedenen Dämpfungsgrade ($a = 0,4; 0,6; 0,8; 1; 1,5$, auf die sich in der Abb. 30 die verschiedenen Kurven beziehen) verschieden ist; und zwar gibt es für jeden vorgegebenen Betrag einen günstigsten Dämpfungsgrad, bei dem die Einstellzeit kleiner ist als bei jedem anderen. Soll der Betrag

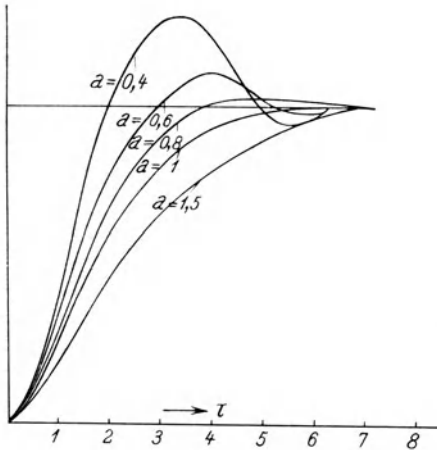


Abb. 30

Abhängigkeit der Systemschwingungsform vom Dämpfungsgrad

etwa 1% sein, das entspricht guten Genauigkeitsansprüchen, so ist bei dem Dämpfungsgrad $a = 1$ (aperiodische Bewegung) $t = T$, d. h. die Einstellzeit gleich der Eigenschwingungsdauer.

Diesen Grenzzustand wird man im allgemeinen zu erreichen suchen. Man kann das in der Regel durch geeignete Wahl des elektrischen Widerstandes in dem Stromkreis; denn von ihm hängt a durch $p = \frac{q^2}{R}$ ab, es ist

$$a = \frac{1}{2} \frac{q^2}{R} \frac{1}{\omega_0 K} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{R} \frac{1}{\sqrt{KD}}$$

und um $a = 1$ zu erreichen, $\geq R = \frac{q^2}{\sqrt{KD}}$ zu wählen. Diese Beziehung zwischen dem Grenzwiderstand und K und D des Galvanometers gestattet es, die Abhängigkeit der Empfindlichkeit von diesem Grenzwiderstand $R_1 = \frac{q^2}{2} \frac{1}{\sqrt{KD}}$ anzugeben. Es ist

$$S_i = \frac{q}{D} = \frac{q T^2}{4 \pi^2 K} = \sqrt{\frac{T \cdot R_1}{\pi D}} = \sqrt{\frac{T^3 R_1}{4 \pi^3 K}}$$

Formeln, die wichtige Beziehungen zwischen den Konstanten eines Galvanometers und seiner Stromempfindlichkeit enthalten. Ist R zu klein, so wird a größer als 1 werden, so daß ein „Kriechen“ des schwingenden Systems in die neue Ruhelage eintritt, das eine genaue Messung erschwert oder unmöglich macht.

In der folgenden Zusammenstellung sind die Empfindlichkeiten einiger Drehspulgalvanometer in mm/m pro μ Amp. mitgeteilt, ferner die Grenzwiderstände R_1 und die Galvanometerwiderstände R_2 in Ohm; auf S_e die Spannungsempfindlichkeit, und S_q die ballistische Empfindlichkeit, ist weiter unten eingegangen.

Hersteller	Listennummer	\bar{S}_i	\bar{S}_e	\bar{S}_q	\bar{R}_1	\bar{R}_2	T
Leeds u. Northrup .	2290	100 000	1	5800	100 000	800	40
Hartmann u. Braun .	159	20 000	0,1	1500	200 000	2200	30
Siemens u. Halske .	2415 ä	10 000	0,08	1200	120 000	2300	20
Kipp u. Zonen (Moll)	—	200	4,2	360	—	47	1,3
Siemens u. Halske .	2442	200	1	120	150	60	4
Kipp u. Zonen (Zernike)	—	100—40	2—5	—	40—0	7	1,3

8. Nadelgalvanometer. Ein kleiner Magnet (oder ein System mehrerer fest miteinander verbundener) schwingt entweder befestigt an einer Aufhängung von möglichst geringer Richtkraft oder gelagert auf einer Spitze in dem magnetischen Feld der Spule, die von dem zu messenden Strom durchflossen wird. Es war dieses zuerst verwendete Prinzip der Messung von kleinen Strömen eine unmittelbare Anwendung der Oerstedtschen und Ampèreschen Entdeckungen der Kraftwirkung zwischen Strom und Magnet. Wieder ist die Empfindlichkeit S_i gegeben durch die dynamische Galvanometerkonstante q , dividiert durch die Direktionskraft D ; in diesem Falle ist die Direktionskraft im wesentlichen bestimmt durch die Richtkraft der Magnete in dem äußeren Feld, das sie in der Nulllage zu halten sucht, also durch $M\mathfrak{H}_0$, wenn M das magnetische Moment der kleinen Magnete, \mathfrak{H}_0 die Feldstärke (Horizontal-Komponente der erdmagnetischen Kraft oder von Richtmagneten) ist. Unter Umständen kommt die Richtkraft der Aufhängung dazu. Die dynamische Galvanometerkonstante hängt ebenfalls von dem magnetischen Moment ab und ist $q = M \cdot G$, wobei G die „Galvanometerfunktion“ der Spule genannt wird. Statt $M\mathfrak{H}_0$ kann Träg-

heitsmoment K und Schwingungsdauer T eingeführt werden, und man hat in:

$$S_i = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{M}{K} \right) G \cdot T^2$$

eine Beziehung, aus der wir die wichtige Abhängigkeit des S_i von der Schwingungsdauer T ablesen können. Verwenden wir ein „astatisches“ Nadelpaar (vgl. Abb. 31 u. 32), zwei entgegengesetzt gerichtete, fest miteinander verbundene Nadeln ($N_1 S_1, N_2 S_2$) oder

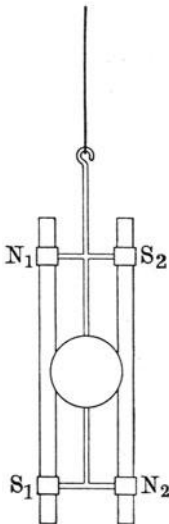


Abb. 31.
Astatisches Nadel-
paar neuerer An-
ordnung

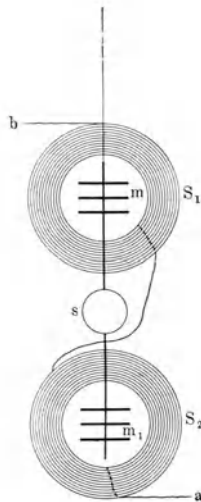


Abb. 32.
Astatisches Nadel-
systempaar

Nadelsysteme (m, m_1), auf die durch geeignete Spulenordnung (S_1, S_2) der zu messende Strom in gleichem Sinne, das äußere Feld in entgegengesetztem Sinne wirkt, so ist in $M \mathfrak{H}_0$ statt M zu setzen M' , das viel kleiner ist als $q/G = M$. Seit Nobili benutzt man häufig diese Anordnung, um die Direktionskraft möglichst klein zu machen, T möglichst groß. Es gibt verschiedene Verfahren der Astasierung, genannt sei insbesondere das von Nernst und Jäger¹⁾ angegebene. Die Veränderlichkeit der Mag-

netisierung der Nadeln und ihr Einfluß auf die Empfindlichkeit ist zuweilen verhängnisvoll. Gegen äußere Störungen schützen bei den sogenannten Panzergalvanometern (vgl. Abb. 33) die Eisenschalen, die eine möglichst hohe Anfangspermeabilität haben sollen und möglichst dicht an das Magnetsystem herangebracht werden müssen. (Bei dem Panzergalvanometer der Abb. 33 sind zwei parallel oder

¹⁾ W. Nernst u. W. Jäger, ZS. f. Instrkde. **44**, 80, 1924 und **45**, 139, 1925.

hintereinander zu schaltende Spulen in je eine Eisenschale A eingebettet und lassen zwischen sich nach Einsetzen in das Galvanometer nur einen kleinen freien Raum für das Magnetnadelsystem.) Bei den Nadelgalvanometern spricht man von einer „Normalempfindlichkeit“ der besseren Vergleichsmöglichkeit wegen und bezieht sich dabei auf einen bestimmten Spulenwiderstand R , der maßgebend ist für die Galvanometerfunktion (sie ist bei gleichem Wicklungsraum und verschiedener Drahtdicke proportional \sqrt{R}), und auf eine bestimmte Schwingungsdauer T , die ja durch den Grad der Astasierung und die Stärke des äußeren Feldes bestimmt wird. Wenn S_n die „Normalempfindlichkeit“ ist und den Ausschlag in Millimetern angibt, den $1 \mu A$ bei 1 m Skalenabstand bei einem Spulenwiderstand 1Ω und bei einer Schwingungsdauer von 10 Sek. für die volle Periode hervorruft, so gilt $S_i = S_n \sqrt{R} \cdot T^2$.

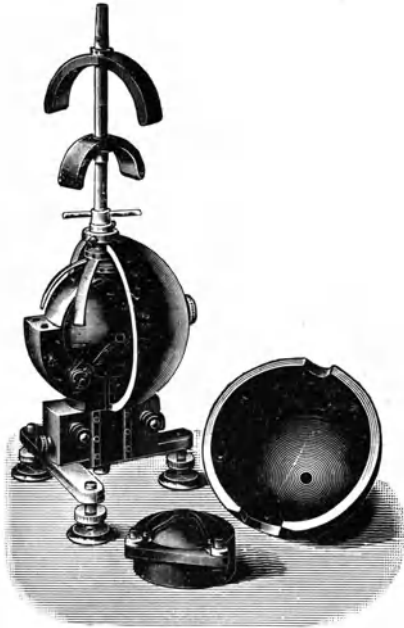


Abb. 33. Panzergalvanometer

9. Ballistische Stromempfindlichkeit des Galvanometers. Soll nur ein erster Ausschlag beobachtet werden, z. B. ein solcher infolge eines Stromstoßes, so kommen zu den für die Brauchbarkeit eines Galvanometers angegebenen Bedingungen noch andere hinzu. Das Galvanometer soll ein „ballistisches“ sein. Ein solches ist charakterisiert dadurch, daß die Schwingungsdauer lang ist im Vergleich zu der Dauer des zu beobachtenden Stromstoßes. Dann ist bei allen Dämpfungsgraden der erste maximale Ausschlag der ihn auslösenden Elektrizitätsmenge (dem in der Zeit t abfließenden Stromstoß) $Q = \int J dt$ proportional. Dieser erste Ausschlag ist um so größer, wird aber um so später erreicht, je kleiner die Dämpfung ist, wie

das die Abb. 34 zeigt. Um so größer ist also auch die Empfindlichkeit S_q — das ist (analog S_i) der Ausschlag, den 1 Mikro-Coulomb bei 1 m Skalenabstand hervorruft —, die im übrigen proportional der statischen Empfindlichkeit S_i wächst, aber bei gleicher statischer Empfindlichkeit umgekehrt proportional der Schwingungsdauer T des ungedämpft schwingenden Systems ist. Es gilt im ungedämpften Zustand:

$$S_q = S_i \frac{2\pi}{T} \text{ oder: } Q = \int J dt = \Gamma \frac{T}{2\pi} \cdot \alpha$$

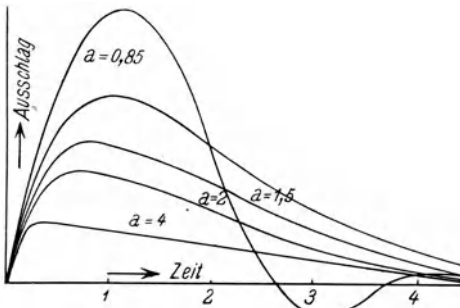


Abb. 34.

Schwingung eines ballistischen Systems bei verschiedenem Dämpfungsgrad

mit dem Reduktionsfaktor $\Gamma \frac{T}{2\pi}$. Im aperiodisch gedämpften Zustand ist

$$S_q = S_i \frac{2\pi}{e \cdot T}$$

Bei dem ballistischen Galvanometer wird häufig eine Dämpfung vorhanden sein, die zu einer periodischen Bewegung mit abnehmender Amplitude führt, dann ist:

$$S_q = S_i \frac{2\pi}{T} \frac{1}{e^{\frac{a}{\varepsilon} \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon}{a}}}, \quad \varepsilon = \sqrt{1 - a^2},$$

wofür wir in Rücksicht auf die Bedeutung von a (s. oben) einfacher schreiben können

$$S_q = S_i \frac{2\pi}{T} \frac{1}{e^{\frac{1}{\varepsilon^2 \pi} \operatorname{arctg} \frac{2\pi}{\varepsilon}}}$$

oder

$$Q = \Gamma \frac{T}{2\pi} e^{\frac{1}{\varepsilon^2 \pi} \operatorname{arctg} \frac{2\pi}{\varepsilon}} \cdot \alpha.$$

Die Abhängigkeit des Reduktionsfaktors von der Dämpfung ist deshalb unter Umständen bedeutungsvoll, weil die Dämpfung von dem in den Stromkreis eingeschalteten Widerstand mit bestimmt wird, dessen Änderung also bei vergleichenden Messungen zu beachten ist. Die Schwingungsdauer darf man aus zwei Gründen

nicht zu klein wählen: erstens nimmt die statische Empfindlichkeit mit abnehmender Schwingungsdauer ab, zweitens sind die Umkehrpunkte schlecht zu beobachten. Abgesehen davon, kommt unter Umständen die Schwingungsdauer der Ablaufzeit des Stromstoßes nahe (z. B. bei Stromstößen in Kreisen mit hoher Selbstinduktion).

Kann man die Stromstöße in willkürlich wählbaren Zeitintervallen und in beiderlei Richtungen auf das Instrument wirken lassen, wie es z. B. bei Induktionsströmen oft der Fall ist, so kann man die Empfindlichkeit durch Aufschaukeln des Systems erhöhen. Man wird das System bei jedem Hin- und Hergang durch die Ruhelage anstoßen, bis das System zwischen immer wieder erreichten maximalen Ausschlägen hin und her pendelt; bei kleinen Ausschlägen sind sie den durch das Galvanometer im Induktionsstoß hindurchgeflossenen Elektrizitätsmengen proportional und es läßt sich aus dem schließlich erreichten maximalen Ausschlag α_m (von der Nulllage an gerechnet) der erste einem einzigen Stromstoß entsprechende

Ausschlag s durch die Beziehung $\alpha = \alpha_m \frac{k_1 - 1}{k_1}$ berechnen, wenn

$k_1 = \frac{A_1}{A_2}$ das Dämpfungsverhältnis¹⁾ bedeutet. Dieses sogenannte

„Multiplikationsverfahren“ verwendet man z. B. bei Messungen mit dem Erdinduktor (s. unten). In ähnlicher Weise kann man auch durch die „Zurückwerfungsmethode“ die Meßgenauigkeit erhöhen. Bei ihr läßt man nach Erteilung eines Stoßes das System hin und über die Ruhelage zurück und wieder bis zur Ruhelage schwingen und erteilt in dem Augenblick einen Stoß in entgegengesetzter Richtung. Man fährt so fort,

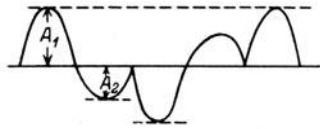


Abb. 35.

Schwingungsform bei der „Zurückwerfungsmethode“

bis die Ausschläge immer dieselben Werte zeigen. Das Verhältnis des großen Ausschlags A_1 zum kleinen A_2 gibt das Dämpfungsverhältnis k_1 an (vgl. Abb. 35). Für den ersten Ausschlag bei einmaligem Stoß ergibt sich in dem Falle

$$\alpha = \frac{A_1^2 + A_2^2}{\sqrt{A_1 A_2}} \frac{1}{\sqrt{k_1}}.$$

¹⁾ Vgl. die Anmerkung auf S. 33.

Diese Methode ist auch gut geeignet, das Dämpfungsverhältnis selbst zu messen.

Oft kann man zu ballistischen Strommessungen auch Galvanometer mit so stark gedämpftem System verwenden, daß sie zwar sofort die neue Einstellung zeigen, die dem Stromstoß entspricht, aber sehr lange Zeit zur Rückkehr in die Ausgangslage gebrauchen. Diese Zeit wächst mit wachsender Dämpfung. Auch dann ist bei hoher dynamischer Galvanometerkonstante oder sehr kleiner Richtkraft der Ausschlag proportional der durch das Galvanometer gegangenen Elektrizitätsmenge. Mit solchen Galvanometern hat man häufig Messungen der Änderung des magnetischen Flusses unter Benutzung einer Induktionsspule ausgeführt.

10. Saitengalvanometer. Ein stromdurchflossener dünner Draht C (Abb. 36) oder eine Saite bewegt sich im Magnetfeld NS senkrecht zu den Kraftlinien (Richtung a); oder, wenn er oben und unten befestigt ist, biegt er sich durch. Die Größe der Ablenkung

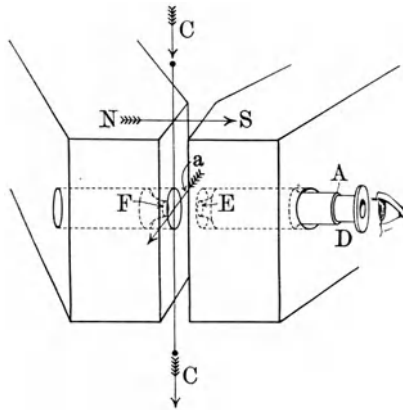


Abb. 36. Schema des Saitengalvanometers

der Saite aus der Nullage, die mit Mikroskop DEF' und Okularmikrometerteilung bei A gemessen werden kann, ist um so größer, je stärker das magnetische Feld, je größer der Strom und je schwächer die Saite gespannt ist, und zwar ist $\varphi = \frac{1}{2} \cdot J \cdot l^2 / 8P$, wenn P die Spannung ist, die mit der Schwingungsdauer T und der Masse der

Längeneinheit m in der Beziehung steht: $T = 2l \sqrt{\frac{m}{P}}$.

Man muß schon extreme Werte wählen, um zu Empfindlichkeiten zu gelangen, die denen nahe kommen, die die guten Drehspulen- oder Nadelgalvanometer besitzen, z. B.: Bei $\mathfrak{H} = 32\,000$ Gauß, $T' = 0,001$ sec, $m = 10^{-6}$ g/cm bewirkt $J = 10^{-10}$ Amp. nur

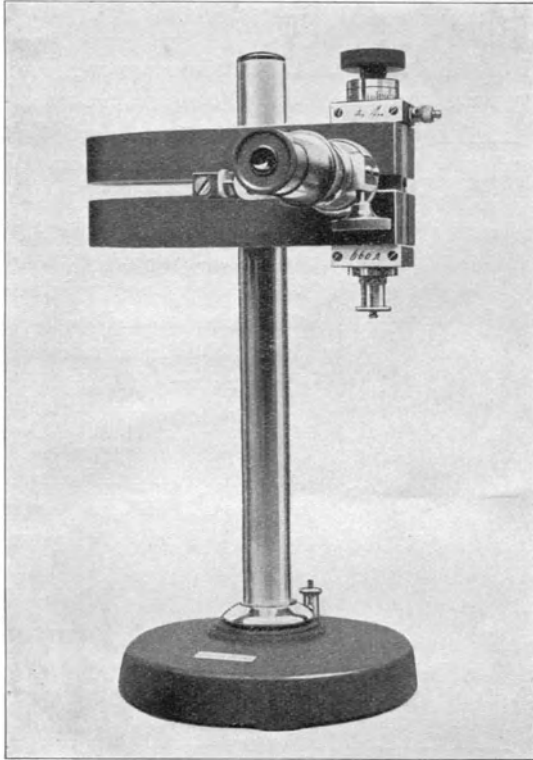


Abb. 37. Saitengalvanometer von Edelmann, München

$\varphi = 10^{-5}$ cm (also $\frac{1}{10}$ mm bei 1000facher Mikroskopvergrößerung). Bisher werden meist Edelmetalldrähte, jedoch auch Cu- und Al-Drähte von 2 bis $10\ \mu$ Dicke oder platinierter Quarz als Fadenmaterial benutzt; der Widerstand beträgt zuweilen mehrere tausend Ohm. Für das magnetische Feld stehen permanente oder Elektromagnete zur Verfügung. Vgl. Abb. 37, die ein Instrument von Edelmann, München, zeigt. Als Vorteil wird mit Recht

gerühmt: die in Anbetracht der sehr kurzen Einstellzeit hohe Stromempfindlichkeit und dementsprechend die große ballistische Empfindlichkeit, ferner die gute Dämpfung und gute Nullage und weiter die geringe Selbstinduktion und Kapazität. Außerdem ist es angenehm, daß man die Empfindlichkeit durch Änderung der Spannung leicht verändern kann.

11. Hitzdrahtinstrumente. a) Strommessung durch Messung der Verlängerung des durch den Strom erwärmten Drahtes AB geschieht meist mit Zeigerübertragung Z ; das Schema zeigt die Abb. 38. Man kommt zu Empfindlichkeiten, die für Zeigerinstrumente groß sind. Die Skala ist, da die Erwärmung proportional J^2 erfolgt, ungleich, was oft unbequem ist und sie für die kleinen Werte der Skala unbrauchbar macht. Die Instrumente sind bis herunter zu 1 mA und weniger brauchbar. (In der Abb. 38 ist M ein Magnet zur elektromagnetischen Dämpfung, zwischen B und der Anschlußklemme liegt ein Vorschaltwiderstand.)

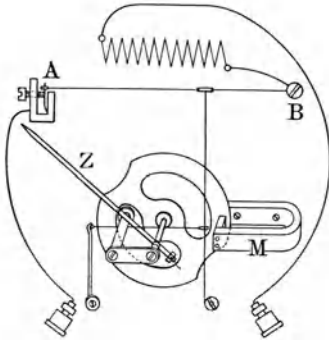


Abb. 38. Schema des Hitzdrahtinstrumentes

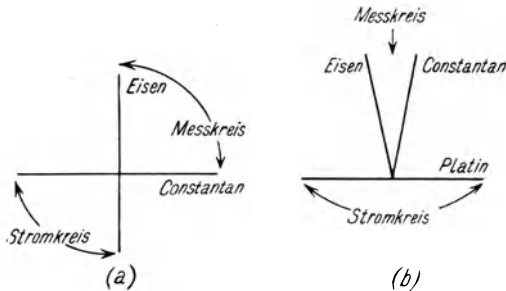


Abb. 39. (a) Thermokreuz von Klemencic, (b) von Voege.

b) Die erzeugte Stromwärme wird durch ein an den erhitzten Draht angelegtes Thermoelement gemessen, dessen Strom mit Spiegelgalvanometer der früher beschriebenen Art sehr genau bestimmt werden kann, Abb. 39.

Beide Methoden sind auch bei Wechselstrom anwendbar.

12. Experimentelle Bestimmung der Empfindlichkeit und Dämpfung eines Galvanometers. Das einfache Schema der Empfindlichkeitsmessung von Galvanometern ist in Abb. 40 angegeben. Man legt einen großen Widerstand R an eine Stromquelle E , zweigt von einem bekannten Teil R_1 desselben zum Galvanometer G , eventuell mit Vorschaltwiderstand ab und bestimmt in irgendeiner Weise die Stärke J des Hauptstroms. Ist der Widerstand R_g des Galvanometers nicht bekannt, so sind zwei Messungen nötig mit verschiedenen Vorschaltwiderständen R'_v und R''_v im Galvanometerzweig und mit zwei den gleichen Ausschlag im Galvanometer hervorbringenden Strömen J_1, J_2 im Hauptkreis; es gilt dann:

$$J_1 = J_g \left(1 + \frac{R_g + R'_v}{R_1} \right); \quad J_2 = J_g \left(1 + \frac{R_g + R''_v}{R_1} \right).$$

Das sind zwei Gleichungen mit den beiden unbekanntem J_g und R_g , die hieraus bestimmt werden können. (Eine andere Methode der Widerstandsmessung eines Galvanometers siehe unten bei Besprechung der Wheatstoneschen Brücke.) Dem in Ampere berechneten J_g entspricht ein bestimmter Ausschlag, der auf diese Weise also in Ampere festgelegt ist. Bei kleinen Ausschlägen des Spiegel- und des Saitengalvanometers kann Proportionalität zwischen Stromstärke und Ausschlag angenommen werden, bei größeren ist es zweckmäßig, einige Messungen über die Skala in der benutzten Ausdehnung zu verteilen. In den Fällen, in denen es sich nur um Vergleichsmessungen bei kleinen Strömen und vielleicht noch um die Bestimmung der Größenordnung der Stromstärke handelt, kann man sie aus der an den großen Widerstand angelegten ungefähr bekannten Spannung (z. B. eines Akkumulators) und den Widerständen leicht überschlagen.

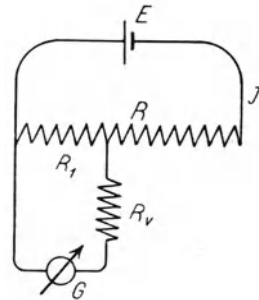


Abb. 40. Schaltschema zur Messung der Galvanometerempfindlichkeit

Es gibt Widerstandszusammenstellungen mit geeigneten Abzweigungen, die bequem die Empfindlichkeitsbestimmung vornehmen lassen; meist wird man die einfache Schaltung mit Laboratoriumswiderständen selbst zusammenbauen. Wichtiger sind die Apparate, die zur bequemen und schnellen Änderung der Empfindlichkeit

eines Galvanometers dienen können, die natürlich im Grunde nichts anderes sind als geeignete Widerstände, die man dem Galvanometer vor- oder parallel schalten kann. Viel benutzt wird der von Ayrton angegebene Apparat (vgl. Schema in Abb. 41). Durch ihn wird das Galvanometer G von vornherein durch einen sehr großen Widerstand R geschlossen, von dem einige Abzweigungen zu Kontakten führen, mit denen durch eine Kurbel K die eine Zuleitung a des

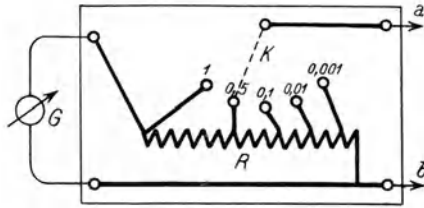


Abb. 41.

Schaltungsweise im Ayrtonschen Nebenschluß

äußeren Kreises verbunden werden kann; die andere, b , liegt dauernd an dem einen Ende von R und G . Ist der von R abgegriffene Widerstand $\frac{R}{n}$ (z. B. $n = 2, 10, 100, 1000$), so fließt durch das Galvanometer $\frac{1}{n}$ des Stromes, der bei Anlegen des Kreises am ganzen Widerstand R ($n = 1$) fließt, vorausgesetzt, daß der Widerstand des äußeren Kreises groß ist, so daß die Änderung der Abzweigung an R den Hauptstromkreis nicht merklich ändert.

Das Dämpfungsverhältnis, das zuweilen insbesondere bei der Auswertung ballistischer Messungen eine Rolle spielt, läßt sich entweder mittels der oben angegebenen Zurückwerfungsmethode bestimmen oder durch Beobachtung zweier aufeinanderfolgender Amplituden einer irgendwie angeregten Schwingungsbewegung.

γ) Strommessung mit geeichten Zeigerinstrumenten

13. Drehspuleninstrumente für verschiedenen Meßbereich.

Bei ihnen ist die Drehspule zwischen Spitzen gelagert und meist der guten elektromagnetischen Dämpfung wegen auf einen kleinen Al-Rahmen gewickelt. Die Zuleitung geschieht durch kleine, flache Spiralen, die zu den Spulenenenden geführt sind (vgl. Abb. 42). Das

Feld ist einigermaßen homogen dadurch, daß der Hufeisenmagnet, zwischen dessen Polen die Spule sich drehen kann, mit zylindrisch ausgedrehten Weicheisen-Polschuhen versehen ist, und daß sich im Innern der Spule ein zylindrischer Weicheisenkern befindet. Mit der Drehspule ist ein Zeiger versehen, der über einer Skala spielt, die mit einem Spiegel zur parallaxenfreien Einstellung unterlegt ist. Es ist leicht, ein solches Instrument durch Vor- und Nebenschlußwiderstände für verschiedenen Meßbereich und für Spannungs- und Strommessungen einzurichten. Man benutzt seit langem prinzipiell folgendes Schema. Die Meßspule mag einen Widerstand R haben,

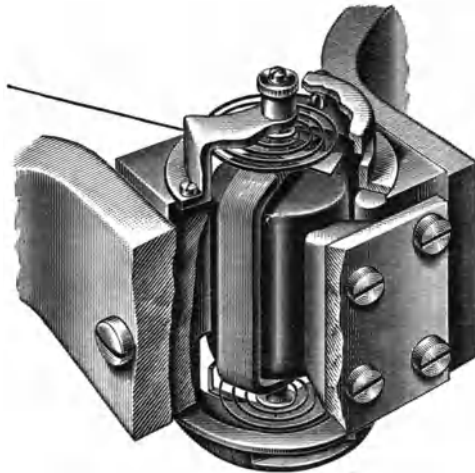


Abb. 42.

Drehspule mit Eisenkern eines Drehspulzeigerinstrumentes

schaltet man ihr parallel einen Widerstand gleich $\frac{1}{9}R$, $\frac{1}{99}R$, $\frac{1}{999}R$ usw., so fließt durch die Meßspule nur $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$ usw. des Gesamtstromes (vgl. Abb. 43). Durch Stöpsel nach dem in der Abbildung angedeuteten Schema ist es leicht möglich, die verschiedenen Meßbereiche schnell auszuwechseln. Neuerdings wird als Schaltschema das in Abb. 44 gezeichnete häufig gewählt, wobei dafür gesorgt ist, daß der Spannungsabfall im Falle des größten Ausschlags im Instrument an den Enden des Instruments genau 60 Millivolt beträgt. Der Widerstand des Instruments ist also so gewählt, daß der dem maximalen Ausschlag entsprechende Strom, mit dem Widerstand multipliziert, gerade 60 Millivolt ergibt. Je nachdem man das In-

strument z. B. bis 10, 50 oder 200 Amp. benutzen will, muß man es an der Klemme O und einer der entsprechenden Klemmen rechts davon in die Leitung einschalten. R_1, R_2, R_3 sind so gewählt, daß $R_1 + R_2$ einen Spannungsabfall ergeben, der um den Spannungsabfall in R_3 größer ist als 60 Millivolt, und R_1 einen Spannungsabfall liefert, der um den Spannungsabfall in $R_3 + R_2$ größer ist als 60 Millivolt, wenn der maximale Strom durch das Amperemeter fließt. Bei besonderen Präzisionsinstrumenten ist durch eine geeignete Schaltung und Verwendung von vor- und nebenschalteten

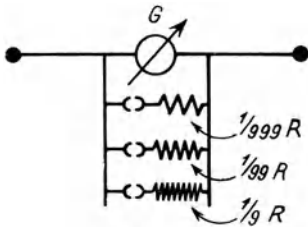


Abb. 43.

Schaltschema des Amperemeters für verschiedenen Meßbereich

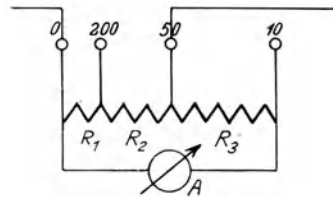


Abb. 44. Schaltschema

neuerer Art des Amperemeters für verschiedenen Meßbereich

Widerständen aus Cu oder Manganin für Temperaturunabhängigkeit weitgehend gesorgt, so z. B. bei dem „10-Ohm-Instrument“ von Siemens & Halske.

Wenn auch die magnetischen Felder in den Instrumenten recht kräftig sind, so ist bei genauer Messung doch dafür zu sorgen, daß nicht andere magnetische Felder die Einstellung beeinflussen, was z. B. bei Benutzung mehrerer solcher Meßinstrumente auf dem gleichen Experimentiertisch möglich ist.

14. Weicheisen- und Dreheiseninstrumente. Bewegliche Eisenstücke werden in die Stromspule hineingezogen oder in ihr gedreht und die Größe der Bewegung wird meßbar gemacht. Als Gegenkraft wird häufig eine Spiralfeder benutzt. Die Instrumente sind für Gleich- und für Wechselstrom brauchbar.

15. Eichung und Prüfung der Meßinstrumente. Die Nachprüfung eines Präzisionsamperemeters kann entweder durch Hintereinanderschalten mit einem Voltmeter geschehen, wobei man unter Umständen dem Präzisionsinstrument einen bekannten Widerstand

parallel legen muß, falls der für das Voltameter geeignete Strom zu groß ist, oder man benutzt eine Schaltung, in der der Hauptstrom durch eine Spannungsmessung an einem bekannten, in den Stromkreis eingeschalteten Widerstand bestimmt wird. Es eignet sich zu dem Zweck die Kompensationsschaltung oder der Kompensationsapparat (s. unten).

δ) Strommessung besonderer Art (einschließlich einiger besonderer Anwendungen der Strommessung)

16. Strommessung nach dem Ohmschen Gesetz. Zur Messung des Stromes schaltet man in den Stromkreis einen bekannten Widerstand R ein und mißt an seinen Enden den Spannungsabfall V . Diesen kann man in verschiedenster Weise (s. unten) durch Spannungsmessinstrumente elektrodynamischer oder elektrostatischer Art, oder durch Vergleich mit einem Normalelement nach dem Kompensationsverfahren bestimmen. Der Strom ist nach dem Ohmschen Gesetz dann $J = E/R$. Sehr schwache und sehr starke Ströme können so gemessen werden, wenn nur geeignete Widerstände zur Verfügung stehen. Müssen sie bei sehr kleinen Strömen und verhältnismäßig hohen Spannungen (1000 und mehr Volt) sehr hoch sein, so können leicht Schwierigkeiten durch Änderungen zeitlicher Art des Widerstandes auftreten. Handelt es sich z. B. um die Messung des Stromes, der bei einer Gasentladung (Ionenlawine) infolge hoher Spannungen auftritt, so bedarf man, um Bogenentladungen oder Funken nicht zustande kommen zu lassen, im Stromkreis eines sehr hohen Widerstandes (unter Umständen 10^7 bis 10^{10} Ohm), an dessen Enden man einen Spannungsmesser für hohe Spannungen anlegen kann. Nicht unvorteilhaft ist es, als solchen hohen Widerstand eine Elektronenröhre zu verwenden, die bei verschiedener Heizung Widerstände zwischen 10^7 und 10^{12} Ω zeigt, deren Verwendung indessen infolge der eigenartigen Abhängigkeit der Stromstärke von der Spannung besondere Überlegung erfordert (vgl. Nr. 19).

17. Strommessung durch Kondensatoraufladung. Man bestimmt die Zeit der Aufladung eines Kondensators, dessen Kapazität C bekannt ist, bis zu der Spannung E Volt, die elektrometrisch gemessen wird. Dann ist $J = C \cdot E/t$; dabei wird angenommen, daß der Strom J während der Zeit t konstant ist (eigentlich mißt man

die Elektrizitätsmenge $J \cdot t$) und daß die durchgegangene Elektrizitätsmenge groß genug ist, um einen Kondensator auf eine beträchtliche Spannung E zu bringen. Umgekehrt kann man die Elektrizitätsmenge messen, die auf einen mit Elektrizität entgegengesetzten Zeichens geladenen Kondensator fließt und dessen Ladung, also auch dessen Spannung E_0 in der Zeit t um E verringert; wieder ist $J = C \frac{E}{t}$. Solche Messungen von sehr kleinen Strömen (bis zu 10^{-15} Amp.) kommen in Frage, wenn es sich um Ionisationsströme handelt. Die Messung der Kapazität C und der Spannung E siehe unten.

18. Strom in einer Ionisationskammer. Die Intensität eines Ionisators mißt man durch die Ionisation, die er in einer Ionisationskammer hervorruft, die im Grunde nichts anderes ist als eine Art Zylinder- oder Plattenkondensator (vgl. Abb. 45 und 46). Und die

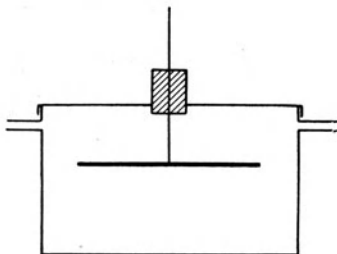


Abb. 45.
Ionisationskammer

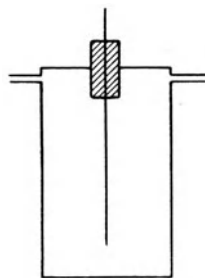


Abb. 46.
Ionisationskammer

Ionisation wiederum wird in der Regel wenigstens relativ (zuweilen auch absolut) durch den Sättigungsstrom bestimmt. Wegen der häufig sehr geringen Intensität dieses Stromes verwendet man zweckmäßig die unter 16 und 17 angeführten Methoden und nimmt unter Umständen die ganze Stromspannungskurve bis zum Sättigungsstrom auf. Der Ionisator strahlt z. B. von einem bestimmten Moment an in eine Ionisationskammer der in Abb. 46 abgebildeten Form, deren äußerer Mantel an den Pol einer Hochspannungsbatterie gelegt, und deren Stabelektrode mit dem Faden eines Einfadenelektrometers verbunden ist, und man bestimmt die Zeit t der Aufladung des Elektrometers auf die Spannung E . Dann ist der Strom, wie in 17

angegeben, $J = C \frac{E}{t}$, wenn C die Kapazität des Elektrometers mit Stabelektrode und Verbindung ist. Diese Messung führt man aus bei verschieden hohen an den Mantel der Kammer angelegten Spannungen und findet bei genügend hoher Spannung Unabhängigkeit des J von ihr; dieser maximale Strom ist der Sättigungsstrom. Statt durch Messung der Aufladung kann man speziell auch hier den Sättigungsstrom mit der in 17 angegebenen Entladungsmethode bestimmen; man lädt das mit dem Stab verbundene Elektrometer bei an Erde gelegtem Mantel bis zur Spannung E_0 auf und bestimmt die Zeit t , in der die Spannung um E gesunken ist. Wieder ist $J = \frac{CE}{t}$. Man nennt in dem Falle die mit dem geladenen Elektrometer verbundene Elektrode auch Zerstreuungskörper.

Auch die unter 16 skizzierte Methode kann hier häufig Verwendung finden: Man bestimmt die konstante Elektrometereinstellung E , die sich bei dauernder Einwirkung des Ionisators zeigt, wenn die Stabelektrode über einen sehr hohen Widerstand R mit Erde verbunden ist (dem Elektrometer ein sehr hoher Widerstand parallel liegt). Es ist nach 16 dann $J = E/R$.

19. Charakteristik einer Verstärkerröhre. Das normale Glühelktronenrohr (Abb. 47 und 48) ist ein Vakuumrohr mit einem eingeschmolzenen, als Elektrode dienenden und zum Glühen geeigneten Draht und einer zweiten Elektrode, z. B. einer Platte oder einer ihn umgebenden Zylinderelektrode. Legt man im Außenraum zwischen Glühdraht und Zylinderelektrode eine Spannung E , mit dem negativen Ende am Glühdraht, über ein Galvanometer, so zeigt dieses leicht den Elektronenstrom durch das Rohr an (vgl. I, Nr. 16). Legt man das positive Ende der Spannung an den Glühdraht, so kommt kein Strom zustande, so daß ein solches Rohr zur Gleichrichtung einer Wechselfpannung benutzt werden kann (Abb. 48). Die durch Änderung von E und Beobachten des Elektronenstromes J leicht bestimmbare Abhängigkeit des J von E , die Charakteristik des Elektronenrohres, zeigen die in Abb. 49 wiedergegebenen Kurven, die sich auf verschiedene, ihnen beigefügte Temperaturen des Glühdrahtes beziehen. Aus der Lage der Charakteristik kann man nach einer Eichung auf die Höhe der Temperatur schließen.

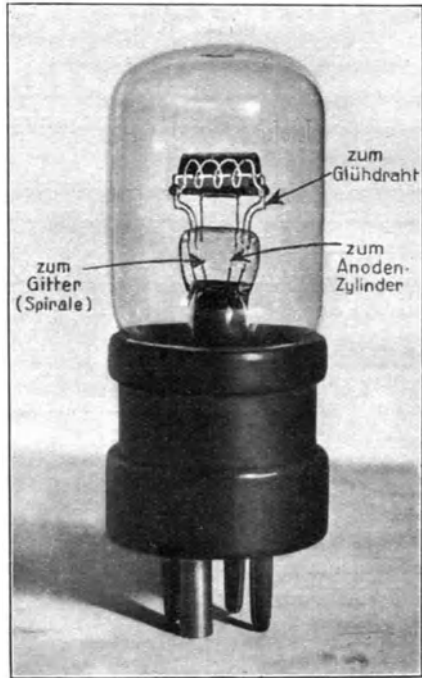


Abb. 47.

Verstärkerröhre (der Anodenzyylinder ist zur Hälfte weggenommen, so daß Glühdraht und spiralförmiges Gitter sichtbar sind)

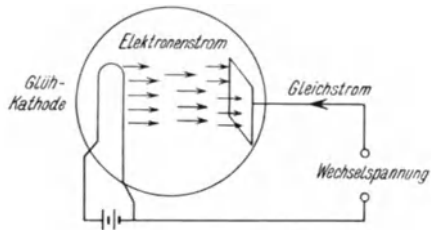


Abb. 48.

Schema der Gleichrichterwirkung einer Glühkathodenröhre

Aus einem normalen Glühelektronenrohr wird eine „Verstärkerröhre“, wenn man zwischen Glühdraht und Anode ein „Gitter“ schaltet, das also die Elektronen auf ihrem Wege zur Anode

durchfliegen müssen. Durch eine Spannung zwischen Gitter und Glühdraht kann man die Elektronen beschleunigen oder verlangsamen und dadurch den Anodenstrom verstärken oder schwächen; und kleine Spannungsänderungen dE_g am Gitter veranlassen unter Umständen erhebliche Stromschwankungen dJ_p , so daß sie dadurch leicht meßbar werden. Man bezeichnet das für die Verstärkung charakteristische Verhältnis $\frac{dJ_p}{dE_g} = S$ als „Steilheit“ der Charakteristik des Rohres. Sie kann sehr verschieden sein, je nach Art und Beschaffenheit des Glühdrahtes, und beträgt in günstigen Fällen 20 mA/Volt. Die Anodenspannung selbst hat, wenn sie hoch ist, keinen erheblichen Einfluß auf die Steilheit und bewirkt nur eine Verschiebung des Gebiets größter Steilheit zu anderen Gitterspannungen (vgl. Abb. 50a, in der sich die verschiedenen Kurven, die mit der Anordnung in Abb. 50 gewonnen wurden, auf die darangeschriebenen Anoden-

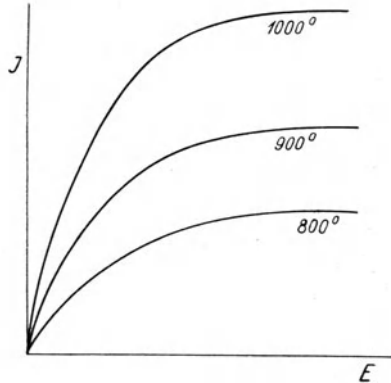


Abb. 49. Charakteristiken eines Glühkathodenrohres bei verschiedenen Temperaturen der Glühkathode

spannung selbst hat, wenn sie hoch ist, keinen erheblichen Einfluß auf die Steilheit und bewirkt nur eine Verschiebung des Gebiets größter Steilheit zu anderen Gitterspannungen (vgl. Abb. 50a, in der sich die verschiedenen Kurven, die mit der Anordnung in Abb. 50 gewonnen wurden, auf die darangeschriebenen Anoden-

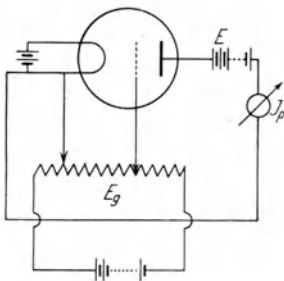


Abb. 50.

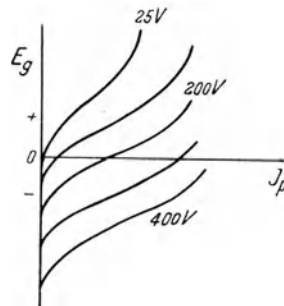


Abb. 50a.

Schaltschema zur Aufnahme der Charakteristiken einer Verstärkerröhre und die Charakteristiken selbst bei verschiedenen Anodenspannungen

spannungen 25 bis 400 Volt beziehen). Einigermaßen befriedigend gibt die Formel

$$J_p = \frac{1}{R_i} (E + k E_g + m)^n$$

die Abhängigkeit des J_p von E und E_g wieder, wenn R_i , k , m , n Konstanten sind, von denen freilich n für verschiedene Teile der Charakteristik etwas verschiedene Werte annimmt. R_i kann als der innere Widerstand der Röhre (zwischen Kathode und Anode) angesehen werden. k ist der sogenannte Spannungsverstärkungsfaktor, $\frac{1}{k} = D$ der sogenannte Durchgriff der Verstärkungsrohre und insbesondere, da m meist zu vernachlässigen ist, neben der Steilheit von besonderer Bedeutung für die Wirkung. Es entspricht einer Änderung von E_g um dE_g eine Änderung des E um $k dE$, oder es ist:

$$\frac{1}{k} = D = \frac{dE_g}{dE}.$$

Um eine Verstärkerröhre vorteilhaft verwenden zu können, sollte man die Charakteristik der Röhre genau kennen. Die Bestimmung geschieht natürlich in prinzipiell gleicher Weise wie die eines Glühelatronenrohres, erfordert aber noch die Beachtung der Gitterspannung, häufig Vorspannung genannt, die ebenfalls zu variieren ist. (Vgl. das Schaltschema der Abb. 50.)

20. Messung der Höhenstrahlung. Zur Messung von Höhenstrahlung bedient man sich neuerdings zweckmäßig des Geigerschen Zählrohres. Ein in Salpetersäure kurze Zeit geschwärtzter Stahldraht St ist in der Achse eines Metallzylinders Z stramm ausgespannt und gegen den Zylinder isoliert. Das Rohr ist bis zu einem Druck von ungefähr 5 cm evakuiert. Durch Anlegen einer Spannung von etwa 1000 Volt (die geeignete Spannung ist von der Beschaffenheit der Röhre, des Gases und des Druckes abhängig) bereitet man das Rohr zur Zählung der Höhenstrahlung vor. Ein Strahl, der das Rohr trifft, ruft in ihm eine Ionisation hervor, stark genug, um bei der Spannung eine Entladung zu verursachen. Befindet sich in der äußeren Leitung ein sehr hoher Widerstand, so wird die Entladung nur von äußerst kurzer Dauer sein können, sie „reißt sofort ab“, so daß eine neue Zählung einsetzen kann (vgl.

Abb. 51). Jeder Ionisationsstoß kann durch eine in die Leitung vom Zählrohr zur Erde eingeschaltete, empfindliche Strommeßanordnung erkannt und gezählt werden. Am besten eignet sich dazu ein Elektrometer mit parallel geschaltetem Widerstand oder auch ein Telefon mit einer gewöhnlichen Verstärkerröhrenanordnung. Normalerweise tritt pro Quadratcentimeter Oberfläche der Röhre etwa 1 Stoß pro Minute auf. Als Widerstand R , der in der Leitung zum Abreißen der Entladung notwendig ist, kommt nur ein solcher sehr hoher Ohmzahl in Betracht. Besonders brauchbar haben sich die Glühelektronenröhren erwiesen, die den Vorteil anderen Widerständen gegenüber besitzen, daß ihr Widerstand mit der Spannung (infolge der Sättigungsstromerscheinung) wächst und daher besonders schnell die Zündung unterbricht. Die Zählungen

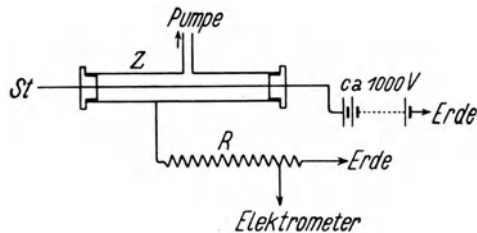


Abb. 51. Schaltschema der Geigerschen Zählkammer

sind wenig abhängig von der Spannung, sobald diese höher ist als die Zündspannung. Vermutlich bildet sich im Innern des Rohres ein Dunkelstrom aus, der dafür sorgt, daß die Spannung nicht merklich über die Zündspannung hinausgeht. So braucht man bei Messungen mit diesen Zählrohren für besondere Konstanz der Spannung nicht zu sorgen und kann einzig und allein den Zählungen sein Augenmerk zuwenden.

21. Messung der Aktivität radioaktiver Präparate. Man bringt das zu untersuchende Material auf den Boden einer Ionisationskammer und bestimmt die Intensität des Sättigungsstromes in ihr infolge der Ionisierung. Sie ist ein Maß für die von der radioaktiven Substanz gebildeten Ionen. Infolge des Zerfalls der radioaktiven Substanzen wird der Sättigungsstrom von der Zeit abhängig sein und je nach der Zusammensetzung des Materials sowie je nach der Zunahme oder Abnahme an Strahlung zu- oder abnehmen. Zweck-

mäßig ist es, α - und β -Strahlung getrennt zu messen; um die β -Strahlen allein zu bekommen, trennt man den Ionisationsraum von dem Material durch ein Blatt Papier oder eine etwa 0,05 mm dicke Al-Folie ab, die die α -Teilchen zurückhalten. Will man nur γ -Strahlung wirken lassen, so schirmt man die β -Strahlen durch eine 2 bis 3 mm dicke Bleiplatte ab. Aus der zeitlichen Veränderung kann man mit Hilfe von Tabellen der radioaktiven Zerfallskonstanten auf die Zusammensetzung des Materials schließen. Wenn man es mit verschiedenen Materialien und Zerfallsprodukten zu tun hat, so ist die Analyse in der Regel nicht einfach. Verhältnismäßig leicht kann man den Gehalt einer Substanz an Radiumemanation messen, da man sie von der Substanz abtrennen und in der Ionisationskammer allein wirken lassen kann. Die Trennung geschieht, falls es sich bei dem Emanation aussendenden Material um feste Stoffe (Erde und Gesteine) handelt, folgendermaßen: man bringt die Substanz in ein Gefäß von L Liter, schließt dasselbe ab und überläßt sie darin während 3 bis 4 Tagen sich selbst. Dann mischt man die Luft, die sich darüber befindet, mit der reinen Luft in einer Ionisationskammer der Form der Abb. 46 mit dem Volumen l Liter, indem man sie durch ein Gummigebläse zum Zirkulieren bringt, so daß in der Kammer sich $l \frac{L}{L+l+l_0}$ Liter der ursprünglich über der Substanz gesammelten emanationshaltigen Luft befinden (l_0 Liter das Volumen der Zuleitungen). Der Sättigungsstrom, den man nun in kurzen Zeitabständen bestimmt, zeigt durch den zeitlichen Abfall nach der Exponentialformel $J_t = J_0 e^{-\lambda t}$, worin λ , die „Zerfallskonstante“, gleich $2,085 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{sec}}$ ist, daß man es wirklich mit

Radiumemanation zu tun hat, und läßt durch seine Stärke $J = \frac{C.E.}{t}$ den Gehalt an Emanation in 1 Liter abgesaugter Luft zu einem beliebigen Zeitpunkt errechnen. Der Gehalt bzw. der durch ihn hervorgerufene Sättigungsstrom

$$J_1 = \frac{C.E.}{t} \frac{(L+l+l_0)}{l.L}$$

wird in der Regel angegeben in „Macheeinheiten“, ME, worunter man den tausendsten Teil des in elektrostatischen Einheiten gemessenen Sättigungsstromes oder $3,33 \cdot 10^{-10}$ Ampere versteht. An Stelle dieser Einheit wird häufig neuerdings der Emanationsgehalt

in Millicurie angegeben; das ist diejenige Emanationsmenge, die sich mit 1 mg Radium im Gleichgewicht befindet. Es entspricht 1 Millicurie $\frac{1}{4} \cdot 10^7$ ME.

Die Trennung der Emanation im Wasser geschieht in der gleichen Weise. Einen einfachen von Gerdiens angegebenen und von Spindler und Hoyer, Göttingen, hergestellten Reiseapparat zur Bestimmung der Radioaktivität von Quellwässern zeigt Abb. 52; er besteht aus einer Ionisationskammer *K*, deren Zerstreungskörper möglichst direkt mit dem Faden eines Elektrometers *E*, das mikroskopisch abgelesen wird, verbunden ist. Die Ionisationskammer wird zum Einleiten der Luft mit seinen zwei Ansätzen an eine Wulfsche Flasche *W*, die die Flüssigkeit enthält, und ein Gummigebläse *G* (zweckmäßig unter Vorschaltung eines Chlorcalcium- und eines Watterohres) so angeschlossen, daß mit dem Gebläse die Luft durch das Wasser hindurchgedrückt werden kann. Nach wenigen Minuten Durchperlens der Luft wird die Kammer geschlossen und mit der Messung begonnen.

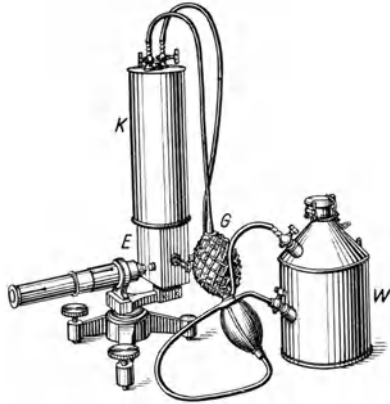


Abb. 52. Gerdienscher Reiseapparat zur Bestimmung der Radioaktivität von Quellwässern, von Spindler und Hoyer (Vereinigung Göttinger Werke)

Handelt es sich endlich darum, festzustellen, ob im Erdboden sich emanationshaltige Luft befindet, so versenkt man vertikal in den Boden ein 2 m langes Rohr, drückt die Erde fest an die Rohrwandung und saugt die Erdbodenluft aus dem Rohr heraus, indem man das Rohr durch einen Gummischlauch mit einem mit zwei Hähnen versehenen und mit Wasser gefüllten Glasgefäß verbindet und das Wasser auslaufen läßt. Ist das Volumen des Gefäßes *L*, das Volumen des Gebläses mit Trockenröhren l_0 und das Volumen in der Ionisationskammer *l* Liter, so befinden sich nach der Mischung in der Ionisationskammer $\frac{l \cdot L}{(L + l + l_0)}$ Liter emanationshaltige Luft, und der von einem Liter unterhaltene Sättigungsstrom ist wiederum der oben angegebene.

b) Messung der Spannung

a) Absolute Messung der Spannung

22. Thomsons absolutes Elektrometer. Die Größe der Anziehungskraft zweier kreisförmiger, ausgedehnter Platten, die auf eine Spannungsdifferenz \bar{E} Volt geladen sind, in mechanischen Einheiten, z. B. in g^* , ist bekannt und im Vakuum (oder Luft)

$$= \frac{1}{8\pi} \frac{\bar{f}}{\bar{a}^2} \bar{E}^2 \frac{1}{300} \frac{1}{981},$$

wenn durch \bar{f} cm^2 die Fläche, durch \bar{a} cm der Abstand der Platten angegeben ist. Befestigt man die eine (C) der beiden Platten an einem Waagebalken an Stelle der Waagschale einer empfindlichen Waage, so daß sie horizontal hängt, und einer festen,

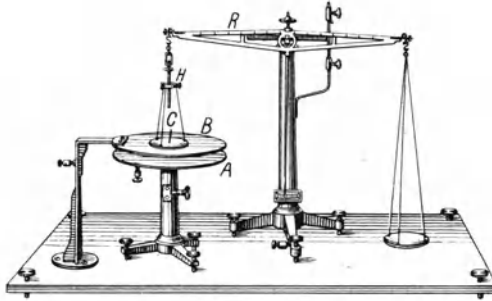


Abb. 53. Thomsons absolutes Elektrometer

darunter liegenden (A) parallel, so kann man die Anziehung in g^* durch Wägung leicht bestimmen und daraus \bar{E} Volt berechnen. Verbindet man die Platten leitend mit den Klemmen eines elektrostatischen Spannungsmessers, so kann man einen solchen durch die Messung eichen. Nun gilt die Formel freilich nur annähernd, weil die Feldstärke am Rand der Platte nicht mehr die der Mitte ist. Man kann die Fehlerquelle herunterdrücken, wenn man die bewegliche Platte mit einem Schutzring B umgibt, wie das in Abb. 53 angedeutet ist, der auf das Potential der beweglichen Platte gebracht wird. Auch in dem Falle ist bei genaueren Messungen eine Berücksichtigung des Randeinflusses erwünscht, da zwischen beweglicher Platte und Schutzring doch ein geringer Spalt bleibt; sie erfordert, daß man für f setzt:

$$f_1 = \frac{\pi}{2} \left(r^2 + r_1^2 - b \frac{r + r_1}{1 + 4,5 a/b} \right),$$

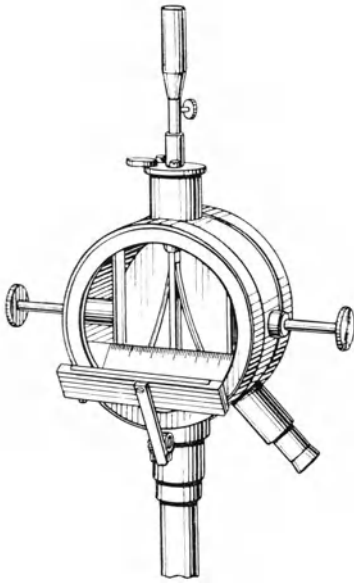


Abb. 54.
Elster-Geitel'sches Elektrometer

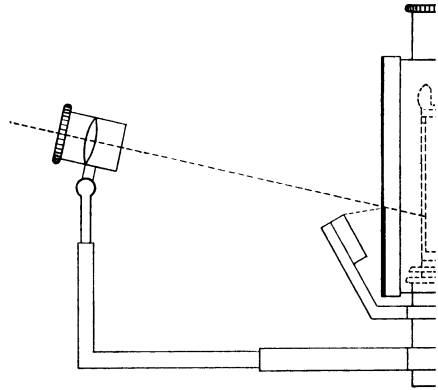


Abb. 55.
Elster-Geitel'sches Elektrometer
mit Ablesevorrichtung im Vertikalscale

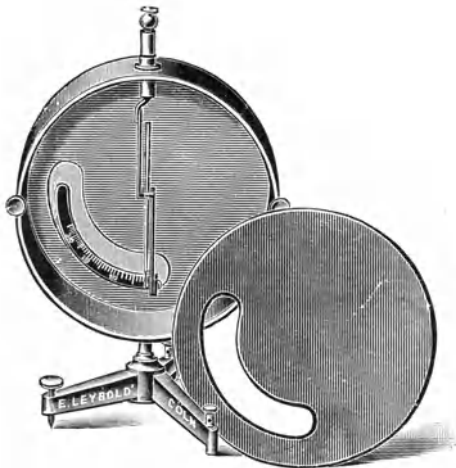


Abb. 56. Brauns'sches Elektrometer

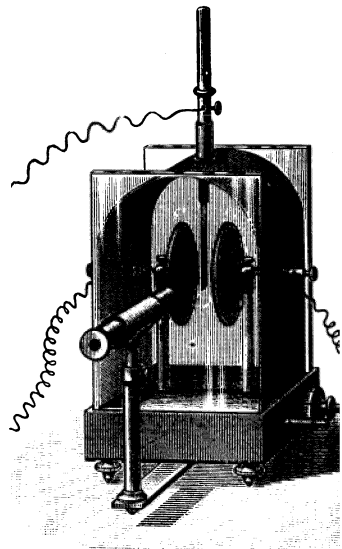


Abb. 57. Hankel'sches Elektrometer

nungen zu brauchen. Das einfache Schema der Instrumente erkennt man aus den Abbildungen 54 bis 58 einiger Beispiele. Bis auf das Elektrometer von Hankel (Abb. 57) und das von Wilson (Abb. 58) sind sie von unveränderlicher Empfindlichkeit. Bei dem Instrument von Hankel kann man durch Änderung der Hilfsspannung, bei dem von Wilson durch Änderung des Kippwinkels α , des Hilfspotentials an der Platte P und ihres Abstandes vom Blättchen B die Empfindlichkeit variieren. Bei ihnen geschieht die Ablesung mit Mikroskop und Okularmikrometer, bei den erstgenannten an einer Teilung, über der die Nadel oder das Blättchen spielt, wobei auf parallaxenfreie Ablesung geachtet werden muß, oder auch mit Mikroskop. Die Blättchen bestehen je nach der gewünschten Empfindlichkeit aus Al- oder Au-Schaumblättchen. Wiechert hat die Empfindlichkeit des Elster-Geitel-schen Elektrometers durch Benutzung kurzer metallisierter Quarzfäden erhöht, Elster und Geitel das Hankelsche ebenfalls durch Einführung eines Quarzfadens an Stelle des Goldblättchens, der zur Erleichterung des Transportes unten mit einem losen Spinnfaden am Gehäuse befestigt war, jedoch so, daß sein Ende sich leicht bewegen konnte.

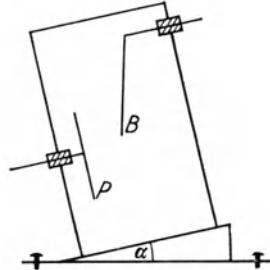


Abb. 58. Wilson'sches Kippelektrometer

24. Instrumente mit Biegungsbeanspruchung. Sehr wichtig und viel gebraucht sind die hierher gehörenden Elektrometer von

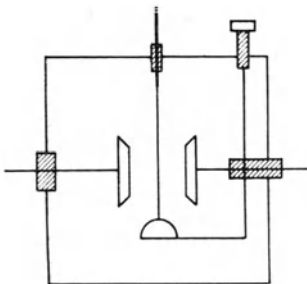


Abb. 59. Schema des Einfadenelektrometers

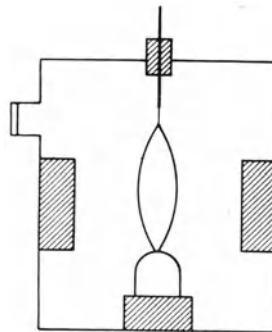


Abb. 60. Schema des Zweifadenelektrometers

Wulf, Zweifadenelektrometer und Einfadenelektrometer mit und ohne Hilfsspannung, und von Lutz, deren Schemata aus den Abb. 59 und 60 hervorgehen.

25. Instrumente mit Torsionsbeanspruchung. Im Grunde haben wir es hier mit mehr oder weniger stark abweichenden Abarten der Coulombschen Drehwaage zu tun. Deutlich sehen wir

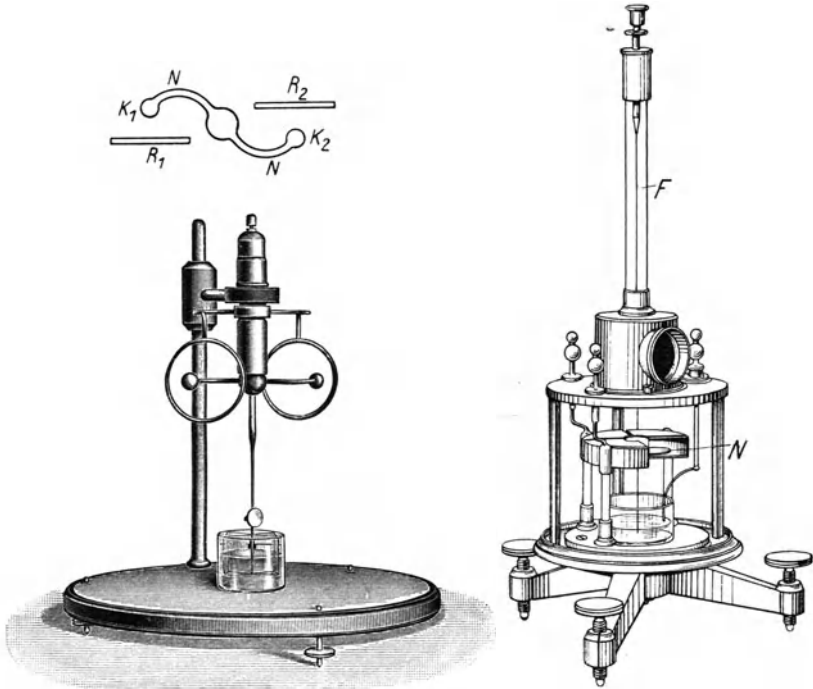


Abb. 61.

Hochspannungselektrometer von Heydweiller
(mit Schema von oben gesehen)

Abb. 62.

Quadrantelektrometer

sie vor uns in dem Hochspannungselektrometer von Heydweiller, das für Spannungen zwischen 6000 und 60000 Volt mit 1% Genauigkeit zu brauchen ist und sich vielfach bewährt hat. Es ist in Abb. 61 schematisch wiedergegeben. Die Nadel *NN* ist an einer Bifilaraufhängung befestigt, die einen Spiegel trägt, so daß die Drehung entweder mit Fernrohr und Skala oder mit objektiv

beobachtbarem Lichtzeiger gemessen werden kann. R_1 und R_2 sind die mit der „Nadel“ leitend verbundenen Ringe, von denen die Kugeln K_1 , K_2 abgestoßen werden, wenn die Nadel geladen wird. Die vorhandene Flüssigkeitsdämpfung läßt die Nadel in der Einstellung schnell zur Ruhe kommen.

Ferner gehören in diese Gruppe die verschiedenen Arten von Quadrantelektrometern, die von besonderer Wichtigkeit sind. Ein Beispiel zeigt die Abb. 62, in der der vierte Quadrant fortgelassen ist, um die Nadel sichtbar werden zu lassen. Die Quadranten, in deren Innenraum die Nadel N , am Faden F aufgehängt, sich bewegen

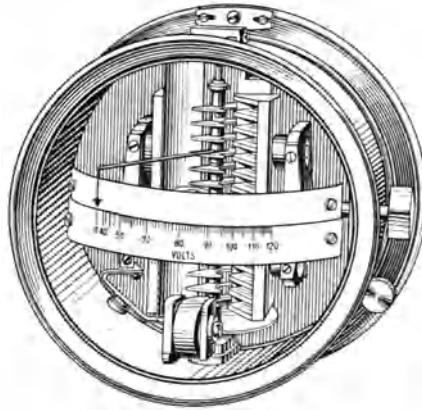


Abb. 63. Multizellularvoltmeter

kann, werden kreuzweise miteinander leitend verbunden und z. B. abwechselnd positiv und negativ geladen. Trägt auch die Nadel eine Ladung durch Anlegen an den Leiter mit der gesuchten Spannung, so wird sie in den einen oder anderen Quadranten hineingezogen. Die Drehung wird an der Bewegung des Spiegels, der an der Aufhängung befestigt ist, subjektiv mit Fernrohr und Skala oder objektiv gemessen. Die Empfindlichkeit eines solchen Elektrometers kann durch Änderung der Quadrantladung, durch Änderung der Nadelaufhängung und endlich auch der Form der Nadel weitgehend variiert werden.

Das einfache, zuerst von Thomson angegebene Quadrantelektrometer hat im Laufe der Zeit eine Reihe von zum Teil sehr interessanten Abänderungen erfahren, in der Hauptsache mit dem

Ziel, die Empfindlichkeit zu erhöhen, und es seien hier wenigstens genannt die wertvollen Konstruktionen von Dolezalek (gewöhnliches Quadrantelektrometer, Binantenelektrometer) und das von Hoffmann (Duantenelektrometer). Für Registrierungen luftelektrischer Art hat sich das Elektrometer von Benndorf sehr bewährt, für technische Zwecke das Multizellularvoltmeter von Thomson mit Zeigerablesung, das eigentlich aus mehreren übereinanderliegenden Quadrantelektrometern besteht, deren Nadeln an einer Aufhängung starr miteinander verbunden sind (vgl. Abb. 63).

26. Schaltungsweisen der Quadrantelektrometer. Zur Spannungsmessung kommen verschiedene Schaltungsarten in Betracht.

1. Die Nadelschaltung: Die Quadrantenpaare sind auf entgegengesetzt gleichem Potential gehalten durch Anschalten an die Pole einer Batterie, deren Mitte geerdet ist, die Nadel wird auf die zu messende Spannung gebracht. Der Ausschlag ist der Spannung gegen Erde nahe proportional.

2. Die Quadrantschaltung: Ein Quadrantenpaar liegt an Erde, die Nadel ist auf konstantes, hohes Hilfspotential, das andere Quadrantenpaar auf die zu messende Spannung geladen. Auch hier ist der Ausschlag der Spannung proportional.

3. Doppelschaltung (ohne Hilfsladung): Ein Quadrantenpaar mit Nadel liegt an Erde, das andere an der gesuchten Spannung. Der Ausschlag ist dem Quadrat der Spannung proportional.

γ) Elektromagnetische Spannungsmessung

Die elektromagnetischen Spannungsmeßapparate, und dazu gehören alle technischen Voltmeter, sind im Grunde Strommesser. Die zu messende Spannung wird über einen großen bekannten Widerstand geschlossen und der dadurch ausgelöste Strom zur Berechnung der Spannung durch Multiplikation mit dem Widerstand entsprechend dem Ohmschen Gesetz bestimmt. Jedes der früher besprochenen Strommeßinstrumente ist für diese Messung brauchbar.

27. Spannungsempfindlichkeit eines Galvanometers. Der wichtige Unterschied zwischen Strom- und Spannungsempfindlichkeit eines Galvanometers wird am leichtesten an einem Beispiel erkannt. Als solches sei die Aufgabe gestellt, die Spannung E an den Enden eines kleinen Widerstandes R , der von einem kleinen

Strom J durchflossen wird, zu bestimmen, also $E = R \cdot J$. Wir schalten an die Enden ein Galvanometer der Stromempfindlichkeit S_i , das bei einem Widerstand R_1 im Kreis (einschließlich Galvanometerwiderstand) aperiodisch schwingt, auf den man also durch Vorschaltwiderstände den von vornherein im Kreis befindlichen Widerstand erhöhen muß, um mit dem Galvanometer arbeiten zu können. Infolge der Spannung E fließt durch das Galvanometer der Strom E/R_1 ; er mag den Ausschlag α hervorrufen. Dann wird man sagen: die Spannungsempfindlichkeit S_e oder (analog der früheren Definition der Stromempfindlichkeit) der Ausschlag in Millimetern bei 1 m Abstand der Skala vom Spiegel, den die Spannung 1 μ Volt hervorruft, ist in diesem Falle α/E , oder da S_i nach der früheren Definition $\frac{\alpha \cdot R_1}{E}$ ist,

$$S_e = \frac{S_i}{R_1}.$$

Die größte Spannungsempfindlichkeit ist also gleich der Stromempfindlichkeit des Galvanometers dividiert durch den für den aperiodischen Vorgang notwendigen Grenzwiderstand. Zur Messung kleiner Spannungen sind also Galvanometer mit kleinem Grenzwiderstand notwendig. Durch die Gleichungen in II, Nr. 7 finden wir auch für S_e leicht Beziehungen zu Konstanten des Galvanometers, wie für S_i , nämlich:

$$S_e = \frac{2}{q} \sqrt{\frac{K}{D}} = \frac{T}{q \cdot \pi}.$$

Die eingehendere Diskussion ergibt, daß ein hohes S_e im allgemeinen nur durch Erhöhung der Schwingungsdauer, möglichst kleine Richtkraft, kleine Spulendimension, also kleinen Systemwiderstand und kleinen Grenzwiderstand erreicht werden kann.

28. Kompensationsmethode. Das Prinzip dieser vielfach verwendeten Methode der Spannungsmessung mit Benutzung von bekannten Widerständen und Strommeßinstrumenten ist das folgende: Durch Anlegen einer geeigneten Spannung E_0 an einen großen Widerstand R_0 lassen wir in ihm den Strom J fließen. Dann ist der Spannungsabfall zwischen zwei Punkten, die den Widerstand R einschließen, $E = R J$. Wenn wir an diese Stellen eine dem Abfall gleiche Spannung anlegen, so ändern wir am Strom J nichts,

und in dem angelegten Zweig fließt kein Strom. Man erkennt dies sofort aus der unmittelbaren Anschauung und auch aus den Kirchhoffschen Regeln: Im geschlossenen Stromkreis ist die Summe der elektromotorischen Kräfte gleich $\Sigma R J$; wenn also E dem Spannungsabfall gleich ist, muß der Strom in dem angeschalteten Zweig Null sein. Umgekehrt erkennt man aus der Stromlosigkeit im angeschlossenen Zweig, die man durch ein in diesen Zweig eingeschaltetes Galvanometer feststellen kann, daß die an den Enden vorhandene Spannung (z. B. herrührend von einem eingeschalteten Element) dem Spannungsabfall $R J$ gleich sein muß. Handelt es sich also z. B. um die Messung der Spannung E eines Elementes, so schaltet man es mit einem Stromzeiger an zwei Punkte des Widerstandes R_0 , der von dem Strom J , herrührend von der Strom-

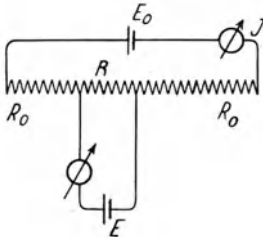


Abb. 64.

Schaltenschema der Kompensationsmethode.

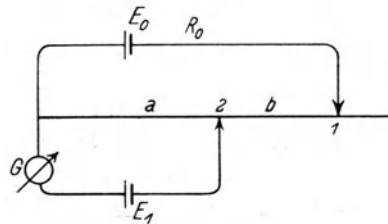


Abb. 65.

Schaltenschema der Kompensationsmethode mit Brückendraht

quelle E_0 , durchflossen wird, und ändert R durch Verschieben des einen Kontaktes auf dem Widerstand oder J durch Verändern des vorgeschalteten Widerstandes so lange, bis in dem Zweig des Elementes E der Stromzeiger keinen Strom anzeigt (vgl. Abb. 64).

Das Poggendorfsche Verfahren läuft auf Änderung des Stromes J hinaus, das Verfahren von Du Bois-Reymond und Bosscha auf Einstellung von R . Bei beiden Verfahren muß der Strom J im Hauptstromkreis gemessen werden, was nun aber wieder auf verschiedene Weise geschehen kann. Entweder schaltet man dort ein technisches Strommeßinstrument ein, oder man bestimmt ihn, indem man die Spannung an den Enden eines eingeschalteten bekannten Widerstandes wiederum durch „Kompensation“ oder einen Spannungsmesser mißt. Im zweiten Falle spricht man auch von der Vergleichung von Spannungen mit dem Kompensationsverfahren. Man gebraucht also im einen Fall neben bekannten Widerständen einen Stromzeiger (Null-

instrument) und ein Strommeßinstrument, im anderen Fall neben bekannten Widerständen einen Stromzeiger und eine Stromquelle bekannter Spannung oder ein Spannungsmeßinstrument. Sehr bequem wird die Methode, wenn es nur darauf ankommt, das Verhältnis der Spannungen zweier Stromquellen zu bestimmen, von denen man die eine (z. B. einen Akkumulator) belasten kann; als kontinuierlich veränderlichen Widerstand benutzt man (vgl. Abb. 65) dann meistens einen lang ausgespannten blanken Widerstandsdraht (z. B. von einer Wheatstoneschen Brücke, siehe unten), von dem man durch guten Kontakt gebende Schleifkontakte beliebige Stücke abgreifen kann. Hat der Draht überall gleichen Querschnitt und pro Längeneinheit den Widerstand R , so ergibt sich leicht, wenn $a + b$ die Länge des Drahtes zwischen den Zuleitungen zum Element E_0 und a die Länge des Drahtes, durch die die Spannung E_1 kompensiert wird (so daß der Stromzeiger G auf Null zeigt),

$$E_0 = J (R_0 + (a + b) R)$$

und

$$E_1 = J a R,$$

worin E_0 , E_1 die Spannungen der beiden Elemente, R_0 den inneren Widerstand des Elementes E_0 und der Zuleitungen zu dem blanken Draht bedeuten. Ist R_0 gegen $(a + b) R$ zu vernachlässigen, so ist

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{a}{a + b}.$$

Einer anderen Einstellung des Schleifkontaktes 1 entspricht eine andere des Kontaktes 2; die zugehörigen Längen seien a' und $a' + b'$, so daß auch sein muß:

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{a'}{a' + b'}.$$

Mehrere Messungen, bei denen man aber darauf achten muß, daß $(a + b) R$ groß genug gegen R_0 bleibt, geben einen brauchbaren Mittelwert für E_1/E_0 .

Kann man R_0 nicht vernachlässigen, so kann man R_0 durch Beobachtung mehrerer Wertepaare a und b berechnen. Es gilt dann

$$\frac{E_1}{E_0} = R_0 + \frac{a R}{(a + b) R}, \quad a \frac{E_0}{E_1} = a + b + \frac{R_0}{R};$$

$$\frac{E_1}{E_0} = R_0 + \frac{a' R}{(a' + b') R}, \quad a' \frac{E_0}{E_1} = a' + b' + \frac{R_0}{R}.$$

Zweckmäßig verwendet man zur Ableitung eines geeigneten Mittelwertes aus mehreren Wertepaaren a und b eine graphische Darstellung, in der als Ordinate $a + b$, als

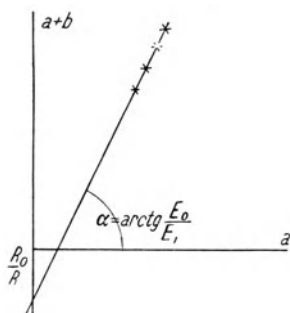


Abb. 66. Auswertung der Messungen mit der Kompensationsmethode

Abzisse a aufgetragen wird. Die durch die beobachteten Werte gelegte Gerade ist gegen die Abszisse in einem Winkel geneigt, dessen Tangente gleich E_0/E_1 ist, und ihre Verlängerung bis zur Ordinate schneidet auf ihr die Größe R_0/R ab (vgl. Abb. 66).

Sehr wichtig ist bei dieser Anordnung die Konstanz des Widerstandes der Kontakte im Hauptstromkreis, der außerdem möglichst klein sein soll. Eine einfache Erweiterung gestattet den unmittelbaren Vergleich zweier inkonstanter Elemente, indem man zwei Zweige an

den Hauptstromkreis anschließt mit je einem Nullinstrument und einem der inkonstanten Elemente. Durch einen Umschalter kann man leicht ein und dasselbe Galvanometer in beiden Zweigen verwenden.

29. Kompensationsapparat für große Spannungen. In sehr bequemer und genauer Weise läßt die Kompensationsmethode sich mit dem Kompensationsapparat durchführen.

Bei ihm ist der Brückendraht, der bei der obigen Schaltskizze (Abb. 65) an die Stromquelle gelegt wird und auf dem mit Schleifkontakten zwei Punkte von einer vorgegebenen Spannung gesucht werden, durch mehrere (3 bis 5) hintereinander liegende Widerstandssätze ersetzt, deren Einheiten sich um Zehnerpotenzen oder derartige Größenordnungen unterscheiden; die Einheiten haben z. B. 0,1, 1, 10, 100, 1000 Ω . Sie können in einfacher Weise mehr oder weniger weit in die beiden Stromkreise (durch Kurbeln, in Abb. 67 durch die kräftigen Striche angedeutet) eingeschaltet werden, aber der Schaltmechanismus ist derart, daß sowohl zwischen die Ableitungen, an die die zu kompensierende Spannung gelegt werden muß, jede beliebige Widerstandsgröße (bis 0,1 Ω genau) gelegt werden kann, als auch der im Hauptstromkreis liegende Gesamtwiderstand unverändert bleibt. Es ist dies auf verschiedene Weise möglich, als Beispiel sei in Abb. 67 das Schema des Apparates von Feussner

angegeben, das sofort verständlich ist, wenn man in ihm einmal den Verlauf des Hauptstromes, ausgehend von den Klemmen *B* (Batterie),

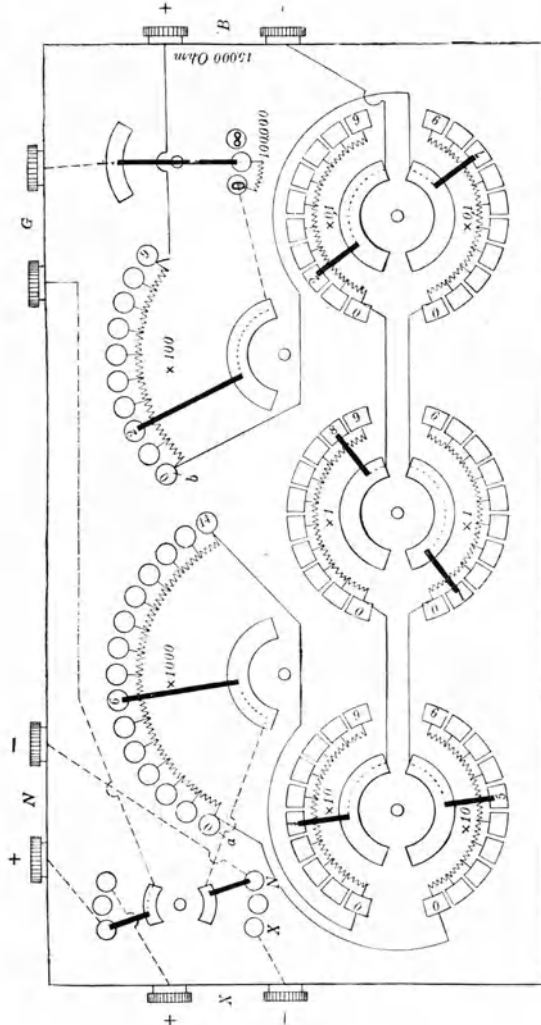


Abb. 67. Schema des Kompensationsapparates von Feussner

verfolgt und der Abbildung entnimmt, daß beim Ein- und Ausschalten von Widerständen der unteren drei Dekaden zwangsläufig im Hauptstromkreis ebensoviel Widerstand aus- und eingeschaltet

wird, wodurch die Summe der im Hauptstrom liegenden Widerstände unverändert bleibt, während zwischen die Klemmen X (Meßkreis) hinter das bei G anzuschließende Galvanometer jede gewünschte Ohmzahl gelegt werden kann.

Damit der zwischen die Klemmen X eingeschaltete (an den Kurbelstellungen abzulesende) Widerstand zahlenmäßig die zu messende Spannung oder eine ganze Zehnerpotenz davon angibt, muß man nur dafür sorgen, daß der Strom J im Hauptkreis genau gleich 1 oder 0,1 oder 0,01 usw. Amp. beträgt. Das erreicht man durch einen vor den Kompensationsapparat (vor B) zu schaltenden Widerstand, den man so lange verändert, bis ein in den Kompensationskreis eingeschaltetes Normalelement (bei N) durch den Widerstand 101,8 1018, 10180 Ω kompensiert wird. Zu dem Zweck sind dem Kompensationsapparat zuweilen diese Widerstände in besonderen Zusatzkästen beigegeben, die in den Hauptstromkreis eingeschaltet werden und an denen das Element mit Galvanometer liegen kann.

Die Spannungen, die man mit Benutzung des Kompensationsapparates in der einfachen Schaltung messen kann, sind begrenzt durch die anwendbare Stromstärke und die im Apparat vorhandenen Widerstände. Wenn man demselben nur 0,01 Amp. zumuten darf, ist die höchste meßbare Spannung bei diesem Apparat, der eine Tausenddekade hat, $0,01 \cdot 11111 =$ rund 111 Volt. Größere Spannungen kann man dadurch (freilich mit geringerer Genauigkeit) messen, daß man dem Kompensationsapparat einen sehr hohen Widerstand noch vorschaltet, der in dem Haupt- und dem Kompensationszweig liegt; die Spannung wäre dann im Höchsthfall $0,01 (11111 + R')$. Gleicht man den Widerstand im Hauptstromkreis nicht so ab, daß gerade 0,01 Amp. hindurchfließt, so muß man zur Messung der Spannung den hindurchfließenden Strom in irgendeiner Weise bestimmen. Am einfachsten und in der Regel macht man das dadurch, daß man den Widerstand R_0 im Apparat bestimmt, der gerade ein Normalelement E_0 kompensiert, und aus E_0/R_0 den Strom berechnet. Es ist

$$E = (R + R') \frac{E_0}{R_0}.$$

30. Kompensationsapparat für kleine Spannungen. Zur Messung von Thermokräften und ähnlich kleinen Spannungen verwendet man Kompensationsapparate mit kleinen Widerstandseinheiten. Solche sind von Hausrath, Diesselhorst, White angegeben worden und

besitzen vor den anderen den für die Messung sehr kleiner Spannungen mit kleinen Widerständen besonders wichtigen Vorzug, daß in dem eigentlichen Meßzweig Kurbelkontakte vermieden sind (sie heißen deshalb auch „thermokräftfrei“).

31. Technische Voltmeter.

Die Präzisionsvoltmeter sind in der Regel Drehspulen- oder Hitzdrahtinstrumente und im Prinzip den Amperemetern gleich. Durch geeignete Vorschaltwiderstände kann man die Instrumente für mehrere Meßbereiche brauchbar machen; sie sind in der Regel 9-, 99-, 999mal so groß wie der Widerstand des Instruments, so daß die Ablesung mit 0,1, 0,01, 0,001 zu multiplizieren ist, um den richtigen Spannungswert



Abb. 68.

Milliampere- und Voltmeter
von Gossen, Erlangen



Abb. 69.

Millivolt- und Amperemeter von Siemens & Halske, Berlin
(Neuester Typ)

zu erhalten. Sehr beliebt sind die Präzisions-Volt- und Ampere-meter für verschiedenen Meßbereich, bei denen durch einen Stöpsel die gewünschte Schaltung des Instruments erreicht werden kann (vgl. Abb. 68, ein Instrument von Gossen, Erlangen, und Abb. 69, der neueste Typ der Präzisions-Volt- und Amperemeter von Siemens & Halske, Berlin). Zu der Eichung kann man den Kompensationsapparat verwenden.

δ) Spannungsmessung in besonderen Fällen

32. Benutzung einer Funkenstrecke zur Messung hoher Spannungen. Mittels einer Kugelfunkenstrecke kann man verhältnismäßig einfach hohe Spannungen zwischen Leitern bestimmen, indem man die Kugeln mit den Leitern verbindet und die Entfernung der Kugeln, bei der die Funkenentladung einsetzt, mißt. Man benutzt dabei die Erfahrung, daß zum Durchschlagen einer bestimmten Luftschicht zwischen zwei Leitern ein ganz bestimmtes Potential notwendig ist, das freilich von der Krümmung der Oberflächen, die sich gegenüberstehen, abhängt. Für eine genaue Messung hinderlich ist einmal die Funkenverzögerung und zweitens die durch die Entladung bewirkte Zerstörung der glatten Oberfläche, die ein häufiges Polieren notwendig macht. Die Funkenverzögerung besteht darin, daß mehr oder weniger Zeit verstreicht, bis ein Funken auftritt, auch wenn das bei der Entfernung der Leiter zur Ausbildung einer Funkenentladung notwendige Potential erreicht ist; man kann sie durch Ultraviolettbestrahlung oder Radiumbestrahlung aufheben. Die Abhängigkeit der Schlagweite von der Spannung für Kugeln von verschiedenem Radius (bis zu 16,75 cm) ist mehrfach bestimmt. Bei hohen Spannungen (bis 200 kV und mehr) sollte man nur Kugeln von mindestens 25 cm Durchmesser verwenden. In der Technik findet das Kugelfunkenstrecken-Voltmeter nicht selten Verwendung.

<i>S</i> cm	<i>E</i> Kilovolt	
0,1	4,60	
0,5	17,4	
1,0	31,8	(31,7)
2,0	60,5	(59,7)
5,0	138	(136)
7,0	185	(182)
10,0	247	(241)

Die vorstehende Tabelle gibt über die Schlagweiten S zwischen Kugeln von 25 cm Durchmesser bei verschiedenen Potentialen E Aufschluß, wobei angenommen ist, daß die Kugeln sich bei symmetrischer Spannungsverteilung in normaler Luft (760 mm Hg-Druck, 20° C) befinden. Die eingeklammerten Zahlen gelten für den Fall, daß eine Kugel geerdet ist.

33. Spannungsmessung mit Röntgenstrahlung. In manchen Fällen ist es möglich, die zu messende Spannung zum Betrieb einer Röntgenröhre zu benutzen; ihre Strahlung ist in bekannter Weise von der angelegten Spannung abhängig und kann daher zur Kenntnis des Spannungswertes führen. Freilich ist die dazu notwendige Analyse der Strahlung nicht ohne große Apparatur möglich. Man bestimmt mit einem Röntgenstrahlspektrometer, z. B. von Seemann, die Wellenlänge λ der kürzesten Strahlung, die im kontinuierlichen Teil des Röntgenspektrums auftritt, und findet die Spannung E aus der Beziehung

$$\bar{\lambda} \cdot \bar{E} = 1,234,$$

wenn $\bar{\lambda}$ in μ und \bar{E} in Volt gemessen wird. Die Einzelheiten der Messung und der Meßanordnung seien hier übergangen, da diese Methode nur in ganz speziellen Fällen Anwendung finden kann.

c) Messung des Widerstandes

α) Widerstandsmessung an festen Leitern

34. Absolute Messung. Eine absolute Widerstandsmessung, d. h. eine Bestimmung der Abweichung des reichsgesetzlich definierten Ohm (internationalen Ohm) von der Widerstandseinheit, die man aus dem Ohmschen Gesetz findet, wenn man Strom- und Spannungseinheit aus den elektrostatischen oder elektromagnetischen Gesetzen gewinnt mit der Bestimmung, daß ϵ und μ im Vakuum gleich 1 sein sollen, ist wegen der Schwierigkeit der selbständigen absoluten Spannungsmessung nur auf sehr indirektem Wege möglich und in letzter Zeit wohl am sorgfältigsten seitens der P.-T. R. durch Grüneisen und Giebe durchgeführt worden. Sie berechneten den Wert einer Selbstinduktion in absoluten Einheiten und bestimmten ihn experimentell in Henry. Das Verhältnis der beiden Werte ist gleich dem Verhältnis des absoluten Ohm zum internationalen. Es ergab sich dabei, daß 1 int. Ohm = 1,000 31 abs.

Ohm ist. Wir gehen auf diese und die anderen möglichen Methoden hier nicht ein, weil sie in der Praxis als Methoden der Widerstandsbestimmung nicht in Frage kommen, und behandeln im folgenden nur die Vergleichsmethoden, die also Verwendung finden können, wenn ein Widerstandsnormale zur Verfügung steht, was aber auch bei der Möglichkeit, gute Widerstände konstant zu erhalten und reproduzierbar herzustellen, nicht bedenklich ist.

35. Substitutionsmethode. Wenn Spannung und Strom bei dem Ersatz eines Leiters durch einen anderen unverändert bleiben, so müssen die beiden Leiter den gleichen elektrischen Widerstand besitzen. Um also einen unbekanntem Widerstand zu bestimmen, schaltet man ihn in einen Stromkreis ein mit einer möglichst konstanten Stromquelle und einem Strommeßinstrument, sowie einem Widerstand, den man willkürlich, und zwar möglichst kontinuierlich oder mit geringen Abstufungen (Rheostat), verändern kann. Nach Kurzschließen des unbekanntem Widerstandes vergrößert man den bekannten um so viel, daß das Strommeßinstrument den gleichen Ausschlag wie vorher zeigt. Zweckmäßig ist es, den unbekanntem und den in bekannter Weise variablen Widerstand an die Klemmen eines Umschalters (einer „Wippe“) zu schließen, durch den abwechselnd der eine oder der andere in den Kreis eingeschaltet werden kann. Läßt sich infolge zu großer Abstufungen der variable Widerstand nicht so einstellen, daß der Strommesser genau den gleichen Ausschlag zeigt wie bei dem Einschalten des unbekanntem Widerstandes, so wird man zwischen den Widerständen interpolieren, die etwas kleiner und etwas größer als der unbekanntem ihn möglichst nahe einschließen. Die Genauigkeit der Methode kann, wie sich leicht einsehen läßt, nicht sehr groß sein. Denn es handelt sich dabei um die Frage, wie genau man an einem Zeigerinstrument — Spiegelgalvanometer sind meist in solchen Fällen nicht zu verwenden — den Strom einstellen kann. Nehmen wir an, daß $\frac{1}{10}$ Skalenteil reproduzierbar und ablesbar ist, so bedeutet dies, daß der Strom, falls er am Instrument einen Ausschlag von 100 Skalenteilen hervorruft — und man wird in der Regel Spannung und Vorschaltwiderstand so wählen können —, auf $1\frac{0}{100}$ eingestellt, also auch der Widerstand höchstens auf $1\frac{0}{100}$ berechnet werden kann. Das ist das Äußerste, was man mit dieser Methode zu erreichen vermag. Immerhin hat sie den Vorteil der Bequemlichkeit und der Durchsichtigkeit.

36. Differentialgalvanometer. In gewissem Sinne ist die Widerstandsmessung mit Benutzung des Differentialgalvanometers von der erstgenannten Methode prinzipiell nicht verschieden. (Vgl. Abb. 70.) Die beiden hintereinander vorzunehmenden Messungen der obigen Methode werden hier gewissermaßen gleichzeitig ausgeführt. Das Differentialgalvanometer, in der Regel ein Nadelinstrument, besitzt zwei gleiche Spulen S_p gleichen Widerstandes und von elektrodynamisch gleicher, aber entgegengesetzter Wirkung; man schaltet sie parallel an eine Stromquelle E und schaltet in den einen Zweig den unbekanntem Widerstand R_x , in den anderen

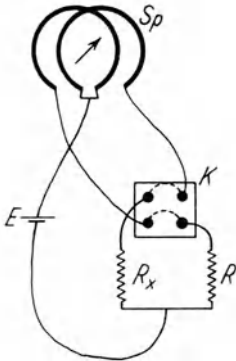


Abb. 70. Schaltschema des Differentialgalvanometers zur Messung von Widerständen

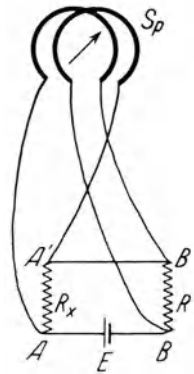


Abb. 71. Schaltschema des Differentialgalvanometers zur Messung kleiner Widerstände „mit übergreifendem Nebenschluß“

den bekannten R . Wenn beide gleich sind, zeigt das Galvanometer keinen Ausschlag (Gleichheit der Zuleitungen und der Galvanometerspulen vorausgesetzt). Als Nullmethode läßt sie einen höheren Grad von Genauigkeit erreichen, hat aber den Nachteil, ein Meßinstrument mit besonders gut abgeglichenen Spulen zu erfordern, das für andere Messungen selten ausgenutzt werden kann. Vertauschen der beiden Widerstände in den beiden Zweigen, was mit Hilfe eines Kommutators K leicht geschieht, ist notwendig, weil die Spulen selten gleichzeitig eine vollkommen gleiche Wirkung ausüben und von gleichem Widerstand sind. Für eine genaue Bestimmung ist die Verwendung der in Abb. 71 angegebenen Schaltung „Messung mit übergreifendem Nebenschluß“ günstiger.

Die Stromquelle wird einmal in die Verbindung AB , dann in $A'B'$ gelegt, und die zur Ruhelage des Galvanometersystems notwendigen Widerstände seien bei den zwei Schaltungen R und R' ; dann ist, wie leicht zu sehen, $R_x = \frac{1}{2}(R + R')$. Bei dieser Methode fallen Ungleichheiten der Wirkung der beiden Galvanometerspulen heraus. Genauigkeiten bis auf 0,1 und 0,01 ‰ sind unschwer damit zu erhalten. Auch ungleiche Widerstände lassen sich durch geringe Abänderung der Methode mit dem Instrument recht genau vergleichen.

37. Strom- und Spannungsmessung. Heutigentags ist wohl diese Methode die beliebteste, weil sie in bequemer Anordnung und Rechnung zu sehr genauen Resultaten führen kann, wenigstens wenn

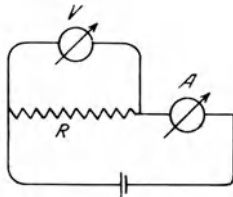


Abb. 72.

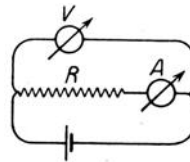


Abb. 72a.

Schaltschema bei der Strom-Spannungsmessung zur Widerstandsbestimmung

man zur Spannungsmessung die Kompensationsmethode verwendet und statt der Strommessung eine zweite Spannungsmessung an bekanntem Widerstand ausführt. Die einfachste Schaltung ist die in Abb. 72 und 72a gezeichnete, mit einem Strom- und einem Spannungsmeßinstrument. Bei der Berechnung des Widerstandes aus Strom und Spannung muß man freilich das eine Mal berücksichtigen, daß ein Teil des vom Amperemeter A angezeigten Stromes J durch das parallel geschaltete Voltmeter V geht, das andere Mal, daß ein Teil der vom Voltmeter angezeigten Spannung im Amperemeter abfällt. Um entsprechende Korrekturen anbringen zu können, muß man die Widerstände der Instrumente kennen. Bevorzugt wird die erste Schaltung, da der Widerstand R_V des Voltmeters meist bekannt und sehr hoch ist. Der unbekannte Widerstand R ist in den beiden Fällen (R_i ist der Widerstand des Amperemeters)

$$R = E : \left(J - \frac{E}{R_V} \right) \quad \text{bzw.} \quad R = (E - J \cdot R_i) : J.$$

Bei genauen Messungen benutzt man die Kompensationsmethode zur Spannungsmessung, am besten den Kompensationsapparat (vgl. Abb. 73). Man schickt ein und denselben Strom, der nur möglichst konstant zu halten ist, durch einen Normalwiderstand R_n (von einer dem unbekanntem Widerstand gleichen Größenordnung) und den unbekanntem Widerstand R_x , die hintereinander geschaltet sind, und mißt die Spannung mit dem Kompensationsapparat einmal an dem Normalwiderstand, und das andere Mal an dem unbekanntem. Ein geeigneter Kommutator erlaubt, die Messungen schnell hintereinander auszuführen. Das Verhältnis der Spannungen gibt das Verhältnis der Widerstände. Ein Vorteil dieser Methode ist es, daß die Widerstände der Zuleitungen bei geeigneter Schaltung nicht mit gemessen werden, nämlich dann, wenn man die Enden des Widerstandes mit Strom- und Spannungsmeßanschlüssen, also mit je zwei Drähten versieht. In den Fällen, in denen es sich um Widerstandsänderungen (z. B. durch Temperatureinfluß oder magnetische oder optische Einflüsse) handelt, ist diese Anordnung besonders empfehlenswert.

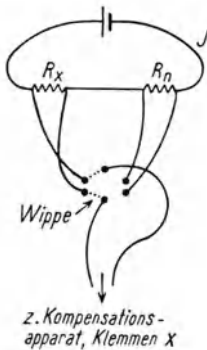
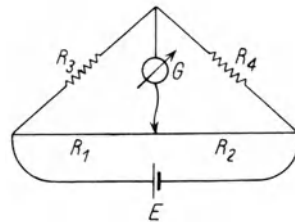


Abb. 73.

Messung des Widerstandes
mit Kompensationsapparat

Abb. 74. Schaltschema der
Wheatstoneschen Brücke

38. Wheatstonesche Brücke. Die Schaltung ist in Abb. 74 angegeben, in der R_1, R_2, R_3 bekannte Widerstände, R_4 der zu messende Widerstand ist, E die Stromquelle, G das Galvanometer. E und G können vertauscht werden. Wie leicht zu sehen, besteht, wenn G keinen Strom anzeigt, die Beziehung $R_1 : R_2 = R_3 : R_4$, aus der R_4 zu berechnen ist. Eine häufig gebrauchte Anordnung ist die, R_1 und R_2 durch einen blanken Draht zu ersetzen, der, von überall gleichem Querschnitt, einen der Länge proportionalen Widerstand besitzt. Die Verbindung von G mit R_1 und R_2 ist durch einen Schleifkontakt ersetzt,

der auf dem Draht verschiebbar ist. Den dritten Widerstand wird man unter Benutzung eines der bekannten unterteilbaren Rheostaten von einer dem unbekanntem Widerstand ähnlichen Größe wählen. Dann befindet sich der Schleifkontakt in der Nähe der Mitte des Drahtes, wo Fehler der Ablesung auf das Resultat einen geringeren Einfluß haben, als wenn der Schleifkontakt in der Nähe eines der beiden Enden aufsitzt. Im übrigen hängt die Empfindlichkeit der Messung (die Größe des Ausschlages des Galvanometers bei Änderung des unbekanntem Widerstandes um eine bestimmte kleine Größe) von der Stromstärke im Widerstandskreis und dem Widerstand ab und ist um so größer, je größer das Produkt $\sqrt{R} \cdot J$ ist. Zweckmäßig ist es ferner, den Widerstand des Galvanometers von der Größenordnung der einzelnen Vergleichswiderstände zu wählen. Vor gar zu starken Strömen muß man sich hüten, weil sie eine merkliche Erwärmung des Drahtes hervorrufen können, die den Widerstand des Drahtes beeinflusst. Die Einstellung des Schleifkontaktes ist bei empfindlichem Brückengalvanometer und 1 m langem Brückendraht zuweilen schwer möglich, so daß die Empfindlichkeit des Galvanometers nicht ausgenutzt wird. Man hilft sich dann leicht dadurch, daß man statt eines 1 m langen Drahtes einen 11 m langen Brückendraht benutzt, von dem aber je 5 m auf jeder Seite des mittelsten Meters auf dem allein der Schleifkontakt verschiebbar ist, aufgespult sind; oder man legt beiderseits an den Brückendraht je etwa 10 Ohm, die dann zu den in Ohm umgerechneten Brückendrahtabschnitten hinzuzurechnen sind.

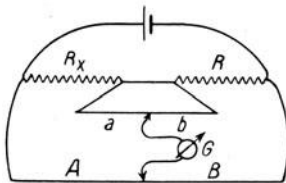


Abb. 75.

Schaltschema der Thomson'schen Doppelbrücke

Die Zuleitungen zu den Widerständen sind bei dieser Methode zu berücksichtigen.

Sehr kleine Widerstände lassen sich mit der Thomsonschen Doppelbrücke bequemer messen, einer Modifikation der Wheatstoneschen Brücke. Die Widerstände R_x und R sollen miteinander verglichen werden; sie sind (vgl. Abb. 75) direkt verbunden und außerdem durch

einen Brückendraht ($a + b$), auf dem die eine Zuleitung zum Galvanometer G schleift, während die andere wie bei der Wheatstoneschen Brücke auf einem Brückendraht ($A + B$) liegt, der die anderen Enden der beiden Widerstände R_x und R verbindet. Sorgt man dafür, daß $a/b = A/B$, dann ist auch $R_x/R = A/B$, und

die Zuleitungen von den Widerständen zu den Brückendrähten spielen eine untergeordnete Rolle, sobald ihr Widerstand klein gegen den der Brückendrähte ist.

39. Elektrometrische Messung bei sehr hohen Widerständen.

Legt man ein geladenes Elektrometer mit angeschaltetem Kondensator der Gesamtkapazität C über einen sehr großen Widerstand R (z. B. schlechtes Isoliermaterial) an Erde, so entlädt er sich langsam; dabei fließt in dem Zeitelement dt die Elektrizitätsmenge $E/R \cdot dt$ aus dem Kondensator ab, wobei E um dE , also die Elektrizitätsmenge des Kondensators um $C \cdot dE$ abnimmt. Ist in der Zeit t die Spannung von E_1 auf E_2 gesunken, so folgt aus $\frac{E}{R} dt = -C \cdot dE$

$$R = \frac{1}{C} \frac{t}{\lg E_1 - \lg E_2}.$$

Es ist meist notwendig, die Leitung des Kondensators mit Elektrometer bei abgeschaltetem Widerstand zu prüfen, mit anderen Worten, den Elektrizitätsverlust infolge nicht vollkommener Isolation des Elektrometers und des Kondensators zu bestimmen. Bei Widerständen der Größenordnung 10^8 (und mehr) Ohm ist die Methode sehr gut brauchbar. Sehr bequem wird die Rechnung, wenn man $E_2 = E_1/2,718$ wählt, weil in dem Fall $\lg E_1/E_2 = 1$ ist.

40. Messung von Widerständen besonderer Art. Eine Methode, den Widerstand eines Galvanometers zu bestimmen, wurde bereits oben bei Besprechung der Empfindlichkeitsmessung angegeben. Ihr ähnlich ist das Schaltungschema der Abb. 76, in dem das Galvanometer an einer so kleinen konstanten Spannung liegt, daß der Ballastwiderstand R_1 nicht notwendig ist. Man bestimmt den Ausschlag S ohne Ballastwiderstand R_1 und von neuem den S_1 nach Einschalten des Ballastwiderstandes R_1 , durch den der Ausschlag beträchtlich herabgesetzt wird. Sind, was wir durch Wahl der Spannung erreichen können, die Ausschläge klein und daher den Strömen proportional, so ist aus den beiden Beobachtungen der Widerstand R des Galvanometers zu berechnen mittels der Formel

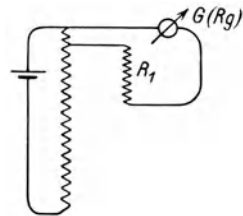


Abb. 76. Zur Messung des Widerstandes eines Galvanometers

$R_1 = R_g (S/S_1 - 1)$. Nicht wesentlich davon verschieden ist die Verwendung eines dem Galvanometer parallel geschalteten Widerstandes an Stelle des vorgeschalteten Ballastwiderstandes und Messung der dadurch eintretenden Änderung des Ausschlages. — Außerdem kann man das Galvanometer auch in einen Widerstandszweig einer Wheatstoneschen Brücke einschalten und in der oben ausgeführten Weise bestimmen; dabei kann man den Galvanometerzweig durch einen Kurzschließer ersetzen; das Einschalten des Kurzschließers ändert den Ausschlag des Galvanometers im Widerstandszweig nicht, wenn die Widerstandsverhältnisse $\frac{R_1}{R_2}$ und $\frac{R_3}{R_g}$ gleich sind.

Auch den Widerstand eines Elementes kann man in der Wheatstoneschen Brückenordnung bestimmen, jedoch verwendet man besser in diesem Fall eine Wechselstromquelle statt der Gleichstromquelle (s. u.). Die Methode ist von Mance angegeben und berechnet. Das Element kommt in den einen Widerstandszweig. An Stelle des Elementes in der früheren Brückenschaltung legt man ähnlich der Schaltung bei der Widerstandsbestimmung am Galvanometer einen Kurzschließer. Ändert sich die Stromstärke im Galvanometerzweig — im Gegensatz zu der eigentlichen Wheatstoneschen Brückenordnung zeigt bei dieser Schaltung der Galvanometerzweig einen Strom an — beim Einschalten des Kurzschließers nicht, so gilt wieder die Widerstandsbeziehung, in die nun also der innere Widerstand R_e des Elementes eingeht, $R_1 : R_2 = R_3 : R_e$. (Die Richtigkeit dieser Beziehung ist ebenso wie bei der eigentlichen Brückenschaltung elementar, aber immerhin etwas umständlicher zu beweisen.) — Eine andere Methode der Bestimmung des Widerstandes eines Elementes haben wir bereits bei Besprechung der Vergleichung von EMK von Elementen in der Kompensationschaltung angegeben. Wie aber dort auch betont, erfordert die Bestimmung nach jener Methode die Kenntnis des Widerstandes des Brückendrahtes in Ohm; er betrage pro 1 cm Drahtlänge R Ohm, dann ist in der obigen Bezeichnungsweise $\frac{R_e}{R} = \frac{ab' - a'b}{a' - a}$. Hat man mehrere Elemente von gleicher Spannung zur Verfügung, von denen man annehmen kann, daß sie gleiche Widerstände besitzen (häufig kommt es nur auf die Bestimmung der Größenordnung der

Widerstände von Elementen an, zumal sie selten sehr konstant sind), so schaltet man wohl auch zwei Elemente gegeneinander in einen Widerstandszweig einer gewöhnlichen Brückenordnung und findet in der bekannten Weise, jedoch mit Benutzung von Wechselstrom statt des Gleichstroms und eines Telefons statt eines Galvanometers (vgl. unten, Leitvermögen von Flüssigkeiten), den Widerstand der Elemente.

41. Berechnung von Widerständen. Liegt ein Material in Form eines Drahtes von dem überall gleichen Querschnitt q und der Länge l vor, dessen spezifischer Widerstand ρ bekannt ist, so kann man den Widerstand R des Drahtes mit Benutzung der Beziehung $R = \rho l/q$ berechnen. Man wendet dieses Verfahren gern zur Bestimmung des Widerstandes von Zuleitungsdrähten an, da es in diesen Fällen meist nicht auf eine sehr große Genauigkeit ankommt. [Der spezifische Widerstand des Materials ist meist nicht mit sehr großer Genauigkeit bekannt, wenn er nicht an dem Stück selbst bestimmt wurde; denn er hängt von der meist nicht genau bekannten Bearbeitung (zuweilen nicht unerheblich) ab].

42. Einige Formen fester Widerstände für den Gebrauch. Zur Messung werden die Präzisionswiderstände benutzt, die mit großer Genauigkeit als Stöpsel- oder Kurbelrheostaten hergestellt werden. Sie erfordern eine sorgfältige Behandlung, wenn sie einwandfreie Messungsergebnisse ergeben sollen. Die Stöpsel der Stöpselrheostaten sollen gelockert sein, wenn sie nicht im Gebrauch sind; sie sind, wie auch die Buchsen, sorgfältig vor Staub zu schützen, da dieser beim Einsetzen der Stöpsel in die Buchsen den Schliff leicht verdirbt. Sie sind deshalb auch öfter mit Leinen und etwas Petroleum abzureiben, nur in dringenden Fällen mit feinstem Schmirgel. Bei den Kurbelpräzisionsrheostaten (z. B. des Kompensationsapparates) Sorge man für Sauberkeit der Kontakte durch Abreiben mit Petroleum und Überziehen mit wenig feinem Mineralöl.

Als Vorschaltwiderstände in Meßkreisen verwende man entweder nicht veränderliche Einzelwiderstände verschiedener bekannter Größen, oder Stöpsel- bzw. Kurbelrheostaten, vermeide aber wegen des häufig schlechten Gleitkontaktes die sogenannten Schieberwiderstände. Diese sind bequem und brauchbar in Schaltungen, bei denen äußerste Konstanz nicht erforderlich ist.

Auf die Schwierigkeit, hochohmige Widerstände herzustellen, ist oft hingewiesen worden. Zeitliche Änderungen, Polarisierbarkeit, sind bei Kohle, Graphit, Metallteilchen, Flüssigkeiten unangenehme und häufige Begleiteigenschaften, die ihre Verwendung als Widerstandsmaterial erschweren. Empfehlenswert ist die Benutzung von Glühelktronenröhren als Widerstände, insbesondere weil sie durch verschiedene Heizung leicht und reproduzierbar verändert werden können.

β) Leitvermögen von Flüssigkeiten

43. Messung mit der Kohlrausch-Meßbrücke. Auch zur Bestimmung des Widerstandes von Flüssigkeiten benutzt man die Wheatstonesche Brückenordnung, bei der freilich an Stelle des Gleichstroms Wechselstrom verwendet werden muß, da der Gleichstrom eine Zersetzung des Elektrolyten oder wenigstens Polarisationserscheinungen hervorrufen würde; infolgedessen muß man nun

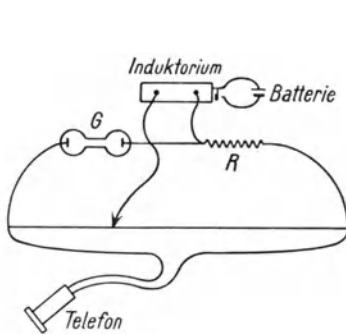


Abb. 77. Anordnung zur Messung des Flüssigkeitsleitvermögens nach Kohlrausch



Abb. 78. Flüssigkeitsgefäße zur Bestimmung des Leitvermögens

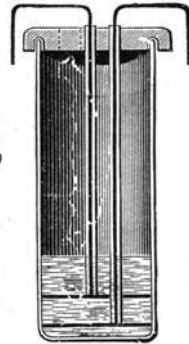


Abb. 79.

freilich an Stelle des Gleichstromgalvanometers in den Brückenarm ein Wechselstromanzeigeelement einsetzen, wozu in der Regel ein Telephon dient. Die Anordnung (vgl. Abb. 77) oder eine geeignete Abänderung der Wheatstoneschen Brücke hat Kohlrausch angegeben und in vielen Meßreihen angewandt. Ein kleines Induktorium liefert den Wechselstrom, G ist das Widerstandsgefäß, R der bekannte Widerstand; an den Enden der Meßbrücke, auf der die eine Zuleitung zur sekundären Spule des Induktoriums schließt,

liegt das Telephon. Meist handelt es sich nun letzten Endes bei Flüssigkeiten nicht um die Bestimmung des Widerstandes, sondern vielmehr um die Bestimmung der für die Flüssigkeit charakteristischen Größe, des spezifischen Leitvermögens κ_1 (s. oben). Man findet es leicht aus dem Widerstand R_1 der Flüssigkeit, die sich in einem Gefäß zwischen festen Elektroden befindet, durch Vergleich mit dem Widerstand R_0 einer Flüssigkeit von bekanntem Leitvermögen κ_0 in demselben Gefäß und verfährt daher bei der Bestimmung des Leitvermögens folgendermaßen. Man füllt eine bekannte Lösung, z. B. konzentrierte Kochsalzlösung, in ein sogenanntes Widerstandsgefäß, in das leicht herausnehmbar, aber gut definiert wieder einsetzbar zwei Elektroden hereinragen (vgl. Abb. 78 und 79), und schaltet diese in den einen Widerstandszweig der Kohlrauschschen Meßanordnung ein. Man bestimmt den Widerstand R_0 und berechnet aus ihm und dem bekannten Leitvermögen κ_0 der Flüssigkeit die Widerstandskapazität $\Gamma = R_0 \kappa_0$ des Gefäßes. Dann ersetzt man die bekannte Flüssigkeit durch die zu untersuchende, bestimmt den Widerstand derselben zu R_1 und findet das Leitvermögen κ_1 aus der Beziehung

$$\kappa_1 = \frac{R_0}{R_1} \cdot \kappa_0 = \Gamma : R_1.$$

Die Widerstandsgefäße haben sehr verschiedene Formen, die Elektroden sehr verschiedene Abstände voneinander, entsprechend der sehr verschiedenen Größe des Widerstandes verschiedener Flüssigkeiten. Wichtig ist, dafür zu sorgen, daß sich das Gefäß leicht reinigen läßt und die Elektroden sich gut reproduzierbar nach dem Herausnehmen wieder einsetzen lassen.

Da das Leitvermögen von der Temperatur stark abhängig ist (1° Temperaturänderung ruft mitunter 2 % Änderung des Leitvermögens hervor), muß man bei der Widerstandsbestimmung auf die Temperatur achten und setzt das Flüssigkeitsgefäß zweckmäßig in ein Flüssigkeitsbad konstanter Temperatur.

44. Notwendige Vorsichtsmaßregeln bei der Messung. So einfach das Prinzip der Bestimmung des Leitvermögens ist, so treten doch der praktischen Durchführung mancherlei Schwierigkeiten entgegen. Bei Benutzung von Wechselstrom zu Widerstandsmessungen muß man sorgfältig auf Einflüsse von Selbstinduktion und Kapazität achten. Sie können den scheinbaren Wert des Ver-

gleichwiderstandes stark verändern, also einen falschen Wert des Flüssigkeitswiderstandes ergeben; man erkennt solche Einflüsse verhältnismäßig leicht dadurch, daß in solchen Fällen ein gutes Tonminimum sich nicht erreichen läßt, und man kann dem Übelstand abhelfen und die Fehlerquelle ausschalten, wenn man eine geeignete Kapazität (einen variablen Kondensator) der Flüssigkeitszelle parallel, eine veränderliche Selbstinduktion ihr vorschaltet. Die Polarisation in der Zelle, die immerhin auch bei Wechselstrom bemerkbar ist, freilich mit wachsender Frequenz geringer wird, setzt man durch Vergrößerung der Oberfläche der Elektroden herab; man benutzt daher als solche meist Platinbleche, die man mit Platinmoor überzieht. Ganz unterdrücken läßt sich der Einfluß von Polarisation durch folgenden Kunstgriff: Man schaltet in den Vergleichsbrückenzweig einen Flüssigkeitswiderstand derselben Substanz mit gleich großen Elektroden, die aber sehr nahe einander gegenüberstehen, so daß er sehr klein ist im Vergleich zu dem miteinzuschaltenden festen Widerstand. Sorgt man dafür, daß der gesuchte Flüssigkeitswiderstand und der Vergleichswiderstand annähernd gleiche Werte haben, also der Schleifkontakt ungefähr in der Mitte des Brückendrahtes liegt, so ist der Einfluß der Polarisation bei dieser Anordnung gleich groß und also eliminiert.

Um nur eine möglichst kleine Polarisation zustande kommen zu lassen, soll auch die Stromstärke niedrig gewählt werden, die überdies leicht zu einer schwer kontrollierbaren, ungleichmäßigen Erwärmung im Elektrolyten führen kann.

Als Wechselstromquelle verwendet man aus dem gleichen Grunde und um Fehler, die auch durch Selbstinduktion und Kapazität entstehen können, klein zu halten, gern eine solche mit einer Frequenz zwischen 500 und 4000 Schwingungen pro Sekunde. Geeignet sind daher ganz kleine Induktorien, Saitenunterbrecher oder die sogenannten Summer. Als Stromanzeiger dient häufig ein Telephon, und zwar von geringem Ohmschen Widerstand, um den Widerstand des Telephonzweiges der Brücke, der ja ohnehin durch den Wechselstromwiderstand infolge von Selbstinduktion der Telephonspule meist groß ist, so klein wie möglich zu erhalten und dadurch der Forderung, die wir oben für eine gute Empfindlichkeit der Wheatstoneschen Brücke aufstellten, nämlich, daß der Stromzeigerzweig ungefähr den gleichen Widerstand haben soll wie die Vergleichswiderstände, einigermäßen zu genügen. Zur Verstärkung

der schwachen Telefonströme verwendet man in der neueren Zeit vielfach die bekannten Verstärkeranordnungen; sie haben außer der direkten Verstärkerwirkung noch den Vorteil, daß sie die Einstellung erleichtern, indem sie infolge der verhältnismäßig größeren Verstärkung der schwächeren Ströme zu einem scharfen Minimum Anlaß geben.

Von Nernst und Haagn ist die Methode dahin abgeändert worden, daß in die beiden Brückenarme und den Zweig mit der Wechselstromquelle je ein Kondensator eingeschaltet ist, so daß Gleichströme gar nicht mehr zustande kommen (vgl. Abb. 80; T das Telefon, W die Wechselstromquelle).

In dieser Anordnung kann man auch den Widerstand R eines Elementes leicht bestimmen. Sind die Kapazitäten in den beiden Brückenarmen C_1 und C_2 , die Widerstände der Flüssigkeit und der beiden im Schleifkontakt zusammenstoßenden Widerstände (vgl. Abb. 80) R , R_1 und R_2 , dann gilt

$$(R + R_1) : R_2 = C_2 : C_1.$$

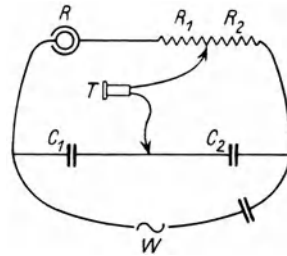


Abb. 80.

Anordnung zur Messung des Flüssigkeitsleitvermögens nach Nernst und Haagn.

B. Messungen im magnetischen Kreis

1. Magnetische Feldstärke mit Induktionsspule. Die magnetische Feldstärke in einem Raumelement oder Raumteil kann nach verschiedenen Methoden bestimmt werden, deren bequemste und gebräuchlichste die mit der Induktionsspule und die mit der Wismutspirale sind. Das Prinzip der Methode, das Feld mit der Induktionsspule zu messen, beruht auf den Induktionsgesetzen; man stößt in das Feld eine Stromschleife oder Stromspule von bekannter Windungsfläche und bestimmt den Induktionsstrom, der infolge des Eintretens eines größeren magnetischen Flusses in die Windungsfläche entsteht, mit einem ballistischen Galvanometer. Wir messen auf diese Weise (s. oben) eigentlich die Veränderung des magnetischen Flusses in Voltsec/cm², und um aus dieser Beobachtung die Feldstärke an der betreffenden Stelle des Raumes in Amp.-Wind./cm zu finden, müßte man den Wert durch μ dividieren. Fast in allen Fällen handelt es sich aber nicht um eine absolute Feldstärke-

messung, sondern um eine (relative) Vergleichsmessung, oder mit anderen Worten um eine Messung mit dem Apparat nach Eichung desselben durch Benutzung eines bekannten Feldes im gleichen Medium, also gleichem μ der Luft oder des Vakuums, so daß die Feldstärken den Induktionen proportional sind. Je nachdem bei der Eichung die benützte Feldstärke in Amp.-Wind./cm oder in Gauß angegeben wurde, erhält man natürlich auch die gesuchte in einer dieser Einheiten, die aber durch die Beziehung 1 Amp.-Wind./cm $= 4\pi/10$ Gauß leicht ineinander überführbar sind.

Statt des direkten Eichens der ganzen Apparatur (Spule mit Galvanometer) durch Verwendung der gleichen Spule in bekanntem und unbekanntem Magnetfeld, verfährt man bei der Auswertung des Resultates häufig auch so, daß man die Windungsfläche der Spule mechanisch ausmißt und den Galvanometerausschlag durch Benutzung einer zweiten Spule von bekannter Windungsfläche in bekanntem Feld bestimmt, nämlich dann, wenn bei der Eichung (wie z. B. im Erdfeld) eine Spule mit einer Windungsfläche ganz anderer Größenordnung nötig ist wie die der Windungsfläche der Spule, die im unbekanntem, meist viel stärkeren Magnetfeld verwendet werden muß.

Die zur Messung dienende Spule wird man sich in geeigneter Größe meist selbst herstellen müssen; es ist nicht schwer,

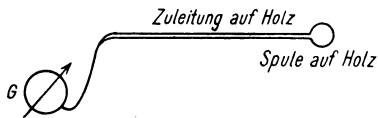


Abb. 81.

Induktionsspule mit Galvanometer zur Messung des magnetischen Flusses

Spulen mit wenigen Quadratmillimetern Windungsfläche und einem Raumbedarf von wenigen Kubikmillimetern herzustellen, die zur Ausmessung starker Felder in kleinen Raumbereichen dienen können. Man gibt ihnen zweckmäßig einen

Halt dadurch, daß man den Draht auf ein kleines Holzrädchen wickelt und die Enden an kräftigen Zuleitungsdrähten befestigt, die das Holzrädchen tragen, wie Abb. 81 zeigt.

Da man die Empfindlichkeit des Galvanometers getrennt bestimmen und die Windungsfläche f ausmessen kann, so ist eine „absolute“ Messung an sich wohl möglich. Unter Berücksichtigung des Wertes von μ_0 für das Vakuum findet man für die Feldstärke \mathfrak{H}

$$\mathfrak{H} = \frac{1}{2\mu_0} P \cdot \frac{a}{f} = \frac{1}{2} \left(\frac{10^9 \text{ Amp. cm}}{4\pi \text{ Volt sec}} \right) \frac{Pa}{f},$$

worin aP die den Ausschlag a des Galvanometers bei einer Drehung der Spule um 180 Grad hervorrufende Spannung gegeben ist durch

$$aP = aR\Gamma \frac{T}{2\pi} e^{\frac{A}{2\pi} \arctg \frac{2\pi}{A}}$$

mit dem Widerstand R des Schließungskreises, dem Reduktionsfaktor Γ des Galvanometers, der Schwingungsdauer T und dem log. Dekrement A^1).

2. Magnetische Feldstärke mit Wismutspirale. Wismut zeigt eine Änderung des elektrischen Widerstandes, wenn es in ein magnetisches Feld gebracht wird; aus der Widerstandsänderung kann man daher auf die Stärke des magnetischen Feldes schließen. Bei kleinen Feldern wächst der Widerstand beschleunigt mit dem Feld, von etwa 10000 Gauß an fast gleichförmig. Man verwendet in der Regel eine bifilar flach gewickelte Spirale (vgl. Abb. 82), die man senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien in das Feld stellt.



Abb. 82. Wismutspirale zur Messung des magnetischen Feldes

Den elektrischen Widerstand bestimmt man mit einer der bekannten Methoden, häufig z. B. mit der Wheatstoneschen Brücke. Infolge der geringen Ausdehnung der Spirale kann man auch mit ihr die Feldstärke in verhältnismäßig kleinen Raumgebieten bestimmen. Eine Eichung ist bei genauen Messungen meist notwendig, im allgemeinen gilt etwa

¹⁾ Ist beispielsweise Pa in $\overline{P\bar{a}}$ Amp. Ohm sec (also R in Ohm, $\Gamma \cdot a$ in Amp.) angegeben, so folgt

$$2\mathfrak{H} = \frac{10^9 \text{ Amp. cm}}{4\pi \text{ Volt sec}} \frac{\overline{P\bar{a}} \text{ Volt sec}}{\bar{f} \text{ cm}^2} = \frac{10^9 \overline{P\bar{a}} \text{ Amp.}}{4\pi \bar{f} \text{ cm}}$$

Ist dagegen Pa in $\overline{P\bar{a}}$ elektromagnetischen cgs-Einheiten, also in $\overline{P\bar{a}} \text{ cm}^{1/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1} \cdot \text{cm sec}^{-1} \cdot \text{sec} = \overline{P\bar{a}} \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1}$ angegeben, so folgt:

$$2\mathfrak{H} = \frac{10^9 \text{ Amp. cm}}{4\pi \text{ Volt sec}} \frac{\overline{P\bar{a}} \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-1}}{\bar{f} \text{ cm}^2},$$

oder da $1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ cm}^{3/2} \text{ g}^{1/2} \text{ sec}^{-2}$ und $1 \frac{\text{Amp.}}{\text{cm}} = \frac{4\pi}{10} \text{ Gauß}$

$$2\mathfrak{H} = \frac{10^9}{4\pi} \frac{4\pi}{10} \frac{1}{10^8} \frac{\overline{P\bar{a}}}{\bar{f}} \text{ Gauß} = \frac{\overline{P\bar{a}}}{\bar{f}} \text{ Gauß}.$$

folgende Tabelle bei 18° , die das Verhältnis des Widerstandes R bei der Feldstärke $\bar{\mathfrak{H}}$ Gauß zu dem Widerstand R_0 bei $\bar{\mathfrak{H}} = 0$ angibt:

Bei $\bar{\mathfrak{H}} =$	2000	6000	10 000	20 000	30 000	40 000
ist $R/R_0 =$	1,046	1,24	1,48	2,09	2,70	3,37

3. Magnetische Feldstärke durch Rechnung. Im Innern einer Spule befindet sich ein magnetisches Feld, das sich unter Umständen berechnen läßt. Ist die Spule sehr lang, so herrscht (s. oben) im Innern das Feld $\mathfrak{H}_m = nJ$, in Amp.-Wind./cm, wenn n die Anzahl Windungen pro Zentimeter ist. Auf den Endflächen (in der Achse) einer solchen Spule ist $\mathfrak{H}_0 = \frac{nJ}{2}$.

Hat die Spule eine Länge l , die nicht groß ist gegen den Radius r der Spule, so ist die Feldstärke in der Achse im Abstand a von der Endfläche der Spule

$$\mathfrak{H}_a = \frac{nJ}{2} (a(r^2 + a^2)^{-1/2} + (l - a)[r^2 + (l - a)^2]^{-1/2}),$$

also in der Mitte

$$\mathfrak{H}_m = nJl/\sqrt{l^2 + 4r^2},$$

am Ende

$$\mathfrak{H}_0 = \frac{nJ}{2} l/\sqrt{l^2 + r^2}.$$

4. Magnetische Feldstärke durch Drehung der Polarisations-ebene. Ein ausgedehntes homogenes Feld, wie das einer Spule, kann durch die Drehung der Polarisations-ebene, die das Licht in manchen Stoffen durch ein longitudinales Feld erleidet, gemessen werden. Besonders geeignet ist ein Stab aus schwerem Flintglas. Man bringt einen solchen Stab, dessen ebene Endflächen senkrecht zur Stabachse geschliffen sind, in die Krafrichtung eines magnetischen Feldes und läßt linear polarisiertes Licht (das etwa aus dem Polarisator eines Polarisationsapparates austritt) in den Glasstab eintreten. Mit einem Analysator bestimmt man die Drehung, die die Polarisations-ebene infolge des magnetischen Feldes erleidet. Eine Eichung in einem bekannten magnetischen Felde ist wegen der Verschiedenartigkeit des Glases notwendig. Der Drehwinkel α ist gegeben durch $\alpha = C \cdot \mathfrak{H} \cdot l$, wenn \mathfrak{H} die magnetische Feldstärke, l die Länge des Stabes und C die sogenannte Verdet'sche Konstante des Glases

ist; der in Tabellen eingetragene Wert von C gilt in der Regel für den Fall, daß \mathfrak{H} in Gauß gemessen wird; da finden wir z. B. für schweres Flintglas bei Beobachtung mit Na-Licht 0,08'.

5. Magnetische Feldstärke mit der Magnetnadel. Relative Feldstärkemessungen in horizontaler Richtung (oder also der horizontalen Komponente) können schnell, wenn auch etwas roh und ungenau mit einer Magnetnadel ausgeführt werden, die man um eine vertikale Achse drehbar aufhängt und schwingen läßt. Die Schwingungsdauer, $T = 2\pi\sqrt{K/(M\cdot\mathfrak{H})}$, kann zum Messen der Feldstärke \mathfrak{H} verwendet werden, wenn K das Trägheitsmoment und M das magnetische Moment der Magnetnadel ist, und die Messung der drei Größen T, K, M führt zu einer absoluten Bestimmung von \mathfrak{H} . Diese Methode stellt einen Teil der von Gauß angegebenen Meßmethode zur Bestimmung der Horizontalintensität des erdmagnetischen Feldes dar (s. unten). Ohne Kenntnis des Quotienten K/M kann man mit der Schwingungsmethode wenigstens relativ Feldstärken messen, z. B. die Feldstärken an verschiedenen Orten des Raumes vergleichen. Das Verhältnis der Feldstärken $\mathfrak{H}_1 : \mathfrak{H}_2$ an zwei Orten ist gleich dem reziproken Verhältnis der Quadrate der Schwingungsdauern

$$\mathfrak{H}_1 : \mathfrak{H}_2 = T_2^2 : T_1^2.$$

6. Magnetische Spannung nach Steinhaus und Rogowski.

Der Spannungsabfall zwischen zwei Punkten eines magnetischen Feldes ist nach der oben gegebenen Definition $\int \mathfrak{H} ds$ und kann

mittels des Spannungsmessers von Steinhaus und Rogowski bestimmt werden. Die Bestimmung geschieht im Grunde durch Messung des Flusses, der infolge des Feldes entsteht, mit Hilfe einer Induktionsspule. Auf einen dünnen und etwa 4 cm breiten Holz- oder Pappstreifen oder Preßspan von etwa 1 m Länge ist ein Draht zweilagig so aufgewickelt, daß Anfang und Ende der Wicklung, die mit einem ballistischen Galvanometer verbunden sind, sich in der Mitte der Länge befinden. Bei Auftreten eines magnetischen Feldes an irgendeiner Stelle des Raumes, in dem sich ein Teil des Streifens befindet, tritt durch die Windungen ein magnetischer Fluß,

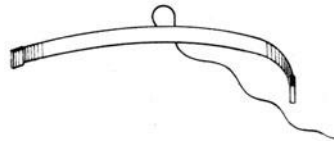


Abb. 83.
Magnetischer Spannungsmesser
nach Steinhaus und Rogowski

tritt durch die Windungen ein magnetischer Fluß,

der gleich ist $\mu \int q \mathfrak{H} ds$, wenn q der Querschnitt des Streifens an der Stelle ds ist. Konstanten Querschnitt des Streifens vorausgesetzt, ist also der magnetische Spannungsabfall von einem Ende des Streifens bis zum anderen dem Stromstoß durch das ballistische Galvanometer beim Ein- oder Ausschalten des magnetischen Feldes proportional. Den Proportionalitätsfaktor bzw. den Umrechnungsfaktor des ballistischen Ausschlages in magnetisches Maß ergibt eine Eichung, die am besten mit einem bekannten Felde vorgenommen wird. Man umschlingt z. B. zu dem Zweck mit dem Spannungsmesser 1- oder N -mal einen Draht vollständig und mißt den Ausschlag des ballistischen Galvanometers beim Einschalten des Stromes von bekannter Stärke J in dem Draht (oder beim Ausschalten). Das Linienintegral der magnetischen Feldstärke ist in diesem Falle gleich $J \cdot N$. Da man die Enden des Spannungsmessers recht nahe zusammenbringen kann, so kann man $\int \mathfrak{H} ds$ über ein kurzes Wegstück bestimmen, also nach Division durch die Länge dieses Wegstückes auch die mittlere Feldstärke \mathfrak{H} selbst an dem Ort. Der Apparat kann bei der Bestimmung des magnetischen Feldes um irgendwelche magnetischen Körper Anwendung finden, z. B. auch zur Messung der Streuung in elektromagnetischen Maschinen. Freilich bedarf man im allgemeinen eines sehr empfindlichen Galvanometers, wenn die Spannungsdifferenzen keine sehr erheblichen sind.

7. Magnetisches Moment eines Stabes. Zur Bestimmung des magnetischen Momentes M wird meist die Methode von Gauß benutzt. Zwei Messungsreihen müssen dabei durchgeführt werden, wenn man die Horizontalkomponente \mathfrak{H}_0 des erdmagnetischen Feldes nicht als bekannt voraussetzen will. Durch die eine Messung bestimmt man das Produkt $\mathfrak{H}_0 M$, durch die andere den Quotienten \mathfrak{H}_0/M , so daß man außer M auch \mathfrak{H}_0 berechnen kann. Deshalb ist diese Methode seit Gauß auch viel benutzt worden, um die Horizontalkomponente der erdmagnetischen Kraft zu bestimmen.

Hängt man den Stab, dessen magnetisches Moment bestimmt werden soll, in seiner Mitte an einem dünnen Faden möglichst geringer Torsionskraft auf, so vollführt er, nach einer Ablenkung aus der durch die Richtung des Erdfeldes gegebenen Ruhelage, Schwingungen, deren Dauer durch die Formel gegeben ist:

$$T = 2\pi \sqrt{K/M\mathfrak{H}_0},$$

wenn K das Trägheitsmoment des Stabes um die Schwingungsachse bedeutet. Muß man die Torsionskraft des Fadens berücksichtigen, so kann man das sehr leicht dadurch, daß man $\mathfrak{H}_0 M$ multipliziert mit $(1 + \Theta)$, wobei Θ das Torsionsverhältnis des Fadens bedeutet. Dieses erhält man in folgender Weise; man dreht den Torsionskopf um einen Winkel α ; wird dadurch die Nullstellung des Magneten um den Winkel φ verändert, so ist $\Theta = \varphi/(\alpha - \varphi)$. Das Produkt $M \cdot \mathfrak{H}_0$ ist durch diese Messung also zu erhalten.

Den Quotienten M/\mathfrak{H}_0 bestimmt man durch Beobachtung der Ablenkung einer kleinen Magnetnadel durch den Magnetstab. Die zu dem Zweck leicht drehbar aufgehängte Magnetnadel mit daran befestigtem Spiegel, dessen Drehung mit Fernrohr und Skala bestimmt werden kann, stellt den wesentlichen Teil eines „Magnetometers“ dar. (Vgl. den inneren Teil der Tangentenbussole, Abb. 24.) Als Aufhängung verwendet man häufig einen dünnen Quarz-, Metall- oder Kokonfaden von möglichst geringem Torsionsmoment, der an einem Torsionskopf mit Teilung befestigt ist, um die Torsionskraft des Fadens bestimmen zu können. Statt der Magnetnadel wird häufig ein Ring- oder ein Glockenmagnet benutzt, da diese Formen bei starker Magnetisierung meist eine größere Konstanz der Magnetisierung zeigen. Zur Dämpfung der Schwingungen bewegt sich der Magnet in einer Kupferhülse. Aufhängung und Magnet sind gegen außen durch ein Holzgehäuse mit Glasplatten gut abgedichtet, um den Einfluß von Luftströmungen zu unterdrücken. Ist die Entfernung zwischen dem Mittelpunkt der kleinen Nadel und dem Mittelpunkt des in gleicher Höhe östlich oder westlich von dem Mittelpunkt der kleinen Nadel aufgestellten und in die Ost-Westrichtung zeigenden Magnetstabes r und die bei dieser Entfernung auftretende Ablenkung der Nadel φ , so gilt die Beziehung

$$\frac{M}{\mathfrak{H}_0} = \frac{1}{2} \frac{r^3 \operatorname{tg} \varphi}{1 + \eta/r^2} \mu_0,$$

worin $\eta = \frac{1}{2} L^2 - \frac{3}{4} l^2$ ein von den Polabständen L und l des Stabes und der Nadel abhängendes Korrektionsglied ist. Durch die Benutzung zweier verschiedener Entfernungen r_1 und r_2 und der Beobachtung der bei diesen Entfernungen auftretenden Ablenkungen φ_1 und φ_2 kann man η eliminieren und findet

$$\frac{M}{\mathfrak{H}_0} = \frac{1}{2} \frac{r_1^5 \operatorname{tg} \varphi_1 - r_2^5 \operatorname{tg} \varphi_2}{r_1^2 - r_2^2} \mu_0.$$

Statt daß man den Magnetstab in der Ost- oder Westrichtung (1. Hauptlage) von der Magnetnadel aufstellt, kann man ihn auch in die Nord- oder Südrichtung (2. Hauptlage) bringen und in dieser Lage des Stabes die Ablenkung der Nadel messen. In dem Falle gilt die Formel:

$$\frac{M}{\mathfrak{H}_0} = \frac{r_1^5 \operatorname{tg} \varphi_1 - r_2^5 \operatorname{tg} \varphi_2}{r_1^2 - r_2^2} \mu_0, \quad \text{bzw.} \quad \frac{M}{\mathfrak{H}_0} = \frac{r^3/\eta \varphi}{1 + \eta/r^2} \mu_0.$$

Eine größere Genauigkeit wird man erzielen, wenn man bei beiden Methoden die Ablenkungen in der Entfernung r_1 , r_2 in den beiden symmetrischen Lagen des Magnetstabes zu der Nadel mißt und die Werte mittelt.

Eine kleine Korrektur ist bei sehr genauen Messungen wegen des von der Erde induzierten Magnetismus notwendig, da bei den Schwingungen der Magnetstab sich in der Nord-Südrichtung befindet.

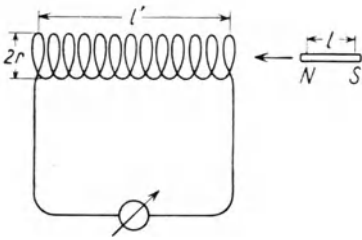


Abb. 84.

Zur Bestimmung des magnetischen Moments durch Induktion

An Stelle des Produktes $M \mathfrak{H}_0$ ist daher für die Schwingungsdauer bestimmend $M \mathfrak{H}_0 (1 + \mathcal{A})$, wenn \mathcal{A} den sogenannten Induktionskoeffizienten durch die erdmagnetische Horizontalkomponente bedeutet; \mathcal{A} ist bei Stahlmagneten von der Größenordnung $\frac{1}{600}$.

Eine zweite Methode der Bestimmung des magnetischen Momentes ist die der Benutzung der Induktionswirkung des Stabes auf eine Spule bekannter Dimension und Windungsfläche. Hat die Spule eine im Vergleich zum Radius r große Länge l' und n Windungen und ist der Magnet kurz im Vergleich zur Länge der Spule, so ist das Integral $\int E dt$ der induzierten Spannung an den Enden der Spule, genommen über die Zeit, während der der Magnet aus großer Entfernung bis in die Mitte der Spule gestoßen wird, so daß die Mittelpunkte und Achsen zusammenfallen,

$$\int E dt = 4 \pi M \frac{n}{l'};$$

es kann durch den Stromstoß, der in der Spule und einem eingeschalteten ballistischen Galvanometer dabei entsteht, gemessen

werden, und zwar entweder relativ nach Eichung des Galvanometers durch einen Stromstoß bekannter Herkunft, oder absolut mit Benutzung der Formel für aP in Nr. 1, wenn a der Ausschlag des Galvanometers ist. Sind die Bedingungen der Längenverhältnisse nicht erfüllt (vgl. Abb. 84), so gilt die Formel

$$\int E dt = \frac{4\pi mn}{l'} \left\{ \sqrt{r^2 + \left(\frac{l+l'}{2}\right)^2} - \sqrt{r^2 + \left(\frac{l-l'}{2}\right)^2} \right\},$$

in der l und m Abstand und Stärke der Pole des Magneten sind. Die Messung von M ist also mit einem ballistischen Galvanometer nach Eichung desselben leicht ausführbar.

8. Magnetische Polstärke. α) Aus dem magnetischen Moment und der Länge eines Stabes kann man die Polstärke berechnen, indem man die Entfernung der Pole zu etwa $\frac{5}{6}$ der ganzen Stablänge annimmt. Bei einem langgestreckten Rotationsellipsoid beträgt der Abstand der Pole 0,775 der Länge des Ellipsoids; hat man es nicht mit einem Rotationsellipsoid zu tun, so kann man von der Polentfernung nur mit einer gewissen Einschränkung sprechen. Die Lage der Pole hängt nämlich dann nicht nur von den Dimensionen des Stabes, sondern auch von der Magnetisierung beziehungsweise der Permeabilität ab, also auch von dem Felde, in dem der Stab sich befindet.

Bei einem langgestreckten Stabe bestimmt man zuweilen die Polstärke mittels einer Waage, an deren einem Arm ein langer Magnetstab aufgehängt ist, indem man die Anziehung der beiden Stäbe mit dem dieser Anziehung das Gleichgewicht haltenden Gewicht auf der anderen Waagschale vergleicht, und zwar in zwei verschiedenen Entfernungen der Stäbe voneinander, wobei man darauf zu achten hat, daß die Stabachsen zusammenfallen und in vertikaler Richtung sich befinden. Der Wert, den man für die Polstärke erhält, wird um so ungenauer sein, je merklicher die Wirkung der entgegengesetzt liegenden Pole ist, wenn man nicht für diese Wirkung eine Korrektion anbringt. In der genaueren Rechnung verschwindet allerdings auch bei dieser Methode die Polstärke selbst, indem an Stelle der Polstärke das Produkt aus Polstärke und Polabstand, also das magnetische Moment in die Rechnung eintritt.

β) Bestimmt man in großer Entfernung eines langgestreckten Magneten die Richtung der Feldstärke (durch eine kleine Magnet-

nadel feststellbar), so kann man die Lage des Poles durch Konstruktion des Schnittpunktes dieser Richtungen in dem Magneten festlegen. Kennt man außerdem das magnetische Moment des Stabes, so ergibt sich durch Division dieses Moments durch den Polabstand die Polstärke. Statt dessen kann man auch die Feldstärke selbst in einer nicht zu kleinen Entfernung von den Enden des langgestreckten Magneten mit einer der früher beschriebenen Methoden bestimmen und nach dem Coulombschen Gesetz die Polstärke berechnen.

9. Intensität der Magnetisierung. Bei der oben besprochenen Bestimmung des magnetischen Moments wurde auf einen permanenten Magneten Bezug genommen, der sich in einem nicht oder schwach magnetischen Felde (Erdfeld) befand. In einem stärkeren Magnetfelde, z. B. in einer Magnetisierungsspule wird das magnetische Moment eines Magnetstabes oder eines Stückes magnetischen Materials von der Stärke des magnetisierenden Stromes (also der theoretischen Feldstärke \mathfrak{H}) merklich beeinflußt. Man spricht dann zuweilen von der Intensität der Magnetisierung I (vgl. I, Nr. 28), die gleich ist dem magnetischen Moment dividiert durch das Volumen, und nichts anderes ist als $\kappa\mu_0\mathfrak{H}$, wobei gleichmäßige Magnetisierung des ganzen Volumens angenommen wird. Eine solche gleichmäßige Magnetisierung erfährt im homogenen Felde allerdings nur ein Körper, der die Form eines Rotationsellipsoids hat, nicht aber z. B. ein zylindrischer Stab. Dieses I wird ebenfalls mit dem Magnetometer gemessen, indem man den magnetisierten Stab aus einer bestimmten Entfernung auf die Magnetometermagnetnadel wirken läßt und die Ablenkung der Nadel bestimmt. Dabei sitzt das Magnetometer in der Mitte einer etwa 3 m langen Holzschiene, auf der leicht verschiebbar zwei Magnetisierungsspulen (je eine auf jeder Seite) aufgestellt sind und zwar so, daß ihre Achsen in dieselbe Gerade fallen und durch die Mitte der Nadel zielen. Die Spulen sollen möglichst genau gleich sein, so daß sie aus gleicher Entfernung gleiche Wirkung auf die Nadel ausüben und in richtiger Schaltung sich in ihrer Wirkung gerade aufheben. Es wird nun das zu untersuchende Material in die eine Spule gelegt und die Größe der Ablenkung der kleinen Magnetnadel des Magnetometers bei verschiedenen Stromstärken in den Spulen (also verschiedenen magnetischen Feldstärken) bestimmt. Hat das Material die Form eines Rotationsellipsoids und ist die

Länge der großen Achse L , so ist die Intensität der Magnetisierung durch die folgende Beziehung gegeben

$$I = \frac{L \cdot \mathfrak{H}_0}{V} \frac{tg \varphi}{\frac{a - L/2}{b_1^3} \frac{a + l/2}{b_2^3}} \mu_0$$

mit den Abkürzungen

$$b_1^2 = \left(a - \frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2, \quad b_2^2 = \left(a + \frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

oder angenähert

$$I = \frac{\mathfrak{H}_0}{V} \frac{(a^2 - L^2/4)^2 tg \varphi}{2a} \mu_0;$$

darin bedeutet \mathfrak{H}_0 die Horizontalkomponente der erdmagnetischen Kraft, a den Abstand von Mitte des Ellipsoids bis Mitte der Nadel von der Länge l und φ den Ablenkungswinkel. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Magnetometerschiene mit den Spulen sich genau in der Ost-Westrichtung zur Magnetnadel befindet. Wenn die Fadentorsion merklich ist, so muß man den Ausschlag φ mit $(1 + \Theta)$ multiplizieren, wobei Θ durch die Einstellung der Magnetnadel bei Drehung des Torsionskopfes um 360° gefunden werden kann (s. oben).

Der Wert der Intensität hängt mit der Feldstärke \mathfrak{H} der magnetisierenden Spule durch $I = \kappa \cdot \mu_0 \mathfrak{H}$ zusammen, worin aber κ meist eine Funktion von \mathfrak{H} ist. In der Regel faßt man die verschiedenen Werte graphisch in einer Darstellung mit \mathfrak{H} als Abszisse und mit I als Ordinate zusammen.

Das Magnetometer in der beschriebenen Form wird durch äußere Magnetfelder stark beeinflußt und ist daher Störungen bei Veränderung der Felder ausgesetzt. Ein „störungsfreies“ Magnetometer erhält man, wenn man statt der einen Magnetnadel zwei Magnetnadeln mit entgegengesetzter Polrichtung, starr miteinander verbunden, in etwa 30 bis 40 (h) cm Entfernung übereinander aufhängt, so daß die Wirkung des äußeren Feldes und solcher Störungen, deren Ursprungsort nicht allzu nahe ist, nur noch wenig bemerkbar wird; allerdings muß man nun die Wirkung des magnetisierten Materials auch auf die zweite Magnetnadel berücksichtigen. Der Ausschlag wird infolge dieser Wirkung geringer sein, es ergibt sich in diesem Falle für die Intensität der Magnetisierung ein

komplizierterer Ausdruck, der auch eine Funktion des Verhältnisses $\frac{a}{h}$ enthält; das Prinzip dieses Instrumentes ist von Kohlrausch und Holborn angegeben worden. (Die Formeln zur Berechnung von I in diesem Falle siehe z. B. Handbuch der Physik XVI, 706.)

10. Magnetische Induktion im Torroid. Infolge der Beziehung $\mathfrak{B} = 4\pi I + \mathfrak{H}\mu_0$ kann man \mathfrak{B} und wegen $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}\mu$ auch die Permeabilität leicht berechnen, wenn man I bestimmt hat; freilich muß man beachten (vgl. I, Nr. 29), daß die Feldstärke \mathfrak{H} in dieser Formel nicht einfach aus der Amp.-Windungszahl der Magnetisierungsspule entnommen werden kann, da das magnetisierte Material selbst der Feldstärke entgegenwirkt (entmagnetisierend wirkt), also das \mathfrak{B} bewirkende Feld schwächt. Man muß von \mathfrak{H} das Glied NI abziehen, wenn N der Entmagnetisierungsfaktor ist. Für das Rotationsellipsoid hat er den nur von dem Dimensionsverhältnis γ (Länge zu größtem Durchmesser), nicht aber von der Feldstärke abhängenden Wert:

	0,7015	0,2549	0,1350	0,0848	0,0432	0,0054
bei $\gamma =$	5	10	15	20	30	100

Für einen zylindrischen Stab hat man durch Vergleich den Entmagnetisierungsfaktor empirisch bestimmt, so daß man mit ihm immerhin Überschlagsrechnungen bis zu etwa einer Induktion \mathfrak{B} von 10000 Gauß $= 10^{-4} \frac{\text{Volt sec}}{\text{cm}^2}$ durchführen kann. Bei den oben angegebenen Dimensionsverhältnissen hat man in dem Falle gefunden:

0,6800	0,2550	0,1400	0,0898	0,0460	0,0052
--------	--------	--------	--------	--------	--------

Neben dieser magnetometrischen Methode verwendet man zur Bestimmung der magnetischen Induktion und Permeabilität vielfach die ballistische Methode, die am einwandfreiesten an einem ringförmigen Material durchgeführt werden kann. Ein Torroid, ein zu einem Kreis gebogener Stab von kreisförmigem Querschnitt, wird mit einer magnetisierenden (primären) Spule umwickelt und mit einer Induktionsspule, die mit einem ballistischen Galvanometer verbunden ist (vgl. Abb. 85). Die Stromänderung in der

ersten an eine Spannung über einen veränderbaren Widerstand angelegten Spule, also die Feldänderung, wird in der Induktionsspule einen im Galvanometer meßbaren Strom hervorrufen. Nach Eichung des Galvanometers kennt man den Umrechnungsfaktor des Ausschlages in Voltsec-Induktion. Die einer bestimmten Feldstärke \mathfrak{H} entsprechende Induktion \mathfrak{B} erhält man dann durch Addition aller Ausschläge, die bei den Feldstärkeänderungen aufgetreten sind. Man wird zweckmäßig die Abhängigkeit zwischen \mathfrak{B} und \mathfrak{H} wieder graphisch darstellen und erhält so bei einem vollen Zyklus der Magnetisierung (vom Felde Null bis zur Sättigungsfeldstärke und zurück über Null zum negativen Wert der Sättigungsfeldstärke und wieder bis Null) die Hysteresis-schleife bzw. zuerst die jungfräuliche Kurve (vgl. Abb. 12). Aus der Beziehung $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} \cdot \mu$ läßt sich nun unmittelbar auch die Permeabilität μ berechnen. Unter Umständen ist es notwendig, an die Werte von \mathfrak{B} eine Korrektur wegen magnetischer Nachwirkungserscheinungen zu bringen; da sich nämlich der Endzustand der Induktion in manchen Fällen nicht momentan einstellt, fällt der erste Ausschlag des ballistischen Galvanometers zuweilen

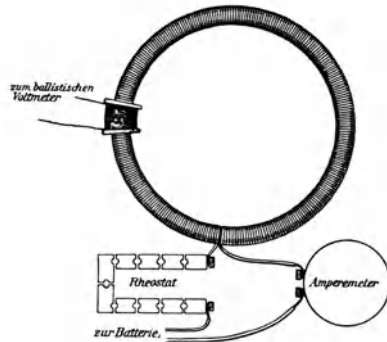


Abb. 85.

Torroid mit magnetisierender und Induktionsspule zur Messung der Permeabilität

etwas zu klein aus. Die dadurch entstehenden Fehler addieren sich bei der Berechnung der Induktion für die höheren Feldstärken. Man kann sich von diesem Fehler frei machen, wenn man einmal die Gesamtinduktion für die höchste Feldstärke bestimmt, diesen Wert mit dem aus der Summation der Einzelwerte gefundenen vergleicht und die Einzelwerte in entsprechendem Verhältnis vergrößert.

Die beiden Wicklungen auf einen geschlossenen Ring zu bringen, ist unbequem; dafür hat aber diese Methode der Verwendung eines Torroids den Vorteil, daß ein Entmagnetisierungsfaktor hier nicht in Frage kommt, da keine Induktionslinien aus dem Ringe austreten, freier Magnetismus sich also nirgends zeigt.

11. Magnetische Induktion am Ellipsoid und am Stabe. Viel bequemer ist die Verwendung eines Ellipsoids oder Stabes bei den ballistischen Messungen. Die sekundäre Wicklung ist beim Ellipsoid sehr klein zu wählen und eng an den größten Kreis des Ellipsoids anzuschließen, um Streuwirkungen möglichst auszuschalten. Bei der Bestimmung der Abhängigkeit zwischen \mathfrak{B} und \mathfrak{H} muß man auch hier den Entmagnetisierungsfaktor in Rechnung ziehen, was, wie wir sahen, bei dem Ellipsoid möglich, bei einem Stabe unsicher ist. Selbst relative Messungen an Stäben gleichen Formats können zu einem falschen Urteil über die relativen Induktions- und Permeabilitätswerte Anlaß geben, da der Faktor von der Permeabilität des Materials abhängig ist. In jedem Falle wird man bestrebt sein, den Stab in möglichst großer Länge zu untersuchen.

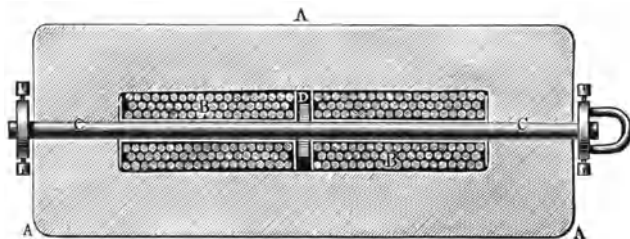


Abb. 86. Schnitt durch den Apparat von Hopkinson zur Messung der Permeabilität eines Stabes

In der Technik sind Apparate zur Messung der Induktion oder Permeabilität vielfach in Gebrauch, bei ihnen werden meist Stäbe verwendet, die in ein Joch eingespannt werden können, so daß man es mit einem geschlossenen magnetischen Kreise zu tun hat. Es seien hier erwähnt der Apparat von Hopkinson (vgl. den schematischen Schnitt in Abb. 86; *A* Eisenrahmen, *B* magnetisierende Spule, *C* zu untersuchender Stab, *D* Induktionsspule) und das Joch von Burrows, sowie der Epsteinsche Apparat, insbesondere in der Meßanordnung nach van Lonkhuyzen.

12. Hysteresisschleife und Scherung bei dem Ellipsoid und Stab.

Um die von der Form des Materials unabhängige Beziehung zwischen \mathfrak{B} und \mathfrak{H} , wie sie sich bei der Beobachtung mit dem Torroid ergibt, aus Messungen am Ellipsoid oder Stab aufzufinden, muß man, wie oben mitgeteilt, an das beobachtete \mathfrak{H} die Korrektur wegen des Ent-

magnetisierungsfaktors N anbringen. Dazu dient das folgende Verfahren (vgl. Abb. 87). Man trägt die Werte der direkten Beobachtung von I und \mathfrak{H} graphisch auf, zeichnet vom Koordinatenanfangspunkt aus eine Gerade unter einem Winkel ψ gegen die Ordinatenachse, dessen Tangens gleich N ist, dann hat das Stück zwischen dieser Geraden und der Ordinatenachse der horizontalen Geraden durch den Punkt S der I - \mathfrak{H} -Kurve gerade den Wert NI . Um ein solches Stück muß man die Abszisse eines jeden Punktes der I - \mathfrak{H} -Kurve verkleinern, damit man den wahren Wert des zu I gehörenden Feldes \mathfrak{H} erhält. Die Benutzung der Gleichung $\mathfrak{B} = 4\pi I + \mu_0 \mathfrak{H}$ führt dann auf die wahre Abhängigkeit zwischen \mathfrak{B} und \mathfrak{H} , die wahre Hysteresiskurve.

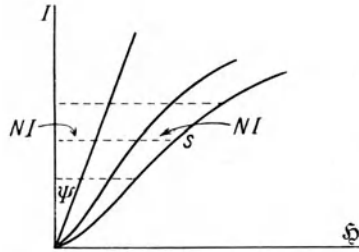


Abb. 87.

Zur Konstruktion der wahren Hysteresis (Berücksichtigung der Scherung)

13. Messung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus.

In der Regel verwendet man zur Messung der Horizontalintensität die Gaußsche Methode, die aus den beiden Messungsreihen besteht, Bestimmung des Produkts eines magnetischen Moments M und \mathfrak{H}_0 und Bestimmung des Quotienten M/\mathfrak{H}_0 , von denen bereits bei der Messung des magnetischen Moments eines Stabes ausführlich die Rede war, worauf verwiesen sei.

Zuweilen bestimmt man die Horizontalintensität auch mit Hilfe der Tangentenbussole, in deren Reduktionsfaktor \mathfrak{H}_0 eingeht (vgl. oben).

14. Messung der Inklination der erdmagnetischen Kraft.

Zwei Apparate stehen zur Messung der Inklination zur Verfügung: Das Inklinatorium und der Erdinduktor.

Das Inklinatorium (Abb. 88) besteht aus einer etwa 20 cm langen, dünnen Magnetnadel, die um eine horizontale Achse durch ihre Mitte in einer Vertikalebene leicht drehbar aufgehängt ist. Die Enden spielen über einem in der Vertikalebene liegenden geteilten Kreis, an dem man den Winkel der Nadelachse gegen die Horizontalebene ablesen kann. Den Kreis kann man zusammen mit dem

Achsenlager der Nadel um eine vertikale Achse drehen, und man stellt ihn in den magnetischen Meridian ein. Der Winkel, den die Nadel in dem Falle mit der Horizontalen bildet, ist der Inklinationswinkel, vorausgesetzt, daß die Nadel symmetrisch aufgestellt ist, der Aufhängepunkt mit dem Schwerpunkt zusammenfällt und die magnetische Achse durch die Spitzen läuft, an denen der Winkel abgelesen wird. Im allgemeinen werden diese Bedingungen nicht vollkommen erfüllt sein. Man kann sich aber unschwer von den dadurch entstehenden Fehlern frei machen. Erstens dreht man nach Ablesung die Nadelachse im Lager um 180 Grad, so daß die Achse, wenn sie vorher von Osten nach Westen zeigte, jetzt von Westen nach Osten gerichtet ist; dadurch wird man frei von einer Abweichung der magnetischen Achse von der geometrischen. Zweitens

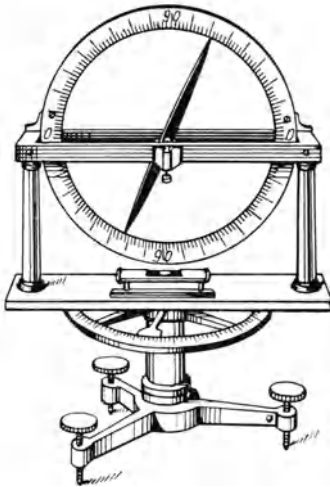


Abb. 88. Das Inklinorium

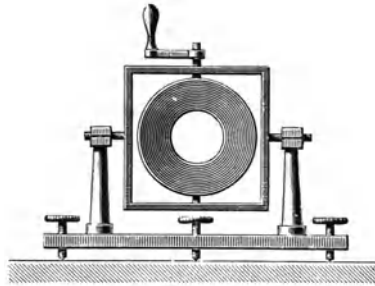


Abb. 89. Der Erdinduktor

magnetisiert man nach diesen Ablesungen die Nadel um und beobachtet wieder in beiden Lagen; dadurch wird man frei von einer Abweichung des Schwerpunktes vom Unterstützungspunkt. Man nimmt das Mittel aus allen vier (oder da man zweckmäßig an beiden Enden der Nadel jedesmal abliest — allen acht) Ablesungen und erhält so einen Wert, der bei sorgfältiger Lagerung der Nadel eine Genauigkeit von etwa $\frac{1}{10}$ Grad beanspruchen darf.

Der Erdinduktor (Abb. 89) besteht aus einer mehrlagigen Spule von etwa 20 bis 25 cm Radius, die um eine vertikale und um eine horizontale Achse in einem Holzgestell um 180° drehbar ist. Mit Hilfe von Magnetnadel und Libelle wird die Achse zunächst in die

Nord-Südrichtung und genau horizontale Lage gebracht und um 180° gedreht. An den Enden der Spule tritt die von der Vertikal-komponente des Erdfeldes hervorgerufene induzierte Spannung auf, die in einem angelegten ballistischen Spiegelgalvanometer einen der Komponente proportionalen Induktionsstrom J_v hervorruft. Danach beobachtet man den Induktionsstrom J_h , der entsteht, wenn man die Spule, deren Windungsebene man nun senkrecht zum Meridian stellt, um die vertikale Achse dreht. Das Verhältnis der Ströme ergibt die

Tangente des Inklinationswinkels: $\frac{J_v}{J_h} = \operatorname{tg} i$. Der Holzrahmen und

die Achse der Spule wie diese selbst müssen derart gearbeitet sein, daß eine genaue Horizontalstellung in den Meridian und genaue Vertikalstellung mit Nadel und Libelle ohne Schwierigkeit möglich ist. Dann liefert die Methode gute Werte von i . Statt der Beobachtung eines einmaligen Induktionsstroms wählt man der größeren Genauigkeit halber in der Regel die Multiplikationsmethode, d. h. man schaukelt die Nadel des Galvanometers durch regelmäßiges Hin- und Herdrehen der Spule in beiden Stellungen bis zu maximalem Ausschlag auf und bildet das Verhältnis der beiden aus

mehreren Ablesungen gemittelten Ausschläge $\frac{S_v}{S_h} = \operatorname{tg} i$.

C. Messungen im Wechselstromkreis

a) Messung von Strom und Spannung

1. Nullmethode. Eine direkte Wechselstrommessung, ähnlich der Gleichstrommessung, ist nur elektrodynamometrisch möglich oder mit Hilfe von Thermoinstrumenten. Beide Methoden sind nicht so empfindlich wie die, die zur Messung von Gleichströmen mit empfindlichen Galvanometern verwendet werden können. Dagegen kann bei einer Wechselstrom- und Spannungsvergleichsmessung, sobald Nullmethoden und Resonanzerscheinungen durch geeignete Schaltung verwendet werden können, ebenfalls eine recht große Empfindlichkeit erzielt werden, und außerdem besteht die Möglichkeit, den zu messenden Wechselstrom vorher um ein Vielfaches, unter Umständen mittels 1er in den letzten Jahren viel benutzten und sehr vervollkommenen Röhrenverstärkerapparate um einige Zehnerpotenzen zu verstärken. Bei den Nullmethoden wird häufig von Kompensationsschaltungen, ähnlich der, die unter A

(Gleichstromkreis) besprochen wurde, Gebrauch gemacht. Das Prinzip dieser Kompensationsschaltungen läuft hier wie dort darauf hinaus, eine zu messende Spannung mit einer Hilfsspannung zu vergleichen, die an einen in den Stromkreis eingeschalteten induktionsfreien Widerstand angelegt wird. Bei den Wechselstrommessungen liegen die Verhältnisse aber gegenüber den bei Gleichstrommessungen bekannten insofern komplizierter, als es notwendig ist, dem Hilfsstrom außer der gleichen Frequenz auch die gleiche Phase zu geben, wozu besondere Einrichtungen geschaffen werden müssen. Stehen die dazu notwendigen Apparate zur Verfügung, dann kommt es schließlich auch hier nur darauf an, die Widerstände der Kreise so zu wählen, daß in dem Hilfsstromkreis kein Strom fließt. Mit den Wechselstrom-Kompensationsapparaten wie auch mit dem großen Gebiet der Verstärkerschaltungen, die immerhin in technischen Laboratorien viel Anwendung finden, können wir uns hier nicht befassen. Die dabei gebrauchten Nullinstrumente spielen aber auch bei vielen anderen Messungen im Wechselstromkreis, z. B. in den Brückenschaltungen zur Bestimmung von Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität eine so bedeutende Rolle, daß ihre Besprechung notwendig ist und vorweggenommen sei. Neben den verhältnismäßig unempfindlichen Dynamometern kommen dafür das Telephon und die Vibrationsgalvanometer in Frage, mit denen insbesondere bei Ausnutzung von Resonanzwirkungen höchste Empfindlichkeiten erreicht werden können.

2. Telephon und Vibrationsgalvanometer. An Stelle des gewöhnlichen akustischen Telephons, dessen Ansprechen einen Wechselstrom voraussetzt, hat M. Wien in früherer Zeit (1891) ein optisches Telephon als Nullinstrument benutzt und beschrieben (das Schema vgl. Abb. 90). Mit der Telephonmembran ist eine Feder mit Spiegelchen S verbunden; sie wird durch den Wechselstrom in den Telephonspulen in Schwingungen versetzt, die durch das Spiegelchen leicht wahrnehmbar werden; die Amplitude der Schwingungen kann recht erheblich sein, wenn ihre Periode mit der der Eigenschwingung der Membran zusammenfällt. Ströme von 10^{-8} Amp. können mit diesen Instrumenten noch nachgewiesen werden.

Auch unter den Vibrationsgalvanometern ist das von M. Wien eines der bekanntesten und um die gleiche Zeit wie das optische Telephon von ihm konstruiert und beschrieben worden. Bei ihm

wirken, wie auch bei dem von Rubens [Abb. 91¹⁾], Elektromagnete p , deren Spulen L von dem zu messenden Strom durchflossen

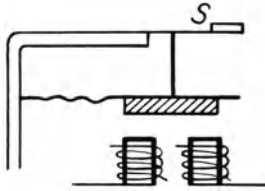


Abb. 90.
Schema des optischen
Telefons von Wien

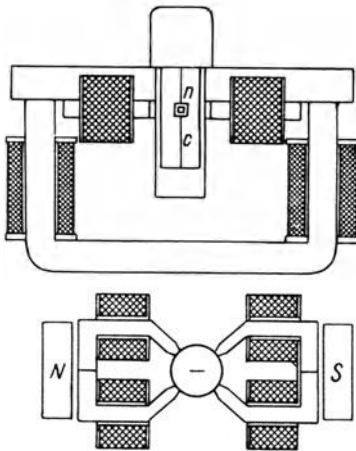


Abb. 92.
Anordnung im Vibrationsgalvanometer
von Schering u. Schmidt

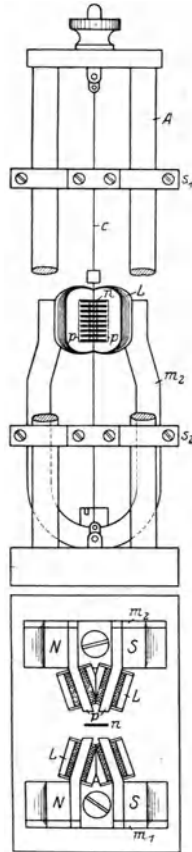


Abb. 91.
Vibrationsgalvanometer
nach Rubens

werden, auf kleine Magnetstäbchen n , die bei dem Wienschen Instrument auf einer Membran aus Neusilberblech, bei dem Instrument von Rubens an einer Metallsaite c befestigt sind. Der Wechselstrom

¹⁾ Mit frdl. Erlaubnis d. Verl. Jul. Springer, Berlin, aus dem Handbuch der Physik, herausgeg. v. Geiger u. Scheel, Bd. 16 entnommen.

in den Elektromagneten veranlaßt, die Membran zu transversalen, die Saite zu Torsionsschwingungen. Ein Spiegelchen an dem System macht durch einen Lichtzeiger kleine Bewegungen leicht sichtbar. Während freilich die Eigenschwingung des schwingenden Systems bei dem letzteren Instrument durch Verkürzen und stärkeres Anspannen der Saite sich leicht verändern läßt, ist das bei dem Wienschen nicht möglich. Es ist dies insofern von Bedeutung, als, wie wir sehen werden, ein Vibrationsgalvanometer die gewünschte Empfindlichkeit nur zeigt, wenn die Frequenz des Systems mit der des Wechselstroms sich in Resonanz befindet. Neuerdings haben Schering und Schmidt ein sehr empfindliches Nadelvibrationsgalvanometer beschrieben (Abb. 92), bei dem sich die Abstimmung in weiten Grenzen vom Platz des Beobachters aus ohne mechanischen Eingriff am Galvanometer bequem verändern läßt. Bei ihm ist die Nadel n ein mit Spiegelchen versehenes Eisenblättchen von $4 \times 4 \times 0,06 \text{ mm}^3$ und sitzt in der Mitte eines 29 mm langen, 0,02 mm dicken Phosphorbronzedrahtes c , der straff gespannt mit den beiden Enden an einem kleinen Messingrahmen befestigt ist. Die Nadel befindet sich zwischen den Polen eines Systems von Elektromagneten. Ein äußeres Magnetsystem $N-S$ ist ein von Gleichstrom gespeister Elektromagnet, bewirkt die Magnetisierung der kleinen Nadel und liefert die Richtkraft für sie. Zwischen den Polen dieses Elektromagneten befinden sich zwei Paar Elektromagnete, die von dem zu messenden Wechselstrom durchflossen werden, mit Polen, die radial zu der Nadel liegen. Die Eigenfrequenz der Nadel verändert man zur Abstimmung auf die Wechselstromfrequenz durch Änderung des Gleichstroms in $N-S$ und die dadurch verursachte Änderung der Größe der Richtkraft. Das Instrument wird mit verschiedenen Einsätzen (verschiedenen Nadeln) geliefert, von denen der eine Eigenfrequenzen von 30 bis 150 Hz einzustellen gestattet, während der andere für Frequenzen von 10 bis 75 Hz brauchbar ist.

3. Empfindlichkeit der Galvanometer. Die Empfindlichkeit S_ω eines Vibrationsgalvanometers — als solche ist die doppelte Amplitude anzugeben, die ein bestimmter effektiver Strom hervorruft — hängt von dem Verhältnis der Galvanometer-Systemfrequenz ω_0 und der Wechselstromfrequenz ω und von dem Dämpfungsgrad ab. Die Abhängigkeit ergibt sich aus der Lösung

der Gleichung für die Schwingung des Galvanometersystems und dabei zeigt sich, daß

$$S_{\omega} = 2\sqrt{2} S_i: \sqrt{(1 - \eta^2)^2 + 4a^2 \eta^2},$$

wenn S_i die Gleichstromempfindlichkeit des Galvanometers, η das Frequenzverhältnis $\frac{\omega}{\omega_0}$ und a der Dämpfungsgrad $= \frac{p}{2\sqrt{KD}}$ ist.

Die graphische Darstellung (Abb. 93) gibt ein übersichtliches Bild der Empfindlichkeitsverhältnisse bei verschiedenen Werten von ω und a ; als Ordinate ist das Verhältnis der Amplitude bei bestimmtem

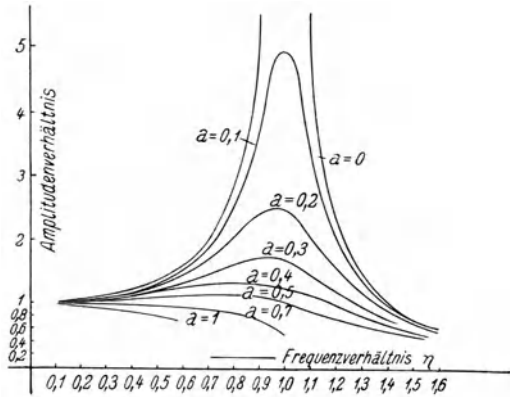


Abb. 93.

Abhängigkeit der Wechselstromempfindlichkeit eines Galvanometers von der Frequenz des Wechselstromes und dem Dämpfungsgrad

η und a zum Ausschlag bei Gleichstrom aufgetragen, also eine Größe, die $\frac{S_{\omega}}{S_i}$ proportional ist, als Abszisse das Verhältnis η der Frequenzen; man liest leicht aus der Darstellung und der Formel für S_{ω} folgende einfache Gesetzmäßigkeiten ab:

Im Resonanzfall ($\omega = \omega_0$) ist bei verschwindender Dämpfung die Empfindlichkeit unendlich groß. Ist sie nicht verschwindend klein, so ergibt die Formel allgemein $S_{\omega} = \frac{S_i}{a\sqrt{2}}$, die bei sehr

kleiner Dämpfung wegen $a = \frac{\Delta}{2\pi}$, worin Δ das logarithmische Dekrement ist, in

$$S_{\omega} = 4,44 \frac{S_i}{\Delta}$$

übergeht. Mit zunehmender Dämpfung nimmt die Empfindlichkeit in jedem Falle für jedes Verhältnis η ab; bei einer bestimmten Dämpfung entspricht die größte Empfindlichkeit nicht mehr dem Resonanzfall, sondern einem Frequenzverhältnis $\frac{\omega}{\omega_0} < 1$ und einem um so kleineren, je größer die Dämpfung; das Maximum der Empfindlichkeit ist an die Beziehung $\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = 1 - 2a^2$ geknüpft. Bei Dämpfungsgraden über $a = 0,5$ bietet das Resonanzprinzip keine Vorteile mehr.

Das Verhältnis der maximalen Meßempfindlichkeit bei einer bestimmten Dämpfung (also der Empfindlichkeit bei dem für die betreffende Dämpfung günstigsten Frequenzverhältnis) zu der Gleichstromempfindlichkeit ist bei geringer Dämpfung nahezu proportional $\frac{1}{a}$.

Wenn die Resonanzschärfe groß ist, so kann man aus dem Ausschlag nur dann mit einiger Sicherheit auf die Stärke des effektiven Stromes schließen, wenn die Frequenz sehr konstant ist. Als Maß der Resonanzschärfe gibt man meist die Frequenzabweichung an (in Prozenten der Scheitelfrequenz), bei der die Amplitude nur noch die Hälfte des Maximalwertes ist. Bei geringer Dämpfung ist diese sogenannte Resonanzbreite

$$\varrho \approx \pm \sqrt{3a}.$$

Die Dämpfung kann man zuweilen durch eine Kupferhülle, die man um die Spule legt, beeinflussen, was für die Empfindlichkeitsveränderung von Bedeutung werden kann. Die Bestimmung der Dämpfung geschieht am besten durch die Beobachtung der Amplituden aufeinanderfolgender Schwingungen.

4. Elektrodynamometrische Messung. Zwei Spulen, eine feste und eine darin bewegliche, werden in die Wechselstromleitung in Reihe eingeschaltet, der Ausschlag a ist in diesem Falle dem Quadrat der Stromstärke annähernd proportional, streng dann, wenn die bewegliche Spule nach Art des Torsionsgalvanometers durch Drehung des Torsionskopfes, an welchem mit einer Spiralfeder die bewegliche Spule befestigt ist, auf Null gehalten und der Drehwinkel für den Ausschlag genommen wird. Bei einigen Instrumenten ist die Einrichtung getroffen, daß die eine, die feste Spule, von einem kon-

stanten Wechselstrom fremder Herkunft durchflossen wird, der aber die gleiche Frequenz wie der zu messende Strom besitzen muß. Dann ist der Ausschlag der gesuchten Stromstärke direkt proportional. Bei einer Fremderregung mit 30 mA ist an einem Spiegelgalvanometer eine Empfindlichkeit von $2 \cdot 10^{-6}$ Ampere pro Millimeter Skalenteil bei 1 m Skalenabstand zu erreichen (Hartmann und Braun). Sowohl Zeiger- als auch Spiegelmeßinstrumente sind nach diesem Prinzip gebaut worden. Zeigerinstrumenten gelingt es wohl, eine solche Empfindlichkeit zu geben, daß durch 15 mA der maximale Ausschlag erreicht wird. Elektrodynamische Spannungsmeißinstrumente mit Zeigereinrichtung sind aber für Messung kleiner Spannungen wegen eines verhältnismäßig großen Stromverbrauchs wenig geeignet und durch Thermoinstrumente zu ersetzen.

Auch Weicheisenmeßinstrumente, wie sie zur Messung des Gleichstroms benutzt werden, dienen in der Technik zu Wechselstrommessungen. Eine Eichung derselben durch Gleichstrom, die bei den eisenfreien Dynamometern zu brauchbaren Werten auch für Wechselstrom führt, ist freilich nicht möglich wegen der Hysteresiserscheinungen im Eisen, die sogar zu einer in vielen Fällen freilich unwesentlichen Abhängigkeit des Ausschlages von der Frequenz des Wechselstroms führt.

Mit allen diesen Instrumenten wird die effektive Stromstärke gemessen, also der Wert:

$$J_c = \left[\frac{1}{T} \int_0^T J^2 dt \right]^{1/2}.$$

Auf einem ganz neuen, sehr bemerkenswerten Prinzip beruht die Gossen-Westinghouse-Type der Wechselstrom-Drehspulensinstrumente für Strom- und Spannungsmessungen, bei denen eine Gleichrichtung des Wechselstroms durch eingebaute Trockengleichrichter stattfindet (Gossen, Erlangen). Die Instrumente reagieren eigentlich auf den „galvanometrischen“ Mittelwert des sie durchfließenden gleichgerichteten Wechselstroms, also auf:

$$J_m = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} J dt,$$

sind aber unter der Annahme eines sinusförmigen Wechselstroms so geeicht, daß die Ablesungen wie die anderen Instrumente gleich

die Effektivwerte ergeben. Die Voltmeter werden in verschiedenen Ausführungen mit Meßbereichen gebaut, dessen Endausschläge zwischen 5 und 600 Volt liegen, sie zeichnen sich durch geringen Stromverbrauch (von 1 bis 2 mA) aus und nahezu gleichmäßige Skaleneinteilungen. Die Endausschläge der bisher gelieferten Milliampereometer liegen zwischen 0,3 und 50 mA.

5. Instrumente mit verschiedenem Meßbereich. Im Gegensatz zu der Einfachheit der Benutzung eines Gleichstrommeßinstrumentes für verschiedenen Meßbereich und der Benutzung der Gleichstrommeßinstrumente zu Gleichspannungsmessungen ist eine solche Erweiterung der Anwendungsmöglichkeit bei Wechselstrommeßinstrumenten nur mit genauer Berücksichtigung mehrerer Faktoren vorhanden, nämlich mit Berücksichtigung der im Kreise befindlichen Induktionen und Selbstinduktionen, der Kapazitäten und der Frequenz. Wird z. B. zu einem Strommeßinstrument ein Widerstand parallel geschaltet, um mit dem Instrument einen stärkeren Strom des Hauptkreises messen zu können, so ist für das Verhältnis der Teilströme das Verhältnis der Scheinwiderstände (s. oben) maßgebend, deren Berechnung freilich bei genauer Kenntnis von Selbstinduktion und Ohmschem Widerstand an sich keine Schwierigkeiten macht. Und wenn man eine Wechselspannung mit dem Dynamometer unter Verwendung eines induktionsfreien Vorschaltwiderstandes messen will, so muß man die von dem Meßinstrument angegebene Stromstärke mit dem Scheinwiderstand $\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ multiplizieren, um den Wert der effektiven Spannung zu erhalten.

Es gibt aber eine Reihe von Zeigerinstrumenten, die zur Verwendung bei verschiedenen Meßbereichen sich eignen; meist ist jedoch für jedes Meßbereich eine besondere Skalenteilung notwendig.

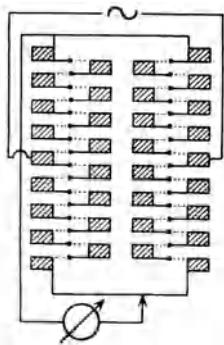


Abb. 94.

Schaltung der Thermo-
elemente im Thermo-
brückengalvanometer

6. Benutzung der Wärmewirkung. Die Messung mit Hitzdrahtinstrumenten mit und ohne Benutzung von Thermoelementen geschieht in der gleichen Weise, wie bei Gleichstrommessungen. Unter den den Thermostrom benutzenden Galvanometern

besitzt besonders das Thermobrückengalvanometer von Schering mit sehr geringem Wattverbrauch eine hohe Empfindlichkeit. Die Abb. 94 gibt schematisch die Schaltung der in zwei parallelen Reihen hintereinander geschalteten Manganin-Konstantanelemente mit dem symmetrischen Anschluß an den zu messenden Wechselstrom und an das Gleichstromgalvanometer. Die Drähte sind 0,015 mm dick und am einen Ende an Messingklötzchen gelötet, die sich bei dem Stromdurchgang nicht merklich erwärmen; der Gesamtwiderstand dieser „Thermobrücke“, die sich im höchsten Vakuum befindet, beträgt 100 Ω ; sie verträgt eine Belastung von 6 mA und nimmt bei diesem höchsten Stromwert also nur 0,0036 Watt auf.

7. Strom- und Spannungswandler. Zur Messung stärkerer Ströme und höherer Spannungen werden in der Technik vor allem die sogenannten Meßwandler benutzt, Präzisionstransformatoren, durch die starke Ströme und hohe Spannungen in gut meßbare Bereiche transformiert werden. Ihre Verwendung gehört in das Gebiet der Elektrotechnik und soll daher hier übergangen werden, bis auf den Hinweis, daß fertige Meßwandler mit den zugehörigen Zeigerinstrumenten, die an die sekundäre Seite zu schalten sind, vielfach geliefert und angewandt werden.

b) Leistungsmessung. Phasenfaktor

8. Beschaffenheit der Wattmeter. Die Leistung des Stromes in einem von Gleichstrom durchflossenen Leiter zu bestimmen, macht mit Benutzung von Strom- und Spannungsmeßapparaten keine Schwierigkeit. Zwei Schaltungen sind dabei möglich. Bei der einen (vgl. Abb. 95) wird ein Strommeßinstrument in Reihe mit dem für die Leistungsmessung in Frage kommenden Leiter geschaltet und an den Enden des Leiters und

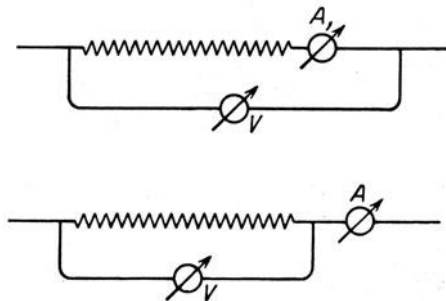


Abb. 95. Schaltung bei Leistungsmessung

des Strommessers die Spannung abgenommen; es ist dabei durch eine Korrektur in der Berechnung zu berücksichtigen, daß der

Strommesser selbst einen Spannungsabfall verursacht, eine Leistung gleich dem Produkt aus dem Quadrat der Stromstärke J und Widerstand R des Meßinstrumentes aufnimmt. Die Nutzleistung ist also: $JE - J^2 R$. Bei der zweiten Schaltungsweise legt man den Spannungsmesser an die Enden des Leiters und mißt mit dem Strommesser den Gesamtstrom, der durch den Spannungsmesser und den parallel geschalteten Leiter fließt; auch in diesem Falle ist eine Korrektion an das Produkt der unmittelbaren Ablesungen J und E anzubringen und die Nutzleistung ergibt sich zu: $E(J - E/R)$, wenn R der Widerstand des Voltmeters ist. Zur Bestimmung der Leistung muß man also entweder den Widerstand des Strommessers oder den des Spannungsmessers kennen. Da bei den technischen Voltmetern der Widerstand in der Regel sehr hoch ist (Größenordnung 10 000 bis 50 000 Ohm), kann man die zweite Schaltung häufig ohne die Korrektion anwenden.

Besteht die Leitung, in der die Leistung gemessen werden soll, aus einem Leiter mit konstantem Widerstand R , so kann man bei der Leistungsmessung mit einem Strommesser auskommen, denn es ist die Leistung $J \cdot E = J^2 R$.

Wesentlich umständlicher ist die Berechnung der Leistung in einem Leiter bei Wechselstrom wegen der Phasenverschiebung, die Strom und Spannung zeigen können, wenn man gezwungen ist, Strom- und Spannungsmessung mit getrennten Instrumenten vorzunehmen. Auch in diesem Falle sind die bei der Gleichstrommessung möglichen beiden Schaltungsweisen anwendbar, aber die Korrekturen nur mit Hilfe des Vektordiagramms zu bestimmen. Wählt man z. B. die erste und legt den Spannungsmesser an die Enden der hintereinander geschalteten Teile (Strommesser und Widerstand), so findet man an den Enden des Leiters bei induktionsfreiem Leiter die Spannung E_n , die man mit dem Wert J des vom Strommesser angezeigten Stromes multiplizieren muß, um die Nutzleistung zu erhalten, mit Hilfe des Vektordiagramms folgendermaßen (Abb. 96): L und R seien Selbstinduktion und Widerstand des Strommessers; über E errichtet man einen rechten Winkel, dessen einer Schenkel $= \omega LJ$ ist und von dessen anderem man die Strecke RJ abzieht. Der Rest ist E_n . Enthält die Nutzlast eine Selbstinduktion, so müssen wir die Phasenverschiebung zwischen E_n und J berücksichtigen, was durch die Konstruktion der Abb. 97 leicht geschehen kann, die zu dem Wert E_n und dem Phasenwinkel φ führt, wozu

freilich die Phasendifferenz zwischen E und J bekannt sein muß; den Wert der Leistung gibt uns dann der Ausdruck $E_n \cdot J \cdot \cos \varphi$.

Bei den Angaben der Leistungsmesser der Technik ist die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung meist genügend berücksichtigt. Wegen der Leistungsaufnahme in der Strom- oder in der Spannungsspule müßte aber die eine oder die andere der besprochenen Korrekturen an der Ablesung angebracht werden, je nachdem die Spannungsspule des Leistungsmessers die Stromspule mit umschließt oder nicht; die Korrekturen liegen indessen bei den technischen Instrumenten meist innerhalb der Genauigkeitsgrenzen ihrer Angaben.

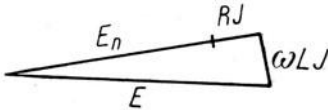


Abb. 96. Zur Leistungsmessung bei Wechselstrom

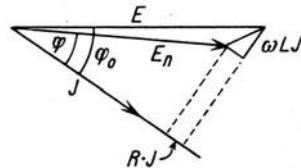


Abb. 97. Zur Leistungsmessung bei Wechselstrom

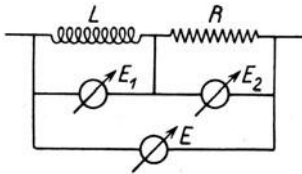


Abb. 98. Schaltung zur Leistungsmessung mit drei Voltmetern

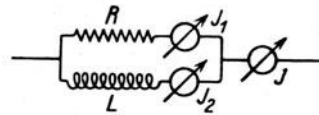


Abb. 99. Schaltung zur Leistungsmessung mit drei Amperemetern

9. Drei-Voltmetermethode, Drei-Amperemetermethode.

Beilieb, wenn auch infolge der Differenzbildung weniger genau, sind diese beiden Methoden zur Wechselstromleistungsmessung, von denen die eine mit drei Voltmetern, die andere mit drei Amperemetern auskommt. Die Schaltung der Instrumente an der Nutzleitung L und einem bekannten Widerstand R , der induktionsfrei ist, geht aus den Abb. 98 und 99 hervor. Die Leistung N in dem Leiter L ist im einen Falle:

$$N_1 = \frac{1}{2R} (E^2 - E_1^2 - E_2^2)$$

und im anderen:

$$N_2 = \frac{R}{2} (J^2 - J_1^2 - J_2^2).$$

Die Beziehung ergibt sich im ersten Falle leicht in folgender Weise. Die Spannungswerte bilden in dem Wechselstromvektordiagramm ein Dreieck, denn E ist die geometrische Summe von E_1 und E_2 ; aus ihm kann man den Phasenwinkel zwischen E_1 und E_3 oder $J_1 R$, also dem Strom und der Spannung im Leiter L entnehmen, der analytisch gegeben ist durch:

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2 E_1 E_2 \cos \varphi = E_1^2 + E_2^2 + 2 J_1 E_1 \cos \varphi \cdot R.$$

Daraus folgt unmittelbar der obige Wert für die Leistung: $J_1 E_1 \cos \varphi$. Die für die Drei-Amperemetermessung geltende Beziehung läßt sich analog ableiten.

10. Bestimmung des Phasenfaktors. Den Phasenfaktor kann man entweder mit den unter 9. angeführten Methoden, wie aus der Entwicklung des Resultats hervorgeht, bestimmen oder, indem man mit einem Leistungsmesser direkt die Leistung N in einem Leiter mißt und außerdem an einem Strom- und Spannungsmesser die Effektivwerte von Strom J_e und Spannung E_e abliest. Der Phasenfaktor, der durch den induktiven Leiter entsteht, ist dann gleich $\cos \varphi = N/J_e \cdot E_e$.

c) Frequenzmessung

11. Phonisches Rad. Ein mit Quecksilber halb gefülltes trommelförmiges Gefäß T (Abb. 100), das auf dem Mantel eine

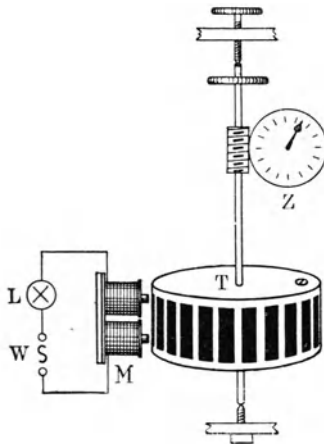


Abb. 100.
Schema des Phonischen Rades

Reihe gleich weit entfernter Eisenstäbe trägt, wie es die Abb. 100 zeigt, wird um seine vertikal gestellte Achse in Rotation versetzt und, einmal angedreht, dadurch in Rotation erhalten, daß man einen davor gestellten Elektromagnetpol M regelmäßig in den Zeiten der Annäherung eines Eisenstabes an ihn erregt und dadurch der Trommel immer neue Anstöße erteilt. Das Quecksilber in dem Gefäß hat den Zweck, das Trägheitsmoment des Systems zu erhöhen und dadurch sowie durch die Reibung ausgleichend zu wirken. Die Erregung der Elektromagneten

geschieht durch Wechselstrom W der gesuchten Frequenz ν , den man durch die Magnetspule schickt, und die Geschwindigkeit des phonischen Rades reguliert sich nun so, daß 2ν Eisenstäbe in der Sekunde am Pol vorbeilaufen. Um ν zu bestimmen, braucht man also nur Umdrehungszahl, am Zählrad ablesbar, und halbe Stabzahl der Trommel zu kennen und miteinander zu multiplizieren.

12. Der Zungenfrequenzmesser. Eine Reihe von stählernen Federn Z (in Abb. 101, die einen Schnitt in der Schwingungsebene einer Feder zeigt) verschiedener Eigenschwingungsdauer stehen einem breiten Elektromagneten M gegenüber, der von dem Wechselstrom der festzustellenden Frequenz durchflossen wird. Diejenige Feder, deren Eigenschwingung mit der doppelten Frequenz des Wechselstroms übereinstimmt, wird in lebhafte Schwingungen versetzt.

Sind die Eigenschwingungen der Federn einmal durch eine Eichung, z. B. mit bekannten Wechselstromfrequenzen festgestellt worden, so kann man aus dem Ansprechen einer bestimmten Feder sofort an einer Skala die unbekannte Frequenz eines Wechselstroms ablesen. Die in der Technik verwendeten Instrumente zeigen eine gute Genauigkeit, so daß im allgemeinen an einem solchen Instrument die Frequenz mit einem Fehler von höchstens $\frac{1}{2}\%$ abgelesen werden kann. Bei Schwingungszahlen höher als 500 Hz sind die Frequenzmesser freilich nicht mehr zu gebrauchen; die Zungen, die man verwenden müßte, sind zu klein, die Amplituden der Zungen nicht mehr gut wahrnehmbar, wenn man nicht sehr große Energien in den Elektromagnet hineinstecken will.

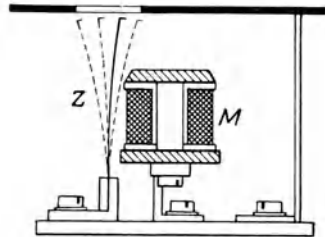


Abb. 101. Schema des Zungenfrequenzmessers

Außer diesem Frequenzmesser von Hartmann-Kempff wird häufig auch der von Frahm verwendet, bei dem die Übertragung der Frequenz des Wechselstromes durch den Elektromagneten auf die Federn durch die Befestigung der Federn an einer Membran auf mechanischem Wege geschieht, auch hier mit Benutzung der Resonanz.

13. Stahlbandschwingung mit Resonanz. Ein dünnes Stahlband B von etwa 5 mm Breite und 30 bis 40 cm Länge ist einer-

seits befestigt, andererseits über eine Rolle geführt und durch ein angehängtes Gewicht $\bar{P}g^*$ gespannt (vgl. Abb. 102). Unter der Mitte befindet sich der Pol eines Elektromagneten M , dessen Wicklung von dem zu untersuchenden Wechselstrom durchflossen wird. Der Wechselstrom kann die Schwingungen des Stahlbandes nur unterhalten, wenn seine Frequenz übereinstimmt mit der Eigenschwingungszahl des Stahlbandes, die durch die Formel: $\nu = \frac{1}{2\bar{l}} \sqrt{\frac{981\bar{P}}{\bar{p}}}$ gegeben ist, in der \bar{l} cm die Länge, $\bar{p}g$ das Gewicht der Saite pro Zentimeter ist. Die Messung kann mit ziemlicher Genauigkeit durchgeführt werden.

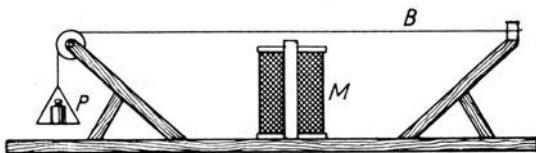


Abb. 102. Zur Messung der Wechselstromfrequenz durch Bestimmung der Frequenz einer Stahlbandschwingung

14. Indirekte Bestimmung der Frequenz. Der Scheinwiderstand des von dem Wechselstrom der Frequenz $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ durchflossenen Leiters ist

$$S = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}.$$

Schaltet man also in die Wechselstromleitung einen Scheinwiderstand ein und kennt außerdem den Ohmschen Widerstand R sowie die Selbstinduktion L des Leiters, so kann man die Frequenz aus S durch Rechnung finden. Bei der Benutzung des induktiven Widerstandes zur Frequenzmessung ist freilich dafür zu sorgen, daß Eisen-teile nicht in dem Widerstand oder in seiner Nähe vorhanden sind.

d) Messung der Selbstinduktion und der Kapazität

15. Bestimmung aus dem Scheinwiderstand mit Benutzung von Wechselstrom. Da der Scheinwiderstand eines mit Selbstinduktion oder Kapazität behafteten Leiters neben dem Ohmschen Widerstand R und der Frequenz $\omega/2\pi = \nu$ die Selbstinduktion L

beziehungsweise die Kapazität C enthält, — er ist bei sinusförmigem Verlauf des Wechselstromes

$$S_1 = \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2} \quad \text{oder} \quad S_2 = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}},$$

so lassen diese Größen L und C sich berechnen, sobald man den Scheinwiderstand und die beiden anderen Größen R und ω gemessen hat. Es ist dies eine sehr einfache und beliebte Methode der Bestimmung von Selbstinduktion oder Kapazität (zuweilen auch statt dessen der Frequenz, s. oben), die meist gerade das eigentliche Ziel einer Scheinwiderstandsmessung ist. Zu beachten ist, daß Spulen mit Eisenkernen eine von Stromstärke und Frequenz abhängende Selbstinduktion haben.

16. Methoden der Bestimmung des Scheinwiderstandes. Als solche kommen die folgenden in Betracht, die nur je nach der speziell vorgelegten Aufgabe in verschiedenen Modifikationen Anwendung finden.

Die direkteste Methode der Bestimmung des Scheinwiderstandes eines Leiters ist die der Messung der effektiven Stromstärke in dem Leiter und der effektiven Spannung an seinen Enden. Der Scheinwiderstand ist nach dem Ohmschen Gesetz gleich dem Quotienten der beiden Ablesungen. Die Genauigkeit ist durch die Unempfindlichkeit oder Ungenauigkeit der Strom- und Spannungsmeßinstrumente begrenzt und durch die Unsicherheit der Korrektur, die wegen des durch den Spannungsmesser fließenden Stromes anzubringen ist. Es ist das dieselbe Korrektur, von der auch bei der Leistungsmessung die Rede war und die auch bei der Widerstandsbestimmung durch Strom- und Spannungsmessung im Gleichstromkreis eine Rolle spielte. Man kann natürlich auch hier den Spannungsmesser an die Enden des zusammengeschalteten Systems: Strommesser + Widerstand legen und muß dann bei dieser Schaltungsweise den Spannungsabfall im Strommesser in Rechnung setzen.

Nicht wesentlich von dieser Methode verschieden ist die Bestimmung des Scheinwiderstandes durch Abzweigung. Man schaltet den Leiter, dessen Scheinwiderstand $S_1 = \sqrt{R_1^2 + \omega^2 L^2}$ bestimmt werden soll, mit einem induktionsfreien Widerstand R_0 in Reihe an eine Wechselspannung und bestimmt mit einem Spannungsmesser den Spannungsabfall E_1 in dem betreffenden Wechselstromwider-

stand und den Spannungsabfall E_0 in dem induktionsfreien Widerstand. Dann ist

$$\omega^2 L^2 = \frac{R_0^2 E_1^2}{E_0^2} - R_1^2.$$

Hierher gehört endlich auch die Messung mit Benutzung von 3 Voltmetern oder 3 Amperemetern in der Schaltung, wie sie bei der Leistungsmessung angegeben ist. Aus den Angaben der Instrumente finden wir, wie sich aus den obigen Formeln leicht ergibt, $\cos \varphi$ und daraus und aus der Ablesung E_1 und E_0 der Voltmeter am induktiven und am induktionsfreien Widerstand und aus der Kenntnis des induktionsfreien Widerstandes R_0 : $\omega L \cdot \frac{E_0}{R_0} = E_1 \cos \varphi$.

Sehr häufig wird statt dieser direkten Methode die Wheatstonesche Brücke auch bei Wechselstrom verwendet, wenn es sich um die Vergleichung von Selbstinduktionen oder um die Vergleichung von Kapazitäten handelt. Befinden sich in zwei benachbarten Zweigen der Wheatstoneschen Brücke die Widerstände S_1 und S_2 , die entweder beide eine Selbstinduktion oder beide eine Kapazität enthalten, und in den zwei anderen Zweigen induktions- und kapazitätsfreie Widerstände, R_1, R_2 , so gilt auch bei Verwendung von Wechselstrom statt des Gleichstroms, wenn in dem mit Galvanometer oder Telephon versehenen Brückenweig kein Strom nachweisbar ist, die Widerstandsbeziehung $S_1 : S_2 = R_1 : R_2$. Freilich ist die Erfüllung dieser Beziehung noch nicht hinreichend für die Stromlosigkeit, wenn man es nicht mit rein kapazitiven Widerständen zu tun hat. Sie stellt sich nur dann ein, wenn auch die Phasen in den Widerstandszweigen gleich sind oder, was auf dasselbe hinauskommt, die Gleichung erfüllt ist:

$$L_1 : L_2 = R_1 : R_2 = R'_1 : R'_2,$$

worin R'_1, R'_2 die Ohmschen Widerstände der induktiven Zweige bedeuten, bzw. die Gleichung:

$$C_1 : C_2 = R_2 : R_1 = R'_2 : R'_1,$$

worin R'_1, R'_2 als den Kapazitäten parallel geschaltete Widerstände zu betrachten sind, z. B. bei nicht vollkommener Isolation der Kapazitäten.

Sehr wichtig ist es, daß die Brückenbeziehungen unabhängig von der Frequenz gelten, also nicht allein für einen streng sinus-

förmigen Verlauf des Wechselstroms. Als Wechselstromquelle kann man daher ein kleines Induktorium verwenden, als Nullinstrument ein Telephon.

Auf den Brückenmethoden beruhen die verschiedenen im Handel befindlichen Meßbrücken für Selbstinduktion und Kapazität.

17. Bestimmung in der Wheatstoneschen Brücke mit Gleichstrom. α) Einstellen auf Stromlosigkeit bei Ein- und Ausschalten des Gleichstroms (oder bei Wechselstrom). Enthält nur der eine Zweig eine Selbstinduktion L mit Widerstand R'_1 , ein anderer, und zwar ein nicht anschließender, eine Kapazität C mit parallel geschaltetem Widerstand R'_2 , und sorgt man (durch Messung mit Gleichstrom) dafür, daß $R'_1 : R_1 = R_2 : R'_2$ ist, so zeigt das

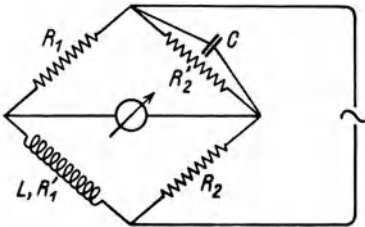


Abb. 103.

Zur Messung einer Selbstinduktion oder einer Kapazität in der Wheatstoneschen Brücke (mit Gleichstrom)

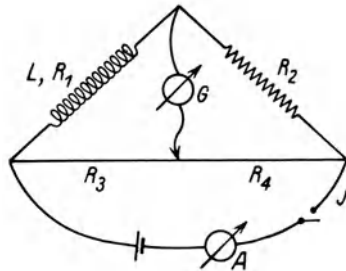


Abb. 104. Zur Messung einer Selbstinduktion nach Dorn

Galvanometer auch beim Ein- und Ausschalten des Gleichstroms oder bei Wechselstrom nur dann keinen Ausschlag, wenn außerdem gilt: $L : C = R'_1 \cdot R'_2$ (vgl. Abb. 103). Um diese Beziehung erfüllen zu können, muß die Selbstinduktion oder die Kapazität variabel eingerichtet sein; dann macht die Ausführung der Methode natürlich keine Schwierigkeit.

β) Selbstinduktionsmessung nach Dorn (vgl. Abb. 104). Die unbekannte Selbstinduktion liegt in dem einen Zweig der Wheatstoneschen Brückenordnung, in deren Hauptkreis ein Strommeßinstrument A mit eingeschaltet ist. Nach Abgleichen der Widerstände der Brückenordnung mit Benutzung von Gleichstrom unterbricht man plötzlich den Hauptstrom von der Stärke J , wodurch in dem induktiven Leiter ein Induktionsstrom erzeugt wird, der das Brückengalvanometer G mit der Schwingungs-

dauer T , dem log. Dekrement A , dem Reduktionsfaktor Γ und dem Widerstand R_g zu dem Ausschlag s veranlaßt. Sind R_1, R_2, R_3, R_4 die Widerstände der vier Brückenarme und setzt man zur Abkürzung

$$h = \frac{1}{R_4} \{ (R_3 + R_1)(R_4 + R_2) + R_g (R_1 + R_2 + R_3 + R_4) \},$$

so ist die Selbstinduktion L in dem R_4 nicht anliegenden Brückenarm 1:

$$L = h \frac{T}{2\pi} \frac{\Gamma \cdot s}{J} e^{A/2} \pi \cdot \arctg 2\pi/A$$

(und zwar in Henry, wenn h in Ohm angegeben ist). Wenn diese Methode auch nicht mehr häufig Anwendung findet, so ist sie doch

eine Zeitlang von Bedeutung gewesen und als eine Methode, bei der Gleichstrom verwendet werden kann, bemerkenswert und lehrreich.

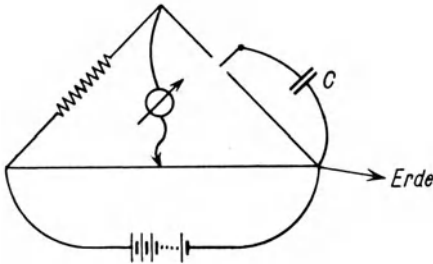


Abb. 105. Zur Messung einer Kapazität durch Auf- und Entladung

γ) Kapazitätsbestimmung durch Auf- und Entladung. Der unbekannte Kondensator mit der Kapazität C wird in den einen Zweig der

Wheatstoneschen Brücke geschaltet, und zwar in der Weise (vgl. Abb. 105), daß die eine Belegung an dem einen Eckpunkt der Brückenschaltung und an Erde liegt, die andere Belegung über einen rotierenden Unterbrecher an dem anderen Eckpunkt der Brücke; durch den Unterbrecher wird der Kondensator n -mal in der Sekunde auf die Spannung E aufgeladen und entladen (an Erde gelegt), so daß durch den Zweig der Brücke, in dem der Kondensator liegt, ein Strom fließt, der gleich ist $C \cdot n \cdot E$. Die Spannung rührt her von dem Brückenelement, und die elektrischen Stromverhältnisse bei dieser Anordnung sind völlig die gleichen, wie wenn wir eine gewöhnliche Brückenschaltung hätten, bei der in dem Kapazitätszweig sich der Widerstand $1/n C$ befindet. Dieser Widerstand wird in der gewöhnlichen Weise gemessen. Meist liegt nun freilich in dem Zweige hinter dem Kondensator ein nicht genau bekannter

Zuleitungswiderstand R_0 , über den die Aufladung erfolgt, so daß genauer

$$\frac{1}{nC} = \frac{R_1 R_2}{R_3} + R_0$$

ist. Aber wenn R_0 klein ist gegen $\frac{R_1 R_2}{R_3}$, so gilt für C

$$C = \frac{R_3}{n R_1 R_2}.$$

Bei Präzisionsmessungen ist auch zu beachten, daß die Widerstände R_1, R_2, R_3 und die des Galvanometers und Elementes einen Einfluß auf die Höhe der Aufladung des Kondensators haben, was die Rechnung kompliziert. In solchem Falle ist auch die Kapazität der vom Unterbrecher zum Kondensator führenden Leitungen und der am Kondensator bei der Aufladung liegenden Teile des Unterbrechers zu berücksichtigen, was indessen durch Messungen ohne den Kondensator leicht geschehen kann.

18. Resonanzmethoden. Das Produkt aus Selbstinduktion und Kapazität in einem Kreise bestimmt die Frequenz. Wird ein solcher Kreis mit der gleichen Frequenz angeregt, so schwingt er ohne weitere Energieaufnahme aus der Wechselstromquelle weiter. Schaltet man daher in den einen Zweig einer Wheatstoneschen Brücke hintereinander eine Selbstinduktion L und eine Kapazität C von solcher Größe, daß $LC = 1:\omega^2$, wenn $\frac{\omega}{2\pi} = \nu$ die Frequenz des an die Brücke angelegten Wechselstroms ist, so wird ein Wechselstrombrückengalvanometer Stromlosigkeit anzeigen, wenn außerdem die Bedingung besteht $R_1:R_3 = R_2:R_4$, wobei R_1 den Ohmschen Widerstand der Selbstinduktion bedeutet. Um beide Bedingungen erfüllen zu können, muß außer einem Widerstand z. B. der Kondensator variabel sein. Aus $LC = 1:\omega^2$ läßt sich dann eine der drei Größen L, C, ω berechnen. Die Methode ist im allgemeinen nur bei höheren Frequenzen, etwa oberhalb von 1000 Hz, anzuwenden, da die Meßkondensatoren selten groß genug sind, um bei nicht sehr hohen Selbstinduktionen die Erfüllung der Bedingung $LC = 1:\omega^2$ zu ermöglichen. Als Wechselstromquelle muß eine rein sinusförmige von sehr konstanter Frequenz genommen werden, da sonst eine Nulllage des Galvanometers natürlich nicht zu erreichen ist. In der

Regel verwendet man als Wechselstromquelle einen Röhrensender und als Stromanzeiger ein Telephon oder einen Kristalldetektor mit Gleichstromgalvanometer.

Als zweite Resonanzmethode mag hier angegeben sein die Bestimmung des Produkts von Selbstinduktion und Kapazität in einem geschlossenen Schwingungskreis. Man regt diesen hierfür aus der unbekanntenen Selbstinduktion und der unbekanntenen Kapazität zusammenschalteten Schwingungskreis, z. B. durch einen Röhrensendekreis (sinusförmigen Wechselstrom) bekannter Frequenz, zu Schwingungen an und stellt durch Variation der Selbstinduktion oder der Kapazität die Kreise mit Benutzung eines lose gekoppelten Detektorkreises mit Galvanometer auf Resonanz ein. Dann ist $LC = 1:\omega^2$.

Eine große Anzahl von Modifikationen dieser Methode ist im Gebrauch, meist handelt es sich dabei darum, eine unbekanntene Selbstinduktion mit Benutzung eines variablen Kondensators zu bestimmen.

19. Messung kleiner Kapazitäten durch Ladungsteilung. Man verbindet mit einem Elektrometer die zu messende Kapazität C und lädt auf eine Spannung E auf; dann schaltet man eine bekannte Kapazität C_0 hinzu (der zu messenden parallel), wodurch die Spannung auf E_0 sinkt, und berechnet die gesuchte Kapazität aus der Beziehung

$$\frac{C + c}{C_0} = \frac{E_0}{E - E_0},$$

wenn mit c die Kapazität des Elektrometers gemeint ist. Man kann mit dieser Methode sehr leicht auch die Kapazität des Elektrometers selbst messen, indem man nach Aufladen desselben eine bekannte Kapazität, am besten von der Größenordnung der Kapazität des Elektrometers, hinschaltet und den Spannungsabfall, der dadurch eintritt, bestimmt.

20. Messung der Gegeninduktivität. Die Gegeninduktivitätsmessung führt man meist zurück entweder auf die Messung von Selbstinduktionen oder auf den Vergleich mit einer bekannten Gegeninduktivität. Hier sei wenigstens eine Methode, bei der die gegenseitige Induktion L_{12} zweier Spulen aus ihren Selbstinduktionen L_1, L_2 bestimmt wird, angegeben. Man schaltet einmal die

beiden Spulen gegeneinander, so daß die Selbstinduktionen der gegenseitigen Induktion entgegenwirken, das andere Mal hintereinander, daß sie in gleichem Sinne wirken, und bestimmt in beiden Fällen mit Hilfe einer der früher angegebenen Methoden die Gesamtinduktion des Systems L' und L'' . Offenbar gilt dann

$$L' = L_1 + L_2 + 2L_{12} \quad \text{und} \quad L'' = L_1 + L_2 - 2L_{12};$$

daraus findet man

$$L_{12} = \frac{1}{4}(L' - L'').$$

21. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante nach Nernst.

Da die Kapazität eines Kondensators durch die Dielektrizitätskonstante des Zwischenmediums bestimmt wird, läßt sich die Messung der Dielektrizitätskonstante auf die einer Kondensatorkapazität zurückführen. In der Tat liegen daher auch allen Bestimmungen der Dielektrizitätskonstanten Kapazitätsmessungen oder -Vergleiche zugrunde. Nernst benutzte dazu die Wheatstonesche Brücke, Drude die Resonanzbeziehung mit gedämpften Schwingungskreisen,

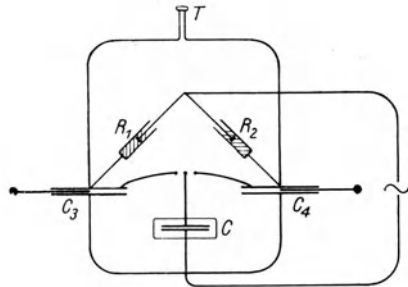


Abb. 106. Zur Messung der Dielektrizitätskonstante nach Nernst

neuerdings wird die Anwendung der Resonanzbeziehung in ungedämpften Kreisen bevorzugt. Bei der Nernstschen Methode sind zwei Zweige der Wheatstoneschen Brückenordnung (vgl. Abb. 106) mit variablen Flüssigkeitswiderständen R_1 , R_2 versehen, zwei Zweige mit Kondensatoren C_3 , C_4 , von denen wenigstens der eine variabel und geeicht sein muß. Sie bestehen in der von Nernst angegebenen Anordnung aus zwei Metallplatten, zwischen die eine Glasplatte mehr oder weniger weit eingeschoben werden kann. Ein kleiner „Versuchs“-Kondensator C kann in einfacher Weise entweder dem einen oder dem anderen Kondensator parallel geschaltet werden. Nun stellt man durch Veränderung des einen variablen Kondensators auf Stromlosigkeit des Galvanometers oder Telephons T im Brückenarm ein, wenn der Versuchs-

kondensator erst leer, dann mit der zu untersuchenden Flüssigkeit und dann mit einer Eichflüssigkeit gefüllt, erst dem einen, dann dem anderen Brückencondensator parallel geschaltet ist. Die Differenz der Einstellungen der Glasplatte im Meßcondensator, die für die Nullstellung nötig sind, wenn der Versuchskondensator einmal dem einen, dann dem anderen Brückencondensator parallel liegt, liefert den doppelten Wert der Kapazität des Versuchskondensators. Sie sei in den drei Fällen C_0 , C' , C'' . Dann genügen die relativen Dielektrizitätskonstanten ϵ'_1 , ϵ'_2 der Gleichung

$$(\epsilon'_1 - 1) = (\epsilon'_2 - 1) \frac{C' - C_0}{C'' - C_0}.$$

Da zuweilen die zu untersuchende Flüssigkeit ein Leitvermögen zeigt, ist es notwendig, zur Herstellung eines guten Tonminimums auch in dem anderen Kondensatorzweig einen Widerstand dem Kondensator parallel zu legen, es sind daher Flüssigkeitswiderstände parallel zu den Kondensatoren vorgesehen, die zur Abgleichung hinzugeschaltet werden können.

22. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante nach Drude.

Drude verwendet ein Lechersches Drahtsystem (vgl. Abb. 107), in das ein kleiner Condensator C eingeschaltet wird, der mit der unbekanntenen Flüssigkeit gefüllt werden kann; aus den Drahtlängen des Systems bei Herstellung der Resonanz zwischen dem Drahtsystem und

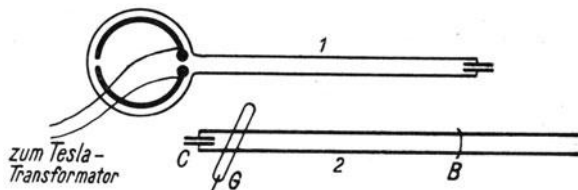


Abb. 107. Zur Messung der Dielektrizitätskonstante nach Drude

einem unveränderlichen erregenden Kreis vor und nach Einfüllen der Flüssigkeit in den Condensator ist es möglich, auf die Kapazität des Condensators in beiden Fällen und damit auf die Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit zu schließen. Die praktische Ausführung der Methode geschieht in folgender Weise. Man legt an einen kleinen Tesla-Transformator einen Schwingungskreis, bestehend aus zwei halbkreisförmigen Drähten, an deren einem Ende sich Kugeln

befinden, zwischen denen bei Erregung durch den Transformator Funken übergehen. Mit diesem Schwingungskreis ist ein Drahtsystem (1) in der aus Abb. 107 ersichtlichen Weise gekoppelt, durch das ein zweites System (2), bestehend aus zwei parallel gespannten Drähten und dem an das Ende geschalteten kleinen Meßkondensator C , angeregt wird. Durch eine verschiebbare Drahtbrücke B am anderen Ende kann man dieses zweite System auf das erste abstimmen; die gute Resonanz erkennt man an dem Aufleuchten einer über die Brücke gelegten Geislerröhre G . Mit Flüssigkeiten von bekannter Dielektrizitätskonstante, die man in den kleinen Kondensator füllt, können die Stellungen der Brücke B für bestimmte Dielektrizitätskonstanten festgelegt werden, so daß aus der Einstellung bei Benutzung einer unbekanntenen Flüssigkeit im Kondensator sofort die Dielektrizitätskonstante abgelesen werden kann.

23. Bestimmung der Dielektrizitätskonstante im Schwingungskreis mit ungedämpften Wellen. Man stellt einem Schwingungskreis (1), der durch einen Röhrensender mit konstanter Frequenz erregt wird, einen zweiten (2) gegenüber (vgl. Abb. 108) und bringt ihn durch Variation des Kondensators dieses Kreises mit jenem zur Resonanz, die mit Hilfe eines angekoppelten Detektorkreises (3) und Galvanometers erkannt wird. Dem veränderbaren Kondensator des zweiten Kreises wird ein zweites parallel geschaltet, dessen Zwischenmedium, Luft, leicht durch ein anderes, z. B. eine Flüssigkeit, ersetzt werden kann, und man mißt die durch Veränderung des Mediums bewirkte Kapazitätsänderung dieses parallel geschalteten Kondensators durch die meßbare Variation des anderen, die zur Er-

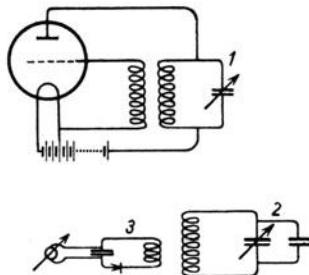


Abb. 108. Zur Messung der Dielektrizitätskonstante mit ungedämpften Schwingungen

haltung der gleichen Gesamtkapazität vorgenommen werden muß. Aus den Kapazitätswerten des parallel geschalteten Kondensators bei Luftfüllung und bei Flüssigkeitsfüllung kann man die Dielektrizitätskonstante der Flüssigkeit berechnen, oder in dem Fall, daß man die Kapazität des variablen Kondensators nicht kennt, nach Eichung der Apparatur mit Flüssigkeiten bekannter Dielektrizitätskonstante

auf die unbekannte interpolieren. Mit dieser Methode sind leicht Flüssigkeiten, aber auch Kristalle in Plattenform oder in Pulverform zu untersuchen; die festen Körper bettet man in ein flüssiges Medium ein, das man so lange variiert, bis nach Einfüllen der festen Substanz an Stelle eines Teiles der Flüssigkeit eine Änderung der Kondensatoreinstellung nicht mehr notwendig ist, ein Zeichen dafür, daß fester Körper und Flüssigkeit die gleiche, aus der Meßkondensatorstellung zu entnehmende Dielektrizitätskonstante haben. Geeignete Flüssigkeiten stellt man sich durch Mischung von Benzol mit Aceton oder von Aceton mit Wasser her. In gleicher Weise hilft man sich bei der Bestimmung der Dielektrizitätskonstante von kleinen Kristallen mit der von Drude angegebenen Anordnung.

D. Messung im elektrischen Schwingungskreis

1. Allgemeines über die Bestimmung der Wellenlänge. Berechnung der Wellenlänge. Besteht ein elektrischer Schwingungskreis im wesentlichen aus einer Selbstinduktionsspule und einem Kondensator, so daß Selbstinduktion L und Kapazität C in diesen beiden Teilen zur Hauptsache getrennt sind, so gilt mit sehr großer Annäherung die Thomsonsche Formel der Schwingungsfrequenz $\nu = 1 : 2\pi\sqrt{LC}$ oder der Wellenlänge $\lambda = c_0 T = 2\pi c_0\sqrt{LC}$, vorausgesetzt, daß nicht irgendwelche Energie verzehrende Apparate in der Nähe des Schwingungskreises sich befinden, z. B. ein zweiter Schwingungskreis, mit dem er mehr oder weniger fest gekoppelt ist (sehr lose Kopplung beeinträchtigt die Anwendung der Formel nicht). Ist neben dieser Selbstinduktion L des Kreises in der Spule noch in dem Kondensator und den übrigen Leitungen die kleine Selbstinduktion l , ferner neben der Kapazität C des Kondensators noch in der Spule und den Leitungen die kleine Kapazität c vorhanden, so ist auch dann die Formel anwendbar und die Wellenlänge des Schwingungskreises ist $\lambda = c_0 T = 2\pi c_0\sqrt{(L+l)(C+c)}$. Bei größeren Genauigkeitsansprüchen sollten der besseren Definition, insbesondere der Kapazität wegen Kapazität und Selbstinduktion in Schutzhüllen, die an Erde gelegt sind, eingeschlossen sein. Dann und wenn überdies die Spule aus Drahtlitze besteht, einlagig ist und von großem Durchmesser, führt die Rechnung zu experimentell gut bestätigten Werten der Wellenlänge und bildet die Grundlage der absoluten Wellenlängenmessung und der Eichung von Wellenmeßapparaten.

Experimentelle Bestimmung mit dem Wellenmesser. Koppelt man den Schwingungskreis, dessen Frequenz bestimmt werden soll, lose mit einem System, dessen Frequenz berechnet werden kann und veränderbar ist, so kann man auf die Frequenz in dem ersten Kreis durch Einstellung der beiden Systeme auf Resonanz schließen. Als System mit bekannter und einstellbarer Frequenz kann man irgendeinen aus Selbstinduktionsspule und variablem Kondensator bestehenden Schwingungskreis [z. B. (2) in Abb. 107] benutzen, auf den die Formel von Thomson angewendet werden darf. Zur Erkennung der Resonanz dieses Schwingungskreises mit dem zu prüfenden (zur Abstimmung) koppelt man mit dem Thomsonschen Kreis (2) einen dritten (3) „aperiodischen“ mit Kontaktdetektor und Telephon (oder Galvanometer) (vgl. Abb. 107), das bei Resonanz der beiden anderen Kreise einen maximalen Strom anzeigt. Als Detektor verwendet man gern eine Metallspitze, die auf Pyrit, Bleiglanz, Graphit, Silicium od. dgl. ruht; ein solches System, in einen hochfrequenten Wechselstrom eingeschaltet, zeigt eine Gleichrichterwirkung, so daß ankommende Wellenzüge in einem Kreis mit Detektor einen mit dem Galvanometer meßbaren oder mit dem Telephon nachweisbaren Stromstoß auslösen.

Dieses Prinzip der Wellenmessung finden wir bei den gebräuchlichen, käuflichen Wellenmessern wieder, die in der Regel aus einer Selbstinduktionsspule und einem Drehkondensator bestehen, dessen Einstellung mit Hilfe von Tabellen oder graphischer Darstellung oder auch durch direkte Ablesung die Wellenlänge ergibt. Auch hier benutzt man zum Nachweis der Resonanz des Wellenmesserkreises und des auf ihn durch lose Kopplung wirkenden Schwingungskreises einen angekoppelten Detektorkreis. Die Kopplung des Wellenmesserkreises mit dem zu untersuchenden Schwingungskreis geschieht einfach in der Weise, daß man die Selbstinduktionsspule in die Nähe des zu bestimmenden Kreises bringt. Zur Erweiterung des Meßbereiches ist den Wellenmessern in der Regel eine Anzahl Spulen verschiedener Selbstinduktion beigegeben, die bequem ausgewechselt werden können.

2. Bestimmung mit Lechers Drahtsystem. Lecher verwendet als angekoppeltes System [(2) in Abb. 107] zwei parallel ausgespannte Drähte von etwa 1 mm Durchmesser und 20 mm Abstand, die entweder an beiden Enden durch einen Drahtbügel über-

brückt sind, oder wenigstens an einem Ende. Im ersten Falle reagiert das Drahtsystem auf eine Schwingung mit der Wellenlänge gleich dem doppelten Abstand der beiden Bügel voneinander, im anderen Falle muß die Wellenlänge gleich dem vierfachen Abstand von Bügel bis Drahtende sein, wenn das System zu kräftigen Schwingungen angestoßen werden soll. Das Auftreten der Schwingung in dem Drahtsystem erkennt man an dem Aufleuchten einer Geislerschen Röhre, die meist entweder mit Helium oder mit Neon unter geringem Druck gefüllt und über die parallelen Drähte gelegt ist. Praktische Schwierigkeiten treten bei dieser Wellenlängenbestimmung eines Schwingungskreises höchstens dadurch auf, daß bei der notwendigen losen Kopplung nur wenig Energie auf das Drahtsystem übertragen wird, dasselbe also „schwer anspricht“.

3. Bestimmung mit dem Schwebungsempfang. Läßt sich der Schwingungskreis mit der unbekanntem Frequenz in ungedämpfte Schwingungen versetzen, so kann man die Frequenz durch den „Schwebungsempfang“ sehr genau bestimmen. Man erregt einen zweiten Schwingungskreis bekannter, aber veränderlicher Frequenz (z. B. durch einen kleinen Röhrensender) zu ungedämpften Schwingungen und läßt beide Kreise auf einen Detektorkreis mit Telephon (eventuell mit Lautverstärker) wirken. Ist die Schwingungszahl des Kreises bekannter Frequenz ν_0 und die des anderen $\nu_0 + \nu$, so erfährt das Telephon ν -mal in der Sekunde einen Stromstoß und gibt, wenn ν in geeignetem Bereich liegt, was man durch geeignete Wahl von ν_0 erzielen kann, einen gut wahrnehmbaren, reinen Ton. Seine Frequenz ist durch Vergleich mit einer Stimmgabel sehr genau bestimmbar, aus der man mit der Zahl ν_0 die unbekanntem Frequenz findet.

4. Eichung eines Wellenmessers. Die Eichung des Wellenmessers geschieht am besten durch Verwendung eines Thomson'schen Schwingungskreises, der mit dem Wellenmesser lose gekoppelt werden kann, und dessen Frequenz durch Rechnung bestimmt wird. Hat man einen Normalwellenmesser zur Verfügung, so kann man den zu eichenden mit dem normalen leicht vergleichen, wenn man beide mit einem Schwingungskreis lose koppelt, der durch einen Summer oder eine Elektronenröhre angeregt wird. Dabei sollen die beiden zu vergleichenden Wellenmesser so aufgestellt sein, daß sie sich gegenseitig nicht beeinflussen.

5. Aufnahme einer Resonanzkurve. Ist ein Kreis II mit veränderlicher Selbstinduktion oder veränderlicher Kapazität mit einem Kreis I von konstanter Frequenz lose gekoppelt, so zeigt die Schwingung in II ein Maximum, wenn die Frequenz mit der des Kreises I übereinstimmt. Ändern wir, von diesem Resonanzzustand ausgehend, die Selbstinduktion oder die Kapazität (letzteres ist meist bequemer) und damit also auch die Frequenz, so nimmt die Intensität der Schwingung II ab. Messen wir die Intensität durch das Quadrat der Stromstärke in einem angeschlossenen Detektorkreis und tragen (Abb. 109) zu den verschiedenen Frequenzwerten des Kreises II (als Abszisse) die Werte J^2/J_m^2 (als Ordinate), d. h. das Verhältnis der Intensität der Schwingung bei der Verstimmung zu der bei Resonanz auf, so erhalten wir die sogenannte Resonanzkurve des Kreises. Sie ist von Bedeutung hauptsächlich deshalb, weil man aus ihr die Dämpfung im Kreise berechnen kann. Die Erregung des Kreises I, mit dem II gekoppelt ist, kann durch gedämpften oder ungedämpften Sender erfolgen.

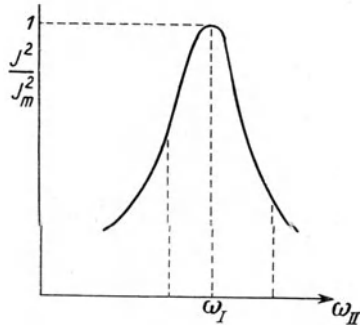


Abb. 109.

Schema einer Resonanzkurve

6. Dämpfung in einem Schwingungskreis. Wenn die Dämpfung einer Schwingung im Schwingungskreis nur von den darin eingeschalteten elektrischen Größen, dem Widerstand R im Kreise, der Selbstinduktion L , der Kapazität C abhängig ist, dann gilt für den zeitlichen Verlauf der Schwingung die Formel

$$J = A e^{-\kappa T} \sin at,$$

worin das logarithmische Dekrement $\kappa T = A$, das in diesem Zusammenhang meist schlechthin „Dämpfung“ genannt und mit δ oder ϑ bezeichnet wird, gleich ist:

$$\vartheta = \kappa T = \frac{R}{2L} T = \frac{\pi R \sqrt{C}}{\sqrt{L}}.$$

Die Dämpfung ϑ läßt sich dann aus diesen Größen berechnen. Da aber im allgemeinen der Ohmsche Widerstand des Schwingungs-

kreises nicht die alleinige Ursache der Abnahme der Schwingungsamplitude ist, sondern durch Ausstrahlung auf die Umgebung, Induktionswirkungen auf benachbarte Metallmassen, durch Sprühverluste und Leitungsverluste im Kondensator ein Energieverbrauch stattfindet, so trifft der berechnete Wert der Dämpfung nicht genau zu, und es ist zweckmäßig, die Dämpfung ϑ experimentell zu bestimmen. Hierfür nimmt man die Resonanzkurve eines zweiten lose angekoppelten Schwingungskreises II auf, aus der man zunächst allerdings nicht gleich die Dämpfung ϑ_1 des ersten Kreises allein oder auch die ϑ_2 des zweiten allein berechnen kann, sondern nur die Summe $\vartheta_1 + \vartheta_2$. Sind

$$\nu_1 = 1 : 2\pi \sqrt{C_1 L_1} \quad \text{und} \quad \nu_2 = 1 : 2\pi \sqrt{C_2 L_2}$$

die Periodenzahlen der Schwingungen des Erregerkreises I und des sekundären (oder Meß-) Kreises II, und ist J_{2r} der Wert der mit ν_2 sich ändernden Stromstärke J_2 im zweiten Kreis im Falle der Resonanz ($\nu_2 = \nu_1$), so ergibt die Theorie

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 2\pi \left(1 - \frac{\nu_2}{\nu_1}\right) \sqrt{\frac{J_2^2}{J_{2r}^2 - J_2^2}},$$

oder wegen $\lambda = c_0/\nu$

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 2\pi \left(1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right) \sqrt{\frac{J_2^2}{J_{2r}^2 - J_2^2}},$$

oder schließlich, wenn man ν_2 durch Ändern der Kapazität C_2 des Kondensators allein bei festgehaltenem L_2 ändert,

$$\vartheta_1 + \vartheta_2 = 2\pi \left(1 - \sqrt{\frac{C_{2r}}{C_2}}\right) \sqrt{\frac{J_2^2}{J_{2r}^2 - J_2^2}}.$$

Zur Bestimmung von $\vartheta_1 + \vartheta_2$ ist also nicht die vollständige Resonanzkurve notwendig. Es genügt die Beobachtung einer einmaligen Verstimmung des Meßkreises (C_2, J_2) gegen den Erregerkreis und die Beobachtung der Resonanz (C_{2r}, J_{2r}). Die Kenntnis der Resonanzkurve hat aber den Vorteil, daß man mehrere Wertepaare miteinander kombinieren kann und dadurch eine größere Genauigkeit des Resultats erzielt. Um nun die Dämpfung eines jeden Kreises allein zu erhalten, muß man außer dieser Messung noch eine zweite Resonanzkurve aufnehmen, nämlich mit dem Kreis II, nachdem er durch Einschalten eines induktions- und kapazitätsfreien Widerstandes R_0 eine Vergrößerung der Dämpfung ϑ_2

um $\Delta \vartheta_2$ erfahren hat. Das dem obigen gleiche Verfahren liefert dann $\vartheta_1 + \vartheta_2 + \Delta \vartheta_2$, zusammen also mit dem ersten Resultat die Größe $\Delta \vartheta_2$ selbst, mit der man durch die Formel

$$\vartheta_2 = \frac{\Delta \vartheta_2}{\left(\frac{J_{2r}}{J'_{2r}}\right)^2 \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2 + \Delta \vartheta_2} - 1}$$

ϑ_2 und damit ϑ_1 berechnen kann; J'_{2r} ist der Wert der Stromstärke im veränderten Stromkreis II bei Resonanz mit Kreis I. In Annäherung gilt, wenn ϑ_1 sehr viel größer als ϑ_2 und $\vartheta_2 + \Delta \vartheta_2$ ist:

$$\vartheta_2 = \frac{\Delta \vartheta_2}{\left(\frac{J_{2r}}{J'_{2r}}\right)^2 - 1}$$

Etwas einfacher ist es, die Dämpfung in einem Kreise mit Widerstand R , Selbstinduktion L , Kapazität C zu bestimmen, wenn dieser Kreis durch eine sinusförmig verlaufende Wechselspannung einer Maschine mit gleichbleibenden Scheitelwerten in Schwingung erhalten wird. In diesem Fall erhält man die Dämpfung ϑ des Kreises unmittelbar aus zwei Werten der Resonanzkurve dieses Kreises, wobei unter Resonanzkurve hier die Kurve gemeint ist, die die Abhängigkeit der Stromstärke J des Kreises von der Eigenschwingungszahl $\nu_2 = 1 : 2\pi\sqrt{LC}$ darstellt, wenn diese etwa durch Änderung von C geändert wird bei festgehaltenem Wert ν_1 der Frequenz der Wechselspannung. Es ist

$$\vartheta = \pi \left(\frac{\nu_1^2}{\nu_2^2} - 1 \right) \sqrt{\frac{J^2}{J_r^2 - J^2}}$$

J_r ist der Wert von J im Resonanzfall ($\nu_2 = \nu_1$).

7. Messung des Kopplungskoeffizienten. Bei der induktiven

Kopplung bezeichnet man $K = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_1 \cdot L_2}}$ als den „Kopplungs-

koeffizienten“, wenn L_{12} der Koeffizient der gegenseitigen Induktion der zwei die Kopplung bewirkenden Spulen der beiden Schwingungskreise, L_1 und L_2 die Selbstinduktionskoeffizienten dieser Spulen bedeuten. Die Bestimmung von K kann daher einfach durch Rechnung nach Messung von L_{12} , L_1 und L_2 geschehen. Aber man macht häufig auch Gebrauch von dem Einfluß der Kopplung

der zwei Kreise auf die Schwingungsvorgänge in den Kreisen. Erstens gibt sie Veranlassung zu den sogenannten Kopplungswellen mit den Wellenlängen λ_1 und λ_2 , die man in jedem der beiden Kreise bei Kopplung beobachten kann, während sie nicht gekoppelt gleiche Frequenz zeigen. Zweitens vergrößert die Kopplung durch Rückwirkung den Widerstand jedes Kreises. Insbesondere die erstgenannte Erscheinung wird zur Bestimmung von K ausgenutzt.

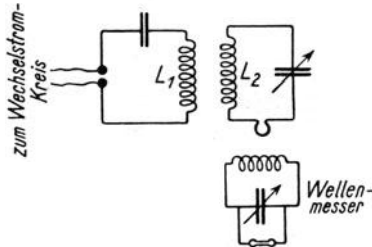


Abb. 110.

Zur Messung des Kopplungskoeffizienten Werte

Man mißt die Kopplungswellen mit Hilfe eines Wellenmessers, nachdem man vor der Kopplung die Frequenz der Kreise zur vollständigen Übereinstimmung gebracht und sie auch selbst mit einem Wellenmesser ermittelt hat. Sind die Dämpfungen der Kreise ϑ_1 und ϑ_2 , so haben die Kopplungswellen die

$$\lambda_1 = \lambda_0 \sqrt{1 - \sqrt{K^2 - \left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2\pi}\right)^2}}$$

und

$$\lambda_2 = \lambda_0 \sqrt{1 + \sqrt{K^2 - \left(\frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{2\pi}\right)^2}}$$

oder angenähert

$$\lambda_1 = \lambda_0 \sqrt{1 - K} \quad \text{und} \quad \lambda_2 = \lambda_0 \sqrt{1 + K}.$$

Die Schaltung wird in der Weise, wie es die Abb. 110 ohne weitere Ausführung verständlich zeigt, vorgenommen.

Sachregister

- Akkumulator** 20, 21.
„Ampere“ 1, 12; Messung des „absoluten“ Ampere 44 ff.; Messung des „internationalen“ Ampere 40 ff.
Ampères Schwimmerregel 23.
„Amperewindungszahl pro cm“ 24.
Aperiodische Bewegung 54.
Äquivalentladung 13.
Äquivalentleitvermögen 17.
Astatisches Nadelpaar 56.
Ayrtons Nebenschluß 64.
- Biot-Savarts Gesetz** 23.
Blindwiderstand 35 ff.
Brauns Elektrometer 77.
- „**Coulomb**“ 1, 6, 12.
Coulombs Gesetz der Elektrizität 7.
Coulombs Gesetz des Magnetismus 29.
- Dämpfung des Galvanometers** 53 ff., 63.
Dämpfung im Schwingungskreis 145.
Dämpfungserscheinungen 33.
Dämpfungsgrad 54, 58, 122.
Dämpfungsverhältnis 33, 57, 123.
Daniell-Element 21.
Deklination 31.
Dekrement, log. 33.
Dielektrizitätskonstante 7, 9, 10, 11, 139 ff.; Messung der Dielektrizitätskonstante nach Nernst 139; nach Drude 140; mit ungedämpften Wellen 141.
- Differentialgalvanometer** 93.
„Dimensionsgleichung“ 2, 30.
Dreheiseninstrumente 66.
Drehspulgalvanometer 49.
Drehspulinstrumente für verschiedenen Meßbereich 64.
Drudes Methode der Messung von Dielektrizitätskonstanten 140.
Durchgriff eines Verstärkerrohres 72.
Dynamometrischer Mittelwert 38.
- Effektivwerte von Strom und Spannung** 38.
Eichung von Meßinstrumenten 66.
Einheiten, elektrische, absolute 4, 6, 9, 12, 13, 44; gesetzliche 1; internationale 2, 40.
Einheiten, magnetische 25, 27.
Elektrizitätsmenge 2 ff., 6.
Elektrodynamometer 124.
Elektrolyse 16, 40 ff.
Elektrometer 76 ff.
Elementarladung 7.
Elster-Geitels Elektrometer 77.
Empfindlichkeit von Gleichstromgalvanometern; ballistische Empfindlichkeit 57; experimentelle Bestimmung der Empfindlichkeit 63; Nadelgalvanometerempfindlichkeit 55; Normalempfindlichkeit 57; Spannungsempfindlichkeit 82; Stromempfindlichkeit 51 ff.

- Empfindlichkeit von Wechselstromgalvanometern 122 ff.
 Entmagnetisierungsfaktor 29, 114.
 Erdinduktor 118.
 Erdmagnetismus 31, 108, 117 ff.
- „Farad“ 2, 9.
 Faradays Gesetze 12, 40.
 Feldstärke, elektrische 8; magnetische 22, 24; Messung 103 ff.
 Fluß, magnetischer 26 ff., 103 ff.
 Frequenz 34; Messung 130 ff.
- Galvanische Elemente 19 ff.
 Galvanometer, Empfindlichkeit und Dämpfung 51 ff., 122 ff.: Typen 49 ff.
 Galvanometrischer Mittelwert 38.
 „Gauß“ 25.
 Gauß-Methode zur Messung von \mathcal{H}_0 108.
 Gegeninduktivität 138.
 Geigers Zählkammer 73.
 Gerdiens Reiseapparat 75.
 Glühkathodenröhre 69.
 Grenzwiderstand für aperiodische Dämpfung 54.
 „Größengleichungen“ 5, 46, 105.
- Hankels Elektrometer 77.
 Helmholtzspule 47.
 „Henry“ 2, 32, 33.
 „Hertz“ 34.
 Heydweillers Elektrometer 80.
 Hitzdrahtinstrumente 62.
 Höhenstrahlung 72.
 Horizontalintensität 31, 108, 117.
 Hysteresis 28, 116.
- Impedanz 35.
 Induktion, magnetische 27; Messung 114 ff.
 Induktionskoeffizient 32; Messung 138 ff.
 Induktionsspule 103.
 Inklination 31, 117.
 Inklinatorium 118.
- Intensität der Magnetisierung 28, 112.
 Ionenbeweglichkeit in Flüssigkeiten 17.
 Ionisation 18.
 Ionisationskammer 68.
- Joules Gesetz 19.
- Kapazität eines Akkumulators 21.
 Kapazität eines Leiters 9, 35; Messung 132 ff.
 Kapazität eines Leitfähigkeitsgefäßes 101.
 Kirchhoffs Regeln 15.
 Koerzitivkraft 29.
 Kohlrausch-Meßbrücke 100.
 Kompensationsapparat für große Spannungen 86; für kleine Spannungen 88.
 Kompensationsmethode 83.
 Kopplungskoeffizient 147.
 Kreisfrequenz 34; Messung 130 ff.
 Kugelfunkenstrecke als Spannungsmesser 90.
- Lechers Drahtsystem zur Wellenmessung 143.
 Leistung des Stromes 13, 38.
 Leistungsmessungen 127 ff.
 Leitung durch Elektronen im Vakuum 19.
 Leitvermögen (vgl. auch Widerstand) fester Körper 13; Messung 91 ff.
 Leitvermögen flüssiger Körper 16; Messung 100 ff.
 Logarithmisches Dekrement 33, 123.
 Lutzs Elektrometer 88.
- Magnete, permanente 29; Messung 108 ff.
 Magnetisierung 28, 112.
 Magnetometer 46, 109; störungsfreies 113.
 Maxwells Gleichungen, 1. Tripel 21; 2. Tripel 26.
 Mittelwerte der Wechselspannung und des Wechselstromes 38.

- Moment**, magnetisches 30; eines Kreisstromes 31; Messung 108 ff.
Multiplikationsverfahren 59.
- Nadelgalvanometer** 55.
Nernsts Methode zur Messung von Dielektrizitätskonstanten 109.
Normalelemente 19.
Normalempfindlichkeit 57.
- „**Ohm**“ 1, 13.
Ohms Gesetz 15, 67 ff.
Optisches Telefon 120.
- Panzergalvanometer** 57.
Periode 33.
Permeabilität 27; relative 28, 29; Messung 114 ff.
Phase 34.
Phasenfaktor, Messung 130.
Phasenwinkel 35 ff.
Phonisches Rad 130.
Polstärke, magnetische 30, 111.
Potentialdifferenz 8.
- Quadrantelektrometer** 81 ff.
- Radioaktivität, Messung** 73 ff.
Rayleighs Stromwaage 44.
Reduktionsfaktor 40.
Remanenz 29.
Resonanz 39, 137.
Resonanzbreite 124.
Resonanzkurve 145.
Richardsons Gesetz 19.
Röntgenstrahlung zur Spannungsmessung 91.
- Saitengalvanometer** 60.
Scheinwiderstand 35; Messung 132 ff.
Scherung 116.
Schwebungsempfang 144.
Schwingungsdauer 33, 52 ff., 122 ff.
Selbstinduktionskoeffizient 33, 35; Messung 132 ff.
Sinusbussole 49.
- Spannung, elektrische** 8; magnetische 25.
Spannungsmessung, elektrische 76 ff.; absolute 76; relative mit Elektrometern 77 ff.; elektromagnetische 82 ff.; in besonderen Fällen 90 ff.; bei Wechselstrom 119 ff.
Spannungsmessung, magnetische 107.
Steilheit einer Verstärkerröhre 71.
Steinhaus und Rogowskis Spannungsmesser 107.
Strom, elektrischer 12; magnetischer 24 ff.
Stromdichte 15.
Strommessung im Gleichstromkreis 40 ff.; durch Instrumente mit bekanntem Reduktionsfaktor 40 ff.; durch Instrumente, die Eichung erfordern 49 ff.; durch geeichte Zeigerinstrumente 64; besonderer Art 67.
Stromwaage 44.
Suszeptibilität 29.
- Tangentenbussole** 24, 46.
Thermobrücke 126.
Thermokreuz 62.
Thomsons absolutes Elektrometer 76.
Thomsons Wellengleichung 39.
- Valenzladung** 13.
Vektordiagramm für Wechselstrom 33.
Verdets Konstante 106.
Verschiebung, elektrische 11.
Verschiebungsstrom 12.
Verstärkerröhren 69 ff.; Charakteristik 69; Durchgriff 72; Steilheit 72.
Vibrationsgalvanometer 120.
 „**Volt**“ 1, 9.
Voltmeter 40 ff.
Voltmeter, technische 89.
 „**Voltsekunden pro cm²**“ 27.
- Wandler für Strom und Spannung** 127.
 „**Watt**“ 1, 13.

- Wattmeter 127.
Wechselstrom 33 ff.; Messungen 119 ff.
Wechselstromdiagramme 33.
Wechselstromwiderstand 34.
Weicheiseninstrumente 66.
Wellenlängenmessung 142 ff.
Wellenmesser 144.
Wheatstones Brücke 96 ff., 134 ff.
Widerstand, elektrischer, fester
 Körper 13; flüssiger Körper 16;
 in Gasen 17; spezifischer 13, 17,
 101.
Widerstand, magnetischer 27; spezi-
 fischer magnetischer 27.
- Widerstandsmessung an festen Kör-
 pern 91 ff.; an flüssigen Körpern
 100 ff.; von Elementen 98; von
 Galvanometern 97.
Widerstandssätze 99.
Wilsons Elektrometer 79.
Wirkwiderstand 35 ff.
Wismutspirale 105.
Wulfs Elektrometer 80.
- „Zahlenwertgleichungen“ 5.
Zählkammer 72.
Zungenfrequenzmesser 131.
Zurückwerfungsmethode 59.