

ERGEBNISSE DER EXAKTEN NATURWISSENSCHAFTEN

HERAUSGEGEBEN VON DER
SCHRIFTFLEITUNG DER „NATURWISSENSCHAFTEN“

FÜNFTER BAND

MIT 103 ABBILDUNGEN



BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1926

ERGEBNISSE DER EXAKTEN NATURWISSENSCHAFTEN

HERAUSGEGEBEN VON DER
SCHRIFTFLEITUNG DER „NATURWISSENSCHAFTEN“

FÜNFTER BAND

MIT 103 ABBILDUNGEN



BERLIN
VERLAG VON JULIUS SPRINGER
1926

ISBN-13: 978-3-642-93858-0 e-ISBN-13: 978-3-642-94258-7
DOI: 10.1007/978-3-642-94258-7

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.

COPYRIGHT 1926 BY JULIUS SPRINGER IN BERLIN.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Schoenberg , Professor Dr. Erich, Breslau.	
Über die Strahlung der Planeten	1
Seliger , Topograph, Vermessungsdirigent a. D. Paul, Berlin-Lichterfelde.	
Das photographische Meßverfahren — Photogrammetrie —	47
Wegener , Professor Dr. Alfred, Graz.	
Ergebnisse der dynamischen Meteorologie	96
Bjerrum , Professor Dr. Niels, Kopenhagen.	
Die elektrischen Kräfte zwischen den Ionen und ihre Wirkungen	125
Pringsheim , Professor Dr. Peter, Berlin.	
Lichtelektrische Ionisierung von Gasen	146
Kirsch , Dr. G., Wien.	
Atomzertrümmerung	165
Kohlrausch , Professor Dr. K. W. F., Graz.	
Der experimentelle Beweis für den statistischen Charakter des radioaktiven Zerfallsgesetzes	192
Pietsch , Dr. Erich, Berlin.	
Gasabsorption unter dem Einfluß der elektrischen Entladung — clean up — und verwandte Erscheinungen	213
Kallmann , Dr. H. und Mark , Dr. H., Berlin-Dahlem.	
Der Comptonsche Streuprozeß	267
Inhalt der Bände 1—5	
I. Namenverzeichnis	326
II. Sachverzeichnis	327

Über die Strahlung der Planeten.

Von Erich Schoenberg, Breslau.

Mit 3 Abbildungen und 2 Figuren.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	I
I. Kapitel. Die lichte Strahlung der Planeten.	
§ 1. Der Begriff der Albedo nach LAMBERT und BOND.	3
§ 2. Die Lichtverteilung auf den Planetenscheiben	6
§ 3. Die Phasenkurven der Planeten	11
§ 4. Der Einfluß der Atmosphären auf die Lichtverteilung . .	12
§ 5. Strenge Theorien der Diffusion und Absorption in den Atmosphären der Planeten	16
II. Kapitel. Die Wärmestrahlung der Planeten.	
§ 1. Die Planeten ohne Atmosphäre	19
§ 2. Die Wärmestrahlung eines von einer Atmosphäre umgebenen Planeten	22
§ 3. Die Glashauswirkung der Atmosphäre	26
§ 4. Anwendung der Theorie auf die Temperaturbestimmung der Marsoberfläche	27
§ 5. Über die Oberflächentemperatur des Planeten Venus . . .	29
§ 6. Neueste Strahlungsmessungen der Planeten.	31
III. Kapitel. Die Wirkung der Eigenstrahlung der Planeten auf feinste Partikel in ihrer Umgebung	39
Literatur	46

Einleitung.

Die Entwicklung eines Planeten geht von einer Gaskugel zum Stadium, in welchem sich eine flüssige bzw. feste Oberfläche bildet, über der sich eine dichte Gasatmosphäre ausbreitet. Für diesen Zustand bieten die Planeten Jupiter und Saturn ein anschauliches Beispiel. Bei fortgesetzter Abkühlung und Verstärkung der starren Planetenoberfläche verliert die Atmosphäre an Mächtigkeit und kann wie bei der Erde und Mars nahezu durchsichtig werden. Das letzte, Todesstadium, eines Planeten ist dann der atmosphärenfreie Zustand, in dem sich die feste Oberfläche, von ihrer Hülle entblößt, unbehindert dem Fernrohre darbietet.

Das Problem der Strahlung eines Planeten vereinfacht sich wesentlich mit seinem Alter. Im atmosphärenfreien festen Zustande haben

wir es ausschließlich mit reflektierter Sonnenstrahlung zu tun, denn die Eigenstrahlung des Planeten dringt nicht mehr in merkbarem Grade durch seine mächtige feste Kruste.

Bei Planeten mit lichten, halb durchsichtigen Atmosphären, wie die Erde und Mars, darf die Eigenstrahlung des Planeten ebenfalls vernachlässigt werden, weil, wie uns das Studium irdischer Vorgänge lehrt, die Temperaturverhältnisse auf der Erde so gut wie ausschließlich durch die Sonnenstrahlung bedingt sind. Bekanntlich haben wir auf der Erdoberfläche schon in 10 Metern Tiefe konstante Temperatur. Die großen jährlichen und täglichen Temperaturschwankungen auf der Erdoberfläche selbst dringen somit dank der geringen Wärmeleitfähigkeit der Gesteine nicht mehr in größere Tiefen und der für die Lebensmöglichkeit auf der Erdoberfläche so wichtige Wärmezustand wird durch die Sonnenstrahlung allein in ihrem Austausch zwischen der Erdoberfläche und den inneren Atmosphärenschichten bedingt. Dieser Austausch von Licht und Wärme ist es, der das Strahlungsproblem wesentlich erschwert.

Endlich wird bei den Planeten im ersten Entwicklungsstadium, in welchem die aus dem Innern desselben dringende Strahlung noch bedeutend ist, das Strahlungsproblem ihrer Oberflächen theoretisch noch wesentlich komplizierter, weil wir es bei ihnen mit den beiden Komponenten, Eigenstrahlung und Sonnenstrahlung, zu tun haben, die sich bei der geringen Kenntnis der Eigenschaften der dichten Atmosphären in ganz unübersichtlicher Weise vermengen. Zum Glück ist aber die Sonnenstrahlung bei den beiden wichtigsten Vertretern dieses Planetentypus, Jupiter und Saturn, nur von untergeordneter Bedeutung, wichtig als reflektierte lichte Strahlung für die Erkenntnis der Oberflächenbeschaffenheit, aber unbedeutend in der Bilanz der Gesamtstrahlung, die wesentlich inneren Ursprungs ist.

Die Entwicklungsreihe vom Jupiterstadium bis zu demjenigen des Mondes, des Merkur und der meisten Trabanten ist ein Bild für die Urgeschichte der Erdoberfläche und für die Frage nach der Möglichkeit organischen Lebens auf einem Planeten von wesentlicher Bedeutung. Die Mittel, welche die Astronomie zur näheren Erforschung dieses Entwicklungsganges besitzt, sind nur gering, und das Studium dieser Fragen erst in neuester Zeit aus dem Gebiete allgemeiner Spekulation in das Gebiet exakter Forschung gerückt; doch darf man schon in naher Zukunft wesentlichen Fortschritten in diesen Fragen entgegensehen, seitdem mit dem Studium der Licht- und Wärmeverteilung auf den sichtbaren Oberflächen der Planeten ein Anfang gemacht worden ist.

Wir behandeln zuerst die Rückstrahlung von einer atmosphärenfreien Planetenoberfläche. Hier darf, nach dem oben Gesagten, bei den Planeten unseres Systems die Eigenstrahlung vernachlässigt werden, weil sie durch die feste Kruste des Planeten nicht mehr oder doch

nur in einem im Vergleich zur reflektierten Sonnenstrahlung unmerklichen Grade bis zu uns gelangt.

Der Vorgang der Reflexion der einfallenden Sonnenstrahlung ist mit der Absorption eines Teiles derselben verbunden, welche die Erwärmung der Oberfläche bewirkt. Die aus dieser Quelle herrührende Wärmestrahlung des Planeten ist von der reflektierten lichten Strahlung durch ein großes Wellenlängengebiet getrennt, da ja die letztere sich nur bis $0,75 \mu$ erstreckt, während die Wärmestrahlung der Planeten ihr Maximum im Gebiete von etwa 10μ hat. Die einfallende Sonnenstrahlung, deren maximale Intensität bei $0,5 \mu$ liegt, erstreckt sich freilich auch bis in das Gebiet großer Wellenlängen und wenn, wie beim Monde, die Oberfläche des Planeten selektive Reflexionsbanden in diesen Wärmegebieten besitzt, so wird die Wärmestrahlung zum geringen Teile reflektierte Strahlung sein. Doch dürfte der Gesamtbetrag der Wärmestrahlung eines Planeten auch in diesen besonderen Fällen durch die selektive Reflexion der Wärmestrahlung einzelner Gebiete nicht wesentlich beeinflusst sein, und diese für die Temperatur der Oberfläche bestimmende Größe, wird deshalb des weiteren als durch die Absorption allein bedingt betrachtet werden.

Die *einfallende Strahlungsmenge* ist uns durch die Arbeiten des Sonnenoberservatoriums in Mt. Wilson gut bekannt. Für die Erdoberfläche, also die Einheit der Entfernung von der Sonne beträgt die *Solarkonstante* $J_0 = 1.932$ cal pro cm^2 in der Minute. Für einen beliebigen Planeten im Abstände R ist somit die pro cm^2 und Minute einfallende Strahlungsmenge

$$J = \frac{J_0}{R^2}. \quad (1)$$

Die Beleuchtung durch die Sonne im Zenit, in Lichteinheiten gemessen, beträgt für die Grenze der Erdatmosphäre nach RUSSEL (1)

$$134500 \text{ internat. Meterkerzen} = 149444 \text{ Heffnerkerzen.}$$

I. Die lichte Strahlung der Planeten.

§ 1. Der Begriff der Albedo nach Lambert und Bond.

Der Verlust an lichter Strahlung bei der Reflexion und somit derjenige Anteil derselben, der in Wärmestrahlung umgewandelt wird, ist durch den Begriff der Albedo gegeben, welche für einen vollkommen reflektierenden Körper gleich 1 ist und für einen vollkommen absorbierenden gleich 0. Die Bestimmung der Albedo der Planeten ist daher eine grundlegende Aufgabe unseres Problems.

Nach LAMBERT ist die Albedo einer eben begrenzten Substanz das Verhältnis der in allen Richtungen reflektierten zur einfallenden Lichtmenge. Bei Annahme des LAMBERTSchen Gesetzes für diffuse Reflexion

ist die beim Einfallswinkel i von einem Flächenelement ds unter dem Winkel ε reflektierte Lichtmenge

$$dq = CL \cos i \cos \varepsilon ds, \quad (2)$$

wo L die senkrecht auf die Flächeneinheit einfallende Lichtmenge und C eine Konstante bedeutet. Die gesamte zerstreute Lichtmenge ist

$$q = 2\pi CL \cos i \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varepsilon \sin \varepsilon d\varepsilon \cdot ds \text{ und die Albedo } A$$

$$A = \frac{q}{L \cos i ds} = \pi C. \quad (3)$$

Statt der Albedo wird auch das *Reflexionsvermögen* in der Bestrahlungsrichtung benutzt. Es ist das die in der Bestrahlungsrichtung reflektierte Lichtmenge dividiert durch die einfallende, wobei bei eben begrenzten Körpern als Bestrahlungsrichtung die Richtung der Normalen zur Oberfläche gewählt wird. Der letztere Begriff ist von Bedeutung für die Identifizierung planetarischer Gebilde, die voll beleuchtet sind, für welche also die Sonne im Zenit steht und die aus derselben Richtung betrachtet werden, das heißt bei Helligkeitsbestimmungen der zentralen Teile eines Planeten in Opposition. In diesem Falle spielt die Unebenheit der Oberfläche keine wesentliche Rolle, und die auf diesem Wege bestimmten Reflexionskoeffizienten sind mit Laboratoriumsmessungen des Reflexionsvermögens irdischer Substanzen, die man dazu in ihren natürlichen unregelmäßig begrenzten Formen benutzt, durchaus vergleichbar und können, wenn auch nicht zur Identifizierung der reflektierenden Substanzen dienen, so doch die aus anderen Gründen folgenden Hypothesen über die Beschaffenheit der Planetenoberflächen wesentlich stützen oder widerlegen. Als Beispiel seien hier einige Resultate der in Potsdam von WILSING und SCHEINER für verschiedene Wellenlängen ausgeführten Bestimmungen des Reflexionsvermögens von verschiedenen Gesteinsarten angeführt.

Tabelle 1. Reflexionsvermögen von Gesteinen.

	Reflexions- vermögen	0,448 μ	0,480 μ	0,513 μ	0,584 μ	0,638 μ	Farbe
Kreide . . .	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	weiß
Steinsalz .	0.442	0.345	0.411	0.433	0.490	0.561	weiß bräunlich
Sandstein .	0.381	0.505	0.343	0.409	0.432	0.457	hell gelblich
Granit . . .	0.362	0.375	0.367	0.347	0.389	0.389	rötlich grau
Ton	0.237	0.193	0.213	0.272	0.256	0.263	gelblich grau
Vesuvasche	0.192	0.158	0.175	0.198	0.213	0.226	hellbläulich grau
Kalkstein .	0.119	0.099	0.100	0.129	0.136	0.140	grau bräunlich
Trachytlava	0.098	0.082	0.091	0.105	0.100	0.115	reines grau
Obsidian .	0.089	0.090	0.094	0.095	0.082	0.087	blauschwarz
Heklalava .	0.084	0.069	0.075	0.095	0.087	0.095	schwarzgrau
Vesuvlava .	0,050	0,040	0,043	0,051	0,058	0,061	sehr dunkelgrau.

Die Albedo der Mondoberfläche ist 0.073; dieser Wert scheint die Hypothese seiner vulkanischen Oberflächenstruktur zu stützen.

Die unregelmäßige Form der reflektierenden Körper ergibt bei schrägem Lichteinfall so wesentliche Veränderungen der reflektierten Lichtmengen gegenüber denen, die aus dem LAMBERTSchen Gesetze folgen, daß die Formel (3) für die Bestimmung der gesamten von einer Planetenkugel nach allen Richtungen reflektierten Lichtmengen nicht mehr brauchbar ist. Und dasselbe gilt für alle anderen sog. Gesetze der diffusen Reflexion.

Es ist deshalb die Albedo eines Planeten, diese für die Temperaturbestimmung eines Planeten so wichtige Konstante, so zu definieren, daß sie von dem Reflexionsgesetz unabhängig wird. Dieser Bedingung genügt der Begriff der Albedo von BOND, welche gleich ist dem Verhältnis der gesamten von der Planetenkugel reflektierten zur einfallenden Lichtmenge. Bezeichnet α den Phasenwinkel zwischen den Richtungen nach der Sonne und der Erde vom Planeten aus, und $\rho(\alpha)$ das Verhältnis der Helligkeit des Planeten beim Phasenwinkel α zu derjenigen in Opposition ($\rho(\alpha)$ die s. g. Phasenkurve), dann ist die BONDSche Albedo das Produkt zweier Faktoren:

$$A = p \cdot q, \text{ wo } q = 2 \int_0^\pi \rho(\alpha) \sin \alpha \, d\alpha \quad (4)$$

Hier ist p das Verhältnis der Helligkeit des Planeten in Opposition zu derjenigen eines selbstleuchtenden Körpers, der von jeder Einheit seiner Oberfläche so viel Licht ausstrahlt, als der Planet bei senkrechter Bestrahlung von der Sonne erhält. Diese Größe ist also aus der bekannten Helligkeit des Planeten in Opposition leicht zu berechnen, während die Größe q aus der beobachteten Phasenkurve durch Integration bestimmbar ist, ohne daß man über das Reflexionsgesetz irgendeine Hypothese zu machen braucht. Leider liegen die Phasenkurven nur für die inneren Planeten und den Mond für das ganze Gebiet der Phasenwinkel von 0° bis 180° vor, während für Mars die Beobachtungen eine Bestimmung derselben nur bis 46° gestatten, für die kleinen Planeten bis etwa 30° , und für die anderen äußeren Planeten liegt überhaupt keine Möglichkeit vor, auch nur einen angenäherten Begriff über den Verlauf der Phasenkurve zu erhalten.

Für diese Planeten kann deshalb auch der Wert der Albedo niemals streng bestimmt werden. RUSSEL hat die Werte von q für diese Planeten auf Grund ihres Aussehens geschätzt, wobei er den gut bestimmbaren Wert für den Planeten Venus und den Mond zugrunde legte und gemäß den dichteren Atmosphären dieser Planeten noch vergrößerte. Die folgende Tabelle enthält die von RUSSEL bestimmten und geschätzten Werte der BONDSchen Albedo der Planeten.

Tabelle 2. BONDS Albedo der Planeten und Trabanten.

	p	q	visuelle Albedo A	photogr. Albedo
Mond	0,105	0,694	0,073	0,051
Merkur	0,164	0,42	0,069	: . .
	0,077	0,72	0,055	. . .
Venus	0,492	1,20	0,59	0,60
Mars	0,139	1,11	0,154	0,090
Jupiter	0,375	1,5 :	0,56 :	0,73 :
Saturn	0,420	1,5 :	0,63 :	0,47 :
Uranus	0,42	1,5 :	0,63 :	. . .
Neptun	0,49	1,5 :	0,73	. . .
Ceres	0,10	0,55 :	0,06 :	. . .
Pallas	0,13	0,55 :	0,07 :	. . .
Juno	0,22	0,55 :	0,12 :	. . .
Vesta	0,48	0,55 :	0,26 :	. . .
Jupitertrabant I. . . .	0,46	1,5 :	0,69 :	. . .
" II.	0,51	1,5 :	0,76 :	. . .
" III.	0,30	1,5 :	0,45 :	. . .
" IV.	0,11	1,5 :	0,16 :	. . .
Titan	0,33	1,5 :	0,50	. . .
Erde	0,37	1,20	0,45	. . .
	0,65	0,70	0,45	. . .

Die zwei Werte für die Albedo der Erde setzen der erste eine Phasenkurve der Erde gleich derjenigen der Venus, der zweite — gleich derjenigen des Mondes voraus. Die Punkte : bedeuten einen auf Schätzung beruhenden Wert. Die Genauigkeit dieser Werte hängt ganz wesentlich von der Kenntnis der Phasenkurve ab. Diese aber kann nach dem Anblick des Planeten allein nicht geschätzt werden, weil sie nicht nur von der Dichte und dem Absorptionsvermögen seiner Atmosphäre abhängig ist, sondern in hohem Maße auch von den Unebenheiten seiner Oberfläche.

§ 2. Die Lichtverteilung auf den Planetenscheiben.

Das Studium der Lichtverteilung auf eine Planetenscheibe bei verschiedenen Beleuchtungswinkeln kann uns über die Oberflächenbeschaffenheit und damit auch über den Verlauf der Phasenkurve bei denjenigen Planeten, die uns niemals bei größeren Phasenwinkeln sichtbar sind, wichtige Aufschlüsse ergeben. Beim Monde hat dasselbe zu wesentlichen und interessanten Resultaten geführt, und zwar nicht für die Ableitung der Albedo und der Phasenkurve, die ja gut bekannt sind, sondern direkt für die Deutung der physischen Beschaffenheit und der Entstehungsgeschichte unseres Begleiters. Bei den Planeten ist das Studium der Lichtverteilung unvergleichlich schwieriger und die Resultate weit unsicherer, trotzdem darf man bei systematischem Studium der Helligkeiten auch für die Planeten neue Erkenntnisse erwarten. Für das Verständnis der Methode ist ein Einblick in die Beleuchtungstheorien notwendig.

Wir legen unseren Betrachtungen überall das einfache LAMBERTSche Reflexionsgesetz zugrunde, weil dieses der Beobachtung eben begrenzter irdischer Substanzen doch noch am besten genügt:

$$dq = cL \cos i \cos \epsilon ds = I \cos i \cos \epsilon ds$$

und fragen nach der Lichtverteilung auf einer nach diesem Gesetze reflektierenden Kugel bei verschiedenen Beleuchtungswinkeln. In der Fig. 1 bezeichnet der große Kreis ES den Intensitätsäquator oder den großen Kreis, in dem die Richtungen nach der Erde und der Sonne liegen. Sein Zentrum ist im Planetenzentrum gedacht. Der Bogen ES ist also der Phasenwinkel α . Von diesem Kreise als Äquator aus zählen wir die Breiten ψ ; die Längen ω rechnen wir vom Punkte E aus, welcher der Projektion der Erde entspricht und immer in der Mitte der von der Erde sichtbaren Äquatorhälfte liegt. Wir haben dann, wie aus der Figur ersichtlich, folgende Beziehungen zwischen den Einfallswinkeln und Reflexionswinkeln des Lichts in verschiedenen Punkten der Oberfläche und den oben definierten Koordinaten derselben:

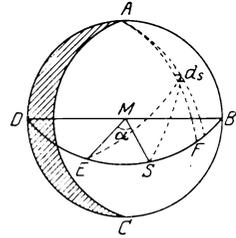


Fig. 1.

$$\begin{aligned} \cos \epsilon &= \cos \psi \cos \omega \\ \cos i &= \cos \psi \cos (\omega - \alpha) \end{aligned} \quad (5)$$

Für die von ds nach der Erde reflektierte Lichtmenge ergibt sich dann, da das ds den Ausdruck hat

$$ds = \rho^2 \cos \psi d\omega d\psi$$

folgende Form:

$$dq = I \rho^2 \cos^3 \psi \cos (\omega - \alpha) \cos \omega d\psi d\omega.$$

Die gesamte nach der Erde reflektierte Lichtmenge ergibt sich durch Integration dieses Ausdrucks über die sichtbare beleuchtete Oberfläche folgendermaßen:

$$q = I \rho^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^3 \psi d\psi \int_{\alpha - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos (\omega - \alpha) \cos \omega d\omega.$$

Die Ausführung der Integration ergibt

$$q = \frac{2}{3} I \rho^2 \{ \sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha \}.$$

Bei voller Beleuchtung, wenn Sonne, Planet und Erde in einer Linie stehen, folgt hieraus $q^0 = \frac{2}{3} I \rho^2 \pi$; man kann daher auch schreiben

$$q = q^0 \frac{\sin \alpha + \frac{(\pi - \alpha) \cos \alpha}{\pi}}{\pi} = q^0 \varphi(\alpha), \quad (6)$$

wo $\varphi(\alpha)$ denselben Wert hat wie in (4) und Phasenkurve genannt wird. Wir sehen, daß eine vollbeleuchtete Kugel in der Beleuchtungs-

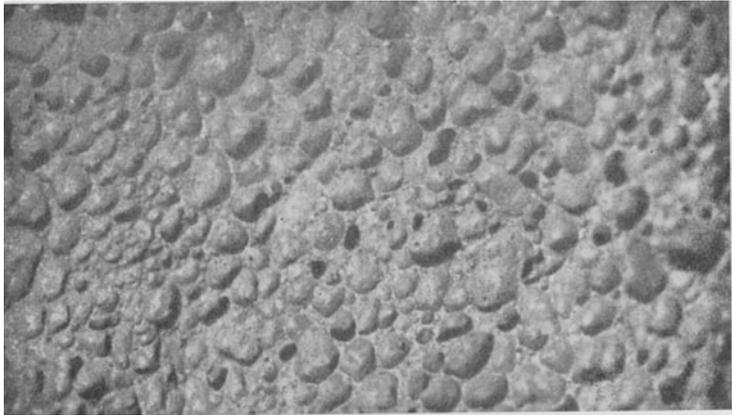
richtung $\frac{2}{3}$ derjenigen Lichtmenge, die eine Scheibe von demselben Durchmesser bei senkrechter Beleuchtung und Rückstrahlung reflektiert. Die wirklichen beobachteten Phasenkurven der Planeten stimmen nun mit der oben definierten durchaus nicht überein. Ebenso wenig ist die tatsächlich beobachtete Lichtverteilung auf den Planetenscheiben derjenigen gleich, die aus dem LAMBERTSchen Gesetze folgt. Die Helligkeit eines Flächenelements erhalten wir, wenn wir die reflektierte Lichtmenge dq durch die scheinbare Größe des Elements dividieren

$$h = \frac{dq}{ds \cos \varepsilon} = \Gamma \cos i = \Gamma \cos \psi \cos (\omega - \alpha); \quad (7)$$

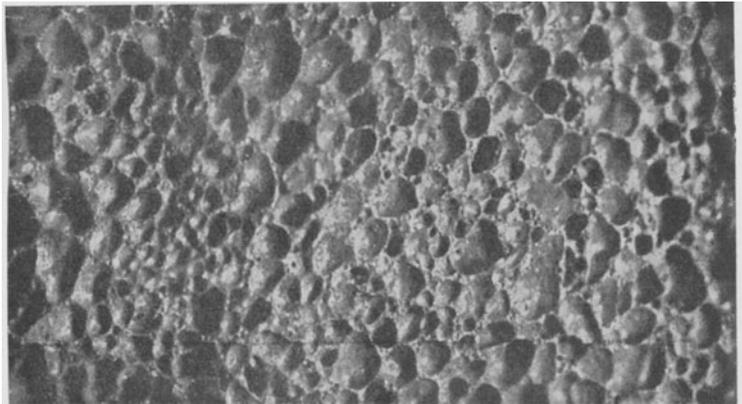
sie muß also bei voller Beleuchtung ($\alpha = 0$) am Rande der Scheibe verschwinden und im Zentrum ihr Maximum haben. Der hellste Punkt der Scheibe liegt hiernach immer im Intensitätsäquator im Gegenpunkte der Sonne und nimmt von hier aus nach dem Rande und dem Terminator ab. Bei $\alpha = 90^\circ$ ist der hellste Punkt in der Mitte des beleuchteten Randes.

Die Beobachtung der typischen Mondoberfläche mit Ausschluß heller Krater, der Rillen, zeigt nun tatsächlich eine wesentlich andere Lichtverteilung. Auch die veränderliche Helligkeit des Mondrandes folgt mit wachsendem Phasenwinkel einem anderen Gesetz als dasjenige ist, welches aus der Formel (7) folgt. Verfasser (2) hat, um diese Abweichungen zu deuten, eine Reihe von Hypothesen über die besonderen Formen der Unebenheiten der Mondoberfläche gemacht, wobei er natürlich eine gleichmäßige Verteilung derselben auf der typischen Mondoberfläche annehmen mußte. Es ergab sich, daß die beobachtete und der LAMBERTSchen Formel widersprechende *gleichmäßige Helligkeit* der Vollmondscheibe nicht durch Erhebungen irgendwelcher Art erklärt werden könne, daß diese auch nicht ausreichten, die gleichmäßig abnehmende Helligkeit des Mondrandes bei wachsenden Phasenwinkeln zu erklären, gleichgültig, wie dicht man die Erhebungen auch verteilt. Dagegen gab die Annahme gleichmäßig verteilter halbkugelförmiger Poren, die dicht aneinander anschließen, eine gute Annäherung für die Lichtverteilung auf dem Intensitätsäquator und am Rande bei allen Phasenwinkeln, wenn man die Zwischenräume zwischen den Poren nicht als eben, sondern irgendwie nach oben gewölbt oder zugespitzt annahm. Ein solches Bild entspricht in so vollkommener Weise der Beschaffenheit poröser Lava, daß damit die Annahme der vulkanischen Struktur der Mondoberfläche eine sehr wesentliche Stütze erhalten hat. Die hier beigefügte Abbildung eines unter verschiedenen Phasenwinkeln beleuchteten porösen Stückes Bimsteinlava zeigt deutlich die außerordentlich stark in diesem freilich extremen Falle die reflektierte Lichtmenge und damit die Phasenkurve durch den Schattenwurf der Unebenheiten der Oberfläche beeinflusst sein muß. Die Lichtverteilung und das Reflexionsgesetz sind in diesem Falle wie auch in allen anderen

$\alpha = 10^\circ$



$\alpha = 40^\circ$



$\alpha = 70^\circ$

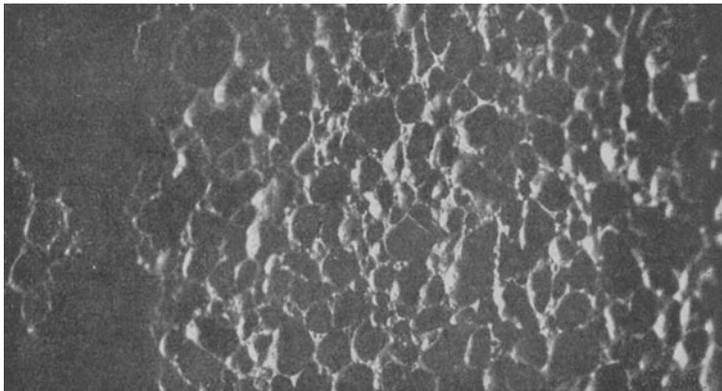


Abb. 1. Bimssteinlava unter verschiedenen Winkeln (α) zur Beleuchtungsrichtung photographiert.

Fällen, in denen der Schattenwurf der Unebenheiten einen wesentlichen Einfluß hat, nicht mehr Funktionen des Einfalls und Reflexionswinkels allein, sondern auch von dem Phasenwinkel (α) abhängig.

$$dq = F(i, \varepsilon, \alpha) ds. \quad (8)$$

Die Form der Funktion F ist äußerst verwickelt, sogar bei den betrachteten regelmäßigen Formen der Unebenheiten im allgemeinen natürlich ganz unbestimmbar, und da auch für scheinbar ebene Begrenzung der Substanz die Funktion F bedeutend vom LAMBERTSchen Gesetze abweichen kann und von der Natur der Substanz abhängig ist, so ist eine getrennte Bestimmung des Schatteneinflusses auch aus relativen Intensitätsmessungen auf der Scheibe niemals streng durchführbar. Da sich aus OERIKS (3) photographischen Helligkeitsmessungen auf den dunklen Flecken des Mondes, den sog. maria, eine ähnliche Abhängigkeit vom Phasenwinkel ergibt wie auf den Kontinenten, so folgt auch für sie die außerordentlich unebene Beschaffenheit, wie wir sie auf der Erdoberfläche in natürlichem Zustande bei vulkanischer Lava vorfinden oder etwa bei einem aus dicht aneinander grenzenden Blöcken oder Steinen bestehenden Felde, das durch die Löcher zwischen denselben und die Wölbungen der Steine selbst ein ähnliches Schattennetz und damit ein ähnliches Reflexionsgesetz ergeben könnte. Da die letztere Annahme für alle Mondpartien auch in weiten Entfernungen von den Bergen und Kratern als unwahrscheinlich angesehen werden muß, so bleibt die WILSINGSche Theorie der lavaförmigen Struktur der Mondoberfläche die naheliegendste Erklärung. Die Oberfläche des Mondes dürfte aber dann niemals die ausgleichende Wirkung des Wassers oder auch nur einer trockenen Staub tragenden Atmosphäre erfahren haben; letzteres ist nach den heutigen Vorstellungen theoretisch eine notwendige Folgerung aus der geringen Masse des Mondes und der großen Temperaturdifferenzen auf seiner Oberfläche.

Dieses Ergebnis der differentiellen Photometrie der Mondoberfläche darf aber nicht zu der Ansicht verleiten, daß auch für die anderen Planeten auf diesem Wege gleich sichere Resultate zu erreichen sind. Trotzdem hat Verfasser (4) nicht darauf verzichtet, auch für sie ein Maß der Schattenfunktion zu bestimmen und zwar auf folgendem Wege. Da der Phasenwinkel für die Zeit der Beobachtung in allen Punkten der Planetenscheibe derselbe ist, bestimmt er die Helligkeitsverteilung und das Reflexionsgesetz als Funktion der Winkel i und ε allein, und durch Integration erhält er dann die Phasenkurve; er nimmt also an

$F(i, \varepsilon, \alpha) = F(i, \varepsilon) \psi(\alpha)$; bestimmt $F(i, \varepsilon)$ und die Phasenkurve

$$q = \Gamma q^2 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\alpha - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} F(i, \varepsilon) \cos \psi d\omega d\psi.$$

Die Abweichung derselben von der beobachteten ergibt in erster Näherung den Einfluß des Phasenwinkels. Dieser Einfluß müßte bei

Planeten mit stark lichtzerstreuenden Atmosphären, welche alle Schatten zum Verschwinden bringen, auch selbst verschwinden. Ist das aber nicht der Fall, so muß die Ursache dafür besonders untersucht werden.

§ 3. Die Phasenkurven der Planeten.

Wie schon erwähnt, besitzen wir gesicherte Phasenkurven nur für Merkur, Venus und den Mond, für die anderen Planeten begnügt man sich damit den sog. Phasenkoeffizienten anzugeben, oder die Lichtabnahme in Größenklassen pro 1° Phase. Die Beobachtungen ergeben für alle Planeten und besonders für die kleinen Planeten wesentlich größere Phasenkoeffizienten, als man im Laboratorium bei parallel bestrahlten Kugeln aus verschiedenem Material bis jetzt erhalten hat. Folgende Tabelle, die wir WOERNERS neulich erschienenen Doktor-dissertation entnehmen, zeigt deutlich, wie groß diese Unterschiede besonders für die kleinsten Phasenwinkel sind. Bei seinen Messungen wurden auch künstlich Unebenheiten an einzelnen Kugeln angebracht. Doch können Unebenheiten von der Art, wie sie etwa löcherige Lava aufweist, bei den kleinen Dimensionen der Kugeln von einigen Zentimetern nicht erreicht werden. Messungen an natürlicher Lava sind aber nicht ausgeführt. Auffallend sind die großen Phasenkoeffizienten der Planeten Jupiter und Saturn, die von dichten Atmosphären umgeben

Tabelle 3. Phasenkoeffizienten.

Körper	Phasenintervall	
	$0^\circ-20^\circ$	$20^\circ-30^\circ$
	m	m
Merkur	0.037	0.037
Venus	—	0.014
Mond	0.023	0.028
Mars	0.015	0.015
Ceres	0.042	—
Pallas	0.042	—
Vesta	0.027	—
Iris	0.019	—
Jupiter	0.015	—
Saturn	(0.015)	—
Kugel aus Granit	0.015	0.011
„ „ Grünstein	0.010	0.012
„ „ weiß. Sandstein	0.011	0.013
„ „ rot. Sandstein	0.015	0.011
„ „ Schiefer	0.016	0.010

sind. Verfasser (5) schreibt sie einer stark löcherigen Struktur der Wolkenoberflächen dieser Planeten zu, bei geringem Streuvermögen der über ihnen lagernden Atmosphären. Eine löcherige Decke von geringer Tiefe und genügend großem Abstände von der Oberfläche ist, wie Verfasser (2) gezeigt hat, der denkbar beste Lichtfänger, weil schon bei geringem Phasenwinkel alle Löcher der Decke dunkel erscheinen müssen,

da der beleuchtete Boden derselben verdeckt erscheint und nur unbeleuchtete Teile desselben durch die Öffnungen sichtbar sind.

Für die Bestimmung der Durchlässigkeit der Planetenatmosphären ist dieses Resultat von Bedeutung. Es widerspricht nicht der aus dem bloßen Anblick der Planeten und der Veränderlichkeit seiner sichtbaren Oberfläche allgemein gefolgerten Annahme, daß wir bei Jupiter und Saturn im wesentlichen nur die äußere Begrenzung einer Wolkenoberfläche sehen, während die dunklen Streifen auf denselben tiefer gelegenen Schichten der Oberflächen entsprechen. Auch die mittlere Albedo der beiden Planeten entspricht den Werten, die man aus Ballonfahrten für das Reflexionsvermögen von Wolken verschiedener Dichte erhalten hat. ABBOT (6) findet aus Strahlungsmessungen für Wolken $A = 0.65$. K. STUCHTEY und A. WEGENER (7) fand aus photometrischen Messungen bei Ballonfahrten im Mittel für alle Wolkentypen $A = 0.73$. M. LUCKIESH (8) bestimmte ebenfalls aus photometrischen Messungen für verschiedene Wolkentypen, beginnend mit dünnen, halb durchsichtigen bis zu kompakten von großer Tiefe, Werte von 0,36 bis 0,78, im Mittel 0,52. In RUSSELS Tabelle finden wir die auf Schätzungen beruhenden Albedowerte von Jupiter 0,56 und von Saturn 0,63. Verfasser (4) fand mit Rücksicht auf die Absorption aus Helligkeitsmessungen der Planetenzentren als Albedo der Oberfläche 0,54 bzw. 0,56. Die Ableitung beruht auf der Annahme, daß die Lichtstreuung in der Atmosphäre für die sichtbaren Strahlen gering und der Phasenkoeffizient eine Folge des Schatteneffekts ist.

§ 4. Einfluß der Atmosphären auf die Lichtverteilung.

Während die vollbeleuchtete Mondoberfläche keinerlei Helligkeitsabnahme nach dem Rande zu aufweist, weisen die Beobachtungen der Lichtverteilung der anderen Planeten eine Lichtabnahme auf, welche sogar die nach dem LAMBERTSchen Gesetz geforderte wesentlich überschreitet. Die Planeten, die in dieser Beziehung vom Verfasser untersucht worden sind, sind alle mit mehr oder weniger dichten Atmosphären umgeben. Es ist also notwendig, sich über den Einfluß der Atmosphäre auf die Helligkeitsverteilung ein Bild zu machen und zu untersuchen, inwieweit aus der Lichtabnahme nach dem Rande zu die Eigenschaften der Atmosphäre erschlossen werden können.

Betrachten wir zunächst die Planeten Mars, Jupiter und Saturn, bei denen der unmittelbare Anblick und die Beobachtung der Oberflächengebilde keinen Zweifel darüber läßt, daß die Atmosphäre derselben genügend durchsichtig ist, um die Oberfläche durchscheinen zu lassen. Bei den beiden letztgenannten Planeten ist diese Oberfläche freilich selbst zum größten Teil eine Wolkenschicht, erkennbar an der schnellen Veränderlichkeit ihrer Formen und der hohen Albedo. Trotzdem darf auch hier von einer Oberfläche als einer abgrenzenden Schicht

gesprochen werden, während bei dem Planeten Venus die Theorie, daß die Atmosphäre desselben eine Wolkenschicht besitzt und der Mangel an deutlichen Oberflächenbildungen der Undurchdringlichkeit derselben zuzuschreiben ist, zunächst noch bewiesen werden muß.

Den Atmosphären der Planeten muß in Anlehnung an die Eigenschaften der irdischen Atmosphäre die Fähigkeit einerseits der Absorption des Lichts und ihrer Verwandlung in Wärme zugeschrieben werden, andererseits die Diffusionsfähigkeit. Nimmt man an, wofür mancherlei Gründe sprechen, daß die Wolken der Jupiter- und Saturnoberfläche Wasserdampf Wolken sind, so beweist schon die gelbe Färbung beider Planeten eine starke Absorption der brechbaren Strahlen. Beim Planeten Mars ist dagegen die gelbrote Färbung wohl wesentlich der Oberfläche selbst zuzuschreiben. Wir dürfen jedenfalls nicht die Absorption gegenüber der Diffusion vernachlässigen, wie das für das sichtbare Wellenlängengebiet bei der irdischen Atmosphäre mit großer Näherung möglich ist.

Die Helligkeit eines Punktes der Planetenoberfläche ist somit durch drei verschiedene Faktoren bedingt. Erstens wäre die Helligkeit der atmosphärenfreien Oberflächen in dem betreffenden Punkte oder das Reflexionsgesetz in Betracht zu ziehen. Nach den Erfahrungen über die Helligkeit der Mondoberfläche in der Nähe des Vollmondes und den Berechnungen des Verfassers über den Einfluß der Unebenheiten verschiedener Art auf die mittlere Helligkeitsverteilung darf man *für kleine Phasenwinkel* auch für die anderen Planeten gleichmäßige Helligkeit in erster Annäherung annehmen. Das entspricht einem Reflexionsgesetz

$$dq = K \cos \varepsilon d\varepsilon. \quad (9)$$

Die Absorption der Sonnenstrahlen auf dem doppelten Wege durch die Atmosphäre des Planeten bringt eine Abschwächung der Helligkeit vom Zentrum nach dem Rande hervor, deren Gesetz aus der Weglänge des einfallenden und reflektierten Strahls durch die Funktion

$$\psi(i, \varepsilon) = e^{\varphi(i)} \cdot e^{\varphi(\varepsilon)}, \text{ wo } \varphi(z) = A \sec z + B \sec z \tan^2 z + \dots \quad (10)$$

gegeben ist. Ist L die auf die Flächeneinheit an der Grenze der Atmosphäre einfallende Lichtmenge, so ergibt sich aus (9) und (10) für die aus der Atmosphäre austretende Lichtmenge:

$$dq = KL e^{\varphi(i) + \varphi(\varepsilon)} \cos \varepsilon d\varepsilon. \quad (11)$$

Die Diffusion des Lichts durch die Atmosphäre hat zweierlei Einfluß auf die Helligkeit eines Planetenpunktes. Zunächst ist jeder sichtbare Punkt der Oberfläche nicht nur durch die direkten Sonnenstrahlen, sondern auch durch das diffuse Himmelslicht der über ihm sichtbaren Atmosphäre des Planeten erleuchtet. Zweitens kommt zu der sichtbaren Helligkeit desselben noch die Helligkeit des Atmosphärenzylinders hinzu, der auf der Oberfläche seine Basis hat und dessen Achse der

reflektierte Strahl ist. Beide Wirkungen tragen zu einer größeren Helligkeit der am Rande des Planeten sichtbaren Gebilde bei. Für klare Tage auf der Erdoberfläche beträgt die Erleuchtung durch das diffuse Himmelslicht 5—10 vH der direkten Beleuchtung bei der Sonne im Zenit und steigt bedeutend, bis zu 30 vH, für tiefere und tiefste Stellungen der Sonne. Die Helligkeit des Lichtzylinders kann, wenn die Oberfläche des Planeten deutlich unterscheidbar ist, was mit Ausnahme der Randpartien des Planeten, die auch aus anderen Gründen überhaupt nicht beobachtet werden können, nur einen geringen Bruchteil der beobachteten Helligkeit ausmachen. Es ist deshalb für durchsichtige Atmosphären der naheliegendste Weg zu untersuchen, ob die beobachtete Lichtverteilung nicht aus dem Absorptionsgesetz allein bei gleichmäßiger Helligkeit der Oberfläche zu erklären ist, wobei also angenommen wird, daß der Einfluß der Unebenheiten zusammen mit der Wirkung der Diffusion gleichmäßige Helligkeit hervorbringt. Unter dieser Annahme bestimmte der Verfasser die Transmissionskoeffizienten der Planetenatmosphären für Jupiter, Saturn und Mars. Es ergaben sich folgende Werte:

$$p = \frac{J_0}{J} = \begin{array}{ll} \text{Venus} & 0,69—0,77 \\ \text{Jupiter} & 0,63 \\ \text{Saturn} & 0,58 \end{array}$$

Hier sind J und J_0 die Helligkeiten des senkrecht einfallenden Strahles außerhalb der Atmosphäre und an der Oberfläche des Planeten. Die Zahlen gelten für die sichtbaren Strahlen in ihrer Gesamtheit und werden für die einzelnen Strahlengattungen nicht unwesentlich verschieden sein. Für den Planeten Venus ist die Bestimmung des Transmissionskoeffizienten aus dem Grunde unsicher, weil keine Beobachtungen der Lichtverteilung bei vollbeleuchteter Scheibe vorliegen. Für Mars sind die Beobachtungen noch zu unsicher gewesen und zu wenig zahlreich, um ein Urteil über die Gültigkeit der Voraussetzungen der Theorie zu gestatten. Bei den Planeten Jupiter und Saturn kann die Helligkeit h auf der Scheibe durch einfache, in bezug auf den Einfall- und Reflexionswinkel symmetrische Formeln dargestellt werden:

$$h = kh_0(1 + \mu \cos i)(1 + \mu \cos \varepsilon) \psi(\alpha) \quad (12)$$

wo h_0 die Helligkeit des Zentrums in Opposition ist und die Konstanten folgende Werte haben:

$$\begin{array}{ll} \text{Jupiter} & k = 0,1275 \quad \mu = 1,8 \\ \text{Saturn} & k = 0,1041 \quad \mu = 2,1 \end{array}$$

$\psi(\alpha)$ ist bei $\alpha = 0$ gleich 1, $\psi(0) = 1$, und bedeutet die Lichtabnahme der ganzen Scheibe mit dem Phasenwinkel. Diese Größe ist von Opposition zu Opposition veränderlich und von der Größenordnung 0,01 für 1° Phase. Für diese Planeten ergibt sich ein geringer Einfluß des diffusen Atmosphärenlichts und eine starke Absorption.

Bis zu ihren Wolkenoberflächen dringen nur 50—60 vH der äußeren Strahlung.

Aber erst eine Wiederholung derselben Messungen in getrennten Spektralgebieten wird eine strenge Trennung der beiden Wirkungen der Atmosphäre ermöglichen und uns über die Helligkeit und Farbe des diffusen Lichts der Atmosphäre und über die Wärmewirkung derselben genauere Auskunft geben. Die Photographien von Mars zeigen eine wesentlich stärkere Wirkung des diffusen Atmosphärenlichts für die photographisch wirksamen Strahlen. Die Deutlichkeit der Details tritt bei Mars in denselben wesentlich zurück. Selbst der Durchmesser des Planeten erscheint größer und die Lichtabnahme geringer, wie die beiliegende Bilder, die von W. H. WRIGHT mit dem CROSSLEY-Reflektor der Licksternwarte ausgeführt sind, deutlich zeigen (10). Während also die Marsatmosphäre die violetten und ultravioletten Strahlen wesent-

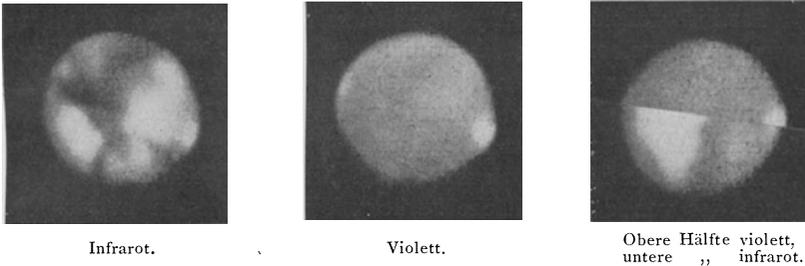


Abb. 2. Aufnahmen der Marsoberfläche durch ein infrarotes und violettes Filter.

lich zerstreut (ähnlich wie die irdische Atmosphäre), die infraroten und roten Strahlen stark absorbiert, was sich in der Lichtabnahme am Rande und Verkleinerung des Durchmessers äußert, ist das für den Planeten Venus nicht der Fall.

Eine umgekehrte Erscheinung wie Mars zeigen in geringerem Grade Aufnahmen des Planeten Jupiter von R. W. WOOD (11); auf ihnen tritt ein Verschwinden der Details in den infraroten Strahlen ein und ein Hervortreten derselben in violetterm Licht. Bei Mars kann kein Zweifel darüber bestehen, daß die Oberfläche selbst ziegelrot, die Atmosphäre blau ist, wie die irdische. Die Färbung der Jupiteratmosphäre, die durch den zerstreuten Anteil des Sonnenlichts bedingt ist, ist aber aus den genannten Aufnahmen nicht zu bestimmen. Dazu sind die angewandten Spektralgebiete zu weit und die Farbe der Oberfläche selbst zu unbestimmt.

Wie aus den bisherigen Ausführungen ersichtlich ist, hat die beginnende Oberflächenphotometrie der Planeten bisher sehr wenig sichere Ergebnisse aufzuweisen; doch erscheint der Weg der weiteren Forschung klar vorgezeichnet und auch strengere Theorien als die bisher

angewandten, haben Aussicht auf neue und schärfere Messungen angewandt, sicherere Entscheidungen über die physikalische Natur des Planeten zu treffen, als es bisher möglich war.

Wir wollen sie kurz besprechen.

§ 5. Strenge Theorie der Diffusion und Absorption in den Atmosphären der Planeten.

Die oben durchgeführte Trennung von Diffusion und Absorption in ihrer Wirkung auf die Lichtverteilung einer Planetenscheibe kann natürlich nicht als streng angesehen werden. Für eine vollkommen undurchsichtige Atmosphäre ohne trennende Flächen kann eine von FESSENKOW (12) abgeleitete Theorie der Diffusion die Grundlage einer strengen Untersuchung werden. Die von ihm gegebene Formel für diffuse Reflexion gründet sich auf die von LOMMEL (13) herrührende Theorie, welche das in den Körper eindringende Licht von Partikel zu Partikel reflektiert denkt, wobei dasselbe sowohl auf dem Wege zwischen denselben durch Absorption geschwächt wird als auch durch Streuung bei der Reflexion. LOMMELS Anschauung führt in erster Annäherung zu dem bekannten LOMMEL-SEELIGERSchen Gesetze der diffusen Reflexion. Bei der Ableitung desselben wird nur die direkte Beleuchtung durch die eindringenden Strahlen und ihre Schwächung gemäß der Länge des von der Oberfläche zurückgelegten Weges in Betracht gezogen. Eine genauere Theorie zieht auch die Selbstbeleuchtung der Partikel oder die gegenseitige Zustrahlung in Betracht, ist aber äußerst verwickelt und insofern nicht streng als empirische Hilfsfunktionen zur Abkürzung der Rechnungen eingeführt worden. Die Streuung des Lichtes durch die Partikel wird bei LOMMEL und SEELIGER als gleichmäßig in allen Richtungen im räumlichen Winkel 4π angenommen. Nach RAYLEIGHS (14) und KELVINS (15) Untersuchungen über die Lichtzerstreuung dürfte es richtiger sein diese Annahme fallen zu lassen und die RAYLEIGHsche Formel für die Diffusion anzunehmen. Diese Formel lautet für den Diffusionskoeffizienten $\mu(\alpha)$ in der Richtung α zum einfallenden Strahl

$$\mu(\alpha) = \frac{m}{\lambda^4} (1 + \cos^2 \alpha), \quad (13)$$

wo m eine von der Dichte des Mediums abhängige Konstante ist. Sie hat sich, zu mindestens was die Abhängigkeit von der Wellenlänge λ angeht, mannigfaltig ausgezeichnet bestätigt. FESSENKOWS Theorie legt diese Formel für die Streuung des Lichtes an den einzelnen Partikeln ihren Ableitungen zugrunde. Die Form des lichtzerstreuenden Körpers ist eine von parallelen Ebenen begrenzte undurchsichtige Schicht. Es wird die Selbstbeleuchtung der Elemente des Körpers bis auf 2. Ordnung in Rechnung gezogen, d. h. es wird zu der direkten Beleuchtung eines Volumelements noch diejenige von allen anderen durch Streuung zu-

gesandte Lichtmenge in Betracht gezogen, wobei aber die Beleuchtung der letzteren nur eine direkte ist. Die Endformel ist auch außerordentlich kompliziert, die Ableitung aber durchsichtig und streng, die Formel hat auch den Vorzug die grundlegenden physikalischen Konstanten deutlich hervortreten zu lassen und ihre getrennte Bestimmung eventuell zu ermöglichen. Durch Einführung einer abkürzenden Bezeichnung für das zweite Glied, das eine verwickelte Funktion des Einfallswinkels und des Azimuts A zwischen einfallenden und reflektierten Strahlen darstellt, gewinnt sie folgende übersichtliche Form für die unter dem Winkel ε zur Normalen austretende Lichtmenge:

$$dq = \frac{\mu}{k} L ds \frac{\cos i \cos \varepsilon}{\cos i + \cos \varepsilon} \left\{ (1 + \cos^2 \alpha) + \frac{\pi \mu}{k} \psi(i, \varepsilon, A) \right\} \quad (14)$$

Hier ist k der Absorptions- und μ der Diffusionskoeffizient. Das erste Glied dieser Formel hat die Form des LOMMEL-SEELIGERSchen Gesetzes, das durch den RAYLEIGHschen Faktor $1 + \cos^2 \alpha$ vervollständigt ist. Dieses ergibt gleichmäßige Helligkeit einer vollbeleuchteten Planetenscheibe. Das zweite Glied bewirkt eine Lichtabnahme von Zentrum zum Rande, und diese ist von dem Verhältnis der Koeffizienten μ und k abhängig. Je größer die Absorption im Verhältnis zur Diffusion desto stärker ist diese Abnahme. Wir wollen den Maximalwert dieses Verhältnisses ableiten. Die Lichtmenge, die vom Elemente dv in allen Richtungen zerstreut wird, ist

$$2 \mu dv \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos^2 \alpha) \sin \alpha \, d\alpha \, d\vartheta$$

Diejenige Lichtmenge, die auf der Strecke dr absorbiert wird, ist $k L dr d\sigma$, wenn $d\sigma$ den senkrechten Schnitt des unendlich schmalen räumlichen Winkels bezeichnet; es ist $dv = dr \cdot d\sigma$. Wenn die ganze Lichtschwächung auf Diffusion zurückgeführt wird, so müssen die oben definierten Lichtmengen einander gleich sein, woraus sich ergibt

$$\frac{k}{\mu} = 2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos^2 \alpha) \sin \alpha \, d\alpha \, d\vartheta$$

oder nach Ausführung der Integration

$$\frac{k}{\mu} = \frac{16\pi}{3}.$$

Allgemein ist aber

$$0 < \frac{\mu}{k} < \frac{3}{16\pi}. \quad (15)$$

Eine Anwendung dieser Formel auf die Lichtverteilung bei einem Planeten ist nur dann statthaft, wenn man seine Atmosphäre als vollkommen undurchsichtig ansehen darf, weil diese Voraussetzung bei

der Ableitung derselben gemacht wird. Sie dürfte sich auch nur auf getrennte Spektralgebiete, für welche man gleichartige Diffusions- und Absorptionsverhältnisse annehmen darf, beziehen.

L. V. KINGS (16) Theorie der Lichtzerstreuung in der Erdatmosphäre ist in ihren Entwicklungen so weit ausgebaut, daß sie ebenfalls eine Anwendung auf die Beleuchtung der Planeten mit Atmosphären gestattet. Sie behandelt dasselbe Problem der Diffusion und Absorption wie die Theorien von LOMMEL und FESSENKOW, aber allgemein ohne Einschränkung auf undurchsichtige Körper und auch ohne die Beschränkung auf Glieder zweiter Ordnung. Das zugrunde gelegte Diffusionsgesetz ist dasjenige von RAYLEIGH, das aber nur in dem Gliede erster Ordnung streng zur Geltung kommt, während für die höheren Glieder gleichmäßige mittlere Streuung der Strahlung in allen Richtungen angenommen wird. Die Aufgabe, die KING sich stellt, ist: Für eine beliebige Richtung, die den Winkel α mit der Richtung zur Sonne bildet, innerhalb oder außerhalb der lichtzerstreuenden Masse, die Intensität zu bestimmen. Sie führt auf eine Integralgleichung vom FREDHOLMSchen Typ. Die Aufgabe wird nur für eine von parallelen Ebenen begrenzte Schicht der streuenden Masse gelöst, wobei eine stetige Dichtezunahme von außen nach innen angenommen wird, so daß sie in ihrer Wirkung einer „homogenen Atmosphäre“ gleich wird. Bezeichnet x die Höhe eines Volumelementes über der Erdoberfläche, α den Winkel der Richtung bei dv nach dem betreffenden Punkte des Himmels und der Sonne S , x' die Höhe eines anderen Volumelementes dv' und α' den Winkel $Sdv'dv'$, r den Abstand des Beobachters bis zum Elemente dv , r' den gegenseitigen Abstand der Elemente dv und dv' , so ist die Strahlungsintensität in der Richtung α die vom Elemente dv herrührt, durch die Gleichung gegeben

$$J(x, \alpha) = \mu(\alpha) E(x) + \int_{\Sigma} \mu(r r') \frac{J(x', \alpha')}{r'^2} e^{-\int_0^{r'} K dr'} dv \quad (16)$$

wo das Integral über das gesamte Volumen des streuenden Körpers zu nehmen ist.

$E(x)$ bedeutet die Intensität der direkten Strahlung in der Höhe x . K ist der gesamte Schwächungskoeffizient der Strahlung für den das Exponentialgesetz gilt, und besteht aus zwei Gliedern

$$K = k + 4\pi\bar{\mu} \quad (17)$$

wo k der Absorptionskoeffizient und $\bar{\mu}$ der mittlere Diffusionskoeffizient ist. Die Auflösung der obigen Integralgleichung wird von KING durch ein Näherungsverfahren durchgeführt und eine Reihe von Hilfsfunktionen zu diesem Zweck tabellarisch dargestellt. Sie gibt den Wert von $J(x, \alpha)$ als Funktion der Höhe x . Die Gesamtheitlichkeit in einer be-

stimmten Richtung findet sich dann durch Integration der Funktion $J(x, \alpha) e^{-\int_0^r K dr}$ längs dem ganzen Wege dieser Richtung in der Atmosphäre:

$$T = \int_0^{R^v} J(x, \alpha) e^{-\int_0^r K dr} dr$$

KING hat seine Theorie auf die Beobachtungen des Mt Wilson Observatoriums der Lichtverteilung am klaren Himmel und die gesamte Bestrahlung einer horizontalen Fläche durch das diffuse Himmelslicht angewendet, indem er die Transmissionskoeffizienten der Erdatmosphäre für verschiedene Wellenlängen zugrunde legte. Hierbei ergab sich die bemerkenswerte Tatsache, daß diese Transmissionskoeffizienten zum allergrößten Teil auf Streuung nach der RAYLEIGHschen Formel zurückzuführen sind und die Absorption der Strahlung nur auf kleine Gebiete der Wellenlängen beschränkt bleibt. Die Darstellung der Helligkeitsverteilung am klaren Himmel ist freilich nicht vollkommen aber immerhin eine gute Annäherung an die Wirklichkeit.

Die Theorie ist aber auch auf die Helligkeit halbdurchsichtiger Planetenatmosphären anwendbar und dürfte bei zukünftigen Untersuchungen zur Anwendung gelangen.

II. Die Wärmestrahlung der Planeten.

§ 1. Die Planeten ohne Atmosphäre.

Wir behandeln zunächst den Fall konstanter Bestrahlung. Streng tritt er ja niemals ein, weil die Bestrahlung ständig infolge der Rotation der Planeten und der Exzentrizität ihrer Bahnen wechselt. Wenn es sich aber darum handelt, die mittlere Jahrestemperatur eines Planeten oder eines Parallels zu bestimmen, so ist der Begriff einer mittleren unveränderlichen Bestrahlung W_m , welche der veränderlichen Bestrahlung in ihrer Wirkung gleichkommt, von Bedeutung. W_m bezieht sich dann auf die Einheit der Fläche und der Zeit. Besäße die Oberfläche des Planeten die Eigenschaften eines schwarzen Körpers, so würde sie die gesamte Strahlung absorbieren und in Wärme verwandeln. In Wirklichkeit wird der Bruchteil R_p dieser Strahlung an der Oberfläche reflektiert, welcher das Reflexionsvermögen genannt wird. Die in der Zeiteinheit absorbierte Strahlung ist

$$\frac{dQ}{dt} = a_p W_m, \quad (1)$$

wo

$$a_p = 1 - R_p$$

das Absorptionsvermögen der Oberfläche bedeutet. Die Oberfläche des Planeten strahlt nun als erwärmter Körper dunkle Strahlung in den Himmelsraum aus. Für den schwarzen Körper würde für diese Aus-

strahlung die Gleichung gelten

$$\frac{dQ_r}{dt} = \sigma \Theta^4, \quad (2)$$

wo σ eine Konstante bedeutet

$$\sigma = 0,76 \times 10^{-10} \frac{\text{gr. cal.}}{\text{cm}^2 \times \text{minut}}. \quad (3)$$

Für den Planeten dürfen wir die Gleichung ansetzen

$$\frac{dQ_r}{dt} = s \Theta^m, \quad (4)$$

wo s und m Konstanten sind, die von der Natur der Oberfläche abhängen. s ist immer kleiner als σ , während der Exponent m zwischen den Werten 4 und 5 schwankt und im allgemeinen wenig von 4 verschieden ist. Wir wollen ihn weiterhin *gleich* 4 annehmen.

Nach dem KIRCHHOFFSchen Gesetze dürfen wir für eine gegebene Wellenlänge auch die Gleichung benutzen

$$\frac{dQ_r}{dt} = a'_p \sigma \Theta_p^4. \quad (5)$$

Wir werden sie auch für die gesamte Ausstrahlung anwenden, wobei a'_p dann das mittlere Absorptionsvermögen der Planetenoberfläche für die emittierte Strahlung bedeutet. Dieses a'_p ist nicht mit a_p identisch, welches sich auf die Sonnenstrahlung, also eine Strahlung höherer Temperatur bezieht.

Da keine Aufspeicherung der Wärme beim Planeten stattfindet, so muß die mittlere absorbierte der mittleren ausgestrahlten Wärmemenge gleich sein:

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_r}{dt} \text{ oder } a'_p \sigma \Theta_p^4 = a_p W_m \quad (6)$$

und hieraus

$$\Theta_p^4 = \frac{a_p W_m}{a'_p \sigma}, \quad (7)$$

Da man über die Größen a'_p und a_p nicht genügend unterrichtet ist, so nimmt man gewöhnlich an

$$a'_p = a_p \quad (8)$$

und erhält dann

$$\Theta_p^4 = \frac{W_m}{\sigma}. \quad (9)$$

Setzt man nun in diese Gleichung die mittlere Bestrahlung J_m der Planetenoberfläche ein, welche wir erhalten, wenn wir den einfallenden Energiestrom $\frac{J_o}{\rho^2} r^2 \pi$ durch die Größe der Oberfläche dividieren

$$J_m = \frac{1}{4} \frac{J_o}{\rho^2},$$

so ergibt sich die mittlere Temperatur der Oberfläche des Planeten aus

$$\Theta_p^4 = \frac{1}{4} \frac{J_o}{\rho^2} \frac{1}{\sigma}. \quad (10)$$

Bei *variabler Bestrahlung*, die eine periodische Funktion der Zeit ist, wird die Aufgabe der Bestimmung der Oberflächentemperatur eines Planeten schwieriger. Auch für die Erde, bei der schon in 10 m Tiefe die jährlichen und täglichen Temperaturschwankungen der Oberfläche aufhören, findet bei Nacht und im Winter ein Wärmestrom aus dem Inneren nach außen, bei Tage und im Sommer ein solcher nach innen statt. Dieser Zufluß und Abfluß der Strahlung ist von dem Wärmeleitungsvermögen der Oberflächenschichten abhängig und die Bestimmung der Oberflächentemperatur für eine bestimmte Zeit t , die wir mit $u(o, t)$ bezeichnen wollen, während dieselbe in der Tiefe x unter der Oberfläche durch $u(x, t)$ bezeichnet sei, hängt von der Auflösung der partiellen Differentialgleichung

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = m^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}, \quad (11)$$

wo m^2 eine Konstante bedeutet, ab. Ist die Bestrahlung ein einfach periodischer Vorgang, so daß die Einheit der Oberfläche in der Zeiteinheit die Sonnenstrahlung

$$W_1(t) = a_o + a_1 \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (12)$$

erhält, und die Wärmemenge

$$\frac{dQ_i}{dt} = a_p W_1(t) = a_p (a_o + a_1 \cos \frac{2\pi}{T} t)$$

absorbiert, so ist mit Hilfe der Grenzbedingungen an der Oberfläche selbst und in der Schicht konstanter Temperatur die Integration der Gleichung einfach und ihre Resultate lassen sich in den Sätzen zusammenfassen:

1. Die Funktion $u(x, t)$ ist eine periodische Funktion derselben Periode wie die der Bestrahlung. Die Oberflächentemperatur $u(O, t)$ ist außerdem abhängig von den Konstanten a_o , a_1 , a_p und m^2 . Die mittlere Temperatur der Oberfläche ist nur annähernd gleich derjenigen, welche sich bei konstanter Bestrahlung ergab.

2. Die Epochen der Maxima und Minima der Temperatur erfahren gegen diejenigen der Bestrahlung eine Phasenverschiebung, welche von den oben genannten Konstanten abhängig ist.

MILANKOWITSCH (18), dessen Ausführungen wir hier folgen, hat auch eine Anwendung der hier angedeuteten Theorie eines atmosphärenfreien Planeten auf die Temperaturbestimmung des Mondes gegeben. Er nimmt dabei die Bestrahlung als einfach periodisch an, die Veränderlichkeit des Sonnenabstandes vernachlässigend. Außerdem wird das Absorptionsvermögen für die Sonnenstrahlung gleich demjenigen für die Wärmestrahlung angenommen, $a_p = a'_p$, und für beide ein Wert $a_p = 0,92$, welcher der Wärmestrahlung der Erdoberfläche entspricht. Für die Konstante m^2 wird der Wert 1,00 eingesetzt, welcher sich für dieselbe aus den Werten des Wärmeleitungskoeffizienten und der spe-

zifischen Wärme und Dichte irdischer Granite ergibt. Die erhaltenen Temperaturen der Mondoberfläche in Celsiusgraden für verschiedene Zenitdistanzen der Sonne und 2 symmetrisch zum Mittag liegende Stunden, sind in folgender Tabelle gegeben, wobei die Nachmittagsstunden diejenigen höchster Temperatur sind.

Tabelle 4.
Mondtemperaturen nach MILANKOWITSCH.

Z.	Vormittag	Nachmittag
0	+ 97,0°	+ 97,0°
15	+ 88,5	+ 100,5
30	+ 71,0	+ 96,7
45	+ 45,5	+ 85,5
60	+ 5,5	+ 69,0
75	- 32,0	+ 44,5
90	- 53,8	+ 8,8
105	- 51,0	- 7,0
120	- 47,7	- 14,7
135	- 44,5	- 20,0
150	- 40,5	- 24,4
165	- 36,5	- 29,0
180	- 33,0	- 33,0

Leider sind die neuesten Strahlungsmessungen von COBLENTZ und seinen Mitarbeitern für den Mond noch nicht veröffentlicht und eine Kontrolle dieser Zahlen und der ihnen zugrunde liegenden Voraussetzungen daher noch nicht möglich.

§ 2. Die Wärmestrahlung eines von einer Atmosphäre umgebenen Planeten.

Wegen der geringen Ausdehnung der Planetenatmosphären im Vergleich zu den Dimensionen des Planeten selbst ist es zulässig, in diesem Problem die Begrenzung der Atmosphäre als eben anzusehen; die Refraktion der Strahlung kann in erster Annäherung auch vernachlässigt werden. Wir denken uns die Atmosphäre aus unendlich dünnen, homogenen Schichten abnehmender Dichte bestehend, so daß die Intensität der Strahlung in irgendeiner Höhe x über der Oberfläche nur von dieser Höhe abhängig ist. Es sei diese Intensität $J'(x)$. Infolge der Absorption und der Diffusion nimmt die Intensität proportional dem zurückgelegten Wege und ihrem ursprünglichen Werte ab, daher haben wir bei einem Einfallswinkel der Strahlung z

$$dJ'(x) = a(x)J'(x) \sec z dx, \quad (13)$$

wo $a(x)$ der für die Höhe x gültige Abschwächungsfaktor ist. Die Integration dieser Gleichung für die ganze Höhe der Atmosphäre h ergibt für die Intensität an der Oberfläche den Wert

$$J'(0) = J'(h) e^{-\sec z \int_0^h a(x) dx} = J'(h) p^{\sec z}, \quad (14)$$

wo

$$p = e^{-\int_0^h a(x) dx} \quad (15)$$

der *Transmissionskoeffizient* der Atmosphäre genannt wird. Zu seiner Bestimmung ist die Kenntnis der Funktion $a(x)$ notwendig. Die von

der Atmosphäre hindurchgelassene direkte Sonnenstrahlung ist also $\frac{J_0}{\varrho^2} p^{\sec z} \cos z$. Die gesamte auf die beleuchtete Kugel einfallende direkte Sonnenstrahlung wird aus derjenigen für die Zone mit dem Einfallswinkel $z - 2\pi r^2 \cdot \sin z dz$ durch Integration von 0 bis $\frac{\pi}{2}$ erhalten und ist deshalb

$$J_a = 2\pi r^2 \frac{J_0}{\varrho^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} p^{\sec z} \sin z \cos z dz. \quad (16)$$

Für $p = 1$ erhält man hieraus die einfallende Strahlung ohne Atmosphäre. Die folgende Tabelle veranschaulicht das Verhältnis der direkten einfallenden Strahlung mit und ohne Atmosphäre für verschiedene Werte von p .

p	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\frac{J_a}{J}$	0,435	0,550	0,680	0,830	1,000

Zu dieser direkten Strahlung kommt noch die diffuse Strahlung der Atmosphäre hinzu, denn nur ein Teil derselben strahlt in den Himmelsraum und geht somit für die Bestrahlung der Oberfläche verloren. Der Vorgang der Absorption und Diffusion der Sonnenstrahlung in der Atmosphäre eines Planeten ist äußerst verwickelt. Auf der Erde ist die Absorption der Atmosphäre eine selektive, und die hindurchgedrungene Strahlung wird von der Erdoberfläche wiederum selektiv absorbiert. Der so in Wärme verwandelte Teil der Sonnenstrahlung wird auf seinem Rückwege durch die Wasserdämpfe der Luft zum größten Teil absorbiert, während der von der Oberfläche reflektierte Teil nur unbedeutend geschwächt wird.

Ähnlich müssen wir uns die Vorgänge auf den anderen Planeten denken, wenn auch die prozentuellen Verhältnisse zwischen Reflexion und Absorption ganz andere sein können. Besonders stark ist die Diffusion und Reflexion der Strahlung in wolkenreichen Atmosphären. Da die Wolken verschiedene Höhe haben können, außerdem veränderlich sind, so wird das Strahlungsproblem für solche Atmosphären besonders schwierig. Eine gewisse Schematisierung desselben ist deshalb notwendig. Bezeichnet man mit A die Albedo, oder den in den Weltraum zurückreflektierten Teil der einfallenden Sonnenstrahlung, so ist $1 - A$ der von der Oberfläche und der Atmosphäre absorbierte

Teil. Man kann annehmen, daß an der Grenze der Atmosphäre an Stelle von $J'(h)$ die Energiemenge

$$J''(h) = (1 - A) \frac{J_0}{\rho^2} \quad (17)$$

anlangt und diese Strahlung der Absorption der Atmosphäre unterliegt. $J''(x)$ sei die Intensität der direkten und diffusen Strahlung in der Höhe x über der Oberfläche. Nur die direkte Strahlung durchläuft beim Einfallswinkel z die Strecke $\sec z dx$, während die diffuse Strahlung die Elementarschicht dx in allen möglichen Richtungen durchläuft. Man wird aber für Atmosphären von geringer Dichte in erster Annäherung auch ihren Weg gleich $\sec z dx$ ansetzen dürfen und dann an Stelle der Gleichung (13) schreiben

$$dJ''(x) = a_1(x) J''(x) \sec z dx, \quad (18)$$

wo $a_1(x)$ das Absorptionsvermögen in der Höhe x bedeutet. Für die an der Oberfläche anlangende direkte und diffuse Strahlung haben wir dann

$$J''(0) = J''(h) p_a^{\sec z} = (1 - A) \frac{J_0}{\rho^2} p_a^{\sec z} \quad (19)$$

wo p_a der Transmissionskoeffizient für direkte und diffuse Strahlung ist:

$$p_a = e^{-\int_0^h a_1(x) dx} \quad (20)$$

Bei dieser Schematisierung des Problems hat der Verfasser seine Transmissionskoeffizienten für die lichte Strahlung der Planeten abgeleitet.

Unter A in Formel (19) ist das gesamte Reflexionsvermögen zu verstehen, daher wird die durch dieselbe bestimmte Strahlungsmenge von der Planetenoberfläche vollständig absorbiert. Aber außer dieser direkten und diffusen Sonnenstrahlung, die wir für die Oberfläche des Planeten mit $W(0, t)$ bezeichnen wollen, erhält dieselbe noch diejenige dunkle Strahlung, welche die erwärmte Atmosphäre ihr zustrahlt. Auch von dieser können wir annehmen, daß sie vollständig von der Oberfläche absorbiert wird. Bezeichnet man ihre Intensität in der Höhe x mit $O(x, t)$, so ist $O(h, t)$ an der Grenze der Atmosphäre gleich 0. Der Ausdruck für das Strahlungsgleichgewicht ist

$$\frac{dQ_r}{dt} = W(0, t) + O(0, t), \quad (21)$$

wo $\frac{dQ_r}{dt}$ die in der Zeiteinheit von der Oberfläche ausgestrahlte Wärmemenge bedeutet. Hieraus ergibt sich der Ausdruck für die Temperatur der Oberfläche

$$a_p \sigma \Theta_p^4 = W(0, t) + O(0, t). \quad (22)$$

Der Ausdruck für $O(0, t)$ oder die Gegenstrahlung der Atmosphäre wird sehr einfach, wenn man sich letztere als isotherme Schicht gleichmäßiger Dichte denkt, was für den Fall des Planeten Mars vielleicht

zulässig ist. Wir nehmen also an, die Atmosphäre des Planeten habe die geringe Höhe h , die Dichte ρ_0 und die Temperatur Θ . Es ist dann

$$a_1(x) = k_1 \rho_0$$

und

$$p_a = e^{-k_1 \rho_0 h}. \quad (23)$$

Bezeichnet weiter $W(h, t)$ die Strahlungsmenge auf der Einheit der Fläche an der Grenze der Atmosphäre, dann ist bei den früheren Voraussetzungen

$$W(h, t) = J''(h) \cos z = (I - A) W_1(t),$$

wo $W_1(t)$ die entsprechende Strahlungsmenge bei Abwesenheit der Atmosphäre bedeutet. An die Oberfläche des Planeten gelangt die Strahlungsmenge $W(o, t)$. Die Atmosphäre absorbiert also

$$(I - A) W_1(t) - W(o, t) = a_m(z) (I - A) W_1(t), \quad (24)$$

wo

$$a_m(z) = 1 - p_a \sec z.$$

Dies ist aber nur die absorbierte Strahlungsmenge, soweit sie von der direkten und diffusen Sonnenstrahlung selbst herrührt. Außerdem absorbiert aber die Atmosphäre einen Teil der Wärmestrahlung des Planeten.

Diese ist für die Oberfläche $\frac{dQ_r}{dt}$.

Der Absorptionskoeffizient für die dunkle Strahlung sei $a_2(x)$. Bei gleicher Temperatur und Dichte, wie sie hier vorausgesetzt werden, ist ebenso wie oben für die lichte Strahlung $a_2(x)$ konstant:

$$a_2(x) = K \rho_0 \text{ und } p'_a = e^{-K \rho_0 h} \quad (25)$$

Führt man noch für den Absorptionskoeffizienten der ganzen Atmosphäre für die dunkle Strahlung die Bezeichnung $a'_m = 1 - p'_a$ ein, so ist die gesamte von der Atmosphäre absorbierte Strahlungsmenge

$$a_m(z) (I - A) W_1(t) + a'_m \frac{dQ_r}{dt}.$$

Eine Folge gleicher Dichte und Temperatur müßte sein, daß die Atmosphäre von beiden begrenzenden Ebenen die gleiche Strahlungsmenge aussendet. Die nach der Planetenoberfläche gerichtete Strahlung haben wir durch $O(o, t)$ bezeichnet. Es ist also die Differenz des obigen Ausdrucks gegen $2 O(o, t)$ die Energie, welche zur Erwärmung der Atmosphäre verwandt worden ist. Daher ist, wenn c die spezifische Wärme der Atmosphäre bezeichnet,

$$c \rho_0 \frac{d\Theta}{dt} = a_m(z) (I - A) W_1(t) + a'_m \frac{dQ_r}{dt} - 2 O(o, t). \quad (26)$$

Nun kann auch $O(o, t)$ durch das STEFANSche Strahlungsgesetz dargestellt werden in der Form

$$O(o, t) = a'_m \sigma \Theta^4 \quad (27)$$

und ebenso $\frac{dQ_r}{dt}$ nach Gleichung (6). Wir erhalten daher die Differentialgleichung

$$c \varrho_0 \frac{d\Theta}{dt} = a_m(z) (I - A) W_I(t) + a'_m a_p \sigma \Theta_p^4 - 2 a'_m \sigma \Theta^4. \quad (28)$$

In dieser Gleichung kann noch Θ_p^4 ersetzt werden durch seinen Ausdruck (22), den wir mit Hilfe von (24) in der Form schreiben

$$a_p \sigma \Theta_p^4 = [I - a_m(z)] (I - A) W_I(t) + a'_m \sigma \Theta^4. \quad (29)$$

Dann ergibt die Integration von (28) den Ausdruck für die Temperatur der Atmosphäre als Funktion der Zeit.

§ 3. Die Glashauswirkung der Atmosphäre.

Setzt man in den Gleichungen (28, 29) die Strahlung als konstant voraus, $W(t) = W_m$, so wird in der Atmosphäre eine konstante Temperatur herrschen, $\frac{d\Theta}{dt} = 0$, und man erhält an Stelle von (29) und (28) die Gleichungen

$$a_p \sigma \Theta_p^4 - a'_m \sigma \Theta^4 = (I - a_m) (I - A) W_m \quad (30)$$

$$a'_m a_p \Theta_p^4 - 2 a'_m \sigma \Theta^4 = - a_m (I - A) W_m, \quad (31)$$

woraus sich ergibt

$$\Theta_p = \sqrt[4]{\frac{I}{a_p \sigma} \frac{2 - a_m}{2 - a'_m} (I - A) W_m} \quad (32)$$

$$\Theta = \sqrt[4]{\frac{I}{a'_m \sigma} \frac{a_m + a'_m (I - a_m)}{2 - a'_m} (I - A) W_m}. \quad (33)$$

Für einen Planeten ohne Atmosphäre haben wir die Gleichung (9). Das Verhältnis ergibt die Wirkung der Atmosphäre, welche man die Glashauswirkung nennt. Dieses Verhältnis ist

$$G = \sqrt[4]{\frac{2 - a_m (I - A)}{2 - a'_m} \frac{1}{a_p}} \quad (34)$$

Im speziellen Falle, wo keine Reflexion stattfindet, d. h. die ganze einfallende Strahlung absorbiert wird, $A = 0$, $a_p = 1$, folgt

$$G = \sqrt[4]{\frac{2 - a_m}{2 - a'_m}}. \quad (35)$$

G ist größer als die Einheit, weil $a_m < a'_m$. Seinen Maximalwert

$$\sqrt[4]{2} = 1.189$$

erreicht der obige Ausdruck für

$$a_m = 0; a'_m = 1$$

d. h. wenn die Atmosphäre gar keine einfallende Strahlung absorbiert, dagegen die ganze Strahlung des Planeten, in welchem Falle die Atmosphäre die Temperatur der Oberfläche um 19 vH. erhöht. Da Glas

nahezu die obigen Eigenschaften besitzt, so ist ein von Glasfenstern eingeschlossener Raum immer wärmer als die äußere Luft. Dieses Prinzip wird in Treibhäusern deshalb mit Erfolg verwendet. Eine ähnliche, wenn auch nicht so stark ausgeprägte Eigenschaft, besitzen feuchte Luft und Wolken, deren Wirkung deshalb mit derjenigen des Glashauses verglichen werden kann. Darauf hat wohl TYNDAL (4) als erster aufmerksam gemacht.

Die hier gemachten Ansätze einer Theorie lassen sich auch auf den allgemeinen Fall einer beliebigen Atmosphäre stetig abnehmender Dichte ausdehnen. In die Differentialgleichung dieses allgemeinen Falles, deren Auflösung durch MILANKOWITSCH (18) zunächst nur ein rein theoretisches Interesse hat, sowie auch in diejenige, die man für konstante Strahlung erhält, gehen aber einerseits das Absorptionsvermögen der Oberfläche a_p und als unbekannt Funktionen die Absorptionskoeffizienten der Atmosphäre $a_1(x)$ und $a_2(x)$ für die lichte und die dunkle Strahlung ein. Die Bestandteile der Planetenatmosphären sind uns zu wenig bekannt, als daß eine Anwendung der strengen Theorie möglich wäre. Somit ist eine Bestimmung der Oberflächentemperatur und des Temperaturgradienten der Atmosphäre eine Aufgabe der weiten Zukunft. Wir übergehen deshalb hier die Ableitung der allgemeinen Differentialgleichung und ihre Integration, indem wir hoffen, daß die Grundidee dieser Aufgabe aus den angedeuteten Spezialfällen geklärt ist.

§ 4. Anwendung der Theorie auf die Temperaturbestimmung der Marsoberfläche.

Von Interesse ist eine Berechnung, die MILANKOWITSCH für die Temperatur der Marsoberfläche ausführt, und deren Resultate mit neuesten Strahlungsmessungen gut übereinstimmen. Sie ist somit eine Bestärkung der zugrunde gelegten mehr oder weniger hypothetischen Konstanten, die wiederum auf gewissen Anschauungen über die Beschaffenheit der Marsoberfläche und seiner Atmosphäre beruhen.

Ausgehend von den astronomischen Daten für die große Halbachse der Marsbahn $a = 1,5237$, die Exzentrizität $e = 0,0933$, die Neigung des Äquators zur Marsbahn $\varepsilon = 25^\circ 13'$ und die Rotationszeit $T = 24^h 37^m 23^s$ berechnet der Verfasser zunächst die einfallende Strahlungsmenge für die verschiedenen Breiten im Sommer, im Winter und im Mittel für das ganze Jahr. Er findet hierbei einen wesentlich größeren Unterschied der Jahreszeitlängen für die südliche und die nördliche Halbkugel als bei der Erde. Die südliche Marshälfte hat einen langen und kalten Winter und einen kürzeren Sommer, was durch folgende Zahlen für die Anzahl der warmen und kalten Tage gekennzeichnet wird. Für die nördliche Marshälfte ist die Dauer zwischen Frühlings- und Herbstäquinoktium 381 Tage 17 Stunden, die Dauer aber zwischen Herbst- und Frühlingsäquinoktium 305 Tage und 5 Stunden. Um-

gekehrt sind die Verhältnisse für die südliche Halbkugel. Dafür ist während des Sommers auf der südlichen Halbkugel der Planet in seinem Aphel, was bei der großen Exzentrizität seiner Bahn eine wesentlich stärkere Bestrahlung bedingt. Diese Verhältnisse, die von den irdischen stark abweichen, sind für die Beurteilung der Temperatur auf der Marsoberfläche von großer Bedeutung und die vom Verfasser hergestellten Tafeln der Bestrahlung in verschiedenen Breiten daher sehr wertvoll.

Für das Reflexionsvermögen der sichtbaren Strahlung wird der Wert 0,23 angenommen. Die Größe A , die in diesem Kapitel das Reflexionsvermögen der gesamten Strahlung bedeutet, ist jedenfalls noch geringer einzuschätzen. Sie kann als die Summe des Reflexionsvermögens für die Oberfläche des Planeten R_1 und der Atmosphäre R_2 angesehen werden

$$A = R_1 + R_2.$$

Aus Vergleichsschätzungen mit irdischen Verhältnissen, die *ARRHENIUS* (19) entnommen werden, kommt der Verfasser für Mars zu den Werten

$$R_1 = 0,08, R_2 = 0,04, A = 0,12.$$

Die Marsatmosphäre ist jedenfalls durchsichtiger als die irdische, der Transmissionskoeffizient der Sonnenstrahlung liegt deshalb in den Grenzen:

$$0,90 < p_a < 1.$$

Der Verfasser rechnet aber mit dem Werte $p_a = 1$. Ein Wert für p'_a für die dunkle Strahlung wird aus folgenden Überlegungen abgeschätzt.

Es ist sehr wahrscheinlich, daß die Marsatmosphäre Wasserdämpfe enthält. Das beweist das Anwachsen und Verschwinden der Polarkalotte, die nichts anderes als Schnee und Eis darstellen kann. Trotzdem wäre es unmöglich einen Wert für p' anzugeben, weil die Menge des Wasserdampfes, von der er so wesentlich abhängt, schwer geschätzt werden kann. Hier kommt nun die Beobachtung der Marsoberfläche zu Hilfe. Man hat beobachtet, daß die nördliche Polarkalotte niemals ganz verschwindet, wie das die südliche in der Regel tut. Die Ursache haben wir schon genannt. Sie liegt in der größeren Wärme des Südpolarsommers. Wenn es Ausnahmejahre gibt, in welchem auch die Südpolarkalotte nicht ganz verschwindet, so ist das ein Beweis dafür, daß die atmosphärische Hülle über ihr sich nicht hoch über dem Gefrierpunkt erwärmt. Legt man also für den Südpolsommer eine mittlere Tagestemperatur der Atmosphäre von $\Theta = 273^\circ$ zugrunde und berechnet die Solarkonstante für denselben zu 0,431 gcal. pro Quadratcentimeter und Minute, so gestattet die Gleichung (33) eine Berechnung von a'_m oder p'_a . Hierbei wird a_m für die lichte Strahlung = 0 angenommen. Das Resultat ist $p'_a = 0,30$, was sicher eher zu klein als zu groß ist, da aus (32) bei diesem Werte sich eine um 30° höhere Tempe-

ratur für die Oberfläche des Planeten ergibt. Der Verfasser berechnet mit diesem Werte von p'_a und den Werten W_m der mittleren Bestrahlung aus seiner oben erwähnten Tabelle die mittleren Temperaturen für verschiedene Breitengrade. Das Resultat ist in folgender Tafel gegeben:

Breite	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Temp.	-3°	-4°	-7°	-12°	-18°	-27°	-38°	-46°	-51°	-52°

Hieraus leitet sich die mittlere Temperatur der Oberfläche zu -7 C ab; in Wirklichkeit ist sie etwa tiefer anzunehmen, wenn die Durchlässigkeit der Atmosphäre für die Wärmestrahlung größer ist.

Der tägliche Gang der Temperatur muß auf dem Mars eine viel größere Amplitude aufweisen als auf der Erde. In der Tat, nach ABBOT und FOWLE erreichen die Erdoberfläche nur 50 vH der direkten Sonnenstrahlung. Diese Zahl gilt für die ganze beleuchtete Erdhälfte und entspricht einem Transmissionskoeffizienten $p = 0,65$. Nach spektroskopischen Beobachtungen von CAMPBELL ist die Wasserdampfmenge in der Marsatmosphäre jedenfalls bedeutend geringer als in der irdischen; wir müssen deshalb den Transmissionskoeffizienten für die gesamte Strahlung für die Marsatmosphäre größer annehmen als denjenigen, den die genannten Autoren für Mt. Whitney an klaren Tagen abgeleitet haben, also etwa $p = 0,95$. Dann zeigt aber die Theorie, daß die Bestrahlung der Marsoberfläche in Wirklichkeit trotz des größeren Abstandes größer sein muß als auf der Erde. Die Maximaltemperaturen während des Tages können diejenigen auf der Erde übersteigen, gleichzeitig aber ist die nächtliche Abkühlung außerordentlich stark. Die in der obigen Tabelle angeführten mittleren Tagestemperaturen sagen natürlich über diesen scharfen Wechsel nichts aus.

§ 5. Über die Oberflächentemperatur des Planeten Venus.

Für Venus fehlen uns noch sichere Daten über die Rotationsdauer und die Neigung ihrer Achse zur Ekliptik. Nach spektroskopischen Beobachtungen hat der Planet eine kurze Rotationszeit von nahezu einem irdischen Tage, während nach älteren visuellen Beobachtungen dieselbe der Umlaufzeit des Planeten um die Sonne gleich sein soll. Außerdem zeigt die Oberfläche des Planeten keine typischen Veränderungen mit der Jahreszeit, wie diejenige des Mars. Es lassen sich deshalb auch nicht derartige Schlüsse über die Durchsichtigkeit der Atmosphäre und Grenzwerte der Temperatur für Venus ziehen, wie wir es oben für Mars tun konnten. Die hohe visuelle Albedo von Venus ($A = 0,59$) und die Unsichtbarkeit irgendwelcher Zeichnung der Oberfläche haben zu der Ansicht geführt, dieselbe sei ständig durch einen undurchsichtigen Wolkenschleier unseren Blicken verdeckt. Der Nachweis von Wasserdampf in der Venusatmosphäre ist aber mit

solchen Schwierigkeiten verknüpft und die bisherigen Resultate in dieser Frage so unsicher, daß eine andere Hypothese — die dichte Atmosphäre des Planeten verdanke ihre Undurchsichtigkeit festen staubartigen Partikeln — noch nicht ganz von der Hand zu weisen ist. Eine noch unveröffentlichte Untersuchung des Verfassers über das Diffusionsgesetz der Venusatmosphäre, das in den Messungen der Lichtverteilung auf der Venusoberfläche eine Bestätigung findet, läßt freilich für die zweite hier genannte Hypothese kaum noch Raum. Diese Untersuchung bestätigt die Resultate von E. ÖPIK (20), der aus der Untersuchung der Phasenkurve des Planeten auf Grund des Reflexionsgesetzes für irdische Wolken auch zu der erstgenannten Ansicht über die Beschaffenheit der Venusoberfläche kommt. Bleibt man bei der Annahme einer wasserdampfvolkigen Atmosphäre, so bietet eine theoretische Temperaturbestimmung der Oberfläche trotzdem noch große Schwierigkeiten. Den Untersuchungen des Verfassers über diesen Gegenstand soll vor ihrer Veröffentlichung hier nicht vorgegriffen werden und nur die Betrachtungen von MILANKOWITSCH, die ohne Kenntnis des Transmissionskoeffizienten angestellt sind, seien hier kurz mitgeteilt.

Die einfallende mittlere Strahlungsmenge ist nach Formel (1) bei einem Abstände $\varrho = 0,7233$

$$W_m = 0,956 \frac{\text{g} \cdot \text{cal.}}{\text{cm}^2 \text{ min.}}$$

Nimmt man das Reflexionsvermögen der Wolkenoberfläche zu 0,65 an, so dringt durch dieselbe nur 35 vH der obigen Strahlungsmenge. Es sind also 0,335 g · cal., die zur Erwärmung des Planeten beitragen. Wenn die Atmosphäre dasselbe Absorptionsvermögen besäße, wie die irdische, so dürften wir für die untere Schicht derselben die Gleichung ansetzen

$$\frac{\Theta_{\text{Venus}}}{\Theta_{\text{Erde}}} = \sqrt[4]{\frac{W_{\text{Venus}}}{W_{\text{Erde}}}}$$

Wenn für die Erde $W = 0,300 \text{ g} \cdot \text{cal.}$ angenommen werden, welchen Wert MILANKOWITSCH bei strenger Rücksichtnahme auf die mittlere Bewölkung der Erde als den sichersten ableitet, und für

$$\Theta_{\text{Erde}} = 289,5 \text{ abs.}$$

so wird $\Theta_{\text{Venus}} = 289,5 \sqrt[4]{\frac{3346}{3000}} = 297,5 = 24^\circ 5 \text{ C.}$

Wir hätten also auf der Oberfläche der Venus, die ein äußerst feuchtes Klima besitzen müßte, eine um 8° höhere mittlere Temperatur als auf der Erde. Bei einem stärkeren Absorptionsvermögen der Wärmestrahlung, die bei der größeren Feuchtigkeit wohl mit Notwendigkeit anzunehmen ist, müßte die schützende Wirkung der Atmosphäre diese Temperatur noch mehr steigern. Verfasser macht noch eine Berechnung der Adsorption und der Temperatur bei der Annahme einer reinen Wasserdampfatmosphäre und erhält dann mittlere Temperaturen von 70° C und mehr.

§ 6. Neueste Strahlenmessungen der Planeten.

Die visuell photometrischen Methoden und auch die Photographie der Planetenoberfläche bezieht sich auf ein Wellenlängengebiet von $0,3$ bis höchstens $0,8\mu$, umfaßt also nur einen geringen Teil der vom Planeten zu uns gelangenden Strahlen. Die Absorptions- und Reflexionskoeffizienten, die aus diesen Messungen erhalten sind, ergeben uns die Verluste an Sonnenstrahlung desselben Wellenlängengebietes. Da das Maximum dieser Strahlung bei $0,5\mu$ liegt, ist eine Lösung der Frage nach der Erwärmung der Planeten durch die Sonne nur bei der Kenntnis einer Reihe von Konstanten möglich, wie wir das im vorigen Kapitel gesehen haben. Ganz unbestimmbar ist aber auf diesem Wege die aus dem Innern der Planeten stammende Eigenstrahlung. Erst die neuesten amerikanischen Strahlenmessungen (21, 22, 23, 24, 25) mit empfindlichen Radiometern, welche die Gesamtstrahlung der Planeten als Wärmestrahlung zu messen gestatten, geben uns die Möglichkeit, die reflektierte und umgewandelte Sonnenstrahlung von der Eigenstrahlung der Planeten zu trennen.

Die ersten Versuche solcher Messungen wurden auf dem LICK-Observatorium im Jahre 1914 gemacht und sind dann mit größeren Mitteln in den Jahren 1921, 1922 und 1924 auf dem LOWELL-Observatorium in Arizona fortgesetzt worden. Als Instrument diente hier ein Spiegelteleskop von 40 Zoll Durchmesser und 53,3 Fuß Brennweite, in welchem die fokalen Abbildungen der Planeten einige Millimeter groß waren. Dadurch ergab sich die Möglichkeit, die Strahlungsmengen einzelner Teile der Planetenoberflächen auszuscheiden. Mit Hilfe von Diaphragmen konnten aus dem Planetenbilde Teile bis zu $0,01$ der Gesamtfläche ausgeschieden werden. Filter aus Wasser, Quarz, Glas und Fluorit erlaubten es weiter, die Strahlung der Planeten in den Bezirken von $0,3$ bis $1,4\mu$, $1,4-4,1\mu$, $4,1-8,0\mu$, $8,0-12,5\mu$ und $12,5-15\mu$ getrennt zu messen — ein glänzendes Zeugnis für die Empfindlichkeit des Bolometers, das in jahrelangen Versuchen im Bureau of Standards zu Washington für astronomische Zwecke vervollkommenet worden ist. Messungen wurden an den Planeten Venus, Mars, Jupiter und Saturn vorgenommen. Besonders vollzählig sind die Messungen an Mars. Wenn zunächst auch nur ein vorläufiger Bericht über die Resultate veröffentlicht worden ist, so erscheint der hier erreichte Fortschritt so bedeutungsvoll, daß eine Besprechung der Methoden und Resultate am Platze erscheint.

Das Prinzip der Methode ist die Trennung der Strahlung von $0,4\mu$ bis etwa $1,4\mu$, von der Strahlung größerer Wellenlängen bis zu 15μ . Der erste Teil enthält praktisch genommen die gesamte reflektierte Sonnenstrahlung, weil von der selektiven Reflexion größerer Wellenlängen abgesehen werden kann. Das zweite Gebiet ist die Wärme-

strahlung, deren Ursprung absorbierte Sonnenstrahlung und Eigenstrahlung ist. Die Trennung geschieht mit Hilfe einer Wasserzelle von 1 cm Dicke, weil erfahrungsgemäß eine solche Wasserschicht Strahlung größerer Wellenlängen als $1,4\mu$ überhaupt nicht durchläßt.

Wir bezeichnen die Strahlung des ersten Gebietes, die wir kurz „lichte Strahlung“ nennen wollen, durch S , die dunkle Strahlung durch P ; durch t' und t seien die Bruchteile von S und P , welche nach den Verlusten beim Durchdringen unserer Atmosphäre und jener Medien, welche dem Empfänger der Strahlung vorgelagert sind, den Faden des Radiometers treffen und den Ausschlag des Galvanometers bewirken. Die Strahlung des Planeten wird erst mit und dann ohne Wasserzelle gemessen. Die Durchlässigkeit der Wasserzelle sei W . Dann haben wir die Gleichung

$$W(t'S + tP) = W_s t'S,$$

wo W_s die Absorption der lichten Strahlung durch die Wasserzelle bedeutet. Sie wird dadurch bestimmt, daß man das direkte Sonnenlicht mit und ohne Wasserzelle mißt und das Verhältnis bildet. Schreibt man die obige Gleichung in der Form

$$\frac{tP}{t'S} = \frac{W_s}{W} - 1, \quad (36)$$

so ergibt sich das Verhältnis $\frac{P}{S}$, wenn die Größen t und t' bekannt sind. Ihre Bestimmung bildet den schwierigsten Teil der Arbeit und war überhaupt nur dank den sorgfältigen Arbeiten des Sonnenobservatoriums Mt. WILSON zur Bestimmung der Solarkonstante möglich.

Die Bestimmung der absoluten Temperatur der Planetenoberflächen aus dem beobachteten Strahlungsverhältnis ist nur bei gewissen Hypothesen möglich. Es wird für P , die Wärmestrahlung, das STEFANSche Gesetz angenommen

$$P = ka\sigma\Theta^4, \quad (37)$$

wo σ etwas kleiner als 1 sein muß, k die Konstante des STEFANSchen Gesetzes und a die scheinbare Fläche des Oberflächenteils bedeutet, dessen Strahlung gemessen worden ist.

Nach der obigen Definition der BONDSchen Albedo (I, 4), $A = pq$, muß für einen Planeten, für welchen $p=1$ ist, die Strahlung eine schwarze Strahlung sein; für ihn gilt also das STEFANSche Gesetz, und da ein solcher Planet von jeder Einheit seiner Oberfläche so viel Strahlung aussendet als er bei senkrechter Bestrahlung von der Sonne erhält, so müssen für ihn die Beziehungen bestehen

$$P = k\Theta_0^4 \text{ und } P = \frac{1 \cdot 932}{\varrho^2},$$

wo $\frac{1 \cdot 932}{\varrho^2}$ die Solarkonstante für den Abstand der Planeten von der Sonne ist. Wenn man hier für die Konstante des STEFANSchen Gesetzes

$k = 8,21 \cdot 10^{-11}$ Kalorien pro cm und Minute einsetzt, und P eliminiert, so erhält man für die Temperatur Θ_0 dieses Planeten mit $p = 1$

$$\Theta_0 = 392^{\circ} q^{-1/2}. \quad (38)$$

Der wirkliche Planet, für den p nicht gleich 1 ist, reflektiert somit von der Flächeneinheit in Opposition die Strahlung $k p \Theta_0^4$, von der vollen Scheibe mit der scheinbaren Fläche b die Strahlungsmenge $k b p \Theta_0^4$; beim Phasenwinkel α wird von einem Ausschnitt a aus der Scheibe die Strahlungsmenge

$$S = k \frac{a}{b} x \varphi(\alpha) p b \Theta_0^4 = k a x \frac{A \varphi(\alpha)}{q} \Theta_0^4 \quad (39)$$

reflektiert, wo x das Verhältnis der Flächenhelligkeiten des Ausschnittes a beim Phasenwinkel α zu der mittleren Helligkeit der Scheibe in Opposition bedeutet. Somit ist auch ein Ausdruck für die reflektierte lichte Strahlung gewonnen. Die Größe Θ_0 ist durch Gleichung (38) bestimmt. Setzt man jetzt die Werte von S und P aus den Gleichungen (37) und (39) in die Gleichung (36) ein, so ergibt sich

$$\Theta = \Theta_0 \sqrt[4]{\frac{t'}{t} \frac{A \varphi(\alpha)}{q} \frac{x}{\sigma} \left(\frac{W_s}{W} - 1 \right)}. \quad (40)$$

Hiernach wird Θ als die vierte Potenz einer Funktion der beobachteten Größen der Werte der Transmissionskoeffizienten t und t' und der anderen mehr oder weniger sicher bekannten Größen bestimmt.

Um nun die Sicherheit der auf diesem Wege bestimmbaren Planetentemperaturen abzuschätzen, ist zunächst zu beachten, daß das Emmissionsvermögen σ des hypothetischen grauen Körpers, der die Planetenoberfläche in bezug auf die Quantität der Strahlung ersetzt, nur geschätzt werden kann. Für Planeten mit dichten Atmosphären, bei denen die zur Erde gelangende Strahlung von diesen selbst herührt, wird σ wenig von 1 verschieden sein. Für die anderen Planeten dürfte es bedeutend kleiner werden als 1.

Das Verhältnis $A:q = p$ ist nur für die sichtbare Strahlung aus den Beobachtungen bekannt. Es wird angenommen, daß dieser Wert auch für die gesamte Strahlung gilt, daß also das Reflexionsvermögen des Planeten dasselbe ist für die lichte Strahlung und für die gesamte. Da der überwiegende Teil der Sonnenstrahlung im Gebiete der sichtbaren Strahlung liegt, dürfte diese Annahme keinen wesentlichen Fehler herbeiführen; dasselbe gilt für die Phasenkurve $\varphi(\alpha)$, die übrigens nur bei den sehr unsicheren Messungen des Planeten Venus in Betracht gezogen wird. Die übrigen Planeten sind in der Nähe der Opposition beobachtet und mit $\varphi(\alpha) = 1$ berechnet.

Für den Wert von x — das Verhältnis der Helligkeit der gemessenen Fläche zur mittleren Helligkeit der Scheibe in Opposition — könnten auf Grund der Untersuchungen des Verfassers sicherere Zahlen ein-

geführt werden als es tatsächlich bei der Annahme von $x = 1$ und die geschätzten Werte geschehen ist.

Eine große Schwierigkeit bietet auch die Bestimmung der Transmissionskoeffizienten t und t' für die dunkle und sichtbare Strahlung in unserer Atmosphäre, weil ihr Wasserdampfgehalt aus den Feuchtigkeitsmessungen an der Erdoberfläche nur unsicher bestimmt werden kann. Besonders schwierig gestaltet sich die Bestimmung von t der Durchlässigkeit der dunklen Strahlung, weil die Absorptionslinien des Wasserdampfes im Gebiete der dunklen Strahlung liegen. Bei stärkerer Feuchtigkeit, etwa von 0,5 bis 4 cm Wasser auf dem Wege des Lichtstrahles in unserer Atmosphäre, wirkt dieselbe schon wie ein Lichtfilter, welches die gesamte dunkle Strahlung von 9 bis 12μ hindurchläßt, sonst aber nichts. Der Wert von t konnte daher nur durch sukzessive Näherungen berechnet werden, indem Strahlungskurven des schwarzen Körpers für verschiedene Temperaturen, die den zu bestimmenden Temperaturen der Planeten nahe lagen, gezeichnet wurden; darauf wurden die Ordinaten dieser Kurven mit den bekannten Transmissionskoeffizienten der einzelnen Wellenlängen multipliziert bei sorgfältiger Berücksichtigung der Feuchtigkeit; durch mechanische Integration ergab sich dann die durchgelassene Strahlungsmenge; die absolute Temperatur und der Wasserdampfgehalt wurden solange variiert, bis sich aus dem resultierenden Transmissionskoeffizienten und den beobachteten Strahlungsmengen nach (40) die Ausgangstemperatur der Planetenoberfläche ergab.

Man ersieht hieraus, mit welchen Schwierigkeiten die Auswertung der beobachteten Strahlungsmengen für die Temperaturbestimmung der Planeten verbunden ist. Man wird deshalb auch den erhaltenen Resultaten nur soweit Vertrauen schenken können, als sie bei verschiedener Berechnungsart Übereinstimmung ergeben. Eine gewisse Kontrolle wird von dem Verfasser dadurch erreicht, daß die aus den Beobachtungen mit der Wasserzelle mit Hilfe von Gleichung (40) erhaltenen Temperaturen mit denjenigen verglichen werden, die sich durch Trennung zweier anderer Spektralgebiete zwischen 8.0 und 12.5μ und 12.5 bis 15μ ergeben. Bezeichnet man die beiden Gebiete durch A und B , so kann das Verhältnis $A:B$ für den Planeten mit demselben Verhältnis für den schwarzen Körper verschiedener Temperaturen verglichen werden und dadurch die Temperatur des Planeten bei der Voraussetzung, daß es schwarze Strahlung ist, bestimmt werden.

Endlich werden noch die für die Mondoberfläche beobachteten Verhältnisse $W_s:W$ und $A:B$, die als besonders sicher angesehen werden; dazu benutzt die Marstemperaturen zu bestimmen, indem eine graphische Darstellung dieser Größen nach dem Argument der absoluten Temperatur zwei gut definierte Linien ergab, von denen dann die bei der Marsoberfläche beobachteten Verhältniszahlen die Temperaturen dieses Planeten ablesen ließen.

Als Beispiel der guten Übereinstimmung der auf diese Weise abgeleiteten Marstemperaturen werden hier einige Zahlen angeführt.

Tabelle 5. Marstemperaturen in der Nähe des Zentrums der Scheibe nach verschiedenen Methoden.

1924	Beobachtet		Schwarzer Körper		Mond		Marsgegend
	Wasserzelle	A:B	Wasserzelle	A:B	A:B	Wasserzelle	
Aug. 6	33,5	41,7	-1°	-12°	12°	2°	Syrtis Major
14	30,5	41,3	9	10	11	16	Mare Sirenum
15	32,4	43,1	5	21	14	8	Ditto
18	31,1	38,6	4	-5	7	13	Ditto
21	32,5	40,7	3	6	10	6	Ditto
21	34,9	39,1	-5	-3	8	-7	Helle Gegend nördlich von Mare Sirenum
23	32,8	36,6	2	-20	4	4	Ditto
25	33,7	38,3	-7	-8	6	-2	Ditto
28	31,2	50,0?	4	55?	24	12	Solis Lacus
Sept. 11	30,8	47,8	1	45	20	15	Syrtis Major
13	29,6	39,3	6	-2	8	22	Ditto
13	25,1	55,8?	22	-	32	-	Ditto
14	29,3	46,4	6	40	18	25	Mare Cimmerium

Die Verschiedenheit dieser Zahlen für die hellen und dunklen Marspartien ist ein schöner Beweis für die Empfindlichkeit der Messungen.

Die hellen Marspartien sind die kälteren, was auch zu erwarten war. Die gute Übereinstimmung der Temperaturen in den einzelnen Spalten ist freilich kein Beweis für die Sicherheit der Mittelwerte, denn sie sind alle Temperaturen des schwarzen Körpers und müssen schon bei der Annahme $\sigma = 0,9$ um 10° erhöht werden. Außerdem sind die Helligkeitsverhältnisse auf den Scheiben nicht berücksichtigt.

Von welcher Bedeutung aber die Strahlungsmessungen auf den Planetenoberflächen für die Beurteilung der physikalischen Verhältnisse auf denselben werden können, das illustriert am besten folgende Tabelle (siehe S. 36), welche getrennt die Temperaturen im Zentrum der Scheibe, am östlichen und westlichen Rande desselben und am Süd- und Nordpol angibt.

Wir sehen hier, daß der östliche Rand, auf dem die Sonne eben aufgeht, wesentlich kälter ist als der westliche, der den Tag über der Sonnenstrahlung ausgesetzt war. Die stark schwankenden Zahlen für die Polarregionen erklären sich dadurch, daß es nicht immer gelang den Ausschnitt des Strahlungsempfängers genau auf der Polarkalotte zu halten. Die Beobachter bemerkten, daß wenn dieses möglich war die Beobachtung mit der Wasserzelle fast denselben Wert ergab für das Verhältnis $W_s:W$ wie das direkte Sonnenlicht, was ein Beweis dafür ist, daß der Mantel von Eiskristallen, der über dem Pole schwebt,

Tabelle 6. Die klimatischen Verhältnisse auf der Marsoberfläche. Temperaturen isolierter Gebiete der Marsoberfläche aus Beobachtungen mit der Wasserzelle.

Datum 1924	Zen- trum	Östl. Rand	Westl. Rand	Nord- pol	Süd- pol	Bemerkungen
Juli 30	-4°	-16°	—	-18°	-5°	Diaphr. 0,5 der Scheibe
Aug. 1	-17	-30	-17	-30	-10	Ditto
2	-10	-18	-8	-22	-8	Ditto
6	10	-9	1	—	—	—
13	12	-30	6	-70	-68	Diaphr. 0,11 der Scheibe
14	13	-42	-1	-96	-87	Südpol gedeckt
15	5	-51	-7	—	—	Helle Geg. nördl. v. M. Sir.
15	-1	—	—	—	—	—
17	5	—	—	—	—	—
17	24	—	—	—	—	—
21	7	—	—	-75	-88	Mare Sirenum
21	-5	—	—	—	—	Helle Geg. bei M. Sirenum
23	7	-50	-2	-94	-79	Südpol klar
28	4	—	—	-70	-66	Solis Lac. Schlecht sichtb.
Sept. 11	1	-86	-13	-113	-73	Syrtis Major im Meridian
12	-5	-73	0	-79	-55	Ditto
13	22	-18	22	-7	19	Syrtis a. östl. Rande) Aus-
14	22	—	—	-17	22	Mare Cimmerium } schn.
						0,35 der Scheibe
Okto. 22	-5	—	—	-75	-1	Ausschn. 0,25 der Scheibe
Sept. 12	—	-30	—	—	—	I. d. Mitte zw. Z. u. östl. Rand
"	—	—	-5	—	—	" " " " westl. "
"	—	—	—	-33	—	" " " " Nordpol
"	—	—	—	—	-12	" " " " Südpol

für die Sonnenstrahlung undurchdringlich ist und dieselbe unverändert zurückreflektiert. Die Temperatur von -80°C im Frühsommer (Ende August) bezieht sich deshalb wahrscheinlich auf jene Atmosphärenschicht über dem Südpol. Die Temperatur auf der Oberfläche selbst kann bedeutend höher gewesen sein. An den Grenzen der Schneezone muß sie es gewesen sein, um das Schmelzen zu erklären; und da hier an den dunklen Partien eine bedeutende Erwärmung eintritt, wird sich die erwärmte Luft auch nach höheren Breiten übertragen. Ein Austritt dieser Wärmestrahlung durch die feuchte Atmosphäre ist aber stark behindert, weshalb sie sich in den Messungen nicht kundgeben kann. Die Messungen von September 13 und 14 mit einem größeren Ausschnitt, der weit über den Polarfleck hinausreichte, ergeben schon positive Celsiusgrade. Im Oktober war der Südpolarfleck verschwunden; die Temperatur liegt dann um 0 herum.

Die hellen und dunklen Äquatorialgegenden zeigen hier deutlich den zu erwartenden Temperaturunterschied. Die Erwärmung der dunklen Partien steigt bis zu 20° .

Wie schon erwähnt widerspricht die Annahme gleicher Helligkeit der zentralen und der Randpartien der Erfahrung und so dürften die Temperaturen des Zentrums der Scheibe und diejenigen der hellen

Polarflecke aus diesem Grunde zu tief berechnet sein. Da sich die Messungen vorwiegend auf diese beziehen, außerdem die Annahme von $\sigma = 0,9$ der Wahrheit näher kommen dürfte als diejenige daß $\sigma = 1$, so müßte die von KOBLENTZ abgeleitete mittlere Marstemperatur von -30°C um etwa 15°C erhöht werden. Sie stimmt dann mit der ebenfalls aus Strahlungsmessungen von PETIT und NICHOLSON berechneten Temperatur von -13°C gut überein.

Die starke Abkühlung der Marsoberfläche während der Nacht, die sich in den tiefen Temperaturen des Ostrand es offenbart, ist eine Folge der dünnen und durchsichtigen Marsatmosphäre. Das Klima der äquatorialen Gegenden auf dem Mars ist demjenigen unserer nördlichen trockenen Regionen, der Tundren Sibiriens und Alaskas, ähnlich. Wir dürfen die im Marssommer sich verbreitenden dunklen Flecke als einfache Vegetation ansehen.

Für die *anderen Planeten* sind die bis jetzt veröffentlichten Messungen bei weitem nicht so zahlreich und differenziert. Es sind nur Beobachtungen mit der Wasserzelle bisher bekannt gegeben. Die Berechnung geschah nach Formel (40).

Die folgende Tabelle enthält die aus diesen Messungen abgeleiteten Temperaturen Θ (letzte Kolumne) für Venus, Jupiter, Saturn und Mond neben einigen von Mars. In den drei vorletzten Kolumnen stehen noch die Temperaturen des schwarzen Körpers im Strahlungsgleichgewicht Θ_0 , und außerdem zwei andere Θ_1' , Θ_2' die aus letzterer folgendermaßen erhalten sind. Bezeichnet W die auf ein Oberflächenelement vertikal einfallende Strahlung, so ist $(1-A)W$ die absorbierte, wenn die Albedo A dem Reflexionsvermögen der gesamten Strahlung gleichgesetzt wird. Bezeichnet y den mittleren Wert (mit Rücksicht auf die Rotation des Planeten) des Bruchteiles der von jener Strahlungsmenge wieder ausgestrahlt wird, so ergibt sich für die mittlere Temperatur des Oberflächenelementes die Gleichung

$$y W (1-A) = k \sigma \Theta'^4$$

Für ein Element des schwarzen Körpers, der im Strahlungsgleichgewicht ist, haben wir

$$W = k \Theta_0^4$$

daher ist

$$\Theta'^4 = \frac{y(1-A)}{\sigma} \Theta_0^4 \quad (41)$$

Für das Zentrum des Mondes in Opposition, ohne Rücksicht auf seine Rotation, wäre y nahezu gleich 1. Für eine vollkommen wärmeleitende Kugel ist $y = \frac{1}{4}$; für einen Punkt in der Breite φ eines Planeten, welcher so schnell rotiert, daß er gar keine merkbare Temperaturschwankung hat, ist $y = \frac{\cos \varphi}{\pi}$. Endlich für einen Punkt der Oberfläche eines so langsam rotierenden Planeten, daß die Sonnenlänge L für

Punkte seiner Oberfläche konstant ist, wird $y = \cos L$ (bei $\varphi = 0$). Diese beiden letzten Annahmen ergeben nach (41) die Temperaturen θ'_1 und θ'_2 , die zum Vergleich angeführt sind.

Tabelle 7. Planetentemperaturen. $W_s = 0,70$.

Planet	Datum	W	$q:\varphi$	A	x	θ_0	θ'_1	θ'_2	θ
Venus	1914 Aug. 19	0,59	3,03	0,59	2	460°	276°	369°	330°
	1922 Juni 15	0,663	2,16	—	3	—	—	—	310
Mars	1921 Okt. 6	0,67	1,30	0,154	1	304	220	293	—
Äquator	1922 Juni 15	0,470	1,17	—	—	323	233	310	268
Süd	1922 Juni 15	0,489	—	—	—	—	227	303	262
Nord	1922 Juni 15	0,511	—	—	—	—	223	297	255
Äquator	1922 Juni 18	0,476	1,20	—	—	—	233	310	261
Süd	1922 Juni 18	0,523	—	—	—	—	227	303	252
Nord	1922 Juni 18	0,551	—	—	—	—	223	297	242
Jupiter	1914 Aug. 17	0,657	1,5	0,56	1	174	107	142	157
	1922 Juni 14	0,682	—	—	—	168	103	137	168
Saturn	1914 Aug. 26	0,55	1,5	0,63	1	130	76	101	172
	1922 Juni 14	0,60	—	—	—	127	75	100	161
Mond	1914 Aug. 27	0,147	1	0,073	1	392	290	386	400
Erde	—	—	—	0,45	—	392	254	338	—

Die Werte von x , die zur Berechnung dienen, sind für Venus schätzungsweise angesetzt. Bei den großen Helligkeitsschwankungen auf der Sichel dieses Planeten und auch in Abhängigkeit vom Phasenwinkel kann hierbei ein großer Fehler gemacht worden sein, so daß auch die resultierende Temperatur von $+45^\circ\text{C}$ noch als ganz unsicher anzusehen ist. Der Mangel an einer präzisen Angabe, auf welchen Punkt der Scheibe eingestellt wurde, gestattet zunächst auch keine Korrektur. Diese kann für die Messungen des Jupiter und Saturn nach den Formeln für die Helligkeitsverteilung (I,10) angebracht werden und ergibt eine Erhöhung der berechneten Temperaturen um $+30^\circ\text{C}$, so daß für diese beiden Planeten als Oberflächentemperatur -80°C resultiert. Dieses ist wesentlich höher als die Temperatur des schwarzen Körpers im Strahlungsgleichgewicht. Für diese beiden Planeten haben wir also das wichtige Resultat, daß sie Eigenwärme ausstrahlen. Diese muß sehr bedeutend sein, wenn sie durch die dichten Atmosphären hindurchdringen und die Temperatur der reflektierenden Wolkenschicht so wesentlich erhöhen kann (zum Vergleich muß man hier bei der kurzen Rotationsdauer der Planeten die Temperatur θ'_1 heranziehen).

III. Die Wirkung der Eigenstrahlung der Planeten auf feinste Partikel ihrer Umgebung.

Nach den Untersuchungen von MAXWELL übt die Strahlung eine Druckkraft aus, die freilich erst bei kleinsten Dimensionen der bestrahlten Partikel merkbar wird, hier aber, wie die theoretischen Untersuchungen von SCHWARZSCHILD und DE BYE gezeigt haben, bei einer gewissen Größe der Teilchen, die von der Größenordnung der Wellenlänge der Strahlung sind, beträchtliche Ausmaße gewinnen, so daß der Strahlungsdruck der Sonne die Anziehung durch dieselbe wesentlich überwiegen kann. LEBEDEV ist es gelungen den Strahlungsdruck auch auf Gase nachzuweisen. Wir haben in den Kometenschweif, die neben dem kontinuierlichen auch ein Gasspektrum zeigen, einen anschaulichen Beweis für das Überwiegen der Druckkraft über die Anziehung, wobei erstere Werte von 0,1 der Anziehung bis zum 18fachen derselben erreichen kann. Die theoretische Behandlung der Frage über die Größe des Strahlungsdruckes bietet nicht geringe Schwierigkeiten, die Idee selbst, die von ARRHENIUS herrührt, ist aber sehr einfach: da die Anziehung bei Verkleinerung der Partikel proportional dem Volumen, also der dritten Potenz des Radius abnimmt, die Druckkraft aber mit dem Querschnitt, also der zweiten Potenz des Radius, so müssen bei einer gewissen Grenze die beiden Kräfte einander gleich werden, bei noch geringeren Dimensionen die Druckkraft die Anziehung überwiegen. Durch den Strahlungsdruck der Sonne auf kleinste Partikel wird nach ARRHENIUS auch die Übertragung der negativen Elektrizität von der Sonne in unsere Atmosphäre erklärt, welche die Ursache der Polarlichter und der damit verbundenen magnetischen Stürme ist. In den neueren Theorien über den Aufbau und die Entwicklung der Sterne ist der Strahlungsdruck ein wesentlicher Faktor für das Strahlungsgleichgewicht.

Die Bedeutung des Strahlungsdruckes für den Energieaustausch auch in höher entwickelten Stadien eines mehrfachen oder Doppelsternsystems dürfte für verschiedene kosmogonische Fragen ein interessantes Problem bieten. Es soll hier an einem Beispiel gezeigt werden, daß diese Kraft in früheren Epochen, als die Eigenstrahlung der Planeten wesentlich höhere Beträge erreichte, durchgreifende und auch dauernde Wirkungen hervorgebracht haben kann.

Für das Strahlungsgesetz der Sonnenoberfläche nehmen wir das von SCHWARZSCHILD theoretisch begründete und der Lichtverteilung auf der Sonnenoberfläche vollkommen genügende Gesetz an

$$F(\varepsilon) = C(1 + \mu \cos \varepsilon) \cos \varepsilon ds, \quad (I)$$

aus dem die Helligkeitsverteilung folgt

$$h = Kh_0(1 + \mu \cos \varepsilon),$$

wo noch Emdens Korrektion der SCHWARZSCHILD'Schen Zahlen

$$K = \frac{2}{5} \text{ und } \mu = \frac{3}{2}.$$

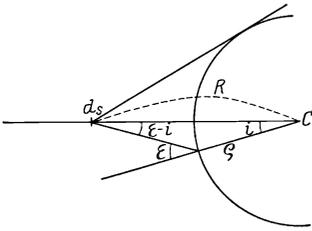


Fig. 2.

Für die Planeten kennen wir das Strahlungsgesetz nicht, wir wollen für dieselben ebenfalls die obige Formel benutzen. Wir denken uns auf der Verbindungsgeraden der Zentren ein zu derselben senkrechtcs Flächenelement und bezeichnen den gesuchten Abstand von der Sonne und dem Planeten durch R_0 und R , deren Radien durch ϱ_0 und ϱ . Wie aus Fig. 2 leicht zu ersehen, ist die auf das Element ds vom Planeten einfallende Strahlungsmenge

$$E = C \varrho^2 ds \int_0^{2\pi} \int_0^{\arccos \frac{\varrho}{R}} \frac{(1 + \mu \cos \epsilon) \cos \epsilon \sin i \cos(\epsilon - i) di}{r^2} = \pi C \frac{\varrho^2}{R^2} (1 + \frac{2}{3} \mu) ds$$

$$= 2\pi C \frac{\varrho^2}{R^2} ds, \quad (2)$$

die von der Sonne aus einfallende dagegen

$$E_0 = \pi C_0 \frac{\varrho_0^2}{R_0^2} (1 + \frac{2}{3} \mu) ds = 2\pi C_0 \frac{\varrho_0^2}{R_0^2} ds;$$

die Konstanten C und C_0 sind den Strahlungsintensitäten bei senkrechter Ausstrahlung proportional, also $\frac{C}{C_0} = \frac{\Theta^4}{\Theta_0^4}$ und

$$\frac{E}{E_0} = \frac{\varrho^2 R_0^2 \Theta^4}{R^2 \varrho_0^2 \Theta_0^4}. \quad (3)$$

Wollen wir den Abstand R vom Planetenzentrum bestimmen, in welchem sich die einfallenden Strahlungsmengen gleich werden, in welchem ein Partikel also gleichen Strahlungsdruck von der Sonne und vom Planeten erhält, so findet sich dieser aus der Gleichung:

$$R = \frac{R_0}{\varrho_0} \frac{\Theta^2}{\Theta_0^2} \varrho. \quad (4)$$

Folgende Tabelle gibt diese Entfernungen in Einheiten der Planetenradien ausgedrückt für die Planeten des Sonnensystems bis Saturn; bei ihrer Berechnung sind die COBLENTZ'schen Planetentemperaturen benutzt. Für die Sonne ist $\Theta_0 = 6000^\circ$ und für Merkur $\Theta = 333^\circ$ angenommen.

Tabelle 8.
Strahlungsdruckgleichheit.

Planet	Θ	R
Merkur	333°	0,257 ϱ
Venus	332	0,475 ϱ
Erde	288	0,494 ϱ
Mars	263	0,630 ϱ
Jupiter	195	1,181 ϱ
Saturn	195	2,169 ϱ

Wir sehen, daß erst bei Jupiter und Saturn die Punkte außerhalb des Planeten liegen. Hierbei ist freilich nur die reine Temperaturstrahlung in Betracht gezogen, während die reflektierte lichte Strahlung, die

in nächster Nähe des Planeten nicht unbedeutende Beträge erreichen kann, vernachlässigt ist. Eine Berechnung derselben und des durch sie bedingten Strahlungsdruckes wird weiter für Saturn durchgeführt.

Aus (4) sehen wir, daß in früheren Epochen, für welche wir wegen der schnelleren Abkühlung der Planeten wesentlich größere Quotienten $\frac{\theta^2}{\theta_0^2}$ annehmen müssen, die Zonen gleichen Strahlungsdruckes zum mindesten für einige Planeten weit außerhalb derselben lagen. $\frac{\theta}{\theta_0}$ erleidet jedenfalls langsamere Veränderungen. Wir betrachten speziell den Planeten Saturn, für welchen noch jetzt jene Zone in die CASSINI-sche Teilung des Ringes fällt.

Die Zone gleicher Beschleunigung durch die Schwerkraft kann für die betrachteten Zeiträume als konstant angesehen werden. Sie ist aus der Gleichung $R = R_0 \sqrt{\frac{m}{m_0}}$ bestimmt und gibt für Saturn $R = \frac{R_0}{59,2}$. Das entspricht $\frac{1}{6}$ des Erdbahnradius und etwa 400 ϱ . Soll in diesem Abstände vom Planeten auch Gleichheit des Strahlungsdruckes geherrscht haben, so muß nach (4)

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \sqrt{\frac{R}{R_0} \frac{\varrho_0}{\varrho}} = \sqrt[4]{\frac{m}{m_0}} \sqrt{\frac{\varrho_0}{\varrho}} \quad (5)$$

gewesen sein, oder für Saturn $\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{1}{7,7} \sqrt{\frac{\varrho_0}{\varrho}}$. Über das Verhältnis der Radien von Sonne und Planet wollen wir keine Hypothesen machen und dasselbe dem jetzt bestehenden Verhältnis 11,6 annehmen; dann folgt für $\frac{\theta}{\theta_0} = 0,44$.

Ob und für welche Planeten ein der Gleichung (5) entsprechendes Verhältnis der Temperaturen zwischen Sonne und einem Planeten im Laufe des Abkühlungs- und Kontraktionsprozesses jemals bestanden hat, ist ein Problem, das wir hier nicht behandeln können. Es dürfte aber für die weitere Entwicklung bedeutungsvoll gewesen sein, denn diese bringt eine rasche Abnahme des Planetenstrahlungsdruckes mit sich, wodurch ein Herabfallen der im Gleichgewicht zwischen Sonne und Planet schwebender Gasmassen auf den Planeten zu bewirkt werden mußte.

Bei der jetzigen Temperatur der Sonne und des Saturn ist im Abstände gleichen Strahlungsdruckes die Schwerkraft des Planeten schon von sehr viel größerer Ordnung. In der Tat, da Strahlungsdruck und Schwerkraft bis zur Oberfläche der Sonne bzw. des Planeten mit dem Quadrate der Entfernung abnehmen, so ist die Rechnung leicht auszuführen. An der Oberfläche des Saturn ist die Strahlungsintensität nach dem STEFANSchen Gesetz $\frac{1}{900300}$ derjenigen an der Sonnenoberfläche, die Schwerkraft aber $\frac{1}{27}$ derjenigen auf der Sonne.

Das Verhältnis $\frac{\text{Druck}}{\text{Schwerkraft}}$ ist also an der Saturnoberfläche $\frac{1}{33000}$ derjenigen für die Sonne. Da dieses Verhältnis für beliebige Entfernungen erhalten bleibt, so gilt es auch für die Zone gleichen Strahlungsdruckes in der CASSINISCHEN Teilung. Für Partikel, bei denen der Strahlungsdruck der Sonne das 10fache der Schwere beträgt, haben wir also für Wirkung des Planeten immer noch ein 3300faches Überwiegen der Schwere gegen den Druck.

Es unterliegt also die feinste Materie des Ringes einer verminderten Anziehung und wir können vielleicht im inneren Florrings, der scheinbar aus größerer Materie besteht und von dem feinsten Staube frei ist, eine Bestätigung dafür sehen, daß diese größeren Bestandteile, auf die der Strahlungsdruck wirkungslos ist, sich schneller dem Planeten nähern. Auf die feinste, dem Strahlungsdruck unterliegende Materie des Ringes ist der Einfluß desselben von größerer Ordnung als die Anziehung der Trabanten.

Eine genauere Analyse erfordert aber auch die Berechnung des Einflusses der reflektierten Sonnenstrahlung. Zu der in (1) gegebenen Wärmestrahlung wäre diese reflektierte Sonnenstrahlung E_1 zu addieren. Wir nehmen für dieselbe die vom Verfasser (I,4) abgeleitete Reflexionsformel

$$dE_1 = k_1 L ds (1 + \mu_1 \cos i) (1 + \mu_1 \cos \varepsilon) \cos \varepsilon, \quad (6)$$

wo L die auf die Flächeneinheit der Oberfläche senkrecht von der Sonne einfallende Strahlungsmenge ist. Der Einfachheit halber betrachten wir ein Volumelement dv in der Ebene des Saturnäquators zur Zeit, in der die Sonne in dieser Ebene steht. Wir berechnen die reflektierte Strahlungsmenge von der gesamten beleuchteten Saturnhälfte beim Phasenwinkel 0 auf den zur Äquatorebene senkrechten Querschnitt von dv , den wir mit ds bezeichnet hatten. Diese ist dann der äquatorialen Komponente der Druckkraft proportional, die von der reflektierten Sonnenstrahlung herrührt. Führt man die in Fig. 2 verdeutlichten Bezeichnungen ein, wobei die Abplattung des Planeten vernachlässigt wird, so findet man leicht die gesuchte Komponente als

$$E_1 = 2\pi k_1 L Q^2 \int_0^{\arccos \frac{Q}{R}} \frac{(1 + \mu_1 \cos i) (1 + \mu_1 \cos \varepsilon) \cos \varepsilon \sin i \cos(\varepsilon - i) di}{r^2}.$$

Die Ausrechnung dieses Integrals ergibt nach Einführung der Variablen $x = \frac{Q}{R}$ als Resultat eine unendliche Reihe, deren erste Glieder sind:

$$E_1 = \frac{1}{2} \pi k_1 L ds \left[x^2 (2 + \frac{4}{3} \mu_1 + \mu_1^2) + \mu_1 x^3 (1 + \frac{8}{15} \mu_1) \dots \right]. \quad (7)$$

Die gesamte auf ds auffallende Energiemenge ist aus der Richtung des Planeten somit $E + E_1$ von der Sonnenseite her aber $L ds$. Die Auflösung einer Gleichung der Form

$$E + E_1 = L ds \quad (8)$$

nach x ergibt somit den Abstand von Planetenzentrum, in welchem die äquatoriale Komponente des Strahlungsdruckes gleich 0 wird. In näheren Abständen ist der Strahlungsdruck von Planeten aus größer als von der Sonne.

Mit dem bekannten Wert der Albedo des Saturn nach RUSSEL ($A = 0.762$) erhält man bei $\mu_{\tau} = 2 \cdot 1$ mit Hilfe der Reflexionsformel (I,6) $\pi k_{\tau} = 0.0847$.

Mit Hilfe von (3) und Tabelle 8, da $E_0 = Lds$ folgt:

$$E = x^2 2.169^2 Lds,$$

$$0.0423 [9.21x^2 + 4.47x^3 - 1.30x^4 \dots] + 4.7046x^2 = 1.$$

Die Auflösung der obigen Gleichung ergibt den Wert $R = 2.39$. Beachtenswert ist auch, daß die reflektierte Strahlung gegenüber der Eigenstrahlung des Saturn unbedeutend ist. Nur die erstere ist für die Vorder- und Rückseite des Planeten verschieden und im Laufe eines Umlaufes des Planeten um die Sonne durch die Neigung der Ringebene zum Ekliptik Schwankungen unterworfen, während die Hauptkomponente E bei der schnellen Rotationszeit des Planeten als davon unabhängig angesehen werden darf. Der berechnete Punkt liegt ungefähr an der äußeren Grenze des Saturnringes.

Nach den Untersuchungen des Verfassers über die Veränderlichkeit der Ringhelligkeit mit der Phase, in welcher sich das SEELIGERsche Beschattungsphänomen offenbart, und im Zusammenhange mit P. GUTHNICKS lichtelektrischen Messungen desselben Phänomens hatte sich folgendes Bild über die Beschaffenheit der Ringe herausgebildet.

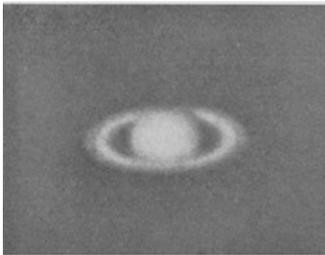
Dieselben bestehen aus einer Ansammlung von Meteoriten, die tatsächlich jenes interessante Beschattungs- und Bedeckungsphänomen aufweisen, als dessen Folge die Helligkeit des Ringsystems im Momente der Opposition, wo alle beschatteten Teile mit den verdeckten zusammenfallen, am größten wird und allmählich abnimmt, wenn mit wachsender Phase die Schatten der vorderen Ringkörper auf den hinteren dem Auge sichtbar werden.

Weiter ergab sich aber, daß diese Helligkeitsabnahme für verschiedene Strahlungsgattungen verschieden verläuft, woraus der Verfasser den Schluß zog, daß die schattenwerfenden Körper des Ringes von einer Wolke feinsten Staubes umgeben sind, die vielleicht das Resultat der Zusammenstöße der Ringkörper bildet, vielleicht auch anderen Ursprungs ist. Diese Wolke feinsten Materie schwächt durch das zerstreute Licht das Beschattungsphänomen für jene Strahlungsgattungen ab, die sie selber vorwiegend zerstreut, in denen sie also vorwiegend sichtbar ist. Die beiliegenden Photographien des Saturnringes von WOOD durch verschiedene StrahlungsfILTER zeigen deutlich, daß diese Wolke feinsten Materie, die sich vorwiegend über dem helleren B-Ringe ausbreitet und die Ursache seiner größeren Hellig-

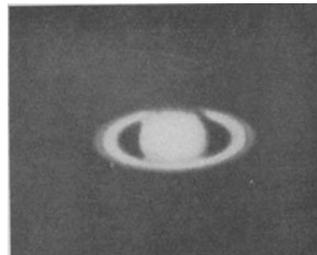
keit ist, eine Färbung haben muß, denn in blauen und violetten Strahlen verschwindet der Helligkeitsunterschied der beiden Ringhälften, der in gelben und roten Strahlen bedeutend ist.

Ein weiterer Unterschied der Färbung tritt bekanntlich beim Übergange von dem hellen Ringe zu dem dunklen, gewöhnlich als braun bezeichneten Floringe ein. Letzterer muß als frei von der feinen Dunstmaterie angesehen werden.

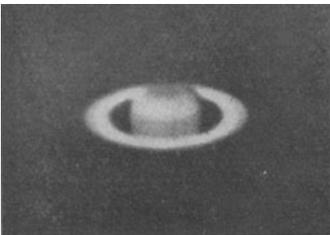
Es ist nun zu beachten, daß bei der oben durchgeführten Berechnung der Bilanz der Druckkräfte die lichte und die dunkle Strahlung des Planeten ganz verschiedene Intensitätsmaxima haben; während die erstere ähnlich der Sonnenstrahlung ein Maximum bei $0,5 \mu$ hat, wird dasjenige für die dunkle Strahlung in der Nähe von 10μ liegen. Nach SCHWARZSCHILD liegt die maximale Druckkraft bei $2,5 \lambda$. Es würden somit von der dunklen Strahlung Partikel von einem $\frac{1}{40}$ mm Durchmesser am stärksten abgestoßen werden, während von der lichten reflektierten Sonnenstrahlung Teilchen von nur einem $0,001$ m die stärkste Wirkung erfahren werden. Da mit der Verfeinerung der Partikel bekanntlich die Farbe der von ihnen zerstreuten Strahlung zusammenhängt, so könnte man sich die verschiedene Färbung der Ringeile als Resultat eines Siebungsprozesses der Druckkräfte denken. Der feinste Dunst über dem C-Ringe träte demnach erst in violettem Lichte deutlich hervor. Wir wollen diesen Gedanken hier nicht weiter verfolgen. Dazu sind unsere Daten über die Färbung der Ringe und auch die festgelegten Grenzen des Strahlungsdruckausgleiches, die von der angenommenen Planetentemperatur abhängen, doch noch zu unsicher.



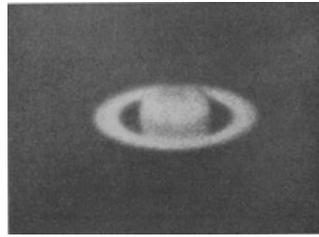
1. Infrarot.



2. Gelb.



3. Violett.



4. Ultraviolett.

Abb. 3. Aufnahmen des Saturn durch monochromatische Filter.

Es erscheint aber interessant eine andere Frage zu prüfen, ob nicht der Strahlungsdruck des Planeten für die Schmalheit desselben verantwortlich gemacht werden kann. Was wir von dem Ringe sehen, wäre ja nach dem Gesagten nur jene feinste Materie, die von dem Strahlungsdruck in viel höherem Grade als durch die Störung der Trabanten beeinflußt wird. Die größeren Körper des Ringes haben voraussichtlich eine zu kleine Albedo, als daß sie bei ihrer Kleinheit und undichten Verteilung auch in ihrer Gesamtheit wesentlich zur Helligkeit des Systems beitragen.

Eine in einer bestimmten Ebene um den Planeten kreisende Masse feinsten Materie wird, soweit sie undurchsichtig ist, nur von der einen über ihr sichtbaren Planetenhälfte bestrahlt werden, und wenn der Planetenkörper so nahe ist, wie es beim Saturnringe der Fall, daß er sich hoch über der Ebene des Ringes erhebt, so muß neben der in der Ebene des Ringes liegenden Komponente der Druckkraft eine zu ihr senkrechte Komponente auftreten, welche mit der Annäherung an den Planeten zunehmend, die feine Ringmaterie zusammenpressen muß. Wir wollen, vollkommene Undurchsichtigkeit des Ringes annehmend, die vertikale Komponente der Druckkraft berechnen, indem wir uns auf die Wärmestrahlung beschränken.

Die senkrechte Komponente der einfallenden Strahlung ist, wie eine Betrachtung der Fig. 2 zeigt, wenn $d\sigma$ den Durchschnitt des Volumelements dv in der Ringebene bedeutet

$$E_v = 2Cq^2 d\sigma \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \cos \varphi d\varphi \int_0^{\arccos \frac{q}{R}} \frac{(1 + \mu \cos \varepsilon) \cos \varepsilon \sin(\varepsilon - i) \sin i di}{r^2} =$$

$$\frac{2Cq^2 d\sigma}{R^2} \int_{R \cdot q}^{\sqrt{R^2 - q^2}} \frac{(1 + \mu \cos \varepsilon) \cos \varepsilon \sin \varepsilon dr}{r^2}$$

wo noch

$$\cos \varepsilon = \frac{R^2 - r^2 - q^2}{2rq} \quad \text{und} \quad \sin \varepsilon = \frac{1}{2rq} \sqrt{2r^2(R^2 + q^2) - (R^2 - q^2)^2 - r^4}$$

zu setzen ist.

Die numerische Auswertung dieses Integrals ergibt folgenden Verlauf der Funktion $\frac{F(R)}{R^2}$ in der Formel

$$E_v = \frac{2Cq^2}{R^2} d\sigma F(R)$$

für verschiedene Abstände R . Die dritte Kolumne der Tabelle enthält die Verhältnisse der Druckkräfte E_v zu denjenigen in der Ringebene:

$$E = 2\pi C \frac{q^2}{R^2}.$$

Tabelle 9.

R	$F(R): R^2$	$E_v: E$
1,2 ϱ	0,451	0,207
1,5 ϱ	0,209	0,149
1,75 ϱ	0,126	0,123
2,0 ϱ	0,070	0,105
2,5 ϱ	0,040	0,089
3,0 ϱ	0,024	0,067
5,0 ϱ	0,005	0,040

Wir sehen, die senkrechte Komponente nimmt außerordentlich schnell ab und ist an der inneren Grenze des hellen Ringes 2,5 mal größer als an der äußeren. Die letzte Kolumne lehrt uns, daß die senkrechte Komponente der Druckkraft innerhalb der Grenzen des Ringes etwa $\frac{1}{10}$ der anderen Komponente ausmacht, deren Größe wir schon früher abgeschätzt haben. Nach

dieser Theorie wäre somit die *Schmalheit des Ringes eine Folge seiner großen Nähe zur Saturnoberfläche.*

Literatur.

1. H. N. RUSSELL: Stellar magnitudes of Sun, Moon, and Planets. *Astrophys. Journ.* **43**, 128.
2. E. SCHOENBERG: Untersuchung zur Theorie der Beleuchtung des Mondes auf Grund photometrischer Messungen. *Acta Societatis scientiarum Fennicae.* **50**, No. 9. 1925.
3. ÖPIK: Photometrie measures of the moon and the earthshine. *Publications de l'observatoire astron. Tartu.* **26**, No. 1.
4. E. SCHOENBERG: Photometrische Untersuchungen über Jupiter und das Saturnsystem. *Acta Academiae Scientiarum Fennicae.* **16**, 1921.
5. H. WOERNER: Helligkeitsmessungen an Kugeln mit einem lichtelektrischen Photometer. *Doktordissertation Berlin 1925* (ungedruckt).
6. C. G. ABBOT und F. E. FOWLE: The reflecting power of clouds. *Annals of the Astrophys. Observ. of the Smithson. Inst.* **2**, part. II.
7. K. STUCHTEY und A. WEGENER: Die Albedo der Wolken und der Erde. *Nachr. der Ges. der Wiss. zu Göttingen*, 1911.
8. M. LUCKIESH. Areal photometry. *Astrophys. Journ.* **49**, 1919.
9. E. SCHOENBERG: On the illumination of planets. *Publications de l'observatoire astron. de l'Université Dorpat.* **24**, 3, 1917.
10. W. H. WRIGHT: Photographs of Mars with light of different colours. *Lick Observatory Bulletin* No. 366.
11. R. W. WOOD: Monochromatie Photographs of Planets. *Astrophys. Journ.* **43**.
12. B. FESSENKOW: *Bulletin de la Société astronomique de Russie.* Mai 1916.
13. E. LOMMEL: *Sitzungsber. der math.-phys. Kl. der K. Bayer. Ak. der Wiss.* **17**, 1887.
14. RAYLEIGH: *Philosoph. Magazine* **41**, 107.
15. KELVIN: *Baltimore Lectures 1904*, S. 311.
16. L. V. KING: On the Absorption of Light in Gaseous Media. *Philos. Transactions*, **212**, 1913.
17. TYNDALL: On luminous and obscure radiation. *Philos. Magazin* 1864.
18. MLANKOWITSCH: *Théorie mathématique des phénomènes thermiques produits par la radiation solaire.* Paris 1920.
19. ARRHENIUS: *Das Schicksal der Planeten.* Leipzig 1911.
20. E. ÖPIK: Cloud reflection och atmospherical scattering etc. *Public. de l'Observ. central astrophys. de Russie*, **1**, Moskau 1922.
21. Bureau of Standards *Bulletin*, **11**, 1914; **13**, 1916; **14**, 1918.
22. *Scientific Papers of the Bureau of Standards 1922*, No. 438.
23. *Journ. Wash. Acad. of Sciences* **6**, 1920.
24. *Scientific Papers of the Bureau of Standards* No. 460.
25. W. W. COBLENTZ: Temperatur estimates of the planet Mars. *Astr. Nachr.* 5374, 1925.

Das photographische Meßverfahren — Photogrammetrie —.

Von Paul Seliger, Berlin-Lichterfelde.

Mit 36 Abbildungen.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	47
Erstes Kapitel. Lineare Messungen.	
a) Reproduktionen	50
b) Vermessung von Häuserfronten	51
c) Aufnahmen aus der Luft mit senkrecht gerichteter Kameraachse	52
d) Aufnahmen aus der Luft mit geneigter Kameraachse	
Umformung	52
e) Kartenberichtigung durch Aufnahmen aus der Luft	53
Zweites Kapitel. Dreiecksmessungen.	
a) Die Vermessung körperlicher Gebilde	55
b) Photographische Winkelmessung	56
c) Berechnungen	59
d) Konstruktionen	60
e) Genauigkeit der photographischen Winkelmessung	60
f) Beispiele	61
Drittes Kapitel. Stereoskopische Messungen.	
a) Entwicklung	64
b) Allgemeine Beschreibung	65
c) Aufnahme der Stereogramme	66
d) Auswertung der Stereogramme	70
e) Konstruktionen	76
f) Über die Genauigkeit	79
g) Charakteristische Beispiele	80
Viertes Kapitel. Luftbildmessungen.	
Rückwärtseinschnitt im Raume	85
Flugzeug-Meßkameras	86
Der Bildmeßtheodolit	88
Doppelpunktbestimmung im Raume	89
Der Doppelprojektor	90
Der Autokartograph	91
Der Stereoplanigraph	92
Das Lufttopographische Verfahren der „Aerogeodetik“	93
Schlußwort	95

Einleitung.

Auf dem Gebiete der Photogrammetrie hat seit etwa zwei Jahrzehnten eine lebhafte Entwicklung stattgefunden. Wenn Verfasser versucht, dem Wunsche der Schriftleitung nach Mitteilung von Ergebnissen zu entsprechen, so glaubt er, dafür zunächst eine Grundlage geben zu

müssen. Es sei deshalb in diesem Jahrgange ein Überblick über die Methoden und Apparate nebst einigen der älteren Versuchsergebnisse vorausgeschickt.

Im nächsten Jahrgange hofft Verfasser, weitere Mitteilungen über praktische Ergebnisse folgen lassen zu können.

1. Literatur. 717 Abhandlungen über Photogrammetrie in den verschiedensten Sprachen stellte bereits im Jahre 1913 Dr. MAX WEISS zusammen am Schlusse seines verdienstvollen Werkes: „Die geschichtliche Entwicklung der Photogrammetrie und die Begründung ihrer Verwendbarkeit für Meß- und Konstruktionszwecke“ — Verlag STRECKER & SCHRÖDER in Stuttgart. Über weitere Literatur sei auf Ziffern 42 und 43 dieser Abhandlung hingewiesen. Die neuere Literatur dürfte vollzählig in dem „Internationalen Archiv für Photogrammetrie“, Verlag von L. W. SEIDEL & Sohn in Wien, zu finden sein.

2. Geschichtliches. Die mathematischen Grundlagen der Photogrammetrie wurzeln in den bereits im 16. Jahrhundert durchforschten Gesetzen der Perspektive. In den Jahren 1791—93 nahm der Hydrograph BEAUTEUPS-BEAUPRÉ während einer wissenschaftlichen Expedition eine Reihe von perspektivischen Freihandskizzen der Ufer von Vandiemensland und der Insel Santa Cruz auf und stellte danach in der Heimat topographische Karten her. Als dann im Jahre 1825 die Photographie erfunden und bald darauf als perspektivisches Gebilde erkannt wurde, lag es nahe, sie zu Vermessungszwecken auszunützen. Die ersten Versuche machte man in Frankreich, Italien, Deutschland, Österreich, Amerika und Spanien, doch hat man über praktische Ergebnisse von Bedeutung so lange nichts gehört, bis die Trockenplatte erfunden wurde. Erst nach diesem großen Fortschritte in der Photographie führten die Versuche, welche inzwischen auch in der Schweiz, in Rußland, England, Schweden und Japan aufgenommen worden waren, zu Erfolgen.

Die photographischen Meßversuche erstreckten sich hauptsächlich auf die Gebiete der Architektur, Geologie, Meteorologie (Messen von Wolkenhöhen und -bewegungen), Astronomie, Eisenbahnvorarbeiten im Gebirge, Hochgebirgs- und Forschungstopographie, sowie auf rein militärische Aufgaben, wie z. B. auf Rekognoszierungen und Beobachtung von Schußwirkungen vom Fessel- und Freiballon aus.

Der erste wesentliche Erfolg in Deutschland war die Gründung der Königlich Preußischen Meßbildanstalt in Berlin W, Schinkelplatz 6, im Jahre 1885, als Hilfsorgan der „Preußischen Pflege der Bau- und Kunstdenkmäler (Bautenarchiv)“, durch den damaligen Königlichen Bauinspektor Prof. Dr. MEYDENBAUER, welche heute noch an derselben Stelle, aber unter der nichtssagenden Bezeichnung „Staatliche Bildstelle“ besteht.

Im Jahre 1900 interessierte sich der General SCHULZE, Chef der Topographischen Abteilung der dem Großen Generalstabe angeglie-

derthen Königlich Preußischen Landesaufnahme, für das photographische Meßverfahren und betraute den Verfasser dieser Abhandlung mit den Versuchen, welche bald zu Erfolgen führten (vgl. Zeitschrift für Instrumentenkunde 1903, Heft 11, S. 317—334). 1904 starb der General SCHULZE, und sein Nachfolger, der General v. HARBOU, dehnte die Versuche mit dem besten Erfolge auf das rein militärische Gebiet aus. Das war recht gut, denn im Weltkriege 1914 bis 1918 erlangte die Photogrammetrie bei allen kriegführenden Staaten eine ganz enorme Bedeutung und Verwendung. Von unseren prachtvollen Flugzeugphotographien, von der Tätigkeit unserer Vermessungsabteilungen, deren Fern- und Panoramaphotographien, hat wohl fast jeder Teilnehmer an dem großen Kriege etwas zu sehen bekommen.

Die friedliche Verwendung des photographischen Meßverfahrens liegt bei fast allen Staaten noch in den Anfängen. Doch kann heute wohl schon vorausgesagt werden, daß das neue Meßverfahren sich auch auf vielen Gebieten der Wissenschaft und Friedenstechnik noch ebenso bewähren und unentbehrlich machen wird, wie es das in der Kriegstechnik bereits getan hat.

3. Die Eigenart des photographischen Meßverfahrens liegt darin, daß an die Stelle des zu vermessenden Objektes die Photographie des letzteren tritt. Da die Photographie im Augenblicke erzeugt werden kann, so erschließen sich der Meßkunst ganz neue Arbeitsgebiete, wie z. B. Vermessungen auf beweglichen Standorten (Schiffen, Luftschiffen, Flugzeugen), Vermessungen beweglicher Körper und von Augenblickserscheinungen.

Auf schon bestehenden Arbeitsgebieten, wie z. B. bei der Vermessung von Bauwerken und Hochgebirgen, brachte die Anwendung der Photographie manchen Fortschritt. Man denke an Abkürzung der Feldarbeiten, Vermeiden von Klettern und Bergsteigen, sowie an die Unabhängigkeit von Wind und Wetter. Auch seien erwähnt Daueraufnahmen lichtschwacher Erscheinungen, die durch die Photographie erst sichtbar und dadurch meßbar gemacht werden können.

Altbewährte Meßmethoden kann die Photogrammetrie nicht gut ersetzen, weshalb in dieser Hinsicht vor zu hohen Erwartungen gewarnt sei.

4. Einteilung des Stoffes:

1. Kapitel: Lineare Messungen.
2. „ Dreiecksmessungen.
3. „ Stereoskopische Messungen.
4. „ Luftbildmessungen.

Erstes Kapitel.

Lineare Messungen.

Damit sind Messungen in der Fläche mit Zirkel und Maßstab — also wie auf einer Karte — gemeint.

a) Reproduktionen.

5. **Karten und Bilder** werden winkeltreu zur Abbildung kommen — d. h. ein Quadratnetz wird wieder ein Quadratnetz ergeben —, wenn der Reproduktionsapparat folgenden *Bedingungen* entspricht (s. Abb. 1):

Abb. 1):

- a) die Plattenebene soll parallel zur Objektebene stehen,
- b) die optische Achse des Objektivs soll auf der Mitte der Platte senkrecht stehen,
- c) das Objektiv soll perspektivisch treu zeichnen.

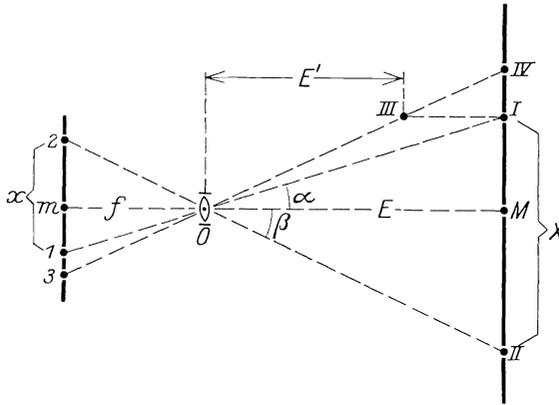


Abb. 1. $2 m 1 3 =$ Plattenebene, $IV I M II =$ Objektebene, $O =$ Objektiv.

6. **Der Maßstab der Reproduktion** $2 m 1 3$ ergibt sich aus dem Verhältnis

$$x : X \text{ oder } mO : E$$

$$\text{als } 1 : \frac{X}{x} \text{ oder } 1 : \frac{E}{mO}.$$

7. **Die perspektivische Treue des Objektivs** bedeutet, daß in Abb. 1

$$\sphericalangle IOM = \sphericalangle 1 Om \text{ ist,}$$

$$\sphericalangle IIOM = \sphericalangle 2 Om \text{ usw.}$$

Sie ist nicht bei allen Objektiven in gleichem Maße vorhanden. Den Fehler nennt man *Verzeichnung*. Als Objektive, welche für photographische Messungen besonders geeignet sind, seien z. B. folgende Ergebnisse genannt:

Optische Anstalt Carl Zeiß in Jena:

das Tessar, große Lichtstärke (Momentaufnahmen, Luftbildmessungen),

das Orthoprotar $1 : 18$, hervorragend verzeichnungsfrei (Zeitaufnahmen, terrestrische Messungen).

Optische Anstalt C. P. Goerz in Berlin-Zehlendorf:

das Geodar, $1 : 7,8$ und 90 Grad Bildwinkel,

das Hypergon als Weitwinkel-Objektiv, welches bei Blende $1 : 40$ noch 140° mit höchster Treue zeichnen soll.

Optische Anstalt Busch in Rathenow:

das Panthoskop, geringe Lichtstärke, aber großer Bildwinkel, ältere Konstruktion, aber immer noch im geschätzten Gebrauch bei der unter Ziffer 2 genannten Meßbildanstalt in Berlin.

b) Vermessung von Häuserfronten:

8. Tritt an Stelle der Objektebene (Ziffer 5 und Abb. 1) eine ebene Hausfront, so können in der Photographie derselben alle Einzelheiten, wie in einer Karte, gemessen werden, soweit sie in derselben Ebene gelegen sind.

Der Maßstab muß in diesem Falle aus dem Verhältnis $mO : E$ als $1 : \frac{E}{mO}$ gewonnen werden. Es sind demnach zu messen: mO und E .

9. Die Bestimmung der Bildweite mO ergibt sich aus Abb. 1.

Zu messen:	zu rechnen:
$I II = X$	$x : mO = X : E$
$I 2 = x$	$x + X : mO + E = x : mO$
$mM = mO + E^1)$	$mO = \frac{x \cdot mM}{x + X}$

Ist die Bildweite $mO =$ der Brennlänge f ,

so sind zu messen:

$$\begin{array}{l} \sphericalangle \alpha \text{ und } \beta^2) \\ m_1 \text{ und } m_2 \end{array}$$

und zu rechnen:

$$f = \frac{m_1}{\text{tg } \sphericalangle \alpha} = \frac{m_2}{\text{tg } \sphericalangle \beta}$$

10. Die Meßkamera für vorliegenden Zweck muß außer den unter 5a bis c genannten Bedingungen noch den folgenden weiteren entsprechen:

- a) die Bildweite mO soll möglichst der Brennlänge f entsprechen, also eine Konstante sein,
- b) die Kamera soll zu dem Zwecke einen Anschlagrahmen besitzen, gegen den die Platte bei der Aufnahme gedrückt wird,
- c) der Anschlagrahmen soll Einrichtungen zur Senkrechtheitsstellung besitzen (Libellen),
- d) über den Anschlagrahmen soll als Visier ein senkrechter Faden und, diesen kreuzend, ein Horizontalfaden gespannt sein, welche beide von der optischen Achse des Objektivs getroffen werden.

11. Messung senkrecht zur Front gerichteter Strecken ist in solchen Fällen durch einfache Rechnung oder Konstruktion möglich, wie sie durch die Strecke I III in Abb. 1 gekennzeichnet sind. Man erhält damit für eine neue Front mit dem Abstände E' den neuen Maßstab

$$1 : \frac{E'}{f}$$

¹⁾ Weil die genaue Lage des Punktes O nicht bekannt ist.

²⁾ Mit dem Theodolit.

c) Aufnahmen aus der Luft mit senkrecht gerichteter Kameraachse.

12. Ebene Landschaften. Derartige Photographien sind vollkommen zu vergleichen mit der Reproduktion (Ziff. 5) und daher wie eine Karte auszumessen. An Stelle des Abstandes E (Abb. 1) tritt die Flughöhe H .

Der Maßstab der Photokarte ist $= 1 : \frac{H}{f}$.

Beispiel: Ist $H = 2000$ m
und $f = 0,25$ m,

so ergibt sich ein Maßstab von $1 : \frac{2000}{0,25} = 1 : 8000$.

13. Unebenheiten — Erhebungen, Vertiefungen — in der sonst ebenen Landschaft erhalten in der Photokarte eine falsche Lage, wenn sie nicht genau im Mittelpunkte des Bildes liegen (s. z. B. in Abb. 1 die Verlegung des Punktes III von I nach IV). Die Größe der Verzerrung I IV ändert sich mit ihrem Abstande von der Mitte des Bildes, mit der Größe der Unebenheit, der Aufnahmehöhe H und der Brennweite f des Kameraobjektivs.

14. Strandgebiete. Die Strandlinie und ebenes Küstengelände können mit Photographien dieser Art richtig kartiert werden, ebenso Gewässer innerhalb ungangbarer Sumpfgebiete und das fein verzweigte Geäder des *Wattenmeeres*, wenn die geringen Höhenunterschiede des letzteren zu der Aufnahmehöhe H in ein angemessenes Verhältnis gebracht werden.

d) Aufnahmen aus der Luft mit geneigter Kameraachse.

15. Vorzug. Aufnahmen mit geneigter Achse decken eine größere Fläche, als senkrecht gerichtete Aufnahmen, dafür haben die geneigten Aufnahmen jedoch den *Nachteil*, daß sie keinen einheitlichen Maßstab besitzen, also auch bei ebener Landschaft nicht, wie die Reproduktion (Ziff. 5 und 6), mit einem einzigen Maßstabe gemessen werden können. Dieser Nachteil läßt sich beseitigen durch die

16. Umformung, d. h. durch ein Umphotographieren, welches die geneigt aufgenommene Photographie so erscheinen läßt, wie eine in ihrem Entstehungspunkte aufgenommene senkrecht gerichtete Photographie erscheinen würde.

Das Prinzip der Umformung ergibt sich aus Abb. 2.

17. Ebene Landschaften können demnach auch durch schräg gerichtete Aufnahmen kartiert und wie eine Reproduktion vermessen werden, wenn sie vorher dem eben beschriebenen Prozeß der Umformung unterworfen worden sind.

18. Begründer der Umformung ist der im Jahre 1911 verstorbene österreichische Hauptmann SCHEIMPFLUG, welcher auch einen aus 7 Kameras zusammengesetzten *Panoramaapparat* konstruierte, mit

welchem in einem Moment die ganze sichtbare Erdoberfläche aufgenommen werden konnte.

19. Apparate für Umformung sind während des Krieges 1914—18 in verschiedener Ausführung gebaut worden. Dem Verfasser wurden bekannt:

- a) der Photokartograph, nach Angaben des Professor FINSTERWALDER-München, der Firma Sedlbauer-München Ehrengutstr. 18,
- b) der Grundrißbildner, nach Beschreibungen von SCHEMPFLUG, der optischen Anstalt Ernemann-Dresden,
- c) der Projektionsapparat für schiefe Projektion der Firma Ica-Dresden,
- d) einfache Umzeichenapparate, der optischen Anstalt C. P. Goerz-Berlin-Zehlendorf und der Firma G. Braun-Berlin-Königgrätzerstraße 31.

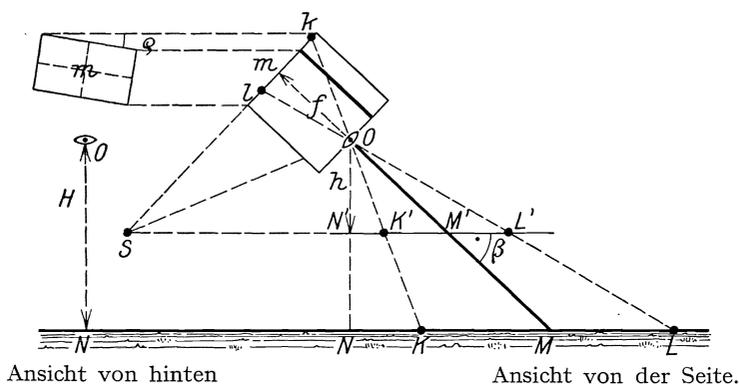


Abb. 2. kl sei die geneigte und verkantete Photographie des Abschnittes KL der Erdoberfläche. Gemessen seien: f = Brennweite, H = Aufnahmehöhe, $\sphericalangle \beta$ = Neigungswinkel, $\sphericalangle \varphi$ = Verkantungswinkel.

Man denke sich den Vorgang der Aufnahme umgekehrt, also das Bild kl leuchtend und die Kamera, entsprechend den Winkeln β und φ , gegen eine zur Erdoberfläche KL parallel gerichtete Projektionsebene $K'L'$ eingestellt. Das ergibt einen Apparat für schräge Projektion, in welchem noch die Objektivenebene auf den Punkt S zu richten ist — zwecks scharfer Abbildung. — $K'L'$ ist dann die Umformung der Photographie kl .

$$\text{Maßstab der Umformung} = 1 : \frac{H}{h}.$$

e) Kartenberichtigung durch Aufnahmen aus der Luft.

20. Militärische Aufnahmen dieser Art (hinter den feindlichen Fronten) haben im Kriege 1914—1918 bei allen Armeen eine große Rolle gespielt. Eine genauere Berichtigung auf einfache Art ist nur dann möglich, wenn der zu berichtigende Teil der Karte einen ebenen oder nahezu ebenen Ausschnitt der Erdoberfläche betrifft.

Hinsichtlich *senkrecht gerichteter Aufnahmen* sei auf Ziffer 12 hingewiesen.

21. **Auswertung schräg gerichteter Aufnahmen durch Umformung.** Es bedarf weder der Messung der Brennweite f , noch der Aufnahme-

höhe H , noch der Neigung und Verkantung der Kamera. Es genügt, wenn in Karte und Photographie 3 Punkte als identisch festgestellt werden.

Verfahren: Das geometrische Dreieck der identischen 3 Punkte wird von der Karte auf ein Papier übertragen, ausgeschnitten und auf die Projektionsebene $K'L'$ (Abb. 2) eines der unter Ziffer 19 genannten Apparate gelegt. Die zugehörige Photographie wird projiziert, und durch Verschieben des Dreiecks und der Einrichtungen des Apparats werden die drei Ecken des Dreiecks mit den identischen Punkten der Photographie zur Deckung und scharfen Abbildung gebracht, was bei einiger Übung schnell gelingt. Die so entzerrte Aufnahme wird entweder nachgezeichnet oder photographiert.

22. Auswertung schräg gerichteter Aufnahmen mit der Hand. Von vielen Verfahren soll nur eines angegeben werden. Es beruht auf der Tatsache, daß jede, in einer ebenen Fläche gelegene, gerade Strecke in jeder Photographie wieder als gerade Linie erscheinen muß. Erforderlich sind 4 Punkte, welche in der Karte und Photographie zu identifizieren sind. *Das Verfahren* ist dargestellt in Abb. 3.

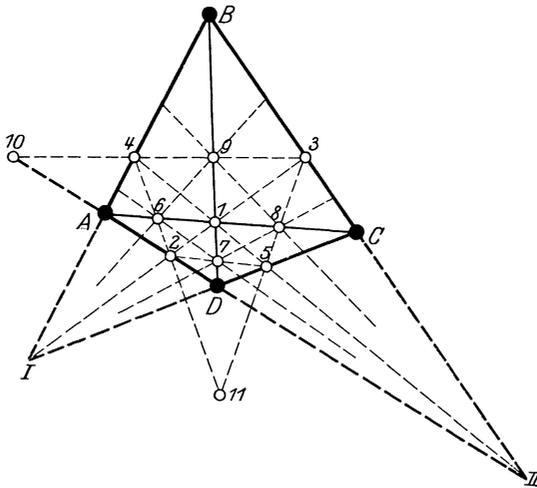


Abb. 3. Es seien $ABCD$ die auf der Karte bezeichneten Punkte. Man verlängere die Linien BA und CD bis zu ihrem Schnittpunkte I , ebenso die Linien AD und BC bis II . Der Schnittpunkt der Diagonalen AC und $BD = 1$ wird mit I und II verbunden, womit die Neupunkte 2, 3, 4 und 5 entstehen. Man verbindet nun die Punkte 2 und 4, 3 und 5, 3 und 4, 2 und 5 und erhält damit die Neupunkte 6, 7, 8 und 9. Über letztere kann man weiter von I und II ziehen und so ein dichtes Netz spinnen, welches auch, wie Punkte 10 und 11 zeigen, über das Viereck $ABCD$ hinausgeführt werden kann. Auf der Photographie werden die Punkte $ABCD$ ebenfalls bezeichnet und dort wird nun das identische Netz gesponnen, welches natürlich andere Strecken und Winkel hat, als das auf der Karte. Die beiden Netze ergeben eine beliebig zu steigernde Anzahl identischer Punkte, mit deren Hilfe es gelingt, Erscheinungen der Photographie in die Karte nach Augenmaß mit der Hand genau genug einzutragen.

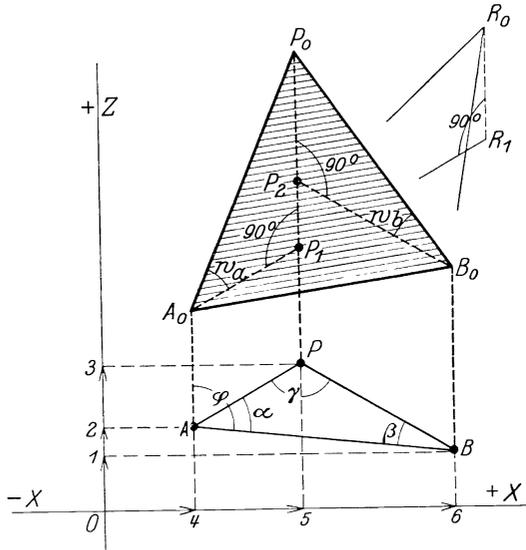
Zweites Kapitel.

Dreiecksmessungen.

Da sie der Körpervermessung dienen sollen, sei eine kurze Darstellung der Verfahrens der Körpervermessung vorausgeschickt.

a) Die Vermessung körperlicher Gebilde

23. oder die **Bestimmung von Punkten im Raume**, macht die Annahme eines räumlichen (dreiachsigen) Koordinatensystems erforderlich, Man wählt dies in der Regel so, daß zwei Achsen in einer horizontalen Ebene liegen, auf der die dritte Achse senkrecht steht, also ein Lot bildet. Während für die Punkte kleiner feststehender Körper alle drei Raumkoordinaten durch einen auf dreiachsigem Kreuzschlitten beweglichen Taster direkt abgegriffen und abgelesen werden können, muß bei größeren Verhältnissen zur Dreiecksberechnung gegriffen werden.



Die 3 Koordinaten eines Raumpunktes P_0 (Abb. 4) können nur dann gefunden werden, wenn solche für zwei andere Punkte, z. B. A_0 und B_0 gegeben sind.

Abb. 4. Von oben schräg nach unten gesehen. Die von der üblichen abweichende Koordinatenbezeichnung wurde gewählt im Hinblick auf die nachfolgende, bereits eingeführte Bezeichnung der Bildkoordinaten (Ziffer 31).

$A_0B_0P_0$ ist ein Raumdreieck,
 ABP ist seine Projektion auf die Horizontalebene ZX .
 Gegebene Raumkoordinaten für
 Punkt A_0 : $Z = 02,$
 $X = 04,$
 $Y = AA_0.$
 Punkt B_0 : $Z = 01,$
 $X = 06,$
 $Y = BB_0.$

Gesuchte Raumkoordinaten für
 Punkt P_0 :
 $Z = 03,$
 $X = 05,$
 $Y = PP_0.$
 AA_0, BB_0 und PP_0 sind Lote.
 $\sphericalangle \alpha$ und $\sphericalangle \beta$ sind Horizontalwinkel.
 $\sphericalangle w_a$ und $\sphericalangle w_b$ sind Vertikalwinkel.

24. Gang der Bestimmung.

Messungen (s. Abb. 4)

- auf A_0 des Horizontalwinkels α , des Vertikalwinkels w_a ,
- auf B_0 des Horizontalwinkels β , des Vertikalwinkels w_b .

25. Berechnungen

der Entfernungen AP und BP
 aus dem Dreieck ABP (Ziffer 33 und 34),
 der Raumkoordinaten von Punkt P .

$$\begin{aligned} \text{und zwar: } Z &= 0,3, \\ X &= 0,5, \\ Y &= PP_0 \text{ (Ziffer 36)}. \end{aligned}$$

26. Die Anwendung der Photographie erstreckt sich nun lediglich auf Messung der unter Ziffer 24 bezeichneten Horizontal- und Vertikalwinkel, was gegenüber der Winkelmessung am Teilkreise eine Reihe von Vorzügen ergibt, die unter Ziffer 3 bereits angedeutet wurden. Man kann deshalb das photographische Meßverfahren strenggenommen nur als *ein Winkelmeßverfahren* ansprechen und es würde zu weit führen, wenn auf die mit Winkelmessungen allgemein in Verbindung kommenden Meßoperationen, wie Ortsbestimmungen, Strecken-, Basis- usw. Messungen hier eingegangen werden würde.

b) Photographische Winkelmessung.

27. Die Anordnung der Aufnahme ist in Abb. 5 dargestellt.

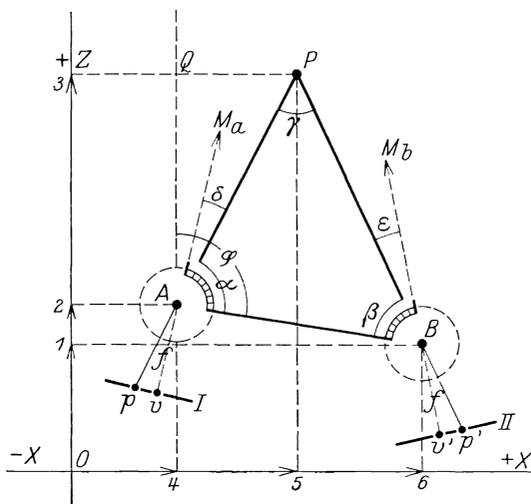


Abb. 5. Von oben gesehen.

Dreieck ABP ist die in Abb. 4 dargestellte Projektion des Raumdreiecks $A_0B_0P_0$ auf die horizontale (ZX)-Ebene. I und II sind die auf A und B aufgenommenen, auf der ZX -Ebene senkrecht stehenden, Meßbilder. f ist die Brennlänge der Meßkamera. vAM_a und vBM_b sind die horizontal gerichteten Kameraachsen. $\sphericalangle BAM_a$ und $\sphericalangle ABM_b$ sind an dem mit der Meßkamera verbundenen horizontalen Teilkreise gemessen.

28. Der Phototheodolit, so genannt, weil er die Winkel teils mit der Meßkamera, teils mit dem Teilkreise zu messen gestatten soll, wird in einfachster Ausführung durch Abb. 6 schematisch dargestellt.

Ein Dreifuß Dv trägt die vertikale Drehachse Va mit dem Horizontalkreise Hkr , den Nonien N und der Libelle. Die Kamera K ist auf der Drehachse so befestigt, daß der Anschlagrahmen auf der Kreisebene senkrecht steht. Das Fadenkreuz ist am Anschlagrahmen nur in seinen Endpunkten durch Marken bezeichnet, die sich abbilden. Bei ausgerichteter Drehachse sind die Marken horizontal bzw. vertikal ausgerichtet. Die optische Achse des Objektivs O steht auf der Ebene des Anschlagrahmens, und zwar im Fadenkreuz, senkrecht. Die Kamera trägt ein durch die vertikale Drehachse zeigendes und mit dem Kamera-Visier (Ziffer 10d) gleichgerichtetes kippbares Zielfernrohr F . Die Exzentrizität zwischen Kamera-Objektiv und vertikaler Drehachse (s. Abb. 5) steht mit Abb. 5 im Widerspruch. Mit Rücksicht auf die Entfernungen der zu messenden Punkte und den Zweck der Messungen wird im Interesse des Instrumentenbaues über diesen Fehler meistens hinweggesehen.

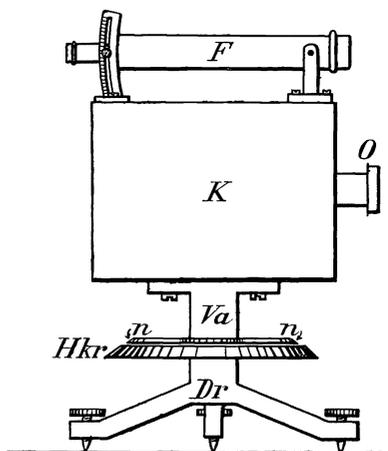


Abb. 6. Einfacher Phototheodolit, schematisch.

29. Die Formen der Phototheodolite und die Präzision ihrer Ausführung richten sich nach dem Verwendungszwecke und sind daher recht verschieden. Abb. 7 zeigt eine für Geländeaufnahmen typische Form mit senkrecht verschiebbarem Objektiv, zur Vergrößerung des Gesichtsfeldes nach oben oder unten. Kommt man mit der Objektivverschiebung noch nicht aus, wie das z. B. mitunter bei der Astronomie, Meteorologie und Architektur der Fall ist, dann werden die Kameras entweder senkrecht gerichtet oder mit einer horizontalen Drehachse nebst Vertikalkreis versehen.

30. Das Identifizieren der zu messenden Punkte in den auf A_0 und B_0 (Abb. 4 und 5) aufgenommenen beiden Bildern I und II muß der Ermittlung der Winkel (Ziffer 24) vorangehen. Dabei zeigt sich, auch schon feststehenden Objekten gegenüber, der hohe Wert des photographischen Meßverfahrens, weil das Identifizieren auf Grund der von beiden Aufnahme Punkten gleichzeitig vorliegenden Bilder viel leichter und sicherer gelingt, als bei der Messung mit dem Teilkreise angesichts der Natur, wo man sich auf das Gedächtnis oder auf Skizzen verlassen muß.

31. Die Bildkoordinaten. Man denke sich das mit der Meßkamera erzeugte Bild diametral um das Objektiv herumgeklappt und

als Positiv vom Objektiv aus in Richtung der Kameraachse $A_o M_a$ (Abb. 8) gesehen.

Für jeden der zu messenden Punkte sind 2 Bildkoordinaten dem Bilde zu entnehmen und zwar

x , als der Abstand vom Vertikalfaden vv (rechts +, links -) und
 y , als der Abstand vom Horizontalfaden hh (oben +, unten -).

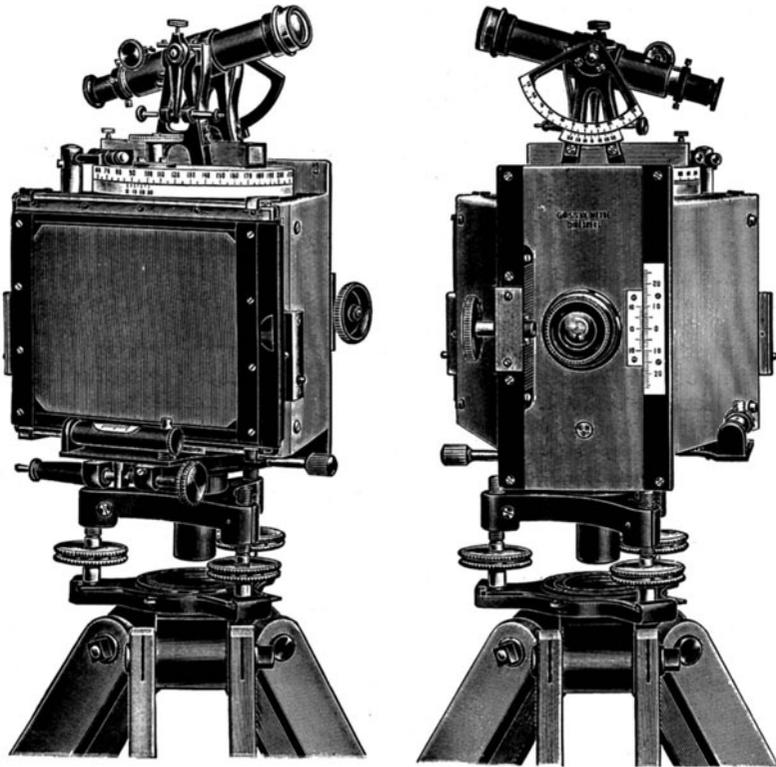


Abb. 7. Phototheodolit für Geländeaufnahme der Gesellschaft für Optik usw. m. b. H. GUSTAV HEYDE-Dresden-N 23, nach Angaben von Professor Dr. ing. R. HUGERSHOFF.

32. **Ermittlung der Winkel.** Unter der Ziffer 24 sind die Winkel bezeichnet, um welche es sich hier handelt. Dem Bilde I sind demnach zu entnehmen:

der Horizontalwinkel α (Abb. 4 und 5) und
 der Vertikalwinkel w_a (Abb. 4).

Während der $\sphericalangle w_a$ dem Bilde I direkt entnommen werden kann, kann für den $\sphericalangle \alpha$ nur der $\sphericalangle \delta$ diesem Bilde entnommen werden und es muß $\sphericalangle \alpha$ ermittelt werden aus der Formel:

$$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle M_a A B - \sphericalangle \delta \text{ (s. Abb. 5).}$$

Dabei ist der mit dem Teilkreise des Phototheodoliten gemessene $\sphericalangle M_a A B$ eine Konstante für alle dem Bilde I zu entnehmenden Horizontalwinkel gegen die Dreieckseite AB .

Dem Bilde I sind also zu entnehmen: der Horizontalwinkel ϑ (Abb. 5) und der Vertikalwinkel w_a (Abb. 4).

Das Verfahren ergibt sich aus Abb. 8.

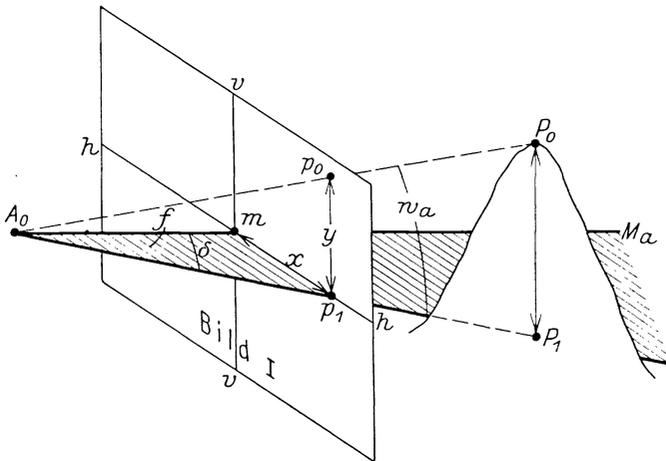


Abb. 8.

Für den gesuchten Punkt P_0 sind im Bilde I zu messen: die Bildkoordinaten x und y , gegeben: die Brennlänge f .

$$\operatorname{tg} \sphericalangle \vartheta = \frac{x}{f}$$

$$\operatorname{tg} \sphericalangle w_a = \frac{y}{\sqrt{x^2 + f^2}}$$

Dem Bilde II sind in gleicher Weise zu entnehmen:

der Horizontalwinkel ε (Abb. 5) und der Vertikalwinkel w_b (Abb. 4).

c) Berechnungen (vgl. Ziffer 25).

33. Zusammenstellen der Dreiecke. Für jeden der zu berechnen- den Punkte ist zunächst ein in der horizontalen Projektions-(ZX-)Ebene gelegenes Dreieck zusammenzustellen (Abb. 4), z. B. für Punkt P in Abb. 5 das Dreieck ABP .

Gegeben: Strecke AB durch die Raumkoordinaten von A und B (Ziffer 23),

gemessen: $\sphericalangle B A M_a$ und $\sphericalangle A B M_b$ mit dem Teilkreis,

gemessen: $\sphericalangle \vartheta$ und $\sphericalangle \varepsilon$ aus den Bildern I und II (Ziffer 32),

errechnet: $\sphericalangle \alpha$ und $\sphericalangle \beta$ nach Ziffer 32,

errechnet: $\sphericalangle \gamma = 2R - (\sphericalangle \alpha + \sphericalangle \beta)$.

34. Entfernungsberechnung.

$$AP = \frac{AB \cdot \sin \beta}{\sin \gamma}$$

$$BP = \frac{AB \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

35. Höhenberechnung. Es sind zu berechnen die relativen Höhen (s. Abb. 4)

$$\begin{aligned} \text{zwischen } P_0 \text{ und } A_0 &= P_0P_1 = AP \cdot \operatorname{tg} \sphericalangle w_a \\ \text{zwischen } P_0 \text{ und } B_0 &= P_0P_2 = BP \cdot \operatorname{tg} \sphericalangle w_b \end{aligned}$$

36. Berechnung der Raumkoordinaten. Es sind dies (s. Abb. 4)

für Punkt P_0 : $Z = O_3$, $X = O_5$ und $Y = P_0P$

a) Berechnung über den gegebenen Raumpunkt A_0 (Abb. 4 und 5):

Errechnung des Richtungswinkels $\sphericalangle QAP = \sphericalangle QAB - \sphericalangle \alpha$.

Berechnung der Koordinatenunterschiede zwischen A_0 und P_0 ,

und zwar $uZ = O_3 - O_2 = AP \cdot \cos \sphericalangle QAP$,

$uX = O_5 - O_4 = AP \cdot \sin \sphericalangle QAP$,

$uY = P_0P - P_1P = P_0P_1$ (bereits berechnet unter Ziffer 35),

Bildung der Raumkoordinaten:

$$Z_{P_0} = Z_{A_0} + uZ$$

$$X_{P_0} = X_{A_0} + uX$$

$$Y_{P_0} = Y_{A_0} + uY$$

b) Berechnung über den gegebenen Raumpunkt B_0 (Abb. 4 und 5) erfolgt in derselben Weise und soll das gleiche Ergebnis liefern.

d) Konstruktionen.

37. Die geometrische Darstellung der Winkel, Dreiecke, Entfernungen, Höhen und Koordinaten nach den unter Ziffern 32 bis 36 gegebenen Formeln ist so einfach, daß ihre Beschreibung hier unterbleiben kann. Dagegen dürften zwei unter Ziffern 40 und 41 enthaltene praktische Beispiele über die Anwendung einfacher photographischer Dreiecksmessungen von Interesse sein.

e) Die Genauigkeit der photographischen Winkelmessung.

38. Die wesentlichsten Fehlerquellen liegen

im Objektiv der Kamera,

in der Brennlänge f ,

in den Bildkoordinaten x und y

und in dem Teilkreise des Phototheodoliten.

Der Verzeichnungsfehler des Objektivs läßt sich durch Auswahl eines geeigneten Objektivs (s. unter Ziffer 7) auf ein fast verschwindendes Maß herabdrücken.

Die Brennlänge f konnte bis jetzt bis auf etwa 0,01 mm genau bestimmt werden und läßt sich bei Verwendung von Spiegelglasplatten wohl auch mit der gleichen Schärfe innehalten.

Die Bildkoordinaten x und y werden häufig dem positiven Bilde mit dem Zirkel entnommen, wobei dann noch an die Schrumpfung

der Kopie gegenüber dem Negativ zu denken ist. Eine größere Genauigkeit als 0,1 mm wird auf diesem Wege selten erreicht werden, und das entspräche bei einer

Brennlänge $f = 300$ mm etwa 1 Bogenminute,

„ $f = 150$ „ „ 2 „ .

Der *Teilkreis des Phototheodoliten* muß der Genauigkeit der Bildkoordinaten entsprechen, im vorliegenden Falle also auf etwa 1 Bogenminute genau ablesbar sein.

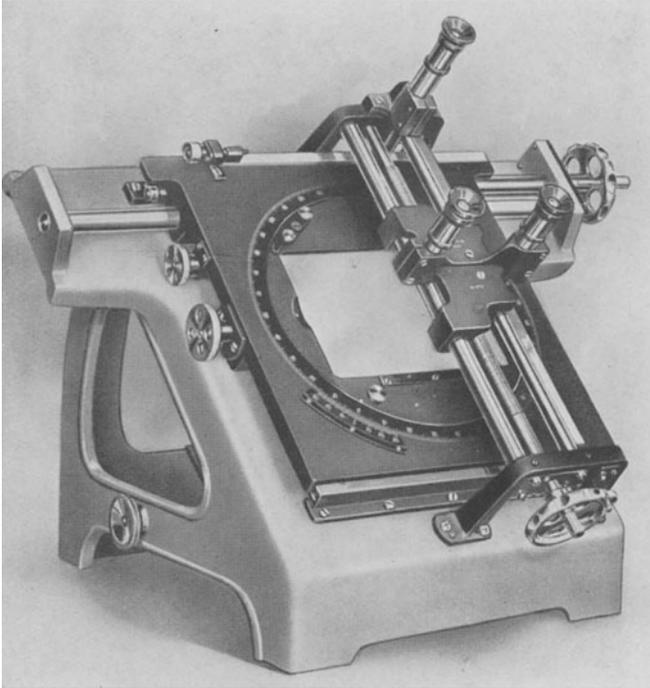


Abb. 9. Komparator für Platten im Format 13×18 cm der Gesellschaft für Optik usw. m. b. H., Gustav Heyde-Dresden-N. 23, nach Angaben von Professor Dr. ing. R. Hugershoff.

39. **Der Komparator** (Abb. 9), ein aus Kreuzschlitten und Mikroskop bestehender Apparat dient dazu, dem Negativ die Bildkoordinaten x und y mit wesentlich größerer Genauigkeit als 0,1 mm zu entnehmen.

f) Beispiele photographischer Dreiecksmessungen.

40. **Berechnung der Gletscherbewegung.** Die interessanten photogrammetrischen Aufnahmen mit den zugehörigen Daten verdankt Verfasser der Freundlichkeit des Oberstudienrats Dr. Heß in Nürnberg.

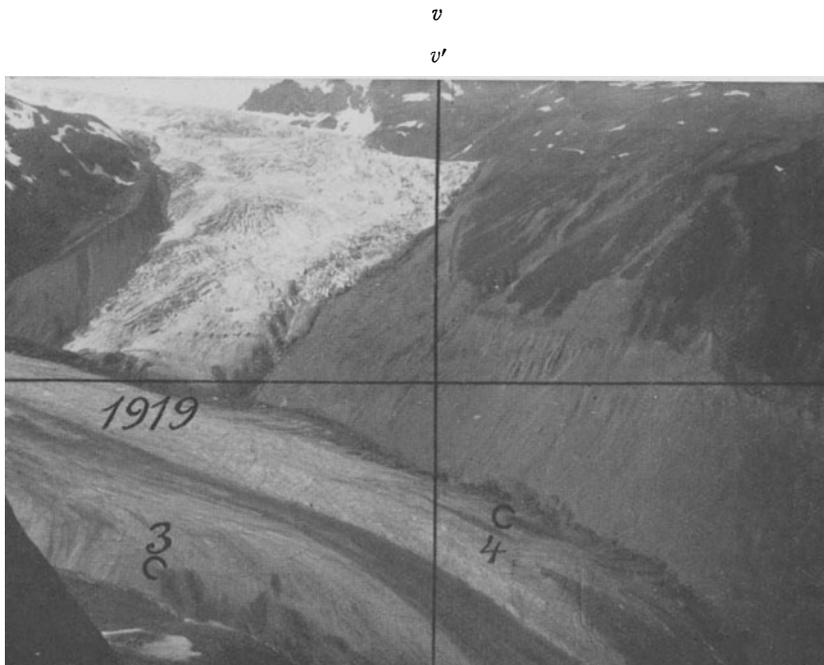
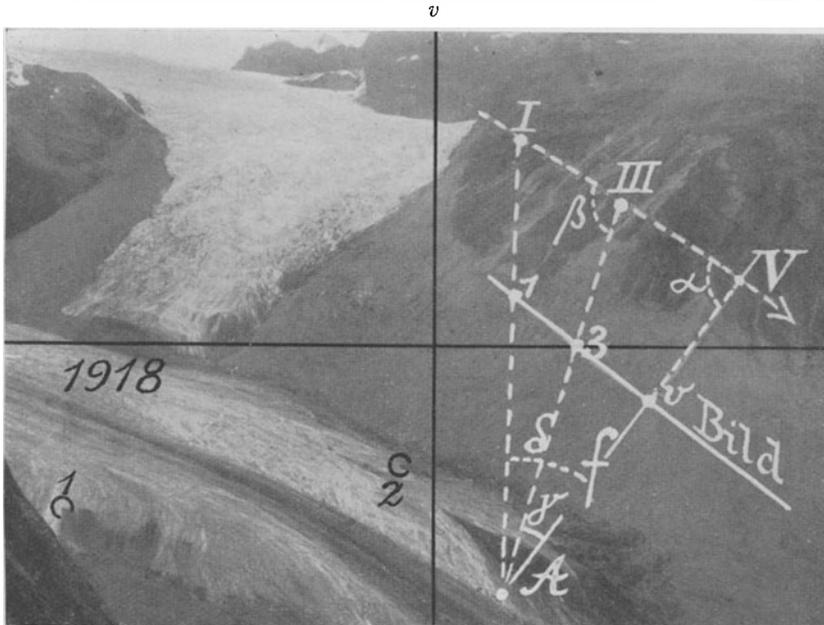


Abb. 10 und 11. Bewegung des Hintereisferners (Öztaler Alpen) im Zeitraume von 1918 bis 1919.
Aufgenommen von Oberstudienrat Dr. Heß, Nürnberg.

A. Aufnahme-Standort 1918 und 1919,
 I. und II. zwei Gletscherflecke 1918,
 III. „ IV. dieselben Flecke 1919,
 1 „ 2 „ „ im Bilde von 1918,
 3 „ 4 „ „ „ „ „ 1919,
 AV Richtung der Kameraachse 1918 u. 1919,
 I III V Strömungsrichtung des Gletschers.
 Gesucht werden die Strecken I bis III.
 und II bis IV.

Berechnung der Strecke I bis III.

$$I \text{ III} = \frac{AI \cdot \sin(\angle \delta - \angle \gamma)}{\sin \angle \beta}$$

$$I \text{ III} = \frac{607 \cdot \sin 4^{\circ} 58'}{\sin 133^{\circ} 17'} = 72,2 \text{ m.}$$

Berechnung der Strecke II—IV erfolgt in derselben Weise und ergibt 79,1 m Gletscherbewegung in einem Jahre.

41. Konstruktion von Geländepunkten. Das Beispiel ist entnommen dem unter Ziffer 43 genannten Buche von P. SELIGER.

Gegeben: $AI = 607 \text{ m}$

$$\angle a = 118^{\circ}$$

$$f = 146,4 \text{ mm}$$

Gemessen im Bilde:

$$1918 \text{ } 1v = 54 \text{ mm}$$

$$1919 \text{ } 3v = 40 \text{ „}$$

$$\text{Gerechnet: } \operatorname{tg} \angle \delta = \frac{54}{146,4}$$

$$\operatorname{tg} \angle \gamma = \frac{40}{146,4}$$

$$\angle \delta = 20^{\circ} 15'$$

$$\angle \gamma = 15^{\circ} 17'$$

$$\angle \delta - \angle \gamma = 4^{\circ} 58'$$

$$\angle \beta = \angle a + \angle \gamma = 133^{\circ} 17'$$

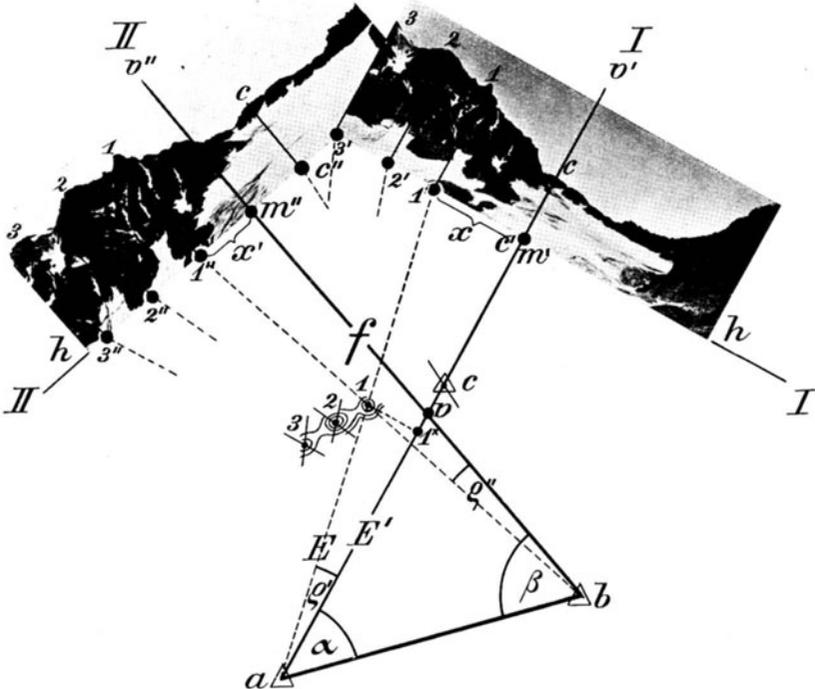


Abb. 12. Photographische Gelände-Konstruktion im Maßstabe 1 : 50000.

Gemessen bzw. gegeben sind: Strecke ab (Maßstab 1 : 50000),

$$\angle \alpha \text{ und } \angle \beta,$$

$$f = am' = bm'' \text{ (Maßstab 1 : 1),}$$

I. und II., die beiden Meßbilder, welche auf dem Horizontalfaden abgeschnitten und auf der Druckfläche senkrecht stehend zu denken sind.

Drittes Kapitel.

Stereoskopische Messungen.

Dieser Zweig des photographischen Meßverfahrens ist aus dem Gebiete der Optik hervorgewachsen. Er ist, im Grunde genommen, aber doch nichts anderes, als eine Vervollkommnung bzw. Verfeinerung der im vorigen Kapitel beschriebenen photographischen Dreiecksmessungen. Deshalb und wegen des Berufes des Verfassers wird die folgende Beschreibung des neuen Verfahrens mehr vom Standpunkte der Meßkunst aus erfolgen.

a) Entwicklung.

42. Die wissenschaftlichen Grundlagen wurden von verschiedenen Forschern geliefert; unter ihnen seien genannt: HELMHOLTZ, STOLZE und GROUSILLIERS. Besondere Verdienste um die wissenschaftliche Erforschung und Nutzbarmachung des stereoskopischen Meßverfahrens hat sich Professor Dr. PULFRICH, wissenschaftlicher Mitarbeiter der optischen Anstalt CARL ZEISS in Jena erworben. Er konstruierte die ersten stereoskopischen Meßwerkzeuge und verfaßte viele Schriften über das stereoskopische Meßverfahren vom Standpunkte der Optik aus, unter denen besonders genannt sei: „Stereoskopisches Sehen und Messen von CARL PULFRICH, Verlag von GUSTAV FISCHER-Jena 1911.“ Am Schlusse dieses Werkes befindet sich ein Literaturverzeichnis 1900 bis 1911 von 276 Nummern nebst einem Hinweis auf ältere Literatur, wodurch das unter Ziffer 1 genannte Literatur-Verzeichnis in vielen Punkten ergänzt wird.

43. Seine praktische Ausgestaltung erfuhr das stereoskopische Meßverfahren vom Jahre 1903 ab bei der unter Ziffer 2 bereits erwähnten ehem. Königl. Preuß. Landesaufnahme (heute Reichsamt für Landesaufnahme in Berlin SW. 68, Lindenstr. 37). Über den ersten praktischen Versuch, der 1903 gemeinsam mit dem ZEISS-Werk in Jena an den Kernbergen bei Jena unternommen wurde, hat Dr. PULFRICH in der „Zeitschrift für Instrumentenkunde“ 1903, November, berichtet. Weitere praktische Erfahrungen sind niedergelegt in dem Buche: „Die stereoskopische Meßmethode in der Praxis von PAUL SELIGER, Verlag Julius Springer, Berlin 1911.“

Zwei der in diesem Buche mitgeteilten Versuchsarbeiten, welche für das stereoskopische Meßverfahren besonders charakteristisch sind und zwar Topographie der Meeresoberfläche und des Menschen werden am Schlusse dieses Kapitels wiedergegeben werden (s. Fig. 24 bis 27 unter Ziffer 82 u. 83).

44. Fortschritte sind seitdem, besonders während des Krieges 1914 bis 1918, gemacht worden. Sie finden ihren Ausdruck in sehr sinnreichen, teilweise gewaltigen Apparaturen, welche, soweit sie dem

Verfasser bekanntgeworden sind, im vierten Kapitel noch kurz besprochen bzw. abgebildet werden sollen.

b) Allgemeine Beschreibung.

45. Die Eigenart stereoskopischer Messungen liegt weniger in der Aufnahme der Meßbilder als in der Auswertung der letzteren. Während wir im zweiten Kapitel die in Abb. 5 unter Ziffer 27 dargestellten beiden Meßbilder I und II einzeln nacheinander, entweder mit dem Zirkel oder mit einem Komparator (Abb. 9), auswerteten, geschieht dies bei stereoskopischen Messungen für beide Bilder I und II gleichzeitig in einem Meß-Stereoskop, dem „Stereo-Komparator“, unter voller Ausnützung des ganzen menschlichen Seh-Apparats.

46. Die wandernde Marke ist dabei das optische Hilfsmittel. Sie besteht aus zwei gleichen Markenbildern, die auf den beiden Meßbildern I und II im Stereoskop liegen und scheinbar zu nur einer einzigen, aber im Raume stehenden körperlichen Marke verschmelzen. Legt man die beiden Markenbilder genau über zwei identische Punkte der Meßbilder I und II, so erblickt man die Körpermarke auch genau bei dem Raumpunkte, den die beiden identen Punkte im Stereoskop ergeben, also mit ihm in scheinbar gleicher Entfernung und Lage. Weiteres hierüber befindet sich unter Ziffer 60.

47. Der stereoskopische Eindruck, welchen die beiden Meßbilder I und II ergeben sollen, kommt auch dann zustande, wenn von den Abmessungen des menschlichen stereoskopischen Sehapparats ganz erheblich abgewichen wird. Erforderlich ist natürlich, daß die auf den Standorten A und B (Abb. 5) erzeugten Meßbilder so aufgenommen sind, daß in ihnen die Umgebung des stereoskopisch zu betrachtenden Punktes P überhaupt enthalten ist und daß der $\sphericalangle \gamma$ (Abb. 5) ungefähr im Bereiche derjenigen Winkel liegt, unter denen unsere Augenachsen sich im freien Sehen bei gutem stereoskopischen Erfassen eines Gegenstandes schneiden. Dabei kommt es nicht auf einen guten Gesamteindruck des ganzen Stereogramms an. Es genügt der stereoskopische Eindruck kleiner Ausschnitte des Stereogramms, entsprechend dem kleinen Gesichtsfelde des Meßstereoskops. Es dürfen also in gewissen Grenzen die beiden Photographien des Stereogramms verschiedene Entfernung, Richtung, Neigung und Höhenlage gegenüber dem Objekt haben.

Meßstereogramm nennen wir zwei in dieser Weise aufgenommene Meßbilder.

48. Als Basis des Stereogramms bezeichnen wir den Abstand der Erzeugungspunkte der beiden zusammengehörenden Meßbilder. Ist die Basislänge größer als der menschliche Augenabstand, so erscheint das Raumgebilde im Stereoskop verkleinert und näher (z. B. eine Burg wie ein, etwa auf dem Tische stehendes, Modell derselben). Umge-

kehrt erscheint das Raumgebilde vergrößert und weiter entfernt, was für die Messung und Betrachtung sehr kleiner Objekte wichtig sein kann, weil sonst für sie der menschliche Sehapparat zu groß ist.

c) Aufnahme der Stereogramme.

49. **Einleitung.** Obwohl, wie unter Ziffer 47 ausgeführt wurde, die beiden Photographien des Stereogramms beliebige Entfernung, Richtung, Neigung und Höhenlage haben dürfen — in gewissen Grenzen —, so ist es im Hinblick auf die Mannigfaltigkeit der Arbeitsgebiete (Ziffer 3) und die Verschiedenartigkeit der Hilfsmittel zur Auswertung der Stereogramme doch notwendig, eine Einteilung vorzunehmen in

Aufnahmen mit senkrechten Platten,
„ „ gleichmäßig gekippten Platten,
„ „ Standphototheodoliten und
„ „ beliebig gerichteten Platten.

50. **Aufnahmen mit senkrechten Platten.** Sie erfolgen so, wie es unter Ziffer 27 beschrieben ist und es lassen sich hier noch trennen:

- a) Kameraachsen senkrecht zur Basis gerichtet (*Normalstereogramm*),
- b) „ „ gleichmäßig (parallel) gegen die Basis verschwenkt,
- c) „ „ beliebig zur Basis gerichtet.

In den Fällen a und b kommt man bei der konstruktiven Auswertung der Bildkoordinaten mit einer ganz einfachen Zeichenvorrichtung (Ziffer 72) aus; im Falle c muß ein kostspieliges Instrument, der Stereoaufograph (Abb. 23) benutzt werden oder die Auswertung muß rechnerisch nach Ziffern 33 bis 36 erfolgen.

51. **Die erforderliche Basislänge** (AB Abb. 5) ist eine Frage, die von vielen Faktoren abhängig ist. Verfasser bittet, darüber in seinem unter Ziffer 43 genannten Buche auf Seite 156 nachlesen zu wollen. Als erster Anhalt mögen die folgenden Zahlenangaben dienen, die aber nur Gültigkeit haben für fachkundige Aufnahmen unter Verwendung eines Präzisions-Phototheodoliten von $f = 127$ mm und bei bestem stereoskopischem Sehvermögen.

Der zu erwartende Entfernungsmeßfehler beträgt bei einer

Basis in m	Entfernung in m	etwa m
100	1000	0,8
100	10000	80,—
10	100	0,08
10	1000	8,—
10	10000	800,—

Bei doppelter Brennlänge f betragen die Fehler die Hälfte usw.

52. **Die Messung der Winkel** $M_a AB$ und $M_b BA$ (Abb. 5) muß, wie vorstehende Zahlen wohl schon erraten lassen, mit viel größerer

Genauigkeit erfolgen, als das unter Ziffer 38 angegeben ist. Das erfordert nicht nur einen feiner gearbeiteten Phototheodoliten, sondern auch mehr Verständnis für die Fehlerquellen der Aufnahme und sorgfältigste Handhabung des Phototheodoliten (s. auch unter Ziffer 8x).

Liegt ein trigonometrisch bestimmter Punkt, wie z. B. Punkt T in Abb. 20, im Bereiche des Meßbildes, so kann an der Genauigkeit der Winkel M_aAB und M_bBA etwas nachgelassen werden, weil dann der Schnittwinkel der Kameraachse nachträglich verbessert werden kann.

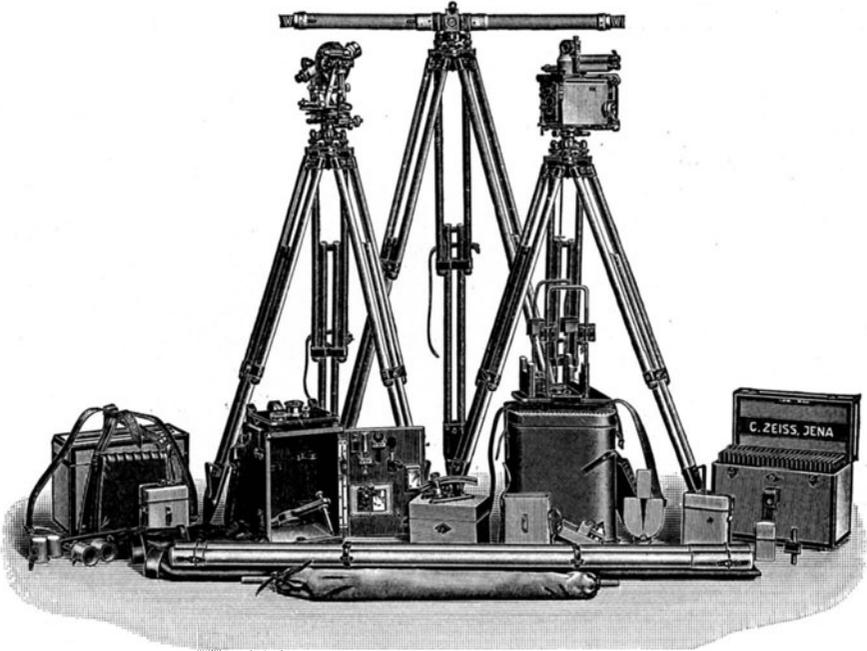


Abb. 13. Präzisionsstereo-Phototheodolit 13×18 cm und $f = 190$ mm, mit 3 Orthoprotaren (feste Blenden von $1:25$), mit Zubehör, der optischen Anstalt Carl Zeiß in Jena, für Normalstereogramme und Stereogramme mit beiderseits gegen die Normale um 35 Neugrad parallel verschwenkten Kameraachsen (Ziffer 50).

Die drei Objektive dienen der Vergrößerung des vertikalen Bildwinkels nach oben und unten (Ziffer 29). Die drei Objektivverschlüsse sind Klappen, die von unten nach oben gehoben werden. Die identischen Stativgestatten ein genaues und schnellstes Auswechseln der Meßzentren von Kamera-Standort und Ziel auf der Basis und somit schnellstes und schärfstes Einrichten der Kameraachse gegen die Basis. Der mit Neugradteilung versehene Theodolit ist von der Meßkamera getrennt und wird als besonderes Hilfsinstrument mitgeführt.

53. Der Phototheodolit für stereoskopische Messungen dieser Art ist prinzipiell ebenso zu bauen wie das in Abb. 7 dargestellte Instrument, nur schärfer, besonders für die Einstellung des Winkels zwischen Kameraachse und Basis, der auf wenige Winkelsekunden genau ge-

messen sein muß. Sollen die Kameraachsen senkrecht auf der Basis oder unter andern Winkeln parallel zur Basis stehen, so wendet man auch Ablenkungsprismen an (wie z. B. bei dem Apparat Abb. 13).

Für die Messung der Basis, die oft über Hindernisse (Schluchten, Gewässer u. a.) hinweggeht, hat der Stereo-Phototheodolit wohl auch noch eine, mit der horizontalen Feindrehung verbundene, Meßschraube, zu der dann eine, auf Stativ zu setzende, horizontale kurze Meßplatte als Zubehör gehört.

54. Aufnahmen mit gleichmäßig gekippten Platten. Aufnahmen dieser Art erfordern ein verhältnismäßig schweres Instrument, welches zu vergleichen ist mit einem Theodolit, dessen Fernrohr durch die Meßkamera ersetzt ist. Bei Geländeaufnahmen hilft man sich deshalb lieber durch eine Verschiebung des Objektivs nach oben und unten (s. Abb. 7), oder durch Anordnung mehrerer Objektive, wie z. B. bei Abb. 13, wobei dann die Platte senkrecht stehenbleiben kann und dennoch mehr nach oben oder unten photographiert werden kann.

Gleichmäßig gekippte Aufnahmen kommen mehr in Betracht bei der Aufnahme meteorologischer, ballistischer und ähnlicher Objekte. Oft wird es sich dabei um bewegliche Objekte oder um Augenblickserscheinungen handeln und es müssen dann zwei gleiche Apparate mit elektrischen Momentverschlüssen in Tätigkeit treten. — Standphototheodolite (Ziffer 56) —. Hinsichtlich Basislänge und Winkelmessung gilt auch hier das unter Ziffern 51 und 52 Gesagte.

55. Die Bestimmung der Raumkoordinaten bei den unter Ziffer 54 genannten Aufnahmen erfordert einen kleinen Umweg über ein Zwischenkoordinatensystem: Das unter Ziffer 23 erwähnte Raumkoordinatensystem legt man in diesem Falle nicht so, daß die ZX -Ebene horizontal liegt, sondern so, daß sie sich mit derjenigen Ebene deckt, welche auf dem linken Kamerastandpunkt durch die Richtungen der Kameraachse und des Horizontalfadens fixiert ist. In diesem Zwischensystem erfolgt die Berechnung der Raumkoordinaten genau nach Ziffern 33 bis 36. Die gewonnenen Raumpunkte sind dann aus dem Zwischensystem in das übliche System (mit horizontaler ZX -Ebene) zu projizieren, was mit Hilfe der Raumkoordinaten des Zwischensystems und des Neigungswinkels der Kameraachse leicht gelingt.

56. Aufnahmen mit Standphototheodoliten dienen in erster Linie der stereoskopischen Vermessung

a) *auf festen Standorten*: von lebenden Körpern (Menschen, Tieren), beweglichen Gegenständen (Wolken, Strandwellen, Flugzeugen), Augenblickserscheinungen (Lichterscheinungen, Fluggeschwindigkeiten, ballistischen Objekten),

b) *auf beweglichen Standorten* (Schiffen, Luftschiffen, Flugzeugen): von feststehenden Objekten (Landschaften, Meeresküsten) oder beweglichen Objekten (Meereswellen, Wolken usw.).

„ *An Stereogrammen kommen in Betracht:* das Normalstereogramm (Ziffer 50a), das parallel verschwenkte Stereogramm (Ziffer 50b), das gleichmäßig gekippte Stereogramm (Ziffer 54).

57. Die **Standphototheodolite** sind dementsprechend verschieden eingerichtet. In allen Fällen aber sind sie mit lichtstarken Objektiven und Momentverschlüssen ausgerüstet, welche letztere mittels elektrischer Auslösevorrichtungen vom Beobachter gleichzeitig betätigt werden können. Nachstehend seien drei derartige Apparate abgebildet (Abb. 14—16):

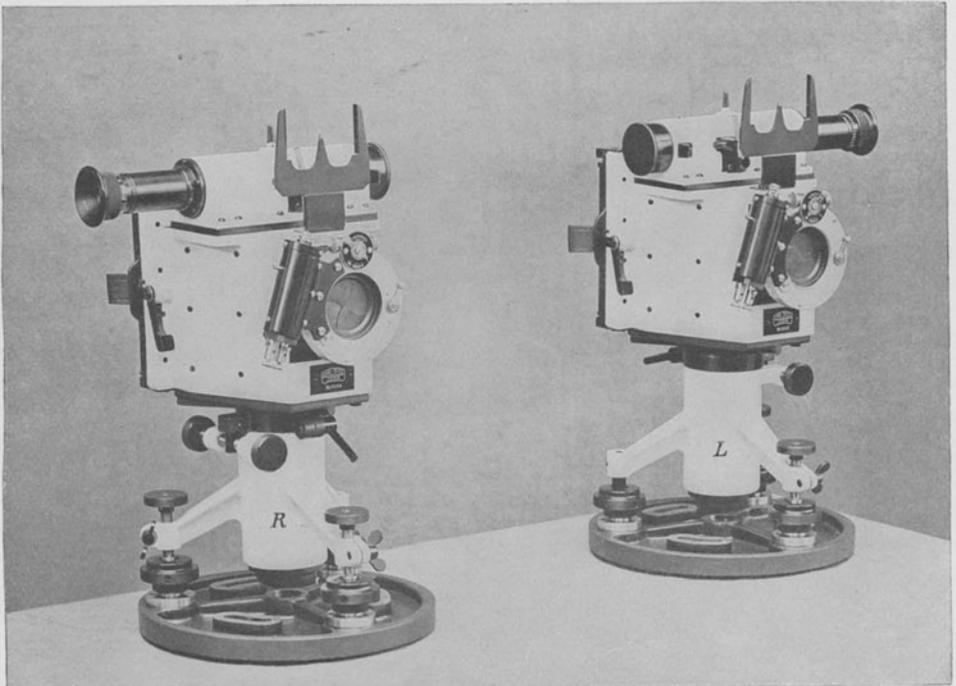


Abb. 14. Standphototheodolite 9×12 cm und $f =$ etwa 127 mm der optischen Anstalt CARL ZEISS in Jena, für Aufnahme von Normalstereogrammen auf Schiffen.

58. **Aufnahmen mit beliebig gerichteten Platten.** Es ist eine alte und gewiß verlockende Idee, den Aufnehmer der Meßbilder möglichst wenig mit Aufnahmebedingungen zu belasten. Bisher war aber auf diesem Wege nicht viel erreicht worden. Neue Nahrung erhielt der alte Wunsch, als in der Kriegszeit unser Flugwesen zu ungeahnter Höhe heranwuchs und die herrlichen Photographien in den Flugzeugen entstanden, von denen unter Ziffern 2 und 20 bis 22 schon gesprochen wurde.

Natürlich müssen solche wertvollen Erzeugnisse der Photographie ausgenutzt werden, aber ebenso selbstverständlich erscheint es gegen-

wärtig noch, daß in der Luft die strengen Aufnahmebedingungen, die für terrestrische stereoskopische Messungen gelten (Ziffer 81), nicht werden erfüllt werden können. Und so hat denn unsere optische Industrie das Problem der beliebig gerichteten Stereogramme in Angriff genommen und in verschiedener Weise gelöst.

Es erschließt sich hier ein ganz neues Kapitel der *Luftbildmessungen*, welches am Schlusse noch kurz behandelt werden soll.

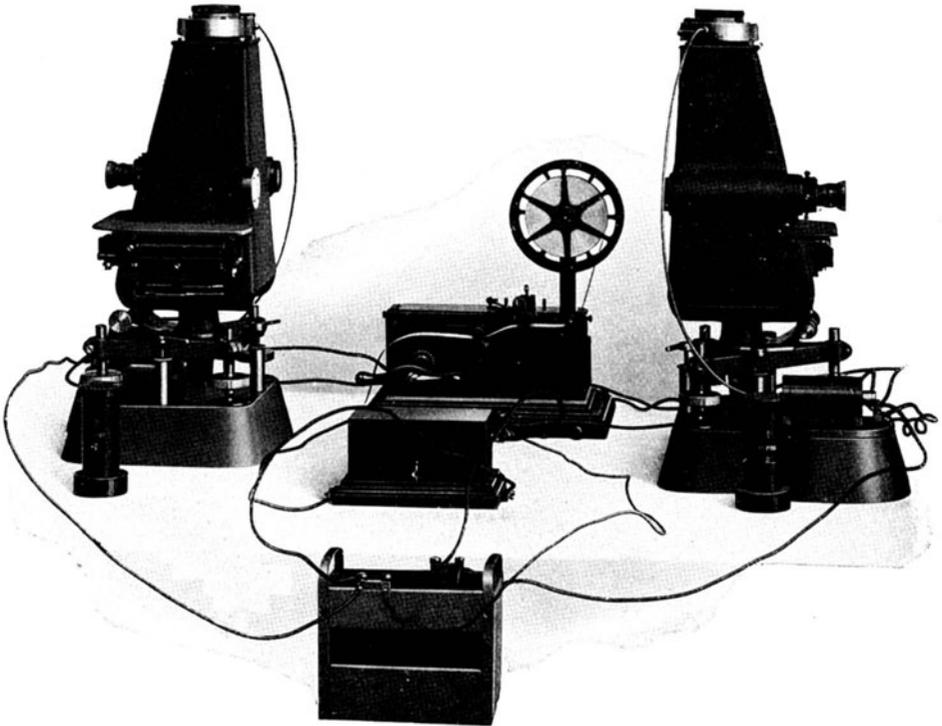


Abb. 15. Standphototheodolite 9×12 und 13×18 cm mit $f =$ etwa 300 mm (nebst Chronograph) der optischen Anstalt C. P. GOERZ A.G., Berlin-Zehlendorf, für Aufnahme von Normalstereogrammen in horizontaler und senkrechter Richtung auf festen Standorten (Messung von Wolkenbewegungen, Flugzeuggeschwindigkeiten, ballistischen Erscheinungen u. a.)

Älteres Modell.

d) Auswertung der Stereogramme.

59. Der Stereokomparator¹⁾. Man kann das Instrument als die natürliche Fortbildung des monokularen Komparators (Abb. 9) betrachten. Es wurde im Jahre 1901 von Professor Dr. PULFRICH erfunden

¹⁾ Beschreibung: CARL PULFRICH, „Stereoskopisches Sehen und Messen“. Verlag von GUSTAV FISCHER, Jena 1911.

und wird im ZEISSwerk-Jena für verschiedene Plattenformate hergestellt. Abb. 17 zeigt das kleinste Modell des Apparates für Platten von 9×12 cm.

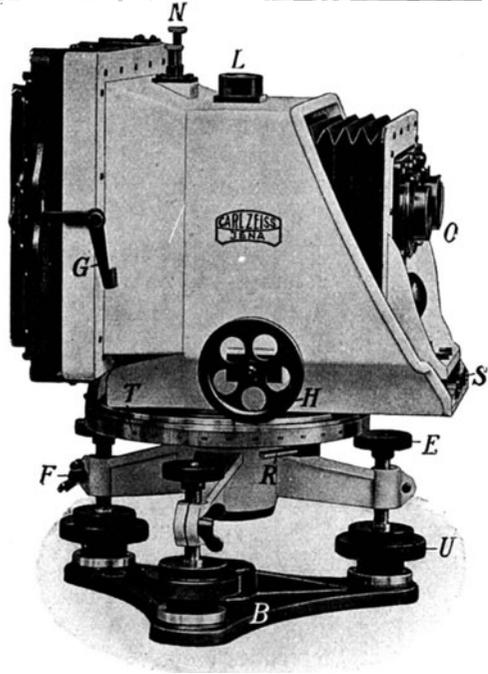
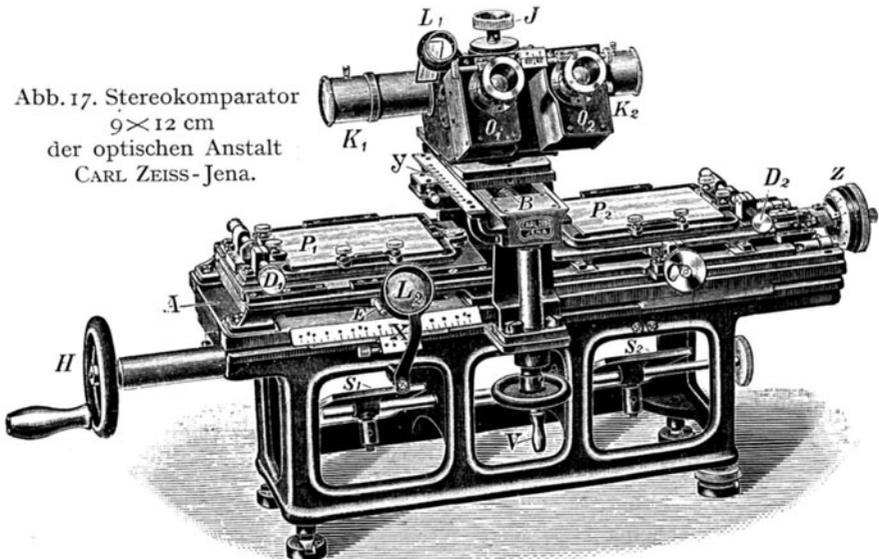


Abb. 16. Stereometerkamera 13×18 cm, $f =$ etwa 150 mm und Basis = 70 mm der optischen Anstalt CARL ZEISS in Jena für Aufnahme von Normalstereogrammen in horizontaler Richtung auf kurze Entfernungen von Menschen, Tieren und Objekten jeder Art.

Hierzugehörig das Stereometer (s. Ziffer 59 und Abb. 18).

Abb. 17. Stereokomparator 9×12 cm der optischen Anstalt CARL ZEISS-Jena.



$O_1 O_2$ Einblicke, $K_1 K_2$ Ausblicke des Betrachtungsmikroskops von etwa vierfacher Vergr. $P_1 P_2$ Platten des Meßstereogramms. $S_1 S_2$ Spiegel zur Beleuchtung der Platten. $D_1 D_2$ Drehschrauben zur Parallelstellung der Horizontalfäden der Platten mit der Schlittenbewegung x . H Kurbel des x -Schlittens. V Kurbel des y -Schlittens. Z Parallaxenschraube des $(x-x')$ -Schlittens. C Schraube des $(y-y')$ -Schlittens. $L_1 L_2$ Lupen zum Ablesen der y - und x -Maßstäbe.

Das *Blinkmikroskop*¹⁾, 1904 ebenfalls von Professor Dr. PULFRICH konstruiert, ist ein Ausrüstungsstück zu den größeren Modellen des Stereokomparators. Es wird an die Stelle des Betrachtungsmikroskops gesetzt, wenn man mittels des Stereokomparators feine Unterschiede sucht zwischen zwei photographischen Platten desselben Gegenstandes, die an demselben Standorte, jedoch zu verschiedenen Zeiten, aufgenommen worden sind.

Das Blinkmikroskop hat nur ein Okular, unter welchem die Platten einzeln nacheinander und abwechselnd an derselben Stelle gesehen werden. Das Wechseln der Bilder, bei richtiger Justierung und Gleichheit der Objekte für das Auge unmerklich, erfolgt durch eine mit der Hand oder durch Motor betriebene Wechselschere. Unterschiede in der Zeichnung der Bilder müssen beim Wechseln derselben bald erscheinen, bald verschwinden, d. h. im Tempo des Wechselns blinken, wodurch sie leicht zu entdecken sind.

Der Apparat soll vornehmlich zur Feststellung neuer oder verschwundener Sterne, zur Prüfung von Münzen, Geldscheinen, Teilungen und zu ähnlichen Zwecken dienen.

Das *Stereometer*²⁾ (Abb. 18) ist ein Stereokomparator, welcher speziell für die mit der Stereometerkamera (Abb. 16) aufgenommenen unzerschnittenen Stereogramme 13×18 cm gebaut ist.

60. Die Raummarke. Die *wandernde Marke* wurde bereits unter Ziffer 46 kurz beschrieben. Auf Glastäfelchen dicht hinter den Okularen O_1 und O_2 (Abb. 19) sind zwei gleichgeformte Markenbilder gezeichnet — hier Kreuzballons —, welche scharf gesehen werden mit den Meßbildern 1 und 2. Sie erscheinen im Betrachtungsmikroskop aber nicht in den Bildebenen und auch nicht als die beiden einzelnen Markenbilder v und v' , sondern als nur eine, aber im Raume hinter dem Instrument stehende, Marke V (Abb. 19), ebenso, wie ja alle identischen Punkte der Meßbilder 1 und 2 auch als Raumpunkte hinter der Ebene der Bilder bei der Betrachtung durch das Mikroskop erscheinen. Da beim Stereokomparator die beiden Markenbildchen hinter den Okularen bei den Messungen feststehen, so bleibt dabei auch die Raummarke V scheinbar an ihrem Platze, weshalb man bei dieser Anordnung des Instruments nicht gut von einer „wandernden Marke“ sprechen kann. Zwecks Ausführung der Messungen muß in diesem Falle das Bild wandern, was durch seitliche Verschiebung des Bildes 2 gegen das Bild 1 erreicht wird. Beim Stereometer (Abb. 18) hingegen werden die Markenbildchen verschoben, weshalb dort die Marke wandert.

¹⁾ Beschreibung: CARL PULFRICH, „Stereoskopisches Sehen und Messen“, Verlag von GUSTAV FISCHER, Jena 1911.

²⁾ Ausführliche Beschreibung: C. PULFRICH, „Über ein neues Verfahren der Körpervermessung“, Arch. f. Optik 1907, Heft 1, S. 42—58. Verlag von VEIT & Co. in Leipzig.

61. Justierung. Die beiden Meßbilder 1 und 2 (Abb. 19), am besten die Negative selbst, werden mittels der Drehschrauben D_1 und D_2 (Abb. 17) so ausgedreht, daß die Verbindungslinien $m m$ und $m' m'$ (Horizontalfäden) parallel zum Schlitten I liegen, was an den Marken-

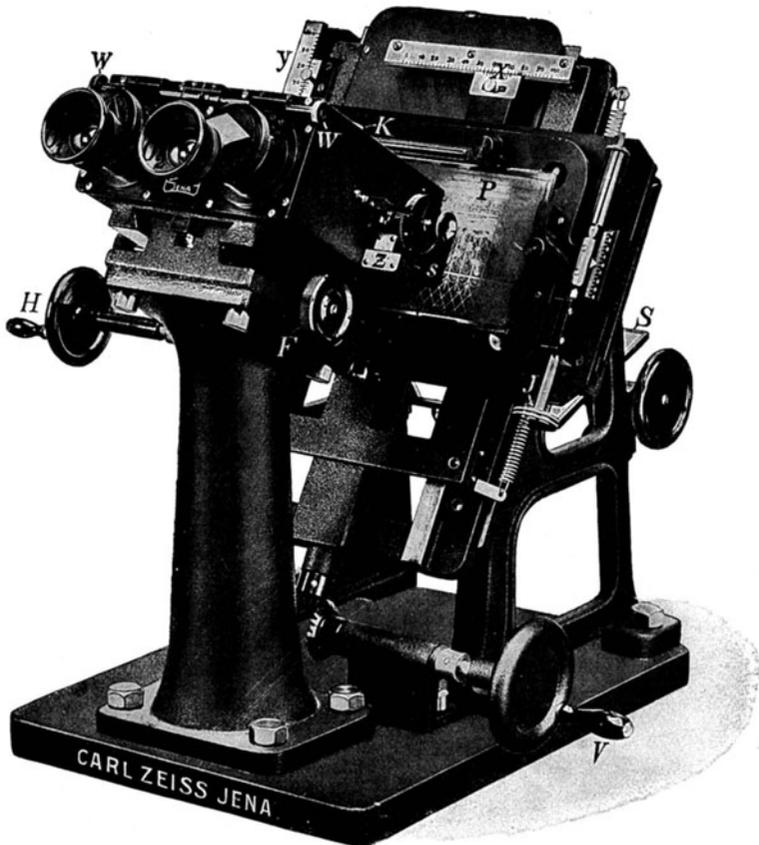


Abb. 18. $\frac{1}{4}$ natürlicher Größe. Das Stereometer der optischen Anstalt
CARL ZEISS in Jena.

$O_1 O_2$ Einblicke. P Stereogramm, unzerschnitten. S Spiegel zur Beleuchtung desselben. J Schraube zum Ausdrehen des Stereogramms. $W W$ Einstellung auf Augenabstand. F Einstellung auf Bildschärfe. $x y$ Maßstäbe für x und y . z Parallaxen-Einstellung und Ablesung. H Kurbel für den x -Schlitten. V Kurbel für den y -Schlitten.

bildchen (Kreuzballons bei monokularer Beobachtung) zu sehen ist. Ist das geschehen, so stehen auch die Kamera-Visiere $v v$ und $v' v'$ (Vertikalfäden) parallel zum Schlitten II. Dann schiebt man die beiden Meßbilder mittels der Schlitten I bis IV so unter die Raum-Markenbildchen, a dßsie sich mit den Schnittpunkten $m m \times v v$ und $m' m' \times v' v'$ decken.

In dieser Stellung der Schlitten werden alle vier Maßstäbe auf Null gestellt. (In Wirklichkeit werden die Maßstäbe einzeln eingestellt, weil die Fadenkreuze der Meßbilder nur in den Endpunkten am Anschlagrahmen bezeichnet sind — vgl. Ziffer 28 —).

62. Das Identifizieren zusammengehöriger Punkte erfolgt unbewußt durch den stereoskopischen Eindruck. Es ist deshalb jede Stelle des

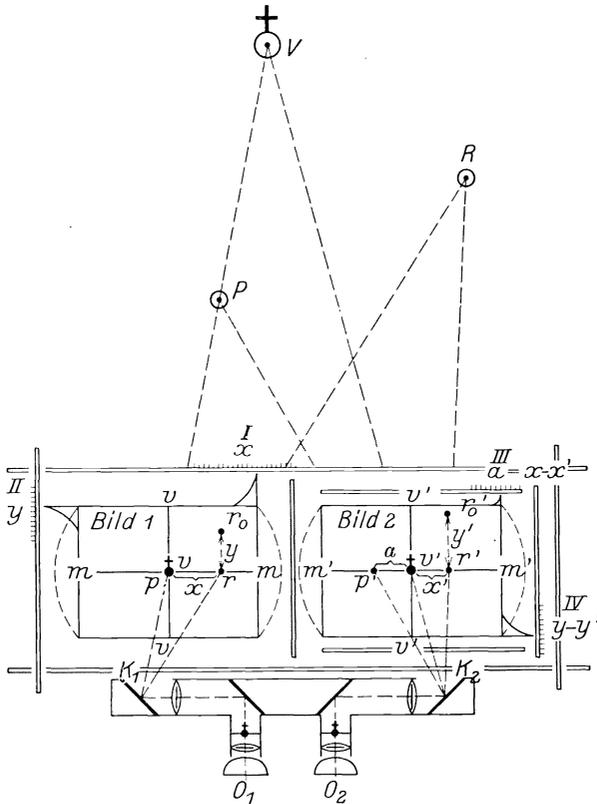


Abb. 19. Stereokomparator, schematisch.

Raumbildes meßbar, die zuverlässig räumlich erscheint. Letzteres ist nicht mit jeder Stelle des Raumbildes der Fall. Wo Flächen gar keine identischen Einzelheiten mehr zeigen (keine Struktur), sondern nur noch gleichmäßige Tönung, da ist weder ein stereoskopischer Eindruck, noch eine stereoskopische Messung möglich.

63. Stereoskopische Täuschungen können dem Unerfahrenen sehr leicht einen Streich spielen. Ferne kugelige Straßenbäume, Reihenhäuschen, Schornsteine und andere gleichgeformte Objekte ergeben auch in falscher Verbindung ganz sicheren stereoskopischen Eindruck und dann vollständige Falschmessung. Unter Umständen muß auch an den

Wechsel der Beleuchtung bei zeitlich getrennten Aufnahmen gedacht werden.

64. Der Meßvorgang besteht nun darin, daß der zu messende Punkt des Raumbildes mit der Raummarke V zur Deckung gebracht wird. Dazu ist in der Regel eine Verschiebung der sämtlichen vier Schlitten (Abb. 19) erforderlich, deren Größe gegen die Nullstellung (Ziffer 61) an den Maßstäben I bis IV abzulesen ist.

65. Die Bildkoordinaten sind genau so zu bestimmen, wie unter Ziffer 31 schon beschrieben. Sie seien im Stereogramm wie folgt benannt:

- x und y für das (linke) Bild 1,
- x' „ y' „ „ (rechte) „ 2.

66. Die Ablesung aller dieser Koordinaten ist am Stereokomparator direkt nicht möglich, denn die Ablesungen ergeben am

- Maßstab I : x
- „ II : y
- „ III : $x - x' =$ horizontale Bild Differenz (Parallaxe)
- „ IV : $y - y' =$ vertikale Bild Differenz (Parallaxe¹⁾).

67. Beispiele für Ermittlung der Bildkoordinate x' (Abb. 19 u. 20). — Das y' wird in der Regel nicht gebraucht, da die Höhenberechnung über den einen Basispunkt A meistens genügt (vgl. Ziffer 36 b). —

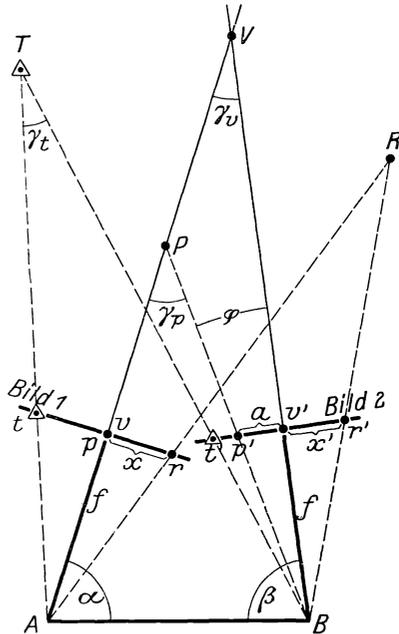


Abb. 20. Aufnahme eines Stereogramms, von oben gesehen.

Punkt P
 Ablesung:
 $x = 0$
 $y = 0$
 $a = x - x' (= 0 - [-p'v'])$
 Errechnet:
 $x' = x - a = -p'v'$

Punkt R
 Ablesung:
 $x = vr$
 $y = r_0r$
 $a = x - x' (= vr - v'r')$
 Errechnet:
 $x' = x - a = vr - (vr - v'r') = +v'r'$

68. Die Ermittlung der Winkel erfolgt nach Ziffer 32.

69. Die Berechnungen erfolgen nach Ziffern 33 bis 36.

¹⁾ Die vertikale Parallaxe wird in der Regel nicht gebraucht. Ihre Größe hängt ab vom Höhenunterschied der Basispunkte. Ist sie größer als die horizontale Parallaxe, so benutzt man sie wohl auch statt der letzteren. Verfasser hat Stereogramme mit senkrechter Basis ausgewertet, wobei diese dann um 90° umgelegt wurden.

70.

e) Konstruktionen

der aus stereoskopischen Messungen erhaltenen Ergebnisse können nicht ohne weiteres, wie die unter Ziffer 37 genannten Konstruktionen, ausgeführt werden, denn dafür sind die stereoskopischen Dreiecke meistens viel zu lang und zu spitz, wie ein Blick auf die Zahlenaufstellung unter Ziffer 51 lehrt. Nur durch einen Kunstgriff kann man die Zeichnung der spitzen Schnitte vermeiden. Leider ist derselbe nur anwendbar bei den unter Ziffern 50a und b, sowie 54 genannten Stereogrammen und nur beim

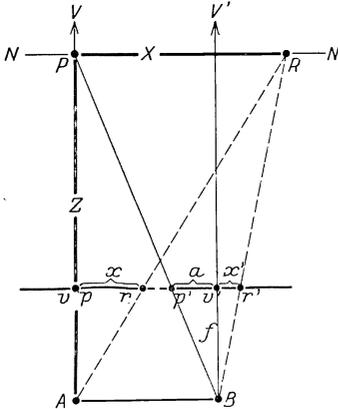


Abb. 21. Normalstereogramm.

71. Normalstereogramm mit senkrechten Platten so einfach, daß er in Kürze hier mitgeteilt werden kann. Der Kunstgriff basiert darauf, daß in einer zur Basis AB (Abb. 21) parallelen und senkrecht stehenden Ebene NN alle Punkte die gleiche horizontale Parallaxe $a = x - x'$ haben. Es sind also die Parallaxen für P und R gleich, d. h. $p'v' = vr - v'r'$. Diese Tatsache ermög-

licht die Annahme und einfache Konstruktion folgender Koordinaten ¹⁾:

Z = Abstand der Ebene NN von A

X = horizontaler Abstand von Z

Y = vertikaler Abstand von X (in Abb. 21 nicht sichtbar, weil Lot).

Formeln für die Koordinaten des Normalstereogramms (Abb. 21):

$$Z : AB = f : a, \text{ daher } Z = AB \cdot \frac{f}{a}.$$

$$X : Z = x : f, \quad \text{,,} \quad X = Z \cdot \frac{x}{f}.$$

$$Y : Z = y : f, \quad \text{,,} \quad Y = Z \cdot \frac{y}{f}.$$

72. Die Zeichenvorrichtung (Abb. 22); Auf einem mit Millimeterquadratpapier bespannten Reißbrett dreht sich um die Buchse A ein Lineal. Eine Linie Av (parallel zur Linienierung) wird mit Tusche ausgezogen. Senkrecht zu Av (also wiederum parallel mit der Linienierung) wird im Abstände f von A eine zweite Linie mm mit Tusche ausgezogen, welche man als *Bildtrace* bezeichnet.

Gebrauch. Vor demselben erfolgt eine Umformung vorstehender Formeln, durch welche dem Konstruktionsmaßstabe und der meist sehr

¹⁾ Die Bezeichnung der Koordinaten ist die gleiche, wie die unter Ziff. 27 und in Abb. 5 gewählt; die Koordinaten dürfen aber dennoch nicht verwechselt werden.

geringen Länge der Basis Rechnung getragen wird. Zum Beispiel:
Umformung der Formeln (Ziffer 71):

$$\frac{Z}{25000} = \frac{100AB}{25000} \cdot \frac{f}{100a}$$

$$\frac{X}{25000} = \frac{Z}{25000} \cdot \frac{x}{f}$$

$$\frac{Y}{25000} = \frac{Z}{25000} \cdot \frac{y}{f}$$

Konstruktionsbeispiel für Punkt R in Abb. 21.

Gemessene Bildkoordinaten:

$$x = vr$$

$$y = r_0 r \text{ (Abb. 19)}$$

$$a = vr - v' r'$$

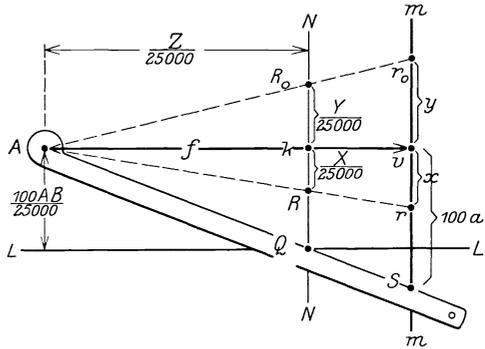


Abb. 22. Zeichenvorrichtung.
 Konstruktion im Maßstabe 1:25000.

1. Ziehen einer Parallelen LL zu Av im Abstände von $\frac{100AB}{25000}$
2. Abtragen von 100a von v aus auf vm, was Punkt S ergibt.
3. Eindrehen des Lineals auf S, was auf LL den Punkt Q ergibt.
4. Ziehen einer Parallelen NN zu mm durch Q.
5. Abtragen von x von v aus auf vm, was Punkt r ergibt.
6. Eindrehen des Lineals auf r, was auf NN den Punkt R ergibt.
7. Abtragen von y von v aus auf vm, was den Punkt r₀ ergibt.
8. Eindrehen des Lineals auf r₀, was auf NN den Punkt R₀ ergibt.

Es sind dann:

$$Ak = \frac{Z}{25000},$$

$$Rk = \frac{X}{25000},$$

$$R_0k = \frac{Y}{25000}.$$

73. Der **Stereoautograph** wurde im Jahre 1909 erfunden von dem österreichischen Hauptmann EDUARD RITTER v. OREL des ehem. k. u. k. Militärgeographischen Instituts in Wien, welches letzteres unter der genialen Führung des Generals, Freiherrn A. v. HÜBL eine Pflegestätte des photographischen Meßverfahrens war.

Der Apparat, 1911 von Professor Dr. C. PULFRICH verbessert und im ZEISS-Werk Jena gebaut, ist eine Verbindung des Stereokomparators (Abb. 17) mit einem auf eine Zeichenplatte wirkenden Linealsystem, welches sich wohl entwickelt hat aus der Zeichenvorrichtung (Abb. 22).

Die *Abbildung* (Abb. 23) des sinnreichen Instruments zeigt deutlich unten links den Stereokomparator mit dem Stereogramm.

74. **Wirkungsweise.** Das Linealsystem ist mit den Schlitten des Stereokomparators verkoppelt; der Antrieb durch die Hand- und Fußkurbeln setzt aber nicht am Stereokomparator, sondern bei den schweren

Linealen ein. Wird nun ein Raumpunkt des Stereogramms mit der Raummarke, wie sonst im Stereokomparator, zur Deckung gebracht, so gibt der über der Zeichenfläche (links in Abb. 23) schwebende Zeichenstift automatisch die Lage des Punktes an. Gleichzeitig kann der Höhenunterschied zwischen dem Raumpunkte und dem linken Basispunkte abgelesen werden.

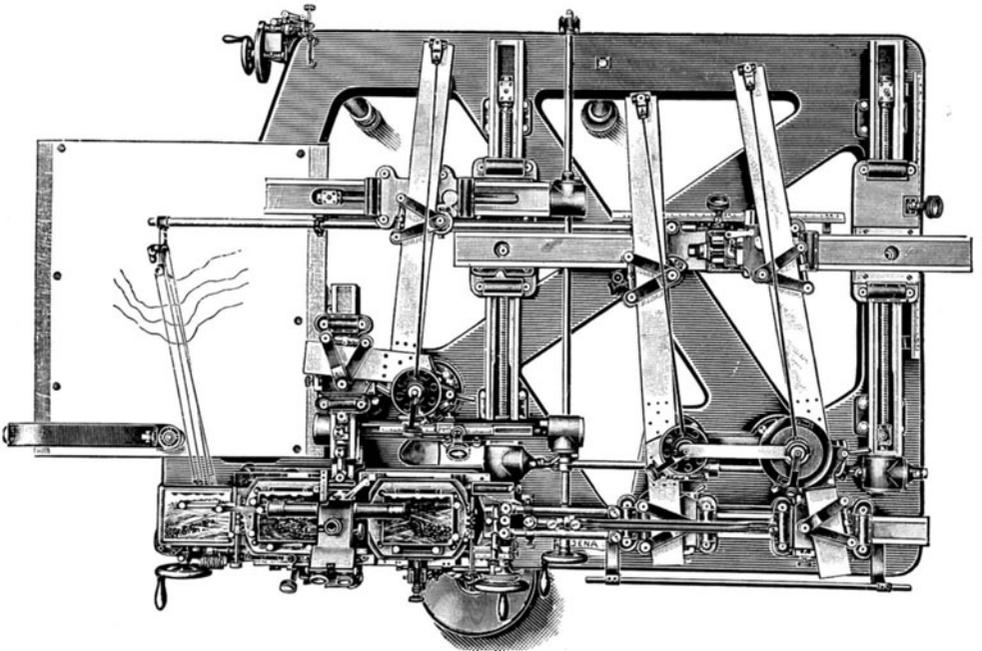


Abb. 23. Der Stereoautograph der optischen Anstalt CARL ZEISS in Jena.
Etwa $\frac{1}{18}$ natürlicher Größe.

Höhenschichtlinien werden automatisch auf der Zeichenfläche dargestellt, wenn das Instrument für eine gewünschte Höhe fest eingestellt wird. Es ist dazu nur nötig, das Raumbild so an der Raummarke vorbeizuführen, daß beide scheinbar immer in Kontakt bleiben. Das geschieht mit den Kurbeln für die Bilderkoordinaten (Ziffer 67) a und x , während der Schlitten für y sich zwangsläufig infolge der Höheneinstellung verschiebt.

75. Verwendungsgebiete. Mit dem Stereoautographen können alle unter Ziffer 50 benannten Stereogramme ausgemessen werden, also alle, deren Kameraachsen horizontal gerichtet, sonst aber beliebig gegen die Basis verschwenkt sind.

An dem Modell 1914 des Stereoautographen ist später eine von Dr. SANDERS erfundene „Zusatzeinrichtung für Luftaufnahmen“ angebracht worden, welche Schichtlinien darzustellen ermöglicht aus Auf-

nahmen, deren Kameraachsen bis zu 25 Grad gegen den Horizont geneigt, sonst aber beliebig gerichtet sind. Außerdem ist am Modell 1914 des Stereoautographen außer der Zeichenvorrichtung für Grundriß auch noch eine solche für Aufriß angebracht worden.

f) Über die Genauigkeit stereoskopischer Messungen.

76. Obgleich die stereoskopische Messung grundsätzlich nichts anderes ist, als die im zweiten Kapitel behandelte photographische Dreiecksmessung, ist es im Hinblick auf die unter Ziffer 66 und 67 beschriebene Art, in der wir am Meßstereoskop die Bildkoordinaten gewinnen, notwendig, einen Unterschied zu machen zwischen der Genauigkeit der Richtung und der Genauigkeit der Entfernung.

77. **Die Richtungsgenauigkeit.** Es gilt hier das bereits unter Ziffer 38 über die Genauigkeit der photographischen Winkelmessung Gesagte. Gegenüber einem guten Komparator (Abb. 9) bringt der Stereokomparator hier keinen Fortschritt. Ganz anders dagegen liegen die Verhältnisse bei der

78. **Entfernungsgenauigkeit.** Eine Zahlenaufstellung über das Erreichte ist bereits unter Ziff. 51 gegeben worden. Diese Ziffern zeigen gleichzeitig, daß die zu vermessenden Dreiecke außerordentlich spitz sind. Gegenüber diesen spitzen Dreiecken leistet die stereoskopische Entfernungsmessung viel mehr, als die im zweiten Kapitel behandelte Dreiecksmessung. Das liegt an der stereoskopischen Bilddifferenz $x-x'$ (Parallaxe), welche der Stereokomparator mit außerordentlicher Schärfe direkt liefert (Ziffer 79) und daran, daß die Parallaxe unmittelbar auf den äußerst spitzen Winkel zwischen den Sehstrahlen einwirkt und weiter daran, daß dieser Winkel für die Ableitung einer großen Entfernung von einer kleinen Basis der wichtigste ist. Das sei nachstehend noch kurz erläutert:

79. Erreichte Genauigkeit der Messung von Bilddifferenzen (Parallaxen).

Beispiel: Messungen durch Topograph KARSTENS

	Punkt 1	2	3	4	5	6
	mm	mm	mm	mm	mm	mm
Messung 1	11,601	17,358	5,060	4,986	5,022	5,036
„ 2	,599	,358	,058	,982	,020	,036
„ 3	,602	,362	,062	,984	,023	,037
„ 4	,602	,359	,060	,983	,023	,035
„ 5	,601	,359	,060	,983	,025	,036
Mittel	11,602	17,359	5,060	4,984	5,023	5,036
Größte Abweichung vom Mittel	0,002	0,003	0,002	0,002	0,003	0,001

Mikroskopvergrößerung des Stereokomparators: etwa 6fach. Das ausgezeichnete Ergebnis der Messungen ist auch die Folge einer sehr sorgfältigen Auswahl des Messenden, scharfer Bilder und Objekte.

80. Wirkung der Bilddifferenz $\mathbf{x}-\mathbf{x}'$ — Parallaxe a — (Abb. 20).

Voraussetzung: $\sphericalangle \gamma_v$ (Schnittwinkel der Kameravisiere AV und BV) sei völlig fehlerfrei gemessen.

Zu messen: Punkt P $\sphericalangle \gamma_p = \sphericalangle \gamma_v + \sphericalangle \varphi$
 $\operatorname{tg} \sphericalangle \varphi = \frac{a}{f}$.

Folgerung: Sind f und $\sphericalangle \gamma_v$ genau gemessen, dann hängt die Genauigkeit des $\sphericalangle \gamma_p$ nur von der Parallaxe a ab.

Über die Bedeutung des Winkels an der Spitze für die Ableitung der Entfernung von einer kurzen Basis wolle man auf S. 26 des unter Ziffer 43 genannten Buches von P. SELIGER nachlesen.

81. Folgerungen für Genauigkeit von Phototheodolit und Aufnahme. Das unter Ziffer 51 mitgeteilte Ergebnis der Entfernungsgenauigkeit stereoskopischer Messungen kann nur dann erreicht werden, wenn die unter Ziffer 80 gemachte Voraussetzung in hohem Maße erfüllt wird, d. h., wenn der Phototheodolit ein Präzisionsinstrument ist, welches mit voller Sachkunde gehandhabt wird und wenn der am Stereokomparator Messende über ein vorzügliches stereoskopisches Sehvermögen verfügt (Ziffer 79).

g) Charakteristische Beispiele stereoskopischer Messungen.

Die Vorzüge stereoskopischer Messungen seien nachstehend noch durch zwei ältere Versuchsarbeiten beleuchtet¹⁾.

82. Topographie der Meeresoberfläche. Der Versuch ging von Professor Dr. LAAS-Berlin aus und bezweckte die Feststellung der wahren Formen der Meereswellen im Interesse der Schiffsbautechnik und ist publiziert in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Berlin 1905.

Abb. 24 zeigt den Plan in horizontalen Schichten, den Verfasser nach einem der von Professor Dr. LAAS mit Standphototheodoliten (Ziffer 57) vom Schiffe aus aufgenommenen Stereogramme im Sommer 1905 mit dem Stereokomparator (Abb. 17) und der Zeichenvorrichtung (Abb. 22) angefertigt hat.

Der Versuch zeigt deutlich das Wesen stereoskopischer Messung, denn eine Topographie der Meereswellen war bisher nicht möglich.

83. Topographie des Menschen. Durch die stereoskopische Vermessung der Meereswellen (Ziffer 82) war wohl die Charakteristik der neuen Meßmethode klaggestellt, noch nicht aber die Genauigkeit der Messungen.

Um den Zweiflern einen recht anschaulichen Beweis von der großen Schärfe stereoskopischer Messungen zu liefern, griff Verfasser im Januar 1907 zu der Vermessung eines menschlichen Gesichts und

¹⁾ Entnommen dem unter Ziffer 43 genannten Buche von P. SELIGER — Verlag Julius Springer, Berlin 1911.

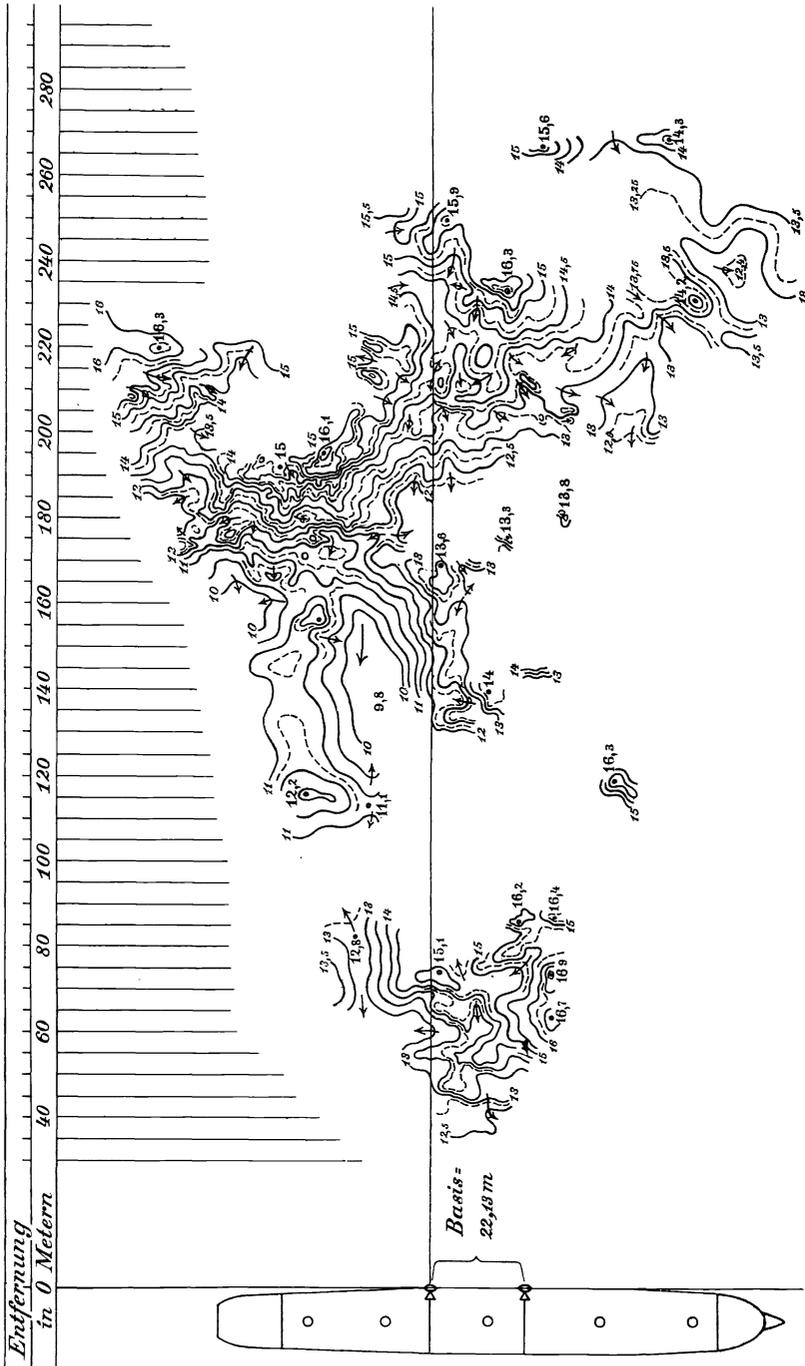


Abb. 24. Topographie der Meeresoberfläche.

Darstellung der Ergebnisse in vertikalen Schichtlinien, weil es allgemein bekannt ist, daß die geringste Änderung der Gesichtsform ein anderes Gesicht schafft. Ergab der Schichtenplan oder das nach ihm konstruierte Profil eine gewisse Ähnlichkeit, so war ja die Schärfe der Messungen klar erwiesen.

Leider gab es damals die Stereometer-Kamera (Abb. 16) noch nicht. Ein lebender Mensch konnte also noch nicht vermessen werden. Verfasser half sich mit einer Moltkebüste des ehem. Gr. Generalstabs, die er aus 3 m Entfernung mit einer Atelier-Kamera von $f = 500$ mm unter seitlicher Verschiebung um 20 cm nacheinander zweimal photographierte. Abb. 25 zeigt das erhaltene Stereogramm.



Abb. 25. Topographie des Menschen. Stereogramm einer Moltke-Büste. Aufgenommen im Januar 1907.

Und wie ging das Messen auf den glatten Marmorflächen der Büste (Ziffer 62)? So wird nun gefragt werden! — Ja, das wußte Verfasser damals längst, daß das nicht gut geht. Der lebende Mensch hat Flecke, Runzeln und Härchen im Gesicht; deshalb erlaubte Verfasser sich, ganz heimlich die Büste des alten Herrn mit einem gelben Pulver zu überstäuben und diesen Ersatz natürlicher Zeichnung nach Aufnahme des Stereogramms schnellstens wieder zu beseitigen. In dem Stereogramm (Abb. 25) wird man die feinen Pünktchen kaum erkennen. Im Stereokomparator unter Vergrößerung sah man sie sehr gut, und die mit der Zeichenvorrichtung (Abb. 22) leicht konstruierten Messungen ergaben den in Abb. 26 dargestellten Plan in vertikalen Schichtlinien. Die kleinen, mit Kreis versehenen Zahlen sind die

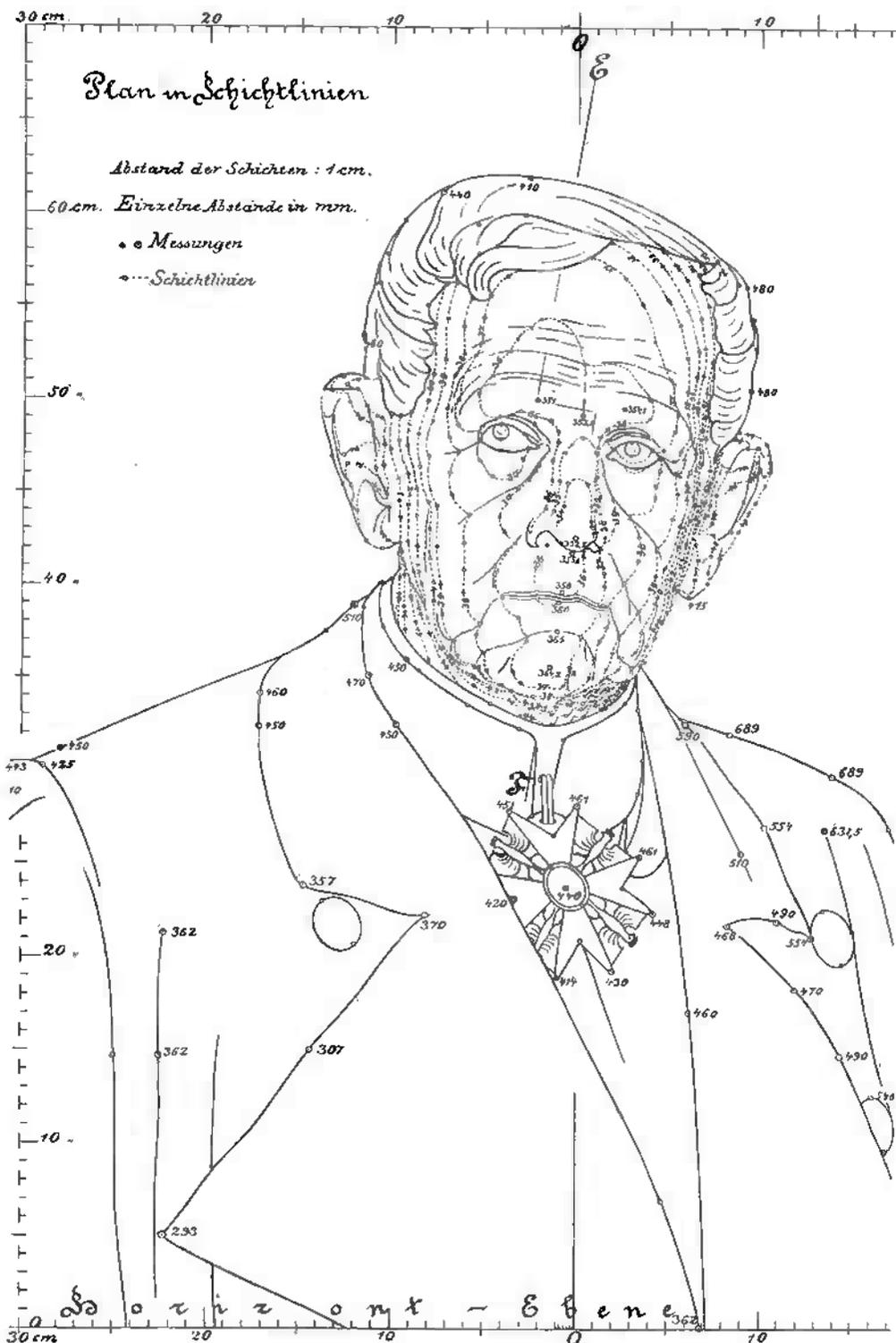


Abb. 26. Topographie des Menschen. Plan in vertikalen Schichtlinien, hergestellt mit dem Stereokomparator nach dem Stereogramm (Abb. 25) im Januar 1907.

Abstände in Millimetern vom Objektiv, zu denen immer noch 3 volle Meter hinzuzuzählen sind. Die Schichten haben 1 cm Abstand.

Eine gewisse Porträt-Ähnlichkeit tritt schon im Schichtenplane (Abb. 26) hervor. Ganz deutlich aber ist die Ähnlichkeit des Profils (Abb. 27), welches geometrisch nach dem Schichtenplane konstruiert ist.

Die über 3 m betragenden Entfernungen müssen also auf der kurzen Basis von nur 20 cm doch sehr genau gemessen worden sein.

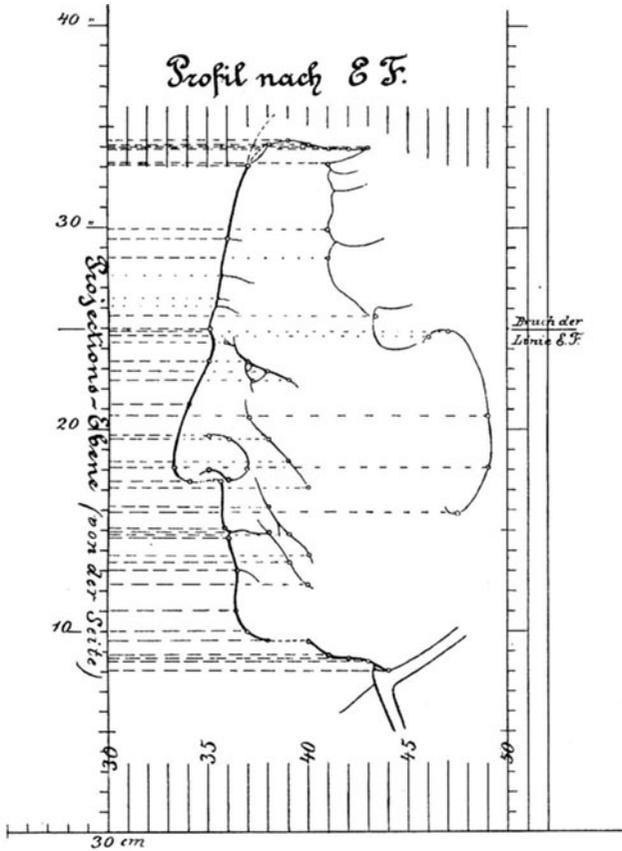


Abb. 27. Topographie des Menschen.
Profil, geometrisch konstruiert nach dem Schichtenplane (Abb. 26).

Viertes Kapitel.

Luftbild-Messungen.

84. Darunter sind Messungen mittels solcher Photographien zu verstehen, welche von Luftfahrzeugen aus aufgenommen worden sind, soweit sie nicht schon bei den linearen Messungen des ersten Kapitels unter den Ziffern 12 bis 22 behandelt worden sind.

Wie bereits unter Ziffer 58 kurz angedeutet, verdanken wir diesen neuesten Zweig des photographischen Meßverfahrens hauptsächlich den Erfahrungen des Krieges 1914—18 und dem gewaltigen Aufschwunge des Luftfahrwesens. Welche Bedeutung der Sache beigelegt wird, dürfte wohl daraus hervorgehen, daß sich ein „Aerokartographisches Institut A.-G.“ gebildet hat mit einer Zentrale in Breslau 13, Goethestraße 58 und mit Filialen in Dresden-N., Kleiststraße 10, Essen, Dreilindenstraße 55 und Düsseldorf, Pempelforterstraße 82, und daß der Verband selbständiger vereideter Landmesser in Düsseldorf und Essen sofort nach der Befreiung der Heimat von der Besatzung Vermessungsflugzeuge stationieren wird, die in Verbindung mit dem vorgenannten Institut Luftbildaufnahmen aller Art vornehmen werden¹⁾.

85. Die Orientierung der Meßbilder gegen die Horizontal-Ebene und den andern Basispunkt (etwa mit Libellen und Teilkreisen, wie bei Ziffer 27) mit solcher Genauigkeit, daß sie ohne weiteres zu Dreiecks- oder stereoskopischen Messungen brauchbar wäre, ist bis jetzt bei Aufnahmen aus Luftfahrzeugen noch nicht möglich. Die einzelnen Aufnahmen oder Stereogramme bedürfen daher noch einer genaueren Orientierung im Raume. Diese erhalten wir durch den

86. Rückwärtseinschnitt im Raume (Abb. 28) nach 3, in Raumkoordinaten gegebenen Festpunkten A_o , B_o und P_o . Die Berechnung, zu umfangreich für ihre Wiedergabe²⁾, läuft auf Berechnung der Kanten O_oA_o , O_oB_o und O_oP_o der auf den Festpunkten stehenden Pyramide mit der Spitze O_o (Objektiv der Kamera) hinaus.

Dieselbe Bestimmung kann auch praktisch durch Probieren mit der Aufnahme-Kamera erfolgen. Zu dem Zwecke ist das Raumdreieck $A_oB_oP_o$ über einer horizontalen Konstruktionsebene verkleinert (modellmäßig) herzustellen und dann die mit der durchsichtigen Photographie besetzte Meßkamera so lange über dem Modell der Festpunkte zu verschieben, bis die drei Festpunkte mit deren Bildpunkten a , b und p in Deckung gesehen werden. In dieser nun fixierten Stellung der Kamera ergibt sich die Höhe O_oO im Maßstabe des Modells, ferner die Richtung der Kameraachse O_oV , und zwar sowohl gegen den Horizont (*Neigungswinkel* η), als auch gegenüber der Horizontalprojektion ABP des Raumdreiecks $A_oB_oP_o$ (*die Horizontalwinkel* VOA , VOP und VOB). Schließlich ergibt sich auch noch die Verkantung der Kamera, das ist der Winkel zwischen dem

¹⁾ Bericht der Gründungsversammlung des Landesplanungsverbandes Düsseldorf e. V. am 8. 7. 1925. Berlin — Carl Heymanns Verlag — 1925.

²⁾ Beschreibungen: Dr. ing. R. HUGERSHOFF: „Die Photographie und ihre Anwendung auf Flugzeugaufnahmen,“ — Geographischer Anzeiger 21. Jahrgang 1920, Heft 1/2 und Dr. O. VON GRUBER: „Einfache und Doppelpunkteinschaltung im Raum“, Verlag von Gustav Fischer, Jena 1924.

Horizontalfaden mm der Kamera und der wirklichen Richtung des Horizonts (*Verkantungswinkel* ϱ).

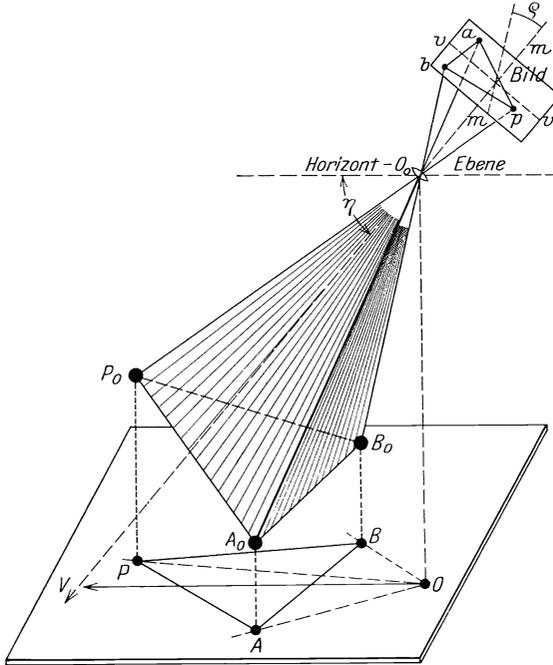


Abb. 28. Rückwärtseinschnitt im Raume.

$A_0B_0P_0$: das Raumdreieck. ABP : Horizontalprojektion desselben.
 abp : Bildpunkte der Raumpunkte $A_0B_0P_0$.

87. Flugzeug-Meßkamas. Entsprechend der Unmöglichkeit, in Luftfahrzeugen mit Teilkreisen zu arbeiten, besteht das Aufnahme-Gerät im allgemeinen aus einer festen, metallenen Handkamera mit lichtstarkem Objektiv, zentralem Objektiv-Verschluß (zur Vermeidung von Bildverzerrungen) und einem Anschlagrahmen (zur Innehaltung der errechneten Brennlänge). Verwandt werden Doppelkassetten, Platten- und Film-Wechselkassetten. Handhabung freihändig oder (besonders für Reihenbildaufnahmen) in einer am Luftfahrzeug befestigten Aufhängevorrichtung.

Libellen, welche auf gewünschte Neigungen der Kameraachse eingestellt werden können und die man bei der Aufnahme möglichst genau einspielend hält, ermöglichen eine angenäherte Innehaltung des beabsichtigten Neigungswinkels und leidliche Ausschaltung von Verkantungswinkeln.

In den Abbildungen 29 und 30 sind zwei Aufnahmegeräte für Luftbildmessungen zur Darstellung gebracht.

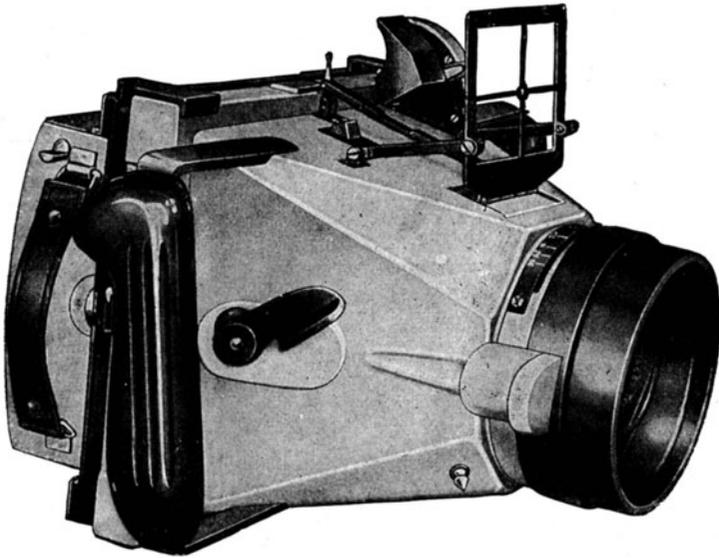


Abb. 29. Flugzeug-Meßkamera 13×18 cm und $f = 180$ mm der Gesellschaft für Optik usw. m. b. H. Gustav Heyde-Dresden-N. 23.

Ausstattung: Geodar $1 : 4,5$ von Goerz-Berlin-Zehlendorf, Gelbscheibe, Zentral-Objektiv-Verschluß, Anschlagrahmen, Verstellbare Dosenlibelle, Aufklappbarer Rahmensucher, Doppel- und Wechselkassetten (6 Platten), Seitliche Handgriffe.

Ausstattung:
 Zeiß-Tessar $1 : 4,5$,
 Gelbscheibe,
 Zentral-Objektiv-
 Verschluß,
 Anschlagrahmen,
 verstellbare
 Dosenlibelle,
 umklappbare
 Bogenlibelle,
 Rahmensucher,
 Wechselkassette
 (6 Platten),
 Filmkassette (für
 120 Aufnahmen)
 mit Druckplatte
 (gegen den
 Anschlagrahmen),
 seitliche Hand-
 haben, Aufhänge-
 vorrichtung für
 Senkrecht- und
 Schrägaufnahmen.

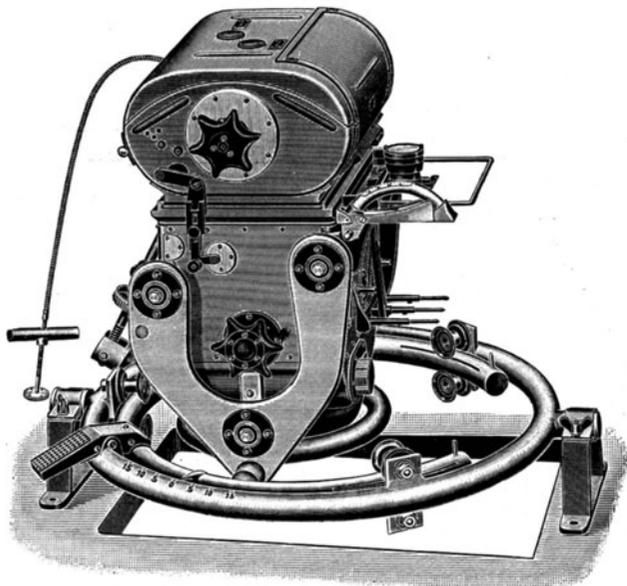


Abb. 30. Flugzeug-Meßkamera 13×18 cm und $f = 210$ mm der optischen Anstalt Carl Zeiß in Jena.

Reihenbildner sind Aufnahmegeräte, welche automatisch mit Film oder Platten arbeiten und so größere Flugstrecken zusammenhängend aufzunehmen gestatten (s. Abb. 31 und 36).



Abb. 31. Film-Reihenbildner 13×18 cm und $f = 250$ mm
der Aerogetic-Berlin-Zehlendorf.

Ausstattung: Dogmar 1 : 4,5, Schlitzverschluß, Einheitsflieger-Kamera mit Filmreihenbildner-Kassette, Film von 20 cm Breite, perforiert, für etwa 200 Aufnahmen, Antrieb der Kassette durch Elektromotor oder Windpropeller.

88. Der Bildmeßtheodolit (Abb. 32)¹⁾ hat den Zweck, einem einzelnen Luftmeßbilde, unter Ausschaltung jeder Rechnung, direkt die Horizontal- und Vertikalwinkel zu entnehmen. Bezogen auf Abb. 28 bedeutet das, dem im Punkte O_0 erzeugten Bilde mit den Bildpunkten a , b , p usw. die *Horizontalwinkel* zwischen den in der Projektionsebene gelegenen Richtungen von O nach A , V , P , B usw., sowie die *Vertikalwinkel* zwischen der durch O_0 gedachten Horizontalebene und den Richtungen von O_0 nach A_0 , B_0 , P_0 usw. zu entnehmen.

Wie Abb. 32 zeigt, wird zu diesem Zwecke das Luftmeßbild in einen, der Flugzeugkamera nachgebildeten Bildträger eingesetzt und so in ihm eingestellt, daß Brennlänge, Neigung und Kantung dieselben sind, wie bei der Aufnahme (vgl. Ziffer 85—86, Orientierung der Meßbilder). Vor dem Objektiv des Bildträgers ist ein Theodolit — mit Horizontal- und Vertikalkreis — so aufgestellt, daß mit seinem etwa vierfachen Fernrohr durch das Objektiv hindurch alle Punkte des von hinten

¹⁾ Beschreibung: Dr. ing. R. HUGERSHOFF, Die Photographie und ihre Anwendung auf Flugzeugaufnahmen. Geograph. Anzeiger, Jahrg. 1920, Heft 1/2.

her beleuchteten Luftmeßbildes angezielt werden können. Wird das Fernrohr nacheinander z. B. auf die Bildpunkte a , b und p (Abb. 28) eingestellt, so können die eben genannten Horizontal- und Vertikalwinkel an den Kreisen des Theodoliten direkt abgelesen werden.

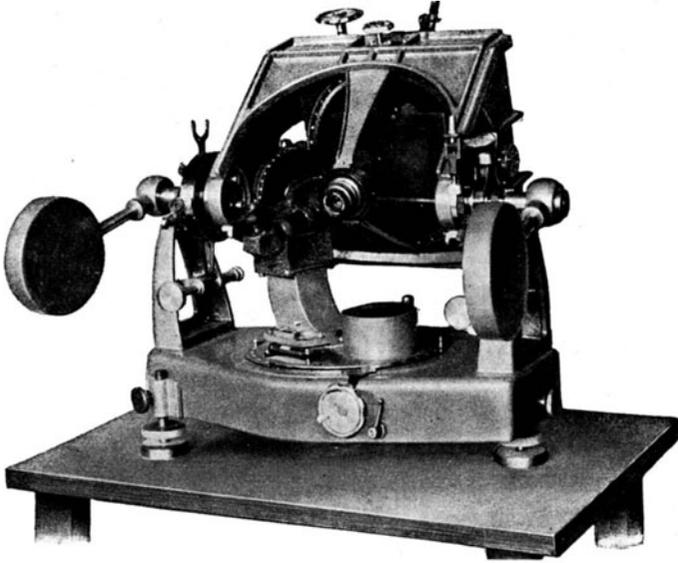


Abb. 32. Bildmeßtheodolit 13×18 cm und $f =$ bis 180 mm der Gesellschaft für Optik usw. m. b. H. Gustav Heyde-Dresden-N. 23, nach Angaben von Prof. Dr. ing. R. HUGERSHOFF.

89. Die Doppelpunktbestimmung im Raume¹⁾ bedeutet die gegenseitige winkelmäßige Orientierung zweier Luftmeßbilder, welche sich überdecken, d. h. stereoskopisch wirken und ferner die Einordnung des so erhaltenen Strahlen- oder Winkelmodells in die gegebenen Maß- und Raumverhältnisse. Die Aufgabe zerfällt demgemäß in zwei Teile.

a) *Gegenseitige Orientierung* (Abb. 33): Sie beruht auf der Tatsache, daß die beiden Luftmeßbilder I und II zwei Strahlenbündel darstellen, deren Strahlen sich im Augenblick der Aufnahme paarweise schneiden. Danach hat man im Zimmer die beiden Strahlenbündel gegenseitig so zu orientieren, daß die Strahlenpaare sich wieder so, wie bei der Aufnahme schneiden. Diese gegenseitige Orientierung ergibt ein maßstabloses Modell der aufgenommenen Landschaft, z. B. $A_o B_o P_o$, mit samt den darauf stehenden Strahlenbündeln (Pyramiden), in deren Spitzen der Aufnahmedoppelpunkt $O_1 O_2$ liegt, welcher letzterer die Basis der beiden stereoskopisch wirkenden Luftmeßbilder einschließt.

b) *Einordnung in Maß- und Raumverhältnisse*. Ist in dem vorbeschriebenen Winkelmodell irgendeine Strecke der Länge nach bekannt,

¹⁾ Beschreibung: Dr. O. VON GRUBER: siehe unter Ziffer 86.

sei es die Basis der Aufnahmen (O_1, O_2) oder eine Strecke in der Landschaft (z. B. A_o, B_o) oder eine Entfernung von einem der Aufnahme- punkte nach einem Landschaftspunkte (z. B. O_o, A_o), so ist der Maßstab des Modells leicht zu ermitteln.

Der Anschluß des Modells an ein gegebenes Raumkoordinatensystem erfordert, daß von drei, gewissen Bedingungen entsprechenden, Punkten des Modells (z. B. von A_o, B_o, P_o) die Raumkoordinaten bekannt sind.

Ein praktische Lösung der Aufgabe fand Dr. GASSER durch seinen **90. Doppelpjektor**¹⁾, hergestellt von der Photogeodätik-Berlin, Hardenbergstr. 24. Er besteht aus zwei, unter der Zimmerdecke an

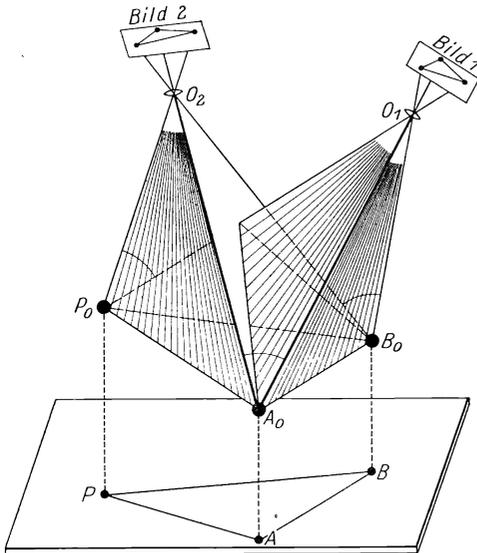


Abb. 33. Doppelpunktbestimmung im Raum.

Konstruktions-(Tisch-)ebene liegen; sie liegen vielmehr in verschiedener Höhe und schließen ein Modell des aufgenommenen Körpers ein.

Die Auswertung gipfelt nun darin, das Modell abzutasten (vgl. Ziffer 23).

Zu dem Zwecke denke man sich zwei der Raumkoordinaten in die Tischebene verlegt und die dritte derselben in ein auf der Tischebene verschiebbares und der Höhe nach verstellbares, handgroßes Tellerchen, das in seiner Plattenmitte eine scharfe Marke trägt und senkrecht unter letzterer einen Stift, der auf der Tischebene schreibt.

Nun werden die beiden Luftmeßbilder abwechselnd projiziert, indem die Lampen aufleuchten und verlöschen. Das hat zur Folge, daß die einzelnen (Teil-) Bilder auf der Tischebene hin- und herspringen. Um

¹⁾ Beschreibung: Reichspatentamt. Patentschrift Nr. 306384, Klasse 42c, Gruppe 9. Patentiert vom 20. April 1915 ab.

nun den Schnittpunkt zweier zusammengehöriger Strahlen aufzufinden, muß das Tellerchen so lange gehoben werden, bis die beiden Teilbilder nicht mehr springen, also still stehen. Stellt man nun die Marke des Tellerchens auf den ruhenden Doppelpunkt ein, so ist das Modell in diesem Raumpunkte angetastet. Der Zeichenstift unter dem Tellerchen gibt die Lage in der Tischebene an und die Höhe kann am Sockel des Tellerchens abgelesen werden.

Verfolgt man mit der Meßmarke des Tellerchens alle Punkte des Strahlenmodells, welche sich in Ruhe befinden, also in gleicher Höhe liegen, so zeichnet der Stift eine horizontale Schichtlinie auf.

Die wandernde Marke liegt hier also auf dem Tellerchen, das von der Hand geführt wird. Ein Betrachtungsmikroskop wie beim Stereokomparator ist nicht erforderlich; an Stelle des letzteren tritt der unbewaffnete natürliche Schapparat des Menschen.

91. Der Autokartograph (Abb. 34)¹⁾ ist ein, dem Bildmeßtheodoliten für einzelne Luftmeßbilder (Ziffer 88) entsprechendes, Auswertungsgerät für zwei Luftmeßbilder, welche ganz oder teilweise stereoskopisch wirken. Ist man in der Lage, diesen beiden Luftmeßbildern in dem Apparat und zur Zeichenfläche dieselbe Orientierung zu geben, die bei der Aufnahme gegenseitig und gegen die Horizontalebene bestand, dann bedeutet für sie der Autokartograph dasselbe Auswertungsgerät, welches der Stereoautograph (Ziffer 73) für terrestrische, d. h. mit Libellen und Teilkreisen orientierte, Stereogramme ist.

Der von Prof. Dr. ing. R. HUGERSHOFF konstruierte Apparat benutzt an Stelle des Betrachtungsmikroskops ein Betrachtungsdoppelfernrohr.

Wir sehen in Abb. 34 deutlich die beiden eingebauten Bildmeßtheodolite. Zwischen ihnen liegt das Betrachtungsdoppelfernrohr mit der Raummarke. Das Einstellen der Raummarke auf die Punkte des Raumbildes erfolgt ebenso, wie beim Stereokomparator und hat horizontale und vertikale Winkelbewegungen der beiden Bildmeßtheodolite zur Folge, welche auf ein Linealsystem, ähnlich wie beim Stereoautographen (Ziffer 73), übertragen werden. Die Lineale geben unmittelbar die Horizontalprojektion des mit der Raummarke eingestellten Raumpunktes und beide Höhenunterschiede zwischen dem Raumpunkte und den beiden Kamerastandorten an.

Der Apparat läßt sich auch auf gleichbleibende Höhenunterschiede einstellen und liefert dann zusammenhängende Schichtlinien, ganz wie der Stereoautograph. Auch können mit ihm beliebige Profile maßstabsgetreu unmittelbar aus dem Stereogramm herausgezeichnet und schließlich auch plastisch wirkende Karten automatisch, und gleichsam als Nebenprodukt, gewonnen werden. — Der Apparat ist natürlich auch für terrestrische Stereogramme verwendbar.

¹⁾ Beschreibung: Dr. ing. R. HUGERSHOFF, Die Photographie und ihre Anwendung auf Flugzeugaufnahmen. Geogr. Anzeiger, Jahrg. 1920, Heft 1/2.

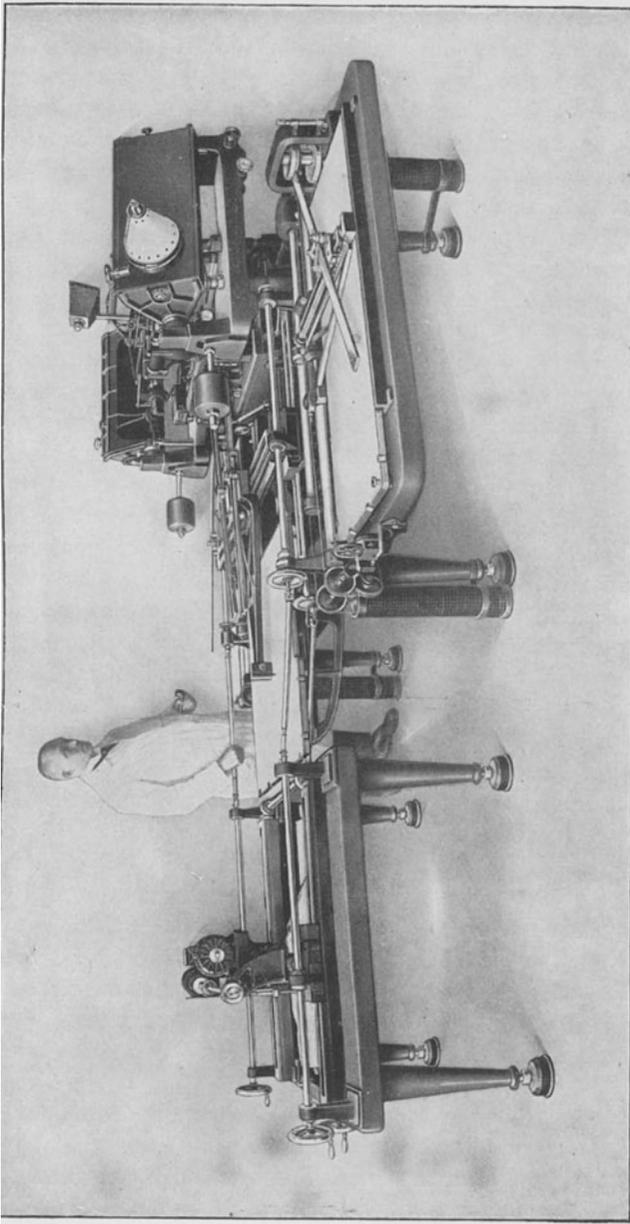


Abb. 34. Der Autokartograph der Gesellschaft für Optik usw. m. b. H. GUSTAV HEYDE-Dresden-N. 23,
nach Angaben von Professor Dr. ing. R. HUGERSHOFF.

92. Der Stereoplanigraph.¹⁾ (Abb. 35) hat dieselbe Zweckbestimmung, wie der unter Ziffer 91 beschriebene Autokartograph. Seinen Namen hat er erhalten nach dem durch Professor Dr. C. PULFRICH auf

¹⁾ Beschreibung: Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1923, Heft 1.

Seite 25 seiner Schrift „Stereoskopisches Sehen und Messen“ (s. Ziffer 42) beschriebenen Demonstrationsapparat vom Jahre 1903 — nach der Idee von E. DEVILLE von 1901 —. Der von Dr. ing. BAUERSFELD, wissenschaftlichem Mitarbeiter der optischen Anstalt Carl Zeiß in Jena, konstruierte Apparat unterscheidet sich von dem Autokartographen hauptsächlich dadurch, daß an Stelle der Lineale Lichtstrahlen verwendet werden und daß die mit der Raummarke eingestellten Punkte des Luftstereogramms direkt in Raumkoordinaten gegeben werden. Letztere können an Meßwerken abgelesen oder mechanisch auf eine Zeichen-

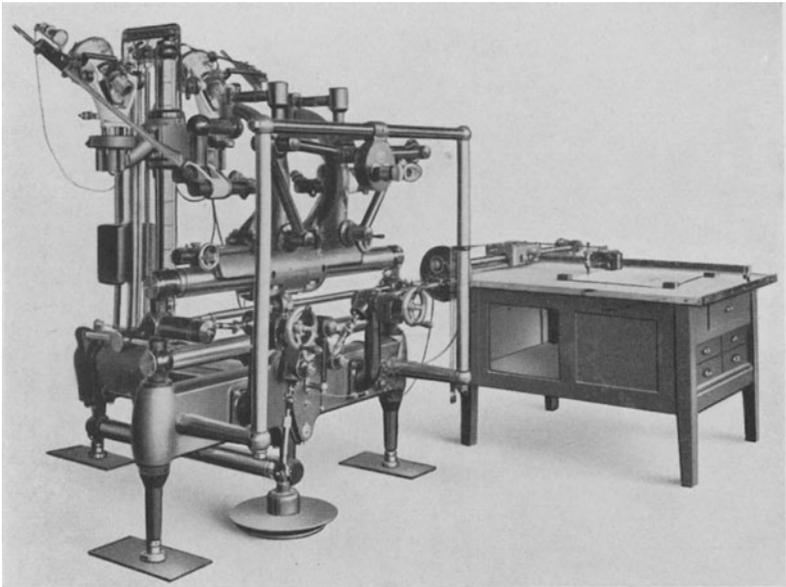


Abb. 35. Stereoplanigraph der opt. Anstalt Carl Zeiß in Jena, nach Angaben von Dr. ing. BAUERSFELD. Etwa $\frac{1}{40}$ natürlicher Größe.

vorrichtung übertragen werden. Bei der Übertragung läßt sich der Maßstab bis fünfmal vergrößern oder verkleinern. Bei Querprofilen können die Maßstäbe für Grundriß und Aufriß verschieden eingestellt werden. An den ersten Zeichentisch lassen sich beliebige weitere anschließen.

93. Das lufttopographische Verfahren der „Aerogeodetic“ Maatschappij voor Aerogeodesie, Amsterdam-Berlin, nach Patenten der optischen Anstalt C. P. Goerz A.-G., Berlin-Zehlendorf, stellt ein vollständiges in sich abgeschlossenes Vermessungssystem dar, zu dessen Ausführung neuartige Aufnahme- und Auswertungsgeräte geschaffen worden sind. *Das System* ist folgendes: Zwei Flugzeuge im Abstände einer dem Zwecke entsprechenden Basis nehmen mit gleich konstruierten, drahtlos gleichzeitig arbeitenden *Reihenbildnern* von der Brennlänge

$f = 21$ cm und dem Plattenformat 18×18 cm (Abb. 36) das Gelände vom Nadir bis beiderseits nahe an den Horizont heran stereoskopisch auf. Die Flugzeuge sind mit Meßschwänzen von bekannter Länge ausgestattet, welche mittels besonderer, an den Reihenbildnern befestigter,

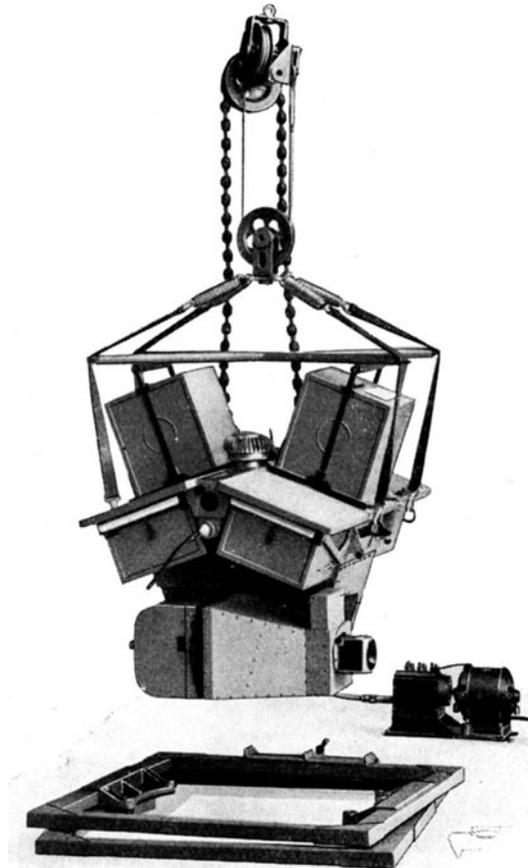


Abb. 36. Reihenbildner (Doppel-Meßkamera) der „Aerogeodetic“ Berlin-Zehlendorf, für je 50 Aufnahmen auf Platten 18×18 cm und $f = 210$ mm.

rückwärts und seitwärts abbildender Kameras automatisch mit photographiert werden und so für die erhaltenen Stereogramme die Ausgangsbasis und die Lage der Photogramme zu dieser Basis ergeben.

Als *trigonometrische Grundlage* für ein größeres aufzunehmendes Gebiet sollen schon einige Festpunkte, welche sich in einem der Stereogramme abbilden, genügen. An diesen Festpunkten erhält das letztere Stereogramm seine (unter Ziffern 85 und 89 behandelte) absolute Orientierung.

Für alle anderen Stereogramme, deren Basen teils in der Flug-

richtung, teils quer zu derselben liegen, werden die erforderlichen Festpunkte aus dem übergreifenden Teile des anliegenden und schon orientierten Stereogramms gewonnen.

Dazu dient *eine größere Apparatur* — der Triangulator —, welcher gestattet, mehrere anschließende Stereogramme im verkleinerten Maßstabe genau wieder in dieselbe innere und absolute Orientierung zu versetzen, welche bei der Aufnahme bestanden.

Die weitere Ausarbeitung der Stereogramme erfolgt in einer verhältnismäßig einfachen Zeichenvorrichtung, in welche sie entsprechend den im Triangulator festgestellten Orientierungsdaten eingespannt werden, unter Bewaffnung der Augen und Ausnutzung des stereoskopischen Effektes, bei welchem als wandernde Marke der von der Hand des Zeichners selbst geführte Zeichenstift fungiert.

94. Schlußwort. Wir haben gesehen, daß seit dem Kriege 1914 bis 1918 gewaltige Fortschritte gemacht wurden beim Bau photographischer Meßwerkzeuge, deren Zweckbestimmung vornehmlich abzielt auf das Gebiet der Topographie und Kartographie. Hier gibt es auf unserem Planeten in der Tat noch viel zu tun und hier wird das photographische Meßverfahren sich auch bewähren, vorausgesetzt, daß ihm die Ziele richtig gesteckt werden (Ziffer 3). Unter dieser Voraussetzung ist auch das Arbeiten am Meßstereoskop für den mit normalem Sehvermögen beglückten Menschen geradezu ein Vergnügen. Viele schöne Erinnerungen aus der Dienstzeit des Verfassers hängen an seinen Messungen mit dem Stereokomparator.

Die Beobachtung der Raummarke gegen das bewegliche zierliche Raumbild erweckt das Gefühl des Fliegens, Schwebens und ist daher höchst reizvoll. Schon sieht Verfasser sich im Geiste wieder mit der Raummarke schweben von der Wasserkuppe über die Berge der Rhön, mit ihr promenieren am Strande Spitzbergs, dort über mächtige Gletscher hinweg auf die schwarzen scharfen Zinnen steigen, mit ihr auf Meereswellen herumspazieren, dem alten berühmten Moltke um die Nasenkuppe herumklettern, mit ihr auf einem lebenden Fische sitzen, hinauffliegen auf den gewaltigen Niragongo in Zentralafrika, auf dessen scharfem Kraterrande Dr. MAX WEISS Tag und Nacht auf der Lauer saß, um einen Blick ins Innere zu erhaschen. Mit der Raummarke springt er 200 m hinab auf den ebenen Kraterboden, den nie ein Mensch betrat und klettert furchtlos gar tief hinein in die schornsteinartigen, kreisrunden Eruptionsschlote. —

Verfasser schließt in der Hoffnung, im nächsten Jahre mehr über praktische Ergebnisse berichten zu können sowie mit dem Wunsche, daß seine unter Ziffer 2 ausgesprochenen Erwartungen sich erfüllen mögen und daß Alle, die sich ernsthaft mit dem photographischen Meßverfahren beschäftigen werden, die gleichen Freuden und Erinnerungen ernten mögen, die ihm als schönster Lohn beschert worden sind.

Ergebnisse der dynamischen Meteorologie.

Von Alfred Wegener, Graz.

Mit 13 Abbildungen.

Galt früher die Meteorologie für eine „leichte“ Wissenschaft, zu deren Studium kaum besondere Vorkenntnisse nötig waren, so hat sich dies in den letzten Jahrzehnten gründlich geändert. Wer künftig Meteorologe werden und sich dabei nicht auf praktische Wettersvorausage oder Klimatologie beschränken will, dem kann man keinen besseren Rat geben als den, zuerst gründlich theoretische Physik zu studieren. Die mathematische Analyse hat die Statistik als Hauptwerkzeug des Meteorologen abgelöst.

Es ist nicht ganz leicht, einen Überblick über diesen Umschwung zu geben. Die Entwicklung der theoretischen Meteorologie gleicht weniger dem Wachstum eines Baumes, als eines Strauches, dessen einzelne Zweige, zu verschiedenen Zeiten entsprungen, jeweils eine Zeitlang die Führung hatten, bis sie von anderen überholt wurden, und dabei stark auseinanderstrebende Richtungen aufweisen. Der Mangel an Lehrbüchern mit ihrem organisierenden Einfluß auf die Forschung ist gerade auf dem Gebiete der theoretischen Meteorologie besonders fühlbar. Den mächtigsten Aufschwung hat in den letzten Dezennien die dynamische Meteorologie, d. i. die Lehre von den Luftströmungen, genommen, welche die Ergebnisse der theoretischen Mechanik und Hydrodynamik einerseits und der Thermodynamik andererseits auf die Probleme der Meteorologie anwendet. Unter ihrem Zeichen steht die heutige Meteorologie. Man kann allerdings schon einen neuen, schnell aufstrebenden Zweig in der Strahlungslehre erkennen, der vielleicht in Zukunft einmal berufen sein wird, die Führung in der Weiterentwicklung zu übernehmen; denn da, wo die dynamische Meteorologie auf unüberwindliche Klippen stößt, handelt es sich meist um Strahlungsprobleme. Aber diese letzteren sind so ungeheuer kompliziert, daß es vermutlich noch lange dauern wird, bis die Strahlungslehre eine der dynamischen Meteorologie entsprechende Höhe erreicht haben wird.

Alle Luftbewegungen spielen sich auf der rotierenden Erde ab, unterliegen einer Beschleunigung durch den Luftdruckgradienten und der Reibung. Damit sind die drei Grundprobleme der atmosphärischen Mechanik gekennzeichnet.

Die erste Aufgabe der dynamischen Meteorologie besteht also in der restlosen Klarstellung des Einflusses der Erddrehung, oder mit anderen Worten, in der Ermittlung der Trägheitsbewegung auf der rotierenden Erde. Diese Aufgabe ist durch die theoretische Mechanik seit langem vollständig gelöst, und alle neueren Untersuchungen hierüber haben nur noch Vereinfachungen der Ableitung zum Ziel. Als Wirkung der Erdrotation tritt einmal die gewöhnliche Zentrifugalkraft auf, die auch auf ruhende Körper wirkt, aus den Bewegungsgleichungen aber verschwindet, wenn man in ihnen statt der Erdanziehung die Schwere einführt, welche diese Zentrifugalkraft bereits enthält. Außerdem aber tritt noch die sogenannte CORIOLISSche Kraft auf, die erst durch die Bewegung des Körpers erweckt wird, und deren horizontale Komponente als „ablenkende Kraft der Erdrotation“ für die Bewegungen in der Atmosphäre die wichtigste ist. Die Ableitung dieser

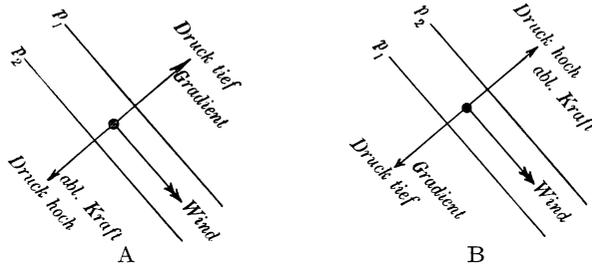


Abb. 1. Gradientwind auf der nördlichen (A) und südlichen (B) Halbkugel.
(Aus EXNER, Dynamische Meteorologie.)

Kräfte findet man in allen Lehrbüchern der Mechanik¹⁾, und die spezielle Anwendung auf die meteorologischen Probleme hat bereits SPRUNG in seinem 1885 erschienenen Lehrbuch der Meteorologie in mustergültiger Vollständigkeit gegeben. Qualitativ wurde die ablenkende Kraft der Erdrotation sogar schon 1735 von HADLEY zur Erklärung der Ost-West-Komponente der Passate herangezogen. Dies ist also das älteste exakte Element der dynamischen Meteorologie.

Auch der Einfluß der Beschleunigung durch den Luftdruckgradienten mit allen seinen Folgerungen, insbesondere dem „barischen Windgesetz“, ist bereits in SPRUNGS Lehrbuch vollkommen ausgearbeitet. Sieht man von der Wirkung der Reibung ab, was in Höhen über 1000 m mit hinreichender Näherung gestattet ist, so müssen sich bei stationärer Bewegung, d. h. wenn der Wind sich zeitlich nicht ändert, ablenkende Kraft der Erdrotation und Gradientkraft gerade das Gleichgewicht halten. Da die ablenkende Kraft der Erdrotation auf

¹⁾ Besonders einfach in BOLTZMANN, Vorlesungen über die Prinzipie der Mechanik, II. Teil, Leipzig 1897. Eine ganz kurze Ableitung hat M. RADA-KOVIC in der Meteorologischen Zeitschrift 1914, S. 384 gegeben.

der nördlichen Halbkugel stets nach rechts rechtwinklig zur Windrichtung wirkt (auf der südlichen nach links), so muß also nach Abb. 1 auch die Gradientkraft stets rechtwinklig zur Windrichtung gerichtet sein, und zwar nach links auf der nördlichen, nach rechts auf der südlichen Halbkugel; oder umgekehrt: Der reibungslose Höhenwind („Gradientwind“) weht rechtwinklig zum Druckgradienten. Es ist klar, daß sich diese zunächst für geradlinige Windbahnen gültige Regel ohne weiteres auf den Fall kreisförmiger Bahnen (Zyklonen und Antizyklonen) übertragen läßt, wenn man noch die durch die Bahnkrümmung erzeugte einfache Zentrifugalkraft in die Bilanz einsetzt. Diese ganze Theorie der Gradientwinde wurde also schon von SPRUNG ausgearbeitet. Für das dritte Element der atmosphärischen Mechanik, die Reibung, lagen allerdings zu seiner Zeit nur die heute veralteten empirischen Ansätze von GULDBERG und MOHN vor. Hierauf werden wir weiter unten zurückkommen.

In der historischen Entwicklung traten nun zunächst die thermodynamischen Elemente in den Vordergrund. Am ältesten ist hier die schon auf PASCAL zurückgehende Theorie der vertikalen Druckabnahme, die durch die praktische Verwendung zur barometrischen Höhenmessung sehr frühzeitig zur Vollendung gelangte. Sodann wandte Lord KELVIN das Prinzip der „adiabatischen“ Zustandsänderungen, d. i. Zustandsänderungen ohne Zufuhr oder Entzug von Wärme, auf aufsteigende und absinkende Luftmassen an und fand als Folge dieser selbsttätigen Temperaturänderung bei Änderung der Höhe, daß eine im „konvektiven Gleichgewicht“, d. i. im Zustande völliger vertikaler Durchmischung befindliche Atmosphäre eine vertikale Temperaturabnahme von 1° pro 100 m Erhebung aufweisen müsse. Damit war neben der vertikalen Druckabnahme nunmehr auch die zweite Haupteigenschaft der Atmosphäre, nämlich ihre allgemeine vertikale Temperaturabnahme, ihrem Wesen nach erklärt.

Es ist bezeichnend für die Schwierigkeit aller meteorologischen Probleme, daß sich neben dieser richtigen Erklärung der vertikalen Temperaturabnahme längere Zeit zwei falsche gehalten haben, die von achtbaren Fachleuten vertreten wurden. Nach der einen, die von AUG. SCHMIDT (1899) herrührte, sollte die Erdanziehung die Ursache der vertikalen Temperaturabnahme sein, weil durch sie alle nach oben gerichteten Bewegungen der Luftmoleküle verzögert, alle nach unten gerichteten beschleunigt würden, so daß als thermisches Gleichgewicht eine Temperaturabnahme nach oben resultieren müsse. Erst BOLTZMANN hat auf Grund der kinetischen Gastheorie gezeigt, daß dies nicht der Fall sein kann, indem durch die fortwährenden Zusammenstöße der Moleküle diese Beschleunigungen auch allen anderen Richtungen mitgeteilt werden und sich so gegenseitig aufheben müssen. Die andere falsche Erklärung, die von GULDBERG und MOHN herrührte, wollte

die Temperaturabnahme aufsteigender Luft nicht auf die Expansionsarbeit, sondern auf die gegen die Schwere geleistete Hebungsarbeit zurückführen. Die Endformel von GULDBERG und MOHN war überraschenderweise dieselbe wie die von Lord KELVIN, und dies veranlaßte z. B. SPRUNG, die beiden Ableitungen als gleichberechtigt zu betrachten. v. BEZOLD hob bei verschiedenen Gelegenheiten hervor, daß der Ansatz von GULDBERG und MOHN physikalisch falsch ist, aber ganz klargestellt wurde die Angelegenheit erst 1917, als V. BJERKNES¹⁾ zeigte, daß das verwirrende richtige Ergebnis aus diesem falschen Ansatz durch Einführung eines zweiten, kompensierenden Fehlers (Verwechslung der spezifischen Wärme bei konstantem Druck und konstantem Volumen) in die Ableitung erhalten worden war.

Die weitere Entwicklung der atmosphärischen Thermodynamik erhielt nun durch die sich mehrenden Drachen- und Ballonbeobachtungen eine mächtige Anregung. Man erkannte, daß die wirkliche, in der Atmosphäre herrschende vertikale Temperaturabnahme nur etwa die Hälfte des theoretischen Wertes beträgt, und suchte die Erklärung zunächst in den Vorgängen der Kondensation des Wasserdampfes, bei denen in der Höhe die Kondensationswärme frei wird. Dies gab Anlaß zu einer gründlichen Ausarbeitung der Thermodynamik des atmosphärischen Wasserdampfes und der Wolken- und Niederschlagsbildung durch HANN, PERNTER, HERTZ, v. BEZOLD, NEUHOFF u. a. Durch diese Arbeiten wurde die atmosphärische Thermodynamik bis zu einem gewissen Abschluß gebracht. Es wurden die Begriffe „relative und absolute Feuchtigkeit“, „spezifische Feuchtigkeit“, „Mischungsverhältnis“, „Taupunkt“, „Sättigungsdefizit“ u. a. präzisiert; es wurde klargestellt, daß für die Wolken- und Niederschlagsbildung die naheliegende ältere, von HUTTON herrührende Erklärung durch Mischung verschieden temperierter Luftschichten unzulänglich ist, und die Wolken fast ausschließlich durch die selbsttätige Abkühlung beim adiabatischen Aufsteigen der Luft entstehen, und es wurde der Betrag dieser Abkühlung kondensierend aufsteigender Luft ermittelt und in Form graphischer „Adiabatentafeln“ von HERTZ und NEUHOFF dargestellt. Vor kurzem sind diese Adiabatentafeln mit verbesserten Konstanten neu herausgegeben worden, und zwar 1924 von KREITMEYER²⁾ in sehr kleinem, 1925 von FJELDSTAD³⁾ in sehr großem Maßstab, letztere mit linearer Druck- statt Höhenskala (und zwar unter Benutzung der von BJERKNES eingeführten Millibarskala), wodurch nun auch die in den anderen Tafeln geradlinigen Trockenadiabaten gekrümmte Kurven werden. Der durch v. BEZOLD eingeführte Begriff der potentiellen Temperatur (d. i. diejenige Temperatur, welche die Luftmasse annehmen

1) V. BJERKNES, Meteorologische Zeitschrift 1917, S. 173.

2) KREITMEYER, Meteorologische Zeitschrift 1924, S. 380.

3) FJELDSTAD, Geophysiske Publikationer III Nr. 13, 1925.

würde, wenn sie adiabatisch auf Normaldruck gebracht würde) gestattete, die Stabilitätsbedingungen der Atmosphäre auf die kürzeste Form zu bringen: Bei Zunahme der potentiellen Temperatur nach oben ist die Schichtung stabil, bei Konstanz indifferent (konvektives Gleichgewicht), bei Abnahme labil. Einzelercheinungen hatten schon früher ihre Erklärung gefunden, z. B. die Wärme des Föhns im Gebirge durch die Kondensationswärme des an der Luvseite des Gebirges ausgefallenen Wassers.

Allerdings gelang es nicht, die beobachtete vertikale Temperaturabnahme durch die Kondensationserscheinungen vollständig zu erklären. Durch Berücksichtigung der letzteren wird zwar die Abweichung von der Theorie Lord KELVINS verkleinert, aber nicht zum Verschwinden gebracht. Auch die Entdeckung der Diskontinuitätsflächen (Inversionen), in denen bisweilen eine untere kalte Luftschicht mit einem Temperatursprung an eine obere warme grenzt, konnte den Unterschied nicht erklären. Ein neues Licht fiel jedoch auf diese Frage, als im Jahre 1902 gleichzeitig von TEISSERENC DE BORT und ASSMANN mittels freier Registrierballons die Entdeckung gemacht wurde, daß die vertikale Temperaturabnahme überhaupt nur bis etwa 11 km Höhe reicht, daß sie auf die Zone der Wolkenbildungen, die „Troposphäre“, beschränkt ist, während darüber in der „Stratosphäre“ bis zur technischen Grenze der aërologischen Messungen (etwa 30 km) eine fast konstante Temperatur von etwa -55°C herrscht. Zur Erklärung dieser Temperaturkonstanz in der Stratosphäre haben GOLD, HUMPHREYS, EMDEN, HERGESELL und MILANKOVITCH (1920) die Strahlungstheorie herangezogen. Leider müssen zur Durchführung der Theorie weitgehende Vereinfachungen eingeführt werden, so daß die Rechnungsansätze sowohl von der Natur als auch untereinander stark abweichen, und die Ergebnisse noch kein großes Vertrauen verdienen. Es ist aber bemerkenswert, daß alle Ansätze zu dem Ergebnis führen, daß die beobachtete Stratosphärentemperatur etwa dem Strahlungsgleichgewicht entspricht. Man ist deshalb heute geneigt, anzunehmen, daß auch in der Troposphäre die Abweichung vom konvektiven Gleichgewicht durch Strahlung bedingt ist und in Richtung des Strahlungsgleichgewichtes geht. Daß trotz der fast immer stabilen Schichtung das Strahlungsgleichgewicht hier nicht erreicht werden kann, muß dann auf der mechanisch erzeugten Turbulenz beruhen, durch welche auch die scharfe Grenze zwischen Troposphäre und Stratosphäre erst verständlich wird.

Gleichzeitig mit dieser Entwicklung der atmosphärischen Thermodynamik wurde aber auch die Anwendung der theoretischen Hydrodynamik auf meteorologische Probleme angebahnt, vor allem durch v. HELMHOLTZ. Wir verdanken ihm die endgültige Lösung eines wichtigen Einzelproblems, nämlich der Schwerewellen an den inneren Schicht-

grenzen (Inversionen) der Atmosphäre. Bekanntlich sind diese Wellen, die durch den Windsprung an der Schichtgrenze aufgeworfen werden, bei geeigneten Feuchtigkeitsbedingungen in Gestalt von Wogenwolken sichtbar, sie können aber auch bei Abwesenheit von Kondensation aus den Registrierungen der Drachen- und Balloninstrumente erschlossen werden. Die HELMHOLTZsche Formel für die Wellenlänge λ (in Metern) dieser Luftwogen lautet in einfachster Form:

$$\lambda = 87.4 \frac{\Delta w^2}{\Delta T},$$

wo Δw der Betrag des Windsprunghes in m/sek, ΔT der Temperatursprung ist, und stimmt trotz gewisser, bei der Durchführung der Theorie notwendiger Vernachlässigungen in fast überraschender Weise mit den neuerdings namentlich von TREY erhaltenen Beobachtungen überein. Die von LAMB und V. BJERKNES vorgenommene Erweiterung der Theorie für kompressible Medien (HELMHOLTZ rechnet mit inkompressiblen) stellt daher schon ein Vorseilen der Theorie gegenüber dem unmittelbaren Bedarf der Meteorologie dar, wenigstens soweit es sich um die genannte Naturerscheinung handelt.

Bei dieser HELMHOLTZschen Theorie der Luftwogen wird vorausgesetzt, daß es sich um kurze Wellen handelt, oder genauer, daß die Wellenlänge als klein gegenüber der Dicke der beiden Luftschichten betrachtet werden kann. Nicht minder wichtig für die Meteorologie sind aber die langen Wellen, deren Wellenlänge mindestens sechsmal so groß wie die Dicke der unteren Luftschicht ist. Die von LAGRANGE und STOKES für inkompressible Medien ausgearbeitete Theorie dieser langen oder Grundwellen ist von LAMB und V. BJERKNES¹⁾ für kompressible Medien erweitert worden. Leider läßt sich aber die Theorie bisher nur unter der Vereinfachung durchführen, daß eine einzige innere Schichtgrenze mit Temperatursprung in der Atmosphäre vorhanden ist, und im übrigen sowohl in der unteren wie der oberen Schicht konvektives Gleichgewicht herrscht. Eine Anwendung etwa auf lange Wellen an der Grenze zwischen Troposphäre und Stratosphäre stößt daher einstweilen auf Schwierigkeiten, so daß die Brücke zu den empirischen Untersuchungen von EKHOLM und DEFANT über die wandernden Steig- und Fallgebiete des Luftdrucks sowie zu WEICKMANN²⁾ Aufsehen erregender Entdeckung von Spiegelpunkten in den Luftdruckregistrierungen, von welchen aus sich der Gang des Luftdruckes längere Zeit spiegelbildlich wiederholt, noch nicht geschlagen werden kann. Andere Anwendungen, z. B. auf Hinderniswogen über Bergen, erscheinen eher möglich, sind aber auch noch nicht durchgeführt.

¹⁾ V. BJERKNES, Meteorologische Zeitschrift 1915, S. 339.

²⁾ L. WEICKMANN, Wellen im Luftmeer. Abhandl. d. sächs. Akad. d. Wiss., math.-physikal. Klasse, Bd. 39, Nr. 2, Leipzig 1924.

In den Arbeiten von HELMHOLTZ lag aber noch der Keim zu Gedankengängen, die gerade in jüngster Zeit in der dynamischen Meteorologie eine außerordentlich große Bedeutung gewonnen haben. HELMHOLTZ erkannte nämlich, daß unter dem Einfluß der Erdrotation eine Schichtgrenze mit Windsprung eine schräge Gleichgewichtslage annehmen muß. Haben wir unten Ostwind und oben Westwind, so muß sich die Schichtgrenze gegen den Pol zu heben. MARGULES hat später diese Frage eingehend untersucht und die Formel abgeleitet, welche Sinn und Betrag der Neigung in Abhängigkeit von den Temperatur- und Windverhältnissen an der Schichtgrenze zu berechnen gestattet. Hier knüpft die Polarfronttheorie von BJERKNES an, auf die wir weiter unten zurückkommen werden.

In der neueren Entwicklung der dynamischen Meteorologie ist V. BJERKNES unbestreitbar die markanteste Persönlichkeit. Seine erste theoretische Arbeit, obwohl von großer prinzipieller Bedeutung, fand in der Meteorologie nur wenig Beachtung. Sie betrifft den von HELMHOLTZ gefundenen Satz, daß in reibungslosen Flüssigkeiten echte Wirbelbewegung weder entstehen noch, wenn vorhanden, erlöschen kann, und zeigt, daß dieser Satz nur für inkompressible Flüssigkeiten gilt, daß dagegen in kompressiblen Medien wie der Luft auch ohne Reibung durch Wärmezufuhr an der einen und Wärmeentzug an einer anderen Stelle eine echte Wirbelbewegung („Zirkulation“) erzeugt werden kann. Die allgemeine Aufmerksamkeit der Meteorologen erweckte BJERKNES aber erst durch die Herausgabe seines großen, gemeinsam mit SANDSTRÖM und anderen Mitarbeitern und mit Unterstützung der Carnegie-Institution geschaffenen Werkes „Dynamische Meteorologie und Hydrographie“ (in deutscher Übersetzung 1912), von dem allerdings bisher nur die ersten beiden Bände, Statik und Kinematik, erschienen sind. Das Buch will die theoretischen Grundlagen für eine exakte Vorausberechnung des Wetters geben und nimmt diese Aufgabe auf breiter theoretischer Basis und in sehr systematischer Art in Angriff. Es werden neue rationale Einheiten — das dynamische Meter und das Millibar — eingeführt, zur Vereinfachung der Formeln wird von der Vektorenrechnung Gebrauch gemacht, und namentlich in der Kinematik werden zahlreiche graphische Methoden entwickelt, um auf der Wetterkarte aus den Kurven einer Größe unmittelbar diejenigen einer anderen abzuleiten. Das Buch ist, wie alles, was BJERKNES schreibt, getragen von einem unzerstörbaren Optimismus bezüglich der Lösung des Problems der Wittervorausberechnung. Freilich liefern die erschienenen zwei Teile noch nicht alle nötigen Grundlagen. Die Dynamik und Thermodynamik stehen noch aus. Aber es finden sich bereits beachtenswerte Teillösungen. Besonders interessant sind in dieser Hinsicht die Ausführungen über die sogenannte Kontinuitätsgleichung, welche angibt, um wieviel die Dichte der Luft in einem gegebenen

Raume wachsen muß, wenn mehr Luft hinein- als hinausströmt. Sind die Luftbewegungen (Wind) bekannt, so enthält also die Gleichung eine Aussage über die künftige Dichte der Luft. Wie BJERKNES ausführt, stößt aber die Benutzung dieser prognostischen Eigenschaft der Kontinuitätsgleichung auf Schwierigkeiten, weil uns die Beobachtungen nur die horizontale, aber nicht die vertikale Windkomponente liefern. Es wäre freilich möglich, auf die Messung dieser Vertikalkomponente zu verzichten, wenn man den horizontalen Wind bis zur Grenze der Atmosphäre hinauf messen und die Rechnung für eine vollständige Luftsäule bis zu dieser Grenze hinauf durchführte. Aber auch in diesem Falle scheidet die Verwendung an der zu fordernden Genauigkeit der Windmessung. Selbst wenn wir eine Luftsäule von 1000 km Durchmesser bis zur Grenze der Atmosphäre betrachten, müßten die Windgeschwindigkeiten in jedem Punkte des Raumes auf 1 cm/sec genau bekannt sein, was praktisch schon wegen der Turbulenz ausgeschlossen ist. Versagt so die prognostische Bedeutung der Kontinuitätsgleichung, so hat sie doch eine große diagnostische Bedeutung. Im stationären Zustand, d. h. wenn keine Dichteänderung in dem betrachteten Raume eintritt, muß ebensoviel Luft einströmen, wie ausströmt. Kennt man nun aus der Beobachtung die horizontal ein- und ausströmenden Massen, so muß die Differenz beider durch einen Lufttransport durch die obere, horizontale Grenzfläche des betrachteten Raumes hindurch verursacht sein, und man kann also aus den meßbaren horizontalen Windkomponenten die nicht meßbare vertikale berechnen. Natürlich wird das Ergebnis zunehmend fehlerhaft, je mehr sich der Zustand vom stationären entfernt, aber in vielen Fällen, wie namentlich bei mittleren Luftbewegungen, kann man ohne Fehler stationäre Verhältnisse voraussetzen, da ja das Klima sich nicht ändert. Die Ableitung des vertikalen Lufttransports geschieht nach BJERKNES auf graphischem Wege unmittelbar aus den Karten des Windfeldes und des Massenfeldes. Eine Anwendung fand diese Methode z. B. in SVERDRUPS Arbeit über den nordatlantischen Passat¹⁾, in welcher aus den auf See erhaltenen Höhenwindmessungen mittels Pilotballonaufstiegen (die natürlich nur die horizontalen Windkomponenten liefern) auch die vertikalen Windkomponenten abgeleitet und so die räumlichen Stromlinien der mittleren Luftströmung konstruiert und in einem Modell dargestellt werden.

Als BJERKNES 1912 einen Ruf nach Leipzig annahm, stellte er in seiner Antrittsrede²⁾ das folgende Programm auf: Die 7 meteorologischen Elemente, nämlich die 3 Windkomponenten, Druck, Dichte,

¹⁾ H. U. SVERDRUP, Der nordatlantische Passat, Spezialarbeiten aus dem Geophysikalischen Institut Bd. II, Heft 1. Leipzig 1917.

²⁾ V. BJERKNES, Die Meteorologie als exakte Wissenschaft. Antrittsvorlesung, gehalten am 8. Januar 1913, Braunschweig 1913.

Temperatur und Feuchtigkeit werden jetzt nicht nur für den Boden, sondern durch die aerologischen Beobachtungen an international festgelegten Terminen auch für die höheren Luftschichten über Europa geliefert. Damit sei die Aufgabe der beobachtenden Meteorologie, die Diagnose des gegenwärtigen Zustandes, wenigstens im Prinzip gelöst. Andererseits liefere die Physik auch 7 Gleichungen, nämlich die 3 Bewegungsgleichungen, die Kontinuitätsgleichung, die Zustandsgleichung der Gase und die Gleichungen des ersten und zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. Damit sei das Problem der Vorausberechnung des Wetters in mathematischer Hinsicht ein bestimmtes Problem geworden, und es sei an der Zeit, an dessen quantitative Lösung zu gehen, wenn auch bei den ungeheuren Dimensionen der Aufgabe der einzelne kaum hoffen dürfe, bis zum Ziel vorzudringen. „Es kann Jahre erfordern, um einen Tunnel durch einen Berg zu bohren. Mancher Arbeiter wird den Tag des Durchschlages nicht erleben. Aber das hindert nicht, daß später andere mit Schnellzugsgeschwindigkeit durch den Tunnel hindurchfahren können.“ Im Verfolg dieses Programms hat BJERKNES mit seinen Mitarbeitern in Leipzig die Beobachtungsergebnisse der internationalen Termine in Form von Karten für die verschiedenen Höhenschichten aufbereitet und veröffentlicht. 10 solcher Hefte sind erschienen. Der Krieg, der ihn schließlich auch nötigte, nach Norwegen zurückzukehren, hat dieser Publikation ein Ende bereitet. Den durch die BJERKNESsche Programmrede hochgespannten Erwartungen der meisten Meteorologen bereitete diese Entwicklung eine Enttäuschung, zumal sich BJERKNES nach seiner Rückkehr nach Norwegen einer anderen Aufgabe zuwandte, die wir weiter unten besprechen werden. Die erhoffte Durchführung der Vorausberechnung blieb aus, die Schwierigkeiten erwiesen sich noch als zu groß. Eine derselben besteht in der Ermittlung der vertikalen Windkomponenten, ohne deren Kenntnis das Problem wieder unbestimmt wird. Auch die Ohnmacht, mit der die mathematische Analyse bisher den Erscheinungen der Turbulenz gegenübersteht, sowie die dürftigen, noch kaum anwendbaren Ergebnisse der Theorie der Wirbelbewegung in reibenden Flüssigkeiten stehen einer Vorausberechnung einstweilen hindernd im Wege. Die Begrenztheit unserer Wetterkarte bringt es mit sich, daß nach 24 Stunden oft schon ganz fremde Luftmassen mit anderen Eigenschaften nach Europa hereingewandert sind, die in der Diagnose nicht enthalten waren und daher die Prognose fehlerhaft machen müssen. Ein einzelner Versuch ist allerdings später gemacht worden, und zwar von dem Engländer RICHARDSON¹⁾, diese Schwierigkeiten durch Näherungsverfahren zu überwinden und auf diese Weise eine quantitative

¹⁾ L. F. RICHARDSON, *Weather Prediction by Numerical Process*. Cambridge, 1922.

Vorausberechnung doch noch durchzuführen. Allein sein Versuch ist theoretisch unbefriedigend, weil er nicht in allen Teilen als exakt betrachtet werden kann, und reizt auch den Praktiker nicht zur Nachahmung, weil das Ergebnis — ganz abgesehen von dem ungeheuren Rechenaufwand — leider durchaus von der wirklichen Entwicklung des Wetters abwich. Die Urteile über RICHARDSONS Versuch sind daher geteilt. Die Optimisten meinen, daß es durch allmähliche Verbesserung der Berechnungsmethoden und ihrer theoretischen Grundlagen gelingen werde, die Rechnung sowohl exakter als auch kürzer zu gestalten, während die Pessimisten in RICHARDSONS Arbeit den Beweis dafür sehen, daß bei dem gegenwärtigen Stand der Beobachtungstechnik und der Theorie es auf absehbare Zeit unmöglich sein wird, das Problem der Vorausberechnung des Wetters auf exaktem Wege zu lösen. Leider haben sie hierfür besonders einen sehr starken Grund anzuführen. Es gibt nämlich noch ein 8. meteorologisches Element, das von BJERKNES nicht in Betracht gezogen wurde, die Strahlung. Wir sind zwar ohne weiteres imstande, zu den 7 theoretischen Gleichungen auch noch die Strahlungsgleichungen hinzuzufügen, aber wir beherrschen dies Element in der Beobachtung nicht in gleicher Weise wie die anderen. Die Ursache ist die große Komplikation des Strahlungsvorganges selbst: wir haben eine gerichtete Sonnenstrahlung, eine diffuse Himmelsstrahlung, eine diffuse Strahlung von unten (der Erde und der unteren Luftschichten), und von allen diesen Strahlungen, die sehr verschiedene Wellenlängen besitzen, absorbiert das betrachtete Luftteilchen je nach der Wellenlänge stark wechselnde, noch keineswegs genügend bekannte Mengen und strahlt andererseits je nach seiner Temperatur wiederum Energiemengen aus, die gleichfalls noch nicht genügend bekannt sind. Dabei scheinen gewisse geringfügige, stark wechselnde Bestandteile der Luft, namentlich Wasserdampf und Kohlensäure, vielleicht auch Ozon, von ausschlaggebender Bedeutung für den Betrag der Absorption und Emission zu sein. Selbst wenn letztere Frage klargestellt wäre, müßte doch die Beschaffung des notwendigen Beobachtungsmaterials für die eintreffende Strahlung an so zahlreichen Stationen am Boden und in der freien Atmosphäre, wie sie für die Vorausberechnung nötig wären, ganz unmöglich sein. Und die Stationen müßten gerade für die Strahlungsmessung außerordentlich eng liegen, da die Werte je nach der Himmelsbedeckung in weiten Grenzen schwanken. Solange man die heutigen Möglichkeiten der Technik zugrunde legt, muß man jedenfalls zu dem Schluß kommen, daß die Beschaffung der Strahlungswerte als Grundlage einer Vorausberechnung des Wetters nicht möglich ist. Daß man aber dies 8. Element nicht etwa vernachlässigen darf, scheint aus den neueren Erfahrungen immer deutlicher hervorzugehen. Z. B. sei erwähnt, daß die im grönländischen Hochdruckgebiet absteigende Luft sich während dieses Prozesses nicht etwa erwärmt, wie die Rechnung

nach den BJERKNESschen Gleichungen ergeben würde, sondern im Gegenteil durch Überwiegen der Ausstrahlung stark abkühlt, so daß sie mit überraschend tiefer Temperatur den Boden erreicht. Und ebenso ist bereits seit WOËIKOFF bekannt, daß nach Durchgang einer winterlichen Zyklone in Europa die weitere Entwicklung des Wetters entscheidend durch den an sich zufälligen Umstand beeinflusst wird, ob der gefallene Schnee liegen bleibt oder wieder verschwindet, und zwar offenbar aus dem Grunde, weil durch die Existenz einer Schneedecke die Strahlungsbilanz stark verändert wird.

Wenn auch aus diesen Gründen das Programm von BJERKNES bisher nicht in Erfüllung gehen konnte, so war andererseits sein Optimismus von großem Nutzen für die Wissenschaft, und zwar durch die werbende Kraft, die eine Anzahl von hervorragend begabten jüngeren Mitarbeitern anlockte. Deren Arbeiten, die anfangs in den schon genannten „Spezialarbeiten aus dem Geophysikalischen Institut der Universität Leipzig“ und nach BJERKNES' Rückkehr nach Norwegen in „Geofysiske Publikationer“ erschienen und heute bereits mehrere stattliche Bände füllen, behandeln meist Teilprobleme, bei denen durch Spezialisierung eine Anzahl von Unbekannten aus dem Gesamtproblem fortfällt, so daß meist entweder ein rein mechanisches oder ein rein thermodynamisches Problem übrig bleibt.

Von besonderer Bedeutung sind dabei die Untersuchungen über das schon oben kurz gestreifte Problem der Reibung. Für diesen wichtigen Teil der atmosphärischen Mechanik lag aus älterer Zeit nur der empirische Ansatz von GULDBERG und MOHN vor, welche als gegeben annahmen, daß die Reibung, als Kraft aufgefaßt, dem Winde entgegengerichtet und ihm proportional sein müsse, und nun den Proportionalitätsfaktor aus den Wetterkarten bestimmten, wobei sie, wie zu erwarten, über Land größere Werte erhielten als über der See. Nun läßt sich leicht einsehen, daß dieser Proportionalitätsfaktor überbestimmt ist, wenn man aus den Wetterkarten sowohl den barometrischen Gradienten wie den Wind entnimmt. Man hat daher die Möglichkeit einer Kontrolle, und es zeigte sich bald, daß diese Kontrolle nicht stimmte. Damit war erwiesen, daß der Ansatz von GULDBERG und MOHN wesentlich von der Natur abweichen mußte. Der Fehler wurde von SANDSTRÖM (1910) aufgedeckt, nachdem bereits SPRUNG eine ähnliche Andeutung gemacht hatte. Es ist nämlich nicht richtig, daß die Reibung entgegengesetzt der Windrichtung wirkt. Die Reibung, die eine Luftmasse in Anemometerhöhe erfährt, besteht aus 2 Teilen, der verzögernden Reibung am Boden, für die GULDBERG und MOHN's Ansatz etwa zutrifft, und der beschleunigenden Reibung an den höheren Luftschichten, die von jenen außer Acht gelassen wurde. Und da diese höheren Schichten sich nicht nur schneller bewegen, sondern außerdem auf der nördlichen Halbkugel nach rechts, auf der südlichen

nach links vom unteren Winde abweichen, so ist dieser zweite Teil der Reibungskraft auf der nördlichen Halbkugel nach rechts vorn gerichtet und ergibt, zusammengesetzt mit dem ersten Teil, eine Gesamtreibungskraft, die schräg nach rechts hinten (auf der Südhalbkugel links hinten) gerichtet ist. SANDSTRÖM fand aus den europäischen Wetterkarten, daß die Richtung dieser Reibungskraft um 38° von der dem Wind entgegengesetzten Richtung nach rechts abweicht. Die Aufgabe, den Ansatz von GULDBERG und MOHN diesen neuen Tatsachen entsprechend umzuformen, hat SVERDRUP 1916 so geschickt durchgeführt, daß sich seine Gleichungen nur durch gewisse Zusatzglieder von den früheren unterscheiden. Diese neuen Gleichungen scheinen bisher den Beobachtungen gut zu genügen.

Parallel mit dieser empirischen Einführung der Reibung in die Bewegungsgleichungen geht nun aber die theoretische, die zu weit wichtigeren Ergebnissen geführt hat. In der theoretischen Hydrodynamik wird nämlich die Reibungskraft, die auf ein Flüssigkeitsteilchen wirkt, vermittels des Koeffizienten der inneren Reibung in die Bewegungsgleichungen eingeführt, und zwar ist dabei allgemein die Reibungskraft proportional dem Geschwindigkeitsgefälle. Durch diese Einführung erhält man, wenn man nur horizontale Bewegungen betrachtet, zwei miteinander verbundene Differentialgleichungen, die auch die ablenkende Kraft der Erdrotation erhalten, und deren Integration den ganzen Bewegungsverlauf in der Vertikalen ergibt.

Diese Integration wurde zuerst 1905 von EKMAN für den ganz analogen Fall ozeanischer Triftströmungen durchgeführt. Mathematisch ist das Problem in der Tat das gleiche: Bei der Meeresströmung erhalten die in der Tiefe ruhenden Wassermassen einen oberflächlichen Antrieb durch den Wind. In der Atmosphäre erhält der in der Höhe gleichmäßige Gradientwind von unten her eine Verzögerung durch den Erdboden. In beiden Fällen tritt dazu die ablenkende Kraft der Erdrotation und bewirkt, daß dort der Antrieb, hier die Verzögerung in bestimmter und eigentümlicher Weise mit zunehmender Entfernung von der Grenzfläche abklingt. Die Übertragung der EKMANschen Theorie auf atmosphärische Verhältnisse wurde zuerst von ÅKERBLÖM, dann von F. M. EXNER, HESSELBERG und SVERDRUP durchgeführt. Das Ergebnis veranschaulicht Abb. 2. Ist AB nach Richtung und Größe der etwa in 1500 m Höhe herrschende reibungsfreie Gradientwind, so zeigt die

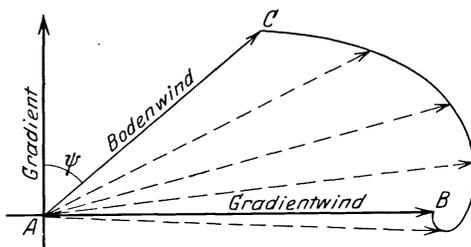


Abb. 2. Windverteilung in der Vertikalen unter Einfluß von Reibung und ablenkender Kraft der Erdrotation (nördl. Halbkugel).

Diese Integration wurde zuerst 1905 von EKMAN für den ganz analogen Fall ozeanischer Triftströmungen durchgeführt. Mathematisch ist das Problem in der Tat das gleiche: Bei der Meeresströmung erhalten die in der Tiefe ruhenden Wassermassen einen oberflächlichen Antrieb durch den Wind. In der Atmosphäre erhält der in der Höhe gleichmäßige Gradientwind von unten her eine Verzögerung durch den Erdboden. In beiden Fällen tritt dazu die ablenkende Kraft der Erdrotation und bewirkt, daß dort der Antrieb, hier die Verzögerung in bestimmter und eigentümlicher Weise mit zunehmender Entfernung von der Grenzfläche abklingt. Die Übertragung der EKMANschen Theorie auf atmosphärische Verhältnisse wurde zuerst von ÅKERBLÖM, dann von F. M. EXNER, HESSELBERG und SVERDRUP durchgeführt. Das Ergebnis veranschaulicht Abb. 2. Ist AB nach Richtung und Größe der etwa in 1500 m Höhe herrschende reibungsfreie Gradientwind, so zeigt die

Theorie, daß die Windgeschwindigkeiten der darunterliegenden Schichten bis zum Erdboden herab durch Pfeile (Vektoren) dargestellt werden, deren Spitzen auf einer logarithmischen Spirale liegen. AC ist schließlich der Bodenwind. Gehen wir von hier in die Höhe, so haben wir (auf der nördlichen Halbkugel) Rechtsdrehung und Zunahme, und zwar geht sowohl die Rechtsdrehung wie die Zunahme des Windes zunächst noch etwas über den Gradientwind hinaus, um dann in größerer Höhe wieder auf diesen zurückzugehen. Aus den Beobachtungen der Drachen und Ballons waren die Hauptzüge dieser Gesetzmäßigkeit — ein schwaches, aber doch deutlich erkennbares Maximum der Windgeschwindigkeit und der Rechtsdrehung bei rund 500—1000 m Höhe — längst bekannt. Sie haben durch diese Theorie ihre vollständige Erklärung gefunden. Bedenkt man, daß diese Reibungswirkungen sich immerhin bis etwa 1000 oder 1500 m Höhe bemerkbar machen, und daß sie sich überall auf der ganzen Erde auswirken müssen, so sieht man, daß es sich hier um eine Grunderscheinung der atmosphärischen Bewegungen handelt, deren Bedeutung kaum überschätzt werden kann. Und diese Grunderscheinung hat durch die EKMANSche Theorie zweifellos ihre entgeltige strenge Lösung gefunden, unbeschadet des Umstandes, daß in der Atmosphäre meist noch Komplikationen hinzutreten. Die gewöhnlichste Komplikation, die aber von der Theorie noch mühelos mitgenommen werden kann, besteht darin, daß in der Regel (im Gürtel der Westwinde) der barometrische Gradient und mit ihm auch der Gradientwind noch mit der Höhe zunimmt. Die Wirkung besteht nur darin, daß die Spirale in Abb. 2 etwas verzerrt wird, dergestalt, daß kein eigentliches Windmaximum mehr auftritt, sondern der Wind nach schneller Zunahme in den unteren Schichten dann etwa zwischen 500 und 1000 m keine Zunahme mehr zeigt, um erst darüber wieder in Zunahme gemäß dem Wachsen des Gradienten überzugehen.

Unbestimmt läßt die Theorie nur die Frage, ob die Luftbewegung unmittelbar über dem Boden, wie in Abb. 2 dargestellt, bereits einen endlichen Wert hat oder als verschwindend klein betrachtet werden muß. Es läuft dies auf die Frage hinaus, ob die Luftteilchen an der Grenzfläche haften oder an ihr gleiten. PRANDTL und TOLLMEN¹⁾ haben hierüber jüngst durch Heranziehung von experimentellen Erfahrungen Klarheit zu schaffen versucht, und also einen experimentell begründeten Anfang der in Abb. 2 dargestellten Spirale gegeben. Der Ablenkungswinkel ψ (Winkel zwischen Windrichtung am Boden und der senkrecht zum Gradientwind weisenden Richtung des Luftdruckgradienten) ergibt sich nach ihrer Untersuchung für den Bodenwind all-

¹⁾ L. PRANDTL und W. TOLLMEN, Die Windverteilung über dem Erdboden, errechnet aus den Gesetzen der Rohrströmung, Zeitschr. f. Geophysik 1, S. 47, 1924/25.

gemein zu $77,5^\circ$, was allerdings nach den meteorologischen Beobachtungen erheblich zuviel ist.

In den theoretischen Ansatz dieser Reibungswinde geht, wie erwähnt, die innere Reibung der Luft als physikalische Konstante ein. Ihre Größe bedingt im wesentlichen die vertikale Erstreckung der in Abb. 2 dargestellten Spirale, oder mit anderen Worten die Reibungshöhe, d. i. diejenige Höhendifferenz, in welcher der vom Spiralzentrum ausgehende Radiusvektor einen Winkel von 180° beschreibt. Umgekehrt kann man natürlich auch, wenn die vertikalen Dimensionen der ganzen Erscheinung durch Windbeobachtungen in verschiedenen Höhen bestimmt sind, hieraus den Reibungskoeffizienten berechnen. Dabei ergibt sich nun die überraschende Tatsache, daß dieser Koeffizient etwa 300 000 mal so groß wie der aus Versuchen im Laboratorium abgeleitete Koeffizient der inneren Reibung der Luft ist. Wir müssen also schließen, daß das, was man in der Meteorologie unter Reibung versteht, eigentlich mit der inneren Reibung der Luft im physikalischen Sinne gar nichts zu tun hat. Letztere ist so klein, daß sie bei meteorologischen Problemen durchaus vernachlässigt werden kann. An ihre Stelle tritt aber eine andere, 300 000 mal stärkere Erscheinung, die man deshalb als virtuelle oder Schein-Reibung bezeichnet hat, und die nur auf Massenaustausch oder Mischung der Luftschichten durch Turbulenz beruhen kann. Übrigens ist genau die gleiche Erscheinung auch bei Meeresströmungen und in Flüssen zu beobachten.

W. SCHMIDT hat hieraus eine wichtige Verallgemeinerung abgeleitet. Wenn der Koeffizient der virtuellen Reibung nicht anderes ist als ein Koeffizient des vertikalen Massenaustausches, so müssen in gleichem Maße wie die Massen auch alle ihre Eigenschaften, wie Wärmegehalt, Wasserdampfgehalt, Gehalt an Kondensationskernen, radioaktiver Emanation usw. ausgetauscht werden, und der genannte Koeffizient wird daher ein allgemeiner Austauschkoefizient. Erst vor Kurzem hat W. SCHMIDT dieser Theorie des Austausches eine zusammenfassende Darstellung gewidmet¹⁾. Von den vielen interessanten Schlußfolgerungen, die sich aus dieser Verallgemeinerung ergeben, sei hier nur eine genannt: wegen der Zunahme der potentiellen Temperatur mit der Höhe muß der Austausch einen abwärts gerichteten Wärmestrom erzeugen von solcher Stärke, daß im Mittel durch ein horizontales Quadratzentimeter 50 Grammkalorien täglich herabwandern. Es wird also dem Erdboden von der Atmosphäre Wärme zugeführt, während man früher meist annahm, daß umgekehrt die Atmosphäre von unten her durch den Erdboden geheizt würde. Allerdings gilt dies nur für mittlere und hohe Breiten. In den Tropen, wo in den unteren Luft-

¹⁾ W. SCHMIDT, Der Massenaustausch in freier Luft und verwandte Erscheinungen. Probleme der Kosm. Physik VII, Hamburg 1925.

schichten oft ein überadiabatisches Temperaturgefälle, also Abnahme auch der potentiellen Temperatur mit der Höhe, gefunden wird, liefert der Austausch einen nach oben gerichteten Wärmestrom, so daß hier die früheren Vorstellungen zutreffen. Man sieht aber hieraus, daß jedenfalls in unseren Breiten die vertikale Temperaturabnahme in der Troposphäre nicht durch Erwärmung des Erdbodens, sondern durch die mechanische Turbulenz der strömenden Luft erzeugt wird.

Wenn es auf die genannte Weise auch gelungen ist, die Turbulenz der Luftströmungen durch den empirisch bestimmten Austauschkoefizienten in unseren Bewegungsgleichungen zu berücksichtigen, so sind wir doch noch weit entfernt von einer vollständigen Lösung der Turbulenzfrage. Mathematisch muß dies Problem überhaupt noch als ungelöst betrachtet werden. Wir wissen nicht, warum ein Gas oder eine Flüssigkeit bei Überschreitung gewisser Grenzbedingungen plötzlich seinen Bewegungszustand von Grund auf ändert, indem es vorher gradlinig oder laminar strömte, und dann plötzlich turbulent, d. h. mit Durchmischung aller Stromlinien. Die Festlegung der kritischen Grenzbedingungen für diesen Umschlag ist für Versuche in Röhren bereit durch REYNOLDS erfolgt (REYNOLDSSche Zahl), aber es ist noch nicht gelungen, diese Grenzbedingungen auch für die Atmosphäre zu präzisieren. Die Laboratoriumsversuche unterscheiden sich in einem wesentlichen Punkte von den Verhältnissen in der Atmosphäre: Dort herrscht nach Eintritt der Turbulenz stets eine völlige Durchmischung (Austausch) durch den ganzen zur Verfügung stehenden Raum hindurch; in der Atmosphäre dagegen hat die Turbulenz eine gewisse Amplitude, deren Ausmaß stark vom vertikalen Temperaturgefälle abhängt. Es gibt also hier Übergänge zur laminaren Bewegung. Diese Verhältnisse verursachen einstweilen große Schwierigkeiten für die Übertragung der im Laboratorium empirisch gewonnenen Ergebnisse auf die Atmosphäre. Andererseits sind aber auch auf meteorologischem Wege bereits wichtige Aufschlüsse gewonnen worden, z. B. durch Windmessungen an Funkentürmen über die Abnahme der Turbulenz bei Annäherung an den Erdboden, oder auf theoretischem Wege über den Energieverbrauch durch die Turbulenz in den Luftströmungen. Doch können wir hierauf nicht näher eingehen.

Von den zahlreichen Einzelproblemen der dynamischen Meteorologie wollen wir nur noch eines besprechen, welches theoretisch wie praktisch eine besonders zentrale Stellung einnimmt und dabei durch die jüngste Entwicklung unserer Wissenschaft eine besonders kräftige Förderung, wenn auch wohl noch keine restlose Lösung gefunden hat, nämlich das Problem der Zyklonen.

Das Problem tauchte auf, sobald man — in den sechziger Jahren des vorigen Jahrhunderts — anfang, tägliche Wetterkarten zu zeichnen, und dabei aufmerksam wurde auf die Gebiete mit tiefem Luftdruck

und geschlossenen, nahezu kreisförmigen Isobaren und einem zugehörigen Windsystem, das mit spiralförmigen Stromlinien einem Einströmen der Luft (am Boden) und zugleich einer Rotation, auf der nördlichen Halbkugel gegen, auf der südlichen mit dem Uhrzeiger entsprach, und auf den Umstand, daß diese Gebiete in unregelmäßiger Folge in unseren Breiten von Westen nach Osten wandern. Bei der bekannten Beziehung dieser Zyklonen zum Wetter liegt auf der Hand, daß jeder Fortschritt in der Theorie dieser Erscheinungen von weittragendem Einfluß auf die praktische Wettervorhersage sein mußte, und so ist es nicht zu verwundern, daß von Anfang an die größten Anstrengungen gemacht wurden, hinter das Geheimnis dieser großen Luftwirbel zu kommen.

Auf die älteren Zyklonentheorien, deren Unhaltbarkeit längst nachgewiesen ist, soll hier nicht eingegangen werden, wenn auch schon durch sie gewisse Teile der Erscheinung schärfer erfaßt und sogar auch richtig gedeutet werden konnten. Als letzte dieser älteren Theorien kann man die Sturmtheorie von MARGULES bezeichnen, welcher zeigte, daß nebeneinanderliegende kalte und warme Luftmassen eine genügend große potentielle Energie besitzen, um bei der von selbst eintretenden Übereinanderlagerung Sturmesstärke zu entwickeln. Man hat diese Theorie längere Zeit als Beweis dafür angesehen, daß die Zyklonen durch solche nebeneinanderliegenden kalten und warmen Luftmassen entstehen, und daß die Winde und der Niederschlag durch das Sich-übereinanderlagern derselben verursacht werden. Indessen ist man neuerdings zu der Anschauung gelangt, daß damit für die Erklärung der Zyklonen der wesentlichste Schritt noch nicht getan ist. Denn wie können diese warmen und kalten Luftmassen sich nebeneinander ansammeln, bis eine so große potentielle Energie aufgespeichert ist? Im Experiment können wir durch eine Scheidewand beide Luftarten trennen, und wenn wir dann die Scheidewand entfernen, erhalten wir die gewünschte Bewegung als Umsatz von potentieller in kinetische Energie. Aber in der Atmosphäre gibt es keine solche Scheidewand. Sollen sich hier kalte Luftmassen neben warmen ansammeln können, so muß dies unter Bedingungen geschehen, welche das Übereinanderströmen verhindern, und erst beim Nachlassen dieser Bedingungen und nur nach Maßgabe dieses Nachlassens kann dann Energie frei werden. Die MARGULESSche Theorie ist also nicht imstande, eine vollständige Dynamik der Zyklonen zu geben.

Die neue Theorie der Zyklonen, mit der wir uns im folgenden zu beschäftigen haben, führt uns wieder zu V. BJERKNES zurück. Nach seiner Rückkehr nach Norwegen führte er, wie schon erwähnt, seine Untersuchungen zur Vorausberechnung des Wetters nicht unmittelbar weiter, sondern nahm nunmehr das Problem der Zyklonen in Angriff, und zwar auf ganz anderer Grundlage, als es die bisherigen Theorien taten. Unterstützt wurde er hierbei durch die Neueinrichtung des norwegischen

Wetterdienstes mit sehr vermehrter Stationenzahl, wobei ihm zahlreiche jüngere Mitarbeiter, darunter namentlich sein Sohn J. BJERKNES¹⁾ auf empirischem Wege aus den Wetterkarten manche wertvollen Fingerzeige für die Theorie lieferten. Er gelangte so zur Aufstellung der „Polarfronttheorie“ der Zyklonen, die sich schnell in dem praktischen Wetterdienst aller Kulturländer Eingang verschaffte. Diese Theorie besteht aus einem beschreibenden und einem erklärenden Teil. Der beschreibende stellt eine anschauliche Zusammenfassung aller bekannten Einzel-tatsachen über den Bau der Zyklonen dar, teilweise auch schon eine Extrapolation über das Bekannte hinaus. Dabei ergibt sich kurz etwa folgendes Bild:

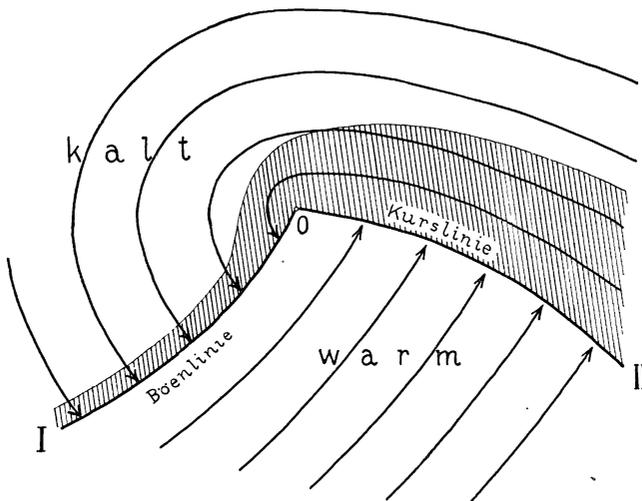


Abb. 3. Zyklonenschema nach BJERKNES. Schraffiert: Räume mit Niederschlag. (Aus EXNER, Dynamische Meteorologie.)

Die Zyklonen unserer Breiten sind unsymmetrisch gebaut (Abb. 3). Es findet sich ein warmer Sektor, der mit 2 Konvergenzlinien an die kalte Luft grenzt. Diese Vorstellung knüpft teilweise an DOVES Äquatorial- und Polarströme, teilweise auch an SHAW'S Zyklonenmodell an. Besonders die nachfolgende Konvergenzlinie, die Böenlinie oder kalte Front, ist seit langem durch zahlreiche Einzeluntersuchungen gut bekannt. Hier dringt eine kalte Luftmasse am Boden vor, sich unter die warme des „warmen Sektors“ schiebend, und durch ihr Gewicht einen plötzlichen Druckanstieg beim Passieren einer Station erzeugend. Dieser Vorgang ist experimentell von W. SCHMIDT untersucht worden, der dabei feststellte, daß der vorderste Teil der kalten Luft eine wulst-

¹⁾ J. BJERKNES, On the structure of moving cyclones, Geofysiske Publikationer I, Nr. 2, Kristiania 1918 u. a.

artige Erhöhung, den „Böenkopf“ bildet. v. FICKER hat die Fortpflanzung solcher Kaltluftwellen über dem asiatischen Kontinent an der Hand von Wetterkarten untersucht, und F. M. EXNER hat die Theorie des Fortschreitens entwickelt. Die andere, vorangehende Konvergenzlinie wurde von BJERKNES anfangs Kurslinie genannt, weil ihre Tangente im Zentrum der Zyklone etwa deren Fortpflanzungsrichtung angibt, später nannte er sie „warme Front“. Beim Vorüberzug an einer Station wird hier eine plötzliche Temperaturerhöhung registriert, doch fehlt hier die Druckstufe. Auch solche Warmluftwellen sind von v. FICKER

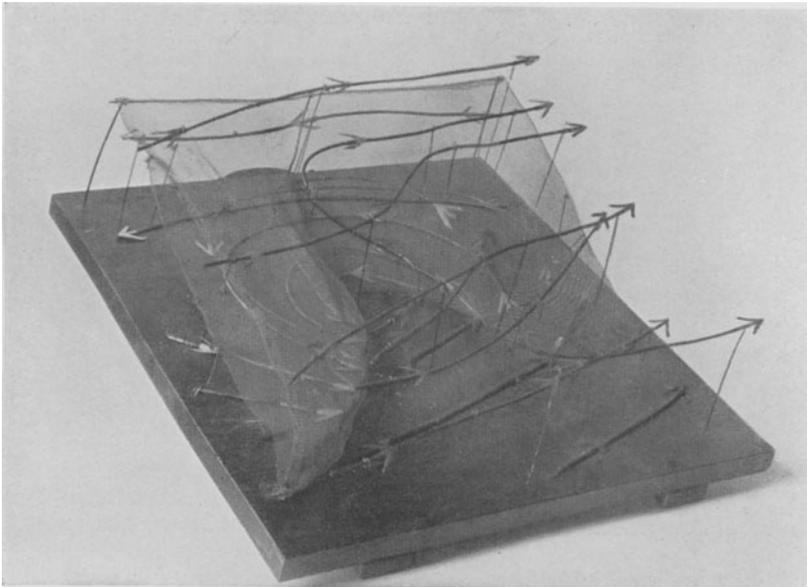


Abb. 4. Die räumlichen Stromlinien einer wandernden Zyklone.

über Asien verfolgt worden, wobei sich bereits die abwechselnde Folge mit Kaltluftfronten ergab. Vor dieser Kurslinie liegt ein breites, in Abb. 3 schraffiertes Regengebiet, welches daher rührt, daß hier die Luftmassen des warmen Sektors schräg auf die kalte Luft hinaufgleiten und dabei zur Kondensation gebracht werden. Die kalte Luft keilt hier allmählich aus. Ebenso liegt hinter der Böenlinie ein schmaler Streifen heftiger, oft mit Gewitter verbundener Platzregen, welche daher rühren, daß hier die Luft des warmen Sektors von dem vordringenden Böenkopf der kalten Luft unterlaufen und gehoben wird. Es ist ein großer Vorzug dieses BJERKNESschen Zyklonenmodells, daß auf diese Weise zum ersten Male die Regenverteilung in der Zyklone in eine physikalische Beziehung zur Luftbewegung gebracht wird. Abb. 4 zeigt ein räumliches Stromlinienmodell einer Zyklone nach diesen Vorstel-

lungen. Die Grenze zwischen der warmen und kalten Luft ist dabei durch Gaze markiert. Längs dieser Fläche ist also die Zyklone von einer Temperaturdiskontinuität durchsetzt. Die schwarzen Pfeile im Modell entsprechen der im allgemeinen von Westen nach Osten strömenden warmen Luft, die hellen der im allgemeinen von Osten nach Westen strömenden kalten.

Bei der Aufeinanderfolge der Zyklonen schließt sich nun immer die Böenlinie der vorangehenden an die Kurslinie der nachfolgenden Zyklone, so daß eine gewellte Diskontinuitätslinie, die „Polarfront“, entsteht, welche in dem Gürtel der Zyklonen geschlossen um die Erde herumläuft. In Abb. 5 ist diese Polarfront nach BJERKNES auf der

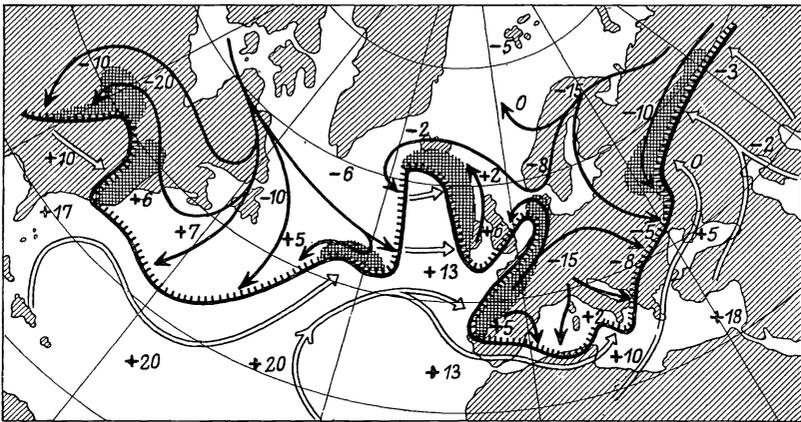


Abb. 5. Verlauf der Polarfront am 31. Dez. 1907 nach BJERKNES. Die Zahlen bedeuten Temperaturen, die schraffierten Streifen die Niederschlagsgebiete.

Strecke vom westlichen Nordamerika bis über Europa für einen einzelnen Fall dargestellt.

Endlich zeigt Abb. 6 die zeitliche Entwicklung einer Zyklone von ihrer Entstehung bis zur Auflösung. Sie entsteht durch eine leichte wellenförmige Ausbuchtung der Polarfront. Dann bilden sich die typischen Formen mit dem warmen Sektor, und schließlich wird dieser durch Zusammenklappen der Kurs- und Böenlinie abgeschnürt, und die warme Luft hebt sich immer mehr vom Boden ab (Okklusion). Die meisten der auf dem europäischen Festlande beobachteten Zyklonen werden als bereits okkludiert aufgefaßt. Diese allmähliche Umformung entspricht dem Übergang von der Welle zum Wirbel; wenn letztere Phase erreicht ist, stirbt die Zyklone durch allmähliche Ausfüllung ab, während sich südlich von ihr die Polarfront wieder schließt und durch den hier vorhandenen Knick gewöhnlich Anlaß zur Bildung einer neuen Zyklone gibt.

Auf manche weitere Einzelheiten dieses zusammenfassenden Bildes,

wie die Gruppierung in Zyklonenfamilien, oder die Abschnürung weit vorgestoßener Zungen kalter Luft zu selbständigen Antizyklonen, ferner auf die verschiedenen charakteristischen Unterschiede der „Polarluft“

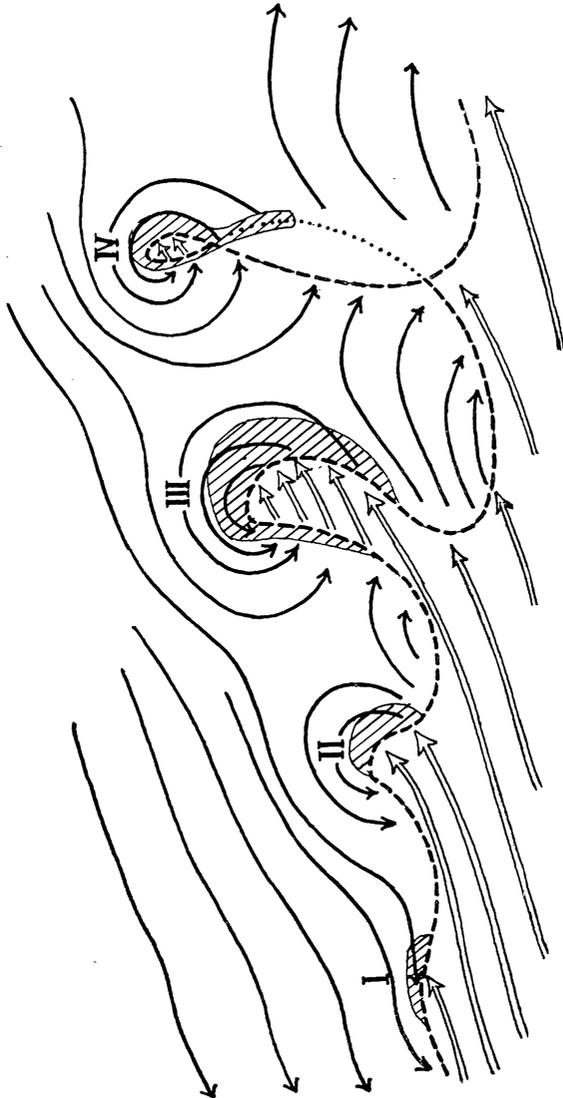


Abb. 6. Entwicklungsstadien einer Zyklone zwischen Welle und Wirbel. Nach BJERKNES.
(Aus EXNER, Dynamische Meteorologie.)

und der „Tropikluft“ sowie auf die Unterschiede der Wolkenformen an der Kurs- und Böenlinie kann hier nicht eingegangen werden, obwohl gerade diese Detailstudien von großer Bedeutung für die praktische Verwendung der Polarfronttheorie für die Wettervoraussage sind.

Dagegen müssen wir auf die theoretische Begründung dieses Bildes etwas näher eingehen. Nach BJERKNES¹⁾ ist die Zyklone ein Übergangsgebilde zwischen Welle und Wirbel, und zwar entsteht sie als Welle und endet als Wirbel. Die theoretischen Untersuchungen von BJERKNES beschäftigen sich dementsprechend mit der reinen Welle und dem reinen Wirbel.

Beim reinen Wirbel ist sowohl die Kinematik wie die Dynamik hinreichend klaggestellt. Der Unterschied gegen die sogenannte klassische Wirbeltheorie besteht darin, daß letztere nur „barotrope“ Massenfelder in Betracht zog, d. h. solche, bei denen die Flächen gleicher Dichte zusammenfallen mit Flächen gleichen Druckes. Wegen dieser von den natürlichen Verhältnissen grundsätzlich abweichenden Voraussetzung sind ja die Ergebnisse der klassischen Wirbeltheorie, z. B. HELMHOLTZ' Satz von der Unzerstörbarkeit der Wirbel, in der Atmo-

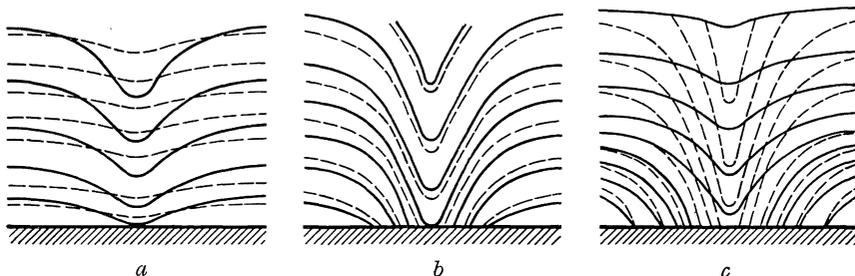


Abb. 7. Flächen gleichen Druckes (ausgezogen) und gleicher Dichte (gestrichelt) in Wirbeln verschiedenen Baues. (Nach BJERKNES.)

sphäre unanwendbar. In letzterer haben wir so gut wie stets ein „baroklines“ Massenfeld, d. h. ein solches, in dem die Flächen gleicher Dichte sich mit denen gleichen Druckes schneiden. Der barotrope Fall ist hier ein Spezialfall, der nur vorübergehend und räumlich beschränkt verwirklicht sein kann.

Es möge hier genügen, die Ergebnisse der theoretischen Betrachtungen von BJERKNES an der Hand einiger anschaulicher Abbildungen zu besprechen. In Abb. 7 sind drei Vertikalschnitte durch die Achsen von Wirbeln dargestellt. Ausgezogen sind stets die Linien gleichen Druckes, gestrichelt die Linien gleicher Dichte (oder spezifischen Volumens). 7b repräsentiert dann offenbar den barotropen Spezialfall, mit dem allein die klassische Theorie rechnet. Die Flächen gleicher Dichte und gleichen Druckes schneiden sich nirgends. Dieser Fall ist offenbar dann verwirklicht, wenn die Rotationsgeschwindigkeit des Wir-

¹⁾ V. BJERKNES, On the Dynamics of the circular vortex with applications to the atmosphere and atmospheric vortex and wave motions. Geofysiske Publikationer II, Nr. 4, Kristiania 1921.

bels in allen Höhen die gleiche ist. $7a$ und c stellen zwei Fälle barokliner Wirbel dar, bei denen sich also Druckflächen und Dichteflächen schneiden, und zwar entspricht $7a$ dem Falle, daß die Rotationsgeschwindigkeit des Wirbels nach oben zunimmt, wie es meist in Wind- und Wasserhosen der Fall ist, und $7c$ dem Falle nach oben abnehmender Rotationsgeschwindigkeit, wie er etwa im oberen Teile einer Zyklone verwirklicht sein muß.

Wollen wir nun das Modell eines zyklonischen und eines antizyklonischen Wirbels in der Erdatmosphäre aufstellen, das seinem Bau nach mit der Wirklichkeit übereinstimmt, so müssen wir berücksichtigen, daß in den Zyklonen die größte Geschwindigkeit dicht unter der Stratosphärenengrenze herrscht, daß ferner ihr Zentrum kalt und die Stratosphärenengrenze über ihnen gesenkt ist. Bei dem antizyklonischen

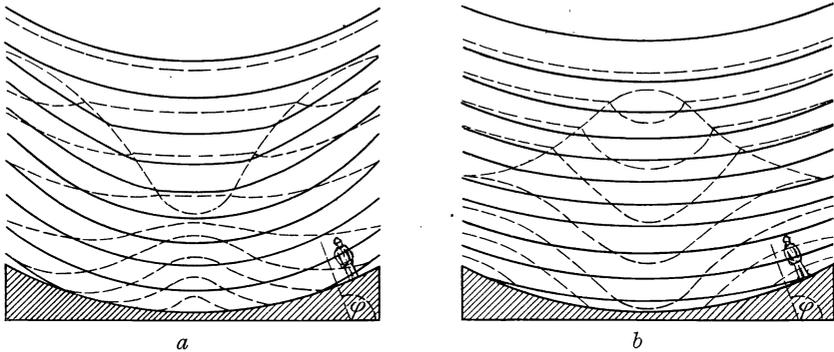


Abb. 8. Modelle zyklonischer (*a*) und antizyklonischer Wirbel (*b*).
(Nach BJERKNES.)

Wirbel haben wir die größte Rotationsgeschwindigkeit (in umgekehrter Richtung) gleichfalls dicht unter der Stratosphäre, warmes Zentrum und hohe Lage der Stratosphärenengrenze. Diesen Bedingungen genügen die Abb. 8*a* und *b*, die nach BJERKNES die Vertikalschnitte durch die Achsen eines zyklonischen und antizyklonischen Wirbelmodells auf der rotierenden Erde darstellen. Diese Figuren sind folgendermaßen zu verstehen: Bei dem zyklonischen Wirbel (8*a*) wirkt die Zone größter Rotationsgeschwindigkeit, die dicht unter der Stratosphärenengrenze liegt, nach Art einer Zentrifugalpumpe; sie saugt von unten her die Massen hoch, wobei diese der adiabatischen Abkühlung unterliegen und daher kälter werden als die Luft seitwärts in gleicher Höhe. Die Zyklone bekommt so ein kaltes Zentrum. Andererseits saugt aber die Schicht größter Rotationsgeschwindigkeit auch die Stratosphärenengrenze herab, wodurch deren tiefe Lage über der Zyklone erklärt wird. Innerhalb der Stratosphäre nimmt BJERKNES, was aber ziemlich belanglos ist, einen barotropen Wirbel an, d. h. er setzt voraus, daß die Wirbelgeschwindigkeit hier in der Vertikalen konstant bleibt. Natürlicher wäre

wohl auch hier die Annahme eines baroklinen Wirbels mit nach oben abnehmender Rotation.

Etwas komplizierter ist die Deutung von Abb. 8*b*, die schließlich auf die Antizyklone führt. Es wird hier zunächst auch zyklonische Rotation, d. h. auf der nördlichen Halbkugel gegen die Sonne, vorausgesetzt. Ferner wird angenommen, daß diese zyklonische Rotation ein Minimum der Geschwindigkeit dicht unter der Stratosphärengrenze hat, dagegen Maxima einerseits in der Stratosphäre und andererseits am Erdboden. Es werden dann diese beiden Schichten wie Zentrifugalpumpen wirken, und die Folge wird sein, daß einerseits die Stratosphärengrenze hochgesaugt wird (hohe Lage der Stratosphärengrenze), andererseits innerhalb der Troposphäre die Massen herabgesaugt und dabei adiabatisch erwärmt werden (warmes Zentrum). Wir haben also in 8*b* ein Wirbelmodell, das bezüglich der Hebung der Stratosphärengrenze und des warmen Zentrums ganz mit der Antizyklone übereinstimmt, dagegen allerdings in bezug auf Sinn und Verteilung der Rotationsgeschwindigkeit sich gerade entgegengesetzt verhält. Dieser letztere Widerspruch verschwindet aber, wenn wir die Erddrehung berücksichtigen, die wir bisher ganz außer acht gelassen haben. Man kann dies bekanntlich in der Weise tun, daß man die betrachteten Bewegungen als absolute deutet und nun auch noch den Erdboden mit dem Beobachter mit einer Winkelgeschwindigkeit $\omega \sin \varphi$ (ω Winkelgeschwindigkeit der Erde, φ geographische Breite) in zyklonischem Sinne rotieren läßt. Wir wollen dabei annehmen, daß die absoluten Winkelgeschwindigkeiten im Modell 8*a* sämtlich größer, diejenigen in 8*b* sämtlich kleiner sind als die Winkelgeschwindigkeit $\omega \sin \varphi$, mit der der Beobachter rotiert. Alle absoluten Rotationen sind, wie gesagt, gleichgerichtet, nämlich zyklonal. Es ist dann leicht einzusehen, wie die relativen Rotationen, bezogen auf den Beobachter, ausfallen. Im Modell 8*a* behalten sie alle ihren zyklonischen Sinn, nur werden sie schwächer. Die Wirkung dieser Abschwächung läßt sich dadurch veranschaulichen, daß man die langsamer mitrotierende Erdoberfläche nicht als Ebene, sondern als eine dieser langsamen Rotation entsprechende Niveaulfläche zeichnet. Die Neigung der Isobarenflächen wird dadurch etwas vermindert, es bleibt aber tiefer Druck im Wirbelzentrum. Im Falle 8*b* wird aber, da der Beobachter sich schneller dreht als der schnellste Teil des Wirbels, die Relativbewegung umgekehrt, der Beobachter nimmt also einen antizyklonischen Wirbel wahr, und zwar wird diese relative antizyklonische Rotation am größten da, wo die absolute zyklonische am kleinsten ist, d. h. dicht unter der Stratosphärengrenze. Der Beobachter wird also tatsächlich diejenige Geschwindigkeitsverteilung beobachten, die aus den Antizyklonen der Atmosphäre bekannt ist. Andererseits muß auch hier, um die richtige Neigung der Isobarenflächen gegen die Erdoberfläche zu erhalten,

letztere als gekrümmte Niveaulfläche gezeichnet werden, wodurch nun statt der zentralen Druckerniedrigung eine Druckerhöhung in der Antizyklone entsteht. Damit ist die vollständige Übereinstimmung der Wirbelmodelle 8a und 8b mit den atmosphärischen Zyklonen und Antizyklonen hergestellt.

Durch diese Untersuchung von BJERKNES ist wohl zum erstenmal ein theoretisch einwandfreies Modell der Zyklonen (und Antizyklonen) aufgestellt, das wenigstens die Grundzüge der Dynamik dieser einen Grenzform der Zyklonen, des Wirbels, in endgültiger Weise liefert, wenn auch nach verschiedenen Richtungen hin, z. B. hinsichtlich der radialen Geschwindigkeitsverteilung, noch Vervollständigungen zu erwarten sind. Nicht so günstig steht es mit der theoretischen Behandlung der anderen Grenzform, der Welle. Hier herrschen über wichtige Grundfragen noch Meinungsverschiedenheiten.

BJERKNES geht dabei aus von der HELMHOLTZschen Vorstellung einer schrägen Diskontinuitätsfläche, die im Gürtel der Zyklonen den Erdboden schneidet und sich von hier aus nach dem Pol zu allmählich hebt. In dieser Schichtgrenze grenzt der kalte polare Ostwind an den warmen Westwind der Tropikluft. Und an dieser Schichtgrenze sollen sich nun Wellen bilden, in deren Dynamik zwar die ablenkende Kraft der Erdrotation eingeht, die aber im wesentlichen Gravitationswellen sein sollen, und zwar natürlich von der Art der langen oder Grundwellen, da die Wellenlänge sehr viel größer ist als die Dicke der unteren Schicht. Die Kinematik solcher Wellen hat BJERKNES ausgearbeitet und durch anschauliche Abbildungen dargestellt. Abb. 9 zeigt zunächst die Stromlinien von kurzen Wellen an einer inneren Grenzfläche, und zwar ist dabei angenommen, daß die Wellen nach rechts fortschreiten, und daß beide Schichten unbegrenzt sind. Die Abbildung stellt einen Vertikalschnitt dar. Die ausgezogenen Linien sind die momentanen Stromlinien. Das Momentbild der Bewegung zeigt also bei jedem Wellenberg einen Wirbel gegen, bei jedem Wellental einen Wirbel mit dem Uhrzeiger. Ganz anders sind die wirklichen Bahnen der Luftteilchen. Sie stellen im einfachsten Falle Kreise dar (Orbitalbewegung), die mit zunehmendem Abstand von der schwingenden Grenzfläche immer kleiner werden. Einige dieser Kreise sind in Abb. 9 punktiert eingetragen. Pflanzen sich die Wellen, wie angenommen, nach rechts fort, so geht der Umlauf der Orbitalbewegung in der unteren Schicht mit, in der oberen gegen den Uhrzeiger.

Diese Darstellung läßt bereits die Verwandtschaft zwischen Welle und Wirbel erkennen. Die Welle besteht tatsächlich aus einer Reihe von Wirbeln. Aber diese Wirbel sind nicht wie die HELMHOLTZschen an ihre materiellen Träger gebunden, sondern werden bei der Fortpflanzung der Welle immer wieder auf neue materielle Träger übertragen. Dies ist eben eine Folge davon, daß ein aus zwei Schichten

mit Dichtesprung bestehendes Medium ein baroklines System ist, während die HELMHOLTZschen Sätze nur für den barotropen Spezialfall gelten. Läßt man den Dichtesprung verschwinden, so wird das System barotrop und die Wirbel bleiben nun im HELMHOLTZschen Sinne erhalten.

Im speziellen Falle der Polarfront ist die untere kalte Schicht von geringer Mächtigkeit und keilt nach dem Äquator zu aus. Die Wellen an der Schichtgrenze entsprechen dann solchen Wasserwellen, die am

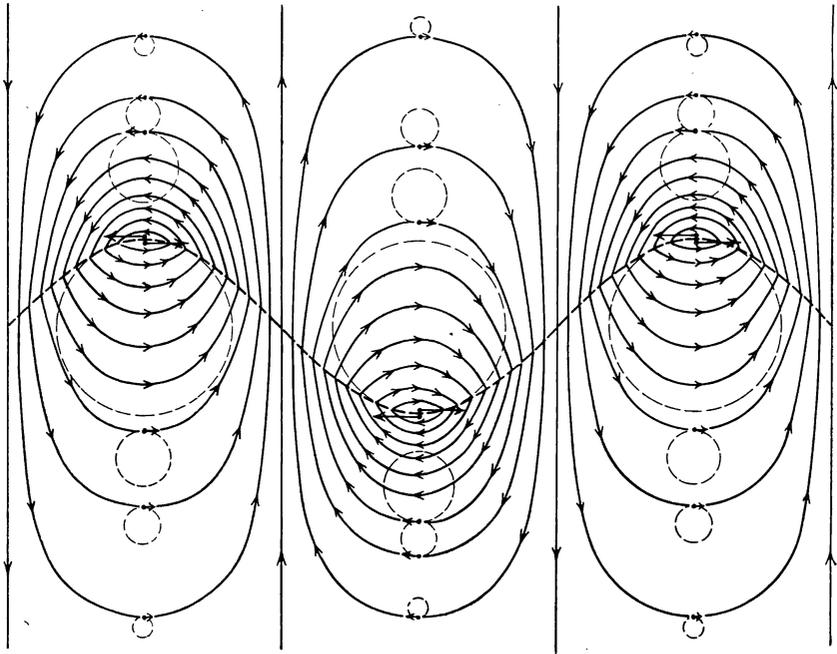


Abb. 9. Stromlinien (ausgezogen) und Bahnen (gestrichelt) bei nach rechts fortschreitender Wellenbewegung nach BJERKNES (Vertikalschnitt).

Ufer entlang rollen. Während in Abb. 9 die Stromlinien stets in Vertikalebene liegen, müssen sie bei Wellen in Ufernähe immer mehr nach vorn umkippen und schließlich ganz horizontal verlaufen. Außerdem werden die Wellenkämme am Ufer zurückgehalten, weil die Fortpflanzungsgeschwindigkeit um so kleiner wird, je geringer die Wassertiefe ist. Dadurch entsteht schließlich das in Abb. 10 dargestellte Bild, welches die Stromlinien des Wassers in Ufernähe, gesehen von oben, also projiziert auf die Horizontalebene, zeigt, oder in der Atmosphäre die Bewegung der unteren kalten Schicht in Bodennähe (ohne Rücksicht auf Reibung). Die gestrichelten Kurven stellen wieder die Orbi-

talbewegungen dar. Vergegenwärtigt man sich den Sinn des Umklappens der vertikalen Bewegungen der Abb. 9 in die horizontalen der Abb. 10, so sieht man, daß die mit Annäherung an die Polarfront zunehmend horizontalen Orbitalbewegungen bei ostwärts gerichtetem Fortschreiten der Wellen in der unteren kalten Luftschicht zyklonischen Sinn haben müssen, wie in Abb. 10 dargestellt.

Während sich so die Kinematik der von BJERKNES angenommenen Schwerewellen befriedigend darstellen läßt, läßt uns die Dynamik hier einstweilen noch ganz im Stich. Die Theorie der langen oder Grundwellen läßt sich aus mehreren Gründen nicht anwenden. Erstens gelten die dort abgeleiteten Formeln natürlich für konstante Schichtdicke der unteren Schicht und nicht für den hier vorliegenden Fall einer bis auf Null auskeilenden unteren Schicht. Sodann aber wird in der Theorie bisher auf die ablenkende Kraft der Erd-

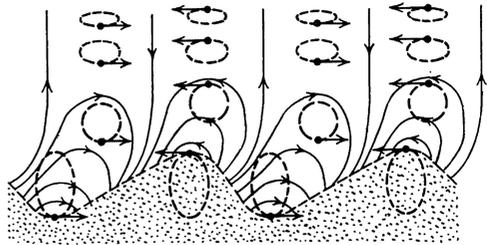


Abb. 10. Wasserwellen am Strand, nach rechts fortschreitend, von oben gesehen.

(Nach BJERKNES.)

rotation keine Rücksicht genommen. BJERKNES nimmt an, daß diese bei der horizontal umgeklappten Orbitalbewegung in der Nähe der Polarfront eine sehr beträchtliche Wirkung im Sinne einer Vergrößerung der Wellenlänge (Erweiterung des Wirbels) ausübt. Allein zu einer exakten Theorie liegt bisher noch kein Versuch vor. Infolgedessen kann man auch der von BJERKNES ausgeführten Schätzung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit solcher Wellen, die wesentlich auf Grund des Schwerkraftgliedes ausgeführt ist, noch keine große Bedeutung beimessen. Die Dynamik der von BJERKNES angenommenen Schwerewellen an der schrägen Schichtgrenze ist also ein noch ungelöstes Problem, und damit fehlt auch der eigentliche theoretische Beweis für die Richtigkeit seiner Auffassung. Denn aus der bloßen Übereinstimmung des kinematischen Bildes mit den Beobachtungstatsachen kann zunächst nur soviel geschlossen werden, daß die Zyklonen Übergangserscheinungen zwischen Wellen und Wirbeln sind, bei denen anfangs der Wellencharakter, zuletzt aber der Wirbelcharakter überwiegt, man erhält aber keine Auskunft über die Frage nach der Natur der Wellen, insbesondere ob es sich um Schwerewellen handelt.

Gerade gegen diese letztere Auffassung sind von verschiedenen Seiten (F. M. EXNER, SANDSTRÖM, dem Verfasser, LETZMANN) Einwendungen erhoben worden. Die Vorstellung von Schwerewellen an der schräg liegenden Schichtgrenze setzt voraus, daß diese wirklich als geschlossene

Fläche um die Erde herum oder doch mindestens über weite Gebiete gut ausgeprägt ist, auch sollte sie die ganze Troposphäre bis zur Stratosphärenengrenze hinauf durchsetzen. Die aerologischen Beobachtungen zeigen aber nur ziemlich schwache Andeutungen einer solchen, die Zyklone durchsetzenden Diskontinuität, und diese läßt sich nie bis zur Stratosphärenengrenze verfolgen, da der obere Teil der Troposphäre stets frei von Inversionen ist. Bisweilen fehlt die Schichtgrenze auch in den unteren Schichten ganz, in anderen Fällen tritt statt dessen eine ganze Reihe paralleler Staffeln auf, so daß man schon bis neun Polarfronten hinter einander gezählt hat. Sogar der Sinn des Temperatursprunges kann gelegentlich der verkehrte sein. Diese Unregelmäßigkeiten passen schlecht zu der Vorstellung, daß wir es hier mit einer wesentlichen Ursache zu tun haben, und deuten mehr auf eine Begleiterscheinung sekundärer Art hin.

Da bei einer Welle so riesigen Ausmaßes die ganze Troposphäre in wogender Bewegung sein muß, sollte man meinen, daß der Einfluß des kleinen, kaum jemals 2° übersteigenden Temperatursprunges ganz zurücktreten müsse hinter dem der allgemeinen stabilen Schichtung der Troposphäre, da doch in dieser die potentielle Temperatur vom Boden bis zur Stratosphärenengrenze um $40-50^{\circ}$ steigt. Die Theorie nimmt adiabatisches Temperaturgefälle sowohl oberhalb wie unterhalb der Schichtgrenze an, so daß dann der Temperatursprung an der Schichtgrenze das einzige stabilisierende Element ist, das zur Wellenbildung die Ursache abgeben kann. In der wirklichen Atmosphäre muß dieser kleine Temperatursprung praktisch vernachlässigt werden können, und wenn es sich überhaupt um Schwerewellen handelt, so wird man als Ursache viel eher die stabile Gesamtschichtung der Troposphäre (und vielleicht auch die der Stratosphäre) betrachten müssen. Dann hätten wir es allerdings nicht mehr mit Grenzflächenwellen zu tun, den einzigen, welche die Theorie bisher beherrscht. SANDSTRÖM hat 1924¹⁾ gezeigt, auf welche Weise die charakteristische Temperaturdiskontinuität der Kurs- und Böenlinie in der Zyklone als Sekundärscheinung entstehen kann. Seine Auffassung wird durch Abb. 11 erläutert. Er denkt sich die Übergangzone zwischen dem warmen Westwinde der gemäßigten Breiten zu dem kalten Ostwinde der höheren Breiten durchsetzt mit zahllosen beliebig kleinen Temperatur- und Winddiskontinuitäten, die in ihrer Gesamtheit eben diesen Übergang ausmachen (Abb. 11a). Tritt nun zyklonische Bewegung auf, so sammeln sich diese Elementardiskontinuitäten teilweise in der Kurs- und Böenlinie (Abb. 11b). Eingehender hat diese Frage jüngst LETZMANN²⁾ untersucht und kommt gleichfalls zu dem Schluß, daß die Kinematik von

¹⁾ SANDSTRÖM, Met. Zeitschr. 1924.

²⁾ LETZMANN, Met. Zeitschr. 1925, S. 181.

Wirbeln an der Grenze zwischen warmem Westwind und kaltem Ostwind genau dasselbe Bild liefert, von welchem BJERKNES ausgeht, ohne daß man Schwerewellen zugrunde zu legen braucht. Ich selbst habe schon 1921¹⁾ die Zyklonen mit den Wellen und Wirbeln verglichen, die sich an der Grenze zwischen bewegtem und unbewegtem

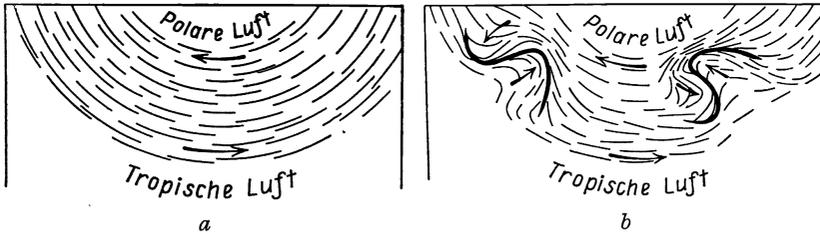


Abb. 11. Diskontinuitäten zwischen Polar- und Tropikluft bei nichtzyklonischem (a) und zyklonischem Wetter (b), nach SANDSTRÖM.

Wasser, z. B. hinter Brückenpfeilern, bilden. Bei ihnen kann von Dichteunterschieden nicht die Rede sein; sie beruhen nicht auf Schwerewellen, sondern schöpfen ihre Energie aus dem Bewegungsunterschied der Massen. Ich möchte dies hier an der Hand einiger von PRANDTL entworfenen Abbildungen²⁾ näher erläutern. Stellt man in eine einheitliche Strömung eine vertikale, schwach gewellte Wand (Abb. 12), so

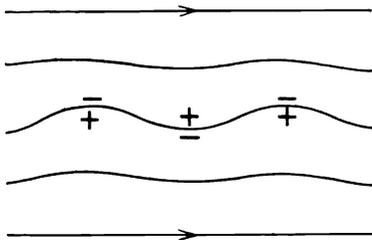


Abb. 12. Instabilität einer Trennungsfäche (nach PRANDTL).

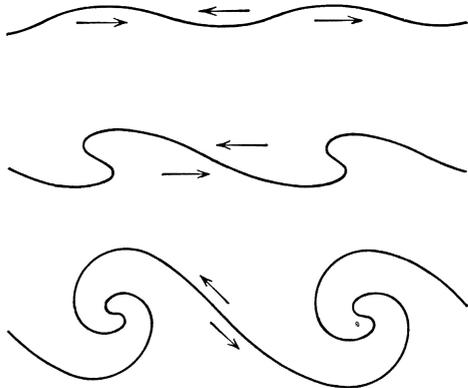


Abb. 13. Entstehung von Wirbeln aus Wellen (nach PRANDTL).

stellt sich in den hohlen Teilen erhöhter Druck, in den erhabenen Unterdruck ein. Die Strömung sucht daher die Durchbiegung zu vergrößern. (Hierauf beruht u. a. das Flattern der Fahnen im Winde). Kehrt

¹⁾ A. WEGENER, Met. Zeitschr. 1921, S. 300.

²⁾ PRANDTL, Artikel Flüssigkeitsbewegung im Handwörterbuch der Naturwissenschaften. In unserer Abb. 13 ist die bei PRANDTL nach dessen Angabe versehentlich vertauschte Pfeilrichtung richtig gestellt.

man nun die Bewegungsrichtung auf der einen Seite der Wand um, so ändert dies offenbar nichts an der Druckverteilung. Daher müssen Trennungsflächen zwischen zwei entgegengesetzt gerichteten Strömungen instabil sein. Sie müssen sich also in der Weise umformen, wie es in Abb. 13 veranschaulicht ist: es entstehen zuerst Wellen, die dann in Wirbel übergehen. Natürlich ist die von BJERKNES entwickelte Kinematik der Wellen und ihrer Umformung in Wirbel ohne weiteres auch für diesen Fall gültig, aber es würde sich hier nicht mehr um Schwerewellen handeln. Diese Deutung erscheint mir persönlich auch aus dem Grunde heute als die wahrscheinlichere, weil eine Erklärung der Zyklonen auch die tropischen Zyklonen umfassen muß, bei denen die verschiedenen Quadranten nach unseren gegenwärtigen Kenntnissen keine erkennbaren Temperaturunterschiede aufweisen, und auch etwaige Diskontinuitäten sehr schnell verschwinden müssen, da bei der großen Rotationsgeschwindigkeit und dem langsamen Wandern dieser Gebilde wohl eine vollständige Durchwirbelung des ganzen Luftkörpers unter mehrmaligem Kreisen um die Achse eintritt.

Wenn man also nach allem Gesagten das Problem der Zyklonen heute wohl noch nicht als restlos gelöst betrachten kann, so hat uns doch zweifellos die jüngste Entwicklung der dynamischen Meteorologie hierin gewaltige Fortschritte gebracht und uns unmittelbar vor die Lösung der Kernfrage gestellt. Zur endgültigen Lösung der letzteren wird vermutlich erst eine weitere Ausbildung der theoretischen Hydrodynamik nötig sein.

Zum Schluß möchte ich noch einmal hervorheben, daß die in Vorstehendem gegebene Übersicht über die neuere Entwicklung der dynamischen Meteorologie keinen Anspruch auf Vollständigkeit erhebt. Mancher Fachkollege wird vielleicht wichtige Untersuchungen vermissen, die hier zu nennen gewesen wären. Man wird aber zugeben, daß bei dem divergierenden Charakter dieser Untersuchungen für eine Darstellung in dem vorliegenden Rahmen eine Auswahl unumgänglich war, und eine solche Auswahl wird stets notwendigerweise einen subjektiven Charakter tragen müssen. Wer eine vollständigere Darstellung wünscht, der greife zu dem ausgezeichneten Lehrbuch von F. M. EXNER, „Dynamische Meteorologie“, das erst 1925 in zweiter, wesentlich vermehrter Auflage erschienen ist, und das nicht nur fast alle auf diesem Gebiete bisher erreichten Ergebnisse, sondern auch ihre mathematische Ableitung enthält. Es bildet bei der oft knappen Darstellung keine leichte Lektüre, aber wir können dem Verfasser für diese ausführliche, kritische Darstellung nicht dankbar genug sein, denn wenn irgendwo, so herrscht gerade auf diesem schwierigen Gebiete der dynamischen Meteorologie ein dringendes Bedürfnis nach Zusammenfassung in Lehrbuchform.

Die elektrischen Kräfte zwischen den Ionen und ihre Wirkungen.

Von Niels Bjerrum, Kopenhagen.

Mit 6 Abbildungen.

Als SVANTE ARRHENIUS 1887 mit seiner berühmten Ionentheorie hervortrat, setzte alsbald eine große Arbeit ein, um diese Theorie weiter zu entwickeln. Trotzdem gab es *eine* Seite dieser Theorie, mit deren Bearbeitung erst recht spät begonnen wurde: das war das Studium der interionischen Kräfte. Viele Jahre hindurch wurden die Wirkungen der elektrischen Kräfte zwischen den Ladungen der Ionen vernachlässigt. Wohl wurde nicht bezweifelt, daß solche *interionischen Kräfte* bestanden, aber man legte mit Recht am meisten Gewicht auf das für die Theorie charakteristische Verhältnis, daß sich die freien Ionen in der Hauptsache wie neutrale Moleküle verhalten, und man vernachlässigte den kleinen Unterschied zwischen freien Ionen und Molekülen, der durch das Vorhandensein der interionischen Kräfte in Erscheinung tritt. Im letzten Jahrzehnt hat man sich jedoch ernstlich an die Bearbeitung der interionischen Kräfte gemacht, wodurch die klassische Ionentheorie einen interessanten weiteren Ausbau erhalten hat. Im folgenden wollen wir uns einige Ergebnisse dieser Arbeiten etwas näher betrachten.

I.

I. COULOMBS und FARADAYS Gesetze für die elektrische Kraft zwischen zwei Ionen, ergeben die folgende Kraftformel:

$$K = \frac{E^2}{Dr^2} \quad (1)$$

(E = Ladung und r = Abstand der beiden Ionen, D = Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels.)

Für große Werte von r hat diese Formel unzweifelhaft ihre Berechtigung. Aber für ein r von molekularen Dimensionen, d. h., wenn sich nur einige wenige oder ein einzelnes oder vielleicht gar kein Molekül des Lösungsmittels zwischen den Ionen befindet, ist ihre Berechtigung zweifelhafter. Wir wollen uns hier nicht weiter mit *einer Theorie* für die Dielektrizitätskonstante D und für die Anwendung des gewöhnlichen Wertes von D selbst für kleine r -Werte beschäftigen, sondern wollen uns mit der Wiedergabe einer Anzahl *experimenteller* Ergebnisse begnügen, die darauf hindeuten, daß die oben angeführte

Kraftformel, wenn auch nicht ihre Korrektheit, so doch ihre Brauchbarkeit bis zu ganz kleinen Abständen herunter behält.

2. W. OSTWALD ist wohl der erste gewesen, der die Aufmerksamkeit auf eine Wirkung der interionischen elektrischen Kräfte gelenkt hat. Er machte 1892 darauf aufmerksam, daß die zweite Dissoziationskonstante zweibasischer Säuren immer kleiner ist als deren erste. Er erklärte dieses Verhältnis als Folge davon, daß die elektrische Anziehung zwischen dem Wasserstoffion und der negativen Ladung des einfach geladenen sauren Ions (HR^-) die Abspaltung des zweiten Wasserstoffatoms erschwere. In Übereinstimmung mit dieser Auffassung fand OSTWALD, daß der Unterschied zwischen den beiden Dissoziationskonstanten um so größer war, je näher sich die beiden Säurewasserstoffatome in der Säure befinden, also z. B. größer bei der Oxalsäure als bei der Glutarsäure.

OSTWALDS qualitative Betrachtung läßt sich zur quantitativen gestalten¹⁾. Betrachten wir einmal eine Lösung einer zweibasischen, symmetrischen Säure H_2R . In der Nähe eines negativen Ions HR^- wird die Wasserstoffionenkonzentration größer sein als in der Nähe von H_2R . Nach BOLTZMANN ist die Konzentration größer im Verhältnis

$$e^{\frac{\varphi}{kT}}$$

(k ist die BOLTZMANNsche Konstante, T die absolute Temperatur und φ die Arbeit, die erforderlich ist, um die Ionen HR^- und H^+ voneinander zu entfernen). Nach COULOMBS Gesetz (1) wird diese Arbeit (in genügend verdünnter Lösung) wie bekannt gleich

$$\varphi = \frac{E^2}{Dr}$$

(r = der Abstand zwischen den Ladungen der Ionen). Hiernach muß das Verhältnis zwischen den Wasserstoffionenkonzentrationen in der Nähe von HR^- und H_2R gleich

$$e^{\frac{E^2}{kTDr}}$$

sein.

Dies führt zu folgender Formel für das Verhältnis zwischen der ersten und der zweiten Dissoziationskonstante der Säure:

$$\frac{K_1}{K_2} = 4 \cdot e^{\frac{E^2}{kTDr}}. \quad (2)$$

Genauer präzisiert muß man in dieser Formel für r mit dem intramolekularen Abstand zwischen dem Wasserstoffatom und der negativen Ladung in dem einfach geladenen Ion HR^- rechnen. Zahl 4 ist ein statistischer Faktor, der dadurch entsteht, daß erstens sich in der Säure H_2R zwei abspaltbare Wasserstoffionen und zweitens sich im Anion

¹⁾ BJERRUM: Zeitschr. f. physikal. Chem. 106, 219 (1923).

R^- - zwei Stellen finden, an denen die Wasserstoffionen Platz nehmen können. Das exponentielle Glied stellt die eigentliche elektrostatische Wirkung dar, die durch die interionischen Kräfte zwischen den freien Ladungen entstanden ist. Für Wasser bei 18° ist $D = 81$, und Gleichung (2) kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$\log \frac{K_1}{K_2} = \log 4 + \frac{3,1}{r}. \quad (3)$$

In dieser Formel ist r in Ångström ($= 10^{-8}$ cm) zu rechnen.

Berechnet man nach dieser Formel r für eine Reihe normaler *zweibasischer Säuren der Oxalsäurereihe*, so erhält man folgende Werte (Tabelle 1, 4. Kolonne).

Tabelle 1.
Moleküldimensionen normaler Dikarbonsäuren der Oxalsäurereihe.

	Kettenlänge ($2 + n \cdot 1,5$)	$n \cdot 1,3$	r in H_2O	r in CH_3OH	r Verseifung
C_2	3,5	2,6	1,33		0,8
C_3	5,0	3,9	1,35		1,8
C_4	6,5	5,2	3,8	5,0	4,4
C_5	8,0	6,5	5,3		
C_8	12,5	10,4	7,2	8,9	
C_9	14,0	11,7	8,6		
C_{10}	15,5	13,0	7,4		

Von der Kristallstruktur des Diamanten her wissen wir, daß die Abstände zwischen einfach gebundenen Kohlenstoffatomen ungefähr $1,5 \text{ \AA}$ sind; legt man für jedes Sauerstoffatom 1 \AA hinzu, so erhält man — der Kohlenstoffkette entlang gemessen — für die verschiedenen Säuren die in der 2. Kolonne unter Kettenlänge angegebenen Längen der Moleküle. Die wirkliche Länge der Moleküle muß infolge ihres krummen oder zickzackförmigen Baus geringer sein. LANGMUIR¹⁾ berechnet auf Grund seiner Versuche an Ölhütchen auf Wasser die Länge der Säuremoleküle zu $1,3 \text{ \AA}$ für jedes Kohlenstoffatom (3. Kolonne).

Mit Ausnahme der niedersten Glieder der Säurereihe (C_2 und C_3) scheinen die aus den Dissoziationskonstanten berechneten r -Werte sehr annehmbar zu sein. Die Zahlen für Oxal- und Malonsäure dagegen könnten im ersten Augenblick den Anschein hervorrufen, als ob wir hier für die Dielektrizitätskonstante mit einem geringeren (z. B. halb so großen) Wert hätten rechnen sollen. Diese Abweichungen sollen doch jedenfalls nicht ausschließlich dadurch erklärt werden, daß es falsch war, die gewöhnliche Dielektrizitätskonstante des Wassers zu benutzen. Außer der eigentlichen elektrostatischen Wirkung müssen wir nämlich auch eine Wirkung durch die Atomkette (durch Elektronen-

¹⁾ LANGMUIR: Journ. Americ. chem. soc. 39, 1848 (1917).

verschiebung) erwarten. Der Einfluß der Einführung von Hydroxyl und Halogen auf die Stärke organischer Säuren ist sicher in der Hauptsache durch Elektronenverschiebungen durch die Atomkette zu erklären. Während nun die Wirkung einer Substitution in γ - oder einer ferneren Stellung gering ist, so zeigt sich bei Substitutionen in α - und β -Stellung jedoch ein bedeutender Effekt durch die Atomkette hindurch. Durch eine Atomkettenwirkung können wir deshalb erklären, daß die für Oxal- und Malonsäure berechneten r -Werte zu gering sind.

3. Die Brauchbarkeit der Formel (3) findet eine ganz hübsche Bekräftigung beim *Phenolphthalein*. Für diese zweibasische Säure hat ROSENSTEIN $\frac{K_1}{K_2} = 4$ gefunden. Da r nach der Formel des Phenolphthaleins zu ungefähr 8 Å angenommen werden muß, sollte man nach der Gleichung (3) bekommen

$$\frac{K_1}{K_2} = \text{etwa } 10.$$

Ich habe deshalb geschlossen (l. c.), daß das zweifach geladene Ion des Phenolphthaleins sich nur zu 40 vH. in einer der undissoziierten Säure entsprechenden ungefärbten Form vorfindet. Rechnet man nur mit der Konzentration dieser Form, so bekommt man nämlich $\frac{K_1}{K_2} = 10$. Die übrigen 60 vH. müssen dann in Gestalt der umgewandelten rotgefärbten chinoïden Form zugegen sein. ACREE und BIRGE ¹⁾ haben geglaubt, auf Grund von kolorimetrischen Bestimmungen schließen zu dürfen, daß etwa 44 vH. des doppelt geladenen Ions als umgelagertes, gefärbtes Ion vorhanden seien, was meine Betrachtung zu stützen scheint.

4. In Alkohol, dessen Dielektrizitätskonstante kleiner als die des Wassers ist, soll der Unterschied zwischen der ersten und der zweiten Dissoziationskonstante derselben Säure (mit gleichem r -Wert) nach der Theorie größer sein als in Wasser. Für Methylalkohol ($D = 35$) muß z. B. gelten:

$$\log \frac{K_1}{K_2} = \log 4 + \frac{7,2}{r}. \quad (4)$$

Nach EBERTS ²⁾ Bestimmungen der Dissoziationskonstanten von Bernstein- und Korksäure in Methylalkohol kann man r nach Formel (4) berechnen. Die gefundenen Werte (Tabelle 1, 5. Kolonne) sind ungefähr dieselben wie die in Wasser, aber doch ein wenig größer. Dies war auch zu erwarten, da die Wirkung durch die Kohlenstoffkette hindurch infolge des größeren Einflusses der freien Ladungen in der

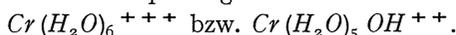
¹⁾ ACREE und BIRGE: Journ. Amer. chem. soc. **41**, 1031 (1919).

²⁾ L. EBERT: Ber. d. Dtsch. Chem. Ges. **58**, 175 (1925).

alkoholischen Lösung, relativ gesehen, eine geringere Rolle als in wässriger Lösung spielen muß.

5. Gerade wie *negative Ladung* die Abspaltung eines positiv geladenen Wasserstoffions erschwert, wird *positive Ladung* die Abspaltung erleichtern. Positive Ladungen machen deshalb Säuren stärker. Auf diese Wirkung läßt sich natürlich auch Gleichung (3) anwenden; man hat jedoch zu bedenken, daß der statistische Faktor nicht immer 4 ist, sondern in jedem einzelnen Fall bestimmt werden muß. Folgende Beispiele mögen angeführt sein:

Die 1. und 2. Hydrolysenkonstante des *Hexaquochromi-Ions* wurde bei 17° zu etwa $1 \cdot 10^{-4}$ und $0,006 \cdot 10^{-4}$ bestimmt¹⁾. Diese beiden Konstanten messen die Abspaltung von Wasserstoffion von



Da der statistische Faktor hier wahrscheinlich zu $\frac{12}{1} : \frac{10}{2}$ zu setzen ist,

so berechnet sich aus dem Verhältnis der Hydrolysenkonstanten der Wert r für den Abstand zwischen den ionisierenden Wasserstoffatomen und dem elektrischen Schwerpunkt der Komplexe zu $1,7 \text{ \AA}$, was nicht unwahrscheinlich sein dürfte.

Die Hydrolysenkonstante des *Dichlorotetraquochromi-Ions* wurde bei 25° zu $4 \cdot 10^{-6}$ bestimmt. Dieses Ion ist deshalb als Säure betrachtet²⁾ viel schwächer als das Hexaquochromi-Ion, trotzdem es zwei elektro-negative Chloratome enthält. Dieses unerwartete Verhalten erklärt sich leicht dadurch, daß es nur eine positive Ladung gegenüber den dreien des Hexaquochromi-Ions besitzt.

6. Auch auf Ampholyte lassen sich die obigen elektrostatischen Erörterungen ausdehnen.

Es wurde früher³⁾ folgende Formel abgeleitet:

$$\frac{K_S \cdot K_B}{K_{H_2O}} = \frac{n}{x(1-x)}. \quad (5)$$

Hier sind K_S und K_B die Dissoziationskonstanten für die saure und die basische Gruppe eines Ampholyten, x ist der Bruchteil des undissoziierten Ampholyten, der als Zwitter- oder Ampho-Ion zugegen ist, und n ist ein Faktor, der das Verhältnis zwischen den Dissoziationskonstanten der *Säuren*



angibt. Führt man für n den elektrostatischen Ausdruck ein und logarithmiert, so erhält man

$$\log \frac{K_S \cdot K_B}{K_{H_2O}} = \frac{3,1}{r} - \log x(1-x). \quad (6)$$

¹⁾ BJERRUM: Zeitschr. f. physikal. Chemie **73**, 724 (1910).

²⁾ Vgl. BRÖNSTEDS Definition von Säuren, Rec. trav. chem. Pays-Bas **42**, 718 (1922).

³⁾ BJERRUM: Zeitschr. f. physikal. Chem. **104**, 148 (1923).

Die Schwierigkeit zur Nachprüfung dieser Formel liegt darin, daß x gewöhnlich nicht bekannt ist.

Für die Aminobenzoësäuren wurden früher Gründe für die Annahme, daß x zwischen 0,1 und 0,9 liegt, angegeben. Nach den Untersuchungen von RÖRDAM¹⁾, die jedoch in diesem Punkt etwas unsicher sind, liegt x für die orto-Säure bei 0,6 und für die para-Säure bei 0,4. EULER hat kürzlich gefunden, daß x recht klein sein muß. Es braucht aber doch kaum kleiner als $\frac{1}{4}$ zu sein. Setzen wir x ($1-x$) schätzungsweise zu 0,2, so läßt sich aus den bekannten Dissoziationskonstanten folgendes berechnen:

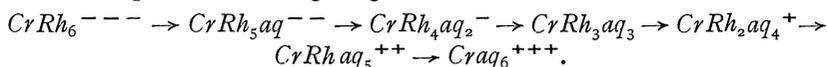
	<i>o</i> -Säure	<i>m</i> -Säure	<i>p</i> -Säure
r (Aminobenzoësäure)	1,4	3,3	1,5
r (Phthalsäure)	1,6	6,7	

Zum Vergleich sind die nach Formel (3) berechneten Werte für Phthalsäure und Isophthalsäure angeführt.

In Anbetracht der Unsicherheit des Materials kann man sagen, daß die für die *o*- und für die *m*-Aminobenzoësäure gefundenen Werte ganz annehmbar sind. Dagegen fordert der für die *p*-Säure gefundene kleine r -Wert zu einer erneuten Bestimmung der Dissoziationskonstanten und von x für diese Aminosäure auf. Der Umstand, daß man bei der *m*-Phthalsäure für r einen größeren Wert findet als bei der *m*-Aminobenzoësäure, läßt sich damit erklären, daß die ionisierten Karboxylgruppen einer Phthalsäure gleichgeladen sind und sich deshalb abstoßen, während die ionisierten Amin- und Karboxylgruppen in einer Aminobenzoësäure entgegengesetzte Ladungen besitzen und sich deshalb anziehen. Das Molekül wird sich deshalb im ersteren Fall ausstrecken und im letzteren zusammenkrümmen.

Die vorstehende Besprechung von Aminosäuren gibt uns ein Beispiel davon, wie man die elektrostatischen Wirkungen in Molekülen mit *ungleichartig gebundenen*, ionisierenden Wasserstoffatomen berechnen kann.

7. Die elektrostatische Betrachtungsweise läßt sich auch zugrunde legen, wenn es sich um *konsekutive Abspaltungen von anderen Ionen* als Wasserstoffionen handelt. Als Beispiel lassen sich die Komplexitätskonstanten der *Chromirhodanide*²⁾ betrachten. Es dreht sich hier um die Abspaltung der sechs Rhodangruppen in dem Komplex $CrRh_6^{---}$ unter Aufnahme von H_2O an Stelle von Rh^- , wobei man schließlich zum Hexaquochromi-Ion gelangt:



¹⁾ H. N. K. RÖRDAM: Studies on activity, Dissertation, Kopenhagen 1925.

²⁾ BJERRUM: Zeitschr. anorg. Chem. 119, 189 (1921).

In der nachfolgenden Tabelle 2 stehen in der 2. Kolonne die früher veröffentlichten Werte für die 6 Dissoziationskonstanten.

Tabelle 2.
Dissoziationskonstanten des Hexarhodanochromiat-Komplexes bei 50°.

	Bjerrum	korrigiert zu $c_{\text{Ion}} = 0$	statistischer Faktor	korrigiert mit dem stat. Faktor	$\frac{3,3}{r}$
log K_1	0,39	1,6	$\frac{6}{1}$	0,8	0,5
log K_2	0,09	0,7	$\frac{5}{2}$	0,3	0,7
log K_3	— 0,29	— 0,3	$\frac{4}{3}$	— 0,4	0,5
log K_4	— 0,66	— 1,0	$\frac{3}{4}$	— 0,9	0,4
log K_5	— 1,24	— 1,7	$\frac{2}{5}$	— 1,3	1,0
log K_6	— 2,52	— 3,1	$\frac{1}{6}$	— 2,3	

Mittelwert: 0,6, $r = 5,5 \text{ \AA}$.

Bei der Berechnung dieser Werte wurde statt mit Aktivitäten mit Konzentrationen gerechnet. Rechnet man diese Werte so gut es sich zur Zeit tun läßt in Aktivitäten um, was gleichbedeutend mit einer Extrapolation dieser Werte bis auf die Ionenkonzentration Null ist, so erhält man die in der 3. Kolonne stehenden Zahlen. Aus statistischen Gründen müssen sich diese Konstanten wie die in der 4. Kolonne stehenden Brüche verhalten. Korrigiert man hiernach, so erhält man die Werte der 5. Kolonne. Erklären wir das Sinken dieser Werte mit steigender Indexzahl anschließend als eine Folge der wachsenden positiven, durch Abspaltung von Rhodanion bedingten, Aufladung des Komplexes, so wird die Wirkung der einzelnen Ladung durch die in der 6. Kolonne aufgeführten Differenzen gemessen. Aus deren Mittelwert von 0,6 berechnet sich $r = 5,5 \text{ \AA}$. Dieser Wert ist reichlich groß, aber er besitzt doch eine vernünftige Größenordnung. Daß er zu groß ist, deutet auf jeden Fall nicht darauf hin, daß man mit einem geringeren als dem gewöhnlichen D -Wert des Wassers zu rechnen hat, selbst nicht für Rhodanionen, die den Chromkomplex sozusagen berühren.

8. Die interionischen Kräfte machen sich nicht nur bei chemischen Gleichgewichtsverhältnissen, sondern auch bei chemischen Reaktionsgeschwindigkeiten geltend.

1898 teilte EMIL FISCHER in einer Abhandlung mit, er habe bemerkt, daß Hydroxylionen auf einen neutralen Stoff gewöhnlich eine stärker verseifende oder spaltende Wirkung ausüben als auf einen analogen Stoff mit sauren Eigenschaften. Z. B. wird der Dimethylacetessigester weit rascher verseift, als der saure Acetessigester selbst. FISCHER fügt hinzu, daß VAN'T HOFF ihn darauf aufmerksam gemacht habe, daß dies Verhalten darin eine Erklärung finden könne, daß die sauren Formen sich in der alkalischen Lösung als negative Ionen vorfinden, z. B.:



Die negative Ladung dieser Ionen stößt die Hydroxylionen ab, und erschwert deshalb die spaltende Wirkung der letzteren.

Im Jahre 1909 trat JULIUS MEYER wieder mit diesem Gedanken hervor. Wie bereits früher nachgewiesen worden war, läßt sich in den Estern zweibasischer Säuren das 2. Alkyl immer schwieriger verseifen als das 1. MEYER erklärte dies damit, daß das Halbestere-Anion Hydroxylionen elektrisch abstößt.

Gestaltet man die elektrostatische Theorie quantitativ, so kommt man zu folgender Gleichung:

$$\log \frac{k_1}{k_2} = \log 2 + \frac{3,1}{r} \quad (7)$$

(k_1 und k_2 sind die Geschwindigkeitskonstanten für die Verseifung des 1. und des 2. Alkyls).

Für die Dissoziationskonstanten gilt, wie schon früher erwähnt:

$$\log \frac{K_1}{K_2} = \log 4 + \frac{3,1}{r}. \quad (8)$$

Die eigentliche elektrostatische Wirkung ist nach (7) und (8) dieselbe für die Verseifungs- und für die Dissoziationskonstanten. Der Unterschied zwischen den beiden Formeln beruht nur darauf, daß der statistische Faktor bei den Verseifungskonstanten = 2 und bei den Dissoziationskonstanten = 4 ist.

SKRABAL, der in den letzten Jahren die Verseifungsprozesse eingehend studierte, hat aus seinen Versuchen rein empirisch festgestellt, daß in dem Verhältnis zwischen den zwei Dissoziationskonstanten zweibasischer Säuren und dem Verhältnis zwischen den zwei Geschwindigkeitskonstanten der Verseifung der entsprechenden Ester eine gewisse Parallelität besteht. Er hat auch bemerkt, daß das Verhältnis zwischen den Verseifungskonstanten mit wachsendem Abstand der Säuregruppen im Molekül voneinander sich 2 nähert¹⁾. Diese Beobachtungen stehen in schöner Übereinstimmung mit den Formeln (7) und (8).

Leider hat SKRABAL die meisten seiner Versuche in Lösungen, deren Ionenkonzentration über 0,1-normal lag, angestellt, und da die Ionenkonzentration einen großen Einfluß besonders auf die 2. Verseifungskonstante ausübt (HOLMBERGS Kationenkatalyse), so kann man auf Grund von SKRABALS Messungen die Werte für die Geschwindigkeitskonstanten bei der Ionenkonzentration Null nicht mit Sicherheit schätzen. Außerdem hat SKRABAL seine Versuche in einer Reihe von Fällen in einer Mischung von 50% Alkohol und 50% Wasser angestellt. Diese Verhältnisse erschweren die quantitative Verwendung von SKRABALS so umfassendem und interessantem Versuchsmaterial.

Hält man sich in der Hauptsache an die Bestimmungen bei kleinen Salzkonzentrationen, so ergeben die Messungen von GOLDSCHMIDT und

¹⁾ Vgl. bes. SKRABAL und SINGER: Akad. Wien, Sitzungsber. d. Mathem.-naturw. Klasse IIb, 129, 335 (1920).

SCHOLZ, JUL. MEYER und SKRABAL für das Verhältnis zwischen 1. und 2. Verseifungskonstante in Wasser die Zahlen:

Oxalsäure 19000 (große Salzkonz.), Malonsäure etwa 100,
Bernsteinsäure etwa 10.

Hiernach berechnen sich nach Formel (7) die in Tabelle 1, letzte Kolonne angeführten r -Werte, die mit den nach anderen Methoden bestimmten Werten gut zusammenfallen.

9. Alles in allem kann man wohl sagen, daß das Material, das auf den vorhergehenden Seiten durchgesprochen wurde, uns die Berechtigung gibt, als brauchbare Annäherung die Kraft zwischen zwei Ionen nach COULOMBS Gesetz zu berechnen unter Benutzung der gewöhnlichen Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels selbst für Ionen, die sehr nahe beisammen sind

II.

10. Von besonderem Interesse sind die Wirkungen der interionischen Kräfte auf den *osmotischen Druck*, auf die wirksame Masse oder *Aktivität* und auf die *Leitfähigkeit* der Ionen. Schon VAN LAAR, MALMSTRÖM, SUTHERLAND, BJERRUM und KJELLIN haben einen Blick für die Bedeutung der interionischen Kräfte auf diesen Gebieten gehabt. Aber erst MILNER (1913) traf den Kernpunkt des Phänomens, der in der Gruppierung der Ionen in ihren Lösungen beruht, und zwar derart, daß sich entgegengesetzt geladene Ionen im Durchschnitt etwas näher beieinander befinden als gleichgeladene.

Und erst DEBYE und HÜCKEL¹⁾ gelang es im Jahre 1923, für diese Wirkungen praktisch brauchbare und für genügend verdünnte Lösungen ganz exakte Formeln aufzustellen.

Diese Forscher gehen von COULOMB-FARADAYS Kraftgesetz aus und rechnen mit kugelförmigen Ionen vom Diameter a , die ihre Ladung im Zentrum haben, und kommen dabei zu folgender Formel für den *Aktivitätskoeffizienten* f (= Aktivität/Konzentration) eines Ions:

$$-\log f = 0,50 \frac{z^2 \sqrt{\mu}}{1 + 0,327 \sqrt{\mu} a} \quad (9)$$

In dieser Formel sind die Zahlenwerte die für Wasser bei 18° geltenden; z stellt die Valenz des Ions dar und $\mu = \sum \frac{1}{2} cz^2$ ist die von LEWIS und RANDALL in die Elektrolytlehre eingeführte *Ionenstärke*. Bei kleinen Ionenstärken (kleinen Ionenkonzentrationen) kann man den Nenner vernachlässigen und findet dann, daß sich $-\log f$, das positiv ist, mit zunehmender Verdünnung nach einem einfachen Quadratwurzelgesetz dem Wert Null nähert; f ist also kleiner als 1 und nähert sich mit abnehmender Konzentration nach einem Quadratwurzelgesetz 1. DEBYE und HÜCKEL stellten eine entsprechende Formel

¹⁾ DEBYE und HÜCKEL, Physik. Zeitschr. 24, 185, 305 (1923).

für den osmotischen Druck der Ionen und eine ähnliche, wenngleich etwas verwickeltere für ihre Leitfähigkeit (Beweglichkeit) auf.

11. MILNERS und DEBYE und HÜCKELS Arbeiten zeigen, daß die interionischen Kräfte nicht erlauben, eine Konstanz des Verhältnisses zwischen der osmotischen Wirkung der Ionen (oder ihrer Aktivität) und ihrer Konzentration anzunehmen. Auch die Ionenbeweglichkeiten sind von der Konzentration nicht unabhängig. Wir müssen im Gegenteil erwarten, daß alle diese Größen mit steigender Ionenkonzentration abnehmen.

Eine Abnahme dieser Größen mit steigender Ionenkonzentration beobachtet man wie bekannt auch bei allen Elektrolyten. Diese Ab-

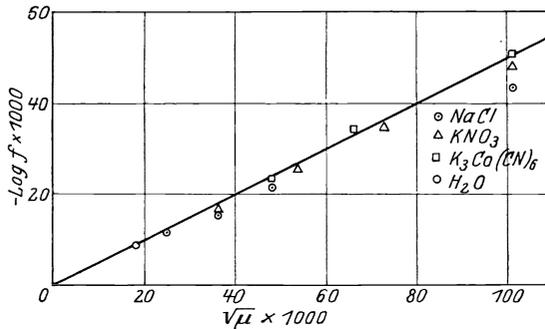


Abb. 1. Zusammenhang zwischen Aktivitätskoeffizient f und Ionenstärke in dem mono-monovalenten Salz $[(NO_2)(CNS)(NH_3)_4Co] - [(C_2O_4)(NO_2)_2(NH_3)_2Co]$ in Anwesenheit von anderen Salzen. Die eingezeichnete Linie stellt DEBYE und HÜCKELS theoretische Werte dar. Nach BRÖNSTED und LA MER.

nahme wurde ursprünglich sowohl für starke wie für schwache Elektrolyte als Zeichen einer unvollständigen Dissoziation ausgelegt. Vergleicht man indessen die experimentell gefundene Abnahme mit der von DEBYE und HÜCKEL verlangten, so zeigt es sich, daß für die *starken Elektrolyte* eine so gute Übereinstimmung besteht, daß man nichts mehr mit unvollständiger Dissoziation zu erklären braucht. Für die gefundene Übereinstimmung will ich einige Beispiele anführen.

Die genaueste Methode zur Messung der Aktivität der Ionen ist wohl im Augenblick die Bestimmung von Salzlöslichkeiten. Auf diesem Weg haben BRÖNSTED und LA MER¹⁾ für die Aktivität Werte gefunden, die in verdünnter Lösung, bis auf ungefähr 0.01-molar vorzüglich mit DEBYE und HÜCKELS Formel übereinstimmen. Die Abbildungen 1-3 zeigen uns dies.

Letzten Sommer haben RODEBUSH und HOVORKA²⁾ einige äußerst genaue kryoskopische Bestimmungen in sehr verdünnten wässrigen

¹⁾ BRÖNSTED und LA MER, Journ. of the Americ. chem. soc. **46**, 555 (1924).

²⁾ RODEBUSH und HOVORKA, Journ. of the Americ. chem. soc. **47**, 1614 (1925).

Salzlösungen, die 0.001—0.01 molar waren, ausgeführt. Ihre Ergebnisse sind in den Abbildungen 4 und 5 wiedergegeben. Die eingezeichneten

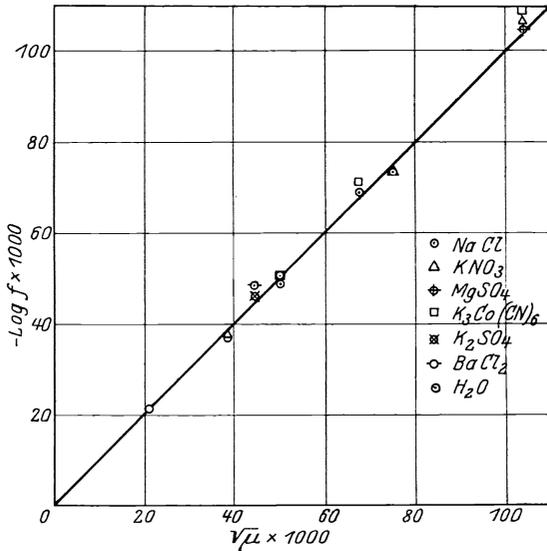


Abb. 2. Zusammenhang zwischen Aktivitätskoeffizient f und Ionenstärke in dem mono-divalenten Salz $[(C_2O_4)(NH_3)_4Co]_2 - S_2O_6$ in Anwesenheit von anderen Salzen. Die eingezeichnete Linie stellt DEBYE und HÜCKELS theoretische Werte dar. Nach BRÖNSTED und LA MER.

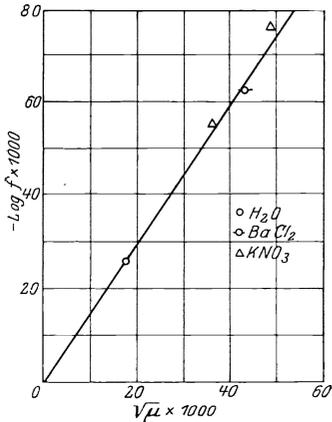


Abb. 3.

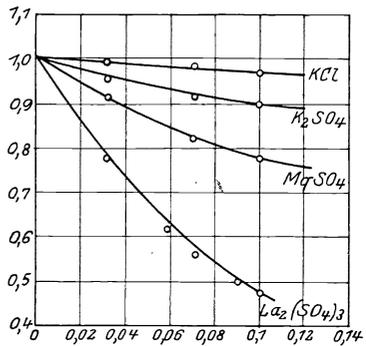


Abb. 4.

Abb. 3. Zusammenhang zwischen Aktivitätskoeffizient f und Ionenstärke in dem tri-monovalenten Salz $[(NH_3)_6Co] - [(C_2O_4)(NO_2)_2(NH_3)_2Co]_3$ in Anwesenheit von anderen Salzen. Die eingezeichnete Linie stellt DEBYE und HÜCKELS theoretische Werte dar. Nach BRÖNSTED und LA MER.

Abb. 4. Abhängigkeit des osmotischen Koeffizienten von $\sqrt{\mu}$ nach RODEBUSH und HOVORKA.

Kurven stellen die Werte nach DEBYE und HÜCKEL dar. Die schwache Krümmung, die diese Kurven besitzen, zeigt, daß RODEBUSH und HOVORKA den Diameter der Ionen berücksichtigt haben; sonst würden die Kurven als gerade Linien verlaufen, (die die eingezeichneten Kurven bei der Konzentration Null berühren würden). Die Diameter (a), mit denen sie gerechnet haben, haben die Verfasser so gewählt, daß die Kurven durch den Punkt, der der höchsten gemessenen Konzentration entspricht, gehen müssen.

Die benutzten Ionendiameter sind:

Salz:	KCl	$CsNO_3$	K_2SO_4	$Ba(NO_3)_2$	$MgSO_4$	$CuSO_4$	$La_2(SO_4)_3$
a in Å:	2,32	2,32	1,09	1,01	2,22	1,59	3,00

Abb. 4 und 5 zeigen, daß man auch die *osmotischen Verhältnisse* der Ionen verstehen kann, ohne anzunehmen, daß sich in den untersuchten Salzlösungen merkliche Mengen undissoziierter Moleküle finden.

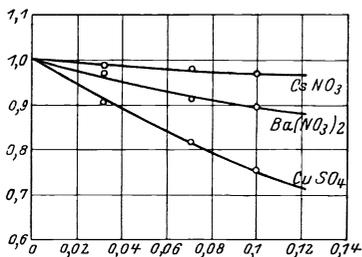


Abb. 5. Abhängigkeit des osmotischen Koeffizienten von $\sqrt{\mu}$ nach RODEBUSH und HOVORKA.

Dasselbe geht interessanterweise aus einer kürzlich veröffentlichten Mitteilung von SCHREINER und FRIVOLD¹⁾ über die Gefrierpunktniedrigung von Lithiumchlorid in Cyklohexanol hervor.

Am kompliziertesten ist die Anwendung der Theorie auf die Leitfähigkeit. Aber auch hier vermag DEBYE und HÜCKELS Theorie die Verhältnisse in verdünnten Lösungen starker Elektrolyte zu erklären, ohne mit einer unvollständigen Ionisierung rechnen zu müssen.

12. Wie bekannt, wurde bereits früher²⁾ geschlossen, daß die sogenannten starken Elektrolyte praktisch gesprochen völlig dissoziiert sind. Zu dieser Auffassung führten namentlich Untersuchungen über die optischen und katalytischen Eigenschaften von Salzlösungen, sowie die merkwürdige Gleichartigkeit der klassisch berechneten Dissoziationsgrade aller starken Elektrolyte. Diese klassisch berechneten Dissoziationsgrade sind in der Hauptsache durch die elektrischen Eigenschaften des Systems (Ladung und Konzentration der Ionen, Dielektrizitätskonstante des Lösungsmittels) bestimmt. Durch die Arbeiten von DEBYE und HÜCKEL ist die Hypothese der praktisch gesprochen völligen Ionisation der starken Elektrolyten nunmehr zu einer Tatsache geworden, über die man kaum hinweg kommen kann.

¹⁾ SCHREINER und FRIVOLD, Die Naturwissenschaften, 13, 859 (1925).

²⁾ BJERRUM, Proc. VII. Internat. Congr. Appl. Chem. London, 1909, Section X.

Man muß es bei unserem jetzigen Wissen als einen Fehler bezeichnen, den Leitfähigkeitskoeffizienten $\frac{\mu}{\mu_{\infty}}$ eines starken Elektrolyten als einen Dissoziationsgrad zu betrachten und zu versuchen, auf ihn das Massenwirkungsgesetz anzuwenden.

Für sehr schwache Elektrolyte dagegen ist $\frac{\mu}{\mu_{\infty}}$ immer noch als einen Dissoziationsgrad aufzufassen. Hier ist nämlich die Ionenkonzentration so gering, daß man die Wirkung der interionischen Kräfte vernachlässigen und mit konstantem Ionenbeweglichkeit rechnen kann.

Für mittelstarke Elektrolyte kann man (wie bereits im Jahre 1916 für Pikrinsäure in Alkohol nachgewiesen wurde ¹⁾) den wirklichen Dissoziationsgrad aus dem Leitfähigkeitskoeffizienten berechnen, indem man zu diesen die Korrektur für den Einfluß der interionischen Kräfte anbringt. Je stärker der Elektrolyt ist, desto größer wird die Korrektur und desto unsicherer der berechnete Dissoziationsgrad.

13. Nachdem wir nun die Bedeutung der interionischen Kräfte für die Aktivität der Ionen kennen gelernt haben, dürfte es von Interesse sein, auf die Bedeutung dieser Kräfte für die Geschwindigkeit von Ionenreaktionen zurück zu kommen. Vorher wurde schon besprochen, wie man sich mit Hilfe der interionischen Kräfte erklären kann, weshalb ein negatives Ion auf eine Gruppe, die in einem negativen Ion sitzt, schwächer wirkt als auf die gleiche Gruppe in einem neutralen Molekül oder in einem positiven Ion. Wir wollen uns jetzt ein anderes Verhältnis betrachten, nämlich den *Einfluß der Ionenkonzentration auf die Geschwindigkeitskonstante*.

HOLMBERG hat in einer Reihe sehr interessanter Arbeiten nachgewiesen, daß sich eine ganze Anzahl von Reaktionen, bei denen *Hydroxylionen* (oder andere negative Ionen) *mit negativ geladenen Ionen* reagieren, durch Zusatz von Salzen katalysieren läßt. Besonders stark ist die Wirkung von Salzen mit polyvalenten Kationen (Kationenkatalyse). Wie HOLMBERG 1921 ²⁾ schreibt, würde diese Erscheinung unter Zugrundelegung der Hypothese der völligen Dissoziation der Salze dadurch zu erklären sein, daß die interionischen Kräfte die Reaktionsgeschwindigkeit beschleunigen. HOLMBERG ist diesem Gedanken aber nicht weiter nachgegangen.

BRÖNSTED ³⁾ hat 1922 in einer bedeutungsvollen Arbeit gezeigt, wie man den Einfluß der Salzkonzentration nicht nur auf die von HOLMBERG betrachteten, sondern auch auf andere untersuchte Ionenreaktionen unter folgender Formel zusammenfassen kann:

$$k = k_0 \frac{f_1 \cdot f_2}{f_{12}}. \quad (10)$$

¹⁾ BJERRUM, Verhandl. bei der 16. skand. Naturforscherzusammenkunft 1916. Zeitschr. f. Elektrochem. 24, 321 (1918).

²⁾ B. HOLMBERG, Zeitschr. physikal. Chem. 97, 134 (1921).

³⁾ BRÖNSTED, Zeitschr. physikal. Chem. 102, 169 (1922).

Hier sind k und k_0 die Geschwindigkeitskonstanten in der Salzlösung, bzw. bei unendlich kleiner Ionenkonzentration; f_1 und f_2 sind die Aktivitätskoeffizienten der reagierenden Ionen (Moleküle), f_{12} der Aktivitätskoeffizient eines Ions, dessen Ladung gleich der Summe der Ladungen der reagierenden Ionen ist. Bezüglich der Ableitung und der Bedeutung dieser wichtigen Formel bestehen wohl Meinungsunterschiede zwischen BRÖNSTED und mir; aber daß die Formel den Einfluß der Salzkonzentration auf die Geschwindigkeit der Ionenreaktion zahlenmäßig richtig wiedergibt, darüber bestehen bei keinem von uns Zweifel.

Führt man in BRÖNSTEDS Formel (10) DEBYE und HÜCKELS Ausdruck für die Aktivitätskoeffizienten nach Formel (9) ein, so erhält erstere folgendes Aussehen:

$$\log \frac{k}{k_0} = 0,50 \frac{2 z_1 z_2 \sqrt{\mu}}{1 + 0,327 \sqrt{\mu} \alpha} \quad (11)$$

(z_1 und z_2 sind die Anzahl der elektrischen Ladungen der beiden reagierenden Komplexe, mit Vorzeichen gerechnet).

14. Vielleicht versteht man den Einfluß der Salzkonzentration am unmittelbarsten bei folgender Überlegung (als Beispiel dient eine von HOLMBERGS Kationenkatalysen). Wir betrachten die Einwirkung von Hydroxylionen auf das Anion $CH_2BrCHBrCOO^-$ der Dibrompropionsäure. In der Nähe dieses Ions ist die Hydroxylionenkonzentration infolge der interionischen Kräfte geringer als in der übrigen Lösung. Nehmen wir an, daß das α -Brom der Ort im Molekül ist, an dem der Angriff erfolgt, und daß dessen Abstand von der negativen Ladung $r \text{ \AA}$ ist, so können wir berechnen, daß die Hydroxylionenkonzentration bei dem α -Brom

$$\frac{e^2}{e^{kTD}r} = 10 \frac{3,1}{r}$$

mal geringer als in der übrigen Lösung ist. Wenn die Ionenkonzentration in der Lösung zunimmt, so wird die vom Dibrompropionat ion ausgehende elektrische Kraft nicht bloß auf die Hydroxylionen, sondern auf alle anwesenden Ionen verteilend wirken. Je mehr Ionen vorhanden sind, desto geringer wird dann die Wirkung auf das einzelne Ion und desto größer wird die Hydroxylionenkonzentration in der Nähe des Dibrompropionat-Ions sein. Die Salzwirkung äußert sich also dadurch, daß das zugesetzte Salz die elektrostatische Wirkung vermindert. Führt man eine quantitative Berechnung durch, so zeigt sich, daß die Salzwirkung für verdünnte Salzlösungen unabhängig von r ist, vorausgesetzt, daß r nicht zu groß ist.

Bei großen Salzkonzentrationen und großen r -Werten macht sich die Größe von r jedoch geltend, und man kann die einfache Formel (11) nicht gebrauchen. Wahrscheinlich läßt sich bei Stoffen mit großem r -Wert (d. h. großem Abstand zwischen Ladung und reagierender Gruppe) konstatieren, daß sich das Verhältnis zwischen der Reaktionsgeschwin-

digkeit in einem an Ionen armen und in einem an Ionen reichen Medium mit zunehmender Ionenkonzentration der Grenze $10^{\frac{3,1}{r}}$ nähert. In diesem Fall wird man also auch auf diesem Weg die Moleküldimension r bestimmen können.

III.

15. Man hat bisweilen geglaubt, die neuen Anschauungen über die starken Elektrolyte dadurch bekämpfen zu können, daß man nachwies, daß sich in dem einen oder anderen starken Elektrolyten einige undissoziierte Moleküle befanden. Diese Auffassung ist jedoch unberechtigt.

Man muß sich von vornherein darauf gefaßt machen, in der Natur alle möglichen Übergänge von 100 proz. dissoziierten durch mittelstarke und schwache bis herab zu den typischen Nichtelektrolyten anzutreffen.

Daß sich in dem grünen *Dichlorochromichlorid* undissoziiertes Chlor findet, kann man mit Silbernitrat nachweisen, und daß sich in konzentrierten *Kupferchlorid*-Lösungen Chlorokomplexe befinden, zeigt uns die Farbe.

Von besonderem Interesse ist der Dissoziationsgrad der Halogenwasserstoffverbindungen. Auf Grund der katalytischen Wirkung von *Chlorwasserstoff* in Alkohol hat SCHREINER¹⁾ die Dissoziationskonstante dieser Säure in alkoholischer Lösung zu etwa 10^{-2} berechnet, und da die Dissoziationskonstante von Säuren in Wasser etwa 10^6 mal größer als in Alkohol zu sein pflegt, hat er den Schluß gezogen, daß sie in Wasser etwa 10^4 sein müsse. Das Brechungsverhältnis von konzentrierter Salzsäure deutet nach SCHREINER ebenfalls auf eine unvollständige Dissoziation hin, und er berechnet auf diesem Wege eine Dissoziationskonstante von etwa 10^6 . Eine dritte Methode zur ungefähren Bestimmung der Dissoziationskonstante des Chlorwasserstoffs hat EBERT²⁾ angegeben. Durch Extrapolation der Reihe C_3H_7Cl , C_2H_5Cl , CH_3Cl bis auf HCl berechnet er die Löslichkeit des undissoziierten Chlorwasserstoffs in Wasser. Da man den Chlorwasserstoffdruck über z. B. 1-normaler Salzsäure kennt, so kann EBERT nun die Konzentration des undissoziierten Chlorwasserstoffs in dieser Salzsäure, und demnach die Dissoziationskonstante der Salzsäure berechnen. Er findet dabei etwa 10^7 . EBERT betont jedoch, daß diese Methode durch die Natur der Extrapolation zu große Werte geben muß.

Man kommt also auf ganz verschiedenen Wegen zu dem Ergebnis, daß die Salzsäure nicht völlig dissoziiert sei; ganz sicher handelt es sich jedoch in 1-normaler Salzsäure nur noch um kleine Mengen undissoziierten Chlorwasserstoffs (etwa 10^{-5} - 10^{-6} Mol im Liter).

¹⁾ E. SCHREINER, Zeitschr. physikal. Chem. **111**, 419 (1924). Die Naturwissenschaften **13**, 245 (1925).

²⁾ L. EBERT, Die Naturwissenschaften **13**, 393 (1925).

Nach dem Leitfähigkeitskoeffizienten $\frac{\mu}{\mu_{\infty}}$ gemessen sind HCl , HBr und HJ alle gleich stark; mißt man aber nach EBERT, so verhalten sich die Dissoziationskonstanten wie 1 : 100 : 250. Diese großen Unterschiede stehen in Übereinstimmung mit den bedeutenden Verschiedenheiten in den „Säure“-Eigenschaften, die HANTZSCH¹⁾ zwischen diesen Stoffen in wasserfreiem Zustande nachweisen konnte. Wenn die Dissoziationskonstante des Jodwasserstoffs 250 mal größer ist als die des Chlorwasserstoffs, so bedeutet dies, daß der Unterschied in der Stärke zwischen Chlorwasserstoff und Jodwasserstoff größer ist als der zwischen Essigsäure und Monochloressigsäure.

Während die früheren, nach der Leitfähigkeit berechneten Dissoziationskonstanten starker Elektrolyte sehr unspezifisch und in der Hauptsache durch die Valens der Ionen bestimmt waren, zeichnen sich die neuen Dissoziationskonstanten durch ihre für chemische Gleichgewichtskonstanten so typische Spezifität, durch ihre Veränderung von Elektrolyt zu Elektrolyt, aus.

Die neuen Anschauungen haben uns auf die Aufgabe der Bestimmung der *Dissoziationskonstanten der fast 100vH dissoziierten Elektrolyte* aufmerksam gemacht. Ich messe es eine gewisse, nicht ganz geringe Bedeutung bei, daß wir durch sie ein Maß für die wahre Stärke dieser Elektrolyte gewinnen können.

Für die Schwefelsäure und die Sulfonsäuren liegen hier interessante Aufgaben vor.

Als letztes Beispiel eines starken Elektrolyten, der kaum völlig dissoziiert ist, möchte ich das *Natriumhydroxyd* anführen. Die Aktivität des Hydroxylions ist in Natriumhydroxydlösungen wesentlich geringer als in Kaliumhydroxydlösungen²⁾. Wäre die Dissoziation vollständig, so müßte das Verhältnis gerade umgekehrt sein, da die Aktivität der Ionen in Natriumsalzen größer als in Kaliumsalzen zu sein pflegt, im Einklang damit, daß das Natriumion hydratisiert und deshalb größer als das Kaliumion ist. Ich nehme deshalb an, daß die geringe Aktivität des Hydroxylions im Natriumhydroxyd damit erklärt werden muß, daß das Natriumhydroxyd in wässriger Lösung unvollständig dissoziiert ist. HARNED hat aus seinen Messungen einen ähnlichen Schluß gezogen³⁾.

Bedenkt man die Gleichheit im Bau von H_2O und OH^- , so ist es auch ganz natürlich, daß ein Ion, das wie das Natriumion zur Hydrat-

¹⁾ A. HANTZSCH, Ber. d. Dtsch. Chem. Ges. 58, 612 (1925).

²⁾ Noch nicht veröffentlichte Messungen von Frl. UNMACK. HARNED (Journ. of the Americ. chem. soc. 47, 684, 689 (1925)) hat gezeigt, daß der mittlere Aktivitätskoeffizient des Natriumhydroxyds geringer als die des Kaliumhydroxyds ist.

³⁾ HARNED, Zeitschr. f. physikal. Chem. 117, 49 (1925).

bildung geneigt ist, sich ebenfalls mit Hydroxylionen verbinden kann. Ja, man muß geradezu erwarten, daß zwischen der Hydratation von Kationen und der Schwäche ihrer Basen eine Parallelität besteht. In dieser Verbindung will ich darauf aufmerksam machen, daß KOLTHOFF sowie GJALDBÄCK¹⁾ kürzlich nachgewiesen haben, daß Magnesiumhydroxyd in Lösung unvollständig dissoziiert ist. GJALDBÄCK findet für die zweite Dissoziationskonstante des Magnesiumhydroxyds den Wert von etwa $10^{-2,1}$, wenn er die erste unendlich groß annimmt.

Einige nicht veröffentlichte Leitfähigkeitsbestimmungen von Magnesiummethylat und von verschiedenen anderen Magnesiumsalzen in Methylalkohol, die L. ZECHMEISTER in meinem Laboratorium ausgeführt hat, zeigen, daß auch Magnesiummethylat in methylalkoholischer Lösung recht unvollständig dissoziiert ist; es leitet weit schlechter als Magnesiumchlorid und ähnliche ternäre Elektrolyte in Methylalkohol. Das Magnesiumion verbindet sich also außer mit H_2O und OH^- auch mit dem dem H_2O verwandten CH_3O^- -Ion.

16. Ch. A. KRAUS hat in seinem sonst vortrefflichen Buch, *The Properties of Electrically Conducting Systems*, New York 1922, die neueren Anschauungen über die Elektrolyte angegriffen, und zwar hauptsächlich aus folgenden Gründen: Er meint, daß die sehr großen Veränderungen des Leitfähigkeitskoeffizienten $\frac{\mu}{\mu_\infty}$ mit der Konzentration, die man in Lösungsmitteln mit kleiner Dielektrizitätskonstante z. B. in Wasser bei hohen Temperaturen in der Nähe der kritischen Temperatur, selbst bei den stärksten Elektrolyten beobachtet, durch interionische Kräfte nicht erklärt werden können. Namentlich erscheint es ihm unmöglich, zu erklären, daß der Leitfähigkeitskoeffizient in Medien mit ganz kleiner Dielektrizitätskonstante bei hohen Konzentrationen in anormaler Weise mit der Konzentration wächst.

In Wirklichkeit kann man jedoch mit Hilfe der interionischen Kräfte auch diese Verhältnisse erklären, wenn man die durch diese Kräfte herangerufene *Ionenassoziation* in richtiger Weise berücksichtigt.

Es ist unmittelbar einleuchtend, daß — gleiche Konzentration vorausgesetzt — entgegengesetzt geladene Ionen auf Grund der interionischen Kräfte häufiger dicht nebeneinander sein werden als neutrale Moleküle. Die ersteren ziehen einander an, die letzteren tun dies nicht. Um die Bedeutung dieser Tatsache beurteilen zu können, müssen wir die Sache quantitativ betrachten.

Eine elementare Betrachtung ergibt, daß die Anzahl von neutralen Molekülen in einer gegebenen Lösung, die einen gegenseitigen Abstand von r bis $r + dr$ besitzen, für kleine Werte von r (klein im Verhältnis

¹⁾ I. M. KOLTHOFF, *Recueil des travaux chim. des Pays-Bas*, **42**, 969 (1923).
J. K. GJALDBÄCK, *Zeitschr. f. anorg. Chem.* **144**, 283 (1925).

zum Mittelabstand der Moleküle) proportional mit $r^2 dr$ gesetzt werden kann. Für entgegengesetzt geladene Ionen ist die entsprechende Anzahl proportional mit $r^2 dr e^{-\frac{E^2}{kTDr}}$ und für gleichgeladene Ionen proportional mit $r^2 dr e^{-\frac{E^2}{kTDr}}$.

Abb. 6 zeigt Kurven, die die Häufigkeit von ungeladenen Molekülpaares (I), von gleich geladenen Ionenpaaren (III) und von ungleich geladenen Ionenpaaren (II) in wässriger Lösung bei gewöhnlicher Temperatur veranschaulichen. Als

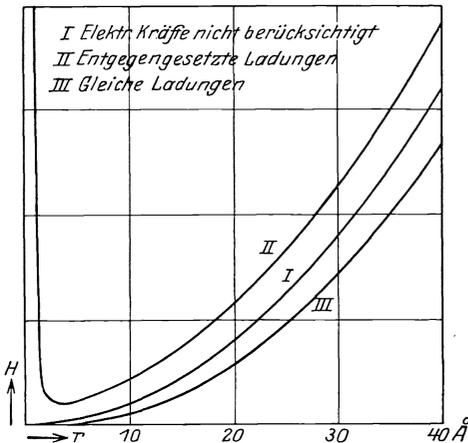


Abb. 6. Relative Häufigkeit von Paaren mit dem gegenseitigen Abstand r Å. I ungeladene Moleküle; II entgegengesetzt geladene monovalente Ionen im Wasser; III gleich geladene monovalente Ionen im Wasser.

pro Freiheitsgrad, beträgt. Ionenpaare mit diesem Abstand sind seltener als solche mit einem größeren oder geringeren Abstand. Sind die Ionen in einer Lösung so klein, daß sie einander wesentlich näher kommen können, als dieser Abstand beträgt, so wird die Häufigkeit der dicht assoziierten Ionenpaare bedeutend, und man muß diese Assoziation gebührend berücksichtigen, um einen korrekten Ausdruck für den Einfluß der interionischen Kräfte zu bekommen. In wässrigen Lösungen von Natrium- und von Kaliumchlorid können sich die Ladungen der Ionen nicht so nahe kommen. Wenn aber die Ionen wesentlich kleiner sind oder mehrere Ladungen besitzen, oder wenn das Lösungsmittel eine wesentlich geringere Dielektrizitätskonstante als das Wasser hat, ist dies der Fall.

DEBYE und HÜCKEL berücksichtigen in ihren Formeln für konzentriertere Lösungen diese Assoziation nicht genügend. Ich habe versucht eine genauere Berechnung durchzuführen, indem die Ionen, deren

Als Abszisse ist der Abstand zwischen den Komponenten des Paares und als Ordinate die Häufigkeit von Paaren mit dem entsprechenden Abstand angewandt.

In der Kurve der aus entgegengesetzt geladenen Ionen bestehenden Ionenpaare (II) ist ein ausgeprägtes Minimum bei etwa 3,5 Å zu beobachten. Ein ähnliches Minimum findet man auch in anderen Lösungsmitteln. Es liegt stets bei dem Abstand, für welchen die Trennungsarbeit der Ionen $2kT$, d.h. 4 mal der durchschnittlichen kinetischen Energie

Abstand geringer ist als der dem Minimum in der Assoziationskurve entsprechende, für sich selbst betrachtet und nicht zu den freien Ionen zugerechnet werden. Es scheint wirklich möglich zu sein auf diesem Wege weiter zu kommen; ich habe an anderer Stelle versucht, dies näher zu entwickeln¹⁾). Nach dieser Anschauungsweise ist es möglich, zu erklären, daß die interionischen Kräfte die wirksame Masse der Ionen, ihre osmotische Wirkung und ihre Leitfähigkeit in ihren Lösungsmitteln zu ganz kleinen Bruchteilen dessen zu reduzieren vermögen, was den ganz freien Ionen entsprechen würde, wodurch sich der erste Einwand von KRAUS gegen die neueren Anschauungen erledigt.

Diese Berechnungsweise nähert das moderne Bild einer Elektrolytlösung dem klassischen Bilde, da mit einem *Assoziationsgrad* gearbeitet wird, der an den alten Dissoziationsgrad erinnert.

Man darf inzwischen nicht vergessen, daß die Unterscheidung zwischen freien und assoziierten Ionen mehr rechnerischer Art ist und nicht die für chemische Prozesse charakteristische Schärfe besitzt. Andererseits ist es nicht ohne Interesse, daß das neue Bild es uns verständlich macht, weshalb das klassische Bild des Dissoziationsgrades unter Umständen, wo die interionischen Kräfte große Assoziation bewirken, seine Brauchbarkeit nicht ganz verliert, sondern im Gegenteil sogar noch an Brauchbarkeit gewinnt.

Die Verwendbarkeit und der Nutzen des Bildes der paarweise assoziierten Ionen wächst nicht dauernd mit den oben erwähnten „assoziierenden“ äußeren Faktoren (große Ionenladung und Ionenkonzentration, kleine Ionengröße und Dielektrizitätskonstante). Ist nämlich die paarweise Assoziation groß, so rufen die interionischen Kräfte notwendigerweise auch eine Assoziation zu höheren, mehrionigen Assoziationskomplexen hervor, sofern die Lösung nicht gerade äußerst verdünnt ist. Hierdurch erhalten die von WALDEN nachgewiesenen hohen Assoziationsgrade starker Elektrolyte in Medien mit sehr kleiner Dielektrizitätskonstante ihre Erklärung.

Bei ausgeprägter *paarweiser* Assoziation wird die Leitfähigkeit der Ionen klein sein. In Lösungsmitteln mit ganz kleiner Dielektrizitätskonstante werden die Ionen wohl, theoretisch gesprochen, bei unendlicher Verdünnung frei und nicht assoziiert sein; aber bei den kleinsten, für Messungen zugänglichen Konzentrationen (0,0001 — 0,01 molar) wird die paarweise Assoziation doch noch sehr groß und die Leitfähigkeit deshalb gering sein. In konzentrierteren Lösungen können unter solchen Umständen die interionischen Kräfte eine mit der Konzentration steigende Leitfähigkeit hervorrufen. Die Ionenpaare werden sich nämlich mit wachsender Konzentration nähern, ihre gegenseitige Wechselwirkung wird sie lösen, ternäre und höhere Assoziationsprodukte werden häufiger

¹⁾ BJERRUM: Mat.-Fys. Medd. Kgl. Dansk. Vid. Selsk. Kopenhagen, 1926.

Betrachtung des vorliegenden experimentellen Materials erscheint es mir jedoch wahrscheinlicher zu sein, daß ein mehr oder weniger scharfer Unterschied besteht zwischen *Assoziationsprodukten* von wenig deformierbaren Ionen auf der einen Seite, und mehr oder weniger beständigen *chemischen Komplexen*, die sich aus stark deformierten oder gänzlich verschwundenen Ionen aufbauen, auf der anderen.

Vielleicht ist die chemische Komplexbildung damit verbunden, daß gewisse Elektronen von ihrer Bindung an einen Kern dazu übergehen, Gemeingut zweier Kerne zu werden. Ich halte es für das Wahrscheinlichste, daß sich ein solcher Übergang nicht gleichmäßig vollzieht, sondern dadurch erfolgt, daß ein Elektron in einer gegebenen Situation plötzlich in eine ganz neue Bahn überspringt, die es nun mit beiden Kernen verbindet.

Lichtelektrische Ionisierung von Gasen.

Von Peter Pringsheim, Berlin.

Mit 7 Abbildungen.

Einleitung.

In theoretischer Hinsicht liegen die Verhältnisse bei der lichtelektrischen Ionisierung von Atomen oder Molekülen im Gaszustande weit einfacher als bei der lichtelektrischen Wirkung an festen Körpern. Für Gase nämlich ist in sehr vielen Fällen die Arbeit, die geleistet werden muß, um ein Elektron aus dem Molekülverband loszutrennen, die „Ionisierungsspannung“ direkt durch die Methode des Elektronenstoßes bestimmt, und in noch zahlreicheren Fällen, nämlich immer dann, wenn die Analyse der Serienspektren gelungen ist, läßt sie sich mit größter Genauigkeit aus den spektroskopischen Daten berechnen. Wo beide Wege gangbar sind, liefern sie bekanntlich immer gut übereinstimmende Ergebnisse. Die der Ionisierungsarbeit nach der EINSTEINSCHEN $h\nu$ -Beziehung entsprechende Frequenz ν_m aber, die gleichzeitig das kurzwellige Ende der Hauptserie im Absorptionsspektrum bezeichnet, muß mit der langwelligen Grenze der lichtelektrischen Erregbarkeit für das betreffende Gas zusammenfallen: durch Licht der Frequenz ν_m wird das Leuchtelektron auf die unendlich ferne Quantenbahn gehoben, d. h. ganz aus seinem Atom entfernt; ist das Energiequant des wirkenden Lichtes noch größer ($\nu > \nu_m$) so wird dieser Überschuss als kinetische Energie des frei gemachten Elektrons in die Erscheinung treten. Bei festen Körpern ist der analoge Prozeß aus zwei Gründen nach dem heutigen Stand unserer Kenntnis noch undefiniert; man hat weder ein zuverlässiges Maß für die bei der Abtrennung der am wenigsten fest gebundenen Elektronen aus dem Atomverband bzw. aus dem Atomgitter aufzubringende Arbeit noch auch (und zwar noch viel weniger) für die Arbeit, die beim Durchgang des aus seiner Normallage im Inneren des festen Körpers bereits losgelösten Elektrons durch die Oberfläche geleistet werden muß und die stets sehr stark von der Oberflächenbeschaffenheit, Gasbeladung usw. abhängig ist. Erst wenn diese Arbeit im Verhältnis zur gesamten umgesetzten Energie vernachlässigbar klein wird, also bei sehr großen Werten von ν — im Gebiete der Röntgenstrahlen —, werden die Erscheinungen auch bei festen Körpern so übersichtlich, wie sie es für Gase in allen Teilen des Spektrums sind.

Wenn gleichwohl in der Literatur Untersuchungen über den lichtelektrischen Effekt in Gasen im Vergleich mit den Arbeiten, die sich

mit dem gleichen Effekt an festen Körpern beschäftigen, einen verschwindend kleinen Raum einnehmen, so hat das in erster Linie seinen Grund darin, daß im umgekehrten Verhältnis zur Einfachheit der theoretischen Grundlagen die experimentellen Schwierigkeiten hier sehr viel größer sind. Einerseits ist Licht, das imstande ist, ein Gas zu ionisieren, immer und sogar in weit höherem Grade auch lichtelektrisch wirksam an den festen Körpern, insbesondere Metallen, die als Wände, Fenster, Elektroden stets vorhanden sein müssen, so daß geringe Spuren von Streulicht unter Umständen an diesen festen Körpern relativ starke lichtelektrische Ströme auslösen und den eigentlich gesuchten Effekt überdecken können. Ferner ist, da ja hier ein Arbeiten im Hochvacuum an sich ausgeschlossen ist, die Möglichkeit gegeben, daß durch eine auch nur geringe Zahl an den Wänden freigemachter Elektronen durch Stoßionisation im Innern des Gases sekundäre Ionen erzeugt werden. Endlich wird, wenn die Absorption des wirksamen Lichtes im Gase groß ist — und um möglichst große Wirkungen zu erzielen, wird man das durch Wahl eines entsprechend hohen Gasdrucks herbeizuführen suchen — der größte Teil des Effektes in einer dünnen Schicht (unmittelbar hinter dem Eintrittsfenster für das Licht) konzentriert und es macht dann beträchtliche Schwierigkeit, die dort gebildeten Elektrizitätsträger quantitativ an die Auffangelektroden hinzuleiten.

Ältere Versuche in Luft.

Tatsächlich sind die ersten, schon sehr früh angestellten Versuche, eine lichtelektrische Ionisierung von Gasen nachzuweisen, an diesen Schwierigkeiten gescheitert, oder vielmehr der erwartete und scheinbar auch aufgefundene Effekt war durch die damals noch unbekannte lichtelektrische Wirkung an den festen Wänden vorgetäuscht. Es handelt sich hier um eine Arbeit von SVANTE ARRHENIUS (1), der gewisse Vorgänge in der Erdatmosphäre durch lichtelektrische Wirksamkeit des Sonnenlichtes zu deuten suchte und eine derartige Wirkung, im unmittelbaren Anschluß an die HERTZsche Entdeckung von der Aufhebung der Funkenverzögerung durch ultraviolette Strahlen, durch Laboratoriumsversuche nachweisen wollte. Wirklich beobachtet wurde der Effekt zum ersten Male erst 13 Jahre später von LENARD (2), der auch wieder im Hinblick auf die meteorologische Bedeutung des Phänomens atmosphärische Luft und dann (3) die einzelnen Bestandteile der Luft als Gegenstand seiner Untersuchung wählte.

Die oben angeführten Schwierigkeiten überwand LENARD dadurch, daß er in der Regel mit strömenden Gasen arbeitete: das Gas wurde in einem ersten Raum, der Ionisierungskammer, bestrahlt und von dort in einen zweiten Raum, den Meßkondensator weitergeführt. Da der zweite gar nicht vom Licht getroffen wurde, konnten an seinen Wänden auch keine Elektronen ausgelöst werden, und Aufladungen, die von

der Auffangelektrode als durch positive Ionen verursacht registriert wurden, konnten nicht in Wahrheit durch einen von dieser Elektrode wegfließenden Elektronenstrom hervorgerufen sein. Der an den Wänden der Ionisierungskammer stets ausgelöste Photoeffekt dagegen kam dadurch zum Ausdruck, daß die Zahl der im Meßkondensator nachweisbar negativen Träger diejenige der positiven Träger übertraf. Die Gefahr einer Stoßionisation, die im Felde des Meßkondensators aus etwa ursprünglich allein vorhandenen negativen Trägern erst die positiven Ionen erzeugt hätte, war bei dem hohen Gasdruck von einer Atmosphäre nicht zu berücksichtigen. Zu quantitativen Aussagen über die Zahl der vom Licht primär gebildeten Ionenpaare ist die Methode nicht fähig, weil sich nicht angeben läßt, welcher Bruchteil von ihnen wirklich in den Meßkondensator gelangt und nicht vielmehr durch Diffusion an die Wände oder durch Rekombination unterwegs verloren geht. Immerhin aber vermochte LENARD auf diese Weise nicht nur die Existenz des Effektes selbst nachzuweisen, sondern auch einige prinzipiell wichtige Aussagen über die Bedingungen für sein Zustandekommen zu machen. Er fand, daß zwar starke Absorption des eingestrahnten Lichtes eine notwendige Voraussetzung für die lichtelektrische Ionisierung eines Gases ist — was zu einer Zeit, in der es noch für zweifelhaft galt, ob die Energie der Photoelektronen wirklich absorbierter Strahlung entstammt oder die Funktion des Lichts lediglich eine auslösende sei, durchaus nicht selbstverständlich war; daß aber andererseits nicht jeder Lichtabsorptionsprozeß in einem Gase von der Bildung elektrischer Träger begleitet ist. So wurde bei LENARDS Versuchen Stickstoff und Sauerstoff nur durch Licht ionisiert, das Wellenlängen kleiner als $200 \mu\mu$ enthielt („SCHUHMANNultraviolett“), der bis ins äußerste ultraviolett durchsichtige Wasserstoff überhaupt durch kein Licht des ihm zugänglichen Spektralgebietes, CO_2 und NH_3 dagegen, die als häufige Verunreinigung der Luft darum die an dieser beobachteten Resultate stark beeinflussen können, schon sehr stark durch Strahlen, die durch Quarzglas noch nicht merklich geschwächt werden und deren Wellenlänge also oberhalb $200 \mu\mu$ liegt. Cl schließlich wird, obwohl es intensive Absorptionsbanden zwischen 5000 und 2500\AA aufweist, wie LUDLAM (4) nach der LENARDSchen Methode zeigen konnte, durch keinerlei Licht im Wellenlängegebiet vom Sichtbaren bis ins SCHUHMANNultraviolett ionisiert. Ebenso wenig läßt sich Jod durch Licht seiner bekannten Absorptionsbanden in grün (480 — $580 \mu\mu$) (5) oder ultraviolett (bei $180 \mu\mu$) lichtelektrisch erregen (6): die diesen Banden entsprechenden Absorptionsprozesse sind eben nach unserer heutigen Kenntnis nicht von einer vollständigen Abtrennung des Leuchtelektrons begleitet, vielmehr wird es dabei nur, eventuell unter gleichzeitiger Änderung der Kernschwingung und Molekülrotation, auf eine höhere Quantenbahn im Inneren des Moleküls gehoben — eine Vorstellung, die bei etwas anderer Ausdrucksweise auch LENARD

schon geläufig war. Auch für die von LENARD beobachtete lichtelektrische Ionisierung des Sauerstoffes kommt nicht dessen intensive kanelierte Absorptionsbandengruppe am Beginn des SCHUMMANNultravioletts ($\lambda < 190 \mu\mu$) in Betracht, sondern ein wesentlich weiter nach kleineren Wellen zu gelegenes kontinuierliches Absorptionsgebiet. Wie denn überhaupt für die vollständige Abtrennung eines Elektrons aus einem Gasmolekül niemals scharfe Absorptionslinien bzw. die Linie einer Bande mit Feinstruktur wirksam sein können, sondern lediglich kontinuierliche Banden. Denn oberhalb der Frequenz, deren $h\nu$ -Quant die Mindestenergie zur Abtrennung des Leuchtelektrons liefert, wird jede andere Frequenz gleichfalls das Molekül ionisieren können; nur wird die Wahrscheinlichkeit dieses Vorganges eine Funktion der Frequenz sein, die entsprechende Absorptionsbande wird also, an ihrem langwelligen Ende scharf einsetzend¹⁾ nach kürzeren Wellen zu abgeschattiert sein.

Da die ganzen energetischen Beziehungen für die Bandenspektren mehratomiger Moleküle jedoch noch viel weniger geklärt sind als für die Linienspektren einatomiger Dämpfe, hat sich das Interesse neuerdings vorwiegend diesen zugewandt und zwar, weil man bei ihnen im relativ am bequemsten zugänglichen langwelligen Teil des Ultraviolett zu arbeiten hat, in erster Linie den Dämpfen der Alkalimetalle. Ehe hierauf näher eingegangen wird, sei nur noch erwähnt, daß kürzlich OLDENBERG (7), als Nebenresultat einer auf ganz andere Fragen hinielenden Arbeit nochmals die lichtelektrische Ionisierbarkeit des Stickstoffes durch sehr kurzwelliges Ultraviolett nachwies. Er fand nämlich in der Fluoreszenzstrahlung, die im N_2 durch das Licht eines Funkens erregt wurde, Banden, die nach Messungen von W. WIEN dem Stickstoffion zugeschrieben werden müssen. In diesem Fall muß also durch *einen* Absorptionsprozeß ein Elektron vollständig von dem N_2 -Molekül losgetrennt und ein zweites auf eine höhere Quantenbahn befördert werden: die Rückkehr des zweiten auf seine Normalbahn im ionisierten Molekül verursacht dann die Emission der fraglichen Banden. Eine Angabe über die Wellenlänge des hier wirkenden Lichtes läßt sich kaum machen, nur liegt sie sicher noch jenseits des „SCHUMMANNultravioletts“, was durch die Vermeidung aller Fenster im erregenden Strahlengang ermöglicht wird.

Lichtelektrische Ionisierung des K nach der Dunoyer-Strahlmethode.

Was nun die Untersuchung der Alkalimetalle angeht, so beziehen sich diese wesentlich auf die Dämpfe des Zäsiums und des Kaliums.

¹⁾ Daß die zunächst theoretisch zu erwartende scharfe Begrenzung an der langwelligen Seite der „Ionisierungsbanden“ bei Messung der lichtelektrischen Ionisierung in Wahrheit infolge sekundärer Wirkungen nicht zu beobachten ist, wird weiter unten besprochen.

Die Hauptseriengrenze des Cs liegt bei 3184 \AA ($\nu = 31407 \text{ cm}^{-1}$), die des K bei 2856 \AA ($\nu = 35006 \text{ cm}^{-1}$); in befriedigender Übereinstimmung damit sind die Ionisierungsspannungen nach der Methode des Elektronenstoßes zu 3,9 bzw. 4,1 Volt gemessen. Die an die Hauptseriengrenze sich anschließende kontinuierliche Absorptionsbande, mit ziemlich raschem Intensitätsabfall nach kürzeren Wellen zu, wurde von HARRISON allerdings nur an Na-Dampf eingehender untersucht, doch besteht kein Zweifel, daß die Spektren der anderen Alkalidämpfe sich ganz analog verhalten. Danach wäre also im Cs-Dampf bei Bestrahlung mit Licht von Wellenlängen $< 3184 \text{ \AA}$, im K-Dampf mit Wellenlängen $< 2856 \text{ \AA}$ lichtelektrische Ionisierung zu erwarten, und zwar falls man die Wirkung auf gleiche einfallende Energie bezieht, mit rasch abnehmendem Nutzeffekt, wenn man die Messungen weiter ins Ultraviolett hin ausdehnt. Jedoch ist beim Arbeiten mit Alkalidämpfen in noch höherem Grade als sonst die Fehlerquelle zu berücksichtigen, daß Elektronenauslösung an den Gefäßwänden einen Effekt vortäuschen oder ihn doch verfälschen kann. Denn wie ELSTER und GEITEL gezeigt haben, läßt es sich selbst bei tiefen Temperaturen nicht vermeiden, daß sich alle Wände, Elektroden usw. durch Sublimation des in dem Gefäß enthaltenen Alkalimetalles mit einer dünnen Schicht desselben überziehen und so bis weit ins Sichtbare hinein in hohem Grade lichtelektrisch empfindlich werden; das gilt natürlich noch viel mehr, wenn man durch Temperaturerhöhung im Untersuchungsraum Alkalidampf von so großem Druck erzeugt, daß seine kontinuierliche Absorptionsbande genügende Intensität besitzt, um messbare Photo-Ionisierung zu verursachen.

Erste Messungen über lichtelektrischen Effekt im K-Dampf von S. H. ANDERSEN (8) sind auch fraglos infolge hieraus resultierender Fehler ohne brauchbares Ergebnis geblieben. Um diese nach Möglichkeit auszuschalten, ist in neuerer Zeit von WILLIAMSON (9) und etwas später, ohne dessen Arbeit zu kennen, auf Veranlassung J. FRANCK von SAMUEL (10) eine Methode ausgearbeitet und schließlich von LAWRENCE (11) noch weiter verbessert worden, bei der das Untersuchungsgefäß nicht wie in den normalen Resonanzlampen ganz von dem betreffenden Dampf erfüllt ist, sondern bei im übrigen möglichst hoher Entgasung nur von einem DUNOYERSchen Molekülstrahl durchsetzt wird: mit diesem schneidet sich das seitlich einfallende erregende Licht unter rechtem Winkel. Man gewinnt dadurch den Vorteil, daß das Licht ausschließlich an der Stelle absorbiert wird, wo die Ionisierungsmessung ausgeführt werden soll und die vom Eintrittsfenster des Lichtes beliebig weit entfernt sein kann; daß ferner durch Unterbrechung des Molekülstrahls jederzeit das etwaige Vorhandensein einer Wirkung des erregenden Lichtes auf die Wände kontrolliert werden kann; und daß man endlich auch die relative Absorbierbarkeit der einzelnen Lichtarten in dem Dampfstrahl leicht feststellen kann, indem man das primäre Lichtbündel

durch ein zweites Fenster wieder aus dem Untersuchungsraum austreten und auf eine Einrichtung zur Energiemessung (Thermosäule, Photozelle) auffallen läßt, einmal mit laufendem Molekülstrahl und einmal ohne ihn. Das Auftreten positiver Ionen im Molekülstrahl wird durch die positive Aufladung einer seitlich angebrachten Auffangelektrode nachgewiesen, die bei dieser Versuchsanordnung relativ leicht vor direkter Bestrahlung mit erregendem Licht geschützt werden kann; natürlich muß die beschleunigende Spannung merklich unterhalb des Ionisierungspotentials gehalten werden, da sonst durch Stoß positive Ionen im Dampfstrahl erzeugt werden könnten. Ein Nachteil der Anordnung liegt in der außerordentlichen Kleinheit der zu erwartenden Effekte wegen der Kleinheit des zur Verfügung stehenden Dampfvolmens. Darum haben sich WILLIAMS sowohl als SAMUEL damit begnügt, im *K*-Dampf erst das Auftreten einer Wirkung überhaupt bei Verwendung des spektral unzerlegten Lichtes einer Quarz-*Hg*-Lampe zu konstatieren und dann mit Hilfe von geeigneten Lichtfiltern die Lage der größten eben noch wirksamen Wellenlänge im Spektrum einzugrenzen, und zwar zwischen 2800 und 3100 Å (nach WILLIAMSON) bzw. zwischen 2804 und 2893 Å (nach SAMUEL). Schien dieses Ergebnis innerhalb der Meßgenauigkeit der theoretischen Voraussage durchaus zu entsprechen, so erhielt LAWRENCE nach der gleichen Methode nur mit einigen Verbesserungen arbeitend (Kondensation des *K*-Strahles an der Auftreffstelle durch Kühlung mit flüssiger Luft, Verwendung der spektral zerlegten Strahlung eines Eisenbogens zur Erregung) überraschender Weise ein ganz anderes Resultat: die Ionisierung des *K*-Dampfes setzt erst bei einer Wellenlänge des erregenden Lichtes ein, die in der Nähe von 2610 Å liegt, die Wellenlänge 2750 Å gibt noch keine Andeutung eines Effektes; unterhalb von 2610 Å aber steigen die Ionisierungsströme, bezogen auf gleiche einfallende Energie, annähernd linear mit abnehmender Wellenlänge (verfolgt bis 2200 Å). Um diesen zwiefachen Widerspruch zwischen Theorie und Experiment zu erklären, stellt LAWRENCE die Hypothese auf, daß man es in einem solchen überdestillierenden Molekülstrahl in der Hauptsache gar nicht mit *K*-Atomen, sondern mit zweiatomigen *K*-Molekülen zu tun hat. Daß solche Mehrfach-Moleküle überhaupt und vorzugsweise in überdestillierenden Dämpfen sonst einatomiger Metalle vorkommen, weiß man aus Beobachtungen über Bandenfluoreszenz; und desgleichen auch daß ihre Anregungspotentiale in der Regel nicht sehr stark von denen der einfachen Atome abweichen. LAWRENCE nimmt daher an, das Ionisierungspotential der hypothetischen *K*-Moleküle übertreffe das der Atome um etwa 0,4 Volt, was eine Verschiebung der lichtelektrischen Erregbarkeitsgrenze um 250 Å, von 2856 nach 2610 Å zur Folge hätte. Daß freilich ein solcher DUNOYER-Strahl ausschließlich aus zusammengesetzten Molekülen bestehen soll und praktisch überhaupt keine einfachen Atome

enthielte, so daß die Ionisierungsgrenze der letzteren sich bei den Beobachtungen in keiner Weise andeutet, klingt nicht recht wahrscheinlich, um so weniger, als DUNOYER selbst in einem derartigen *Na*-Dampfstrahl bei Einstrahlung von *D*-Licht *D*-Linienresonanz von großer Intensität zu erregen vermochte. Sollte es aber gleichwohl der Fall sein, dann wäre eben die ganze Methode ungeeignet, um die theoretisch wegen ihrer Einfachheit interessanten Verhältnisse zu studieren, wie sie in den einatomigen Metalldämpfen vorhanden sind.

Untersuchungen an Cs-Dampf nach der „Raumladungsmethode“.

Diese Verhältnisse wurden aber mit jeder zu wünschenden Vollständigkeit geklärt durch zwei Arbeiten von FOOTE und MOHLER (12) über die lichtelektrische Ionisierung des Zäsiumdampfes, und zwar sind ihre Resultate so eindeutig, daß es sich erübrigt, auf einige um einiges frühere, wenig zuverlässige und im besten Fall nur qualitative Beobachtungen von J. KUNZ und S. H. WILLIAMS (13) weiter einzugehen, die sich gleichfalls auf den Zäsiumdampf beziehen. Die von FOOTE und MOHLER verwandte Versuchsanordnung hat den außerordentlichen Vorteil, daß sie ausschließlich auf die Bildung *positiver* Ionen in der Untersuchungskammer anspricht, während die Entstehung negativer Träger, insbesondere also die Auslösung von Photoelektronen an den Elektroden oder Gefäßwänden ohne jeden Einfluß bleibt. Zudem ist auch der Ort, an dem die positiven Ionen im Dampfraum gebildet werden, ohne wesentliche Bedeutung für den zu beobachtenden Effekt¹⁾: es kann daher bei stationärem Druck und Temperatur in ruhendem Dampf gearbeitet werden, der das ganze im übrigen hochvakuierte Untersuchungsgefäß gleichmäßig erfüllt. Die Methode macht Gebrauch von der zuerst von G. HERTZ und von KINGDOM beschriebenen Erscheinung, daß in einer Glühelktronenentladung, deren Charakteristik bei niedriger Anodenspannung infolge der vorhandenen Raumladungen dem bekannten Raumladungsgesetz: $i = \text{const. } V^{\frac{3}{2}}$ folgt, die Raumladung stark abnimmt und die Stromstärke infolgedessen entsprechend ansteigt, wenn positive Ionen in die Nähe des Glühfadens kommen; innerhalb ziemlich weiter Grenzen ist diese Zunahme von i direkt proportional der Zahl der in der Zeiteinheit an die Kathode gelangenden positiven Ionen. Demgemäß besteht die Anode der Ionisierungskammer in der Anordnung von FOOTE und MOHLER aus einem allseitig geschlossenen Hohlzylinder aus Platinblech, der nur an seiner einen Endfläche eine kleine Öffnung zur isolierten Einführung des Glühdrahtes aufweist, wäh-

¹⁾ Das gleiche gilt nicht für die zwar nach dem gleichen Prinzip arbeitende aber in ihrer räumlichen Einteilung sehr viel unvorteilhaftere Versuchsanordnung von A. ARNULF (C. R. 180, 1259, 1925); da in dieser Publikation überdies nur einige qualitative Beobachtungen an *K*-Dampf beschrieben werden, möge dieser Hinweis genügen.

rend ein weitmaschiges *Pt*-Drahtnetz die andere Endfläche bildet, durch welche das von außen kommende erregende Licht eintreten kann. (Wie in der mit II bezeichneten rechten Hälfte der Versuchsanordnung in Abb. 5.) Unter diesen Umständen müssen alle im Innern des Zylinders entstehenden positiven Ionen dem Spannungsgefälle folgend nach der Kathode hingezogen werden; die angewandte Spannungsdifferenz betrug nur 1,5 Volt, lag also wesentlich unter der Ionisierungsspannung und sogar noch unter der Resonanzspannung des Zäsiums. Zu berücksichtigen war schließlich auch noch, daß durch entsprechend niedrige Temperatur des Glühfadens die Emission positiver Ionen (von verdampfendem Cs herrührend!) ausgeschlossen sein mußte, da sonst die Ausbildung der Raumladung von vorne herein verhindert worden wäre. Die Ioni-

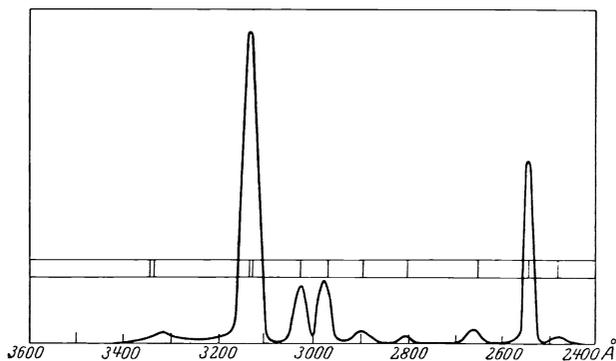


Abb. 1. Aufnahme des *Hg*-Spektrums mit der *Cs*-Dampfzelle¹⁾.

sierungskammer war in ein Quarzglasgefäß eingesetzt, das etwas metallische Cs enthielt, und nach sorgfältiger Entgasung von der Pumpe abgeschmolzen war; die Temperatur des Gefäßes wurde während jeder Versuchsreihe mit Hilfe eines elektrischen Ofens konstant gehalten — gemessen wurde zwischen 135° ($p = 7 \cdot 10^{-3}$ m) und 235° . Zur Erregung diente das durch einen Monochromator zerlegte Licht eines *Hg*-Bogens oder einer Metallfadenlampe von bekannter spektraler Energieverteilung.

Abb. 1 zeigt, um ein Bild für die Empfindlichkeit der Methode zu geben, die beobachteten (nicht auf gleiche einfallende Energie umgerechneten) Photo-Ionisierungsströme, wenn der Reihe nach die einzelnen Teile des *Hg*-Spektrums in die Ionisierungskammer projiziert wurden: jede Linie unterhalb 3400 \AA tritt als ein deutliches Maximum hervor, wie ein Vergleich mit der nach einer photographischen Aufnahme gezeichneten Linienfolge des *Hg*-Spektrums erkennen läßt; die Höhe der einzelnen Maxima ist allerdings kein Maß für die relative Intensität der zugehörigen Linien, solange man noch nicht ihre spezi-

¹⁾ Nach FOOTE und MOHLER (12).

fische Wirksamkeit, d. h. also die Häufigkeit des Absorptions- bzw. Ionisierungsprozesses pro Kalorie einfallender Strahlung kennt, die ja sicher eine Funktion der Wellenlänge sein muß¹⁾. Dagegen ist die Kurve der Abb. 2 auf gleiche einfallende Lichtintensität bezogen — um hinreichend viele Punkte vor allem im Gebiete größerer Wellenlängen zu gewinnen, ist hier neben dem *Hg*-Bogen auch die *Wo*-Glühlampe verwandt. Man sieht, wie dicht unterhalb von 3200 Å der lichtelektrische Ionisierungsstrom im *Cs*-Dampf mit steilem Anstieg ein scharf ausgeprägtes Maximum erreicht, um dann nach kleineren Wellen zu langsamer wieder abzufallen. Im Sinne der BOHRschen Atomtheorie heißt dies, daß der Lichtabsorptionsakt, bei dem das Leuchtelektron ohne überschüssige kinetische Energie von seinem Atom losgetrennt

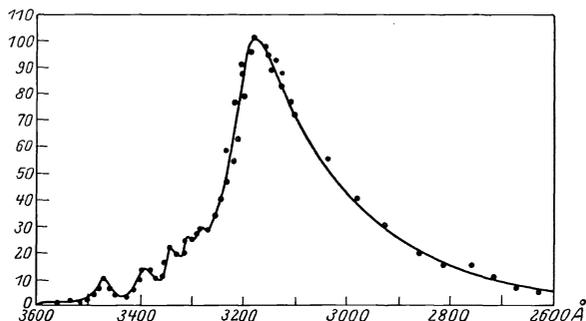


Abb. 2. Empfindlichkeitsverteilung der *Cs*-Dampfzelle, bezogen auf gleiche einfallende Energie²⁾.

wird, die größte Wahrscheinlichkeit besitzt, und daß die Wahrscheinlichkeit für die Ionisierungsprozesse desto kleiner wird, eine je größere kinetische Energie dabei auf das Elektron übertragen wird. Qualitativ gibt die in Abb. 2 reproduzierte Kurve bereits die Absorptionswahrscheinlichkeit als Funktion der Wellenlänge, um exakte quantitative Schlüsse zu ziehen, bedarf es noch einiger Korrekturenrechnungen; insbesondere muß auf unendlich dünne absorbierende Dampfschichten reduziert werden, da wie ohne weiteres verständlich, mit wachsender Schichtdicke die an sich weniger absorbierbaren Lichtarten relativ immer stärker bevorzugt werden. FOOTE und MOHLER haben diese Rechnungen durchgeführt; andererseits hat R. BECKER auf Grund theoretischer Überlegungen die Wahrscheinlichkeit derartiger Prozesse bzw. des umgekehrten Vorganges, nämlich der Einfangung eines Elektrons, dessen Geschwindig-

¹⁾ Das gleiche gilt bekanntlich mehr oder weniger für jede Art objektiver Spektralphotometrie, mag es sich nun um die über größere Teile des Spektrums noch am ehesten gut konstante „Schwärze“ des Empfängers einer Thermosäule, um die Empfindlichkeitsverteilung einer photographischen Platte oder einer normalen Photozelle handeln.

²⁾ Nach FOOTE und MOHLER (12).

keit = v ist, durch ein positives Ion als Funktion von v abgeleitet: ein Vergleich zwischen der aus den Beobachtungen und aus der Theorie gewonnenen Kurve zeigt eine sehr befriedigende Übereinstimmung.

Fast noch interessanter als das in Abb. 2 rechts von der Wellenlänge 3200 \AA verlaufende Kurvenstück ist das sich von diesem Punkte nach links erstreckende, das darum in Abb. 3 nochmals mit etwa 5fach vergrößertem Ordinatenmaßstab wiederholt ist. Nach der bisher hier durchgeführten Betrachtungsweise kann eine direkte Ionisierung des Atomes durch Einstrahlung in diesem Gebiet nicht mehr vorkommen: das von der Strahlung auf das Atom bei einem Absorptionsakt übertragene $h\nu$ ist, sobald $\lambda > 3184 \text{ \AA}$, kleiner als die Ionisierungsarbeit; Absorption kann hier überhaupt nur dann stattfinden, wenn das Strahlungsenergiequant gerade einem Übergang des Elektrons von der normalen Grundbahn 1^2S_1 nach einer der höheren Quantenbahnen n^2P_i entspricht, d. h. eben nur für die Frequenzen der Absorptionslinien $1^2S_1 - n^2P_i$.

Die Lage dieser Linien ist im oberen Teil der Abb. 3 eingezeichnet: jede von ihnen koinzidiert mit einem deutlichen Maximum in der Ionisierungskurve und die Maxima werden mit wachsender Gliednummer immer höher²⁾. Wenn die durch Aufnahme eines Lichtquants $h\nu_n$ in einen energiereicheren Zustand versetzten Atome vollständig ionisiert werden sollen, kann das nur dadurch geschehen, daß der an der Ionisierungsenergie noch fehlende Betrag aus der atomaren Wärmebewegung durch einen Zusammenstoß mit einem anderen Atom ergänzt wird, ehe die Erregungsenergie in Form von Strahlung wieder abgegeben wird; je größer der fehlende Energiebetrag, desto unwahrscheinlicher ist ein derartiger Zusammenstoß in der zur Verfügung stehenden Zeit. Damit unter diesen Umständen

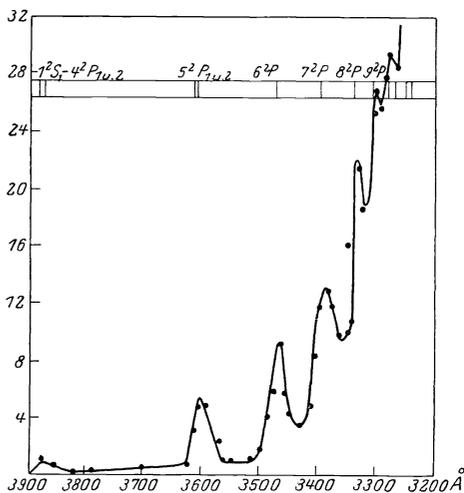


Abb. 3. Der Zusammenhang zwischen der Empfindlichkeitskurve der Cs-Dampfzelle und den Hauptserienlinien des Cs¹⁾.

¹⁾ Nach FOOTE und MOHLER (12).

²⁾ Daß die Kurve zwischen den einzelnen Maximis nicht wieder die Nullachse erreicht und im letzten Teil, wo die Serienglieder immer enger zusammenrücken, nurmehr einen kontinuierlichen Anstieg erkennen läßt, wird durch die endliche Spaltbreite des Monochromators verursacht.

ein Quant der einfallenden Strahlung die Ionisierung eines Atoms verursacht, kommen drei Wahrscheinlichkeitsbedingungen in Betracht: 1. Die Wahrscheinlichkeit B_n für die Absorption von Strahlung der durch n definierten Frequenz; 2. die Wahrscheinlichkeit F für die Kollision mit einem zweiten Atom hinreichender kinetischer Energie; 3. die Wahrscheinlichkeit, daß der erregte Zustand bis zum Eintreten eines Zusammenstoßes erhalten bleibt. Dieser letzte Faktor kann bei den Dampfdrücken, wie sie bei den Versuchen herrschten, praktisch gleich eins gesetzt werden; F ist aus der kinetischen Gastheorie in erster

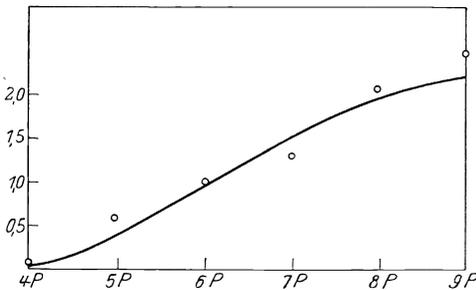


Abb. 4. Wahrscheinlichkeit der Ionisation infolge von Absorption der Hauptzonelinien in Cs-Dampf¹⁾.

Annäherung abzuleiten, B_n endlich, das die Übergangswahrscheinlichkeit aus dem Zustand 1^2S_1 nach n^2P bestimmt, ist nach Messungen von HARRISON für Na bekannt und dürfte nach LADENBURG für die anderen Alkalimetalle nicht wesentlich verschiedene Werte besitzen. In Abb. 4 zeigt die durch Multiplikation von F mit den B_n erhaltenen theoretischen Ionisierungswahrscheinlichkeiten als Funktion von n , die durch Kreise markierten beobachteten Werte schmiegen sich der Kurve ziemlich gut an.

Lichtelektrische Ionisierung von Hg-Dampf.

Lassen sich hier alle Erscheinungen sehr überzeugend durch die Annahme von Zusammenstößen erregter Atome mit anderen Atomen deuten, weil der zur vollständigen Ionisierung fehlende Energiebetrag für Cs-Atome in höheren P -Zuständen relativ gering ist, so trifft das nicht mehr zu für eine Beobachtung am Hg-Dampf, über die allerdings bis jetzt nur ein vorläufiger Bericht im Auszug veröffentlicht ist; nach dieser kurzen Mitteilung haben ROUSE und GIDDINGS (14) festgestellt, daß Hg-Dampf durch Einstrahlung der Hg-Resonanzlinie $2536,7 \text{ \AA}$ merklich ionisiert wird. Wie die Autoren angeben, haben sie sich durch besondere Versuche davon überzeugt, daß es sich dabei wirklich um eine Bildung von Ionen im Dampfraum und nicht um die Auslösung eines Photoeffekts an den Wänden handelt; die Richtigkeit dieser Angabe bedarf jedoch gar keiner weiteren Stütze, sie wird absolut eindeutig dadurch bewiesen, daß die Wirkung nur dann auftritt, wenn man als Strahlungsquelle einen wassergekühlten Hg-Bogen verwendet, in dem die Resonanzlinie nicht selbstumgekehrt und daher

¹⁾ Nach FOOTE und MOHLER (12).

auch imstande ist, im *Hg*-Dampf Resonanzstrahlung zu erregen, daß sie dagegen ausbleibt, sobald man die Kühlung der Lampe unterläßt: die Gesamtintensität der ultravioletten Strahlen und auch der Linie 2536,7 selbst nimmt hierbei zu, nur fehlt nun infolge von Selbstumkehr der zentrale Teil der Linie, der allein im *Hg*-Dampf von niedriger Temperatur zur Absorption gelangt und ihn zu erregen vermag. Eine derartige Selektivität steht für die lichtelektrische Wirkung an irgendeinem festen Körper außer jeder Möglichkeit. Andererseits ist es aber auch ganz ausgeschlossen, daß die Absorption der Resonanzlinie direkt zur Ionisierung eines Quecksilberatoms führt, noch auch der Zusammenstoß eines durch diesen Absorptionsprozeß erregten Atoms (im 2^3P_1 -Zustand) mit einem anderen unerregten Atom, solange die Temperaturen so niedrig sind wie bei den geschilderten Versuchen (150—200°). Die Resonanzspannung des *Hg* beträgt 4,9 Volt, die Ionisierungsspannung mehr als das doppelte, nämlich 10,4 Volt. Atomzusammenstöße, bei denen ein der Differenz von 5,5 Volt entsprechender Energieüberschuß aus der thermischen Bewegung zur Verfügung steht, können bei diesen Temperaturen praktisch überhaupt nicht vorkommen. Um ein so großes Energiedefizit zu decken, müßte zum mindesten das zweite kollidierende Atom sich gleichfalls in einem erregten Zustande befinden. Dies scheint bei der Kürze der Verweilzeit, wie sie für *Hg*-Atome im 2^3P_1 -Zustand charakteristisch ist ($\sim 10^{-7}$ sec), zunächst auch wieder sehr unwahrscheinlich; doch ist bekannt, daß ganz allgemein ein erregtes *Hg*-Atom beim Zusammenstoß mit einem anderen *Hg*-Atom nicht seine gesamte Erregungsenergie in der Form von kinetischer Energie abgibt, sondern nur einen kleinen, etwa 0,2 Volt entsprechenden Bruchteil verliert, während es selbst dabei in dem energetisch dicht benachbarten metastabilen 2^3P_0 -Zustand übergeht: in diesem Zustande kann es trotz seines großen Energieinhalts eine anscheinend beliebig große Zahl von Zusammenstößen mit normalen *Hg*-Atomen überleben, die metastabilen Atome können sich daher stark anreichern. So wird die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenstoßes zwischen zwei metastabilen Atomen oder sogar zwischen einem solchen und einem neu erregten Atom im 2^3P_1 -Zustande sehr viel größer. Auch dann ist allerdings die in den beiden Atomen angesammelte Erregungsenergie noch immer um 1 bzw. um 0,8 Volt kleiner, als es der Ionisierungsarbeit entspricht; immerhin fallen Zusammenstöße, bei denen dieser Betrag aus der Wärmebewegung gedeckt werden kann, schon eher in den Bereich der Möglichkeit, tatsächlich ist ja z. B. in den Messungen von FOOTE und MOHLER bei einer nur wenig höheren Temperatur Ionisierung des *Cs*-Dampfes durch Absorption der Linie $1^2S_1 - 4^2P$ (3877 Å) sichergestellt, wo das Energiedefizit auch noch 0,7 Volt beträgt. Im übrigen sind verschiedene Wege denkbar, auf denen die fehlende Energie in mehreren Stufen dem erregten Atom nachgeliefert werden könnte — es kann z. B. ein

primär erregtes Atom durch einen Zusammenstoß in den energiereicheren auch bis zu einem gewissen Grade metastabilen 2^3P_2 -Zustand gelangen, aus dem heraus eine Kollision mit einem neu erregten Atom vollständig zur Ionisierung ausreichen würde. Sollte die hier vorgeschlagene Deutung des von ROUSE und GIDDINGS mitgeteilten Befundes zutreffen, die als Hauptvoraussetzung für das Zustandekommen der Ionisierung den Zusammenstoß zwischen *zwei* primär erregten Atomen annimmt, so wäre ihre Richtigkeit durch einen einfachen Versuch zu erweisen: es müßte nämlich dann die Zahl der in der Zeiteinheit gebildeten Ionen nicht der ersten Potenz, sondern dem Quadrat der Intensität des erregenden Lichtes proportional sein ¹⁾.

Die als einfachste, für die Ionisierung von *Hg*-Dampf durch Bestrahlung mit dem Licht eines *Hg*-Bogens sich bietende Erklärung wäre natürlich, daß ähnlich wie in den Versuchen von FÜGHTBAUER und von WOOD die durch Absorption der Resonanzlinie in den 2^3P_1 -Zustand versetzten Atome durch andere im Bogenlicht enthaltene Frequenzen in höhere Erregungszustände und schließlich in den der vollständigen Ionisierung überführt würden. Diese Erklärung kommt jedoch für die Versuche von ROUSE und GIDDINGS nicht in Betracht, da sie mit Hilfe eines Menochromators allein das Licht der Resonanzlinie 2536,7 in die Ionisierungskammer eintreten ließen²⁾. Anders liegt es, und zwar in zweifacher Hinsicht, bei den Versuchen von STEUBING (15), der als erster die Ionisierung von *Hg*-Dampf bei Bestrahlung mit kurzwelligem Licht beschrieben hat. Er verwandte die totale Strahlung des *Hg*-Lichtbogens, wobei er sich nur davon überzeugte, daß bei Ausfiltern des kurzwelligen Teils die Wirkung ausblieb, konnte den Effekt jedoch auch, wenn schon in geringerem Grade, mit dem Licht eines Aluminium- oder WOLFRAM-Eisenfunken hervorrufen; und da seine *Hg*-Bogenlampe nicht gekühlt war, kam in ihrer Strahlung ebenfalls nicht die Resonanzlinie in Betracht — d. h. es handelte sich überhaupt nicht um eine Erregung normaler *Hg*-Atome, sondern um einen Prozeß, an dem jene mehratomigen *Hg*-Moleküle beteiligt waren, von

¹⁾ Dies ist, wie ich inzwischen mündlich von Herrn FOOTE erfahren habe, tatsächlich der Fall, solange die Intensität des erregenden Lichtes nicht zu große Werte annimmt; überschreitet diese eine allerdings nicht scharf definierte Grenze, so wird der Zusammenhang zwischen ihr und der Zahl der gebildeten Ionen — wohl infolge irgend welcher dann vorkommenden Zwischenreaktionen — komplizierter. Zu genau dem gleichen Resultat sind jetzt auch ROUSE und GIDDINGS gelangt, wie Herr MENDENHALL, in dessen Laboratorium die beiden Autoren arbeiten, die Freundlichkeit hatte mir mitzuteilen.

²⁾ Nach Angabe des Herrn FOOTE wird die durch die Resonanzlinie allein hervorgerufene Ionisation im *Hg*-Dampf noch nicht um 1% erhöht, wenn man gleichzeitig die gesamte übrige Strahlung des *Hg*-Bogens mit zur Wirkung kommen läßt; somit liefert stufenweise Lichtabsorption sogar unter diesen Umständen praktisch keinen Beitrag zur Ionisation, die vielmehr ausschließlich durch Stöße 2. Art zustande kommen muß.

deren Wesen zwar noch wenig bekannt ist, deren Existenz aber schon allein durch das Vorhandensein von Banden im Absorptionsspektrum des *Hg*-Dampfes sichergestellt sein dürfte. Das ionisierende Licht rief nach STEUBINGS Beobachtungen auch immer die blaugrüne *Hg*-Fluoreszenzemission hervor, die gleichfalls einem *Hg*-Molekül zuzuschreiben ist; und zwar weiß man seit den Untersuchungen von PHILIPPS und von FRANCK und GROTRIAN über das Nachleuchten dieser Banden, daß zwischen dem Absorptions- und dem Emissionsprozeß ein metastabiler Zustand der hypothetischen Moleküle erreicht wird, in dem sie Zeiten von der Größenordnung 10^{-3} sec erhalten bleiben können. Ohne also den ganzen Vorgang im einzelnen übersehen zu können, scheint es sehr wohl möglich, daß, wenn die von STEUBING verwandten Lichtquellen keine Strahlung emittierten, die in einem Quant die ganze Ionisierungsenergie lieferte, die von ihm aufgefundene Ionisierung in mehreren Stufen vor sich ging¹⁾.

Nachweis höherer Anregungsstufen in verschiedenen Gasen nach der „Raumladungsmethode“.

MOHLER (16) hat mit Hilfe der von ihm und FOOTE ausgearbeiteten „Raumladungsmethode“ außer der lichtelektrischen Ionisierung des *Cs*-Dampfes auch noch die des *K*-Dampfes sowie der Edelgase Argon und Neon nachgewiesen, doch war es ihm bei dieser Arbeit schon nicht mehr um eine Untersuchung der lichtelektrischen Wirkung in diesen Gasen zu tun, sondern er verwandte den als vorhanden nachgewiesenen Effekt bereits zu Photometrierzwecken, oder genauer: als Indikator für die Aussendung von kurzwelliger Strahlung durch eine Lichtquelle. Statt nämlich, wie es in den sonst üblichen Versuchsanordnungen geschieht, zum Nachweis der verschiedenen Anregungspotentiale in einem mit langsamen Elektronen bombardierten Gas den Photoeffekt zu messen, den die vom Gas kommende Lichtemission an einer festen Elektrode auslöst, beobachtet MOHLER die Zunahme des Anodenstroms in seiner „Photozelle“ (II in Abb. 5), also das erste Auftreten bzw. die Erhöhung der lichtelektrischen Ionisierung in dem Gas, wenn in einem anderen Teil desselben Rohres, in der „Ionisierungszelle“ (I in Abb. 5) das gleiche Gas mit Elektronen

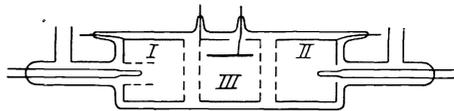


Abb. 5. Versuchsanordnung zur Messung höherer Anregungspotentiale nach MOHLER.

¹⁾ Ich lege um so mehr Wert auf diese Feststellung, als nicht nur ich selbst in der ersten Auflage meines Buches über Fluoreszenz und Phosphoreszenz (S. 58) auf Grund der damals noch ziemlich neu gewonnenen Kenntnisse des Zusammenhanges zwischen Ionisierungsspannung und lichtelektrischer Grenzfrequenz die STEUBINGSchen Ergebnisse als fraglos durch Versuchsfehler vorgetäuscht erklärte, sondern auch STEUBING, durch dieselben Argumente überzeugt, in einer brieflichen Äußerung sich meiner Meinung anschloß.

variabler Geschwindigkeit durchsetzt und so sukzessive zur Emission seiner verschiedenen Spektrallinien angeregt wird; die beiden Zellen sind durch keinerlei Fenster voneinander getrennt, sondern nur durch geeignete Schutzvorrichtungen (III), die den Übertritt von Ionen aus I nach II verhindern ¹⁾. Abgesehen von sehr viel größerer Empfindlichkeit, hat die neue Methode gegenüber der älteren den Vorzug, daß die „Photozelle“, die mit demselben Gas gefüllt ist wie die Ionisierungszelle, erst anspricht, wenn in dieser das Ionisierungspotential überschritten ist, und sie also die ersten Anregungsstufen, die sonst am stärksten sich ausprägen, überhaupt nicht anzeigt: sie ist daher für die Untersuchung höherer Anregungs- und Ionisierungspotentiale besonders geeignet, und so war MOHLER auch imstande, in den genannten Gasen und Dämpfen eine ganze Reihe derartiger Stufen — wie z. B. die Abtrennung des 5_2 -Elektrons im Cs, die doppelte Ionisierung des Cs und K usf. — durch deutliche Knickpunkte in seinen Kurven nachzuweisen.

Mehrfachionisation von Gasatomen durch Röntgenstrahlen.

Im Gebiet der Röntgenstrahlen sind, wie bereits in der Einleitung bemerkt, auch für feste Körper die beim lichtelektrischen Effekt zu berücksichtigenden Energien hinreichend definiert, weil die beim Durchgang durch die feste Oberfläche zu leistende Arbeit gegenüber der Größe des zur Verfügung stehenden Quants $h\nu$ keine Rolle mehr spielt. Hier können also an Gasen keinerlei prinzipiell neuen oder theoretisch anders garteten Ergebnisse gegenüber den an festen Körpern gewonnenen Resultaten erwartet werden. Immerhin steht aber für Beobachtungen an Gasen in der WILSONSchen Nebeltröpfchen-Methode eine Möglichkeit zur Verfügung, Erscheinungen und zwar unter Umständen sogar die einzelnen Elementarereignisse anschaulich zu verfolgen, wo man die entsprechenden Prozesse für feste Körper nur durch Kombination zahlreicher Einzelmessungen rechnerisch ermitteln kann. Da vor allem die lichtelektrischen Vorgänge in Gasen von höherem Atomgewicht von Interesse sind, in diesen aber die Bahnen der Photoelektronen relativ kurz bleiben und daher eine genaue Ausmessung fast unmöglich wird, hat AUGER (*17*), dem wir die im folgenden zu beschreibenden schönen Versuche verdanken, den Kunstgriff gebraucht, in einem Gasgemisch zu arbeiten, das nur zu 2 bis 10 vH. aus dem schwereren Gas (N_2 , O_2 usw.), im übrigen aber aus Wasserstoff bestand: die durch die primäre Röntgenstrahlung an den Molekülen des ersten ausgelösten Photoelektronen legen in der wesentlich aus H_2 bestehenden umgebenden Atmosphäre relativ lange Wegstrecken zurück, die durch Nebelbildung in der bekannten Weise für das Auge

¹⁾ Der Vorgang in der Zelle II ist also genau derselbe wie bei der HERTZschen Anordnung zur Messung von Ionisierungsspannungen, nur daß die positiven Ionen nicht durch Elektronenstoß, sondern durch Photoeffekt im Gase erzeugt werden.

sichtbar gemacht bzw. photographiert werden; die Länge der so fixierten Bahnen gibt ein Maß für die Anfangsgeschwindigkeit der Photoelektronen. Den Ausgangspunkt der AUGERSchen Versuche bildete die auch schon von WILSON beobachtete Tatsache, daß von einem Punkt häufig mehr als eine Elektronenbahn ihren Ursprung zu nehmen schien — ein Phänomen, das aber erst durch den eben geschilderten Kunstgriff große Deutlichkeit gewann.

Die theoretische Grundlage für dieses Phänomen ist die folgende: das durch die Röntgenstrahlung ionisierte Atom hat im Normalzustand 2 Elektronen in der *K*-Schale, 8 Elektronen in der *L*-Schale, 18 Elektronen in der *M*-Schale usw. Unter Vernachlässigung der Differenzierung, die in Wahrheit noch für die verschiedenen *L*-Niveaus (L_1, L_2, L_3) die verschiedenen *M*-Niveaus usw. vorhanden ist, wird die Ablösungsarbeit der Elektronen aus den einzelnen Schalen gegeben durch die Ausdrücke $h\nu_K, h\nu_L, h\nu_M$ usw., wobei die $\nu_{K.L.M}$ die Frequenzen der Absorptionsbandenkanten darstellen. Wird durch Absorption eines Röntgenstrahlquants $h\nu_x$ ein primäres Photoelektron aus der *K*-Schale frei gemacht, so wird ihm nach Überwindung der Abtrennungsarbeit die kinetische Energie $h(\nu_x - \nu_K)$

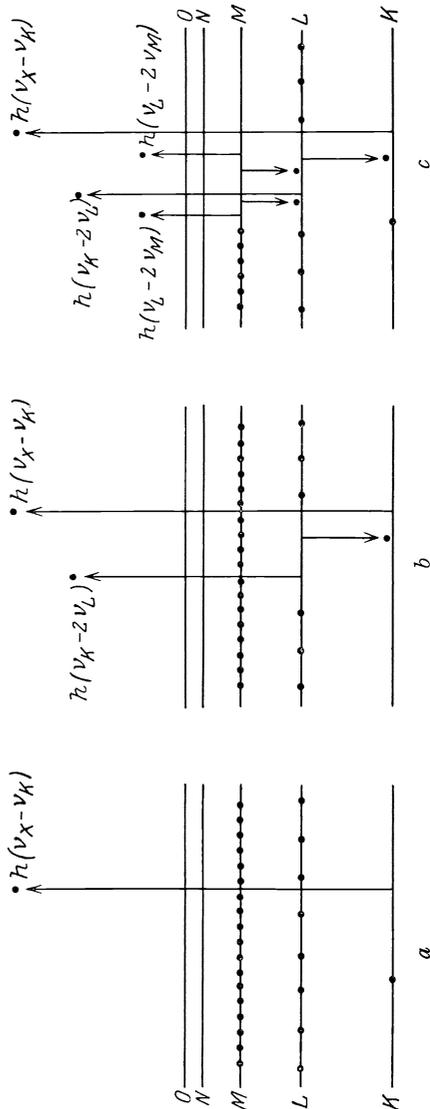


Abb. 6. Schema von Mehrfachionisationen bei der Absorption von Röntgenstrahlen in Gasatomen.

verbleiben, eine entsprechende Elektronenbahn wird in dem Photogramm zu erkennen sein (Abb. 6a). Das zurückbleibende Atom, in der *K*-Schale ionisiert, kann dann, indem ein Elektron aus einer der äußeren Schalen, etwa der *L*-Schale, in den freigewordenen Platz der *K*-Schale herabfällt,

die zugehörige Röntgenfluoreszenzlinie der K -Serie, also z. B. die K_α -Linie emittieren, deren Frequenz durch die Beziehung $\nu_{K\alpha} = \nu_K - \nu_L$ gegeben ist. Dieselbe Umordnung der Elektronen im Atom kann aber, wie man seit den Überlegungen von KLEIN und ROSSELDARD weiß, auch „strahlungslos“ vor sich gehen, die freiwerdende Energie $h(\nu_K - \nu_L)$ dient dann zur Lostrennung eines zweiten Elektrons der L -Schale vom Atom. Da hierbei eine Abtrennungsarbeit $h\nu_L$ zu leisten ist, verbleibt dem von dem Atom abgespaltenen „sekundären“ Photoelektronen die kinetische Energie $h(\nu_K - 2\nu_L)$ (Abb. 6b). Während die Geschwindigkeit v_1 des „primären“ Photoelektrons wesentlich durch die Frequenz ν_x des eingestrahlteten Röntgenlichtes bedingt ist, ist die Geschwindigkeit v_2 des sekundären Photoelektrons ausschließlich durch die Konstanten des Atoms bestimmt; je nach der Wahl von ν_x kann man es also für jede beliebige Atomart erreichen, daß v_1 größer, kleiner oder von derselben Größenordnung wird wie v_2 . Nach Aussendung des sekundären Elektrons bleibt das Atom zweifach ionisiert und zwar mit zwei Lücken in der L -Schale zurück, und nun kann sich das nämliche Spiel wiederholen: entweder Emission von L -Serienlinien, oder strahlungslose Umordnung unter Abspaltung von diesmal zwei tertiären Photoelektronen aus der M -Schale, deren Energie durch die Gleichung $\frac{m}{2} v_3^2 = h(\nu_L - 2\nu_M)$ festgelegt ist (Abb. 6c); v_3 ist immer bedeutend kleiner als v_2 , die Bahnen der tertiären Photoelektronen erscheinen auf den WILSON-Photogrammen sehr viel kürzer als die der primären und sekundären Elektronen¹⁾. Prinzipiell könnte — wenigstens in schweren Atomen mit voll ausgebildeten N - und O -Schalen — darauf weiterhin die Emission von quaternären Elektronen folgen usw., doch dürften deren Geschwindigkeiten im allgemeinen zu gering sein, um noch auf den Photogrammen erkennbare Bahnen hervorzubringen. Dagegen liefern die AUGERSchen Aufnahmen zahlreiche Fälle, in denen neben der Bahn des primären auch noch die des sekundären und zweier tertiärer Elektronen zu unterscheiden sind. Abb. 7 reproduziert als Beispiel eine derartige Aufnahme, die in einem Gemisch von 2 vH. Xenon in H_2 bei 90 K. V. in der Röntgenröhre erhalten wurden. Man sieht auf dem Bilde auch einzelne Prozesse, bei denen neben einer relativ langen Elektronenbahn nur eine kurze vorhanden ist: das entspricht der bisher noch nicht diskutierten Möglichkeit, daß der primäre Prozeß in der Abspaltung eines Elektrons aus der L -Schale besteht; dann hat das primäre Photoelektron die Energie $h(\nu_x - \nu_L)$ und die Energie des sekundären Photoelektrons wird $h(\nu_L - 2\nu_M)$, d. h. also so groß wie vorher diejenige der beiden tertiären Elektronen. Andere

¹⁾ Angenähert gilt die Gleichung $b = \text{konst. } v^4$ wenn b die Bahnlänge und v die Anfangsgeschwindigkeit des Elektrons ist.

Kombinationen, bei denen eventuell ein Teil der Prozesse in Atome unter Strahlung, der andere strahlungslos verläuft, sind natürlich ebenfalls möglich. AUGER hat bisher die mehrfache Ionisation durch Absorption von Röntgenstrahlen an den Gasen Stickstoff, (Atomnummer 7), Sauerstoff (8), Chlor (17), Argon (18), Brom (35), Krypton (36), Jod (53), Xenon (54) untersucht; durchaus in Übereinstimmung mit der Theorie



Abb. 7. Mehrfachionisationen bei Absorption von Röntgenstrahlen¹⁾.

sind die Reichweiten der primären Photoelektronen von der Härte der erregenden Röntgenstrahlen abhängig, nicht aber die der sekundären und tertiären; dagegen wachsen diese mit zunehmender Atomnummer, die Bahnen der tertiären Elektronen werden erst vom $B\gamma$ ab nachweisbar und erreichen für X eine Länge von 2,5 mm. Für $A\gamma$, K und X sind die berechneten Anfangsgeschwindigkeiten v (in Volt) und die beobachteten Bahnlängen b der sekundären und tertiären Photoelektronen in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

	Sekundäre Elektronen		Tertiäre Elektronen	
	v (in Volt)	b (in mm)	v	b
Argon	3200	1,4	1600	0,4
Krypton	10600	11	4800	2,5
Xenon	21000	> 30	—	—

Die AUGERSCHEN Photogramme gestatten auch noch die Wahrscheinlichkeit der verschiedenen möglichen Prozesse, die bei der Absorption eines Röntgenstrahlquants durch eine bestimmte Atomart auftreten können, zu bestimmen (18). Es muß nochmals betont werden, daß ebenso wie die Auffindung von Mehrfachionisation als Folge strahlungsloser Übergänge im Atome auch die Untersuchung dieses Fragenkomplexes schon von anderen Forschern mit Erfolg gelungen war, und sogar mit weiter reichenden quantitativen Ergebnissen, als sie bisher von AUGER erzielt wurden. Andererseits läßt es sich aber

¹⁾ Nach AUGER (17).

nicht leugnen, daß im Vergleich mit jenen an festen Körpern durchgeführten Experimenten wiederum AUGERS Methode, welche die lichtelektrische Ionisierung der Gase mit Hilfe der WILSONKammer sichtbar macht, sich durch ganz besondere Anschaulichkeit und Einfachheit auszeichnet. Jeder Fall, in dem überhaupt ein Absorptionsakt stattfindet, wird durch das Auftreten eines primären Photoelektrons charakterisiert; ob dieses Elektron aus der *K*- oder aus der *L*-Schale stammt, ist aus der Länge der betreffenden Bahn abzulesen. Ist die auf die Absorption des Röntgenstrahlquants folgende Umordnung in den Elektronenschalen von Strahlung begleitet, so ist nur das primäre Photoelektronen vorhanden, verläuft sie strahlungslos, so kommt noch ein sekundäres Elektron hinzu usw. Man braucht also, um die gesuchten Wahrscheinlichkeiten festzustellen, nur die relativen Zahlen der einzelnen Prozesse auf den Platten miteinander zu vergleichen. So findet AUGER im Krypton, wenn die Spannung in der Röntgenröhre 20 Kilowatt beträgt, für die Häufigkeit der Absorption unter Emission eines *K*- oder eines *L*-Elektrons das Verhältnis 8:1; für die Wahrscheinlichkeit eines strahlungslosen Übergangs nach Emission eines *K*-Elektrons 50 vH. Die übrigen in dieser Richtung von AUGER gewonnenen Resultate sind vorläufig von qualitativer Natur, scheinen sich aber den nach anderweitigen Messungen aufgestellten Gesetzmäßigkeiten wohl einzuordnen.

Literatur.

1. S. ARRHENIUS: Wied. Ann. **33**, 638, 1888.
2. P. LENARD: Ann. d. Physik. **1**, 486, 1900.
3. P. LENARD und C. RAMSAUER: Heidelberger Ber. 1910 u. 1911.
4. E. B. LUDLAM: Philosoph. mag. **23**, 727, 1912.
5. E. G. DYMOND: Zeitschr. f. Physik **34**, 553, 1925.
6. O. OLDENBERG: Zeitschr. f. Physik **25**, 136, 1924 und **27**, 189, 1924.
7. — Proc. of the nat. acad. of sciences **11**, 595, 1925.
8. P. A. ANDERSON: Phys. Rev. (2) **1**, 233, 1913.
9. R. C. WILLIAMSON: Phys. Rev. (2) **21**, 107, 1923.
10. E. SAMUEL: Zeitschr. f. Physik **29**, 209, 1924.
11. E. O. LAWRENCE: Philosoph. mag. (6) **50**, 345, 1925.
12. P. D. FOOTE und E. L. MOHLER: Phys. Rev. (2) **26**, 195, 1925 und **27**, 37, 1926.
13. J. KUNZ und S. H. WILLIAMS: Phys. Rev. (2) **22**, 456, 1923.
14. F. ROUSE und G. W. GIDDINGS: Phys. Rev. (2) **25**, 893, 1925.
15. W. STEUBING: Phys. Zeitschr. **9**, 480, 1908.
16. F. L. MOHLER: Phys. Rev. (3).
17. P. AUGER: Journ. de Phys. et le Rad. (6) **6**, 205, 1925.
18. — C. R. **182**, 773, 1926.

Atomzertrümmerung.

Von G. Kirsch, Wien.

Mit 7 Abbildungen.

Einleitung.

Seit es eine Atomlehre im modernen Sinne gibt, also schon das ganze 19. Jahrhundert hindurch, waren Atombau und Atomverwandlung Gegenstände der Spekulation. Der Wasserstoff als Urbaustein der Materie, sowie Gedanken über die „Entwicklung“ der Materie, der Elemente, verschwanden nie gänzlich von der Tagesordnung. Gegenstand ernstlicher experimenteller Untersuchungen wurde das Gebiet der Atomverwandlungen aber erst nach Entdeckung der radioaktiven Erscheinungen, in denen uns die Natur solche Atomverwandlungen vormachte, ohne daß wir imstande wären, diese Vorgänge irgendwie zu beeinflussen, geschweige denn solche künstlich einzuleiten. Die ersten Atomverwandlungsversuche nach Entdeckung der Radioaktivität, wohl durch dieselbe angeregt, waren unseres Wissens die von KOHLRAUSCH und FISCHER, die erst kürzlich durch EML FISCHERS Selbstbiographie bekannt geworden sind. Diese beiden Forscher versuchten (1899) durch langdauernde Einwirkung von schnellen Kathodenstrahlen, also durch Einwirkung hoher Energiekonzentration auf verdünnten Wasserstoff kompliziertere Atome, insbesondere Edelgase, aufzubauen, freilich ohne Erfolg. Der gleiche Weg, die Einwirkung rasch bewegter Elektronen auf die Materie zu verwerten, wurde zum Teil auch von RAMSAY und Mitarbeitern beschritten, wie sie glaubten, mit Erfolg. Doch konnten ihre Ergebnisse anderweitig nicht bestätigt werden und es scheint auch den bekannten Versuchen von MIETHE u. a. aus jüngster Zeit kein anderes Schicksal beschieden zu sein. Durch eine im September 1925 erschienene Arbeit von READING und BAILEY wurde die schon von RAMSAY behauptete Bildung von Helium und Neon in Entladungsröhren allerdings wieder im positiven Sinne in Diskussion gezogen.

Das Hauptgewicht ist aber bei RAMSAYS Transmutationsversuchen keineswegs auf die oben erwähnten Versuche mit Entladungsröhren zu legen, sondern vielmehr darauf, daß er als erster die radioaktiven Strahlungen zur Erzielung von Elementumwandlungen zu verwenden suchte, in der richtigen Erkenntnis, daß uns die Natur eben in diesen Strahlungen die Energie in genügend konzentrierter Form liefert, um derartige Effekte zu erzielen. Atomverwandlungen in dem Ausmaße, wie

sie RAMSAY bei der Behandlung verschiedener Salzlösungen mit Radiumemanation zu finden glaubte, und die einen spektroskopischen Nachweis der entstandenen Produkte gestattet hätten, treten dabei freilich nicht auf.

Die Erklärung dafür wurde 1912 von PETERSSON auf Grund des damals gerade von RUTHERFORD aufgestellten und heute allgemein anerkannten Atommodells gegeben. Die kleinen Dimensionen des Atomkerns, der allein infolge seiner großen Masse imstande ist, einen namhaften Energiebetrag von einer α -Partikel zu übernehmen, bringen es nämlich mit sich, daß nur sehr selten eine α -Partikel in die Lage kommt, Energie der erforderlichen Größenordnung auf ein Atom zu übertragen, um eine „irreversible Ionisation des Atomkerns“ zu bewirken. Da die Zahl der von einer α -Partikel durchquerten Atome rund 10^5 beträgt, so kommt vielleicht erst auf eine Milliarde Zusammenstöße von α -Teilchen mit Atomen eine Atomverwandlung und es bedarf daher auch einer bedeutend empfindlicheren Nachweismethode für die stattgehabte Atomverwandlung als der von RAMSAY verwendeten spektroskopischen.

Mit der Aufstellung der Theorie der *Kernstöße* durch RUTHERFORD und der Entwicklung der Methodik zur Prüfung der Konsequenzen derselben waren die Bedingungen erfüllt, welche die Entdeckung der künstlichen Atomzertrümmerung durch α -Strahlen ermöglichten.

Gegenstand der vorliegenden Darstellung sind die Ergebnisse der Arbeiten auf diesem Gebiete, die hauptsächlich im CAVENDISH-Laboratorium in Cambridge (seit 1919) und im Radiuminstitut, sowie im II. physikalischen Institut der Universität in Wien (seit 1922) ausgeführt wurden. Da mehr oder weniger chronologische Darstellungen, die vor allem auch die Entwicklung der Methodik berücksichtigen, in dem Buche von H. PETERSSON und dem Verfasser über den Gegenstand, sowie auch in einem Artikel des Handbuches der Physik von GEIGER und SCHEEL bereits vorliegen, so wurde für diese Zusammenfassung die Gliederung nach den sich naturgemäß ergebenden Fragestellungen auf dem Gebiete gewählt.

Da die einzigen bisher mit Sicherheit nachgewiesenen Zertrümmerungsprodukte Protonen d. i. Wasserstoffkerne sind, so mag ein kurzer Abschnitt über die Entdeckung und Eigenschaften der *H*-Strahlen vorausgeschickt werden.

A. Experimentelle Daten.

Die *H*-Strahlen.

Die von C. G. DARWIN (1) erweiterte Theorie der Kernstöße liefert für die Geschwindigkeit v eines von einem α -Teilchen getroffenen Atomkernes nach dem Stoß den Ausdruck

$$v = 2V \frac{M}{M+m} \cos \Theta,$$

worin V die Geschwindigkeit des α -Teilchens vor dem Stoß, M seine Masse, m die Masse des gestoßenen Atomkernes und Θ den Winkel zwischen den Flugrichtungen des α -Teilchens vor dem Stoß und des Atomkernes nach dem Stoß bezeichnen. Für einen gestoßenen Wasserstoffkern ergibt sich so die Geschwindigkeit

$$V_H = \frac{8}{5} V_\alpha$$

als Maximum in dem Falle eines genau zentralen Stoßes. Die Theorie der Bremsung geladener Partikeln beim Durchgang durch Materie von N. BOHR (2) ergibt die Reichweite von rasch bewegten Protonen als nahezu gleich der von gleich schnellen α -Teilchen. Für Protonen mit der Geschwindigkeit $\frac{8}{5} V_\alpha$ wird die Reichweite R_H unter Berücksichtigung der GEIGERSCHEN Beziehung $R = aV^3$

$$R_H \sim aV_\alpha^3 \left(\frac{8}{5}\right)^3 = 4,1 R_\alpha.$$

D. h. beim Durchgang von α -Strahlen bestimmter Reichweite durch Wasserstoff oder eine Wasserstoffverbindung müssen Korpuskularstrahlen mit ungefähr der vierfachen maximalen Reichweite auftreten, die aus schnellen Protonen bestehen.

Diese Folgerung der Kernhypothese wurde durch eine Untersuchung von E. MARSDEN (3) experimentell bestätigt. Radon im Gleichgewicht mit seinen kurzlebigen Folgeprodukten RaA bis C diente ihm als Strahlungsquelle, deren Strahlen er um nur etwa 1 cm verkürzt auf Wasserstoffgas, z. T. unter höherem Druck, wirken ließ. Er fand die geringe Anzahl Szintillationen außerhalb der Reichweite der α -Strahlen bedeutend lichtschwächer, aber sonst vergleichbar mit den von α -Teilchen erzeugten. Die Reichweite der H -Teilchen entsprach ungefähr der theoretisch zu erwartenden und die Absorption derselben in Folien aus Al , Cu , Sn und Pt zeigte ungefähr dieselben relativen Werte wie für schnelle α -Teilchen.

Anlässlich einer weiteren Untersuchung über H -Teilchen aus Paraffin von E. MARSDEN und W. C. LANTSBERRY (4) zeigte es sich, daß auch ohne Paraffin über der Strahlungsquelle eine so große Zahl ähnlicher weitreichender Partikeln beobachtbar waren, daß sie sich kaum durch Wasserstoff- oder Feuchtigkeitsgehalt der unmittelbaren Umgebung der Strahlungsquelle erklären ließen, und sie wurden daher als möglicherweise dem Zerfall der RaC -Atome selbst entstammend angesehen.

Die von RUTHERFORD angeregten Arbeiten wurden von ihm selbst fortgesetzt. Zunächst wurde durch Versuche mit frisch gefüllten Radon-Kapillaren festgestellt, daß die „ H -Teilchen ohne Wasserstoff“, wenn sie ein Produkt des radioaktiven Zerfalls sind, nicht nur aus dem RaC , sondern auch aus Radon und RaA kommen müßten. Ferner

faßte RUTHERFORD auch die Möglichkeit ins Auge, daß beim Durchgang von α -Strahlen etwa durch Luft zentralgetroffene Sauerstoff- oder Stickstoffatome ebenso wie Wasserstoffkerne in rasche Bewegung versetzt werden und Anlaß zu Szintillationen außerhalb der α -Reichweite geben könnten.

Die in den Jahren 1914—1919 von RUTHERFORD (5) ausgeführten systematischen Untersuchungen über die „natürlichen“ H -Strahlen¹⁾ ergaben folgendes: 1. Für die maximale Reichweite der H -Strahlen gilt die Beziehung $R_H \sim 4 R_\alpha$ mit befriedigender Genauigkeit. Es mag hier betont werden, daß nur die Gültigkeit des Energie- und Impulssatzes (Elastizität des Stoßes) hierfür Bedingung ist, daß aber auf

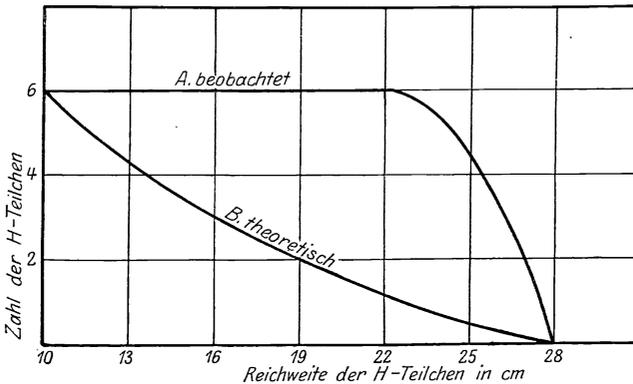


Abb. 1. Von RaC - α -Strahlen auf dem ersten Wegzentimeter erzeugte „natürliche“ H -Teilchen.

Grund dieses Befundes nichts über das Kraftgesetz bei den in Frage kommenden Kernabständen gesagt werden kann. 2. Die Geschwindigkeitsverteilung in einem unter bestimmten Bedingungen erzeugten H -Strahlenbündel stimmt im allgemeinen nicht mit der theoretischen, auf Grund der Annahme punktförmiger Ladungen berechneten überein, sondern die schnellen überwiegen um ein Vielfaches. In der Form der Absorptionskurve eines H -Strahlenbündels, das von RaC - α -Strahlen längs des ersten Wegzentimeters erzeugt wird, kommt das in der in Abb. 1 dargestellten Weise zum Ausdruck. Für langsamere α -Strahlen nähert sich die Form der Absorptionskurve mehr und mehr der theoretischen. RUTHERFORD gibt dafür versuchsweise die Deutung, daß das α -Teilchen einer geladenen Scheibe vom Radius $3,5 \cdot 10^{-13}$ ähnele, die senkrecht auf die Flugrichtung stehe. 3. Sowohl die elektrische

¹⁾ Mit dem Ausdruck „natürliche“ H -Strahlen bezeichnen wir die durch Kernstöße von α -Teilchen in schnelle Bewegung versetzten H -Teilchen aus Wasserstoff, frei oder in Verbindungen, im Gegensatz zu H -Teilchen, die aus zertrümmerten Atomkernen stammen.

als auch die magnetische Ablenkbarkeit der H -Strahlen ergibt sich in befriedigender Übereinstimmung mit der zu erwartenden.

Diese Untersuchungen von RUTHERFORD wurden durch zwei Arbeiten von A. L. MC. AULAY (6) mittels Ionisationsmessung und eine Arbeit von J. CHADWICK und E. S. BIELER (7) nach der Szintillationsmethode über die Richtungsverteilung und Reichweite der natürlichen H -Strahlen in ihrer Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der erzeugenden α -Strahlen ergänzt. Nach all diesen Ergebnissen, sowie nach Berechnungen, die C. G. DARWIN (8) über das Verhalten einiger einfacher, möglicher Modelle für das α -Teilchen beim Stoß auf Protonen angestellt hatte, kommen CHADWICK und BIELER zu dem Schluß, daß das α -Teilchen am ehesten als ein positiv geladenes, flaches Rotationsellipsoid mit der in der Bewegungsrichtung liegenden Halbachse $4 \cdot 10^{-13}$ cm und der äquatorialen Halbachse $8 \cdot 10^{-13}$ cm vorgestellt werden könne. Die rapide Zunahme der abstoßenden Kräfte bei noch größerer Annäherung muß nicht dem COULOMBSchen Gesetz widersprechen, sondern kann aus der Struktur des α -Teilchens (4 Protonen und 2 Elektronen) erklärt werden.

Unabhängig von diesen Arbeiten hatte auch D. BOSE (9) schon 1914—18 die experimentelle Untersuchung der von DARWIN theoretisch vorausgesagten H -Strahlen nach der WILSONSchen Nebelstrahlmethode unternommen und für den von ihm untersuchten Fall langsamer α -Partikeln, die durch Wasserstoff hindurchgehen, Übereinstimmung mit der Theorie erhalten. Merkwürdigerweise gelang ihm der Nachweis von H -Strahlen aus Wasserstoffverbindungen nicht.

Eine Reihe von Untersuchungen über die Eigenschaften der H -Strahlen sind in den letzten Jahren in Wien ausgeführt worden:

E. KARA-MICHAILOVA und H. PETERSSON (10) untersuchten die *Helligkeit* der von H -Teilchen erzeugten *Szintillationen* im Vergleich zu den von α -Teilchen erzeugten und fanden das Verhältnis 1:3, das sich nach der Natur der Methode wohl auf die Flächenhelligkeit bezieht. Das Verhältnis der Gesamtlichtstärken dürfte bedeutend kleiner sein. Die Größe 1:6 dürfte nach der wahrscheinlichen Größe der Ionisation pro Weglängeneinheit durch H -Strahlen ungefähr der Wirklichkeit entsprechen.

E. RONA (11) untersuchte die *Absorption* der von Polonium- α -Strahlen erzeugten natürlichen H -Strahlen und fand, daß die Luftäquivalente von Glimmer, Kupfer, Silber und Gold für diese H -Strahlen dieselben seien, wie für schnelle α -Strahlen. Die Absorption in diesen Substanzen wurde mit der in komprimierter Luft verglichen.

Eine Untersuchung der *Ionisation* durch H -Strahlen aus Paraffin von M. BLAU und E. RONA¹⁾ ist im Gange mit dem Ziel, die Ionisations-

¹⁾ Inzwischen abgeschlossen: Mitt. Ra-Inst. No. 190.

größe pro Partikel festzustellen, sowie die Reichweite der H -Strahlen, die durch Ionisationsmessung erhalten wird, mit der durch die Szintillationszählung erhaltenen zu vergleichen. Die Verwendung von praktisch γ -strahlenfreien Po -Präparaten zur Erzeugung der H -Strahlen stellt bei dieser Arbeit einen bedeutenden Fortschritt gegenüber Mc. AULAY dar, bei welchem die Ionisation durch H -Strahlen nur einen Bruchteil des gemessenen Effektes bildete.

Ferner hat M. BLAU (12) durch H -Strahlen aus Paraffin, ebenfalls von Polonium- α -Strahlen erzeugt, sowohl eine *Schwärzung* der *photographischen Platte* als auch die Erzeugung von Punktreihen, von der Bahn der Einzelteilchen in der photographischen Schicht herrührend, nachzuweisen vermocht.

G. STETTER (13) hat das *Verhältnis* $\frac{e}{m}$ für natürliche H -Strahlen durch kombinierte elektrische und magnetische Ablenkung nach dem Prinzip des ASTONschen Massenspektrographen neu bestimmt und innerhalb der Versuchsfehler (etwa 1 vH.) mit dem Wert für das Wasserstoffion H^+ übereinstimmend gefunden.

Die Zertrümmerbarkeit der Elemente.

Nach der von DARWIN (1) erweiterten Theorie der Kernstöße von RUTHERFORD sollte man ebenso wie beim Durchgang von α -Strahlen durch Wasserstoff, auch beim Durchgang durch schwerere Elemente Strahlungen erhalten, die aus in Bewegung gesetzten Atomkernen bestehen. Würden diese Atomkerne nur ein elektrisches Elementarquantum tragen, so wären nach der BOHRschen Theorie der Bremsung geladener Partikeln beim Durchgang durch Materie bei allen Elementen mit kleinerem Atomgewicht als Sauerstoff, für diese Atomstrahlen Reichweiten zu erwarten, die größer wären als die der erzeugenden α -Strahlen, also im Falle der Anwendung von RaC - α -Teilchen größer als 7 cm. Beim Suchen nach solchen Sekundärstrahlen fand RUTHERFORD (14), wenn RaC - α -Strahlen durch Stickstoff gingen, eine auffallend große Anzahl von Partikeln, deren Reichweite und Szintillationshelligkeit etwa denen von natürlichen H -Strahlen entsprachen, und deren Zahl sichtlich dem Stickstoffgehalt des durchstrahlten Gases proportional war. Ein Vergleich der magnetischen Ablenkbarkeit dieser Teilchen mit der unzweifelhafter H -Teilchen aus Wasserstoff deutete darauf hin, daß es sich bei den Sekundärstrahlen aus Stickstoff um raschbewegte Wasserstoffkerne handle.

RUTHERFORD zog aus seinen Versuchen den Schluß, daß diese Wasserstoffkerne aus Stickstoffkernen abgetrennte Bestandteile derselben seien. Das ist das erste Beispiel einer auf künstlichem Wege erzielten Elementzerlegung und ein Beweis für die Richtigkeit der PROUTSchen Hypothese vom Wasserstoff als Urbaustein (Proton) der anderen Elemente.

Die Untersuchung anderer Elemente, z. B. Aluminium und Kohlenstoff, verlief zunächst negativ. In einem Versuch, die Zertrümmerbarkeit als singuläre Eigenschaft gerade des Stickstoffs im Gegensatz zu Sauerstoff und Kohlenstoff zu erklären, wurde von A. SMEKAL (15) und von W. LENZ (15) der sogenannte Packungsdefekt herangezogen: Schon RUTHERFORD hatte den Gedanken, daß die Atomkerne dieser Elemente weitgehend aus Heliumkernen aufgebaut seien, ausgesprochen. Die in Heliumkernen befindlichen Wasserstoffkerne können aus denselben nicht herausgesprengt werden, weil die Energie eines $RaC\text{-}\alpha$ -Teilchens kleiner ist als die bei der Bildung eines He -Kernes aus vier Protonen und zwei Elektronen freigewordene Energie und daher der He -Kern gegen einen Zusammenstoß mit einem $RaC\text{-}\alpha$ -Teilchen stabil ist. Diese negative Bildungsenergie des He -Kernes wird nach dem Satze von der Trägheit und Schwere der Energie berechnet aus der Differenz der Massen eines He -Atoms einerseits und vier Wasserstoffatomen andererseits. Diese Massendifferenz beträgt 0,031 Atomgewichtseinheiten, was einem Energiebetrag von $4,5 \cdot 10^{-5}$ Erg. entspricht. Die kinetische Energie eines $RaC\text{-}\alpha$ -Teilchens beträgt dagegen nur $1,2 \cdot 10^{-5}$ Erg. Stellt man sich nun den Stickstoffkern entsprechend seinen vierzehn Atomgewichtseinheiten aus drei α -Teilchen und zwei Protonen nebst einem Elektron aufgebaut vor, so läßt sich aus dem genauen Atomgewicht des Stickstoffes, 14,010 bezogen auf $O = 16,000$ oder $He = 4,000$ schließen, daß sich dieser Kern unter geringem Energieaufwand, jedenfalls mit einem $RaC\text{-}\alpha$ -Teilchen, in seine Bestandteile zerlegen läßt, denn die Massendifferenz zwischen ihm und seinen Bestandteilen in freiem Zustande ist äußerst geringfügig. Dagegen wären von diesem Gesichtspunkt aus die beiden Nachbarlemente C und O unbedingt stabil gegenüber den als schnelle α -Teilchen zur Verfügung stehenden Energiemengen.

In weiterer Verfolgung seiner Versuche gelangte RUTHERFORD (16) vorübergehend zu der Auffassung, daß eine gewisse Partikelgattung von etwa 9 cm Reichweite, die beim Durchgange von $RaC\text{-}\alpha$ -Partikeln durch Luft und Sauerstoff zu beobachten waren, aus Teilchen von der Masse 3 und der Ladung 2 bestünde, kam aber später durch neue Versuche von dieser Deutung wieder ab und sieht heute diese Partikeln als gewöhnliche aus der Strahlungsquelle kommende Teilchen an.

Dagegen führte die Fortsetzung der Atomzertrümmerungsversuche gemeinsam mit J. CHADWICK (17) zu der Entdeckung, daß außer dem Stickstoff noch fünf Elemente, nämlich Bor, Fluor, Natrium, Aluminium und Phosphor bei Bestrahlung mit schnellen α -Teilchen H -Teilchen abgeben mit einer Reichweite, welche die der natürlichen H -Teilchen unter gleichen Umständen bedeutend überschreitet. Da die Zahl dieser Atomtrümmer beträchtlich kleiner ist, als die der natürlichen H -Teilchen, so ist ihre Feststellbarkeit eben nur ihrer großen Reichweite zu verdanken, da es bei den meisten Elementen kaum möglich erscheint,

eine gewisse Verunreinigung mit Wasserstoff auszuschließen. Eine große Anzahl anderer Elemente wurde in derselben Weise wie die oben genannten sechs Elemente, nämlich indem sie unmittelbar vor die Strahlungsquelle gestellt wurden, untersucht, aber mit negativem Resultat. Aus diesem Umstand, sowie daraus, daß die zertrümmerbaren Elemente alle ein Atomgewicht vom Typus $4n + 3$ (Stickstoff $4n + 2$) besitzen, schlossen RUTHERFORD und CHADWICK, daß die Zertrümmerbarkeit an einen bestimmten Typus der Kernstruktur gebunden ist, nämlich an das Vorhandensein eines oder mehrerer äußerer, den Restkern in genügender Entfernung umkreisenden H -Satelliten, und daß nur die genannten sechs Elemente diese Struktur aufweisen. Nur die Möglichkeit wurde angedeutet, daß es mit noch schnelleren α -Teilchen, als uns derzeit (ThC') zur Verfügung stehen, gelingen könnte, weitere Atomkerne zu sprengen.

Die Tatsache, daß nach den von RUTHERFORD und CHADWICK veröffentlichten Absorptionskurven in allen Fällen die Zahl der beobachtbaren H -Teilchen mit abnehmender Absorption bedeutend zunahm, ließ vermuten, daß bei den bisher nicht als zertrümmerbar angesehenen Elementen ein Effekt vielleicht dann wahrnehmbar würde, wenn man nur dazu gelangen könnte, Sekundärstrahlen ganz kurzer Reichweite zu beobachten. Diesen Weg schlugen G. KIRSCH und H. PETERSSON (18) ein. Zunächst suchten sie auf direktem Weg (die bestrahlte Substanz unmittelbar vor der Strahlungsquelle) zu ihrem Ziel zu gelangen, indem sie dünnwandige Kapillaren aus Glas und später auch aus Quarz, auf der Innenseite mit einer dünnen Schicht des zu untersuchenden Elements (oder einer Verbindung desselben) versehen und gut getrocknet, mit Radon beschickten. Skandium, Vanadium, Kobalt und Arsen wurden so mit negativem Erfolg untersucht. Dünnwandige Quarzkapillaren ohne Substanzschicht auf der Innenseite gaben aber reichlich H -Strahlen, die nur einer Zertrümmerung der Siliziumatome entspringen konnten. Weitere Versuche mit Silizium als Element, Beryllium und Magnesium als Oxyd, sowie mit Lithium als Carbonat nach einer etwas geänderten Methode, gaben ebenfalls H -Partikeln.

Alle diese Elemente waren entweder solche mit einem Atomgewicht, das nicht durch 4 teilbar war, deren Kerne also nicht ausschließlich aus He -Kernen aufgebaut sein konnten, oder sie enthielten zumindest Isotope mit ungeradem Atomgewicht. Der positive Ausfall dieser Zertrümmerungsversuche bedeutete also noch keine Widerlegung der Hypothese vom reinen Heliumaufbau der Elemente mit Atomgewichten vom Typus $4n$ bzw. der Satellithypothese. Um auch Atomtrümmer mit noch kürzerer Reichweite prüfen zu können, gingen daher KIRSCH und PETERSSON (19) dazu über, Strahlungsquelle und bestrahlte Substanz voneinander zu trennen, um durch Beobachtung der unter rechtem Winkel ausgeschleuderten Protonen von der Störung durch

die Primärstrahlen in gewissem Grade unabhängig zu werden. Bei einer solchen Anordnung sind ja die Atomtrümmer nicht mehr von der 10000 mal zahlreicheren Primärstrahlung, sondern nur noch von den zahlenmäßig mit ihnen vergleichbaren reflektierten α -Teilchen begleitet, die überdies eine gegenüber der Primärstrahlung herabgesetzte Reichweite besitzen. Besonders bei leichten Elementen wird die Herabsetzung von Reichweite und Zahl der α -Teilchen bei der Reflexion sehr bedeutend.

Mit solchen Anordnungen gelang es H. PETERSSON (20), die Zertrümmerung des Kohlenstoffatoms nachzuweisen. Damit war das erste reine Heliummultipel gesprengt und in die Hypothesen, welche die Zertrümmerbarkeit der Atomkerne in irgendeinem Sinne als singuläre Eigenschaft gewisser Elemente auffaßten, die entscheidende Bresche gelegt.

Ungefähr gleichzeitig mit KIRSCH und PETERSSON gingen auch RUTHERFORD und CHADWICK (21) zu der rechtwinkligen Methode über und untersuchten eine große Zahl von Elementen auf H -Teilchen von mehr als 7 cm Reichweite, in einzelnen Fällen auch von noch geringerer Reichweite. Sie erhielten solche aus Neon, Schwefel, Chlor, Kalium und Argon, ferner ebenfalls aus Magnesium und Silizium und, weniger sicher, aus Beryllium. Folgende Elemente wurden mit negativem Erfolg geprüft: H , He , Li , C , O , Ca bis Fe , Ni , Cu , Zn , Se , Kr , Mo , Pd , Ag , Sn , X , Au , U .

Die Vorteile der rechtwinkligen Methode sind in erhöhtem Maße bei Anordnungen vorhanden, bei denen die Sekundärteilchen unter einem noch größeren Winkel als einem rechten beobachtet werden, bei der sogenannten retrograden Methode. Nach dieser Methode hat H. PETERSSON (22) zunächst die reflektierten und Sekundärpartikeln aus Kupfer und Nickel untersucht und erstens H -Partikeln gefunden, zweitens entdeckt, daß die Reichweite der an den Atomen dieser Elemente reflektierten α -Teilchen deutlich kleiner war als die theoretisch unter der Annahme elastischen Stoßverlaufes berechnete. KIRSCH und PETERSSON (23) haben dann eine große Anzahl von Elementen mit α -Teilchen verschiedener Geschwindigkeit in solchen Anordnungen untersucht. Ihre Ergebnisse sind in den Tabellen I und II enthalten.

Wie man sieht sind die *Zahlen* der reflektierten α -Teilchen im allgemeinen in Übereinstimmung mit den nach der Theorie der elastischen Kernstöße zu erwartenden. Die Gesamtzahl der beobachteten Partikeln jedoch inklusive der als H -Partikeln klassifizierten übersteigt diese theoretischen Zahlenwerte in vielen Fällen derart, daß ihre Größe ein Argument für sich für die Deutung des Überschusses als Atomtrümmer ist, neben der Schwäche der Szintillationen, die auf Protonen deuten. Außerdem spricht das Defizit an Reichweite der reflektierten α -Teilchen gegenüber dem theoretischen Werte entschieden gegen den einfach elastischen

Tabelle 1.

Element	Atom- nummer	Substanz- form	Reich- weite- defizit ¹⁾	Relative Ausbeute ²⁾ an	
				α -Teilchen	α + <i>H</i> -Teil- chen
Titan	22	Pulver	1,5	0,9	2,1
Vanadium	23	"	1	—	1,2
Chrom	24	"	1,5	0,8	2,0
Mangan	25	Metall	1	0,7	1,9
Eisen	26	"	0,5	1,0	3,0
Nickel	28	"	0,5	—	0,8
Kupfer	29	"	1	—	1,2
Zink	30	"	0,5	1,1	2,0
Selen	34	"	1	0,9	2,2
Brom	35	<i>C Br₄</i>	1,5	1,0	2,0
Zirkon	40	Pulver	0,5	1,1	2
Silber	47	Metall	0,5	0,8	1,2
Indium	49	"	1	—	1,7
Zinn	50	"	1	1,1	2,3
Antimon	51	"	1,5	1,0	1,4
Tellur	52	"	1,5	0,9	1,5
Jod	53	Kristalle	1,5	—	0,9
Platin	78	Metall	0,5	0,9	1,2
Gold	79	"	0,5	1,0	2,0
Quecksilber	80	"	1	—	1,2
Thallium	81	"	1	0,8	1,2
Blei	82	"	1	1,0	—
Wismuth	83	"	0,5	—	1,1

Tabelle 2.

Reichweitenverkürzung von reflektierten
ThC- α -Partikeln.

Element	Atom- nummer	Differenz zwischen theoret. und gefundener Reichweite (abgerundet) in Zentimetern	Zahl der Versuchs- serien
<i>Ti</i>	22	2 · 5	1
<i>Ag</i>	47	1	3
<i>Sn</i>	50	2	1
<i>C₂J₆</i>	53	2	1
<i>W</i>	74	2	1
<i>Os</i>	76	2	1
<i>Pt</i>	78	1 · 5	3
<i>Au</i>	79	1	5
<i>Hg</i>	80	1 · 5	1
<i>Bi</i>	83	1	1
<i>U₃O₈</i>	92	1 · 5	1

Verlauf der Kernstöße schneller α -Teilchen. Überdies ließen sich bei einigen Elementen *H*-Teilchen weit außerhalb des Absorptionsbereiches der reflektierten α -Teilchen verfolgen. Die aus diesen Gründen als

¹⁾ In cm Luft bezogen auf die theoretisch berechnete Reichweite.

²⁾ Auf die theoretisch berechnete Zahl als Einheit bezogen.

sicher H -Teilchen gebend, d. h. als zertrümmerbar anzusehenden Elemente sind außer den früher angeführten: Ti , Cr , Fe , Cu , Br , Sn , Te und J . Hierzu mag noch ausdrücklich bemerkt werden, daß bei keinem der untersuchten Elemente die experimentellen Ergebnisse gegen die Möglichkeit einer Emission von H -Teilchen in beträchtlicher Anzahl sprechen, so daß aller Wahrscheinlichkeit nach Zertrümmerbarkeit eine allgemeine Eigenschaft der Atomkerne mit Ausnahme des Protons und vielleicht des He -Kerns ist. Die Elemente, aus denen die Abtrennbarkeit von Protonen als erwiesen angesehen werden darf, sind in Tabelle III zusammengestellt.

Tabelle 3. Die mit Sicherheit H -Teilchen gebenden Elemente.
(Abkürzungen: R = retrograd, D = direkt, RW = rechtwinklig.)

Element	Atomnummer	Beobachtungsmethode	Beobachter
Lithium	3	R	KARA-MICHAILOVA
Beryllium . . .	4	D und R	KIRSCH u. PETERSSON
Bor	5	D und RW ¹⁾	RUTHERFORD u. CHADWICK
Kohlenstoff . .	6	D und RW	PETERSSON
Stickstoff . . .	7	D und RW	RUTHERFORD u. CHADWICK
Sauerstoff . . .	8	D und R	KIRSCH
Fluor	9	D und RW	RUTHERFORD u. CHADWICK
Neon	10	D und RW	" "
Natrium	11	D und RW	" "
Magnesium . . .	12	D und R ²⁾	KIRSCH u. PETERSSON
Aluminium . . .	13	D und RW ¹⁾	RUTHERFORD u. CHADWICK
Silizium	14	D und RW (R) ²⁾	KIRSCH u. PETERSSON
Phosphor	15	D und RW ¹⁾	RUTHERFORD u. CHADWICK
Schwefel	16	RW ¹⁾	" "
Chlor	17	RW ¹⁾	" "
Kalium	18	RW	" "
Argon	19	RW	" "
Titan	22	R	KIRSCH u. PETERSSON
Chrom	24	R	" "
Eisen	26	R	" "
Kupfer	29	R	" "
Selen	34	R	" "
Brom	35	R	" "
Zirkon	40	R	" "
Zinn	50	R	" "
Tellur	52	R	" "
Jod	53	R	" "

Die Natur der Atomtrümmer.

RUTHERFORD (14) zog zur Bestimmung des Charakters der Teilchen, die er aus Stickstoff erhalten hatte, zwei Kriterien heran. Erstens konnten sie nach der Schwäche der von ihnen erregten Szintillationen, wenn man nur die beiden bis dahin mit der Szintillationsmethode

¹⁾ Bestätigt von KIRSCH und PETERSSON nach der retrograden Methode.

²⁾ Bestätigt von RUTHERFORD und CHADWICK nach der rechtwinkligen Methode.

nachweisbaren Teilchengattungen, H - und α -Strahlen, ins Auge faßte, nur zur ersteren gehören. Zweitens machte RUTHERFORD (16) magnetische Ablenkungsversuche mit diesen Teilchen, indem er ihre magnetische Ablenkbarkeit mit der von ThC - α -Teilchen mit bekanntem $\frac{MV}{E}$ verglich. Wären sie Teilchen von der Masse 2 oder 3 mit einfacher Ladung gewesen, so hätte ihre Ablenkbarkeit kleiner als die der α -Teilchen sein müssen. Da sie sich als größer erwies, so war damit ihr Charakter als H -Partikeln sehr wahrscheinlich gemacht. In einer ähnlichen Anordnung, wie sie für die Prüfung der magnetischen Ablenkbarkeit von natürlichen H -Teilchen aus Paraffin gedient hatte, wurden später auch die Partikeln aus Aluminium sowie Phosphor und Fluor (als CaF_2) sowohl mit α -Teilchen aus ThC als auch mit natürlichen H -Teilchen verglichen und unter Berücksichtigung ihrer Geschwindigkeit als wahrscheinlich mit Protonen identisch befunden.

Eine Teilchengruppe von etwa 9 cm Reichweite, die beim Durchgange von RaC - α -Teilchen durch Stickstoff und Sauerstoff auftrat und erst für einfach geladene durch Stoß in rasche Bewegung versetzte Atome dieser Elemente gehalten worden war, wurde auf Grund magnetischer Ablenkungsversuche (16) eine Zeitlang für Teilchen von der Masse 3 und der Ladung 2. also für Atomkerne eines He -Isotopes gehalten und als Atomtrümmer aus O und N gedeutet; RUTHERFORD (16) selbst konnte diese Messungen später nicht bestätigen und stellte seine Resultate dahin richtig, daß es sich wohl um α -Teilchen aus der Primärstrahlungsquelle handeln müsse.

Die Möglichkeit des Auftretens von α -Teilchen, Neutronen und Teilchen von der Masse 2 usw. als Atomfragmente bei der künstlichen Zertrümmerung ist zwar wiederholt in Diskussion gezogen worden, ihr Auftreten konnte aber bis jetzt experimentell nicht nachgewiesen werden.

Der Nachweis der Natur der bis jetzt erhaltenen Atomfragmente als Protonen wurde in den letzten Jahren durch zwei Untersuchungen in Wien auf etwas festeren Boden gestellt. Erstens gelang es E. KARACHAILOVA und H. PETERSSON (10) mittels der von ihnen entwickelten Methode der relativen Lichtstärkemessung von Szintillationen durch Vergleich von Atomtrümmerszintillationen einerseits mit Szintillationen von α -Teilchen andererseits mit denen von natürlichen H -Teilchen, nachzuweisen, daß die Helligkeit von Szintillationen von Atomfragmenten aus Al , Si und C mit der von letzteren praktisch übereinstimmt.

Zweitens hat G. STETTER (13, 24) ein Verfahren zur direkten Bestimmung des Verhältnisses von Ladung und Masse, $\frac{e}{m}$ an Atomtrümmern ausgearbeitet: Es liegt in der Natur der Untersuchungen über Atomzertrümmerung, nämlich der beschränkten Stärke der zur Verfügung stehenden Primärstrahlenquellen einerseits und dem geringen

Ausbeuteverhältnis andererseits, daß man, um beobachtbare Ausbeuten zu erhalten, die Versuchsbedingungen nicht gar zu scharf beschränken darf. Man muß mit einer gewissen Winkelinhomogenität zwischen Primär- und Sekundärstrahlen rechnen und mit endlichen Dicken durchstrahlter Substanz arbeiten. Beide Momente wirken in dem Sinne, daß die entstehende Sekundärstrahlung aus den Atomkernen sehr inhomogen in bezug auf die Geschwindigkeit wird. Genauere Messungen der Größe $\frac{e}{m}$ sind infolgedessen nur möglich, wenn man Partikeln verschiedener Geschwindigkeit fokussiert, wie dies in ASTONS Massenspektrograph mit Kanalstrahlteilchen geschieht. In STETTERS Apparat, der auf dem gleichen Prinzip aufgebaut ist, werden die sehr schnellen und somit schwer ablenkbaren Atomtrümmerstrahlen mit ungleich viel stärkeren magnetischen und elektrischen Feldern als bei ASTON (20 000 GAUSS und $150\,000 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$) nacheinander abgelenkt. Blendensystem und die Felder sind auf ein Minimum von Strahlenweg (etwa 13 cm) zusammengedrängt. Dadurch gelingt es gerade, mit den stärksten Primärstrahlenquellen, 100 Millicurie Radon, zählbare Anzahlen Atomfragmente zu erhalten. Mit α -Strahlen bekannter Eigenschaften geicht, hat der Apparat für die natürlichen H -Strahlen bei der $\frac{e}{m}$ -Bestimmung die Genauigkeit von etwa 1 vH geleistet. Die direkte $\frac{e}{m}$ -Bestimmung von Atomfragmenten aus Aluminium sprach eindeutig für die Protonennatur derselben.

Die Ausbeute bei Atomzertrümmerungsversuchen.

Die Aussage, man erhält bei einem Versuch die Ausbeute $1 \cdot 10^{-6}$ oder 1 pro Million Primärpartikeln, bedeutet, daß pro Million α -Teilchen aus der Strahlungsquelle, die in der untersuchten Substanz eine gewisse Weglänge zurücklegen, ein Sekundärpartikel ausgelöst werden muß, damit bei gleichmäßiger Verteilung der Sekundärpartikeln nach allen Richtungen der beobachtete Effekt zustande kommt. In ihrer ersten Arbeit geben RUTHERFORD und CHADWICK (17) ihre Ausbeuten an H -Teilchen von mehr als 32 cm Reichweite aus den sechs zuerst zertrümmerten Elementen an: für Aluminium zu etwa $2 \cdot 10^{-6}$, für Stickstoff etwas weniger; am geringsten ist sie bei Bor, etwa $0,3 \cdot 10^{-6}$. Diese sehr kleinen Ausbeuten finden die Autoren in bester Übereinstimmung mit ihrer Satellithypothese, nach der eine Zertrümmerung mit einem Satellittreffer gleichbedeutend sein soll. Infolge des größeren Bremsvermögens pro Atom von z. B. Aluminium, ist auf einem Wegzentimeter die Wahrscheinlichkeit eines Kerntreffers, somit auch eines Treffers auf einen H -Satelliten, bei Aluminium bedeutend kleiner, als z. B. die Wahrscheinlichkeit der Erzeugung eines schnellen H -Teilchens in Wasserstoff. In Übereinstimmung damit ist RUTHERFORDS und

CHADWICKS Ausbeute an H -Teilchen aus Atomkernen um eine Größenordnung kleiner als die an natürlichen H -Teilchen aus Wasserstoff.

KIRSCH und PETERSSON (18) finden bei ihren ersten Versuchen mit Silizium, Beryllium und Magnesium, bei denen sie bis zu Reichweiten von 10 cm hinab vordringen, schon etwas größere Zahlen, bei Magnesium und Silizium etwa 6 H -Teilchen pro Million Primär- α -Teilchen, bei Beryllium 10 pro Million. In der Folgezeit steigen die bei den Wiener Versuchen festgestellten Ausbeuten ständig in dem Maße, in dem einerseits das Vordringen zu immer kleineren Reichweiten der Atomtrümmer, andererseits die Erhöhung der Lichtstärke der verwendeten Zählmikroskope weiter fortschreiten. So findet KIRSCH (25) für die H -Teilchen aus Stickstoff von mehr als 7 cm Reichweite (direkte Methode) $30 \cdot 10^{-6}$, PETERSSON (20) für Al (etwa 0,5 cm Reichweite rechtwinklige und retrograde Methode) $20 \cdot 10^{-6}$, die ausdrücklich als Minimalwerte bezeichnet werden. In einer ungefähr gleichzeitig erschienenen Arbeit von RUTHERFORD und CHADWICK (21) nach der rechtwinkligen Methode wird die Ausbeute bei einer Aluminiumschicht von 0,5 cm Luftäquivalent mit RaC - α -Partikeln zu $1 \cdot 10^{-6}$, aus dickem Aluminium zu $4 \cdot 10^{-6}$ angegeben. Diese $4 \cdot 10^{-6}$ H -Teilchen haben nach RUTHERFORD und CHADWICK eine Reichweite von mehr als 13 cm. H -Teilchen kleinerer Reichweite aus Aluminium fehlen nach Angabe dieser Autoren. Die Ausbeuten bei den übrigen Elementen werden als durchweg kleiner angegeben für die jeweils untersuchte kleinste Reichweite, in den meisten Fällen etwa 7 cm. Die Ursache dieser geringeren Ausbeuten bei den Cambridger Versuchen dürfte einerseits in der ziemlich hohen untersuchten Minimalabsorption, andererseits in einer bedeutend lichtschwächeren Optik zu suchen sein, welche die Sichtbarmachung der H -Strahlen unterhalb einer gewissen Restreichweite nicht mehr gestattet.

Im folgenden Jahre 1925 veröffentlichte E. A. W. SCHMIDT (26) den ersten Teil einer Untersuchung über das Element Aluminium, der das spezielle Ziel verfolgt, die Ausbeute von H -Partikeln aus diesem Element unter verschiedenen Umständen zu bestimmen. SCHMIDT erhielt aus einer Aluminiumschicht von 1 cm L. Ä. 30 retrograde H -Teilchen pro Million bei Beschießung mit RaC - α -Teilchen. Mit kürzeren α -Strahlen vermindert sich die Ausbeute bis etwa 1,2 cm Restreichweite der Primärstrahlen nicht. Dabei wurde mit nur etwa 0,1 cm Minimalabsorption gemessen. Aus einer dickeren Aluminiumschicht wird von den in größerer Tiefe erzeugten H -Strahlen natürlich nur ein kleiner Bruchteil beobachtbar, weil die zahlreichen ganz kurzen H -Strahlen unter denselben die Substanz nicht mehr zu verlassen vermögen. Man erhält daher bei Bestrahlung einer dicken Aluminiumschicht mit RaC - α -Teilchen, die sich in derselben totlaufen, nur etwa 80 beobachtbare H -Teilchen pro Million. Diese Werte, unter Verwendung des auch

β - und γ -strahlenden *RaC* als Primärstrahlungsquelle erhalten, bedeuten *Minimalwerte*. Die wirklichen Ausbeutewerte dürften beträchtlich höher liegen, worauf erstens die auch bei *RaC* von den besten Szintillationszählern erhaltenen höheren Werte, zweitens auch größere Ausbeuten bei Verwendung des β - und γ -strahlenfreien Poloniums hindeuten, das die Zählung der lichtschwachen Szintillationen auf absolut schwarzem Hintergrunde ermöglicht. Die Abhängigkeit der erhaltenen Absolutwerte von Bedingungen, die im allgemeinen nicht einmal während eines Versuches konstant gehalten werden können, bedeutet eine Unsicherheit der erzielbaren ziffernmäßigen Resultate, die einen darauf verweist, nach Möglichkeit Relativmessungen zu machen. Infolgedessen werden fast alle quantitativen Angaben über Atomzertrümmerung, wie dies auch schon RUTHERFORD und CHADWICK in ihrer ersten Arbeit taten, auf Aluminium bezogen, das sich vor allem wegen der großen Ausbeute an weitreichenden, gut beobachtbaren *H*-Teilchen am besten als Standardelement eignet.

Setzt man die Ausbeute an retrograden *H*-Teilchen aus dickem *Al* mit *RaC*- α -Teilchen gleich 80 pro Million, so geben nach H. PETERSSON, G. KIRSCH und E. KARA-MICHAILOVA die Elemente *C* und *O* etwa $60 \cdot 10^{-6}$ und *Li* etwa $40 \cdot 10^{-6}$. Zu allen diesen Angaben passen recht gut die von BLACKETT (27) nach der Nebelstrahlmethode erhaltenen mindestens 8 Zertrümmerungen von *N*-Atomen durch 270 000 *ThC*- α -Partikeln der längeren Gruppe, d. i. also etwa 30 pro Million, *längs der ersten 2 cm* ihrer Bahn; das sind 15 pro Million und Wegzentimeter, eine Zahl, die mit der SCHMIDTSchen Zahl 30 pro Million für den ersten Wegzentimeter von *RaC*- α -Strahlen *in Aluminium* sich gut verträgt. Für mittelschwere und schwere Elemente sind die Ausbeuten an retrograden *H*-Teilchen nach KIRSCH und PETERSSON größer als bei Aluminium und betragen Hunderte pro Million.

Eine gute Sicherung vor allem gegen den Einwand, daß irgendwelche andere Ursachen, β -Strahlen und dgl., schwache Szintillationen verursachen und *H*-Partikeln vortäuschen könnten, erhielten die obigen Ziffern durch die erwähnte Untersuchung von G. STETTER (24), in dessen Apparatur nur Partikeln als *H*-Teilchen gezählt werden konnten, deren $\frac{e}{m}$ dem von Protonen entsprach. Aus STETTERS Versuchen ergibt sich eine Ausbeute von 30 pro Million und Wegzentimeter der erzeugenden α -Strahlen in Aluminium. Diese Zahl ist als solche wohl mit einer größeren Unsichtbarkeit behaftet, als die SCHMIDTSche, aber dafür steht der Partikelcharakter bei diesem Versuche außer Zweifel.

Die SCHMIDTSchen Ausbeutezahlen und alle an sie angeschlossenen Messungen an anderen Elementen beziehen sich auf die Summe der *H*-Strahlen aller Reichweiten, d. h. auf die Beobachtung bei minimaler Absorption, praktisch auf die Absorption Null, d. h. die vorhandene

Absorption im Sekundärstrahlenweg, ein Stück Schaumaluminium unmittelbar vor dem Schirm, kann jedenfalls vernachlässigt werden gegenüber der Absorption, welche die H -Partikeln zum Teil in der Substanz zurückzulegen haben, sowie gegenüber der Restreichweite, die H -Partikeln jedenfalls haben müssen, um noch beobachtbar zu sein.

Auch wenn man die größten bisher beobachteten Ausbeuten an Atomtrümmern, die sich der Größenordnung 10^{-3} nähern, berücksichtigt und mit den stärksten zur Verfügung stehenden Strahlenquellen rechnet, so erhält man für die Menge zertrümmerter Materie verschwindend kleine Werte, sobald man sie etwa in Gramm ausdrückt. Unter Zugrundelegung der SCHMIDTSchen Ausbeute mit Aluminium, würde 1 Curie Emanation samt seinen Folgeprodukten RaA und RaC bei voller Ausnützung seiner allseitigen α -Strahlung zur Zertrümmerung von Aluminium im Laufe seines Zerfalles rund $0,0001 \text{ mm}^3$ oder 10^{-8} g Wasserstoff hervorbringen, den chemisch oder sogar spektroskopisch nachzuweisen heute kaum möglich sein dürfte.

Absorptionskurven und Reichweiten.

Über die Zusammensetzung eines unter bestimmten Bedingungen erhaltenen H -Strahlenbündels in bezug auf Reichweite oder Geschwindigkeit erhält man Aufschluß durch Aufnahme einer Absorptionskurve. Die Verfolgung der Teilchen mit wachsender Absorption, bis ihre Zahl Null

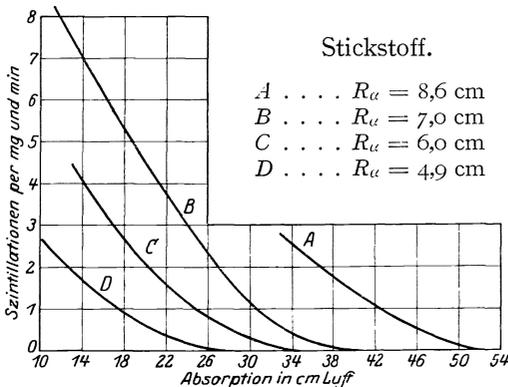


Abb. 2. H -Teilchen aus Stickstoff nach RUTHERFORD und CHADWICK.

wird, gibt die maximale Reichweite, auch oft als Reichweite schlechtweg bezeichnet. Die Angabe einer Reichweite in diesem Sinne hat nur Bedeutung in Verbindung mit der Angabe der Empfindlichkeit der Methode: weitreichende Teilchen in geringer Anzahl außerhalb der Grenzen der Beobachtungsmöglichkeit können und sollen durch eine solche Angabe nicht ausgeschlossen werden.

den. Aus denselben Gründen, die nach dem vorhergehenden Abschnitt die Unsicherheit der gemessenen Zahlwerte bedingen, kostet die Aufnahme einer einigermaßen gesicherten Absorptionskurve viel Zeit und Mühe. Solche Kurven werden daher in den einschlägigen Arbeiten nur verhältnismäßig selten gegeben. Abb. 2 gibt die mit Primär- α -Strahlen verschiedener Reichweite erhaltenen vorwärtigen H -Strahlen aus Stickstoff nach

RUTHERFORD und CHADWICK (17) wieder, Abb. 3 retrograde H -Teilchen aus Aluminium nach SCHMIDT. Es liegt in der Natur der indirekten Methoden, bei denen Strahlungsquelle und bestrahlte Substanz getrennt

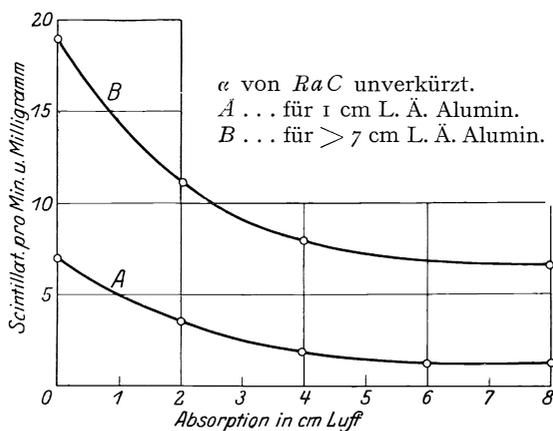


Abb. 3. H -Teilchen aus Aluminium nach SCHMIDT. A aus dünner Schicht, B aus dicker Schicht.

sind, um die Beobachtung von Atomtrümmern unter einem bestimmten Winkel zu ermöglichen, daß die Ausbeute einer Anordnung mit Szintillationsschirm gegebener Größe bedeutend geringer ist, als bei der Untersuchung vorwärtiger H -Strahlen, bei der durch unmittelbare Berührung der Strahlungsquelle und bestrahlten Substanz die Ausnützung der ersteren auf 50% gebracht werden kann. Aus diesem Grunde sind auch die Kurven von SCHMIDT (26) im allgemeinen nicht weiter als bis 8 oder 10 cm L. Ä. aufgenommen worden. Ebenso haben KIRSCH und PETERSSON (23) bei der Untersuchung von mittelschweren und schweren Elementen nach der retrograden Methode die Absorptionskurven nur soweit verfolgt, als dies mit Rücksicht auf die Zahl der bei höheren Absorptionen noch vorhandenen Partikeln tunlich war.

Als Beispiel seien in Abb. 4 die retrograden Partikeln aus Eisen angeführt. Allen diesen Absorptionskurven gemeinsam ist die zwar manchmal

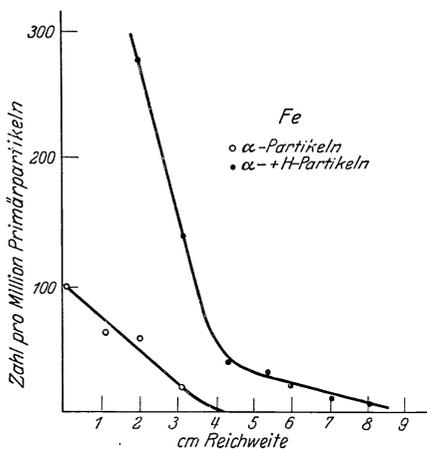


Abb. 4. Sekundärpartikeln aus Eisen nach KIRSCH und PETERSSON.

geradlinige, im allgemeinen aber nach oben konkave Gestalt. Eine Begründung dieses Charakters der Absorptionskurven hat für einzelne Fälle G. KIRSCH (28) zu geben versucht.

An Reichweitemessungen von H -Strahlen (Atomtrümmern), bei deren Wertung das oben Gesagte zu berücksichtigen ist, seien folgende beiden in der Literatur bereits mehrfach zitierten Zusammenstellungen wiedergegeben (Tabelle 4 und Abb. 5).

Tabelle 4.

Element	Reichweite der H -Strahlen	
	nach vorwärts	nach rückwärts
Bor . . .	58	38
Stickstoff .	40	18
Fluor . .	65	48
Natrium .	58	36
Aluminium	90	67
Phosphor .	65	49

Zu Tabelle 4 ist zu bemerken, daß außer RUTHERFORDS und CHADWICKS Messungen auch Messungen von KIRSCH und PETTERSSON sowie von PETTERSSON es sehr wahrscheinlich machen, daß ceteris paribus die Reichweite von Atomtrümmern mit wachsendem Winkel zwischen Primär- und Sekundärstrahlrichtung abnimmt, worauf wir

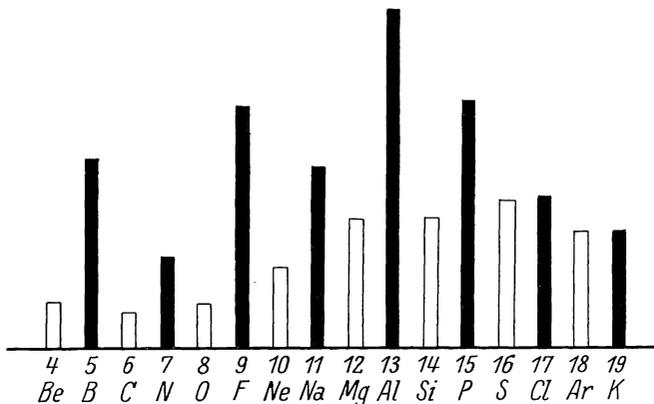


Abb. 5. H -Strahlenreichweiten der Leichtelemente bei Bestrahlung mit $RaC\text{-}\alpha$ -Partikeln.

noch zurückkommen werden. Da nun erstens die unter rechtem Winkel zur Primärstrahlrichtung ausgesandten H -Teilchen wahrscheinlich eine größere Reichweite besitzen als die unter 180° ausgesandten, zweitens die ersteren in RUTHERFORDS und CHADWICKS Anordnung bedeutend überwiegen dürften, so sind die in der zweiten Kolonne gegebenen Werte wohl als Reichweiten unter rechtem Winkel ausgesandter H -Strahlen zu betrachten. Aus diesem Grunde sind auch in Abb. 5 diese Werte

mit RUTHERFORD und CHADWICKS sowie KIRSCH und PETERSSONS Werten für die anderen Elemente zusammengefaßt, die nach der rechtwinkligen Methode erhalten wurden.

Energetische Verhältnisse.

Wie oben angeführt, kann ein *freies Proton* von einem stoßenden α -Teilchen günstigen Falls die Geschwindigkeit $V_H = \frac{8}{5} V_\alpha$ mitgeteilt bekommen, d. h. maximal 64% der Energie des stoßenden α -Teilchens. Es wäre aber ein Irrtum, anzunehmen, daß jedes z. B. durch *RaC- α* -Teilchen ($R = 7$ cm) aus einem Atomkern losgerissene Proton von mehr als 28 cm Reichweite einem exothermen Prozeß entsprungen sein müsse, denn einem ursprünglich gebundenen Proton kann ein α -Teilchen sehr wohl mehr als 64% seiner Energie übertragen, ohne daß deswegen aus dem Atomkern freigewordene Energie beteiligt sein muß. Die Übertragung der gesamten Energie eines *RaC- α* -Teilchens würde einem Proton die Reichweite von 56 cm in Luft verleihen. Ein Vergleich dieser Zahl mit den Werten in Tabelle 4 lehrt, daß an den Atomzertrümmerungsprozessen exotherme Vorgänge beteiligt sein müssen. Da aber die Absorptionskurven lehren, daß allgemein die kürzesten *H*-Strahlen an Zahl bedeutend überwiegen, so ist die Zahl der notwendig exothermen Reaktionen zwischen Atomkernen und α -Teilchen nur ein sehr kleiner Bruchteil der Gesamtheit.

Es mag hier nur noch darauf hingewiesen werden, daß die *Mindestenergie*, die zur Erzielung einer Atomzertrümmerung aufgewendet werden muß, viel kleiner ist, als nach den ersten Untersuchungen angenommen wurde. RUTHERFORD und CHADWICK (17) haben für Aluminium die untere Grenze der Zertrümmerungsfähigkeit von α -Strahlen bei etwa 4,9 cm Reichweite gefunden und an diesem Befund bis heute festgehalten (21). Demgegenüber hat E. A. W. SCHMIDT (26) für Aluminium nachgewiesen, daß α -Teilchen mit nur 1 cm Reichweite noch zertrümmernd wirken, ein Resultat, das die methodisch ungeheuer wichtige Möglichkeit der Verwendung von Polonium erschloß. Die zertrümmernde Wirkung von Polonium- α -Strahlen erhielt kürzlich eine zweifache Bestätigung durch Untersuchungen von SCHMIDT nach der Szintillationsmethode und R. HOLOUBEK nach der WILSON-Methode (29), nachdem schon früher M. BLAU bei photographischem Nachweis (Punktreihen) Polonium als Primärstrahlenquelle verwendet hatte.

B. Folgerungen und theoretische Vorstellungen.

Wie aus dem ersten Abschnitt hervorgeht, ist das experimentelle Material auf dem Gebiete der Atomzertrümmerung noch sehr dürftig. Einigermaßen zuverlässige ziffernmäßige Angaben sind spärlich vorhanden. Die Hauptleistungen auf dem Gebiete bestehen in der Schaffung

einer Methodik, die wohl noch der Weiterentwicklung bedarf, bevor das Beobachtungsmaterial ohne allzugroßen Aufwand an Zeit und Mühe derart gesteigert werden kann, daß eine systematische Bearbeitung von Seite der Theorie möglich wird. Die bisherigen Deutungsversuche tragen daher den Charakter von Arbeitshypothesen, die einen Leitfaden zur Entdeckung der Phänomene bilden sollen, welche zunächst noch nicht einer erschöpfenden, messenden Untersuchung zugänglich sind.

Der Mechanismus der Atomzertrümmerung.

Wie schon oben (S. 172) erwähnt, haben sich RUTHERFORD und CHADWICK (17) ursprünglich zur Erklärung der Zertrümmerbarkeit der Elemente *B*, *N*, *F*, *Na*, *Al* und *P* als einer singulären Eigenschaft derselben, das Bild von weitgehendem Aufbau der Kerne aus α -Teilchen und Elektronen gemacht. Nur die über eine durch 4 teilbare Zahl vorhandenen überschüssigen Protonen sollten bei diesen Elementen den Restkern als Satelliten umkreisen und bei einer Zertrümmerung sollte eine selektive Übertragung von Impuls vom α -Teilchen auf einen solchen Satelliten stattfinden. Bei Elementen vom gleichen Typus, wie *Li*, *Be* oder *Cl*, dachten sie sich diese Satelliten als in den Restkern eingebaut oder wenigstens so nahe an demselben, daß eine selektive Impulsübertragung und Zertrümmerung wenigstens mit *RaC*- α -Teilchen unmöglich war. Dazu schien es nötig, die Gültigkeit des COULOMBSchen Gesetzes *zwischen Elementarladungen* auf die in Frage kommenden Distanzen aufzugeben.

Die drei Hauptgründe, die zur Zeit der Aufstellung der *Satellit-hypothese* für dieselbe ins Treffen geführt werden konnten, waren kurz folgende: 1. Zertrümmerbarkeit des Atomkerns scheint an einen bestimmten Typus des Atomgewichts gebunden. 2. Die Ausbeute an *H*-Partikeln ist bedeutend kleiner als die Wahrscheinlichkeit eines Kerntreffers in der fraglichen Substanz. 3. Die maximale Geschwindigkeit der *H*-Teilchen ist von der Geschwindigkeit der zertrümmernden α -Teilchen abhängig. Hierzu kam noch, daß die Vorstellung eines für positive Ladungen anziehenden Bereiches modellmäßig das Auftreten von *H*-Strahlen „nach rückwärts“ zu erklären erlaubte.

Die unter 1. angeführte Tatsache ist heute durch das vorliegende experimentelle Material sowohl von Cambridge als von Wien überholt. Was zweitens die Ausbeute betrifft, so halten zwar RUTHERFORD und CHADWICK für Aluminium noch an dem Wert $2 \cdot 10^{-6}$ pro α -Wegzentimeter fest, aber mit den hohen Ausbeuten von SCHMIDT, sowie wohl auch mit den von BLACKETT nach der WILSON-Methode bei Stickstoff erhaltenen Ausbeuten erscheint eine Satellitvorstellung wie die angedeutete kaum verträglich. Was schließlich die Abhängigkeit der *H*-Teilchengeschwindigkeit von der α -Teilchengeschwindigkeit sowie das Auftreten von *H*-Teilchen nach rückwärts betrifft, so hat H. PETERS-

SON (30) als Erklärung eine andere Auffassung des Zertrümmerungsvorganges vorgeschlagen, die man als *Explosionshypothese* bezeichnen kann.

Nach dieser Auffassung wurde angenommen; das α -Teilchen übt seine Stoßwirkung auf den Atomkern als Ganzes aus. Die dadurch hervorgerufene Instabilität des Kerns führt zur Ausschleuderung eines Protons ähnlich wie das α -Teilchen beim radioaktiven Zerfall ausgeschleudert wird, nur ist die Geschwindigkeit des Protons von der Intensität der auslösenden Ursache abhängig, im Gegensatz zum radioaktiven spontanen Zerfall, der ja ohne äußere Ursache vor sich geht. Der explosionsartige Charakter der Protonenemission, die also nur als eine indirekte Folge der Störungen durch den Stoß aufgefaßt wird, bringt auch das Auftreten der Protonen nach allen Richtungen mit sich. Spezielle Annahmen über den Stoßvorgang, bzw. die Struktur des zertrümmerten Atomkerns werden nicht gemacht. Die indirekte Auslösung der Protonenemission durch den Stoß läßt es auch sinngemäß erscheinen, die Protonengeschwindigkeit relativ zum Kern als unabhängig von dem Winkel zwischen Stoßrichtung und Emissionsrichtung anzunehmen. PETERSSON führte die Verschiedenheit der in verschiedenen Richtungen beobachteten Geschwindigkeiten zurück auf das Zusammenwirken der Relativgeschwindigkeit gegen den Kern mit der Eigengeschwindigkeit des Kerns im Moment des Zerfalles. Die Annahme der Kernexplosion im Moment des innigsten Zusammenstoßes fand er in vielen Fällen als gut mit den Messungen vereinbar.

Später als nach der retrograden Methode sich die großen Ausbeuten an H -Teilchen bei kleinen Absorptionswerten fanden, und die Zahl der Protonen die der reflektierten α -Teilchen im selben Winkelbereich um eine Größenordnung überwog, schloß PETERSSON (22) daraus auf ein Fehlen von reflektierten α -Teilchen und weiter auf ein Haftenbleiben derselben im getroffenen Atomkern. Spätere Berechnung der Anzahl reflektierter α -Teilchen zeigte jedoch, daß dieselbe in den in Frage kommenden Fällen, wenigstens nach der Theorie der elastischen Kernstöße, bedeutend kleiner als die der beobachteten Protonen sein müsse.

Auf einem ganz anderen Wege ist KIRSCH (28) zu dem Schlusse gelangt, daß das stoßende α -Teilchen in gewissen Fällen wenigstens in den Kernverband aufgenommen ist, wenn das Proton emittiert wird. Für die Abhängigkeit der H -Strahlenenergie von der Energie des stoßenden α -Strahls im Falle des Stickstoffs erhielt er nämlich auf Grund von RUTHERFORD und CHADWICKS Messungen eine sehr einfache quantitative Beziehung. Unter Annahme des Haftenbleibens des α -Teilchens am Kern sowie sofortiger Emission des Protons aus dem synthetisierten neuen Kern, einem Fluorkern vom Atomgewicht 18, ergab sich für die verschiedenen α -Teilchengeschwindigkeiten stets eine konstante Differenz zwischen der vom α -Teilchen in den Kern

mitgebrachten und der bei der Protonenemission freiwerdenden Energie. Diese Differenz, von A. SMEKAL (31) als „Anregungsenergie“ des Stickstoffkerns bezeichnet, ist negativ. Eine schöne Bestätigung für diese Anschauung, daß es sich bei der Stickstoff-„zertrümmerung“ zum Teil, vielleicht überhaupt, um einen Aufbau handeln mag, bilden die später von P. M. S. BLACKETT (27) veröffentlichten Untersuchungen nach der WILSONmethode, die für die acht Fälle, in denen aus einem getroffenen Stickstoffatom die Emission eines Protons beobachtet wurde, außer der Protonenbahn nur die kurze Spur des Restkerns aber keine Andeutung für die Reflexion des α -Teilchens aufweisen. Abb. 6 ist eine von BLACKETTS Aufnahmen wiedergegeben.

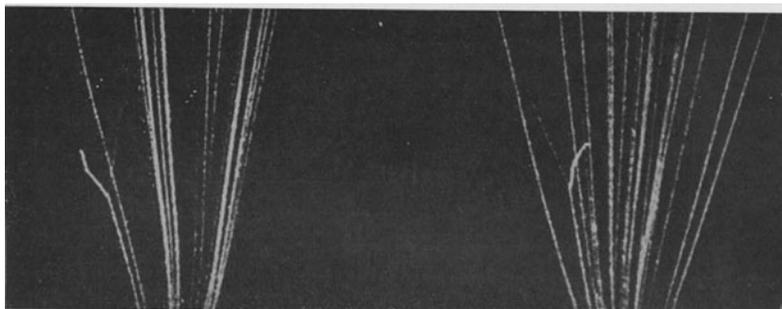


Abb. 6. Stereoskopische Aufnahme einer Stickstoffzertrümmerung nach BLACKETT.

War die Explosionshypothese, wie sie PETERSSON ursprünglich formuliert hatte, eigentlich schon mit dem Standpunkt der Quantentheorie gegenüber derartigen Stoßvorgängen verwandt, so zeigt ihre erfolgreiche Spezialisierung und Anwendung im Falle des Stickstoffs durch KIRSCH, daß man alle Aussicht hat, den Vorgängen bei Kernstößen von einem solchen Standpunkte aus ebenso erfolgreich zu Leibe gehen zu können, wie man es den radioaktiven Erscheinungen gegenüber schon tut.

Nach diesem Standpunkt ist auch im Allgemeinen die Emission eines einzigen Protons aus einem getroffenen Atom zu gewärtigen. Diesen Punkt hat H. PETERSSON (32) mit einer speziell dazu konstruierten Anordnung mit extrem großer Ausbeute an Sekundärstrahlung (etwa 25 vH) nach der Szintillationsmethode geprüft und gefunden, daß die Zahl der auftretenden Paare praktisch gleichzeitiger Szintillationen sehr gering und nicht größer ist als die nach den Regeln der Wahrscheinlichkeit zu erwartende. Dies Ergebnis ist von grundlegender Bedeutung für alle noch folgenden Diskussionen über Kerngröße usw., bei denen samt und sonders mit höchstens einer Protonenemission pro Kernstoß gerechnet wird.

Die Größe der Atomkerne.

Über die Größe der Atomkerne erlauben nur Untersuchungen über Kernstöße direkte Schlüsse zu ziehen. Daher vermögen uns die Versuche über Atomzertrümmerung in dieser Hinsicht einiges zu lehren. Man kann verschiedene Größen als Kernradius definieren. So gibt CHADWICK (33) nach seinen Streuversuchen mit α -Teilchen an Kupfer-, Silber- und Platinkernen an, daß sich bis zu Apsidendistanzen 10^{-11} cm *keinerlei Abweichungen vom Coulombschen Gesetz* zeigen, woraus man eine obere Grenze für die Dimensionen der genannten Atomkerne ableiten kann. Ebenso ergibt sich nach Untersuchungen von BLACKETT (34) nach der WILSON-Methode, daß sich der Gültigkeitsbereich des COULOMBSCHEN Gesetzes bei Luft (Stickstoff und Sauerstoffkernen) mindestens bis $3 \cdot 10^{-12}$ cm und bei Argon mindestens bis $7 \cdot 10^{-12}$ cm erstreckt. E. S. BIELER (35) findet aus Streuversuchen an Magnesium und Aluminium, daß Abweichungen von der theoretischen Streuung bei 10^{-12} cm merkbar werden, und versucht, seine Ergebnisse durch Hinzufügen eines Gliedes $\sim \frac{1}{r^4}$ im Kraftgesetz mathematisch zu formulieren. Er erhält mit Hilfe dieses Kraftgesetzes eine Entfernung vom Mittelpunkt des Aluminiumkernes $3,44 \cdot 10^{-13}$ cm, in der die Kraft ihr Vorzeichen wechselt, und die er als Kernradius anspricht.

PETTERSSON (30) hat dagegen durch Annahme der Polarisation des Atomkerns durch das herannahende α -Teilchen den BIELERSchen Resultaten eine physikalische Interpretation zu geben versucht. Er faßt als Näherung den Kern als geladene leitende Kugel auf, an deren Oberfläche eine Elektrizitätsmenge gleich der effektiven Kernladung beweglich vorhanden ist. Für jedes Verhältnis zwischen den Ladungen des gestreuten Teilchens und des streuenden Kernes ergibt sich dann ein bestimmter Faktor (im Falle des Aluminiums und α -Teilchens 1,23), durch den der kritische Radius, in dem die Kraft Null wird, zu dividieren ist, um den Radius der Sphäre zu erhalten, auf der sich die Kernladung befindet, und den PETTERSSON als Kernradius bezeichnet. Nach dieser Betrachtungsweise, wo also die Zusatzkraft eine erst durch elektrostatische Induktion hervorgerufene ist, ergibt sich das positive Zusatzglied im Kraftgesetz $\sim \frac{1}{r^5}$. Die BIELERSchen Messungen sind durch dasselbe ebensogut darstellbar, wie durch BIELERS Ansatz.

RUTHERFORD und CHADWICK (21) berechnen erstens aus der von ihnen gefundenen minimalen Reichweite der α -Teilchen (4,9 cm), die eben noch zertrümmernd auf Aluminium zu wirken imstande sein sollen, daß dieselben bis zu einer Äquipotentialfläche von 3 Millionen Volt vorzudringen vermögen, die in einem mit dem BIELERSchen Kernradius übereinstimmenden Abstand vom Kernmittelpunkt liegen soll. Ebenso berechnen sie aus der von ihnen gefundenen Minimal-

reichweite der H -Strahlen aus Aluminium (S. 178) von 13—14 cm, daß dieselben ihre Geschwindigkeit gerade beim Durchfallen der Potentialdifferenz von 3 Millionen Volt erhalten würden. Der Kernradius ergibt sich nach diesen Daten zu $6 \cdot 10^{-13}$ cm. Auch ihre Ausbeuten an H -Partikeln aus Aluminium finden RUTHERFORD und CHADWICK in Einklang mit der Annahme eines wirksamen Kernquerschnitts dieser Größe.

Mit Rücksicht auf die um eine Größenordnung höheren Ausbeuten von SCHMIDT an kurzen H -Teilchen, kommen diese kleinen Werte als Kernradien, in welchem Sinne immer definiert, wohl kaum in Betracht. SCHMIDTS Ausbeuten an Aluminium H -Teilchen mit schnellen α -Strahlen (RaC) führen vielmehr schon auf Kernradien von der Größenordnung 10^{-12} cm, während seine z. T. noch größeren Ausbeuten mit den langsamsten α -Teilchen (etwa 1 cm R) auf noch größere Kernradien führen. Diese anscheinende Abhängigkeit des „*wirksamen Kernquerschnittes*“ von der Geschwindigkeit der stoßenden α -Teilchen legt einen Vergleich dieser Erscheinung mit dem ähnlichen Verhalten der Elektronenhülle des Atoms gegenüber Elektronen verschiedener Geschwindigkeit nahe, worauf SMEKAL hingewiesen hat.

Schließlich sei ergänzend bemerkt, daß sich aus der Geschwindigkeit der α -Teilchen aus UI ein Minimalradius von $7 \cdot 10^{-12}$ cm ergibt, wenn man annimmt, daß diese α -Teilchen ihre ganze Geschwindigkeit dem Durchfallen des abstoßenden Feldes verdanken, d. h. von der „Kernoberfläche“ mit der Geschwindigkeit Null starten. Dagegen fanden RUTHERFORD und CHADWICK (36) bei Streuversuchen mit α -Teilchen an Uran, daß das COULOMBSche Gesetz bis zu Abständen von $5 \cdot 10^{-12}$ cm vom Kernmittelpunkt gültig zu sein scheint. Dieser Widerspruch wird sich vielleicht auch als Wirkungsquerschnittsphänomen lösen.

Endlich wollen wir noch daran erinnern, daß sich aus den Untersuchungen der natürlichen H -Strahlen (6, 7) (S. 169) Werte für die Abmessungen des α -Teilchens, d. h. für eine bestimmte Äquipotentialfläche um dasselbe gewinnen ließen; die Form dieser Äquipotentialfläche von 5,5 Millionen Volt weist auf Abstände der Elementarladungen im α -Teilchen hin, die von der Größe des BIELERSchen Kernradius von Aluminium sind. Auch das darf als ein Hinweis gewertet werden, daß kompliziertere Kerne wie die des Aluminiums wahrscheinlich einen etwas größeren Raum einnehmen, als sich aus den bei Streuversuchen mit α -Teilchen wahrnehmbaren Abweichungen vom COULOMBSchen Gesetz schließen läßt.

Kernstruktur — Energetische Verhältnisse.

Von Ansätzen und Spekulationen, die von den radioaktiven Tatsachen ausgehen, abgesehen, ist die Satellithypothese RUTHERFORD und

CHADWICKS der erste Versuch, sich ein Bild der Atomkerne mit einigen Einzelheiten zu machen, indem die H -Satelliten derselben in gewisser Entfernung vom Restkern vorgestellt werden und sowohl energetisch wie räumlich gleichsam ein Niveau für sich bilden. Die Explosionshypothese PETERSSONS bedeutet dagegen die Ablehnung jeglichen speziellen Bildes von der Kernstruktur. PETERSSON hat jedoch später, zwecks Erklärung des Reichweitedefizits der an schweren Elementen reflektierten α -Teilchen und der außerdem auftretenden H -Teilchen, angenommen, daß eine äußere, weniger widerstandsfähigere Zone des Kernes die α -Teilchen hindurchläßt und dieselben nach Energieverlust und eventueller Protonenabspaltung in dieser Zone, an einem inneren, widerstandsfähigeren Teil desselben reflektiert werden.

Zu mehr ins einzelne gehenden Vorstellungen über Kernniveaus, besonders bei Aluminium und Stickstoff, und Zuordnung gewisser H -Strahlengruppen zu denselben ist KIRSCH (28) auf Grund der Betrachtung von H -Strahlenabsorptionskurven gelangt. Danach würde es sich bei Stickstoff um zwei, bei Aluminium um drei räumlich und energetisch zu unterscheidende Niveaus handeln. Sowohl die Anregungsspannung als auch der Vorgang der Protonenablösung im einzelnen wird für diese Niveaus als verschieden angenommen.

Die erwähnte Unstimmigkeit zwischen den Werten für die Kerndimensionen, die man einerseits aus dem Gültigkeitsbereich des COULOMBSchen Gesetzes bei Streuungsversuchen, andererseits aus den Wirkungsquerschnitten gegenüber α -Teilchen bei Zertrümmerungsversuchen ableiten kann, läßt sich nach KIRSCH vielleicht damit erklären, daß die von BIELER und RUTHERFORD und CHADWICK errechneten Kerndimensionen die Dimensionen eines inneren Kernniveaus darstellen, während die zahlreichen kurzen H -Teilchen, die SCHMIDT erhielt, in einem äußeren, energetisch niederen Niveau ausgelöst werden, das praktisch den α -Teilchen kaum Widerstand entgegengesetzt. Schalenstruktur des Atomkerns haben übrigens auch RUTHERFORD und CHADWICK (36) zur Erklärung der anomalen Zerstreung von α -Teilchen an Aluminium und Magnesium unter großen Winkeln herangezogen (Abb. 7).

Zu den Fragen des Kernbaues gehört auch die, ob die Elementarladungen, die Protonen und Elektronen in den Kernen untergeordnete Einheiten bilden und ob sie etwa in weitgehendem Maße zu α -Teilchen vereinigt sind, wie dies nicht nur die radioaktiven Erscheinungen nahe zu legen scheinen. Seit der Zertrümmerung des Kohlenstoffes durch PETERSSON hat wohl als bewiesen zu gelten, daß eine Zusammensetzung des Kohlenstoffkerns ausschließlich aus α -Teilchen in der Gestalt, wie der freie Heliumkern, ausgeschlossen ist. Denn sonst wäre die Zertrümmerung des Kohlenstoffes gleichbedeutend mit der Zertrümmerung des α -Teilchens. Überdies bliebe bei reinem Helium-

aufbau des Kohlenstoffs kein Packungsdefekt übrig, der die Stabilität des aus den Heliumkernen aufgebauten Gebildes aufrecht erhalten würde. Eine Vereinigung von je vier Protonen und zwei Elektronen zu einer untergeordneten Einheit innerhalb des Kerns ist natürlich trotzdem denkbar.

Übrigens ist die Unzertrümmerbarkeit des Heliumkerns durch Stöße mit α -Teilchen aus *RaC* und *ThC*, deren Energien nur ungefähr ein

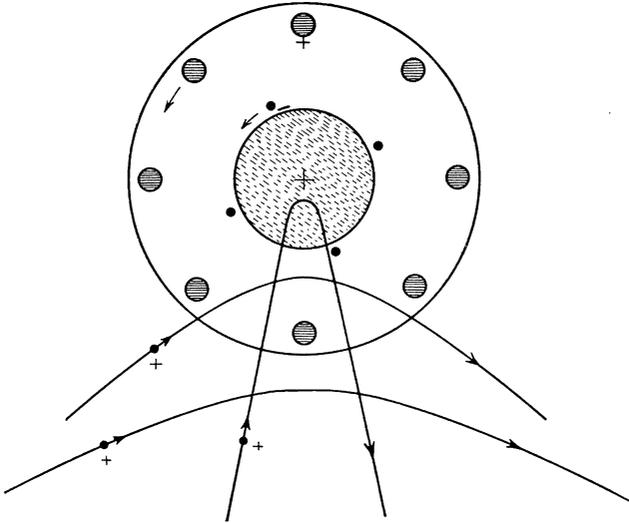


Abb. 7. Neues Kernmodell nach RUTHERFORD.

Drittel ausmachen von der, die zur Zerlegung des Heliumkerns in seine Bestandteile aufgebracht werden muß, nur so zu verstehen, daß eben diese vollkommene Zerlegung unmöglich ist. Die Zerlegung etwa in ein Proton und ein Wasserstoffisotop mit der Masse 3 wäre *dann* möglich, wenn ein solches Wasserstoffisotop den genügenden Packungsdefekt aufweist. Ebenso ist „Zertrümmerung“ von Helium in dem Sinne wie beim Stickstoff, d. h. daß der Emission des Protons eine Synthese zwischen α -Teilchen und getroffenem Kern vorausgeht, durchaus möglich. Sie würde die Vereinigung zweier Heliumkerne unter Verlust eines Protons zu einem Lithiumkern bedeuten.

Literatur.

1. E. RUTHERFORD: *Philosoph. mag.* **21**, 669, 1911; C. G. DARWIN, *Ibid.* **27**, 494, 1914.
2. N. BOHR: *Ibid.* **25**, 10, 1913; **30**, 588, 1914.
3. E. MARSDEN: *Ibid.* **27**, 824, 1914.
4. — und N. C. LANTSBERRY: *Ibid.* **30**, 240, 1915.
5. E. RUTHERFORD: *Ibid.* **37**, 537 ff., 1919.

6. A. L. MAC AULAY: *Ibid.* **42**, 892, 1921.
7. J. CHADWICK und E. S. BIELER: *Ibid.* **42**, 923, 1921.
8. C. G. DARWIN: *Ibid.* **41**, 486, 1921.
9. D. BOSE: *Physikal. Zeitschr.* **18**, 308, 1916; *Zeitschr. f. physikal. Chem.* **12**, 207, 1923.
10. E. KARA-MICHAILOVA und H. PETERSSON: *Wien. Ber. IIa* **133**, 163 (*Mitt. Ra.-Inst.* 164), 1924.
11. E. RONA: *Ebenda* **135** (*Mitt. Ra.-Inst.* 184), 1926.
12. M. BLAU: *Ebenda* **134**, 427 (*Mitt. Ra.-Inst.* 179), 1925; *Zeitschr. f. physikal. Chem.* **34**, 285, 1925.
13. G. STETTER: *Ebenda* **34**, 158, 1925.
14. E. RUTHERFORD: *Philosoph. mag.* **37**, 581, 1919.
15. A. SMEKAL: *NW* **8**, 206, 1920; *W. LENZ: NW* **8**, 181, 1920.
16. E. RUTHERFORD: *Proc. of the roy. soc. of London (A)*, **97**, 374, 1920; (*Bakerian Lecture*); E. RUTHERFORD und J. CHADWICK: *Philosoph. mag.* **48**, 509, 1924.
17. — und J. CHADWICK: *Philosoph. mag.* **42**, 809, 1921; **44**, 417, 1922.
18. G. KIRSCH und H. PETERSSON: *Wien. Ber. IIa* **132**, 229 (*Mitt. Ra.-Inst.* 160), 1923; *Philosoph. mag.* **47**, 500, 1924.
19. — — *Ebenda* **133**, 235 (*Mitt. Ra.-Inst.* 167), 1924.
20. H. PETERSSON, *Ebenda* **133**, 445 (*Mitt. Ra.-Inst.* 168), 1924.
21. E. RUTHERFORD und J. CHADWICK: *Proc. of the phys. soc. of London* **36**, 417, 1924.
22. H. PETERSSON: *Wien. Ber. IIa* **133**, 573 (*Mitt. Ra.-Inst.* 173), 1924.
23. G. KIRSCH und H. PETERSSON: *Ebenda* **134**, 491 (*Mitt. Ra.-Inst.* 180), 1925.
24. G. STETTER: *Ebenda* **135** (*Mitt. Ra.-Inst.* 181), 1926; *Ark. f. Mat., Astr. och Fys.* **19B**, Nr. 10, 1925.
25. G. KIRSCH: *Ebenda* **133**, 461 (*Mitt. Ra.-Inst.* 169), 1924.
26. E. A. W. SCHMIDT: *Ebenda* **134**, 385 (*Mitt. Ra.-Inst.* 178), 1925.
27. P. M. S. BLACKETT: *Proc. of the roy. soc. of London (A)* **107**, 349, 1925.
28. G. KIRSCH: *Physikal. Zeitschr.* **26**, 457, 1925.
29. E. A. W. SCHMIDT: *NW* **14**, 1926; R. HOLOUBEK: *NW* **14**, 1926.
30. H. PETERSSON: *Proc. of the phys. soc. of London* **36**, 194, 1924; *Wien. Ber. IIa* **133** (*Mitt. Ra.-Inst.* 172), 1924; *Ark. f. Mat., Astr. och Fys.* **19B**, Nr. 2, 1925.
31. A. SMEKAL: *NW* **13**, 800, 1925.
32. H. PETERSSON: *Wien. Ber. IIa* **134**, 45 (*Mitt. Ra.-Inst.* 176), 1925.
33. J. CHADWICK: *Philosoph. mag.* **40**, 734, 1920.
34. P. M. S. BLACKETT: *Proc. of the roy. soc. of London (A)* **102**, 294, 1922; **103**, 62, 1923.
35. E. S. BIELER: *Ibid.* **105**, 434, 1924.
36. E. RUTHERFORD und J. CHADWICK: *Philosoph. mag.* **50**, 889, 1925.

Nicht besonders zitiert: H. PETERSSON und G. KIRSCH: *Atomzertrümmerung*. Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1926.

Der experimentelle Beweis für den statistischen Charakter des radioaktiven Zerfallsgesetzes.

Von K. W. F. Kohlrausch, Graz.

Mit 5 Abbildungen.

Im Jahre 1905 hat E. SCHWEIDLER (1) darauf verwiesen, daß das bekannte Abklingungsgesetz einer einheitlichen radioaktiven Substanz

$$N_t = N_0 e^{-\lambda t},$$

(N_0, N_t Zahl der Atome zur Zeit Null bzw. t , λ die von äußeren Bedingungen unabhängige, für das Material charakteristische „Zerfallskonstante“) als der makroskopisch beobachtete Mittelwertsausdruck für sehr viele *zufallsartig* eintretende Atomverwandlungen aufgefaßt werden kann; und daß, wenn diese Auffassung zutrifft, sie sich in Schwan-

kungen des beobachteten Massenzerfalles $\frac{dN}{dt}$ um den Mittelwert äußern müßte. Eine ganze Reihe von Experimentatoren hat sich seit 1905 bis in die jüngste Zeit bemüht, den einwandfreien quantitativen Beweis für die Richtigkeit dieser Auffassung zu erbringen; wenn man sich, wie dies in vorliegendem Aufsatz beabsichtigt ist, auf die Beobachtung α -strahlender Substanzen beschränkt, zählt man schon 12 mehr oder weniger umfangreiche statistische Untersuchungen dieser Frage. Über die experimentelle Methodik, über die Art der statistischen Behandlung der Versuchsergebnisse und endlich über die Beweiskraft der Versuche für die Beantwortung der gestellten Frage soll im folgenden berichtet werden. Zum leichteren Verständnis der jeweils nötigen Wahrscheinlichkeitsüberlegungen werden die einschlägigen Verhältnisse zuerst an entsprechend adjustierten Urnenspielen erläutert; die für diese geltenden formalen Beziehungen können durch Grenzübergang ohne weiteres auf das radioaktive Wahrscheinlichkeitsproblem übertragen werden. Um endlich die Richtigkeit der Formeln an einem Versuchsmaterial zu zeigen, von dem man *weiß*, daß es Zufallscharakter hat, wird ihre Gültigkeit zunächst an konkreten Urnenziehungen demonstriert. Zu diesem Zwecke wurden aus einem Sack mit 100 bezifferten Lotteriesteinen, unter jedesmaligem Zurücklegen und Vermischen nach jedem Zug, 5000 Ziehungen vorgenommen. Die Reihen-

folge der gezogenen Ziffern wurde notiert und bildet ein Zufallsmaterial, das der mannigfachsten Verwendung fähig ist.

Die Versuchsanordnungen, mit denen die Schwankung der α -Strahlung untersucht wurde, teilen sich in methodischer Hinsicht in zwei Hauptgruppen. Bei der ersten wird jedes einzelne, einen Atomzerfall anzeigende α -Teilchen registriert und gezählt, wobei es gleichgültig ist, wie stark die zur Beobachtung gelangende Wirkung des Einzelteilchens ist, sofern sie nur die Beobachtungsmöglichkeit verbürgt; sie soll die „Methode der Einzelbeobachtung“ genannt werden. Bei der zweiten Methode dagegen wird immer die Gesamtwirkung sehr vieler α -Teilchen beobachtet; um auf die Zahl der beteiligten Teilchen zurückrechnen zu können (was sich als notwendig herausstellen wird), muß jetzt die Einzelwirkung bekannt sein; wir nennen diese Beobachtungsart: „Methode der Massenbeobachtung“.

In beiden Fällen wird eine möglichst große Zahl von Versuchen angestellt und zunächst das Mittel aus den Ergebnissen gebildet. Jeder einzelne der Versuche wird eine gewisse Abweichung gegen dieses Mittel zeigen, und es muß nun untersucht werden, ob sich diese Abweichungen nach Größe und Auftretenshäufigkeit so um den Mittelwert gruppieren, wie wir dies an Verhältnissen, an denen wir den Begriff „Zufälligkeit“ definieren, zu sehen gewohnt sind. Trifft dies zu, so ist weiter zu untersuchen, ob in der Kausalreihe „Atomzerfall \rightarrow α -Teilchen \rightarrow Wirkung \rightarrow Registrierung durch ein Instrument \rightarrow Ablesung“ keine andere Stelle für ein quantitativ hinreichend wirksames, zufallsartiges Element vorhanden ist, als *lediglich* der Ausgangspunkt der Reihe, also der Atomzerfall. Nur wenn dies zweifelsfrei konstatiert werden kann, ist ein eindeutiger Rückschluß von den zufallsartigen Schwankungen des Endpunktes der Reihe auf den Zufallscharakter des Atomzerfalles möglich, nur dann kann von einem experimentellen Beweis der SCHWEDLERSchen Annahme gesprochen werden.

I. Methode der Einzelbeobachtung (Zählversuche).

Versuchsanordnung: Die α -Strahlung eines radioaktiven Präparates, dessen Stärke für die Dauer des Versuches als konstant angenommen werden möge, wird bis auf einen schmalen Raumwinkel abgeblendet; hinter der Blendenöffnung befindet sich eine auf einzelne α -Teilchen (abgekürzt α -T.) ansprechende Empfangsvorrichtung, sei es ein mit lichtstarkem Mikroskop subjektiv beobachteter Szintillationsschirm (z. B. Diamant-Dünnschliff), sei es eine GEIGERSche Spitzen- oder eine Ionenstoßkammer, welche letztere Vorrichtungen durch automatische Verstärkung der Ionisationswirkung jedes einzelne α -T. beobachtbar machen. Registrierung (subjektiv oder automatisch) jedes angezeigten Teilchens auf ablaufende Papierstreifen, auf denen zugleich eine Pendelvorrichtung gleiche Zeitabstände markiert, liefert das statistisch zu behandelnde

Ausgangsmaterial. Die statistische Verwertung kann dabei in zwei Arten geschehen, die im folgenden unter A und B besprochen werden.

A. Innerhalb passend gewählter gleichgroßer Zeitabstände wird, wenn Schwankung vorhanden ist, die Zahl n der registrierten α -T. verschieden sein. Das ganze Beobachtungsmaterial wird nach Werten von n geordnet; es werden dabei h_0 Fälle gezählt, bei denen überhaupt kein α -T. im betreffenden Zeitintervall auftrat, h_1 Fälle, bei denen $n = 1$ war, h_2 Fälle für $n = 2$ usw. So wird man h als Funktion von n erhalten und graphisch darstellen können, indem man n als

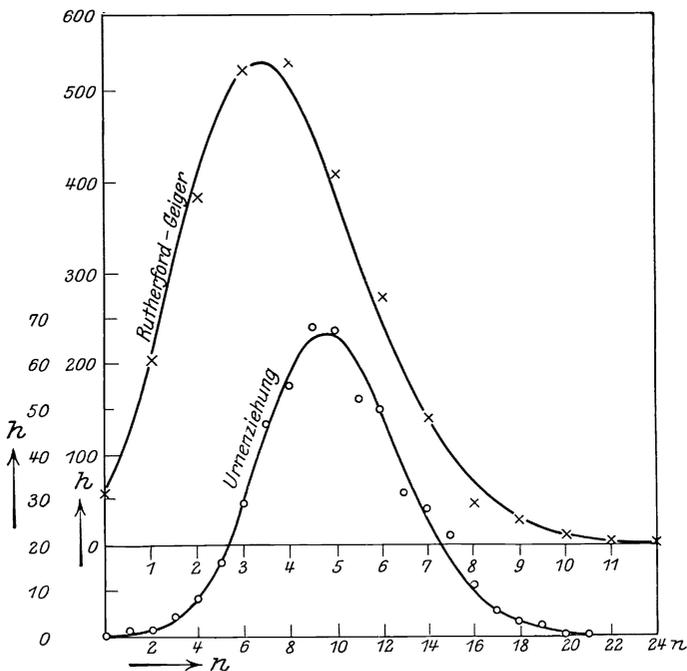


Abb. 1. Unter $l = \Sigma h$ gleich großen Intervallen kommt es h mal vor, daß das „Ereignis“ n mal auftritt. [Oben: Häufigkeit von α -Szintillationen innerhalb $\frac{1}{8}$ Min.; unten: Häufigkeit bestimmter Lottonummern in je 100 Zügen.]

Abszisse, h als Ordinate aufrägt. In Abb. 1 geben die zur oberen Kurve gehörigen Kreuzchen die Zählungsergebnisse von RUTHERFORD-GEIGER (2) nach einer Szintillationsmethode. Bei ihren Messungen kam es also unter insgesamt 2608 Zeitintervallen, jedes von der Länge $\frac{1}{8}$ Minute, zum Beispiel 57 mal vor, daß überhaupt keine Szintillation erfolgte, 203 mal, daß nur eine Szintillation beobachtet wurde usw. Als rechnerischer Mittelwert ergab sich: 3,87 Szintillationen pro Intervall. (Die angegebene Kurve ist übrigens zusammengezogen aus vier getrennten Beobachtungsserien (3a)).

Ein Urnenbeispiel analoger Statistik wäre das folgende: Eine Urne enthalte 100 Kugeln, 10 weiße, 90 schwarze; die Wahrscheinlichkeit, bei *einem* Zuge Weiß zu ziehen, ist $p = \frac{10}{100}$, die Gegenwahrscheinlichkeit $q = \frac{90}{100}$. Die zusammengesetzte Wahrscheinlichkeit $w(n)$, daß unter N Zügen n mal weiß, $(N - n)$ mal schwarz auftritt, ist, wenn die Reihenfolge beliebig ist:

$$w(n) = \frac{N!}{n!(N-n)!} p^n q^{N-n} \quad \text{(NEWTONSche Formel (4)).} \quad (1)$$

Wird eine solche Serie von N Zügen l mal wiederholt, so ist die Häufigkeit, mit der irgendeiner der n -Werte (von $n = 0$ bis $n = N$) auftreten wird,

$$h = l \cdot w(n).$$

Die Angaben der eingangs geschilderten Urnenziehung lassen sich ohne weiteres in dieser Art verwerten, indem man die 5000 Ziehungen z. B. in Serien zu je $N = 100$ einteilt und zunächst, die Ziffern von 1—10 als „weiß“ auffassend, abzählt, wie häufig es vorkommt, daß keine, nur eine, nur zwei usw. dieser Ziffern in den einzelnen Serien auftreten. Die Versuchszahl kann man „verlängern“, indem man ebenso der Reihe nach die Ziffern 11—20, 21—30 usw. als „weiß“ auffaßt. Die so erhaltenen beobachteten Werte h' sind in Abb. 1 (untere Kurve) als Ringe, die nach Formel 1 aus $h = l \cdot w(n)$ berechneten in der ausgezogenen Kurve dargestellt. — Qualitativ läßt sich zunächst sagen, daß sich die Szintillationsschwankungen so verhalten, wie die Schwankungen des analogen Zufallsspieles. Um zu einer quantitativen Aussage zu kommen, hat man zu bedenken, daß die Höchstzahl der möglicherweise auftretenden Szintillationen enorm groß werden kann; wenn dies auch sehr unwahrscheinlich ist, muß doch grundsätzlich die Möglichkeit dazu vorgesehen sein. Dabei bleibt aber der tatsächlich beobachtete Mittelwert sehr klein; somit müßte bei einer ganz adäquaten Urnenziehung einerseits N sehr groß, andererseits der Mittelwert \bar{n} klein, also die Wahrscheinlichkeit eines günstigen Zuges sehr klein gemacht werden. (Weil $\bar{n} = pN$.) Für großes N und kleines p geht aber Formel 1 in die Poissonsche Formel (4) über:

$$w(n) = \frac{\bar{n}^n e^{-\bar{n}}}{n!}. \quad (2)$$

Ein Ausdruck, der in der radioaktiven Literatur unter dem Namen „BATEMANSche Formel“ bekannt ist und von BATEMAN (5) sowie von BORTKIEVICZ (3b) und M. FUJIWARA (6) auf direktem Wege abgeleitet wurde. Für die RUTHERFORD-GEIGERSchen Messungen läßt sich die erwartungsmäßige Häufigkeit $h = lw(n)$ nach 2 berechnen, da $l = 2608$, $\bar{n} = 3,87$ gegeben sind; wobei allerdings die erwähnte Zusammensetzung dieser Messungen unbeachtet bliebe. Die ausgezogene obere

Kurve der Abb. 1 entspricht einer diesen Umstand berücksichtigenden Berechnungsart unter Verwendung der Formel 2 für jede einzelne der vier Messungsreihen.

Ist bei derartigen Problemen die Wahrscheinlichkeitsfunktion $w(n)$ bekannt, so lassen sich noch weitere Kriterien angeben, an denen man zahlenmäßig prüfen kann, ob das Beobachtungsmaterial der Theorie entspricht. Unter ihnen spielt die Hauptrolle die sogenannte „mittlere Schwankung ϵ “. — Von allen beobachteten n -Werten bilde man die Differenz gegen den Mittelwert \bar{n} und quadriere diese Differenz. Die Summe aller Quadrate, geteilt durch $l - 1$, gibt dann ϵ'^2 ; so daß man aus der Beobachtung ϵ errechnet nach $\epsilon' = \sqrt{\frac{1}{l-1} \sum (n - \bar{n})^2}$. — Andererseits erhält man aus der bekannten Funktion $w(n)$ die erwartungsmäßige „mittlere Schwankung“ nach der Vorschrift

$$\epsilon^2 = \sum_0^N (n - \bar{n})^2 \cdot w(n). \quad (3)$$

Im vorliegenden Falle ergibt sich durch Einsetzen von 1 in 3

$$\epsilon^2 = Npq = \bar{n}q \quad (4)$$

und für den radioaktiven Fall unter Berücksichtigung des Umstandes, daß $p \ll 1$, $q = 1 - p \simeq 1$ ist:

$$\epsilon^2 = \bar{n}. \quad (5)$$

Bei der Urnenziehung wird also ($N = 100$, $p = 0,1$, $q = 0,9$) $\epsilon^2 = 9$ erwartet, während gefunden wurde $\epsilon'^2 = 9,34$. — Für die vier, die Kurve 1 zusammensetzenden radioaktiven Reihen zeigt Tabelle 1 in der zweiten und dritten Kolonne, wie Erwartungswert $\epsilon^2 = \bar{n}$ mit Beobachtungswert ϵ'^2 übereinstimmen. Sie erweisen sich als angenähert

Tabelle 1.

	l	\bar{n}	ϵ'^2	$\epsilon'^2 - \bar{n}$	$M(\epsilon'^2)$	q^2
I	792	4,014	3,843	- 0,171	$\pm 0,214$	0,958
II	596	3,918	3,770	- 0,148	$\pm 0,242$	0,963
III	632	3,755	3,680	- 0,075	$\pm 0,226$	0,979
IV	588	3,760	3,448	- 0,312	$\pm 0,234$	0,918

gleich, doch ist in allen vier Fällen der beobachtete Wert etwas zu klein, $\epsilon'^2 - \bar{n}$ (vierte Kolonne) negativ, das Verhältnis $Q^2 = \frac{\epsilon'^2}{\epsilon^2}$ stets kleiner als Eins. Es erhebt sich nun die Frage: sind diese Abweichungen zulässig, oder bedeuten sie bereits einen Widerspruch des Experimentes gegen die Voraussetzung der Berechnung? Um hierüber einigermaßen ein Urteil zu erhalten, kann man (βc) untersuchen, welche

Übereinstimmung zwischen ϵ^2 und ϵ'^2 überhaupt zu erwarten ist in Hinblick darauf, daß man ϵ'^2 doch nur aus einer beschränkten Zahl von Messungen ermittelt. In Analogie zu Formel 3 kann man den „mittleren Fehler“, der bei jeder einzelnen Messung zwischen dem beobachteten $(n - \bar{n})^2$ und dem errechneten ϵ^2 zu erwarten ist, bestimmen aus:

$$\sqrt{\sum [(n - \bar{n})^2 - \epsilon^2]^2 \cdot w(n)}.$$

Da das zu vergleichende ϵ'^2 aber nicht aus einer, sondern aus l Erfahrungen gewonnen wurde, so ist der zu erwartende Fehler — er sei bezeichnet als $M(\epsilon^2)$ —, nach bekannten Wahrscheinlichkeitsgrundsätzen \sqrt{l} mal kleiner und somit berechenbar aus:

$$M(\epsilon^2) = \sqrt{\frac{1}{l} \sum [(n - \bar{n})^2 - \epsilon^2]^2 \cdot w(n)}. \quad (6)$$

Nach Einsetzen von 1 und Ausführung der Summation erhält man in diesem Fall

$$M(\epsilon^2) = \sqrt{\frac{1}{l} (2\bar{n}^2 + \bar{n})}. \quad (7)$$

Bei der Urnenziehung ($l = 500, \bar{n} = 10$) ist somit das beobachtete ϵ'^2 als behaftet mit dem mittleren Fehler $\pm 0,648$ zu erwarten, während $\epsilon'^2 - \epsilon^2 = 0,336$ gefunden wurde. Für die RUTHERFORD-GEIGERSchen Messungen ist in Kolonne 5 der erwartungsmäßige Fehler eingetragen. Im allgemeinen wird er nicht überschritten. Auffällig ist nur mehr, daß in allen vier Reihen der Fehler gleiches Vorzeichen hat; für weitergehende Schlüsse ist aber die Reihenzahl wohl zu gering. Würde man sich aber entschließen die Aussage $Q^2 < 1$ (oder $\epsilon'^2 < \epsilon^2$) als durch diese Beobachtungen gesichert anzusehen, so würde man dies, als „*unternormalen*“ Wert des Dispersionskoeffizienten Q^2 bezeichnen und daraus zu folgern haben, das diejenigen Elemente der Kausalreihe, die das Zufälligkeitmoment in die Beobachtungen tragen, nicht ganz unabhängig voneinander sind.

Im allgemeinen wird man aber von der Übereinstimmung, die in den angeführten RUTHERFORD-GEIGERSchen Messungen zwischen Beobachtungsergebnis und Theorie (Formel 2, 5, 7) herrscht, befriedigt sein. Die Beobachtungen verhalten sich in der Tat mit großer Annäherung so, wie wir es, durch die Erfahrung am Zufallsspiel belehrt, zu erwarten hätten, wenn beim Zustandekommen der Beobachtungen irgendwo ein Zufallsmoment beteiligt ist; Voraussetzungen für die Aufstellung der maßgebenden Formel 2 waren *nur*: Unabhängigkeit des Einzelgeschehens, $N \gg 1, p \ll 1, \bar{n} = pN$ endlich. Irgend etwas für das radioaktive Geschehen Charakteristisches ist in den Voraussetzungen *nicht* enthalten. Die Messungen hätten sich ebenso verhalten, wenn die Verteilung der Szintillationen durch eine entsprechende Urnenziehung vorgeschrieben worden wäre. — Unter solchen Umständen ist

für die Beweiskraft der Beobachtungen *entscheidend* die Beantwortung der Frage, ob beim Versuchsmechanismus *nur* der Atomzerfall als einzige denkbare Ursache für die auftretenden Schwankungen herangezogen werden kann. Dies ist nun keineswegs der Fall; aus versuchs-technischen Gründen ist es bei den angeführten Methoden *notwendig*, von den vielen α -Strahlrichtungen erstens einen nur *kleinen* Raumwinkel zu verwerthen und zweitens in diesem Raumwinkel den Mittelwert \bar{n} klein zu halten. Man wird nicht daran zweifeln, daß die Richtung, in die ein Atom beim Zerfall sein α -T. abschleudert, von so viel Ursachen abhängen kann, daß die Richtungswahl als zufällig anzusehen ist. Selbst wenn daher der Zerfall selbst ohne jegliche Schwankung verlaufen würde, würde der Umstand, daß sehr viele (N) Atome vorhanden sind und daß die Wahrscheinlichkeit p für eine dem Beobachter günstige Richtungswahl

$$\left[p = \frac{\omega}{4\pi}, \text{ wenn } \omega \text{ der brauchbare Raumwinkel ist} \right]$$

einigermaßen klein, sowie \bar{n} endlich ist, genügen, um die Szintillationschwankungen mit der Theorie in Übereinstimmung zu bringen. Somit sind, worauf schon BORTKIEVICZ (3d) und FÜRTH (7) hingewiesen haben, derartige Versuche *nicht geeignet zur Entscheidung der Frage nach der Zufallsnatur des Atomzerfalles*.

Von diesem Gesichtspunkte aus ist auch eine neuere Arbeit von W. KUTZNER (8) zu beurteilen, der mit Spitzenzähler, Bandlektrometer und automatischer Registrierung längere Messungsreihen ausführte, seine Beobachtungen in der hier besprochenen Art statistisch bearbeitete und aus dem Umstande, daß sich der Dispersionskoeffizient Q durchwegs kleiner als 1 erweist, auf „Nicht-Unabhängigkeit des radioaktiven Zerfalles“, also auf gegenseitige Beeinflussung der zerfallenden Atome schließt. So nahe der Gedanke einer Wahrscheinlichkeitsnachwirkung mit Rücksicht auf die experimentell erwiesene Tatsache der „Atomzertrümmerung“ durch α -Bestrahlung auch liegt, das Schwankungsexperiment beweist nach dem oben Gesagten in diesem Falle nichts; grundsätzlich nichts, weil die Richtungszufälligkeit nicht ausgeschaltet ist. Und wenn KUTZNER seinen Rückschluß auf Wahrscheinlichkeitsnachwirkung dadurch zu stützen sucht, daß er auf den Einfluß der Flächendichte des radioaktiven Präparates auf den Wert von Q hinweist, so muß dazu bemerkt werden, daß zu dieser Konstatierung die Meßgenauigkeit nicht ausreicht. Nach Formel 7 ist für seine Messungen zu erwarten, daß der experimentelle Wert $\frac{\epsilon'^2}{\epsilon^2}$ durchschnittlich mit dem Fehler $\frac{M(\epsilon^2)}{\epsilon^2} = \pm 0,035$ behaftet ist. So daß schon aus diesem Grunde zufällige Differenzen der Q^2 -Werte im Betrage von $\pm 0,070$ zu er-

warten sind. Folgerungen aus dem Auftreten solcher Differenzbeträge haben daher wenig Beweiskraft. — Es ist daher auch zunächst nicht nötig, näher auf den Erklärungsversuch R. W. LAWSONS (9) einzugehen, der übrigens nach des Referenten Meinung nicht so ohne weiteres imstande wäre, eine wirkliche unternormale Dispersion verständlich zu machen ¹⁾.

B. Die zweite Art der statistischen Verwertung solcher bei Zählversuchen gewonnenen Registrierstreifen besteht darin, daß die zwischen je zwei Szintillationen liegenden Zeitabstände x gemessen und nach Größenklassen geordnet werden und dann die Häufigkeit bestimmt wird, mit der jede Klasse in den Beobachtungen vertreten ist. So geben die Kreuzchen der oberen Kurve in Abb. 2, die nach Beobachtungen von MARSDEN und BARRATT (10) gezeichnet wurde, an, daß von den insgesamt ausgemessenen 7564 Szintillations-

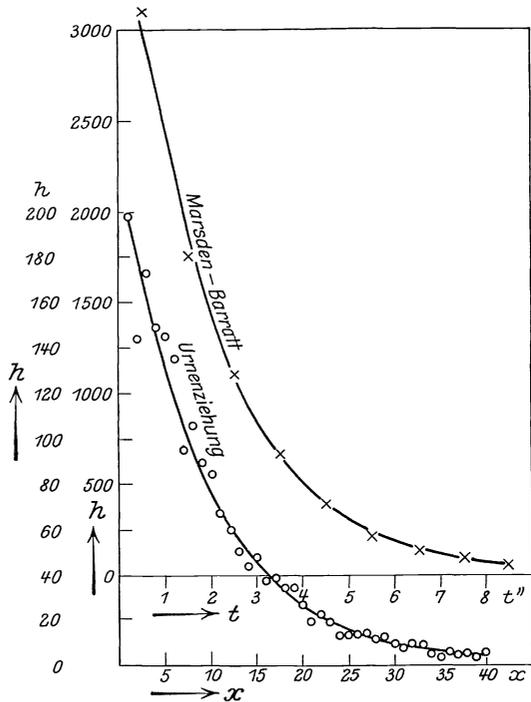


Abb. 2. Unter $l = \Sigma h$ einander folgenden Ereignissen haben ihre h einen Abstand x . [Oben: Häufigkeit bestimmter Zeitabstände zwischen α -Szintillationen; unten: Häufigkeit bestimmter Anzahlen ereignisloser Züge bei Nummernziehungen.]

Intervallen 3106 zwischen Null und 1 Sekunde, 1763 zwischen 1 und 2 Sekunden usf. lagen. Als Abszisse ist die Zeit, als Ordinate die Besetzungshäufigkeit h aufgetragen. Das Mittel über alle Intervalle gab $\bar{t} = 1,930$ Sekunden.

Um die Schwankungserscheinungen kennen zu lernen, die hier zu erwarten sind, werden die Urnenziehungen entsprechend dem folgenden Schema verwertet: Eine Urne enthalte 100 Kugeln, 10 weiße, 90 schwarze; das Erscheinen von Weiß gelte als Ereignis, für welches $p = 0,1$, $q = 0,9$ ist. Unter allen Ziehungen sei weiß $l + 1$ mal vorgekommen; die übrigen

¹⁾ Vielmehr wird man die Ursache für die scheinbar unternormale Dispersion in dem begrenzten Auflösungsvermögen der Apparatur zu suchen haben. (vgl. z. B. W. BOHNE, Hdbch. d. Physik XXII. 201, 1926.)

Ziehungen verteilen sich dann irgendwie auf l ereignislose Intervalle, so daß es h_1 mal vorkommt, daß kein schwarzer Zug zwischen zwei weißen lag, h_2 mal, daß 1 ereignisloser Zug dazwischen lag und somit der zweite Zug das Ereignis brachte, allgemein: daß es h_{x+1} mal vorkommt, daß nach x schwarzen Zügen der $(x+1)$ te weiß ergab. Wie man leicht überlegt, ist die Wahrscheinlichkeit für diese letztere Kombination

$$w(x) = p q^x, \quad \text{daher die Häufigkeit } h_x = l \cdot w(x). \quad (8)$$

Ebenso wie im Abschnitt A erhält man durch Einsetzen des $w(x)$ in die Formeln 3 und 6

$$\text{die mittlere Schwankung: } \varepsilon^2 = \sum_0^{\infty} (x - \bar{x})^2 \cdot w(x) = \frac{(\bar{x})^2}{q}, \quad (9)$$

den zu erwartenden Fehler von ε^2 :

$$M(\varepsilon^2) = \sqrt{\frac{1}{l} \sum [(x - \bar{x})^2 - \varepsilon^2]^2 \cdot w(x) = (\bar{x})^2} \sqrt{\frac{1 + 6q + q^2}{l \cdot q^3}} \quad (10)$$

und endlich den Mittelwert \bar{x} aus:

$$\bar{x} = \sum_0^{\infty} x \cdot w(x) = \frac{q}{1 - q}. \quad (11)$$

Die untere Kurve in Abb. 2 zeigt, in welchem Maße die durch Ringe eingetragenen beobachteten Zahlen sich der nach Formel 8 gerechneten Häufigkeitsverteilung (ausgezogene Kurve) anpassen. Ferner ergab sich:

beobachtet: $\bar{x}' = 9.09$; $\varepsilon'^2 = 88.5$; $\varepsilon'^2 - \varepsilon^2 = -1.5$
 berechnet: nach 11 $\bar{x} = 9.00$; nach 9 $\varepsilon^2 = 90$; nach 10 $M(\varepsilon^2) = 5.72$.

Dabei wurde zunächst das Erscheinen der Zifferngruppe 1, 11, 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81, 91, als „Ereignis“ aufgefaßt und analog noch drei andere Gruppen, so daß $l = 1979$ Intervalle zur Statistik herangezogen wurden.

Wieder ist die qualitative Ähnlichkeit der Szintillations-Schwankungskurve mit der Urnenkurve sofort erkenntlich. Soll aber die Urnenziehung exakt an Stelle des im radioaktiven Experiment wirksamen Zufallselementes treten können, so ist wieder zu bedenken, daß die schwankende Größe t stetig, x aber nur sprungweise variieren kann. Man muß also, um auch im Urnenversuch eine sehr große Zahl möglicher Stufen z. B. zwischen Null und \bar{x} zur Verfügung zu haben, \bar{x} im Verhältnis zur Stufenbreite groß machen, so wie der Mittelwert \bar{t} groß ist gegen die Änderung dt , auch wenn \bar{t} in Sekunden gemessen nur eine kurze Zeit ist. \bar{x} wird nach 11 groß, wenn im Urnenversuch $q \simeq 1$, also $p \ll 1$ vorgesehen wird. Ist aber $p \ll 1$, so nähern sich die Formeln 8, 9, 10, 11 den Ausdrücken:

$$\bar{x} = \frac{1}{p}; \varepsilon^2 = (\bar{x})^2; M(\varepsilon^2) = (\bar{x})^2 \sqrt{\frac{8}{l}};$$

$$w(x) = p(1-p)^x = pl^{-p x} = \frac{1}{x} e^{-\frac{x}{\bar{x}}}.$$

Man braucht nur \bar{x} mit \bar{t} und x mit t zu vertauschen, so erhält man die für das Szintillationsexperiment gültigen Formeln:

$$\bar{t} = \frac{1}{p}; \varepsilon^2 = (\bar{t})^2; M(\varepsilon^2) = (\bar{t})^2 \sqrt{\frac{8}{l}}; w(t) dt = \frac{1}{t} e^{-\frac{t}{\bar{t}}} \cdot dt, \quad (12)$$

wobei der letzte Ausdruck sinngemäß die Wahrscheinlichkeit angibt, ein szintillationsfreies Intervall zwischen t und $t + dt$ anzutreffen. In der radioaktiven Literatur ist er als „Formel von Marsden und Barrat“, wohl auch als „Langevinsche Formel“ (11) zitiert; auch von BORTKIEVICZ (3e) wurde er auf direktem Wege abgeleitet. In Abb. 2 ist die ausgezogene obere Kurve danach gerechnet. Die übrigen Kriterien 12 sind kaum verwendbar, da man wegen der stetigen Veränderlichkeit von t mit l verschiedenen t -Werten zu rechnen hätte. Man hätte in diesem Beispiele 7564 t -Werte auszumessen und ebenso viele $(t - \bar{t})^2$ zu bilden.

Was die Beweiskraft dieser Messungen für die Zufallsnatur des Atomzerfalles anbelangt, so kann die andere Art der Auswertung an der Mehrdeutigkeit der experimentellen Anlage nichts ändern. So daß auch die sorgfältigen Versuche von M. CURIE (11) zur Aufklärung des Problems nicht beitragen. Ebenso wenig analoge Zählversuche an β - und γ -Strahlen (13, 14).

Ein einziges Mal (12) wurde der Versuch gemacht, ohne Ablenkung des Strahlenbüschels Zählungen vorzunehmen, doch sind diese Beobachtungen über das qualitative Stadium nicht hinausgekommen. — Dagegen hat es den Anschein, als ob die weit weniger durchsichtigen und theoretisch viel komplizierteren „Massenbeobachtungen“ die gestellte Aufgabe lösen können.

II. Methode der Massenbeobachtung (Differenzial- oder Kompensations-Versuche).

Versuchsordnung. Das Prinzip der Messung besteht darin, daß der Durchschnittswert des von einem kräftigen α -Strahler erzeugten Ionisationsstromes kompensiert wird entweder durch einen hochohmigen Nebenschluß (Bronsonwiderstand) oder durch ein zweites gleich starkes Präparat, das in einer gleichgebauten Ionisationskammer entsprechend einem umgekehrt angelegten elektrischen Feld einen Sättigungsstrom von durchschnittlich gleicher Größe, aber entgegengesetztem Vorzeichen

dem Meßinstrument (hochempfindliches Elektrometer) zuführt. Sind beide Präparate A und B exakt gleich, so würde, wenn keine zufälligen Präparatschwankungen vorhanden wären, das enterdete Instrument in Ruhe bleiben. Zerfallen bald in A, bald in B mehr Atome pro Sekunde, so wird das Gleichgewicht gestört, es treten Schwankungen auf, deren Größe und Eigenschaften zu beobachten und mit dem nach der Schweidlerschen Annahme vorausrechenbaren Effekt zu vergleichen sind. — Um dabei aus den Versuchsbedingungen nach Möglichkeit jedes Zufallsmoment mit Ausnahme des auf Zufall zu untersuchenden Atomzerfalles auszuschalten, müssen Richtungsschwankungen einflußlos gemacht werden: das Präparat befindet sich im Zentrum einer Halbkugel. Um von Reichweiteschwankungen unabhängig zu werden, muß der Radius der Halbkugel größer als die Reichweite sein; groß genug, um auch bei Luftdruckschwankungen die volle Ausnützung der Reichweite zu garantieren. Die Schwankung in der Zahl der pro $a \cdot T$ erzeugten Ionenpaare fällt, da diese Zahl sehr groß ist ($1,5 \cdot 10^5$ für Polonium- $a \cdot T$), nicht weiter ins Gewicht. Schwankungen der Ionen-Wiedervereinigung müssen durch tunlichstes Hinauftreiben des Sättigungsstromes unterdrückt werden.

Wäre diese Differenzialanordnung insofern „ideal“, als man völlige Abgleichung der durchschnittlichen Präparatstärken erreicht hätte und der über den Stromdurchschnitt Null übergelagerte Schwankungseffekt vom Instrument durch keinerlei störende Einflüsse (vor allem Isolationsfehler und Trägheit des beweglichen Elektrometerzeigers) beeinträchtigt, also unverzerrt wiedergegeben würde, so müßte die Schwankung dasselbe Aussehen haben, wie die des folgenden Urnenspieles: Aus einem Sacke mit R schwarzen und R weißen Steinen wird (unter Zurücklegen) gezogen; nach Aufscheinen eines weißen Steines ($p = \frac{1}{2}$), erhält der Spieler A eine Münze von einem unerschöpflichen Münzenvorrat zugewiesen, nach Ziehung eines schwarzen Steines erhält der Spieler B eine Münze. Nach N Zügen wird das Spiel abgebrochen, der Gewinn, also die Differenz $g = A - B$, abgezählt und das Spiel zu je N Zügen l mal wiederholt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit $w(g)$, daß eine Differenz bestimmten Wertes auftritt, wie groß ist ihr Durchschnittswert \bar{g} , wie groß die mittlere Schwankung um \bar{g} ? — Die Differenz Null entstünde, wenn $\frac{N}{2}$ Züge schwarz, $\frac{N}{2}$ weiß wären. Eine Abweichung um k von dieser Gleichverteilung, also $\frac{N}{2} + k$ weiße, $\frac{N}{2} - k$ schwarze Züge, gibt die Differenz $g = 2k$. Wie in Formel 1 ist, unter Berücksichtigung von $p = q = \frac{1}{2}$, die Wahrscheinlichkeit dieser Kombination gegeben durch:

$$\left. \begin{aligned}
 w(k) &= \left(\frac{1}{2}\right)^N \frac{N!}{\left(\frac{N}{2} + k\right)! \left(\frac{N}{2} - k\right)!}; \bar{k} = pN = \frac{1}{2}N; \\
 \varepsilon^2 &= pqN = \frac{1}{4}N = \frac{1}{2}\bar{k}
 \end{aligned} \right\} \quad (I3)$$

Oder, wenn man statt k die Differenz $g = 2k$ einführt:

$$w(g) = \left(\frac{1}{2}\right)^N \frac{N!}{\left(\frac{N+g}{2}\right)! \left(\frac{N-g}{2}\right)!}; \bar{g} = pN - qN = 0; \eta^2 = 4\varepsilon^2 = N. \quad (I4)$$

Das heißt: Im Durchschnitt hat zwar g den Wert Null, Gewinn und Verlust beider Spieler müssen sich kompensieren; je länger aber das

einzelne Spiel dauert, je größer N ist, um so stärker werden die Schwankungen um $\bar{g} = 0$. — Würde also an l Spiel-tischen zugleich und im selben Zugstempo gespielt, so müßten die Quadratmittel der zu den einzelnen Zeitpunkten bestehenden Gewinnste proportional mit der Spielzeit zunehmen. Faßt man bei den schon mehrfach erwähnten Ziehungen die Ziffern von 1—50 bzw.

51—100 als weiß bzw. schwarz auf, teilt die 5000 Züge in $l = 50$ Serien mit je $N = 100$ Aufrufen und rechnet man endlich nach jedem 5., 10., 15. . . . 100. Zug die in jeder Serie eingetretenen Gewinne, so ist die gefundene Abhängigkeit der gemittelten Gewinnquadrate (η^2) von der verflommenen Zugzahl durch Abb. 3 Kurve I gegeben. Die erwartete 45°-Gerade ist ausgezogen, die Beobachtungen sind als Vollkreise eingetragen. (Über die Bedeutung der Horizontalen, der Ringe und der Sterne vergleiche weiter unten.)

Um solche Ziehungen an Stelle des in der radioaktiven Ideal-Messung wirkenden Zufallsmomentes treten lassen zu können, müßte man sehr viele Züge zu einer Serie vereinigen, denn die Zahl der bald vom Präparat A, bald von B stammenden α -Teilchen, die bald positive,

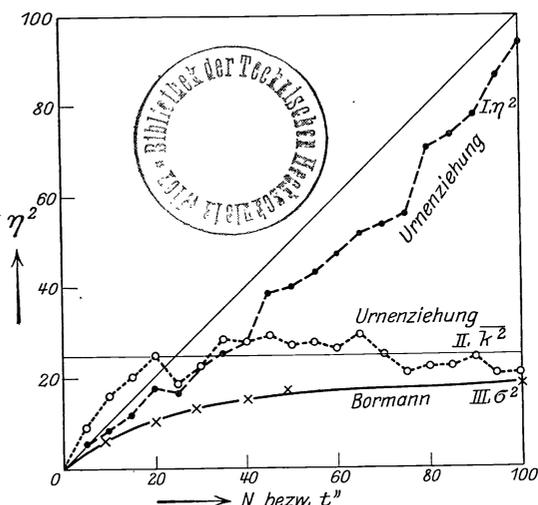


Abb. 3. Der Unterschied in der Abhängigkeit des mittleren Fehlerquadrates η^2 von der Versuchsdauer bei idealer (I) und nicht idealer (II, III) Kompensationsanordnung; demonstriert an entsprechenden Urnenziehungen (I, II) und an α -Schwankungsmessung bei Massenbeobachtung (III).

bald negative Elektrometerzuwüchse bedingen und zu der am Ende der Messung beobachteten Gesamtaufladung (Gewinn) beitragen, ist sehr groß (meist von der Ordnung 10^4 pro Sek.). Wenn aber in Formel 14 N und daher auch $\frac{N \pm g}{2}$ sehr groß wird, ohne daß $p \ll 1$ (hier $p = q = \frac{1}{2}$), so geht 14 in das GAUSSSCHE Fehlergesetz (4) über:

$$w(g) = \sqrt{\frac{2}{\pi N}} \cdot e^{-\frac{g^2}{2N}} = \sqrt{\frac{2}{\pi \eta^2}} \cdot e^{-\frac{g^2}{2\eta^2}}, \quad (15)$$

worin wieder $\eta^2 = N$ das mittlere Fehlerquadrat, und N die Gesamtzahl der in der Beobachtungszeit t von beiden Präparaten ausgesendeten a -T. bedeutet, bezüglich derer die Urnenziehung entschieden hat, ob sie im Ionisationsgefäß A oder B auftreten sollten. Es erübrigt nur noch die Berücksichtigung des Umstandes, daß das Elektrometer nicht Differenzen von a -Partikeln selbst, sondern die Differenzen der von ihnen hervorgebrachten Wirkung mißt. Ein a -T. möge K Ionenpaare erzeugen, so daß bei Sättigungsstrom Ke (e -Elementarquantum) an Ladungsmenge zum Elektrometer gelangt und einen Ausschlag $a = \frac{eK}{C}E$ hervorruft, wenn C die Kapazität und E die Empfindlichkeit in partes pro statische Einheit bedeuten. Ein Überschuß von g a -T. z. B. in der den positiven Strom verursachenden Kammer A bewirkt somit einen Elektrometer-Ausschlag von $+s = g \cdot a$ Teilstrichen. Eine mittlere Schwankung $\eta = \sqrt{N}$ dieses Überschusses bewirkt eine in Teilstrichen ausgedrückte Schwankung $\sigma = a\sqrt{N}$. — Bezeichnet man noch die pro Zeiteinheit von jedem der beiden gleichstarken Präparate durchschnittlich ausgesendete Zahl von a -T. mit Z , so wird $N = 2Zt$, worin t die Versuchszeit bedeutet. Und man erhält die mittlere Schwankung in der Form

$$\sigma = a\sqrt{2Zt}. \quad (16)$$

In diese Form war die ursprüngliche SCHWEIDLERSCHE Voraussage über die Größe der zu erwartenden Schwankungen gekleidet, und nach Schwankungen solcher Größe haben die ersten (15, 16, 17, 18) experimentellen Prüfungen der SCHWEIDLERSCHEN Voraussage gesucht. N. CAMPBELL (19) hat dann zuerst darauf hingewiesen, daß wegen zweier fast unvermeidlicher Eigenschaften dieser Versuchsanordnung obige einfache Beziehung nicht zu erwarten ist: wegen der mechanischen Trägheit des Elektrometerzeigers und wegen des stets vorhandenen Isolationsfehlers. Während bei den modernen Ein- und Zweifadeninstrumenten die Trägheit wenigstens so klein gemacht werden kann, daß ihr Einfluß nachweislich (20) nur als leicht zu berücksichtigender Korrektionsfaktor merklich wird, ist der Isolationsfehler in seiner Wirkung derart einflußreich, daß er ein völlig geändertes Schwankungsbild hervorbringt.

Es kommt dies daher, daß unter „Isolationsfehler“ in diesem Falle alles zu verstehen ist, was einen Elektrometerausschlag s mit einer dem Ausschlag proportionalen Geschwindigkeit zurücktreibt $\left(\frac{ds}{dt} = -\beta s\right)$, so daß ein Anfangs-Ausschlag s_0 in die Ruhelage $s = 0$ zurücksinkt nach dem Gesetze:

$$s = s_0 e^{-\beta t}. \quad (17)$$

Derartiges bewirkt einerseits der gewöhnliche Isolationsfehler (Ladungsabfluß über nicht völlig isolierende Luft- oder Bernsteinschichten), andererseits, wie CAMPBELL gezeigt hat, auch der Umstand, daß exakter Sättigungsstrom nicht erhältlich ist und daß infolgedessen, wenn z. B. die den beiden Kammern gemeinsame Elektrode auf $+s$ geladen ist, der Sättigungsgrad in der positiven Kammer verringert, in der negativen vermehrt wird und jedes a -T. in der positiven Kammer daher einen kleineren Effekt hervorruft, als in der negativen. Dadurch wird die (abgesehen von den Schwankungen) erreichte Kompensation gestört und das System sucht durch Verringerung des Ausschlages s den Gleichgewichtszustand zu erreichen. Die nähere Überlegung zeigt, daß auch hier die s -verkleinernde Geschwindigkeit dem jeweiligen s proportional ist, daß also β (vgl. 17) um so größer wird, je schlechter einerseits die Isolation ist und je weniger andererseits Sättigung in den Kammern herrscht.

Infolge dieser Einflüsse erfüllen derartige Beobachtungen nicht die Erwartungen von Formel 15 und 16. Bei exakter Abgleichung der Präparate wächst σ^2 nur für kleine Zeiten proportional mit t (vgl. 16), bleibt bei Verlängerung der Beobachtungszeit immer mehr und mehr zurück, um schließlich überhaupt konstant zu werden. Ein Beispiel hierfür ist durch Kurve III der Abbildung 2 wiedergegeben, welche einer Arbeit Frl. BORMANN'S (20) entnommen und durch Änderung des dortigen Ordinatenmaßstabes den Verhältnissen der Abbildung 3 (45° -Neigung!) angepaßt wurde. In bezug auf diese Kurve bedeuten die Abszissenzahlen Sekunden, die Ordinaten Elektrometer-Teilstriche. Im horizontalen Teil der Kurve III ist also ein stationärer Zustand erreicht, wo sich die durch die Schwankung gegebene Tendenz, den mittleren Ausschlag zu vergrößern, und die durch den Isolationsfehler bewirkte Tendenz der Ausschlagsverkleinerung das Gleichgewicht halten.

Die Aufgabe, die Durchschnittsbewegung des Elektrometers unter diesen Umständen vorherzusagen, ist nun wesentlich schwieriger geworden. Es wäre anzugeben, wie oft es unter l Fällen vorkommen wird, daß man das Elektrometer, das zur Zeit $t = 0$ aus der Zeigerstellung $s = s_0$ losgelassen wurde, nach t Sekunden in der Zeigerstellung zwischen s und $s + ds$ wiederfindet. Die Wahrscheinlichkeit hierfür, $w(s_0, s, t) ds$, wird nach dem oben Gesagten von allen drei Klammern abhängen.

Ein verhältnismäßig leicht gangbarer Weg zur Lösung sei kurz skizziert. Man denke sich statt *einer* Versuchsanordnung und l Versuchen, l gleiche Anordnungen und einen Simultanversuch; man lasse alle Elektrometer zur Zeit $t = 0$ von s_0 auslaufen und überlasse sie eine Zeitlang sich selbst. Dann grenze man für alle das Zustandsgebiet von s bis $s + ds$ ab und überlege, wie sich die Besetzungshäufigkeit dieses Intervalles in τ Sekunden ändert. Wären *nur* Schwankungen vorhanden, so würden durch die Grenze bei s eine Zahl von $\frac{1}{2} a \sqrt{2 Z \tau} \cdot H_1$ Elektrometer ein-, und $\frac{1}{2} a \sqrt{2 Z \tau} \cdot H_2$ Elektrometer auswandern, wobei H_1 und H_2 mittlere Besetzungsdichten des Zustandsgebietes an den beiden Stellen $s \pm \frac{1}{2} a \sqrt{2 Z \tau}$ bedeuten. Bei stetiger Änderung von H mit s gibt die Bilanz an der s -Stelle

$$\frac{1}{2} a \sqrt{2 Z \tau} (H_1 - H_2) = - \frac{1}{2} a^2 \cdot 2 Z \tau \frac{\partial H}{\partial s}.$$

Hat H an der anderen Grenze den Wert H' , so ergibt sich dort analog $+ \frac{1}{2} a^2 2 Z \tau \frac{\partial H}{\partial s}$, so daß der Zuwachs über beide Grenzen aus dem Titel „Schwankung“ die Summe beider,

$$\text{also } a^2 Z \frac{\partial^2 H}{\partial s^2} \cdot \tau \cdot ds \text{ wird.}$$

Über die Schwankung überlagert ist der einseitige Isolationseffekt. Er bewirkt bei s eine Auswanderung von $- H \frac{ds}{dt} \cdot \tau = - H \beta s \tau$ (vgl. 17), bei $s + ds$ die Einwanderung $+ H' \beta (s + ds) \tau$, insgesamt demnach

$$\beta \frac{\partial (s \cdot H)}{\partial s} \cdot \tau \cdot ds.$$

Diese beiden Ausdrücke zusammen geben die in τ Sekunden erfolgende Änderung der Besetzung des herausgegriffenen Intervalles, weshalb:

$$\frac{\partial H}{\partial t} \cdot \tau \cdot ds = a^2 Z \frac{\partial^2 H}{\partial s^2} \tau \cdot ds + \beta \frac{\partial s H}{\partial s} \tau \cdot ds;$$

H ist mit der gesuchten Wahrscheinlichkeit verbunden durch $H = l \cdot w$. Setzt man ferner zur Abkürzung $a^2 Z = D$, so ergibt sich

$$\frac{\partial w}{\partial t} = D \frac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \beta \frac{\partial (s \cdot w)}{\partial s}. \quad (18)$$

Zu genau derselben Differenzialgleichung kommt SMOLUCHOWSKI (21) bei der Behandlung der Bewegung eines BROWNSchen Teilchens im widerstehenden Mittel, das elastisch an die Ruhelage gebunden ist. Er findet für die gesuchte Wahrscheinlichkeit:

$$w(s_0, s, t) ds = \sqrt{\frac{1}{2\pi \frac{D}{\beta} (1 - e^{-2\beta t})}} \cdot e^{-\frac{(s - s_0 e^{-\beta t})^2}{2 \cdot \frac{D}{\beta} (1 - e^{-2\beta t})}} \cdot ds \quad (19)$$

$$\bar{s} = s_0 e^{-\beta t} \quad (20)$$

$$\overline{s^2} = \sigma^2 = \frac{D}{\beta} (1 - e^{-2\beta t}) + s_0^2 \cdot e^{-2\beta t}. \quad (21)$$

Interpretationen dieser Lösung findet man bei SMOLUCHOWSKI (21), SCHRÖDINGER (22) und BORMANN (20). Dem Vorgange SCHRÖDINGERS folgend, sprechen wir den Sinn von 19 folgendermaßen aus. Es wären wieder eine große Zahl l von gleichartigen Versuchsanordnungen gegeben, deren Elektrometer zur Zeit $t = 0$ alle beim Stand $s = s_0$ entzerrt werden; die Instrumente seien trägheitsfrei (also momentan anzeigend), die Präparate genau gleich stark und der „Schwankungsmittelpunkt“ bei $s = 0$. Wäre *nur* der Isolationsfehler vorhanden, so müßten sich *alle* Instrumente um t' später in einer durch 17 gegebenen Stellung s wiederfinden. Kommt der Schwankungseffekt dazu, so gilt 20, d. h. nicht alle Instrumente sind in der durch 17 gegebenen Lage; manche haben zu großes, manche zu kleines s , und Gleichung 17 wird nur im Mittel über alle Instrumente, also von \bar{s} befolgt, entsprechend der Aussage von 20. Um diese Mittellage schwanken die einzelnen Anzeigen derart, daß der mittlere Fehler, bezogen auf diese Mittellage, also $\overline{(s - \bar{s})^2} = \sigma_s^2$ gegeben ist durch $\sigma_s^2 = \frac{D}{\beta} (1 - e^{-2\beta t})$. Setzt man dies in 19 ein, so erhält man

$$w(s_0, s, t) ds = \sqrt{\frac{1}{2\pi \sigma_s^2}} e^{-\frac{(s - \bar{s})^2}{2\sigma_s^2}} ds.$$

Die Schwankungen um $\bar{s} = s_0 e^{-\beta t}$ bilden also eine einfache GAUSSsche Fehlerverteilung, in welcher der mittlere Fehler σ_s^2 von der Zeit abhängig ist. Für kleine t ($t \ll 2\beta$; $1 - e^{-2\beta t} \simeq 2\beta t$) wird $\sigma_s^2 = 2Dt$, wächst also zu Beobachtungsbeginn links und rechts von \bar{s} proportional mit t an; die Streuung um \bar{s} nimmt mit wachsendem t (Abnahme von $e^{-2\beta t}$) immer mehr zu, bis sie für große t ($e^{-2\beta t} \simeq 0$) den maximalen, von t unabhängigen Wert $\sigma_s^2 = \frac{D}{\beta}$ erreicht. — Diese Abhängigkeit des σ_s^2 von t zeigt Kurve III in Abbildung 3; nur ist dort $s_0 = 0$, also $\sigma_s^2 = \sigma^2$. Anfänglich steigt σ^2 mit t proportional an, so wie es auch 16 forderte, bleibt dann immer mehr zurück und nähert sich nach Gleichung 21 dem stationären Wert $\frac{D}{\beta}$, dessen Größe entsprechend der Bedeutung von D und β von den Instrumenteigenschaften, vom Isolationsfehler und von Z , der Präparatstärke, abhängt.

Was man also bei l Versuchen an *einer* Anordnung für \bar{s} und σ^2 zu erwarten hat, hängt außer von den Versuchsbedingungen noch von der Beobachtungsart ab; und es seien diesbezüglich zwei Hauptfälle unterschieden. 1. Vor Beginn der Beobachtung werde eine genügend lange Vorperiode eingeschaltet, die die Erreichung des stationären Zustandes garantiert. Nach 20 wird $\bar{s} = 0$, die Schwankungen sind symmetrisch zum Nullpunkt. Nach 21 verschwindet der Einfluß der Ausgangsstellung s_0 und es wird $\sigma^2 = \frac{D}{\beta}$. Nach der Vorperiode wird der Stand von s in bestimmten Zeitintervallen l mal abgelesen, daraus $\sigma'^2 = \sum \frac{s^2}{l-1}$ gebildet und dieses empirische σ'^2 mit dem theoretischen σ^2 verglichen; dazu ist aber die Kenntnis sowohl von D , als von β nötig; da nun die Ermittlung von β meist Schwierigkeiten bereitet, so ist diesbezüglich die folgende Beobachtungsart vorteilhafter. 2. Zur Zeit $t = 0$ wird das Elektrometer in der Anfangsstellung $s = s_0$ enterdet und in l Versuchen ermittelt, wo es sich um t'' später befindet. Aus den erhaltenen Werten für s wird wieder $\sigma'^2 = \sum \frac{s^2}{l-1}$, außerdem aber $\bar{s}' = \sum \frac{s}{l}$ gebildet. Aus letzterem kann nach 20 β und $e^{-2\beta t}$ bestimmt werden, so daß für den Vergleich von σ'^2 und σ^2 nur mehr die vorherige Bestimmung von $D = a^2 Z$ nötig ist. Zu beachten ist aber, daß t nicht zu groß gewählt wird.

Einen guten Einblick in die hier herrschenden Verhältnisse erhält man wieder durch Heranziehung passend verwerteter Urnenziehungen. P. u. T. EHRENFEST (23) haben seinerzeit ein Spielschema angegeben, das zur Erläuterung des Verlaufes der BOLTZMANNschen H -Kurve diene; und zwar: Die Lotterienummern 1 bis $2R$ (hier $2R = 100$) seien irgendwie auf zwei Kästchen A und B verteilt, so daß in $A \dots n = R + k$, in $B \dots m = R - k$ Nummern enthalten sind. Aus einem Sacke, der eine zweite Kollektion der Nummern 1– $2R$ enthält, wird unter jedesmaligem Zurücklegen N mal gezogen; die aufgerufene Nummer wechselt ihren jeweiligen Platz; wenn sie gerade in A war, geht sie nach B , oder umgekehrt. Gefragt wird nach der Wahrscheinlichkeit $w(k_0, kN)$, daß der Urneninhalt A , der zur Zeit $t = 0 \dots n_0 = R + k_0$ betrage, sich in N Zügen auf $n = R + k$ ändere; daß also die Urnendifferenz (der „Gewinn“) anfangs $g_0 = 2k_0$, nach N Zügen aber $g = 2k$ betrage. An anderer Stelle (24) wurde gezeigt, daß für den Fall, als R sowohl wie $R + k$ groß genug sind, um als kontinuierlich veränderlich angesehen werden zu können, die gesuchte Wahrscheinlichkeit der Differenzialgleichung

$$\frac{\partial w}{\partial N} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial k^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial(kw)}{\partial k}$$

gehört, die mit 18 identisch ist, wenn $N = t$, $k = s$, $\frac{1}{2} = D$ und $\frac{1}{R} = \beta$ gesetzt wird. Bei entsprechendem Vertauschen der Buchstaben geben 19, 20, 21 die auch hier gültigen Beziehungen für die Häufigkeitsverteilung, für \bar{k} und \bar{k}^2 . — Und diese Beziehungen lassen sich an dem gegebenen Ziehungsmaterial ohne weiteres verifizieren. So zeigt Kurve II in Abb. 3, wie bei dieser gegenüber dem Vorgang bei Kurve I geänderten Auswertung der Ziehungen \bar{k}^2 (wenn zur Zeit

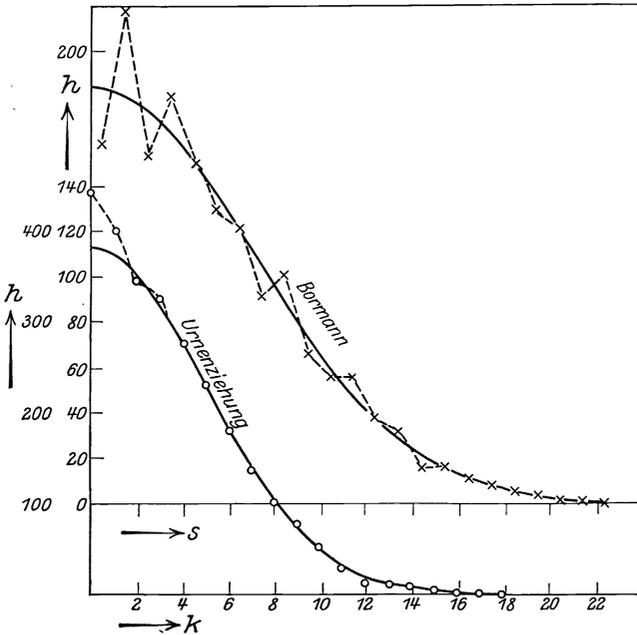


Abb. 4. Nicht ideale Kompensationsanordnung im stationären Zustand. [Oben: Häufigkeit des Vorkommens bestimmter Elektrometerausschläge s ; unten: Häufigkeit des Vorkommens bestimmter Gewinne $g = 2k$ bei Urnenspiel.]

$\ominus \dots k = 0$ war) nicht mehr proportional mit N wächst, dies vielmehr nur für die anfänglichen Ziehungen eintritt, bei länger dauernden Serien aber das über l Serien gemittelte \bar{k}^2 konstant bleibt. Die horizontale Gerade entspricht dem theoretischen Wert des stationären Zustandes, also nach 21 \bar{k}^2_{∞} (für große N) = $\frac{D}{\beta} = \frac{R}{2} = 25$. — Die Häufigkeit, mit der im stationären Zustand die einzelnen Werte von k (zwischen $k = 0$ und $k = \pm R$) angetroffen werden, ist nach 19 gegeben durch (t , bzw. N sehr groß, $e^{-2\beta t} \simeq \ominus$)

$$w(s)ds = \sqrt{\frac{\beta}{2\pi D}} \cdot e^{-\frac{s^2}{2D}} \cdot ds; \text{ oder } w(k)dk = \sqrt{\frac{1}{\pi R}} \cdot e^{-\frac{k^2}{R}} \cdot dk,$$

worin $\frac{D}{\beta} = \sigma_{\infty}^2$ bzw. $\frac{1}{2}R = \overline{k_{\infty}^2}$ den mittleren Fehler geben. — Abb. 4 zeigte in den ausgezogenen Kurven die errechnete Verteilung, zu welchen die bei der Urnenziehung bzw. bei den Versuchen BORMANN'S beobachteten Daten als Ringe und Kreuze eingezeichnet sind. Bei den Urnenziehungen sollte ferner $\overline{k_{\infty}^2} = \frac{1}{2}R = 25$ sein, während sich die Zahl 23,5₄ aus den Beobachtungen ergab. — Die BORMANN'Schen Messungen gipfeln darin, daß die Zahl Z der sekundlich ausgesendeten a-T. einerseits aus den beobachteten Schwankungen zu 143000 errechnet, andererseits durch direkte Messung zu 141000 bestimmt wurde.

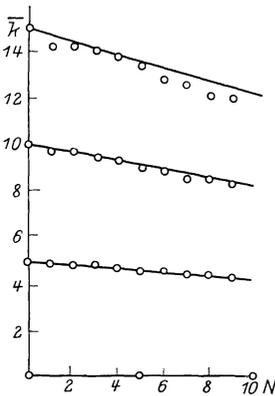


Abb. 5 a.

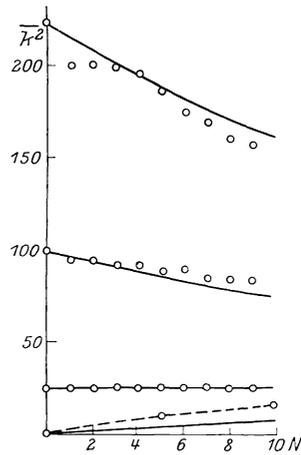


Abb. 5 b.

Nicht ideale Kompensationsanordnung im nicht stationären Zustand, demonstriert an Urnenspiel. *Mittlere* Änderung eines Gewinnes $g_0 = 2k =$ im Laufe der nächsten 10 Züge, dargestellt an \overline{k} (5 a) und $\overline{k^2}$ (5 b).

Das Verhalten im nichtstationären Zustand sei endlich durch folgende Angaben illustriert: Aus der zu (20) analogen Aussage $\overline{k} = k_0 e^{-\frac{1}{R}N}$ folgt, daß die Mittelwerte von jenen k , die ein und demselben k_0 nachfolgen, nach einer e -Potenz gegen $k = 0$ abnehmen. Aus den Ergebnissen der Ziehungen wurden alle Fälle, wo k_0 den Wert 15 bzw. 10 und 5 erreichte, herausgegriffen und über die jeweils darauf folgenden neun \overline{k} -Werte ermittelt. Wie diese \overline{k} mit der Zugszahl N abnehmen, zeigt Abb. 5 a; die ausgezogenen Linien, die sich wegen der Kleinheit von N fast als Gerade darstellen, geben den theoretisch geforderten Gang. In Abb. 5 b dagegen ist die durch Formel 21 erhältliche Abhängigkeit

$$\bar{k}^2 = \frac{R}{2} \left(1 - e^{-\frac{2N}{R}} \right) + k_0^2 e^{-\frac{2N}{R}}$$

in den ausgezogenen Linien als errechnetes, in den Ringen als beobachtetes Ergebnis dargestellt. Man sieht aus Abbildung und Formel, daß die \bar{k}^2 abnehmen, solange $k_0^2 > \frac{R}{2}$ ist, daß \bar{k}^2 von N unabhängig wird, wenn $k_0^2 = \frac{R}{2} = 25$ gewählt wurde, und daß (vgl. Abb. 3, Kurve II) \bar{k}^2 zunimmt mit N , wenn $k_0^2 < \frac{R}{2}$ war. In allen Fällen wird nach sehr viel Zügen der stationäre Wert $\bar{k}^2 = \frac{R}{2}$ erreicht, d. i. jener Wert, der etwas weiter oben als $\bar{k}_\infty^2 = \frac{D}{\beta} = \frac{R}{2} = 25$ bezeichnet wurde.

Wer sich über alle diese Verhältnisse, über die Theorie und ihre Anwendung auf die Methodik der Zerfallsschwankung genauer unterrichten will, sei auf die Arbeiten E. SCHRÖDINGERS (22) verwiesen, der das ganze Problem in großer Allgemeinheit und auch für den Fall eines nicht momentan einspielenden Elektrometers behandelte. Die Arbeit FrI. BORMANNs hat, fußend auf dieser Theorie, die Übereinstimmung zwischen Experiment und Erwartung gezeigt, und damit, so scheint dem Referenten, den ersten *einwandfreien* Beweis für das Zutreffen der SCHWEIDLERSchen Annahme über die Zufallsnatur des radioaktiven Atomzerfalles erbracht. Etwas später ist, anscheinend in Unkenntnis des schon Erreichten noch eine Experimentalarbeit von MUSZKAT und WERTENSTEIN (25) erschienen, die aber, da sie die verwendete α -Strahlung durch ein Kanalfilter homogenisiert, wegen des dadurch hineingetragenen Richtungszufalles in die Kategorie der unter I. besprochenen nicht beweiskräftigen Versuche gehört.

Literatur.

1. E. SCHWEIDLER: Premier Congrès intern. de Radiologie. Liege 1905.
2. E. RUTHERFORD, H. GEIGER: Phil. Mag. (6) **20**, 698, 1910. Vgl. dazu auch E. REGENER: Verh. D. phys. Ges. **10**, 78, 1908; Berl. Ber. **38**, 948, 1909.
3. L. v. BORTKIEWICZ: „Die radioaktive Strahlung als Gegenstand wahrscheinlichkeitstheoretischer Untersuchungen“. Berlin: Julius Springer, 1913. a) p. 20, Tabelle 2 und 3; b) p. 16 ff.; c) p. 26; d) p. 70; e) p. 2.
4. Vgl. z. B. E. MADELUNG: „Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers“. Berlin: Julius Springer, 1922. Abschnitt X: Wahrscheinlichkeitsrechnung.
5. H. BATEMAN, Phil. MAG. (6) **20**, 698, 1910; **21**, 745, 1911.
6. M. FUJIWARA: Tokôhu, Math. Journ. **20**, 48, 1921.
7. R. FÜRTH: Schwankungserscheinungen in der Physik, Sammlung Vieweg, Heft 48, 1920.

8. W. KUTZNER: Zeitschr. f. Physik **21**, 281, 1924; **23**, 117, 1924.
9. R. W. LAWSON: Nature **114**, 121, 1924.
10. E. MARSDEN, T. BARRATT: Proc. Phys. Soc. Lond. **23**, 367, 1911; **24**, 50, 1911.
11. M. CURIE: Journ. de phys. (6) **1**, 12, 1920.
12. K. W. F. KOHLRAUSCH, E. SCHWEIDLER: Phys. Zeitschr. **13**, 11, 1912.
13. V. F. HESS, R. W. LAWSON: Wien. Ber. **125**, 1215, 1916.
14. A. F. KOVARIK: Phys. Rev. **13**, 272, 1919.
15. K. W. F. KOHLRAUSCH: Wien. Ber. **115**, 673, 1906.
16. E. MEYER, E. REGENER: Verh. d. D. phys. Ges. **10**, 1, 1908; Ann. d. Phys. (4) **25**, 757, 1908.
17. E. MEYER: Jahrbuch d. Rad. u. El. **5**, 423, 1908; **6**, 242, 1909.
18. H. GEIGER: Phil. Mag. (6) **15**, 539, 1908.
19. N. CAMPBELL: Proc. Cambr. Soc. **15**, 117, 310, 513, 1909; physikal. Zeitschr. S. **11**, 825, 1910.
20. E. BORMANN: Wien. Ber. **127**, 2347, 1918.
21. M. v. SMOLUCHOWSKI: Götting. Vorträge 1913; Ann. d. Phys. (4) **48**, 1105, 1915.
22. E. SCHRÖDINGER: Wien. Ber. **127**, 237, 1918; **128**, 177, 1919.
23. P. u. T. EHRENFEST: Phys. Zeitschr. **8**, 311, 1907.
24. K. W. F. KOHLRAUSCH, E. SCHRÖDINGER: Phys. Zeitschr. **27**, 306, 1926.
25. A. MUSZKAT, E. WERTENSTEIN: Journ. de Phys. (6) **2**, 119, 1921.

Gasabsorption unter dem Einfluß der elektrischen Entladung — clean up — und verwandte Erscheinungen.

Von Erich Pietsch, Berlin.

Mit 7 Abbildungen.

Inhaltsübersicht.

	Seite
Einleitung	213
A. Geißler-Röhren	214
1. Absorption ¹⁾ und Kathodenzerstäubung	214
2. Absorption und Kathodenfall	221
3. Absorption und Kathode	222
4. Absorption und Glaswand	226
B. Röntgen-Röhren	228
C. Glühkathodenröhren	230
1. Absorption und Glimmpotential	230
2. Absorption, Ionisation und Dissoziation	236
3. Absorption und Gefäßwand	239
4. Clean up der atomaren Modifikationen von Stickstoff und Wasserstoff	242
5. Der Gegeneffekt	243
6. Druckabhängigkeit der Absorption	245
7. Das Verhalten verschiedener Gase unter dem Einfluß elektrischer Entladung	245
a) Edelgase	245
Druckdifferenzen an den Elektroden	248
b) Sauerstoff	249
c) Stickstoff	249
d) Kohlenoxyd	249
e) Wasserstoff	250
D. Glühlampen	252
1. Die Phosphorwirkung	253
2. Die Salzwirkung	256
3. Clean up und chemische Reaktionen bei niedrigen Drucken	258
E. Reine Absorption	260
Literatur	262

Einleitung.

Wird ein unter geringem Druck stehendes Geißler-Rohr, eine Elektodenröhre, eine Glühlampe oder ein Röntgenrohr elektrischen Entladungen ausgesetzt und der Druck in dem betreffenden System beobachtet, so zeigt sich unter dem Einfluß dieser Entladung in demselben eine

¹⁾ Im folgenden wird nicht dem üblichen Sprachgebrauch gefolgt, der eine — wenn auch häufig fragliche — Unterscheidung zwischen Absorption und Adsorption kennt. Es wird stets — im umfassendsten Sinne — von Absorption gesprochen werden.

Druckabnahme, es verschwindet Gas aus dem Gasraum, es tritt diejenige Erscheinung ein, für die die Bezeichnung Clean up geprägt worden ist.

Obwohl eine große Reihe von Untersuchungen auf diesem Gebiet vorliegen, kann eine allgemein gültige Deutung für die Erscheinung bisher nicht gegeben werden. Hier greifen so viele Faktoren ineinander, hier superponieren sich so zahlreiche Einzelercheinungen, daß es zurzeit als Erfolg bezeichnet werden muß, wenn für Teilfragen eine befriedigende Lösung gegeben werden kann.

Hier soll versucht werden, besonders diejenigen Untersuchungen herauszuheben, in denen nach dem Wesen jener Absorptionserscheinungen gefragt wird. Fragen, die unmittelbar mit den zur Diskussion stehenden Dingen zusammenhängen, oder zu ihnen in naher Beziehung stehen, sollen wenigstens in ihren Grundzügen skizziert werden.

An der Herbeischaffung des erforderlichen Materials, dessen kritischer Sichtung und Zusammenstellung sind Fräulein Dr. G. WILCKE und Herr Dr. G-M. SCHWAB in dankenswerter Weise beteiligt.

A. Geißler-Röhren.

Zuerst sollen die Absorptionserscheinungen in GEISSLER-Röhren und solchen Röhrentypen behandelt werden, in denen die Elektroden in relativ großer Entfernung voneinander angeordnet sind, und in denen die Entladung durch den Kathodenfall charakterisiert wird ¹⁾).

1. Absorption und Kathodenzerstäubung. Die erste Beobachtung einer durch elektrische Entladungen hervorgerufenen Absorption fällt in das Jahr 1858 und stammt von PLÜCKER (118), der sie mit folgenden Worten beschreibt: „Gewisse Gase (Sauerstoff, Chlor-, Brom- und Joddampf) verbinden sich mehr oder weniger langsam mit dem Platin der negativen Elektrode, und die resultierenden Verbindungen lagern sich auf die umgebende Glaswandung ab. Wir nähern uns dabei, wenn die Gase rein sind, einem absoluten Vakuum“. Schon hier, in der frühesten Arbeit, ist das Phänomen in seiner Abhängigkeit von Faktoren, die im Laufe der Entwicklung dieses Untersuchungsgebietes zu herrschenden Gesichtspunkten geworden sind — von der Kathode und deren Zerstäubung, sowie von den Glaswänden — relativ scharf erfaßt.

GASSIOT (53) untersucht diese Erscheinung besonders im Hinblick auf die Zerstäubung näher und findet sie mit der negativen Elektrode verknüpft. Während Aluminium und Eisen einen nur geringen Beschlag auf den Glaswänden hervorrufen, zeigen insbesondere Platin, Silber und Kupfer eine starke Zerstäubung. Den Zerstäubungseffekt an Pt und die damit verbundene Druckabnahme im Gasraum kann auch WARBURG (157) bestätigen. Mit sinkendem Druck nimmt die kathodische Zerstäubung ständig zu und zwar greift sie dann, wie WÄCHTER (156) zeigen konnte,

¹⁾ Über Entladungsbedingungen in Geißler-Röhren vgl. TOWNSEND (151).

auf immer größere Flächenteile über. Im Gegensatz hierzu nimmt die dem Grade nach bedeutend geringere anodische Zerstäubung mit fallendem Druck ab, doch ist die *Reichweite* der von der Anode ausgeworfenen Teilchen unter den gleichen Bedingungen die größere. Es ist also mit fallendem Druck infolge der steigenden Zerstäubung eine Zunahme der Absorption zu erwarten. Diese ist jedoch an eine Grenze gebunden, die gegeben ist durch den Druckwert, bei dem die Zahl der im Gasraum vorhandenen Ionen nicht mehr ausreicht, die Entladung zu tragen. Diese Beobachtung ist gleichfalls schon von PLÜCKER (118) gemacht, und von SODDY und MACKENZIE (141) bestätigt worden, die bei ihren Untersuchungen in Ne , Ar , He und H_2 für H_2 einen wohldefinierten Wert für den Grenzdruck im Gegensatz zu den Edelgasen, bei denen dieser Wert nicht scharf faßbar ist, finden.

Über die *Druckbedingungen* für die Absorption macht VEGARD (153) spezielle Angaben. Er findet, daß in O_2 , HCl und HBr bei relativ hohen Drucken (O_2 etwa 0,8 mm, HCl etwa 0,46 mm, HBr etwa 0,55 mm) selbst unter Verwendung starker Ströme nur eine äußerst geringe Absorption vorhanden ist. Wird der Druck herabgesetzt, so findet eine stärkere Absorption statt — die in HCl allerdings selbst im Maximum ziemlich gering bleibt, so daß als Erklärung eine H_2 -Entwicklung von seiten der Kathode diskutiert wird — die jedoch durch einen unteren, für einen bestimmten Stromwert charakteristischen Druckwert begrenzt wird. Versuche von RIECKE (129) an N_2 liegen in der gleichen Richtung. Im Druckintervall von 0,1 bis 0,075 mm werden von dem Strom 1 im elektromagnetischen Maßsystem in der Sekunde $1,70 \cdot 10^{-4}$ g N_2 , im Intervall von 0,044 bis 0,030 mm $3,98 \cdot 10^{-4}$ g N_2 abgeschieden, wobei er ferner schließen zu dürfen glaubt, daß nicht alle Ionen, die Träger positiver Ladungen sind, zur Abscheidung gelangen. Auch WILLOWS (165) findet Zunahme der Absorption bei Druckverminderung.

HODGSON (68) findet das Produkt aus Druck, Volumen und Druckabnahme pro Coulomb konstant zu 0,450. Ausgedehnte Untersuchungen über die Druckabhängigkeit der Absorption unter Verwendung von Na-K-Legierungen stellt NEWMAN (111) an und zeigt, daß eine einsinnige Zunahme des Absorptionsgrades mit fallendem Druck (Druckgebiet etwa 15—0,07 mm Hg) vorhanden ist und zwar ist sie ihrem absoluten Betrage nach größer, wenn die Legierung als Kathode geschaltet wird, als bei entgegengesetztem Stromdurchgang. Der Grund dafür wird in der Energieverteilung an den Elektroden und in der Fähigkeit der Kathode zur Absorption positiver Strahlen gesehen. CAMPBELL (20) findet die optimale Bedingung für die Absorption bei Untersuchungen verschiedener Gase durch Röntgenvakuum gegeben.

Einen tieferen *Einblick* in das *Wesen der kathodischen Zerstäubung* und deren Zusammenhang mit der Absorption haben jedoch erst die

ausgedehnten systematischen Untersuchungen von KOHLSCHÜTTER einerseits und STARK andererseits ermöglicht. Schon HOLBORN und AUSTIN (69) hatten dahinzielende Versuche mit Kathoden aus verschiedenem Material in Luft angestellt und Proportionalität zwischen Zerstäubung und Kathodenfall konstatiert, wobei sich eine einfache Beziehung zwischen dem Proportionalitätsfaktor und dem Atomgewicht, jedoch eine kompliziertere zur Stromstärke ergeben hatte. Diesem Ergebnis fügten sich in großen Zügen die Arbeiten von GRANQUIST (58) ein.

Das von HOLBORN und AUSTIN (69) benutzte Gas (Luft) kann jedoch nicht als Einheit im Sinne des Versuches angesprochen werden, sondern muß, infolge der ständigen starken Absorption von O_2 und der steten Hinzuführung erneuter Luftmengen — um die Versuche unter Druckkonstanz ausführen zu können — von stets wechselnder Zusammensetzung und infolgedessen zu einer quantitativen Prüfung der aufgeworfenen Fragen ungeeignet sein.

KOHLSCHEÜTTER (84, 86), teilweise zusammen mit R. MÜLLER (89) und TH. GOLDSCHMIDT (88) nahm die Untersuchung auf, prüft Au , Ag , Pt , Pd , Cu , Ni , Fe und Al als Kathodenmetalle auf ihre Zerstäubbarkeit in Ar , N_2 , H_2 , He und O_2 und findet die Zerstäubbarkeit sowohl proportional der Stromstärke als auch der Spannung und ein Ansteigen mit dem Kathodenfall, wobei der Schwellenwert für die verschiedenen Metalle verschieden ist. Die Metalle lassen sich hinsichtlich ihrer Zerstäubbarkeit in eine Reihe ordnen, deren Gliedfolge gegeben ist durch
$$K = \frac{AP}{V - S} = \frac{\text{Zerstäubung}}{\text{Spannung} - \text{Kathodenfall}}$$
.

Werden Stromstärke und Spannung konstant gehalten, so findet KOHLSCHÜTTER, daß die zerstäubten Mengen der verschiedenen Metalle sowohl in Ar als auch in N_2 im Verhältnis der Äquivalentgewichte stehen. Eine Schwierigkeit liegt nun jedoch darin, daß für die einzelnen Metalle in N_2 und Ar größtenteils verschiedene Valenzzahlen eingesetzt werden müssen. Während sie in N_2 etwa die gleichen Wertigkeiten wie bei ihren üblichen Reaktionen zeigen, müssen sie in Ar meist ein- bzw. zweiwertig genommen werden. Hier setzt denn auch die Polemik von seiten F. FISCHERS (49) und von STARK (143) ein. FISCHER hält die chemische Zerstäubungstheorie — denn als eine solche muß man sie nach den obigen Aussagen ansprechen — für willkürlich, da sie die Valenzzahl dem Experiment anpaßt. Er findet aus seinen Versuchen und aus denen von FISCHER und HÄHNEL durch Messung der zerstäubten Mengen und des Kathodenverlustes gleiche Werte in Ar und H_2 , was KOHLSCHÜTTER (86) auf eine Verschiedenheit des Gefäßmaterials zurückführen zu dürfen glaubt.

Während EDIT (46) die KOHLSCHÜTTERSchen Anschauungen wahrscheinlich zu machen sucht, kommt HODGSON zu einer Ablehnung der chemischen Zerstäubungstheorie; denn, wäre sie richtig, so müßte, wie

später näher ausgeführt werden soll, Zerstäubung sowohl bei normalem als auch bei anormalem Kathodenfall zu erwarten sein, während sie bei normalem nach den Untersuchungen von TYNDALL und HUGHES (152) und BRODETSKY und HODGSON (19) ausbleibt oder nach TYNDALL und HUGHES (75) gegen Null konvergiert.

STARK (144) unterzieht die KOHLSCHÜTTERSchen Versuchsdaten einer kritischen Sichtung und kommt zu dem Ergebnis, daß die Beobachtungen im Gegenteil zugunsten der Auffassung sprechen, daß die Atomstrahlen verschiedener Gase aus den verschiedenen Kathodenmetallen bei gleicher Stromstärke und gleichem Kathodenfall Metallatome *nicht* in dem durch das Gesetz der multiplen Proportionen geforderten Maße freimachen. STARK kommt so zu einer Ablehnung der chemischen Zerstäubungstheorie zu Gunsten einer mechanischen, jedoch nicht in dem Sinne wie WÄCHTER (156), E. WIEDEMANN (162) und HIRTORF (67), die die Zerstäubung als Verdampfung des hocherhitzten Kathodenmaterials unter den herrschenden Versuchsbedingungen betrachten, sondern mehr in dem Sinne von PULUJ (121), der sie in einer mechanischen Losreiung der Kathodenteilchen erblickt.

Mit der Deutung der kathodischen Zerstäubung durch thermische Verdampfung steht gleichfalls die Annahme von CROOKES (40) nicht in Einklang, der das Austreten von Metallatomen auf eine Erhöhung der Schwingungsenergie, hervorgerufen durch elektrischen Strom und nicht durch Wärmeenergie zurückführt. GÖTZ (55) kommt auf Grund eingehender Prüfung des Zerstäubungsvorganges an Wolfram-Drähten zu einer Verneinung der Sublimationstheorie, besonders im Hinblick auf das verschiedene Verhalten sonst identischer Lampen, im Hinblick auf die gesteigerte Zerstäubung bei Wechselstromheizung, das Fehlen der Zerstäubung bei Verwendung von Einkristalldrähten und die Änderung der Größe der zerstäubten Teilchen mit der Geschwindigkeit des Zerstäubungsvorganges. Er sieht die Zerstäubung in wesentlicher Abhängigkeit von der bei der Herstellung der Drähte verwendeten Zwischensubstanz, deren Gasabsorptionsvermögen größer ist als das von Wolfram. Starke Temperaturschwankungen infolge Aus- bzw. Einschaltens werden also das an sich lockere Gefüge des Drahtes gewaltsam verschieben und eine Zerreißung der Oberfläche herbeiführen. Den Durchmesser der zerstäubten Kathodenteilchen findet HOULLEVIGUE (74), unter der Annahme daß die Teilchen sphärisch sind, bei Verwendung von Ag-Kathoden zu mindestens 22—26 m μ . KINGDON und LANGMUIR (81), sowie LANGMUIR (91) und KINGDON (80) haben ausgedehnte Untersuchungen über die durch positive Ionen hervorgerufene Zerstäubung sowie über die Elektronenemission thorianierter Wolfram-Drähte und solcher mit einer Cs- bzw. Rb-Schicht angestellt. In H_2 findet KINGDON (80) keine Zerstäubung. In Ne, Ar, Cs und Hg ist bei 150 V die Zahl der pro Stoß abgeschleuderten Atome 0,043, 0,092, 0,155

bzw. 0,16. In *He* ist dieser Effekt gering und bis 600 V herauf proportional V^2 . HOLST (70) diskutiert diese Arbeiten, berechnet die Zerstäubung in den verschiedenen Gasen für das gleiche Metall unter Benutzung der THRESHOLDSchen Formel für das Funkenpotential und findet für N_2 , Ne und Ar Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment.

STARK (145) kommt unter Zugrundelegung seiner (146) Valenztheorie zur *Entwicklung einer Theorie des Schwellenwertes* für das Eintreten einer kathodischen Zerstäubung. Um ein Metallatom der Kathodenfläche von den übrigen Atomen derselben und zugleich von einigen seiner Valenzelektronen abzulösen, ist eine gewisse Abtrennungsarbeit A erforderlich, deren Energiebetrag von dem auf die Kathode auffallenden Atomstrahl des Gases aufgebracht werden muß. Die Transformation von stoßender kinetischer Energie eines Atomstrahles $\frac{mv^2}{2} = ek$ in potentielle elektromagnetische Resonatorenenergie A folgt dem Quantengesetz zufolge der Gleichung

$$\alpha \cdot \frac{mv^2}{2} \geq \alpha \cdot e \cdot \frac{k}{300} \geq A,$$

wobei α den Wirkungsgrad der Transformation und k den frei durchlaufenden Kathodenfall in Volt bedeuten. Aus dieser Gleichung wird offenbar, daß unterhalb des Wertes $\frac{A}{\alpha}$ der kinetischen Energie des Atomstrahles oder unterhalb des Kathodenfalles $S = \frac{300 A}{\alpha e}$ der Mindestenergiebetrag zur Auslösung eines Atoms nicht erreicht und somit eine Zerstäubung, die an diesen Schwellenwert S gebunden ist, nicht möglich ist.

KOHLSCHÜTTER (85) der nunmehr die Berechtigung der STARKSchen (l. c.) Anschauung gegenüber seiner früher vertretenen Meinung über den Zusammenhang zwischen kathodischer Zerstäubung und chemischer Reaktion zwischen den atomistischen Trägern des Glimmstromes und dem Kathodenmetall anerkennt, untersucht auf dieser Basis den Einfluß der Gasart und des Gasinhaltes auf die Zerstäubung. Da der Schwellenwert der Zerstäubung an einen bestimmten Mindestbetrag der kinetischen Energie des Atomstrahles gebunden ist, und da nach den Stoßgesetzen um so mehr Energie abgegeben wird, je größer die Masse der stoßenden Korpuskel ist, so wird die Zerstäubung¹⁾ mit dem Atomgewicht des Füllgases wachsen²⁾. Die *Geschwindigkeit* andererseits, die bestimmend

¹⁾ Über eine Anwendung der kathodischen Zerstäubung im Vakuum zur Herstellung dünner metallischer Schichten, sowie auch zur Spiegelherstellung s. LAMBERT und ANDANT (3), ELLERMAN und BABCOCK (47) sowie LAUCH und RUPPERT (99a). Letztere geben einen Weg für die Herstellung durchsichtiger, frei ausgespannter Metallhäutchen.

²⁾ Vgl. auch J. J. THOMPSON (150). Ferner: CAMPBELL (20), der die KOHLSCHÜTTERSchen Annahmen an den Halogenen (gasförmigem *Cl*, *Br*, *J*) und besonders an *Hg*- und *Cd*-Dampf verifiziert.

ist für den Wert der kinetischen Energie, ist wesentlich gegeben durch den Potentialfall, den der Atomstrahl im negativen Glimmlicht zu durchlaufen hat, d. h. durch den Kathodenfall. Vorwiegend werden nun solche Atome aus der Kathodenschicht ausgelöst werden, die in der ersten, bzw. in den allerobersten Atomschichten angeordnet sind.

Mit *wachsender* kinetischer Energie jedoch wird es nach KOHLSCHÜTTER (85) dem Atomstrahl möglich werden, in tiefere Schichten der Kathode einzudringen, wobei es sich allerdings, wie die Untersuchungsergebnisse von BENNEWITZ und GÜNTHER (12) bzw. Überlegungen über die Gitterabstände im festen Körper zeigen, ohne Annahme von Gitterdeformationen oder -zerstörungen *schon* bei *Pt* und *Wasserstoff* nicht um die Absorption BOHRscher Wasserstoffatome, sondern nur um die von *Kernen* und freien *Elektronen* handeln kann. Die Versuche von ATOMI ÔSAWA (7) sowie von KRÜGER und SACHLOWSKI (90), die in röntgenographischen Untersuchungen nach der DEBYE-SCHERRER-Methode eine Gittererweiterung um 2 bis 3 vH für die Absorption von Gasen durch *Pt* bzw. *Pd* und von Wasserstoff durch *Pd-Ag*-Legierungen zeigen, lassen dagegen die Absorption *von Atomen* möglich erscheinen. Auch BODENSTEIN (12a) kommt auf Grund seiner Wasserstoff-Diffusionsversuche an *Pt* und *Fe* zur Annahme von diffundierenden Atomen. Nach HÜTTIG und BRODKORB (76c) durchdringt der Wasserstoff, *ohne dissoziiert* zu werden, das Gitter des metallischen *Cr* in gleichmäßiger Weise und bewirkt gleichzeitig eine nicht unerhebliche Vergrößerung der Gitterkonstante des metallischen *Cr*. In welcher Art aber auch schließlich der Wasserstoff im Metall vorliegt, ob in ortsfester Stellung (als labile chemische Verbindung) oder frei beweglich (als übersättigte Lösung): hier ist nicht der Ort, auf die so überaus interessanten und verwickelten Fragen des Systems Metall-Wasserstoff näher einzugehen¹⁾.

Bei dem Eindringen der Atomstrahlen kann es nun, wie KOHLSCHÜTTER ausführt, eintreten, daß die an die Metallatome abgegebene Bewegungsgröße nicht ausreichend ist, um das Metallatom in den Gasraum austreten zu lassen, so daß also die Zerstäubung trotz steigenden Kathodenfalls nicht regelmäßig weiter wächst, sondern einen Grenzwert erreicht, wie es die Versuche von VEGARD (154) zeigen, der von 500 V an aufwärts ein starkes Anwachsen der Zerstäubung mit steigendem Kathodenfall, bei 1500 V dagegen eine gegen Null konvergierende Zerstäubung konstatiert.

KOHLSCÜTTER macht über den *Absolutbetrag der Zerstäubung* und dessen Abhängigkeit von der Gasfüllung Aussagen, die geeignet sind, den geringen Grad der elektrischen Zerstäubung bei *kleinen* Werten für den Kathodenfall zu erklären. Die aus der Kathode ausgelösten

¹⁾ Es sei nur noch auf die wertvollen, teilweise zusammenfassenden Arbeiten von HÜTTIG (76a, 76b) mit reichem Literaturnachweis hingewiesen.

Metallatome, die als materielle Strahlen in die Gasphase eintreten, erleiden bei ihrem Durchgang durch das Gas Geschwindigkeitsverluste derart, daß sie endlich ganz gebremst werden und als materielle Teilchen — als Metallstaub — im Gase stecken bleiben, wenn sie nicht schon vorher Gelegenheit gefunden haben, sich auf einer der Grenzflächen abzuscheiden. Diese von KOHLSCHÜTTER als „Pseudogas“ bezeichneten Mikroteilchen — wobei mit dieser Bezeichnung zum Ausdruck gebracht werden soll, daß das Metall sich in der molekularen Verteilung befindet ohne den entsprechenden Temperaturinhalt zu besitzen — unterliegen der durch das COULOMBSche Gesetz geregelten elektrostatischen Anziehung von seiten der Elektroden und zwar wesentlich der der Kathode, da sie sich dieser im allgemeinen näher befinden als der Anode. Es wird also eine gewisse Menge Metallstaub so zur Kathode zurückkehren, dort in den Bereich der im Glimmlicht beschleunigten Atomstrahlen gelangen und infolge Zusammenstoßes mit diesen erneut als sekundäre Atomstrahlen in den Gasraum zurückkehren. Demzufolge wird also der wirkliche Gewichtsverlust der Kathode bei gleicher Zerstäubungsarbeit der Atomstrahlen zu gering ausfallen, da ein und dasselbe Metallatom nacheinander verschiedene Male von verschiedenen Atomstrahlen getroffen werden kann. Dieser Effekt kann durch die Gasfüllung herabgesetzt werden, und zwar um so stärker, je größer das Atomgewicht des Füllgases ist, welches quasi als „Rückschlagventil“ bremsend auf die durch die COULOMBSchen Kräfte zur Kathode gezogenen Metallstaubteilchen wirkt und zwar um so erfolgreicher, je weiter entfernt von der Kathode der sekundäre Atomstrahl als Metallstaubpartikel in dem Gase stecken bleibt. Das bedeutet aber, daß die effektive Zerstäubung der Kathode um so größer sein wird, je größer der Kathodenfall und je größer das Atomgewicht des Füllgases ist; denn beide Faktoren wirken einer Wiedervereinigung des sekundären Atomstrahles mit der Kathode entgegen. Die Frage, welche spezielle Eigenschaft des Gases besonders für die Bremswirkung maßgebend ist, ist von KOHLSCHÜTTER (85) bei Vergleich der Dichte, des Koeffizienten der inneren Reibung und der mittleren freien Weglänge in den verschiedenen Gasen zugunsten der inneren Reibung beantwortet worden. KOHLSCHÜTTER zeigt denn tatsächlich, daß der Anteil des wieder auf die Kathode gelangenden Metalles für ein bestimmtes Gas mit steigendem Druck abnimmt. Jedoch ist das Versuchsmaterial nicht ganz eindeutig, da auch Versuche vorliegen, die bei steigendem Druck eine anfängliche Zunahme dieses Wertes ergeben. Auch VEGARD (154) findet bei seinen Untersuchungen, daß für niedrige Werte des Kathodenfalles — für den normalen Kathodenfall — nur eine geringe Zerstäubung vorliegt, während TYNDALL und HUGHES (152) sowie BRODETSKI und HODGSON (19) für den normalen Kathodenfall gar keine Zerstäubung, also auch das Gebundensein der Zerstäubung an einen Schwellenwert finden.

VEGARD (154) tritt in eine quantitative Behandlung der Frage ein, *wieviele* Metallatome verschiedener Metalle von einer einzigen Elementarladung im Durchschnitt freigemacht werden können und findet in recht guter Übereinstimmung mit KOHLSCHÜTTERSchen Ergebnissen, daß z. B. für *Pt* nahezu ein Atom pro Elementarquant, für *Au* annähernd 1,6 Atome freigemacht werden können.

Er untersucht weiterhin den *Einfluß eines starken Magnetfeldes* auf Absorption und Zerstäubung und findet bei einer Feldstärke von 2700 Gauß — wobei das Feld so angeordnet war, daß die magnetischen Kraftlinien senkrecht zur Röhrenachse verliefen und die Kathode sich im stärksten Teil des Feldes befand — trotz der erheblichen Formänderung des Entladungsbildes nach anfänglichen Schwankungen der Absorption *Unabhängigkeit* sowohl der Absorption als auch der Zerstäubung *von dem aufgezwungenen Magnetfeld*.

2. Absorption und Kathodenfall. Während MEY (109) für seine, unter Benutzung einer Alkalielektrode (*Na*, *K*, bzw. *Na-K*-Legierung) ausgeführten Absorptionsversuche an N_2 Unabhängigkeit vom Kathodenfall findet — die Änderung des Kathodengefälles innerhalb eines Versuches wird auf eine durch Bindung von Stickstoff hervorgerufene Änderung der Oberflächenzusammensetzung der Elektroden zurückgeführt — weisen eine Reihe der oben wiedergegebenen Untersuchungen, im besonderen die von KOHLSCHÜTTER, STARK und VEGARD (153) — der den Schwellenwert als „kritischen Kathodenfall“ bezeichnet — auf einen innigen Zusammenhang zwischen Absorption und Kathodenfall hin. All diese Arbeiten konnten als Bedingung für das Auftreten der Absorption einen *Schwellenwert* feststellen. Nun ist, wie BRODETSKI und HODGSON (19) ausführten, der Energieinhalt der Kathode ein Maß für den Kathodenfall. Untersuchungen über die Abhängigkeit von Absorption und Kathodentemperatur werden also indirekt etwas auszusagen gestatten über den Zusammenhang zwischen Absorption und Kathodenfall.

Unter Verwendung einer geeigneten Versuchsanordnung verfolgen BRODETSKI und HODGSON (19) bei konstanter Stromstärke die Größe der Absorption in *Abhängigkeit von der Kathodentemperatur* und finden für die Zeitdauer eines Versuches eine erhebliche Zunahme der Kathodentemperatur, die mit einem Wachsen der Absorption, sowie einem entsprechenden Anstieg des Kathodenfalles verbunden ist. Die Anode zeigte indessen eine vergleichsweise nur geringe Temperaturzunahme (6°, während die Kathode eine Temperaturänderung von 30° bei nur $\frac{1}{4}$ der Stromstärke aufwies). Es ist also der wesentliche Energieumsatz auf die Kathode und die dort ausgelösten Vorgänge begrenzt, ein Umstand, der den genetischen Zusammenhang der Absorption mit diesen Erscheinungen erkennen läßt, wenngleich es den Autoren auch nicht gelingt, eine einfache Beziehung zwischen der Kathodentemperatur und dem Grad

der Absorption herzuleiten. BRODETSKI und HODGSON zeigen weiterhin, daß bei normalem Kathodenfall — d. h. bei einem solchen Wert für den Kathodenfall bei dem die Basis der Glimmentladung nicht über die ganze Kathodenoberfläche ausgebreitet, sondern auf einen diskreten Teil derselben konzentriert ist — keine elektrische Absorption vorhanden ist, ein Ergebnis, das sich in Übereinstimmung mit den Untersuchungen von TYNDALL und HUGHES befindet, die für den normalen Kathodenfall, wie schon oben gesagt, das Ausbleiben kathodischer Zerstäubung festgestellt hatten. BRODETSKI und HODGSON finden bei Verwendung von Cu -Elektroden in Luft, O_2 , H_2 und CO_2 die Absorption stets an das Auftreten des anomalen Kathodenfalles — bei dem die Basis der Glimmentladung auf die gesamte Kathodenoberfläche übergreift — geknüpft. Im Anschluß an die nach STARK (147a) zwischen Kathodenfall und dem in der Entladungsröhre herrschenden

Druck bestehende Beziehung¹⁾ $v = k \cdot \frac{(i - l \cdot p)^{\frac{1}{2}}}{p}$ werden von den beiden

Autoren zwei Möglichkeiten einer Abhängigkeit der Absorption von dem Kathodengefälle diskutiert. Einerseits soll die über den normalen Kathodenfall vorhandene *Überschußenergie* v der Ionen der Gasabsorptionsgeschwindigkeit proportional sein, während in dem zweiten behandelten Falle der über den dem normalen Kathodenfall zukommenden Betrag hinaus vorhandene *Überschußimpuls* \sqrt{v} der Ionen jene Proportionalität aufzeigen soll. Bei einer Prüfung an den Versuchsdaten scheint der ersten Annahme eine erhöhte Wahrscheinlichkeit zuzukommen. VEGARD (154) kann bei seinen in H_2 ausgeführten Versuchen zeigen, daß für einen bestimmten Wert i der Stromstärke der Druck infolge der Absorption bis zu einem konstanten Grenzwert sinkt, und daß nunmehriges Heraufgehen mit der Stromstärke zur Gasentwicklung, dagegen ein Heruntergehen unter den Wert i zu erneuter Absorption führt.

3. Absorption und Kathode. Über die Absorption im Zusammenhang mit der Kathode sowohl bezüglich ihres Materials als auch hinsichtlich der Frage nach dem Verbleib des aus dem Gasraum austretenden Gases liegt ein reichhaltiges, außerordentlich interessantes Material vor. VEGARD (153) sucht durch einen Vergleich der unter Verwendung verschiedener Kathoden- bzw. Anoden-Metalle absorbierten Gasmenge q eine Klärung der Frage nach dem *Sitz der Absorption* zu erhalten. Ein Ausdruck für den Wert q , die Menge pro Coulomb

¹⁾ Es bedeuten: v = Differenz zwischen dem effektiven (anomalen) Kathodenfall und dem normalen Kathodenfall, i = Stromstärke, p = Druck, k und l = Konstanten, die von experimentellen Bedingungen und Gefäßdimensionen abhängen.

absorbierten Gases, wird gegeben durch

$$q = \frac{1}{I} \cdot \frac{V}{760} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{\mu}{I}$$

wobei I die Stromstärke und $\mu = \frac{V}{760} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta t}$ die Absorptionsgeschwindigkeit, d. h. die in der Zeiteinheit absorbierte Anzahl cm^3 des unter dem Druck p stehenden Gases vom Volumen V bedeuten (153). Aus seinen in N_2 ausgeführten Versuchen (154) geht, wie Tabelle 1 zeigt, eindeutig hervor, daß die Absorption weitgehend vom Anodenmaterial unabhängig ist, daß dagegen eine Änderung der Absorption mit der Änderung des Elektrodenmaterials nur dann eintritt, wenn diese Änderung die Kathode betrifft.

Tabelle 1.

Kathode	Anode	$q \cdot 10^2$
<i>Pt</i>	<i>Pt</i>	13,5
<i>Pt</i>	<i>Al</i>	12,8
<i>Al</i>	<i>Al</i>	7,2

Er schließt, daß die Absorption des Gases durch die Kathode stattfindet, daß die Gasstrahlen durch das vor der Kathode liegende starke Potentialgefälle beschleunigt von einem bestimmten Schwellenwerte an in die Kathode hineingezogen werden, und bezeichnet diese Absorption als „konservativ“ (154, 155), die er im Gegensatz zu der „nicht konservativen“ — die stets unreproduzierbar ist, und über die keine bestimmten Aussagen gemacht werden können — als ein fundamentales mit der Kathodenzerstäubung in enger Beziehung stehendes Phänomen angesehen wissen will.

NEWMAN (112) geht den auf der Kathode bei der Gasabsorption vorgehenden Erscheinungen nach und schlägt zu diesem Zwecke auf dem Wege der Vakuumdestillation verschiedene Substanzen (*K, Na, Hg, Cd, Sb, Mg, Ca, Zn, Sn, P, S, J*) auf der Kathodenoberfläche nieder. Wird eine Entladung durch die mit N_2 bzw. H_2 gefüllte Röhre geschickt, so zeigt sich starke Absorption, die er im wesentlichen auf eine unter den herrschenden geringen Drucken mögliche chemische Bindung der aktiven reaktionsfähigen Form von Stickstoff und Wasserstoff mit den auf der Kathode niedergeschlagenen Elementen zurückführt. In der Diskussion, die sich an diese auf der Physical Society of London vorgetragene Arbeit anschließt, fordert GOUCHER für den Fall einer chemischen Deutung dieser Absorption Geltung des Gesetzes der konstanten Proportion. In einer weiteren Arbeit bringt NEWMAN (113) den analytischen Nachweis, daß sich bei den auf die Kathode niedergeschlagenen Elementen durch Absorption die Nitride des *Na, K, Mg* und *Sn* und die Hydride des *Na, K* und *S* bilden.

Während hier also die Annahme des chemischen Charakters der Absorption zum mindesten wahrscheinlich gemacht werden kann, liegen die Dinge bei den Untersuchungen mit Alkalielektroden wesentlich einfacher. Schon ZEHNDER (169) berichtet in Analogie zu den von SALET (131) gemachten Versuchen, daß Na mit kathodischer Funktion Stickstoff unter wahrscheinlicher Bildung von Na_3N absorbiert.

Eine mehr systematische Untersuchung dieser Frage unternimmt MEY (109). Seine Untersuchungen — unter Benutzung von N_2 bzw. H_2 als Füllgas — sind an Na -, K - und Na - K -Elektroden ausgeführt, wobei für die Na - K -Legierung das Mengenverhältnis beider Komponenten so gewählt wurde, daß die Legierung eben flüssig blieb. Wird die Alkalielektrode als Kathode geschaltet, und wird ein Strom durchgeleitet, so tritt Bindung von Stickstoff bzw. Wasserstoff ein. Während die Kathodenoberfläche anfänglich eine bläuliche Färbung annimmt, zeigt sich nach einigen Minuten bereits die Ausbildung einer oberflächlichen dunklen Haut. Ist diese vollständig ausgebildet, so hört damit gleichzeitig die Gasabsorption auf, denn hier trägt die Absorption chemischen Charakter — die entstehenden Verbindungen werden als K_3N und Na_3N bzw. als die Wasserstoffverbindungen identifiziert — und eine Bindung der Gase kann demzufolge nur solange erfolgen, als noch freies Metall in oberflächlicher Schicht vorhanden ist. Mit dieser Schichtbildung geht ein Steigen des Kathodenfalles bis über 230 V einher. Wird nunmehr die Alkalielektrode auf ganz kurze Zeit — etwa eine halbe Minute — umgepolt, und dann sofort wieder als Kathode geschaltet, so stellt sich zunächst der normale Kathodenfall ein, um jedoch bald von neuem anzusteigen. Hierin ist ein Argument dafür zu sehen, daß tatsächlich ein Teil der kathodisch gebildeten Verbindung bei entgegengesetzter Stromrichtung zersetzt wird ¹⁾, daß das freigemachte Metall wieder den normalen Kathodenfall zeigt, und daß erst durch erneute Bindung von Gas ein Steigen des Kathodenfalles hervorgerufen wird.

Anders verlaufen die mit einer *flüssigen Na-K-Kathode* ausgeführten Versuche. Hier findet dauernde Absorption statt. Die Erklärung für dieses Verhalten ist darin zu sehen, daß hier das dünne Oberflächenhäutchen, welches die Verbindung des Kathodenmaterials mit dem Gas darstellt, ständig zerreißt, wodurch also eine permanente Reaktionsfähigkeit und somit eine kontinuierliche Absorption gewährleistet wird. Der Kathodenfall bleibt bei diesen Versuchen im Einklang mit den oben entwickelten Anschauungen von MEY (109) konstant und zeigt in N_2 den Wert von etwa 125 V. Quantitative Untersuchungen von MEY zeigen an der Legierung, daß der Quotient $\frac{\text{Druckabnahme}}{\text{Zeit} \cdot \text{Stromstärke}}$ wesent-

¹⁾ CHRISLER (29) konstatiert dagegen auch anodische Absorption von H_2 bei Verwendung von Na - bzw. K -Elektroden.

lich konstant bleibt. Wird die Legierung als Kathode verwendet, so zeigt sich, daß bei 1 mAmp./min $3,3 \cdot 10^{-5}$ g Stickstoff, als Anode geschaltet dagegen etwa nur $\frac{1}{10}$ dieses Betrages absorbiert wird. Eine Zersetzung der Verbindung tritt in diesem Falle nicht ein. Entsprechende Versuche an *He* verlaufen vorwiegend negativ, eröffnen aber eben gerade dadurch die Möglichkeit einer Trennung des *He* — sowie auch des *Ar* — von H_2 , N_2 und H_2O ¹⁾. GOWDY (56) findet bei Verwendung von *Na-K*-Legierungen in H_2 Absorption bei Schaltung der Legierung als Kathode, bei Umpolung dagegen Gasevolution und schließt auf eine Zersetzung der bei der kathodischen Bindung gebildeten Hydride durch von Elektronen bedingte lokale Heizeffekte. ALLISON (2), der in seine PLÜCKER-Röhre zur Reinigung der *Ar*-Füllung von H_2 und N_2 *Ca*-Stücke einführt, findet unter gewissen Bedingungen Bildung von *Ca*-Hydrid und bei Berührung des *Ca* mit der Elektrode Zersetzung desselben.

In diesem Zusammenhang sind die Beobachtungen von DEMBER (42) zu erwähnen, der als erster bei *Na-Zellen* mit H_2 -Füllung eine Abnahme der lichtelektrischen Empfindlichkeit konstatiert und sie auf die kombinierte Wirkung einer Gasbeladung der Kathodenfläche und einer Druckabnahme in der Zelle zurückführt. Einen Einfluß der Gasabsorption auf die *lichtelektrische Empfindlichkeit* der Zellen mit verschiedenen Metallen und verschiedenen Gasen konstatiert auch CHRISLER (30).

Die allmähliche Selbstevakuierung von Photozellen macht sich nach ELSTER und GEITEL (48) durch eine Änderung der Charakteristik der Zelle, d. h. durch eine Änderung des Zusammenhanges zwischen der Intensität des Photostromes mit der angelegten Spannungsdifferenz bei konstanter Belichtung im Laufe der Zeit bemerkbar. So werden photoelektrische *K-Zellen* mit H_2 -Füllung — bei *Na-K-Zellen* kann die Erscheinung nicht gefunden werden — während der Benutzung im Laufe der Zeit von selbst leer, indem der Wasserstoffinhalt der Zelle von dem Kalium der Elektroden absorbiert wird, wobei sich die *K-Fläche* anfänglich mit einem farbigen, hochlichtempfindlichen Überzug bedeckt; im Zusammenhang mit der Absorption geht die Oberflächenfarbe zurück, bei genügendem Wasserstoffinhalt verschwindet sie allmählich völlig.

Der durch die Gasabsorption eintretende Nachteil (Invarianz der Zelle) kann durch Edelgasfüllungen (*Ar*, *He*) beseitigt werden, die bei guter Konstanz den HALLWACHS-Effekt schon im unsichtbaren Ultrarot zeigen. Auf dem Gebiete lichtelektrischer Wirkung ist so eine weitgehende Verschiebung des Interesses aufgetreten und die Frage nach dem Einfluß absorbierter bzw. okkludierter Gase auf die lichtelektrische Wirksamkeit und auf die zur Abtrennung eines Elektrons aus dem Metall erforderliche Arbeit akut geworden. Während die oberflächlich

¹⁾ S. auch SKINNER (137).

absorbierten Gase — wobei die Frage nach ihrer chemischen Bindung offen bleiben soll — den Austritt der Elektronen hemmen, besonders, wenn diese bei großer Wellenlänge der erregenden Strahlung eine nur geringe Anfangsgeschwindigkeit besitzen, scheinen die okkludierten Gase lockernd auf die Elektronenbindung des Elektrodenmetalls und somit fördernd auf den Elektronenaustritt einzuwirken.¹⁾

Auch HALLERMANN (59) findet so in Übereinstimmung mit der Auffassung von MILLIKAN (110), sowie von WINCHESTER und E. LADENBURG (168), daß die Okklusion von Gasen durch eine Elektrode (und zwar durch die Anode im Sinne von SKINNER) die photoelektrische Empfindlichkeit von Metallen, Metalloxyden und Metallsulfiden herabsetzt. Dieser Effekt ist natürlich um so geringer, je höher die Temperatur ist, um bei 400° gänzlich zu verschwinden.

Den Nachweis einer *anodischen Gasabsorption* suchen die Arbeiten von SKINNER (137, 138) und CHRISLER (29, 31) zu erbringen. Während in mit *He* bzw. *Ar* gefüllten Entladungsröhren bei Stromdurchgang Wasserstoff aus der Kathode austritt, dessen Absolutbetrag weitgehend den Forderungen des FARADAYSchen Gesetzes entspricht — ein Abfall nach längerer Zeit ist durch eintretende Ermüdung zu deuten — zeigen nach SKINNER (138) die Entladungen in Wasserstoff weitgehend Druckkonstanz und erst im Laufe des Versuches eine geringe Druckzunahme. Eine Erklärung wird in dem Sinne gegeben, daß Wasserstoff wohl von der Kathode in dem geforderten Betrage abgegeben und vor der Anode angesammelt wird. Variierung der Anodengröße müßte hier eine Entscheidung zulassen, die auch qualitativ erbracht wird. CHRISLER (29, 31) prüft die Absorptionsgeschwindigkeit der Gase seitens der Anode. Wird die Kathode vor dem Versuch hinlänglich von ihrem Gasinhalt befreit, so daß sie keinen merklichen Anteil an der Druckänderung trägt, so kann die Absorption an der Anode direkt aus der Druckabnahme im System ermittelt werden. Sie wird für H_2 an *Na*, *K*, *Na-K* und *Hg* als Anode bestimmt und aus den absorbierten Mengen geschlossen, daß mit jedem absorbierten Atom eine negative Ladung von derselben Größe vergesellschaftet ist, wie die positive, die es in Lösungen trägt.

4. Absorption und Glaswand. Während eine Reihe von Absorptionerscheinungen durch die Annahme chemischer Bindung zwischen Gas- und Elektrodenmaterial erklärt werden konnte, bleibt doch eine ganze Kategorie von Untersuchungen, die besonders durch ihren engen Zusammenhang mit der kathodischen Zerstäubung ausgezeichnet sind, — die Zerstäubung bei den Alkali-Elektroden ist, wie auch MEY (109) hervorhebt, äußerst gering — noch ungedeutet.

PLÜCKER (118) gibt bereits an, daß das Gas zur Glaswand überführt wird

¹⁾ Näheres s. P. PRINGSHEIM (120).

und leitet so eine Schar von Arbeiten ein, die auch heute keineswegs endgültig abgeschlossen sind.

WILLOWS (165) verwendet CROOKESSche Röhren, gefüllt mit Luft, N_2 bzw. H_2 , aus gewöhnlichem, aus Blei- und aus Jenaer-Glas gefertigt und findet, wie auch HILL (64), ein „running down“, eine Druckabnahme im System, deren Absolutbetrag im gewöhnlichen Glas größer als im Bleiglas, und in diesem wiederum größer als im Jenaer-Glas ist, und glaubt auf eine chemische Bindung zwischen Glaswand und Gas schließen zu dürfen, wogegen VEGARD (153), der (s. o.) die elektrische Absorption — die „konservative“ Absorption — mit der Kathode verknüpft sieht, allerdings die Absorption von Edelgasen geltend macht. Wäre die Absorption an die Glaswand gebunden, so müßte nach VEGARD (154) ein starkes Magnetfeld, welches das Entladungsfeld stark verändert und neue Teile der Glaswand in Entladungsnähe bringt, eine Änderung des Absorptionsgrades hervorrufen. Das ist nach ihm jedoch nicht der Fall. Auch die Ergebnisse von BRODETSKI und HODGSON (19), die durch Variierung des Elektrodenabstandes innerhalb der Grenzen von 4 und 35 cm keine Änderung der Absorption (bei 35 cm Abstand im Gegenteil eine geringe Abnahme der Absorption) feststellen können, scheint gegen die Annahme eines Zusammenhanges zwischen Absorption und Glaswand zu sprechen.

CAMPBELL SWINTON (26), der dagegen im Sinne WILLOWS (165) Absorption an der Glaswand unter dem Einfluß von Entladung und Zerstäubung findet, unterwirft die Röhren einer starken Erwärmung bis nahe zur Erweichung und erhält unter Auftreten von *Blasen im Glasgefüge* einen Teil des absorbierten Gases zurück. POHL (119) sieht in dem Auftreten dieser Gasblasen jedoch nicht eine Wirkung des wieder auftretenden Gases, sondern glaubt vielmehr, daß in Gegenwart der durch die Zerstäubung der *Al*-Elektroden auftretenden dünnen Beschläge eine Oxydation des *Al* und dadurch eine teilweise Zersetzung des Glasgefüges Ursache jener Blasen ist. CAMPBELL SWINTON (27) führt dagegen an, daß die Erscheinung auch in elektrodenlosen Röhren reproduzierbar sei. Auch SODDY und MACKENZIE (141) kommen in *He*, *Ne* und *Ar* zur Annahme eines Zusammenhanges zwischen Glaswand und Absorption und sehen in dem *Al*, welches auf den Glaswänden zur Abscheidung gekommen ist, den Sitz der von ihnen als wesentlich nicht chemisch gedeuteten Absorption des durch Erwärmen wieder gewinnbaren Gases¹⁾. Den von CAMPBELL SWINTON gefundenen Effekt können sie nicht bestätigen. Wohl kann bei *Ar*-Röhren ein Wiederauftreten von *Ar* und Blasenbildung infolge Erhitzens der Glaswand erreicht werden, doch auch in *Ne* und *He*, wo dieser Effekt in bedeutend geringerem Grade zu erwarten ist, zeigen sich die Blasen, *ohne* daß jedoch *Ne* wieder erscheint, ein

¹⁾ Vgl. dazu BANCROFT (9)

Beweis, daß das entweichende Gas nicht das durch die Entladung in das Glas hineingetriebene ist, sondern daß der Effekt jedenfalls auf einer (chemischen) Zersetzung des Glases beruht. Die Deutung der Versuche von WILLOWS und GEORGES (165) weist in die gleiche Richtung. Lassen sie Entladung abwechselnd durch H_2 und Luft hindurchgehen, so finden sie eine fast unbeschränkte Gasaufnahmefähigkeit der Wände, was sie darauf zurückgeführt wissen wollen, daß Reaktion zwischen Luft und den durch Wasserstoff reduzierten Glaswänden statt hat.

BRODETSKI und HODGSON (19) sehen die Ursache einer Absorption durch die Glaswände wesentlich in einer *Elektrolyse des Glases*. Wenn der Kathodenfall einen solchen Betrag erreicht hat, daß er den ausgeschleuderten Teilchen eine hinreichend große Geschwindigkeit erteilen kann, um die Glaswände auf ein genügend hohes Potential zu bringen, so kann eine teilweise Elektrolyse des Glases und damit eine chemische Kombination des so freigemachten Metalles mit dem Gase im Sinne von WILLOWS (165), WARBURG (157), MEY (109), SALET (131), sowie auch von HILL (64), der seine Untersuchungen mit elektrodenlosen Röhren ausführte, eintreten. Das Ausbleiben von Absorption bei normalem Kathodenfall kann dann so gedeutet werden, daß die Glaswände nicht das zur Elektrolyse erforderliche Potential erreichen.

Es sei ferner auf die Untersuchungen von SHERWOOD (134) hingewiesen, die zur Diskussion dieser Frage herangezogen werden können. Er findet außer den absorbierten Gasen (die bei etwa 200° vollständig freigemacht sind) bei höherer Temperatur Freiwerden von Gasen, die als Zersetzungsprodukte des Glases angesprochen werden müssen.

B. Röntgenröhren.

Kurz soll auf die Absorptionserscheinungen in Röntgenröhren hingewiesen werden. Wird eine Röntgenröhre in Betrieb genommen, so tritt wie z. B. die Untersuchungen von CARDANI (28), DESSAUER und WIESNER (43), RATNER (123) und JANITZKY (77) zeigen, zuerst ein Weicherwerden dieser Röhre ein, was auf Gasentbindung der sich erwärmenden Wände und Elektroden zurückführbar ist. Zu gleicher Zeit setzt jedoch der entgegengesetzte Effekt der Gasbindung ein, der durch metallische Zerstäubung — im wesentlichen der Kathode — bedingt ist. Bei längerem Betrieb überwiegt letzterer Effekt, so daß eine Röntgenröhre ständig härter wird, bis keine Entladung mehr hindurchgehen kann, was RATNER (123) auf eine Polarisation der Kathode zurückführt.

Um diesem Unbrauchbarwerden von Gasröhren, wie sie besonders in der Medizin zur Verwendung gelangen, vorzubeugen, bedient man sich der sogenannten Regeneriervorrichtungen (Kohle-Glimmer-, Osmo- und Bauer-Regenerierung), mit deren Hilfe die zum Stromtransport

erforderliche Gasmenge ohne Aufhebung des Vakuums in die Röhre hineingebracht werden kann.

Auch WHIDDINGTON (160) findet bei seinen Untersuchungen in Vakuumröhren, unter Verwendung verschiedener Elektrodenmetalle, eine in der verringerten Kathodenstrahl-Emission zum Ausdruck kommende Ermüdung der Kathode, die auf Gasmangel zurückführbar und durch Wiederaufnahme von Gas rückgängig zu machen ist. Nach JANITZKY (77a) lassen sich diese Sperrerscheinungen in Ionenröhren durch den Entgasungszustand der Elektroden, dagegen auf keinen Fall durch Wandladungen (s. w. u.) erklären.

KNIPPING (82) hat Untersuchungen über das *Wesen des zum Stromtransport erforderlichen Gases und* das des *Pseudo-Hochvakuums* angestellt, und es wahrscheinlich zu machen gesucht, daß das Durchgehen einer Entladung durch eine Röhre gebunden ist an die Gegenwart von Wasserstoff (vorwiegend von der Wasserhaut der Wände und Elektroden herrührend), der unter dem Einfluß der überall vorhandenen durchdringenden Strahlung in Protonen gespalten wird, die ihrerseits, vermöge ihrer hohen ionisierenden Fähigkeit, den Stromtransport indirekt übernehmen.

Der von KNIPPING (82) gegebenen Deutung widerspricht GÜNTHERSCHULZE (58b) ¹⁾. Aus seinen mit WEHNELT-Hochspannungsgleichrichtern angestellten Versuchen geht hervor, daß die Zündspannung, die für den Gleichrichter im ungebrauchten Zustande 400 V beträgt, nach längerer Betriebsdauer mehr und mehr steigt und endlich selbst bei 6000 V nicht mehr erreicht wird. Es bildet sich ein Pseudohochvakuum aus, dessen Wesen nicht in einer Änderung des Gases, sondern in statischen Ladungen auf den Gefäßwänden zu suchen ist, die das elektrische Feld zwischen den Elektroden abschirmen und das Einsetzen der Entladung vereiteln, wenn sie nicht durch die auf den Glaswänden vorhandene H_2O -Haut abgeleitet werden können, die jedoch beim Betrieb teils durch mechanische Überdeckung teils durch chemische Zerstörung verschwindet. Einleiten von H_2 ermöglicht ²⁾ nach ihm Neubildung der H_2O -Haut, die für das Nichtzustandekommen dieser Erscheinung wesentlich ist.

Bei Herstellung hochevakuierter Röntgenröhren werden zur Entfernung der Gasreste nach COOLIDGE (39) und dem RESEARCH STAFF OF THE GENERAL ELECTRIC COMPANY (124) Thorium oder Zirkon bzw. seltene Erdmetalle in der Röhre auf Reaktionstemperatur (Glühtemperatur) gebracht, nach HOLST und OOSTERHUIS (71) die Legierungen eines Alkali- oder Erdalkalimetalles mit einem edleren Metall geringeren

¹⁾ Zersetzung des H_2O -Dampfes durch Glimmentladung widerspricht dem Experiment (58c). Vgl. auch J. J. THOMSON (150a).

²⁾ Die zur H_2O -Bildung erforderlichen O_2 -Spuren sind wohl stets im Gefäß vorhanden (58b).

Dampfdrucks, z. B. Zinn, eingeführt. BONIFACE (17) schaltet die zu evakuierenden Teile als Anode und erreicht so unter Benutzung der oben geschilderten Prozesse das zum Arbeiten erforderliche Hochvakuum.

In *Siemensschen Ozonröhren* mit O_2 - bzw. N_2 -Ar-Füllung findet nach H. BECKER und ROSSENBECK (11) unter dem Einfluß der stillen elektrischen Entladung ebenfalls Wandabsorption statt. Die Absorptionsschicht kann durch die Entladung teilweise wieder zerstört werden. Dazu vergleiche auch SPIEL (142) und ANDEREGG (4).

C. Glühkathodenröhren.

Ein weiteres Hauptkapitel soll vorwiegend der Behandlung von Arbeiten gewidmet sein, die unter Verwendung von Glühkathodenröhren angestellt worden sind. In diesen Röhren ist die Anordnung der Elektroden eine wesentlich andere als in dem bisher beschriebenen Röhrentyp. Kathode und Anode stehen einander relativ nah gegenüber, die Kathode wird elektrisch auf eine hohe bestimmte Temperatur gebracht. Der Stromtransport wird — oberhalb des Sättigungsstromes — wesentlich von den vom Glühdraht emittierten Elektronen unterhalten, und zwar wird die Elektronenemission durch die Gleichung von RICHARDSON (128)

$$i = A \sqrt{T} e^{-\frac{b}{T}}$$

geregelt, in der i den Elektronenstrom, T die absolute Drahttemperatur, A und b Materialkonstanten bedeuten, die von Spuren von Verunreinigungen durch Fremdgase außerordentlich abhängig sind¹⁾. In hoch-evakuierten Systemen ist i — unterhalb des Sättigungsstromes — innerhalb relativ weiter Grenzen unabhängig von der Temperatur und der Thermionenemission des Glühdrahts. Gemäß den Untersuchungen von LILIENFELD (103) und anderen, in Sonderheit von LANGMUIR, ist dann die Charakteristik der Entladung von der Gasdichte unabhängig und — solange v unter einer gewissen Grenze bleibt — gegeben durch die Gleichung

$$i = k \cdot v^{\frac{3}{2}},$$

wobei v die Spannung, i die Stromstärke und k den Proportionalitätsfaktor bedeuten, dessen Wert von den Gefäßdimensionen und den Elektroden abhängig ist.

1. Absorption und Glimmpotential. Um den Zusammenhang zwischen Gasabsorption und Glimmpotential hinreichend scharf erfassen zu können, müssen wir die Erscheinung des Glimmpotentials, das als ein feiner Indikator für den Druck im Entladungsrohr anzusprechen ist, in unsere Betrachtungen einbeziehen. CAMPBELL und RYDE (24) vom RESEARCH STAFF OF THE GENERAL ELECTRIC COMPANY

¹⁾ Vgl. auch SCHOTTKY (132), ferner WIGGE (164).

haben umfangreiche systematische Untersuchungen über die Druckabhängigkeit des Glimmpotentials angestellt. Ist der Druck im Entladungsröhr äußerst gering und $\ll 10^{-3}$ mm Hg, so tritt, wie Kurve I in Abb. 1 zeigt, ein kontinuierlicher Anstieg der Stromstärke mit der angelegten Spannung ein. Ist der Sättigungsstrom i_0 erreicht, so ist i nach der oben gegebenen Beziehung nur noch durch die Kathodentemperatur bestimmt. Wird der Gasdruck ein wenig erhöht, so daß er etwa $< 10^{-3}$ mm Hg beträgt, so beginnt die Strom-Spannungskurve sich von der Kurve I bei einer ganz bestimmten, durch die Ionisierungsspannung des betreffenden Gases charakterisierte Spannung v_0 von der ersten abzuheben, oberhalb der Kurve I kontinuierlich zu verlaufen (Kurve II)

und den Sättigungswert i_0 früher zu erreichen. Wird der Druck weiter und zwar auf etwa $2 \cdot 10^{-3}$ mm gesteigert, so bleibt die Charakteristik, wie Kurve III zeigt, zunächst wesentlich die gleiche. Bei einem bestimmten Potential v_g tritt jedoch eine Unstetigkeitsstelle ein: der Strom springt diskontinuierlich auf den Sättigungswert. Diesen Potentialwert, bei dem die leuchtende Entladung einsetzt, bezeichnet man als Glimmpotential, da es steigend erreicht wird, als „steigendes Glimmpotential“.

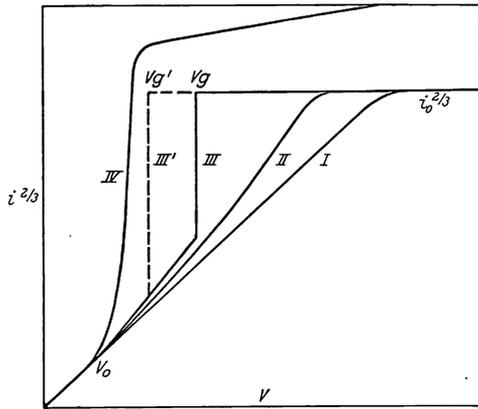


Abb. 1. Beziehung zwischen Stromstärke und Spannung bei verschiedenen Drucken.

Geht man nunmehr mit der Spannung langsam zurück, so springt das Glimmen nicht bei v_g ab, es ist vielmehr möglich, v_g zu unterschreiten, ohne daß der Strom unter den Sättigungswert i_0 herabsinkt. Erst bei noch weiterem Herabgehen mit der Spannung gelangt man an einen Punkt, bei dem der Strom disruptiv auf einen geringen Bruchteil des Sättigungsstromes herabfällt (Kurve III'). Gleichzeitig springt das Glimmen ab. Der zugehörige Spannungswert v'_g wird im Gegensatz zu v_g „fallendes Glimmpotential“ genannt. Eine weitere Drucksteigerung bis auf etwa $5 \cdot 10^{-2}$ mm hat ein weiteres starkes Ansteigen der Stromstärke mit der Spannung und ein weiteres Rücken des Sättigungswertes nach kleinen Spannungswerten hin zur Folge (Kurve IV), die Diskontinuität erscheint verwaschen, der Grenzwert liegt über dem Sättigungswert i_0 , da bei diesen Drucken der Ionenstrom dem Elektronenstrom bereits kommensurabel wird. v_g und v'_g lassen sich praktisch nicht mehr auseinander halten. Da die Sichtbarmachung der Schwelle der Glimmentladung visuell außer-

ordentlich schwierig ist, so wurde das Auftreten der Glimmentladung durch Ermittlung des Knickpunktes in der Charakteristik festgelegt.

CAMPBELL und RYDE (24) haben in ausgedehnten Versuchen über die Abhängigkeit des Glimmpotentials von Druck und Gasart ein starkes Fallen des Glimmpotentials mit steigendem Druck konstatiert (Abb. 2), wobei die Differenz $v_g - v'_g$ mit steigendem Drucke ständig kleiner wird. Auch GIBSON und NOYES (54) finden in H_2 und Hg ,

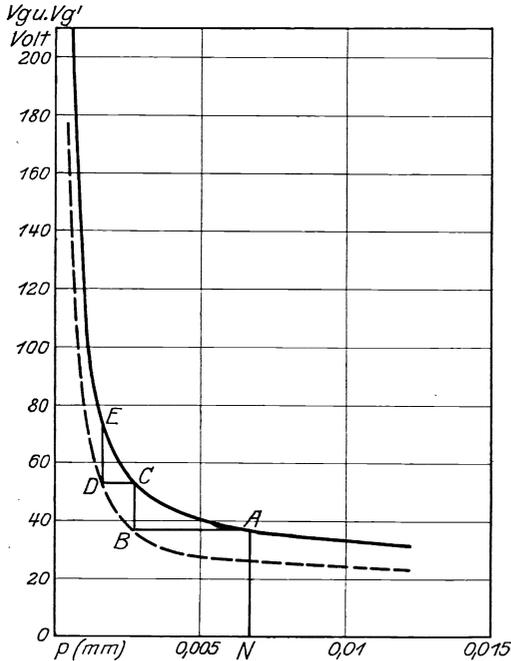


Abb. 2. Steigendes (A, C, E) und fallendes (B, D) Glimmpotential in Abhängigkeit vom Druck in Argon.

daß das fallende Glimmpotential eine Druckfunktion ist, und daß der zu einem bestimmten Druck gehörende Minimumwert stets ein ganzes Vielfaches der Ionisierungsspannung ist. Ihre Deutung des Glimmpotentials liegt in der gleichen Richtung wie die von CAMPBELL. Das Glimmpotential ist dadurch ausgezeichnet, daß bei ihm die Stelle der Rekombination weit nach der Kathode zu gerückt ist (da Rekombination nur mit langsamen Elektronen stattfinden kann). Sobald dann die Ionen die Kathode in größerer Zahl erreichen können, heben sie entweder dort die negative Raumladung

auf, oder sie lösen durch ihren Aufprall auf die Kathode vermehrte Elektronenemission und damit erhöhte Ionisierung aus.

Werden für die verschiedenen untersuchten Gase die Glimmpotentiale v_g in Abhängigkeit von $\frac{1}{p}$, dem reziproken Gasdruck (der ein Maß für die freie Weglänge ist), aufgetragen, so zeigt sich (Abb. 3) ziemlich eindeutig ein *Fallen des Glimmpotentials mit steigendem Molekulargewicht* des untersuchten Gases. Das dürfte so zu deuten sein, daß in einem Gase größeren Molekulargewichts bereits eine relativ kleinere Anzahl von Ionen eine positive Raumladung erzeugen kann, die ausreichend ist, um die durch die Elektronen ausgebildete nega-

tive Raumladung zu kompensieren; denn Neutralisation beider Raumladungen ist mit kontinuierlichem Stromdurchgang, mit Sättigungsstrom, wesentlich identisch. Damit stimmen auch die Versuche von SCHWAB und PIETSCH überein, die in O_2 das Glimmpotential unerreichbar hoch fanden. Hier erzeugen die negativen Molekelionen, abgesehen davon, daß infolge der hohen kritischen Spannungswerte¹⁾ eine erhebliche Ionisation erst bei höheren Spannungen erreicht wird, eine viel stärkere negative Raumladung, als sie durch die Elektronen bei entsprechender Stromstärke ausgebildet wird, so daß mehr positive Ionen zu deren

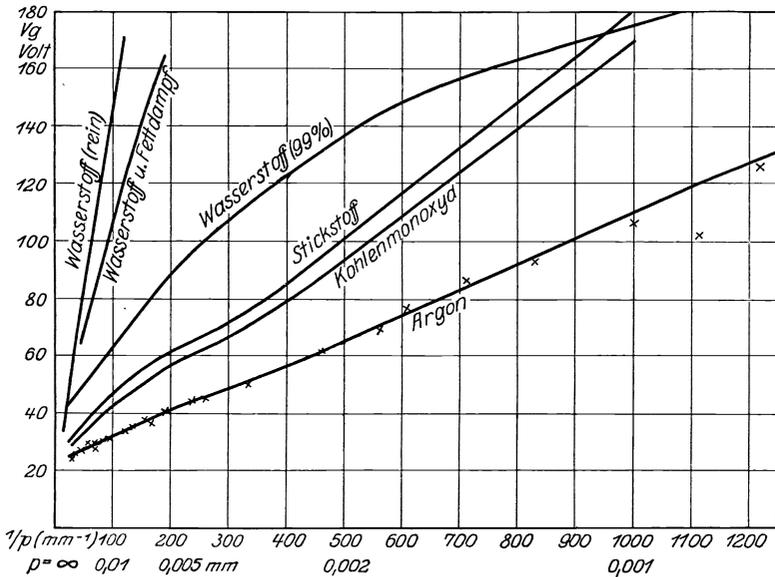


Abb. 3. Die Druck-Glimmpotentialkurven lassen eindeutig für die verschiedenen Gase ein Fallen des Glimmpotentials mit zunehmendem Molekulargewicht erkennen.

Aufhebung erforderlich sind. Auch in NO konnte SCHWAB leuchtende Entladung, also Glimmpotential — vermutlich wegen O_2 -Bildung — nicht erzwingen.

Die Beziehung zwischen Molekulargewicht und Glimmpotential läßt nach CAMPBELL und RYDE (24) auch die Tatsache einer Beeinflussung des Glimmpotentials durch Verunreinigungen durch Spuren von Fremdgasen verständlich erscheinen, da die Entladung stets in erheblichem Grade von dem Gase mit dem kleineren Glimmpotential getragen wird. Spektralbeobachtungen bestätigen dies. Sie zeigen das Vorherrschen des Spektrums des Gases mit dem geringeren Glimmpotential. Be-

¹⁾ O_2^+ bei 15,5 V, O^+ bei 23,0 V nach H. D. SMYTH (140). Siehe ferner K. T. COMPTON und F. L. MOHLER (38).

sonders groß zeigt sich hier der Einfluß von Hg -Dampf, der bei den Untersuchungen nur schwer auszuschalten ist (Hg -Dampfstrahlpumpe, McLeod-Manometer), da Hg schon bei relativ geringeren Spannungswerten ¹⁾ die Fähigkeit des Stromtransportes erlangt und so eine Komplizierung der quantitativen Verfolgung der oben skizzierten Erscheinungen herbeiführt. SCHWAB und PIETSCH finden in H_2 und N_2 für einen bestimmten Gasdruck das Glimmpotential bei Hg -Gegenwart bedeutend tiefer. Wurde der Hg -Dampf durch flüssige Luft ausgefroren, so sprang der Strom sofort ab und das clean up setzte aus. Wurde die flüssige Luft beseitigt, so daß sich der Hg -Partialdruck wieder einstellte, so sprang der Strom wieder an und Absorption trat wieder ein, so daß damit der Beweis erbracht sein dürfte, daß Hg die Entladung weitgehend trägt.

CAMPBELL und RYDE finden, wie auch SCHWAB und PIETSCH bestätigen können, daß das Potential bis zum Glimmpotential gesteigert werden kann, ohne daß Gasabsorption eintritt. Erst ein Überschreiten des Glimmpotentials führt zur Absorption und zwar tritt dann Absorption solange ein, bis das angelegte Potential für den neuen kleineren Druck zu v'_g geworden ist. Dann springt das Glimmen ab und setzt damit der Absorption gleichzeitig ein Ende. Um nunmehr erneute Absorption zu erhalten, muß die Spannung bis über das v_g des neuen Druckes gesteigert werden, worauf dieser Prozeß von neuem einsetzt. Die Druck-Glimmpotentialkurve wird also den in Abb. 2 wiedergegebenen treppenartigen Habitus zeigen. Aus diesen Untersuchungen resultieren für die Evakuierung von Glühlampen — was hier gleich vorweggenommen werden soll — da die maximal anlegbare Spannung durch die Stabilität des Fadens gegeben ist, zwei Möglichkeiten: entweder die Betriebsspannung liegt über dem v_g des kleinsten durch clean up erreichbaren Druckes, oder sie liegt darunter. Im letzteren Falle kann die Evakuierung nur bis zu einem gewissen Grade durch kurze Steigerung der Spannung über v_g hinaus erreicht werden.

Eingehende Untersuchungen von CAMPBELL (21) unter Variierung der Elektrodendimensionen zeigen jedoch, daß die oben entwickelten Zusammenhänge zwischen Glimmpotential und Stromstärke insofern zu korrigieren sind, als bei Verwendung von Elektroden größerer Oberfläche an Stelle der von CAMPBELL und RYDE (24) verwendeten Drahtelektroden überraschenderweise ein Maximum der Stromstärke

¹⁾ FRANCK und G. HERTZ (50) zeigen das Vorhandensein von unelastischen Stößen für Hg bei ganzen Vielfachen von $4,9 V$ mit $\lambda = 2537 \text{ \AA}$ ($1 S - 2 p_2$); FRANCK und EINSPOHN (51) geben 18 kritische Potentiale für Hg zwischen $4,68$ und $10,38 V$ an. Vgl. ferner COMPTON und MOHLER (38) S. 74. PALMER (115) findet, daß Spuren von Hg -Dampf das Ionisierungspotential des He und Ar bis auf die Resonanzspannung herabzusetzen vermögen. S. auch BAZZONI und LAY (9).

vor dem Glimmpotential liegt und der Strom beim Glimmpotential auf Sättigungswert herabfällt. Tatsächlich entspricht aber diesem höheren Stromwerte keine Absorption, so daß die Diskrepanz zu bestehen scheint, daß ein stärkerer Strom kein clean up zu erzeugen vermag. Unter Benutzung einer geeigneten Versuchsanordnung (versilberte Glaswand negativ gegen die Kathode gepolt, so daß sie den gesamten Ionenstrom i_g in Abhängigkeit vom Elektronenstrom i_e zu messen gestattet) zeigt sich, daß $\frac{i_g}{i_e}$, d. h. die Zahl der pro Elektron erzeugten Ionen, oberhalb des Glimmpotentials nur wenig mit dem Druck veränderlich ist — was teils auf Rekombination der Ionen, teils darauf zurückgeführt wird, daß ein Teil der Ionen doch die Kathode erreicht und daß so der Ionenstrom effektiv größer als der gemessene ist — daß jedoch unterhalb des Glimmpotentials $\frac{i_g}{i_e}$ scharf auf einen sehr kleinen Wert herabfällt, so daß tatsächlich eine Diskontinuität des clean up einer Diskontinuität der Ionisation entspricht.

In ganz geringem Maße finden CAMPBELL und WARD (25) Absorption auch noch unterhalb des Glimmpotentials; unterhalb des Ionisierungspotentials kann in N_2 (im Gegensatz zu H_2 , der stets bei diesen Erscheinungen eine etwas exklusive Stellung einnimmt) keine Absorption mehr bemerkt werden. Im Wesentlichen jedoch ist Proportionalität zwischen Ionisation und Absorption vorhanden, wie auch die Untersuchungen von CAMPBELL und NEW (23) zeigen.

Die oben (s. S. 234) erwähnte Tatsache, daß Hg das Glimmpotential herabsetzt, sollte nun bei Gegenwart von Hg ein besonders stark ausgebildetes clean up erwarten lassen. Tatsächlich aber scheint Hg *einen der Absorption entgegenwirkenden Prozeß zu katalysieren*. CAMPBELL (22) findet bereits, daß in reinem Hg -Dampf durch die Entladung scheinbar unbegrenzte Mengen Wasserstoff — und wohl auch andere Gase — aus den Glaswandungen freigemacht werden. Die auf diesem Wege erhaltene Gasmenge entspricht einer etwa 25-molekularen Wandbelegung. Da nun angenommen werden kann, daß die Elektronen nicht so tief eindringen, wird auf Diffusion von Gas aus dem Glasinnern geschlossen. Auch SCHWAB und PIETSCH können in Entladungsröhren, die zuvor clean up an N_2 gegeben haben und dann auf Hochvakuum gepumpt worden sind, bei Entladung im Hg -Dampf-Vakuum N_2 aus den Wänden freimachen und spektral nachweisen.

Man wird aber wohl die Wirkung des Hg als eine *doppelte* auffassen müssen. Einerseits begünstigt Hg dadurch, daß es das Glimmpotential herabsetzt, den Grad der Absorption, andererseits macht es einen Teil des absorbierten Gases wieder frei, so daß also die in Anwesenheit von Hg effektiv gemessene Absorption wohl als der aus Absorption und Gaswiederfreimachung resultierende Betrag aufzufassen sein wird.

Wenn das Glimmpotential auch unter gegebenen Versuchsbedingungen bedeutsame Aussagen über das Verschwinden von Gasen im Entladungsrohr zu machen gestattet, so muß doch betont werden, daß es seinem Absolutbetrage nach infolge seiner Abhängigkeit von Druck, Gefäß- und Elektrodendimensionen nicht in dem Maße zur Charakteristik eines Gases benutzt werden kann wie etwa die Ionisierungsspannung. Letztere ist eine Individualekonstante jedes Gases, ersteres ist nicht frei von apparativen Zufälligkeiten und läßt nur innerhalb *einer* Versuchsanordnung weitere Schlüsse zu.

2. Absorption, Ionisation und Dissoziation. Dem engen Zusammenhang zwischen Absorption und Ionisation, der schon in den weiter oben erwähnten Arbeiten zum Ausdruck kam, gehen CAMPBELL und NEW (23) in ausgedehnten Versuchsreihen nach, die sie vorwiegend in N_2 bei Ausgangsdrucken von etwa 1 Mikron ausführen. Sie bedienen sich Röhren mit drei Elektroden, wobei als Kathode gewöhnlich ein Wolframdraht dient, der von einer Nickeldrahtspirale, die als Anode geschaltet wird (Spannungsgefälle 50 bis 350 V), umgeben ist. Als dritte Elektrode — Kollektor — dient entweder ein umgebender Nickelzylinder oder eine Silberschicht, die die Glaswand ganz oder teilweise bedeckt und die um etwa 2 V negativ gegen die heiße Kathode aufgeladen wird, so daß praktisch der gesamte Ionenstrom auf sie gelangt. Gemessen wird der zum Gitter fließende Ionenstrom i_a (10^{-6} — 10^{-4} A) und der zum Kollektor fließende Ionenstrom i_g (10^{-8} — $2 \cdot 10^{-7}$ A) wobei der Röhrenstrom so gewählt wird, daß die Röhre als Ionisationsmanometer dienen kann. Bezeichnet α eine Apparatkonstante, so ist der Druck darstellbar durch

$$p = \alpha \cdot \frac{i_g}{i_a}.$$

CAMPBELL und NEW (23) stellen nun die Frage nach der Zahl der pro Ion aus dem Gasraum verschwindende Gasmoleküle. Bezeichnet n_1 die Zahl der pro Zeiteinheit verschwindenden Gasmoleküle, n_2 die in der Zeiteinheit gebildete Ionenzahl, so gilt, unter der Annahme, daß keine Rekombination stattfindet und die Ionen einfach geladen sind:

$$n_2 = \frac{i_g}{\varepsilon} \quad \text{und}$$

$$n_1 = -NV \cdot \frac{dp}{dt},$$

wenn N , die in der Volumeneinheit enthaltene Zahl der Molekeln unter Normalbedingungen, ε die Elementarladung, V das Volumen, p den Druck und t die Zeit bedeuten. Daraus folgt:

$$\frac{n_1}{n_2} = -\alpha \cdot V \cdot N \varepsilon \cdot \frac{1}{i_g} \cdot \frac{d}{dt} \left(\frac{i_g}{i_a} \right).$$

Es eröffnet sich also die Möglichkeit, aus Versuchsdaten Aussagen zu machen über die Zahl der pro Ion verschwindenden Gasmoleküle und diese in ihrer Abhängigkeit vom Druck bzw. einer Druckfunktion — die Verfasser wählen als solche $\frac{d}{\lambda}$, (wo d eine charakteristische Gefäßlänge und λ die freie Weglänge der Neutralteile bezeichnet) — zu betrachten. Dabei ergibt sich, wie aus der unteren Kurve der Abb. 4 ersichtlich ist, daß $\frac{n_1}{n_2}$ bei höheren Drucken fast druckunabhängig ist, bei geringeren Drucken rasch mit dem Druck fällt, gegen

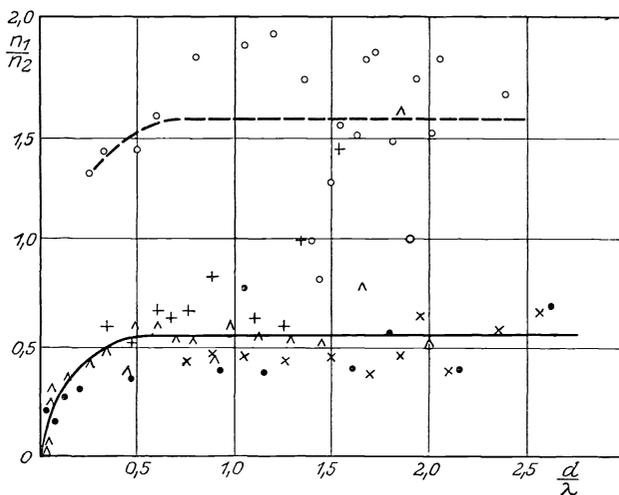


Abb. 4. Typische Absorptionskurven.

● + × ^ bloße Glaswand.

○ Glaswand mit Magnesium bedeckt.

Null tendiert, und daß der Maximalwert von $\frac{n_1}{n_2}$ wenig unterhalb 1 zu liegen scheint. Die Verfasser weisen selbst darauf hin, daß eine große Anzahl von Beobachtungspunkten erforderlich ist, um den Kurventyp herauszuschälen, den sie als allgemein gültig hingestellt wissen wollen, wobei sie nur offen lassen, ob der geradlinige Teil derselben sich asymptotisch zu Abszisse einstellt, oder ob er den langsam steigenden Charakter beibehält, wobei das Konvergieren bei kleinen Drucken vielleicht durch thermische Gasentwicklung gedeutet werden könnte. Auch hier wird wieder ersichtlich, wie kompliziert diese Erscheinungen an sich sind, wie selbst sorgfältig ausgeführte Untersuchungen oft kaum mehr als große Züge herauszuarbeiten gestatten, und wie ein quantitatives Verfolgen der Erscheinung durch das Hineinspielen von Nebeneffekten gehemmt wird. — Wird obige

Funktion in Abhängigkeit von der zwischen Kathode und Anode liegenden Spannung untersucht, so ist (Abb. 5) innerhalb der Grenzen von 80 bis 300 V eine nur geringe Beeinflussung durch die Geschwindigkeit der ionisierenden Elektronen erkennbar. Bei 50 V ist $\frac{n_1}{n_2}$ größer, was auf einen zu kleinen Wert von n_2 (bei dieser Spannung ist noch nicht Sättigung erreicht, und nicht alle Ionen erreichen den Kollektor) zurückgeführt wird.

Suchen wir auf Grund des bisher vorliegenden Materials die Frage nach der elektrischen Absorption zu beantworten, und schalten wir bei diesen Betrachtungen sowohl diejenigen Untersuchungen aus, die

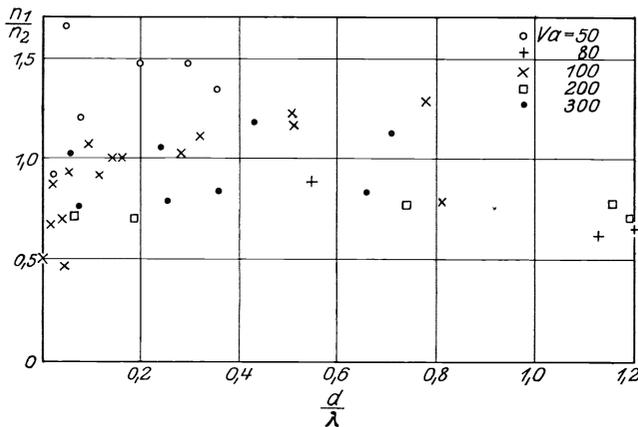


Abb. 5. Abhängigkeit des Quotienten $\frac{n_1}{n_2}$ (Zahl der pro Ion verschwindenden Moleküle) von der zwischen Kathode und Anode liegenden Spannung.

in überwiegendem Maße von LANGMUIR an Wasserstoff in Gegenwart heißer Metalle ausgeführt worden sind, und die eindeutig auf eine chemische Reaktion zwischen Gas und Metall bzw. zwischen Gas und Metall dampf — letzteres besonders zwischen Wolfram und Stickstoff — schließen lassen, und die von der rein elektrischen leicht dadurch zu unterscheiden sind, daß sie auch bei Abwesenheit des beschleunigenden Feldes ablaufen, als auch ferner diejenigen, die mit Elektrodenzerstäubung verbunden sind, und in denen die Absorption wohl als ein Einmauern der Gaspartikel durch die Metallteilchen zu deuten sein dürfte — wobei die Zerstäubung sowohl von der Kathode, als auch, wie SCHWAB und PIETSCH in CO und H_2 zeigen, von der Anode ¹⁾ ausgehen kann —

¹⁾ Im Wandbeslag wurde mikroanalytisch das Anodenmaterial (Ni) nachgewiesen.

so bleiben alle *diejenigen Erscheinungen ungeklärt, in denen Absorption an den Gefäßwänden stattfindet.*

3. Absorption und Gefäßwand. Nach dem von CAMPBELL und NEW (23) und auch von NEWMAN (114) aufgezeigten nahen Zusammenhang zwischen Ionisation und Absorption sollte man vermuten, daß die Absorption in einem Festgehaltenwerden der positiven Ionen durch die Glaswand beruht. Gegen diese Hypothese, die von vornherein so viel für sich zu haben scheint, können jedoch schwere Einwände erhoben werden; denn wird die versilberte Glaswand derart gezweigt, daß der eine Teil als Kollektor, der andere dagegen positiv aufgeladen werden kann, so zeigt sich bei nachherigem Freimachen des absorbierten Gases durch Elektronenbombardement *kein* Unterschied in der von beiden Teilen abgegebenen Gasmenge. Auch Erhitzen des Kollektors nach starkem clean up auf über 2000°K verläuft negativ. Das heißt aber nichts anderes, als daß die letzte Bedingung für die Absorption nicht im Ionenzustand des Gases zu suchen ist, was auch in dem nur geringen Wachsen von $\frac{n_1}{n_2}$ mit steigender Spannung zum Ausdruck kommt.

Eine zweite Erklärungsmöglichkeit bietet H. D. SMYTH (139), der zu der Annahme kommt, daß unterhalb von 350 V nur etwa $\frac{1}{10}$ der erzeugten Ionen atomar gebildet sind, während oberhalb 400 V eine starke Zunahme der Konzentration der atomaren Träger einsetzen soll, was für CAMPBELL und NEW (23) nicht zutrifft, deren $\frac{n_1}{n_2}$ Werte auch bei hohen Spannungen nur wenig spannungsabhängig sind.

Nun ist es prinzipiell denkbar, daß sich an das Atom Moleküle, die in seine Nähe kommen, anlagern, und daß diese Komplexgebilde dann zur Absorption gelangen können. Um allerdings die hohen CAMPBELLSchen $\frac{n_1}{n_2}$ -Werte z. B. $\frac{n_1}{n_2} = 3$ in dieser Weise deuten zu können, sind 30-molekulare Komplexe erforderlich, was ziemlich unwahrscheinlich ist und auch durch Ergebnisse der Kanalstrahlanalyse in keiner Weise belegt werden kann.

Andererseits kann man annehmen, daß die Moleküle in keinen so energiereichen Zustand zu kommen brauchen, wie er durch die Ionisation gefordert wird, sondern daß sie im angeregten Zustande zur Absorption gelangen können, was bei der geringen Lebensdauer der angeregten Zustände, die nach W. WIEN (163) in der Größenordnung von 10^{-7} sec liegt, die Annahme der Strahlungsdiffusion im Sinne von COMPTON (37) erforderlich macht.

Unter der Annahme, daß jeder Zusammenstoß erfolgreich ist, was sicher nicht der Fall ist, kann H. D. SMYTH (139) die zu großen $\frac{n_1}{n_2}$ -Werte erklären. Diese Annahme schließt aber die Forderung der Absorption

auch unterhalb der Ionisierungsspannung ein, wogegen jedoch die CAMPBELLschen Ergebnisse sprechen.

Wir werden so zu dem Schluß gedrängt, daß alle diese Annahmen keine restlose Deutung der Absorptionserscheinung zu geben vermögen; daß die *Glaswand* in den in Frage stehenden Fällen tatsächlich das *Absorbens* ist, steht außer Frage. Welcher Art aber die Bindung zwischen Glaswand und auftreffenden Gasparkeln ist, darüber vermögen wir keine bündigen Aussagen zu machen.

Andererseits muß auch eine chemische Deutung verworfen werden, da, wie im Besonderen wieder CAMPBELL und NEW (23) zeigen, das Material der Wände für den Grad der Absorption relativ gleichgültig ist, da auch im allgemeinen keine spezifische Abhängigkeit der Absorption vom Wandmaterial und benutzten Gase vorhanden und auch die Forderung eines bestimmten Sättigungsdruckes (für die im Absorptionsprozeß entstandene chemische Verbindung) für den Grenzwert des Druckes nicht erfüllt ist.

Wesentlich dagegen ist im höchsten Grade der *Zustand* in dem sich die Glaswände befinden. Jede Behandlung, die ihre Gasbelegung vermindert, die thermische bzw. elektrische Gasentwicklung erschwert, vergrößert den Effekt. Entgasen der Röhre, Bombardement mit Elektronen (oder auch mit *Hg*-Dampf, s. S. 235) Kühlen mit flüssiger Luft, Destillation von Salzhäuten oder Elementen, im besonderen von Phosphor, auf die Wand — wobei darauf zu achten ist, daß die Destillation nicht bei erheblichem Drucke statt hat, da dadurch der Grad der nachträglichen Absorption herabgemindert wird — wirkt begünstigend auf den Effekt. Auch Vergrößerung der Gefäßdimensionen liegt nach CAMPBELL und NEW (23) und CAMPBELL und WARD (25) in der gleichen Richtung; jedoch wächst die Absorption weniger als proportional der Gefäßvergrößerung.

Wenn die Wände einen gewissen Grad der Beladung mit Gas erreicht haben, stellt sich eine *Ermüdung* ein. Diese liegt nach CAMPBELL und WARD bei $\frac{1}{10}$ der molekularen Belegung, während bei $\frac{1}{4}$ der molekularen Schicht keine Absorption mehr bemerkbar ist. SCHWAB und PIETSCH kommen zu bedeutend höheren Werten für das maximale Absorptionsvermögen einer Wand: aus der Menge des bei Wasserstofffüllung absorbierten Gases errechnen sie eine 20-molekulare Wandbelegung, wobei Erwärmen auf 80° eine 10-molekulare Schicht wieder freimacht. Zerstäubung ist hier ausgeschlossen, die elektrischen Bedingungen wurden während des sich über 15 Stunden erstreckenden Versuches konstant gehalten ($i = 20 \cdot 10^{-3} A$). NEWMAN (114) diskutiert zwei Möglichkeiten für den Ermüdungseffekt. Ist die Absorption chemisch bedingt, so muß Ermüdung mit beendeter Reaktionsfähigkeit eintreten. Handelt es sich dagegen um eine mehr *mechanische Anklebnug* der Molekeln im LANGMUIR-schen Sinne, so werden diese nur langsam ins Wandinnere hineindiffun-

dieren und Platz für neu ankommende Gaspartikel auf der Oberfläche schaffen. Es wird sich ein Gleichgewichtszustand an der Oberfläche einstellen, der gegeben sein wird durch die Zahl der freigemachten und die der in der gleichen Zeit niedergeschlagenen Moleküle. Daß die Ermüdung tatsächlich durch die Wände bedingt ist, geht nach LANGMUIR (92) auch daraus hervor, daß die herabgesetzte Absorptionsfähigkeit auch nicht durch Verwendung eines neuen (bereits vor Beginn des Versuches in der Röhre installierten) Glühdrahtes gehoben werden kann.

Es müssen also Kräfte ganz allgemeiner Natur, frei von individuellen Besonderheiten, sein, die das Festhalten der Gaspartikel an den Wänden verursachen. Diese glauben CAMPBELL und WARD (25) und der RESEARCH STAFF OF THE GENERAL ELECTRIC COMPANY, LONDON (125) aus ihren Versuchen mit Phosphor-Beschlägen in Röhren — worauf weiter unten näher eingegangen werden soll — als solche elektrostatischer Natur ansprechen zu dürfen. Sie ziehen HAMBURGER (60) zum Beleg heran, der die Entfärbung einer Wolframschicht durch eine niedergeschlagene Salzmenge durch eine festere Elektronenbindung verursacht sieht — wodurch die Lichtabsorption aus dem Sichtbaren ins Ultraviolette verschoben wird — und der für die Salzsicht eine positive Ladung annimmt. Damit scheint das Tatsachenmaterial von CAMPBELL im Einklang zu stehen, der bei den Edelgasen einen großen Widerstand gegen die Absorption findet, da diese nicht zu negativer Valenzbetätigung fähig sind, und da z. B. He^- nach BOHR (12) modellmäßig nicht möglich ist.

Gegen eine derartige Polarität der Glaswände und deren wesentlichen Einfluß auf die Absorption spricht wiederum die Tatsache, daß Absorption auch an Zonen stattfindet, die nicht der Entladung ausgesetzt sind, und somit kaum in einem „angeregten“ Zustand sein können. Dagegen spricht auch das Material von CAMPBELL und NEW (23) (vgl. S. 239) sowie von STEAD und TREVELYAN (147b). Letztere finden Unabhängigkeit der Absorption vom Ladungszustand der Glaswand, der durch Versilberung, Aufladung oder Erdung variiert wird. Andererseits weisen doch die systematischen von SCHWAB und PIETSCH an CH_4-H_2 -Gemischen in einer nahezu kugelförmigen Glühkathodenröhre ausgeführten Versuche darauf hin, daß eine elektrische Beeinflussung der Wände der Absorption unbedingt vorausgehen muß; denn, sind die Wände genügend weit von der Entladungszone entfernt, so tritt keine Absorption ein. Erst dann wenn die Entladung zu den Wänden hinübergreift, ist die Bedingung für das Auftreten von clean up gegeben.

Während CAMPBELL und NEW (23) den engen Zusammenhang zwischen Ionisation und dem Grad der Absorption zum Ausdruck bringen, weisen die Untersuchungen von HUGHES (76) in eine andere Richtung, lassen aber, da sie spezieller Art sind, keine verallgemeinern-den Schlüsse zu.

4. Clean up der atomaren Modifikationen von Stickstoff und Wasserstoff. Schickt HUGHES (76) durch seine in flüssige Luft gebettete Röhre zwischen der *Ni*-Netzanode und Oxyd-*Pt*-Kathode ($BaO + SrO$) einen Strom hindurch, so findet er in Wasserstoff eine oberhalb 13 V einsetzende Absorption, die bis 70 V ansteigt, um dann, wie Abb. 6 zeigt, langsam mit steigender Spannung abzuklingen. In N_2 findet er bei einer etwas höheren Grenzspannung zuerst ein langsames Ansteigen der Absorption, die erst oberhalb 200 V erheblich anwächst. In diesem Verschwinden von Gas sieht HUGHES die Kondensation der unter dem Einfluß der Entladung gebildeten *atomaren Modifikation von Wasserstoff* und *Stickstoff*.

Tatsächlich zeigt z. B. bei Wasserstofffüllung das Gas die gleichen Eigenschaften wie das von LANGMUIR (92) bei seinen Untersuchungen erhaltene *NR*-Gas (non recondensable gas). Es bildet sich unter dem Einfluß der elektrischen Entladung und zwar, wie auch z. B. SCHWAB

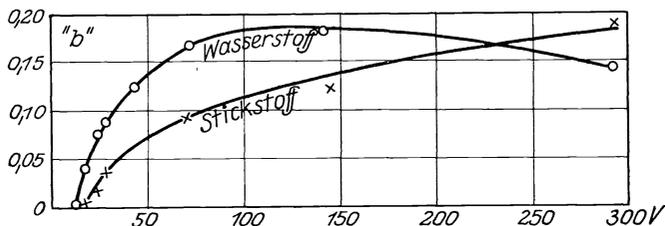


Abb. 6.

$$"b" \left(= \frac{\text{Zahl der verschwindenden Moleküle}}{\text{Zahl der Zusammenstöße zwischen Elektronen und Molekülen}} \right) \text{ in Abhängigkeit von der beschleunigenden Spannung.}$$

und PIETSCH finden, nur unter äußerst exakten Versuchsbedingungen. *Pt*-Kathoden erzeugen nach LANGMUIR, im Gegensatz zu *W*-Kathoden, etwa die doppelte, *Pd*-Kathoden etwa die zehnfache Menge *NR*-Gas. Verringerung des Abstandes zwischen Kathode und Ausfrierzone erhöht gleichfalls den Betrag. Das optimale Druckgebiet für die *H*-Bildung liegt zwischen 1 und 20 Mikron; höhere Drucke sind weniger günstig, da infolge der kleiner werdenden freien Weglänge häufig Rekombination über H_3 eintritt¹⁾. Aus der Berechnung der Dissoziationswärme und des Dissoziationsgrades kann LANGMUIR (93) unter Zuhilfenahme seiner Versuchsdaten den Schluß ziehen, daß es sich tatsächlich um eine Dissoziation und nicht um eine Assoziation handelt. *NR*-Gas ist kondensierbar in flüssiger Luft, verdampft bei ihrer Fortnahme und ist infolge der dann sofort auftretenden Rekombination nicht erneut kondensierbar. Es ist, wie FREEMAN (52) in geistreicher Weise mit einem mit einer *W*-Fadenglühlampe verbundenen HALE-

¹⁾ S. S. 243 unten.

PIRANI-Manometer zeigen konnte, unter Bildung einer Legierung höheren Widerstandes in Pt löslich und befindet sich, wie er durch einen in seinen Weg geschalteten Kondensator nachweisen konnte, nicht im Ionenzustande¹⁾.

HUGHES entwickelt einen Ausdruck für " b'' ", den Koeffizienten aus der Zahl der absorbierten Wasserstoffmoleküle und der Zahl der Zusammenstöße zwischen Elektronen und Molekülen und findet ihn zu

$$"b'' = \frac{d(\log p)}{dt} \cdot \text{const.}$$

Fordert er nun Konstanz von " b'' ", so muß $\log p$ eine lineare Funktion von t sein. Tatsächlich zeigen jedoch die Kurven eine Krümmung und " b'' " findet er variabel sowohl bei Anwendung der für höhere Drucke geltenden Beziehung der umgekehrten Proportionalität zwischen Gasdichte und absoluter Temperatur, als auch unter Benutzung der von KNUDSEN (83) für geringe Drucke — in denen die mittleren freien Weglängen kommensurabel mit den Gefäßdimensionen werden — hergeleiteten Beziehung der umgekehrten Proportionalität zwischen Gasdichte und der Quadratwurzel aus der absoluten Temperatur. Er diskutiert die zu kleinen Werte und deutet sie sowohl durch Rekombination von Atomen, die in der Gasphase zusammenstoßen, als auch durch Zusammentritt von H mit H_2 unter Bildung von H_3 im Sinne von WENDT (159). Trifft ferner ein Atom auf einen bereits besetzten Teil der Oberfläche, so wird gleichfalls Rekombination eintreten und H_2 wird die Glaswand verlassen. Schon LANGMUIR hat gezeigt, daß sich nicht jedes Atom kondensiert, sondern daß nur etwa ein Siebentel aller gestoßenen Gaspartikel Anlaß zur Bildung von NR -Gas gibt. Obleich dieser Zahlenwert bestimmt stark von Materialkonstanten beeinflusst ist, so bleibt doch bemerkenswert, daß HUGHES (76) aus seinen Versuchen den Wert ein Sechstel findet.

Noch ein Faktor — der erniedrigend auf " b'' " wirkt — bleibt zu erwähnen: der Gegeneffekt, der sich bei fast allen clean up-Versuchen superponiert.

5. Der Gegeneffekt. Dieser Gegeneffekt, der in einer Gasabgabe sowohl der Wände, als auch der Elektroden bestehen kann, ist einer der störendsten Faktoren nicht nur für die Erkenntnis der gesamten hier zu behandelnden Absorptionerscheinungen, sondern auch für die Technik der Glühventile und Gleichrichter²⁾, sowie für die der Glüh-

¹⁾ Weitere Untersuchungen über atomaren Wasserstoff: BONHOEFFER (16), LANGMUIR (94, 98), CARIO und J. FRANCK (28a), SENFTLEBEN (133), WOOD (168a). Ferner LANGMUIR (95a) und WEIMAN und LANGMUIR (158a), die ein Verfahren zum Schweißen mit atomarem H ausbilden sowie LANGMUIR (95b), der durch Auftreffenlassen von H auf Metalloberflächen die Rekombinationswärme $H + H \rightarrow H_2$ zu 98 kcal bestimmt.

²⁾ Gasentbindung beim Betrieb von Gleichrichtern setzt die Rückzündungsspannung stark (beispielsweise von 6000 V auf 1000 V) herab. Vgl. GÜNTHERSCHULZE (58a).

lampen und nicht zuletzt für die reaktionskinetischen Untersuchungen im Hochvakuum: denn er ist unreproduzierbar, da er in weitestem Maße von der jeweiligen Vorbehandlung der Wände abhängt.

Gliedern wir diesen Gegeneffekt in einen rein thermischen, nur durch Temperaturerhöhung bedingten, und in einen elektrischen, durch den Stoß von Elektronen bzw. von Ionen hervorgerufenen, so bleibt zu bemerken, daß auch diese beiden innerhalb eines Versuchs nur allzuoft ineinandergreifen werden. Um sich von diesen lästigen Faktoren nach Möglichkeit unabhängig zu machen, werden die Röhrenwände vor dem Versuch, wie von den meisten Forschern, insbesondere aber wieder von CAMPBELL und NEW (23) angegeben wird, bei gleichzeitigem Pumpen auf eine für das Röhrenmaterial gerade noch erträglich hohe Temperatur gebracht. Besonders günstig erweist sich, wie auch DAUDT und EWEST (41) zeigen, die kombinierte Methode des Evakuierens bei gleichzeitigem Erwärmen und Elektronenbombardement der Gefäßwände. Auch Entladung im *Hg*-Dampf führt nach CAMPBELL und NEW (s. auch S. 235) zu reger Gasabgabe. Auf diesem Wege konnten SCHWAB und PIETSCH bei gleichzeitigem Evakuieren gute Vakua erzielen.

PIRANI (117) führt die von *Hg* hervorgerufene Zerstörung der Wasserhaut von Entladungsröhren darauf zurück, daß die Elektronen durch elastische Stöße mit dem *Hg*-Dampf bis zur Glaswand geschleudert und die freigemachten Gase durch den *Hg*-Dampf fortgespült werden können.

Wenn nun Elektronenbombardement vielleicht durch irgendeine Änderung des energetischen Zustandes der absorbierten Gaspartikel diese von der Wand abzulösen vermag, so bleibt andererseits die Tatsache wieder unverständlich, daß gerade die in der Entladungszone liegenden Wandteile besonders „aktiv“ hinsichtlich der Gasabsorption sind.

Außer den Glaswänden sind die *Elektroden* stark an der Gasabgabe beteiligt. So ist die Gasabgabe von *Pt*-Oxydkathoden und *Pt*-Kathoden bei vorheriger H_2 -Füllung der Röhre besonders anhaltend, während bei entsprechender N_2 -Füllung nur relativ geringe Gasmengen freigemacht werden, wobei noch besonders auf das stets vorhandene *CO*- und H_2 -Auftreten hinzuweisen bleibt. *CO* ist spektral und durch Resonanzpotential, letzteres nach ASTON (6) massenspektroskopisch nachweisbar¹⁾.

CAMPBELL und NEW (23) finden, daß große Anoden erhebliche Gasmengen entlassen. Eine der von SCHWAB und PIETSCH benutzten Versuchsröhren zeigt unter Verwendung einer starken *Ni*-Blechanode Wochen hindurch Gasabgabe, die von keiner merklichen Zerstäubung begleitet ist.

BONIFACE (17) gründet auf der Tatsache des Gegeneffektes ein Verfahren zum Entgasen der Metallteile von Röntgenröhren, indem er sie

¹⁾ Auch von CLINTON und DAVISSON (34) und LAWSON (100) wird diese Tatsache beschrieben. Nach MILLIKAN (109a) tritt bei seinen Funkenaufnahmen mit *C*-, *Zn*-, *Fe*-, *Ni*-Elektroden außer dem Spektrum dieser Elemente stets das erste Glied (1215,7 Å) der LYMAN-Serie auf.

nacheinander als Anode schaltet, während er hochgespannten Strom durch die Röhre leitet, so daß die Erhitzung bis nahe an den Schmelzpunkt getrieben wird. Um gasfreie Elektroden herzustellen, schlägt LANGMUIR (95) auf Glas oder Quarz gasfreie festhaftende Metallbeschläge aus *W*, *Ta* oder *Mo* nieder.

In dem Gegeneffekt sehen CAMPBELL und NEW (23) den Grund für das Konvergieren ihrer $\frac{n_1}{n_2}$ -Werte (s. S. 237); denn ein kontinuierliches Abfallen von $\frac{n_1}{n_2}$ dürfte durch ein kontinuierliches Anwachsen der durch den Gegeneffekt freigemachten Gasmengen zu deuten sein¹⁾.

6. Druckabhängigkeit der Absorption. Systematische Versuche der Druckabhängigkeit des clean up sind nur in geringer Zahl ausgeführt worden. Da die meisten Untersuchungen sich mehr mit den für die Absorption erforderlichen elektrischen Bedingungen beschäftigen, und da die Ionisation bei höherem Drucke nicht sauber meßbar ist, so sind clean up-Versuche bei *höheren* Drucken *kaum* gemacht worden.

Eine ausführliche Studie liegt von DUSHMAN, ANDREWS und HUTHSTEINER (45) vor, die bei konstanter Strömungsgeschwindigkeit, konstanter Stromstärke und bei sehr geringen Drucken die Absorption von N_2 und *Ar* untersuchen. Sie finden innerhalb ihrer Druckgrenzen ein lineares Ansteigen der Absorption mit dem Druck, wobei effektiv die Absorption des *Ar* unter ähnlichen Versuchsbedingungen etwa halb so groß wie die an N_2 gefundene ist. Die Zahlen für *Ar* sind aus Tabelle 2 auf S. 246 ersichtlich.

7. Das Verhalten verschiedener Gase unter dem Einfluß elektrischer Entladung. a) **Edelgase:** Auch hinsichtlich der Absorption scheinen die Edelgase ihren Charakter chemischer Inertheit zu bewahren,

¹⁾ Weitere Arbeiten über Gasentwicklung in Entladungsröhren: WINCHESTER (167), RAMSAY (122), COLLIE und PATTERSON (36), COLLIE (35), STRUTT (148). STRUTT beobachtet, daß die entstandenen Gase aus H_2 bzw. aus Edelgasen bestehen. Er erklärt sie als Produkte des Elementzerfalls. RAMSAY (122) diskutiert als weitere Erklärungsmöglichkeit, daß die Edelgase unter dem Einfluß der Entladung im Gegensatz zu O_2 und N_2 durch die Glaswände ins Röhreninnere hineindiffundieren können. MERTON (108) hingegen kann das Auftreten von Edelgasen nicht bestätigen. Von v. HIRSCH und SODDY (66) wird das Auftreten eines nicht näher identifizierbaren Gases beobachtet, dessen Auftreten in Zusammenhang mit dem in Spuren in den *Al*-Elektroden vorhandenen *Na* gebracht wird. v. HIRSCH (65) identifiziert dieses Gas zum überwiegenden Teile als H_2 , den Rest wahrscheinlich als CO_2 . CLAUDE (32) findet beim Freimachen der im Beschlag von *Ne*-Röhren (*Ne* wenig *He*-haltig) okkludierten Gase neben *Ne* viel *He*, was er auf selektive Absorption des zerstäubten Materials zurückführt. LAWSON (100) findet in frischen GEISSLER-Röhren, daß *Pt*-Elektroden *He* und wenig *Ne*, sowie H_2 und besonders O_2 freimachen. *Al*-Elektroden entbinden kein O_2 , dagegen in erhöhtem Maße H_2 sowie *CO*. Nach HAMBURGER (63a) geben Wände von Entladungsröhren besonders viel Gas bei Verwendung von Außenelektroden ab.

so daß die Absorption doch mit Valenzbetätigung verbunden zu sein scheint. Sieht man von der durch Zerstäubung bedingten Absorption ab, die von *He* zu *X* entsprechend dem mit dem Atomgewicht der Edelgase wachsenden Zerstäubungseffekt zunimmt, so zeigt sich, daß der Absorptionsgrad und die Absorptionsgeschwindigkeit größenordnungsmäßig nicht mit den übrigen untersuchten Gasen zu vergleichen ist. So findet z. B. CLAUDE (32, 33), daß *Neon* einen charakteristischen Widerstand gegen die Absorption der Elektrode unabhängig von deren Material zeigt. Die Zerstäubung ist in *Ne* besonders stark, so daß *Ne*-Röhren besonders kurzlebig sind.

Das prozentuale Vorkommen und die Darstellungsmethoden der Edelgase erklären es, daß Untersuchungen an reinen Gasen bisher wesentlich auf *He* und *Ar* beschränkt geblieben sind.

In *Argon* findet CAMPBELL (22) erst unterhalb $5 \cdot 10^{-3}$ mm Druck ein merkliches Steigen der Absorptionsgeschwindigkeit, was aber auch

Tabelle 2.

t	p in mm $\cdot 10^{-3}$	$K = \frac{I}{t} \cdot \log \left(\frac{p_0}{p} \right)$
0	1,35	0,0
2	1,2	0,0255
4	1,05	0,0273
15	0,65	0,0212
27	0,36	0,0213

Mittel: 0,0238

dann nur ein Fünftel des in N_2 erreichten Betrages ausmacht. DUSHMAN, ANDREWS und HUTHSTEINER (45) finden dagegen die Absorption in *Ar* etwa ein halb so groß wie in N_2 , was jedoch CAMPBELL und NEW (23) auf Zerstäubung des Elektrodenmaterials zurückführen. Erneute Messungen der letzteren Autoren ergeben den Quotienten der pro Ion verschwindenden Moleküle zu $\frac{n_1}{n_2} < 0,1$, einen größenordnungsmäßig kleineren Wert als den für N_2 gefundenen. SCHWAB und PIETSCH finden bei ihren mit Glühkathodenröhren unter Glimmentladung ausgeführten Versuchen in *Ar* ein äußerst geringes clean up. in *Ar*- H_2 -Gemischen (45:55) finden sie eine fast quantitative H_2 -Absorption, während *Ar* auch hier der Absorption fast nicht unterliegt. In Bombenstickstoff, der von allen Verunreinigungen außer *Ar* befreit ist, verschwindet N_2 unter den gleichen Bedingungen quantitativ, während *Ar* in Höhe von etwa 1 vH des Gesamtausgangsdruckes in der Röhre zurückbleibt. Spektral war kein N_2 mehr nachweisbar. Einbringen von Glaswolle in den Entladungsraum dürfte die Versuche mit größeren Gasmengen erfolgreich ausführbar erscheinen lassen.

In *Helium* sind in jüngster Zeit eine Reihe von Arbeiten ausgeführt worden, die den Anspruch erheben, das Verschwinden von *He* aus

dem Entladungsraum bei Gegenwart anderer im Dampfzustande befindlicher Elemente durch die Annahme einer chemischen Verbindung des — durch die von außen zugeführte Energie in einen reaktionsfähigen Zustand gebrachten — He mit eben diesen Elementen und nachheriger Kondensation dieser Verbindung an den Wänden erklären zu können.

Wird He in Gegenwart von Hg -Dampf in einer Entladungsröhre der Glimmentladung ausgesetzt, so soll nach MANLEY (106) unter Druckverminderung ein *Helid* in Form einer stabilen Verbindung auftreten, die erst bei Rotglut unter Abgabe der gesamten He -Menge zerfällt. Holzkohle bei der Temperatur der flüssigen Luft soll das *Helid* absorbieren. Auf Grund der Analyse sollte nach MANLEY (107) dieses *Helid* auf 200,6 Teile Hg 3,98 Teile He enthalten und somit der Formel $HgHe$ entsprechen. In einer Berichtigung führt MANLEY (107a) die Formel $HgHe$ auf einen Rechenfehler zurück und gibt als einfachste zuverlässige Formel der Verbindung $HgHe_{10}$ an.¹⁾ LIND und BARDWELL (104), die die Versuche mit höherer Elementarenergie wiederholen — sie setzen He und Hg -Dampf dem α -Strahlen-Bombardement einer radioaktiven Substanz von 191 Millicurie Stärke aus — können die Ergebnisse jedoch nicht bestätigen. LEMON (102) gibt an, daß in mit He gefüllten Röhren — die Kohlenstoffverbindungen von einem Partialdruck von 10^{-4} mm enthalten — He unter dem Einfluß der elektrischen Entladung quantitativ verschwindet, so daß sein Spektrum nicht mehr nachweisbar ist. Erhitzen der grün bis blau gefärbten Röhre bis zum Erweichungspunkt des Glases läßt das He -Spektrum nicht wieder auftreten.

Joos (79) tritt in eine Diskussion der MANLEYSchen Versuchsergebnisse ein und sieht tatsächlich in dem um 20,5 V unedleren 2 s -Zustand eine reaktionsfähige Form des He , die wohl mit dem besonders langlebigen angeregten 2 p_3 -Zustande des Hg unter Bildung einer Verbindung — die sich durch besondere Energieabgabe auszeichnen müßte — zusammentreten könnte. Auch der normale 1 S -Zustand des Hg könnte mit dem 2 s -Zustand des He eine Bindung ermöglichen, jedoch ist sie ihrer Seltenheit wegen unwahrscheinlicher.

In einer ausführlichen Arbeit, die auch apparative Einzelheiten gibt, glaubt BOOMER (14) die Verbindung WHe_2 wahrscheinlich machen zu können. Wird He in einer Entladungsröhre bei 1000 V Spannung und 5 mA dem Elektronenbombardement in Gegenwart eines Wolframdrahtes ausgesetzt, so läßt sich nach BOOMER aus Druckabnahme im System und aus dem Gewichtsverlust des Wolframdrahtes auf eine Verbindung obiger Formel schließen. WHe_2 soll bei gewöhnlicher

¹⁾ Nach MANLEY (107c) ist neuerdings auch ein gasförmiges nicht an Holzkohle absorbierbares $HgHe$ möglich. — Analoge Versuche mit Ar verlaufen negativ.

Temperatur ein fester schwarzer Körper sein, der sich bei höheren Temperaturen zersetzt.

Wird *He* bei Gegenwart von *Hg*-, *J*-, *S*- oder *P*-Dampf dem Elektronenbombardement ausgesetzt, so sollen sich nach BOOMER (15) die Helide der eingeführten Elemente an der mit flüssiger Luft gekühlten Oberfläche niederschlagen. *He* wird dadurch vollkommen aus dem Entladungsrohr entfernt und tritt erst nach Erwärmen wieder auf. Bei Abwesenheit gekühlter Flächen verschwindet nur wenig *He*. Der Dampfdruck der Verbindungen beträgt bei -185° 0,005 mm. Die Zersetzungstemperaturen werden für *S*- und *P*-Helid zu -125° , bei *Hg*- und *J*-Helid zu -70° bestimmt.

In diesem Zusammenhange soll auch die nicht direkt zur Absorption gehörige Ausbildung von *Druckdifferenzen an den Elektroden* behandelt werden.

BALY (8), LEHMANN (101), STARK (147), sowie auch WEHNELT und FRANCK (158) finden beim Stromdurchgang durch Entladungsröhren bei Drucken unterhalb 0,1 mm *Hg* — bei denen also der Massentransport durch positive Ionen stattfindet — *Druckerhöhung an der Kathode*, was von STARK (147) neben der im FARADAYSCHEN Sinne verlaufenden Ionenwanderung auf den sogenannten elektrischen Wind zurückgeführt wird. HAMBURGER (61) und SKAUPY (145) finden bei höheren Drucken (etwa 0,3 mm) *Druckerhöhung an der Anode*, was nach SKAUPY sowohl auf elastischen Elektronenstoß als auch auf die verschiedene Beweglichkeit positiver und negativer Gasionen zurückgeführt wird. LANGMUIR (96) verwirft die Deutung durch elastische Stöße bzw. Verschiedenheit der Ionenbeweglichkeit und kommt zu einer Berechnung der Druckdifferenz an den Elektroden auf Grund der Energieabgabe der positiven Ionen an der negativ aufgeladenen Glaswand. Für die Druckänderung längs dx ergibt sich so

$$\frac{d\phi}{dx} = C \frac{I\sqrt{M}}{p} \cdot \frac{dV}{dx},$$

wobei C eine Konstante, I die Stromdichte, V die Spannung, M das Molekulargewicht und p den in der Röhre herrschenden Gasdruck bedeuten. RÜTTENAUER (130) findet für die Druckdifferenz $\Delta\phi$ in der positiven Säule der von ihm untersuchten Edelgase *Ar*, *Ne* und *He* bei Gasdrucken bis zu 0,5 mm herab die empirische Formel

$$\Delta\phi = f \frac{l \cdot A \cdot g \cdot \sqrt{M}}{p \cdot q}$$

durch reichhaltiges Beobachtungsmaterial bestätigt, wobei f eine Konstante, l die Länge, q der Querschnitt des verwandten Entladungsrohres, g der Potentialgradient, A die Stromdichte, p die Gasdichte und M das Molekulargewicht des Füllgases bedeuten.

SKAUPY (135) findet in ausgedehnten Untersuchungen in Gasgemischen *Entmischung bei Stromdurchgang* in dem Sinne, daß das Gas mit der niederen Ionisierungsspannung an die Kathode und das mit höherer, infolge einfacher Verdrängung, an die Anode geht. Eine zweite Erklärungsmöglichkeit sieht er darin, daß die den neutralen Gasatomen durch elastische Elektronenstöße übertragene Geschwindigkeit umgekehrt proportional ihrem Atomgewicht ist, und daß ihnen so eine Bewegungskomponente in Richtung zur Anode erteilt wird. Er hat diese Erscheinung zu einer praktischen Methode der Trennung der Edelgase und ihrer Befreiung von Verunreinigungen ausgebildet und diskutiert die Möglichkeit, sie auch auf die Isotopentrennung der Edelgase auszudehnen. Die Entmischungserscheinung wird von SKAUPY (136) weiterhin zur Auslösung chemischer Reaktionen unter Verwendung einer Edelgas-Hilfsatmosphäre benutzt, auf die hier nicht näher eingegangen werden kann. Erwähnt werden soll nur die mögliche Zerlegung von $AlCl_3$ -Dampf, dem zur Aufrechterhaltung der Entladung in geringer Konzentration eine Edelgas-Hilfsatmosphäre zugesetzt wird, in seine Komponenten, wobei *Al* kathodisch und *Cl* anodisch abgeschieden wird.

b) **Sauerstoff.** Im Gegensatz zu Sauerstoff, in dem nach CAMPBELL und NEW (23) mit Oxydkathoden gearbeitet werden muß, ist das clean up in

c) **Stickstoff** unabhängig vom Kathodenmaterial. Absorptionsgrad und Absorptionsgeschwindigkeit sind in N_2 außerordentlich groß und häufig von starker Zerstäubung begleitet, die in Wolfram nach CAMPBELL (22) extrem stark und nahezu dem clean up proportional gefunden wird, wobei der an der Wand entstehende braune Niederschlag nicht wie bei LANGMUIR für WN_2 gehalten, sondern auf ein Einmauern des N_2 durch das zerstäubte *W* geschlossen wird. Den Nutzeffekt α bestimmt CAMPBELL (21) in N_2 zu kleiner als 0,3. SCHWAB und PIETSCH finden die Absorptionsgeschwindigkeit in N_2 höher als in H_2 , begleitet von starker Abnutzung der *Pt*-Oxydkathoden, die leicht brüchig werden.

d) **Kohlenoxyd.** In *CO*, dem einzigen Gas, in dem sich nach CAMPBELL und NEW (23) der Quotient $\frac{n_1}{n_2}$ ähnlich wie in N_2 verhält, gestalten sich die Untersuchungen äußerst interessant, da hier als wesentliches Moment eine chemische Reaktion hinzutritt. CAMPBELL und RYDE (24), sowie CAMPBELL (22) und der RESEARCH STAFF OF THE GENERAL ELECTRIC COMPANY, LONDON (126) und im wesentlichen CAMPBELL (21) haben diese Frage eingehend studiert und die Reaktion zu $2CO = CO_2 + C$ festgestellt, wobei als Bedingungen für die Reaktion als untere Spannungsgrenze das Glimmpotential, die Abwesenheit von *Hg*-Dampf im Entladungsraum und Ausfrieren des Reaktionsprodukts mit flüssiger Luft bezeichnet werden. Die Versuche ergeben Unabhängigkeit vom *CO*-Druck, was aus den drei reaktionskinetischen Mög-

lichkeiten ($CO^+ + CO^+$, $CO^+ + CO$, $CO^+ + CO^-$) auf die zweite schließen läßt. Diese würde aber für den Nutzeffekt α , d. h. die Zahl der pro Ion verschwindenden Moleküle, den Wert 2 fordern. Tatsächlich wird aber in den anfänglichen Versuchen $\alpha = 1$ gefunden, was durch Rückreaktion im Gase — tatsächlich wurde $CO_2 + C = 2 CO$ gefunden — und zu geringe Diffusionsgeschwindigkeit des gebildeten CO_2 zum Ausfriergefäß gedeutet wird. Versuche in einer besonders konstruierten Röhre mit möglichst geringem Weg von der Reaktionsstelle bis zur Ausfrierzone führen denn auch zu Werten für α zwischen 1,5 und 3,5, wobei er für die zu großen α -Werte annimmt, daß die Zahl der am Gitter registrierten Ionen zu klein ist um die Zahl aller derjenigen Ionen, die zwar reagieren, aber inzwischen rekombiniert haben, und für die zu kleinen α -Werte, die bei geringen Stromstärken gefunden werden, daß Rückreaktion an der Wand statthat. Für die Versuche endlich, die mit einer mit Ausfriervorrichtung versehenen Verstärkerröhre ausgeführt worden sind und Werte nahe an 2 — jedoch noch wenig über 2 liegend — liefern, zieht er als Fehlerquellen die Zahl der auf die Kathode statt auf die Anode treffenden Ionen heran, die so den wahren Wert des Elektronenstroms verschleiern.

e) Wasserstoff. In Wasserstoff besteht nach den Untersuchungen des RESEARCH STAFF OF THE GENERAL ELECTRIC COMPANY (127, 126) und von CAMPBELL (22) im Gegensatz zu den übrigen Gasen ein clean up bereits am heißen Glühdraht ohne Feld im Sinne von LANGMUIR (97). Im Feld scheint, wie die Arbeiten von CAMPBELL und NEW (23) und CAMPBELL (21) zeigen, eine Absorption zu bestehen, die sowohl dem Grade als auch der Geschwindigkeit nach die in N_2 und CO weit übertrifft.

Systematische Untersuchungen wurden von SCHWAB und PIETSCH in einer Oxyd-Glühkathodenröhre mit H_2 -Füllung ausgeführt. Durch einen Schliff stand mit der Röhre ein Kölbchen aus Glas in Verbindung, welches zur Aufnahme der verschiedenen Prüfsubstanzen bzw. zum Ausfrieren der im Gasraum gebildeten Produkte benutzt werden konnte. Ein Hahn mit weiter Bohrung gestattete, Röhre und Kölbchen voneinander zu trennen und jedes für sich zu evakuieren. Wurde nun sorgfältigst gereinigter Wasserstoff¹⁾ unter einem Anfangsdruck von etwa 0,2 mm Hg der Entladung bei einer Stromstärke von 10^{-4} — 10^{-3} A ausgesetzt, so zeigte sich unter gewissen Bedingungen Druckabnahme im System. Diese auf Absorption zurückführbare Druckabnahme zeigte sich an das Glimmpotential als unteren Schwellenwert gebunden. Die Absorptionsgeschwindigkeit selbst ist weitgehend druckunabhängig und konvergiert gegen einen Grenzwert, der nicht in einem bestimmten Verhältnis zum Anfangsdruck steht, der aber eine weitgehende Ab-

¹⁾ H_2 wurde aus Al und Ätzkali hergestellt.

hängigkeit von der Vorbehandlung der Röhre, dem Grad der Wandentgasung aufweist. Um die Frage nach einer Änderung des chemischen Zustandes des Füllgases entscheiden zu können, wurden in dem oben erwähnten Kölbchen verschiedene Substanzen — die sorgfältig vor dem Einführen in dasselbe gereinigt, getrocknet und dann auf äußerste entgast worden waren — mit dem Gasraum in Kommunikation gebracht. Zuerst wurde das Kölbchen mit konzentrierter H_2SO_4 beschickt. Bei Durchgang der Entladung durch das Gas konvergierte die Druck-Zeitkurve gegen einen viel niedrigeren Druckwert. Hatte bei einem Versuch das clean up ohne H_2SO_4 seinen Grenzwert erreicht, so zeigte sich bei Heranlegung des Kölbchens mit H_2SO_4 -Beschickung erneute Druckabnahme, die sofort aufhörte, sobald das Kölbchen wieder fortgenommen wurde. Dieser Befund läßt darauf schließen, daß beim Durchgang der Entladung durch H_2 unter dem Einfluß des beschleunigenden Feldes ein „Etwas“ unter Druckabnahme im Gasraum entsteht, das, bei Nichtentfernung aus dem Gasraum, hemmend auf den Fortgang der Reaktion wirkt.

Als drei mögliche Reaktionsprodukte wurden Wasserstoffionen, atomarer Wasserstoff und Wasser in Betracht gezogen.

Die Frage, ob es sich um *Wasserstoffionen* handle, wurde dadurch im verneinenden Sinne entschieden, daß der im Entladungsraum gebildete Körper vor Erreichung der H_2SO_4 im Kölbchen gezwungen wurde, ein Kondensatorfeld (110 V), das zwischen zwei Pt-Blechflächen angelegt wurde, zu durchlaufen. Absorptionsgrad und Absorptionsgeschwindigkeit wurden nicht durch den Ladungssinn des Kondensators geändert und blieben unbeeinflusst davon, ob er aufgeladen wurde oder nicht.

Die Prüfung auf *atomarem Wasserstoff* geschah in der Weise, daß das Produkt mit flüssiger Luft im Kölbchen ausgefroren wurde. Es zeigte sich jedoch kein *NR*-Gas im LANGMUIRSchen Sinne, WO_3 und Indigo- H_2SO_4 wurden nicht reduziert, bei Ölsäure und metallischem *K* zeigte sich keine Erhöhung der Absorption, was gegen das Vorhandensein von atomarem *H* spricht; denn wäre diese Modifikation entstanden, so müßte sie, wie die Beobachtungen von BONHOEFFER (16) in Übereinstimmung mit den röntgenographischen Untersuchungen von W. BRAGG (18) zeigen, absorbiert werden; denn W. BRAGG zufolge sind die reaktionsfähigen Gruppen nach außen, die Karboxyl-Gruppen dagegen nach innen gerichtet und innigst mit der nächsten Molekelschicht verbunden. Metallisches *K* endlich müßte mit atomarem Wasserstoff gleichfalls eine Druckabnahme zeigen.

Wurde nunmehr das leere Kölbchen auf $+20^\circ$, -63° , -78° bzw. -183° gebracht, so wurde im ersten Falle die reguläre Absorption, in den anderen Fällen ein Anwachsen der Absorption mit fallender Temperatur beobachtet. Wurde andererseits künstlich eine

bestimmte sehr geringe H_2O -Dampf-Konzentration im Gasraume eingestellt, so zeigte sich ein um so geringeres clean up, je höher die H_2O -Dampf-Konzentration im System war. H_2O -Dampf schien also eine gewisse Rolle bei diesen Absorptionerscheinungen zu spielen, die durch Beobachtung des Effekts an verschiedenen Prüfsubstanzen geklärt werden sollte. Wurde die Größe des Effekts an Ölsäure, Paraffinöl, metallischem K , PbO_2 , WO_3 , SiO_2 , CrO_3 , J_2O_5 , H_2SO_4 , $FeCl_3$, P_2O_5 und im leeren Kölbchen beobachtet, so zeigte sich in Anwesenheit von Ölsäure, Paraffinöl und metallischem K keine erhöhte Absorption. Die Relativzahlen der Absorption für PbO_2 , WO_3 und SiO_2 waren von der gleichen Größenordnung (0,5, 1,2, 1,45), und zwar um so größer, in je feinerem Verteilungszustande der Stoff im Kölbchen vorlag, d. h. also, je größer die dem Gas gebotene Oberfläche war. Etwa der 5- bis 6-fache Betrag wurde mit CrO_3 erreicht. Bei J_2O_5 , H_2SO_4 und $FeCl_3$ ¹⁾ lagen die Effekte in der gleichen Größenordnung. Über P_2O_5 endlich wurde stets vollständige Absorption erreicht.

Da nun durch mehr als 24-stündiges Stehenlassen des Füllgases über P_2O_5 erwiesen worden war, daß es sich nicht um einen schon vor der Entladung im Gase vorhandenen absorbierbaren Körper handelt, und da der Absorptionseffekt positiv an all den Stoffen verlief, die durch eine große Affinität zum Wasser ausgezeichnet sind, und da weiterhin die Einstellung einer gewissen H_2O -Dampf-Konzentration hemmend auf den Effekt einwirkte, so darf wohl aus diesen Versuchen geschlossen werden, daß unter dem Einfluß der Entladung eine *Wasserbildung* stattfindet. Der erforderliche Sauerstoff-Partialdruck dürfte durch den Oxydbelag der Kathode bzw. durch Spuren von Sauerstoff in Form von Oxyd an den *Ni*-Zuführungdrähten der Kathode und der *Ni*-Anode gegeben sein.

D. Glühlampen.

Die Absorptionerscheinungen in Glühlampen — in denen als Potentialgefälle der längs des Glühdrahtes verlaufende Spannungsabfall bezeichnet werden muß — sind von fundamentaler technischer Wichtigkeit. Jede Methode, die das clean up auf einem einfacheren, kürzeren, vollkommeneren Wege zu erreichen gestattet, bedeutet einen Fortschritt der Lampentechnik; denn jede Verbesserung des Vakuums, die Beseitigung der Wasserdampfspuren erhöht die Lebensdauer der Glühlampen.

Während man in Europa bis in die neueste Zeit hinein die Evakuierung von Glühlampen durch unermüdliches Pumpen bei gleichzeitigem starken Erwärmen des Glases und Glühen des Drahtes zu erreichen suchte, ging man in Amerika schon frühzeitig andere, durch praktische Gesichtspunkte vorgezeichnete Wege²⁾. Bereits 1894 hatte MALIGNANI

¹⁾ $FeCl_3$ wurde im Vakuum in das Kölbchen hineinsublimiert.

²⁾ Vgl. DUSHMAN. (44).

(105) gefunden, daß P , in Vakuumröhren durch Destillation eingeführt, unter dem Einfluß elektrischer Entladungen den Grad der Absorption im System erhöht, und WHITNEY (161) erweiterte diese Untersuchungen auf As , S und J . Hieraus erwuchs eine eigene, jetzt auch von Europa übernommene Technik, die es gestattet, die Periode des Evakuierens auf einen Bruchteil der früher dazu benötigten Zeit herabzusetzen. Die Lampe wird unter gleichzeitigem stärksten Erhitzen — um so viel Wasserdampf¹⁾ wie möglich zu vertreiben — $\frac{1}{2}$ bis 5 Minuten an die Pumpe gelegt, wodurch der Druck von 1 Atm. bis auf wenige bar erniedrigt wird und dann abgeschmolzen, nachdem der Glühfaden vorher in eine alkoholische Suspension²⁾ von rotem P — der zur Verhütung der durch Zerstäubung verursachten Schwärzung der Lampenwände gewisse Salze beigegeben sind — getaucht worden war. Wird nun die Lampe eingeschaltet, so wird der P vom Glühdraht verdampfen, auf den Wänden zur Abscheidung gelangen und durch diesen Prozeß gleichzeitig eine Selbstevakuierung der Lampe auslösen.

1. Phosphorwirkung. Die eigenartige von MALIGNANI entdeckte absorptionsfördernde Wirkung des P ist Gegenstand eingehender teils in Glühlampen und teils in Glühkathodenröhren (Kenotron) ausgeführter Untersuchungen von HAMBURGER (62, 63), KOHLSCHÜTTER und FRUMKIN (87), CAMPBELL (22), CAMPBELL und WARD (25), vom RESEARCH STAFF OF THE GENERAL ELECTRIC COMPANY, LONDON (126) und von CAMPBELL und NEW (23) geworden.

Wird P entweder direkt vom Glühdraht verdampft, oder vor der Einfüllung des Gases auf die Wände destilliert, so zeigt sich eine in wesentlich zwei Stufen verlaufende Gasabsorption, von denen die erstere — stromunabhängige — äußerst rasch während der Verdampfung des P , die zweite — langsamere — nach der Niederschlagung der Schicht in Abhängigkeit von der Entladungsform der Röhre vor sich geht, und zwar unbegrenzt, wenn auch in abnehmender Geschwindigkeit, wenn weniger Gas vorhanden ist, als der P absorbieren kann. Wird die absorbierte Gasmenge als Funktion der eingeführten P -Menge betrachtet, so läßt Abb. 7 folgende Gesichtspunkte hervortreten: Wird das Gas vom Glühdraht verdampft, so wächst nach CAMPBELL und WARD in dem von ihnen untersuchten Gebiete die absorbierte Gasmenge im allgemeinen mit der zugeführten P -Menge, und zwar in stärkerem Maße, als wenn der P auf die Wände destilliert wird. Während im ersteren Falle die Kurve ein Maximum aufweist, nähert sie sich im zweiten Falle einem durch den Sättigungsbetrag gegebenen Grenzwert. Beiden Fällen ist die Abwesenheit von Diskontinuitäten bei stöchiometrischen Proportionen, sowie eine deutlich ausgebildete Stufe zu eigen,

¹⁾ Über den äußerst schädlichen Einfluß des Wasserdampfes vgl. SKAUPY (136a).

²⁾ Vgl. DUSHMAN (63).

die im Falle der Verdampfung vom Draht besonders scharf ausgeprägt und zwischen 0,09 und 0,27 mg P — etwa dem Betrag der monomolekularen Belegung entsprechend — liegt.

Im ersten Augenblick scheint im Hinblick auf die hohe Reaktionsfähigkeit des P , und unter Berücksichtigung des Umstandes, daß eine durch O_2 oxydierte P -Schicht nicht mehr absorptiv wirksam ist, und daß auch innerhalb gewisser Grenzen die absorbierte Gasmenge mit der eingeführten P -Menge steigt, eine Deutung dieser Absorptionserscheinung auf rein chemischer Grundlage möglich, die denn auch

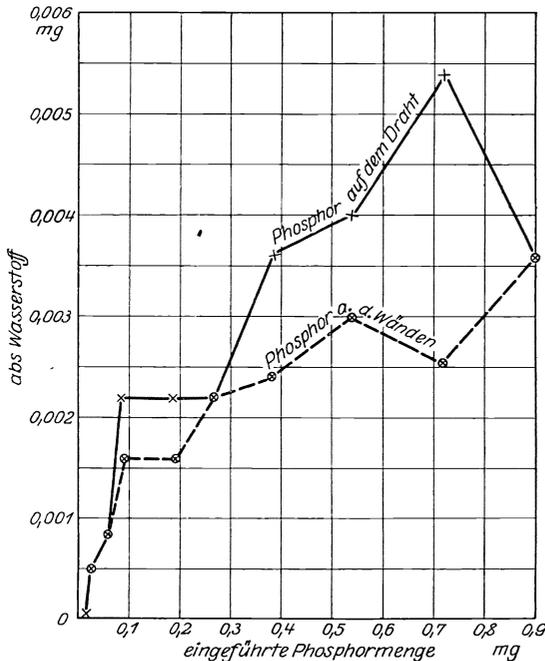


Abb. 7. Absorbierte Gasmenge als Funktion der eingeführten Phosphormenge.

von STRUTT (149) für H_2 und N_2 im Gegensatz zur Absorption der Edelgase angenommen wird.

Dagegen sind von CAMPBELL gewichtige Bedenken geltend gemacht worden; denn würde es sich um eine chemische Bindung zwischen Gas und P handeln, so müßte eine stöchiometrische Beziehung zwischen beiden Komponenten vorhanden sein, es müßten sukzessiv zum Gas hinzugegebene P -Mengen entsprechende Gasmenngen zum Verschwinden bringen, das Verhältnis H_2/P z. B. müßte unabhängig von Form und Größe des Reaktionsgefäßes sein. Das ist jedoch keineswegs der Fall. Tatsächlich ist weitgehende Unabhängigkeit vom Füllgas vorhanden, H_2 und N_2 werden fast in gleichen Volumenmengen absorbiert (Edelgase in geringerem Maße), der Grad der Absorption sinkt mit stark wachsender P -Menge, was vielleicht darauf zurückzuführen sein dürfte, daß in diesem Falle P -Molekelionen Träger des Glimmstromes werden. Das Verhältnis H_2/P z. B. ist in hohem Maße von der Wandbeschaffenheit abhängig und liegt um so höher, je vollkommener die Wände entgast sind, wogegen Waschen, Ätzen, Variierung des Gefäßmaterials, Eindampfen von Lösungen auf dem Glase und Niederschlagen von Ag -

Spiegeln nach CAMPBELL und WARD (25) ohne Einfluß auf die Absorption bleibt. Das wieder freigemachte Gas befindet sich im gleichen chemischen Zustande wie vor der Absorption, wobei zu bemerken ist, daß die Temperatur des Wiederfreiwerdens unabhängig von der Gasart ist, vielmehr gegeben wird durch die Verdampfungsgeschwindigkeit des P , da erst die P -Schicht verdampft werden muß, ehe das Gas wieder in den Gasraum eintreten kann.

Auf Grund des experimentellen Materials wird man also zur Annahme einer mehr mechanischen Wirkung des P gedrängt, die durch die von CAMPBELL ausgeführten Versuche gestützt wird, der eine Vermehrung der Absorption bei kontinuierlichem Strömen eines P -Stromes durch die Röhre konstatiert und im Sinne der weiter oben geschilderten Zerstäubungserscheinungen darauf zurückführt, daß der P über dem absorbierten Wasserstoff eine Schutzschicht bildet und so die Wiederentwicklung durch Entladung verhindert.

Andererseits ist ein enger Zusammenhang zwischen den herrschenden elektrischen Bedingungen und dieser Absorptionserscheinung vorhanden. CAMPBELL sieht die besondere Wirksamkeit des P in dem Charakter seines Glimmpotentials begründet. Da dieses, wie schon oben ausgeführt wurde, zwischen denen von Ar und CO liegt (s. Abb. 3 auf S. 233), so ist auf Grund seiner Molekulargewichtsregel auf das P -Atomion als Träger des Glimmstroms zu schließen. Da ferner steigendes und fallendes Glimmpotential relativ weit auseinander liegen, so ist in P , durch dessen hohe Fähigkeit das Glimmpotential herabzusetzen, das Glimmpotential, und damit die Absorption bis zu tieferen Drucken herab aufrecht zu erhalten, als ohne Verwendung dieses Elements. Diese Erklärung erfordert aber die Annahme, daß das Gas schneller als P verschwindet, während tatsächlich P schneller verschwindet als irgendeins der untersuchten Gase. Dieser scheinbare Widerspruch ist vielleicht so zu deuten, daß durch die Entladung stets wieder etwas weißer P zurückgebildet wird, der dann verdampft (der Dampfdruck des P wurde von CAMPBELL unter Verwendung eines Puffergases bei Zimmertemperatur zu 0,014 mm bestimmt, der des roten dagegen unmeßbar kleingefunden) und bei erneuter Abscheidung auf der Wand — vielleicht so wie es DUSHMAN (44, S. 202) ausführt — im C. T. R. WILSONschen Sinne ¹⁾ als Kondensationskern für die Gasionen dient.

Es wäre auch noch an eine elektrische Ladung der P -Belegung zu denken, so daß die Absorption auf eine Polarität zwischen Wand — nebst Belag — und Gas zurückzuführen wäre. Damit würde nach HAMBURGER (60) auch die Entfärbung der P -Schicht, die, wie schon

¹⁾ Über die C. T. R. WILSONsche Nebelmethode, die in der Sichtbarmachung der Bahnen von α - und β -Teilchen sowie von Rückstoßatomen durch Wasserdampfteilchen, die als Kondensationskerne für diese wirken, beruht, s. 166 a.

oben (s. S. 241) ausgeführt, durch eine festere Elektronenbindung erklärbar ist, und die geringere Absorbierbarkeit der Edelgase zusammenhängen.

2. Die Salzwirkung. Ähnliche Wirkung wie der weitgehend auch von HOLST und OOSTERHUIS (72) und ANON (5) zur Reinigung wasserstofffreier Edelgasfüllungen verwendete *P* zeigen eine ganze Reihe anderer Stoffe. Außer den von WHITNEY (161) angegebenen Elementen *As*, *S* und *J* werden von GRAAF und LELY (57) P_4O , das bei etwa 250° in *P* und P_2O_3 — welches gleichzeitig trocknend wirkt — zerfällt, von HOLST und OOSTERHUIS (73) Legierungen eines Alkali- oder Erdalkalimetalles (*Na*, *K*, *Ca*, *Ba*, *Sr*) mit einem edleren Metall geringeren Dampfdruckes, z. B. *Sn*, von der NAAMLOOZE VENNOOTSCHAP PHILIPS' GLÖELAMPENFABRIEKEN (110a) Erhitzen von Alkali- oder Erdalkalinitriden, vom RESEARCH STAFF OF THE GENERAL ELECTRIC COMPANY (126) Alkalihalogenide, *NaF*, Na_2SiO_3 , von CAMPBELL und WARD (25) gleichfalls *NaF*, dagegen nicht die Oxyde des *Na*, sowie *K*-Halogenide und von CAMPBELL und NEW (23) *Mg* angegeben.

Werden kleine *Mg*-Mengen vom Glühdraht verdampft und auf den Wänden zur Abscheidung gebracht, und werden wie auf S. 237 die $\frac{n_1}{n_2}$ -

Werte, d. h. die Zahl der pro Ion verschwindenden Moleküle, bestimmt, so zeigt sich, daß diese Werte ihrem Absolutbetrage nach größer sind als bei den Untersuchungen mit bloßen Glaswänden, in denen sie gegen 1 konvergieren. Die einzelnen Beobachtungspunkte selbst liegen ziemlich gestreut (s. Abb. 4 auf S. 237); da die Autoren jedoch den Kurventyp für diese Erscheinungen, den sie aus den Versuchen mit bloßen Glaswänden herausgeschält haben, für allgemein gültig halten, so legen sie eine entsprechende Kurve zwischen diesen Punkten, mit denen sie nichts weiter gemein hat, hindurch.

Wird nach CAMPBELL und WARD (25) in Gegenwart von *P NaF* vom Glühdraht verdampft, so wird das Verhältnis $\frac{\text{absorbiertes Gas}}{P}$

stark vergrößert, wenn die Salzmenge einen bestimmten kritischen Mindestbetrag, der etwa $\frac{1}{8}$ der monomolekularen Salzschrift beträgt, überschreitet. Alle diejenigen Punkte der *P*-Kurve, die unterhalb der monomolekularen Stufe liegen, werden durch diese Salzmenge, die größer als die kritische ist, auf die Stufe gehoben. Während andererseits bei bloßer Anwesenheit von *P* das clean up vollständig war, läßt sich bei Anwesenheit von Salz ein gewisser Grenzwert — selbst bei großem Unterschub von Gas — nicht unterschreiten, es stellt sich ein Gleichgewicht zwischen Absorption und Gegeneffekt ein.

Die Wirkung des Salzes scheint wesentlich an den Ionenzustand des Salzes geknüpft zu sein; denn bloßes Eindampfen von Salz auf der Oberfläche gibt den Effekt nicht. Es muß vom Draht *unter* dem Einfluß der Entladung verdampft werden, um wirksam zu sein. Die

Wirksamkeit des freien Metalls, die für die Erklärung der Absorptionserscheinungen in GEISSLERRÖHREN (s. S. 228) herangezogen wird, wird abgelehnt.

Die Funktion des eingeführten Salzes ist in den Glühlampen doppelter Natur. Das Salz wirkt nicht nur vakuumverbessernd, sondern *verringert* auch bei richtiger Wahl die außerordentlich unangenehme *Schwärzung der Lampenwände*, durch die die effektive Lichtintensität der Glühlampen erheblich herabgesetzt wird.

Die *Wirksamkeit der Salze* kann erstens in der Absorption von Wasserdampf und Gasspuren, die in hohem Maße die Zerstäubung des *W*-Glühdrahtes begünstigen, beruhen, wodurch die Zerstäubung wesentlich hintangehalten wird. Diese Eigenschaft wurde von HAMBURGER (62) für *P* und von GRAAF und LELY (57) für P_4O nachgewiesen.

Zweitens kann sie darin bestehen, daß die zerstäubten Metallteilchen mit einem Bestandteil des Salzes zu einer chemischen Verbindung zusammentreten, die durch hohe Lichtdurchlässigkeit ausgezeichnet ist, oder aber, daß sie in das in feinem Verteilungszustande vorliegende Salz derart eingebettet werden, daß sie nicht mehr zu einem zusammenhängenden Beschlag zusammentreten können.

Nach LANGMUIR greift Cl_2 Wolfram erst oberhalb 200° an. Wird also *Cl* in eine bereits durch *W* geschwärzte Lampe eingeführt, so wird eine Reaktion, die zur Bildung von WCl_6 führt, erst nach Wiedereinschalten der Lampe einsetzen. Da aber WCl_6 sehr instabil ist, und da ferner der notwendige *Cl*-Partialdruck über 0,5 mm betragen muß, wodurch *W*-Draht stark angegriffen wird, so wird durch diese Methode die Lebensdauer der Lampe erheblich herabgesetzt.

SKAUPY verhindert die Schwärzung durch Einführung von K_3TlCl_6 , welches beim Erhitzen langsam *Cl* freimacht¹⁾. Auf den Wänden schlägt sich *Tl*-chlorid dagegen nicht *KCl* nieder. Diese Methode wird in Eindhoven erfolgreich angewandt. Mit *Cu*- und *Ag*-Chlorid, nach NEEDHAM mit Kryolith und selbst mit *NaCl* werden ähnliche Wirkungen — die auf Chlorwirkung zurückgeführt werden — erzielt¹⁾.

HAMBURGER (63) kann den Effekt mit *NaCl* nur dann nachweisen, wenn *NaCl* vom Glühdraht verdampft wird. Aber auch dann wird kein freies *Cl* gebildet, sondern es verdampft *NaCl* als solches, welches sich auf den Wänden niederschlägt, und die *W*-Teilchen in feiner Verteilung zwischen sich aufnimmt. Ähnliche Wirkungen werden nach HAMBURGER durch Verwendung von Silikaten, Aluminaten, *Na*- und *Ca*-Phosphat, *MgO*, *SiO_2*, *Na*-Wolframat und -Fluorid, *NaOH*, *KOH*, CaF_2 , nach der PATENT TREUHAND GES. FÜR ELEKTRISCHE GLÜHLAMPEN-M. B. H., BERLIN (116) durch *K*-Borat, nach der A.E.G.-UNION ELEKTRIZITÄTS-GES. WIEN (1) durch *NaCl*, FeF_3 , MnF_2 , Kryolith und *Fe*-

¹⁾ Siehe: Engineering 108 (1919) 365.

Na-Fluorid — wobei den Suspensionen oder Lösungen füglich roter *P* hinzugegeben wird — nach der PATENT-TREUHAND GES. FÜR ELEKTRISCHE GLÜHLAMPEN M. B. H., BERLIN durch die Fluoride, Oxyde, Nitride und Hydride von *Li*, *Be*, und *B* erzielt.

Wenn auch die Wirkung der Salze keine vollkommene ist, so verlängern sie doch die Lebensdauer der Lampen und zwar nach HAMBURGER (63) um das 2,6-fache bei Verwendung von *NaCl*, und um das 3,3-fache bei Benutzung von *CaF₂*, wobei unter Lebensdauer die Zeitspanne verstanden wird, innerhalb der die Lichtintensität nicht unter 80 vH. ihres Anfangswertes herabsinkt.

3. Clean up und chemische Reaktionen bei niedrigen Drucken. LANGMUIR (97), der auf diesem Gebiete umfassende und klärende Untersuchungen angestellt hat, unterscheidet wesentlich 4 Typen von Gasreaktionen bei niedrigen Drucken in Entladungsröhren:

Erstens liegt die Möglichkeit einer Reaktion zwischen dem Füllgas und dem Glühdraht vor.

Zweitens kann sie zwischen dem Gas und dem vom Draht abgegebenen Dampf stattfinden.

Drittens ist es denkbar, daß der Draht katalytisch, ohne selbst endgültig verändert zu werden, eine Änderung im chemischen Zustand des Gases hervorruft.

Viertens endlich, kann sich infolge einer elektrischen Entladung das Gas ändern und mit dem Draht reagieren.

Zu dem *ersten Typus* gehört die Reaktion zwischen *O₂* und dem *W*-Draht. LANGMUIR stellt sich den Reaktionsmechanismus so vor, daß *O₂*, welches den Glühdraht trifft, auf diesem unter Bildung von *WO₂* festgehalten wird und sich mit dem *W* des Drahtes unter Bildung von *WO* nach der Gleichung

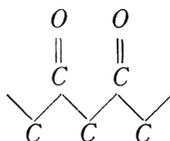


ins Gleichgewicht setzt. Jedes nunmehr auf den Draht treffende *O₂*-Molekül wird dann und nur dann eine Reaktion unter Druckverminderung auszulösen vermögen, wenn es eine *WO*-Molekel trifft; denn nur in diesem Fall wird *WO₃* gebildet werden können, welches den Glühdraht verläßt. Die Reaktion verläuft, da Proportionalität zwischen Druck und Reaktionsgeschwindigkeit vorhanden ist, monomolekular. Der Bruchteil der erfolgreichen Stöße ist kleiner als 1 und fällt bei höherer Temperatur infolge der Verdampfung und Dissoziation der Zwischenprodukte. Dann dürfte auch die Bildung von atomarem Sauerstoff wahrscheinlich sein, der sich selbst bei Zimmertemperatur mit dem an den Wänden durch Zerstäubung niedergeschlagenen *W* zu *WO₃* umsetzen dürfte.

Dieser Gesichtspunkt tritt bei der Reaktion zwischen *Cl* und *W* besonders scharf hervor. Sie hat ein Maximum bei 1500° K, um bei

höheren Temperaturen erheblich abzufallen, was von LANGMUIR gleichfalls auf Dissoziation der zur Erlangung des Endproduktes WCl_6 erforderlichen Zwischenprodukte zurückgeführt wird.

Während sich die an W untersuchten Reaktionen durch gute Reproduzierbarkeit auszeichnen, zeigen die Versuche zwischen C und O_2 eine Beeinflußbarkeit durch die Vorbehandlung des Glühdrahts. Immerhin kann LANGMUIR sagen, daß bei etwa $1200^\circ K$ ein Teil des O_2 mit dem C unter Bildung von CO_2 reagiert — welches durch flüssige Luft aus dem Reaktionsraum fortgenommen wird — und daß ein anderer Teil mit dem C eine oberflächliche Absorptionsschicht in Form eines festen Kohlenoxyds, dessen Struktur er in der Formel



annimmt, bildet, die verzögernd auf die CO_2 -Bildung wirkt. Wenn die Temperatur des Glühfadens erhöht wird — über $1700^\circ K$ hinaus — oder auch wenn eine starke Anreicherung dieses Körpers an der Oberfläche stattgefunden hat, zersetzt es sich unter Bildung von CO .

Zu dem *zweiten Typus*, der die Reaktionen zwischen Gas und Metall-
dampf umfaßt, sind die Arbeiten von LANGMUIR (98) heranzuziehen.

Wird ein W -Glühdraht auf 2700° — $2800^\circ K$ in N_2 von geringem Druck gebracht, so zeigt sich ein Verschwinden von N_2 unabhängig vom N_2 -Druck und proportional der Verdampfungsgeschwindigkeit des W . Über den Mechanismus der Reaktion läßt sich so viel sagen, daß bei jedem Zusammenstoß eines W -Atoms mit einer N_2 -Molekel die Möglichkeit für die Bildung von WN_2 gegeben ist. Aus der Bestimmung des Wärmeleitvermögens des N_2 und aus der vorhandenen Spannung ergibt sich, daß keine Dissoziation und keine Ionisation des N_2 erforderlich sind. WN_2 schlägt sich als brauner Beschlag an den Wänden nieder und gibt bei Aufnahmen mit H_2O die NH_3 -Reaktion. Die Stoßausbeute ergibt den Wert $\varepsilon = 1$.

Obgleich die Verdampfungsgeschwindigkeit des Mo größer ist als die des W , so ist doch die Reaktionsgeschwindigkeit von N_2 mit Mo -Dampf kleiner. Die Stoßausbeute ist geringer, sie beträgt etwa $\frac{1}{10}$ des bei W gefundenen Wertes. Es ist also nicht jeder Stoß erfolgreich, was auf eine Druckabhängigkeit der Reaktion schließen lassen sollte. Da diese aber andererseits nicht vorhanden ist, sollte man annehmen, daß der erste — energiereichste — Zusammenstoß erfolgreich ist. Dem widerspricht das Experiment, welches einen *negativen Temperaturkoeffizienten* für die Reaktion ergibt (Erniedrigung der Temperatur um 100° ergibt Erhöhung des ε -Wertes von 0,11 auf 0,33, während Erhöhung der Temperatur um 100° ε auf 0,05 sinken

läßt). LANGMUIR sieht eine Deutung darin, daß er annimmt, daß jeder Stoß erfolgreich ist, daß aber die aus energiereichsten Stößen resultierenden Verbindungen sehr labil sind, und beim Auftreffen auf die Wand in ihre Komponenten zerfallen.

CO verhält sich dem W gegenüber analog wie N_2 . Es bildet WCO bei einem Wert von $\varepsilon = 1$ für die Stoßausbeute. Andererseits zeigt die Reaktion wie die von MoN_2 einen negativen Temperaturkoeffizienten.

Im Druckgebiet von 100 bis 200 bar reagiert O_2 bei Temperaturen oberhalb $1600^\circ K$ mit Pt unter Bildung eines braunen PtO_2 . Bei höheren Drucken verläuft der Sauerstoffangriff nicht mehr druckunabhängig.

Den *dritten Typus*, der die durch den Draht katalytisch bedingten Reaktionen in sich faßt, können wir nur erwähnen, denn er ist *das* reaktionskinetische Arbeitsfeld.¹⁾

Der *vierte Typus* umfaßt alle diejenigen Reaktionen, die zu ihrem Ablauf verlangen, daß einer oder beide der Reaktionskomponenten in einem angeregten Zustande vorhanden sind, in den sie z. B. durch beschleunigte Elektronen versetzt werden können. Die entsprechenden Reaktionen sind bereits bei Beschreibung der Glühkathodenröhren und der mit ihnen zusammenhängenden Erscheinungen behandelt worden.

Hier soll nur noch auf die von LANGMUIR (92) in PH_3 angestellten Untersuchungen eingegangen werden. Wird in einem Kolben mit W -Glühdraht der PH_3 -Dampfdruck über PH_3 als Bodenkörper eingestellt, so tritt bei $1700^\circ K$ infolge der PH_3 -Dissoziation starke Druckzunahme ein. Bei $2200^\circ K$ dagegen findet Druckverminderung statt, die aus thermodynamischen Gründen nicht auf PH_3 -Bildung am Glühdraht beruhen kann. Eine Deutung dieses Vorganges ist möglich unter der Annahme, daß der unter diesen Bedingungen gebildete atomare Wasserstoff mit dampfförmigem oder kondensiertem P unter Bildung von PH_3 reagiert, welches kondensiert wird. Ein Ermüdungseffekt wird nicht beobachtet, was auf stete Regeneration von P aus dem kondensierten PH_3 -Vorrat zu erklären ist.

E. „Reine“ Absorption.

Suchen wir nun die Absorptionserscheinungen zusammenzufassen, und abstrahieren wir dabei von all den Fällen, in denen eine Deutung der Absorption auf Grund chemischer Reaktionen zwischen dem Gas und irgendeinem Agens — seien es Elektroden oder deren Zerstäubungsprodukte — gegeben werden kann, so bleiben eine ganze Schar von Untersuchungen übrig, die ihre Deutung erst durch eine umfassende — bislang noch ausstehende — Theorie der Absorption erhalten dürften.

¹⁾ Vgl. z. B. POLANYI (119a) wo sich weitere Literatur bietet.

LANGMUIR (99) kommt in Verfolg seiner zahlreichen reaktionskinetischen Untersuchungen bei geringen Drucken zur Aufstellung einer Theorie der Absorption zwischen Gas und fester Phase¹⁾. Die Diskussion der BRAGGSchen Untersuchungen über Kristallstruktur führt LANGMUIR zur Verneinung eines Wesensunterschiedes zwischen physikalischen und chemischen interatomistischen — bzw. intermolekularen — Kräften. Er kommt so zur Annahme gleichartiger, nur dem Grade nach unterschiedlicher Kräfte bei den Prozessen der Verdampfung, Kondensation, Lösung, Kristallisation, Absorption, Oberflächenspannung usw. Die Lagerung und Bindung der Atome bedingt die Ausbildung eines Kraftfeldes an der Oberfläche des festen Körpers. In diesem Feld nun sieht LANGMUIR den Sitz für die in der Grenze zwischen fester und gasförmiger Phase sich abwickelnden Absorptionsvorgänge. An diesem Prozeß sind wesentlich die Atome der ersten obersten Schicht beteiligt, die Atome der zweiten Schicht nur insofern, als sie die Anordnung der Oberflächenatome bedingen. Wenn also ein Atom die Grenzfläche trifft, so wird es infolge der energetischen Wechselwirkung mit den Atomen der obersten Schicht, die mit Energieänderung verbunden ist, und infolge der bemerkenswert geringen Relaxationszeit im allgemeinen nicht reflektiert, sondern absorbiert werden, d. h. es wird eine mehr oder weniger intensive Absättigung der Valenzen des einfallenden Atoms und der Atome der ersten Oberflächenschicht stattfinden. Sind diese Kräfte schwach, so wird die „Lebensdauer“ der an der Oberfläche absorbierten Atome bzw. Moleküle nur gering sein; sind die Kräfte dagegen stark, so kann die Verdampfungsgeschwindigkeit der absorbierten Partikeln so gering werden, daß die Fläche sich praktisch mit einer molekularen Schicht absorbierten Molekeln bedeckt. Dieser Betrag muß nach LANGMUIR als ein asymptotisch zu erreichender Grenzwert für die Absorption angesprochen werden; denn trifft irgendeine Gasmolekel einen schon besetzten Teil der Oberfläche, so verdampft sie mit einer Geschwindigkeit, die im Effekt einer Reflektion gleichkommt.

Wenn diese von LANGMUIR entwickelten Anschauungen auch ein reichhaltiges Beobachtungsmaterial weitgehend zu deuten gestatten, so muß doch hervorgehoben werden, daß sie den Erscheinungen der elektrischen Absorption im umfassenden Sinne nicht gerecht werden können. Hier wird die Theorie noch wesentlich verfeinert werden müssen, hier wird den bei Stromdurchgang hinzutretenden Faktoren Rechnung getragen werden müssen, um eine restlose Anwendung auf diese komplizierten Erscheinungen durchführen zu können.

Die Tatsache, daß bei vielen Untersuchungen sich eine erhöhte Absorption dann einstellt, wenn die Wände in die Entladungszone

¹⁾ Vgl. ferner die ausgedehnte Studie von JAQUET (78) der einen recht befriedigenden Ausdruck für die Absorptionsisotherme gewinnt.

einbezogen werden, könnte darauf schließen lassen, daß der Grad der Absorption von einem Anregungszustande des Glases — oder der obersten Atomschichten — d. h. von einer Polarität der Glaswand bedingt wird. Doch ist auch hier, so wichtig dieses Argument scheinen will, das Versuchsmaterial nicht einheitlich; es sei nur an die Daten von CAMPBELL sowie STEAD und TREVELYAN (147b) erinnert, die bei künstlicher Aufladung der Wände keine vermehrte Absorption konstatieren können. Vgl. S. 239, 241. Es wäre auch vielleicht die Ansicht zu diskutieren, daß es nur der Anregung des Gases bedarf, um Absorption zu bewirken, daß aber infolge der geringen Verweilzeit des Gases in diesem Zustande mögliche Wandnähe Bedingung für erfolgreiche Absorption ist.

Eine endgültige, allen Faktoren restlos gerecht werdende Lösung dieses Absorptionsproblems wird erst dann erwartet werden können, wenn durch eine noch mehr systematische Behandlung dieser Frage die Möglichkeit eröffnet werden wird, die Erscheinung der Absorption experimentell aus den mit ihr verknüpften Begleiterscheinungen herauszulösen.

Literatur.

Die Literatur ist soweit berücksichtigt worden, wie sie durch die „Physikalischen Berichte“, das „Chemische Zentralblatt“ und die „Chemical Abstracts“ bis zum 15. Juli 1926 referiert worden ist. Sämtliche Arbeiten sind, sofern sie irgendwie zugänglich waren, im Original eingesehen worden.

1. A.E.G.-UNION-ELEKTRIZITÄTS-GES., WIEN: Oe. P. 90730, 1916.
2. ALLISON: Physical review **7**, 688, 1916.
3. ANDANT: Cpt. rend. hebdom. des séances de l'acad. des sciences **175**, 154, 1922.
4. ANDEREGG: Transact. of the Americ. el. soc. **44**, 349, 1913.
5. ANON: Ibid. **44**, 1, 1923.
6. ASTON: Isotopes, 2. Aufl.
7. ATOMI ÔSAWA: Sc. Reports Tôhoku Univ. **14**, 43, 1925.
8. BALY: Philosoph. mag. 5, **35**, 200, 1893.
9. BANCROFT: Journ. of physical chem. **22**, 345, 1918.
10. BAZZONI und LAY: Physical review **2**, **23**, 327, 1924.
11. BECKER und ROSSENBECK: Wiss. Veröffentl. Siemens-Konz. **2**, 456, 1922.
12. BENNEWITZ und GÜNTHER: Zeitschr. f. physikal. Chem. **III**, 258, 1924.
- 12a. BODENSTEIN: Zeitschr. f. Elektrochem. **28**, 517, 1922.
13. BOHR: Philosoph. mag. 6, **26**, 490, 1913.
14. BOOMER: Proc. of the roy. soc. A **109**, 198, 1925.
15. — Nature **115**, 16, 1925.
16. BONHOEFFER: Zeitschr. f. physikal. Chem. **113**, 199, 1924, **116**, 391, 1925; Zeitschr. f. Elektrochem. **31**, 521, 1925; Naturwissenschaften **13**, 1066, 1925.
17. BONIFACE: F. P. 532963 D. Prior. 1915.
18. W. BRAGG: Nature **114**, 266, 1925.
19. BRODETSKY und HODGSON: Philosoph. mag. 6, **31**, 478, 1916; vgl. auch HODGSON: Philosoph. mag. 6, **25**, 353 1913.
20. CAMPBELL: Philosoph. mag. 6, **28**, 347, 1914.
21. — Ibid. 6, **42**, 227, 1921.

22. CAMPBELL: *Ibid.* 6, **41**, 685, 1921.
23. — und NEW: *Ibid.* 6, **48**, 553, 1924.
24. — und RYDE: *Ibid.* 6, **40**, 585, 1920.
25. — und WARD: *Ibid.* 6, **43**, 914, 1922.
26. CAMPBELL SWINTON: *Proc. of the roy. soc. A* **79**, 134, 1907; *A* **81**, 453, 1908; *Chem. N.* **95**, 134, 1907.
27. — — *Engineering* **85**, 181, 1908.
28. CARDANI: *Atti d. Reale Accad. dei Lincei, rendiconti* 5, **24**, I, 105, 1915.
- 28a. CARIO und J. FRANK: *Zeitschr. Phys.* **11**, 161, 1922.
29. CHRISLER: *Physikal. Zeitschr.* **10**, 745, 1909.
30. — *Physical review* **27**, 267, 1908.
31. — *Ibid.* **29**, 461, 1909.
32. CLAUDE: *Chemiker-Zeit.* **35**, 689, 1911; *Cpt. rend. hebdom. des séances de l'acad. des sciences* **152**, 1377, 1912, **153**, 713, 1912.
33. — *Cpt. rend. hebdom. des séances de l'acad. des sciences* **156**, 1317, 1913.
34. CLINTON und DAVISSON: *Philosoph. mag.* 6, **23**, 139, 1912.
35. COLLIE: *Proc. of the roy. soc. A* **90**, 554, 1914.
36. — und PATTERSON: *Journ. of the chem. soc. (London)* **103**, 419, 1913; *Proc. of the chem. soc.* **29**, 22, 1913.
37. COMPTON: *Journ. opt. soc. Am.* **7**, 955, 1923.
38. C. T. COMPTON und F. L. MOHLER: „Ionisierungs- und Anregungsspannungen“. Deutsch von R. SUHRMANN, *Fortschr. d. Chemie, Physik und phys. Chemie*, Gebr. Borntraeger, Berlin 1925, S. 132.
39. COOLIDGE: *A. P.* 1, 323836, 1920.
40. CROOKES: *Proc. of the roy. soc.* **50**, 88, 1891.
41. DAUDT und EWEST: *Zeitschr. f. techn. Phys.* **6**, 7a, 329, 1925.
42. DEMBER: *Physikal. Zeitschr.* **9**, 189, 1908.
43. DESSAUER und WIESNER: *Leitfaden des Röntgenverfahrens*, 2. Aufl. **1916**, S. 184.
44. DUSHMAN: „Production and Measurement of High Vacuum“, *General Electric Review*, Schenectady, N. J. **1922**, S. 195.
45. DUSHMAN, ANDREWS und HUTHSTENER (s. DUSHMAN: „Production . . .“, S. 184).
46. EDIT: *Engineering* **82**, 686, 1908.
47. ELLERMAN und BABCOCK: *Phys. soc. London opt. soc.* **1920**, 25.
48. ELSTER und GEITEL: *Physikal. Zeitschr.* **12**, 609, 758, 1911.
49. F. FISCHER: *Zeitschr. f. Elektrochem.* **15**, 512, 1909.
50. FRANCK und G. HERTZ: *Verhandl. d. Phys. Ges.* **16**, 457, 512, 1914.
51. — und EINSPOHN: *Zeitschr. f. Physik* **2**, 18, 1920.
52. FREEMAN: *Journ. of the Americ. chem. soc.* **35**, 927, 1913.
53. GASSIOT: *Report of Brit. Assoc.* **161**, 38; *Fortschr. d. Phys.* **1862**, II, 505.
54. GIBSON und NOYES: *Journ. of the Americ. chem. soc.* **44**, 2091, 1922.
55. GÖTZ: *Physikal. Zeitschr.* **23**, 136, 1922.
56. GOWDY: *Physical review* **4**, 401, 1914.
57. GRAAF und LELY: *Naamlooze Vennootschap Philips' Gloeilampenfabrieken D.R.P.* 380656, 1920.
58. GRANQUIST: *Oefversaf Svensk Vetensk. Akad. Förhandl.* 709, **1898**.
- 58a. GÜNTHERSCHULZE: *Ergebn. der exakten Naturwissensch.*, Berlin: Julius Springer 1924, Bd. III, S. 295.
- 58b. — *Zeitschr. f. Phys.* **31**, 606, 1925.
- 58c. — *Zeitschr. f. Elektrochem.* **30**, 386, 1924.
59. HALLERMANN: *Zeitschr. f. wiss. Phot.* **13**, 186, 1914.
60. HAMBURGER: *Proc. of the roy. acad. Amsterdam* **21**, 1078, 1919.

61. HAMBURGER: Dissert. DELFT 1917; Proc. of the roy. acad. Amsterdam 25, 1045, 1917; Zeitschr. f. wiss. Phot. 18, 18, 1919; Proc. of the roy. acad. Amsterdam 23, 379, 1920.
62. — Akad. Amsterdam Versl. 27, 641, 1919.
63. — Engineering 108, 365, 1919.
- 63a. — Zeitschr. f. wiss. Phot. 18, 5, 1919.
64. HILL: Electrician 70, 228, 1913.
65. v. HIRSCH: Physikal. Zeitschr. 9, 603, 1908.
66. — und SODDY: Philosoph. mag. 6, 14, 779, 1907.
67. HITTORF: Wied. Ann. 21, 126, 1884.
68. HODGSON: Physikal. Zeitschr. 13, 595, 1912.
69. HOLBORN und AUSTIN, Wissenschaftl. Abhandl. d. P.T.R. 1904, Bd. 4, 101.
70. HOLST: Physica 4, 68, 1924.
71. — und OOSTERHUIS: Naamlooze Vennootschap Philips' Gloeilampenfabrieken E.P. 151611, 1920; A.P. 1485505, 1924.
72. — — Ibid. D.R.P. 404288, 1920; E.P. 158509, 1921.
73. — — Ibid. D.R.P. 355114, 1920; E.P. 151611, 1920; A.P. 1485505, 1924.
74. HOULLEVIGUE: Cpt. rend. hebdom. des séances de l'acad. des sciences 150, 1237, 1910.
75. HUGHES und TYNDALL: Philosoph. mag. 6, 27, 415, 1914.
76. — Ibid. 6, 41, 778, 1921.
- 76a. HÜTTIG: Zeitschr. f. angew. Chem. 39, 67, 1926.
- 76b. — „Über Gitterbestandteile, die im Kristallgitter vagabundieren“, Fortschritte d. Physik, Chemie u. phys. Chemie Bd. 18 Heft 1, Gebr. Borntraeger, Berlin 1924.
- 76c. HÜTTIG und BRODKORB: Zeitschr. f. angew. Chemie 144, 341, 1925.
77. JANITZKY: Zeitschr. f. Phys. 11, 22, 1922.
- 77a. — Zeitschr. f. Physik. 35, 27, 1925, 11, 22, 1922.
78. JAQUET: Fortschr. d. Chemie, Physik u. phys. Chemie. Serie B. Bd. 18, Heft 7, Gebr. Borntraeger, Berlin 1925.
79. JOOS: Naturwissenschaften 13, 697, 1925.
80. KINGDON: Physical review 2, 21, 210, 1923.
81. — und LANGMUIR: Ibid. 2, 20, 108, 1922, 21, 380, 1923, 22, 148, 1923; Science 57, 58, 1923; Physical review 2, 23, 112, 1924.
82. KNIPPING: Naturwissenschaften 11, 756, 1923.
83. KNUDSEN: Ann. d. Physik 4, 31, 205, 1910.
84. KOHLSCHÜTTER: Zeitschr. f. Elektrochem. 12, 869, 1906, 14, 417, 437, 681, 1908.
85. — Ebenda 18, 837, 1912.
86. — Ebenda 15, 316, 930, 1909.
87. — und FRUMKIN: Ebenda 20, 110, 1914.
88. — und TH. GOLDSCHMIDT: Ebenda 14, 221, 1908.
89. — und R. MÜLLER: Ebenda 12, 365, 1906.
90. KRÜGER und SACHLÓWSKI: Ann. d. Physik 4, 78, 72, 1925.
91. LANGMUIR: Physical. review 2, 20, 107, 1922.
92. — Journ. of the Americ. chem. soc. 34, 1310, 1912.
93. — Ibid 34, 816, 1912.
94. — Transact. of the Americ. el. soc. 20, 225, 1911; Journ. of the Americ. chem. soc. 34, 860, 1912, 36, 1708, 1914, 37, 417, 1915; Zeitschr. f. Elektrochem. 20, 498, 1914.
95. — A.P. 1273628, 1918.
- 95a. — Science 62, 463, 1925.
- 95b. — General Elektr. Review 29, 153, 1926.
96. — J. Franklin 196, II, 751, 1923.

97. LANGMUIR: Journ. of the Americ. chem. soc. **37**, 1139, 1915.
98. — Ibid. **35**, 927, 1913.
99. — Ibid. **37**, 1139, 1915, **38**, 2221, 1916, **39**, 1848, 1917, **40**, 1361, 1918;
Physical review **2**, **8**, 149, 1916.
99a. LAUCH und RUPPERT: Physikal. Zeitschr. **27**, 452, 1926.
100. LAWSON: Physikal. Zeitschr. **14**, 938, 1913.
101. LEHMANN: „Elektrische Lichterscheinungen“ **1898**, S. 265, 266, 275.
102. LEMON: Science **61**, 516, 1925.
103. LILIENFELD: Ann. d. Physik **4**, **32**, 773, 1910.
104. LIND und BARDWELL: Science **61**, 344, 1925.
105. MALIGNANI: D.R.P. 82076, 1894; E.P. 15129, 1894.
106. MANLEY: Nature **114**, 861, 1924.
107a. — Ibid. **115**, 337, 1925.
107b. — Ibid. **115**, 947, 1925.
107c. — Ibid. **117**, 587, 1926.
108. MERTON: Proc. of the roy. soc. A **90**, 549, 1914.
109. MEY: Ann. d. Physik **4**, **11**, 127, 1903.
109a. MILLIKAN: Astrophys. J. **52**, 47, 1920.
110. MILLIKAN: Physical review **24**, 116, 1907; Philosoph. mag. **6**, **14**, 188, 1907.
110a. NAAMLOOZE VENNOOTSCHAP PHILIPS' GLÖELAMPENFABRIEKEN: E.P. 158510,
1920.
111. NEWMAN: Proc. of the roy. soc. A **90**, 499, 1914.
112. — Proc. of the phys. soc. **32**, 190, 1920, **33**, 73, 1921; Engineering **111**,
60, 1921.
113. — Transact. of the Americ. el. soc. **44**, 77, 1923.
114. — Philosoph. mag. **6**, **44**, 215, 1922.
115. PALMER: Radio-Revue **2**, 113, 1921.
116. PATENT-TREUHAND-GES. F. ELEKTRISCHE GLÜHLAMPEN M. B. H., BERLIN:
D.R.P. 349276, 1919.
117. PIRANI: Zeitschr. f. Physik **9**, 327, 1922.
118. PLÜCKER: Pogg. Ann. **105**, 84, 1858; s. auch Jahrb. **1858**, 23.
119. POHL: Verhandl. d. Phys. Ges. **9**, 306, 1907, **11**, 155, 1909.
119a. POLANYI: Z. f. Elektrochemie **27**, 142, 1921.
120. P. PRINGSHEIM: „Die lichtelektrische Wirkung und Photoluminiszenz“,
Ergebn. d. exakten Naturwissensch., Berlin: Julius Springer 1922, Bd. I,
S. 335 ff.
121. PULJ: Ber. d. Wiener Akad. **81**, IIa, 864, 1880.
122. RAMSAY: Journ. of the chem. soc. (London) **103**, 264, 1913.
123. RATNER: Philosoph. mag. **6**, **43**, 193, 1922.
124. RESEARCH STAFF OF THE GENERAL ELECTRIC COMPANY E.P. 109358, 1916.
125. — — Transact. of the Americ. el. soc. **44**, 87, 1923.
126. — — Ibid. **44**, 183, 1923.
127. — — Philosoph. mag. **6**, **40**, 585, 1920.
128. RICHARDSON: Jahrb. f. Radioaktiv. **1**, 300, 1904.
129. RIECKE: Ann. d. Physik **4**, **15**, 1003, 1904.
130. RÜTTENAUER: Zeitschr. f. Physik **10**, 260, 1922.
131. SALET: Cpt. rend. hebdom. des séances de l'acad. des sciences **82**, 225,
1876; Pogg. Ann. **158**, 332, 1876.
132. SCHOTTKY: Jahrb. f. Radioaktiv. **12**, 151, 1915.
133. SENFTLEBEN: Zeitschr. f. Physik **33**, 871, 1925.
134. SHERWOOD: Physical review **12**, 448, 1918.
135. SKAUPY: Verhandl. d. phys. Ges. **18**, 230, 1916, **19**, 264, 1917; Journ. of
chem. soc. **110**, II, 469, 1916; Zeitschr. f. Physik **1**, 49, 1920, **2**, 213,
1920.

136. SKAUPY: Ber. d. Dtsch. Chem. Ges. **49**, 2005, 1916.
136a.— Zeitschr. f. techn. Physik **5**, 1924, 563.
137. SKINNER: Physikal. Zeitschr. **6**, 610, 1905; Philosoph. mag. **6**, **12**, 481, 1906.
138. — Physical review **21**, 169, 1905.
139. H. D. SMYTH: Proc. of the roy. soc. A **104**, **121**, 1923.
140. — Ibid. **105**, 116, 1923.
141. SODDY und MACKENZIE: Ibid **80**, 92, 1908.
142. SPIEL: Dissert. Wien 1909.
143. STARK: Zeitschr. f. Elektrochem. **15**, 509, 1909.
144. — Ibid. **15**, 509, 1909.
145. — Ibid. **14**, 752, 1908, **15**, 509, 1909.
146. — Jahrb. f. Radioaktiv. **5**, 124, 1908.
147. — Boltzmann-Festschrift, Barth, Leipzig 1904, S. 399.
147a.— Phys. Zeitschr. **3**, 274, 88, 1902.
147b. STEAD und TREVELYAN: Philosoph. mag. **6**, **48**, 978, 1924.
148. STRUTT: Proc. of the roy. soc. A **89**, 499, 1914.
149. — Ibid. **87**, 381, 1913.
150. J. J. THOMSON: Rays of Positive Electricity **1913**, S. 104.
150a.— Philosoph. mag. **6**, **48**, 1, 1924.
151. TOWNSEND: „Ionisation der Gase“ in MARX' „Handb. d. Radiologie“, Akad. Verl. G. m. b. H., Leipzig **1920**, Bd. I, S. 350ff.
152. TYNDALL und HUGHES: Philosoph. mag. **6**, **28**, 415, 1914.
153. VEGARD: Ibid. **6**, **18**, 465, 1909.
154. — Ann. d. Physik **4**, **50**, 769, 1916.
155. — Kristiania Videnskapselskap **1910**.
156. WÄCHTER: Wied. Ann. **17**, 903, 1882.
157. WARBURG: Ebenda **40**, 1, 1890.
158. WEHNELT und FRANCK: Verhandl. phys. Ges. **12**, 444, 1910.
158a. WEIMAN und LANGMUIR: General Electric Review **29**, 160, 1926.
159. WENDT: Proc. of the nat. acad. of sciences (U.S.A.) **5**, 518, 1919.
160. WHIDDINGTON: Proc. of the Cambridge philos. soc. **15**, 183, 1910.
161. WHITNEY: Transact. of the Americ. Inst. El. Eng. **31**, 921, 1912.
162. E. WIEDEMANN: Wied. Ann. **20**, 795, 1883.
163. W. WIEN: Ann. d. Physik **4**, **73**, 483, 1924.
164. WIGGE: „Die neuere Entwicklung der Funkentelegraphie, ein Siegeszug der Vakuumröhre“, Verlag der „Ingenieur-Zeitung“, Cöthen-Anhalt **1921**.
165. WILLOWS: Philosoph. mag. **6**, **1**, 502, 1902.
166. — und GEORGES: Proc. of the phys. soc. **28**, 124, 1916.
166a. C. T. R. WILSON: Proc. of the roy. soc. A **85**, 285, 1911, A **87**, 277, 1912.
167. WINCHESTER: Physical review **3**, 287, 1914.
168. — und E. LADENBURG: Verhandl. d. Phys. Ges. **9**, 165, 1907.
168a. WOOD: Philosoph. mag. **6**, **42** 729, 1921, **44**, 1922, 538; Proc. of the roy. soc. A **97**, 455, 1920, A **102**, 1, 1923.
169. ZEHNDER: Wied. Ann. **52**, 56, 1894.

Der Comptonsche Streuprozeß.

Von **H. Kallmann** und **H. Mark** in Berlin-Dahlem.

Mit 17 Abbildungen.

I. Die Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie.

Die elementare Anschauung lehrt uns, daß eine bestimmte Wechselwirkung zwischen Materie und Strahlung stattfindet, und zwar zeigt uns die Erfahrung, daß die Materie Strahlung *absorbiert* und *zerstreut*. Das einfachste Bild, das man sich von dieser Wechselwirkung auf Grund atomischer Vorstellungen machen kann, ist das, daß man annimmt, daß jedes Atom für sich Strahlung absorbieren und auch zerstreuen kann. Die Gesetze dieser Wechselwirkung beschreibt die moderne theoretische Physik von einem dualistischen Standpunkt. Alle Vorgänge, für welche die geometrische Beschaffenheit des Strahlungsfeldes wesentlich ist, werden mehr unter Zuhilfenahme der klassischen Elektronentheorie beschrieben, während die Gesetze, welche die Emission und Absorption von Licht beherrschen, quantenmäßig formuliert werden.

Das Bild, welches die klassische Elektronentheorie liefert, ist das folgende: In jedem Atom oder Molekül befinden sich ein oder mehrere Elektronen, die mit bestimmten Frequenzen (Eigenfrequenzen) um ihre Ruhelagen schwingen. Fällt nun ein elektromagnetischer Wellenzug auf diese Gebilde, so werden die Elektronen von der elektrischen Feldstärke der Lichtwelle in Schwingungen versetzt und schwingen im Rhythmus (mit der Frequenz) der erregenden Lichtwelle parallel dem einfallenden elektrischen Vektor. Die auf diese Weise periodisch beschleunigten Elektronen senden nun ihrerseits eine neue elektromagnetische Welle nach allen Seiten des Raumes aus, wobei die Feldstärke dieser sekundären Welle proportional der Beschleunigung des schwingenden Elektrons ist, während die Phase der Sekundärwelle durch die Phase der Primärwelle vollkommen mitbestimmt wird. Die Sekundärwellen treten mit der Primärwelle in Interferenz, und auf Grund dieses Bildes findet man die bekannten klassischen Gesetze der Lichtzerstreuung und Lichtbrechung (Kristallinterferenzen). Gleichzeitig liefert aber dieser Mechanismus des Zerstreuvorganges auch ein Verständnis für die Absorption des Primärstrahles, denn dadurch, daß das schwingende Elektron nach allen Seiten Licht zerstreut, entzieht es der erregenden Lichtwelle Energie und schwächt sie: wir haben

also eine Absorption des Lichtes und zwar eine Absorption durch Zerstreuung.

Dieses Mitschwingen der Elektronen parallel dem elektrischen Vektor der Primärwelle ist aber nicht der einzige Prozeß der Wechselwirkung zwischen Licht und Materie, der aus den Gesetzen der klassischen Elektronentheorie folgt. Der *magnetische Vektor* der Lichtwelle übt vielmehr auf das Elektron, wenn es bewegt ist, ebenfalls eine Kraft aus, die bekanntlich senkrecht auf der Bewegungsrichtung des Elektrons und der Richtung des magnetischen Vektors steht. Da nun in dem oben betrachteten Falle das Elektron zunächst durch die elektrische Feldstärke bewegt wird, so übt auch die magnetische Feldstärke eine Kraft auf das Elektron aus, und zwar in Richtung des einfallenden Lichtstrahls. Diese Kraft äußert sich im klassischen Strahlungsdruck. Dieser erteilt dem Elektron eine Geschwindigkeit in Richtung des einfallenden Lichtstrahles; er ruft aber keine schwingende Bewegung, sondern eine mit der Zeit immer weiter anwachsende hervor. Unter dem Einfluß der elektrischen und magnetischen Kraft der einfallenden Strahlung wird also dem bestrahlten Elektron *einmal* eine schwingende Bewegung parallel der elektrischen Feldstärke und eine kontinuierlich anwachsende parallel dem einfallenden Strahl erteilt¹⁾. Dieses sind die Elementarvorgänge, beschrieben auf Grund der klassischen Elektronentheorie, gemäß denen man sich alle weiteren Gesetze der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie berechnen können müßte.

Es hat sich aber gezeigt, daß man auf Grund dieser Vorstellung allein den durch die Erfahrung gegebenen Gesetzen der Wechselwirkung zwischen Materie und Strahlung nicht gerecht zu werden vermag.

Auf Grund der Quantentheorie ist man nun in der Lage, ein Bild von den Wechselwirkungsprozessen zu geben, welches in mancher Beziehung ein viel umfassenderes Verständnis der Naturvorgänge ermöglicht. Dabei ist es eine besondere Merkwürdigkeit der sogleich zu schildernden Gesetze, daß sie uns gar nicht erlauben, eine Beschreibung des Elementarprozesses in allen seinen Einzelheiten zu geben, so, wie es die klassische Elektronentheorie für den von ihr angenommenen Elementarprozeß tut. Es ist vielmehr so, daß die Quantentheorie in ihrer „klassischen“ Form auf Grund des Energie- und Impulssatzes uns nur angibt, welche Prozesse überhaupt vorkommen, und welches dabei die Energie bzw. Frequenz der an dem Prozeß teilnehmenden Elektronen und Lichtquanten ist (Bilanzgleichungen). Dabei ist es die große Leistung der Quantentheorie, daß sie es ermöglicht hat, diese Prozesse in Anlehnung an die klassische Mechanik aus bestimmten Atommodellen zu verstehen. Über die Häufigkeit dieser Prozesse, d. h. über die *Intensität* der ausgestrahlten Lichtmengen und über

¹⁾ Genaueres s. S. 295.

die Phase und Polarisierung des sekundär ausgestrahlten Lichtes sagt sie in ihrer ursprünglichen Form überhaupt nichts aus. Über diese Größen konnte man vielmehr nur dadurch etwas erfahren, daß sich gezeigt hat: so verschieden auch der Einzelprozeß in der Quantentheorie von dem der klassischen Theorie ist, so zeigen doch in Summa diese Prozesse eine weitgehende Analogie zu den klassischen Prozessen. Man vermochte daher vielfach aus den entsprechenden klassischen Formeln auf die Intensität der Quantenprozesse zu schließen. Diese auf dem BOHRschen Korrespondenzprinzip basierende Schlußweise bedeutete allerdings zunächst nur eine Abschätzung der den Quantenprozessen zukommenden Häufigkeit, da die Aussage des genannten Prinzips nicht scharf ist. Erst in neuerer Zeit ist durch die Theorien von HEISENBERG und SCHRÖDINGER eine wesentliche Verschärfung in den Vorschriften für die Intensitätsberechnung geleistet worden, und es ist wohl zu hoffen, daß durch diese Theorien die in dieser Hinsicht noch unvollständige Quantentheorie erfolgreich ausgebaut werden wird, wenn sich nicht gar erst dann der eigentliche Gedankeninhalt der Quantentheorie offenbaren wird.

Die *Elementarprozesse*, die nach der Quantentheorie bei der Wechselwirkung zwischen Licht und Materie auftreten, sind die folgenden: Die Elektronen im Atom können nach dem quantentheoretischen Bilde nur ganz bestimmte Energiebeträge aufnehmen, und bei dem Übergange von dem einen Energieniveau zu einem anderen emittieren bzw. absorbieren sie Energie, wobei die Frequenz des emittierten bzw. absorbierten Lichtes durch die BOHRsche Frequenzbedingung gegeben ist:

$$h\nu = E_{n+1} - E_n. \quad (1)$$

Die Quantentheorie sagt also aus: fällt Licht von der Frequenz ν auf ein Atom auf, so kann dieses Atom, wenn in ihm ein Elektronenübergang möglich ist, dessen Energiedifferenz gerade $= h \cdot \nu$ ist, der Strahlung diesen Energiebetrag entziehen und der der Strahlung entzogene Energiebetrag findet sich dann als Anregungsenergie eines Elektrons im Atom wieder. Und umgekehrt: wird ein Elektron durch irgendeinen Prozeß angeregt, so kann die Anregungsenergie als Strahlung ausgestrahlt werden. Wie häufig diese Prozesse auftreten und unter welchen Bedingungen, dafür gibt die Quantentheorie keine Vorschrift.

Wird von einem Atom Strahlung absorbiert, so findet eine Anregung im Atom statt, und diese Anregungsenergie kann wieder sekundär als Licht von der Frequenz ν ausgestrahlt werden: wir haben in diesem Prozeß den dem klassischen Streuprozeß äquivalenten Quantenstreuprozeß an einer Resonanzstelle vor uns. Es besteht aber in dem Mechanismus des hier betrachteten Streuvorganges ein großer Unterschied zum klassischen Streuprozeß. Hier wird die Energie nur in Quanten $h\nu$ absorbiert und wieder zerstreut; ja nach der schärf-

sten Formulierung der Quantentheorie findet diese Streuung bei einem bestimmten Streuprozess nur in irgendeiner bestimmten Richtung statt, und erst das Auftreten vieler Streuprozesse, bei denen jeweils nach einer anderen bestimmten Richtung gestreut wird, bewirkt, daß in Summa das Atom das Licht nach allen Seiten gleichmäßig zerstreut. Ob das Streulicht mit der einfallenden Strahlung kohärent ist oder ob die Ausstrahlung des Lichtes inkohärent vor sich geht (d. h. ob zunächst die Anregung des Elektrons erfolgt und dann erst nach einem bestimmten, durch den Zufall gegebenen Zeitintervall die Wiederausstrahlung vor sich geht), darüber sagt die Theorie nichts aus. Neuerdings nimmt man vielfach an, daß diese Zerstreungen in der Tat, im Sinne der klassischen Theorie, kohärent erfolgt.

Aber auch dann, wenn das einfallende Licht eine solche Frequenz hat, daß kein Elektronensprung im Atom angeregt werden kann, findet erfahrungsgemäß Zerstreung des Lichtes statt, die von der extremen Lichtquantentheorie als „Reflexion“ des Quants an einem Atom aufgefaßt wird. Ihre sehr viel geringere Intensität deutet darauf hin, daß die Häufigkeit solcher Streuprozesse viel kleiner ist als in dem Falle der Resonanz. Dabei hängt allerdings, wie aus korrespondenzmäßigen Betrachtungen geschlossen wird, die Häufigkeit dieser Streuprozesse von der Beschaffenheit der in der Nähe liegenden Quantenresonanzstellen ab, und zwar in ähnlicher Weise, wie in der klassischen Theorie die Streuung von der Stärke der Oszillatoren abhängt, deren Eigenfrequenzen in der Nähe der eingestrahnten Frequenz liegen.

Ist das Energiequant $h\nu$ genügend groß, so wird das Atom nicht nur angeregt, sondern das Elektron wird gänzlich aus dem Atomverbande herausgelöst und fliegt mit einer gewissen Geschwindigkeit ins Unendliche; die kinetische Energie T des Elektrons ergibt sich einfach aus dem Energiesatz:

Ist J die Ionisierungsarbeit des Elektrons, so ist

$$T = h\nu - J. \quad (2)$$

(EINSTEINSches photoelektrisches Gesetz). Für dieses einfache, von der Erfahrung bestens bestätigte Gesetz gibt es in der klassischen Theorie kein Analogon, da dort die aufgenommene Energie stets von der Intensität der Primärwelle abhängt.

In solchen Fällen der Loslösung des Elektrons kann natürlich eine Wiederausstrahlung nicht erfolgen. Man weiß aber, daß auch in dem Fall $h\nu > J$ trotzdem eine Streuung stattfindet. Hier muß man wohl annehmen, daß zwei verschiedene, vielleicht sogar voneinander unabhängige Prozesse möglich sind: *entweder* photoelektrische Loslösung eines Elektrons *oder* gewöhnliche Zerstreung. Es scheint, daß auch hier die neueren Theorien berufen sind, eine sinngemäße Verschmelzung dieser beiden Vorgänge zu ermöglichen.

Alle diese Prozesse gehen so vor sich, daß der Energiesatz erfüllt ist. Die Anwendung des Impulssatzes führt dann weiter zu folgendem Schluß: da bei einem Absorptionsprozeß ein Quant $h\nu$ dem Lichtstrahl entzogen wird, wird hierdurch der Impuls der Strahlung um $\frac{h\nu}{c}$ verkleinert. Dieser Impuls muß sich in dem absorbierenden Atom wiederfinden und daraus folgt, daß bei jedem Absorptionsakt das Atom eine Geschwindigkeit in Richtung des einfallenden Lichtes erhält (Strahlungsdruck), wobei der Impuls G desselben gerade $= \frac{h\nu}{c}$ sein muß. Im allgemeinen macht sich aber diese Bewegung des Atoms nicht bemerkbar, weil seine Geschwindigkeit wegen der relativ großen Masse des Atoms nur sehr klein ist. Ganz entsprechend muß das Atom bei der Ausstrahlung einen Rückstoß erleiden.

Als einfachste Prozesse der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie haben wir also gemäß der Quantentheorie die *Anregungsprozesse* und *photoelektrischen Prozesse*. Außerdem existieren *Streuprozesse*, welche vielleicht den Anregungsprozessen weitgehend ähnlich sind. Für den Fall aber, daß die Anregung zur Loslösung eines Elektrons führt, ist man wohl genötigt, die Existenz zweier verschiedener Prozesse — entweder Streuung oder photoelektrische Loslösung — anzunehmen. Außer diesen einfachen Prozessen der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie gibt es noch eine ganze Reihe wesentlich komplizierterer Prozesse, z. B. die gleichzeitige Anregung von zwei Elektronen. Auf diese kann aber hier nicht näher eingegangen werden.

Allen diesen Quantenprozessen ist gemeinsam, daß es sich bei ihnen stets um eine Wechselwirkung zwischen Strahlung und dem Atom als Ganzes (Kern und Elektron) handelt. Es gibt aber außer diesen Prozessen noch andere, bei denen die Strahlung mit den *einzelnen Elektronen* selber in Wechselwirkung tritt. Diese Prozesse der Wechselwirkung von Strahlung mit freien Elektronen sind es, die von A. H. COMPTON entdeckt wurden; sie haben darum so allgemeines Interesse erweckt, weil sie einen Streuvorgang darstellen, bei dem das Wirken der Lichtquanten besonders deutlich zum Ausdruck kommt. Es wird im folgenden eine ausführliche Darstellung dieses Streuprozesses gegeben werden. Es sei zunächst auf die Vorgänge bei der Zerstreuung von Röntgenstrahlen und auf die Entdeckung des „Compton-effektes“ eingegangen.

II. Die grundlegenden Versuche von A. H. Compton.

Um über die Natur der Röntgenstrahlen etwas zu erfahren, wurden seit ihrer Entdeckung besonders zwei ihrer Eigenschaften eingehend erforscht: die *Absorption*, die sie bei Durchgang durch Materie erleiden, und die *Streuung*, die hierbei eintritt. Mit Hilfe der letzteren Eigenschaft konnte BARKLA (1) schon im Jahre 1905 durch seine berühmten Polarisationsexperimente die Wellennatur dieser Strahlen sehr wahr-

scheinlich machen, welche nachher durch die LAUESchen Krystallinterferenzen in noch überzeugenderer Weise dargetan wurde.

Alle Tatsachen, die durch die Untersuchungen über die zerstreuten Röntgenstrahlen festgestellt wurden: die annähernd gleiche Absorbierbarkeit der gestreuten und der primären Strahlung, ihr linearer Polarisationszustand bei einem Ablenkungswinkel von 90° und ihre azimutale Intensitätsverteilung¹⁾ ließen sich mit Hilfe der in der Einleitung aufgezählten Annahmen der klassischen Elektrodynamik im großen und ganzen verstehen. Wo Unstimmigkeiten vorhanden waren — z. B. bei der azimutalen Intensitätsverteilung —, war man geneigt, sie durch inneratomare Interferenzen ebenfalls im engen Anschluß an die klassische Theorie zu erklären, welche unter Ausdehnung ihrer Gültigkeit in das Atominnere hier eine große Freiheit für die Wiedergabe der Erscheinungen bot. In dieser erweiterten Form wurde die klassische Theorie auch herangezogen, um einen anderen Effekt zu erklären, der aufmerksamen Beobachtern schon frühzeitig aufgefallen war: bei harten Strahlen übertrifft nämlich die Absorbierbarkeit der unter einem großen Winkel abgehenden gestreuten Strahlung die Absorbierbarkeit der Primärstrahlung unter Umständen um ein beträchtliches (2).

Solange die Versuche mit weißem Röntgenlicht durchgeführt wurden, das sich über einen erheblichen Frequenzbereich ausdehnt, machte die Erklärung dieser Erscheinung auf klassischer Grundlage keine Schwierigkeiten: die azimutale Intensitätsverteilung hängt ab von der Frequenz, mit der man bestrahlt (Interferenzeffekt). Belichtet man mit weißem Licht, so ändert sich daher durch den Zerstreuvorgang die spektrale Verteilung des in der Richtung Θ gestreuten Lichtes. Aus diesem Grunde ist auch die Absorbierbarkeit in den verschiedenen Richtungen verschieden und verschieden von der Absorbierbarkeit der Primärstrahlung. Unter kleinen Winkeln sind die hohen Frequenzen bevorzugt, während sie unter größeren Winkeln immer schwächer werden, daher nimmt die Absorbierbarkeit der Sekundärstrahlung mit dem Azimut zu (3).

Während also die im Röntgengebiet mit weißem Licht angestellten Versuche auf diese Weise eine qualitativ befriedigende Erklärung fanden, lagen die Verhältnisse bei der Streuung streng monochromatischer Röntgenstrahlen sowie bei der Zerstreung von γ -Strahlen wesentlich schwieriger. Auch hier — besonders bei den γ -Strahlen — fand man nämlich eine Abhängigkeit der Absorbierbarkeit vom Azimut, für die nunmehr als einzige Erklärung eine Veränderung der Wellenlänge der Sekundärstrahlung gegenüber der Primärstrahlung übrigblieb. Obwohl dieser Effekt durch zahlreiche Untersuchungen sichergestellt war, schien er doch nicht einen schwerwiegenden Einwand gegen die Grundlagen der Theorie zu bedeuten, weil diese auf Grund mehrerer idealisierender

¹⁾ Hierunter versteht man die Abhängigkeit der Intensität vom Streuwinkel Θ zwischen Primär- und Sekundärstrahl.

Annahmen entwickelt war, welche die tatsächlichen Verhältnisse sehr roh wiedergaben: Die Elektronen im Atom werden als voneinander unabhängig und als ruhend aufgefaßt, während sie nach der BOHR'schen Atomtheorie auf stationären Bahnen umlaufen und sicher miteinander gekoppelt sind. Auch ist im Gebiete der γ -Strahlen der Durchmesser der Elektronen nicht mehr allzu klein gegen die Wellenlänge der Strahlung, was ebenfalls bei der Ableitung der klassischen Formel (THOMSON'sche Theorie) vorausgesetzt worden war. Besonders der Umstand, daß die Elektronen im Atom Bewegungen ausführen, ließ eine Frequenzänderung auf Grund des DOPPLER-Effektes begreiflich erscheinen. Wenn es auch nicht gelang, diesen Gedanken quantitativ durchzuführen, so nahm man doch allgemein an, daß eine Erklärung im Rahmen der bisherigen Theorie gelingen werde, da sie so viele Freiheiten hierfür enthielt.

Nur A. H. COMPTON hat in mehreren Arbeiten auf das Unbefriedigende dieser Lage hingewiesen (4). Durch zahlreiche experimentelle Messungen des „Weicherwerdens“ der Sekundärstrahlung mit dem Komplex der Erscheinung auf das beste vertraut, hatte er selbst verschiedene Erklärungsversuche vorgeschlagen, die durch tieferes Eingehen zum Teil unter Hinzunahme neuer Hypothesen den Effekt auf klassischer Grundlage erklären sollten¹⁾. Aber keiner schien ihm ungezwungen und geeignet, die feineren Einzelheiten dieses Weicherwerdens, deren Existenz er auf Grund der Absorptionsversuche mehr ahnte als wußte, richtig wiederzugeben, so daß er zu der Überzeugung kam, daß hier eine ernstliche Schwierigkeit für die bisherige Theorie der Zerstreuung vorliegt, die dann ganz klar zutage treten mußte, wenn man alle Einzelheiten dieses Prozesses experimentell sichergestellt hatte. *Diese galt es vor allem zu fassen.* Das einzige Mittel, um über die spektrale Verteilung in der gestreuten Strahlung wirklich quantitativ Aufschluß zu erhalten, war aber die regelrechte Spektroskopierung dieser Strahlung, ein Experiment, das infolge der geringen Intensität der in einer bestimmten

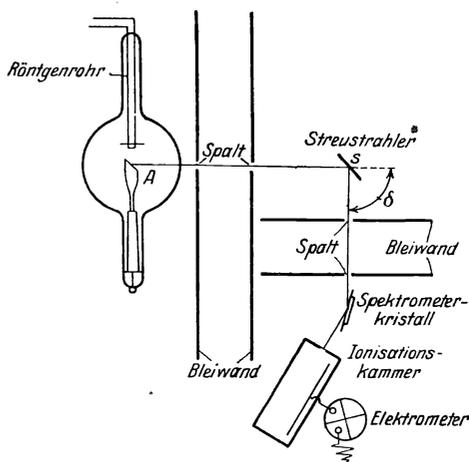


Abb. 1. Versuchsordnung zur Spektroskopierung der Sekundärstrahlung.

Erklärungsversuche vorgeschlagen, die durch tieferes Eingehen zum Teil unter Hinzunahme neuer Hypothesen den Effekt auf klassischer Grundlage erklären sollten¹⁾. Aber keiner schien ihm ungezwungen und geeignet, die feineren Einzelheiten dieses Weicherwerdens, deren Existenz er auf Grund der Absorptionsversuche mehr ahnte als wußte, richtig wiederzugeben, so daß er zu der Überzeugung kam, daß hier eine ernstliche Schwierigkeit für die bisherige Theorie der Zerstreuung vorliegt, die dann ganz klar zutage treten mußte, wenn man alle Einzelheiten dieses Prozesses experimentell sichergestellt hatte. *Diese galt es vor allem zu fassen.* Das einzige Mittel, um über die spektrale Verteilung in der gestreuten Strahlung wirklich quantitativ Aufschluß zu erhalten, war aber die regelrechte Spektroskopierung dieser Strahlung, ein Experiment, das infolge der geringen Intensität der in einer bestimmten

¹⁾ Dies führte ihn bereits 1920 zur Hypothese des rotierenden Elektrons.

Richtung gestreuten Strahlung große Schwierigkeiten bot. COMPTON hat nicht nur die sehr verdeckte schwache Stelle in der bisherigen Theorie aufgedeckt, sondern auch die großen experimentellen Schwierigkeiten der quantitativen Spektroskopie der Streustrahlung überwunden.

Die Abb. 1 zeigt schematisch die experimentelle Anordnung, welche COMPTON bei seinem ersten Versuch zur Spektroskopierung der Sekundärstrahlung verwendete. Aus der von der Antikathode *A* des Röntgenrohres kommenden Strahlung, die neben der charakteristischen *K*-Serie des Molybdäns auch noch einen kontinuierlichen Bereich von Bremsstrahlungsfrequenzen enthält, wird durch zwei Schlitzen ein Bündel

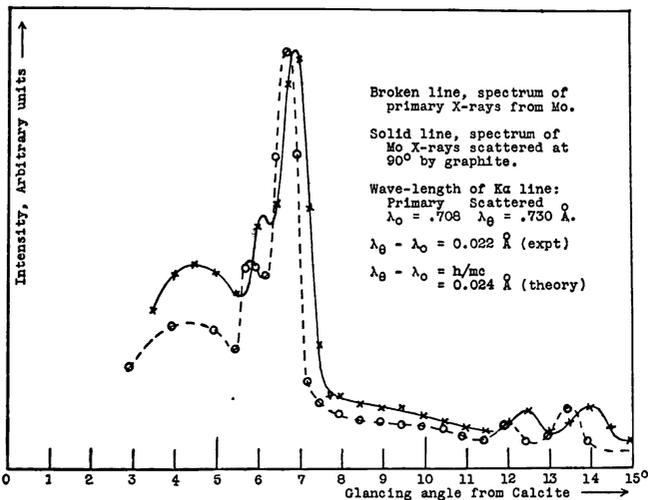


Abb. 2. Originalbild aus der COMPTONSCHEN Arbeit Phys. Rev. 21, 483, 1922, aus der zum erstenmal klar hervorging, daß die Streustrahlung eine scharfe „verschobene“ Frequenz enthält.

von definierter Richtung ausgeblendet, das auf einen Paraffinblock *S* fällt und hier nach allen Richtungen zerstreut wird. Durch ein zweites Spaltsystem wird es ermöglicht, die unter 90° austretenden Sekundärstrahlen auszublenden; sie fallen dann auf den zum Spektroskopieren verwendeten Calcitkristall, von dem sie in die Ionisationskammer (als Tertiärstrahlung) reflektiert werden. Beide Spaltsysteme können aus Intensitätsgründen nicht so eng gewählt werden, wie dies sonst beim Spektroskopieren von Röntgenstrahlen üblich ist; ihre Breite betrug etwa 1 mm.

Die Abb. 2 zeigt das erste von COMPTON mit Hilfe dieser Apparatur erhaltene Ergebnis. Die beiden Kurven stellen die Intensitäten der vom Spektrometerkristall reflektierten Strahlung als Funktion des Kristallwinkels dar. Man erkennt deutlich, daß die gestreute Strahlung (ausgezogene Linie) (Tertiärstrahlung) gegenüber der Primärstrahlung (punk-

tierte Linie) nach der Seite der größeren Winkel, d. h. der längeren Wellen verschoben ist. Man kann diesen Effekt sowohl bei der $K\alpha$ als auch bei der $K\beta$ -Linie erkennen. Weitere Versuche ergaben, daß die unter einem bestimmten Winkel (bzw. innerhalb eines schmalen Winkelbereichs) gestreute Sekundärstrahlung aus zwei voneinander scharf getrennten Frequenzen besteht: Aus der „unverschobenen“ und aus der „verschobenen“ Linie.

Die Anwesenheit einer scharfen verschobenen Linie war außerordentlich überraschend und ließ sofort erkennen, daß die früher erwähnte Erklärung der azimutal veränderlichen Absorbierbarkeit nicht zutreffen kann. Denn durch eine langsame Veränderlichkeit der azimutalen Streuintensität mit der Wellenlänge kann nicht eine scharfe verschobene Linie zustande kommen. Noch bemerkenswerter als das Vorhandensein einer monochromatischen Strahlung von anderer Frequenz war die in weiteren Versuchen entdeckte Eigenschaft dieser Strahlung, unter verschiedenen Streuwinkeln verschiedene Frequenzen zu zeigen: Die Wellenlänge der verschobenen Linie hängt vom Streuwinkel in charakteristischer Weise ab. All diese Tatsachen wurden bereits in der ersten grundlegenden Arbeit von COMPTON aufgefunden und haben sich durch eine große Zahl unternommener Versuche als völlig zutreffend erwiesen, wenn auch eine Zeitlang gegenteilige Behauptungen aufgestellt wurden, was ja bei der außerordentlichen Schwierigkeit des experimentellen Nachweises der COMPTONstrahlung keineswegs wundernehmen kann (5). Heute aber ist man wohl berechtigt zu sagen: Das Vorhandensein einer mehr oder weniger monochromatischen verschobenen Linie, deren Frequenz in ganz bestimmter Weise vom Streuwinkel und scheinbar nur vom Streuwinkel abhängt, kann als sicher gestellt gelten; noch nicht völlig klar gestellt hingegen sind eine Reihe anderer Eigenschaften dieser Strahlung, von denen im Verlauf der vorliegenden Darstellung noch des öfteren die Rede sein wird. Wir beginnen nach dieser kurzen Darstellung der Entdeckung des „COMPTON-Effektes“ mit der Schilderung der Theorie der Zerstreuung von Röntgenstrahlen durch freie Elektronen.

III. Die Streuung an freien Elektronen.

A. Die Grundlagen der Theorie.

Am einfachsten lassen sich die Gesetze des betrachteten Streueffektes übersehen, wenn man die Streuung an *freien* Elektronen betrachtet. Daß man hierbei die Bindungsenergie der Elektronen vernachlässigt, fällt in sehr vielen Fällen nicht schwer ins Gewicht, da sie besonders bei leichten Elementen gegenüber den großen Energiebeträgen mittelharter und harter Röntgenstrahlen sehr gering ist. Man kann also für die Streuung dieser Frequenzen leichte Elemente wie Li , C und Al wirklich als eine Anhäufung freier Elektronen — als ein „Elektronengas“ — ansehen.

Nun ist die wichtigste Frage: Was ergibt die klassische Elektrodynamik für die Zerstreuung von Licht durch freie Elektronen?

Um sie zu beantworten, genügt es nicht, auf die übliche THOMSONSche Betrachtungsweise zurückzugreifen, weil bei ihr die Wirkung der magnetischen Kräfte und damit der von ihnen hervorgerufene Strahlungsdruck vernachlässigt wird. Berücksichtigt man diesen Einfluß, so wird nach der klassischen Elektrodynamik das Elektronengas durch den Strahlungsdruck in der Richtung des Primärstrahles in Bewegung geraten und das von den bewegten Elektronen gestreute Licht wird verschiedene Frequenzen haben, je nach dem Winkel, den die Beobachtungsrichtung mit der Bewegungsrichtung des Elektrons einschließt. Die mit dem Azimut zunehmende Wellenlänge der verschobenen Linie würde somit aus der klassischen Theorie bei exakter Durchführung ganz gut verständlich werden, aber nicht das Vorhandensein einer *scharfen verschobenen* Linie überhaupt. Denn wenn wirklich die freien Elektronen durch den Strahlungsdruck in Bewegung gesetzt werden, so haben sie in einem bestimmten Augenblick alle ganz verschiedene Geschwindigkeiten, deren Größe von den Anfangsbedingungen, sowie von der Zahl der erlittenen Zusammenstöße abhängt, und es würde daher in eine bestimmte festgehaltene Richtung Θ von jedem einzelnen Elektron eine andere Frequenz gestreut werden, wenn man nicht eine ganz bestimmte Geschwindigkeit durch irgendwelche neue, der klassischen Theorie fremde Zusatzannahmen auszeichnen würde: Für die Frequenz der gestreuten Strahlung sind nicht alle aus den klassischen Gleichungen folgenden Geschwindigkeiten der Elektronen maßgebend, sondern man muß irgendwelche durch Quantengesetze ausgesonderte Geschwindigkeiten bevorzugen. Daraus geht hervor, daß man auf keinen Fall durch bloße Anwendung der klassischen Elektrodynamik zum Verständnis des COMPTON-Effektes gelangen kann.

H. A. COMPTON und P. DEBYE, die gleichzeitig eine Theorie der Zerstreuung von Licht an freien Elektronen entwickelten, nahmen daher von Anfang an den Standpunkt der extremen Lichtquantentheorie ein, auf deren Beschreibung zunächst eingegangen sei (6).

EINSTEIN hat im Jahre 1917 gezeigt, daß man zu dem richtigen Gleichgewicht zwischen Strahlung und Materie geführt wird (Wechselwirkung zwischen Strahlung und Translationsenergie und Innerenergie der Atome), wenn man annimmt, daß die Emission und Absorption von Licht in gerichteten Einzelprozessen erfolgt. Dadurch wird der Eindruck erweckt, daß man für viele Zwecke das Licht anstatt als Welle besser als Korpuskel von bestimmter Energie und bestimmtem Impuls betrachtet: einen Lichtstrahl von der Frequenz ν denkt man sich nach dieser Anschauung bestehend aus nebeneinander herfliegenden „Lichtquanten“, deren Energie $h\nu$ und deren Impuls $\frac{h\nu}{c}$ ist.

Diese Lichtquanten stoßen mit den Elektronen des Sekundärstrahlers zusammen und werden hierbei aus ihrer Primärrichtung abgelenkt: „zerstreut“. Die Abb. 3 zeigt die kinematischen Verhältnisse: das einfallende Lichtquant von der Frequenz ν_0 trifft auf ein Elektron e , das sich in Ruhe befunden hat, und möge hierbei nach der Richtung Θ abgelenkt werden; das Elektron erhält durch den Stoß eine bestimmte Geschwindigkeit v und bewegt sich in einer Richtung \mathcal{P} — „Rückstoßelektron“; das abgelenkte Lichtquant hat nach dem Zusammenstoß die Frequenz ν : Der Elementarprozeß der Streuung von Licht an freien Elektronen wird also in bezug auf Energie und Impulsaustausch wie ein Stoß elastischer Kugeln behandelt, wobei das Elektron eine Korpuskel von konstanter Ruhmasse m_0 und variabler Geschwindigkeit v , das Lichtquant eine Korpuskel von konstanter Geschwindigkeit c und variabler „Masse“ $\frac{h\nu}{c^2}$ darstellt. Die Wellennatur des Lichtes tritt hierbei völlig in den Hintergrund: an Stelle der für die Wellen charakteristischen Größen, Amplitude, Phase, Wellenlänge, Polarisationsrichtung bestimmen hier zunächst allein Energie und Impuls des Lichtes den Elementarvorgang, und zwar ist der Ablauf des ganzen Vorganges bei gegebener einfallender Frequenz und bei gegebener Streurichtung durch Energie und Impulssatz in allen übrigen Größen schon völlig festgelegt.

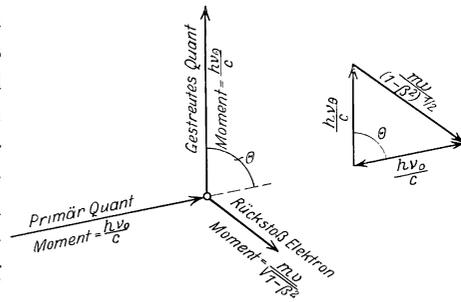


Abb. 3. Die geometrischen Verhältnisse beim Zusammenstoß eines Lichtquants mit einem Elektron.

Dabei wird der Verlauf eines solchen Vorganges (Streuung an Elektronen oder an Atomen) ganz allgemein bestimmt durch das Verhältnis der Masse des Lichtquants zur Masse des mit ihm reagierenden Gebildes. Wenn nämlich die Masse des Quants sehr klein ist gegen die Masse des elementaren Streustrahlers (weiche Strahlen, schwere Atome), dann kann man den Vorgang so beschreiben, wie die Reflexion einer leichten Kugel an einer schweren Wand: der von der Kugel (dem Lichtquant) auf die Wand (das Atom) übertragene Impuls bewirkt nur eine unendlich geringe Übertragung von Energie; der Bewegungszustand des gestoßenen schweren Systems bleibt daher unverändert. Mit wachsendem Verhältnis Masse des Lichtquants zu Masse des reagierenden Gebildes nähert sich der Vorgang immer mehr dem Stoß zweier gleichschwerer elastischer Kugeln und man muß jetzt die mit dem Impuls auf das gestoßene System übertragene Energie mitberücksichtigen. Weil im ersteren Fall das streuende System (das Atom) nur verschwindend wenig

Energie aufnimmt und daher seinen Bewegungszustand nicht ändert, werden bei der Streuung an einem festen Körper die Atome nicht aus ihren gegenseitigen Beziehungen herausgerissen; man kann die Phasenbeziehungen zwischen den einzelnen Atomen berücksichtigen und die Wellenoptik anwenden (Kristallinterferenzen der Röntgenstrahlen). Im anderen Fall aber, wo auf die streuenden Gebilde so große Energiemengen übertragen werden, daß sie aus dem Zusammenhalt mit den umgebenden Systemen herausgelöst werden können, treten keine Interferenzerscheinungen mehr auf, da die Phasenbeziehungen, die auf dem festen Zusammenhang der Beugungszentren beruhen, durch den Streuprozess selbst zerstört werden.

Nach der Lichtquantentheorie stellt sich also der Elementarprozeß der Wechselwirkung zwischen Elektron und Lichtquant folgendermaßen dar: Es wird nichts weiter vorausgesetzt, als die Gültigkeit der Erhaltungssätze für Impuls und Energie: Energie und Impuls vor und nach dem ganzen Vorgang müssen gleich sein. Es ergeben sich daher folgende Beziehungen:

$$\begin{array}{l} \text{Gesamtenergie vor dem Stoß} = \text{Energie des El. nach dem Stoß} + \text{Energie des Lichtquants nach dem Stoß} \\ h\nu_0 = \frac{1}{2}mv^2 + h\nu \end{array} \quad (3)$$

Betrachtet man das einfallende und gestreute Quant und legt eine Ebene durch ihre Impulsvektoren, so folgt aus dem Impulssatz unmittelbar, daß auch die Bewegungsrichtung des gestoßenen Elektrons in diese Ebene fallen muß, weil gar kein Impulsaustausch in einer Richtung senkrecht zu dieser Ebene bei diesem Elementarprozeß stattfindet. Es spielt sich also ein bestimmter Elementarprozeß nur in einer Ebene ab und man braucht den Impulssatz bloß in dieser Ebene (in Abb. 3 die Zeichenebene) anzuwenden. Die Impulsvektorgleichung zerfällt dann in zwei skalare Gleichungen.

$$\begin{array}{l} \text{Impuls in Richtung des Primärstrahls vor dem Stoß} = \text{Impuls des Elektrons nach dem Stoß in Richtung des Primärstrahls} + \text{Impuls des Lichtquants nach dem Stoß in Richtung des Primärstrahls} \\ \frac{h\nu_0}{c} = mv \cos \vartheta + \frac{h\nu}{c} \cos \theta \end{array} \quad (4)$$

$$\begin{array}{l} \text{Impuls senkrecht z. Richtung d. Primärstrahls v. dem Stoß} = \text{Impuls des Elektrons nach dem Stoß senkrecht zur Richtung des Primärstrahls} + \text{Impuls des Lichtquants nach dem Stoß senkrecht zur Richtung des Primärstrahls} \\ 0 = -mv \sin \vartheta + \frac{h\nu}{c} \sin \theta \end{array} \quad (5)$$

Läßt man Licht von bestimmter Wellenlänge λ_0 — bestimmter Frequenz ν_0 —

$$\nu_0 = \frac{c}{\lambda_0} \quad (6)$$

einfallen und beobachtet die gestreute Strahlung in einer bestimmten Richtung θ , so daß diese Größen durch die Versuchsanordnung fest gegeben sind, so erkennt man, daß dann der ganze Vorgang, wie schon

erwähnt, durch die Bilanzgleichungen (3), (4) und (5) völlig festgelegt ist, denn man kann aus ihnen die noch vorhandenen drei unbekanntenen Größen ν , v und ϑ berechnen; man prüft hierbei die Richtigkeit der Theorie dadurch, daß man den Impuls des gestreuten Quants durch Messung seiner Frequenz ν bestimmt und mit dem aus (3), (4) und (5) vorausberechneten Wert vergleicht. Man kann auch bei festgehaltener Primärfrequenz ν_0 in einer bestimmten Richtung ϑ die Geschwindigkeit der Rückstoßelektronen beobachten und erhält wiederum durch die Bilanzgleichungen bestimmte Werte für ν , v und Θ , die man mit den experimentell gefundenen v -Werten vergleichen kann.

Es gibt also im wesentlichen zwei Methoden, die Richtigkeit der oben dargestellten Auffassung experimentell zu prüfen:

1. Wellenlängenmessung der unter einem bestimmten Winkel Θ abgehenden Sekundärstrahlung und
2. Richtungs- und Geschwindigkeitsmessung der Rückstoßelektronen.

Um zu direkt anwendbaren Formeln zu gelangen, hat man zunächst die Gleichungen (3), (4) und (5) so umzuschreiben, daß ν bzw. v als explizite Funktionen der übrigen Größen dargestellt sind.

B. Die Berechnung der Frequenzverschiebung.

Hierzu eliminiert man aus (4) und (5) zunächst ϑ und erhält

$$\left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 + \left(\frac{h\nu}{c}\right)^2 - 2 \frac{h\nu_0}{c} \cdot \frac{h\nu}{c} \cos \Theta = m^2 v^2, \quad (7)$$

(3) und (7) werden gelöst durch die Ansätze

$$\nu = \nu_0 - \frac{h}{m_0 c^2} \nu_0^2 (\mathbf{I} - \cos \Theta) \quad (8)$$

$$v^2 = 2 \left(\frac{h}{m_0 c}\right)^2 \nu_0^2 (\mathbf{I} - \cos \Theta) \quad (9)$$

(8) und (9) befriedigen die Gleichungen (3) und (7) nicht exakt, sondern nur unter der Voraussetzung

$$h\nu_0 \ll m_0 c^2, \quad (10)$$

die Masse des primären Lichtquants muß klein sein gegen die Ruhemasse des Elektrons. Wie die Rechnung in Fällen zu führen ist, in denen diese Bedingung nicht erfüllt wird, ist später auf Seite 286 gezeigt.

Multipliziert man Gleichung (8) mit h , so besagt sie unter Berücksichtigung von (9)

$$h\nu = h\nu_0 - \frac{m_0 v^2}{2}, \quad (11)$$

daß die Energie des gestreuten Quants gleich der Energie des Primärquants, vermindert um die Elektronenenergie T , ist. Die Frequenzänderung

$$\Delta\nu = \nu_0 - \nu$$

beim Streuvorgang ist also proportional ν_0^2

$$\mathcal{A}\nu = \frac{h\nu_0^2}{m_0c^2}(1 - \cos \Theta), \quad (12)$$

und entsprechend ist die beim „Stoß“ auf das Elektron übertragene Rückstoßenergie

$$h\mathcal{A}\nu = \left(\frac{h\nu_0}{c}\right)^2 \frac{1 - \cos \Theta}{m_0} = T \quad (13)$$

Sie nimmt also mit der Primärfrequenz quadratisch, die Geschwindigkeit des gestoßenen Elektrons einfach proportional zu. Das kommt so zustande: Wenn ein Lichtquant von der Frequenz ν_0 — der Masse $\frac{h\nu_0}{c^2}$ — um einen bestimmten Winkel Θ aus seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt werden soll, ändert sich die Richtung seines Impulsvektors von \mathfrak{S}_0 in \mathfrak{S} . Um dem Impulssatz zu genügen, muß das gestoßene Elektron e einen Impuls \mathfrak{S}' erhalten, der zu \mathfrak{S} addiert \mathfrak{S}_0 ergibt; hierzu muß auf das ruhende Elektron ein bestimmter Impuls übertragen werden. Mit einer Impulsübertragung ist aber stets eine Energieübertragung verbunden, die zur Folge hat, daß die Frequenz des gestreuten Quants eine andere ist; der Impulsübertragung

$$\mathcal{A}\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_0 - \mathfrak{S} \quad (14)$$

entspricht die Energieübertragung

$$h \cdot \mathcal{A}\nu = h(\nu_0 - \nu). \quad (15)$$

Je „schwerer“ das Primärquant ist, um so mehr Impuls muß auf das Elektron abgegeben werden, um das Herausdrehen des Vektors \mathfrak{S}_0 in den Vektor \mathfrak{S} zu kompensieren, und zwar ist dieser Impuls \mathfrak{S}' proportional zu ν_0

$$|\mathfrak{S}'| = |m_0v| = \text{prop} \cdot \nu_0,$$

also auch die Geschwindigkeit v des gestoßenen Elektrons proportional ν_0 . Seine Energie ist daher proportional ν_0^2 . Um die Richtungsänderung eines Quants von der Frequenz ν_0 , um den Winkel Θ gemäß dem Impulssatz auszugleichen, muß das Quant also eine Energie abgeben, die proportional ν_0^2 geht.

Experimentell wird man direkt zunächst nicht zur Frequenzänderung $\mathcal{A}\nu$, sondern zur Wellenlängenänderung

$$-\mathcal{A}\lambda = \lambda_0 - \lambda, \quad (16)$$

geführt, die gemäß der Beziehung

$$\mathcal{A}\lambda = -\frac{c}{\nu^2}\mathcal{A}\nu \quad (17)$$

den Wert

$$\mathcal{A}\lambda = \lambda - \lambda_0 = c \frac{\nu_0 - \nu}{\nu^2} = \mathcal{A}(1 - \cos \Theta) = 2\mathcal{A} \sin^2 \frac{\Theta}{2} \quad (18)$$

erhält, wobei \mathcal{A} eine universelle Konstante von der Dimension einer Länge ist

$$\mathcal{A} = \frac{h}{m_0c} = 0,0242 \text{ \AA} \cdot 10^{-8} \text{ cm}. \quad (19)$$

Die Wellenlängenänderung ist also von der Primärwellenlänge unabhängig und bloß durch die Größe \mathcal{A} und den Streuwinkel Θ bestimmt. Dies rührt von dem Zusammenhang zwischen $\mathcal{A}\lambda$ und $\mathcal{A}\nu$ in (17) her. \mathcal{A} kann man als Wellenlänge desjenigen Lichtquants auffassen, das die Frequenz N (etwa eine zehnmal größere Frequenz als die der Wolfram $K\alpha$ -Linie)

$$N = \frac{c}{\mathcal{A}} = \frac{m_0 c^2}{h},$$

die Energie

$$hN = m_0 c^2$$

und daher eine „Masse“ besitzt, die gleich der Ruhmasse des Elektrons ist. Streut man ein solches Lichtquant unter 90° an einem Elektron, so wird genau die Hälfte der Primärenergie an das Elektron abgegeben, während die andere Hälfte als Quant von der doppelten Wellenlänge gestreut wird; bei allen längeren Wellen erhält das Elektron weniger Energie als die Hälfte, bei allen kürzeren mehr. Bei den letzteren Folgerungen ist aber die Bedingung der Ungleichung (8) nicht mehr erfüllt. Auf das Resultat hat dies aber keinen Einfluß, da die Formel (18) — wie später gezeigt — auch bei der strengen Rechnung herauskommt.

Die Forderung, daß die Wellenlängenänderung unter festgehaltenem Streuwinkel Θ von der einfallenden Frequenz unabhängig sein soll, bietet eine sehr scharfe Prüfungsmöglichkeit für diese Theorie.

Noch charakteristischer ist die Abhängigkeit der Wellenlängenänderung vom Winkel; sie verlangt ein Anwachsen proportional $\sin^2 \frac{\Theta}{2}$. Bei sehr kleinen Streuwinkeln ist also die Wellenlängenänderung sehr klein, was ebenfalls unmittelbar einleuchtet: bei kleinen Ablenkungen des primären Quants wird wenig Impuls und daher auch wenig Energie auf das Elektron übertragen; das $h\mathcal{A}\nu$ und somit auch das $\mathcal{A}\nu$ sind klein; bei Streuung unter 90° beträgt die Wellenlängenänderung \mathcal{A} , unter 180° $2\mathcal{A}$. Wesentlich ist, daß die Gleichung (18) in der Tat in jeder Richtung das Vorhandensein einer „scharfen“ verschobenen Linie fordert, gerade wie es das Experiment ergibt.

C. Die experimentelle Prüfung der Wellenlängenänderung.

Dem Experimentator erwachsen bei der Prüfung der Beziehung (18) zwei Aufgaben:

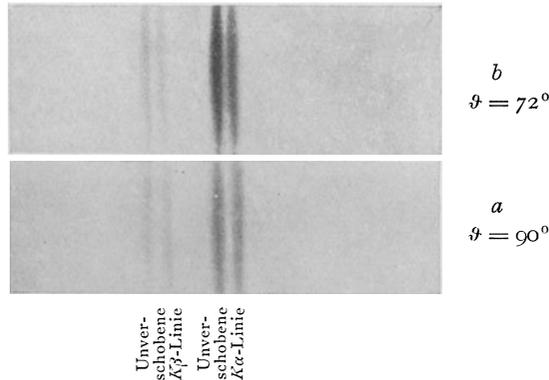
- a) Zu prüfen, ob bei festgehaltenem Θ und variablem ν_0 das $\mathcal{A}\lambda$ konstant den richtigen Wert zeigt und
- b) zu prüfen, ob bei festgehaltenem ν_0 und variablem Θ das $\mathcal{A}\lambda$ sich gemäß (18) ändert.

Beide Aufgaben sind von verschiedenen Forschern sowohl nach der photographischen als auch nach der ionometrischen Methode gelöst worden (7). Die Versuchsergebnisse siehe Tab. S. 318.

Tabelle 1.

Verwendete Strahlung	λ_0	$\Delta\lambda$ bei $\theta = 90^\circ$ in X.E.	Beobachter
<i>W_o K</i>	0,203	$\sim 24,0$	[DE BROGLIE, P. A. ROSS, DUANE und ALLISON
<i>Ag K</i>	0,500	22,3	[DE BROGLIE HAGEN
<i>Mo K</i>	0,708	32,2	COMPTON u. a.
<i>Au L</i>	1,100	24,0	DAUVILLIER
<i>Zn K</i>	1,436	23,8	KALLMANN und MARK
<i>Cu K</i>	1,541	$\sim 24,0$	DAUVILLIER

Die Abbildung 4 zeigt das Spektrogramm der an Graphit gestreuten *Mo K*-Serie. Da die Spaltbreiten bei der Spektroskopierung ziemlich

Abb. 4. Spektrum der an Graphit gestreuten *Mo K*-Serie.

groß waren, ist das *K α* - und *K β* -Doublett in sich nicht mehr aufgespalten; man sieht nur eine *K α* - und *K β* -Linie. Neben diesen beiden sieht man aber sehr deutlich zwei schwächere „verschobene“ Linien, deren Entfernung von den Primärlinien bei der Streuung unter $\theta = 90^\circ$ größer ist als bei der Streuung unter $\theta = 72^\circ$.

Im Bereich von $\lambda_0 = 0,203$ bis $\lambda_0 = 1,54 \text{ \AA}$ ist also die Richtigkeit der Gleichung (18) durch spektroskopische Messung von $\Delta\lambda$ sichergestellt. Aber auch noch bei viel kürzeren Wellenlängen — im Gebiet der γ -Strahlen — ist die Gültigkeit von (18) durch Absorptionsmessungen zwar nicht in dem quantitativen Maß sichergestellt, wie zwischen 0,2 und 1,5 \AA , aber doch qualitativ sehr wahrscheinlich gemacht (8).

Das experimentelle Material, das zur Prüfung der Frage b) gesammelt wurde, enthält die Tabelle 2.

Die Abbildung 5 zeigt die Intensitätskurven, die man erhält, wenn man *Mo K*-Strahlung unter verschiedenen Winkeln an Graphit zerstreut und dann spektroskopiert. Man sieht sehr deutlich, daß die

Tabelle 2.

λ_0	$\Delta\lambda$					Beobachter
	30°	45°	60°	90°	135°	
0,708	4,0	7,0	13,0	24,0	40,5	COMPTON und WOO
1,436	4,0	7,0	11,6	23,8	40,0	KALLMANN und MARK
Von Gl. (17) geforderte Werte für $\Delta\lambda$ in X. E.	3,24	7,1	12,1	24,2	41,5	

gestreute Strahlung aus zwei Komponenten besteht, deren Abstand — $\Delta\lambda$ — mit steigendem Streuwinkel zunimmt.

Man sieht, daß auch in diesem Punkte die Erfahrung die Gleichung (19) vollauf bestätigt.

Als Streustrahler wurden zu allen bisher erwähnten Fällen leichte Elemente (*H, Li, B, C, Al* usw.) genommen, um die Voraussetzung verschwindender Bindungsenergie der Elektronen, die implizite der Ableitung von (18) zugrunde liegt, möglichst zu erfüllen. Wie sich die Verhältnisse ändern, wenn schwerere Elemente mit fester gebundenen Elektronen als Streustrahler verwendet wurden, wird im Kapitel 8 dargestellt werden.

Bei der Spektroskopierung der Sekundärstrahlung, die zu den Ergebnissen der Tab. 1 und 2 geführt hat, ist man aus Intensitätsgründen meist genötigt, nur ein sehr kleines Frequenzbereich zu spektroskopieren, besonders dann, wenn man photographisch arbeitet.

Denn um hierbei überhaupt eine verschobene Linie zu erhalten, ist es bei Anwendung der besten Röntgenrohre nötig, 80 und mehr Stunden zu exponieren, wobei sich der Kristall die ganze oder fast die ganze Zeit in Reflexionsstellung in bezug auf die fragliche Wellenlänge befinden muß. Man kann ihn also nicht durch einen größeren Winkelbereich durchdrehen und die Wellenlänge der verschobenen Linie absolut aus dem Auftreten mehrerer Ordnungen

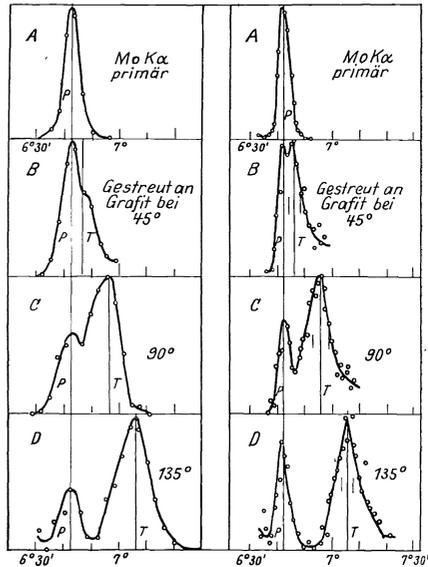


Abb. 5. Ionometrisch spektroskopierte Streustrahlung unter verschiedenen Streuwinkeln.

bestimmen. Vielmehr errechnet man die Wellenlänge λ aus der Lage „der COMPTON-Linie“ zu bestimmten Bezugslinien. Als solche können verschiedene Linien verwendet werden.

a) Man kann vor oder nach der Analyse der Sekundärstrahlung die Antikathode des Röntgenrohres an die Stelle des Streustrahles bringen und das direkte Licht ganz kurz mit engem Spalt spektroskopieren. Man erhält dann eine scharfe Linie, von der man weiß, daß ihr die Wellenlänge λ_0 zukommt und kann dann $\Delta\lambda$ direkt aus dem Abstand der „COMPTON-Linie“ von dieser Vergleichslinie und aus den Konstruktionsgrößen des Spektrographen berechnen.

b) Unter Umständen kann man die Fluoreszenzstrahlung der Streusubstanz, die an dem Kristall mitspektroskopiert wird, als Bezugslinien verwenden. Dieses Verfahren ist aber nur anwendbar, wenn der Streustrahler ein Element mit einer Ordnungszahl etwa oberhalb 26 enthält. In dieser Weise wurde die *Ag*- und *Sn*-Fluoreszenzstrahlung für die verschobene *Mo*- bzw. *Cu*-Linie als Bezugswellenlänge verwendet.

c) Die Erfahrung hat gezeigt, daß unter Umständen in der Streustrahlung neben der COMPTON-Linie auch noch Intensität von der Wellenlänge λ_0 vorhanden ist und zwar um so mehr, je fester die Elektronen gebunden sind und je kleiner $h\nu$ ist. Diese „unverschobene“ Linie, deren Wellenlänge bisher stets in Übereinstimmung mit der Primärwellenlänge λ_0 gefunden wurde, bietet eine willkommene Bezugslinie für die Bestimmung von $\Delta\lambda$: man kann sich das direkte Exponieren der Primärstrahlung meist ersparen, da in der Sekundärstrahlung ohnehin genug λ_0 -Intensität vorhanden ist.

Das Vorhandensein einer unverschobenen Linie ist leicht durch den Vorgang der Zerstreung an Atomen zu erklären, wie bereits in der Einleitung erwähnt worden ist; bei diesem Streuvorgang nimmt das ganze Atom den Impuls der Strahlung auf. Wegen der großen Masse ist die auf das Atom übertragene Energie und mit ihr auch die Wellenlängenänderung sehr klein und die Linie liegt praktisch an der Stelle der Primärwellenlänge.

Bei der experimentellen Prüfung von (18) erfolgt also die Messung von $\Delta\lambda$ stets mit Hilfe einer der erwähnten Bezugslinien; meist verwendet man die „unverschobene“ Linie, deren Lage ein sehr genaues Maß für λ_0 abgibt und daher für die Vermessung der Lage der COMPTON-Linie eine sichere Basis liefert. Nur wenn die einfallende Strahlung hart ist, ein leichter Streustrahler vorliegt, und unter größeren Winkeln Θ spektroskopiert wird, kann unter Umständen $h\nu$ so groß werden, daß alle vorhandenen Elektronen sich so verhalten, als wären sie frei. Dann verschwindet — wie die Erfahrung gelehrt hat — die unverschobene Linie völlig. Man erhält dann in dem Spektrogramm der Sekundärstrahlung überhaupt nur *eine* Linie, deren Wellenlänge man nur bestimmen kann, wenn man eine künstliche Bezugslinie mitphotographiert. (Siehe Kapitel über gebundene Elektronen.)

Bei der Spektroskopie der gestreuten $M\alpha$ - K -Strahlung ist es gelungen, alle vier Linien dieser Serie; α' , α , β und γ sowohl in dem unverschobenen Teil des Spektrums als auch als „verschobene“ Linien nachzuweisen. Aus dem bekannten Wellenlängenabstand der verschiedenen Komponenten dieser Serie ergibt sich eine weitere Möglichkeit $\Delta\lambda$ zu bestimmen, was um so mehr von Wichtigkeit ist, als nunmehr keine Konstruktionsgröße des Spektrographen bei der Auswertung mehr verwendet wird. Die experimentelle Anordnung, die bei all diesen Versuchen im Prinzip die gleiche ist, geht aus der Abb. 6 wohl genügend hervor. Die Hauptpunkte bei solchen Versuchen sind die folgenden:

a) Sorgfältige Abschirmung falscher Streustrahlung.

b) Wegen der geringen (sekundär) Intensität ist es nötig, mit dem Streustrahler möglichst nahe an die Antikathode heranzugehen. Es werden daher meist spezielle Rohrkonstruktionen hierbei verwendet (Abb. 7).

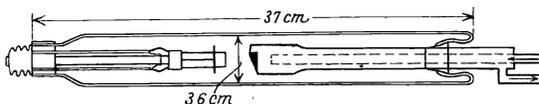


Abb. 7. Die Abbildung zeigt das von COMPTON verwendete Rohr, welches gestattet, mit dem Streustrahler sehr nahe an die Antikathode heranzugehen.

c) Die Wellenlängenänderung ist nicht sehr groß, daher muß das Auflösungsvermögen der verwendeten Anordnung stets ein verhältnismäßig großes sein.

D. Die Verfeinerung der Theorie.

Wir haben gesehen, daß die Beziehung (18), die durch bloße Anwendung des Impuls- und Energiesatzes auf den quantenhaften Elementarprozeß erhalten wurde, ein mit der Erfahrung weitgehend übereinstimmendes Ergebnis liefert.

Bei der Ableitung der für den Vergleich mit dem Experiment maßgebenden Gleichung (18) sind aber noch gewisse Vernachlässigungen gemacht worden, die das Ergebnis fälschen könnten. Es wurde

a) von der relativistischen Massenänderung des gestoßenen Elektrons und

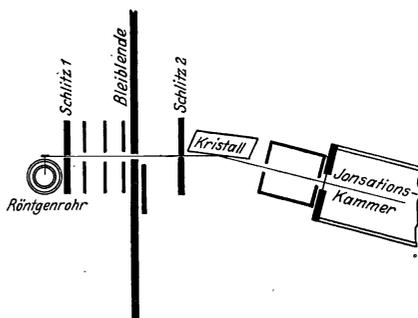


Abb. 6. Bei dieser Versuchsanordnung ist der Streustrahler sehr nahe an die Antikathode gerückt; es ist ferner durch zahlreiche Spalte für eine vollkommene Abschirmung der diffusen Streustrahlung gesorgt.

b) von einem eventuellen schon vor dem Zusammenstoß vorhandenen Bewegungszustand des Elektrons abgesehen.

Die erstere Vernachlässigung macht sich dann bemerkbar, wenn so harte Strahlen gestreut werden, daß $h\nu$ und damit die Geschwindigkeit des Rückstoßelektrons sehr groß werden. An Stelle von (3), (4) und (5) treten dann die Gleichungen

$$h\nu_0 = m_0 c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right\} + h\nu \quad (3a)$$

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos \vartheta + \frac{h\nu}{c} \cos \Theta \quad (4a)$$

$$0 = -\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \vartheta + \frac{h\nu}{c} \sin \Theta \quad (5a)$$

m_0 ist hierin die Ruhmasse des Elektrons und β das Verhältnis $v:c$. Die Auflösung dieser Gleichungen liefert die „exakte“ Frequenz der gestreuten Strahlung und die „exakte“ Rückstoßenergie T des Elektrons; man erhält statt (8) und (9)

$$\nu = \frac{\nu_0}{1 + \frac{h\nu_0}{m_0 c^2} (1 - \cos \Theta)} \quad (8a)$$

$$\lambda - \lambda_0 = 2 \mathcal{A} \sin^2 \frac{\Theta}{2} \quad (18a)$$

Es kommt also für die Wellenlängenänderung (nicht für die Frequenzänderung) genau dasselbe heraus wie früher. Hingegen erhält man für die Rückstoßenergie T des Elektrons

$$T = h\nu_0 \frac{1 - \cos \Theta}{\frac{m_0 c^2}{h\nu_0} + 1 - \cos \Theta} \quad (13a)$$

Die beim Spektroskopieren maßgebende Beziehung (18) bleibt also auch bei Berücksichtigung der relativistischen Veränderlichkeit der Elektronenmasse erhalten; sie gilt auch für die Wellenlängenänderung von γ -Strahlen (9).

Weiter wurde bei der Ableitung von (18) bisher vorausgesetzt, daß das gestoßene Elektron vor dem Prozeß ruht. Es wäre aber durchaus möglich, daß die Elektronenbewegung in den Atomen einen Einfluß auf den Streuprozeß hat und es ist daher eine Verfeinerung der Theorie auch in dieser Richtung notwendig (10) (s. S. 314, wo die Bewegung der Elektronen im Atom berücksichtigt wird).

Wenn das Elektron vor dem Zusammenstoß mit dem Lichtquant eine bestimmte Anfangsgeschwindigkeit v_0 besitzt, die mit der Primärrichtung des Quants den Winkel ϑ_0 einschließt, so lauten Energie- und Impulssatz

$$m_0 c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_0^2}} - 1 \right\} + h\nu_0 = m_0 c^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right\} + h\nu \quad (3b)$$

$$\frac{m_0 v_0}{\sqrt{1 - \beta_0^2}} \cos \mathcal{J}_0 + \frac{h\nu_0}{c} = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cos \mathcal{J} + \frac{h\nu}{c} \cos \Theta \quad (4b)$$

$$0 = -\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \mathcal{J} \sin \varphi + \frac{h\nu}{c} \sin \Theta \sin \Phi \quad (5b)$$

$$-\frac{m_0 v_0}{\sqrt{1 - \beta_0^2}} \sin \mathcal{J}_0 = -\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \beta^2}} \sin \mathcal{J} \cos \varphi + \frac{h\nu}{c} \sin \Theta \cos \Phi. \quad (5'b)$$

Es treten jetzt eben auf die linken Seiten der Bilanzgleichungen die auch vor dem Stoß bereits vorhandenen Energie- und Impulsbeträge des Elektrons zu denen des Quants hinzu. Der Impulssatz zerfällt hier in drei skalare Gleichungen, da der ganze Vorgang sich jetzt nicht mehr in einer Ebene abzuspielen braucht. Die Richtung des gestreuten Quants ist daher jetzt durch Θ und Φ , die des gestoßenen Elektrons durch \mathcal{J} und φ gegeben. Führt man zur Lösung dieser Gleichungen nach DE BROGLIE den Winkel ψ ein, den die Endrichtung ($\Theta \Phi$) des Lichtquants mit der Anfangsrichtung (\mathcal{J}_0) des Elektrons einschließt, so erhält man

$$\nu = \nu_0 \frac{1 - \beta_0 \cos \mathcal{J}_0}{1 - \beta_0 \cos \psi + \sqrt{1 - \beta_0^2} \frac{\mathcal{A}}{\lambda_0} (1 - \cos \Theta)} \quad (8b)$$

$$\mathcal{A} \lambda = \frac{\lambda_0 \cdot \beta_0 (\cos \mathcal{J}_0 - \cos \psi) + \sqrt{1 - \beta_0^2} \mathcal{A} (1 - \cos \Theta)}{1 - \beta_0 \cos \mathcal{J}_0} \quad (18b)$$

Diese beiden Gleichungen enthalten den COMPTON-Effekt und DOPPLER-Effekt von einem einheitlichen (quanten-theoretischen) Standpunkt dargestellt. Diese Gleichungen erhält man aus (3b), (4b), (5b) und (5'b) am besten dadurch, daß man auf ein Koordinatensystem transformiert, in dem das Elektron vor Beginn des Prozesses ruht; für dieses neue System gelten die Gleichungen des gewöhnlichen COMPTON-Effektes $\mathcal{A} \lambda$ unabhängig von λ . Man hat dann nur die einfallende Frequenz auf das neue System umzurechnen, und dann die im neuen System gestreute Frequenz unter Berücksichtigung der Streurichtung wieder auf das alte.

Setzt man hierin $\frac{v_0}{c} \ll \frac{\mathcal{A}}{\lambda_0}$, so erhält man die Gleichungen (8a) und (18). Wenn andererseits

$$\frac{v_0}{c} \gg \frac{\mathcal{A}}{\lambda_0}$$

ist, geht die Gleichung (18b) über in

$$\mathcal{A} \lambda = \lambda_0 \frac{\frac{v_0}{c} (\cos \mathcal{J}_0 - \cos \psi)}{1 - \frac{v_0}{c} \cos \mathcal{J}_0} \quad (18'b)$$

und liefert den gewöhnlichen DOPPLER-Effekt bei der Streuung an einem bewegten Elektron. Ein solcher Einfluß wäre am ehesten dann zu

erwarten, wenn $\frac{A}{\lambda_0}$ sehr klein wird, also bei der Zerstreuung langwelliger Strahlen. Streut man z. B. eine Strahlung von 2 \AA Wellenlänge, so hat $\frac{A}{\lambda_0}$ etwa den Wert $0,01$. Die Geschwindigkeit v_0 müßte also etwa 10 vH der Lichtgeschwindigkeit betragen, um ein merkliches Zurücktretten des COMPTON-Effektes neben dem DOPPLER-Effekt zu erreichen. Da bei den lockerst gebundenen äußeren Elektronen bei Benutzung der üblichen Röntgenstrahlung die Bedingung $\frac{v_0}{c} \ll \frac{A}{\lambda_0}$ annähernd erfüllt ist, hat man stets auch das Auftreten der COMPTON-Linien zu erwarten.

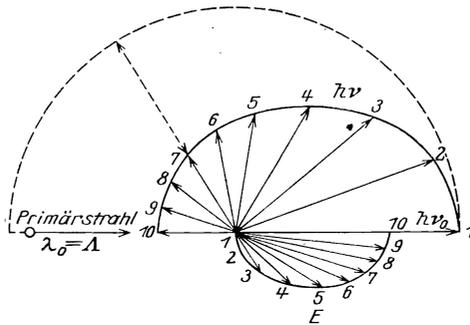


Abb. 8. Verteilung der Rückstoßelektronen und Streuquanten.

Man sieht also aus der eben dargestellten Verfeinerung der ursprünglichen Ansätze, daß die experimentell so gut bestätigte Gleichung (18) hiervon nicht wesentlich berührt wird, wenigstens nicht in dem Wellenlängengebiet, in dem das Erfahrungsmaterial vorliegt.

IV. Richtung und Geschwindigkeit der Rückstoßelektronen.

Eine andere Möglichkeit, die Quantentheorie der Zerstreuung zu prüfen, bildet die Untersuchung der Rückstoßelektronen. Zunächst folgte aus der Annahme, daß der Elementarprozeß der Streuung (Wiederausstrahlung) gerichtet vor sich geht, gemäß den Ansätzen (3), (4) und (5) eine ganz charakteristische Verteilung der Rückstoßelektronen, die aus der Abb. 8 entnommen werden kann. Diese Abbildung, welche einer Arbeit von DEBYE entstammt, veranschaulicht sehr schön die bei der COMPTON-Streuung herrschenden Stoßverhältnisse. In ihr wurden die den verschiedenen Streuwinkeln (von 20° zu 20°) zukommenden $h\nu$ -Werte des gestreuten Quants als die Pfeile 1—10 nach oben hin aufgetragen. Der Pfeil 1 gibt durch seine Länge die Energie des einfallenden Lichtquants von der Wellenlänge $\lambda_0 = A$ an, während die Länge der anderen Pfeile stets proportional der Energie des in die betreffende Richtung gestreuten Quants $h\nu$ ist.

So ist z. B. — das geht aus Gleichung (18) hervor — die Energie des unter 90° gestreuten Quants (zwischen Pfeil 5 und 6) gerade $\frac{h\nu_0}{2}$, die Energie des unter 180° gestreuten Quants (Pfeil 10) $\frac{h\nu_0}{3}$. Nach unten sind ebenfalls 10 Pfeile (1' bis 10') aufgetragen; Pfeil 1' und 2' sind wegen ihrer Kleinheit nicht gezeichnet, deren Richtung angibt, wie das Rückstoßelektron herausfliegt, während ihre Größe proportional der Energie T des gestoßenen Elektrons ist. Je zwei zusammengehörige Pfeile (einer nach oben, einer nach unten) ergänzen sich jeweils zu der Primärenergie $h\nu_0$, wie dies z. B. für die beiden Pfeile 7 und 7' gezeichnet ist. Man sieht aus der Abbildung, daß bei sehr kleinen Ablenkungen des Lichtquants die Elektronen fast senkrecht zu der Primärstrahlrichtung herausfliegen. Dieses auf den ersten Blick vielleicht überraschende Resultat kann man sich aus den Gleichungen unmittelbar verständlich machen. Der Impuls, den das Quant auf das Elektron in Richtung des Primärstrahls überträgt, ist $G_p = \frac{h\nu_0}{c} - \frac{h\nu_0}{c} \cos \Theta$, und der senkrecht hierzu übertragene Impuls ist gleich $G_s = \frac{h\nu_0}{c} \sin \Theta$. Für kleine Winkel gibt dies $G_p = \frac{h\nu_0}{c} - \frac{h\nu_0}{c} + b \Theta^2$ und $G_s = \frac{h\nu_0}{c} \Theta$, also ist für kleine Θ in der Tat der Betrag von G_s sehr viel größer als der von G_p , und das Elektron fliegt senkrecht heraus, da $\frac{G_s}{G_p} \sim \frac{1}{\Theta}$ also sehr groß für kleine Θ ist¹⁾.

Je weiter das Lichtquant abgelenkt wird, um so mehr dreht sich der Geschwindigkeitsvektor des Elektrons (um dem Impulssatz zu genügen) nach vorn.

Für die Verteilung der Rückstoßelektronen folgt also eine Bevorzugung der „emergenten“ Richtung, wobei die Geschwindigkeit gleichzeitig mit abnehmendem ϑ zunimmt. Untersuchungen über die azimutale Verteilung der Sekundärelektronen hatten bereits vor Entdeckung des COMPTON-Effektes (II) ergeben, daß zwar in der Umgebung von $\vartheta = 90^\circ$ eine starke Anhäufung der Sekundärelektronen zu finden ist, wie dies der Fall sein muß, wenn *alle* Sekundärelektronen Photoelektronen sind, da dann nach der klassischen Theorie ihre Austrittsrichtung mit der Schwingungsrichtung des elektrischen Vektors zusammenfallen muß. Aber die Anhäufung liegt nicht symmetrisch in bezug auf $\vartheta = \frac{\pi}{2}$, sondern zeigt eine deutliche Betonung der Seite kleinerer Azimute. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß nicht *alle* Elektronen Photoelek-

¹⁾ Die Verhältnisse ähneln denjenigen beim Zusammenstoß zweier Elektronen, von denen das eine ruht, während das andere Geschwindigkeit besitzt. Wenn der Stoß so erfolgt, daß das bewegte Elektron nur sehr wenig aus seiner Bahn abgelenkt wird, erfolgt auch hier die Bewegung des gestoßenen Elektrons zunächst senkrecht zur Bahn des bewegten.

tronen sind, sondern daß auch Rückstoßelektronen vorkommen, die alle unter einem Winkel $\vartheta \ll \frac{\pi}{2}$ herausfliegen und daher im Gesamtbild eine Bevorzugung der kleineren Austrittswinkel ergeben. Die Erfahrung spricht also auch hier qualitativ durchaus zugunsten der Lichtquantenvorstellung.

Ebenfalls schon lange vor Entdeckung des COMPTON-Effektes ist man bei der Spektroskopierung der β -Strahlen darauf aufmerksam geworden, daß bei diesen Spektren stets ein starker kontinuierlicher Untergrund auftrat, von dessen Herkunft man sich zunächst kein deutliches Bild machen konnte. Der COMPTON-Effekt gibt — wie L. MEITNER gezeigt hat — eine einfache Erklärung hierfür, wenn man annimmt,

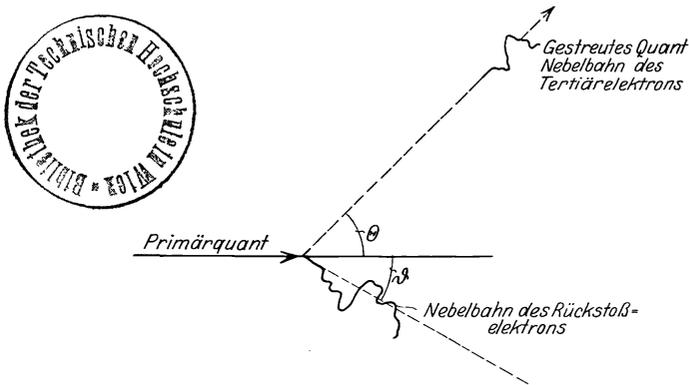


Abb. 9. Schematische Darstellung der Nebelbahnen beim Versuch von COMPTON und SIMON.

daß dieses kontinuierliche Elektronenspektrum von den Rückstoßelektronen herrührt, die durch die harte γ -Strahlung freigemacht werden (12).

H. A. COMPTON und W. SIMON haben einen anderen Versuch gemacht, der eine noch eingehendere Prüfung des in Abb. 8 dargestellten Stoßmechanismus ermöglicht (13). Läßt man nämlich in eine WILSONSche Nebelkammer ein dünnes, sehr hartes Röntgenstrahlbündel fallen, so werden an den Elektronen der Gasfüllung gelegentlich auch COMPTONSche Streuprozesse stattfinden. Sie haben zur Folge, daß verhältnismäßig rasche Rückstoßelektronen entstehen, die sich durch ihre Nebelbahnen bemerkbar machen. Diese Bahnen haben im allgemeinen eine gekrümmte und unübersichtliche Form, immerhin ist man in der Lage, aus ihrer Anfangsrichtung beiläufig abzuschätzen, in welche Richtung das Elektron ursprünglich geflogen ist, während die Gesamtlänge des Nebelweges etwa proportional der Größe der Rückstoßenergie T ist: der Vektor v (Pfeil nach unten in Abb. 8) läßt sich also hierdurch

qualitativ direkt bestimmen. Wenn man ihn kennt, kann man gemäß Abb. 8 den dazugehörigen „Quantenpfeil“ finden: man weiß, in welche Richtung das Lichtquant zerstreut worden ist. Es wurde nun nachgesucht, ob man beim Fortschreiten in dieser Richtung auf die Anfangspunkte tertiärer Photoelektronen stößt, da ja das gestreute Quant so gut wie das primäre in der Lage ist, Photoelektronen auszulösen und sich hierdurch sichtbar zu machen (Abb. 9). In der Tat wurde gefunden, daß sich stets in der aus dem ν des Rückstoßelektrons berechneten Richtung Anfangspunkte von tertiären Elektronenbahnen befanden. Die Abb. 10 zeigt schematisch die Erscheinungen in der WILSON-Kammer, die auf Grund der Abb. 8 zu erwarten sind.

Wenn auch die Messung der beiden Winkel ϑ und Θ hier nur ganz roh erfolgen konnte, so bietet doch dieser Versuch eine eindrucksvolle

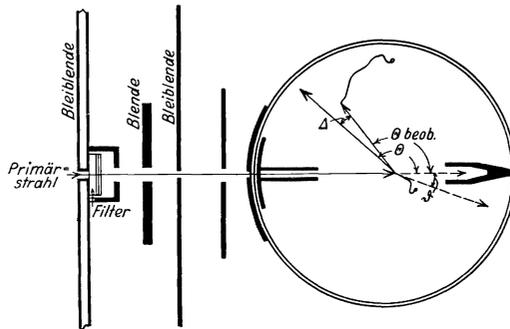


Abb. 10. Versuchsanordnung zur Prüfung des Schemas der Abb. 8 in der WILSON-Kammer (nach COMPTON und SIMON).

volle qualitative Bestätigung der in Abb. 8 veranschaulichten Forderungen des Lichtquanten-Stoßmechanismus. Er bestätigt also tatsächlich die Annahme, daß die Streuung nach den verschiedenen Richtungen Θ in einzelnen gerichteten Elementarprozessen besteht.

Ein weiterer, sehr wichtiger Versuch, der die Zweckmäßigkeit der Lichtquantenvorstellung in Evidenz setzt, ist der von BOTHE und GEIGER (14) durchgeführte Nachweis der zeitlichen Koinzidenz der beiden in Abb. 8 enthaltenen durch den Stoßvorgang gekoppelten Prozesse: Streuung des Lichtquants und Wegfliegen des Rückstoßelektrons. Während nämlich der Lichtquantenmechanismus fordert, daß immer dann, wenn ein Quant gestreut wird, auch ein Elektron wegfliegen muß, haben BOHR, KRAMERS und SLATER eine Theorie für die Streuvorgänge gegeben (15), die keine so strenge Verknüpfung zwischen diesen beiden Prozessen voraussetzt. Nach ihr sollen für den Elementarprozeß der Absorption, Emission oder Zerstreung die Sätze der Erhaltung von Impuls und Energie keine strenge, sondern nur statistische Gültigkeit haben: es kann vorkommen, daß ein Lichtquant „gestreut“ wird, ohne

daß ein Elektron wegfliet; es kann auch einmal ein Elektron fortfliegen, ohne daß ein Lichtquant gestreut wird. Welche von den beiden Anschauungen zutrifft, wurde von BOTHE und GEIGER durch ein Experiment von überzeugender Beweiskraft geprüft.

Denkt man sich in Abb. 8 an die obere und untere Seite des in der Mitte befindlichen Streustrahlers je einen GEIGERSchen Spitzenzähler gebracht, der nicht nur die Richtung und Größe der Pfeile, sondern

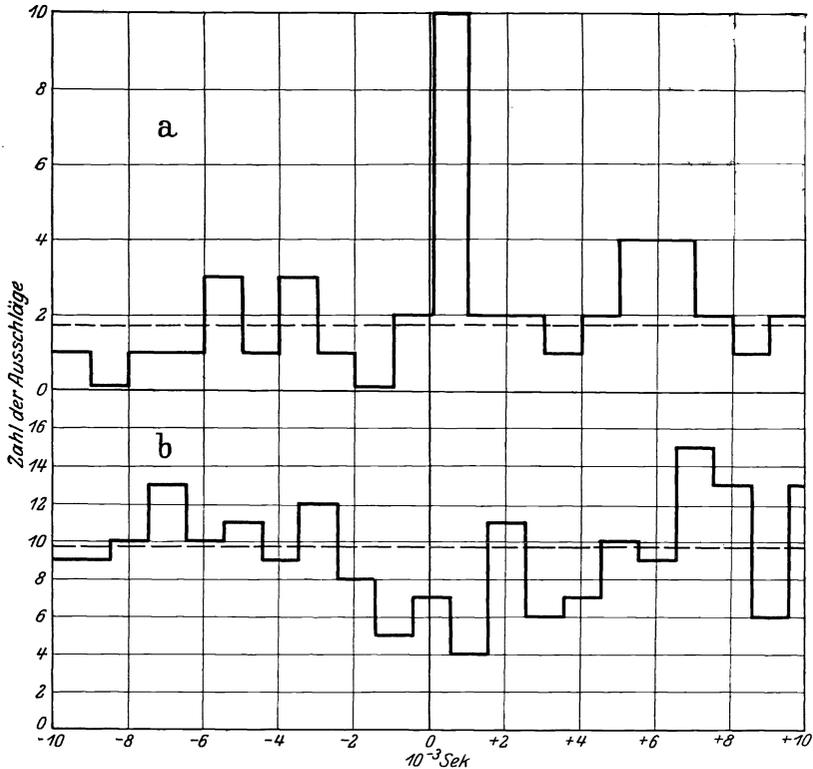


Abb. 11. Ergebnis des BOTHE-GEIGERSchen Versuches (nach BOTHE-GEIGER).

auch den Moment ihres Auftretens festhält, so kann man sehen, ob die zueinandergehörigen Quanten- und Elektronenpfeile auch — wie es die Lichtquantentheorie fordert — gleichzeitig auftreten oder nicht. Der Versuch, zu dessen Durchführung eine wesentliche Verbesserung der Zählkammer notwendig war und dessen unmittelbare Ergebnisse photographisch registriert wurden, ergab mit voller Bestimmtheit, daß die beiden Prozesse *gleichzeitig* erfolgen. Die Abb. 11 zeigt eine der von BOTHE und GEIGER aufgenommenen Registrierungskurven; sie zeigt ein starkes Maximum in der Umgebung von $t = 0$, d. h. es kommt sehr häufig vor, daß zwei Prozesse zeitlich zusammenfallen, während es sehr

selten eintritt, daß entweder nur der Quantenzähler oder nur der Elektronenzähler allein ausschlägt. An und für sich kommen zwar solche isolierte Ausschläge vor — wie das auch bei Zählern geschieht, die überhaupt nicht angeregt werden (spontane Ausschläge) — aber sie sind nicht häufiger, als es durch die Statistik gegeben wird, während die Wahrscheinlichkeit, daß die beobachteten Koinzidenzen zufällig sind, nur von der Größenordnung 10^{-4} ist. Durch diesen Versuch ist also die von der Lichtquantentheorie geforderte Gleichzeitigkeit der beiden Prozesse außer jeden Zweifel gerückt. Ein weiterer wichtiger Versuch ist von KIRCHNER an Rückstoßelektronen ausgeführt worden. Da es sich aber bei ihm um eine Folge der Polarisation der COMPTON-Strahlung handelt, werden wir ihn erst später (S. 309) besprechen. Er beweist im wesentlichen, daß eine weitere Folgerung aus der Annahme eines gerichteten Elementarprozesses gemäß den Gleichungen (3), (4) und (5) zutrifft.

Überblickt man das bisher vorliegende experimentelle Material, so sieht man, daß sowohl die Untersuchungen über die Frequenz der gestreuten Strahlung, als auch die Ergebnisse der Rückstoßelektronen-Experimente die Vorstellungen der Lichtquantentheorie (gerichtete Ausstrahlung) weitgehend bestätigen. Auch vom theoretischen Standpunkt wird man die große Einfachheit und innere Konsequenz der extremen Lichtquantenauffassung als Vorteil empfinden.

Trotzdem ist es notwendig, sich genau darüber Rechenschaft zu geben, inwieweit die experimentell festgestellten Tatsachen nicht vom Standpunkt der klassischen Elektrodynamik verständlich gemacht werden könnten. Denn selbst wenn eine solche klassische Erklärung gegenüber der Lichtquantentheorie gekünstelt erschiene, müßte man doch immer bedenken, daß sie einem Boden entstammt, der auch die für die befriedigende Wiedergabe aller Interferenzphänomene tauglichen Anschauungen geliefert hat. Gerade beim gegenwärtigen Stand der Dinge, der noch keine klare Überlegenheit der einen oder der anderen Anschauung ergibt und auch noch nicht erkennen läßt, welche Verschmelzung von Lichtquanten und Lichtwellen die Erfahrungstatsachen am besten darzustellen vermag, ist es notwendig, genau zu wissen, was jede der beiden Theorien leistet und an welchen Stellen die klassischen Vorstellungsweisen abgeändert werden müssen.

Es muß aber schon hier mit aller Deutlichkeit betont werden, daß die klassischen „Ersatz“theorien, wie wir sehen werden, keine vollständige mit der Erfahrung übereinstimmende Beschreibung des Elementarprozesses liefern. Die Erfahrung bestätigt hier vielmehr immer wieder die Lichtquantenvorstellung. Man kann also in den Versuchen über den COMPTON-Effekt, insbesondere in den Versuchen an Rückstoßelektronen einen deutlichen Hinweis darauf sehen, daß offenbar die Ausstrahlung wenigstens in bezug auf Energie und Impuls quanten-

mäßig und gerichtet vor sich geht. Die exakte Durchführung eines „COMPTON- und SIMON-Versuches“ würde hierüber eindeutig entscheiden.

V. Die klassischen Erklärungsversuche für den Comptoneffekt.

Wie schon in der Einleitung angegeben wurde, liefert die klassische Theorie im DOPPLER-Effekt sehr wohl die Möglichkeit, eine Änderung der gestreuten Frequenz mit dem Winkel zu erklären, macht aber nicht das Vorhandensein einer *scharfen* verschobenen Linie verständlich. Hier muß sie vielmehr durch eine *Zusatzannahme* ergänzt werden, die das offenbar in der Natur vorhandene quantenhafte Element auch in die Gleichungen der klassischen Theorie hineinbringt.

Alle Versuche, ein klassisches Ersatzbild für den COMPTON-Effekt zu geben, gehen auf die von COMPTON bereits in seiner ersten Arbeit betonte Tatsache zurück, daß der COMPTON-Effekt nichts anderes ist als die quantentheoretische Modifikation der klassischen Streuung unter Berücksichtigung des DOPPLER-Effektes.

Wenn nämlich eine Welle von der Frequenz ν_0 auf ein Elektron auffällt, das sich in der Primärrichtung $\Theta = 0$ mit der konstanten Geschwindigkeit $v_0 = \beta c$ bewegt, so führt dieses nach der Elektrodynamik erzwungene Schwingungen von der Frequenz

$$\nu' = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 + \beta} \quad (20)$$

aus. Diese Schwingungen erzeugen Sekundärwellen, deren Frequenz für einen relativ zu dem Elektron ruhenden Beobachter, der unter einem Winkel Θ gegen die Primärrichtung blickt, den Wert hat:

$$\nu = \nu' \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \cos \Theta} = \nu_0 \frac{1 - \beta}{1 - \beta \cos \Theta}. \quad (21)$$

die in der Richtung Θ abgehenden Sekundärwellen haben also eine Wellenlängenänderung gegenüber der Primärwelle erlitten, die gegeben ist durch

$$\lambda - \lambda_0 = \Delta\lambda = c \left(\frac{1}{\nu} - \frac{1}{\nu_0} \right) = \lambda_0 \frac{\beta}{1 - \beta} (1 - \cos \Theta). \quad (22)$$

Fällt nun eine Primärwelle auf ein ursprünglich ruhendes Elektron, so wird es in Schwingungen versetzt werden, um im ersten Augenblick nach allen Seiten die Frequenz ν zu zerstreuen. Dann wird es aber durch den Strahlungsdruck in Bewegung gesetzt werden, und es wird nun als bewegtes Elektron gemäß dem DOPPLER-Effekt [Gleichung (21)] in jeder Richtung eine von ν verschiedene Frequenz streuen. Da aber das Elektron im klassischen Bild durch den Strahlungsdruck allmählich alle möglichen Geschwindigkeiten annimmt, wird auch die Streustrahlung in einer bestimmten Richtung alle möglichen Frequenzen enthalten. Nach der klassischen Theorie macht sich also der DOPPLER-Effekt in der Streuung dadurch bemerkbar, daß in einer bestimmten Richtung Θ ein diffuses Frequenzbereich ausgestrahlt wird. Es zeigt

sich nun, daß die Gleichung (22) genau dieselbe Form hat wie die aus der Lichtquantenvorstellung abgeleitete Gleichung (18); man kann also klassisch dieselbe Frequenzverschiebung erreichen, wenn man dem Elektron in Richtung des Primärstrahls eine geeignete konstante Geschwindigkeit erteilt¹⁾. Wenn nämlich Gl. (18) mit Gl. (22) übereinstimmen soll, dann muß man

$$\beta = \frac{A}{A + \lambda_0} \quad (23)$$

setzen, d. h. die Geschwindigkeit v des Elektrons muß den Wert

$$v = c \frac{A}{A + \lambda_0} \quad (24)$$

besitzen. Nun führt in der Tat infolge des Strahlungsdruckes das Elektron eine Bewegung parallel der Richtung des Primärstrahles aus, bei der es allerdings, wie gesagt, alle möglichen Geschwindigkeiten annimmt. Man kann nun aber zeigen, daß die Geschwindigkeit (24), die das Elektron gerade haben muß, um richtig „comptonmäßig“ zu streuen, doch im Rahmen der klassischen Theorie eine gewisse Bedeutung besitzt. Das Elektron hat nämlich gerade *dann* diese Geschwindigkeit erreicht, wenn es — nach der klassischen Theorie gerechnet — *ein Quant* $h\nu$ zerstreut hätte.

Bei der Durchführung dieses Gedankens handelt es sich also zunächst darum, zu sehen, in welcher Weise die Primärstrahlung eine translatorische Bewegung des streuenden Elektrons hervorruft. Die von HALPERN und FOERSTERLING (16) durchgeführte Rechnung basiert auf der Mitberücksichtigung der Wirkung des magnetischen Feldvektors der Welle auf das Elektron.

Die einfallende Strahlung sei als ebene in der z -Richtung fortschreitende, linear polarisierte (in der y -Richtung) Welle gegeben

$$\mathfrak{E}_x = \mathfrak{H}_y = A \cos \left[2\pi\nu_0 \left(t - \frac{z}{c} \right) + \delta \right]; \quad \mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_z = \mathfrak{H}_x = \mathfrak{H}_z = 0 \quad (25)$$

Diese Welle falle auf ein freies Elektron. Welche Bewegung wird dieses unter ihrem Einfluß ausführen? Unter Vernachlässigung der höheren Glieder in $\frac{v}{c}$ erhält man bei Berücksichtigung des Strahlungswiderstandes für das Elektron die Bewegungsgleichungen:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x} - \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{x} &= e \left[\mathfrak{E}_x + \frac{1}{c} \left(\dot{y} \mathfrak{H}_z - \dot{z} \mathfrak{H}_y \right) \right] \\ &= eA \left(1 - \frac{\dot{z}}{c} \right) \cos \left[2\pi\nu_0 \left(t - \frac{z}{c} \right) + \delta \right] \\ m\ddot{y} - \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{y} &= e \left[\mathfrak{E}_y + \frac{1}{c} \left(\dot{z} \mathfrak{H}_x - \dot{x} \mathfrak{H}_z \right) \right] = 0 \\ m\ddot{z} - \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{z} &= e \left[\mathfrak{E}_z + \frac{1}{c} \left(\dot{x} \mathfrak{H}_y - \dot{y} \mathfrak{H}_x \right) \right] \\ &= eA \frac{\dot{x}}{c} \cos \left[2\pi\nu_0 \left(t - \frac{z}{c} \right) + \delta \right] \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

¹⁾ Diese Geschwindigkeit hat nichts zu tun mit der tatsächlichen Geschwindigkeit des Elektrons.

Sie ergeben sich aus der allgemein gültigen Vektorgleichung

$$m\ddot{\mathbf{v}} - \frac{2e^2}{3c^3} \ddot{\mathbf{v}} = e \left(\mathfrak{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \left[\mathbf{v} \mathfrak{H} \right] \right) \quad (27)$$

durch Zerlegen in Komponenten und Einsetzen der Ausdrücke (25) für die Komponenten von \mathfrak{E} und \mathfrak{H} . Die Integration dieser Bewegungsgleichungen wurde von HALPERN nach der Methode der sukzessiven Näherung durchgeführt, bezüglich derer auf die Originalarbeit verwiesen sei. Das Ergebnis ist:

$$\left. \begin{aligned} \text{(a)} \quad m\dot{x} &= \frac{eA}{2\pi\nu_0} \left\{ \sin \left[2\pi\nu_0 \left(t - \frac{z}{c} \right) + \delta \right] - \sin \delta \right\} \\ &\quad + \frac{2e^2}{3mc^3} eA \left\{ \cos \left[2\pi\nu_0 \left(t - \frac{z}{c} \right) + \delta \right] - \cos \delta \right\} \\ \text{(b)} \quad m\dot{y} &= 0 \quad y = 0 \\ \text{(c)} \quad m\dot{z} &= \frac{e^4 A^2}{3m^2 c^4} \cdot t \quad z = \frac{e^4 A^2}{6m^3 c^4} \cdot t^2 \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Die erste der Gleichungen besagt, daß *neben einer rein periodischen Schwingung* (durch die beiden Winkelfunktionen des Arguments $2\pi\nu_0 \left(t - \frac{z}{c} \right) + \delta$ ausgedrückt) in der x -Richtung noch eine *gleichförmige Bewegung* in der x -Richtung hinzutritt, die nach der Integration von (28a) durch die Glieder von $t \sin \delta$ bzw. $t \cos \delta$ wiedergegeben wird; sie hängt also wesentlich von der Phase der einfallenden Welle ab. Nach Gleichung (28c) ist in der Richtung z eine gleichförmig beschleunigte Bewegung vorhanden. Beide setzen sich zusammen zu einer parabolischen Translationsbewegung, die unter dem Einfluß des Strahlungsdruckes erfolgt und die eine Art *wellentheoretisches Analogon des Rückstoßes der Elektronen* in der Lichtquantentheorie ist.

Dabei muß aber betont werden, daß der Impuls, der den Elektronen erteilt wird, nicht der wahre quantentheoretische Impuls der Gleichungen (4) und (5) ist, sondern ein nicht näher zu kennzeichnender mittlerer Impuls, der bei der Mittellung über viele Elementarprozesse den Elektronen zukommt. Der Geschwindigkeitsvektor weist auch hier immer in die vordere Halbkugel ($\vartheta < 90^\circ$), da z immer positiv ist. Ob x positiv oder negativ ist, ob also das Abweichen aus der Primärstrahlrichtung nach oben oder unten erfolgt, hängt von der Phase δ der Primärwelle ab. Nach der klassischen Rechnungsweise erhält das Elektron also nicht nur eine Translationsbewegung in der z -Richtung, sondern bei Bestrahlung mit polarisiertem Licht (\mathfrak{E} parallel x) auch eine Geschwindigkeit in der x -Richtung (je nach der Phase). Das quantentheoretische Bild ist, wie wir sehen werden, davon ganz verschieden. Am häufigsten erfolgt das Hinausfliegen hier nämlich in einer Ebene senkrecht zum elektrischen Vektor (hier also in der yz -Ebene), ein Verhalten, das auch neuerdings durch die schon erwähnten Versuche von KIRCHNER experimentell bestätigt worden ist. (Vgl. S. 309).

Durch die Gleichungen (28) ist also der erste Teil der Aufgabe — die Bewegung des Elektrons unter dem Einfluß der Welle zu ermitteln — gelöst und es fragt sich: welche Frequenz sendet ein derartig bewegtes Elektron aus? Nach dem Doppelprinzip ist die von einem ruhenden Beobachter gemessene Frequenz der gestreuten Strahlung

$$\nu = \nu_0 \frac{1 - \frac{\dot{z}}{c}}{1 - \frac{\dot{x}}{c} \cos \Phi - \frac{\dot{z}}{c} \cos \Theta} \quad (29)$$

Φ und Θ sind die Winkel zwischen Emissionsrichtung des Elektrons und x - bzw. z -Achse. Diese Frequenz hängt von der Dauer des Beschleunigungsvorganges ab und sinkt mit der Zeit unbeschränkt, da die Geschwindigkeit des Elektrons unbeschränkt anwächst (s. Gleichung (25)), wenn der einfallende Wellenzug streng monochromatisch (unendlich lang) ist und keine andere Störung der Bewegung (etwa durch einen Zusammenstoß) erfolgt. Man sieht also, daß das Elektron nach dieser Theorie in eine festgehaltene Richtung Θ eine dauernd abnehmende Frequenz ausstrahlen würde, so daß bei Beobachtung vieler Einzelprozesse *niemals eine scharfe verschobene Linie resultieren könnte*. Eine solche ist vielmehr nur zu erreichen, wenn man annimmt, daß das Elektron *gar nicht während seiner ganzen beschleunigten Bewegung strahlt*, sondern erst, *wenn es eine bestimmte Geschwindigkeit erreicht hat*, und zwar gerade die, welche durch (24) gegeben ist.

Nun entsteht die Frage: Läßt sich die Geschwindigkeit (24) durch irgendeine Betrachtung als ein bevorzugter Wert unter den unendlich vielen Geschwindigkeiten erkennen, die das Elektron im Lauf der Zeit gemäß (28) annimmt?

Zu ihrer Beantwortung berechnen wir die Energie, die das Elektron in dem Zeitraum von 0 bis t bei seiner parabolischen Bewegung nach der klassischen Theorie ausstrahlen würde; sie ist

$$E = \int_0^t \frac{e^2}{c^3} \ddot{x}^2 dt = \frac{e^4 A^2}{3m^2 c^3} \cdot t = c \cdot m \dot{z} \quad (30)$$

\dot{z} erreicht also den Wert (24) dann, wenn man E gleich $h\nu_0$ setzt

$$\dot{z} = \frac{h\nu_0}{mc} = c \frac{\mathcal{A}}{\lambda_0} = c \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A} + \lambda_0} \quad (31)$$

unter der Voraussetzung $\lambda \gg \mathcal{A}$. Das würde folgendes bedeuten: das parabolisch bewegte Elektron strahlt trotz seiner Beschleunigung *so lange nicht*, bis es die Energie $h\nu_0$ aufgespeichert und die Geschwindigkeit (24) erreicht hat. Dann geht die Ausstrahlung *plötzlich* vor sich, wobei infolge der gerade vorhandenen Geschwindigkeit *dieselbe* Winkelabhängigkeit der Frequenz vorhanden ist, *wie sie die Lichtquantentheorie* in Übereinstimmung mit der Erfahrung *fordert*.

Verfeinert man nach HALPERN die Berechnung der Bewegung des Elektrons unter dem Einfluß des Strahlungsdruckes durch Berücksichtigung der Glieder $\left(\frac{v}{c}\right)^2$, so findet man, daß neben den Grundschwingungen in (28) auch noch Oberschwingungen von sehr geringer Intensität hinzutreten, die zur Folge haben, daß nicht nur die Frequenz ν , sondern auch deren Obertöne emittiert werden. Ins Quantentheoretische übersetzt heißt dies: es treten auch Streuprozesse auf, bei welchen mehrere, z. B. n Quanten $h\nu_0$ mit demselben Elektron *gleichzeitig* zusammenstoßen und beim Streuprozeß zu einem einzigen Quant $n h\nu$ vereinigt werden. Man müßte also neben der normalen COMPTON-Strahlung noch eine sehr viel härtere gestreute Strahlung erwarten, deren Intensität nach dem Korrespondenzprinzip durch die Fourierkoeffizienten der Oberschwingungen gegeben wird. Sie ist bei kleinen Elektronengeschwindigkeiten äußerst gering. Man sieht, wie hier die klassische Betrachtung bei verfeinerter Behandlungsweise „von selbst“ Aussagen macht, die ins Quantenmäßige übersetzt das Vorhandensein von Elementarprozessen fordern, die zunächst die Lichtquantentheorie nicht unmittelbar liefert; der große heuristische Wert korrespondenzmäßiger Betrachtungen zeigt sich hier wieder recht deutlich. Andererseits erkennt man auch, daß die klassische Theorie an sich zur Beschreibung der Tatsachen des COMPTON-Effektes ungeeignet ist und erst durch eine ihr völlig fremde Zusatzannahme brauchbar gemacht werden muß.

Nach dieser Skizzierung der klassischen Behandlung des COMPTON-Effektes drängt sich die Frage auf, wie hier die bei der Lichtquantentheorie angedeutete Weiterführung der Betrachtung aussieht, wenn man

a) relativistisch rechnet und

b) berücksichtigt, daß das Elektron eine gewisse Anfangsgeschwindigkeit bereits vor dem Streuprozeß besitzt.

a) Die relativistische Rechnung ist hier nicht streng durchführbar, sondern gelingt nach HALPERN nur bei Vernachlässigung des Strahlungswiderstandes, was bloß für kleine Zeiten erlaubt ist. FÖRSTERLING hat aber gezeigt, wie man unter Verzicht auf eine ins einzelne gehende Beschreibung der Elektronenbewegung die Frequenz des gestreuten Lichtes berechnen kann. Man erhält hier für die kritische Geschwindigkeit, bei der spontane Ausstrahlung stattfindet, genau den Wert

$$v = c \frac{A}{A + \lambda_0}$$

wie ihn auch die unrelativistische Rechnung lieferte. Die Relativitätstheorie ändert also hier wie bei der Lichtquantenbetrachtung nichts am Ergebnis der Rechnung bezüglich der Wellenlängenänderung.

b) Wenn das bestrahlte Elektron von vornherein eine bestimmte Geschwindigkeit besaß, so addiert sich diese vektoriell zu der durch

den Strahlungsdruck hinzukommenden und man erhält für die Frequenz der gestreuten Strahlung genau die Formeln, die DE BROGLIE auf Grund der Lichtquantenvorstellung abgeleitet hat. Je größer die Anfangsgeschwindigkeit des Elektrons vor dem Stoß war, um so weniger kommt der auf das Elektron übertragene Strahlungsimpuls neben seinem eigenen Impuls zur Geltung und um so mehr nähert man sich dem gewöhnlichen DOPPLER-Effekt, geradeso wie dies auch bei der Lichtquantenvorstellung der Fall war.

Neben den eben erwähnten extremen Anschauungen sind noch von mehreren Seiten andere klassische Ersatzbilder (17) vorgeschlagen worden, die sich mehr der einen oder anderen Grenztheorie nähern und meist in einer anderen Formulierung der Zusatzhypothese zur klassischen Theorie bestehen.

Die Gleichungen (18) und (22) lassen erkennen, daß eine experimentelle Entscheidung zwischen der Lichtquantentheorie und der klassischen Ersatzvorstellung auf Grund von Frequenzmessungen nicht möglich ist, da beide dieselbe Wellenlängenänderung verlangen.

Es muß aber mit aller Schärfe nochmals betont werden, daß der Elementarprozeß gemäß den Quantengleichungen (3), (4) und (5) durch die klassischen Modelle des COMPTON-Effektes nicht geliefert wird, und es gibt zwei Versuche, deren Ergebnis vorläufig nur auf Grund der quantentheoretischen Gleichungen zu verstehen ist; es sind dies die Versuche von COMPTON und SIMON (13) und der Versuch von KIRCHNER (18). Der Versuch von COMPTON und SIMON läßt sich auf Grund des klassischen Ersatzbildes nicht verstehen. Wenn wirklich von dem Ort des Streuprozesses eine klassische Welle ausgeht, so ist nicht einzusehen, warum *immer gerade nur* in den von dem Stoßschema der Abb. 8 geforderten Richtungen die Anfangspunkte der tertiären Elektronenbahnen zu finden sind und nicht auch manchmal in anderen Richtungen, während gerade in der Lichtquantentheorie diese beiden Richtungen miteinander durch den Impulssatz scharf gekoppelt sind. Für die Diskussion des Versuches von KIRCHNER siehe S. 309.

Wenn man das experimentelle Resultat dieser Versuche für einwandfrei hält, liefern sie einen Beweis für die Richtigkeit der Lichtquantengleichungen des COMPTON-Effektes und zeigen, daß die klassischen Hilfsvorstellungen keine Beschreibung des Elementarprozesses selbst ermöglichen. Wohl aber gestatten sie es, die Erscheinungen des COMPTON-Effektes (Frequenzänderung und Rückstoßelektronen) richtig wiederzugeben, wenn man die Wirkung sehr vieler Elementarprozesse betrachtet, wie es ja auch im Sinne aller korrespondenzmäßigen Betrachtungen in der Quantentheorie liegt. Diese Tatsache legt nun auch die Vermutung nahe, daß man die *Intensitätsfragen* bei der COMPTON-Streuung, die auf Grund rein lichtquantentheoretischer Betrachtungen nicht behandelt werden können, an Hand des klassischen Ersatz-

bildes wird lösen können, weil sich *in den Intensitäten stets das Zusammenwirken einer großen Zahl von Elementarprozessen äußert.*

VI. Gleichgewicht zwischen freien Elektronen und Strahlung.

Bevor wir aber diese eigentlichen Intensitätsfragen besprechen, wollen wir noch eine andere Betrachtungsweise erwähnen, aus der man über die Häufigkeit der Wechselwirkung zwischen Strahlung und Materie schon einiges erfahren kann, ohne korrespondenzmäßige Betrachtungen anzuwenden. Diese Wechselwirkung muß nämlich nicht nur den Quantengleichungen (3), (4) und (5) genügen, es muß vielmehr noch gefordert werden, daß sie auch so beschaffen ist, daß in einem abgeschlossenen System das Strahlungs- und Temperaturgleichgewicht durch den Energie- und Impulsaustausch zwischen Strahlung und Materie nicht gestört wird, ganz so wie es EINSTEIN für den Emissions- und Absorptionsprozeß an Atomen gefordert hat (19). Man kann dieser Forderung dadurch genügen, daß man die Häufigkeit der COMPTON-Prozesse und ihre Abhängigkeit von der Strahlungsdichte durch irgendeine Funktion F der Strahlungsdichte $\varrho(\nu)$ ausdrückt. Nimmt man für die Elektronen die MAXWELLSche Verteilung an und für $\varrho(\nu)$ die PLANCKSche Formel, so muß $F[\varrho(\nu)]$ so bestimmt werden, daß ein bestimmter Elementarprozeß ebensooft in der einen wie in der anderen Richtung verläuft. Dies erreicht man nun, wie PAULI (20) gezeigt hat, in einfachster Weise dadurch, daß man für die Häufigkeit eines bestimmten Prozesses, bei dem die Strahlung ν in eine Strahlung ν_1 verwandelt wird, ansetzt

$$F[\varrho(\nu)] = A \varrho(\nu) + B \varrho(\nu) \cdot \varrho(\nu_1) \quad (32)$$

wobei A und B jetzt von der Strahlungsdichte unabhängige Größen sind. Dieser Ansatz besagt, daß die Häufigkeit des betrachteten Prozesses einmal proportional $\varrho(\nu)$ ist, sodann aber tritt noch ein Glied hinzu, welches fordert, daß die Häufigkeit noch anwächst, wenn außer der Dichte $\varrho(\nu)$ auch noch Strahlungsdichte der gestreuten Strahlung ν_1 vorhanden ist. Das zweite Glied entspricht in der analogen EINSTEINschen Betrachtung etwa der Ausstrahlung durch Einstrahlung, der negativen Absorption. Dabei ergibt sich weiter $\frac{A}{B} = c\nu^3$. Diese Betrachtung lehrt uns, daß es nicht genügt, die Zahl der auftretenden COMPTON-Prozesse einfach proportional der Strahlungsdichte anzusetzen (was dem einfachsten Absorptionsansatze entsprechen würde), es muß vielmehr so sein, daß ein Prozeß auch noch um so häufiger ist, je größer die Strahlungsdichte der gestreuten Frequenz ist. Daraus erkennt man, daß auch das Zusammenwirken zweier Quanten vorkommt, wenn es auch unter gewöhnlichen Bedingungen relativ selten ist. In ganz ähnlicher Weise kann man offenbar im Lichtquantenbilde das Auftreten von gestreuten Quanten mit der doppelten Frequenz verstehen.

VII. Die Intensität der Compton-Strahlung.

Während die Lichtquantentheorie die Frequenzänderung der gestreuten Strahlung, die Energie und die azimutale Verteilung der Rückstoßelektronen auf Grund einer einfachen Vorstellung darzustellen vermag, steht sie einer Berechnung der Intensitäten fremd gegenüber. Eine solche würde bedeuten, daß man aus quantentheoretischen Überlegungen über die Einzelheiten beim Zusammenstoß eine Wahrscheinlichkeit dafür ableiten kann, daß die Streuung in eine ganz bestimmte Richtung Θ erfolgt. Nun weiß man aber über den Prozeß des Zusammenstoßes selbst nichts, sondern nimmt nur an, daß er durch die Bilanzgleichungen (3), (4) und (5) beherrscht wird und verzichtet auf ein genaueres Eingehen in seine Einzelheiten. Ein solches wäre auch auf rein spekulativem Weg sehr schwer, da die Quantenvorstellungen selbst noch keinerlei Anhaltspunkte für bestimmte Annahmen liefern. Hier hilft nun der Umweg über die klassische Theorie.

Die Ausführungen des fünften Kapitels haben gezeigt, daß man mit Hilfe der klassischen Theorie das Verhalten sehr vieler Elementarprozesse bezüglich der Frequenzänderung der Streustrahlung (und in gewisser Weise auch bezüglich der Bewegung der Rückstoßelektronen) beschreiben kann. Es liegt nun nahe, diese Tatsache der Übereinstimmung bei Betrachtung vieler Elementarprozesse, die für die Frequenzänderung erwiesen worden ist, auch noch auf die Intensitätsverteilung anzuwenden.

Bei der klassischen Berechnung der gestreuten Intensitäten geht man von der Streuung an einem bewegten Elektron aus. Denken wir uns zunächst, daß der Geschwindigkeitsvektor v des Elektrons in die Primärstrahlrichtung fällt, so gilt bei unpolarisierter Primärstrahlung für die in der Richtung Θ pro Zeiteinheit durch die Flächeneinheit strömende Energiemenge

$$S = \frac{e^2}{c^3} \frac{\bar{v}^2}{4\pi\pi^2} \left\{ \frac{1}{(1-\beta \cos \Theta)^4} - \frac{1}{2} \frac{(1-\beta^2) \sin^2 \Theta}{(1-\beta \cos \Theta)^6} \right\} \quad (33)$$

β ist hierin wiederum $\frac{v}{c}$, Θ der Winkel zwischen Beobachtungsrichtung und Primärstrahl, r der Abstand des Beobachters vom Streustrahler. In dieser Formel ist \bar{v} noch von β selbst abhängig; es läßt sich mit Hilfe des LORENTZschen Kraftansatzes

$$\frac{\dot{v}}{1-\beta^2} = \frac{e}{m} (\mathfrak{E} + \frac{1}{c} [\mathfrak{v} \mathfrak{H}])$$

ausdrücken als

$$\bar{v}^2 = \frac{4\pi}{c} \frac{e^2}{m^2} (1-\beta^2) (1-\beta)^2 \cdot S_0 \quad (34)$$

wobei S_0 die Primärintensität bedeutet. Aus (33) und (34) folgt

$$\frac{S}{S_0} = \frac{e^4}{c^4 m^2 r^2} \frac{(1-\beta^2)(1-\beta)^2}{(1-\beta \cos \Theta)^6} \left\{ (1+\beta^2) \frac{1+\cos^2 \Theta}{2} - 2\beta \cos \Theta \right\} \quad (35)$$

Dieser Bruch mißt das Verhältnis der Energien, die in gleichen Zeiten durch die Flächeneinheit senkrecht zur Beobachtungsrichtung bzw. Primärrichtung hindurchfließen, nicht aber das Verhältnis der gesamten aus der Primärrichtung in die Richtung Θ abgelenkten Energie zur Primärenergie, da wegen des DOPPLER-Effektes die Ankunft der Sekundärstrahlung im Beobachtungsort während einer längeren oder kürzeren Zeitspanne erfolgt als die Ankunft der Primärstrahlung. Rechnet man durch Integration über t auf das Verhältnis der Gesamtintensitäten um, so erhält man

$$\frac{J}{J_0} = C \frac{(1 - \beta^2)(1 - \beta)}{(1 - \beta \cos \Theta)^5} \left\{ (1 + \beta^2) \frac{1 + \cos^2 \Theta}{2} - 2\beta \cos \Theta \right\} \quad (36)$$

wobei $C = \frac{e^4}{c^4 m^2 r^2}$ gesetzt wurde.

Durch (36) ist also die aus der klassischen Theorie folgende azimutale Intensitätsverteilung der Sekundärstrahlung gegeben, wenn der Streustrahler sich mit der Geschwindigkeit v bewegt; sie ist nicht nur von Θ , sondern naturgemäß auch von v abhängig. Um mit ihrer Hilfe die Intensitätsverteilung der COMPTON-Strahlung zu berechnen, hat man nach COMPTON folgende Überlegung anzustellen: Das klassische Ersatzbild gibt die Frequenzänderung der Streustrahlung als DOPPLER-Effekt richtig wieder, wenn man die Zusatzannahme macht, daß der Streuprozeß *in dem Moment stattfindet*, in welchem der Sekundärstrahler die Geschwindigkeit

$$v = c \frac{A}{A + \lambda_0} \quad (24)$$

besitzt, folglich ist zu vermuten, daß es auch die Intensitäten auf Grund der Formel (36) ungefähr richtig wiedergibt, wenn man für v den Wert (24) einsetzt, mit dem man die dem COMPTON-Effekt entsprechende Winkelabhängigkeit der gestreuten Frequenz erhalten hat.

Setzt man demgemäß (24) in (36) ein, so erhält man

$$\frac{J}{J_0} = C \frac{1 + 2 \frac{A}{\lambda_0}}{\left[1 + \frac{A}{\lambda_0} (1 - \cos \Theta) \right]^5} \left\{ \frac{1 + \cos^2 \Theta}{2} + \frac{A}{\lambda_0} \left(1 + \frac{A}{\lambda_0} \right) (1 - \cos \Theta)^2 \right\} \quad (37)$$

für die Intensität als Funktion der Richtung Θ und der Primärwellenlänge λ_0 .

Die Formel läßt erkennen, daß nach rückwärts *weniger* Intensität gestreut wird, als es die THOMSONSche Formel verlangt, nach *vorn aber mehr*, denn für $\Theta = 0$ erhält man

$$\frac{J}{J_0} = \frac{e^4}{c^4 m^2 r^2} \left(1 + 2 \frac{A}{\lambda_0} \right) > \frac{e^4}{c^4 m^2 r^2} = C \quad (37')$$

Es wird also die in summa gleichgebliebene gesamte Streustrahlung in anderer Weise über die verschiedenen Azimute verteilt, als bei der THOMSONSchen Formel. Daß hierbei in der Richtung $\Theta = 0$ eine größere

Intensität herauskommt als bei der klassischen Streuung an ruhenden Elektronen, kommt daher, daß in dem Ersatzmodell *eine einzige* Geschwindigkeit des Elektrons — nämlich die durch (24) gegebene — *gleichzeitig* die Frequenzverhältnisse in der *ganzen sekundären Kugelwelle* und damit auch die Intensitäten bestimmt. Nach der Lichtquantentheorie hingegen erhält bei jedem Elementenprozeß das gestoßene Elektron eine andere Rückstoßgeschwindigkeit, je nachdem wohin das Quant gestreut wird. Dadurch, daß die klassische Theorie alle Elementarakte zu einer summarischen Beschreibung zusammenfaßt, gibt es keine Streuprozesse, die an einem ruhenden Elektron vorkommen. Daher gelangt auch in die Richtung $\Theta = 0$ mehr Intensität als bei der THOMSONSchen Rechnung, die für ruhende Elektronen gilt.

COMPTON glaubt, daß aus diesem Grund nicht (37) selbst, sondern eine etwas andere Formel die wahre Verteilung der COMPTON-Intensität angibt. Eine Formel nämlich, bei der die Konstante C einen anderen Wert erhält (geänderte Normierung) und zwar gerade einen solchen, daß die unter $\Theta = 0^\circ$ gestreute Intensität gleich der von einem ruhenden Elektron in dieser Richtung gestreuten Intensität wird. Man erhält dann als endgültige Formeln

$$\frac{J}{J_0} = \frac{C}{\left[1 + \frac{A}{\lambda_0} (1 - \cos \Theta)\right]^5} \left\{ \frac{1 + \cos^2 \Theta}{2} + \frac{A}{\lambda_0} \left(1 + \frac{A}{\lambda_0}\right) (1 - \cos \Theta)^2 \right\} \quad (38)$$

Diese Gleichung scheint also insofern das Korrespondenzprinzip zu beachten, als dort wo *keine Frequenzänderung* stattfindet, nämlich unter $\Theta = 0$ auch *keine Intensitätsänderung* gegenüber der klassisch geforderten Intensität auftritt.

In anderer Weise hat BOTHE (21) die Normierung der gestreuten Intensitäten vorgenommen.

Der BOTHESchen Betrachtungsweise liegt folgender fiktiver Prozeß zugrunde: Es wird angenommen, daß das Elektron so lange klassisch absorbiert ohne auszustrahlen (die Energie bleibt in irgendeiner Form im Elektron aufgespeichert), bis es die kritische Vorwärtsgeschwindigkeit (24) erreicht hat, bei der es klassisch gerade mit einer solchen Frequenzverteilung ausstrahlen würde, wie sie die Erfahrung verlangt. Dann ist die absorbierte Energie

$$E = m_0 c^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) + \frac{A m c^2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (39)$$

wobei das zweite Glied daher rührt, daß die absorbierte Energie sich durch eine Vermehrung der Masse bemerkbar macht. $A m$ ist also der Zuwachs, den die Ruhmasse des Elektrons infolge der Energieabsorption erfährt. Ganz entsprechend gilt für die Impulsänderung

$$\frac{E}{c} = \frac{(m_0 + A m) \beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (40)$$

Führt man ein $E = h\nu_0$ und $\frac{h\nu_0}{m_0c^2} = \alpha$, so folgt unmittelbar

$$\beta = \frac{\alpha}{1 + \alpha} \quad (41)$$

dieselbe Formel wie sie COMPTON für β angibt. Es hat also auch in dieser Betrachtung das Elektron dann die richtige Ersatzgeschwindigkeit, wenn es gerade ein Quant $h\nu_0$ absorbiert hat. Man kann auf diese Weise nun auch die pro Zeiteinheit gestreute Energie berechnen. Dies wird durchgeführt, indem die pro Zeiteinheit absorbierte Energie berechnet wird, wobei zu berücksichtigen ist, daß die Absorption wegen der veränderten Masse des Elektrons auch eine andere ist. Das Verhältnis der pro Zeiteinheit absorbierten Energie des massereichen Elektrons zu der pro Zeiteinheit absorbierten Energie eines gewöhnlichen Elektrons gibt dann auch das Verhältnis der comptonmäßig gestreuten Energie zu der normal gestreuten Energie. Man erhält

$$\frac{J}{J_0} = \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{2} + \frac{2}{3}\alpha^2} \quad (42)$$

während nach der COMPTONSchen Formel

$$\frac{J}{J_0} = \frac{1}{1 + 2\alpha} \quad (43)$$

erhalten worden war. Diese Formel erhält man aus (38), indem man über alle Winkel Θ integriert. Die Intensitätsverteilung über die verschiedenen Streuwinkel Θ wird durch diese Betrachtungsweise natürlich nicht geändert.

Eine etwas andere Methode zur Berechnung der Intensität der COMPTON-Strahlung hat neuerdings BREIT (23) angegeben. Er geht nicht von einem mit bestimmter Geschwindigkeit bewegten klassischen Ersatzelektron aus, das die richtige — d. h. von der Erfahrung gelieferte — Frequenzverteilung gibt und daher auch zur Berechnung der Intensitäten verwendet wird, sondern er nimmt, ähnlich wie man es bei der Anwendung des Korrespondenzprinzips auf die Serienspektren gemacht hat, einen Anfangs- und einen Endzustand an und berechnet eine mittlere ausgestrahlte Intensität für diese beiden Zustände, die maßgebend sein soll für die wahre gestreute Intensität. Diese Bewegungszustände des Elektrons strahlen natürlich klassisch keineswegs comptonmäßig vorgeschriebene Frequenz aus, wie ja auch bei den Atomspektren die klassischen Frequenzen der Anfangs- und Endbahn nicht mit den Emissionsfrequenzen übereinstimmen. Auf diese Weise kommt er zu folgender Intensitätsformel

$$\frac{J}{J_0} = \frac{1 + \cos^2 \Theta}{2} \left(\frac{\nu'}{\nu_0} \right)^3 \quad (44)$$

ν' ist hierbei durch die Gleichung (8a) gegeben, so daß man als endgültige Formel für die Abhängigkeit der Intensität von Θ erhält:

$$\frac{J}{J_0} = \frac{1 + \cos^2 \Theta}{2} \cdot \frac{1}{\left[1 - \frac{A}{\lambda_0} (1 - \cos^2 \Theta)\right]^3} \quad (45)$$

Eine experimentelle Entscheidung zwischen diesen drei Formeln ist zur Zeit noch nicht möglich. BOTHE kommt nach seiner Methode ohne zusätzliche Normierung zu einem Ausdruck, der dieselbe azimutale Verteilung der Intensität bei anderem Absolutwert liefert. Bei der experimentellen Prüfung dieser Formeln muß man trachten, Verhältnisse zu realisieren, die der Annahme „freier“ Elektronen möglichst gut entsprechen.

Hierzu wird man einerseits leichte Elemente wählen, bei denen die Ionisierungsarbeiten möglichst klein sind, andererseits als Primärstrahlung möglichst harte Strahlung verwenden. Denn die auf die Rückstoßelektronen übertragene Energie T ist proportional ν_0 , so daß z. B. bei Verwendung von γ -Strahlen von der Wellenlänge $\lambda \sim 0,05 \text{ \AA}$ die unter den gleichen Verhältnissen übertragene Energie 12mal größer ist als bei Verwendung von Molybdänstrahlung ($\lambda = 0,708 \text{ \AA}$).

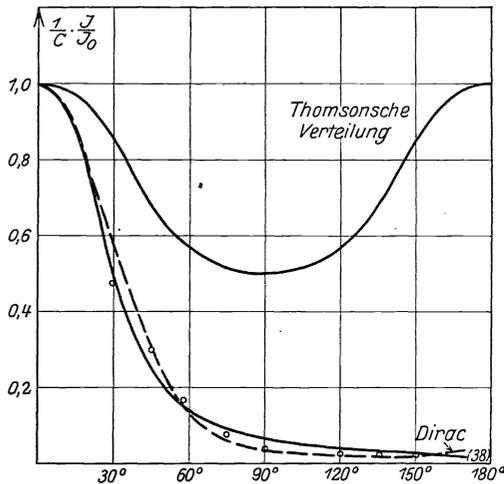


Abb. 12. Azimutale Verteilung der gestreuten Intensität.

Wie im Kapitel über „gebundene“ Elektronen noch näher ausgeführt werden wird, ist aber gerade das Verhältnis der Energie T zur Ionisierungsarbeit maßgebend dafür, ob das Elektron noch als *frei* angesehen werden kann oder nicht. Am besten sind diese Bedingungen in einer Arbeit von A. H. COMPTON (22) erfüllt, in der Streuversuche der γ -Strahlung des RaC an verschiedenen Substanzen beschrieben werden. Durch Filterung wurde der härteste Anteil dieser Strahlung ausgesondert, der eine mittlere Wellenlänge von $\lambda = 0,02 \text{ \AA}$ besaß. Die Versuche zeigten einen starken Intensitätsüberschuß unter kleinen Winkeln, die gefundenen Werte sind in der Abb. 12¹⁾ als Punkte eingezeichnet, während die verschiedenen theoretischen Werte als Kurven gezogen sind. Man sieht, daß die COMPTONSche Formel (38) bzw. die BREITSche Formel (45) bzw.

¹⁾ Die in der Abbildung mit Dirac bezeichnete Kurve ist mit der BREITSchen Formel (45) identisch (vgl. S. 322).

die von ihnen in den Ergebnissen nicht allzu verschiedene BOTHERSCHE Formel in ziemlich leidlicher Übereinstimmung mit der Erfahrung stehen. Auch Versuche von K. W. F. KOHLRAUSCH (22) sprechen durchaus zugunsten dieser Formeln. Eine Entscheidung zwischen ihnen kann jedoch auf Grund des bisher vorliegenden Tatsachenmaterials nicht gefällt werden. Alle anderen Messungen über die Intensität der COMPTON-Strahlung sind unter Verhältnissen ausgeführt, die nicht ohne weiteres einen Vergleich mit den Formeln der Theorie zulassen; von ihnen wird im Abschnitt über gebundene Elektronen noch die Rede sein.

VIII. Die Polarisation der Comptonstrahlung.

Die Polarisation der COMPTON-Strahlung läßt sich leicht aus derselben Überlegung herleiten, die für die Intensitäten maßgebend ist. Die Intensität der comptonmäßig in die Richtung Θ gestreuten Strahlung wurde durch die Annahme gewonnen, daß die wahren Gesetze der COMPTON-Strahlung den klassischen Gesetzen der Streuung eines mit der Geschwindigkeit $v = c \frac{A}{A + \lambda_0}$ bewegten Elektrons analog zu sein scheinen. Man braucht nur noch die Annahme hinzuzufügen, daß diese Übereinstimmung auch dann erhalten bleibt, wenn man mit polarisiertem Licht die Elektronen erregt und daß ferner nicht nur die Intensität, sondern auch die Schwingungsrichtung der COMPTON-Strahlung mit der Schwingungsrichtung des bewegten klassischen Ersatzelektrons übereinstimmt. Fällt Licht von der Wellenlänge λ_0 ein und bezeichnet man mit J_s die Intensität der Streustrahlung eines mit der Geschwindigkeit βc bewegten Elektrons, deren elektrischer Vektor auf der Ebene Primär-Sekundärstrahl senkrecht steht und mit J_p die entsprechende Intensität, bei der der elektrische Vektor parallel der Ebene Sekundär-Primärstrahl schwingt, so erhält man folgende Intensitätsformeln, wobei schon gleich gemäß COMPTON, wie oben beschrieben, normiert wurde¹⁾.

$$J_s = \frac{C}{2} \frac{(1-\beta)^3}{(1-\beta \cos \Theta)^3} \quad (46)$$

$$J_p = \frac{C}{2} (1-\beta)^3 \frac{(\cos \Theta - \beta)^2}{(1-\beta \cos \Theta)^5} \quad (47)$$

Zur besseren Veranschaulichung sind in Abb. 13 nochmals die den Intensitäten J_p bzw. J_s entsprechenden Wellenzüge angedeutet. Die linke Figur zeigt die Verhältnisse für J_s , die rechte für J_p .

Aus Formel (47) folgt, daß J_p für den Winkel

$$\Theta = \Theta_0 = 90^\circ - \arcsin \beta \quad (48)$$

Null ist, d. h. in Richtung Θ_0 wird nur senkrecht schwingendes Licht gestreut. In dieser Richtung ist also die Streustrahlung linear polari-

¹⁾ Man könnte natürlich auch hier von dem BREITSCHEM Ansatz ausgehen.

siert, auch dann, wenn der erregende Primärstrahl unpolarisiert ist. Im Fall der klassischen Streuung wird nun linear polarisiertes Licht nur in Richtung $\Theta_0 = 90^\circ$ gestreut. Der Umstand, daß im Falle der Formel (47) der entsprechende Winkel Θ nach vorn verschoben ist, beruht auf der Aberration des Lichtes, denn die von einem bewegten Elektron kommende Strahlung

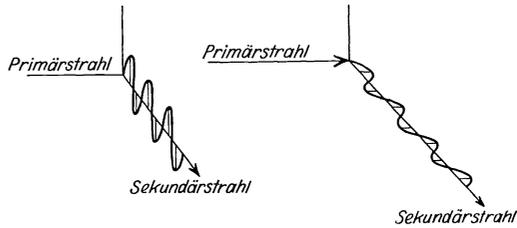


Abb. 13. Links J_s . Rechts J_p .

würde für einen mit dem Elektron mitbewegten Beobachter auch unter dem Winkel $\Theta_0 = 90^\circ$ polarisiert erscheinen, ist also für einen Beobachter, für den das Elektron sich bewegt, bekanntlich in Richtung der Bewegung verschoben¹⁾. Experimentell ist bisher nur geprüft worden, ob überhaupt eine lineare Polarisation der COMPTON-Strahlung vorhanden ist.

Es sei noch ausdrücklich darauf hingewiesen, daß die Streuung gemäß Gl. (47) nicht etwa wie die gewöhnliche Streuung an einem ruhenden Elektron an der Stelle Θ_0 ein Minimum hat. Es ist vielmehr so, daß so lange die COMPTON-Strahlung überhaupt ein Minimum besitzt, dieses bei $\Theta > 90^\circ$ liegt. Bei genügend harter Strahlung ist überhaupt kein Minimum mehr vorhanden, sondern die Intensität fällt mit wachsendem Θ monoton ab (s. Abb. 12). Dies rührt daher, daß einmal J_s nicht wie bei gewöhnlicher Strahlung konstant (unabhängig von Θ) ist, sondern mit wachsendem Θ immer mehr abnimmt. Und auch J_p steigt, wie Abb. 14 erkennen läßt, nach Passieren der Nullstelle bei Θ_0 nicht mehr so stark an, wie bei der gewöhnlichen Streuung. Die Richtigkeit der Gl. (48), also etwa durch Aufsuchung des Minimums der Gesamtstreustrahlung, zu prüfen, ist ein nicht gangbarer Weg.

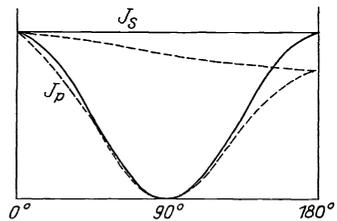


Abb. 14. Diese Abbildung zeigt J_p und J_s getrennt als Funktionen des Winkels Θ ; sie ist für M_oK -Strahlung gezeichnet. Mit abnehmender Wellenlänge λ_0 wird die Abweichung der gestrichelten J_p - und J_s -Kurve von der ungestrichelten (gewöhnlichen) Kurve immer größer.

Die experimentelle Bestätigung, daß auch bei den COMPTON-Prozessen in einem bestimmten Winkel linear polarisiertes Licht ausgesendet wird, geschah auf folgende Weise. Es seien J_p und J_s die Intensitäten des Sekundärstrahls, in und senkrecht zur Ebene Primär-

¹⁾ Vgl. hierzu besonders Kapitel XI.

Sekundärstrahl. Läßt man nun den Sekundärstrahl an einem Kristall reflektieren, und bildet dann der reflektierte Strahl (Tertiärstrahl) mit dem Sekundärstrahl den Winkel ψ , und läßt man außerdem zunächst den Tertiärstrahl in die Ebene Sekundär-Primärstrahl fallen, so sind die Intensitäten des Tertiärstrahles

$$J'_s = CJ_s; \quad J'_p = CJ_p \cos^2 \psi \quad (49)$$

wobei C der Reflexionskoeffizient der reflektierenden Kristallebene ist und J'_p die Tertiärstrahlintensität, bei der der elektrische Vektor der Lichtwelle in der Ebene Tertiär-Sekundärstrahl liegt. J'_s die entsprechende Intensität, bei der die Schwingungsrichtung des elektrischen Vektors auf dieser Ebene senkrecht steht. Für den Fall $\psi = 90^\circ$ ist $J'_p = 0$. Man mißt nur die Intensität J'_s und damit nur den Anteil J'_s des Sekundärstrahls. Dreht man nun bei festgehaltenem $\psi = 90^\circ$ den spektroskopierenden Kristall um den Sekundärstrahl als Achse, und bildet dann der Tertiärstrahl mit der Ebene Primär-Sekundärstrahl den Winkel χ (bisher war $\chi = 0^\circ$), so werden die entsprechenden Intensitäten

$$J'_p = 0 \quad J'_s = CJ_s \cos^2 \chi + CJ_p \sin^2 \chi \quad (50)$$

für $\chi = 90^\circ$, d. h. Tertiärstrahl senkrecht auf der Ebene Primär-Sekundärstrahl wird also $J'_s = CJ_p$. Man kann also auf diese Weise durch Drehung des spektroskopierenden Kristalls um den Sekundärstrahl als Achse sowohl J_p als auch J_s getrennt messen. Ist der Sekundärstrahl linear polarisiert, d. h. ist $J_p = 0$, so muß J'_s für $\chi = 90^\circ$ verschwinden. Auf diese Weise läßt sich also die Polarisation der COMPTON-Strahlung nachweisen.

Der Versuch wurde so durchgeführt, daß man die COMPTON-Intensitäten immer mit der Intensität der unverschobenen Strahlung verglich. Da nun für genügend weiche Strahlen (es wurde mit der Zink K-Serie gearbeitet) der Winkel der Linear-Polarisation Θ_0 sicher noch praktisch bei 90° liegt und die unverschobene Strahlung bekanntlich bei $\Theta = 90^\circ$ linear polarisiert ist, so war zu erwarten, daß, wenn man bei $\Theta = 90^\circ$ die Sekundärstrahlung spektroskopiert, das Verhältnis COMPTON-Strahlung zu unverschobener Strahlung beim Drehen des Kristalls (also mit wachsendem χ) unverändert konstant blieb, wenn eine vollständige Polarisation der COMPTON-Strahlung vorhanden ist. Ist keine, oder nur eine unvollständige Polarisation vorhanden, so muß das obige Verhältnis mit wachsendem χ zugunsten der verschobenen Intensität anwachsen. In dieser Weise durchgeführte Versuche ergaben in der Tat (24), daß das Verhältnis COMPTON-Intensität zu unverschobener Intensität konstant bleibt, also eine fast vollständige Polarisation der COMPTON-Strahlung vorhanden ist. Es mußten natürlich die bei größerem χ aufgenommenen Photographien erheblich länger belichtet werden, weil aus der Gl. (50) für $J_p = 0$ folgt, daß J' wie $\cos^2 \chi$ abnimmt.

Die Versuche haben also mit Deutlichkeit gezeigt, daß auch bei der COMPTON-Streustrahlung das unter ungefähr 90° gestreute Licht linear polarisiert ist.

Obwohl es sich bei diesen Prozessen doch offenbar um Vorgänge handelt, bei denen der Elementarprozeß nur auf Grund lichtquantentheoretischer Vorstellungen erfaßt werden kann (s. KIRCHNERScher und COMPTON-SIMON-Versuch), so macht doch auch bei diesen Quantenprozessen sich die geometrische Natur der Wellen irgendwie bemerkbar; im obigen Fall eben darin, daß die Schwingungsrichtung des erregenden Lichtes die des Streulichtes bedingt.

Das Ergebnis zeigt weiter, daß man offenbar durchaus berechtigt ist, den gewöhnlichen Streuvorgang an einem Atom ganz analog wie den COMPTON-Prozeß zu interpretieren: formal etwa als Reflexion eines Quants an einem Atom als Ganzes. Daß in beiden Fällen die Polarisationsrichtung erhalten bleibt, hat offenbar die nämliche Ursache, für die der Mechanismus im Lichtquantenbilde noch nicht deutlich ist.

Man hat noch einen anderen Weg, über die Polarisation der COMPTON-Strahlung etwas zu erfahren, nämlich die Untersuchung der Rückstoßelektronen. Bestrahlt man nämlich den Streukörper mit polarisiertem Lichte von der Intensität J_0 und nimmt nun Sekundärstrahlung ab, so hängt ihre Intensität in diesem Falle noch von dem Winkel μ ab, den die Ebene Primär-Sekundärstrahl mit der Ebene Primärstrahl-Schwingungsrichtung des elektrischen Vektors des erregenden Lichtes bildet. Dann ist die Intensität J des Sekundärstrahls

$$J = J_0 (C' \cos^2 \mu + C \sin^2 \mu), \quad (51)$$

wobei C und C' noch von Θ abhängen, gemäß der Gleichungen (46) und (47). Nun ist für $\Theta = 90^\circ$, $C = 0$ und für $\mu = 90^\circ$, ist $\cos \mu = 0$, also $J_{\mu=90^\circ} = 0$, es wird in dieser Richtung überhaupt keine Intensität gestreut werden. Eine nähere einfache Betrachtung zeigt weiter, daß, wenn man über alle Θ integriert, also die Gesamtintensität, die in einer Ebene gestreut wird, betrachtet, am meisten in der Ebene $\mu = 90^\circ$ gestreut wird, am wenigsten in der Ebene $\mu = 0^\circ$ (ganz analog wie auch bei der Streuung an einem ruhenden Elektron). Nun entspricht jedem in einer bestimmten Ebene gestreuten Lichtquant ein Rückstoßelektron, dessen Bewegungsrichtung in derselben Ebene liegt und mit dem Primärstrahl den Winkel ϑ bildet (s. S. 288). Da nun in der Ebene $\mu = 90^\circ$ die größte Zahl Quanten gestreut wird, werden auch in dieser Ebene die meisten Rückstoßelektronen fortbewegt; in der Ebene $\mu = 0^\circ$ die wenigsten. Dies folgt unmittelbar aus der Annahme der gerichteten Wiederausstrahlung gemäß den Grundgleichungen (3a), (4a) und (5a). Die Zahl der Rückstoßelektronen hätte also in der Ebene, senkrecht zur Ebene, Primärstrahl-Schwingungsrichtung (also senkrecht zum elektrischen Vektor) ein Maximum. KIRCHNER konnte diesen Effekt in der

Tat nachweisen, indem er in eine WILSON-Kammer polarisiertes Röntgenlicht fallen ließ und die von den Rückstoßelektronen hervorgerufenen Nebelspuren photographierte.

Also auch diese Versuche geben eine Bestätigung, wenn auch eine indirekte, für die Polarisation der COMPTON-Strahlung (25). Darüber hinaus zeigt sich aber wieder, daß die klassischen Bilder des COMPTON-Effektes (s. die Betrachtungen auf S. 293 ff.) doch nichts anderes als Hilfsbilder sind; der Elementarprozeß selbst geht offenbar streng gemäß den Gleichungen (3a, 4a, 5a) vor sich.

IX. Die Kohärenz der Comptonschen Strahlung.

Im Vorausgegangenen haben wir gesehen, daß die Gesamtheit der COMPTON-Prozesse zu einer Intensitätsverteilung führt, welche sich in der Tat durch eine der klassischen Theorie entlehnten Formel befriedigend darstellen läßt. Wir haben weiter gesehen, daß auch die von der Theorie verlangte Polarisation vorhanden ist. Man wird nun fragen, ob noch andere Eigenschaften der klassischen Strahlung in der COMPTON-Strahlung wiederzufinden sind. Insbesondere interessiert hier, worauf EINSTEIN hingewiesen hat, die folgende Frage: Ist die comptonmäßig gestreute Strahlung kohärent und gibt sie bei der Streuung an einem Kristall zu Interferenzmaximis Anlaß wie die gewöhnliche Strahlung?

Die experimentelle Untersuchung dieser Frage, die sich auf das Aufsuchen irgendwelcher Maxima der COMPTON-Strahlung beschränkt, hat ergeben, daß in den Interferenzstreifen der gewöhnlichen Strahlung selbst sicher keine besonders starke comptonmäßige Streuung stattfindet, d. h. also, daß in einer Richtung θ , in der zwar die gewöhnliche Strahlung „stark selektiv“ gestreut wird, die COMPTON-Strahlung kein Maximum hat (26). Es wäre aber noch möglich, daß die eventuell vorhandenen Maxima der COMPTON-Strahlung nicht mit den Maximis der gewöhnlichen Strahlung zusammenfielen, sondern ein wenig von den Winkeln der gewöhnlichen Interferenzen abweichen. Solche COMPTON-Maxima können nur in unmittelbarer Nähe der gewöhnlichen Maxima liegen, denn sonst hätte man sie bei einer gewöhnlichen DEBYE-SCHERRER-Aufnahme als Streifen maximaler Intensität finden müssen, die sich nicht in das gewöhnliche Interferenzschema des Kristalls einfügten. Derartige Linien hat man aber bisher nicht aufgefunden. In unmittelbarer Nähe der gewöhnlichen Interferenzstreifen liegende Maxima hätten hingegen der Beobachtung entgangen sein können.

Diese Frage ist nun näher bei der Streuung von ZnK-Strahlung an Lithium untersucht worden. Es wurde zunächst die Intensitätsverteilung der Gesamtstrahlung (COMPTON-Strahlung plus gewöhnlicher Strahlung) gemessen (durch Photometrierung einer mit streng monochromatischem Lichte gemachten DEBYE-SCHERRER-Aufnahme). Sodann wurde durch COMPTON-Aufnahmen das Intensitätsverhältnis zwischen

gewöhnlicher Strahlung und COMPTON-Strahlung in Abhängigkeit von Θ bestimmt. Aus der Gesamtintensität und dem Intensitätsverhältnis kann man also den Intensitätsverlauf beider Strahlungen in Abhängigkeit vom Winkel bestimmen. Es ergab sich ein sehr starker Anstieg für die gewöhnliche Intensität in den aus den LAUESchen Gleichungen folgenden Richtungen; die Intensitätskurve der COMPTON-Strahlung zeigte aber auch in der Umgebung der gewöhnlichen Interferenzstellen einen vollkommen glatten Verlauf: *es sind also keine Comptonmaxima vorhanden*. Dabei wurde in der Nähe der Interferenzmaxima nach der SEEMANNschen Methode mit gewackeltem Kristall gearbeitet, so daß ein größerer Winkelbereich der Streustrahlung umfaßt wurde und eventuell vorhandene sehr schmale Maxima sicher hätten entdeckt werden müssen.

Wie hat man dieses Ergebnis vom theoretischen Standpunkt aus zu interpretieren? Das klassische Ersatzbild des COMPTON-Effekts sagt aus, daß die gestreute Strahlung mit der einfallenden Strahlung kohärent ist, d. h. daß die Phase der Primärstrahlung auch die der Sekundärstrahlung mitbestimmt (wie ja auch die Schwingungsrichtung der Primärstrahlung die der Streustrahlung bestimmt). Eine interferenzmäßige Anhäufung der Streustrahlung der Elektronen eines Elektronengitters in bestimmten Richtungen findet aber nur statt, wenn die Elektronen sich alle untereinander in Phase bewegen und hierbei strahlen, oder anders ausgedrückt: Interferenzen hätte man an einem mit einheitlicher Geschwindigkeit bewegten Elektronengitter zu erwarten. Die Lagen der Interferenzmaxima sind dann durch folgende Formel gegeben:

$$\sin \vartheta_b = \frac{\lambda_0}{2d} \frac{1 + \beta}{\left(1 + \beta \sqrt{1 - \frac{\lambda_0^2}{4d^2} \frac{1 + \beta}{1 - \beta}}\right)} \quad (52)$$

wobei ϑ_b der „BRAGGSche Winkel“ der Reflexion an dem bewegten Elektronengitter ist.

Würde man aber die Streuung gemäß dem auf S. 293 ff. entwickelten Bilde interpretieren und dabei annehmen, daß die verschiedenen Elektronen zu ganz verschiedenen Zeiten, die in keiner Beziehung zueinander stehen, gerade das Quant $h\nu$ ausstrahlen, so würden auch nach dem klassischen Ersatzbilde keine Interferenzmaxima zu erwarten sein. Das Experiment zeigt nun, daß das Bild, nach dem die Elektronen sich alle in Phase bewegen und dabei strahlen, zu eng gefaßt ist.

Vom Standpunkt der Quanten ist das Ergebnis folgendermaßen zu interpretieren: Eine eigentliche Interferenztheorie gibt es in der Quantentheorie noch nicht. Man kann aber das Zustandekommen der Interferenzen nach DUANE quantenmäßig dadurch „deuten“ (27), daß man die Atome im Kristallgitter Quantenbedingungen unterwirft, demzufolge sie in den verschiedenen Richtungen Impuls nur in bestimmten Quanten aufnehmen können. Aus diesen Bedingungen folgt dann unmittelbar

das Auftreten von Interferenzmaxima in denselben Richtungen, die die klassische Theorie vorschreibt. Diese Quantenbedingungen beruhen auf dem Zusammenhalt der Atome im Kristallgitter, es geht daher in sie auch die Gitterkonstante des Kristalls ein. Die am COMPTON-Prozeß beteiligten Elektronen kann man aber solchen Quantenbedingungen nicht unterwerfen, da diese Elektronen zumindest beim Streuprozeß aus dem Atom und damit aus dem Kristallverband völlig losgelöst werden, so daß jeder Sinn für eine solche Bedingung fehlt. Nach dieser Vorstellung ist also in der Tat das Auftreten comptonmäßiger Interferenzmaxima auch nach der DUANESchen Anschauung nicht zu erwarten.

X. Der Comptonsche Streuprozeß an gebundenen Elektronen.

Alle bisherigen Betrachtungen über den COMPTONschen Streuprozeß bezogen sich auf die Wechselwirkung zwischen Strahlung und *freien Elektronen*. Dabei sind die bisher geschilderten Prozesse die einzigen Prozesse der Wechselwirkung, die zwischen Strahlung und freien Elektronen überhaupt vor sich gehen können. Die Prüfung der abgeleiteten Gesetze war nur dadurch möglich, daß im allgemeinen bei der Verwendung von Röntgenstrahlen die äußersten Elektronen der Atome nur so schwach gebunden sind, daß man sie schon annähernd als frei ansehen kann. Wir fragen nun, wie die bisher aufgestellten Gesetze modifiziert werden müssen, wenn man die Wechselwirkung zwischen Strahlung und einem gebundenen Elektron betrachtet.

Wir betrachten zunächst den Elementarprozeß, gehen hierbei genau so vor, wie bei der Betrachtung des Wechselwirkungsprozesses zwischen Strahlung und freien Elektronen und stellen zunächst die Energie- und Impulsbilanzgleichungen auf. Vor dem Prozeß ist die Energie der Strahlung $h\nu_0$ und der Impuls $\frac{h\nu_0}{c}$; das Atom plus Elektron ruht, hat also weder Energie noch Impuls. Nach dem Prozeß setzt sich die Energie zusammen aus der Energie $h\nu$ der Strahlung, der Ablösungsarbeit J des abgelösten Elektrons und seiner kinetischen Energie $\frac{mv^2}{2}$. Die kinetische Energie des Kernes ist wegen seiner großen Masse so klein, daß sie nicht berücksichtigt zu werden braucht. Der Impuls nach dem Prozeß setzt sich ganz entsprechend zusammen aus dem Impuls $\frac{h\nu}{c}$ der Strahlung, dem Impuls \mathfrak{G} des Elektrons und dem Impuls \mathfrak{G}_K des Kernes. Dieser Impuls \mathfrak{G}_K des Kernes kann sehr wohl vergleichbar sein mit dem Impuls, den das Elektron aufnimmt. Diesem Impuls würde aber eine kinetische Energie des Kernes entsprechen, die wegen der großen Kernmasse gegenüber der kinetischen Energie des Elektrons vernachlässigbar ist. Darum haben wir in der Energiegleichung von ihr abgesehen. Es ergeben sich also folgende vier Gleichungen, analog den Gleichungen auf S. 286—287:

$$h\nu_0 = h\nu + T_\epsilon + J \tag{a}$$

$$\frac{h\nu_0}{c} = \frac{h\nu}{c} \cos \Theta + G_\epsilon \cos \vartheta_\epsilon + G_K \cos \vartheta_K \tag{b} \tag{53}$$

$$\cdot \cdot \tag{c}$$

$$\cdot \cdot \tag{d}$$

In diesen vier Gleichungen sind die Größen ν und die sechs Komponenten der beiden Impulsvektoren \mathfrak{G}_ϵ und \mathfrak{G}_K unbekannt. Es sind also sieben Größen, zu deren Bestimmung wir aber nur obige vier Gleichungen haben. Wäre z. B. bekannt, in welchem Verhältnis sich der Impuls zwischen Kern und Elektron verteilt, so könnte man sofort eine Lösung der Gleichung hinschreiben. Dieses Verhältnis ist nun aber nur durch weitere Annahmen über den Elementarprozeß zu ermitteln. Alle Theorien über die Wechselwirkung zwischen Strahlung und gebundenem Elektron beruhen daher im wesentlichen auf Einführung irgend solch einer Annahme (31). Wir wollen auf diese Überlegung hier nicht näher eingehen, sondern nur einige allgemeinere Betrachtungen an diese Gleichungen anschließen.

Zunächst zeigt uns die Erfahrung in dem Auftreten der unverschobenen Linie, daß im allgemeinen, wenn die Elektronen genügend fest gebunden sind, der Prozeß häufig so vor sich geht, daß das Elektron überhaupt nicht losgelöst wird. (Gewöhnlicher Streuprozeß.) In solchen Fällen ist J groß gegen T die kinetische Energie, die ein freies Elektron beim entsprechenden „comptonmäßigen“ Streuprozeß aufnehmen würde. Ob in diesem Falle überhaupt comptonartige Prozesse auftreten, weiß man nicht. Beim sichtbaren Licht hat P. A. Ross die Existenz einer verschobenen Linie gesucht, aber nicht nachweisen können (28); dies hängt offenbar damit zusammen, daß die von den „kleinen“ Lichtquanten auf die Elektronen des Streustrahlers übertragene Energie $h\nu$ klein ist gegen die Bindungsenergie dieser Elektronen. Es tritt hier zu der Unbestimmtheit der Gleichungen (53) noch eine weitere Unbestimmtheit, die darin besteht, daß man auch nicht weiß, wie sich die Häufigkeit der comptonartigen Prozesse mit der Bindungsfestigkeit der Elektronen ändert.

Man kann nun versuchen, durch möglichst einfache Annahmen die Gleichungen (53) zu ergänzen. Man macht zunächst die Annahme, daß überhaupt kein Impuls auf das Atom übertragen werde. Dann folgt sofort aus obiger Gleichung, daß der Prozeß so vor sich ginge, als ob ein primäres Quant von der Größe $h\nu_0 - J$ mit der fiktiven Frequenz $\nu' = \nu_0 - \frac{J}{h}$ einfielen; die gestreute Frequenz ergibt sich dann sofort aus den früheren Gleichungen, in denen man an Stelle ν_0 einfach ν' setzen müßte. Für genügend große ν_0 würde man dann in der Tat zu den Gleichungen (3), (4), (5) gelangen. Wäre diese Annahme richtig, so müßte jede Elektronenschale in den Atomen einer bestimmten

comptonmäßig gestreuten Linie entsprechen. So etwas ist nie beobachtet worden. Also ist die Annahme nicht zutreffend, zumindest ist die Häufigkeit dieser Prozesse sehr gering.

Oder man nimmt an, daß das Atom den gesamten Impuls aufnimmt. Diese Annahme ist sicher schon deshalb unzutreffend, weil sie niemals bei gebundenen Elektronen zum COMPTON-Effekt führen würde. Dieser würde nur für wirkliche freie Elektronen gelten.

Aus diesen Überlegungen sieht man, daß es offenbar so ist, daß der Impuls sich in der Tat, wie man es schon vermuten konnte, zwischen Atom und Elektron *irgendwie verteilt*. Es könnte z. B. so sein, daß das Atom gerade so viel Impuls aufnimmt, daß die gestreute Frequenz unter Berücksichtigung der Ablösearbeit der Elektronen gerade wieder den Wert ν in (8) annimmt. Vom experimentellen Standpunkte ist dazu zu bemerken, daß bisher eine irgendwie *beträchtliche* Verbreiterung der COMPTON-Linie nicht aufgefunden wurde. Eine solche scheint aber von allen Theorien des COMPTON-Prozesses an gebundenen Elektronen gefordert zu werden, wenn sie nicht gerade zu der durch Gleichung (8) gegebenen Frequenz führen. Man kann aber aus den experimentellen Daten heute deshalb nicht mehr folgern, weil man nicht weiß, wie stark sich die Häufigkeit dieser Prozesse ändert, wenn die Bindungsenergie der Elektronen anwächst.

Die soeben erwähnte Annahme kann man physikalisch etwa so interpretieren, daß man sagt, der Streuprozeß findet an einem gebundenen Elektron genau so statt, wie an einem freien, obwohl diese Elektronen eigentlich bewegt sind, und erst nach dem Prozeß wird das Elektron aus dem Atomverbande gelöst. Man muß dann natürlich verlangen, daß die Häufigkeit dieser Prozesse mit wachsendem J abnimmt, für

$$J \geq h (\nu_0 - \nu) \quad (\nu \text{ die COMPTON-Streufrequenz}) \quad (54)$$

muß sie Null werden, da dann eine Streuung der Frequenz schon wegen Gleichung (53a) nicht mehr möglich ist.

JAUNCEY hat auf Grund eines ähnlichen Gedankens eine Theorie der verschobenen und unverschobenen Linie des COMPTON-Effektes aufgestellt. Der Gang seiner Überlegungen ist der folgende: Es wird angenommen, daß der Streuvorgang an einem Elektron *unendlich schnell* vor sich geht und daß bei demselben auch noch die Geschwindigkeit, die das Elektron jeweils infolge seines Umlaufs um den Kern besitzt, gemäß den Gleichungen (4b), (5b) und (5'b) berücksichtigt werden muß. Bei einer bestimmten Lage des Elektrons auf seiner Bahn wird also bei einer Streuung in einer bestimmten Richtung eine bestimmte aus (8b) zu errechnende Frequenz gestreut, wobei die Elektronenbahnen und Geschwindigkeiten aus der BOHRschen Theorie als bekannt angesehen werden. Die gestreute Frequenz ist also von der COMPTON-

Frequenz verschieden. Je kleiner die Energie des umlaufenden Elektrons wird, um so mehr wird die gestreute Frequenz mit der COMPTON-Frequenz zusammenfallen. Es gibt aber Elektronenlagen, bei denen bei einer Streuung in einer bestimmten Richtung noch nicht so viel Energie auf das Elektron übertragen wird, daß es aus dem Atomverbande losgelöst werden kann. In solchen Fällen, wenn also die aus Gl. (8b) zu berechnende Energie kleiner als die Ionisierungsspannung ist, wird angenommen, daß in diesen Richtungen die unverschobene Linie gestreut wird, weil das Elektron ja, wenn es nicht losgelöst wird, nicht beliebige Energiebeträge aufnehmen kann. Auf diese Weise hat JAUNCEY die Intensitätsverteilung der COMPTON-Strahlung berechnet. Dabei ergibt sich, daß bei einer bestimmten Ionisierungsspannung von einem bestimmten Θ an keine unverschobene Strahlung mehr ausgesandt werden kann. Eine genaue Prüfung der Theorie liegt noch nicht vor, man muß aber sagen, daß sie eine erhebliche Verbreiterung der COMPTON-Linie fordern würde; diese scheint nicht vorhanden zu sein. Vom theoretischen Standpunkt muß man bemerken, daß es bedenklich erscheint, einer Theorie die Geschwindigkeiten, die die Elektronen in ihren BOHRschen Bahnen besitzen, zugrunde zu legen; denn nach den heutigen Anschauungen kommt denselben wohl keine eigentliche Bedeutung zu. Genaueres läßt sich über den Elementarprozeß an gebundenen Elektronen bisher nicht aussagen. Das Experiment aber zeigt, daß offenbar comptonartige Prozesse, bei denen eine wesentlich andere Frequenz als ν in (8) gestreut wird, nicht in erheblicher Anzahl vor sich gehen. Zumindest beweist es, daß diese Prozesse nur mit verschwindender Intensität so vor sich gehen, daß sie in einer bestimmten Richtung eine wohl definierte von ν in (8) verschiedene Frequenz aussenden.

Da nun im wesentlichen nur das Auftreten einer COMPTON-Linie von der Frequenz ν (siehe Gl. 8a) beobachtet worden ist, werden wir uns im folgenden nunmehr nur auf eine Diskussion der Frage beschränken, wie wird die Intensität dieser COMPTON-Linie durch die Bindung des Elektrons beeinflusst. Dabei wird von einer sicherlich berechtigten Annahme Gebrauch gemacht, die durch die obigen Betrachtungen nahegelegt wird. Gl. (53a) besagt nämlich, die COMPTON-Intensität wird sicher gleich Null, wenn

$$J \cong h(\nu_0 - \nu) = T \quad (55)$$

ist. T ist dabei der Energiebetrag, der bei der Aussendung von COMPTON-Strahlung von der Frequenz ν gemäß Gl. (8) auf das Atom bzw. auf das Elektron übertragen wird. Die Annahme lautet nun: die Intensität der COMPTON-Strahlung ist im wesentlichen durch das Verhältnis $\frac{J}{T}$ gegeben. Oder etwas schärfer formuliert könnte man sagen: das Verhältnis Intensität der COMPTON-Strahlung an einem gebundenen Elektron zur Intensität der COMPTON-Strahlung an einem freien Elektron soll von

dem Verhältnis $\frac{J}{T}$ abhängen; es sei eine Funktion $F\left(\frac{J}{T}\right)$. Dann besagt die Erfahrung: für $\frac{J}{T}$ klein gegen 1 geht F gegen 1. Man kommt zu den Gesetzen der COMPTON-Strahlung für freie Elektronen.

$$\text{Für } \frac{J}{T} \geq 1 \text{ wird } F = 0. \quad (56)$$

(Dies folgt aus (53a).) Liegt $\frac{J}{T}$ zwischen 1 und 0, so wird F alle Werte zwischen 1 und 0 annehmen können. Für welche Werte von J die Funktion F dem Wert 1 bzw. 0 schon nahekommt, darüber läßt sich a priori nichts aussagen.

Zunächst folgt aus diesen Überlegungen, daß F auch eine Funktion von Θ und λ ist, weil nämlich T von diesen beiden Größen abhängig ist. T ist gemäß der relativistischen Gleichung (9a) durch folgenden Ausdruck gegeben.

$$T = \frac{(h\nu_0)^2}{mc^2} \frac{1 - \cos \Theta}{1 + \frac{h\nu_0}{mc^2} (1 - \cos \Theta)} \quad (9a)$$

Für kleine Winkel wird T proportional Θ^2 , verschwindet also für Θ gleich Null, für kleine ν_0 wird T in genügender Näherung durch $\frac{(h\nu_0^2)}{mc^2} (1 - \cos \Theta)$ gegeben, steigt also wie ν_0^2 an.

Da T mit kleinem Θ verschwindet, so wird also $\frac{J}{T}$ bei genügend kleinem Winkel 1 oder größer werden und damit wird F gleich Null, also verschwindet die COMPTON-Intensität bei genügend kleinem Streuwinkel. Man wird also nicht die aus Gleichung (38) bzw. (45) folgende azimutale Intensitätsverteilung der COMPTON-Strahlung zu erwarten haben, sondern eine durch die Abhängigkeit des F von $\frac{J}{T}$ modifizierte Verteilung. Es wird daher, weil F mit abnehmendem Θ sicher abnimmt, die COMPTON-Intensität mit abnehmendem Winkel nicht so stark anwachsen, wie es (38) bzw. (45) verlangt. Bei ganz kleinem Θ wird sie sogar wieder abnehmen. Die Formeln des Abschnittes VII besitzen um so eher Gültigkeit, je größer T bei einem bestimmten Θ wird. Da T nun wie ν_0^2 für kleine ν_0 und wie ν_0 für sehr große ν_0 anwächst, wird man mit wachsender Primärfrequenz in den Gültigkeitsbereich der Formeln des Abschnitts VII kommen. Hieraus erklärt sich, daß man bei γ -Strahlungsmessungen eine ungefähre Intensitätsverteilung gemäß Gleichung (38) bzw. (45) gefunden hat. Denn für eine Wellenlänge $\lambda_0 = 0,05 \text{ \AA}$ beträgt T in Volt umgerechnet für einen Winkel $\Theta = 45^\circ$ schon über 10 000 Volt; ist also weit größer als die Ablösungsarbeiten aller Elektronen der leichten Elemente. Nur bei den schwereren Elementen hätte man Abweichungen zu erwarten. Allerdings würden auch diese relativ schwach sein, weil nur relativ wenig Elektronen fest

gebunden sind. Bei leichten Elementen würden Abweichungen erst bei sehr kleinen Winkeln zu erwarten sein. Bei 10° beträgt für obige Strahlung T noch immer etwa 3000 Volt. Das ist also noch etwa 20 mal mehr, als die Ablösearbeit der L -Elektronen im Aluminium.

Wir wollen nun die Verhältnisse an Hand der wenigen vorliegenden Versuche noch etwas eingehender betrachten. Es handelt sich hier um die Frage: wie ändert sich die COMPTON-Intensität mit dem Winkel und wie hängt diese Intensität von der Primärwellenlänge und von der Natur des Streukörpers ab. Es sind vor allem zwei experimentelle Methoden, die hier verwendet wurden. Die eine mißt den Absolutwert der gestreuten COMPTON-Strahlen bei gleichen Winkel Θ für verschiedene Streukörper. Dabei wird auf genau gleiche Form und genau gleiche Lage der Streukörper besonders geachtet.

Die andere Methode mißt das Verhältnis Intensität der COMPTON-Strahlung zur Intensität der unverschobenen Strahlung; kennt man im letzteren Fall auch noch die Gesamtintensität in Abhängigkeit vom Winkel, so kann man auch die Intensitätskurven der COMPTON-Strahlung und der gewöhnlichen Strahlung angeben.

Nach der ersten Methode sind Messungen von B. DAVIS (29) ausgeführt worden, der die COMPTON-Streuung von Mo-K-Strahlung unter 90° an den Elementen C , Al , S , Ca untersucht hat. Bei Untersuchungen nach dieser Methode muß man auch noch die Absorption der Strahlung im Streukörper berücksichtigen. Tut man dies, so folgt aus diesen Messungen, daß bei diesen Elementen ungefähr alle Elektronen gleichmäßig stark am COMPTON-Prozeß teilnehmen. Dies ist ein sehr auffallendes Ergebnis; denn es müßten sich danach auch schon beim Ca die K -Elektronen, deren J -Wert etwa zwischen 300 und 400 Volt liegt, an der COMPTON-Strahlung beteiligen, obwohl der entsprechende T -Wert unter 90° nur 500 Volt beträgt.

Nach der zweiten Methode haben P. ROSS, WOO und KALLMANN-MARK gearbeitet (30). Letztere haben auch noch die Gesamtintensität gemessen, so daß auch die Abhängigkeit der Intensität vom Winkel geprüft werden konnte. Das Ergebnis dieser Versuche, das in der Rubrik VI der Tabelle 3 auf S. 318 u. 319 (die überdies noch eine Zusammenstellung aller wichtigen bisher ausgeführten Spektraluntersuchungen am COMPTON-Effekt gibt) zusammengefaßt ist, und das auch noch in den einzelnen Kurven, die den Originalarbeiten entnommen sind, veranschaulicht wird, zeigt deutlich, daß einmal das Intensitätsverhältnis COMPTON-Strahlung zu unverschobener Strahlung mit wachsendem Winkel ansteigt, und daß dieses Verhältnis mit wachsender Ordnungszahl abnimmt.

Die Messungen zeigen also (vgl. Abb. 15 und 16), daß in der Tat, wie es aus den obigen Überlegungen folgt, mit abnehmendem Θ (d. h. mit abnehmendem T) auch die relative COMPTON-Intensität abnimmt, und daß ferner diese auch mit wachsender Ordnungszahl des

Tabelle 3.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	
λ_0 in Angström	Streu- winkel θ	T $= h\nu_0 - h\nu$ in Volt nach Gleichung	$\lambda - \lambda_0$ berechnet in Angström	$\lambda - \lambda_0$ beob- achtet	$\frac{J_{\text{Compton}}}{J_{\text{klassisch}}}$	Streu- körper	Bemerkungen	
0,0204 γ -Strah- len, Kad- mium C	30°	83000	0,324	—	—	C Al Fe Sn Pb	Absorptionsmes- sungen	
	60°	225000	0,0121	—	—			
	90°	328000	0,0242	—	—			
	120°	387000	0,0363	—	—			
	150°	417000	0,0450	0,04	—			
0,208 Wo K $\alpha\alpha'$	90°	6187	0,0242	0,0238	—	C	Außerdem bei: Li, B, C, NaCl, Al, S, Cu, Ge, Ag, Mo, Wo, Pb richtige Ver- schiebung gefun- den. Unverscho- bene Linie häufig gar nicht gefun- den	
	135°	9835	0,0413	0,038	—			
0,562 Ag K $\alpha\alpha'$	—	—	—	—	—	Li	Wahrscheinlich nur verschobene Linie gefunden Außerdem bei Be, B, Al, Cu, Ag, Au, NaCl richtige Verschiebung ge- funden	
	90°	907	0,0242	0,024	—	C (Paraffin)		
0,612 Rh K α	90°	767	0,0242	0,0232	—	C (Paraffin)	—	
0,708 Mo K $\alpha\alpha'$	30°	80	0,00324	0,004	—	Li	Eine verschobene Linie war kaum bemerkbar	
	100°	673	0,0284	0,026	—			
	110°	766	0,0325	0,03	—			
	90°	564	0,0242	0,023	—	—	Be	—
	30°	80	0,00324	0,004	—	C	Die ersten unter der Rubrik VI ange- gebenen Inten- sitätsverhältnisse sind bei Streuung an Paraffin ge- funden	
	60°	293	0,0121	0,013	2,29			1,08
	90°	564	0,0242	0,025	3,1			1,45
	120°	851	0,0363	0,033	5,49			2,26
	135°	961	0,0413	0,038	6,52			3,42
	150°	1100	0,0476	0,042	7,47			4,86
	90°	564	0,0242	0,024	—			—
	90°	564	0,0242	0,025	—	—	Mg	—
	30°	80	0,00342	0,003	—	Al	—	
	60°	293	0,0121	0,013	0,46			
	90°	564	0,0242	0,0240	0,91			
120°	851	0,0363	0,035	1,45				
150°	1043	0,0456	—	2,52				
60°	293	0,0121	0,013	0,2	S	—		
90°	564	0,0242	0,024	0,42				

Tabelle 3. (Fortsetzung.)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
λ_0 in Angström	Streuwinkel θ	$T = h\nu_0 - h\nu$ in Volt nach Gleichung	$\lambda - \lambda_0$ berechnet in Angström	$\lambda - \lambda_0$ beobachtet	$\frac{J_{\text{compton}}}{J_{\text{klassisch}}}$	Streukörper	Bemerkungen
0,708 <i>Mo K$\alpha\alpha'$</i>	90°	564	0,0242	—	—	<i>C</i> <i>Al</i> <i>S</i> <i>Ca</i>	Absolute Intensitätsmessung. Scheinbar nehmen alle Elektronen am Comptoneffekt teil
	90°	564	0,0242	0,0240	—	<i>Cu</i>	—
	90°	564	0,0242	0,0240	—	<i>Ag</i>	—
	90°	564	0,0242	0,0240	$\ll 1$	<i>Pb</i>	—
1,28 <i>Au Lβ</i>	90°	187	0,0242	—	—	—	An <i>Li, Be, B, C, Al, Cu, Ag, Au, NaCl</i> richtige Verschiebung gefunden
1,437 <i>Zn K$\alpha\alpha'$</i>	75°	107	0,0179	0,0184	0,3	} <i>Li</i>	Gleichzeitige Bestimmung der azimutalen Intensitätsverteilung durch Messung der Gesamtintensität
	90°	142	0,0242	0,0238	0,5		
	110°	190	0,0325	0,032	0,9		
	135°	240	0,0413	0,040	1		
	150°	261	0,0430	0,0415	1,2		
1,541 <i>Cu K$\alpha\alpha'$</i>	90°	124	0,0242	0,02	$\ll 1$	<i>Be</i>	COMPTON-Linie sehr schwach
5461 <i>Hg-Linie</i>	180°	$2 \cdot 10^{-5}$	0,0242	—	—	Paraffin	Keine COMPTON-Linie gefunden, sichtbares Licht

Streukörpers abnimmt, weil dann immer mehr Elektronen vorhanden sind, die nur gewöhnliche Streustrahlung aussenden und wohl nicht comptonmäßig streuen. Es muß natürlich betont werden, daß aus der Messung dieses Intensitätsverhältnisses allein ein eindeutiger Schluß nicht zu ziehen ist, weil ja noch aus anderen Gründen eine Abnahme der gewöhnlichen Streustrahlung denkbar ist (Atomformfaktor, LORENTZ-Faktor). Es ist aber zu vermuten, daß die Änderungen, die das Verhältnis $\frac{J_{\text{klassisch}}}{J_{\text{compton}}}$ erfährt, doch wohl auf Grund der

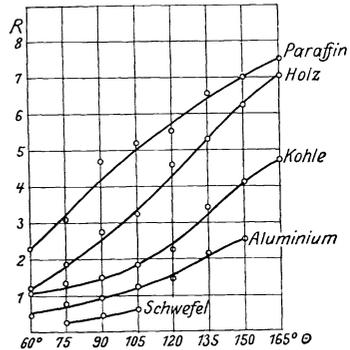


Abb. 15. Zunahme der Intensität der COMPTON-Strahlung mit dem Winkel θ nach W_{00} bei leichten Elementen.

COMPTON-Prozesse zu erklären ist, da diese Änderungen durchaus in der erwarteten Richtung vor sich gehen (Anstieg mit wachsendem Θ).

Daß diese Vermutung wohl zutrifft, dafür sprechen auch die Messungen an *Li* mit *ZnK α* -Strahlung; denn bei diesen wurde auch die Gesamtintensität gemessen und daraus ergibt sich (siehe Abb. 17) für die azimutale Intensitätsverteilung der COMPTON-Strahlung in der Tat ein stärkeres Absinken mit abnehmendem Θ als es die Formel (38) bzw. (45) fordert¹⁾. Es sei hierbei ausdrücklich noch darauf hinge-

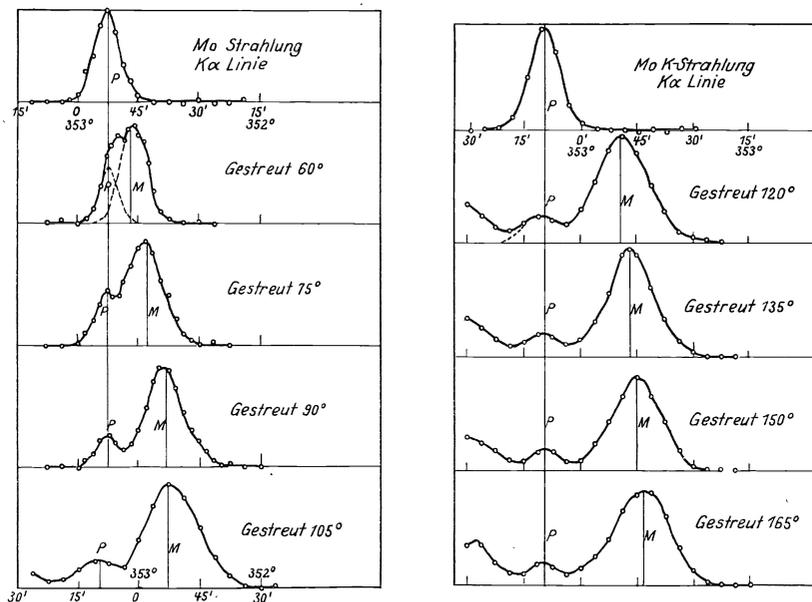


Abb. 16. Ionometrische Intensitätskurven bei der Streuung unter verschiedenen Winkeln nach Woo.

wiesen, daß das Ansteigen der *relativen* Intensität der COMPTON-Strahlung mit wachsendem Winkel nicht aus Formel (38) bzw. (45) erklärt werden kann, denn diese verlangen eine Abnahme der COMPTON-Intensität gegenüber der gewöhnlichen Strahlung.

Macht man nun für das Ansteigen des Wertes $\frac{J_{\text{compton}}}{J_{\text{klassisch}}}$ die COMPTON-Prozesse verantwortlich, so zeigt ein Vergleich der Streumessungen an *Li*, daß bei Bestrahlung mit dem *MoK α* -Dublett offenbar schon alle Elektronen des *Li* comptonmäßig streuen. Die Ablösearbeit der *Li* K-Elektronen ist etwa 60 Volt und $T_{90^\circ} = 500$ Volt. Bei Bestrahlung

¹⁾ Bei Winkeln größer als 90° nimmt nämlich bei genügend weicher Röntgenstrahlung die COMPTON-Intensität nach (38) bzw. (45) mit abnehmendem Θ noch ab, erst unterhalb 90° steigt sie wieder an (siehe S. 305 ff. und Abb. 14).

mit ZnK_{α} hingegen $T_{90^{\circ}} = 128$ Volt scheint man gerade in dem Gebiet zu sein, wo die K -Elektronen erst anfangen auch comptonmäßig zu strahlen.

Weiter geht aber aus allen Messungen hervor, daß der Absolutwert der gewöhnlichen Streuung offenbar um so schwächer wird, je stärker die Elektronen am COMPTON-Prozeß teilnehmen. Es wird also durch das Auftreten der COMPTON-Streuprozesse die gewöhnliche Streustrahlung geschwächt. Man sieht dies ganz deutlich schon daraus, daß bei Bestrahlung von Li mit MoK_{α} das Verhältnis $\frac{J_{\text{compton}}}{J_{\text{klassisch}}}$ gegenüber

dem entsprechenden Wert bei Bestrahlung mit ZnK_{α} um ein vielfaches angestiegen ist (31). Man kann dies etwa so ausdrücken: je stärker in einer bestimmten Richtung comptonmäßig gestreut wird, um so schwächer ist die gewöhnliche Streuung. Man findet daher bei genügend harter Primärfrequenz bei genügend großen Winkeln überhaupt keine verschobene Strahlung mehr, wie es auch in der auf Seite 48 dargestellten Theorie von JAUNCEY gefordert wird¹⁾. Unter genügend kleinen Winkeln ($T < J$) wird

aber natürlich stets die unverschobene Strahlung gestreut, weil dort der Wert $\frac{J}{T}$ gegen 1 geht. Daher findet man auch bei den härtesten Strahlungen bei Bestrahlung von Kristallgittern Interferenzen, weil diese wegen der kleinen Wellenlänge unter sehr kleinen Ablenkungswinkeln Θ liegen.

Im Zusammenhang mit der Tatsache, daß die unverschobene, interferenzfähige Strahlung offenbar zugunsten der COMPTONSchen Strahlung bei steigenden Ablenkungswinkeln abnimmt, steht wohl auch das abnormal rasche Abfallen der Interferenzintensitäten mit steigendem Winkel, das in dem LORENTZ- und DEBYE-Faktor allein keine Erklärung findet.

¹⁾ Auch in diesem Phänomen scheint sich das Wirken der Lichtquanten auszusprechen; denn man kann wohl, wenn die Streuung nach vorn und nach hinten in verschiedenen Elementarprozessen vor sich geht, die Abnahme der unverschobenen Strahlung mit wachsendem Winkel verstehen. Geht aber die Streuung nach allen Seiten in einem Akt vor sich, so hat man zunächst gar keinen Anhaltspunkt zur Erklärung dieser Erscheinung.

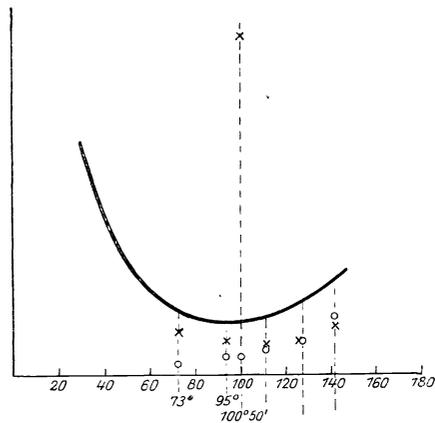


Abb. 17. Intensitätsverteilung der Streustrahlung an Li , \times gewöhnliche Strahlung, o COMPTON-Strahlung.

XI. Der Compton-Effekt und die Quantenmechanik.

Wir haben im Vorausgegangenen gezeigt, daß das Wesen des COMPTONSchen Elementarprozesses durch die Lichtquantenhypothese gemäß den Gleichungen (3a, 4a, 5a) dargestellt werden kann. Es hat sich aber ergeben, daß auch darüber hinaus die Intensitäten und die Schwingungsrichtung der COMPTON-Strahlung durch korrespondenzmäßige Betrachtungen aus der klassischen Elektronentheorie gewonnen werden können, indem man die Ausstrahlung eines mit geeigneter Geschwindigkeit bewegten Elektrons betrachtet. Hierbei zeigt sich allerdings, daß dieses klassische Modell des COMPTONSchen Streuvorganges nur das Ergebnis sehr vieler Einzelprozesse beschreibt, ein wirkliches Abbild des Elementarprozesses aber nicht zu liefern in der Lage ist. In neuerer Zeit hat nun P. A. M. DIRAC versucht, die Prinzipien der HEISENBERGSchen Quantenmechanik auch auf den COMPTONSchen Elementarprozeß anzuwenden (32). Dies gelingt dadurch, daß er in bekannter Weise auch die Zeit und Energie als Uniformisierungsvariable einführt und nun eine HAMILTONSche Funktion aufstellt, in welcher auch die Zeit explizit enthalten ist. In ähnlicher Weise, wie man es bei den übrigen Problemen der Quantenmechanik durchführt, wird die HAMILTONSche Differentialgleichung gelöst und dann diejenigen Amplitudengrößen, die einem bestimmten Schwingungszustand zugeordnet sind, berechnet. Aus dieser Rechnung ergibt sich folgendes:

1. Man erhält für Impuls- und Energieänderung des Elektrons in erster Näherung die Lichtquantengleichungen COMPTONS.

2. Für die Intensität, die in einer bestimmten Richtung Θ gestreut wird, ergibt sich folgende Beziehung:

$$J = C \cdot J_0 \frac{1 + \cos^2 \Theta}{\{1 + \alpha(1 - \cos \Theta)\}^3}. \quad (57)$$

Es ist dieselbe Gleichung (45), die BREIT für die Intensität der COMPTON-Strahlung hergeleitet hat.

Sie unterscheidet sich von der COMPTONSchen Gleichung (38) dadurch, daß sie für die Stelle der linearen Polarisation der COMPTON-Strahlung $\Theta_0 = 90^\circ$ fordert, während die COMPTONSche Intensitätsformel (vgl. Seite 306) einen anderen Winkel hierfür ergibt. Es sei noch dazu bemerkt, daß bei der experimentellen Prüfung die Werte dieser neuen Intensitätsformel alle etwa 25 vH über den experimentellen Daten lagen. Der Vorteil, den diese Theorie rein begrifflich vor der bisherigen bietet, besteht im wesentlichen darin, daß sie nicht von einem fiktiven Ersatzprozeß ausgeht, sondern daß ihre Rechnung auch an den wirklichen Elementarprozeß anknüpft.

In letzter Zeit ist es nun Herrn Dr. GORDON gelungen, wie er uns freundlicherweise mitteilte, den COMPTON-Effekt auch auf Grund der

SCHRÖDINGERSchen Quantenmechanik zu berechnen. Auch diese führt zu den Lichtquantengleichungen COMPTONS. Für die Intensität scheint sich ferner nach dieser Methode eine ähnliche Formel wie (57) zu ergeben.

Überblickt man die Entwicklung, die der COMPTON-Effekt in der kurzen Zeit seit seiner Entdeckung genommen hat, so muß man feststellen, daß hier mit besonderer Deutlichkeit die heutige Lage der Quantentheorie zum Ausdruck kommt. Einerseits liefert die Erforschung des COMPTON-Effektes den Beweis, daß der Elementarprozeß offenbar streng durch das Lichtquantenbild gemäß den Gleichungen (3a, 4a und 5a) beschrieben werden kann (COMPTON-SIMON-Versuch, KIRCHNER, GEIGER-BOTHE). Wenigstens sind bisher alle Forderungen desselben (bis auf die Bestimmung der Größe der Elektronengeschwindigkeit) von der Erfahrung bestätigt. Andererseits zeigt aber die Tatsache der Polarisation der COMPTON-Strahlung und die der klassischen Theorie entsprechende Intensitätsverteilung, daß doch auch die geometrisch klassische Struktur des Strahlungsfeldes eine wesentliche Bedeutung in der Quantentheorie zukommen muß.

Man kann also in den Versuchen über den COMPTON-Prozeß eine Stütze für die lichtquantentheoretische Auffassung des Elementarprozesses sehen. Man muß sich aber dabei daran erinnern, daß andere Versuche, die zwar nicht mit COMPTON-Strahlung, sondern mit gewöhnlicher Strahlung ausgeführt sind, mit Deutlichkeit zeigen, daß die von einem Zentrum nach verschiedenen Richtungen ausgehende Strahlungen doch in einem Zusammenhang miteinander stehen. Wir meinen die Versuche, die zeigen, daß das von einem Zentrum nach verschiedenen Richtungen ausgehende Licht miteinander interferieren kann. Eine Tatsache, die auf Grund der klassischen Vorstellungen der gleichzeitigen Ausstrahlung nach allen Seiten so gut zu verstehen ist. Wie diese in den verschiedenen Versuchen zutage tretenden so verschiedenartigen Eigenschaften in einem Bilde zu vereinigen sind, vermag man auf Grund der heutigen Theorie aber noch nicht klar zu erkennen.

Aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für physikalische Chemie und Elektrochemie und aus dem Kaiser-Wilhelm-Institut für Silicatforschung, Berlin-Dahlem.

Literaturangaben.

1. C. G. BARKLA: *Phil. Mag.* **7**, 543, 1904. *Proc. Roy. Soc.* **77**, 247, 1906.
A. H. COMPTON und HAGENOW: *Journ. Opt. Soc.* **8**, 487, 1924.
H. HAGA: *Ann. d. Phys.* **23**, 439, 1907.
2. R. T. BEATTY: *Phil. Mag.* **6**, 14, 604, 1907.
SADLER und MASHAM: *Phil. Mag.* **24**, 138, 1912.
A. S. EVE: *Phil. Mag.* **8**, 669, 1904.
R. D. KLEEMAN: *Phil. Mag.* **15**, 638, 1908.
J. P. MADSEN: *Phil. Mag.* **17**, 423, 1909.
D. C. FLORANCE: *Phil. Mag.* **20**, 921, 1910.
I. A. GRAY: *Phil. Mag.* **26**, 611, 1913.
K. W. F. KOHLRAUSCH: *Wiener Ber.* **126**, 705, 1917; **128**, 853, 1919.
A. H. COMPTON: *Phil. Mag.* **41**, 749, 1921; *Phys. Rev.* **14**, 20, 1919.

3. P. DEBYE: *Ann. d. Phys.* **46**, 809, 1915.
D. L. WEBSTER: *Phil. Mag.* **25**, 234, 1913.
C. G. DARWIN: *Phil. Mag.* **27**, 325, 1914.
P. EHRENFEST: *Versl. Amst.* **23**, 1132, 1914.
4. A. H. COMPTON: *Phys. Rev.* **21**, 207, 483, 1923.
— *Bull. Nat. Res.* **4**, 1922.
5. W. DUANE und Mitarbeiter: zahlreiche Publikationen in den *Proc. Nat. Acad.* **9**, **10** und **11**. In einer neueren Arbeit (ALLISON und DUANE: *Phys. Rev.* **25**, 235, **26**, 300) hat aber auch DUANE seine Zweifel an der Realität des Comptoneffektes zurückgezogen.
6. A. H. COMPTON; l. c. unter 4.
P. DEBYE: *Phys. Zt.* **24**, 161, 1923.
7. A. H. COMPTON: *Phys. Rev.* **22**, 409, 1923. Dieser Arbeit sind auch die Abb. 5, 6, 7 entnommen.
M. DE BROGLIE: *C. r.* **179**, 11, 1924.
ALLISON und DUANE: *Phys. Rev.* **26**, 300, 1925.
W. HAGEN: *Ann. d. Phys.* **78**, 407, 1925.
P. A. ROSS: *Proc. Nat. Acad.* **9**, 304, 1923.
H. KALLMANN und H. MARK: *Zt. f. Phys.* **36**, 120, 1926.
A. DAUVILLIER: *Journ. Phys. et. Rad.* **6**, 369, 1925.
COMPTON und WOO: *Phys. Rev.* **23**, 763, 1924.
BERGEN DAVIS: *Phys. Rev.* **25**, 737, 1925.
P. A. ROSS: *Phys. Rev.* **23**, 662, 1924.
J. A. BECKER: *Phys. Rev.* **23**, 763, 1924.
8. N. AHMAD: *Proc. Roy. Soc.* **105**, 507, 1924.
M. ISHINO: *Phil. Mag.* **33**, 129, 1917.
A. H. COMPTON: *Phil. Mag.* **41**, 770, 1921.
C. D. ELLIS: *Proc. Cambr. Soc.* **22**, 369, 1924.
K. W. F. KOHLRAUSCH: *Wiener B.* **126**, 441, 683, 705, 887, 1917.
N. AHMAD und E. STONER: *Proc. Roy. Soc.* **106**, 8, 1924.
9. P. DEBYE: *Phys. Zt.* **24**, 161, 1923.
10. L. DE BROGLIE: *Ann. d. Phys.* **3**, 22, 1925.
11. W. BOTHE: *Zt. f. Phys.* **16**, 319, 1923.
C. T. R. WILSON: *Proc. Roy. Soc.* **104**, 1, 1923.
W. BOTHE: *Zt. f. Phys.* **20**, 237, 1923.
A. H. COMPTON und HUBBARD: *Phys. Rev.* **23**, 439, 1924.
12. L. MEITNER: *Zt. f. Phys.* **22**, 234.
13. A. H. COMPTON und W. SIMON: *Phys. Rev.* **25**, 306, 1925.
14. W. BOTHE und H. GEIGER: *Zt. f. Phys.* **32**, 639, 1925.
15. BOHR, KRAMERS und SLATER: *Zt. f. Phys.* **24**, 69, 1924.
16. O. HALPERN: *Zt. f. Phys.* **30**, 153, 1924.
K. FÖRSTERLING: *Phys. Ztschr.* **25**, 313, 1924.
G. WENTZEL: *Phys. Ztschr.* **26**, 436, 1925.
17. z. B. C. T. R. WILSON: *Proc. Roy. Soc.* **104**, 1, 1923.
BAUER: *C. r.* **177**, 1211, 1923.
18. F. KIRCHNER: *Phys. Ztschr.* **27**, 385, 1926.
19. A. EINSTEIN: *Phys. Ztschr.* **18**, 123, 1917.
20. W. PAULI: *Zt. f. Phys.* **18**, 272, 1923.
EINSTEIN und EHRENFEST: *Zt. f. Phys.* **19**, 301.
21. W. BOTHE: *Zt. f. Phys.* **31**, 24, 1925; **34**, 819, 1925.
Eine Zusammenstellung der Quantenstreuprozesse bei W. BOTHE: *Handbuch der Phys.* Bd. **23**, Artikel über Absorption und Zerstreuung von Röntgenstrahlen.

22. A. H. COMPTON: *Phil. Mag.* **41**, 749, 1921.
K. W. F. KOHLRAUSCH: *Phys. Ztschr.* **21**, 193, 1920.
23. G. BREIT: *Phys. Rev.* **27**, 362, 1926.
24. H. KALLMANN und H. MARK: *Zt. f. Phys.* **36**, 120, 1926.
25. H. KIRCHNER: *Phys. Ztschr.* **27**, 385, 1926.
26. H. KULENKAMPPF: *Zt. f. Phys.* **19**, 17, 1923.
27. W. DUANE: *Proc. Nat. Acad. Americ.* **11**, 175, 1925.
EHRENFEST und EPSTEIN: *Phys. Rev.* **23**, 663, 1924.
28. P. A. ROSS: *The Journ. Opt. Soc.* **11**, 217, 1925; *Proc. Nat. Ak.* **9**, 246, 1923; *Phys. Rev.* **22**, 524, 1923.
29. BERGEN DAVIS: *Phys. Rev.* **25**, 737, 1925.
30. P. A. ROSS: *Phys.* **25**, 235, 1925; Y. H. WOO: *Phys. Rev.* **27**, 119, 1926.
Vgl. auch W. DUANE und ALLISON: *Phys. Rev.* **26**, 300, 1925; M. DE BROGLIE: *C. R.* **178**, 908, 1924; A. DAUVILLIER: *C. R.* **178**, 2076, 1924; G. E. M. JAUNCEY: BORD und NIPPER: *Phys. Rev.* **27**, 103, 1926; HAGEN: *Ann. d. Phys.* **78**, 407, 1925.
31. G. E. M. JAUNCEY: *Phys. Rev.* **23**, 313, 1924; **25**, 236, 723, 1925; **27**, 687, 1926; JAUNCEY und O. K. DE FOE: *Phil. Mag.* **1**, 711, 1926; DE FOE: *Phys. Rev.* **27**, 675, 1926.
32. P. A. M. DIRAC: *Proc. Roy. Soc.* **111**, 405, 1926.
W. HEISENBERG: *Zt. f. Phys.* **33**, 879, 1925.

Inhalt der Bände 1—5.

I. Namenverzeichnis.

	Band	Seite
Auerbach, Friedrich (Berlin), Die neuen Wandlungen der Theorie der elektrolytischen Dissoziation	1	228—255
Bjerrum, Niels (Kopenhagen), Die elektrischen Kräfte zwischen den Ionen und ihre Wirkungen	5	125—145
Bodenstein, Max (Hannover), Chemische Kinetik	1	197—209
— Photochemie	1	210—227
Brill, A. (Neubabelsberg), Die Strahlung der Sterne	3	1—37
v. Brunn, A. (Danzig-Langfuhr), Der empirische Zeitbegriff	4	70—85
Coehn, Alfred (Göttingen), Kontaktpotential	1	175—196
Eucken, A. (Breslau), Der NERNSTsche Wärmesatz	1	120—162
Franck, J. (Göttingen), Neuere Erfahrungen über quantenhaften Energieaustausch bei Zusammenstoßen von Atomen und Molekülen	2	106—123
Gerlach, Walther (Tübingen), Magnetismus und Atombau	2	124—146
— Atomstrahlen	3	182—198
Grammel, R. (Stuttgart), Neuere Untersuchungen über kritische Zustände rasch umlaufender Wellen	1	92—119
Gudden, Bernhard (Göttingen), Elektrizitätsleitung in kristallisierten Stoffen unter Ausschluß der Metalle	3	116—159
Güntherschulze, A. (Charlottenburg), Elektrische Ventile und Gleichrichter	3	277—315
Hanle, W. (Göttingen), Die magnetische Beeinflussung der Resonanzfluoreszenz	4	214—232
Heckmann, G. (Göttingen), Die Gittertheorie der festen Körper	4	100—153
Henning, F. (Berlin-Lichterfelde), Wärmestrahlung	1	163—174
— Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen	2	88—105
Hertz, Paul (Göttingen), Statistische Mechanik	1	60—91
Heß, R. (München), Die Statistik der Leuchtkräfte der Sterne	3	38—54
Hopmann, J. (Bonn), Die Bewegungen der Fixsterne	2	1—18
Hüchel, E. (Zürich), Zur Theorie der Elektrolyse	3	199—276
Johnsen, A. (Berlin), Fortschritte im Bereich der Kristallstruktur	1	270—297
Kallmann, H. und Mark, H. (Berlin-Dahlem), Der COMPTONSche Streuprozeß	5	267—325
Katz, J. R. (Kopenhagen), Quellung I. Teil	3	316—404
— Die Quellung II. Teil	4	154—213
Kienle, Hans (Göttingen), Die astronomischen Prüfungen der allgemeinen Relativitätstheorie	3	55—66
Kirsch, G. (Wien), Atomzertrümmerung	5	165—191
Kohlrausch, K. W. F. (Graz), Der experimentelle Beweis für den statistischen Charakter des radioaktiven Zerfallsgesetzes	5	192—212
Kopff, A. (Heidelberg), Das Milchstraßensystem	2	50—81
Kratzer, A. (Münster), Stand der Theorie der Bandenspektren	1	315—334

	Band	Seite
Landé, Alfred (Tübingen), Fortschritte beim ZEE-MAN-Effekt	2	147—162
Laski, G. (Berlin), Ultrarotforschung	3	86—115
Laue, M. v. (Berlin-Zehlendorf), Röntgenstrahlenspektroskopie	1	256—269
Mark, H. , s. unter Kallmann, H.		
Masing, G. und Polanyi, M. (Berlin), Kaltreckung und Verfestigung	2	177—245
Meitner, Lise (Berlin-Dahlem), Der Zusammenhang zwischen β - und γ -Strahlen	3	160—181
Minkowski, R. (Hamburg) und Sponer, H. (Göttingen), Über den Durchgang von Elektronen durch Atome	3	67—85
Paneth, Fritz (Berlin), Das periodische System der chemischen Elemente	1	362—403
— Über das Element 72 (Hafnium)	2	163—176
Pietsch, Erich (Berlin), Gasabsorption unter dem Einfluß der elektrischen Entladung — clean up — und verwandte Erscheinungen	5	213—266
Polanyi, M. , s. unter Masing, G.		
Prager, R. (Neubabelsberg), Die Fortschritte der Astronomie im Jahre 1921	1	1—25
Prey, A. (Prag), Die Theorie der Isostasie, ihre Entwicklung und ihre Ergebnisse	4	30—69
Pringsheim, Peter (Berlin), Lichtelektrische Wirkung und Photo-lumineszenz	1	335—361
— Lichtelektrische Ionisierung von Gasen	5	146—164
Schnauder, G. (Potsdam), Entwicklung und Stand der Parallaxen-forschung	2	19—49
Schoenberg, Erich (Breslau), Über die Strahlung der Planeten	5	1—46
Seliger, Paul (Berlin-Lichterfelde), Das photographische Meßverfahren — Photogrammetrie	5	47—95
Sponer, H. , s. unter Minkowski, R.		
Stracke, G. (Berlin-Dahlem), Die kleinen Planeten	4	1—29
Strömgren, Elis (Kopenhagen), Unsere Kenntnisse über die Bewegungs-formen im Dreikörperproblem	4	233—242
Thirring, Hans (Wien), Die Relativitätstheorie	1	26—59
Wanach, B. (Potsdam), Die Polhöschwankungen	2	82—87
Wegener, Alfred (Graz), Ergebnisse der dynamischen Meteorologie	5	96—124
Wehnelt, A. (Berlin-Dahlem), Die Oxydkathoden und ihre praktischen Anwendungen	4	86—99
Wentzel, Gregor (München), Fortschritte der Atom- und Spektral-theorie	1	298—314

II. Sachverzeichnis.

Astronomie , Fortschritte im Jahre 1921 (R. Prager, Neubabelsberg)	1	1—25
Atom- und Spektraltheorie , Fortschritte (Gregor Wentzel, München)	1	298—314
Atombau und Magnetismus (W. Gerlach, Tübingen)	2	124—146
Atome , Durchgang von Elektronen (R. Minkowski, Hamburg und H. Sponer, Göttingen)	3	67—85
— und Moleküle, Quantenhafter Energieaustausch bei Zusammenstoßen (J. Franck, Göttingen)	2	106—123
Atomstrahlen (W. Gerlach, Tübingen)	3	182—198
Atomzertrümmerung (G. Kirsch, Wien)	5	165—191

	Band	Seite
Bandenspektren , Stand der Theorie (R. Kratzer, Münster)	1	315—334
Compton'scher Streuprozeß (H. Kallmann und H. Mark, Berlin-Dahlem)	5	267—325
Dissoziation , elektrolytische, neue Wandlungen der Theorie (F. Auerbach, Berlin)	1	228—255
Dreikörperproblem , Bewegungsformen (Elis Strömberg, Kopenhagen)	4	233—242
Elektrizitätsleitung in kristallisierten Stoffen (Bernhard Gudden, Göttingen)	3	116—159
Elektrolyse , Theorie (E. Hückel Zürich)	3	199—276
Elektrolytische Dissoziation , neue Wandlungen der Theorie (F. Auerbach, Berlin)	1	228—255
Elemente , Chemische, periodisches System (Fritz Paneth, Berlin) .	1	362—403
Element 72 (Hafnium) (Fritz Paneth, Berlin)	2	163—176
Fixsterne , Bewegungen (J. Hopmann, Bonn)	2	1—18
Gasabsorption unter Einfluß elektrischer Entladung (Erich Pietsch, Berlin)	5	213—266
Gase , Lichtelektrische Ionisierung (Peter Pringsheim, Berlin) . .	5	146—164
Gittertheorie der festen Körper (G. Heckmann, Göttingen)	4	100—153
Gleichrichter und Ventile, Elektrische (Güntherschulze, Charlottenburg)	3	277—315
Hafnium (Element 72) (Fritz Paneth, Berlin)	2	163—176
Ionen , elektrische Kräfte und Wirkungen (Niels Bjerrum, Kopenhagen)	5	125—145
Ionisierung , Lichtelektrische von Gasen (Peter Pringsheim, Berlin)	5	146—164
Isostasie , Theorie und Entwicklung ihrer Ergebnisse (A. Prey, Prag)	4	30—69
Kaltreckung und Verfestigung (G. Masing und M. Polanyi, Berlin)	2	177—245
Kinetik , Chemische (Max Bodenstein, Hannover)	1	197—209
Kontaktpotential (Alfred Coehn, Göttingen)	1	175—196
Kristallisierte Stoffe , Elektrizitätsleitung (Bernhard Gudden, Göttingen)	3	116—159
Kristallstruktur , Fortschritte (A. Johnsen, Berlin)	1	270—297
Lichtelektrische Wirkung und Photolumineszenz (Peter Pringsheim, Berlin)	1	335—361
Magnetismus und Atombau (W. Gerlach, Tübingen)	2	124—146
Mechanik , Statistische (Paul Hertz, Göttingen)	1	60—91
Meßverfahren , photographisches (Paul Seliger, Berlin-Lichterfelde)	5	47—95
Meteorologie , dynamische, Ergebnisse (Alfred Wegener, Graz) . .	5	96—124
Milchstraßensystem (A. Kopff, Heidelberg)	2	50—81
Moleküle und Atome, Quantenhafter Energieaustausch bei Zusammenstößen (J. Franck, Göttingen)	2	106—123
Nernst'scher Wärmesatz (A. Eucken, Breslau)	1	120—162
Oxydkathoden , praktische Anwendungen (A. Wehnelt, Berlin-Dahlem)	4	86—99
Parallaxenforschung , Entwicklung und Stand (G. Schnauder, Potsdam)	2	19—49

	Band	Seite
Photochemie (M. Bodenstein, Hannover)	1	210—227
Photolumineszenz und Lichtelektrische Wirkung (Peter Pringsheim, Berlin)	1	335—361
Planeten, kleine (G. Stracke, Berlin-Dahlem)	4	1—29
— Strahlung (Erich Schoenberg, Breslau)	5	1—46
Polhöhen Schwankungen (B. Wanach, Potsdam)	2	82—87
Quantenhafter Energieaustausch bei Zusammenstößen von Atomen und Molekülen (J. Franck, Göttingen)	2	106—123
Quellung, I. Teil (J. R. Katz, Kopenhagen)	3	316—404
— II. Teil (J. R. Katz, Kopenhagen)	4	154—213
Radioaktives Zerfallsgesetz, experimenteller Beweis für statistischen Charakter (K. W. F. Kohlrausch, Graz)	5	192—212
Relativitätstheorie (Hans Thirring, Wien)	1	26—59
— allgemeine, astronomische Prüfungen (Hans Kienle, Göttingen)	3	55—66
Resonanzfluoreszenz, magnetische Beeinflussung (W. Hanle, Göttingen)	4	214—232
Röntgenstrahlenspektroskopie (M. v. Laue, Berlin-Zehlendorf)	1	256—269
Spektral- und Atomtheorie (Gregor Wentzel, München)	1	298—314
Sterne, Statistik der Leuchtkräfte (R. Heß, München)	3	38—54
— Strahlung (A. Brill, Neubabelsberg)	3	1—37
Strahlen der Planeten β und γ, Zusammenhang (Lise Meitner, Berlin-Dahlem)	3	160—181
Streuprozeß, COMPTONScher (H. Kallmann und H. Mark, Berlin-Dahlem)	5	267—325
Temperaturen tiefe, Erzeugung und Messung (F. Henning, Berlin-Lichterfelde)	2	88—105
Ultrarotforschung (G. Laski, Berlin)	3	86—115
Ventile und Gleichrichter, Elektrische (Güntherschulze, Charlottenburg)	3	277—315
Verfestigung und Kaltreckung (G. Masing und M. Polanyi, Berlin)	2	177—245
Wärmesatz, NERNSTscher (A. Eucken, Breslau)	1	121—162
Wärmestrahlung (F. Henning, Berlin-Lichterfelde)	1	163—174
Wellen, Neuere Untersuchungen über kritische Zustände rasch umlaufender (R. Grammel)	1	92—116
Zeemaneffekt, Fortschritte (A. Landé, Tübingen)	2	147—162
Zeitbegriff, empirischer (A. v. Brunn, Danzig-Langfuhr)	4	70—85
Zerfallsgesetz, radioaktives, experimenteller Beweis für statistischen Charakter (K. W. F. Kohlrausch, Graz)	5	192—212

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften

Herausgegeben

von der Schriftleitung der
„Naturwissenschaften“

Erster Band. Mit 35 Abbildungen. IV, 403 Seiten. 1922. Gebunden RM 14.—

Inhalt:

Die Fortschritte der Astronomie im Jahre 1921. Von Dr. R. Prager, Neubabelsberg. — Die Relativitätstheorie. Von Professor Dr. Hans Thirring, Wien. — Statistische Mechanik. Von Professor Dr. Paul Hertz, Göttingen. — Neuere Untersuchungen über kritische Zustände rasch umlaufender Wellen. Von Professor Dr. R. Grammel, Stuttgart. — Der Nernstsche Wärmesatz. Von Professor Dr. A. Eucken, Breslau. — Wärmestrahlung. Von Professor Dr. F. Henning, Lichterfelde. — Kontaktpotential. Von Professor Dr. Alfred Coehn, Göttingen. — Chemische Kinetik. Von Professor Dr. Max Bodenstein, Hannover. — Photochemie. Von Professor Dr. Max Bodenstein, Hannover. — Die neuen Wandlungen der Theorie der elektrolytischen Dissoziation. Von Oberregierungsrat Dr. Friedrich Auerbach, Berlin. — Röntgenstrahlenspektroskopie. Von Professor Dr. M. v. Laue, Berlin-Zehlendorf. — Fortschritte im Bereich der Kristallstruktur. Von Prof. Dr. A. Johnsen, Berlin. — Fortschritte der Atom- und Spektraltheorie. Von Dr. Gregor Wentzel, München. — Stand der Theorie der Bandenspektren. Von Professor Dr. A. Kratzer, Münster. — Lichtelektrische Wirkung und Photolumineszenz. Von Professor Dr. Peter Pringsheim, Berlin. — Das periodische System der chemischen Elemente. Von Professor Dr. Fritz Paneth, Berlin.

Zweiter Band. Mit 38 Abbildungen. 252 Seiten. 1923. RM 8.40; gebunden RM 9.65

Inhalt:

Die Bewegungen der Fixsterne. Von Dr. J. Hopmann, Bonn. — Entwicklung und Stand der Parallaxenforschung. Von Dr. G. Schnauder, Potsdam. — Das Milchstraßensystem. Von Professor Dr. A. Kopff, Heidelberg. — Die Polhöhenchwankungen. Von Professor Dr. B. Wanach, Potsdam. — Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen. Von Professor Dr. F. Henning, Berlin-Lichterfelde. — Neuere Erfahrungen über quantenhaften Energieaustausch bei Zusammenstoßen von Atomen und Molekülen. Von Professor Dr. J. Franck, Göttingen. — Magnetismus und Atombau. Von Professor Dr. Walther Gerlach, Frankfurt a. M. — Fortschritte beim Zeemaneffekt. Von Professor Dr. Alfred Landé, Tübingen. — Über das Element 72 (Hafnium). Von Professor Dr. Fritz Paneth, Berlin. — Kaltreckung und Verfestigung. Von Dr. G. Masing und Dr. M. Polanyi, Berlin. — Namenverzeichnis. Sachverzeichnis.

Dritter Band. Mit 100 Abbildungen. 404 Seiten. 1924.

RM 18.—; gebunden RM 19.20

Inhalt:

Die Strahlung der Sterne. Von Professor Dr. A. Brill, Neubabelsberg. — Die Statistik der Leuchtkräfte der Sterne. Von Dr. R. Hess, München. — Die astronomischen Prüfungen der allgemeinen Relativitätstheorie. Von Professor Dr. Hans Kienle, Göttingen. — Über den Durchgang von Elektronen durch Atome. Von Dr. R. Minkowski, Hamburg, und Dr. H. Sponer, Göttingen. — Ultrarotforschung. Von Dr. G. Laski, Berlin. — Elektrizitätsleitung in kristallisierten Stoffen unter Ausschluß der Metalle. Von Dr. Bernhard Gudden, Göttingen. — Der Zusammenhang zwischen β - und γ -Strahlen. Von Professor Dr. Lise Meitner, Berlin-Dahlem. — Atomstrahlen. Von Professor Dr. Walter Gerlach, Frankfurt a. M. — Zur Theorie der Elektrolyte. Von Privatdozent Dr. E. Hüchel, Zürich. — Elektrische Ventile und Gleichrichter. Von Professor Dr.-Ing. A. Günther-schulze, Charlottenburg. — Quellung. I. Teil. Von Privatdozent Dr. J. R. Katz, Kopenhagen.

Vierter Band. Mit 62 Abbildungen und 1 Tafel. 243 Seiten. 1925.

RM 15.—; gebunden RM 16.50

Inhalt:

Die kleinen Planeten. Von Dr. G. Stracke, Berlin-Dahlem. — Die Theorie der Isostasie, ihre Entwicklung und ihre Ergebnisse. Von Professor Dr. A. Prey, Prag. — Der empirische Zeitbegriff. Von Professor Dr. A. v. Brunn, Danzig-Langfuhr. — Die Oxydkathoden und ihre praktischen Anwendungen. Von Professor Dr. A. Wehnelt, Berlin-Dahlem. — Die Gittertheorie der festen Körper. Von Dr. G. Heckmann, Göttingen. — Die Quellung. II. Teil. Von Privatdozent Dr. J. R. Katz, Amsterdam. — Die magnetische Beeinflussung der Resonanzfluoreszenz. Von Dr. W. Hanle, Göttingen. — Unsere Kenntnisse über die Bewegungsformen im Dreikörperproblem. Von Professor Dr. Elis Strömgren, Kopenhagen.

*Die Bezieher der „Naturwissenschaften“ erhalten die „Ergebnisse“
mit einem Nachlaß von 10⁰/₁₀*

Struktur der Materie in Einzeldarstellungen. Herausgegeben von M. Born, Göttingen und J. Franck, Göttingen.

- I. **Zeemaneffekt und Multiplettstruktur der Spektrallinien.** Von Dr. E. Back, Privatdozent für Experimentalphysik in Tübingen und Dr. A. Landé, a. o. Professor für theoretische Physik in Tübingen. Mit 25 Textabbildungen und 2 Tafeln. XII, 213 Seiten. 1925. RM 14.40; gebunden RM 15.90
- II. **Vorlesungen über Atommechanik.** Von Dr. Max Born, Professor an der Universität Göttingen. Herausgegeben unter Mitwirkung von Dr. Friedrich Hund, Assistent am Physikalischen Institut in Göttingen. Erster Band. Mit 43 Abbildungen. IX, 358 Seiten. 1925. RM 15.—; gebunden RM 16.50
- III. **Anregung von Quantensprüngen durch Stöße.** Von Dr. J. Franck, Professor an der Universität Göttingen und Dr. P. Jordan, Assistent am Physikalischen Institut Göttingen. Mit 51 Abbildungen. VIII, 312 Seiten. 1926. RM 19.50; gebunden RM 21.—

Die weiteren Bände werden behandeln:

Strahlungsmessungen. Von Professor Dr. W. Gerlach. — **Graphische Darstellung der Spektren.** Von Privatdozent Dr. W. Grotrian und Geh. Rat Professor Dr. Runge. — **Lichtelektrizität.** Von Professor Dr. B. Gudden. — **Die Bedeutung der Radioaktivität für die verschiedenen Gebiete der Naturwissenschaften.** Von Professor Dr. O. Hahn. — **Atombau und chemische Kräfte.** Von Professor Dr. W. F. Fiesel. — **Bandenspektren.** Von Professor Dr. A. Kratzer. — **Starkeffekt.** Von Professor Dr. R. Ladenburg. — **Kern-Physik.** Von Professor Dr. Lise Meitner. — **Kristallstruktur.** Von Professor Dr. P. Niggli und Professor Dr. P. Scherrer. — **Periodisches System und Isotopie.** Von Professor Dr. F. Paneth. — **Das ultrarote Spektrum.** Von Professor Dr. C. Schaefer. — **Vakuumspektroskopie.** Von Dr. Hertha Sponer. — **Atomtheorie der Gase und Flüssigkeiten.** Von Privatdozent Dr. R. Fürth. — **Linienpektren und periodisches System der Elemente.** Von Privatdozent Dr. F. Hund. — **Plastizität von Kristallen.** Von Dr. E. Schmid.

[w] Dynamische Meteorologie. Von Felix M. Exner, o. ö. Professor der Physik der Erde an der Universität Wien, Direktor der Zentralanstalt für Meteorologie und Geodynamik. Zweite, stark erweiterte Auflage. Mit 104 Figuren im Text. VIII, 421 Seiten. 1925. Gebunden RM 24.—

Physikalisches Handwörterbuch. Unter Mitwirkung von zahlreichen Fachgelehrten herausgegeben von Dr.-Ing. e. h. Dr. phil. Arnold Berliner und Karl Scheel, Dr. phil., Geheimer und Oberregierungsrat, Professor an der Physikalisch-technischen Reichsanstalt. Mit 573 Textfiguren. VI, 903 Seiten. 1924. Gebunden RM 39.—

Zeitschrift für Physik. Herausgegeben unter Mitwirkung der Deutschen Physikalischen Gesellschaft von Karl Scheel. Erscheint zwanglos in einzelnen Heften, die zu Bänden von 60 Bogen vereinigt werden. Preis des Bandes RM 46.—

Den Mitgliedern der Deutschen Physikalischen Gesellschaft werden bei direktem Bezug vom Verlag Vorzugspreise eingeräumt.

Die mit **[w]** bezeichneten Werke sind im Verlage von Julius Springer in Wien erschienen.