



# Theorie des Riemetriebes

von

**Dr.-Ing. Wilhelm Stiel**  
Oberingenieur in Siemensstadt

Mit 137 Textfiguren



**Berlin**  
Verlag von **Julius Springer**  
1918

ISBN-13: 978-3-642-98191-3  
DOI: 10.1007/978-3-642-99002-1

e-ISBN-13: 978-3-642-99002-1

Alle Rechte, insbesondere das der  
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten

Copyright 1918 by Julius Springer in Berlin

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1918

## Vorwort.

Vorliegende Arbeit geht in ihrem Ursprung zurück auf Bemühungen, das Antriebsdrehmoment von Papiermaschinen aus den Elementen dieser vielgliedrigen Maschinengattung rechnerisch im voraus zu bestimmen. Dieser Versuch scheiterte zunächst an dem — wie sich herausstellte — gänzlichen Fehlen sicherer Versuchsunterlagen für die Feststellung der bei den zahlreichen Riementrieben der Maschine bei jeder der sehr weit auseinanderliegenden Betriebsgeschwindigkeiten auftretenden Verluste. Die Kammererschen Versuche gaben zwar summarischen Aufschluß über den allgemeinen Verlauf der zu erwartenden Wirkungsgrade der einzelnen Triebe, aber nur bei konstanter Geschwindigkeit als Funktion der Belastung und unter ganz bestimmten Vorspannungsverhältnissen und nur für hohe Geschwindigkeiten. Hinsichtlich des hier in Betracht kommenden Verhaltens als Funktion der Geschwindigkeit (etwa zwischen  $v = 0,5$  bis  $v = 30$  m/sec) bei konstantem Drehmoment aber ließ die ganze Literatur völlig im Stich.

So wurde ich auf ein genaueres Studium der physikalischen Verhältnisse des Riementriebs geführt und hoffe, daß die vorliegende Abhandlung, welche die Frucht dieser Arbeiten bildet, in manchen Punkten zu einer Klärung der Sache beitragen wird.

Auf einen Punkt mehr äußerlicher Art möchte ich hier vorab hinweisen: ich meine die Frage der Benennung der beiden Riementrümer. Man spricht hier von einem „ziehenden“ und „gezogenen“ Trum, oder vom „führenden“ und „geführten“, und manchmal auch vom „losen“ Trum, dem dann wohl das „ziehende“ zugeordnet wird. Alle diese Namen ermangeln etwas der Folgerichtigkeit: Jedes der beiden Trümer ist ja wohl „gezogen“ wie „ziehend“, sowohl „geführt“ wie „führend“. Der Gegensatz zu „lose“ aber ist „fest“: siehe „Fest- und Losscheibe“. Im Falle eines faden- oder bandförmigen Körpers, wie ihn der Riemen darstellt, scheinen mir die für die gegensätzlichen Fälle eines stark gespannten und eines weniger stark gespannten Zustandes zutreffenden Ausdrücke zu sein: „straff“ oder „stramm“ einerseits und „schlaff“ oder „schlapp“ andererseits. Da straff und schlaff meines Erachtens zu wenig Klangverschiedenheit haben, um nicht zu manchen Irrtümern Anlaß zu geben, empfehle ich die Annahme der Bezeichnungen: strammes Trum, schlaffes Trum.

Sodann noch ein zweites: Soweit es möglich war, habe ich mich bemüht, meine Darlegungen auf der Grundlage sicherer Ergebnisse der experimentellen Forschung aufzubauen. An manchen Stellen mangelte aber diese sichere Grundlage ganz oder teilweise. Daher war ich hier genötigt, mit unsicherem Material vorliebzunehmen oder zu ergänzenden Annahmen zu greifen, um mit deren Hilfe wenigstens in den Grundsätzen Klarheit zu schaffen. In allen diesen Fällen habe ich mich bestrebt, die Lücken in den Fundamenten klar zu zeigen und zu betonen, wo zur Sicherstellung des vorerst in den Grundzügen Gegebenen und zu seiner eventuellen Korrektur weitere Forschungen einzusetzen haben.

Die Hauptlücken liegen heute

1. in der Frage der Reibung zwischen Riemen und Scheibe: diese mündet in das allgemeine Problem der gleitenden Reibung;
2. in der Feststellung der Elastizitäts- und Festigkeitseigenschaften des Riemenstoffes;
3. in der Erforschung der Einzelverluste des Riemens und des Triebes.

Hiervon sind 1 und 2 Aufgaben vorwiegend physikalischer Natur, während 3 ganz in das Gebiet der technischen Laboratoriumsforschung fällt. Alle drei Aufgabenkomplexe jedoch scheinen mir dankbare Felder für ernste Weiterarbeit zu sein. Wenn meine Arbeit hierzu neue Anregungen bietet, so hat sie damit schon einen nicht unerheblichen Teil ihres Zweckes erfüllt.

Siemensstadt, im September 1916 / Juni 1917.

**Wilhelm Stiel.**

## Inhalt.

	Seite
Übersicht über die angewandten Bezeichnungen . . . . .	VI
I. Einleitung . . . . .	1
II. Übersicht über die bisherigen Anschauungen über den Riementrieb . . . . .	2
III. Die Elastizitätseigenschaften des Riemenleders . . . . .	35
IV. Über den Zusammenhang zwischen übertragbarer Kraft, Schlupf und Riemengeschwindigkeit . . . . .	58
V. Die Kraft- und Geschwindigkeitsverhältnisse im Riementrieb . . . . .	105
VI. Die Verluste im Riementrieb (Wirkungsgrad) . . . . .	151
VII. Die Vorausbestimmung der Abmessungen des Riementriebs . . . . .	170
Anhang I. Bemerkungen zu dem Bericht von F. W. Taylor: „Notes on belting“ . . . . .	187
Anhang II. Einige Bemerkungen zu Kammerers „Versuchen mit Riemen- und Seiltrieben“ (F.-A. Heft 56/57) . . . . .	191
Verzeichnis der hauptsächlichsten Literatur über den Riementrieb . . . . .	202

---

## Übersicht über die angewandten Bezeichnungen.

### Allgemein deuten an:

Große Buchstaben	Gesamtkräfte.
Kleine Buchstaben	Kräfte pro Querschnittseinheit, Spannungen.
Kennstriche '	freie Kräfte.
Indices 1, 2	strammes Trum, schlaffes Trum.
„ $v$	Leerstillstand (Vorspannung).
„ 0	Leerlauf.
„ $n$	Nutzlast.
„ $a, b$	treibende Scheibe, getriebene Scheibe.

### Somit bezeichnet im besonderen:

$S$	eine Spannkraft, kg.
$k$	eine dieser Spannkraft $S$ entsprechende Beanspruchung, Spannung, kg/cm <sup>2</sup> .
$S_n, k_n$	die der übertragenen Nutzleistung entsprechende Nutzspannkraft bzw. Nutzspannung.
$S_1, k_1$	die Gesamtkraft bzw. Gesamtspannung im strammen Trum.
$S_2, k_2$	die Gesamtkraft bzw. Gesamtspannung im schlaffen Trum.
$S_v, k_v$	die Gesamtkraft bzw. Gesamtspannung in jedem Trum bei Leerstillstand.
$S_0, k_0$	die Gesamtkraft bzw. Gesamtspannung in jedem Trum bei Leerlauf.
$Q, q$	das Gewicht, pro m Länge, des Riemens bzw. eines Streifens von 1 cm <sup>2</sup> , kg.
$v_1$	die Laufgeschwindigkeit des strammen Trums, m/sec.
$v_2$	die Laufgeschwindigkeit des schlaffen Trums, m/sec.
$v = \frac{v_1 + v_2}{2}$	die mittlere Laufgeschwindigkeit des Riemens, m/sec.
$S_f = \frac{Q v^2}{g}$	die Fliehkraft bzw. Fliehspannung im Riemen.
$k_f = \frac{q v^2}{g}$	

$S'_1 = S_1 - S_f$	} die freie Kraft bzw. freie Spannung im strammen Trum.
$k'_1 = k_1 - k_f$	
$S'_2 = S_2 - S_f$	} die freie Kraft bzw. freie Spannung im schlaffen Trum.
$k'_2 = k_2 - k_f$	
$S'_0 = S_0 - S_f$	} die freie Kraft bzw. freie Spannung in jedem Trum bei Leerlauf.
$k'_0 = k_0 - k_f$	
$A, a$	den durch $S'_1, S'_2$ bzw. $k'_1, k'_2$ hervorgerufenen Achsdruck.
$A_0, a_0$	den durch $S'_0$ bzw. $k'_0$ hervorgerufenen Achsdruck.
$b, d$	die Riemenbreite, Riemendicke, cm.
$l$	eine Länge.
$\lambda$	eine Verlängerung.
$\varepsilon = \lambda/l$	die spezifische Verlängerung, Dehnung.
$\alpha$	den Dehnungskoeffizienten.
$E = \frac{1}{\alpha}$	den Elastizitätsmodul.
$w$	die Schlupfgeschwindigkeit.
$w_e$	den elastischen Schlupf (Dehnungsschlupf).
$w_g$	den Gleitschlupf.

## I. Einleitung.

Die Theorie des Riemetriebes ist eine Schmerzenskind der technischen Mechanik. Noch im Jahre 1912 kennzeichnet eine Zuschrift des Herrn Rudolf Hennig an die Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure<sup>1)</sup> den damaligen Stand der Dinge als den einer „heillosen Verwirrung“: Ein hartes Urteil, das aber näherer Prüfung tatsächlich standhält. Auch Bach erklärt noch in der neuesten Auflage (1913) der „Maschinenelemente“, daß die wissenschaftlichen Grundlagen des Riemengeetriebes „leider zur Zeit noch nicht in dem Maße gesichert sind, wie es notwendig ist und wie es nach dem jetzigen Stande der Technik erwartet werden sollte“. Dieser unbefriedigende Zustand der Riementheorie erscheint um so befremdlicher, als sich zahlreiche Forscher mit dieser Materie beschäftigt haben und ausgedehnte, teilweise mit erheblichen Mitteln durchgeführte Versuche ausgeführt worden sind.

Wenn trotzdem die Tatsache besteht, daß nach reichlich 50jähriger Forschungsarbeit auch heute noch die Arbeitsweise und namentlich die Vorausberechnung eines so wichtigen und allgemein verbreiteten Maschinenelementes, wie es durch den Riemetrieb dargestellt wird, noch nicht einwandfrei geklärt ist, so sollte man eigentlich erwarten, daß für diese erstaunliche Tatsache ganz besondere Gründe bestehen. Näheres Nachsehen zeigt aber, daß dies ganz und gar nicht der Fall ist; die Gründe liegen vielmehr einfach darin, daß einerseits grundlegende Erkenntnisse unbekannt und unbeachtet in der Literatur schlummern blieben, und daß andererseits gerade bei diesem scheinbar so einfachen Übertragungsorgan der reine Empiriker mit Trugschlüssen und irrtümlichen Verallgemeinerungen sich ganz besonders stark bemerkbar machen konnte. In die erstere Rubrik gehört die Erkenntnis des Fliehkrafteinflusses durch Rankine (1868) und die Erkenntnis des Zusammenhanges zwischen Riemenschlupf und Reibungskraft durch Kimball (1877); in die letztere Klasse die zahlreichen, namentlich amerikanischen Rezepte für die Riemendimensionierung und ganz besonders die irreführenden Riemenbelastungstabellen von Gehrckens. Beide Gründe wirkten bei manchen experimentellen Forschern zusammen, indem Versuche in Angriff genommen wurden,

<sup>1)</sup> Z. d. V. d. I. 1912, S. 1054.



deren Ergebnisse bereits seit langem in der Literatur zu finden waren: Ein warnender Fingerzeig auf die Wichtigkeit, neu anzustellenden Experimenten stets ein gründliches Studium der vorangegangenen Literatur vorzuschicken.

Ich habe mir in der vorliegenden Arbeit die Aufgabe gestellt, die Eigenschaften und Betriebsbedingungen des Riementriebes in möglichst anschaulicher Weise im Zusammenhang, und zwar unter weitgehender Benutzung graphischer Darstellungen klarzulegen. Es wird sich dabei zeigen, daß die Ergebnisse der bisher vorliegenden Untersuchungen und Versuche über Riementriebe so gut wie vollständig ausreichen, um als Grundlage für eine befriedigende Riementriebtheorie zu dienen, und es wird sich erweisen, daß die heute noch erforderliche experimentelle Ergänzung des bereits vorhandenen Materials zwar immer noch Arbeit genug in sich schließt, aber sich in der Hauptsache nur noch auf die Lieferung des Materials für den weiteren quantitativen Ausbau der Theorie zu erstrecken braucht.

Ich selbst konnte keine Versuche anstellen; infolgedessen sind alle in den folgenden Abschnitten von mir gemachten Aussagen, soweit sie sich nicht auf bereits vorliegende Versuchsdaten stützen und damit in deren Rahmen auch quantitative Bedeutung erlangen, rein qualitativ aufzufassen; sie sollen nur die grundsätzlichen Zusammenhänge klarstellen und damit eben die Grundlagen und Anregungen für die experimentelle Sicherstellung der Theorie nach der quantitativen Seite geben.

Im folgenden werde ich zunächst eine gedrängte Darstellung der in der bisherigen Literatur niedergelegten Anschauungen über das Wesen und die Eigenschaften des Riementriebes geben, um daran dann die eigene Darstellung der Verhältnisse anzuschließen. Dabei werden dann vorerst in den Abschnitten über die Elastizitätseigenschaften des Riemenleders, über die Kraft- und Geschwindigkeitsverhältnisse und über die Verluste im Riementrieb die Grundlagen gegeben, aus denen im letzten Abschnitt sodann einige Grundsätze für eine rationelle Vorausbestimmung der Dimensionen auszuführender Triebe entwickelt werden.

## II. Übersicht

### über die bisherigen Anschauungen über den Riementrieb.

**Die Grashofsche Theorie.** Die bisherigen Anschauungen über Wesen und Wirkungsweise des Riementriebes bauen sich in der Hauptsache auf der von Grashof gegebenen Darstellung<sup>1)</sup> auf. Obwohl die Haupt-

<sup>1)</sup> Grashof, F.: Theoretische Maschinenlehre. Berlin 1883. Bd. 2, S. 304—14.

elemente der Riementriebtheorie bereits lange Zeit vor Grashof, durch Eytelwein<sup>1)</sup>, Rankine, Reuleaux u. a., bekannt waren, fällt Grashof das Verdienst zu, dieselben in manchen Punkten ergänzt, zu einem geschlossenen Gesamtbild zusammengefaßt und so für die Allgemeinheit der Technik nutzbar gemacht zu haben. Wir gehen daher hier zweckmäßig ebenfalls von dieser als der „Grashofschen Theorie“ bekannten Grundlage aus.

Nach der Grashofschen Darstellung treten bei der Kraftübertragung mittels eines um die Scheibe herumgelegten Bandes folgende mitwirkende Ursachen auf:

- a) die Reibung zwischen Band und Scheibe, hervorgerufen durch den durch den Zug im Bande bewirkten Anpressungsdruck zwischen Band und Scheibe,
- b) eine Verminderung des Druckes zwischen Band und Scheibe infolge der Zentrifugalkraft,
- c) möglicherweise: eine Vermehrung des Druckes zwischen Band und Scheibe infolge einer teilweisen Verdrängung der Luft zwischen beiden Elementen.

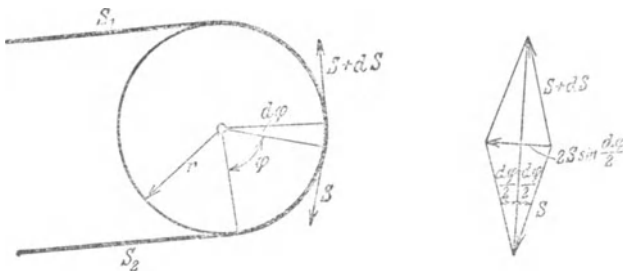


Fig. 1. Kräfte im Umspannungsbogen nach Eytelwein-Grashof.

Die durch die Ursache *a* herbeigeführten Wirkungen ergeben sich wie folgt, Fig. 1:

Bezeichnet man

- die Kraft im strammen Trum mit  $S_1$ ,
- die Kraft im schlaffen Trum mit  $S_2$ ,
- die Kraft in jedem der beiden Trümer bei unbelastetem Stillstand (Vorspannung) mit  $S_v$ ,
- die Zugkraft im Bande an einer beliebigen, durch den Winkel  $\varphi$  bestimmten Stelle mit  $S$ ,
- den Reibungs-Koeffizienten zwischen Band und Scheibe mit  $\mu$ ,
- die Bandbreite mit  $b$ ,

<sup>1)</sup> Eytelwein: Handbuch der Statik fester Körper. Berlin 1808. Bd. 2, S. 21—23.

den vom Band umspannten Bogen mit  $\alpha$ ,  
den Scheibenradius mit  $r$ ,  
so ist die Normalkraft zwischen dem Banelement  $br d\varphi$  und der  
Scheibe an dieser Stelle

$$2S \sin \frac{d\varphi}{2}$$

$$\cong S d\varphi .$$

Die infolge dieses Druckes erzeugte Reibung zwischen dem Bandteilchen  $br d\varphi$  und der Scheibe ist identisch mit dem Zugkraftzuwachs im Bande. Es ist also

$$dS = \mu S d\varphi$$

$$\int_{S_2}^{S_1} \frac{dS}{S} = \int_0^\alpha \mu d\varphi$$

$$\ln \frac{S_1}{S_2} = \mu \alpha$$

$$S_1 = S_2 \cdot e^{\mu \alpha} . \quad (1)$$

Diese als Eytelweinsche Reibungsformel bekannte Beziehung zwischen den Trumkräften, dem umspannten Bogen und dem Reibungskoeffizienten stellt nach Grashof die Grenzbedingung für die Verhütung eines relativen Gleitens zwischen Band und Scheibe dar, soweit ein solches relatives Gleiten nicht durch die verschieden großen Spannungen und somit auch verschieden großen Dehnungen, die dem Bande beim Auflaufen und beim Ablauen zukommen, bedingt und als solches unvermeidbar ist. Ich weise ganz besonders auf diesen Umstand, daß die Beziehung

$$S_1 = S_2 e^{\mu \alpha}$$

lediglich eine Grenzbedingung ist und als solche von Grashof ausdrücklich entwickelt worden ist, hin, weil in der späteren Literatur diesem Umstand nicht immer die gebührende Beachtung geschenkt worden ist.

Für die Beziehung zwischen Vorspannung und Trumkräften bei Belastung entwickelt Grashof auf Grund der Annahme, daß die Gesamtlänge des gespannten Riemens bei allen Belastungszuständen konstant ist, d. h. also, daß sich das stramme Trum um ebensoviel dehnt als sich das schlaife Trum zusammenzieht (gerade Dehnungscharakteristik)

und unter Vernachlässigung der Durchhänge<sup>1)</sup>, die Beziehung

$$S_1 + S_2 = 2 S_v . \quad (2)$$

Dies bedeutet, daß die Summe der beiden Trumkräfte bei allen Belastungszuständen konstant und gleich der Summe der beiden Vorspannungskräfte ist.

Hieraus folgt weiter, da die übertragene Nutzkraft

$$S_n = S_1 - S_2 \quad (3)$$

ist, für die beiden Trumkräfte

$$S_1 = S_v + \frac{S_n}{2} \quad (4)$$

$$S_2 = S_v - \frac{S_n}{2} . \quad (5)$$

Diese letztere Beziehung hat zwar Grashof nicht ausdrücklich an der angegebenen Stelle entwickelt, sie ergibt sich aber nach seinen Darlegungen von selbst. Wenn daher später gegen Kammerer wegen der Aufstellung der gleichen Beziehung Angriffe erhoben worden sind, so richten sich dieselben in Wirklichkeit gegen die Grashofsche Theorie.

Die Wirkungen der Ursache  $b$  (Zentrifugalkrafteinfluß) berücksichtigt Grashof wie folgt:

Bezeichnet man das Gewicht der Längeneinheit des Bandes mit  $Q$  (kg/m), die Geschwindigkeit des Bandes mit  $v$  (m/sec), die Beschleunigung der Schwere mit  $g$  (m/sec<sup>2</sup>), so ist die Zentrifugalkraft eines dem Mittelpunktwinkel  $d\varphi$  des umspannten Bogens entsprechenden Bandelementes:

$$\begin{aligned} &= \frac{Q r d\varphi v^2}{g r} \\ &= \frac{Q v^2}{g} d\varphi . \end{aligned}$$

Diese Kraft wirkt dem durch die Bandspannung verursachten Normaldruck  $S d\varphi$  gerade entgegen, und es ist daher in der Entwicklung der Gleichung (1) die Größe  $S$  durch

$$S - \frac{Q v^2}{g}$$

zu ersetzen. Die Gleichung (1) geht dadurch in die neue Form über:

$$S_1 - \frac{Q v^2}{g} = \left( S_2 - \frac{Q v^2}{g} \right) \cdot e^{\mu \alpha} . \quad (6)$$

<sup>1)</sup> Für diese Voraussetzungen ist die Grashofsche Entwicklung, abgesehen vom Fliehkrafteinfluß, streng richtig; die von späteren Autoren vorgenommene Übertragung auf Triebe, für welche diese Voraussetzungen nicht zutreffen, war natürlich unzulässig und mußte zu irrigen Ergebnissen führen.

Nach dieser Entwicklung Grashofs erföhre also auch die von den beiden Trumkräften auf die Scheibe ausgeübte resultierende Druckkraft, welche mit dem Achsdruck  $A$  übereinstimmt, eine Verminderung um den durch die Zentrifugalkraft bewirkten Betrag. Bei einem umspannten Bogen  $= \pi$  wäre der Achsdruck gleich der arithmetischen Summe der beiden Trumkräfte abzüglich der Fliehkraftwirkung:

$$A = S_1 + S_2 - 2 \frac{Q v^2}{g} \quad (7a)$$

$$= 2 S_v - 2 \frac{Q v^2}{g} . \quad (7b)$$

Der von der Scheibe auf ihre Lager ausgeübte Achsdruck würde hiernach also bei unveränderter Vorspannung eine mit steigender Geschwindigkeit wachsende Verminderung bis auf 0 herab erfahren<sup>1)</sup>.

Die Wirkung der von Grashof auf Grund der von Radinger vertretenen Anschauungen als möglicherweise mitwirkend betrachteten Ursache  $c$  (Luftdruckeinfluß) berücksichtigt Grashof wie folgt:

Wird angenommen, daß am  $n$ ten Teil der Berührungsfläche zwischen Band und Scheibe die Luft vollständig verdrängt werde, so daß dort der Atmosphärendruck voll zur Wirkung kommt, so beträgt die Summe der dadurch erzeugten Druckkräfte zwischen Band und Scheibe

$$\frac{b r \alpha}{n} .$$

Diese Kräfte führen eine Tangentialkraft herbei im Betrage von

$$\mu \frac{b r \alpha}{n} ,$$

welche Grashof zu der durch die Ursache  $a$  erzeugten Tangentialkraft addiert, wodurch die Beziehung entsteht:

$$S_1 = S_2 e^{\mu \alpha} + \mu \frac{b r \alpha}{n} . \quad (8)$$

Diese Bezeichnung ist nicht ganz richtig, weil sie nicht berücksichtigt, daß die durch den Luftdruck bewirkte Vermehrung der Reibungskräfte zwischen Band und Scheibe auch eine Vergrößerung der Zugkräfte in dem ganzen, die Scheibe umschlingenden Bandteil herbeiführt, wodurch dann weiterhin wieder die Reibung vermehrt und der Zug weiter vergrößert wird. Es wäre vielmehr zu setzen:

$$dS = \mu S d\varphi + \frac{\mu b r d\varphi}{n}$$

<sup>1)</sup> Es ist interessant, daß dieses Ergebnis für den ohne Durchhang arbeitenden Trieb, wie sich aus Abschnitt V ergibt, richtig ist, obwohl der Weg, auf welchem Grashof zu ihm gelangte, nicht korrekt ist.

woraus folgt:

$$S_1 + \frac{br}{n} = \left( S_2 + \frac{br}{n} \right) e^{\mu \alpha}. \quad (8a)$$

Über die Schlupfverhältnisse zwischen Riemen und Scheibe sah Grashof klarer als viele Autoren nach ihm. Aus der Tatsache nämlich, daß die Beziehung für das Trunkraftverhältnis

$$\frac{S_1}{S_2} = e^{\mu \alpha}$$

eine Grenzbeziehung darstellt, folgert er, daß ein Ansteigen der Trunkraft in dem die Scheibe umschlingenden Teil des Riemens nur in einem dem Grenzwinkel  $\alpha$  entsprechenden Bereiche vor sich geht und demnach auch nur in diesem Winkelbereiche eine Dehnung des Riemens stattfindet. Ist in Fig. 2  $R'$  die treibende,  $R$  die getriebene Scheibe, so wird also in den Winkelräumen  $\alpha'$  und  $\alpha$  elastisches Gleiten stattfinden, in den verbleibenden Umspannungsbögen  $B'C'$  und  $BC$  aber relative Ruhe zwischen Riemen und Scheibe herrschen.

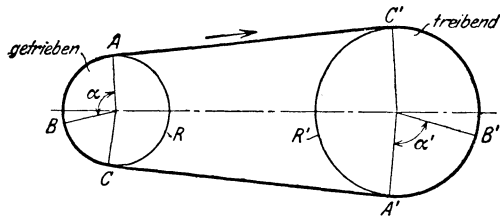


Fig. 2. Gleitwinkel und Ruhewinkel.

Daß diese Anschauungsweise in der Tat im wesentlichen richtig ist, ist durch die neueren Untersuchungen von Fieber durch Messungen an einem Gummiriemen (Z. d. V. d. I. 1909, S. 1641) experimentell bestätigt worden. Die daraufhin von Kammerer vorgenommene Nachprüfung an einem Lederriemen (ebenfalls mitgeteilt in der Z. d. V. d. I. 1909, S. 1642) ergab Übereinstimmung mit den von Fieber an den Gummiriemen gewonnenen Ergebnissen. Bei diesen Untersuchungen zeigte sich, daß bei den untersuchten Verhältnissen kein merklicher Gleitschlupf des ganzen Riemens vorhanden war, sondern daß sich der Schlupf nur auf einen Teil des umspannten Bogens beschränkte, wie dies die Grashofsche Entwicklung verlangt. Mathematisch ist übrigens die Richtigkeit der Grashofschen Angaben bei konstantem  $\mu$  auch von Brauer (Z. d. V. d. I. 1908, S. 965—966) bewiesen worden.

**Von der Grashofschen Theorie abweichende Anschauungen.** Man hat bereits früh erkannt, daß beim Riementrieb gewisse Erscheinungen auftreten, welche sich mit der dargestellten Grashofschen Theorie nur schwer in Einklang bringen lassen. Insbesondere beziehen sich diese abweichenden Beobachtungen auf die Größe des Spannungsverhältnisses und die Größe des Achsdruckes und endlich darauf,

daß sich angeblich bei schnell laufendem Riemen eine größere Übertragungsfähigkeit beobachten läßt als bei langsamerem Lauf.

Was zunächst die Größe des Achsdruckes anlangt, für welche die Grashofsche Theorie bei konstanter Riemengeschwindigkeit Konstanz unabhängig von der Größe der übertragenen Nutzkraft verlangt, während durch den Einfluß der Geschwindigkeit eine mit wachsender Geschwindigkeit bis auf Null herabgehende Verminderung desselben eintreten sollte, so ist hierüber noch in den letzten Jahren, angeregt durch die Kammererschen Versuche, lebhaft gestritten worden.

**Einfluß der Geschwindigkeit auf den Achsdruck.** In Kammerer fand sich nämlich noch in den Jahren 1908—1910 ein energischer Verfechter der [übrigens auch von amerikanischen Autoren geteilten<sup>1)</sup>] Annahme, derzufolge die Fliehkraft den Riemen von den Scheiben abzuschleudern streben und damit die Achsbelastung horizontaler Triebe direkt vermindern sollte, obwohl bereits Rankine<sup>2)</sup> im Jahre 1869 die tatsächliche Wirkung der Fliehkraft und des Durchhanges richtig erkannt (nach ihm übrigens auch Reuleaux), aber allerdings wenig übersichtlich beschrieben hatte und die Grashofsche Ansicht bezüglich der Fliehkraftwirkung überdies auch schon im Jahre 1894 von Friedmann<sup>3)</sup> durch eine exakte mathematische Untersuchung als irrig widerlegt worden war. Friedmann lieferte als erster den einwandfreien mathematischen Beweis, daß die Fliehkraft lediglich jedes Fadenelement mit dem gleichen Betrage  $\frac{q v^2}{g}$  zusätzlich spannt, un-

abhängig von dem Krümmungsradius der vom Faden durchlaufenen Bahn und daß somit durch die Fliehkraft nur innere, auf eine Verlängerung des Riemens wirkende Spannkkräfte, aber keine sonstigen Kräfte ausgelöst werden, welche auf eine Veränderung der vom Faden durchlaufenen Bahnkurve hinwirken, daß diese Bahnkurve vielmehr bei gegebener Fadenlänge lediglich durch den Einfluß der auf den Faden wirkenden sonstigen Kräfte (Schwerkraft, äußere Spannkkräfte) bestimmt wird. Bei gegebener ursprünglicher Vorspannung werden also die Lager mit wachsendem  $v$  nicht um den Betrag  $2 \frac{q v^2}{g}$  entlastet, sondern nur um den (kleineren) Betrag, welcher der infolge der Verlängerung des Riemens durch das Hinzukommen der Fliehspannung  $\frac{q v^2}{g}$  eintretenden Verminderung der Vorspannung entspricht; diese Ver-

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. die Schlußbemerkung von Bird in den *Transact. Am. Soc. Mech. Eng.* 1905. Bd. 26, S. 593.

<sup>2)</sup> Rankine, W. J. M.: On the centrifugal force of bands in machinery. *Engineer* Bd. 27, 1869. S. 165.

<sup>3)</sup> Friedmann, C.: Beitrag zur Berechnung des Drahtseiltriebes. *Z. d. V. d. I.* 1894. S. 891—97.

minderung kann aber die Vorspannung und damit den Achsdruck niemals auf den Wert Null herabdrücken, weil dies selbst bei unendlich großem Durchhang einen gewichtslosen Riemen bedingen würde. Diese Veröffentlichung von Friedmann aus dem Jahre 1894, deren Beweisführung übrigens auch von Bach (Maschinenelemente, 11. Aufl., S. 410—412) bereits seit längerer Zeit übernommen wurde, ist offenbar so gut wie unbekannt geblieben, da es sonst schwer verständlich ist, daß die Anerkennung der Irrtümlichkeit der Grashofschen Anschauungen über den Fliehkrafteinfluß in den Jahren 1910—1913 durch die Herren Hennig<sup>1)</sup> und Duffing<sup>2)</sup> im Sinne der Friedmannschen Richtigstellung nochmals durchgekämpft werden mußte. Allerdings ist zuzugeben, daß der Kammerersche Riemenleerlaufversuch (Forschungsarbeiten, Heft 56/57, Fig. 67) ebenso wie die Untersuchungen von Grau und Schuster<sup>3)</sup>, Wien, wohl zu der Annahme der Richtigkeit der Grashofschen Lehre verführen konnten, da beide Versuche vorzeitig abgebrochen wurden, an einer Stelle der Achsdruckkurve, bis zu welcher die Abweichungen gegenüber der Grashofschen Kurve (bei den vorliegenden Versuchsbedingungen) noch so unwesentlich waren, daß sie Meßfehlern zugeschrieben werden konnten. Demgegenüber hätte aber der von Kammerer weiter durchgeführte Seilleerlaufversuch (Forschungsarbeiten, Heft 56/57, Fig. 71/72), der einen völlig richtigen Kurvenverlauf (asymptotische Annäherung an eine Horizontale nahe der Abszissenachse) zeigt, doch stutzig machen müssen.

Der heutige Stand der Erkenntnis ist also der, daß die Fliehkraft im laufenden Riemen nur latente Kräfte weckt, welche sich nach außen nur in einer Dehnung des Riemens bemerkbar machen, während die Gestalt der Riemenlaufkurve und die Größe des Achsdruckes nur durch die freien Kräfte, nämlich

$$S'_0 = S_0 - \frac{Q v^2}{g} = S_0 - S_f; \quad S'_1 = S_1 - \frac{Q v^2}{g} = S_1 - S_f;$$

<sup>1)</sup> Hennig, R.: Über schnelllaufende Riementreibe. Mitt. Hamb. Bez. V. d. I. 1910. Nr. 15. Das hier von Hennig angegebene, sehr interessante, eigenartige graphische Verfahren ist durch die neueren Veröffentlichungen von Skutsch einer ganz unverdienten Vergessenheit entrissen und neu dargestellt worden. Vgl.: Die Riemenforschung in den Jahren 1913 und 1914, Techn. Mitt. Dortmund 1915, sowie: Zwei Vorträge über die Mechanik der Riementreibe, Friedr. Steffen, Dortmund 1916.

<sup>2)</sup> Duffing, Georg: Vorspannung und Achsdruck bei Riemen- und Seiltrieben. Z. d. V. d. I. 1913. S. 967—75. Diese vorzügliche und exakte analytische Darstellung des Problems setzt allerdings eine lineare Dehnungscharakteristik des Leders voraus, eine Beschränkung, die indes der grundsätzlichen Duffingschen Lösung nichts von ihrer Bedeutung nimmt.

<sup>3)</sup> Grau, A. und Schuster, R.: Versuche mit hohen Riemengeschwindigkeiten. Mitt. des k. k. technol. Gewerbemuseums in Wien 1905. S. 8—26.



$$S'_2 = S_2 - \frac{Q v^2}{g} = S_2 - S_f; \quad A = 2 S'_0 = S'_1 + S'_2$$

bestimmt wird, wobei die Werte der Gesamtkräfte  $S_0, S_1, S_2$  bei variablem  $v$  nicht konstant sind, sondern mit wachsenden  $v$  durch das Hinzukommen der latenten Fliehkräfte so anwachsen, daß weder  $S'_0$  noch  $S'_1$  oder  $S'_2$  jemals = Null werden und also auch der Achsdruck niemals Null werden kann. Die Grashofsche Gleichung (6) wäre also wohl ihrer rein äußerlichen Form nach richtig, hat aber infolge des Nichtzutreffens der Voraussetzung

$$S_1 + S_2 = 2 S_0 = \text{const.}$$

eine andere Bedeutung als sie ihr beigelegt wurde und die in Gestalt der Gleichung (7b) ausgesprochene Folgerung ist unrichtig; auch diese würde wenigstens für Leerlauf, nicht aber für Belastung, äußerlich richtig sein, wenn  $S_e$  durch  $S_0$  ersetzt würde.

**Einfluß der Belastung auf den Achsdruck.** Während hiernach der Kräfteverlauf in Abhängigkeit von Geschwindigkeit und Belastung gegenüber den Anschauungen von Grashof und Kammerer durch Friedmann, Hennig und Duffing wenigstens qualitativ völlig aufgeklärt erscheinen sollte, herrscht bisher doch über die Abhängigkeit des Achsdruckes von der Nutzbelastung (bei gegebener Geschwindigkeit) noch keine volle Klarheit in der Literatur.

Kammerer stellte als Ergebnis seiner in den Forschungsarbeiten Heft 56/57 dargestellten ersten Versuche fest, daß bei bestimmter Geschwindigkeit der Achsdruck mit steigender Nutzlast immer mehr über den durch die Grashofsche Theorie mit Berücksichtigung der Fliehspannung (kurz Grashofachsdruck genannt) gekennzeichneten Wert hinaus ansteige, wobei dieser Anstieg um so größer sein sollte, je größer die Geschwindigkeit ist. Die Fig. 68 der Forschungsarbeiten (Heft 56/57, S. 46) zeigt dementsprechend Achsdruckkurven, welche bei Geschwindigkeit Null sämtlich mit der Vorspannung zusammenfallen, d. h. also, daß bei kleinen Geschwindigkeiten der Achsdruck von der Belastung unabhängig und konstant gleich dem durch die Vorspannung erzeugten Achsdruck sein müßte. In dem Bericht über die späteren Versuche (Forschungsarbeiten Heft 132) scheint Kammerer andererseits den Achsdruck (resp. die von ihm so genannte „Überschußspannung“) als von der Nutzlast unabhängig und nur von der Geschwindigkeit abhängig anzusehen, da die diesbezüglichen, von ihm mitgeteilten Kurven keinerlei Hinweis enthalten, für welche Nutzlast sie gelten (vgl. a. a. O. Fig. 4, 15, 31, 41—43, 55—58).

Sowohl die Meinung, daß der Achsdruck oder der Achsdrucküberschuß unabhängig von der Nutzlast sei, wie auch die Anschauung, daß die Achsdrucksteigerung bei  $v = 0$  verschwinde, welche letzterer

Ansicht übrigens auch Duffing<sup>1)</sup> noch folgt, ist, wie ich später genauer zeigen werde, unrichtig, insofern, als bereits bei Stillstand eine Steigerung des Achsdruckes, mit steigender Nutzlast eintritt.

Wenn andererseits versucht worden ist, die Tatsache des mit Belastung steigenden Achsdruckes überhaupt zu leugnen, so gehen diese Versuche gänzlich in die Irre. Boesner<sup>2)</sup> hat nach dieser Richtung sehr scharfe Angriffe gegen die Kammererschen Untersuchungen erhoben und hat sich bemüht, durch Verarbeitung der Kammererschen Untersuchungsergebnisse in zahlreichen Tabellen den Nachweis zu erbringen, daß im Gegensatz zu dem Kammererschen Versuchsbericht der Achsdruck bei eben diesen Versuchen nicht mit der Belastung größer, sondern kleiner geworden sei. Es verlohnt sich kaum, auf das Boesnersche Buch heute noch näher einzugehen, weil sich später herausgestellt hat, daß Kammerer bei seinen Versuchen nicht mit konstanter Vorspannung gearbeitet, sondern bei jeder Versuchsreihe konstanten Achsdruck eingestellt hat. Bedauerlich ist indes, daß diese Erklärung, welche die Kammererschen Versuche in einem ganz anderen Lichte erscheinen läßt, von Kammerer erst im Jahre 1913 abgegeben worden ist, nachdem er durch scharfe Angriffe in die Enge getrieben war<sup>3)</sup>.

Die Tatsache, daß bei horizontalen Trieben die Summe der Trumkräfte und damit der Achsdruck mit steigender Nutzlast steigt, ist durch die Versuche von Lewis<sup>4)</sup> bereits seit langem einwandfrei dargetan und durch neuere Versuche bestätigt<sup>5)</sup>.

**Neuere Theorien der Riemenkräfte.** a) **Barth.** Die erste gründliche Darstellung des Zusammenhanges zwischen Vorspannung, Trumkräften und Achsdruck, ist von Barth<sup>6)</sup> im Jahre 1908 in einem Vortrage vor der American Society of Mechanical Engineers gegeben worden, und es ist sehr zu bedauern, daß dieser Vortrag bis heute noch kaum beachtet worden ist. Barth geht von einem horizontalen Trieb mit gleich großen Scheiben aus und ersetzt denselben durch zwei in *A* gelagerte Hebel, an deren beiden Enden die beiden Riementrümer befestigt gedacht sind: Fig. 3a, b. Nur die Durchhänge und Dehnungen dieser

<sup>1)</sup> Duffing, a. a. O., vgl. z. B. Fig. 10.

<sup>2)</sup> Boesner: Aus Theorie und Praxis des Riemetriebes. Berlin 1914. A. Seydel, sowie Z. d. V. d. I. 1912.

<sup>3)</sup> Vgl.: Briefwechsel Skutsch, Kammerer, Stephan im D. P. J 1913. S. 479—496; 510; 684; 766; 782; 798.

<sup>4)</sup> Lewis, Wilfred: Experiments on the transmission of power by belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. 1886. Bd. 7, S. 549—597.

<sup>5)</sup> Vgl.: W. Miller Sawdon: Tests of the transmitting capacities of different pulleys in leather belt drives; Paper read before the Nat. Assoc. of Cotton Manufacturers, 29. Sept. 1911. Manchester, Vermont, V. St. Die Hauptergebnisse sind in Abschnitt V vorliegender Arbeit, Fig. 89—91, mitgeteilt.

<sup>6)</sup> Barth, C. G.: The transmission of power by leather belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. 1909/10. Bd. 31, S. 29—103.

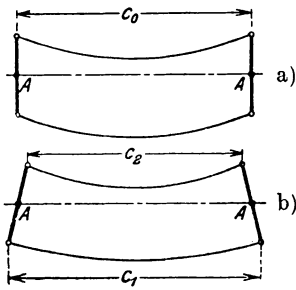


Fig. 3a, b. Barth'sche Ersatzanordnung.

beiden freien Trümer werden beachtet, die die Scheiben umschließenden Riemenstücke aber vernachlässigt, da deren Länge sich bei allen Spannungsverhältnissen angeblich kaum ändert. Bei unbelastetem Trieb haben die beiden Hebel parallele Lage, Fig. 3a; bei Belastung tritt der Zustand Fig. 3b ein: die Summe der Sehnen der beiden Kettenlinien ist konstant:  $C_1 + C_2 = 2C_0$ . Mit diesen Voraussetzungen findet Barth mit Berücksichtigung

der Lederelastizität nach den Versuchen von Lewis und Bird<sup>1)</sup> die Beziehung

$$\sqrt{S'_1} + \sqrt{S'_2} = 2\sqrt{S'_0} + 0,04 l^2 \left( \frac{1}{S_1'^2} + \frac{1}{S_2'^2} - \frac{2}{S_0'^2} \right) \quad (9)$$

wo  $l$  = horizontale Achsenentfernung und alles in englischem Maß (Pfund, Zoll) zu messen ist. Das zweite Glied der rechten Seite wird bei senkrechten Trieben gleich Null und kann auch bei kurzen wagerechten Trieben vernachlässigt werden, wodurch die vereinfachte Beziehung entsteht:

$$\sqrt{S'_1} + \sqrt{S'_2} = 2\sqrt{S'_0} \quad (10)$$

welche von Barth als ein Ersatz der alten Ansicht von der Konstanz der Trumkraftsumme aufgefaßt wird.

Quadrieren wir diese Gleichung und formen um, so erhalten wir den Achsdruck:

$$A = S'_1 + S'_2 = 2S'_0 + (2S'_0 - 2\sqrt{S'_1 S'_2}).$$

Hier zeigt das Klammerglied die Größe der Achsdrucksteigerung. Dieselbe wird gleich Null, d. h. wir erhalten die Grashofsche Anschauung vom konstanten Achsdruck, wenn in den Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} S'_1 &= n_1 S'_0 \\ S'_2 &= \frac{1}{n_2} S'_0 \end{aligned} \right\} \quad (10a)$$

worin  $n_1$  und  $n_2$  beliebige Zahlen bedeuten,

$$n_1 = n_2 \text{ ist,}$$

d. h. wenn die Beziehung besteht:

$$S'_1 S'_2 = S_0'^2.$$

<sup>1)</sup> Bird, W. W.: Belt creep. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. 1905. Bd. 26, S. 584—593.

Ist  $n_1 < n_2$ , so ergibt sich Steigerung des Achsdruckes; ist dagegen  $n_1 > n_2$ , so folgt ein Sinken des Achsdruckes, und zwar ein um so stärkeres, je geringer der Abfall von  $S'_2$  ist; dies ist ein widersinniges Ergebnis, das den Wert der Beziehung 10 als sehr problematisch erscheinen läßt: sie gilt keineswegs in weiteren Grenzen als die Grasshofsche Beziehung  $S'_1 + S'_2 = 2 S'_0$ .

b) **Kutzbach.** Einen erheblich höheren Wert als der Barthschen Lösung messe ich der neuerdings von Kutzbach<sup>1)</sup> gegebenen, außerordentlich anschaulichen graphischen Darstellung der Verlängerungs- und Kräfteverhältnisse horizontaler Triebe unter Berücksichtigung der elastischen Dehnungen und der Durchhänge bei; dieselbe gibt die bisher unstrittig beste Lösung des Problems.

Kutzbach betrachtet einen horizontalen Trieb, und zwar in ganz ähnlicher Weise wie Barth. Er setzt dann zunächst den Riemen als undeformbar voraus und berechnet (unter Ersatz der Kettenlinie durch eine Parabel) die Trumbeanspruchung  $k$  als Funktion des Verhältnisses  $\xi = l : a$  wo  $l$  = Parabelbogenlänge,  $a$  = Parabelbogensehne. Es findet sich die allgemein gültige Beziehung:

$$k = \frac{\xi}{\sqrt{\xi - 1}} \frac{a \gamma}{4900}, \tag{11}$$

worin  $\gamma$  das Riemen-Einheitsgewicht bedeutet. Diese Formel ergibt die Kurve 1 in Fig. 4. Beim undeformbaren Riemen ergibt also ein verstärktes Anspannen des Riemens, d. h. ein Verkleinern des Durchhanges, eine Spannungserhöhung, deren Größe aus Kurve 1 abzulesen ist. Ist nun der Riemen dehnbar, so tritt damit gleichzeitig eine elastische Dehnung ein, die sich zu der durch die Durchhangsverkleinerung verursachten Verlängerung der Trumsehne addiert. Kutzbach nimmt ein lineares Gesetz für die elastische Dehnung an und trägt diese Dehnungskurve als Kurve 2 in Fig. 4 ein. Bei einer bestimmten Spannung sind also, bezogen auf den Ausgangspunkt 0, die beiden Längenänderungen vorhanden:

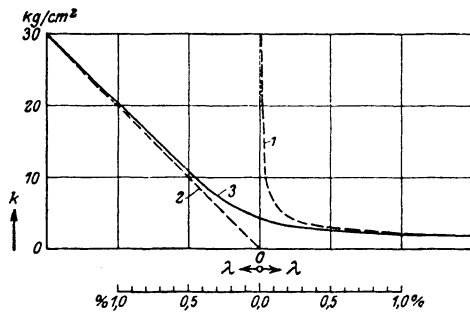


Fig. 4. Kutzbachsche Spannungs-Dehnungskurve.

addiert. Kutzbach nimmt ein lineares Gesetz für die elastische Dehnung an und trägt diese Dehnungskurve als Kurve 2 in Fig. 4 ein. Bei einer bestimmten Spannung sind also, bezogen auf den Ausgangspunkt 0, die beiden Längenänderungen vorhanden:

$\lambda'$  infolge des Durchhanges: bedeutet eine Verkürzung,

$\lambda''$  infolge der elastischen Dehnung: eine Verlängerung

<sup>1)</sup> Kutzbach, K.: Die Übertragungsverluste und die Beanspruchungen der Seil- und Riementriebe. Z. d. V. d. I. 1914. S. 1006—1011.

und es ergibt sich aus der durch den Punkt 0 charakterisierten Länge des Riemens im ungespannten und nicht durchhängenden Zustande und den Längenänderungen die von Kutzbach als „Spannungs-Dehnungs-Charakteristik“ bezeichnete resultierende Kurve 3.

Diese Kurve benutzt nun Kutzbach, indem er sie für das stramme und das schlaife Trum anwendet, zur Feststellung der Kräfte im horizontalen Riemetrieb. Er setzt dabei die für die elastische Dehnung in Betracht kommende Länge jedes Trums mit Rücksicht darauf, daß sich die Spannungen in die umspannten Bögen hinein fortpflanzen, =  $\psi a$ , wo  $\psi$  ein Faktor  $> 1$  ist, den er der Einfachheit halber als konstant annimmt. Dann ergibt sich „die Verteilung der Spannungen

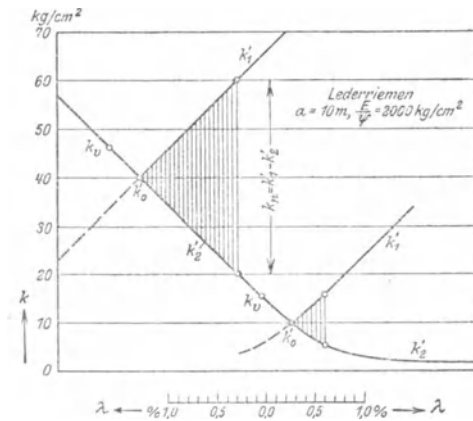


Fig. 5. Bild der Kräfte im horizontalen Riemetrieb nach Kutzbach.

im Betriebe auf das stramme und das schlaife Trum in einfachster Weise nach Fig. 5 indem die Spannung  $k_1$  im strammen Trum stets das Spiegelbild von  $k_2$  im schlaifen Trum ist<sup>1)</sup>.

Da ich an späterer Stelle ausführlicher auf die Kutzbachsche Darstellung zurückgreifen werde, kann ich hier auf ein weiteres Eingehen darauf verzichten, Nicht versäumen möchte ich indes, hier auf zwei von Skutsch<sup>2)</sup> angegebene Versuchsmodelle

hinzuweisen, an welchen sich die vorliegenden Verhältnisse in einfachster und klarster Weise demonstrieren lassen.

**Skutsch, Demonstrationsapparate.** Der erste dieser Apparate zeichnet die Kutzbachsche Verlängerungs-Spannungskurve graphisch auf. Er besteht (vgl. Fig. 6; ich folge hier der Skutschschen Originalbeschreibung) aus einem „etwa 4 m langen Riemen  $r$ , dessen linkes Ende irgendwie möglichst starr befestigt ist, während das rechte Ende an dem abwärts gerichteten Arm eines Winkelhebels  $w$  angreift. Das hölzerne Gerüst  $g$ , in welchem dieser Winkelhebel gelagert ist, ist mit wagerechten Führungen  $f$  für eine Tafel  $t$  versehen, die die Bewegung des Riemenendes mitmacht. Die Tafel geht also nach rechts, wenn der Riemen gespannt wird. In senkrechter Führung bewegt sich vor der Tafel ein Schreibstift  $s$ , dessen Weg die jeweilige Riemenspannung angeben soll. Zu diesem Zweck ist er an der Schraubenfeder  $a$  auf-

1) a. a. O. S. 1010.

2) Techn. Mitt. Dortmund, 1913, S. 75, und 1915, S. 401—406.

gehängt, und zwar so, daß eine ebenso große Kraft, wie sie auf den Riemen  $r$  ausgeübt wird, auch auf die Feder  $a$  wirkt. Das ist dadurch bewirkt, daß der Steigbügel  $b$ , durch den das Ganze betätigt wird, vermittle der losen Rolle  $l$  ebenso stark an der Feder  $a$  wie an dem waagrechten Arm des Winkelhebels  $w$  zieht. Tritt man also allmählich in den Steigbügel  $b$ , so wandert die Tafel  $t$  nach rechts und der Schreibstift  $s$  nach unten und die Abszissen der entstehenden Schaulinie bedeuten — von rechts nach links — die Wege des Riemenendes im Sinn einer Streckung, während die Ordinaten — von oben nach unten — die zugehörigen Riemenspannungen wiedergeben“.

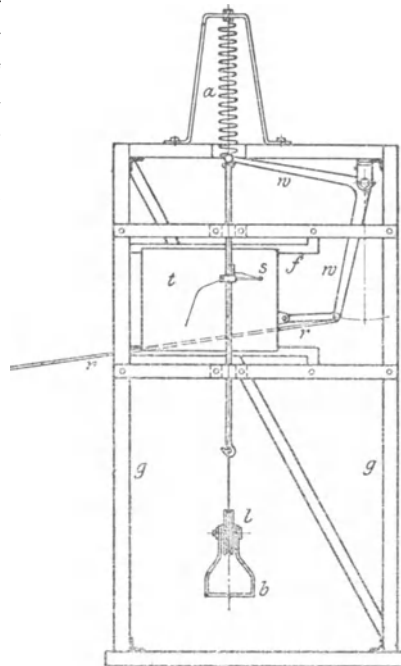


Fig. 6. Skutsche Vorrichtung zur graphischen Auszeichnung der Verlängerungs-Spannungskurve.

Die so aufgezeichnete Kurve (ein von Skutsch mitgeteiltes Beispiel siehe Fig. 7) ist genau die Kutzbachsche Verlängerungs-Spannungskurve; sie zeigt im linken, vom Durchhang beherrschten Teile die asymptotische Annäherung an die Abszissenachse, im rechten, von der elastischen Dehnung beherrschten Teile die Anschmiegung an die Dehnungscharakteristik des Riemenleders.

Der zweite Versuchsapparat Skutschs gibt ein Bild des Achsdruckverlaufs mit steigender Nutzlast; er ist prinzipiell in Fig. 8 dargestellt. Die rechte Scheibe  $R$  ist unbeweglich befestigt, die linke  $R'$  dagegen drehbar in einer Pendelstütze  $a$  gelagert. Das linke Gewicht,  $P_0$ , liefert die Vorspannung, das rechte,  $P_n$ , die Nutzspannung. Nach Grashof müßte die Pendelstütze bei jeder Nutzlast in der gleichen Lage stehenbleiben; in der Tat aber führt eine steigende Nutzlast ein steigendes Ausweichen der Stütze aus der

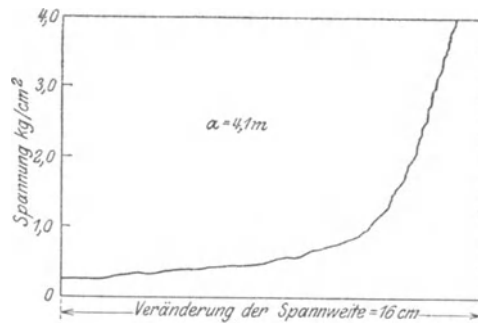


Fig. 7. Von Skutsch experimentell aufgezeichnete Kutzbachsche Verlängerungs-Spannungskurve.

senkrechten Lage nach rechts herbei. Durch Vermehrung der Gewichte der linken Schale kann die senkrechte Lage wiederhergestellt werden, wobei die Gewichtsbelastung der linken Schale unmittelbar den neuen Achsdruck angibt. — Mit einem etwas vervollkommneten Modell dieser Art gewann Skutsch u. a. an einem Rohhautriemen folgende Messergebnisse<sup>1)</sup>, welche nach meiner Kenntnis die erste in Europa gewonnene derartige Zahlenreihe darstellen:

$S'_1 - S'_2 =$ Nutzkraft	$= 0$	1,8	3,6	5,4	7,2	10,8	14,4
$S'_1 + S'_2 =$ Achsdruck	$= 8$	8,6	9,9	11,5	13,1	16,5	20,0
also: $S'_1 = 4$		5,2	6,75	8,45	10,15	13,65	17,2
$S'_2 = 4$		3,4	3,15	3,05	2,95	2,85	2,8

Dieses Versuchsmodell ist prinzipiell mit der Lewisschen Versuchsanordnung identisch; es gestattet die Größen  $S'_1 + S'_2$  und  $S'_1 - S'_2$

zu messen und daraus, wie in vorstehender Tabelle ausgeführt, die einzelnen Trumkräfte zu berechnen.

#### Spannungsverhältnis.

Neben den Unstimmigkeiten, welche sich hinsichtlich des Achsdruckes gegenüber der verallgemeinerten Grashof'schen Theorie ergaben, zeigte sich mit großer Deutlichkeit, daß auch das maximal erreichbare Ver-

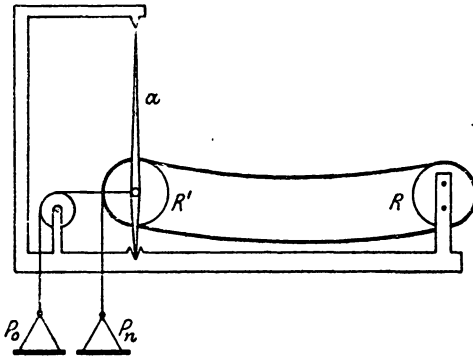


Fig. 8. Modell zur Demonstration der Achsdrucksteigerung.

hältnis der Spannungen im strammen und schlaffen Trum in sehr zahlreichen Fällen mit den Grashof'schen Anschauungen nicht in Einklang zu bringen war, wodurch, namentlich da die Vermutung einer Mitwirkung des Luftdruckes starkem Widerspruch begegnete, die Frage nach der tatsächlichen Ursache der wirksamen Kraft zwischen Riemen und Scheibe aufgeworfen wurde.

Allerdings muß dabei zunächst festgestellt werden, daß bei den allermeisten Betrachtungen über Riementriebe die Grashof'sche Theorie ganz falsch angewendet worden ist. Es wurde bereits oben betont, daß die von Grashof benutzte Eytelweinsche Beziehung zwischen Spannungsverhältnis, Reibungs-Koeffizient und Bogen  $\alpha$  von Grashof lediglich als Grenzbeziehung zur Feststellung desjenigen Teiles des umspannten Scheibenbogens gedacht war, auf welchen sich die Dehnung des Riemen auf der Scheibe beschränkt, während auf dem übrigen Teile des umspannten Bogens keine Relativbewegung zwischen

<sup>1)</sup> a. a. O. S. 406.

Riemen und Scheibe herrscht. Hiernach ist das bisher von vielen Autoren geübte Verfahren, in die Grashofsche Formel den ganzen umspannten Bogen einzusetzen und mit dessen Hilfe dann einen „Reibungs-Koeffizienten“ zu berechnen, prinzipiell unrichtig. Nur diese unrichtige Anwendung der Grashofschen Formel konnte dann auch die widersinnige Tatsache herbeiführen, daß man aus Versuchen Kurven für den „Reibungs-Koeffizienten“ als Funktion der Nutzlast ableitete, wobei sich dann Kurven ergaben, welche ein Ansteigen des Reibungs-Koeffizienten von Null beginnend, bis auf gewisse maximale Werte zeigten<sup>1)</sup>. Die richtige Anwendung der Grashofschen Formel wäre die gewesen, nicht den Reibungs-Koeffizienten, sondern den Bewegungswinkel  $\alpha$  aus ihr zu errechnen. Diese Berechnung hätte dann mit steigender Last berechtigterweise einen von Null beginnenden Anstieg von  $\alpha$  zeigen müssen, der mit dem Erreichen des durch den umspannten Bogen gekennzeichneten Grenzwinkels sein Ende finden müßte.

Hiernach ist also von den meisten bisherigen Forschern auf Grund einer falschen Anwendung der Grashofschen Theorie der aus der Grashofschen Formel errechnete, fiktive Reibungs-Koeffizient  $\mu$  als Kriterium des jeweils betrachteten Riementriebs angesehen worden. Auch diese Betrachtungsweise ergab indes bereits die Unzulänglichkeit der Eytelwein-Grashofschen Formel, und zwar dadurch, daß sich in vielen Fällen fiktive Reibungs-Koeffizienten zeigten, welche über die aus anderweitigen Versuchen feststellbaren tatsächlichen Reibungs-Koeffizienten zwischen Leder und Scheibe erheblich hinausgingen (Versuche von Lewis<sup>2)</sup>, Lanza<sup>3)</sup>, Kammerer und anderen).

**Einfluß des Luftdruckes.** Wie bereits angedeutet, fand die von Radinger<sup>4)</sup> auf Grund angeblicher amerikanischer Erfahrungen lebhaft vertetene Anschauung, daß der Luftdruck bei der Riemenübertragung eine Rolle spiele, von vornherein Widerspruch, und zwar nicht nur in Europa, sondern auch in Amerika. Dort führt beispielsweise Cooper in seinem bekannten Buche<sup>5)</sup> eine Reihe von Gründen an, welche die Luftdrucktheorie als höchst fragwürdig erscheinen lassen und erwähnt ferner, daß auch Versuche mit einer Scheibe und darüber bewegtem Riemen im Vakuum ein durchaus negatives Ergebnis hatten. In Europa aber war die Ablehnung nach kurzem Schwanken allgemein.

1) Ein typisches Beispiel ist: Kammerer, F. A., Heft 56/57, Fig. 136.

2) a. a. O.

3) Lanza, G.: Transmission of power by belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 7. 1886. S. 347—60.

4) Radinger, F. F.: Dampfmaschinen und Transmissionen in den Ver. St. von Nordamerika. Bericht über die Weltausstellung in Philadelphia, Heft 25. Wien 1878.

5) Cooper, J. H.: A treatise on the use of belting for the transmission of power. 4. Aufl. S. 53.



So ließ Bach jahrzehntelang in seinen „Maschinenelementen“ den Luftdruck gänzlich unberücksichtigt, obwohl er ihn in den ersten Auflagen, veranlaßt durch die damals gerade einsetzende Tätigkeit Radingers, mit behandelt hatte. Erst in der neuesten Auflage (1913) hat Bach mit allen Vorbehalten erneut auf seine damalige Darstellung verwiesen; diese bedeutet insofern gegenüber der Darstellung Grashofs eine Verbesserung, als Bach die bereits oben erwähnte Ungenauigkeit Grashofs berichtigt und die Vergrößerung der Reibung durch den vergrößerten Umschlingungsdruck mit berücksichtigt, wodurch an Stelle der Gleichungen 6 und 8 die Beziehung tritt:

$$S_1 - \frac{Qv^2}{g} + \frac{br}{n} = \left( S_2 - \frac{Qv^2}{g} + \frac{br}{n} \right) e^{\mu\alpha}. \quad (12)$$

Bachs Skeptizismus bezüglich der bisher unbewiesenen Mitwirkung des Luftdruckes wird heute noch fast allgemein geteilt. Skutsch<sup>1)</sup> hat neuerdings nochmals den Versuch gemacht, durch Experimente im Vakuum diese Frage zu entscheiden. Ich stelle die an einem Riemen von 100 mm Breite und 5,2 mm Dicke gewonnenen Ergebnisse seiner Vergleichsversuche in nachstehender Tabelle zusammen:

Luftdruck		Treibende Scheibe		Getriebene Scheibe		$\bar{S}'$	$S'_2$	$S'_1/S'_2$	Gesamt-schlupf		$\mu$ berechnet aus $e^{\mu\alpha}$
mm Hg	atm	$\varnothing$ mm	$v$ m/sec	$\varnothing$ mm	$v$ m/sec	kg	kg		m/sec	%	
84	0,114	1100	29,2	1100	27,8	90,3	5,47	16,5	1,4	4,8	0,97
752	0,990	1100	28,9	1100	27,1	86,7	5,14	16,9	1,8	6,2	0,97

Skutsch zieht hieraus den vorsichtigen Schluß, daß, wenn auch damit nicht streng bewiesen sei, daß der geringe verbliebene Luftdruck nicht doch noch wesentlich an der Kraftübertragung beteiligt sei, doch die Tatsache, daß das Spannungsverhältnis noch unverändert den nämlichen hohen Wert zeigt, sehr entschieden gegen diese Deutung spreche. Briggs<sup>2)</sup>, Pinzger<sup>3)</sup>, Stephan<sup>4)</sup> und andere nehmen demgegenüber an, daß vom Riemen Luft mitgerissen würde, welche vom Riemen erst wieder aus der Berührungsfläche zwischen Scheibe und Riemen herausgedrückt werden müßte. Aus diesem Grunde sollen perforierte Riemen besser durchziehen. Trifft diese Annahme zu, so würde

<sup>1)</sup> Skutsch, R.: Riementrieb, Luftdruck und Reibungselektrizität. Verh. d. Ver. z. Bef. d. Gewerbefl. 1913. Heft 7, S. 393—402.

<sup>2)</sup> Briggs, Robert: On the transmission of power by belts and pulleys. Jl. Franklin Inst. Bd. 55, Jan. 1868. S. 22.

<sup>3)</sup> Pinzger, L.: Einige Bemerkungen über die amerikanische Berechnungsmethode der Riementransmission. Wochenschr. d. V. d. I. 1879, S. 91—92.

<sup>4)</sup> Stephan, P.: Ledertreibriemen und Riementriebe. D. P. J. 1913, S. 289ff.

dadurch das negative Ergebnis des Vakuumversuchs bis zu einem gewissen Grade erklärlich werden; indes ist auch diese Hypothese heute noch unbewiesen.

**Einfluß der Reibungselektrizität.** Von Skutsch<sup>1)</sup> ist wohl als erstem auch der Einfluß der Reibungselektrizität auf die Haftkraft zwischen Riemen und Scheibe untersucht worden und es zeigte sich dabei, daß ein solcher Einfluß tatsächlich experimentell nachweisbar war. Diese sehr interessanten Versuche weisen vielleicht einen Weg zur Lösung des Problems. Leider konnte Skutsch nur einige flüchtige Proben machen und ist der Sache nicht weiter nachgegangen. Es dürfte sich aber wohl empfehlen, an diesem bisher nicht beachteten Punkte mit systematischen Untersuchungen anzusetzen.

**Friederich: Flüssigkeitsreibung.** In allerjüngster Zeit ist nun von Friederich<sup>2)</sup> der Nachweis versucht worden, daß es sich bei der Reibung zwischen Riemen und Scheibe nicht um die Reibung fester Körper, sondern in der Hauptsache um die innere Reibung in der durch das verwendete Riemenfett zwischen Riemen und Scheibe entstehenden, im wesentlichen eben aus Riemenfett bestehenden Flüssigkeitsschicht, also um Flüssigkeitsreibung handelt. Friederich führte seine Versuche zum Nachweis dieses Satzes an einer Bremsanordnung, wie sie auch bereits frühere Experimentatoren verwandten, aus. Die Anordnung bestand aus einer Scheibe von 510 mm Durchmesser, welche mit beliebiger Geschwindigkeit in langsame Drehung versetzt werden konnte und über welche ein Riemen herübergelegt war, dessen beide Trumkräfte einerseits durch Belastung mit Gewichten und andererseits durch eine Federwage bestimmt wurden. Diese Anordnung entspricht also mit gewisser Annäherung einem Riemetriebe, doch mit dem Unterschiede, daß dabei die Riemengeschwindigkeit Null ist und die Gleitgeschwindigkeit zwischen Riemen und Scheibe in allen Teilen des umspannten Bogens die gleiche ist, während beim wirklichen Riemetriebe diese Gleitgeschwindigkeit an jedem Punkte des umspannten Bogens eine andere ist.

Nach Friederich spielt also das Riemenfett beim Riemetriebe die entscheidende Rolle, nämlich die eines Klebmittels. Ob diese Ansicht zutrifft, müßte noch genauer überprüft werden.

**Einfluß der Schlupfgeschwindigkeit.** Jedenfalls aber haben die Friederichschen Versuche den Erfolg gehabt, daß sie die europäische Technik auf eine hier scheinbar ganz in Vergessenheit geratene alt-

<sup>1)</sup> a. a. O. S. 401—402.

<sup>2)</sup> Friederich, A.: Versuche über die Größe der wirksamen Kraft zwischen Treibriemen und Scheibe. Z. d. V. d. I. 1915, S. 537—543 ff. Forschungsarbeiten, Berlin 1917, Heft 196—198. (Letztere Veröffentlichung erschien erst nach Abschluß vorliegender Arbeit.)

bekannte Tatsache neu hinwiesen: daß nämlich die wirksame Kraft zwischen Riemen und Scheibe in entscheidendem Maße von der Relativgeschwindigkeit zwischen diesen beiden Organen abhängig ist.

**Versuche von Kimball, Holman, Lanza.** Diese Tatsache wurde bereits in den Jahren 1877—1886 von Kimball<sup>1)</sup>, Holman<sup>2)</sup> und Lanza<sup>3)</sup> in völlig klarer Weise festgestellt. Erstere beiden Experimentatoren machten ihre Versuche an einer Bremsanordnung mit einer Riemenscheibe, welche unter einem darüber gehängten Riemen mit beliebiger Geschwindigkeit gedreht werden konnte: also eine der Friederichschen genau gleiche Anordnung. Da diese interessanten Versuchsreihen, bei denen die  $\mu$  Werte ebenfalls aus  $e^{\mu\alpha}$  berechnet sind, bisher ganz unbeachtet geblieben sind, gebe ich einige derselben hier wieder:

1. Kimball, Versuche aus dem Jahre 1877:

Versuch a.

Gleitgeschwindigkeit $v$		$S_1$	$S_2$	$\mu$	Reibungswert relativ
Fuß/min	cm/sec	lbs	lbs		
0,37	0,19	30	13	0,264	0,42
0,52	0,26	30	12,5	0,277	0,44
1,1	0,56	30	11,5	0,302	0,48
2,3	1,17	30	10,5	0,331	0,53
2,9	1,47	30	10,0	0,346	0,55
4,4	2,24	30	9,5	0,365	0,58
15,4	7,31	30	6,5	0,491	0,78
34,1	17,3	30	5,5	0,541	0,86
80,3	40,7	30	4,5	0,604	0,96
104,5	53,0	30	4,25	0,623	0,99
228,8	116,0	30	4,25	0,629	1,00

Versuch b.

Gleitgeschwindigkeit $v$		Reibungswert relativ
Fuß/min	m/sec	
18	0,09	0,82
92	0,47	0,93
660	3,25	<b>1,00</b>
1190	6,05	0,96
1980	10,02	0,82
2969	15,10	0,69

<sup>1)</sup> Kimball, A. S.: A new investigation of one of the laws of friction. Am. JI. of Science 1877. Bd. 13, S. 353—359.

<sup>2)</sup> Holman, S. W.: Friction of leather belts on iron pulleys. JI. Franklin Inst. Bd. 99, Sept. 1885. S. 189—200.

<sup>3)</sup> Lanza, G.: Transmission of power by belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 7, 1886. S. 347—360.

Der Versuch b zeigt ein offenbar dem Einfluß der eindringenden Luft zuzuschreibendes Sinken der Reibung bei ganz hohen Gleitgeschwindigkeiten, eine Beobachtung, welche u. a. durch Versuche von Charron<sup>1)</sup> bestätigt zu werden scheint.

2. Holman, Versuch aus dem Jahre 1882 an einem gebrauchten Riemen (für  $S_1 = 100,8$  lbs = const.):

Gleitgeschwindigkeit			Gleitgeschwindigkeit		
$v$		$\mu$	$v$		$\mu$
Zoll/min	cm/sec		Zoll/min	cm/sec	
1,5	0,064	0,192	100	4,24	0,347
2	0,085	0,196	150	6,36	0,386
3	0,127	0,203	200	8,48	0,420
4	0,170	0,210	250	10,6	0,450
5	0,212	0,217	300	12,7	0,478
6	0,254	0,223	350	14,8	0,504
8	0,339	0,233	400	17,0	0,528
10	0,424	0,241	450	19,1	0,551
12	0,509	0,247	500	21,2	0,572
15	0,636	0,254	600	25,4	0,611
20	0,848	0,264	700	29,6	0,646
30	1,27	0,280	800	33,9	0,679
40	1,70	0,291	900	38,1	0,711
50	2,12	0,301	1000	42,4	0,741
70	3,18	0,325			

Wie ersichtlich, zeigen die Zahlen von Kimball und Holman quantitativ eine gar nicht schlechte Übereinstimmung nicht nur untereinander, sondern auch mit den Versuchsergebnissen Friederichs.

Lanza stellte Kontrollversuche an wirklichen Riementriebeanordnungen an, stellte dabei die qualitative Übereinstimmung des Verhaltens des wirklichen Riementriebes mit den Ergebnissen der Versuche von Holman fest<sup>2)</sup> und zeigte ferner, daß auch die von anderen Forschern (Morin, Briggs und Towne, Sawyer<sup>3)</sup> mit Versuchsarrangements, bei welchen die Scheibe feststand und der Riemen mit einer gewissen Geschwindigkeit über dieselbe bewegt wurde, erhaltenen Ergebnisse mit seinen Versuchsergebnissen gut übereinstimmten. Aus seinen Versuchen zieht Lanza den Schluß, daß man in der Praxis bei normal gespannten Riemen mit einem Schlupf von etwa 3 Fuß/min (1,5 cm/sec) und einem dementsprechenden  $\mu \cong 0,27$  rechnen könne

<sup>1)</sup> Charron, F.: Rôle lubrifiant de l'air dans le frottement des solides. Compt. Rendus Bd. 150, 1910. S. 906—909.

<sup>2)</sup> Die Kimballschen Versuche werden merkwürdigerweise, obwohl sie von Holman zitiert sind, von Lanza gar nicht erwähnt.

<sup>3)</sup> Diese von Lanza erwähnten Versuche von Sawyer habe ich nicht ausfindig machen können, da bei den Lanzaschen Zitaten jeder nähere Hinweis fehlt.

(gegenüber 0,42 nach Briggs und Towne und etwa 0,28 nach Morin).

Ein vorzügliches Versuchsmaterial auch für diese Frage der Abhängigkeit der  $\mu$  von der Gleitung bei Riemetrieben bieten übrigens die Lewisschen Versuche<sup>1)</sup>.

**Versuche von Miller Sawdon.** Besondere Erwähnung verdienen die bereits oben gelegentlich zitierten, in neuester Zeit auf der alten Lewischen Versuchsmaschine ausgeführten Versuche von Miller Sawdon, welche leider an einer in Europa sehr schwer zugänglichen Stelle veröffentlicht sind<sup>2)</sup>. Dieselben sollten feststellen, wie sich der aus der Eytelweinschen Formel berechnete Reibungs-Koeffizient  $\mu$  in Abhängigkeit vom Riemenschlupf bei Scheiben verschiedenen Materials verhält. Die Versuche wurden sämtlich mit dem gleichen eichenloh-garen Einfachriemen (Breite 5'', Stärke 0,224'', Länge 83 Fuß) auf Scheiben von 24'' Durchmesser und mit einer Geschwindigkeit von 2200 Fuß/min (11,6 m/sec) ausgeführt. Als Scheibenmaterial diente

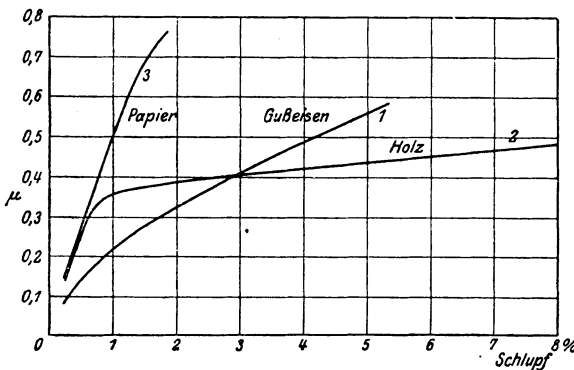


Fig. 9. Kurven des „Reibungskoeffizienten“ für verschiedene Scheibenmaterialien nach Sawdon (für  $v = 11,6$  m/sec und  $k_v = 10,6 - 13,3$  kg/cm<sup>2</sup>).

kaum. Ich gebe in Fig. 9 die Kurven für  $\mu = f$  (Schlupf) wieder, welche für die nackten Scheiben bei einer Vorspannung von

$$k_v = 150 - 187,5 \text{ Pfund/Q-Zoll (10,6 - 13,3 kg/cm}^2\text{)}$$

gewonnen wurden. Ob und inwieweit dieselben der Wirklichkeit entsprechen, muß ich dahingestellt sein lassen; der Sawdonsche Versuchsbericht zeigt, daß der Schlupf bei allen Versuchen eine außerordentlich variable Größe war, wobei die Ursachen der Änderungen des Schlupfes sich angeblich nicht feststellen ließen. Infolgedessen basieren die

<sup>1)</sup> Da das Lewissche Versuchsmaterial neuerdings von Skutsch an gut zugänglicher Stelle neu veröffentlicht ist (Glaser's Annalen 1914, S. 32—39; 54—60), so kann hier dieser Hinweis genügen.

<sup>2)</sup> Vgl. oben, S. 11, Anm. 5.

Gußeisen, Holz, und die Spezial-Papier-scheibe der Rockwood Paper Pulley Co., und zwar alle drei einmal im normalen Zustande und sodann mit Kork-einlagen versehen; letztere Versuche, welche übrigens kein besonders günstiges Ergebnis aufwiesen, interessieren hier

Schlupfwerte auf ganz außerordentlich weit verstreut liegenden Einzelbeobachtungen und verdienen daher, kritisch betrachtet zu werden. Vielleicht rührt die große Unsicherheit des Schlupfes davon her, daß auf den Feuchtigkeits- und Fettungszustand von Riemen und Scheiben nicht geachtet wurde.

**Skutsch: Reibung von Leder auf Eisen.** In neuester Zeit hat Skutsch<sup>1)</sup> auch über die Reibungsverhältnisse zwischen Leder und Eisen Versuche angestellt und hierbei in der Absicht, die den Versuchsanordnungen, welche mit Riemen und Scheibe arbeiten, anhaftenden Nachteile (ungleicher Flächendruck, Messung von Integralwerten) zu vermeiden, eine Anordnung gewählt, bei welcher kleine Lederscheibchen belastet eine gefettete schiefe Ebene aus Eisen hinabglitten. Diese Versuchsanordnung bietet manche Unsicherheiten, doch lieferten auch diese Versuche eine untrügliche Bestätigung der beim Riemen beobachteten Tatsache, daß die Reibung zwischen gefettetem Leder und Eisen mit wachsender Gleitgeschwindigkeit wächst. Sie gestatteten aber darüber hinaus ferner auch die Isolierung der bereits früher vermuteten, aber experimentell noch nicht klargestellten Tatsache, daß der Reibungskoeffizient mit wachsender Flächenpressung sinkt. Für eine quantitative Auswertung dieses Flächenpressungseinflusses bieten indes auch die Skutschschen Versuche nur unsichere Handhaben, weshalb dringend zu wünschen ist, daß weitere Versuche auf der von Skutsch angegebenen Grundlage, aber mit wagerechter Bahn unter Trennung von Belastung und Treibkraft, vorgenommen werden.

**Größe des für die Riemtrieb Berechnung verwendbaren Reibungskoeffizienten.** Ernsthaftige Versuche zur Berücksichtigung der bei allen Versuchen als praktisch möglich und als tatsächlich auftretend festgestellten hohen „Reibungs-Koeffizienten“ bei der Berechnung von Riemtrieben sind bis jetzt wohl nur von Boesner<sup>2)</sup> und von Barth<sup>3)</sup> gemacht worden.

Ersterer gab im Jahre 1893 eine Formel für den bei der Berechnung zu verwendenden Reibungs-Koeffizienten, welche eine lineare Proportionalität zwischen dem Reibungs-Koeffizienten  $\mu$  und dem Scheibenradius  $r$  bedeutet. Er ordnet einen aus Versuchen als bekannt vorausgesetzten Reibungs-Koeffizienten zwischen Leder und Eisen resp. zwischen Leder und Holz, welchen er zu

$$\begin{aligned}\mu_0 &= 0,24 \text{ für Leder und Eisen und} \\ \mu_0 &= 0,29 \text{ für Leder und Holz}\end{aligned}$$

<sup>1)</sup> Skutsch, R.: Über die Reibung von Leder auf Eisen. *Dinglers polytechn. Journ.* 1914, S. 273—278, 305—310, 355—357.

<sup>2)</sup> Z. d. V. d. I. 1893, S. 667.

<sup>3)</sup> a. a. O.

annimmt, einem empirisch bestimmten Scheibendurchmesser

$$r_0 = 100 s,$$

wo  $s$  = Riemenstärke, zu und findet für andere Scheiben den Reibungs-Koeffizienten nach der Beziehung:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 \frac{r}{r_0} \\ &= \mu_0 \frac{r}{100 s} \end{aligned} \quad (13)$$

Hierdurch kommt man nun zwar in der Tat auf Werte des Reibungs-Koeffizienten, welche den Beobachtungen in der Praxis relativ nahekommen. Die physikalische Begründung hierfür zu finden, ist indes Boesner nicht gelungen. Er hat neuerdings in seinem bereits oben erwähnten Buche eine solche Begründung versucht, welche sich auf die Annahme von Masseneinflüssen stützt, doch läßt sich über diese Darlegungen nicht diskutieren. Dies vermindert allerdings das Verdienst Boesners nicht, als erster den erheblichen Einfluß des Scheibendurchmessers erkannt und seine Berücksichtigung vorgeschlagen zu haben.

Die Boesnersche Formel läßt den Einfluß der Geschwindigkeit ganz unberücksichtigt, und sie läßt sich daher nicht, wie dies Boesner versucht hat, zu einer Begründung der von Kammerer angeblich beobachteten größeren Übertragungsfähigkeit schnell laufender Riemen heranziehen.

Barth dagegen hat in seinem Riemenberechnungssystem den Einfluß der Geschwindigkeit sorgsam berücksichtigt. Er nimmt — aus Erwägungen hinsichtlich der Lebensdauer des Riemens heraus — für jede Riemengeschwindigkeit empirisch eine gewisse Gleitgeschwindigkeit als zulässig an und bestimmt den dieser zugeordneten Eytelweinschen Reibungs-Koeffizienten  $\mu$  aus einer den Lewisschen Versuchen entnommenen Kurve. Er kommt so zu der Formel:

$$\mu = 0,54 - \frac{140}{500 + v} \quad (14)$$

worin  $v$  die Riemengeschwindigkeit in Fuß pro Minute bezeichnet.

Die Formel ergibt für  $v = 0$ :  $\mu = 0,260$  und für  $v = 6000$  Fuß/min = 30,5 m/sec:  $\mu = 0,519$  bei einem Schlupf von  $\infty\%$  resp. 0,68%.

Daß aber trotz aller bisher bereits vorliegenden Versuchsergebnisse das Problem der Kraftwirkung zwischen Riemen und Scheibe noch durchaus weiterer systematischer Aufklärung bedarf, hat Hamerstad<sup>1)</sup> durch die Gegenüberstellung einer Anzahl aus bisher bekanntem

<sup>1)</sup> Beitrag in der Diskussion zu dem Barthschen Vortrage, siehe a. a. O.

Versuchsmaterial ermittelter Kurven  $\mu = f$  (Schlupfgeschwindigkeit) und  $\mu = f$  (Schlupfprozentatz) gezeigt, wobei augenscheinlich alle durch die Kurven dargestellten, mit verschiedenen Geschwindigkeiten ausgeführten Versuche ungefähr der gleichen Beziehung  $\mu = f$  (Schlupfprozentatz) folgen, während die Kurven  $\mu = f$  (Schlupfgeschwindigkeit) recht weit auseinanderfallen: Letzteres zeigt, daß bei  $\mu$  neben der Abhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit noch erhebliche andere Einflüsse (Vorspannung, Riemengeschwindigkeit usw.) mitspielen; ersteres aber muß als rein zufälliges Zusammentreffen, bei welchem sich verschiedene Einflüsse aufhoben, gewertet werden.

**Belastbarkeit der Riementriebe.** Ein stark umstrittenes Problem ist endlich auch die Frage der Belastbarkeit von Riementrieben.

Die älteren Riemenformeln, welche bis zum Ende der 70er Jahre des vorigen Jahrhunderts namentlich in Amerika in großer Anzahl auf rein empirischer Basis entstanden<sup>1)</sup>, ließen sämtlich den Einfluß der Fliehkraft außer acht. Die meisten dieser Formeln stellen eine einfache lineare Beziehung zwischen der Anzahl der übertragbaren Pferdestärken  $N$ , der Riemenbreite  $b$  oder dem Riemenquerschnitt  $b \cdot d$  und der Geschwindigkeit dar; dieselben entsprechen der Form

$$N = C_1 b v \quad (15)$$

oder

$$k_n = c_1 \quad (15a)$$

Neben dieser Hauptgruppe von Formeln trat in Amerika eine Neben-  
gruppe auf, welche die Länge des umspannten Scheibenumfanges berücksichtigte und damit also eine Abhängigkeit der übertragbaren Kraft von der vom Riemen berührten Scheibenoberfläche annahm. Die Formeln dieser Klasse haben die Form:

$$N = C_2 b v l, \quad (16)$$

wenn  $l$  die lineare Länge des umspannten Bogens bezeichnet. Am bekanntesten von den hierhergehörigen Formeln sind die von Roper<sup>2)</sup> und von Webber<sup>3)</sup>; letztere lautet z. B.:

$$N = \frac{b v l}{5500}$$

wo:  $N$  = übertragbare PS,  
 $b$  = Riemenbreite in Zoll,  
 $v$  = Riemengeschwindigkeit in Fuß/min,  
 $l$  = Umspannungsbogenlänge in Fuß.

<sup>1)</sup> So gibt z. B. Cooper (Use of belting) eine Tabelle von 53 verschiedenen Formeln.

<sup>2)</sup> Roper, Stephen: Handbook of land and marine engines. Philadelphia 1875.

<sup>3)</sup> Webber, S.: Manual of power. New York. Appleton & Co. 1879.



Diese Formeln lassen sich sämtlich schreiben :

$$k_n = c_2 \alpha D \quad (16a)$$

worin die Konstante  $c_2$ , wenn mit europäischen Maßen gerechnet wird, also  $k_n$  in  $\text{kg/cm}^2$ , Umspannungsbogen  $\alpha$  im Bogenmaß, Scheibendurchmesser  $D$  in  $m$ , nach der Webberschen Formel sich zu etwa :

$$c_2 \cong 3,15$$

ergibt.

Diese Formeln zeigen das von  $v$  unabhängige typische Bild der Fig. 10.

In ihren Koeffizienten zeigten die Formeln sehr erhebliche Abweichungen voneinander, so daß dieselben bis zu 1 : 5 voneinander verschiedene Ergebnisse zeitigten: Eine Tatsache, auf welche als in unlösbarem Widerspruch mit der von

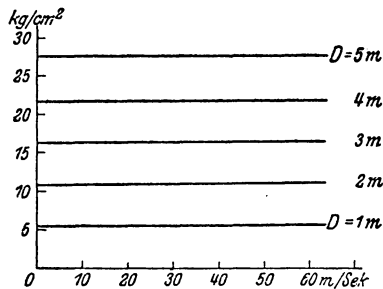


Fig. 10. Belastungsfähigkeit nach Webber, für  $\alpha = \pi$ .

Radinger behaupteten Einheitlichkeit der amerikanischen Anschauungen stehend, bereits Krebs<sup>1)</sup> hingewiesen hat.

Alle diese den Einfluß der Fliehkraft nicht berücksichtigenden Formeln wurden durch das Auftreten von Nagle<sup>2)</sup> in Amerika und Grashof in Deutschland endgültig beseitigt. Es erscheint merkwürdig, daß bei diesem Vorgang sich zwei

Erscheinungen gleichzeitig vollzogen, nämlich einerseits die bis dahin vernachlässigte Berücksichtigung der Fliehkraft und andererseits das gänzliche Fallenlassen der Berücksichtigung des Einflusses der berührten Oberfläche bzw. der Scheibengröße in den Berechnungsformeln. Das letztere muß hier als ein entschiedener Rückschritt gebucht wer-

<sup>1)</sup> Krebs, A.: Über den Rientrieb. Z. d. V. d. I. 1880, S. 377—395, 459—468.

<sup>2)</sup> Nagle, A. F.: Formula for the horse-power of leather belts. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. 1881, Bd. 2, S. 92—98.

Diese Formel lautet:

$$N = (k_1 - 0,01186 v^2) (1 - 10^{-0,00758 \mu \alpha}) \frac{v b d}{550} \quad (17)$$

worin:  $N$  = übertragbare PS,

$k_1$  = zulässige Anstrengung des Leders in lbs/Quadratzoll  
 = 305 für genähte Riemen,  
 = 555 für genietete Riemen,

$v$  = Riemengeschwindigkeit in Fuß/sec,

$\mu$  = Reibungskoeffizient = 0,42,

$\alpha$  = Umschlingungswinkel in Graden,

$b$  = Riemenbreite in Zoll,

$d$  = Riemenstärke in Zoll.

den, der allerdings von der Praxis doch nicht ganz mitgemacht wurde insofern, als man doch nach wie vor die Riemenbelastung bei großen Scheiben größer wählte als bei kleinen.

Die Berücksichtigung der Fliehkraft bei der Riementriebeberechnung geschieht seit Nagle und Grashof allgemein in der Weise, daß die im strammen Trum auftretende Maximalbelastung

$$k_{\max} = k_1,$$

auf die Querschnittseinheit bezogen, als für die Belastbarkeit des Triebes entscheidend angesehen, weiter angenommen wurde, daß diese Maximalbeanspruchung für alle Geschwindigkeiten als konstant anzusetzen sei, und hierauf dieses  $k_1$  um den Betrag der Fliehkraftbeanspruchung vermindert wurde, wodurch man den für die Belastung durch die freie Trumkraft  $S'_1$  noch verfügbar bleibenden Restbetrag  $k'_1$  erhielt. Dieser Gedankengang entspricht also der Formel:

$$\left. \begin{aligned} k'_1 &= k_1 - \frac{q v^2}{g} \\ &= k_1 - k_f. \end{aligned} \right\} (18)$$

Dies ergibt für  $k'_1$  die in Fig. 11 dargestellte Parabel. Indem man nun noch für  $\mu$  einen festen Wert annahm

(was allgemein geschah, obwohl die Abhängigkeit vom Schlupf bereits seit Kimball allgemein hätte bekannt sein sollen) erhielt man, entweder mit Hilfe der von Rankine angegebenen (auch von Nagle benutzten) Formel:

$$k_n = k'_1(1 - 10^{-0,00758\mu\alpha}) \quad (19)$$

worin  $\alpha$  in Graden einzusetzen war, oder mittels der Eytelweinschen Gleichung:

$$\frac{k'_1}{k'_2} = e^{\mu\alpha} = m \quad (19a)$$

für jeden Umspannungsbogen ein festes Verhältnis:

$$\frac{k_n}{k'_1} = \frac{m - 1}{m} = c. \quad (20)$$

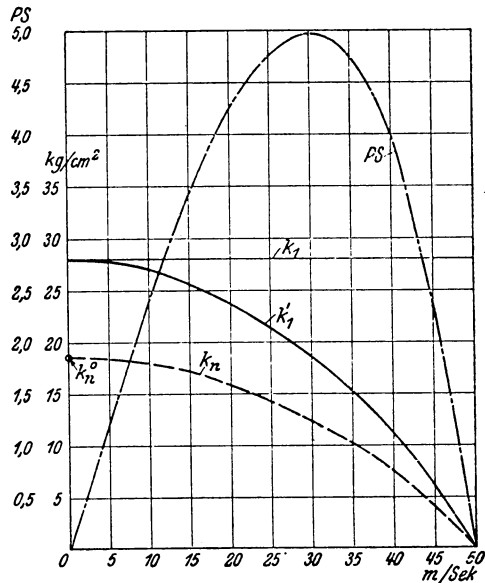


Fig. 11. Grundsätzlicher Verlauf der Belastungsfähigkeit nach Grashof und Nagle.

Dieses, einem festen, unter allen Umständen unveränderlichen Wert des Spannungsverhältnisses  $m$  entsprechende feste Ausbeuteverhältnis  $c$  ist für die Anschauungen über den Riementrieb im letzten Viertel des neunzehnten bis ins zweite Jahrzehnt des zwanzigsten Jahrhunderts hinein charakteristisch. Beispielsweise ergibt sich für den viel benutzten Wert  $m = 2$ :

$$c = \frac{1}{2} .$$

Danach folgen dann für  $k_n$  und für die übertragbare Leistung Kurven der ebenfalls in Fig. 11 dargestellten Gestalt<sup>1)</sup>.

Die Ansichten gingen hierbei in der Hauptsache nur über die zulässige Größe von  $k_1$  und über den tatsächlichen Wert des aus dem erreichbaren Spannungsverhältnis  $\frac{k'_1}{k'_2}$  folgenden Ausbeuteverhältnisses  $c$  und damit über die Größe von  $k_n^0$  (für  $v = 0$ ) auseinander.

Grashof nahm z. B. für Scheiben von 500 mm Durchmesser  $k_1 = 15 \text{ kg/cm}$  und  $k_n^0 = 7,5 \text{ kg/cm}$  oder etwa 28 bzw. 14  $\text{kg/cm}^2$  als zulässig an.

Nagle dagegen setzte (für  $\alpha = 180^\circ$ ):

für genähte Riemen:  $k_1 = 305 \text{ lbs/Q-Zoll} = 21,5 \text{ kg/cm}^2$   
 $k_n^0 = 240 \quad \text{,,} \quad = 17,0 \quad \text{,,}$

für genietetete (also auch geleimte) Riemen:

$$k_1 = 555 \text{ lbs/Q-Zoll} = 39,2 \text{ kg/cm}^2$$

$$k_n^0 = 435 \quad \text{,,} \quad = 31,0 \quad \text{,,}$$

also recht hohe Werte. Spätere amerikanische Autoren, z. B. Taylor<sup>2)</sup> und Barth<sup>3)</sup> empfahlen demgegenüber niedrigere Beanspruchungen, ohne aber an der Grundlage der Kurven Fig. 11 zu rütteln.

**Auftreten von Gehrckens.** Dies wurde in Europa anders durch das Auftreten von Gehrckens<sup>4)</sup>, welcher in den Jahren 1888—1893 mit aufsehenerregenden Kurven hervortrat, die mit wachsender Geschwindigkeit statt des Fallens ein Ansteigen der zulässigen Nutzbelastung zeigten: Fig. 12. Da durch die Sicherheit des Auftretens von Gehrckens auch Bach<sup>5)</sup> bewogen wurde, in seinen „Maschinenelementen“ Belastungskurven ähnlich steigender Tendenz wie die von Gehrckens

<sup>1)</sup> Wie man leicht sieht, ist übrigens die Rankinesche Formel (19) unter Berücksichtigung der Umrechnungskonstanten mit der Gleichung (20) identisch.

<sup>2)</sup> Taylor, W. F.: Notes on belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 15, S. 204—259. 1894. Vgl. die Bemerkungen über die Taylorschen Versuche im Anhang I.

<sup>3)</sup> a. a. O.

<sup>4)</sup> Gehrckens, C. O.: Leistung von Treibriemen. Z. d. V. d. I. 1893, S. 15.

<sup>5)</sup> Maschinenelemente, 8. Aufl. 1901.

aufzunehmen, so begann seit jener Zeit in Europa eine Unsicherheit Platz zu greifen und, begünstigt durch die Aufnahme der Gehrckenschen Kurven auch in die „Hütte“, mehr und mehr die Ansichten den letzteren sich zuzuneigen. Gleichwohl ist es bis heute weder Gehrckens selbst, noch seinen Anhängern gelungen, irgendeinen Beweis für die Richtigkeit dieser Kurven steigender Tendenz zu erbringen, noch auch sie physikalisch zu begründen. Andererseits ist auch der Widerstand gegen dieselben in den deutschen Fachkreisen niemals erlahmt<sup>1)</sup>.

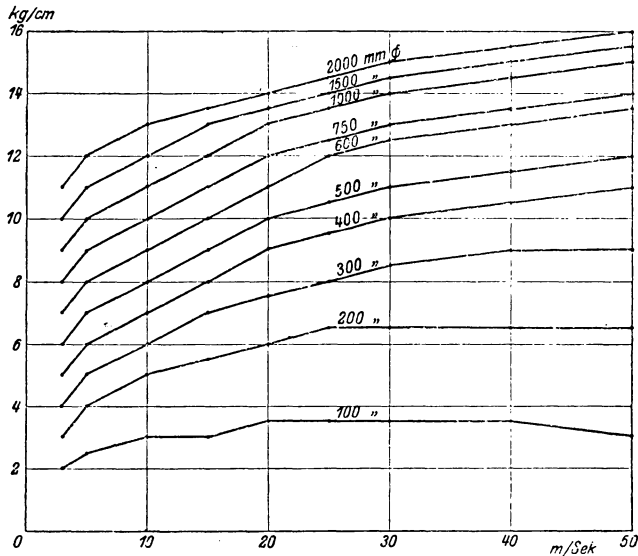


Fig. 12. Belastungsfähigkeit nach Gehrckens (1917).

**Hypothese der elastischen Nachwirkung.** Man hat versucht, die Gehrckenssche Theorie der höheren Belastbarkeit des Riemen bei hohen Geschwindigkeiten durch die Hypothese zu erklären, daß bei allen Materialien und namentlich bei solchen organischen Ursprungs, wie Leder, die Formänderungen einer gewissen Zeit bedürfen, so daß die Dehnung nicht sofort mit der Belastung eintritt, sondern allmählich wächst und ihren Endzustand erst nach einer von den Bedingungen des Einzelalles abhängigen Zeit erreicht.

Dieses Verhalten sollte, da die tatsächliche Anstrengung des Riemenmaterials nicht von der Größe der Belastung, sondern von der Größe der tatsächlich eintretenden, bleibenden Dehnung abhängt, eine Schonung des schnellaufenden Riemen zur Folge haben, die ihrerseits wieder eine höhere Belastung bis zur Erreichung des für den Riemen

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. die von Kammerer (F.-A. Heft 56/57, S. 6) angeführten Kurven von Heucken in Aachen.

zulässigen Dehnungs-Maximums ermöglichen würde. Es würde also hiernach an die Stelle der horizontalen Geraden für  $k_1$  in Fig. 11 eine Kurve steigender Tendenz zu setzen sein. Diese vermutete Ursache für eine größere Belastbarkeit des Riemenmaterials bei schnell laufenden Trieben hat vor allem Kammerer an vielen Stellen seiner Veröffentlichungen mit Nachdruck vertreten.

Da die experimentelle Untersuchung der Erscheinungen der elastischen Nachwirkung schwierig ist, hat sich die genannte Hypothese längere Zeit halten können, obgleich es an einem Beweis für dieselbe völlig fehlte. Erst die Untersuchungen von Skutsch<sup>1)</sup> haben ihre Unhaltbarkeit nachgewiesen. Diese einwandfrei durchgeführten Schwingungsversuche beweisen, daß in den Grenzen von 0,3 bis 4,0 Sekunden Schwingungsdauer bei konstanter Mittelbelastung der Dehnungs-Koeffizient der Federung nicht merklich verschieden ist. Die Größe dieses konstanten Dehnungs-Koeffizienten hängt dann ihrerseits von dem jeweiligen Zustand des untersuchten Objekts ab, also von der Mittelbelastung, Vorbehandlung des Riemens durch länger oder kürzer dauernde vorherige Streckungen usw. Obwohl diese Skutschschen Versuche bisher noch nicht allgemein uneingeschränkte Anerkennung gefunden haben<sup>2)</sup>, läßt sich gegen ihre Grundlage und ihre Durchführung keinerlei stichhaltiger Einwand erheben, und ihre Ergebnisse, welche mit den anderen neueren Forschungen durchaus harmonieren, sind zweifellos richtig. Danach sind also die auf Grund eines vermuteten günstigen Einflusses der elastischen Nachwirkung angenommenen  $k_1$ -Kurven steigender Tendenz und insbesondere die Kammererschen stark steigenden  $k_1$ -Geraden als irrig abzulehnen.

**Andere Erklärungsversuche.** Gehrckens selbst sucht die innere Ursache der in Rede stehenden Erscheinungen zunächst in irgendwelchen Wirkungen, welche er als „Schleuderkraft“ bezeichnet<sup>3)</sup>.

Leider kann ich nicht feststellen, daß an irgendeiner Stelle von Gehrckens eine nähere Erläuterung gegeben worden ist, was er unter dieser Schleuderkraftwirkung versteht und wie er sich den Einfluß derselben auf den Riemen denkt. Es scheint, daß Gehrckens mit seinen Hinweisen auf die Schleuderkraftwirkungen die Wirkungen meint, welche durch die Beschleunigung und Verzögerung der einzelnen Riemen-elemente während des Durchlaufens des umspannten Scheibenbogens hervorgerufen werden. Wenn dies zutrifft, so wäre die Gehrckenssche Anschauung im wesentlichen identisch mit der von Maier<sup>4)</sup>, welcher

<sup>1)</sup> Skutsch, R.: Über den Einfluß der elastischen Nachwirkung auf die Leistungsfähigkeit der Riementriebe. F. - A. Heft 120. 1911.

<sup>2)</sup> So steht ihnen beispielsweise auch Bach noch zweifelnd gegenüber; vgl. Maschinenelemente, 11. Aufl., Bd. I, S. 434.

<sup>3)</sup> Gehrckens: Riemen- und Seiltriebe (Vortrag). Z. d. V. d. I. 1908, S. 1443.

<sup>4)</sup> Maier, W.: Zur Theorie der Riementriebe. Z. d. V. d. I. 1912, S. 2060 ff.

diese Massenwirkungen theoretisch untersuchte und darin eine Stütze der Gehrckensschen Kurven gefunden zu haben glaubte. Duffing<sup>1)</sup> und Skutsch<sup>2)</sup> haben indes nachgewiesen, daß die Maierschen Untersuchungen wesentliche Irrtümer enthalten und dadurch zu einer starken Überschätzung der Masseneinflüsse geführt worden sind. In Wirklichkeit sind die auftretenden Massenkräfte so klein, daß sie die Gehrckenssche Theorie nicht zu stützen vermögen.

**Einfluß eines mit  $v$  steigenden Spannungsverhältnisses.** Immerhin bewegt sich dieser Erklärungsversuch offenbar in der richtigen Richtung, insofern nämlich, als er auf ein mit steigender Geschwindigkeit sich vergrößerndes Spannungsverhältnis  $m$  hinausläuft. Gehrckens hat mehrfach betont<sup>3)</sup>, daß das Spannungsverhältnis bei schnelllaufenden Riemen größer sei als bei langsamem Lauf und daß dies die größere Übertragungsfähigkeit begründe. Er hat sich aber mit bloßen Hinweisen begnügt, ohne zu zeigen, woher dieses Ansteigen von  $m$  rührt und welche Wirkung es hat.

Erst die Wiederauffindung des Einflusses des Schlupfes auf  $\mu$  hat hier Klarheit gebracht. Ungefähr gleichzeitig haben Skutsch<sup>4)</sup> und Friederich<sup>5)</sup> auf Grund der Erkenntnis, daß man bei größerem  $v$  größere Schlupfe zulassen kann und dadurch mit wachsendem  $v$  größere Reibungsziffern, Spannungs- und Ausbeuteverhältnisse erreicht,  $k_n$ -Kurven veröffentlicht, welche nunmehr nicht mehr die durchweg fallende Tendenz der  $k_n$ -Kurve in Fig. 11 haben, sondern bei mittleren Geschwindigkeiten liegende Maxima aufweisen. Ich reproduziere hier in Fig. 13 die  $k_n$ -Kurve von Skutsch (Kurve  $k_n'$ ), welche auf dem linearen Gesetz

$$\mu = 0,15 (1 + 0,1 v) \tag{21}$$

und daraus berechneten Ausbeuteziffern

$$c = \frac{e^{\mu \alpha} - 1}{e^{\mu \alpha}} = \frac{m - 1}{m}$$

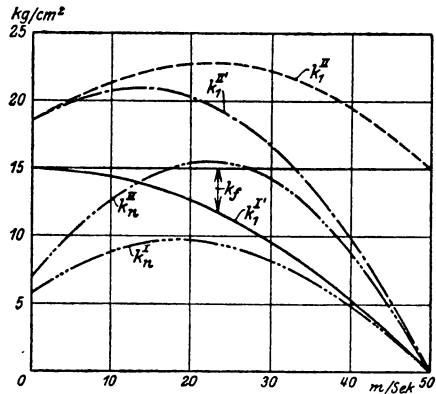


Fig. 13. Belastungsfähigkeit nach Skutsch.

1) Z. d. V. d. I. 1913, S. 238, 680. Vgl. auch die Duffingsche Abhandlung Z. d. V. d. I. 1913, S. 967ff.

2) Techn. Mitt. Dortmund, 1913, Nr. 1, S. 21—24.

3) z. B. Z. d. V. d. I. 1893, S. 18.

4) Vortrag vom 26. Mai 1915.

5) Z. d. V. d. I. 1915, S. 610 (24. Juli 1915).

beruht. Bach und Friederich nehmen demgegenüber ein lineares Ansteigen von  $m$  an, wobei indes die erhaltene  $k_n$ -Kurve in ihrem allgemeinen Charakter nicht wesentlich von der Skutschschen abweicht.

**Einfluß einer Konstanz von  $\frac{k_1 + k_2}{2}$ ; Hypothese von Skutsch.** Der wichtigste Fortschritt in der neuesten Zeit scheint mir nun durch eine von Skutsch<sup>1)</sup> zur Diskussion gestellte neue Hypothese angebahnt zu sein. Dieselbe geht davon aus, daß beim belasteten Riemetrieb die Beanspruchung periodisch zwischen  $k_1$  und  $k_2$  pulsiert und daß dabei die Dehnungen im Beharrungszustand im wesentlichen nur elastische sind, während die kleinen Reste bleibender Dehnung, welche sich bei der Schnelligkeit des Spannungswechsels während der Dauer von  $k_1$  bilden können, durch ein Einkriechen während der Zeiten, in denen die Spannung nur  $k_2$  ist, kompensiert werden. Demnach ist anzunehmen, daß für die Belastungsfähigkeit des Triebes nicht die Spannung  $k_1$ , sondern die Mittelspannung  $\frac{k_1 + k_2}{2}$  entscheidend ist. Um einen einfachen Vergleich der hiermit erzielbaren Belastbarkeit mit den früheren Anschauungen zu ermöglichen, bildet Skutsch durch Umformung der Grundgleichung

$$\frac{k_1 - k_f}{k_2 - k_f} = m$$

die beiden Gleichungen:

$$\text{I. } k_n = (k_1 - k_f) \frac{m - 1}{m} \quad (20)$$

$$\text{II. } k_n = (k_1 + k_2 - 2k_f) \frac{m - 1}{m + 1} \quad (22)$$

Ist nun  $k_{\max}$  die zulässige Dauerbeanspruchung, so ist diese nach der bisherigen Anschauung  $= k_1$ , nach der Skutschschen Hypothese aber  $= \frac{k_1 + k_2}{2}$  zu setzen. Setzt man beide gleich und in die obigen Gleichungen ein, so findet sich

$$\text{Ia. } k_n^I \leq (k_{\max} - k_f) \frac{m - 1}{m} \quad (23)$$

$$\text{IIa. } k_n^{II} \leq (k_{\max} - k_f) \frac{2(m - 1)}{m + 1} \quad (24)$$

das heißt, die übertragbare Kraft nach II wäre  $\frac{2m}{m + 1}$  mal so groß als

<sup>1)</sup> Anhang zur Dissertation, als Manuskript gedruckt 1910.

die nach I. Man erhält hiermit leicht aus der für  $k_{\max} = k_1$  gültigen Kurve  $k_n^I$  in Fig. 13 die für  $k_{\max} = \frac{k_1 + k_2}{2}$  gültige neue Kurve für  $k_n^{II}$  und die hierzugehörigen neuen Kurven für  $k_1^{II}$  und  $k_1^{II'}$ .

Die Kurven  $k_n^I$  und  $k_n^{II}$  zeigen ähnlichen Charakter; wesentlich ist aber, daß die letztere erheblich höher liegt als die erstere, was auf eine, allerdings noch durch Versuche zu bestätigende, höhere Belastbarkeit des Riemenmaterials als bisher angenommen, hindeutet.

In ihrem ersten Teile entspricht der steigende Kurvenverlauf ganz den Gehrckensschen Anschauungen, wogegen der Abfall bei hohen Geschwindigkeiten trotz des etwas nach rechts verschobenen Kurvenscheitels nach wie vor in unüberbrückbarem Widerspruch mit der bei Gehrckens sich stetig fortsetzenden Steigerung steht. Im übrigen hängt natürlich der Verlauf dieser Kurven ganz davon ab, welches Gesetz man für das Ansteigen des Ausbeuteverhältnisses mit steigendem  $v$  zugrunde legt.

**Hypothese von Barth.** Eine in ihren Ergebnissen wenigstens qualitativ von der Skutschschen  $k_n$ -Kurve nicht sehr weit abweichende Hypothese hat im übrigen bereits Barth<sup>1)</sup> im Jahre 1908 aufgestellt. Er geht dabei indes nicht von dem zulässigen  $k_{\max}$  aus, sondern von der Erwägung, daß jeder Riemetrieb wegen des allmählichen Nachlassens der Spannung von Zeit zu Zeit nachgespannt werden muß, und er behauptet, daß nach seiner Erfahrung die Zeiträume, nach welchen jeweils ein Nachspannen nötig wird, bei allen Riemengeschwindigkeiten gleich werden, wenn man die Triebe so arbeiten läßt, daß stets

$$k_1 + \frac{k_2}{2} = C \quad (25)$$

ist. Die Konstante  $C$  setzt er dabei für Riemen, welche leicht nachgespannt werden können

$$= 240 \text{ lbs/Q-Zoll} = 17,0 \text{ kg/cm}^2$$

und für Triebe ohne Nachspannvorrichtung

$$= 160 \text{ lbs/Q-Zoll} = 11,3 \text{ kg/cm}^2.$$

Damit erhält er unter Benutzung der bereits oben genannten Formel

$$\mu = 0,54 - \frac{140}{500 + v} \quad (14)$$

und Ermittlung von  $m$  und  $c$  aus der Eytelweinschen Gleichung die in Fig. 14 dargestellten Kurven. Die Absolutwerte von  $k_n$  liegen hier wie ersichtlich, ziemlich niedrig, und das Maximum der  $k_n$ -Kurve liegt bei erheblich niedrigeren Geschwindigkeiten als bei der Skutschschen Kurve, während die Grundform beider Kurven nicht wesentlich

<sup>1)</sup> a. a. O.



verschieden ist, trotz der grundverschiedenen Voraussetzungen, auf welchen sie sich aufbauen.

Darauf hinzuweisen ist hier, daß Barth und, soviel ich feststellen kann, auch Skutsch, ihre Kurven für  $k_n$  für sämtliche Scheibengrößen als gültig betrachten, indem der Einfluß dieses Faktors wohl als in der Geschwindigkeit und dem mit dieser wachsenden Spannungsver-

hältnis bereits mit berücksichtigt erachtet wird.

#### Wirkungsgrad und Verluste.

Untersuchungen über den Wirkungsgrad und die Verluste von Riementrieben finden sich verglichen mit der Fülle des sonstigen Materials in der Literatur nur wenige. Neben einer theoretischen Arbeit von Kobes, die manchen schätzenswerten Hinweis bietet, andererseits aber auch in manchen Punkten recht angreifbar ist, sind eigentlich nur zwei experimentelle Untersuchungen zu nennen, nämlich die bekannte große Untersuchung Kammerers<sup>1)</sup> und eine Versuchsreihe von Niethammer und Czepek<sup>2)</sup>. Beide Untersuchungen sind nach der Methode der Wirkungsgradbestimmung durch Messung der primären und sekundären Leistung durchgeführt und leiden daher im einzelnen sehr unter der dieser Methode bei hohen Wirkungsgraden anhaftenden Meß-

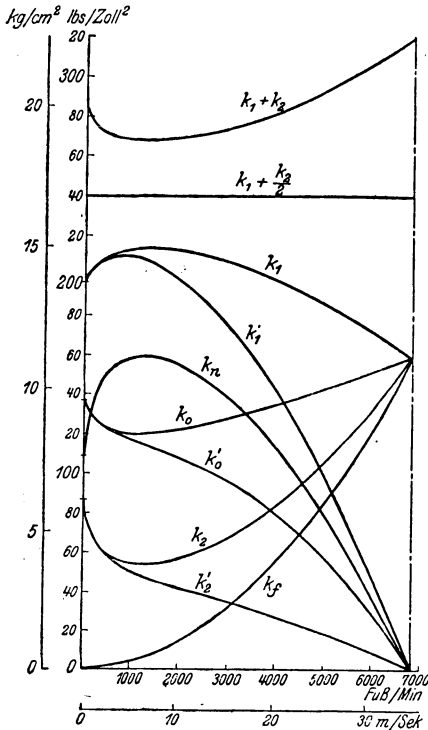


Fig. 14. Belastungsfähigkeit nach Barth,  
für  $k_1 + \frac{k_2}{2} = 240 \text{ lbs/Zoll}^2$ .

ungenauigkeit. Trotzdem haben namentlich die Kammererschen Untersuchungen den großen Wert, daß sie über die Größenordnung der zu erwartenden Wirkungsgrade ein reichhaltiges Material geliefert haben. Allerdings gestatten alle bisherigen Wirkungsgraduntersuchungen einen vollen Einblick in das tatsächliche Verhalten der Verluste in Riementrieben nicht, weil sie sich überhaupt nicht die Aufgabe der Bestimmung der Einzelverluste und ihres Verlaufs in Abhängigkeit von Vorspannung, Nutzlast und Geschwindigkeit usw. stellten, sondern in summarischem Verfahren eben nur auf den Wir-

<sup>1)</sup> Forschungsarbeiten, Heft 56/57.

<sup>2)</sup> Bestimmung von Riemenverlusten. Z. d. V. d. I. 1908, S. 668.

kungsgrad lossteuerten. Der Wirkungsgrad aber ist angesichts der gerade beim Riementrieb auftretenden außerordentlich zahlreichen Variablen ein sehr ungeeignetes und wenig lohnendes Forschungsobjekt und es wird, wenn man der Aufgabe der Vorausberechnung des Wirkungsgrades von Riementrieben überhaupt näher kommen will, eine wesentliche Aufgabe der weiteren Riementriebbehandlung sein, die bisherige summarische Wirkungsgradforschung zunächst durch eine eingehende Erforschung der Einzelverluste zu ersetzen.

### III. Die Elastizitätseigenschaften des Riemenleders.

**Vorbemerkungen.** Der wichtigste Treibriemenstoff, das Leder, (nur mit ihm wollen wir uns hier beschäftigen) fällt aus dem Rahmen der im Maschinenbau sonst für Kraftübertragungsorgane verwendeten Baustoffe stark heraus, da es Eigenschaften zeigt, welche namentlich von denen der Metalle in mancher Hinsicht wesentlich abzuweichen scheinen. Näheres Hinsehen läßt aber erkennen, daß diese Abweichungen doch weniger grundsätzlicher, als vielmehr in der Hauptsache nur quantitativer Art sind, wenn sie auch eben durch ihre Größe überraschen und den äußeren Gesamteindruck des Baustoffes dadurch in charakteristischer Art beeinflussen. Grundsätzlich haben wir auch beim Leder die allgemeinen Eigenschaften der elastischen Körper zu erwarten: Elastische Dehnung, elastische Nachwirkung, elastische Hysteresis; zugleich aber müssen wir feststellen, daß, verglichen mit Metallen, alle drei sich in erheblich stärkerem Grade bemerklich machen, und daß vor allem die elastische Nachwirkung in einer Größenordnung hervortritt, daß sie alle anderen Eigenschaften überwuchert und geradezu als das Charakteristikum des elastischen Verhaltens des Leders erscheint.

Obwohl alles dies bereits seit langem bekannt oder doch wenigstens hier und da in der Literatur angedeutet ist, herrschen doch über das Verhalten von Leder in der Technik ganz allgemein noch recht unklare und unsichere Anschauungen. Ich will daher im Folgenden eine kurze Darlegung des Gesamtverhaltens von Leder geben; wir werden dabei finden, daß die Elemente für eine prinzipielle Erkenntnis der physikalischen Verhältnisse bereits so gut wie vollständig vorliegen, daß aber andererseits die quantitative Erforschung dieses Gebietes doch noch völlig in den Kinderschuhen steckt.

„Elastische“ und „bleibende“ Dehnung. Bei der Diskussion der Dehnungseigenschaften des Leders ist in der Literatur fast stets zwischen „elastischen“ und „bleibenden“ Dehnungen unterschieden worden, wobei man die ersteren als solche ansah, welche bei Entlastung „mo-

mentan“ wieder verschwinden, während letztere auch nach Entlastung „bleiben“. Allerdings haben sich auch namhafte Autoritäten gegen diese Anschauung gewandt, wie z. B. Bach<sup>1)</sup>, welcher es ablehnt, die erwähnte scharfe Scheidung zu machen, weil es unmöglich sei, die Grenze zwischen den beiden Erscheinungen zu fixieren. Diese Unmöglichkeit der Abgrenzung ist nun tatsächlich vorhanden, und zwar ist sie durch die Erscheinung der elastischen Nachwirkung begründet. Dem Bachschen Einwand gegen die landläufige Scheidung der Dehnung in die beiden genannten Teile muß also beigetreten und die Trennung der beiden Bestandteile als undurchführbar fallengelassen werden.

Diese Feststellung stellt sich hier zunächst noch als ein vorweggenommenes Ergebnis dar, das durch die nunmehr vorzunehmende Prüfung der dem Leder durch die elastische Nachwirkung verliehenen Eigenschaften zu verifizieren ist.

**Die elastische Nachwirkung.** Die Untersuchung der elastischen Nachwirkungserscheinungen wird uns eine Reihe wertvoller Aufschlüsse über das Verhalten des Leders als Treibriemenmaterial liefern. Wir müssen daher dieser Erscheinung etwas näher nachgehen, als dies bisher in Hinsicht auf Leder geschehen ist.

Die „elastische Nachwirkung“ ist ein physikalischer Vorgang, der zu einer in der Natur weit verbreiteten Klasse von Vorgängen ähnlichen Verlaufs zählt, welche allgemein als Nachwirkungserscheinungen bezeichnet werden. Hierhin gehört beispielsweise in der Elektrotechnik die erst in neuerer Zeit genauer erforschte Erscheinung der Abhängigkeit der Durchschlagsfestigkeit von Isolierstoffen von der Einwirkungszeit von Potentialdifferenzen, die Erscheinung des elektrischen Rückstandes bei der Ladung und Entladung von Kondensatoren u. a. m. Die elastische Nachwirkung äußert sich darin, daß bei der Einwirkung äußerer Kräfte auf elastische Körper kein festes Verhältnis zwischen Kraft und Körpergestalt besteht, sondern daß dieses Verhältnis eine Funktion der Zeit ist. Dabei unterscheidet man die beiden Spezialfälle der Kraftnachwirkung und der Gestalt- oder Verschiebungsnachwirkung; erstere äußert sich (wenn wir als Beispiel auf fadenförmige, von longitudinal wirkenden Kräften beanspruchte Körper, wie Lederriemen, übergehen) darin, daß, wenn nach beliebigen Änderungen der gespannten Länge letztere auf einem festen Wert erhalten wird, die Kraft noch weiter variiert; letztere darin, daß bei festgehaltener Kraft die Länge noch weiter variiert. Die Theorie ist für beide Vorgänge identisch.

Folgen wir dem Gedankengange der Wiechertschen Theorie der Nachwirkung<sup>2)</sup>, so können wir uns vorstellen, daß (bei der Kraftnach-

<sup>1)</sup> Maschinenelemente, II. Aufl., S. 9.

<sup>2)</sup> Wiechert, E.: Gesetze der elastischen Nachwirkung. Annalen d. Physik 1893. Bd. 50, S. 335—348, 456—470.

wirkung) in jedem Augenblicke die wirkende Kraft  $k$  in zwei Teile zerfällt:

$$k = k_g + k_z$$

wobei  $k_g$  die Grenzkraft darstellt, welche nach Erreichung des endgültigen Kraftgleichgewichts des Körpers vorhanden ist,  $k_z$  die Zusatzkraft, welche zeitlich variiert und damit eben die Nachwirkung kennzeichnet (Fig. 15). Physikalisch kann man den Vorgang sich so vorstellen, als ob die mit Nachwirkung behafteten Körper derart aufgebaut seien, daß ihren wesentlichen Bestandteil ein als rein elastisches Gitterwerk zu denkendes Gerippe bildet, das durch plastische Einlagerungen gehindert wird, schnellen Kraftänderungen augenblicklich zu folgen, sondern sich seinen Gleichgewichtslagen langsam nähert<sup>1)</sup>. Bei

genügender Langsamkeit der Kraftänderungen wird sich ein solches System rein elastisch verhalten und überhaupt keine bleibenden Formänderungen aufweisen. Die Erfahrungen scheinen anzudeuten, daß neben anderen Stoffen auch für Treibriemenzwecke vorbehandeltes Leder diesen Bedingungen, solange

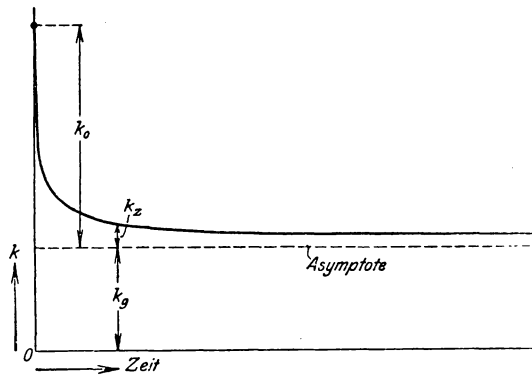


Fig. 15. Grundsätzlicher Verlauf der einfachen Kraftnachwirkung.

nicht gewisse Grenzwerte der Belastungen und Dehnungen überschritten werden, bis zu einem gewissen Grade entspricht.

Landläufig wird nun über den Verlauf der Nachwirkung auch heute noch oft angenommen<sup>2)</sup>, der Wert  $k_z$  folge der Beziehung:

$$k_z = k_0 e^{-\alpha t} = k_0 e^{-\frac{t}{\varrho}} \quad (26)$$

wobei  $k_z$  den Momentanwert der Zusatzkraft und  $k_0$  den Anfangswert der Zusatzkraft bezeichnet (vgl. Fig. 15), während die Größen  $\alpha$  und  $\varrho$ , welche durch  $\alpha \cdot \varrho = 1$  verbunden sind, nach Maxwell als Relaxationsgeschwindigkeit bzw. als Relaxationszeit bezeichnet werden, da sie die Steilheit des zeitlichen Verlaufs der  $k_z$ -Kurve bestimmen. Die Gleichungen 26 ergeben sich aus der Grundannahme, daß die Änderungs-

<sup>1)</sup> Vgl. Jordan, Ber. d. D. Physikal. Ges. 1915, S. 425.

<sup>2)</sup> So z. B.: Stephan, Dingers Polytechn. JI. 1916, S. 18, wo übrigens irrtümlicherweise die Formel statt für die Zusatzkräfte als für die Gesamtkräfte gültig hingestellt wird.

geschwindigkeit von  $k_z$  in jedem Augenblick dem Momentanwert von  $k_z$  proportional sei, also:

$$\frac{d k_z}{d t} = -\alpha k_z = -\frac{k_z}{\varrho}. \quad (27)$$

Wie bereits seit langem bekannt, stimmt indes die Gleichung 26 mit dem bei Versuchen gewonnenen Beobachtungsmaterial nicht allgemein überein.

Die Wiechertsche Theorie macht daher die Annahme, daß bei der elastischen Nachwirkung stets „mehrere Zustandsänderungen mit verschiedenen Relaxationsgeschwindigkeiten nebeneinander vor sich gehen“, die jede für sich der Gleichung 26 folgen und wobei die  $k_0$  ebenfalls je nach den Versuchsbedingungen verschiedene Werte annehmen können. Der Vergleich seiner Theorie mit an Metallen und Glasfäden ausgeführten Versuchen führt Wiechert zu dem Schluß, daß die Zahl dieser gleichzeitigen Zustandsänderungen in allen Fällen sehr groß ist, so daß statt der Summierung integriert werden kann, und er findet, daß die Änderungen mit großen Relaxationszeiten  $\varrho$  sich verhalten wie die Grenzkkräfte, die Änderungen mit kleinen Relaxationszeiten aber ein den Kräften bei der inneren Reibung leichtbeweglicher Flüssigkeiten analoges Verhalten zeigen. Aus ersterem ist zu schließen, daß die Änderungen mit großem  $\varrho$  als Zuschlag zu den Grenzkkräften behandelt werden können; aus letzterem, daß, wenn auch die elastische Nachwirkung nicht als reine Flüssigkeitsreibung behandelt werden kann, doch ähnliche Elemente in ihr vorhanden sind.

Die resultierenden Wiechertschen Funktionen haben bei der

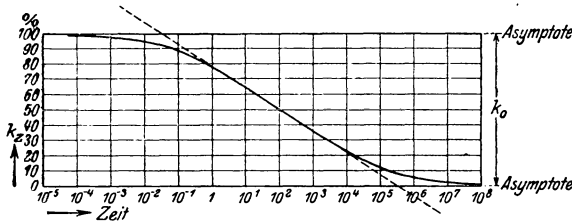


Fig. 16. Gestalt der Kraftnachwirkungskurve nach Wiechert.

Aufzeichnung in logarithmischer Zeitabszissentheilung die allgemeine Gestalt der Kurve Fig. 16: d. h. an ein mittleres, ungefähr gerades Stück mit Wendepunkt schließen

sich beiderseits stärker gekrümmte Endstücke an, die sich dem Anfangs- und Endzustand asymptotisch anschmiegen.

Ob und inwieweit diese Wiechertsche Theorie die Verhältnisse bei Leder richtig darstellt, kann mangels hinreichender Versuchsgrundlagen heute nicht mit Sicherheit ausgesagt werden und müßte durch eingehende Versuche klargegestellt werden. Es scheint indes, daß das wichtigste Stück der Wiechertschen Kurve, nämlich das gerade Mittelstück, für Leder gut anwendbar ist, wenn damit auch auf die

Endwerte nicht annähernd geschlossen werden kann. In den meisten Fällen umfaßt dieses gerade Stück der Kurve sehr beträchtliche Zeitintervalle, und es ist, da der durch das Anfangsstück dargestellte Vorgang sich in sehr kurzen Zeiten abspielt, das Endstück aber erst nach sehr langen Zeiten einsetzt, in der Regel bei den Versuchen nur eben das Mittelstück oder gar nur Teile desselben beobachtbar und für die Praxis auch nur dieses gerade Stück von Bedeutung. In dieser Eingrenzung kann also angenommen werden, daß die Zusatzkräfte der elastischen Kraftnachwirkung dem Gesetz folgen:

$$k_z = -c \log t \quad (28a)$$

und die Zusatzlängen der elastischen Längennachwirkung analog:

$$l_z = c_l \log t \quad (28b)$$

In Fig. 17 sind die Versuchspunkte Stephans<sup>1)</sup> mit logarithmischer Abszissentheilung aufgezeichnet, und es ist ersichtlich, daß dieselben mit genügender Genauigkeit auf einer Geraden liegen.

Alle bisherigen Aussagen beziehen sich auf den Fall der sog. einfachen Nachwirkung, d. h. einen Fall, bei welchem vorgängige Kraftwirkungen und Formänderungen ausgeschlossen werden, das Material als jungfräulich betrachtet und (bei der Gestaltnachwirkung) nur der schnell aufgebrachten einzigen Kraft

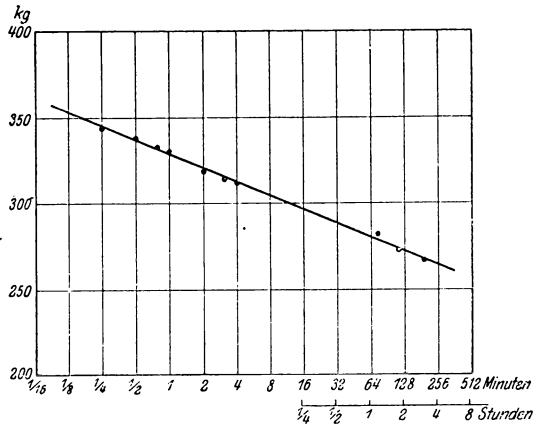


Fig. 17. Nachwirkungsversuch von Stephan an einem Lederriemen (bei Aufzeichnung mit logarithmischer Abszissentheilung).

$k$  dauernd ausgesetzt oder (bei der Kraftnachwirkung) nur in der schnell hervorgebrachten Gestalt  $l$  dauernd erhalten wird.

Folgen auf diese erstmalige Kraft- bzw. Gestaltänderung andere, so rufen diese jede für sich Nachwirkungen hervor, welche nach den Gesetzen der einfachen Nachwirkung verlaufen, ohne sich zu stören, d. h. also, es gilt hier das Superpositionsgesetz. Dies ist experimentell an verschiedenen Stoffen sichergestellt, so daß wohl bis zum Nachweis des Gegenteils auch für Leder mit diesem Verhalten gerechnet werden kann. Trifft dies aber zu, so haben wir hier eine für das Gesamtverhalten von Leder als Riemenstoff recht bedeutsame Eigenschaft vor uns, die einer näheren Prüfung wohl wert ist.

<sup>1)</sup> a. a. O. S. 17.

Vorher ist indes noch eine weitere, hier höchst wichtige Eigenschaft der elastischen Nachwirkung ins Auge zu fassen. Diese ergibt sich, wenn wir dazu übergehen, zu prüfen, was geschieht, wenn wir die bei der einfachen Längennachwirkung betrachtete Kraft  $k$  jetzt plötzlich wieder fortnehmen. Dann wird offenbar die Länge wieder zurückgehen, und zwar nach einer Zeitfunktion, die mit der einfachen Nachwirkung erhebliche Berührungspunkte haben muß. Da hierbei das Bestreben des Körpers vorliegt (soweit es sich um elastische Körper handelt), die ursprüngliche Form wieder zu erreichen, so wird die hierzu erforderliche Formrückänderung um so größer sein, je weiter die einfache Nachwirkung unter der Kraft  $k$  vorgeschritten war; es werden sich hiernach für die Dauer der Rückkehr auf den Urzustand ebenfalls Zeiten ergeben, welche um so länger sind, je länger die Kraftwirkung andauerte. Die Zeit Unendlich ist hierfür erst dann zu erwarten, wenn die Nachwirkung unter  $k$  voll ausgebildet war, was eine unendlich lange Krafteinwirkung voraussetzt. Für die praktisch in Betracht kommenden Fälle ist also stets mit einem Ablauf der Rückkehr in endlicher Zeit zu rechnen und es kann, wenn auch über den Verlauf dieser Rückkehrkurven bei Leder meines Wissens bisher entscheidendes Material nicht vorliegt, wenigstens mit ziemlicher Sicherheit und Genauigkeit angenommen werden, daß auch bei diesem Stoff der Ablauf der Rückkehr ungefähr dieselbe Zeit gebraucht, welche zur Hervorbringung der beim Beginn der Rückkehr vorhandenen Gestalt erforderlich war<sup>1)</sup>.

Sind diese beiden Gesetze, das Superpositions- und das Ablaufgesetz, für Leder anwendbar — was wie betont werden muß, unbedingt genauer experimenteller Nachprüfung bedarf —, so haben wir hierin eigentlich den Schlüssel zum Verhalten des Leders als Treibriemenstoff in der Hand.

Wir erkennen dies auf Grund einiger einfacher Überlegungen an Hand der Fig. 18.

**Die Nachwirkung bei pulsierenden Kräften.** Ein Lederstück werde, Fig. 18a, nach langer Ruhezeit, in welcher  $k = 0$  und  $l = l_0$  ist, zu der Zeit  $t_0$  plötzlich mit der Kraft  $k_0$  beansprucht. Dann wächst seine Länge nach der Nachwirkungskurve  $N_0$ , Fig. 18b, mit der Zeit an. Zur Zeit  $t = 0$  beginne nun eine periodische Vermehrung und Verminderung der Kraft  $k_0$  um den Betrag  $\pm \Delta k$ . Dann überlagern sich sämtliche Nachwirkungen, welche durch die zusätzlichen Kräfte erzeugt werden, der Nachwirkungskurve  $N_0$  der Kraft  $k_0$ , und es entsteht

<sup>1)</sup> Vgl. Austin, Längs- und Torsionsnachwirkung in Metallen, Annalen d. Physik 1893, S. 672: „So viel ist jedenfalls sicher, daß die durch langedauernde Belastung hervorgerufene Nachwirkung zu ihrem Verschwinden ungefähr ebensoviel Zeit gebraucht, als vordem zu ihrer Erzeugung erforderlich war.“

das Bild Fig. 18a, b: Im Zeitpunkte  $t = 0$  steigt die wirkende Kraft plötzlich auf  $k_0 + \Delta k$ , und die Dehnung steigt von der Kurve  $N_0$  aus nach der Nachwirkungskurve zweiter Ordnung  $N_{+\Delta k}$  an. Im Zeitpunkte  $t = 1$  fällt die Kraft auf  $k_0 - \Delta k$ , und zwar zerlegen wir den gesamten Kraftabfall  $-2\Delta k$  in zwei gleichgroße Bestandteile. Der erste Bestandteil  $-\Delta k$  bedeutet die Fortnahme der Zusatzkraft  $+\Delta k$ ; die Folge ist ein Absinken der Dehnung nach der Rückkehrkurve  $R'_{-\Delta k}$  bis auf die Kurve  $N_0$ . Der zweite Bestandteil  $-\Delta k$  bedeutet die Fortnahme eines entsprechenden Teils der Kraft  $k_0$ ; die Folge ist ein Absinken der Dehnung von dem Punkte 1 der Kurve  $N_0$  nach der Rückkehrkurve  $R''_{-\Delta k}$ . Im Zeitpunkte  $t = 2$  treten wieder zwei

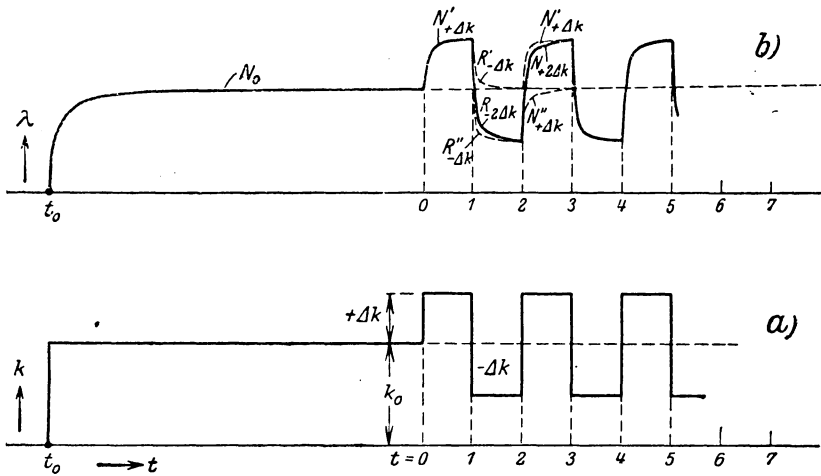


Fig. 18. Nachwirkung bei pulsierender Belastung nach langer Ruhe.

Kräfte  $+\Delta k$  auf, welche ein entsprechendes Wiederansteigen der Dehnung nach den Kurven  $N'_{+\Delta k}$  bzw.  $N''_{+\Delta k}$  zur Folge haben. Die Kurven  $N'_{+\Delta k}$  und  $N''_{+\Delta k}$  summieren sich zur Resultierenden  $N_{+2\Delta k}$ , ebenso  $R'_{-\Delta k}$  und  $R''_{-\Delta k}$  zu  $R_{-2\Delta k}$ . Nach dem Ablaufgesetz verschwinden die elastischen Nachwirkungen der zusätzlichen Kräfte  $\pm \Delta k$  in der der jeweiligen Kraftwirkung folgenden gleichen Zeitspanne ungefähr restlos, und da die Kräfte  $\pm \Delta k$  voraussetzungsgemäß in jeweils gleichen Intervallen auftreten und verschwinden, so verschwinden alle der Nachwirkungskurve  $N_0$  der konstanten Mittelkraft überlagerten Nachwirkungen der periodischen Zusatzkräfte ebenfalls ungefähr restlos, so daß, wenn nach einiger Zeit die zusätzlichen pulsierenden Kräfte  $\pm \Delta k$  aufhören, nach dem Ablaufgesetz der Zustand so sein würde, als ob überhaupt keine Pulsationen stattgefunden hätten und während der ganzen Zeit die Mittelkraft  $k_0$  gewirkt und ihre Kurve  $N_0$  erzeugt hätte.



Letzteres setzt nun freilich nicht nur die annähernde, sondern die restlose Gültigkeit des Ablaufgesetzes für Leder voraus, eine Voraussetzung, welche nicht ganz sichergestellt ist.

Glücklicherweise können wir aber für die Erklärung der Vorgänge bei Leder das Ablaufgesetz entbehren, soweit es sich um Beanspruchung durch Kräfte handelt, welche sich periodisch um einen Mittelwert nach oben und unten ändern; wir haben dabei lediglich die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes vorauszusetzen. Regelmäßig schwingende Kräfte lassen sich ja stets in eine dem Mittelwert der schwingenden Kräfte gleiche konstante Kraft einerseits und um den Mittelwert Null pulsierende Zusatzkräfte andererseits zerlegen: Fig. 19. Erstere ruft ihre bekannte

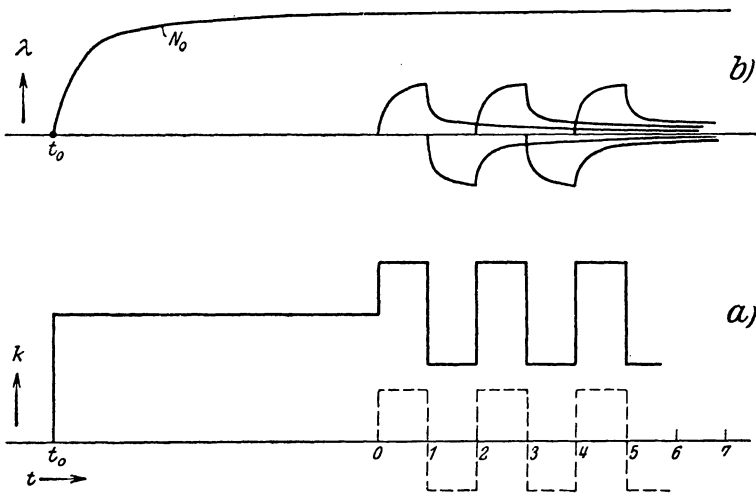


Fig. 19. Verschwinden der Dehnungsreste der Kraftpulsationen.

Nachwirkungskurve  $N_0$  hervor. Von letzterer ruft jeder positive bzw. negative Impuls eine Nachwirkung hervor, die nach einer Rückkehrkurve abklingt: Fig. 19b. Folgt dieses Abklingen dem Ablaufgesetz nicht, sondern bleiben von jedem Impuls Reste vorhanden, welche erst nach längerer Zeit oder überhaupt nicht mehr verschwinden, so tritt trotzdem ein Ausgleich ein, weil jeder Rest eines positiven Impulses durch den Rest des ihm folgenden negativen Impulses kompensiert wird, es tritt dabei nur eine zeitliche Phasenverschiebung zwischen den sich ausgleichenden Resten auf, welche lediglich zu kleinen Restpulsationen des Dehnungsmittelwertes um die Linie  $N_0$ , nicht aber zu einer Aufsummierung von Resten führt. Wir finden also, daß tatsächlich bei der Wirkung pulsierender Kräfte das Nachwirkungsergebnis bald nach Aufhören der Pulsationen so ist, als ob nur die Mittelkraft allein gewirkt hätte.

Der wichtige Fall, daß nach Ruhe mit  $k_0 = 0$  periodisch nur positive Kräfte auftreten (Fig. 20 a, b), stellt sich in seiner Wirkung hier nach so dar, als ob im Augenblick des Beginns der periodischen Kräfte eine Dauerkraft in Höhe des Mittelwertes der Kräfte auftrete, um die als Mittelkraft sich die Kraftpulsationen abspielen. Die Dehnungspulsationen gruppieren sich dabei um die Nachwirkungskurve  $N_0$  dieser Mittelkraft, indem sich die einzelnen Nachwirkungskurven der Kräfte  $\pm \frac{\Delta k}{2}$  über der von der Mittelkraft  $\frac{\Delta k}{2}$  hervorgerufenen Kurve  $N_0$  überlagern.

Falls die Kraftpulsationen nicht in der bisher betrachteten Form plötzlicher Änderungen der Kräfte auftreten, entsprechend der gezeichneten rechteckigen Form der Pulsationskurve, sondern anderen Änderungsgesetzen folgen, tritt in den Folgerungen eine prinzipielle Änderung nicht ein. Es treten dabei nur an die Stelle der einfachen Nachwirkungskurven für plötzliche Kraftänderungen andere Nachwirkungskurven, welche sich der Art des Kraftverlaufs entsprechend nach dem Superpositionsgesetz ergeben. Weiter aber ist zu beachten, daß bei unsymmetrischen Kurvenformen die zeitlichen Kraftmittelwerte bei pulsierender Last von der Größe der vor Eintritt der Pulsationen vorhandenen Kraft  $k_0$  abweichen, wodurch Übergangsvorgänge ähnlich wie bei Fig. 20 auftreten. Diese unsymmetrischen Pulsationen gewinnen bei Riementrieben Bedeutung, insbesondere bei Trieben mit ungleich großen Scheiben. In Fig. 21 a, b ist als Beispiel der Kraftverlauf gezeichnet, wie er in einem solchen Triebe mit ungleich großen Scheiben auftritt, und zwar ist in Fig. 21 a die große Scheibe die treibende, in Fig. 21 b die kleine Scheibe die treibende. Im ersteren Falle schließt sich auf der großen Scheibe der Ruhewinkel an das stramme Trum, im letzteren Falle an das schlaife Trum an. Da auf der kleinen Scheibe in den beiden angenommenen Fällen kein Ruhewinkel vorhanden ist und wenn ein solcher vorläge, er nur ein sehr kleines Stück des Umfanges umfassen würde, so ist die Folge, daß der Kraftmittelwert  $k_m$  bei großer treibender Scheibe ein wenig über, bei kleiner treibender Scheibe aber erheblich unter dem Wert

$$\frac{k_1 + k_2}{2}$$

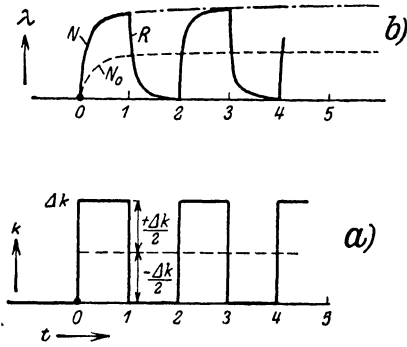


Fig. 20. Nachwirkung bei Pulsationen zwischen  $k = 0$  und  $k = +\Delta k$ .

liegt. Hierbei ist:

$$k_m = \frac{\int_0^T k dt}{T}$$

worin  $T$  = Zeit eines Umlaufes (die gestrichelten Geraden geben den Kraftverlauf auf den Scheiben an, der vorhanden sein müßte, wenn

$$k_m = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

sein sollte).

Hiermit gewinnen wir wertvolle Grundlagen für die Bestimmung der bei Riementrieben zu erwartenden Betriebsdehnungen: Die prin-

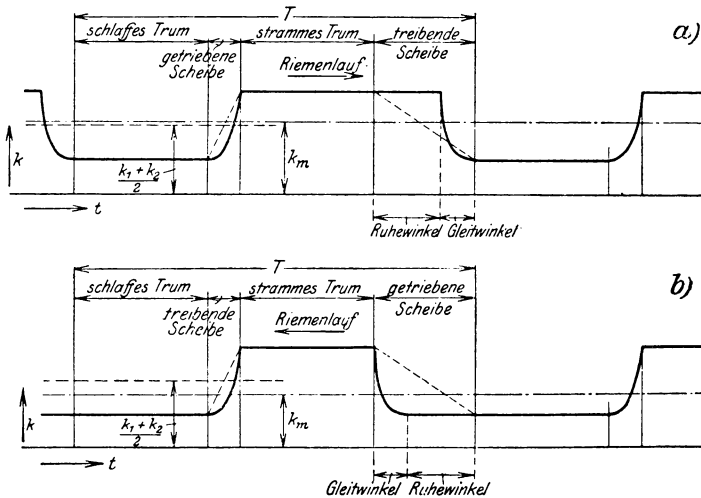


Fig. 21. Form der Kraftpulsationskurve bei Riementrieben.

zipielle Abhängigkeit der Dehnung von dem zeitlichen Kraftmittelwert zeigt, daß als Hauptfaktor die Leerlaufspannung  $k_0 = k'_0 + k_f$  ins Gewicht fällt, daß daneben die Nutzlast nur insofern mit in Betracht zu ziehen ist, als sie auf die Gestalt der zeitlichen Kraftkurve einwirkt und damit die Größen

$$\frac{k_1 + k_2}{2} \quad \text{und} \quad k_m$$

beeinflußt.

Hierbei ist zu beachten, daß bei Riementrieben normalerweise nicht die einfache Kraft- oder Formnachwirkung, sondern eine Art kombinierter Nachwirkung auftritt, da bei normalen, nicht senkrechten Vorspannungstrieben jede Längung mit einem gleichzeitigen Nachlassen der Kraft verbunden ist und sich somit Kraft und Länge gleichzeitig

ändern. Bei senkrechten Trieben mit gleich großen Scheiben findet sich dagegen die Krafterwirkung in reiner Form, da bei diesen Trieben die Trümer gerade Linien bilden und die Riemenlänge somit dauernd konstant ist.

**Vorliegendes Versuchs- und Beobachtungsmaterial.** Die in der Praxis des Riemenbetriebes allgemein gemachten Erfahrungen stimmen mit den aus den vorstehenden Erörterungen über das Verhalten des Leders als Riemenstoff zu ziehenden Folgerungen überein.

Es ist ja allgemein bekannt, daß jeder Treibriemen, auch wenn er in der Fabrik einer gründlichen Streckung unterworfen ist, alsbald nach dem Auflegen sich zu längen beginnt. Es muß von Zeit zu Zeit ein Nachspannen vorgenommen werden, und zwar anfangs in relativ kurzen, mit wachsender Betriebszeit in immer längeren Zwischenräumen. Andererseits zieht sich der Riemen auch allmählich wieder zusammen, wenn er nach längerer Belastung entspannt und sich selbst überlassen wird.

Solche Längungen werden nicht nur bei belastet laufenden, sondern auch bei unter Vorspannung stillstehenden und bei unter Vorspannung leerlaufenden Trieben beobachtet<sup>1)</sup>. In diesen Fällen handelt es sich um dauernde Ruhebelastungen, da beim leerlaufenden Trieb, abgesehen von den kleinen durch die Verluste des Triebes selbst entstehenden Ungleichheiten, die Spannung in allen Teilen des Riemens die gleiche ist.

Eine gute Bestätigung des Verlaufes der Nachwirkungskurven bei belasteten Riementrieben liefern ferner die Versuche von Kammerer<sup>2)</sup>, welche sich über mehrere Stunden ausdehnten und sich bis auf ziemlich hohe Mittelspannungen erstreckten. Hier zeigt sich insbesondere die charakteristische Erscheinung, daß bei geringen Mittelbelastungen der Zustand, in welchem die weitere Längenzunahme unmerklich wird, sehr bald erreicht wird, während dieser Zustand bei höheren Belastungen erst nach immer längeren Zeiten eintritt. Bei ganz starken Mittelbelastungen endlich wird der stationäre Endzustand nicht mehr erreicht, da vorher ein Zerreißen des Riemens eintritt.

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. den von Lewis angeführten Fall einer Kaltsäge mit sehr schnell laufendem Antriebsriemen. *Transact. Am. Soc. Mech. Eng.* Bd. 15, 1894, S. 256. Charakteristisch ist auch die Beobachtung Webbers (*Transact. Am. Soc. Mech. Eng.* Bd. 8, 1887, S. 529—563, vgl. insbesondere S. 535, Anmerkung zu Tabelle 13), daß die Erhöhung der Vorspannung eine wesentlich vermehrte Streckung zur Folge hatte.

<sup>2)</sup> Kammerer: Versuche mit Riemen besonderer Art. *Z. d. V. d. I.* 1912, S. 206 ff. (Forschungsarbeiten, Heft 132). Kammerer glaubt fälschlicherweise, daß diese Versuche den Einfluß der Nutzlast zeigen. Dies wäre richtig, wenn bei den Versuchen die Mittelbelastung die gleiche gewesen wäre. Da aber bei stärkerer Nutzlast auch höhere Vorspannungen verwendet wurden, so geben die Kammererschen Kurven in erster Linie ein Bild des Einflusses der Höhe der Mittelast, nicht der Nutzlast.

Hiernach kann ausgesprochen werden:

Bei Belastung von Leder mit konstanten oder um eine konstante Mittelbelastung pulsierenden Lasten entstehen für die Dehnung als Funktion der Zeitdauer der Belastung Kurven vom Nachwirkungstypus, wie sie in Fig. 22 dargestellt sind. Diese Kurven stellen die Gesamtdehnungen dar. Die Kurven für höhere Beanspruchungen enden in Zerreißpunkten, welche um so höher liegen, und um so früher erreicht werden, je höher die Beanspruchung ist. Die Zerreißfestigkeit des Leders ist also keine eindeutige Größe, sondern wesentlich von der Art der Beanspruchung beim Belastungsversuch abhängig; diese auch bei anderen Baustoffen bekannte Erscheinung ist bei Leder besonders auffällig ausgeprägt. Die Kurven für niedere Belastungen unterhalb einer gewissen durch die Asymptote zur Grenzkurve der Zerreißpunkte bestimmten Belastung nähern sich dagegen asymptotisch gewissen Dehnungsgrenzwerten.

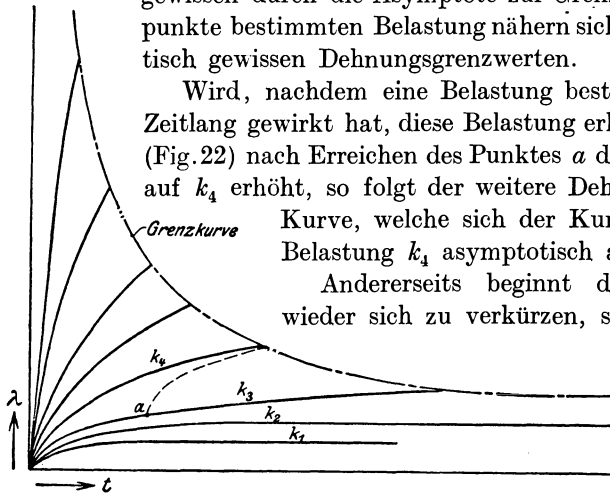


Fig. 22. Dehnungskurven (Nachwirkung) bei verschiedener Belastung.

Wird, nachdem eine Belastung bestimmter Größe eine Zeitlang gewirkt hat, diese Belastung erhöht, beispielsweise (Fig. 22) nach Erreichen des Punktes  $\alpha$  die Belastung von  $k_3$  auf  $k_4$  erhöht, so folgt der weitere Dehnungsverlauf einer Kurve, welche sich der Kurve für die höhere Belastung  $k_4$  asymptotisch anschmiegt.

Andererseits beginnt der Riemen sofort wieder sich zu verkürzen, sobald die ruhende

Belastung von ihm abgenommen wird. Diese Verkürzung hat einen ähnlichen Verlauf wie die Längung und

nähert sich ebenfalls asymptotisch einem neuen Endzustand. Dabei wird, soweit sich übersehen läßt, der ursprüngliche Anfangszustand bei Materialien wie Leder niemals wieder erreicht, vielmehr bleiben gewisse Restbeträge der Längung, deren Größe von der Art und Größe der Streckung abhängen mag, für immer bestehen.

Es ist doch nochmals zu betonen, daß alles dies die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes voraussetzt. Es scheint ja, daß dieses in der Hauptsache gilt, aber möglicherweise bleiben doch Reste übrig, welche bei pulsierenden Kräften den Verlauf der  $N_0$ -Kurve ändern, wenn auch vielleicht nur wenig. Auch ist zu beachten, ob nicht Ermüdung eintritt. Diese erklärt sich bei Metallen so, daß bei einzelnen Teilen der beanspruchten Querschnitte Überschreitungen der Elastizitätsgrenze stattfinden, durch welche das Material abwechselnd bleibende Dehnungen

und Stauchungen erleidet, wodurch es eben ermüdet (muscheliger Bruch). Bei Leder aber arbeitet man eigentlich immer oberhalb der Elastizitätsgrenze. Kurz: Die experimentelle Prüfung dieser Grundlagen unserer Aussagen ist notwendig und muß entscheiden, ob und inwieweit etwa unsere an die Gültigkeit des Superpositionsgesetzes geknüpften Folgerungen abzuändern sind.

**Elastizitätsmodul und Dehnungs-Koeffizient.** Es fragt sich nun, wie die sonst für elastische Materialien charakteristischen Größen Elastizitätsmodul und Dehnungskoeffizient sich bei einem Stoffe, der wie Leder sehr stark von Nachwirkungserscheinungen überwuchert wird, verhalten.

Hier gehen wir am besten von dem vorliegenden Versuchsmaterial aus.

Einige Anhaltspunkte für das Verhalten des Elastizitätsmoduls in Abhängigkeit von der Vorgeschichte des Leders finden wir zunächst in einigen von Bach mitgeteilten Zahlen, welche ich in Fig. 23 aufgetragen habe. Diese Darstellung zeigt deutlich, daß sich die Kurve des Elastizitätsmoduls im Laufe einer länger andauernden Belastung nach oben und bei nachfolgender Belastung wieder nach unten verschiebt. Die Kurven sind sämtlich, obwohl für die meisten nur zwei Punkte vorliegen, konkav nach oben gezeichnet: Die Begründung hierfür liegt in dem übrigen zur Verfügung stehenden Beobachtungsmaterial. Die Punkte für hohe Belastung fallen ersichtlich aus diesem konkav nach oben gerichteten Kurvenverlauf heraus, eine Erscheinung, auf welche noch des näheren zurückzukommen sein wird.

In Fig. 24 finden sich weiter die von Skutsch an seinem Versuchsriemen beobachteten Werte des Elastizitätsmoduls bei den verschiedenen Mittelspannungen seiner Schwingungsversuche aufgezeichnet. Wie ersichtlich, stimmt diese Kurve in ihrem nach oben konkav gekrümmten Verlauf mit den für die Bachschen Werte aufgetragenen Kurven überein, und es fällt auch hier der letzte Punkt für eine Belastung von 30 kg/cm<sup>2</sup> aus der Kurve heraus.

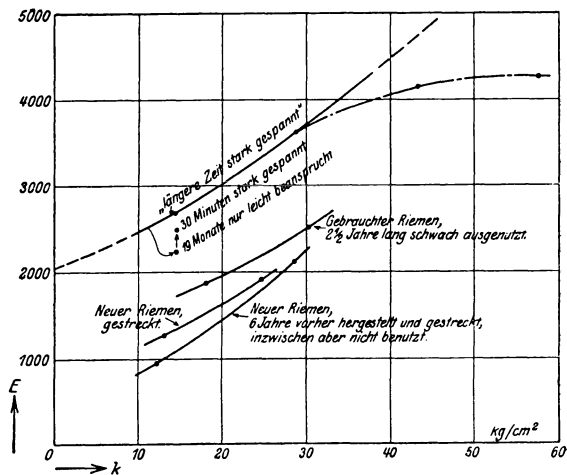


Fig. 23. Elastizitätsmodul nach Versuchen von Bach.

Eine Kurve für den Elastizitätsmodul als Funktion der Belastung bei einem unter Belastung laufenden Riementrieb, eine Kurve also, welche unmittelbar die Verhältnisse des praktischen Riementriebes kennzeichnet, läßt sich aus den Versuchswerten von Lewis ermitteln, und zwar aus den von Lewis in seiner Tabelle VIII über Versuche an einem senkrechten Trieb mitgeteilten Zahlen. Da bei dieser Anordnung (senkrechter Trieb mit gleichgroßen Scheiben) infolge des Umstandes daß beide Trümer keinen Durchhang aufweisen, sondern gerade Linien bilden, welche mit den an die Scheibenumfänge gelegten Tangenten identisch sind, konstante Fadenlänge vorhanden ist, so läßt sich aus den

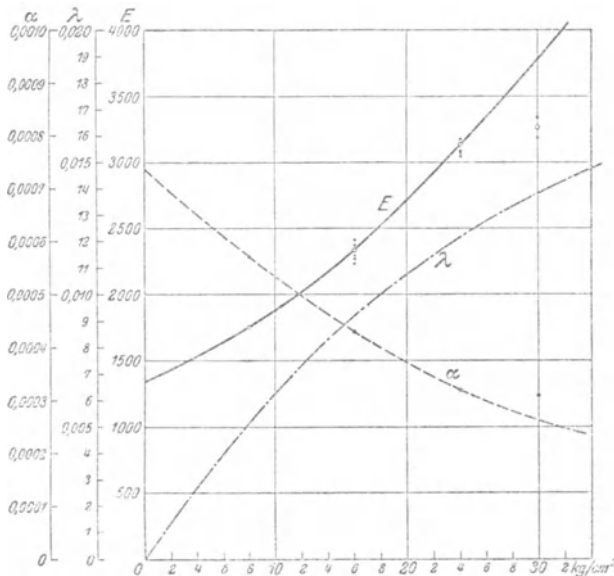


Fig. 24. Elastizitätsmodul, Dehnungskoeffizient und Dehnung nach den Versuchen von Skutsch.

Trumkraftmessungen rückwärts die Form der Dehnungskurve bestimmen, wenn der Einfluß der die Scheiben selbst umfassenden Riementteile vernachlässigt wird. Man hat nur nötig, für mehrere Vorspannungen Beobachtungsreihen von  $S_1$  und  $S_2$  aufzunehmen und die in den Abzissenpunkten  $S_1$  bzw.  $S_2$  errichteten, in einem beliebigen Dehnungsmaßstab gemessenen Dehnungsordinaten so lang zu machen, daß der Endpunkt der Ordinate in  $S_1$  ebensoviel höher als der Endpunkt der Ordinate des Leerlaufpunktes  $S_0$  liegt, wie der Endpunkt der Ordinate in  $S_2$  niedriger als der Endpunkt der Leerlaufordinate  $S_0$  liegt. Allerdings ist auf diese Weise nur die Form der Dehnungskurve, nicht aber der Dehnungsmaßstab selbst bestimmbar. Die auf diese Weise aus der Tabelle VIII von Lewis aufgezeichnete Dehnungskurve ist

in Fig. 25 dargestellt. Dieselbe bietet gewisse Unsicherheiten wegen der Verschiedenheit der Anfangs- und Endvorspannungen bei den Versuchen, und die Aufzeichnung war auch nicht ganz leicht, weil wegen des mangelnden Dehnungsmaßstabes mehrfaches Probieren erforderlich ist, bis die geringste Abweichung in der Lage der Punkte erreicht ist.

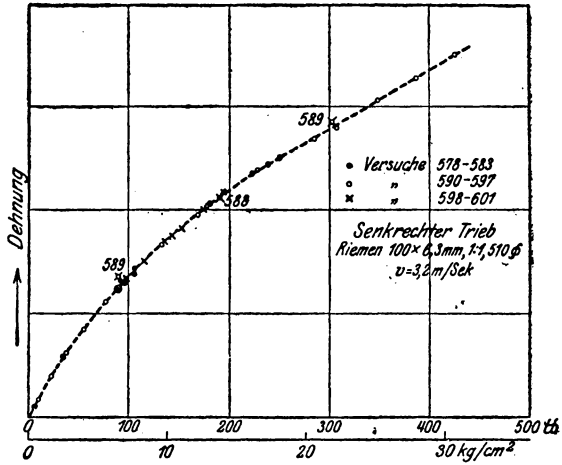


Fig. 25. Dehnungskurve aus dem Lewisschen Versuch mit einem senkrechten Trieb.

Die aus dieser Dehnungskurve sich ergebende Kurve des Elastizitätsmoduls ist in Fig. 26

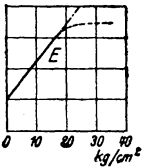


Fig. 26. Elastizitätsmodul nach dem Versuch Fig. 25.

dargestellt. Auch hier zeigt sich, daß die Kurve bei hohen Belastungen nach unten abschwinkt.

Ganz ähnlichen Verlauf haben die von Bird<sup>1)</sup> aufgenommenen Kurven an leerlaufenden horizontalen Trieben, von denen in Fig. 27 ein Beispiel wiedergegeben ist.

Es ergibt sich nun die wichtige Tatsache, daß diese Dehnungskurven, sowohl die aus den Lewisschen Versuchen ermittelten, wie die von Bird unmittelbar auf-

genommenen, für den Elastizitätsmodul einen genau gleichen allgemeinen Verlauf ergeben wie die Kurven nach den Bach- und Skutschschen Daten. Dies läßt den Schluß zu, daß im Riemenbetriebe in gewissen Grenzen mit von der Nachwirkung fast unabhängigen, pseudo-stationären Zuständen gerechnet werden kann, für welche Dehnung, Elastizitätsmodul und Dehnungs-Koeffizient von der Zeit unabhängigen Kurven folgen, die aber nicht dem Hookschen Gesetz entsprechen.

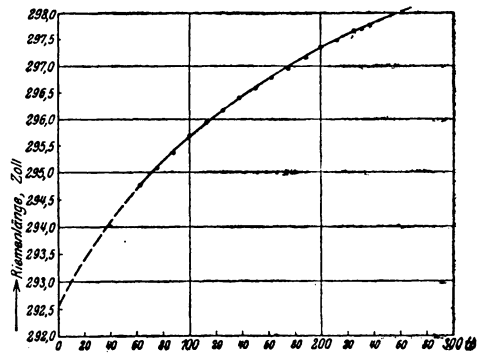


Fig. 27. Dehnungskurve nach Bird.

<sup>1)</sup> „Belt Creep“, Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 26, 1905, S. 584—593. Stiel, Theorie des Riementriebs.



Es gilt für diese krummen Kurven also nicht die spezielle lineare H o o k -  
sche Beziehung

$$\alpha = \frac{1}{E} = \frac{\varepsilon}{k} = \frac{\lambda}{lk}$$

sondern die allgemeine Elastizitätsgleichung:

$$\alpha = \frac{1}{E} = \frac{d\varepsilon}{dk} = \frac{d\lambda}{ldk} \quad (29)$$

woraus:

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{l} = \int \alpha dk = \int \frac{dk}{E} \quad (30)$$

Der Dehnungs-Koeffizient und der Elastizitätsmodul lassen sich hier-  
nach, wenn die Dehnungskurve bekannt ist, aus dieser als Tangente  
resp. Cotangente ablesen, und andererseits ergibt sich die Dehnungs-  
kurve, wenn die Kurve des Elastizitätsmoduls oder des Dehnungs-  
Koeffizienten bekannt ist, als Integralkurve aus der letzteren<sup>1)</sup>.

Die Grenzen für die Anwendbarkeit dieser, in ihrem prinzipiellen  
Verlauf durch die Kurven der Skutschschen Versuche, in Fig. 24  
dargestellten, festen Beziehungen ergeben sich — wenigstens bis zu  
einem gewissen Grade — glücklicherweise ebenfalls aus dem bereits  
vorliegenden Beobachtungstoff. Ich finde die Grenze ausgedrückt  
durch die bereits erwähnte Tatsache, daß regelmäßig die  $E$ -Punkte  
für sehr hohe Belastungen aus dem Verlaufe der für die niedrigeren  
Lasten gültigen Kurvenpunkte nach unten herausfallen: vgl. die Ver-  
suchsdaten nach Skutsch und Lewis. Dies deutet auf den, bei einer  
gewissen Lastgrenze, merkbar einsetzenden Einfluß der Nachwirkung  
hin, und es scheint, als ob hier Zusammenhänge mit der Vorstreckung,  
welche der Riemen bis dahin erlitten hat, bestehen.

Bekanntlich wird, da die im Anfang der Lebensdauer des Leders  
auftretenden bleibenden Dehnungen groß sind und dieser Umstand  
in der Praxis unerwünscht ist, in der Regel eine Vorstreckung des  
Materials vorgenommen, bevor dasselbe in den Betrieb genommen wird.  
Dieses Vorstrecken hat also den Zweck, die anfangs auftretenden,  
starken, bleibenden Dehnungen vorwegzunehmen. Es ist klar, daß  
eine solche Vorstreckung des Leders ihren Zweck niemals vollständig,  
sondern nur innerhalb gewisser Grenzen erfüllen kann. Sie ist offen-  
sichtlich in der Hauptsache nur wirksam für Beanspruchungen, welche  
tiefer liegen als die zur Vorstreckung verwendete Belastung.

<sup>1)</sup> Es finden sich immer wieder in der Literatur Angaben, welche diese vom  
Hook'schen Gesetz abweichenden Verhältnisse unbeachtet lassen. So sind z. B.  
die von Bird (Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 26, 1905, S. 586) angegebenen  
Zahlen für den Elastizitätsmodul unrichtigerweise so berechnet, als ob das H o o k -  
sche Gesetz gültig wäre.

Über die bei diesen Vorstreckungsvorgängen auftretenden Veränderungen der Dehnungseigenschaften liefern die Versuche von Boulanger<sup>1)</sup> gewisse Anhaltspunkte. Da diese aus dem Jahre 1902 stammenden Versuche indes auf der Zerreißmaschine vorgenommen und dabei offenbar ohne Rücksicht auf den Einfluß der Belastungszeit durchgeführt wurden, so bieten sie erhebliche Unsicherheiten infolge der Notwendigkeit, die nur näherungsweise abschätzbaren Zeiteinflüsse aus den Versuchsergebnissen auszuschneiden. Versuchen wir diese Ausscheidung, welche durch den Vergleich der zahlreichen mit großem Fleiß durchgeführten Versuche untereinander erleichtert wird, so finden wir ein prinzipielles Verhalten des Leders entsprechend Fig. 28 wie folgt:

Belasten wir ein nicht vorgestrecktes Stück Leder mit einer allmählich steigenden Zugbeanspruchung, so folgt die Dehnungskurve der vom Punkte 0 ausgehenden schrägen Geraden. Vermindern wir, am Punkte *A* angelangt, die Spannung wieder, so findet der Rückgang der Dehnung auf der Kurve *a* bis zum Punkte *A'* statt. Legen wir von neuem Last auf, so folgt die Dehnung der Kurve *a* wieder aufwärts bis zum Punkte *A*; von dort aus folgt sie bei weiterer Lastvermehrung der Geraden *0 A B*. Beenden wir die Lastvermehrung im Punkte *B*, so

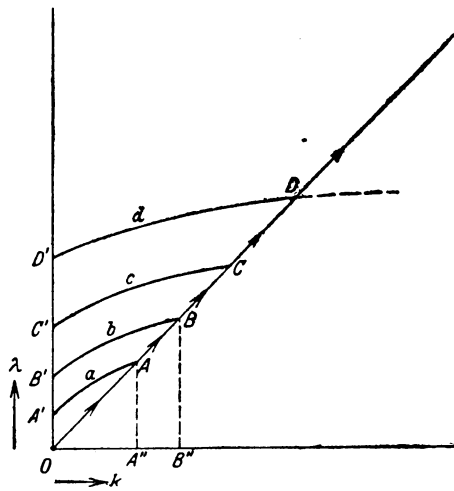


Fig. 28. Grundsätzliche Dehnungskurven nach den Zerreißversuchen von Boulanger.

spielen sich nunmehr die Dehnungen bei Lasten unterhalb  $0 B''$  auf der Kurve *b* ab. Setzen wir diese Streckungen fort, so erhalten wir ähnlich die Dehnungskurven *c*, *d* usw., welche also je einer bestimmten, durch eine gewisse Grenzkraft gekennzeichneten Vorstreckung zugeordnet sind. Die Kurve Dehnung/Spannung wäre hiernach beim mit einer bestimmten Spannung vorgestreckten Riemenleder grundsätzlich eine geknickte Kurve, deren erster Teil durch eine der durch die Vorstreckgrenze bestimmten gekrümmten Kurven *a*, *b*, *c*, *d*, usw. gebildet wird, während die Fortsetzung über die Vorstreckgrenze hinaus der Geraden *0 A B C D* folgt.

Nun zeigen die Beobachtungen an Riemen in der Tat keinen ausgeprägten Knick der Dehnungskurve, sondern nur eine entsprechende Tendenz des Kurvenverlaufs. Diese Verwaschenheit erscheint aber er-

<sup>1)</sup> Bull. d. l. Soc. d'encour Bd. 101,1, 1902, S. 491—555.

klärlich, wenn man bedenkt, daß in der Praxis die Vorgeschichte des Riemens durchaus nicht eine so einfache, eindeutige ist, wie sie bei den im vorstehenden für das grundsätzliche Verhalten des Leders gezogenen Folgerungen vorausgesetzt wurde. Es überlagern sich in der Praxis vielmehr die Folgeerscheinungen der ganzen Dehnungsvorgeschichte und bewirken so, daß, je nachdem die einzelnen Vordehnungen und die ihnen folgenden Dehnungsrückgänge sich mehr oder weniger weit (hinsichtlich Spannung und Zeit) erstrecken, ein mehr oder weniger deutlicher sanfter Übergang an die Stelle des einfachen Knickes tritt.

Beachten wir dies, so finden wir, daß die Boulangerschen Versuche für die beobachtete Tatsache, daß die Punkte des Elastizitätsmoduls bei hohen Lasten fast stets unterhalb der Fortsetzung der

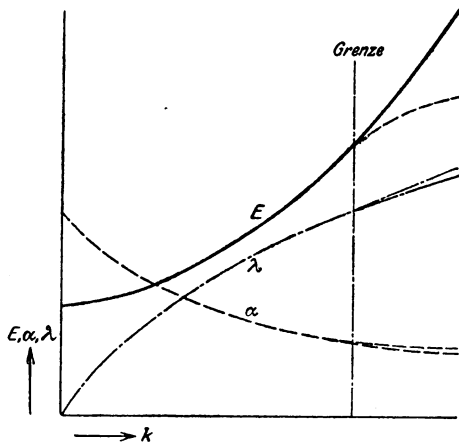


Fig. 29. Grundsätzlicher Verlauf von  $E$ ,  $\alpha$  und  $\lambda$ .

$E$ -Kurve für niedere Lasten fallen, eine zwanglose Erklärung liefern.

Innerhalb der so durch die Vorstreckung bezeichneten Grenzen wird man hiernach, wie bereits erwähnt, für die Dehnungen, welche während der einzelnen Umläufe eines Treibriemens in diesem auftreten, tatsächlich mit für die Praxis hinreichender Genauigkeit annehmen dürfen, daß dieselben in jedem Augenblick festen Kurven folgen, welche den in Fig. 29 dargestellten

Charakter zeigen, wobei die schwach gestrichelt eingezeichneten Kurvenendstücke einen Kurvenverlauf andeuten sollen, wie er entstehen kann, wenn in diesem Gebiet die Vorstreckungen weniger ausgebildet sind als in dem Gebiet niedrigerer Spannungen. Diese Kurven werden ihre Form jedoch im Laufe der Zeit, beeinflusst durch die Nachwirkung, ändern und zwar in dem Sinne, daß die Dehnung geringer wird, die  $\epsilon$ - bzw.  $\lambda$ -Kurven also flacher werden, die  $\alpha$ -Kurven tiefer und die  $E$ -Kurven immer höher rücken; sie sind also stets nur für einen begrenzten Zeitraum als feste Kurven zu betrachten.

Im einzelnen bedürfen alle diese Erscheinungen, insbesondere der Einfluß der Vorstreckung, der Dehnungsverlauf oberhalb der Vorstreckgrenze, der Einfluß der Zeit und der betriebsmäßigen Belastungspulsationen auf die Gestaltänderung der Kurven und auf etwaige Verschiebungen und die Ausflachung des Dehnungskurvenknickpunktes u. a. m., noch eingehender experimenteller Erforschung.

**Elastische Hysterese und Nachwirkung bei pulsierender Last.** Unterwerfen wir einen elastischen Stoff einer periodisch veränderlichen Belastung, so finden wir, daß für jeden Last-Augenblickswert die Länge des untersuchten Stückes während der Zeit ansteigender Last stets geringer ist als während der Zeit sinkender Last. Zeichnen wir die Längen als Funktion der Beanspruchung auf, so erhalten wir einen geschlossenen Kurvenzug entsprechend Fig. 30, dessen Inhalt die beim einmaligen Durchlaufen des Kreisprozesses aufgewendete Arbeit darstellt. Erfahrungsgemäß ist der Inhalt und die Breite der Schleife nicht von der Zeit unabhängig, sondern um so größer, je schneller der Zyklus durchlaufen wird. Andererseits aber bleibt die Schleife auch in merklicher Größe bestehen selbst bei unendlich langsamer Kraftänderung. Letzteres zeigt, daß die Ursache derselben nicht allein in der elastischen Nachwirkung gesucht werden darf, daß vielmehr hier eine von der Zeit unabhängige Erscheinung mitspielt, welche man, analog der magnetischen Hysterese, als elastische Hysterese bezeichnet.

So einleuchtend an sich die Wirksamkeit dieser beiden Einflüsse: Hysterese (von der Zeit unabhängig) und Nachwirkung (von der Zeit abhängig) erscheint, so wenig

ist es doch bisher gelungen, jeden für sich einwandfrei experimentell zu isolieren. Allerdings sind die bisherigen Untersuchungen hierüber wohl ausschließlich an Metallen oder Glas ausgeführt worden, und es wird sich die Lücke möglicherweise durch Verwendung von Leder als Versuchsstoff ohne besondere Mühe ausfüllen lassen; bis heute aber fehlen, soviel ich sehe, für Leder alle Versuche nach dieser Richtung.

Die einzigen Versuche, die mir an Leder überhaupt bekannt geworden sind, stammen von Barth<sup>1)</sup>. Dieselben geben aber nur die kombinierte Nachwirkungs- und Hysteresschleife, ohne jeden Versuch einer Trennung dieser beiden Einflüsse. Immerhin sind diese Versuche aber, zumal sie das einzige, überhaupt vorliegende Material sind, so wichtig, daß ich die von Barth als Beispiel mitgeteilte Kurve (Fig. 2, S. 50) hier in Fig. 31 wiedergeben will. Es handelt sich hier um ein „wenig gebrauchtes“ Stück Doppelriemen, Länge 15,0 Zoll, Breite

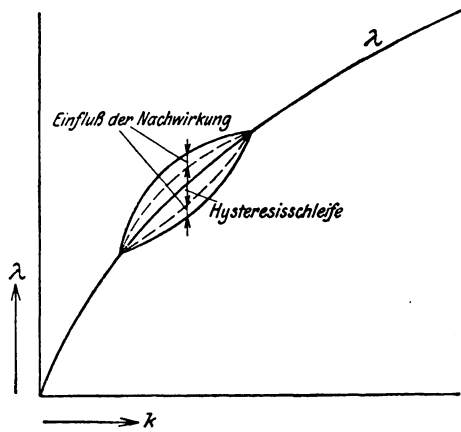


Fig. 30. Grundsätzliche Gestalt der Hysterese- und Nachwirkungsschleife.

<sup>1)</sup> Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 31, 1909/10, S. 50.

$3^{15}/_{16}$  Zoll, Dicke  $3/8$  Zoll. Barth bemerkt dazu: „Neun Riemenstücke wurden im ganzen untersucht. Fig. 2 (31) ist für alle typisch. In allen Fällen wurden die Versuche so schnell durchgeführt, als die Belastungen eingestellt und die Dehnungsablesungen gemacht werden konnten. Jedes Stück wurde mehrmals einem vollständigen Zyklus von Belastungen zwischen zwei Grenzwerten ausgesetzt. Während der ersten paar Zyklen zeigten die Riemen stets abweichende Ergebnisse, gaben aber dann für eine Anzahl aufeinanderfolgender Kreisläufe praktisch die gleichen Ablesungen, und diese Ablesungen wurden in den Abbildungen aufgezeichnet.“

Der Inhalt der in Fig. 31 wiedergegebenen Schleife beträgt 1,110 cmkg. Er bezieht sich auf ein Lederstück von 38,5 cm mittlerer Länge und

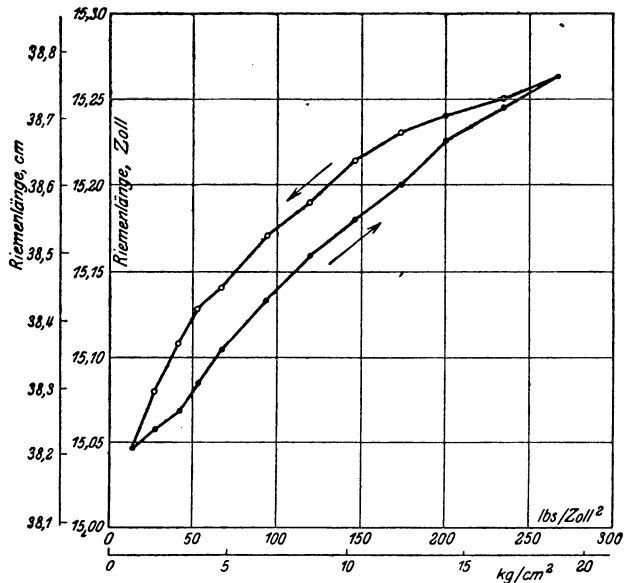


Fig. 31. Experimentelle Aufnahme einer Hysterisis- und Nachwirkungsschleife von Barth.

1 cm<sup>2</sup> Querschnitt und eine zwischen den Grenzen 1 und 19 kg/cm<sup>2</sup> pulsierende Last; der Arbeitsaufwand ist also hierbei pro Umlauf und pro cm<sup>2</sup> des beanspruchten Materials 0,2088 cmkg. Dies ist indes eine Einzelzahl, aus der mangels aller sicheren Unterlagen zunächst keinerlei verallgemeinernde Schlüsse gezogen werden können. Sie zeigt aber, daß die beim Riementrieb durch Nachwirkung und Hysterisis entstehenden Betriebsenergieverluste, welche bisher ganz unbeachtet geblieben sind, merkliche Werte erreichen. Nehmen wir beispielsweise einen dem Barthschen Versuch entsprechenden Riemen an von 10 cm Breite, 0,95 cm Stärke und 950 cm Länge, so hat derselbe einen Inhalt

von 9000 cm<sup>2</sup>. Der Verlust pro Umlauf beträgt unter obigen Verhältnissen also  $9000 \cdot 0,0288 = 260$  cmkg/Umlauf. Die Nutzarbeit pro Umlauf beträgt für  $k_1 = 19$  und  $k_2 = 1$ :

$$18 \cdot 9,5 \cdot 950 = 162\,000 \text{ cmkg.}$$

Der verhältnismäßige Verlust durch Hysterese und Nachwirkung wird also hier etwa

$$\frac{26\,000}{162\,000} = 0,16 \%$$

betragen.

**Mutmaßliche Abhängigkeit des Schleifeninhalts von Zeit- und Spannungsgrenzen.** Wenn es angesichts des gänzlichen Fehlens sicheren Versuchsmaterials erlaubt ist, einige Mutmaßungen über den Energieinhalt der Hysterese- und Nachwirkungsschleifen bei Leder anzustellen, so möchte ich kurz auf folgendes hinweisen:

Die Hysterese-Erscheinungen beruhen allgemein auf molekularen Umlagerungen, welche sich unter dem Einfluß mechanischer oder magnetischer Kräfte vollziehen. Da Leder normalerweise nur auf Zug beansprucht wird, so treten bei ihm die für einen Wechsel der Belastung zwischen gleichgroßen positiven und negativen Werten charakteristischen symmetrischen Hysteresschleifen gegenüber den unsymmetrischen Hysteresschleifen für pulsierende Beanspruchung an Bedeutung in den Hintergrund. Es ist anzunehmen, daß sich für den Arbeitsinhalt dieser Schleifen bei pulsierender Belastung von Leder qualitativ ähnliche Beziehungen ergeben werden, wie bei magnetischer und mechanischer Beanspruchung des Eisens, wenigstens soweit die Schleifen von Hysterese herrühren, also definitionsgemäß von der Zeit unabhängig sind.

Letzteres scheint aber bei manchen Stoffen in gewissem Maße der Fall zu sein, wenigstens haben die Untersuchungen von Warburg und Heuse<sup>1)</sup> an Stahl, Neusilber und Ebonit nachgewiesen, daß bei diesen Materialien eine weitgehende Unabhängigkeit der Breite der kombinierten Schleifen vorhanden ist, und daß diese Erscheinung, obwohl die Schleifen sicherlich nur zum Teil von Hysterese herrührten, der Theorie nicht widerspricht. Damit ist allerdings über den Energieinhalt der Schleifen noch nicht das gleiche gesagt; immerhin kann man vielleicht für praktische Zwecke, soweit es sich um normale, nicht zu niedrige Riemengeschwindigkeiten handelt, vorläufig einmal bis zur genauen experimentellen Klärung als erste Annäherung mit Unabhängigkeit des Energieinhalts von der Umlauffrequenz rechnen.

Was nun die Abhängigkeit des Inhalts der Hysteresschleifen von

<sup>1)</sup> Ber. d. D. Physik. Ges., 1915, Bd. 17, S. 206—213.

den Schwingungsgrenzen anlangt, so gilt bekanntlich für symmetrische magnetische Kreisprozesse das Steinmetzsche Gesetz:

$$A = \eta B_{\max}^{1,6},$$

wobei  $A$  den Arbeitsinhalt der Hysteresisschleife pro Umlauf und Volumeneinheit des beanspruchten Materials,  $\eta$  einen festen Koeffizienten und  $B_{\max}$  die maximale positive und negative Induktion bedeutet. Hier ist also die Hysteresisarbeit pro Umlauf der 1,6ten Potenz der Maximalinduktion proportional.

Für die mechanische Hysteresis des Eisens haben die Untersuchungen von Rowett<sup>1)</sup> eine ganz ähnliche Beziehung ergeben:

$$A = c k^3,$$

wo  $A$  ebenfalls die Hysteresisarbeit pro Volumeneinheit,  $c$  eine Konstante und  $k$  die positive und negative Maximalspannung bedeutet. Da bei den von Rowett untersuchten Materialien das Hooksche Gesetz gültig ist, so kann die Beziehung auch in der Form:

$$A = c' \lambda^3$$

geschrieben werden, woraus sich eine genaue Analogie mit dem Steinmetzschen Gesetz ergibt.

Für unsymmetrische, zwischen den Induktionen  $B_1$  und  $B_2$  verlaufende magnetische Kreisprozesse wurde bisher die Steinmetzsche Beziehung in der abgeänderten Form:

$$A = \eta \left( \frac{B_1 - B_2}{2} \right)^{1,6}$$

als gültig angesehen. Die Untersuchungen von Holm<sup>2)</sup> haben aber ergeben, daß diese eindeutige Beziehung nicht für alle Verhältnisse besteht, daß vielmehr bei kleinen Induktionsunterschieden der Arbeitsinhalt der Hysteresisschleife bei gleichbleibender Induktionsdifferenz  $B_1 - B_2$  um so größer ist, je höher das Induktionsmittel

$$\frac{B_1 - B_2}{2}$$

liegt, und zwar ist die Steigerung bis in die Gegend des Knies der Magnetisierungskurve relativ gering, um dann aber sehr stark zu wachsen. Da bei Leder die  $\lambda/k$ -Linie ein ähnliches Knie aufweist, wie die Magnetisierungskurve bei Eisen, so ist möglicherweise bei Leder ein ähnliches Ansteigen der Hysteresisarbeit bei gleicher Dehnungsdifferenz mit wachsender Spannung zu erwarten. Die Untersuchung der Verhältnisse bei gleicher Dehnungsdifferenz ist bei Leder allerdings weniger wichtig als bei gleicher Spannungsdifferenz, da bei Riemetrieben

<sup>1)</sup> Vgl. Z. d. V. D. I. 1914, S. 1600—1602.

<sup>2)</sup> Untersuchungen über magnetische Hysteresis. Dissertation. Techn. Hochschule Berlin 1912.

das entscheidende Merkmal stets die Spannungen sind, und es besonders interessiert, wie sich die Verluste bei gleicher Nutzspannung, aber verschiedenen Vorspannungen, also verschiedener Höhenlage der Mittelspannung verhalten. Für Leder liegen natürlich nach dieser Richtung keinerlei Ergebnisse vor. Untersucht man die Holmschen Versuche über magnetische Hysteresis nach dieser Richtung, so läßt sich aus den von ihm angestellten Versuchen mit konstant gehaltener Induktionsdifferenz  $B_1 - B_2$  durch Umrechnung nachweisen, daß für einen gewissen Bereich, welcher einerseits ein gewisses Stück vom Anfangspunkte des Koordinatensystems entfernt liegt und andererseits nicht weit über das Knie der Magnetisierungskurve hinausgeht, die Hysteresisarbeit für gleiche Intervalle der magnetomotorischen Kraft  $H_1 - H_2$  annähernd konstant ist, während darunter ein wesentliches Ansteigen, darüber ein langsames Sinken festzustellen ist. Der starke Anstieg nach dem Koordinaten-Anfangspunkte hin hängt offensichtlich damit zusammen, daß die Magnetisierungskurve in ihrem ersten Teil ein (in der Regel wenig beachtetes) erstes Knie zeigt, während der Abfall in den oberen Partien durch das stark ausgeprägte zweite Knie bedingt ist. Wenn wir nun im Auge behalten, daß sicherlich sowohl die magnetische, wie die mechanische Hysteresis ihren gemeinsamen Ursprung in molekularen Verhältnissen haben, so bieten sich gewisse Wahrscheinlichkeiten dafür, daß die Erscheinungsformen beider physikalischen Vorgänge unbeschadet ihrer individuellen Eigenart doch gewisse Gemeinsamkeiten haben müssen. Würde die Dehnungskurve von Leder einen genau gleichen Kurvenverlauf zeigen, wie die Magnetisierungskurve bei Eisen, so wäre wohl auch anzunehmen, daß die mechanische Hysteresisarbeit unsymmetrischer Prozesse einen ähnlichen Verlauf haben würde wie die Hysteresisarbeit unsymmetrischer magnetischer Kreisprozesse. Nun fehlt aber bei der Dehnungskurve des Leders das erste Knie ganz, und das zweite Knie ist viel weniger ausgeprägt, als dies bei Magnetisierungskurven der Fall ist. Mit allen erforderlichen Vorbehalten wird man daher vielleicht schließen können, daß die mechanische Hysteresisarbeit unsymmetrischer Spannungskreisprozesse bei Leder ungefähr den Verlauf haben wird, wie er bei magnetischen Kreisprozessen im mittleren Teil der Magnetisierungskurve festzustellen ist. Hier aber ergibt sich, wie erwähnt, an Hand der Holmschen Versuche annähernde Konstanz der Hysteresisarbeit bei gleichbleibender Differenz der magnetomotorischen Kräfte. Demgemäß wird man vielleicht mit einiger Berechtigung mutmaßen dürfen, daß bei konstanter Spannungsdifferenz die mechanische Hysteresisarbeit bei Leder unabhängig von der Höhe der Mittelspannung ungefähr konstant sein wird. Ist dies aber der Fall, dann wird auch die Beziehung

$$A = c' (k_1 - k_2)^n \quad (31)$$



als gültig anzunehmen sein, wobei  $n$  wohl in der Größenordnung 1,5—3 zu suchen sein dürfte.

Ich bin mir vollkommen bewußt, daß diese Voraussagen sich rein auf Mutmaßungen und ziemlich willkürlichen Analogieschlüssen aufbauen und daß sie auch den mitwirkenden Einfluß der Nachwirkung etwas gewaltsam beiseite schieben. Es fehlt eben bisher jede exakte Untersuchung, auf der sich fußen ließe, und es ist daher unbedingt erforderlich, daß zunächst über alle diese Fragen genaue experimentelle Untersuchungen angestellt werden.

Meines Erachtens muß sich die mechanische Hysterese bei Leder mit relativ einfachen Versuchsmitteln klarstellen lassen. Ich denke mir beispielsweise eine Versuchsanordnung

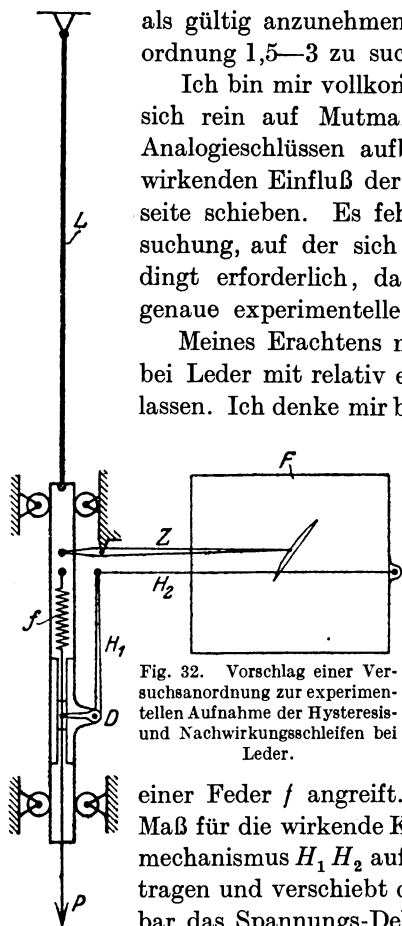


Fig. 32. Vorschlag einer Versuchsanordnung zur experimentellen Aufnahme der Hysterese- und Nachwirkungsschleifen bei Leder.

einer Feder  $f$  angreift. Die Dehnung der Feder gibt das Maß für die wirkende Kraft. Sie wird mit Hilfe eines Hebelmechanismus  $H_1 H_2$  auf die vorerwähnte Schreibfläche übertragen und verschiebt diese. Auf diese Weise wird unmittelbar das Spannungs-Dehnungsdiagramm aufgezeichnet, und es müssen sich mit dieser Anordnung die Hysterese- und Nachwirkungseigenschaften des untersuchten Stoffes verfolgen lassen. Voraussetzung ist selbstverständlich, daß die kinematischen Verhältnisse der Gesamtanordnung geschickt gewählt werden, so daß die Einflüsse der endlichen Hebellängen, der Verschiebung des Hebeldrehpunktes  $D$  usw. zum Verschwinden gebracht werden.

#### IV. Über den Zusammenhang zwischen übertragbarer Kraft, Schlupf und Riemengeschwindigkeit.

**Vorbemerkungen.** Aus der geschichtlichen Übersicht in Abschnitt II geht hervor, daß die tatsächliche Ursache der zwischen Riemen und Scheibe wirksamen Kraft heute noch keine allen Einwänden entrückte

ähnlich, wie in Fig. 32 dargestellt. Hier ist das Stück  $L$  das zu untersuchende Lederstück, dessen Dehnung durch einen Zeiger  $Z$ , gegebenenfalls mit entsprechender Übersetzung, auf einer verschiebbaren Fläche  $F$  aufgezeichnet wird. Die Spannung des Leders wird durch eine Kraft  $P$  ausgeübt, welche nicht direkt an dem Leder selbst, sondern unter Zwischenschaltung

der Feder  $f$  angreift. Die Dehnung der Feder gibt das Maß für die wirkende Kraft. Sie wird mit Hilfe eines Hebelmechanismus  $H_1 H_2$  auf die vorerwähnte Schreibfläche übertragen und verschiebt diese. Auf diese Weise wird unmittelbar das Spannungs-Dehnungsdiagramm aufgezeichnet, und

Aufklärung gefunden hat. Fest steht, daß die einfache Eytelweinsche Reibungsformel mit konstantem  $\mu$  die Verhältnisse nicht trifft. Nach den Vakuumversuchen von Skutsch muß auch die Mitwirkung des äußeren Luftdruckes, an sich schon recht unwahrscheinlich, als abgetan gelten. Für die Hypothese der Reibungselektrizität fehlt der überzeugende physikalische Beweis. Bleibt endlich noch die von Friederich aufgestellte Hypothese, derzufolge die beim Riementrieb auftretende Kraft einer Kombination von trockener Reibung und Flüssigkeitsreibung zuzuschreiben wäre. Aber auch gegen diese Anschauung, die vieles für sich hat, lassen sich manche Gesichtspunkte geltend machen, welche sich nicht leicht restlos widerlegen lassen. Ich neige der Ansicht zu, daß die Frage nach der Ursache der zwischen Treibriemen und Scheibe wirkenden Kraft identisch ist mit dem allgemeinen Reibungsproblem; daß also hier nur ein Spezialfall vorliegt, der seine Lösung von selbst in demselben Augenblicke findet, in dem es gelingt, den physikalischen Mechanismus aufzudecken, welcher der Reibung zwischen materiellen Körpern überhaupt zugrunde liegt. Von der Lösung dieses physikalischen Problems sind wir heute noch weit entfernt, ja, man kann sagen, daß seit den über ein Jahrhundert zurückliegenden klassischen Arbeiten Coulombs auf diesem Gebiete erst in den letzten Jahren einige wenige Fortschritte gemacht worden sind, welche aber auch in der Hauptsache nur in einer genaueren Feststellung der Erscheinungen, nicht aber in der Aufhellung ihrer Ursachen bestehen.

Wenn wir nun auch über die Ursache der Reibung zwischen Leder und Eisen nichts Bestimmtes aussagen können, so liefert das vorliegende Forschungsmaterial trotzdem eben in den bereits angedeuteten, durch die Versuche von Jacob<sup>1)</sup> und Skutsch<sup>2)</sup> vermittelten neueren Erkenntnissen doch Baustoffe, welche den Aufbau einer Theorie der Kraftwirkung zwischen Riemen und Scheibe, wenigstens in ihren Grundzügen, ermöglichen.

„**Druckreibung**“ und „**Flächenreibung**“. Zu diesem Zwecke müssen wir zunächst aus dem vorhandenen Material die für unsere Zwecke verwendbaren Grundtatsachen herauschälen. Hierbei wollen wir eine Erkenntnis, deren Richtigkeit sich aus dem Folgenden ergeben wird, an die Spitze stellen: die Erkenntnis nämlich, daß wir es bei den Reibungsvorgängen der Natur in der Regel mit einer aus zwei heterogenen Elementen kombinierten Erscheinung zu tun haben, deren erstes Element von der Größe der berührten Fläche, also von der spezifischen Flächenpressung, unabhängig und nur von der Höhe der die beiden

<sup>1)</sup> Jacob, Ch., Über gleitende Reibung. Diss. Königsberg 1911. Ann. d. Phys. 1912, S. 126—148.

<sup>2)</sup> Skutsch, R., Über die Reibung von Leder auf Eisen. Dinglers P. JI. 1914, S. 273—78; 305—10; 341,—46; 355—57.

reibenden Körper aufeinanderdrückenden Gesamtlast abhängig ist, während das zweite von der Größe der berührten Fläche abhängig, von der Größe der Belastung jedoch unabhängig ist. Ich will die durch die erstere Eigenschaft gekennzeichnete Reibungsform kurz als „Druckreibung“, die zweite als „Flächenreibung“ bezeichnen. Da der Gedanke naheliegt, diese beiden Reibungsformen einfach als identisch mit den Begriffen der trockenen und der Flüssigkeitsreibung anzusehen, so sind zunächst diese letzteren in ihren Eigenschaften, soweit sie hier interessieren, kurz zu betrachten.

**Trockene Reibung.** Bewegen sich zwei ebene, horizontale, absolut trockene Flächen aufeinander, von denen die eine mit einer vertikalen Kraft  $P$  belastet ist, die sich gleichmäßig über die ganze Fläche verteilen möge, so wird das Verhältnis der Kraft  $R_p$ , welche zur Aufrechterhaltung der vorhandenen Bewegung erforderlich ist, zur Belastung  $P$  als Reibungs-Koeffizient  $\mu$  bezeichnet. Es entsteht also die Beziehung:

$$\frac{R_p}{P} = \mu. \quad (32)$$

Für absolut reine, trockene und gasfreie Flächen ist  $\mu$  unabhängig von der Größe der Belastung  $P$ . Dies ist durch die sehr sorgfältig durchgeführten Untersuchungen von Ch. Jacob neuerdings experimentell sichergestellt worden. Bei diesen Versuchen ergab eine Vergrößerung des Flächendruckes (bei Messing auf Messing und Stahl auf Messing) im Verhältnis 1 : 6800 bei Flächenbelastungen von 0,009 bis 60,0 kg/cm<sup>2</sup> keine über die Fehlergrenzen hinausgehende Veränderung von  $\mu$ . Wir haben bei absolut reinen Metallflächen also reine Druckreibung vorliegen.

Hinsichtlich der Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten der trockenen Reibung von der Geschwindigkeit der aufeinandergleitenden Flächen muß mit den bisherigen Anschauungen, welche nur einen konstanten Reibungs-Koeffizienten der Ruhe und einen ebenfalls konstanten, kleineren Reibungs-Koeffizienten der Bewegung kannten, gebrochen werden. Die Untersuchungen von Jacob zeigen, daß kein sprunghafter Übergang des Reibungs-Koeffizienten im Sinne der bisherigen Anschauungen vorhanden ist, sondern daß eine ausgesprochen stetige Abhängigkeit zwischen Reibungs-Koeffizient und Gleitgeschwindigkeit besteht in dem Sinne, daß  $\mu$  bei Geschwindigkeit Null ebenfalls Null ist<sup>1)</sup> und mit wachsender Geschwindigkeit sich asymptotisch einem Grenz-

<sup>1)</sup> Der „Reibungskoeffizient der Ruhe“ ist also für die trockene Reibung ebener Flächen = 0. Die bisherigen gegenteiligen Anschauungen stützen sich auf nicht exakte Beobachtungen an nicht vollkommen trockenen, nicht vollkommen reinen und nicht vollkommen ebenen Flächen.

Nehmen wir an, daß durch wirklich einwandfrei exakte Beobachtungen bei trockenen, reinen Flächen das Auftreten eines positiven Wertes von  $\mu$  bei absoluter Ruhe, also  $w = 0$ , festgestellt sei, so dürfte sich dies dadurch erklären,

wert nähert, welcher mit dem bisherigen „Reibungs-Koeffizienten der Bewegung“ identisch zu sein scheint. Als Beispiele des Kurvenverlaufs

daß hier wahrscheinlich die Rauigkeit der reibenden Flächen und die Elastizitätseigenschaften der reibenden Stoffe, soweit sie auf das Verhalten der die Flächenberührung vermittelnden Teilchen einwirken, eine in ihren Einzelheiten noch aufzuklärende Rolle spielen. Auch Zeiteinflüsse werden mitspielen, im Hinblick auf Nachwirkungserscheinungen bei den Unebenheiten der sich berührenden Flächenteilchen. Das Auftreten eines Reibungskoeffizienten der Ruhe wäre danach bei trockenen Flächen wahrscheinlich an das Vorhandensein einer gewissen Unebenheit, Rauigkeit der Flächen und die gleichzeitige Bedingung einer gewissen endlichen Zeitdauer des Ruhezustandes gebunden und würde sich dann so erklären, daß während dieser Ruhezeit die Unebenheiten sich ineinander eindrücken, und zwar infolge Nachwirkungs- und Fließerscheinungen um so mehr, je länger die Ruhe dauert.

Bei Riementrieben kommen derartige Ruhezustände im Betriebe nicht vor; hier ist infolge des laufenden Riemens stete Bewegung vorhanden. Daher wird man hier auch die ganze Frage des „Reibungskoeffizienten der Ruhe“ auf sich beruhen lassen und die Ergebnisse der Untersuchungen von *Jacob* anwenden können.

Diese aber laufen darauf hinaus, daß, wenn wir uns vorstellen, daß ein trockener ebener Körper auf einem zweiten, mit allmählich abnehmender Gleitgeschwindigkeit  $w$  verschoben, bei Erreichung der Geschwindigkeit Null sofort die Bewegungsrichtung umgekehrt und dann  $w$  in umgekehrter Richtung gesteigert werde, die Kurve des Gleitwiderstandes  $R$  die in Fig. I in Kurve  $a$  dargestellte stetige Form hat, während die bisherige Anschauung die unstetige Kurvenform Fig. II

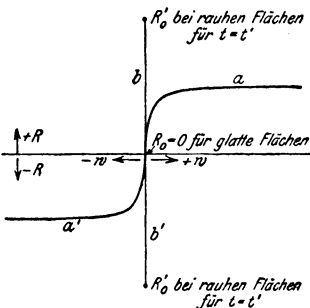


Fig. I. Verlauf des Gleitwiderstandes  $R$  (Reibungskoeffizienten  $\mu$ ) reiner Flächen nach *Jacob*.

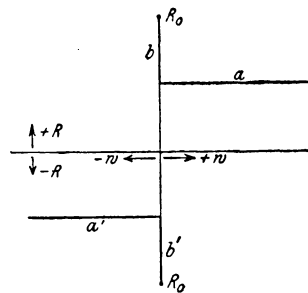


Fig. II. Verlauf des Gleitwiderstandes nach der bisherigen Anschauung.

annahm. Die Reibung der Ruhe  $R'$  würde dabei in Fig. I, sofern die ange-deuteten Bedingungen für ihr Auftreten erfüllt sind, durch die Senkrechte  $bb'$  dargestellt, wobei deren Höhe  $R'_0$  von der Zeitdauer  $t = t'$  der Ruhe abhängen und für  $t = 0$  gleich Null sein würde.

Nun ist aber meines Erachtens durchaus nicht sichergestellt, daß die Beobachtungen, welche einen angeblich positiven Wert von  $\mu$  bei  $w = 0$  lieferten, völlig exakt sind. Es ist daher auch fraglich, ob die in Fig. I durch die Senkrechte  $bb'$  gekennzeichneten Verhältnisse in der Tat so liegen: ob tatsächlich die Größen  $R'_0$  auftreten und wenn ja, ob nicht etwa in gewissen Fällen Übergangskurven zwischen den Kurventeilen  $a$  und  $b$  auftreten. Die Untersuchungen von *Jacob* geben für beides keinerlei Anhalt. Ebenso wenig läßt sich mit Sicherheit sagen, ob die nach obigem als Ursache der beobachteten Reibungskoeffizienten

gebe ich in Fig. 33 von Jacob nach den Coulombschen Beobachtungen gezeichnete Kurven für Eisen auf Eiche bzw. Kupfer auf Eiche und in Fig. 34 eine analoge, von Jacob ermittelte Kurve für Messing auf

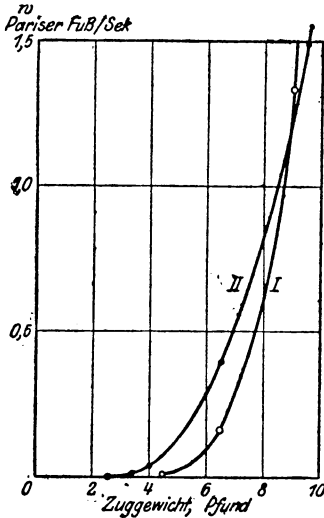


Fig. 33.  $\mu$ -Kurven nach Coulomb.  
Kurve I: Eisen auf Eiche.  
Kurve II: Kupfer auf Eiche.  
 $p \approx 75 \text{ g/cm}^2$ .

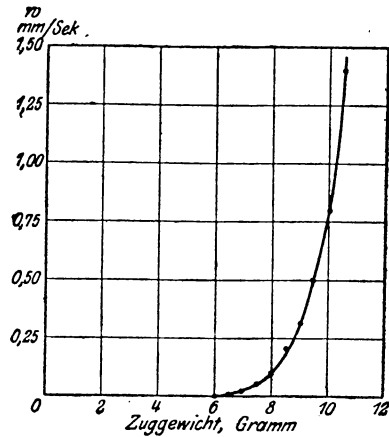


Fig. 34.  $\mu$ -Kurve nach Jacob.  
Messing auf Messing.  
 $p \approx 3,5 \text{ g/cm}^2$ .

Messing wieder. Dieser Verlauf setzt, wie scharf zu betonen ist, durchaus glatte, reine, trockene und gasfreie reibende Flächen voraus. Diese

der Ruhe anzusehenden, durch das Ineinanderdrücken der Höcker rauher Oberflächen ausgelösten mechanischen Widerstandskräfte wesensgleich sind mit den Reibungskräften überhaupt, oder ob nicht letztere vielmehr anderen physikalischen Ursprungs sind.

Viele Fälle, in welchen hohe Reibungskoeffizienten der Ruhe beobachtet wurden, lassen sich dadurch erklären, daß es sich dabei nicht um reine, trockene Flächen, sondern um feuchte, ölige, schmutzige oder geradezu geschmierte Flächen handelte, d. h. um Fälle, bei denen auch von Jacob das Auftreten positiver Reibung der Ruhe festgestellt wurde und wobei sich die Verhältnisse denen der Lagerreibung (vgl. hierüber Abschnitt VI vorliegender Arbeit) nähern.

Eine Bestätigung unserer auf die Versuche von Jacob gestützten Anschauungen liefern übrigens die mir erst während des Druckes dieser Arbeit bekanntgewordenen Versuche von Jahn (Z. d. V. D. I. 1918, S. 121—25: Die Beziehungen zwischen Rad und Schiene hinsichtlich des Kräftespiels und der Bewegungsverhältnisse). Jahn beobachtete (ohne Kenntnis der Jacobschen Arbeit) an einer technischen Versuchsanordnung (107 kg schwerer Rotationskörper aus Stahl, auf einer geneigten trockenen, gut gereinigten Stahlschienenbahn) genau die gleichen Erscheinungen wie Jacob: gleiche Gestalt der Kurve  $\mu = f(w)$  und Gleiten des Körpers (mit sehr kleinem  $w$ ) auch noch bei ganz schwacher Bahnneigung, bis herab auf  $2^\circ$ . Wir finden also hier insbesondere die von Jacob an physikalischen Versuchsanordnungen gefundene Erscheinung, daß der Reibungskoeffizient der Ruhe bei trockenen, ebenen Flächen gleich Null ist, durch technische Versuche bestätigt.

Forderung läßt sich indes mit wachsender Geschwindigkeit immer weniger vollkommen verwirklichen, weil sich bei der Bewegung offenbar Luft zwischen die Flächen schiebt und als Schmiermittel wirkt. Bei diesen hohen Geschwindigkeiten ist demnach auch die für die trockene Reibung charakteristische Unabhängigkeit von der Flächenbelastung nicht mehr zu erwarten. Dieses Verhalten wird durch Versuche von Charron<sup>1)</sup> erhärtet. Der Gesamtverlauf der Kurve  $\mu$  des Reibungs-Koeffizienten trockener Flächen in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit  $w$  wird sich demnach grundsätzlich durch eine Kurve ähnlich Fig. 35 darstellen

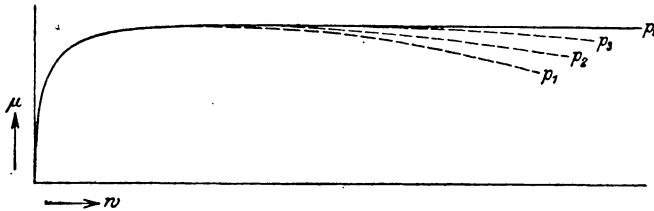


Fig. 35. Verlauf von  $\mu$  nach Jacob und Charron.

lassen. Dieselbe ist nur in ihrem ersten Teil, im wesentlichen unterhalb des Maximums, von der Flächenbelastung unabhängig. Bei höheren Geschwindigkeiten jedoch zerspaltet sie sich in eine Reihe von Einzelkurven, von welchen jede für eine bestimmte Flächenbelastung  $p$  Gültigkeit hat.

**Flüssigkeitsreibung.** Nach den bereits von Newton empirisch aufgestellten Gesetzen der Flüssigkeitsreibung, welche bis heute nicht erschüttert worden sind, folgt die Kraft, welche erforderlich ist, um zwei ebene, starre Flächen, zwischen welchen sich eine Flüssigkeitsschicht gleichmäßiger Dicke befindet, parallel zueinander zu verschieben, der Beziehung

$$R_p = \frac{F \cdot \kappa \cdot w}{h}, \quad (33)$$

worin  $F$  die Größe der kleineren der beiden Flächen,  $w$  die Gleitgeschwindigkeit, mit der die beiden Flächen sich gegeneinander verschieben,  $h$  die überall gleiche Dicke der zwischen beiden Flächen befindlichen Flüssigkeitsschicht und  $\kappa$  den Koeffizienten der flüssigen Reibung (Gleitmodul) bedeutet. Hiernach ist die zur Verschiebung zweier durch eine dünne Flüssigkeitsschicht getrennter Flächen erforderliche Kraft der berührten Fläche und der Gleitgeschwindigkeit direkt, der Dicke der Flüssigkeitsschicht aber umgekehrt proportional, woraus folgen würde, daß bei unendlich dünner Schmierschicht, also unmittelbarer Berührung der Flächen, die Verschiebungskraft unendlich groß

<sup>1)</sup> Charron, F., Rôle lubrifiant de l'air dans le frottement des solides. Compt. rendus 1910, Bd. 150, S. 906—909.

sein müßte. In der Wirklichkeit ist letzterer Zustand selbstverständlich unerreichbar, da die Unebenheiten der beiden Flächen selbst bei vollkommener Politur eine derartig nahe Berührung sämtlicher Flächenelemente ausschließen.

Es ist offenbar möglich, sich vorzustellen, daß eine dünne Benetzung der Scheibe mit einer fettartigen Substanz, etwa mit vom Riemen ausgeschiedenen Riemenfett, die Wirkung haben kann, daß Flüssigkeitsreibung zwischen Riemen und Scheibe mitspielt. Die öfters beobachtete Tatsache, daß Erhöhung der Temperatur Verminderung der Riemen-durchzugkraft zur Folge hat, ist geeignet, diese Ansicht zu bestärken. Untersuchen wir aber das Verhalten der Reibung zwischen Leder und Eisen näher, so finden wir — genauer wird dies unten nachgewiesen —, daß die direkte Proportionalität des vermuteten Flüssigkeitsreibungsanteils mit der Gleitgeschwindigkeit, die laut Formel 33 vorliegen müßte, nicht nachweisbar ist. Es bleiben sonach nur zwei Schlüsse möglich: entweder es liegt bei der Reibung zwischen Leder und Eisen keine Flüssigkeitsreibung vor, oder die hier auftretende Flüssigkeitsreibung folgt anderen Gesetzen als der Formel 33. Welche dieser beiden Möglichkeiten der Wirklichkeit entspricht, wage ich nicht mit Sicherheit zu entscheiden. Wir sind daher genötigt, die Frage nach der Natur des Flächenreibungsanteils weiter offen zu lassen und uns lediglich an die durch die Beobachtung festgestellten Eigenschaften der „Flächenreibung“ zu halten.

**Kombinierte Druck- und Flächenreibung.** Wenn nun bei der Bewegung zweier Flächen aufeinander der auftretende Bewegungswiderstand in dem vorbehandelten Sinne aus zwei Teilen besteht, von welchen der eine der wirkenden Normalkraft  $P$ , der andere der Fläche  $F$  proportional ist, so ergibt sich für die resultierende Reibungskraft:

$$\begin{aligned} R &= R_P + R_F \\ &= \mu P + \nu F, \end{aligned} \quad (34)$$

wobei  $\mu$  den Beiwert der Druckreibung,  $\nu$  den entsprechenden Beiwert der Flächenreibung darstellt. Über die Größe dieser Beiwerte und ihre Abhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit wird unten noch des näheren zu sprechen sein.

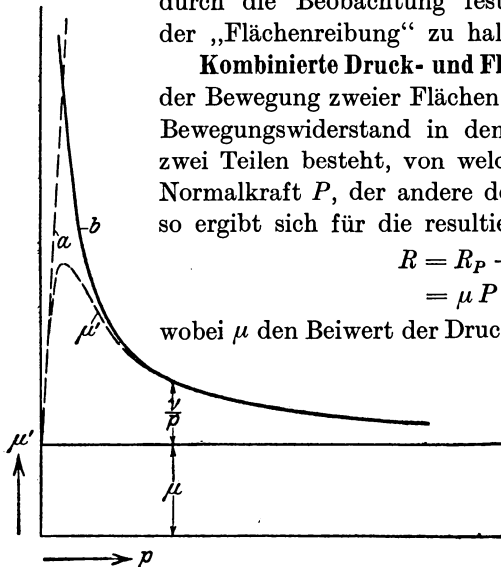


Fig. 36. Grundsätzlicher Verlauf von  $\mu' = f(p)$  bei  $w = \text{const.}$

Bilden wir in der bisher üblichen Weise durch Division der Gleichung 34 durch die Gesamtlast  $P$  den Quotienten  $R/P$  und bezeichnen denselben als Reibungs-

Koeffizienten  $\mu'$ , so ergibt sich

$$\mu' = \mu + \frac{\nu}{p}, \quad (35)$$

worin  $p = P/F$  die spezifische Flächenbelastung bezeichnet. Wir finden also, daß bei dieser kombinierten Reibung der im bisher üblichen Sinne gebildete Reibungs-Koeffizient mit steigender Flächenbelastung abnimmt. In Fig. 36 ist diese Abhängigkeit grundsätzlich dargestellt. Da bei konstanter Gleitgeschwindigkeit der Wert  $\mu$  konstant ist und auch der Beiwert  $\nu$  eine Konstante darstellt, so ergibt sich, daß die Kurve für  $\mu'$  eine gleichseitige Hyperbel ist mit der Ordinatenachse und der Parallelen zur Abszissenachse im Abstand  $\mu$  als Asymptoten: Kurve *b*.

Es ist anzunehmen, daß dieser Kurvenverlauf in der Nähe von  $p = 0$  nicht mehr zutrifft, weil die ihm zugrunde liegende Voraussetzung der vollständigen Berührung der beiden Flächen bei ganz geringen Flächendrücken nicht mehr mit Sicherheit erfüllt sein wird. Es wird sich bei geringen Flächendrücken vielmehr bei allen Körpern, insbesondere aber bei nichtstarrten Körpern wie Leder eine nur unvollkommene Berührung ergeben, wobei angenommen werden kann, daß die Berührung um so unvollkommener ist, je geringer die Flächenpressung ist, mit dem Grenzwert 0 für die Pressung  $p = 0$ . Demnach ist anzunehmen, daß die Kurve  $\mu'$  den in Fig. 36 angedeuteten grundsätzlichen Verlauf zeigt, d. h., daß  $\mu'$  einer Kurve folgt, welche sich einerseits der von dem Schnittpunkt von  $\mu$  mit der Ordinatenachse ausgehenden geneigten Geraden *a* und andererseits der Hyperbel *b* anschmiegt mit einem Maximum, welches senkrecht unter dem Schnittpunkt dieser beiden Kurven liegt und einen Wert hat gleich der halben Höhe dieses Schnittpunktes, gerechnet von der Horizontalen  $\mu$  aus. Dieser Verlauf läßt sich leicht aus den Eigenschaften der Kurve

$$y x + \frac{y}{x} = c \quad (36)$$

ableiten; diese Kurve schmiegt sich für kleine  $x$  der Geraden

$$\frac{y}{x} = c$$

für große Werte von  $x$  aber der Hyperbel

$$y x = c$$

an. Ob der angenommene gerade Verlauf von *a* tatsächlich zutrifft, steht natürlich dahin.

**Bestimmung von  $\mu$  und  $\nu$  nach den Versuchen von Skutsch.** Für die Bestimmung der Koeffizienten  $\mu$  und  $\nu$  gibt die bisherige Literatur außerordentlich wenig Anhaltspunkte. Die an riementriebähnlichen Anord-



nungen ausgeführten Versuche messen sämtlich Integralwerte und sind für die Ermittlung der Größen  $\mu$  und  $\nu$  nicht verwertbar. Wertvolles Material jedoch liefert als einzige die Untersuchung von Skutsch über die Reibung von Leder auf Eisen. Es sind in ihr die von Skutsch

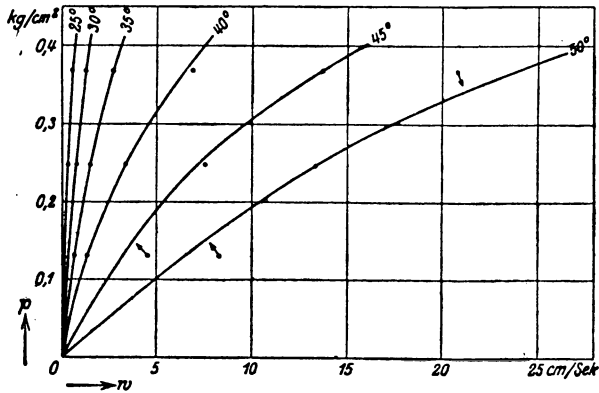


Fig. 37.  $p = f(v)$  nach Skutsch Fig. 6.

in seinen Abbildungen 6—9 dargestellten Versuchswerte, welche sich für unsere Zwecke gut verwerten lassen; jedoch ist es notwendig, die von Skutsch genau durch die von ihm ermittelten Mittelwertpunkte gezogenen Kurven zunächst etwas zu korrigieren. Dies ist durch Vergleich der einzelnen Kurven untereinander recht gut möglich, da eben dieser Vergleich ergibt, an welchen Stellen die einzelnen Versuchspunkte

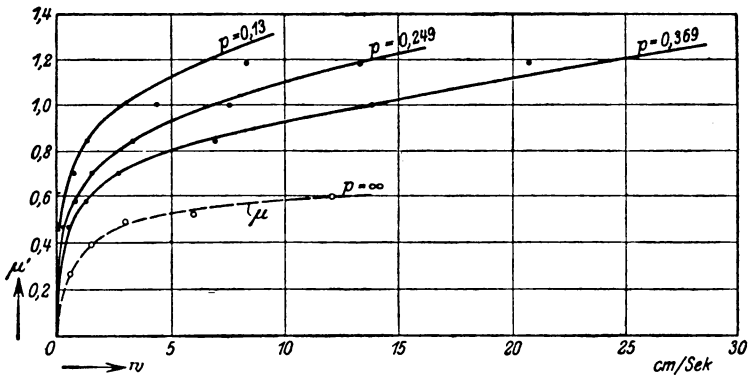


Fig. 38.  $\mu' = f(v)$  nach Skutsch Fig. 7.

Abweichungen nach verschiedener Richtung zeigen und dadurch den wahrscheinlichen Kurvenverlauf ermitteln lassen. Hinzukommt, daß bei den Skutschschen Abbildungen 6 und 8 [Flächendruck =  $f$  (Geschwindigkeit)] der Koordinatenanfangspunkt ein für sämtliche Kurven gemeinsamer Punkt ist. Allerdings würde hierbei das im vorangehen-

den Abschnitt über den Verlauf der Kurve  $\mu'$  in der Nähe des Nullpunktes Gesagte zu berücksichtigen sein. Wir wollen jedoch diese in ihrer Art und ihrem Verlauf recht unsichere Abweichung in der Nähe der Geschwindigkeit 0 hier unberücksichtigt lassen und können dann

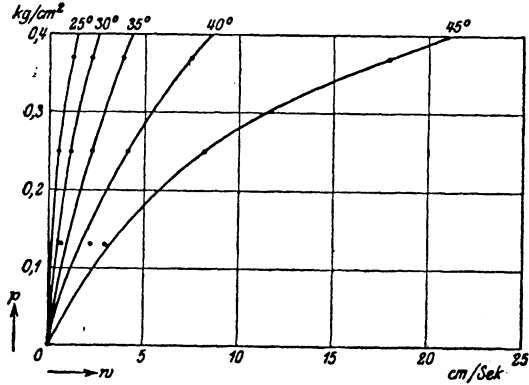


Fig. 39.  $p = f(w)$  nach Skutsch Fig. 8.

annehmen, daß die Flächendruckkurven in stetiger Krümmung ohne Wendepunkt bis zum Koordinaten-Anfangspunkt durchlaufen. In diesem Sinne sind unter gegenseitigem Vergleich und unter Beachtung des Umstandes, daß die korrespondierenden Kurven einander ähnlichen Verlauf zeigen müssen, in Fig. 37—40 die Skutschschen Kurven 6—9 neu gezeichnet.

Auf diese Weise gewinnen wir korrigierte Kurven, deren Verlauf

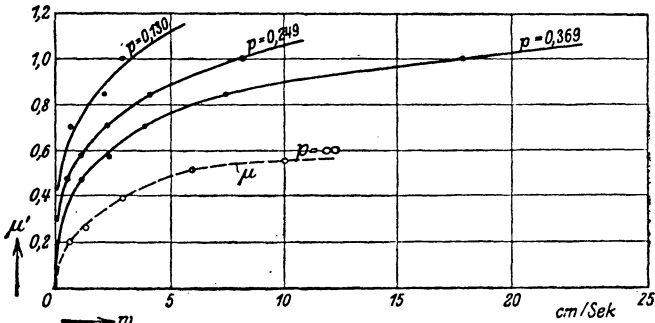


Fig. 40.  $\mu' = f(w)$  nach Skutsch Fig. 9.

meines Erachtens für die den Versuchen von Skutsch zugrunde liegenden Verhältnisse, nämlich Bewegung von Leder auf mit Talg gefetteter, schmiedeeiserner Bahn, als mit ziemlicher Genauigkeit richtig angesehen werden kann.

Wir können aus den Kurven 38 und 40 nunmehr auch die für je eine

bestimmte Gleitgeschwindigkeit gültigen Kurven  $\mu' = f(p)$  in den Fig. 41 und 42 aufzeichnen, und wir finden, daß diese Kurven den aus Fig. 36 bekannten ungefähr hyperbolischen Verlauf zeigen, so daß wir die Gleichung 35 für dieselben als gültig ansehen können.

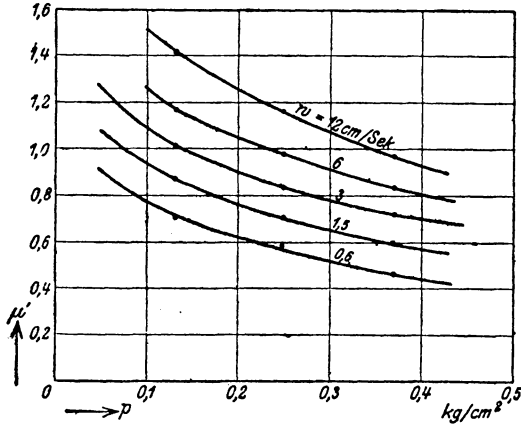


Fig. 41.  $\mu' = f(p)$  nach Fig. 38.

stellt somit den idealen Reibungs-Koeffizienten der trockenen Reibung bzw. der Druckreibung dar und sollte somit in ihrem Verlauf mit den experimentell aufgenommenen Kurven von Jacob grundsätzlich übereinstimmen. In der Tat ist die Übereinstimmung der Kurvenform in beiden Fällen so gut, wie es angesichts der Verschiedenheiten der Versuchsmaterialien (Leder auf Metall; Metall auf Metall) und der

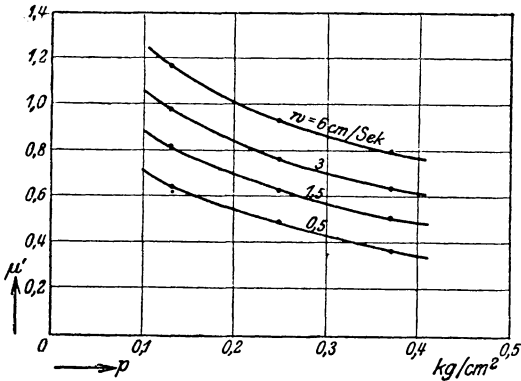


Fig. 42.  $\mu' = f(p)$  nach Fig. 40.

relativen Unsicherheit der aus den Skutschschen Versuchen errechneten Kurven irgend erwartet werden kann. Die Differenz zwischen dieser Grenzkurve und den übrigen Kurven der Fig. 38 und 40 ergibt den Einfluß der Flächenreibung; die Darstellung dieser Differenzen in den Kurven 43 und 44 zeigt, daß der Verlauf dieser

Größe  $v/p$  in Abhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit eine im wesentlichen lineare ist, wobei nur bei sehr kleinen Geschwindigkeiten die Kurven nach dem Koordinatenanfangspunkt abschnenken.

Für eine analytische Benutzung dieser Beziehungen ist es wünschenswert, die Kurven in Form von Gleichungen zu fassen. Da die physi-

Größe  $v/p$  in Abhängigkeit von der Gleitgeschwindigkeit eine im wesentlichen lineare ist, wobei nur bei sehr kleinen Geschwindigkeiten die Kurven nach dem Koordinatenanfangspunkt abschnenken.

Für eine analytische Benutzung dieser Beziehungen ist es wünschenswert, die Kurven in Form von Gleichungen zu fassen. Da die physi-

kalische Natur der in Betracht kommenden Funktionen unbekannt ist, kann es sich hierbei nur um Annäherungen handeln, deren Form mög-

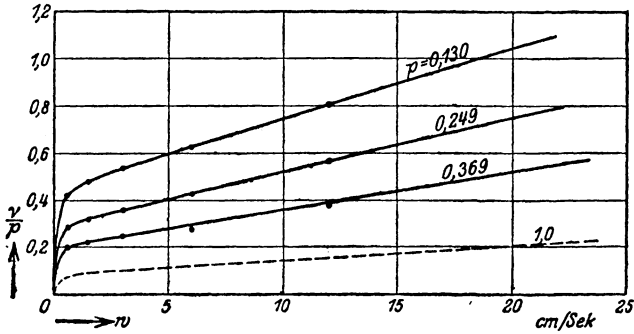


Fig. 43.  $\frac{v}{p} = f(w)$  nach Fig. 38.

lichst einfach zu wählen ist, so daß ihre rechnerische Benutzung bequem ist.

Ich setze daher für  $\mu = f(w)$ :

$$\mu = \mu_{\infty} - \frac{\mu_{\infty}}{w + 1} = \mu_{\infty} \frac{w}{w + 1}, \quad (37)$$

worin  $w$  die Gleitgeschwindigkeit in cm/sec und  $\mu_{\infty}$  den für  $w = \infty$  gültigen Grenzwert für  $\mu$  bedeutet; und für  $v = f(w)$ :

$$v = v_0 + c_v w, \quad (38)$$

wobei  $w$  ebenfalls die Gleitgeschwindigkeit in cm/sec,  $c_v$  eine Materialkonstante und  $v_0$  dasjenige Stück der Ordinatenachse bezeichnet, das von der Geraden, welche die für  $p = 1$  gültige  $v/p$ -Kurve ersetzt, auf der

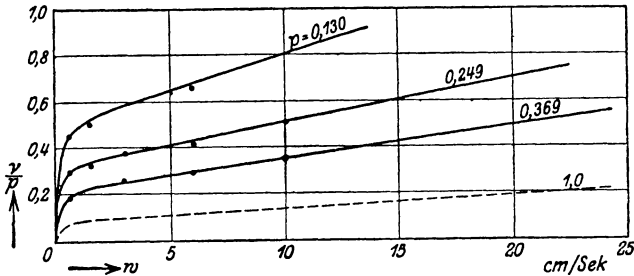


Fig. 44.  $\frac{v}{p} = f(w)$  nach Fig. 40.

Ordinatenachse abgeschnitten wird. Wenn es sich bei der Flächenreibung um Flüssigkeitsreibung handeln sollte, müßte nach Gleichung 33

$$v = \frac{\kappa w}{h} \quad (39)$$

sein, was sich mit der Kurvenform Fig. 43/44 und ihrer Annäherung

in Formel 38 nur durch entsprechende Annahmen über die Abhängigkeit der Flüssigkeitsschichtdicke  $h$  von der Gleitgeschwindigkeit vereinigen läßt.

Die Festwerte der Gleichungen 37 und 38 ergeben sich aus den für  $p = 0,37$  und  $0,25$  gültigen Kurven der Fig. 38, 40, 43 und 44 (die Kurven für  $p = 0,13$  liefern etwas abweichende Werte) etwa wie folgt:

$$\begin{aligned}\mu_{\infty} &\cong 0,60 \\ \nu_0 &\cong 0,08 \\ c_v &\cong 0,006 .\end{aligned}$$

**Anwendung auf Riemenanordnungen.** Die gewonnenen Beziehungen lassen nunmehr eine rechnerische Verfolgung der Reibungsvorgänge bei Anordnungen, bei welchen ein Band eine Scheibe umschlingt, zu. Die einfachste dieser Vorrichtungen ist die Bandbremse, bei welcher sich unter einem umschlingenden feststehenden Bande eine Scheibe mit gegebener Geschwindigkeit dreht. Ihr entsprechen u. a. die Versuchsanordnungen von Kimball, Holman und Friederich. Da hier die Gleitgeschwindigkeitsverhältnisse einfach liegen, während sie, wie wir noch genauer sehen werden, beim wirklichen Riementrieb recht verwickelt sind, betrachten wir im Interesse eines systematischen Vorgehens zunächst die Bandbremse.

**Bandbremse.** Die Reibungsverhältnisse bei der Bandbremse unterscheiden sich von den Verhältnissen beim elastischen Riementrieb dadurch, daß im stationären Zustande an jedem Punkte des vom Bande umspannten Bogens genau die gleiche Gleitgeschwindigkeit herrscht, während beim elastischen Riemen infolge der Dehnungen, welchen der Riemen beim Umlaufen der Scheibe unterworfen ist, die Gleitgeschwindigkeit an jedem Punkte des Scheibenumfanges eine andere ist. Bei der Bandbremse mit elastischem Bande treten die gleichen Verhältnisse zwar ebenfalls auf, aber nur während des Beginns der Bewegung, und man kann andererseits den elastischen Riementrieb als eine Vorrichtung ähnlich der Bremsanordnung betrachten, bei welcher sich jedoch der stationäre Zustand der Bremse nicht einstellen kann, sondern infolge des Umlaufs des Bandes der unstationäre Anlaufzustand zum Dauerzustand wird. Hinwiederum entspricht der Riementrieb mit unelastischem Bande hinsichtlich der Reibungsverhältnisse genau der Bandbremse, nur mit dem (aber für die Reibung unwesentlichen) Unterschiede, daß neben der Relativbewegung zwischen Band und Scheibe beide Elemente noch eine gemeinsame Eigengeschwindigkeit haben. Beim elastischen Riementrieb ist die Annäherung an die Verhältnisse der Bremse um so größer, je größer der Gleitschlupf gegenüber dem Dehnungsschlupf ist.

Bei einer bestimmten Gleitgeschwindigkeit zwischen Band und

Scheibe ist nun die in der Fläche  $dF$  wirkende Reibungskraft allgemein entsprechend Gleichung 34:

$$dR = dS' = \mu p dF + \nu dF. \quad (40)$$

Nach der bekannten Entwicklung ist:

$$p = \frac{S' d\varphi}{dF},$$

ferner:

$$dF = b r d\varphi,$$

womit:

$$dS' = \mu S' d\varphi + \nu b r d\varphi$$

$$\frac{dS'}{S' + \frac{\nu b r}{\mu}} = \mu d\varphi$$

Hieraus folgt durch Integration zwischen  $\varphi = 0$  und  $\varphi = \alpha$ :

$$\frac{S'_1 + \frac{\nu b r}{\mu}}{S'_2 + \frac{\nu b r}{\mu}} = e^{\mu\alpha}. \quad (41)$$

Für feste Werte des Spannungsbogens  $\alpha$  und der Gleitgeschwindigkeit, also konstantes  $\mu$  und  $\nu$ , für Verhältnisse also, wie sie bei der Bandbremse vorliegen, besteht demgemäß nach dieser Gleichung zwischen  $S'_1$  und  $S'_2$  eine lineare Beziehung entsprechend der Geraden 1 in Fig. 45 (gezeichnet für  $e^{\mu\alpha} = 3$  und  $\frac{\nu b r}{\mu} = 10$ ). Die Gerade durch den Koordinatenanfangspunkt (2) entspricht dem Werte  $\frac{\nu b r}{\mu} = 0$ , also dem Zustand, in welchem der Flächenreibungs-Koeffizient  $\nu$  gegenüber dem Druckreibungs-Koeffizienten  $\mu$  verschwindet; sie stellt die bisher für den Riementrieb übliche Anschauung dar.

Andererseits aber kann, da bei von Null verschiedenem  $w$  weder  $\mu$  noch  $\nu$  verschwindet, die Größe  $\frac{\nu b r}{\mu}$  lediglich in Abhängigkeit von  $b$  und  $r$  jeden Wert zwischen Null und  $\infty$  annehmen.

Für große Scheibendurchmesser sind also sehr große Abstände zwischen den Kurven 1 und 2 zu erwarten; diese Abstände ergeben sich aus der Gleichung 41 für  $S'_2 = 0$ :

$$S'_1 = \frac{\nu b r}{\mu} (e^{\mu\alpha} - 1). \quad (42)$$

Dementsprechend können bei großen Scheiben auch sehr große Kräfte übertragen werden, ohne daß  $S'_2$  erhebliche Werte anzunehmen braucht.

Besonderes Interesse bietet der Verlauf des Spannungsverhältnisses:

$$m = \frac{S'_1}{S'_2},$$

Dasselbe ist für  $S'_2 = 0$  bei jeder Scheibengröße:

$$m = \infty,$$

und es ergibt sich für jeden Wert von  $\frac{\nu b r}{\mu}$  ein Gesamtverlauf entsprechend Kurve 3 in Fig. 45.

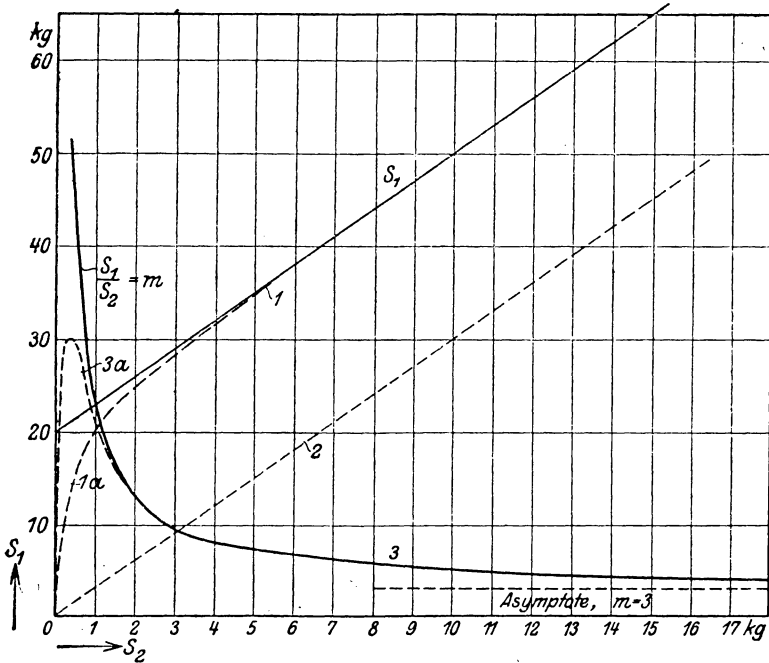


Fig. 45. Abhängigkeit der Trumkraft  $S'_1$  und des Spannungsverhältnisses  $S'_1/S'_2$  von der Trumkraft  $S'_2$  bei konstantem  $w$ , also konstantem  $\mu$  und  $\nu$ .

Auch hier wird indes bei niedrigem  $S'_2$  nicht mit einer vollkommenen Flächenberührung zu rechnen sein. Daher ist auch an Stelle der Geraden 1 eine sich ihr anschmiegende Kurve von der grundsätzlichen Form der Kurve 1a in Fig. 45 zu erwarten, und es wird, ähnlich wie bei der Besprechung der Fig. 36 dargelegt, so auch hier an die Stelle der für vollkommene Flächenberührung gültigen, der Ordinatenachse sich asymptotisch annähernden  $m$ -Kurve 3 eine durch den Koordinaten-Anfangspunkt gehende mit einem Maximum versehene Ersatzkurve 3a treten, welche sich ebenso wie die Kurve 3 der Horizontalen für  $m = e^{\mu \alpha}$  (im vorliegenden Beispiel = 3) asymptotisch anschmieg.

**Geschwindigkeit und Schlupf beim wirklichen Trieb.** Gehen wir auf den wirklichen Trieb über, so ist, wie bereits betont, der wesent-

liche Unterschied desselben gegenüber der Bremse, daß nicht an allen Punkten des berührten Scheibenumfanges gleiche Relativgeschwindigkeit zwischen Riemen und Scheibe herrscht. Es ist daher erforderlich, sich zunächst über den Verlauf dieser Schlupfgeschwindigkeit vollständig klar zu werden.

Bisher wurden die Schlupfverhältnisse durchweg etwas summarisch behandelt, wodurch natürlich ein tieferer Einblick in die Reibungsverhältnisse unmöglich wurde. In Fig. 46 a, b habe ich nun ein grundsätzliches Geschwindigkeitsdiagramm aufgezeichnet, gültig einmal (a) für den Fall, daß sowohl auf der treibenden wie auf der getriebenen Scheibe nicht nur Dehnungsschlupf, sondern auch Gleitschlupf herrscht,

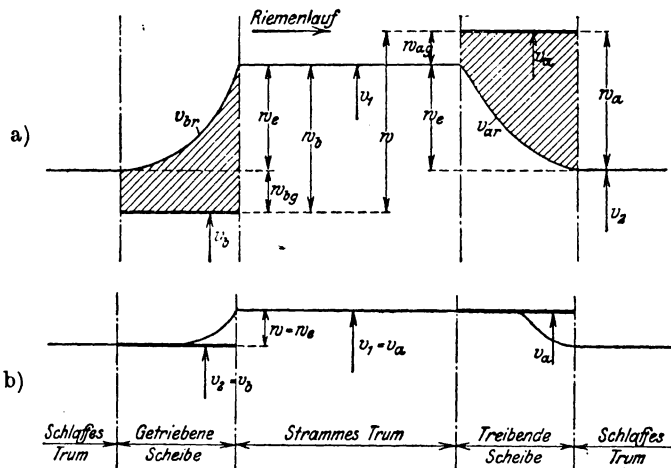


Fig. 46 a, b. Geschwindigkeitsdiagramme. a) Für den mit Gleitschlupf arbeitenden Trieb. b) Für den nur mit Dehnungsschlupf arbeitenden Trieb.

und (b), für den Fall, daß auf beiden Scheiben nur Dehnungsschlupf vorhanden ist. Die Diagramme gehen aus von der Erwägung, daß infolge der Bedingung der Kontinuität jeden Punkt der Riemenbahn in der Zeiteinheit die gleiche Riemenmasse durchlaufen muß. Infolgedessen muß die Geschwindigkeit in denjenigen Teilen, in welchen höhere Spannung und damit auch höhere Dehnung vorhanden ist, größer sein als in den Teilen geringerer Spannung. Wir nehmen hierbei im Interesse der Einfachheit der Darstellung an, daß die Dehnung der wirkenden Kraft momentan folgt, d. h. also, daß die in Abschnitt III besprochenen Nachwirkungserscheinungen verschwindend sind<sup>1)</sup>. Mit dieser Voraus-

<sup>1)</sup> Die mir erst nach Abschluß dieser Arbeit bekannt gewordene Dissertation von Steinmetz: Dehnungsmessung am laufenden Riemen (München 1917, Oldenbourg) zeigt, daß in der Tat, wie zu erwarten ist, die Nachwirkung von Einfluß auf den Schlupfverlauf ist. Grundsätzlich wird dadurch an unserer oben gegebenen Darstellung nichts geändert; ich behalte mir die Berücksichtigung der Nachwirkung für eine spätere Untersuchung vor.



setzung würden die Diagramme Fig. 46a, b, die ja eigentlich Dehnungsdiagramme sind, auch gleichzeitig die Kräfte-diagramme im Dehnungsmaßstab darstellen, wenn die Dehnungscharakteristik des Leders eine Gerade wäre, eine Bedingung, deren Genauigkeitsgrad aus den in Abschnitt III mitgeteilten Diagrammen zu ermessen ist. Die Kräfte wären hierbei von einer Nulllinie aus zu messen, welche im Abstände  $S'_2$  unterhalb der Horizontalen für  $v_2$  liegt, wobei der Maßstab durch die Bedingung bestimmt ist, daß der Abstand zwischen den Horizontalen  $v_1$  und  $v_2$  gleich  $S_n$  sein muß.

Das Diagramm Fig. 46a läßt die Verschiedenheit der Verhältnisse bei der getriebenen und der treibenden Scheibe und ebenso den grundsätzlichen Unterschied zwischen dem Gleitschlupf und dem Dehnungsschlupf augenfällig erkennen. Wir sehen, daß der Gesamtschlupf sich aus drei Elementen zusammensetzt, nämlich erstens dem Gleitschlupf auf der treibenden Scheibe ( $w_{ag}$ ), zweitens dem Gleitschlupf auf der getriebenen Scheibe ( $w_{bg}$ ) und drittens aus dem für beide Scheiben gleichen und für beide nur einmal zu berücksichtigenden Dehnungsschlupf ( $w_e$ ). Es bestehen die unmittelbar aus dem Diagramm ablesbaren Beziehungen:

Dehnungsschlupf:

$$w_e = v_1 - v_2 \quad (43)$$

Schlupf der treibenden Scheibe:

$$w_a = v_a - v_2 = w_{ag} + w_e \quad (44)$$

Schlupf der getriebenen Scheibe:

$$w_b = v_1 - v_b = w_{bg} + w_e \quad (45)$$

Gesamtschlupf:

$$w = v_a - v_b = w_{ag} + w_{bg} + w_e \quad (46)$$

Der Gesamtschlupf ist also kleiner als die Summe der Schlupfe der einzelnen Scheiben.

Das Diagramm zeigt ferner einen wichtigen Umstand, nämlich den, daß die treibende Scheibe bezüglich Zugkraft günstiger dasteht als die getriebene Scheibe. Die mittlere Schlupfgeschwindigkeit ist nämlich, wie ein Vergleich der in Fig. 46a durch Schraffur gekennzeichneten Flächen ergibt, auf der treibenden Scheibe bei gleichem Gleitschlupf größer als auf der getriebenen Scheibe, eine Folge der nach oben konvexen Krümmung der beiden  $v$ -Kurven. Damit ergibt sich aber auch ein größerer Mittelwert der Reibungsziffern und damit für die treibende Scheibe eine bei gleichem Gleitschlupf größere Zugkraft.

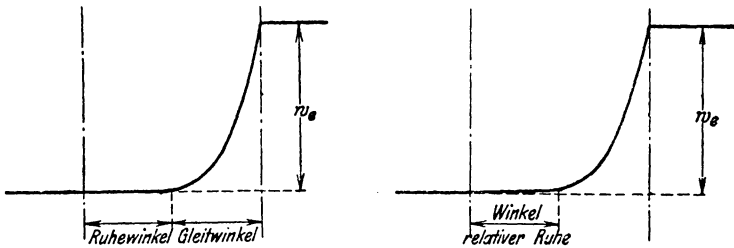
In Fig. 46a ist vorausgesetzt, daß auf beiden Scheiben Gleitschlupf herrscht. Lassen wir die Nutzkraft allmählich kleiner werden, so sinkt damit der Gleitschlupf auf beiden Scheiben, aber ungleich schnell.

Mit sinkendem  $w_{ag}$  rückt also, sofern die Triebgeschwindigkeit  $v_a$  konstant gehalten wird, die ganze  $v$ -Kurve höher und näher an  $v_a$  heran. Außerdem wird natürlich die  $v$ -Kurve selbst flacher und die Übergangsteile  $v_{ar}$  und  $v_{br}$  weniger gekrümmt. Alle diese Veränderungen setzen sich fort bis erst auf der einen, dann auch auf der anderen Scheibe der Gleitschlupf  $= 0$  wird, so daß  $v_1 = v_a$  und  $v_2 = v_b$  wird und somit die Geschwindigkeitsgraden  $v_a$  und  $v_b$  nacheinander die Auflaufpunkte der beiden Scheiben berühren. Vermindern wir die Zugkraft weiter, so rücken diese Berührungspunkte über die Auflaufpunkte hinaus auf die Scheiben selbst vor (ebenfalls mit ungleich großer Vorrückgeschwindigkeit), wodurch die Umfassungsbogen nunmehr je in zwei Teile zerfallen, in denen in dem ersten Teil, dem Ruhebogen, relative Ruhe zwischen Riemen und Scheibe herrscht, während in dem in der Laufrichtung zuletzt gelegenen Teile Dehnungsschlupf herrscht. Es entsteht in diesem Falle somit das Bild der Fig. 46 b.

**Gleit- und Ruhewinkel.** Im vorstehenden wird noch von Gleit- und Ruhewinkel im Sinne der geltenden Anschauungen gesprochen. Es ist jedoch darauf hinzuweisen, daß ein wirklicher Ruhewinkel nur vorhanden ist, wenn die Größen  $\mu$  und  $\nu$  beim Rientrieb auch bei  $w = 0$  positive Werte behalten. Die  $\mu$ -Kurven von Jacob und ebenso die aus den Skutschschen Versuchen oben abgeleiteten Kurven für  $\mu$  und  $\nu$  lassen letzteres als höchst unwahrscheinlich erscheinen, wenn auch die Anschmiegun g an die Ordinatenachse in der Nähe von  $w = 0$  eine ziemlich enge zu sein scheint. Wir müssen daher mit der Tatsache rechnen, daß allem Anschein nach für Rientriebe der allgemeine Satz aufgestellt werden muß: Ohne Relativbewegung keine Reibung<sup>1)</sup>. Demgemäß wird die Anschauung von der Existenz eines Gleit- und Ruhewinkels zu modifizieren sein; denn wenn eine Kraft zwischen Scheibe und Riemen nur entstehen kann, wenn beide gegeneinander gleiten, so muß, wenn in dem die Scheibe umschlingenden Rienteil ein Kraftanstieg überhaupt eintreten soll, dieser bereits im Auflaufpunkte, verursacht durch einen wenn auch verschwindend geringen Gleitschlupf, seinen Anfang nehmen. Der weitere Verlauf dieses Kraftanstiegs wird dann ganz von der Gestalt der  $\mu$ - und  $\nu$ -Kurve abhängen. Beide Kurven haben nun in der Nähe von  $w = 0$  einen ziemlich steilen Anstieg, unterscheiden sich also praktisch nicht allzusehr von Kurven, welche nicht durch den Koordinaten-Anfangspunkt gehen, sondern bei  $w = 0$  positive Ordinatenwerte abschneiden; in der Wirklichkeit wird also der Kraftanstieg doch ähnlich sein wie bei Vorhandensein eines tatsächlichen Ruhewinkels, nur wird

<sup>1)</sup> Vgl. S. 60/62, Anmerkung; obige Ausführungen gelten danach für den laufenden Trieb, während bei Stillstand des Triebes wohl mit einem positiven Wert des Reibungskoeffizienten zu rechnen sein dürfte.

in diesem, wie wir jetzt sehen, nur relativen „Ruhe“winkel auch bereits ein wenn auch nur geringer Kraft- und Schlupfanstieg vorhanden sein. Der Unterschied in den Verhältnissen, wie sie sich nach der bisherigen Anschauung auf Grund eines auch bei  $w = 0$  positiven  $\mu'$  und nach den neueren Forschungsergebnissen mit  $\mu = 0$  und  $\nu = 0$  für  $w = 0$  darstellen, ergibt sich somit grundsätzlich aus Fig. 47 (für die getriebene Scheibe; analog für die treibende). Der Unterschied besteht somit im Fortfall des Ruhewinkels oder, wenn man will, im Ersatz des absoluten durch einen relativen Ruhewinkel und in der Verwischung der Grenze zwischen Gleit- und Ruhebereich. Die Anschauung, daß der Riementrieb bei kleinen Lasten ohne Gleitschlupf, nur mit Dehnungsschlupf arbeiten könne, muß somit fallen gelassen werden: jeder Riementrieb arbeitet stets mit Gleitschlupf, einen wirklichen Ruhewinkel gibt es nicht.



a) Bisherige Anschauung.

b) Verhalten, wenn für  $w = 0$ ,  $\mu = 0$  und  $\nu = 0$  ist.

Fig. 47 a, b. „Gleitwinkel“ und „Ruhewinkel“.

**Grundsätzlicher Verlauf der Dehnungskurven auf der getriebenen und treibenden Scheibe bei variabler Nutzlast.** Wir wollen nun einen kurzen Blick auf die Kurven werfen, nach welchen die Dehnung und abhängig davon der Schlupf und die Kraft  $S$  in den die treibende und die getriebene Scheibe umspannenden Riemenstücken bei verschiedenen Nutzlasten verläuft.

Diese Verhältnisse lassen sich am einfachsten an einem Triebe übersehen, bei welchem die Spannung im schlaffen Trum künstlich konstant gehalten wird, wie dies beispielsweise beim Lenixtrieb annähernd der Fall ist.

Betrachten wir zunächst die treibende Scheibe, für welche in Fig. 48 eine Anzahl Geschwindigkeitskurven in ihrem grundsätzlichen Verlauf aufgezeichnet sind. Sämtliche Kurven gehen aus von dem durch  $S'_2 = \text{konst.}$  bestimmten gemeinsamen Ablaufpunkte  $B$ . Aus Fig. 46 ist ersichtlich, daß der Schlupf zwischen der treibenden Scheibe und dem Riemen am Ablaufpunkte am größten, am Auflaufpunkte aber am kleinsten ist. Da ein wirklicher Ruhewinkel nicht existiert, aber bei Zugkräften, welche eine gewisse Größe nicht überschreiten, doch im ersten Teile des Umspannungsbogens nur sehr kleiner, den

Verhältnissen des wirklichen Ruhebogens ähnlicher Gleitschlupf besteht, so müssen die  $v$ -Kurven den bei Vorhandensein eines wirklichen Ruhebogens auftretenden geknickten Kurven ähnlich sein; es tritt an die Stelle des Knicks ein allmählicher Übergang, und die Folge ist also, daß die  $v$ -Kurven Wendepunkte haben müssen. Beachten wir ferner das im vorigen Abschnitt Gesagte, so dürfte die Gestalt der in Fig. 48 für verschiedene  $w_a$  gezeichneten Kurven einer weiteren Erklärung nicht mehr bedürfen. Diese Figur läßt gleichzeitig den Einfluß der Umspannungsbogengröße erkennen: bei  $\varphi = \pi$  z. B. sehen wir sofort, daß für  $w_a = a$  der Gleitschlupf noch fast verschwindend klein ist;

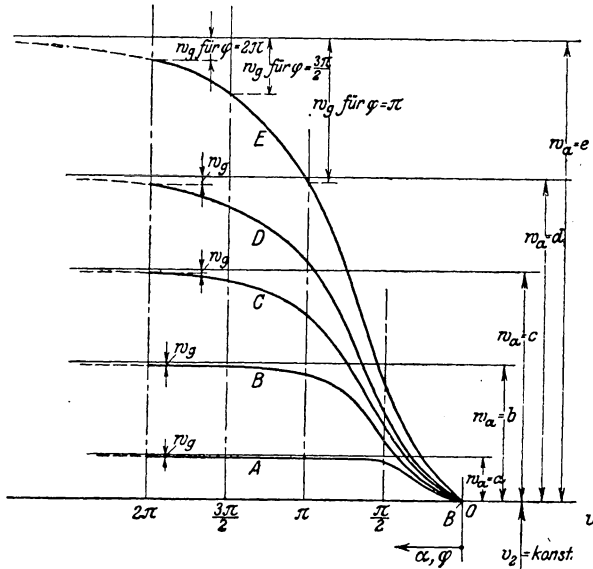


Fig. 48. Geschwindigkeits- und Schlupfverlauf auf der treibenden Scheibe.

für  $w_a = b$  ist bereits merklich und erreicht für  $w_a > c$  erhebliche Werte. Für  $\varphi = 2\pi$  sind die Gleitschlupfwerte auch bei großem  $w_a$  noch relativ unbedeutend.

Die Kurven Fig. 48 sind für Geschwindigkeiten (Schlupf) als Ordinatenwerte gezeichnet. Es kann aus diesen Kurven bei Kenntnis der Dehnungskurve des betreffenden Riemenleders natürlich ohne weiteres auch die entsprechende Kurvenschar für den Verlauf der Riemenkraft  $S$  aufgezeichnet werden; dieselbe wird sich bei linearer Dehnungskurve von Fig. 48 nur durch den Maßstab unterscheiden.

Wesentlich einfacher liegen die Verhältnisse bei der getriebenen Scheibe, da hier der Schlupf nicht wie bei der treibenden Scheibe mit steigender Dehnung fällt, sondern steigt und die Schlupfkurven keine Wendepunkte aufweisen. Wir wollen hier abweichend von dem Vor-

gehen bei der treibenden Scheibe voraussetzen, daß  $v_b$  (nicht  $v_2$ ) konstant gehalten werde. Dann wird die Kurvenschar  $w = f(\alpha)$  bei konstantem  $S'_2$  grundsätzlich etwa die in Fig. 49 dargestellte Gestalt haben: Jede Kurve schneidet auf der Ordinatenachse den Betrag ihres Gleit-  
schlupfes ab, und es wird sich aus dieser Schlupfkurvenschar ebenfalls die korrespondierende Kraftkurvenschar ermitteln lassen.

Ganz besonders durchsichtig werden die Verhältnisse auf der getriebenen Scheibe, wenn wir eine lineare Dehnungscharakteristik annehmen. Dann sind nämlich für konstantes  $S'_2$  sämtliche  $w$ -Kurven Teile einer einzigen, von der Nutzlast unabhängigen, gemeinsamen

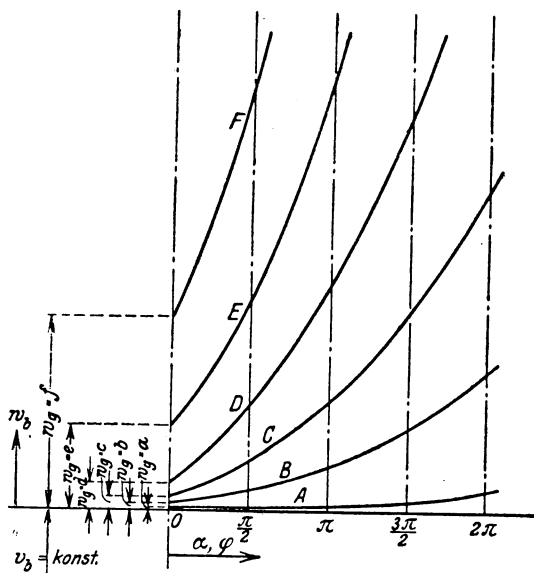


Fig. 49. Geschwindigkeits- und Schlupfverlauf auf der getriebenen Scheibe.

Kurve  $w = f(\alpha)$ , welche mit geändertem Maßstab gleichzeitig auch die Kurve  $S = f(\alpha)$  darstellt. Diese Kurve ist in Fig. 50 in ihrer grundsätzlichen Gestalt dargestellt; sie schmiegt sich nach links der Abszissenachse asymptotisch an und geht nach rechts mit steigendem  $\alpha$  in stetiger Steigung ins Unendliche. Diese Kurve läßt das Verhalten der getriebenen Scheibe bei beliebigem  $\alpha$  und beliebiger Nutzlast (bei dem der Kurve zugrundeliegenden konstanten  $S'_2$ ) ablesen. Wir brauchen zu diesem Zwecke nur zwei Senkrechte  $a, b$  im Abstände  $\alpha$  zu ziehen und lesen ab: links  $w_g$ , rechts  $w$ , Differenz  $w - w_g = w_e$ , letzteres im Kraftmaßstab gleichzeitig  $S_n$ ; Kurvenstück  $AB$  die gesuchte Kurve. Ist  $\alpha$  und  $S_n$  oder  $w_e$  gegeben, so findet sich das zugehörige Kurvenstück leicht in der Weise, daß das aus  $\alpha$  und  $S_n$  oder  $w_e$  gebildete Rechteck parallel mit sich selbst verschoben wird, bis die Eckpunkte  $A$  und  $B$

auf die  $w$ -Kurve fallen; dies ist nur in einer Lage der Fall und ergibt die gesuchten Beziehungen.

Wenn es gelingt, die Kurven für den Trieb mit  $k'_2 = \text{konst.}$  für beliebige Werte von  $k'_2$  aufzuzeichnen, so lassen sich die entsprechenden Kurven für den normalen Trieb mit fallendem  $k'_2$  aus ersteren unter Zuhilfenahme der Kutzbachschen Spannungs-Dehnungskurve (vgl. auch Abschnitt V) punktweise ermitteln. Es wird also völlig genügen, den genauen Kurvenverlauf für den Trieb mit konstantem  $k'_2$  zu ermitteln, und ich möchte überhaupt die Aufmerksamkeit darauf lenken, daß gerade dieser Trieb in jeder Hinsicht besonders geeignet ist, als Normaltrieb aufgefaßt zu werden und als Ausgangspunkt für die Erklärung der Eigenschaften des Riemenetriebes überhaupt zu dienen.

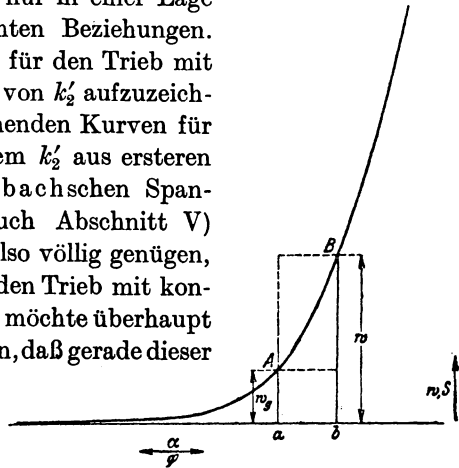


Fig. 50. Grundsätzlicher Verlauf der bei linear Dehnungscharakteristik für die getriebene Scheibe gültigen gemeinsamen Kurven  $w = f(\alpha)$  und  $S = f(\alpha)$ .

**Größe des Dehnungsschlupfes als Funktion der Nutzlast.** Bevor wir die Veränderungen des Schlupfes in Abhängigkeit von der Riemenlaufgeschwindigkeit betrachten, soll hier noch kurz darauf hingewiesen werden, daß die Größe des Dehnungsschlupfes in Abhängigkeit von der

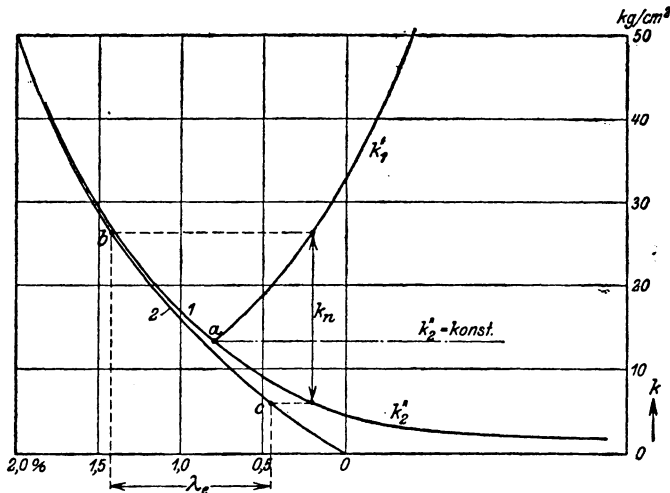


Fig. 51. Ermittlung des Schlupfes aus der Kutzbachschen Spannungs-Dehnungskurve.

Nutzlast bei Trieben beliebiger Art leicht mit Hilfe der Kutzbachschen Spannungs-Dehnungskurve festgestellt werden kann, und zwar wie folgt. Wir zeichnen in Fig. 51 die Kutzbachsche Spannungs-Dehnungskurve (Kurve 1) und die ihr zugrundeliegende elastische Dehnungskurve

(Kurve 2). Der Leerlaufzustand möge durch den Punkt  $a$  gekennzeichnet sein. Belasten wir dann den Trieb mit der Nutzlast  $k_n$ , so ergeben sich für das stramme Trum und das schlaife Trum die Arbeitspunkte  $b$  und  $c$  auf der Dehnungskurve, und wir finden den dem Schlupf  $w_e$  entsprechenden Unterschied in der Dehnung der beiden Trümer, wie in Fig. 51 als  $\lambda_e$  verzeichnet. Der Dehnungsschlupf ist somit ohne weiteres in der angegebenen Weise aus Fig. 51 ablesbar. Für den Fall, daß die Spannung im schlaifen Trum künstlich konstant gehalten wird, tritt an die Stelle des unterhalb des Punktes  $a$  liegenden Teiles der Spannungs-Dehnungskurve die durch den Punkt  $a$  gehende horizontale Gerade; im übrigen jedoch tritt eine Änderung nicht ein.

In Fig. 52 ist der auf die eben beschriebene Weise ermittelte Schlupf  $w_e$  als Funktion der Nutzlast für die Verhältnisse, wie sie in

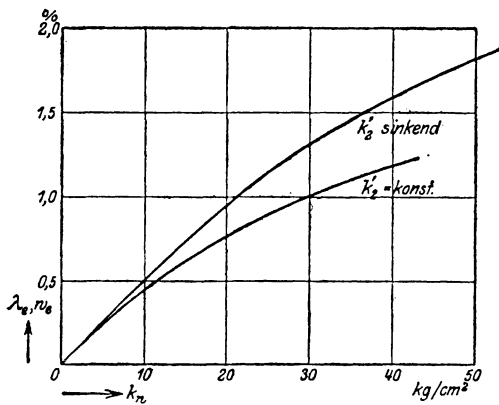


Fig. 52. Aus Fig. 51 ermittelter Dehnungsschlupf für den Vorspannungstrieb und den Trieb mit  $k_2' = \text{const.}$

den Kurven Fig. 51 dargestellt sind, aufgetragen, und zwar einmal für den normalen Trieb und ein zweites Mal für den Trieb mit konstanter Spannung im schlaifen Trum. Die Krümmung, welche diese Schlupfkurven zeigen, rührt von der Krümmung der Dehnungskurve des Leders her; bei linearer Dehnungskurve ergibt sich natürlich auch die Dehnungsschlupfkurve als Gerade.

#### Verhalten des Schlupfes als Funktion der Riemengeschwindigkeit.

Wir gehen nun dazu über, das Verhalten des Schlupfes bei Veränderung der Triebgeschwindigkeit  $v_a$  (bzw. der Riemengeschwindigkeit  $v_1$ ) bei konstanter Nutzlast  $k_n$  kurz zu untersuchen.

Nach der Kontinuitätsbedingung muß in jeder Zeiteinheit durch jeden Punkt der Riemenbahn die gleiche Riemenmasse durchlaufen. Nehmen wir vereinfachend an, die Dehnungscharakteristik des Leders sei eine Gerade mit dem Dehnungskoeffizienten  $\alpha$ , so ist, wenn die Länge eines Riemenstückes im spannungslosen Zustande mit  $l_0$ , im mit  $k$  gespannten Zustande mit  $l$  bezeichnet wird:

$$l = l_0(1 + \alpha k),$$

und die Kontinuitätsbedingung ergibt:

$$v_1 l_2 = v_2 l_1, \quad (47)$$

woraus:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1 + \alpha k_1}{1 + \alpha k_2} \quad (48)$$

und der relative Dehnungsschlupf:

$$\begin{aligned} \frac{w_e}{v_1} &= \frac{v_1 - v_2}{v_1} = \frac{\alpha (k_1 - k_2)}{1 + \alpha k_1} \\ &= \frac{k_n}{\frac{1}{\alpha} + k_1} \end{aligned} \quad (49a)$$

oder auch:

$$\frac{w_e}{v_2} = \frac{\alpha (k_1 - k_2)}{1 + \alpha k_2} = \frac{k_n}{\frac{1}{\alpha} + k_2} \quad (49b)$$

sowie die Schlupfgeschwindigkeit:

$$w_e = \frac{v_1 \alpha (k_1 - k_2)}{1 + \alpha k_1} = \frac{v_1 k_n}{\frac{1}{\alpha} + k_1} \quad (50a)$$

oder:

$$w_e = \frac{v_2 \alpha (k_1 - k_2)}{1 + \alpha k_2} = \frac{v_2 k_n}{\frac{1}{\alpha} + k_2} \quad (50b)$$

Wir finden also, daß bei konstantem  $\alpha$  und konstanter Nutzlast die Geschwindigkeit des Dehnungsschlupfes in einem festen Verhältnis zur Riemengeschwindigkeit steht, der relative Schlupf also konstant ist. Da die Zugkraft aber nicht von dem relativen Schlupf, sondern von dem Absolutwert der Schlupfgeschwindigkeit abhängt, so wird sich bei kleinen Riemengeschwindigkeiten der durch den kleineren Einfluß des elastischen Schlupfes verursachte Ausfall an Zugkraft durch Vergrößerung des Gleitschlupfes wieder auszugleichen haben: es tritt somit mit sinkender Riemengeschwindigkeit eine Verschiebung in der Verteilung des Schlupfes auf Gleit- und elastischen Schlupf ein, in dem Sinne, daß ersterer mit sinkendem  $v$  immer größeres Übergewicht erhält. Zu beachten ist aber, daß die zum Ausgleich des verringerten elastischen Schlupfes benötigte Zunahme des Gleitschlupfes geringer ist als die Abnahme des elastischen Schlupfes, und daß somit als Gesamtergebnis mit abnehmender Riemengeschwindigkeit auch eine Abnahme der absoluten Schlupfgeschwindigkeit  $w$  eintreten wird, während der relative Schlupf  $w/v$ , wenn auch nicht genau umgekehrt proportional der Riemenlaufgeschwindigkeit, so doch immerhin noch erheblich steigen wird.



Bei nicht linearer Dehnungscharakteristik wird man mit hinreichender Genauigkeit den für das Intervall  $k_1$   $k_2$  gültigen Mittelwert von  $\alpha$  den Formeln 48 bis 50 zugrunde legen dürfen. Beachtet man noch, daß die im Nenner der Formeln 49 und 50 vorkommenden Werte von  $k_1$  und  $k_2$  in der Regel gegenüber  $1/\alpha$  verschwinden, so kann man diese Formeln vereinfacht schreiben:

$$\frac{w_e}{v} \simeq \alpha k_n \quad (49c)$$

$$w_e \simeq v \alpha k_n \quad (50c)$$

wodurch eine durch die Inkonzanz von  $\alpha$  nur wenig gestörte, grundsätzliche einfache Proportionalität zwischen  $w_e$ ,  $v$  und  $k_n$  zutage tritt.

**Zugkraft beim wirklichen Riemetrieb.** Wir hätten jetzt, nachdem wir einen grundsätzlichen Überblick über die Verhältnisse gewonnen haben, schließlich noch den tatsächlichen genauen Verlauf von **Zugkraft** und **Schlupf** beim wirklichen elastischen Riemetrieb zu bestimmen, entsprechend der für den Spezialfall der Bremse gegebenen Entwicklung. Von der Bremse unterscheidet sich der Riemetrieb hinsichtlich der Zugkraft nur durch die bei letzterem vorhandene Inkonzanz des Schlupfes über dem umspannten Bogen und die dadurch herbeigeführte Inkonzanz von  $\mu$  und  $\nu$ . Wir können diese inkonstanten Werte in die Ansatzgleichung 40:

$$dS' = \mu p dF + \nu dF,$$

welche auch hier gültig bleibt, einsetzen und die Integration versuchen. Wir haben zu diesem Zweck nach Gleichung 37 und 38 die empirischen Beziehungen:

$$\text{I. } \mu = \mu_\infty - \frac{\mu_\infty}{w + 1}$$

$$\text{II. } \nu = \nu_0 + c, w.$$

Ferner ermittelt sich der zu der Kraft  $S'$  an der Umfangsstelle  $\varphi$  gehörige Schlupf auf der treibenden bzw. getriebenen Scheibe an Hand **d**er Fig. 46 und der Gleichungen 50:

$$\text{IIIa. } w_a = w_{ag} + \frac{v_1 \alpha (S'_1 - S')}{b d + \alpha S'_1}$$

$$\text{IIIb. } w_b = w_{bg} + \frac{v_2 \alpha (S' - S'_2)}{b d + \alpha S'_2}.$$

Beachten wir noch:

$$\text{IV. } p = \frac{S' d \varphi}{d F}$$

$$\text{V. } dF = b r d \varphi,$$

so haben wir alle Elemente für die Einsetzung in Gleichung 40 an der Hand. Es ergibt sich indes, daß die Integration der so gewonnenen

Differentialgleichung Schwierigkeiten macht, welche sich nicht ohne weiteres überwinden lassen. Da aber auch eine gelungene Integration der Gleichung infolge des Näherungscharakters der empirischen Ausdrücke für  $\mu$  und  $\nu$  und der nur für eine lineare Dehnungskurve gültigen Werte für  $w_a$  bzw.  $w_b$  nur eine angenäherte Lösung bringen würde, so wollen wir hier eine Methode schrittweiser Integration anwenden, welche zwar auch nur eine Näherung liefert, aber die empirisch gewonnenen Kurven für  $\mu$ ,  $\nu$  und  $\lambda$  selbst zu benutzen gestattet, ohne ihre Ersetzung durch willkürliche analytische Ausdrücke zu verlangen.

Wir denken uns zu diesem Zwecke den gesamten Umspannungsbogen in eine Anzahl kleinerer Teile zerlegt, für welche konstante Werte des Schlupfes, also auch von  $\mu$  und  $\nu$  als gültig angenommen werden, so daß die Gleichungen 40 und 41 auf die einzelnen Teilbögen angewandt werden können. Mit Hilfe dieser Gleichungen wird dann zunächst, indem ein bestimmter Schlupf angenommen und für diesen  $\mu$  und  $\nu$  aus empirisch bekannten Kurven entnommen werden, für den ersten Teilbogen die Zugkraft berechnet. Aus dem Ergebnis findet sich aus der  $\lambda$ -Kurve ein neuer Schlupfwert, der nunmehr als für den nächsten Teilbogen konstant gültig angesehen wird und zur Wiederholung der Zugkraftberechnung für diesen benutzt wird, und so fort bis zur Erreichung des vollen Umspannungsbogens. Die Frage ist indes, wie der Schlupf für den ersten Teilbogen anzunehmen ist und wie groß die Zahl der Teilbögen zu nehmen ist, um zu annehmbaren Ergebnissen zu gelangen. Letzteres ist eine reine Frage der Rechnungsgenauigkeit; bei dem informatorischen Charakter der vorliegenden Untersuchung, deren Zweck die Aufhellung der allgemeinen Zusammenhänge, nicht aber zahlenmäßige Genauigkeit ist, genügen wenige Teile. Ersteres ist für das Ergebnis wesentlicher. Ich führe daher hier die Rechnung mit zwei verschiedenen Werten durch und wähle diese Werte so, daß der wahre Wert zwischen ihnen liegt; dadurch liefert das Ergebnis der beiden Rechnungen eine Eingrenzung des wahren Wertes zwischen zwei Grenzwerten und damit eine für unsere Zwecke ausreichende Sicherheit, wenn bei den praktischen Rechnungen die jeweils besonderen, die Genauigkeit des Ergebnisses beeinflussenden Umstände beachtet werden.

Wir wollen dieses Rechnungsverfahren an einem Beispiel anwenden, weil wir dabei in einfachster Weise nicht nur die Einzelheiten des rechnerischen Vorgehens demonstrieren, sondern an den Ergebnissen gleich auch den Zusammenhang zwischen Schlupf, Zugkraft und Umspannungsbogen zeigen können.

Zu diesem Zweck wählen wir, entsprechend den Bemerkungen auf Seite 79, einen Trieb, bei welchem der Zug im schlaffen Trum

künstlich konstant gehalten wird, also einen Lenixtrieb und nehmen für diesen zunächst folgende Verhältnisse an:

Riemengeschwindigkeit	$v = 10 \text{ m/sec} = 1000 \text{ cm/sec}$
Scheibenradius	$r = 25 \text{ cm}$
Riemenbreite	$b = 10 \text{ cm}$
Riemenstärke	$d = 0,5 \text{ cm}$
Zug im schlaffen Trum	$S'_2 = 20 \text{ kg} = 4 \text{ kg/cm}^2 = \text{konst.}$

$\mu$ -Kurve  
 $\nu$ -Kurve  
 $\lambda$ -Kurve<sup>1)</sup> } nach Fig. 53, ungefähr entsprechend den Versuchsergebnissen von Skutsch.

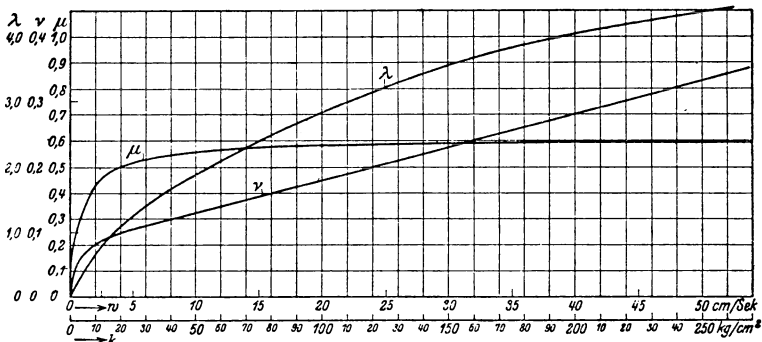


Fig. 53. Dem Zahlenbeispiel zugrunde gelegte Kurven für  $\mu$ ,  $\nu$  und  $\lambda$ .

Wir betrachten dann zunächst die Verhältnisse auf der getriebenen Scheibe und berechnen für eine Anzahl Gleitschlupfwerte ( $w_g = 40; 30; 20; 10; 5; 1$  und  $0,1 \text{ cm/sec}$ ) und Umspannungsbogen ( $\varphi = 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0$  und  $3,5$ ) die Umfangskraft  $S'_1$  schrittweise in Intervallen  $\alpha = 0,5$  nach der Gleichung 41:

$$S'_1 = e^{\mu \alpha} \left( S'_2 + \frac{\nu b r}{\mu} \right) - \frac{\nu b r}{\mu}.$$

Sodann finden wir aus der  $\lambda$ -Kurve, Fig. 53, den jedem  $S_n = S'_1 - S'_2$  zugehörigen Wert des elastischen Schlupfes  $w_e$ . Der am Ende des Winkels  $\varphi$  herrschende Gesamtschlupf ergibt sich dann zu  $w_e + w_g$ , und dieser wird dann dem nächsten Schritt als konstanter Schlupfwert zugrunde gelegt.

Die erwähnte Eingrenzung der wahren  $S'_1$ -Werte wird in der Weise erreicht, daß zwei Rechnungsreihen *A* und *B* durchgeführt werden;

<sup>1)</sup> Ich bitte keinen Anstoß daran zu nehmen, daß diese Kurve bis auf sehr hohe  $k$  ausgedehnt ist; zweifellos wird sich ein Betrieb mit diesem hohen  $k$  nur höchst kurzzeitig aufrecht erhalten lassen; darauf kommt es aber bei unseren Untersuchungen über die Kräfte zwischen Riemen und Scheibe, bei denen ja überhaupt von den Erscheinungen der elastischen Nachwirkung abgesehen wird, nicht an.

die erste mit der Annahme, daß in dem ersten Bogenintervall nur der konstante Gleitschlupf herrscht; die zweite mit der Annahme, daß im ersten Intervall derjenige Schlupf konstant herrscht, der sich bei der ersten Rechnungsreihe am Ende des ersten Intervalls als Gesamtschlupf  $w_g + w_e$  ergab. Die erste Reihe ergibt zu niedrige, die zweite zu hohe Werte; nähere Überlegung zeigt, daß bei den höheren Werten von  $\varphi$  der wahre Wert näher an den Ergebnissen der zweiten Rechnungsreihe liegen wird; wir nehmen der Einfachheit halber an, daß die wahren Werte von  $S'_1$  durchweg nicht in der Mitte zwischen den beiden errechneten Werten liegen, sondern daß der Unterschied im Verhältnis 2 : 1 zu teilen ist.

Die ganze Rechnung ist in der Tabelle I wiedergegeben. Sie verfährt wie folgt: Wir nehmen an:  $w_g = 40$  cm/sec: Spalte 3. Dies ist gleichzeitig für das erste Winkelintervall  $= w$ : Spalte 4. Hierfür finden wir in Fig. 53  $\mu = 0,595$  und  $\nu = 0,280$  und tragen diese Werte in Spalte 5 und 6 ein. Damit ergeben sich die in die Spalten 7 und 8 einzutragenden Werte, und mit  $S'_2 = 20$  findet sich das gesuchte  $S'_1 = 67,5$  kg entsprechend  $k'_1 = 13,5$  kg/cm<sup>2</sup>. Nun lesen wir aus Fig. 53 ab:

$$\begin{array}{ll} \text{für } k'_1: & \lambda_1 = 0,83\% \\ \text{für } k'_2: & \lambda_2 = 0,30\% \end{array}$$

und finden damit den elastischen Schlupf:

$$w_e = 0,53\% = 5,3 \text{ cm/sec (da } v = 1000 \text{ cm/sec).}$$

Der Gesamtschlupf am Ende von  $\alpha$  ist:

$$w = w_g + w_e = 40 + 5,3 = 45,3 \text{ cm/sec.}$$

Diesen tragen wir für das zweite Intervall in Spalte 4 ein und wiederholen das gleiche Vorgehen, indem wir für dieses zweite Intervall als  $S'_2$  den Endwert  $S'_1$  des ersten Intervalls nehmen, und so fort.

Für die Rechnungsreihe  $B$  nehmen wir als Ausgang das Endergebnis des ersten Intervalls der Reihe  $A$ :  $w = 45,3$  cm/sec und wiederholen im übrigen genau den gleichen Rechnungsgang.

Aus den beiden Ergebnissen von  $k_1^A$  und  $k_1^B$  findet sich der Wert  $\frac{1}{3}(k_1^B - k_1^A)$ , der von  $k_1^B$  abgezogen den in der vorletzten Spalte verzeichneten korrigierten Wert  $k'_1$  und nach weiterem Abzug von  $k'_2 = 4$  in der letzten Spalte den Wert  $k_n$  ergibt.

Aus den Tabellenwerten sind in Fig. 54 und 55 die Kurvenscharen  $k_n = f(\varphi)$  für verschiedene Gleitschlupfwerte und  $w = f(k_n)$  für verschiedene Spannungsbogen  $\varphi$  aufgezeichnet.

Die Kurven  $k_n = f(\varphi)$  in Fig. 54 ergeben sich für positive Gleitschlupfwerte unmittelbar aus den Werten der Tabelle, während die  $k_n$ -Kurve für  $w_g = 0$  bei den hier zugrunde gelegten  $\mu$ - und  $\nu$ -Kurven nach Fig. 53 mit der Abszissenachse zusammenfällt.

Tabelle I. Getriebene

$\varphi$	$\alpha$	$w_g$	A								
			$w$	$\mu$	$r$	$e^{u\alpha}$	$v b r/\mu$	$S'_2$	$S'_1$	$k_1^A$	$w_r$
0,5	0,5	40	40,0	0,595	0,280	1,345	117,5	20,0	67,5	13,5	5,3
1,0	0,5		45,3	0,595	0,310	1,345	130,0	67,5	136,0	27,2	10,0
1,5	0,5		50,0	0,595	0,335	1,345	141,0	136,0	231,5	46,3	14,8
2,0	0,5		54,8	0,595	0,355	1,345	149,0	231,5	363,0	72,6	20,3
2,5	0,5		60,3	0,595	0,383	1,345	161,0	363,0	544,0	108,8	26,6
3,0	0,5		66,6	0,595	0,415	1,345	175,0	544,0	791,0	158,2	33,5
3,5	0,5		73,5	0,595	0,450	1,345	189,0	791,0	1130,0	226,0	39,2
0,5	0,5	30	30,0	0,590	0,232	1,340	98,5	20,0	60,5	12,1	4,5
1,0	0,5		34,5	0,592	0,255	1,342	108,0	60,5	118,0	23,6	8,9
1,5	0,5		38,9	0,594	0,277	1,344	116,5	118,0	199,0	39,8	13,5
2,0	0,5		43,5	0,595	0,301	1,345	126,5	199,0	310,5	62,1	18,3
2,5	0,5		48,3	0,595	0,325	1,345	136,5	310,5	465,0	93,0	24,0
3,0	0,5		54,0	0,595	0,354	1,345	149,0	465,0	676,0	135,2	30,3
3,5	0,5		60,3	0,595	0,386	1,345	162,0	676,0	965,0	193,0	37,8
0,5	0,5	20	20,0	0,580	0,180	1,334	77,5	20,0	52,5	10,5	3,8
1,0	0,5		23,8	0,583	0,199	1,336	85,0	52,5	99,0	19,8	7,7
1,5	0,5		27,7	0,588	0,219	1,339	93,0	99,0	164,0	32,8	11,5
2,0	0,5		31,5	0,590	0,239	1,341	101,0	164,0	254,0	50,8	16,0
2,5	0,5		36,0	0,593	0,262	1,343	110,0	254,0	380,0	76,0	21,0
3,0	0,5		41,0	0,595	0,287	1,345	121,0	380,0	554,0	110,8	27,0
3,5	0,5		47,0	0,595	0,318	1,345	134,0	554,0	792,0	158,4	33,5
0,5	0,5	10	10,0	0,559	0,128	1,320	57,5	20,0	44,5	8,9	3,0
1,0	0,5		13,0	0,570	0,143	1,330	62,7	44,5	80,0	16,0	6,3
1,5	0,5		16,3	0,577	0,160	1,333	69,5	80,0	130,0	26,0	9,7
2,0	0,5		19,7	0,580	0,178	1,335	76,5	130,0	199,0	39,8	13,5
2,5	0,5		23,5	0,587	0,197	1,340	84,0	199,0	295,0	59,0	17,6
3,0	0,5		27,6	0,588	0,218	1,340	92,5	295,0	427,0	85,4	22,7
3,5	0,5		32,7	0,590	0,244	1,340	103,5	427,0	607,0	121,4	28,4
0,5	0,5	5	5,0	0,519	0,104	1,298	50,0	20,0	41,0	8,2	2,8
1,0	0,5		7,8	0,545	0,118	1,310	54,0	41,0	70,5	14,1	5,5
1,5	0,5		10,5	0,560	0,131	1,320	58,5	70,5	112,0	22,4	8,5
2,0	0,5		13,5	0,570	0,147	1,330	64,5	112,0	170,0	34,0	11,9
2,5	0,5		16,9	0,578	0,165	1,334	71,5	170,0	251,0	50,2	15,9
3,0	0,5		20,9	0,582	0,185	1,336	79,5	251,0	362,0	72,4	20,2
3,5	0,5		25,2	0,588	0,207	1,340	88,0	362,0	515,0	103,0	25,2
0,5	0,5	1	1,0	0,330	0,065	1,180	49,0	20,0	32,5	6,5	1,75
1,0	0,5		2,75	0,468	0,090	1,262	48,0	32,5	53,5	10,7	4,0
1,5	0,5		5,0	0,519	0,104	1,298	50,0	53,5	84,0	16,8	6,6
2,0	0,5		7,6	0,542	0,117	1,310	54,0	84,0	127,0	25,4	9,4
2,5	0,5		10,4	0,560	0,131	1,320	58,5	127,0	186,0	37,2	12,8
3,0	0,5		13,8	0,570	0,148	1,330	65,0	186,0	269,0	53,8	16,6
3,5	0,5		17,6	0,580	0,167	1,334	72,0	269,0	383,0	76,6	21,1
0,5	0,5	0,1	0,1	0,130	0,020	1,067	38,5	20,0	24,0	4,8	0,7
1,0	0,5		0,8	0,300	0,060	1,160	50,0	24,0	36,0	7,2	2,2
1,5	0,5		2,3	0,445	0,084	1,248	47,0	36,0	59,5	11,9	4,5
2,0	0,5		4,6	0,510	0,102	1,290	50,0	59,5	91,0	18,2	7,1
3,5	0,5		7,6	0,542	0,117	1,310	54,0	91,0	136,0	27,2	10,0
3,0	0,5		10,1	0,559	0,129	1,320	57,5	136,0	198,0	39,6	13,3
3,5	0,5		13,4	0,570	0,146	1,330	64,0	198,0	284,0	56,8	17,3

Scheibe,  $v = 10$  m/sec.

B										$k'_1$ korr.	$k_n$
$w$	$\mu$	$\nu$	$e'^{\alpha}$	$\nu br/\mu$	$S'_2$	$S'_1$	$k'_1{}^B$	$w_e$			
45,3	0,595	0,310	1,345	130,0	20,0	72,0	14,4	5,7		14,1	10,1
51,0	0,595	0,339	1,345	142,5	72,0	146,0	29,2	10,3		28,5	24,5
55,6	0,595	0,362	1,345	152,0	146,0	249,0	49,8	15,9		48,5	44,5
61,2	0,595	0,391	1,345	164,0	249,0	392,0	78,4	21,5		76,4	72,5
66,8	0,595	0,420	1,345	177,0	392,0	588,0	117,6	27,8		114,7	110,7
73,1	0,595	0,452	1,345	190,0	588,0	857,0	171,4	35,0		166,9	162,9
80,3	0,595	0,488	1,345	205,0	857,0	1225,0	245,0			238,7	234,7
34,5	0,592	0,255	1,342	108,0	20,0	64,0	12,8	5,0		12,7	8,7
39,5	0,594	0,280	1,344	118,0	64,0	127,0	25,4	9,5		24,5	20,5
44,0	0,595	0,303	1,345	127,0	127,0	215,0	43,0	14,2		42,0	38,0
48,7	0,595	0,327	1,345	137,0	215,0	336,0	67,2	19,3		65,3	61,3
53,8	0,595	0,353	1,345	148,0	336,0	503,0	100,6	25,2		98,0	94,0
59,7	0,595	0,383	1,345	161,0	503,0	731,0	146,2	31,8		142,3	138,3
66,3	0,595	0,417	1,345	175,0	731,0	1045,0	209,0	40,0		203,7	199,7
23,8	0,583	0,199	1,336	85,0	20,0	45,0	11,0	4,0		10,8	6,8
27,8	0,588	0,219	1,339	93,0	45,0	105,0	21,0	8,0		20,7	16,7
31,8	0,590	0,240	1,341	102,0	105,0	176,0	35,2	12,1		34,3	30,3
35,9	0,593	0,261	1,343	110,0	176,0	274,0	54,8	16,9		53,7	49,7
40,7	0,595	0,285	1,345	120,0	274,0	410,0	82,0	22,1		80,0	76,0
45,9	0,595	0,312	1,345	131,0	410,0	597,0	119,4	28,1		117,0	113,0
51,9	0,595	0,342	1,345	144,0	597,0	855,0	171,0	34,9		166,7	162,7
13,0	0,570	0,143	1,330	62,5	20,0	47,5	9,5	3,3		9,3	5,3
16,3	0,577	0,160	1,333	69,5	47,5	86,5	17,3	6,7		16,7	12,7
19,7	0,580	0,178	1,335	76,5	86,5	141,0	28,2	10,2		27,3	23,3
23,2	0,587	0,195	1,339	83,0	141,0	217,0	43,4	14,2		42,3	38,3
27,2	0,588	0,215	1,340	91,0	217,0	322,0	64,4	18,7		62,3	58,3
31,7	0,590	0,238	1,340	101,0	322,0	466,0	93,2	24,0		90,3	86,3
37,0	0,593	0,265	1,343	112,0	466,0	664,0	132,8	30,0		129,0	125,0
7,8	0,545	0,118	1,310	54,0	20,0	43,0	8,6	3,0		8,5	4,5
10,8	0,560	0,133	1,320	59,5	43,0	75,0	15,0	5,9		14,7	10,7
13,7	0,570	0,148	1,330	65,0	75,0	121,0	24,2	9,2		23,5	19,5
17,0	0,578	0,165	1,334	71,5	121,0	185,5	37,1	12,7		36,0	32,0
20,5	0,582	0,183	1,336	78,5	185,5	274,0	54,8	16,7		53,5	49,5
24,7	0,587	0,204	1,340	87,0	274,0	397,0	79,4	21,7		77,0	73,0
29,5	0,589	0,229	1,340	97,0	397,0	564,0	112,8	27,3		109,7	105,7
2,75	0,468	0,090	1,262	48,0	20,0	38,0	7,6	2,4		7,2	3,2
5,15	0,520	0,105	1,299	50,5	38,0	64,5	12,9	5,0		12,2	8,2
7,75	0,545	0,118	1,310	54,0	64,5	101,0	20,2	7,8		19,1	15,1
10,55	0,560	0,132	1,320	59,0	101,0	151,0	30,2	10,9		28,5	24,5
13,65	0,570	0,148	1,330	65,0	151,0	222,0	44,4	14,6		42,0	38,0
17,35	0,578	0,166	1,334	72,0	222,0	320,0	64,0	18,6		60,6	56,6
21,35	0,582	0,187	1,336	80,5	320,0	455,0	91,0	23,7		86,2	82,2
0,8	0,300	0,060	1,160	50,0	20,0	36,0	7,2	2,2		6,4	2,4
3,0	0,478	0,092	1,270	48,0	36,0	59,0	11,8	4,4		10,3	6,3
5,2	0,520	0,104	1,299	50,0	59,0	91,5	18,3	7,1		16,2	12,2
7,9	0,545	0,119	1,310	54,5	91,5	137,0	37,4	10,0		24,3	20,3
10,8	0,560	0,133	1,320	59,5	137,0	200,0	40,0	13,4		35,7	31,7
14,2	0,572	0,151	1,330	66,0	200,0	288,0	57,6	17,4		51,6	47,6
18,2	0,580	0,171	1,335	74,0	288,0	410,0	82,0	22,1		73,7	69,7

Die Kurvenschar  $k_n = f(\varphi)$  in Fig. 54 gestattet nun ohne weiteres abzulesen:

- wie groß bei gegebenem Umspannungsbogen  $\varphi$  und gegebenem Gleitschlupf die erzielte Zugkraft ist,
- wie diese Zugkraft vom Auflaufpunkte an über den Umspannungsbogen hin anwächst.

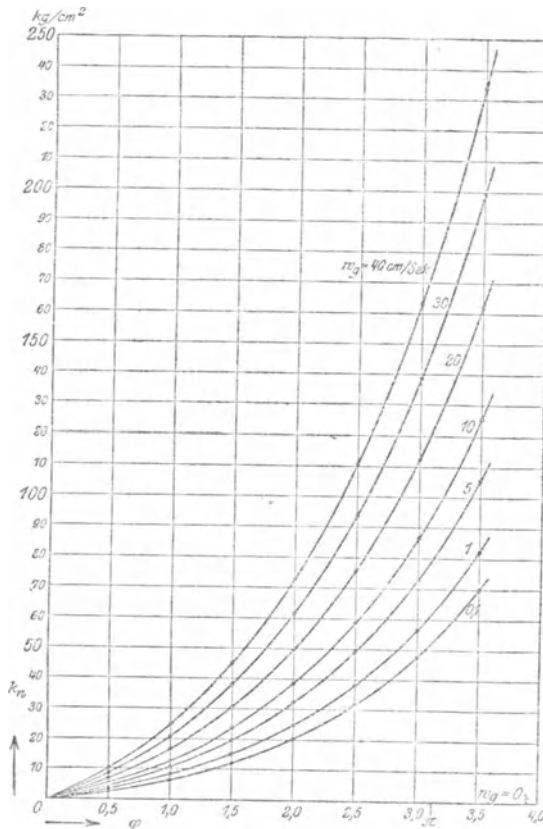


Fig. 54.  $k_n = f(\varphi)$ . Getriebene Scheibe,  $v = 10$  m/sec.  $k_2' = \text{const.} = 4$  kg/cm<sup>2</sup>.

Der Schlupfverlauf ist nach den Kurven in Fig. 55 bequem zu verfolgen. Diese Kurven sind ebenfalls mit Hilfe der korrigierten Werte für  $k_n$  und zwar in der Weise gezeichnet, daß aus der  $\lambda$ -Kurve die diesem korrigierten  $k_n$  zugehörigen  $\lambda$  abgelesen, daraus die entsprechenden  $w_e$  ermittelt und diesen die  $w_g$  zugeschlagen wurden. So ergibt sich die der  $\lambda$ -Kurve entsprechende Grenzkurve für  $w_e$  in Fig. 55, welche wie die sämtlichen  $w$ -Kurven durch den Koordinatenanfangspunkt geht und von der die für die einzelnen Bogenwerte gültigen  $w$ -Kurven mit all-

mählich merklich werdendem Gleitschlupf nacheinander nach oben abschnwenken. Diese Grenzkurve teilt den Gesamtschlupf in seine beiden Bestandteile  $w_e$  und  $w_g$ , und es lassen sich somit aus der Kurvenschar Fig. 55 für jedes  $k_n$  alle drei Schlupfwerte:  $w$ ,  $w_e$  und  $w_g$  sofort ablesen. Beispielsweise findet sich für  $\varphi = 3$ :

$$\begin{aligned} \text{für } k_n = 30: & \quad w = 12; \quad w_e = 12; \quad w_g \cong 0; \\ & \quad k_n = 67: \quad w = 23,2; \quad w_e = 20; \quad w_g = 3,2. \end{aligned}$$

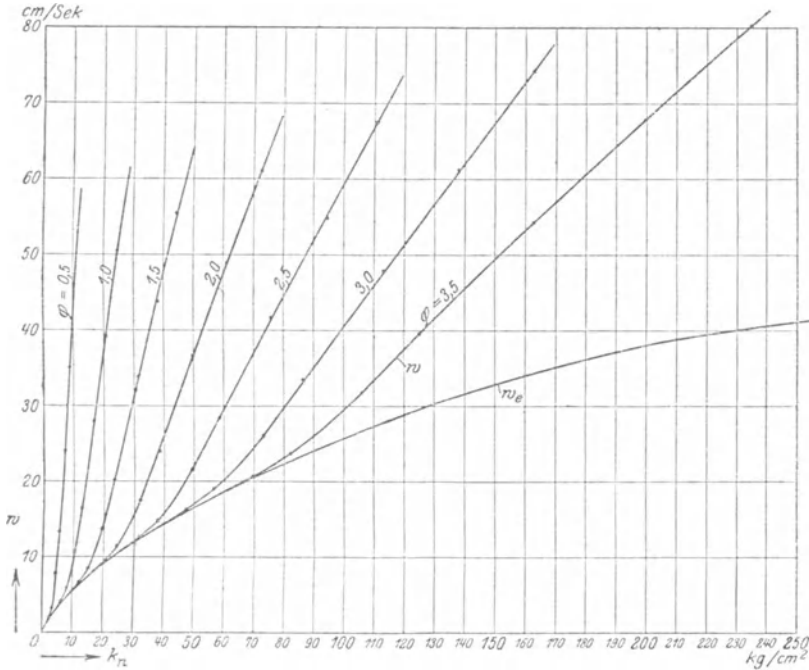


Fig. 55.  $w = f(k_n)$ . Getriebene Scheibe.  $v = 10$  m/sec.  $k_2' = \text{const.} = 4$  kg/cm<sup>2</sup>.

**Treibende Scheibe.** In genau analoger Weise lassen sich die Verhältnisse auf der treibenden Scheibe verfolgen. Nur haben wir bei der Berechnung hier zweckmäßig nicht von einem konstanten Wert des Gleitschlupfes auszugehen, sondern haben konstante Festwerte des Gesamtschlupfes zugrunde zu legen; es ist eben derjenige Schlupfwert zu berücksichtigen, der den Unterschied der Geschwindigkeiten a) der betreffenden Scheibenoberfläche und b) des schlaffen Trums darstellt.

Die in dieser Weise für genau die gleichen Verhältnisse wie bei der getriebenen Scheibe durchgeführte Rechnung für die treibende Scheibe ist in Tabelle II wiedergegeben; sie ergibt die in Fig. 56 und 57 aufgezzeichneten Kurvenscharen  $k_n = f(\varphi)$  für verschiedene Gleitschlupfwerte und  $w = f(k_n)$  für verschiedene Umspannungsbogen  $\varphi$ , welche



Tabelle II. Treibende

$\varphi$	$\alpha$	$w_a$	A								
			$w$	$\mu$	$r$	$e^{\mu\alpha}$	$\frac{r b r}{\mu}$	$S_2'$	$S_1'$	$k_1^A$	$v.$
0,5	0,5	80	80,0	0,595	0,484	1,345	203,0	20,0	97,0	19,4	7,4
1,0	0,5		72,6	0,595	0,446	1,345	188,0	97,0	195,0	39,0	13,2
1,5	0,5		66,8	0,595	0,417	1,345	175,0	195,0	322,0	64,4	18,7
2,0	0,5		61,3	0,595	0,389	1,345	163,0	322,0	489,0	97,8	24,9
2,5	0,5		55,1	0,595	0,357	1,345	150,0	489,0	710,0	142,0	31,5
3,0	0,5		48,5	0,595	0,323	1,345	136,0	710,0	1003,0	200,6	37,4
3,5	0,5		42,6	0,595	0,293	1,345	123,0	1003,0	1390,0	278,0	42,0
0,5	0,5	60	60,0	0,595	0,382	1,345	160,0	20,0	82,0	16,4	6,4
1,0	0,5		53,6	0,595	0,349	1,345	147,0	82,0	161,0	32,2	11,4
1,5	0,5		48,6	0,595	0,324	1,345	136,0	161,0	264,0	52,8	16,4
2,0	0,5		43,6	0,595	0,299	1,345	126,0	264,0	399,0	79,8	21,7
2,5	0,5		38,3	0,594	0,272	1,344	115,0	399,0	575,0	115,0	27,5
3,0	0,5		32,5	0,591	0,242	1,341	102,0	575,0	807,0	161,4	33,6
3,5	0,5		26,4	0,588	0,211	1,340	90,0	807,0	1110,0	222,0	39,0
4,0	0,5		21,0	0,582	0,183	1,336	79,0	1110,0	1509,0	301,8	—
0,5	0,5	40	40,0	0,595	0,280	1,345	117,5	20,0	67,5	13,5	5,3
1,0	0,5		34,7	0,592	0,253	1,342	106,5	67,5	127,0	25,4	9,5
1,5	0,5		30,5	0,591	0,232	1,341	98,0	127,0	204,0	40,8	13,6
2,0	0,5		26,4	0,588	0,211	1,340	90,0	204,0	304,0	60,8	18,0
2,5	0,5		22,0	0,582	0,188	1,336	81,0	304,0	433,0	86,6	23,0
3,0	0,5		17,0	0,578	0,165	1,334	71,5	433,0	601,0	120,2	28,1
3,5	0,5		11,9	0,564	0,137	1,325	61,0	601,0	816,0	163,2	34,0
4,0	0,5		6,0	0,531	0,110	1,304	52,0	816,0	1080,0	216,0	—
0,5	0,5	20	20,0	0,580	0,180	1,334	77,5	20,0	52,5	10,5	3,8
1,0	0,5		16,2	0,577	0,161	1,333	69,5	52,5	93,0	18,6	7,3
1,5	0,5		12,7	0,568	0,143	1,328	63,0	93,0	144,0	28,8	10,4
2,0	0,5		9,6	0,556	0,127	1,320	56,0	144,0	208,0	41,6	13,8
2,5	0,5		6,2	0,531	0,110	1,304	52,0	208,0	287,0	57,4	17,4
3,0	0,5		2,6	0,460	0,088	1,258	48,0	287,0	373,0	74,6	20,7
0,5	0,5	10	10,0	0,558	0,128	1,320	57,5	20,0	44,5	8,9	3,1
1,0	0,5		6,9	0,539	0,112	1,310	52,0	44,5	74,0	14,8	5,9
1,5	0,5		4,1	0,502	0,098	1,285	49,0	74,0	109,0	21,8	8,3
2,0	0,5		1,7	0,400	0,077	1,220	48,0	109,0	144,0	28,8	10,5
0,5	0,5	5	5,0	0,518	0,104	1,301	50,0	20,0	41,0	8,2	2,7
1,0	0,5		2,3	0,445	0,085	1,248	48,0	41,0	63,0	12,6	4,9
1,5	0,5		0,1	0,130	0,020	1,067	38,0	63,0	70,0	14,0	5,5

den Kurven Fig. 54 und 55 der getriebenen Scheibe genau entsprechen.

Die Kurven  $k_n = f(\varphi)$  zeigen gegenüber der entsprechenden Kurvenschar für die getriebene Scheibe einen wesentlichen Unterschied, der

Scheibe,  $v = 10$  m/sec.

B										$k_1'$ korr.	$k_2$
$w$	$\mu$	$r$	$e''\alpha$	$\frac{rbr}{\mu}$	$S_2'$	$S_1'$	$k_1^B$	$w_e$			
72,6	0,595	0,446	1,345	188,0	20,0	92,0	18,4	7,3		19,1	15,1
65,3	0,595	0,409	1,345	172,0	92,0	183,0	36,6	12,6		38,2	34,2
60,0	0,595	0,382	1,345	160,0	183,0	301,0	60,2	17,9		62,5	58,5
54,7	0,595	0,355	1,345	149,0	301,0	456,0	91,2	23,7		95,7	91,7
48,9	0,595	0,325	1,345	136,5	456,0	661,0	132,2	30,0		138,7	134,7
42,6	0,595	0,293	1,345	123,0	661,0	930,0	186,0	36,2		195,8	191,8
36,4	0,594	0,267	1,344	112,0	930,0	1300,0	260,0	41,4		272,0	268,0
53,6	0,595	0,349	1,345	147,0	20,0	77,0	15,4	6,0		16,1	12,1
47,6	0,595	0,318	1,345	134,0	77,0	150,0	30,0	10,8		31,5	27,5
42,8	0,595	0,294	1,345	124,0	150,0	245,0	49,0	15,6		51,5	47,5
38,0	0,594	0,269	1,344	113,0	245,0	368,0	73,6	20,5		77,9	73,9
33,1	0,591	0,245	1,341	104,0	368,0	530,0	106,0	26,1		112,0	108,0
27,5	0,588	0,216	1,340	92,0	530,0	742,0	148,4	32,0		156,7	152,7
21,6	0,582	0,186	1,336	80,0	742,0	1019,0	203,8	37,6		216,0	212,0
16,0	0,577	0,160	1,333	70,0	1019,0	1381,0	276,2	—		292,9	288,0
34,7	0,592	0,253	1,342	106,5	20,0	63,5	12,7	4,9		13,2	9,2
29,8	0,590	0,228	1,341	96,5	63,5	118,0	23,6	8,9		24,8	20,8
25,8	0,588	0,208	1,340	88,0	118,0	188,0	37,6	12,8		39,7	35,7
21,9	0,582	0,188	1,336	81,0	188,0	278,0	55,6	17,0		59,2	55,2
17,7	0,578	0,166	1,334	72,0	278,0	395,0	79,0	21,5		84,1	80,1
13,2	0,570	0,143	1,330	63,0	395,0	547,0	109,5	26,7		116,5	112,5
8,0	0,545	0,117	1,310	54,0	547,0	736,0	147,2	31,8		157,7	153,7
2,9	0,479	0,090	1,270	47,0	736,0	948,0	189,6	—		207,2	203,2
16,2	0,577	0,161	1,333	69,5	20,0	50,0	10,0	3,6		10,3	6,3
12,6	0,568	0,143	1,328	63,0	50,0	87,0	17,4	6,8		18,2	14,2
9,4	0,555	0,126	1,320	57,0	87,0	133,0	26,6	9,9		28,1	24,1
6,3	0,531	0,111	1,304	52,0	133,0	189,0	37,8	13,0		40,3	36,3
3,2	0,480	0,095	1,270	49,5	189,0	253,5	50,7	16,0		55,2	51,2
0,2	0,170	0,030	1,090	44,0	253,5	280,0	56,0	17,1		68,4	64,4
6,9	0,539	0,112	1,310	52,0	20,0	42,5	8,5	2,9		8,8	4,8
4,0	0,500	0,098	1,282	49,0	42,5	68,0	13,6	5,3		14,4	10,4
1,6	0,396	0,075	1,218	47,5	68,0	93,0	18,6	7,3		20,7	16,7
0,0	0,000	0,000	1,000	—	93,0	93,0	18,6	7,3		25,4	21,4
2,3	0,445	0,085	1,248	48,0	20,0	37,0	7,4	2,3		7,9	3,9
0,0	0,000	0,000	1,000	—	37,0	37,0	7,4	2,3		10,9	6,9

nicht übersehen werden darf, insofern nämlich, als hier bei der treibenden Scheibe diese für je einen festen Wert des Gleitschlupfes gültigen Kurven nur abzulesen gestatten, wie groß bei gegebenem Umspannungsbogen  $\varphi$  und gegebenem Gleitschlupf  $w_g$  die erzielte Zugkraft ist, nicht

aber gleichzeitig auch wie diese Zugkraft vom Ablaufpunkte an über den Umspannungsbogen hin anwächst (vgl. Punkt b, S. 88). Um letzteren Zugkraftverlauf zu finden, muß hier, da bei der treibenden Scheibe der Gesamtschlupf die gleiche Rolle spielt wie bei der getriebenen der Gleitschlupf, diejenige andere Kurvenschar  $k = f(\varphi)$  benutzt werden,

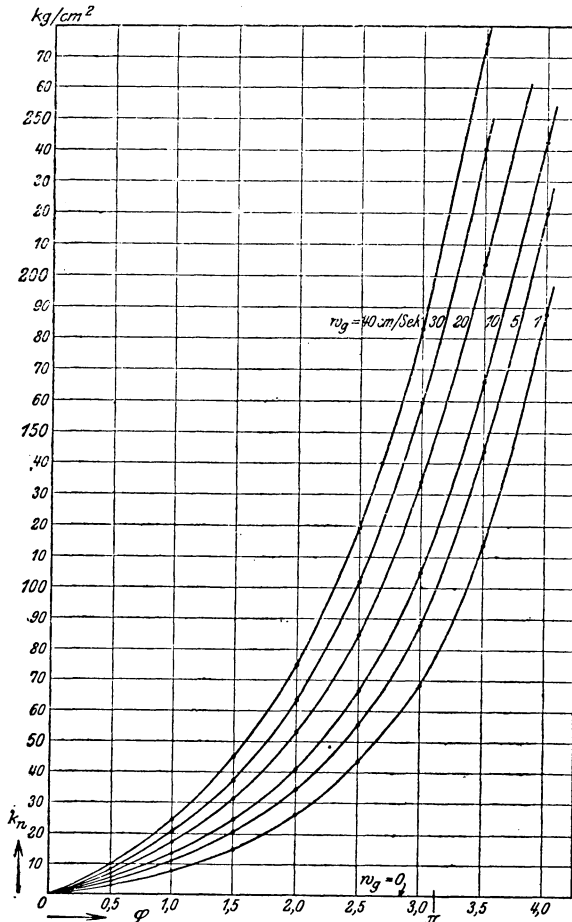


Fig. 56.  $k_n = f(\varphi)$ . Treibende Scheibe.  $v = 10$  m/sec.  $k_2' = \text{const.} = 4$  kg/cm<sup>2</sup>.

welche für konstante Festwerte des Gesamtschlupfes gültig ist. Dieselbe ergibt sich unmittelbar aus den Werten der Tabelle II und ist in Fig. 58 aufgezeichnet. Wir sehen hier die in Fig. 48 grundsätzlich dargestellten Kurven in einem wirklichen Beispiel, allerdings nicht im Schlupf-, sondern im Kraftmaßstab.

Der Vergleich der Fig. 54 und 55 einerseits und der Fig. 56 und 57 andererseits zeigt klar die Überlegenheit, welche die treibende Scheibe

der getriebenen gegenüber besitzt, und läßt erkennen, wie dieselbe mit steigendem  $\varphi$  auch prozentual immer mehr anwächst. Bei  $w_g = 1$  findet sich z. B. für  $\varphi = 3,5$ :

bei der getriebenen Scheibe:  $k_n = 82 \text{ kg/cm}^2$

bei der treibenden Scheibe:  $k_n = 114 \text{ kg/cm}^2$ ,

also eine Überlegenheit an Zugkraft bei gleichem Gleitschlupf um rund 39%, wobei allerdings infolge der im letzteren Falle größeren elastischen

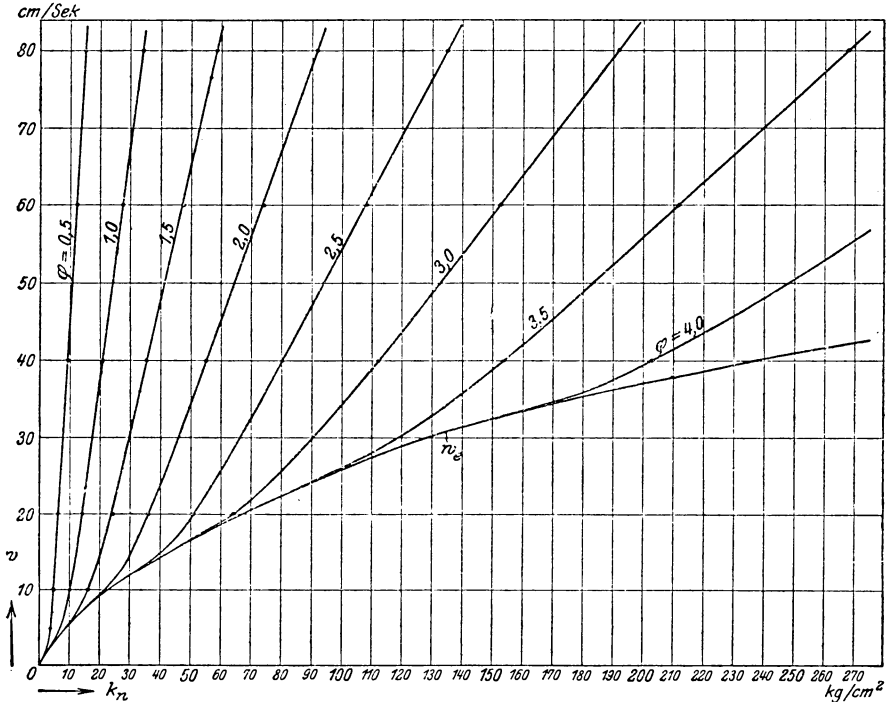


Fig. 57.  $w = f(k_n)$ . Treibende Scheibe.  $v = 10 \text{ m/sec}$ .  $k_2' = \text{const.} = 4 \text{ kg/cm}^2$ .

Dehnung ein größerer Gesamtschlupf, nämlich, wie aus den Fig. 55 und 57 zu entnehmen, von 29,0 cm/sec gegenüber 23,7 cm/sec auftritt. Aber auch auf gleichen Gesamtschlupf bezogen ist die Überlegenheit der treibenden Scheibe immer noch erheblich. So ergibt sich aus Fig. 55 beispielsweise für obiges  $w = 29,0$ , welches bei der treibenden Scheibe  $k_n = 114$  entspricht, bei der getriebenen Scheibe  $k_n = 98,5$ , so daß die Überlegenheit der treibenden Scheibe unter diesem Gesichtspunkt hier immer noch 15,5% beträgt.

**Gesamtschlupf.** Die Kurven des Gesamtschlupfes  $w_{ab}$  eines aus einer treibenden und einer getriebenen Scheibe bestehenden Triebes lassen sich aus den Kurven der beiden Einzelscheiben ohne weiteres

aufzeichnen, indem nach Gleichung 46 zu dem Gesamtschlupf der einen Scheibe der Gleitschlupf der anderen addiert wird. Der Charakter der entstehenden Kurven des Gesamtschlupfes ist der gleiche wie der der Kurven Fig. 55 und 57, nur zeigen die Kurven im Bereiche des Gleitschlupfes einen entsprechend steileren Verlauf.

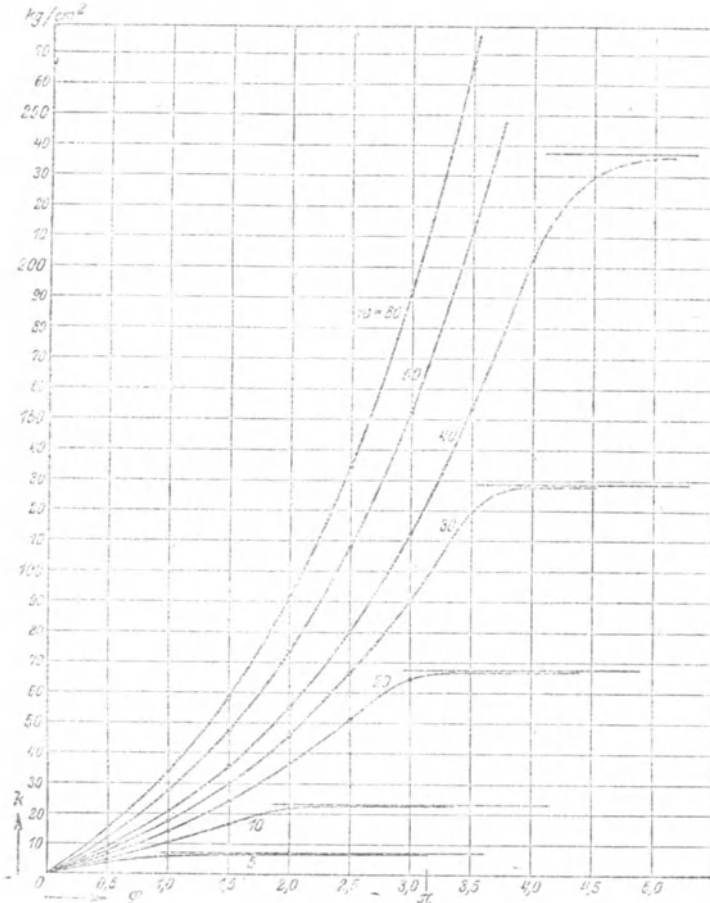


Fig. 58.  $k = f(v)$ . Treibende Scheibe.  $v = 10 \text{ m/sec}$ .  $k_0' = \text{const.} = 4 \text{ kg/cm}^2$ .

**Abhängigkeit des Schlupfes und der Zugkraft von der Riemengeschwindigkeit.** Wir sahen bereits oben, daß zwischen elastischem Schlupf und Riemengeschwindigkeit bei konstantem  $k_n$  direkte Proportionalität besteht und daher bei niedrigem  $v$  das durch das niedrige  $w_e$  erzeugte Zugkraftmanko durch vermehrten Gleitschlupf ausgeglichen werden muß. Um auch über diese Verhältnisse ein genaueres Bild zu

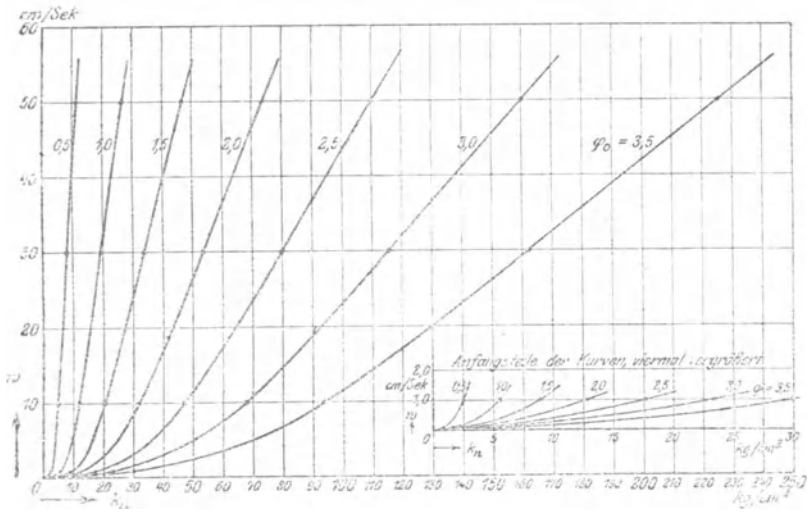


Fig. 59.  $\alpha = f(k_n)$  für  $v = 0$  Bremse.  $k_2' = \text{const.} = 4 \text{ kg/cm}^2$ .

erhalten, dehnen wir das bisher für  $v = 10 \text{ m/sec}$  durchgerechnete Beispiel noch auf andere Geschwindigkeiten aus, doch wollen wir uns dabei auf die getriebene Scheibe beschränken, da hiernach die analogen

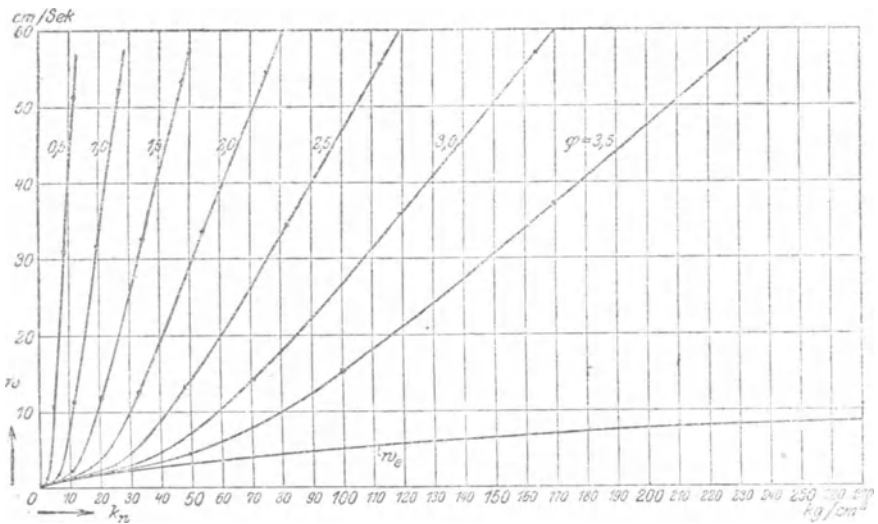


Fig. 60.  $w = f(k_n)$ . Getriebene Scheibe.  $v = 2 \text{ m/sec}$ .  $k_2' = \text{const.} = 4 \text{ kg/cm}^2$ .

Verhältnisse bei der treibenden Scheibe ohne Schwierigkeit ebenfalls überblickt werden können.

In Fig. 59, 60 u. 61 finden sich die für  $v = 0$ ,  $v = 2$  und  $v = 30 \text{ m/sec}$

berechneten Kurven  $w = f(k_n)$  aufgetragen<sup>1)</sup>. Dadurch haben wir in den Fig. 59, 60, 55 und 61 vier Kurvenscharen für  $v = 0, 2, 10$  und  $30$  m/sec gewonnen, welche den Einfluß von  $v$  leicht verfolgen lassen. Wir sehen, wie der elastische Schlupf in der Nähe von  $v = 0$  bedeutungslos ist, bei hohem  $v$  dagegen überragende Bedeutung gewinnt. Wir sehen

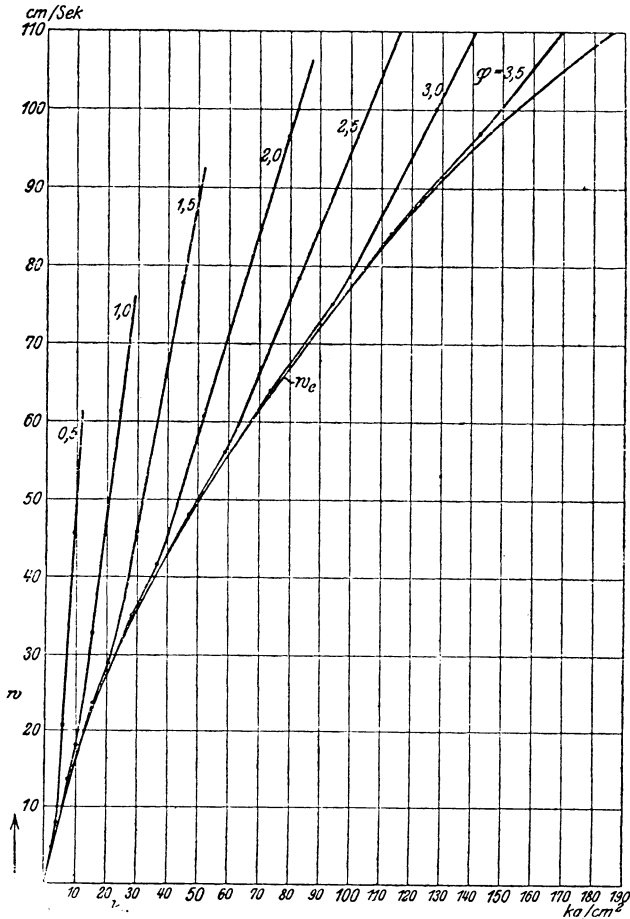


Fig. 61.  $w = f(k_n)$ . Getriebene Scheibe.  $v = 30$  m/sec.  $k_2' = \text{const.} = 4$  kg/cm<sup>2</sup>.

ferner, wie die Gleitschlupfkurven für bestimmte  $\varphi$  bei  $v = 0$  sämtlich höchst augenfällig und deutlich vom Koordinationsanfangspunkt ausgehen, während mit wachsendem  $v$  das deutliche Abschwenken von der  $w_e$ -Grenzcurve nach oben immer später einsetzt. Dies veranschaulicht

<sup>1)</sup> Die Zahlenwerte sind für  $v = 2$  und  $v = 30$  in genau der gleichen Weise wie für  $v = 10$  in Tabelle I berechnet, während der Grenzfall  $v = 0$ , welcher der Bremse entspricht, natürlich nach Formel 41 direkt behandelt werden konnte.

Fig. 62, in welcher die Zugkräfte bei eben beginnendem Gleitschlupf ( $w_g = 0,1$  cm/sec) für die vier betrachteten Geschwindigkeiten als Funktion von  $\varphi$  aufgetragen sind<sup>1)</sup>.

In Fig. 63 ist endlich, um auch den Schlupfverlauf bei konstantem  $k_n$ , aber variablem  $v$  zu zeigen, der Schlupf für  $\varphi = 3,0$  und  $k_n = 50$  aufgetragen. Bei  $v = 30$  haben wir merklich nur Dehnungsschlupf; bei etwa  $v = 20$  m/sec setzt der Gleitschlupf schon merkbar ein, um mit weiter sinkendem  $v$  immer mehr anzuwachsen. Die schräge Gerade durch den Koordinatenanfangspunkt stellt den Dehnungsschlupf dar; und die darüberliegenden Ordinatenstücke bis zur Schlupfkurve lassen die Größe des Gleitschlupfes erkennen. Betrachten wir den prozentualen Schlupf

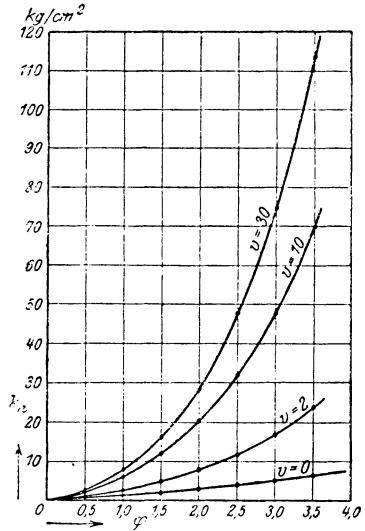


Fig. 62. Zugkraft bei merklich beginnendem Gleitschlupf ( $w_g = 0,1$  cm/sec) bei verschiedenen Riemengeschwindigkeiten. (Getriebene Scheibe.)

$\frac{100 w}{v}$ , so finden wir, daß derselbe von etwa  $v = 20$  an von der Linie des konstanten Dehnungsschlupfes  $\frac{100 w_e}{v} = 1,65\%$  nicht mehr

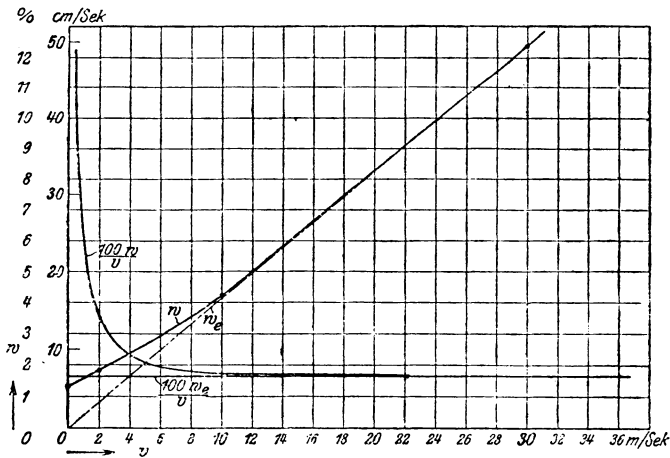


Fig. 63. Absoluter und prozentualer Schlupf als Funktion von  $v$ . (Für  $\varphi = 3,0$  und  $k_n = 50 = \text{const.}$ )

1) Hierzu mag bemerkt werden, daß sämtliche für diese Figur benutzten Punkte berechnete, also sichere Werte darstellen; die Kurve für  $v = 10$  in Fig. 62 ist übrigens mit der Kurve für  $w_g = 0,1$  in Fig. 54 identisch.



merklich abweicht, bei  $v = 2$  m/sec bereits 3,6 % erreicht und bei  $v = 0$  dem Wert  $\infty$  zustrebt.

Ein Vergleich der Lewisschen Versuchsergebnisse, namentlich Tafel V (für  $v = 0,5$  m/sec und  $v = 25$  m/sec) ergibt eine volle Bestätigung dieses Verhaltens (vgl. z. B. Versuche Nr. 440 und 450, beide für  $S_2 = 37,5$  Pfund entsprechend ca.  $7$  kg/cm<sup>2</sup>).

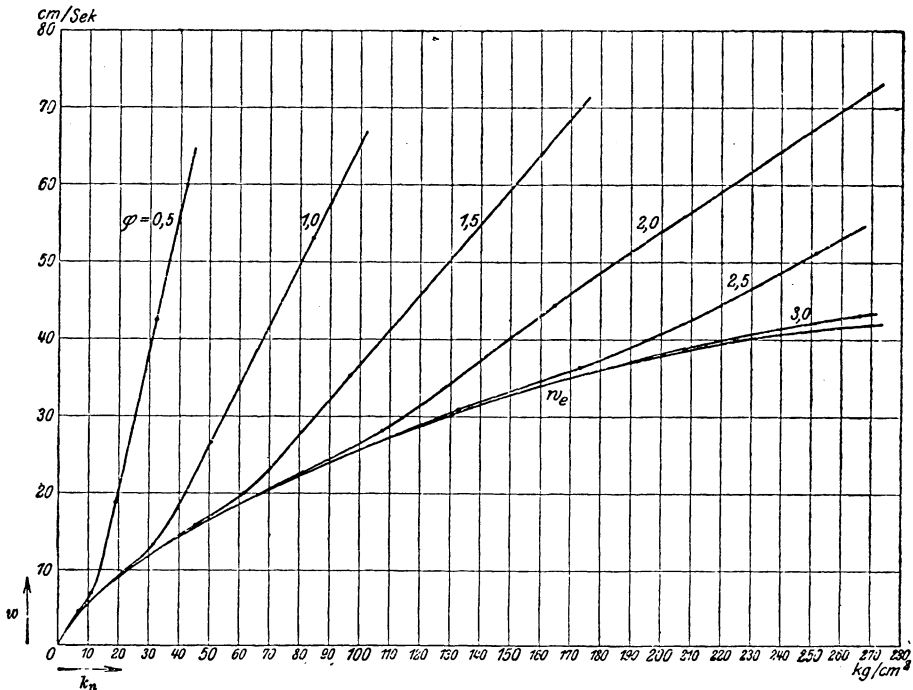


Fig. 64.  $w = f(k_n)$ . Getriebene Scheibe.  $v = 10$  m/sec.  $2r = 200$  cm.  
 $k_2' = \text{const.} = 4$  kg/cm<sup>2</sup>.

**Einfluß der Scheibengröße.** Der Einfluß der Scheibengröße drückt sich in der Formel 41 in dem Faktor  $\frac{v b r}{\mu}$  aus. Um uns auch zahlenmäßig einen Einblick in die beim Riementrieb dadurch geschaffenen Verhältnisse zu ermöglichen, erweitern wir unser Rechnungsbeispiel noch dahin, daß wir neben der bisher betrachteten Scheibe von 50 cm Durchmesser auch noch die Scheibengrößen  $2r = 0$  und  $2r = 200$  cm (und zwar als getriebene Scheiben, für  $v = 10$  m/sec) betrachten. Die Ergebnisse  $w = f(k_n)$  sind in Fig. 64 und 65 aufgetragen und ermöglichen einen unmittelbaren Vergleich mit Fig. 55 (für  $2r = 50$ ). Wir erkennen die überwältigende Überlegenheit großer Scheiben, mit denen sich ohne merklichen Gleitschlupf, nur mit Inanspruchnahme des

elastischen Schlupfes, Zugkräfte erzeugen lassen, welche auch den stärksten Riemen mühelos zerreißen.

Die für merklich beginnenden Gleitschlupf ( $w_g = 0,1$  cm/sec) gezeichnete Fig. 66 zeigt den Zugkraftunterschied für die 3 Scheibengrößen  $2r = 0, 50$  und  $200$  cm augenfällig. In Fig. 67 sind die Werte dieser Kurven in der Form  $k_n = f(2r)$  für die verschiedenen Um-

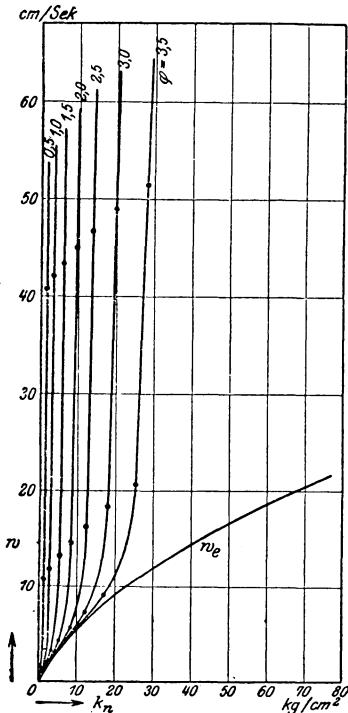


Fig. 65.  $w = f(k_n)$ . Getriebene Scheibe.  
 $v = 10$  m/sec.  $2r = 0$ .  
 $k_2' = \text{const.} = 4$  kg/cm<sup>2</sup>.

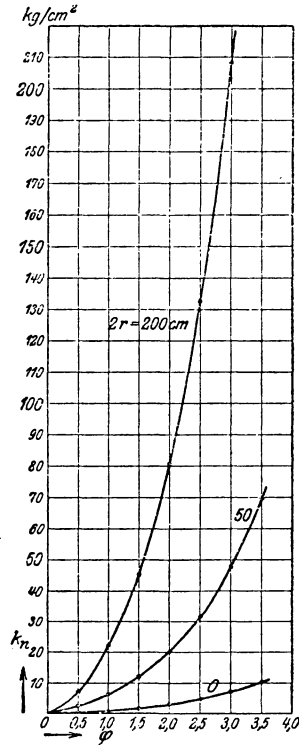


Fig. 66. Zugkraft bei verschiedener  
Scheibengröße bei  $w_g = 0,1$  cm/sec.  
Getriebene Scheibe.  $v = 10$  m/sec.  
 $k_2' = \text{const.} = 4$  kg/cm<sup>2</sup>.

spannungsbogen nochmals aufgetragen, um die Abhängigkeit zwischen  $k_n$  und  $r$  unmittelbarer und deutlicher zu zeigen; wir sehen, daß in einem ziemlich weiten Bereiche der Durchmesser fast genaue Proportionalität zwischen Zugkraft und Scheibengröße herrscht.

Interesse bietet noch ein Blick auf das Verhalten verschieden großer Scheiben bei gleichem Gesamtschlupf. In Fig. 68 ist für  $\varphi = 3$  die Zugkraft für verschiedene Werte des Gesamtschlupfes als Funktion der Scheibengröße aufgetragen: wir sehen, daß sich bei jedem Schlupf die Zugkraft einem Maximum nähert, das durch die Bedingung  $w = w_g$  gegeben ist; durch Scheibenvergrößerung läßt sich bei gegebenem  $w$

eine Zugkraftvermehrung über die durch  $w_e$  gegebene Grenze hinaus naturgemäß nicht erreichen. Die Fig. 68 kann dazu benutzt werden, um bei gegebenen  $w$  für beliebige Zugkräfte die (bei  $v = 10$ ) mindest erforderliche Scheibengröße zu bestimmen.

**Verhalten des normalen Vorspannungstriebes.** Durch die bisherigen Betrachtungen ist das Verhalten eines Triebes mit konstanter Spannung im schlaffen Trum klargestellt. Wir können nun von den hierbei gewonnenen Ergebnissen ausgehend

leicht auch das Verhalten des normalen Vorspannungstriebes übersehen.

Das charakteristische Unterscheidungsmerkmal dieses normalen Triebes gegenüber dem Triebe mit konstanter Sekundärspannung besteht darin, daß hier die Sekundärspannung mit wachsender Nutzlast sinkt, und zwar nach Gesetzen, welche im Abschnitt V näher behandelt werden. Beachten wir den wesentlichen Umstand, daß (bei gegebener Vorspannung) jeder Nutzlast eine ganz bestimmte Sekundärspannung zugeordnet ist, so können wir das Verhalten dieses Vorspannungstriebes offenbar mit Hilfe der für den Trieb mit konstanter Sekundärspannung gefundenen Ergebnisse punktweise ermitteln; wir brauchen zu diesem Zwecke nur eine Reihe verschiedener konstanter Sekundärspannungen zu untersuchen und können aus den hierbei gewonnenen Kurvenscharen dann die Punkte für die Aufzeichnung der entsprechenden Kurvenschar für den zu untersuchenden Vorspannungstrieb unmittelbar entnehmen.

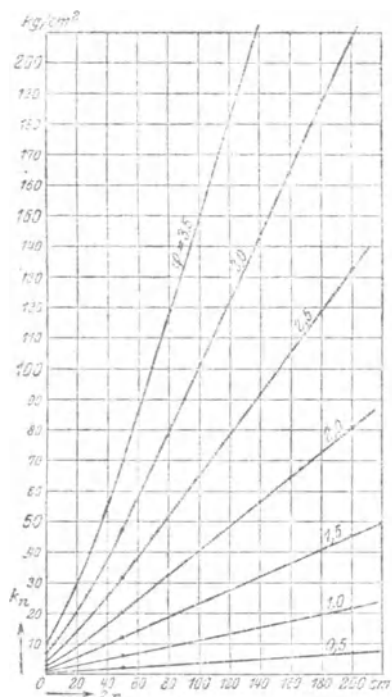


Fig. 67. Zugkraft bei  $w_p = 0,1$  cm/sec als Funktion des Scheibendurchmessers  $2r$ .  
Getriebene Scheibe.  $v = 10$  m/sec.  
 $k_2' = \text{const.} = \text{kg/cm}^2$ .

Wir können, auch ohne unser Zahlenbeispiel nach dieser Richtung auszudehnen, leicht übersehen, welche Unterschiede in dem Verhalten dieses Triebes gegenüber den für den Trieb konstanter Sekundärspannung ermittelten Beziehungen zu erwarten sind.

Da bei niedrigerer Sekundärspannung offenbar dem gleichen Schlupf niedrigere Zugkräfte entsprechen müssen, so werden die Kurven  $w = f(k_n)$  steiler verlaufen als beim Lenixtrieb; da die Sekundärspannung mit

steigendem  $k_n$  allmählich immer weiter sinkt, so werden diese Kurven eine Krümmung nach oben aufweisen, so daß die Stabilität des Triebes sich mit steigendem  $k_n$  nicht unerheblich verschlechtert; die Anfangsstelle der  $w$ -Kurven werden sich indes auch hier an eine konstante Kurve  $w_g = 0$  anschmiegen; diese  $w_g$ -Kurve ist jedoch mit der des Triebes konstanter Sekundärspannung nicht identisch, sondern

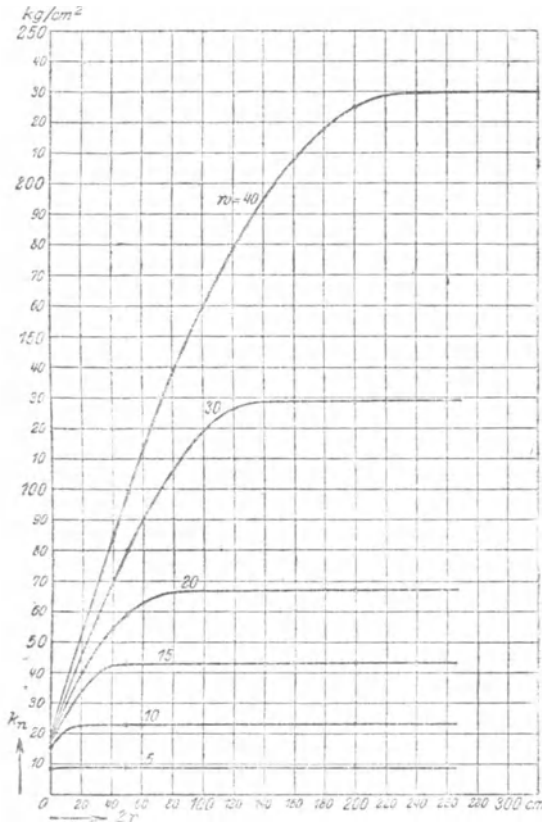


Fig. 68. Zugkraft bei konstantem  $w$  als Funktion des Scheibendurchmessers  $2r$ .  
Getriebene Scheibe.  $\varphi = 3$ .  $v = 10$  m/sec.  $k'_2 = \text{const} = 4$  kg/cm<sup>2</sup>.

ergibt sich nach Fig. 51/52, und es wird auch das merkliche Einsetzen des Gleitschlupfes, d. h. das Abschwanken der  $w$ -Kurven von der  $w_g$ -Kurve aus nach oben, früher beginnen. Das Ergebnis wird etwa ein Kurvenverlauf sein, wie er in Fig. 69 skizziert ist: Hier stellt  $a$  die Kurve  $w = f(k_n)$  für den Trieb mit  $k'_2 = \text{const}$  dar und  $b$  die für die gleichen Verhältnisse (also für ein dem konstanten  $k'_2$  von  $a$  gleiches  $k_v$ ) gültige Kurve für den normalen Vorspannungstrieb mit sinkendem  $k'_2$ .

Wir erkennen, daß der normale Vorspannungstrieb mit sinkendem

$k_2'$  ein erheblich schlechteres Verhalten zeigt als der Trieb mit konstantem  $k_2'$  (Lenixtrieb): größerer Schlupf, geringere Zugkraft, geringere Stabilität.

**Einfluß der Temperatur und Feuchtigkeit.** Es ist bekannt, daß Feuchtigkeit die Zugkraft von Riementrieben nachteilig beeinflusst. Die Versuche von Friederich deuten auf einen ähnlich schädlichen Einfluß der Erwärmung des Triebes hin. Die Versuche von Lewis zeigen endlich eine Abnahme der Zugkraft mit der Zeitdauer der Belastung des Triebes. Alle drei Erscheinungen bilden eine starke Stütze für die Annahme, daß der Teil der Reibung zwischen Riemen und Scheibe, welcher von der Größe der berührten Fläche abhängt, in seinem Wesen Flüssigkeitsreibung darstellt. Dann würde die Abnahme der

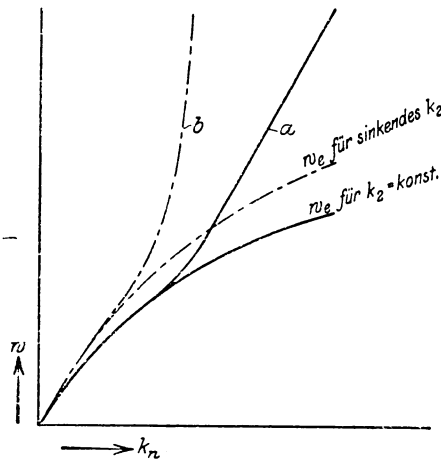


Fig. 69. Grundsätzlicher Verlauf des Schlupfes.  
 a beim Trieb mit  $k_2' = \text{const.}$   
 b beim Vorspannungstrieb mit sinkendem  $k_2'$ .

Zugkraft durch Feuchtigkeit sich dadurch erklären, daß das in der Regel als Zwischenflüssigkeit wirksame Riemenfett ganz oder zum Teil durch eine sich einschleibende Wasserschicht ersetzt wird, wodurch an Stelle des hohen Gleitmoduls des Fettes der niedrige des Wassers treten und dadurch die Zugkraft verringern würde, wobei indes ein Teil dieser Verringerung durch die geringere Dicke der Wasserschicht gegenüber der Fettschicht wieder aufgehoben wird (siehe oben, Formel 33). Der schädliche Einfluß der Erwärmung des Triebes wäre ohne

weiteres durch die Abnahme des Gleitmoduls jedes Fettes mit der Temperatur erklärt, während der von Lewis beobachtete Einfluß der Zeit sich dahin aufklären würde, daß von der durch den Schlupf erzeugten Reibungswärme von Versuchsbeginn an mit fortschreitender Zeit eine Temperaturerhöhung des Triebes herbeigeführt und damit auch hier durch die Abnahme des Gleitmoduls eine Zugkraftabnahme resp. bei konstanter übertragener Kraft eine entsprechende Schlupferhöhung bewirkt wird. Diese Verhältnisse werden durch die Lewissche Versuchsreihe Nr. 353—360 (Tafel III) sehr gut illustriert (Fig. 70): wir sehen, wie der Schlupf bei konstant gehaltener Belastung erst langsam, dann immer schneller steigt, wie eine Entlastung das Tempo der Zunahme etwas verringert, und wie endlich eine weitere Lastverminderung wieder zu einer allmählichen Abnahme des Schlupfes führt. Genaue Temperaturbe-

obachtungen sind allerdings von Lewis nicht gemacht worden, doch läßt der ganze Charakter der beobachteten Verhältnisse kaum einen Zweifel daran übrig, daß wir es hier, wie ja später auch von Friederich an seiner Bremsanordnung nachgewiesen, mit Temperatureinflüssen zu tun haben.

Eine interessante Beobachtung lassen noch die Lewis'schen Versuche zu: wir können nämlich aus einzelnen Versuchsreihen Kurvenscharen aufzeichnen, welche den Schlupf als Funktion der Belastung für verschiedene Zeiträume nach Auflegen der Last darstellen. Dies ist beispielsweise in Fig. 71 unter Benutzung der Versuche Nr. 230—237, Tafel IV, ausgeführt. Wenn die Zahl der Punkte auch gering ist, läßt sich doch der Kurvencharakter deutlich erkennen; wir haben hier offenbar Schlupfkurven des normalen Vorspannungstriebes vor uns, deren Punkte je einer ganz bestimmten Temperatur entsprechen und welche somit, wenn Lewis diese Temperaturen selbst gemessen hätte, den Einfluß der Temperatur genauer zu erkennen erlaubt hätten; so indes zeigen sie nur den Einfluß der Belastungszeit.

**Weitere Aufgaben der Forschung.** Wir legten unserem Zahlenbeispiel für den Verlauf der Abhängig-

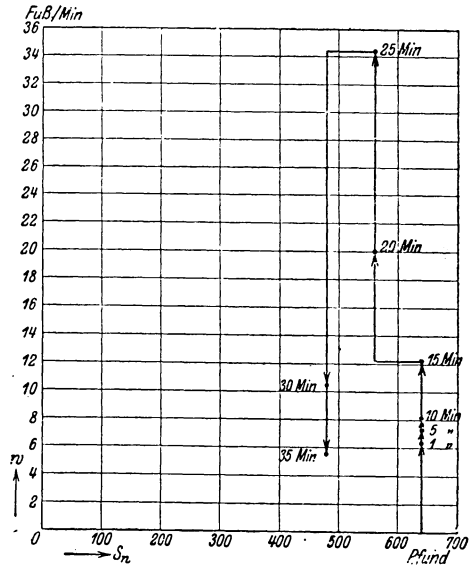


Fig. 70. Schlupfverlauf bei dem Dauerversuch von Lewis, Versuchs-Nr. 353—360.

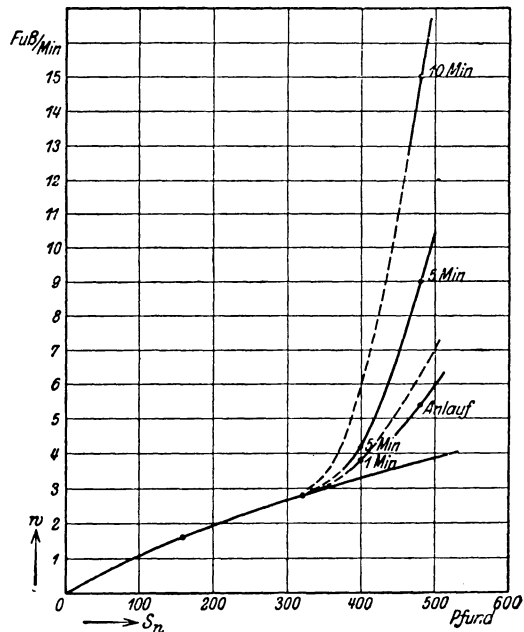


Fig. 71. Schlupfkurven für verschiedene Zeiträume nach Auflegen der Last, nach den Lewis'schen Versuchen Nr. 230—237.

keiten zwischen Schlupf, Zugkraft, Riemengeschwindigkeit und Scheibengröße die aus den Skutschschen Versuchen ermittelten Werte von  $\mu$  und  $\nu$ , nach Absolutwert wie nach allgemeinem Verlauf der Abhängigkeit von  $w$ , zugrunde und mußten dies tun, weil dies das einzige bis heute überhaupt zur Verfügung stehende brauchbare Material darstellt. Daß diese Grundlagen unbedingt noch weiterer und gründlicher Ergänzung bedürfen, ist klar und ergibt sich schon daraus, daß diese Werte für eine mit Talg gefettete Flußeisenbahn gültig sind und damit höchstwahrscheinlich nicht unerheblich über die Zahlenwerte hinausgehen, welche für Riemen normalen Fettungszustandes auf normalen Gußeisenscheiben gelten. Dies dürfte bei der quantitativen Wertung der auf Grund dieser Unterlagen gewonnenen Kurven wohl zu berücksichtigen sein. Ich möchte nicht unterlassen, darauf hinzuweisen, daß gerade hier sobald als möglich systematische Forschungen einsetzen müssen, welche die für den weiteren Ausbau und die praktische Anwendung der Theorie der kombinierten Reibung erforderlichen zahlenmäßigen Grundlagen in Gestalt von  $\mu$ - und  $\nu$ -Kurven experimentell sicherstellen. Es handelt sich hierbei offensichtlich um subtilste Messungen physikalischer Natur, welche mit Sicherheit wohl nur auf dem Wege physikalischer Laboratoriumsversuche zu erledigen und an technischen Anordnungen, wie z. B. Bremsen oder Riemetrieben, dann lediglich zu verifizieren sind. Es geht eben hier um die Grundlagen des Reibungsproblems, das sich bisher der wissenschaftlichen Erkenntnis mehr als manches andere verschlossen hat.

Ein weiterer wunder Punkt der bisherigen experimentellen Riemetriebforschung ist das Problem der Schlupfmessung. Wie ersichtlich, muß selbst die bisher vollkommenste Schlupfmessung, nämlich die mit der Lewisschen Vorrichtung, wegen der Abhängigkeit des Schlupfes von der Zeit zu mancherlei Ungenauigkeiten führen. Die Methode der direkten Messung der Geschwindigkeiten an verschiedenen Stellen des Triebes, wie sie von Fieber an seinem Gummiriemen angewandt wurde, gibt bei Leder ungenaue Resultate und wird bei hohen Geschwindigkeiten überhaupt nur schwierig anzuwenden sein. Wünschenswert wäre eine Vorrichtung, welche den Schlupf jeder einzelnen Scheibe in jedem Augenblicke abzulesen gestattet, also keine Zeitintegrale mißt und am besten eine fortlaufende Registrierung ermöglicht. Eine solche Meßvorrichtung wird indes schwer herzustellen sein. Eine einfache Lösung ergibt sich indes, wenn man auf die Messung bei jeder einzelnen Scheibe verzichtet und sich die Registrierung des Gesamtschlupfes zum Ziele setzt. Hierfür läßt sich eine brauchbare Meßeinrichtung in der Weise schaffen, daß mit jeder der beiden Riemenscheibenwellen eine kleine Gleichstrom-Tachometerdynamo unmittelbar gekuppelt wird. Beide Tachometerdynamos werden aus einer konstanten Stromquelle fremd erregt. Schaltet

man sodann ihre Anker gegeneinander, so gibt, wenn beide Tachometerdynamos für gleiche Spannung gewickelt sind, die resultierende Spannung unmittelbar den Gesamtschlupf an. Man kann den Schlupf bei dieser Einrichtung also ohne weiteres an einem Voltmeter ablesen oder ihn mit Hilfe eines Schreibinstrumentes fortlaufend registrieren. Versuche mit derartigen Registriervorrichtungen müßten dann auch endlich Klarheit über die Ursachen der von manchen Beobachtern festgestellten, scheinbar ganz unmotivierten Schlupfverschiedenheiten bei angeblich unveränderten Versuchsbedingungen bringen. Frappante Beispiele solcher Schlupfverschiedenheiten gibt u. a. Sawdon<sup>1)</sup>, ohne irgendeine Erklärung dafür nennen zu können. In diesem Falle rühren dieselben höchstwahrscheinlich von Änderungen im Fettungszustande des Riemens und der Scheiben sowie von Einflüssen der Luftfeuchtigkeit und der Temperatur her; es fehlt aber die einwandfreie Feststellung dieser Zusammenhänge und eben diese wird mittels einer exakt arbeitenden und leicht zu handhabenden Schlupfregistriervorrichtung erreicht werden können.

## V. Die Kraft- und Geschwindigkeitsverhältnisse im Riementrieb.

### a) Der Riementrieb mit verschwindend kleiner Riemengeschwindigkeit (ruhender Trieb).

Wir setzen zunächst voraus, daß die zu betrachtenden Riementriebe mit so niedrigen Geschwindigkeiten laufen, daß der Einfluß der Flieh- und Beschleunigungskräfte vernachlässigt werden kann. Daß bei diesen verschwindend kleinen Riemenlaufgeschwindigkeiten die zur Erzielung der erforderlichen Zugkräfte nötigen Schlupfgeschwindigkeiten sehr hohe Relativbeträge erreichen, ist ebenso wie überhaupt die Art des Ursprungs der Kräfte zwischen Riemen und Scheibe für unsere jetzt vorzunehmende Betrachtung der Kraftverhältnisse des Triebes ganz ohne Belang. Wenn wir wollen, können wir uns daher auch vorstellen, daß die Kraftübertragung zwischen Riemen und Scheibe nicht durch Reibung, sondern durch eine Art Verzahnung der Scheibe, welche in entsprechende Lücken des Riemens eingreift, bewirkt wird. Alle Betrachtungen dieses Abschnittes gelten demnach, obwohl sie mit spezieller Rücksicht auf den Riementrieb gemacht werden, ganz allgemein für alle Triebe mit fadenförmigem Kraftvermittelungsorgan, als deren Hauptrepräsentanten Riementriebe, Seiltriebe und Kettentriebe bekannt sind.

---

<sup>1)</sup> a. a. O. Fig. 3 und 5.



**Beziehungen zwischen den Kräften.** Die einzige Beziehung zwischen den auf die Riemenscheibe wirkenden Kräften, welche unter allen Umständen Gültigkeit hat, wird durch die Gleichgewichtsbedingung, daß die Summe aller Kräfte gleich Null sein muß, dargestellt. Als äußere Kräfte wirken auf die Riemenscheibe, wenn, was im folgenden stets geschehen soll, von dem Eigengewicht der Scheiben abgesehen wird, lediglich einerseits die beiden Trumkräfte  $S'_1$  und  $S'_2$  und andererseits der Achsdruck  $A$ . Es muß also stets die Beziehung erfüllt sein:

$$A + S'_1 + S'_2 = 0, \quad (51)$$

wobei die Addition im allgemeinen geometrisch vorzunehmen ist und nur bei gleicher Scheibengröße algebraisch<sup>1)</sup>. Unter Berücksichtigung der allgemein gültigen Beziehung:

$$S_n = S'_1 - S'_2 \quad (52)$$

ergibt sich dann für den Achsdruck

$$A + S_n + S'_2 + S'_2 = 0. \quad (53)$$

Diese Beziehung, bei welcher ebenfalls die Addition der Kräfte geometrisch vorzunehmen ist, ist demnach die für den Verlauf des Achsdruckes bei allen Riemetrieben maßgebende. Sie geht für den Trieb 1 : 1 über in die algebraische Form<sup>1)</sup>:

$$A = S_n + 2 S'_2. \quad (54)$$

Der entscheidende Bestandteil des Achsdruckes ist danach die übertragene Nutzkraft  $S_n$ , und die vorherrschende Tendenz des Verlaufs des Achsdruckes wird ein Anstieg proportional  $S_n$  sein. Modifizierend wirkt daneben die Größe der Spannung im schlaffen Trum, die in der Hauptsache durch die speziellen Verhältnisse des einzelnen Triebes und insbesondere bei gewöhnlichen Trieben durch die Größe der Vorspannung beeinflußt wird.

Der resultierende Verlauf des Achsdruckes in Abhängigkeit von der Nutzbelastung hängt also wesentlich davon ab, ob und in welchem Grade durch die Anordnung des Triebes die Spannung im schlaffen Trum bei wachsender Belastung aufrechterhalten wird.

Dieser Zusammenhang ist ein so einleuchtend klarer und einfacher, daß es verwunderlich ist, wie man ihn bisher so gänzlich übersehen und statt dessen die bei normalen Trieben mit der Wirklichkeit in starkem Kontrast stehende Hypothese der Konstanz des Achsdruckes unabhängig von  $S_n$  künstlich aufbauen konnte.

<sup>1)</sup> Unter Vernachlässigung der Trumwinkelunterschiede.

**$S'_2$ -Charakteristik.** Wir bemerken aber noch eine wichtige Tatsache. Schreiben wir nämlich Gleichung 52 in der Form:

$$S'_1 = S_n + S'_2, \quad (55)$$

so erkennen wir, daß nicht nur der Achsdruck, sondern die gesamten Kraftverhältnisse in jedem Riementrieb durch die Beziehung

$$S'_2 = f(S_n) \quad (56)$$

völlig eindeutig bestimmt sind, da bei Kenntnis dieser Funktion die übrigen freien Kräfte, nämlich  $S'_1$  und  $A$ , ebenfalls bekannt sind. Wir haben also das für den Riementrieb charakteristische Gleichungssystem 56, 55 und 54:

$$S'_2 = f(S_n) \quad (56)$$

$$S'_1 = S_n + S'_2 \quad (55)$$

$$A = S_n + 2 S'_2 \quad (54)$$

und finden hier in der Gleichung 56 eine Beziehung, welche wir als die  $S'_2$ -Charakteristik des Riementriebes bezeichnen können. Bei allen Untersuchungen über Riementriebe genügt es, diese  $S'_2$ -Charakteristik festzustellen, um über das Gesamtverhalten des Triebes bei variabler Last erschöpfende Auskunft zu erhalten.

Wir betrachten einige Anordnungen verschiedener  $S'_2$ -Charakteristik.

**Anordnung a:  $S'_2 = 0$ .** Bei einer Anordnung ( $a$ ), welche gänzlich ohne Vorspannung arbeitet, ist

$$S'_{2a} = 0.$$

Somit ist hier:

$$S'_{1a} = S_n$$

und

$$A_a = S_n.$$

Sowohl die Kraft im strammen Trum  $S'_{1a}$  wie die Achskraft  $A_a$  werden daher, Fig. 72, durch die gleiche, durch den Koordinatenanfangspunkt gehende Gerade dargestellt, während die Kraft  $S'_{2a} = 0$  in der Abszissenachse verläuft.

Eine solche, der Bedingung  $S'_2 = 0$  entsprechende Anordnung ist als Riementrieb schwer ausführbar, aber doch denkbar. Sie ist in jedem Kettentrieb verwirklicht, wenn man die Kette selbst als gewichtlos betrachtet oder die Kettentrümer auf Führungsbahnen gleiten läßt, welche einen Durchhang derselben verhindern.

**Anordnung b:  $S'_1 + S'_2 = \text{const.}$**  Es läßt sich andererseits auch eine Anordnung ( $b$ ) ausführen, bei welcher die Grashofsche Beziehung gültig ist:

$$S'_1 + S'_2 = 2 S'_0 = \text{const.},$$



lastungsgewicht  $B$  ausgeübten Zugkraft ist, also:

$$A_b = 2 S'_0 = S_n + 2 S'_{2b} = \text{const.} = B.$$

Die maximal übertragbare Nutzkraft ist also ebenfalls:

$$S_{n \text{ max}} = 2 S'_0 = B,$$

wobei dann der Zug im schlaffen Trum = Null sein müßte. Diese Grenze wird tatsächlich nicht erreicht, da sie ein Verschwinden des

Einflusses des Durchhangs und des Eigengewichts

des schlaffen Trums zur Voraussetzung hat, Voraussetzungen, welche nicht erfüllt werden können. Die praktische Grenze ist erreicht, wenn sich die beiden Scheiben so weit genähert haben, daß sich ihre Umfänge in den Punkten  $a$  und  $b$  berühren.

Der Achsdruck verläuft bei dieser Anordnung (welcher im übrigen nur theoretisches Interesse, aber kaum praktische Bedeutung zukommt) also nach der horizontalen Geraden  $A_b$  (Fig. 72);  $S'_{1b}$  und  $S'_{2b}$  folgen den um den Winkel  $\text{arc tg } 1/2$  gegen die Horizontale geneigten gleichbezeichneten Geraden.

**Anordnung c.** Eine andere, von der Achsenverschiebung freie Anordnung (c) wird durch Fig. 74 dargestellt, bei welcher allerdings Unabhängigkeit von  $v$  nicht vorhanden ist. Hier möge beispielsweise das obenliegende Trum das stramme, das untenliegende das

schlaffe sein. Die beiden Spannrollen I und II seien ebenso wie die Spannvorrichtungen selbst als gewichtslos betrachtet, und die beiden Federn, welche auf die Spannrollen wirken, mögen gleich stark sein und eine gleiche Spannungs-Dehnungs-Charakteristik haben; außerdem sei der Riemen als unelastisch vorausgesetzt. Mit dieser Anordnung läßt sich durch entsprechende Anspannung der beiden Federn  $F_1$  und  $F_2$  eine beliebige Vorspannung einstellen, und es tritt bei Übertragung einer Nutzkraft von



Fig. 73. Anordnung (b) für konstanten Achsdruck.

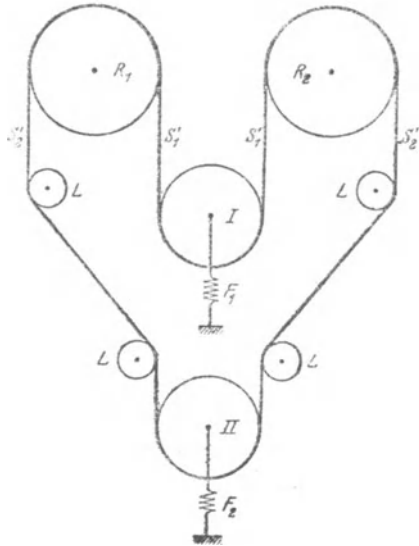


Fig. 74. Anordnung (c) für konstanten Achsdruck.

der Riemenscheibe  $R_1$  auf  $R_2$ , oder umgekehrt, in der Tat im schlaffen Trum  $S'_2$  eine Entlastung bis auf Null herab ein, welche der Mehrbelastung im strammen Trum  $S'_1$  genau gleich ist. Bei dieser Anordnung ist also:

$$A_c = 2 S'_0 = S_n + 2 S'_{2c} = \text{const.},$$

und der Achsdruck verläuft wie bei der Anordnung  $b$  in der der Vorspannung entsprechenden horizontalen Geraden. Die Grenze der Belastungsfähigkeit der Anordnung  $c$  liegt jedoch erheblich weiter als bei Anordnung  $b$ . Sie würde in dem  $S'_{2c} = 0$  und  $S_n = 2 S'_0$  entsprechenden Punkte  $a$ , Fig. 72, liegen, wenn die Grashofsche Anschauung zuträfe, daß für eine Nutzkraftübertragung ein Zug im schlaffen Trum Vorbedingung sei. Da dies (vgl. Anordnung  $a$ ) nicht unbedingt der Fall ist, weil die Mitnahmekraft zwischen Riemen und Scheibe auch

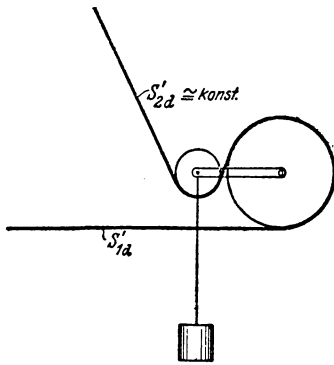


Fig. 75. Anordnung ( $d$ ) für konstantes  $S'_2$ .

durch Verzahnung oder ähnliche Mittel gesichert werden kann, so wird in dem vorliegenden Falle eine Nutzbelastung über den Punkt  $a$  hinaus bei konstantem  $S'_{2c} = 0$  möglich sein, wobei dann die von da ab mit  $S'_{1c}$  identische Achskraft  $A_c$  weiterhin der ansteigenden Geraden  $S_n$  folgt. Daß im übrigen auch dieser Anordnung praktische Bedeutung kaum innewohnt, bedarf wohl keiner weiteren Hervorhebung.

**Anordnung  $d$ :**  $S'_2 = \text{const.}$  Weiter lassen sich Anordnungen ( $d$ ) ausführen, bei welchen die Spannung im schlaffen Trum künstlich auf einem von Null verschiedenen Wert konstant gehalten wird. Eine Anordnung, bei welcher diese Konstanz der Spannung im schlaffen Trum mit ziemlicher Genauigkeit eingehalten wird, wird beispielsweise durch Fig. 75 dargestellt. Es handelt sich hierbei, wie ersichtlich, um eine Anordnung, analog den bekannten Lenixtrieben. Hierbei folgt also der Zug im schlaffen Trum der horizontalen Geraden  $S'_{2d}$ , während die Kraft im strammen Trum und der Achsdruck nach den der Nutzkraftgeraden parallel ansteigenden geraden Linien  $S'_1$  und  $A_d$  (Fig. 72) verlaufen<sup>1)</sup>. Diese Anordnung ist theoretisch (vgl. Abschnitt IV) und praktisch von ganz besonderer Wichtigkeit.

**Anordnung  $e$ :**  $S'_2$  steigend. Natürlich braucht man bei der Konstanz von  $S'_2$  nicht stehen zu bleiben, sondern kann auch Anordnungen ausführen, bei welchem durch künstliche Mittel eine automatisch eintretende Steigerung von  $S'_2$  mit steigendem  $S_n$  erzielt wird. Dies kann

<sup>1)</sup> Die Bemerkung von Bach (Maschinenelemente 11. Aufl., S. 443) über den Achsdruck bei Trieben mit beweglichen Leitrollen ist hiernach zu berichtigen.

beispielsweise durch bewegliche Spannrollen in Verbindung mit Hebelanordnungen, welche die Spannrollenbelastung variabel machen, geschehen, doch soll auf die diesbezüglich bestehenden konstruktiven Möglichkeiten hier nicht weiter eingegangen werden.

**Normale Anordnung.** Bei der gewöhnlichen Anordnung des Riementriebes, bei welcher die Vorspannung nicht durch irgendwelche künstliche Vorkehrungen, sondern lediglich durch die Elastizität und das Eigengewicht des durchhängenden Riemens hervorgerufen wird, verlaufen die Kurven für  $S'_2$ ,  $S'_1$  und  $A$  in den von den entsprechenden Geraden der Anordnungen  $b$ ,  $c$  und  $d$  begrenzten Räumen der Fig. 72. So liegen also sämtliche Kurven der Trumkraft  $S'_2$  in dem Raume zwischen den Geraden  $S'_{2b}$ ,  $S'_{2c}$  und  $S'_{2d}$ ; sämtliche Kurven der Trumkraft  $S'_1$  in dem Raume zwischen den Geraden  $S'_{1b}$ ,  $S'_{1c}$  und  $S'_{1d}$ ; sämtliche Achsdruckkurven  $A$  in dem Raume zwischen den Geraden  $A_b$ ,  $A_c$ , und  $A_d$ .

Über den speziellen Verlauf dieser Kurven lassen sich noch einige weitere allgemeine Angaben machen, welche den Charakter der Kurven leicht erkennen lassen:

1. Sämtliche Kurven  $S'_2$  haben in ihrem Anfangspunkte  $S'_0$  die mit dem Neigungswinkel  $\arctan \frac{1}{2}$  fallende Gerade  $S'_{2b}$  als Tangente<sup>1)</sup> und nähern sich der Abszissenachse ( $S'_{2a}$ ) asymptotisch.

2. Sämtliche Kurven  $S'_1$  haben in ihrem Anfangspunkte  $S'_0$  die mit dem Steigungswinkel  $\arctan \frac{1}{2}$  steigende Gerade  $S'_{1b}$  als Tangente und nähern sich der Nutzkraftgeraden ( $S_n$ ,  $S'_{1a}$ ) asymptotisch; dies folgt unmittelbar aus Satz 1.

3. Sämtliche Kurven  $A$  haben in ihrem Anfangspunkte  $A_0 = 2 S'_0$  die horizontale Gerade  $A_b$  als Tangente und nähern sich der Nutzkraftgeraden ( $S_n$ ,  $A_a$ ) asymptotisch; dies folgt ebenfalls unmittelbar aus Satz 1.

Im einzelnen wird der Verlauf sämtlicher Kurven  $S'_2$ ,  $S'_1$  und  $A$  durch die spezielle Anordnung des Triebes (Achsenlage und Achsenentfernung), die Höhe der Vorspannung und die Eigenschaften des verwendeten Riemenmaterials (Durchhang, spezifisches Gewicht, Elastizität) bedingt. Beispielsweise werden Triebe mit großer Achsdistanz oder Riemen großen spezifischen Gewichts, oder auch künstlich, etwa durch aufgelegtes Metall usw., beschwerte Riemen<sup>2)</sup>, bei welchen die gleiche Vorspannung

<sup>1)</sup> Die Begründung ergibt sich aus der Erwägung, daß die Kurven für  $S'_1$  und  $S'_2$  in der Kutzbachschen Darstellung (vgl. z. B. Fig. 51, Abschnitt IV) für verschwindend kleine  $S_n$  der für den Punkt  $S_n = 0$  (Punkt  $a$ , Fig. 51) gültigen gemeinsamen Tangente folgen, das Verhalten in diesem Anfangsbereich also so ist, wie es für den Trieb, bei welchem  $S'_2$  in ebensolchem Maße fällt, wie  $S'_1$  steigt, also für Anordnung  $b$ , gefunden wurde.

<sup>2)</sup> Hierhin gehört z. B. der durch aufgelegte Hölzer seitlich versteifte Riemen des bekannten Reeves-Geschwindigkeitsregelgetriebes.

einem größeren Durchhang zugeordnet ist als bei Riemen mit geringem spezifischen Gewichte, Achsdruckkurven aufweisen, welche höher liegen und also etwa der Kurve 1 entsprechen, während leichte Riemen etwa nach Kurve 2 verlaufende Kräfte  $S'_2$  und Achsdrücke  $A$  erzeugen werden. Unter normalen Verhältnissen des Achsabstandes werden indes die Kurven für ein bestimmtes  $S'_0$  nicht sehr stark voneinander abweichen, weil die Unterschiede im spezifischen Gewicht und in den Dehnungseigenschaften bei den normal verwendeten Materialien ebenfalls nicht unverhältnismäßig groß sind. Dagegen wird der Kurvenverlauf bei verschiedenen großen Vorspannungen  $S'_0$  nicht unerhebliche Abweichungen zeigen müssen, weil bei hohem  $S'_0$  der Einfluß der Riemenelastizität und des Durchhanges sich anders geltend macht als bei niedrigen Vorspannungen: die Kurven für  $S'_2$  werden bei hohen Vorspannungen ebenso wie bei kurzen Achsdistanzen stark gekrümmt ausfallen, bei niedrigen Vorspannungen, wie bei großen Achsdistanzen, aber schwächer gekrümmt.

**Genauer Kurvenverlauf.** Der genaue Verlauf der Kurve  $S'_2 = f(S_n)$  beim normalen wagerechten Trieb mit gleichgroßen Scheiben ist indes doch der näheren Betrachtung wert. Gegenüber den Verfechtern analytischer Lösungen halte ich gerade hier die graphische Behandlung für zweckmäßiger; einmal, weil sie leistungsfähiger ist, insofern namentlich, als sie in einfacher Weise auch auf die nichtlinearen Dehnungsgesetze des Leders anwendbar ist, was analytisch nicht gut möglich ist; vor allen Dingen aber, weil sie viel anschaulicher ist, eine Eigenschaft, deren Wert bei allen naturwissenschaftlichen Untersuchungen kaum überschätzt werden kann. Weiter aber reicht auch der Genauigkeitsgrad des graphischen Untersuchungsverfahrens hier vollkommen aus. Es ist ja zu beachten, daß das Objekt der Untersuchung, das Riemenleder, so molluskenhaft veränderliche Elastizitätseigenschaften zeigt, daß es nicht nur unnütz, sondern geradezu falsch wäre, wollte man sein Verhalten als Treibriemen mit dezimalenhafter Genauigkeit behandeln. Wir setzen daher auch für die weiteren Überlegungen, um überhaupt einen gewissen Überblick zu ermöglichen, zunächst voraus, daß die zu betrachtenden Riemen von elastischer Nachwirkung so weit frei seien, daß dieselbe in den in Betracht kommenden Zeiten sich nicht bemerkbar macht.

Dies vorausgeschickt, soll nun zuerst das Verhalten eines wagerecht ausgespannten Riemenstückes untersucht und sodann das Ergebnis zur Feststellung der Kurve  $S'_2 = f(S_n)$  benutzt werden. Ich baue hierbei in der Hauptsache auf von Kutzbach und Barth gegebenen Grundlagen auf.

**Die Sehnenkurve.** Wir betrachten ein Riemenstück mit dem Querschnitt  $1 \text{ cm}^2$ , das im spannungslosen Zustande die Länge  $1_u$  (Urlänge)

hat und das, wie erwähnt, als frei von elastischer Nachwirkung vorausgesetzt wird. Dasselbe sei, Fig. 76a, am rechten Ende  $A$  starr befestigt, während das linke Ende  $B$ , das in gleicher Höhe wie das rechte liegt, horizontal verschieblich ist. Das Gleichgewicht wird durch die in die Tangente des Riemenendes fallende Kraft  $k$  erhalten. Die Sehne der vom durchhängenden Riemenstück gebildeten Kettenlinie ist  $= a$ .

Ändern wir nunmehr die Kraft  $k$ , so wird zu jedem  $k$  eine bestimmte Lage des Punktes  $B$  gehören. Wird der Riemen zunächst als undeformbar vorausgesetzt, so ist die Lage von  $B$  nur vom Durchhang abhängig. Zeichnen wir die zu jeder Lage von  $B$  gehörigen Kräfte  $k$  als Funktion der Lage von  $B$  auf, so erhält man die Durchhangskurve  $k = f(\lambda_a)$ ,

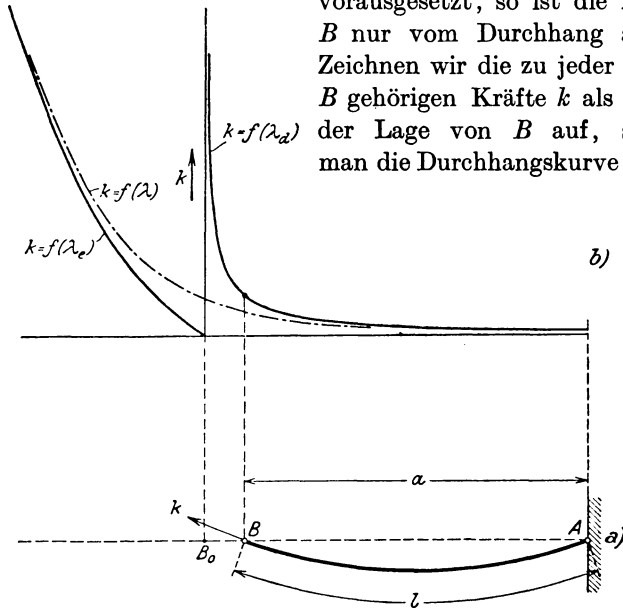


Fig. 76 a, b. Entstehung der „Sehnenkurve“.

Fig. 76b. Die Kurve läßt sich aus der Kettenlinie leicht berechnen nach der Näherungsformel:

$$k = \frac{ql}{\sqrt{24}} \sqrt{\frac{l}{l-a}}, \quad (57)$$

worin  $l$  = Länge des durchhängenden Riemenstückes in m und  $q$  = Gewicht eines Riemenstückes von 1 m Länge und 1 cm<sup>2</sup> Querschnitt in kg.

Lassen wir die Voraussetzung der Undehnbarkeit des Riemens fallen, so gehört zu jeder Belastung durch den Durchhang, also zu jedem  $k$ , eine elastische Dehnung vom Betrage  $\epsilon l_u = \lambda_e$ . Um diesen Betrag ist also der Riemen bei gleichem  $k$  länger als im undeformbaren Zustande. Die Folge ist, daß sich der Endpunkt  $B$  um einen dieser Verlängerung entsprechenden Betrag  $\Delta a$  weiter nach links verschiebt. Solange es



sich um kleine Durchhänge handelt im Betrage, wie sie bei Riemen-trieben vorzukommen pflegen, kann ohne erheblichen Fehler die Ver- längerung von  $l_u$  der Vergrößerung von  $a$  gleichgesetzt werden; dann ist aber auch  $\Delta a = \lambda_e$ , und die Verschiebung des Punktes  $B$  infolge der elastischen Dehnung kann der elastischen Dehnungscharakteristik des Riemens entnommen werden.

Zu diesem Zwecke denken wir uns jetzt den Riemen ohne Durchhang horizontal ausgespannt, etwa indem er durch eine horizontale Unterlage gestützt wird. Dann liegt im spannungslosen Zustande ( $k = 0$ ) der Endpunkt  $B$  in  $B_0$ . Spannen wir den Riemen, so rückt der Punkt  $B$  mit steigendem  $k$  immer weiter nach links, und die Aufzeichnung der

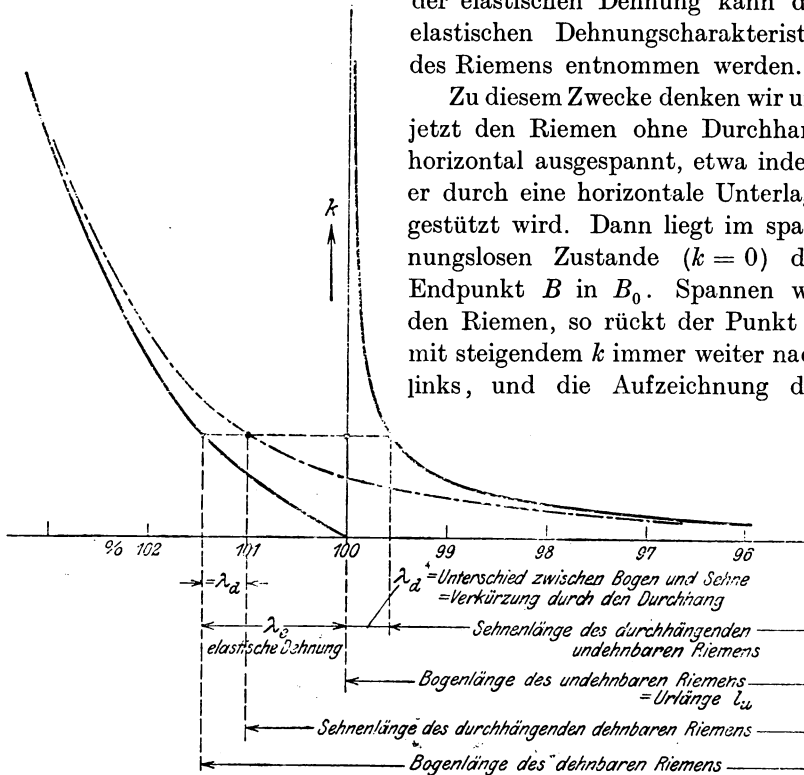


Fig. 77. Sehnkurve.

Spannungen über diesen Punkten ergibt die elastische Dehnungscharakteristik. Diese sei in Fig. 76 b in Gestalt der Dehnungskurve  $k = f(\lambda_e)$  aufgezeichnet.

Bei jeder Belastung  $k$  ist also der Riemen zwei Einflüssen unterworfen:

1. dem Durchhang, welcher die Sehne  $a$  um den Betrag  $\lambda_d$  verkürzt;
2. der elastischen Dehnung, welche die Sehne  $a$  um den Betrag  $\lambda_e$  verlängert.

Die Vereinigung beider Wirkungen ergibt die resultierende Kurve  $k = f(\lambda)$  des durchhängenden und dehnbaren Riemens, welche ich als Sehnänderungskurve oder einfacher als „Sehnkurve“ des

Riemens bezeichnen möchte, und wobei also:

$$\lambda = \lambda_e - \lambda_d$$

zu setzen ist.

In Fig. 77 sind die für die Entwicklung dieser wichtigen Kurve maßgebenden Beziehungen nochmals übersichtlich zusammengestellt.

**Anwendung der Sehnkurve auf den Riementrieb.** Der Versuch, diese Sehnkurve zur Klärung der Verhältnisse des horizontalen Riementriebes anzuwenden,

gelingt nicht ohne weiteres. Es sind beim Riementrieb zwar zwei Bestandteile vorhanden, nämlich die beiden Trümer, welche eine starke Ähnlichkeit mit dem betrachteten frei ausgespannten Riemen aufweisen, doch fehlt ihnen eine wesentliche Eigenschaft, nämlich die der fest bestimmten Endpunkte, durch welche die Längen der beiden Trümer begrenzt sein müßten. Kutzbach ist über diese Schwierigkeit durch Einführung eines Koeffizienten  $\psi$  für die Trumlänge ziemlich leicht hinweggeglitten. Wir

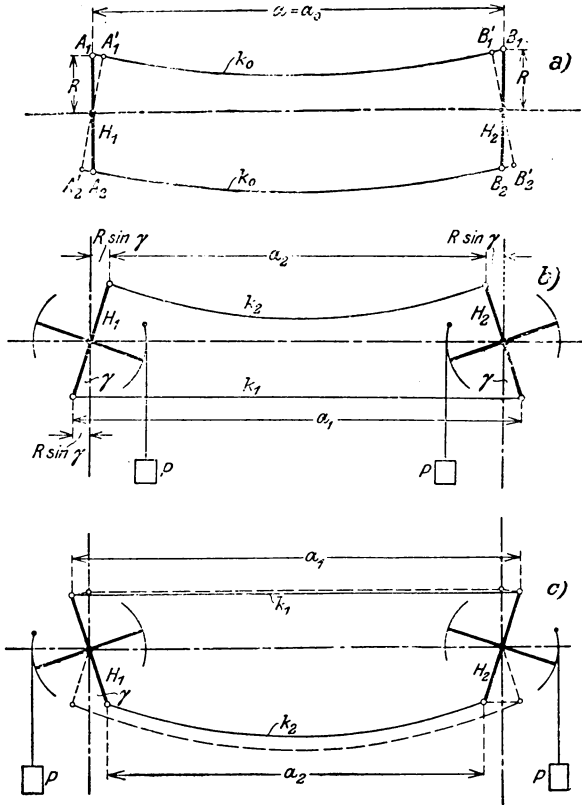


Fig. 78. Zwei-Hebel-Ersatzanordnung.

wenden daher den von Barth benutzten Kunstgriff an und denken uns die beiden Trümer an den Enden zweier drehbar gelagerter Hebel befestigt: Fig. 78. Dann ist hierdurch eine Ersatzanordnung geschaffen, welche die Eigenschaft genauer Fixierung der Trumendpunkte besitzt, und bei welcher daher unsere Sehnkurve auf jedes der beiden Trümer angewendet werden kann.

Bezeichnet  $a$  die Achsenentfernung der beiden Hebel (gleichbedeutend mit der Achsenentfernung der beiden Riemenscheiben des wirklichen

Triebes), so ist im unbelasteten Zustande (Leerlauf mit verschwindender Geschwindigkeit), Fig. 78a, die Sehnenlänge beider Trümer gleich; wir bezeichnen sie mit  $a_0$ , und es ist dann  $a_0 = a$ .

Da unsere Sehnenkurve für beide Trümer gültig ist, so entspricht auf dieser Kurve jeder Punkt einer für beide Trümer gemeinsamen Sehnenlänge  $a_0$ , welche die Vorspannung  $k'_0$  kennzeichnet.

Gehen wir vom Zustand des Leerlaufs zum Zustand unter Belastung über, so wird dieser Zustand bei unserer Zweihebel-Ersatzanordnung dadurch erzeugt, daß die beiden Hebel  $H_1 H_2$  um den gleichen Winkel  $\gamma$  gegeneinander verdreht werden, was der Hinzufügung der Nutzkraft  $k_n$  entspricht: Fig. 78b für die untere, Fig. 78c für die obere Lage des strammen Trums. Durch diese gegenseitige Verdrehung wird die Sehne des schlaffen Trums um den Betrag  $2R \sin \gamma = \lambda_2$  verkürzt und das Trum dadurch gegenüber dem unbelasteten Zustand entsprechend der Sehnenkurve entlastet, während die Sehne des strammen Trums um den gleichen Betrag  $2R \sin \gamma = \lambda_1$  verlängert, das Trum also entsprechend der Sehnenkurve stärker belastet wird. Es ist also:

$$a_2 = a_0 - \lambda_2$$

$$a_1 = a_0 + \lambda_1$$

wobei

$$\lambda_2 = \lambda_1 = 2R \sin \gamma .$$

Wir finden also, daß bei unserem Ersatzmodell auf diese Weise, nämlich durch gegenseitige Verdrehung der Hebel, ein Transport von Sehnenlänge aus dem schlaffen ins stramme Trum bewirkt wird.

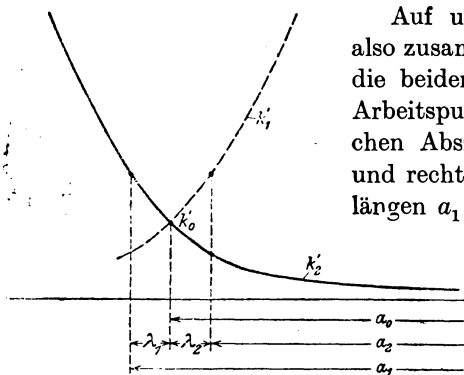


Fig. 79. Kräfteverlauf bei der Zwei-Hebel-Ersatzanordnung.

Auf unserer Sehnenkurve finden wir also zusammengehörige Arbeitspunkte für die beiden Trümer, indem wir von dem Arbeitspunkt  $a_0$  für Leerlauf um den gleichen Abszissenbetrag  $\lambda_1 = \lambda_2$  nach links und rechts gehen und die diesen Sehnenlängen  $a_1$  und  $a_2$  entsprechenden Punkte der Sehnenkurve markieren; Fig. 79. Wir können dabei dann auch den Kutzbachschen Kunstgriff, die Sehnenkurve für das eine der beiden Trümer um die Leerlaufordinate umzuklappen, wodurch

die zusammengehörigen Arbeitspunkte senkrecht übereinander zu liegen kommen, zur Anwendung bringen, und es zeigt sich überhaupt, daß die Kutzbachsche Darstellung der Trumkräfte nicht die Kräfte des wirk-

lichen Riemetriebes, sondern die Kräfte in unserer Zweihebel-Ersatzanordnung zur Darstellung bringt.

Wir haben nun also in Fig. 79 eine Darstellung der in unserer Zweihebel-Ersatzanordnung wirkenden Kräfte gewonnen: Von dem Leerlaufpunkte  $k'_0$  ausgehend, stellt die steigende Kurve die Kräfte  $k'_1$ , die fallende Kurve die Kräfte  $k'_2$  dar, während die zwischen beiden liegenden Ordinatenstücke die Nutzkräfte  $k_n$  darstellen. Wir sind damit auch in der Lage, die Kurve, auf welche es vor allem ankommt, nämlich die Kurve  $k'_2 = f(k_n)$ , wenigstens für unsere Ersatzanordnung aufzuzeichnen. Wir sehen indes davon ab, da uns die Ersatzanordnung nur als Hilfsmittel zur Gewinnung einer ersten Annäherung an die wirklichen Verhältnisse dienen sollte: lediglich diese erste Annäherung wird durch die Fig. 79 dargestellt, und wir haben jetzt, bevor wir Gebrauch davon machen, zunächst den Grad dieser Annäherung an die Wirklichkeit zu prüfen, um gegebenenfalls durch Einführung der erforderlichen Korrekturen durch eine zweite oder dritte Annäherung den Genauigkeitsgrad auf das wünschenswerte Maß zu bringen.

**Fehlerquellen bei der Zweihebel-Ersatzanordnung.** Wir haben also kurz zu prüfen, welche und wie große Unterschiede in den Ergebnissen durch die Ersetzung des wirklichen horizontalen Riemetriebes durch die Zweihebel-Ersatzanordnung entstehen.

Solche Unterschiede bestehen:

1. hinsichtlich der entstehenden Trumkräfte,
2. hinsichtlich des Einflusses der den umspannten Bogen umfassenden Riementeile.

Wir prüfen zunächst die ersteren.

Zu dem in Fig. 78a dargestellten Leerlaufzustand ist vorab zu bemerken, daß die beiden Hebel die gezeichnete senkrechte Lage haben müssen, damit die beiden Sehnen der beiden Trümer bei dem dem Leerlauf entsprechenden Zustande gleiche Länge haben; sie dürfen also nicht etwa bei diesem unbelasteten Zustand senkrecht zu den Kettenlinien, wie in Fig. 78a gestrichelt angedeutet, angeordnet werden, obwohl gerade diese Anordnung den wirklichen Verhältnissen des Riemetriebes genauer entsprechen würde. Auf die Kraftverhältnisse in den Trümmern hat diese kleine Abweichung von der Wirklichkeit keinen merkbaren Einfluß, da angesichts der Kleinheit des Abweichungswinkels die Punkte  $A_1, A'_1, B_1, B'_1$  und  $A_2, A'_2, B_2, B'_2$  fast absolut genau den gleichen Kettenlinien angehören.

Fassen wir nunmehr den Zustand unter Belastung ins Auge, und zwar mit obenliegendem schlaffen Trum. Dieser Belastungszustand wird, wie oben dargelegt, an unserem Ersatzmodell dadurch erzeugt, daß die beiden Hebel um den gleichen Winkel  $\gamma$  gegeneinander gedreht werden, wodurch ein Transport von Sehnenlänge aus dem einen ins andere

Trum bewirkt wird. In dieser Hinsicht gibt unser Ersatzmodell die Eigenschaften des Riementriebes richtig wieder. Wir sehen aber aus der Zeichnung Fig. 78b sofort, daß auch sonst gegenüber dem wirklichen Riementrieb nur verschwindende Abweichungen bestehen: das obere, schlaaffe Trum greift fast genau in der Scheibentangente an, das untere, stramme Trum zwar etwas weniger genau, doch ist auch dieser kleine Unterschied offensichtlich völlig vernachlässigbar. Etwas größere Abweichungen von den Verhältnissen des wirklichen Riementriebes zeigen sich bei dem in Fig. 78c dargestellten Fall des untenliegenden schlaaffen Trums; eine nähere Betrachtung, auf die hin angesichts der Einfachheit der Verhältnisse nicht eingegangen zu werden braucht, zeigt aber, daß auch in diesem ungünstigsten Falle die entstehenden Fehler vernachlässigbar klein sind, zumal das schlaaffe Trum, bei dem sie auftreten, bei den extremen Verhältnissen, in denen die Längenfehler merkbar werden, in dem unteren, fast horizontalen Teil der Sehnenkurve arbeitet, bei dem diese kleinen Unterschiede auf die Kräfte keinen wesentlichen Einfluß mehr haben.

Was die Länge des Umspannungsbogens anlangt, so ist diese bei unserer Ersatzanordnung durchweg konstant  $= \pi$ . Die gleiche Größe liegt beim wirklichen Riementrieb hinreichend genau im unbelasteten Zustande vor. Unterschiede treten dagegen bei Belastung auf, und zwar bei obenliegendem schlaaffen Trum eine relativ kleine Zunahme beim wirklichen Riementrieb und bei untenliegendem schlaaffen Trum eine etwas größere Abnahme. Die Versuche von Lewis zeigen in den extremsten Fällen (bei untenliegendem schlaaffen Trum) Umspannungsbogen bis herab auf  $158$  und  $155^\circ$ ; dabei war das Spannungsverhältnis  $S'_1/S'_2 = 53$ , resp.  $92$ . Bei Spannungsverhältnissen von der Größe etwa  $= 20$  ergaben sich Bogen von  $168$ — $170^\circ$ . Es sind also bei unserer Ersatzanordnung Riemenstücke von der maximalen Länge von etwa  $R \frac{\pi}{15}$  oder etwa  $\frac{D}{10}$  aus dem schlaaffen Trum in den Umspannungsbogen übernommen zu denken (bei untenliegendem schlaaffen Trum; bei obenliegendem umgekehrt). Das ist aber unbedenklich, weil die mittlere Spannung in diesen kurzen Stücken des Umspannungsbogens von der Spannung des schlaaffen Trums nicht so wesentlich verschieden ist, daß merkbare Fehler entstehen.

Wir können also sagen, daß unsere Zweihebel-Ersatzanordnung die Trumkraftverhältnisse eines Riementriebes, soweit Fehler infolge Abweichungen in den Trum- und Umspannungsbogenlängen gegenüber dem wirklichen Trieb in Betracht kommen, richtig und genügend fehlerfrei wiedergibt.

**Durch die Änderungen der Kräfteverteilung in den Umspannungsbögen entstehende Fehler.** Es bleibt nun noch zu prüfen, ob etwa wegen

der bei jeder Belastung verschiedenen Spannungsverteilung in den die Umspannungsbogen umfassenden Riemenstücken die Länge dieser Riementteile, die ich als „Umspannungsriemenlänge“  $l_R$  (im Gegensatz zur bisher behandelten Umspannungsbogenlänge) bezeichnen will, sich ändert. Tritt eine solche Änderung der Umspannungsriemenlänge ein, so müßte eine entsprechende Korrektur angebracht werden.

Wir zeichnen den Riemen in Fig. 80 im aufgeschnittenen und abgewickelten Zustand und tragen senkrecht zu ihm die zugehörigen Kräfte  $F$  auf. Die horizontale Gerade  $a$  möge die Vorspannungskraft im unbelasteten<sup>1</sup> Trieb darstellen.

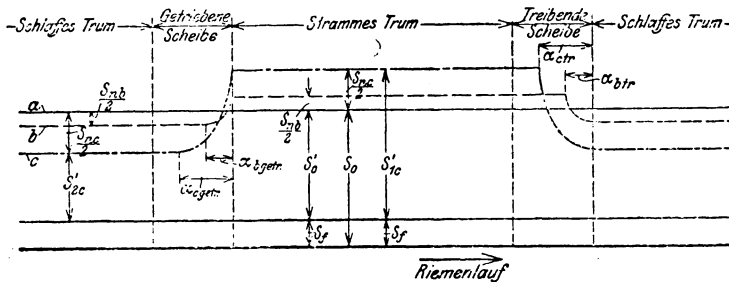


Fig. 80. Kräfte im Riemen (abgewickelt).

Wir untersuchen vorerst das Verhalten bei kleinen Nutzlasten. Hierfür ist die Grashofsche Beziehung:

$$S'_1 = S'_0 + \frac{S_n}{2}$$

$$S'_2 = S'_0 + \frac{S_n}{2}$$

ziemlich genau gültig, und zwar um so genauer, je kleiner die Nutzlasten sind (für unendlich kleine Nutzlast genau). Wir verwenden diese Beziehung hier. Dann erzeugt eine kleine Nutzlast  $S_{nb}$  beispielsweise die Kraftkurve  $b$ , Fig. 80 (vgl. auch Fig. 21), und eine größere Nutzlast  $S_{nc}$  die Kraftkurve  $c$ . Auf der getriebenen Scheibe entstehen die Kraftwinkel  $\alpha_{b\text{getr}}$ , resp.  $\alpha_{c\text{getr}}$ , in welchen die Trumkraft von  $S'_2$  auf  $S'_1$  zunimmt, und auf der treibenden Scheibe die entsprechenden Winkel  $\alpha_{b\text{tr}}$ , resp.  $\alpha_{ctr}$ , in welchen die Kräfte abnehmen.

Der Einfachheit halber nehmen wir nun hier die einfache Eytelweinsche Formel als gültig<sup>1)</sup> an und setzen damit:

<sup>1)</sup> Vgl. die Bemerkungen hierzu S. 125, wonach dies für den vorliegenden Zweck zulässig erscheint. Bei Benutzung dieser Formel mit konstantem  $\mu$  erscheinen natürlich Gleit- und Ruhewinkel der bisherigen Anschauung entsprechend scharf gegeneinander abgegrenzt.

$$\frac{S'_1}{S'_2} = \frac{S'_0 + \frac{S_n}{2}}{S'_0 - \frac{S_n}{2}} = e^{\mu \alpha}$$

als sowohl für die treibende, wie für die getriebene Scheibe zutreffend. Damit wird der Kraftwinkel auf beiden Scheiben gleich:

$$\alpha_{tr} = \alpha_{getr} = \alpha,$$

und auch die Form der Kurven für die Zu-, resp. Abnahme der Kräfte auf den beiden Scheiben wird die gleiche. Aus der auf beiden Scheiben nach oben hohlen Form dieser Kurven ergibt sich nun, daß beim Eintritt einer Belastung der Mittelwert der im Riemen wirkenden Zugkräfte auf der getriebenen Scheibe mehr abnimmt, als der gleiche Mittelwert auf der treibenden Scheibe zunimmt. Gleichheit dieser Zu- und Abnahme der Mittelwerte wäre, wie leicht ersichtlich, nur vorhanden, wenn die Kraft-Zu- und Abnahme linear vor sich ginge.

Wir berechnen nun den tatsächlichen Kraftmittelwert, um daraus mit der weiteren Annahme eines linearen Dehnungsgesetzes — eine Annahme, welche für diese Fehlerberechnung zulässig ist — die Längenänderung der die beiden Umspannungsbögen umfassenden Riemenstücke bei Belastung festzustellen.

Wir setzen  $S'_2 = 1$ ; dann wird  $S'_1 = e^{\mu \alpha}$ . Der Inhalt der durch die Abszissenachse,  $S'_2$ ,  $S'_1$  und die  $S'$ -Kurve eingeschlossenen Fläche ist (Fig. 81):

$$\begin{aligned} F &= \int S' d\varphi = \int e^{\mu \varphi} d\varphi \\ &= \frac{1}{\mu} (e^{\mu \alpha} - 1). \end{aligned} \quad (58)$$

Der Mittelwert von  $S'$  in dem Gleitwinkel  $\alpha$  wird dann:

$$S'_{m\alpha} = \frac{F}{\alpha} = \frac{1}{\mu \alpha} (e^{\mu \alpha} - 1). \quad (59)$$

Dies ergibt beispielsweise für  $\mu = 0,25$  und  $\alpha = \pi$ :

$$S'_{m\alpha} = \frac{2,2 - 1}{0,785} = 1,53,$$

wogegen bei linearer Kraftzunahme sich ergeben würde:

$$\frac{S'_1 + S'_2}{2} = \frac{1 + 2,2}{2} = 1,60.$$

Der tatsächliche Kraftmittelwert über die beiden Umspannungsbogen der beiden Scheiben ist nun:

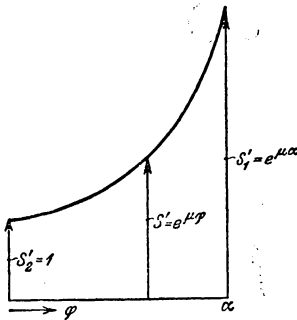


Fig. 81.

Kraftverlauf nach Eytelwein.

$$\begin{aligned}
 S'_m &= S'_{m\alpha} \cdot \frac{\alpha}{\pi} + S'_0 \frac{(\pi - \alpha)}{\pi} \\
 &= \frac{(e^{\mu\alpha} - 1)}{\mu\pi} + \frac{(e^{\mu\alpha} + 1)(\pi - \alpha)}{2\pi}. \quad (60)
 \end{aligned}$$

Um diese Gleichung numerisch auswerten zu können, setzen wir

$$\mu = c + c_1 \alpha,$$

worin

$$c = 0,1$$

und

$$c_1 = 0,1.$$

Diese Beziehungen und Koeffizienten sind an Hand der Lewisschen Versuche gewählt derart, daß bei einem Schlupf von etwa 0,6 — 1,0 %, bei welchem der Gleitschlupf gerade als merklich beginnend, also  $\alpha \cong \pi$  anzunehmen ist, die Reibungsziffer  $\mu \cong 0,414$  wird.

Damit ergibt die Gleichung 60:

Tabelle III.

$\alpha =$	0,0	$\frac{\pi}{4} = 0,78$	$\frac{\pi}{2} = 1,57$	$\frac{3\pi}{4} = 2,36$	$\pi = 3,14$
$\mu =$	0,1	0,178	0,257	0,936	0,414
$e^{\mu\alpha} =$	1,0	1,150	1,500	2,200	3,670
$\frac{S'_m}{S'_2} =$	1,0	1,075	1,244	1,538	2,050
$\frac{S'_0}{S'_2} = \frac{e^{\mu\alpha} + 1}{2} =$	1,0	1,075	1,250	1,60	2,340
$\frac{S'_m}{S'_0} =$	1,0	1,00	0,995	0,961	0,876

Hiernach tritt also mit wachsender Nutzlast, solange kein merklicher Gleitschlupf vorliegt, eine Entlastung der die beiden Umspannungsbogen umschließenden Riemenstücke ein. Die Folge ist eine entsprechende Verringerung der elastischen Dehnung dieser Stücke, was gleichbedeutend ist mit einer der geringer gewordenen Riemenlänge entsprechenden Erhöhung der Vorspannung.

Wir wenden uns nun größeren Nutzlasten zu, welche neben dem bisher betrachteten elastischen Schlupf auch Gleitschlupf bewirken. Unter den im Vorigen gemachten Voraussetzungen beginnen diese Lasten mit einem Spannungsverhältnis

$$\frac{S'_1}{S'_2} > = 3,67.$$

Hierbei kann nun die durch eine Vergrößerung der Nutzlast erforderlich werdende Vergrößerung der Reibungskraft nicht mehr zum Teil durch Vergrößerung des Gleitwinkels  $\alpha$  gedeckt werden, da dieser be-



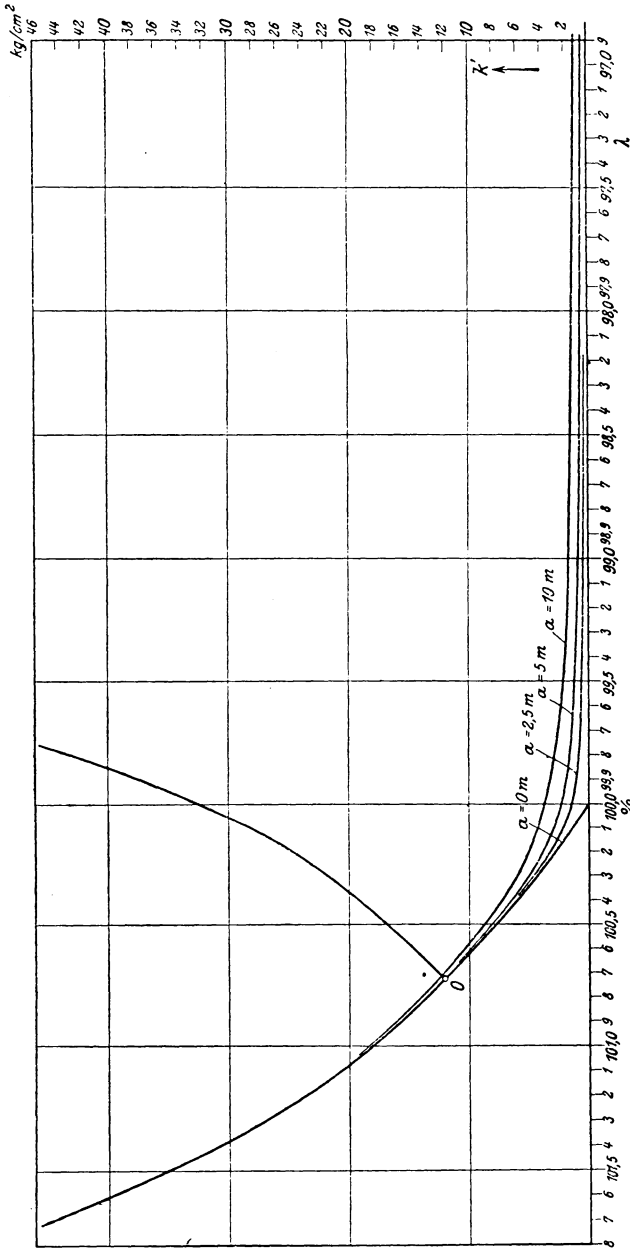


Fig. 82. Seilnenkurven für verschiedene Achsentfernungen.

reits sein Maximum erreicht hat, es ist vielmehr jetzt allein die Vergrößerung von  $\mu$  bei konstantem  $\alpha = \pi$  in Betracht zu ziehen. Hierbei wird der Mittelwert (für  $S'_2 = 1$ )

$$\frac{S'_m}{S'_2} = \frac{F}{\pi} = \frac{e^{\mu\pi} - 1}{\mu\pi}.$$

Gleichzeitig sind wir nun hier in einem Gebiet angekommen, in dem die Grashofsche Beziehung

$$S'_1 = S'_0 + \frac{S_n}{2}, \quad S'_2 = S'_0 - \frac{S_n}{2}$$

auch nicht annähernd mehr gültig ist. Da sich andererseits aber auch keine andere einfache mathematische Beziehung an deren Stelle setzen läßt, so sind wir darauf angewiesen, die weitere Fehlerberechnung an einem Beispiel durchzuführen.

Wir verwenden hierfür die in Fig. 82 enthaltenen Sehnenkurven, welche für folgende Verhältnisse aufgezeichnet sind:

$\lambda_e$ -Kurve des Skutschschen Riemens, Fig. 53, Abschnitt IV

$\lambda_a$ -Kurve für  $q = 0,09 \text{ kg/m} \cdot \text{cm}^2$  und für

$$a = 0, \quad 2,5, \quad 5 \text{ und } 10 \text{ m.}$$

Als Beispiel nehmen wir eine Vorspannung von

$$k_v = k'_0 = 12 \text{ kg/cm}^2$$

an und entnehmen die Werte von  $S'_1$  und  $S'_2$  den Kurven.

Es findet sich:

Tabelle IV.

	a = 0			a = 2,5 m			a = 5 m			a = 10 m		
$S'_1 =$	20,5	26,5	29,1	20,5	30,4	40,5	20,5	30,4	40,5	20,5	30,4	40,5
$S'_2 =$	5,2	2,0	1,0	5,3	1,7	1,0	5,5	2,6	1,65	6,5	3,9	3,0
$e^{\mu\pi} = \frac{S'_1}{S'_2} =$	3,94	13,3	29,1	3,86	17,9	40,5	3,73	11,7	24,6	3,16 <sup>1)</sup>	7,8	13,5
$\frac{S'_0}{S'_2} =$	2,31	6,00	12,0	2,26	7,06	12,0	2,18	4,6	7,3	1,85	3,08	4,0
$\mu\pi =$	1,37	2,58	3,37	1,35	2,89	3,7	1,32	2,46	3,21	1,15	2,06	2,60
$\frac{e^{\mu\pi} - 1}{\mu\pi} = \frac{S'_m}{S'_2} =$	2,15	4,77	8,34	2,12	5,85	10,7	2,07	4,35	7,66	1,88	3,30	4,80
$\frac{S'_m}{S'_0} =$	0,93	0,79	0,69	0,94	0,83	0,89	0,96	0,95	1,05	1,02	1,07	1,20

<sup>1)</sup> Dieser Wert fällt nicht unter unsere Voraussetzungen, da nur oberhalb  $S'_1/S'_2 = 3,67$  Gleitschlupf angenommen wurde. Betrachten wir jedoch die Kurve für  $a = 10$  in Fig. 83, so finden wir, daß der errechnete Punkt offenbar keinen großen Fehler enthält.

Damit gewinnen wir in Fig. 83 ein Bild von dem Verhalten der Mittelkraft in den Umspannungsbögen und damit auch der Umspannungsriemenlängen unter verschiedenen Betriebsverhältnissen.

Es zeigt sich, daß die  $S'_m$ -Kurven sämtlich Minima aufweisen, welche bei um so höheren Spannungsverhältnissen auftreten, je steiler der Abfall der zugehörigen  $S'_2$ -Sehnenkurve mit steigendem  $S'_1/S'_2$  ist. Sämtliche Kurven schließen sich tangierend an die der Grashofschen Lehre entsprechende Kurve für  $S'_1 + S'_2 = \text{const.}$  an.

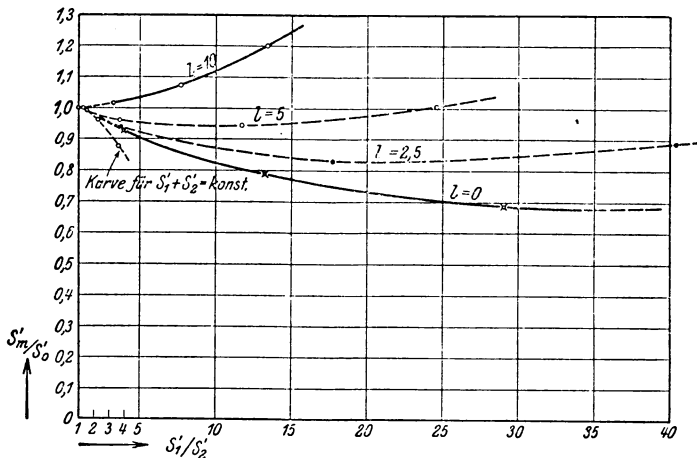


Fig. 83. Mittelwert der Riemenkraft in den Umspannungsbögen ( $k_0' = 12 \text{ kg/cm}^2$ ).

Diese Form der Kurven erklärt sich wie folgt:

a) Wird Gültigkeit der Grashofschen Beziehung angenommen, so würde der Kraftmittelwert genau gleich bleiben, wenn die Kraftänderung auf den Scheiben linear vor sich ginge. Da sie in nach oben hohlen Kurven erfolgt, so ergibt sich ein Sinken des Kraftmittelwertes.

b) Je weniger  $S'_2$  sinkt, um so mehr wird die durch die Hohlheit der Kraftkurven bedingte sinkende Tendenz der Mittelwertkurve durch die steigende Tendenz kompensiert, welche durch das gegenüber dem Steigen von  $S'_1$  nur geringere Sinken von  $S'_2$  herbeigeführt wird. Bei Nichtgültigkeit der Grashofschen Beziehung ergeben sich somit Kurven, welche ein Minimum besitzen und dieses wird um so früher erreicht, je weniger  $S'_2$  sinkt. Beim Lenixtrieb liegt das Minimum in der Ordinatenachse selbst. In Übereinstimmung hiermit weisen in Fig. 83 die Kurven für kurze Achsenentfernungen erhebliche Abfälle der  $S'_m$  auf, während bei normalen Achsdistanzen, um 5 m herum, keine wesentlichen Abweichungen der Werte  $S'_m$  von  $S'_0$  auftreten, darüber hinaus aber ein beträchtliches Steigen der  $S'_m$ -Werte bemerkbar wird, wobei das Minimum der Kurve in die nächste Nähe der Nulllast fällt.

Wir können jetzt auch nachprüfen, ob die Benutzung der einfachen Eytelweinschen Beziehung gegenüber der eigentlich anzuwendenden Gleichung 41, Abschnitt IV, für unsere Fehlerbetrachtung zulässig war, und welchen Einfluß sie hatte. Beide Beziehungen unterscheiden sich dadurch, daß die Eytelweinsche Formel eine festbestimmte, für die treibende wie getriebene Scheibe gleiche Kurve ergibt, während die Gleichung 41 die verschiedenst gekrümmten Kurven liefert, je nach den vorliegenden Verhältnissen und je nachdem, ob es sich um die treibende oder getriebene Scheibe handelt. Alle diese Kurven haben aber bei dem hier vorausgesetzten Betrieb mit Gleitschlupf die konkave Krümmung nach oben gemeinsam und bleiben sämtlich ähnlich wie die Eytelweinsche Kurve von den in Fig. 21 gestrichelt eingezeichneten Geraden (die sich natürlich auch im vorliegenden Falle über den ganzen Bogen erstrecken) nach unten entfernt. Da diese Krümmung und Lage unterhalb der gestrichelten Geraden die Ursache für die im ersten Teile der Kraftmittelwertkurven in Fig. 83 vorhandene sinkende Tendenz des Kraftmittelwertes ist, so würden diese Kurven, wenn sie nach Gleichung 41 berechnet würden, lediglich je nach Umständen etwas mehr oder weniger große Tiefe der Einsattelungen zeigen müssen. Diese Einsattelungen sind an sich schon wenig ausgeprägt, und so ist offenbar der Einfluß der Anwendung einer genaueren Rechnungsmethode als die Eytelweinsche Beziehung, gering. Ich verzichte daher darauf, diese Verhältnisse noch weiter ins Einzelne zu verfolgen, da sich das Wesentliche, der grundsätzliche Verlauf der Kurven, an Hand des Gesagten übersehen läßt.

Zu beachten bleibt, daß die in Fig. 83 verzeichneten Kurven nur als Beispiele unter ganz bestimmten Voraussetzungen entwickelt sind und demnach nur im Bereich dieser Voraussetzungen gelten. Immerhin wird man an Hand dieser Kurven aber darauf schließen dürfen, daß bei anderen Vorspannungen ähnliche Ergebnisse zu erwarten sind. So wird z. B. für  $k'_0 = 3$  das Ergebnis für  $a = 2,5$  etwa die gleiche Kurve sein, wie sie hier bei  $k'_0 = 12$  für  $a = 10$  erhalten wurde. Für konstantes  $S'_2$  dagegen wird ein sehr erhebliches Steigen von  $S'_m$  zu erwarten und bei Lenixtrieben zu beachten sein.

Weiterhin erkennt man, daß unter den Verhältnissen, wie sie im praktischen Betriebe üblich sind, d. h. kleine Spannungsverhältnisse und Achsentfernungen zwischen 2,5 und 5 m, die auftretenden Längenänderungen durchweg sich in engen Grenzen halten. Wichtigkeit können dieselben jedoch bei abnormal großen Scheiben erlangen.

**Berücksichtigung der unkonstanten Umspannungsriemenlänge.** Will man diese Längenänderungen berücksichtigen, so kann man dies leicht auf folgende Weise und gelangt dadurch von unserer Zweihebel-Ersatzanordnung zu einer zweiten Annäherung an den wirklichen Riementrieb.

Beim unbelasteten Zustand ist die elastische Dehnung, welche in der gesamten Umspannungsriemenlänge auf beiden Scheiben,  $l_{Ru} = 2 R \pi$ , vorhanden ist, wenn wir hier, wie bereits oben erwähnt, ein lineares Dehnungsgesetz mit dem Dehnungskoeffizienten  $\alpha$  annehmen:

$$2 \lambda_{R0} = l_{Ru} \cdot \alpha k'_0. \quad (61)$$

Im belasteten Zustand ist dagegen:

$$2 \lambda_{Rb} = l_{Ru} \cdot \alpha k'_m. \quad (62)$$

Die gesamte Längendifferenz:

$$\begin{aligned} 2 \lambda_R &= l_{Ru} \cdot \alpha (k'_m - k'_0) \\ &\cong 2 R \pi \alpha (k'_m - k'_0) \end{aligned} \quad (63)$$

und die halbe Längendifferenz, welche jedem der beiden Trümer zugeordnet zu denken ist:

$$\lambda_R = R \pi \alpha k'_0 \left( \frac{k'_m}{k'_0} - 1 \right). \quad (64)$$

Nun ist die elastische Dehnung jedes der beiden Trümer im unbelasteten Zustand bei dem gleichen linearen Dehnungsgesetze:

$$\lambda_{e0} = l \alpha k'_0.$$

Setzen wir hieraus den Wert:

$$\alpha k'_0 = \frac{\lambda_{e0}}{l}$$

in die vorige Gleichung ein, so erhalten wir:

$$\lambda_R = \lambda_{e0} \frac{R \pi}{l} \left( \frac{k'_m}{k'_0} - 1 \right). \quad (65)$$

Diese Längenänderung jeder der beiden halben Umspannungsriemenlängen geht, da der Umspannungsbogen unserer Ersatzanordnung stets  $= \pi$  ist, als Urlängenänderung in je eines der beiden Trümer über, was gleichbedeutend mit einer gleichgroßen Sehnenänderung bei konstanter Urlänge ist. Die Wirkung ist also die einer mit der Nutzlast geänderten Vorspannung. Der bisher fest gedachte, durch die in der Gleichung 65 enthaltene elastische Dehnung  $\lambda_{e0}$  charakterisierte Vorspannungspunkt 0 in Fig. 82 wandert also mit wachsender Nutzlast auf der Sehnenkurve  $S'_2$ . Mit dem Punkt 0 verschiebt sich gleichzeitig die ganze umgeklappte  $S'_1$ -Kurve. Wir können nun die zu der  $S'_2$ -Kurve der Fig. 82 gehörige  $S'_1$ -Kurve zweiter Annäherung bei gegebenem Leerpunkt 0 punktweise wie folgt konstruieren:

Wir wählen eine Anzahl Spannungsverhältnisse  $S'_1/S'_2$ , bestimmen hierfür  $k'_m$  und berechnen nach Gleichung 65 die Sehnenänderung jedes Trüms  $\lambda_R$ . Hierdurch gewinnen wir auf der Kurve  $S'_2$ , Fig. 84, eine

Anzahl Punkte, um deren Ordinaten wir die Kurve  $S'_2$  umklappen. Dadurch entsteht eine  $S'_1$ -Kurvenschar, von der wir für unsere gesuchte  $S'_1$ -Kurve nur diejenigen Punkte jeder Kurve benutzen, welche dem jeder Kurve der Schar zugehörigen Spannungsverhältnis entsprechen.

Wir erhalten so in Fig. 84 die  $S'_1$ -Kurve zweiter Annäherung. Aus dieser können wir eine dritte Annäherung in der Weise herleiten, daß wir aus den  $S'_1/S'_2$ -Kurven zweiter Annäherung die jedem Spannungsverhältnis zugeordnete tatsächliche Größe von  $S'_2$  feststellen und danach die Kurve

$$\frac{S'_m}{S'_0} = f\left(\frac{S'_1}{S'_2}\right)$$

neu berechnen, um sodann mit den so erhaltenen berichtigten Werten von  $S'_m$  das Verfahren der punktweisen Konstruktion der Kurve  $S'_1$  zu wiederholen. Wenn aber bereits der Wert der zweiten Annäherung in Hinblick auf die unbestimmten, variablen Eigenschaften des Leders als recht zweifelhaft erscheint, so ist die dritte Annäherung in jedem Falle überflüssig.

Mag man nun auch über den Grad der erforderlichen Annäherung verschiedener Meinung sein: jedenfalls ist durch die so erhaltenen Kurven die Möglichkeit gewonnen, die gesuchte Kurve

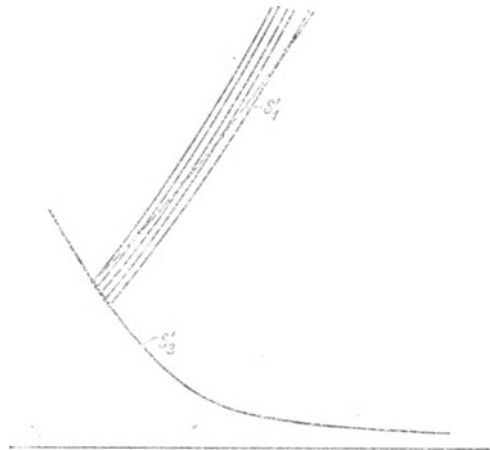


Fig. 84.  $S'_1$ -Kurve zweiter Annäherung. (Nicht maßstäblich.)

$S'_2 = f(S_n)$  und damit auch die Kurven  $S'_1 = f(S_n)$  und  $A = f(S_n)$  mit beliebiger Genauigkeit aufzuzeichnen. Immerhin ist nicht zu leugnen, daß das ganze Verfahren mühsam und zeitraubend ist, so daß sein Wert weniger in der Möglichkeit seiner praktischen Verwendung für konkrete Fälle, als vielmehr darin liegt, daß es einen allgemeinen Überblick über die Fehlergrenzen der durch die Zweihebel-Ersatzordnung dargestellten ersten Annäherung liefert.

**Einfluß der Form der Dehnungskurve.** Wir wollen daher hier nur noch kurz den Einfluß der Gestalt der Dehnungskurve des Leders auf den Verlauf der Kraft im schlaffen Trum,  $S'_2$ , an Hand der  $S'_1/S'_2$ -Kurve erster Annäherung nachprüfen, um dadurch auch einen Überblick über den Einfluß der allmählich fortschreitenden bleibenden Streckung des Riemens im Betriebe, welche ja mit einer Veränderung der Dehnungs-

kurve im Sinne einer Verminderung der elastischen Dehnungen  $\lambda_e$  parallel geht, zu erlangen.

Es seien beispielsweise, Fig. 85, die Kurven  $a$  und  $b$  die Dehnungskurven  $\lambda_e = f(k)$  eines Riemenmaterials in wenig gestrecktem, resp.

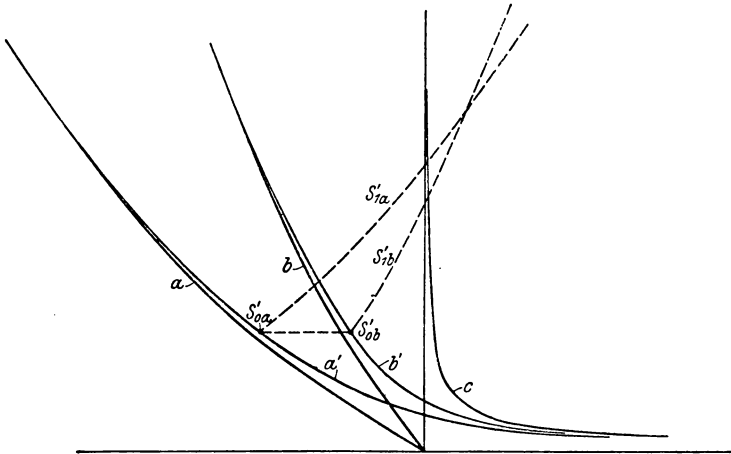


Fig. 85.  $S_1'/S_2'$ -Kurven für schwach und stark gestrecktes Material.

stark gestrecktem Zustande, welche mit der ihnen gemeinsamen Durchgangskurve  $c$  die Sehnenkurven  $a'$  und  $b'$  ergeben. Für eine bestimmte Vorspannung ergeben sich dann die beiden  $S'_1$ - und  $S'_2$ -Kurven, von den Punkten  $S'_{0a}, S'_{0b}$  ausgehend. Greifen wir aus diesen die zusammengehörigen Werte  $S'_2$  und  $S'_1 - S'_2 = S'_n$  ab, so ergeben sich die in Fig. 86 verzeichneten Kurven  $a''$  und  $b''$  für  $S'_2$  bei schwach, bzw. stark gestrecktem Riemenmaterial<sup>1)</sup>. Es zeigt sich, daß bei schwacher Vorstreckung der Abfall von  $S'_2$

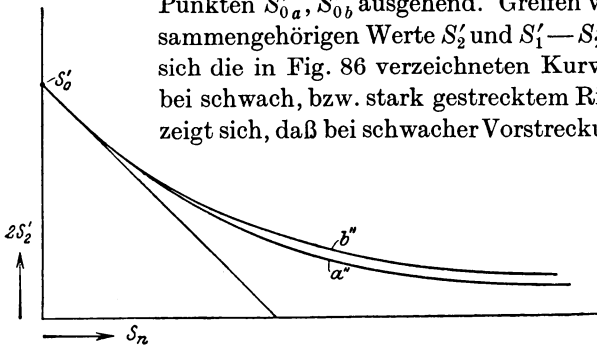


Fig. 86.  $S_2' = f(S_n)$  für stark ( $b''$ ) und schwach ( $a''$ ) gestrecktes Material.

ein stärkerer ist; demnach wird der Anstieg des Achsdruckes im gleichen Falle weniger steil sein als bei stark vorgestrecktem Material.

Ähnliche verzerrende Folgen wird die elastische Nachwirkung — die beiden als Beispiel betrachteten Kurven stellen ja nichts als einen speziellen Fall derselben dar — überhaupt haben: Ändern sich die

<sup>1)</sup> In dieser Figur sind der Deutlichkeit halber die Ordinaten in doppeltem Maßstab gezeichnet, wodurch der Winkel, welchen die Tangente im Punkte  $S_n = 0$  mit der Abszissenachse bildet, gleich  $\arctan 1$  wird (anstatt  $\arctan \frac{1}{2}$ ).

elastischen Eigenschaften eines Versuchsriemens während der Versuchsdauer, so werden auch die Versuchspunkte verschiedenen  $\lambda_e$ -Kurven angehören, so daß sich also Versuchspunktreihen für  $S'_2$  oder  $A$  ergeben können, welche ein durch die Unstabilität der Versuchsbedingungen sehr getrübttes Bild liefern.

**Kurvenverlauf an Hand von Versuchen.** Wir benutzen nunmehr die aus den bisherigen Darlegungen folgende Kenntnis des zu erwartenden Kurvenverlaufs zu einer Prüfung des bisher vorliegenden experimentellen Materials, um sodann auf Grund des letzteren eine bequem zu handhabende Beziehung zwischen den maßgebenden Größen zu ermitteln.

Ein ganz vorzügliches Material zu diesem Zwecke liefern uns die Lewisschen Versuche aus dem Jahre 1886<sup>1)</sup>. Dieses Material ist andererseits auch das einzige, welches bisher überhaupt zur Verfügung steht, mit einer Ausnahme, auf welche ich noch zurückkommen werde.

**Versuche von Lewis.** In Fig. 87 habe ich alle aus den Lewisschen Tabellen benutzbaren Werte graphisch aufgetragen, und zwar der besseren Übersichtlichkeit halber in der Weise, daß der Überschuß der Trumkraftsumme bei Belastung über die bei Leerlauf<sup>2)</sup>, also der Wert

$$A - A_0 = S'_1 + S'_2 - 2S'_0$$

als Funktion der Nutzlast aufgezeichnet wurde. Erläuternd ist dazu noch folgendes zu bemerken:

Die Versuche sind ausschließlich mit einem Übersetzungsverhältnis 1 : 1 und Achsentfernungen von rund 3,8 bis 4 m gemacht, und zwar größtenteils mit kleinen Geschwindigkeiten ( $v = 2,13$  und  $4,25$  m/sec). Lewis maß den Achsdruck direkt, also die Summe der freien Trumkräfte  $S'_1 + S'_2$ , bezeichnete denselben aber als „Summe der Trumkräfte“, was angesichts der geringen Geschwindigkeiten ja keinen erheblichen Fehler bedeutet. Da die Größe  $S'_1 + S'_2$  gemessen, die Einzelkräfte aber erst durch Umrechnung aus  $A = S'_1 + S'_2$  und  $S_n = S'_1 - S'_2$  gefunden werden, so ist der zu erwartende prozentuale Fehler bei der Größe  $S'_1 + S'_2$  geringer als bei der Größe  $S'_2$ , weshalb für die graphische Aufzeichnung erstere als die zweckmäßigere erschien.

Einzelne der Lewisschen Versuchswerte sind nicht verwertbar,

<sup>1)</sup> Es ist recht bedauerlich, daß Lewis der damaligen Gepflogenheit entsprechend seine Versuchsergebnisse nur in Zahlentafeln mitgeteilt hat, ohne sie graphisch auszuwerten. Ich führe es lediglich hierauf zurück, daß sein wertvolles Material ganz unbeachtet geblieben ist. In der Tat kann aus Tabellen selbst ein geschulter Blick nur schwer Schlüsse ziehen, während die graphische Aufzeichnung oft ohne weiteres die überraschendsten Aufschlüsse gibt.

<sup>2)</sup> Ich verweise gegenüber der Kammererschen mystischen Anschauung vom „Achsdrucküberschuß  $A_u$ “ ausdrücklich auf den rein algebraischen Charakter dieser Größe, der eine physikalische Bedeutung nicht innewohnt.



weil nicht vor und nach jedem einzelnen Belastungsversuch durch einen Leerlaufversuch nachgeprüft wurde, ob und inwieweit die Konstanz der Versuchsbedingungen durch den Einfluß der elastischen Nachwirkung beeinträchtigt wurde. Bei sehr vielen der Versuche ist daher unsicher, ob die Vorspannung genügend konstant geblieben ist, und es ist daher bei diesen Versuchen auch die Überschußachskraft nur unsicher zu bestimmen. Bei einzelnen der Versuchsreihen war außerdem die Vorspannung am Ende der Belastungsversuchsreihe größer als am Beginn desselben, was darauf hinweist, daß sich zwischen-

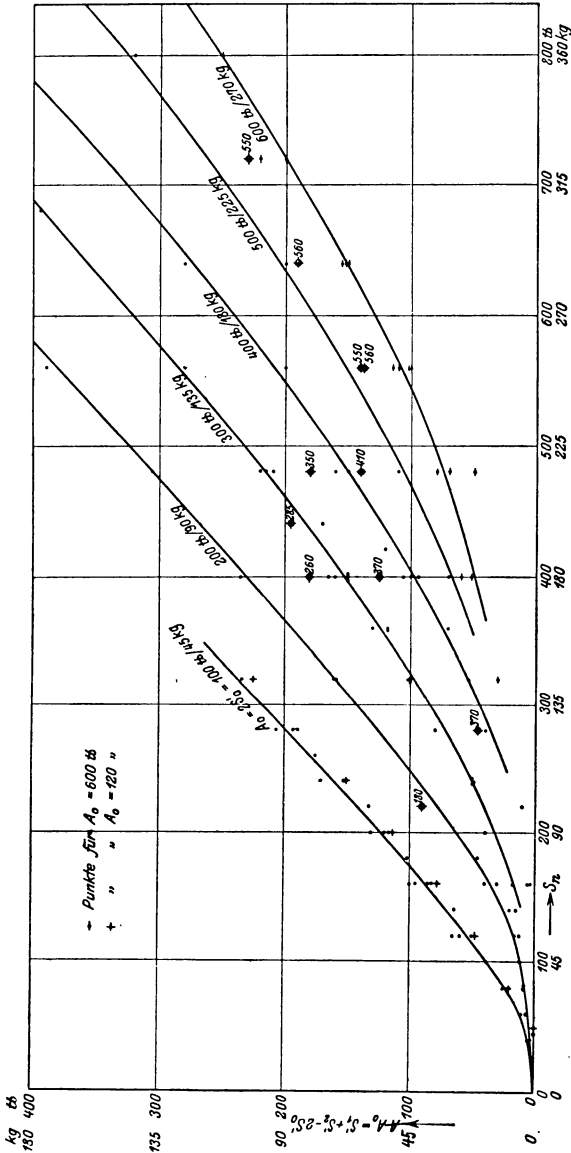


Fig. 87. Achsdrucküberschuß bei den Versuchen von Lewis.

durch etwas an den Versuchsbedingungen geändert hatte. Diese Versuchsreihen sind also nicht brauchbar. Hierhin gehören beispielsweise in Tabelle I Versuch 89 bis 104, Tabelle III Versuch 171—184, 329 bis 336, Tabelle IV Versuch 209—216.

Die Versuchsreihen, bei welchen ein erhebliches Sinken der Vorspannung vorliegt, müssen mit Vor-

sicht benutzt werden; sie lassen sich aber durch schätzungsweise Interpolation ohne allzu große Fehler mit verwerten. Gleichwohl ergeben sich bei den hohen Vorspannungen noch recht bedeutende Unsicher-

heiten, da bei diesen diese Änderungen der Vorspannung während der Versuchsreihen am bedeutendsten sind. Die niederen Vorspannungen (100—400 Pfund) liefern dagegen recht sichere Kurven.

Das Ergebnis der graphischen Auftragung ist, daß sich der Achsdruck bei den verschiedenen von Lewis untersuchten Riemen als nur wenig abhängig von Riemendimensionen, Riemenstoff, Scheibengröße

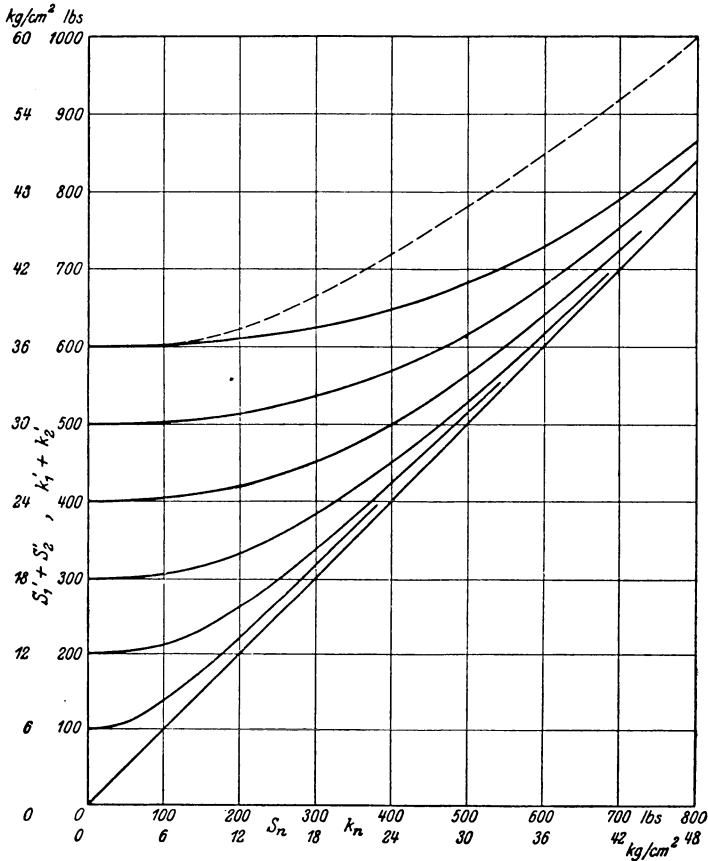


Fig. 88.  $S_1' + S_2' = f(S_n)$  nach den Versuchen von Lewis.

und spezifischer Belastung erweist, und daß sich alle Punkte zu einer einheitlichen, durch die Größe der Vorspannung charakterisierten Kurvenschar ordnen.

Über die Verschiedenheiten der verwendeten Riemen und deren Betriebsbedingungen gibt die Tabelle V Aufschluß.

Durch diese Versuche ist einwandfrei nachgewiesen, daß die Achsdrucküberschüsse nicht nur bei hohen Geschwindigkeiten auftreten, wie insbesondere Kammerer annahm (vgl. Forschungsarbeiten

Tabelle  
Übersicht über die vor

Lfd. Nr.	Lewis, Tafel	Art und Material des Riemens	Breite	Stärke	Gesamt- länge	Quer- schnitt	Spez. Be- lastung bei 100 % Trum- kraft
			cm	mm	m	cm <sup>2</sup>	kg/cm <sup>2</sup>
1	I	Einfachriemen Leder lohgar	14,0	5,6	10,4	7,8	5,8
2	II	Doppelriemen Leder lohgar	5,7	8,0	9,8	4,5	10,0
3	III	Einfachriemen Rohhaut	10,0	7,1	9,5	7,1	6,4
4		„	10,0	7,1	9,5	7,1	6,4
5		„	10,0	7,1	9,5	7,1	6,4
6		„	10,0	7,1	9,5	7,1	6,4
7	IV	Doppelriemen Leder	10,0	8,0	9,2	8,0	5,7
8	V	Einfachriemen Leder	5,1	4,8	9,2	2,45	18,5
9		„	5,1	4,8	9,2	2,45	18,5
10	VIII	Unbekannt	10,0	6,3	7,3	6,3	7,2

Heft 56/57, Fig. 68, 71, 72), sondern daß sie auch in der Nähe des Stillstandes und somit auch im Stillstand selbst in der gleichen Größenordnung vorhanden sind.

Die genaue Übereinstimmung der von Lewis experimentell aufgenommenen Kurven des Achsdruckes mit dem oben entwickelten theoretisch zu erwartenden Verlauf desselben ergibt sich sofort, wenn nicht, wie in Fig. 87 geschehen, der Überschuß der Trumkraftsumme, sondern die Summe der freien Trumkräfte selbst als Funktion der Nutzlast aufgetragen wird, wie dies der Fig. 72 entspricht. In Fig. 88 ist diese Auftragung vorgenommen, und zwar sind diese Kurven identisch mit den in Fig. 87 verzeichneten Mittelwertkurven. Wie ersichtlich, ist der Verlauf der Kurven genau so, wie er nach den obigen Entwicklungen zu erwarten war.

Besonders mag hier noch darauf hingewiesen werden, daß gerade die Aufzeichnung der Größe  $S'_1 + S'_2 = f(S_n)$  für die leichte Beurteilung der Verhältnisse ganz besonders geeignet ist, weil bei ihr nicht nur die Achsdrücke, sondern auch die Kräfte  $S'_2$  ohne weiteres aus der einzigen Kurve  $A = f(S_n)$  ablesbar sind: und zwar letztere in dem schiefwinkligen Koordinatensystem, das durch die Ordinatenachse und die  $S_n$ -Gerade als Abszissenachse gebildet wird, wobei die Ordinaten im doppelten Maßstab zu rechnen sind, da dieselben eigentlich ja  $2S'_2$  darstellen.

**Versuche von Miller Sawdon.** Die im wesentlichen anderen Zwecken dienenden, ebenfalls auf der Lewisschen Versuchsmaschine ausgeführten Versuche von Miller Sawdon<sup>1)</sup> liefern neben den Lewisschen

<sup>1)</sup> Vgl. oben S. 11, Anmerkung 5.

V.  
Lewis untersuchten Riemen.

$Q$ Gewicht d. Riemens or. m Länge kg	$q$ Gewicht pro m Länge u. pro cm <sup>2</sup> Quer- schnitt kg	Scheiben- durch- messer mm	$n$ Drehzahl pr. min.	$v$ Geschwin- digkeit m/sec	$\frac{S_f}{Q v^2}$ g	$\frac{k_f}{q v^2}$ g	Be- merkungen
0,70	0,089	510	160	4,25	0,13	0,167	horizontal
0,44	0,096	510	160	4,25	0,80	0,176	„
0,77	0,108	510	160	4,25	1,41	0,214	„
0,77	0,108	254	160	2,13	0,35	0,053	„
0,77	0,108	510	18	0,48	0,02	0,003	„
0,77	0,108	254	18	0,24	0,00	0,001	„
0,84	0,105	254	160	2,13	0,39	0,051	„
0,195	0,080	510	18	0,48	0,05	0,002	„
0,195	0,080	510	950	25,4	12,8	5,25	„
—	—	510	120	3,2	—	—	vertikal

Versuchen selbst das einzige bisher vorhandene Beobachtungsmaterial über die Kräfte im Riementrieb. Leider scheinen die ziemlich weitgehenden Korrekturen, welche Sawdon an seinem Urmaterial angebracht hat, die Genauigkeit der Ergebnisse nicht durchweg vergrößert, sondern zum Teil vermindert zu haben, was Sawdon selbst nicht bemerkte, weil er ebenso wie Lewis seine Ergebnisse nicht in unserer graphischen Darstellung, die erst die Verhältnisse mit einem Blick zu übersehen gestattet, aufzeichnete. Ich gebe in den Fig. 89—91 die Sawdonschen Zahlenwerte graphisch wieder in der Gestalt:

$$k'_1 + k'_2 = f(k_n).$$

Es fällt zunächst auf, daß bei den niederen Vorspannungen einzelne Kurven, anstatt sich der  $k_n$ -Geraden zu nähern, sich von ihr abkehren; dieses ein mit  $k_n$  steigendes  $k'_2$  voraussetzende Verhalten ist bei konstanten Riemeneigenschaften unmöglich und läßt sich erklären: entweder durch Beobachtungs- oder Korrekturf Fehler, oder durch Änderungen der Elastizitätseigenschaften des Riemens; letztere Erklärungsmöglichkeit kommt aber hier nicht in Betracht, weil jede der durch eine Kurve verbundenen Beobachtungsreihen in einem Zuge durchgeführt wurde, ohne daß zwischendurch die eingetretene Riemenverlängerung durch Nachjustierung kompensiert worden wäre, und nur, wenn letzteres geschehen, ein Anstieg von  $k'_2$  infolge Überkompensierung denkbar wäre.

Sodann fällt auf, daß die Kurven gleicher Vorspannung, die doch, da bei allen Versuchen der gleiche Riemen benutzt wurde und die Kräfte durch das allein geänderte Scheibenmaterial nicht beeinflußt werden können, sämtlich in eine Kurve zusammenfallen sollten, ganz erheb-

liche Abweichungen voneinander zeigen. Zum Teil liegt der Grund auch hier an Meß- und Korrekturfehlern, jedoch, wenigstens bei den höheren Vorspannungen, wohl nur zu einem kleineren Teile. Die besonders klar

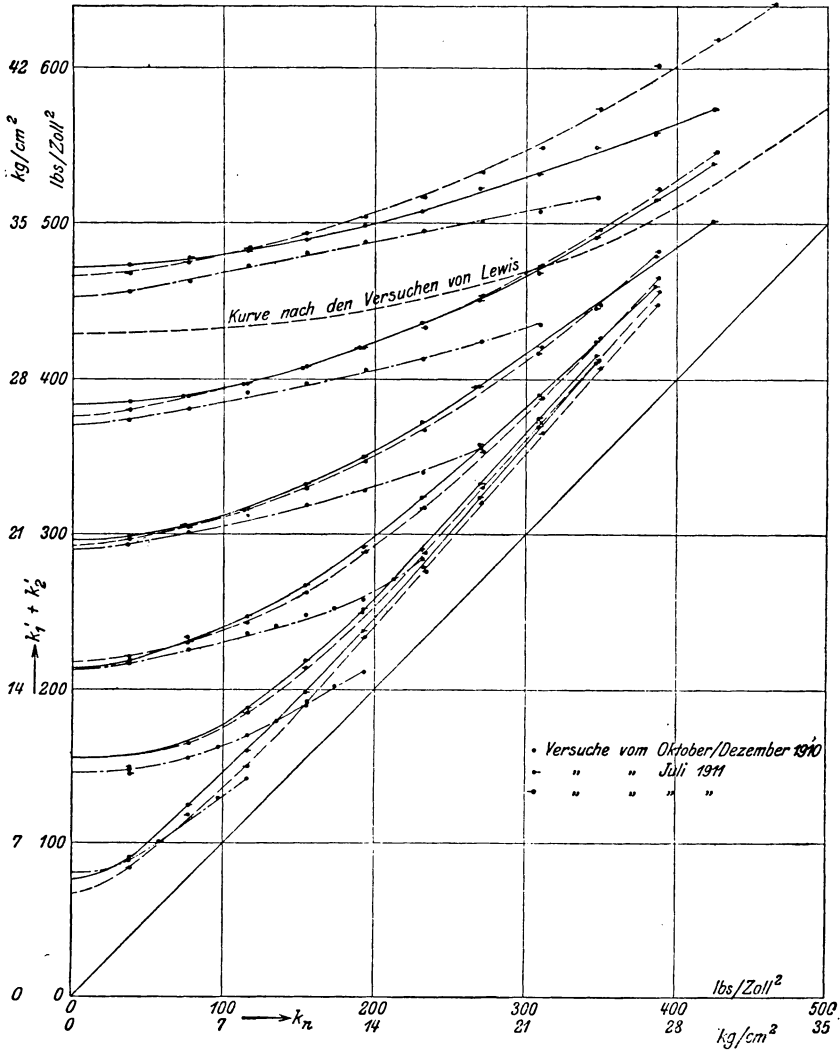


Fig. 89. Versuch von W. Miller Sawdon mit Gußeisenscheiben.

aus den Kurven für die Gußeisenscheibe ersichtliche Verschiedenheit der Steigung der Kurven rührt überwiegend von der im Laufe der Versuche fortgeschrittenen Streckung des Versuchsriemens her, und es bieten diese Versuchsreihen somit ein Bild des oben behandelten Einflusses der Form der Dehnungskurve auf die Gestalt der  $S_2'$ - und  $A$ -Kurven,

wie es von keinem anderen Versuchsmaterial bisher geliefert wird. Daß hierin tatsächlich der Grund für die Verschiedenheit des Kurvenverlaufs zu suchen ist, erhellt daraus, daß in der Tat diejenigen *A*-Kurven,

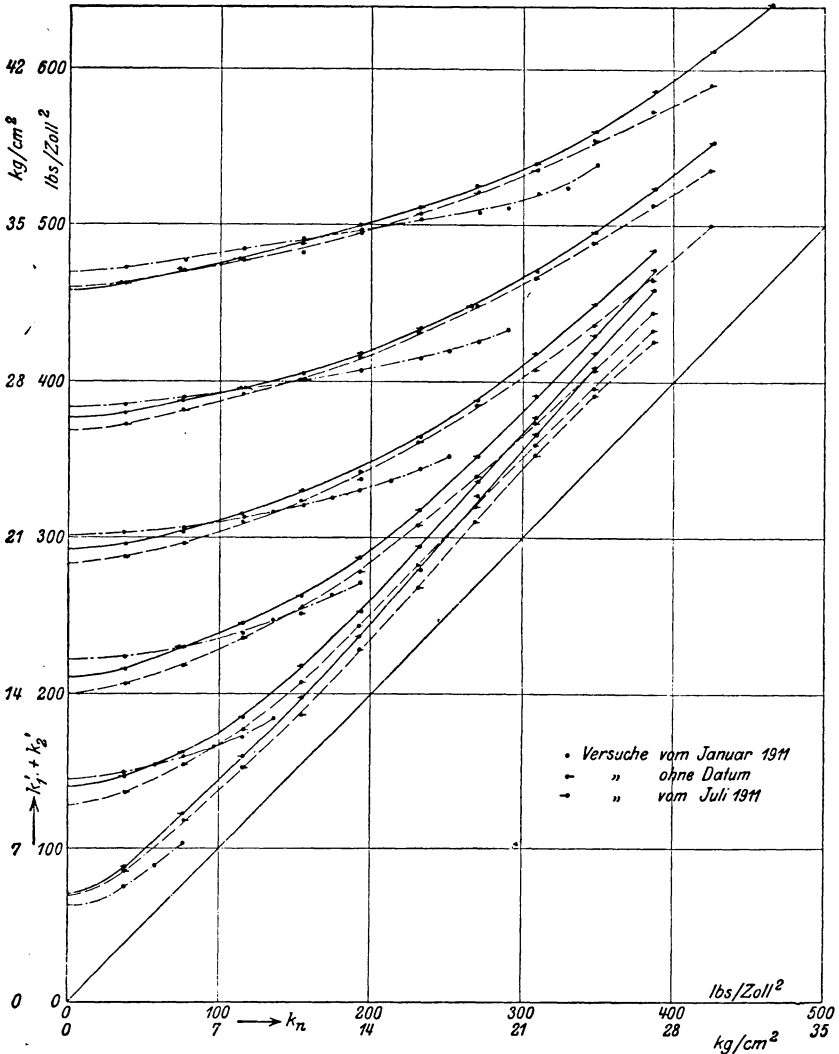


Fig. 90. Versuche von W. Miller Sawdon mit Holzscheiben.

welche den flachsten Verlauf zeigen, in den Anfang der Versuchszeit fallen (vgl. insbesondere die durch einfache Punkte bezeichneten Kurven in Fig. 89 und 90), während die in die letzte Zeit fallenden Kurven durchweg erheblich steiler verlaufen. Eine quantitative Auswertung dieser Verschiedenheiten des Kurvenverlaufs ist leider nicht möglich,

da über den Zustand des Versuchsriemens am Beginn und am Ende der Versuche und ebenso über die Beanspruchung desselben während der Versuchszeit nichts bekannt ist.

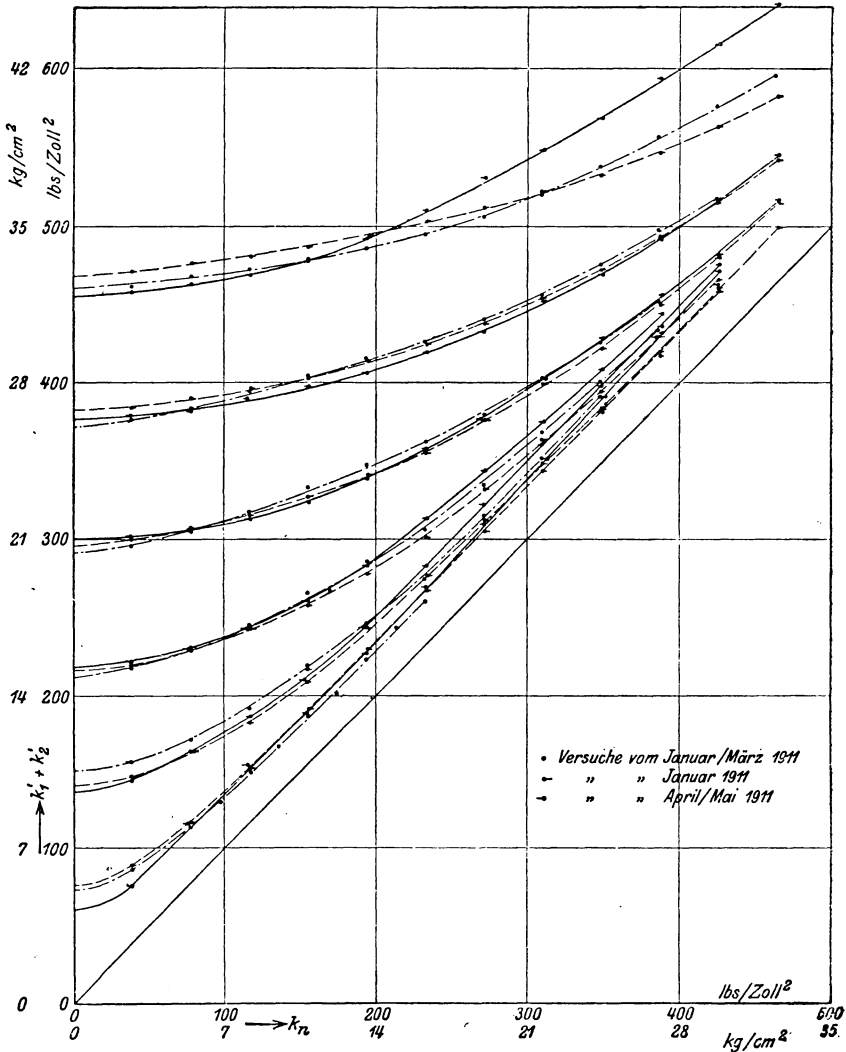


Fig. 91. Versuch von W. Miller Sawdon mit Papierscheiben.

**Vergleich Lewis-Sawdon.** Vergleichen wir die Kurven nach den Lewisschen Versuchen, Fig. 88, mit den Kurven nach Sawdon (was ohne Korrektur zulässig ist, da beide Experimentatoren mit fast genau gleichem Achsabstand arbeiteten), so finden wir, daß die Lewisschen A-Kurven etwas, aber nur wenig, höher verlaufen als die Kurven der

ersten Versuchszeit Sawdons. Das entspricht der Tatsache, daß die von Lewis untersuchten Riemen bereits gebraucht waren. Genauere Aussagen lassen sich aber auch hier nicht machen, da die Vorgeschichte der Riemen und ihr Streckungszustand bei den Versuchen im einzelnen von Lewis nicht angegeben werden. Immerhin läßt sich vielleicht aussprechen, daß die Lewisschen Versuche Resultaten entsprechen, wie sie bei wenig gebrauchten, normal vorgestreckten Riemen zu erwarten sind, wobei aber der Genauigkeitsgrad der Lewisschen Daten, namentlich für die geringeren Vorspannungen, als größer anzusprechen ist als der von Sawdon. Wenn wir daher die in Fig. 88 dargestellten Kurven der Lewisschen Versuche dazu benutzen, um eine empirische, leicht reproduzierbare Beziehung zwischen den Kräften im Riemetrieb aufzustellen, so ist im Auge zu behalten, daß das Ergebnis etwa einem normalen Riemen in wenig gebrauchtem Zustande entsprechen wird: der Abfall der Kurve  $S'_2 = f(S_n)$  wird stärker sein als nach längerem Gebrauch und nach Nachspannung des Riemens zu erwarten ist, was eine gewisse Sicherheit gegen unbeabsichtigten Riemenrutsch in sich schließt; andererseits wird mit der Zeit auch der Achsdruck entsprechend dem steigenden  $S'_2$  größer; jedoch ist diese Steigerung prozentual so viel geringer als die Erhöhung der Trumkraft  $S'_2$  selbst, daß dieser Achsdrucksteigerung kaum Beachtung zu schenken ist.

**Empirische Beziehungen.** In Fig. 92 sind auf Grund der Lewis'schen Versuche (Fig. 88) die Kurven  $S'_2 = f(S_n)$  für verschiedene Vorspannungen aufgezeichnet, und zwar der besseren Übersicht halber in der Gestalt

$$\frac{k'_2}{k'_0} = f\left(\frac{k_n}{k'_0}\right).$$

Alle Kurven tangieren im Punkte  $k'_2/k'_0 = 1$  die um den Winkel  $\text{arc tg } \frac{1}{2}$  gegen die Horizontale geneigte Gerade, welche der Vorspannung  $k'_0 = \infty$  entspricht (wobei  $k'_2$  ebenfalls  $= \infty$ ). Für die Kurven läßt sich in dem schiefwinkligen Koordinatensystem, welches den Punkt  $k_n/k'_0 = 2$  als Anfangspunkt und die schräge Gerade  $k'_0 = \infty$  als Ordinatenachse hat, die empirische Beziehung aufstellen:

$$\frac{k'_2}{k'_0} = \frac{1}{\left(\frac{k'_0}{a} \varkappa\right)^{c_1} \cdot \left(\frac{k_n}{k'_0} - 2\right)^{c_2} + 1}, \quad (66)$$

worin  $a$  die Achsentfernung in m und die Größen  $\varkappa$ ,  $c_1$  und  $c_2$  Koeffizienten bedeuten. Letztere ergeben sich (für den Mittelwert  $a = 4$  m) aus den Kurven Fig. 92 in runden Zahlen

$$\begin{aligned} \varkappa &= 6,25 \\ c_1 &= 0,5 \\ c_2 &= 1,0 \end{aligned}$$



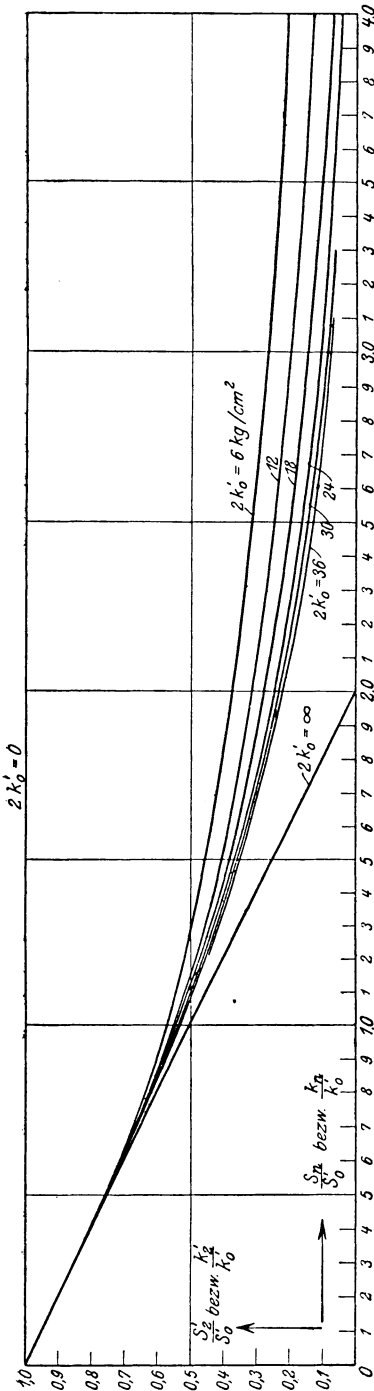


Fig. 92.  $S'_2 = f(S_n)$  für verschiedene Vorspannungen, nach den Lewis'schen Versuchen.

wodurch die Gleichung 66 übergeht in

$$\frac{k'_2}{k'_0} = \frac{1}{2,5 \cdot \sqrt{\frac{k'_0}{a} \cdot \left(\frac{k_n}{k'_0} - 2\right) + 1}} \cdot (67)$$

Man könnte diese Gleichung auch in das normale rechtwinklige Koordinatensystem mit dem Anfangspunkte 0 transformieren, was indes eine unbequeme Form ergibt; es ist daher am zweckmäßigsten, die Formel zur Aufzeichnung der  $k'_2$ -Kurven in dem schiefwinkligen System zu benutzen, wobei sich die Transformation zeichnerisch entsprechend Fig. 92 von selbst ergibt.

Da die Formel auf den Lewis'schen Versuchsergebnissen fußt, so ist, wie nochmals zu betonen ist, für die mit ihrer Hilfe ermittelten Kurven das im vorigen Abschnitt Erwähnte zu beachten.

Legt man Wert darauf, für Überschlagsrechnungen eine möglichst einfache Beziehung zu besitzen, so kann hierfür die Beobachtung dienen, daß die in Fig. 88 aufgezeichneten Achsdruckkurven hyperbelähnlichen Verlauf zeigen. Die hier verzeichneten Achsdruckkurven für niedrige Vorspannungen (etwa in der Größenordnung bis ca.  $2k'_0 = 10$ ) sind fast ganz genau gleichseitige Hyperbeln und folgen der Gleichung:

$$A = \sqrt{S_n^2 + 4S_0'^2}, \quad (68)$$

woraus mit

$$A = S_n + 2S_0' \\ S_0' = \frac{1}{2} (\sqrt{S_n^2 + 4S_0'^2} - S_n) \cdot (69)$$

Bei höheren Vorspannungen ergeben diese Gleichungen zu hohe Werte,

vgl. in Fig. 88 die gestrichelte Kurve für  $A_0 = 36$ . Wendet man daher diese Gleichungen an, so geht man hinsichtlich des Achsdruckes sicher, hinsichtlich des  $S'_2$ -Abfalls aber unsicher. Ich möchte daher empfehlen, die durch ihre Einfachheit bestechenden Hyperbelgleichungen 68 und 69 nur für überschlägliche Berechnung des Achsdruckes, nicht aber auch zur Bestimmung von  $S'_2$  zu verwenden. Selbstverständlich ist auch dabei zu beachten, daß die Formel die Achsentfernung nicht berücksichtigt, daß sie also nur für normale Verhältnisse gilt, welche sich nicht sehr weit von  $a = 4$  entfernen.

Immerhin möchte ich hier darauf hinweisen, daß mir die Beziehung 68:

$$A = S'_1 + S'_2 = \sqrt{S_n^2 + 4 S_0'^2} \quad (68)$$

als ein guter Ersatz erscheint für die alte Anschauung vom konstanten Achsdruck, nachdem sich letztere als nur in künstlich konstruierten Verhältnissen gültig erwiesen hat. Die Beziehung:

„Summe der Trumkräfte bei Belastung = Wurzel aus der Summe der Quadrate von Nutzlast und Leerlauf-Trumkraftsumme“

hat neben ihrer größeren sachlichen Richtigkeit jedenfalls auch den Vorteil der Anschaulichkeit für sich, auch gegenüber der von Barth und Aldrich<sup>1)</sup> als Ersatz der alten Beziehung:

$$S'_1 + S'_2 = 2 S_0' \quad (2)$$

befürworteten, zwar sehr einfach aussehenden, aber sachlich wenig zutreffenden<sup>2)</sup> Gleichung:

$$\sqrt{S'_1} + \sqrt{S'_2} = 2 \sqrt{S_0'} \quad (10)$$

Diese Anschaulichkeit springt besonders in die Augen, wenn wir beachten, daß hier der Achsdruck als Ergebnis des Zusammenwirkens einer „Leerkraft“, nämlich  $2 S_0'$ , welche keine Energie überträgt, mit einer „Arbeitskraft“, nämlich  $S_n$ , welche Energie überträgt, erscheint. Aus der Elektrotechnik sind wir damit vertraut, solche Leer- und Arbeitsgrößen als um  $90^\circ$  verschobene Vektoren zu betrachten und geometrisch zu addieren, und wir finden dazu hier ein Analogon — allerdings ein nur rein äußerliches und rechnungsmäßiges, dem, was zu beachten bleibt, keinerlei physikalische Bedeutung innewohnt.

Tragen wir also, Fig. 93, vom Punkte 0 aus horizontal die Leergrößen  $2 S_0'$ , vertikal die Arbeitsgrößen  $S_n$  auf, so geben die von 0 aus gezogenen Strahlen die zugehörigen Achsdrücke an; so z. B. für die konstante Vorspannung  $2 S_0' = a$  die Strahlen  $0a_1, 0a_2 \dots$  die Achsdrücke, welche den Nutzlasten  $S_{n1}, S_{n2} \dots$  entsprechen; oder für die konstante Nutzlast  $S_n$  die Strahlen  $0a_1, 0b_1, 0c_1 \dots$  die Achsdrücke, welche den Vorspannungen  $2 S_0' = a, 2 S_0' = b \dots$  entsprechen.

<sup>1)</sup> In der Diskussion zu dem Barthschen Vortrage, a. a. O.

<sup>2)</sup> Vgl. die diesbezüglichen Bemerkungen im Abschnitt II, S. 12/13.

Wie oben erwähnt, zeigt der wirkliche Achsdruckverlauf mit steigender Vorspannung wachsende Abweichung von der Hyperbelgleichung 68. Dem entspricht in der Darstellung Fig. 93 ein Ersatz der senkrechten Geraden durch gekrümmte Kurven ähnlicher Form, wie sie in Fig. 93 durch die gestrichelte Kurve  $c c'$  angedeutet ist. Möglicherweise läßt sich für den genauen Verlauf dieser Kurven eine einfache Beziehung auffinden, wodurch sich vielleicht für den Riementrieb mit seinen mit wachsender Last veränderlichen Verhältnissen eine Darstellung gewinnen läßt, welche dem in der Elektrotechnik für den

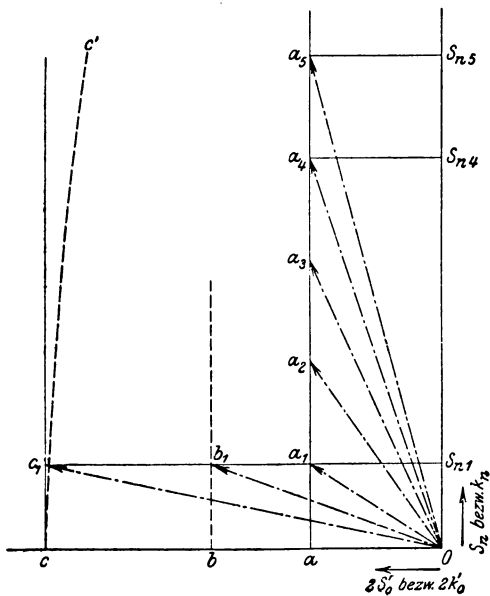


Fig. 93. Achsdruckdiagramm.

„allgemeinen Transformator“ mit mit wachsender Last veränderlicher Selbstinduktion benutzten Kreisdiagramm entspricht, während die geradlinige Darstellung der Fig. 93 für konstante, von der Last unabhängige Riemeneigenschaften gilt und damit in der Elektrotechnik ihr Gegenstück in dem speziellen Fall der konstanten Selbstinduktion findet.

**Der senkrechte Trieb.** Die bisherigen Überlegungen beziehen sich auf wagerechte Triebe, bei welchen der Einfluß des Durchhanges voll

zur Geltung kommt. Beim senkrechten Trieb ist kein Durchhang vorhanden; beide Trümer bilden die Scheiben tangierende gerade Linien und die Gesamtlänge des ganzen Riemen ist dauernd konstant. Sämtliche Kräfte werden nur durch die Elastizität des Riemenmaterials ausgelöst, und es tritt an Stelle der für mit Durchhang behaftete Triebe gültigen Sehnenkurve hier die einfache Dehnungskurve. An Hand derselben läßt sich das Verhalten von  $S'_2$  und  $A$  in Abhängigkeit von  $S_n$  leicht übersehen.

Ist die Dehnungskurve eine Gerade, so ruft jeder Übergang von Riemenmasse aus dem strammen ins schlaife Trum in beiden Trümmern quantitativ die gleiche Wirkung hervor: das schlaife Trum wird im selben Maße entlastet wie das stramme belastet; daher: Abfall von  $S'_2$  nach der Geraden mit dem Fallwinkel  $\arctg \frac{1}{2}$ , Anstieg von  $S'_1$  nach der Geraden mit dem Steigungswinkel  $\arctg \frac{1}{2}$  und Konstanz von  $A = S'_1 + S'_2$ .

In Wirklichkeit ist aber die Dehnungskurve nicht eine Gerade, sondern sie ist eine gekrümmte Kurve, deren Steigung bei hoher Last geringer ist als bei niedriger Last. Daher wird eine Vermehrung der Last im strammen Trum nicht so viel Riemenlänge ins schlaaffe Trum schaffen als erforderlich ist, um hier eine der Vergrößerung von  $S'_1$  gleiche Verminderung von  $S'_2$  herbeizuführen. Die Folge ist, daß  $S'_2$  nicht mehr der mit  $\text{arc tg } \frac{1}{2}$  fallenden Geraden folgt, sondern einer weniger steil abfallenden Kurve, welche in ihrem Charakter von den  $S'_2$ -Kurven des wagerechten Triebes nicht sehr verschieden ist; ebenso steigt  $S'_1$  schneller, und endlich ergibt sich auch für den Achsdruck eine mit  $S_n$  ansteigende Kurve. Diese Kurven werden zwischen den für die gerade Dehnungskurve gültigen Geraden und den für die gleiche Vorspannung gültigen entsprechenden Kurven des wagerechten Triebes liegen. Da der auf Erhaltung der Trumkraft  $S'_2$  hinwirkende Einfluß des Durchhanges fehlt, wird also beim senkrechten Trieb der Abfall von  $S'_2$  stets größer und der Anstieg von  $A$  stets kleiner sein als beim horizontalen Trieb. Im einzelnen wird der Verlauf von  $S'_2$  und  $S_n$  von dem Grade der Krümmung der Dehnungskurve des verwendeten Riemens abhängen.

### b) Der Einfluß der Riemengeschwindigkeit auf die Kraftverhältnisse.

Wir setzten bisher voraus, daß die betrachteten Riementriebe mit so niedrigen Riemengeschwindigkeiten arbeiteten, daß deren Wirkung vernachlässigbar klein ist; d. h. die bisherigen Betrachtungen treffen genau nur für den ruhenden Trieb zu, bei welchem keine Energie-, sondern nur eine Kraftübertragung stattfindet.

Ein wertvolles Ergebnis hat uns diese Betrachtung bereits geliefert, daß nämlich die Erscheinung des mit der Nutzlast steigenden Achsdrucks bei allen Anordnungen des Triebes nicht erst bei höheren Geschwindigkeiten, sondern auch im Stillstand auftritt; hierüber waren sich bisher selbst die kritischsten Autoren nicht klar<sup>1)</sup>.

Wir können indes im Anschluß an die vorangegangenen Erörterungen jetzt auch leicht das Gesamtverhalten der Kräfte im Riementrieb bei beliebigen Geschwindigkeiten übersehen. Wir vernachlässigen zu diesem Zweck zunächst die Tatsache, daß der Riemen im belasteten Zustande nicht durchweg gleiche Spannung und Dehnung und infolgedessen auch nicht in allen seinen Teilen gleiche Masse und gleiche Geschwindigkeit hat. Die Unterschiede sind auch bei starken Lasten so gering (etwa 1—2%), daß wir unbedenklich und ohne erheblich merk-

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. die Ausführungen Duffings über den Achsdruck bei Belastung, Z. d. V. d. I. 1913, S. 967 ff.



$k = f(\lambda_d)$ , Kurve  $a$ , und sodann die Dehnungskurve  $k = f(\lambda_e)$ , Kurve  $b$ , in einer solchen Lage zu der ersteren, daß beide Kurven den Punkt gemeinsam haben, welcher der Vorspannung  $k'_0 = k_v$  bei Stillstand entspricht: Punkt I, Fig. 94. Erteilen wir dem Riemen jetzt eine Geschwindigkeit, so daß eine Fliehspannung  $k_f$  entsteht, so hat diese zunächst die Tendenz, den Riemen bis zum Punkte II der Dehnungskurve zu dehnen. Diesem Punkte II würde, wenn sich nicht durch veränderten Durchhang eine Spannungsänderung ergeben würde, d. h. wenn die freie Spannung nicht der Durchhangskurve, sondern der Horizontalen I, I' folgen würde, auf letzterer der senkrecht unter II liegende Punkt II' entsprechen. Nun findet aber tatsächlich infolge des durch die elastische Dehnung vergrößerten Durchhangs eine Verminderung der freien Spannung nach der Durchhangskurve  $a$  statt; den tatsächlich zu  $k_f$  gehörigen Punkt II'' auf der Durchhangskurve finden wir, indem wir  $k_f$  vom Punkte II aus parallel mit sich selbst derart nach links verschieben, daß sein oberer Endpunkt auf der Dehnungskurve wandert; der untere Endpunkt erreicht die Durchhangskurve in dem gesuchten Punkte II''. Dieser stellt in dem der Geschwindigkeit  $v$  entsprechenden neuen Leerlaufzustand die Größe der freien Trumspannung, der senkrecht darüber auf der Dehnungskurve liegende Punkt II''' dagegen die Größe der gesamten Trumspannung dar.

Wir finden also in dem „Leerlauf-Diagramm“ Fig. 94 eine sehr einfache Darstellung der Kräfte des leerlaufenden Triebes: die Durchhangskurve  $a$  ist die Kurve der freien Kräfte  $S'_0$ , bzw.  $k'_0$ ; die Dehnungskurve  $b$  ist die Kurve der Gesamtkräfte  $S_0$ , bzw.  $k_0$ ; die zwischen ihnen liegenden Ordinatenstücke stellen die Fliehkräfte  $S_f$ , bzw.  $k_f$  dar.

Für eine andere Stillstandsvorspannung braucht nur die Dehnungskurve soweit horizontal verschoben zu werden, daß die dem neuen  $k'_0$  entsprechenden Punkte der Dehnungs- und der Durchhangskurve zusammenfallen: vgl. Kurve  $c$ , Fig. 94.

Die zu jedem  $v$  gehörigen Abszissen findet man einfach, indem man

$$k_f = \frac{q v^2}{g}$$

berechnet und diese Größe in den Raum zwischen den Kurven  $a$  und  $b$  hineinschiebt, was sich durch Parallelenziehen leicht bewerkstelligen läßt und scharfe Resultate gibt.

Der Vergleich der Verhältnisse bei den beiden Kurven  $b$  und  $c$ , Fig. 94, ergibt bereits, daß mit vom Stillstand an wachsendem  $v$  bei hohen Vorspannungen der Abfall der freien Spannung  $k'_0$  und damit des Achsdruckes  $2 k'_0$  zunächst mit der Fliehspannung fast identisch ist; bei niedriger Vorspannung ist dagegen der Abfall von  $k'_0$  von Anfang an erheblich geringer als die Fliehspannung. Der erstgenannte

Umstand erklärt die Fehlschlüsse von Kammerer, Grau und Schuster und anderen aus nicht genügend weit durchgeführten Beobachtungsreihen.

Der besseren Übersicht halber sind in Fig. 95 die den Kurven  $a, b, c$  Fig. 94 entsprechenden Kurven der freien Spannung  $k'_0 = f(v)$ , der Gesamtspannung  $k_0 = f(v)$ , und der Fliehbeanspruchung  $k_f = f(v)$  besonders herausgezeichnet.

Wir sehen hier noch deutlicher, daß bei einer Vorspannung  $k_v = 15 \text{ kg/cm}^2$  erst von etwa  $v = 25 \text{ m/sec}$  ab eine merkliche Abweichung des

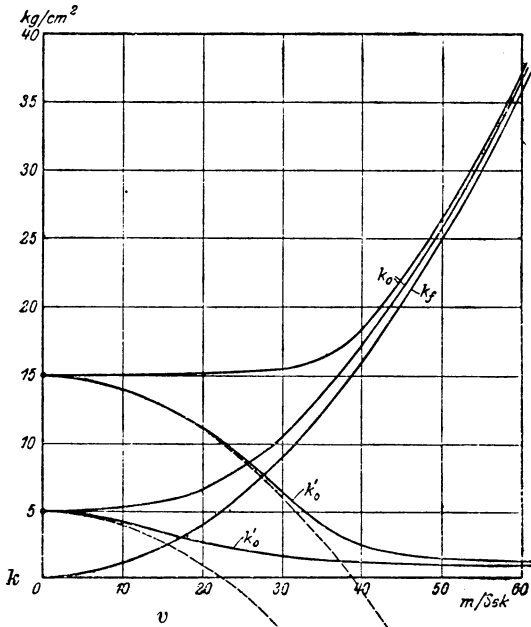


Fig. 95. Flieh-, freie und Gesamtbeanspruchung im leerlaufenden Riemen.

korrespondierende Punkte der Durchhangs- und der Dehnungskurve, welche die Aufzeichnung der für das ins Auge gefaßte  $v$  gültigen Sehnenkurve und damit die Bestimmung des Verlaufs der Kräfte  $S'_2, S'_1$  und  $A$  ermöglichen.

Die beiden genannten Punkte  $k'_0$  und  $k_0$  bestimmen die gegenseitige Lage der Dehnungs- und der Durchhangskurve, insofern nämlich, als für die Aufzeichnung der Sehnenkurve den durch die freien Kräfte bestimmten Punkten der Durchhangskurve die durch die entsprechenden

$k'_0$  von der (gestrichelten) Linie  $k_v - k_f$  auftritt, während bei niedrigerem  $k_v$  die Abweichung sich viel früher bemerkbar macht. Besonderes Augenmerk verdient ferner auch der bei hohem  $v$  höchst bedrohliche Anstieg der sich der Fliehspannungslinie asymptotisch anschmiegenden Gesamtspannung  $k_0$ .

**Achsdruck bei Belastung.** Aus den Darstellungen Fig. 94 und 95 läßt sich jetzt das Verhalten der Trumkraftsumme, bzw. des Achsdruckes bei Belastung herleiten. Wir entnehmen zu diesem Zwecke für jede Geschwindigkeit aus Fig. 95 die Größen  $k'_0$  und  $k_0$ . Diese beiden Größen bestimmen zwei

Gesamtkräfte bestimmten Punkte der Dehnungskurve zugeordnet werden müssen, d. h. also, die Dehnungskurve ist parallel sich selbst so weit nach unten zu verschieben, daß ihr Punkt  $k_0$  auf gleiche Höhe mit dem Punkte  $k'_0$  der Durchhangskurve zu liegen kommt: also Verschiebung nach unten um  $k_f$ . Dabei hat die Dehnungskurve natürlich nach wie vor durch den Schnittpunkt der Durchhangskurvenasymptote mit der Abszissenachse zu gehen.

Den gleichen Erfolg erreicht man natürlich, wenn man die Dehnungskurve bestehen läßt, dagegen die Durchhangskurve für jedes  $v$  neu zeichnet: das Achsenkreuz für die Durchhangskurve ist dann jeweils durch den Punkt der Dehnungskurve zu legen, welcher dem für das betreffende  $v$  gültigen  $k_f$  entspricht. Dies ist in Fig. 96 angedeutet.

In Fig. 97 sind auf die erstbeschriebene Weise die Sehenkurven für die Geschwindigkeiten:  $v = 0, 20, 40, 60$  und  $\infty$  aufgezeichnet. Diese Kurven lassen sich nunmehr zur Feststellung der Verhältnisse bei belastetem Lauf verwenden. Wir haben zu diesem Zweck uns nur zu erinnern, daß bei jeder Vorspannung zwischen  $k'_0$  und  $v$  die durch die Kurven Fig. 94 und 95 festgelegte Verknüpfung besteht.

Beispielsweise entsprechen den genannten Geschwindigkeiten für die Vorspannung  $k_v = 15 \text{ kg/cm}^2$  nach der Kurve Fig. 95 die freien Leerlaufspannungen  $k'_0 = 15,0, 11,1, 2,45, 1,3$  und  $0$ , während sich für die Vorspannung  $k_v = 5 \text{ kg/cm}^2$  ebenfalls nach Fig. 95  $k'_0 = 5,0, 2,65, 1,15, 0,95$  und  $0$  ergibt.

Zur zeichnerischen Durchführung eines Beispiels wählen wir die Daten für  $k_v = 15$ , ergänzen die Fig. 97 für die entsprechenden  $k'_0$  zur  $\frac{k'_1}{k'_2}$ -Darstellung (strichpunktierte Kurven) und ermitteln daraus durch Abgreifen in bekannter Weise die in Fig. 98 dargestellten Achsdruckkurven  $a = k'_1 + k'_2 = f(k_n)$  für die betrachteten fünf verschiedenen  $v$  und zugehörigen  $k'_0$ .

Aus dieser Kurvenschar lassen sich jetzt die Werte für die Aufzeichnung der Kurve  $a = f(v)$  für jede Nutzlast ohne weiteres abgreifen,

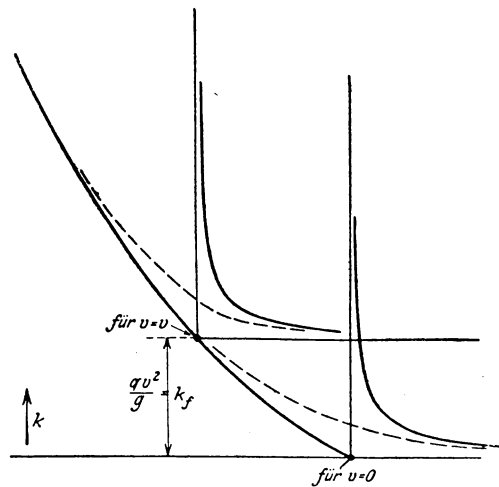


Fig. 96. Sehenkurven für verschiedene Riemengeschwindigkeiten.



wodurch sich für die als Beispiel betrachtete Vorspannung  $k_v = 15$  die in Fig. 99 dargestellte gesuchte Kurvenschar  $a = f(v)$  für Leerlauf und beliebige Nutzlasten ergibt.

Hiermit sind die Beziehungen zwischen Achsdruck, Nutzlast und Geschwindigkeit, deren Aufklärung auf analytischem Wege bis heute noch nicht völlig einwandfrei gelungen ist, zum ersten Male exakt ermittelt

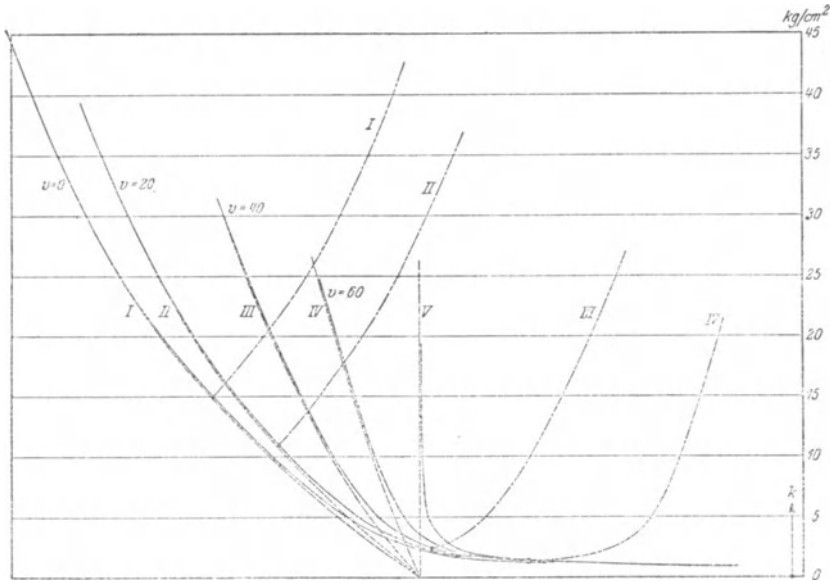


Fig. 97. Sehnkurven für verschiedene Geschwindigkeiten.

Kurven I:	$v = 0$ m/sec,	$k_f = 0$ kg/cm <sup>2</sup> ,	$k_0' = k_v = 15,0$ kg/cm <sup>2</sup> .
„ II:	$v = 20$ „	$k_f = 4$ „	$k_0' = 11,1$ „
„ III:	$v = 40$ „	$k_f = 16$ „	$k_0' = 2,45$ „
„ IV:	$v = 60$ „	$k_f = 36$ „	$k_0' = 1,30$ „
„ V:	$v = \infty$ „	$k_f = \infty$ „	$k_0' \cong 0$ „

Der eingeschlagene graphische Weg zur Ermittlung dieser Kurven mag ~~es~~ etwas unbequem erscheinen, doch läßt sich derselbe nicht vermeiden, wenn man zu einwandfreien Ergebnissen gelangen will. Dies ist dadurch bedingt, daß die Dehnungskurve des Leders eben keine gerade Linie ist, wie Duffing und Kutzbach vereinfachend annahmen, wodurch, da bei jeder Geschwindigkeit ein anderes Stück der Kurve wirksam ist, die tatsächlich in Betracht zu ziehende Dehnungskurve bei jedem  $v$  eine andere wird: wie eben aus Fig. 97 als Beispiel ersichtlich. Aus diesem Grunde ist es auch unzulässig, was nahe liegen würde, die in Fig. 88 dargestellte Kurvenschar  $A = f(S_n)$ , welche aus den Lewisschen Versuchen entwickelt ist und für konstantes  $v \cong 0$  gilt, an Stelle der Kurven Fig. 98 zu verwenden.

Sämtliche Achsdruckkurven erstrecken sich an und für sich bis in die Unendlichkeit, wobei sich die Leerlaufkurve der Parallelen zur Abszissenachse im Abstände  $\frac{q l}{2}$ , die Kurven für Belastung aber den für  $k'_0 = \frac{q l}{2}$ ,  $v = \infty$ , gültigen Grenzwerten

$$a'_\infty = k_n + \frac{q l}{2}$$

asymptotisch nähern. Sie finden indes praktische Grenzen, und zwar die Leerlaufkurve in dem Punkte, in welchem das Material des Riemens den Beanspruchungen durch Flieh- und freie Kraft nicht mehr gewachsen ist, so daß Zerreißen eintritt, die Kurven für Belastung in den (mit steigender Last bei immer niedrigerem  $v$  auftretenden) Punkten, in welchen der Schlupf zwischen Riemen und Scheibe 100 % erreicht.

Besonders soll an dieser Stelle nochmals darauf hingewiesen werden, daß (was bisher nicht beachtet wurde) auch bei Stillstand bereits die Steigerung des Achsdruckes bei Belastung eintritt, allerdings in geringerem Grade als (infolge des Sinkens von  $k'_0$ ) bei höheren Geschwindigkeiten. Je niedriger die Vorspannung  $k_v$  gewählt wird, um so mehr macht sich die Achsdrucksteigerung auch bei niedrigem  $v$  und im Stillstand bemerklich. Daß Kammerer und die übrige Forschung diese Verhältnisse nicht erkannten, rührt

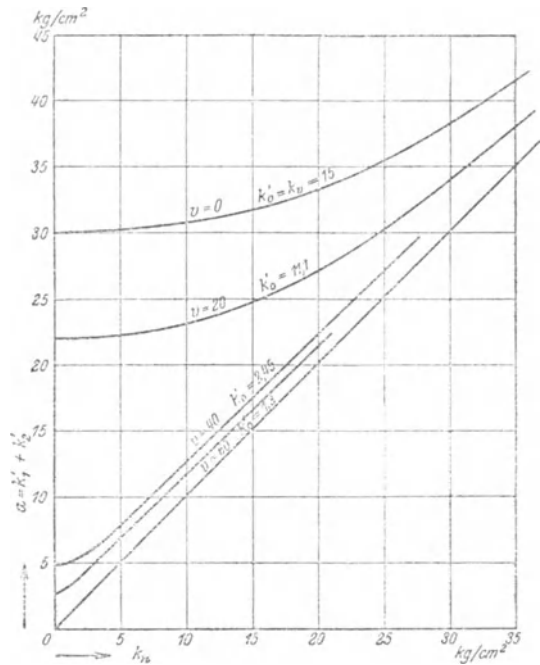


Fig. 98. Achsdruck für eine Vorspannung  $k_v = 15 \text{ kg/cm}^2$  bei verschiedenen Geschwindigkeiten.

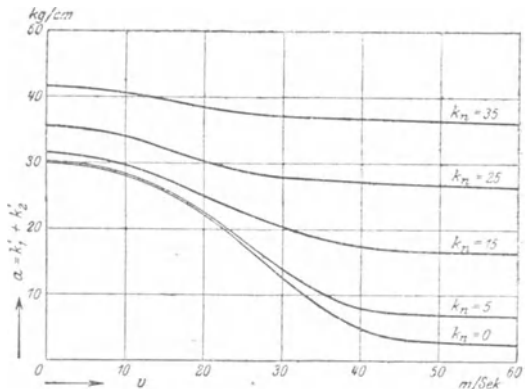


Fig. 99. Verlauf des Achsdruckes bei Leerlauf und Belastung (Vorspannung  $k_v = 15 \text{ kg/cm}^2$ .)

wohl zum guten Teil daher, daß die Experimentatoren größtenteils mit hohen Vorspannungen und niedrigen Nutzlasten arbeiteten, wobei dann die Steigerungen erst bei höheren Geschwindigkeiten merklich wurden.

**Senkrechter Trieb.** Die bisherigen Betrachtungen über den wagenrechten Trieb enthalten bereits den senkrechten Trieb als Spezialfall in sich. Derselbe ergibt sich, da für ihn der Einfluß des Durchhangs fortfällt, als identisch mit dem Fall der Achsdistanz = Null. Hierbei geht in der Darstellung Fig. 94 die Durchhangskurve in die senkrechte Gerade durch den Punkt  $k_v$  über, und wir finden, Fig. 100, daß in diesem Falle die Fliehkräfte in ihrem vollen Betrage achsentlastend wirken, bis

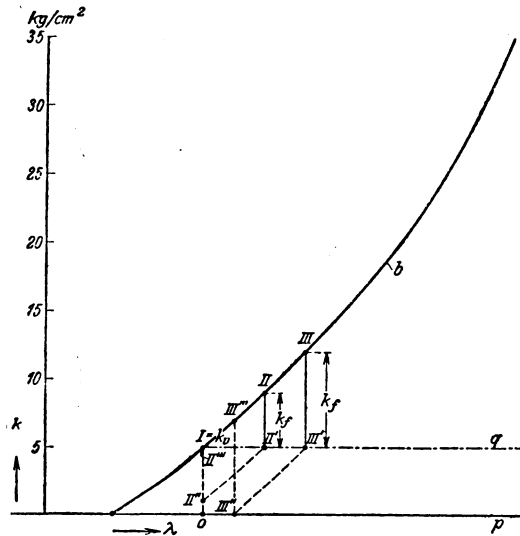


Fig. 100. Leerlaufdiagramm für den senkrechten Trieb und für den Lenixtrieb.

bei  $k_f > k_v$  ein Klaffen zwischen Riemen und Scheibe eintritt, indem der Riemen die untere Scheibe nur noch in zwei seitlichen Punkten berührt und im übrigen lose in einer Kettenlinie um die Scheibe herumläuft.

Betrachten wir ein  $k_f$ , welches kleiner ist als  $k_v$ , so finden wir den der Fig. 94 entsprechenden Kurvenzug II-II'-II''-II''' in Fig. 100 wieder; nur fällt hier Punkt II''' mit Punkt I =  $k_g$  zusammen. Wächst  $k_f$  über  $k_v$  hinaus, so findet

sich infolge des Klaffens der Punkt II'' nicht mehr auf der Senkrechten I 0, sondern auf der Abszissenachse 0 p: vergleiche den diesem Zustande entsprechenden Kurvenzug III-III'-III''-III'''.

Die obige Aussage, daß die Senkrechte I 0 hier an die Stelle der Durchhangskurve a, Fig. 94 trete, ist also genauer dahin zu berichtigen, daß an die Stelle der kontinuierlich gekrümmten Kurve a hier der gebrochene Geradenzug I-0-p tritt. Die Strecke 0-III'' stellt dabei den Betrag des Klaffens dar. Die Strecken II''-II''', bzw. III''-III''' bezeichnen die Fliehspannung  $k_f$  und ihre Endpunkte II'' und II''', bzw. III'' und III''' genau wie in Fig. 94 die freie Spannung  $k'_0$ , bzw. die Gesamtspannung  $k_0$ .

**Besondere Anordnungen.** Auch die Verhältnisse anderer Anordnungen lassen sich leicht an Hand der Betrachtungsweise des wagen-

rechten Triebes übersehen. Die wichtigsten solcher besonderen Anordnungen sind wohl die, welche Konstanz der freien Kraft im schlaffen Trum erzeugen; hierhin gehören die lenixartigen Spannrollen. Die Durchhangskurve in Fig. 94 geht hierbei in die horizontale Gerade durch den Punkt  $k_0$  über, und wir finden bestätigt, Fig. 100, daß sich dabei die Fliehkräfte in vollem Betrage zu den freien Kräften im Riemen addieren, da eben die Entlastung durch ein Sinken von  $k'_2$  fehlt.

Alle praktisch denkbaren Anordnungen normaler Vorspannungstriebe werden Durchhangskurven aufweisen, welche zwischen den Kurven der beiden Extreme: senkrechter Trieb und Lenixspannrollentrieb, liegen, d. h. also in dem rechteckig begrenzten Raume  $q$ -I-0- $p$ , Fig. 100, verlaufen. Wendet man besondere künstliche Mittel an, so ist es denkbar, Anordnungen zu schaffen, bei denen  $k'_2$  mit steigendem  $k_n$  steigt, beispielsweise läßt sich dies durch bewegliche Spannrollen mit Hebelgewichtsanordnungen mit veränderlichem Hebelarm erreichen; in diesem Falle würde dann also die  $k'_2$ -Kurve oberhalb der Horizontalen I  $q$  verlaufen.

Die Verhältnisse bei Belastung lassen sich in allen diesen Fällen leicht, wie oben beim normalen wagerechten Trieb gezeigt, verfolgen.

**Einfluß der Beschleunigungskräfte.** Es bleibt noch übrig, einen Blick auf den Einfluß der Kräfte zu werfen, welche durch die Beschleunigung und Verzögerung der Riemenmasse infolge der elastischen Dehnung und Verkürzung des Riemens beim Durchlaufen der Umspannungsbögen ausgelöst werden.

Dieser Einfluß läßt sich ohne jeden mathematischen Apparat leicht wie folgt übersehen.

Auf der getriebenen Scheibe müssen die einzelnen Riementeilchen, während sie um die Scheibe herumlaufen, von der Auflaufgeschwindigkeit auf die etwas größere Ablaufgeschwindigkeit beschleunigt werden. Dies kann nur dadurch geschehen (da ja die getriebene Scheibe keine Voreilung des Riemens erzeugen und daher auch auf den Riemen keine im Sinne einer Voreilung wirkende Kraft ausüben kann), daß die Beschleunigungs-Zugkraft  $S_B$  von dem strammen Trum geliefert wird. Diese zusätzliche Kraft im strammen Trum pflanzt sich einerseits in kontinuierlicher abnehmender Größe durch das auf der Scheibe befindliche Riemenstück tangential fort und erzeugt die Beschleunigung der einzelnen Riemenelemente; andererseits erzeugen diese zusätzlichen tangential gerichteten Kräfte auch zusätzliche radiale Drücke, welche die übertragende Reibungskraft vermehren. Die Beschleunigungskraft  $S_B$  spielt also genau die gleiche Rolle, wie die Zugkraft  $S'_1$ .

Auf der treibenden Scheibe ist der Vorgang ganz analog. Hier muß jedes Riementeilchen verzögert werden. Da die treibende Scheibe keine zurückhaltende Wirkung ausüben kann, so muß die Verzögerung

durch eine Trumkraft im strammen Trum geliefert werden, und zwar muß diese Trumkraft ebenso groß sein wie die zusätzliche Trumkraft an der getriebenen Scheibe, also  $= S_B$ . Dies läßt sich leicht einsehen, wenn man folgende Überlegung anstellt.

Nehmen wir an, die Beschleunigung und Verzögerung der Riemenelemente erstrecke sich bei jeder der beiden Scheiben auf den Bogen  $\alpha$ , dann befindet sich auf jeder Scheibe in jedem Augenblicke eine zu beschleunigende Riemenmasse  $m$ , welche der Bogenlänge  $r\alpha$  proportional ist, d. h. es ist (auf die Einheit des Riemenquerschnitts bezogen):

$$m = \frac{q}{g} r \alpha .$$

Nun ist auf jeder Scheibe die Summe der Beschleunigungen sämtlicher Riementeilchen (ebenfalls auf die Einheit des Riemenquerschnitts bezogen):

$$p = \frac{v_1 - v_2}{t} ,$$

wenn  $t$  die Zeit bedeutet, welche zum Durchlaufen des Bogens  $\alpha$  nötig ist. Da die mittlere Riemen Geschwindigkeit auf beiden Scheiben gleich ist und für unsere Überschlagsrechnung

$$v_m = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

gesetzt werden kann, so ist

$$t = \frac{\alpha r}{v_m} = \frac{2 \alpha r}{v_1 + v_2} ;$$

damit wird

$$p = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2 \alpha r} .$$

Hiernach ist die Beschleunigungskraft pro  $\text{cm}^2$ :

$$k_B = m p = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \cdot \frac{q}{g} = \text{const.} \quad (70)$$

unabhängig von Scheibengröße und Beschleunigungswinkel und also für die getriebene und die treibende Scheibe gleich und nur von den Geschwindigkeiten und der Riemenart abhängig.

Das Ergebnis der Massenwirkungen ist also eine Vergrößerung von  $S'_1$ , bzw.  $k'_1$  um den Betrag  $S_B$ , bzw.  $k_B$  und damit auch eine Vergrößerung des radialen Anpressungsdruckes zwischen Riemen und Scheibe. Dies bedeutet indes keine Vergrößerung der übertragbaren Nutzlast, da die durch die Massenkräfte bewirkte Vergrößerung des Spannungsverhältnisses ja für die Bewältigung eben dieser selben Massenkräfte wieder absorbiert wird.

Die Größenordnung dieses viel mißverstandenen und überschätzten Einflusses ist im übrigen in den meisten Fällen vernachlässigbar klein. Für den recht extremen Fall:  $v_1 = 50$ ,  $v_2 = 51$ , d. h. 2% elastische Dehnung ergibt sich beispielsweise mit  $q = 0,1$ :

$$k_B = \frac{2601 - 2500}{2} \cdot 0,01 = 50,5 \cdot 0,01 = 0,505 \text{ kg/cm}^2.$$

## VI. Die Verluste im Riementrieb (Wirkungsgrad).

**Wirkungsgrad und Verluste.** Es wurde bereits am Schlusse des Abschnitts II darauf hingewiesen, daß der Wirkungsgrad bei Riementrieben ein wenig lohnender Forschungsgegenstand ist. Er ist dies schon aus dem Grunde, weil er bei Riementrieben stets recht hoch liegt und sich daher der Einfluß aller Anordnungsänderungen (Scheibengröße, Übersetzungsverhältnis, Lage des strammen und schlaffen Trums, relative Lage der beiden Scheiben, Riemengeschwindigkeit, Vorspannung usw.) nur durch geringfügige Abweichungen, die zudem noch stark durch Meßfehler verwischt werden können, kenntlich macht. Die große Zahl der beim Riementrieb auftretenden Variablen kann durch ein solches einziges Kriterium, welches ihren Gesamteinfluß in einer Verhältniszahl zusammenfaßt, naturgemäß in ihren Einzelwirkungen nicht oder bestenfalls nur verschwommen zur Darstellung gebracht werden.

Die genaue Verfolgung des Verhaltens eines Riementriebes und des Einflusses von Änderungen der Anordnung ist nur möglich, wenn man das bisher geübte summarische Wirkungsgraduntersuchungsverfahren verläßt und zu einer Untersuchung der Verluste übergeht; und zwar hat man nicht nur eine summarische Untersuchung der Gesamtverluste, sondern eine vollständige Trennung der Verluste nach den Quellen, aus welchen sie stammen, also eine systematische Untersuchung der Einzelverluste, vorzunehmen.

**Der spezifische Verlust.** Wir gehen hier noch einen Schritt weiter und führen den Begriff des „spezifischen Verlustes“ ein; mit diesem Ausdruck wollen wir den auf die Einheit des Riemenquerschnittes und die Einheit der Geschwindigkeit reduzierten Verlust kennzeichnen, entsprechend der Beziehung:

$$V' = \frac{V}{b \cdot d \cdot v}, \quad (71)$$

worin  $V'$  den spezifischen Verlust,  $V$  den absoluten Verlust bezeichnet und  $b$ ,  $d$ ,  $v$  die bekannte Bedeutung haben.

$V'$  hat, da  $V$  eine Leistung bedeutet, den Charakter einer Kraft pro Querschnittseinheit, also einer Spannung; wir können uns daher den

spezifischen Verlust  $V'$  auch als Spannungsverlust vorstellen, indem wir uns alle Verluste, also auch die Geschwindigkeitsverluste, in Verluste an übertragener Nutzspannung verwandelt denken, und es besteht dabei zwischen  $V'$ ,  $k_n$  und  $\eta$  der leicht zu übersehende Zusammenhang:

$$V' = k_n \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right). \quad (72)$$

Andererseits bedeutet  $V'$ , da  $b d \cdot v$  das in der Zeiteinheit durchlaufende Riemenvolumen darstellt, auch den Energieverlust für die Einheit des Riemenvolumens.

In jedem Falle haben wir in der Größe  $V'$  ein Kriterium gewonnen, das einen unmittelbaren Vergleich verschiedener Riementreibe ermöglicht, und dies bedingt ihren besonderen Wert.

**Die Einzelverluste.** Wir betrachten nunmehr die beim Riemetrieb auftretenden einzelnen Verlustquellen und können unterscheiden:

A. Innere Verluste im Übertragungsorgan:

1. Verlust durch elastische Hysterese und elastische Nachwirkung infolge pulsierender Zugbeanspruchung.
2. Verlust durch Biegung.

B. Äußere Verluste am Übertragungsorgan:

3. Verlust durch Riemenschlupf.
4. Verlust durch Luftbewegung durch den Riemen:
  - a) Luftreibung des Riemens selbst.
  - b) Stauung und Wirbelung der erzeugten Luftströme.

C. Verluste an den Scheiben (einschließlich Spannrollen) nebst Lagerung.

5. Verlust durch Luftbewegung durch die Scheiben.
6. Verlust durch Lagerreibung.

**1. Verlust durch Hysterese und Nachwirkung:**  $V_{H+N}$ . Diese Verlustquelle ist bereits in Abschnitt III ausführlich behandelt worden; wir haben daher hier lediglich zu rekapitulieren, daß das bisher vorliegende experimentelle Material noch so dürftig ist, daß wir Sicheres über das Verhalten des Verlustes durch Hysterese und Nachwirkung bei Leder nicht aussagen können, daß aber, vorbehaltlich experimenteller Nachprüfung, bis auf weiteres als wahrscheinlich angenommen werden kann:

Der Energieinhalt der Hysterese- und Nachwirkungsschleife ist bei konstantem  $k_n$  ungefähr konstant, unabhängig von der Höhe der Mittelspannung und wenig abhängig von der Umlauffrequenz; er beträgt pro  $\text{cm}^3$ :

$$A = c' (k_1 - k_2)^n \left( \frac{\text{cmkg}}{\text{cm}^3} \right). \quad (73)$$

Nehmen wir hier, um auf eine positive Zahl zu gelangen, für  $n$  willkürlich den mutmaßlichen Mittelwert = 2 an und legen die aus dem oben (S. 53/55) angeführten Barthschen Versuch errechneten Werte zugrunde, so ergibt sich die Konstante:

$$c' = 0,00009$$

als Verlust pro Umlauf für 1 cm<sup>3</sup> Riemenvolumen und 1 kg/cm<sup>2</sup> Nutzbeanspruchung.

Bezeichnen wir nun mit  $L$  die Gesamtlänge des Riemens (in m), so ist die Umlauffrequenz (Zahl der Riemenumläufe pro Sekunde):

$$u = \frac{v}{L} \quad \left( \frac{\text{m/sec}}{\text{m}} = \frac{1}{\text{sec}} \right), \quad (74)$$

der Verlust pro Sekunde also für 1 cm<sup>2</sup> Querschnitt des Gesamtriemens:

$$V_{H+N} = u A 100 L = 100 v c' k_n^n \quad (\text{cmkg/sec cm}^2) \quad (75)$$

und der spezifische Verlust

$$V'_{H+N} = c' k_n^n \quad (\text{kg/cm}^2). \quad (76)$$

Der spezifische Verlust durch elastische Hysterese und Nachwirkung ist also zahlenmäßig gleich der Größe  $A$ , d. h. dem Energiegehalt der Hysterese- und Nachwirkungsschleife in cmkg/cm<sup>3</sup>. Er wird also als von der Riemengeschwindigkeit nicht wesentlich abhängig und der  $n$ ten Potenz von  $k_n$  proportional (mit  $n = 2$  als Mittelwert) anzunehmen sein — vorbehaltlich der weiteren Erforschung: in Fig. 101 a, b ist diese grundsätzliche Abhängigkeit dargestellt, wobei ein geringes Steigen von  $V'_{H+N}$  mit  $v$  angenommen ist<sup>1)</sup>.

**2. Verlust durch Biegung:  $V_B$ .** Neben dem Kreisprozeß, dem jedes Teilchen des Riemens durch die pulsierende Zugbeanspruchung unterworfen ist, geht ein zweiter einher, welcher durch die beim Umlaufen der Scheiben auftretende periodische Biegungsbeanspruchung bedingt wird.

Beide mechanische Kreisprozesse unterscheiden sich nur dadurch, daß beim ersten die Zugbeanspruchung, beim zweiten die Biegungsbeanspruchung einer periodischen Veränderung unterliegt; beide Prozesse superponieren sich — ob ohne gegenseitige Störung, steht dahin. Jedenfalls aber sind beide grundsätzlich gleicher Art, und es werden daher alle Aussagen, die über den Verlust durch Hysterese und Nachwirkung beim Zugprozeß gemacht wurden, auch für den Biegungsprozeß Gültigkeit haben.

Der Verlust durch „Riemensteifigkeit“, wie der Biegungsverlust  $V_B$  oft auch bezeichnet wird, ist also nichts anderes als der Hysterese-

<sup>1)</sup> Vgl. die in Anhang 2 dargestellten Ergebnisse der Kammererschen Seilversuche, durch welche dieses Ansteigen wahrscheinlich gemacht wird.



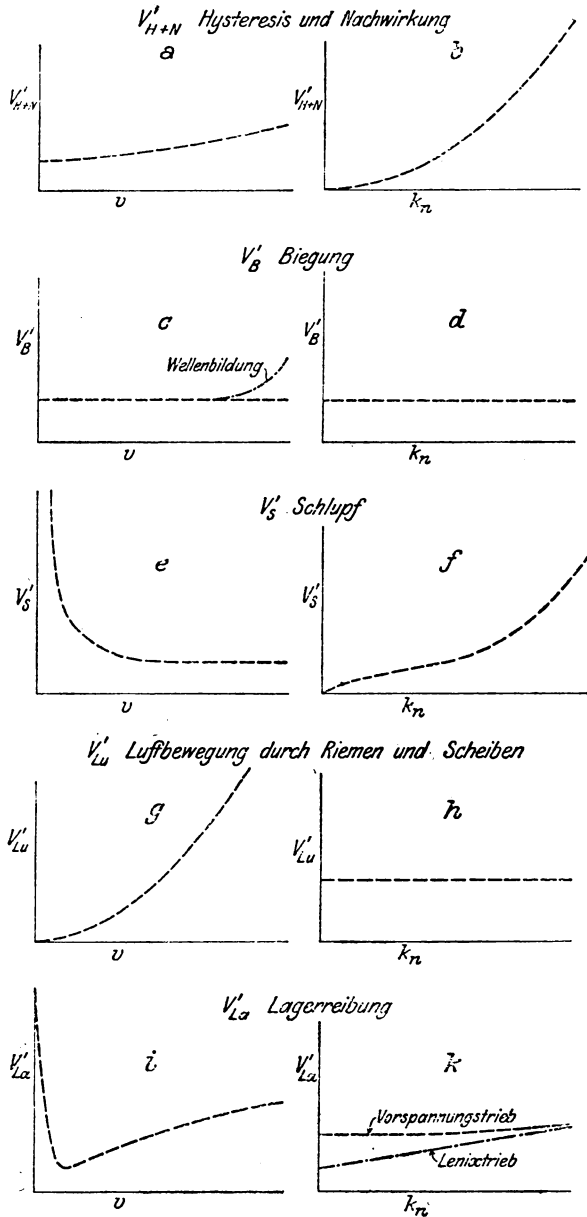


Fig. 101. Grundsätzliche Abhängigkeit der Einzelverluste von  $v$  und  $k_n$ .

und Nachwirkungsverlust bei dem durch das periodische Hin- und Herbiegen des Riemen entstehenden Biegungskreisprozeß, und es gilt somit die grundsätzliche Abhängigkeit der Fig. 101a, b auch für ihn,

wobei lediglich an Stelle der Abszissen  $k_n$  die Abszissen  $k_b$  zu treten haben. Wir können also die beiden bisher behandelten Verluste, soweit ihre Abhängigkeit von  $v$  in Betracht kommt, gemeinsam behandeln und den Biegungsverlust  $V_B$ , bzw.  $V'_B$  lediglich als einen Zuschlag zum Zug-Hysteresis- und Nachwirkungsverlust  $V_{H+N}$ , bzw.  $V'_{H+N}$  auffassen.

Was die Größe des Biegungsverlustes anlangt, so ist klar, daß der Biegungsverlust wegen seiner Abhängigkeit von  $k_b$  um so größer sein muß, je größer das Verhältnis  $d/r$  ist ( $d$  = Riemendicke,  $r$  = Scheibenradius); betrachtet man das Leder als einen Körper, dessen spannungslose Faser bei der Biegung in der Mitte liegt (was wohl kaum zutrifft), so ergibt sich Proportionalität des spezifischen Biegungsverlustes mit  $d^3/r^2$  <sup>1)</sup>. Weitere Aussagen über die Größe von  $V'_B$  können heute noch nicht gemacht werden, da hierüber experimentelles Forschungsmaterial noch gänzlich fehlt <sup>2)</sup>. Es wäre sehr wünschenswert, wenn auch hier bald systematische Forschung einsetzte, wobei auch die Frage, ob störungsfreie Superposition von  $V'_{H+N}$  und  $V'_B$  eintritt, zu klären wäre.

Wir wollen vorläufig letztere als vorliegend ansehen und dementsprechend auch Unabhängigkeit des Verlustes  $V'_B$  von  $k_n$  annehmen: Fig. 101d.

Interesse dürfte noch ein kurzer Blick auf die zu erwartende Gestalt des Biegungszyklus bieten.

Bei unendlich biegsamem Riemen müßte am Auflaufpunkte des Riemens auf die Scheibe der Übergang von dem großen Krümmungsradius des auflaufenden Trums zum Scheibenradius  $r$  momentan erfolgen, Fig. 102a, ebenso der entsprechende Übergang des  $k_b$  von 0 auf den  $r$  entsprechenden Wert  $k_b$ . Demnach entstände hierbei das  $k_b$ -Diagramm entsprechend der rechteckigen Kurve 1 in Fig. 103. Bei nicht unendlich biegsamem Riemen würde der plötzliche Übergang ein  $k_b = \infty$  erfordern. Infolgedessen ist

in der Praxis ein momentaner Sprung am Auflaufpunkte unmöglich, und es wird ein allmählicher Übergang des Krümmungsradius  $\rho$  und der Biegungsbeanspruchung  $k_b$  vor sich gehen. An Stelle der Kurve 1 wird etwa die  $k_b$ -Kurve 2 treten und an Stelle des Bildes a in Fig. 102 das Bild b, d. h. der Riemen wird sich in der Tat nicht an dem theoretischen

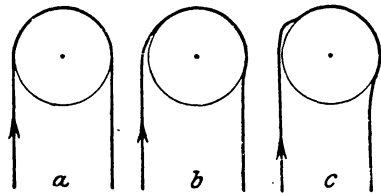


Fig. 102. Riemen-Auf- und Ablauf.

<sup>1)</sup> Vgl. Grove, Einfache Maschinenteile, S. 262—63. Ich brauche wohl kaum zu betonen, daß ich die dort von Grove entwickelten Anschauungen, die auch von Kobes übernommen sind, im übrigen nicht zu teilen vermag.

<sup>2)</sup> Vgl. aber die in Anhang 2 aus den Kammererschen Seilversuchen entwickelten Ergebnisse.

tisch zu erwartenden, sondern erst an einem späteren Punkte an die Scheibe anlegen. Bei hohen Geschwindigkeiten kann noch infolge der Trägheit des Riemens der in Bild c skizzierte Fall eintreten, d. h. eine Wellenbildung auftreten, der etwa die  $k_b$ -Kurve 3, Fig. 103, entspricht.

Analog sind naturgemäß die Verhältnisse am Ablaufpunkte.

Es ist klar, daß durch diese Verhältnisse das im Abschnitt IV dargestellte einfache Bild des Schlupfes unter Umständen nicht unerheblich gestört werden kann und daß, namentlich wenn Wellenbildung auftritt, auch der Biegungsverlust durch die mehrfachen sich überlagernden Biegungs-Hysterese- und Nachwirkungsschleifen sich wesentlich erhöhen kann, so daß die Kurve  $V'_B = f(v)$  in Fig. 101c möglicherweise bei hohem  $v$  stark nach oben strebt.

Bei Vorhandensein von Spannrollen wird die dadurch eintretende Vermehrung des Biegungsverlustes natürlich mit zu beachten sein.

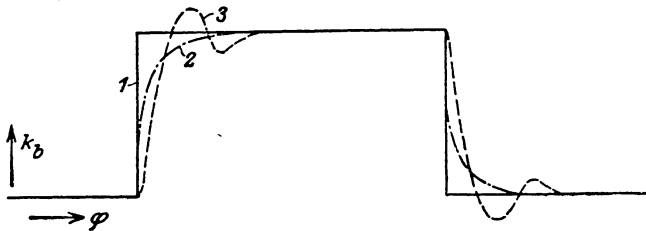


Fig. 103. Verlauf der Biegungsbeanspruchung.

**3. Verlust durch Riemenschlupf  $V_s$ .** Die Abhängigkeit der Schlupfgeschwindigkeit von  $k_n$  und  $v$  ist in Abschnitt IV ausführlich behandelt. Wir können die Ergebnisse hier benutzen.

Der Schlupf-Energieverlust ergibt sich an jeder Stelle des Scheibenumfanges als das Produkt aus der dort herrschenden Nutzkraft  $k - k_2 = k_n$  und der dort herrschenden Schlupfgeschwindigkeit  $w$ . Tragen wir dieses Produkt über dem Scheibenumfang auf, so erhalten wir für die treibende und die getriebene Scheibe je eine Kurve, deren Quadrierung

$$\frac{\int_0^\varphi (k - k_2) w d\alpha}{\varphi} = V_{sa}, \quad \text{bzw.} \quad = V_{sb} \quad (77)$$

den auf der ganzen Scheibe auftretenden Energieverlust ergibt. Andererseits ist der Gesamtverlust des ganzen Triebes, also beider Scheiben

$$V_s = V_{sa} + V_{sb} = (k_1 - k_2) (w_{ga} + w_{gb} + w_s) \quad (78)$$

und der Verlust infolge Gleitschlupfes

$$\begin{aligned} V_{sga} &= (k_1 - k_2) w_{ga} \\ V_{sgb} &= (k_1 - k_2) w_{gb}. \end{aligned} \quad (79)$$

Der in seiner Verteilung auf die treibende und getriebene Scheibe zweifelhafte Teil ist also lediglich durch den Dehnungsschlupfanteil des Gesamtverlustes, nämlich

$$V_{S_e} = (k_1 - k_2) w_e \quad (80)$$

dargestellt. Seine Verteilung müßte mit Hilfe der Formel 77 ermittelt werden. Wir wollen jedoch auf die quantitative Lösung dieser Aufgabe hier verzichten, da uns die Kenntnis des Gesamtschlupfverlustes des Gesamttriebes genügt. Dieser ist also:

$$V_S = w k_n \quad \left( \frac{\text{mkg/sec}}{\text{cm}^2} \right) \quad (81)$$

und der spezifische Gesamtschlupfverlust des Triebes:

$$V'_S = \frac{w k_n}{v} \quad \left( \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right). \quad (82)$$

Ermitteln wir also nach Abschnitt IV die Werte

$$w = w_{ga} + w_{gb} + w_e,$$

so lassen sich damit unmittelbar die Verlustkurven

$$V'_S = f(v) \text{ für konstantes } k_n$$

und

$$V'_S = f(k_n) \text{ für konstantes } v$$

nach Formel 82 aufzeichnen: Fig. 101 e, f.

4. Verlust durch Luftbewegung am Übertragungsorgan  $V_{LuR}$ . Der Versuch, den Verlust eines Riementriebes infolge Luftreibung theoretisch zu bestimmen, begegnet erheblichen Schwierigkeiten. Dieselben werden dadurch vermehrt, daß eine scharfe Trennung des Verlustes, welcher durch den Riemen selbst und desjenigen, welcher durch die Scheiben verursacht wird, schwer möglich ist. Wir wollen hier diese Trennung in der Weise vorgenommen denken, daß wir uns vorstellen, es werde

1. der Luftreibungsverlust der leerlaufenden Scheiben ohne Riemen,
2. der Luftreibungsverlust des leerlaufenden Triebes mit Riemen bestimmt; dann wollen wir annehmen, die ganze Differenz dieser beiden Verlustwerte falle dem Riemen zur Last. Dieser so bestimmte Luftreibungs- oder besser „Luftbewegungsverlust“ des Riemens  $V_{LuR}$  setzt sich dann aus zwei Hauptteilen zusammen:

- a) dem eigentlichen Luftreibungsverlust des Riemens selbst,
- b) dem Verlust durch gegenseitige Beeinflussung der von den Trümmern erzeugten gegenläufigen Luftströme und durch Stauung und Wirbelung derselben an den Scheiben.

Der Teilverlust  $a$  ist derjenige Teil des Verlustes durch Luftbewegung, der, obwohl er der Größe nach möglicherweise hinter dem Teile  $b$  zurücksteht, bisher fast allein betrachtet worden ist. Dies erklärt sich leicht dadurch, daß  $b$  der rechnungsmäßigen Erfahrung gänzlich unzugänglich ist, während  $a$  noch durch Rechnung erfaßbar erscheint.

Dem Vorgange von Kobes folgend, können wir zur Berechnung des Verlustes  $a$  ( $V'_{LuRa}$ ) die von Zahm<sup>1)</sup> experimentell ermittelte Beziehung für den Luftwiderstand ebener Platten benutzen. Danach ist der Luftreibungswiderstand einer Seite einer ebenen Platte von  $f$  Quadratmeter Fläche bei einer Geschwindigkeit von  $v$  m/sec:

$$R_{Lu} = c f^{0,93} v^{1,85}. \quad (83)$$

Diese Formel gilt für gehobelte und gefirnißte Bretter, wobei Wasserbenetzung und Bekleben mit glattem oder rauhem Papier sich als ohne Einfluß erwies; die Konstante  $c$  war dabei durchweg  $c = 0,000316$ . Bei rauhen Oberflächen ergab sich ein Wachsen des Widerstandes mit  $v^{2,05}$ , wobei jedoch angeblich eine der obigen ähnliche Gleichung sich nicht aufstellen ließ. Angesichts der Unsicherheit der gesamten benutzbaren Unterlagen möchte ich vorschlagen, bis auf weiteres für Lederriemen zu setzen:

$$R_{Lu} = c_a f v^2, \quad (84)$$

hierin  $f$  in  $m^2$  und  $c_a = 0,00032$ . Für die Berechnung wäre dann als reibende Fläche die gesamte Oberfläche der beiden Trümer, von den auf den Scheiben liegenden Riementeilen aber nur die Seitenflächen anzusetzen, da die Oberfläche der letzteren Teile lediglich die entsprechende Scheibenfläche ersetzt und diese bei der Scheibe selbst berücksichtigt wird. Demnach wäre der spezifische Verlust

$$V'_{LuRa} = \frac{R_{Lu}}{b d} = c_a v^2 [2(b + d) \cdot (l_1 + l_2) + 2d(\varphi_a r_a + \varphi_b r_b)] (\text{kg/cm}^2), \quad (85)$$

wobei  $l_1, l_2$  die Längen der Trümer,  $\varphi_a, \varphi_b, r_a, r_b$  die Umspannungsbögen und Radien der Scheiben bedeuten und sämtliche Längen in Metern einzusetzen sind.

Der Teil  $b$  des spezifischen Luftbewegungsverlustes entzieht sich, wie bereits erwähnt, der Rechnung vollständig. Wir müssen indes annehmen, daß auch dieser Teil ungefähr dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional sein wird. Weiter ist sicher, daß derselbe um so größer sein wird, je enger die beiden Trümer zusammenliegen, d. h. je kleiner die Scheiben sind, da die von den beiden Trümmern in gegenläufige Bewegung gesetzten Luftströme sich um so mehr stören und zu Luftwirbeln Anlaß geben, je geringer die Entfernung der Trümer voneinander ist. Diese gegenseitige Beeinflussung dürfte jedoch schon bei

<sup>1)</sup> Zahm, Atmospheric friction on even surfaces. Philos. Mag. 1904, Bd. 2, S. 58.

einer gewissen nicht allzu bedeutenden Scheibengröße verschwindend gering sein und dann nur die Luftwirbelung und Stauung in den von Riemen und Scheiben gebildeten Ecken übrig bleiben, welche wohl von der Scheibengröße — bei gleichem  $v$  — nicht erheblich beeinflusst werden wird. Mangels jeglichen experimentellen Materials können wir vielleicht annehmen, daß der erste, von der Scheibengröße abhängige Teil des Verlustes  $V'_{LuRb}$ , der „Trumwirbelverlust“, dem Quadrat der mittleren Entfernung der Trümer voneinander, also dem Ausdruck

$$\left(\frac{2r_a + 2r_b}{2}\right)^2 = (r_a + r_b)^2$$

umgekehrt proportional, der zweite Teil, der „Eckenwirbelverlust“, von der Scheibengröße unabhängig, aber ebenfalls dem Quadrat von  $v$  proportional sei, so daß also die grundsätzliche Beziehung bestünde:

$$V'_{LuRb} = \frac{c_{b1}v^2}{(r_a + r_b)^2} + c_{b2}v^2 \quad (\text{kg/cm}^2). \quad (86)$$

Inwieweit diese Beziehung zutrifft, müßte experimentell geklärt und dabei auch die Werte  $c_{b1}$  und  $c_{b2}$ , für die jeder Anhalt fehlt, ermittelt werden.

Als Gesamtbetrag des dem Übertragungsorgan zur Last zu legenden Luftbewegungsverlustes wäre also vorläufig zu setzen:

$$\begin{aligned} V'_{LuR} &= V'_{LuRa} + V'_{LuRb} \\ &= v^2 \left[ 2c_a(b+d) \cdot (l_1 + l_2) + 2c_a d(\varphi_a r_a + \varphi_b r_b) + \frac{c_{b1}}{(r_a + r_b)^2} + c_{b2} \right]. \quad (87) \end{aligned}$$

Grundsätzlich bestünde danach für den spezifischen Luftreibungsverlust  $V'_{LuR}$  Proportionalität mit  $v^2$  und Unabhängigkeit von  $k_n$  Fig. 101 g, h.

**5. Verlust durch Luftbewegung an den Scheiben  $V_{LuSch}$ .** Dieser Verlust, an sich nicht zu den eigentlichen Riemenverlusten, wohl aber zu den Verlusten des Riemetriebes gehörend, schließt sich aufs engste an das Vorbesprochene an. Auch dieser Verlust entzieht sich quantitativ der rechnerischen Verfolgung gänzlich. Qualitativ können wir sagen, daß natürlich Unabhängigkeit von  $k_n$  besteht, und daß auch hier der spezifische Verlust dem Quadrat der Geschwindigkeit proportional sein wird. Letzteres wird durch die Versuche von Heinrich<sup>1)</sup> über den Luftwiderstand eines Schwungrades, deren Ergebnisse mit den Erfahrungen übereinstimmen und daher wohl auch auf Riemenscheiben ähnlicher Konstruktion übertragen werden können, erhärtet. Im übrigen wird die Konstruktion der Riemenscheiben auf die Größe des

<sup>1)</sup> Heinrich, E., Versuche über die Luftwiderstandsarbeit eines Schwungrades. Z. d. V. d. I. 1913, S. 1950—52.

Scheibenwiderstandes und vielleicht auch auf seine Abhängigkeit von  $v$  von Einfluß sein, insbesondere bei hohen Geschwindigkeiten, bei welchen dieser Verlust ganz erhebliche Werte erreichen kann<sup>1)</sup>.

Auch hier wieder ist festzustellen, daß exakte Forschungsergebnisse, welche die Abhängigkeit des Luftwiderstandes von der Größe und Bauart der Scheiben klarlegen, noch fehlen, und zu betonen, daß eine systematische Untersuchung der Widerstandsverhältnisse der verschiedenen Scheibenkonstruktionen und Scheibengrößen mit zu den Grundlagen gehört, ohne die eine Vorausbestimmung des Wirkungsgrades von Riemenkraftübertragungen nicht möglich ist.

Bei der Bestimmung der Scheibenverluste dürfen auch die etwa vorhandenen Spannrollen nicht übersehen werden; dieselben werden bei

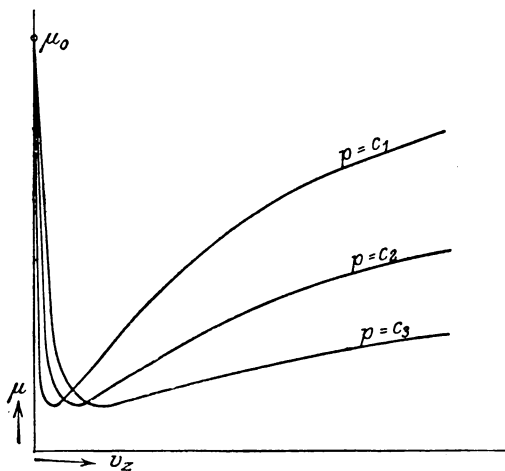


Fig. 104. Grundsätzlicher Verlauf der Kurven des Lagerreibungskoeffizienten  $\mu = f(v_z)$  bei konstanter Temperatur.

hohem  $v$  sicherlich eine recht fühlbare Vergrößerung der Gesamtverluste des Triebes mit sich bringen — ein Nachteil, der indes bei beweglichen, auf automatische Konstanz von  $S'_2$  hinwirkenden Spannrollen durch deren höchst wertvolle und vorteilhafte sonstige Eigenschaften in den meisten Fällen mehr als aufgewogen wird.

**6. Verlust durch Lagerreibung  $V_{La}$ .** Über die Lagerreibung ist in der neuesten Zeit, insbesondere

durch die Arbeiten von Stribeck<sup>2)</sup> und Gümbel<sup>3)</sup> so viel Licht verbreitet worden, daß die (wenigstens annähernde) rechnungsmäßige Vorausbestimmung des Lagerreibungsverlustes heute möglich ist. Wir wissen, daß bei konstanter Lagertemperatur die Kurven  $\mu = f(v_z)$  bei konstanter Lagerbelastung  $p$  die grundsätzliche Gestalt der Fig. 104 und die Kurven  $\mu = f(p)$  bei konstantem  $v_z$  in dem  $v_z$ -Bereich oberhalb des  $\mu$ -Minimums die grundsätzliche Gestalt der Fig. 105 haben

<sup>1)</sup> Vgl. die Beobachtungen von Heinrich a. a. O. über den Einfluß der Verschalung der Schwungradarme, sowie von Kammerer über den Einfluß von Löchern in den Seitenverkleidungen seiner Versuchsriemenscheiben.

<sup>2)</sup> Stribeck, R., Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager. Z. d. V. d. I. 1902.

<sup>3)</sup> Gümbel, Das Problem der Lagerreibung. Monatsblätter d. Berl. Bez.-Ver. d. Ing. 1914, S. 87—104; 109—120.

( $v_z =$  Zapfengeschwindigkeit). Hierbei ist  $f(p)$  bei normalen zweiteiligen Lagern gleich  $c/\sqrt{p}$  zu setzen, so daß  $c = \mu\sqrt{p}$ , während sich bei ungeteilten Lagerschalen nach Dettmar<sup>1)</sup> und Heilmann<sup>2)</sup> die Beziehung  $c = \mu p$  als gültig erwies. Die Anfangsteile der Kurven  $\mu = f(v_z)$  gehen sämtlich von dem gemeinsamen Punkte  $\mu_0$ , welcher der trockenen Reibung entspricht, aus und fallen um so steiler ab, je größer die Lagerbelastung  $p$  ist. Diese Kurvenstücke entsprechen halb trockener Reibung; in diesem Bereiche ist die Zapfengeschwindigkeit noch nicht groß genug, um die zur völligen Trennung der Zapfen- und Lagerfläche nötige Schmierölmenge zu fördern; daher werden hier die metallischen Flächen noch nicht völlig durch die Schmierschicht getrennt, sondern es findet noch teilweise metallische Berührung statt. Nach Gümbel gilt für diesen Bereich die Beziehung:

$$\mu = \mu_0 - \frac{\kappa \omega C}{p}, \quad (88)$$

worin bedeutet:

$\kappa$  den Gleitmodul nach

$$\text{Ubbelohde}^3) \frac{\text{kg/sec}}{\text{m}^2},$$

$\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Zapfens/sec,

$p$  die spez. Lagerbelastung

$$\frac{P}{l d} \text{ in kg/m}^2,$$

$C$  eine von der Ausführung des Lagers abhängige Konstante.

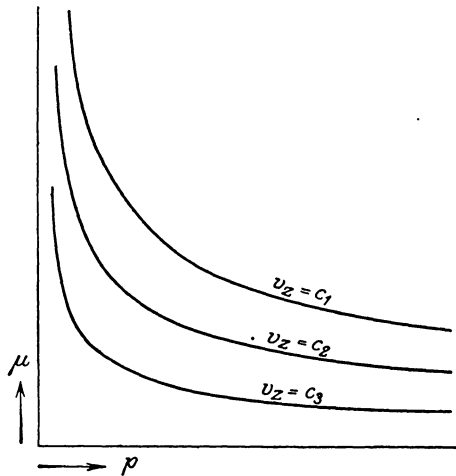


Fig. 105. Grundsätzlicher Verlauf der Kurven des Lagerreibungskoeffizienten  $\mu = f(p)$  bei konstanter Temperatur.

Die Kenntnis der Größe  $C$  ist noch sehr unvollkommen. Wir wissen nur, daß sie bei einem gegebenen Lager eine Konstante ist, so daß sich also für die abfallenden Teile der  $\mu$ -Kurven gerade Linien ergeben. Glücklicherweise hat dieser ganze Bereich aber bei Riementrieben geringe praktische Bedeutung, da es nur wenige Lager gibt, welche so langsam laufen, daß sie auf dem abfallenden Teile der  $\mu$ -Kurve arbeiten.

Von wesentlicher Bedeutung ist dagegen der aufsteigende Ast der Kurve, jenseits des Minimums. Hier liegt reine Flüssigkeitsreibung vor:

<sup>1)</sup> Dettmar, G., Die Reibungsverluste in elektrischen Maschinen. Elektrotechn. Zeitschr. 1899, S. 380—83; 397—400.

<sup>2)</sup> Heilmann, Dr. H., Versuche über die Lagerreibung nach dem Verfahren von Dettmar. Zeitschr. d. Ver. d. Ing. 1905, S. 1161—68; 1224—28.

<sup>3)</sup> Ubbelohde, L., Tabellen zum Englerschen Viscosimeter. Leipzig 1907. S. Hirzel.



der Zapfen wird völlig von der Schmierschicht getragen. Für diesen Bereich gilt die Gümbelsche Beziehung

$$\mu = 2,5 \sqrt{\frac{\kappa \omega e^{\frac{D}{L}}}{p}}, \quad (89)$$

worin  $e$  = Basis der natürlichen Logarithmen,  
 $D$  = Lagerdurchmesser,  
 $L$  = Lagerlänge.

Diese Formel gestattet die quantitative Bestimmung von  $\mu$  für geteilte Lager, wenn die Lagertemperatur und der ihr entsprechende Gleitmodul des Schmieröls bekannt ist. Beachtenswert ist dabei, daß  $\mu$  nach der Formel 89 nicht von der Zapfengleitgeschwindigkeit  $v_z$ , sondern von der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Zapfens abhängt. Als Anhaltspunkt für  $\kappa$  kann folgende Tabelle dienen, welche für ein gutes Lageröl gilt:

Lager- temperatur °C	Viscositäts- ziffer nach Engler	$\kappa$ (Ubbelohde)
20°	40,0	0,0260
30°	20,0	0,0136
40°	11,0	0,0074
50°	6,5	0,0045
60°	4,6	0,0030

Die Kurve  $V'_{La} = f(v)$  läßt sich nun also für den Vorspannungs-trieb mit Hilfe der Formel 89 an Hand des aus Abschnitt V bekannten Achsdruckverlaufs leicht ermitteln.

Beim Lenixtrieb ( $k'_2 = \text{const}$ ) vereinfacht sich die Bestimmung der Kurve  $V'_{La} = f(v)$  noch dadurch, daß bei konstantem  $k_n$  die Lagerbelastung von  $v$  unabhängig und konstant ist. Daher stellt hier die  $\mu$ -Kurve lediglich mit geänderten Maßstäben direkt auch die Kurve  $V'_{La} = f(v)$  dar.

Die Kurven  $V'_{La} = f(k_n)$  bei konstantem  $v$  für den Lenix- und den Vorspannungstrieb können, da auch die Beziehungen Achsdruck  $= f(k_n)$  aus Abschnitt V bekannt sind, mit Hilfe der Formel 89 ebenfalls leicht ermittelt werden.

Es ist hierbei jedoch darauf hinzuweisen, daß bei allen diesen Ermittlungen der Lagerbelastung  $P$ , bzw.  $p$  das Eigengewicht der Riemenscheibe nebst Welle nicht vernachlässigt werden darf. Vielfach ergibt dabei die geometrische Addition von Achsdruck und Eigengewicht, daß das Eigengewicht den überwiegenden Einfluß hat, neben dem der vom Riemen herrührende Achsdruck fast verschwindet. Somit macht sich dabei die Änderung der resultierenden Lagerbelastung mit variablem

$v$  und  $k_n$  ebenfalls wenig bemerkbar, und ihr Einfluß auf den Lagerreibungsverlust verschwindet in dem  $v_z$ -Bereiche jenseits des Minimums der  $\mu$ -Kurve auch bei normalen, geteilten Lagern fast ganz. Bei normalen Vorspannungstrieben kann daher, wenn deren Belastung sich in normalen Grenzen hält,  $V'_{La}$  bei den Geschwindigkeiten oberhalb des  $\mu$ -Kurvenminimums als unabhängig von  $k_n$  angesehen werden. Dies gilt jedoch nicht bei Lenixtrieben ( $k'_2 = \text{const}$ ), da bei diesen nach Abschnitt V mit wachsendem  $k_n$  erhebliche Achsdrucksteigerungen auftreten; auch hier aber wird trotzdem der Anstieg der Kurve  $V'_{La} = f(k_n)$  infolge des verwischenden Einflusses des Eigengewichts nicht sehr bedeutend sein: Fig. 101k. Bei den ganz geringen Geschwindigkeiten unterhalb des

$\mu$ -Kurvenminimums muß der Achsdruck indes sehr sorgfältig berücksichtigt werden, da hier größeren Lagerdrücken auch größere  $\mu$  entsprechen und damit der bei hohem  $v_z$  auf einen Ausgleich hinwirkende günstige Umstand, daß zwischen  $\mu$  und  $p$  fast umgekehrte Proportionalität herrscht, sich hier völlig in sein Gegenteil verkehrt.

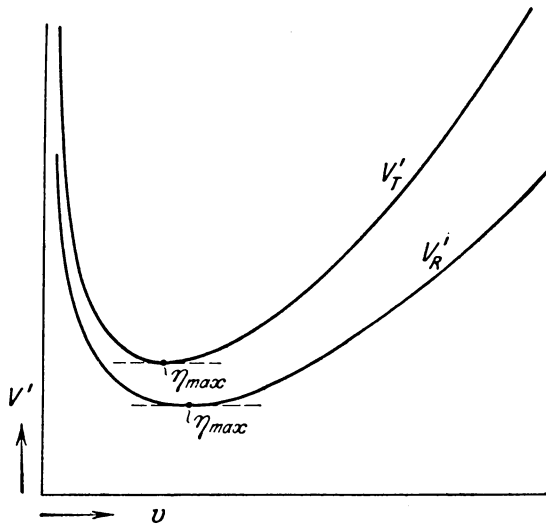


Fig. 106. Grundsätzlicher Verlauf der Verlustkurven  $V' = f(v)$ .

Aus allen diesen Erwägungen ergibt sich

der in Fig. 101i, k dargestellte grundsätzliche Verlauf der Kurven  $V'_{La} = f(v)$  für konstantes  $k_n$  und  $V'_{La} = f(k_n)$  für konstantes  $v$ .

**Gesamtverlust und Wirkungsgrad.** Aus den Einzelverlusten läßt sich jetzt leicht der Verlauf des Gesamtverlustes des Riementriebes wie auch des Riemens für sich allein ermitteln. Wir haben zu diesem Zwecke lediglich die betreffenden Einzelverluste zu addieren. Es ergibt sich die grundsätzliche Kurvenform

für den spezifischen Gesamtverlust des Riemens  $V'_R$ ,  
für den spezifischen Gesamtverlust des Triebes  $V'_T$ :

$$\left. \begin{array}{l} V'_R = f(v) \\ V'_T = f(v) \end{array} \right\} \text{entsprechend Fig. 106}$$

$$\left. \begin{array}{l} V'_R = f(k_n) \\ V'_T = f(k_n) \end{array} \right\} \text{entsprechend Fig. 107.}$$

Aus diesen Verlustkurven ergeben sich nun sofort die Kurven der entsprechenden Wirkungsgrade  $\eta_R$  und  $\eta_T$ . Wir erkennen, daß sämtliche  $\eta$ -Kurven (deren Gestalt aus den Figuren 108, 109, 110 ersichtlich ist) Maxima aufweisen, jenseits deren ein ziemlich starker Abfall einsetzt.

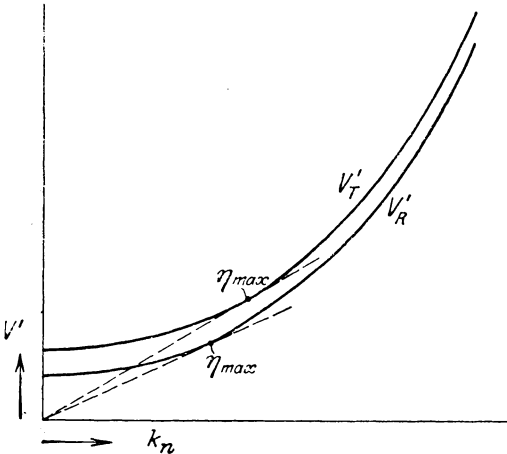


Fig. 107. Grundsätzlicher Verlauf der Verlustkurven  $V' = f(k_n)$ .

Die Orte der  $\eta$ -Maxima lassen sich aus den  $V'$ -Kurven ebenfalls leicht ablesen. Wir brauchen nur zu beachten, daß

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{k_n}{k_n + V'} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{V'}{k_n}} \end{aligned} \right\} \quad (90)$$

woraus ersichtlich, daß  $\eta$  ein Maximum wird, wenn  $\frac{V'}{k_n}$  ein Minimum wird.

Bei der Kurve  $\eta = f(v)$  liegt das Maximum somit an der Stelle, an welcher die Verlustkurve ihr Minimum hat, weil ja hier  $k_n = \text{const.}$  ist. Bei der Kurve  $\eta = f(k_n)$  dagegen finden wir den Minimumpunkt, indem wir an die  $V'$ -Kurve vom Koordinatenanfangspunkte aus eine Tangente legen; da diese

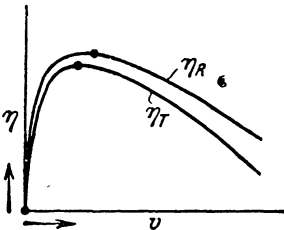


Fig. 108.

Grundsätzlicher Verlauf der Wirkungsgradkurven  $\eta = f(v)$ .

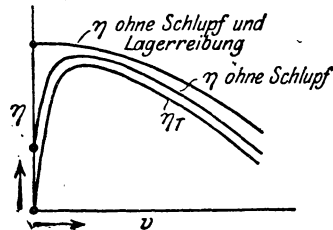


Fig. 109.

Tangente in einem gedachten Maßstab  $\beta$  die Größe  $k_n = f(k_n)$  darstellt, so ergibt ihr Berührungspunkt das Minimum des Wertes  $\frac{V'}{\beta k_n}$ , also auch des Wertes  $\frac{V'}{k_n}$ .

Wir sehen aus den Kurven (welche sämtlich zwar nicht für einen bestimmten Fall maßstäblich, wohl aber in ihrer grundsätzlichen Gestalt wirklichkeitsgetreu gezeichnet sind), daß die  $\eta$ -Maxima für den Riemen selbst und für den Gesamttrieb verschiedene Lage haben, und

wir können uns je nach den in jedem Falle auftretenden Einzelverlusten auch leicht vorstellen, welchen Einfluß auf die  $\eta$ -Kurve Änderungen der Anordnung des Triebes haben werden. Wir sehen aber sofort, daß sich diese Anordnungsänderungen bei den  $V'$ -Kurven viel deutlicher kennzeichnen werden als bei den  $\eta$ -Kurven und daß somit, wie bereits betont, der Wirkungsgrad ein für die Beurteilung des Riementriebes wenig brauchbares Kriterium darstellt, im Gegensatz zu den Einzelverlusten, deren Erforschung einen genauen und vollkommenen Einblick in die Verhältnisse gewährt.

Wir wollen noch kurz auf die in Figur 108/109 dargestellten Kurven  $\eta = f(v)$  hinweisen: wir erkennen hier, daß die Kurve des Gesamtwirkungsgrades  $\eta_T$  zwar vom Koordinatenanfangspunkte ausgeht, daß aber einzelne Teilwirkungsgrade auch bei  $v = 0$  positive Werte besitzen; so liegt bei der Kurve für  $\eta$  ohne Schlupf und Lagerreibung sogar das Maximum des Wirkungsgrades bei  $v = 0$ .

**Experimentelle Bestimmung der Einzelverluste.** Die bisherigen Untersuchungen an Riemen- und Seiltrieben sind wohl ausnahmslos in der Weise vorgenommen worden, daß, wie dies im Maschinenbau bei Maschinenuntersuchungen üblich ist, einerseits die zugeführte und andererseits die nutzbringend abgegebene Leistung gemessen wurde und durch Division dieser beiden gemessenen Größen der Wirkungsgrad festgestellt wurde. Dieses Verfahren ist bei Maschinen mit schlechtem Wirkungsgrad (etwa 90% und darunter) gut anwendbar und liefert hier genügend genaue Resultate. Anders ist dies jedoch, wenn es sich

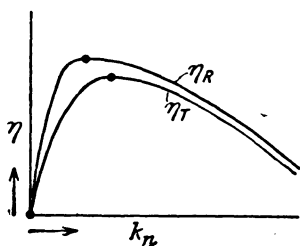


Fig. 110. Grundsätzlicher Verlauf der Wirkungsgradkurven  $\eta = f(k_n)$ .

um Vorrichtungen handelt, deren Verluste im Verhältnis zur Nutzleistung niedrig sind. Dies ist aber gerade bei Riementrieben der Fall, und infolgedessen haben hier Meßfehler bei der Messung der zugeführten und der abgeführten Leistung auf die Genauigkeit der Verlustbestimmung einen außerordentlich großen Einfluß, so daß man getrost sagen kann: die Verlustbestimmung bei Riementrieben mit Hilfe der Messung der zugeführten und abgeführten Energie ist unbrauchbar.

Ich möchte daher hier noch kurz einen Weg andeuten, welcher bei der Untersuchung von Riemen und Seilen aller Voraussicht nach zu besseren Ergebnissen führen wird und dessen Beschreitung ich daher befürworten möchte. Dabei muß ich betonen, daß es meiner Ansicht nach erforderlich ist, zunächst einmal unter möglichst einfachen Verhältnissen Art und Eigenschaften aller Einzelverluste eines normalen Riemens bis in alle Einzelheiten experimentell klarzulegen und damit festzustellen, ob und inwieweit unsere obigen Darlegungen über die

Einzelverluste einer Änderung oder Ergänzung bedürfen. Dies geschieht wohl am zweckmäßigsten an einem offenen Triebe mit dem Übersetzungsverhältnis 1:1 und, gerade hierfür ist die nachstehend beschriebene Versuchsanordnung brauchbar.

Die vorgeschlagene Anordnung, Fig. 111, besteht aus zwei gleichen Gleichstrommaschinen mit Fremderregung, deren parallel geschaltete Anker von einer Stromquelle beliebig einstellbarer Spannung gespeist werden. Die elektrische Anordnung stellt die bekannte Kappsche Rückarbeitsschaltung dar, welche darauf beruht, daß sich die beiden Maschinen gegenseitig belasten, indem die eine als Motor und die andere als Dynamo arbeitet; die als Motor laufende Maschine treibt die als Dynamo arbeitende zweite Maschine mechanisch an, während sie andererseits ihren Betriebsstrom, abgesehen von den Verlusten,

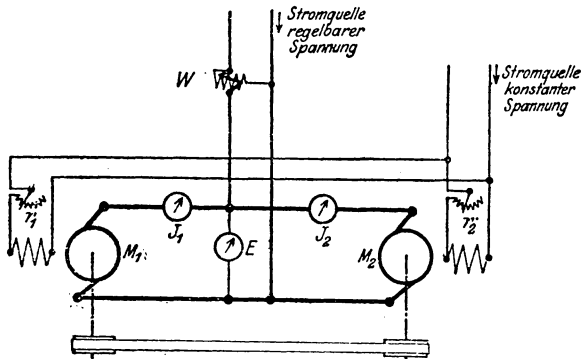


Fig. 111. Rückarbeitsschaltung für die Verlustbestimmung.

eben von dieser von ihr selbst angetriebenen Dynamo bezieht. Die Regelung der Belastung der beiden Maschinen geschieht in einfachster Weise durch entsprechende Abgleichung der fremderregten Felder beider Maschinen. Man ist dadurch in der Lage, auf bequemste Weise die Belastung vom absoluten Leerlauf beider Maschinen bis zu der durch die Maschinengröße gegebenen Maximallast zu variieren und kann auch ohne weiteres den Charakter der beiden Maschinen vertauschen, indem die motorisch laufende zur Dynamo gemacht werden kann, und umgekehrt, und zwar alles dies durch relativ geringfügige Änderungen der Erregerströme. Die Laufgeschwindigkeit des Aggregates wird in einfachster Weise durch Zuführung entsprechend geänderter Spannung zwischen Stillstand und der durch die Maschinen bedingten Maximalgeschwindigkeit einreguliert. Der Energiebedarf der ganzen Versuchsanordnung ist gering, weil von außen nur die Verluste zu decken sind. Zur Speisung der ganzen Anordnung genügt daher auch eine nur schwache Energiequelle, obwohl die übertragenen

Kräfte dabei sehr groß gemacht werden können. Schätzen wir beispielsweise die Verluste in den elektrischen Maschinen zu je etwa 10 % und die Riemenübertragungsverluste zu etwa 5% der maximal übertragenen Energie, so würde die Stromquelle nur etwa ein Viertel der in der Versuchsanordnung kreisenden Energie zu leisten brauchen.

Die Meßgenauigkeit der Anordnung ist, wie leicht ersichtlich, erheblich größer als bei direkter Messung der zugeführten und abgeführten Energie. Fassen wir wieder die vorhin angenommenen Verhältnisse ins Auge, so finden wir, daß die Genauigkeit etwa viermal so groß ist. Es werden eben hier die aus dem Netz gedeckten gesamten Bewegungsverluste der Versuchseinrichtung direkt in dem Wattmeter  $W$  gemessen. Da das Verhältnis der Riemenverluste zur Größe der gemessenen Energiemenge erheblich günstiger ist (etwa 1 : 5 in dem vorgenannten Beispiel) als bei Messung der Leistungen (etwa 1 : 20 im Beispiel), so fallen eben Meßfehler hier entsprechend weniger ins Gewicht. Die Anordnung ist aber auch insofern günstig, als sie es ermöglicht, die Verluste der elektrischen Maschinen und Riemenscheiben jederzeit in sehr einfacher Weise zu kontrollieren. Es geschieht dies einfach in der Weise, daß die beiden Maschinen an Stelle der durch den Riemen gebildeten Kupplung aneinandergerückt und direkt gekuppelt werden. Dabei ist darauf Bedacht zu nehmen, daß die Umlaufrichtung der beiden Maschinen beibehalten wird, damit nicht durch Änderungen der Kohlenauflage die Bürstenübergangs- und Bürstenreibungsverluste geändert werden. Dieser Bedingung ist durch die in Fig. 112 gezeichnete Anordnung der beiden Maschinen genügt. Beide Maschinen sind zum Zwecke der direkten Kupplung mit je einem zweiten

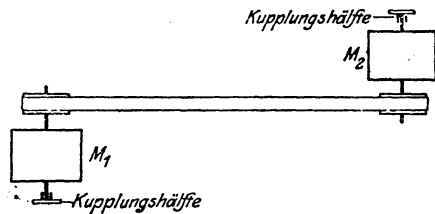


Fig. 112. Mechanische Anordnung der Versuchsmaschinen.

Wellenstumpf zu versehen, mit dessen Hilfe die direkte Kupplung möglich ist, ohne daß die Riemenscheiben von den andern Wellenstümpfen abgenommen werden. Auf die Luftreibung der Kupplung ist natürlich entsprechende Rücksicht zu nehmen.

Die Feststellung der Last geschieht einfach mittels Strommessung in der Verbindungsleitung der beiden Maschinen (Ampèremeter  $J_1$  und  $J_2$ ), wobei die Spannung in den beiden Trümmern mittels Durchgangsmessung kontrolliert werden kann. Die Vorspannung ist ebenfalls durch Messung des Durchhanges zu bestimmen, wenn man komplizierte und, wie aus den Kammererschen Versuchsergebnissen zu schließen, trotzdem nicht viel genauere Ergebnisse liefernde Meßvorrichtungen hierfür vermeiden will.

Der Gang einer Versuchsreihe mit dieser Versuchsanordnung wird also etwa wie folgt sein:

1. Versuch mit direkt gekuppeltem Aggregat einschließlich Scheiben: Das Aggregat wird angelassen bis auf die gewünschte Geschwindigkeit und sodann bis auf die Maximallast belastet. Hiermit beginnt der eigentliche Versuch, bei welchem nunmehr schrittweise die Belastung bis auf absoluten Leerlauf und sodann über diesen hinaus bis auf umgekehrte Maximallast geändert und die jeweiligen Verluste abgelesen werden.

2. Versuch mit durch den zu untersuchenden Riemen gekuppeltem Aggregat: Zunächst wird die gewünschte Vorspannung eingestellt. Hierauf wird der Belastungsversuch genau wie unter 1 wiederholt. Die Geschwindigkeit der beiden Maschinen wird hierbei um den Betrag des Schlupfes verschieden sein. Der Einfluß dieser Ungenauigkeit ist natürlich zu berücksichtigen; er wird indes gering, wenn die mittlere Geschwindigkeit beider Maschinen der Geschwindigkeit des Versuches 1 gleichgehalten wird. Die Schlupfmessung, kann wie im Abschnitt IV angedeutet, mittels gegengeschalteter kleiner Tachometerdynamos, deren Energiebedarf zu berücksichtigen ist, vorgenommen werden.

3. Wiederholung des Versuches 1.

Diese drei Versuche geben das gewünschte genaue Resultat. Durch die Versuche 1 und 3 wird kontrolliert, daß die Verluste der elektrischen Maschinen sich im Laufe der Versuchsdauer nicht verändert haben. Ergeben diese beiden Versuche differierende Werte, so ist die ganze Versuchsreihe als unbrauchbar auszuschalten.

Auf weitere Einzelheiten braucht hier nicht eingegangen zu werden. Es genügt, darauf hinzuweisen, daß mit dieser Anordnung der Einfluß der Geschwindigkeit und der Scheibengröße untersucht werden und daß mit ihr die Ermittlung der Einzelverluste erreicht werden kann. Man kann auch leicht (trotz der Übersetzung 1 : 1) mit konstanter Spannung im schlaffen Trum arbeiten, indem man eine entsprechende, sich automatisch einstellende Spannrolle vorsieht. Gerade solche Versuchsreihen mit konstantem  $k'_2$  möchte ich besonders befürworten, weil hierbei die Verhältnisse des Riementriebes besonders durchsichtig sind und sich zudem aus den Versuchsreihen mit konstantem  $k'_2$  leicht das Verhalten des normalen Vorspannungstriebes konstruieren läßt.

**Trennung der Verluste.** Die Messungen ergeben natürlich stets nur die Summe sämtlicher Verluste; es ist jedoch unschwer möglich, dieselbe in ihre Einzelbestandteile zu trennen. Zu diesem Zwecke ist es nur nötig, den Schlupf, die Luftreibung der Scheiben und die Lagerreibung gesondert zu bestimmen, was leicht möglich ist. Der verbleibende Rest besteht dann aus der Summe

$$\sum V' = V'_{H+N} + V'_B + V'_{LuR}.$$

Die Trennung dieser drei Einzelverluste geschieht wie folgt: Wir ermitteln für eine Anzahl von Geschwindigkeiten die Kurven  $\Sigma V' = f(k_n)$ . Aus diesen greifen wir die Werte für je ein bestimmtes  $k_n$  ab und tragen diese als Kurve  $\Sigma V' = f(v)$  auf. Dadurch erhalten wir eine Kurvenschar  $\Sigma V' = f(v)$  für eine Anzahl fester Werte von  $k_n$ , worunter sich auch der Wert  $k_n = 0$  befinden muß. Diese Kurvenschar sei durch Fig. 113 dargestellt. Dann ergibt der Schnittpunkt der Leerlaufkurve mit der Ordinatenachse den Verlust durch Biegung  $V'_B$ . Dieser wurde als von der Geschwindigkeit unabhängig angenommen. Trifft dies zu,

so stellt die Horizontale durch den erwähnten Punkt die Kurve  $V'_B = f(v)$  dar, und die Restordinate zwischen dieser Horizontalen und der Leerlaufkurve ergibt den spezifischen Verlust durch Luftbewegung durch den Riemen,  $V'_{LuR}$ . Letzterer soll  $v^2$  proportional sein. Ergibt eine Kontrolle der aus der Kurve  $k_n = 0$  ermittelten Differenzwerte, daß die Proportionalität mit  $v^2$  nicht vorliegt, so kann dies entweder darauf hindeuten, daß  $V'_B$  nicht unabhängig von  $v$  ist, oder daß  $V'_{LuR}$  nicht  $v^2$  proportional ist. Letzteres

ist nicht wahrscheinlich, da diese Proportionalität auch anderweitig durch Versuche gestützt ist; wir können daher die erwähnte Kontrolle dazu benutzen, um an Stelle der vorläufig angenommenen Horizontalen für  $V'_B$  den tatsächlichen Verlauf der Kurve  $V'_B = f(v)$  zu ermitteln.

Die Differenzordinatenwerte zwischen den Kurven für  $k_n = 0$  und für  $k_n = c_1, c_2 \dots$  stellen endlich den Verlust durch elastische Hysterese und Nachwirkung dar; sind diese Kurven nicht einander parallel, sondern entfernen sich mit steigendem  $v$  weiter voneinander, so stellen die Differenzen für  $v = 0$  den auf die elastische Hysterese entfallenden Betrag und der Zuwachs mit steigendem  $v$  den Einfluß der elastischen Nachwirkung dar.

Ein praktisches Beispiel einer auf diese Weise vorgenommenen Verlustbestimmung liefert Anhang II an Hand des Kammererschen Versuchsmaterials für Seile.

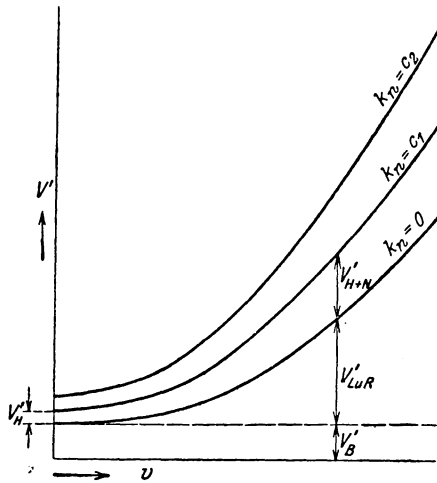


Fig. 113. Trennung der Verluste.



## VII. Die Vorausbestimmung der Abmessungen des Riementriebes.

**Allgemeines.** Die vorangegangenen Abschnitte, welche uns die Eigenschaften des Riemenstoffes wie des Riementriebes kennen lehrten, enthalten auch bereits die Elemente, welche für die Dimensionierung des Riementriebes — Riemenquerschnitt, Scheibengröße, Geschwindigkeit — entscheidend sind. Wir haben daher hier im wesentlichen nur noch die Aufgabe zu erledigen, diese Grundstoffe unter dem bisher nicht berücksichtigten Gesichtspunkte ihres Einflusses auf die Wahl der Abmessungen des Triebes kurz zusammenzufassen und in einigen Punkten zu ergänzen.

Grundsätzlich hat die Dimensionierung jedes Gegenstandes in der Technik so zu erfolgen, daß er die ihm zuge dachte Aufgabe zu erfüllen vermag, und zwar mit einem Minimum von Verlusten, d. h. in möglichst ökonomischer Weise, und auch dieses nicht nur momentan, sondern eine, meist ebenfalls durch ökonomische Rücksichten bestimmte, Lebensdauer genannte Zeitspanne hindurch.

Wenden wir diesen allgemeinen technischen Grundsatz auf den Riementrieb an, so finden wir, summarisch betrachtet, folgendes:

a) Die vom Riementrieb zu erfüllende Aufgabe besteht in der Übertragung einer gewissen Leistung von einer Welle auf eine andere. Diese Leistung stellt sich dar in der Form:

$$L = S_n v ,$$

d. h. es ist eine gewisse Nutzkraft mit einer gewissen Geschwindigkeit zu übertragen. Den bei dieser Spezialaufgabe auftretenden Kräften und Beanspruchungen muß der Riementrieb also auf eine seiner Lebensdauer entsprechende Zeit gewachsen sein. Dies bedeutet:

1. daß die Festigkeit des Übertragungsorgans (Riemens) den in beiden Trü mern auftretenden Kräften (einschließlich Fliehkräften) genügen muß; hierbei ist nicht nur die Zerrei ßfestigkeit, welche ja keine eindeutige Größe darstellt, sondern im Hinblick auf die zu erzielende Lebensdauer ganz besonders der Einfluß der elastischen Nachwirkung zu beachten;

2. daß die Erzeugung der Mitnahmekraft zwischen Riemen und Scheibe unter solchen Bedingungen vor sich gehen muß, daß die Kraftübertragung weder durch übermäßige Erwärmung noch durch übermäßige Abnutzung von Riemen oder Scheibe (beides infolge zu großen Schlupfes) noch durch andere Umstände gefährdet wird.

b) Die Forderung einer möglichst ökonomischen Energieübertragung

bedingt eine Dimensionierung derart, daß die Betriebskosten unter den gegebenen Verhältnissen ein Minimum werden, und zwar

1. die Kosten für die Deckung der im Betriebe auftretenden Energieverluste,
2. die Kosten für Verzinsung und Abschreibung der in dem Triebe investierten Anlagekosten.

Hierbei kann in Betracht zu ziehen sein z. B.:

Wahl besonderer Anordnungen (zur Vergrößerung des Umspannungsbogens zwecks Schlupfverminderung, zur Herabdrückung eines unnütz großen  $k'_2$ , usw.),

Verbreiterung des Riemens auf Kosten seiner Dicke (zur Verminderung des Schlupfes und des Biegungsverlustes),

Verringerung von  $v$  (zur Verminderung des Luftbewegungsverluste oder zur Ermöglichung eines höheren  $k_n$ ),

Vergrößerung von  $v$  (zur Verminderung des bei niedrigem  $v$  hohen Schlupfverlustes; zur Herabsetzung der Anlagekosten; usw.).

Wir finden also, daß die Bestimmung der zweckmäßigsten Anordnung und Dimensionierung eines Riementriebes eine eingehende Vorausberechnung desselben bedingt, wie sie in analoger Weise heute bei der Berechnung elektrischer Maschinen bereits allgemein üblich ist. Ähnlich wie dort wird man auch hier vielfach zwischen Baukosten und Wirkungsgrad Kompromisse zu schließen haben, und man wird für intermittierenden Betrieb höhere Beanspruchungen und höhere Verluste zulassen können, während bei Dauerbetrieb gegenüber höchstmöglichem Wirkungsgrad selbst außergewöhnlich hohe Anlagekosten in den Hintergrund treten können.

Wir wollen die drei Hauptgesichtspunkte, welche für die Dimensionierung des Riementriebes entscheidend sind, nämlich 1. Festigkeit des Riemens, 2. Mitnahmekraft zwischen Riemen und Scheibe und 3. Betriebskostenfrage, einzeln prüfen, um festzustellen, welche Abmessungen jeder für sich bedingen würde, und werden daran anschließend dann feststellen, wie sich die Dimensionierungsfrage unter gleichzeitiger Berücksichtigung aller drei Faktoren entscheidet.

**1. Dimensionierung mit Rücksicht auf die Riemenfestigkeit.** — Für die Entscheidung der Dimensionierungsfrage unter dem Gesichtspunkte der Riemenfestigkeit liefert uns der Abschnitt III die Grundlagen. Wir erkannten dort, daß für die resultierende Dehnung und damit für die Belastungsfähigkeit des Leders bei pulsierender Last nicht der Maximalwert der Last, sondern ihr zeitlicher Mittelwert

$$k_m = \frac{\int_0^T k dt}{T}$$

maßgebend ist. Beim Riementrieb haben wir also den Riemen so zu bemessen, daß er unter der Wirkung der Mittelbeanspruchung  $k_m$  innerhalb der für ihn in Aussicht genommenen Betriebszeit keine unzulässig große Dehnung erfährt und insbesondere sich noch genügend weit von seinem Zerreißpunkte entfernt hält. Es ist also notwendig, in jedem Einzelfalle die Größe  $k_m$  durch Auswertung der Kraftpulsationskurve festzustellen — eine recht mißliche Aufgabe angesichts der Kompliziertheit der Kurvenform der entscheidenden Übergänge von  $k_1$  auf  $k_2$ , und umgekehrt, und der Tatsache, daß sich diese Kurvenstücke bis jetzt in einfacher Weise nicht genau ermitteln, sondern nur in der im Abschnitt IV gezeigten Weise mittels eines umständlichen Verfahrens annäherungsweise errechnen lassen. Unter diesen Umständen wird man die genaue Ermittlung von  $k_m$  auf die Fälle beschränken, in denen extreme Verhältnisse vorliegen, oder aus besonderen Gründen höchstmögliche Genauigkeit erwünscht ist. In der Regel wird man sich mit einer Annäherung begnügen können, und als solche bietet sich die ja auch von Skutsch empfohlene Beziehung dar:

$$k_m = \frac{k_1 + k_2}{2} . \quad (91)$$

Welcher Art die dadurch entstehenden Fehler sind, wurde bereits im Abschnitt III angedeutet: sie sind erheblich nur, wenn das Übersetzungsverhältnis groß und die kleine Scheibe die treibende ist, liegen hierbei aber nach der sicheren Richtung und außerdem verschwinden sie mit steigendem  $v$ , also steigendem  $k_f$ , immer mehr. Wenn wir nun noch beachten, daß, wie wir später noch genauer sehen werden, die Festigkeit des Riemenstoffes überhaupt nur bei hohem  $v$  als Grenzbedingung auftritt, also gerade da, wo der Fehler bei Anwendung der annähernden Beziehung 91 gering ist, so können wir feststellen, daß für praktische Zwecke — abgesehen nur von ganz besonderen Fällen — unbedenklich

$$k_m = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

gesetzt werden kann. Hierdurch gewinnen wir aber eine einfache Beziehung, welche uns die Frage nach der vom Gesichtspunkte der Riemenfestigkeit bei jeder Geschwindigkeit zulässigen Nutzbelastung eines Riemens jetzt leicht zu beantworten gestattet. Wir erkennen nämlich, daß durch die im Abschnitt V gegebene Lösung der Achsdruckfrage gleichzeitig auch die Frage der zulässigen Belastung des Riementriebes gelöst ist.

Wir brauchen also aus den im Abschnitt V entwickelten Kurven  $k'_1 + k'_2$  nur diejenigen Stücke herauszuschneiden, welche unterhalb des als zulässig zu erachtenden Grenzwertes

$$k_{\max} \cong \frac{k_1 + k_2}{2}$$

$$\cong \frac{k'_1 + k'_2 + 2k_f}{2} \tag{92}$$

liegen, und erhalten dadurch ohne weiteres das Gebiet des zulässigen Arbeitsbereiches abgegrenzt. Diese Abgrenzung nehmen wir wie folgt vor:

In Fig. 99, Abschnitt V, finden wir für die Vorspannung  $k_0 = 15 \text{ kg/cm}^2$  für verschiedene konstante Nutzlasten die Achsdruckkurven

$k'_1 + k'_2 = f(v)$  aufgezeichnet. Diese Kurven wollen wir als Beispiel benutzen. Addieren wir zu jeder der Kurven die Kurve  $2k_f = f(v)$ , so erhalten wir eine neue Kurvenschar  $k'_1 + k'_2 + 2k_f = f(v)$ , bei welcher wir nur den Ordinatenmaßstab zu ändern brauchen, um die von uns benötigte Beziehung

$$\frac{k'_1 + k'_2 + 2k_f}{2} = f(v)$$

zu erhalten. (Die entsprechende Leerlaufkurve  $k_0 = f(v)$  ist übrigens bereits in Fig. 95, Abschnitt V, enthalten.) In Fig. 114 ist diese Kurvenschar aufgezeichnet. Kennen wir nun den für die betreffende Ledersorte

zulässigen Wert  $k_{\max}$  (beispielsweise  $= 20 \text{ kg/cm}^2$ ), so brauchen wir nur die ihm entsprechende Horizontale zu ziehen und erhalten dadurch die Grenze des zulässigen Betriebsbereichs für die zugrunde liegende Vorspannung. Die in Fig. 114 stark markierten Schnittpunkte der Horizontalen  $k_{\max} = 20$  mit den einzelnen Kurven ergeben die Geschwindigkeit, bei welcher das zu der jeweiligen  $k$ -Kurve ge-

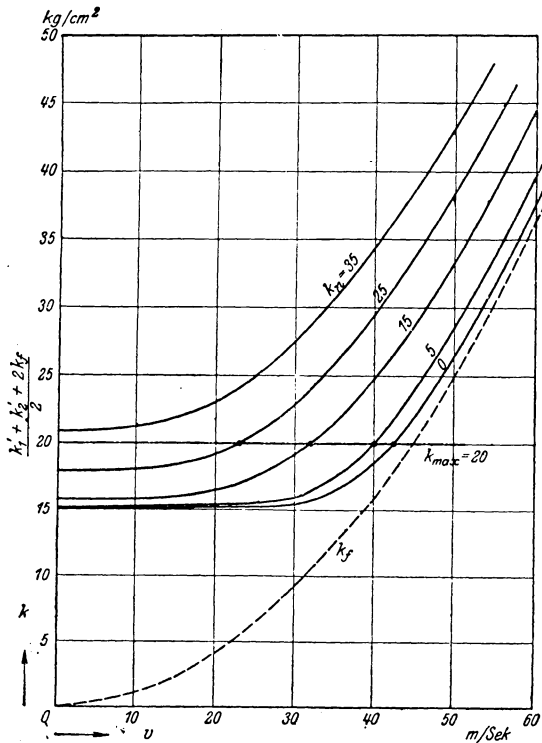


Fig. 114.  $\frac{k'_1 + k'_2 + 2k_f}{2} = f(v)$  für den Vorspannungstrieb mit  $k_0 = 15 \text{ kg/cm}^2$ .

hörige  $k_n$  noch gerade maximal zulässig ist. Entnehmen wir diese Werte (Zwischenwerte, auch der Wert für  $v = 0$ , lassen sich durch graphische Interpolation leicht bestimmen) und bilden daraus in Fig. 115 die neue Kurve  $k_{n \max} = f(v)$ , so stellt diese die gesuchte, allein durch die Riemenfestigkeit bedingte, Dimensionierungsbeziehung zwischen  $k_n$

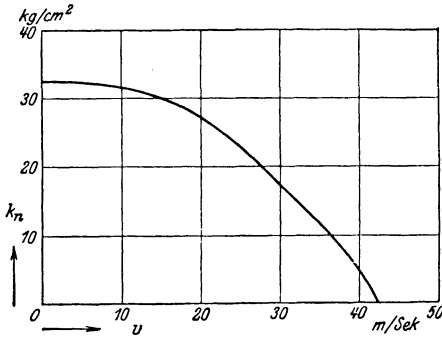


Fig. 115.  $k_{n \max} = f(v)$  für den Vorspannungstrieb mit  $k_v = 15 \text{ kg/cm}^2$ , nach Fig. 114.

und  $v$  dar: wohlverstanden aber nur für das ihr zugrunde gelegte spezielle  $k_v$ . Für ein größeres  $k_v$  erhalten wir eine niedriger, für ein kleineres  $k_v$  eine höher liegende  $k_{n \max}$ -Kurve. Die Vorspannung selbst muß so gewählt werden, daß bei dem gewünschten  $v$  und  $k_n$  noch genügende Durchzugkraft vorhanden ist, also nach Gesichtspunkten, welche im Abschnitt IV behandelt sind.

Hier genügt die grundsätzliche Feststellung, daß das zulässige  $k_{n \max}$  eine auch von  $k_v$  abhängige Größe ist.

Wir hätten uns im übrigen die Aufzeichnung der Kurven  $k'_1 + k'_2 + 2k_f = f(v)$  ersparen und statt dessen die Ermittlung der  $k_{n \max}$  an den Achsdruckkurven vornehmen können. Wir brauchen hierzu nur, wie in Fig. 116 geschehen, die  $2k_f$ -Parabel so zu zeichnen, daß ihr Scheitel in dem Punkte  $2k_{\max}$  auf der Ordinatenachse liegt; dann bildet sie ebenfalls, wie leicht einzusehen, die Grenzkurve für den zulässigen Betriebsbereich, und ihre Schnittpunkte ergeben ebenfalls die Kurve

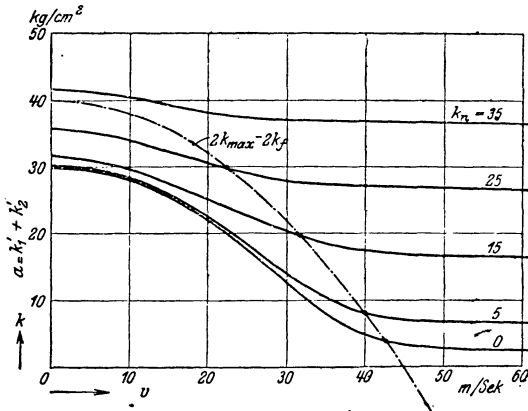


Fig. 116. Ermittlung der Grenzkurve  $k_{n \max} = f(v)$  aus den Achsdruckkurven Fig. 99.

$k_{n \max} = f(v)$ .

In Fig. 117 ist in dieser Weise die Kurve  $k_{n \max} = f(v)$  für den Trieb mit konstantem  $k'_2$  (Lenixtrieb) ermittelt. Hier bilden die Achsdruckkurven für konstantes  $k_n$ , wie nach Abschnitt V leicht ersichtlich, horizontale Geraden. Die der Vorspannung entsprechende konstante Sekundärspannung  $k'_2$  kann hier, eben wegen ihrer dauernden Konstanz

unabhängig von  $k_n$  und  $v$ , sehr niedrig gehalten werden; in Fig. 117 ist sie zu ein Fünftel derjenigen des normalen Triebes Fig. 114—116, also zu  $3 \text{ kg/cm}^2$  angenommen worden.

In Fig. 118 ist dann die hieraus ermittelte Kurve  $k_{n \max} = f(v)$  aufgetragen, und es sind die Kurven für ein etwas größeres und ein kleineres  $k'_2 = k_v$  hinzugefügt, um einen unmittelbaren Vergleich mit der Fig. 115 des Vorspannungstriebes zu ermöglichen. Wir sehen also, daß die (aus reinen Festigkeitsgesichtspunkten) zulässigen  $k_{n \max}$  auch noch von der Gesamtanordnung des Triebes abhängig sind.

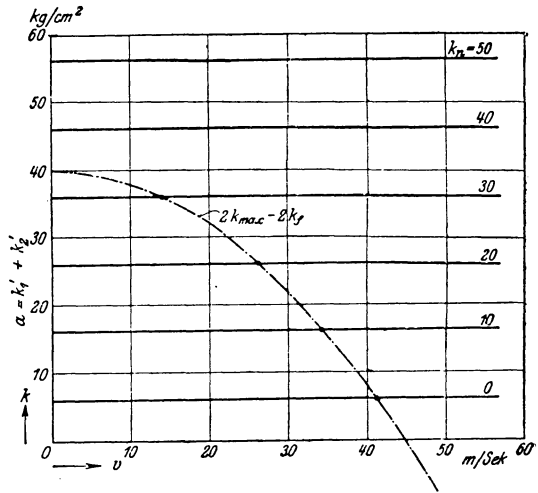


Fig. 117. Ermittlung der Grenzkurve  $k_{n \max} = f(v)$  für den Trieb mit konstantem  $k'_2$  (Lenixtrieb).

Die  $k_{n \max}$ -Kurven des Triebes mit konstantem  $k'_2$  in Fig. 118 sind infolge der Konstanz der Größe  $k'_1 + k'_2$  Parabeln, welche der Fliehkraftkurve in Fig. 117 kongruent sind; sie unterscheiden sich nur durch die Lage ihres Scheitels voneinander. Wie aus Fig. 117 und aus den Ausführungen in Abschnitt V leicht ersichtlich, sind die Größen  $k_{\max}$  (maximal zulässige Mittelanstrengung des Leders),  $k_{n \max}$ ,  $k_f$  und  $k'_2$  verbunden durch die Achsdruckbeziehung (vgl. Formel 92):

$$\alpha = k_{n \max} + 2 k'_2 = 2 k_{\max} - 2 k_f, \text{ wonach also}$$

$$k_{n \max} = 2(k_{\max} - k_f - k'_2) \quad (92a)$$

Ist hier  $k_{\max}$ , wie wir annehmen, konstant, so ergibt sich beim Lenixtrieb, da hier auch  $k'_2$  konstant ist, für  $k_{n \max}$  der erwähnte parabolische Verlauf.

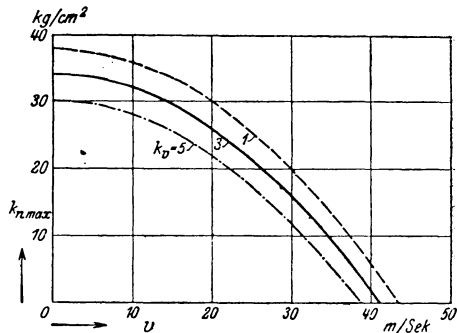


Fig. 118.  $k_{n \max} = f(v)$  für den Trieb mit konstantem  $k'_2$  (Lenixtrieb).

**Einfluß intermittierender Belastung.** Wir haben der Ermittlung der  $k_{n \max}$ -Kurve einen Wert  $k_{\max}$  zugrunde gelegt, von dem wir bisher nur allgemein angenommen haben, daß er „der für die betreffende Ledersorte zulässige Maximalwert“ sei. Diese Festsetzung ist

jedoch infolge der Nachwirkungseigenschaften des Leders nicht eindeutig, vielmehr wird jeder Lebensdauer des Riemens ein besonderer Wert  $k_{\max}$  zugeordnet sein. Wir müssen daher je nach der gewünschten Lebensdauer und je nach der Betriebsart des Riemens verschiedene Werte  $k_{\max}$  verwenden, deren Größen durch die Nachwirkungseigenschaften des Leders miteinander verknüpft sind. Hierzu einige kurze Hinweise.

Den niedrigst möglichen Wert für  $k_{\max}$  werden wir erhalten für Triebe, welche dauernd Tag und Nacht vollbelastet laufen und dabei eine unbegrenzte Lebensdauer haben sollen,  $k_{\max}^D$ . Würde man die Lebensdauer beschränken, etwa nur auf ein Jahr, so würde eine gewisse, aber nur geringe Erhöhung zulässig sein. In der Regel sind möglichst lange Lebensdauern, etwa in der Größenordnung 10 Jahre und mehr, erwünscht, und man wird daher, da sich hierbei das zulässige  $k_{\max}$  von dem für Unendlich gültigen nur mehr unmerklich unterscheidet, die unendlich lange Lebensdauer für viele Anwendungszwecke als normal anzusehen haben. Dann aber wird die Höhe des zulässigen  $k_{\max}$  nur noch durch die Betriebsart des Triebes beeinflusst. Haben wir statt des vollbelasteten Dauerbetriebes einen mit Pausen durchsetzten Betrieb, so ist auf Grund der Eigenschaften der elastischen Nachwirkung wieder der zeitliche Mittelwert der Riemenbeanspruchung das für die Ausbildung der Dehnung Maßgebende, und wir erhalten damit für die Zeiten des belasteten Betriebes einen um so höheren Wert des zulässigen  $k_{\max}$ , je weniger der Riemen in den Lastpausen beansprucht wird. Voraussetzung ist dabei natürlich, daß die Zeiten des Lastbetriebes nicht so lang sind, daß der Riemen darin bereits den Zerreißpunkt erreicht oder sich ihm allzusehr nähert. Dies ist bei vernünftig dimensionierten Trieben im allgemeinen nicht der Fall, wenn es sich um Halbtagsbetrieb (Tagbetrieb mit Nachtruhe) oder um kürzere Intervalle handelt.

Haben wir nun beispielsweise einen normalen Vorspannungstrieb, welcher täglich 8 Stunden vollbelastet läuft, die restlichen 16 Stunden aber unbelastet stillsteht, so haben wir, wenn derselbe nach Fig. 116 dimensioniert ist, während des Lastbetriebes die mittlere Riemenbeanspruchung  $k_{\max} = 20 \text{ kg/cm}^2$ , während des Stillstandes aber die Beanspruchung  $k_v = 15 \text{ kg/cm}^2$ . Das zeitliche Mittel ergibt:

$$\frac{8 \cdot 20 + 16 \cdot 15}{24} = 16,7 \text{ kg/cm}^2.$$

Da aber für diesen Riemen ein  $k_{\max} = 20$  als zulässig vorausgesetzt wurde, so kann der Riemen bei diesem Pausenbetriebe entsprechend stärker belastet werden, nämlich mit einem  $k_{\max}$ , das sich aus der Beziehung ergibt:

$$\frac{8 \cdot k_{\max} + 16 \cdot 15}{24} = 20,$$

woraus folgt:

$$k_{\max} = 30 \text{ kg/cm}^2.$$

Haben wir bei im übrigen gleichen Voraussetzungen einen Lenixtrieb, entsprechend Fig. 117, so stellt sich das Bild noch viel günstiger, da hier die Entlastung vollkommener ist:

$$\frac{8 k_{\max} + 16 \cdot 3}{24} = 20$$

$$k_{\max} = 54 \text{ kg/cm}^2.$$

Ähnlich liegen die Verhältnisse, wenn lediglich Lastpausen auftreten, der Riemen selbst aber weiter durchläuft: auch hier ergibt sich das zulässige höhere  $k_{\max}$  aus der Auswertung des zeitlichen  $k$ -Diagrammes,

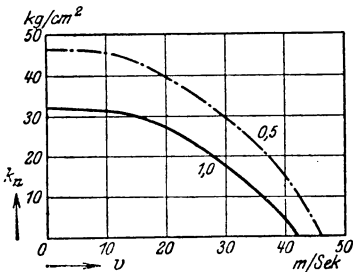


Fig. 119. (Vorspannungstrieb.)

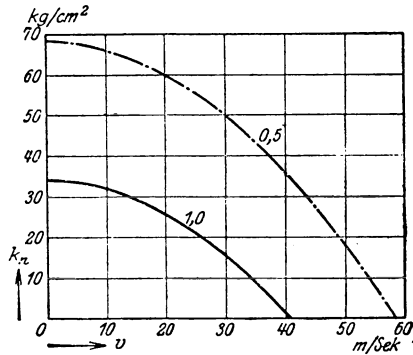


Fig. 120. (Trieb mit  $k_2' = \text{const.}$ )

$k_n \max = f(v)$  für Dauerbetrieb (Intermittenzverhältnis 1,0) und für Intermittenzverhältnis 0,5 bei Wechsel zwischen vollbelastetem Lauf und Leerstillstand. (Fig. 119 für den Vorspannungstrieb; Fig. 120 für den Trieb mit  $k_2' = \text{const.}$ ) (Festigkeitsgrenzen.)

wobei in diesem Falle die Erhöhungen geringer sind, weil die Fliehkräfte in den Lastpausen bestehenbleiben. Eines näheren Eingehens auf diese in der Praxis in den vielgestaltigsten Kombinationen auftretenden Verhältnisse, die sich aber in jedem Falle leicht übersehen lassen, bedarf es wohl nicht. Ich will aber doch besonders darauf hinweisen, daß hier offenbar die Erklärung für manche merkwürdigen Erfahrungen liegt: daß manche scheinbar sehr hoch belasteten Riemen (nämlich mit hoher  $k_n$ -Last) gut arbeiten (weil eben ihre zeitliche Mittellast günstig liegt), während andere Riemen mit niedriger  $k_n$ -Beanspruchung versagen. In dieses Kapitel gehören auch Riementriebe bei Kreissägen, Holz Hobelmaschinen und ähnlichen stark intermittierenden Betrieben. In Fig. 119 und 120 sind, um einen Überblick über den Einfluß der Intermittenz des Betriebes zu geben, die Kurven  $k_n = f(v)$  für Dauerbetrieb und für das Intermittenzverhältnis 0,5 aufgezeichnet, und zwar ist



bei letzterem  $k_{\max}^D = 20 \text{ kg/cm}^2$  und Wechsel zwischen vollbelastetem Lauf und Leerstillstand vorausgesetzt.

Wir erkennen dabei recht augenfällig den hohen Wert der bei automatischen Spannrollentrieben bei Stillstand eintretenden selbsttätigen Entlastung des Riemens.

Über die Höhe des als charakteristische Größe aufzufassenden  $k_{\max}^D$  für Dauerbetrieb (aus dem sich dann die  $k_{\max}$  für beliebige Intermitenzverhältnisse nach obigem ermitteln lassen) vermag ich auf Grund des heute vorliegenden, hierfür verwertbaren Materials eine positiv sichere Aussage nicht zu machen. Sicher ist, daß die Größe für verschiedene Lederqualitäten verschieden ist. Für gutes Riemenleder glaube ich aus der Tatsache, daß sich Riemen mit 40 m/sec im Leerlauf zweifellos dauernd betreiben lassen und daß auch eine Kraftübertragung mit diesem  $v$  noch möglich ist, schließen zu müssen, daß das diesen Verhältnissen entsprechende  $k_{\max}$  für gutes Leder noch zulässig ist, glaube aber andererseits, daß damit ungefähr die Grenze des sicheren Betriebes gekennzeichnet ist. Bei einem  $q = 0,1$  beträgt aber bei  $v = 40$  die Fliehbeanspruchung

$$k_f = 16 \text{ kg/cm}^2.$$

Hierzu kommt noch die Mittelbeanspruchung durch die freien Kräfte mit sagen wir ca.  $4 \text{ kg/cm}^2$ , so daß wir als zulässiges  $k_{\max}^D$  einen wahrscheinlichen Wert von rund

$$k_{\max}^D = 20 \text{ kg/cm}^2$$

erhalten, wie wir ihn auch den Fig. 114, 116 und 117 zugrunde gelegt haben. Wenn Gehrckens noch heute ohne jede Einschränkung, also auch für Dauerbetrieb, bei  $v = 50$  Nutzlasten bis zu  $k_n = 16 \text{ kg/cm}$  entsprechend mindestens  $k_n = 32 \text{ kg/cm}^2$  (für  $2r = 2000 \text{ mm}$ ) als zulässig erklärt, so muß ich dem energisch widersprechen. Nehmen wir selbst einen Lenixtrieb an mit etwa  $k'_2 = 4 \text{ kg/cm}^2$ , so erhalten wir

$$k_{\max}^D = k_f + \frac{k'_1 + k'_2}{2} = 25 + \frac{36 + 4}{2} = 45 \text{ kg/cm}^2,$$

eine Beanspruchung, welche selbst ein guter Riemen nur beschränkte Zeit aushalten wird.

Eine endgültige Entscheidung über die für jede Riemenart und Lederqualität zulässige Höhe des  $k_{\max}^D$  können nur Versuche liefern, und zwar würden hierfür in der Hauptsache einfache Zugversuche mit Dauerbelastung über lange Zeiträume hin genügen, welche an kurzen Lederstücken ausführbar wären; dabei wäre durch Kontrollversuche mit dauernd in festen Grenzen pulsierender Last, welche ebenfalls mit relativ einfachen Mitteln an kurzen Lederstücken vorgenommen werden können, festzustellen, ob in der Tat die vorausgesetzte restlose Gültigkeit des Superpositionsgesetzes vorhanden ist oder ob und welche

Abweichungen durch die Lastpulsationen herbeigeführt werden. Versuche an Riementrieben selbst sind für die Feststellung dieser rein auf die elastischen Eigenschaften des Leders sich beziehenden Größen unnötig; um so sorgfältiger sollten aber die einfachen und bequemen Dauer-Zugversuche mit ruhender und pulsierender Last bis in alle Einzelheiten und bis zur restlosen Klarlegung des gesamten physikalischen Verhaltens des Leders durchgeführt werden, damit die so gewonnenen Ergebnisse nötigenfalls als Grundlage für die Korrektur und den weiteren Ausbau der Riementriebtheorie benutzt werden können.

**2. Dimensionierung mit Rücksicht auf die Mitnahmekraft zwischen Riemen und Scheibe.** Die erzielbare Mitnahmekraft zwischen Riemen und Scheibe setzt unter gewissen, noch näher festzustellenden Verhältnissen der Belastbarkeit des Riementriebes eine zweite, von der Festigkeit des Riemens unabhängige Grenze.

Die genaue Fixierung derselben ist auf Grund des heute zur Verfügung stehenden Materials in quantitativer Hinsicht nur unvollkommen möglich. Qualitativ jedoch können wir an Hand der Ausführungen in Abschnitt IV einige wichtige Feststellungen treffen, welche den allgemeinen Verlauf dieser neuen Grenzlinie zu überblicken gestatten.

Maßgebende Momente für eine Beschränkung der übertragenen Kraft bilden die durch den Schlupf zwischen Riemen und Scheibe herbeigeführte Abnutzung und die aus der gleichen Ursache folgende Erwärmung. Die Abnutzung ist praktisch nicht nur bei der Scheibe, sondern auch beim Riemen ohne wesentliche Bedeutung, wenn nicht extreme Verhältnisse vorliegen oder aber, was der wichtigere Fall ist, eine Begünstigung derselben durch übermäßige Erwärmung des Triebes eintritt. Diese Erwärmung muß in gewissen Grenzen bleiben, weil durch sie die Fettung des Riemens höchst ungünstig beeinflußt wird: Das Riemenfett verliert seine Zähigkeit; einerseits wird es aus dem Riemen herausgedrückt, und dieser wird hart und brüchig, und andererseits wird die Durchzugkraft durch das Nachlassen der Viskosität stark gemindert, was erhöhten Schlupf und damit eine weitere Verschlimmerung des Übels zur Folge hat. Man wird daher die Erwärmung bestimmte Höchstgrenzen nicht überschreiten lassen dürfen, wenn man einen sicheren Betrieb gewährleisten will.

Die Dimensionierung mit Rücksicht auf die Mitnahmekraft zwischen Riemen und Scheibe läuft also auf eine Berücksichtigung der Erwärmungsverhältnisse des Triebes hinaus.

Wir wollen hier kurz überschlagen, wie diese Verhältnisse liegen.

Die Erwärmung rührt von den Verlusten des Triebes her. Von diesen kommen für die schädliche Erwärmung der Riemenscheibenoberfläche jedoch nur der Schlupfverlust und die inneren Riemenverluste (Biegung, Hysteresis und Nachwirkung) in Betracht. Die letzteren ent-

stehen im Riemen selbst, und die von ihnen erzeugte Wärme wird größtenteils durch den Riemen von der Scheibe hinweggeführt und durch die Trümer an die Luft abgegeben. Wir wollen sie hier ganz unberücksichtigt lassen und also annehmen, daß die schädliche Wärme nur durch den Schlupfverlust erzeugt werde. Hinsichtlich der Wärmeabfuhr dagegen wollen wir annehmen, daß hierfür nur der Kranz der Riemenscheibe, und zwar die volle Außen- und Innenfläche, zu berücksichtigen sei. Wenn wir dann noch die Beziehung zwischen Wärmeabgabe und Temperatur kennen, können wir aus der erzeugten Verlustwärme die entstehende Betriebsübertemperatur der Riemenscheibenoberfläche feststellen. Leider gibt es für die erwähnte Beziehung heute keine verlässlichen Anhaltspunkte; wir wollen daher, um trotzdem zu Ergebnissen zu gelangen, hier eine in der Elektrotechnik benutzte Beziehung zu Rate ziehen, nämlich die für die Erwärmung von Magnetspulen von Gleichstrommaschinen benutzte Formel

$$t_{\text{ü}} = \frac{800 W}{(1 + 0,07 v) \cdot O} \quad (93)$$

Hierin bedeutet:

- $t_{\text{ü}}$  die Übertemperatur gegen die umgebende Luft in  $^{\circ}\text{C}$ ,
- $W$  die Verluste in Watt,
- $V$  die Ankerumfangsgeschwindigkeit in m/sec,
- $O$  die Spulenoberfläche in  $\text{cm}^2$ .

Ersetzen wir hierin  $W$  durch  $V$  in mkg/sec und  $O$  durch die Scheibenoberfläche  $2 b 2 r \pi = 4 \pi b r$ , so erhalten wir aus der als zulässig erachteten Übertemperatur  $t_{\text{ü}}$  die zulässigen Verluste

$$V_{\text{zul}} = \frac{t_{\text{ü}} (1 + 0,07 v) 4 \pi b r}{8000} \quad (94)$$

Dies ist eine lineare Beziehung zu  $v$ . Ich bezweifle jedoch, daß die Formel, welche für normale  $v$  in der Elektrotechnik brauchbare Werte ergeben hat, bis auf  $v = 0$  herab Gültigkeit behält; es ist vielmehr anzunehmen, daß infolge der sehr schlechten Ventilation bei  $v = 0$  die tatsächlichen Werte hier niedriger liegen werden, so daß die allgemeine Form der Kurve  $V_{\text{zul}} = f(v)$  etwa die in Fig. 121 dargestellte sein wird.

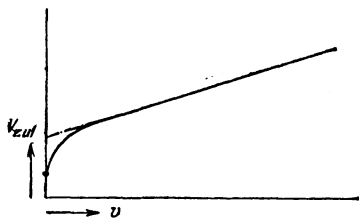


Fig. 121. Zulässige Verlustwärme für konstante Temperatur:  $V_{\text{zul}} = f(v)$ .

Der Schlupfverlust selbst ist in Abschnitt VI behandelt. Er beträgt für den Gesamtbetrieb:

$$V_S = (w_{ga} + w_{gb} + w_s) k_n \quad (95)$$

wobei der Teilbetrag  $w_{ga} k_n$  auf die treibende,  $w_{gb} k_n$  auf die getriebene Scheibe und der Dehnungsschlupfanteil  $w_e k_n$  teils auf die treibende, teils auf die getriebene Scheibe entfällt und diese Verteilung selbst von dem Kraftverlauf auf den beiden Scheiben abhängt. Wir wollen hier vereinfachend annehmen, es falle je die Hälfte auf die treibende und die getriebene Scheibe, wodurch wir für beide Scheiben Werte erhalten, welche sich dem arithmetischen Mittelwerte zwischen den Verhältnissen der treibenden und der getriebenen Scheibe nähern. Wir setzen also den Verlust der treibenden Scheibe:

$$V_{Sa} = \left( w_{ga} + \frac{1}{2} w_e \right) k_n \quad (96)$$

und den Verlust der getriebenen Scheibe:

$$V_{Sb} = \left( w_{gb} + \frac{1}{2} w_e \right) k_n \quad (97)$$

und können danach aus den Kurven des Abschnittes IV die Kurven  $V_S = f(v)$  für beliebige konstante  $k_n$  ermitteln, wie dies beispielsweise in Fig. 122 für die getriebene Scheibe ( $2r = 50$ ,  $\varphi = 3$ ,  $k'_2 = 4$ ) ausgeführt ist<sup>1)</sup>.

Ermitteln wir sodann unter Zugrundelegung einer bestimmten zulässigen Übertemperatur (wir nehmen an:  $t_{ü} = 20^\circ$ ) nach Formel 94 die für  $2r = 50$ ,  $b = 2$  gültige Kurve  $V_{zul} = f(v)$  und tragen diese ebenfalls in Fig. 122 ein, so ergeben die Schnittpunkte dieser letzteren Kurve mit den Kurven  $V_{Sb} = f(v)$  die für jedes  $v$  zulässige Maximalgröße von  $k_n$ ; tragen wir diese in Fig. 123 als Kurve  $k_{n\max} = f(v)$  auf, so stellt diese Kurve die gesuchte Belastungsgrenze mit Rücksicht auf die Erwärmung für die Scheibengröße  $2r = 50$  cm dar.

Diese Kurve gilt für den stationären Enderwärmungszustand, der je nach Art der Scheibe schneller oder langsamer erreicht wird. Da die Wärmekapazität der Riemenscheiben, welche für diese Zeit maßgebend ist, meist relativ klein ist und diese Wärmegrenze, wie wir aus der Lage der für  $2r = 50$  cm gültigen Kurve Fig. 123 sehen, wohl nur für kleine Scheiben praktische Bedeutung erlangen dürfte, so wollen wir hier von Betrachtungen über den Einfluß einer Intermittenz der Belastung absehen. Um so mehr, als die Unsicherheit in der Kenntnis der

<sup>1)</sup> Die Kurven in Abschnitt IV sind für  $k'_2 = \text{const} = 4$  ermittelt und gelten daher zunächst für den Trieb mit künstlich konstant gehaltenem  $k'_2$ . Sie treffen aber natürlich auch bei dem normalen Vorspannungstrieb für den Betriebszustand zu, in welchem  $k'_2 = 4$  ist. Setzen wir diesen Zustand als den normalen Betriebszustand voraus, so können die Kurven also auch für den Vorspannungstrieb als gültig angesehen und demgemäß allgemein verwendet werden. Wir benutzen diesen Umstand an dieser Stelle und ebenso auch später bei der Nachprüfung des Einflusses des Schlupfes auf die Belastungsfähigkeit.

Temperaturabhängigkeit und der zulässigen Temperaturhöhe genaue Aussagen über die Lage und den Verlauf der Kurven  $k_{n \max} = f(v)$  heute

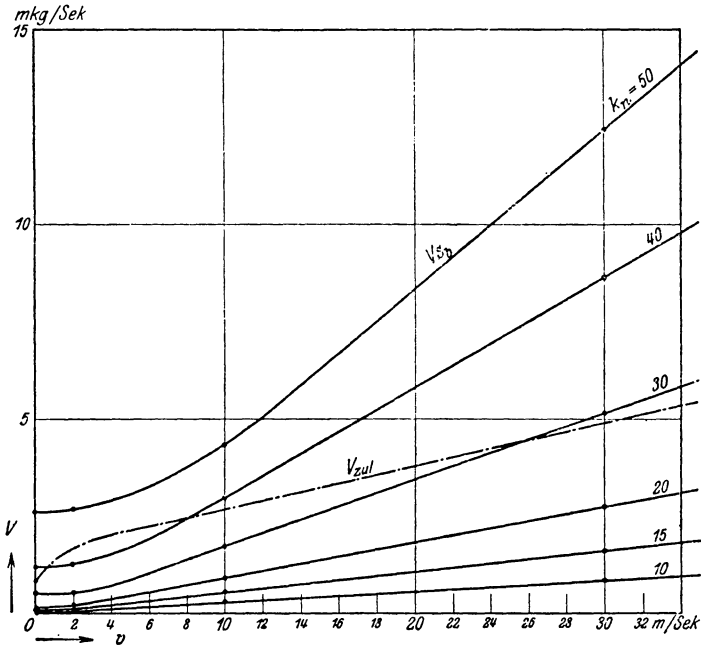


Fig. 122. Kurven  $V_{S\delta} = f(v)$  und  $V_{zul} = f(v)$ .

unmöglich macht; wir müssen uns daher damit begnügen, in der Kurve Fig. 123 die grundsätzliche Tendenz des Kurvencharakters (ungefähr horizontaler Verlauf, also annähernde Unabhängigkeit von  $v$ ) zu erkennen, ohne jedoch der Kurve größere quantitative Bedeutung beizumessen.

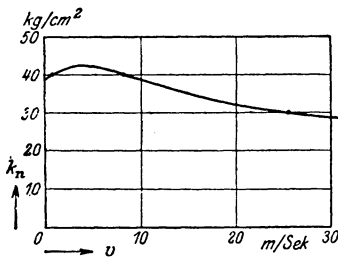


Fig. 123.  $k_{n \max} = f(v)$ : Erwärmungsgrenze.

**3. Dimensionierung mit Rücksicht auf den Wirkungsgrad.** Die Wahl der Abmessungen des Riemetriebes mit Rücksicht auf seinen Wirkungsgrad hat grundsätzlich so zu erfolgen, daß die Summe sämtlicher Verluste unter den beabsichtigten Betriebsverhältnissen ein Minimum wird. Ist die Riemengeschwindigkeit nicht frei wählbar, sondern vorgeschrieben und liegt sie hoch, so kann es bei großen Scheiben geraten erscheinen, möglichst dicke, aber schmale Riemen zu verwenden: bei großem  $v$  und  $r$  arbeitet man ja stets weit von der Grenze des merkbaren Gleitschlupfes entfernt, also nur mit Dehnungsschlupf; es hat daher auch eine Verringerung der Breite nicht leicht eine Überschreitung

der Erwärmungsgrenze zu erwarten. Bei kleineren Geschwindigkeiten ist die Riemenbreite durch die Forderung der Festigkeit bestimmt, und eine Verringerung derselben würde zu einer Überschreitung der zulässigen Spannung führen.

der Grenze des merklichen Gleitschlupfes zur Folge: d. h. der Schlupfverlust bleibt konstant, wogegen der Luftreibungsverlust infolge der Verminderung der Riemenoberfläche (bei konstantem Querschnitt) zurückgeht. Das Optimum liegt bei solchen Trieben mit großem  $r$  und hohem  $v$  an der Grenze des merklichen Gleitschlupfes; man wird daher

bei großen Scheiben mit der Reduktion der Breite zugunsten der Dicke sehr weit gehen können: Vgl. z. B. Fig. 67, Abschnitt IV; dort finden sich die erreichbaren Zugkräfte  $k_n$ , bezogen auf einen Riemen von 0,5 cm Dicke und konstantem  $k'_2 = 4$  aufgetragen, und wir sehen, daß bei großen Scheiben hierbei sehr hohe  $k_n$  übertragbar sind. Dieselben gehen stark über das zulässige Festigkeitsmaß hinaus, so daß also eine erhebliche Dickenvergrößerung auf Kosten der Breite möglich erscheint und damit neben einer Ersparnis an Luftreibungsverlust auch eine Verbilligung des ganzen Triebes infolge der Verringerung der Scheibenbreiten.

Ganz anders jedoch stellen sich die Verhältnisse bei kleinen Scheiben und geringen Geschwindigkeiten dar. Hier spielt die Luftreibung keine große Rolle, und der Schlupf-

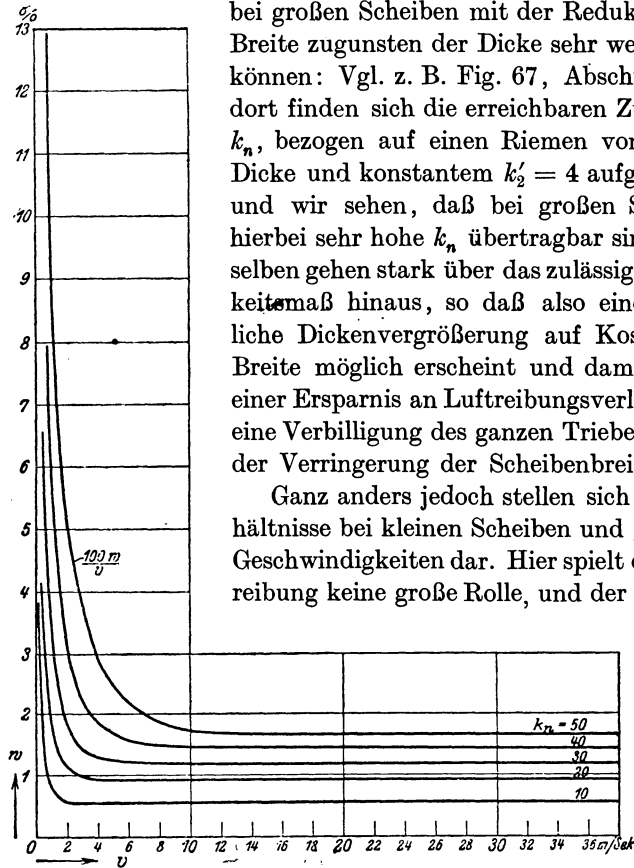


Fig. 124. Prozentualer Schlupf  $\frac{100 w}{v} = f(v)$ . (Für  $2r = 50$ ,  $\varphi = 3$ ,  $k'_2 = 4 = \text{const.}$ )

verlust wird zum entscheidenden Faktor. Wir können diese Verhältnisse für Scheiben von 50 cm  $\varnothing$  an Hand der Kurven in Abschnitt IV verfolgen, indem wir aus diesen für verschiedene Geschwindigkeiten die bei bestimmten festen  $k_n$ -Werten auftretenden Schlupfbeträge  $w_{ga} + w_{gb} + w_e = w$  entnehmen. Diese sind in Fig. 124 als prozentuale Schlupfwerte  $\frac{100 w}{v}$  für  $\varphi = 3$ ,  $k'_2 = 4 = \text{const}$  aufgetragen und stellen gleichzeitig den prozentualen Energieverlust dar. Wir sehen, wie stark bereits bei diesem relativ großen Scheibendurchmesser diese Kurven

bei niedrigen Geschwindigkeiten ansteigen. Setzen wir mit Rücksicht auf den Wirkungsgrad bestimmte feste Schlupfprocente als zulässig voraus, so haben die daraus folgenden Kurven  $k_{n\max} = f(v)$  die in Fig. 125 dargestellte Gestalt: Diese Kurven gehen sämtlich vom Koordinatenanfangspunkte aus und ergeben somit in der Nähe von  $v = 0$  eine neue, und zwar eine höchst beachtenswerte Grenze für  $k_n$ .

Die Bedeutung dieser durch den Schlupf bestimmten Grenze ergibt sich deutlich, wenn wir folgendes bedenken.

Die Kurven in Fig. 124 und 125 gelten für  $2r = 50$  cm, sie setzen  $k'_2 = \text{const} = 4$  kg/cm<sup>2</sup> und einen Umspannungswinkel  $\varphi = 3$  voraus, und sie beruhen auf den sehr hohen Reibungswerten der Skutschschen Versuche.

In der Praxis wird man in vielen Fällen, namentlich bei neuen Riemen, nicht mit so guter Adhäsion rechnen können: Folge Erhöhung der Schlupf-

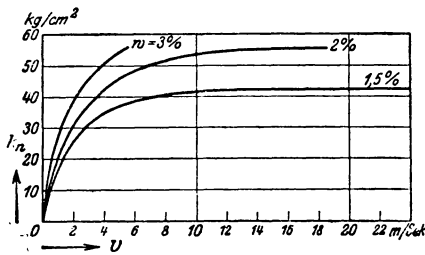


Fig. 125.  $k_{n\max} = f(v)$ : Schlupfgrenze.

werte. Bei kleineren Scheibendurchmessern als 50 cm liegen die Zugkraftverhältnisse ungünstiger: Folge eine weitere Erhöhung des Schlupfes. Bei kleinen Scheiben ist vielfach auch nicht mit  $\varphi = 3$  zu rechnen, da kleine Scheiben eben meist in Verbindung mit großen Gegenscheiben, zur Erzielung großer Übersetzungen,

genutzt werden: Folge eine noch weitere Erhöhung des Schlupfes. Endlich kann bei Vorspannungstrieben der Wert  $k'_2 = 4$  leicht unterschritten werden, so daß schließlich auch aus diesem Grunde noch eine weitere Schlupfvermehrung folgt. Wir müssen es uns versagen, alle diese Umstände hier des näheren quantitativ zu verfolgen; die Tatsache, daß bereits bei  $2r = 50$  unter den zugrunde gelegten günstigen Umständen sich der Schlupf als Grenzfaktor bemerkbar macht, dürfte schon genügen, es erklärlich zu machen, daß bei Scheiben in der Größenordnung von etwa 10—20 cm Durchmesser die Belastungsfähigkeit nicht durch die Festigkeit des Übertragungsorgans, sondern durch den Schlupf begrenzt wird. Diese Grenzkurvenschar für die verschiedenen Scheibendurchmesser wird um so tiefer liegen, je ungünstiger die äußeren Umstände des Betriebes auf die Durchzugskraft einwirken: feuchte Betriebsräume, hohe Lufttemperatur usw.

**Gesamtverlauf der Abhängigkeit zwischen  $k_{n\max}$  und  $v$ .** Die Zusammenfassung der drei behandelten Ursachen für die Begrenzung von  $k_n$  läßt nun folgendes aussagen:

1. Die Berücksichtigung der Festigkeit des Riemenmaterials ergibt für  $k_n$  eine nur vom Riemenquerschnitt abhängige, von den Einzel-

faktoren  $b$  und  $d$  und vom Scheibendurchmesser aber unabhängige  $k_n$ -Grenze.

2. Die Berücksichtigung der Erwärmung und des prozentualen Verlustes (Wirkungsgrades) ergibt für  $k_n$  Scharen von Grenzkurven, von denen jede für einen bestimmten Scheibendurchmesser gültig ist, derart, daß kleinen Scheiben niedrig liegende, großen Scheiben höher liegende Kurven zugeordnet sind.

3. Für bestimmte, durch die Größen  $r$ ,  $b$ ,  $d$  charakterisierte Verhältnisse setzt sich die Grenzkurve  $k_{n\max} = f(v)$  sonach aus den niedrigst liegenden Stücken der drei Grenzkurven für Festigkeit, Erwärmung und Wirkungsgrad zusammen, und es entsteht das grundsätzliche Bild der Fig. 126, bei welcher der schraffierte Bereich das Gebiet der zulässigen  $k_n$  darstellt.

**Schlußbemerkung.** Wir haben damit ein qualitatives Bild des Verlaufes der Belastungsfähigkeit des Riementriebes in Abhängigkeit von der Riemengeschwindigkeit gewonnen. Soll dasselbe auch nach der quantitativen Seite ausgebaut werden, so ist dazu zunächst die genaue quantitative

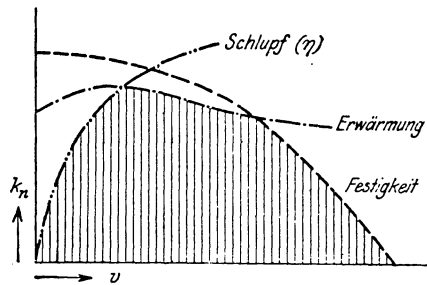


Fig. 126. Eingrenzung des zulässigen  $k_n$  durch Festigkeit, Erwärmung und Schlupf  $(\eta)$ .

Erforschung der Elastizitätseigenschaften des Riemenstoffes und der Reibungsverhältnisse zwischen Leder und Eisen notwendig, so daß auf Grund der dabei gewonnenen Ergebnisse Sicherheit über die Höhe der jeweils zulässigen Anstrengung des Materials gewonnen wird und sodann auch eine genauere Berechnung der Schlupfverhältnisse, als sie auf Grund der heute benutzbaren Unterlagen im Abschnitt IV möglich war, vorgenommen werden kann.

Hier soll nun zum Schluß nur noch auf einige Punkte kurz hingewiesen werden, welche für die Dimensionierung und die Wirtschaftlichkeit des Riementriebes in Betracht zu ziehen sind.

Der erhebliche Einfluß der Luftreibung bei hohen Geschwindigkeiten läßt es geraten erscheinen, bei schnellaufenden Trieben auf eine mögliche Glätte der Oberfläche des Trieborgans Wert zu legen. Der gelemte Lederriemen wird also für schnellaufende Triebe allen anderen Leder- und Stoffriemen überlegen sein.

Was die Verluste durch elastische Hysterese und Nachwirkung anlangt, so wird wohl in Zukunft die Forderung erhoben werden müssen, daß diesen Verlusten seitens der Riemenhersteller besondere Beachtung geschenkt wird, und man wird vielleicht dazu übergehen können, ähnlich wie dies bisher bereits bei magnetischen Materialien für die



Elektrotechnik (Dynamo- und Transformatorenbleche usw.) hinsichtlich der magnetischen Hysterese geschieht, auch für Riemen- und Seilmaterial sich die Verlustziffern für elastische Hysterese und Nachwirkung vom Fabrikanten garantieren zu lassen. Vorerst muß allerdings noch durch systematische Versuche festgestellt werden, was überhaupt in dieser Hinsicht von den Materialien verlangt werden kann.

Hinsichtlich einer künstlichen Fettung des Riemens ist darauf hinzuweisen, daß dadurch die Durchzugskraft gegenüber einem trockenen Riemen stets erheblich gesteigert wird. Eine Verminderung des Schlupfverlustes läßt sich durch Fettung indes nur im Gebiete des Gleitschlupfes erzielen, da der elastische Schlupf ja von den Reibungsverhältnissen zwischen Riemen und Scheibe unabhängig ist. Daher hat die künstliche Fettung wesentliche Bedeutung nur bei kleinen Scheiben und bei niedrigen Riemengeschwindigkeiten: hier jedoch kann sie oft zu erheblichen Verbesserungen des Triebes führen.

Schließlich will ich nicht verfehlen, hier nochmals darauf hinzuweisen, daß der Trieb mit konstantem  $k'_2$ , also in der Praxis der Trieb mit beweglicher Spannrolle im schlaffen Trum (Repräsentant: Lenixtrieb), nicht nur für die theoretische Erkenntnis der Eigenschaften des Riementriebes von höchster Bedeutung ist, sondern auch eine Reihe von praktisch wichtigen Vorzügen besitzt. Hierhin gehören:

- a) die Möglichkeit, von Betriebsbeginn an mit dem minimal möglichen  $k'_2$  zu arbeiten;
- b) die Sicherheit der Vorausberechnung und die Sicherheit, daß der beabsichtigte Arbeitszustand des Riemens auch tatsächlich dauernd vorhanden ist;
- c) die automatische Entlastung des Riemens bei Leerlauf und bei Stillstand.

Andererseits hat dieser Trieb naturgemäß auch Nachteile, welche seine Anwendung in manchen Fällen unmöglich machen. Hierhin gehört vor allem:

- a) das Hüpfen der Spannrolle bei variabler, stoßweiser Belastung;
- b) die Unmöglichkeit einer Umkehrung der Krafrichtung, wodurch namentlich eine Bremsung unmöglich gemacht wird.

Diese Übelstände lassen sich durch geeignete konstruktive Ausbildung des Triebes vermindern — z. B. durch Federbelastung<sup>1)</sup> anstatt Gewichtbelastung der Spannrolle und durch Anbringung von Dämpfungen —, niemals jedoch ganz beseitigen. Das Anwendungsgebiet dieses Triebes ist dadurch auf ruhige Betriebe beschränkt: In diesem begrenzten Gebiete jedoch kommt der Spannrollentrieb mit künstlich beherrschtem  $k'_2$  dem Ideal des Riementriebes nahe.

<sup>1)</sup> Es ist jedoch zu beachten, daß normale, federbelastete Spannrollen kein konstantes, sondern fallendes  $k'_2$  erzeugen.

## Anhang 1.

**Bemerkungen zu dem Bericht von F. W. Taylor: „Notes on belting“ in den Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Band 15 (1894). S. 204—259.**

Taylor hat im Jahre 1894 einen ausführlichen Bericht über Beobachtungen veröffentlicht, welche er während einer neunjährigen Periode in den Werkstättenbetrieben der Midvale Steel Company an einer großen Anzahl von Riementrieben ausführte. Diese Beobachtungen führten ihn zu zwei generellen Schlüssen, nämlich:

1. daß die bis dahin angewendeten spezifischen Nutzbelastungen von Riementrieben zu hoch seien und daß die Nutzlast auf einen Betrag von rund  $8,0 \text{ kg/cm}^2$  oder  $3,3 \text{ kg/cm}$  Einfachriemen beschränkt werden müsse, und

2. daß es empfehlenswert sei, generell Doppelriemen an Stelle von Einfachriemen zu verwenden.

Diese Schlüsse stützen sich ausschließlich auf die Betriebsbeobachtungen an zwei Klassen von Riemen, nämlich:

1. horizontale Triebe mit einer mittleren Nutzbelastung von  $5,9 \text{ kg/cm}^2$  („Vorlegeriemen“);

2. vertikale Stufenscheibentriebe mit einer mittleren Nutzbelastung von  $14,8 \text{ kg/cm}^2$  („Stufenscheibenriemen“).

Beide Klassen von Riemen bestanden aus demselben Material, waren in gleicher Weise behandelt, gefettet und gewartet und wurden mit der gleichen Vorspannung, welche mit Hilfe einer besonderen Federspannvorrichtung gemessen wurde, von  $16,8 \text{ kg/cm}^2$  aufgelegt. Es bestanden dagegen folgende Unterschiede:

1.	2.
Horizontale Anordnung: Fest- und Losscheiben	Vertikale Anordnung: Stufenscheiben
Riemenlänge = 15 m	Riemenlänge = 9 m
$v$ = 6,3 m/sec	$v$ = 3,4 m/sec
Nutzlast = $5,9 \text{ kg/cm}^2$	Nutzlast = $14,8 \text{ kg/cm}^2$ .

Von diesen Unterschieden hält Taylor alle mit Ausnahme der verschiedenen Nutzlast für fast einflußlos auf die Betriebskosten und die Lebensdauer der betrachteten Triebe.

Man kann ihm beistimmen, wenn er den Einfluß der verschiedenen Geschwindigkeiten für unwesentlich hält, da ja bei den kleinen Beträgen dieser Geschwindigkeiten die Fliehkraft noch keinen merklichen Einfluß hat und da infolge der ungefähr in gleichem Verhältnis zur Riemengeschwindigkeit stehenden Riemenlänge bei beiden Klassen von Trieben nur unwesentlich verschiedene Umlauffrequenz auftritt.

Nicht übereinstimmen kann man jedoch mit Taylor, wenn er auch die Tatsache, daß die eine Riemenklasse horizontale Triebe mit Fest- und Losscheiben, die andere jedoch vertikale Triebe mit Stufenscheiben umfaßt, hinsichtlich der Beanspruchung der beiden Riemenklassen für bedeutungslos hält. Im Gegenteil muß gerade in diesen Verschiedenheiten die Ursache für das verschiedene Verhalten der von Taylor beobachteten Riementreibe gesucht werden.

Den Einfluß der vertikalen resp. horizontalen Anordnung glaubt Taylor durch folgenden Hinweis abtun zu können:

„Es muß indes beachtet werden, daß, als die Maschinen aus der alten Fabrik in die neue, in welcher diese Versuche gemacht wurden, übergeführt wurden, die Fest- und Losscheiben der Vorlegee sämtlich entfernt und durch weit größere ersetzt wurden. Dies geschah, weil die Vorlegeriemen in der alten Fabrik eine starke Quelle von Störungen gewesen waren. Sie wurden dort mit der gleichen „Gesamtlast“<sup>1)</sup> betrieben wie die Stufenscheibenriemen und verursachten infolge ihrer schlechten Zugänglichkeit zweifellos mehr Zeitverlust als die letzteren. Es möchte daher scheinen (it would appear), daß die Richtung, in welcher die Riemen laufen, (also horizontal oder vertikal) ihre Haltbarkeit nicht wesentlich beeinflusst.“

Mit solchen vagen Bemerkungen läßt sich natürlich die Tatsache nicht aus der Welt schaffen, daß senkrechte Riemen, weil bei ihnen die spannungserhaltende Mitwirkung des Riemendurchhanges fehlt, ganz erheblich ungünstiger dastehen als horizontale Triebe.

Des weiteren sind aber auch gegen die Argumentation, mit welcher Taylor beweisen will, daß lediglich die verschiedene Nutzlast für das verschiedene Verhalten der beiden Riemenklassen verantwortlich sei, sehr wesentliche Einwendungen zu erheben. Taylor stellt fest, daß bei den Vorlegeriemen die Vorspannung von 71 auf 21 Pfund im Laufe von 22 Monaten zurückging, während bei den Stufenscheibenriemen die Vorspannung von 71 auf 33 Pfund im Laufe von 2,5 Monaten sank. Er zieht hieraus den Schluß, daß die Dehnung in der Zeiteinheit bei der erstgenannten Klasse ganz erheblich geringer gewesen sei<sup>2)</sup> und schließt dann weiter, daß diese geringere Dehnung eben die Folge der geringeren Nutzbelastung gewesen sei. Ein richtigeres Bild von den tatsächlichen Verhältnissen erhält man nun aber durch die einfache Überlegung, daß bei senkrechten Trieben die Spannung des Triebes eine reine Dehnungsspannung ist, während bei horizontalen Trieben die Durchhangsspannung wesentlich mitspielt. Bei den Stufenscheibenriemen ent-

1) Vorspannung + Nutzspannung.

2) Vgl. Tabelle a. a. O. S. 219, Nr. 59.

spricht also der Abfall der Vorspannung von 71 auf 33 Pfund tatsächlich einer entsprechenden Dehnung des Riemens. Bei den Vorlegeriemern ist jedoch die Dehnung erheblich größer, als dem Verhältnis 71 : 21 entspricht. Dieser Überschuß ist bei den vorliegenden Verhältnissen (ursprüngliche Vorspannung 16,8 kg/cm<sup>2</sup>, Endvorspannung 5,0 kg/cm<sup>2</sup>) mit ungefähr 30% anzunehmen. Die Gesamtdehnung der Vorlegeriemern nach 22 monatigem Betriebe ist also im Endergebnis auf rund das 1,7fache der Dehnung der Stufenscheibenriemen nach 2,5 monatigem Betriebe zu veranschlagen. Dieses Ergebnis der Überlegung entspricht auch genau den von Taylor tatsächlich gemessenen Werten der Deh-

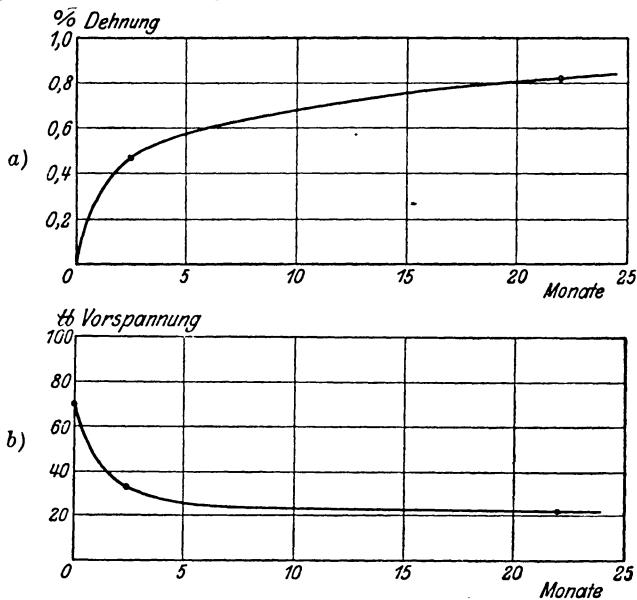


Fig. 127 a, b. Zeitlicher Verlauf der Dehnung und Vorspannung bei den Taylorschen Versuchen.

nung, nämlich 0,47% bei den Stufenscheibenriemen und 0,81% bei den Vorlegeriemern (nach 2,5- resp. 22 monatiger Betriebszeit) und bei den oben erwähnten Endvorspannungen von 33 resp. 21 Pfund (vgl. Tabelle S. 219, Nr. 58). Es ist nicht recht verständlich, weshalb Taylor diese Dehnungszahlen unbeachtet gelassen hat. Zeichnet man diese Dehnungspunkte, wie in Fig. 127 a geschehen, auf, so ergibt sich, daß es nicht unwahrscheinlich, ja vielmehr sehr wahrscheinlich ist, daß beide Punkte der gleichen Dehnungskurve angehören und auch einer einzigen Vorspannungskurve entsprechen, wie sie in Fig. 127 b aufgezeichnet ist, entgegen der Annahme Taylors, der für die beiden Riemenklassen verschiedenen Verlauf der Vorspannungskurve annahm, wobei er aber die Abweichungen beider Kurven voneinander doch auch als nicht sehr groß ansah (vgl. S. 225, Nr. 77).

Es kann hiernach auf Grund des Taylorschen Materials ausgesprochen werden, daß die Nutzlast auf die Dehnung sämtlicher Riemen ohne Einfluß oder jedenfalls ohne wesentlichen Einfluß war.

Der Sicherheitsgrad dieses Satzes reicht aber vollkommen aus, um weiter auszusprechen, daß die Taylorschen Versuche nicht den Einfluß der Nutzlast, sondern den längst bekannten Einfluß der vertikalen oder horizontalen Anordnung zeigen, vermischt mit den Einflüssen der guten oder schlechten Zugänglichkeit und der guten oder schlechten Behandlung der Riemen. Taylor hat also insbesondere nicht den Beweis geliefert, daß für Riementriebe eine Nutzlast von  $14,8 \text{ kg/cm}^2$  allgemein zu groß ist.

Was die Frage der Verwendung von Doppelriemen anlangt, so kommen hierfür zunächst die aus der größeren Steifheit dieses Riemens sich ergebenden Gesichtspunkte in Betracht. Taylor nimmt an, daß Doppelriemen eben wegen dieser Steifheit ruhiger laufen und dadurch weniger angestrengt werden und sich länger halten. Dagegen vernachlässigt er gänzlich den entstehenden größeren Biegungsverlust. Ebenso ignoriert er aber auch die aus Abschnitt IV bekannte Tatsache, daß Doppelriemen bei gleicher Nutzlast  $k_n$  größeren Schlupf haben als Einfachriemen und dadurch gegenüber letzteren in ihrer Lebensdauer beeinträchtigt werden: gerade die Schlupfgröße ist aber, neben der für die Dehnung maßgebenden mittleren Spannung, für jeden Riementrieb von entscheidendem Einfluß auf Betriebssicherheit und Lebensdauer, und es sollte daher, wenn man freie Hand hat, stets diejenige Anordnung gewählt werden, welche ein Maximum an riemenberührter Scheibenfläche und damit ein Minimum an Schlupf ergibt. Dies bedingt aber eine Bevorzugung des Einfachriemens und Taylor hätte somit bei seinem oben zitierten Beispiel, bei welchem er die Vorgelege triebe dadurch verbesserte, daß er unter Beibehaltung der Doppelriemen die Scheiben und damit die Geschwindigkeiten vergrößerte und die Nutzbelastung herabsetzte, mit ähnlichem Erfolg auch die Doppelriemen durch Einfachriemen doppelter Breite ersetzen können, unter Beibehaltung der alten Nutzbelastung und Geschwindigkeit<sup>1)</sup>.

Aus alledem erhellt die Gefahr, welche in dem von Taylor geübten Verfahren liegt, aus rein statistischen Betriebsbeobachtungen ohne Beachtung und Klärung der physikalischen Grundlagen verallgemeinernde Regeln abzuleiten: der Rat Taylors, stets Doppelriemen zu verwenden, muß ebenso ad acta gelegt werden wie sein Rat, allgemein mit extrem niedrigen Nutzlasten zu arbeiten.

Das namentlich von den Amerikanern mit heißem Bemühen erstrebte allgemeingültige Rezept für die Riemenbemessung gibt es eben

<sup>1)</sup> Unter diesem Gesichtspunkt betrachtet ist also auch der weitere von Taylor (vgl. a. a. O. S. 226/27) angeführte Fall einer Sulfitzellstoff-Fabrik belanglos.

nicht, und man wird sich schon damit abfinden müssen, jeden Einzelfall gesondert zu untersuchen und ihn unter Beachtung der im Abschnitt VII vorliegender Arbeit im einzelnen dargelegten Gesichtspunkte zu entscheiden.

## Anhang II.

### Einige Bemerkungen zu Kammerers „Versuchen mit Riemen- und Seiltrieben“ (F.-A. Heft 56/57).

Die Nachprüfung der Kammererschen Untersuchungen wird ganz außerordentlich dadurch erschwert, daß die Ergebnisse nur in Diagrammform mitgeteilt werden. Man ist daher genötigt, die zur Prüfung erforderlichen Daten aus den kleinen Figuren mit dem Zirkel abzugreifen, was natürlich eine recht mühselige Aufgabe ist. Ich habe diese trotzdem für eine größere Anzahl der Kammererschen Diagramme durchgeführt in der Hoffnung, aus diesem einzigen bis heute vorliegenden Versuchsstoff Unterlagen für die quantitative Ermittlung der Einzelverlustgrößen zu gewinnen. Wie aus den unten mitgeteilten Ergebnissen ersichtlich, versagte aber in dieser Hinsicht dieses Kammerersche Material so gut wie vollkommen, und zwar aus mehreren Gründen. Der Hauptgrund liegt in unzureichender Meßgenauigkeit, sowohl der Verlustbestimmung (dies verursacht dadurch, daß die Methode der Messung der zugeführten und abgeführten Leistung benutzt wurde), wie auch der Schlupfmessung. Ein weiterer Grund liegt aber dann noch darin, daß insbesondere bei den Riementriebversuchen auf Versuchsreihen mit variabler Geschwindigkeit von Kammerer kaum eingegangen wurde; bei den Seilversuchen wurde der Geschwindigkeit höhere Aufmerksamkeit geschenkt, was sofort zu erheblich besserer Ausbeute führt, zumal gerade hier auch die Meßgenauigkeit eine bessere ist, weil die Seilwirkungsgrade sämtlich erheblich tiefer liegen als die Riementwirkungsgrade und daher infolge der größeren Verschiedenheit der zu messenden Größen die Meßfehler geringeren Einfluß haben.

Zur Ermittlung der Verluste wurden also aus den Kammererschen Figuren die Werte  $\eta$ ,  $w$  und  $k_n$  abgegriffen und das Ergebnis in den Tabellen VI und VII eingetragen. Der Einfachheit halber wurde dabei bei den Riementversuchen die Kammerersche Beziehung auf Riemenbreite beibehalten, so daß sich also hier  $k_n$  wie auch der daraus abgeleitete spezifische Verlust  $V'$  ausnahmsweise auf 1 cm Riemenbreite (nicht wie sonst überall auf 1 cm<sup>2</sup> Riemenquerschnitt) bezieht. Aus  $\eta$  und  $k_n$  wurde sodann der spezifische Verlust berechnet aus

$$V' = \frac{k_n}{\eta} - k_n. \quad (98)$$

Dieser Wert stellt, da Kammerer die Verluste der Scheiben und Lager vorher ausgeschieden hat, die Summe der Verluste  $V'_{H+N} + V'_B + V'_S + V'_{LuR}$  dar (vgl. Abschnitt VI). Wir ziehen hiervon noch den Schlupfbetrag ab und erhalten den in den Tabellen eingetragenen Wert

$$V' - V'_S = V'_{H+N} + V'_B + V'_{LuR},$$

welcher dem in Abschnitt VI behandelten entsprechenden Wert, abgesehen von der Beziehung auf Riemenbreite statt auf Riemenquerschnitt, entspricht.

Bei den Seilversuchen beziehen sich die in gleicher Weise ermittelten Verluste wie bei Kammerer selbst auf ein ganzes Seil.

Tragen wir die so ermittelten Verlustwerte graphisch auf wie jeweils neben den Tabellen in Fig. 128a—w ausgeführt, so sollten die sich ergebenden Kurven die aus Abschnitt VI bekannte Gestalt haben. Es zeigt sich nun aber, daß nicht nur bei den meisten Figuren die einzelnen Punkte sehr weit auseinander fallen, sondern daß sogar der ganze Kurvencharakter bei den verschiedenen Untersuchungen verschieden ausfällt. Beides ist ein Beweis für die erheblichen Mängel in der Meßgenauigkeit. Am genauesten scheinen die Untersuchungen mit Scheiben von 600 und 1250 mm Durchmesser zu sein. Alle mit diesen Scheibendurchmessern durchgeführten Versuche, welche ich nachgeprüft habe, zeigen den gleichen Kurvencharakter, nämlich eine dem in Abschnitt VI angegebenen Verlauf entsprechende, bei  $k_n = 0$  von einem gewissen Mindestwert ausgehende, schwach nach oben gekrümmte Kurve (vgl. die Kurven zu den Kammererschen Figuren 81, 84, 82, 78, 80, 85, 77, 79). Bei den Versuchen mit Scheiben von 600/2500 mm ist dagegen ebenso wie bei den meisten Versuchen mit 1250/1250 mm die Tendenz der  $V'$ -Kurve nicht eine steigende, sondern eine fallende. Dies würde bedeuten, daß der spezifische Verlust mit steigender Nutzbelastung abnähme, ein Ergebnis, das unmöglich erscheint. Von den in der Verlustsumme enthaltenen Einzelverlusten ist ja die Luftreibung sicherlich von der Riemenbelastung unabhängig. Ob die Riemensteifigkeit größer wird, wenn die beiden im Leerlauf gleichgespannten Trümer durch die ungleich und etwas stärker gespannten belasteten Trümer ersetzt werden, entzieht sich zunächst der Beurteilung. Möglich erscheint aber eine gewisse, wenn auch nur geringe Steigerung, keinesfalls eine Abnahme. Das gleiche gilt endlich auch für den dritten Teilverlust, den Verlust durch Hysteresis und Nachwirkung. Der fallende Verlauf einzelner der Verlustkurven kann somit, wie bereits erwähnt, nur auf in der Versuchsanordnung begründete Meßfehler zurückgeführt werden.

Die Ursache der größeren Fehlerhaftigkeit der Verlustkurven bei gewissen Scheibendurchmessern dürfte darin zu suchen sein, daß die von Kammerer bei der Auswertung seiner Versuche zugrunde gelegten

Tabelle VI.

Kammerer Fig.	$k_v$ kg/cm	$v$ m/sec	$\frac{r_1}{r_2}$	$\eta$ %	$w$ %	$k_n$ kg/cm	$\frac{k_n}{\eta}$	$V' \sqrt{V'_S}$ kg/cm
Einfachriemen, $b = 375$ mm.								
81	4,66	15,6	600/1250	74,0	0,13	1,45	1,96	0,50
				93,5	0,15	3,2	3,42	0,21
				95,0	0,22	4,1	4,32	0,21
				94,0	0,70	6,5	6,92	0,35
				93,5	1,30	7,5	8,03	0,42
84	4,66	18,78	600/1250	79,0	0,05	1,35	1,71	0,36
				89,5	0,10	1,95	2,18	0,23
				93,5	0,23	3,5	3,75	0,245
				97,0	>0,40	4,9	5,05	0,15
				97,0	>0,55	6,6	6,80	0,205
82	5,3	16,24	1250/600	77,5	0,24	1,2	1,55	0,34
				89,0	0,35	2,1	2,36	0,25
				90,0	0,38	4,2	4,67	0,45
				92,5	0,60	5,4	5,84	0,40
				94,0	0,75	6,6	7,03	0,38
				94,0	1,00	8,3	8,84	0,45
78	4,66	9,8	1250/600	89,0	0,25	1,3	1,46	0,155
				93,0	0,32	2,45	2,64	0,177
				94,0	0,60	4,6	4,90	0,27
				91,0	0,70	5,5	6,04	0,50
				92,0	>1,00	6,5	7,06	0,48
80	4,66	13,12	1250/600	91,0	0,22	1,65	1,81	0,159
				91,5	0,35	2,95	3,23	0,265
				93,0	0,62	4,8	5,16	0,33
				94,0	1,20	5,7	6,06	0,29
85	4,66	19,35	1250/600	65,0	0,20	0,9	1,39	0,48
				86,5	0,37	2,5	2,85	0,34
				90,5	0,47	3,7	4,09	0,37
				90,0	0,53	4,6	5,11	0,48
				91,0	0,68	5,7	6,26	0,52
				93,0	1,00	8,1	8,71	0,52
77	7,3	9,58	600/1250	74,0	0,0	1,5	2,03	0,53
				83,5	0,0	2,0	2,43	0,43
				89,0	0,05	3,5	3,94	0,44
				91,0	0,24	5,2	5,72	0,51

Fig. 128 a—g.

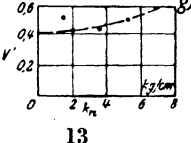
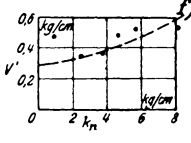
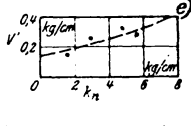
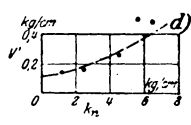
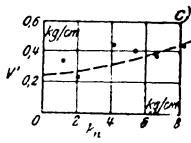
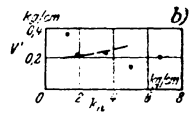
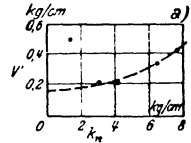




Tabelle VI (Fortsetzung).

Kammerer Fig.	$k_o$ kg/cm	$v$ m/sec	$\frac{r_1}{r_2}$	$\eta$ %	$w$ %	$k_n$ kg/cm	$\frac{k_n}{\eta}$	$V'-V'S$ kg/cm
79	7,3	12,5	600/1250	71,0	0,0	1,4	1,97	0,57
				84,0	0,0	2,3	2,74	0,44
				89,5	0,1	3,7	4,14	0,44
				91,0	0,3	5,05	5,55	0,48
86	4,66	12,8	600/2500	86,0	0,0	1,5	1,74	0,24
				92,0	0,0	2,1	2,38	0,28
				95,0	0,0	2,65	2,79	0,14
				96,5	0,0	3,05	3,16	0,11
				98,0	0,1	3,9	3,98	0,08
86	6,0	12,8	600/2500	84,5	0,37	1,3	1,54	0,23
				94,0	0,45	2,4	2,56	0,15
				97,0	0,62	3,8	3,92	0,10
89	4,66	19,1	600/2500	85,5	0,0	1,6	1,87	0,27
				92,0	0,0	2,5	2,72	0,22
				95,5	0,05	3,25	3,40	0,15
				96,0	0,18	4,0	4,16	0,15
				96,5	0,41	4,9	5,08	0,16
89	6,0	19,1	600/2500	77,0	0,0	1,2	1,56	0,36
				92,0	0,08	2,0	2,18	0,17
				96,0	0,15	2,4	2,50	0,10
				96,5	0,20	3,1	3,22	0,11
88	4,0	15,9	600/2500	76,0	0,0	1,45	1,91	0,46
				90,0	0,05	2,1	2,34	0,23
				96,0	0,10	3,1	3,23	0,13
				98,0	0,30	3,95	4,04	0,08
91	4,6	13,0	1250/1250	95,0	0,25	3,0	3,16	0,15
				94,5	0,36	3,8	4,02	0,21
				98,0	0,50	4,8	4,90	0,075
				99,0	0,80	5,6	5,66	0,01
94	4,6	26,5	1250/1250	90,0	0,10	1,2	1,33	0,13
				95,0	0,16	1,9	2,00	0,10
				93,0	0,43	3,1	3,34	0,23
				95,0	0,93	3,7	3,90	0,16

Fig. 128 h—p.

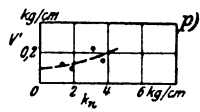
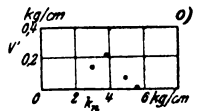
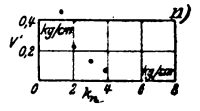
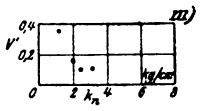
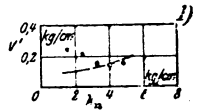
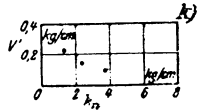
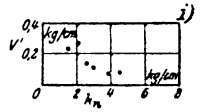
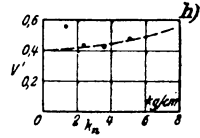


Tabelle VI (Fortsetzung).

Kammerer Fig.	$k_v$ kg/cm	$v$ m/sec	$\frac{r_1}{r_2}$	$\eta$ %	$w$ %	$k_n$ kg/cm	$\frac{k_n}{\eta}$	$V' \cdot V \dot{S}$ kg/cm
102	4,6	26,4	2500/2500	76,0	0,05	0,7	0,92	0,22
				95,0	0,14	1,9	2,00	0,10
				94,5	0,30	2,6	2,75	0,14
				94,5	0,60	2,9	3,07	0,15
102	5,3	26,4	2500/2500	75,0	0,04	0,7	0,93	0,23
				91,0	0,04	1,4	1,54	0,14
				94,0	0,10	1,9	2,02	0,12
				95,0	0,21	2,7	2,84	0,13
Doppelriemen, $b = 400$ mm.								
107	15,0	13,33	1250/1250	90,0	0,05	1,35	1,50	0,15
				96,5	0,10	2,15	2,23	0,08
				97,0	0,17	4,3	4,43	0,12
				96,5	0,28	5,5	5,70	0,19
				95,0	0,32	6,6	6,95	0,33
				94,0	0,36	8,1	8,62	0,49
				90,0	0,43	9,4	10,45	1,00
				88,0	0,53	11,0	12,50	1,43
109	12,2	33,08	1250/1250	83,5	0,10	1,7	2,04	0,34
				89,0	0,11	2,0	2,25	0,25
				91,0	0,13	2,4	2,64	0,24
				95,5	0,15	2,9	3,04	0,14
				97,0	0,18	3,4	3,51	0,10
				97,5	0,21	4,0	4,10	0,09
				97,5	0,27	5,2	5,34	0,13
Einfachriemen, $b = 150$ mm.								
122	10,0	26,18	1250/2500	91,0	0,0	0,65	0,72	0,06
				97,0	0,0	2,3	2,37	0,07
				96,0	0,0	3,4	3,54	0,14
				97,0	0,15	5,6	5,77	0,16
				97,0	0,50	8,2	8,45	0,21
95,0	$\infty$ 2,2	10,0	10,52	0,29				
124	10,0	39,5	1250/2500	89,0	0,05	1,05	1,18	0,13
				94,0	0,57	1,85	1,97	0,11
				94,0	$\infty$ 1,4	3,0	3,19	0,15
124	13,3	39,5	1250/2500	91,0	0,1	1,8	1,98	0,18
				95,5	0,0	3,0	3,14	0,14
				96,0	0,0	3,7	3,86	0,16
				93,5	0,10	5,15	5,51	0,35
				94,0	0,15	6,0	6,39	0,38
				94,0	0,32	7,0	7,45	0,43
91,5	1,00	8,2	8,96	0,67				

Fig. 128 q-w.

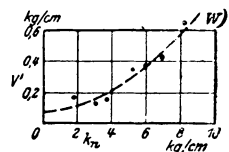
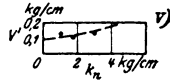
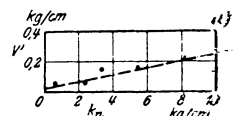
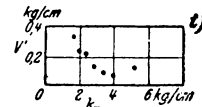
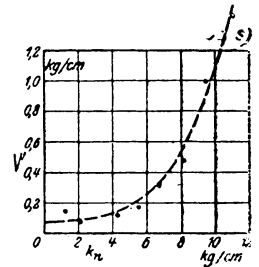
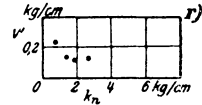
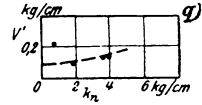
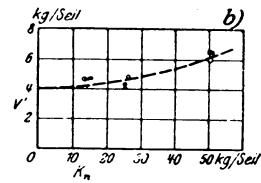
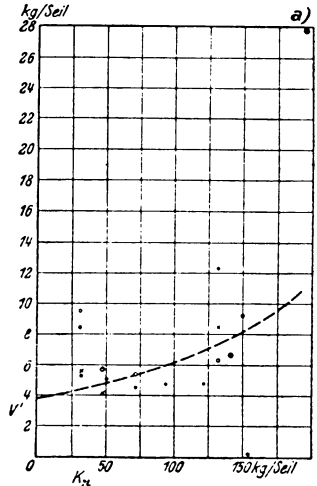


Tabelle VII.

Kammerer Fig.	$K_v$ kg/Seil	$v$ m/sec	$r_1$ $r_2$	$\eta$ %	$w$ %	$K_n$ kg/Seil	$\frac{K_n}{\eta}$	$V'-V'_S$ kg/Seil
1 Rundseil, 50 $\emptyset$ ,								
154	50	26	1040/2500	85,0	0,05	30	35,3	5,3
				91,0	0,10	50	55,0	5,0
				94,0	0,16	71	75,5	4,5
				95,0	0,21	93	98,0	4,8
				91,0	0,50	132	145,0	12,3
154	100	26	1040/2500	84,0	0,05	30	37,5	5,7
				92,0	0,05	47	51,1	4,1
				94,0	0,36	136	145,0	8,5
154	150	26	1040/2500	76,0	0,05	30	39,5	9,5
				93,0	0,06	71	76,4	5,4
				95,5	0,20	135	141,5	6,2
				94,0	0,29	150	159,5	9,1
154	300	26	1040/2500	78,0	0,05	30	38,5	8,5
				89,0	0,05	46	51,7	5,7
				95,5	0,08	138	144,6	6,6
				87,5	0,10	195	223,0	27,8
4 Rundseile parallel, 50 $\emptyset$ ,								
156	100	26	1040/2500	75,0	0,09	14	18,7	4,7
				86,0	0,20	25	29,1	4,1
				88,0	0,47	50	56,8	6,6
156	200	26	1040/2500	75,0	0,17	14	18,7	4,7
				84,0	0,26	26	31,0	4,9
				89,0	0,45	50	56,2	6,0
156	300	26	1040/2500	75,0	0,00	14	18,7	4,7
				85,0	0,20	25	29,4	4,3
				88,0	0,43	50	56,8	6,6

Fig. 129 a, b.



Wirkungsgradkurven der elektrischen Maschinen nicht bei allen bei den Versuchen benutzten Drehzahlen genau richtig waren. Es ist bekannt, daß die genaue Bestimmung der Wirkungsgradkurve einer elektrischen Maschine für schwache Strombelastungen und für verschiedene Drehzahlen eine recht mißliche Sache ist und daß namentlich auch die genaue Aufrechterhaltung dieser Kurve während des Betriebes schwierig ist, weil sie schon durch geringe Änderungen der Betriebsverhältnisse, etwa durch ganz geringe Bürstenverschiebungen oder durch kleine

Tabelle .VII (Fortsetzung).

Kammerer Fig.	$K_v$ kg/Seil	$v$ m/sec	$\frac{r_1}{r_2}$	$\eta$ %	$w$ %	$K_n$ kg/Seil	$\frac{K_n}{\eta}$	$V'-V'_S$ kg/Seil
---------------	---------------	-----------	-------------------	----------	-------	---------------	--------------------	-------------------

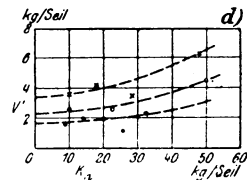
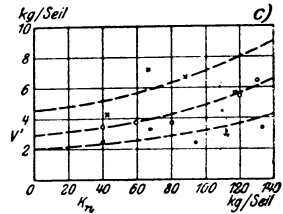
1 Rundseil, 50 Ø,

180	150	13	1500/2500	94,0	0,0	40	42,5	2,5	•
				95,5	0,0	68	71,3	3,3	
				97,5	0,0	94	96,5	2,5	
				97,5	0,04	133	136,5	3,4	
180	150	26	1500/2500	92,0	0,0	40	43,5	3,5	○
				94,0	0,0	59	62,8	3,8	
				95,5	0,0	81	84,8	3,8	
				95,5	0,15	120	125,7	5,5	
180	150	40	1500/2500	91,0	0,0	43	47,2	4,2	x
				90,0	0,10	66	73,3	7,2	
				92,5	0,23	87	94,0	6,8	
				95,0	0,40	117	123,1	5,6	

4 Rundseile parallel, 50 Ø,

188	150	13	2500/2500	84,0	0,0	9	10,7	1,7	•
				87,5	0,0	14	16,0	2,0	
				96,0	0,0	26	27,1	1,1	
188	150	27	2500/2500	79,0	0,0	10	12,7	2,7	○
				90,0	0,02	23	25,6	2,6	
				94,0	0,05	33	35,2	2,2	
				91,5	0,08	50	54,6	4,5	
180	150	39	2500/2500	74,0	0,0	10	13,5	3,5	x
				81,5	0,02	18	22,1	4,1	
				89,0	0,05	28	31,5	3,5	
				88,5	0,10	48	54,3	6,2	

Fig. 129 c, d.



Änderungen des Einlaufzustandes der Bürsten erheblich beeinflusst wird. Für den Elektrotechniker ist also der unbefriedigende Verlauf der mit Hilfe solcher Wirkungsgradkurven ermittelten Riemenverlustkurven nicht überraschend.

In Fig. 130 ist der Versuch gemacht, für die Riementriebversuche mit Scheiben 600/1250 Ø die Kurve  $V'-V'_S = f(v)$  zu zeichnen, und zwar für  $k_n = 0$  und für  $k_n = 7$ . Läßt man die Punkte aus Fig. 77, 78, 79, die offenbar falsch sind, außer Betracht, so lassen sich durch

die übrigen Punkte die in Fig. 130 gezeichneten, einigermaßen wahr-scheinlich aussehenden Kurven legen. Ich verzichte jedoch darauf, dieselben zu irgendwelchen quantitativen Aussagen oder zur Ermittlung der Einzelverluste zu benutzen, weil sie in der Nähe von  $v = 0$  zu unsicher sind und gerade dieser für die Lage der Ordinatenachsen-schnittpunkte maßgebende Bereich der für die Verlusttrennung wichtigste ist.

In Fig. 130 sind ferner noch einzelne Leerlaufpunkte für größere Scheibendurchmesser eingetragen. Es fällt auf, daß diese sämtlich erheblich unter der Kurve für  $2r = 600/1250$  liegen und daß auch offenbar der Anstieg dieser Kurven ein sehr geringer ist. Da sich dieses Verhalten sicher nur zum Teil durch Meßfehler erklären läßt, so muß angenommen werden, daß der Verlust durch Luftbewegung zum größten Teil durch die gegenseitige Störung der gegenläufigen Luftströme,

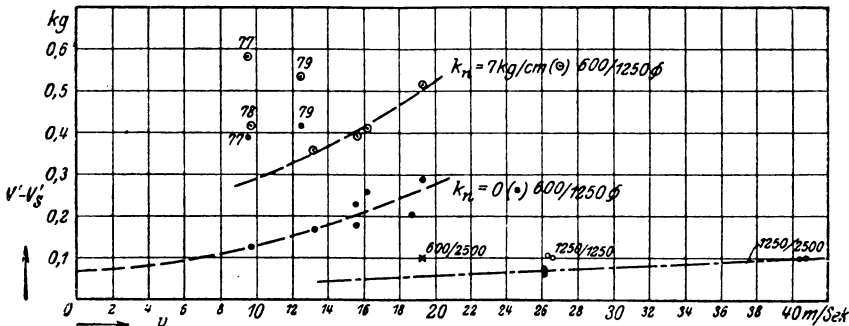


Fig. 130.  $V' - V'_s = (v)$ .

welche bei kleinen Scheiben natürlich erheblich größer sein wird, verursacht ist.

Die Vorspannung übt scheinbar weder bei den Riemen- noch bei den Seilversuchen auf  $V' - V'_s$  einen merklichen Einfluß aus.

Wie aus Tabelle VII und den zugehörigen Figuren 129 a—d ersichtlich, läßt auch bei den Seilversuchen, obwohl dieselben im allgemeinen ein besseres Bild liefern, die Versuchsgenauigkeit noch viel zu wünschen übrig. Es läßt sich jedoch, namentlich wenn die aus den Kammerer-schen Figuren 156 und 188 (vier Rundseile parallel) entnommenen Werte für den Verlauf bei kleiner Nutzlast beachtet werden, mit ziemlicher Sicherheit schließen, daß der Verlauf der Verlustkurvenscharen für jedes Seil der auf Grund der Kurven in Fig. 129 c, d in den Fig. 131 bis 133 dargestellt ist. Die genannten Versuche mit vier Seilen beweisen, daß die Kurven auch in der Nähe des Leerlaufs noch fallende Tendenz haben, daß also der bei zahlreichen Riemen- und auch Seiltrieb-versuchen auftretende Anstieg in der Nähe der Nullbelastung, wie be-

reits oben ausgeführt, tatsächlich nur auf Meßfehler bzw. Fehler infolge ungenauer Wirkungsgradkurven der elektrischen Versuchsmaschinen zurückzuführen ist; bei den Versuchen mit vier Seilen ist eben bei gleicher Seilbelastung die Gesamtlast viermal so groß, so daß man dadurch hier auch bei geringer Seilbelastung bereits auf Belastungen der elektrischen Maschinen kommt, bei welchen die Unsicherheit der Wirkungsgradkurve nicht mehr so sehr ins Gewicht fällt.

Aus den Fig. 131—133 lassen sich nun sowohl für Leerlauf wie für beliebige Nutzlast die Kurven der spezifischen Verluste als Funktion der Geschwindigkeit mit weit größerer Sicherheit als bei den Riemenversuchen aufzeichnen. In Fig. 131 sind zunächst die beiden Leerlaufkurven für ein Seil auf Scheiben von 1500/2500 mm und für vier Seile auf Scheiben von 2500/2500 mm aufgetragen. Aus diesen beiden Kurven läßt sich folgendes schließen: Da der Schlupfverlust in diesen Kurven nicht mehr enthalten ist, so umfassen sie nur den Einfluß der Seilsteifigkeit (Biegung),  $V'_B$  und der Luftreibung,  $V'_{LuS}$ , weil auch ein Spannungswechsel im Seil während des Leerlaufs nicht stattfindet. Bei der Geschwindigkeit Null ist die Luftreibung gleich Null; daher liefert der Schnittpunkt der Verlustkurve mit der Ordinatenachse den Verlust durch Seilsteifigkeit bzw. Seilbiegung. Nehmen wir an, daß der Steifigkeitsverlust von der Geschwindigkeit unabhängig sei, so liefert der Ordinatenrest der Verlustkurve, welcher zwischen der Verlustkurve selbst und der durch den Nullschnittpunkt der Verlustkurve gezogenen Horizontalen

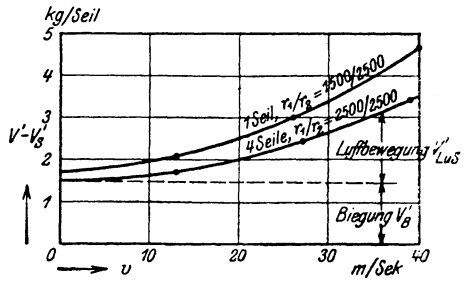


Fig. 131.  $V' - V's' = f(v)$  für Leerlauf.

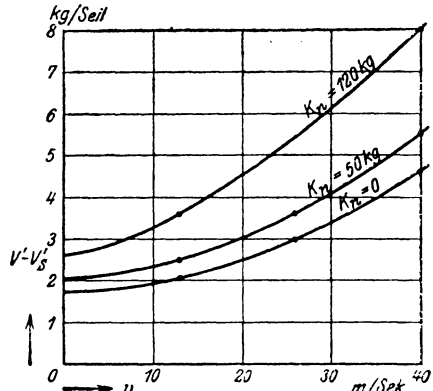


Fig. 132.  $V' - V's' = f(v)$  für 1 Seil.

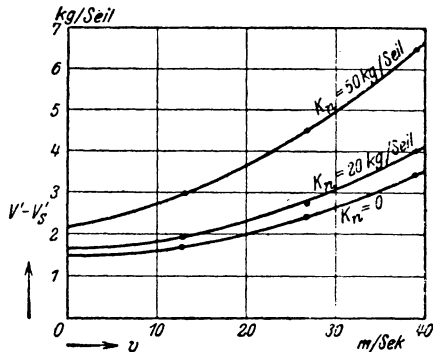


Fig. 133.  $V' - V's' = f(v)$  für 4 parallele Seile.

liegt, den Verlust durch Luftreibung. Die Kontrolle dahin, ob dieser Differenzverlust dem Quadrat von  $v$  proportional ist, zeigt, daß dies in der Tat recht genau der Fall ist. Die Annahme der Unabhängigkeit des Steifigkeitsverlustes von  $v$  erscheint demnach für Seile zutreffend. Es zeigt sich weiter aus Fig. 131, daß die spezifische Luftreibung bei einem Seil auf Scheiben 1500/2500 etwas größer ist als bei vier Seilen auf Scheiben 2500/2500 und daß der Steifigkeitsverlust im ersteren

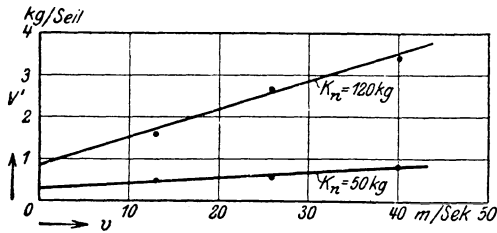


Fig. 134.  $V'_{H+N} = f(v)$  für 1 Seil.

Falle ebenfalls größer ist, und zwar etwa im Verhältnis 4 : 5 vergrößert, was dem reziproken Verhältnis der Summe der Scheibendurchmesser 5000 : 4000 entspricht.

Aus den Figuren 132 und 133 ist sodann der Einfluß der Belastung erkennbar. Es zeigt sich, daß der durch die Last verursachte spezifische Mehrverlust mit der Geschwindigkeit wächst, und zwar, wie aus Fig. 134 und 135 ersichtlich, ungefähr geradlinig. Wenn die in Abschnitt VI gemachte Annahme, daß der Steifigkeitsverlust von der Belastung unabhängig sei, zutrifft — und sie dürfte wohl, wenigstens beim nicht übermäßig belasteten Vorspannungstrieb, nicht sehr fehlgehen, da hier beim Eintritt der Belastung im wesentlichen nur die

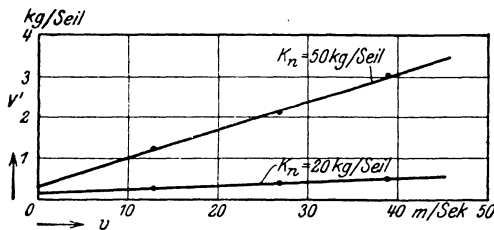


Fig. 135.  $V'_{H+N+Z} = f(v)$  für 4 parallele Seile.

beiden im Leerlauf gleichgespannten Trümer durch ungleich, aber in Summa nicht wesentlich mehr gespannte Trümer ersetzt werden —, so stellt der Mehrverlust bei dem Versuch mit einem Seil den Verlust durch Hysterese und Nachwirkung,  $V'_{H+N}$ , dar; hinzu kommt bei mehreren parallel geschaltet arbeitenden Seilen noch ein weiterer, durch das Parallelarbeiten verursachter Verlust, der wahrscheinlich von durch Ungleichheiten der Rillendurchmesser usw. verursachten zusätzlichen Reibungs- und Schlupfverlusten herrührt, und den ich als zusätzlichen Verlust,  $V'_Z$ , bezeichnen will.

Die in der Summe  $V'_{H+N+Z}$  zusammen auftretenden, in Fig. 134 und 135 aufgezeichneten Verluste lassen sich wie folgt trennen:

Der Hystereseverlust  $V'_H$  ergibt sich aus den Ordinatenachsenabschnitten in Fig. 134 und 135. Er ist von der Parallelschaltung unabhängig; seine Darstellung in Fig. 136 in Abhängigkeit von  $K_n$  ergibt scheinbar eine lineare Beziehung.

Da  $V'_H$  von  $v$  unabhängig ist, so können wir, indem wir die aus Fig. 136 zu entnehmenden Werte für  $V'_H$  von den Werten der Kurven Fig. 134 und 135 abziehen, eine Kurvenschar  $V'_N$  bzw.  $V'_{N+z} = f(K_n)$  für verschiedene konstante  $v$ -Werte aufzeichnen. Dies ist in Fig. 137 ausgeführt.

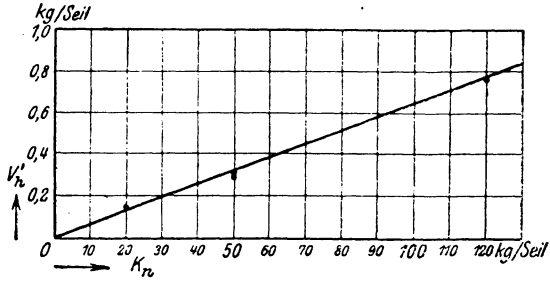


Fig. 136.  $V'_H = f(K_n)$ .

Hier sind die ausgezogenen Kurven aus Fig. 134 für ein Seil ermittelt; sie stellen also den Wert  $V'_N$  dar. Die strichpunktiierten Kurven dagegen gelten nach Fig. 135 für vier parallele Seile

für vier parallele Seile; sie umfassen also  $V'_N + V'_Z$ . Da der Nachwirkungsverlust von der Parallelschaltung unabhängig sein muß, ergibt sich der zusätzliche Parallelschaltungsverlust  $V'_Z$  als die Differenz je zweier für gleiches  $v$  gültiger Kurven in Fig. 137.

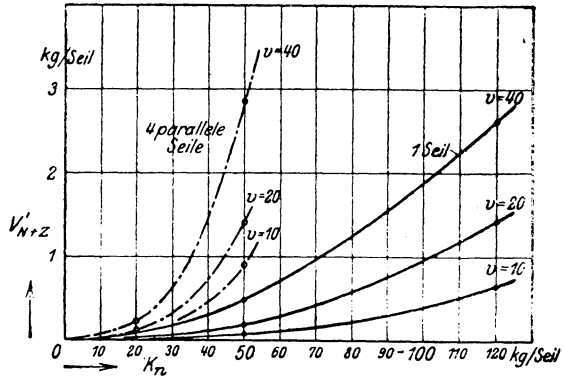


Fig. 137.  $V'_{N+z} = f(K_n)$  für 1 Seil und für 4 parallele Seile.

Aus Fig. 137 ergibt sich, daß  $V'_N$  ungefähr proportional  $K_n^2$  ist, während  $V'_Z$  mit einer etwas höheren, etwa der 2,7ten Potenz zu wachsen scheint.

Zahlenmäßig lassen sich aus diesen Seilversuchen (Rundseile von 50 mm Außendurchmesser, also ca. 19,6 cm<sup>2</sup> ideellem Querschnitt) folgende Werte feststellen:

Spez. Luftbewegungsverlust, pro Seil,  $V'_{L u, S}$

bei 1 Seil auf Scheiben 1500/2500  $\cong 0,0018 \cdot v^2 \text{ kg}$

bei 4 Seilen auf Scheiben 2500/2500  $\cong 0,0013 \cdot v^2 \text{ kg}$

Spez. Biegungsverlust, pro Seil,  $V'_B$

bei Scheiben 1500/2500  $\cong 1,75 \text{ kg}$

bei Scheiben 2500/2500  $\cong 1,50 \text{ kg}$

Spez. Hysteresisverlust, pro Seil (Fig. 136),  $V'_H \cong 0,0065 \cdot K_n \text{ kg}$

Spez. Nachwirkungsverlust, pro Seil (Fig. 137),  $V'_N \cong 0,0000045 \cdot v \cdot K_n^2 \text{ kg}$

Spez. Zusatz- (Parallelschaltungs)verlust

bei 4 Seilen, pro Seil (Fig. 137),  $V'_Z \cong 0,0000015 \cdot v \cdot K_n^{2,7} \text{ kg}$



## Verzeichnis der hauptsächlichsten Literatur über den Riementrieb.

1. Abbes, H., Die Arbeitsleistung schnellaufender Riemen und die vorteilhafteste Riemengeschwindigkeit. Z. d. V. d. I. 1901, S. 1638—40. (Zuschrift von Gehrckens hierzu. Z. d. V. d. I. 1903, S. 476.)
2. Aldrich, W. S., Variation of belt tension with power transmitted. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 20 (1899), S. 136—56.
3. Bach, C., Einige Bemerkungen zur neuen Riemenberechnung. Wochenschr. d. V. d. I. 1879, S. 151—52; 163—64; 176—77.
4. Bach, C., Festigkeit und Dehnung von Treibriemenleder. Z. d. V. d. I. 1884, S. 740—42.
5. Bach, C., Elastizität von Treibriemen und Seilen. Z. d. V. d. I. 1887, S. 221—25; 241—45.
6. Bach, C., Die Elastizität der an verschiedenen Stellen einer Haut entnommenen Treibriemen. Z. d. V. d. I. 1902, S. 985—89.
7. Barth, Carl G., The transmission of power by leather belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 31 (1909/10), S. 29—103.
8. Benjamin, L., Das Riemengetriebe und die Gehrckenssche Theorie (nebst Zuschriften von Kammerer, Fieber [Versuch an Gummiriemen] und Gehrckens). Z. d. V. d. I. 1909, S. 655, 661, 1641; 1910, S. 159.
9. Bird, W. W., Belt creep. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 26 (1905), S. 584—93.
10. Boesner, F. A., Berechnung von Treibriemen. Z. d. V. d. I. 1893, S. 667. (Zuschrift.)
11. Boesner, F. A., Aus Theorie und Praxis des Riementriebes, mit besonderer Berücksichtigung der „Riementriebe Boesner“. Berlin 1914. A. Seydel.
12. Boesner, Heucken, Maier, Kammerer, Versuche mit Riemen- und Seiltrieben. (Zuschriften.) Z. d. V. d. I. 1912, S. 650—54; 1055—58; 1877—78; 2039—42.
13. Boulanger, Henri, Essais du cuir dans ses applications industrielles. Bull. de la Soc. d'encour Bd. 101, 1 (1902), S. 491—554.
14. Brauer, E. A., Das Gleiten des Riemens auf der Riemenscheibe. Z. d. V. d. I. 1908, S. 965.
15. Briggs, Robert, On the transmission of force by belts and pulleys. Jl. Franklin Inst. Bd. 55, Jan. 1868, S. 17—28.
16. Cahen, H., Beitrag zu Versuchen mit Riementrieben. Werkstattstechnik 1913, S. 15—17.
17. Charron, F., Rôle lubrifiant de l'air dans le frottement des solides. Frottement dans le vide. Compt. Rendus 1910, Bd. 150, S. 906—909.
18. Cooper, J. H., Belting facts and figures. Jl. Franklin Inst. Bd. 56, 1868, S. 173, 238, 320, 382.
19. Cooper, John H., A treatise on the use of belting for the transmission of power. 4. Aufl. Philadelphia. David Mc Kay.

20. Dubreuil, V., Rapport de la Commission des Essais comparatifs sur le travail absorbé par les câbles et par les courroies dans les transmissions de mouvement. Lille (1894). L. Danel. (Soc. Industr. du Nord de France.) Vgl. auch: Bericht in Engineering 1895, Bd. 59, S. 413—14: The power absorbed by rope and belt transmission.
21. Duffing, Georg, Zur Theorie der Riementriebe. Z. d. V. d. I. 1913, S. 680. (Erwiderung Maier.)
22. Duffing, Georg, Vorspannung und Achsdruck bei Riemen- und Seiltrieben. Z. d. V. d. I. 1913, S. 967—75.
23. Emory, F. L., Relation between the initial tension and power transmitted by a belt. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 20 (1899), S. 466—74.
24. Eytelwein, J. A., Handbuch der Statik fester Körper. Berlin 1808. 3 Bde. (Bd. 2.)
25. Fieber, K. A., Zur Frage des elastischen Verhaltens von Riementrieben. Z. d. V. d. I. 1911. S. 2035—36.
26. Friederich, A., Versuche über die Größe der wirksamen Kraft zwischen Treibriemen und Scheibe. Forschungsarbeiten. Berlin 1917. Heft 196/98. Z. d. V. d. I. 1915, S. 537—43, 580—85, 608—11.
27. Friedmann, C., Beitrag zur Berechnung des Drahtseiltriebes. Z. d. V. d. I. 1894, S. 891—97.
28. Gehrckens, C. O., Leistung von Treibriemen. (Vortrag.) Z. d. V. d. I. 1893, S. 15—19.
29. Gehrckens, C. O., Riemenbetrieb in feuchten Räumen. (Vortrag.) Z. d. V. d. I. 1899, S. 1631—32.
30. Gehrckens, C. O., Riemen- und Seiltriebe. (Vortrag, sowie Zuschrift von Kammerer.) Z. d. V. d. I. 1908, S. 1443—45.
31. Grammel, R., Neuere Versuche über elastische Hysterese. Z. d. V. d. I. 1914, S. 1600—02.
32. Grashof, F., Theoretische Maschinenlehre. Bd. 2. Theorie der Getriebe. Hamburg und Leipzig 1883. S. 304—24.
33. Grau, A., und Schuster, R., Versuche mit hohen Riemengeschwindigkeiten. Mitt. d. technol. Gew.-Mus. Wien 1905, S. 8—26.
34. Grothe, H., Riemenbetrieb. Mitteilungen aus der Praxis und nach Beobachtungen und Studien auf den Ausstellungen seit 1867. Verh. d. Ver. z. Bef. d. Gewerbe. 1878, S. 319—55.
35. Grove, O., Konstruktionslehre der einfachen Maschinenteile. S. 249—330. Leipzig 1902. S. Hirzel.
36. Haar, S., A new theory of belt driving. Jl. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 32 (1910/11), S. 1997—2015. (Nicht in den Transact. abgedruckt.)
37. Hennig, Rudolf, Über schnellaufende Riementriebe. Mitt. d. Hamburger Bez.-Ver. d. Ing. 1910, Nr. 15.
38. Hennig, Rudolf, Zur Theorie des Riementriebes. (Zuschrift nebst Erwiderung von Kammerer.) Z. d. V. d. I. 1908, S. 1819—20.
39. Hennig, Rudolf, Versuche mit Riemen besonderer Art. (Zuschrift nebst Erwiderung von Kammerer.) Z. d. V. d. I. 1912, S. 1054—55.
40. Heuoken, Adolf, Die Versuche mit Riemen- und Seiltrieben und die Praxis. Schrift der Firma Conr. Heuoken & Co., Aachen. 24 S. 8°. 1913.
41. Holman, S. W., Friction of leather belts on iron pulleys. Jl. Franklin Inst. Bd. 99, Sept. 1885, S. 189—200.
42. Jacob, Charlotte, Über gleitende Reibung. Diss., Königsberg 1911. Ann. d. Physik 1912, S. 126—48.

43. Kammerer, Versuche mit Riemen- und Seiltrieben. Forschungsarbeiten. Berlin 1908. Heft 56/57. Z. d. V. d. I. 1907, S. 1085—94. (Auszug aus dem Versuchsbericht.) Z. d. V. d. I. 1907, S. 829. (Diskussion zum Votrage.)
44. Kammerer, Versuche mit Riemen besonderer Art. Forschungsarbeiten. Berlin 1913. Heft 132. Z. d. V. d. I. 1912, S. 206ff.
45. Kent, R. Th., Transmitting power by leather belting. Iron Age. 2. März 1916, S. 527—33.
46. Kimball, A. S., A new investigation of one of the laws of friction. Am. J. of Science 1877, Bd. 13, S. 353—59.
47. Kobes, Karl, Über den Wirkungsgrad von Riemetrieben. Z. Österr. Ing. u. Arch. Ver., Bd. 60, 1908, S. 253—59. Rev. mécan. 1909, S. 561—77. (A propos du rendement des courroies de transmission.)
48. Kolster, Rud., Die Dimensionen der Treibriemen. Z. d. V. d. I. 1880, S. 583—90.
49. Krebs, A., Über den Riemetrieb. Z. d. V. d. I. 1880, S. 377—95, 459—68.
50. Krull, Fritz, Über Riemen und Riemetriebe. Z. Österr. Ing. u. Arch. Ver., Bd. 57, 1905, S. 601—05, 609—16.
51. Kutzbach, K., Die Übertragungsverluste und die Beanspruchungen der Seil- und Riemetriebe. Z. d. V. d. I. 1914, S. 1006—11.
52. Lanza, Gaetano, Transmission of power by belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 7 (1886), S. 347—60.
53. Leloutre, Les transmissions par courroies, cordes et câbles métalliques. Paris 1884. (Dieses Buch war mir nicht zugänglich.)
54. Lewis, Wilfred, Experiments on the transmission of power by belting (made by Messrs. Wm. Sellers & Co.). Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 7 (1886), S. 549—97. (Deutsche Übersetzung von Skutsch, Glasers Ann. 1914, S. 32—39, 54—60.)
55. Lorenz, R., Über den Einfluß der elastischen Nachwirkung auf die Leistungsfähigkeit des Riemetriebes. Z. d. V. d. I. 1911, S. 1168—69.
56. Maier, W., Zur Theorie der Riemetriebe. Z. d. V. D. I. 1912, S. 2060 ff.
57. Nagle, A. F., Formula for the horse-power of leather belts. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 2 (1881), S. 92—98.
58. Niethammer, F., und R. Czepek, Bestimmung von Riemenverlusten. Z. d. V. d. I. 1908, S. 668—71.
59. Pinzger, L., Vorschläge zur Aufsuchung einer rationellen Methode zur Berechnung des Riemetriebes. Dinglers P. Jl. Bd. 232, 1879, S. 22ff.
60. Pinzger, L., Einige Bemerkungen über die amerikanischen Berechnungsmethode der Riementransmission. Wochenschr. d. V. d. I. 1879, S. 91—92.
61. Radinger, J. F., Dampfmaschinen und Transmissionen in den Vereinigten Staaten von Nordamerika. (Bericht über die Weltausstellung in Philadelphia 1876, Heft 25.) 352 S. 8°. Wien 1878. Faesy & Frick.
62. Radinger, J. F., Über Riemetriebe. Dinglers P. Jl. 1878, Bd. 228, S. 385 bis 90. (Nebst Erwiderung von J. Schlink, 1878, Bd. 230, S. 464—68.)
63. Rankine, W. J. M., On the centrifugal force of bands in machinery. Engineer 1869, Bd. 27, S. 165.
64. Reichel, Ernst, Über Riemetriebe in Amerika. Z. d. V. d. I. 1893, S. 970—79.
65. Schwartz, Th., Beitrag zur praktischen Berechnungsweise der Riemenbreiten im Riemenbetriebe. Dinglers P. Jl. Bd. 232, 1879, S. 404—08.
66. Sawdon, W. Miller, Tests of the transmitting capacities of different pulleys in leather belt drives. Paper read before the Nat. Assoc. of Cotton Manufacturers. Sept. 29. 1911. Manchester, Vt. Ver. Staaten.

67. Schmidt, Gustav, Theorie des Riementriebes. Dinglers P. Jl. Bd. 231, 1879, S. 406—10, 550—51.
  68. Seyfarth, Fr Die Statik des Riemens. Ein Beitrag zur Mechanik linearer Continua. Diss., Jena 1916.
  69. Skutsch, R., Ermittlung der Kräfte in Riemen- und Seiltrieben. Verh. d. Ver. z. Bef. d. Gewerbeffl. 1898, S. 89—104.
  70. Skutsch, R., Über den Einfluß der elastischen Nachwirkung auf die Leistungsfähigkeit der Riementriebe. Diss. T. H. Braunschweig. C. L. Krüger, Dortmund 1910. Forschungsarbeiten. Berlin 1912. Heft 120.
  71. Skutsch, R., Versuche über den Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit gußeiserner Riemenscheiben auf die übertragbare Leistung. Dortmund 1911. C. L. Krüger. (Nebst. Nachtrag 1912.) 32 S. 8°.
  72. Skutsch, R., Über Riementriebe, Tatsachen und Meinungen. Techn. Mitt. Dortmund 1913, S. 21—25, 73—76.
  73. Skutsch, R., Riementrieb, Luftdruck und Reibungselektrizität. Verh. d. Ver. z. Bef. d. Gewerbeffl. 1913, Heft 7, S. 393—402.
  74. Skutsch, Kammerer, Stephan, (Briefwechsel im Anschluß an den Aufsatz von Stephan). Dinglers P. Jl. 1913, S. 479, 496, 510, 684, 766, 782, 798.
  75. Skutsch, R., Über die Reibung von Leder auf Eisen. Dinglers P. Jl. 1914, S. 273—78, 305—10, 341—46, 355—57.
  76. Skutsch, R., Die Riemenforschung in den Jahren 1913 und 1914. Techn. Mitt. Dortmund 1915. S. 299—302, 346—50, 399—406.
  77. Skutsch, R., Zwei Vorträge über die Mechanik der Riementriebe. Dortmund 1916. Fr. Steffen. 28 S. 4°.
  78. Steinmetz, G., Dehnungsmessung am laufenden Riemen. München und Berlin 1917. R. Oldenbourg. 20 S.
  79. Stephan, P., Ledertreibriemen und Riementriebe. Dinglers P. Jl. 1913, S. 289, 307, 323, 343, 358, 387, 403, 470.
  80. Stephan, P., Festigkeitseigenschaften einiger Treibriemenmaterialien. Dinglers P. Jl. 1916, S. 17—22, 43—47.
  81. Taylor, Fred W., Notes on belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 15. (1894), S. 204—59.
  82. Towne, H. R., The adhesion of leather to cast iron pulleys. Jl. Franklin Inst. Bd. 55, Febr. 1868, S. 89—97. (Versuchsbericht.)
  83. Waßburg, E., und W. Heuse, Elastische Nachwirkung und elastische Hysteresis. Ber. D. Physikal. Ges. 1915, Bd. 17, S. 206—13.
  84. Webber, Samuel, Comparative value of different kinds of leather belting. Transact. Am. Soc. Mech. Eng. Bd. 8 (1887), S. 529—63.
  85. Webber, Samuel, Manual of power for machines, shafts and belts. New-York. 1879. D. Appleton & Co.
  86. Weiss, Th., Zur Frage der Riementriebe. Dinglers P. Jl. 1880, Bd. 236, S. 177—86.
  87. Weiss, Th., Die Effektverluste der Riementriebe gemäß der amerikanischen Anschauung. Dinglers P. Jl. 1880, Bd. 236, S. 265—71.
  88. Whitcomb, Verwendung von Kork bei Riemenscheiben und Kupplungen. Z. prakt. Maschb. 1910, S. 1807—08.
  89. Wiechert, E., Die Gesetze der elastischen Nachwirkung für konstante Temperatur. Ann. Physik 1893, Bd. 50, S. 335—48, 546—70.
-