DIE WISSENSCHAFT

Sammlung von Einzeldarstellungen aus den Gebieten der Naturwissenschaft und der Technik

Herausgegeben von Prof. Dr. EILHARD WIEDEMANN

BAND 39

Die philosophischen Probleme der Einsteinschen Relativitätstheorie

Vorlesung an der Universität Bonn

von

Aloys Müller

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

Die philosophischen Probleme der Einsteinschen Relativitätstheorie

Vorlesung an der Universität Bonn

von

Aloys Müller

Zweite, umgearbeitete und erweiterte Auflage des Buches: Das Problem des absoluten Raumes

---

Mit 10 Abbildungen

Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

ISBN 978-3-663-06115-1 ISBN 978-3-663-07028-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-663-07028-3

Originally published by Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges., Braunschweig, Germany
Softcover reprint of the hardcover 2nd edition 1922

Inhaltsverzeichnis

Literatur

I. Wissenschaftliche Darstellungen der Relativitätstheorie

1. Eddington A. S., Space, Time and Gravitation (1920)
2. Einstein A., Zur Elektrodynamik bewegter Körper. Ann. d. Phys. (4) **17**, 891 (1905)
3. — —, Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie (1916)
4. Kopff A., Grundzüge der Einsteinschen Relativitätstheorie (1921)
5. Laue M. v., Die Relativitätstheorie. 1. Bd.[4] (1920), 2. Bd. (1921)
6. Lorentz, Einstein, Minkowski, Das Relativitätsprinzip. Eine Sammlung von Abhandlungen[4] (1922)
7. Pauli W., Relativitätstheorie (1921)
8. Weyl H., Raum, Zeit, Materie[4] (1921)

II. Elementare Darstellungen der Relativitätstheorie

8a. Auerbach F., Raum und Zeit, Materie und Energie (1921)
9. Berg O., Das Relativitätsprinzip der Elektrodynamik (1910)
10. Bloch W., Einführung in die Relativitätstheorie[3] (1921)
11. Born M., Die Relativitätstheorie Einsteins und ihre physikalischen Grundlagen[2] (1921)
12. Einstein A., Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie[13] (1921)
13. — —, Äther und Relativitätstheorie (1920)
14. — —, Geometrie und Erfahrung (1921)
15. Freundlich E., Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie[4] (1920)
16. Horvath Cl. v., Raum und Zeit im Lichte der speziellen Relativitätstheorie (1921)
17. Mie G., Die Einsteinsche Gravitationstheorie (1921)
18. Pflüger A., Das Einsteinsche Relativitätsprinzip[3] (1920)
19. Schlick M., Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik[4] (1922)
20. Thirring H., Die Idee der Relativitätstheorie (1921)
21. Witte H., Raum und Zeit im Lichte der neueren Physik[3] (1920)
22. Wulf Th., Einsteins Relativitätstheorie[2] (1921)

III. Kritische Arbeiten zur Relativitätstheorie

23. Adler Fr., Ortszeit, Systemzeit, Zonenzeit und das ausgezeichnete Bezugssystem der Elektrodynamik (1920)
24. Bernays P., Über die Bedenklichkeiten der neueren Relativitätstheorie (1913)
25. Budde E., Kritisches zum Relativitätsprinzip. Verh. d. D. Phys. Ges. **16**, 568 (1914)
26. Dingler H., Kritische Bemerkungen zu den Grundlagen der Relativitätstheorie (1921)

27. Hamel G., Mechanik. 1. Bd., 4. Abschnitt (1921)
28. Huntington E. V., A new approach to the Theory of Relativity. Festschrift für Heinrich Weber, S. 147 (1912)
29. Lenard Ph., Über Relativitätsprinzip, Äther, Gravitation[3] (1921)
30. — —, Über Äther und Uräther (1921)
31. Wiechert E., Der Äther im Weltbild der Physik. Gött. Nachr. Math.-Phys. Kl., S. 29 (1921)
32. Wiener O., Das Grundgesetz der Natur und die Erhaltung der absoluten Geschwindigkeiten im Äther. Abh. Leipz. Ak. Math.-Phys. Kl. **38** (1921)

IV. Philosophische Arbeiten zur Relativitätstheorie

33. Becher E., Weltgebäude, Weltgesetze; Weltentwicklung, S. 196 (1915)
34. Bollert K., Einsteins Relativitätstheorie und ihre Stellung im System der Gesamterfahrung (1921)
35. Cassirer E., Zur Einsteinschen Relativitätstheorie (1921)
36. Debus H., Die philosophischen Grundlagen des Relativitätsprinzips der Elektrodynamik. Diss., Bonn (1913)
37. Geiger M., Die philosophische Bedeutung der Relativitätstheorie (1921)
38. Holst H., Die kausale Relativitätsforderung und Einsteins Relativitätstheorie. Det kgl. danske Vid. Selskab. Math.-fys. Meddelelser **2**, 11 (1919)
39. — —, Wirft die Relativitätstheorie den Ursachsbegriff über Bord? Zeitschr. f. Phys. **1**, 32 (1920)
40. Isenkrahe C., Zur Elementaranalyse der Relativitätstheorie (1921)
41. Kraus O., Fiktion und Hypothese in der Einsteinschen Relativitätstheorie. Ann. d. Phil. **2**, 335 (1920)
42. — —, Die Verwechslungen von „Beschreibungsmittel“ und „Beschreibungsobjekt“ in der Einsteinschen speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie. Kantstudien **20**, 454 (1921)
43. Kries J. v., Logik. 5. Anhang (1916)
44. Linke P. F., Relativitätstheorie und Relativismus. Ann. d. Phil. **2**, 397 (1920)
45. Lipsius Fr., Die logischen Grundlagen der speziellen Relativitätstheorie. Ann. d. Phil. **2**, 437 (1920)
46. Natorp P., Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften[2]. 7. Kapitel (1921)
47. Petzoldt J., Die Stellung der Relativitätstheorie in der geistigen Entwicklung der Menschheit (1921)
48. — —, Kausalität und Relativitätstheorie. Zeitschr. f. Phys. **1**, 467 (1920)
49. Reichenbach H., Relativitätstheorie und Erkenntnis a priori (1920)
50. Schneider J., Das Raum-Zeit-Problem bei Kant und Einstein (1921)
51. Sellien E., Die erkenntnistheoretische Bedeutung der Relativitätstheorie (1919)

V. Sonstige Arbeiten zum Raum-Zeit-Problem

52. Brentano Fr., Zur Lehre von Raum und Zeit. Kantstudien **25**, 1 (1920)
53. Carnap R., Der Raum (1922)
54. Driesch H., Ordnungslehre (1912)
55. — —, Wirklichkeitslehre (1917)
56. Hartmann E. v., Kategorienlehre (1896)
57. Hausdorff F., Das Raumproblem. Ann. d. Naturphil. **3**, 1 (1904)
58. Henry V., Das erkenntnistheoretische Raumproblem in seinem gegenwärtigen Stande (1915)
59. Herbertz R., Die Philosophie des Raumes (1912)
60. Koppelmann W., Untersuchungen zur Logik der Gegenwart. 1. Bd. (1913)
61. Lange L., Über die wissenschaftliche Fassung des Galileischen Beharrungsgesetzes. Wundts Phil. Stud. **2**, 266 (1883)
62. — —, Nochmals über das Beharrungsgesetz. Wundts Phil. Stud. **2**, 539 (1883)
63. — —, Über das Beharrungsgesetz. Leipz. Ber. Math.-Phys. Kl. **37**, 333 (1885)
64. — —, Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffes (1886)
65. — —, Das Inertialsystem vor dem Forum der Naturwissenschaft. Wundts Phil. Stud. **20**, 1 (1902)
66. Lechalas G., Etude sur l'espace et le temps [2] (1910)
67. Lotze H., Metaphysik (1879)
68. Mach E., Die Mechanik in ihrer Entwicklung [8] (1920)
69. Marty A., Raum und Zeit (1916)
70. Mongré P., Das Chaos in kosmischer Auslese (1898)
71. Newton J., Philosophiae naturalis principia mathematica [2] (1713) Deutsch von Wolfers (1872)
72. Nys D., La nature de l'espace (1907)
73. Riemann B., Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen [2] (1921)
74. Russel B., Our knowledge of the external world as a field for scientific method in philosophy (1914)
75. Study E., Die realistische Weltansicht und die Lehre vom Raume [2] (1922)

VI. Arbeiten zur Wissenschaftstheorie der Physik und Mathematik

76. Müller Aloys, Die Fiktion in der Mathematik und der Physik. Die Naturwissenschaften **5**, 341 (1917)
77. — —, Strukturwissenschaft und Kulturwissenschaft. Kantstudien **27**, 59 (1922)
78. — —, Der Gegenstand der Mathematik mit besonderer Beziehung auf die Relativitätstheorie (1922)
79. Rickert H, Das Eine, die Einheit und die Eins. Logos **2**, 26 (1911/12)
80. — —, Die Grenzen der naturwissenschaftlichen Begriffsbildung [3 u. 4] (1921)
81. Zilsel E., Das Anwendungsproblem (1916)

Einleitung, zugleich als Vorwort

Vor wenigen Jahren noch war die RTh [1]) nur in den Kreisen wissenschaftlich arbeitender Physiker bekannt, und auch da nicht einmal überall. Das wurde im Jahre 1918 mit einem Schlage anders. Wie die Wasser bei einer Überschwemmung, so überflutete die Theorie auf einmal das geistige Leben der großen Öffentlichkeit und ungezählte Schriften, Artikel und Vorträge beschäftigten sich mit ihr.

Worin war dieses plötzliche Umsichgreifen der Einsteinschen Gedanken begründet? Liegt es vielleicht im Charakter, im Wesen der Theorie, daß sie die heimatlichen Grenzen sprengen mußte, daß sie den Flug in das Denken der weiteren gebildeten Kreise und sogar der ungebildeten nehmen mußte? Wer die Theorie kennt, wird mir bestätigen, daß das durchaus nicht der Fall ist. Die Physik, die Naturwissenschaft überhaupt, hat noch nie eine umfassende Theorie besessen, die so unpopulär ist wie die Einsteinsche RTh. Das ist ein ganz typischer, wesentlicher Zug an ihr. Sie ganz, in ihren Grundlagen, ihrer Durchführung, ihren Konsequenzen zu verstehen und zu überblicken ist nur der imstande, der über die nötige, wirklich nicht kleine mathematische Ausbildung verfügt. Wer für die Art des mathematischen und des theoretisch-physikalischen Denkens gar keinen Sinn besitzt, der steht der RTh gegenüber wie der Taube der Musik, wie der Blinde den Farben. Man kann ihm wohl allerlei über die RTh

[1]) Abkürzungen: sp. RTh = spezielle Relativitätstheorie; a. RTh = allgemeine Relativitätstheorie; entsprechend RTh, r-theoretisch, R-Theoretiker.

Die *kursiv* gedruckten Zahlen beziehen sich auf das vorstehende Literaturverzeichnis; die in gewöhnlicher Schrift eventuell mit ihnen verbundenen Zahlen geben Seiten der betreffenden Arbeiten an. Die übrigen eingeklammerten Zahlen in gewöhnlicher Schrift verweisen auf Nummern dieses Buches.

sagen, aber man kann ihm die RTh selbst nicht sagen. In der RTh liegt alles andere eher als Popularität.

Wo finden wir denn nun den Grund für die schnelle Verbreitung der Einsteinschen Gedanken? Gewiß war ein gut Teil davon Zeitungsmache, journalistischer Übereifer, und man kann mit einigem Rechte sagen, daß die Theorie noch nicht reif genug war, um so, wie es geschehen ist, in die Öffentlichkeit zu kommen. Aber es haftet ihr doch etwas anderes an, worin jener Grund zu finden ist. Und das ist die philosophische Bedeutung, die sie in den Augen der R-Theoretiker besitzt. Danach greift sie erstaunlich tief in die Philosophie ein. Vor allem gestaltet sie die Ansichten über Raum und Zeit von Grund aus um; hier müssen wir ganz Neues lernen. Sie entscheidet die Frage der Unendlichkeit der Welt. Sie verwischt den Unterschied von Geometrie und Physik und löst damit das vielumstrittene Problem der Geometrie. Sie lehrt selbst auf dem exakten Boden der Physik einen Relativismus der Erkenntnis. Alles das und anderes beanspruchen die R-Theoretiker für sie. Sie wetteifern geradezu, um den tiefen philosophischen Gehalt der Theorie ausdrucksvoll zu schildern. Man lese die Worte, mit denen Weyl sein bekanntes, durchaus ernsthaftes und wissenschaftliches Buch (*8*) im Vorwort einleitet: „Mit der Einsteinschen Relativitätstheorie hat das menschliche Denken über den Kosmos eine neue Stufe erklommen. Es ist, als wäre plötzlich eine Wand zusammengebrochen, die uns von der Wahrheit trennte: nun liegen Weiten und Tiefen vor unserem Erkenntnisblick entriegelt da, deren Möglichkeit wir vorher nicht einmal ahnten. Der Erfassung der Vernunft, welche dem physischen Weltgeschehen innewohnt, sind wir einen gewaltigen Schritt näher gekommen.“ Diese Worte sollen nicht nur von dem mathemathisch-physikalischen, sondern auch von dem philosophischen Gehalt der Theorie gelten. Und ähnliches liest man immer wieder. Dazu kommt nun noch, daß das Neue, was die Theorie enthält, soviel Auffallendes und Paradoxes umfaßt.

Hier setzen nun die Überlegungen dieser Schrift ein. Wir wollen einmal zusehen, ob der Anspruch der Theorie, ganz neue philosophische Erkenntnis zu geben, zu Recht besteht. Das wichtigste Problem, auf das es ankommt, ist das Raum-Zeit-Problem. Denn die RTh ist in erster Linie eine Theorie von Raum und Zeit, und deshalb muß jede Behandlung dieser Gegenstände sich auf die Gesichtspunkte der RTh einstellen. So war auch ich, als die Aufforderung an mich herantrat, meinem Buche „Das Problem des absoluten Raumes und seine Beziehung zum allgemeinen Raumproblem“ eine zweite Auflage zu geben, gezwungen, es ganz neu zu gestalten. Wir werden aber bei der Besprechung der Raum-Zeit-Frage anders vorgehen als die bisherigen philosophischen Schriften zur RTh. Alle bisherigen Schriften stellen die RTh in eine bestimmte Philosophie ein, suchen sie von einem vorgegebenen philosophischen Standpunkte aus zu deuten. Wir wollen dagegen die Theorie aus sich selbst heraus zu verstehen suchen, wir wollen sie sich selbst ihre Stellung in der Raum-Zeit-Philosphie bestimmen lassen. Die der RTh gebührende Rücksichtnahme legte nun die Erweiterung des ursprünglichen Problemkreises der Schrift nahe, und dadurch wurde auch die Titeländerung nötig. Indes werden wir die übrigen philosophischen Probleme, die an die Theorie anknüpfen, im Verhältnis zu dem wichtigsten nur kurz, aber doch ihrer Bedeutung entsprechend behandeln.

An sich ist es natürlich nicht die Aufgabe dieser Schrift, den eigentlichen Inhalt der RTh darzulegen. Aber ich muß doch wenigstens die wesentlichen Grundgedanken vorführen, *ganz besonders sorgfältig* die der sp. RTh. Dazu zwingt einmal die vorhin angedeutete besondere Art, wie wir das Raum-Zeit-Problem der RTh erfassen wollen. Und fürs andere läßt das blendende mathematische Gewand, in dem die RTh auftritt und das im Verein mit der begeisterten Inangriffnahme der tieferen Probleme eine gewisse sorglose Behandlung der kinematischen Grundlagen erzeugt hat, manche Unklarheiten in diesen Grundlagen nicht erkennen, die für die Auffassung der Theorie von größter Wichtigkeit sind.

Der Charakter der RTh bringt es mit sich, daß es ganz ohne Mathematik nicht abgeht. Aber wer mit Gymnasialvorbildung herantritt und dazu noch die Fähigkeit und den guten Willen besitzt, sich in die Eigenart des theoretisch-physikalischen Denkens einzufühlen, wird die RTh soweit verstehen, als sie sich ohne den weiteren Gebrauch von mathematischen Hilfsmitteln überhaupt verständlich machen läßt. Immerhin bleiben noch Schwierigkeiten genug, und darum werde ich dem Leser nach Möglichkeit alle inneren und äußeren Hilfen zu geben versuchen.

Aber nicht nur der Philosoph wird Schwierigkeiten finden, sondern auch der R-Theoretiker, und vielleicht noch größere. Ich weiß, daß ich von ihm manche neue philosophische Einsicht verlange, und weiß auch, wie schwer es dem Wissenschaftler im allgemeinen wird, lieb gewordene Gedanken aufzugeben, die sich zwar mit seiner Wissenschaft berühren, die aber endgültig von ganz anderen Gesichtspunkten aus beurteilt werden müssen. Aber da er schon als R-Theoretiker gezeigt hat, mit welcher Leichtigkeit er das Alte lassen und Neues aufnehmen kann, so hoffe ich, daß ihn diese Freiheit und Beweglichkeit des Geistes auch hier nicht verläßt und er nicht in die Torheit aller Toren fällt, etwas deshalb nicht anerkennen zu wollen, weil er es mit *seinen* Augen nicht sehen kann. Der Anatom, der die Existenz des Psychischen leugnete, weil er es beim Sezieren nicht fand, ist leider noch immer ein Prototyp manches Gelehrten. Die RTh hat gerade in den Augen ihrer Vertreter Naturwissenschaft und Philosophie eng miteinander verknüpft; das verlangt von dem R-Theoretiker aber, daß er Sinn und Verständnis für philosophische Fragestellungen, Begriffsbildungen und Einsichten zeigt. Die Philosophie wird auch durch die RTh nicht zu einer Naturwissenschaft. Ich glaube, daß mir keiner nachsagen kann, ich hätte dem physikalischen Denken sein Recht nicht gelassen; ich habe ihm vielleicht für manchen Philosophen und auch manchen Physiker, der kein R-Theoretiker ist, zuviel Recht gelassen. Aber es soll nun auch der Hauptzweck dieser Schrift sein, gegenüber den philosophischen Unklarkeiten ohne Zahl in den r-theoretischen Arbeiten einmal klar und bestimmt das Recht des philosophischen Denkens durchzusetzen, sich über alle die Fragen auszubreiten, die seiner Herrschaft unterstehen. Das liegt mir noch mehr am Herzen als die sachliche Richtigkeit der Ergebnisse. Obgleich ich überzeugt bin, daß sie sich im wesentlichen halten lassen, wird doch noch manches Problematische und Unsichere in ihnen stecken. Aber wenn auch mehr fallen sollte, als ich glaube — der Eigenwert der Wissenschaften ist ein Gut, das niemals verschwinden darf.

Bonn-Buschdorf, April 1922

Aloys Müller

Erster Abschnitt

Vorfragen

Die Fragen, die wir in diesem Abschnitte besprechen wollen, könnte ich auch an den verschiedenen Stellen innerhalb unserer Überlegungen behandeln, wo wir zum ersten Male darauf stoßen. Ich ziehe es aber vor, sie im Anfange zusammen zu betrachten, nicht bloß deshalb, weil sie den Gang unserer Überlegungen zu lange aufhalten würden, sondern auch, um eine vernünftige Auffassung wichtiger, oft mißverstandener Dinge besonders zu betonen.

Erstes Kapitel

Der phänomenologische Charakter der Naturwissenschaft

1. Die Annahme der Außenwelt als Voraussetzung der Naturwissenschaft. Bekanntlich ist in der Philosophie die seltsame Ansicht vertreten worden, die ganze sogenannte Außenwelt sei nichts als nur der Inhalt unserer Wahrnehmung; die Außenwelt erforschen heiße, die Wahrnehmungen erforschen. Die Seltsamkeit dieser Ansicht ist es nun jetzt nicht, was uns interessiert, sondern ihre Stellung zur Naturwissenschaft. Nach der vielfach üblichen Meinung würde sie nämlich eine völlige Revolution des naturwissenschaftlichen Denkens bedeuten. Man pflegt das etwa an folgenden Beispielen klarzumachen.

Sind alle physikalischen Vorgänge Wahrnehmungsvorgänge, dann kann von physikalischen Vorgängen nur die Rede sein, wenn ein wahrnehmendes Wesen existiert. Alle Vorgänge, die nicht wahrgenommen werden, sind nicht vorhanden. Atome, Elektronen, Erbmasse usw existieren nicht, denn man sieht oder fühlt sie ja nicht. Der Schall wird nicht immer durch Luftwellen erregt, sondern nur dann, wenn diese Wellen wahrgenommen werden. Bariumsalz und Strontiumsalz unterscheiden sich in der Wahrnehmung nicht, also unterscheiden sie sich überhaupt nicht. Gibt man Bariumsalz in die Flamme eines Bunsenbrenners, so färbt sich die Flamme grün; macht man dasselbe mit Strontiumsalz, so färbt sie sich rot. Die gleichen Ursachen haben also unter denselben Bedingungen durchaus nicht immer die gleichen Wirkungen. Das Kausalgesetz, wenigstens in dieser primitiven Form, ist demnach falsch, wenn es keine Außenwelt gibt. Kurz, die Naturwissenschaft muß sich je nach ihrer Stellung zum Außenweltproblem wesentlich ändern. Ja, es fehlen die Stimmen nicht, die behaupten, die Leugnung der Außenwelt nehme der Naturwissenschaft überhaupt ihr Arbeitsfeld.

Und das gilt natürlich auch für die RTh. Wenn es keine Außenwelt gibt, wenn im besonderen Raum und Zeit nur subjektiv sind, hat sie dann noch einen Sinn? Oder setzt sie vielleicht umgekehrt voraus, daß Raum und Zeit subjektiv sind, und würde sie nicht in unüberwindliche Schwierigkeiten kommen, wenn es doch anders wäre? Muß also nicht die RTh notwendig zum Außenweltproblem Stellung nehmen? Ist ihre Existenz nicht vor allem an eine bestimmte Lösung des Raum-Zeit-Problems gebunden?

Es wäre schade, wenn die Sache so läge. Denn die Frage nach dem Wesen von Raum und Zeit ist recht schwierig. Und vor allem — die RTh würde dann auf schwankendem Grunde gebaut sein; denn etwas anderes als eine mehr oder weniger wahrscheinliche Antwort, als eine mehr oder weniger begründete Vermutung läßt sich dabei nicht geben. Wir können aber zum Glück zeigen, daß die Naturwissenschaft, also auch die RTh, von der Lösung des Außenweltproblems ganz und gar unabhängig ist.

2. Der phänomenologische Standpunkt. Ich könnte ja nun zunächst auf die historische Tatsache hinweisen, daß die Naturwissenschaftler die verschiedensten Stellungen zum Außenweltproblem eingenommen haben und noch einnehmen, daß sie die mannigfachsten Ansichten darüber besaßen und besitzen, daß aber niemand von ihnen durch diese seine Ansicht gehindert wird, Naturwissenschaft zu betreiben. Gibt es einen Physiker, der gesagt hat: Für mich ist die Welt nur subjektiv, also kann ich auch keine Physik mehr treiben? Ich kennen keinen. Im Gegenteil, sie beschäftigen sich alle nicht nur mit Naturwissenschaft, sondern auch alle auf die gleiche Weise, alle so, als ob ihre philosophischen Ansichten gar nicht da wären. Es muß also etwas geben, was für sie alle identisch dasselbe ist und was zum Betriebe der Naturwissenschaft genügt.

Bevor wir uns jedoch fragen, was das ist, wollen wir uns mit einem Einwand beschäftigen. Wer der Geschichte der Philosophie kundig ist, wird mich auf Ernst Mach hinweisen, den Naturwissenschaftler und Philosophen, und sagen: Hier haben wir doch den Fall, daß ein Naturwissenschaftler seine physikalische Arbeit mitbestimmen ließ von seiner Philosophie. In der Tat hat Mach das getan. Er hat z. B. aus philosophischen Gründen die ganze Mikrostrukturlehre der Physik, also alles, was wir über Molekeln, Atome, Ionen, Elektronen usw zu wissen glauben, als einen Hexensabbat modernen Spuks beiseite geschoben und wollte nichts davon wissen. Aber hier müssen wir sorgfältig scheiden. Mach hat auch eine Außenwelt angenommen, nur hat er sie ganz anders bestimmt, als es gewöhnlich geschieht. Also von seiner Lösung des Außenweltproblems rührt seine Ablehnung der Mikrostrukturlehre nicht her. Die beruht vielmehr auf seinem extremen Empirismus, der nichts als nur das Erfahrungsgemäße anerkennen wollte und alles übrige als metaphysische Zutat von sich wies. Heute haben wir nun ja eine Unmenge Erfahrungsmaterial für die Richtigkeit der Mikrostrukturlehre. Aber seine Ablehnung war, wie ich noch kurz bemerken will, auch aus anderen Gründen nicht berechtigt. Denn durch die Erfahrung *allein* ist die Naturwissenschaft niemals weitergekommen. Ja, in jeder Erfahrung selbst stecken schon gedankliche Zutaten. Erfahrung ist, wie Kant richtig sagt, *verstandene* Wahrnehmung. Wahrnehmen kann auch ein Tier, aber Erfahrungswissenschaft treiben kann nur der Mensch. Das nebenbei. Wir bleiben also dabei, daß es noch keinen Naturwissenschaftler gegeben hat, der wegen seiner Ansicht über die Außenwelt seinen wissenschaftlichen Betrieb irgendwie änderte.

Was ist also das, was für jede Ansicht über das Außenweltproblem identisch dasselbe ist und was der Naturwissenschaft genügt? Wir finden es durch einfaches Hinsehen auf die tatsächlichen Verhältnisse. Ist denn nicht für alle Menschen, gleichgültig welche Stellung zum Außenweltproblem sie auf der Skala vom Solipsismus bis zum naiven Realismus einnehmen, die Welt, wie sie erscheint, genau dieselbe? Gehen nicht für sie alle in gleicher Weise die Leute auf den Straßen spazieren? Fliegen nicht für sie alle in gleicher Weise die Vögel durch die Luft? Blühen nicht für sie alle in gleicher Weise die Obstbäume im Frühling? Fließt denn für den der elektrische Strom nicht in den Drähten auf der Straße und in den Häusern oder fließt er nach anderen Gesetzen, der die Welt solipsistisch ansieht? Ist der Andromedanebel nicht auch für *den* Astronomen 500 000 Lichtjahre entfernt, der den Raum für subjektiv hält? Also die dem normalen erwachsenen Menschen gegebene Erscheinungswelt ist, abgesehen von ausschaltbaren individuellen Unterschieden, für jeden dieselbe. Wir verstehen dabei unter Erscheinungswelt die Wirklichkeit, wie sie jedem unmittelbar gegeben ist, *ohne daß ihr irgendeine metaphysische Deutung unterlegt wird.* Um diese entschiedene Abweisung aller gedanklichen philosophischen Zutaten auszudrücken, nennen wir diesen Standpunkt den phänomenologischen.

Diese Erscheinungswelt ist also das, was für alle Stellungen gegenüber dem Außenweltproblem identisch dasselbe ist, von dem alle Versuche, dieses Problem zu lösen, ausgehen müssen. Sie ist gleichsam das Rohmaterial für jede Beantwortung dieser Frage. Der phänomenologische Standpunkt ist nun auch für die Naturwissenschaft notwendig und hinreichend. Notwendig ist er, weil die Erscheinungswelt ja das Gegenstandsgebiet der Naturwissenschaft enthält, hinreichend ist er, weil sowohl der Zustand wie die Gesetzmäßigkeit der Erscheinungswelt ganz unabhängig von jedem metaphysischen Standpunkt ist. Man kann also die Naturwissenschaft eine phänomenologische Wissenschaft nennen.

Nun muß ich zunächst vor einer Verwechslung warnen.

3. Phänomenologie und Phänomenalismus. Der phänomenologische Standpunkt darf nicht mit dem Phänomenalismus verwechselt werden.

Unter Phänomenalismus kann man verschiedenes verstehen.

Zunächst bezeichnet man als Phänomenalismus die Kantsche Lösung des Außenweltproblems. Diese Lösung ist ja nun verschieden gedeutet oder mißdeutet worden. Das Folgende scheint mir Kants eigentliche Meinung in dieser Frage zu sein. Die Erscheinungswelt ist eine Synthese aus subjektiven und objektiven

Faktoren. Es liegt ihr ein unerfahrbares (aber nicht gänzlich unerkennbares) Etwas, das Ding an sich, zugrunde. Durch das Zusammenwirken dieses Dinges an sich und des menschlichen Subjekts entsteht die Erscheinungswelt.

Von dem vorhin genannten Ernst Mach wird ebenfalls oft gesagt, er vertrete einen Phänomenalismus. Das Wort bedeutet aber hier etwas ganz anderes. Nach Mach ist die Wirklichkeit ein Komplex von Empfindungen. Empfindungen sind die letzten Elemente der Welt. Außer ihnen und ihren Beziehungen gibt es nichts weiteres mehr.

Es kommt uns nun nicht auf die genauere Ausarbeitung und noch viel weniger auf eine Kritik dieser Standpunkte an. Was wir nur brauchen, ist die Einsicht, daß der Phänomenalismus, gleichgültig, wie man ihn versteht, eine metaphysische Deutung enthält. Er ist eine Lösung des Außenweltproblems, also ein metaphysischer Standpunkt. Unser phänomenologischer Standpunkt — diese wichtigste Charakteristik wird wohl jetzt um so deutlicher — ist aber metaphysikfrei. Er ist ein Standpunkt, der jedem in gleicher Weise gegeben ist, der *anfängt*, Wissenschaft zu treiben. Mehr als ihn braucht die Naturwissenschaft nicht.

Wer diesen Unterschied verstanden hat, der versteht auch, daß der phänomenologische Standpunkt schwerlich einmal in Wirklichkeit vorkommt. Er ist eine Abstraktion, aber eine berechtigte, die eben aufweisen will, was für die Naturwissenschaft nötig und hinreichend ist, die zeigen will, daß die Naturwissenschaft *prinzipiell* metaphysikfrei betrieben werden kann und muß, daß im Gegenteil die Metaphysik mit abhängig ist von der Naturwissenschaft. Ob die Naturwissenschaft *tatsächlich* von Metaphysik frei ist und ob eine gewisse Verbindung damit gut ist, ist eine Frage für sich. Für uns handelt es sich jetzt um reinliche Scheidung der Begriffe der Wissenschaften. Der Grund, warum der phänomenologische Standpunkt in der Wirklichkeit des individuellen Bewußtseins nicht vorkommt, ist nun auch klar. Er ist eben kein *endgültiger* Standpunkt, kein als letzter möglicher Standpunkt. Kein Mensch wird der Außenwelt gegenüber ohne eine metaphysische Deutung bleiben. Der Mensch philosophiert aus Instinkt, und wird er sich dessen bewußt, so philosophiert er erst recht. Sogar die von keiner Philosophie jemals angekränkelten Leute haben eine durchaus metaphysische Ansicht über das Außenweltproblem. Für sie sind die Dinge so, wie sie sie sehen, ganz und gar von ihnen unabhängig und wirklich. Das ist der metaphysische naive Realismus. Auch kein Naturwissenschaftler ist ohne eine Stellung zum Außenweltproblem. Manchmal bringt ihn zu dieser Stellung nur die Tradition des gewöhnlichen Lebens, manchmal tun es wissenschaftliche Gründe. Aber immer geht er über den phänomenologischen Standpunkt hinaus. Der Phänomenologe ist stets mehr als Phänomenologe. Und jeder Naturwissenschaftler ist niemals ausschließlich Naturwissenschaftler, sondern stets mehr als ein solcher. Aber für die Naturwissenschaft genügt der phänomenologische Standpunkt.

Noch ein Wort über die Beziehung zu der Phänomenologie Husserls. Es ist eine ganz lose vorhanden, indem unser Standpunkt im Sinne Husserls einfachste, primitivste, naivste Phänomenologie darstellt.

4. Die Ausgestaltung des phänomenologischen Weltbildes. Gegen die Auffassung der Naturwissenschaft als einer phänomenologischen Wissenschaft entstehen nun scheinbar erhebliche Bedenken. Aber, so könnte man sagen, die Naturwissenschaft nimmt doch beispielsweise an, daß ein Körper, wenn ich mich auch von ihm entferne, so groß bleibt, wie er ist, trotzdem ich ihn kleiner sehe; das ist offenbar kein Inhalt der Erscheinungswelt. Sie macht also Annahmen, die über den phänomenologischen Standpunkt hinausgehen. Ferner glaubt sie doch an die Existenz von Atomen, Elektronen, Erbmasse, unbewußt Psychischem. Alles das ist in der Erscheinungswelt nicht gegeben. Es sind Zutaten zu ihr. Also auch hier ein Schritt über den phänomenologischen Standpunkt hinaus.

Um diese Bedenken richtig würdigen zu können, müssen wir von einigen wissenschaftstheoretischen Grunderkenntnissen ausgehen.

Die Erscheinungswelt, die ja den Sinnen gegeben ist, ist nicht das einzige Gegebene. Es gibt Gegenstände, die man nur geistig schauen kann, die aber, wenn man einmal auf sie aufmerkam geworden ist, genau so unmittelbar geistig gegeben sind, wie das Blatt, auf das ich jetzt schreibe, mir sinnlich gegeben ist. *Alles* Gegebene, gleichgültig ob es sinnlich oder geistig geschaut wird, nennen wir das phänomenologische Weltbild. Dieses phänomenologische Weltbild ist das *Material*, von dem *ausgehend alle* Wissenschaften ihren *Gegenstand* suchen und sich erarbeiten. Man muß also Material und Gegenstand einer Wissenschaft unterscheiden. Es gibt Gegenstände, die einfach durch geistiges Schauen, durch Analyse, durch Isolierung, durch Intuition aus diesem Weltbild gefunden werden. Das ist aber durchaus nicht bei allen der Fall. Diejenigen Gegenstände nun, bei denen das *nicht* der Fall ist, stehen zu diesem Weltbild in verschiedener Beziehung. Die einen dieser Gegenstände stellen *Ausgestaltungen* des Weltbildes dar, die durch die Erfahrung an die Hand gegeben und für den Aufbau der Wissenschaft notwendig sind. So ist z. B. zu verstehen das Gleichgroßbleiben der Körper, auch wenn ich mich von ihnen entferne, oder das Bestehen der Körper, auch wenn sie nicht wahrgenommen werden, oder das Ersetzen der Farbe an den Körpern durch physikalische Eigenschaften. Die anderen dieser Gegenstände stellen *Überschreitungen* des Weltbildes dar, die durch keine Erfahrung jemals erfaßt werden können. Die Gegenstände der Psychologie und der übrigen Naturwissenschaften sind also Ausgestaltungen des phänomenologischen Weltbildes, und der erste Teil jener Bedenken erledigt sich durch das Bemerken, daß er Gegenstand und Material nicht auseinanderhält.

Der zweite Teil ist nun leicht zu beheben. Gewiß sind Atome, Elektronen usw Zutaten zur Erscheinungswelt, aber keine *metaphysischen* Zutaten, keine *Überschreitungen.* Alle diese hypothetisch angenommenen Elemente gehören gewiß nicht zum *unmittelbaren* Inhalt der sichtbaren Erscheinungswelt. Aber sie sind *prinzipiell* erfahrbare Elemente und darum Dinge der sinnlichen Wirklichkeit genau so gut wie Pflanzen, der elektrische Strom, der Orionnebel. Wenn sie auch mit unseren Sinnen nicht erfaßbar, nicht sichtbar, hörbar, tastbar sind, so sind sie doch Gegenstände derselben Art wie die sinnlich faßbaren. Ein Atom ist ein räumlich-zeitlicher Gegenstand so gut wie der Tisch vor mir. Daß es mit meinen Augen oder mit Instrumenten nicht wahrgenommen werden kann, ändert an diesem Charakter nichts. Unsere Sehschärfe und die Abbildungsfähigkeit unserer Instrumente können doch nicht den Charakter des Gegenstandsbereiches der Naturwissenschaft bestimmen. Sonst müßte man die zahllosen unsichtbaren Sterne auch nicht zur Erscheinungswelt rechnen. Das wird wohl schwerlich jemandem einfallen. Auch weiß man ja gar nicht, ob jene Elemente nicht doch einmal wahrgenommen werden können. Wir dürfen zum phänomenologischen Weltbild also nicht nur die durch unser Auge oder unsere Instrumente wahrnehmbare Erscheinungswelt rechnen, sondern auch alle prinzipiell erfahrbaren Gegenstände, die von demselben Typus sind, wie die Gegenstände der wahrnehmbaren Erscheinungswelt.

Die Naturwissenschaft überschreitet also den phänomenologischen Standpunkt keineswegs, wenn sie hypothetische Elemente annimmt. Sie darf sogar ganze Weltbilder entwerfen, wie z. B. das elektromagnetische Weltbild, ohne daß sie diesen Standpunkt verläßt. Solange sie bei prinzipiell erfahrbaren Gegenständen bleibt — und sie ist nur Naturwissenschaft, solange sie das tut —, *kann* sie den phänomenologischen Standpunkt gar nicht überschreiten. Die naturwissenschaftliche Hypothese, die also gemacht ist, um mit der Annahme prinzipiell erfahrbarer Elemente Erfahrungen zu deuten, ist in dem phänomenologischen Weltbild ein vollständig berechtigter Teil.

5. Die RTh und die Philosophie. Wir sehen, daß die Naturwissenschaft keine Ansicht über das Außenweltproblem voraussetzt. Im besonderen gilt das auch von der RTh. Sie ist in keiner Weise abhängig von irgend einer philosophischen Lösung des Raum-Zeit-Problems. Gewiß hat sie Beziehungen zu philosophischen Problemen und Lösungen. Sie ist ja eben ein Stück in dem phänomenologiscben Weltbilde, und weil die Philosophie bei der Erarbeitung ihres Gegenstandes von diesem Bilde ausgeht, muß sie die RTh mit berücksichtigen. Ist die RTh richtig, dann hat jeder Versuch, über den phänomenologischen Standpunkt hinaus zu einem metaphysischen zu kommen, sie einfach anzuerkennen und muß zusehen, wie er mit ihren Ergebnissen zurechtkommt. Die RTh bestimmt also philosophische Lösungen mit. Aber weil sie zu dem Bilde gehört, das diese philosophischen Lösungen als ihren Ausgangspunkt notwendig gebrauchen, *kann die RTh selbst niemals von einem philosophischen Standpunkt aus kritisiert werden.* Hinter ihr liegt die Metaphysik, nicht vor ihr.

Von hier aus läßt sich alles das prinzipiell werten, was über Einstein und Kant geschrieben worden ist. Man hat behauptet, Kant und Einstein ständen in schönster Übereinstimmung. Man hat behauptet, Kant werde von Einstein widerlegt. Man hat behauptet, Einstein werde von Kant widerlegt. Es ist möglich, daß man, wenn man von der RTh aus zu einer philosophischen Ansicht über Raum und Zeit gelangt, diese Ansicht mit der Kantschen in Harmonie bringen kann. Es ist auch möglich, daß sie der Kantschen widerspricht. Ist in dem letzten Falle die RTh unzweifelhaft richtig und steht das, was aus ihr philosophisch entwickelt wird, gleichfalls außer Zweifel, dann hat Kant Unrecht. Aber niemals ist es möglich, daß Kant von Einstein *direkt* widerlegt wird. Das geht stets nur durch das Medium der Philosophie. Ganz und gar ausgeschlossen ist es aber, daß Einstein von Kant widerlegt wird. Ist die RTh richtig, dann hat sich die Kantphilosophie danach zu richten. Ob sie aber richtig ist oder nicht, *kann* die Kantphilosophie nicht entscheiden, das ist ausschließlich Sache der Physik.

Zweierlei will ich mit unseren Feststellungen aber nicht bestreiten.

Erstens steht selbstverständlich die RTh so gut wie die ganze Physik unter der Herrschaft der Logik. Sie muß frei von logischen Fehlern sein. Sie darf z. B. keine sich widersprechenden Behauptungen aufstellen. Sie darf nicht etwas als Erfahrungsresultat ansehen, was keines ist. Sie darf nicht einen Gedanken bewußt ablehnen, den sie, ohne es zu wissen, anerkennt, und was dergleichen mehr ist. Von diesem logischen Standpunkte aus darf und muß die Philosophie natürlich die RTh betrachten, analysieren und wenn nötig kritisieren. Wir werden das noch ausführlich tun. Aber man sieht ohne Schwierigkeit, daß das kein Widerspruch gegen unsere vorhergehende Überlegung ist.

Zweitens bin ich weit davon entfernt zu leugnen, daß philosophische Gedanken am Gewebe der RTh mit gewoben haben, will es aber ebensowenig behaupten. Es gibt vor allem zwei Gedankenrichtungen, mit denen die Theorie *geistig verwandt* ist. Die eine ist der Empirismus, nach dem die Wissenschaft nur Erfahrung beschreiben kann. Tatsächlich ist es der Wille der RTh, die einfache, schlichte Erfahrung, daß wir nur Bewegung gegen Körper kennen, zu ihrer Grundlage zu machen. Die zweite Gedankenrichtung ist der Relativismus, der sich bei der RTh in dem Kampfe gegen den absoluten Raum und die absolute Zeit äußert. Die RTh bleibt aber wenigstens dem ersten Gedanken nicht treu. Sie geht weit über den Empirismus hinaus, indem sie Zusammenhänge behauptet, an die nie eine Erfahrung wird tasten können, z. B. das Verschwinden des Raumes mit der Materie. Wie wenig sie ferner mit dem eigentlichen Relativismus zu tun hat, werden die weiteren Ausführungen und besonders ein eigener Abschnitt über dieses Problem noch zeigen.

Weit schwieriger aber ist die Frage, ob neben der geistigen Ähnlichkeit auch ein *historischer Zusammenhang* besteht. Nach der Mitteilung von O. Kraus (*42*, 485) hat Einstein in einer Diskussion am 8. Januar 1921 in Prag die Einstellung der RTh in die Philosophie Machs, wie Petzoldt (*47*) sie vornimmt, ausdrücklich abgelehnt. Trotzdem mag die empiristische und relativistische Grundstimmung Machs von Einfluß gewesen sein. Sie hat ja nur Gedanken extrem ausgebildet, die in der wissenschaftlichen Physik immer heimisch waren und die auch ein Existenzrecht in ihr haben, solange ihre Vertreter sich bewußt bleiben, daß sie *nur* als *Physiker* sprechen. Mir scheinen also am Ursprunge der RTh weniger philosophische Ansichten zu stehen, sondern eher das Unvermögen, Raum und Zeit anders anzufassen, als der Physiker es tut und tun kann, kurz das *Nur-Physikertum*. Aber ein *unbewußtes* oder wenigstens ein solches, das seine Grenzen nicht immer kannte. Einstein ist Nur-Physiker, aber er weiß es nicht immer. Das sichert der RTh einen festen Boden, zeigt ihr aber auch ihre Schranken. Ich weiß, daß darin nur Andeutungen stecken. Aber ich denke, alles folgende wird sie genugsam erläutern und belegen.

Zweites Kapitel

Die Arten der Räume und Zeiten

Wir unterscheiden ohne Rücksicht auf metaphysische Probleme verschiedene Arten von Räumen und Zeiten. Sie sind also sämtlich durch Ausgestaltung und Analyse des phänomenologischen Weltbildes gefunden. Wir besprechen sie einzeln.

6. Der Wahrnehmungsraum. Wer die Gegenstände seiner näheren und weiteren Umgebung *besieht*, und zwar ohne dabei irgendwelche Reflexionen über ihre Größe oder Entfernung oder über das, was diese Gegenstände sind, einzumischen, ohne sich um sein *Wissen* von ihnen zu kümmern, der sieht ganz unmittelbar Entfernungen, Größen und Unterschiede von solchen.

Wer die Augen schließt und ebenfalls unbekümmert um sein Wissen seinen Körper und seine Umgebung mit den Händen betastet, soweit er kann, der empfindet gleichfalls unmittelbar Entfernungen, Größen und Unterschiede von solchen.

So ist mit verschiedenen Arten unserer Empfindungen der Eindruck, das Bewußtsein von Räumlichen innig verknüpft. Wir empfinden Räumliches genau so unmittelbar, genau so anschaulich, genau so lebhaft, wie wir Farben, Helligkeiten, Töne empfinden.

Die Sinne sind nicht alle in der gleichen Weise für die Empfindung des Räumlichen organisiert. Am feinsten ist dafür beim normalen Menschen in der Regel der Gesichtssinn ausgebildet. Das Räumliche, was wir sehen, fassen wir unter dem Namen *Sehraum* zusammen. Weniger fein ausgebildet ist beim normalen Menschen der *Tastraum*, d. h. also das Räumliche, das er beim Tasten unmittelbar empfindet. Der Blinde dagegen besitzt einen außerordentlich vollkommenen Tastraum. Noch unvollkommener ist der *Hörraum*, beim Blinden wieder feiner als beim normalen Menschen.

Verweilen wir einige Augenblicke bei der Charakteristik des Sehraumes. Bewegt sich ein Sehgegenstand von uns weg, so wird seine Sehgröße kleiner, bewegt er sich auf uns zu, so wird sie größer. Der Sehraum ist für denselben Menschen auch von demselben Standpunkte aus und bei relativ zu ihm ruhenden Gegenständen nicht zu allen Zeiten derselbe. Wer im Gebirge gewesen ist, der weiß, daß die Berge von dem gleichen Standpunkt aus an einem Tage näher, an einem anderen ferner erscheinen. Der Sehraum ändert sich auch mit dem Standort. Jeder trägt gleichsam seinen Sehrauum mit sich herum. Der Sehraum hat eine Grenze, wo es nur noch Unterschiede der Sehgröße, aber keine Unterschiede der Sehferne mehr gibt, wo alle Gegenstände in derselben Sehferne liegen.

7. Der Schätzungsraum. Man kann die Gegenstände, die man sieht oder tastet, auch auf ihre Größe in Zentimetern oder Metern oder sonst irgend einem Maße abschätzen.

Auf Grund welcher Umstände erfolgen solche Schätzungen? Wonach richten sie sich? Zunächst natürlich nach dem, was man wahrnimmt. Dann aber auch nach dem, was man weiß. Man weiß, daß ein Mensch, der sich entfernt, dieselbe Größe, in Metern gemessen, beibehält, wenn er auch kleiner aussieht. Man weiß, daß ein Haus, das man winzig klein in mehreren Kilometern Entfernung vor sich sieht, sicherlich größer ist als ein Steinchen auf der Hand, wenn man es auch nicht größer sieht. Und solches Wissen wird beim Schätzen eben auch gebraucht.

Warum machen wir Schätzungen? Wir machen sie von Gegenständen, die wir nicht direkt messen können oder wollen, über deren wirkliche Raumverhältnisse wir aber doch etwas aussagen wollen.

Man kann nun offenbar *jede* Entfernung und *jede* Größe seines Sehraumes abschätzen. Würde man das tun, dann hätte man den Schätzungsraum, der zum Gesichtssinn allein gehört. Entsprechend könnte man den Schätzungsraum zum Tastsinn finden. Natürlich lassen sich auch Gesichtssinn und Tastsinn kombinieren, um einen Schätzungsraum herzustellen.

Der Schätzungsraum ist je nach der Übung, die der Schätzende hat, von dem gemessenen Raume stets mehr oder weniger verschieden.

8. Der physische Raum. Der physische Raum ist der Raum, den wir mit dem Metermaß messen. Es ist *der* Raum, in dem wir die physischen Vorgänge ablaufen *denken*. Wir *sehen* sie im Sehraum ablaufen, *hören* sie im Hörraum ablaufen, soweit das alles möglich ist, aber wir *denken* sie im physischen Raume ablaufen. Der physische Raum ist kein im phänomenologischen Weltbilde unmittelbar gegebener Raum, sondern einer, dessen Verhältnisse wir erst mit Hilfe physischer Körper erfahren.

Der physische Raum ist ein Gegenstand von derselben Art wie die physischen Körper; denn er wird ja mit Hilfe dieser Körper gemessen. Er ist also ein Erfahrungsgegenstand, d. h. ein Gegenstand, der ein einziges Mal vorhanden ist in einer bestimmten Form, die die Erfahrung uns kennen lehrt. Wir können apriori nichts über ihn aussagen. Seine Eigenschaften, seine Struktur müssen wir durch Erfahrung finden.

9. Die Herstellung von Raummodellen. Es ist notwendig, daß der Leser den Unterschied der bisher besprochenen Raumarten genau erfaßt. Wenn er ihn auch nicht in allen Einzelheiten erkennt und auszudrücken vermag, so muß er doch, weil diese Dinge so wichtig für das Folgende sind, die typischen Verschiedenheiten und Zusammenhänge dieser Raumarten sich deutlich zum Bewußtsein bringen. Das gelingt sehr gut durch die Herstellung von Modellen dieser Räume. Es genügt, Modelle von *Ebenen* herzustellen. Wir nehmen dazu Ebenen im Sehraume, im Schätzungsraume, der sich an den Gesichtssinn anschließt, und im physischen Raume. Die Modelle lassen sich in zwei Ausführungen machen.

Erste Ausführung. Man setze sich so an die schmale Kante eines langen Tisches, daß der Kopf nicht zu hoch über dem Tisch ist. Auf dem Tische stehen allerlei Gegenstände.

a) Sehraum. Das Wichtigste ist, daß man sich jetzt auf bloßes *Sehen* einstellt und jede Einmischung von *Wissen* ausschließt. Deshalb setzt auch am besten nicht der Beobachter selbst die Gegenstände auf den Tisch, sondern läßt sie von einem anderen hinsetzen. Nun zeichnet man sich zunächst auf ein Blatt Papier die Platte des Tisches so, wie man sie von seinem Standpunkt aus *sieht*. Sitzt man vor der Mitte der schmalen Kante, so wird die Zeichnung ein regelmäßiges Trapez ergeben. Wer im Sehen geübt ist — das Sehen ist nämlich auch eine Kunst —, der wird die beiden langen Kanten nicht gerade, sondern ganz leicht nach außen gebogen sehen. In diese Figur hinein zeichnet man dann die Orte der Gegenstände, wo man sie stehen *sieht*. Vor allem muß man sich dabei vor jedem Schätzen, vor jedem Ausdrücken in Zentimetern hüten. Nur ein Vergleichen von Sehfernen und Sehwinkeln *untereinander* ist gestattet. Die Gegenstände, die auf der weiter abliegenden Hälfte des Tisches stehen, werden in der Zeichnung sehr nahe beisammen gedrängt sein.

b) Schätzungsraum. Man schätzt zuerst Länge und Breite des Tisches in Metern, setzt sich also am besten unvorbereitet vor einen unbekannten Tisch. Dann zeichnet man das abgeschätzte Rechteck der Tischplatte in verjüngtem Maßstab auf ein Blatt Papier. Entsprechend werden nun die Entfernungen der Gegenstände von den verschiedenen Kanten des Tisches in Zentimetern abgeschätzt und in demselben verjüngten Maßstab in die Zeichnung eingetragen. Man kann natürlich auch Winkelschätzungen mit benutzen.

c) Physischer Raum. Man mißt mit dem Maßstabe die Größe der Tischplatte und die Entfernungen der Gegenstände von den Kanten und zeichnet alles in verjüngtem Maßstabe auf.

Die drei Modelle, die man so erhält, werden durchaus nicht übereinstimmen. Am weitesten wird sich vom physischen Raume der Sehraum entfernen, näher wird ihm der Schätzungsraum kommen. Ist der Beobachter geübt, so werden die beiden letzten Modelle ziemlich gut übereinstimmen. Naturgemäß ist der Schätzungsraum für die nächste Umgebung des Menschen dem physischen Raume am besten anzugleichen.

Viel größer werden die Unterschiede, wenn man die zweite Art der Ausführung nimmt.

Zweite Ausführung. Man geht auf einen Berg und stellt sich ähnlich wie vorhin die beiden ersten Modelle der vom Berge aus gesehenen Gegend her. Nur kann man jetzt bei dem zweiten Modell keine Umrißzeichnung geben, beim ersten wohl. Man braucht aber auch nur die gesehenen oder geschätzten Entfernungen der Gebäude, Ortschaften, Berge usw aufzuzeichnen. Bei dem Modell des Schätzungsraumes kann man natürlich Erfahrungen, die man bei Wanderungen gemacht hat, benutzen. Das Modell des physischen Raumes herzustellen, ist unmöglich für den einzelnen, aber auch unnötig, denn man hat es in jeder Karte der Gegend.

Hier werden viel größere Unterschiede der Modelle auftreten, weil auf solche Entfernungen die feinere Unterschiedsempfindlichkeit im Sehen und die größere Übung im Schätzen der körpernahen Räume des Beobachters fehlen. —

Hat man nach einer der beiden Ausführungen sich die Modelle hergestellt, dann mache man sich mit ihrer Hilfe doch einmal recht anschaulich deutlich, wie jeder seinen Sehraum und seinen Schätzungsraum durch den physischen Raum trägt, wie der physische Raum gleichsam aus Kautschuk besteht und sich dehnt oder zusammenzieht nach der Standpunktsänderung des Menschen, wie dieselben Dinge des physischen Raumes sich den verschiedenen Menschen in ihrem Seh- und Schätzungsraum verschieden darstellen.

10. Der mathematische Raum. Ein Typus von ganz neuer und eigener Art ist der mathematische Raum. Daß er nicht mit dem Sehraum und dem Schätzungsraum identisch ist, brauche ich wohl nicht zu zeigen; das ist ohne weiteres klar.

Weit schwerer einzusehen ist sein Unterschied vom physischen Raum. Die meisten Gelehrten, im besonderen die Mathematiker und Physiker, halten heute noch beide für identisch. Und doch sind sie wesentlich verschieden.

Überlegen wir zunächst einmal folgendes. Der mathematische Raum ist offenbar ein Gegenstand von derselben Art wie die mathematischen Gegenstände „in" ihm, wie die gerade Linie, der Kreis, die Ebene usw. Denn die Gegenstände „in" ihm partizipieren an ihm durch ihre räumlichen Eigenschaften. Der Verband des Raumes mit seinen Gegenständen wäre nicht möglich, wenn sie nicht alle vom gleichen Typ wären. So ist es bei allen Räumen. Daraus, daß z. B. Sehgröße und Sehferne psychische Gegenstände sind, kann man schließen, daß der Sehraum auch ein psychischer Gegenstand sein muß. Welche Art von Gegenständen sind denn nun Kreis, Ebene usw? Sie haben vorab kein reales Sein wie die physischen Gegenstände; denn sie sind nicht erfahrbar und wirken nicht aufeinander. Sie dienen auch nicht zur Deutung der Erfahrung. Wir nennen sie deshalb ideal. Sie stehen auch nicht in der Zeit, denn eine gerade Linie, eine Ellipse ändert sich doch nicht mit der Zeit. Wir können also sagen: sie haben ein ideales, zeitloses Sein. Und genau ein solches Sein hat auch der mathematische Raum. Er ist also nicht im geringsten ein Erfahrungsgegenstand, der ein einziges Mal als ein bestimmtes Individuum vorhanden ist. Es gibt unendlich viele Arten mathematischer Räume, und genau so, wie es beliebig viele Kreise vom Radius 5 cm gibt, genau so gibt es auch beliebig viele Exemplare jeder Art des mathematischen Raumes.

Wir gewinnen nun aber die beste Einsicht in diese Verhältnisse und erkennen die Richtigkeit des Vorhergehenden unmittelbar, wenn wir uns an eine andere Auffassung gewöhnen. Wir wollen jetzt nicht mehr vom mathematischen Raume und von Gebilden „in" ihm sprechen, sondern wir wollen alle diese Gebilde auch als *Räume* auffassen. Der Punkt ist ein 0-dimensionaler Raum, die Linie ein 1-dimensionaler, die Fläche ein 2-dimensionaler, und so geht es, ohne daß wir besondere Namen für alle diese Gegenstände hätten oder auch nur haben könnten, weiter bis zum n-dimensionalen Raume. Diese Auffassung wird notwendig, wenn man eine Vorstellung ablegt, die leider die meisten aus der Schulmathematik mitbringen, die Vorstellung nämlich, daß z. B. Linien und Flächen nur an Körpern existieren können. Das ist durchaus falsch, denn es ist Vermengung von mathematischer und physischer Wirklichkeit. Seit Gauß sind die Mathematiker an die einzig richtige Vorstellung gewöhnt, in den Gegenständen der Geometrie selbständige, für sich in dem mathematischen Wirklichkeitsbereich existierende Gegenstände zu sehen. Jetzt ist es wohl klar, wie *alle* diese Räume von demselben Typus idealer zeitloser Gegenstände sein müssen.

Mancher Leser wird sich daran stoßen, daß ich von Räumen beliebiger Dimension spreche, und die Existenz von Räumen mit mehr als 3 Dimensionen für unmöglich halten. Aber er wird, wenn ich ihn darauf aufmerksam mache, auch sofort einsehen, daß er damit eine Eigenschaft, die er vom *physischen* Raume her kennt, auf die *mathematischen* Räume überträgt. Der physische Raum ist für die Praxis des Lebens sicherlich 3-dimensional, und weil unser Anschauungsvermögen an die tatsächliche sinnliche Wirklichkeit gebunden ist, können wir uns Räume von mehr als 3 Dimensionen nicht mehr vorstellen. Aber eine spätere Nummer (13) belehrt uns, daß die Vorstellungsfähigkeit durchaus nicht über geometrische Verhältnisse entscheidet. Die Mathematik ist von ihr ganz und gar unabhängig. Das einzige Kriterium ist in der Mathematik die Widerspruchslosigkeit. Lassen sich mathematische Gegenstände widerspruchslos aus den Grundlagen ableiten, so ist damit der Beweis erbracht, daß sie wirkliche mathematische Gegenstände sind. Das ist aber bei den Räumen mit beliebig vielen Dimensionen der Fall. Sie sind in sich widerspruchslos, also existieren sie in der Wirklichkeit des mathematischen Bereiches.

11. Die Arten der Zeiten. Entsprechend den Räumen unterscheiden wir auch die Zeiten. Nach den ausführlichen Überlegungen der ersten Nummern dieses Kapitels kann ich mich hier ganz kurz fassen.

a) Die Erlebniszeit. Sie ist die Zeit, wie wir sie erleben, wie sie uns bewußt wird, wie sie psychisch aufgefaßt wird. Jeder weiß aus Erfahrung, wie individuell verschieden Erlebniszeiten sind. Derselbe Vorgang erscheint dem einen lang, dem anderen kurz. Derselbe Vorgang kann auch demselben Individuum bald lang, bald kurz vorkommen.

b) Schätzungszeit. Versuchen wir, die Zeit ihrer metrischen Größe nach, d. h. in Sekunden, Minuten, Stunden usw abzuschätzen, so erhalten wir die Schätzungszeit. Auch hier sind das Erleben und das Wissen die Faktoren, die die Schätzungen bestimmen.

c) Die physische Zeit. Sie ist die Zeit, in der wir uns die Vorgänge verlaufen *denken*, die wir mit den Uhren messen. Sie ist ein Erfahrungsgegenstand, über ihre Struktur, d. h. die Art ihres Ablaufes kann uns nur die Erfahrung belehren.

Eine mathematische Zeit gibt es nicht. — Wir machen nun zwischen allen betrachteten Räumen und Zeiten eine wichtige Unterscheidung.

12. Räume und Zeiten erster und zweiter Art. Wir nennen Räume und Zeiten *erster Art* solche, die unabhängig von anderen Räumen und Zeiten existieren, Räume und Zeiten *zweiter Art* solche, die von anderen Räumen und Zeiten abhängig sind und ohne sie nicht existieren würden. Von unseren vier Raumarten sind offenbar der physische und der mathematische Raum Räume erster Art. Sie sind durchaus von anderen unabhängig. Dagegen sind der Wahrnehmungsraum und der Schätzungsraum Räume zweiter Art. Denn sie sind beide abhängig vom physischen Raume; der physische Raum wird wahrgenommen und geschätzt. Entsprechend sind Erlebniszeit und Schätzungszeit Zeiten zweiter Art, während die physische Zeit eine solche erster Art ist.

Ein Raum zweiter Art kann von *einem* Raum oder von mehreren Räumen erster oder auch zweiter Art abhängig sein. So ist der Sehraum vom physischen Raum abhängig, der Schätzungsraum aber vom physischen Raum und vom Sehraum. Analoges gilt von der Zeit.

Räume zweiter Art können außer von anderen Räumen auch noch von anderen Gegenständen abhängig sein. So ist z. B. der Sehraum durchaus nicht ausschließlich vom physischen Raum bedingt. Er ist auch abhängig von der Helligkeit. Im allgemeinen wächst die Sehgröße eines Körpers, wenn er heller beleuchtet wird, und darum ist der Sehraum derselben Gegenstände im Sonnenschein anders als im Schatten, bei Tage anders als in der Dämmerung. Der Sehraum ist ferner mitbestimmt durch psychische Faktoren. Als Beispiel nenne ich die Änderung der Sehgröße von Sonne und Mond in der Nähe des Horizontes. Das ist eine Erscheinung im Sehraum;

denn eine wirkliche Größenänderung von Sonne und Mond liegt nicht vor und es reicht auch keiner der physikalischen Unterschiede in den verschiedenen Höhen aus, uns die Erscheinung zu erklären. Es bleibt nur übrig, einen zentralen psychischen Prozeß anzunehmen, der natürlich durch die physikalische Konstellationsänderung ausgelöst wird. Analog ist es bei der Zeit. Die Erlebniszeit ist z. B. mitbestimmt durch die Menge von Arbeit, die man in ihr tut; eine Stunde voll eifriger Arbeit erscheint kurz, eine Stunde der Langeweile lang. Oder durch Freude und Leid; dieselbe Zeitspanne erscheint in der Freude kurz, im Leid lang.

Drittes Kapitel

Die mathematische Beschreibung nichtmathematischer Räume

Daß sich nichtmathematische Räume mathematisch beschreiben lassen, weiß jeder aus der Erfahrung. Ich kann z. B. von dem Bogen Papier, auf den ich jetzt schreibe, sagen: er ist ein Rechteck mit den Seiten 21 cm und 33 cm. Es handelt sich nun für uns in diesem Kapitel um zweierlei: 1. ein aus dem praktischen Leben überkommenes Vorurteil abzulegen, 2. den Sinn jener Beschreibung richtig zu erfassen.

Wir betrachten in der nächsten Nummer ausschließlich die mathematischen Räume, wobei ich noch einmal daran erinnere, daß wir alle geometrischen Gebilde als Räume auffassen.

13. Die Einteilung der mathematischen Räume nach der Krümmung. Die mathematischen Räume lassen sich nach den verschiedensten Gesichtspunkten unterscheiden. So nach ihrer Dimension: es gibt Räume 0-ter, 1-ter, 2-ter usw bis n-ter Dimension. Oder nach ihrem Zusammenhang in einfach oder mehrfach zusammenhängende Räume. Die Linie ist z. B. ein einfach zusammenhängender Raum, weil sie sich durch *einen* Punkt in zwei geschiedene Teile zerlegen läßt, der Kreis aber ein zweifach zusammenhängender Raum, weil das bei ihm offenbar durch *einen* Punkt nicht möglich ist, sondern weil dazu zwei Punkte nötig sind. Alle diese Gesichtspunkte interessieren uns hier nicht. Wir wollen vielmehr die mathematischen Räume nach der Krümmung unterscheiden.

Was ist Krümmung? Zunächst versteht der Mathematiker unter Krümmung dasselbe, was jeder Mensch darunter versteht, wenn er gerade und krumme Linien unterscheidet, in diesem Falle also die Abweichung von der Geradheit. Wenn ich nun aber vom Leser verlangen würde, ein *Maß* dieser Krümmung anzugeben, das jedesmal zu sagen gestattet, wieviel die krumme Linie von der Geradheit abweicht, so würde ihm das, falls er nicht Mathematiker ist, nicht eben leicht sein. Und doch ist es wenigstens im einfachsten Falle nicht schwer. Denken wir uns einmal zwei Kreise, den einen von 1 cm, den anderen von 100 cm Radius. Welcher von ihnen ist stärker gekrümmt? Offenbar der kleinere. Wir sehen nun auch leicht ein, daß die Krümmung ausschließlich vom Radius abhängt. Je *größer* der Radius eines Kreises, desto *schwächer* die Krümmung. Jetzt haben wir das gesuchte Maß. Es ist der reziproke Wert $1/r$ des Radius des Kreises. Wir nennen es das *Krümmungsmaß* und bezeichnen es mit K. Das ist ja nun klar: je größer der Radius r, desto *kleiner* sein reziproker Wert $1/r$, desto *kleiner* aber auch die Krümmung; $1/r$ ist also in der Tat ein Maß der Krümmung. Wenden wir das auf die beiden genannten Kreise an, so hat der große Kreis $^1/_{100}$ der Krümmung des kleinen.

Ein Kreis besitzt nun überall dieselbe Krümmung. Wie machen wir es aber bei Linien, die nicht überall dieselbe Krümmung haben, z. B. bei Ellipsen oder bei beliebigen krummen Linien? Offensichtlich ist hier im allgemeinen die Krümmung von Punkt zu Punkt eine andere. Wir können deshalb bei einer solchen Linie nur von der *Krümmung in einem bestimmten Punkte* sprechen. Darunter verstehen wir nun in diesem Falle die Krümmung des Kreises, der sich an dem betrachteten Punkte der krummen Linie am innigsten anschmiegt; der Mathematiker muß das noch genauer definieren. Wir nennen einen solchen Kreis den Krümmungskreis und seinen Radius den *Krümmungsradius* in dem betreffenden Punkte. Der reziproke Wert des Krümmungsradius in einem bestimmten Punkte ist also das Krümmungsmaß der krummen Linie in diesem Punkte. Jetzt können wir auch das Krümmungsmaß einer geraden Linie festsetzen. Man kann die gerade Linie als einen Kreis mit unendlich großem Radius betrachten ($r = \infty$).

In diesem Falle ist $1/r = 0$, die gerade Linie besitzt also in jedem Punkte das Krümmungsmaß Null.

Wie verhält es sich mit der Krümmung bei einer *Fläche?* Es gibt Flächen, deren Krümmung überall gleich ist, z. B. die Kugel. Ist das nicht der Fall, so können wir auch hier nur von der Krümmung in einem bestimmten Punkte reden. Wir nehmen dann in dem Punkte, wo wir die Krümmung der Fläche angeben sollen, zwei zueinander senkrechte Bogen der Fläche (der Mathematiker muß genau festsetzen, welche Bogen genommen werden), so daß also der Punkt der Schnittpunkt dieser Bogen ist, und bestimmen nun die Krümmungskreise der beiden Bogen im Schnittpunkte. Sind ihre Krümmungsradien r_1 und r_2, so ist das Krümmungsmaß der Fläche in dem betreffenden Punkte $K = \frac{1}{r_1 r_2}$. Ist $r_1 = r_2 = \infty$ in allen Punkten der Fläche, so ist $K = 0$, und wir haben eine Ebene oder, wie wir lieber sagen, einen ebenen 2-dimensionalen Raum (alle Flächen sind ja 2-dimensional). Das Charakteristische eines *ebenen Raumes* ist also stets, *daß sein Krümmungsmaß in allen Punkten Null ist.* Ist für alle Punkte der Fläche $r_1 = r_2 =$ konst, d. h. also nicht gleich unendlich, sondern gleich einem von Null und Unendlich verschiedenen, aber für alle Punkte gleichen Werte, so haben wir einen 2-dimensionalen Raum mit konstantem Krümmungsmaß. Ist dieses konstante Krümmungsmaß positiv, z. B. $+ 0{,}4$ oder $+ 0{,}0013$, so haben wir einen 2-dimensionalen Raum mit konstantem positiven Krümmungsmaß; als Beispiel nenne ich die Kugel (der Mathematiker versteht unter Kugel das, was im gewöhnlichen Leben und in der elementaren Mathematik Kugeloberfläche oder Kugelfläche heißt). Das Krümmungsmaß kann aber auch negativ sein; doch darauf wollen wir nicht näher eingehen.

Nun folgt eine sehr wichtige Überlegung. K wird bei der Fläche nicht bloß dann Null, wenn *beide* Radien unendlich sind, sondern auch dann, wenn nur *einer* der Radien unendlich ist. Ist z. B. $r_1 = 4$, $r_2 = \infty$, so ist $K = \frac{1}{4\,\infty} = 0$. Es ist nicht schwer, ein Beispiel dafür zu finden. Ich nehme ein Blatt Papier und betrachte es als ein Symbol eines ebenen 2-dimensionalen Raumes. Nun rolle ich das Blatt so, daß seine gerollten Ränder zwei gleiche Kreise darstellen, deren Radius ϱ sein mag. Wie steht es mit dem Krümmungsmaß dieser Fläche? Ich bestimme es in einem Punkte, indem ich zwei Bogen der Fläche nehme, die sich in dem Punkte schneiden. Einer dieser Bogen ist, wie der Mathematiker zeigen kann, einer unserer Kreise mit dem Radius ϱ. Der dazu senkrechte Bogen ist aber — man rolle sich einmal praktisch einen Bogen Papier, um das leicht einzusehen — eine gerade Linie, die ja in jedem Punkte einen unendlichen Krümmungsradius hat. In unserer Formel ist also $r_1 = \varrho$, $r_2 = \infty$; daraus folgt $K = 0$. Und das gilt, wie man sich unschwer überzeugt, für jeden beliebigen Punkt der Fläche in gleicher Weise. Das aufgerollte Blatt Papier stellt also trotz seiner „Krümmung" einen ebenen 2-dimensionalen Raum dar; denn das Typische eines ebenen Raumes ist ja, daß sein Krümmungsmaß in jedem Punkte Null ist. Der Mathematiker weiß, daß man der vollen Strenge wegen das Blatt Papier sowohl unendlich groß, als auch unendlich oft herumgewickelt denken muß.

Worin liegt die Wichtigkeit dieser letzten Betrachtung? Sie zeigt, daß der Begriff der Krümmung, wie wir ihn genau durch den reziproken Wert des Krümmungsradius als sein Maß festgelegt haben, dennoch abweicht von dem des gewöhnlichen Lebens, abweicht von dem, was wir der *Anschauung* nach Krümmung nennen. Denn wir haben doch in dem aufgerollten Papier das Symbol einer Fläche, die der Laie ohne weiteres als gekrümmt ansprechen würde; man *sieht* ja deutlich, daß sie gekrümmt ist. Und trotzdem ist sie nach unserer Definition nicht gekrümmt. Was wir also daran lernen, ist erstens, daß die Anschauung, die wir an geometrische Dinge heranbringen, wohl manchmal hilft, daß sie aber auch versagen kann, daß wir also nach der Anschauung die Richtigkeit oder Unrichtigkeit geometrischer Verhältnisse nie beurteilen dürfen. Und ist zweitens im besonderen, daß das Krümmungsmaß ein mathematischer — genauer ein analytischer — Ausdruck ist, der an sich mit der Anschauung gar nichts zu tun hat, der lediglich den mathematischen Charakter des Raumes bezeichnet, für den es ganz gleichgültig ist, wie sich dieser Raum unserer Anschauung darstellt. Wir müssen uns also freimachen von der engen Fessel der Anschauung oder Vorstellung. Das Krümmungsmaß gibt lediglich die innere mathematische Struktur des Raumes an, wobei die Anschauungsform des Raumes in keiner Weise in Betracht kommt. Wir müssen das Anschauliche eines

Raumes, seine *Form*, von seinen mathematischen Verhältnissen, seiner *Struktur*, unterscheiden. *Räume mit gleicher Struktur können ganz verschiedene Formen haben.* Das Wort *Krümmungsmaß* ist deshalb sicherlich nicht gut; aber solange wir kein besseres haben, müssen wir es beibehalten.

Machen wir noch die Probe auf das zweite, was wir gelernt hatten. Ist es richtig, dann muß auf dem gerollten Papier und dem der Anschauung nach ebenen Papier dieselbe mathematische Struktur, d. h. dieselbe Geometrie herrschen. Das ist in der Tat so. Zeichnen wir auf ein Blatt Papier allerlei geometrische Figuren und rollen das Blatt in der angegebenen Weise, so sehen wir ohne weiteres ein, daß die Figuren durch das Rollen nicht verzerrt werden; sonst müßte das Blatt Papier ja auch verzerrt werden. Keine Seite, kein Winkel wird größer oder kleiner. Alle Verhältnisse der Figuren — und das ist eben die Geometrie der Fläche — bleiben demnach dieselben. Nehmen wir aber einen gekrümmten 2-dimensionalen Raum, wo K also nicht Null ist, z. B. eine Kugel, so weiß der Leser sicherlich noch von der Schule her, daß auf der Kugel eine andere Geometrie herrscht als auf der Ebene, wo K Null ist. Auf der Kugel gibt es z. B. keine ähnlichen Dreiecke; die Winkelsumme der Dreiecke ist dort stets größer als 180^0 und von der Länge der Dreiecksseiten abhängig. Es läßt sich deshalb auf ihr kein rechtwinkeliges Koordinatennetz zeichnen, also nicht mit starrem Maßstab messen. Das Krümmungsmaß drückt, je nachdem es Null oder von Null verschieden ist, ganz verschiedene geometrische Strukturen oder Geometrien aus.

Es bleibt uns noch übrig, die Krümmung bei einem 3-dimensionalen Raum zu betrachten. Hier versagt unsere Anschauung nicht nur wie bei der Fläche in gewissen Fällen, sondern von vornherein ganz. Einen gekrümmten 3-dimensionalen Raum können wir uns nicht mehr vorstellen. Aber wir sind ja nun durch die bisherigen Überlegungen so gut vorbereitet, daß wir wissen, wie das Krümmungsmaß nichts mit der anschaulichen Form des Raumes zu tun hat, sondern seine innere Struktur, seine Geometrie angibt. Wenn wir also in Analogie mit dem Vorhergehenden bilden $K = \frac{1}{r_1 r_2 r_3}$ und finden, daß alle die verschiedenen Geometrien, die den möglichen Werten dieses K entsprechen, ohne inneren Widerspruch sich aufbauen lassen, so wissen wir auch, daß alle die Räume, für die diese K-Werte oder die zu ihnen gehörigen Geometrien charakteristisch sind, als wirkliche Räume im mathematischen Gegenstandsbereiche existieren. Ist $r_1 = r_2 = r_3 = \infty$, also $K = 0$, so haben wir den ebenen 3-dimensionalen Raum, dessen Geometrie der Leser in der Schule kennen gelernt hat. K ist aber auch Null, wenn nur *einer* oder nur *zwei* der Radien unendlich sind. Der ebene 3-dimensionale Raum besitzt, wie man sieht, noch unendlich verschiedene Arten, die aber alle dieselbe Geometrie haben.

Ist K größer als Null, also positiv, so haben wir den *sphärischen Raum*. Charakteristisch für seine Geometrie ist, daß es in ihm keine Parallelen gibt und daß die Winkelsumme eines Dreiecks im 2-dimensionalen sphärischen Raume größer als 180^0 ist. Ist K kleiner als Null, also negativ, so haben wir den *pseudosphärischen Raum*. Charakteristisch für seine Geometrie ist, daß es in ihm zu *einer* Geraden durch *einen* Punkt unendlich viele Parallelen gibt und daß die Winkelsumme eines Dreiecks im 2-dimensionalen pseudosphärischen Raume kleiner als 180^0 ist. Die beiden letzten Räume sind also gekrümmte 3-dimensionale Räume.

Man nennt *alle* ebenen Räume auch *euklidische* und *alle* gekrümmten Räume auch *nichteuklidische* Räume. So symbolisiert z. B. jenes aufgerollte Blatt Papier einen 2-dimensionalen euklidischen Raum, während die Kugel ein 2-dimensionaler nichteuklidischer Raum ist. So ist der ebene 3-dimensionale Raum auch ein euklidischer Raum, und wir haben in der Schule euklidische Geometrie gelernt; der sphärische und der pseudosphärische Raum sind nichteuklidische Räume. Der euklidische oder nichteuklidische Charakter eines Raumes hat also mit seinen Dimensionen nichts zu tun. Er ist vielmehr bestimmt durch das Krümmungsmaß, und das drückt sich aus in den *Maßeigenschaften*, den *Maßverhältnissen*, der *Maßform*, der *Metrik* oder der *Geometrie* des Raumes, was alles Worte für dieselbe Sache sind und wobei Geometrie in dem gewöhnlichen Sinne der *Maßgeometrie* genommen ist. Typisch für die Maßverhältnisse des euklidischen Raumes ist, daß sich in ihm ein rechtwinkeliges Koordinatensystem konstruieren, also mit einem *unveränderlichen* Maßstabe messen läßt. Für den nichteuklidischen Raum ist das Gegenteil typisch. Das folgt ohne weiteres aus dem, was wir über die Winkelsumme der Dreiecke in diesen Räumen hörten. Weil z. B. im 2-dimensionalen sphärischen Raume die Winkelsumme eines Dreieckes größer als 180° ist, darum läßt sich in ihm offenbar mit Hilfe eines unveränderlichen Maßstabes kein Quadrat bilden; denn die Winkelsumme jedes Vierecks in ihm beträgt ja mehr als 360°. Und daraus folgt wieder, daß sich im 3-dimensionalen sphärischen Raume mit Hilfe eines unveränderlichen Maßstabes kein Würfel herstellen läßt. Wenn wir demnach in nichteuklidischen Räumen messen wollen, können wir keine rechtwinkeligen Koordinaten gebrauchen, sondern müssen krummlinige Koordinaten nehmen.

Wie hier für den 3-dimensionalen, so kann man entsprechend für jeden n-dimensionalen Raum verfahren.

Eine wichtige Unterscheidung, die wir im vorstehenden nur gestreift haben, müssen wir noch eigens betrachten. Wir können nämlich das Krümmungsmaß nicht nur danach unterscheiden, ob es Null, positiv oder negativ ist, sondern auch danach, ob es *konstant* oder *variabel* ist. Ein konstantes Krümmungsmaß drückt andere geometrische Verhältnisse aus als ein variables. Kann man von einem Raume sagen, sein K sei Null, so ist es natürlich in jedem Punkte Null, also konstant. Ist das K eines Raumes aber positiv, so hat es zwar in jedem Punkte des Raumes einen positiven Wert, braucht aber nicht in jedem Punkte *denselben* positiven Wert zu haben. Es kann sein, daß sein Wert von Punkt zu Punkt wechselt, z. B. hier $+ 0{,}4$, dort $+ 0{,}7$, dort $+ 0{,}025$ usw ist. In diesem Falle, der natürlich auch bei negativem K vorkommen kann, ist K variabel. Die Geometrie der Räume mit variablem K unterscheidet sich von der Geometrie der Räume mit konstantem K dadurch, daß es in ihnen keine kongruenten Gebilde gibt. Das ist übrigens leicht einzusehen. Ändert sich der Wert des K eines Raumes, der bislang Null war, in einen von Null verschiedenen positiven oder negativen Wert, so bedeutet das, wie wir wissen, eine Verzerrung der Figuren (man vergleiche den ebenen 2-dimensionalen Raum und die Kugel). Hat nun das K des neuen Raumes in allen Punkten denselben Wert, so können natürlich auch die verzerrten Figuren kongruent sein. Ändert sich aber der Wert des K von Punkt zu Punkt, so bedeutet das eine Änderung der Verzerrung von Punkt zu Punkt, also ein Aufheben der Kongruenz. Ein 2-dimensionaler Raum mit konstantem K ist z. B. die Kugel, ein 2-dimensionaler Raum mit variablem K ist z. B. die Oberfläche eines Eies.

Schließlich führt uns die Betrachtung der Krümmung noch auf die Unterscheidung der *offenen* und der *geschlossenen* Räume. Wegen der Schwierigkeit dieser Dinge können wir uns hier nur an einigen Beispielen orientieren. Offene Räume sind beispielsweise die gerade Linie, der ebene 2-dimensionale Raum, das Paraboloid, das Hyperboloid; geschlossene Räume sind der Kreis, die Kugel, das Ellipsoid, die Eioberfläche. Es ist auch nicht schwer, einen allgemeinen Unterschied zwischen ihnen zu finden. Nehmen wir den ebenen 2-dimensionalen Raum. Die Geraden in ihm sind offenbar unendlich, d. h. nicht restlos ausmeßbar. Dagegen sind die Geraden einer Kugel — das bedeutet in diesem Falle die Hauptkreise oder Meridiane — endlich, d. h. restlos ausmeßbar. Man kann also im 2-dimensionalen offenen Raume durch Weitergehen auf einer Geraden in derselben Richtung niemals zum Ausgangspunkte zurückkehren, im offenen Raume aber wohl; daher rühren die Bezeichnungen offen und geschlossen. Das gilt allgemein, nur muß der Mathematiker die Linien, auf denen die Bewegung stattfindet, genau definieren. Man sieht auch leicht ein, daß *alle* ebenen Räume offene Räume, *alle* gekrümmten Räume mit konstantem positiven Krümmungsmaß geschlossene Räume sind. Räume mit variablem positiven Krümmungsmaß können sowohl offen wie geschlossen sein. Die Räume mit negativem Krümmungsmaß wollen wir nicht berücksichtigen.

Endlich noch die Bemerkung, daß der Mathematiker alle Unterscheidungen sorgfältiger machen müßte, als wir es in dieser Nummer getan haben; doch genügt das Gesagte für unseren Zweck.

14. Der physische Raum und die Mathematik. In der vorhergehenden Nummer haben wir uns nur mit den mathematischen Räumen beschäftigt und sie nach ihrem Krümmungsmaß oder, da ja das Krümmungsmaß die Geometrie betimmt, nach ihrer Geometrie unterschieden. Nun wissen wir aus hundertfacher Erfahrung, daß man Geometrie auf physische Gegenstände anwenden kann. Immer wenn man z. B. den Inhalt, die Oberfläche, die Bahn eines physischen Körpers berechnet, oder wenn in der Technik ähnliche oder kongruente Gegenstände hergestellt werden, handelt es sich um Anwendung von Geometrie auf die physischen Dinge.

Welche Geometrie wird nun dabei verwandt? Daß diese Frage nicht überflüssig ist, wissen wir aus den Unterscheidungen der letzten Nummer, wo wir die verschiedenartigsten Geometrien kennen gelernt haben. Welche Geometrie wird im besonderen bei unserem physischen Raume vorausgesetzt? Davon hängt ja die Geometrie aller Gebilde in ihm, der physischen Körper, ab. Welches der uns jetzt bekannten geometrischen Raummodelle paßt auf ihn?

Nehmen wir zunächst einmal an, der physische Raum besitze ein konstantes Krümmungsmaß. Bis in die Neuzeit haben nun die Physiker und Techniker als Modell des physischen Raumes stets den ebenen 3-dimensionalen Raum, also einen euklidischen Raum, benutzt, dessen K, wie wir wissen, Null ist. In einem ebenen Dreieck dieses Raumes ist die Winkelsumme bekanntlich 180^0. Keine Erfahrung des praktischen Lebens und der Technik hat uns bis jetzt gezwungen, ein anderes Modell zu nehmen. Es könnte aber doch sein, daß feinere wissenschaftliche Beobachtungen uns dazu zwingen. Um das festzustellen, hat man zunächst die geodätische Ausmessung der Erdoberfläche benutzt. Dabei werden, wie der Leser wohl wissen wird, Dreiecke, und zwar *ebene* Dreiecke auf der Erdoberfläche gemessen, um mit ihrer Hilfe ein Stück eines Meridians oder Breitenkreises zu erhalten, das man sich also in diesem Falle ohne großen Fehler aus vielen geraden Linien zusammengesetzt denkt. Gauss kam auf den Gedanken, zu untersuchen, ob die Winkelsumme eines solchen Dreiecks tatsächlich 180^0 betrage oder nicht; tat sie es nicht, dann hatte der physische Raum ein von Null verschiedenes Krümmungsmaß. Er verwandte das geodätische Dreieck Hohenhagen—Brocken—Inselsberg. Es hat die Seitenlängen 69, 85 und 107 km, ist also schon ein großes Dreieck. Je größer nämlich das Dreieck ist, desto sicherer läßt sich feststellen, ob K von Null verschieden ist. Das Resultat war, daß zwar eine Abweichung von 180^0 vorhanden war, daß sie aber durch Beobachtungsfehler erklärt werden konnte. Ferner hat man astronomische Erfahrungen herangezogen. Wenn nämlich der physische Raum entsprechend den Modellen mit von Null verschiedenem K gebaut ist, so müssen gewisse Erscheinungen in den Parallaxen und in der Verteilung der Sterne auftreten. Diese Erscheinungen wurden nicht gefunden. Aus allem ergibt sich, daß das K des physischen Raumes wenn überhaupt, dann nur sehr wenig von Null verschieden ist. Für *das praktische Leben und für die Technik* wird also das Modell des ebenen 3-dimensionalen Raumes stets ausreichen.

Damit ist der Fall des variablen Krümmungsmaßes für die Praxis und die Technik schon ausgeschlossen. Er läßt sich übrigens innerhalb dieses Rahmens auch direkt durch die Beobachtung ausschließen, daß die Körper bei Verlagerung im Raume kongruent bleiben.

Heute glaubt man nun aber, in der RTh zeigen zu können, daß in der *Wissenschaft* das Modell eines 3-dimensionalen Raumes mit variablem K auf den physischen Raum angewandt werden muß. Wir werden später darüber sprechen.

Es kam mir nur jetzt darauf an, ganz klarzumachen, daß es sich bei den Fragen *dieser* Nummer um *physikalische* Probleme handelt. Die Geometrie hat mit den Erfahrungen über den physischen Raum nicht das Geringste zu tun. Sie charakterisiert ihre Räume völlig unabhängig von jeder Erfahrung. Will der Physiker den physischen Raum mathematisch beschreiben, so leiht er sich dazu von der Geometrie das Modell, das erfahrungsgemäß am besten paßt. Die Erfahrung entscheidet darüber, welches geometrische Modell zur mathematischen Beschreibung des physischen Raumes benutzt wird. Der Physiker macht also, indem er ein solches Modell nimmt, eine Hypothese über die geometrische Struktur des physischen Raumes.

Wegen der Wichtigkeit dieser Sache wollen wir uns das Verhältnis, auf das es hier ankommt, noch durch eine Analogie verdeutlichen. Analogien beweisen ja nichts, aber sie können mitunter vorzüglich klären.

Als Analogie nehmen wir die Geschichte von der Gestalt der Erde, über die der Leser sicherlich einiges wissen wird. Sehen wir von allen vorwissenschaftlichen Ansichten über die Erdgestalt ab, so suchte man zuerst, und zwar schon im Altertum, die Gestalt der Erde zu beschreiben mit Hilfe des mathematischen Modells der Kugel. Als man genauere Gradmessungen ausführte, zeigte sich, daß dieses Modell nicht ausreichte, daß die Erde nur ungefähr eine Kugel war. Genauer beschrieb man sie, wenn man sie ein Ellipsoid nannte. Allmählich gewannen in den Ansichten über die Erdgestalt nicht nur die Gradmessungen ein Heimatrecht, sondern auch geophysikalische Überlegungen. Man fragte sich beispielsweise: welche Gestalt muß die Erde annehmen, wenn sie durch Ausstrahlung und Wärmeabgabe stetig ihr Volumen verringert? So kam man darauf, daß auch das einfache Ellipsoid nicht genügte. Man nahm zur Beschreibung ein dreiachsiges Ellipsoid oder auch wohl ein reguläres Tetraeder. Aber diese auf Grund der Entwicklung der Erde gebildete Hypothese ließ man bald fallen. Nur den Grundgedanken, daß doch auch die Physik der Erde mitzusprechen habe, hielt man bei und sagte jetzt: die Erde hat überhaupt keine regelmäßige geometrische Gestalt, sondern ihre Gestalt ist von Ort zu Ort zu erforschen, weil die örtlichen physikalischen Verhältnisse, vor allem die von Ort zu Ort wechselnde Schwerkraft, diese Gestalt mitbedingen. So bezeichnet man denn heute als Gestalt der Erde das Geoid, eine nicht regelmäßige, geometrische Fläche, die keine Rotationsfläche ist, sondern wellenförmig verläuft, die auch in der Zeit nicht konstant ist, sondern sich physikalischen Veränderungen im Erdinnern entsprechend ändert.

Die Erde ist also ein einziger, individueller physischer Gegenstand. Zu seiner Beschreibung nimmt man das geometrische Modell, das sich der Erfahrung am besten anpaßt. Genau so ist es bei unserem Problem. Der physische Raum ist ein individueller physischer Gegenstand, zu dessen Beschreibung man das geometrische Modell wählt, zu dem die Erfahrungen am vollkommensten stimmen. Wie jemand in einen Kleiderladen geht und sich den Anzug aussucht, der auf seinen Körper am besten paßt, so sucht der Physiker aus allen geometrischen Raummodellen dasjenige aus, das auf den physischen Raum am besten paßt.

Wer von meinen Lesern die RTh genauer kennt, wird in den letzten Überlegungen auch eine Analogie zur RTh finden. Wenn man die Erde als Kugel, Ellipsoid, reguläres Tetraeder bezeichnet, so ist das dasselbe, wie wenn man in der Physik mit *Ferngeometrie* arbeitet, die dem Raum als Ganzem eine euklidische oder nichteuklische Geometrie aufprägen will. Wenn man aber heute darauf verzichtet und die Erdgestalt von Ort zu Ort bestimmt, wenn man dabei findet, daß diese örtliche Bestimmung zeitlich variabel ist, so ist das eine hübsche Analogie zur RTh, die mit der Riemannschen *Nahegeometrie* arbeitet und die auch örtlich und zeitlich variable Maßbestimmungen kennt. Die übrigen Leser werden diese Andeutungen später wenigstens teilweise verstehen lernen.

Es bleibt uns noch im Anschluß an die beiden letzten Nummern eine recht schwierige Frage zu erledigen.

15. Die Selbständigkeit der Räume. Denken wir uns eine Strecke, d. h. ein begrenztes Stück einer geraden Linie im ebenen Raume. Diese Strecke kann ich ohne weiteres in eine gerade Linie hineinlegen oder, wie wir auch sagen, einbetten. Beides sind ja Räume von derselben Dimension, 1-dimensionale Räume. Denken wir uns nun einmal eine gekrümmte Strecke. Die ist als Stück einer Linie auch 1-dimensional. Aber kann ich sie auch in eine gerade Linie einbetten? Offenbar nicht. Einbetten läßt sie sich nur in eine Ebene, also in einen 2-dimensionalen Raum. Damit eine gerade Linie sich krümmen kann, muß ein 2-dimensionaler Raum zur Verfügung stehen, in den hinein sie sich krümmt. Ja, wenn die Strecke räumlich gekrümmt ist, genügt die Ebene nicht einmal, sondern muß ein 3-dimensionaler Raum genommen werden.

Entsprechendes läßt sich für ein Stück Ebene überlegen. Ich kann es ohne weiteres in eine andere Ebene einbetten. Nehmen wir aber ein Stück einer gekrümmten Fläche, so ist das nicht mehr möglich. Zu seiner Einbettung muß ein 3-dimensionaler Raum zur Verfügung stehen. Das gilt offensichtlich allgemein. Wir können das so ausdrücken: Zur Krümmung eines n-dimensionalen Raumes ist wenigstens ein $(n + 1)$-dimensionaler Raum nötig.

Wenden wir das auf die Überlegung der vorhergehenden Nummer an. Wir hörten dort, daß der physische Raum möglicherweise ein 3-dimensionaler gekrümmter Raum sei. Nach unserer Erwägung von vorhin ist aber zur Krümmung eines 3-dimensionalen Raumes die Existens eines wenigstens 4-dimensionalen Raumes nötig, in den der 3-dimensionale sich hineinkrümmt. Nun steht das gleiche Problem bei diesem 4-dimensionalen Raum vor uns. Ist er eben oder ist er gekrümmt? Jede Antwort darauf wäre natürlich reine Willkür. Aber die Möglichkeit, daß er gekrümmt ist, bleibt offen. Dann muß aber ein 5-dimensionaler Raum da sein, in den er sich hineinkrümmt. Und so geht das in infinitum weiter. Daraus zieht man nun den Schluß: Weil doch wohl schwerlich jemand diese Folgerung über die Ineinanderschachtelung von Räumen annehmen wird, ist die ganze Frage nach der Krümmung des 3-dimensionalen Raumes sinnlos. Krümmen können sich nur Gebilde, die weniger als 3 Dimensionen haben, im 3-dimensionalen Raum; weiter nach der Krümmung dieses Raumes zu fragen, geht nicht an.

Eine solche oder ähnliche Betrachtung findet man öfters. Auch ist sie mitunter ausdrücklich gegen die RTh und ihren Gebrauch von gekrümmten Räumen gerichtet. Ist sie richtig?

Sie ist nicht richtig. Denn sie beruht auf einer falschen Auffassung dessen, was Krümmung ist. Sie nimmt Krümmung im Sinne der *Anschauung* und überträgt das auf *unanschauliche* Verhältnisse. Daß diese Überlegung Krümmung im anschaulichen Sinne nimmt, ersieht man ohne weiteres. Sie spricht ja davon, daß eine Linie sich *in* eine Ebene *hineinkrümmt*; sie behauptet, es könnten sich nur Gebilde *im* 3-dimensionalen Raume krümmen. Wir wissen, daß der mathematische Begriff der Krümmung ein anderer ist, der nur in gewissen einfachen Fällen mit der Anschauung übereinstimmt, aber schon in ebenso einfachen Fällen ihr widerspricht. *Die Überlegung verwechselt also Form und Struktur des Raumes.*

Und doch wird der Leser, selbst wenn er mir recht gibt, instinktiv fühlen, daß in der Überlegung etwas Richtiges steckt. Und das müssen wir, um gerechte Kritik zu üben, herausheben. Ein gekrümmter 1-dimensionaler Raum läßt sich nämlich *darstellen, anschaulich* auffassen als krumme Linie im 2-dimensionalen ebenen Raume. Ein gekrümmter 2-dimensionaler Raum mit konstantem positiven K läßt sich *darstellen* als eine Kugelfläche im 3-dimensionalen ebenen Raume. Besser ist noch der folgende Ausdruck dieser Verhältnisse: Die Geometrie oder die Maßverhältnisse in einem gekrümmten Raume mit konstantem positiven K sind dieselben wie die Maßverhältnisse auf einer Kugel. Das ist das Richtige an jener Überlegung. Aber das beweist nun nichts mehr gegen die Richtigkeit unserer Betrachtungen.

Jener Einwurf widerstreitet im Grunde der Auffassung von der Selbständigkeit der geometrischen Räume, die sich uns in (10) als notwendig ergeben hatte. Wir hatten dort gefunden, daß *alle* geometrischen Räume selbständige Gegenstände sind. Der Einwurf aber unterscheidet: Die ebenen Räume behandelt er als selbständige, die gekrümmten Räume als unselbständige Gegenstände, natürlich ohne auch nur den Schatten eines Grundes. Alle mathematischen Gegenstände sind vom gleichen Typus. Ist das richtig, was der Einwurf von den gekrümmten Räumen sagt, dann gilt dasselbe von den ebenen. Dann kann *jeder* Raum nur als Gebilde in einem höherdimensionalen existieren und wir kommen in der physischen Wirklichkeit mit Notwendigkeit zu der Annahme einer unendlichen Anzahl ineinandergeschachtelter physischer Räume. Der Einwurf schlägt sich also eigentlich selbst.

Zweiter Abschnitt

Das Raum-Zeit-Problem der speziellen Relativitätstheorie

Erstes Kapitel

Raum und Zeit in der vorrelativistischen Physik

16. Die Relativität der Bewegung. Wir beginnen mit der Betrachtung einer wichtigen Erkenntnis, die in allen ihren Konsequenzen nicht immer vorhanden gewesen ist und deren Fehlen allerlei Mängel und Mißverständnisse hervorgerufen hat, nämlich der Erkenntnis der Relativität der Bewegung. *Jede Bewegung ist relativ, d. h. jede Bewegung muß bezogen werden auf einen Bezugskörper.* Es ist schlechterdings ohne Sinn, von einer Bewegung an und für sich, unabhängig von jedem Bezugskörper, zu sprechen. Jede Bewegung ist doch charakterisiert durch zweierlei: 1. durch ihre Größe oder Geschwindigkeit, 2. durch ihre Richtung. Diese beiden Angaben sind für die Charakteristik jeder Bewegung notwendig und hinreichend. Beide Angaben sind aber nur *möglich* bei Festsetzung eines Bezugskörpers; beide Angaben ändern sich im allgemeinen, sobald man von einem zum anderen Bezugskörper übergeht. Wir sind gewöhnt, im praktischen Leben als Bezugskörper den Erdboden zu nehmen, und heben das deshalb niemals ausdrücklich hervor. Wenn wir sagen, ein Eisenbahnzug habe eine Geschwindigkeit von 70 km/Stunde, eine Gewehrkugel eine Anfangsgeschwindigkeit von 750 m/sec, dann setzen wir stets voraus: bezogen auf den festen Erdboden. Von dieser Laxheit des gewöhnlichen Lebens und seinem engen geozentrischen Standpunkte müssen wir uns in der Wissenschaft frei machen und einsehen, daß bei jeder Bewegung ein Bezugskörper angegeben werden muß, durch den sie der Größe und Richtung nach charakterisiert ist. Dieser Bezugskörper braucht durchaus kein materieller Körper zu sein. Es kann auch ein ideales Koordinatensystem sein, das in physischen Körpern festgelegt ist, z. B. das Gradnetz der Erde. Der Bezugskörper ist auch nicht vorgeschrieben. Man kann jeden beliebigen Bezugskörper wählen.

Wenn die Relativität der Bewegung aber so selbstverständlich ist, wie ist es dann möglich, daß man noch von *absoluter Bewegung* sprechen kann? Dieser Einwurf würde gerade an den Mangel an Einsicht rühren, von dem ich zu Anfang sprach. Es gibt nämlich gar nicht die Alternative: relative oder absolute Bewegung. Das sind keine Gegensätze, sondern das eine schließt das andere ein. *Die absolute Bewegung ist ein besonderer Fall von Relativbewegung.* Ist nämlich der Bezugskörper, auf den wir die Bewegung beziehen, der Raum, dann sprechen wir von absoluter Bewegung. Eigentlich passen also die Bezeichnungen nicht; relativ und absolut bedeuten an sich Gegensätze. Aber einmal ist die Bezeichnung allgemein üblich und kann ohne Gefahr von Mißverständnissen nicht durch eine andere ersetzt werden. Und dann ist der Fall der absoluten Bewegung auch ein ganz besonderer, ganz eigenartiger Fall. Denn wer die Existenz von absoluter Bewegung behauptet, schreibt damit dem Raume eine gewisse *Selbständigkeit* zu, die wir nicht näher bezeichnen wollen. Körper und Raum sind für ihn *zwei* selbständige Gegenstände, so daß er die Bewegung des einen in bezug auf den anderen behaupten kann. Wer die absolute Bewegung leugnet, leugnet damit die Selbständigkeit des Raumes. Mit dem Problem der absoluten Bewegung ist demnach eine sehr wichtige gegenstandstheoretische Frage verknüpft, die in die Tiefen der Philosophie führt.

17. Die Reziprozität der Bewegung. Die Relativität der Bewegung ist eine Begriffsnotwendigkeit; sagt man von einem Gegenstand A eine Bewegung aus, so gehört dazu immer ein Gegenstand B. Daraus läßt sich eine Folgerung über die *Beschreibung* der Bewegung ziehen. Von zwei Körpern A und B kann man strenggenommen nicht behaupten: A bewegt sich in bezug auf B, B aber nicht in bezug auf A. Sondern das einzige, was die reine Beschreibung zu sagen gestattet, ist: A und B bewegen sich gegeneinander; oder im besonderen Falle: zwischen A und B findet eine Abstandsänderung von der Größe v in der Sekunde statt. Diese Abstandsänderung läßt sich nun in verschiedener Weise auf A und B aufteilen. Man kann sagen: A bewegt sich in bezug auf B mit der Geschwindigkeit $+v$ in der Sekunde; oder: B bewegt sich in bezug auf A mit der Geschwindigkeit $-v$ in der Sekunde. Diese Ausdrucksweisen beschreiben *dieselbe* Sache, und zwar jede von ihnen *vollständig*. Das gilt natürlich nicht nur von dem besonderen Fall der Bewegung, der hier der Einfachheit wegen vorausgesetzt wurde, daß nämlich A und B sich gegeneinander auf einer geraden Linie bewegen, sondern es gilt von jeder Bewegung, weil das Gegeneinanderbewegen die reine Beschreibung jeder Bewegung ist. *Jede Bewegung zweier Körper gegeneinander läßt sich auf zweifache Art beschreiben, und diese Beschreibungen sind gleichwertig.* Wir wollen dieses neue Moment, das wir im Charakter der Bewegung herausgehoben haben, die *Reziprozität* der Bewegung nennen. Sie charakterisiert nach (16) auch die Bewegung eines Körpers gegen den absoluten Raum, falls er existiert.

Alle Erscheinungen, die nicht auf der Auszeichnung eines Bezugskörpers vor anderen beruhen, nehmen an der Reziprozität notwendigerweise teil.

Wir wollen nun von der gewonnenen Einsicht der Relativität der Bewegung aus einige Grundlagen der bisherigen Mechanik, d. h. der Lehre von den Bewegungen, betrachten. An erster Stelle nehmen wir dazu das Galileische Trägheitsprinzip, das ja allen mechanischen Gesetzen mittelbar zugrunde liegt.

18. Das Galileische Trägheitsprinzip. Der Leser kennt das Trägheitsprinzip sicherlich in der Fassung, in der es heute noch alle Physiklehrbücher schmückt: Jeder Körper bewegt sich geradlinig und gleichförmig, solange keine äußeren Kräfte auf ihn wirken. Das Prinzip enthält zwei Aussagen, eine erste über die Geradlinigkeit, eine zweite über die Gleichförmigkeit der Bewegung eines sich selbst überlassenen Körpers.

Nehmen wir die erste Aussage. Sie scheint leicht verständlich und schließt doch im Grunde das ganze Problem der spez. RTh ein. Ich denke mir eine gerade Linie auf dem Fußboden meines Zimmers gezeichnet. Ein Körper möge sich auf dieser Linie bewegen. Bewegt der Körper sich geradlinig? Nichts sieht im ersten Augenblick selbstverständlicher aus, und doch braucht es durchaus nicht der Fall zu sein. Der Körper bewegt sich geradlinig in bezug auf mein Zimmer, in bezug auf mein Haus, in bezug auf den Erdboden. Aber in bezug auf ein Schiff, das auf dem nahen Rhein fährt, in bezug auf einen Eisenbahnzug, der gerade den Bahnhof durchläuft, in bezug auf den Mond oder die Sonne ist die Bewegung unseres Körpers offenbar im allgemeinen nicht geradlinig. In den Koordinatensystemen, die in den genannten Gegenständen — Schiff, Zug, Mond usw — festliegen, beschreibt der Körper im allgemeinen eine krummlinige Bahn. Der Leser kann sich die Sache praktisch vor Augen führen. Er lege auf seinen Tisch ein Lineal so, daß sich darunter ein Bogen Papier bequem verschieben läßt. Fährt er nun mit dem Bleistift an der Linealkante entlang, so wird die Spitze des Bleistiftes in bezug auf das Lineal, den Tisch, das Zimmer, die Erde annähernd wenigstens eine gerade Linie beschreiben. Bewegt er aber gleichzeitig unter dem Lineal das Blatt Papier krummlinig, so wird die Spitze des Bleistiftes auf dem Papier eine Kurve zeichnen. Man kann also den scheinbar paradoxen Satz wagen: Eine Bewegung auf einer geraden Linie braucht keine geradlinige Bewegung zu sein. Wir haben hier eben Beispiele für die Richtigkeit unseres Satzes von der Relativität der Bewegung. Geradlinige und krummlinige Bewegung sind an sich ohne Sinn. Sie bekommen erst einen Sinn, wenn man angibt, in bezug worauf die Bewegung geradlinig oder krummlinig ist. Das Trägheitsprinzip ist also in seinem ersten Teil unbestimmt.

Fassen wir die Aussage über die Gleichförmigkeit ins Auge. Was heißt gleichförmig? Es soll bedeuten, daß der Körper in gleichen Zeitabschnitten gleiche Wege zurücklegt. Was sind gleiche Zeitabschnitte? Der Leser wird mich auf die Sekunden, Minuten, Stunden unserer Uhren hinweisen. Er mache nun aber das Experiment von vorhin noch einmal, indem er versucht, den Bleistift gemäß seiner Uhr möglichst gleichförmig zu bewegen. Gleichzeitig möge er das Papier in beliebiger Bahn bald rascher, bald langsamer bewegen. Er wird dann leicht sehen, daß in den gemäß der Uhr gleichen Zeitabschnitten die Spitze auf dem Papier durchaus ungleiche Wegabschnitte zurückgelegt hat. In bezug auf das Papier bewegt sich der Bleistift nicht gleichförmig. Gleichförmig ist also auch ein unbestimmter Ausdruck; er muß erst bestimmt gemacht werden durch die Angabe der Zeitmessung.

Unser Resultat ist, daß das Galileische Trägheitsprinzip in allen seinen Aussagen unbestimmt ist. Es ist so, wie es da steht, ohne einen Sinn.

Wir prüfen an zweiter Stelle einige dynamische Grundbegriffe.

19. Dynamische Konsequenzen. Betrachten wir den Begriff der Beschleunigung. Beschleunigung bedeutet Abweichung von der geradlinig-gleichförmigen Bewegung, die nur unter dem Einfluß von Kräften entsteht. Ist aber die geradlinig-gleichförmige Bewegung unbestimmt, so ist auch die Abweichung davon unbestimmt.

Daraus folgt das gleiche für die Masse. Seit Ernst Mach wissen wir, daß man das Massenverhältnis zweier Körper nur aus den Beschleunigungen finden kann, die sie sich gegenseitig erteilen. Sind m_1 und m_2 die Massen, w_1 und $-w_2$ die Beschleunigungen, die sich zwei Körper A und B erteilen, so ist

$$+ m_1 w_1 = - m_2 w_2 \quad \text{oder} \quad \frac{m_1}{m_2} = - \frac{w_2}{w_1}.$$

Da nun w_1 und w_2 unbestimmt sind, sind es m_1 und m_2 auch.

Auch die Kraft wird unbestimmt, denn sie wird durch die Beschleunigung gemessen.

Das genügt, um einzusehen, daß bei diesen Unbestimmtheiten ein Aufbau der Physik unmöglich ist. Wie macht man nun aber diese Dinge bestimmt und eindeutig, so daß man die Physik darauf aufbauen kann? Dadurch, daß man das Koordinatensystem sucht, auf das sich das Trägheitsprinzip bezieht, in dem sich also ein sich selbst überlassener Körper geradlinig-gleichförmig bewegt. Die Reziprozität bleibt dabei ganz unangetastet; denn sie beruht ja auf der reinen Beschreibung einer Bewegung.

Wie löst man diese Aufgabe? Wir lernen zuerst die Lösung Newtons kennen.

20. Die Lösung Newtons. Newton löste alle Schwierigkeiten, indem er das Trägheitsprinzip auf den absoluten Raum und die absolute Zeit bezog. Was ist das im Sinne Newtons? Ich führe seine eigenen Worte an (*71*, 25):

„Der absolute Raum bleibt seiner Natur nach und ohne Beziehung auf einen äußeren Gegenstand beständig gleichartig und unbeweglich.“

„Die absolute, wahre und mathematische Zeit fließt an sich und ihrer Natur nach und ohne Beziehung auf irgend etwas Äußeres gleichmäßig dahin und heißt mit anderem Namen auch Dauer."

Man darf sich an den Ausdruck „mathematische Zeit" nicht stoßen. Heute würden wir ihn, ganz abgesehen von der Richtigkeit oder Unrichtigkeit der zugrunde liegenden Ansicht, schon deshalb nicht gebrauchen, weil die Zeit in der Mathematik kein Heimatrecht hat.

Nach Newton bewegt sich also ein unbeeinflußter Körper in diesem absoluten Raum geradlinig und in dieser absoluten Zeit gleichförmig.

Fragen wir uns zunächst: Woher weiß Newton, daß unbeeinflußte Körper sich in bezug auf diesen Raum und diese Zeit geradlinig-gleichförmig bewegen? Hier ist ein Punkt, wo bei Newton die Physik an die Metaphysik rührt; er kommt dazu durch metaphysische Überlegungen. Newton ist ein tiefgläubiger Mensch. Seine innerste Überzeugung ist, daß ein weiser Gott die Natur geschaffen habe und daß wir seine Weisheit aus der Natur zu erkennen vermögen. Als solche weise Einrichtung der Natur sieht er es an, daß die Natur nichts vergeblich tut; vergeblich ist für ihn dasjenige, was durch viele Mittel geschieht, aber durch wenige ausgeführt werden kann. Die Natur, so sind seine eigenen Worte (*71*, 380), ist nämlich einfach und schwelgt nicht in überflüssigen Ursachen der Dinge. Das ist der Untergrund für seine Auffassung des Trägheitsprinzips. Die einfachste Anordnung schien ihm die zu sein, daß ein unbeeinflußter Körper in bezug auf den absoluten Raum und die absolute Zeit sich geradlinig-gleichförmig bewegt. Man könnte ja nun bestreiten, daß diese Anordnung wirklich die einfachste ist. Denn Geradlinigkeit und Gleichförmigkeit der Bewegung ist ein Grenzfall, ein besonderer Fall; es erscheint zweifelhaft, ob man die Verwirklichung eines *besonderen* Falles als das Einfachste bezeichnen darf. Doch wir wollen die philosophischen und theologischen Ansichten Newtons nicht kritisieren, er hat sich daneben stets seinen klaren physikalischen Verstand bewahrt. Viel wichtiger für uns ist eine andere Frage, die gerade den Punkt trifft, wo alle Relativitätsgedanken ihren Anfang genommen haben.

Wir fragen nämlich zweitens: Kann sich der *Physiker* mit der Lösung Newtons begnügen? Der Nachdruck liegt auf

„Physiker“. Es kommt jetzt nicht darauf an, ob die Lösung gedanklich möglich und ob sie beweisbar ist. Denn nicht alles, was wirklich ist, interessiert den Physiker. Ihn interessiert nur das, was sich an physischen Gegenständen *messen* läßt. Um das Messen dreht sich bei ihm alles. Alles übrige ist ihm gleichgültig. Das Meßbare an den physischen Gegenständen zu finden und darzustellen, ist die Aufgabe seiner Wissenschaft. Lassen sich nun geradlinige Bewegungen im absoluten Raum und gleichförmige Bewegungen in der absoluten Zeit *messen?* Zweifellos nicht, denn dazu wäre zweierlei nötig; wir beschränken uns dabei auf den absoluten Raum. Um überhaupt im absoluten Raume messen zu können, müssen wir erstens Punkte in ihm aufweisen können, zwischen denen gemessen wird, und zwar unabhängig von den Körpern; denn es soll ja eben festgestellt werden, ob es eine absolute Bewegung der Körper gibt oder nicht. Das genügt aber nicht zur Messung. Jede Messung muß wiederholbar sein. Darum müßten die Punkte des absoluten Raumes auch wiedererkennbar sein; jeder müßte als dieser individuelle, von jedem anderen verschiedene Punkte feststellbar sein. Beides ist erfahrungsgemäß unmöglich; wir können stets nur an Körpern messen. Die Lösung Newtons genügt also dem Physiker nicht. Er kann nichts damit anfangen. Der absolute Raum ist kein *physikalischer* Gegenstand; Entsprechendes gilt von der absoluten Zeit. Für den Physiker bleibt die Unbestimmtheit des Trägheitsprinzips auch innerhalb der Lösung Newtons bestehen. Er verlangt ja nicht nur, daß Achsen vorhanden sind, worauf sich die Aussagen des Prinzips beziehen, sondern er verlangt auch, daß die Bewegung relativ zu diesen Achsen meßbar ist. So mag die Newtonsche Lösung richtig sein oder nicht, den Physiker interessiert sie jedenfalls nicht. Er kann sie nicht als physikalische Lösung annehmen, er kann sie aber auch, weil sie ganz außerhalb seines Bereiches liegt, nicht widerlegen, nicht als falsch nachweisen. An sich liegt ja durchaus nichts Widersprechendes darin, daß die Punkte des Raumes nicht meßbar, nicht eindeutig festlegbar sind. Auch wenn jedes unterscheidende Merkmal des einen Raumpunktes oder Raumortes vom anderen fehlt, so ist deshalb doch nicht ein Ort der andere. Homogeneität, d. h. vollkommene Gleichheit, ist nicht Identität. Auch im Zahlbereich sind beispielsweise alle Zahlen 2 vollkommen gleich, homogen, nicht unterscheidbar, aber deshalb nicht identisch. Die Raumorte können vollkommen gleich sein, nur daß sie alle *auseinander* existieren Natürlich müßte man dazu noch alle mystisch-theologischen und alle unexakten Punkte in der Newtonschen Auffassung wegschaffen. Wir erhalten als Schlußresultat: Rein gedanklich befriedigt die Lösung, physikalisch aber nicht.

Noch zwei Bemerkungen hierzu.

Zunächst hatte Newton selbst schon die Erkenntnis, daß man praktisch mit dem absoluten Raum und der absoluten Zeit nichts anzufangen vermöge. Darum betont er schon (*71*, 38), daß Körper in einem bestimmten Koordinatensystem unter sich dieselbe Bewegung haben, gleichgültig, ob sich dieses System beliebig *unbeschleunigt* im absoluten Raum bewegt oder nicht. Vollständig und richtig ausgeführt wird uns dieser Gedanke erst im folgenden begegnen.

Dann fragen wir uns noch, woher es rühre, daß trotz der Unbestimmtheiten physikalischer Grundbegriffe auch innerhalb der Lösung Newtons, die stillschweigend Jahrhunderte hindurch angenommen worden ist, dennoch eine praktisch brauchbare Physik aufgebaut worden ist? Das kommt nur daher und kann nur daher kommen, daß die Erde für die physikalischen Experimente, die nicht zu lange Zeit dauern, mit praktisch hinreichender *Annäherung* ein Koordinatensystem darstellt, in dem das Trägheitsprinzip gilt.

Eben weil das aber nur eine Annäherung ist und offensichtlich nur eine sein kann, müssen wir einen Weg suchen, auf dem wir jene Unbestimmtheiten auch für die Wissenschaft aus der Welt schaffen.

21. Die beiden möglichen Wege. An und für sich sind zwei solcher Wege möglich.

Man kann entweder auf die *Beobachtungen* zurückgehen, aus denen die Bewegungsgesetze und besonders das Trägheitsprinzip abgeleitet wurden, sie sorgfältig prüfen und sichten, nicht *mehr* daraus folgern, als was wirklich daraus folgt, und so eventuell zu neuen Formulierungen dieser Gesetze gelangen.

Oder man überlegt so: Die Leute, die die mechanischen Gesetze aufgestellt haben, waren physikalische Genies und besaßen darum wie alle Genies eine gewisse divinatorische Gabe, spätere Erkenntnis vorauszunehmen, sie zu formulieren, ehe man sie recht grundlegen konnte. Wir nehmen also einmal die mechanischen Gesetze so an, wie sie sind, und suchen das Bezugssystem, für das sie gelten und das jene Genies geahnt haben, aber noch nicht erfassen konnten.

Beide Wege sind beschritten worden. Bevor wir sie besprechen, möchte ich noch auf eine Seltsamkeit in der Webewerkstatt der Gedanken aufmerksam machen, daß sich nämlich die Ergebnisse dieser *beiden* Wegfahrten vertieft, erweitert und ergänzt in der RTh wiederfinden.

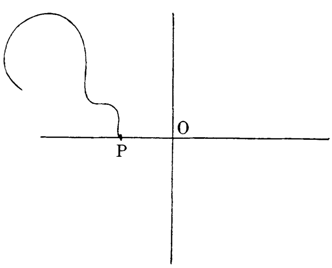
22. Der erste Weg. Der erste Weg ist von Ernst Mach beschritten worden. In seinem bekannten Buche über die Mechanik (*68*) gibt er zu bedenken, daß das Trägheitsgesetz und die übrigen mechanischen Gesetze ursprünglich auf die Erde bezogen wurden. Die fortschreitende Astronomie machte ein umfassenderes Bezugssystem nötig, und so bezieht man die mechanischen Gesetze heute auf das Fixsternsystem. Tatsächlich erfolgen ja alle Bewegungen großen Stiles, z. B. die Drehung der Erde um ihre Achse, die Bewegung der Sonne im Raume usw, relativ zum Fixsternsystem. Es ist sogar möglich, daß die ganze Dynamik von den Massen des Fixsternsystems her mitbestimmt ist, daß es z. B. Trägheit nur gibt relativ zu diesen Massen.

Wir wollen in keine Kritik der Machschen Gedanken eintreten. Denn sie sind durchaus nicht genügend durchgebildet und aufeinander abgestimmt. Es durchkreuzen und widersprechen sich in ihnen die verschiedensten Neigungen. Wir wollen uns nur einen Augenblick überlegen, daß die *bloße* Bezugnahme auf das Fixsternsystem als Koordinatensystem, in dem das Trägheitsprinzip gilt, nicht ausreicht. Denn wenn uns auch vorläufig in ihm feste Achsen zur Verfügung stehen, auf die Dauer und im Prinzip ist das nicht der Fall, weil *alle* Sterne relativ zur Erde in Bewegung sind. Nun ist aber das Fixsternsystem — das soll hier das Ganze der materiellen Welt bedeuten — eben deshalb das letzte, wozu wir greifen können; finden wir in ihm keine festen Achsen, so können wir keine weiteren suchen. Darum muß dieser Gedanke Machs notwendig ergänzt werden durch den einer physikalischen, dynamischen Beeinflussung durch die Massen des Weltalls. Aber gerade diesen neuen Gedanken hat Mach nur angedeutet. Darum kommen wir erst in der a. RTh auf ihn zurück.

23. Das Inertialsystem. Den zweiten Weg haben manche Forscher einzuschlagen versucht. Aber niemand mit so viel Glück, niemand so ausführlich und exakt wie Ludwig Lange (*61*, *62*, *63*, *64*, *65*). Wir beschäftigen uns mit ihm genauer um der historischen Gerechtigkeit willen. Denn Lange wird in keiner mir bekannten Darstellung der RTh gebührend behandelt, höchstens wird er nebenbei genannt. Und doch ist er ein Vorläufer Einsteins, gleichsam eine Zwischenstufe zwischen Newton und Einstein. Lange arbeitete in demselben Sinne wie Einstein, nur mit einem beschränkteren, engeren Ziele. Ob irgend eine historische Berührung zwischen Lange und Einstein besteht, weiß ich nicht.

Langes Gedankengang war etwa so. Wir haben die Aufgabe, das Bezugssystem zu finden, in bezug auf das das Trägheitsprinzip und damit auch die übrigen mechanischen Gesetze gelten. Wie machen wir das? Materielle Körper dürfen wir dazu nicht benutzen. Denn für sie soll ja gerade das Bezugssystem gefunden werden. Die Erfahrung hilft also nicht; Erfahrung haben wir ja nur an materiellen Körpern. Es gibt auch kein Prinzip, aus dem sich ein Bezugssystem ableiten ließe. Es bleibt also nur übrig, zunächst einmal eine Übereinkunft, eine Konvention zu treffen. Das tun wir auf folgende Weise. Ein sich selbst überlassener Punkt P (Fig. 1) bewege sich in bezug auf das Koordinatensystem des Papieres in der gezeichneten beliebigen krummlinigen Bahn. Wir denken uns nun ein in der Papierebene verschiebbares Koordinatensystem O. In der Anfangslage liege P auf der x-Achse. Während sich nun P in seiner krummlinigen Bahn bewegt, denken wir uns gleichzeitig das System O so bewegt, daß erstens P immer auf der x-Achse liegt und daß zweitens PO konstant ist. Jeder Punkt des Systems beschreibt dann eine der Bahn von P genau gleiche Bahn, und die Systemachsen bleiben sich selbst parallel. Wie bewegt sich dann P im System O? P ruht offenbar in O. Denken wir uns nun, von Anfang an habe das System O außer der besprochenen

Fig. 1



Bewegung *gleichzeitig* noch eine *andere*, und zwar eine solche, die stets parallel zur x-Achse ist. Dann wird bei dieser doppelten Bewegung des Systems P zwar stets auf der x-Achse liegen, aber PO nicht konstant sein. Das bedeutet aber: P bewegt sich auf der x-Achse oder P bewegt sich geradlinig in bezug auf das System O. Übertragen wir das auf ein dreiachsiges System, so sehen wir leicht ein, daß sich immer wenigstens *ein* System angeben läßt, in bezug auf das der sich selbst überlassene Punkt eine geradlinige Bewegung macht.

Lange (*62*, 540) macht das so klar. In einem dreiachsigen System beschreibt ein Punkt eine beliebige krummlinige Bahn. Wir denken uns ein zweites dreiachsiges System, in dem eine Gerade markiert ist; es genügt eine der Achsen. Dieses zweite System können wir nun stets so führen, daß der Punkt sich auf der markierten Geraden bewegt. In bezug auf das zweite System ist seine Bewegung also geradlinig.

Dasselbe läßt sich mathematisch zeigen, wenn es sich nicht nur um *einen* Punkt, sondern um zwei oder drei Punkte handelt, die man sich von demselben Raumpunkte ausgeschleudert denken muß; man kann stets wenigstens *ein* System angeben, in dem diese drei Punkte gleichzeitig gerade Bahnen beschreiben. Ein solches System nennt Lange ein *Inertialsystem* (von inertia = Trägheit, weil das Trägheitsprinzip dafür gelten soll). Soweit ist die Konstruktion eine Übereinkunft, eine Konvention. Man wählt nach Übereinkunft ein solches System, das die genannte Eigenschaft besitzt. Indes für vier sich selbst überlassene Punkte läßt sich ein solches System im allgemeinen nicht mehr nachweisen. Vielmehr ist es ein Ergebnis der *Erfahrung*, daß ein vierter und auch alle weiteren sich selbst überlassenen Punkte in einem Inertialsystem geradlinige Bahnen beschreiben.

Es ist ohne Schwierigkeit einzusehen, daß es nicht nur *ein* Inertialsystem gibt. Sondern in allen Systemen, die sich gegen ein Inertialsystem geradlinig-gleichförmig (unbeschleunigt) bewegen, gelten ebenfalls die mechanischen Gesetze (wir werden das in der übernächsten Nummer beweisen), sie sind also jenem Inertialsystem *gleichwertig* und selbst Inertialsysteme. Es gibt unendlich viele Inertialsysteme; der Mathematiker sagt exakter: eine dreifach unendliche Schar von Inertialsystemen. Es kommt aber wesentlich darauf an, daß sie sich gegeneinander geradlinig-gleichförmig oder, was dasselbe ist, unbeschleunigt bewegen. Die geradlinig-gleichförmige oder unbeschleunigte Bewegung ist ein notwendiger Bestandteil im Begriff des Inertialsystems. Warum müssen denn die Inertialsysteme, wenn sie welche sein wollen, unbeschleunigt sein? Wir können deshalb keine beschleunigten gebrauchen, weil dann die mechanischen Gesetze sich ändern würden. So würde z. B. eine Bewegung, die in einem Inertialsystem geradlinig ist, nicht mehr geradlinig sein in bezug auf ein System, das sich gegen das erste beschleunigt bewegt. Das läßt sich ohne weiteres dem kleinen in (18) besprochenen Versuch entnehmen. In bezug auf das Lineal beschreibt die Bleistiftspitze eine gerade Linie, aber in bezug auf das System des Papieres, das sich krummlinig, also beschleunigt gegen das Lineal bewegt, eine krumme Linie. Es läßt sich das auch durch eine Anwendung des Reziprozitätsprinzips der Bewegung auf Fig. 1 bestätigen. Wir fassen jetzt Fig. 1 einmal anders auf. Das System O soll ruhen und das System des Papierblattes sich entsprechend krummlinig bewegen. Nach unserem früheren Resultat beschreibt nun aber der Punkt P im System O eine gerade Linie, im beschleunigt dazu bewegten System des Blattes indes eine krumme, er ist also in dem letzteren System selbst beschleunigt bewegt.

Noch ein Wort über den zeitlichen Teil des Trägheitsprinzips — die Gleichförmigkeit —; bis jetzt haben wir ja nur den räumlichen Teil — die Geradlinigkeit — betrachtet. Wie wir für den räumlichen Teil den absoluten Raum nicht nötig haben, so für den zeitlichen die absolute Zeit nicht. Wir definieren nämlich den zeitlichen auf Grund des räumlichen. Das tun wir auf folgende Weise. Wir bezeichnen als gleiche Zeitabschnitte diejenigen, innerhalb derer ein sich selbst überlassener Punkt in einem Inertialsystem gleiche Wegabschnitte zurücklegt. Danach können wir eine Uhr konstruieren. Wir markieren uns gleiche Abschnitte auf dem Wege eines sich selbst überlassenen Punktes und richten dann die Uhr so ein, daß der Zeiger zu Anfang eines beliebigen Wegabschnittes auf dem Nullpunkte steht und jedesmal, wenn der Punkt einen Wegabschnitt zurückgelegt hat, um denselben Winkel vorgerückt ist. Wir brauchen also keine absolute Zeit. Das ist eine sehr wichtige Eigenschaft des Inertialsystems. Auch hier haben wir eine Konvention. Wir führen nämlich das System O in Fig. 1 in bezug auf den beliebigen, nach Übereinkunft gewählten Punkt P

so, daß P in ihm sich auch gleichförmig bewegt. Für jeden weiteren sich selbst überlassenen Punkt ergibt sich das dann aus der Erfahrung. Ob übrigens bei dieser ganzen Überlegung die absolute Zeit nicht vorausgesetzt ist, ist eine andere Frage, auf die wir später zu sprechen kommen.

Ich schließe schon hier die Bemerkung an, *daß die sp. RTh ausschließlich Inertialsysteme als Bezugssysteme benutzt;* in ihr ist Bezugssystem identisch mit Inertialsystem.

Der Leser wird nun fragen, was denn die Deutung Langes vor der Newtons voraus hat, wie überhaupt das Verhältnis der beiden sei. Indem wir das kurz behandeln, wird ihm hoffentlich auch der Sinn der Langeschen Konstruktion noch deutlicher.

24. Das Verhältnis des Inertialsystems zum absoluten Raum und zur absoluten Zeit. Wir beanworten zwei Fragen.

1. Welche Verbesserungen hat Lange an der Newtonschen Deutung angebracht? Die Antwort lautet: Lange hat das zur Deutung benutzt, was für die Physik notwendig und hinreichend ist. Achten wir zuerst auf das *Hinreichende.* Newton hatte Überflüssiges mit in die Deutung aufgenommen. Sehen wir von seinen theologischen Ansichten ab, so steckt in seinen Gedanken an physikalisch Überflüssigem noch die Annahme der realen, von den Dingen unabhängigen Existenz des absoluten Raumes und der absoluten Zeit. Lange hat durch seine Konstruktion gezeigt, daß diese Annahme physikalisch für die Deutung des Trägheitsprinzips überflüssig ist. Achten wir an zweiter Stelle auf das *Notwendige.* Bei Newton fehlte auch etwas, was der Physiker notwendig verlangen muß, nämlich die Möglichkeit einer erfahrungsgemäßen, d. h. messenden Bestätigung des Trägheitsprinzips, weil sich ja, wie wir schon betont haben, kein Koordinatensystem im absoluten Raum praktisch aufweisen läßt. Bei Lange ist diese Schwierigkeit behoben, sobald ein Inertialsystem praktisch bekannt ist. Seine Konstruktion ist natürlich nur eine ideale Konstruktion, eine begriffliche Konstruktion. Die tatsächliche Festlegung ist eine Aufgabe der Astronomie und Physik, die wir aber, weil wir niemals sich selbst überlassene Punkte kennen, auch niemals exakt, jedoch immerhin mit genügender Annäherung lösen können.

Ich denke, jetzt ist der *Sinn* der Langeschen Konstruktion, der in der Tat anfänglich etwas schwer zu erfassen ist, besser verständlich. Beide, Newton und Lange, wollen die mechanischen Gesetze bestimmt machen. Newton tat es durch den absoluten Raum und die absolute Zeit. Lange sagt: Das sind Gegenstände, die der Physiker als Physiker niemals wird feststellen können, die also kein physikalisches Heimatrecht haben. Ich kann dagegen mit Hilfe der physikalischen Wirklichkeit, mit Hilfe des Gewirres von durcheinanderlaufenden beschleunigten Bewegungen begrifflich einen Gegenstand, sogar eine unendliche Schar von Gegenständen konstruieren, für die die mechanischen Gesetze gelten. Diese Gegenstände, deren Dasein jene genialen Entdecker der mechanischen Grundgesetze geahnt haben, in der Wirklichkeit aufzufinden, ist Sache der Wissenschaft, übrigens keine gerade sehr wichtige Sache.

2. Unsere zweite Frage lautet: Sind der absolute Raum und die absolute Zeit durch das Inertialsystem aus der Welt geschafft, als unmöglich, als nicht existierend nachgewiesen? Sie sind es durchaus nicht.

Wie wir schon einmal hörten (20), hatte bereits Newton, allerdings ganz nebenher, bemerkt, daß die mechanischen Gesetze, wenn sie gegenüber dem absoluten Raum gelten, auch in jedem System Geltung haben, das gegen den absoluten Raum unbeschleunigt bewegt ist. In diesem ganz richtigen Gedanken steckt zweierlei. Fürs erste die prinzipielle Anerkennung der Unmöglichkeit, die absolute Bewegung erfahrungsgemäß zu konstatieren; denn wir wissen ja, falls der absolute Raum existiert, niemals, ob eine geradlinig-gleichförmige Bewegung (oder auch, im Sinne Newtons gedacht, eine Zentrifugulkraftserscheinung) sich auf den absoluten Raum oder auf ein gegen ihn unbeschleunigt bewegtes System bezieht. Es steckt aber fürs zweite offenbar auch darin die Anerkennung der Möglichkeit der Langeschen Konstruktion im absoluten Raum. In der Tat läßt sich die Konstruktion des Inertialsystems in der Weise Langes auch machen, wenn der absolute Raum vorausgesetzt wird; darin besteht nicht der geringste Widerspruch. Nur wird dann jeder, der das tut, *ergänzend* hinzufügen müssen und dürfen, daß das tatsächliche Auffinden eines Inertialsystems durchaus nicht auf ein im absoluten Raum festliegendes System führen müsse, sondern auch eines jener Schar von Systemen erfassen könne, die gegen den absoluten Raum unbeschleunigt bewegt sind. Die Begriffe „absoluter Raum“ und „Inertialsystem“ stehen nicht im Gegensatz, sondern der erste faßt den zweiten in sich. Berücksichtigen wir das, dann können wir ruhig sagen: *Für die Mechanik ist die dreifach unendliche Schar der Inertialsysteme der absolute Raum.* Das hat Lange zwar nicht, wenigstens nicht immer, eingesehen. Wenn er auch gelegentlich sagt (*65*, 31), daß der physikalische Kern des Begriffes des Inertialsystems Eigentum Newtons sei, so nennt er doch an anderen Stellen Newtons Begriff falsch. Lange sieht nicht, daß Newtons Begriff nicht ausschließlich vom Standpunkte der messenden Physik aus kritisiert werden darf. Hier hat Lange, der Mathematiker, Newton, den Philosophen, nicht verstanden.

Das, was hier über den absoluten Raum ausgeführt wurde, gilt in entsprechender Weise geändert auch von der absoluten Zeit.

Vielleicht ist es nicht überflüssig, noch zu bemerken, daß ich im vorstehenden durchaus nicht den absoluten Raum und die absolute Zeit anerkennen, sondern lediglich zeigen will, daß sie mit dem Inertialsystem nicht im Widerspruch stehen, daß man also beides nebeneinander annehmen kann.

25. Die Unabhängigkeit der mechanischen Gesetze vom Bezugssystem. Wir wissen jetzt, daß die mechanischen Gesetze im Inertialsystem gelten. Ohne es zu beweisen, habe ich schon betont (23), daß diese Gesetze auch in allen Systemen gelten, die gegen ein Inertialsystem unbeschleunigt bewegt sind, daß sie in allen diesen Systemen dieselbe Form haben, daß sie also unabhängig vom Bewegungszustand des Bezugssystems oder kurz unabhängig vom Bezugssystem sind; darum dürfen wir ja alle diese Systeme Inertialsysteme nennen. Diese sehr wichtige Erkenntnis wollen wir uns zunächst klarmachen und beweisen. Wir benutzen dazu die drei Grundgesetze der Mechanik.

1. Das erste Grundgesetz. Es ist das Trägheitsprinzip. Daß nun die Geradlinigkeit und Gleichförmigkeit der Bewegung eines sich selbst überlassenen Punktes in allen Inertialsystemen vorhanden ist, kann man mit Hilfe des Reziprozitätsprinzips beweisen; es ist das zugleich eine gute Übung in der Anwendung dieses Prinzips. In einem Inertialsystem S_1 bewege sich ein Punkt P geradlinig-gleichförmig. Ich behaupte dann, daß er sich in allen anderen Inertialsystemen auch geradlinig-gleichförmig bewegt. Alle diese Inertialsysteme bewegen sich ja doch in bezug auf S_1 geradlinig-gleichförmig; darum sind sie eben Inertialsysteme. Nach

dem Reziprozitätsprinzip kann ich ein beliebiges von ihnen, z. B. S_2, als ruhend und das System S_1 mit dem Punkte P in ihm als bewegt ansehen. Dann beschreibt der Punkt P gleichzeitig zwei geradlinig-gleichförmige Bewegungen, eine in bezug auf S_1, eine zweite zusammen mit S_1 in bezug auf S_2. Die Gesamtbewegung von P in bezug auf S_2 setzt sich also aus zwei geradlinig-gleichförmigen Bewegungen zusammen, und das gibt stets eine geradlinig-gleichförmige Bewegung. Das gilt offensichtlich allgemein, weil S_2 ein beliebiges Inertialsystem ist.

Man ersieht aus dieser Überlegung auch ohne weiteres, daß die Bewegung des Punktes P in S_2, also in jedem Inertialsystem, eine andere Richtung oder eine andere Geschwindigkeit (oder beides zusammen) als in S_1 besitzt; das ändert aber nichts daran, daß die Geradlinigkeit und Gleichförmigkeit erhalten bleiben.

2. Das zweite Grundgesetz. Das zweite Grundgesetz der Mechanik lautet: Die Kraft ist gleich dem Produkt aus Masse und Beschleunigung. Daß die Beschleunigung vom Bezugssystem unabhängig ist, läßt sich elementar zeigen, wenn der Leser weiß, daß sich die Vektoren der Geschwindigkeit und der Beschleunigung nach den Koordinatenachsen zerlegen lassen. Wir denken uns zunächst einmal denselben Fall wie vorhin beim Trägheitsprinzip. Der Punkt P besitze in bezug auf S_1 die Geschwindigkeit v' und, nach Anwendung des Reziprozitätsprinzips, als Punkt von S_1 in bezug auf S_2 die Geschwindigkeit v''. Dann stellt sich seine Gesamtgeschwindigkeit v relativ zu S_2 nach der Zerlegung in Komponenten so dar:

$$v_x = v_x' + v_x'', \qquad v_y = v_y' + v_y'', \qquad v_z = v_z' + v_z''.$$

Jetzt stellen wir uns vor, die Bewegung von P relativ zu S_1 sei beschleunigt. Was ist Beschleunigung? Beschleunigung ist der Zuwachs an Geschwindigkeit in der Zeiteinheit (der Sekunde). v' sei jetzt die Geschwindigkeit, die P am Ende einer bestimmten Sekunde relativ zu S_1 besitzt. Ist w die Beschleunigung, so ist $v' + w$ die Geschwindigkeit von P relativ zu S_1 am Ende der folgenden Sekunde. Zerlegen wir das in Komponenten und setzen es in die vorstehenden Gleichungen ein, so kommt

$$\begin{aligned} v_x + w_x &= v_x' + w_x + v_x'' \\ v_y + w_y &= v_y' + w_y + v_y'' \\ v_z + w_z &= v_z' + w_z + v_z'', \end{aligned}$$

weil ja, wenn v_x' um w_x wächst, v_x um denselben Betrag wachsen muß, damit die Gleichung richtig bleibt. Am Ende der zweitfolgenden Sekunde sind die Komponenten von v und v' um die doppelten Beträge der w-Komponenten gewachsen, falls die Beschleunigung gleichförmig ist, um andere, falls sie ungleichförmig ist. Der Punkt P besitzt also in bezug auf S_2 dieselbe Beschleunigung wie in bezug auf S_1, wenn auch seine Geschwindigkeiten in beiden Systemen verschieden sind. Da nun, wie wir in (15) hörten, die Massen proportional den Beschleunigungen sind, sind die Massen auch unabhängig vom Inertialsystem. Damit ist aber die Kraft gleichfalls unabhängig, die ja gemäß dem Grundgesetz gleich dem Produkt aus Masse und Beschleunigung ist.

3. Das dritte Grundgesetz. Das dritte Gesetz ist das der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung. Da Wirkung und Gegenwirkung nichts mit Inertialsystemen zu tun haben, ist das Gesetz von selbst vom Bezugssystem unabhängig.

Die Unabhängigkeit der drei Grundgesetze ist also erwiesen. Weil nun aus ihnen die übrigen mechanischen Gesetze abgeleitet werden können, sind sie alle vom Bezugssystem unabhängig.

Damit nun der in der RTh hundertfach vorkommende Begriff der Unabhängigkeit der Gesetze vom Bezugssystem restlos klar wird, wollen wir das, was wir jetzt eben allgemein bewiesen haben, noch an zwei besonderen mechanischen Gesetzen verifizieren.

4. Der zentrale Stoß unelastischer Körper. Zwei vollkommen unelastische Kugeln mit den Massen m_1 und m_2 und den Geschwindigkeiten $+v_1$ und $+v_2$ stoßen zentral aufeinander. Die Physik lehrt dann, daß sie nach dem Stoße mit der gemeinsamen Geschwindigkeit

$$v_0 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$$

weiter wandern. Ich denke mir, ich mache diesen Versuch jetzt hier in meinem Zimmer, und zwar so, daß die Richtung der Geschwindigkeiten parallel den unweit vorbeilaufenden Eisenbahnschienen ist. Wir beziehen den Vorgang einmal auf das System meines Zimmers, fürs zweite auf das System des geradlinig-gleichförmig mit der Geschwindigkeit $-v_3$ vorbeifahrenden Zuges (diese Geschwindigkeit ist also der der beiden Kugeln entgegengesetzt). Könnte ein Physiker im Zuge den Vorgang in meinem Zimmer beobachten und die Geschwindigkeiten relativ zu seinem Zugsystem messen, so würde er offenbar finden $+(v_2+v_3)$ für m_1 und $+(v_1+v_3)$ für m_2 *vor* dem Stoß und $+(v_0+v_3)$ für die beiden Kugeln ***nach*** dem Stoß. m_1 und m_2 sind, wie wir wissen, unabhängig vom Bezugssystem. Würde nun die Formel

$$v_0+v_3=\frac{m_1(v_1+v_3)+m_2(v_2+v_3)}{m_1+m_2}$$

richtig sein, dann würde das Stoßgesetz offensichtlich für das System des Zuges ebenfalls unverändert gelten; denn die letzte Formel besagt in Worten genau dasselbe wie die erste. Die letzte Formel ist aber richtig; denn eine kleine Umrechnung, die der Leser selbst vornehmen möge, zeigt, daß sie mit der ersten identisch ist.

5. Das Impulsgesetz. Unter Impuls versteht man eine nur äußerst kurze Zeit auf einen Körper wirkende Kraft. Der Impuls ruft an dem Körper eine Geschwindigkeitsänderung hervor; die Geschwindigkeit ist nach dem Impuls größer oder kleiner je nach der Richtung des Impulses. Nun besagt das Impulsgesetz: Die Stärken zweier Impulse auf Körper gleicher Masse verhalten sich wie die Geschwindigkeitsänderungen der Körper. Sind J_1 und J_2 zwei Impulsstärken, b_1 und b_2 die Geschwindigkeitsänderungen, die sie an Körpern gleicher Masse unter denselben Bedingungen hervorbringen, so ist $\frac{J_1}{J_2}=\frac{b_1}{b_2}\cdot$ Wirkt also beispielsweise auf den einen Körper ein doppelt so starker Impuls wie auf den anderen, so ist seine Geschwindigkeitsänderung auch doppelt so groß. Wir nehmen nun wieder zwei Kugeln in meinem Zimmer, aber diesmal von gleicher Masse, und lassen sie sich mit der Geschwindigkeit $+20$ cm/sec parallel den Schienen bewegen. Die eine erhält einen Impuls, so daß ihre Geschwindigkeit jetzt $+25$ cm/sec beträgt; erhält die andere einen doppelt so starken Impuls, so beträgt ihre Geschwindigkeit gemäß dem Impulsgesetz jetzt $+30$ cm/sec. Die Geschwindigkeitsänderung der ersten Kugel ist ja $+5$ cm/sec, die der zweiten $+10$ cm/sec und $5:10$ ist gleich $1:2$. Was würde der Physiker in dem Zuge an diesen Kugeln messen, wenn wir dem Zuge die Geschwindigkeit — 900 cm/sec beilegen? Für seine Messung stellt sich die Sache offenbar so dar:

	a) vor dem Impuls	b) nach dem Impuls	c) Änderung
für die 1. Kugel . .	920	925	5
für die 2. Kugel . .	920	930	10

Er wird also *dieselben* Geschwindigkeits*änderungen* trotz der verschiedenen Geschwindigkeiten finden. Da die Stärke der Impulse vom Bezugssystem unabhängig ist, gilt also das Impulsgesetz auch für das bewegte System.

Der Sinn der Unabhängigkeit der Gesetze vom Bezugssystem ist wohl jetzt klar: Wenn zwei Beobachter in zwei verschiedenen Inertialsystemen *dieselben* Vorgänge messen, so werden sie daraus dasselbe Gesetz ableiten. Im wirklichen Leben ist dieses Ergebnis schon lange bekannt. Wenn man auf einem (geradlinig-gleichförmig) fahrenden Schiffe Billard spielt, muß man dann anders stoßen, als wenn das Billard auf dem festen Erdboden steht? Bekanntlich nicht. Und woher kommt das? Nur daher, daß die Stoßgesetze im System des Schiffes genau so gelten, wie in dem relativ dazu bewegten System der Erde. Behalten wir dieses Beispiel im Auge, so können wir die Erkenntnis der Unabhängigkeit der Gesetze vom Inertialsystem noch anders fassen. Wenn man auf dem Schiffe die Stoßgesetze der elastischen Billardkugeln studierte, könnte man daraus irgendwie auf eine Bewegung des Schiffes relativ zur Erde schließen? Offenbar nicht. Denn die Gesetze sind ja in allen unbeschleunigten Systemen dieselben. Wir sehen nun deutlich, wie überflüssig der absolute Raum für die Mechanik ist. In jedem Inertialsystem gelten dieselben mechanischen Gesetze; wir können also aus den mechanischen Vorgängen niemals auf eine Bewegung unseres Systems relativ zu anderen Inertialsystemen schließen.

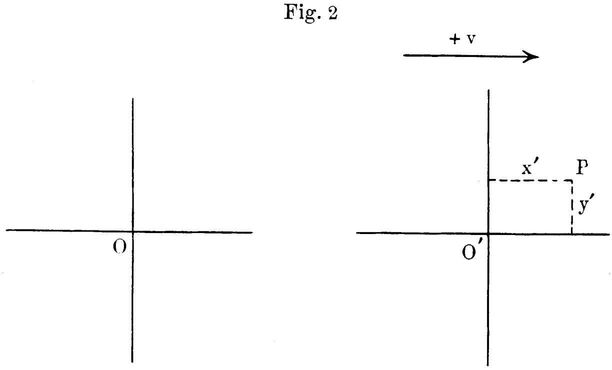
Unsere Betrachtungen bedürfen nun noch einer klärenden Bemerkung. Man könnte eine Schwierigkeit, sogar einen Widerspruch in folgendem finden. Wir hatten gesagt, daß wir von den Inertialsystemen jede Beschleunigung fernhalten müssen. Nun reden aber doch, wie wir sahen, manche mechanischen Gesetze auch über Beschleunigungen. Wenn nun auch *diese* Gesetze für alle Systeme gelten sollen, ist das nicht ein Widerspruch? Es ist keiner. Das Fernhalten der Beschleunigung bezieht sich bloß auf die relative Bewegung der Inertialsysteme untereinander. Beschleunigte Inertialsysteme kennen wir nicht. Die mechanischen Gesetze aber, gleichgültig, ob sie etwas über unbeschleunigte oder beschleunigte Körper sagen, gelten in allen unbeschleunigten Inertialsystemen. Diese Bemerkung ist für die sp. RTh von großer Wichtigkeit. Die sp. RTh betrachtet auch beschleunigte Bewegungen, aber nur beschleunigte Bewegungen eines Körpers *in* einem Inertialsystem, wenn man den Körper dabei *nicht* als Inertialsystem auffaßt. Das letztere ist dann *nicht* der Fall, wenn an dem Körper nicht oder nicht ausschließlich die beschleunigte Bewegung, sondern etwas anderes interessiert. Wird z. B. eine Uhr beschleunigt bewegt, so kann ihre Betrachtung als eines beschleunigten Körpers in die sp. RTh gehören; dann gilt sie aber auch *nur* als ein *Körper*, nicht mehr als Uhr, die Zeit zeigt. Wird sie als Uhr angesehen, die Zeit zeigt, so interessieren uns an ihr die relativ zu ihr vor sich gehenden Bewegungen der Zeiger; dann ist die Uhr ein beschleunigtes *System* und muß von den Überlegungen der sp. RTh ausgeschlossen werden.

26. Die Galileitransformation. Wir wollen jetzt unsere Erkenntnis der Unabhängigkeit der mechanischen Gesetze vom Bezugssystem ganz exakt formulieren. Diese Nummer bringt also keine neue Erkenntnis, sondern nur einen neuen Ausdruck für die Erkenntnis der vorigen Nummer. Für das Verständnis dieser Dinge wäre das an sich nicht nötig; aber es ist nötig für das Verständnis der sp. RTh.

Wir haben schon mehrmals gehört, daß zwar die Gesetze, nach denen die Bewegungen der Körper vor sich gehen, in allen Inertialsystemen dieselben sind, daß aber Richtung und Geschwindigkeit einer Bewegung anders ausgedrückt werden müssen, wenn sie auf ein anderes Inertialsystem bezogen werden. Daß das letztere der Fall sein muß, folgt ja aus der Relativität der Bewegung, wonach der Ausdruck für Richtung und Geschwindigkeit von dem System abhängt, worauf sie bezogen ist (16). Wie kann man nun aus den Werten, die die Richtung und Geschwindigkeit eines Körpers in einem Inertialsystem angeben, diejenigen Werte finden, die die Richtung und Geschwindigkeit dieses selben Körpers in einem anderen Inertialsystem angeben? Wenn man die Bewegung eines Körpers in einem Inertialsystem beschrieben hat, ist es dann nicht möglich, etwa mit Hilfe von Gleichungen, nun ohne weiteres danach die Bewegung dieses Körpers in einem beliebigen anderen Inertialsystem zu beschreiben? Praktisch haben wir diese Aufgabe schon in einigen Beispielen der vorigen Nummer behandelt. Es kommt uns jetzt darauf an, sie *allgemein* zu lösen, so daß die Lösung auf jeden beliebigen Fall angewandt werden kann; haben wir diese Lösung, so wird sie uns sofort den gesuchten exakten Ausdruck für die Erkenntnis der letzten Nummer liefern.

Nun kann man bekanntlich jeden Punkt eines Koordinatensystems durch seine Koordinaten eindeutig bezeichnen, im ebenen rechtwinkligen System durch zwei Koordinaten x und y, im räumlichen rechtwinkligen System durch drei Koordinaten x, y, z. Die Bahn eines Körpers in einem Koordinatensystem ist also stets vollständig durch Koordinaten dieses Systems ausdrückbar. Unsere vorhin gestellte Aufgabe läßt sich jetzt so fassen: Es sollen Gleichungen zwischen den Koordinaten zweier *Inertialsysteme* gefunden werden, die gestatten, ohne weiteres die Koordinaten

Fig. 2



des einen Systems aus denen des anderen zu berechnen. Ich habe „Inertialsysteme" unterstrichen, damit nur ja keine Verwechselung vorkommt mit dem aus der Mathematik (der analytischen Geometrie) her bekannten Übergang von einem Koordinatensystem zu einem relativ zu ihm ruhenden System; andere als relativ ruhende Systeme kennt die Mathematik überhaupt nicht. Hier handelt es sich aber um relativ bewegte Inertialsysteme und physikalische Dinge.

Wir wollen nun jene Gleichungen suchen. Dabei beschränken wir uns zunächst auf ebene Systeme. O und O' (Fig. 2) seien die Koordinatenanfangspunkte zweier Systeme. In jenem gelten die Koordinaten x, y, in diesem die Koordinaten x', y'. Darum nennen wir kurz das erste System das *ungestrichene,* das zweite das *gestrichene System* und behalten diese Ausdrücke auch später bei. Das gestrichene System soll sich in der Richtung des Pfeiles mit der Geschwindigkeit $+v$ relativ zum ungestrichenen so bewegen, daß die x-Achsen übereinandergleiten, die y-Achsen also parallel bleiben. Zur Zeit $t = 0$ sind die Anfangspunkte O und O' übereinandergeglitten. *t bedeutet stets eine Uhrablesung, ausgedrückt in Sekunden.* $t = 0$ bedeutet die im übrigen ganz beliebige Zeigerstellung der Uhr, bei der eine neue Zählung beginnt; bei den Uhren des praktischen Lebens ist $t = 0$ beispielsweise 12 Uhr. Der beliebige Punkt P hat im gestrichenen System die Koordinaten $+x'$ und $+y'$. Wie verhalten sich diese Koordinaten zu den Koordinaten $+x$ und $+y$, die er im ungestrichenen System hat? Weil die x-Achsen übereinandergleiten, ist zunächst $y = y'$. Die x-Koordinate von P ist offensichtlich gleich der Entfernung $O\,O' + x'$, also $x = O\,O' + x'$. Wie groß ist $O\,O'$? Das ist der Weg, den das gestrichene System in der Zeit t, die wir im Augenblicke der Betrachtung ablesen, zurückgelegt hat. Da seine Geschwindigkeit $+v$ ist, ist $O\,O' = vt$. Wir haben also $x = x' + vt$. Denken wir uns nun noch das ebene System zu einem räumlichen erweitert, so ist, wo auch immer der Punkt P liegt, $z = z'$, weil die z-Achsen bei der vorausgesetzten Bewegung ja auch parallel bleiben. Schließlich haben wir vorausgesetzt, daß t in jedem System denselben Wert hat, also $t = t'$. Wir bekommen so die Gleichungen

$$\begin{aligned} x &= x' + vt \qquad & x' &= x - vt \\ y &= y' & y' &= y \\ z &= z' & z' &= z \\ t &= t' & t' &= t \end{aligned}$$

Die linke Gruppe der Gleichungen ist die, die wir soeben unmittelbar gefunden haben. Kennen wir die gestrichenen Koordinaten, so können wir mit ihrer Hilfe die ungestrichenen finden. Das Umgekehrte — aus den ungestrichenen die gestrichenen suchen — kommt natürlich auch vor. Dazu verhilft uns die rechte Gruppe der Gleichungen. Sie ist aus der linken dadurch entstanden, daß gestrichene und ungestrichene Buchstaben miteinander vertauscht wurden und für $+v$ jetzt $-v$ gesetzt wurde, weil wir uns ja jetzt als Beobachter im gestrichenen System denken müssen, relativ zu dem sich das ungestrichene im *entgegengesetzten* Sinne bewegt.

Eine solche Operation, die die Koordinaten eines Systems in die Koordinaten eines anderen überführt, nennt man eine Transformation. Sie wird ausgedrückt in Gleichungen; darum heißen die Gleichungen kurz auch *Transformation.* Mit Rücksicht auf den Entdecker des Trägheitsprinzips hat man dem obigen System von Gleichungen den Namen *Galileitransformation* gegeben.

Machen wir eine kurze Anwendung im ebenen System. Es sei $v = 10$ cm/sec. Zur Zeit $t = 5^s$ befinde sich der Körper im ungestrichenen System an der Stelle $x = +1$, $y = +{}^2/_3$. Wo ist er zu dieser Zeit im gestrichenen System? Nach der in Betracht kommenden zweiten Gruppe unserer Gleichungen ist $y' = y = +{}^2/_3$. Ferner $x' = x - vt = +1 - 10 . 5 = -49$. Also ist der Körper an der Stelle $x' = -49$, $y' = +{}^2/_3$.

Wir haben übrigens bei unserer Ableitung den besonderen Fall vorausgesetzt, daß die x-Achsen der beiden Systeme in derselben Geraden liegen. Im allgemeinen wird aber die Gerade, in der die x-Achse des gestrichenen Systems liegt, das ungestrichene beliebig durchsetzen. Indes können wir diese Gerade dann zur x-Achse eines dritten Systems machen, dessen y-Achse am einfachsten durch den Koordinatenanfangspunkt O geht. Dieses dritte System ist auch ein Inertialsystem, das im ungestrichenen System ruht. Zwischen diesem dritten System und dem gestrichenen gelten offenbar unsere Gleichungen. Der Übergang vom dritten zum ungestrichenen System (oder umgekehrt) erfolgt dann durch die einfache aus der analytischen Geometrie bekannte *mathematische* Koordinatentransformation, weil es sich in diesem Falle um zwei relativ ruhende Systeme handelt.

Wie verhilft uns nun die Galileitransformation zu dem exakten Ausdruck der Erkenntnis der letzten Nummer? Auf folgende einfache Weise. Die mechanischen Gesetze lassen sich nämlich nicht nur so schreiben, wie wir es in den Beispielen von (25) getan haben, sondern auch unter Benutzung von Koordinaten. Lediglich um dem Leser, der das noch nicht kennt, ein Bild zu geben, wie eine solche Gleichung aussieht, schreibe ich das besprochene zweite Grundgesetz der Mechanik links in der in der elementaren Physik gebrauchten Form, rechts mit Hilfe von Koordinaten hierher:

$$P = mw \qquad \begin{aligned} P_x &= m\,\frac{d^2 x}{d t^2} \\ P_y &= m\,\frac{d^2 y}{d t^2} \\ P_z &= m\,\frac{d^2 z}{d t^2}\,. \end{aligned}$$

P bezeichnet die Kraft, m die Masse, w die Beschleunigung. Die drei rechten Gleichungen sind also äquivalent der einen linken. Die mechanischen Gesetze sind nun aber unabhängig vom Bezugssystem. Wenn ich also in einem unter Benutzung von Koordinaten geschriebenen Gesetze diese Koordinaten mit Hilfe der Galileitransformation durch die gestrichenen Koordinaten ersetze, so muß das Gesetz unverändert *(invariant)* bleiben, es muß seine alte Form beibehalten. Die Unabhängigkeit vom Bezugssystem können wir jetzt exakt so ausdrücken: *Die mechanischen Gesetze sind invariant gegenüber der Galileitransformation.*

Man findet in den r-theoretischen Schriften vielfach statt „invariant“ den Ausdruck „kovariant“. Auf eine Erklärung des Unterschiedes dieser beiden Begriffe können wir uns nicht einlassen; in dem Zusammenhang, in dem sie hier gebraucht werden, besagen sie dasselbe.

Wären die mechanischen Gesetze nicht invariant gegenüber der Galileitransformation, so bedeutete das nach unseren bisherigen Überlegungen, daß sie nicht unabhängig vom Bezugssystem wären, daß sie also ein ausgezeichnetes Bezugssystem, d. h. einen absoluten Raum erforderten. Die Invarianz ist demnach ein anderer Ausdruck für die Überflüssigkeit, die Unbrauchbarkeit des absoluten Raumes in der Mechanik; ihr Bestehen beweist aber *nur* das, nicht die Nichtexistenz. Mit Hilfe des Invarianzbegriffes können wir nun manche bisherige Erkenntnis kurz ausdrücken. So ist die Geschwindigkeit keine Invariante gegenüber der Galileitransformation. *Aber die Beschleunigung ist eine Invariante gegenüber der Galileitransformation.* —

Und nun stehen wir an der Schwelle der sp. RTh. Der Leser ist jetzt so weit vorbereitet, daß er ohne große Schwierigkeit, wenn er nur bisher sorgfältig mitgearbeitet hat, die sp. RTh verstehen kann. Ja es ist sogar schon möglich, ihm den Grundgedanken der sp. RTh in einer ihm bekannten Form klarzumachen. Und das will ich gleich in der nächsten Nummer tun, damit er für das folgende Kapitel eine Art Programm zur Verfügung hat, das ihm den Zusammenhang der Gedanken verständlicher macht.

Zweites Kapitel

Die Relativierung der Raum- und Zeitmessung in der speziellen Relativitätstheorie

27. Der Grundgedanke der sp. RTh. Da muß ich zunächst an einige allgemeine physikalische Erkenntnisse erinnern, die wir heute besitzen. Alle physikalischen Vorgänge zerfallen in zwei große Gruppen, in die mechanischen und elektromagnetischen. Aber wo bleiben denn die Vorgänge beim Schall, bei der Wärme, beim Licht? Sie lassen sich restlos einem der genannten Gebiete zuteilen. Schall und Wärme beruhen ganz auf mechanischen Vorgängen. Das Licht ist elektromagnetischer Natur. Wir behalten in der Tat nur jene beiden Gruppen übrig.

Nun sind, wie wir wissen, die mechanischen Gesetze, d. h. die Gesetze der mechanischen Vorgänge, invariant gegenüber der Galileitransformation. Die elektrodynamischen Gesetze, d. h. die Gesetze der elektromagnetischen Vorgänge, sind das aber nicht. Der Leser muß das wie manches, was später folgt, glauben, weil es sich nicht elementar beweisen läßt. Das bedeutet aber nach unserer Überlegung am Schlusse der vorigen Nummer, daß die elektrodynamischen Gesetze nicht in jedem beliebigen Inertialsystem, sondern nur in *einem* gelten, daß sie ein bevorzugtes System, den absoluten Raum, fordern.

Merkwürdigerweise hat man sich aber vergeblich bemüht, mit Hilfe der elektromagnetischen Vorgänge etwas über die Bewegung der Erde zu diesem ausgezeichneten Bezugssystem zu erfahren. Soweit die Versuche zu blicken erlaubten, war die Lage genau so wie bei den mechanichen Vorgängen: *kein* Vorgang lehrt uns etwas über die Bewegung zu diesem bevorzugten System. Dazu kommt noch, daß der Relativitätsgedanke in sich den Trieb zu voller

Auswirkung trägt. Warum sind denn die mechanischen Gesetze allein unabhängig vom Bezugssystem, warum nicht alle Naturgesetze? Diese beiden Motive, das erfahrungsgemäße und das gedankliche, führten zu dem Versuch, auch die elektrodynamischen Gesetze vom Bezugssystem unabhängig zu machen.

Wollte man das tun, so mußte man eine Transformation suchen, gegenüber der auch sie invariant sind. Rein mathematisch lassen sich ohne Schwierigkeit solche Transformationen finden. Aber das nutzt nichts. Die Transformation muß Zusammenhang mit der Erfahrung besitzen, weil sie ja Erfahrung deuten helfen soll. In dieser Lage war Einstein am Anfange seiner r-theoretischen Gedanken. Wie war diese Transformation zu finden? Vielleicht hätte Einstein noch lange suchen können, wenn es nicht schon eine solche Transformation gegeben hätte, die auch bereits in der Erfahrung erprobt war. H. A. Lorentz hatte sie aufgestellt. Nach ihm heißt sie die Lorentztransformation. Aber er hat sie auf Grund eines bevorzugten Systems abgeleitet, und dadurch unterliegt sie in seiner Theorie gewissen Beschränkungen (29). Einstein, der vom Standpunkt der Inertialsysteme aus dieses bevorzugte System nicht anerkennen konnte, stand also vor der Aufgabe, die Ableitung unabhängig von der Lorentzschen Grundlage zu finden. Dazu verhalf ihm das Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit, das er durch den Michelsonversuch für erwiesen hielt. Vorläufig war damit im Prinzip alles geleistet.

Wir können also den Sinn der sp. RTh, das *Relativitätsprinzip*, kurz so ausdrücken: *Alle Naturgesetze sind unabhängig vom Bewegungszustand des Inertialsystems.* Das ist nur eine andere Form für die *volle* Gleichwertigkeit der Inertialsysteme; in der vorrelativistischen Physik waren sie nur für die mechanischen Gesetze gleichwertig.

Ich erinnere noch einmal nachdrücklich daran, daß Inertialsysteme unbeschleunigte Systeme sind. Machen wir uns eben im einzelnen klar, was alles darin liegt. Jedes Inertialsystem muß sich zunächst relativ zu jedem anderen geradlinig bewegen. Es darf keine Kreisbewegung machen und keine sonstige Kurve beschreiben. Es muß sich ferner gleichförmig bewegen. Es darf seine Geschwindigkeit niemals ändern; die Geschwindigkeit, die es hat, muß es unverändert beibehalten. Inertialsysteme können also auch nicht anfangen oder aufhören sich zu bewegen; denn das würde Beschleunigung bedeuten. Es kann auch kein Inertialsystem einmal seine Bewegung umkehren und zu einem früheren Punkte zurückkommen; denn die Umkehr schließt Beschleunigung ein, weil die Geschwindigkeit dabei bis auf Null (beim Umkehrpunkt) herabsinken und von da an wieder anwachsen würde. Alles das ist von der sp. RTh ausgeschlossen; sie kann nichts darüber aussagen. Das ist durchaus nicht immer in der sp. RTh beachtet worden, nicht einmal von Einstein selbst. Die erste Arbeit Einsteins (*2*) enthält eine derartige fehlerhafte Betrachtung, die seither von zahlreichen r-theoretischen Schriften wiederholt worden ist. Daß die Nichtbeachtung des Charakters der Inertialsysteme sich auch in feinerer Weise ausdrücken kann, werden wir bei Gelegenheit sehen.

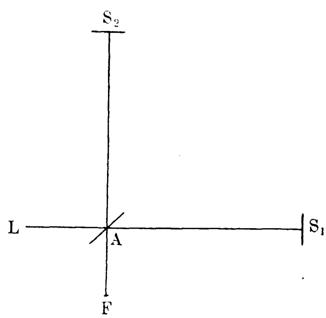
Wir wollen nun die Elemente, die nach dieser Übersicht die Grundlage der sp. RTh bilden, im einzelnen betrachten: den Michelsonversuch, das Konstanzprinzip, die Lorentztransformation und die Folgerungen aus ihr.

28. Der Michelsonversuch. Der Michelsonversuch ist von grundlegender historischer Wichtigkeit für die RTh geworden; man kann, ohne zu übertreiben, ruhig sagen: er ist historisch *die* experimentelle Grundlage der sp. RTh. Welches ist der Grundgedanke des Versuches und wie wurde er ausgeführt?

Um die Lichterscheinungen und andere Vorgänge erklären zu können, nahm man die Existenz des sogenannten Äthers an, der der Träger aller elektromagnetischen Vorgänge sein sollte. Nun wissen wir, daß die elektrodynamischen Gesetze nicht invariant sind gegenüber der Galileitransformation, daß sie also, wie man glaubte, die Existenz eines ausgezeichneten Bezugssystems verlangen. Weil die elektromagnetischen Erscheinungen im Äther verlaufen, so muß der Äther dieses bevorzugte System sein. Prinzipiell müßte es also möglich sein, mit Hilfe dieser Erscheinungen die Bewegung der Erde relativ zu diesem ausgezeichneten System nachzuweisen.

Das wollen wir uns zunächst einmal verdeutlichen. Äther und Erde stellen nach dieser Auffassung zwei relativ zueinander bewegte Systeme dar. Wird nun auf der Erde ein Lichtvorgang ausgelöst, so ist der erregende Gegenstand (ein schwingendes Atom) gewiß ein physischer Körper; aber die Erregungsstelle liegt im Äther, und der Lichtvorgang verläuft im System des Äthers. Die Lichtgeschwindigkeit sei c; das gilt auch für später. In dieser Nummer ist c bezogen auf den Äther. Die Geschwindigkeit der Erde relativ zum Äther sei v. Wenn nun ein Lichtstrahl in der Richtung der Erdbewegung läuft, so ist seine Geschwindigkeit, bezogen auf die Erde, offenbar $c - v$; läuft er gegen die Richtung der Erdbewegung, so ist sie $c + v$. Man kann sich das leicht versinnbildlichen an zwei einmal in derselben Richtung und dann entgegengesetzt fahrenden Zügen; dabei symbolisiert der Erdboden den Äther, der eine Zug die Erde, der andere den Lichtstrahl. v ist sehr klein gegenüber c (im Mittel 36 km/sec gegen 300 000 km/sec). Wenn es nun doch gelänge, diesen sehr kleinen Unterschied von $c - v$ und $c + v$ direkt oder indirekt zu messen, so wäre damit die Existenz eines ausgezeichneten Bezugssystems erwiesen.

Fig. 3.



Michelson versuchte das (um 1880 und später) auf folgende Weise; wir besprechen den Versuch nur im Prinzip, da seine Einzelheiten und genauen Berechnungen für uns ohne Belang sind. Von einem Punkte L (Fig. 3) geht ein Lichtstrahl zu einer Glasplatte in A. Hier wird er zerlegt; ein Strahl geht nach dem Spiegel S_1, der andere nach dem Spiegel S_2. Die Arme AS_1 und AS_2 stehen senkrecht aufeinander. In S_1 und S_2 werden die Strahlen reflektiert und kommen nach A zurück, von wo ein Teil beider Strahlen zu dem Fernrohre F geht. Der Arm AS_1 ist nun nicht genau so lang wie AS_2. Die Folge davon ist, daß die in F ankommenden Lichtstrahlen interferieren; im Fernrohr erscheint ein Band mit abwechselnd hellen und dunklen Streifen, den Interferenzstreifen. Wenn man nun diesen Apparat so aufstellt, daß der Arm AS_1 in der Richtung der Erdbewegung liegt, was wird dann geschehen? Das Licht durchläuft dann, bezogen auf die Erde, die Strecke AS_1 mit der Geschwindigkeit $c - v$, die Strecke S_1A mit der Geschwindigkeit $c + v$, während dieser Unterschied in dem dazu senkrechten Arm nicht zur Geltung kommt. An sich ist nun schon die Zeit, die das Licht zum Durchlaufen der beiden Arme gebraucht, verschieden, weil die Arme nicht gleich lang sind; dadurch kommt ja die Interferenz zustande. Zu dieser Verschiedenheit aber tritt nun zufolge der besonderen Stellung des Apparates und des davon bedingten Unterschieds in den Lichtgeschwindigkeiten auf den Armen noch eine weitere Verschiedenheit: das Licht brauchte nämlich auch dann, wenn die Arme gleich lang wären, mehr Zeit, um den in der Richtung der Erdbewegung liegenden Arm AS_1 zu durchlaufen als den dazu senkrechten AS_2. Und diese Verschiedenheit muß auf die Interferenzstreifen so einwirken, daß sie sich etwas verschieben. Diese Verschiebung wollte Michelson messen und so indirekt die Bewegung der Erde gegen den Äther feststellen. Der Apparat war weit komplizierter eingerichtet, als unser Schema ihn gibt. Durch allerlei Hilfsmittel konnte Michelson es erreichen, daß die dunklen Streifen sich zufolge der Erdbewegung um mehr als $^1/_3$ ihres Abstandes verschieben mußten. Der Apparat gestattete aber eine so feine Messung, daß Michelson noch $^1/_{100}$ dieser Verschiebung mit Sicherheit feststellen konnte. So die Theorie.

Das Resultat des Versuches war: Es fand überhaupt keine Verschiebung der Streifen statt. Der Versuch ist mehrmals wiederholt worden, immer mit demselben Ergebnis.

Dieses Ergebnis ist sehr überraschend und verlangt notwendig eine Deutung. Zuerst dachte man natürlich an eine Kritik des Versuches. Bis heute hat man nicht aufgehört, aus theoretischen und praktischen Gründen den Versuch als solchen anzugreifen. Ich kann hier nicht darlegen, daß und warum der Versuch in der Tat nicht vollständig gesichert ist. Aber die Wahrscheinlichkeit spricht doch für die Geltung seines Resultates. Was nun die Deutung des als endgültig angenommenen Ergebnisses angeht, so sind die verschiedensten Ansichten aufgetreten. Nur zwei von diesen Theorien haben sachlich eine Bedeutung erhalten, die von Lorentz und die von Einstein. Wir besprechen zuerst die Lorentzsche Theorie.

29. Die Theorie von Lorentz. Die Grundvoraussetzung für die Theorie von Lorentz ist, daß der Äther absolut ruht, d. h. daß seine Volumelemente sich nicht gegeneinander verschieben können. Um das Ergebnis des Michelsonversuches zu deuten, hätte die Annahme genügt, daß der Äther in der Nähe der Weltkörper bei ihrer Bewegung mit fortgerissen wird; denn dann sind an der Oberfläche der Erde der Äther und die Erde nicht mehr zwei gegeneinander bewegte Systeme. Aber diese Annahme findet in sonstigen Überlegungen und Erfahrungen übergroße Schwierigkeiten. Aus diesen und anderen Gründen hielt Lorentz an dem ruhenden Äther fest, der in seiner Theorie fast mit dem Raume identisch ist.

Somit gab es für ihn auch ein ausgezeichnetes Bezugssystem. In seinen Augen sind nicht alle Systeme gleichwertig. Das reine Relativitätsprinzip (27) vertritt er also nicht.

Nach sehr schwierigen Überlegungen fand Lorentz zwei Annahmen, mit deren Hilfe er im allgemeinen die elektrodynamischen Gesetze unabhängig vom Bezugssystem machen und im besonderen das Ergebnis des Michelsonversuches erklären konnte.

Erste Annahme. Alle Körper verkleinern bei der Bewegung gegen den Äther ihre in der Bewegungsrichtung liegende Länge. Das ist die berühmte Kontraktionshypothese von Lorentz, die schon vor ihm, ohne daß Lorentz davon wußte, Fitzgerald in seinen Vorlesungen vorgetragen hatte. Bezeichnet man die Länge eines relativ zum Äther ruhenden Körpers mit l, so wird sie bei der Bewegung gegen den Äther gleich $l\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$. Darin bedeutet v die Geschwindigkeit des Körpers gegen den Äther, c, wie wir wissen, die Lichtgeschwindigkeit. Weil $\frac{v^2}{c^2}$ ein echter Bruch ist, ist die Wurzel auch ein echter Bruch, also ist l verkürzt. Der Arm AS_1 des Michelsonapparates (Fig. 3), der bei dem Versuche in der Richtung der Erdbewegung liegt, wird danach auch verkürzt, während AS_2 ungeändert bleibt. Die Verkürzung ist so groß, daß das Licht, auch wenn die Arme genau gleich wären, nun nicht eine längere Zeit beim Durchlaufen von AS_1 hin und zurück als bei AS_2 gebraucht, sondern genau dieselbe Zeit. Die Verschiebung der Interferenzstreifen kann also nicht auftreten.

Es ist eine wirkliche, physische Verkleinerung, die Lorentz damit einführt, eine Verkleinerung im ausgezeichneten Bezugssystem des Äthers. In einem im Äther ruhenden System hat der Körper bei der Bewegung in der Bewegungsrichtung kleinere

Koordinatenwerte als bei der Ruhe. Das Typische für diese Art Verkürzung ist, daß sie einseitig, *nichtreziprok* ist, d. h. der Beobachter im Koordinatensystem des Äthers kann sie am bewegten Körper, aber der Beobachter im Koordinatensystem des bewegten Körpers kann sie nicht am System des Äthers feststellen. Bewegen sich zwei Körper mit verschiedener Geschwindigkeit gegen den Äther, so kann jeder von ihnen an dem anderen theoretisch die Kontraktion beobachten. Aber die Größe der Kontraktion ist nicht abhängig von der Geschwindigkeit der Körper relativ zueinander, sondern nur von ihrer Geschwindigkeit gegen den Äther. Die Kontraktion ist also auch bei ihnen nichtreziprok; jeder wird an dem anderen eine *andere* Kontraktion messen. Wir wollen diese Kontraktion mit Rücksicht auf einen Grund, den wir später kennen lernen, eine *Lorentzkontraktion erster Art* nennen. Es ist klar, daß diese Kontraktion für einen auf der Erde mitbewegten Beobachter an irdischen mitbewegten Gegenständen prinzipiell unmeßbar ist. Denn jeder Maßstab, jedes Meßinstrument, das sie messen soll, muß ja auch in die Bewegungsrichtung der Erde gebracht werden und verfällt deshalb gleichfalls der Verkürzung. An gegen die Erde bewegten Körpern läßt sie sich praktisch wegen ihrer Kleinheit nicht messen. Da alle uns bekannten Geschwindigkeiten v sehr klein gegen c sind, ist die Wurzel nahezu gleich 1. So wird z. B. 1 m, das in die Bewegungsrichtung der Erde gebracht wird, um etwa $^1/_{200\,000}$ mm verkürzt; der Durchmesser der Erde wird durch ihre Bewegung um die Sonne in der Bewegungsrichtung ständig um rund 6 cm verkürzt sein.

Man hat dieser Hypothese von Lorentz den Vorwurf gemacht, sie sei *ad hoc* ersonnen, sie sei eine einfach aus der Luft gegriffene Annahme, um das Ergebnis des Michelsonversuches und ähnlicher Versuche zu deuten. Das ist für die erste Entstehung der Hypothese richtig. Aber Lorentz hat selbst später den organischen Zusammenhang mit den physikalischen Grundanschauungen hergestellt. In der Elektronentheorie ergab sich nämlich, daß man mit der Annahme starrer Elektronen nicht auskam. Man mußte voraussetzen, daß die Elektronen sich bei der Bewegung in der Bewegungsrichtung deformieren, und zwar gerade mit dem Betrage, den wir für die Lorentzkontraktion angegeben haben. Somit ist die Hypothese in weitere Zusammenhänge eingefügt, sobald man das elektromagnetische Weltbild annimmt, also glaubt, daß alle Körper aus Elektronen aufgebaut sind. Für den, der von der Existenz eines ausgezeichneten Bezugssystems physischer Natur — es braucht der Äther nicht zu sein — überzeugt ist, enthält deshalb die Hypothese von Lorentz, wenn vielleicht auch in abgeänderter Form, geradezu etwas Zwingendes. Und wenn die RTh sie heute ablehnt, so tut sie es nur, weil sie glaubt, unter Umgehung eines solchen Bezugssystems denselben Zweck auf anderem Wege erreichen zu können; den Zweck selber und seine Notwendigkeit im heutigen physikalischen Weltbild erkennt sie aber damit an.

Zweite Annahme. Lorentz wollte aber nicht nur den Michelsonversuch deuten, sondern ganz allgemein zeigen, daß die elektrodynamischen Gesetze von der Bewegung eines Systems gegen den Äther unabhängig sind. Dazu bedurfte er noch einer zweiten Annahme, und das ist die Existenz der *Ortszeit.*

Was Ortszeit ist, kann der Leser sich am einfachsten an irdischen Verhältnissen klarmachen. Augenblicklich haben wir in den meisten zivilisierten Ländern die *Zonenzeit.* Zonenzeit entsteht, wenn in einem bestimmten räumlichen Bereiche alle Uhren nach *einer* bestimmten Uhr gerichtet werden, also alle Uhren dieselbe Zeit zeigen. Diesen Begriff der Zonenzeit muß sich der Leser unter allen Umständen sorgfältig merken; wir haben ihn später dringend nötig. Jener räumliche Bereich ist auf der Erde jedesmal der Bereich zwischen zwei um 15^0 auseinander liegenden Meridianen, und die Uhr oder hier besser die Uhren, wonach alle Uhren eines solchen Bereiches gerichtet werden, sind die Uhren des mittleren Meridians jedes Bereiches; auf demselben Meridian zeigen ja die Uhren ohnehin dieselbe Zeit. Vor Einführung der Zonenzeit war das anders. Da hatten alle Orte, die nicht auf demselben Meridian liegen, verschiedene Zeit, weil ja für sie die Sonne zu verschiedenen Zeiten aufging, unterging und kulminierte. *Das* ist die Ortszeit. Jeder Ort hat dabei seine eigene, im allgemeinen von der jedes anderen Ortes verschiedene Zeit.

Wir fragen uns jetzt, wovon die Ortszeit abhängig ist, und versuchen, es möglichst allgemein auszudrücken. Die Ortszeit eines Ortes der Erde hängt natürlich erstens ab von seiner Lage auf der Erde oder, wie wir auch sagen können, von seinen Koordinaten im Bezugssystem der Erde. Aber sie ist zweitens noch von etwas anderem abhängig. Stellen wir uns vor, die Erde rotiere plötzlich schneller. Dann werden sich offenbar die Ortszeiten ändern. Zwei Orte, wie etwa Bonn und Aachen, die in der Ost-West-Richtung auseinanderliegen, werden jetzt einen kleineren Unterschied der Ortszeit zeigen als sonst, weil ja von der Kulmination der Sonne in Bonn bis zur Kulmination der Sonne in Aachen zufolge der schnelleren Rotation der Erde eine kleinere Zeit vergeht. Zusammenfassend können wir allgemein sagen: Die Ortszeit hängt ab erstens von den Koordinaten des Ortes in seinem Bezugssystem und zweitens von der Geschwindigkeit dieses Systems.

Nun wird man den Lorentzschen Begriff besser verstehen. Ein System, das sich gegen den Äther bewegt, hat nach Lorentz Ortszeit, d. h. jeder seiner Orte hat im allgemeinen seine besondere Zeit, die abhängig ist von seiner Lage im System (den Koordinaten) und von der Geschwindigkeit des Systems. Systeme mit *gleicher* Geschwindigkeit gegen den Äther haben dieselbe Ortszeit, d. h. der Zeitunterschied zwischen den Uhren zweier Orte des einen Systems ist gleich dem Zeitunterschied zwischen den Uhren zweier Orte des anderen Systems, wenn die Entfernungen der zusammengehörigen Orte in beiden Systemen dieselben sind. Besitzen zwei Systeme *verschiedene* Geschwindigkeiten gegen den Äther, so sind nicht nur die Uhrzeiten innerhalb desselben Systems von Ort zu Ort, sondern auch jene Unterschiede der Zeitangaben gleich weit auseinander liegender Orte in den beiden Systemen verschieden. Die Uhren im System des Äthers und in allen gegen ihn ruhenden Systemen zeigen an allen Orten dieselbe Zeit. Man muß diese eigenartigen Dinge genau durchdenken, um spätere Zeitfragen gut verstehen zu können. Diejenigen unter meinen Lesern, die mathematisch etwas gebildet sind, können die besprochenen Verhältnisse leicht an der Lorentzschen Formel für die Ortszeit ablesen. Ich schreibe sie deshalb noch hierher:

$$t = \tau - \frac{1}{c^2}(v_\xi x + v_\eta y + v_\zeta z).$$

Es bedeuten t die Ortszeit, τ die Zeit im Äthersystem, v_ξ, v_η, v_ζ die Komponenten der Geschwindigkeit des bewegten Systems nach den Achsen des Äthersystems, x, y, z Koordinaten im bewegten System. Man kann auch leicht daraus ableiten, daß alle Orte, die in *derselben* zur Bewegungsrichtung senkrechten Ebene liegen, *dieselbe* Zeit haben; diese Ebenen entsprechen offenbar den Meridianen im Bezugssystem der Erde.

Damit kennen wir die beiden Annahmen von Lorentz. Aus ihnen leitet er seine Transformationsgleichungen her, die gestatten, elektromagnetische Vorgänge in einem Systems ohne weiteres aus denen eines relativ zu ihm bewegten Systems zu berechnen. Das System aber, gegen das sich Systeme bewegen, war für ihn immer der Äther; v ist bei ihm stets die Geschwindigkeit gegen den Äther. Seine Transformationsgleichungen geben also die Beziehungen zwischen dem Äther und den relativ zu ihm bewegten Systemen, aber nicht die Beziehungen zwischen diesen Systemen.

Man darf nun nicht glauben, die Lorentzsche Theorie baue sich so glatt auf, wie es nach diesen Ausführungen scheinen könnte. Das ist durchaus nicht der Fall. So ist z. B. die Ortszeit eine Art Findling in der Theorie. Sie wurde von Lorentz nur eingeführt, um die Transformation zu erhalten, also sozusagen aus rein mathematischen Gründen. Man sieht gar nicht, woher sie kommt, warum das so sein muß. Er hat sie auch nicht immer auf diesselbe Weise definiert, sondern schwankt etwas in ihrer Auffassung. Es liegt also noch Unausgeglichenes in der Theorie von Lorentz, es ist noch ein Tasten und Schwanken in ihr.

Geschlossen und sicher tritt dagegen die Theorie Einsteins auf, zu der wir uns jetzt wenden. Einstein stellte sich dem Michelsonversuch ganz anders gegenüber. Er zog aus ihm zwei Folgerungen, deren erste wir zunächst betrachten wollen.

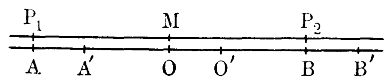
30. Das Konstanzprinzip. Nach Einstein ist eine viel einfachere Deutung des Michelsonversuches möglich, als Lorentz sie gegeben hat. Beweist, so fragt Einstein, der Versuch nicht, daß das Licht sich in *jedem* System nach *allen* Richtungen *gleichschnell* ausbreitet? Wenn wir, was wir physikalisch dürfen, annehmen, die Lichtwelle entstehe im Punkt A des Apparates (Fig. 3) und laufe nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit, gleichgültig ob sie sich dabei mit der Erde oder gegen die Erde oder senkrecht dazu bewegt, so ist offenbar das Ergebnis des Versuches verständlich. Denn jetzt werden nur *die* Interferenzstreifen auftreten, die von dem Längenunterschied der Arme herrühren; eine Verschiebung dieser Streifen gibt es nicht mehr, weil alle Unterschiede in den Geschwindigkeiten des Lichtes wegfallen.

Auf Grund des Relativitätsprinzips, wonach alle Inertialsysteme gleichwertig sind, kann man nun nach Einstein schließen, daß die Lichtgeschwindigkeit in *allen* Inertialsystemen dieselbe ist. Das ist das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit oder kurz das *Konstanzprinzip*.

Das Konstanzprinzip zerfällt also in zwei Aussagen, die sich stufenförmig aufeinander aufbauen. Die erste Aussage lautet: Die Lichtgeschwindigkeit ist in jedem Inertialsystem eine Konstante. Diese Aussage wird auf den Michelsonversuch gestützt. Die zweite Aussage, die die erste mit umfaßt, lautet: Die Lichtgeschwindigkeit ist in allen Systeme *dieselbe* Konstante. Der Zusatz, den diese Aussage im Vergleich zur ersten enthält, wird auf das Relativitätsprinzip gestützt. Man muß diese Unterschiede genau beachten. Die erste Aussage spricht lediglich aus, daß die Lichtgeschwindigkeit in jedem System konstant ist. Diese Konstante kann aber noch alle möglichen Werte haben. In dem einen System kann sie 300000 km/sec, in dem anderen 400000 km/sec usw groß sein, nur muß ihr Wert in *demselben* System nach *allen* Richtungen *derselbe* sein. Die zweite Aussage beschränkt die erste, indem sie bestimmt, daß der Wert der Konstante in *allen* Systemen *derselbe* sei. Die erste Aussage kann richtig sein, während der Zusatz, den die zweite enthält, falsch ist; ist aber die zweite richtig, dann ist die erste ebenfalls richtig. Man findet die erste Aussage wohl auch in der Form: Die Lichtgeschwindigkeit ist unabhängig vom Bewegungszustand der Lichtquelle. Manchmal wird das als richtigere Form, manchmal auch als ein selbständiger Satz neben der ersten Aussage bezeichnet. Beides ist irrig. Die Lichtquelle wird in dieser letzten Form als selbständiges System behandelt, das einen Bewegungszustand gegen die anderen Systeme haben kann. Nach dem Reziprozitätsprinzip kann ich nun aber die Lichtquelle als ruhend und alle anderen Systeme als gegen sie bewegt ansehen, und dann ist jene Form mit unserer ersten Aussage identisch.

Wir wollen dem Konstanzprinzip zunächst eine sorgfältigere Fassung geben. Geht von einem Punkte im Raume ein Lichtsignal aus, so breitet sich die Welle nach allen Richtungen im Raume mit derselben Geschwindigkeit aus. Bei allen Punkten, die gleichweit vom Ursprungsorte der Welle abliegen, kommt die Welle zu gleicher Zeit an. Die Welle bildet also zu jeder Zeit eine Kugel; sie ist eine *Kugelwelle.* Der Radius dieser Kugelwelle ist, wie man leicht sieht, zur Zeit t gleich ct. Vom Punkte M (Fig. 4) soll ein solches Signal ausgehen. Zur Zeit t sei die Welle in P_1 und P_2 angekommen; es ist also $MP_1 = MP_2$. Sie ist dann gleichzeitig auf allen Punkten der Kugelfläche angekommen, die um M in der Entfernung $MP_1 = MP_2$ liegt. Nun möge sich ein System so durch die Welle hindurchbewegen, daß eine seiner Achsen über die durch $P_1 M P_2$ bestimmte Gerade gleitet; in der Zeichnung ist nur diese eine Achse des

Fig. 4



Systems angegeben, und zwar der Deutlichkeit wegen unter der Geraden. Zur Zeit, wo das Signal von M ausgeht, seien seine Punkte A und B in P_1 und P_2, sein Anfangspunkt O in M angekommen. In dem bewegten System ist es also so, als ob das Signal von O ausgehe. Während sich die Welle nach allen Richtungen ausbreitet, bewegt sich das System auch weiter. Nach der Zeit t möge A in A', O in O', B in B' sein. Die Welle ist aber dann, wie wir hörten, in P_1 und P_2. Sie ist also schon über den Punkt A' im bewegten System hinaus, hat aber den Punkt B' noch nicht ereicht. Vom Anfangspunkte des bewegten Systems, der ja zur Zeit t in O' liegt, ist demnach die Welle zur Zeit t nach der einen Seite um $O'A$, nach der anderen um $O'B$ entfernt. Diese Entfernungen sind nicht gleich. Im gegen die Lichtquelle bewegten System breitet sich das Licht also nicht in Kugelwellen aus. Woher kommt das? Das rührt daher, daß sich das Licht im bewegten System nicht nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit ausbreitet. Es durchläuft in derselben Zeit t, bezogen auf das bewegte System, sowohl die Strecke $O'A$ wie auch die Strecke $O'B$, läuft also *gegen* das System schneller als *mit* ihm.

Das ist es nun ja gerade, was Einstein leugnet. Wir können demnach das Konstanzprinzip so formulieren: *Eine Lichtwelle wird in jedem Inertialsystem als Kugelwelle mit dem Radius* cT *gemessen.* Die erste Aussage allein würde lauten: Eine Lichtwelle wird in jedem Inertialsystem als Kugelwelle gemessen. T ist ein allgemeiner Buchstabe für Zeit überhaupt; im besonderen Falle ist dafür t oder t' einzusetzen je nach dem System, in dem die Kugelwelle gemessen wird.

Die zweite Folgerung Einsteins aus dem Michelsonversuch bezog sich auf den Äther.

31. Der Äther. Nach Einstein stehen wir jetzt, wo wir das Ergebnis des Michelsonversuches haben, dem Äther gegenüber genau so da wie seinerzeit dem absoluten Raum gegenüber. Genau so wenig, wie die mechanischen Vorgänge uns etwas über den absoluten Raum erkennen lassen, lehren uns die elektromagnetischen etwas über den Äther. Beide — der absolute Raum und der Äther — sind in gleicher Weise physikalisch unfaßbare Gegenstände. Wie wir darum seinerzeit den absoluten Raum als überflüssig für die Mechanik erklärt haben, so müssen wir jetzt den Äther als überflüssig für die Physik ansehen. Also: es gibt keinen Äther.

Das ist eine Grundannahme der RTh gewesen, bevor sie ihre letzte Höhe erklommen hatte. Inzwischen hat man aber eingesehen, daß diese Annahme zu weit geht. Die einzig mögliche Folgerung, die man aus dem Michelsonversuch ziehen kann, ist die, daß der Äther nicht im Sinne der füheren Auffassung Träger von elektromagnetischen Wellen sein kann. Wir wollen deshalb die Annahme der sp. RTh vorsichtig so ausdrücken: *Es gibt keinen Äther im Sinne der bisherigen Physik.*

32. Die Lorentztransformation. Mit Hilfe des Relativitätsprinzips und des Konstanzprinzips gelangte nun Einstein zu Gleichungen, gegenüber denen die elektrodynamischen Gesetze invariant sind. Setzen wir zur Abkürzung $\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}=\beta$, so lauten diese Gleichungen folgendermaßen:

$$
\begin{aligned}
x &= \frac{1}{\beta}(x'+vt') & \qquad x' &= \frac{1}{\beta}(x-vt)\\
y &= y' & y' &= y\\
z &= z' & z' &= z\\
t &= \frac{1}{\beta}\left(\frac{v}{c^2}x'+t'\right) & t' &= \frac{1}{\beta}\left(t-\frac{v}{c^2}x\right).
\end{aligned}
$$

v ist, wie bei der Galileitransformation, die Relativgeschwindigkeit des gestrichenen und ungestrichenen Systems, c, wie wir wissen, die Lichtgeschwindigkeit. β ist nach (29) ein echter Bruch. Man sieht, daß jetzt beide Systeme verschiedene Zeit haben. Die zweite Gruppe geht aus der ersten genau wie früher (26) durch Vertauschung der Koordinaten und Ersatz von $+v$ durch $-v$ hervor.

Diese Gruppen von Gleichungen nennt man die Lorentztransformation. Nicht ganz mit Recht. Denn Lorentz hatte nicht genau diese Gleichungen und deutete sie, wie wir hörten (29), auch anders. Aber wir wollen diese meist übliche Bezeichnung beibehalten.

Eine elementare Ableitung der Lorentztransformation findet der Leser, der sich dafür interessiert, bei Berg (*9*), Bloch (*10*), Einstein (*12*).

33. Die Veränderung der mechanischen Gesetze. Wir wollen jetzt den Grundgedanken der sp. RTh (27) exakt so formulieren: *Alle Naturgesetze sind invariant gegenüber der Lorentztransformation.* Diese Formulierung ist natürlich nur richtig unter Voraussetzung des Konstanzprinzips, das nach (32) in der Lorentztransformation drinsteckt.

Das Allerwichtigste ist aber, daß wir in dieser Formulierung mehr behauptet haben, als die Lorentztransformation zu sagen gestattet. Die Lorentztransformation ist nur aufgestellt mit Rücksicht auf die elektrodynamischen Gesetze. Wir behaupteten aber soeben auch die Invarianz der mechanischen Gesetze gegenüber der Transformation. Und diese Behauptung ist — falsch. Es ist dem mathematisch gebildeten Leser ein Leichtes, das nachzuweisen. Es gibt mechanische Gesetze, die gegenüber der Lorentztransformation invariant sind, z. B. das Trägheitsprinzip. Nicht invariant sind aber — das muß der Leser wieder glauben — alle mechanischen Gesetze, in denen Beschleunigungen vorkommen; die Beschleunigung ist keine Invariante gegenüber der Lorentztransformation. Was nnn? Wäre es nicht möglich, daß für die mechanischen Gesetze die Galileitransformation, für die elektrodynamischen Gesetze die Lorentztransformation gilt?

Das ist nicht möglich. Daß nämlich die Galileitransformation für die mechanischen Gesetze gilt, bedeutet doch, daß die elektrodynamischen Gesetze von *den* Inertialsystemen, von denen die mechanischen Gesetze unabhängig sind, nicht unabhängig sind. Und daß die Lorentztransformation für die elektrodynamischen Gesetze gilt, bedeutet doch, daß die mechanischen Gesetze von *den* Inertialsystemen, von denen die elektrodynamischen Gesetze unabhängig sind, nicht unabhängig sind. Das widerspricht sich; denn dann hätten wir zweierlei Inertialsysteme. Es *muß* sich auch widersprechen. Die beiden Transformationen drücken ja physikalische Verhältnisse aus, die voneinander verschieden sind, die nicht gleichzeitig bestehen können. Die beiden Transformationen können nicht beide zugleich richtig sein.

Nur eine von ihnen könnte das sein. Welche ist das? Wäre die Galileitransformation richtig, die Lorentztransformation aber falsch, so gäbe es für die elektromagnetischen Vorgänge ein ausgezeichnetes Bezugssystem (27). Das lehnt die RTh ab, von ihrem Standpunkte des Relativitätsprinzips aus mit Recht. Überdies erscheinen ihr Relativitätsprinzip und Konstanzprinzip erfahrungsgemäß bestätigt; aus beiden ergibt sich aber die Lorentztransformation notwendig. Gilt nun allein die Lorentztransformation, so folgt, daß die mechanischen Gesetze ein ausgezeichnetes Bezugssystem verlangen. Um das gemäß ihrem Grundgedanken zu vermeiden, sieht sich die RTh gezwungen, *die mechanischen Gesetze, wo es nötig ist, so umzuändern, daß sie ebenfalls gegenüber der Lorentztransformation invariant sind.* Darum haben wir die Formuliernng am Anfang dieser Nummer ganz allgemein gehalten; dort sind also die neuen mechanischen Gesetze gemeint. Man muß beachten, daß sich diese Änderung nur auf die *Gesetze* bezieht und nicht ohne weiteres auch auf alle in ihnen vorkommenden physikalischen Größen. So bleibt *die Beschleunigung auch jetzt keine Invariante gegenüber der Lorentztransformation.*

Verstößt diese Änderung nicht gegen die Erfahrung, in der sich doch die bisherigen mechanischen Gesetze bestätigt haben? Durchaus nicht, denn sie ist so klein, daß die neuen Gesetze *praktisch* von den bisherigen nicht unterschieden werden können. Die Geschwindigkeiten der Körper, an denen wir die in Betracht kommenden mechanischen Gesetze bestätigt haben, sind ja sehr klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit. Deshalb sind die in der Lorentztransformation vorkommenden Brüche v^2/c^2 und v/c^2 so kleine Werte, daß man sie praktisch gleich Null setzen kann. Tut man das, so sieht man leicht, wie dann aus der Lorentztransformation die Galileitransformation wird. Das bedeutet aber, daß die bisherigen mechanischen Gesetze praktisch mit vollkommen hinreichender Genauigkeit richtig sind. Theoretisch stellen sie jedoch nach der RTh nur eine Annäherung an die richtigen Gesetze dar.

34. Die Lorentztransformation und das Messen. Bevor wir zu den merkwürdigen und überraschenden Ergebnissen übergehen, die sich aus der Lorentztransformation erschließen lassen, müssen wir noch einige Zwischenbetrachtungen machen.

Was ist überhaupt der Sinn der Transformation? Was will und tut sie? Nach den früheren Überlegungen über die Galileitransformation können wir darauf leicht antworten. In einem Inertialsystem gehen mechanische oder elektromagnetische Ereignisse vor sich. Ein Beobachter mißt sie und findet daraus ein mechanisches oder elektrodynamisches Gesetz. Wenn nun ein Beobachter in einem relativ dazu bewegten Inertialsystem dieselben Ereignisse messen würde, so würde er aus seinen Messungsresultaten dasselbe Gesetz ableiten. Die Messungsresultate des zweiten Beobachters sind im allgemeinen andere als die des ersten Beobachters, aber das Gesetz ist dasselbe. Die Transformationsgleichungen sagen uns, welche Messungsresultate der zweite Beobachter, der also Größen im fremden System mißt, erhalten wird, damit er dasselbe Gesetz findet wie der erste Beobachter.

Wir lernen daraus, daß *die Transformation die Messung im eigenen und im fremden System voraussetzt.* Sie formuliert mathematisch, was der *Physiker* tut und tun kann. *Sie beschreibt nicht, was geschieht, sondern was gemessen wird.* Sie gestattet zu berechnen, was der Physiker ohne sie nur durch Messung, *und zwar durch Messung unter den der Transformation zugrunde liegenden physikalischen Verhältnissen,* finden könnte. Das ist wesentlich. Die Transformation setzt Messung voraus, aber nicht jede beliebige, sondern nur die, die unter den physikalischen Verhältnissen, auf denen die Transformation aufgebaut ist, möglich und notwendig ist. Diese physikalischen Verhältnisse sind bekanntlich im Relativitätsprinzip und im Konstanzprinzip beschrieben. Das ist nicht so zu verstehen, als ob die Lorentztransformation bestimmte Messungsmethoden einfach beschriebe, sondern so, daß

Transformation und Messung aufeinander abgestimmt sein müssen. Die Messung muß so gemacht werden, daß sie sich in die physikalischen Grundlagen der Theorie einfügt. Die Galileitransformation *beschreibt* einfach. Aber die Lorentztransformation *schreibt vor*, wie gemessen werden soll (35).

Wie kommt es nun aber, daß die Transformation nichts über alle möglichen physikalischen Größen, sondern nur etwas über Raumpunkte (x, y, z, x', y', z') und Zeitpunkte (t, t') aussagt? Um das zu verstehen, müssen wir wissen, wie es mit dem Messen in der Physik beschaffen ist. Der Physiker kann *direkt* nur Längen und Zeiten messen; weil es sich beim Messen von Längen und Zeiten stets um die Konstatierung des Zusammenfallens (der *Koinzidenz*) von Raumpunkten und Zeitpunkten handelt, so sagt man auch: er kann direkt nur Koinzidenzen konstatieren. Alle anderen Größen mißt er *indirekt mit Hilfe von Längen und Zeiten*. So mißt er z. B. die Temperatur durch das Steigen der Queksilbersäule im Thermometer oder die Spannung eines elektrischen Stromes durch den Winkelausschlag des Zeigers am Voltmeter. Die Transformation kann also, weil sie ja unmittelbare Messungsresultate beschreibt, direkt nur die Beziehungen zwischen den Längen und Zeiten zweier Inertialsysteme formulieren; indirekt formuliert sie damit, wie die anderen physikalischen Größen eines Inertialsystems, von einem anderen aus gemessen, sich darstellen.

Weil also die Transformation nur das sagt und sagen kann, was die Längen- und Zeitmessung unter den von ihr vorausgesetzten physikalischen Verhältnissen ergibt, so müssen wir uns in den beiden nächsten Nummern mit der besonderen Längen- und Zeitmessung der sp. RTh befassen.

Wir setzen zunächst noch zwei kurze Ausdrücke fest. Unter *Eigensystem* verstehen wir das Inertialsystem, in dem sich der Beobachter befindet, unter *Fremdsystem* jedes andere. Jedes Inertialsystem ist also zugleich Eigensystem und Fremdsystem: Eigensystem für den Beobachter in ihm, Fremdsystem für jeden anderen Beobachter.

35. Die Messung der Länge in der sp. RTh. Im Eigensystem ist die Messung der Längen im Prinzip eine einfache Sache. Der Beobachter braucht nur an die zu messende Strecke den Maßstab anzulegen.

Recht schwierig aber wird die Messung von Längen des Fremdsystems. Man achte darauf, daß es sich hier nicht um Entfernungen von Systemen handelt, sondern um Längen in dem vorbeigleitenden Fremdsystem.

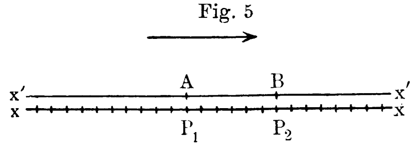
Direkt läßt sich die Messung der Längen im Fremdsystem nicht machen. Denken wir uns einen ganz langsam fahrenden Güterzug, der also ein gegen die Erde bewegtes System darstellt. Ein Beobachter hat den Auftrag, die Länge eines Wagens vom Erdboden aus zu messen. Kann er das, indem er nebenher läuft und den Maßstab anlegt? Offenbar nicht. Denn sobald er das tut, hat er die Geschwindigkeit des Zuges und gehört mit zum System des Zuges. Er mißt also dann im Eigensystem. Es ist im Prinzip dasselbe, wenn der Astronom Messungen mit einem Fernrohre vornimmt, das der täglichen Drehung des Himmels mit Hilfe eines Uhrwerkes folgt. Das Fernrohr gehört dann mitsamt dem Beobachter, der der Bewegung des Okulars folgt, zu dem beobachteten Fremdsystem und nimmt an dessen relativer Bewegung zur Erde teil. Wir haben also auch hier eine Messung im Eigensystem. Nur ist das eine *indirekte* Messung im Eigensystem, weil ja dabei keine Länge unmittelbar gemessen, sondern aus anderen gemessenen Größen berechnet wird. Auch viele andere indirekte Messungen — z. B. alle geodätischen Messungen — sind zweifellos Messungen im Eigensystem.

Es ist wohl klar, daß das Meßinstrument, das die Längen des Fremdsystems messen will, im Eigensystem *ruhen* muß. Das einzige Instrument, das uns deshalb für die Messung von solchen Längen übrig bleibt, ist im Rahmen der RTh die *Uhr*. Und darum schreibt die RTh bestimmt vor, daß *Längen des Fremdsystems ausschließlich mit Hilfe der Uhr gemessen werden*. Ob es noch andere Messungsmethoden gibt, bekümmert sie nicht. Sie *muß* die fremden Längen mit der *Uhr* messen, weil nach der Lorentztransformation die Länge von dem System abhängt, in dem sie gemessen wird; das ist innerhalb der RTh nur möglich, wenn die Zeit bei der Längenmessung eine Rolle spielt. Mathematisch drückt sich das dadurch aus, daß das Relativitätsprinzip und das Konstanzprinzip allein zur Ableitung der Lorentztransformation nicht genügen. Wir müssen noch die Bedingungen hinzunehmen, daß die Zeit des einen Systems von der Zeit des anderen *verschieden* ist, und daß die *Länge* des *einen* Systems mit abhängt von der *Zeit* des *anderen* Systems. Physikalisch wird sich das später als eine Folge des Konstanzprinzips herausstellen; dann wird der Leser auch diese Dinge und die ganze vorige Nummer besser verstehen. Übrigens ist die Messung von Längen mit Hilfe der Uhr in der Astronomie, die es ja stets mit Fremdsystemen zu tun hat, auch immer neben anderen Methoden im Gebrauch gewesen.

Im ganzen gibt es danach zwei Methoden der Längenmessung in der sp. RTh.

1. Die Messung im Eigensystem. Beobachter, Maßstab und Länge sind in demselben System, und die Messung geschieht durch Anlegung des Maßstabes.
2. Die Messung im Fremdsystem. Beobachter, Maßstab und Uhren sind im Eigensystem, die Länge ist im Fremdsystem. In Figur 5 stelle xx eine Achse des Eigen-

Fig. 5



systems dar, die in jedem ihrer Punkte einen Beobachter mit einer Uhr hat. Relativ zu ihr bewege sich in der Richtung des Pfeiles die Achse $x'x'$ des Fremdsystems mit der zu messenden Länge AB. Man muß sich die beiden Achsen übereinander gleitend denken. Zu einer vorgeschriebenen Zeit ihrer Uhren markieren die beiden Beobachter, bei denen die Punkte A und B gerade sind, die Punkte im Eigensystem, mit denen A und B gerade zusammenfallen. In dem von der Zeichnung festgehaltenen Augenblick sind es P_1 und P_2. Die Strecke $P_1 P_2$ wird dann im Eigensystem mit dem Maßstab ausgemessen und stellt also dar die Länge AB des Fremdsystems, gemessen im Eigensystem.

Diese Methode läßt sich noch etwas anders gestalten; im Prinzip ist aber diese Form mit der vorigen identisch. Beobachter mit Länge und Uhren sind in einem System, Beobachter mit Maßstab in einem anderen System. Die *ersten* Beobachter markieren im *Fremdsystem* die Punkte, mit denen die Endpunkte der Länge zu einem bestimmten Zeitpunkte *ihrer* Uhren zusammenfallen. Der *zweite* Beobachter mißt die markierte Strecke mit dem Maßstab. Die erhaltene Größe gilt für diesen zweiten Beobachter; er will sie haben.

36. Die Messung der Zeit in der sp. RTh. In der sp. RTh treten zwei Probleme der Zeitmessung auf. Es kann sich handeln um die *Zeitdauer* und den *Zeitpunkt.*

1. *Messung der Zeitdauer.* Zeitdauer ist ein Gegenstand, den wir alle kennen, wenn wir ihn auch nicht näher charakterisieren können, und den wir meinen, wenn wir von Sekunde, Minute, Tag sprechen. Die Zeitdauer wird in der RTh genau so wie im praktischen Leben mit Hilfe von Uhren gemessen. Allgemein ausgedrückt, ist die Zeitdauer bestimmt als die Differenz zweier Ablesungen derselben Uhr, also $t_2 - t_1$, falls $t_2 > t_1$ ist. Ein praktisches Beispiel: Habe ich die Uhrablesungen $1^h\,50^s$ und $1^h\,10^s$, so ist die Zeitdauer zwischen diesen beiden Zeigerstellungen $1^h\,50^s - 1^h\,10^s = 40^s$. Das scheint nun eine einfache und verständliche Sache zu sein. Aber wir müssen doch mehrere Bedingungen, die die RTh an die Uhren zu stellen gezwungen ist, sorgfältig beachten. Sie kennt erstens nur im System *ruhende* Uhren, keine im System bewegte Uhren als Instrumente, die die Zeit angeben. Bewegte Uhren stellen als Uhren ein eigenes, selbständiges Bezugssystem dar (25). Ist die Bewegung dieses Uhrsystems unbeschleunigt, so ist es ein berechtigtes Inertialsystem; aber die Uhr ist dann nur Uhr in ihrem eigenen, nicht in dem beliebigen System, gegen das sie sich bewegt. Ist die Bewegung der Uhr beschleunigt, so fällt sie als beschleunigtes Bezugssystem von selbst aus dem Kreise der RTh heraus. Daraus muß man nun alle Folgerungen ziehen. Es gibt z. B. kein Hinüberreichen einer Uhr in ein anderes System; denn dann hätten wir eine beschleunigte Uhr. Alle Uhren, die in einem System ruhen, bleiben, von diesem System aus betrachtet, sich stets gleich; keine Uhr ändert sich ihrem Eigensystem gegenüber. Zu der ersten Bedingung kommt nun eine zweite. Die RTh pflegt alle Uhren *aller* Systeme als *gleichartig,* d. h. als Uhren mit gleichen Zeiteinheiten zu betrachten, und erklärt das so: wenn die Systeme zueinander ruhten, würden alle Uhren dieselbe Zeiteinheit (oder

ein Vielfaches von ihr) haben. Daß diese Erklärung gegen den Sinn der sp. RTh verstößt, haben wir schon gesehen (27). Es ist vom Standpunkte der RTh aus ohne Sinn zu sagen: *wenn* die Systeme ruhten. Wir können als übergeordnete Beschauer lediglich behaupten: genau so wie allen Inertialsystemen die gleiche Koordinateneinteilung mitgegeben ist, sind ihnen auch gleichartige Uhren mitgegeben.

2. *Messung des Zeitpunktes.* In der Hauptsache handelt es sich hier um die *Gleichzeitigkeit.*

Die RTh setzt voraus, daß *alle* Uhren *desselben* Systems unter sich *synchron* gehen, d. h., daß sie gleichzeitig gleiche Zeitangaben machen, also z. B. gleichzeitig alle 12 Uhr oder alle 1 Uhr oder alle 2 Uhr usw zeigen. Diese Forderung geht weiter als die vorhin besprochene der Gleichartigkeit, und in ihr liegt der Grund für diese letztere. Denn synchron gehen können bloß Uhren mit gleichen Zeiteinheiten. Damit tritt nun die Schwierigkeit der Herstellung dieses Synchronismus auf. Früher stellte man Uhren synchron mit Hilfe von Schallsignalen oder optischen Signalen, heute tut man es mit Hilfe von elektrischen Signalen. Alle diese Methoden reichen zwar für die Praxis völlig aus, sind aber theoretisch unexakt, weil stets eine wenn auch noch so kleine Zeit zwischen Aufgabe und Ankunft des Signals liegt. Die primitive Methode des Heranbringens der zu stellenden Uhren an die Normaluhr und des direkten Vergleichs darf die RTh nicht anwenden; denn die Uhren müssen stets im System ruhen.

Die RTh löst nun die Aufgabe durch Lichtsignale, die nicht einmal, sondern mehrmals weitergehen. A und B seien im System ruhende Uhren oder, wie wir jetzt dafür auch kurz sagen können, Uhren desselben Systems. Zur Zeit t_A der Uhr A gehe ein Lichtsignal von ihr nach B, werde in B zur Zeit t_B der Uhr B reflektiert und komme in A zur Zeit t'_A der Uhr A wieder an. Die Uhren gehen dann synchron, wenn

$$t_B - t_A = t'_A - t_B$$

ist. Nehmen wir ein Zahlenbeispiel. Um 12^h der A-Uhr geht das Signal in A ab und kommt um $12^h\,5^s$ der B-Uhr in B an; es wird sofort reflektiert und ist um $12^h\,10^s$ der A-Uhr wieder in A. Die Gleichung ist erfüllt, denn es ist $12^h\,5^s - 12^h = 12^h\,10^s - 12^h\,5^s$. Die Uhren gehen aber auch synchron; denn wenn das Licht auf den beiden Wegen hin und zurück dieselbe Geschwindigkeit besitzt, so muß die A-Uhr dann, wenn das Signal in B ist, also um $12^h\,5^s$ der B-Uhr, die Hälfte der Zeit zwischen Abgang und Rückkehr das Signal angeben, und das ist gleichfalls $12^h\,5^s$.

Die Lösung der RTh setzt also offensichtlich zweierlei voraus: 1. daß die Uhren gleichartig sind, 2. daß das Licht hin und zurück dieselbe Geschwindigkeit hat, daß also das elektromagnetische Feld keine Asymmetrien zeigt. Nur in Ausnahmefällen könnten auch zwei Uhren mit ungleichen Einheiten der Lösung genügen.

Man sieht nun leicht ein, *wie* durch diese Lösung die *Gleichzeitigkeit* konstatiert werden kann. Die Gleichzeitigkeit der gleichen Uhrzeigerstellungen zweier Uhren liegt dann vor, wenn die beiden Uhren jener Vorschrift genügen. Zwei Uhren, die in *verschiedenen* Systemen liegen, können der Vorschrift nicht genügen; denn weil sie nicht relativ ruhen, hat die Lösung für sie keinen Sinn mehr. Über den Synchronismus von Uhren in verschiedenen Systemen kann also die RTh nichts aussagen. *Die Gleichzeitigkeit zweier physikalischer Vorgänge ist dann vorhanden, wenn die Vorgänge bei gleicher Zeigerstellung der an den Orten der Vorgänge befindlichen, synchron gehenden Uhren erfolgen.*

Man sieht ebenso leicht ein, daß damit die Gleichzeitigkeit nicht *definiert* ist, wie vielfach behauptet wird. Sie wird auf diese Weise nur gemessen, nur konstatiert, d. h. es wird ein Verfahren angegeben, aus dem auf exakte Weise zu erfahren ist, wann Gleichzeitigkeit vorhanden ist oder wie sie hergestellt wird. Man muß den Begriff der Gleichzeitigkeit schon haben, ehe man derartiges sagen oder tun kann. Der Gleichzeitigkeitsbegriff ist ein letzter, unableitbarer, undefinierbarer Begriff.

Die Uhren eines Systems, die nach der Vorschrift der RTh synchron gemacht sind, zeigen *Zonenzeit*, d. h. die Zeitangabe *einer* Uhr des Systems ist für alle anderen Uhren des Systems maßgebend gemacht (29). Einstein braucht niemals den Ausdruck „Zonenzeit". Er sagt Zeit oder Zeit des Systems. Zeit des Systems ist also die *gleiche* Angabe aller Uhren des Systems.

Jetzt sind wir soweit, daß wir die Lorentztransformation ausschöpfen können. Jetzt soll sie uns nicht mehr eine tote Formel bleiben, sondern Leben gewinnen. Wir sollen zusehen, was sie uns zu sagen hat.

37. Die Relativität der Längen. Wir befinden uns als Beobachter mit unseren Uhren auf der x-Achse des ungestrichenen Systems. In der darüber gleitenden x-Achse des gestrichenen Systems liegt ein Stab. Wir haben den Auftrag, die Länge des Stabes zu messen und in Koordinaten des ungestrichenen Systems auszudrücken. In Wirklichkeit brauchen wir die Messung nicht auszuführen, denn was sie uns gibt, sagen uns ja die Formeln der Lorentztransformation. Mancher Leser wird überrascht sein und meinen: Was da herauskommt, das brauchen wir weder zu messen noch zu berechnen, das ist selbstverständlich; ist der Stab im gestrichenen System 10 m lang, dann ist er im ungestrichenen auch 10 m lang. Sehen wir zu, ob das richtig ist.

Der eine Endpunkt des Stabes habe die Koordinate $+x'_2$, der andere die Koordinate $+x'_1$, so daß $x'_2 - x'_1$ die Länge des Stabes im gestrichenen System ist; wir setzen $x'_2 - x'_1 = l'$. Die Messung geschehe zu einer beliebigen Zeit t, also einer Zeit unseres, des ungestrichenen Systems. Wir suchen die Länge des Stabes im ungestrichenen System, d. h. wir suchen $x_2 - x_1 = l$. Wir kennen t und die gestrichenen x, die ungestrichenen x sollen wir finden. Diese Größen finden sich zusammen in der ersten Gleichung der zweiten Gruppe der Lorentztransformation. Wir müssen sie nur nach x auflösen und bekommen dann für die Endpunkte des Stabes im ungestrichenen System die Koordinatenwerte:

$$x_2 = \beta x'_2 + vt$$
$$x_1 = \beta x'_1 + vt$$

Daraus ergibt sich als Länge des Stabes in unserem System

$$x_2 - x_1 = \beta (x'_2 - x'_1)$$

oder

$$l = \beta l'.$$

Bedenken wir, daß β ein echter Bruch ist (32), so zeigt die Gleichung, daß l *kleiner* als l' ist, zwar nicht viel kleiner, denn β ist für die uns bekannten Geschwindigkeiten nahezu 1, aber doch immerhin kleiner. Die Länge des Stabes, gemessen nach der ersten Methode (35) im *gestrichenen* System, ist nicht gleich der Länge des Stabes, gemessen nach der zweiten Methode im *ungestrichenen* System. Die letztere ist kleiner, und zwar um so kleiner, je größer die relative Geschwindigkeit der Systeme ist; denn je größer v ist, desto kleiner ist nach (32) β.

Sehr wichtig ist nun die Überlegung, daß sich dieses Ergebnis auch umkehren läßt. Wir denken uns jetzt einmal, der Stab läge im ungestrichenen System und wir befänden uns mit unseren Uhren im gestrichenen System mit der entsprechenden Aufgabe wie vorhin. Dann liefert uns die erste Gleichung der ersten Gruppe der Lorentztransformation auf einem dem vorigen analogen Wege das Resultat

$$l' = \varkappa l.$$

Das Ergebnis ist also *reziprok*, d. h. jeder Beobachter kann es an einer Länge des Fremdsystems erhalten. Übrigens hätte sich das auch ohne weiteres aus der Gleichwertigkeit der Inertialsysteme erschließen lassen. Wir können jetzt allgemein formulieren: Eine Länge des Fremdsystems, gemessen im Eigensystem, ist kleiner, als wenn sie im Fremdsystem gemessen wird.

An sich hat das Resultat zwar auf den ersten Blick etwas Überraschendes, aber es besitzt durchaus keinen inneren Widerspruch. Es wird ja nicht behauptet, daß ein Körper *gleichzeitig zwei* Längen habe; das wäre ein Widerspruch. Sondern es heißt: gemessen nach der einen Methode von dem einen Standpunkte aus hat die Länge einen anderen Wert als gemessen nach der anderen Methode von einem anderen Standpunkte aus. Das ist an sich möglich; ob es tatsächlich der Fall ist, ist eine andere Frage.

Wenn wir beachten, was β bedeutet, und dann unser Resultat mit (29) vergleichen, so sehen wir, daß die von uns gefundene Verkleinerung genau so groß ist wie die Verkleinerung, die Lorentz zur Deutung des Michelsonversuches anzunehmen für notwendig hielt. Nur ist bei uns v die relative Geschwindigkeit der Inertialsysteme. Man hat die von der RTh errechnete Verkürzung darum auch Lorentzkontraktion genannt. Aber damit verwischt man einen Unterschied, den wir bereits herausgestellt hatten: die von Lorentz behauptete Verkürzung ist nichtreziprok (29), die Verkürzung in der RTh ist reziprok. Wir wollen deshalb hier, entsprechend der Bezeichnung in (29), deren Grund jetzt ersichtlich ist, von einer *Lorentzkontraktion zweiter Art* sprechen. Ob die sp. RTh auch eine Lorentzkontraktion erster Art zuläßt oder sogar verlangt, wollen wir nicht entscheiden.

Zum Schlusse dieser Nummer besprechen wir noch die interessante Frage, ob die Lorentzkontraktion zweiter Art *sichtbar* ist. Bedenken wir zunächst, daß das Sehen auch ein Messen ist, wenn auch eine primitive Art des Messens. Wer an der Scheibe eines Planeten im Fernrohr Lorentzkontraktion sieht, vergleicht den kontrahierten Durchmesser beim Sehen mit dem unveränderten, und ein solches Vergleichen ist ein Messen. Nun wissen wir aber aus (35), daß die sp. RTh eine bestimmte Art des Messens von Längen im Fremdsystem vorschreibt und vorschreiben muß, nämlich das Messen mit der Uhr. Nur bei dieser Art des Messens wird also die Lorentzkontraktion erhalten und bei keiner anderen Art. Die Lorentzkontraktion zweiter Art ist demnach nicht sichtbar.

38. Die Relativität der Zeiten. Wieder gleiten die x-Achsen des gestrichenen und des ungestrichenen Systems übereinander. In jedem Punkte *beider* Achsen befinden sich Uhren. Das ungestrichene System ist unser Eigensystem. Wir scheiden wieder nach den Problemen der Messung der Zeitdauer und des Zeitpunktes.

1. *Zeitdauer.* Wir fragen, wie sich eine Zeitdauer $t_2' - t_1' = d'$ des gestrichenen Systems dem im Punkte x befindlichen Beobachter des ungestrichenen Systems darstellt, d. h. wir suchen $t_2 - t_1 = d$. Bekannt sind die gestrichenen t und die Koordinate x, gesucht sind die ungestrichenen t. Wir lösen die letzte Gleichung der zweiten Gruppe der Lorentztransformation, in der diese Buchstaben vorkommen, nach t auf und erhalten

$$t_2 = \beta t_2' + \frac{v}{c^2} x$$

$$t_1 = \beta t_1' + \frac{v}{c^2} x.$$

Die Zeitdauer im ungestrichenen System ist also

$$t_2 - t_1 = \beta (t_2' - t_1')$$

oder

$$d = \beta d'.$$

Natürlich erhalten wir auch hier das reziproke Ergebnis $d' = \beta d$. Eine Zeitdauer des Fremdsystems, gemessen im Eigensystem, ist kleiner, als wenn sie im Fremdsystem gemessen wird. Was der Beobachter des gestrichenen Systems als eine Zeitdauer d' ansieht, das sieht der Beobachter im ungestrichenen System als eine Zeitdauer $d < d'$ an. Das entspricht genau den Ergebnissen über die Längen in der vorigen Nummer. Deshalb kann man hier von einer *Lorentzkontraktion der Zeit* sprechen.

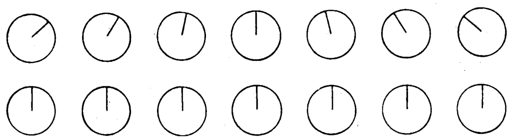
2. *Zeitpunkt.* Wir fragen jetzt, welche Angaben t' die Uhren des gestrichenen Systems zu einer bestimmten Zeit t des ungestrichenen machen. Es handelt sich also darum, festzustellen, welche Uhrangaben *gleichzeitig* in den Systemen vorhanden sind. Der Einfachheit halber setzen wir als Zeit des ungestrichenen Systems $t = 0$. Da das ungestrichene System unser Eigensystem ist, hat es für uns Zonenzeit; alle seine Uhren zeigen also in dem betrachteten Zeitpunkte $t = 0$. Wir können natürlich nicht alle Uhren des gestrichenen Systems in Betracht ziehen, sondern berücksichtigen nur einige, und zwar diejenigen, die in den Punkten $x' = -4$, $x' = -3 \ldots x' = +4$ liegen. Wir kennen nun t und x' und suchen t'. Wir müssen demnach die letzte Gleichung der ersten Gruppe der Lorentztransformation benutzen. Wir lösen sie nach t' auf, setzen $t = 0$ und für x' nacheinander die vorhin genannten Werte. Als Uhrangaben der Uhren in den betreffenden x'-Punkten bekommen wir dann

$$\begin{array}{lll}
t' = +4\,\dfrac{v}{c^2} & \text{für} & x' = -4 \\[2ex]
t' = +3\,\dfrac{v}{c^2} & \text{„} & x' = -3 \\[2ex]
t' = +2\,\dfrac{v}{c^2} & \text{„} & x' = -2 \\[2ex]
t' = +\dfrac{v}{c^2} & \text{„} & x' = -1 \\[2ex]
t' = 0 & \text{„} & x' = 0 \\[2ex]
t' = -\dfrac{v}{c^2} & \text{„} & x' = +1 \\[2ex]
t' = -2\,\dfrac{v}{c^2} & \text{„} & x' = +2 \\[2ex]
t' = -3\,\dfrac{v}{c^2} & \text{„} & x' = +3 \\[2ex]
t' = -4\,\dfrac{v}{c^2} & \text{„} & x' = +4.
\end{array}$$

Betrachten wir zunächst diese Werte. Die Uhr bei $x' = 0$ stimmt mit den Uhren des Eigensystems im Zeitpunkte $t = 0$ überein.

Die t'-Werte sind bei positivem x' negativ, und zwar ist ihr absoluter Betrag um so größer, je größer x' ist. Also stehen die Uhren, die auf der positiven x'-Achse liegen, noch nicht auf Null, sie gehen gegen unsere Uhren nach, und zwar um so mehr, je weiter sie vom Anfangspunkte entfernt sind. Die t'-Werte sind bei negativem x' positiv und um so größer, je größer der absolute Betrag von x' ist. Die Uhren auf der negativen x'-Achse sind also schon über Null fortgeschritten, sie gehen gegen unsere Uhren vor, und zwar um so mehr, je weiter sie vom Anfangspunkte abliegen.

Fig. 6



Das kann Fig. 6 gut veranschaulichen. Die Kreise sind Uhren. Die unteren gehören zum ungestrichenen System; sie haben alle die gleiche Zeigerstellung $t = 0$. Die darüber gezeichneten Uhren sind die des gestrichenen Systems, deren Vor- oder Nachgehen der Deutlichkeit wegen übertrieben stark gezeichnet ist. Die Koordinatenwerte sind darunter geschrieben.

Was wir hier für den besonderen Fall $t = 0$ festgestellt haben, gilt selbstverständlich allgemein für jedes t. Während für uns die Uhren unseres ungestrichenen Systems Zonenzeit haben, haben die Uhren des gestrichenen Systems für uns Ortszeit, die, wie wir ja wissen (29) und auch hier wieder sehen, von der Geschwindigkeit der Relativbewegung der Systeme und von der Lage der Uhr im System abhängig ist. Auch dieses Ergebnis ist reziprok. Das ergibt sich ohne weiteres aus der Gleichwertigkeit der Systeme. Wir können es aber auch rechnerisch bestätigen, indem wir uns als Beobachter im gestrichenen System denken und uns nach der letzten Gleichung der zweiten Gruppe der Lorentztransformation für den Zeitpunkt $t' = 0$ die Uhrangaben t der an den Stellen $x = -4$, $x = -3$ usw liegenden Uhren des ungestrichenen Systems berechnen. Wir können also sagen: *Jeder Beobachter findet im Eigensystem Zonenzeit, im Fremdsystem Ortszeit.* Ein und dasselbe System zeigt dem eigenen Beobachter Zonenzeit, dem fremden Ortszeit. Dieser Ortszeit darf man aber nichts Falsches unterlegen. Sie rührt nicht daher, daß für den Beobachter die *Zeiteinheit* des Fremdsystems von Ort zu Ort anders ist, sondern nur daher, daß für ihn die Uhren des Fremdsystems nicht synchron gehen. Die Zeiteinheit ist für ihn an allen Orten des Fremdsystems dieselbe. Später, in der a. RTh lernen wir, daß sich die Zeiteinheit von Ort zu Ort desselben Systems ändert.

Bevor wir den letzten Schritt tun, mache ich noch darauf aufmerksam, daß wir hier über die Verteilung der Ortszeit im *ganzen* System zu demselben Ergebnis kommen wie früher (29) bei der Lorentzschen Ortszeit. Nämlich alles das, was wir hier über die Verteilung der Ortszeiten auf der x'-Achse gesagt haben, gilt offenbar auch für jede der x'-Achse parallele Achse. Da die x'-Achse in der Richtung der Bewegung liegt, so haben demnach alle Uhren, die in derselben zur Bewegungsrichtung senkrechten Ebene des Fremdsystems liegen, *dieselbe* Ortszeit, also Zonenzeit.

Nun müssen wir noch einen Schluß aus unseren Ergebnissen ziehen, der der RTh für eine ihrer größten Taten angerechnet worden ist. Zwei Ereignisse, z. B. zwei Lichtsignale, mögen auf der x-Achse zur Zeit $t = 0$ unseres Systems, also gemäß der Festsetzung der RTh über die Gleichzeitigkeit (36) für uns *gleichzeitig* stattfinden. Sind sie *nach den Uhren des gestrichenen Systems* für uns auch gleichzeitig? Anders ausgedrückt: Sind sie als Ereignisse des Fremdsystems gleichzeitig? Die Uhren der x'-Achse gehen für uns nicht synchron. Also sind, nach *diesen* Uhren beurteilt, die Ereignisse für uns *nicht gleichzeitig*. Zwei Ereignisse, die als Ereignisse des Eigensystems gleichzeitig sind, sind als Ereignisse des Fremdsystems nicht gleichzeitig. Das ist die *Relativität der Gleichzeitigkeit.* Sie muß übrigens nach der eben vorhergegangenen Überlegung etwas eingeschränkt werden. Die Ereignisse dürfen nämlich nicht in derselben zur Bewegungsrichtung senkrechten Ebene liegen; sonst sind sie als Ereignisse des Fremdsystems so gut gleichzeitig wie als Ereignisse des Eigensystems.

Aus den Gleichungen der beiden letzten Nummern läßt sich noch eine interessante Folgerung ziehen.

39. Die Lichtgeschwindigkeit als Grenze. Es ist ja $\beta = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$. Nehmen wir an, es bewege sich ein System oder ein Körper mit Lichtgeschwindigkeit. Dann ist $v = c$. Infolgedessen wird $\frac{v^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1$ und, wenn man das in die Gleichung für β einsetzt, $\beta = 0$. Gemäß den Gleichungen der letzten Nummern ($l = \beta l'$, $l' = \beta l$, $d = \beta d'$, $d' = \beta d$) sind dann auch l, l', d und d' gleich Null. Es gibt dann keine Längen und Zeiten mehr. Ist v sogar größer als c, so wird $\frac{v^2}{c^2}$ ein unechter Bruch, d. h. größer als 1, und β ist dann die Wurzel aus einer negativen Zahl, ist, wie der Mathematiker sagt, imaginär. Jetzt sind l, l', d und d' natürlich auch imaginär. Alles das — daß die Längen und Zeiten Null oder imaginär sind — ist selbstverständlich in Wirklichkeit unmöglich. Es kann also keine Geschwindigkeit physischer Körper geben, die gleich oder größer als c ist. Die Lichtgeschwindigkeit ist in der physischen Wirklichkeit eine Grenze, die nicht überschritten werden kann.

Es gibt gewiß größere Geschwindigkeiten als die Lichtgeschwindigkeit. Man denke sich etwa den folgenden Fall. Zwei Parallelen sind senkrecht in den Punkten O und A von einer dritten Geraden durchschnitten. Dreht man diese dritte Gerade um den Punkt O, bis sie in die eine der Parallelen fällt, so durchläuft der Punkt A die andere Parallele mit einer Geschwindigkeit, die die Lichtgeschwindigkeit weit übertrifft. Aber — und darum ist das kein Einwand gegen unsere Folgerung — das ist keine Geschwindigkeit *physischer* Gegenstände; denn nur von solchen handelt die RTh und nur auf sie bezieht sich die Folgerung.

Das, was wir in den letzten Nummern aus der Lorentztransformation durch *Rechnung* herausgeholt haben, läßt sich nun auch *geometrisch* darstellen.

40. Die Minkowskiwelt. Weil es sich dabei um Dinge handelt, die für einen mathematisch wenig gebildeten Leser recht schwierig sind und die manchmal mißdeutet wurden, will ich sie sorgfältig vorbereiten. Wir machen deshalb zunächst einige Vorbetrachtungen.

1. Erste, besondere Vorbetrachtung. Bei einem Kranken werden im Laufe eines Morgens von Stunde zu Stunde die in Tab. 1 zusammengestellten Fiebertemperaturen gemessen. Der Leser wird wohl wissen, wie man das graphisch (geometrisch)

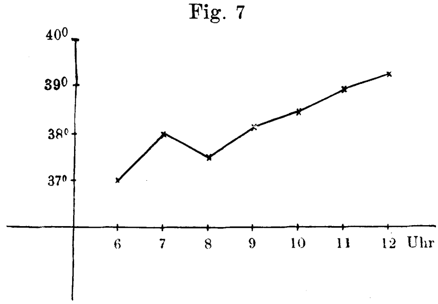
darstellt. Man nimmt ein rechtwinkliges Koordinatensystem, trägt auf einer beliebigen Achse die Zeit in Stunden, auf der anderen die Temperaturen in ganzen Graden ab, sucht die nach der Tabelle zusammengehörigen Punkte und verbindet sie miteinander durch gerade Linien. So erhält man die Fieberkurve des Kranken für einen bestimmten Morgen (Fig. 7).

Tabelle 1

6 Uhr	37 ^{0}
7 "	38 ^{0}
8 "	37,5^0
9 "	38,2^0
10 "	38,5^0
11 "	39 ^{0}
12 "	39,3^0

2. Zweite, besondere Vorbetrachtung. Ein Körper hängt an einer elastischen Feder. Er bekommt von oben einen kurzen kräftigen Stoß. Die Folge davon ist, daß er auf und ab schwingt. Je elastischer die Feder, desto länger dauert das Schwingen, bis es langsam abklingt. Ich zeichne eine Strecke (Fig. 8 links), die den Raum darstellen soll, in dem der Körper auf und ab schwingt. In der Mitte ist die Ruhelage des Körpers; wir schreiben 0 daran. In der ersten Sekunde schwingt er

Fig. 7



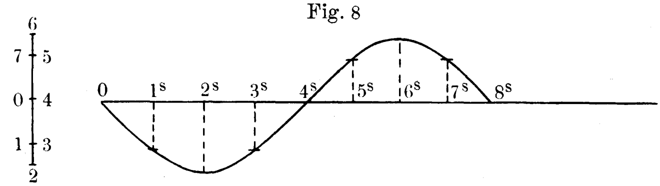
nach unten bis dahin, wo die Zahl 1 steht, in der zweiten bis dahin, wo die Zahl 2 steht. Jetzt kehrt er um. Nach 3^s (von dem Anfang der Schwingung an gerechnet) ist er wieder da, wo er nach 1^s war, nach 4^s da, wo er vorher ruhte. Jetzt schwingt er durch nach oben, kehrt nach 6^s um und ist nach 8^s an der Stelle, wo die Schwingung begann. Diese eine Schwingung stellen wir graphisch dar (Fig. 8 rechts). Auf einer Achse tragen wir die Sekunden ab, dann zu jeder Sekunde den zugehörigen Weg nach unten oder oben. Verbindet man die Punkte durch eine Kurve, so erhält man die Schwingungskurve. Nimmt man an, daß die Schwingung, ohne abzuklingen, ohne Ende weitergeht, so muß man sich die Kurve nach rechts bis ins Unendliche genau so weitergeführt denken. Sie läßt sich dann durch die Gleichung

$$y = a \sin \frac{2\pi}{T} t$$

ausdrücken. Darin sind y die Wege nach t Sekunden, a die halbe Strecke (Fig. 8 links), T die Zeit *einer* Schwingung; in unserem Falle ist $T = 8^s$.

In diesen beiden ersten Vorbetrachtungen wird die Änderung einer Größe mit der Zeit graphisch oder geometrisch dargestellt, im ersten Falle die Änderung der Temperatur an einem Morgen, im zweiten Falle die Änderung des Weges eines schwingenden

Fig. 8



Körpers während 8^s. Was also in Wirklichkeit zeitlich abläuft, ist hier räumlich dargestellt; im zweiten Falle ist im besonderen etwas, das raumzeitlich abläuft, nur räumlich dargestellt. Dadurch ist beide Male die Zeit gleichsam zum Stillstand gebracht, gleichsam erstarrt. Die Zeit ist hier gerade so behandelt, wie im ersten Falle die Temperatur, im zweiten eine räumliche Wegstrecke. In diesen ersten Vorbetrachtungen handelt es sich um die Änderung *einer* Größe mit der Zeit. Zeit und *eine* andere Größe ändern sich so, daß zu *einem* bestimmten Zeitwerte immer *ein* bestimmter Wert der Größe gehört. Diese Veränderung, dieses Zusammen von Zeit und *einer* Größe, kann man, wie wir sehen, in einem ebenen, also in einem zweidimensionalen Koordinatensystem zur Darstellung bringen.

Nehmen wir jetzt die Änderung *zweier* Größen mit der Zeit.

3. Dritte, besondere Vorbetrachtung. Die in Tab. 2 stehenden Zahlen geben die Entwicklung eines Vereins von 1870 bis 1920 an, und zwar die Entwicklung der Zweigvereine und der Gesamtzahl der Mitglieder. Hier gehören also immer drei Werte zusammen. Wie stellt man das graphisch dar? Die Ent-

wicklung der Zweigvereine *allein* oder die der Gesamtvereine *allein* während dieser Jahre stellt man genau so wie vorhin in einem zweidimensionalen Koordinatensystem dar. Wie aber alles miteinander? Da reicht man mit dem zweidimensionalen System, das ja nur zwei Achsen hat, nicht aus. Man muß die dritte Achse hinzunehmen, also ein dreidimensionales System wählen, wo jeder Punkt durch *drei* Werte, nämlich seine Abstände von den durch

Tabelle 2

Jahr	Zweig-vereine	Gesamt-mitglieder	Jahr	Zweig-vereine	Gesamt-mitglieder
1870	20	4 000	1900	40	9 500
1880	35	5 600	1910	52	10 200
1890	50	11 000	1920	64	16 700

die Achsen gelegten drei Ebenen bestimmt ist. Auf dem Papier kann man das natürlich nicht mehr genau darstellen, weil das Papier eine zweidimensionale Ebene ist; höchstens geht es perspektivisch. Aber wenn der Leser ein genügendes Anschauungsvermögen hat, kann er sich eine solche Kurve, die sich durch das dreidimensionale Koordinatensystem windet, vorstellen. Die Kurven unserer ersten Vorbetrachtungen nennt man ebene Kurven, diese ist eine räumliche Kurve. Beispiele von räumlichen Kurven sind: eine ausgezogene Spiralfeder als Linie gedacht, die Holzleiste eines Treppengeländers als Linie gedacht, die Umrisse der Kontinente oder die Schiffahrtslinien auf einem Globus (die Meridiane und Breitenkreise auf einem Globus sind dagegen ebene Kurven).

Diese drei besonderen Vorbetrachtungen dienen uns nun zur Grundlage für eine allgemeine Vorbetrachtung.

4. Vierte, allgemeine Vorbetrachtung. Wir führen zunächst einen neuen Begriff ein, nämlich den der *Mannigfaltigkeit.* Wir verstehen ihn in engerem Sinne als gewöhnlich und meinen damit jedes Zusammen (jeden Inbegriff) miteinander verknüpfter, verschiedenartiger Gegenstände. Jede Mannigfaltigkeit hat *Dimensionen*, und zwar soviele, wie sie Arten von Gegenständen hat. Je nach der Anzahl dieser Arten gibt es 2-, 3-, 4- usw dimensionale Mannigfaltigkeiten. Dimensionen brauchen also durchaus nichts Räumliches zu sein, sondern bedeuten allgemein nur Bestimmungsstücke. So ist das Zusammen von Fiebertem-

peratur und Zeit in der ersten Vorbetrachtung eine 2-dimensionale Mannigfaltigkeit, so ist der Inbegriff von Zeit, Anzahl der Vereine, Gesamtmitgliederzahl der dritten Vorbetrachtung eine 3-dimensionale Mannigfaltigkeit. Als Beispiel einer 4-dimensionalen Mannigfaltigkeit nenne ich die Komponenten, die der Psycholog bei der Farbe unterscheidet: Farbenton, Sättigung, Intensität und Eindringlichkeit. Ähnlicher Beispiele gibt es zahllose. Ich habe in den Vorbetrachtungen absichtlich solche ausgewählt, in denen die Zeit eine Dimension der Mannigfaltigkeit ist.

Das *Verknüpftsein* der Gegenstände oder — wie wir jetzt auch sagen können — der Dimensionen einer Mannigfaltigkeit kann in verschiedener Weise zum Ausdruck kommen. Man kann es in einer Tabelle zusammengehöriger Werte der Gegenstände ausdrücken (erste und dritte Vorbetrachtung) oder in einer Gleichung (zweite Vorbetrachtung). In allen diesen Fällen ist das Verknüpftsein *algebraisch* ausgedrückt; im Falle der zweiten Vorbetrachtung nennt man die algebraische Verknüpfung im besonderen analytisch. Man kann das Verknüpftsein aber außer algebraisch auch *geometrisch* ausdrücken. Das geschieht durch die Kurven, von denen die Vorbetrachtungen Beispiele brachten. Die algebraische und die geometrische Darstellung sind also nur *verschiedene Ausdrucksweisen für dieselbe Sache*, eben für das Verknüpftsein der Gegenstände der Mannigfaltigkeit.

Über die geometrische Ausdrucksweise lehren uns die Vorbetrachtungen noch etwas Besonderes. Hat man das Verknüpftsein in einer 2-dimensionalen Mannigfaltigkeit geometrisch darzustellen, so braucht man dazu ein 2-dimensionales Koordinatensystem; hat man das Verknüpftsein in einer 3-dimensionalen Mannigfaltigkeit darzustellen, so benötigt man ein 3-dimensionales Koordinatensystem. Man braucht also für die geometrische Darstellung stets ein Koordinatensystem mit so vielen Dimensionen oder Achsen, als die Mannigfaltigkeit Dimensionen (Arten der Gegenstände) enthält.

Wir wenden uns zur Hauptbetrachtung.

5. Die Minkowskiwelt. Die Bewegungen in unserer physischen Welt bilden auch eine Mannigfaltigkeit. Die Bewegungen der Körper gehen in Raum und Zeit vor sich, und zwar stets in beiden; jeder Körper ist an einem bestimmten Orte nur

zu einer bestimmten Zeit. Ort und Zeit sind für einen Körper stets miteinander verknüpft. Wieviele Dimensionen hat diese Mannigfaltigkeit? Der Leser wird geneigt sein zu antworten: sie hat zwei Arten von Gegenständen — Raum und Zeit —, ist also 2-dimensional. Dem ist aber nicht so. Um nämlich die bestimmte Stelle in der Zeit anzugeben, wo sich ein Körper gerade befindet, brauchen wir nur *eine* Zahl. Aber um die bestimmte Stelle im Raume anzugeben, wo er sich zu dieser Zeit befindet, brauchen wir *drei* Zahlen, die drei Koordinaten x, y, z; die verschiedensten Werte dieser Koordinaten können bei der Bewegung eines Körpers miteinander verknüpft sein. Die Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit, wie wir sie nennen wollen, ist also nicht 2-dimensional, sondern 4-dimensional, und ihre Dimensionen sind in der uns geläufigen Ausdrucksweise x, y, z, t.

Diese vier Größen sind miteinander verknüpft in den Bewegungsgesetzen der Mechanik, die sich ja, wie wir früher (26) hörten, alle in Koordinaten schreiben lassen. Sie enthalten die *analytische* Darstellung der Verhältnisse in der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit. Um Verhältnisse dieser Mannigfaltigkeit *geometrisch* darstellen zu können, haben wir gemäß der allgemeinen Vorbetrachtung ein 4-dimensionales Koordinatensystem nötig, also einen 4-dimensionalen mathematischen Raum. Wir sahen in (33), daß es verschiedene Mechaniken gibt: die bisher für theoretisch richtig gehaltene klassische Mechanik und die Mechanik der RTh, die behauptet, die klassische Mechanik sei nur eine Annäherung an die Wirklichkeit. Jede dieser Mechaniken beschreibt eine eigene Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit und jede von ihnen wird auf verschiedene Weise im 4-dimensionalen Raume geometrisch dargestellt. Uns interessiert hier nur die relativistische Mechanik. Die 4-dimensionale Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit der relativistischen Mechanik läßt sich also in einem 4-dimensionalen Raum geometrisch darstellen oder, wie man auch sagt, *abbilden*. Auch hier ist die Zeit gleichsam erstarrt; sie ist *in dieser Abbildung* nichts weiter als eine Koordinate im 4-dimensionalen Raume.

Diese Abbildung kann man sich natürlich nicht mehr vorstellen. Das tut auch nichts zur Sache. Worauf es dem R-Theoretiker ankommt, ist dies, daß er, wenn noch ein kleiner Kunstgriff eingeführt ist, von dem wir gleich sprechen, jetzt eine viel schönere algebraische Darstellung der Sache geben kann. Der mathematische Laie wird staunen: wir haben gerade eine *geometrische* Darstellung geben wollen, und doch soll das Nebensache sein und soll nun auf einmal wieder algebraisch gearbeitet werden. Aber es ist trotzdem richtig, was ich sagte. Was Nebensache ist, ist die geometrische *Veranschaulichung*, die Zeichnung oder Modellierung der 4-dimensionalen Verhältnisse. Was aber nicht Nebensache ist, ist die *Geometrie* dieses 4-dimensionalen Raumes; sie ist und bleibt die Hauptsache. Aber — und nun kommt der springende Punkt — Geometrie kann auf verschiedene Weise getrieben werden. Die modernen Geometer behandeln vielfach die Geometrie nicht mehr geometrisch, sondern algebraisch und bekommen dadurch eine besonders allgemeine und schöne Darstellung der Geometrie. Und das wird auch hier gemacht. Der R-Theoretiker treibt Geometrie, wenn er die 4-dimensionale Mannigfaltigkeit bearbeitet, aber Geometrie in algebraischer Form. Und diese algebraische Behandlung der relativistischen Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit im 4-dimensionalen Raume ist zwar inhaltlich dasselbe, aber formell etwas ganz anderes und Besseres als die analytische Behandlung der Bewegungen im 3-dimensionalen physischen Raum nach der relativistischen Mechanik.

Ich möchte den Leser nun vor einer Verwechselung dringend warnen. Er darf den 4-dimensionalen Raum, in dem die 4-dimensionale Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit geometrisch dargestellt wird, nicht mit dem wirklichen, physischen Raum verwechseln. Der physische Raum ist 3-dimensional, wie wir von vornherein stillschweigend annahmen, indem wir den Ort eines Körpers in ihm als durch die drei Koordinaten x, y, z bestimmt ansahen. Aber die Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit ist 4-dimensional, und um sie geometrisch darstellen zu können, hat man einen 4-dimensionalen Raum nötig. Dieser 4-dimensionale Raum ist also kein physisch wirklicher Raum, sondern lediglich ein mathematischer, genau so wie der 2-dimensionale Raum der beiden ersten Vorbetrachtungen und der 3-dimensionale der dritten Vorbetrachtung mathematische Räume waren, in denen physische Verhältnisse abgebildet wurden.

Was können wir nun im einzelnen über die besprochene Abbildung der relativistischen Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit sagen? Hier müssen einige spärliche Andeutungen genügen, die ohne Mathematik verständlich sind. Die Bewegung eines Massenpunktes der wirklichen Welt wird in unserem 4-dimensionalen Raum durch eine Kurve in einem 4-dimensionalen Koordinatensystem dargestellt, genau so, wie die Bewegung des als Massenpunkt gedachten Körpers in der zweiten Vorbetrachtung, weil sie ja im physischen Raum auf einer Strecke, also 1-dimensional verlief, durch eine Kurve in einem 2-dimensionalen Koordinatensystem abgebildet wurde. Eine solche Kurve im 4-dimensionalen Raume der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit nennt man eine *Weltlinie.* Ruht ein Massenpunkt, so ist seine Weltlinie eine Parallele zur t-Achse, genau so wie in der ersten Vorbetrachtung, wenn die Temperatur konstant bliebe (dieses Konstantbleiben der Temperatur entspricht dem Ruhen des Körpers), die Kurve parallel zur t-Achse gehen würde, die ja in der Zeichnung unten liegt. Jeder Punkt des 4-dimensionalen Systems stellt ein örtlich oder zeitlich scharf lokalisiertes Ereignis der wirklichen Welt dar. Blitzt z. B. ein elektrisches Fünkchen auf und erlöscht sofort, so ist dieses Ereignis etwa durch den Punkt $x_1 y_1 z_1 t_1$ des 4-dimensionalen Systems abgebildet. Blitzt es später noch einmal an derselben Stelle auf, so ist es durch einen anderen Punkt $x_1 y_1 z_1 t_2$ abgebildet. Blitzt gleichzeitig mit dem ersten Fünkchen ein zweites an einer anderen Stelle auf, so ist es etwa durch den Punkt $x_2 y_2 z_2 t_1$ abgebildet. Diese Punkte heißen *Weltpunkte.* Das mag dem Leser genügen.

Der erste, der die relativistische Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit geometrisch dargestellt hat, ist der Mathematiker Minkowski gewesen. Darum spricht man von der *Minkowskiwelt.* Die Minkowskiwelt ist also nicht die wirkliche Welt, wie sie nach der sp. RTh eingerichtet ist, sondern ist die geometrische Darstellung der nach der sp. RTh vorhandenen Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit dieser wirklichen Welt in einem 4-dimensionalen mathematischen Raum. Nun hat Minkowski bei dieser Darstellung einen kleinen Kunstgriff angewandt. Er nimmt nicht die vier Größen x, y, z, t, um ihr Verknüpftsein geometrisch abzubilden, sondern er ersetzt t durch eine Funktion von t, nämlich durch ict; dabei ist bekanntlich $i = \sqrt{-1}$ und c die Lichtgeschwindigkeit. Er faßt dabei ict als *eine* Größe, als *eine* Koordinate auf und braucht deshalb nur *einen* Buchstaben dafür zu setzen. Anstatt x, y, z, ict schreibt er $x_1\ x_2\ x_3\ x_4$. Darin drückt sich auch äußerlich deutlich aus, wie die Zeit in dieser Darstellung erstarrt und eine reine Koordinate geworden ist. Der Grund, warum Minkowski diesen Kunstgriff gewählt hat, war rein mathematischer Natur; er ermöglichte ihm eine besonders schöne, bequeme und folgereiche mathematische Behandlung.

6. Die Transformation in der Minkowskiwelt. Ich habe den Leser schon einmal (26) an die *mathematischen* Transformationsgleichungen erinnert, die gestatten, die Koordinaten eines mathematischen Koordinatensystems ohne weiteres aus denen eines anderen zu berechnen. Der Leser wird auch wohl noch aus der Algebra wissen, daß stets so viele Transformationsgleichungen vorhanden sein müssen, als jedes System Koordinaten hat. Denn die Koordinaten eines Systems sind die Unbekannten, die aus den bekannten Koordinaten eines anderen Systems errechnet werden sollen; zur Berechnung von Unbekannten hat man aber stets soviele Gleichungen nötig, als Unbekannte verhanden sind.

In unserem 4-dimensionalen Raume gibt es nun auch unendlich viele Koordinatensysteme, wie in jedem mathematischen Raume. Ich könnte z. B. auf das Blatt der Fig. 7 ein beliebiges anderes Koordinatensystem zeichnen und die Koordinaten der Fieberkurve in diesem neuen System mit Hilfe der Transformationsgleichungen berechnen. Wie finde ich nun im 4-dimensionalen Raum der Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit diesen Übergang von einem zum anderen System? Wie finde ich, algebraisch ausgedrückt, die x' y' z' t' aus den x y z t? Auch hier muß es Transformationsgleichungen geben, und wir kennen sie schon.

In dem 4-dimensionalen Raum, in dem die Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit der klassischen Mechanik abgebildet ist, stellt die Galileitransformation offensichtlich solche Transformationsgleichungen dar. Sie verbindet ja die vier Größen x y z t mit x' y' z' t', gibt also den Übergang von einem Koordinatensystem dieses Raumes zu einem anderen. In dem 4-dimensionalen Raum, in dem die relativistische Raum-Zeit-Mannigfaltigkeit dargestellt ist, übernimmt natürlich die Lorentztransformation diese Rolle. Beide Transformationen haben auch, wie es nach dem vorigen sein muß, für den Übergang von einem *vier*dimensionalen Koordinatensystem zum anderen *vier* Gleichungen. Die Lorentztransformation ist also *hier* eine rein mathematische Transformation. Wenn man aber bedenkt, daß diese geometrische Abbildung doch eben physische Verhältnisse ausdrückt, so erhält die Lorentztransformation ihren alten Charakter wieder zurück.

7. Die zeichnerische Darstellung der Minkowskiwelt. Die Verhältnisse in einem 2-dimensionalen Raum kann man ohne weiteres zeichnen, die Verhältnisse in einem 3-dimensionalen perspektivisch zeichnen oder durch Modelle symbolisieren. Aber beim 4-dimensionalen Raum versagt das alles. Indes ist die Sache doch nicht so hoffnungslos, wie sie aussieht. Man braucht nämlich die vier Dimensionen gar nicht zu zeichnen, nicht einmal drei, sondern kann sich auf zwei beschränken und doch das Wesentliche durch sie ausdrücken. Entsprechendes haben wir ja ohne Bedenken auch schon getan. Die Koordinatensysteme unserer Figuren 1, 2, 4, 5 sind eigentlich 3-dimensionale Systeme; wir haben uns mit zwei Achsen, sogar mit einer bei 4 und 5, begnügt. Nur muß im vorliegenden Falle des 4-dimensionalen Systems unter den zwei gezeichneten Achsen die t-Achse (die Zeitachse) sein; denn wesentlich für die sp. RTh sind ja die Relativität der Zeit und die davon abhängige Relativität der Länge. Nimmt man z. B. die Achsen der x und t und stellt die in der Lorentztransformation beschriebenen Verhältnisse dieser Koordinaten graphisch dar, so kann man daraus die Ergebnisse unserer Überlegungen in (37), (38), (39) direkt ablesen. Was wir dort durch Rechnung gefunden, liegt dann anschaulich vor uns. Da wir hier nicht weiter darauf eingehen können, verweise ich auf die Darstellung in dem Buche von Born *(11)*.

41. Die Relativität anderer physikalischer Größen. In einer der Betrachtungen im Anschluß an die Lorentztransformation (34) hatten wir gesehen, daß und warum die Transformation sich unmittelbar nur auf Raumpunkte und auf Zeitpunkte bezieht, daß aber andere physikalische Größen mittelbar dadurch betroffen werden. Dafür will ich noch ein kleines Beispiel bringen, muß aber aus bekannten Gründen auf die Ableitung verzichten.

Die *Masse* ist in der sp. RTh keine Konstante mehr, sie ist abhängig von der Geschwindigkeit. Die mathematische Ableitung ergibt, daß

$$m = \frac{m_0}{\beta}$$

ist. Das bedeutet folgendes. In dem Inertialsystem, in dem die Masse m ruht, ist, weil $v = 0$ ist, β offenbar gleich 1; nach dieser Gleichung ist dann $m = m_0$. m_0 ist also der Wert, den die

Masse m hat, wenn sie ruht. Man nennt m_0 deshalb die *Ruhmasse* des Körpers. In allen dazu bewegten Inertialsystemen, in denen sich nach dem Reziprozitätsprinzip auch ja die Masse m bewegt, ist m gemäß der Gleichung abhängig von der Geschwindigkeit. Die Art dieser Abhängigkeit ist sehr leicht festzustellen. Je größer v ist, desto kleiner ist β, desto größer also m. Die im Fremdsystem befindliche Masse m ist für das Eigensystem um so größer, je größer die Geschwindigkeit des Fremdsystems ist.

Die Masse wird, wie wir wissen (19), durch die Beschleunigung gemessen, die Beschleunigung ist aber keine Invariante gegenüber der Lorentztransformation (33). Nun ist die obige Formel für die Masse aber unter Berücksichtigung dieses Umstandes abgeleitet. Sie gilt also auch, wenn die Masse beschleunigt bewegt ist, und man kann gemäß der Formel nun auch sagen, daß eine Masse, die man im Eigensystem in Bewegung setzt, größer wird. Daß man diese Änderung im System der Erde nicht messen kann, liegt an dem Grunde, den wir früher (33) auseinandergesetzt haben.

Der Leser, der so weit vorgebildet ist, daß er die Beweise für diese und die übrigen Folgerungen aus der sp. RTh versteht, kann sie in den Schriften über die Theorie leicht finden. Für unseren Zweck muß das, was wir bisher über die Grundgedanken der sp. RTh entwickelt haben, genügen. Wir wenden uns jetzt zur philosophischen Betrachtung.

Drittes Kapitel

Die logische Kritik der speziellen Relativitätstheorie

Die sp. RTh ist in erster Linie eine Raum-Zeit-Lehre und erst in zweiter Linie eine Lehre über andere physikalische Dinge. Diese Raum-Zeit-Lehre wollen wir in den beiden folgenden Kapiteln in philosophische Beleuchtung rücken. Die nicht unmittelbar Raum und Zeit betreffenden philosophischen Folgerungen aus der sp. RTh wollen und können wir erst erwägen, wenn wir die a. RTh kennen gelernt haben.

Die sp. RTh als Raum-Zeit-Lehre betrachten wir von einem doppelten Standpunkte aus, vom logischen und vom gegenstandstheoretischen. Die logische Frage zielt auf den logischen Aufbau der Theorie. Enthält die Theorie keine Widersprüche? Ist alles das, was sie über die logische Struktur ihrer Prinzipien sagt, richtig? Und wenn nicht, was ist dann der Sinn und die Tragweite ihrer Resultate? Diese logische Seite bespricht das vorliegende Kapitel. Ich werde in der ersten Nummer auf vereinzelte logische Unstimmigkeiten aufmerksam machen, während der Rest des Kapitels den logischen Riß aufzudecken versucht, der durch die ganze Theorie geht und der uns zwingt, *der jetzigen Form* der Theorie eine andere physikalische Deutung zu geben.

42. Die Behandlung der Beschleunigung in der sp. RTh. Wir werden die wunderliche Sucht mancher Leute natürlich nicht mitmachen, in allem, was dem widerspricht, was die meisten Menschen bislang für unumstößlich richtig gehalten haben, einen Widerspruch zu finden. Es handelt sich vielmehr um immanente Widersprüche der Theorie.

Nur im Vorübergehen muß ich da auf eine Schwierigkeit hinweisen, die Adler (*23*) aufgezeigt, zu der aber die RTh bis zur Stunde keine Stellung genommen hat. Adler zeigt, daß die Gleichwertigkeit der Inertialsysteme nur scheinbar ist. Die dreifach unendliche Schar dieser Systeme zerfällt in zwei Gruppen, in gleichwertige und in ungleichwertige Systeme, aber so, daß jedes System zu jeder der beiden Gruppen gehört. Die Transformationsformeln haben nun verschiedene Form und verschiedene physikalische Voraussetzungen, je nachdem sie sich auf die eine oder die andere Gruppe beziehen. Ich will nicht weiter darauf eingehen, weil die Sache durch Adler doch noch nicht endgültig erledigt erscheint.

Mir liegt vielmehr daran, die Blicke auf einen anderen wichtigen Punkt zu lenken, der bis jetzt der Aufmerksamkeit, wie es scheint, ganz entgangen ist, nämlich auf die Art, wie die Beschleunigung in der sp. RTh behandelt wird. *Die Beschleunigung ist keine Invariante gegenüber der Lorentztransformation (33), aber sie wird an mehreren Stellen als Invariante behandelt*, und zwar geschieht das bei der Uhr und bei der Lichtwelle.

Wir kennen die Rolle, die die Uhr in der sp. RTh spielt. Gäbe es keine Uhr, so gäbe es keine RTh. Nun ist die Uhr aber ein physikalisches Instrument, bei dessen Betrieb *notwendig* Beschleunigungen vorkommen. Denn die Uhr muß in ihrem Betrieb periodische Bewegungen enthalten, periodische Bewegungen aber müssen Beschleunigungen enthalten. Periodische Bewegungen können ja nur da vorliegen, wo krummlinige Bewegungen oder Punkte, wo die Bewegung umkehrt, oder beides zusammen vorkommen, sind also notwendig mit Beschleunigungen verbunden; eine periodische Bewegung ohne Beschleunigung ist undenkbar. Weil nun die Beschleunigung keine Invariante gegenüber der Lorentztransformation ist, müssen die Uhren schon deshalb allein in dem System, in dem sie ruhen, anders zeigen als in relativ dazu bewegten Systemen. Die Abhängigkeit ihrer Angaben von der Geschwindigkeit, wie sie die Lorentztransformation beschreibt, bleibt also ganz unangetastet. *Dazu* muß noch der Einfluß der Nichtinvarianz der Beschleunigung treten. Ihn kennt die RTh nicht; sie behandelt vielmehr die in den Uhren vorhandenen Beschleunigungen stillschweigend als Invarianten.

Dasselbe Problem tritt bei der Lichtwelle auf. Das Licht ist eine periodische Bewegung, die mit konstanter Geschwindigkeit im Raum fortschreitet. Der Lichtstrahl enthält also periodische Bewegungen, d. h. Wellen oder Schwingungen. Man kann sich eine beliebige Vorstellung von diesen Dingen machen, aber ohne die Annahme von Schwingungen vermag man einfache optische Tatsachen, z. B. die verschiedenen Farben und Intensitäten, nicht zu deuten. Von den Schwingungen hängen also Farbe und Intensität des Strahles ab. Wegen der Nichtinvarianz der Beschleunigung wird nun derselbe Lichtstrahl allen Systemen, die relativ zu ihm verschieden bewegt sind, verschiedene Farbe und Intensität zeigen. Es sieht so aus, als ob die sp. RTh an dieser Schwierigkeit vorbei käme. Denn sie kennt ja nur dieselbe Geschwindigkeit des Lichtes gegen jedes System. Aber dieses Vorbeikommen ist scheinbar. Denn die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit kommt, wie wir noch deutlicher in diesem Kapitel sehen werden, nur durch Änderung der Zeit- und Längenmessung zustande. Das Problem bleibt also für sie bestehen und tritt ihr bei der Behandlung der Dopplererscheinung entgegen. Bis jetzt hat die RTh diese Beschleunigungen in den Lichtwellen stets als Invarianten angesehen.

43. Zonenzeit und Systemzeit. Wir wenden uns zur Hauptfrage dieses Kapitels. Diese Nummer soll aber nur eine Vorbereitung dazu sein, die die straffe, sichere Geschlossenheit der sp. RTh in den Augen des Lesers etwas lockern will, damit er den Zusammenhang des folgenden um so besser versteht. Sie will zwei Widersprüche aufzeigen, die aus dem Gebrauche von Zonenzeit und Systemzeit in der sp. RTh fließen.

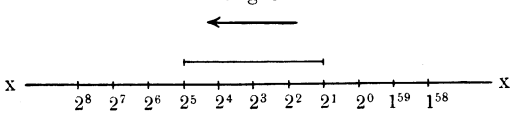
Erstens versucht sie nachzuweisen, wie aus der RTh selbst folgt, daß jedes Inertialsystem für den in ihm ruhenden Beobachter gleichzeitig zwei verschiedene und einander widersprechende Zeiten haben muß.

Wir wollen uns zunächst die Begriffe der gemeinten Zeiten klar machen. Zonenzeit kennt der Leser schon. Sie entsteht, wenn die Uhren eines Systems gemäß der Einsteinschen Vorschrift (36) synchron gestellt werden. Sie besteht aber für den Beobachter nur im Eigensystem. Jedes Fremdsystem hat Ortszeit. Der Begriff der Ortszeit läßt sich nun in einer gewissen Weise zum Begriff der *Systemzeit* verallgemeinern. Man versteht unter Systemzeit den Inbegriff der gleichen Zeitangaben der nach einer bestimmten Vorschrift gerichteten Uhren eines Systems. Ich weiß, daß das ein sehr schwerer Begriff ist, der nicht durch Worte, sondern nur durch Beispiele gut verdeutlicht werden kann, hoffe aber, daß er im folgenden, wenn auch nicht gleich in dieser Nummer, klar wird. Die RTh unterscheidet diese beiden Begriffe nicht ausdrücklich, aber doch tatsächlich. Sie spricht stets einfach von allgemeiner Zeit oder von Zeit des Systems. Aber indem sie erklärt, daß für den Beobachter die Uhren des Eigensystems synchron gehen, die des Fremdsystems nicht, macht sie in der Tat jenen Unterschied. Nach ihr ist also Zonenzeit im Eigensystem, Systemzeit im Fremdsystem. Darin liegt an sich noch kein Widerspruch. Aber die Sache wird anders, wenn wir die Voraussetzungen und Folgerungen der RTh ins Auge fassen.

Die RTh behauptet ja, daß eine Länge des Fremdsystems, im Eigensystem gemessen, nicht so groß ist, wie dieselbe Länge, im Fremdsystem gemessen. Und — das ist das wichtigste — diese Messung vom Eigensystem aus geschieht mit Hilfe von Uhren in der dem Leser bekannten Weise (35).

Nun ist eines ganz sicher: Hat das Eigensystem Zonenzeit, dann wird die Länge gleich sein, ob sie im Fremdsystem mit dem Maßstab oder im Eigensystem mit Uhren gemessen wird. Der Leser schlage Fig. 5 auf, die er bei Besprechung dieser Messungsmethode (35) kennen gelernt hat. Wenn alle Uhren, die dort auf der x-Achse verstreut sind, dieselbe Zeit zeigen, dann ist die markierte Strecke $P_1 P_2 = AB$. Ganz anders aber liegen die Verhältnisse, wenn das Eigensystem Systemzeit hat. Fig. 9 illustriert einen derartigen Fall. Der Strich bedeute die x-Achse des Eigensystems, in der sich der der Deutlichkeit halber darüber gezeichnete Stab mit dem Fremdsystem in der Pfeilrichtung bewegen mag. Die gezeichneten Uhren der x-Achse zeigen in dem Augenblicke, den die Zeichnung festhält, die angeschriebene Zeit ($2^5 = 2$ Stunden 5 Sekunden usw). Die Vorschrift laute: Zur *Systemzeit* 2^5 des Eigensystems soll die Länge des Stabes von den Beobachtern bei den Uhren im Eigensystem markiert werden. Der Kopf des Stabes

Fig. 9



ist in der Zeichnung gerade bei dem Beobachter, wo 2^5 steht, angekommen, und der markiert. Aber das Ende ist bei der Uhr, die 2^1 zeigt; ihr Beobachter markiert also nicht, weil ja die Markierung bei Systemzeit 2^5 vorgeschrieben ist. Der Stab wird bei seiner Bewegung nach links rücken, die Uhren werden während dieser Bewegung weitergehen, und so trifft das Ende des Stabes nach kürzerer oder längerer Zeit, die von seiner Geschwindigkeit abhängt, auf eine Uhr, die 2^5 zeigt. Sagen wir, es sei die Uhr, die jetzt im Augenblicke der Zeichnung 2^2 zeigt. Der Beobachter bei ihr markiert. Jetzt ist es klar, daß die mit dem Maßstab gemessene Strecke zwischen den Markierungspunkten — in der Zeichnung sind es die Punkte, wo jetzt 2^5 und 2^2 steht — kleiner ist als die im Fremdsystem gemessene Länge. Die Länge zeigt, im Eigensystem gemessen, Lorentzkontraktion zweiter Art. Lorentzkontraktion erster Art lassen wir hier ganz außer Betracht; sie ist ja unabhängig davon, wie gemessen wird.

Wir kommen also notwendig zu der Überzeugung: Die von der sp. RTh verlangte Lorentzkontraktion zweiter Art ist nur möglich, wenn das Eigensystem *Systemzeit* hat. Nach den Voraussetzungen der RTh soll das Eigensystem aber *Zonenzeit* haben. Das ist zugleich, d. h. für denselben Beobachter, nicht möglich. Wie löst sich dieser Widerspruch?

Noch eine terminologische Bemerkung, die jetzt wohl besser verständlich ist, als sie es zu Anfang gewesen wäre. Man *kann* die Zonenzeit als einen *besonderen* Fall der Systemzeit ansehen. Unsere Definition der Systemzeit berücksichtigt das schon. Wenn wir nun aber doch hier und im folgenden die Systemzeit der Zonenzeit gegenüberstellen, so bedeutet sie stets Systemzeit, die keine Zonenzeit ist.

Ich komme zum *zweiten* Widerspruch. Nach der sp. RTh liest ein Beobachter an einer Uhr seines Eigensystems die Zeit t_1 ab, während *gleichzeitig* ein Beobachter eines Fremdsystems an *derselben* Uhr die Zeit t_1' abliest; das folgt ja ohne weiteres daraus, daß das Eigensystem Zonenzeit, das Fremdsystem Systemzeit hat. Die beiden Beobachter befinden sich zur Zeit der Ablesung mit der Uhr an demselben Orte. Ist diese Ablesung möglich? Man bedenke: *Dieselbe* Zeigerstellung wird von dem einen als t_1, von dem anderen als t_1' gelesen. Eine Uhrzeigerstellung ist, ganz allgemein gesprochen, die Koinzidenz zweier Raumpunkte a und b. Was nun von der RTh verlangt wird, ist, daß der eine Beobachter a mit b, der andere Beobachter *gleichzeitig* a mit c koinzidieren sieht. Dafür ist aber gar keine andere Erklärung möglich als die, daß eben a gleichzeitig mit zwei verschiedenen Raumpunkten koinzidiert, daß also auch z. B. der Koordinatenanfangspunkt eines Inertialsystems gleichzeitig im Anfangspunkte und im Punkte $x_1 y_1$ eines anderen Systems liegen kann. Das halte ich für einen Widerspruch in sich, zu dem die Aufstellung der RTh notwendig treibt, wenn man die Deutung, die sie diesen Dingen gibt, beibehält.

Man könnte vielleicht daran denken, sich mit der der sp. RTh eigenen Auffassung der Gleichzeitigkeit zu helfen. Stellen beide Beobachter die Koinzidenz von a mit einem Raumpunkte nach der gleichen Uhrangabe nicht synchron gehender Uhren fest, so kann natürlich für sie „gleichzeitig“ a mit b und a mit c koinzidieren. Aber das ist hier ausgeschlossen. Denn einmal ist die Koinzidenz hier eine Uhrzeigerstellung; wären für ihre Feststellung zwei andere Uhren nötig, so müßten die Koinzidenzen dieser Uhren abermals durch neue Uhren konstatiert werden und so *in infinitum* weiter. Und fürs zweite ist das „gleichzeitig“ hier in jenem noch zu besprechenden (52) undefinierbaren Sinne genommen, in dem die RTh es immer nehmen muß, wenn es sich um unmittelbar benachbarte Ereignisse handelt.

Man darf auch nicht zum Vergleich auf die Länge hinweisen, die der eine Beobachter gleich l, der andere gleich βl findet. In diesem „finden" liegt der Unterschied. Die Länge ist das Resultat einer auf bestimmte Weise vorgenommenen Messung, in unserem Falle aber liegt eine unmittelbare Konstatierung der Koinzidenz von Raumpunkten vor. Die Relativität „des Raumes" beruht in der RTh auf der Relativität „der Zeit", darf also nicht vorausgesetzt werden.

Der Widerspruch bleibt. Wie löst er sich?

Die beiden besprochenen Widersprüche lösen sich, wenn wir auf die physikalischen Grundlagen der sp. RTh zurückgehen und zusehen, wie in ihr das leitende Prinzip der Lorentztransformation begründet ist. Dieses leitende Prinzip ist nicht das Relativitätsprinzip, sondern das Konstanzprinzip. Die Lorentzsche Theorie (29) beweist, daß das Relativitätsprinzip zur Ableitung der Lorentztransformation nicht notwendig ist. Dagegen ist das Konstanzprinzip notwendig mit ihr verknüpft. Der Leser kann das leicht für sich selbst nachweisen. Die Gleichung für eine Kugelwelle lautet:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0.$$

Wenn der Leser nun die ungestrichenen Buchstaben gemäß der Lorentztransformation durch die gestrichenen ersetzt und ausrechnet, so erhält er die Gleichung:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0.$$

Ist also die Lichtwelle im ungestrichenen System eine Kugelwelle mit dem Radius $c\,T$ $(T = t)$, so ist sie im gestrichenen ebenfalls eine Kugelwelle mit dem Radius $c\,T$ $(T = t')$. Das Konstanzprinzip ist demnach notwendig mit der Lorentztransformation verbunden. Aber dann müßte Lorentz es auch gekannt haben? Er hat es auch gekannt, weil es eben in der Transformation mitgegeben ist. Zwischen Lorentz und Einstein besteht hier eine Art Reziprozitätsverhältnis. Lorentz benutzte die Ortszeit zur Ableitung der Transformation und die Folgerung daraus war das Konstanzprinzip; Einstein benutzte das Konstanzprinzip und die Folgerung war die Ortszeit. Wir sehen also, wie in der sp. RTh das Konstanzprinzip die Seele der Lorentztransformation ist, die ihr Leben und Gestalt gibt. Wir wollen deshalb die logische Struktur dieses Prinzips untersuchen.

44. Die logische Struktur des Konstanzprinzips. Wir stellen und beantworten drei Fragen über das Konstanzprinzip.

Erste Frage. Nach der sp. RTh soll die erste Aussage des Konstanzprinzips erfahrungsgemäß im Michelsonversuch begründet sein, während die Erweiterung in der zweiten Aussage ihre Begründung im Relativitätsprinzip finden soll (30). Ist das richtig?

Wenn man die Ätherhypothese festhält, so ist der Michelsonversuch allerdings eine Erfahrungsgrundlage für die erste Aussage des Konstanzprinzips. Zwar keine sichere, keine, aus der sie notwendig folgt. Aber man kann doch mit einiger Wahrscheinlichkeit die Hypothese aufstellen, daß der Michelsonversuch in *allen* unbeschleunigten Systemen das gleiche Resultat ergeben wird, daß nämlich die Lichtgeschwindigkeit unabhängig von der Bewegung gegen den Äther ist.

Die Sache bekommt aber ein ganz anderes Gesicht, wenn man die Ätherhypothese fallen läßt. Dann hat man nicht mehr *zwei* Systeme, Erde und Äther, die gegeneinander bewegt sind, sondern jetzt hat man nur *ein* System, das der Erde, und in diesem System ruht die Lichtquelle. Jetzt ist der Ausfall des Michelsonversuches eine *Selbstverständlichkeit.* Denn es gibt ja gar keinen Grund, warum unter diesen Verhältnissen das Licht in einem System, in dem die Lichtquelle ruht, nach einer Richtung schneller als nach der anderen wandern soll, warum sich das Licht hier nicht in Kugelwellen ausbreiten soll.

Nun ist aber die sp. RTh genau in dieser Lage. Sie läßt die Ätherhypothese fallen. Sie hat beim Michelsonversuch nur *ein* System, in dem Beobachter und Lichtquelle ruhen. Für sie ist also der Versuch kein Problem, das sie erst lösen *soll*, von dem aus sie eine Erkenntnis nehmen kann, sondern ein Problem, das durch eine ihrer Grundannahmen schon gelöst *ist.* Aber die erste Aussage des Konstanzprinzips behauptet viel mehr. Sie läßt die Beschränkung „in dem die Lichtquelle ruht“ fallen und sagt allgemein, daß die Lichtgeschwindigkeit in *jedem* System konstant sei, gleichgültig ob die Lichtquelle in ihm ruht oder nicht. Das ist aber, wenn man einmal auf den Äther verzichtet hat, weder im Michelsonversuch noch sonst irgendwie erfahrungsgemäß begründet. Es ist eine reine Willkürannahme. Naturgemäß behält die zweite Aussage diesen Charakter bei. *Das Konstanzprinzip ist eine Willkürannahme.*

Daraus folgt die Unrichtigkeit der Versuche mancher r-theoretischer Schriften, auf Grund der Ergebnisse der sp. RTh den Michelsonversuch zu deuten. Er bedarf gar keiner Erklärung mehr, wenn man einmal den Ätherstandpunkt der sp. RTh annimmt. Er ist dann überhaupt kein Gegenstand der Theorie. Denn die sp. RTh handelt stets von mehreren unbeschleunigten Systemen; hier aber haben wir dann nur ein einziges System, die Erde. Es ist also ohne Sinn, vom Standpunkte der sp. RTh aus den Versuch erklären zu wollen.

Zweite Frage. Ist das Konstanzprinzip vielleicht in irgendwelchen gedanklichen Zusammenhängen genügend begründet? Man könnte das glauben und nach (43) diesen Zusammenhang so aussprechen: Wenn man *eine Transformation* erhalten will, gegenüber der die Grundgleichungen der Elektrodynamik, die sog. Maxwellschen Gleichungen, invariant sind, so braucht man das Konstanzprinzip. Das Konstanzprinzip wäre also völlig begründet, wenn dreierlei zugleich nachgewiesen wäre: 1. wenn es sich nachweisen ließe, daß das Konstanzprinzip nicht nur für die Lorentztransformation, sondern für *jede* Transformation notwendig ist, gegenüber der jene Invarianz besteht; 2. wenn nachgewiesen wäre, daß die Invarianz vorhanden ist, d. h. daß die Inertialsysteme alle gleichwertig sind; 3. wenn die Maxwellsche Theorie, deren Ausdruck die Maxwellschen Gleichungen sind, als richtig nachgewiesen wäre.

Der erste Nachweis ist aber unmöglich. Denn wie sollte es sich zeigen lassen, daß man *nur* mit Hilfe des Konstanzprinzips jene Transformationen erhalten kann? Dazu hängt dieser Nachweis wieder von der Richtigkeit der beiden folgenden ab. Endlich ist das Prinzip ja ohne jede erfahrungsgemäße Unterlage. Nimmt man das alles zusammen, so ist es klar, daß das Prinzip eine reine Willkürannahme selbst dann bliebe, wenn die beiden anderen Nachweise gelungen wären.

Was den zweiten Nachweis angeht, so hörten wir schon (42), daß begründete Zweifel an der Gleichwertigkeit der Inertialsysteme gestattet sind.

Daß der dritte Nachweis unmöglich ist, wird wohl heute allgemein zugestanden. Die Maxwellsche Theorie mitsamt ihren Gleichungen ist ein Gebäude, das einmal umgestoßen werden kann. Man ist eigentlich heute schon daran. Fallen aber die Maxwellschen Gleichungen, so wird das Konstanzprinzip überflüssig.

Wer die Unrichtigkeit des geprüften gedanklichen Zusammenhanges einsieht, könnte wenigstens behaupten wollen, das Konstanzprinzip sei für die Ableitung der *Lorentztransformation* notwendig. Das ist an sich richtig. Aber bevor wir das Prinzip deshalb anzunehmen gezwungen sind, müßten von den genannten drei Punkten die beiden letzten bewiesen sein. Der erste fiele weg, aber an seine Stelle müßte der Nachweis treten, daß die Lorentztransformation die richtige Transformation ist; und der ist wohl auch unmöglich.

Ein ganz anderer Gedanke scheint für Einstein bestimmend gewesen zu sein und ist seither oft wiederholt worden. Einstein findet (*12*, 12) einen Widerspruch zum Relativitätsprinzip darin, daß die Geschwindigkeit des Lichtes, bezogen auf ein anderes System, eine andere ist. Daß das Licht die Geschwindigkeit c besitzt, ist für ihn „das Gesetz der Lichtausbreitung im Vakuum", und dieses Gesetz müsse wie jedes andere allgemeine Naturgesetz für alle Inertialsysteme gleichlauten. Ich will von dem Zusammenhang dieses Gedankens mit den vorhin betrachteten Nachweisen absehen. Zu seiner Charakterisierung genügt der Hinweis, daß er zwei völlig verschiedene logische Typen miteinander verwechselt. Daß das Licht die Geschwindigkeit c besitzt, ist eine *Tatsache*, aber ist kein *Gesetz*. Ein Gesetz drückt stets eine notwendige Beziehung zwischen Größen aus, es geht weit über die Erfahrung hinaus, sagt stets mehr als die Erfahrung aus. Der Satz von der Lichtgeschwindigkeit ist aber von demselben logischen Typ wie die Sätze: Der mittlere Radius der Erde beträgt 6370 km, die maximale Sonnenentfernung beträgt 151 977 000 km. Alles das sind Tatsachen, die wir erfahrungsgemäß feststellen, aber keine Gesetze. Gesetze sind invariant gegenüber den Inertialsystemen, aber nicht Geschwindigkeiten.

Nachdem wir so dem Konstanzprinzip die erfahrungsgemäße und theoretische Unterlage genommen haben, stellen wir die Hauptfrage.

Dritte Frage. Wie steht das Konstanzprinzip zum Bewegungsbegriff?

Ein begrifflich notwendiges Merkmal der Bewegung ist ihr relativer Charakter (16), wonach jede Bewegung im allgemeinen eine andere Geschwindigkeit und Richtung hat je nach dem System, auf das sie bezogen wird. Das ist und muß auch sein eine notwendige Grundlage der RTh. *Das Konstanzprinzip widerspricht aber direkt dem relativen Charakter der Bewegung.* Denn in ihm wird ja behauptet, wir würden stets dieselbe Geschwindigkeit der Bewegung des Lichtes messen, gleichgültig ob wir uns gegen die Lichtwelle oder mit ihr bewegten. Warum soll denn in diesem *einzigen* Falle eine Ausnahme stattfinden? Und wo soll der Grund für diese Ausnahme liegen? Der einzige Ausweg wäre, zu sagen, mit dem Lichte sei keine Bewegung verbunden. Aber das wird im Ernste niemand behaupten wollen, sicherlich nicht im Angesichte der modernen Quantentheorie. Ist keine Bewegung mit dem Lichte verbunden, dann besitzt es auch keine Geschwindigkeit. Der Widerspruch gegen den Bewegungsbegriff läßt sich nicht aus der Welt schaffen.

Fassen wir zusammen. Das Konstanzprinzip ist vom physikalischen Standpunkte aus falsch, weil es dem relativen Charakter der Bewegung widerspricht. In der sp. RTh spielt es nur die Rolle eines mathematischen Kunstgriffs, den Einstein zur Ableitung der Lorentztransformation nötig hatte. Was bei Lorentz die Ortszeit war — ein Geschenk von oben —, das ist bei Einstein das Konstanzprinzip. Man hilft sich wohl über die mehr gefühlte als erkannte Seltsamkeit des Prinzips mit dem Troste hinweg, daß es in der a. RTh ja doch aufgehoben würde. Aber das ist ein Irrtum. Es wird in der a. RTh nicht im eigentlichen Sinne aufgehoben, sondern nur umfassenderen Gedanken eingefügt. Das, was die a. RTh mit der Lichtgeschwindigkeit tut, wäre unmöglich, wenn sie nicht innerhalb der sp. RTh als konstant genommen würde.

Wie ändert dieses Ergebnis die Auffassung der Lorentztransformation oder, wie wir auch sagen können, der sp. RTh? Denn die sp. RTh ist ja der Inbegriff der Lorentztransformation, ihrer Voraussetzungen und ihrer Folgerungen.

45. Die Deutung der sp. RTh. Jetzt hat die Lorentztransformation nicht bloß den unmittelbaren Zusammenhang mit der Erfahrung verloren, sondern auch etwas in sich aufgenommen, was der Erfahrung oder solchem, das unmittelbar an ihr abgelesen wird, widerspricht. Gewiß behält sie den mathematischen Sinn, daß sie eine Transformation ist, gegenüber der die elektrodynamischen Gesetze invariant sind. Aber sie kann jetzt nicht mehr zur Erfahrung zurückführen in all den Dingen, die vom Konstanzprinzip abhängen. Von diesem Prinzip her kommt aber der ganze mechanische Gehalt der sp. RTh, der sie von der bisherigen Mechanik unterscheidet. Die bisherige Mechanik kannte ja das Relativitätsprinzip, soweit es für sie nötig war, so gut wie die relativistische (26); der Unterschied muß also auf dem Konstanzprinzip beruhen. Alle mechanischen Folgerungen aus der Lorentztransformation verlieren damit ihren Charakter als Aussagen über wirkliche physische Verhältnisse. Sie sagen lediglich aus, was sein würde, wenn das Konstanzprinzip richtig wäre.

Das läßt sich noch anders ausdrücken. Erinnern wir uns einer Betrachtung in (30). Dort überlegten wir folgendes: Blitzt in einem System ein ruhendes Lichtsignal auf, so pflanzt sich die Welle in diesem System als Kugelwelle fort; in einem relativ zu ihm bewegten System ist sie aber keine Kugelwelle. Und solange wir in diesem bewegten System mit Hilfe *derselben* Längen und Zeiten messen wie in dem ersten System, werden wir immer dieses Resultat erhalten, daß die Welle keine Kugelwelle ist. Es ist aber leicht einzusehen, daß es nur einer Änderung der Längen- und Zeitrechnung bedarf, um auch im zweiten System eine Kugelwelle zu messen. Wir können sogar im allgemeinen etwas über die Art dieser Änderung sagen. Die neuen Längen und Zeiten, die wir dazu brauchen, oder wenigstens die einen oder die anderen, müssen nämlich von zweierlei abhängig sein: einmal von der Geschwindigkeit des Systems, denn die Lichtwelle weicht um so mehr von der Kugelform ab, je größer diese Geschwindigkeit ist; fürs andere vom Orte, wo gemessen wird, denn jetzt hat die Lichtwelle ja nicht mehr überall denselben Radius. Die genaue Art der Abänderung läßt sich natürlich nicht ohne weiteres angeben. Die aber sagt uns nun die Lorentztransformation. Diese Transformation muß also innerhalb der sp. RTh interpretiert werden als ein System von Gleichungen, in denen die folgende Aufgabe gelöst ist: Gegeben sind das System des Beobachters und in ihm eine ruhende Lichtquelle, deren Wellen sich in diesem System als Kugelwellen vom Radius cT ausbreiten; welche Längen- und Zeitmessung muß in einem gegen das System des Beobachters unbeschleunigt bewegten System angewandt werden, um die von dieser Lichtquelle ausgehenden Wellen auch in ihm als Kugelwellen mit dem Radius cT' zu erhalten?

Damit lösen sich nun erstens die beiden Widersprüche, die wir in (43) fanden. Es ist *nicht* so, daß jedes System zwei verschiedene Zeitrechnungen *hat*, weder zugleich für den Beobachter in ihm noch zugleich für ihn und einen fremden Beobachter. Es besitzt nur *eine* Zeitrechnung für jeden beliebigen Beobachter. Aber wenn es eine Lichtwelle, die in einem zu ihm bewegten System mit Zonenzeit gemessen als Kugelwelle vom Radius $c\,T$ erscheint, ebenfalls als Kugelwelle messen wollte, so müßte es die aus der Lorentztransformation für das Fremdsystem sich ergebende Längen- und Zeitrechnung anwenden.

Wir können jetzt zweitens manche Äußerungen der sp. RTh nicht mehr mitmachen. Es ist falsch zu sagen, was von dem einen Standpunkte so groß erscheine, erscheine von dem anderen anders. Auch was die RTh über die Lichtgeschwindigkeit als Grenze und über die Änderungen physikalischer Größen folgert, muß anders verstanden werden. Immer ist der Sinn der: Wenn die Änderung der Längen- und Zeitrechnung, die nötig ist, um c in allen Systemen als dieselbe Konstante zu erhalten, in Wirklichkeit vorhanden wäre, dann wären alle jene Folgerungen Aussagen über wirkliche physische Verhältnisse.

Wir wissen jetzt endlich drittens, daß die Folgerungen über die Relativität des Raumes und der Zeit, die man den Ergebnissen der sp. RTh entnommen hat, falsch sind.

Man hat die Stellung der sp. RTh in der Physik wohl mit der Stellung der nichteuklidischen Geometrie in der Mathematik verglichen. Genau so wie die Mathematik fragt, wie sich die Geometrie gestaltet, wenn das Parallelenaxiom nicht gilt, fragt die sp. RTh, wie sich die Physik gestaltet, wenn das Konstanzprinzip gilt. Jedoch ist dieser Vergleich nur formal richtig. Wenn sich nämlich die Geometrie ohne Parallelenaxiom widerspruchslos aufbauen läßt, dann ist ihr Inhalt in dem Wirklichkeitsbereich der mathematischen Gegenstände genau so wirklich wie der Inhalt der Geometrie mit dem Parallelenaxiom. Aber wenn sich die Physik mit dem Konstanzprinzip widerspruchslos aufbauen ließe, so wäre damit durchaus nicht bewiesen, daß ihr Inhalt genau so physisch wirklich ist wie der Inhalt der Physik ohne Konstanzprinzip. Denn die Widerspruchslosigkeit ist kein Kriterium dafür, daß etwas physisch wirklich ist. Es gibt nur *eine* Natur.

46. Der innere Widerspruch in der sp. RTh. Wir sind nun imstande, den inneren Widerspruch der sp. RTh ganz deutlich zu machen, den wir in (43) angedeutet haben.

Die sp. RTh stellt die folgenden beiden Sätze auf: 1. Eine Lichtwelle ist in jedem Inertialsystem eine Kugelwelle mit dem Radius $c\,T$. 2. Im Eigensystem ist Zonenzeit, im Fremdsystem Systemzeit.

Diese beiden Sätze widersprechen sich. Hat ein Beobachter im Eigensystem Zonenzeit, dann ist er außerstande, mit Hilfe dieser Zonenzeit eine von einem anderen System herkommende Lichtwelle als Kugelwelle mit dem Radius $c\,T$ zu messen. Er kann sie im allgemeinen nur dann als solche messen, wenn seine Zeit- und Längenmessung den Forderungen der Lorentztransformation für das Fremdsystem entspricht. Nun könnte man über diesen in (43) schon aufgewiesenen Widerspruch hinwegzukommen glauben, indem man sagt: So hat denn eben jedes System für seine eigenen Beobachter Systemzeit und keine Zonenzeit. Und das sieht auf den ersten Blick wie ein ganz glücklicher Gedanke aus. Aber es ist ein ganz unsinniger Gedanke. Denn jedes System hat nicht nur *eine* relative Geschwindigkeit, sondern unendlich viele, nämlich gegenüber den unendlich vielen Inertialsystemen. Jedes System müßte also für seinen eigenen Beobachter nicht *eine* Systemzeit besitzen, sondern *zugleich unendlich viele verschiedene Systemzeiten*, wenn es alle die von diesen Systemen herkommenden Lichtwellen als Kugelwellen vom Radius $c\,T$ messen wollte. Hier haben wir den Grund, warum die RTh gezwungen ist, jedem System Systemzeit immer nur vom Standpunkte eines anderen Systems aus beizulegen, dem Eigensystem aber Zonenzeit zu geben.

Jetzt ist der Widerspruch jener Sätze deutlich. Ist der erste Satz richtig, dann muß jedes System für seinen eigenen Beobachter Systemzeit haben; der zweite Satz ist dann falsch und man erhält jene widersinnige Folgerung des Zugleichseins unendlich vieler verschiedener Systemzeiten im Eigensystem. Ist aber der zweite Satz richtig, dann ist der erste falsch, weil die Zonenzeit bei Lichtwellen, die von anderen Systemen kommen, im allgemeinen keine Kugelwelle ergibt; dann ist aber der sp. RTh der Boden der physischen Wirklichkeit entzogen.

Nur die Deutung, die wir der sp. RTh in der vorigen Nummer gegeben haben, hebt diesen inneren Widerspruch auf.

Die Quelle dieses Widerspruches ist aus unseren Überlegungen unschwer zu ersehen. Die sp. RTh beachtet nicht, *daß Längeneinheit, Zeiteinheit und Lichtgeschwindigkeit nicht voneinander unabhängig* sind. Hat man die Zeiteinheit und die Längeneinheit festgelegt, so ist man gezwungen, mit Hilfe *dieser* Einheiten *erfahrungsgemäß* die Licht*geschwindigkeit* festzustellen. Wie soll man das auch sonst können: eine Geschwindigkeit *ohne* Längen- und Zeiteinheiten bestimmen? Als Resultat ist aber voraussagbar, weil es im Bewegungsbegriff selbst liegt, daß die Lichtgeschwindigkeit für verschiedene Systeme verschieden ist. Wenn also die RTh jedem System als Eigensystem einen einheitlichen Längenmaßstab und Zonenzeit gibt, so hat sie damit über die Lichtgeschwindigkeit als einen in der *Erfahrung* zu findenden Wert *bereits verfügt*; sie darf jetzt nicht außerdem noch diese Geschwindigkeit auf Grund von Prinzipien oder eines Versuches wie des Michelsonversuches, der überhaupt nichts über den Wert der Geschwindigkeit des Lichtes sagen *kann*, festsetzen. Hier liegt die Quelle aller Widersprüche offen: indem die RTh dem System als Eigensystem Zonenzeit und Längeneinheit gibt und zugleich die Lichtgeschwindigkeit als universelle Konstante hinstellt, tut sie zwei Dinge, die nicht miteinander vereinbar sind. Man kann an sich auch die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit zum Prinzip erheben, darf aber dann über die Zeiteinheit und die Längeneinheit nicht mehr frei verfügen, sondern kommt — da es sich um *zwei* Gegenstände unseres Tripels handelt, steht noch ein gewisser Spielraum zur Verfügung, der verschiedene Möglichkeiten offen läßt — zu einer Abhängigkeit der Längeneinheit, Zeiteinheit und Uhrzeigerstellung vom Orte bzw der Geschwindigkeit des Systems. Da nun jedes System unendlich viele verschiedene relative Geschwindigkeiten besitzt, so muß es auch gleichzeitig unendlich viele verschiedene Längen- und Zeitrechnungen in irgend einer der möglichen Ausbildungen haben. Die sp. RTh verwirklicht eine bestimmte dieser Möglichkeiten, und für diese bestimmte hatten wir jene widersinnige Folgerung zu Anfang dieser Nummer schon abgeleitet; sie ergibt sich aber aus dem Charakter der Inertialsysteme heraus in *allen* Fällen, in denen die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit zum Prinzip erhoben wird, so daß Längen- und Zeitrechnung sich danach richten müssen. Adler (*23*) hat die besprochene Fehlerquelle schon aufgedeckt und bringt auch viele Einzelheiten über das Verhältnis von Längeneinheit, Zeiteinheit und Lichtgeschwindigkeit; aber er erkennt weder den vollen Charakter des Konstanzprinzips noch jene notwendige Folgerung.

47. Die Tragweite der Deutung. Ist durch das, was wir in (45) als richtigen Kern der sp. RTh herauszustellen suchten, das letzte Wort über sie gesprochen?

Ich möchte glauben, daß noch mehr Wahrheitswerte in ihr stecken. Vielleicht faßt sogar das Konstanzprinzip noch ein tief verborgenes Wahrheitsmoment in sich. Eher aber erscheint es möglich, daß ein anderes Prinzip einmal die Rolle in der sp. RTh übernimmt, die heute das Konstanzprinzip spielt, und uns eine andere Transformation ableiten hilft. Denn die Lorentztransformation ist auf jeden Fall unrichtig, weil sie das Konstanzprinzip enthält. Wesentliche Änderungen der relativistischen Mechanik braucht das nicht im Gefolge zu haben.

Für diesen Glauben habe ich zwei Gründe. Erstens wäre es überaus merkwürdig, wie zwei so geniale und doch so wenig geistesverwandte Köpfe wie Lorentz und Einstein, von ganz verschiedenen Grundlagen ausgehend, zu übereinstimmenden Gedanken kommen konnten, wenn in diesen Gedanken nicht doch etwas Richtiges verborgen läge.

Zweitens hat die RTh zwar bisher in der Erfassung der Erfahrung noch nicht mit Sicherheit mehr geleistet als sonstige Theorien, aber sie zeigt doch eine solche geistige Überlegenheit über die ältere Physik, daß sie sicherlich Wahrheitswerte enthält. Das bezieht sich allerdings auf die RTh als Ganzes; aber da, wie wir noch sehen werden (65), die sp. RTh notwendig mit der a. RTh verknüpft ist, betrifft es wahrscheinlich auch jene mit.

Man kann also sagen: *Die sp. RTh ist in der jetzigen Form nicht haltbar und im besten Falle nur eine Annäherung an die Wirklichkeit.* Möglich ist, daß sie eine andere, richtigere Form findet.

Viertes Kapitel

Die Art des Raumes und der Zeit in der speziellen Relativitätstheorie

Wir wenden uns zur gegenstandstheoretischen Betrachtung der Raum-Zeit-Lehre der sp. RTh, wir fragen also danach, von welcher Art der Raum und die Zeit der sp. RTh sind. Wir wollen dabei die sp. RTh so nehmen, wie sie sich anbietet, können uns aber auch denken, jene neue Form der Theorie, von der wir in (47) sprachen, wäre gefunden und liefere ähnliche Resultate über die Längen und Zeiten; nur der Bequemlichkeit wegen reden wir dann doch noch von der Lorentztransformation. Die verschiedenen Formen der Theorien stimmen in der Grundannahme der Inertialsysteme überein.

Als eine gute Einleitung zu unseren Überlegungen mag die Ausführung eines Vergleiches dienen, der von Adler (*23*, 61) stammt und der auf überaus anschauliche Weise zeigt, wie man mit Hilfe einer bestimmten Zeitrechnung die am meisten überraschenden Folgerungen der sp. RTh auf der Erde verwirklichen kann.

48. Ein Vergleich. Nach Einstein ist Systemzeit der Inbegriff der gleichen Angaben aller nach einer bestimmten Vorschrift gerichteten Uhren eines Systems (43). Diese Vorschrift ist übrigens völlig willkürlich.

Als System nehmen wir die Erdoberfläche. Wir denken uns, es gäbe keine transportabeln, sondern nur feste Uhren, weil ja gemäß der RTh die Uhren im System ruhen müssen. Als Vorschrift, wonach die Uhren gerichtet sind, setzen wir fest: sie sollen nach mittlerer Sonnenzeit gehen. Dieser Zustand war ja in den zivilisierten Ländern der Erde vor der Einführung der heutigen Zeitrechnung tatsächlich vorhanden. Dann haben alle Orte auf demselben Meridian dieselbe Zeit, alle Orte auf verschiedenen Meridianen verschiedene Zeit. Es herrscht also Ortszeit im System der Erdoberfläche. Der Inbegriff der gleichen Zeitangaben dieser Uhren ist die Systemzeit. Achten wir einen Augenblick auf diese Begriffe. Ortszeit gilt immer nur von *einem* Orte, genauer von *einem* Meridian. Ortszeit 3 Uhr hat beispielsweise keinen Sinn, wohl aber hat Ortszeit 3 Uhr des Meridians von Köln einen Sinn. Systemzeit gilt immer vom ganzen System, von *allen* Orten, genauer von allen Uhren. Systemzeit 12 Uhr bedeutet also den Inbegriff der Angaben 12 Uhr aller Uhren des Systems. Nehmen wir einmal an, es werde befohlen: Zur Systemzeit 12 Uhr unseres Systems der Erdoberfläche sollen alle Glocken läuten. Wenn dann die Uhren der Stadt Bonn 12 Uhr zeigen, läuten die Bonner Glocken und die Glocken aller Orte desselben Meridians. Aber nicht etwa die Glocken von Aachen oder von Münster i. W., denn diese Orte haben nicht 12 Uhr. Ihre Glocken haben schon geläutet, als der Ort 12 Uhr hatte, oder werden noch läuten, wenn ihre Uhren 12 Uhr zeigen. Jetzt wird wohl der Begriff der Systemzeit schon etwas klarer sein.

Wenn wir nun nach dieser Systemzeit rechnen oder messen, ergibt sich eine Anzahl der seltsamen Folgerungen der sp. RTh.

Leicht einzusehen ist, daß die Lorentzkontraktion herauskommt. In Fig. 9 (43) möge jetzt die x-Achse eine gerade Bahnstrecke und der Stab einen Zug bedeuten, der in der Richtung von Westen nach Osten fährt. Erde und Zug bilden also zwei zueinander bewegte Systeme. Die Länge des Zuges soll nach der Vorschrift der sp. RTh von der Erde aus gemessen werden. Die Überlegung von (43) zeigt, daß die Messung eine Lorentzkontraktion des Zuges ergibt.

Wir haben dabei auch eine Analogie zur Lichtgeschwindigkeit als Grenze. Es ist leicht einzusehen, daß der Zug bei der obigen Messung überhaupt keine Länge haben würde, wenn seine Geschwindigkeit gleich der Rotationsgeschwindigkeit der Erde auf dem betreffenden Breitenkreise wäre. Würde der Zug mit noch größerer Geschwindigkeit fahren, so hätte er eine negative Länge. In der Sprechweise der sp. RTh müßte man sagen: ein in der West-Ost-Richtung fahrender Zug kann niemals eine größere Geschwindigkeit besitzen als die Rotationsgeschwindigkeit des Breitenkreises, auf dem er fährt. Die Rolle, die die Lichtgeschwindigkeit in der sp. RTh spielt, fällt also hier der Rotationsgeschwindigkeit der Erde zu.

Die Folgerungen werden aber immer seltsamer. Reist jemand zur Systemzeit 12 Uhr mittags von Bonn aus auf demselben Breitenkreise von Osten nach Westen, also entgegen der Rotation der Erde, aber mit derselben Geschwindigkeit, die die Erde zufolge der Rotation auf diesem Breitenkreise hat, so behält er bei seiner Reise offensichtlich stets die Sonne im Meridian. Alle Orte, an die er kommt, haben Systemzeit 12 Uhr. *Der Mann wird also nach Systemzeit nicht älter*, und wenn er stets so weiter reiste, bliebe er nach Systemzeit immer gleich alt oder jung. Reist er aber mit noch größerer Geschwindigkeit, so hat beispielsweise der erste Ort, zu dem er kommt, 11 Uhr, der zweite 10 Uhr, der dritte 9 Uhr morgens usw. Er durchläuft den Morgen offenbar in umgekehrter Reihenfolge, *wird also nach Systemzeit jünger.* Wer von den Lesern die RTh kennt, wird wissen, daß zwar nicht die sp., wohl aber die a. RTh einen ganz analogen Schluß ergibt.

Nun das Seltsamste. Wenn man von Neuyork nach Deutschland ein Radiotelegramm schickt, so kommt das Telegramm nach 6 Stunden Systemzeit an. Wenn man aber umgekehrt von Deutschland nach Neuyork funkt, so kommt der Funkspruch nach Systemzeit *6 Stunden früher an, als er abgesandt wurde.* Auch dieses Vorwegnehmen der Zukunft kennt die a. RTh.

Der Leser möge versuchen, auf unseren Ergebnissen eine neue Philosophie von Raum und Zeit aufzubauen.

Indem wir nun zu unserem eigentlichen Thema übergehen, knüpfen wir an einen früheren Gedanken (23) an.

49. Die Beziehung zwischen Lange und Einstein. Damals schon hörten wir, daß Lange der Vorläufer Einsteins sei. In der Tat, wenn man sich die Gedankenentwicklung, wie wir sie in den beiden ersten Kapiteln dieses Abschnittes durchlaufen haben, vergegenwärtigt, so sieht man, wie Einstein ganz auf der Linie weitergeht, die Lange beschritten hat. Der treibende Gedanke Langes war der Relativitätsgedanke. Das tritt äußerlich in den oft maßlosen Ausfällen gegen das „Ungeheuer" des absoluten Raumes hervor. Innerlich — und das ist das Wichtigste — äußert sich das in der ganz relativistischen Annahme der dreifach unendlichen Schar von Inertialsystemen. Über diese Grundlage ist die sp. RTh nicht hinausgekommen. Diese Grundlage stammt aber von Lange. Auf ihr hat Lange die Relativierung von Raum und Zeit durchgeführt, soweit sie vor der RTh möglich war. Ihn interessierten eben nur die mechanischen Gesetze. Irgend ein Anlaß, auch die elektrodynamischen in Betracht zu ziehen, lag zu einer Zeit, wo der Michelsonversuch noch nicht bekannt genug war, nicht vor. Genau an dem Punkte, wo Lange aufgehört hat, hat Einstein eingesetzt. Der gedankliche Zusammenhang ist ganz klar: Der Weg geht von Newton über Lange zu Einstein.

Ist nun diese innere Verwandtschaft der Gedanken unbestreitbar, so gelten die beiden Punkte, die wir in (24) als charakteristische Merkmale der Langeschen Theorie hinstellten, als solche auch von der Einsteinschen. Es sind diese beiden:

1. Der Relativitätsgedanke bei Lange wie bei Einstein basiert auf der Unmöglichkeit für die Physik, im absoluten Raum und in der absoluten Zeit zu *messen*. Beide wollen die Möglichkeit der *Messung* geben.

2. Die Langesche Konstruktion ist durchführbar im absoluten Raum, also auch die Einsteinsche, weil sie ja eine Weiterführung der Langeschen Gedanken darstellt. So sehr beide Theorien den absoluten Raum als für die Physik *überflüssig* aufweisen, so wenig stehen sie im Gegensatz dazu, so wenig weisen sie ihn als *unvereinbar* mit der Physik nach. Entsprechendes gilt von der absoluten Zeit.

Ich brauche wohl kaum hinzuzufügen, daß ich Einsteins Gedanken nicht unterschätzen will, wenn ich sie als eine Weiterführung der Langeschen bezeichne. Einstein hat alles selbstständig konzipiert und ist weit über Lange hinausgegangen. Aber das hindert nicht, daß beide sachlich ein Stück Weges miteinander gehen und daß eben deshalb das, was für den einen charakteristisch ist, es auch für den anderen ist.

Die beiden Punkte, die wir eben hervorhoben, enthalten nun die Leitgedanken, die uns zur richtigen Auffassung der Art des Raumes und der Zeit führen, von denen die sp. RTh spricht. Wir betrachten sie darum jetzt unabhängig von dem gedanklichen Zusammenhang zwischen Lange und Einstein und für Raum und Zeit gesondert. Den zweiten als den negativen nehmen wir beidemal voraus.

50. Die sp. RTh und der absolute Raum. Auch unabhängig von den Anfängen des Relativitätsgedankens bei Lange ergibt sich leicht das Verhältnis der sp. RTh zum absoluten Raum. Wir wollen dabei unter absolutem Raum einen den Körpern gegenüber selbständigen Raum verstehen; der Begriff wird später genauer bestimmt. Es ist nun ohne weiteres ersichtlich, daß der Inbegriff der Inertialsysteme, die die sp. RTh voraussetzt, als Inbegriff von Gebilden im absoluten Raum aufgefaßt werden kann. Es ändert sich nichts an dem Begriff des Inertialsystems, wenn wir das tun. Also wird keine Aufstellung der RTh davon berührt und sind ihre sämtlichen Konstruktionen im absoluten Raum ausführbar. Ja wegen des Reziprozitätsprinzips gelten die Folgerungen der Lorentztransformation auch für den absoluten Raum. Für ein gegen ihn bewegtes Inertialsystem zeigt eine Strecke des absoluten Raumes Lorentzkontraktion, und umgekehrt. Der absolute Raum hat auch nicht Zonenzeit, wie der Äther der Lorentzschen Theorie, sondern er zeigt Zonenzeit dem Beobachter in seinem eigenen System, Systemzeit jedem Beobachter im Fremdsystem. Er ist dann eben innerhalb der sp. RTh weiter nichts als ein Inertialsystem.

Ich wiederhole die Formulierung von vorhin: Der absolute Raum, soweit er mehr als ein Inertialsystem ist, ist von der sp. RTh zwar als überflüssig für die Physik, aber nicht als unvereinbar mit der Physik erwiesen.

Was sagt uns nun die sp. RTh über den Raum als physischen Gegenstand? Denn ein physischer Gegenstand ist der Raum ja, gleichgültig, ob die Physik ihn für selbständig ansieht oder ihm einen sonstigen Charakter gibt. Sagt die RTh, wie der Raum als physischer Gegenstand *ist?* Sie sagt es nicht.

51. Der Messungsraum. Wir haben nämlich in (34) und (35) gesehen, daß die sp. RTh bestimmte Messungen des Raumes vorschreibt und daß die Ergebnisse solcher Messungen aus der Lorentztransformation zu berechnen sind. Was uns die RTh über die räumlichen Verhältnisse in dieser Transformation sagt, ist das, was aus Messungen sich ergeben würde, wenn sie in der vorgeschriebenen Weise gemacht würden. *Also stellt sich der physische Raum in der Lorentztransformation nicht dar, wie er ist, sondern wie er gemessen ist.* Das ist nun eine genaue Analogie zu einigen der im zweiten Kapitel des ersten Abschnittes besprochenen Räumen. Wie stellt sich der physische Raum dar, wenn er gesehen wird? Wie stellt er sich dar, wenn er geschätzt wird? Wie stellt er sich dar, wenn er gemessen wird? Und genau so, wie wir in den anderen Fällen von Sehraum und

Schätzungsraum sprechen, können wir jetzt vom *Messungsraum* sprechen.

Der Messungsraum ist also ein Raum zweiter Art; er ist wie der Sehraum, der Schätzungsraum usw eine Abbildung des physischen Raumes.

Der Leser muß sich zunächst einmal richtig in diese Verhältnisse hineindenken. Wir sind durch das praktische Leben viel zu sehr an zweierlei gewöhnt, nämlich erstens den Sehraum, Schätzungsraum, Messungsraum nur als Mittel zum Zweck des Zurechtfindens im physischen Raum anzusehen, und zweitens den Messungsraum ohne weiteres für ein vollkommenes Bild des physischen Raumes zu halten. Erst die Psychologie mußte kommen und uns lehren, daß Sehraum und Schätzungsraum selbst Gegenstände sind, die studiert werden müssen, und daß der genannte Zweck für das Studium ihres Charakters ganz gleichgültig ist. Erst die moderne Physik mußte kommen und uns lehren, daß der Messungsraum ein Gegenstand eigener Art ist, der studiert werden muß und der den physischen Raum durchaus nicht vollkommen abbildet. Die sp. RTh vollendet im Grunde den anthropozentrischen Standpunkt dem physischen Raume gegenüber; sie schließt den Ring der Standpunktsräume. Wie sehe ich den Raum von meinem Standpunkte aus? Wie schätze ich den Raum von meinem Standpunkte aus? Wie messe ich den Raum von meinem Standpunkte aus? Wenn man will, liegt in dieser Reihenfolge eine immer größere Annäherung an den physischen Raum, wie er ist, die aber niemals zu einem getreuen Bild zu führen vermag, weil man ja nie von seinem Standpunkte los kann. Man *will* auch gar nicht davon los. Man *will* fragen: wie sehe, schätze, messe ich? Denn man bekommt dann jedesmal einen eigenen, typischen Gegenstand. Die Frage, wie der physische Raum wirklich *ist*, ist eine Frage *neben* diesen Fragen. Selbst wenn wir die Istfrage vollständig beantworten könnten, würden die Standpunktsfragen doch mit Recht aufgeworfen werden. Die sp. RTh antwortet auf die Standpunktsfrage, nicht auf die Istfrage.

Die Physik hat den Messungsraum stets gekannt, nur nicht in seinem Typus erkannt. Sie mußte ihn kennen, weil sie überhaupt von physischen Gegenständen immer nur sagen kann, wie sie sind, wenn sie gemessen sind oder gemessen sein würden. Die frühere Physik hatte den in der Galileitransformation enthaltenen Messungsraum. Man glaubte damals, in den Messungen *stets* die von uns unabhängigen Verhältnisse erfassen zu können, und das war auch der Grund, warum man den Messungsraum in seiner eigenen logischen Struktur nicht erfaßte; was man beim Messen herausbekam, war eben ein getreues Bild dessen, was gemessen wurde. Die heutige Physik hat den in der Lorentztransformation enthaltenen Messungsraum und hat damit deutlich gemacht, daß sie nur etwas über den Raum sagen kann, wie er sich gemessen darstellt. Eine spätere Physik wird sicherlich einmal einen anderen Messungsraum geben, ohne das Richtige am bisherigen zu opfern; wir haben ja schon erkannt, daß die Lorentztransformation bestenfalls nur eine Annäherung an die Wirklichkeit, d. h. an die Wirklichkeit des Messungsraumes enthält. Diese Messungsräume verhalten sich etwa zu einander wie der Schätzungsraum eines ungeübten Schätzers zu dem eines geübten, wie der Sehraum eines Kindes zu dem eines Erwachsenen. Was für ein Messungsraum herauskommt, hängt von den Mitteln ab, mit denen vom Eigensystem aus im Fremdsystem gemessen wird. Ob die sp. RTh das einzig mögliche Mittel vorschreibt, lassen wir dahin gestellt. *Innerhalb* ihrer selbst, d. h. unter Voraussetzung des Konstanzprinzips ist es, wie wir sahen, das einzig mögliche Mittel, und darum kann sie immer nur sagen, was für ein Messungsraum unter dieser Voraussetzung herauskommt. Man wird jetzt den scheinbar paradoxen Satz verstehen: Der Raum der Physik ist nicht der physische Raum.

Die sp. RTh zwingt uns also, das, was bisher wohl metrischer Raum hieß, was wir aber den physischen Raum nannten, in zwei Räume zu zerspalten: in den Messungsraum und in den wirklichen physischen Raum. Der Messungsraum ist eine durch Messen hergestellte Abbildung des wirklichen physischen Raumes. Wir wollen für den letzteren der Kürze wegen von jetzt ab einfach „der wirkliche Raum“ sagen; das ist zwar nicht ganz exakt, weil alle Räume in ihrer Art wirklich sind, aber es wird wohl kaum zu Mißverständnissen führen.

Man könnte unserer Auffassung entgegenhalten, der Raum sei eben so wirklich, wie er nach der RTh jedem erscheine, und darum sei unsere Unterscheidung überflüssig und falsch. Aber diese Entgegnung wäre weder sehr klug, noch würde sie viel Verständnis für die RTh zeigen.

Vorab wird doch wohl jeder zugeben, daß ein physischer Gegenstand und ein Maßausdruck von ihm, der durch Messung erhalten wird, zwei sehr verschiedene Dinge sind. Die sp. RTh gibt aber nur durch Messung erhaltene Maßausdrücke für den wirklichen Raum, d. h. sie gibt einen Messungsraum. Unsere Unterscheidung ist also ganz unantastbar. Und das ist das Wesentlichste, was ich zeigen wollte. Jedenfalls ist jetzt aber die Auffassung *möglich*, der Messungsraum sei kein getreues Bild des wirklichen Raumes. Zweifel können höchstens darüber entstehen, ob nicht auch das Gegenteil möglich ist, ob also nicht der wirkliche Raum so wirklich ist, wie er in der RTh gemessen wird.

Ich habe nun schon den speziellen Grund angegeben, warum das nicht der Fall sein kann, und wiederhole ihn. Der Messungsraum hängt nicht bloß vom wirklichen Raum ab, sondern naturgemäß auch von der Methode der Messung. Die sp. RTh schreibt aber eine Methode der Messung vom Eigensystem aus im Fremdsystem vor, die innerhalb ihrer selbst ganz sicher die wirklichen Verhältnisse nicht erfaßt, wie uns das vorige Kapitel gelehrt hat. Strenggenommen hat man überhaupt kein direktes Mittel in der Hand, um zu entscheiden, ob eine Messung wirkliche Verhältnisse erfaßt. Dazu müßte man im Grunde die wirklichen Verhältnisse unabhängig von der Messung kennen, man kennt sie im allgemeinen aber nur durch die Messung. Die Angleichung des Messungsraumes an den wirklichen Raum läßt sich nur beurteilen von der Methode der Messung her oder aus allgemeinen Gründen heraus. Aus einem solchen allgemeineren Grunde aber kann man von *jeder* sp. RTh, die zu ähnlichen Resultaten wie die jetzige kommt, mit aller Sicherheit sagen, daß ihr Messungsraum unter keinen Umständen ein getreues Abbild des wirklichen Raumes ist.

Man muß zunächst darauf achten, *daß Messungsmethode und Standpunkt notwendig miteinander verbunden sind.* Der Standpunkt bestimmt die anwendbare Methode. Eine Messungsmethode schließt stets einen Standpunkt ein; man kann nicht sagen, was sie ohne einen solchen ist. Hat man einen Standpunkt, dann ist die Messungsmethode (oder eine Gruppe von solchen) vom Standpunkte vorgeschrieben und alle anderen sind als unmöglich ausgeschlossen. Wenn man nun die Verschiedenheit der Größe, die sich in einer beliebigen sp. RTh für denselben physischen Gegenstand von verschiedenen Systemen aus ergibt, *nicht* auf die vom

Standpunkte her bestimmte Methode der Messung zurückführt, dann bleibt nichts anderes übrig, als sie in den physischen Gegenstand selbst zu verlegen und zu sagen, der Gegenstand habe gleichzeitig verschiedene Größen. Man darf jetzt nicht wieder sagen, er habe sie eben von verschiedenen Standpunkten aus. Denn das ist ja, wie wir uns soeben klar machten, in der Physik ein vager Ausdruck für die *Messung von verschiedenen Standpunkten aus;* dann legt man die Verschiedenheit also doch wieder der Messungsmethode zur Last und bekennt damit, daß der Messungsraum vom physischen verschieden ist. Es ist also innerhalb jeder RTh nur *zweierlei* möglich: *entweder* die Verschiedenheit in die Gegenstände selbst zu legen *oder* sie der vom Standpunkte vorgeschriebenen Messungsmethode zuzuschreiben und damit den Messungsraum hinsichtlich dieser Verschiedenheit für kein getreues Bild des wirklichen Raumes zu erklären. Da das erstere unmöglich ist, ist damit zugleich indirekt nachgewiesen, daß die sp. RTh einen Messungsraum anzunehmen gezwungen ist. Das Entsprechende gilt, nebenbei gesagt, auch von den übrigen Räumen zweiter Art. Nur muß man daran denken, daß hier der Standpunkt allein bestimmend ist, weil auf allen Standpunkten prinzipiell gleiche Methoden angewandt werden, daß aber dabei der Standpunkt kein geometrischer Ort ist, sondern den reaktionsfähigen Menschen einschließt. Nachdrücklich sei auch noch darauf hingewiesen, daß diese ganze Überlegung den phänomenologischen Bereich in keiner Weise überschreitet.

Es ist nun sehr instruktiv, den Vergleich zwischen Sehraum und Messungsraum etwas im einzelnen durchzuführen. An sich wäre ein Vergleich zwischen Schätzungsraum und wirklichem Raum besser, weil im Schätzungsraum auch mit physikalischen Maßstäben gearbeitet wird; aber er ist zu wenig bekannt.

Jeder Mensch hat seinen eigenen, von jedem anderen verschiedenen Sehraum. Jedes Inertialsystem hat seinen eigenen, von jedem anderen verschiedenen Messungsraum.

Jeder Mensch trägt seinen Sehraum mit sich herum durch den wirklichen Raum. Jedes Inertialsystem führt seinen Messungsraum mit sich durch den wirklichen Raum.

Für jeden Menschen ist *sein* Sehraum der richtige, d. h. der, der zu ihm gehört. Es ist unsinnig zu sagen, der Sehraum eines anderen sei sein richtiger Sehraum. Für jedes Inertialsystem ist *sein* Messungsraum der richtige. Richtig ist bei allen Räumen zweiter Art ein relativer Begriff.

Wie es viele gleichberechtigte Sehräume gibt, von denen also keiner vor dem anderen ausgezeichnet ist, so gibt es beliebig viele gleichberechtigte Messungsräume, von denen keiner beanspruchen kann, als *der* Messungsraum zu gelten. Wenn wir vorhin einfach von dem Messungsraum sprachen, so war das genau so gemeint, wie wenn wir von dem Sehraum sprachen; es war eben der Typ verstanden, der beim Messungsraum in den Gleichungen einer Transformation ausgedrückt ist.

Zum Schlusse werfen wir noch einen Blick auf den Unterschied der Einsteinschen von der Lorentzschen Theorie, der hier wunderbar deutlich erscheint. Nach den Ausführungen dieser Nummer ist ohne Schwierigkeit einzusehen, daß die Einsteinsche Theorie einen Messungsraum ergibt, die Lorentzsche aber nicht, trotzdem sie beide sich derselben Transformation bedienen. Was bei Einstein ein Messungsresultat ist, ist eben bei Lorentz, der ja keine RTh vertritt, eine Änderung am Gegenstand selbst.

Wir kommen zu den entsprechenden Betrachtungen über die Zeit.

52. Die sp. RTh und die absolute Zeit. Unter absoluter Zeit verstehen wir eine für alle Systeme gültige Zeit. Daß Einstein diesen Begriff verwirft und eine vom System abhängige Zeit einführt (38), wird von den R-Theoretikern als eine Tat von höchster philosophischer Bedeutung gepriesen, die seinen Namen neben den des Kopernikus rücke. Wir untersuchen die Berechtigung dieses Lobes und stellen drei Überlegungen zur Relativierung der Zeit durch die RTh an.

Erste Überlegung. Es ist leicht, zu zeigen, daß die relative Gleichzeitigkeit der sp. RTh nicht existiert. Was bedeutet sie? Sie sagt bekanntlich (38): Zwei Ereignisse, die ein Beobachter nach den Uhren des Eigensystems als gleichzeitig beurteilt, beurteilt derselbe Beobachter nach den Uhren des Fremdsystems nicht als gleichzeitig. Aber wer diese letztere Beurteilung machen würde, würde fehlgreifen. *Denn Gleichzeitigkeit und Ungleichzeitigkeit zweier Ereignisse lassen sich nur nach synchron gehenden Uhren beurteilen.* Das verlangt die eigene Definition der Gleichzeitigkeit durch die RTh (36). Die Uhren des Fremdsystems gehen aber für den Beobachter nicht synchron. Nehmen wir ein Beispiel. Im praktischen Leben möge ein Ereignis E_1 um 12 Uhr einer benachbarten, ein Ereignis E_2 um 12^{10} Uhr einer benachbarten Uhr erfolgen. Darf ich nun behaupten, die Ereignisse seien nicht gleichzeitig? Nicht im geringsten. Ich muß vielmehr erst untersuchen, ob die beiden Uhren synchron gehen oder nicht. Gehen sie synchron, dann sind die Ereignisse bestimmt nicht gleichzeitig. Gehen sie aber nicht synchron, dann können die Ereignisse gleichzeitig sein, müssen es aber nicht sein. Um darüber urteilen zu können, muß ich den Gangunterschied der Uhren kennen. Stelle ich nun nach Uhren, die Zonenzeit haben, fest, daß der Gangunterschied 10^m beträgt, so weiß ich, daß die Ereignisse gleichzeitig waren. Weil wir also nur nach synchron gehenden Uhren Gleichzeitigkeit annehmen oder ablehnen können, darf der Beobachter nach den Uhren des Fremdsystems nicht behaupten, zwei Ereignisse seien ungleichzeitig: sie können es sein, müssen es aber nicht sein.

Der R-Theoretiker wird entgegenhalten: Der Beobachter, der dem Fremdsystem eigen ist, hat die Uhren synchron gestellt; also wird die Gleichzeitigkeit doch nach synchronen Uhren beurteilt. Aber hier liegt ein einfacher logischer Fehlschluß vor. Denn der dem Fremdsystem eigene Beobachter beurteilt ja gar nicht die Gleichzeitigkeit, sondern ein anderer Beobachter, für den die Uhren des Fremdsystems nicht synchron sind. Es liegt in der Natur der Sache, daß die Uhren, nach denen geurteilt wird, *für den, der urteilt*, synchron sein müssen.

Hat nun unser Beobachter keine Möglichkeit, über die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse des Fremdsystems zu entscheiden? Er hat sie wohl. Er kann die synchronen Uhren des Eigensystems benutzen. Das Ereignis 1 möge bei der Zeigerstellung t_1' einer unmittelbar benachbarten Uhr, das Ereignis 2 bei der Zeigerstellung t_2' einer benachbarten Uhr des Fremdsystems erfolgen. Man muß nun bedenken, daß die Zeigerstellungen t_1' und t_2' auch Ereignisse des Fremdsystems sind, die Uhren des Eigensystems in unmittelbarer Nachbarschaft haben, deren Gleichzeitigkeit oder Ungleichzeitigkeit also nach den Uhren des Eigensystems festgestellt werden kann. Der Beobachter stellt nun, wie wir wissen (38), fest, daß das Ereignis t_1' bei der Zeigerstellung t einer am gleichen Orte befindlichen Uhr des Eigensystems, das Ereignis t_2'

bei der Zeigerstellung t einer am gleichen Orte befindlichen Uhr des Eigensystems stattfindet. Die Ereignisse t_1' und t_2' sind also gleichzeitig, damit auch die ursprünglich betrachteten Ereignisse 1 und 2.

Hoffentlich erwidert der R-Theoretiker nicht, die Gleichzeitigkeit von Ereignissen dürfe nur nach Uhren des Systems beurteilt werden, dem sie als Ereignisse angehören. Denn er würde in unüberwindliche Schwierigkeiten kommen, wenn man ihn fragte, welchem System denn die vorhin angenommenen Ereignisse 1 und 2 angehören. Gehören sie dem Eigensystem an, so dürften sie dann auch *nur* nach den Uhren des Eigensystems, gehören sie dem Fremdsystem an, *nur* nach den Uhren des Fremdsystems beurteilt werden, und die relative Gleichzeitigkeit wäre wieder weg. Es ist eben so, daß *alle* physikalischen Ereignisse, auch die Uhrzeigerstellungen, *allen* Systemen zugleich angehören und darum auf Gleichzeitigkeit nach *allen* Uhren untersucht werden dürfen, wenn die Uhren nur für den, der urteilt, synchron sind.

Übrigens wird die von der RTh behauptete Relativität der Gleichzeitigkeit noch in ein eigenes Licht gerückt durch unser Ergebnis am Ende von (38). Wir hörten dort, daß Ereignisse, die in derselben, zur Bewegungsrichtung senkrechten Ebene des Fremdsystems liegen, auch nach den Uhren des Fremdsystems gleichzeitig sind. Ist das nicht eine kuriose Ungleichzeitigkeit, die nach den Uhren desselben Systems vorhanden ist, wenn die Ereignisse in einer bestimmten Ebene liegen, aber nicht vorhanden ist, wenn sie in einer dazu senkrechten Ebene liegen?

Die relative Gleichzeitigkeit existiert also nicht. Zwei Ereignisse, die nach den Uhren des Eigensystems für einen Beobachter gleichzeitig sind, sind es für denselben Beobachter auch nach den Uhren des Fremdsystems. *Die sp. RTh kennt nur absolute, d.h. vom System unabhängige Gleichzeitigkeit.*

Zweite Überlegung. Die sp. RTh kennt auch eine *unmeßbare* Gleichzeitigkeit, meistens, ohne sich dessen bewußt zu sein. Einstein spricht es einmal (*3*, 11) klar aus: „Die Konstatierbarkeit der Gleichzeitigkeit für räumlich unmittelbar benachbarte Ereignisse... nehmen wir an, ohne für diesen fundamentalen Begriff eine Definition zu geben.“

Es läßt sich zeigen, daß die RTh die unmeßbare Gleichzeitigkeit annehmen *muß*. Denn *alle* Gleichzeitigkeitsmessungen der sp. RTh gehen letzten Endes gemäß ihrer Definition notwendig zurück auf die Konstatierung der Gleichzeitigkeit von Uhrzeigerstellung und Ereignis. *Diese* Gleichzeitigkeit kann aber nicht gemessen werden, weil jede Messung wieder vor dasselbe Problem stellen würde (43). Alle Gleichzeitigkeitsmessungen setzen also die unmeßbare Gleichzeitigkeit voraus. Unzähligemale wird sie sonst in der RTh benutzt. So in der Definition des Synchronismus. Im unmeßbaren Sinne gleichzeitig müssen hier sein die Uhrzeigerstellung t_A und die Absendung des Lichtsignals, ferner die Uhrzeigerstellung t_B und die Reflexion des Signals, endlich die Uhrzeigerstellung t'_A und die Ankunft des Signals. Die unmeßbare Gleichzeitigkeit gibt es auch zwischen Ereignissen in *verschiedenen* Systemen. So heißt es z. B.: *Wenn* eine Uhr in einem System so zeigt, *dann* zeigt die gerade vorbeigleitende eines anderen Systems so. Diese unmeßbare Gleichzeitigkeit ist auch nicht auf benachbarte Ereignisse beschränkt, wie Einstein meint, sondern *kann beliebig weit auseinanderliegende Ereignisse betreffen.* Ein Beispiel: *Wenn* die Koordinatenanfangspunkte zweier Systeme übereinandergleiten, *dann* hat die Uhr in x oder x' diese Zeigerstellung. Das Übereinandergleiten und die Zeigerstellung sind unmeßbar gleichzeitige Ereignisse. Es ist das übrigens auch an und für sich klar. Denn es gibt nichts im Begriff der unmeßbaren Gleichzeitigkeit, das uns zwingt, sie nur auf unmittelbar benachbarte Ereignisse zu beziehen. Gibt es sie überhaupt für zwei Ereignisse, dann gibt es sie für beliebig entfernte Ereignisse.

Ist die unmeßbare Gleichzeitigkeit absolut? Gewiß ist sie das. Denn die Relativität kommt ja für die RTh — wenn auch zu Unrecht, wie wir gesehen haben — in die Gleichzeitigkeit nur hinein durch den vom *Messen* bedingten Wechsel des Standpunktes: einmal sind es die Uhren des Eigensystems, dann die des Fremdsystems, wonach gemessen wird. Eine unmeßbare Gleichzeitigkeit ist also unabhängig vom System, d. h. absolut.

Wir sind jetzt zu der Überzeugung gekommen, daß die sp. RTh nicht nur tatsächlich keine relative Gleichzeitigkeit kennt, sondern daß sie auch die absolute notwendig voraussetzen muß. Dieses Ergebnis drängt aber weiter. Wenn es wirklich keine für alle Systeme gültige Zeit gäbe, sondern die Zeit vom System abhängig wäre, dann *müßte* es relative Gleichzeitigkeit geben. Da es nun aber keine gibt, die RTh vielmehr die absolute vorauszusetzen gezwungen ist, so kann es auch keine vom System abhängige Zeit, sondern muß es absolute, für alle Systeme geltende Zeit geben. Was die sp. RTh relative Zeit nennt, *muß* sich also in einer anderen Weise auffassen lassen, als sie es tut. Was das für eine Weise ist, werden wir noch sehen. Uns genügt es jetzt, aus der absoluten Gleichzeitigkeit erkannt zu haben, daß es auch absolute Zeit geben muß. *Die physische Zeit ist absolut.* Das ist eine notwendige Voraussetzung der sp. RTh selbst, aber auch nicht mehr als eine Voraussetzung; es ist kein Resultat, über das sie als physikalische Theorie etwas sagen könnte.

Dritte Überlegung. Es läßt sich noch auf andere, unmittelbar einleuchtende und darum viel wichtigere Art zeigen, daß die sp. RTh eine vom System unabhängige Zeit voraussetzt.

Die sp. RTh baut sich auf der Annahme einer dreifach unendlichen Schar von Inertialsystemen auf. Uns interessiert nun jetzt, daß Inertialsysteme *gleichförmig* bewegte Systeme sind. Wie wir früher (23) schon bemerkten, hat die RTh damit schon eine Zeitrechnung eingeführt. Wir fragen hier nach dem Charakter der Zeit, den diese Zeitrechnung voraussetzt.

Alle Inertialsysteme haben als Koordinatensysteme Achsen, die in gleiche Einheiten eingeteilt sind. Infolgedessen stellt jedes System für den Beobachter eines anderen Systems eine Uhr dar. Wir denken uns wieder die x- und x'-Achsen übereinandergleitend und den Beobachter im ungestrichenen System. Das Zifferblatt seiner Uhr ist die x'-Achse, der Zeiger der Punkt x, wo er sich befindet, die Zeiteinheit die Zeit, in der die Längeneinheit der x'-Achse den Punkt passiert. Als Anfangspunkt der Zeitzählung setzen wir nach Übereinkunft den Augenblick fest, wo die Anfangspunkte der Systeme koinzidieren. Dann hat der Beobachter, wie leicht einzusehen ist, in dem Augenblick, wo der Punkt x' seinen Standort x passiert, die Zeit $(x - x')$. Jeder Punkt der x-Achse und der zu ihr parallelen Achsen, also das ganze ungestrichene System, hat diese selbe Zeit. Genau dieselbe Ablesung wird aber wegen der Gleichwertigkeit der Systeme auch ein Beobachter in x' machen, wenn x seinen Standort passiert. *Diese Ablesung gilt also auch für das ganze gestrichene System.*

Wählen wir die x'-Achse eines Inertialsystems, das sich mit anderer Geschwindigkeit als das vorhin betrachtete gestrichene System relativ zum ungestrichenen bewegt, als Zifferblatt, so ist der numerische Wert von $(x - x')$ ein anderer. Denn er hängt offenbar ab erstens von der Anfangsbedingung und zweitens von der Geschwindigkeit. Die Anfangsbedingung läßt sich aber beliebig wählen. Wir nehmen ein beliebiges System als Norm und setzen den Augenblick der Koinzidenz seines Anfangspunktes mit dem unsrigen als Anfangspunkt der Zeitrechnung für jede „Uhr“ fest. Es bleibt also noch die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit. Ihr zufolge sind die Zeiteinheiten nicht gleich. Man braucht aber nur zu schreiben $a(x - x')$, wo a ein Proportionalitätsfaktor ist, um auch die Gleichheit der Zeiteinheiten herzustellen. Der Wert dieses Faktors ist leicht zu finden. Wenn man die Zeiteinheit der beiden Systeme, mit deren Hilfe man den Anfangspunkt der Zeitrechnung festgesetzt hat, als die allgemeingültige nach Übereinkunft annimmt und wenn die relative Geschwindigkeit dieser Systeme v_1 ist, so ist $a = \frac{v_2}{v_1}$, wo v_2 die relative Geschwindigkeit eines beliebigen anderen Systems zu einem der Normsysteme ist. Beachtet man, daß x' der mit dem Beobachter koinzidierende Punkt des jeweils angezogenen Inertialsystems ist, so ist demnach

$$\frac{v_2}{v_1}(x - x')$$

die *für alle Inertialsysteme gültige Zeit.* Sie bedeutet, daß künstliche Uhren für alle Systeme Zonenzeit zeigen können. Der Begriff des Synchronismus ist also schon im Begriff des Inertialsystems enthalten, und zwar des Synchronismus für alle Systeme. Man braucht übrigens keine künstliche Uhr, um die Geschwindigkeiten festzustellen; sondern man kann die Geschwindigkeiten in einem beliebigen, konventionellen Maße an den x'-Achsen als Uhren bestimmen, weil es ja nur auf ihr Verhältnis ankommt.

Wir sehen, daß in der Grundannahme der Inertialsysteme schon eine für alle Systeme gültige, also absolute Zeit drinsteckt, deren Maßausdrücke relativ, d. h. vom System abhängig sind, aber aufeinander zurückgeführt werden können. *Gäbe es keine absolute Zeit, dann gäbe es keine Inertialsysteme.*

Dieses Ergebnis ist außerordentlich wichtig. Denn es beweist unmittelbar mit aller Bestimmtheit, *daß die Relativität der Zeit in der sp. RTh eine Relativität der Maßausdrücke für die Zeit sein muß*. Dementsprechend müssen die Ergebnisse der Theorie gedeutet werden. Daß eine solche Deutung in der *jetzigen* Form der sp. RTh nicht (oder nicht ausschließlich) durch die Relativität der Maßausdrücke möglich ist, sondern daß hier ein falsches physikalisches Prinzip hineinspielt, hat uns das vorige Kapitel gelehrt. Bei der richtigen Form der sp. RTh aber kann die Relativität der „Zeit“ nur auf dem Messen beruhen. Wir müssen also zwei Begriffe sorgfältig scheiden: die Begriffe der Zeitrechnung und der Zeit. Die Verschiedenheit in den Zeitangaben der Inertialsysteme, die besteht, bevor wir Anfangsbedingung und Zeiteinheit festlegen, ist eine Verschiedenheit der *Zeitrechnung*; unter Zeitrechnung verstehen wir einen Inbegriff von Maßausdrücken für die Zeit, der auf einer konventionellen oder naturgemäßen Einheit aufgebaut ist. Jedes System hat dann nicht seine eigene *Zeit*, sondern seine eigene *Zeitrechnung*. Es ist allemal *dieselbe*, von allen Systemen unabhängige *Zeit*, die nur von verschiedenen Anfangspunkten aus und mit verschiedenen Einheiten gemessen wird.

Nachdem wir den eisernen Reif der Vorurteile, den die überraschenden Aussagen der sp. RTh über die Relativität der „Zeit“ um zahlreiche Geister gelegt haben, am Geiste des Lesers, wo es nötig war, gesprengt haben, ist es eine Kleinigkeit, das, was wir über den Messungsraum fanden, in analoger Weise auf die Zeit zu übertragen.

53. Die Messungszeit. Als physikalische Theorie kann die sp. RTh immer nur sagen, wie die Zeit sich als gemessene Zeit darstellt. Sie zwingt uns also, das, was wir bisher physische Zeit nannten, in die *Messungszeit* und die wirkliche Zeit zu zerlegen, und bestätigt damit unter anderem Gesichtspunkte das Ergebnis der letzten Nummer. Die Messungszeit ist eine Zeit zweiter Art.

Die Messungszeit macht es mit der wirklichen Zeit ähnlich wie der Messungsraum oder der Sehraum mit dem wirklichen Raum: hier werden die räumlichen Verhältnisse verzerrt, dort die zeitlichen. Zur Veranschaulichung einer Verzerrung zeitlicher Verhältnisse kann man mehrere Analogien beibringen. Eine solche

Analogie haben wir im Sternenhimmel. Die Konstellationen, Intensitäten, Farben, Vorgänge am Sternenhimmel, die sich auf der Netzhaut des Auges oder der photographischen Platte als gleichzeitig abbilden, liegen in Wirklichkeit um Jahre, Jahrhunderte, Jahrtausende zeitlich auseinander, weil das Licht Zeit gebraucht, um von den Sternen zu uns zu kommen. Die Stellung, die der Sirius heute zeigt, hatte er in Wirklichkeit vor neun Jahren; denn das Licht braucht neun Jahre, um vom Sirius zur Erde zu gelangen. Die Stellung und das Aussehen, die der Sternhaufen M 3 in den Jagdhunden heute zeigt, hatte er in Wirklichkeit vor 30 000 Jahren. Die Stellung und das Aussehen, die wir heute am Andromedanebel sehen, hatte er in Wirklichkeit vor 500 000 Jahren. Alle diese und andere zeitlich oft um viele Jahrtausende auseinanderliegenden Stellungen und Zustände zeigen Auge und Platte als gleichzeitig. Das ist eine Verzerrung zeitlicher Verhältnisse. Die beste Analogie aber ist der in (48) gebrachte Vergleich; hauptsächlich deshalb habe ich ihn hingesetzt.

Auch bei der Messungszeit kann man die Frage erheben, ob sie ein getreues Abbild der wirklichen Zeit ist. Die Antwort fällt genau so aus wie beim Messungsraum. Entweder legt man die zeitlichen Verschiedenheiten, die eine beliebige sp. RTh findet, in die Zeit selbst hinein oder in die Zeitmessung. Das erstere ist aber unmöglich, weil sonst eine Zeiteinheit zugleich verschiedene Größen haben würde. Also bleibt das zweite; damit ist aber nicht nur die Zeit der sp. RTh als Messungszeit aufgewiesen, sondern auch die Bildtreue der Messungszeit für jede Form der sp. RTh aufgehoben, die ähnliche Ergebnisse wie die jetzige zeitigt. Der Grund, warum je nach dem Standpunkte des Beobachters verschiedene Zeitmessungen angewandt werden, liegt im Inhalt der sp. RTh.

Auch hier möchte ich nicht vergessen zu betonen, daß wir mit den Ausführungen der beiden letzten Nummern nicht über den phänomenologischen Standpunkt hinausgeschritten sind.

54. Zusammenfassung. Ich will nun die Gedanken der vier letzten Nummern, soweit sie sich um die Absolutheit oder Relativität des Raumes und der Zeit drehen, wegen ihrer Wichtigkeit für unser Problem in einer anderen Weise kurz zusammenfassen, damit ihr Zusammenhang ganz klar wird.

Die Absolutheit des physischen Raumes bedeutet zweierlei:

1. Der Raum ist phänomenologisch ein Gegenstand von derselben Selbständigkeit wie die Körper.
2. Die Raumstrecke, d. i. die Entfernung zweier Raumpunkte, ist eine an sich, unabhängig von einschränkenden Bedingungen, bestimmte Größe.

Die Absolutheit des Raumes im ersten Sinne schließt die im zweiten ein. Wer aber die zweite vertritt, braucht damit die erste nicht anzunehmen; denn er könnte sich mit dem Standpunkte der Inertialsysteme begnügen.

Die Relativität des physischen Raumes besagt dementsprechend auch zweierlei:

1. Der Raum ist phänomenologisch kein selbständiger physikalischer Gegenstand.
2. Die Raumstrecke hat für den einen Beobachter eine andere Größe als für den anderen.

Die sp. RTh wendet sich gegen die Absolutheit des physischen Raumes in beiderlei Sinne, gegen die erste durch die dreifach unendliche Schar von Inertialsystemen, gegen die zweite durch die Lorentztransformation. Sie *will* also die Relativität in beiderlei Sinne vertreten. Aber das gelingt ihr nicht ganz. Ich habe gezeigt, daß der Begriff des Inertialsystems die Relativität im ersten Sinne nicht erreicht; Absolutheit des Raumes im ersten Sinne und Inertialsystem sind miteinander vereinbar. Damit ist selbstverständlich die *Existenz* dieses Absolutheitcharakters nicht bewiesen.

Die Relativität im zweiten Sinne ist zweideutig. Sie kann meinen, daß dieselbe Raumstrecke unabhängig vom Beobachter zugleich verschiedene Größen besitzt, oder daß der Standpunkt oder genauer die vom Standpunkte bestimmte Methode der Messung diese Verschiedenheit hineinträgt. Das erstere ist natürlich unmöglich. Die Relativität im zweiten Sinne besagt also eine Relativität des Maßausdruckes der Raumstrecke. Somit ist der Raum der sp. RTh ein Messungsraum, der uns sagt, wie sich die absoluten Raumstrecken des physischen Raumes darstellen, wenn sie unter den Bedingungen der RTh gemessen werden.

In einem dem ersten beim Raum entsprechenden Sinne gibt es keine Absolutheit der physischen Zeit; denn die Zeit ist, wie wir später noch sehen werden, kein Gegenstand von der phänomenologischen Selbständigkeit der Körper.

Die Absolutheit der physischen Zeit bedeutet: Die Zeitdauer, das ist der zeitliche Unterschied zwischen zwei Zeitpunkten, ist eine an sich, unabhängig von einschränkenden Bedingungen, bestimmte Größe.

Die Relativität der physischen Zeit besagt: Die Zeitdauer hat für den einen Beobachter eine andere Größe als für den anderen.

Die sp. RTh vertritt die Relativität der Zeit in der Lorentztransformation.

Nun läßt sich aber direkt nachweisen, daß die sp. RTh die absolute Zeit in ihrer Grundannahme der Inertialsysteme voraussetzt. Also *muß* die Relativität der Zeit in der sp. RTh eine Relativität der Maßausdrücke für die Zeit sein, ihre Zeit *muß* eine Messungszeit sein. Das kann man, ähnlich wie beim Raume, auch daraus folgern, daß im anderen Falle dieselbe Zeitdauer unabhängig vom Beobachter zugleich verschiedene Größen haben müßte.

Zum Schlusse dieses Kapitels müssen wir noch einer Mißdeutung der Minkowskiwelt entgegentreten.

55. Die Bedeutung der Minkowskiwelt in der Raum- und Zeitlehre. Indem Minkowski die Zeit als vierte Koordinate neben den Raumkoordinaten behandelt, soll er nach manchen gezeigt haben, daß zwischen Raum und Zeit kein Unterschied besteht. Ich glaube zwar nicht, daß Minkowski seinen viel zitierten Ausspruch auf der Kölner Naturforscherversammlung 1908 so verstanden wissen wollte. Er sagte damals (*6*), daß von Stund an Raum und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union von beiden Selbständigkeit bewahren sollen. Vielleicht war das nur ein poetischer Ausdruck für das, was er als Mathematiker tat. Jedenfalls ist aber dieser Ausdruck sehr unglücklich und hat zusammen mit der Darstellung seiner Theorie Mißverständnisse hervorgerufen.

Der Sinn der Minkowskiwelt muß uns nach der früheren Darstellung (40) ganz klar sein. Ihre Bedeutung ist *rein mathematisch*. So wenig die Fieberkurve in unserer damaligen ersten Vorbetrachtung uns etwas über das Wesen des Fiebers lehrt, so wenig lehrt die Minkowskiwelt etwas über das Wesen von Raum und Zeit. Sie kann Raum und Zeit nicht anders erfassen als die

RTh selbst, eben als Messungsraum und als Messungszeit. Sie ist nichts, aber auch gar nichts weiter als die geometrische Darstellung der Einsteinschen Gedanken über diese Gegenstände, die in der Lorentztransformation verdichtet sind. Sie hat also für die Philosophie überhaupt keine Bedeutung.

Überdies widerspricht jene Deutung der Minkowskiwelt einer allbekannten Tatsache. Es gibt Vorgänge, die wohl in der Zeit, aber nicht im Raume verlaufen, nämlich die psychischen Vorgänge. Vorstellungen, Gefühle, Willensregungen, Aufmerksamkeitsschwankungen u. a. haben zeitlichen, aber keinen räumlichen Charakter. Damit ist eine gewisse Unabhängigkeit des Raumes und der Zeit voneinander garantiert. Minkowski hat das ganz übersehen, und darum ist sein anderer, viel zitierter Ausspruch (*6*) unmittelbar falsch: „Gegenstand unserer Wahrnehmung sind immer nur Orte und Zeiten verbunden. Es hat niemand einen Ort anders bemerkt als zu einer Zeit, eine Zeit anders als an einem Orte."

Inwiefern die Philosophie des Raumes und der Zeit der Mißdeutung der Minkowskiwelt entgegentreten muß, werden wir später sehen.

Der Leser darf sich übrigens durch diese Charakteristik nicht zu einer Unterschätzung Minkowskis verleiten lassen. Die Bedeutung Minkowskis für die RTh war außerordentlich groß. Ich wollte bloß vor einer philosophischen Überschätzung warnen; philosophische Gedanken haben Minkowski, der ein genialer Mathematiker, aber ein völlig unphilosophischer Kopf war, stets fern gelegen.

Dritter Abschnitt

Das Raum-Zeit-Materie-Problem der allgemeinen Relativitätstheorie

Erstes Kapitel

Die Verallgemeinerung der speziellen Relativitätstheorie

56. Der erste Grundgedanke der a. RTh. Wir müssen in diesem ersten Kapitel natürlich von allen Ergebnissen absehen, die uns die beiden letzten Kapitel des vorigen Abschnittes gebracht haben, und wieder da anknüpfen, wo wir die bloße Darstellung der sp. RTh verlassen haben.

Die sp. RTh als physikalische Theorie hat ohne Zweifel etwas Unbefriedigendes an sich. Sie beschränkt sich auf Vorgänge in Inertialsystemen, d. h. in geradlinig-gleichförmig bewegten Systemen. Gibt es in der dem Physiker erfaßbaren Welt überhaupt solche Systeme? Strenggenommen nicht. Denn kein Körper oder System von Körpern ist ganz ohne Einfluß von anderen. Die sp. RTh legt also Verhältnisse zugrunde, die nirgendwo in der wirklichen Welt streng existieren, höchstens an vereinzelten Stellen angenähert. Dazu kommt noch ein weiteres. Die Gedanken der RTh nahmen, wie wir mehrmals hörten, ihren Ausgang von der Erfahrungstatsache, daß wir keine Bewegung in dem absoluten Raume und der absoluten Zeit feststellen können. Indes ist diese Tatsache in der sp. RTh nur halb verwertet, nämlich nur hinsichtlich der geradlinig-gleichförmigen Bewegungen. Aber die beschleunigten Bewegungen kennen wir auch nur als Bewegungen gegen Körper, z. B. die Rotation der Erde als bezogen auf das Fixsternsystem. Über diese beschleunigten Bewegungen läßt uns die Theorie ganz im unklaren.

So drängt die sp. RTh von selbst zu der Verallgemeinerung, die wir als ersten Grundgedanken der a. RTh bezeichnen und zunächst, in Anlehnung an den in (27) formulierten Grundgedanken der sp. RTh, so aussprechen wollen: Die Naturgesetze sind unabhängig vom Bewegungszustande jedes beliebig bewegten Systems. Von jetzt an ist also unter einem System nicht mehr ein Inertialsystem verstanden, sondern ein System, das in irgend einer beliebigen Bewegung relativ zu anderen ist.

Welche Transformation brauchen wir *jetzt* beim Übergang von einem System zum anderen? Gegenüber welcher Transformation sind die Naturgesetze invariant? Bevor wir die Lorentztransformation besprachen, hörten wir zweierlei (27): Einmal, daß es vom bloßen mathematischen Standpunkte aus nicht schwer sei, Transformationen zu finden, die den gewünschten Zweck erfüllen. Und das galt für den besonderen Fall der geradlinig-gleichförmigen Bewegung. Dann muß es sicherlich viele solcher Transformationen für den Fall jeder beliebigen Bewegung geben. Fürs zweite, daß es damals schon schwer gewesen wäre, unter der Menge der Transformationen eine zu finden, die Zusammenhang mit der Erfahrung besäße. Das muß unter den neuen Umständen noch weit schwerer sein. In der Tat ist die Sachlage die, daß wir jetzt überhaupt kein Mittel in der Hand haben, um aus den Transformationen auszuwählen. Es bleibt uns nichts anderes übrig, als alle beliebigen Transformationen zuzulassen. Wir drücken deshalb den ersten Grundgedanken der a. RTh jetzt so aus: *Die Naturgesetze sind invariant gegenüber jeder beliebigen Transformation*; sie sind, wie man kurz sagt, *allgemein invariant.*

Wir müssen nun zunächst beachten, daß dieser neue Ausdruck mehr besagt als der vorige. Sind die Naturgesetze gegenüber beliebigen Transformationen invariant, dann sind sie ganz sicher auch unabhängig vom Bewegungszustand jedes *beliebig bewegten* Systems. Sind sie als unabhängig vom Bewegungszustand jedes beliebig bewegten Systems erkannt, so brauchen sie durchaus nicht gegenüber beliebigen Transformationen invariant zu sein. Das letztere sind sie nämlich nur, wenn sie vom Bewegungszustand *beliebiger* Systeme unabhängig sind. *Beliebige* Systeme und *beliebig bewegte* Systeme sind verschiedene Dinge. Die ersteren schließen die letzteren ein, lassen aber nicht bloß geradlinige, sondern auch krummlinige Koordinaten zu. Ja die

a. RTh braucht überhaupt nur noch krummlinige Koordinaten; den Grund lernen wir später kennen.

Wichtiger als diese erste ist für uns eine zweite Bemerkung. Indem wir jede beliebige Transformation zulassen, haben wir den Boden der Erfahrung vollständig unter uns verloren. Wir stehen jetzt der physischen Wirklichkeit ganz anders gegenüber als alle bisherige Naturwissenschaft. Bisher wurden die Gesetze aus dieser Wirklichkeit gleichsam herauskristallisiert, nicht immer unmittelbar, aber doch wenigstens mittelbar mit Hilfe der Erfahrung. Den R-Theoretiker kümmert diese Wirklichkeit zunächst gar nicht. Er stellt den Naturgesetzen nur eine einzige, rein *mathematische* Bedingung, eben die, allgemein invariant zu sein. Deshalb kann es vorkommen, daß derselbe individuelle physische Gegenstand von der RTh auf verschiedene Weise beschrieben wird; wir lernen noch Beispiele kennen. Die RTh hält diese beiden Beschreibungen für gleichwertig, weil dabei die Naturgesetze der obigen Bedingung genügen.

Eine letzte Bemerkung. Sind die Naturgesetze invariant gegenüber beliebigen Transformationen, dann sind sie auch invariant gegenüber der Lorentztransformation. Überall dort also, wo die Voraussetzung der Lorentztransformation — Inertialsysteme — annähernd verwirklicht ist, gilt auch annähernd die sp. RTh. Nun läßt sich jede beschleunigte Bewegung in einem sehr kleinen Raumteil und während einer sehr kleinen Zeit mit genügender Annäherung als geradlinig-gleichförmig und jedes krummlinige Koordinatensystem in einem sehr kleinen Raumteil als geradlinig auffassen. Darum sagt man: in einem sehr kleinen Gebiet (im Unendlichkleinen) gilt die sp. RTh.

Wir haben vorhin gehört, daß die a. RTh Naturwissenschaft von oben herab treibt, indem sie an die Naturgesetze lediglich die Forderung heranbringt, allgemein invariant zu sein. Dieser Forderung läßt sich eben auf rein mathematischem Wege genügen. Gibt es aber nun nichts, was ihr aus der Erfahrung sozusagen entgegenkommt und ihr einen physikalischen Inhalt verleiht? Wissen wir in der physischen Wirklichkeit nichts von einer Gleichwertigkeit beliebiger Bezugssysteme? Es gibt etwas derartiges in beschränktem Sinne, und das wollen wir jetzt miteinander betrachten. Ich beginne damit, die experimentelle Unterlage zu schildern.

57. Träge und schwere Masse. Da muß ich zunächst einige Definitionen geben.

Feld einer Kraft nennt man den Raum, in dem eine Kraft wirkt und in dem sie Punkt für Punkt einen bestimmten Wert hat. Dieser Wert heißt auch die Intensität des Feldes in dem betreffenden Punkte. Die einzelnen Kraftfelder benennt man nach den Kräften, z. B. Gravitationsfeld, elektrisches Feld. Wie groß die Kraft ist, die in einem bestimmten Punkte eines Feldes auf einen Körper wirkt, hängt aber nicht nur ab von der Intensität J des Feldes in diesem Punkte, sondern auch noch von der sogenannten Ladung L des Körpers, und zwar ist sie gleich dem Produkt LJ. Diese Ladung kann den allerverschiedensten Charakter haben. Im elektrischen Feld ist sie z. B. die elektrische Ladung oder, wie man auch sagen könnte, die elektrische Masse. Im Gravitationsfeld spricht man nicht, was man aber auch tun könnte, von Gravitationsladung, sondern nennt L die *schwere Masse*; schwer deshalb, weil Gravitation der allgemeine Ausdruck für das ist, was wir auf den einzelnen Himmelskörpern Schwere heißen.

Nun ist bekanntlich nach der Mechanik die Kraft auch gleich dem Produkt aus Masse und Beschleunigung. Hier ist aber unter Masse etwas anderes verstanden als vorhin. Masse ist hier eine Größe, die *jedem* Körper zukommt und die man aus seinen Beschleunigungen bestimmt. Daß ein Körper bei Beschleunigungen diese Masse zeigt, ist aber nur ein anderer Ausdruck dafür, daß er träge ist, und darum nennt man diese Masse die *träge Masse.* Während die schwere Masse nur im Gravitationsfeld, aber in keinem anderen Felde auftritt, bestimmt die träge Masse das Verhalten des Körpers bei *allen* Kräften, die auf ihn wirken, gleichgültig, welcher Art sie sind. Von der trägen Masse m und von der Größe der Kraft LJ hängt die Beschleunigung w ab, die ein Körper in einem Kraftfelde erleidet. Das angezogene Grundgesetz der Mechanik lautet also in der Formel:

$$LJ = mw.$$

Diese Formel gilt für jedes beliebige Kraftfeld. Wir betrachten einmal das Gravitationsfeld. An *derselben* Stelle des Feldes ist J konstant. Wir schreiben nun die vorige Gleichung so:

$$w = J\frac{L}{m}.$$

Wenn also die Beschleunigung w für alle Körper, gleichgültig, aus was für Stoffen sie bestehen und in welchem Zustande (z. B. warm oder kalt) sie sind, ebenfalls an *derselben* Stelle des Gravitationsfeldes konstant ist, so ist das Verhältnis $\frac{L}{m}$ für alle Körper gleich. Wählt man die Maßeinheit passend, so kann man in diesem Falle das Verhältnis gleich 1 machen; dann sind also träge und schwere Masse eines Körpers numerisch gleich, d. h. durch dieselbe Zahl ausdrückbar.

Ist nun in Wirklichkeit die Beschleunigung für alle Körper an derselben Stelle des Gravitationsfeldes konstant? Das wußte man auf Grund ungenauer Versuche schon längst. Sehr genau hat es Eötvös nachgewiesen. Mit der Sicherheit, mit der überhaupt experimentelle Daten in der Physik gewonnen werden können, ist also auch die *numerische Gleichheit von träger und schwerer Masse* bestätigt.

Auf diesem Erfahrungsergebnis fußend stellt Einstein sein Äquivalenzprinzip auf.

58. Das Äquivalenzprinzip. Sind träge und schwere Masse numerisch gleich, so müssen, meint Einstein, die Erscheinungen, in denen sie maßgebend sind, auf dieselbe Weise gedeutet werden. Die schwere Masse ist maßgebend im Gravitationsfeld; die träge Masse ist maßgebend in jedem beliebigen Kraftfeld und spricht sich in den am Körper auftretenden Trägheitswirkungen aus. Die Erscheinungen, die im Sinne Einsteins dieselbe Deutung erfahren sollen, sind also Trägheitswirkungen und Gravitationswirkungen. Nicht die Beschleunigungen und die Gravitationswirkungen. Die Beschleunigungen werden vielmehr von irgend einer Kraft verursacht. Aber was nun bei solchen Beschleunigungen — im Beschleunigungsfeld — an Trägheitswirkungen auftritt, das soll zusammen mit den Gravitationswirkungen einheitlich verstanden werden. Trägheitswirkungen und Gravitationswirkungen oder *Trägheitsfeld* und Gravitationsfeld sind nicht mehr verschieden, sie sind dasselbe. Träge und schwere Masse sind nicht nur numerisch gleich, sondern auch wesensgleich.

Aber einen gewissen Unterschied muß es wohl doch zwischen ihnen geben. Wie kämen wir sonst dazu, in dem einen Falle von Schwere, in dem anderen von Trägheit zu reden? Worin liegt er?

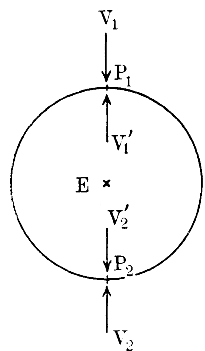
Wir wollen ihn an einem Beispiel herausfinden. Wir lassen einen Stein zur Erde fallen. Gewöhnlich fassen wir diesen Vorgang als einen Vorgang in dem als ruhend gedachten Gravitationsfeld der Erde auf; der Stein bewegt sich danach zufolge der Gravitation mit der Beschleunigung $+ w$ gegen die Erde. Wir können den Vorgang aber auch ganz anders deuten. Wir können auch sagen: Es ist kein Gravitationsfeld vorhanden; der Stein ruht, und die Erde und das ganze Universum bewegen sich mit der Beschleunigung $-w$ gegen den Stein. Bei der ersten Deutung fassen wir die Masse des Steines als schwere Masse, bei der zweiten als träge Masse. Ob man also eine Erscheinung des Beschleunigungsfeldes als Schwere oder als Trägheit deutet, ob man das Beschleunigungsfeld als Gravitationsfeld oder als Trägheitsfeld faßt, hängt davon ab, ob man die Erscheinung bezieht auf ein der Gravitation unterworfenes ruhendes Koordinatensystem oder auf ein gravitationsfreies beschleunigtes Koordinatensystem. Wegen der Gleichheit von schwerer und träger Masse haben wir kein Mittel in der Hand, die eine dieser Deutungen als falsch, die andere als richtig zu bezeichnen. Im Prinzip sind sie beide gleich, und jener Unterschied rührt nur von der Wahl des Koordinatensystems her, auf das wir die Erscheinungen beziehen. Einstein bringt das vorige Beispiel in der drastischen Form, daß ein Physiker sich eines Morgens nicht in seinem Schlafzimmer, sondern in einem zimmerähnlichen Kasten wiederfindet und nun durch Experimente nicht entscheiden kann, ob er in dem Gravitationsfeld eines Sternes oder in einem gravitationsfreien Trägheitsfeld ist.

Auf Grund solcher Überlegungen kann man das *Äquivalenzprinzip* so formulieren: *Für die mathematische Beschreibung sind ein gravitationsfreies beschleunigtes System und ein der Gravitation unterworfenes ruhendes System gleichwertig.*

Das Äquivalenzprinzip muß zunächst richtig verstanden werden. Nach ihm läßt sich ja ein Gravitationsfeld stets ersetzen durch ein (gravitationsfreies) Trägheitsfeld und umgekehrt. Aber das ist niemals für solche Felder in ihrer ganzen Ausdehnung und für alle Zeiten möglich. Betrachten wir z. B. das Gravitationsfeld der Erde. In Fig. 10 ist E die Erde, P_1 und P_2 sind zwei diametral gegenüberliegende Punkte der Oberfläche. Die Gravitationsbeschleunigung in P_1 sei durch den Vektor V_1, die Gravitationsbeschleunigung in P_2 durch den Vektor V_2 nach Größe und

Richtung dargestellt. Jene kann man durch eine entgegengesetzt gleiche Beschleunigung V_1' der Erde im gravitationsfreien System, diese durch die Beschleunigung V_2' ersetzen. Diese beiden Beschleunigungen kann die Erde aber nicht gleichzeitig haben, weil sie einander entgegengesetzt sind. Dasselbe gilt für alle diametral gegenüberliegenden Punkte der Erde. Das Gravitationsfeld der Erde läßt sich also in seiner Ganzheit durch kein Trägheitsfeld ersetzen. Es gibt kein Bezugssystem, in bezug auf das das Gravitationsfeld der Erde ganz ein gravitationsfreies Trägheitsfeld wäre; die Beschleunigungen im Gravitationsfeld sind von *allen* Seiten nach *einem* Zentrum gerichtet, während ein Bezugssystem sich immer nur nach *einer* Richtung bewegen kann. Entsprechendes läßt sich von dem Zentrifugalkraftfeld der Erde sagen, das ja auch ein Trägheitsfeld ist. Wählen wir schließlich ein *ungleichmäßig* beschleunigtes gravitationsfreies System, so kann es nicht für beliebige Zeit durch *ein* Gravitationsfeld ersetzt werden, weil die Beschleunigung im letzteren Feld gleichmäßig ist. Es ist eine gute Übung, wenn der Leser sich diese Beispiele durch Zeichnung oder zahlenmäßig im einzelnen klar macht. Das Äquivalenzprinzip bezieht sich also niemals auf ein Feld als Ganzes und niemals auf beliebige Zeit, sondern nur auf ein hinreichend kleines Stück des Feldes und einen Augenblick. Nehme ich ein anderes Stück des Feldes oder einen anderen Augenblick, so muß ich auch ein anderes Bezugssystem wählen, um das Verhalten eines Körpers willkürlich auf Trägheit oder auf Gravitation zurückführen zu können. Deshalb kann es sich auch niemals auf mehrere Körper zugleich beziehen, weil ja mehrere Körper auf räumlich großen Teilen eines Feldes verteilt sind. Spricht man von der Ersetzung durch *ein* Bezugssystem, so ist immer nur *ein* Körper betroffen; für einen zweiten Körper muß ein anderes System gewählt werden.

Fig. 10



Wir sehen uns somit in die Notwendigkeit versetzt, das Äquivalenzprinzip einzuschränken. Die RTh begnügt sich damit, die geschilderte Sachlage zuzugeben, macht sich aber nicht klar, was das bedeutet. Denn das besagt doch offenbar nichts anderes, als daß es *wahre* Gravitations- und *wahre* Trägheitsfelder gibt. Gravitation und Trägheit sind also nicht wesensgleich, und nur für die *mathematische* Beschreibung können Gravitations- und Trägheitsfelder in hinreichend kleinen Teilen und Zeiten durch passende Wahl eines Bezugssystems ineinander überführt werden, können sie, wie man auch sagt, in diesen Teilen und Zeiten *wegtransformiert* werden. Daß der *physikalische* Unterschied von Gravitation und Trägheit bleibt, habe ich in der Formulierung des Prinzips schon durch den Zusatz „für die mathematische Beschreibung" ausdrücken wollen. Ist das so, dann *muß* es auch *Mittel* geben, wirkliche Gravitationsfelder und wirkliche Trägheitsfelder zu unterscheiden. Und es gibt solche. Es ist nämlich nicht so, daß die allgemeine Invarianz die einzige Forderung ist, die wir an die Naturgesetze stellen müssen. Wir müssen, wie Mie mit Recht bemerkt (*17*, 64), an sie noch die andere stellen, die Dinge *möglichst einfach* zu beschreiben. Es sind also nicht alle beliebigen Koordinatensysteme gleichberechtigt, sondern diejenigen müssen den Vorzug haben, die die einfachste Beschreibung ermöglichen. So ist es auch beim Äquivalenzprinzip. Welches von den beiden in ihm genannten Koordinatensystemen genommen wird, hängt von der Einfachheit der Beschreibung ab, die es gestattet. In dem Beispiel des fallenden Steines wird niemand das gravitationsfreie beschleunigte System wählen. Nur in *fingierten*, wirklichkeitsfremden Beispielen, wie dem Kastenbeispiel Einsteins, sind Bezugssysteme in der Tat gleichwertig. In der physischen Wirklichkeit kommt derartiges nicht vor. Das *Prinzip der Einfachheit* ist hier ein zuverlässiges Mittel für die Unterscheidung von wirklichen und fingierten Gravitations- und Trägheitsfeldern.

Was das Äquivalenzprinzip demnach an *erster* Stelle leistet, ist dies, daß es wenigstens für die mathematische Beschreibung in bestimmten Fällen die Gleichwertigkeit beliebig bewegter Bezugssysteme zeigt.

Das *zweite*, was das Äquivalenzprinzip leistet, ist, daß es sozusagen zwingt, dem Gedanken der Wesensgleichheit von Trägheit und Gravitation noch tiefer nachzugehen. In dem Prinzip liegt ja ohne Zweifel ein gewisser Ansatz zum einheitlichen Verständnis von Trägheit und Gravitation. Es nötigt dadurch zu der Frage, ob und wie beide in einem höheren Begriff zu vereinigen sind. Zweierlei gibt es, was uns die Antwort nahelegt. Fürs erste ist die Gravitation an Massen gebunden; es ist nur Gravitation, wo Massen sind. Die Trägheit müßte dann also ebenfalls an Massen gebunden sein. Fürs zweite kennen wir Beschleunigungen nur gegen Massen; es kann also für die Physik nur eine relative Trägheit in Betracht kommen. Das führt uns nun zu der Antwort: *Die Trägheitswirkungen sind Wirkungen der Massen der ganzen Welt.* Jedesmal, wenn ein Körper gegenüber den Massen der Welt beschleunigt wird, löst diese Beschleunigung Wirkungen oder Kräfte der Massen der Welt aus, die die Trägheitserscheinungen verursachen. Erhält z. B. der Körper einen Stoß, so wirken sie gegen ihn und verursachen den Trägheitswiderstand, rotiert der Körper, so verursachen sie sein Zentrifugalkraftfeld. Mit der Beschleunigung verschwinden diese verursachenden Kräfte. Es besitzt also kein Körper an sich Trägheit, sondern die sogenannten Trägheitserscheinungen sind durch ein Feld bewirkt, das durch die Beschleunigung des Körpers von den Massen des Weltalls ausgelöst wird. Um einen Vergleich zu gebrauchen: Das bei der Beschleunigung auftretende, die Trägheitserscheinungen verursachende Feld wird in ähnlicher Weise induziert, wie die Bewegung von Elektronen ein magnetisches Feld oder die Rotation des Ankers der Dynamomaschine ein elektrisches Feld induziert. Gemäß dem Reziprozitätsprinzip kann man natürlich auch annehmen, ein durch Stoß beschleunigter Körper bliebe in Ruhe und das ganze Weltall erhielte eine beschleunigte Bewegung gegen ihn. Dann müßte natürlich dasselbe induzierte Feld mit seinen Kräften auftreten. Um den Körper gegen den Einfluß dieser Kräfte in Ruhe zu halten, müßte dieselbe Kraft jetzt angreifen, die bei der ersten Art der Beschreibung den Stoß versetzt hat. Trägheit und Gravitation sind also nur insofern identisch, als sie beide entstehen durch Wechselwirkung der Massen des Weltalls Versteht man unter Gravitation diese Wechselwirkung, so kann man jene beiden Erscheinungen unter diesem einen Wort zusammenfassen.

Der Leser muß in diesen Überlegungen zu der zweiten Leistung des Äquivalenzprinzips zwei Gedanken sorgfältig trennen: Erstens den Gedanken, daß die Trägheit auf einer Wechselwirkung der Massen des Weltalls beruht, und zweitens den anderen, daß diese Wechselwirkung nach Art einer Induktion eines Feldes aufgefaßt wird.

Der erste Gedanke folgt nicht notwendig aus dem Äquivalenzprinzip, wenn er auch dadurch angeregt und nahegelegt wird. Aber die RTh glaubt, nur er sei mit ihrer Annahme der Relativität des Raumes im ersten Sinne (54) verträglich. Inwiefern? Beruht die Trägheit nicht auf Wechselwirkung der Massen des Weltalls, dann besitzt ein Körper an und für sich Trägheit. Wir nehmen nun einmal an, es existiere nur ein einziger Körper im Raume. Hat dieser Körper an und für sich Trägheit, dann muß sich an dem Vorhandensein oder Nichtvorhandensein von Trägheitswirkungen an ihm (den Zentrifugalkrafterscheinungen) erkennen lassen, ob er rotiert oder nicht. Er kann aber dann nur rotieren oder ruhen in bezug auf den Raum, und das ist der RTh ein so entsetzlicher Gedanke, daß sie alle Annahmen macht, die nötig sind, um ihm aus dem Wege zu gehen. Der Leser erinnert sich, daß dieser erste Gedanke schon von Mach angedeutet wurde (22).

Der zweite Gedanke gehört nicht irgendwie notwendig zur RTh. Er enthält eine Deutung des ersten Gedankens, indem er sagt, auf welche Weise die Wechselwirkung im Falle der Trägheit aufgefaßt werden kann. Es ist das *die* Deutung, die Einstein selber gegeben hat, der aber nicht alle R-Theoretiker zustimmen.

Über weitere Leistungen des Äquivalenzprinzips wird der Leser einige Andeutungen in den beiden folgenden Nummern erhalten.

59. Der zweite Grundgedanke der a. RTh; erste Ableitung. Der zweite Grundgedanke gehört mit zu den schwierigsten Gegenständen der Physik. Es ist unmöglich, ihn ohne die Hilfe Riemannscher Geometrie ganz verständlich zu machen. Ich muß mich deshalb darauf beschränken, ihn in den Zusammenhang der Gedanken einzustellen, die zu ihm führen, und ihn, soweit es möglich ist, durch Worte zu umschreiben. Auf zwei Wegen will ich dem Leser den Grundgedanken ableiten. Den ersten Weg beschreiten wir in dieser Nummer.

Der Leser weiß ohne Zweifel, daß die Mathematik sich nicht nur mit endlichen Größen, sondern auch mit unendlich kleinen Größen beschäftigt, die sie Differentiale nennt. Man darf sich darunter nichts Mystisches vorstellen. Unendlich kleine Größen sind Größen, die im Verhältnis zu den gerade betrachteten endlichen Größen belanglos klein sind; sie sind also auch stets endliche

Größen. Eine Gleichung, die eine Beziehung zwischen endlichen Größen ausdrückt, kann nun niemals allgemein invariant sein. Sie kann natürlich gegenüber *gewissen* Transformationen invariant sein, aber nicht gegenüber allen. Die Eigenschaft der Invarianz, der Unveränderlichkeit der Beziehungen zwischen den Größen der Gleichung, gibt es bei beliebigen Koordinatensystemen nur in unendlich kleinen Bezirken des Systems. Die Gleichungen, die invariante Beziehungen gegenüber beliebigen Transformationen ausdrücken sollen, müssen also Gleichungen zwischen unendlich kleinen Größen, Differentialen, oder kurz, sie müssen Differentialgleichungen sein. Nun können physikalische Gesetze Beziehungen zwischen endlichen Größen ausdrücken; Beispiele haben wir in (25) kennen gelernt. Dann sind sie nicht allgemein invariant. Da sie aber nach dem ersten Grundgedanken der a. RTh allgemein invariant sein sollen, müssen wir sie in der Form von Differentialgleichungen, als Differentialgesetze schreiben.

Sobald nun die Naturgesetze als Differentialgesetze ausgedrückt werden, treten in ihnen keine endlichen, sondern unendlich kleine Strecken oder Abstände auf, die Abstände unendlich benachbarter Punkte. Einen solchen unendlich kleinen Abstand nennt man ein *Linienelement.* Wir bezeichnen es mit ds. d ist das Zeichen, daß es sich um ein Differential handelt; ds ist also ein endlicher, aber belanglos kleiner Teil von s. Die Linienelemente spielen nun in der Theorie der mathematischen Räume eine große Rolle. Jeder mathematische Raum mit eigener Struktur hat sein eigenes Linienelement. Am Linienelement kann man die Struktur des Raumes erkennen. Der euklidische Raum hat ein anderes als der sphärische Raum, diese beiden haben ein anderes als der elliptische Raum usw. Der Bau des Linienelements ist ein Ausdruck für die Maßbestimmung oder Metrik des Raumes, für den es gilt. Darin erfüllt es dieselbe Rolle, die wir früher dem Krümmungsmaß zuwiesen; tatsächlich läßt sich das Linienelement auch ohne weiteres aus dem Krümmungsmaß ableiten. Als Beispiel für den Bau eines Linienelements schreibe ich das Linienelement des dreidimensionalen euklidischen Raumes hin:

$$ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}.$$

dx, dy, dz sind die Projektionen von ds auf die Achsen. Die bisherige Physik hat nun stets diese Form des Linienelements unbedenklich in ihre Differentialgesetze eingeführt, hat also vorausgesetzt, daß die Maßbestimmungen des physischen Raumes durch das mathematische Modell des euklidischen Raumes beschrieben werden. Noch die sp. RTh nahm das, wie wir wissen, ohne weiteres an. Das geht aber in der a. RTh nicht mehr. Denn das euklidische Linienelement ist nicht allgemein invariant; das müßte es aber sein, wenn es in die Differentialgesetze der a. RTh eingeführt werden wollte. Aber auch das sphärische Linienelement ist nicht allgemein invariant, überhaupt keines eines bestimmten euklidischen oder nichteuklidischen Raumes. Nun stehen wir, wie es scheint, vor einer Mauer, durch die wir nicht hindurch können: Wir müssen, um den ersten Grundgedanken zu befriedigen, allgemein invariante Differentialgesetze einführen, und doch ist kein einziges der Linienelemente, die wir in sie einsetzen können, allgemein invariant. Aber wir kommen trotzdem hindurch. Es gibt nämlich ein Linienelement, das gegenüber beliebigen Transformationen invariant ist, und das ist das *allgemeine Linienelement.* Worin unterscheidet es sich von den übrigen?

In dem oben hingeschriebenen euklidischen Linienelement ist vorausgesetzt, daß durch einen beliebigen Punkt und seine Entfernungen $x = y = z$ von den drei Ebenen eines rechtwinkeligen Koordinatensystems ein Würfel bestimmt ist, durch den der euklidische dreidimensionale Raum ausgemessen werden kann. In den anderen speziellen Linienelementen ist auf ähnliche Weise festgelegt, wie die in ihnen vorkommenden Veränderlichen den Raum messen, den das Linienelement charakterisiert. Wir können nun aber auch einmal drei Veränderliche nehmen und über die Art, wie sie den Raum messen, gar nichts festsetzen. Wir lassen jede beliebige Ausmessung zu. Damit diese drei Veränderlichen nicht mit denen der speziellen Linienelemente verwechselt werden, nennen wir sie nicht x, y, z, sondern x_1, x_2, x_3. Das Linienelement, das sich dann ergibt, sieht so aus:

$$ds = \sqrt{g_{11}\,dx_1^2 + g_{12}\,dx_1\,dx_2 + g_{13}\,dx_1\,dx_3 + g_{22}\,dx_2^2 + g_{23}\,dx_2\,dx_3 + g_{33}\,dx_2^3}.$$

Das ist das allgemeine Linienelement. Es charakterisiert offenbar keinen *besonderen* Raum mehr, sondern *alle* Räume. Es ist gleichsam der Oberbegriff für die Unterbegriffe der speziellen Linienelemente. Es faßt sie alle in sich. Sie gehen durch Spezialisieren aus ihm hervor. Der Leser sieht nämlich, daß neben den Veränderlichen noch die Koeffizienten g_{11}, g_{12} usw auftreten; wir nennen sie kurz die g_{ik}, wo also i und k gleich 1, 2, 3 in allen möglichen Kombinationen gesetzt werden und die Kombinationen mit gleichen Zahlen (z. B. g_{12} und g_{21}) identisch sind und deshalb nur einmal geschrieben werden. Je nach dem numerischen Werte, den diese Koeffizienten g, wie wir noch kürzer sagen können, annehmen, ist das Linienelement euklidisch, sphärisch usw. Die Koeffizienten g sind also die *Faktoren der Maßbestimmung*; von ihnen hängt die Metrik des Raumes ab. Sie sind übrigens Funktionen der Veränderlichen x_1, x_2, x_3, wie der mathematisch gebildete Leser aus dem vorher Gesagten schon schließen kann.

Um die Rolle, die die Faktoren g spielen, ganz verständlich zu machen, bringe ich einen Vergleich. Aus der Schulmathematik ist dem Leser sicherlich die allgemeine Kegelschnittsgleichung

$$r = \frac{p}{1 + \varepsilon \cos u}$$

bekannt, in der r und u die Polarkoordinaten, p der Halbparameter sind. ε ist ein Koeffizient, den wir mit unseren Koeffizienten g vergleichen wollen. Die Gleichung ist nämlich der Oberbegriff, der alle Kegelschnitte (Ellipse, Parabel, Hyperbel) als Unterbegriffe in sich enthält. Diese Kegelschnitte gehen durch Spezialisieren aus der allgemeinen Formel hervor. Je nach dem numerischen Werte nämlich, den ε hat, stellt die Gleichung einen bestimmten Kegelschnitt dar. Ist $\varepsilon = 1$, so haben wir die Parabel, ist $\varepsilon < 1$, so haben wir die Ellipse, ist $\varepsilon > 1$, so haben wir die Hyperbel. Dem Faktor ε fällt also hier dieselbe Rolle zu wie den Faktoren g im allgemeinen Linienelement. Die Analogie trifft allerdings nicht ganz zu. Der Faktor ε bestimmt nämlich den Kegelschnitt *ganz*, während die Faktoren g nur die Struktur, nicht die Form des Raumes bestimmen; wir wissen ja von früher (13), daß zwei Räume gleiche Struktur, aber ungleiche Form haben können.

Eine Zwischenbemerkung sei erlaubt. Wir können hier ebenfalls, wie in der Minkowskiwelt, als vierte Koordinate die Zeit einführen und dafür x_4 schreiben. Dann wird das Linienelement noch vier Glieder mehr erhalten, die sich der Leser leicht ableiten kann, so daß dann im ganzen zehn Faktoren g vorhanden sind.

Bis hierher hat uns ausschließlich der erste Grundgedanke der a. RTh geleitet. *Jetzt greift der zweite ein*, und der besagt, *daß die Faktoren g auch das Gravitationsfeld beschreiben.* Der Leser wird sich im ersten Augenblick keine Vorstellung von der Tragweite dieses Gedankens machen. Fragen wir: Wie kommt die RTh dazu und was bedeutet er?

Mit Hilfe des Äquivalenzprinzips kann die RTh eine Theorie der allgemeinen Gravitation aufstellen, d. h. sie kann ein Gleichungssystem entwickeln, das alle die Erscheinungen, die wir in der vorigen Nummer unter Gravitation zusammengefaßt haben, beschreibt. Diese Gravitationstheorie führt nun zu dem Resultat, daß jeder Punkt eines Gravitationsfeldes nicht, wie man bisher meinte, durch *einen* Wert eindeutig bestimmt ist, sondern daß dazu *zehn* Werte gehören. Der Punkt im Gravitationsfeld der Erde, den beispielsweise in diesem Augenblicke die Spitze meiner Feder einnimmt, ist durch zehn Werte charakterisiert, und diese zehn Werte hängen, wie wir wissen, von der Verteilung der Massen des Weltalls ab. Die a. RTh behauptet nun, daß die numerischen Werte, die diese zehn Gravitationsgrößen haben, dieselben sind wie die numerischen Werte, die die g des Linienelements in dem Raumpunkte haben, wo in dem Augenblick die Federspitze ist. Das besagt offenbar, *daß die Metrik des Raumes und die Gravitation miteinander verkettet sind.* Die a. RTh drückt das wohl so aus, daß sie sagt: Die Metrik des Raumes ist von der Gravitation bestimmt. Da die Gravitation von der Materie abhängt, kann man auch sagen, die Metrik sei von der Materie bestimmt. Durch den zweiten Grundgedanken wird die mathematische Form, die der erste Grundgedanke den Naturgesetzen vorschreibt, mit physikalischem Inhalt erfüllt; aus einer Andeutung, die ich vorhin machte, geht hervor, daß dieser Inhalt das Äquivalenzprinzip in sich enthält. Man nennt die Faktoren g wohl auch die *Gravitationspotentiale*, obgleich sie nicht ganz das sind, was die Physik sonst unter Potential versteht.

Die allgemeine Bedeutung des zweiten Grundgedankens kennen wir jetzt, wir verfolgen sie noch ein wenig im besonderen.

Dort, wo keine Gravitation vorhanden ist, nehmen die g solche Werte an, daß das euklidische Linienelement herauskommt. Nun können wir aber gemäß dem Äquivalenzprinzip in einem unendlich kleinen Bezirk und während eines unendlich kleinen Zeitraumes die Gravitation stets wegtransformieren und auch jedes beliebig beschleunigte Koordinatensystem in ein geradlinig-gleichförmig bewegtes oder ruhendes verwandeln. Im unendlich kleinen Bezirk sind also die Bedingungen der sp. RTh erfüllt und darum herrscht hier die sp. RTh.

Wo Gravitation ist, haben die g solche Werte, daß das Linienelement nichteuklidisch ist. Raum und Zeit sind also nichteuklidisch, und das ist der Grund, warum die a. RTh keine rechtwinkeligen, sondern nach (13) nur krummlinige Koordinatensysteme gebrauchen kann. Aber ihr Krümmungsmaß ist nicht überall dasselbe, sondern wechselt von Ort zu Ort in Abhängigkeit vom Gravitationsfeld. Die Länge eines unendlich kleinen Maßstabes, eines räumlichen oder zeitlichen, ist nicht ausschließlich durch die Differenz der Koordinaten seiner Endpunkte bestimmt, wie sie es nach (37) und (38) in der sp. RTh war, sondern sie ist dazu noch von den Gravitationspotentialen abhängig. Raum und Zeit besitzen also keine eigene metrische Struktur, sondern erhalten sie aufgeprägt von der Gravitation. So wie ein Stück Metall zu allerlei Münzen geprägt werden kann je nach der Maschine, in die es kommt, können Raum und Zeit verschiedene nichteuklidische Strukturen annehmen je nach dem Gravitationsfeld, das in ihnen ist. Deshalb behaupten die R-Theoretiker wohl auch, die x_1, x_2, x_3, x_4 in dem allgemeinen Linienelement seien bloße Zahlen und gestatteten keine gegenständliche, keine physikalische Deutung; Raum und Zeit seien darum nicht bloß nicht verschieden, sondern dürften überhaupt nicht mehr als physische Gegenstände angesehen werden.

Schließlich sind wir jetzt, wo wir die beiden Grundgedanken kennen, auch imstande, die Aufgaben zu verstehen und zu formulieren, die die a. RTh zu lösen hat. Es sind diese: 1. die Naturgesetze — es handelt sich natürlich nur um die Gesetze der anorganischen Natur — in allgemein invariante Formen zu bringen, 2. die Gleichungen aufzustellen, nach denen man aus der Verteilung der Massen des Weltalls die Faktoren g berechnen kann. Diese Aufgaben sind im wesentlichen von Einstein gelöst worden.

Zu der zweiten Aufgabe wäre noch zu bemerken, daß die Gleichungen allein nicht erlauben, die g an jeder Stelle zu berechnen; dazu müßte man noch *einen* Verteilungszustand der Massen des Weltalls kennen. Genau so läßt sich die Konstellation unseres Sonnensystems in Vergangenheit und Zukunft aus dem Gravitationsgesetz allein nicht ableiten; es muß ein Anfangszustand gegeben sein, von dem aus man vorwärts oder rückwärts rechnen kann. Die Metrik hängt also nicht nur von der Gravitation ab, sondern auch von den Ursachen, die an der tatsächlichen Verteilung der Massen schuld sind.

Wir sind in dieser Nummer, von allgemeinsten Gedanken ausgehend, zum Spezialfall der sp. RTh im Unendlich-kleinen gekommen. Wir wollen jetzt einmal den umgekehrten Weg gehen und von der sp. RTh zum zweiten Grundgedanken der a. RTh gelangen. Dadurch wird besonders deutlich, wie die sp. RTh notwendig von der a. vorausgesetzt wird.

60. Der zweite Grundgedanke der a. RTh; zweite Ableitung. Wir denken uns einen im Eigensystem ruhenden Beobachter. Relativ zum Eigensystem rotiere eine Scheibe. Wir haben also zwei gegeneinander rotierende, d. h. in beschleunigter Bewegung begriffene Systeme. Für sie als Ganzes gilt demnach die sp. RTh nicht. Aber wir können ja jede beschleunigte Bewegung in einem unendlich kleinen Raumstück und in einer unendlich kleinen Zeit als geradlinig-gleichförmig ansehen. Mißt unser Beobachter nun in einer unendlich kleinen Zeit eine unendlich kleine Strecke der rotierenden Scheibe, die senkrecht zum Scheibenradius liegt und die er als Maßstab zum Ausmessen der Scheibe gebrauchen will, so wird er sie für kürzer finden, als ein auf der Scheibe ruhender Beobachter sie messen würde; sie zeigt für ihn Lorentzkontraktion.

Um nun das Folgende zu verstehen, muß der Leser daran denken, daß ein Punkt der Scheibe eine um so größere Geschwindigkeit besitzt, je weiter er vom Mittelpunkte abliegt. Denn alle Punkte der Scheibe machen einen Umlauf in derselben Zeit. Je weiter sie aber vom Mittelpunkte abliegen, desto größer sind die Wege, die sie in dieser selben Zeit beschreiben müssen, desto größer also auch ihre Geschwindigkeiten. Die von unserem Beobachter vom Eigensystem aus auf der Scheibe gemessene Strecke wird nun um so kleiner herauskommen, je näher sie dem Umfange der Scheibe liegt; denn je größer die Geschwindigkeit der Strecke ist, desto größer ist auch die Lorentzkontraktion (37). Würde unser Beobachter eine Strecke der Scheibe messen können, die in den Radius fällt, so würde er natürlich keine Lorentzkontraktion finden; nach den Formeln der Lorentzkontraktion bleiben ja die Strecken senkrecht zur Bewegungsrichtung ungeändert ($y = y'$, $z = z'$). Sobald aber eine Strecke nicht in dieser Senkrechten zur Bewegungsrichtung liegt, zeigt sie entsprechend der Größe, in der sie dem sie messenden Beobachter erscheint, Lorentzkontraktion, und zwar die — absolut genommen — größte Kontraktion, wenn sie in der Bewegungsrichtung liegt.

Diese Verhältnisse müssen wir sorgfältig im Auge behalten. Nehmen wir nun einmal an, der Beobachter zeichne auf ein unendlich kleines Stück Papier, das von einem rechtwinkeligen Koordinatennetz bedeckt ist, eine geometrische Figur, etwa ein Dreieck, und lege dieses Stück auf die Scheibe. Netz und Dreieck werden ihm beim Messen verzerrt vorkommen. Die Netz- und Dreieckslinien, die in den Radius der Scheibe fallen, erscheinen ihm unverkürzt, die übrigen je nach der Neigung zum Radius mehr oder weniger verkürzt. Und diese Verzerrung wird um so stärker sein, je näher das Stück Papier am Umfange der Scheibe liegt. Was bedeutet das aber alles? Während ein Beobachter, der mit der Scheibe rotiert, die Scheibe mit unveränderlichem Maßstabe ausmessen kann, gibt es für den Beobachter in unserem System, gegen das die Scheibe rotiert, keinen unveränderlichen Maßstab, mit dem er die Scheibe überall messen kann, und zwar ist die Länge des Maßstabes nicht bloß von seiner Lage zwischen Mittelpunkt und Umfang der Scheibe, sondern auch noch von seiner Richtung abhängig. Für unseren Beobachter herrscht also in dem Fremdsystem der Scheibe nichteuklidische Geometrie; denn das ist ja typisch für den nichteuklidischen Raum, daß er sich nicht mit unveränderlichem Maßstab messen läßt (13). Auch ohne daß er an den Maßstab zu denken brauchte, hätte für den Leser die Verzerrung der geometrischen Figuren eine deutliche Sprache geredet. Aus der eben notierten Nummer weiß er, daß in diesem Falle der Raum der Scheibe für unseren Beobachter eine nichteuklidische Geometrie besitzen muß, da der Raum des Eigensystems die euklidische hat; die Maßverhältnisse der Figuren sind ja eben die Maßgeometrie eines Raumes.

Was wir von der Strecke sagten, gilt auch von der Zeitdauer, natürlich mit Ausnahme dessen, was wir von der Richtung des Maßstabes hörten; denn eine räumliche Richtung einer Zeitdauer gibt es nicht. Die Lorentzkontraktion der Zeit ist um so größer, je näher die Uhr dem Umfang der Scheibe liegt. Das bedeutet, wie der Leser sich selbst überlegen mag, daß die Uhren des Fremdsystems der Scheibe gegenüber den eigenen des Beobachters um so langsamer gehen, je näher sie am Rande liegen. Der Beobachter kann also auch die Zeit des Fremdsystems nicht mit unveränderlichem Maßstabe messen; die Zeiteinheit ist für ihn im allgemeinen von Punkt zu Punkt desselben endlichen Fremdsystems verschieden.

Wir haben bisher zwei relativ zueinander rotierende Systeme betrachtet. Die Rotation ist aber nur ein besonderer Fall der möglichen Beschleunigungen. Da sich indes jede denkbare Bewegung eines Punktes auf einer unendlich kleinen Strecke und während einer unendlich kleinen Zeit als geradlinig-gleichförmig ansehen läßt, so gelten unsere Resultate für jede beliebig beschleunigte Bewegung. Derselbe räumliche oder zeitliche Maßstab des beliebig beschleunigten Fremdsystems wird dem Beobachter verschieden lang erscheinen je nach dem Punkte des Fremdsystems, wo er gerade liegt. Und zwar hängt die Größe des Maßstabes ab von der Geschwindigkeit des Punktes in dem betreffenden Augenblicke, also von der Beschleunigung, beim räumlichen Maßstab auch noch von der Richtung. Es gibt also keine euklidische Maßbestimmung in beschleunigten Fremdsystemen. Aber auch nicht überall *dieselbe* nichteuklidische; vielmehr welche Maßbestimmung an einem Orte des Fremdsystems genommen werden muß, ist von der Beschleunigung dieses Ortes im Augenblicke der Messung abhängig.

Nun benutzen wir das Äquivalenzprinzip. Nach ihm kann man jedes Beschleunigungsfeld als Gravitationsfeld auffassen. Welche Maßbestimmung in einem Punkte der Welt benutzt werden muß, hängt also vom Zustande des Gravitationsfeldes in diesem Punkte ab. Das ist der zweite Grundgedanke der a. RTh.

Jetzt stellt sich der Zusammenhang zwischen sp. und a. RTh besonders klar heraus. *Innerhalb* eines *unendlich kleinen* Eigensystems wird jeder Beobachter euklidisch messen; er mißt sein System mit demselben unveränderlichen Maßstab. Wie stellen sich aber nun die räumlichen und zeitlichen Maßstäbe dieser unendlich kleinen Systeme einem Beobachter außerhalb der Systeme im *Endlichen* dar, wo wir nur beschleunigte Systeme kennen? Für ihn zeigen die Maßstäbe Lorentzkontraktion, und diese Lorentzkontraktion schmiegt sich den Änderungen an, die die

Geschwindigkeit nach Größe und Richtung von Ort zu Ort und von Augenblick zu Augenblick erleidet, sie schmiegt sich mit anderen Worten der Beschleunigung an. Nach dem Äquivalenzprinzip haben wir also ein Anpassen der Lorentzkontraktion an die Gravitation und ihre Änderungen von Ort zu Ort und von Zeitpunkt zu Zeitpunkt.

Noch eine Schlußbemerkung zum zweiten Grundgedanken der a. RTh. Der R-Theoretiker kann nun offensichtlich nicht mehr dem Raum als *Ganzem* eine *einheitliche* Struktur geben, nicht bloß keine euklidische, auch keine nichteuklidische. Sondern er muß die Maßform von Ort zu Ort und bei zeitlichen Änderungen des Gravitationsfeldes auch von Zeitpunkt zu Zeitpunkt bestimmen. Es ist also eine andere Art der Anwendung von Geometrie auf Wirklichkeit, die jetzt vorliegt. Bisher arbeitete die Physik mit *Ferngeometrie*, wobei die Welt bis in die fernsten Fernen hinein einem einheitlichen geometrischen Typus unterworfen wurde, der von der Materie und ihren Feldern ganz unabhängig erschien. Jetzt, wo sie nun die Abhängigkeit der Metrik von der Materie weiß, muß sie mit *Nahegeometrie* arbeiten, in der der geometrische Typus in dem Raum und in der Zeit nur von Punkt zu Punkt festgesetzt werden kann. Nun wird der Leser wohl die Andeutung verstehen, die ich früher (14) einmal machte.

61. Vergleiche zur Abhängigkeit der Metrik vom Gravitationsfeld. Weil ich glaube, daß es manchen Lesern schwer wird, zu verstehen, wie die Metrik des Raumes von Ort zu Ort in Abhängigkeit von der Gravitation wechselt, will ich ihnen einige Vergleiche vorlegen. Sie können gleichzeitig dazu dienen, ein Mißverständnis zu verhüten.

1. Ein Tuch aus dünnem, sehr elastischem Gummi wird in einer möglichst vollkommenen Ebene ausgespannt. Auf dieses Tuch wird ein Netz rechtwinkeliger Koordinaten gezeichnet (wie es die Koordinatenpapiere und wohl manchmal auch Briefpapier haben). Das Tuch soll einen ebenen 2-dimensionalen Raum symbolisieren. Drückt man nun mit dem Finger bald auf diese, bald auf jene Stelle des Gummituches von oben oder von unten, so entstehen Ausstülpungen, die so lange andauern, wie der Finger darauf ruht. Auf diesen Ausstülpungen ist das Netzmuster der Koordinaten verzerrt. Wir haben auf ihnen keine rechtwinkeligen Koordinaten

mehr, sondern krummlinige. Es herrscht nichteuklidische Geometrie auf ihnen, denn jede gekrümmte Fläche ist ein nichteuklidischer 2-dimensionaler Raum (13). Würde das Tuch Flächenwesen besitzen — also keine kleinen Menschen, die wie Fliegen auf dem Tuche herumlaufen, sondern Wesen, die in der Fläche des Tuches leben, so wie etwa die Menschen auf der Leinwand im Kino —, so würden diese Wesen in der Ebene des Tuches die Summe der Dreieckswinkel gleich 180° finden, auf den Ausstülpungen aber nicht gleich 180°. So wie die Metrik dieser Fläche sich von Ort zu Ort nach der Stelle des Druckes und von Zeitpunkt zu Zeitpunkt nach der Größe des Druckes ändert, so ändert sich die Metrik des 3-dimensionalen Raumes der Welt von Ort zu Ort nach dem dort herrschenden Werte der Gravitationspotentiale und von Zeitpunkt zu Zeitpunkt nach den Änderungen dieser Werte.

2. Den zweiten Vergleich liefert uns das Geoid, von dem wir früher (14) schon kurz sprachen. Wenn man die Gestalt der Erde bestimmen will, so muß man wegen der Unregelmäßigkeiten der Erdoberfläche zuvor wissen, was man darunter verstehen soll. Man denkt sich zu diesem Zwecke das Meer in Kanälen durch das Festland fortgesetzt. Indem man jetzt von allen außerhalb des festen Erdkörpers gelegenen Ursachen absieht, die die Oberfläche dieses Wassers ändern können (z. B. von dem Mond, den Winden, dem Luftdruck), definiert man als Gestalt der Erde die Oberfläche dieses Wassers, die man sich natürlich durch das Festland fortgesetzt vorstellen muß. Diese Oberfläche steht überall senkrecht zur Schwerkraft; unter Schwerkraft ist hier die Kombination von Anziehungskraft der Erde und Zentrifugalkraft verstanden. Man nennt die Oberfläche das Geoid. Das Geoid erhebt sich bald über das nach den Erdachsen berechnete Ellipsoid, bald senkt es sich darunter; die höchsten Erhebungen und Senkungen betragen etwa 100 m, und die kommen recht selten vor. Das Geoid ist also eine unregelmäßige Wellenfläche. Die Wellen dieser Fläche sind nicht konstant. Denn die Schwerkraft ändert ihre Größe und Richtung, wenn innere Umlagerungen in der Erdrinde, Wärmeänderungen und andere Vorgänge stattfinden, und jeder Änderung der Schwerkraft paßt sich das Geoid an. Das Geoid ist offenbar ein nichteuklidischer 2-dimensionaler Raum. Das Krümmungsmaß dieses Raumes ändert sich in Abhängigkeit von der Schwerkraft von Ort zu Ort und von Zeit zu Zeit. —

Diese Vergleiche könnten zu einem Mißverständnis Anlaß geben, dem der in mathematisch-physikalischen Dingen ungeschulte Leser überhaupt leicht verfällt, wenn er etwas über die Abhängigkeit der Maßstäbe und Uhren von der Gravitation hört. Ich will diesem Mißverständnis einmal einen krassen Ausdruck verleihen.

Man könnte auf folgenden Gedanken kommen. Maßstab und Uhr sind bekanntlich von der Wärme oder, wie wir auch sagen können, vom Wärmefeld abhängig. An Stellen höherer Temperatur ist der Maßstab länger und geht die Uhr langsamer als an Stellen niederer Temperatur. Also ist der Raum des Wärmefeldes auch nichteuklidisch.

Aber eine *solche* Art der Einwirkung der Gravitation auf Maßstab und Uhr ist in der a. RTh durchaus *nicht* gemeint. Denn die Abhängigkeit vom Wärmefeld ist eine Abhängigkeit physischer Körper von physikalischen Kräften. Eine solche Abhängigkeit kennen wir bezüglich der Uhr auch im Gravitationsfeld; so geht eine Pendeluhr am Äquator der Erde anders als an den Polen. Das alles ist Abhängigkeit der Maßstäbe und Uhren in einem bereits strukturierten, in einem bereits metrischen Raume. Das alles ist hier nicht gemeint.

Vielmehr sind in der a. RTh *starre* Maßstäbe vorausgesetzt, d. h. solche, die von physikalischen Kräften nicht deformiert werden, und ebenso Uhren, deren Gang von physikalischen Kräften nicht beeinflußt wird. Die Gravitation wirkt also hier nicht unmittelbar als physikalische Kraft auf Maßstäbe und Uhren oder, wie beim Geoid, auf die Oberfläche des Wassers. Die Veränderung der Metrik ist eine Veränderung der inneren Verhältnisse von Raum und Zeit, der sich Maßstäbe und Uhren fügen. Gewiß wird ein Körper im Gravitationsfeld gedehnt und verzerrt. Aber nicht durch die bekannte physikalische Wirkung der Gravitation. Sondern der Raum wird durch die Gravitation so geformt, daß man zu seiner Beschreibung ein von Ort zu Ort verschiedenes nichteuklidisches Modell heranziehen muß und daß man aus dem Charakter der Gravitation an jedem Orte sagen kann, welches Modell man gebrauchen muß. Die Körper passen sich naturgemäß dem Raume an. —

Tiefer, als es in den Ausführungen dieses Kapitels geschehen ist, kann ich den Leser ohne den Gebrauch anderer Hilfsmittel nicht in die a. RTh einführen. Ich schließe deshalb die Darstellung ab und gebe noch eine kurze Charakteristik des physikalischen Weltbildes der RTh.

62. Das physikalische Weltbild der RTh. Nach der RTh gibt es nur zwei Arten physischer Gegenstände: das elektromagnetische Feld und den Gravitationsäther.

Das elektromagnetische Feld ist eine selbständige physische Realität, die nicht der Materie als eines Trägers bedarf. Vielmehr ist die Materie selbst nur ein besonderer Zustand in diesem Feld, ein Produkt, eine Ausgeburt des Feldes. In dem Felde bilden sich aus Gründen, die uns noch unbekannt sind, gleichsam Energieknoten, Energieverdichtungen; das sind die Elektronen oder was man sonst als letzte Elemente der materiellen Welt ansieht. Diese Energieknoten bewegen sich, weil sie ja aus Feldstoff bestehen, im Felde nicht wie ein Stein durch das Wasser oder ein Vogel durch die Luft, sondern wie die Wellen durch das Wasser, wie die Schallverdichtungen durch die Luft. In einem durch das Feld bewegten Knoten ist stets anderer und anderer Stoff; der Knoten ist nur eine Form, die sich weiterbewegt. Diese Vorstellung ist der früheren genau entgegengesetzt. Früher war die Materie das Primäre, das die Formen der elektromagnetischen Wellen erregte, die einen materiellen Träger nötig hatten. Heute ist das elektromagnetische Feld das Primäre und die Materie nur eine durch das Feld bewegte Form. Natürlich muß das Feld in dieser Auffassung Trägheit und Schwere besitzen. Materie und Feld sind eins, und wenn wir im folgenden, wo es sich um RTh handelt, von Materie sprechen, ist das Wort stets in dem weiteren Sinne gemeint, daß es die elektromagnetische Energie einschließt. Es gibt also auch keinen Satz von der Erhaltung der Materie mehr, sondern nur einen Satz von der Erhaltung der Energie, der den ersteren in sich faßt.

Der Gravitationsäther ist das Gravitationsfeld. Man versteht also darunter den Inbegriff der physikalischen Zustände, die der von Materie freie Raum besitzt. Es gibt keinen Teil des Raumes ohne Gravitationsfeld; insofern kann man das Gravitationsfeld als den Raum bezeichnen und sagen, der Raum habe physikalische Eigenschaften. Der Gravitationsäther bestimmt die Bewegungen der Materie mit, also auch die Struktur des elektromagnetischen Feldes. Andererseits wird er aber auch von der Materie mit-bedingt, indem einmal die Struktur des Gravitationsfeldes von den Massen bestimmt ist und fürs zweite die Gravitation so an die Materie gebunden ist, daß sie mit ihr verschwindet. Der Gravitationsäther ist demnach von dem Äther der alten Physik ganz verschieden. Er besitzt nach der RTh auch keine mechanischen Eigenschaften, d. h. es lassen sich in ihm unabhängig von der Materie keine Orte festlegen, so daß man also von keiner Bewegung der Körper gegen ihn sprechen kann, und er hat selbst keine Geschwindigkeit.

Werfen wir noch einen Blick auf die Welt als Ganzes, wie sie sich der RTh darstellt. Die R-Theoretiker nehmen vielfach als besondere Leistung ihrer Theorie die Lösung des uralten kosmologischen Problems in Anspruch, der Frage nämlich, ob die Welt endlich oder unendlich sei. Auf Grund von Überlegungen, auf die wir in anderem Zusammenhang zu sprechen kommen, gelangen sie zu dem Resultat, mit den Gravitationsgleichungen der Theorie sei die Annahme vereinbar, daß die Welt einen nichteuklidischen Raum mit konstantem positiven Krümmungsmaß, also einen geschlossenen Raum (13), gleichmäßig fülle. Ist das aber nicht ein Widerspruch zu dem Ergebnis, das Krümmungsmaß des Raumes sei von Ort zu Ort verschieden? Wir wollen uns an zwei Vergleichen klarmachen, daß beides miteinander verträglich ist. Eine Kugel aus Blech möge uns eine mathematische Kugel, also einen nichteuklidischen 2-dimensionalen Raum mit konstantem Krümmungsmaß symbolisieren. Nun schlagen wir die ganze Blechkugel mit einem Hammer voll von kleinen Beulen. Dann ist das Krümmungsmaß der verbeulten Fläche im allgemeinen von Ort zu Ort verschieden, und doch besitzt die Kugel als Ganzes noch immer ein einheitliches mittleres Krümmungsmaß. Diese Verhältnisse sind ungefähr verwirklicht bei der Erde, wenn wir sie in Annäherung als Kugel fassen. Das Geoid hat ein von Ort zu Ort verschiedenes Krümmungsmaß; das hindert aber nicht, daß die Erdoberfläche als Ganzes eine Kugel ist.

Endlich sei noch folgendes erwähnt. Aus der Lösung des kosmologischen Problems in der RTh folgt, daß, wenn die Gesamtmasse der Welt verschwindet, auch der Krümmungs*radius* (*nicht* das Krümmungs*maß*) des Raumes gleich Null wird. Dann gibt es also nach der RTh keinen Raum mehr. Mit der Gesamtmasse der Welt verschwindet auch der Raum. —

Ich muß nun, gerade wie bei der sp. RTh, auch der Darstellung der a. RTh eine logische und eine gegenstandstheoretische Kritik folgen lassen. Aber die logische Kritik findet hier nicht so tiefe Ansatzpunkte wie dort und bedarf darum keines eigenen Kapitels. Es wird am besten sein, sie gleich in der folgenden Nummer zu erledigen.

63. Logische Unstimmigkeiten in der a. RTh und ihren Darstellungen. Indem ich von verschiedenen weniger bedeutungsvollen Punkten besonders den übergehe, daß die RTh viel zu wenig auf das *Hypothetische* mancher Zusammenhänge hinweist (z. B. der Identität der g des Linienelementes mit den Gravitationspotentialen), mache ich nur auf viererlei aufmerksam.

1. Als wir das Äquivalenzprinzip besprachen (58), kamen wir aus *physikalischen* Gründen zu der Ansicht, daß es wahre Gravitations- und wahre Trägheitsfelder gibt. Es liegt aber auch eine logische Unkorrektheit in der Behauptung, Trägheit und Gravitation seien wesensgleich, weil sich die Felder in unendlich kleinen Teilen ineinander überführen ließen. Es können nämlich zwei Gegenstände in unendlich kleinen Teilen übereinstimmen und doch wesensverschieden sein. So läßt sich z. B. bei einer gekrümmten Fläche jeder unendlich kleine Teil als eben ansehen; deshalb ist die Fläche aber keine Ebene. In der RTh selbst steckt ein anderes Beispiel dieser Art. Jeder unendlich kleine Teil des Raumes der a. RTh läßt sich als euklidisch ansehen, so daß die sp. RTh in ihm gilt. Ist deshalb der ganze Raum der a. RTh euklidisch oder gilt die sp. RTh in ihm?

2. Die R-Theoretiker behaupten, daß durch die Auffassung der Trägheitskräfte als Gravitationskräfte die Naturanschauung vereinheitlicht werde und sowohl das Verständnis der Gravitation wie das der Trägheit aus dem Halbdunkel des ersten Begreifens in das helle Licht der Erkenntnis gerückt sei.

Beides kann ich nicht finden.

Die Vereinheitlichung existiert nur dem Namen nach. Denn selbst dann, wenn Trägheit und Gravitation wesensgleich wären, müßte man doch zwei ganz verschiedene Arten von Gravitation unterscheiden: die eine Art, die immer da ist, wo Massen sind, die andere, die entsteht, wenn ein Körper beschleunigt wird.

Deshalb ist auch das Verständnis der Trägheit durchaus nicht gefördert. Sie wird dann nur anders genannt. Ob die „Induktion" der Trägheitskräfte von der Gesamtheit der Massen des Weltalls oder vom Raume herrührt, ist beides *gleich* unbegreiflich. Ebensowenig wird die Gravitation im geringsten besser verständlich, als sie es in der klassischen Mechanik war. Es werden nur andere Gravitationsgleichungen aufgestellt, die vielleicht die Erfahrungstatsachen besser als die alten erfassen. Aber verstehen wir deshalb die Gravitation besser? Ja im Grunde ist sie hier noch unverständlicher als früher. Die Gravitationsenergie muß wie jede andere Energie Trägheit *und Schwere* haben. Wie ist das letztere zu begreifen? Und ist es nicht ein sehr geheimnisvoller Schleier, den die RTh um die Gravitation legt, indem sie die Raummetrik von ihr bestimmt sein läßt?

3. Die einzige erfahrungsgemäße Unterlage der a. RTh bilden die Experimente über die numerische Gleichheit von träger und schwerer Masse. Die Untersuchungen von Eötvös weisen nun aber Unterschiede dieser Massen nicht mehr auf, die im besten Falle kleiner als $^1/_{670\,000}$ Gramm, in anderen Fällen kleiner als $^1/_{3350}$ Gramm sind. Daneben muß der Leser die feinen Unterschiede halten, die die sp. RTh zwischen der klassischen und der r-theoretischen Mechanik aufstellt (33) und die nach ihr selbst praktisch nicht zu erfassen sind. Ich meine, eine Theorie, die so oft sagt: „Hier liegen Unterschiede, aber sie sind praktisch unmeßbar klein", dürfe sich nicht in einem grundlegenden Punkte auf eine experimentelle Untersuchung stützen, die hier vielleicht vorhandene kleine Unterschiede gar nicht fassen kann. Es ist doch möglich, daß träge und schwere Massen so fein unterschieden sind, daß die Untersuchung es nicht finden kann.

4. Einstein hat aus der a. RTh drei Folgerungen gezogen, die an der Erfahrung geprüft werden können, nämlich die Drehung des Merkurperihels, die Rotverschiebung der Linien im Spektrum und die Krümmung des Lichtstrahls im Gravitationsfeld der Sonne. Ich bin in der Darstellung der a. RTh auf diese Folgerungen nicht eingegangen, weil der Leser doch nur eine von ihnen (die zweite) aus unseren Überlegungen ohne weiteres hätte verstehen können, dann aber auch, weil sie für die philosophische Seite ohne Belang sind. Aber sie enthalten ein logisches Problem, und darauf möchte ich mit ein paar Worten eingehen, weil darüber

nicht bloß bei Zeitungsphysikern manchmal Unklarheit zu herrschen scheint. Wenn nämlich die drei Folgerungen die Probe an der Erfahrung bestehen würden, was sie bis heute noch nicht mit voller Sicherheit getan haben, wären sie dann *Beweise für die Richtigkeit* der RTh? Nicht im geringsten. Das wären sie erst dann, wenn nachgewiesen wäre, daß die drei Effekte *auf keine andere Weise* erklärt werden *könnten*, daß die RTh *die einzige Erklärungsmöglichkeit* für sie enthielte. Aber wie wäre ein solcher Nachweis auch nur denkbar? Gewiß wird das Vertrauen in die Theorie mit Recht immer mehr wachsen und das Bewußtsein, daß sie Richtiges enthält, immer mehr gestärkt werden, je mehr Folgerungen von ihr in der Erfahrung ihre Bestätigung finden. Aber bewiesen wird sie dadurch nicht, besonders nicht bei der heutigen Lage der Physik, wo im Anfang der Entwicklung stehende Gedankenkreise (z. B. die Quantentheorie) noch ungeahnte Möglichkeiten in sich bergen können. Wohl ist das Umgekehrte richtig. Ist auch nur einer der Effekte mit aller Sicherheit als nicht vorhanden erwiesen, dann ist die RTh widerlegt. —

Die Frage, ob die Deutung der sp. RTh, die wir im dritten Kapitel des vorigen Abschnittes gegeben haben, einen Einfluß auf die a. RTh hat und welchen, behandeln wir in einer eigenen Nummer.

64. Die Abhängigkeit der a. RTh von der Deutung der sp. RTh. Wäre die jetzige Form der sp. RTh die einzig mögliche, dann würde die a. RTh von ihrer Deutung allerdings wesentlich mitbetroffen. Denn sie hängt, wie wir noch genauer sehen werden, mit der sp. RTh notwendig zusammen.

Wir haben indes Grund zu der Annahme gefunden, daß andere, bessere Formen der sp. RTh möglich sind. Was streichen sie von der jetzigen Form ab und was behalten sie? Sicher werden sie nach unseren früheren Darlegungen die Abhängigkeit der Uhrangaben vom Orte des Fremdsystems nicht mehr kennen dürfen. Dagegen werden sie die Relativität der Maßausdrücke für die Längen und Zeiten in irgend einer Form beibehalten können. Es ist nun angesichts dessen sehr eigenartig, daß die a. RTh die Abhängigkeit der Uhrangaben vom Orte in ihren wesentlichen Gedanken gar nicht benutzt, sondern nur die Lorentzkontraktion der Längen und Zeiten. Vielleicht liegt darin schon ein instinktives Einstellen der a. RTh auf eine andere Form der sp. RTh. Die a. RTh ist so beschaffen, daß sie eine andere Form der sp. RTh in sich aufnehmen kann.

Natürlich treten in der a. RTh auch neue Gedanken auf, die von der sp. RTh und darum auch von ihrer Deutung ganz unabhängig sind.

Zweites Kapitel

Die Art des Raumes und der Zeit in der allgemeinen Relativitätstheorie

Wir kommen zur gegenstandstheoretischen Frage, ob die Art des Raumes und der Zeit, die wir als Gegenstände der sp. RTh festgestellt haben, in der a. RTh geändert wird oder bestehen bleibt. Das bietet uns Anlaß, einige damit zusammenhängende Punkte zu behandeln.

Zunächst wollen wir auf das Verhältnis der a. RTh zur sp. RTh achten.

65. Das Verhältnis der a. RTh zur sp. RTh. Die Ausführungen des letzten Kapitels zeigen, daß die Grundlagen der a. RTh, also das, worauf die beiden Grundgedanken aufgebaut sind, im wesentlichen aus zwei Gedankenkreisen bestehen: 1. der sp. RTh, 2. der Identität von Trägheits- und Gravitationsfeld.

Der zweite Gedankenkreis ist von jeder RTh unabhängig. Wenn also auch die sp. RTh falsch wäre, so könnten jene Identität und alle daraus *allein* zu ziehenden Folgerungen dennoch zu Recht bestehen. Innerhalb der RTh erfüllt dieser Gedanke den Zweck, die beschleunigten Bewegungen gleichfalls dem R-Prinzip zu unterwerfen. Ob der Gedanke die *einzige* Möglichkeit bietet, die sp. RTh zu verallgemeinern, ist eine Frage, die wir offen lassen müssen. Vielleicht läßt sich dieser Zweck auch auf anderem Wege erreichen. Der Gedanke ist also in dem dargelegten beschränkten Sinne hinreichend für die a. RTh; ob er auch notwendig ist, läßt sich nicht sagen.

Die sp. RTh aber ist notwendig für die a. RTh. Ohne jene gäbe es diese nicht. Würde die sp. RTh nicht im Unendlichkleinen gelten, dann wäre allen Folgerungen der a. RTh über den

Zusammenhang der Metrik mit der Gravitation der Boden entzogen. Das geht aus der Darstellung im vorigen Kapitel deutlich hervor. Man pflegt wohl zu sagen, die sp. RTh sei ein *Grenzfall* der a. RTh, weil sie sich auf den Grenzfall der geradlinig-gleichförmigen Bewegung bezieht. Das ist vom mathematischen Standpunkte aus vollkommen zutreffend. Aber das allgemeine Verhältnis ist doch treffender bezeichnet, wenn man sagt: die sp. RTh ist eine notwendige Voraussetzung der a. RTh.

In welchem Sinne die sp. RTh hier verstanden werden muß, hat uns die vorige Nummer gesagt.

Aus unserem Ergebnis ziehen wir nun eine wichtige Folgerung.

66. Der veränderte Messungsraum und die veränderte Messungszeit. In (51) hatten wir gesehen, daß der Raum der sp. RTh ein Messungsraum ist. Da nun die sp. RTh eine notwendige Voraussetzung der a. RTh ist, so kann der Raum, mit dem sich die a. RTh beschäftigt, nichts weiter als der veränderte Messungsraum der sp. RTh sein, also selbst ein Messungsraum.

Worin besteht diese Änderung? Die sp. RTh ist eine Art von Subjektivismus. Sie zeigt, daß wir die Welt so messen, wie sie sich *uns*, für *unseren* Standpunkt darstellt; von einem anderen Standpunkt aus stellt sie sich anders dar. Die a. RTh hebt den subjektiven, anthropozentrischen Messungsraum der idealen Welt der sp. RTh innerhalb gewisser Grenzen auf. Unter der Voraussetzung, daß in einer gravitationsfreien Welt die sp. RTh gelte, zeigt sie, wie nun in der wirklichen Welt der Standpunktscharakter der sp. RTh teilweise abgestreift wird. Der Faktor, der dieses Aufheben besorgt, ist das Gravitationsfeld im Sinne der bisherigen Physik. Die übrigen Gravitationsfelder, die die RTh kennt, ändern für den Beobachter im Endlichen zwar auch die Metrik, aber belassen den Messungsraum bei den Standpunktsräumen.

Ein Analogon haben wir beim Sehraum, dessen Struktur nicht nur vom wirklichen Raum, sondern auch von physikalischen Faktoren, z. B. der Helligkeit, mitbestimmt ist.

Dasselbe wie für den Raum folgt natürlich aus dem engen Zusammenhang von sp. und a. RTh für die Zeit. Die Zeit der a. RTh ist die veränderte Messungszeit der sp. RTh, also selbst eine Messungszeit, und zwar ist sie in demselben Sinne verändert wie auch der Messungsraum.

Die üblichen Darstellungen der a. RTh pflegen sehr zu verwischen, daß es sich in ihr um Messungsraum und Messungszeit handelt. Manche ihrer Behauptungen müßte vorsichtiger gefaßt werden. So ändert das Gravitationsfeld nur *die* Maßstäbe, die in der Weise der sp. RTh gemessen sind. So gibt es in der a. RTh nicht eine größere Lichtgeschwindigkeit als die Lichtgeschwindigkeit der sp. RTh, sondern sie kommt größer heraus, wenn sie im endlichen System gemessen wird. Man darf sich nicht dadurch täuschen lassen, daß in der a. RTh nur gerechnet wird. Die Theorie ist eben so aufgestellt, daß die Ergebnisse der Messungen errechnet werden können.

Wir müssen nun die Veränderung, die die a. RTh an dem Messungsraum und der Messungszeit der sp. RTh anbringt, genauer untersuchen.

67. Die Abhängigkeit der Metrik des Messungsraumes und der Messungszeit von der Gravitation. Wir beantworten drei Fragen.

Erste Frage. Läßt sich daraus, daß die Gravitation die Metrik bestimmt, notwendig schließen, daß die Koordinaten nur Zahlen, also Raum und Zeit keine physikalischen Gegenstände sind?

Manche R Theoretiker glauben, den merkwürdigen Zusammenhang zwischen Gravitation und Raum-Zeit nicht anders deuten zu können als dadurch, daß sie unter x_1, x_2, x_3, x_4 lediglich Zahlen verstehen; dadurch werden Raum und Zeit für sie eine 4-dimensionale *Zahlenmannigfaltigkeit*. Die Auffassung der Minkowskiwelt, die wir früher (55) kennen gelernt haben, ist darin einbeschlossen. Und in der Tat, wenn man seinen Blick ausschließlich auf jenen Zusammenhang richtet und auf sonst nichts achtet, dann befriedigt die Deutung; denn dann ist leicht verständlich, wie die Gravitationspotentiale die Mannigfaltigkeit der $x_1\, x_2\, x_3\, x_4$ mit ihrer Metrik bestimmen, weil sie ja Funktionen davon sind (59). Wenn man aber seinen Horizont nicht so eng begrenzt, dann fallen eine Anzahl von Sachverhalten ins Auge, die beweisen, daß die Deutung unmöglich ist.

Erstens widerspricht die Deutung dem schon in (55) hervorgehobenen Umstand, daß es Gegenstände gibt, die zeitlich, aber nicht räumlich sind, daß also ein *Unterschied zwischen Raum und Zeit* besteht.

Zweitens wird die Deutung dem spezifischen Charakter des Raumes und der Zeit durchaus nicht gerecht, nämlich dem *Auseinander des Raumes* und dem *Nacheinander der Zeit.* Das sind eigenartige, unbeschreibbare und doch jedem geistig genügend Entwickelten verständliche Eigenschaften, die wesentlich verschieden sind von dem *Nebeneinander einer Zahlenmannigfaltigkeit.* Durch dieses Spezifische des Raumes sind die Körper ausgedehnt und gibt es überhaupt ein Gravitations*feld*; denn ein Feld ist doch stets eine räumliche Mannigfaltigkeit. Wären Raum und Zeit eine bloße Zahlenmannigfaltigkeit, dann wären Körper und Feld auch nichts anderes.

Drittens steht der Deutung ein weiterer Charakterzug von Raum und Zeit entgegen, ihre *Stetigkeit.* Die Zahlenmannigfaltigkeit, die zur *mathematischen Beschreibung* von Raum und Zeit benutzt wird, ist auch ein Kontinuum im *mathematischen* Sinne. Was das besagt, kann ich dem Leser hier nicht in Kürze auseinanderlegen. Aber er wird ohne Schwierigkeit verstehen, daß die Zahlenmannigfaltigkeit trotzdem etwas Diskretes ist, weil sie eine *Menge* ist und eine Menge begriffsnotwendig aus *diskreten Elementen* besteht. Das Kontinuum des Raumes und der Zeit schließt aber jede Diskretheit, jede Zusammengesetztheit aus Elementen aus. Die Zahlenmannigfaltigkeit *beschreibt* das Raum-Zeit-Kontinuum so vollkommen, wie es der *Mathematiker* beschreiben kann, aber sie *ist* das Raum-Zeit-Kontinuum nicht.

Diese wenigen Hinweise genügen, um zu zeigen, daß Raum und Zeit *mehr* sind als eine Zahlenmannigfaltigkeit. Eine Erweiterung und Fortsetzung werden Überlegungen des nächsten Kapitels bieten.

Zweite Frage. Gibt es keine Möglichkeit, den Zusammenhang zwischen Gravitation und Metrik anders und ohne Widerstreit gegen die vorhin festgestellten Sachverhalte zu deuten?

Es gibt sie, und zwar liegt sie in dem Messungsraum und der Messungszeit. Messungsraum und Messungszeit gehören ja zu den Räumen und Zeiten *zweiter Art*; sie sind keine unabhängig von anderen existierenden Gegenstände, sondern, wenn wir ein kurzes Wort dafür haben wollen, *Relationsgegenstände.* Darum *können* sie ihre Metrik nicht in sich tragen, sondern sie *muß* sich von Faktoren her ergeben, die diese Gegenstände bestimmen. Wären sie unabhängige Gegenstände, dann könnte man die Frage aufwerfen, ob sie eine Metrik als Eigentum besitzen oder nicht. Aber wie die Sache liegt, ist diese Frage überflüssig. Weil sie ganz und gar abhängige Gegenstände sind, ist ihre Metrik durch die sie synthetisch aufbauenden Faktoren mitgegeben. Die a. RTh bezeichnet nun als den Faktor, von dem die Metrik herrührt, die Gravitation. Ob sie damit recht hat oder nicht, kümmert uns jetzt nicht; sondern hier kommt es nur darauf an, zu zeigen, daß sie recht haben *kann*.

Dritte Frage. Darf man überhaupt sagen, daß die Gravitation die Metrik *bewirkt* oder *bestimmt* oder *bedingt*? Der Ausdruck besagt eigentlich zuviel. Die RTh behauptet nur, daß die *g* des Linienelementes auch die Gravitationspotentiale seien. Wenn man das so ausdrückt, daß die Gravitation die Metrik *bewirke*, so ist das eine *Deutung* des einfachen r-theoretischen Sachverhaltes. Daß es so ist, ersieht man leicht daran, daß noch andere Deutungen möglich sind. Man könnte z. B. sagen, daß ein Drittes jene Übereinstimmung bewirke. Als vorsichtige Menschen dürfen wir deshalb nur behaupten, die RTh setze die Metrik des Messungsraumes und der Messungszeit in eine so enge Beziehung zur Gravitation, daß die Gravitationspotentiale gestatten, das Linienelement an jeder Stelle des Feldes zu finden. Die Antwort, die wir auf die erste Frage gefunden haben, legt uns diese Vorsicht besonders ans Herz.

Wir sehen also, wie das schwierige Problem, das die a. RTh in der Abhängigkeit der Metrik von der Gravitation aufgibt, sich leicht löst, wenn man nur den Gegenstandstyp des Raumes und der Zeit beachtet, mit denen sich die RTh beschäftigt.

Das, was die a. RTh über den Raum als Ganzes in ihrer Behandlung des kosmologischen Problems sagt (62), bedarf nun noch im Lichte unserer Erkenntnis einiger Worte.

68. Das kosmologische Problem in der a. RTh. Beschauen wir uns zuerst den Weg, auf dem die a. RTh ihr Resultat ableitet, so finden wir eine gewisse Unsicherheit des Unterbaues. Teils sind die Gravitationsgleichungen der Theorie keine aus der Erfahrung abgeleiteten Gesetze, sondern es sind Gleichungen, die auf dem Boden der beiden Grundgedanken der Theorie und gewisser plausibler Annahmen aufgestellt worden sind und die erst ihre Fähigkeit, Tatsächliches besser als das Newtonsche Gesetz zu beschreiben, noch beweisen müssen. Teils muß die a. RTh, um zu ihrem Resultat zu gelangen, eine Voraussetzung über die Verteilung der Sterne machen, der die Wirklichkeit nur mit einiger Annäherung entspricht. Vor allem aber — und das ist das Wichtigste — wird jetzt der geschlossene Raum von den Gleichungen nicht *gefordert*, er folgt nicht *notwendig* aus ihnen, sondern er ist nur mit ihnen *vereinbar*, *verträglich*. Auch andere Lösungen sind mit den Gleichungen vereinbar. Es fällt natürlich dem Mathematiker nicht schwer, die Gleichungen durch Zusatz eines Gliedes rein formal so umzuändern, daß die Geschlossenheit des Raumes daraus folgt.

Es ist wirklich nicht recht zu begreifen, wie man bei dieser Sachlage behaupten kann, die Endlichkeit der Welt sei eine Vorhersage der RTh, und der Nachweis der Geschlossenheit des Raumes aus den astronomischen Beobachtungen würde der Theorie den höchsten Grad von Sicherheit geben, der ihr als physikalische Theorie zukommen kann. Selbst wenn die Theorie die Geschlossenheit aus sich heraus *fordern* könnte, dann fiele der Fall des astronomischen Nachweises doch unter die Logik der Folgerungen, von der wir in (63) sprachen. Er würde sie erst dann mit aller Sicherheit bestätigen, wenn sie zuerst nachwiese, daß sie den *einzigen* Zusammenhang darstellt, aus dem die Folgerung der Geschlossenheit *notwendig* hervorgeht; das kann sie natürlich nicht. Aber, wie wir schon hörten, die Geschlossenheit ist von der Theorie überhaupt nicht gefordert, sondern nur mit ihr verträglich.

Es bedarf für den Leser wohl nur eines Hinweises, um einzusehen, daß die Lösung des kosmologischen Problems, die die a. RTh gibt, sich auf den Messungsraum bezieht. Wenn sie dabei auch einen Gedanken über die Verteilung der Sterne braucht, der mit dem Messen des Raumes nichts zu tun hat und den wir noch kennen lernen werden, so wird die Lösung doch geprüft an den Gravitationsgleichungen, betrifft also notwendig den Messungsraum. Die a. RTh kann uns demnach über die Metrik des Messungsraumes als Ganzen keine sichere Auskunft geben. Mit ihren übrigen Aufstellungen über die Metrik des Messungsraumes ist auch ein als Ganzes offener, euklidischer Messungsraum vereinbar. Erinnern wir uns des Vergleichs in (62). Analog der verbeulten Kugel können wir uns auch einen verbeulten 2-dimensionalen ebenen

Raum denken, dessen Krümmungsmaß von Ort zu Ort und von Zeitpunkt zu Zeitpunkt anders ist, der aber als Ganzes das Krümmungsmaß Null hat. Auch wenn wir die Metrik des wirklichen Raumes als Ganzen kennen würden, wäre uns nicht geholfen. Denn mag auch der wirkliche Raum als Ganzes geschlossen sein, der Messungsraum als Ganzes kann doch euklidische Struktur haben, und umgekehrt; der Messungsraum bekommt eben seine Metrik aufgeprägt von der Gravitation.

Ihre Lösung des kosmologischen Problems führt nun die a. RTh zu dem überraschenden Schluß, daß der Krümmungsradius des Raumes, also der Raum selbst verschwindet, wenn die Gesamtmasse der Welt Null wird. Dieses Resultat hat natürlich Anteil an der Unsicherheit des Unterbaues, von der wir eben sprachen. Aber nehmen wir einmal an, es sei richtig. Ist es für uns dann wirklich überraschend? So seltsam es klingt, wenn man den wirklichen Raum meint, so selbstverständlich wird es, wenn man beachtet, daß es sich um den Messungsraum handelt. Es ist eine Selbstverständlichkeit, daß es keinen Messungsraum (und auch keine Messungszeit) mehr gibt, sobald die Materie nicht mehr ist. Denn dann ist ja nichts da, an dem gemessen wird. Das ist genau wie beim Sehraum und Schätzungsraum. Verschwindet die Materie der Welt, dann gibt es natürlich auch keinen Sehraum und keinen Schätzungsraum mehr; dann ist eben nichts da, was gesehen oder geschätzt wird. Die RTh *muß* also zu dem besprochenen Resultat kommen; damit ist die Richtigkeit des Weges, der sie zu ihm führt, durchaus nicht behauptet. Auch das Problem jener Schicksalsverbundenheit von Materie und Raum in der RTh gibt sich mit einer Leichtigkeit ohnegleichen dem Verständnis, wenn man den Typ des r-theoretischen Raumes kennt.

Nachdem wir nun so den Messungsraum und die Messungszeit durch alle Gründe und Abgründe der RTh hindurchgeführt haben, schließt sich ganz natürlich die Frage an, was denn der Physiker, insbesondere der R-Theoretiker, über den *wirklichen* Raum und die *wirkliche* Zeit sagen kann, ob nicht andere Aufstellungen der RTh, als wir sie hier besprochen haben, doch Aussagen über *diese* Gegenstände sind.

Aus dem Charakter seiner Wissenschaft folgt, daß der Physiker nur *Metrisches* über den wirklichen Raum und die wirkliche Zeit sagen kann. Damit stehen aber sofort zwei Probleme vor uns:

1. Haben der wirkliche Raum und die wirkliche Zeit überhaupt eine Metrik? 2. Bekommen wir dann nicht wieder den Messungsraum und die Messungszeit? Diesen beiden Problemen sind die folgenden zwei Nummern gewidmet.

69. Die Metrik der stetigen Mannigfaltigkeiten. Manche R-Theoretiker werden leugnen, daß der wirkliche Raum und die wirkliche Zeit eine Metrik besitzen, und sich auf die folgenden Worte Riemanns (*73*, 20) berufen: „Die Frage über die Gültigkeit der Voraussetzungen der Geometrie im Unendlich-kleinen hängt zusammen mit der Frage nach dem inneren Grunde der Maßverhältnisse des Raumes. Bei dieser Frage, welche wohl noch zur Lehre vom Raum gerechnet werden darf, kommt die obige Bemerkung zur Anwendung, daß bei einer diskreten Mannigfaltigkeit das Prinzip der Maßverhältnisse schon in dem Begriffe dieser Mannigfaltigkeit enthalten ist, bei einer stetigen aber anders woher hinzukommen muß. Es muß also entweder das dem Raum zugrunde liegende Wirkliche eine diskrete Mannigfaltigkeit bilden, oder der Grund der Maßverhältnisse außerhalb, in darauf wirkenden bindenden Kräften gesucht werden.“ Diese Worte Riemanns hält man oft für eine prophetische Voraussicht der a. RTh, die die bindenden Kräfte in der Gravitation gefunden haben will.

Das Wort „Mannigfaltigkeit“ hat bei Riemann eine weitere Bedeutung als in unseren früheren Überlegungen (40). Der Leser wird den Unterschied der diskreten von der stetigen Mannigfaltigkeit leicht verstehen, besonders nach den Ausführungen der vorigen Nummer. Diskrete Mannigfaltigkeiten sind solche, die aus einzelnen Elementen bestehen, z. B. die Zahlreihe, jede Zahlenmannigfaltigkeit überhaupt, das Sternsystem. Den stetigen Mannigfaltigkeiten fehlt jede Zusammensetzung aus diskreten Elementen; wir haben schon Raum und Zeit als solche kennen gelernt. Riemann sagt nun ganz allgemein: Die diskreten Mannigfaltigkeiten haben den Grund ihrer Maßverhältnisse in sich selbst, indem sie, wie er an einer früheren Stelle (*73*, 3) ausführt, dem Zählen unterworfen sind; bei den stetigen Mannigfaltigkeiten muß er von außen hinzukommen.

Wollten wir diese Ansicht vollständig besprechen, so müßten wir recht tief in die Theorie des Messens, der Zahl, der Stetigkeit u. a. eindringen. Das ist hier unmöglich. Dazu interessieren uns nur die stetigen Mannigfaltigkeiten. Wir wollen uns aber wenigstens kurz überzeugen, daß Riemanns Ansicht auch bei den diskreten falsch ist. Bei diskreten Mannigfaltigkeiten besteht nämlich das Messen nicht immer nur im Zählen, wie z. B. bei einem Korb Äpfel, sondern stößt manchmal auch auf *Anordnungsfragen.* Nehmen wir als ein Beispiel aus der Mathematik die Determinante. Sie ist offenbar eine diskrete Mannigfaltigkeit. Sind die Maßverhältnisse einer Determinante damit gegeben, daß sie so und so viele Elemente besitzt? Durchaus nicht. Daher weiß man bloß die Ordnung der Determinante; die Mathematik nennt eine Determinante von n^{ter} Ordnung, wenn sie n^2 Elemente hat. Wären aber damit die ganzen Maßverhältnisse bestimmt, so müßten ja alle Determinanten n^{ter} Ordnung gleich sein. Oder wählen wir als Beispiel das Sternsystem, wo noch andere Fragen in Betracht kommen. Wenn ich weiß, daß es n Sterne gibt, weiß ich dann die Ausdehnung des Systems? Weiß ich dann die Art seiner räumlichen Struktur, ob euklidisch oder nichteuklidisch? Man darf nicht einwenden, daß das Fragen über stetige Mannigfaltigkeiten wären. Das sind vielmehr Fragen über die diskrete Mannigfaltigkeit des Sternsystems, die mit Hilfe von Fragen über eine stetige Mannigfaltigkeit gelöst werden können. Hier haben wir den Fall, wo diskrete und stetige Mannigfaltigkeiten zusammenhängen, wo, um mit Riemanns Worten zu reden, die stetige der diskreten eine Maßform aufprägt.

Das mag genügen. Uns wird jetzt die *erste* Hauptfrage beschäftigen: Muß bei *jeder* stetigen Mannigfaltigkeit der Grund der Maßverhältnisse von außen hinzukommen? Wenn ja, dann natürlich auch beim Raume. Ich will nun verschiedene stetige Mannigfaltigkeiten aufweisen, bei denen das nicht der Fall ist.

Erstens kann der Mathematiker der Ansicht Riemanns nicht zustimmen. Wäre sie nämlich richtig, *dann gäbe es keine Geometrie.* Alle eindimensionalen, zweidimensionalen usw Räume der Geometrie sind stetige Mannigfaltigkeiten. Nach Riemann müßten sie also an sich formlos sein und müßte der Grund ihrer Maßverhältnisse anderswoher hinzukommen. Das ist offenbar nicht der Fall. Jeder dieser Räume trägt seine Maßverhältnisse in sich. Woher sollen sie sie auch beziehen? Wie könnte man ferner *überhaupt* von irgend einer Metrik etwas wissen, wenn es nicht einen mathematischen Raum gäbe, der sie in sich trüge und deshalb als Modell diente?

Zweitens würde der R-Theoretiker sich widersprechen, wenn er der Behauptung Riemanns zustimmte. Denn die RTh kennt ja selbst einen Raum, der keine Gravitation, aber dennoch eine Metrik besitzt, nämlich den euklidischen Raum der sp. RTh. Man darf sich nicht darauf berufen, daß das doch kein in der Wirklichkeit antreffbarer Gegenstand sei. Denn Riemanns Worte gelten uneingeschränkt. Wenn man daran denkt, dann muß man sich sagen, daß die a. RTh mit ihrer Behauptung, die Gravitation bestimme die Metrik des Raumes, nicht nur in dem vorhin (67) dargelegten Sinne zu weit gehe, sondern auch in dem anderen, daß es sich einfach um *die* Metrik handele; im Grunde bestimmt nämlich die Gravitation nach ihr die Abweichung von der euklidischen Metrik.

Der Ausspruch Riemanns ist also in seiner Allgemeinheit zweifellos falsch. Es gibt stetige Mannigfaltigkeiten, die den Grund ihrer Maßverhältnisse in sich tragen, und gerade die Mannigfaltigkeiten der Geometrie gehören dazu. Wie mag es kommen, daß der Mathematiker Riemann das nicht gesehen hat? Vielleicht daher, daß er Empirist war und den physischen mit dem mathematischen Raum identifizierte. Der Anfang seiner Schrift scheint darauf hinzudeuten. Möglicherweise hat er seine Worte auch ganz anders verstanden wissen wollen. Ganz klar ist jedenfalls nicht, was er meint. Er selbst sagt sogar am Schlusse seiner Schrift (*73*, 23) von diesem Abschnitt, daß er noch einer Umarbeitung und weiteren Ausführung bedürfe. Sicher ist demnach: Der wirkliche Raum *kann* eine stetige Mannigfaltigkeit sein, die den Grund ihrer Maßverhältnisse in sich trägt.

Nun kommt die zweite Hauptfrage: *Ist* er auch eine? Diese Frage scheint nun ebenfalls beantwortbar. Der wirkliche Raum ist doch ein individueller physischer Gegenstand. Man darf sich nicht daran stoßen, daß er nur *einmal* da ist, und behaupten, es müsse stets *mehrere* individuelle Gegenstände *derselben* Art oder Gattung geben, z. B. mehrere Pudel, mehrere Pferde. Es liegt kein Widerspruch darin, daß es auch einmal nur einen einzigen individuellen Gegenstand einer Art gibt. So ist z. B. das Sternsystem gleichfalls ein solcher Gegenstand. Was bedeutet nun aber Individualität? Sie bedeutet Bestimmtheit. Sie bedeutet, daß wir sicher sind, niemals in der Erfahrung einen dem individuellen völlig gleichen Gegenstand zu finden. Kann man sich nun denken, daß ein individueller physischer Gegenstand, z. B. ein Stein, nur Masse überhaupt besitze, aber keine bestimmte Masse, nur Dichte überhaupt, aber keine bestimmte Dichte? Das geht nicht. So, meine ich, könnte man auch vom wirklichen Raume nicht sagen, er habe Metrik überhaupt, aber keine bestimmte Metrik.

Man könnte einwenden: Genau so wie es möglich ist, daß ein Stein keine Elektrizitätsmenge besitzt — also nicht eine unbestimmte, sondern überhaupt keine —, so ist es auch möglich, daß der wirkliche Raum überhaupt keine Metrik hat. Aber darin täuscht man sich. Es gibt nämlich gewisse Eigenschaften des Raumes, die von der Metrik ganz unabhängig sind; dazu gehören *topologische* Eigenschaften. Daß z. B. der Federhalter, mit dem ich jetzt schreibe, nicht in dem Raume meines Körpers, aber wohl in dem Raume meines Arbeitszimmers ist, ist eine solche topologische Eigenschaft, die jede Metrik, mit der ich die genannten Räume beschreiben kann, unangetastet lassen muß. Unter diesen topologischen Eigenschaften gibt es welche, deren Vorhandensein Metrik beim Raum notwendig voraussetzt, z. B. die, daß ein Punkt A zwischen B und C liegt. Da entstehen sofort die Fragen, ob auf der kürzesten Verbindungslinie oder nicht, und in welchem Sinne diese Linie gemeint ist. Das sind aber metrische Fragen. Gemäß gewisser topologischer Eigenschaften muß der wirkliche Raum also Metrik haben, gemäß seiner Individualität muß er eine bestimmte Metrik als sein eigenstes Besitztum haben.

Entsprechendes gilt von der wirklichen Zeit.

Wir gehen zum zweiten Problem über, das uns der Schluß von (67) stellte.

70. Die Metrik des wirklichen Raumes und der wirklichen Zeit. Kann man über diese Metrik etwas feststellen, ohne wieder zu einem Messungsraum und einer Messungszeit zu kommen? Mir scheint doch.

1. Der wirkliche Raum. Zwei Möglichkeiten bieten sich, um über die Metrik des wirklichen Raumes etwas zu wissen.

Die erste Möglichkeit besteht darin, daß man sich vom Messungsraum das aussucht, was sich dem wirklichen Raum am innigsten anschmiegt. Und das sind ohne Zweifel die Messungen mit dem Maßstab in unserer nächsten Umgebung. Dabei ist der Einfluß der Zeit und der Gravitation auf den Maßstab mit großer Annäherung ausgeschlossen. Über die Erde hinaus darf man diese nächste Umgebung freilich nicht ausdehnen. Welches Ergebnis haben diese Messungen gehabt? Wir wissen von früher (14) darum. Gauss hat sie angestellt; aber die Erde ist zu klein, um ein sicheres Ergebnis zu liefern.

Die zweite Möglichkeit beruht darauf, daß wir auf anderen Wegen als durch das Messen etwas über die Metrik erfahren können.

Man könnte sich auf die folgende Überlegung stützen, die die a. RTh in ihrer Lösung des kosmologischen Problems benutzt. Sie faßt das Sternsystem als Gas auf. Die Gravitation kann nun die Weltkörper nicht zusammenhalten. Wenn man daran denkt, daß die Sterne durchschnittlich so dünn im Raum verteilt sind, wie wenn man Stecknadelköpfe in 50 km Entfernung in den Raum setzt, dann versteht man, daß sie zu schwach dazu ist. Wäre nun der Raum euklidisch, so wäre er unbegrenzt; denn dann wäre jede Grenze stets eine Grenze *im* Raume. In einem unbegrenzten Raume aber müßte sich das Sternsystem in alle Fernen zerstreuen, so wie ein Gas sich unbegrenzt ausbreitet. Das tut es aber tatsächlich nicht. Daraus schließt man, daß der Raum nichteuklidisch mit positivem Krümmungsmaß, also geschlossen ist.

Zunächst setzt diese Überlegung offenbar kein Messen des Raumes voraus, bezieht sich also auf den wirklichen Raum.

Dann wollen wir uns einmal klarmachen, was ihr Ergebnis bedeutet. Der geschlossene Raum ist endlich, aber unbegrenzt. Zum Vergleich nehmen wir den 2-dimensionalen gekrümmten Raum mit konstantem positiven Krümmungsmaß, die Kugel. Sie ist endlich, denn sie läßt sich restfrei ausmessen. Sie ist aber auch unbegrenzt; denn ein sie bewohnendes Flächenwesen (61) könnte beliebig lange Zeit wandern, ohne an eine Grenze zu kommen. Nun denke man sich ein System von Flächensternen, das einen Teil des 2-dimensionalen Kugelraumes einnimmt, also flächenhafte Sterne in der gekrümmten Fläche, nicht Sterne in dem von der Kugel umschlossenen 3-dimensionalen Raum; das letztere wäre ja wieder euklidisch gedacht. Hat das System Gascharakter, so kann es sich ausbreiten, aber nur so lange, bis es den endlichen Raum erfüllt; ist das geschehen, so hört jedes weitere Ausbreiten auf. Jenes Ergebnis hebt also in der Tat die Schwierigkeit, in die wir kommen, wenn wir unser wirkliches Sternsystem als ein Gas in einem euklidischen Raume auffassen.

Aber gegen die Überlegung selbst stehen doch Bedenken. Es ist fraglich, ob die wirklichen physischen Verhältnisse es zulassen, das Sternsystem als Gas anzusehen. Denn ein Gas, das sich nicht mehr ausdehnen kann, ist im Gleichgewichtszustand und deshalb gleichmäßig verteilt. Unser Sternsystem zeigt aber an manchen Stellen, z. B. in der Milchstraße, Anhäufungen. Mir scheint ferner, daß man dann mit dem Begriff der Entropie der Welt nicht zurecht kommt, weil man diese Entropie jetzt auf zwei nicht übereinstimmende Weisen definieren kann. Wir wollen auf diese Dinge nicht näher eingehen.

Denn man ist schon längst vor der RTh zu demselben Ergebnis auf Grund anderer Überlegungen gelangt, die sicherer erscheinen und ebensowenig auf einem Messen des Raumes beruhen. Nimmt man den wirklichen Raum als euklidisch, so kann unser Sternsystem sowohl eine endliche wie eine unendliche Ausdehnung in ihm besitzen. Aber beide Annahmen führen zu großen Schwierigkeiten. Ist das System unendlich groß, so kommt man, wie Seeliger u. a. gezeigt haben, mit dem Gravitationsgesetz in Konflikt, insofern die Gravitation unbestimmt wird. Ist das System endlich, so findet ein ständiger Verlust von Energie statt. Wegen dieser und anderer Schwierigkeiten hat man schon früher die Geschlossenheit des wirklichen Raumes angenommen. Selbst wenn das Sternsystem nur einen Teil des geschlossenen wirklichen Raumes füllt, geht wegen der Geschlossenheit des Raumes keine Energie verloren. Der Leser kann sich das an der 2-dimensionalen Kugel deutlich machen; die Energie, die an einer Seite des Sternsystems in den Raum ausgesandt wird, kommt an der anderen wieder zu ihm zurück. Damit hängt ein sehr interessantes anderes Ergebnis zusammen. Würden an *einem* Punkte der Kugel zwei Beobachter ihre Fernrohre nach genau *entgegengesetzten* Richtungen stellen, so wäre es möglich, daß beide zugleich *denselben* Stern beobachten. Der Leser mag sich recht anschaulich machen, wie die von dem Stern kommenden Strahlen nach *allen* Richtungen die Kugel durchlaufen und darum in beide Fernrohre gelangen können. Auf die wirklichen physischen Verhältnisse angewandt würde das besagen, daß, falls unser wirklicher Raum geschlossen ist, zwei Astronomen, die an entgegengesetzten Punkten der Erde wohnen, dennoch denselben Stern beobachten können.

Man hat von astronomischer Seite her versucht, einen unteren Wert für den Krümmungs*radius* des wirklichen Raumes zu finden. Das heißt: Kleiner als der angegebene Wert kann der Krümmungsradius nicht sein, weil das sonst an astronomischen Erscheinungen beobachtbar sein müsse. Man fand etwa 10^{12} Erdbahnradien $= 1{,}5 \cdot 10^{20}$ km.

2. Die wirkliche Zeit. Auch über die wirkliche Zeit unterrichtet annähernd die Messung durch Uhren in unserer nächsten Umgebung. Aber über die Metrik der wirklichen Zeit können wir dadurch nichts erfahren, genau so wenig, wie es für ein *Linienwesen*, das in einer Kurve lebt, eine Möglichkeit gibt, zu entscheiden, ob es sich in einem ebenen oder gekrümmten 1-dimensionalen Raume befindet. Nehmen wir an, ein Fixstern gehe zur Zeit t durch einen bestimmten Meridian, zur Zeit t_1 das zweite Mal, zur Zeit t_2 das dritte Mal. Wir setzen voraus, daß die Sterntage, mit unserer Uhrzeit gemessen, absolut konstant sind, was ja in Wirklichkeit nicht der Fall ist. Dann würden wir unbedenklich sagen, es sei

$$t_1 - t = t_2 - t_1.$$

Hat aber nach dem zweiten Meridiandurchgang eine Veränderung des Maßstabes der Zeit stattgefunden, derart, als ob er jetzt mit einem positiven Faktor multipliziert wäre, dann ist

$$t_1 - t \neq t_2 - t_1.$$

Wir haben aber dann kein Mittel in der Hand, diese Änderung zu konstatieren. Für uns bleibt die erste Gleichung bestehen.

Sonstige Überlegungen über die Metrik der wirklichen Zeit lassen sich schwerlich beibringen. Aber wir können in diesem Zusammenhang wenigstens eine andere interessante Frage, die sie betrifft, beantworten. Ist es möglich, daß die wirkliche Zeit an *verschiedenen* Stellen des Raumes *verschiedene* Metrik hat? Mir scheint nicht. Wenn man an verschiedenen Stellen des Raumes ist, ist man denn dann auch an verschiedenen Stellen der Zeit? Ich meine, das wäre man nur im Nacheinander der Zeit. Weil die Zeit eine 1-dimensionale Größe ist, muß sie überall im Raume metrisch einheitlich sein und kann nur im *Nacheinander* metrische Verschiedenheit zeigen. Sonst wäre die Zeit eine im Raum verteilte Größe, eine räumliche Größe, sie hätte ein Auseinander und nicht nur ein Nacheinander. Die wirkliche Zeit kann also nur im Nacheinander euklidisch oder nichteuklidisch sein. Das gilt aus Gründen, die wir kennen, nicht für die Messungszeit. —

Die Frage, wie sich nun jetzt die a. RTh zu dem absoluten Raum und der absoluten Zeit stellt, ist im Grunde durch unsere bisherigen Ausführungen schon erledigt und erfordert nur wenige Worte.

71. Die a. RTh im Verhältnis zu dem absoluten Raum und der absoluten Zeit. Dadurch, daß sich uns Raum und Zeit der a. RTh als Messungsraum und Messungszeit ergaben, sind die Absolutheit des wirklichen Raumes im zweiten Sinne (54) und die Absolutheit der wirklichen Zeit auch innerhalb des Gedankenkreises der a. RTh nicht als Bestandteile, aber als Voraussetzungen bewiesen. Aber nicht erwiesen ist die Absolutheit des wirklichen Raumes im ersten Sinne. Hier muß es wie bei der sp. RTh heißen, daß er mit allen Aufstellungen der a. RTh verträglich ist. Es gibt nichts in der a. RTh, was ihn von ihr ausschließen könnte. Nur darf man natürlich die Beschleunigung nicht mehr als absolute Bewegung auffassen. Somit hat die a. RTh gezeigt, daß die *ganze* Physik ohne den absoluten Raum und die absolute Zeit in jedem Sinne auskommen kann —, aber nicht *mehr*, und auch das nur, falls sie richtig ist.

Ein Punkt muß eigens hervorgehoben werden. Aus den Gravitationsgleichungen der a. RTh folgt, daß Trägheitserscheinungen nicht auftreten würden, wenn nur ein einziger Körper im Weltall existierte. Man könnte das so auffassen, als ob damit die Annahme der Existenz des absoluten Raumes und der absoluten Zeit als unmöglich erwiesen wäre. Aber zunächst ist diese Annahme dadurch nicht als unmöglich, sondern lediglich als für die Physik überflüssig aufgewiesen. Wenn man sich nun aber einmal den Weg beschaut, auf dem die RTh zu der Folgerung gekommen ist, dann liegt in jener Auffassung eine eigenartige Umkehr der Gedanken vor. Die Folgerung hat nämlich eine kleine Geschichte. Als Einstein seine ersten Gravitationsgleichungen aufgestellt hatte, da ergab sich aus ihnen, daß Trägheitskräfte an einem Weltkörper auch dann auftreten würden, wenn alle übrigen Massen des Weltalls verschwänden. Das würde aber absolute Bewegung bedeuten, und die schließt die RTh im Prinzip aus. Deshalb änderte Einstein die Gravitationsgleichungen so um, daß sie jetzt im Gegensatz zu den früheren die oben genannte Folgerung ergaben. Was man also gegen die absolute Bewegung als Konsequenz aus den jetzigen Gravitationsgleichungen hinstellen könnte, das ist in der Tat eine Voraussetzung. Was man von vornherein in die Gleichungen hineingelegt hat, das geben sie natürlich auch wieder zurück.

Drittes Kapitel

Die Gegenständlichkeit des Raumes und der Zeit

Durch die RTh ist das Problem der Gegenständlichkeit des Raumes und der Zeit in entschiedenster und umfassendster Weise zur Entscheidung gestellt. Wir haben gefunden, daß sie dadurch, daß sie nur den Messungsraum und die Messungszeit kennt, über den Gegenstandscharakter des wirklichen Raumes und der wirklichen Zeit nichts aussagt und nichts aussagen kann. Wegen der Bedeutung der RTh dürfen wir uns aber mit diesem negativen Resultat nicht begnügen, sondern müssen auch positiv diesen Charakter zu erfassen suchen. Dem Versuche soll dieses Kapitel dienen; wir werden dabei auf eigenartige Parallelen zur RTh stoßen.

Es ist wohl klar, daß wir jetzt den phänomenologischen Standpunkt der Naturwissenschaft verlassen und einen philosophischen einnehmen müssen, wenn wir auch im folgenden noch ein breites phänomenologisches Fundament zu legen gezwungen sein werden. Wir wollen den philosophischen Standpunkt kurz darlegen, soweit es nötig ist.

72. Das Außenweltproblem. Es handelt sich also um die Frage der Außenwelt. Wir hatten phänomenologisch Psychisches und Physisches, also auch *phänomenologisches Subjekt* und *phänomenologisches Objekt*, unterschieden, indem wir einfach das Gegebene beschauten. Der phänomenologische Standpunkt ist nun aber kein als letzter möglicher Standpunkt. Schon die Naturwissenschaft selber bereitet die Möglichkeit von anderen vor, die das Gegebene *deuten.* Das tut sie durch zweierlei. Erstens zeigt die genauere Analyse, daß uns alles Physische, das wir unmittelbar erfahren, stets nur in der Anschauung, also mit Hilfe von Psychischem gegeben ist. Wir sehen, hören, tasten, fühlen die Außenwelt; Sehen, Hören usw sind aber psychische Vorgänge. Zweitens weist die Analyse in einem bestimmten Falle nach, daß etwas, was wir phänomenologisch ohne weiteres zur Außenwelt rechnen, tatsächlich zur Innenwelt gehört, nämlich das Reich des Lichtes und der Farben; dieses ganze Reich ist nur die Antwort der Seele auf das Anklopfen physischer Reize.

Bei dieser Sachlage fragt es sich: Ist es überhaupt richtig, noch Physisches neben dem Inhalt des Subjektes anzunehmen? Ist nicht die Außenwelt für einen tieferen als den phänomenologischen Standpunkt nur Inhalt meiner Vorstellung? Ich will nun dem Leser nicht zumuten, das Außenweltproblem in allen seinen Verzweigungen mit mir zu durchdenken, sondern mache nur auf zwei Punkte aufmerksam, die allein schon zur Entscheidung genügen. Wer die Außenwelt leugnet, tut zunächst einen Fehlschluß. Daraus, daß die Außenwelt Inhalt der Anschauung ist, folgt durchaus nicht, daß sie *nur* Inhalt der Anschauung ist. Ferner stellt die Außenwelt einen Bereich dar, der in seinem gesetzmäßigen Zusammenhang von uns ganz und gar unabhängig ist, der aber schon in seiner einfachsten phänomenologischen Gestalt innerhalb gewisser Grenzen Selbständigkeit und Unabhängigkeit vom Subjekte zeigt; das ist unerklärbar, ja unmöglich, wenn sie nur Inhalt des Subjektes ist. Schon diese wenigen Bemerkungen machen deutlich, daß das Außenweltproblem nicht die Schwierigkeit besitzt, die man ihm vielfach beizulegen geneigt ist. Kein vernünftiger Denker, dem das Problem klar geworden ist, glaubt heute, daß die Außenwelt zum Inhalt des individuellen Subjekts gehört. Leider wird aber das Außenweltproblem oft zusammengeworfen mit einem anderen, ungleich tieferen und schwereren Problem, dem nämlich, ob es nur bewußtseinsimmanente oder auch bewußtseinstranszendente Gegenstände geben könne. Das ist ein erkenntnistheoretisches, von dem ersteren völlig unabhängiges Problem, das mit dem Urteil zu tun hat; jede Lösung des Außenweltproblems läßt sich mit jeder des erkenntnistheoretischen vereinigen. Uns aber kümmern die erkenntnistheoretischen Lösungen nicht; denn wir haben es mit Fragen der Einrichtung der physischen und psychischen Welt, also mit naturwissenschaftlichen und naturphilosophischen Fragen zu tun.

Wenn wir nun aber auch von der Existenz einer realen Außenwelt uns unschwer überzeugen können, so ist damit nur ein ganz allgemeiner Standpunkt festgelegt, der der verschiedensten Ausprägungen fähig und bedürftig ist. Was heißt denn real? Worin besteht die reale Außenwelt? Wo liegt der Schnitt zwischen Innen- und Außenwelt, zwischen dem *philosophischen Subjekt* und dem *philosophischen Objekt?* Auch das im einzelnen zu erforschen, ist nicht unsere Aufgabe. Nur in einem einzigen Punkte werden wir das doch im folgenden tun; wir werden untersuchen, wie Raum und Zeit zur Außenwelt stehen.

73. Raum und Zeit objektiv apriori. Wir beginnen mit der Frage: Sind Raum und Zeit Gegenstände, die in der Erfahrung mitgegeben sind, oder sind sie etwas, das wir durch einen Prozeß aus der Erfahrung an Dingen erst erwerben, uns zusammenfügen, langsam schaffen?

Um den Sinn dieser Frage ganz klarzumachen, wollen wir einmal zusehen, was sie *nicht* bedeutet. Sie bezieht sich erstens nicht auf das *psychologische* Problem der Entstehung des Wahrnehmungsraumes und der Erlebniszeit. Sie meint nicht: Ist das wahrgenommene Räumliche, das erlebte Zeitliche etwas, was ursprünglich in den Empfindungen mitgegeben ist, oder etwas, was erst durch sie entsteht? Das ist gewiß eine sehr interessante Frage, aber es ist *unsere* Frage nicht. Unsere Frage bezieht sich zweitens nicht auf den Raum*begriff* und den Zeit*begriff*. Auch diese Begriffe, ihre genaue Fassung und ihre Entwicklung, sind uns gleichgültig.

Unsere Frage zielt vielmehr auf Raum und Zeit als Gegenstände der physischen Welt, auf den physischen Raum und die physische Zeit, und betrifft ihr Verhältnis zur Erfahrung an den Dingen. Wir sehen vom r-theoretischen Standpunkte ab, sonst müßten wir sagen: sie zielt auf den wirklichen Raum und die wirkliche Zeit. Läßt sich nun Erfahrung machen ohne Raum und Zeit? Das können wir durchaus nicht. Wie könnten wir z. B. feststellen, daß zwei Zustände aufeinander folgen, wenn es keine Zeit gäbe? Folgen heißt doch hier, daß zuerst der eine und dann der andere da ist, daß sie also in verschiedenen Zeitpunkten liegen. Gibt es überhaupt für uns Vorgänge, wenn es keine Zeit gibt? Ein Vorgang ist doch ein in der Zeit ablaufendes Geschehen. Wie kann man ferner die Größe und Entfernung der Sonne messen, wenn es keinen Raum gibt? Haben die Körper und Vorgänge aber keine räumlichen und zeitlichen Eigenschaften, wie sollten sie dann erfahrbar sein? Wir sehen also: Damit wir Erfahrung machen können, müssen die Dinge schon in den Ordnungen von Raum und Zeit stehen. Eine Erfahrung in einer physischen Welt, die diese Ordnung nicht hat, ist unmöglich, ist wenigstens für uns undenkbar. Es kann also nicht so sein, daß wir zuerst die physischen Dinge und Vorgänge in der Erfahrung haben und uns daraus Raum und Zeit erwerben. Die physikalische Erfahrung setzt den Raum und die Zeit voraus. Wir drücken das so aus, daß wir sagen: Raum und Zeit sind objektiv apriori, d. h. sie bedingen die Möglichkeit der physikalischen Erfahrung. Wenn wir die psychischen Gegenstände, die ja auch Erfahrungsgegenstände sind, hier einbeziehen, dann betrifft unsere Aussage bei ihnen natürlich die Zeit allein, weil sie nicht räumlich sind.

Beachten wir an erster Stelle, daß diese Feststellung keine Deutung, keine Hypothese ist, sondern einfach das Ergebnis einer Analyse der Erfahrung. Wir bleiben mit ihr ganz innerhalb des phänomenologischen Standpunktes; objektiv heißt hier phänomenologisch objektiv. Wir legen also auch dem Raum und der Zeit dadurch keinen irgendwie gearteten Gegenstandstyp bei. Der Physiker kann sich unter Raum und Zeit denken, was er will; er muß aber zugeben, daß er keine Erfahrung machen könnte, wenn die Dinge nicht räumlich und zeitlich geordnet wären.

Bedenken wir zweitens, daß in dem Apriori ein *prius*, ein *früher* liegt, daß wir aber damit nicht behaupten wollen, Raum und Zeit seien Gegenstände, die *zeitlich vor* der Erfahrung da sein müßten. Davon enthält unsere Aussage gar nichts. Es ist möglich, daß es so ist, aber wir sagen nichts darüber. Wenn wir also behaupten, Raum und Zeit seien *vor* der Erfahrung, so ist das *vor* logisch, nicht zeitlich gemeint. Es kann etwas logisch das Frühere, aber zeitlich das Spätere sein. Logisch ist z. B. kein Schluß möglich ohne die Denkgesetze; sie sind logisch vor allen Schlüssen, aber zeitlich nach ihnen, insofern wir sie erst an den Schlüssen erkennen. Diesen Unterschied machen wir auch bei Raum und Zeit. Logisch setzt die Erfahrung sie voraus, aber wir lernen sie erst bei der Erfahrung kennen.

Wir fragen nun weiter: Woher kommt dieser eigentümliche Sachverhalt, daß wir nicht sagen können, was Erfahrung ist, wenn es keinen Raum und keine Zeit gibt? Unsere Feststellung ist nichts Letztes, nichts Endgültiges. Sie weist über sich selbst hinaus und drängt notwendig zu der Untersuchung, wie dieser Zusammenhang zu deuten ist. *Mit den Deutungen dieses Zusammenhangs verlassen wir den phänomenologischen Bereich und gehen zum philosophischen über*; von jetzt an bedeuten also subjektiv und objektiv, wenn nicht ausdrücklich etwas anders hinzugefügt ist, philosophisch subjektiv und philosophisch objektiv.

Eine erste mögliche Deutung besprechen wir in der nächsten Nummer.

74. Raum und Zeit subjektiv apriori. Wir verstehen jenen Zusammenhang, wenn wir Raum und Zeit zu *subjektiven* Gebilden machen. Wir lassen dann den Zusammenhang bedingt sein durch eine Einrichtung unseres Bewußtseins. Unser Bewußtsein ist so eingerichtet, daß es die Dinge in den Ordnungen von Raum und Zeit zeigt. Wir formulieren die Deutung kurz: Raum und Zeit sind subjektiv apriori.

An sich wäre die Zufügung des apriori nicht nötig. Wir setzen es bloß bei, um die falsche Anschauung fernzuhalten, Raum und Zeit seien angeboren. Angeboren oder dem Bewußtsein zu eigen ist nämlich nur die Fähigkeit, auf objektive Reize hin die Dinge in Raum und Zeit zu ordnen. Ohne solche Reize von objektiven Gegenständen würden wir niemals eine Raum- und Zeitanschauung besitzen.

Der Leser sieht leicht ein, inwiefern diese Auffassung das objektive Apriori deutet. Wenn sich das, was objektiv ist, an unser Bewußtsein wendet und gleichsam anklopft, kann es zufolge der Eigentümlichkeit, der Struktur unseres Bewußtseins nicht anders bewußt werden als in der Ordnung von Raum und Zeit. So kann die Erfahrung immer nur als Erfahrung an räumlich und zeitlich geordneten Dingen auftreten. Die Verbindung zwischen dem ordnenden Bewußtsein und dem zu ordnenden Objektiven darf man sich natürlich nicht als willkürlich, als vom Willen abhängig denken. Das Ordnen ist überhaupt keine Tätigkeit, deren wir uns bewußt sind, sondern eine Relation, deren Existenz wir denkend erschließen und die wir dann nach Analogie menschlicher Tätigkeiten benennen. Wir müssen den Zusammenhang als eine notwendige, gesetzmäßige Zuordnung denken.

Ist denn nun *dieser* Standpunkt ein letzter, endgültiger, vollständiger? Er ist es ebenfalls nicht. Denn es gibt mehrere Umstände, die uns zwingen, ihn aufzugeben oder zu ändern. Das sind die folgenden.

Erstens ist es doch merkwürdig, daß das Bewußtsein seine eigenen Vorgänge nur in der zeitlichen Ordnung, die physischen Gegenstände aber in der räumlichen und zeitlichen Ordnung darstellt. Wie kommt das? Da muß doch notwendig an dem Objektiven etwas sein, was das Bewußtsein zwingt, hier nur die zeitliche, dort noch dazu die räumliche Ordnung herzustellen. Im Bewußtsein selbst kann der Grund nicht liegen. Denn wären die Gegenstände gleichartig, die sich an es wenden, so könnte die Verschiedenheit der Ordnungen nur auf einem willkürlichen, also bewußten Akt des Bewußtseins beruhen; der liegt aber tatsächlich nicht vor. Der Grund muß also in der Struktur des Objektiven gesucht werden. Am Objektiven muß etwas sein, was das Bewußtsein nötigt, einmal so und das andere Mal so zu verfahren. Das bedeutet aber, daß Raum und Zeit nicht *nur* subjektiv sind.

Zweitens haben die Gegenstände nicht nur die allgemeine Ordnung der Räumlichkeit und Zeitlichkeit, sondern bestimmte individuelle räumliche und zeitliche Formen. Ein gezeichnetes Dreieck, eine Holzkugel, ein Baum sind nicht bloß räumlich, sondern das eine ist eben ein Dreieck, das andere eine Kugel, das dritte ein Baum in seiner eigenartigen Form. Die Zeit, die zwischen einem Sonnenaufgang und einem Sonnenuntergang liegt, ist nicht nur allgemein zeithaft, sondern ist eine bestimmte, begrenzte Zeitstrecke, die sich genau von der Zeitstrecke unterscheidet, die zwischen Aufgang und Kulmination liegt. Diese individuellen Unterschiede können nicht vom Bewußtsein herrühren; denn dann hätten wir wieder lauter Willkürakte des Bewußtseins. Es muß also ihretwegen etwas an dem Objektiven angenommen werden, was das Bewußtsein zwingt, es in diesen bestimmten, individuellen räumlichen und zeitlichen Ordnungen darzustellen.

Wir kommen somit zu einem Ergebnis, das wir in der folgenden Nummer besprechen.

75. Raum und Zeit als Synthesen objektiver und subjektiver Faktoren. Wir sind gemäß den Überlegungen der letzten Nummer gezwungen, etwas *Objektives* anzunehmen, das die räumliche und zeitliche Ordnung mit bestimmt. Wir müssen also objektive und subjektive Raum- und Zeitfaktoren unterscheiden. Raum und Zeit sind Synthesen aus diesen Faktoren.

Nun erhebt sich aber eine neue Schwierigkeit. Genügt denn nicht die objektive Auffassung von Raum und Zeit *allein*, um die objektive Apriorität zu deuten, um also zu erklären, woher es kommt, daß wir nur an räumlich und zeitlich geordneten Dingen Erfahrung machen können? Haben wir die subjektiven Faktoren dazu noch nötig? Zweifellos ist die objektive Auffassung zur Deutung dieser Sachlage ausreichend. Wenn Raum und Zeit objektive Gegenstände sind, dann ist es selbstverständlich, daß wir nur in Raum und Zeit erfahren können. Aber diese Ansicht ist ebensowenig wie die nur subjektive ein letzter, endgültiger Standpunkt. Aus zwei Gründen.

Erstens findet die Ansicht eine große Schwierigkeit in der phänomenologischen Analyse der Räumlichkeit und Zeitlichkeit. Wir erfassen die Räumlichkeit und Zeitlichkeit mit den verschiedensten Sinnen, mit dem Gesichtssinn, dem Tastsinn, dem Gehörssinn usw. Erfassen wir nun einmal *dieselbe* phänomenologische Räumlichkeit, etwa die Entfernung zweier Gegenstände, einmal mit dem Gesichtssinn, dann mit dem Tastsinn, so erhalten wir zwei qualitativ verschiedene Räumlichkeiten. Die gesehene Entfernung ist qualitativ von der getasteten verschieden. Entsprechendes gilt von der Zeitlichkeit. Eine gesehene Bewegung wird manchmal für langsamer oder schneller gehalten als eine getastete Bewegung. Es sind also ohne Zweifel subjektive Faktoren an der räumlichen und zeitlichen Ordnung mit beteiligt.

Zweitens. Der erste Grund ist aber eigentlich nur ein spezieller Fall des zweiten. In diesem Lichte erst wird er ganz verständlich und auch nicht mehr anfechtbar erscheinen. Der zweite, durchschlagende Grund liegt im Begriff des Abbildens. Entspricht dem Raum etwas Objektives, dann bildet sich dieses Objektive auf die Seele ab. Dieses Abbilden ist ganz allgemein als das Erregen eines Äquivalentes an dem Gegenstand, auf den abgebildet wird, zu verstehen, nicht im wörtlichen Sinne. Es ist nun aber stets beim Abbilden so, daß das Bild eine Synthese aus dem Original und dem Gegenstand ist, auf den abgebildet wird. Die Photographie einer Landschaft beispielsweise ist nicht bloß abhängig von der Landschaft, sondern auch von der Platte; die

Platte bestimmt die Zweidimensionalität des Bildes, den Fortfall der Farben, andere Helligkeitsunterschiede. Ist das schon so beim Abbilden physischer Gegenstände auf physische, dann ist es in noch höherem Maße der Fall, wenn sich Physisches auf Psychisches abbildet. Bei der Abbildung von Physischem auf Physisches sind beide Gegenstände von der gleichen Art, und doch bestimmen die Eigenschaften des Gegenstandes, auf den abgebildet wird, schon so viel. Bei der Abbildung von Physischem auf Psychisches sind beide von verschiedener Art. Der psychische Gegenstand nimmt mit *seinen* Eigenschaften am Bilde teil, er antwortet, reagiert in der ihm eigenen Weise. Also muß das Bild vom Original hier noch viel mehr verschieden sein. Haben wir nicht sprechende Belege dafür? Der Leser mag doch nur daran denken, wie das Psychische auf den Reiz der elektromagnetischen Wellen antwortet: je nach der Wellenlänge bald gar nicht, bald mit Wärmegefühl, bald mit Licht und Farben. Das Abbild im Psychischen ist von dem reizenden Physischen wesentlich verschieden. Raum und Zeit können also objektiv nicht so sein, wie sie uns zum Bewußtsein kommen, sie müssen wesentlich anders sein. Das Psychische muß mit seiner ihm eigenen Struktur an den Gegenständen Raum und Zeit beteiligt sein.

Das Abbilden ist übrigens nur ein besonderer Fall des Wirkens. Bei allem Wirken ist es so, daß der Effekt der Wirkung bedingt ist erstens durch das, was wirkt, und zweitens durch das, auf das gewirkt wird. An den einfachsten mechanischen Fällen kann der Leser das bestätigen, z. B. an dem Wurf eines Steines wider eine Mauer und wider ein Wollbett. Es läßt sich auch allgemein zeigen, daß es so sein muß. Würde nämlich der Gegenstand, auf den gewirkt oder abgebildet wird, *nicht* in *seiner* Weise reagieren, so wäre rein formal nur zweierlei anderes möglich: entweder er reagiert überhaupt nicht, und dann haben wir kein Wirken oder Abbilden, oder er reagiert in einer ihm fremden Weise, und das ist wegen der Struktur des Bereiches, dem der Gegenstand angehört, unmöglich; er wäre dann gar nicht mehr dieser bestimmte Gegenstand.

Wir kommen also zu dem Resultat, daß die objektive Auffassung von Raum und Zeit zwar notwendig, aber nicht hinreichend ist. Wir müssen subjektive Faktoren hinzunehmen. Jetzt erst bedeutet für uns das Ergebnis, *Raum und Zeit seien*

Synthesen aus subjektiven und objektiven Faktoren, einen endgültigen Standpunkt. Dieser Standpunkt versteht nun auch das logische *vor* (73) als ein zeitliches *vor*.

Und doch nicht eigentlich zeitlich. Denn die Zeit entsteht ja erst durch das Zusammentreffen der subjektiven mit den objektiven Faktoren. Aus demselben Grunde kann das, was vom Raume vor der Erfahrung da ist, nicht räumlich sein. Keine der Faktoren, weder die objektiven, noch die subjektiven, sind räumlich und zeitlich. Sie schaffen erst in ihrem Zusammenwirken Raum und Zeit. Das Auseinander des Raumes und das Nacheinander der Zeit können die Faktoren einzeln nicht besitzen; es ist eben etwas von der Synthese. Liegt nun aber nicht darin eine große Schwierigkeit? Was bleibt denn von den materiellen Dingen, wenn ihnen Räumlichkeit und Zeitlichkeit genommen wird? Das behandeln wir eigens.

76. Unräumliche und unzeitliche Gegenstände. Es ist natürlich unmöglich zu sagen, wie denn nun die unräumliche und unzeitliche Materie beschaffen ist. Wohl aber kann ich zeigen, daß es unräumliche und unzeitliche Gegenstände gibt, daß es also kein Widerspruch ist, auch Unräumliches und Unzeitliches zu denken, das der Materie zugrunde liegt.

Als erstes Beispiel nehmen wir das Psychische. Alles Psychische ist unräumlich. Dem Leser wird es vielleicht schwer werden, das in allen Fällen einzusehen. Er wird einwenden, daß doch die Sehgröße, die Tastgröße räumliche Eigenschaften hätten. Aber das ist doch kein räumliches Psychisches, sondern die Auffassung, der Eindruck von Räumlichem. Es genügt indes auch für unseren Zweck, zu erkenen, daß vieles Psychische ohne jeden Zweifel nichts Räumliches besitzt. Gefühlsvorgänge, Willensvorgänge, Vorstellungen sind sicher nicht räumlich. Es gibt Vorstellungen von Räumlichem, aber die Vorstellung selbst ist nicht groß oder klein, viereckig oder rund. Und das Merkwürdige: trotzdem diese psychischen Gegenstände unräumlich sind, haben sie doch Größe; sie können z. B. mehr oder weniger intensiv, mehr oder weniger klar sein.

Als zweites Beispiel führe ich Gegenstände vor, die unräumlich und unzeitlich sind. Das sind die Zahlen. Daß sie nicht räumlich sind, ist klar. Sie sind aber auch zeitlos, denn sie ändern sich nicht. Trotzdem besitzen auch sie Quantität. In einem wichtigen Punkte aber unterscheiden sich diese unräumlichen und unzeitlichen Gegenstände von unseren unräumlichen und unzeitlichen Dingen: sie wirken nicht. Indes gibt es auch Gegenstände mit ähnlichem Charakter, die wirken.

Das sind die geltenden Gegenstände. Als einen Typ weise ich den Sinn eines beliebigen Urteils auf, also z. B. den Sinn des Pythagoreischen Lehrsatzes. Dieser Sinn ist zweifellos unräumlich. Er ändert sich aber auch nicht in der Zeit; ja er ist in noch höherem Maße unzeitlich als die Zahlen, er ist nämlich ewig. Er besitzt nun allerdings keine Art von Größe. Aber er wirkt. Alle freiwilligen, vernünftigen Handlungen sind bewirkt durch den Sinn von Urteilen. Ja, recht bedacht, wirkt der Urteilssinn so großartig, daß die ganze Geschichte ihr Dasein nur ihm und seinesgleichen verdankt.

Wir sehen: es gibt unräumliche und unzeitliche Gegenstände der mannigfachsten Art. Es bleibt also durchaus die Möglichkeit, daß das Objektive an den materiellen Dingen auch unräumlich und unzeitlich ist. Gewiß hat es einen anderen Typus als die genannten Gegenstände, es liegt eben in einem anderen Wirklichkeitsgebiete als sie; aber es kann, wenn es auch unräumlich und unzeitlich ist, doch *etwas* sein.

Nun sind wir endlich so weit, daß wir die Frage über Raum und Zeit stellen und beantworten können, die dem Leser sicher schon lange am Herzen gelegen hat: Sind die Raum- und Zeitfaktoren selbständige Gegenstände oder nicht?

Für die subjektiven Faktoren ist die Frage im Augenblick erledigt. Weil Raum und Zeit Abbildungen von Objektivem auf Psychisches sind, sind die subjektiven Faktoren die spezifischen Eigenschaften des Bewußtseins selbst, mit denen es reagiert, also nichts Selbständiges. Ungleich schwieriger ist die Frage für die objektiven Faktoren zu beantworten. Wir müssen uns da zuerst den Weg überlegen, auf dem wir zu einiger Kenntnis der objektiven Faktoren gelangen können.

77. Die Zuordnung zwischen dem Phänomenologischen und dem Objektiven. Der Weg geht aus vom Phänomenologischen, er kann nirgendwo anders her ausgehen. Die Gegenstände der phänomenologischen Wirklichkeit, die wir Raum und Zeit nennen, sind Synthesen aus subjektiven und objektiven Faktoren. In jeder Synthese steckt etwas von allen Faktoren, die sie bilden, also auch in den Synthesen Raum und Zeit. Wenn wir den Anteil der beiden Faktorenarten an dieser Synthese *einzeln* herausstellen könnten, dann wäre es offenbar möglich, auf die objektiven Faktoren zu schließen.

Ein ähnliches Problem tritt in der Naturwissenschaft oft auf. Wenn der Astronom eine Sternaufnahme gemacht hat, dann steht er meistens vor der Frage, was an dem einheitlichen Bild, das die Platte zeigt, von dem Gegenstand, auf den abgebildet wird (hier Platte und Fernrohr als eine Einheit), oder von den Objekten, die sich abbilden, herrührt. Gelingt es ihm, genau dazwischen zu scheiden, dann kann er die Platte benutzen, um auf den Zustand der Objekte zu schließen.

So liegt die Sache auch hier. Tatsächlich läßt sich nun in unserem Falle der Anteil der Faktoren bis zu einem gewissen Grade gesondert feststellen. Ein Gedanke von (74) kann uns dabei leiten. Was *kann* denn allein der Anteil der subjektiven Faktoren sein? Was *muß* auf ihr Konto geschrieben werden?

Zunächst müssen auf sie zurückgeführt werden alle Unterschiede, die in der Auffassung des Räumlichen und Zeitlichen bei den verschiedenen menschlichen Individuen auftreten. Sehen z. B. zwei Menschen dasselbe Räumliche unter denselben äußeren Bedingungen verschieden, so rührt diese Verschiedenheit offenbar von subjektiven Faktoren her. Die Betrachtung *dieser* Unterschiede scheiden wir aber ganz aus. Sie sind es, die die Verschiedenheiten der Wahrnehmungsräume bedingen. Aber die subjektiven Faktoren, die sie verursachen, sind nicht eigentlich die, von denen wir hier sprechen. Wir meinen hier mit den subjektiven Faktoren eine ursprüngliche, in ihrer Tätigkeit gar nicht verfolgbare und nicht weiter analysierbare Fähigkeit des Bewußtseins, in Raum und Zeit zu ordnen. Die Faktoren, die wir vorhin gleichfalls subjektiv nannten, sind den eigentlichen subjektiven Faktoren gegenüber sozusagen subjektive Faktoren zweiter Art. Sie formen in das, was die subjektiven Faktoren erster Art für alle Menschen gleich geschaffen haben, individuelle Unterschiede hinein. Wir müssen also von ihnen absehen. Was bleibt dann als Anteil der eigentlichen subjektiven Faktoren übrig?

Ohne Zweifel etwas, was allgemein jedem Räumlichen und Zeitlichen zukommt. Die subjektiven Faktoren können gleichsam nur dasselbe Netz über alles werfen, was ihnen begegnet. Denn sie vermögen doch nicht individuelle Unterschiede aus sich heraus zu schaffen. Das wäre ja, wie wir schon einmal betonten, einfach Willkür. Es gäbe dann gar keinen Grund, warum die subjektiven Faktoren hier *dieses* Räumliche und Zeitliche, dort jenes von anderer Form und Art schaffen sollten. Wie ist es möglich zu denken, daß sie es sind, die diesen Stein wie einen Kubus, jenen wie eine Kugel erscheinen lassen, die es bewirken, daß zwischen Erde und Mond 380 000 km, zwischen Erde und Sonne $15 \cdot 10^7$ km liegen? Das muß in seinen Unterschieden objektiv begründet sein. Beweist nicht allein schon die verschiedene Form, die *wir* den Gegenständen *durch Arbeit an ihnen* geben, daß diese Unterschiede nicht von den subjektiven Faktoren herrühren können? Was also den letzteren zufällt, ist das, was allem Räumlichen und Zeitlichen *gemeinsam* ist: in dem einen Falle das *Auseinander*, in dem anderen das *Nacheinander*. Selbstverständlich müssen die objektiven Faktoren darauf *hingeordnet* sein, d. h. die objektiven Faktoren des Raumes sind so beschaffen, daß sie sich vom Bewußtsein in der Form des Auseinanders, die der Zeit so, daß sie sich in der Form des Nebeneinanders auffassen lassen.

Alle individuellen Unterschiede der phänomenologischen Objekte müssen notwendig den objektiven Faktoren allein zufallen. So muß beispielsweise die Distanz zweier Punkte im Objektiven grundgelegt sein, nicht als räumliche Distanz, denn die Form des Auseinanders stammt ja von den subjektiven Faktoren, aber als Unterschied. Beispiele für Unterschiede an unräumlichen Gegenständen kennen wir ja aus (76). Auch die Metrik muß objektiv begründet sein. Nicht als ob die objektiven Raum- und Zeitfaktoren euklidisch oder nichteuklidisch wären; sondern sie sind so beschaffen, daß Raum und Zeit des phänomenologischen Weltbildes die Anwendung dieses oder jenes mathematischen Modelles *fordern*. Der Anteil der objektiven Faktoren besteht also in allem, was über das Allgemeine des Räumlichen und Zeitlichen hinausgeht. Alle individuellen räumlichen und zeitlichen Unterschiede des phänomenologischen Weltbildes sind objektiv begründet. Es korrespondieren ihnen entsprechende unräumliche und unzeitliche Unterschiede in der objektiven Welt. Wir sind deshalb berechtigt, *von den phänomenologischen Verhältnissen auf die objektiven zu schließen*, die ihnen notwendig parallel gehen, wobei wir nur immer das eine zu beachten haben, daß das Allgemeine des Räumlichen und Zeitlichen im Objektiven fehlt.

Ich hätte es nun nicht gern, daß die Überlegung, die wir angestellt haben, mißverstanden würde. Man könnte nämlich auf den Gedanken kommen, ich hielte es für möglich, *allgemein* vom Phänomenologischen aufs Objektive zu schließen. Das wäre aber irrig. Man kann das nur in einem Falle wie dem besprochenen, wo man die Anteile der objektiven und subjektiven Faktoren einigermaßen deutlich zu sondern vermag. Man kann das aber nicht allgemein. Es geht nicht an zu sagen, ein phänomenologischer Unterschied bedinge *denselben* philosophischen Unterschied. Dann wäre die Philosophie wahrhaftig leicht, und man verstände nicht, woher so viele Streitigkeiten kommen. Gewiß entsprechen phänomenologischen Unterschieden auch philosophische; aber wie die letzteren zu verstehen sind, wie sie sich unter Umständen auf Subjekt und Objekt verteilen, ist damit gar nicht ausgemacht. Ich denke, was ich meine, ist jetzt verständlich. Nur dort, wo wir in einer phänomenologischen Synthese das Wirken der subjektiven und objektiven Faktoren isoliert angeben können, ist der Schluß von phänomenologischen auf objektive Verhältnisse erlaubt.

Unsere *erste* Aufgabe ist also nun, den *phänomenologischen* Charakter von Raum und Zeit, ihren Beziehungen zueinander und zur Materie festzustellen, unsere *zweite* Aufgabe, von diesen Verhältnissen auf die objektiven zu schließen. Die drei folgenden Nummern sind rein phänomenologisch.

78. Die phänomenologische Selbständigkeit des Raumes. Daß der Raum phänomenologisch von den (materiellen) Dingen unabhängig ist, ergibt sich aus mehreren Umständen.

Erstens berufen wir uns auf den phänomenologischen Befund in der physischen Welt.

Es ist ein einfacher phänomenologischer Sachverhalt, daß der Raum *mit derselben Unmittelbarkeit* wie die Dinge gegeben ist. Um diesen Sachverhalt einzusehen, müssen wir alle Deutungen, die wir und andere dem phänomenologischen Raum angetan haben, beiseite lassen. Wir wollen jetzt einfach sehen, was da ist, wir wollen das *Material* für die Deutungen beschreiben. Es ist keine Theorie, die wir jetzt geben wollen, sondern nur die schlichte Beschreibung von Befunden, an die die Theorien erst anknüpfen müssen. Stellen wir uns so ein, dann ist es fraglos klar, daß in der phänomenologischen Außenwelt nicht nur die Dinge gegeben sind, sondern auch *etwas* zwischen den Dingen. Dieses Etwas *ist* genau so, wie die Dinge *sind.* Gewiß hat es auch andere Eigenschaften als die materiellen Dinge, aber es ist genau so ein Gegenstand der Außenwelt wie die Dinge. Dieses Etwas nennen wir den Raum. Wir haben bisher lediglich festgestellt, daß der Raum in der Außenwelt ist wie die Dinge. Wir fragen nun nach seinem Gegenstandscharakter.

Ist der Raum eine *Eigenschaft* der Dinge? Er ist es nicht. Denn ein Ding *hat* eine Eigenschaft, es *hat* aber nicht den Raum. Das Ding *hat* die wesentliche Eigenschaft des Auseinanders, die der Raum auch *hat*, aber es *hat* offenbar nicht das, was wir Raum nennen. Es *hat* doch nicht seine Distanz von anderen Dingen so, wie es die Dichte, die Farbe usw *hat.* Die Distanz ist nicht etwas *an* ihm, ist nichts, was ihm zu eigen ist. Das haben wohl auch die meisten Denker eingesehen und kamen darum auf den naheliegenden Gedanken, der Raum sei eine Beziehung zwischen den Dingen.

Ist der Raum eine *Beziehung* zwischen den Dingen? Er ist zweifellos *auch* eine Beziehung; wir werden später besser sagen müssen, daß durch ihn Beziehungen zwischen den Dingen seien. Aber damit ist sein Gegenstandstyp nicht vollständig bestimmt. Das ergibt sich durch diese Überlegung. Der Raum kann mit physikalischen Maßen gemessen werden. *Beziehungen sind aber ideale Gegenstände, die sich nicht mit physikalischen Maßen messen lassen.* Sie sind überhaupt unmeßbar, weil sie nichts Quantitatives, nichts Größenhaftes an sich haben. Man lasse sich nicht dadurch täuschen, daß auch von „räumlichen Beziehungen", von „quantitativen Beziehungen" u. a. geredet wird. Das ist nur eine kurze Ausdrucksweise für Beziehungen, die Räumliches oder Quantitatives betreffen. Beziehungen selbst sind niemals räumlich, niemals quantitativ. Selbst wer das bestreitet, wird aber nicht daran vorbeikommen, zuzugeben, daß sich ideale Gegenstände nicht durch reale Gegenstände messen lassen. Ein Gegenstand, der überhaupt meßbar ist, läßt sich nur durch einen Gegenstand *derselben* Art messen. Lassen sich also zwei Gegenstände aneinander messen, so sind sie von derselben Art. *Nun läßt sich aber der Raum mit Hilfe der Körper messen, also ist er keine Beziehung zwischen den Körpern.* Ebensowenig kann der Raum eine Zahlenmannigfaltigkeit (67), eine Möglichkeit von Ausgedehntem, eine Lagerungsmöglichkeit der Dinge sein, wenigstens nicht nur das; denn alles das sind *ideale* Gegenstände, die nicht mit physikalischen Maßen meßbar sind. Der Raum ist physikalisch meßbar, also ist er eine *physische Realität.*

Da nun der Raum keine Eigenschaft und keine Beziehung der Dinge ist, kann er nur ein *selbständiges* Ding sein. *Der Raum ist phänomenologisch von der Selbständigkeit der Dinge.* Das ergibt sich übrigens auch unmittelbar aus der vorstehenden Überlegung. Wir haben sie nur in negativem Sinne benutzt, um die Auffassung des Raumes als einer Relation zurückzuweisen. Sie zeigt aber auch positiv, daß der Raum, weil er durch physische Körper meßbar ist, auch ein physischer Körper sein muß.

Der Physiker als *Physiker benutzt* diesen Sachverhalt nicht, weil er nur *Maßausdrücke* für den Raum kennt. Trotzdem die RTh, wie uns das letzte Kapitel des vorigen Abschnittes gezeigt hat, die absolute Raumstrecke voraussetzt, kann der Physiker sich mit dem Inertialsystem *begnügen;* er kann sich sogar damit zufrieden geben, die x_1, x_2, x_3 nur als Zahlen anzusehen. Sobald er aber nun behauptet, der Raum sei überhaupt nichts als nur die Schar der Inertialsysteme oder nur Zahlen, *verwechselt er das Beschreibungsmittel mit dem zu Beschreibenden.* Der phänomenologische Befund des selbständigen Raumes ist unbestreitbar. Der Physiker darf ihn in *seiner* Weise beschreiben, aber er darf nun nicht die Beschreibung für den Sachverhalt setzen. Es ist interessant zu sehen, wie die R-Theoretiker unzähligemal den phänomenologischen Sachverhalt des selbständigen Raumes als physischen Gegenstandes benutzen, wo sie von Raumorten, Raumlagen, vom Feld, vom Fortpflanzen, Bewegen, Strömen im Raum u. a. sprechen und ihn damit auch indirekt zugeben, wie sie dann nachträglich auf einmal den Raum zum Schatten, zu Zahlen herabsetzen. Dann bewegen sich wohl die Körper durch Schatten oder durch Zahlen fort? Kann man nicht mit demselben Rechte auch die Körper als Inbegriffe der Maßzahlen für Dichte, Wärmeenergie, elektrische Ladung fassen? Wenn man sich diese Verhältnisse einmal sorgfältig bedenkt, dann erscheint es recht unbegreiflich, wie man in so offenkundiger Weise Mittel der Beschreibung und Gegenstand der Beschreibung miteinander verwechseln kann. Diese Verwechselung besteht übrigens nur hier und entsprechend bei der Zeit (79); aber die ganze RTh beruht nicht darauf, wie Kraus (*42*) meint.

Will der Physiker sich vor solchen Torheiten hüten, dann muß er zweierlei tun. Erstens muß er sich ganz deutlich machen, daß Koordinatensysteme nur Beschreibungsmittel sind und gar nichts weiteres. Zweitens muß er die einfache Beobachtung phänomenologischer Sachverhalte mehr werten als bisher. Er hat über dem Messen das schlichte Beobachten fast vergessen. Und doch hat er es unter allen Umständen nötig. Denn weil er nur Koinzidenzen konstatieren kann (34), wird ihm *durch sein Messen* der Typ des Gegenstandes, den er mißt, niemals klar. Will er also nicht zu falschen Aussagen über diesen Typ kommen, dann muß er ihn vor dem Messen und unabhängig von dem Messen in seiner Eigenart zu erfassen suchen. Das tut er wohl bei anderen physischen Gegenständen. Er sollte es aber auch bei Raum und Zeit tun.

Zweitens können wir auf den psychischen Eindruck des Physischen achten. Etwas, wovon wir unmittelbare, anschauliche Empfindungen besitzen, muß ein selbständiger physischer Gegenstand sein. Nun ist es aber eine Tatsache, die jeder nachprüfen kann, daß wir von den Entfernungen zwischen Körpern genau so unmittelbare, anschauliche, lebhafte Empfindungen oder Eindrücke haben, wie von den Größen der Körper. Die Entfernung von mir bis zum gegenüberliegenden Hause empfinde ich unmittelbar. Es ist kein Wissen um etwas, sondern anschauliche Empfindung. Gewiß sind die Körper dabei Hilfsmittel und würde ich ohne sie die Empfindung nicht haben. Aber die Empfindung *betrifft* nicht die Körper, sondern unmittelbar den Raum. Es entspricht ihr also phänomenologisch ein selbständiger physischer Gegenstand. Auch der hier beschriebene Sachverhalt widerstreitet einer Deutung des Raumes durch die Zahlenmannigfaltigkeit, überhaupt durch etwas Ideales; denn das Ideale kann man nicht *sehen*.

Einen weiteren Beweis für die phänomenologische Selbständigkeit des Raumes wird uns die übernächste Nummer bringen.

79. Der phänomenologische Charakter der Zeit. Es ist bei der Zeit vor allem schwer, das, was zu sagen ist, in Worten auszudrücken. Darum ist es unbedingt nötig, daß der Leser sich besonders für diese und die folgende Nummer richtig einstellt. Er muß alles das, was er weiß oder zu wissen glaubt, alle Theorie einmal von sich abstreifen und lediglich ein empfänglicher, aufnahmefähiger Mensch sein, bereit, mit den Augen des Geistes alles zu schauen, was da ist. Auch dann kann ich in ihm manchmal nur anklingen lassen, was er geistig sieht oder fühlt, ohne es sagen zu können. Wenn er darum im folgenden manches nicht recht einsichtlich oder nicht gut formuliert findet, so mag er an des Augustinus Wort denken: Wenn du mich fragst, was die Zeit ist, so weiß ich es nicht; wenn du mich nicht fragst, so weiß ich es.

1. Wir achten zuerst auf den *Unterschied der Zeit vom Raum.* Er ist wesentlich. Der Raum ist ein Auseinander, das in allen seinen Teilen zugleich besteht, die Zeit ein Nacheinander, dessen Teile aufeinander folgen. Wem dieser phänomenologische Sachverhalt eingegangen ist, an den braucht man über die wunderliche Behauptung kein Wort zu verschwenden, der Unterschied von Raum und Zeit sei durch die RTh aus der Welt geschafft. Gewiß wird die Zeit in der mathematischen Darstellung der RTh wie der Raum behandelt. Aber wie kann man übersehen, daß diese Darstellung doch nicht die Wirklichkeit ist, sondern nur ein Mittel, sie zu beschreiben?

2. Wie ist es mit der *Selbständigkeit der Zeit?*

Unbezweifelbar tritt die Zeit in dem Inbegriff der physischen Gegenstände als ein physischer Gegenstand auf. Denn wir messen sie, und alles, was wir auf physikalische Weise messen können, hat physische Existenz. Aber die Zeit hat doch nicht den ausgeprägten, ganz klaren, unmittelbar faßbaren *Ding*charakter des Raumes. Sie stellt sich einer Einfügung in diesen Typ spröde gegenüber und läßt sie nicht zu. Sie ist ein eigenartiger, scharf umrissener physischer Gegenstand, aber sie ist doch nicht in der Weise Ding, selbständiger Gegenstand wie der Raum. Trotzdem besitzt sie eine gewisse Selbständigkeit. Man kann von ihr nicht sagen, daß sie eine Eigenschaft des Raumes oder der Dinge sei. Das werden wir in der nächsten Nummer noch deutlicher einsehen. Daß sie keine Relation zwischen den Dingen ist, ist durch die vorstehende Charakteristik schon ausgeschlossen; diese Auffassung wäre aber auch deshalb unmöglich, weil die Fundamente dieser Relation — das, wozwischen sie besteht — ja selber *zeitliche* Dinge sind. Wir haben also einen eigentümlichen selbständig-unselbständigen Typ in der Zeit vor uns.

Dasselbe finden wir, wenn wir den psychischen Eindruck der Zeit analysieren. Den Raum empfinden wir anschaulich; daraus schlossen wir auf seine phänomenologische Selbständigkeit. Man pflegt von der Zeit auch zu sagen, daß man sie anschaulich empfinde. Aber das hat hier doch eine ganz andere Bedeutung als beim Raume. Den Raum erfassen wir durch die Sinne, die Zeit erfassen wir nicht durch die Sinne, sondern wir erleben sie, wir haben ein Bewußtsein von ihr. Dieser psychologische Sachverhalt enthüllt uns nun fürs erste, daß die Zeit nicht den Dingcharakter des Raumes hat, fürs zweite, daß sie doch eine gewisse Selbständigkeit besitzt, sonst könnten wir sie im Erlebnis nicht unmittelbar erfassen. So ergibt sich auch von hier aus ein selbständig-unselbständiger Charakter der Zeit.

3. Eine Eigenschaft des Nacheinanders bedarf einer eigenen Überlegung. Gibt es eine *Umkehr der Zeit?*

Machen wir uns zuerst einmal den Sinn dieser Frage klar. Wir denken uns eine Zeitstrecke in einzelne Teile *a*, *b*, *c*, *d*, *e*, *f* usw zerlegt. Nehmen wir jetzt an, es sei eine Vertauschung der Teile möglich, so daß jetzt die Reihe *a*, *b*, *d*, *c*, *e*, *f* usw laute, dann hätten wir wohl das, was mit einer Umkehr der Zeit gemeint ist. Aber wäre jetzt wirklich in dem Zwischenraum zwischen *b* und *e* eine Umkehr erfolgt? Durchaus nicht; jetzt würde eben *d nach b, c nach d, e nach c* kommen. Entsprechend würden auch die Vorgänge in diesen Teilstrecken ihre Folge ändern. Wenn ein Vorgang α, der in der Teilstrecke *c* liegt, eine Wirkung β in der Teilstrecke *d* erzeugt, so würde nach der Vertauschung zuerst β und dann α kommen; α würde auf β zeitlich folgen. Eine Umkehr der Zeit ist also ohne Sinn. Was man damit meint, ist *eine chaotische Verwirrung der Kausalverhältnisse.*

Die Möglichkeit eines solchen Chaos lehrt die RTh ausdrücklich. Nach ihr kann es z. B. prinzipiell geschehen, daß ein Soldat heute durch eine Kugel verwundet wird, die morgen abgeschossen wird. Ein etwas boshaftes Beispiel wäre dies: Nach der RTh ist es prinzipiell möglich, daß ein Mädchen ein Kind bekommt, bevor es verheiratet ist. Ich habe dem Leser diese Folgerung nicht vorgeführt, weil sie weniger wichtig ist und ich ihm die Ableitung doch nicht geben konnte. Die Folgerung *kann* sich aus der Besonderheit der eingeführten *Zeitrechnung* ergeben. Der Vergleich in (48) hat uns das gelehrt. Das ist leicht verständlich und enthält nur scheinbar, im Ausdruck, eine Paradoxie. Ohne eine solche zeittheoretische Grundlage wird aber im Ernste kein vernünftiger Mensch die Möglichkeit eines derartigen Chaos vertreten wollen. Was wäre das für eine Welt, wo ein Mensch heute sterben kann und morgen lebt, oder wo ein Mensch sterben kann, bevor er im Mutterleibe empfangen ist? Eine Theorie, die diese Folgerung unabhängig von der Zeitrechnung liefern würde, würde damit offenkundig machen, daß sie einen inneren Fehler birgt. Denn diese Verhältnisse sind in sich widersprechend. Ist einmal Leben dieses Besondere und Tod dieses andere Besondere, dann kann nur der Tod auf das Leben zeitlich folgen, nicht umgekehrt.

Die Umkehr der Zeit kann aber auch ein ungenauer Ausdruck für etwas anderes sein, dafür nämlich, daß *ein Vorgang umkehrbar* ist, d. h. im entgegengesetzten Sinne durchlaufen wird. Machen wir einmal die Fiktion, die Menschen begännen von einem bestimmten Augenblick an langsam jünger zu werden. Die weißen Haare der Greise würden grau, dann schwarz oder farbig. Ihre runzelige Haut würde glatter und frischer. Ihr Körper bekäme immer mehr Spannkraft. Und so entsprechend bei allen Menschen. Wäre das eine Umkehr der Zeit? Es wäre keine. Die Vorgänge in der Zeit, die Aufeinanderfolge ihrer Zustände, wäre umgekehrt, nicht die Zeit. Jetzt würde das Mannesalter *nach* dem Greisenalter, das Jünglingsalter *nach* dem Mannesalter kommen usw. Wenn man einen Film rückwärts ablaufen läßt, so hat man ein Bild einer solchen Umkehr. Ob sie für *physikalische* Vorgänge möglich ist, ist eine Frage, die die Physik heute unter gewissen Voraussetzungen bejaht.

80. Das phänomenologische Verhältnis von Raum, Zeit und Dingen.

1. Achten wir zuerst auf die *Abhängigkeit der Dinge von Raum und Zeit.*

Die materiellen Dinge können *dort* sein, wo der Raum auch ist. Das ist ein einfacher phänomenologischer Befund. Also müssen sie mit dem Raume eine wesentliche Eigenschaft gemeinsam haben. Es ist das, was wir das Auseinander nennen und weshalb wir sagen, die Dinge seien räumlich. Insofern haben sie Anteil am Raume. Die Ausdehnung der Dinge ist keine Eigenschaft, die sie unabhängig vom Raume haben. Denken wir uns den Raum weg, so müssen wir die Ausdehnung der Dinge mitwegdenken; denn bliebe sie, so hätten wir ja doch wieder Raum. Das weist auf eine enge Beziehung zwischen Ding und Raum hin, die uns zwingt, *beide* als auseinander seiende Gegenstände zu sehen.

Achten wir darauf, dann verstehen wir auch, wie die Metrik der Dinge in *allen* Fällen vom Raume herrühren *muß*. Nehmen wir einmal an, der Raum sei nichteuklidisch mit variablem Krümmungsmaß. Dann würden die Dinge gedehnt oder gepreßt werden je nach dem Orte, an den sie gerade kämen. Ihre Metrik stimmte allerorts mit der jeweiligen Raummetrik überein. Entsprechendes gilt aber auch vom Raum, wenn er euklidisch ist. Ob die Variabilität oder die Konstanz der metrischen Verhältnisse der Dinge vom Raum bedingt ist, macht in ihrem Verhältnis zum Raum keinen Unterschied, weil ihr Auseinander das Auseinander des Raumes ist.

Wir sehen also, wie selbst im euklidischen Raume der alten Physik Dinge und Raum nicht teilnahmlos nebeneinander stehen.

Die moderne Physik hat aber noch andere Abhängigkeiten aufgewiesen. Nach ihr ist die Masse des Körpers nicht mehr konstant, sondern hängt von der Geschwindigkeit ab. Dasselbe lehrt die Elektronentheorie. Und zwar sind das Ergebnisse, die außerhalb der RTh gelten, die richtig sind, wenn auch die ganze RTh falsch sein sollte. Geschwindigkeit ist nun aber eine Beziehung zwischen Raum und Zeit. Die Masse ist also von Raum und Zeit abhängig. Man versuche einmal, damit die Ansicht zu vereinigen, die den Raum für eine Zahlenmannigfaltigkeit oder etwas anderes Ideales hält.

Alle Dinge, die physischen wie die psychischen, sind insofern von der Zeit abhängig, als sie sich mit der Zeit verändern. Man kann innerhalb gewisser Grenzen diese Änderung verlangsamen aber sie aufzuheben ist unmöglich. Die Dinge sind gleichsam willenlos vom Strom der Zeit getragen. Wenn es irgend ein Muß auf der Welt gibt, so ist es das Muß der Veränderung in der Zeit.

Überschauen wir diesen ganzen Komplex von Tatsachen und Forschungsergebnissen, so beweist er außer der Abhängigkeit der Dinge von Raum und Zeit noch zweierlei anderes: 1. Raum und Zeit sind etwas Selbständiges gegenüber den Dingen; denn wovon die letzteren abhängig sind, das muß doch wohl selbständig ihnen gegenüber sein. 2. Raum und Zeit sind nicht nur subjektiv; denn von subjektiven Faktoren können die Dinge nicht in dieser Weise abhängig sein.

2. Es gibt auch eine Art *Abhängigkeit des Raumes und der Zeit von den Dingen.* Wir können zwar unmittelbar Raumgrößen anschaulich empfinden und Zeitgrößen erleben, aber doch stets nur, wenn Dinge da sind, die uns helfen, durch deren Vermittlung die räumlichen und zeitlichen Eindrücke gleichsam ausgelöst werden. Im leeren Raum und in der leeren Zeit würde sicher ein Eindruck des Räumlichen und Zeitlichen unmöglich sein. Natürlich widerspricht diese Abhängigkeit der Selbständigkeit des Raumes und der Zeit durchaus nicht.

3. Die *Innigkeit des Verhältnisses zu den Dingen* ist bei Raum und Zeit verschieden. Der Raum steht den materiellen Dingen lediglich als ein anderer Gegenstand gegenüber, von dem sie abhängig sind. Der Raum ist zwar „in" den Dingen und die Dinge sind „in" ihm. Aber das kann wegen des völlig selbständigen Charakters dieser Gegenstände nur ein Abhängigkeitsverhältnis bedeuten. Selbst beim engsten Abhängigkeitsverhältnis bleibt noch eine gewisse Äußerlichkeit, eine gewisse Fremdheit, weil es eben zwei Gegenstände sind. Das ist bei der Zeit ganz anders. Gewiß ist auch die Zeit „in" den Dingen und sind die Dinge „in" der Zeit. Aber daß die Zeit „in" den Dingen ist, bedeutet etwas unvergleichlich Tieferes als beim Raume. Zeit und Ding sind nicht wie zwei selbständige Gegenstände ineinander. Die Zeit erfaßt die Dinge viel inniger, viel tiefer, viel mehr im Innern, sie ist mit ihnen in eins verwachsen und verwoben. Man könnte vielleicht die kurze Formel brauchen: Raum und Ding sind eine Zweiheit mit einem Index der Einheit, Zeit und Ding sind eine Einheit mit einem Index der Zweiheit. —

Unsere phänomenologischen Betrachtungen sind zu Ende. Bevor wir aber an die Ausdeutung ihrer Befunde gehen, wollen wir uns vergegenwärtigen, was wir jetzt an Erkenntnis über den absoluten Raum und die absolute Zeit erreicht haben, und dadurch ein Mißverständnis abwehren.

81. Der absolute Raum, die absolute Zeit und die Gedankendinge. Die Absolutheit des Raumes im zweiten Sinne und die Absolutheit der Zeit haben wir früher (54) schon festgestellt. Durch unsere phänomenologische Untersuchung haben wir nun auch die Absolutheit des Raumes im ersten Sinne aufgewiesen. Somit ist dargetan, daß der absolute Raum und die absolute Zeit nicht Gedankendinge, sondern physische Realitäten sind.

Hamel (*27*, 108) nennt den absoluten Raum und die absolute Zeit Gedankendinge. Er will nicht sagen, daß ihre Begriffe willkürliche Schöpfungen unseres Verstandes seien, sondern nur ausdrücken, daß sie nicht ein Bild der Außenwelt, wohl aber Teile eines Gedankenbaues mit eigener Logik und eigenen Gesetzen seien, geschaffen, um die „Wirklichkeit“ damit einzufangen. Auch sonst begegnet man dieser Bezeichnung schon, und es liegt die Gefahr vor, daß diese scheinbar treffende, in der Tat aber unklare und falsche Ausdrucksweise gerade bei den Physikern weiteren Eingang findet. Deshalb seien einige Worte darüber gesagt.

Als Gedankendinge bezeichnet man und kann man im eigentlichen Sinne des Wortes nur bezeichnen die *unwirklichen* Gegenstände, d. h. diejenigen, die *nur* Inhalte des individuellen Subjektes sind, die nur „Dinge in den Gedanken“ und außerhalb der Gedanken nichts sind. Dazu gehören z. B. die Riesen und Zauberer der Märchen, Phantasieschlösser, weiße Rappen, vollkommen elastische Körper, ideale Gase, Flächenwesen. Hamel aber versteht darunter alle Dinge, die nicht „Objekte der umittelbaren Erfahrung“ sind, und meint damit die Begriffe und Grundsätze; und der absolute Raum und die absolute Zeit sind in seinen Augen eben Begriffe.

Sind Begriffe und Grundsätze Gedankendinge? Wenn wir einen Begriff oder Grundsatz denken, so läuft in uns etwas Psychisches zeitlich ab. Sie haben psychische Äquivalente, die von realen psychischen Vorgängen gebildet und deshalb keine Gedankendinge sind. Insofern aber Begriffe und Grundsätze stets Urteile sind, ist nun mit den psychischen Vorgängen ein geltender Sinn verbunden, den wir anerkennen. Dieser geltende Sinn ist ebensowenig ein Gedankending, sondern ein unabhängig von uns wirklicher Gegenstand (76).

Nun *betreffen* oder *meinen* aber die Begriffe und Grundsätze in dem geltenden Sinne Gegenstände, sie sagen etwas *über* Gegenstände. Und *bei diesen Gegenständen* liegt die Frage vor und kann sie nur vorliegen, ob es Gedankendinge sind oder nicht. Begriffe und Grundsätze selbst können niemals Gedankendinge sein, aber die Gegenstände, über die sie etwas sagen, können es sein. Ob sie es sind oder nicht, ist also dadurch *nicht* entschieden, daß sie Gegenstände eines Begriffes oder Grundsatzes sind, sondern muß *auf andere Weise* ausgemacht werden. Bei diesem Ausmachen muß man auf *das* Wirklichkeitsgebiet (76) (90) zurückgreifen, in dem die gemeinten Gegenstände liegen müssen, und zusehen, ob sie in der Tat wirkliche Gegenstände *dieses* Gebietes sind. Damit, daß sie der Außenwelt nicht angehören, sind sie noch keine unwirklichen Gegenstände; denn die vorhin zitierten Nummern lehren uns, daß die Außenwelt nicht das einzige Wirklichkeitsgebiet ist. Der Beweis dafür, daß nun Gegenstände in ihrem Gebiete wirklich oder unwirklich sind, kann auf die verschiedenste Art geführt werden: durch einfaches Hinschauen auf phänomenologische Sachverhalte, durch physikalische Erfahrung, durch Schlüsse — je nach dem Gebiet, in dem wir uns befinden.

Es kann unter Umständen zweifelhaft sein, was Gegenstand eines Begriffes ist. So ist es eine gegenstandstheoretische Streitfrage, ob der Gegenstand des Begriffes „Pflanze“ die Pflanzen, also reale Gegenstände, sind oder ob es einen Gegenstand „die Pflanze“ gibt, der im idealen Gegenstandsbereich wirklich ist.

Es kann ferner wegen der Unvollkommenheit unseres Denkens vorkommen, daß ein Begriff oder Grundsatz den Gegenstand, den er meint, den er erfassen will, nicht vollständig erfaßt. *Deshalb* diesen Gegenstand unwirklich oder Gedankending zu nennen, ist natürlich durchaus unzulässig.

Gewiß arbeiten wir in jeder Wissenschaft auch mit Begriffen, deren Gegenstände in dem Gegenstandsgebiete der Wissenschaft unwirklich sind, so z. B. in der Physik mit dem Begriffe des idealen Gases, in der Mathematik mit dem Begriffe des Schnittpunktes zweier Parallelen in der euklidischen Ebene. Es handelt sich dabei um Dinge von verschiedenem logischen Typus. In dem mathematischen Beispiele ist es nur eine kurze Ausdrucksweise. In dem physikalischen Beispiel ist es eine Idealisierung, die wir nötig haben, um theoretisch wenigstens etwas über die wirklichen Gase aussagen zu können.

Was ich durch alle diese Überlegungen deutlich machen wollte, ist dies, daß die Wirklichkeit oder Unwirklichkeit eines Gegenstandes ganz unabhängig davon ist und untersucht werden muß, ob und wie er in Begriffen und Grundsätzen erfaßt wird.

So waren wir also auf dem richtigen Wege, als wir die phänomenologische Gegenständlichkeit des Raumes und der Zeit herauszustellen suchten. Wir können nun im Lichte unserer Überlegungen in (77) von dem Phänomenologischen auf das Objektive schließen.

82. Die objektiven Raum-, Zeit- und Dingfaktoren. Sicher ist zunächst im allgemeinen, daß die objektiven Raum-, Zeit- und Dingfaktoren in einem sehr engen Zusammenhang stehen müssen.

Wie ist die phänomenologische Abhängigkeit der materiellen Dinge vom selbständigen Raum objektiv zu deuten? Man könnte sie objektiv als eine Art von *genetischem* Zusammenhang auffassen. Die Dingfaktoren wären dann eine Art Entwicklungsprodukt der Raumfaktoren. Infolge dieses Zusammenhanges würden die Dingfaktoren so gut wie die Raumfaktoren phänomenologisch die Form des Auseinanders haben und wären die Dinge „im“ Raume. Damit verlören die Dingfaktoren durchaus nicht an Selbständigkeit, sie würden nicht Eigenschaften der Raumfaktoren. Auch das Kind ist ein selbständiges Wesen, trotzdem es sich aus der Mutter entwickelt. Unter materiellen Dingen muß natürlich das elektromagnetische Feld mitverstanden werden, was ja auch unabhängig von der RTh möglich und richtig ist. Wir können also sagen, daß es keine materiellen Dinge gäbe, wenn es den Raum nicht gäbe.

Die Abhängigkeit des Raumes und der Zeit von den Dingen drückt sich objektiv etwa so aus. Raum- und Zeitfaktoren können erst durch die Dingfaktoren für uns zum Raum und zur Zeit werden, d. h. die Struktur des Bewußtseins, die das Auseinander und Nacheinander gibt, kann sich ohne die Dingfaktoren nicht betätigen. Es fehlt den Raum- und Zeitfaktoren vermöge ihrer Beschaffenheit die Möglichkeit, *unmittelbar* in Beziehung zum Bewußtsein zu treten; sie bedürfen der Vermittlung durch die Dingfaktoren. Es würden also zwar Raumfaktoren bestehen können, aber *wir* würden ohne die Dingfaktoren keinen *Raum* haben.

Hier wiederholt sich der Gedanke der RTh, daß der Raum mit der Materie verschwindet, in anderem Sinne und Zusammenhange. Außerdem sehen wir, daß etwas Richtiges an der sehr verbreiteten Ansicht ist, der Raum sei eine Relation der Dinge unter sich und zum Bewußtsein. Wir sagen: das ist er *auch*, aber er ist *mehr*.

Was haben wir uns unter den Zeitfaktoren zu denken? Sie können nicht etwas sein, was neben den Raum- und Dingfaktoren in dem Range der gleichen Selbständigkeit besteht. Ihre Unselbständigkeit paßt nicht dazu. Und doch müssen sie etwas sein, was über die Dingfaktoren herrscht und sie innerlich erfaßt. Wer, dem die Geschichte der Philosophie bekannt ist, sieht nicht, daß das geradewegs hinführt zu Lotzes Gedanken, das tiefste Wesen der Welt — der physischen und psychischen — sei nicht das Sein, sondern das Wirken? Die einfachste und natürlichste Deutung, die wir der Zeit im Objektiven geben können, ist die, die Zeitfaktoren als das wirkende Sein der Dingfaktoren zu fassen, die uns durch dieses Wirken im phänomenologischen Bereiche als in die Zeit eingetaucht und von ihr ganz durchtränkt erscheinen. So legen wir die Zeit im wahrsten Sinne in das Innere der Dinge hinein. Weil in unserer Deutung die Raumfaktoren von der Selbständigkeit der Dingfaktoren sind und ebenfalls wirken, stehen sie gegenüber den Zeitfaktoren genau so da. Auch das Wirken der Raumfaktoren gehört zu den Zeitfaktoren. Phänomenologisch steht also auch der Raum unter der Zeit, und wenn das hier, soviel wir wissen, nicht hervortritt, so kann das nur in dem Unterschied der Beschaffenheit der Raumfaktoren von den Dingfaktoren begründet sein. Ich kann hier unmöglich ausführen, wie sehr unsere Deutung der Zeit in die moderne Gegenstandstheorie hineinpaßt, die als das typische, sie am tiefsten charakterisierende, ja geradezu als *das* Merkmal der sinnlichen (physischen und psychischen) Gegenstände das zeitliche Sein hinstellt. Ich brauche auch wohl kaum zu bemerken, daß selbstverständlich mit den Dingen nun auch die Zeit für uns verschwindet. Nur die in dem Wirken der Raumfaktoren liegenden Zeitfaktoren bleiben bestehen, können aber zum Bewußtsein nicht in Beziehung treten, weil es die Raumfaktoren ohne die Dingfaktoren auch nicht vermögen.

Alles, was wir in dieser Nummer überlegten, kann nur eine leise Andeutung der wirklichen objektiven Verhältnisse sein. Hier tiefer einzudringen, geht vorläufig über menschliches Können. Es ist, wie wenn ein Lichtstrahl in dunkler Nacht einige Linien der nächsten Gegenstände leicht antastet und selbst diese mehr ahnen als sehen läßt, während alles ringsherum in die nachtdunklen Schatten eingehüllt bleibt. Unser letztes Wort über Raum und Zeit ist also damit noch lange nicht gesprochen. Wir stehen vielmehr erst am Anfang. Nach welcher Richtung wird sich unsere Erkenntnis dieser Gegenstände weiter entwickeln? Läßt sich für die Zukunft gar kein Ausblick geben? Mir scheint, daß er sich geben läßt.

83. Die objektive Deutung der Gravitation. Ich beginne mit einer Erinnerung. Denn der Äther ist heute in der Physik fast eine Jugenderinnerung, und von ihm will ich sprechen. Der Äther hatte in der Physik die merkwürdigsten, sogar direkt sich widersprechende Eigenschaften. Bald hielt man ihn für kontinuierlich und bald für atomistisch, bald für starr und bald für elastisch, bald für beweglich und bald für unbeweglich usw. Das Merkwürdigste war, daß die alte Physik trotz dieser Seltsamkeiten stets am Äther festgehalten hat, weil sie das Gefühl hatte, ohne ihn in irgend einer Form nicht auszukommen. Die größte Eigentümlichkeit mutet dem Äther die Elektronentheorie zu, eine der am feinsten ausgebildeten physikalischen Theorien, die, wenn auch in anderer Ausdeutung, im r-theoretischen Weltbild gleichfalls beibehalten wird. In ihr muß der Äther die Eigenschaft haben, daß er an demselben Orte ist, wo das Elektron ist. Es handelt sich also durchaus nicht um eine Art von atomistischer Durchdringung, wobei der Äther in die eventuellen Zwischenräume des Elektrons eindränge; sondern das Prinzip der Undurchdringlichkeit ist aufgehoben, Äther und Elektron nehmen zugleich denselben Ort ein. Diese eigenartige Vorstellung treibt uns geradezu dahin, einen energischen Schritt über den Äther hinaus zu machen und ihn mit dem Raume zu identifizieren. Damit ist die Ätherhypothese vollständig ersetzt und alle ihre Schwierigkeiten sind geschwunden. Vor allem ist die Aufhebung des Undurchdringlichkeitsprinzips ohne weiteres verständlich; denn es ist ja eine alltägliche Erfahrung, daß ein Körper dort ist, wo auch Raum ist. Der Gedanke, den Äther durch den Raum zu ersetzen, ist wohl von einzelnen Physikern, wie Paul Drude, Max Abraham, angedeutet worden;

ich habe ihn in der ersten Auflage dieses Buches ein wenig ausgeführt. Dem Raum werden dadurch physikalische Eigenschaften beigelegt; daß und wie auch das ältere physikalische Weltbild zu diesem Ergebnis führt, wollte ich eben in dieser Erinnerung zeigen.

Ohne Hilfe physikalischer Überlegungen haben wir in diesem Kapitel durch einfache Analyse des phänomenologischen Weltbildes herausgefunden, daß der Raum ein selbständiger physischer Gegenstand ist. Er muß also auch für uns physikalische Eigenschaften besitzen. Welche sind das? Nun wissen wir ja, daß sich die heutige Physik die Verhältnisse anders vorstellt als die frühere. Für sie sind Materie und elektromagnetisches Feld wesensgleich, und zwar fügt sich das sehr schön in die RTh ein, gilt aber auch unabhängig von ihr. Die elektromagnetischen Felder sind also keine Zustände des Raumes. Was bleibt denn nun dem Raum als physikalische Eigenschaft? Nur eins ist möglich, und es ist gerade das, was auch die RTh uns an die Hand gibt: *Die einzige physikalische Eigenschaft des Raumes ist die Gravitation.* Die RTh versteht ja unter Gravitationsfeld geradezu den Inbegriff der physikalischen Zustände des von Materie freien Raumes (62) und nennt es direkt den Raum. Auch was sie über das Fehlen der mechanischen Eigenschaften sagt, drückt eben aus, daß sich keine Bewegung gegen den Raum physikalisch bestimmen läßt. Überdies war die Gravitation schon in der früheren Physik die geheimnisvollste Erscheinung, die man kannte, die allen Versuchen, gleichsam über die mathematischen Formeln hinaus in ihr Inneres einzudringen, widerstanden hat. Diese völlig isolierte Stellung hat sie in der RTh und der heutigen Physik behalten, ja sie ist hier sogar dadurch noch mehr zugespitzt, daß es gelungen ist, alle übrigen Erscheinungen wenigstens im Prinzip einheitlich zu erfassen. Das Gravitationsfeld steht hier als ganz fremdes Element im Weltbild. Daher auch die Wünsche und die bis heute ganz gescheiterten Versuche der R-Theoretiker, Gravitationsfeld und elektromagnetisches Feld als einheitliches Gebilde zu verstehen. Man wird also von allen Seiten darauf gestoßen, die Gravitation anders aufzufassen als den sonstigen physikalischen Inhalt der Welt, und zwar sie als die physikalische Eigenschaft des Raumes zu nehmen.

Alles, was wir bisher sagten, blieb im phänomenologischen Bereiche. Wie läßt es sich unserer objektiven Deutung von (82) einfügen? Wir hörten dort, daß die Dingfaktoren Entwicklungsprodukte der Raumfaktoren seien. Das Auftreten von Dingfaktoren löst nun in den Raumfaktoren eine Zuständlichkeit aus, die eine Beziehung zwischen den Dingfaktoren als Produkten derselben Quelle bedeutet und die das objektive Äquivalent der Gravitation ist. Natürlich müssen die Raumfaktoren so beschaffen sein, daß sie dieser Zuständlichkeit fähig sind.

Ein Vergleich aus der phänomenologischen Welt mag diese Verhältnisse anschaulich machen. Bilden sich in einer Flüssigkeit Wirbelringe, so treten eigenartige Beziehungen zwischen ihnen auf, die ihre gegenseitigen Bewegungen auf verschiedenartigste Weise ändern. Die Wirbel bewirken eine Zustandsänderung der Flüssigkeit, die jenen Zusammenhang verursacht. Die Theorie der Wirbelbewegung in idealen Flüssigkeiten beschreibt die Beziehungen vollständig für diesen Fall; innerhalb gewisser Grenzen gilt sie für jede Flüssigkeit.

So ist denn jetzt verständlich, wie es keine Gravitation ohne Materie geben kann. So wird auch der Wunsch der R-Theoretiker nach einem einheitlichen Verständnis von Gravitationsfeld und elektromagnetischem Feld teilweise erfüllt, insofern das objektive Äquivalent der Gravitation eine Zuständlichkeit der Raumfaktoren ist, Raumfaktoren und Dingfaktoren aber trotz aller Verschiedenheit eines Wesens sind. Es wird aber auch klar, warum er nicht ganz erfüllt werden kann; denn die Dingfaktoren sind selbständig, die Zuständlichkeit der Raumfaktoren ist unselbständig. Im Grunde weist das phänomenologische Bild die entsprechende Erscheinung auf: Das Gravitationsfeld läßt sich nicht wie das elektromagnetische Feld als selbständige physikalische Realität fassen. —

Ist nun alles Fragen zu Ende? Keineswegs. Vielmehr stehen jetzt Dutzende neuer Fragen vor uns. Wie kommt es, daß wir das eine Objektive als Materie, das andere als Raum wahrnehmen? Wie ist die Verschiedenheit von Materie im gewöhnlichen Sinne und elektromagnetischem Feld ins Objektive abzubilden? Woher rührt es, daß nicht die Raumfaktoren, wohl aber die Dingfaktoren eine unmittelbare Beziehung zum Bewußtsein haben? Verhalten sich die Dingfaktoren den Raumfaktoren gegenüber so ähnlich, wie nach (62) die Energieknoten gegenüber dem elektromagnetischen Feld, und ist darin die objektive Abbildung der Bewegung in der physischen Welt zu erblicken? Das sind nur wenige Fragen. Wieviel mehr wird man erst fragen können, wenn einmal die Einsicht in die letzten Gebiete der Physik und Philosophie weiter vorgedrungen ist als jetzt? Vergessen wir nicht, daß auch unsere Überlegungen mehr Fragen als Antworten, mehr Hinweise, wie es vielleicht sein könnte, als fertige Lösungen enthalten. Die Erfassung der objektiven Welt ist vorläufig noch, um mit Otto Liebmann zu sprechen, ein Problem für den Menschen, eine Wissenschaft für den Übermenschen.

Vierter Abschnitt

Physik und Geometrie

Der Leser wird schon aus dem Wenigen, was ich ihm aus dem Inhalt der RTh, im besonderen der a. RTh mitteilen konnte, erkannt haben, daß in ihr eine überaus innige Durchdringung von Mathematik und Physik vorliegt. Das spricht sich vor allem in dem Ergebnis aus, daß die Gravitation die Metrik des Raumes bestimmt. Manche R-Theoretiker haben nun über das Verhältnis von Physik und Geometrie Ansichten geäußert, die von den bisherigen weit abweichen. Und wenn andere auch vorsichtiger sind, so glauben sie doch, daß die Frage nach diesem Verhältnis durch die RTh von neuem aufgeworfen wird. Diese Sachlage zwingt uns, zu untersuchen, ob die RTh wirklich zu einer neuen Lösung dieses Problems führt.

Wir wollen es in diesem Abschnitt tun und sehen deshalb zuerst einmal zu, wie sich die neue Lösung darstellt.

84. Die Verschmelzung von Physik und Geometrie. Es ist nun eigenartig und wird uns nachher noch vom logischen Standpunkte aus beschäftigen, wie die Ansicht über das Verhältnis von Physik und Geometrie in zwei völlig verschiedenen Ausprägungen auftritt. Einig sind diese beiden Ausprägungen nur in dem Gedanken, daß jetzt Physik und Geometrie zu *einer* Wissenschaft verschmelzen. Das wird wohl nicht immer in dieser scharfen Form ausgedrückt. Manchmal heißt es, die Physik sei eine Art von Geometrie oder die Geometrie eine Art Physik, oder die eine sei ein Zweig der anderen. Immer aber steckt darin der eine Gedanke, daß die beiden Wissenschaften in ihrem Charakter übereinstimmen, daß sie wissenschaftstheoretisch denselben Typ darstellen. Wissenschaftstheorie ist ja die Wissenschaft vom logischen Charakter der Einzelwissenschaften. Ist also eine Wissenschaft etwa ein Zweig der anderen, so muß sie vom selben wissenschaftstheoretischen Typus sein.

Welches sind die Quellen dieser Auffassung? Es gibt ihrer zwei.

Zunächst sieht man leicht, wie in der Ansicht eine Voraussetzung steckt, derer man sich nicht unmittelbar bewußt wird. Wir haben in den Vorfragen den mathematischen und den physischen Raum scharf unterschieden als Gegenstände von ganz verschiedenem Typ: der mathematische Raum ist ein idealer Gegenstand, der physische Raum ein realer Gegenstand. Dieser Unterschied ist nun in jener Auffassung völlig verwischt. Und zwar nicht als Folgerung daraus, als ob man sagen würde: Physik und Geometrie sind im Wesen eins, also müssen auch der mathematische und der physische Raum identisch sein. Sondern diese Identifizierung ist als Voraussetzung darin enthalten. Sonst wäre die Ansicht gar nicht möglich. Wer die beiden Arten der Räume unterscheidet, für den ist eben nicht Physik Geometrie und kann es durch keine Überlegung werden; macht ein Vertreter der Verschmelzungstheorie die Unterscheidung der beiden Raumarten dennoch, so zeigt er eben eine jener zahlreichen Inkonsequenzen, wie sie im Denken leider häufiger vorkommen, als lieb ist. In dieser Identifizierung haben wir die erste Quelle der Ansicht. Sie ist durchaus nichts, was erst im Zusammenhang mit der RTh aufgetreten wäre, sondern sie hat in der RTh erst den Boden gefunden, auf dem sie Blüten treiben kann. Viele halten es unabhängig von der RTh für ganz fraglos, daß „der" Raum auch der Raum der Mathematik sei, und staunen, wenn man ihnen etwas anderes sagt.

Die zweite Quelle ist die Ansicht der RTh über das Verhältnis von Raum und Materie. In der bisherigen Physik wurde der Raum als etwas Unwirksames aufgefaßt. Er wurde nur formal mitgeführt. Er wirkte nicht und es konnte auf ihn nicht gewirkt werden. Raum und Materie standen in keinem anderen Verhältnis, als daß eben die Materie im Raume war. Das ist in der RTh anders. Da sind Raum und Materie durch die Gravitation miteinander verkettet. Die vorsichtige Form, in der wir dieses Verbundensein aussprechen müssen, haben wir früher (67) kennengelernt: Metrik des Raumes und Gravitation sind so eng miteinander verbunden, daß die Gravitationspotentiale gestatten, das Linienelement an jeder Stelle zu finden.

Zu diesen beiden Quellen tritt noch mehr als Anreiz, als Motiv, als Stimmungshintergrund oder wie man es sonst nennen will, die unvergleichliche Tiefe und Kraft, mit der die Mathematik die RTh durchherrscht. Man hat tatsächlich manchmal das Gefühl, als ob die Mathematik hier Wunder vollbrächte. Allerdings hat man diesen Eindruck erst dann vollständig, wenn man die RTh nicht so auffaßt, wie wir es getan haben, sondern glaubt, daß sie von dem wirklichen Raum und der wirklichen Zeit handele.

Wir lernen nun die beiden Ausprägungen kennen, die der Gedanke der Verschmelzung von Geometrie und Physik angenommen hat.

85. Die Physik als geometrische Notwendigkeit und die Geometrie als Erfahrungswissenschaft.

1. Nach der ersten Ausprägung des Gedankens läßt es sich aus *geometrischen* Axiomen ableiten, besteht also eine geometrische Notwendigkeit dafür, daß die physische Welt die Erscheinungen der Gravitation und der Elektrizität zeigt. Die Gravitationspotentiale und die elektromagnetischen Potentiale sind ursprünglich rein *mathematische* Größen; die ersteren sind die g des Linienelementes, die zweiten eine andere in der mathematischen Raumtheorie auftretende Größe. Diese mathematischen Größen werden von uns als die genannten Potentiale aufgefaßt, sie werden physikalisch gedeutet. Es ist also nicht so, wie man bisher meinte, daß die Mathematik auf die Physik anwendbar sei, sondern Mathematik und Physik sind gleichsam zwei verschiedene Sprachen, die man brauchen kann, um denselben Gegenstand zu beschreiben. Aber die Heimat dieses Gegenstandes ist die Mathematik.

Es ist eine eigenartige Umbiegung des Denkens, die dem Leser hier zugemutet wird. Was wir physische Welt nennen, das ist nur das Resultat unserer Deutung. Dahinter stecken mathematische Größen. Das Wesen der Welt ist Mathematik. So läuft diese Ansicht auf die uralte pythagoreische Lehre hinaus, daß das Wesen der Dinge die Zahl sei, der sich ja Plato in seinen letzten Lebensjahren ebenfalls näherte.

2. Wir kommen zur zweiten Ausprägung. Man kann nämlich die Wesensgleichheit von Geometrie und Physik auch so auffassen, daß nicht die Physik zur Geometrie, sondern die Geometrie zur Physik werde. Es ist leicht verständlich, wie diese Ansicht aus den beiden Quellen folgt. Früher glaubte man, so könnte einer ihrer Anhänger sagen, die Geometrie sei die Wissenschaft

„des“ Raumes, dessen Eigenschaften aus Axiomen abgeleitet wurden; heute weiß man von der RTh, daß die metrischen Eigenschaften „des“ Raumes von der Materie bestimmt, also auch empirisch auffindbar sind. Die Geometrie ist danach eine empirische Wissenschaft. Der Inhalt ihrer Sätze ist genau so von der Erfahrung abhängig wie der Inhalt der physikalischen Sätze. Darum kann sie so wenig wie die Physik absolut exakte Festsetzungen machen. Die Geometrie wird also vollständig in die Reihe der Erfahrungswissenschaften eingestellt.

Es gewährt dem Psychologen einen großen Reiz, zu sehen, wie die R-Theoretiker sich auf die beiden Ausprägungen verteilen. Durchschnittlich ist es so, daß die Mathematiker unter ihnen, wie Weyl, Hilbert u. a., der ersten, die Physiker, wie Einstein, Born u. a., der zweiten Deutung zuneigen. Spielt hier nicht auch jener eigentümliche Trieb eine Rolle, der die Gelehrten seit den Anfängen des wissenschaftlichen Denkens immer wieder angeregt hat, die Welt vom Gesichtspunkte *der* Einzelwissenschaft aus zu sehen, die man gerade vertritt? Trägt nicht deshalb schon jeder dieser Versuche seine Kritik wie ein Siegel aufgeprägt mit sich herum?

Einstein selbst ist vorsichtiger als andere. Weil seine Ansicht viele Zustimmung gefunden hat, widmen wir ihr einige besondere Worte. Er unterscheidet *(14)* zwei Bedeutungen des Wortes Geometrie. Geometrie ist erstens ein Zweig, ein Teil der reinen Mathematik. Als solcher ist sie axiomatisch aufgebaut; man stellt eine Anzahl Axiome an die Spitze, daraus folgt die ganze Geometrie. Es gibt aber zweitens auch die praktische Geometrie. Sie ist die Wissenschaft von dem metrischen Charakter der physischen Welt oder, wie Einstein sagt, die Wissenschaft von den Lagerungsmöglichkeiten der Körper. Sie ist Erfahrungswissenschaft, weil ihre Resultate ja durch Beobachtung gefunden werden. Man sieht: Einstein will zwar nicht einfach *die* Geometrie zu einer empirischen Wissenschaft machen, er will aber doch eine Geometrie als Erfahrungswissenschaft haben. Wie einfach liegen die Dinge nun aber in Wirklichkeit! Die praktische Geometrie Einsteins antwortet doch auf die Frage: Welches ist die Geometrie der physischen Welt? Oder welche Geometrie, welche Raumform muß ich mir von der Mathematik leihen, um die physische Welt zu beschreiben? Die Wissenschaft, die

die Mittel zum Aussuchen dieser Raumform an die Hand gibt, ist die Physik, das Wort soweit verstanden, daß auch z. B. die Astronomie darunter fällt. Aber nun die Teile der Physik, die zeigen, welche Raumform man auswählen muß, unter dem Namen praktische Geometrie zusammenzufassen, ist ja gewiß einmal als Einfall erlaubt, ist aber wissenschaftstheoretisch ganz unzulässig. Daß es sich bei Einstein nun in der Tat nicht einfach um eine bequeme Bezeichnung, sondern um eine wissenschaftstheoretische Unklarheit handelt, beweist der Satz, den man recht törichterweise als einen Eckpfeiler der modernen Theorie exakt-wissenschaftlicher Erkenntnis hingestellt hat: „Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit.“ Die Sätze der Mathematik beziehen sich *nie* auf die Wirklichkeit der physischen Welt, die hier gemeint ist, sondern auf eine ganz andere Wirklichkeit; darum sind sie stets sicher. Wir werden darüber später noch sprechen.

Auch hier mag eine historische Bemerkung Platz haben. Die Auffassung der Geometrie als einer Erfahrungswissenschaft ist gleichfalls schon alt und oft unabhängig von der RTh vertreten worden. Helmholtz, Riemann, Erdmann, M. Pasch u. a. stehen ihr nahe.

Wir wollen nun die beiden besprochenen Ansichten über das Verhältnis von Physik und Geometrie vom formallogischen Standpunkte aus betrachten.

86. Logische Kritik der Ansichten. Wir halten zwei Gedanken fest.

Erstens den, daß beide Ansichten mit *derselben Berechtigung* aus den Quellen hervorgehen. Das muß dem Leser allerdings ganz klar sein, damit er das folgende versteht. Damit er die nötige Klarheit bekommt, mag er die beiden Ansichten einmal auffassen als zwei mögliche Deutungen der Verkettung von Materie und Raum in unserer vorsichtigen Fassung (67). Die erste Ansicht deutet diese Verknüpfung, indem sie sagt: der Raum bestimmt die Materie, also ist Physik Geometrie. Die zweite Ansicht deutet sie so: die Materie bestimmt den Raum, also ist Geometrie Physik. Beides ist natürlich nur möglich auf der Voraussetzung der Identität des mathematischen und des physischen

Raumes. Auf diese Weise wird die Gleichberechtigung wohl am besten verstanden.

Zweitens beachten wir den anderen Gedanken, daß die beiden Ansichten sich offensichtlich direkt *widersprechen.* In der einen gibt die Geometrie die Notwendigkeit preis und wird empirisch, in der anderen gibt die Physik ihren Erfahrungscharakter preis und wird notwendig.

Wir haben also zwei sich widersprechende Ansichten, die aus denselben Voraussetzungen mit der gleichen Berechtigung folgen. Daraus ergibt sich aber zwingend, daß, wenn *beide* Voraussetzungen zur Ableitung notwendig sein sollten, wenigstens *eine* dieser Voraussetzungen falsch sein muß, daß aber, wenn die Ableitung nur *einer* der Voraussetzungen bedarf, diese eine falsch sein muß. Wir wissen, daß sicher die Identifizierung des mathematischen und physischen Raumes falsch ist. Ob die andere falsch ist, lassen wir dahingestellt; ein Anhänger der RTh könnte natürlich *nur* jene für unrichtig halten. Ist aber auch nur *eine* notwendige Voraussetzung falsch, so stimmt die Folgerung nicht mehr, daß Geometrie und Physik wesensgleich seien. So kommen wir mit Hilfe rein formaler Betrachtungen zu einer Ablehnung beider Ansichten.

Bevor wir uns nun fragen, wie sich die Wesensgleichheit von Physik und Geometrie direkt widerlegen lasse, sei noch darauf aufmerksam gemacht, wie die beiden Ansichten in der RTh selbst Schwierigkeiten finden.

87. Die Verschmelzung im Lichte der RTh. Die *erste* Ansicht, die Physik sei geometrische Notwendigkeit, widerspricht dem Charakter der a. RTh. Denn eine ihrer Voraussetzungen, die Verkettung von Materie und Raummetrik, hat unter anderem auch eine *empirische* Grundlage, die in keiner Weise axiomatisch ableitbar ist. Wir wissen ja, daß die erfahrungsgemäße Stütze dieses Gedankens die Gleichheit von träger und schwerer Masse ist. Diese Gleichheit ist eine notwendige Forderung der a. RTh; wenn sie nicht existierte, wäre die Theorie unmöglich. Sie kann aber nichts anderes als eine Erfahrungstatsache sein; denn es steht an sich nichts im Wege, zu denken, träge und schwere Massen seien nicht gleich.

Die erste Ansicht stimmt übrigens auch nicht zum Charakter der Physik überhaupt. Denn wir merken doch keine Spur von einer geometrischen Notwendigkeit in der Erfahrung. Sonst müßten alle Naturgesetze vollkommen exakt erfüllt sein. Sonst dürfte es keine Fehler und ungenauen Bestimmungen bei Messungen geben. Sonst müßte letzthin jeder physische Körper ein geometrischer sein. Es kann auch nicht so sein, daß unsere Auffassung, unsere physikalische Deutung den in Frage stehenden geometrischen Größen ihren exakten Charakter nimmt. Wie ist das möglich? Und woher soll es kommen, daß wir die einen geometrischen Größen physikalisch deuten, die anderen nicht? Man findet kein Ende mit diesen Fragen, wenn man sich recht hineindenkt. Es ist aber auch ganz überflüssig, in diesem Irrgarten herumzulaufen, wenn man ihn, wie wir es noch tun werden, mit geringer Mühe verschwinden lassen kann.

Endlich verlieren *beide* Ansichten ihre r-theoretische Grundlage durch unseren Nachweis, daß der Raum der RTh ein Messungsraum ist.

Wir schreiten jetzt zum unmittelbaren Beweis dafür, daß Physik und Geometrie nicht wesensgleich sein können, und stellen zuvor die Grundlage her, indem wir allgemein untersuchen, wovon überhaupt der wissenschaftstheoretische Typ einer Wissenschaft bestimmt ist.

88. Gegenstand und Methode. Was ist es also, was über die wissenschaftstheoretische Gleichheit oder Ungleichheit zweier Wissenschaften entscheidet?

Der nächstliegende Gedanke ist, daß die *Methode* diese Aufgabe habe. Sicherlich kann man die Wissenschaften nach den Methoden unterscheiden. Man halte einmal die Methoden des Historikers und des Biologen nebeneinander und man fühlt den Unterschied mit den Händen. Schon von hier aus erscheint die Annahme der Verschmelzung von Geometrie und Physik als ein Irrtum. Der Geometer setzt einige Sätze an die Spitze und entwickelt lediglich aus ihnen mit unerbittlicher Konsequenz sein Lehrgebäude. Es fällt ihm niemals ein, die Erfahrung zu fragen; er braucht sie weder für seine Voraussetzungen, noch prüft er an ihr seine Folgerungen. Dagegen ist der Physiker ganz und gar an die Erfahrung gebunden. Aus ihr lernt er und an ihr erprobt er seine Schlüsse. Was er durch Erfahrung gefunden hat, kann durch Erfahrung wieder umgestoßen werden. Geometrie und Physik haben also durchaus verschiedene Methoden und sind darum von ungleichem wissenschaftstheoretischem Typ.

Wir wollen uns aber damit nicht begnügen. Der Unterschied der Methoden kann nichts Letztes sein. Eine Methode ist niemals etwas für sich allein, sondern stets nur etwas mit Rücksicht auf den Gegenstand, den sie erfassen will. Das läßt sich schon an einfachen Beispielen des praktischen Lebens verdeutlichen. Zur Bearbeitung von Holz, Stein und Metall müssen verschiedene Methoden angewandt werden. Die Methode der technischen Bearbeitung muß sich nach dem Gegenstand richten, der ihr gegeben ist; sonst ist die Bearbeitung unmöglich. Nicht anders ist es in den Wissenschaften. Auch hier muß sich die Methode dem Gegenstand anpassen; sonst erfaßt sie ihn nicht. Die Gegenstände sind es, die die Unterschiede der Methoden bedingen. Jeder Gegenstand sucht sich gleichsam seine Methode aus. Der Gegenstand ist es also auch, der letzthin den wissenschaftstheoretischen Typ einer Wissenschaft festlegt. Wenn wir deshalb auf die Grundlage zurückgehen wollen, die für das Wesen von Geometrie und Physik bestimmend ist, so müssen wir ihre Gegenstände untersuchen.

Wir betrachten zuerst den Gegenstand der Physik.

89. Der Gegenstand der Physik. Die Untersuchung, die wir dem Gegenstande der Physik widmen wollen, darf nicht mißverstanden werden.

Es handelt sich nicht um die Art der Untersuchung, die die Physik selbst ihrem Gegenstande widmet. Man kann nämlich jeden Gegenstand einer Einzelwissenschaft auf zweifache Weise charakterisieren. Zunächst vom einzelwissenschaftlichen Standpunkte aus. So sieht und untersucht der Historiker, der Physiker, der Mathematiker. Dann aber auch vom gegenstandstheoretischen Standpunkte aus. Die Gegenstandstheorie fragt sich, was für eine Art von Gegenstand es sei, mit dem die Einzelwissenschaft sich beschäftigt, in welche Klasse der Gegenstände er gehöre, welches die allgemeinen, typischen Eigenschaften — die Kategorien — seien, die ihn in eine solche Klasse einstellen, und versucht dann, tiefer in seine logische Struktur einzudringen. Gegenstand der Gegenstandstheorie ist also das *Allgemeine* an den Gegenständen. Diese zweite Art der Untersuchung wollen wir hier anwenden. Ein Beispiel solcher Untersuchung haben wir im vorhergehenden kennen gelernt, als wir nach der Art des Raumes und der Zeit in der RTh fragten. Zwar ging es uns dort nur darum, Messungsraum und Messungszeit gegen den wirklichen Raum und die wirkliche Zeit abzugrenzen, weniger darum, sie kategorial zu bestimmen. Die kategoriale Bestimmung ist uns aber hier die Hauptsache; die weiteren Probleme, die sich über die logische Struktur der Gegenstände daran anknüpfen, lassen wir beiseite. Es braucht nun wohl keine lange Erörterung mehr, um einzusehen, daß der Gegenstand der Physik hinsichtlich seiner allgemeinsten Bestimmungen identisch ist mit dem Gegenstande der Naturwissenschaft überhaupt. Die Naturwissenschaft kennt ja nur eine einzige allgemeine Methode: die Induktion. Wir suchen also die Kategorien des naturwissenschaftlichen Gegenstandes.

Was ist überhaupt Gegenstand der Naturwissenschaft? Ich habe früher (4) schon einmal die sinnliche Wirklichkeit als solchen genannt. Zur sinnlichen Wirklichkeit gehören die Gegenstände der Erfahrung, d. h. alle diejenigen, die direkt oder indirekt durch die Erfahrung wenigstens prinzipiell bestätigt und durch die Induktion erfaßt werden können. Der Leser sieht, daß nach dieser Bestimmung auch das Psychische zur sinnlichen Wirklichkeit gerechnet werden muß, daß also die Psychologie eine Naturwissenschaft ist. Das wird nun ja bestritten. Wir wollen uns auf diese Streitfrage nicht einlassen, weil sie für unseren Zweck ganz belanglos ist. Sicherlich gehören die sonstigen sinnlichen Gegenstände hierher, also die Gegenstände der sogenannten Außenwelt und alle anderen, die die Naturwissenschaft zur Deutung der Außenwelt benutzt. Allen diesen Gegenständen ist dreierlei gemeinsam.

1. *Das Sein.* Man kann von ihnen sagen, daß sie *sind.* Das wird dem Leser wohl als eine sehr banale Weisheit erscheinen. Aber wenn er bedenkt, daß wir früher (76) auch Gegenstände kennen gelernt haben, die nicht *sind*, sondern *gelten*, dann wird er diese Weisheit hoffentlich mit anderen Augen ansehen.

2. *Die Realität.* Das bedeutet: Die sinnlichen Gegenstände wirken kausal aufeinander. Nun ist die Kausalität ja auch ein sehr umstrittenes Gebiet. Aber auch dieser Streit kann uns gleichgültig sein, wenn wir nur *einen* Punkt festgestellt haben.

Manche Gelehrte pflegen nämlich die kausale Beziehung als *funktionale Verknüpfung* zu bestimmen, sie also identisch zu setzen mit einer Verknüpfung, die die Mathematik auch kennt. Daß diese Auffassung unrichtig ist, will ich noch zeigen. Ist x eine Funktion von y, $x = f(y)$, so ist auch y eine Funktion von x, $y = f(x)$. *Jede mathematische Funktion ist umkehrbar.* Wir haben nun eine kausale Verknüpfung, die z. B., daß eine Schwankung in der Stromspannung den Zeiger eines Voltmeters verrückt. Nun verändere man einmal mit der Hand die Zeigerstellung des Voltmeters. Ändert sich jetzt auch die Spannung des Stromes? Durchaus nicht. Und so ist es immer in der sinnlichen Wirklichkeit. *Die kausale Verknüpfung ist nicht willkürlich umkehrbar.* Also können kausale Verknüpfung und funktionaler Zusammenhang nicht identisch sein.

3. *Die Zeitlichkeit.* Alle sinnlichen Gegenstände sind der Zeit unterworfen und ändern sich in der Zeit.

Die sinnlichen Gegenstände, die Gegenstände der Naturwissenschaft, sind also real seiende, zeitliche Gegenstände.

Gegen die Bestimmung der sinnlichen Gegenstände als Gegenstände der Naturwissenschaft wird der Leser vielleicht vom Standpunkte der Physik aus einwenden, daß die physikalische Theorie sich doch stets weit von der sinnlichen Wirklichkeit entferne. Gewiß tut sie das. Gewiß arbeitet sie mit zahlreichen Begriffen, die keine sinnlichen Gegenstände mehr bezeichnen. Gewiß wird sie sich, je weiter sie arbeitet, in um so abstraktere Höhen erheben. Aber das alles ist doch nur Mittel zum Zweck. Die physische Wirklichkeit zu studieren und durch die Erkenntnis zu beherrschen, ist der Zweck der Physik. Sie geht stets von der Erfahrungswirklichkeit aus und muß stets zur Erfahrungswirklichkeit zurückkehren. Alles, was sie tut, ist nur getan, um diese Wirklichkeit zu erfassen. Von ihr lebt die Physik, und wer sie von ihr scheidet, der tötet sie. Der Einwand trifft also unsere Charakteristik nicht.

Wir wenden uns nun zum Gegenstand der Mathematik.

90. Der Gegenstand der Mathematik. Wir brauchen hier nur die Charakteristik, die wir in (10) gegeben haben, etwas sorgfältiger zu wiederholen. Die mathematischen Gegenstände sind die Zahlen und die geometrischen Gegenstände. Auch von ihnen sagen wir dreierlei aus.

1. *Das Sein.* Die mathematischen Gegenstände *sind*, sie gelten nicht. Daß dem so ist, lehrt uns das einfache geistige Beschauen.

2. *Die Idealität.* Die mathematischen Gegenstände sind nicht kausal verknüpft, sie wirken überhaupt nicht. Sie sind gänzlich wirkungsfrei. Das drücken wir durch das Wort ideal aus.

3. *Die Zeitlosigkeit.* Die mathematischen Gegenstände ändern sich nicht in der Zeit. Wird denn der Kreis von dem Radius 5 cm mit der Zeit anders? Ändert sich denn die Zahl 100 in der Zeit? Kann ich von ihr sagen, sie sei einmal jung gewesen und werde langsam alt? Das alles ist ohne Sinn. Das Gegenstandsgebiet der Mathematik kennt die Zeit nicht. Seine Gegenstände stehen gleichsam neben der Zeit, außerhalb der Zeit, sie sind zeitlos.

Die mathematischen Gegenstände sind also ideal seiende zeitlose Gegenstände.

Ich weiß, daß mancher Leser bei solchen Überlegungen nur zaghaft mitgeht. Er muß sich aber einmal an den Gedanken gewöhnen, daß die Wirklichkeit viel reicher ist, als wir gemeinhin glauben, daß es außer der Wirklichkeit, die uns alle umgibt, noch andere Wirklichkeiten gibt, die genau so wirklich sind wie diese eine, nur in einer anderen Form der Wirklichkeit. Es mag schwer sein, sich daran zu gewöhnen. Genau so schwer war es auch den Menschen, die jahrtausendelang die Erde für eine Scheibe gehalten hatten, sie nun als Kugel zu denken. Genau so schwer war es auch den Menschen, die jahrtausendelang die Erde für ruhend angesehen hatten, sie nun als Planet im Lauf um die Sonne vorzustellen. Und doch ließ sich das alles noch beweisen. Das Dasein anderer Wirklichkeitsgebiete läßt sich aber nicht beweisen. Man kann sie bloß aufweisen, vorlegen. Man kann nur hinführen und zum Sehen einladen. Wer sie nicht sieht, muß sich gefallen lassen, daß man ihn bittet, er möge sein geistiges Auge langsam zum Schauen des Reichtums der Wirklichkeit erziehen.

Wir ziehen nun die Folgerung.

91. Die wissenschaftstheoretische Scheidung von Physik und Geometrie. Die Gegenstände, die Physik und Geometrie tatsächlich bearbeiten, studieren, erfassen, sind völlig voneinander verschieden: Hier reales zeitliches Sein, dort ideales zeitloses Sein. Darin ist aber nach (88) der wissenschaftstheoretische Unterschied von Physik und Geometrie grundgelegt. Niemals kann Physik Geometrie oder Geometrie Physik sein, sie arbeiten auf gänzlich geschiedenen Wirklichkeitsgebieten. Wenn man also unter den Worten Physik und Geometrie nicht etwas ganz anderes verstehen will, als was die beiden heute so genannten Wissenschaften sind, so ist die RTh so wenig wie irgend eine Macht der geistigen Welt imstande, die beiden wesensgleich zu machen.

Obgleich es überflüssig ist, sei doch, um dem Leser alle Steine aus dem Wege zu räumen, noch auf eins hingewiesen. Die Vertreter des Verschmelzungsgedankens könnten einen letzten Ausweg finden und sagen, Physik und Geometrie betrachteten *denselben* Gegenstand von zwei verschiedenen Seiten.

Die Wissenschaftstheorie vermag diesen Ausweg leicht zu beseitigen. Der *Gegenstand* einer Einzelwissenschaft hat keine zwei verschiedene Seiten. Zwei Seiten kann nur das ungegliederte *Material* haben, dem die Einzelwissenschaften gegenüber stehen und aus dem heraus sie sich ihren Gegenstand erarbeiten (4). So kann man es z. B. auffassen bei der Naturwissenschaft und einem Teile der Philosphie (Naturphilosophie). Aber jetzt sind eben diese zwei Seiten Gegenstände von besonderen Wissenschaften, und niemand wird es beifallen, deshalb, weil sie sich zu einem einheitlichen Material zusammenschließen, Naturwissenschaft und Naturphilosophie für wesensgleich zu halten. Selbst wenn also Physik und Geometrie auf *dasselbe Material* zurückgingen, blieben sie doch völlig verschiedene Wissenschaften. Zwei Wissenschaften sind nur dann wesensgleich, wenn sie, wie z. B. die verschiedenen Naturwissenschaften, Gegenstände *desselben Gegenstandsgebietes* bearbeiten. Physik und Geometrie haben aber nicht einmal dasselbe *Material*. Sie können es nicht haben; denn ihre Gegenstände sind zu verschieden, als daß sie nur zwei Seiten *eines* Materials darstellen könnten. Richtig ist an der Redeweise von den zwei Seiten nur dies, daß die Geometrie an dem Material, aus dem die Physik und die Naturwissenschaft überhaupt sich ihren Gegenstand erarbeitet, auch ihre Gegenstände *kennen gelernt* hat und nur daran kennen lernen konnte, daß sie mit seiner Hilfe langsam in das eigentliche Reich, in die Heimat ihrer Gegenstände eingedrungen ist. Im Grunde kann also jener Ausweg zwischen der psychologischen Entstehung und dem logischen Charakter der mathematischen Gegenstände nicht unterscheiden.

Wie ist es bei diesem wesentlichen Unterschied von Physik und Geometrie möglich, daß der Verschmelzungsgedanke auftreten und Boden gewinnen konnte? Das kommt daher, daß die Wissenschaftstheorie der Naturwissenschaft und der Mathematik noch sehr in den Anfängen steckt, und daß das wenige, was vorliegt, bei den Einzelwissenschaftlern unbekannt ist oder aus verschiedenen Beweggründen nicht verstanden oder nicht geschätzt wird. Es ist begreiflich, daß es dem Manne der Einzelwissenschaft schwer fällt, einzusehen, wie man an seinen Gegenstand noch ganz andere Fragen stellen kann, als er sie stellt, trotzdem ihm die Wissenschaftstheorie versichert, daß *er* den logischen Typ seines Gegenstandes ganz bestimme und *sie* nur die Aufgabe habe, ihn abzuheben, zu formulieren und in weitere Zusammenhänge einzuordnen. Man kann ihm diese Fragen nur immer wieder vorführen, bis er die Berechtigung erfaßt. Man versteht auch den Wunsch des Mathematikers, daß wissenschaftstheoretische Untersuchungen zur Mathematik in den Begriffsbildungen und Gedankenführungen möglichst exakt seien; er trifft ja mit dem Wunsche jeder Wissenschaft zusammen. Aber der Mathematiker darf nicht übersehen, daß die Exaktheit vom Gegenstande bestimmt wird; er kann wohl von einer mathematischen Strecke verlangen, daß sie mit absoluter Genauigkeit 2 m lang sei, nicht aber von seinem Schreibtisch. So verträgt auch der Gegenstand der Gegenstandstheorie, das Allgemeine an den Gegenständen, selbst dann, wenn es sich um das Allgemeine an den mathematischen Gegenständen handelt, die Exaktheit nicht, mit der wir die mathematischen Gegenstände in ihrer Wissenschaft voll Bewunderung geschmückt sehen. Es liegen also allerlei Hindernisse vor, die dem Verschmelzungsgedanken immer wieder Nährboden geben und auch sonst das Fernhalten wissenschaftstheoretischer Erkenntnisse begünstigen werden. Solange nicht das Verständnis für Gegenstandstheorie überhaupt und im besonderen die richtigen Ansätze zu einer Wissenschaftstheorie der Physik und Mathematik, die wir besitzen *(76) (77) (78) (79) (80) (81)*, auch Eigentum der Vertreter dieser Wissenschaften geworden sind, werden so seltsame Dinge wie eine Physik, die Geometrie ist, oder eine Geometrie, die Physik ist, immer wieder auftauchen.

Fünfter Abschnitt

Die Relativitätstheorie und der Relativismus

Das letzte Problem, das wir besprechen wollen, ist die Frage, ob der Relativismus einen Helfer in der RTh besitzt. Weil ich glaube, daß die heutige wissenschaftliche Philosophie den Relativismus wenigstens im erkenntnistheoretischen Gebiete überwunden hat, genügen wenige Gedanken. Wir machen uns zuerst das Problem klar.

92. Das Problem. Was ist Relativismus? Relativismus ist keine Weltanschauung, keine philosophische Theorie, sondern eine Geisteshaltung, die auf den einzelnen Gebieten der Philosophie auf verschiedene Weise ihren Ausdruck in einer Theorie erhalten kann. Für den Relativismus gibt es nichts Absolutes, sondern ist alles relativ. So ist z. B. nichts absolut wahr, sondern wahr stets nur für gewisse Zeiten, gewisse Kreise, in gewissen Zusammenhängen. Es gibt keine absoluten ethischen und ästhetischen Werte, sie sind vielmehr von der Kultur, dem Volkscharakter und anderen Dingen abhängig. Es gibt keine absolute Religion; sondern die eine Religionsform eignet sich für diese Zeit und dieses Volk, die andere für andere Zeiten und andere Völker. Es gibt keine an sich seienden Dinge der Welt, sondern die Welt ist so wirklich, wie sie jedem erscheint; die Erfahrungen des *Seh*raumes sind die *alleinige* Wirklichkeit, der sich nichts mehr unterschieben läßt.

Diese allgemeine Geistesrichtung fand natürlich noch große Schwierigkeiten bei der Durchführung im einzelnen. Vor allem schien die Physik sich dem Relativismus nicht zu fügen. Längen und Zeiten waren von anderen unabhängige Gegenstände. Hier setzt nun die RTh ein und zeigt, wie sie behauptet, daß Längen und Zeiten vom Standpunkte abhängig sind. Weist sie also nicht handgreiflich auf, daß die Welt so ist, wie sie für jeden ist, daß wir nichts mehr hinter ihr suchen dürfen, daß wir ihr Außen und

Innen gleichzeitig erfassen? Wird sie dadurch nicht ein glänzendes Beweisstück für den alten griechischen Skeptizismus, nach dem wir nur relative Erkenntnis der Welt gewinnen können, für das Wort des Protagoras: Der Mensch ist das Maß aller Dinge? Das ist unser Problem.

Wir wollen zunächst zwei Dinge unterscheiden, die in ihm verwirrt sind.

93. Die Relativität der Erkenntnis. Diese beiden Dinge sind *Wahrnehmen* und *Erkennen.*

Wahrnehmen ist kein Erkennen, sondern lediglich die Reaktion auf einen Reizkomplex. Erkenntnis liegt dann vor, wenn ich *meine* oder *weiß*, daß etwas so ist; es gibt sie also nur im Urteil. Gewiß sind fast mit allen unseren Wahrnehmungen Urteile verknüpft, meist oder vielfach sogar, ohne daß uns das ausdrücklich zum Bewußtsein kommt; aber wir müssen beides sorgfältig auseinander halten. Wie und warum Wahrnehmung und Erkenntnis zu trennen sind, lehrt ein einfaches Hinschauen auf ihren gegenständlichen Charakter. Das Wahrnehmen ist ein in der Zeit verlaufender Vorgang, nichts weiter, also eine schlichte *Tatsache.* Tatsachen *sind* einfach. In der Erkenntnis oder dem Urteil aber steckt ein *Sinn*, der sicherlich mit psychischen Vorgängen verbunden ist, aber selber in einem ganz anderen Wirklichkeitsbereiche liegt. Denn der Sinn *ist* nicht einfach, sondern er ist wahr oder falsch; das ist eine andere Wirklichkeitsform als das Sein, wir nennen sie das Gelten (76). Jede *Erkenntnis* ist das Anerkennen eines geltenden Sinnes, also etwas wesentlich anderes als die Wahrnehmung.

Jetzt können wir an unser Problem herangehen. Zeigt die RTh, daß unsere *Erkenntnis* der Welt nur relativ ist? Nicht im geringsten. Denn sie sagt überhaupt nichts über die *Erkenntnis* der Welt, sondern sie sagt, in der Ausdrucksweise der Relativisten und mancher R-Theoretiker, etwas über die *Wahrnehmung* der Welt. Wohl gibt sie Erkenntnisse wie jede Wissenschaft, aber der Inhalt dieser Erkenntnisse betrifft nicht die Erkenntnis, sondern die Wahrnehmung der Welt. Und die RTh hält ihre eigenen Erkenntnisse durchaus nicht für relativ, sondern ist von der Absolutheit der meisten von ihnen felsenfest überzeugt. Ja, indem sie die allgemeine Invarianz aller Naturgesetze behauptet, hat sie sogar die Absolutheit der Urteile, die wir Naturgesetze nennen, als einen wesentlichen Grundgedanken in sich aufgenommen. Sie würde zusammenbrechen, wenn es eine Relativität der Erkenntnis im Sinne der Relativisten gäbe.

Aber, so wird der Relativist entgegnen, hängt nicht alle unsere Erkenntnis von den Wahrnehmungen ab und hat darum Teil an ihrer Relativität? Ein der RTh entnommenes Beispiel könnte ihn eines Besseren belehren. Der R-Theoretiker sagt in seiner Ausdrucksweise, eine Länge sei für den einen Beobachter so groß, für den anderen so groß, die Wahrnehmung sei also relativ. Aber folgt aus der Relativität der *Wahrnehmung*, daß dieses *Urteil* der RTh über die Relativität der Wahrnehmung relativ ist, d. h. für den einen Menschen gilt, für den anderen nicht? Ist deshalb, weil die *Längen* und *Zeiten* relativ sind, die *Lorentztransformation* für den einen richtig, für den anderen falsch? Ist das *Urteil* des einen Beobachters „die Länge ist für mich so groß" für den anderen falsch? Durchaus nicht; ist es überhaupt richtig, dann ist es richtig für alle Beobachter aller Zeiten. Die anderen Beobachter brauchen dieses Urteil nicht zu kennen; aber kennen sie es, so müssen sie ihm zustimmen, falls es überhaupt richtig ist. Wer also behauptet, daß aus der Relativität der Wahrnehmung in der RTh die Relativität der Erkenntnis folge, bekundet damit ein *sehr* unklares Denken.

Es wird gut sein, ohne Beziehung auf die RTh noch allgemein zu zeigen, daß ein Urteil, das wahr oder falsch ist, für alle Zeiten und alle Menschen wahr oder falsch sein muß, daß es also absolute Wahrheit und damit selbstverständlich auch absolute Falschheit gibt. Der Nachweis ist einfach. Wer nämlich sagt, es gebe keine absolute Wahrheit, hat in diesem Urteil selbst eine Wahrheit ausgesprochen, der er absolute Geltung beilegt. Er kann nicht entgegnen, dieses Urteil sei eben nur für ihn wahr, für andere aber falsch. Denn damit würde er behaupten, daß eine absolute Wahrheit nur für einige Menschen wahr sein könne; das ist aber ein Widerspruch in sich, weil die Wahrheit, wenn sie absolut ist, ihrem Begriffe nach für alle gilt. Die absolute Wahrheit und die absolute Falschheit garantieren sich also selbst; ihre Existenz ist von einer solchen absoluten Notwendigkeit, daß, wer sie leugnet, sie in diesem Leugnen behauptet. Vielleicht setzt ein Skeptiker unter den Relativisten die kluge Miene aller Skeptiker auf und meint, er wolle so weit nicht gehen, sondern nur sagen: Ich *vermute*, daß es keine absolute Wahrheit gibt. Jedoch diese Vorsicht hilft ihm nichts. Was bedeutet seine Aussage denn, wenn man sie analysiert? Auseinandergelegt besagt sie folgendes: Es gibt zwei Möglichkeiten, nämlich erstens, daß es absolute Wahrheit gibt, und zweitens, daß es keine absolute Wahrheit gibt; ich neige der zweiten Möglichkeit zu. Der Skeptiker übersieht dabei, daß eben *beide* Möglichkeiten, nicht bloß die erste, sondern auch, wie vorhin gezeigt, die zweite, die Existenz absoluter Wahrheit in sich schließen. Indirekt gibt also der Skeptiker unseren Schluß zu; er kommt nur scheinbar, nur in der sprachlichen Form daran vorbei.

Unser Ergebnis ist: Die RTh sagt überhaupt nichts über Erkenntnis, also auch nichts über Relativität der Erkenntnis; es kann auch gar keine relative Erkenntnis in dem Sinne geben, daß ein Urteil für den einen wahr, für den anderen falsch ist.

Eine ähnliche Verwechselung, wie ich sie hier etwa der primitiven biologischen Erkenntnistheorie Petzoldts (*47*) nachgewiesen habe, findet sich auch manchmal in feineren Gedankengängen. Wenn man z. B. in den Ausführungen Reichenbachs (*49*) das Wort „Erkenntnis“ durch das Wort „Messen“ ersetzt, so wird sie in vielen Punkten sinnvoll. Sein Grundgedanke, daß das Messen (er sagt also die Erkenntnis) eine Zuordnung zweier Gegenstände sei, wodurch der eine erst definiert werde, ist dann derselbe Gedanke, den ich in (51) und sonst benutzt habe, daß eine Größe *für den Physiker* erst existiert, wenn sie gemessen ist. Das ist aber einmal nichts Neues, was die RTh eingeführt hat, und zielt fürs zweite nicht auf „das Seiende.“ Eine Veränderung des Gegenstandsbegriffs durch die RTh liegt in der Tat vor, aber sie hat nichts mit der Erkenntnis zu tun, sondern zeigt nur, daß die Gegenstände der Physik (auch Raum und Zeit) unter die Messungsgegenstände eingestellt werden müssen.

Die Relativität der Erkenntnis hat nun aber noch einen anderen Sinn als den vorhin besprochenen, und in diesem Sinne besteht sie wirklich. Wir sind ja alle Wegsucher zur Wahrheit. Deshalb sind unsere Erkenntnisse unvollendet, nicht nur insofern wir immer wieder neue hinzu erhalten können, sondern auch insofern viele unter ihnen die Wahrheit, die sie ausdrücken wollen, nicht ganz erfassen. Dieses Unvollendetsein, diese *Unvollkommenheit* der Erkenntnis nach der extensiven und intensiven Seite nennt man auch wohl Relativität. Außer der allgemeinen Beschränktheit des menschlichen Erkennens sind es ethnographische, soziale und individuelle Faktoren, die diese Relativität bedingen.

Unter ihnen hat auch die Wahrnehmung einen Platz. Es gibt also eine Abhängigkeit der Erkenntnis von der Wahrnehmung, aber nicht die, die der Relativismus behauptet.

94. Die Relativität der Realitäten der Welt. Von der Auffassung, die die RTh bei den Relativisten findet, bleibt jetzt nur dies übrig, daß die RTh die Relativität der Wahrnehmung lehre, also zeige, daß es keine absoluten Realitäten in der Welt gebe, sondern daß die Welt so wirklich sei, wie sie jedem erscheine. Das Material zur Kritik dieser Auffassung liegt in unseren früheren Ergebnissen bereit.

Wir haben gefunden, daß der Raum und die Zeit der RTh ein Messungsraum und eine Messungszeit sind. Die Relativität bezieht sich also nur auf die Maßausdrücke. Die RTh muß die Absolutheit der Raum- und Zeitstrecken anerkennen. Es gibt auch für sie Realitäten, die absolut sind, und zwar absolut der Größe und deshalb auch absolut der Existenz nach, natürlich innerhalb des phänomenologischen Bereiches. Etwas anderes ist, was der Physiker über ein Ding sagen kann, etwas anderes, was ein Ding ist. Übrigens gilt die Relativität der Längen auch nicht für die Wahrnehmung, sondern nur für die bestimmte, von der sp. RTh vorgeschriebene Art des Messens (37).

Was das Problem der Relativität der Wahrnehmung an sich betrifft, so finden sich die Gedanken zu seiner Lösung schon im ersten Kapitel des ersten Abschnittes, in (51) und (72). Weiter darauf einzugehen, halte ich nicht für der Mühe wert.

Schluß

Man hat die RTh noch zu mancherlei anderen philosophischen Problemen in Beziehung gesetzt.

Da ist zunächst das Substanzproblem. Nach unseren Ergebnissen hat aber das *Spezifische* der RTh nichts mit dem Substanzproblem zu tun. Nur Teile ihres physikalischen Weltbildes, die aber gerade so gut in einer anderen Theorie stehen könnten, berühren sich mit ihm. Jedenfalls dürfte man mit Rücksicht darauf nicht nur bei der Materie im gewöhnlichen Sinne von

Substanz reden, sondern müßte das Feld einbeziehen. Ob und wie der Substanzbegriff sich inhaltlich ändern würde, läßt sich so lange nicht sagen, als er philosophisch nicht mehr geklärt ist.

Auch Fragen über die Kausalität, die Ewigkeit, das Verhältnis von Ewigkeit und Zeit, den Anfang der Zeit und ähnliche hat man mit der RTh in Verbindung gebracht. Unsere Ausführungen zeigen, daß die RTh keine Beziehung zu diesen Fragen hat.

Was ist also nun ihre eigentliche philosophische Bedeutung, also nicht die, die sie ihrem geistaufwühlenden Charakter verdankt und die mit der Neuheit schwindet, sondern die, die auf der Sinntiefe ihres Inhaltes beruhend die Zeiten überdauert? All das Grundstürzende in philosophischen Dingen, das ihre begeisterten Anhänger verkünden, haben wir nicht finden können. Sie lehrt uns nichts Neues über das Wesen von Raum und Zeit, nichts Neues über das Verhältnis von Geometrie und Physik, nichts über die Relativität der Erkenntnis oder der Dinge. Das einzige philosophisch bedeutsame Ergebnis, zu dem sie führt, ist dies, daß sie uns zeigt, wie wir den physischen Raum zerspalten müssen in den wirklichen Raum und den Messungsraum; entsprechend die physische Zeit. Gewiß ist dieses Resultat wichtig. Denn es stellt den logischen Typus des physikalischen Gegenstandes, den die bisherige Physik und ihre Wissenschaftstheorie nicht erkannten, deutlich heraus. Und das Resultat wird selbst dann nichts an Wichtigkeit verlieren, wenn es der RTh nicht gelingen sollte, die jetzige Form der sp. RTh, die zu großen Bedenken ausgesetzt ist, durch eine bessere zu ersetzen. Denn jetzt sind einmal die Augen für diesen Gegenstandstyp geöffnet.

Haben wir nun auch viele Wünsche und Hoffnungen aufgeben müssen, so haben wir doch etwas anderes damit gewonnen. Und zwar dieses.

Zweierlei Eindrücke sind es, die die RTh in den ernsthaften Forschern auslöst je nach der Art dessen, auf den sie trifft. Bei den einen ist es der Rausch, in den ein neues Land voll von unbekannter blühender Schönheit die empfängliche Seele versetzt. Bei den anderen ist es ein dumpfer Druck, durch das Bewußtsein erzeugt, jetzt von so vielem lassen zu müssen, von dessen Richtigkeit man bisher überzeugt war und dessen Unrichtigkeit man nicht recht einsieht. Wir haben gefunden, daß wir das Alte behalten und uns dennoch an den Blüten der Schönheit erfreuen dürfen.

Sachverzeichnis

Die eingeklammerten Zahlen bedeuten Nummern, die anderen Seiten