WERKSTATTBÜCHER
FÜR BETRIEBSBEAMTE, KONSTRUKTEURE UND FACHARBEITER. HERAUSGEBER DR.-ING. H. HAAKE VDI
HEFT 86

Feinstarbeit, Rechnen und Messen im Lehren-, Vorrichtungs- und Werkzeugbau

Von

E. Busch und F. Kähler
Lehrer, Magdeburg Werkmeister, Hamburg

Mit 104 Abbildungen im Text
und 1 Tabelle

Berlin
Verlag von Julius Springer
1941

ISBN-13: 978-3-7091-9726-4 e-ISBN-13: 978-3-7091-9973-2
DOI: 10.1007/ 978-3-7091-9973-2

Inhaltsverzeichnis.

Vorwort.

Dieses Büchlein soll dem Feinstarbeiter im Lehren-, Vorrichtungs- und Werkzeugbau bei schwierigen Herstellungs- und Meßvorgängen als Nachschlageheft dienen, ohne ihn mit langwierigen und ermüdenden Studien zu belasten. Jeder Handwerker kann an Hand der Beispiele seine Prüfmaße über Rollen oder Kugeln selbst in wenigen Minuten errechnen. Dadurch wird nicht nur die Zeit der Rückfragen beim Konstruktionsbüro gespart, sondern es werden auch das Interesse des Arbeiters an seiner Arbeit und seine Verantwortungsfreudigkeit gesteigert. In der Praxis des Werkzeugmachers interessiert nur die Längenmessung, so daß Flächenberechnungen unberücksichtigt bleiben können. Wie aber viele Arbeit im Haushalte unausgeführt bleibt, weil das notwendige Handwerkzeug fehlt oder erst mühsam besorgt werden muß, so bleiben auch viele Fachbücher ungelesen und unverstanden, weil das Handwerkzeug, in diesem Falle das allgemeine Rechnen, nicht oder nicht mehr vorhanden ist. Erfahrungsgemäß wird es notwendig sein, Bruch-, Verhältnis- und Proportionsrechnung, soweit sie für das Fachrechnen in Frage kommen, wieder zu festigen. Das kann durch das Werkstattbuch 63 „Der Dreher als Rechner“ geschehen, das in anschaulicher und gründlicher Weise in diese Rechengebiete einführt. In dem vorliegenden Hefte wird der Leser zunächst mit dem mathematischen Stoff vertraut gemacht, den die Schule zum Teil nicht lehrte oder der schon wieder vergessen wurde, dessen Beherrschung aber für das Verständnis des nachfolgenden technischen Teiles durchaus nötig ist. Man versäume nicht, die vorbereitenden Abschnitte mit aller Gründlichkeit durchzuarbeiten. Im Gefühle der Sicherheit wird es dann ein Leichtes sein, in das Fachrechnen einzudringen.

I. Mathematischer Teil.

A. Einiges aus der Algebra.

Das Wort Algebra stammt aus dem Arabischen und heißt wörtlich „Wiederherstellung“. Man bezeichnet damit die Lehre von den Gleichungen, wie überhaupt das Rechnen mit Buchstaben.

1. Das Bilden der Quadrate.

$$5 \cdot 5 = 25; \quad 9 \cdot 9 = 81; \quad 12 \cdot 12 = 144; \quad 98 \cdot 98 = 9604.$$

In diesen Aufgaben wird ein Malwert (Faktor)[1] mit sich selbst malgenommen. Er ist zweimal als Malwert gesetzt. Das deutet man in der Algebra so an, daß man hinter den Malwert oben eine kleiner geschriebene Zwei setzt. Also

$5 \cdot 5$ oder 5^2; $9 \cdot 9$ oder 9^2; $14 \cdot 14$ oder 14^2; $1{,}2 \cdot 1{,}2$ oder $1{,}2^2$;
$a \cdot a$ oder a^2; $m \cdot m$ oder m^2; $d \cdot d$ oder d^2; $\pi \cdot \pi$ oder π^2.

Lies obige Ausdrücke folgendermaßen:

$5^2 =$ „fünf hoch zwei“; $9^2 =$ „neun hoch zwei“;
$a^2 =$ „a hoch zwei“ usw.

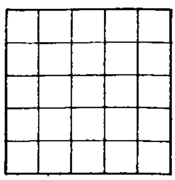


Abb. 1.

Eine Zahl mit sich selbst malzunehmen kann man auch durch Zeichnung darstellen (Abb. 1).

[1] Der Mathematiker gebraucht meistens die beiden Fremdwörter „Faktor“ und „Divisor“. Verfasser und Herausgeber dieses Buches schlagen vor und verwenden dafür die deutschen Wörter „Malwert“ und „Teiler“.

$5 \cdot 5 =$

Wir zeichnen ein Quadrat, teilen die Seiten in je fünf Teile und ziehen die dadurch möglichen waagerechten und senkrechten Linien. Es ergeben sich 25 kleine Quadrate, was dem Ergebnis von $5 \cdot 5$ entspricht; denn $5 \cdot 5$ ist auch 25.

Würden wir die Quadratseiten in 8 Teile teilen, so würden wir $8 \cdot 8 = 64$ kleine Quadrate erhalten.

Da wir das Malnehmen einer Zahl mit sich selbst durch ein Quadrat veranschaulichen können, so nennen wir diesen Rechenvorgang auch das Bilden der Quadrate.

5^2 liest man nicht nur „funf hoch zwei“, sondern auch „5 Quadrat“ $9^2 = 9$ Quadrat; $a^2 = a$ Quadrat; $\pi^2 =$ Pi Quadrat; $\pi^2 d^2 =$ Pi Quadrat d Quadrat.

1. Aufgabe: Lies in doppelter Form:

a) 121^2	b) r^2	c) $18{,}25^2$	d) m^2	e) $\pi^2 d^2$	f) $9{,}06^2$
d^2	l^2	$1{,}005^2$	$16{,}4^2$	n^2	$195{,}6^2$

Muster: $121^2 = 121$ hoch zwei oder 121 Quadrat.

2. Aufgabe: Wie heißt das Quadrat von

a) 7;	12;	4;	0,2;	1,26;	94,3
b) 3,5;	12,9;	8,25;	0,09;	0,3492;	0,0018
c) a;	m;	$d\pi$;	rv;	t;	p

Muster: $7^2 = 7 \cdot 7 = 49$. $\quad 0{,}029^2 = 0{,}029 \cdot 0{,}029$

$$\begin{array}{r} 0{,}029 \cdot 0{,}029 \\ \hline 261 \\ 58 \\ \hline 0{,}000841 \end{array}$$

3. Aufgabe: Lerne die Quadrate von 1 bis 10 auswendig!

1^2;	2^2;	3^2;	4^2;	5^2;	6^2;	7^2;	8^2;	9^2;	10^2
1 ;	4 ;	9 ;	16 ;	25 ;	36 ;	49 ;	64 ;	81 ;	100

2. Das Ziehen der Quadratwurzel.

$5 \cdot 5 =$

In dieser Aufgabe sind die Malwerte gegeben, und ich soll das Quadrat suchen. Es kann nun aber auch das Quadrat gegeben sein, und ich soll den Malwert suchen, der mit sich selbst malgenommen wurde. Diesen Malwert nennt man die Wurzel. Man sagt, aus einem gegebenen Quadrat soll die Wurzel gezogen werden.

Das Zeichen für das Quadratwurzelziehen ist $\sqrt{}$.

Also $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{100} = 10$; $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$; $\sqrt{a^2} = a$; $\sqrt{\pi^2 d^2} = \pi d$.

$\sqrt{25} = 5$ Sprich: „Wurzel aus 25 gleich 5“.

1. Aufgabe: Lerne auswendig!

$\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{9} = 3$; $\sqrt{16} = 4$; $\sqrt{25} = 5$; $\sqrt{36} = 6$; $\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{64} = 8$ $\sqrt{81} = 9$.

Wir wollen nun auch lernen, Wurzeln aus großen und unbequemen Zahlen zu ziehen.

a)
$$\left.\begin{array}{r} 1 \cdot 1 = 1 \\ \text{bis} \\ 9 \cdot 9 = 81 \end{array}\right\} \text{Einstellige Wurzeln (Malwerte) ergeben also 1 oder 2stellige Quadrate.}$$

$$\left.\begin{array}{r} 10 \cdot 10 = 100 \\ 99 \cdot 99 = 9801 \end{array}\right\} \text{2stellige Wurzeln ergeben 3 oder 4stellige Quadrate.}$$

$$\left.\begin{array}{r} 100 \cdot 100 = 10000 \\ 999 \cdot 999 = 998001 \end{array}\right\} \text{3stellige Wurzeln ergeben 5 oder 6stellige Quadrate.}$$

Umgekehrt können wir dann aber auch sagen:

1	oder	2stellige	Quadrate	ergeben	1stellige	Wurzeln
3	„	4 „	„	„	2 „	„
5	„	6 „	„	„	3 „	„

usw.

So kann man einer Zahl sofort ansehen, wievielstellig die Wurzel wird. Ich teile sie durch kleine Striche in Gruppen von je 2 Stellen ab; soviel Gruppen es werden, soviel Stellen bekommt die Wurzel.

Beginne bei dem Gruppenabstreichen jedoch stets bei den Einern bzw. bei dem Komma, z. B.

$\sqrt{19463} = \sqrt{1|94|63}$; $\sqrt{7296854} = \sqrt{7|29|68|54}$; $\sqrt{624{,}19857} = \sqrt{6|24{,}|19|85|7}$.

2. Aufgabe: Teile in Gruppen

$\sqrt{186259}$ $\sqrt{40639{,}271}$ $\sqrt{0{,}003914}$ $\sqrt{82{,}00391}$ $\sqrt{71624{,}689}$ $\sqrt{1374{,}63915}$.

(Falls ein Dezimalbruch in Gruppen zu teilen ist, kommt der erste Strich dahin, wo das Komma ist; dann wird nach rechts und links hin weiter gruppiert.)

Merke: Um die Quadratwurzel ziehen zu können, teile ich die gegebene Zahl von den Einern bzw. vom Komma aus in Gruppen zu je 2 Ziffern.

b) Wir wollen von der 14 das Quadrat bilden!

Die Zahl 14 zerlegen wir vorteilhaft in 10 und 4 (s. Abb. 2). Strecke dh sei 10 lang; Strecke hc sei 4 lang. Ziehen wir nun zu den Quadratseiten parallel die Seiten gh und ei, so wird das Quadrat $abcd$ in 4 Teile zerlegt; es entstehen ein großes Quadrat, ein kleines Quadrat und 2 Rechtecke, die gleich groß sind.

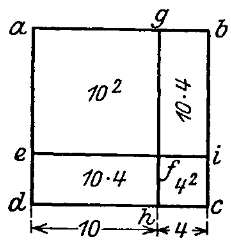


Abb. 2.

Die Seiten des großen Quadrats sind 10 lang; das Quadrat ist demnach $10 \cdot 10$ oder 10^2.

Die Seiten des kleinen Quadrats sind 4 lang; das Quadrat ist demnach $4 \cdot 4$ oder 4^2.

Die Seiten eines Rechtecks sind 10 und 4 lang. Der Inhalt ist demnach $10 \cdot 4$. Da zwei solcher Rechtecke vorhanden sind, sind beide zusammen $2 \cdot 10 \cdot 4$ groß.

In Abb. 3 haben wir statt bestimmter Zahlen allgemeine Zahlen, also Buchstaben, gesetzt. Es entstehen dieselben Teile. Sie heißen diesmal

$$a^2,\ b^2 \text{ und } 2\text{mal } ab, \text{ kurz } 2ab.$$

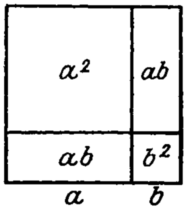


Abb. 3.

Diese vier Stücke sind in jedem Quadrat enthalten.

Merke: Jedes Quadrat enthält $a^2 + b^2 + 2ab$
oder anders geordnet: $a^2 + 2ab + b^2$.

Sind diese Stücke in jedem Quadrat enthalten, so können wir sie auch herausholen oder herausziehen! Das ist die Kunst des Quadratwurzelziehens, daß wir nach der Formel $a^2 + 2ab + b^2$ ein Stück nach dem andern aus dem gegebenen Quadrate herausziehen, fortnehmen, abziehen.

Beispiel 1. Wie heißt die Wurzel des Quadrates 8836?

$\sqrt{8836}$. Wir teilen in Gruppen ab, also $\sqrt{88|36}$, und wissen jetzt schon, daß als Wurzel eine zweistellige Zahl herauskommen muß. Jetzt suchen wir aus der 1. Gruppe (88) a^2 heraus, um es von der Zahl abzuziehen. Da die Zahl 88 heißt, kann a^2 nur 81 sein; denn das nächste Quadrat wäre 100, das können wir schon nicht mehr abziehen.

Die Wurzel aus 81 heißt 9. a* ist also 9. (Siehe 1. Aufgabe) Das schreibt man so auf:

$$\begin{array}{rl} & \sqrt{88|36} = \overset{a}{9} \\ a^2 = & 81 \\ & \overline{7} \end{array}$$

Sprich: Wurzel aus 88 = 9; denn $9 \cdot 9 = 81$. a ist also 9; a^2 ist 81. Wir ziehen a^2 (81) ab; es bleibt 7.

Wie bei einer Teilungsaufgabe holen wir nun die nächste Stelle, das ist die 3, herunter; also

$$\begin{array}{rl} & \sqrt{88|36} = \overset{a}{9} \\ a^2 = & 81 \\ & \overline{73} \end{array}$$

Jetzt müssen wir die beiden Rechtecke (s. Abb. 3), das ist $2ab$, abziehen.

a kennen wir schon; a ist ja $= 9$; $2a$ sind also 18. b ist mir noch unbekannt. Wir finden b, wenn wir 73 durch 18 teilen; denn ein unbekannter Malwert wird gefunden, wenn man durch den bekannten Malwert teilt (s. Werkstattbuch 63, S. 21).

Also:

$$\begin{array}{rl} & \sqrt{88|36} = \overset{a}{9}\,\overset{b}{4} \\ a^2 = & 81 \\ & \overline{73} : 18 \text{ (das ist } 2a) \\ 2ab = & 72 \\ & \overline{16} \end{array}$$

Als b haben wir eine 4 erhalten. Da jetzt b bekannt ist, können wie $2ab$ abziehen.

$2ab$ sind $2 \cdot 9 \cdot 4 = 72$.

Ziehen wir die 72 von 73 ab, so bleibt als Rest eine 1. Jetzt holen wir die 6 herunter, dadurch erhalten wir 16.

Nun muß noch b^2 abgezogen werden. Da $b = 4$ ist, so ist $b^2 = 4^2 = 4 \cdot 4 = 16$.

Diese 16 ziehen wir von der 16 ab; als Rest bleibt 0. Die Aufgabe „ging auf". Die Wurzel aus der Quadratzahl 8836 heißt somit 94.

Die ganze Lösung sieht demnach so aus:

$$\begin{array}{rl} & \sqrt{88|36} = \overset{a}{9}\,\overset{b}{4} \\ a^2 = & 81 \\ & \overline{73} : 18 \text{ (das sind } 2a) \\ 2ab = & 72 \\ & \overline{16} \\ b^2 = & 16 \\ & \overline{0} \end{array}$$

---

* Mathematisch genau ist $a = 90$, denn die 81 sind Hunderter und die Wurzel daraus muß zweistellig werden (vgl. S. 5). Das Weglassen der 0 ist eine Vereinfachung. Ebenso mußten im nachsten Satz der 90 entsprechend die beiden Ziffern 36 zusammen heruntergeholt und 736 durch 180 ($= 2a$) geteilt werden (vgl. Abb. 2 u. 3). Auch hier arbeitet man mit der Vereinfachung und teilt 73 : 18. Wenn man sich dieser vereinfachten Ausfuhrung bewußt ist, so ist sie durchaus zulässig.

Beispiel 2. Wie heißt die Quadratwurzel aus 3249?

$$
\begin{array}{rl}
 & \sqrt{32|49} = \overset{a}{5}\,\overset{b}{7} \\
a^2 = & \underline{25} \\
 & \;\;74 : 10 \text{ (das ist } 2a) \\
2ab = & \;\;\underline{70} \\
 & \;\;\;\;49 \\
b^2 = & \;\;\;\;\underline{49} \\
 & \;\;\;\;\;\;0
\end{array}
$$

1. Abteilen in Gruppen (s. oben!).

2. Zuerst den Wert für a^2 abziehen, dann für $2ab$, zuletzt für b^2. a muß 5 sein; denn 6 wäre schon zu hoch, da $6 \cdot 6 = 36$ ist. 36 ist von 32 aber nicht abzuziehen. Um von 74 die $2ab$ abziehen zu können, muß erst wieder b gefunden werden. Wir teilen zu diesem Zwecke durch $2a$. Da $a = 5$ ist, so sind $2a = 10$. $74 : 10 = 7$; folglich ist $b = 7$. Das schreiben wir oben hinter die Gleichheitsstriche nach der 5 usw.

Beispiel 3.

$$
\begin{array}{rl}
 & \sqrt{3|24} = \overset{a}{1}\,\overset{b}{} \\
a^2 = & \underline{1} \\
 & 22 : 2 \text{ (das ist } 2a)
\end{array}
$$

Als b würden wir eine 11 erhalten. Das geht natürlich nicht. Wie bei Teilaufgaben kann nie mehr als 9 herauskommen! Nehmen wir an, es ginge 9mal.

$$
\begin{array}{rl}
 & \sqrt{3|24} = \overset{a}{1}\,\overset{b}{9} \\
a^2 = & \underline{1} \\
 & 22 : 2 \\
2ab = & \underline{18} \\
 & \;\;44 \\
b^2 = & \;\;\underline{81} \text{ (geht nicht abzuziehen)}
\end{array}
$$

$2ab$ konnte ich abziehen; es blieb noch ein Rest von 4, der nach dem Herunterholen der 4 zu 44 wird. Von dieser Zahl ist noch b^2, also $9 \cdot 9 = 81$, abzuziehen. Das ist nicht möglich. Folglich ist die 9 als b zu hoch.

Für $22 : 2$ dürfen wir hier nur 8 nehmen!

$$
\begin{array}{rl}
 & \sqrt{3|24} = \overset{a}{1}\,\overset{b}{8} \\
a^2 = & \underline{1} \\
 & 22 : 2 \text{ (das ist } 2a) \\
2ab = & \underline{16} \\
 & \;\;64 \\
b^2 = & \;\;\underline{64} \\
 & \;\;\;\;0
\end{array}
$$

Merke: Das b^2 muß bestimmt abgezogen werden können. Ist das manchmal nicht der Fall, so müssen wir das b kleiner nehmen!

3. Aufgabe: Suche die Quadratwurzel aus

a) 5329 b) 7921 c) 5625 d) 7744 e) 9801 f) 3721

Beispiel 4.

$$\sqrt{1|53|76} = \underbrace{\overset{a}{1}\,\overset{b}{2}}_{a}\,\overset{b}{4}$$

$$\begin{array}{rl}
a^2 = & 1 \\
\hline
 & 05 : 2 \text{ (das ist } 2a) \\
2ab = & 4 \\
\hline
 & 13 \\
b^2 = & 4 \\
\hline
 & 97 : 24 \text{ (das ist } 2a) \\
2ab = & 96 \\
\hline
 & 16 \\
b^2 = & 16 \\
\hline
 & 0
\end{array}$$

1. Abteilen in Gruppen. An der Zahl der Gruppen erkennen wir bereits, daß das Ergebnis aus drei Ziffern bestehen wird.

2. Nachdem $b^2 = 4$ von 13 abgezogen worden ist, bleibt ein Rest von 9. Die Lösung ist aber noch nicht beendet. Aus der 3. Gruppe (76) muß noch die 3. Stelle der Wurzel gefunden werden. Diese 3. Stelle nennen wir wieder b. Die bisher gefundenen Stellen fassen wir zusammen und nennen jetzt die 12 das a.

$2a$ sind demnach 24. Um das neue b zu finden, teilen wir die 97 durch 24, das ist 4. Das neue b heißt also 4. Nun können wir wieder $2ab$, nämlich $2 \cdot 12 \cdot 4 = 96$ abziehen. Es bleibt 1. Nach Herunterholen der 6 wird es 16. Davon ist b^2, das ist $4 \cdot 4 = 16$, abzuziehen. Die Lösung „geht auf".

Beispiel 5.

$$\sqrt{95|64|84} = \underbrace{\overset{a}{9}\,\overset{b}{7}}_{a}\,\overset{b}{8}$$

$$\begin{array}{rl}
a^2 = & 81 \\
\hline
 & 146 : 18 \text{ (das ist } 2a) \\
2ab = & 126 \\
\hline
 & 204 \\
b^2 = & 49 \\
\hline
 & 1558 : 194 \text{ (das ist } 2a) \\
2ab = & 1552 \\
\hline
 & 64 \\
b^2 = & 64
\end{array}$$

1. Gruppen abteilen.

2. Man könnte zunächst annehmen, 146 : 18 ginge 8mal; denn $8 \cdot 18$ ist 144. Es bliebe Rest 2, die nach dem Herunterholen der 4 zu 24 wird. Von 24 ist jedoch $b^2 = 64$ nicht abzuziehen. Also ist b nicht 8, sondern 7 (s. auch Beispiel 3).

Beispiel 6.

$$\sqrt{57|19|89|69} = \underbrace{\underbrace{\overset{a}{7}\,\overset{b}{5}}_{a}\,\overset{b}{6}}_{a}\,\overset{b}{3}$$

$$\begin{array}{rl}
a^2 = & 49 \\
\hline
 & 81 : 14 \text{ (d.i. } 2a) \\
2ab = & 70 \\
\hline
 & 119 \\
b^2 = & 25 \\
\hline
 & 948 : 150 \text{ (das ist } 2a) \\
2ab = & 900 \\
\hline
 & 489 \\
b^2 = & 36 \\
\hline
 & 4536 : 1512 \text{ (das ist } 2a) \\
2ab = & 4536 \\
\hline
 & 09 \\
b^2 = & 9
\end{array}$$

1. Gruppen abteilen.

2. Die Wurzel wird 4stellig. Nachdem zum erstenmal b^2 abgezogen wurde, sind, um das neue b zu finden, die 7 und die 5 zusammenzufassen und a zu nennen. $2a$ also $= 150$.

3. Diese Zusammenfassung ist noch einmal zu wiederholen, um die letzte Wurzelstelle zu finden, und zwar sind diesmal drei Stellen zum neuen a zu vereinigen. $a = 756$; $2a = 1512$ usw.

Vergiß nicht, nach jedem Abziehen eine neue Stelle herunterzuholen.

Sind in andern Aufgaben noch mehr Gruppen vorhanden, so erfolgen immer wieder die Zusammenziehungen, um den neuen Teiler zu erhalten.

4. Aufgabe: Wie heißt die Quadratwurzel aus

a) 61009	c) 298116	e) 582169
b) 956484	d) 104976	f) 54756

Alle Lösungen gingen bisher auf. Das wird in der Praxis meistens nicht der Fall sein. Das macht die Losung aber nicht schwieriger. Der Weg bleibt derselbe. Auch das Auftreten von Dezimalbrüchen ändert den Gang der Rechnung nicht, nur ist zur rechten Zeit das Komma zu setzen. Einige Beispiele mögen folgen.

Beispiel 7.

$$\begin{array}{rl}
 & \sqrt{4\,62,|91} = \overset{a}{2}\,\overset{b}{1},\overset{b}{5}\,\overset{b}{1}\,\overset{b}{5}\\
a^2 = & 4\\
 & 06:4\,(\text{d.i.}\,2a)\\
2ab = & 4\\
 & 22\\
b^2 = & 1\\
 & 219:42\ (\text{das ist } 2a)\\
2ab = & 210\\
 & 91\\
b^2 = & 25\\
 & 660:430\ (\text{das ist } 2a)\\
2ab = & 430\\
 & 2300\\
b^2 = & 1\\
 & 22990:4302\ (\text{das ist } 2a)\\
2ab = & 21510\\
 & 14800\\
b^2 = & 25\ \text{usw.}
\end{array}$$

1. Gruppen abteilen, vom Komma aus nach links und rechts!

2. Zur rechten Zeit das Komma setzen, d. h. dann, wenn ich die erste Stelle nach dem Komma herunterhole!

3. Die Lösung geht nicht auf; es wird fast stets genügen, wenn wir bis 3 Stellen nach dem Komma rechnen.

4. Enthält die gegebene Zahl nach dem Komma nicht genug Stellen, so hole ich die Nullen herunter. Durch Anhängen von Nullen kann man sich ja einen Dezimalbruch beliebig verlängern.

Beispiel 8.

$$\sqrt{28} = \overset{a}{5},\overset{b}{2}\,\overset{b}{9}$$

$a^2 = 25$

$\overline{30} : 10$ (das ist $2a$)

$2ab = 20$

$\overline{100}$

$b^2 = 4$

$\overline{960} : 104$ (das ist $2a$)

$2ab = 936$

$\overline{240}$

$b^2 = 81$

$\overline{159}$ usw.

1. Die 28 denke ich mir als Dezimalbruch geschrieben, d. h. ich setze ein Komma und schreibe beliebig viel Nullen dahinter. Also 28,|00|00|00. Nun hole ich stets Nullen herunter.

2. 30 : 10 geht nicht 3mal! (Siehe Beispiel 3.)

5. Aufgabe: Suche die Quadratwurzel aus

a) 7,1468	b) 69	c) 2	d) 3,14	e) 2,54	f) 1468,5
g) 92,6	h) 7	i) $3\frac{1}{2}$	k) $9\frac{4}{5}$	l) $216\frac{3}{4}$	m) $8\frac{1}{3}$

Ein gemeiner Bruch wird vorher zum Dezimalbruch gemacht. Statt Wurzel aus $3\frac{1}{2}$ also $\sqrt{3,5}$; statt $\sqrt{9\frac{4}{5}} = \sqrt{9,8}$ usw.

(Über Verwandeln von gemeinen Bruchen in Dezimalbrüche s. Werkstattbuch 63, S. 11.)

Beispiel 9.

$$\sqrt{23|04|00|00} = \overset{a}{4}\,\overset{b}{8}\,0\,0$$

$a^2 = 16$

$\overline{70} : 8$ (das ist $2a$)

$2ab = 64$

$\overline{64}$

$b^2 = 64$

$\overline{0}$

1. Gruppen abteilen.

2. Nach der zweiten Gruppe ging die Wurzel bereits auf. Es sind aber noch 2 Gruppen, die nur Nullen aufweisen, zu erledigen. Jede dieser Gruppen ergibt als Wurzel eine Null, so daß das Endergebnis nicht 48 heißen darf, sondern 4800!

Beispiel 10.

$$\sqrt{0,|00|00|03|92} = 0,\,0\,0\,\overset{a}{1}\,\overset{b}{9}$$

$a^2 = 1$

$\overline{29} : 2$ (das ist $2a$)

$2ab = 18$

$\overline{112}$

$b^2 = 81$

$\overline{31}$ usw.

1. Gruppen abteilen.

2. Jede Gruppe muß eine Stelle für die Wurzel ergeben. Die Wurzel aus den 0 Ganzen ist Null, also 0,.

Aus den ersten beiden Gruppen nach dem Komma ergeben sich auch Nullen, und zwar aus jeder Gruppe eine Null, also 0,00.

Jetzt erst beginnt das Wurzelziehen nach gewohnter Weise.

6. Aufgabe: Ziehe die Quadratwurzel aus

a) 640000 b) 28090000 c) 16900 d) 0,0058 e) 0,0000914 f) 0,00245

Beispiel 11. $\sqrt{a} =$ (Setze für $a = 56{,}2$ ein.) Also

$$\begin{array}{rl}
 & \sqrt{56{,}2} = \overset{a}{7},\ \overset{b}{4}\ \overset{b}{9}\ \overset{b}{6} \\
a^2 = & 49 \\
 & 72 : 14\ \overset{a}{\text{(nicht 5 mal! Warum nicht?)}} \\
2ab = & 56 \\
 & 160 \\
b^2 = & 16 \\
 & 1440 : 148\ \text{(das ist } 2a\text{)} \\
2ab = & 1332 \\
 & 1080 \\
b^2 = & 81 \\
 & 9990 : 1498\ \text{(das ist } 2a\text{)}\quad \text{usw.}
\end{array}$$

Beispiel 12. $7{,}4\sqrt{d} =$ (Für d setze 39 ein.)

Also $7{,}4\sqrt{39} =$, d. h. das Ergebnis aus $\sqrt{39}$ soll mit 7,4 malgenommen werden. Das Malzeichen (·) wird ja in der Algebra meistens nicht gesetzt.

$$\begin{array}{rl}
 & \sqrt{39} = \overset{a}{6},\ \overset{b}{2}\ \overset{b}{4}\ \overset{b}{4} \\
a^2 = & 36 \\
 & 30 : 12\ ^{a} \\
2ab = & 24 \\
 & 60 \\
b^2 = & 4 \\
 & 560 : 124 \\
2ab = & 496 \\
 & 640 \\
b^2 = & 16 \\
 & 6240 : 1248\quad \text{usw.}
\end{array}$$

Das Ergebnis 6,244 ist nun mit 7,4 malzunehmen.

$$\begin{array}{r}
6{,}244 \\
\times\ 7{,}4 \\
\hline
2\,4976 \\
43\,708 \\
\hline
46{,}2056
\end{array}$$

7. Aufgabe: Löse folgende Aufgaben:

a) $\sqrt{x} =$ (Für x setze 74,1); c) $\sqrt{r} =$ (Für r setze 119); e) $7\sqrt{d} =$ (d sei 28)
b) $\sqrt{p} =$ („ p „ 126); d) $\sqrt{b} =$ („ b „ 84,2); f) $4{,}2\sqrt{d} =$ (d „ 94)

Beachte beim Quadratwurzelziehen folgendes:

1. Teile richtig in Gruppen ab!
2. Vergiß das Herunterholen neuer Stellen nicht!
3. b^2 muß stets abzuziehen sein!
4. Setze das Komma zur rechten Zeit!

3. Etwas von den Gleichungen. $25 + 19 = 44$. Diesen Ausdruck wird der Leser eine gelöste Aufgabe nennen. Der Mathematiker nennt ihn eine Gleichung. Zwei Gleichheitsstriche verbinden die linke und die rechte Seite einer Gleichung. Beide Seiten müssen ihrem Werte nach vollständig gleich sein. Verändere ich eine Seite einer Gleichung, so muß die andere Seite dieselbe Änderung erfahren, sonst würde es keine Gleichung bleiben; rechte und linke Seite wurden in ihrem Werte nicht mehr übereinstimmen. Verkleinere ich z. B. vorstehende Gleichung auf der linken Seite um 10, so muß von der rechten Seite ebenfalls 10 abgezogen werden. Also $25 + 19 - 10 = 44 - 10$. Jetzt ist es eine Gleichung geblieben; denn der Wert beider Seiten beträgt 34.

$x + 35 = 54$. Auch das ist eine Gleichung. Sie unterscheidet sich von der zuerst angeführten dadurch, daß eine Zahlengröße ihrem Werte nach nicht bekannt ist, während die anderen Werte ziffernmäßig bekannt sind. Die Gleichung hat also eine Unbekannte. Sie heißt x. Ebensogut könnte natürlich eine andere allgemeine Zahl, d. h. ein anderer Buchstabe, gewählt werden. Doch ist es in der Algebra üblich, die Unbekannte durch x zu bezeichnen.

Eine Gleichung, in der eine Größe unbekannt ist, muß gelöst werden: der Wert dieser Größe muß ziffernmäßig festgestellt werden. Gelöst ist eine solche Gleichung dann, wenn x auf der einen Seite der Gleichung, sei es links oder rechts, allein steht, während alle anderen Größen Platz auf der anderen Seite gefunden haben.

So wollen wir nun die einfachsten Gesetze kennenlernen, nach denen wir das dem x anhaftende Beiwerk entfernen!

a) $8x = 56$. In dieser Aufgabe ist x mit dem Malwert 8 behaftet. Soll der Malwert 8 auf der linken Seite verschwinden, so muß die linke Seite durch 8 geteilt werden; also $\frac{8x}{8}$. Nun kann 8 gegen 8 gekürzt werden. Es bleibt x. Aber auch die rechte Seite muß dann durch 8 geteilt werden; also $\frac{56}{8}$. Die Gleichung heißt jetzt $x = \frac{56}{8}$.

Der auf der linken Seite untergetauchte Malwert 8 ist auf der anderen Seite als Teiler wieder erschienen.

1) $12x = 72$	2) $5x = 105$	3) $1{,}2x = 8{,}4$	4) $mx = d$	5) $brx = v + d$
$x = \frac{72}{12}$	$x = \frac{105}{5}$	$x = \frac{8{,}4}{1{,}2}$	$x = \frac{d}{m}$	$x = \frac{v+d}{br}$
$x = 6$	$x = 21$	$x = 7$		

1. Aufgabe: Löse nach vorstehenden Mustern:

a) $tx = d$ $\quad 5x = 40$ $\quad 7x = 63$ $\quad 6{,}4x = 2{,}56$ $\quad 8{,}5x = 34$
b) $32x = 48$ $\quad 3{,}2x = 125{,}4$ $\quad 12{,}5x = 69{,}42$ $\quad rx = m - z$ $\quad dx = 8m$

b) $\frac{x}{9} = 63$. Das x ist diesmal mit dem Teiler 9 verknüpft. Soll diese 9 verschwinden, so muß die linke Seite mit 9 malgenommen werden, also $\frac{x \cdot 9}{9}$. Nun ist 9 gegen 9 zu kürzen, und es bleibt nur x.

Die rechte Seite muß jetzt ebenfalls mit 9 malgenommen werden. Sie heißt dann $63 \cdot 9$. Also $x = 63 \cdot 9$. Verschwindet auf der einen Seite ein Teiler, so taucht er auf der anderen Seite als Malwert auf.

Regel: Ein Malwert auf der einen Seite wird zum Teiler auf der anderen Seite.

Ein Teiler auf der einen Seite wird zum Malwert auf der anderen Seite.

1) $\frac{x}{3} = 4$	2) $\frac{x}{16} = 5$	3) $\frac{x}{a} = m$	4) $\frac{x}{2r} = \pi$	5) $\frac{x}{6z} = 1{,}2r$
$x = 4 \cdot 3$	$x = 5 \cdot 16$	$x = ma$	$x = \pi \cdot 2r$	$x = 1{,}2r \cdot 6z$
$x = 12$	$x = 80$	oder $x = am$	$x = 2r\pi$	$x = 7{,}2rz$

2. Aufgabe: Löse nach vorstehenden Mustern:

a) $\frac{x}{7} = 4 \qquad \frac{x}{8} = 2{,}5 \qquad \frac{x}{1{,}4} = 4{,}6 \qquad \frac{x}{9{,}5} = 7 \qquad \frac{x}{1{,}57} = 2{,}316.$

b) $\frac{x}{a} = d \qquad \frac{x}{g} = mr \qquad \frac{x}{v} = 3d \qquad \frac{x}{rz} = 8v \qquad \frac{x}{bm} = 4d.$

c) $\frac{x}{2a} = 8r \qquad \frac{x}{2{,}5r} = 3h \qquad \frac{x}{1{,}4a} = bd \qquad \frac{x}{5{,}1m} = rn \qquad \frac{x}{3{,}75} = 1{,}2dr.$

c) $\frac{54}{x} = 6$. In dieser Gleichung steht x im Nenner. Aus diesem muß es zunächst herausgeschafft werden. Das wird uns nicht schwer fallen; wir brauchen es nur auf die andere Seite zu schaffen; dort wird es laut unserer Regel zum Malwert. Also $\frac{54}{x} = 6$; folglich $54 = 6 \cdot x$. Das x ist jetzt zwar eine ganze Zahl geworden; aber es hat einen Malwert bei sich, der entfernt werden muß. Der Malwert 6 wird auf die andere Seite als Teiler gebracht. Nun ist die Gleichung gelöst. Also

1. $\frac{54}{x} = 6$	2. $\frac{42}{x} = 21$	3. $\frac{a}{x} = b$	4. $\frac{mn}{x} = r$	5. $\frac{gv}{x} = 5d$
$54 = 6x$	$42 = 21 \cdot x$	$a = bx$	$mn = rx$	$gv = 5dx$
$\frac{54}{6} = x$	$\frac{42}{21} = x$	$\frac{a}{b} = x.$	$\frac{mn}{r} = x.$	$\frac{gv}{5d} = x.$
$9 = x.$	$2 = x.$			

Regel: Das x wird aus dem Nenner gebracht, indem es auf die andere Seite als Malwert gesetzt wird.

3. Aufgabe:

a) $\frac{65}{x} = 5 \qquad$ b) $\frac{s}{x} = t \qquad$ c) $\frac{rm}{x} = 8{,}1z \qquad$ d) $\frac{u}{x} = rm \qquad$ e) $\frac{6bd}{x} = 5{,}4e$

$\frac{81}{x} = 27 \qquad \frac{4{,}5}{x} = 9 \qquad \frac{3d}{x} = 2{,}4 \qquad \frac{28r}{x} = 3dz \qquad \frac{12{,}4}{x} = 31$

B. Einiges aus der Geometrie und Trigonometrie.

Geometrie (griechisch, Erdmessung, vgl. Geometer = Landmesser) ist allgemein die Lehre von den Eigenschaften der räumlichen Gebilde. Der Teil der Geometrie, der uns lehrt, das Dreieck nach Seiten, Winkeln usw. zu berechnen, wird Trigonometrie genannt. Das Wort Trigonometrie setzt sich aus den Wörtern Tri-gonometrie zusammen. „Tri" heißt drei (Trio, Triangel, Trikolore), „Gono" heißt Winkel; „metrie" bedeutet messen. Trigonometrie heißt demnach wörtlich: Dreiwinkel messen. Ein „Dreiwinkel" ist ein Dreieck.

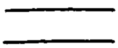


Abb. 4.


Abb. 5.

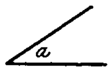


Abb. 6.

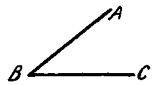


Abb. 7.

4. Winkel im allgemeinen und Winkelmaße. Zwei Linien können mit überall gleichem Abstand nebeneinander gezeichnet sein: man sagt dann, sie laufen parallel (Abb. 4).

Zwei Linien können auch so nebeneinander herlaufen, daß sie sich bei genügender Verlängerung schneiden (Abb. 5). Treffen sie sich, so nennt man den Raum, den die beiden Linien einschließen, einen Winkel. Die Linien selbst nennt man Schenkel, der Schnittpunkt heißt Scheitelpunkt (Abb. 6 u. 7). Einen Winkel benennt man durch einen Buchstaben, den man in den Winkel hineinsetzt (Abb. 6, sprich: Winkel a), oder durch drei Buchstaben. Dann nennt man den Buchstaben am Scheitelpunkt in der Mitte (Abb. 7), also Winkel ABC oder Winkel CBA. Das Zeichen für Winkel ist $\angle$ (z. B. $\angle ABC$ oder $\angle a$).

Die Größe eines Winkels kann man durch die Größe des Kreisbogens angeben, den man zwischen seine Schenkel mit dem Scheitelpunkt als Mittelpunkt dieses Kreises schlagen kann (Abb. 8). Um den vollen Winkel (Abb. 8f) kann man einen vollen Kreis schlagen. Diesen Kreis, der zum Bestimmen der Winkelgröße dient, hat man in 360 Teile eingeteilt. Jeden Teil davon nennt man 1 Grad (das Zeichen dafür: 1^0). Jeden Grad hat man wieder in 60 Minuten geteilt

a b c d e f

Abb 8 a–f

(Zeichen: $60'$); jede Minuten hat 60 Sekunden (Zeichen: $60''$). Ein Vollwinkel hat demnach 360^0 ein gestreckter Winkel 180^0 (Halbkreis), ein rechter Winkel 90^0 (Viertelkreis); ein spitzer Winkel hat unter 90^0, ein stumpfer über 90^0 aber unter 180^0, ein überstumpfer über 180^0 aber unter 360^0. Bei einem rechten Winkel sagt man: „Der eine Schenkel steht senkrecht auf dem andern.“ Demnach ist eine Senkrechte eine Linie, die mit einer andern einen rechten Winkel bildet.

5. Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen. In Abb. 9 laufen die Seiten m und n parallel und werden von der Geraden v geschnitten. Es entstehen viele Winkel.

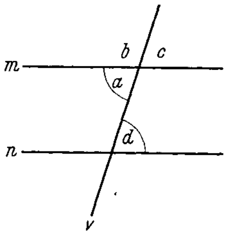


Abb 9

Die Winkel a und d nennt man Wechselwinkel, da der eine links, der andere rechts liegt, der eine unter der Parallelen, der andere über der Parallelen.

Lehrsatz: Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen sind gleich groß.

Behauptung: $\angle a = \angle d$.

Beweis: $\angle a$ erganzt $\angle b$ zu 180^0; $\angle c$ ergänzt ebenfalls $\angle b$ zu 180^0; folglich ist $\angle a = \angle c$. Der $\angle c$ ist aber gleich $\angle d$, weil ja ein Schenkel in der gemeinsamen Seite v liegt und die andern beiden Schenkel parallel laufen. Folglich auch $\angle a = \angle d$.

6. Das Dreieck im allgemeinen. Drei Seiten schließen drei Winkel ein. Das Zeichen für Dreieck ist $\triangle$. Die in Abb. 10 angegebenen Benennungen sind üblich.

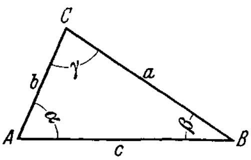


Abb 10

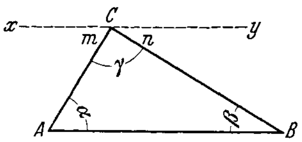


Abb 11

Also A gegenüber liegt die Seite a; B gegenüber liegt die Seite b, C gegenüber liegt die Seite c. Der Winkel bei A heißt $\angle \alpha$ (griechisch; sprich Winkel Alpha); bei B liegt $\angle \beta$ (Winkel Beta); bei C liegt $\angle \gamma$ (Winkel Gamma).

Lehrsatz: Die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180 Grad.

Behauptung: $\angle \alpha + \angle \beta + \angle \gamma = 180$ Grad oder 2 Rechte.

Beweis: In Abb. 11 wurde Seite xy parallel zu AB gezogen; dann ist $\angle \alpha = \angle m$ als Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen. Aus demselben Grunde ist $\angle \beta = \angle n$. Da $\angle m + \gamma + n = 180$ Grad betragen (vgl. Abb. 8d), so müssen auch $\angle \alpha + \beta + \gamma = 180$ Grad sein, das sind 2 Rechte.

Man unterscheidet spitzwinklige, stumpfwinklige und rechtwinklige Dreiecke (Abb. 12, 13, 14).

7. Pythagoras und Euklid. Im rechtwinkligen Dreieck sind besondere Bezeichnungen üblich. Die beiden Seiten, die den rechten Winkel einschließen, heißen Katheten (Seiten a und b in Abb. 14); die Seite, die dem rechten Winkel gegenüber liegt, heißt Hypotenuse (Seite c in Abb. 14).

Wenn die eine Kathete 3 Teile groß ist und die andere 4 Teile, so hat die Hypotenuse genau 5 solcher Teile (Abb. 15). Das will sagen: Ein Kathetenquadrat,

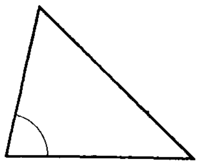


Abb. 12

Abb. 13.

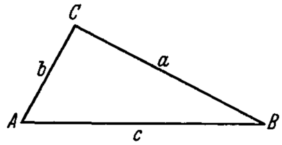


Abb 14

vermehrt um das andere Kathetenquadrat, ergibt das Hypotenusenquadrat: $3^2 + 4^2 = 5^2$; das ist $9 + 16 = 25$. Auch andere Zahlen führen zu diesem Ergebnis, z. B. 5, 12 und 13; denn $25 + 144 = 169$ usw. Man nennt diese Zahlen nach dem Entdecker „pythagoräische Zahlen". Ein Schüler des griechischen Gelehrten Pythagoras, Euklid, fand dann, daß für jedes rechtwinklige Dreieck der Lehrsatz gilt, daß das Hypotenusenquadrat gleich der Summe der beiden Kathetenquadrate ist[1]. Behauptung: $a^2 + b^2 = c^2$.

Beweis (Abb. 16): Wir ziehen von C die Höhe LC auf AB und verlängern sie bis K. Dann verbinden wir D mit B und I mit C. Die entstandenen Dreiecke DAB und IAC sind deckungsgleich (kongruent). Dreieck DAB hat mit dem Quadrat $DACE$ die gleiche Grundlinie DA und die gleiche Höhe $BM = CA$; folglich ist das Quadrat $DACE$ doppelt so groß wie das Dreieck DAB; denn nach einem Lehrsatz ist das Parallelogramm doppelt so groß wie das Dreieck, mit dem es gleiche Grundlinie und Höhe hat. Das Dreieck IAC hat mit dem Rechteck $IALK$ die gleiche Grundlinie IA und die gleiche Höhe $CN = LA$. Folglich ist das Rechteck $IALK$ doppelt so groß wie das Dreieck IAC. Sind aber die Hälften gleich, so sind auch die Ganzen gleich; folglich Quadrat $ADEC$ gleich Rechteck $IALK$. In gleicher Weise läßt sich beweisen, daß Quadrat $BCFG =$ Rechteck $HBLK$ ist. (Die Seiten AG und CH ziehen. Dann sind die Dreiecke ABG und HBC deckungsgleich usw.!) Folglich Quadrat $ADEC$ + Quadrat $BCFG =$ Quadrat $IABH$; kurz $a^2 + b^2 = c^2$.

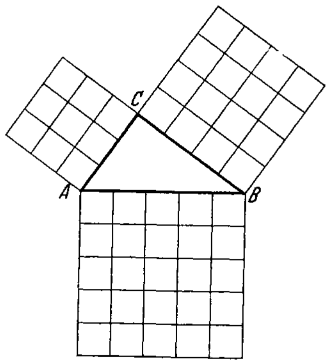


Abb 15.

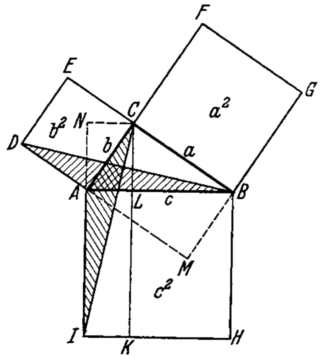


Abb 16

[1] Dieser Lehrsatz wird allgemein als „Satz des Pythagoras" oder kurz „Der Pythagoras", neuerdings auch vielfach richtiger als „Satz des Euklid" bezeichnet.

Ist das Hypotenusenquadrat gleich der Summe der Kathetenquadrate, so ist ein Kathetenquadrat gleich dem Hypotenusenquadrat, vermindert um das andere Kathetenquadrat. Nach Abb. 15 ist $9 = 25 - 16$ und $16 = 25 - 9$.

Merke fest und sicher: 1. $c^2 = a^2 + b^2$ 2. $a^2 = c^2 - b^2$ 3. $b^2 = c^2 - a^2$.

8. Die Winkelfunktionen. Sinus und Tangens. Abb. 17 stellt einen Winkel dar; er heißt α. Auf dem Schenkel BC ist im Punkte D eine Senkrechte errichtet und bis zum Schnitt mit dem andern Schenkel verlängert worden; sie heißt DE. Wenn nun diese Senkrechte zu dem Schenkelabschnitt BD ins Verhältnis gesetzt wird, so ist durch dieses als Bruch geschriebene Verhältnis die Größe des Winkels α genau bestimmt. $\angle\alpha = \frac{DE}{BD}$. Wäre DE z. B. 14 mm lang, BD 21 mm, so wäre $\angle\alpha = \frac{14}{21} = \frac{2}{3} = 0{,}6666..$ groß. In welchem Punkte die Senkrechte errichtet wird, ist gleichgultig. Das Verhaltnis ist stets dasselbe.

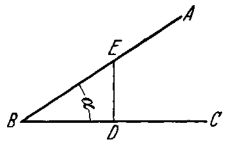


Abb 17

Merke: Das Verhältnis der dem Winkel gegenüberliegenden Senkrechten zu dem Schenkelabschnitt vom Scheitelpunkt bis zum Fußpunkt der Senkrechten nennt man Tangens des Winkels; Zeichen dafür „tg“.

Wäre die Senkrechte 25 mm, der Schenkelabschnitt 30 mm, so ware $\operatorname{tg}\alpha = \frac{25}{30} = \frac{5}{6} = 5 : 6 = 0{,}8333$. Ware die Senkrechte 14,5 mm, der Schenkelabschnitt 7,2 mm, so ware $\operatorname{tg}\alpha = \frac{14{,}5}{7{,}2} = \frac{145}{72} = 145 : 72 = 2{,}0138$.

1. Aufgabe:	Senkrechte =	20	28	15	78	16,5	83,6	31,2 mm.
	Schenkelabschnitt =	25	16	27	45,2	4,7	25,4	46,8 mm.

Wie groß ist tg? (Rechne immer auf vier Dezimalstellen.) So genügt tg schon für sich, die Größe eines Winkels zu bestimmen. Gelehrte haben aber außerdem noch Zahlentafeln ausgearbeitet, die es ermöglichen, aus tg auch die Grade des Winkels zu ermitteln (s. Tabelle 1, S. 57).

Gearbeitet wird nach dieser Tafel folgendermaßen:

2. Aufgabe: Wir benutzen die Zahlen der 1. Aufgabe.

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{20}{25} = \frac{4}{5} = 4 : 5 = 0{,}8000$. Nun suchen wir in der Tafel unter tg die Zahl 0,8000 auf. Wir finden als nächstliegende Zahl 0,8002. In der Gradspalte links davon finden wir die Zahl 38, in der Minutenspalte die Zahl 40. Demnach gehört zu $\operatorname{tg}\alpha$ ein Winkel von $38^0\,40'$. Die nächste Aufgabe! $\operatorname{tg}\alpha = \frac{28}{16} = \frac{7}{4} = 7 : 4 = 1{,}7500$. Als nächstliegende Zahl finden wir in der Tafel 1,7556. Als Winkel lesen wir ab $60^0\,20'$. — Suche nach den weiteren Angaben der 1. Aufgabe die Winkelgrößen!

3. Aufgabe: Wie groß ist $\angle\alpha$ (Abb. 17) bei folgenden Seitenverhältnissen?

Senkrechte mm	3,6	4,5	2,7	18,4	6,9	4,3	24,1	63,6	92,8.
Schenkelabschnitt mm	10,5	3,6	12,3	44,5	10,4	9,8	5,6	7,2	23,9.

Umgekehrt kann auch aus der Tafel für einen bekannten Winkel der Tangens (tg) festgestellt werden.

Beispiel: Wie groß ist $\operatorname{tg} 45^0\,30'$? Lösung: In den Grad- und Minutenspalten sucht man $45^0\,30'$ auf und liest dann die rechts danebenstehende Zahl 1,0176 ab. Kurz: $\operatorname{tg} 45^0\,30' = 1{,}0176$. Ebenso $\operatorname{tg} 16^0\,40' = 0{,}2994$ usw.

4. Aufgabe: Bestimme den Tangens folgender Winkel: $24^0\,0'$; $40^0\,50'$; $6^0\,30'$; $54^0\,20'$; $10^0\,40'$; $36^0\,50'$; $32^0\,10'$; $78^0\,10'$; $44^0\,30'$.

Merke: $10' = \frac{1}{6}^0$; $20' = \frac{1}{3}^0$; $30' = \frac{1}{2}^0$; $40' = \frac{2}{3}^0$; $50' = \frac{5}{6}^0$; denn $60' = 1^0$.

5. Aufgabe: Zeichne spitze Winkel von beliebiger Größe und Lage und berechne ihre Größe.

Anleitung: Zeichne z. B. $\angle BAC$ (Abb. 18). Errichte an beliebiger Stelle auf BA eine Senkrechte. Stelle die Länge dieser Senkrechten DE fest, ebenso die Länge der anliegenden Kathete DA. DA sei 38,5 mm; DE sei 26,4 mm. Dann ist $\operatorname{tg} \alpha = \frac{DE}{DA} = \frac{26{,}4}{38.5} = 26{,}4 : 38{,}5 = 264 : 385 = 0{,}6857$. Für 0,6857 lesen wir aus der Tabelle (tg-Spalte!) den Winkel $34^0\,30'$ oder $34\frac{1}{2}^0$ ab.

Übe bis zur vollen Sicherheit!

Den Wert, der dadurch entsteht, daß man zwei Dreiecksseiten zum Zwecke der Winkelberechnung ins Verhältnis setzt (Bruch bildet), nennt man Winkelfunktion. Außer Tangens sind noch folgende Winkelfunktionen in Benutzung: Sinus, Kosinus und Kotangens.

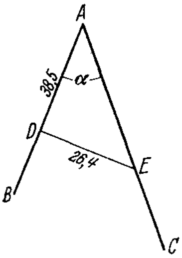


Abb 18

Der Sinus (Abkurzung „sin“) ist das Verhaltnis der gegenüberliegenden Kathete zur Hypotenuse. In Abb. 19 ist $\sin \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{44}{58} = 44 : 58 = 0{,}7586$. Für sin 0,7586 lesen wir aus der Sinusspalte (3. Spalte) der Tabelle (S. 57) einen Winkel von $49^0\,20'$, d. i. $49\frac{1}{3}^0$ ab. (Die nächstliegende Zahl ist 0,7585.)

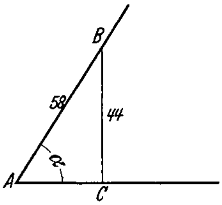


Abb 19

6. Aufgabe: Wie groß ist $\angle \alpha$ (Abb. 19), wenn bekannt sind

gegenuberliegende Kathete	12	49	32	125	18,4	25,6 mm.
Hypotenuse	39	60	75	180	54	48,2 mm.

7. Aufgabe: Zeichne nach Art der 5. Aufgabe beliebige Winkel und übe bis zur vollstandigen Sicherheit die Errechnung der Winkelgrößen durch Anwendung des sin. (Anleitung s. 5. Aufgabe.)

Merke fest und sicher: 1. sin = gegenüberliegende Kathete geteilt durch Hypotenuse; tg = gegenüberliegende Kathete geteilt durch anliegende Kathete.

2. Verwechsele beim Ablesen aus der Tabelle nicht sin- und tg-Spalte.

9. Kosinus und Kotangens. Der Vollständigkeit wegen sei noch folgendes erwähnt: Der Kosinus (Abkürzung „cos“) ist das Verhältnis der anliegenden Kathete zur Hypotenuse. In Abb. 19 ist $\cos \alpha = \frac{AC}{AB}$. Der Winkel ABC ergänzt den Winkel α zu 90^0; denn die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180^0 (s. Abschn. 6). Da Winkel $ACB = 90^0$ ist, müssen die beiden spitzen Winkel zusammen auch 90^0 sein. Folglich $\angle ABC = 90^0 - \alpha$; $\sin (90^0 - \alpha) = \frac{AC}{AB}$. Da auch $\cos \alpha = \frac{AC}{AB}$ ist, so kann man sagen $\cos \alpha = \sin (90^0 - \alpha)$. Demnach kann man der Sinusspalte von Tabelle 1 auch die Kosinuswerte entnehmen. Man stellt den Ergänzungswinkel zu 90^0 fest (also $90^0 - \alpha$) und liest für diesen Winkel aus der Sinusspalte den Wert ab. (In ausführlichen Tabellen kann man die cos-Werte ebenso wie die sin-Werte unmittelbar ablesen.)

Beispiel 1: Bestimme den cos von $46^0\,40'$!

Lösung: $\cos 46^0\,40' = \sin (90^0 - 46^0\,40') = \sin 43^0\,20'$; laut Tabelle = 0,6862.

Beispiel 2: Wie heißt der cos von $84^0\,10'$.

Lösung: $\cos 84^0\,10' = \sin (90^0 - 84^0\,10') = \sin 5^0\,50'$; laut Tabelle = 0,1016.

1. Aufgabe: Suche fur folgende Winkel den cos!

$18^0\,30'$ $40^0\,10'$ $52^0\,40'$ $68^0\,20'$ $82^0\,10'$ $56^0\,50'$

Umgekehrt läßt sich die Größe des Winkels bestimmen, wenn der cos bekannt ist.

Beispiel 3: $\cos\alpha = 0{,}2447$. Wie groß ist α?

Lösung: In der Sinusspalte wird 0,2447 aufgesucht. Als Winkel dafür werden $14^0\,10'$ abgelesen. Das ist aber erst der Ergänzungswinkel! α ist dann $90^0 - 14^0\,10'$; also $\alpha = 75^0\,50'$.

Beispiel 4: $\cos\alpha = 0{,}5831$. Wie groß ist α?

Lösung: Laut Sinusspalte gehört zu 0,5831 der Winkel $35^0\,40'$, folglich $\alpha = 90^0 - 35^0\,40'$; $\alpha = 54^0\,20'$.

2. Aufgabe: Wie groß ist α? Sein cos sei

0,7566 0,9315 0,5250 0,5000 0,1937 0,9781

Der **Kotangens** (Abkürzung „ctg") ist das Verhaltnis der anliegenden Kathete zur gegenüberliegenden Kathete. In Abb. 19 ist $\operatorname{ctg}\alpha = \frac{AC}{BC}$. Von $\angle ABC$ (also von $\angle 90^0 - \alpha$) ist tg ebenfalls $\frac{AC}{BC}$. Folglich $\operatorname{ctg}\alpha = \operatorname{tg}(90^0 - \alpha)$. Die Funktionswerte von ctg können demnach der Tangensspalte der Tabelle entnommen werden.

Beispiel 5: Suche den ctg von $18^0\,50'$.

Lösung: $\operatorname{ctg} 18^0\,50' = \operatorname{tg}(90^0 - 18^0\,50') = \operatorname{tg} 71^0\,10'$; laut Tabelle $= 2{,}9319$.

3. Aufgabe: Suche für folgende Winkel den ctg!

$72^0\,30'$ $56^0\,10'$ $47^0\,50'$ $82^0\,20'$ $66^0\,0'$ $84^0\,40'$

Beispiel 6: $\operatorname{ctg}\alpha = 2{,}7725$. Wie groß ist α?

Lösung: Laut Tangensspalte gehört zu 2,7725 der Winkel $77^0\,10'$; folglich $\alpha = (90^0 - 77^0\,10')$; $\alpha = 12^0\,50'$.

4. Aufgabe: Wie groß ist α? Sein ctg sei

2,1609 3,0475 5,4845 1,1640 0,8796 1,3597

10. Anleitung zur Anwendung der Tabelle 1 für Winkel von Minute zu Minute. Die sin- und tg-Werte für Winkel von 10 zu 10 Minuten genügen fur gröbere Arbeiten und fur Schlittenverstellungen. Für die Berechnung von Genauarbeiten benutzt man vielfach Tabellen, die die Funktionswerte von Minute zu Minute bringen[1]. Man kann aber auch genügende Genauigkeit bei den genannten Berechnungen erreichen, wenn man die Winkelfunktionen fur jede einzelne Minute durch kleine Zusatzberechnungen aus der Tabelle 1 ermittelt.

a) Der Winkel ist gegeben; die Funktion soll gesucht werden.

Beispiel 1: Suche die Funktion zu $\operatorname{tg} 14^0\,43'$.

Lösung: 1. Der Wert liegt zwischen $14^0\,40'$ und $14^0\,50'$; also zwischen 0,2617 und 0,2648. Der Unterschied beträgt 31 (denn $48 - 17 = 31$). Während der Winkel um $10'$ stieg, stieg die Funktion um 31.

2. Auf $10'$ entfallen 31; auf $1'$ also 3,1. Nun ist aber $14^0\,43'$ um $3'$ größer als der nachste darunterliegende Tabellenwert; demnach entfallen auf $3'$ auch $3 \cdot 3{,}1 = 9{,}3$ rund 9.

3. Diese 9 zahlen wir zum Tabellenwert 0,2617 hinzu. Wir erhalten 0,2626.

4. Also $\operatorname{tg} 14^0\,43' = 0{,}2626$.

---

[1] Solche Tabellenbucher sind kauflich, in der Regel allerdings auf logarithmisches Rechnen abgestellt.

Beispiel 2:	Beispiel 3:	Beispiel 4:
tg 30° 26′	sin 8° 38′	tg 22° 37′
1. tg 30° 20′ = 0,5851	1. sin 8° 30′ = 0,1421	1. tg 22° 30′ = 0,4142
tg 30° 30′ = 0,5890	sin 8° 40′ = 0,1449	tg 22° 40′ = 0,4176
Unterschied = 39	Unterschied = 28	Unterschied = 34
2. Auf 10′ = 39	2. Auf 10′ = 28	2. Auf 10′ = 34
auf 1′ = 3,9	auf 1′ = 2,8	auf 1′ = 3,4
auf 6′ = 23,4	auf 8′ = 22,4	auf 7′ = 23,8
3. 0,5851 + 23 = 0,5874	3. 0,1421 + 22 = 0,1443	3. 0,4142 + 24 = 0,4166
4. tg 30° 26′ = 0,5874	4. sin 8° 38′ = 0,1443	4. tg 22° 37′ = 0,4166

Aufgabe: Suche für folgende Winkel die genaue Funktion!

a) sin 6° 35′, sin 28° 19′ b) tg 40° 26′, sin 8° 14′ c) sin 14° 52′, tg 52° 8′ d) tg 25° 25′, tg 9° 29′

b) Die Winkelfunktion ist gegeben; der Winkel ist zu suchen.

Beispiel 1: tg x = 0,6855. Suche den Winkel!

Lösung: 1. Der nächste darunterliegende Tabellenwert = 0,6830 gilt für 34° 20′
Der nächste darüberliegende „ = 0,6873 „ „ 34° 30′

Der gesuchte Wert liegt also zwischen 34° 20′ und 34° 30′.

Der Unterschied zwischen beiden Funktionszahlen (er soll kurz U genannt werden) = 43.

Der Unterschied zwischen gegebener Zahl und kleinerer Tabellenzahl (er soll kurz u genannt werden) = 25 (0,6855 — 0,6830!).

2. Wenn $U = 43$ ist, so wächst der Winkel um 10′
„ $U = 4{,}3$ „ „ „ „ „ „ 1′
„ $u = 25$ „ „ „ „ „ „ 6′; denn $25 : 4{,}3 = 5{,}8 \approx 6$
3. 34° 20′ + 6′ = 34° 26′.
4. $\angle x$ = 34° 26′.

Beispiel 2:
tg x = 0,8964.
1. Darunter liegt 0,8952 für 41° 50′
Darüber liegt 0,9004 „ 41° 60′ (42°)
$U = 52$; $u = 12$
2. Bei 52 = 10′
„ 5,2 = 1′
„ 12 = 2′ (denn 12 : 5,2 = 2)
3. 41° 50′ + 2′ = 41° 52′
4. $\angle x$ = 41° 52′

Beispiel 3:
sin x = 0,5132.
1. Darunter 0,5616 für 34° 10′
Darüber 0,5640 „ 34° 20′
$U = 24$; $u = 16$
2. Bei 24 = 10′
„ 2,4 = 1′
„ 16 = 7′ (denn 16 : 2,4 = 7)
3. 34° 10′ + 7′ = 34° 17′
4. $\angle x$ = 34° 17′

Aufgabe: Suche die Winkel zu folgenden Funktionswerten:

a) sin x = 0,4835; sin x = 0,8500; b) tg x = 0,4560; tg x = 0,2440; c) sin x = 0,2060; sin x = 0,8000; d) tg x = 0,1235. tg x = 0,5100.

11. Die Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck. Zwei Teile müssen bekannt sein, entweder zwei Seiten oder eine Seite und ein spitzer Winkel. Die übrigen Teile können berechnet werden. Es ergeben sich folgende fünf Grundaufgaben:

1. Aufgabe: Gegeben sind die Hypotenuse = 108 mm und der Winkel α = 5 6° 40′. Berechne den andern spitzen Winkel und die beiden Katheten (Abb. 20).

Lösung: a) $\beta = 90^0 - \alpha = 90^0 - 56^0\,40' = 33^0\,20'$. Winkel β also $= 33^0\,20'$.

b) Da Hypotenuse und $\angle\alpha$ gegeben sind, kann mittels sin die gegenüberliegende Kathete a gefunden werden. $\sin\alpha = \frac{a}{c}$; $\sin 56^0\,40'$ laut Tabelle $= 0{,}8355$; Seite $c = 108$; also $0{,}8355 = \frac{a}{108}$; $0{,}8355 \cdot 108 = a$ (s. Abschnitt 3); $90{,}234 = a$.

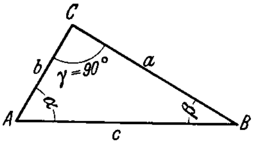


Abb 20

c) b zu finden, bieten sich drei Wege: 1. durch sin, 2. durch tg, 3. durch den „Pythagoras".

1. $\sin\beta = \frac{b}{c}$; $\sin 33^0\,20'$ laut Tabelle $= 0{,}5495$; $c = 108$; also $0{,}5495 = \frac{b}{108}$; $0{,}5495 \cdot 108 = b$; $59{,}346 = b$.

2. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$; $\operatorname{tg}\alpha$ laut Tabelle $= 1{,}5204$; $a = 90{,}234$; also $1{,}5204 = \frac{90{,}234}{b}$. $1{,}5204 \cdot b = 90{,}234$; $b = \frac{90{,}234}{1{,}5204}$, $b = 90{,}234 : 1{,}5204$; $902340 : 15204 = 59{,}348$. Also $b = 59{,}348$.

3. $b^2 = c^2 - a^2$; folglich $b^2 = 108^2 - 90{,}234^2$; auf beiden Seiten der Gleichung die Wurzel ziehen; also $b = \sqrt{108^2 - 90{,}234^2}$, $b = \sqrt{11664 - 8142{,}174756}$, $b = \sqrt{3521{,}825244}$; $b = 59{,}345$.

Die drei Ausrechnungen für b ergaben in der letzten Stelle verschiedene Werte. Solch geringfügige Unterschiede werden immer auftreten. Verursacht werden sie durch die Abrundung der vierten Dezimalstelle in den Tabellen für die Winkelfunktionen. Man erkennt hieraus, daß eine Berechnung auf möglichst viele Stellen durchaus nicht eine erhohte Genauigkeit zu bedeuten braucht. Man soll nicht mehr Stellen ausrechnen als man praktisch braucht. Wenn man z. B. nur auf zehntel mm genau messen will, braucht man keine tausendstel auszurechnen.

Ergebnis: $\beta = 33^0\,20'$; $a = 90{,}234$ mm; $b = 59{,}345$ mm.

Rechne nach obigem Muster folgende Aufgaben:

Hypotenuse:	75	94,6	258	13,8	175	52 mm
Spitzer Winkel:	13^0	$20^0\,30'$	30^0	$64^0\,10'$	$5^0\,30'$	$7^0\,20'$

Nach diesem ausfuhrlichen Beispiel werden die vier anderen Grundaufgaben in knapperer Form durchgeführt werden.

2. Aufgabe: In dem rechtwinkligen Dreieck Abb. 20 sei Kathete $a = 82$ mm, Winkel $\alpha = 28^0$. Berechne β, b und c!

Lösung: a) $\angle\beta = 90^0 - \angle\alpha$; $\beta = 90^0 - 28^0$, $\beta = 62^0$

b)
$$\begin{aligned} \operatorname{tg}\beta &= \frac{b}{a} \\ \operatorname{tg} 62^0 &= \frac{b}{82} \\ 1{,}8807 \cdot 82 &= b \\ 154{,}217 &= b \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 82^2 + 154{,}217^2 \\ c^2 &= 6724 + 23782{,}883089 \\ c^2 &= 30506{,}883089 \\ c &= \sqrt{30506{,}883089} \\ c &= 174{,}661 \end{aligned}$$

Ergebnis: $\angle\beta = 62^0$; Seite $b = 154{,}217$ mm; Seite $c = 174{,}661$ mm. (b konnte auch mittels $\operatorname{tg}\alpha$ berechnet werden; c mittels $\sin\alpha$ oder $\sin\beta$.)

Löse nach obigem Muster folgende Aufgaben:

Kathete $a =$	70	102	54,5	82,4	180 mm
Winkel $\alpha =$	$9^0\,20'$	$25^0\,10'$	42^0	$6^0\,30'$	21^0

Wenn mehrere Wege zum Ziel fuhren, benutze sie alle und vergleiche die Ergebnisse. In der funften, sechsten Zahlenstelle werden erst kleine Unterschiede auftreten. Benutze vor allen Dingen den Weg, der die **kleinere** Winkelgröße verwertet. Ist z. B. eine Lösung durch $\sin 28^0$ und durch $\mathrm{tg}\, 62^0$ möglich, so wähle $\sin 28^0$! Oder führen $\mathrm{tg}\, 6^0$ und $\mathrm{tg}\, 84^0$ zum Ziel, so wähle $\mathrm{tg}\, 6^0$! Das gilt für alle Aufgaben.

3. Aufgabe: In dem rechtwinkligen Dreieck Abb. 20 sei Kathete $b = 160$ mm; $\angle\alpha$ sei $8^0\,30'$. Berechne β, a und c.

Lösung: Fertige stets erst eine Zeichnung an und trage die Werte ein!

a) $\angle\beta = 90^0 - \angle\alpha$; $\beta = 90^0 - 8^0\,30'$; $\beta = 81^0\,30'$

b)
$$\begin{aligned} \mathrm{tg}\,\alpha &= \frac{a}{b} \\ \mathrm{tg}\, 8^0\,30' &= \frac{a}{160} \\ 0{,}1495 \cdot 160 &= a \\ 23{,}92 &= a \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 23{,}92^2 + 160^2 \\ c^2 &= 572{,}1664 + 25600 \\ c^2 &= 26172{,}1664 \\ c &= \sqrt{26172{,}1664} \\ c &= 161{,}778 \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} \sin\alpha &= \frac{a}{c} \\ \sin 8^0\,30' &= \frac{23{,}92}{c} \\ 0{,}1478 \cdot c &= 23{,}92 \\ c &= \frac{23{,}92}{0{,}1478} \\ c &= 161{,}840 \end{aligned}$$

Ergebnis: $a = 23{,}92$ mm; $c = 161{,}778$ mm; $\beta = 81^0\,30'$.

Der Unterschied in den beiden Ergebnissen für c ist diesmal recht erheblich. Aus diesem Grunde wurde das Beispiel so gewählt. Der Fall stellt aber ungefähr die äußerste Grenze der Ungenauigkeit dar. Die Ursache ist wiederum die Abrundung der Tangensfunktion in der 4. Stelle auf 0,1495. Die siebenstellige[1] Funktion lautet 0,1494510. Rechnet man mit diesem Werte, so erhält man $c = 161{,}781$; der Wert mittels des Pythagoras ist $c = 161{,}778$; der Unterschied ist nur noch $^3/_{1000}$ mm! Ist höchste Genauigkeit erwünscht, so muß demnach eine Tabelle mit 7stelligen Funktionszahlen benutzt werden; selbstverständlich ist mit genauer (nicht abgerundeter) Minutenzahl zu rechnen (Abschn. 10).

Löse nach vorstehendem Muster folgende Aufgaben:

Kathete $b =$	60	37,5	24	80	110	122 mm
Winkel $\alpha =$	$14^0\,30'$	12^0	$38^0\,10'$	52^0	$24^0\,40'$	$6^0\,10'$

4. Aufgabe: In dem rechtwinkligen Dreieck Abb. 20 sei Kathete $a = 72$ mm, Kathete $b = 65$ mm. Berechne c, α, β.

Lösung:

a)
$$\begin{aligned} c^2 &= a^2 + b^2 \\ c^2 &= 72^2 + 65^2 \\ c^2 &= 5184 + 4225 \\ c^2 &= 9409 \\ c &= \sqrt{9409} \\ c &= 97 \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} \mathrm{tg}\,\alpha &= \frac{a}{b} \\ &= \frac{72}{65} \\ &= 72 : 65 \\ &= 1{,}1077 \\ \alpha &= 47^0\,55' \end{aligned}$$

(1,1077 liegt fast genau zwischen den Tabellenwerten 1,1041 und 1,1106, also zwischen 50′ und 60′, das sind 55′.)

c)
$$\begin{aligned} \beta &= 90^0 - \alpha \\ &= 90^0 - 47^0\,55' \\ &= 42^0\,5' \end{aligned}$$

Ergebnis: $c = 97$ mm; $\alpha = 47^0\,55'$; $\beta = 42^0\,5'$.

Löse nach vorstehendem Muster folgende Aufgaben:

Kathete $a =$	24	195	140	32,4	24,2	66 mm
Kathete $b =$	143	28	51	18,5	75	18,6 „

---

[1] Es gibt auch dafür käufliche Tabellenbücher (vgl. Fußnote S. 18).

Suche c nicht nur nach dem Pythagoras (wie oben), sondern auch mittels $\sin\alpha$ und vergleiche die Ergebnisse! Dann ist die Reihenfolge so:

a) $\operatorname{tg}\alpha = \frac{a}{b}$

usw.

Siehe oben unter b

b) $\beta = 90^0 - \alpha$

usw.

Siehe oben

c) $\sin\alpha = \frac{a}{c}$

$$0{,}7421 = \frac{a}{c}$$

$$c = \frac{72}{0{,}7421}$$

$$c = 97{,}021 \text{ mm}$$

Die Ungenauigkeit für c beträgt $^1/_{50}$ mm. Die Lösung mittels des Pythagoras ist vollkommen genau.

5. Aufgabe: In dem rechtwinkligen Dreieck Abb. 20 sei Kathete $a = 30$ mm; Hypotenuse $c = 64{,}5$ mm; berechne b, α, β!

Lösung:

a)
$$b^2 = c^2 - a^2$$
$$b^2 = 64{,}5^2 - 30^2$$
$$b^2 = 4160{,}25 - 900$$
$$b^2 = 3260{,}25$$
$$b = \sqrt{3260{,}25}$$
$$b = 57{,}099$$

b)
$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$
$$= \frac{30}{64{,}5}$$
$$= 300 : 645$$
$$= 0{,}4651$$
$$\alpha = 27^0\,40'$$

c)
$$\beta = 90^0 - 27^0\,40'$$
$$\beta = 62^0\,20'$$

Ergebnis: $b = 57{,}099$ mm; $\alpha = 27^0\,40'$; $\beta = 62^0\,20'$.

Löse nach vorstehendem Muster folgende Aufgaben:

Kathete a =	45	60	72,5	88,6	162 mm
Hypotenuse c =	130	240	180	150,5	320 ,,

12. Etwas von den Körpern. Der Querschnitt einer Kugel ist stets ein Kreis (Abb. 21). AB ist der Durchmesser; MA ist der Halbmesser oder Radius; EF ist eine Sehne; GH ist die Höhe des Bogens EHF. n ist eine Tangente. Sie berührt den Kreis in einem Punkte (P). Der Halbmesser r, der nach P gezogen wird, bildet mit der Tangente stets einen rechten Winkel. Abb. 22 stellt eine Walze

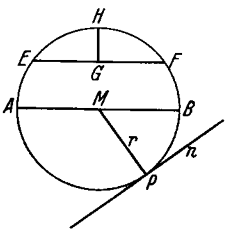


Abb. 21.

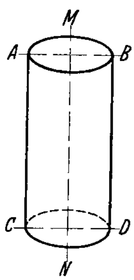


Abb 22.

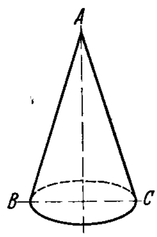


Abb. 23

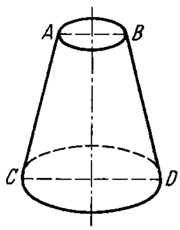


Abb 24

oder einen Zylinder dar. Die Querschnitte ergeben, wenn sie parallel zur Grundfläche geführt werden, immer Kreise. Alle Querschnitte sind gleich groß. Ein Längsschnitt durch die Walze in Richtung der Achse ergibt ein Rechteck ($ABCD$). Körper in Form von Abb. 23 heißen Kegel. Die Querschnitte parallel zur Grundfläche ergeben Kreise, aber von verschiedener Größe. Der Längsschnitt ergibt ein Dreieck (BAC). Abb. 24 stellt einen abgestumpften Kegel dar. Die Querschnitte parallel zur Grundfläche ergeben Kreisformen; der Längsschnitt ist ein

Trapez ($ABCD$). Den Unterschied zwischen großem und kleinem Durchmesser r im Verhältnis zur Länge nennt man Steigung des Kegels. Oftmals heißt es auch: Die Steigung beträgt 1 : 5; d. h. auf 5 mm Länge = 1 mm Steigung, oder auf 50 mm = 10 mm usf. Steigung 1 : 12 bedeutet auf 12 mm Länge = 1 mm Steigung, auf 60 mm = 5 mm; auf 120 mm = 10 mm usf.

13. Einige wichtige Berechnungen an der Kugel. Ein Schnitt durch die Kugel, der durch den Mittelpunkt geht, zerlegt die Kugel in 2 Halbkugeln. Führt ein solcher Schnitt nicht durch den Mittelpunkt, so nennt man den abgeschnittenen Teil Kugelhaube. Abb. 25 bringt einen Längsschnitt durch eine Kugelhaube und den dazugehörenden Kugelteil. h = Höhe des Bogens und der Kugelhaube. s = halber Durchmesser der Grundfläche der Haube und auch halbe Sehne im Schnitt. r = Halbmesser der Kugel. α = Mittelpunktswinkel, der von den beiden Halbmessern gebildet wird, die von den Enden der Sehne ausgehen. Durch die verlängerte Höhe h wird er halbiert. Wenn von den vier Größen r, s, h, α zwei gegeben sind, so sind die anderen beiden zu berechnen. Das ergibt 6 Grundaufgaben, die wir mit den in den vorhergehenden Abschnitten erworbenen Kenntnissen leicht lösen können:

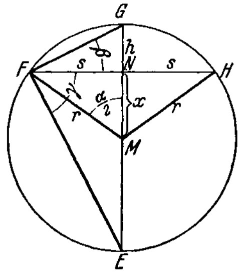


Abb. 25

1. Aufgabe: s (halber Durchmesser der Kugelhaube) = 24 mm; r (Halbmesser der Kugel) = 32 mm. Berechne h und $\angle\alpha$!

Lösung: a) Im rechtwinkligen Dreieck MNF sind die Hypotenuse durch r und eine Kathete durch s bekannt; folglich kann nach Pythagoras die andere Kathete (x) gefunden werden.

$$x^2 = 32^2 - 24^2 = 1024 - 576 = 448;\ \text{folglich}\ x = \sqrt{448} = 21{,}166;\quad h = r - x;$$
$$\text{also}\ h = 32 - 21{,}166;\quad h = 10{,}834\ \text{mm}.$$

b) $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{s}{r} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} = 3 : 4 = 0{,}7500$. Wir suchen in der Sinusspalte der Tabelle 1 (S. 57) 0,7500 auf und ermitteln den Winkel $\frac{\alpha}{2} = 48^0\,35'$. Folglich $\alpha = 97^0\,10'$.

2. Aufgabe: $r = 50$ mm; $h = 6{,}4$ mm; berechne x, s und $\angle\alpha$!

Lösung: a) $x = r - h = 50 - 6{,}4 = 43{,}6$; $x = 43{,}6$ mm.

b) $s^2 = r^2 - x^2 = 50^2 - 43{,}6^2 = 2500 - 1900{,}96 = 599{,}04$; folglich $s = \sqrt{599{,}04}$ $= 24{,}475$; $2s$ (die ganze Sehne) = 48,950 mm.

c) $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{s}{r} = \frac{24{,}475}{50} = 0{,}4895$; folglich $\frac{\alpha}{2}$ laut Tabelle $= 29^0\,18'$; $\angle\alpha = 58^0\,36'$.

3. Aufgabe: $s = 64$ mm; $h = 18$ mm. Berechne r und $\angle\alpha$!

Lösung: a) Aus $\operatorname{tg}\beta = \frac{h}{s}$ ist $\angle\beta$ zu finden; denn $\operatorname{tg}\beta = \frac{18}{64} = 9 : 32 = 0{,}2813$; folglich laut Tabelle $\angle\beta = 15^0\,43'$.

b) $\angle\gamma = 90^0 - 15^0\,43' = 74^0\,17'$. (Alle Winkel über dem Durchmesser eines Kreises, deren Scheitelpunkt im Kreisumfang liegt, sind 90^0; folglich $\angle GFE = 90^0$.)

c) $\operatorname{tg}\gamma = \frac{\text{Strecke } NE}{s}$; $\operatorname{tg} 74^0\,17' = \frac{NE}{s}$; $3{,}5520 = \frac{NE}{64}$; $3{,}5520 \cdot 64 = NE$; 227,328 = Strecke NE. Legen wir zu dieser Strecke noch $h = 18$ hinzu, so erhalten wir $2r = 245{,}328$; folglich $r = 122{,}664$ mm.

d) $\frac{\alpha}{2}$ ist aus s und r durch sin zu finden; denn $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{s}{r} = \frac{64}{122{,}664}$ usf. Rechne selbständig weiter!

4. Aufgabe: $r = 56{,}2$ mm; $\angle \alpha = 84^0\,30'$. Berechne s und h!

Lösung: Sie ist leicht. Führe sie selbst durch! Anleitung: a) Aus $\sin\frac{\alpha}{2}$ und r ist s zu finden. b) Aus r und s ist nach Pythagoras x zu finden. c) h ist dann $r - x$.

5. Aufgabe: $s = 16{,}8$ mm; $\angle \alpha = 104^0\,24'$. Berechne r und h!

Lösung: Leicht! Rechne selbständig!

6. Aufgabe: $h = 20$ mm; $\angle \alpha = 76^0\,20'$. Berechne r und s.

Lösung: (Siehe hierzu Abschn. 11) a) $\angle NFM = 90^0 - 38^0\,10' = 51^0\,50'$; $\sin 51^0\,50' = \frac{x}{r} = \frac{r-h}{r}$; $0{,}7862 = \frac{r-20}{r}$; $0{,}7862\,r = r - 20$; $20 = r - 0{,}7862\,r$; $20 = 0{,}2138\,r$; $\frac{20}{0{,}2138} = r$; $93{,}545$ mm $= r$.

b) $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{s}{r}$; $\sin 38^0\,10' = \frac{s}{93{,}545}$; $0{,}6180 \cdot 93{,}545 = s$; $s = 57{,}811$ mm.

Übungsaufgabe: Berechne die fehlenden Stücke! Gegeben sind

a	b	c	d	e	f
$s = 40{,}2$	$s = 28{,}1$	$r = 29$	$s = 58$	$r = 24$	$s = 44$
$r = 78{,}6$	$r = 52{,}2$	$h = 14$	$h = 12{,}6$	$\angle \alpha = 68^0\,10'$	$\angle \alpha = 112^0\,10'$

14. Einiges über das schiefwinklige Dreieck. Die Berechnungen an Werkstücken werden fast ausnahmslos durch Zurückführung auf das rechtwinklige Dreieck gelingen. Diese Berechnungsweise bietet den Vorteil, das auf trigonometrischem Wege ermittelte Ergebnis durch Anwendung des „Pythagoras“ nachprüfen zu können (vgl. Aufg. 3 S. 21). Dennoch soll einiges über die Berechnung des schiefwinkligen Dreiecks gebracht werden. Eine erschöpfende Behandlung ist im Rahmen dieses Buches unmöglich; sie ist auch entbehrlich.

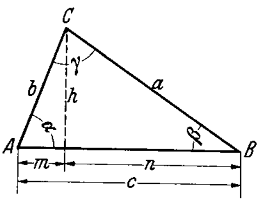


Abb 26

Der Sinussatz. Lehrsatz: In jedem Dreieck verhalten sich die Seiten wie die Sinus der gegenüberliegenden Winkel.

Behauptung (Abb. 26): $a : b = \sin\alpha : \sin\beta$. (Sprich: Seite a verhält sich zu Seite b wie der Sinus von Winkel α zum Sinus des Winkels β.)

Beweis: Zum Beweise ziehen wir die Höhe h von C auf AB. Dann ist $\sin\alpha = \frac{h}{b}$ und $\sin\beta = \frac{h}{a}$. Teilen wir die erste Gleichung durch die zweite, so erhält man $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{h \cdot a}{b \cdot h}$*; gekürzt $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{a}{b}$, als Proportion[1] geschrieben

$$\text{I. } \sin\alpha : \sin\beta = a : b\,.$$

* Man teilt einen Bruch, indem man den Teiler umkehrt und malnimmt. Vgl. Werkstattbuch 63, Abschn. 6!

[1] Über Wesen und Bedeutung der Proportion s. Werkstattbuch 63, Abschn. 16. Nur das Wichtigste sei an dieser Stelle wiederholt:

1. $4 : 9 = 12 : 27$. Die 9 und 12 sind die inneren Glieder; 4 und 27 sind die äußeren Glieder. 9 mal 12 = 108; ebenfalls 4 mal 27 = 108. Man sagt: Das Produkt der innern Glieder ist gleich dem Produkt der äußern Glieder.

2. $4 : 9 = x : 27$; dann ist $x = \frac{4 \cdot 27}{9}$, gekürzt $x = \frac{4 \cdot 3}{1}$; $x = 12$. Man sagt: Das unbekannte innere Glied wird gefunden, indem man die äußern Glieder malnimmt und durch das bekannte innere Glied teilt.

3. $x : 9 = 12 : 27$; dann ist $x = \frac{9 \cdot 12}{27}$, gekürzt $x = \frac{1 \cdot 4}{1}$; $x = 4$. Man sagt: Das unbekannte äußere Glied wird gefunden, indem man die inneren Glieder malnimmt und durch das bekannte äußere Glied teilt.

In gleicher Weise läßt sich beweisen:

$$\text{II.}\quad \sin\alpha : \sin\gamma = a : c\,.$$
$$\text{III.}\quad \sin\beta : \sin\gamma = b : c\,.$$

Führe die Beweise selbständig aus! Für II benutze die Höhe von B auf AC; für III benutze die Höhe von A auf BC!

Anwendung des Sinussatzes:

a) Sind in einem schiefwinkligen Dreieck 1 Seite und 2 Winkel gegeben, so sind die übrigen Werte zu errechnen.

1. Aufgabe: Seite $a = 48$ mm; $\alpha = 46^0\,30'$; $\beta = 64^0\,10'$. Berechne γ, b und c.

Lösung: 1. $\gamma = 180^0 - 46^0\,30' - 64^0\,10'$; $\gamma = 180^0 - 110^0\,40'$; $\gamma = 69^0\,20'$.

2. $\sin\alpha : \sin\beta = a : b$; das ist $\sin 46^0\,30' : \sin 64^0\,10' = 48 : b$. Laut Tabelle $0{,}7254 : 0{,}9001 = 48 : b$; folglich $b = \frac{0{,}9001 \cdot 48}{0{,}7254}$; $b = \frac{43{,}2048}{0{,}7254}$; $b = 59{,}559$ mm.

3. $\sin\alpha : \sin\gamma = a : c$; das ist $\sin 46^0\,30' : \sin 69^0\,20' = 48 : c$. Laut Tabelle $0{,}7254 : 0{,}9356 = 48 : c$; folglich $c = \frac{0{,}9356 \cdot 48}{0{,}7254}$; $c = \frac{44{,}9088}{0{,}7254}$; $c = 61{,}908$ mm.

2. Aufgabe:

$b = 110$ mm	$a = 180$ mm	$c = 250$ mm	$a = 90$ mm
$\beta = 51^0\,30'$	$\alpha = 25^0$	$\gamma = 74^0\,20'$	$\alpha = 50^0\,10'$
$\alpha = 12^0\,30'$	$\gamma = 86^0$	$\alpha = 18^0\,30'$	$\beta = 84^0\,20'$

Berechne die fehlenden Seiten und Winkel!

Anleitung: Wähle unter I, II und III die Proportion aus, die die gegebenen 3 Werte enthält, und berechne dann die unbekannte, vierte Größe! Sind z. B. b, β und α bekannt, so kommt Proportion I in Frage; sind c, α und γ bekannt, so kommt Proportion II in Frage usf.

b) 2 Seiten und 1 Winkel (doch nicht der von den beiden Seiten eingeschlossene Winkel) sind bekannt.

3. Aufgabe: $b = 100$ mm; $c = 85$ mm; $\beta = 60^0\,20'$. Berechne a, α, γ!

Lösung: 1. Proportion III ist zu wählen, da sie die bekannten Werte b, c und β enthält. γ ist dadurch zu finden. Also: $\sin\beta : \sin\gamma = b : c$; das ist $\sin 60^0\,20' : \sin\gamma = 100 : 85$. Laut Tabelle $0{,}8689 : \sin\gamma = 100 : 85$; folglich $\sin\gamma = \frac{0{,}8689 \cdot 85}{100}$; $\sin\gamma = 0{,}738565$; folglich laut Tabelle $\gamma = 47^0\,37'$.

2. $\alpha = 180^0 - 60^0\,20' - 47^0\,37'$; also $\alpha = 180^0 - 107^0\,57'$; $\alpha = 72^0\,3'$.

3. Um Seite a zu finden, wählen wir Proportion I (oder II) aus, da sie a enthält und die andern 3 Werte bekannt sind. Also $\sin\alpha : \sin\beta = a : b$; das ist $\sin 72^0\,3' : 60^0\,20' = a : 100$. Laut Tabelle $0{,}9514 : 0{,}8689 = a : 100$; folglich $a = \frac{0{,}9514 \cdot 100}{0{,}8689}$; $a = 109{,}49$ mm.

4. Aufgabe:

$a = 80$ mm	$b = 140$ mm	$a = 25{,}5$ mm	$a = 210$ mm
$b = 65$ mm	$c = 95$ mm	$c = 42{,}8$ mm	$b = 380$ mm
$\alpha = 68^0\,10'$	$\gamma = 30^0\,30'$	$\gamma = 56^0\,20'$	$\beta = 68^0$

Berechne die unbekannten Seiten und Winkel!

c) Zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel sind bekannt.

5. Aufgabe: $b = 150$ mm; $c = 200$ mm; $\alpha = 50^0\,30'$. Berechne a, β, γ!

Lösung: Wohl ist eine unmittelbare Lösung möglich[1]; aber unsere bisher erworbenen Kenntnisse gestatten nur eine Lösung auf kleinem Umwege. Wir ziehen die Höhe h von C auf AB und führen dadurch die Lösung auf die Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks zurück (Abb. 26).

1. $\sin\alpha = \frac{h}{b}$
$\sin 50^0\,30' = \frac{h}{150}$
$0{,}7716 = \frac{h}{150}$
$0{,}7716 \cdot 150 = h$
$115{,}74 = h$

2. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{m}$
$\operatorname{tg} 50^0\,30' = \frac{h}{m}$
$1{,}2131 = \frac{115{,}74}{m}$
$m = \frac{115{,}74}{1{,}2131}$
$m = 95{,}409$

3. $n = c - m$
$n = 200 - 95{,}409$
$n = 104{,}591$ mm

4. $\operatorname{tg}\beta = \frac{h}{n}$
$\operatorname{tg}\beta = \frac{115{,}74}{104{,}591}$
$\operatorname{tg}\beta = 1{,}1066$
$\beta = 47^0\,54'$
(laut Tabelle)

5. $\sin\beta = \frac{h}{a}$
$\sin 47^0\,54' = \frac{115{,}74}{a}$
$0{,}7420 = \frac{115{,}74}{a}$
$a = \frac{115{,}74}{0{,}7420}$
$a = 155{,}983$ mm

6. $\gamma = 180^0 - \alpha - \beta$
$\gamma = 180^0 - 50^0\,30' - 47^0\,54'$
$\gamma = 180^0 - 98^0\,24'$
$\gamma = 81^0\,36'$

6. Aufgabe:

$c = 76{,}2$ mm	$b = 40$ mm	$b = 86$ mm	$a = 16{,}2$ mm
$a = 62{,}5$ mm	$a = 56{,}2$ mm	$c = 104$ mm	$c = 48$ mm
$\beta = 36^0\,40'$	$\gamma = 72^0\,30'$	$\alpha = 58^0\,10'$	$\beta = 36^0\,40'$

Anmerkung: Sind die drei Seiten eines schiefwinkligen Dreiecks bekannt, und sollen die Winkel berechnet werden, so gehört ein erweitertes, aus trigonometrischen Lehrbüchern erworbenes Wissen zur Lösung dieser Aufgaben. Der Leser, der über ein solches Wissen verfügt, wird mittels der Formel

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}}$$

leicht zum Ziele gelangen. Erinnert sei daran, daß s den halben Umfang des Dreiecks bedeutet, z. B. $a = 20$ mm; $b = 25$ mm; $c = 31$ mm. Wie groß sind α, β, γ? Lösung: $s = (20 + 25 + 31) : 2 = 38$ mm.

1. $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{(s-b)(s-c)}{bc}} = \sqrt{\frac{(38-25)(38-31)}{25 \cdot 31}} = \sqrt{\frac{13 \cdot 7}{775}} = \sqrt{\frac{91}{775}} = \sqrt{0{,}117419}$ $= 0{,}3427$; $\sin\frac{\alpha}{2} = 0{,}3427$; folglich laut Tabelle $\frac{\alpha}{2} = 20^0\,2'$; $\alpha = 40^0\,4'$.

2. Mittels Formel I ist nun β zu finden. 3. γ ist dann $180^0 - (\alpha + \beta)$.

Der Kosinussatz. Der Fortgeschrittene kann den kleinen Umweg in der Lösung der 5. Aufgabe vermeiden, wenn er sich des Kosinussatzes bedient. Dieser lehrt die unbekannte 3. Seite finden, wenn die beiden anderen Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel bekannt sind. Die Formel, deren Ableitung hier übergangen wird, lautet

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha}\,.$$

In Worten: Die unbekannte Seite (a) wird gefunden, wenn man die Summe der Quadrate der beiden bekannten Seiten ($b^2 + c^2$) um das doppelte Produkt

[1] Siehe Kosinussatz.

aus beiden Seiten, das mit dem cos des eingeschlossenen Winkels malgenommen wurde ($2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha$), vermindert und dann die Quadratwurzel zieht. Die 8. und 9. Aufgabe zeigen die Anwendung des Kosinussatzes.

Anmerkung: Dem Fortgeschrittenen sei hier noch folgendes ins Gedächtnis zurückgerufen. Im schiefwinkligen Dreieck treten oftmals auch stumpfe Winkel auf, für die dann die Funktionswerte zu suchen sind. Wenn α ein stumpfer Winkel ist, so ist

1. $\sin\alpha = \sin(180^0 - \alpha)$
2. $\cos\alpha = -\cos(180^0 - \alpha)$
3. $\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}(180^0 - \alpha)$
4. $\operatorname{ctg}\alpha = -\operatorname{ctg}(180^0 - \alpha)$

Beachte, daß die drei letzten Werte Minuswerte sind!

Beispiel zu 1: $\sin 148^0 20' = \sin(180^0 - 148^0 20') = \sin 31^0 40' = 0{,}5250$.

Beispiel zu 2: $\cos 165^0 10' = -\cos(180^0 - 165^0 10') = -\cos 14^0 50' = -\sin 75^0 10'$* $= -0{,}9681$.

Beispiel zu 3: $\operatorname{tg} 125^0 = -\operatorname{tg}(180^0 - 125^0) = -\operatorname{tg} 55^0 = -1{,}4281$.

Beispiel zu 4: $\operatorname{ctg} 100^0 30' = -\operatorname{ctg}(180^0 - 100^0 30') = -\operatorname{ctg} 79^0 30' = -\operatorname{tg} 10^0 30'$** $= -0{,}1853$.

7. Aufgabe: Suche die genaue Funktion für folgende Winkel:

$\sin 116^0 30'$	$\cos 168^0 10'$	$\operatorname{tg}\ 99^0 12'$	$\cos 125^0 33'$
$\operatorname{tg}\ 98^0 40'$	$\operatorname{ctg} 112^0 20'$	$\sin 115^0 40'$	$\sin 162^0 48'$

Anwendung des Kosinussatzes. In der Praxis müssen mitunter genaue Blechteile, Schablonen u. dgl. angefertigt werden. Sind Seiten oder Winkel dieser Werkstücke zu berechnen, so löst man ihre Form in Dreiecke auf.

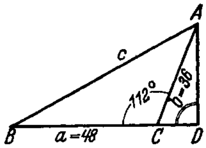


Abb 27. Berechnung eines Dreiecks mit stumpfem Winkel

8. Aufgabe: Ein Blechteil soll die genaue Form ABC von Abb. 27 erhalten. Zwei Seiten ($a = 48$ mm, $b = 36$ mm) und der eingeschlossene Winkel ($\gamma = 112^0$) sind bekannt. Die dritte Seite (c) ist zu berechnen.

Lösung: a) Durch Zurückführung auf das rechtwinklige Dreieck: Wir fällen von A das Lot auf die Verlängerung von BC, so daß das rechtwinklige Dreieck ADC entsteht. (Es ist in ähnlichen Aufgaben stets das Lot zu fällen, das den gegebenen Winkel nicht zerschneidet!)

1. $\angle ACD = 180^0 - 112^0$;

$\angle ACD = 68^0$

2. $\cos 68^0 = \dfrac{CD}{36}$;

$\sin 22^0$*** $= \dfrac{CD}{36}$

$0{,}3746 = \dfrac{CD}{36}$

$0{,}3746 \cdot 36 = CD$

$13{,}4856 = CD$

3. $BD = 48 + 13{,}4856$

$BD = 61{,}4856$

4. $\sin 68^0 = \dfrac{AD}{36}$

$0{,}9272 \cdot 36 = AD$

$33{,}3792 = AD$

5. $c^2 = 61{,}486^2 + 33{,}379^2$

$c = \sqrt{61{,}486^2 + 33{,}379^2}$

$c = \sqrt{3780{,}528196 + 1114{,}157741}$

$c = \sqrt{4894{,}685937}$

$c = 69{,}962$ mm.

---

* Siehe Abschnitt 11: $-\cos 14^0 50' = -\sin(90^0 - 14^0 50') = -\sin 75^0 10'$.

** Siehe Abschnitt 11: $-\operatorname{ctg} 79^0 30' = -\operatorname{tg}(90^0 - 79^0 30') = -\operatorname{tg} 10^0 30'$.

*** Siehe Abschnitt 11: $\cos 68^0 = \sin(90^0 - 68^0) = \sin 22^0$.

b) Mittels des Kosinussatzes:

$$c = \sqrt{48^2 + 36^2 - 2 \cdot 48 \cdot 36 \cdot \cos 112^0}$$
$$c = \sqrt{2304 + 1296 - 2 \cdot 48 \cdot 36 \cdot (-0{,}3746)}$$
$$c = \sqrt{2304 + 1296 - (-1294{,}6176)}$$
$$c = \sqrt{2304 + 1296 + 1294{,}6176}\,*$$
$$c = \sqrt{4894{,}6174}$$
$$c = 69{,}9615 \text{ mm}.$$

Nebenrechnung:

$$\cos 112^0 = -\cos(180^0 - 112^0)$$
$$= -\cos 68^0$$
$$= -\sin 22^0 **$$
$$= -0{,}3746$$

9. Aufgabe: Ein Werkstuck hat die Form eines unregelmaßigen Zehnecks (s. Abb. 28). Die außeren Kanten (a bis k) sind zu berechnen.

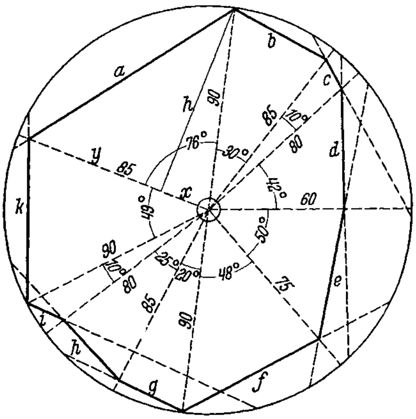


Abb 28 Berechnung der Kantenlangen eines unregelmaßig geformten Blechteiles

Lösung: a) Durch Zurückführung auf das rechtwinklige Dreieck: Wir ziehen, um die Seite a zu berechnen, eine Senkrechte, die den Winkel (76^0) nicht zerteilt, und nennen sie h. Dann ist

1. $\sin 76^0 = \frac{h}{90}$

$0{,}9703 \cdot 90 = h$

$87{,}327 = h$

2. $\operatorname{tg} 76^0 = \frac{h}{x}$

$4{,}0108 = \frac{87{,}327}{x}$

$x = \frac{87{,}327}{4{,}0108}$

$x = 21{,}772$

3. $y = 85 - 21{,}772$

$y = 63{,}228$

4. $a^2 = h^2 + y^2$

$$a = \sqrt{h^2 + y^2}$$
$$a = \sqrt{87{,}327^2 + 63{,}228^2}$$
$$a = \sqrt{11\,623{,}784913}$$
$$a = 107{,}814 \text{ mm}.$$

b) Durch Anwendung des Kosinussatzes:

$$a = \sqrt{90^2 + 85^2 - 2 \cdot 90 \cdot 85 \cdot \cos 76^0}$$
$$a = \sqrt{90^2 + 85^2 - 2 \cdot 90 \cdot 85 \cdot \sin 14^0}\,***$$
$$a = \sqrt{8100 + 7225 - 15300 \cdot 0{,}2419}$$
$$a = \sqrt{15325 - 3701{,}07}$$
$$a = \sqrt{11\,623{,}93}$$
$$a = 107{,}814 \text{ mm}.$$

In gleicher Weise sind die Kantenlängen b bis k zu berechnen; denn jede Kante ist Seite eines Dreiecks, in welchem die beiden andern Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel bekannt sind. Es sind möglichst beide Losungsarten anzuwenden, da man dadurch eine größere Gewähr für die Richtigkeit hat.

Die 8. und 9. Aufgabe verlangten, die fehlende 3. Seite zu berechnen. Ist sie gefunden worden, so können in leichter Weise auch die beiden unbekannten Winkel festgestellt werden, und zwar durch Anwendung des Sinussatzes. Zum Beispiel: Nach Abb. 27 ist $\sin\alpha : \sin\gamma = a : c$; $\sin\alpha : \sin 112^0 = 48 : 69{,}962$;

* Denn eine Minusklammer wird gelöst, indem man die Vorzeichen umkehrt!

** Siehe Abschnitt 11: $\cos 68^0 = \sin(90^0 - 68^0) = \sin 22^0$.

*** Siehe Abschnitt 11: $\cos 76^0 = \sin(90^0 - 76^0) = \sin 14^0$.

$\sin\alpha : \sin 68^0{}^* = 48 : 69{,}962$; $\sin\alpha : 0{,}9272 = 48 : 69{,}962$; $\sin\alpha = \frac{0{,}9272 \cdot 48}{69{,}962}$; $\sin\alpha = 0{,}6361$; laut Tabelle $\alpha = 39^0\,30'$;

$$\beta = 180^0 - (\alpha + \gamma); \quad \beta = 180^0 - (39^0\,30' + 112^0); \quad \beta = 180^0 - 151^0\,30'; \quad \beta = 28^0\,30'.$$

II. Technischer Teil.

Nach dem vorbereitenden Teil kann nunmehr zur Verwertung der erworbenen Kenntnisse in der Praxis geschritten werden. An einer Reihe von Beispielen wird die für Feinstarbeiten[1] notwendige Arbeitsfolge nebst dem dazugehörenden Rechnen und Messen gezeigt werden.

A. Verwendung von Meßrollen und Meßdrähten (Meßrollenverfahren).

15. Genauarbeiten beim Herstellen eines Kegeldornes. Aufgabe: Ein Dreher soll nach der Skizze Abb. 29 einen Kegeldorn[1] drehen.

Lösung: **a)** Errechnung der zur Einstellung notwendigen Gradzahl. Aus den Angaben der Zeichnung ist ersichtlich, daß der Kegel eine Steigung von 1 : 5 haben soll, d. h. auf 5 mm Länge steigt der Durchmesser des Kegels um 1 mm; das sind bei 100 mm Länge 20 mm Steigung. In Abb. 30 stellt der obere Teil den eingespannten abgestumpften Kegel dar, der untere Teil den Flansch des Werkzeugschlittens. Soll der Kegel abgedreht werden, so muß die Achse NO des Schlittens mit der Kante CD des Kegels gleichlaufen. Sie muß also um den Winkel v verstellt werden. Die Größe dieses Winkels ist leicht zu ermitteln, denn $\angle v = \angle u$, da MO parallel zu EF läuft und MR parallel zu EH. Winkel u ist spitzer Winkel in dem rechtwinkligen Dreieck EFH; folglich $\operatorname{tg} u = \frac{FH}{FE}$. FE ist die Kegellänge, also 100 mm; FH ist die halbe Steigung, also 10 mm. $\operatorname{tg} u$ also gleich $\frac{10}{100} = 10 : 100 = 0{,}1$. Wir schreiben im Hinblick auf unsere

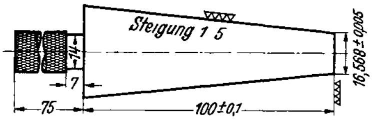


Abb 29 Kegeldorn aus Werkzeugstahl

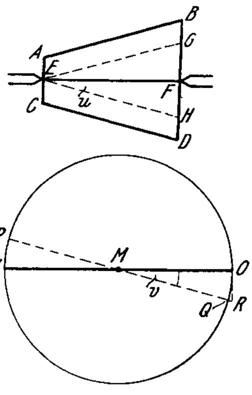


Abb 30 Das Drehen eines Kegels

* Siehe oben: $\sin 112^0 = \sin(180^0 - 112^0) = \sin 68^0$.

[1] Unter Anlehnung an das Normblatt DIN 140, Bl. 1···6 haben die in Zeichnungen angewandten Bearbeitungszeichen für den Lehrenbau folgende Bedeutung:

- ~ rohe Fläche, gröbere Mangel (vom Gießen oder Schneiden) durch Überschleifen oder Überfeilen beseitigt.
- ▽ ein- oder mehrmaliges Schruppen. Riefen dürfen fühlbar und sichtbar sein.
- ▽▽ ein- oder mehrmaliges Schlichten, Riefen dürfen mit bloßem Auge noch sichtbar sein.
- ▽▽▽ schlichten, Riefen dürfen mit bloßem Auge nicht mehr sichtbar sein. Also schleifen, wenn gehärtet wird. Auf solche Flächen muß demnach bei zu härtenden Teilen Schleifmaß zugegeben werden.
- ▽▽▽▽ Feinstbearbeitung (Läppen). Bei diesem Zeichen, das in den Normen nicht vorgesehen, für den Lehrenbau aber zweckmäßig ist, muß auch der Rundschleifer noch 0,01 bis 0,02 mm, je nach der verlangten Sauberkeit des Schliffs, zugeben. Der Dreher hat besonders bei denjenigen Flächen auf die Bearbeitungszeichen zu achten, die für ihn als Fertigflächen gelten.

[2] Näheres über Kegeldrehen s. Werkstattbuch Heft 63 „Der Dreher als Rechner“.

4stellige Tangenstabelle 0,1000, was ja den Wert der Zahl nicht andert. Diese Zahl suchen wir in der Tangenstabelle auf und lesen als Winkel 5° 40′ ab. Genau wären es 5° 43′. Abgesehen davon, daß diese Genauigkeit gar nicht eingestellt werden kann, ist sie auch nicht nötig. Selbst wenn der Dreher den Schlitten auf 5° 30′ ($5^1/_2$ Grad) einstellen würde, könnte ihm noch kein Vorwurf gemacht werden; denn er muß ja sowieso 0,6 mm Schleifmaß zugeben; also statt des in der Zeichnung angegebenen Maßes von 16,568 mm sind 17,2 mm zu drehen. Schleifzugabe kommt nur für den Mantel und für die untere Stirnfläche in Frage. Alles andere kann sauber auf Fertigmaß gedreht werden.

b) Das Härten. Der nächste Arbeitsgang bei der Bearbeitung des angenommenen Werkstückes wäre das Harten. Es soll hier nicht viel darüber gesagt werden[1], erwähnt sei nur, daß das Werkstück vor dem Härten gegluht werden muß. Es wird dabei so langsam und gleichmäßig wie nur möglich bis auf Rotglut (etwa 700 Grad) erwärmt. Ebenso langsam und gleichmäßig muß es dann auch erkalten, damit die Spannungen, die sich bei der Arbeit ergeben haben, ausgelöst werden. Dann wird das Werkstück nochmals langsam und gleichmäßig erwärmt — falls kein Härteofen vorhanden ist, am besten im Holzkohlenfeuer — und je nach Vorschrift in Öl oder Wasser abgeschreckt. Es ist ratsam, ja bei vielen Stahlsorten eine unbedingte Notwendigkeit, das gehärtete Werkstück zu „altern“, d. h. es einige Stunden lang einer Temperatur von 100 bis 150° C auszusetzen, um die Spannungen, die sich beim Abkühlen ergeben, auszugleichen. Dann wird das Werkstück auf seine Härte geprüft. Die meisten Werkstätten haben Härteprüfer. Das sind Apparate, in welche die Werkstücke fest eingespannt oder gelegt werden können. Eine Diamantspitze wird mit einem bestimmten Druck auf das Werkstück aufgesetzt, so daß sie je nach der Härte des Werkstoffes mehr oder weniger tief eindringt. An einem Zifferblatt kann dann die Härte abgelesen werden. Eine Härte von über 60 Rockwell wird für Meßwerkzeuge immer genugen. Man kann die Härte auch mit einer scharfen Schlichtfeile prufen, die man langsam mit festem Druck über das Werkstück gleiten läßt. Sie darf nicht anfassen. Neuerdings werden Meßflächen vielfach hart verchromt[2], was eine Rockwellhärte von etwa 70 ergibt.

c) Das Rundschleifen. Somit ware das Werkstück fur den Rundschleifer fertig. Dieser hat zunächst die Zentrierbohrungen sehr sauber auszuschleifen. Das geschieht zweckmäßig mittels kleiner Schleifmaschinen. Das eine Ende des Werkstuckes wird in eine Körnerspitze gesetzt, während das andere Ende mittels eines Schleifstiftes, der eine sehr hohe Umdrehungszahl hat, bearbeitet wird. Diese Arbeit kann auch auf einer kleinen Schnelldrehbank oder Bohrmaschine ausgeführt werden. Es ist aber unbedingt darauf zu achten, daß der Bohrer oder Schleifstift bei Herstellung der Zentrierbohrungen genau in der Werkstückachse arbeitet (Abb. 31). Ist das nicht der Fall, so wird der Winkel statt der genormten 60 Grad größer und das Werkstück wird nie genau laufen, weil die Aufnahmekörner die Zentrierbohrungen nicht voll ausfullen, sondern nur tangentenartig berühren (Abb. 32a u. b). Nach

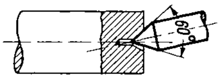


Abb 31 Falsche Herstellung der Kornerbohrung

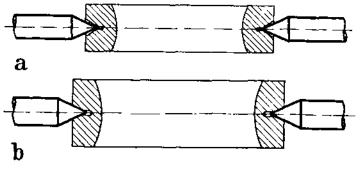


Abb 32a und b Werkstuck mit falschen (a) und richtigen (b) Kornerlochern

[1] Ausfuhrlich wird das Harten in den Werkstattbuchern Heft 7 und 8 behandelt.
[2] Vgl. Werkstattbuch Heft 67 „Prufen und Instandhalten von Werkzeugen und anderen Betriebsmitteln“, Abschn. „Hart- und Mattverchromen“.

der geringsten Abnützung der Zentrierbohrung, die gerade dann sehr schnell eintritt, wenn sie nach der falschen Art ausgeführt wurde, fängt das Werkstück an zu schlagen. Da die Zentrierbohrungen ein weit wichtigerer Bestandteil des Werkstückes sind, als in den meisten Fällen angenommen wird, so ist bei Genauarbeiten peinlichst darauf zu achten, daß sie mit äußerster Sorgfalt gesäubert und geglättet werden. Sind dann auch die Aufnahmespitzen der Rundschleifmaschine sauber geschliffen worden, so kann mit dem nächsten Arbeitsgang begonnen werden.

Zuerst stellen wir das Bett der Rundschleifmaschine genau auf 0 und stirnen die untere Meßfläche des Kegels sauber an. Man achte darauf, daß diese Fläche nicht ballig, eher etwas hohl wird; denn eine ballige Stirnfläche wird beim Messen des Kegels stören.

Wie das Bett der Maschine zu stellen ist, wissen wir, nämlich auf $5^0\,43'$. Dieses Winkelmaß werden wir zunachst nur annähernd treffen, und erst nach vielem Nachstellen wird volle Genauigkeit erreicht sein. In größeren Betrieben bedient man sich zum Messen der Winkel eines Werkstattmikroskopes oder auch eines Universal-Meßmikroskopes. Letzteres wird kurz auch U.M.M. genannt. Diese Geräte sind jedoch sehr kostspielig. Darum soll hier ein Meßverfahren gezeigt werden, mit dem ein geschickter Werkzeugmacher genau so sicher, wenn nicht gar sicherer arbeitet und das dazu weit billiger ist. Alle Hilfswerkzeuge können, falls sie nicht schon vorhanden sind, im Betrieb hergestellt werden.

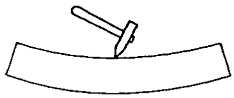
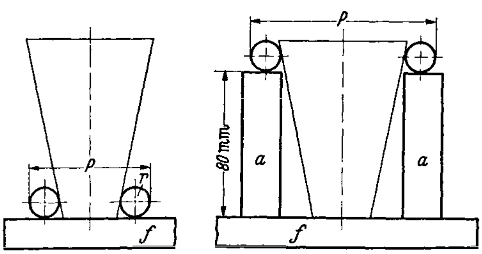


Abb. 33. Dengeln.

Es kann vorkommen, daß sich das Werkstück beim Härten etwas geworfen hat. Das ist mittels einer Meßuhr festzustellen. Gegebenenfalls ist das Werkstück vor dem Schleifen zu richten. Dies geschieht durch leichtes Hämmern, Dengeln genannt, mit der Hammerfinne auf der hohlen Seite (Abb. 33). Dieses Dengeln wird jedem Handwerker bekannt sein.

d) Das Messen. 1. Das Nachprüfen der Kegelsteigung: Wie schon erwähnt wurde, kann das Bett der Maschine zunachst nur annähernd auf den genauen Winkel eingestellt werden. Die endgültige Einstellung wird meistens erst erfolgen können, wenn eine rechnerische Nachprüfung den bisher erzielten Grad der Genauigkeit der Kegelsteigung festgestellt hat. Zu diesem Nachprüfen benutzen wir die Meßrollen. Zunächst schleifen wir den Mantel des Kegels so weit sauber, daß am Ende ein Gürtel von etwa 20 mm Höhe entsteht. Einen gleichen Gürtel stellen wir in Höhe von 80 mm her. Diese blanken Flächen gebrauchen wir zur Maßkontrolle. Wenn sich zwischen den beiden blanken Ringen noch schwarze Stellen zeigen, so ist das für unser Messen gleichgültig.



a b

Abb. 34a und b. Messungen am Kegel
r = Meßrolle, f = Meßplatte, p = Prüfmaß; a = Endmaße.

Da man einen Kegel nicht unmittelbar mit der Feinmeßschraube messen kann, so benutzt man Meßrollen von 10···20 mm Durchmesser, mißt zunächst unten (Abb. 34a) und dann genau 80 mm darüber (Abb. 34b). Ist die Steigung richtig, so muß der Unterschied in beiden Maßen genau 16 mm betragen. Denn der Kegel hat ja eine Steigung von 1 : 5. Beträgt die Steigung aber bei 5 mm Höhe 1 mm, so beträgt sie bei 80 mm Höhe $80 : 5 = 16$ mm.

Die Meßrollen müssen natürlich gehärtete und geschliffene und genau auf Maß geläppte Rollen sein. Es bleibt ohne Bedeutung, wo die Rollen den Kegel berühren; die Entfernung beträgt auf jeden Fall, natürlich als Höhe gemessen, 80 mm. Von dieser Prüfung hängt das weitere Verhalten ab. Ist der Unterschied mehr als 16 mm, so stellt man den Kegel spitzer, ist er weniger als 16 mm, so stellt man ihn stumpfer, bis man den genauen Unterschied erreicht hat.

2. Das Nachprüfen der Durchmessermaße: Wenn die genaue Steigung einwandfrei erzielt worden ist, so schreitet man zum Fertigschliff. Gemessen wird das untere Ende des Kegels, also der kleine Durchmesser. Die Zeichnung gibt dafür als Maß 16,568 mm an. Zu diesem Maß kann man, wenn sehr sauberer Schliff verlangt wird, fur Lappen (Feinschleifen) noch 0,012 mm zugeben; Prufungsmaß also 16,58 mm.

Die Praxis ist so vielseitig und verschiedenartig, daß die jeweiligen Fälle nicht einfach aus Tabellen abgelesen werden konnen. Außer der technischen Fertigkeit muß darum von dem Feinstarbeiter auch starke rechnerische Befahigung verlangt werden. Das Ziel der nachfolgenden Anleitung ist, den Leser so weit zu bringen, daß er selbsttatig und selbstdenkend seine Arbeit zu durchdringen erlernt; denn auch eine richtige Denkfolge kann man sich aneignen. In aller Ausfuhrlichkeit wird darum der Gang der nachfolgenden rechnerischen Arbeiten erledigt werden, um dem Leser zu zeigen, wie vorgegangen werden muß, um zur Lösung der Aufgabe zu kommen.

Man beginnt bei den Überlegungen am Ende, so seltsam das auch klingt. Das Endergebnis in unserm Beispiele soll die genaueste Feststellung des Prüfungsmaßes, kurz P genannt, sein (Abb. 35). Wie lang ist also P? Die Strecke P setzt sich aus den Strecken $MN + NO + OS + ST + TV$ zusammen. MN ist bekannt; es ist der Halbmesser (r) der Meßrolle; MN also $= 5$ mm. NO ist unbekannt. Man darf hier nicht den Denkfehler begehen und diese Strecke ebenfalls als r ansehen. Sie ware gleich r, wenn das Werkstück eine Walze ware. So aber ist die Strecke größer als r. Strecke OS ist wieder bekannt; sie ist laut Zeichnung einschließlich Schleifzugabe 16,58 mm. Strecke $ST = NO$ ist wieder unbekannt. $TV = r = 5$ mm. Bis auf NO (und der gleichen Strecke ST) sind alle Teilstrecken bekannt. Nun geht die Überlegung weiter! Ist die Länge von NO zu finden? Ist NO vielleicht die Seite eines rechtwinkligen Dreiecks, so daß wir mit Hilfe des Pythagoras oder der Winkelfunktionen die Länge finden können? Oder ist NO die Seite eines schiefwinkligen Dreiecks, daß wir mit Hilfe des Sinussatzes ihre Größe feststellen können? Wir sehen, daß NO Kathete in dem rechtwinkligen Dreieck ist, dessen Seiten in Abb. 35 mit a, b und c bezeichnet sind. Ferner wissen wir, daß in einem rechtwinkligen Dreieck unbekannte Werte gefunden werden können, wenn 2 Teile bekannt sind. Ist das in diesem Dreieck der Fall? a ist bekannt; es ist als Halbmesser der Meßrolle 5 mm. c ist unbekannt. Aber der Winkel DEF, wir wollen ihn kurz α nennen, ist bekannt; $\alpha = 90^0 - \angle u$. Winkel u ist derselbe Winkel, um den der Schlitten beim Kegeldrehen verstellt werden muß. $\operatorname{tg} \angle u =$ halbe Kegelsteigung geteilt durch Kegellange. Der Winkel DEG ist $= \frac{\alpha}{2}$.

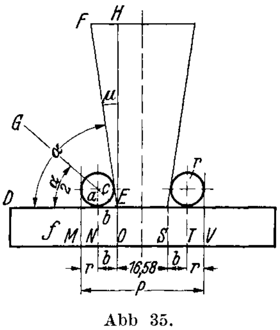


Abb 35. Meßberechnungen am Kegel
r = Meßrolle, 10 mm ⌀, f = Meßplatte.

Somit wären wir mit unsern Überlegungen am Ziel; Strecke b ist zu berechnen!

Die Zurückverfolgung, Zerlegung, Zerpflückung der rechnerischen Arbeit ist der schwierigste und wichtigste Teil. Der Mathematiker nennt ihn Analyse, d. h. Zerlegung. Der Zerlegung folgt nun der Aufbau, Synthese sagt der Mathematiker dazu. Die Synthese geht den umgekehrten Weg. Sie fängt da an, wo die Analyse aufhörte und baut, mit bestimmten Zahlen rechnend, die Rechnung bis zum Endergebnis auf. Erfordert die Analyse eine richtige Denkfolge, so ist für die Synthese unbedingt sicheres Rechnen nötig.

Wir wollen für die beiden Teile die deutschen Ausdrücke Überlegung und Lösung benutzen

Lösung: 1. $\operatorname{tg} \angle u = \frac{\text{halbe Kegelsteigung}}{\text{Kegellange}} = \frac{10}{100} = 0{,}1000$ (vgl. oben unter a). Aus der Tangenstabelle lesen wir den abgerundeten Wert $5^0\,40'$ ab. Dieser Wert genügt wohl fur Schlittenverstellung beim Kegeldrehen, ist aber für die jetzigen Berechnungen zu ungenau. Wir verbessern ihn, wie wir es S. 18 lernten.

Bei $5^0\,40'$ heißt die Funktion 0,0992; bei $5^0\,50'$ heißt sie 0,1022; Unterschied $= 30$. Also für $10' = 30$ Unterschied, für $1' = 3$ Unterschied. Unser Unterschied beträgt aber 8; denn von 0,0992 bis 0,1000 ist 8. Der Winkel ist also um rund $3'$ größer, denn $8 : 3$ ist rund 3. Folglich Winkel $u = 5^0\,43'$.

2. $\angle \alpha = 90^0 - 5^0\,43'$; das ist $84^0\,17'$. $\angle \frac{\alpha}{2} = 42^0\,8^1/_2{}'$.

3. $\operatorname{tg} 42^0\,8{,}5' = \frac{a}{b}$

$0{,}9049 = \frac{5}{b}$

$0{,}9049 \cdot b = 5$

$b = \frac{5}{0{,}9049}$

$b = 50000 : 9049$

$b = 5{,}5255$ mm

Nebenrechnung:

$\operatorname{tg} 42^0\,0' = 0{,}9004$

$\operatorname{tg} 42^0\,10' = 0{,}9057$

auf $10' = 53$ Unterschied

auf $1' = 5{,}3$ Unterschied

auf $8{,}5' = 5{,}3 \cdot 8{,}5 = 45{,}05$

$\operatorname{tg} 42^0\,8{,}5'$ also 0,9004
$+\,0{,}0045$
0,9049

4. $P = 2 \cdot 5 + 2 \cdot 5{,}5255 + 16{,}58 = 10 + 11{,}051 + 16{,}58$; $P = 37{,}631$ mm.

Ergebnis: Das Prüfungsmaß beträgt 37,631 mm.

Hat man den Gang der Lösung verstanden, so faßt man sich natürlich bedeutend kürzer; etwa so:

Aufgabe: Für einen Kegeldorn nach Art von Abb. 29 gelten folgende Maße: Großer Durchmesser 40 mm; kleiner Durchmesser 24 mm; Kegellänge 112 mm; Läppzugabe 0,012 mm; Meßrolle 10 mm Durchmesser.

Lösung (der Teil „Überlegung" fällt fort, da sich beide Aufgaben gleichen):

1. Ganze Steigung $= 40 - 24 = 16$ mm; halbe Steigung $= 8$ mm. $\operatorname{tg} u = \frac{8}{112} = \frac{1}{14} = 1 : 14 = 0{,}0714$; folglich $\angle u = 4^0\,5'$; (Unterschied zwischen 0,0699 und $0{,}0729 = 30$; zwischen 0,0699 und unserm errechneten Wert $0{,}0714 = 15$. Auf 30 kommen $10'$; auf 3 kommt $1'$; auf 15 kommen $5'$, denn $15 : 3 = 5$).

2. $\angle \alpha = 90 - \angle u = 90 - 4^0\,5' = 85^0\,55'$; $\angle \frac{\alpha}{2} = 42^0\,57{,}5'$.

3. $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{a}{b}$ (Abb. 35); $\operatorname{tg} 42^0\,57{,}5' = \frac{5}{b}$; $0{,}93115 = \frac{5}{b}$ ($\operatorname{tg} 42^0\,50' = 0{,}9271$; $\operatorname{tg} 42^0\,60' = 0{,}9325$; Unterschied 54. Bei $10' = 54$; bei $1' = 5{,}4$; bei $7{,}5' = 40{,}5$; $0{,}9271 + 40{,}5 = 0{,}93115$).

$$b = \frac{5}{0{,}93115} = 500000 : 93115 = 5{,}368 \text{ mm}.$$

4. $P = 2r + 2b + 24{,}012$; $P = 10 + 10{,}736 + 24{,}012$; $P = 44{,}748$ mm.
Ergebnis: Das Prufungsmaß betragt 44,748 mm.

Aufgabe: Setze in obige Aufgabe andere Zahlenwerte aus der Praxis ein und übe bis zur Gelaufigkeit!

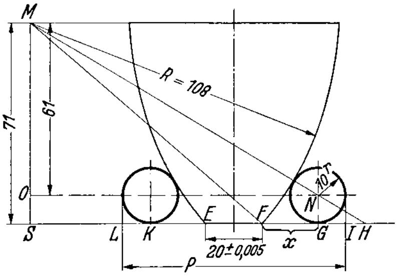


Abb 36 Kegel mit gewolbtem Mantel

16. Berechnen eines Kegels mit gewölbtem Mantel. Aufgabe: Nach den Angaben von Abb. 36 ist P zu berechnen.

Überlegung: Das Prufungsmaß P ist $= LK + KE + EF + FG + GJ$.
$P = 10 + x + 20{,}005 + x + 10$ oder
$P = 2 \cdot x + 2 \cdot 10 + 20{,}005$.

Die unbekannte Strecke x ist der Unterschied zwischen den beiden Strecken SG und SF: $SG = ON$; ON ist Kathete in dem rechtwinkligen Dreieck MON, in welchem Kathete $MO = 61$ und Hypotenuse $MN = R + r = 118$ ist. Folglich kann NO berechnet werden (Pythagoras!). SF ist Kathete in dem rechtwinkligen Dreieck MSF, in welchem die Kathete $MS = 71$ und Hypotenuse $MF = R = 108$ ist. Folglich kann auch SF berechnet werden.

Lösung: 1. $(SF)^2 = 108^2 - 71^2 = 11664 - 5041 = 6623$
$SF = \sqrt{6623} = 81{,}381$ mm

2. $(ON)^2 = 118^2 - 61^2 = 13924 - 3721 = 10203$
$ON = \sqrt{10203} = 101{,}009$ mm

3. $x = 101{,}009 - 81{,}381$; $x = 19{,}628$, $2x = 39{,}256$;
$P = 2x + 2 \cdot 10 + 20{,}005$; folglich $P = 39{,}256 + 20 + 20{,}005 = 79{,}261$.
Ergebnis: Das Prüfmaß betragt 79,261 mm.

Aufgabe: Setze in obige Aufgabe aus der Praxis heraus andere Zahlenwerte ein und übe bis zur Sicherheit!

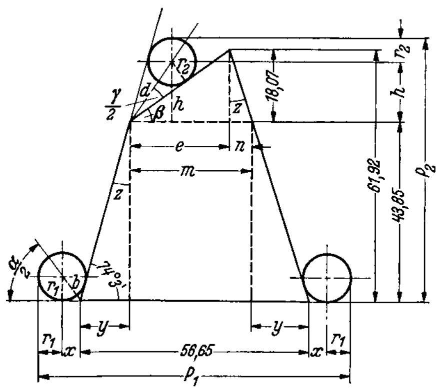


Abb 37 Kegel mit schrag abgeschnittener Spitze
Meßrollen $r_1 = 5$ mm, $r_2 = 6$ mm

17. Berechnung eines Kegels mit schräg abgeschnittener Spitze (Abb. 37). Aufgabe: Gegeben sind die in der Abb. 37 eingetragenen Werte. Die beiden Prufungsstrekken P_1 und P_2 sind zu berechnen.

a) Überlegung fur P_1:
1. $P_1 = 2r_1 + 2x + 56{,}65$.
2. x ist Kathete im rechtwinkligen Dreieck r_1, b, x, in welchem außer r_1 der $\angle \frac{\alpha}{2}$ bekannt ist; denn $\angle \alpha = 180^0 - 74^0 3' = 105^0 57'$.

Losung: 2. $\angle \frac{\alpha}{2} = 52^0 58{,}5'$, $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{r_1}{x}$;
$\operatorname{tg} 52^0 58{,}5' = \frac{5}{x}$; $1{,}3258 = \frac{5}{x}$, $x = \frac{5}{1{,}3258}$; $x = 50000 : 13258$, $x = 3{,}771$ mm; $2x = 7{,}542$ mm; folglich
1. $P_1 = 10 + 7{,}542 + 56{,}65 = 74{,}192$; Ergebnis: $P_1 = 74{,}192$ mm.

b) Überlegungen fur P_2. Ein langer Weg ist es, der diesmal zum Ziele fuhrt. Er wird nicht so glatt verlaufen, wie er hier im Buche vor uns steht, wenn er vom Leser selbständig erarbeitet werden soll. Oftmals wird man in eine Sackgasse geraten. Dann beginnt man wieder weiter von vorn mit den Überlegungen!

$P_2 = 43{,}85$ (Zeichnungsmaß) $+ h + r_2$; h muß gefunden werden.

1. h ist aus $\angle\left(\beta + \frac{\gamma}{2}\right)$ und d zu berechnen (d und γ müssen gesucht werden).

2. d ist aus $\angle\frac{\gamma}{2}$ und r_2 zu bestimmen. ($\angle\,\gamma$ ist festzustellen.)

3. $\angle\,\gamma = 74^0\,3' - \beta$; denn $(\angle\,\gamma + \angle\,\beta)$ ist so groß wie der Basiswinkel $74^0\,3'$ als Wechselwinkel der geschnittenen Parallelen. ($\angle\,\beta$ ist festzustellen.)

4. $\angle\,\beta$ ist aus 18,07 und e zu finden. (e ist festzustellen.)

5. e ist die Strecke $m - n$. (m und n sind festzustellen.)

6. Die Strecke m ist $56{,}65 - 2\,y$. (y muß festgestellt werden.)

7. y ist aus $\angle\,z$ und Strecke 43,85 zu finden. ($\angle\,z$ ist festzustellen.)

8. n ist durch 18,07 und $\angle\,z$ zu finden. ($\angle\,z$ ist festzustellen.)

9. $\angle\,z = 90^0 - 74^0\,3'$ als Winkel im rechtwinkligen Dreieck.

Nunmehr sind wir am Ende unserer Überlegung. Alle Zwischenwerte sind feststellbar!

Lösung: Jeder Rechenfehler auf dem langen Wege kann verhängnisvoll werden. Größte Sorgfalt ist nötig, da es ja um hundertstel und tausendstel mm geht! Die Ausrechnung schreitet den umgekehrten Weg. Sie beginnt also bei 9!

9. $\angle\,z = 90^0 - 74^0\,3'$; $\angle\,z = 15^0\,57'$.

8. $\operatorname{tg} z = \frac{n}{18{,}07}$; $\operatorname{tg} 15^0\,57 = \frac{n}{18{,}07}$; $0{,}2858 = \frac{n}{18{,}07}$; $0{,}2858 \cdot 18{,}07 = n$; $n = 5{,}1644$ mm.

7. $\operatorname{tg} 15^0\,57' = \frac{y}{43{,}85}$; $0{,}2858 \cdot 43{,}85 = y$; $y = 12{,}5323$ mm.

6. $m = 56{,}65 - 2\,y$; $m = 56{,}65 - 25{,}0646$; $m = 31{,}5854$ mm.

5. Strecke $e = m - n$; $e = 31{,}5854 - 5{,}1644$; $e = 26{,}421$ mm.

4. $\operatorname{tg}\beta = \frac{18{,}07}{e} = \frac{18{,}07}{26{,}421} = 18070 : 26421 = 0{,}68392$. $\angle\,\beta$ (laut Tabelle 1) $= 34^0\,22'$.

3. $\angle\,\gamma = 74^0\,3' - 34^0\,22'$; $\angle\,\gamma = 39^0\,41'$.

2.
$$\sin\frac{\gamma}{2} = \frac{r^2}{d}$$
$$\sin 19^0\,50{,}5' = \frac{6}{d}$$
$$0{,}3394 = \frac{6}{d}$$
$$d = \frac{6}{0{,}3394}$$
$$d = 17{,}678 \text{ mm.}$$

1.
$$\sin\left(\beta + \frac{\gamma}{2}\right) = \frac{h}{d}$$
$$\sin 54^0\,12{,}5' = \frac{h}{d}$$
$$0{,}8111 = \frac{h}{17{,}678}$$
$$0{,}8111 \cdot 17{,}6784 = h$$
$$14{,}339 \text{ mm} \quad h\,.$$

$$P_2 = 6 + 14{,}339 + 43{,}85 = 64{,}189;$$

Ergebnis: $P_2 = 64{,}189$ mm.

Für P_2 mußten Meßrollen von 12 mm Durchmesser verwertet werden; 10 mm wären zu klein gewesen; denn Strecke P_2 muß um etwas größer werden als die Gesamthöhe 61,92.

18. Berechnung der Maße eines Gewindedornes[1]. 1. Aufgabe: Es gelten die in der Abb. 38 angegebenen Maße. Ein solches Gewinde wird in der Praxis zwar kaum vorkommen. Es wurde nur gewählt, um die Anwendung des Meßrollen-

[1] Ausfuhrliche Angaben uber „Messen und Prufen von Gewinden“ s. Werkstattbuch Heft 64.

verfahrens nochmals deutlich vor Augen zu führen. Es sind diesmal 3 Meßrollen (Meßdrähte) nötig. Als Meßrollen wählen wir solche von $r = 3{,}5$ mm Halbmesser! Sie sind anzulegen, wie Abb. 38 zeigt.

Überlegung: $P = r + a + \text{Kern} + a + r$; $P = 2r + 2a + \text{Kern}$; $P = 7 + 2a + 20$. Es muß Strecke a gefunden werden. In dem rechtwinkligen Dreieck mit den Seiten r, b, a (Abb. 38) ist a die Hypotenuse. Seite r ist bekannt (Meßrolle), $r = 3{,}5$ *mm*. Ferner ist $\angle \frac{\alpha}{2}$ bekannt; er ist die Hälfte des Gewindewinkels α, der laut Angabe 60^0 ist.

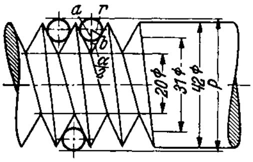


Abb 38. Gewindedorn Kern 20 mm ⌀; Steigung 10 mm; Gewindewinkel 60°, Meßrollen 7 oder 8 mm ⌀

Lösung: $\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{a}$; $\sin 30^0 = \frac{r}{a}$; $0{,}5000 = \frac{3{,}5}{a}$; $a = \frac{3{,}5}{0{,}5}$; $a = 3{,}5 : 0{,}5$; $a = 7$ mm. Folglich $P = 7 + 2 \cdot 7 + 20$; $P = 7 + 14 + 20$; $P = 41$ mm.

Da die Prüfungsmeßstrecke nur 41 mm, der Außendurchmesser aber 42 mm ist, sind die Meßdrähte von zu kleinem Durchmesser! Wir benutzen jetzt 8 mm Meßdrähte; r also 4 mm; und rechnen noch einmal!

$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{a}$; $0{,}5000 = \frac{4}{a}$; $a = \frac{4}{0{,}5}$; $a = 8$ mm. Folglich $P = 8 + 2 \cdot 8 + 20 = 44$. Jetzt ist die Messung ausführbar.

Ergebnis: $P = 44$ mm.

2. Aufgabe: Maße wie Abb. 38; jedoch Gewindewinkel 55 Grad und Meßrollen mit 9 mm Durchmesser.

Überlegung: Wie bei der 1. Aufgabe.

Lösung: $P = 2r + 2a + \text{Kern}$; $P = 2 \cdot 4{,}5 + 2 \cdot a + 20$.

$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{a}$; $\sin 27^0\,30' = \frac{4{,}5}{a}$; $0{,}4617 = \frac{4{,}5}{a}$; $a = \frac{4{,}5}{0{,}4617}$. $a = 9{,}747$ mm.

$P = 9 + 19{,}494 + 20 = 48{,}494$.

Ergebnis: $P = 48{,}494$ mm.

3. Aufgabe: Wähle Zahlen aus der Praxis und übe an selbstgebildeten Aufgaben bis zur Sicherheit!

B. Das Meßknopfverfahren.

Im folgenden wollen wir uns mit einem Verfahren vertraut machen, das die Genauigkeit des besten Lehrenbohrwerkes erreicht.

19. Genauschnitt mit mehreren Schnittlöchern. Es soll ein Schnitt mit mehreren Schnittlöchern, die zueinander einen ganz genauen Abstand haben müssen, hergestellt werden. Zu einem solchen Schnitt gehören 1. eine Schnittplatte, 2. ein Abstreifer oder eine Führungsplatte und 3. die Stempelaufnahmeplatte. Je genauer der Schnitt hergestellt wird, desto größer wird seine Lebensdauer sein. Bei der Herstellung eines Schnittes wird man immer mit der Schnittplatte beginnen, um dann die Maße der gehärteten Schnittplatte auf die andern beiden Platten zu übertragen.

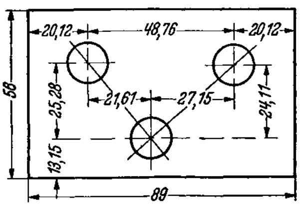


Abb 39 Schnittplatte

Wir stellen uns die Aufgabe, nach Abb. 39 mittels eines Verbundschnittes 1000000 Platten herzustellen. Bei einer Massenfertigung wie die verlangte Million macht es sich bezahlt, den Schnitt mit äußerster Sorgfalt herzustellen, da er sonst nicht aushalten würde und man vielleicht noch einen zweiten Schnitt herstellen müßte. Es soll nicht unsere Aufgabe sein, die Arbeitsgänge, die ein solcher Schnitt erfordert, zu erläutern. Die notwendigen Erfahrungen wird der Schnittbauer, dem solche Arbeit anvertraut wird, haben. Hier soll lediglich das Meßknopfverfahren, das viele tüchtige Handwerker noch nicht kennen, erläutert werden.

Um die Löcher genau an die vorgesehene Stelle zu bekommen, muß die Platte zunächst genau winklig und auf Maß geschliffen sein. Dann zeichnet man die Löcher mittels Parallelreißer, besser noch mittels einer Höhenlehre nach den angegebenen Maßen an, und zwar als Kreuzriß, in dessen Schnittpunkt man einen Körnerschlag macht. Nun bohrt man in jeden Schnittpunkt ein Loch für 4- bis 10-mm-Gewinde, je nach Größe des Werkstückes, und schneidet Gewinde hinein. In diesem Gewinde befestigt man den Meßknopf, der durch Abb. 40 veranschaulicht wird. Dieser Meßknopf muß allerdings ebenso genau sein wie eine Meßrolle (Abschn. 15 und 16), gehärtet, genau auf Maß geschliffen und geläppt. Man wählt Maße, die sich durch 2 bequem teilen lassen, also 10, 14, 16, 20 mm, je nach Größe des Werkstückes. Die untere Stirnseite wird etwas ausgespart, so daß ein Auflagerand von etwa 1 bis 1,5 mm stehen bleibt. Die untere Stirnseite und der Mantel müssen genau winklig zueinander sein. Für die obere Stirnseite genügt eine glattgeläppte Fläche. Zwischen Schraubenkopf und Meßkopf legt man eine gehartete, parallel geschliffene und geläppte Stahlscheibe. Die Bohrung der Scheibe muß so groß sein, daß die Schraube leicht hindurchgeht. Ihr Außendurchmesser muß 1 bis 2 mm kleiner als der Meßknopf sein. Die Bohrung des Meßknopfes wird mindestens 1 bis 1,5 mm größer ausgeführt als die Schraube. Man befestigt nun einen Meßknopf auf jedem Gewindeloch und zieht die Schraube nur leicht an, so daß der Meßknopf noch durch einen leichten Schlag mit einem Kupferstück zu rücken ist. Nun fängt man an, den ersten Knopf nach der Zeichnung mittels Endmaßen auszurichten.

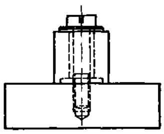


Abb. 40 Meßknopf

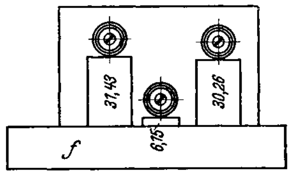


Abb. 41. Schnittplatte mit Meßknopfen und Endmaßen auf der Meßplatte f = Meßplatte.

Angenommen, man hat 14-mm-Knöpfe gewählt, so muß der erste Knopf von links 20,12 — 7 = 13,12 mm und von unten 38,43 — 7 = 31,43 mm entfernt sein (Abb. 39 u. 41). Für den mittleren Knopf beträgt die Entfernung von links 34,73 mm und 6,15 mm von unten, für den rechten Knopf 61,88 mm von links und 30,26 mm von unten. Ebenso verfährt man auch von den andern Seiten, bis man überzeugt ist, daß alle Knöpfe genau dort, wo die Löcher sein sollen, sitzen. Jetzt zieht man die Knöpfe fest an, prüft nochmals nach, und wenn alles in Ordnung ist, spannt man das Werkstück gegen die Planscheibe der Drehbank und richtet den ersten Knopf mit der Meßuhr aus, bis der Zeiger derselben keine Bewegung mehr macht. Dann spannt man das Werkstück ganz fest und nimmt nun den Knopf ab. Soll die Bohrung im Werkstück 20 mm im Durchmesser erhalten, so kann man mit einem 18-mm-Spiralbohrer vorbohren, damit das Loch für einen Bohrstahl groß genug ist. Dann bohrt man mit einem Bohrstahl genau auf Kalibermaß. Auf diese Weise kommt das Loch genau dorthin, wo der Meßknopf saß.

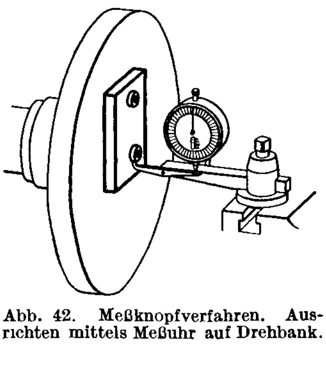


Abb. 42. Meßknopfverfahren. Ausrichten mittels Meßuhr auf Drehbank.

Die Drehbank wird man für kleinere Stücke benutzen, während man größere Werkstücke nach demselben Verfahren auf der Fräsmaschine bearbeiten wird. Auch hier bedient man sich der Meßuhr, um ein genaues Richten des Werkstückes zu erreichen; nur daß sich hier im Gegensatz zur Drehbank die Meßuhr um den Meßknopf bewegt. Erst dann, wenn dieser genau mit dem Spindelkopf der Fräsmaschine fluchtet, ist die Einstellung richtig. Es ist darauf zu achten, daß das Werkstück hoch genug gespannt wird, damit man den Frasmaschinentisch nicht anbohrt. Es ist ferner ratsam, die Kurbel fur Langs- und Quervorschub abzunehmen, da der Tisch jetzt nur noch in der senkrechten Richtung verschoben werden darf. Genau wie bei der Drehbank bohrt man nun mit einem Spiralbohrer vor und mit einem Exzenterkopf und Bohrstahl auf Kalibermaß nach. Das Loch wird auch in diesem Fall genau dahin kommen, wo der Knopf saß.

Dieses Knopfverfahren läßt sich auch bei ganz großen Stücken auf dem Horizontalbohrwerk anwenden, ja sogar bei Stücken, die auf dem größten Lehrenbohrwerk nicht mehr aufgenommen werden konnen.

20. Herstellung einer Hartlehre. Aufgabe: Eine Hartlehre nach Abb. 43a u. b soll angefertigt werden. Werkstoff: Lehreneinsatzstahl. Harten. Alle unterstrichenen Maße feinstbearbeiten mit $\pm$ 0,005 mm Toleranz; alles andere schlichten.

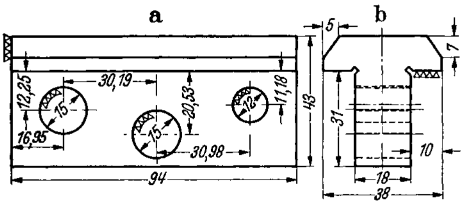


Abb 43a und b Hartlehre
a = Seitenansicht, b = Stirnansicht

Ausführung: In dieser Aufgabe wurde ein Lehrenbohrwerk ohnehin nur fur das weiche Werkstuck in Frage kommen. Die Herstellung der Lehre aus weichem Werkstoff bei einer Toleranz von $\pm$ 0,01 mm wäre auch mittels des Meßknopfverfahrens nicht allzu schwer. Schwierig wird die Aufgabe erst dadurch, daß die Lehre rundherum gehärtet wird, und daß der Genauigkeitsgrad $\pm$ 0,005 mm betragen soll.

Viele werden vorschlagen, nur die Meßflachen im Einsatz zu harten und den unteren Teil weich zu lassen, die Löcher 4 mm großer zu bohren und mit gehärteten Buchsen auszubuchsen. Man wurde dann den unteren Teil statt auf 18 auf etwa 22 mm hobeln, das ganze Stuck einsetzen, dann unten auf Maß hobeln, so daß die eingesetzte Schicht herunter käme und erst darauf harten. Es würde in diesem Falle der untere Teil weich bleiben, und er konnte noch bearbeitet werden Diese Art der Ausführung ware nicht ohne weiteres von der Hand zu weisen, und doch ist sie in dem vorliegenden Falle nicht ratsam; denn die vorgesehenen harten Buchsen würden bei ihrem Einpressen in die Bohrung die genauen Maße der Lehre immer wieder verandern; ferner wurden die oberen beiden Meßflächen nie gerade werden, weil sie sich bei der Länge von 94 mm durch die Spannung, die durch das Einpressen der Buchsen verursacht wird, wieder verandern wurden. Der Vorschlag wäre also von zweifelhaftem Erfolg und muß deshalb abgelehnt werden. Im Lehrenbau arbeitet man, soweit es möglich ist, sicher!

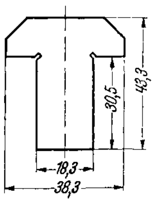


Abb 44
Hartlehre, Stirnansicht, vorbearbeitet

Das Arbeitsverfahren, das jetzt gezeigt werden soll, erfullt diese letztere Forderung in vollkommener Weise, und wiederum wird durch Anwendung des Meßknopfsystems genauestes Maß erreicht.

Zunächst wird aus einem Stuck, das die Maße 40 · 45 · 96 mm aufweisen muß, das in Abb. 44 angegebene Profil herausgehobelt oder auch herausgefräst. Wir geben dabei fur die weitere Bearbeitung rundherum 0,3 mm und auf die Meßfläche 0,5 mm zu (vgl. Abb. 43 mit 44). Es ist ratsam, das Stück im weichen Zustande leicht uberzuschleifen, so daß alle Flächen parallel und genau winklig zueinander werden.

Dabei verringern sich die Aufmaße zwar um etwa 0,1 mm, was jedoch belanglos ist, da es sich noch nicht um die eigentlichen Lehrenmaße handelt.

Bevor wir nun an dem eigentlichen Werkstück weiterarbeiten, stellen wir uns einige Hilfswerkzeuge her. Dazu gehört eine Aufspannplatte, die sauber parallel geschliffen sein muß. Mittels des Meßknopfverfahrens werden die Löcher hineingebohrt. Die Lochabstände müssen sich nach Abb. 45 richten und genau eingehalten werden, dabei müssen die von der Meßfläche ausgehenden um 0,5 mm verringert und die von der geläppten Stirnseite ausgehenden um 0,5 mm vermehrt werden. Die Löcher wird man ferner nicht 15 mm und 12 mm bohren, sondern 16 mm und 13 mm. Warum das geschieht, werden wir spater sehen. Nun werden 6 bis 8 Aufnahmebolzen aus hartbarem Werkstoff (Werkzeugstahl) gedreht. Abb. 45 u. 46 stellen die Schablonenplatte und die Bolzen dar und geben die Maße an. Die Platte muß aufs sorgfaltigste und genaueste nachgeprüft werden. Die 10-mm-Ecklöcher dienen zum Festspannen an der Planscheibe, die *M 6* sollen das Werkstück halten.

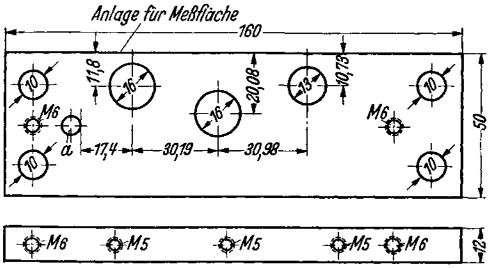


Abb 45 Aufspannplatte, Seitenansicht und Ansicht von oben
a = Anschlagstift fur die Stirnflache der Hartlehre.

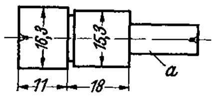


Abb 46 Aufnahmebolzen.
a = Hilfszapfen fur Mitnehmer

Die Bolzen (Abb. 46) werden gehartet und dann in einer Spannung geschliffen, damit beide Zylinder konzentrisch laufen. Man stellt davon etwa 10 Stück her, um bei Mißlingen Ersatz zu haben. Angefertigt werden:

10 Stück gedreht	. . .	16,3	und	15,3	mm	Durchmesser
3 Stuck fur Hartarbeit	geschliffen	16,01	„	15,01	„	„
	geläppt .	16	„	15	„	„
3 Stück für Weicharbeit	geschliffen	16,01	„	14,71	„	„
	geläppt .	16	„	14,70	„	„

Nun sind die Hilfswerkzeuge fertig, und es kann mit der eigentlichen Arbeit begonnen werden. Die Schablonenplatte wird gegen die Planscheibe der Drehbank gespannt, und das erste Loch wird genau mit der Meßuhr ausgerichtet. Läuft das Loch sauber, so werden die Schrauben nochmals fest angezogen, so daß ein Verschieben der Platte unmöglich ist. Nun spannen wir unser Werkstück mittels 4 kleiner Spanneisen auf der Schablonenplatte fest, und zwar so, daß die Stirnseite gegen den Anschlagstift *a* und die Meßfläche gegen die obere Kante liegt. Dann zentrieren wir mit einem Zentrierbohrer von 1,5 bis 2 mm vor, bohren mit einem 14-mm-Spiralbohrer durch und nehmen das letzte Millimeter mit dem Bohrstahl, bis der 14,7-mm-Bolzen saugend paßt. Sind mehrere Lehren anzufertigen, so wird in allen erst dieses eine Loch angefertigt. Bei 10 oder noch mehr Lehren ist es ratsam, sich nach der weichen Schablonenplatte erst eine harte herzustellen, da die weiche schnell ungenau wird. Die Arbeitsweise wird noch erläutert werden (siehe Innenschleifen!). Jetzt richtet man die zweite Bohrung der Schablonenplatte mit der Meßuhr aus. Beim Festspannen des Lehrenkörpers schiebt man in das erste Loch einen Bolzen von 16 und 14,7 mm und setzt den Lehrenkörper auf den 14,7-mm-Zapfen. Hierdurch wird schon der genaue Lochabstand vom ersten bis zum zweiten Loch gewährleistet. Nun arbeitet man genau so, wie beim ersten Loch. Jetzt wird man auch verstehen, warum die Löcher in der Schablonenplatte 1 mm größer gehalten wurden. Sonst bestände die Gefahr, daß sie mit dem Bohrstahl beschädigt würden! Das dritte Loch wird mit gleicher Sorgfalt angefertigt. Dabei läßt sich der Lehrenkörper schon mit 2 Bolzen auf die Schablonenplatte stecken. Es wird auf 11,7 mm gebohrt. Der gut entgratete Lehrenkörper geht nun in die Härterei.

So sorgfaltig auch ein Stück gehartet wird, es wird sich immer etwas verziehen, und für den Feinstarbeiter ist 0,1 mm schon ein Begriff wie für den Zimmermann 1 Zoll. Wir bekommen unsere Lehren von der Härterei zurück und hatten Glück; denn keine ist gerissen, und keine hat sich mehr als 0,1 mm geworfen. Die Lehre kann nun im gehärteten Zustande weiterbearbeitet werden. Wir beginnen mit dem unteren Teil, durch den die Löcher gebohrt worden sind, entfernen den Zunder mit Schmirgelleinen und legen die hohle Seite auf die Magnetspannplatte der Flächenschleifmaschine. Möglicherweise ist die Lehre so gerade geblieben, daß keine hohle Seite vorhanden ist. Dann ist es natürlich gleichgültig, welche Seite zuerst geschliffen wird. Jedenfalls fangen wir beim unteren Teil an und schleifen ihn sauber bei mehrmaligem Umdrehen auf das Maß von 18 mm. Nun spannen wir diesen geschliffenen Teil in einen genauen Schleifschraubstock und schleifen die obere Seite. Dann legen wir den Lehrenkörper auf die zuletzt geschliffene Fläche und schleifen die Meßflachen sauber. Es ist darauf zu achten, daß die Schleifscheibe die ganze Fläche gleichmäßig bestreicht. Bemerkt man, daß sie nur an einer Ecke anfaßt, so muß man die obere Fläche nochmals uberschleifen, daß sie parallel zur ungeschiffenen Meßfläche wird. Man muß sich im Lehrenbau oftmals Hilfsflächen schaffen, und um eine solche handelt es sich bei der oberen Fläche. Jetzt kann man die Meßflächen sauber schleifen; man merke sich aber, wieviel abgeschliffen wird. Da etwa 0,45 mm Schleifzugabe vorhanden sind, dürfen höchstens 0,2 mm abgeschliffen werden, da noch für etwaige Zwischenfälle gesorgt sein muß. Bei derselben Einspannung wird auch die untere Fläche überschliffen. Dann stellen wir den Lehrenkorper aufrecht und schleifen die Stirnseite sauber und winklig. Nun muß der Abstand der Löcher von den Meßflächen festgestellt werden. Zu diesem Zwecke dreht man sich 3 Bolzen, die in die sauber gemachten Löcher möglichst saugend eingepaßt werden. Die Bolzen können weich bleiben; denn vorläufig spielen 0,05 mm noch keine große Rolle. Dann messen wir zwischen Meßflächen und Zapfen mit Endmaßen. Stellen wir fest, daß zwischen den 14,7-mm-Zapfen und die Meßfläche ein 4,7-mm-Endmaß geht und zwischen Meßfläche und 11,7-mm-Zapfen ein solches von 5,13 mm, so wissen wir, daß wir noch 0,2 mm Schleifzugabe auf der Meßfläche haben. Da nun noch 0,3 mm Schleifzugabe in den Löchern ist, besteht im ganzen $0{,}2 + 0{,}15 = 0{,}35$ mm Aufmaß, denn die Schleifzugabe der Löcher darf nur auf den Halbmesser, also zur Hälfte gerechnet werden.

Nun richten wir die zum Drehen benutzte Schablonenplatte zum Innenschleifen her. In die *M 5*-Löcher drehen wir gehärtete Schrauben fest hinein, die über den Plattenrand etwas vorstehen, und schleifen über, bis sich bei dem 16-mm-Loch, von Lochmitte bis Schraubenoberfläche gemessen, das Maß 12,05 mm ergibt und bei dem 13-mm-Loch das Maß 10,98 mm. Mittels eines 16-mm- und 13-mm-Dornes, die gehärtet, geschliffen und geläppt sein müssen, läßt sich dieses Maß gut nachprüfen, nach demselben Verfahren, wie es beim Knopfsystem gezeigt wurde. Der Anschlagstift kann herausgeschlagen und durch einen dickeren ersetzt werden, und zwar muß dieser um das Doppelte dicker sein, als von der Stirnfläche abgeschliffen wurde. Ist der Abstand von Mitte des ersten Loches bis zur Stirnfläche statt 17,4 mm (wie die Schablonenplatte angibt) nur 17,2 mm, so wurden 0,2 mm von der Stirnfläche abgeschliffen, und wir müssen einen Anschlagstift gebrauchen, der 0,4 mm dicker ist als der erste. Ratsam wäre, in derselben Weise den Abstand des zweiten Loches von der Stirnfläche nachzuprüfen, um Gewähr zu haben, daß die Stirnfläche auch zu diesem stimmt.

Die Vorarbeiten zum Innenschliff wären damit beendet, der Schliff kann beginnen. Man schleift in derselben Weise, wie die Löcher auf der Drehbank gebohrt wurden. In fast allen Werkstätten wird ein Magnetfutter für die Innenschleifmaschine vorhanden sein, so daß die Schablonenplatte einfach angezogen wird. Im anderen Falle wird die Platte wiederum an einer Planscheibe festgespannt und mit der Meßuhr ausgerichtet. Den Lehrenkörper spannt man mit der Stirnfläche gegen den Anschlagstift und mit der Meßfläche gegen die drei gehärteten Schrauben, die jetzt als Auflage dienen. Nun schleift man das 16-mm-Loch auf 15,99 mm, um noch 0,01 mm Läppmaß zu behalten. Dann wird das Loch sauber auf 16 mm geläppt, bis der Bolzen saugend paßt. In gleicher Weise, wie auf der Drehbank die Löcher gebohrt wurden, werden die andern Löcher mit größter Sorgfalt geschliffen. Dann schleift man die Meßflächen und die Stirnseite bis auf 0,01 mm fertig, ebenfalls mit größter Sorgfalt und unter wiederholtem Nachmessen. Jetzt werden die letzten 0,01 mm heruntergeläppt, und die Lehre ist fertig. Wie schon erwähnt wurde, ist es ratsam, sich eine harte Schablonenplatte nach der ersten weichen anzufertigen, wenn es sich um Herstellung von mehreren Lehren handelt.

Man mag glauben, die vorgeführte Arbeitsweise sei umständlich und zeitraubend. Das ist keineswegs der Fall! Sie ist sicher und genau, und das ist immer die billigste Arbeitsweise im Lehrenbau!

C. Die Sinusschleifvorrichtung.

Der Feinstarbeiter muß nicht nur ein gewandter Dreher, Fräser und Hobler sein, sondern es muß von ihm auch verlangt werden, daß er mit der Schleifarbeit vollständig vertraut ist. Vom Schleifen ebener, rechtwinkliger Flächen war schon wiederholt die Rede. Jetzt soll der Leser mit der Sinusschleifvorrichtung bekannt gemacht werden. Wie schon der Name ahnen läßt, handelt es sich um das Schleifen ebener Flächen, die unter einem schiefen Winkel zusammenstehen.

21. Kurze Beschreibung der Sinusschleifvorrichtung. Die wesentlichen Teile sind die Unterplatte (u in Abb. 47, 57, 61, 62) und die Oberplatte (o), die auf der einen Seite durch einen Bolzen scharnierartig zusammengehalten werden. Die Oberplatte hat an ihrem freien Ende einen gleichen Bolzen. Die 4 Zapfen der beiden Bolzen haben genaues Durchmessermaß, nach unserer Abb. 47 = 10 mm. Die Entfernung der beiden Bolzen von Mitte zu Mitte muß peinlichst genau 100 mm sein. Die obere Platte hat eine Anzahl Gewindelöcher, um Werkstücke, die geschliffen werden sollen, befestigen zu können. Bei beiden Platten werden außerdem die Seitenflächen mit solchen Gewindelöchern versehen (Abb. 62), damit durch Anschrauben von Spanneisen der eingestellte Winkel festgehalten werden kann. Zur Ausrüstung gehören außerdem noch ein kleines Winkeleisen, das ebenfalls mit Gewindelöchern versehen ist, einige Spanneisen und eine Anschlagschiene.

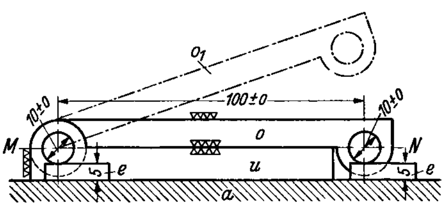


Abb 47. Sinusschleifvorrichtung.
a = Meßplatte; u = Unterteil; o = Oberteil geschlossen, o_1 = Oberteil geoffnet, e = Endmaße.

22. Selbstanfertigung einer Sinusschleifvorrichtung. Der gewandte Feinstarbeiter vermag sich die Vorrichtung selbst herzustellen. Dazu mögen einige Winke gegeben sein. Damit die Sinusschleifvorrichtung ihren Zweck einwandfrei erfullt, ist äußerst genaue Arbeit erforderlich. Alle Teile müssen aus hartbarem Werkstoff hergestellt werden; sie mussen aufs sauberste und genaueste geschliffen und gelappt sein. Besonders ist darauf zu achten, daß die Entfernung der Bolzen von Mitte zu Mitte genau 100 mm betragt und daß die Bolzen vollstandig parallel laufen. Um Gewahr für diese beiden letzten Forderungen zu haben, arbeitet man das Bohrloch fur den Bolzen am freien Ende der Oberplatte um 1 mm größer als den Durchmesser des Bolzens. Durch je 3 kleine Schrauben an jedem Ende des Bolzens (Abb. 48) kann dann eine etwaige Ungenauigkeit sofort berichtigt werden, sowohl im Abstand, als auch in der Richtung. Achsenbolzen und Meßbolzen müssen an allen 4 Enden gleich weit von der Grundplatte entfernt sein (Abb. 47, Endmaß 5 mm). Eine wesentliche Forderung ist endlich noch, daß Oberkante der Unterplatte und Mittelpunkte der beiden Zapfen genau in einer Richtung liegen (Abb. 47, Richtung MN).

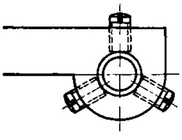


Abb 48. Meßbolzenbefestigung.

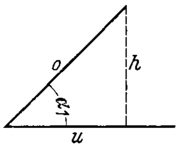


Abb 49 Schema einer Sinusschleifvorrichtung

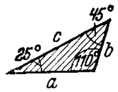


Abb 50 Lehre

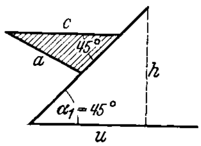


Abb 51 Einspannung zum Schleifen von c

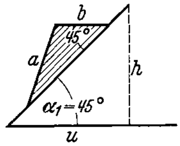


Abb 52 Einspannung zum Schleifen von b

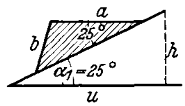


Abb 53 Einspannung zum Schleifen von a

Abb 49 53 Schema fur das Schleifen der drei Seiten a, b, c der Lehre Abb 50

23. Arbeitsweise der Sinusschleifvorrichtung. Abb. 49 stellt die Vorrichtung schematisch dar. u ist die untere Platte, o die obere Platte, deren Lange 100 mm betragt. Die Seite o nimmt das Werkstück auf. Der von u und o eingeschlossene Winkel soll α_1 heißen. Fallt man vom Endpunkte der Seite o das Lot h, so ist $\sin\alpha_1 = \frac{h}{o}$; $\sin\alpha_1 = \frac{h}{100}$; $\sin\alpha_1 \cdot 100 = h$. In Worten: Die Hohe h wird gefunden, indem man den sin des Einstellwinkels mit 100 malnimmt. Abb. 50 stellt den Querschnitt eines Werkstuckes dar, dessen Flachen a, b und c waagerecht (horizontal) geschliffen werden sollen.

1. Seite c soll geschliffen werden. Dann muß sie parallel zur Kante u werden, d. h. Winkel α_1 muß auch 45^0 werden wie der Winkel an c, der auf o aufliegt (Abb. 51); denn Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen sind ja gleich (S. 14). Folglich $\sin 45^0 = \frac{h}{o}$; $\sin 45^0$ laut Tabelle $= 0{,}7071$; also $0{,}7071 = \frac{h}{100}$; $0{,}7071 \cdot 100 = h$; also $h = 70{,}71$ mm.

Seite o muß demnach so weit verstellt werden, daß das von ihrem Endpunkte auf Seite u zu fallende Lot $h = 70{,}71$ mm wird. Daraus ist dann aber in der Praxis leicht das Endmaß zu berechnen. Siehe die folgenden Beispiele!

2. Flache b ist zu schleifen. Die Aufspannung erfolgt nach Abb. 52. Verstellwinkel demnach wieder 45^0 wie unter 1. Eine neue Einstellung der Schleifvorrichtung braucht nicht zu erfolgen.

3. Flache a ist zu schleifen. Aufspannung nach Abb. 53. Winkel $\alpha_1 = 25^0$. Folglich $\sin 25^0 = \frac{h}{o}$; $\sin 25^0$ laut Tabelle $= 0{,}4226$. Also $0{,}4226 \cdot 100 = h$; also $h = 42{,}26$ mm.

Merke: 1. Der Verstellwinkel ist gleich dem Winkel, der von der zu schleifenden Fläche und der äußeren Fläche der Oberplatte gebildet wird.

2. Die Höhe ist gleich dem sin dieses Winkels mal 100.

Und nun aus der grauen Theorie zur lebendigen Praxis! Die folgenden 2 Beispiele werden jetzt leicht verstanden werden.

24. Beispiel für waagerechte Schleifarbeit. Eine Lehre soll nach Abb. 54 angefertigt werden.

Arbeitsgang: Solche Lehre wird man nie als Einzelstück anfertigen, sondern im Block von 6 bis 10 Stück. Warum, werden wir später erfahren (Abschn. 30). Zunächst werden die Platten gehobelt. Auf genaue Gradzahl und Maße kommt es noch nicht an (Abb. 55). Die Platten gehen dann gut entgratet in die Härterei.

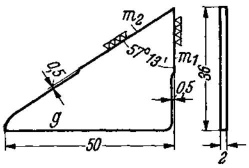


Abb 54. Lehre (Fertigmaße) g = Grundflache; m_1 und m_2 = Meßflachen.

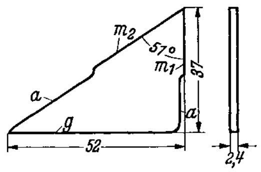


Abb. 55 Lehre (vorbearbeitet) a = Lotflachen.

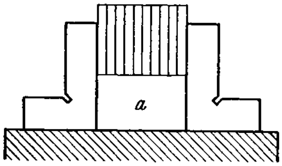


Abb 56. Lehre zum Schleifen eingespannt; bei a zusammengelotet.

Dann werden sie parallel geschliffen. Nun werden sie mittels einer kleinen Schraubzwinge zu einem Block zusammengespannt und an den Stellen a (Abb. 55 u. 56), die keine Meßflachen sind, mit Lötzinn überlötet. In unserer Aufgabe kämen nur die beiden ausgesparten Flachen in Betracht. Der Block muß nach dem Löten als ein Stuck erscheinen (Abb. 56). Jetzt wird die Grundfläche g (Abb. 55) geschliffen. In ausgesprochenen Lehrenwerkstatten wird ein Schleifschraubstock vorhanden sein, den man nach dem Schleifen der Grundfläche auf die Seite legt, um gleich die Meßfläche überschleifen zu können. Grundfläche und Meßfläche m_1 müssen genau rechtwinklig zueinander stehen. Um die letzte Fläche m_2, die zu der bereits geschliffenen Meßfläche in einem Winkel von 57° 13′ steht, zu schleifen, bedürfen wir der Sinusschleifvorrichtung. Die Lehre wird aufgespannt, wie Abb. 57 zeigt. Als Winkel auf o konnte auch 57° 13′ genommen werden; aber man wählt größerer Genauigkeit wegen stets den kleineren Winkel. Wie wir aus den schematischen Darlegungen wissen, muß die Sinusschleifvorrichtung nun auch auf 32° 47′ eingestellt werden. $\sin \alpha_1 = \frac{h}{o}$; $\sin 32^\circ 47' = \frac{h}{o}$; $0{,}5415 = \frac{h}{100}$; $0{,}5415 \cdot 100 = h$; $54{,}15\ \text{mm} = h$.

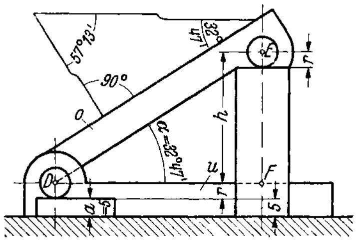


Abb 57 Sinusschleifvorrichtung beim Schleifen der Lehre Abb. 54

In Abb. 57 ist diese Höhe die Strecke EF. Um daraus das Endmaß festzustellen, ist oben $r = 5$ mm abzuziehen, unten sind $r = 5$ mm und Endmaß $a = 5$ mm zuzulegen. Kurz: $h +$ Endmaß = Gesamtendmaß. Also $54{,}15 + 5 = 59{,}15$ mm. Um dieses Endmaß wird der obere Teil der Vorrichtung so gehoben, daß die untere Seite des Zapfens auf dem Endmaß ruht.

25. Beispiel für senkrechte Schleifarbeit. Es soll eine Lehre nach Abb. 58 angefertigt werden.

Arbeitsgang: Nachdem wiederholt vollständige Arbeitsgänge vorgeführt wurden, soll hier nur das Wesentliche angeführt werden.

a) Trotzdem nur 1 Stück bestellt wurde, fertigen wir doch 4 Stück an, da es schwierig ist, eine einzelne Lehre herzustellen; ferner ist es vorteilhaft, einige in Vorrat zu haben, falls eine mißlingt.

b) Der Rachen soll oben 20 mm, unten 14,250 mm Weite erhalten. Er ist also keilförmig, und wir müssen wissen, um welchen Winkel wir das Werkstück einstellen müssen, um diese Maße zu erreichen. Gemäß Abb. 59 ist $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b} = \frac{10 - 7{,}125}{17{,}22} = \frac{2{,}875}{17{,}22} = 0{,}1670$. Laut Tangenstabelle beträgt der Winkel also $9^0\,29'$.

c) Für die weitere Arbeit wird wieder ein Zusammenlöten der vier Stücke nötig. Das ist diesmal schwieriger als im vorigen Beispiel, weil alle Flächen als Meß- oder Hilfsflächen benötigt werden. Wir löten diesmal so, wie Abb. 60 zeigt, 6 kleine, gehärtete Plättchen auf und schleifen nochmals uber. Nun sind nicht die Flächen selbst, sondern die aufgelöteten Plättchen die Hilfsflachen.

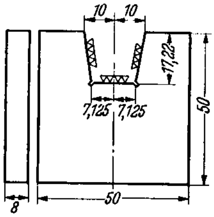


Abb 58 Keilrachenlehre (Fertigmaße)

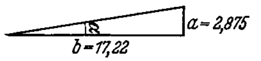


Abb 59. Halber Flankenwinkel (zu Abb 58)

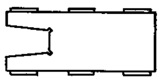


Abb. 60 Mehrere Lehren nach Abb 58 durch aufgelotete Plattchen zu einem Block vereinigt

d) Das Einstellen der Sinusschleifvorrichtung soll diesmal auch anders erfolgen. Die schräge Fläche des Rachens muß lotrechte Richtung erhalten, wenn die Schleifscheibe sie fassen soll (Abb. 62). Dann muß die Oberplatte der Vorrichtung um $80^0\,31'$ aufgeschlagen werden ($90^0 - 9^0\,29' = 80^0\,31'$). Da es sich um einen sehr großen Winkel handelt, verfahren wir diesmal folgendermaßen: Die untere Platte u wird genau lotrecht zur Meßplatte aufgestellt (Abb. 61) unter Benutzung eines Prüfwinkels (a). Um den Winkel von $80^0\,31'$ zu erhalten, muß die Platte o um $9^0\,29'$ gehoben werden. Also ist h zu berechnen. $\sin x_1 = \frac{h}{c}$; $\sin 9^0\,29' = \frac{h}{100}$; $0{,}1645 \cdot 100 = h$; $16{,}45\,\text{mm} = h$. Dazu kommt das Endmaß 5 mm; $16{,}45 + 5 = 21{,}45$ mm. Wir stellen jetzt o um das Maß 21,45 mm ein, stellen den Winkel mittels 2 Spanneisen fest und bringen die Vorrichtung wieder in normale Lage (Abb. 62). Nun wird das Werkstück eingespannt, und die Rachenflachen können mit Umschlag sauber geschliffen werden.

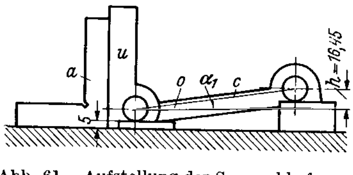


Abb 61 Aufstellung der Sinusschleifvorrichtung Abb 47 zum Senkrechtschleifen der Flanken fur die Lehre Abb 58
a = Prufwinkel

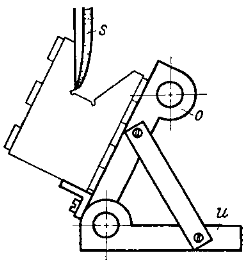


Abb 62 Sinusschleifvorrichtung.
u = Unterteil; o = Oberteil, s = Schleifscheibe.

e) Das Messen der Rachenweite als Fertigmaß ist wegen der Keilform nicht unmittelbar möglich. Wir benutzen eine Meßrolle, um das Maß zu prüfen, jedoch wegen der geringen Flankenneigung mit großer Sorgfalt und Vorsicht und ohne Druck! Die Rachenweite beträgt oben 20 mm. Da die obere Fläche noch nicht geschliffen ist, beträgt die Rachentiefe statt 17,22 mm noch 17,30 mm. Die Zugabe von 0,08 mm ist wichtig für die endgültige Bemessung des Rachens. Die untere Kante der Lehre muß fertig geschliffen sein, weil sie als Bezugskante dient, um die genaue Entfernung der Fläche AB (Abb. 63) von dieser Kante zum Zwecke der weiteren Berechnung und zur Feststellung des Prüfmaßes P zu bestimmen. Im Zusammenhang mit dieser Berechnung möge hier eine Meßrolle verwendet werden, deren Durchmesser genau wie die obere Weite des zu prüfenden Rachens 20 mm beträgt. Wie Abb. 64 erkennen läßt, liegt der Mittelpunkt dieser Meßrolle um ein gewisses Maß (z) über der Oberkante der Lehre. Dieses Maß kommt aber in der nachfolgenden Berechnung nicht unmittelbar vor. Daraus folgt, daß auch eine Meßrolle von anderem Durchmesser verwendet werden kann, wenn sie nur aus dem Keilrachen herausragt, damit man das Prüfmaß P (Abb. 63) gut abnehmen kann. Je größer die Meßrolle, desto günstiger ist das Messen. Doch muß der Berührungspunkt (C in Abb. 64) stets innerhalb des Rachens liegen. In Abb. 65 ist z. B. die Meßrolle zu groß gewählt worden. Die verlängerte Flanke schneidet ein Stück des Kreises ab. Sie ist also nicht Tangente; C ist nicht Berührungspunkt der Tangente, und ZCY ist kein rechtwinkliges Dreieck. Für die folgenden Berechnungen wäre eine Meßrolle von solchem Durchmesser unbrauchbar. Und nun zur Berechnung des Prüfmaßes P!

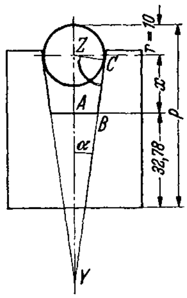


Abb. 63. Messung des Rachens der Lehre Abb. 58 mittels Meßrolle

Überlegung[1]: 1. Prüfmaß $P = 32{,}78 + 10 + x$ (Abb. 63) muß gefunden werden. Verlängert man die Flanken des Rachens, bis sie sich in Y treffen, so ist x = Strecke ZY weniger Strecke AY. Die Länge der Strecken ZY und AY sind zu berechnen.

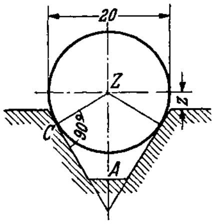


Abb. 64. Meßrolle in Keilnut.

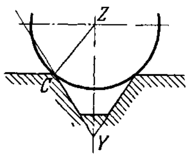


Abb. 65. Meßrolle in Keilnut zu groß gewählt.

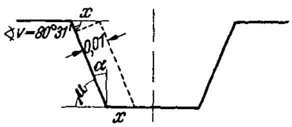


Abb. 66. Rachen der Lehre Abb. 58 mit Lappzugabe

2. ZY ist in dem rechtwinkligen Dreieck ZCY die Hypotenuse. Bekannt sind $ZC = r = 10$ mm und Winkel $\alpha = 9^0\,29'$. Folglich ist Seite ZY durch $\sin\alpha$ zu finden.

3. AY ist im rechtwinkligen Dreieck ABY eine Kathete. Bekannt sind in diesem Dreieck $AB = 7{,}125$ mm und Winkel $\alpha = 9^0\,29'$. Folglich ist Seite AY durch $\operatorname{tg}\alpha$ zu finden.

Lösung:

3. $\operatorname{tg}\alpha = \frac{\text{Seite } AB}{\text{Seite } AY}$; $\operatorname{tg} 9^0\,29' = \frac{7{,}125}{\text{Seite } AY}$; $0{,}1670 = \frac{7{,}125}{\text{Seite } AY}$; Seite $AY = \frac{7{,}125}{0{,}1670}$; Seite $AY = 42{,}664$ mm.

2. $\sin\alpha = \frac{\text{Seite } ZC}{\text{Seite } ZY}$; $\sin 9^0\,29' = \frac{10}{\text{Seite } ZY}$; $0{,}1645 = \frac{10}{\text{Seite } ZY}$; Seite $ZY = \frac{10}{0{,}1645}$; Seite $ZY = 60{,}790$ mm.

1. $x = 60{,}790 - 42{,}664$; $x = 18{,}126$ mm; $P = 32{,}78 + 10 + 18{,}126 = 60{,}906$.

Ergebnis: $P = 60{,}906$ mm nach dem Läppen.

Will man vor dem Läppen messen, so muß die Läppzugabe von 0,01 mm berücksichtigt werden. Die Meßrolle sinkt in den dadurch verengten Rachen nicht ganz so tief ein. Die Prüfstrecke P wird um einen geringen Betrag länger werden.

[1] Hier wird vorausgesetzt, daß die fertige Lehre nachher eine genaue Höhe von 50 mm aufweist, so daß $50 - 17{,}22 = 32{,}78$. Da aber für die Höhe eine gröbere Toleranz gilt, wird das mit Feinmeßschraube festzustellende Zwischenmaß in der Praxis von 32,78 abweichen.

Auch dieses Prufmaß soll noch ausgerechnet werden. Abb. 66 bringt die Maße übertrieben, um deutlicher zu werden. Die halbe obere Rachenweite wird um x enger. x ist Hypotenuse in dem kleinen rechtwinkligen Dreieck links oben, in welchem die eine Kathete $= 0{,}01$ ist. Ferner ist $\angle v = \angle u$ als Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen. $\angle u = 90^0 - \angle \alpha = 90^0 - 9^0\,29' = 80^0\,31'$; folglich $\angle v$ ebenfalls $80^0\,31'$.

$$\sin v = \frac{0{,}01}{x}; \quad \sin 80^0\,31' = \frac{0{,}01}{x}; \quad 0{,}9863 = \frac{0{,}01}{x}; \quad x = \frac{0{,}01}{0{,}9863}; \quad x = 0{,}010139.$$

Die halbe Rachenweite betragt vor dem Lappen demnach im Rachengrunde nur $7{,}125 - 0{,}010139 = 7{,}114861$ mm. Mit diesem Maße rechnen wir die Strecke AY nochmals aus.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{AB}{AY}; \quad \operatorname{tg} 9^0\,29' = \frac{7{,}114861}{AY}; \quad 0{,}1670 = \frac{7{,}114861}{AY}; \quad AY = \frac{7{,}114861}{0{,}1670};$$

$AY = 42{,}604$ mm; der Wert fur Strecke ZY bleibt unverandert. Folglich

$x = 60{,}790 - 42{,}604 = 18{,}186$ mm; $P = 32{,}78 + 10 + 18{,}186 = 60{,}966$.

Ergebnis: $P = 60{,}966$ mm vor dem Lappen.

D. Die Kugelmessung.

26. Grundsätzliches. Die Kugelmessung kommt in der Praxis nur selten vor. Sie soll dennoch Erwähnung finden und an einem Beispiel erlautert werden; denn das Wissen muß dem Konnen vorauseilen; das Können aber kann nur durch die Praxis erreicht werden. Die Kugelmessung findet Anwendung, wenn sich zwei Bohrungen in einem bestimmten Punkte kreuzen sollen. Es ist nicht immer nötig, daß bei diesen Arbeiten eine Genauigkeit von 0,01 mm erreicht wird. Im Vorrichtungsbau genügt meistens schon eine solche von 0,1 mm. Wenn es sich um große Stücke handelt, die aus Gußeisen oder aus Leichtmetall gegossen sind, so halt es schon schwer, eine Genauigkeit von 0,1 mm zu erzielen.

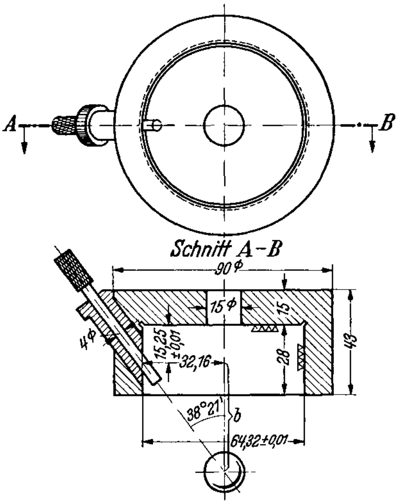


Abb 67 Sonderlehre (Fertigmaße)

27. Herstellung einer Lehre mit schräger Bohrung. Wir stellen uns die Aufgabe, eine Lehre herzustellen, wie sie in Abb. 67 gezeichnet ist. Alle Teile aus hartbarem Werkstoff werden zunächst fertig gedreht, und zwar mit der nötigen Schleifzugabe; statt Bohrung 15 mm nur 14,7 mm; statt Wandstarke 15 mm eine Wandstärke von 15,4 mm; statt Bohrung 64,32 mm eine solche von 63,9 mm. Auch Schragbuchse und Meßstift können schon gedreht werden. Da außer der Starke für den Meßstift keine Maße in der Zeichnung angegeben sind, fertigen wir die Buchse mit 3,8 mm Bohrung und 13 mm Außendurchmesser an bei einer Lange von 45 mm. Der Meßstift erhalt einen Durchmesser von 4,5 mm und eine Lange von 65 mm. Von Buchse und Stift stellen wir je 3 bis 4 Stuck her, um bei Ausfall eines Stuckes sogleich Ersatz zu haben. Es kann z. B. bei dem erfahrensten Feinstarbeiter vorkommen, daß ein Meßstift beim Dengeln, das durch eine Krummung notwendig wurde, bricht. Viele andere Gefahren drohen den kleinen Teilchen stets auf dem Wege bis zum Fertigstuck! In den Lehrenkorper muß nun das schräge Loch gebohrt werden, und zwar genau an der Stelle, an der es verlangt wird. Das kann nur mittels des Kugelarbeitsverfahrens geschehen und mittels des Kugelmeßverfahrens nachgeprüft werden. Da wir das Schrägloch nicht anders bohren können als auf der Drehbank oder der Fräsmaschine, so müssen wir uns ein Hilfswerkzeug herstellen, das die genaue Einhaltung des verlangten Winkels von $38^0\,21'$ ermöglicht. Wie die Abb. 68 u. 69 zeigen, muß das anzufertigende Winkelstück rechtwinklig sein und als spitzen Winkel genau $38^0\,21'$ aufweisen. Die Anfertigung des Winkelstückes erfolgt auf der Sinusschleifvorrichtung. Es muß so groß sein, daß die Lehre nicht nur eine gute Auflage hat, sondern auch festgespannt werden kann. Zum Festspannen nimmt man am besten einen Spannring mit 6 bis 8 Löchern (Abb. 70). Das Winkelstück wird bei Benutzung einer Drehbank so angelegt, wie Abb. 68 zeigt; bei Benutzung einer Fräsmaschine, wie Abb. 69 erkennen laßt. Ferner muß die Ecke, in der der Bohrer angesetzt werden soll, mit einem Fullstück ausgefüllt werden, um beim Beginn des Bohrens die Schrägfläche zu vermeiden (Abb. 70). Wir drehen zu diesem Zwecke ein kurzes Werkstoffstück auf 63,9 mm Durchmesser an, schneiden eine Ecke ab und löten diese dort weich fest, wo wir bohren wollen.

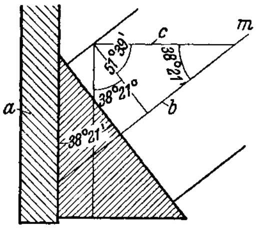


Abb 68 Winkelstuck fur das Bohren des Schragloches Abb 67 auf einer Drehbank (s Abb. 74) a = Planscheibe; b = Achse der Lehre, c = Achse des Schragloches (Bohrerachse)

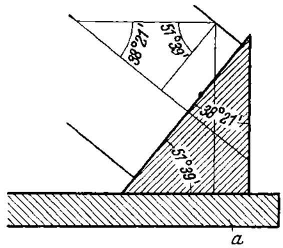


Abb 69 Winkelstuck fur das Bohren des Schragloches auf einer Waagerechtfrasmaschine. a = Frasmaschinentisch.

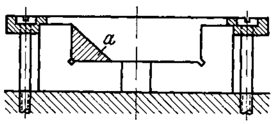


Abb 70 Befestigung der Lehre mittels Spannringes beim Bohren. a = Fullstuck.

Nun brauchen wir noch einen Kugelstab, um das ganze Winkelstück mit aufgeschraubtem Werkstuck auf der Drehbank oder der Fräsmaschine ausrichten zu können. Eine 16-mm-Stahlkugel wird zu diesem Zwecke in das hohlgeformte Ende eines Rundstabes von etwa 70 mm Länge und 16 mm Durchmesser weich eingelötet (Abb. 71). Der Kugelstab wird auf dem 16-mm-Ende sauber zentriert, um dann auf 14,7 mm abgedreht zu werden, so daß er saugend in die 14,7-mm-Bohrung eingepaßt werden kann. Das Abdrehen geschieht in der Weise, daß die Kugel am entgegengesetzten Ende von einer Hohlspitze aufgenommen wird, wie Abb. 72 zeigt. Jetzt wird der Kugelstab auf genaue Länge gedreht. Diese setzt sich aus folgenden Teilstrecken zusammen (Abb. 67):

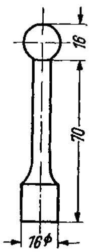


Abb 71. Kugelstab (Rohmaße)

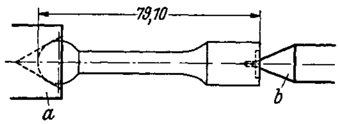


Abb 72 Kugelstab beim Drehen a = Hohlspitze; b = Reitstockspitze

1. Wandstärke (Zeichnungsmaß mit Schleifzugabe) . . . . 15,4 mm
2. Zeichnungsmaß 15,25 mm — 0,2 mm Schleifzugabe . . . . . . 15,05 „
3. Strecke b laut Berechnung . . . . 40,65 „
   denn in dem rechtwinkligen Dreieck Abb. 73 (suche dieses Dreieck auch in Abb. 67 auf) ist $\operatorname{tg} 38^0\,21' = \frac{32{,}16}{b}$; also $0{,}7912 = \frac{32{,}16}{b}$; $b = \frac{32{,}16}{0{,}7912} = 32{,}16 : 0{,}7912 = 321\,600 : 7912 = 40{,}65$ mm
4. Kugelhalbmesser . . . . 8 „

Ganze Länge des Kugelstabes (Abb. 72) = 79,10 mm

Gleichzeitig spart man die untere Fläche in der Mitte aus, daß nur ein schmaler Auflagekranz überbleibt (Abb. 72). Nun schiebt man dies Ende in die 14,7-mm-Bohrung bis fest auf das Winkelstück. Vielleicht wird es nötig, die Zentrierbohrung des Kugelstabes mit einem kleinen Gewindeloch zu versehen, um den Stab auf das Winkelstuck fest aufschrauben zu können. Alles zusammen spannt man auf die Planscheibe und richtet die Kugel mit der Meßuhr aus (Abb. 74). Die Kugel liegt so genau im Schnittpunkt der beiden Bohrungsachsen, und der ganze Lehrenkörper dreht sich um die Achse des Diagonalloches. Nach dem Ausrichten mittels der Meßuhr wird alles noch einmal richtig festgespannt, dann nimmt man den Kugelstab heraus und stellt durch Gegengewichte das Gleichgewicht an der Planscheibe her. Nun bohren wir vor und mit einem Bohrstahl nach, und das Werkstück kann zum Härten gegeben werden.

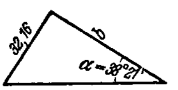


Abb 73 Teilstuck aus Abb 67.

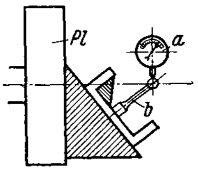


Abb 74. Ausrichten zum Bohren an der Planscheibe.
a = Meßuhr, b = Kugelstab; Pl = Planscheibe

Nach dem Härten schleifen wir zunächst die 14,7-mm-Bohrung auf 14,99 mm und stirnen in derselben Spannung die Grundfläche an. Bohrung und Stirnfläche werden dann geläppt. Jetzt spannen wir gegen das Magnetfutter der Innenschleifmaschine und schleifen die inneren Meßflächen der Lehre bis auf 0,01 mm Läppzugabe und lappen auch diese auf Fertigmaß. Darauf richten wir das Werkstück wieder wie zuvor beim Bohren her, nur daß wir diesmal einen gehärteten Kugelstab verwenden, der mit weit größerer Sorgfalt hergestellt, geschliffen und geläppt wurde. Er muß sich ganz ohne Spiel in die Bohrung 15 mm hineinwinden lassen. Das ganze wird nun auf die Innenschleifmaschine aufgesetzt. Hier ist darauf zu achten, daß beim letzten Schliff, nachdem die Bohrung bereits sauber ist, der Stein ganz „ausfeuert". Man kann auch die Bohrung mit der Meßuhr nachprüfen, bis der Zeiger stillsteht.

Somit wäre die Aufgabe, soweit die Kugelmessung in Betracht kommt, erledigt. Das Einpassen der Buchse und des Meßstiftes machen keine Schwierigkeiten weiter.

E. Das Läppen.

28. Herstellung der Läppplatten. Um eine Genauigkeit von 0,01 mm oder noch kleiner zu erzielen, muß das Werkstück gehärtet, geschliffen und geläppt werden. Selbst von der genauesten Maschine sind Unebenheiten von 0,02 bis 0,05 mm zu erwarten, so daß eine geschliffene Fläche, so sauber sie auch aussieht, nie die gewünschte größte Genauigkeit und Glatte ergibt. Sie muß noch geläppt werden. Läppen kann man nur harte Flächen von mindestens 60 Rockwell. Weiches Material wird beim Läppen schwarz, weil sich die Fläche mit Läppmasse auflädt. Um eine harte, geschliffene Fläche spiegelblank und gleichzeitig vollständig gerade zu bekommen, wird sie auf einer Läppplatte gerieben, die nach folgender Anleitung herzustellen ist: Man fertigt drei Platten aus weichem, feinkörnigem Grauguß an, etwa 200 × 300 × 100 mm. Sie werden an der Oberseite gehobelt,. so daß eine Schicht von 5 mm herunterkommt. Darauf werden die Flächen gemustert, und zwar durch Einhobeln von 0,5 mm breiten und tiefen Rillen in einem Abstande von 5 mm, so daß Rhombenformen nach Art der Abb. 75 entstehen. Nun werden die Platten sauber geschliffen, um vollständig ebene Flächen zu erhalten. Darauf werden die gemusterten Flächen immer abwechselnd mit Läppmasse (Läppulver

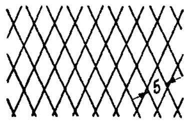


Abb. 75 Rillenmuster einer Lappplatte.

in Öl) aufeinander gerieben. Die Läppmasse dringt in die feinen Poren des Gußeisens ein. Man sagt, die Flächen werden aufgeladen. Zeigen alle drei Platten gleichmäßige, schwarzblanke Flächen, so wäscht man sie mit Petroleum, besser noch mit Benzin ab, und die Platten sind nun gebrauchsfertig. Drei Platten sind notwendig, weil zwei Platten eine Kugelfläche annehmen könnten. Wenn aber drei Platten wechselseitig zusammenpassen, müssen sie eben sein.

29. Das Läppen einfacher gerader Flächen. Will man ein Werkstuck lappen, so feuchtet man die Stelle der Platte mit etwas Benzin an und reibt mit dem Werkstück bei festem Druck kreuz und quer darüber, bis das Benzin verflogen ist. Man kann dann noch leicht auf der trockenen Platte nachreiben, um guten Glanz zu erzielen. Wichtig ist, daß man die ganze Platte gleichmäßig in Anspruch nimmt, um sie möglichst lange gerade zu erhalten. Machen sich Unebenheiten bemerkbar, so muß sie in gleicher Weise nachgerieben werden, wie zu Anfang beschrieben worden ist.

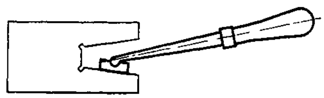


Abb 76 Lappklotz fur schwer zugangliche Flachen.

30. Das Läppen schwer zugänglicher Stellen. Für derartige Flächen macht man sich einen kleinen Läppklotz und bohrt in den Rücken desselben eine Vertiefung zum Einsetzen eines Hakens hinein (Abb. 76). Den Läppklotz lädt man auf der Läppplatte von Zeit zu Zeit mit neuer Läppmasse auf, um ihn immer gerade und scharf zu erhalten. Die zu lappende Fläche muß eine gewisse Breite haben. Daher werden mehrere Lehren zusammengelötet (Abschn. 24 u. 25).

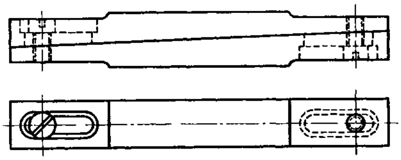


Abb 77. Verstellbare Lappleiste für Rachenlehren

31. Das Läppen von Rachenlehren. Man fertigt für diese Zwecke eine verstellbare Läppleiste, die durch Verschieben für verschiedene Rachen passend einzustellen ist, an. Es ist zu beachten, daß man nach jeder Verstellung die Läppflächen wieder parallel schleift (Abb. 77).

32. Läppring und Läppdorn. Ein Dorn (Abb. 78), der mit einer Durchmessergenauigkeit von 0,005 verlangt wird, muß mittels Läppring bearbeitet werden. In diesem Falle läßt man beim Schleifen 0,01 mm Läppzugabe stehen. Der Läppring (Abb. 79) wird aus Gußeisen oder anderem porösen Werkstoff hergestellt. Die Länge muß möglichst über die Hälfte der Länge des Werkstückes betragen. Für den Dorn nach Abb. 78 würde man den Läppring 35 bis 40 mm lang machen. Die Bohrung des Läppringes ist sauber mit dem Bohrstahl vorzubohren; die letzten 0,05 mm sind mit einer Hand- oder Maschinenahle nachzureiben. Bei dem vorliegenden Werkstück könnte man eine 20-mm-Reibahle verwenden, da der Unterschied von 0,01 mm unwesentlich ist. Hauptbedingung ist eine glatte und zylindrische Bohrung. Man kann sie noch mit zwei sich kreuzenden Spiralnuten von möglichst hoher Steigung und etwa 0,5 mm Tiefe versehen. Das Werkstück wird in der Weise geläppt, daß der Läppring mit Läppmasse in geradliniger Richtung hin und her geführt wird, während das Werkstück sich dreht. Der Läppring ist mit einer Festigkeit auf das Werkstück zu ziehen, daß er sich bei wenig Kraft-

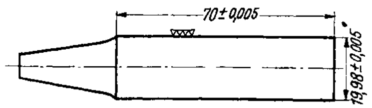


Abb 78 Zu lappender Dorn

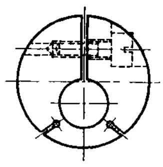


Abb 79 Lappring

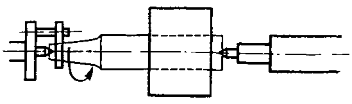


Abb. 80. Vorgang des Lappens

aufwand mit der Hand festhalten läßt (Abb. 80). Beim Läppen eines Werkstückes von 20 mm Durchmesser ist darauf zu achten, daß das Werkstück vor dem Messen abgekühlt ist. Warm hat es sich um fast 0,01 mm gedehnt. War das Werkstück sauber mit 0,01 mm Läppzugabe geschliffen, so wird es maßhaltig sein, sobald durch das Läppen die Schleifspuren verschwunden sind.

33. **Zusammengesetzte Werkstücke.** Sollen einige gehärtete Werkstücke (Abb. 81) genau aufeinander befestigt werden, so bearbeitet man die Teile in noch weichem Zustande mit Schleifzugabe so genau wie möglich. Nach dem Härten werden dann alle Platten parallel geschliffen. Die Mittelplatte wird auf 8,52 mm geschliffen und auf 8,51 mm geläppt, die untere sowie die obere Platte werden an den Auflageflächen ebenfalls geläppt. Nun schraubt man die drei Platten zusammen, so daß die Stiftlöcher sauber aufeinander passen und läppt diese mittels eines gespaltenen Läppdornes aus weichem Eisen vor (Abb. 82). In den Schlitz des Läppdornes kann ein kleiner Holzspan getrieben werden, oder man biegt die beiden Schenkel etwas, damit sie stets mit leichtem Druck gegen die Lochwandungen federn. Den so hergerichteten Dorn spannt man in die

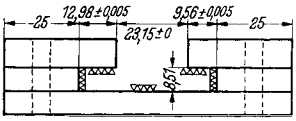


Abb. 81. Zusammengesetztes Werkstück.

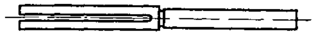


Abb. 82. Gespaltener Läppdorn.

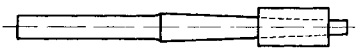


Abb. 84. Fester Läppdorn mit Läppbüchse.

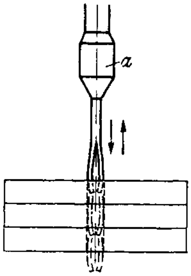


Abb. 83. Läppen mit gespaltenem Läppdorn. a = Bohrfutter.

Bohrmaschine und läßt ihn mit Läppmasse bei schneller Umdrehungszahl durch die Bohrung auf und nieder streichen (Abb. 83). Es ist darauf zu achten, daß der gebogene Teil des Läppdornes bei seinen Bewegungen innerhalb der Bohrung bleibt, da andernfalls die Bohrung nach oben und unten Vorweite bekommen würde. Ist die Bohrung auf diese Weise sauber geläppt, so wird sie mittels festen Läppdornes und Läppbüchse genau zylindrisch geläppt (Abb. 84). Der Läppdorn ist ein Kegel mit sehr kleiner Steigung. Die Läppbüchse aus Guß, Kupfer oder Messing hat als Bohrung denselben Kegel und ist außen zylindrisch. Die Büchse hat außen den Durchmesser der zu läppenden Bohrung, sie ist aufgeschnitten wie Abb. 87 und dehnt sich durch leichtes Auftreiben auf den Dorn und paßt sich der Bohrung des Werkstückes an. Dadurch wird eine genaue zylindrische Bohrung erzielt. Nachdem alle Stiftlöcher sauber und auf möglichst gleiches Maß geläppt worden sind, ist es ratsam, die Lehre rundherum sauber und winklig zu schleifen, um dann auch diese Flächen sanft auf dem Läppblock zu überziehen, da sie uns in der weiteren Bearbeitung als Hilfsflächen dienen sollen, um die Maße 12,98 mm, 23,15 mm und 9,56 mm einfach von der Außenkante aus, wiederum mit 0,01 mm Läppzugabe schleifen zu können. Das Maß 25 mm ist offenes Baumaß, bei welchem ± 0,5 mm Toleranz gegeben sind.

Wir messen nun die Breite der Platten. Die Grundplatte soll 95,61 mm werden.

Die linke Oberplatte sei	=	38,05 mm
die rechte Oberplatte . . .	=	34,88 ,,
das Lehrenmaß	=	23,15 ,,
Summe		96,08 mm
die Grundplatte abgezogen	—	95,61 ,,
folglich Schleifzugabe für 2 Oberplatten	=	0,47 mm,

für eine Oberplatte = 0,47 : 2 = 0,235 mm. Von der mittleren und oberen Platte werden nun außen 0,23 mm abgeschliffen und 0,005 mm abgeläppt, und das gewünschte Maß 95,61 mm wäre erreicht. Die linke Mittelplatte wird nach diesem Abschleifen demnach 37,82 — 12,98 = 24,84 mm — 0,005 mm; die rechte Mittelplatte wird 34,65 — 9,56 = 25,09 mm — 0,005 mm.

Nachdem auch von den Mittelplatten die Läppzugabe fortgeläppt worden ist, kann die Lehre zusammengeschraubt und gestiftet werden. Die Paßstifte müssen ebenfalls gehärtet, geschliffen und geläppt sein. Sie müssen so in die Stiftlöcher eingepaßt werden, daß sie, mit Vaseline eingerieben, bei kräftigem Daumendruck schon bis zur Halfte hineingehen und nur noch mit ganz leichten Hammerschlagen nachgetrieben zu werden brauchen. Paßt man einen geläppten Stift zu fest ein, so saugt er sich so an, daß er nur mit schweren Hammerschlägen wieder herauszubekommen ist. Dabei wird dann meistens das Werkstück beschädigt.

34. Das Läppen von Gewinden. Gewindelehren werden von Sonderfirmen hergestellt und zweckmäßig auch von dort bezogen. Die Herstellung soll deshalb auch nur kurz erläutert werden.

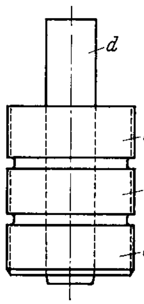


Abb. 85. Innengewinde-Paß- und Prufdorn
a = erste Stufe fur den Dreher (—0,3), b = Vorpassung (— 0,03), c = Pruf- maß (+ 0), d = Handgriff

a) Das Läppen des Gewindedornes. Der Gewindedorn wird möglichst aus härteverzugsfreiem Werkstoff mit Schleifzugabe hergestellt, wie im Abschnitt 15 (S. 29) beschrieben wurde. Es gehört eine tadellose Drehbank dazu, die keine Steigungsfehler hat. Anschließend werden gleich einige Lappringe (Abb. 79) aus feinkörnigem Grauguß oder weichem Eisen mit angefertigt. Ist eine Gewindeschleifmaschine vorhanden, so wird 1 Läppring genügen, andernfalls werden 6 bis 7 Stück benötigt. Der Läppring erhält dieselbe Form wie der zylindrische Läppring Abb. 80; seinen Querschnitt s. Abb. 79. Zum Läppen des Dornes wird der Ring auf diesen aufgeschraubt, mit Läppmasse versehen, und dann läßt man ihn hin und her laufen. Wie der zylindrische Läppring darf er nur so fest auf den Lehrdorn angezogen werden, daß die Hand genügt, ihn zu halten und zu bewegen. Zum Läppen der Gewinde bedient man sich meistens alter, verbrauchter Drehbänke, denen man eine Schaltung anbaut, daß sie links und rechts laufen können.

b) Das Läppen des Gewindelehrringes. Ein Gewindelehrring kann nach dem Härten nur auf einer Gewindeschleifmaschine geschliffen oder geläppt werden. Zum Läppen gebraucht man 5 bis 6 Läppdorne und mindestens 3 Paßdorne, die meistens stufenweise hergestellt werden: 1. Stufe, Durchmesser 0,3 mm kleiner, für den Dreher (Abb. 85a), 2. Stufe 0,02···0,03 mm unter Prüfmaß zum Vorpassen (b), 3. Stufe Prüfmaß (c). Der Läppdorn wird genau wie der Läppring einmal ganz bis zur Bohrung und zweimal bis dicht an die Bohrung eingesägt, um ihn durch Eintreiben des Kegeldornes spannen zu können (Abb. 86 u. 87). Den Läppdorn würde man in die Maschine spannen und den Lehrring mit der Hand halten. Öfteres Auswaschen mit Petroleum oder Benzin und Einpassen des Prüfdornes sind unerläßlich, wenn das Gewinde bereits blank geläppt ist. In manchen Fällen macht man den Gewindelehrring verstellbar, so daß er nach Abnutzung etwas zusammengedrückt und nachgeläppt werden kann (Abb. 88).

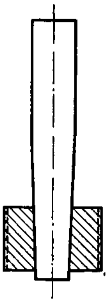


Abb 86. Innengewinde-Lappwerkzeug (Spreizdorn).

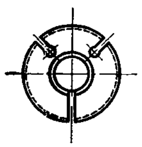


Abb. 87. Spreizbarer Gewindering zu Abb. 86 zum Läppen von Innengewinde

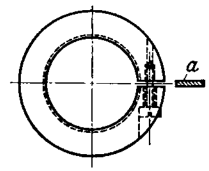


Abb 88 Nachstellbarer Gewindelehrring.
a = Paßstuck.

Als Arbeitslehren für Schrauben verwendet man jedoch meistens die Aggralehre, die sich wie eine Rachenlehre gebrauchen laßt. Sie besteht aus dem Rahmen und zwei Gewinderollen, die in exzentrischen Buchsen gelagert sind, so daß das gewunschte Maß eingestellt werden kann (Abb. 89).

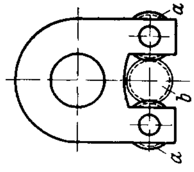


Abb 89 Schema der Aggralehre. a = Meßrollen, b = Werkstück (Schraube)

35. Das Läppen der Kegel. Über das Läppen zylindrischer Rundteile wurde bereits geschrieben. Schwieriger ist es, den geschliffenen Mantel eines Kegels so zu bearbeiten, daß eine Feinmeßflache entsteht Die einfachste Art, einen Kegel zu lappen, ware, den fertiggeschliffenen Kegel mit einer Gußleiste zu bearbeiten, bis die Schleifriefen fort sind. Ist der Kegel sehr genau geschliffen, so mag diese Bearbeitungsweise genugen; ist er jedoch irgendwie unrund, ballig oder hohl, so ist sie unbrauchbar Um etwaige Unebenheiten eines Kegels zu beseitigen, dreht man ihn zwischen zwei stillstehenden Körnerspitzen so langsam wie nur moglich und bearbeitet ihn dabei mit einer in einem Schwalbenschwanz geführten Gußleiste, die entweder mit der Hand oder maschinell so schnell wie möglich in Richtung

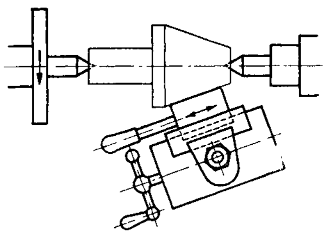


Abb 90 Läppeinrichtung fur Kegel

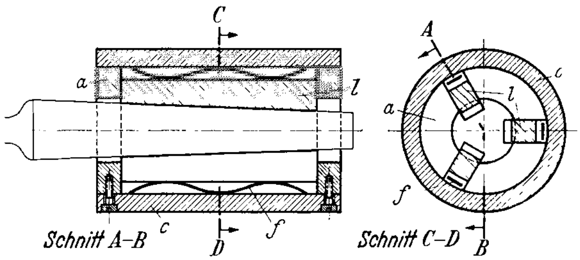


Abb 91 Lappvorrichtung fur schlanke Kegel
a = Läppleistenhalter, l = Läppleisten, f = Federn, c = Außenzylinder

des Mantels über den Kegel hin und her gleitet (Abb. 90). Die dazu notwendige Vorrichtung wird auf dem Werkzeugschlitten der Drehbank nach dem Kegel ausgerichtet und festgespannt. Die Läppleiste bewegt sich in einer Fuhrung hin und her. Mittels der Schlittenspindel kann man mit leichtem, gleichmaßigem Druck gegen das Werkstück fahren. An unebenen Stellen wird die Lappleiste etwas stärker drucken und diese Stellen glatten Findige Handwerker werden sich die Vorrichtung nach eigenen Ideen selbst so bauen, daß sie maschinell angetrieben werden kann, sei es mittels Exzenters, Kipphebels, Kurbel od. dgl. Schlanke Kegel kann man auch mit einer 2- oder besser 3teiligen Lappvorrichtung polieren (Abb. 91). Der Läppleistenhalter wird etwa 5 mm großer gebohrt als der größte Durchmesser des Kegels beträgt. In den Halter a werden 3 Schlitze eingefräst, die die Lappleisten l aufnehmen Über den Halter setzt man einen zweiten Zylinder c, der die Blatt- oder Spiraldruckfedern f, die hinter die Leisten gelegt werden, hält. Der Federdruck wird die Lappleisten immer sanft gegen das sich drehende Werkstuck bringen. Nicht nur Kegeldorne, sondern auch Kegelringe sind auf diese Weise zu bearbeiten

36. Das Läppen von Werkstücken, die nach dem Härten gesprengt werden. Sehr häufig ist es nötig, Werkstücken in noch weichem Zustande eine andere Form zu geben, als sie als Fertigstück haben sollen, um sie vor Härterissen zu schutzen oder um uberhaupt einen bestimmten Arbeitsgang nach dem Härten vornehmen zu können. So soll z. B. eine Lehre nach Abb. 92 angefertigt werden. In diesem Falle laßt man die Scheibe voll, da nach dem Härten bei der angegebenen Form weder die Bohrung von 19,45 mm noch der Außendurchmesser von 70 mm bearbeitet werden könnten. Man dreht die Lehre mit Schleifzugabe vor und bohrt den Winkel von 85° 4′ ab, wie Abb. 93 zeigt. Jetzt wird die Lehre gehärtet und wie eine volle Scheibe bearbeitet. Nachdem dann Bohrung und Außendurchmesser geschliffen und geläppt worden sind, wird der abgebohrte Teil vorsichtig herausgesprengt. Man schleift erst mit einer dünnen Schleifscheibe die noch haltenden Wandungen zwischen den Bohrlöchern von beiden Seiten ein, dann genügt meistens ein leichter Schlag, um das Stück auszubrechen. Man prüft nochmals Bohrung und Außendurchmesser, da es vorkommt, daß ein Stück sich nach dem Heraussprengen verändert. Hat sich die Lehre erweitert, so muß sie mit leichten Schlägen an den in der Abb. 93 mit — — — bezeichneten Stellen zusammengedengelt werden; hat sie sich verengert, dengelt man sie an den mit + + + bezeichneten Stellen. Zum Dengeln gehört allerdings etwas Erfahrung. Man macht es mit der Bahn eines 100 g schweren Hammers, dessen Schlagfläche sehr hart und sauber poliert

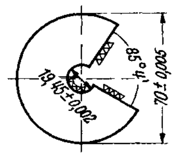


Abb. 92. Sonderlehre (Fertigmaß)

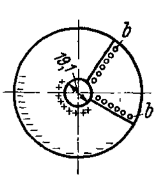


Abb. 93. Herstellschema der Lehre Abb. 92.

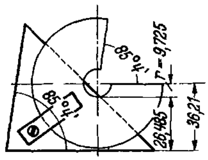


Abb. 94. Spannvorrichtung zum Schleifen des Winkels 58° 4′

b = Bohrlöcher zum Heraussprengen des Keilstückes

ist. Die Lehre muß fest aufliegen, damit keine Prellschläge entstehen. Um den Winkel von 85° 4′ zu schleifen, macht man sich einen Hilfsklotz, gegen den man die Lehre spannt (Abb. 94). Dieser Hilfsklotz ist gleichzeitig eine Meßvorrichtung, da man mittels Endmaßen von der Meßplatte aus feststellen kann, ob die Meßfläche auf Mitte liegt. Nehmen wir das festgestellte Maß 26,485 mm an, das mittels Paßdorn und Endmaß bestimmt wird, so würden wir für die Meßfläche 26,485 + 9,725 mm (Halbmesser der Bohrung) = 36,21 mm von der Meßplatte aus brauchen: + 0,01 mm Läppzugabe = 36,22 mm.

F. Einige Winke für die Praxis.

37. Mikrometerschraube nachläppen. Werden die Meßflächen eines Mikrometers ballig oder sind sie abgenutzt, so ist es nicht nötig, sie der Herstellungsfirma einzuschicken. Man kann sie selbst in wenigen Stunden in einfacher Weise auf neu nachläppen. Man schleift 5 kleine Gußstückchen parallel und auf Maß von 0,1 mm Unterschied zwischen den Stücken; also 1 Stück 5 mm, 1 Stück 5,1 mm, das nächste 5,2 mm, das folgende 5,3 mm und das letzte 5,4 mm. Man könnte auch jedes andere Maß wahlen, nur die Abstufung 0,1 muß eingehalten werden. Die äußere Form der Stücke kann beliebig sein, sagen wir im Durchmesser 20 mm. Diese Stückchen lädt man auf dem Lappklotz an beiden Seiten gut mit Läppmasse auf und klemmt sie sanft so in die Feinmeßschraube, daß man sie leicht zwischen Daumen und Zeigefinger bewegen kann. Die Feinmeßschraube klemmt man zwischen Pappbacken in den Schraubstock. Nun wird abwechselnd mit jedem der Stückchen einige Minuten geläppt, bis beide Meßflächen des Mikrometers wieder gerade, parallel und auf Hochglanz poliert sind. Es wird einleuchten, daß die Flächen parallel werden müssen, da die Meßspindel bei jedem Wechseln der Läppstücke um $^1/_5$ Umdrehung weitergedreht wird. Nachdem die Meßflächen fertig sind, stellt man die Trommel wieder auf 0 ein.

Bei Feinmeßschrauben, die mit Hartmetallplättchen versehen sind (z. B. Widia oder Böhlerit) muß zum Lappen Diamantstaub genommen werden, da gewöhnlicher Schmirgelstaub das Hartmetall nur schwärzt, aber nicht angreift. Diamantstaub ist ein ideales Lappmittel, ist leider aber zu kostbar, um für alle Fälle Verwendung zu finden. Es wird ausschließlich für Hartmetalle benutzt.

38. Winkelprüfsäule. Der genaue Winkel ist für den Präzisionsarbeiter unerläßlich. Um Winkel zu jeder Zeit auf ihre Genauigkeit von 90 Grad prüfen zu können, sollte in jeder Werkstatt eine Winkelprüfsäule vorhanden sein. Diese besteht aus einer gehärteten, geschliffenen und gelappten zylindrischen Säule, deren Standfläche in der gleichen Einspannung des zylindrischen Schleifens gestirnt wurde. Diese Säule, auf eine ebene Platte gestellt, wird genau lotrecht sein und jede Ungenauigkeit eines rechten Winkels sofort anzeigen. Um vollständig sicher zu gehen, hält man den zu prüfenden Winkel auf beiden Seiten der Säule an. Sollte die Säule aus irgendwelchen Gründen schief stehen, so wäre das sofort zu erkennen.

39. Das Ätzen. Sollen auf gehärteten Werkstücken Bezeichnungen angebracht werden, so kann man diese zwar vor dem Härten mit Schlagzahlen und -buchstaben einschlagen; aber der Feinstarbeiter wird das Verfahren ablehnen; denn das Aufschlagen wird meistens recht unsauber, ferner wird Spannung in das Werkstück geschlagen, was sich beim Härten auswirken kann, und schließlich kann man nie beurteilen, ob die gezeichnete Fläche nicht nochmals geschliffen werden muß, wobei dann alle aufgeschlagenen Zeichen verschliffen würden. Ein Einätzen der Zeichen in das fertige Werkstück verdient den Vorzug. Man verfährt dabei folgendermaßen: Die Fläche, auf die die Bezeichnung geätzt werden soll, wird mit Ätzgrund bestrichen. Das ist eine schwarze, flüssige Wachsmasse, die mit einem weichen Pinsel aufgetragen wird. Unter dem Einfluß der Luft erstarrt sie sofort. Statt Ätzgrund kann auch, falls nichts anderes da ist, Bienenwachs genommen werden. Man läßt die Masse 15 Minuten trocknen und graviert die gewünschte Bezeichnung ein. Das geschieht am besten mit einer Graviermaschine. Statt der Graviernadel wird eine Reißnadel verwandt, und die Schrift wird mit dem Pantographen aufgezeichnet. Ist ein solcher nicht vorhanden, so zeichnet man unter Benutzung der Reißnadel mit der Hand ein. Es ist darauf zu achten, daß ein Riß nur einmal gezeichnet wird, da bei einem Nachziehen der Riß stets doppelt wird. Man braucht nur mäßig zu drücken, nur soviel, um das blanke Metall zu erreichen. Dann tränkt man ein Stück Löschpapier mit Ätzsäure und bedeckt die ganze Schrift damit. Nach 15 Minuten entfernt man die Säurereste mit Sodawasser und wäscht alles mit Petroleum oder Benzin ab. Auf diese Weise kann man haarfeine Schriftzeichen und Risse ätzen, ohne mehr Erfahrung als aus einigen Versuchen zu haben.

40. Die Herstellung von Formlehren bereitet in der Praxis erhebliche Schwierigkeiten. Die Formlehrenschleifmaschine[1] überträgt das in 50facher Vergrößerung aufgezeichnete Profil mittels Pantograph auf das Werkstück, wobei die Schleifstelle durch ein Mikroskop beobachtet wird. Das so erzeugte Profil ist formgenau, muß aber gegebenenfalls noch geläppt werden. Eine andere Sondermaschine für Formlehren ist bisher nicht bekannt. Unter Anlehnung an das Gewindeschleifen kann man vorbearbeitete Formlehren sehr genau und sauber mittels profilierter Schleifscheiben fertigschleifen, die durch Abziehdiamanten geformt werden. Da solche Formlehren meist für die Massenfertigung und daher in größerer Anzahl

[1] Hersteller: Löwe-Gesfürel AG., Berlin. — Ausführliche Beschreibung siehe: Zeitschrift Die Werkzeugmaschine Jg. 1933 S. 319, sowie Druckschriften der Firma.

gebraucht werden, ist der Schleifscheibenverbrauch, der bei diesem Verfahren entsteht, wirtschaftlich tragbar.

41. Kreisbogenabziehvorrichtung. Die Notwendigkeit, genaue Kreisbögen auszuschleifen, findet sich im Lehrenbau öfter. Nachfolgend wird ein Weg gezeigt, eine Vorrichtung zum Abziehen von Schleifscheiben nach bestimmten Halbmessern selbst anzufertigen.

a) Selbstanfertigung einer Kreisbogenabziehvorrichtung. Dem erfahrenen Feinstarbeiter wird es gelingen, sich nach der folgenden Anleitung eine einfache Abziehvorrichtung selbst anzufertigen, die aber vollständig genügt, einfache Radiuslehren zu schleifen. Wie bei allen Feinstarbeiten muß man natürlich auch hier alle Sorgfalt und Sauberkeit beachten. Man biegt ein Stück Rundstahl von 22 mm Durchmesser nach Abb. 95. Die beiden Zapfen werden zentriert und auf 20,4 mm Durchmesser angedreht. Der Bügel erhält genau in der Mitte ein Loch

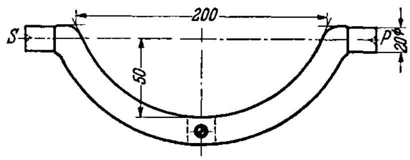


Abb 95
Bügel zur Kreisbogenabziehvorrichtung
SP = Achse

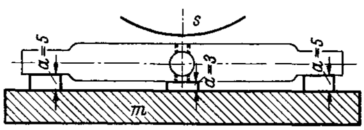


Abb 96
Kreisbogenabziehvorrichtung Abb 95
s = Schleifscheibe; m = Magnetplatte
a = Endmaße

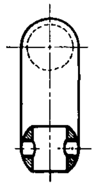


Abb 97.
Querschnitt des Bugels

zur Aufnahme eines Handdiamanten, der von je einer Schraube (besser je 2) an jeder Seite gehalten wird. Das Aufnahmeloch für den Handdiamanten macht man um etwa 1 mm größer als den Durchmesser des Diamanthalters, um durch die Schrauben ein genaues Einstellen zu ermöglichen. Hierauf härtet man das Stück, um es widerstandsfähig zu machen und schleift dann die beiden Zapfen auf genau 20 mm Durchmesser. Dann wird der Bügel an den beiden Seitenflächen auf Umschlag geschliffen (Abb. 96). Den Querschnitt zeigen Abb. 97 u. 98. Da auf Umschlag geschliffen wurde, haben beide Flachen gleichen Abstand zu den Zentrierbohrungen der auf 20 mm Durchmesser geschliffenen Zapfen.

b) Anwendung dieser Kreisbogenschleifvorrichtung. Mit diesem Bügel kann man Schleifscheiben für jeden gewünschten Halbmesser bis zu 50 mm hohl (konkav) oder ballig (konvex) abziehen. Zunächst muß die Diamantspitze genau auf Mitte eingestellt werden. Die angeschliffenen Flächen dienen dabei als Auflage auf der Meßplatte (Abb. 98). Mit dem Diamanten wird an einem Prüstück P ein Riß gezogen. Dann dreht man den Bügel um, um aus dieser neuen Lage wieder einen Riß an dem Prufstück zu ziehen. Decken sich beide Risse, so steht der Stab auf Mitte. Im anderen Falle muß er durch die Schrauben so lange verstellt werden, bis sich die beiden Risse decken.

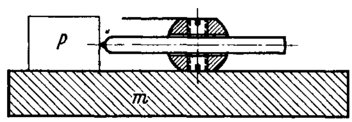


Abb 98. Einstellen der Diamantspitze auf Mitte
m = Magnetspannplatte; P = Prufstuck.

Nun kann man die Diamantspitze auf den verlangten Halbmesser einstellen, und zwar auf Länge und gewünschte Form, für hohle oder erhabene Formung der Schleifscheibe:

1. Wir stellen die Diamantspitze so ein, daß sie die Verbindungsachse, die von den Mittelpunkten der beiden Zapfen gezogen wird (SP in Abb. 95), berührt

(Abb. 99). Schwingt man jetzt den Bugel, so bleibt die Diamantspitze dauernd in dem Mittelpunkt der Schwingungsachse (*M* in Abb. 99).

2. Liegt die Diamantspitze jedoch **unter** der Verbindungslinie der Zapfen (Abb. 100), so wird beim Schwingen des Bügels die zu bearbeitende Schleifscheibe (*s*) eine gewölbte Form erhalten. Der Halbmesser dieser Wölbung ist gleich dem Abstande des Mittelpunktes der Schwingungsbahn (*M*) von der Diamantspitze.

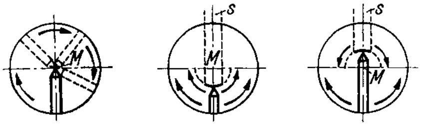


Abb 99 Abb 100 Abb 101

Abb 99–101 Einstellen der Diamantspitze auf den verlangten Halbmesser (Schematische Darstellung.)

3. Liegt die Diamantspitze **über** der Verbindungslinie (Abb. 101), so erhält die zu bearbeitende Schleifscheibe *s* beim Schwingen des Bugels eine hohle (konkave) Form. Der Radius entspricht wiederum der Entfernung des Mittelpunktes der Schwingungsbahn (*M*) von der Diamantspitze.

Die Einstellung des Diamanthalters auf die geforderte **Länge** erläutert die Abb. 102. Soll z. B. eine Schleifscheibe mit einem Radius von 36 mm gewölbt (konvex) geformt werden, so muß der Abstand von *M* bis *S* 36 mm betragen, also in Richtung nach dem Bügel zu! Zu diesem Maß kommen dann noch 10 mm Halb-

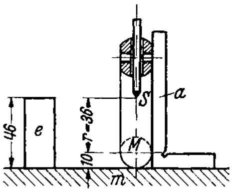


Abb 102 Einstellen der Diamantspitze auf bestimmtes Maß für geballte Formung

m = Meßplatte, *a* = Winkeleisen, *e* = Endmaß, *S* = Diamantspitze

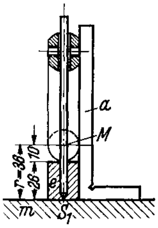


Abb 103 Einstellen der Diamantspitze auf bestimmtes Maß für hohle Formung

S_1 = Diamantspitze

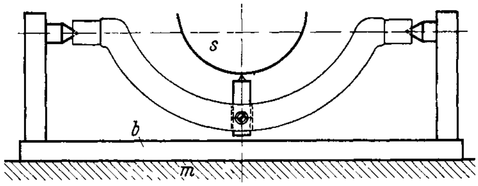


Abb 104 Aufnahme der Abziehvorrichtung in einem Spitzenbock

m = Magnetspannplatte, *b* = Spitzenbock, *s* = Schleifscheibe.

messer des Zapfens, so daß das Endmaß 46 mm beträgt. — Soll aber die Schleifscheibe mit einem Halbmesser von 36 mm hohl (konkav) geformt werden, so muß der Abstand von *M* bis S_1 (Abb. 103) ebenfalls 36 mm betragen, aber nicht von *M* aus nach dem Bügel zu, sondern in entgegengesetzter Richtung. Es sind demnach 2 Stück Endmaße von je 26 mm unter die Bugelachsen zu legen, und der Diamanthalter ist so weit zu verlängern, bis die Diamantspitze auf der Meßplatte ruht.

Ist so der genaue Halbmesser eingestellt worden, nimmt man die Vorrichtung in einem Spitzenbock auf und formt die Schleifscheibe durch Schwingung des Bügels (Abb. 104).

Tabelle 1. Sinus und Tangens.

Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg
0	0	0,0000	0,0000	9	0	0,1564	0,1584	18	0	0,3090	0,3249	27	0	0,4540	0,5095
	10	0,0029	0,0029		10	0,1593	0,1614		10	0,3118	0,3281		10	0,4566	0,5132
	20	0,0058	0,0058		20	0,1622	0,1644		20	0,3145	0,3314		20	0,4592	0,5169
	30	0,0087	0,0087		30	0,1650	0,1673		30	0,3173	0,3346		30	0,4617	0,5206
	40	0,0116	0,0116		40	0,1679	0,1703		40	0,3201	0,3378		40	0,4643	0,5243
	50	0,0145	0,0145		50	0,1708	0,1733		50	0,3228	0,3411		50	0,4669	0,5280
1	0	0,0175	0,0175	10	0	0,1736	0,1763	19	0	0,3256	0,3443	28	0	0,4695	0,5317
	10	0,0204	0,0204		10	0,1765	0,1793		10	0,3283	0,3476		10	0,4720	0,5354
	20	0,0233	0,0233		20	0,1794	0,1823		20	0,3311	0,3508		20	0,4746	0,5392
	30	0,0262	0,0262		30	0,1822	0,1853		30	0,3338	0,3541		30	0,4772	0,5430
	40	0,0291	0,0291		40	0,1851	0,1883		40	0,3365	0,3574		40	0,4797	0,5467
	50	0,0320	0,0320		50	0,1880	0,1914		50	0,3393	0,3607		50	0,4823	0,5505
2	0	0,0349	0,0349	11	0	0,1908	0,1944	20	0	0,3420	0,3640	29	0	0,4848	0,5543
	10	0,0378	0,0378		10	0,1937	0,1974		10	0,3448	0,3673		10	0,4874	0,5581
	20	0,0407	0,0407		20	0,1965	0,2004		20	0,3475	0,3706		20	0,4899	0,5619
	30	0,0436	0,0437		30	0,1994	0,2035		30	0,3502	0,3739		30	0,4924	0,5658
	40	0,0465	0,0466		40	0,2022	0,2065		40	0,3529	0,3772		40	0,4950	0,5696
	50	0,0494	0,0495		50	0,2051	0,2095		50	0,3557	0,3805		50	0,4975	0,5735
3	0	0,0523	0,0524	12	0	0,2079	0,2126	21	0	0,3584	0,3839	30	0	0,5000	0,5774
	10	0,0552	0,0553		10	0,2108	0,2156		10	0,3611	0,3872		10	0,5025	0,5812
	20	0,0581	0,0582		20	0,2136	0,2186		20	0,3638	0,3906		20	0,5050	0,5851
	30	0,0610	0,0612		30	0,2164	0,2217		30	0,3665	0,3939		30	0,5075	0,5890
	40	0,0640	0,0641		40	0,2193	0,2247		40	0,3692	0,3973		40	0,5100	0,5930
	50	0,0669	0,0670		50	0,2221	0,2278		50	0,3719	0,4006		50	0,5125	0,5969
4	0	0,0698	0,0699	13	0	0,2250	0,2309	22	0	0,3746	0,4040	31	0	0,5150	0,6009
	10	0,0727	0,0729		10	0,2278	0,2339		10	0,3773	0,4074		10	0,5175	0,6048
	20	0,0756	0,0758		20	0,2306	0,2370		20	0,3800	0,4108		20	0,5200	0,6088
	30	0,0785	0,0787		30	0,2334	0,2401		30	0,3827	0,4142		30	0,5225	0,6128
	40	0,0814	0,0816		40	0,2363	0,2432		40	0,3854	0,4176		40	0,5250	0,6168
	50	0,0843	0,0846		50	0,2391	0,2462		50	0,3881	0,4210		50	0,5275	0,6208
5	0	0,0872	0,0875	14	0	0,2419	0,2493	23	0	0,3907	0,4245	32	0	0,5299	0,6249
	10	0,0901	0,0904		10	0,2447	0,2524		10	0,3934	0,4279		10	0,5324	0,6289
	20	0,0929	0,0934		20	0,2476	0,2555		20	0,3961	0,4314		20	0,5348	0,6330
	30	0,0958	0,0963		30	0,2504	0,2586		30	0,3987	0,4348		30	0,5373	0,6371
	40	0,0987	0,0992		40	0,2532	0,2617		40	0,4014	0,4383		40	0,5398	0,6412
	50	0,1016	0,1022		50	0,2560	0,2648		50	0,4041	0,4417		50	0,5422	0,6453
6	0	0,1045	0,1051	15	0	0,2588	0,2679	24	0	0,4067	0,4452	33	0	0,5446	0,6494
	10	0,1074	0,1080		10	0,2616	0,2711		10	0,4094	0,4487		10	0,5471	0,6536
	20	0,1103	0,1110		20	0,2644	0,2742		20	0,4120	0,4522		20	0,5495	0,6577
	30	0,1132	0,1139		30	0,2672	0,2773		30	0,4147	0,4557		30	0,5519	0,6619
	40	0,1161	0,1169		40	0,2700	0,2805		40	0,4173	0,4592		40	0,5544	0,6661
	50	0,1190	0,1198		50	0,2728	0,2836		50	0,4200	0,4628		50	0,5568	0,6703
7	0	0,1219	0,1228	16	0	0,2756	0,2867	25	0	0,4226	0,4663	34	0	0,5592	0,6745
	10	0,1248	0,1257		10	0,2784	0,2899		10	0,4253	0,4699		10	0,5616	0,6787
	20	0,1276	0,1287		20	0,2812	0,2931		20	0,4279	0,4734		20	0,5640	0,6830
	30	0,1305	0,1317		30	0,2840	0,2962		30	0,4305	0,4770		30	0,5664	0,6873
	40	0,1334	0,1346		40	0,2868	0,2994		40	0,4331	0,4806		40	0,5688	0,6916
	50	0,1363	0,1376		50	0,2896	0,3026		50	0,4358	0,4841		50	0,5712	0,6959
8	0	0,1392	0,1405	17	0	0,2924	0,3057	26	0	0,4384	0,4877	35	0	0,5736	0,7002
	10	0,1421	0,1435		10	0,2952	0,3089		10	0,4410	0,4913		10	0,5760	0,7046
	20	0,1449	0,1465		20	0,2979	0,3121		20	0,4436	0,4950		20	0,5783	0,7089
	30	0,1478	0,1495		30	0,3007	0,3153		30	0,4462	0,4986		30	0,5807	0,7133
	40	0,1507	0,1524		40	0,3035	0,3185		40	0,4488	0,5022		40	0,5831	0,7177
	50	0,1536	0,1554		50	0,3062	0,3217		50	0,4514	0,5059		50	0,5854	0,7221

Tabelle 1. Sinus und Tangens. (Fortsetzung.)

Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg
36	0	0,5878	0,7265	45	0	0,7071	1,0000	54	0	0,8090	1,3764	63	0	0,8910	1,9626
	10	0,5901	0,7310		10	0,7092	1,0058		10	0,8107	1,3848		10	0,8923	1,9768
	20	0,5925	0,7355		20	0,7112	1,0117		20	0,8124	1,3934		20	0,8936	1,9912
	30	0,5948	0,7400		30	0,7133	1,0176		30	0,8141	1,4019		30	0,8949	2,0057
	40	0,5972	0,7445		40	0,7153	1,0235		40	0,8158	1,4106		40	0,8962	2,0204
	50	0,5995	0,7490		50	0,7173	1,0295		50	0,8175	1,4193		50	0,8975	2,0353
37	0	0,6018	0,7536	46	0	0,7193	1,0355	55	0	0,8192	1,4281	64	0	0,8988	2,0503
	10	0,6041	0,7581		10	0,7214	1,0416		10	0,8208	1,4370		10	0,9001	2,0655
	20	0,6065	0,7627		20	0,7234	1,0477		20	0,8225	1,4460		20	0,9013	2,0809
	30	0,6088	0,7673		30	0,7254	1,0538		30	0,8241	1,4550		30	0,9026	2,0965
	40	0,6111	0,7720		40	0,7274	1,0599		40	0,8258	1,4641		40	0,9038	2,1123
	50	0,6134	0,7766		50	0,7294	1,0661		50	0,8274	1,4733		50	0,9051	2,1283
38	0	0,6157	0,7813	47	0	0,7314	1,0724	56	0	0,8290	1,4826	65	0	0,9063	2,1445
	10	0,6180	0,7860		10	0,7333	1,0786		10	0,8307	1,4919		10	0,9075	2,1609
	20	0,6202	0,7907		20	0,7353	1,0850		20	0,8323	1,5013		20	0,9088	2,1775
	30	0,6225	0,7954		30	0,7373	1,0913		30	0,8339	1,5108		30	0,9100	2,1943
	40	0,6248	0,8002		40	0,7392	1,0977		40	0,8355	1,5204		40	0,9112	2,2113
	50	0,6271	0,8050		50	0,7412	1,1041		50	0,8371	1,5301		50	0,9124	2,2286
39	0	0,6293	0,8098	48	0	0,7431	1,1106	57	0	0,8387	1,5399	66	0	0,9135	0,2460
	10	0,6316	0,8146		10	0,7451	1,1171		10	0,8403	1,5497		10	0,9147	2,2637
	20	0,6338	0,8195		20	0,7470	1,1237		20	0,8418	1,5597		20	0,9159	2,2817
	30	0,6361	0,8243		30	0,7490	1,1303		30	0,8434	1,5697		30	0,9171	2,2998
	40	0,6383	0,8292		40	0,7509	1,1369		40	0,8450	1,5798		40	0,9182	2,3183
	50	0,6406	0,8342		50	0,7528	1,1436		50	0,8465	1,5900		50	0,9194	2,3369
40	0	0,6428	0,8391	49	0	0,7547	1,1504	58	0	0,8480	1,6003	67	0	0,9205	2,3559
	10	0,6450	0,8441		10	0,7566	1,1571		10	0,8496	1,6107		10	0,9216	2,3750
	20	0,6472	0,8491		20	0,7585	1,1640		20	0,8511	1,6212		20	0,9228	2,3945
	30	0,6494	0,8541		30	0,7604	1,1708		30	0,8526	1,6319		30	0,9239	2,4142
	40	0,6517	0,8591		40	0,7623	1,1778		40	0,8542	1,6426		40	0,9250	2,4342
	50	0,6539	0,8642		50	0,7642	1,1847		50	0,8557	1,6534		50	0,9261	2,4545
41	0	0,6561	0,8693	50	0	0,7660	1,1918	59	0	0,8572	1,6643	68	0	0,9272	2,4751
	10	0,6583	0,8744		10	0,7679	1,1988		10	0,8587	1,6753		10	0,9283	2,4960
	20	0,6604	0,8796		20	0,7698	1,2059		20	0,8601	1,6864		20	0,9293	2,5172
	30	0,6626	0,8847		30	0,7716	1,2131		30	0,8616	1,6977		30	0,9304	2,5386
	40	0,6648	0,8899		40	0,7735	1,2203		40	0,8631	1,7090		40	0,9315	2,5605
	50	0,6670	0,8952		50	0,7753	1,2276		50	0,8646	1,7205		50	0,9325	2,5826
42	0	0,6691	0,9004	51	0	0,7771	1,2349	60	0	0,8660	1,7321	69	0	0,9336	2,6051
	10	0,6713	0,9057		10	0,7790	1,2423		10	0,8675	1,7437		10	0,9346	2,6279
	20	0,6734	0,9110		20	0,7808	1,2497		20	0,8689	1,7556		20	0,9356	2,6511
	30	0,6756	0,9163		30	0,7826	1,2572		30	0,8704	1,7675		30	0,9367	2,6746
	40	0,6777	0,9217		40	0,7844	1,2647		40	0,8718	1,7796		40	0,9377	2,6985
	50	0,6799	0,9271		50	0,7862	1,2723		50	0,8732	1,7917		50	0,9387	2,7228
43	0	0,6820	0,9325	52	0	0,7880	1,2799	61	0	0,8746	1,8040	70	0	0,9397	2,7475
	10	0,6841	0,9380		10	0,7898	1,2876		10	0,8760	1,8165		10	0,9407	2,7725
	20	0,6862	0,9435		20	0,7916	1,2954		20	0,8774	1,8291		20	0,9417	2,7980
	30	0,6884	0,9490		30	0,7934	1,3032		30	0,8788	1,8418		30	0,9426	2,8239
	40	0,6905	0,9545		40	0,7951	1,3111		40	0,8802	1,8546		40	0,9436	2,8502
	50	0,6926	0,9601		50	0,7969	1,3190		50	0,8816	1,8676		50	0,9446	2,8770
44	0	0,6947	0,9657	53	0	0,7986	1,3270	62	0	0,8829	1,8807	71	0	0,9455	2,9042
	10	0,6967	0,9713		10	0,8004	1,3351		10	0,8843	1,8940		10	0,9465	2,9319
	20	0,6988	0,9770		20	0,8021	1,3432		20	0,8857	1,9074		20	0,9474	2,9600
	30	0,7009	0,9827		30	0,8039	1,3514		30	0,8870	1,9210		30	0,9483	2,9887
	40	0,7030	0,9884		40	0,8056	1,3597		40	0,8884	1,9347		40	0,9492	3,0178
	50	0,7050	0,9942		50	0,8073	1,3680		50	0,8897	1,9486		50	0,9502	3,0475

Tabelle 1. Sinus und Tangens. (Fortsetzung.)

Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg	Gr	Mi	sin	tg
72	0	0,9511	3,0777	77	0	0,9744	4,3315	82	0	0,9903	7,1154	86	0	0,9976	14,301
	10	0,9520	3,1084		10	0,9750	4,3897		10	0,9907	7,2687		10	0,9978	14,924
	20	0,9528	3,1397		20	0,9757	4,4494		20	0,9911	7,4287		20	0,9980	15,605
	30	0,9537	3,1716		30	0,9763	4,5107		30	0,9914	7,5958		30	0,9981	16,350
	40	0,9546	3,2041		40	0,9769	4,5736		40	0,9918	7,7704		40	0,9983	17,169
	50	0,9555	3,2371		50	0,9775	4,6382		50	0,9922	7,9530		50	0,9985	18,075
73	0	0,9563	3,2709	78	0	0,9781	4,7046	83	0	0,9925	8,1443	87	0	0,9986	19,081
	10	0,9572	3,3052		10	0,9787	4,7729		10	0,9929	8,3450		10	0,9988	20,206
	20	0,9580	3,3402		20	0,9793	4,8430		20	0,9932	8,5555		20	0,9989	21,470
	30	0,9588	3,3759		30	0,9799	4,9152		30	0,9936	8,7769		30	0,9990	22,904
	40	0,9596	3,4124		40	0,9805	4,9894		40	0,9939	9,0098		40	0,9992	24,542
	50	0,9605	3,4495		50	0,9811	5,0658		50	0,9942	9,2553		50	0,9993	26,432
74	0	0,9613	3,4874	79	0	0,9816	5,1446	84	0	0,9945	9,5144	88	0	0,9994	28,636
	10	0,9621	3,5261		10	0,9822	5,2257		10	0,9948	9,7882		10	0,9995	31,242
	20	0,9628	3,5656		20	0,9827	5,3093		20	0,9951	10,078		20	0,9996	34,368
	30	0,9636	3,6059		30	0,9833	5,3955		30	0,9954	10,385		30	0,9997	38,188
	40	0,9644	3,6470		40	0,9838	5,4845		40	0,9957	10,712		40	0,9997	42,964
	50	0,9652	3,6891		50	0,9843	5,5764		50	0,9959	11,059		50	0,9998	49,104
75	0	0,9659	3,7321	80	0	0,9848	5,6713	85	0	0,9962	11,430	89	0	0,99985	57,290
	10	0,9667	3,7760		10	0,9853	5,7694		10	0,9964	11,826		10	0,99989	68,750
	20	0,9674	3,8208		20	0,9858	5,8708		20	0,9967	12,251		20	0,99993	85,940
	30	0,9681	3,8667		30	0,9863	5,9758		30	0,9969	12,706		30	0,99996	114,59
	40	0,9689	3,9136		40	0,9868	6,0844		40	0,9971	13,197		40	0,99998	171,89
	50	0,9696	3,9617		50	0,9872	6,1970		50	0,9974	13,727		50	0,99999	343,77
76	0	0,9703	4,0108	81	0	0,9877	6,3138								
	10	0,9710	4,0611		10	0,9881	6,4348								
	20	0,9717	4,1126		20	0,9886	6,5606								
	30	0,9724	4,1653		30	0,9890	6,6912								
	40	0,9730	4,2193		40	0,9894	6,8269								
	50	0,9737	4,2747		50	0,9899	6,9682								