

Kurzes Lehrbuch
der
Elektrotechnik

von
Dr. Adolf Thomälen

Neunte Auflage

Kurzes Lehrbuch
der Elektrotechnik

Von

Dr. Adolf Thomälen

a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe

Neunte, verbesserte Auflage

Mit 555 Textbildern



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1922

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1922
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1922
Softcover reprint of the hardcover 9th edition 1922

ISBN 978-3-662-35698-2
DOI 10.1007/978-3-662-36528-1

ISBN 978-3-662-36528-1 (eBook)

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Das vorliegende „Kurze Lehrbuch der Elektrotechnik“ steht in der Mitte zwischen den allgemein verständlichen Darstellungen und den Spezialwerken. Es will den Studierenden nicht bloß mit den Erscheinungen auf dem Gebiet der Elektrotechnik bekannt machen, sondern ihn auch zum „elektrotechnischen Denken“ erziehen, d. h. ihm die Vorstellungen und Anschauungen aneignen, mit deren Hilfe er sich die Erscheinungen auf dem Gebiet der Elektrotechnik erklären kann. Endlich will das vorliegende Werk den Studierenden in den Stand setzen, die Wirkungsweise der elektrischen Maschinen auf rechnerischem und zeichnerischem Wege zu verfolgen.

Um den erwähnten Zweck zu erreichen, mußte das Beschreiben, sowie das Eingehen auf Einzelheiten der Ausführung verhältnismäßig zurücktreten. Das konnte um so mehr geschehen, als wir eine Reihe von hervorragenden Werken beschreibender und konstruktiver Natur über Elektrotechnik besitzen.

Altenburg S.-A., im Mai 1903.

Vorwort zur neunten Auflage.

Die neunte Auflage des kurzen Lehrbuches der Elektrotechnik weist gegenüber der vorhergehenden folgende Änderungen auf:

In dem Teil über das elektrische Feld wird das Potential im Feld einer Doppelleitung mit behandelt. Auf dieser Grundlage wird dann später in dem neu hinzugekommenen Abschnitt 90 die Kapazität einer Drehstrom-Freileitung und eines symmetrischen Drehstromkabels gerechnet.

In dem Teil über Gleichstromerzeuger wird in vereinfachter Form das Dettmarsche Verfahren zur Ermittlung des Reibungsverlustes berücksichtigt.

Bei den Gleichstrommotoren wird das Edlersche Verfahren zur fehlerfreien Anordnung des Belags der Steuerwalzen besprochen.

Die Abschnitte 68 bis 70 geben die Grundlagen der Leitungsberechnung. Mit Absicht beschränkt sich dabei die Darstellung auf die Entlastung der Strecken und die Aufstellung der Knotengleichungen, unter Verzicht auf die Umformungen nach Frick und Kenelly. Zur Lösung der Knotengleichungen wird die einfache Elimination benutzt. Dafür wird auf S. 155 ein Verfahren gegeben, das die Schreibarbeit vereinfacht. Dadurch, daß die Wegschaffung einer Unbekannten als Wegschaffung eines Knotens aus dem Netz gedeutet wird, wird der Rechnungsgang durchsichtig und anschaulich. Eine Zeichnung der Netze in den verschiedenen Stadien der Rechnung ist dabei natürlich überflüssig. Die maschinenlosen Netze in Abschnitt 70, die sonst vielfach nach dem Frickschen Verfahren umgeformt werden, erfordern eigentlich gar keine selbständige Behandlung. Wenn ihnen doch ein besonderer Abschnitt eingeräumt wurde, so geschah es nur deshalb, weil sich bei ihnen im zeichnerischen Verfahren, das neben dem rechnerischen gegeben wird,

eine Vereinfachung erzielen läßt. Bei Drehstrom ist als Stromstärke das 0,866fache des Wirkstromes in einem Netzleiter einzuführen.

Bei den Grundlagen der Wechselströme wird neben der komplexen und trigonometrischen Form des Strahles auch die Exponentialform gegeben.

Der 82. Abschnitt über Ortskurven bringt nach Bloch die Gleichungen einer Geraden und eines Kreises in symbolischer Form. Durch die Einführung dieser Gleichungen gewinnt die symbolische Rechnung nach Ansicht des Verfassers ganz außerordentlich an Wert. Die Frage nach der Ortskurve des allgemeinen Wechselstromkreises, ein Problem, das über das genaue Heylandsche Diagramm noch hinausgeht, erledigt sich z. B. in Abschnitt 83 durch Hinschreiben einer Gleichung nach dem Ohmschen Gesetz.

Zur Ermittlung der Spannungen und Ströme bei verteilter Selbstinduktion und Kapazität wird neben dem angenäherten Verfahren auch die genaue Rechnung gebracht.

In dem neuen Abschnitt 88 wird das topographische Verfahren mit Einführung des Wechsellpotentials und der Potentialbilder behandelt und zur Ermittlung des Potentials des Sternpunktes bei unsymmetrischer Drehstrombelastung benutzt. Die Blochschen Gleichungen erwiesen sich dabei wieder als außerordentlich wertvoll.

Bei den Ausgleichvorgängen wird der Strom beim Einschalten auf eine Gleichstromquelle auch bei veränderlicher Durchlässigkeit ermittelt. Damit wird gleichzeitig ein Beispiel für die zeichnerische Lösung einer Differenzialgleichung gegeben.

Beim Transformator wird die Gegenschaltung und die Rückarbeitung berücksichtigt. In den Abschnitten 103 und 107 wird auf der durch das topographische Verfahren gelegten Grundlage das Parallelschalten von Transformatoren und das Synchronisieren von Drehstrommaschinen behandelt.

Der Teil über Drehstrommotoren wurde noch mehr wie früher vom theoretischen Teil entlastet, der dann in den Abschnitt über die Ersatzschaltung verwiesen wurde. Eine Darstellung über die Beziehung der Schlüpfung zum Drehmoment ist hinzugekommen.

Die Änderung, die darin besteht, daß der Begriff des Potentials entsprechend dem Vorschlag des AEF festgesetzt wird und die Sekundärspannung des Transformators wesentlich gleichgerichtet mit der Primärspannung angenommen wird, soll nicht unerwähnt bleiben.

Trotz der Erweiterungen ist der Umfang wesentlich verringert, wozu die bessere Ausnutzung der Satzfläche beigetragen hat.

Karlsruhe, im Januar 1922.

Ad. Thomälen.

Berichtigung.

Seite 30, Zeile 21 v. o. lies: „34“ statt „33“.

Seite 94, Zeile 4 v. o. lies: „von 1 über 3 und den Stromwender nach 6“.

Seite 194, Zeile 28 v. o. lies: „OC : OH“.

Inhaltsverzeichnis.

| I. Grundgesetze des Gleichstromes. | | Seite |
|---|---|-------|
| 1. | Der elektrische Strom | 1 |
| 2. | Die elektrische Spannung | 2 |
| 3. | Das Ohmsche Gesetz | 3 |
| 4. | Der Widerstand | 6 |
| 5. | Die Kirchhoffschen Regeln | 7 |
| 6. | Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife | 9 |
| 7. | Reihenschaltung und Nebenschaltung von Zellen | 10 |
| 8. | Die Wheatstonesche Brücke | 11 |
| 9. | Spannungsmessung durch Gegenschaltung | 13 |
| 10. | Elektrische Arbeit und Leistung | 14 |
| 11. | Die Verluste durch Stromwärme | 15 |
| II. Elektrochemie. | | |
| 12. | Die Vorgänge bei der Elektrolyse | 17 |
| 13. | Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse | 19 |
| 14. | Die Polarisation | 21 |
| 15. | Die Sammler | 23 |
| 16. | Die Vorgänge in Zellen | 25 |
| 17. | Voltameter | 27 |
| III. Magnetismus. | | |
| 18. | Magnetische Induktion | 28 |
| 19. | Magnetische Feldstärke | 32 |
| 20. | Die Magnetisierung des Eisens | 35 |
| 21. | Übergang in ein anderes Mittel | 37 |
| 22. | Längszug und Querdruck im magnetischen Feld | 38 |
| IV. Elektromagnetismus. | | |
| 23. | Das Induktionsgesetz | 40 |
| 24. | Das Durchflutungsgesetz | 42 |
| 25. | Gerade Stromleiter in der Luft | 44 |
| 26. | Magnetische Wirkung einer Stromspule in der Luft | 48 |
| 27. | Der magnetische Kreis | 49 |
| 28. | Die Selbstinduktion | 53 |
| 29. | Die gegenseitige Induktion | 56 |
| 30. | Elektrische Arbeit und magnetische Energie | 57 |
| 31. | Der Hub eines Elektromagneten | 59 |
| 32. | Die Hysterisis | 61 |
| 33. | Wirbelströme | 63 |
| V. Das elektrische Feld. | | |
| 34. | Elektrische Induktion | 65 |
| 35. | Elektrische Feldstärke | 70 |
| 36. | Elektrische Induktion und Feldstärke | 72 |
| 37. | Die Kapazität | 74 |
| 38. | Die Energie des elektrischen Feldes | 77 |

VI. Übersicht über die Einheiten.

| | Seite |
|---|-------|
| 39. Grundeinheiten des absoluten Maßsystems | 78 |
| 40. Mechanische Größen | 78 |
| 41. Die magnetischen Größen. | 80 |
| 42. Die elektrischen Größen | 80 |

VII. Gleichstromanker.

| | |
|--|----|
| 43. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender | 83 |
| 44. Zweipolige Ring- und Trommelwicklung. | 84 |
| 45. Mehrpolige Schleifenwicklung. | 90 |
| 46. Mehrpolige Wellenwicklung | 92 |
| 47. Spannung und Ankerwiderstand der Gleichstrommaschinen. | 98 |

VIII. Magnetische Verhältnisse bei Gleichstrommaschinen.

| | |
|---|-----|
| 48. Die Feldmagnete | 99 |
| 49. Der Strom der kurzgeschlossenen Spule | 103 |
| 50. Funkenloser Gang | 107 |
| 51. Quermagnetisierung und Ankerrückwirkung | 110 |

IX. Gleichstromerzeuger.

| | |
|--|-----|
| 52. Die fremderregte Maschine | 113 |
| 53. Schaltungen für Selbsterregung. | 114 |
| 54. Die Hauptschlußmaschine. | 117 |
| 55. Die Nebenschlußmaschine und Doppelschlußmaschine | 118 |
| 56. Batterie und Maschine in Nebenschaltung | 120 |
| 57. Spannungsteilung. | 126 |
| 58. Maschinen für gleichbleibenden Strom | 127 |
| 59. Der Wirkungsgrad | 129 |

X. Gleichstrommotoren.

| | |
|---|-----|
| 60. Drehrichtung der Motoren | 132 |
| 61. Drehmoment, Drehzahl und Leistung | 134 |
| 62. Der Nebenschlußmotor | 136 |
| 63. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors | 138 |
| 64. Hauptschlußmotoren | 145 |
| 65. Beispiel | 147 |
| 66. Die Regelung von Hauptschlußmotoren | 148 |
| 67. Steuerwalzen. | 151 |

XI. Leitungen.

| | |
|---|-----|
| 68. Grundlagen der Leitungsberechnung | 152 |
| 69. Die Lösung der Knotengleichungen | 154 |
| 70. Maschenlose Netze | 157 |

XII. Grundgesetze des Wechselstromes.

| | |
|---|-----|
| 71. Stromstärke und Spannung des Wechselstromes | 160 |
| 72. Mittelwert und Effektivwert | 163 |
| 73. Die mittlere Leistung des Wechselstromes | 165 |
| 74. Darstellung durch Strahlen | 166 |
| 75. Die Selbstinduktion in Wechselstromkreisen. | 173 |
| 76. Die Kapazität in Wechselstromkreisen | 177 |

XIII. Reihenschaltung von Wechselstromwiderständen.

| | Seite |
|--|-------|
| 77. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe | 178 |
| 78. Widerstand und Kapazität in Reihe | 182 |
| 79. Das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom | 183 |
| 80. Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung. | 185 |

XIV. Nebenschaltung und gemischte Schaltung.

| | |
|---|-----|
| 81. Wechselstromwiderstände in Nebenschaltung | 187 |
| 82. Ortskurven | 189 |
| 83. Die Ersatzschaltung | 191 |
| 84. Verteilte Selbstinduktion und Kapazität | 197 |

XV. Mehrphasenströme.

| | |
|---|-----|
| 85. Wesen des Drehstromes | 201 |
| 86. Dreieck- und Sternschaltung. | 202 |
| 87. Die Leistung des Drehstromes | 205 |
| 88. Unsymmetrische Belastung | 208 |
| 89. Induktivität von Drehstromleitungen | 211 |
| 90. Kapazität von Drehstromleitungen | 216 |

XVI. Ausgleichvorgänge und Wanderwellen.

| | |
|--|-----|
| 91. Ausgleichvorgänge. | 218 |
| 92. Beispiele für Gleichstrom | 219 |
| 93. Beispiele für Wechselstrom | 223 |
| 94. Wanderwellen. | 226 |
| 95. Reflexionsgesetze | 227 |
| 96. Einschaltvorgang bei einer Leitung | 230 |
| 97. Zusammenschalten von zwei Leitungen. | 233 |

XVII. Transformatoren.

| | |
|---|-----|
| 98. Aufbau und Schaltung der Transformatoren | 234 |
| 99. Der Transformator bei Leerlauf | 239 |
| 100. Der Transformator bei Belastung | 241 |
| 101. Berücksichtigung der Spannungsverluste | 243 |
| 102. Verluste und Wirkungsgrad von Transformatoren. | 247 |
| 103. Parallelschalten von Transformatoren. | 249 |

XVIII. Bau und Spannung der Wechselstrommaschinen.

| | |
|--|-----|
| 104. Der Aufbau der Wechselstrommaschinen | 251 |
| 105. Die Spannung bei rechteckiger Feldkurve | 256 |
| 106. Die Spannung bei sinusförmigem Feld | 257 |

XIX. Synchronmaschinen im Betrieb.

| | |
|---|-----|
| 107. Das Einschalten einer Synchronmaschine | 258 |
| 108. Das Spannungsbild der Wechselstrommaschine | 261 |
| 109. Belastungsänderung der Wechselstrommaschine. | 264 |
| 110. Die synchronisierende Kraft | 269 |
| 111. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen | 272 |
| 112. Änderung der Erregung | 276 |
| 113. Selbsttätige Spannungsregelung | 279 |

| | | |
|--|---|-------|
| XX. Magnetische Verhältnisse bei Synchronmaschinen. | | Seite |
| 114. | Magnetische Wirkung des Ankerstromes | 282 |
| 115. | Ankerrückwirkung und Gesamterregung | 284 |
| 116. | Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung | 287 |
| 117. | Vorausberechnung der Erregung | 289 |
| XXI. Drehstrommotoren. | | |
| 118. | Wirkungsweise der Drehstrommotoren | 291 |
| 119. | Die Ständerspannung des Drehstrommotors | 294 |
| 120. | Das Feld des Dreiphasenstromes | 296 |
| 121. | Berücksichtigung des Eisenwiderstandes | 300 |
| 122. | Das Drehmoment des Drehstrommotors | 303 |
| 123. | Schlüpfung und Drehzahl | 307 |
| 124. | Der streuungslose Drehstrommotor | 308 |
| 125. | Das Strombild des Drehstrommotors mit Streuung | 311 |
| 126. | Die elektrischen und mechanischen Größen nach dem Strombild | 315 |
| 127. | Schlüpfung und Drehmoment | 319 |
| 128. | Der Streuungsfaktor | 322 |
| XXII. Einphasige Induktionsmotoren. | | |
| 129. | Entgegengesetzt umlaufende Erregungen des Einphasenmotors | 328 |
| 130. | Strombild mit Zerlegung der Ständererregung | 331 |
| 131. | Strombild auf Grundlage des Querfeldes | 332 |
| XXIII. Einphasenmotoren mit Stromwender. | | |
| 132. | Die erzeugten Spannungen | 334 |
| 133. | Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom | 338 |
| 134. | Der Repulsionsmotor | 340 |
| 135. | Der Eichberg-Motor und Latour-Motor | 345 |
| 136. | Doppelschlußmotoren | 351 |
| XXIV. Drehstrom-Reihenschlußmotoren. | | |
| 137. | Schaltung und Stromverteilung | 355 |
| 138. | Spannungs- und Strombild | 356 |
| 139. | Verbesserung des Leistungsfaktors und des Anlaufs | 360 |
| XXV. Drehstrom-Regelsätze. | | |
| 140. | Drehzahlregelung | 363 |
| 141. | Phasenschieber | 366 |
| XXVI. Einankerumformer. | | |
| 142. | Das Verhältnis der Spannungen und Ströme | 370 |
| 143. | Spannungsregelung beim Einankerumformer | 373 |
| 144. | Die Stromwärme im Einankerumformer | 374 |
| 145. | Der Kaskadenumformer | 377 |
| | Bezeichnungen | 378 |
| | Namen- und Sachverzeichnis | 381 |

I. Grundgesetze des Gleichstromes.

1. Der elektrische Strom.

Wir schreiben die Erhitzung der Glühlampen, die Arbeitsleistung des Elektromotors, die Magnetisierung des Eisens, die Zersetzung von Flüssigkeiten usw. der Wirkung des elektrischen Stromes zu. Alle diese Vorgänge erfolgen wie bei dem Ausgleich ungleichnamiger, durch Reibung erzeugter Elektrizitätsmengen unter dem Einfluß einer elektrischen Spannung.

Ähnlich wie das Wasser von oben nach unten fließt oder die Wärme vom heißen auf den kalten Körper überströmt, wird die Elektrizität durch eine zwischen zwei Orten bestehende Spannung in Bewegung gesetzt. Dieser Ausgleich wird der elektrische Strom genannt, gleichgültig, ob er sich zwischen zwei ungleichnamig geladenen Metallkugeln vollzieht oder zwischen den Klemmen einer Zelle oder einer Maschine.

Dennoch besteht zwischen der Reibungselektrizität und der durch Zellen oder Maschinen erzeugten strömenden Elektrizität ein Unterschied. Die Elektrizitätsmenge, die auf einer Leydener Flasche gesammelt und durch den Funken entladen wird, ist verschwindend gering gegenüber der Menge, die in kurzer Zeit von einer Daniellzelle geliefert wird oder während eines Tages durch das Kabelnetz einer Stadt fließt. Andererseits ist die Spannung, die wir hier zunächst nur als Ausgleichbestreben auffassen, bei der Reibungselektrizität viel höher als die übliche Spannung der Maschinen. Man erkennt dies daran, daß die Reibungselektrizität mit Leichtigkeit die Luft durchschlägt. Außerdem handelt es sich bei der Reibungselektrizität meist um einen plötzlichen, dagegen bei der strömenden Elektrizität um einen gleichmäßigen Ausgleich.

Nach Maxwell nimmt man an, daß beim elektrischen Strom nur die positive Elektrizität, wie sie z. B. auf einem mit Seide geriebenen Glasstab entsteht, in Bewegung gesetzt wird. Die Stromstärke ist dann die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt fließt. Die Stromstärke durch die Einheit der Fläche heißt die Stromdichte.

Als Grundlage für die Messung der Stromstärke dient die elektrolytische Wirkung des Stromes. Man nennt einen Strom doppelt so stark wie einen anderen, wenn er in der gleichen Zeit doppelt so viel Silber aus einer Silberlösung ausscheidet wie der andere.

Nach dem deutschen Reichsgesetz hat ein Strom die Einheit der Stärke, wenn er in einer sek. 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung ausscheidet. Dieser Strom heißt ein Ampere. Die Stromstärke wird also in Amp. und die Stromdichte in Amp./mm² gemessen.

Die Erfahrung ergibt, daß die magnetischen und elektrolytischen Wirkungen in demselben Verhältnis stehen. Meist dient daher die magnetische Wirkung zum Messen der Stromstärke. Meßgeräte, in denen eine Stromspule richtend oder anziehend auf Eisen oder auf eine andere Stromspule wirkt, heißen Stromzeiger oder, bei schwachen Strömen, Galvanometer.

Die Elektrizitätsmenge, die bei einem Amp. in 1 sek. durch den Querschnitt fließt, heißt ein Coulomb. Wenn die Stromstärke einer Metallfadenlampe 0,5 Ampere beträgt, so fließen in einer sek. 0,5 Coulomb durch den Querschnitt. Dann ist die Elektrizitätsmenge, die in einer Stunde oder 3600 sek. in Bewegung gesetzt wird, $0,5 \cdot 3600 = 1800$ Coulomb. Ist I die Stromstärke in Amp. und t die Zeit in sek., so ist die Elektrizitätsmenge

$$Q = I \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Eine Amperestunde ist gleich 3600 Coulomb.

2. Die elektrische Spannung.

Wie erwähnt, wird die Elektrizität unter dem Einfluß einer Spannung in Bewegung gesetzt. Diese Spannung wird entweder durch Maschinen geliefert, in denen eine Drahtwicklung vor einem Magneten entlang geführt wird, oder durch Zellen, die aus zwei chemisch verschiedenen Platten in einer Flüssigkeit bestehen. Die Chromzelle besteht z. B. aus Zink und Kohle, die in Chromsäure (CrO_3) und Schwefelsäure (H_2SO_4) tauchen. Die Untersuchung der offenen Zelle mit einem Elektrometer zeigt, daß die Kohle außen positiv, das Zink außen negativ geladen ist. Zwischen den Klemmen der Zelle herrscht also eine elektrische Spannung. Wenn

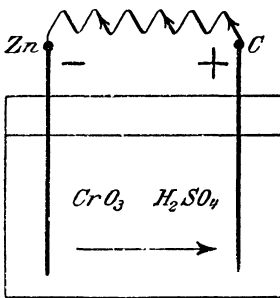


Bild 1. Chromzelle

sie durch einen metallischen oder flüssigen Leiter verbunden werden, so erfolgt der Ausgleich oder der elektrische Strom. Die positive Elektrizität fließt dabei außen von der Kohle zum Zink (Bild 1).

Nun strömt trotz dieses Ausgleichs die Elektrizität dauernd durch den äußeren Leiter. Sie kehrt also im Innern der Zelle wieder vom Zink zur Kohle zurück. Ähnlich wird auch das Wasser, das von den Bergen herunter dem Meere zufließt, wieder in die Höhe geschafft dadurch, daß es zum Verdunsten gebracht wird. In der Zelle ist also eine Ursache der

Elektrizitätsbewegung, durch welche die Elektrizität im beständigen Kreislauf durch den inneren Widerstand der Zelle und den äußeren Widerstand getrieben wird. Diese Ursache der Elektrizitätsbewegung nennen wir die elektromotorische Kraft. Wir vergleichen sie mit einer Pumpe, die das Wasser in beständigem Kreislauf durch eine in sich zurücklaufende Rohrleitung treibt. Die elektromotorische Kraft ist gleich der Klemmenspannung bei offenem äußeren Kreis. Bei geschlossenem Stromkreis können wir sie nur aus ihren Wirkungen längs der ganzen Strombahn berechnen, nicht aber als eine Spannung zwischen zwei Punkten messen. Wir müssen sie als die im ganzen Stromkreise wirkende Spannung ansehen und führen dafür die Bezeichnung »erzeugte Spannung« ein.

Meist mißt man die Spannung durch den Strom, der durch sie verursacht wird. Wenn z. B. bei zwei in Verbindung stehenden Gefäßen der Widerstand der Ausgleichleitung, d. h. die Hahnöffnung unveränderlich ist, so stehen die in der Zeiteinheit von dem einen Gefäß zum anderen fließenden Wassermengen in demselben Verhältnis wie die Drücke oder Spannungen. In ähnlicher Weise legen wir denselben Ausgleichleiter, z. B. die Wicklung eines Meßgerätes, nacheinander an die zu messenden

Spannungen, z. B. an die Klemmen mehrerer Zellen. Die Stromstärke im Meßgerät ist dann ein Maß für die elektrische Spannung.

Dabei ergibt sich, daß die von einer Zelle erzeugte Spannung fast unveränderlich und von den Abmessungen der Zelle unabhängig ist. Wir vergleichen eine Zelle mit einem hochgelegenen Wasserbehälter. Durch diesen ist ein für allemal ein gebener Druck geschaffen, der durch den Höhenunterschied zwischen Wasserspiegel und Verbrauchsstelle gegeben ist. Es ist gleichgültig, ob der Behälter groß oder klein ist, sofern er nur überhaupt voll gehalten wird. Die Stärke des Wasserstromes hängt dabei willkürlich davon ab, ob viel oder wenig Wasser verbraucht wird. Ebenso ist nicht die Stromstärke, sondern die von der Zelle erzeugte Spannung eine wesentlich unveränderliche Größe, die sich bei offener Zelle durch ein Elektroskop feststellen läßt. Die Stromstärke hängt dagegen von unserer Willkür ab, je nachdem wir dem Strom einen mehr oder weniger bequemen Weg öffnen, also einen geringeren oder größeren äußeren Widerstand einschalten.

Es steht uns nun frei, irgendeine Spannung als Einheit zu wählen. Die übliche Einheit der Spannung ist halb so groß wie die der oben erwähnten Chromzelle und wird ein Volt genannt.

3. Das Ohmsche Gesetz.

Wenn wir verschiedene Spannungen nacheinander an denselben Ausgleichsleiter legen, so stehen die Stromstärken in demselben Verhältnis wie die Spannungen. Wir verbinden nun andererseits die Klemmen derselben Zelle nacheinander durch Drähte, die nach Art des Metalles, Länge und Querschnitt verschieden sind. Wir beachten dann eine verschiedene Stromstärke, und folgern, daß die Drähte dem Strom einen mehr oder weniger großen Widerstand entgegensetzen. Bei geringer Stromstärke schließen wir auf einen hohen Widerstand, bei hoher Stromstärke auf einen geringen Widerstand. Die Stromstärken verhalten sich also umgekehrt wie die Widerstände. Ähnlich ist bei gegebenem Druck die Wassermenge, die in der Zeiteinheit durch ein Rohr gepreßt wird, um so kleiner, je größer die Rohrlänge und die Reibung an der inneren Rohrwand und je enger das Rohr ist, d. h. je größer der Widerstand ist.

Die Stromstärken stehen also im gleichen Verhältnis wie die Spannungen und im umgekehrten Verhältnis wie die elektrischen Widerstände. Ist E die erzeugte Spannung in Volt und R der Widerstand des Stromkreises, so ist die Stromstärke

$$I = E/R \text{ Amp.} \quad (2)$$

Gl. 2 wird das Ohmsche Gesetz genannt. Man sollte hinter dem Gleichheitszeichen noch einen Festwert vermuten. Dieser wird aber Eins, wenn der Widerstand im geeigneten Maß eingesetzt wird. Setzen wir in Gl. 2 $I = 1$ und $E = 1$, so wird auch $R = 1$, d. h. als Einheit gilt der Widerstand, in dem die Spannung 1 Volt den Strom 1 Amp. erzeugt. Diese Einheit heißt das Ohm. Durch den Versuch ergibt sich das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von der Länge 106,3 cm und dem Querschnitt 1 mm².

Ist die erzeugte Spannung einer Maschine $E = 115$ Volt, der Widerstand der Maschine 0,05 Ohm und der äußere Widerstand 1,1 Ohm, so ist der Gesamtwiderstand $R = 1,15$ Ohm, also $I = E/R = 100$ Amp.

Für die gesetzliche Festlegung wird nicht etwa wie oben die Einheit der Spannung und der Stromstärke gewählt und daraus die Einheit des Widerstandes abgeleitet. Vielmehr ist 1 Amp. die Stromstärke, die 1,118 mg Silber in 1 sek. niederschlägt, und 1 Ohm der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 mm² Querschnitt. Daraus folgt: 1 Volt ist die Spannung, die in dem Widerstand 1 Ohm den Strom 1 Amp. erzeugt.

Wir formen nun Gl. 2 um und erhalten $R = E/I$. Dies ist der Ausdruck dafür, daß wir bei einem Versuche auf einen großen Widerstand schließen, wenn trotz einer hohen Spannung doch nur eine geringe Stromstärke auftritt. Der Widerstand ist also nichts anderes als das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke. Man darf ihn nicht als eine

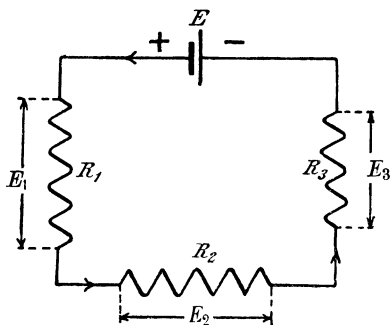


Bild 2. Reihenschaltung.

Gegenspannung auffassen. Vielmehr erhält man die Spannung erst, wenn man den Widerstand mit der Stromstärke vervielfacht, nach der Gleichung $E = I \cdot R$. Darin ist die linke Seite die von der Stromquelle erzeugte Spannung und die rechte Seite die im Widerstand R bei dem Strom I verbrauchte Spannung. Beide sind einander gleich.

Das Ohmsche Gesetz gilt nicht nur für den ganzen Kreis, sondern auch für jeden einzelnen Teil. Der Strom I durchfließe z. B. nacheinander die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 (Bild 2). Sind E_1 , E_2 , E_3 die Klemmenspannungen an den Widerständen, so ergibt der Versuch:

$$\begin{array}{lll} E_1 = I \cdot R_1 & E_2 = I \cdot R_2 & E_3 = I \cdot R_3 \\ R_1 = E_1/I & R_2 = E_2/I & R_3 = E_3/I. \end{array}$$

Wie stark man also auch den Strom durch Anwendung einer höheren Spannung macht, so hat doch z. B. das Verhältnis der Klemmenspannung E_1 zu der Stromstärke I einen festen Wert, der sich nur durch Temperaturschwankungen etwas ändert. Dieses feste Verhältnis, das die Abhängigkeit des Spannungsverbrauchs in einem Leiter von der Stromstärke bestimmt, nennen wir eben den Widerstand. Gl. 2 gilt daher auch für jeden Teil eines Stromkreises, wenn R der Widerstand und E die Klemmenspannung dieses Teiles ist.

Der Widerstand 1 Ohm liege z. B. in Reihe mit zwei hintereinander geschalteten Bogenlampen an einer Netzspannung von 110 Volt. Die Stromstärke sei 15 Amp. Dann ist der Spannungsverlust im Widerstand $1 \cdot 15 = 15$ Volt und die Spannung an den Bogenlampen zusammen $110 - 15 = 95$ Volt.

Wir wollen nun die Wirkungsweise der Strom- und Spannungszeiger darlegen. Beide Arten von Meßgeräten beruhen auf den magnetischen Wirkungen einer Stromspule und messen daher streng genommen beide eine Stromstärke. Sie unterscheiden sich durch Schaltung und Ausführung.

Stromzeiger liegen nach Bild 3 im Hauptschluß und besitzen wenig Windungen eines starken Drahtes, damit bei der zu messenden Stromstärke die im Meßgerät entwickelte Wärme und der Spannungsverlust gering werden.

Soll dagegen ein Meßgerät als Spannungszeiger dienen, so legt man es an die zu messende Spannung, also z. B. in Bild 3 an die Klemmen der Maschine. Dadurch liegt der Spannungszeiger im Nebenschluß zu dem Teil, dessen Klemmenspannung gemessen werden soll. Da der Strom im Spannungszeiger für den Betrieb ein Verlust ist, so gibt man dem Spannungszeiger einen großen Widerstand oder schaltet ihn mit einem großen Widerstand in Reihe. Dadurch ist dann zugleich das Einschalten des Spannungszeigers ohne Einfluß auf die Spannung oder den Strom der Verbrauchskörper. Bei dem geringen Strom, der durch den Span-

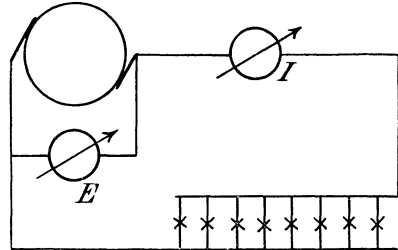


Bild 3. Strom- und Spannungszeiger.

nungszeiger fließt, kann der Drahtquerschnitt sehr klein sein. Zur Erzielung einer kräftigen magnetischen Wirkung hat man viele Windungen nötig.

Da der Ausschlag durch den hindurchfließenden Strom verursacht wird, so arbeitet ein Spannungszeiger in Wirklichkeit ebenfalls als Stromzeiger. Vervielfacht man aber diesen Strom mit dem Widerstand des Spannungszeigers, so erhält man die Spannung an den Enden des Meßgerätes, die natürlich gleich auf der Teilung aufgetragen ist. Die grundsätzliche Gleichheit der Strom- und Spannungszeiger folgt daraus, daß manche Meßgeräte für beide Zwecke gebraucht werden. Schaltet man z. B. einen Stromzeiger, bei dem 1/1000 Amp. einen Grad Ausschlag hervorruft, als Spannungszeiger, indem man den Widerstand des Meßzeiges durch Zuschaltung eines Widerstandes auf 1000 Ohm bringt, so entspricht ein Grad Ausschlag einer Spannung von $1000 \cdot 1/1000 = 1$ Volt.

Stromzeiger, die miteinander verglichen werden sollen, sind hintereinander zu schalten (Bild 4). Dagegen sind Spannungszeiger, die miteinander zu ver-

gleichen sind, nebeneinander zu schalten, d. h. sämtlich an die zu messende Spannung zu legen. In Bild 5 wird z. B. die Spannung am Widerstand R gemessen. Die vorgeschalteten Lampen vernichten einen Teil der Ma-

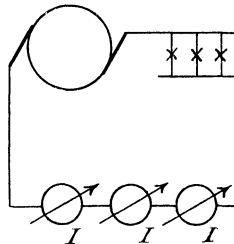


Bild 4.
Eichung von Stromzeigern.

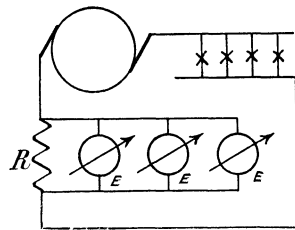


Bild 5.
Eichung von Spannungszeigern.

schinenspannung, um so die Spannung am Widerstand R zu regeln.

Man muß sich hüten, Spannungszeiger, die verglichen werden sollen, in Reihe zu schalten, da die Gesamtspannung sich bei ungleichem Widerstand der Spannungszeiger ungleich auf die Meßgeräte verteilt.

Strom- und Spannungszeiger können auch zur Widerstandsmessung verwendet werden. Leitet man z. B. einen Strom von 10 Amp. durch die Ankerwicklung eines Elektromotors und mißt die Spannung E an den Bürsten zu 2 Volt, so ist der Ankerwiderstand $R = E/I = 0,2$ Ohm. Der Widerstand wird dabei unter Ausschluß irgendeines Zuleitungswider-

standes gemessen. Das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke ist aber nur dann gleich dem Widerstande, wenn in dem untersuchten Zweige keine Spannung erzeugt wird. Die obige Rechnung gilt also nur für einen stillstehenden Elektromotor.

4. Der Widerstand.

Der Widerstand, der oben das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke war, steht in einfacher Beziehung zu der Länge und dem Querschnitt des Leiters. Er hängt außerdem vom Stoff und in geringem Maß von der Temperatur ab. Ist l die Länge in m, q der Querschnitt in mm^2 und ρ ein Festwert, so ergibt die Erfahrung

$$R = \rho \cdot l/q \text{ Ohm.} \quad (3)$$

Der Widerstand wächst also in demselben Verhältnis wie die Länge und umgekehrt wie der Querschnitt. Der Festwert ρ ist bei den einzelnen Stoffen verschieden. Seine Bedeutung ergibt sich, wenn in Gl. 3 $l = 1$ und $q = 1$ gesetzt wird, wodurch $R = \rho$ wird. ρ ist also der Widerstand bei 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt und heißt der spezifische Widerstand. Die Messung ergibt z. B.:

| | | | |
|-----------------------------|-------|---------------------|--------------|
| Kupfer bei 15° | 0,017 | Nickelin | 0,2 bis 0,4 |
| Aluminium | 0,029 | Kohle | 100 bis 1000 |
| Quecksilber 1/1,063 = 0,94. | | Schwefelsäure (25%) | 14 000. |

Das Nickelin wird wegen seines hohen spezifischen Widerstandes zur Herstellung von Widerständen, die zum Abschwächen des Stromes oder zur Vernichtung von Spannung dienen, verwendet. Dagegen stellt man die Wicklungen der Maschinen und Meßinstrumente und die Leitungen möglichst aus dem bestleitenden Metall, dem Kupfer, her, um den Spannungsverlust zu verringern. Neuerdings ist man allerdings vielfach genötigt, Aluminium statt des Kupfers zu verwenden. Auch beim Kupfer ist der Spannungsverlust nicht unerheblich. Ist z. B. die einfache Länge einer Leitung gleich 20 m, also die Hin- und Rückleitung zusammen $l = 2 \cdot 20 = 40$ m und der Querschnitt $q = 50 \text{ mm}^2$, so erhalten wir den Widerstand der Hin- und Rückleitung zu $R = \rho \cdot l/q = 0,017 \cdot 40/50 = 0,0136$ Ohm. Bei 60 Amp. ergibt sich dann der Spannungsverlust zu $I \cdot R = 0,0136 \cdot 60 = 0,8$ Volt.

Der spezifische Widerstand wächst bei allen Metallen mit steigender Temperatur. Der Temperaturkoeffizient ist die Widerstandszunahme, welche die bei Null Grad bestimmte Widerstandseinheit bei einem Grad Temperaturerhöhung erfährt. Bezeichnet R_0 den Widerstand bei 0°, R den Widerstand bei ϑ ° und α den Temperaturkoeffizienten, so ist:

$$R = R_0(1 + \alpha \vartheta). \quad (4)$$

Ist also der Widerstand bei ϑ_1 ° gleich R_1 und bei ϑ_2 ° gleich R_2 , so folgt: $R_1 = R_0(1 + \alpha \vartheta_1)$ und $R_2 = R_0(1 + \alpha \vartheta_2)$, d. h.

$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_1 \vartheta_2 - R_2 \vartheta_1}.$$

Die Messungen ergeben für Kupfer $\alpha = 0,004$, d. h. der Widerstand des Kupfers wächst bei einem Grad Temperaturerhöhung um 0,4%. Da nun die Temperatur der Maschinen im Laufe des Betriebes um etwa 50° steigt, so bedeutet das eine Widerstandszunahme von etwa $0,4 \cdot 50 = 20\%$. Deswegen rechnet man den spezifischen Widerstand des warmen Kupfers zu rund 0,02 statt 0,017.

Mit Hilfe des Temperaturkoeffizienten läßt sich die Temperaturerhöhung in einem Teil einer Maschine berechnen, der für ein Thermometer unzugänglich ist. Vor dem Betrieb sei bei der Raumtemperatur ϑ_1 der Widerstand der Magnetwicklung gleich R_1 , nach mehrstündigem Betrieb sei er R_2 . Dann ergibt sich

$$\vartheta_2 = \frac{R_2 - R_1 + \alpha R_2 \vartheta_1}{\alpha \cdot R_1}.$$

Ist z. B. $R_1 = 40$, $\vartheta_1 = 20^\circ$, $R_2 = 47$, so wird bei $\alpha = 0,004$:

$$\vartheta_2 = \frac{47 - 40 + 0,004 \cdot 47 \cdot 20}{0,004 \cdot 40} = 67,2^\circ.$$

Da der Temperaturkoeffizient der Metalle mit Ausnahme des Quecksilbers groß ist, so ist ihre Verwendung für genaue Widerstände ausgeschlossen. Man verwendet für solche Zwecke das Neusilber oder Nickelin, dessen Temperaturkoeffizient 0,0002 bis 0,0004 ist, und das außerdem einen hohen spezifischen Widerstand besitzt. Der Widerstand des Manganins, einer Kupfer-Manganlegierung, ist fast unabhängig von der Temperatur.

Im Gegensatz zu den Metallen nimmt der Widerstand der Kohle und der flüssigen Leiter mit zunehmender Temperatur ab, der Temperaturkoeffizient ist also negativ. Der Widerstand einer Kohlenfadlampe ist also während des Brennens geringer, als wenn die Lampe ausgeschaltet ist. Er ist aus Spannung und Stromstärke zu berechnen.

Häufig benutzt man den Leitwert, d. h. den umgekehrten Wert des Widerstandes. Die Einheit des Leitwertes ist 1 Siemens, der umgekehrte Wert des Ohm. Ist z. B. der Widerstand gleich 20 Ohm, so ist der Leitwert $1/20 = 0,05$ Siemens. Der spezifische Leitwert oder das Leitvermögen ergibt sich dann als der umgekehrte Wert des spezifischen Widerstandes, also z. B. beim Kupfer zu $1 : 0,017 = 59$.

5. Die Kirchhoffschen Regeln.

1. Die Erfahrung ergibt: An jedem Verzweigungspunkt ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Führt man die zufließenden Ströme als positiv und die abfließenden als negativ ein, so ist für jeden Verzweigungspunkt:

$$\sum I = 0. \quad (5)$$

Die Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine sei z. B. $E = 220$ Volt, die Stromstärke im äußeren Kreise (Bild 6) $I = 100$ Amp. und der Widerstand der Nebenschlußwicklung $R_m = 50$ Ohm. Dann sind die Stromstärken in der Magnetwicklung und im Anker $I_m = E/R_m = 4,4$ Amp. und $I_a = I + I_m = 104,4$ Amp.

Nach Gl. 5 ist die Auffassung, daß die Elektrizität längs des ganzen Stromkreises von der positiven bis zur negativen Klemme aufgebraucht werde, falsch. Wenn wir von Ladungen absehen, fließt die ganze Elektrizitätsmenge, die aus der positiven Klemme austritt, in die negative Klemme zurück und von da aus durch die Stromquelle wieder zur positiven Klemme. Sie wird also auch nicht fortwährend neu erzeugt, sondern dieselbe Elektrizitätsmenge wird durch den ganzen Kreis hindurch in Bewegung gesetzt, ohne daß sie sich irgendwo staut oder verschwindet. Auch das Wasser, daß durch ein Steigrohr in ein Haus eintritt, wird

nicht aufgebraucht in dem Sinne, als ob es verschwindet, sondern die ganze Wassermenge gelangt nach unten und wird von dort durch Verdunsten wieder in die Höhe geschafft. Wenn man dennoch von Stromverlusten spricht, so meint man damit nur, daß der Strom sich zum Teil einen Weg sucht, auf dem man ihn nicht ausnutzt. Was jedoch in Wirklichkeit verbraucht wird, ist nicht der Strom oder die Elektrizitätsmenge, sondern die Spannung.

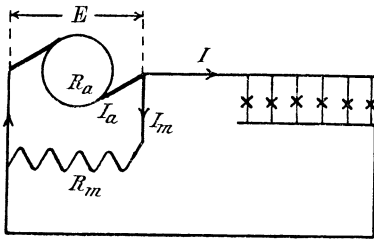


Bild 6. Nebenschlußmaschine.

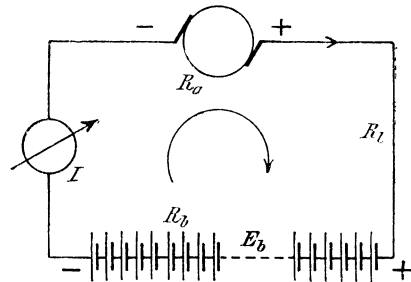


Bild 7. Schaltung beim Laden.

2. In jedem geschlossenen Stromkreise ist die Summe der Produkte aus Stromstärke und Widerstand gleich der Summe der in dem Stromkreise erzeugten Spannungen.

$$\Sigma I \cdot R = \Sigma E. \quad (6)$$

Hierbei hat man den Stromkreis oder den in sich geschlossenen Teil einer Schaltung in einer beliebig gewählten Richtung zu verfolgen und alle Stromstärken und erzeugten Spannungen als negativ einzuführen, die dieser Richtung entgegenwirken. Ist man dabei über die Richtung des Stromes oder einer Spannung im Zweifel, so hat man sie vorläufig anzunehmen. Ergibt dann die Rechnung einen negativen Wert, so ist die wirkliche Richtung der vorläufig angenommenen entgegengesetzt.

Eine Maschine erzeuge z. B. eine Spannung $E = 116$ Volt und sei auf eine Sammlerbatterie von 50 Zellen von je 2 Volt geschaltet, um sie zu laden (Bild 7). Die von den Zellen erzeugte Spannung $E_b = 50 \cdot 2 = 100$ Volt ist der von der Maschine erzeugten Spannung entgegengeschaltet. Der Maschinenwiderstand sei $R_a = 0,1$, der Batteriewiderstand $R_b = 0,18$ und der Leitungswiderstand $R_l = 0,12$. Verfolgen wir den Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, so erhalten wir $I \cdot R_a + I \cdot R_b + I \cdot R_l = E - E_b$ oder

$$I = \frac{E - E_b}{R_a + R_b + R_l} = \frac{116 - 100}{0,1 + 0,18 + 0,12} = 40 \text{ Ampere.}$$

Die Spannungsverluste sind dann $I \cdot R_a = 40 \cdot 0,1 = 4,0$, $I \cdot R_b = 40 \cdot 0,18 = 7,2$, $I \cdot R_l = 40 \cdot 0,12 = 4,8$. Sie ergeben mit der Gegenspannung von $E_b = 100,0$ die Summe 116,0 Volt. Die von der Maschine erzeugte Spannung wird also aufgebraucht, um die Gegenspannung der Batterie zu überwinden und die Spannungsverluste zu decken.

Die Klemmenspannung der Maschine, d. h. die Spannung am äußeren Zweige, folgt aus der Überlegung, daß von der durch die Maschine erzeugten Spannung ein Teil verbraucht wird, um den Strom durch den inneren Widerstand zu treiben. Ähnlich hat man bei einer Wasserleitung den vollen, der Wasserhöhe entsprechenden Druck nur,

wenn alle Hähne geschlossen sind. Sobald aber Wasser verbraucht wird, tritt wegen der Reibung des Wassers an den Rohrwänden ein Druckverlust auf, so daß der Druck an der Verbrauchsstelle geringer ist, als es der Wasserhöhe entspricht. Wir ziehen also den inneren Spannungsverlust von der erzeugten Spannung E ab und erhalten die Klemmenspannung der Maschine zu $E - I \cdot R_a = 116 - 4 = 112$ Volt.

Umgekehrt hat die Klemmenspannung der Batterie, die geladen wird, die Gegenspannung E_b zu überwinden und den Spannungsverbrauch $I \cdot R_b$ zu liefern. Sie ist also: $E_b + I \cdot R_b = 100 + 7,2 = 107,2$ Volt.

Zur Probe berechnen wir die Klemmenspannung der Maschine auch außen herum. Wir fügen zum Spannungsverbrauch in der Leitung den im Batteriewiderstand und die zu überwindende Gegenspannung der Batterie und erhalten die Maschinenspannung zu

$$I \cdot R_l + I \cdot R_b + E_b = 4,8 + 7,2 + 100 = 112 \text{ Volt.}$$

6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife.

Bei Reihenschaltung ist der Gesamtwiderstand gleich der Summe der einzelnen Widerstände, also größer als ein Einzelwiderstand. Dagegen ergibt die Nebenschaltung zweier Widerstände R_1 und R_2 (Bild 8) keine Vergrößerung, sondern eine Verringerung des Widerstandes gegenüber einem einzelnen Leiter. Nicht der Widerstand, sondern der Leitwert der Verzweigung wird durch die Nebenschaltung vergrößert. Er ist die Summe der Leitwerte der einzelnen Zweige. Sind also R_1 und R_2 die Einzelwiderstände, so folgt der Gesamtwiderstand R der Verzweigung aus der Gleichung

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \quad \text{d. h. } R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}. \quad (7)$$

Durch die Nebenschaltung von Widerständen wird es möglich, sehr kleine Widerstände genau abzugleichen. Man stellt sich zunächst einen etwas zu großen Widerstand R_1 her und schaltet neben diesen einen zweiten Widerstand R_2 . Es sei z. B. $R_1 = 0,102$. Durch Nebenschaltung eines Widerstandes R_2 sei der Gesamtwiderstand R auf 0,1 zu bringen.

Aus Gl. 7 folgt:

$$0,1 = \frac{0,102 \cdot R_2}{0,102 + R_2}, \quad \text{d. h. } R_2 = 5,1 \text{ Ohm.}$$

Macht man nun z. B. einen Fehler von 2%, so daß R_2 in Wirklichkeit nur 5 Ohm ist, so wird $R = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = 0,09996$. Der Fehler im Gesamtwiderstand beträgt also nur 0,04%.

Bei mehr als zwei Zweigen ergibt sich der Leitwert $1/R$ der gesamten Verzweigung als die Summe der einzelnen Leitwerte, d. h.

$$1/R = 1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3 + \dots$$

Daraus berechnet sich dann der Gesamtwiderstand R . Sind die Einzelwiderstände gleich, so wird die Rechnung bequemer. Die Anker-

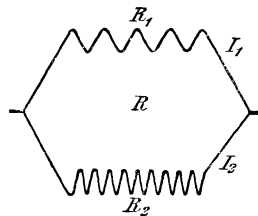


Bild 8.
Nebenschaltung von Widerständen.

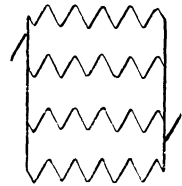


Bild 9.

wicklung einer vierpoligen Maschine bestehe z. B. aus vier gleichen nebeneinander geschalteten Zweigen (Bild 9). Ist die Gesamtlänge des Drahtes gleich 200 m und der Querschnitt 10 mm², so ist der Widerstand jedes Zweiges bei einem spezifischen Widerstand 0,02 des warmen Kupfers: $\rho \cdot l/q = 0,1$. Der Widerstand der vier Zweige ist viermal so klein, ist also $R_a = 0,025$.

Wir berechnen nun das Verhältnis der Stromstärken in Bild 8. Die Klemmenspannung, die sowohl am Widerstand R_1 als am Widerstand R_2 liegt, sei E . Sind I_1 und I_2 die Stromstärken, so ergibt sich:

$$E = I_1 R_1 = I_2 R_2, \quad \text{d. h. } I_1 : I_2 = R_2 : R_1. \quad (8)$$

Die Stromstärken in einer Verzweigung verhalten sich also umgekehrt wie die Widerstände. Man macht davon Gebrauch,

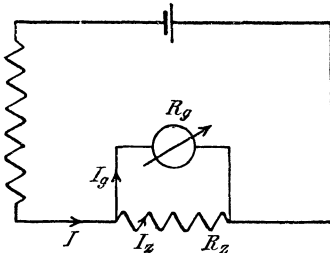


Bild 10. Messung mit Abzweigung.

$$\frac{I_g}{I_z} = \frac{R_z}{R_g} \quad \text{oder} \quad \frac{I_g}{I_g + I_z} = \frac{R_z}{R_g + R_z}.$$

Nun ist nach Bild 10 $I_g + I_z = I$, d. h.

$$I = I_g \cdot \frac{R_g + R_z}{R_z}.$$

Am bequemsten macht man den Zweigwiderstand gleich $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ oder $\frac{1}{999}$ des Galvanometerwiderstandes. Ist z. B. $R_g = 100$ Ohm und $R_z = 100/999$ Ohm, so ergibt sich:

$$I = I_g \cdot \frac{100 + 100/999}{100/999} = 1000 I_g.$$

7. Reihenschaltung und Nebenschaltung von Zellen.

Bei der Reihenschaltung von Zellen ist die positive Klemme einer Zelle mit der negativen Klemme der folgenden Zelle verbunden

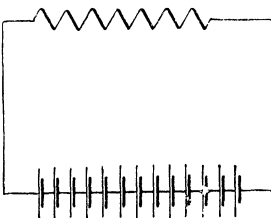


Bild 11. Reihenschaltung.

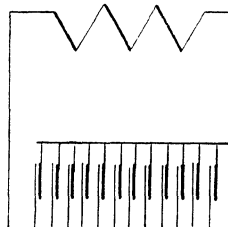


Bild 12. Nebenschaltung.

(Bild 11), so daß derselbe Strom alle Zellen hintereinander durchfließt. Dabei wirken alle Spannungen in derselben Richtung, so daß sie sich ebenso wie die inneren Widerstände der Zellen zueinander fügen.

Ist nun der Zellenwiderstand klein im Verhältnis zum äußeren Widerstand, so hat er selbst bei großer Zellenzahl keinen besonderen Einfluß, während die Spannung durch

die Reihenschaltung groß wird. Man verwendet daher die Reihenschaltung, um bei großem äußeren Widerstand eine große Stromstärke zu erzielen.

Bei der Nebenschaltung (Bild 12) verbindet man dagegen einerseits alle positiven und andererseits alle negativen Klemmen miteinander. Dabei ergibt sich am äußeren Widerstände nur eine geringe Spannung, da sich nebeneinander geschaltete Spannungen nicht zueinander fügen.

Wenn man z. B. von gleich hoch gelegenen Wasserbehältern zwei Rohre herunterführt, so hat man, abgesehen von dem geringeren Druckverlust, nur den gleichen Druck wie bei Anwendung eines einzelnen Wasserbehälters. Trotzdem ergibt sich oft gerade durch die Nebenschaltung eine hohe Stromstärke. Dies ist der Fall, wenn der äußere Widerstand klein ist und daher

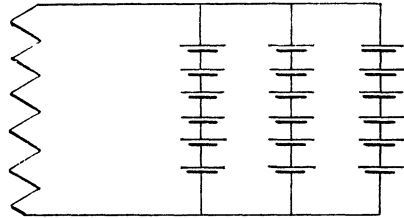


Bild 13. Gemischte Schaltung von Zellen.

keine hohe Spannung zur Erzielung eines starken Stromes nötig ist und der Zellenwiderstand gegenüber dem äußeren Widerstand stark ins Gewicht fällt.

Außer der Reihenschaltung und der Nebenschaltung kann man dann noch nach Bild 13 einige Zellen hintereinander und mehrere derartige Zweige nebeneinander schalten. Es sei

| | |
|------------------------------|----------------------------------|
| R der äußere Widerstand | E die Spannung einer Zelle |
| R_b der Batteriewiderstand | x die Zahl der Zellen in Reihe |
| R_i der Zellenwiderstand | z die Gesamtzahl der Zellen. |

Dann ist die Anzahl der Zweige z/x , der Widerstand eines Zweiges $R_i \cdot x$, die Batteriespannung $E \cdot x$ und der Batteriewiderstand

$$R_b = \frac{R_i \cdot x}{z/x} = \frac{R_i \cdot x^2}{z}.$$

Demnach ist die Stromstärke I im äußeren Kreise:

$$I = \frac{E \cdot x}{R + R_i \cdot x^2/z} = \frac{E}{R/x + R_i \cdot x/z}.$$

Sie wird am größten, wenn der Nenner am kleinsten wird. Setzen wir den Differentialquotienten des Nenners nach x gleich Null, so ergibt sich $R = R_i \cdot x^2/z$. Der innere Widerstand der Batterie muß also gleich dem äußeren Widerstande gemacht werden, damit die Stromstärke am größten wird. Diese Regel ist aber nur in der Schwachstromtechnik von Bedeutung.

8. Die Wheatstonesche Brücke.

Widerstände können auch mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke (Bild 14) bestimmt werden. Eine Zelle, deren Spannung E nicht bekannt und nicht unveränderlich zu sein braucht, liegt an den Enden A und B eines mit einer Teilung versehenen blanken Meßdrahtes, auf dem das Schleifstück C verschoben werden kann. In Nebenschaltung zu dem Drahte liegen mit Hilfe möglichst widerstandsfreier Verbindungen der zu messende Widerstand x und ein bekannter Widerstand R in Reihe. Ein Galvanometer liegt im Brückenweig zwischen C und dem Verbindungspunkt der Widerstände x und R .

Man verschiebt nun das Schleifstück, bis der Brückenweig stromlos ist. Dann fließt der Strom I_1 durch die Widerstände a und b und der Strom I_2 durch die Widerstände x und R . Wir verfolgen nun die

beiden unteren Stromkreise in Richtung der gestrichelten Pfeile. Da in ihnen keine Spannungen erzeugt werden und der Brückenweig stromlos ist, so ergibt die zweite Kirchhoffsche Regel:

$$I_1 \cdot a + 0 - I_2 \cdot x = 0 \quad \text{und} \quad I_1 \cdot b - I_2 \cdot R + 0 = 0.$$

Daraus folgt: $x : R = a : b$. Darin ist a/b zunächst das Verhältnis der Widerstände beider Teile des Meßdrahtes, dann aber unmittelbar das Verhältnis der Drahtlängen.

Unsere Gleichung wird verständlich durch den Vergleich mit einem Wasserstrom, der sich in zwei nebeneinander liegende, senkrechte Rohre verzweigt.

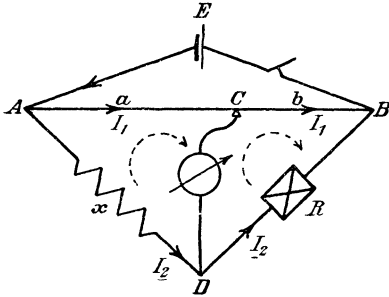


Bild 14. Wheatstonesche Brücke.

Wenn man beide Rohre durch eine wagerechte Leitung verbindet, so fließt durch diese kein Strom, weil kein Höhenunterschied vorhanden ist. Ähnlich besteht bei der Wheatstoneschen Brücke, wenn das Galvanometer stromlos ist, zwischen den Punkten C und D keine Spannung, und der Spannungsverbrauch von A bis C ist gleich dem von A bis D. Demnach ist, wie oben, $I_1 \cdot a = I_2 \cdot x$ und $I_1 \cdot b = I_2 \cdot R$.

Die Genauigkeit ist am größten, wenn R etwa gleich x gewählt wird.

Bei kleinen Widerständen verursachen die Zuleitungen Meßfehler. Man kann diese zum Teil dadurch vermeiden, daß man die Zelle nach Bild 15 unmittelbar an die Enden der Widerstände x und R legt und statt des Meßdrahtes Spulenwiderstände a und b benutzt, die so groß sind, daß ihre Zuleitung nicht in Betracht kommt. Dagegen bleibt der Einfluß der Zuleitung zwischen x und R bestehen. Legt man in Bild 15 das Meßgerät unmittelbar an das Ende des Widerstandes x, so wird R um den Betrag der Zuleitung zwischen x und R vergrößert. Legt man das Meßgerät dagegen unmittelbar an R, so mißt man x zu groß.

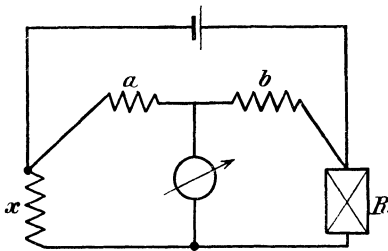


Bild 15. Wheatstonesche Brücke mit teilweisem Ausschluß von Fehlerquellen.

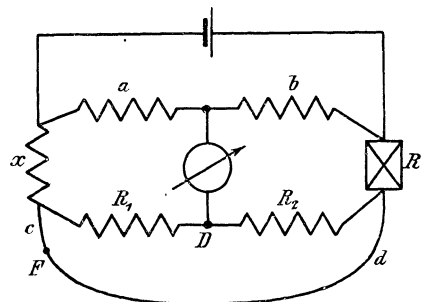


Bild 16. Thomsonsche Doppelbrücke.

Der Einfluß der Zuleitung zwischen x und R wird beseitigt, wenn man das Meßgerät durch zwei Widerstände R_1 und R_2 , die sich wie a zu b verhalten, an x und R zugleich anschließt (Bild 16). x und R bleiben durch die unten gezeichnete Leitung miteinander verbunden. Man bringt dann durch Änderung des Widerstandes R den Strom im Brückenweig auf Null. Zwischen D und dem Punkt F, der den Widerstand der Verbindungsleitung zwischen x und R im Verhältnis $c : d = R_1 : R_2 = a : b$

teilt, besteht dann keine Spannung. Wir können also das Meßgerät unter Weglassung der Widerstände R_1 und R_2 statt an D unmittelbar an F gelegt denken. Wenn also der Brückenzeit stromlos geworden ist, besteht die Gleichung:

$$\frac{a}{b} = \frac{x + c}{R + d}.$$

Da nun $c/d = a/b$ ist, so ist auch x/R genau gleich a/b , der Widerstand der Zuleitung ist also herausgeschafft. Kleine Widerstände, wie z. B. Ankerwiderstände von Maschinen, können so sehr genau gemessen werden.

9. Spannungsmessung durch Gegenschaltung.

Eine Zelle von der Spannung E_0 liege an einem mit einer Teilung versehenen Meßdraht (Bild 17). Ihre Spannung braucht nicht bekannt zu sein. Sie darf sich aber während des Versuches nicht ändern und muß größer sein als die zu messenden Spannungen.

Zwischen den Anfang A des Meßdrahtes und das Schleifstück sei unter Zwischenschaltung eines Galvanometers und eines Widerstandes eine Zelle von der bekannten Spannung E_n angeschlossen, derart, daß die Spannungen E_0 und E_n gegeneinander geschaltet sind.

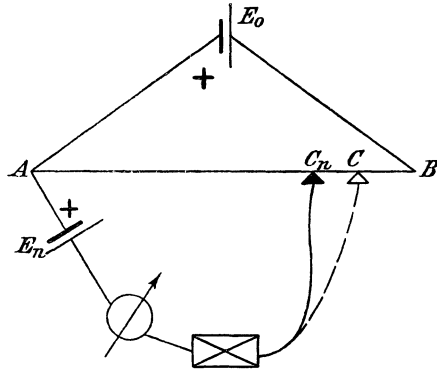


Bild 17. Spannungsmessung durch Gegenschaltung.

Man verschiebt nun das Schleifstück, bis das Meßgerät annähert stromlos ist, und schließt den Widerstand kurz. Man bringt dann das Schleifstück nach C_n , wo das Meßgerät den Strom Null anzeigt.

Nun ersetzt man die Zelle von der Spannung E_n durch die Zelle mit der zu messenden Spannung E , wobei die Spannungen E_0 und E wieder gegeneinander zu schalten sind. Das Meßgerät sei stromlos, wenn das Schleifstück nach C verschoben ist.

Die zwischen A und B bestehende Spannung wird dabei längs des Meßdrahtes verbraucht, und zwar ist der Spannungsverbrauch in jedem Teile des Meßdrahtes proportional der Drahtlänge. Auch ohne daß der untere Zweig angeschlossen wird, verhält sich die Spannung AC_n zur Spannung AC wie die Drahtlänge AC_n zur Drahtlänge AC . Nun hält die Spannung AC_n der Spannung E_n das Gleichgewicht, während die Spannung AC der Spannung E das Gleichgewicht hält. Wenn wir also statt der Spannungen die entsprechenden Drahtlängen einführen, erhalten wir $AC_n : AC = E_n : E$.

Ebenso ergibt sich die Spannung E_k zwischen A und B aus $AB : AC_n = E_k : E_n$. Dabei ist E_k eine Klemmenspannung, die um den inneren Spannungsverlust kleiner ist als die erzeugte Spannung E_0 . Es darf nicht übersehen werden, daß die Zelle, welche die Spannung E_0 erzeugt, nicht wie die zu vergleichenden Zellen stromlos ist.

Das Verfahren wird für die Eichung von Meßgeräten fast ausschließlich angewendet. (Kompensationsapparat nach Feussner.) Man ersetzt

dabei den Meßdraht durch genau abgegliche Widerstände, die Zelle E_0 durch eine Sammlerbatterie und verwendet als bekannte Spannung die einer Westonzelle.

10. Elektrische Arbeit und Leistung.

Ein stromdurchflossener Leiter wird erwärmt. Der Versuch ergibt, daß die Wärmemengen mit der Spannung E , der Stromstärke I und der Zeit t im gleichen Verhältnis stehen. Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so stellt $E \cdot I \cdot t$ eine elektrische Arbeit dar. Dies wird deutlich durch den Vergleich mit dem Wasserstrom. Bei diesem erhält man die während eines Zeitraumes geleistete Arbeit, wenn man die Wassermenge mit der Fallhöhe vervielfacht. Ähnlich verfahren wir bei Berechnung der elektrischen Arbeit, da $I \cdot t$ die Elektrizitätsmenge ist, die während der Zeit t unter dem Einfluß der Spannung E in Bewegung gesetzt ist.

Um nun die Einheit für die elektrische Arbeit festzusetzen, gehen wir von der Einheit der Kraft, dem Dyn, aus. Ein Dyn ist die Kraft, die der Einheit der Masse, d. h. 1 cm^3 Wasser, in 1 sek. die Geschwindigkeit 1 cm/sek erteilt.

Nun ist 1 kg die von der Erde ausgeübte Kraft, die der Masse von 1000 cm^3 Wasser in einer sek. die Geschwindigkeit 981 cm/sek erteilt. Wenn wir die Masse 1000 mit der Beschleunigung 981 vervielfachen, erhalten wir: $1 \text{ kg}^* = 1000 \cdot 981 \text{ Dyn}$. Der Stern soll deutlich machen, daß es sich um eine Kraft und nicht, wie später beim absoluten Maß, um eine Masse handelt.

Wirkt 1 Dyn über den Weg 1 cm , so wird die Einheit der Arbeit geleistet. Diese heißt ein Zentimeterdyn oder Erg. 10^7 Erg faßt man unter der Bezeichnung ein Joule zusammen, d. h. $1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Zentimeterdyn}$ oder Erg.

Demnach ist $1 \text{ mkg} = 981\,000 \text{ Meterdyn} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Zentimeterdyn} = 9,81 \text{ Joule}$. Daraus folgt $1 \text{ Joule} = 1/9,81 \text{ mkg} = 0,102 \text{ mkg}$.

Die Einheiten der Spannung und Stromstärke, wie sie auf S. 1 und 3 eingeführt wurden, sind nun so gewählt, daß die Arbeit 1 Joule geleistet wird, wenn 1 Volt den Strom 1 Amp. 1 sek. lang erzeugt. Ist also A die Arbeit in Joule, E die Spannung in Volt, I die Stromstärke in Amp. und t die Zeit in sek, so ist

$$A = E \cdot I \cdot t \text{ Joule.} \quad (9)$$

Liefert z. B. eine Maschine bei 220 Volt einen Strom von 50 Amp. während 10 Stunden , so ist die geleistete Arbeit: $A = 220 \cdot 50 \cdot 36000 = 396 \cdot 10^6 \text{ Joule}$. Dies entspricht $396 \cdot 0,102 \cdot 10^6 = 40,5 \cdot 10^6 \text{ mkg}$.

Liefert ferner eine Zelle eine Stunde einen Strom von $0,55 \text{ Amp.}$ bei einer Spannung von 1 Volt , so ergibt sich $A = 1 \cdot 0,55 \cdot 3600 = 1980 \text{ Joule}$. Dieselbe Arbeit müssen wir aufwenden, um $1980/9,81 \text{ mkg}$ zu leisten.

Aus Gl. 9 folgt nun eine schärfere Fassung für die elektrische Spannung.

Setzen wir $I \cdot t$ gleich Eins, so wird $A = E$. Die Spannung ist also die Arbeit, die zwischen zwei Punkten geleistet wird, wenn die Einheit der Elektrizitätsmenge von dem einen Punkt zum andern geschafft wird. Im elektrostatischen Feld bezeichnet man diese Arbeit auch als Potentialunterschied (vg. Abschn. 35). Auf dem Gebiete der strömenden Elektrizität sollte diese Bezeichnung aber

nur da angewandt werden, wo die Arbeit unabhängig vom Weg ist, was z. B. bei Wechselstrom nicht immer der Fall ist.

Aus Gl. (9) ergibt sich nun die vom Strom entwickelte Wärmemenge. Eine Grammkalorie (gkal.), d. h. die Wärmemenge, durch die 1 g Wasser um 1 Grad erwärmt wird, ist gleichwertig mit 0,427 mkg, d. h. 1 gkal. = 0,427 mkg = 0,427 · 9,81 Joule, oder 1 Joule = 0,24 gkal.

Die Arbeit von $E \cdot I \cdot t$ Joule entspricht also der Wärmemenge:

$$Q = 0,24 E \cdot I \cdot t \cdot \text{Grammkalorien.} \quad (10)$$

Diese Gleichung heißt das Joulesche Gesetz. Um sie durch den Versuch zu prüfen, leiten wir einen Strom durch eine gemessene Menge Wasser mit Hilfe einer im Wasser liegenden Platinspirale, deren Enden für die Stromzuführung mit starken Kupferdrähten versehen sind. Das innere Glasgefäß in Bild 18, welches das Wasser enthält, wird am besten auf Korkschnitten gestellt und durch einen Luftzwischenraum vom äußeren Gefäß getrennt, um einen Wärmeverlust möglichst zu vermeiden. Man bestimmt die Spannung, die Stromstärke, die Zeit und die Temperaturerhöhung $\vartheta_2 - \vartheta_1$. Dann berechnet man die Wärmemenge in Grammkalorien, indem man das Wassergewicht in Gramm mit der Temperaturerhöhung vervielfacht.

Bei einiger Vorsicht findet man die Gl. (10) erfüllt. Es empfiehlt sich, den Versuch unter Zimmertemperatur zu beginnen und ihn ebensoviel über Zimmertemperatur zu beendigen, wie man unter Zimmertemperatur angefangen hat. Dann geht in der zweiten Hälfte des Versuches eine ebenso große Wärmemenge von innen nach außen, wie in der ersten Hälfte von außen nach innen, und Fehler durch Wärmeverluste heben sich heraus. Das Wassergewicht schließt den Wasserwert des inneren Glases ein. Man erhält diesen, wenn man das Gewicht des Glases in Gramm mit der spezifischen Wärme des Glases, also mit 0,19, vervielfacht.

Da $E \cdot I \cdot t$ die elektrische Arbeit in Joule ist, so ist $E \cdot I$ die Leistung in Joule/sek. Die Einheit der Leistung wird also geliefert von 1 Amp. bei einem Volt. Diese Einheit, d. h. ein Joule in der Sekunde, wird 1 Watt genannt. 1 Watt = 1 Joule/sek = 10^7 Erg/sek. 1 Joule ist daher auch gleich 1 Wattsekunde. Bezeichnet N die Leistung in Watt, so ergibt sich:

$$N = E \cdot I \text{ Watt.} \quad (11)$$

Da 1 mkg gleich 9,81 Joule ist, so folgt: 1 mkg/sek = 9,81 Joule/sek = 9,81 Watt. Die gebräuchlichen größeren Einheiten für Leistung und Arbeit sind: 1 Kilowatt = 1000 Watt, 1 Kilowattstunde = $1000 \cdot 3600 = 3,6 \cdot 10^6$ Wattsekunden oder Joule.

Das Kilowatt ist jetzt an Stelle der Pferdestärke allgemein als Einheit für die Leistung eingeführt (1 PS = 75 mkg/sek = $75 \cdot 9,81$ Watt).

11. Die Verluste durch Stromwärme.

Mit der Beziehung $E = I \cdot R$ erhalten wir aus Gl. (11): $N = I^2 \cdot R$. Der Verbrauch z. B. in einer Glühlampe ist also um so größer, je größer das Quadrat der Stromstärke und der Widerstand ist.

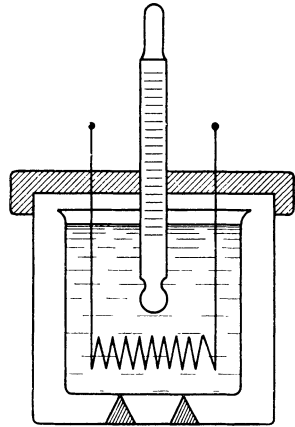


Bild 18. Ermittlung des Jouleschen Gesetzes.

Dasselbe gilt auch für den Verlust in den elektrischen Leitungen. Wir setzen z. B. den Fall, daß 10 000 Kilowatt auf 150 km einfache Entfernung zu übertragen sind. Die Übertragung erfolge durch eine Hin- und Rückleitung, obwohl bei hoher Spannung tatsächlich meist Drehstrom mit drei Leitungen benutzt wird. Wir können nun die Leistung mit hoher Stromstärke und niedriger Spannung oder niedriger Stromstärke und hoher Spannung übertragen. Wenn E die Spannung ist, so ergibt sich die Stromstärke bei einer Gesamtleistung von 10 000 Kilowatt = 10^7 Watt zu $I = N/E = 10^7/E$ Amp.

Wählen wir also nacheinander Spannungen von 100, 1000, 10 000 und 100 000 Volt, so erhalten wir die entsprechenden Stromstärken zu 100 000, 10 000, 1000 und 100 Ampere.

Wir wollen nun in der Zuleitung einen Verlust von 10%, d. h. von 1000 Kilowatt = 10^6 Watt zulassen. Wenn dann der Leitungswiderstand mit R bezeichnet wird, so ist der Verlust gleich $I^2 \cdot R = 10^6$ Watt, d. h. es wird $R = 10^6/I^2$.

Die Länge der Hin- und Rückleitung zusammen ist $l = 300\,000$ m und der spezifische Widerstand des Kupfers ϱ gleich 0,017. Aus Gl. (3) auf S. 6 ergibt sich dann der Querschnitt q zu:

$$q = \frac{\varrho \cdot l}{R} = \frac{0,017 \cdot 300\,000}{10^6/I^2} = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt wächst also bei gegebenem Verlust in der Leitung mit dem Quadrate der Stromstärke, er steht also im umgekehrten Verhältnis zum Quadrat der Spannung. Demnach ergibt sich die Zahlentafel:

| E | I | $q = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2$ |
|---------|---------|----------------------------------|
| 100 | 100 000 | $50 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$ |
| 1 000 | 10 000 | $50 \cdot 10^4 \text{ „}$ |
| 10 000 | 1 000 | $50 \cdot 10^2 \text{ „}$ |
| 100 000 | 100 | 50 |

Wegen der Kosten ist nur die letzte Anordnung, wie sie in zahlreichen Fällen bereits ausgeführt ist, möglich.

Die Rücksicht auf die Verluste in der Zuleitung bzw. auf den Leitungsquerschnitt führt häufig zur Dreileiterschaltung. Eine Metallfadenslampe habe bei 0,25 Ampere die vorgeschriebene Lichtstärke und Lebensdauer. Ihr Widerstand sei im heißen Zustand 440 Ohm. Sie bedarf dann einer Klemmenspannung von $440 \cdot 0,25 = 110$ Volt, damit ein Strom von 0,25 Ampere hindurchfließt. Es seien nun 400 Lampen auf 2 km Entfernung zu speisen, wobei in der Zuleitung ein Verlust von 10% zugelassen werde. Gesucht wird der Leitungsquerschnitt.

1. Fall. Spannung 110 Volt. Alle Lampen nebeneinander (Bild 19). Bei 400 Lampen von je 0,25 Amp. ist der Gesamtstrom $I = 0,25 \cdot 400 = 100$ Amp. Die übertragene Leistung ist: $N = E \cdot I = 110 \cdot 100 = 11\,000$ Watt. Der Verlust in der Leitung ist 10%, also 1100 Watt. Ist R der Widerstand der Leitung, so wird: $I^2 \cdot R = 100^2 \cdot R = 1100$, oder $R = 1100/100^2 = 0,11$ Ohm. Die Länge l ist $2 \cdot 2000$ m. Aus der Gleichung $R = \varrho \cdot l/q$ folgt:

$$q = \varrho \cdot l/R = 0,017 \cdot 4000/0,11 = 620 \text{ mm}^2.$$

2. Fall. Spannung 220 Volt. Je 2 Lampen in Reihe. Wir schalten zwei Maschinen von je 110 Volt hintereinander (Bild 20). Die Spannung

jeder Lampe wird 110 Volt. Wir haben dann bei 400 Lampen nur 200 Zweige von je 0,25 Amp., d. h. eine Stromstärke $I = 200 \cdot 0,25 = 50$ Ampere. Die Leistung ist also wie früher $N = E \cdot I = 220 \cdot 50 = 11000$ Watt. Die Verluste sollen wie früher 10%, also 1100 Watt betragen, d. h.: $I^2 \cdot R = 50^2 \cdot R = 1100$, $R = 1100/50^2 = 0,44$ und $q = \rho \cdot l/R = 0,017 \cdot 4000/0,44 = 155 \text{ mm}^2$.

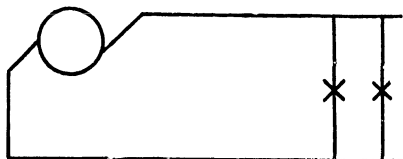


Bild 19. Glühlampen in Zweileiterschaltung.

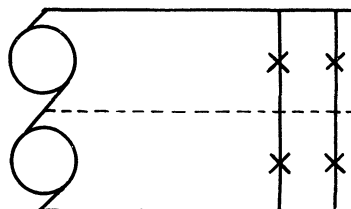


Bild 20. Glühlampen in Dreileiterschaltung.

In beiden Fällen werden gleich viele Lampen gespeist. Der Leitungsquerschnitt ist aber durch das Verdoppeln der Netzspannung viermal so klein geworden. Umgekehrt kann man bei demselben Leitungsquerschnitt bei gleichem relativen Verlust die vierfache Leistung übertragen, wenn man die Netzspannung verdoppelt.

Damit auch im zweiten Fall alle Lampen unabhängig voneinander geschaltet werden können, ist vom Verbindungspunkt der Maschinen nach den Verbindungspunkten je zweier Lampen ein Nulleiter geführt. Dieser hat gewöhnlich den halben Querschnitt wie die Außenleiter. Trotz des dritten Leiters ist die Ersparnis an Kupfer bedeutend.

II. Elektrochemie.

12. Die Vorgänge bei der Elektrolyse.

Die Leiter erster Klasse, zu denen die Metalle und die Kohle gehören, werden durch den Strom nicht verändert. Die Leiter zweiter Klasse, zu denen die Basen, Säuren und Salze in gelöstem oder geschmolzenem Zustand gehören, werden durch den Stromdurchgang zersetzt. Man nennt diese Zersetzung Elektrolyse.

Das Gerät, in dem die Zersetzung vor sich geht, heißt die Zersetzungszelle, und die in die Flüssigkeit tauchenden Leiter, durch die der Strom zu- und abgeleitet wird, heißen Elektroden. Die positive Elektrode, die den Strom zuführt, wird als Anode, die negative, an welcher der Strom austritt, als Kathode bezeichnet (Bild 21).

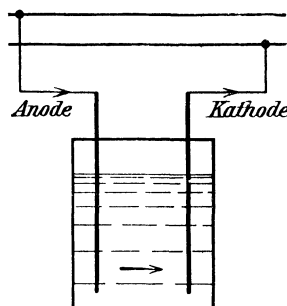


Bild 21. Zersetzungszelle.

Von den Bestandteilen, in die eine Flüssigkeit zerlegt wird, wandert der eine mit dem Strom zur Kathode, der andere Teil gegen den Strom zur Anode. Sie heißen daher Ionen, d. i. Wanderer.

Die Spaltung in die Ionen ist schon vor dem Durchgang des elektrischen Stromes vorhanden. Dazu führt unter anderem die Beobachtung

des osmotischen Druckes, mit dem Wasser durch eine halbdurchlässige Wand in die Lösung eines Stoffes einzudringen sucht. Im allgemeinen ergibt sich für stark verdünnte Lösungen, die in gleichen Raumteilen gleich viele Moleküle enthalten, der gleiche osmotische Druck. Jedoch zeigen gerade die Leiter zweiter Klasse eine Abweichung. So ist z. B. der osmotische Druck bei der Salzsäure doppelt so groß und bei der Schwefelsäure dreimal so groß, wie man erwartet. Diese Schwierigkeit löste Arrhenius durch die Annahme, daß das Molekül in mehrere kleinste Teilchen (Ionen) zerfallen ist, die nun in bezug auf den osmotischen Druck dieselbe Wirkung ausüben, wie sonst die Moleküle. Das Molekül der Salzsäure (HCl) ist z. B. in die beiden Ionen H und Cl , das der Schwefelsäure (H_2SO_4) in drei Ionen H , H und SO_4 zerfallen.

In bezug auf Gefrierpunktniedrigung und Siedepunkterhöhung zeigen die Leiter zweiter Klasse dasselbe abweichende Verhalten. Dadurch erhält die Anschauung, daß ein Leiter zweiter Klasse freie Ionen enthält, eine weitere Stütze. Sie bedingen geradezu die Leitfähigkeit.

Die positiv geladenen Ionen heißen Kationen. Sie werden beim Stromdurchgang von der Kathode angezogen, wandern in der Stromrichtung und geben ihre positive Ladung an die Kathode ab. Die negativ geladenen Ionen heißen Anionen. Sie wandern gegen den Strom zur Anode, wo sie ihre negative Ladung abgeben. Dies ist nicht leicht mit der Vorstellung in Einklang zu bringen, wonach beim elektrischen Strom nur die positive Elektrizität fließt. Man wird am besten beide Vorstellungen nebeneinander bestehen lassen.

Zu den Kationen gehören die Ionen der Metalle, wie Kalium, Magnesium, Eisen, Gold. Diese zeichnen sich durch ihren eigentümlichen Metallglanz aus, sind gute Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff, z. B. Natronlauge ($NaOH$), Kalilauge (KOH), gelöschter Kalk ($Ca[OH]_2$), sind Basen. Die Basen sind dadurch gekennzeichnet, daß sie rotes Lackmuspapier blau färben, ätzend wirken, laugenhaft schmecken und Säuren neutralisieren.

Da die Kationen mit dem Strom zur Kathode wandern, so sind sie elektropositiv, d. h. Träger der positiven Elektrizität. Auch der Wasserstoff wandert mit dem Strom zur Kathode, er ist also zu den Metallen zu rechnen, um so mehr, als er durch Metalle vertreten werden kann.

Zu den Anionen gehören die Ionen der Nichtmetalle. Diese sind, soweit sie in festem Zustand vorkommen, schlechte Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff sind Säuren, wie z. B. Salzsäure (HCl), Schwefelsäure (H_2SO_4), Salpetersäure (HNO_3), Phosphorsäure (H_3PO_4). Die Säuren sind wiederum dadurch gekennzeichnet, daß sie sauer schmecken, blaues Lackmuspapier rot färben, Metalle auflösen und Basen neutralisieren.

Chlor, Brom, Jod und Fluor sind in ihren Wasserstoffverbindungen ohne weiteres Anionen. Ferner gehören zu den Anionen noch die Säurereste SO_4 , PO_4 , NO_3 usw., sowie die Hydroxylgruppe OH der Basen. Wir gehen nun zu Beispielen über.

Kalilauge (KOH) wird zersetzt nach der Gleichung $2KOH = 2K + 2OH$. Das Kalium wandert mit dem Strom und macht an der Kathode unter Bildung von Kalilauge Wasserstoff frei: $2K + 2H_2O = 2KOH + H_2$. Die Hydroxylgruppe OH dagegen, die gegen den Strom wandert, macht an der Anode Sauerstoff frei: $2OH = H_2O + O$. Es

scheint also, als ob allein Wasser zersetzt wäre. Dies trifft jedoch nicht zu, da reines Wasser ein vollkommener Nichtleiter ist.

Salzsäure wird zersetzt nach der Gleichung: $HCl = H + Cl$. Dabei tritt an der Kathode Wasserstoff und an der Anode Chlor auf.

Schwefelsäure wird zersetzt nach der Gleichung: $H_2SO_4 = H_2 + SO_4$. Dabei tritt ebenfalls an der Kathode Wasserstoff auf, während der Säurerest SO_4 zur Anode wandert. Falls diese aus Kohle oder Platin besteht, so zerfällt die Gruppe SO_4 nach der Gleichung: $SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$. Es ist also wieder, als wenn Wasser allein zersetzt wäre. Besteht die Anode dagegen aus Kupfer, so wird sie von der Gruppe SO_4 zu Kupfersulfat gelöst: $SO_4 + Cu = CuSO_4$.

Chlorkali wird zersetzt nach der Gleichung: $KCl = K + Cl$. Dabei wandert das Kalium mit dem Strome zur Kathode. Dort bildet sich durch einen zweiten Vorgang, wie oben, Kalilauge. Das Chlor wandert dagegen zur Anode. Sind die beiden Elektroden durch eine halbdurchlässige Schicht, wie z. B. eine Tonzelle, getrennt, so ist das Endergebnis Kalilauge und Chlor. Arbeitet man jedoch ohne solche Schicht, so wirkt das gebildete Chlor auf die Kalilauge ein. In kalter Lösung entsteht bei diesem dritten Vorgang unterchlorigsaures Kali: $2KOH + 2Cl = KClO + KCl + H_2O$. In heißer Lösung bildet sich dagegen chlorsaures Kali: $6KOH + 6Cl = KClO_3 + 5KCl + 3H_2O$.

Kupfersulfat wird zersetzt nach der Gleichung: $CuSO_4 = Cu + SO_4$. Das Kupfer wandert mit dem Strom zur Kathode und vercupfert diese, während die Gruppe SO_4 zur Anode wandert. Besteht diese aus Platin oder Kohle, so wird, wie oben, Sauerstoff frei. Besteht sie aber aus Kupfer, so wird dieses aufgelöst, nach der Gleichung: $Cu + SO_4 = CuSO_4$.

13. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse.

Nach Faraday stehen die an einer Elektrode ausgeschiedenen Gewichtsmengen in gleichem Verhältnis zu der Stromstärke und der Zeit, also zu der Elektrizitätsmenge. Sie sind außerdem von der Zusammensetzung des Elektrolyten abhängig. Wir leiten z. B. unter Benutzung

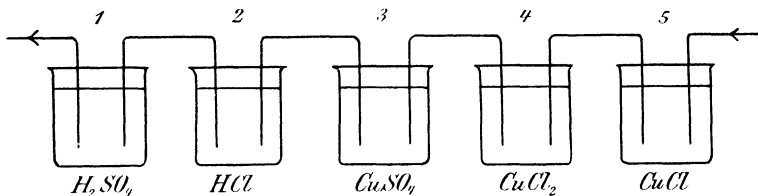


Bild 22. Reihenschaltung von Zersetzungszellen.

von Platinelektroden denselben Strom durch Zersetzungszellen mit Schwefelsäure (H_2SO_4), Salzsäure (HCl), Kupfervitriol ($CuSO_4$), Kupferchlorid ($CuCl_2$) und Kupferchlorür ($CuCl$) (Bild 22). Der Versuch werde fortgesetzt, bis 2 mg Wasserstoff in der ersten Zelle ausgeschieden sind. Dann erhalten wir die unten angegebenen Gewichtsmengen. Bei diesen ist in Klammern das Atomgewicht angegeben, d. h. die kleinste Gewichtsmenge eines Elementes, bezogen auf Wasserstoff, die eine chemische Verbindung eines Elementes, So ist das Atomgewicht des Chlors 35,4, weil Salzsäure (HCl) auf einen Teil Wasserstoff 35,4 Teile Chlor enthält. Wir erhalten:

1. (H_2SO_4) 2 mg Wasserst. ($H = 1$), 16 mg Sauerst. ($O = 16$).
2. (HCl) 2 mg Wasserst. ($H = 1$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).
3. ($CuSO_4$) 63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 16 mg Sauerst. ($O = 16$).
4. ($CuCl_2$) 63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

Bis dahin ist alles regelmäßig. Man hätte aus den Gewichtsmengen der ersten Zelle die der nächsten drei Zellen berechnen können, da in der zweiten ebensoviel Wasserstoff gebildet wird wie in der ersten, in der dritten ebensoviel Sauerstoff wie in der ersten und in der vierten ebensoviel Kupfer wie in der dritten. Der Versuch scheint zu ergeben, daß die ausgeschiedenen Gewichtsmengen eines Elementes bei gleichem Strom und gleicher Zeit überall dieselben sind, gleichgültig, aus welcher Lösung man sie abscheidet.

Beim Kupferchlorür ($CuCl$) findet man jedoch eine Schwierigkeit. Da im Kupferchlorür 63,2 Teile Kupfer auf 35,4 Teile Chlor enthalten sind, so erhalten wir entweder 63,2 mg Kupfer, wie in der 3. und 4. Zelle, woraus sich 35,4 mg Chlor ergeben, oder 70,8 mg Chlor, wie in der 2. und 4. Zelle, was 126,4 mg Kupfer entspricht. Der Versuch entscheidet für den 2. Fall, d. h. wir erhalten:

5. ($CuCl$) 126,4 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 35,4 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

Man erhält also aus einer Chlorürlösung durch den gleichen Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Kupfer wie aus einer Chloridlösung.

Allgemein richten sich die ausgeschiedenen Gewichtsmengen nicht nach dem Atomgewicht, sondern nach dem Äquivalentgewicht. Dieses ist das Atomgewicht geteilt durch die Wertigkeit, wobei unter Wertigkeit die Anzahl der Wasserstoffatome zu verstehen ist, die ein Element bindet oder vertritt. So ist z. B. das Chlor einwertig, weil es ein Atom Wasserstoff zu Salzsäure (HCl) bindet. Ebenso ist Kalium einwertig, weil es im Chlorkalium (KCl) ein Atom Wasserstoff der Salzsäure vertritt. Andererseits ist Sauerstoff zweiwertig, weil ein Atom Sauerstoff zwei Atome Wasserstoff zu Wasser (H_2O) bindet. Am besten stellt man sich diese Bindungen als Arme vor, durch die sie sich die Elemente aneinander hängen. So bindet im Kupferchlorür ein Atom Kupfer ein Atom Chlor, das Kupfer ist also hier einwertig. Denken wir uns nun, ein Atom Wasserstoff wöge 1 mg, so hätten wir im obigen Beispiel in der ersten Zelle im ganzen zwei Atome Wasserstoff von der Gruppe SO_4 getrennt, also zwei Bindungen oder Wertigkeiten gelöst. Ebenso findet man, daß in allen folgenden Zellen je zwei Wertigkeiten oder Arme gelöst sind. Man gelangt so zu der einfachsten Form des Faradayschen Gesetzes: Derselbe Strom löst in gleichen Zeiten überall gleich viele Bindungen, oder er scheidet überall äquivalente Gewichtsmengen aus.

Ist also m die Menge in mg, a das Atomgewicht, k die Wertigkeit, I die Stromstärke in Amp. und t die Zeit in sek., so ergibt sich mit Hilfe eines durch den Versuch bestimmten Festwertes 0,010 386:

$$m = I \cdot t \cdot 0,010\,386 \cdot a/k \text{ mg.} \quad (1)$$

Da $I \cdot t$ die Elektrizitätsmenge und a/k das Äquivalentgewicht ist, so nimmt das Faradaysche Gesetz die Form an: Gleichwertige Gewichtsmengen befördern die gleiche Elektrizitätsmenge, d. h. sie haben den gleichen Fassungsraum für Elektrizität.

Die Gewichtsmenge in Milligramm, die durch 1 Amp. in 1 sek., d. h.

durch 1 Coulomb, ausgeschieden wird, heißt das elektrochemische Äquivalentgewicht. Es ergibt sich nach der obigen Gleichung zu $0,010386 \cdot a/k$. Dies ist also die Gewichtsmenge, die bei ihrer Wanderung die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb befördert. Das elektrochemische Äquivalentgewicht des Silbers ist z. B. $0,010386 \cdot 107,6/1 = 1,118$ und das des Kupfers in der Chlorid- und Sulfatlösung $0,010386 \cdot 63,2/2 = 0,328$.

Ebenso läßt sich die durch 1. Amp. in 1 sek. ausgeschiedene Gewichtsmenge Wasserstoff und Sauerstoff berechnen. Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der Gase ergibt sich dann der Raum des ausgeschiedenen Knallgases: 1 Amp. liefert in 1 sek. $0,174 \text{ cm}^3$ trocknes Knallgas von Null Grad und 760 mm Druck.

Bei der Wasserzerersetzung treten nach der Formel H_2O doppelt so viele Atome Wasserstoff auf wie Sauerstoff. Da zwei Atome Wasserstoff und zwei Atome Sauerstoff je ein Molekül bilden, so werden doppelt so viele Moleküle Wasserstoff gebildet wie Sauerstoff. Nach der Avogadro-schen Regel nimmt dann auch der ausgeschiedene Wasserstoff doppelt so viel Raum ein wie der Sauerstoff.

14. Die Polarisation.

Zersetzt man verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinelektroden, so mißt man an der Zersetzungszelle eine Spannung von 2 bis 3 Volt. Legt man eine geringere Spannung an, so wird das Wasser überhaupt nicht zersetzt, und legt man nach Bild 23 eine höhere Spannung, z. B. 10 oder 20 Volt, unter Zwischenschaltung eines Widerstandes an, so stellt sich von selbst eine Klemmenspannung von zwei bis drei Volt her. Ist in Bild 23 E_o die von der Maschine erzeugte Spannung, I die Stromstärke, R der Vorschaltwiderstand einschließlich des Widerstandes der Maschine und der Zuleitung, so ist die Spannung der Zersetzungszelle $E_k = E_o - I \cdot R$.

Obwohl die Spannung von außen an die Zelle gelegt wird und den Strom durch die Zelle treibt, ist ihre Größe von der Zelle bestimmt. Wir können sie also nicht willkürlich ändern, sondern sie ist von der Beschaffenheit der Zelle selbst abhängig. Sie bleibt z. B. wesentlich dieselbe, wenn wir durch Änderung der Maschinenspannung oder des vorgeschalteten Widerstandes die Stromstärke erheblich ändern. Sie bleibt sogar auch dann angenähert dieselbe, wenn wir den Abstand der beiden Elektroden, also den Widerstand der Flüssigkeit, verändern. Demnach kann sie nicht, wie die Spannung an einem Metallwiderstand, durch die Stromstärke und den inneren Widerstand R_i gegeben sein. Tatsächlich ist sie viel größer als der Ohmsche Spannungsverbrauch.

Das wird erklärlich durch die Beobachtung, daß die Zelle nach Unterbrechung des Hauptstromes einen Strom durch den im Nebenschluß zur Zersetzungszelle liegenden Spannungszeiger sendet. Sie arbeitet dann wie eine Stromquelle, die den Strom aus derselben Klemme her austreibt,

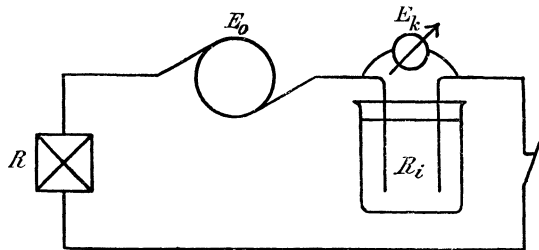


Bild 23 Maschine, Zersetzungszelle, Widerstand in Reihe.

in die er früher eingetreten war. Dieser Strom heißt der Polarisationsstrom, und die jetzt wirksame Spannung ist die Polarisationsspannung. Sie ist nur so lange wirksam, wie die beiden Elektroden noch mit Gasbläschen bedeckt sind. Wir haben dabei eine stromerzeugende Zelle, die aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Sauerstoff besteht. Die von ihr erzeugte Spannung E wirkt dem ursprünglichen Strom entgegen.

Nun ist diese Spannung schon während des ursprünglichen Stromes wirksam gewesen. Die Klemmenspannung E_k hatte dabei den geringen Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern und die Gegenspannung E der Polarisation zu überwinden. Sie ist dann während des ursprünglichen Stromdurchganges: $E_k = E + I \cdot R_i$.

Die Polarisationsspannung ist also die Spannung, die durch die Veränderung der Elektroden der Zersetzungszelle entsteht. Wenn sie, wie gewöhnlich, gegenüber dem Ohmschen Spannungsverbrauch sehr groß ist, so ist die Klemmenspannung fast nur durch sie und nicht durch die Stromstärke oder den inneren Widerstand bedingt.

Durch das Energiegesetz wird das Auftreten der Polarisationsspannung noch deutlicher. Vervielfachen wir die obige Gleichung mit $I \cdot t$, so erhalten wir: $E_k \cdot I \cdot t = E \cdot I \cdot t + I^2 \cdot R_i \cdot t$. Darin stellt $E_k \cdot I \cdot t$ die der Zelle zugeführte Arbeit und $I^2 \cdot R_i \cdot t$ den Verbrauch durch Stromwärme dar. Wir schließen also, daß die Arbeit $E \cdot I \cdot t$ bei der Wasserzersetzung verbraucht ist. Das wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das entwickelte Knallgas eine Energie besitzt. Wenn wir es zur Entzündung bringen, wird Wärme entwickelt oder Arbeit geleistet, die gleich der bei der Zersetzung aufgewendeten Arbeit ist.

Es läßt sich nun nachweisen, daß die Polarisationsspannung für gleiche Elektrolyte und Elektroden stets denselben Wert hat. Die im Knallgas aufgespeicherte Energie steht in festem Verhältnis zu der Menge des Knallgases, also zu der bei der Wasserzersetzung in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge. Ist c ein Festwert, der im besonderen nur für Knallgas gilt, so ergibt sich die aufgespeicherte Arbeit zu $A = c \cdot I \cdot t$. Andererseits ist die dazu aufgewendete elektrische Arbeit gleich $E \cdot I \cdot t$. Aus der Gleichheit beider Arbeiten folgt $E = c$, d. h. die Polarisationsspannung ist für gleiche Zersetzungszellen unveränderlich.

Für anders zusammengesetzte Zellen hat die Polarisation einen anderen Wert. Wenn z. B. Kupfer und Sauerstoff unter Anwendung von Platinelektroden aus Kupfersulfat ausgeschieden werden, so ist die Polarisation eine andere, als wenn Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt wird. In Übereinstimmung damit ist die Verbrennungswärme bei Wiedervereinigung der Endprodukte in beiden Fällen verschieden.

Wir wollen nun die Polarisation vorausberechnen. Wir führen dazu das Grammäquivalent ein, d. h. das Molekulargewicht in Gramm, geteilt durch die Wertigkeit. Die bei Zersetzung eines Grammäquivalents an einer Elektrode ausgeschiedene Gewichtsmenge in mg ist $m = 10^3 \cdot a/k$. Nach Gl. 1 ist also die aufgewendete Arbeit $E \cdot I \cdot t = 10^3 \cdot E : 0,010386$.

Ist nun x die Wärmemenge in Grammkalorien, die bei der Bildung eines Grammäquivalents frei wird, so ergibt sich nach dem Jouleschen Gesetz die entsprechende elektrische Arbeit zu $x : 0,24$. Durch Gleichsetzung der beiden berechneten Werte für die Arbeit erhalten wir:

$$10^3 \cdot E / 0,010386 = x / 0,24, \text{ d. h. } E = x / 23000.$$

So werden bei Bildung eines Grammäquivalents Wasser 34000 gkal.

frei. Demnach ist die Polarisationsspannung bei Wasserzersetzung $E = 34000 : 23000 = 1,47$ Volt. Man kann also z. B. mit einer Daniellzelle, deren Spannung wenig mehr als 1 Volt ist, kein Wasser zersetzen. Die wirkliche Polarisationsspannung ist übrigens noch höher als 1,47 Volt, da wir nur die wesentlichste Ursache der Polarisation berücksichtigen.

Zersetzt man Kupfervitriollösung unter Anwendung einer Reinkupferplatte als Anode, so wird an der Anode Kupfer aufgelöst und an der Kathode Kupfer gefällt. Beide Elektroden haben dauernd die gleiche chemische Beschaffenheit, können also nie mit der Flüssigkeit zusammen eine Stromquelle bilden. Die Polarisation ist daher Null. Zur Ausfällung des Kupfers an der Kathode wird genau die Arbeit verbraucht, die bei der Lösung des Kupfers an der Anode gewonnen wird, so daß die eigentliche Zersetzung ohne Arbeitsaufwand vor sich geht. Die Klemmenspannung ist dann genau gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch.

15. Die Sammler.

Die Sammler oder Akkumulatoren enthalten Bleiplatten, zwischen denen verdünnte Schwefelsäure zersetzt wird. Die positiven Platten sind nach Bild 24 Bleigitter, die durch

Behandlung mit Perchlorat oberflächlich in Bleisuperoxyd verwandelt sind. Die negativen Platten bestehen ebenfalls aus Bleigittern, enthalten aber weitere Maschen, die mit Bleiglätte, d. i. Bleioxyd, ausgefüllt sind. Sie werden nach Aufstellung der Zellen durch eine 40stündige Ladung in metallisches Blei übergeführt. Die Platten

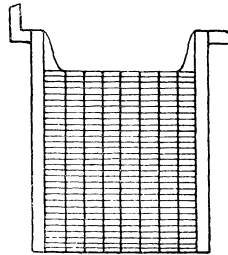


Bild 24. Sammlerplatte.

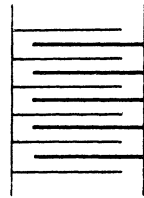
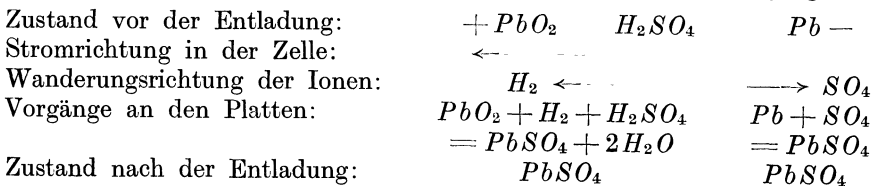


Bild 25. Verbindung.

liegen mit ihren Nasen auf dem Rand der Glasgefäße. Die gleichnamigen Platten jeder Zelle sind durch Bleistreifen miteinander verlötet (Bild 25).

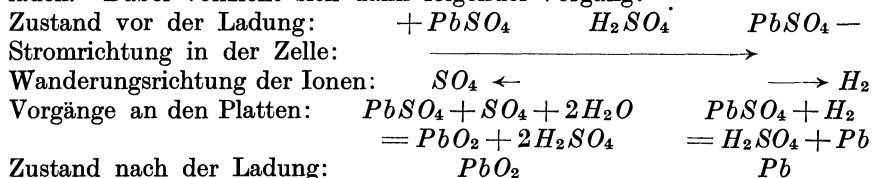
Die erzeugte Spannung beträgt zwei Volt. Sie ist nicht nur bei der Entladung, sondern auch während der Ladung vorhanden und wirkt dabei dem Strome oder der Klemmenspannung entgegen. Der Strom fließt bei der Entladung aus derselben Klemme heraus, in die er bei der Ladung eintritt. Diese Klemme ist also in beiden Fällen positiv, da man bei einem Stromerzeuger (Entladung) die Klemme als positiv bezeichnet, an welcher der Strom austritt, während bei einem Stromverbraucher (Ladung) die Klemme positiv ist, an welcher der Strom eintritt. Bei der Entladung vollzieht sich nun folgender Vorgang:



Beide Platten werden also während der Entladung in schwefelsaures Blei übergeführt: die positive dadurch, daß das Bleisuperoxyd durch Wasserstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd reduziert wird, die negative dadurch, daß das Blei durch Sauerstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd

oxydiert wird. Das Bleisuperoxyd der positiven Platte gibt also gleichsam seinen überschüssigen Sauerstoff an das Blei der negativen Platte ab. Die Oxydation des Bleies ist dabei in ähnlicher Weise die Quelle der elektrischen Arbeit, wie die Oxydation der Kohle im Ofen die Ursache der Wärmeentwicklung ist. Wenn schließlich die positive Platte ihren überschüssigen Sauerstoff abgegeben hat und die negative Platte dadurch oxydiert ist, so ist die aufgespeicherte Energie frei geworden und der Sammler entladen. Dies geht daraus hervor, daß die beiden Platten jetzt chemisch gleich sind, also keine Stromquelle bilden können.

Der entladene Sammler werde nun als Zersetzungszelle wieder geladen. Dabei vollzieht sich dann folgender Vorgang:



An den Platten ist also wieder Bleisuperoxyd und Blei gebildet, so daß die Zersetzungszelle wieder eine Stromquelle geworden ist.

Neben der Oxydation und Reduktion sind auch die Änderungen der Säuredichte bei den Arbeitsvorgängen beteiligt. Das spezifische Gewicht wird bei der Entladung geringer, bei der Ladung größer.

Der Vorgang der Ladung besteht also in einer Umwandlung der wirksamen Masse und nicht etwa in der Aufspeicherung von Elektrizität. Wenn man trotzdem von einer Kapazität des Sammlers spricht, so meint man damit die Elektrizitätsmenge in Amperestunden, die bei der Entladung des Sammlers in Bewegung gesetzt wird. Von einer Aufspeicherung ist dabei keine Rede.

Da die Kapazität durch das Gewicht der wirksamen Masse gegeben ist, so ist sie theoretisch unabhängig davon, ob mit starkem Strom kurze Zeit oder mit schwachem Strom längere Zeit entladen wird, und mit welcher Stromstärke etwa vorher geladen ist. In Wirklichkeit ist allerdings die Kapazität bei Entladung mit starkem Strom kleiner, da die wirksame Masse dann nur oberflächlich umgewandelt wird.

Der Wirkungsgrad in Amperestunden ist das Verhältnis der Amperestunden bei der Entladung zu denen bei der Ladung. Er übersteigt meist den Wert 0,9. Grundsätzlich müßte er Eins sein, da Ladung und Entladung in der Bildung und Rückbildung der wirksamen Masse bestehen und die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen der umgewandelten wirksamen Masse proportional sind. Wenn jedoch eine längere Zeit zwischen Ladung und Entladung liegt, so entlädt sich der Sammler von selbst. Dies liegt weniger an einer schlechten Isolation, als an Selbstentladung durch Ströme, die an einer und derselben Platte durch Unreinigkeit der Säure, unvollständige Ladung oder ungleiche Säuredichte auftreten. Endlich wird der Wirkungsgrad auch dadurch verringert, daß ein Teil der bei der Ladung aufgewendeten Elektrizitätsmenge nutzlos zur Gasentwicklung verwendet wird. Wenn gegen Ende der Ladung die wirksame Masse größtenteils umgewandelt ist, kann der Wasserstoff und Sauerstoff die Platten nicht mehr recht angreifen, d. h. die Gasentwicklung beginnt. Nur dann, wenn man die Ladung unterbricht, bevor eine stärkere Gasentwicklung auftritt, wird der Wirkungsgrad hoch.

Wichtiger ist der Wirkungsgrad in Wattstunden. Um ihn zu ermitteln, beobachten wir bei Ladung und Entladung mit dem vorgeschriebenen Strome die Klemmenspannung. Diese beträgt im Anfang der Ladung etwa 2,1 Volt und steigt wegen der an den Elektroden haftenden Gasblasen am Ende der Ladung (Bild 26). Wenn die Spannung von 2,6 Volt erreicht ist, wird die Ladung meist unterbrochen. Bei der Entladung beträgt die Klemmenspannung anfangs etwa 1,9 Volt und fällt am Schluß auf 1,8 Volt (Bild 27). Eine weitere Entladung würde die Platten verderben, und die Spannung würde auch bald stark sinken.

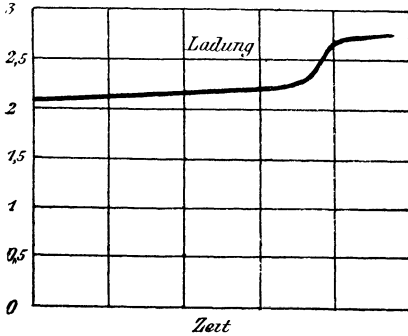


Bild 26. Spannung bei Ladung.

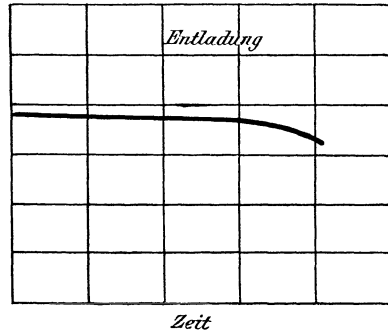


Bild 27. Spannung bei Entladung.

Die Ursache, weshalb die Klemmenspannung bei der Entladung kleiner ist als bei der Ladung, liegt hauptsächlich in dem inneren Spannungsverlust. Ist E die vom Sammler erzeugte Spannung und R_i der innere Widerstand, so ist die Klemmenspannung bei der Ladung $E_k = E + I \cdot R_i$, bei der Entladung $E_k = E - I \cdot R_i$. Außerdem ist auch die vom Sammler erzeugte Spannung bei der Entladung kleiner als der durch die Gasentwicklung vergrößerte Wert bei der Ladung. Der Wirkungsgrad in Wattstunden ist also kleiner als der in Amperestunden. Er ist etwa 0,8 bis 0,9.

16. Die Vorgänge in Zellen.

Die einfachste Zelle besteht aus Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Das Zink ist amalgamiert, damit es nicht auch ohne die Tätigkeit der Zelle von der Schwefelsäure gelöst wird. Man beobachtet nun bei offener Zelle durch ein Elektrometer, daß das Kupfer positiv, das Zink negativ geladen ist. Verbindet man die Klemmen durch einen Leiter, so fließt ein Strom außen vom Kupfer zum Zink und innen vom Zink zum Kupfer. Dabei wird die Schwefelsäure zerlegt, und der Wasserstoff wandert mit dem Strome zum Kupfer, wo er sich in Blasen ansetzt. Dadurch entsteht eine neue Zelle, die aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Zink besteht, und deren Spannung der ursprünglichen entgegengesetzt ist. Infolgedessen sinkt die Spannung allmählich, d. h. die Zelle polarisiert sich. Um eine unveränderliche Spannung zu erhalten, muß man die Polarisierung durch den Wasserstoff verhindern, d. h. ihn im Augenblick des Entstehens binden oder statt seiner ein Metall ausfällen.

Die Daniell-Zelle besteht zu diesem Zwecke aus Kupfervitriol und verdünnter Schwefelsäure, die durch eine halbdurchlässige Tonzelle getrennt sind. Eine Kupferplatte im Kupfervitriol bildet den

positiven, eine Zinkplatte in der Schwefelsäure den negativen Pol:
 $+ Cu \text{ --- } CuSC_4 \parallel H_2SO_4 \text{ --- } Zn \text{ ---}$.

Der Strom, den die Zelle erzeugt, fließt in der Zelle vom Zink zum Kupfer. Der Wasserstoff aus der Schwefelsäure durchdringt dabei die Tonzelle und fällt das Kupfer an der Kupferelektrode aus: $H_2 + CuSO_4 = Cu + H_2SO_4$. Das Zink wird dagegen durch die Gruppe SO_4 , die gegen den Strom wandert, zu Zinksulfat ($ZnSO_4$) gelöst: $Zn + SO_4 = ZnSO_4$. Durch diesen Oxydationsvorgang wird die Arbeit im äußeren Kreise, die Stromwärme in der Zelle und die zur Ausfällung des Kupfers verbrauchte Arbeit geliefert. Die elektrische Arbeit ist dabei der Unterschied der bei der Lösung des Zinks gewonnenen und bei der Ausfällung des Kupfers verbrauchten Arbeit. Da die Elektroden unverändert bleiben, so tritt keine Polarisierung ein, und die erzeugte Spannung bleibt bei der Stromlieferung unverändert. Sie beträgt 1,07 Volt.

Die Bunsen-Zelle besteht aus Kohle in starker Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Die Flüssigkeiten sind durch eine halbdurchlässige Zelle getrennt: $+ C \text{ --- } HNO_3 \parallel H_2SO_4 \text{ --- } Zn \text{ ---}$.

Die Kohle ist der positive, das Zink der negative Pol. Die Gruppe SO_4 löst Zink unter Bildung von Zinksulfat, während der mit dem Strom wandernde Wasserstoff an der Kohle durch den Sauerstoff der Salpetersäure gebunden wird: $3H_2 + 2HNO_3 = 2NO + 4H_2O$. Das Stickoxyd (NO) oxydiert sich an der Luft zu braunem Stickstoffdioxyd (NO_2). Die Spannung ist 1,8 bis 1,9 Volt. Der innere Widerstand ist gering.

Die Chrom-Zelle besteht aus Kohle und Zink in einer Lösung von verdünnter Schwefelsäure und Kaliumbichromat (K_2CrO_4 , CrO_3):



Die Zelle enthält keine Tonzelle. Die Kohle ist der positive Pol. Die Gruppe SO_4 löst Zink, während der an der Kohle auftretende Wasserstoff durch Sauerstoff aus dem doppelchromsauren Kali gebunden wird. Dieses enthält Chromsäure (CrO_3), die durch Wasserstoff zu Chromoxyd reduziert wird: $2CrO_3 + 3H_2 = Cr_2O_3 + 3H_2O$. Die rote Farbe der Chromsäure geht dabei in die grüne des schwefelsauren Chromoxyds über. Zugleich wird die Spannung, die ursprünglich zwei Volt betrug, geringer, so daß die Zelle bei stärkerem und längerem Stromverbrauch nicht ganz unveränderlich ist.

Die Leclanché-Zelle enthält Zink und Kohle in Salmiaklösung: $+ C \text{ --- } NH_4Cl \text{ --- } Zn \text{ ---}$. Das Chlor wandert zum Zink und löst es zu Chlorzink, ein Vorgang, bei dem ebenso wie bei einer Oxydation Arbeit frei wird. Die Gruppe NH_4 , die sich wie ein Metall verhält, wandert zur Kohle und zerfällt hier in Ammoniak und Wasserstoff nach der Gleichung: $NH_4 = NH_3 + H$. Der Wasserstoff würde die Zelle polarisieren, wenn er nicht durch Braunstein, von dem die Kohle umgeben ist, gebunden würde. Braunstein oder Mangansuperoxyd (MnO_2) gibt Sauerstoff unter Bildung von Manganoxyd (Mn_2O_3) an den Wasserstoff ab, nach der Gleichung: $2MnO_2 + H_2 = Mn_2O_3 + H_2O$. Er kann aber bei stärkerem Strom den Wasserstoff nicht schnell genug binden. Die erzeugte Spannung, die im stromlosen Zustand 1,4 Volt beträgt, sinkt daher, wenn ein stärkerer Strom entnommen wird.

Die Weston-Zelle (Bild 28) besteht aus einem Glasgefäß in H form, in das zwei Platindrähte eingeschmolzen sind. Die positive Elektrode ist Quecksilber (Hg), die negative Kadmiumamalgam mit 12 bis 13%

Kadmium (*Cd*). Als Flüssigkeit dient eine gesättigte Kadmiumsulfatlösung ($CdSO_4$), deren Sättigung durch beigegebene Kadmiumsulfatkristalle aufrecht gehalten wird. Beim Stromdurchgang wandert das Kadmium mit dem Strom. Damit es sich nicht mit der positiven Elektrode legiert und beide Elektroden dadurch mehr und mehr gleich werden, befindet sich über dem Quecksilber eine Mischung von Quecksilberoxydulsulfat (Hg_2SO_4), Kadmiumsulfatkristallen und metallischem Quecksilber. Die Kadmium-Ionen bilden nun mit dem Quecksilberoxydulsulfat Quecksilber und Kadmiumsulfat: $Cd + Hg_2SO_4 = CdSO_4 + 2Hg$. Da also die positive Elektrode Quecksilber bleibt, so tritt keine Polarisation auf. An der negativen Elektrode wird Kadmium von der Gruppe SO_4 gelöst. Die Spannung beträgt bei Entnahme ganz schwacher Ströme unverändert 1,019 Volt.

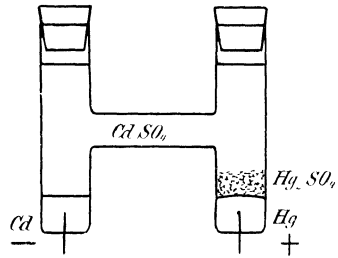


Bild 28. Weston zelle.

17. Voltmeter.

Um die Stromstärke genau zu messen, benutzt man ein Silbervoltmeter. Als Kathode dient ein Platintiegel, der eine Lösung von 20 bis 40 Gewichtsteilen reinen Silbernitrats ($AgNO_3$) in 100 Teilen Wasser enthält, während die Anode durch einen Stab aus reinem Silber gebildet wird. Die Lösung darf nur so lange benutzt werden, bis 3 g Silber auf 100 cm³ der Lösung ausgeschieden sind, und auf 1 cm² der Kathode darf nicht mehr als 0,1 g Silber niedergeschlagen werden. Die Stromdichte soll an der Anode nicht mehr als $\frac{1}{5}$ Amp., an der Kathode nicht mehr als $\frac{1}{50}$ Amp. auf 1 cm² betragen. Der Tiegel wird vor dem Versuch gewogen. Nach dem Versuch wird er mit chlorfreiem, destilliertem Wasser gespült, bis das Waschwasser nach Zusatz von Salzsäure keine Trübung mehr zeigt. Dann wird 10 Min. lang mit destilliertem Wasser von 70 bis 90° ausgelaugt und nochmals gespült, bis das Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung ergibt. Man trocknet den Tiegel bei gelinder Wärme, läßt ihn im Trockengefäß erkalten und wägt 10 Min. nach der Abkühlung.

Die Berührung der inneren Tiegelwandung mit dem Finger ist streng zu vermeiden, da der Silberniederschlag sonst nicht fest haftet. Um etwaige Verunreinigungen organischer Natur zu zerstören, ist der Tiegel vor Ausführung des Versuches zu glühen. Er darf dabei aber keine Spur von Silber enthalten, da sich sonst eine leicht schmelzende Platin-Silberlegierung bildet. Auch darf zum Ausglühen nur die Spitze einer nicht leuchtenden Flamme benutzt werden, da der Tiegel sonst unter Bildung von Kohlenstoff-Platin brüchig wird.

Es sei m_1 und m_2 das Gewicht des Tiegels in mg vor und nach dem Versuch und t die Zeit in sek. Da 1 Amp. in 1 sek. 1,118 mg Silber niederschlägt, so ist

$$I = \frac{m_2 - m_1}{1,118 t} \text{ Amp.}$$

III. Magnetismus.

18. Magnetische Induktion.

Ein Magnet ist ein Stahlstab, der Eisen anzuziehen vermag. Eisenfeilspäne, in die man den Magneten taucht, bleiben besonders an den Enden des Stabes haften (Bild 29). Die Stellen der stärksten Kraft heißen

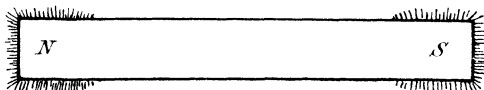


Bild 29. Eisenfeilspäne an den Magnetpolen.

die Pole und der Abstand der Pole die magnetische Achse. Bei langen, dünnen Magneten sind die Pole als punktförmig anzusehen.

Eine Magnetnadel stellt sich so ein, daß ihr eines Ende nach Norden zeigt. Man nennt dieses Ende den Nordpol, das andere den Südpol und bezeichnet willkürlich den Nordpol als positiv, den Südpol als negativ. Die Erfahrung zeigt, daß gleichnamige Pole sich abstoßen, ungleichnamige sich anziehen. Im geographischen Norden ist also ein physikalischer Südpol anzunehmen.

Die Polstärke m eines punktförmigen Poles ist die Kraft, die dieser Pol in der Einheit der Entfernung auf den Einheitspol ausübt. Die Entfernung wird in cm, die Kraft in Dyn gemessen. Der Einheitspol ist der punktförmige Pol, der auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Er wird 1 Weber genannt.

In der Technik hat man es nicht mit punktförmigen Polen, sondern mit magnetischen Feldern zu tun. Nach Faraday denken wir uns die Umgebung eines Magneten in einem besonderen Zustand, so daß sie gleichsam selbst magnetisiert ist. Den ganzen umgebenden Raum, so weit in ihm magnetische Wirkungen beobachtet werden, nennt man das magnetische Feld. Dieses macht sich durch seine Induktionswirkung und seine Kraftwirkung bemerkbar.

Die Induktionswirkung, die am wichtigsten ist, zeigt sich z. B. durch den Stromstoß, den wir erhalten, wenn wir eine Drahtwindung im magnetischen Feld um 180° drehen. Der Einfachheit wegen nehmen wir an, daß das Feld gleichförmig ist, oder wir setzen die Fläche der Windung so klein voraus, daß wir in der nächsten Umgebung mit einem gleichförmigen Feld rechnen können. Dann zeigt sich, daß der Stromstoß unter sonst gleichen Umständen mit der Fläche der Schleife wächst und bei einer bestimmten Anfangslage der Schleife am stärksten ist. Wir bringen nun eine Windung, welche eine ebene Fläche gleich der Flächeneinheit umfaßt, in die Stellung, in der wir bei einer Drehung um 180° den größten Stromstoß erhalten. Die Größe des Feldes, die wir durch diesen Stromstoß messen, heißt die magnetische Induktion oder die magnetische Dichte \mathfrak{B} . Als Einheit ist willkürlich die Induktion im Abstand 1 cm vom Einheitspol gewählt. Sie wird mit 1 Gauß bezeichnet.

Da wir zur Ermittlung der Induktion unsere Windung in eine bestimmte Anfangslage bringen mußten, so hat die Induktion, ähnlich wie eine Kraft, eine Richtung im Raum. Diese ist bei unserm Versuch gegeben durch die Senkrechte auf die Ebene unserer Windung in der Anfangslage. Wenn man also Induktionen, die von verschiedenen Polen

an einer Stelle des Feldes herrühren, zusammensetzen will, so muß man sie wie Kräfte geometrisch aneinander fügen.

Wie der Versuch ergibt, fällt die Richtung der Induktion, abgesehen von magnetischen Feldern in Kristallen und auch abgesehen vom Innern eines Dauermagneten, mit der Richtung der magnetischen Kraft zusammen. Wir können sie also dadurch zur Darstellung bringen, daß wir Eisenfeilspäne von oben auf eine Unterlage streuen, die wir dabei etwas erschüttern. Die Eisenfeilspäne werden beim Herunterfallen selbst magnetisch, ziehen sich gegenseitig an und ordnen sich in bestimmten

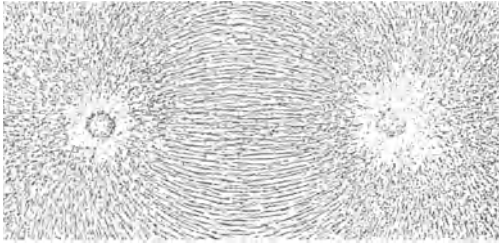


Bild 30. Eisenfeilspäne im Feld eines Hufeisenmagneten.

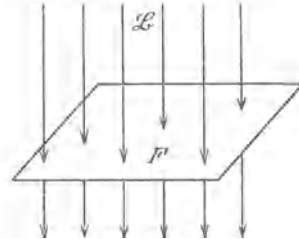


Bild 31. Fluß durch die Fläche.

Kurven an (Bild 30). Diese zeigen uns an jeder Stelle die Richtung der Kraft und damit auch der Induktion an. Wir erhalten diese Kurven auch, wenn wir ständig in Richtung der Induktion weiterschreiten. Man nennt solche Kurven, deren Tangenten an jeder Stelle die Richtung der Induktion angeben, Induktionslinien und betrachtet sie willkürlich als vom Nordpol austretend und in den Südpol einmündend. Sie geben nichts anderes an als die Richtung der Induktion. Indem man sie aber verschieden dicht zeichnet, kann man sie benutzen, um auch die ungefähre Größe der Induktion an den einzelnen Stellen des Feldes anschaulich zu machen.

Das Produkt aus einer Fläche und der dazu senkrechten Komponente der Induktion heißt der Induktionsfluß durch die Fläche. Er wird leider vielfach als Kraftfluß bezeichnet. Als Einheit dient der Fluß durch 1 cm^2 bei der zur Fläche senkrechten Induktion 1 Gauß . Diese Einheit heißt 1 Maxwell , sonst auch oft eine Kraftlinie.

Ist das Feld, wie in Bild 31, gleichförmig, so ist der Fluß durch eine zur Induktion \mathfrak{B} senkrechte Fläche von $F \text{ cm}^2$

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F \text{ Maxwell} \tag{1}$$

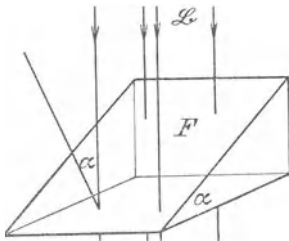


Bild 32. Fluß durch die Fläche F .

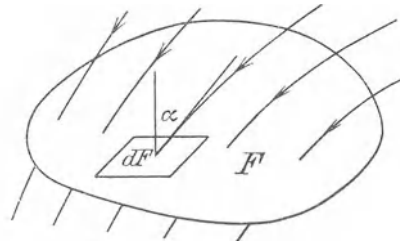


Bild 33. Fluß durch die Fläche F .

Die dem Anker gegenüberstehende Polfläche eines Stromerzeugers sei z. B. $F = 500 \text{ cm}^2$ und die zur Fläche senkrechte Induktion überall

$\mathfrak{B} = 10\,000$ Gauß. Dann ist der Induktionsfluß $\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = 10\,000 \cdot 500 = 5 \cdot 10^6$ Maxwell.

Bildet die gleichförmige Induktion \mathfrak{B} mit der Senkrechten auf der ebenen Fläche F den Winkel α , so ist die zur Fläche senkrechte Komponente gleich $\mathfrak{B} \cos \alpha$. (Bild 32.) Demnach ist der Fluß

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F \cdot \cos \alpha \text{ Maxwell.} \quad (2)$$

$F \cdot \cos \alpha$ ist die zur Induktion senkrechte Komponente der Fläche.

Es sei in einem ungleichförmigen Feld in Bild 33 dF ein Flächenteilchen einer krummen Fläche und α der Winkel, den die Induktion an dieser Stelle mit der Senkrechten auf der Fläche einschließt. Dann ist der Fluß durch die Fläche dF gleich $d\Phi = \mathfrak{B} \cdot dF \cdot \cos \alpha$, also der Gesamtfluß durch die Fläche

$$\Phi = \int \mathfrak{B} \cdot dF \cos \alpha \text{ Maxwell.} \quad (3)$$

Der durch das Produkt aus Induktion und Fläche bestimmte Fluß ist ein einfacher Zahlenwert und hat im Gegensatz zur Induktion keine Richtung im Raume. Wenn man also mehrere Flüsse einer Fläche zusammensetzen will, hat man ihre Zahlenwerte algebraisch zusammenzuzählen, gleichgültig, wie die Induktionen zur Fläche gerichtet sind.

Wir zerlegen nun das Feld in nebeneinander verlaufende Kanäle von beliebigem Querschnitt, derart, daß die Wandung an jeder Stelle gleiche Richtung mit der jeweiligen Induktion hat (Bild 33). Ein solcher Kanal heißt eine Induktionsröhre. Sie ist dadurch bestimmt, daß der Fluß durch jedes Flächenteilchen der Wandung Null ist.

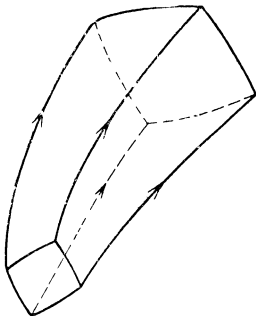


Bild 34. Induktionsröhre.

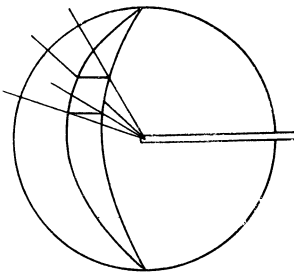


Bild 35. Induktionsröhre.

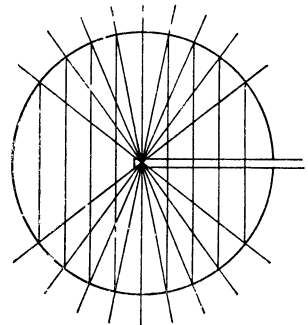


Bild 36. Röhren gleichen Flusses.

Quer durch eine solche Röhre legen wir eine beliebige Fläche. Dann ergibt der Versuch für alle Querschnitte einer Röhre denselben Induktionsfluß, und zwar auch dann, wenn die Röhre nacheinander verschiedene Mittel, wie z. B. Luft und Eisen durchdringt.

Eine Röhre, für deren Querschnitte dieser gleichbleibende Fluß gleich 1 Maxwell ist, bezeichnen wir als Einheitsröhre. Der Fluß durch eine Fläche kann also auch durch die Zahl der Einheitsröhren, welche die Fläche durchsetzen, gemessen werden. Vielfach bezeichnet man die Zahl der Einheitsröhren auch als die Kraftlinienzahl.

Da der Fluß durch jeden Querschnitt einer Röhre gleich groß ist, so kommen wir zu der Vorstellung eines sich innerhalb der Röhre fortsetzenden Flusses, der die Röhre erfüllt, nacheinander die einzelnen Teile einer Röhre durchdringt, sich verzweigt usw. Er geht vom

Nordpol aus, durchdringt das ganze Feld und mündet in den Südpol ein. Wir dürfen sogar annehmen, daß er sich auch dort noch fortsetzt, also im Innern eines Magneten vom Südpol zum Nordpol zurückkehrt, daß also die Induktionslinien geschlossene Kurven sind.

Im Gegensatz zum Zahlenwert $\int \mathfrak{B} \cdot dF$, der genauer als Flußstärke bezeichnet werden sollte, ist der den Raum durchdringende Fluß keine physikalische Größe, sondern nur eine Hilfsvorstellung, mit der man aber bequem und zuverlässig arbeitet. Allerdings handelt es sich im Gegensatz zum fließenden Wasser nicht um einen Bewegungsvorgang, sondern um einen Ruhezustand, zu dessen Aufrechterhaltung keine Arbeit nötig ist. Auch liegt es an sich noch nicht im Wesen eines Flusses, daß seine Stärke beim Durchgang durch verschiedene Mittel dieselbe bleibt, d. h. daß der Fluß quellenfrei ist. Hätten wir statt der Induktion die Feldstärke, die wir im nächsten Abschnitt kennen lernen werden, mit der Fläche vervielfacht, so hätten wir einen Fluß erhalten, der sich beim Übertritt in ein anderes Mittel ändert, also nicht quellenfrei ist. Die Quellenfreiheit muß also als eine besondere, durch den Versuch festgestellte Eigenschaft des Induktionsflusses bezeichnet werden.

Wir ermitteln nun das Feld eines punktförmigen Poles und zweier ungleichnamiger punktförmiger Pole. Wir legen dazu in Bild 35 um den Einheitspol als Mittelpunkt eine Kugelfläche vom Halbmesser 1 cm und grenzen auf ihr eine beliebig umrandete Fläche ab. Die Induktion auf dieser Fläche ist nach S. 28 gleich 1 Gauß. Ziehen wir dann die Randstrahlen, so erhalten wir eine Induktionsröhre, die im vorliegenden Fall Pyramidenform hat. Der Fluß, der diese Röhre erfüllt, setzt sich fort und durchdringt auf einer Kugelfläche vom Halbmesser r cm eine r^2 fache Fläche. Die Induktion auf dieser Fläche als der Fluß durch die Flächeneinheit ist also r^2 mal so klein wie auf der ersten Kugelfläche, ergibt sich also zu $1/r^2$ Gauß. Die Induktionen verhalten sich also umgekehrt wie die Quadrate der Abstände vom Pol.

Nun ist die Oberfläche der Kugel vom Halbmesser r cm gleich $4r^2\pi$ cm². Demnach ist der Fluß durch diese ganze Fläche $4r^2\pi \cdot 1/r^2 = 4\pi$ Maxwell. Dies ist auch der Fluß durch jede beliebige Fläche, die den Einheitspol abgesehen vom Innern des Magnetstabes vollständig umhüllt. 1 Maxwell ist dann bestimmt als der 4π te Teil des Flusses des Einheitspoles.

Wir zerlegen jetzt das Feld eines einzelnen Poles in Röhren gleichen Flusses, indem wir in Bild 36 die um den Pol als Mittelpunkt beschriebene Kugel durch gleichgerichtete Ebenen in Zonen von gleicher Dicke teilen. Da diese Zonen gleich große Mantelflächen besitzen, so geht durch jede Mantelfläche vom Mittelpunkt aus derselbe Fluß. Wenn wir also die in Bild 36 gezeichneten Strahlen ziehen und das ganze Bild um eine zu den Ebenen senkrechte Achse drehen, so beschreiben die Strahlen Kegelmäntel, welche die Wandungen der Röhren bilden.

Im Feld zweier punktförmiger Pole ist die Induktion an jeder Stelle die geometrische Summe aus den Induktionen, die von den einzelnen Polen herrühren. In Bild 37 verhalten sich z. B. die Entfernungen des Punktes P von zwei ungleichnamigen Polen wie 2:1. Die Induktionen PA und PB verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen, also wie 1:4. Sie ergeben dann die Summe PC , welche die Induktion im Punkte P nach Größe und Richtung darstellt.

Um dann wieder die Röhren gleichen Flusses zu ermitteln, schlagen wir zunächst, wie in Bild 36, um einen Pol als Mittelpunkt einen Kreis.

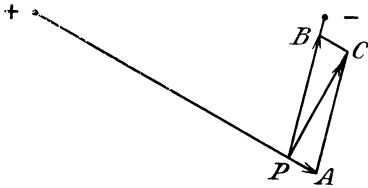


Bild 37. Induktion im Feld zweier gleicher ungleichnamiger Pole.

Wir teilen den Durchmesser, der in die Richtung des Polabstandes fällt, in so viele Teile, wie Röhren gleichen Flusses zu bilden sind. In Bild 38 ist die Anzahl der Teile gleich zehn. Der Durchmesser wird zweckmäßig so gewählt, daß der Polabstand ein ganzes Vielfaches der Teile des Durchmessers ist. Er ist in Bild 38 gleich drei solchen

Teilen. In den Teilpunkten des Durchmessers errichten wir Senkrechte und ziehen vom Mittelpunkt aus Strahlen nach den Punkten, in denen die Senkrechten den Kreis schneiden.

Ebenso verfahren wir bei dem andern Pol und verbinden die Punkte, in denen sich die Strahlen beider Pole schneiden, in der gezeichneten

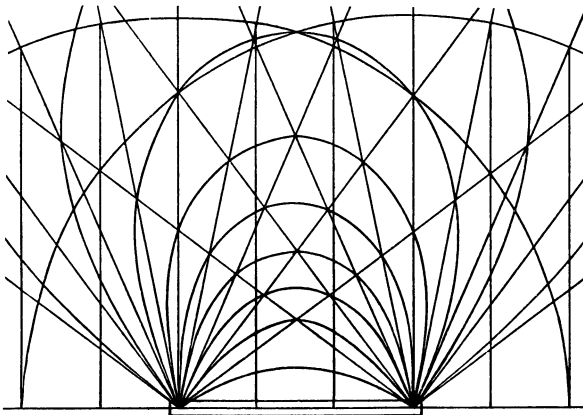


Bild 38. Induktionsröhren zweier gleicher ungleichnamiger Pole.

Weise durch krumme Linien. Dann drehen wir das Bild um die Verbindungslinie der Pole als Achse. Jeder Teil der krummen Linien, der zwischen zwei aufeinander folgenden Schnittpunkten der Strahlen liegt, beschreibt dann eine Mantelfläche, durch die von rechts ein positiver, von links ein gleich großer negativer Fluß hindurchtritt. Die

Summe des hindurchtretenden Flusses ist also Null, d. h. die Mantelflächen sind Wandungen von Induktionsröhren. Die krummen Linien selbst sind die Schnitte dieser Röhren mit der Papierebene und sind Induktionslinien. Da in kleiner Entfernung von einem Pol der Einfluß des zweiten Poles vernachlässigt werden kann, so gilt hier die Zeichnung nach Bild 36. Die krummen Linien gehen also in die Strahlen über und berühren diese in den Polen.

19. Magnetische Feldstärke.

Von der Induktionswirkung des magnetischen Feldes unterscheiden wir die Kraftwirkung. Wenn sich ein punktförmiger Pol, dessen zugehöriger ungleichnamiger Pol weit entfernt sein möge, im magnetischen Feld bewegt, so leistet das Feld eine Arbeit. Diese ist positiv da, wo sich der Pol in Richtung der Kraft des Feldes bewegt, und negativ da, wo die Bewegung entgegen dieser Kraft erfolgt. Die Gesamtarbeit ist im Feld eines Dauermagneten von dem Wege unabhängig und nur von der Lage der Endpunkte der Bewegung abhängig. Sie wird durch Abnahme der Energie des Feldes geliefert. Diese Energie wird in ihrem vollen Betrage wiedergewonnen, wenn der Pol durch äußere

Kräfte wieder nach der Anfangslage zurückgebracht wird. Der Vorgang entspricht dem Vorgang beim Fallen und Heben eines Gewichtes.

Die Arbeit, die vom Feld geleistet wird, wenn die positive Poleinheit von einem Punkt des magnetischen Feldes nach dem Unendlichen zu schaffen ist, heißt das Potential dieses Punktes. Punkte gleichen Potentials liegen auf einer sog. Niveaufläche. Sie ist dadurch gekennzeichnet, daß die Bewegung eines punktförmigen Poles auf ihr ohne Arbeitsleistung erfolgt, und jedes Teilchen der Fläche senkrecht auf der Krafrichtung steht.

Die Arbeit, die das Feld bei der Bewegung der Poleinheit zwischen zwei beliebigen Punkten leistet, ist der Potentialunterschied oder die magnetische Spannung zwischen beiden Punkten.

Wir teilen nun die Arbeit, die das Feld auf einem kleinen Wegteilchen genau in der Krafrichtung leistet, durch den Weg. Dadurch erhalten wir die magnetische Spannung für die Längeneinheit oder die Feldstärke. Sie wird mit \mathfrak{H} bezeichnet. Da das Verhältnis der Arbeit zum Weg gleich der Kraft ist, so kann die Feldstärke, d. h. die magnetische Spannung für die Längeneinheit, auch durch die Kraft auf die Poleinheit gemessen werden. Sie wird am einfachsten durch die Schwingungszahl einer kleinen Magnetnadel bestimmt, deren Polstärke und Polabstand bekannt sind.

Die Einheit der Feldstärke hat das Feld, das auf die Poleinheit die Kraft 1 Dyn ausübt. Die Feldstärke wird also in Dyn/Weber gemessen. Wenn ein Feld auf den Pol m die Kraft P Dyn ausübt, so ist die Feldstärke

$$\mathfrak{H} = P/m \text{ Dyn/Weber.} \quad (4)$$

Im Felde der Erde erfahre der Pol $m = 10$ Weber die Kraft $P = 2$ Dyn in wagerechter Richtung. Dann ist die wagerechte Komponente der Feldstärke $\mathfrak{H}_w = P/m = 2/10 = 0,2$ Dyn/Weber.

Aus der Feldstärke folgt umgekehrt die magnetische Spannung oder die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit. Sie ergibt sich zwischen zwei Punkten eines gleichförmigen Feldes, die nach Bild 39 um l cm in Richtung des Feldes voneinander entfernt sind, zu $\mathfrak{H} \cdot l$.

Ebenso ergibt sich die Spannung, zwischen zwei beliebigen Punkten eines ungleichförmigen Feldes zu $\int \mathfrak{H}_l dl$, wo \mathfrak{H}_l die Komponente der Feldstärke in Richtung der Bewegung ist und der Weg ganz beliebig ist.

Die Richtung der Feldstärke ist durch die der magnetischen Kraft gegeben, sie kann also durch die Einstellung einer in jeder Richtung frei drehbaren kleinen Magnetnadel oder nach Bild 30 durch Eisenfeilspäne festgestellt werden. Wie bereits auf S. 29 erwähnt wurde, ergibt der Versuch, daß Induktion und Feldstärke, abgesehen von magnetischen Feldern in Kristallen und im Innern eines Dauermagneten, gleichgerichtet sind. Die sog. Kraftlinien, die wir erhalten, wenn wir ständig in Richtung der Feldstärke oder der Kraft weiterschreiten, fallen also mit den Induktionslinien zusammen. Bei zwei gleichen, punktförmigen Polen erhalten wir z. B. für die Kurven der Feldstärke in Bild 40 dieselben Linien wie in Bild 38. Wir können daher die allgemeine Bezeichnung Feldlinien einführen.

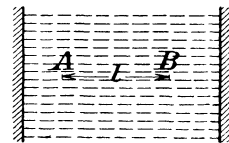


Bild 39. Gleichförmiges Feld.

Ebenso ergibt der Versuch, daß Feldstärke und Induktion in der Luft stets in demselben Verhältnis stehen. Nun herrscht nach der Festsetzung der Poleinheit auf S. 28 im Abstand 1 cm vom Einheitspol die Feldstärke 1 Dyn/Weber. Da die Induktion an dieser Stelle nach S. 28 willkürlich gleich 1 Gauß gesetzt wurde, so sind Induktion und Feldstärke in der Luft, wenn auch nicht begrifflich, so doch zahlenmäßig einander gleich.

Wir ermitteln nun die Feldstärke und das Potential im Feld eines punktförmigen Poles in der Luft und daraus das Potential im Feld zweier ungleichnamiger Pole. Im Abstand r cm vom Einheitspol war nach S. 31 die Induktion gleich $1/r^2$ Gauß, also ist dort auch die Feldstärke in der Luft gleich $1/r^2$. In der Entfernung r vom Pol m ist dann die Feldstärke $\mathfrak{H} = m/r^2$ Dyn/Weber. Das Potential in der Entfernung r cm vom Pol oder die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit von dieser Stelle nach dem Unendlichen ist dann

$$U = \int_r^{\infty} \mathfrak{H} \cdot dr = \int_r^{\infty} m \cdot dr/r^2 = m/r. \quad (5)$$

Bei zwei entgegengesetzt gleichen punktförmigen Polen ist das Potential an einer Stelle, die um r_1 cm von dem einen Pol und um r_2 cm von dem andern Pol entfernt ist: $U = m/r_1 - m/r_2$.

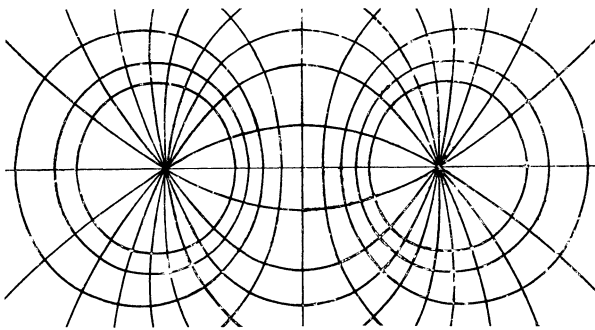


Bild 40. Feld- und Niveaulinien ungleichnamiger Pole.

Alle Punkte, für die U denselben Wert hat, liegen auf einer Niveaulfläche. Die Kurven, die in Bild 40 die beiden Pole umschließen, sind die Schnitte solcher Niveaulflächen mit der Papierebene. Sie sind so gezeichnet, daß der Potentialunterschied zwischen je zwei benachbarten Niveaulflächen derselbe ist.

In einem festen Mittel, also z. B. im Eisen, läßt sich das Feld mit Hilfe eines punktförmigen Poles oder einer Magnetnadel nicht untersuchen. Wir können jedoch auch in diesem Falle eine Feldstärke, die durch den Versuch bestimmt ist, einführen.

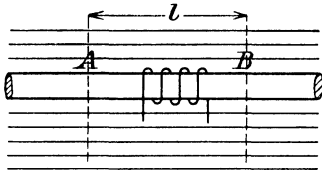


Bild 41. Eisenstab im Feld.

Wir legen z. B. einen Eisenstab in ein gleichförmiges Feld, so daß seine Längsrichtung in die Richtung der Feldlinien fällt (Bild 41). Wenn der Stab lang und das Feld ausgedehnt genug ist, ist das äußere Feld gegen die Mitte des Stabes auch nach dem Hineinbringen des Eisens gleichförmig. Wir legen dann zwei Niveaulflächen im Abstand l cm und bestimmen die Arbeit, die nötig ist, um die Poleinheit in der Luft unmittelbar an der Eisenoberfläche von der einen zur andern Niveaulfläche zu fähren. Wenn wir diese durch die Länge l teilen, erhalten wir die magnetische Spannung für die Längeneinheit.

Diese außen gemessene Feldstärke nennen wir dann die Feldstärke im Eisen. Dabei ist angenommen, daß die ebenen Niveauflächen sich durch das Eisen hindurch fortsetzen.

20. Die Magnetisierung des Eisens.

Der Versuch ergibt für Eisen ein anderes Verhältnis zwischen Feldstärke und Induktion als für die Luft. Außerdem ist dies Verhältnis nicht nur bei den einzelnen Arten des Eisens verschieden, sondern es ändert sich auch mit dem Betrage der Induktion. Zur Untersuchung ermitteln wir, wie in Bild 41, die Feldstärke im Eisen. Wir legen dann um das Eisen eine Spule und messen den Stromstoß, den wir erhalten, wenn wir das Feld im Eisen zum Verschwinden bringen. Aus diesem Stromstoß ergibt sich der Induktionsfluß und weiter durch Teilung mit dem Querschnitt des Eisenstabes die Induktion.

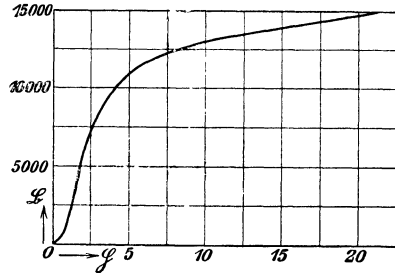


Bild 42. Magnetisierungskurve von Gußstahl.

Wir wiederholen den Versuch in einem Feld von anderer Stärke. Tragen wir dann die Feldstärke \mathfrak{H} wagerecht und die Induktion \mathfrak{B} senkrecht auf, so erhalten wir die Magnetisierungskurve des untersuchten Eisens (Bild 42). Im Anfang wächst die Induktion bei Steigerung der Feldstärke verhältnismäßig wenig, dann aber nimmt sie beim Anwachsen der Feldstärke außerordentlich zu. Schließlich wird jedoch die Kurve flacher, und man erhält für eine Zunahme der Feldstärke nur eine geringe Zunahme der Induktion. Man bezeichnet das Eisen dann als gesättigt, obwohl sich nicht angeben läßt, wo die Sättigung beginnt. Das Verhältnis der Induktion zur Feldstärke nennt man die Durchlässigkeit oder Permeabilität μ . Für die Luft ist $\mu = 1$. Allgemein ist

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} \tag{6}$$

Die Durchlässigkeit des Eisens ist nach Bild 42 von dem Grade der Magnetisierung abhängig. Wenn wir von dem allerersten Teil der Magnetisierungskurve absehen, ist die Durchlässigkeit für geringe Sättigung am größten und kann dabei einen Wert 4000 erreichen. Mit zunehmender Sättigung nimmt dann die Durchlässigkeit ab.

Weiter ist die Durchlässigkeit von der Art des Eisens abhängig. Sie ist gering beim Gußeisen, größer beim Schmiedeeisen und am größten beim weichen Gußstahl oder Flußstahl und bei dem für elektrische Maschinen und Transformatoren verwendeten Dynamoblech.

Daß das Eisen unter sonst gleichen Umständen um so stärker magnetisiert wird, je weicher es ist, beruht nach Weber darauf, daß der

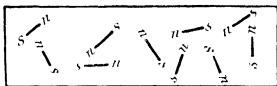
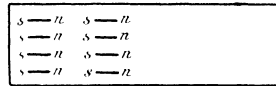


Bild 43. Eisen vor der Magnetisierung.



Bild 44. Eisen während der Magnetisierung.



Vorgang bei der Magnetisierung ähnlich ist wie beim Richten der Eisenfeilspäne. Die kleinsten Teile des Eisens sind von Natur magnetisch, liegen aber nach Bild 43 wirt durcheinander. Das Eisen ist dann nach

außen unmagnetisch. Bringen wir das Eisen dann nach Bild 44 in ein magnetisches Feld, so werden die kleinsten Teile gleichgerichtet, und zwar um so vollständiger, je weicher das Eisen ist. Das Eisen erscheint dann wegen des freien Magnetismus an den Endflächen magnetisch, während sich im Innern die Wirkungen der ungleichnamigen Pole der kleinsten Teile gegenseitig aufheben.

Diese Anschauung wird dadurch bestätigt, daß nach dem Entfernen aus dem magnetischen Feld Schmiedeeisen in geringem Maße, hartes Gußeisen in höherem Grade und gehärteter Gußstahl stark magnetisch bleibt. Die einmal gerichteten kleinsten Teile kehren dabei nicht vollständig in ihre ursprüngliche Lage zurück, und zwar verharren sie in ihrer Lage um so mehr, je härter das Eisen ist. Nun erklärt es sich auch, daß ein Stahlmagnet nach der Mitte der magnetischen Achse zu unmagnetisch erscheint, daß aber nach dem Durchbrechen an den Bruchflächen entgegengesetzte Pole beobachtet werden.

Eine weitere Bestätigung dieser Anschauung ist die Wärmeentwicklung beim Ummagnetisieren des Eisens. Die kleinsten Teile werden dabei um 180° gedreht. Die dadurch verursachte Reibung hat eine Wärmeentwicklung zur Folge, die durch einen Arbeitsaufwand gedeckt werden muß. Man bezeichnet diese Erscheinung als magnetische Reibung oder als Hysterese, d. h. als ein Zurückbleiben, wobei allerdings nicht an einen zeitlichen Unterschied zwischen der Feldstärke und der zugehörigen Induktion gedacht werden darf. Der durch Hysterese bedingte Aufwand an Leistung ist der Anzahl der Polwechsel in der Zeiteinheit und dem Rauminhalt des Eisens proportional. Er wächst außerdem mit der Stärke der Magnetisierung und der Härte des Eisens.

Wir wollen nun für den Fall, daß ein Raum von gleichbleibendem Querschnitt F cm² und der Länge l cm gleichförmig magnetisiert wird, eine dem Ohmschen Gesetz entsprechende Regel ableiten. Wir vervielfachen dazu beide Seiten der Gl. (6) mit F und erweitern rechts mit l . Um Übereinstimmung mit der entsprechenden Gleichung des Elektromagnetismus in Abschn. 27 zu erhalten, erweitern wir rechts noch willkürlich mit $0,4\pi$. Dadurch erhalten wir:

$$\mathfrak{B} \cdot F = \frac{\mathfrak{S} \cdot l}{0,4\pi} \cdot \frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot F}{l}.$$

Nun ist $\mathfrak{B} \cdot F$ der Fluß Φ und $\mathfrak{S}l/0,4\pi$ ist proportional der magnetischen Spannung zwischen den Enden. Ferner hat $0,4\pi\mu \cdot F/l$ eine ähnliche Form wie der elektrische Leitwert, der umgekehrte Wert des elektrischen Widerstandes. An die Stelle des spezifischen elektrischen Leitvermögens tritt dabei $0,4\pi\mu$. Wir können daher $0,4\pi \cdot \mu \cdot F/l$ als einen magnetischen Leitwert auffassen, den wir mit \mathcal{A} bezeichnen. Wir setzen also

$$\mathcal{A} = 0,4\pi \cdot \mu \cdot F/l \quad (7)$$

Dadurch erhalten wir das Ohmsche Gesetz für Magnetismus:

$$\Phi = \mathcal{A} \cdot \mathfrak{S} \cdot l/0,4\pi. \quad (8)$$

Gl. (6) ist dann das Ohmsche Gesetz für einen Raum vom Querschnitt 1 cm² und der Länge 1 cm, also für die Raumeinheit.

Beim Elektromagneten ist nach Abschn. 27 $\mathfrak{S}l/0,4\pi$ die Magnet-
erregung gemessen in Amperewindungen, die nötig ist, um den Fluß durch den betreffenden Raumteil zu treiben. Es sei z. B. die Induktion in den Polkernen eines Elektromotors $\mathfrak{B} = 15000$ Gauß, der Quer-

schnitt der Kerne gleich 500 cm^2 und die Länge beider Pole zusammen $l = 50 \text{ cm}$. Die Durchlässigkeit sei $\mu = 480$. Dann ist der Leitwert der Polkerne $\mathcal{A} = 0,4 \pi \cdot 480 \cdot 500/50 = 6000$. Der Fluß ist $\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = 15000 \cdot 500 = 7,5 \cdot 10^6$ Maxwell. Der Teil der Magnet-
 erregung, der allein für die Polkerne erforderlich ist, ist dann nach Gl. (8) $\mathfrak{H}/0,4\pi = \Phi/\mathcal{A} = 7,5 \cdot 10^6/6000 = 1250$ Amperewindungen. In Wirklichkeit läßt sich jedoch die Magnet-
 erregung ohne den Umweg über μ und \mathcal{A} berechnen (vgl. Abschn. 27).

Beim Ohmschen Gesetz für Magnetismus ist übrigens zu beachten, daß zur Aufrechterhaltung eines magnetischen Feldes im Gegensatz zum elektrischen Strom keine Arbeit erforderlich ist.

21. Übergang in ein anderes Mittel.

Wir bringen in Bild 45 einen Eisenkörper, der der Einfachheit wegen eine Kugel sei, in ein bisher gleichförmiges Feld. Der Versuch mit Eisenfeilspänen zeigt dann, daß das Feld in der umgebenden Luft ungleichförmig geworden ist. Bezeichnen wir die Endpunkte des mit dem ursprünglichen Feld gleichgerichteten Durchmessers kurz als die Pole, so ergibt der Versuch in der Luft die größte Feldstärke und damit die größte Induktion an den Polen, die kleinste dagegen am Äquator. Gleichzeitig sehen wir, daß sich die Röhren des Feldes nach dem Eisen zu verengern. Es ist, als ob sie infolge der großen Durchlässigkeit des Eisens in dieses hineingezogen werden.

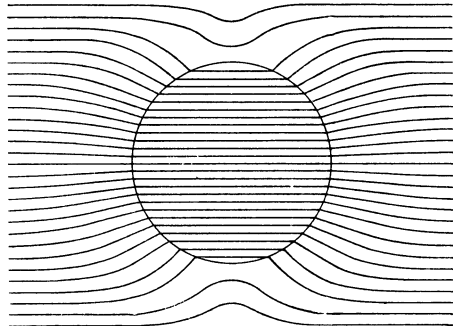


Bild 45. Eisenkugel im gleichförmigen Feld.

Das Eisen ist magnetisch geworden und zeigt an der Eintrittsstelle der Feldlinien einen Südpol, an der Austrittsstelle einen Nordpol. Im Innern ist das Feld gleichförmig und mit dem ursprünglichen Feld gleichgerichtet. Dabei ist die Feldstärke im Eisen, entsprechend dem Versuch in Bild 41, gleich der gegenüber dem ursprünglichen Feld stark verringerten Feldstärke in der Luft am Äquator. Andererseits ist infolge der Quellenfreiheit des Induktionsflusses die Induktion im Eisen gleich der gegenüber dem ursprünglichen Feld vergrößerten Induktion in der Luft an den Polen.

Die Induktion im Eisen ist jetzt zwar größer als die des ursprünglichen Feldes, aber doch nicht μ mal so groß. Sonst müßte das Feld der Erde, dessen wagerechte Komponente $0,2$ Gauß ist, in einem wagerecht in der Nord-Südrichtung liegenden Eisenstab von der Durchlässigkeit $\mu = 4000$ die verhältnismäßig große Induktion $\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} = 4000 \cdot 0,2 = 800$ Gauß erzeugen. In Wirklichkeit ist die Induktion viel geringer, weil nicht die Feldstärke des ursprünglichen Feldes, sondern die an den Seitenflächen einzusetzen ist. Ihr geringer Betrag erklärt sich daraus, daß das Eisen infolge seiner großen Durchlässigkeit einen sehr geringen magnetischen Widerstand, ja sogar fast einen Kurzschluß darstellt. Die magnetische Spannung für die Längeneinheit ist also sehr klein, ähnlich

wie bei Reihenschaltung mehrerer Verbrauchskörper die elektrische Spannung an einem Teile, der einen kleinen Widerstand besitzt, sehr gering ist.

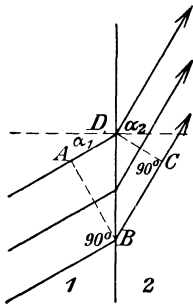


Bild 46. Brechung.

Wie Bild 45 zeigt, werden die Feldlinien im allgemeinen beim Übergang von dem einen Mittel zum anderen gebrochen. Sie treten z. B. in Bild 46 aus dem Mittel 1 in das Mittel 2. Die Flächen, die sie dabei senkrecht durchsetzen, verhalten sich dabei wie AB zu CD . Da der Induktionsfluß einer Röhre quellenfrei ist, so ist $\mathfrak{B}_1 \cdot AB = \mathfrak{B}_2 \cdot CD$. Sind nun α_1 und α_2 die Brechungswinkel, die die Feldlinien mit der Senkrechten auf der Grenzfläche bilden, so ist

$$AB = BD \cdot \cos \alpha_1 \quad CD = BD \cdot \cos \alpha_2.$$

Setzen wir diese Werte in die obige Gleichung ein, so erhalten wir $\mathfrak{B}_1 \cdot \cos \alpha_1 = \mathfrak{B}_2 \cdot \cos \alpha_2$. Die zur Grenzfläche senkrechten Komponenten der Induktionen sind also einander gleich.

Andererseits erhalten wir für die Arbeit, die aufzuwenden ist, um die Pol-einheit zwischen zwei Punkten der Grenzfläche zu bewegen, denselben Wert, gleichgültig ob wir ihn aus den Tangentialkomponenten der Feldstärken des einen oder des anderen Mittels berechnen. Die Tangentialkomponenten der Feldstärken sind also gleich, d. h. es wird $\mathfrak{H}_1 \cdot \sin \alpha_1 = \mathfrak{H}_2 \cdot \sin \alpha_2$.

Setzen wir $\mathfrak{B}_1/\mathfrak{H}_1 = \mu_1$ und $\mathfrak{B}_2/\mathfrak{H}_2 = \mu_2$, so erhalten wir aus den letzten beiden Gleichungen: $\operatorname{tg} \alpha_1 : \operatorname{tg} \alpha_2 = \mu_1 : \mu_2$. Die Tangenten der Brechungswinkel verhalten sich also wie die Durchlässigkeiten der Mittel. Da die Durchlässigkeit des Eisens sehr viel größer ist als die der Luft, so treten die Feldlinien stets fast senkrecht aus der Luft in die Eisenfläche ein. Die Eisenoberfläche ist also mit großer Annäherung eine Niveaulfläche.

22. Längszug und Querdruck im magnetischen Feld.

Wenn wir den Stromkreis eines Elektromagneten, dessen Anker gegenüber den Polen einen festen Abstand haben möge, öffnen, so beobachten wir eine starke Funkenbildung. Die Wärme, die dabei entwickelt wird, muß also als Energie vorhanden gewesen sein. Daraus, daß die Funkenbildung bei gegebener Induktion um so größer ist, je größer der Luftraum zwischen Anker und Polen ist, schließen wir, daß dieser Raum der hauptsächlichste Sitz der Energie ist. Alle Kraftwirkungen,

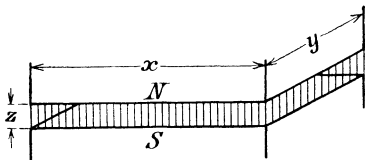


Bild 47. Feld zwischen ebenen Polflächen.

die im magnetischen Feld auftreten, beruhen dann darauf, daß die Energie sich in Arbeit umsetzt und auf diese Weise einen kleinsten Wert anzunehmen sucht.

Ist V der Raumteil in cm^3 , so ergibt sich — am einfachsten beim Elektromagneten in Abschnitt 30 —

unter Voraussetzung gleichförmiger Induktion und unveränderlicher Durchlässigkeit die Energie zu

$$W = \mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B} \cdot V / 8 \pi \text{ Erg.} \quad (9)$$

Der Raumteil sei nun nach Bild 47 ein gerades Prisma mit den Kantenlängen x , y und z zwischen ebenen, ungleichnamigen Polflächen eines Elektromagneten. Die Durchlässigkeit des Raumteiles sei allgemein μ .

Wir ziehen dann die Pole um die Strecke dz auseinander und vergrößern dadurch den Raumteil um $dV = x \cdot y \cdot dz$. Machen wir die nie vollständig zu verwirklichende Annahme, daß die Induktion und damit auch die Feldstärke sich nicht ändert, so wird die Zunahme der Energie: $dW = \mathfrak{S} \cdot \mathfrak{B} \cdot dV/8\pi = \mathfrak{S} \cdot \mathfrak{B} \cdot x \cdot y \cdot dz/8\pi$.

Da Wärme bei unserm Vorgang nicht entwickelt wird, so ist die Zunahme der Energie vollständig gleich der auf dem Wege dz von uns geleisteten Arbeit. Die Kraft, die wir aufgewendet haben, ergibt sich also, wenn wir die Zunahme der Energie durch den Weg dz teilen. Wenn $x \cdot y$ gleich der Fläche F gesetzt wird, die vom Flusse durchsetzt wird, so ist die Kraft:

$$P = \mathfrak{S} \cdot \mathfrak{B} \cdot F/8\pi \text{ Dyn.} \quad (10)$$

Dies ist der sog. Längszug der Feldlinien, durch den sie sich scheinbar einer Verlängerung widersetzen oder sich zu verkürzen suchen. Er bewirkt die gegenseitige Anziehung zwischen ungleichnamigen Polen oder zwischen Polen und Anker eines Hufeisenmagneten. Berücksichtigen wir, daß in der Luft $\mathfrak{B} = \mathfrak{S}$ ist und setzen wir 1 Dyn gleich $1/981\,000 \text{ kg}^*$, so wird die Zugkraft eines Magneten

$$P = \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi \cdot 981\,000} \cdot F = 4\mathfrak{B}^2 \cdot F \cdot 10^{-8} \text{ kg}^*. \quad (11)$$

Dabei ist auf den Einfluß der Ränder keine Rücksicht genommen. Bei einem Hufeisenmagneten ist F die doppelte Einzelfläche.

Wir betrachten nun wieder einen prismatischen Raumteil von der Höhe z und der zur Induktion senkrechten Fläche $x \cdot y$. Bei gleichbleibendem Fluß Φ vergrößere sich die Breite y um dy . Dieser Fall tritt z. B. ein, wenn ungleichnamige Pole sich abstoßen, wodurch sich der von einem gegebenen Fluß erfüllte Raum vergrößert. Wir setzen dann in Gl. (9) $\mathfrak{S} = \mathfrak{B}/\mu$, $\mathfrak{B} = \Phi/xy$ und $V = x \cdot y \cdot z$. Dadurch erhalten wir, indem wir nach y differenzieren:

$$W = \frac{\Phi^2 \cdot z}{x \cdot y \cdot 8\pi\mu} \quad \text{und} \quad dW = - \frac{\Phi^2 \cdot z}{x \cdot y^2 \cdot 8\pi\mu} \cdot dy.$$

Die Zunahme der Breite um dy hat also eine Abnahme der Energie zur Folge. Da Wärme bei einem solchen Vorgang nicht auftritt oder verschwindet, so hat das Feld längs des Weges dy eine Arbeit geleistet. Die sog. Querkraft, die es dabei ausübt, ergibt sich, wenn wir die Abnahme der Energie, d. h. die geleistete Arbeit, durch den Weg dy teilen, zu $\Phi^2 z : 8\pi\mu xy^2$. Setzen wir $\Phi/xy = \mathfrak{B}$ und $x \cdot z$ gleich der Fläche F , auf welche die Querkraft wirkt, so erhalten wir für die Querkraft ebenfalls Gl. (10).

Die Feldlinien üben also scheinbar senkrecht zu ihrer Richtung einen Querdruck aus, durch den sie den eingenommenen Raum zu vergrößern, d. h. ihre Dichte zu verringern suchen. Umgekehrt widersetzen sie sich einem Zusammendrängen auf größere Dichte. Dieser Querdruck ist die Ursache, warum ungleichnamige Pole sich abstoßen.

In Wirklichkeit sind Längszug und Querdruck nur fiktive Spannungen, die sich einzeln nicht messen lassen. Was gemessen wird, ist ihre Gesamtwirkung. Diese sucht einen Gleichgewichtszustand des magnetischen Feldes herzustellen, in welchem sich Längszug und Querdruck gegenseitig die Wage halten.

Zusammenfassend ergibt sich aus Gl. (9) und (10): Die Energie für die Raumeinheit sowie der Längszug und der Querdruck auf die Flächeneinheit sind bei unveränderlicher Durchlässigkeit sämtlich gleich $\xi \cdot \mathfrak{B}/8\pi$.

IV. Elektromagnetismus.

23. Das Induktionsgesetz.

In Bild 48 sei für eine Spule willkürlich eine bestimmte Umlaufrichtung durch den Rundpfeil festgelegt. Wir setzen dann auf die Fläche der Windung die Spitze eines Korkziehers und drehen den Handgriff im Sinne der Umlaufrichtung. Die Richtung, nach der sich die Schraube bewegt, bezeichnen wir dann als positive Spulenchse. Sie ergibt sich bei dem Umlaufsinn in Bild 48 als von rechts nach links gerichtet, gleichgültig, ob wir den Korkzieher von rechts oder von links her auf die Fläche der Windung setzen. Umlaufrichtung und Spulenchse sind auf diese Weise fest verbunden. Spannungen und Ströme in Richtung des Umlaufsinnes, sowie Flüsse im Sinne der Spulenchse, werden dann als positiv gerechnet. Nach S. 44 ist die Korkzieherregel gleichbedeutend damit, daß wir von einem positiven Strom auch einen positiven Fluß erzeugt sein lassen.

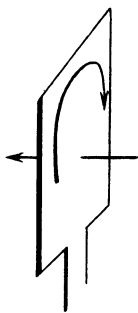


Bild 48. Umlauf und Spulenchse.

Nach Faraday wird nun in einer Spule eine elektromotorische Kraft induziert oder eine Spannung erzeugt, sobald und solange sich der von den Windungen umfaßte Induktionsfluß ändert. Sie ist so gerichtet, daß ein von ihr erzeugter Strom einer Änderung des Flusses entgegenwirkt. Bei einer positiven Zunahme des Flusses wird also eine negative Spannung erzeugt.

Die erzeugte Spannung ist der Änderungsgeschwindigkeit des Flusses proportional. Die Spannung, die erzeugt wird, wenn der umfaßte Fluß sich um 1 Maxwell in 1 sek ändert, heißt die absolute Einheit der Spannung. 10^8 absolute Einheiten der Spannung sind unter der Bezeichnung 1 Volt zusammengefaßt.

Der von w Windungen in Reihe umfaßte Fluß Φ ändere sich nun in der Zeit dt sek um den Betrag $d\Phi$ Maxwell. Nach unserer Regel über das Vorzeichen ist dann der Zeitwert der Spannung

$$e = -10^{-8} \cdot w \cdot d\Phi/dt \text{ Volt.} \quad (1)$$

Die Spannung kann dadurch erzeugt werden, daß sich der von einer stillstehenden Spule umfaßte Fluß, wie bei Transformatoren, zeitlich ändert. Sie kann aber auch dadurch zustande kommen, daß eine Windung oder eine Spule, wie in elektrischen Maschinen, ihre Lage in einem Magnetfeld ändert. In Bild 49–51 wird z. B. eine Schleife an einem hinter der Papier-

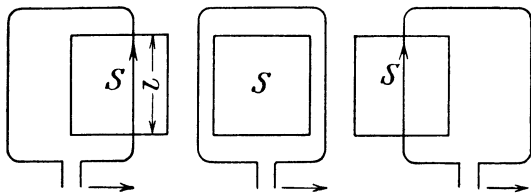


Bild 49.

Bild 50.

Bild 51.

Bewegung einer Schleife im magnetischen Feld.

ebene liegenden Südpol vorbeibewegt. Der Fluß dringt dabei von vorn nach hinten durch die Windungsfläche. Entsprechend der Regel über die magnetische Wirkung des Stromes auf S. 44 ergibt sich dann: Sehen wir auf die Fläche der Windung in dem Sinne, in dem sie vom Fluß durchsetzt wird, so wirkt die erzeugte Spannung bei Zunahme des Flusses im positiven Umlaufsinn der Mathematik, d. h. entgegen dem Uhrzeiger. Dies ist z. B. in Bild 49 der Fall. In Bild 50 hat der umfaßte Fluß seinen größten Wert und ändert sich überhaupt nicht. Die erzeugte Spannung ist daher Null. Endlich ergibt sich in Bild 51 infolge der Abnahme des umfaßten Flusses eine Spannung, die im Sinne des Uhrzeigers wirkt. Die Spannung hat daher in dem durch Bild 50 dargestellten Zeitpunkt ihre Richtung gewechselt.

Die Schleife, durch deren Bewegung im magnetischen Feld die Spannung erzeugt wird, hat in der Regel zwei gerade Leiter, die senkrecht zu den Feldlinien liegen und bei der Bewegung durch diese hindurchschneiden. Es sei dann in Bild 49 die Länge des Teiles, der vor dem Pol liegt, gleich l cm und die Geschwindigkeit gleich v cm/sek. Die Induktion \mathfrak{B} sei auf der Länge l überall dieselbe. Die Richtung der Bewegung stehe senkrecht zur Leiterlänge und zur Induktion. Legt der Leiter in der Zeit dt sek den Weg ds cm zurück, so ist die von ihm beschriebene Fläche gleich $l \cdot ds$ und die Zunahme des umfaßten Flusses $d\Phi = \mathfrak{B} \cdot l \cdot ds$. Wenn wir der Einfachheit wegen auf die Richtung keine Rücksicht nehmen, so ergibt sich die Spannung zu

$$e = 10^{-8} \cdot d\Phi/dt = 10^{-8} \cdot \mathfrak{B} \cdot l \cdot ds/dt = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (2)$$

Da die Änderung des umfaßten Flusses gleich der Zahl der vom Leiter geschnittenen Einheitsröhren ist, so können wir nach Faraday die Spannung auch durch das Schneiden der Feldröhren erzeugt sein lassen. Sie ist dann in ihrer Größe durch die Anzahl der in der Zeiteinheit geschnittenen Einheitsröhren gegeben. 10^{-8} Volt werden nach Gl. (2) erzeugt, wenn ein Leiter von der Länge 1 cm mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek. durch ein Feld von der Induktion 1 Gauß senkrecht hindurchschneidet. Es sei z. B. bei einer mehrpoligen Maschine die senkrecht durch das Feld bewegte Länge eines Leiters $l = 30$ cm, die in Reihe geschaltete Leiterzahl vor allen Polen zusammen gleich 400, die Geschwindigkeit gleich 2000 cm/sek und die Induktion gleich 7000 Gauß. Dann wird die erzeugte Spannung nach Gl. (2):

$$e = 7000 \cdot 30 \cdot 400 \cdot 2000 \cdot 10^{-8} = 1680 \text{ Volt.}$$

Steht die Leiterlänge nicht senkrecht zur Richtung des Feldes oder ist die Bewegungsrichtung nicht senkrecht zum Leiter und zum Feld, so sind für l oder v die senkrechten Komponenten einzuführen.

Die Richtung der erzeugten Spannung ergibt sich wie früher, kann jedoch nach der Faradayschen Schwimmerregel bestimmt werden. Schwimmt man in der positiven Richtung der Feldlinien und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, so wirkt die erzeugte Spannung nach rechts. In Bild 49–51 schwimmen wir z. B. von vorn nach hinten mit dem Gesicht nach rechts. Dann wirkt die Spannung nach unserem ausgestreckten rechten Arm, also von unten nach oben.

In Bild 52, wo der Leiter feststeht und der Pol nach rechts bewegt wird, ist die relative Bewegung

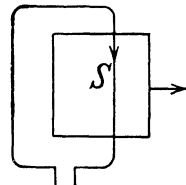


Bild 52. Feld, den Leiter schneidend.

des Leiters gegenüber dem Pol nach links gerichtet. Die Schwimmerregel ergibt dann eine Spannung, die von oben nach unten wirkt. Auch hier hätten wir die Richtung der Spannung aus der Zu- oder Abnahme des umfaßten Flusses bestimmen können.

Ob indessen die Spannung tatsächlich in dem Teile des Leiters erzeugt wird, der im Feld liegt, ist mehr als zweifelhaft. Der Messung zugänglich ist immer nur die Spannung, die in einem geschlossenen Kreise durch die Änderung des umfaßten Flusses erzeugt wird. Selbst wenn wir die Klemmen einer elektrischen Maschine, wie es bei Leerlauf der Fall ist, offen lassen, messen wir nicht die Spannung in einem ungeschlossenen Kreis, da wir ja den Kreis durch den Spannungszeiger schließen. Dies ist auch dann der Fall, wenn wir ein elektrostatisches Meßgerät verwenden, da die Spannung auch in diesem durch die Isolation hindurch wirksam ist (vgl. Abschn. 34).

Wir werden daher sicher gehen, wenn wir immer nur von der erzeugten Spannung in einem geschlossenen Kreise sprechen. Dabei ist es nicht nötig, daß der Kreis aus Leitern besteht, sondern er kann auch teilweise oder sogar vollständig aus Nichtleitern bestehen. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse, daß in jeder geschlossenen Kurve, gleichgültig ob sie in einem Leiter oder Nichtleiter verläuft, die elektrische Gesamtspannung gleich der Änderungsgeschwindigkeit des umfaßten magnetischen Flusses ist.

Ist nun i der Zeitwert des Stromes, so ist die in der Zeit dt von der Spule gelieferte elektrische Arbeit nach Gl. (1)

$$dA = e \cdot i \cdot dt = -i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule.} \quad (3)$$

Wenn i und $d\Phi$ gleiches Vorzeichen haben, ist die Arbeit negativ, d. h. der Spule wird elektrische Arbeit von außen zugeführt.

24. Das Durchflutungsgesetz.

In Bild 53 liege die positive Poleinheit, die sich am Ende eines langen, dünnen Stabmagneten befindet, im Feld einer vom Strom durchflossenen Spule von w Windungen. Das Kreuz im Leiterquerschnitt stellt den Schaft eines Pfeiles dar und deutet einen Strom an, der von vorn nach hinten fließt. Ebenso stellt der Punkt die Spitze eines Strompfeiles dar und deutet einen Strom an, der von hinten nach vorn fließt. Von

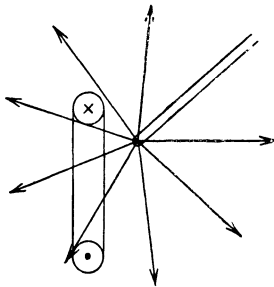


Bild 53.

Schleife vor und nach der Bewegung der Poleinheit auf einer den Leiter umschließenden Bahn.

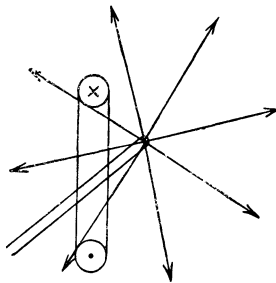


Bild 54.

dem Fluß 4π , den die Poleinheit gleichmäßig in den Raum sendet, umfasse die Spule den Teil Φ .

Wir bewegen dann die Poleinheit außen herum auf irgendeiner Bahn und führen sie durch die Fläche der Windungen von links nach rechts wieder an die ursprüngliche Stelle (Bild 54). Da sich während

dieser Bewegung der von der Schleife umfaßte Fluß ändert, so wird eine Spannung erzeugt. Trotzdem wollen wir annehmen, daß der Strom in den Windungen während des Vorganges einen festen Wert I Amp. hat. Dies können wir verwirklichen, wenn wir den Pol jeweilig mit einer solchen Geschwindigkeit bewegen, daß die erzeugte Spannung zeitlich immer denselben Wert hat. Den Strom können wir dann entweder von der erzeugten Spannung allein oder von dieser in Verbindung mit einer aufgedrückten Klemmenspannung erzeugt denken. Wir können aber die obige Annahme auch dadurch verwirklichen, daß wir viel Widerstand vor unsere Spule schalten und die Spannung, mit der wir die Spule einschließlich des Widerstandes speisen, groß wählen. Dann hat die Bewegung des Poles keinen merkbaren Einfluß auf die Stromstärke.

Nun verschwindet bei der Bewegung zunächst der Fluß Φ aus der Schleife und nachher tritt der Fluß $4\pi - \Phi$ von der anderen Seite durch die Schleife hindurch. Die bei der Bewegung erzeugte elektrische Arbeit ist dann nach Gl. (3):

$$-\int_{\phi}^{-(4\pi - \phi)} I \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} = 4\pi \cdot I \cdot w \cdot 10^{-8} \text{ Joule/Weber.}$$

Während der Bewegung haben wir die vom Strom auf den Pol ausgeübte Kraft zu überwinden. Ist \mathfrak{H}_l die Komponente der jeweiligen Kraft in Richtung der Bewegung und dl ein Teilchen des Weges, so ist die gesamte Arbeit $\int \mathfrak{H}_l dl$ Erg, wobei die Summe über eine die Stromleiter umschließende Bahn zu nehmen ist. Berücksichtigen wir, daß 10^{-7} Joule gleich 1 Erg ist, so erhalten wir durch Gleichsetzung der aufgewendeten und erzeugten Arbeit

$$\int \mathfrak{H}_l \cdot dl = 0,4\pi \cdot I \cdot w \text{ Erg/Weber.} \quad (4)$$

Man bezeichnet $\int \mathfrak{H}_l dl$ als das Linienintegral der magnetischen Feldstärke und $I \cdot w$, d. h. die umschlossenen Ströme als die Durchflutung. Das Linienintegral der magnetischen Feldstärke in Erg/Weber ist also gleich dem $0,4\pi$ fachen der Durchflutung in Ampere. Dabei ist es gleichgültig, welche Lage die von der geschlossenen Bahn umgebenen Stromleiter zueinander haben und von welchen Strömen sie einzeln durchflossen werden.

Die Bewegung eines Poles ist also im Feld eines Stromes etwas ganz anderes als im Feld eines Dauermagneten. Durch Bewegung im Feld des Dauermagneten wird unter Aufwand mechanischer Arbeit Energie aufgespeichert oder das Feld leistet unter Verringerung der Energie Arbeit. Im Feld eines Stromes wird dagegen bei Bewegung des Poles mechanische Arbeit in elektrische Arbeit umgesetzt, oder, wie beim Elektromotor, elektrische Arbeit in mechanische Arbeit verwandelt.

Im Feld eines Dauermagneten ist ferner die Arbeit unabhängig vom Weg, während sie im Feld des elektrischen Stromes davon abhängig ist, ob und wie oft die Fläche der Windungen durchschritten wird. Beim Zusammenfallen des Anfangs- und Endpunktes ist die Arbeit nur dann, wie beim Dauermagneten, gleich Null, wenn die Fläche der Windungen nicht durchschritten wird, wenn also die Durchflutung innerhalb der geschlossenen Bahn gleich Null ist. Dagegen ist die Arbeit gleich $0,4\pi \cdot I \cdot w$, wenn die Bahn der Bewegung die Stromleiter $I \cdot w$ umschließt. Allgemein ist sie gleich dem $0,4\pi$ fachen der Durchflutung innerhalb einer geschlossenen Bahn.

Da weiter $\int \mathfrak{H} \cdot dl$ nach S. 33 die magnetische Spannung längs der geschlossenen Bahn ist, so wird uns die magnetische Spannung im elektromagnetischen Feld viel greifbarer als im Feld eines Dauermagneten. Die magnetische Spannung längs einer geschlossenen Bahn ist das $0,4\pi$ fache der umschlossenen Ströme in Ampere, sie wird also gleichsam von diesen Strömen geschaffen.

25. Gerade Stromleiter in der Luft.

Wir betrachten einen geraden Stromleiter von sehr großer Länge. Die anderen Teile des Stromkreises seien so weit entfernt, daß ihr Einfluß vernachlässigt werden kann. Das umgebende Mittel sei gleichförmig, also z. B. Luft. Wir bewegen dann eine kleine Magnetnadel in Richtung

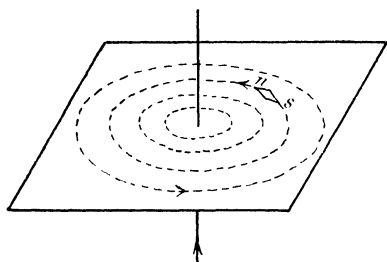


Bild 55. Feld eines geraden Stromleiters.

ihrer magnetischen Achse weiter oder streuen Eisenfeilspäne auf eine Ebene, die der Stromleiter senkrecht durchdringt (Bild 55). Die Feldlinien des geraden Stromleiters ergeben sich dann als Kreise, deren Ebenen vom Stromleiter im Mittelpunkt senkrecht durchsetzt werden. Ein frei beweglicher Nordpol, dessen zugehöriger Südpol weit entfernt ist, umkreist den Stromleiter in Richtung der Feldlinien. Diese

Richtung, die senkrecht auf einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene steht, ergibt sich aus der Ampereschen Schwimmerregel: Schwimmt man in der Richtung des Stromes und sieht nach der Magnetnadel, so erscheint der Nordpol nach links abgelenkt.

Wir ermitteln nun unter den obigen Bedingungen die Feldstärke \mathfrak{H} im Abstände r cm von der Achse eines unendlich langen Leiters von kreisförmigem Querschnitt und führen dazu die Poleinheit auf einem Kreise vom Halbmesser r cm rund um den Leiter. Da die Feldstärke \mathfrak{H} längs des ganzen Weges $2r\pi$ dieselbe ist, so ist die geleistete Arbeit gleich $\mathfrak{H} \cdot 2r\pi$. Dann ist nach Gl. (4) $\mathfrak{H} \cdot 2r\pi = 0,4\pi I$ oder

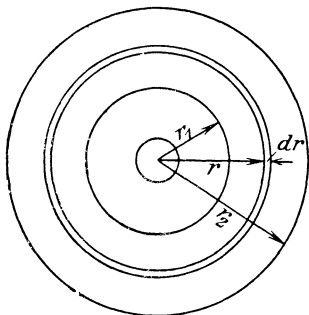


Bild 56. Gerader Leiter.

$$\mathfrak{H} = 0,2I/r. \quad (5)$$

Wir zerlegen nun das Feld in magnetische Röhren, d. h. in Hohlzylinder, deren Achse mit der Leiterachse zusammenfällt und in Bild 56 senkrecht zur Papierebene steht. Es sei r_1 der innere und r_2 der äußere

Halbmesser einer Röhre in cm und l die Länge des Leiters in cm. Da in der Luft die Feldstärke \mathfrak{H} gleich der Induktion \mathfrak{B} ist, so ist der Fluß durch die unendlich schmale Fläche $l \cdot dr$ gleich $\mathfrak{H} \cdot l \cdot dr$. Summieren wir zwischen r_1 und r_2 , so wird der Fluß einer Röhre nach Gl. (5):

$$\Phi = \int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{H} \cdot l \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} 0,2 \cdot I \cdot l \cdot dr/r = 0,2 I \cdot l \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (6)$$

Die Flüsse der einzelnen Röhren sind also gleich groß, wenn je zwei aufeinander folgende Halbmesser in demselben Verhältnis stehen.

Wir wenden uns nun zu der Kraft, die ein gerader Stromleiter im gleichförmigen Feld erfährt. Falls das Feld feststeht und der Stromleiter beweglich ist, gilt die Regel: Wir schwimmen mit dem Strom und sehen nach dem Nordpol, von wo die Feldlinien ausgehen. Dann erfährt der Nordpol eine Kraft nach links, der Leiter selbst eine solche nach rechts. Schwimmen wir z. B. in Bild 57 von unten nach oben und sehen nach dem Nordpol hinter der Papierebene, so bewegt sich der Leiter nach rechts. Ebenso schwimmen wir in Bild 58 von links nach rechts und sehen nach dem Nordpol vor der Papierebene. Dann bewegt sich der Stromleiter nach unserer rechten Hand, also nach oben.

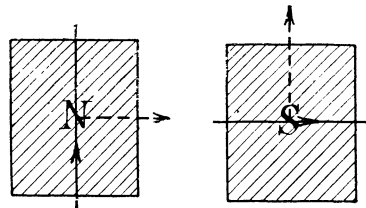


Bild 57. Kraft zwischen Feld und Stromleiter
Bild 58.

Die Kraft, die ein gerader Stromleiter in einem gleichförmigen Feld erfährt, wird in großem Maßstabe in Elektromotoren, daneben auch in Meßgeräten nutzbar gemacht. Um uns das Wesen des Vorganges deutlich zu machen, betrachten wir in Bild 59 in einem gleichförmigen, von links nach rechts gerichteten Feld einen geraden Stromleiter, der die Papierebene senkrecht durchsetzt und von vorn nach hinten durchflossen wird. Wir zerlegen dann das äußere Feld durch gleichgerichtete Ebenen von gleichem Abstand in plattenförmige Röhren von gleichem Fluß. Ebenso zerlegen wir das vom Stromleiter erzeugte Feld in Röhren, die aus Hohlzylindern bestehen und sämtlich denselben Fluß führen mögen wie die plattenförmigen Röhren des ursprünglichen Feldes. Die Durchmesser je zweier aufeinander folgender Zylinderflächen stehen dabei nach Gl. (6) in demselben Verhältnis. Die gleichgerichteten Geraden und die Kreise in Bild 59 sind die Schnitte der Papierebene mit den Röhrenwänden. Wir verbinden dann die Schnittpunkte der Geraden und der Kreise in der gezeichneten Weise durch Kurven und führen diese in der Längsrichtung des Leiters, also senkrecht zur Papierebene, entlang. Ein zwischen zwei Schnittpunkten liegender Kurventeil beschreibt dann eine Fläche, durch die von der einen Seite ein Fluß des ursprünglichen Feldes und von der andern Seite ein gleich großer Fluß des vom Strom erzeugten Feldes hindurchtritt.

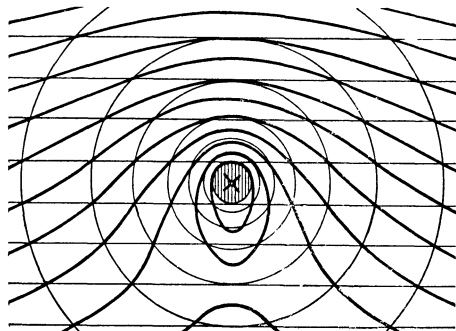


Bild 59. Feld und Stromleiter.

Da also die Summe des Flusses, der durch jedes Flächenstück hindurchgeht, gleich Null ist, so sind die Flächen die Wandungen der Röhren für das gesamte Feld, das sich aus dem ursprünglichen und dem vom Strome geschaffenen Feld ergibt. Die Kurven sind dann die Feldlinien des Gesamtfeldes, und der Längszug dieser Linien, die sich zu verkürzen suchen, sowie der Querdruck oberhalb des Leiters ergeben eine Kraft, die den Stromleiter nach unten bewegt.

Die Kraft, die ein Feld und ein Stromleiter auf diese Weise aufeinander ausüben, ist die Ursache, weshalb zur Drehung einer stromerzeugenden Maschine eine Arbeit geleistet werden muß. Der durch Bewegung erzeugte Strom widersetzt sich der Bewegung (Lenz'sches Gesetz). Die Antriebsmaschine muß dabei eine gleich große Kraft aufwenden, um die Gegenkraft zu überwinden.

Wir können jetzt die Kraft zwischen einem Leiter von der Länge l cm, der den Strom I Amp. führt, im Felde von der Induktion \mathfrak{B} Gauß berechnen. Wurde der Leiter in Bild 49 in dt Sek. um ds cm senkrecht zu seiner Richtung und zur Richtung der Induktion bewegt, so war die Spannung nach Gl. (2): $e = 10^{-8} \mathfrak{B} \cdot l \cdot ds/dt$ Volt. Die Arbeit in der Zeit dt ist dann: $dA = e \cdot I \cdot dt = 10^{-8} \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot ds$ Joule. Dazu ist eine gleich große mechanische Arbeit erforderlich. Teilen wir diese durch den Weg ds , so erhalten wir die Kraft in Joule/cm. Nun ist 1 Joule/cm gleich 10^7 Erg/cm = 10^7 Dyn. Demnach ist die Kraft zwischen einem Feld und einem zu den Feldlinien senkrecht liegenden Stromleiter:

$$P = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-8} \text{ Joule/cm} = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-1} \text{ Dyn.} \quad (7)$$

Unsere Anordnung stellte bisher einen Stromerzeuger dar, in welchem der Strom durch die erzeugte Spannung geschaffen wird und mit ihr gleiche Richtung hat. Unsere Gleichung gilt aber auch für den Fall, daß wir den Strom von außen durch eine aufgedrückte Klemmenspannung erzeugen. Anstatt dann den Stromleiter entgegen der vom Feld und Strom aufeinander ausgeübten Kraft zu bewegen, überlassen wir ihn sich selbst. Unsere Anordnung wird dabei zum Motor, und der Stromleiter bewegt sich bei derselben Richtung des Feldes und des Stromes entgegengesetzt wie früher. Die Richtung der erzeugten Spannung wird dadurch

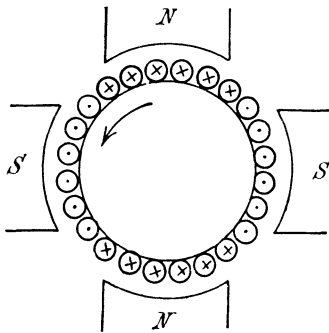


Bild 60. Elektromotor.

ebenfalls entgegengesetzt, so daß sie dem Strome entgegenwirkt und dieser durch den Unterschied der aufgedrückten Klemmenspannung und der erzeugten Gegenspannung zustande kommt. Der Teil der Klemmenspannung, der zur Überwindung der erzeugten Gegenspannung verbraucht wird, ergibt dann mit dem Strome den Anteil der zugeführten elektrischen Leistung, der sich in mechanische Leistung umsetzt.

Bei der wirklichen Ausführung liegen die Stromleiter nach Bild 60 auf dem Umfang einer Eisentrommel. Sie sind so geschaltet, daß die vor den verschiedenen Polen

auftretenden Kräfte in gleichem Sinne wirken. l ist dann in Gl. (7) die gesamte vor den Polen liegende Drahtlänge.

Es sei z. B. die Induktion vor den Polen $\mathfrak{B} = 7000$ Gauß, die Stromstärke eines Leiters $I = 14$ Amp., die Leiterzahl $z = 944$, die Länge des Ankers $b = 24$ cm, der Durchmesser des Ankers $d = 40$ cm, das Verhältnis des Polbogens zur Polteilung $2/3$. Die vor den Polen liegende Leiterlänge ergibt sich dann zu $l = z \cdot b \cdot 2/3 = 15000$ cm. Demnach ist die Zugkraft nach Gl. (7) $P = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-1} = 1,47 \cdot 10^8$ Dyn.

Wenn wir durch 981000 teilen, erhalten wir die Zugkraft in kg*. Bei einem Halbmesser $d/200$ m wird dann das Drehmoment in mkg:

$$D = \frac{P}{981000} \cdot \frac{d}{200} = 30 \text{ mkg.}$$

Wir lassen nun zwei gerade Stromleiter von kreisförmigem Querschnitt im gleichförmigen Mittel in Bild 61 von gleichgerichteten Strömen durchflossen sein. Wir schlagen dann Kreise, derart, daß der Mittelpunkt mit dem des Leiterquerschnittes zusammenfällt und je zwei aufeinander folgende Halbmesser nach Gl. (6) in demselben Verhältnis stehen. Die Schnittpunkte der Kreise verbinden wir in der dargestellten Weise durch Kurven und verschieben diese in Richtung der Leiterlänge. Dann beschreiben die zwischen je zwei Schnittpunkten liegenden Kurvenstücke Flächen, durch die nach S. 44 von der einen Seite ein von dem einen Leiter herrührender Fluß und von der andern Seite ein gleich großer, vom andern Leiter herrührender Fluß tritt. Die Flächen sind also die Wandungen von Feldröhren, und die gezeichneten Kurven sind Feldlinien. Diese umschließen beide Leiter gemeinsam. Dies folgt auch daraus, daß die magnetischen Wirkungen beider Ströme sich außen unterstützen und zwischen den Leitern mehr oder weniger aufheben. Der Längszug der Feldlinien außen sucht nun die Leiter zu nähern. Dies ist der Grund, warum Leiter mit gleichgerichteten Strömen sich anziehen.

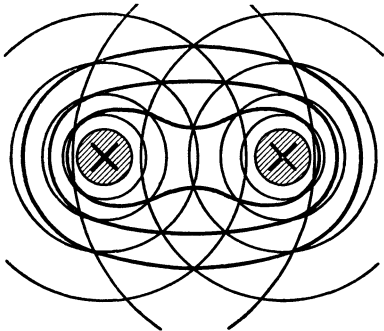


Bild 61. Gleichgerichtete Ströme.

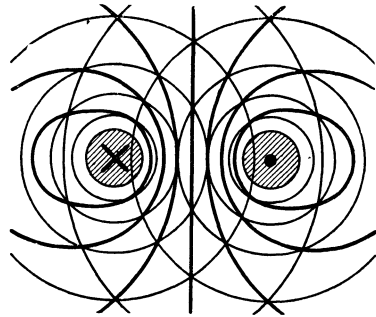


Bild 62. Entgegengesetzt gerichtete Ströme.

Wenn die Ströme der beiden Stromleiter entgegengesetzt gerichtet sind, so haben wir die Schnittpunkte zweier Kreise wie in Bild 62 zu verbinden und wieder die Kurven in Richtung der Leiterlänge zu führen. Die Kurvenstücke, die zwischen zwei Schnittpunkten liegen, beschreiben dann Flächen, durch die wieder gleich große Flüsse von entgegengesetzten Seiten hindurchtreten, die also die Wände der Feldröhren sind. Der gezeichnete Verlauf der Feldlinien ergibt sich auch daraus, daß die magnetischen Wirkungen beider Ströme sich jetzt innerhalb der Leiter unterstützen und außerhalb mehr oder weniger aufheben. Der Querdruck der Feldlinien innerhalb der Leiter drängt nun die Leiter auseinander. Dies ist der Grund, weshalb entgegengesetzt durchflossene Stromleiter sich abstoßen. Da die beiden Leiter die beiden Seiten einer einzigen Windung darstellen können, so folgt, daß jede stromdurchflossene Windung ihre Fläche zu vergrößern sucht.

Die Kraft zwischen Stromleitern oder Spulen wird in Meßgeräten (Elektrodynamometern) zum Messen von Strömen, Spannungen und Leistungen benutzt. Die bewegliche Spule sucht sich dabei so zu stellen, daß sie den größten magnetischen Fluß umfaßt.

26. Magnetische Wirkung einer Stromspule in der Luft.

Die Feldlinien einer Stromschleife (Bild 63) treten nach der Ampere-schen Regel von der einen Seite in die Fläche der Windung ein und auf der andern Seite aus, um sich dann außen zu schließen. Eine ebene Schleife ist also eine magnetische Scheibe, deren Nordpol an der Seite



Bild 63. Schleife.

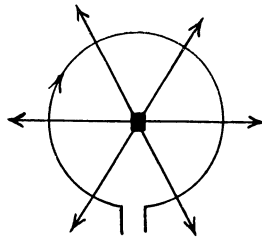


Bild 64. Pol und Stromschleife.]

liegt, wo die Feldlinien austreten. Sieht man auf die Fläche der Windung und fließt der Strom im Uhrzeigersinn, so hat man einen Südpol, andernfalls einen Nordpol vor sich. Sehr bequem ist die Korkzieherregel: Man setzt die Spitze des Korkziehers auf die Fläche der Schleife und dreht den Handgriff im Sinne des Stromes. Dann

gibt die Längsbewegung der Schraube die Richtung der Feldlinien an. Man kann auch den Stromleiter mit der rechten Hand so umfassen, daß der Daumen in die Stromrichtung zeigt. Dann zeigen die Fingerspitzen in die Richtung der Feldlinien.

Wir bestimmen nun für eine kreisrunde Schleife vom Halbmesser r cm in der Luft die Feldstärke im Mittelpunkt beim Strome I Amp. Dabei ermitteln wir statt der Kraft auf die Poleinheit umgekehrt die von der Poleinheit auf den Stromleiter ausgeübte Kraft (Bild 64). Die Induktion am Umfang, die von der Poleinheit im Mittelpunkt herrührt, ist nach S. 31 gleich $1/r^2$. Da alle Teile des Leiters mit dem strahlenförmig vom Pol ausgehenden Feldlinien einen rechten Winkel bilden, so ist Gl. (7) anwendbar. Setzen wir darin für die Induktion $1/r^2$ und für die Leiterlänge den Wert $2r\pi$ ein, so erhalten wir die Kraft zu $I \cdot 2r\pi \cdot 1/r^2 \cdot 10^{-1}$ Dyn. Dies ist umgekehrt auch die Kraft, mit welcher der Stromleiter auf die Poleinheit wirkt, d. h. die Feldstärke im Mittelpunkt wird

$$\mathfrak{H} = 0,2\pi I/r \text{ Dyn/Weber.} \tag{8}$$

Vereinigen wir nach Bild 65 mehrere Windungen zu einer Spule, so dringen die Feldlinien, wie in Bild 63, durch die Flächen der Schleifen.

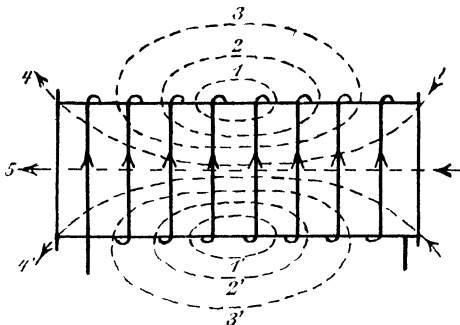


Bild 65. Feldlinien einer Spule.

Sie vereinigen sich aber jetzt, wie in Bild 61, zu langen Feldlinien, von denen einige die ganze Spule durchdringen, im Innern wesentlich gleichgerichtet mit der Spulenachse sind und sich außen schließen. Die Durchflutung ist für die einzelnen Linien verschieden. Ist I die Stromstärke, so ist die Durchflutung für Linie 1 gleich $2I$, für Linie 2 gleich $4I$ usw. Wir können uns wieder vorstellen, daß die Durchflutung uns die betreffende Feldlinie verursacht.

Wie bei einem Magneten treten die Feldlinien zum Teil durch die Stirnfläche, zum Teil durch die Mantelfläche aus. Die Ähnlichkeit wird

dann besonders stark, wenn wir nach S. 31 auch beim Magneten die Induktionslinien, die in den Südpol einmünden, im Innern weitergehen und dann aus dem Nordpol austreten lassen.

Dennoch besteht zwischen dem Feld des Magneten und der Stromspule der schon früher erwähnte wesentliche Unterschied, daß die Bewegung eines Poles im Feld eines Magneten unter Aufspeicherung oder Freiwerden von Energie vor sich geht, während sie im Feld der Stromspule unter Erzeugung oder Verbrauch von elektrischer Arbeit erfolgt. Auch ist die Arbeit im Feld eines Dauermagneten vom Wege unabhängig, bei der Stromspule aber von der Durchflutung abhängig, die durch die Bahn der Bewegung umschlossen wird.

Die Richtung der Feldlinien innerhalb der Stromspule bestimmt sich nach den Regeln auf S. 48.

Die magnetische Wirkung von Stromspulen wird in den Meßgeräten, in denen eine Stromspule richtend oder anziehend auf Eisenteile wirkt, zum Messen von Strömen und Spannungen benutzt.

27. Der magnetische Kreis.

Bei einer ringförmigen, nach Bild 66 gleichmäßig auf dem Umfang bewickelten Spule von w Windungen, in deren Innerem sich Eisen befindet, hat die vom Strom I geschaffene Feldstärke \mathfrak{H} im Innern auf allen Punkten einer kreisförmigen Feldlinie von der Länge l denselben Wert. Die Durchflutung einer solchen Linie wird durch die Ströme gebildet, die den inneren Hohlraum von hinten nach vorn durchdringen. Sie ist gleich dem Produkt aus der Stromstärke und der Windungszahl, das wir künftig die Erregung nennen und mit X bezeichnen. Das Durchflutungsgesetz in Gl. (4) ergibt dann die Feldstärke zu

$$\mathfrak{H} = 0,4 \pi \cdot I \cdot w / l = 0,4 \pi \cdot X / l \quad (9)$$

Ist der Unterschied des äußeren und inneren Durchmessers klein gegenüber dem mittleren Durchmesser, so hat l für alle Feldlinien im Innern überall denselben Wert, und die Feldstärke ist im Innern überall dieselbe. Die Induktion $\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}$ ist dann ebenfalls überall dieselbe.

Wir betrachten nun in Bild 67 eine Stromspule, die einen Eisenstab von festem Querschnitt F und der Länge l magnetisiert. Der Rückschluß für die Feldlinien wird durch ein Joch von großem Querschnitt und großer Durchlässigkeit gebildet. Wir können dann den magnetischen Spannungsverbrauch im Joch vernachlässigen. Ferner können wir den Fluß, der nach Bild 65 durch die Mantelfläche tritt, gegenüber dem Fluß im Eisen vernachlässigen, also mit einer überall gleichen Induktion \mathfrak{B} und Feldstärke \mathfrak{H} im Eisenkern rechnen. Gl. (9) ist dann unmittelbar anwendbar, und wir erhalten die Induktion zu

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H} = 0,4 \pi \cdot \mu \cdot I \cdot w / l.$$

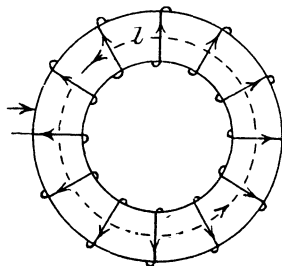


Bild 66. Ringförmige Stromspule.

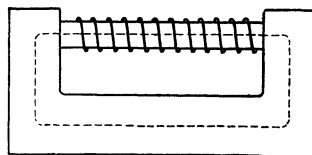


Bild 67. Gleichförmige Magnetisierung.

Als Durchflutung ist dabei die Summe der Ströme einzusetzen, welche die gestrichelte Kurve, also das innere Fenster durchsetzen. Sie ist wieder gleich dem Produkt aus Stromstärke und Windungszahl, also gleich den Stromwindungen oder der Erregung. Daraus folgt, daß es gleichgültig ist, ob die Stromwindungen auf dem Eisenkern gleichmäßig verteilt oder zusammengedrängt sind, oder ob sie gar auf dem Joch angeordnet werden.

Vervielfachen wir die Gleichung für \mathfrak{B} mit dem Querschnitt F und setzen wir $I \cdot w$ gleich der Erregung X , so wird unter Benutzung des Leitwertes \mathcal{A} aus Gl. 7 auf S. 36

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = I \cdot w \cdot \mathcal{A} = X \cdot \mathcal{A}. \quad (10)$$

Da $X = I \cdot w$ nach Gl. (9) der magnetischen Spannung $\mathfrak{S} \cdot l$ proportional ist und der magnetische Leitwert dieselbe Form hat wie ein elektrischer Leitwert, so können wir Gl. (10) als das Ohmsche Gesetz für den Elektromagneten bezeichnen, allerdings unter der schon auf S. 37 betonten Einschränkung. Die Aufrechterhaltung eines magnetischen Feldes verlangt im Gegensatz zum elektrischen Strom keinen Arbeitsaufwand. Sobald sich nach dem Einschalten das Gleichgewicht hergestellt hat, wird die Arbeit, die der Spule zugeführt wird, vollständig in Stromwärme und nicht etwa in magnetische Energie umgesetzt. Diese Arbeit wäre auch dieselbe, wenn sich Luft statt Eisen in der Spule befände, also der Fluß sehr klein wäre. Da also die Magnetisierung im Gleichgewichtszustand keine Arbeit erfordert, so bedeutet es keine unmittelbare Verringerung des Wirkungsgrades, wenn bei elektrischen Maschinen neben dem Fluß im Anker ein Streufluß auftritt.

Wir wollen nun nach dem Ohmschen Gesetz die Streuung einer Maschine berechnen. Hierdurch wird es besonders deutlich, daß die Erregung nichts anderes ist als eine magnetische Spannung. Wie die elektrische Spannung einen Strom nicht nur durch die Lampen und Motoren, sondern auch durch die dazu im Nebenschluß liegende Isolation bewirkt, so treibt die magnetische Spannung an den Polköpfen einer Maschine nicht nur den Fluß durch den Luftspalt und Anker, sondern auch einen Streufluß seitlich durch die Luft. Da dieser durch

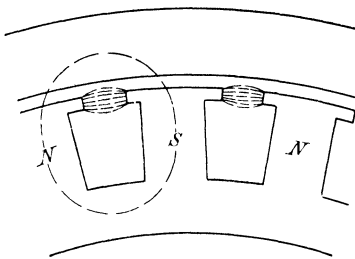


Bild 68. Wechselstrommaschine

dieselbe Spannung geschaffen wird wie der nützliche Fluß, so hängt der Streufluß von der Erregung ab, die nötig ist, um den nützlichen Fluß durch Luftspalt und Anker zu treiben.

Für einen magnetischen Kreis, d. h. für ein Polpaar in Bild 68, sei diese Erregung gleich 6200. Die Länge der Pole in Richtung der Achse sei $b = 30$ cm und die Höhe der Polköpfe in Richtung des Halbmessers gleich 2,5 cm. Dann

ist der Querschnitt des Streufeldes unmittelbar am Polkopf an einer Seite gleich $30 \cdot 2,5 = 75$ cm². Da der Streufluß eines Nordpols beide Seitenflächen der Polköpfe durchsetzt, so wird der Querschnitt nach beiden Seiten zusammen gleich 150 cm². Wenn wir annehmen, daß sich der Streufluß in der gezeichneten Weise in der Mitte auf die doppelte Fläche, also auf 300 cm² ausbreitet, so wird der mittlere Querschnitt $F_1 = \frac{1}{2} \cdot (150 + 300) = 225$ cm². Ist der Abstand der Polköpfe $l_1 = 6,5$ cm,

so ist bei der Durchlässigkeit der Luft gleich 1 der magnetische Leitwert des Streufeldes zwischen den Polköpfen $\mathcal{A}_1 = 0,4\pi\mu \cdot F_1/l_1 = 43$. Da nun an den Polköpfen eine Erregung $I \cdot w = 6200$ Amperewindungen wirksam ist, so wird der Streufluß zwischen den Polköpfen $\Phi_1 = I \cdot w \cdot \mathcal{A}_1 = 6200 \cdot 43 = 0,27 \cdot 10^6$ Maxwell.

Dazu kommt der Streufluß zwischen den Seitenflächen der Pole. Ist die Länge der Polkerne in Richtung des Halbmessers gleich 16 cm, so ist der beiderseitige Querschnitt des Streufeldes zwischen den Seitenflächen der Pole $F_2 = 2 \cdot 30 \cdot 16 = 960 \text{ cm}^2$. Bei einem mittleren Abstand der Seitenflächen $l_2 = 10 \text{ cm}$ ist dann der Leitwert $\mathcal{A}_2 = 0,4\pi\mu \cdot F_2/l_2 = 120$. Die Windungen seien auf dem ganzen Kern verteilt. Dann ist die Erregung an den Polköpfen gleich 6200 und am Joch gleich Null, also im Mittel gleich 3100. Demnach wird der Streufluß zwischen den Seitenflächen der Pole $\Phi_2 = 3100 \cdot \mathcal{A}_2 = 3100 \cdot 120 = 0,37 \cdot 10^6$ Maxwell. Der gesamte Streufluß ist dann $\Phi_1 + \Phi_2 = 0,64 \cdot 10^6$ Maxwell.

Ein magnetischer Kreis enthalte nun nach Bild 69 mehrere hintereinander liegende Teile von verschiedener Durchlässigkeit. Die Induktion behalte längs eines einzelnen Teiles denselben Wert bei. Gesucht wird für einen gegebenen Fluß die erforderliche Magnet-erregung X . Der Weg, den wir dabei einschlagen, setzt die Vorstellung voraus, daß die Gesamterregung den Fluß durch die hintereinander liegenden magnetischen Widerstände treibt. Die Rechnung selbst kommt jedoch ohne Einführung dieser Widerstände aus.

Die Erregung X ist gleich der Durchflutung, die das Fenster des magnetischen Kreises oder eine in sich geschlossene Feldlinie durchsetzt. Sie ist also nach dem Durchflutungsgesetz das $1/0,4\pi$ fache

oder 0,8fache der gesamten magnetischen Spannung. Diese wird wie eine elektrische Spannung für die Widerstände der verschiedenen Teile verbraucht. Dann können wir auch die ihr proportionale Gesamterregung X nach dem Vorgang von Hopkinson in die einzelnen Teile X_a , X_l und X_m zerlegen, die für Anker, Luft und Magnetgestell erforderlich sind. Wir wenden auf diese Weise Gl. (10) nicht nur auf den ganzen Kreis, sondern auch auf jeden Teil des Kreises an, wobei dann $I \cdot w$ der für diesen Teil erforderliche Teil der Erregung ist.

Für die in Frage kommenden Arten des Eisens sei die für 1 cm erforderliche Erregung in Abhängigkeit von der Induktion ermittelt. Der Versuch wird, wie in Bild 67, an einem Eisenstab vorgenommen, der durch eine Spule magnetisiert wird. Das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl gibt die Erregung, und wenn wir diese durch die Länge des Stabes teilen, erhalten wir die Erregung für 1 cm. Diese soll mit h bezeichnet werden, um anzudeuten, daß sie der Spannung \mathfrak{H} für die Längeneinheit proportional ist.

Der Eisenstab trägt nun noch eine zweite Spule, die an ein für Stromstoß geeichtes Meßgerät angeschlossen ist. Aus dem Stromstoß

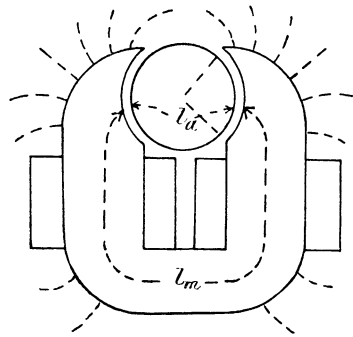


Bild 69. Magnetischer Kreis einer Maschine.

beim Verschwinden des magnetisierenden Stromes schließen wir dann auf den umfaßten Fluß und die Induktion. Wir tragen in Bild 70 die Erregung für 1 cm wagrecht und die Induktion senkrecht auf und

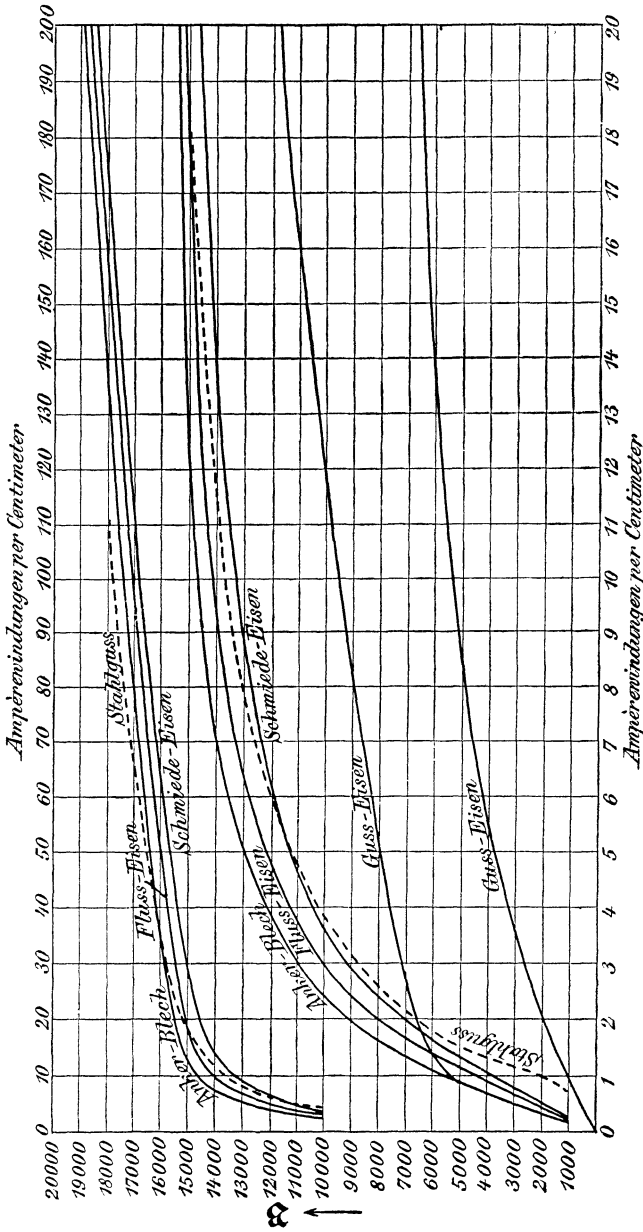


Bild 70. Magnetisierungskurven.
 (Aus Kapp. Dynamomaschinen. 4. Aufl. Berlin, 1904. S. 204.)

erhalten so die sog. Magnetisierungskurven. Sie unterscheiden sich von denen in Abschn. 20 durch den Maßstab. Für die unten angegebene Erregung gilt die untere, für die oben angegebene die obere Kurve.

Zur Ermittlung der Gesamterregung berechnen wir dann für jeden Teil zu einem gegebenen Fluß die Induktion, entnehmen die dabei für 1 cm nötige Erregung h aus den Kurven und vervielfachen sie mit der Länge l des magnetischen Weges in dem betreffenden Teil. Bedeutet a den Anker und m das Magnetgestell, so werden die Erregungen für beide Teile: $X_a = h_a \cdot l_a$ und $X_m = h_m \cdot l_m$.

Da für die Luftstrecke die Induktion \mathfrak{B}_l gleich der Feldstärke ξ_l ist, so ergibt sich bei der doppelten Länge l_l des Luftspaltes in cm die für die Luft erforderliche Erregung unmittelbar aus Gl. (10) zu

$$X_l = 0,8 \cdot \xi_l \cdot l_l = 0,8 \mathfrak{B}_l \cdot l_l. \quad (11)$$

Die Gesamterregung ergibt sich dann zu $X = X_a + X_m + X_l$. In Bild 69 sei z. B.

| | | | |
|-------------------|--------------|-------------------|-------------------------------|
| Ankerdurchmesser | $d = 20$ cm | dopp. Luftabstand | $l_l = 0,8$ cm |
| Wellendurchmesser | $d_w = 3$ cm | Magnetweg | $l_m = 110$ cm |
| Ankerlänge | $b = 20$ cm | Magnetquerschnitt | $F_m = 400$ cm ² . |

Der Anker bestehe aus Eisenblechen, die durch Seidenpapier voneinander getrennt sind, wodurch sich der Eisenquerschnitt um 15% verringert. Das Magnetgestell bestehe aus Gußeisen. Der Polbogen sei 120°. Wegen der Streuung durch die Luft sei der Fluß in den Magneten um 20% größer als im Anker. Gesucht wird die Erregung für einen Fluß im Anker $\Phi = 2,5 \cdot 10^6$ Maxwell.

Der Ankerquerschnitt wird bei dem durch das Papier verursachten Raumverlust von 15% $F_a = b(d - d_w) \cdot 0,85 = 290$ cm². Die Länge l_a des magnetischen Weges im Anker schätzen wir gleich dem Ankerdurchmesser, also zu 20 cm. Die Induktion im Anker ist dann $\mathfrak{B}_a = \Phi/F_a = 2,5 \cdot 10^6/290 = 8600$ Gauß. Dafür ergibt die Kurve für Ankerblech in Bild 70 $h_a = 2$ Amperewindungen/cm. Demnach ist die für den ganzen Ankerweg erforderliche Erregung $X_a = h_a \cdot l_a = 2 \cdot 20 = 40$ Amperewindungen.

Der Querschnitt der Luft bei einem Polwinkel von 120° ist $F_l = d\pi \cdot b \cdot 120/360 = 420$ cm². Für die Luft wird dann $\mathfrak{B}_l = \Phi/F_l = 2,5 \cdot 10^6/420 = 5960$ Gauß. Gl. (11) gibt dann die Erregung für die doppelte Luftstrecke $X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot l_l = 0,8 \cdot 5960 \cdot 0,8 = 3820$.

Der Fluß in den Magneten ist 20% größer als im Anker, er ist also $\Phi_m = 1,2 \cdot 2,5 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^6$ Maxwell. Wir erhalten dann $\mathfrak{B}_m = \Phi_m/F_m = 3 \cdot 10^6/400 = 7500$ Gauß. Dafür ergibt die Kurve für Gußeisen in Bild 70 $h_m = 40$ Amperewindungen/cm. Dann wird die Erregung für den ganzen Weg im Magneteisen: $X_m = h_m \cdot l_m = 40 \cdot 110 = 4400$ Amperewindungen.

Die für den ganzen magnetischen Kreis erforderliche Erregung ist also $X = X_a + X_l + X_m = 40 + 3820 + 4400 = 8260$ Amperewindungen. Dabei ist es gleichgültig, ob z. B. 8260 Windungen von je 1 Amp. oder 4130 Windungen von je 2 Amp. auf den Polkernen liegen.

28. Die Selbstinduktion.

Eine elektrische Spannung wird erzeugt, wenn sich der umfaßte Fluß einer Spule ändert. Diese Änderung kommt nicht nur zustande, wenn die Spule ihre Lage im Magnetfeld ändert, sondern auch dann, wenn sich der Strom der Spule, der ein magnetisches Feld erzeugt, ändert. Man bezeichnet dies als Selbstinduktion.

Will man auch hier nach S. 41 annehmen, daß die Spannung durch ein Schneiden von Feldlinien erzeugt wird, so kann man sich nach Bild 71 vorstellen, daß die Feldlinien beim Entstehen des elektrischen Stromes aus einem Leiter heraustreten und sich dann, wie die Wellenlinien nach dem Hineinwerfen eines Steines ins Wasser, ausbreiten.

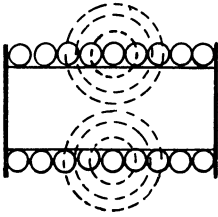


Bild 71. Entstehendes Feld.

Die durch Änderung des umfaßten Flusses erzeugte Spannung ist allgemein so gerichtet, daß sie einen Strom erzeugt, welcher der Änderung des Flusses entgegenwirkt. Die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung ist also dem zunehmenden Strom entgegengerichtet, dem abnehmenden Strom gleichgerichtet.

Ein magnetischer Kreis werde nun durch w Windungen einer Spule magnetisiert, wobei alle Windungen denselben Fluß umfassen mögen. Der Leitwert \mathcal{A} des magnetischen Kreises sei von der Induktion unabhängig. Dies ist stets bei der Luft und bei geringer Sättigung angenähert auch beim Eisen der Fall, oder auch dann, wenn der Widerstand der Luft im magnetischen Kreis über den des Eisens überwiegt. Nimmt dann der Strom in der Zeit dt sek. um di Amp. zu, so ist die Zunahme des erzeugten Flusses nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus $d\Phi = di \cdot w \cdot \mathcal{A}$, und die erzeugte Spannung ist: $e = -10^{-8} \cdot w \cdot d\Phi/dt = -w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \cdot di/dt$ Volt. Wir bezeichnen jetzt $w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8}$ als die Induktivität L . Dann wird

$$L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \quad (12) \quad \text{und} \quad e = -L \cdot di/dt \quad \text{Volt.} \quad (13)$$

Die Einheit der Induktivität besitzt die Spule, in der 1 Volt erzeugt wird, wenn sich der Strom gleichmäßig in 1 sek. um 1 Amp. ändert. Diese Einheit heißt 1 Henry. Da die Windungen einerseits magnetisieren, andererseits aber in ihnen die Spannung erzeugt wird, so ist die Induktivität vom Quadrat der Windungszahl abhängig.

Nun ist nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus $\Phi = I \cdot w \cdot \mathcal{A}$. Demnach wird nach Gl. (12) $L = 10^{-8} \cdot w \cdot \Phi/I$ Henry. Die Induktivität in Henry ist also das 10^{-8} fache der Flußverkettung $w \cdot \Phi$ beim Strom 1 Amp.

Bei einer Spule, die nach Bild 66 oder 67 auf einen Eisenkern von der Länge l cm und dem Querschnitt F cm² gewickelt ist, ist die Induktivität bei fester Durchlässigkeit μ nach Gl. (7) auf S. 36

$$L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} = 10^{-8} \cdot w^2 \cdot 0,4\pi \cdot \mu \cdot F/l \quad (14)$$

Ist z. B. der Querschnitt $F = 20$ cm², die Länge des Eisenweges $l = 40$ cm, die Windungszahl gleich 100 und die Durchlässigkeit gleich 4000, so wird nach Gl. (14) die Induktivität $L = 0,25$ Henry.

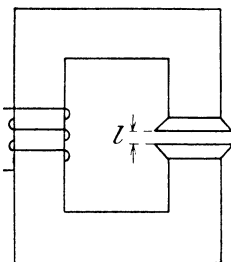


Bild 72. Drosselspule.

Enthält der Eisenkern, wie bei den sog. Drosselspulen, nach Bild 72 einen Luftspalt, so kann der magnetische Widerstand des Eisens gegen den der Luftstrecke vernachlässigt werden. In Gl. (14) ist dann für μ die Durchlässigkeit der Luft, also 1 und für l die Länge der Luftstrecke einzusetzen. Ist z. B. der Querschnitt des Luftraumes $F = 100$ cm² und die Länge der Luftstrecke $l = 0,5$ cm, so wird nach Gl. (14) bei $w = 200$ Windungen $L = 0,1$ Henry.

Wir berechnen nun die Induktivität einer Leitung, wobei wir beachten, daß es sich immer nur um die Induktivität einer Schleife, aber nicht um die Induktivität eines einzelnen Leiters oder Leiterteiles handeln kann. Die Schleife bestehe aus zwei langen runden Leitern von der Länge l km $= l \cdot 10^5$ cm, dem Halbmesser r cm und dem Abstand d cm (Bild 73). Wird der eine Leiter allein vom Gleichstrom I durchflossen, so wäre nach Gl. (6) auf S. 44 der von der Schleife umfaßte Fluß $\Phi = 0,2 \cdot I \cdot l \cdot 10^5 \cdot \ln(d/r)$. Fließt der Strom I im einen Leiter hin, im andern zurück, so ist der Fluß doppelt so groß. Die Induktivität der Schleife als das 10^{-8} fache des umfaßten Flusses bei 1 Amp. ist also

$$L = 4l \cdot 10^{-4} \ln(d/r) \text{ Henry.} \tag{15}$$

Ist z. B. die einfache Länge $l = 20$ km, der Abstand $d = 80$ cm, der Halbmesser $r = 0,4$ cm, so ist die Induktivität $L = 4 \cdot 20 \cdot 10^{-4} \cdot 2,301/0,4343 = 0,0424$ Henry.

Die nach Gl. (15) berechnete Induktivität wird durch das Feld in den Leitern selbst nicht unwesentlich vergrößert

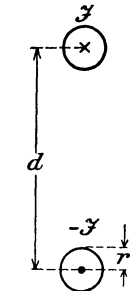


Bild 73. Leitung.

Wir berechnen nun die mittlere Spannung E der Selbstinduktion bei einer Spule eines Gleichstromankers, die teilweise in Nuten des Ankereisens eingebettet ist. Die Ankerlänge sei gleich 30 cm und die Windungszahl $w = 2$. Der Strom I ändere sich bei der Drehung des Ankers in der Zeit $T = 0,004$ sek. von -50 auf $+50$ Amp. Jedes Zentimeter der in die Nuten eingebetteten Leiter erzeuge bei 1 Amp. einen Fluß von 6 Maxwell. Der Leitwert der Nut ist also für 1 cm gleich 6. Die nicht in Nuten liegenden Teile der Spule mögen vernachlässigt werden.

Da die Spule 4 in Nuten liegende Leiter enthält, so ist die Leiterlänge in den Nuten $4 \cdot 30 = 120$ cm und der Fluß bei 1 Amp. gleich $6 \cdot 120 = 720$ Maxwell. Bei der Windungszahl 2 ergibt sich dann $L = 2 \cdot 720 \cdot 10^{-8} = 1,44 \cdot 10^{-5}$ Henry. Da sich der Strom in der Zeit T von $-I$ auf $+I$ ändert, so ist die mittlere Änderungsgeschwindigkeit $2I/T$. Demnach ist $E = L \cdot 2I/T = 1,44 \cdot 10^{-5} \cdot 100/0,004 = 0,36$ Volt.

Eine beträchtliche Größe erreicht die Spannung der Selbstinduktion, wenn der Strom eines Elektromagneten plötzlich unterbrochen wird. Dann verschwindet der starke Fluß, der von den vielen Windungen des Elektromagneten umfaßt wurde, sehr schnell. In der Gleichung $e = -10^{-8} \cdot w \cdot d\Phi/dt$ ist dann auf der rechten Seite der Zähler sehr groß und der Nenner sehr klein. Die Spannung der Selbstinduktion kann dabei so hoch werden, daß die Isolation durchschlägt. Jedenfalls hat man es an der Unterbrechungsstelle mit einer Funkenbildung zu tun. Diese ist insofern von Vorteil, als der Strom noch durch die Luftstrecke hindurch aufrecht gehalten und die Spannung der Selbstinduktion hierdurch verringert wird.

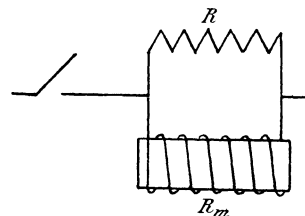


Bild 74. Elektromagnet.

Mit Rücksicht auf die Selbstinduktion unterbricht man den Strom eines Elektromagneten oft erst, nachdem man ihn durch einen Widerstand abgeschwächt hat, oder man schaltet, wie in Bild 74,

vor dem Ausschalten einen Widerstand R neben die Magnetwicklung R_m . Wenn dann der Strom in der gemeinsamen Leitung unterbrochen wird, so nimmt der Strom der Magnetwicklung und der umfaßte Fluß langsam ab. Er erzeugt dabei in der Magnetwicklung eine Spannung der Selbstinduktion, die dem abnehmendem Strome gleichgerichtet ist. Sie treibt eine Zeitlang einen Strom durch die Magnetwicklung und durch den jetzt dazu in Reihe liegenden Widerstand R , so daß die rasche Unterbrechung des Magnetstromes vermieden wird.

In vielen Fällen ist es erforderlich, die Selbstinduktion ganz aufzuheben. Bei der Wheatstoneschen Brücke für Wechselstrom wird z. B. als Stromquelle ein Induktor und als Meßgerät im Brückenweig ein Telephon benutzt. Eine Selbstinduktion in dem

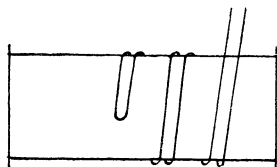


Bild 75. Zweifädige Wicklung.

zu messenden Widerstand würde dann die Messung stören, da der Strom nun nicht mehr allein vom Ohmschen Widerstand, sondern auch von der Selbstinduktion abhängt, die den Strom zeitweise verstärkt und zeitweise abschwächt. Daher lassen sich nur induktionsfreie Widerstände, wie z. B. Glühlampen oder gerade Leiter, nach diesem Verfahren untersuchen. Die Vergleichswiderstände müssen ebenfalls induktionsfrei sein. Zu diesem Zweck wird der aufzuwickelnde Draht nach Bild 75 in der Mitte umgebogen und zweifädig aufgewickelt. Zwei benachbarte Windungen werden dann entgegengesetzt durchflossen, so daß sie zusammen keine magnetische Wirkung ausüben.

29. Die gegenseitige Induktion.

In einer Spule wird auch dann eine Spannung erzeugt, wenn sich der Strom in einer benachbarten Spule ändert (gegenseitige Induktion). Nach Bild 76 ist es in bezug auf die erzeugte Spannung gleichgültig, ob die mit 2 bezeichnete Windung wie bei dem Vorgang der Selbstinduktion zu dem Stromkreise der Windung 1 oder zu einem selbständigen Stromkreise gehört. In beiden Fällen erzeugt die Änderung des Stromes i_1 in der Spule 1 eine Spannung in der Spule 2. Wir erhalten daher auch für die Spannung der gegenseitigen Induktion in der zweiten Spule dieselbe Richtung wie für die der Selbstinduktion. Sie ist dem anwachsenden Strom der ersten Spule entgegengerichtet, dem abnehmenden Strom gleichgerichtet.

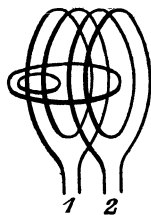


Bild 76. Gegenseitige Induktion.

Während aber die Selbstinduktion durch den gesamten, von der ersten Spule umfaßten Fluß verursacht wird, kommt die gegenseitige Induktion nach Bild 76 nur durch den Teil des Flusses der ersten Spule zustande, der die zweite durchsetzt. Der als Streuung bezeichnete Teil des Flusses, der nur die erste Spule, nicht aber die zweite umschlingt, trägt nur zur Selbstinduktion der ersten Spule, nicht aber zur gegenseitigen Induktion bei.

Ist jetzt \mathcal{A} der Leitwert für den Teil des Flusses der ersten Spule, der die zweite durchsetzt, so ist dieser Teil nach dem Ohmschen Gesetz bei w_1 Windungen der ersten Spule und beim Zeitwert i_1 des Stromes der ersten Spule $\Phi = i_1 \cdot w_1 \cdot \mathcal{A}$. Enthält die zweite Spule w_2 Windungen, so ist die in ihr bei Änderung des Flusses erzeugte

Spannung $e_{12} = -10^{-8} \cdot w_2 \cdot d\Phi/dt = -w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \cdot di_1/dt$ Volt.
Wir setzen jetzt

$$M = w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8}, \quad (16) \quad \text{d. h. } e_{12} = -M \cdot di_1/dt \quad (17)$$

und bezeichnen M als die gegenseitige Induktivität. Sie wird wie die Selbstinduktivität in Henry gemessen.

Die gegenseitige Induktivität bleibt dieselbe, wenn die beiden Spulen ihre Rolle vertauschen. Die Spannung der gegenseitigen Induktion ist also in der ersten Spule $e_{21} = -M \cdot di_2/dt$. Dabei hat man eine positive Spulenachse festzusetzen und alle Ströme als positiv einzuführen, deren Fluß die induzierte Windung im Sinne der positiven Spulenachse durchsetzt (vgl. S. 40).

Eine Spannung der gegenseitigen Induktion kommt nun nicht nur durch eine Stromänderung zustande, sondern auch dadurch, daß die Spule 2 ihre Lage gegenüber der von gleichbleibendem Strom durchflossenen Spule 1 ändert. In Bild 76 mögen z. B. beide Spulen in Richtung ihrer Achse einander genähert oder voneinander entfernt werden. Der dadurch erzeugte Strom in der Spule 2 wirkt der Änderung des umfaßten Flusses entgegen. Nun nimmt bei Näherung der von der Spule 2 umfaßte Fluß zu, also ist der in der zweiten Spule erzeugte Strom dem Strom der ersten Spule entgegengerichtet. Umgekehrt ist bei Entfernung der beiden Spulen voneinander der in der Spule 2 erzeugte Strom dem Strom der Spule 1 gleichgerichtet. Gleichzeitig ergibt sich aus den Gesetzen über die Kraftwirkung von Stromleitern: Der in der zweiten Spule erzeugte Strom hindert die Bewegung.

30. Elektrische Arbeit und magnetische Energie.

Wenn der Strom in einer Spule anwächst, so wird eine Spannung der Selbstinduktion erzeugt, die dem Strom entgegenwirkt und das Anwachsen verlangsamt. Dadurch, daß die aufgedrückte Klemmenspannung die Spannung der Selbstinduktion überwindet, leistet sie in Verbindung mit dem Strom und der Zeit eine elektrische Arbeit, die als magnetische Energie aufgespeichert wird und sich bei Stromunterbrechung unter Funkenbildung in Wärme umsetzt.

Der Strom i Amp. in w Windungen magnetisiere einen magnetischen Kreis so, daß alle Windungen mit dem ganzen Fluß Φ verkettet sind, und wachse in der Zeit dt um di . Dabei wächst der Fluß um $d\Phi$, so daß in der Spule eine Spannung $e = -w \cdot d\Phi/dt \cdot 10^{-8}$ erzeugt wird. Dann ist die von der Spule gelieferte elektrische Arbeit nach Gl. (3) auf S. 42 $dA = e \cdot i \cdot dt = -i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}$ Joule.

Bei Zunahme des Stromes und des Flusses haben i und $d\Phi$ dasselbe Vorzeichen, die elektrische Arbeit ist also negativ. Dabei wird von außen Arbeit zugeführt und Energie aufgespeichert. Bei Abnahme des Stromes und des Flusses haben i und $d\Phi$ entgegengesetztes Vorzeichen, und die von der Spule gelieferte elektrische Arbeit wird positiv. Die Spule liefert diese elektrische Arbeit unter Abnahme der magnetischen Energie. Wir lassen nun den Strom von Null an auf I Amp. zunehmen und tragen in Bild 77 den Zeitwert $i \cdot w$ wagerecht und den Zeitwert $\Phi \cdot 10^{-8}$ senkrecht auf. Dann ist die elektrisch zugeführte Arbeit nach Gl. (3) auf S. 42 gleich $i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}$, also gleich dem Inhalt eines schmalen Flächenstreifens. Die Arbeit, die beim Anwachsen des Stromes

bis auf seinen Endwert I elektrisch zugeführt wird, ist dann gleich der gestreiften Fläche.

Wenn eine mechanische Arbeit, wie sie beim Hub eines Elektromagneten geleistet wird, während der Zunahme des Stromes nicht vorkommt und die geringe Wärmeentwicklung beim Richten der Eisenteilchen vernachlässigt wird, wird die ganze zugeführte Arbeit in magnetische Energie umgesetzt. Diese wird also dann ebenfalls durch die gestreifte Fläche dargestellt und ist

$$W = \int_0^I i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule.} \tag{18}$$

Wenn dann beim Ausschalten der Strom von I auf Null abnimmt, so wird die Energie wieder in Stromwärme umgesetzt. Dies geschieht so, daß der verschwindende Fluß eine Spannung der Selbstinduktion und diese wieder einen

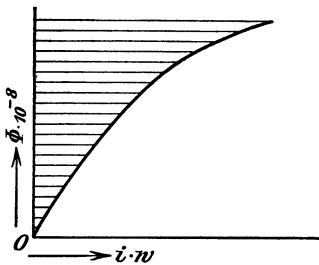


Bild 77. Durchlässigkeit veränderlich
Magnetische Energie, dargestellt durch die gestreifte Fläche.

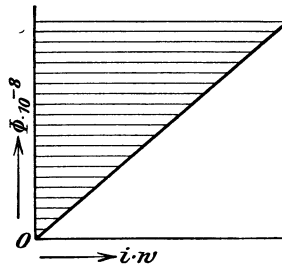


Bild 78. Durchlässigkeit gleichbleibend

ihr gleichgerichteten Strom erzeugt. Häufig führt dies zu einer Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle, wodurch der Strom noch eine kleine Zeit aufrecht gehalten wird.

Bei gleichbleibender Durchlässigkeit wird die Abhängigkeit des Flusses von der Erregung durch die Gerade in Bild 78 dargestellt. Die magnetische Energie ist wieder gleich der gestreiften Fläche, also gleich dem halben Produkt aus Breite und Höhe. Ist also jetzt Φ der Endwert des Flusses beim Strome I , so wird die Energie unter Benutzung von Gl. (10) auf S. 50 und Gl. (12) auf S. 54

$$W = 0,5 I \cdot w \cdot \Phi \cdot 10^{-8} = 0,5 L \cdot I^2 \text{ Joule.} \tag{19}$$

Wir wollen nun die Energie in Abhängigkeit von der Feldstärke \mathfrak{H} und Induktion \mathfrak{B} darstellen und betrachten dazu einen Eisenstab vom Querschnitt F cm² und der Länge l cm. Dieser sei durch die Stromwindungen $I \cdot w$ nach Bild 67 auf seiner ganzen Länge gleichmäßig magnetisiert. Dann ist für einen beliebigen Zeitpunkt des Einschaltvorganges, wenn Φ , \mathfrak{B} und i Augenblickswerte darstellen: $\Phi = \mathfrak{B} \cdot F$ und $i = \mathfrak{H}l/0,4\pi w$. Setzen wir beides in Gl. (18) ein, so wird

$$W = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{0,4\pi} \cdot 10^{-8} l \cdot F \text{ Joule.}$$

Da 1 Joule = 10⁷ Erg und $l \cdot F$ der magnetisierte Raum in cm³ ist, so ist die Energie für die Raumeinheit oder die Energiedichte

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} \text{ Erg/cm}^3. \tag{20}$$

Da wir den betrachteten Raumteil immer hinreichend klein wählen können, so gilt Gl. (20) auch für ungleichmäßige Magnetisierung. Für unveränderliche Durchlässigkeit nimmt sie die Form an:

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{B} \cdot d\mathfrak{B}}{\mu \cdot 4\pi} = \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi\mu} = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \text{ Erg/cm}^3. \quad (21)$$

In dem Beispiel der Drosselspule auf S. 54 war z. B. die Länge des Luftraumes $l = 0,5$ cm. Bei der Windungszahl $w = 200$ und einem Strom von 20 Amp. ergibt dann Gl. (9) auf S. 49 unter Vernachlässigung des Eisenweges die Induktion im Luftraum zu $\mathfrak{B} = \mathfrak{H} = 0,4\pi \cdot I \cdot w/l = 0,4\pi \cdot 20 \cdot 200/0,5 = 10\,000$. Demnach ist die Energiedichte $\sigma = 10\,000 \cdot 10\,000/8\pi = 0,4 \cdot 10^7$ Erg/cm³. Nun war die Fläche des Luftraumes gleich 100 cm² und die Länge der Luftstrecke 0,5 cm, also der magnetisierte Luftraum $V = 100 \cdot 0,5 = 50$ cm³. Demnach ist die im Luftraum aufgespeicherte Energie $W = \sigma \cdot V = 0,4 \cdot 50 \cdot 10^7 = 20 \cdot 10^7$ Erg. Gl. (19) ergibt denselben Wert.

Ist der magnetische Widerstand des Eisens nicht zu vernachlässigen, so wird außerdem eine geringe Energie im Eisen aufgespeichert, deren Dichte sich bei gleichbleibender Durchlässigkeit nach Gl. (21) oder sonst nach Gl. (20) berechnet.

31. Der Hub eines Elektromagneten.

Die Gleichung $A = \int i \cdot w \cdot d\mathcal{D} \cdot 10^{-8}$ stellt uns in jedem Falle die zugeführte elektrische Arbeit dar, aber nur dann, wie im vorigen Abschnitt, die magnetische Energie, wenn keine sonstige Arbeit geleistet wird. Wir wenden uns jetzt zu dem Fall, wo die Änderung des Flusses gleichzeitig mit Leistung einer mechanischen Arbeit verbunden ist, was beim Hub eines Elektromagneten der Fall ist.

Vor dem Hub haben wir einen großen Abstand zwischen den Polen und dem Anker, also einen großen magnetischen Widerstand und daher für einen gegebenen Strom einen verhältnismäßig geringen magnetischen Fluß. Nach dem Hub ist der Abstand und der magnetische Widerstand kleiner und der Fluß für denselben Strom größer.

Wir untersuchen jetzt den Elektromagneten bei festgehaltenem Anker in der Lage des Ankers vor dem Hub bei verändertem Erregerstrom, tragen den Fluß \mathcal{D} in Abhängigkeit von den Stromwindungen $i \cdot w$ in Bild 79 ein und erhalten dadurch die untere gestrichelte Kurve. Ebenso untersuchen wir den Elektromagneten nach dem Hub bei gleichbleibender Lage des Ankers und erhalten die obere gestrichelte Kurve.

Wir betrachten nun zunächst einen Gleichstrommagneten, den wir mit gleichbleibender Klemmenspannung speisen (vgl. Emde ETZ 1908 S. 817). Der Strom ist vor und nach dem Hub durch die Spannung und den Widerstand der Wicklung gegeben. Die entsprechende Erregung in Amperewindungen sei gleich OA . Ihr entspricht vor dem Hub ein Fluß AB . Während des Hubes verringert sich der magnetische Widerstand und der Fluß nimmt zu. Diese Zunahme erzeugt eine Spannung, die der Änderung des Stromes entgegenwirkt, also dem Strom und der Klemmenspannung entgegengerichtet ist. Die Stromstärke nimmt daher bei wachsendem Flusse vorübergehend etwas ab. Schließlich stößt der Anker auf die Pole auf und der magnetische Widerstand entspricht dem Zustand nach dem Hube. Der Endpunkt C der ausgezogenen Kurve BC , welche die Abhängigkeit des Flusses vom Strom während des Hubes darstellen möge, liegt also auf der oberen gestrichelten Kurve, und EC ist der Fluß im Zeitpunkt des Aufschlagens. Der Strom wächst

dann, wie beim Einschalten mit ruhendem Anker, auf seinen Endwert OA , wobei CD die Abhängigkeit des Flusses vom Strom angibt.

Wenn wir die Flächen mit I bis IV bezeichnen, ergibt sich die bis zum Aufschlagen des Ankers elektrisch zugeführte Arbeit zu:

$$A = \int_{AB}^{EC} i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} = III + IV.$$

Nun ist nach dem vorigen Abschnitt die Energie vor dem Hub gleich der Fläche $I + II$, und im Zeitpunkt, wo der Anker aufschlägt, gleich der Fläche $I + III$, sie hat also während des Hubes um den der Fläche

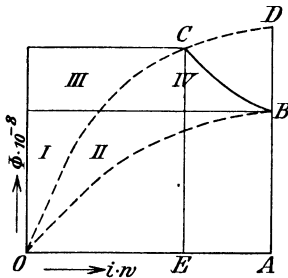


Bild 79.
Durchlässigkeit veränderlich
Arbeits- und Energieflächen eines Gleichstrommagneten.

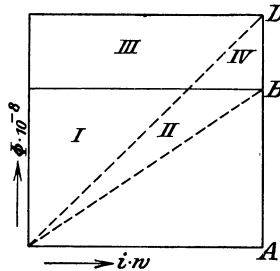


Bild 80.
Durchlässigkeit gleichbleibend

$III - II$ entsprechenden Betrag zugenommen. Von der Stromquelle wird also nicht nur die Hubarbeit, sondern auch eine der Zunahme der Energie entsprechende Arbeit zugeführt. Wir erhalten dann die Hubarbeit,

wenn wir von der zugeführten Arbeit die Zunahme der Energie abziehen. Sie ist gleich der Fläche $III + IV$, vermindert um $III - II$, also gleich der Fläche $II + IV$.

Vor die Wicklung sei nun ein sehr großer Widerstand geschaltet und die Spannung der Stromquelle entsprechend hoch gewählt. Dann ist die Spannung, die während des Hubes durch die Änderung des Flusses erzeugt wird, gegenüber der Spannung der Stromquelle zu vernachlässigen. Der Strom bleibt daher unveränderlich gleich OA , und die Kurve BC fällt mit BD zusammen. Ist nun weiter die Durchlässigkeit gleichbleibend, so erhalten wir Bild 80. Die zugeführte Arbeit, die der Fläche $III + IV$ entspricht, ist dann doppelt so groß wie die Hubarbeit, die durch die Fläche $II + IV$ gegeben ist. Ein der Hubarbeit gleicher Betrag wird also für die Erhöhung der magnetischen Energie zugeführt.

Ganz anders liegt die Sache beim Wechselstrommagneten. (Vgl. Thoma'schen ETZ 1917 S. 473.) Bei diesem ändert sich mit dem Strom auch der Fluß ständig zwischen einem positiven und negativen Höchstwert. Dieser ist wie bei einem Transformator in Abschnitt 100 bei kleinem Widerstand der Wicklung durch die Klemmenspannung vorgeschrieben, also unveränderlich. Wenn die Zeit einer Periode des Wechselstromes klein gegenüber der Hubzeit ist, so erreicht der Fluß während der Hubzeit mehrere Male seinen Höchstwert, und jedesmal ist der Abstand zwischen Polen und Anker geringer geworden. Diesen Abständen, bei denen der Höchstwert auftritt, entsprechen bei festgehaltenem Anker die gestrichelt gezeichneten Magnetisierungskurven OB , OE usw. in Bild 81.

Wir betrachten der Einfachheit wegen nur die vollen Perioden während der Hubzeit. Die Abhängigkeit des Flusses von der Erregung ist dann durch die ausgezogene Kurve $OABCOD$ usw. gegeben, die in der Folge des Alphabets in Richtung der Pfeile zu verfolgen ist. Entsprechend dem jeweiligen Luftabstand ist der Fluß bei ansteigender Magnetisierung kleiner, bei abfallender Magnetisierung größer als der durch die gestrichelte Kurve gegebene Wert.

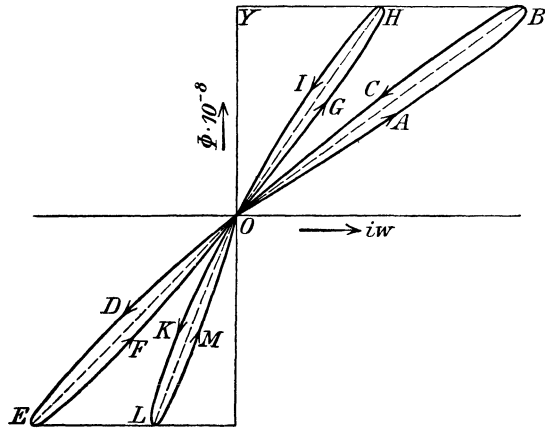


Bild 81. Arbeitsflächen des Wechselstrommagneten.

Nun ist in der ersten viertel Periode die vom Netz zugeführte elektrische Arbeit, ähnlich wie in Bild 77, gleich der Fläche $OABY$. Davon wird in der zweiten viertel Periode die elektrische Arbeit $BCOY$ wieder ans Netz zurückgegeben. Da der Strom und damit die magnetische Energie am Anfang und Ende gleich Null ist, also keine Arbeit in magnetische Energie umgesetzt wird, so ist die schmale Fläche $OABCO$ gleich der Hubarbeit in der ersten halben Periode. Die Summe aller schmalen Flächen ist dann die ganze Hubarbeit.

Der Hub beginne und endige jetzt in Zeitpunkten, in denen der Strom und damit die Energie beliebige Werte haben. Dann kann je nach dem zufälligen Anfangs- und Endzustand der Zeitwert der ständig wechselnden Energie im Zeitpunkt der Beendigung des Hubes größer oder kleiner sein als im Zeitpunkt des Anfanges.

Da der Höchstwert der Flusses und der Induktion derselbe bleibt und der Luftraum durch den Hub geringer wird, so ist der Höchstwert der ständig wechselnden Energie nach S. 58 nach dem Hub kleiner als vor dem Hub. Das bedeutet aber jetzt nicht, daß etwa die Hubarbeit ganz oder teilweise durch Abnahme der Energie gedeckt wird. Es bedeutet nur, daß nach dem Hub bei den regelmäßigen Schwingungen kleinere Höchstwerte der Energie erreicht werden als vor dem Hub.

32. Die Hysterisis.

Bei der Aufnahme der Magnetisierungskurven geht man vom unmagnetischen Zustand des Eisens aus. Man läßt dann den magnetisierenden Strom von Null an zunehmen, wodurch die Feldstärke \mathfrak{H} , die abgesehen von $0,4\pi$ gleich der Zahl der Amperewindungen für 1 cm ist, und die magnetische Induktion \mathfrak{B} gleichzeitig wachsen. Trägt man nun die Feldstärke \mathfrak{H} wagerecht und die Induktion \mathfrak{B} senkrecht auf, so erhält man die Kurve OA in Bild 82.

Schwächt man nach Erreichung einer willkürlich gewählten größten Induktion $GA = \mathfrak{B}_m$ den Strom wieder ab, so ist die Induktion für einen gleichen Wert der Feldstärke bei abnehmender Magnetisierung größer als

bei ansteigender. Trägt man wieder die Feldstärke wagrecht und die zugehörige Induktion senkrecht auf, so erhält man die Kurve AB . Dieses

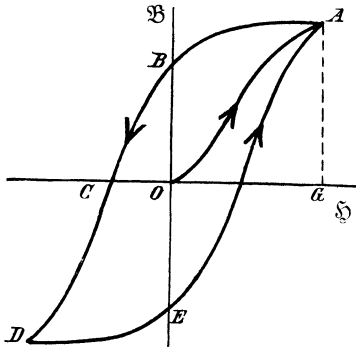


Bild 82. Hysteresisschleife.

Verhalten des Eisens läßt darauf schließen, daß von der starken Magnetisierung her ein Rest von Magnetismus im Eisen zurückbleibt (Hysteresis).

Für eine Feldstärke $\mathfrak{H} = 0$ ist die Induktion bei abnehmender Magnetisierung gleich OB . Dies ist die Induktion des zurückbleibenden Magnetismus. Hysteresis und zurückbleibender Magnetismus sind also in gewissem Sinne dasselbe. Wir erklären beide Erscheinungen daraus, daß die einmal gerichteten Eisenteilchen infolge der Reibung in ihrer neuen Lage zu verharren suchen.

Kehrt man nun die Stromrichtung um, so ist eine Feldstärke OC nötig, um den zurückbleibenden Magnetismus zu vernichten. Man sieht deutlich, daß die Eisenteilchen sich einer Ummagnetisierung widersetzen. Erst wenn die Feldstärke über OC hinaus erhöht wird, erhält man eine Induktion in umgekehrter Richtung. CD entspricht dann der ansteigenden und DE der abfallenden Magnetisierung. OE ist der zurückbleibende Magnetismus usw.

Nun ist nach Gl. (20) auf S. 58 die Energie für die Raumeinheit $\sigma = \int \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B} / 4\pi$ Erg/cm³. Da $\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}$ gleich einem der schmalen Flächenstreifen in Bild 83 ist, so ist $\int \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}$ gleich der ganzen gestreiften Fläche. Diese stellt also, durch 4π geteilt, den Arbeitsverbrauch in Erg/cm³ während der Magnetisierung von Null bis zum Endwert der Induktion dar.

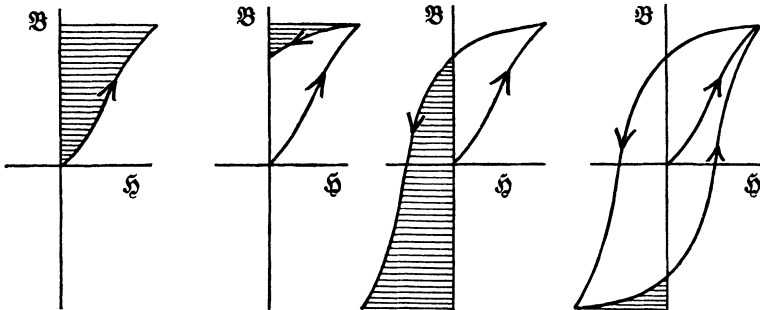


Bild 83.

Bild 84.

Bild 85.

Bild 86.

Arbeit bei Magnetisierung von Eisen, dargestellt durch Flächen.

Wenn die Magnetisierung abnimmt, so wird $d\mathfrak{B}$ und dadurch die Arbeit negativ, d. h. von der Arbeit wird der Teil wiedergewonnen, der durch die Fläche in Bild 84 gegeben ist. Nach Umkehrung des Stromes wird die aufgespeicherte Arbeit wieder positiv und entspricht der Fläche in Bild 85. Davon wird der Betrag wiedergewonnen, der durch die Fläche in Bild 86 dargestellt ist, usw. Die Ummagnetisierungsarbeit in Erg für 1 cm³ und eine Periode ist also gleich dem 4π ten Teil der Hysteresisfläche.

Nach Steinmetz ist der Arbeitsverlust für die Raumeinheit und

für eine Periode proportional der 1,6ten Potenz der größten Induktion \mathfrak{B}_m . Ist η ein Festwert, der für die einzelnen Arten des Eisens verschieden ist, und V der Rauminhalt des Eisens in cm^3 , so ist die Arbeit in Erg für 1 cm^3 :

$$A/V = \eta \cdot \mathfrak{B}_m^{1,6} \text{ Erg/cm}^3. \quad (22)$$

Ist also G das Eisengewicht in kg, so ergibt sich bei einem spezifischen Gewicht von 7,7 der magnetisierte Raum zu $V = G \cdot 1000/7,7 \text{ cm}^3$. Da $1 \text{ Erg/sek} = 10^{-7} \text{ Watt}$ ist, so wird die bei f Perioden/sek angewendete Leistung:

$$N = \eta \cdot \mathfrak{B}_m^{1,6} \cdot G \cdot 1000 \cdot f \cdot 10^{-7}/7,7 \text{ Watt}. \quad (23)$$

Das Steinmetzsche Gesetz hat sich bis zu einer größten Induktion $\mathfrak{B}_m = 7000$ als wesentlich richtig ergeben. η liegt bei den gebräuchlichen Eisenblechen zwischen 0,001 und 0,004.

33. Wirbelströme.

Unter Wirbelströmen versteht man Ströme in einem Leiter von starkem Querschnitt, die nicht in vorgeschriebener Bahn verlaufen, sondern sich da schließen, wo sie den geringsten Widerstand finden. Wenn es sich um Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld handelt, so wirkt die Spannung des Wirbelstromes senkrecht zur Richtung der Induktion und senkrecht zur Bewegungsrichtung. Ist z. B. eine Kupferwindung,

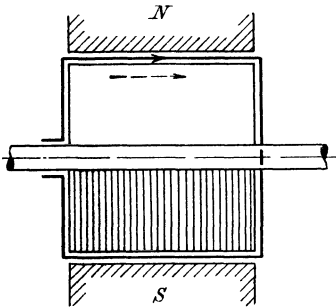


Bild 87.

Ungeteilte bzw. geblättrte Eisenstrommel.

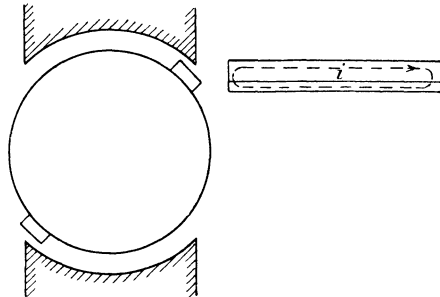


Bild 88.

Wirbelströme in starken Leitern.

wie im oberen Teil in Bild 87, auf eine ungeteilte Eisenstrommel gewickelt, und wird diese so gedreht, daß der obere Leiter aus der Papierebene heraustritt, so wirkt nach der Faradayschen Regel die im Draht erzeugte Spannung in Richtung des Pfeiles. Eine gleiche Spannung wird aber auch in dem darunter liegenden Eisen erzeugt. Infolgedessen entstehen im Eisen bei dem großen Querschnitt, also bei dem geringen Widerstand, sehr erhebliche Ströme. Diese würden eine starke Erwärmung des Ankers und einen großen Arbeitsverlust zur Folge haben. Das wird deutlich, wenn man das Eisen in Bild 87 als einen kurzgeschlossenen Stromerzeuger betrachtet, in welchem der erzeugte Strom der Bewegung entgegenwirkt und daher einen Arbeitsverlust verursacht. Dieser Verlust ist proportional dem Quadrate des Wirbelstromes, also proportional dem Quadrat der im Wirbelstromkreis erzeugten Spannung, demnach proportional dem Quadrat der Periodenzahl und dem Quadrat der Induktion.

Man kann den Arbeitsverbrauch durch Wirbelströme dadurch zeigen, daß man eine Kupferscheibe zwischen den Polen eines noch unerregten

Elektromagneten hin- und herschwingen läßt. Sobald der Elektromagnet erregt wird, bleibt die Scheibe zwischen den Polen wie in einem Brei stecken, da die erzeugten Wirbelströme die Bewegung hemmen (Waltenhofensches Pendel). Die Energie der Bewegung setzt sich dabei in Stromwärme im Kupfer um.

Da Wirbelströme einen Verbrauch von elektrischer Arbeit bedeuten, so muß man den Anker einer Maschine aus Eisenblechen zusammensetzen, wie es der untere Teil des Ankers in Bild 87 zeigt, um dadurch die Wirbelströme, wenn auch nicht ganz zu unterdrücken, so doch wesentlich zu verringern. Die Eisenbleche sind durch ihre Oxydschicht oder durch Lack, oder, wie gewöhnlich, durch Seidenpapier voneinander getrennt. Allgemein hat man das Eisen senkrecht zu dem Leiter zu unterteilen, in welchem eine Spannung erzeugt wird.

Bei Maschinen mit Nutenankern ist es meist auch nötig, die Polschuhe aus Blechen zusammensetzen. Der Fluß hat das Bestreben, durch die Zähne des Ankers zu verlaufen, und wird durch den Zahn, der aus der Polecke austritt, zeitweise mitgenommen. Dadurch werden Wirbelströme in den Polecken erzeugt. Auch unter der Polfläche können Wirbelströme auftreten, da die Induktion im Poleisen gegenüber dem Zahn größer ist als gegenüber der Nut und die Orte der größten und kleinsten Induktion sich bei der Drehung verschieben.

Aber auch im Ankerkupfer können Wirbelströme auftreten, wie Bild 88 in übertriebener Weise zeigt. Besteht nämlich die Wicklung aus Kupferstäben von großem Querschnitt, so liegt zeitweise die eine Kante des Stabes noch im Feld, während die andere Kante sich nicht mehr in Bereiche des Poles befindet. Der von der Seite gesehene Stab ist rechts herausgezeichnet. Die im oberen Teile des Leiters erzeugte Spannung bewirkt in diesem Teile des Leiters einen Strom, der in der Hauptsache durch die Stirnverbindungen und das äußere Netz weiterfließt, sich aber zum Teil in Richtung der punktierten Kurve schon durch den unteren Teil des Leiters selbst schließt. In Wirklichkeit ergibt sich im unteren Teil des Leiters keine entgegengesetzte Stromrichtung, sondern eine kleinere Stromdichte.

Man vermeidet die Wirbelströme im Ankerkupfer dadurch, daß man die Polecken abschrägt oder abrundet oder den Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker an den Polecken vergrößert. Man erreicht dadurch einen ganz allmählichen Abfall des Feldes.

Bei den gegenwärtig allgemein verwendeten Nutenankern ist die Wirbelstrombildung im Ankerkupfer indessen ohnehin sehr gering. Der Fluß verläuft nach Bild 127 fast vollständig durch die Zähne des Ankers und wird, wie wir es oben bereits bei der Polecke sahen, bei der Drehung teilweise mitgenommen und dadurch gedehnt. Schließlich schneidet das Feld schnell durch den ganzen Querschnitt der Nut hindurch und erzeugt in allen Teilen des Ankerleiters dieselbe Spannung, so daß Wirbelströme ausgeschlossen sind.

In ähnlicher Weise wie bei Dynamomaschinen treten auch im Eisen von Transformatoren Wirbelstromverluste auf.

Der gesamte Verlust im Eisen setzt sich also aus dem Hysteresis- und Wirbelstromverlust zusammen. Man ermittelt ihn, indem man das Eisen durch Wechselstrom magnetisiert und die zugeführte Leistung mißt. Dies geschieht durch den Ausschlag eines Leistungszeigers, dessen eine

Spule vom Strom durchflossen wird, während die andere an die Spannung angeschlossen ist.

Als Verlustziffer des Eisens bezeichnet man dann den gesamten Verbrauch in Watt für ein Kilogramm Eisen bei 50 Perioden/Sek und bei einer größten Induktion von 10 000 Gauß. Diese Verlustziffer ist bei den gebräuchlichen Eisenblechen von 0,5 mm Stärke 3 bis 4 Watt für ein Kilogramm Eisen. Durch Verwendung von siliziumhaltigen Eisenblechen, sog. legierten Blechen, die einen größeren elektrischen Widerstand besitzen, läßt sich der Verlust durch Wirbelströme wesentlich herabsetzen.

Wenn das gewöhnliche Eisenblech längere Zeit einer höheren Temperatur ausgesetzt wird, so nimmt die Verlustziffer zu (Altern des Eisens). Bei legierten Blechen bleibt sie ungeändert.

In besonderen Fällen sind Wirbelströme von Vorteil. So beruht die Wirkung von Wirbelstrombremsen auf der magnetischen Kraft, die von den Polen eines Elektromagneten auf die bei der Bewegung in einer Eisenscheibe erzeugten Wirbelströme ausgeübt wird.

Ebenso benutzt man die Wirbelströme zur Dämpfung von Meßgeräten, indem man den beweglichen Magneten innerhalb eines Vollkörpers aus Kupfer aufhängt. Der Magnet stellt sich dann, ohne zu schwingen, in seine neue Ruhelage ein. Besteht das Meßgerät aus einer beweglichen Spule, die vor den Polen eines Stahlmagneten schwingt, wie z. B. oft bei Spiegelgalvanometern, so dämpft man die Bewegung dadurch, daß man die Spule kurz schließt. Sie wird dann durch die Ströme, die bei den Schwingungen in ihr erzeugt werden, oft augenblicklich zur Ruhe gebracht. Dabei haben wir es allerdings mit Strömen in Drähten anstatt mit Wirbelströmen zu tun.

V. Das elektrische Feld.

34. Elektrische Induktion.

Wie wir die Umgebung eines Magneten als ein magnetisches Feld ansahen, sehen wir auch die Umgebung eines statisch geladenen Körpers oder eines von Elektrizität durchströmten Leiters als ein elektrisches Feld an. Das Feld ist bei den üblichen Gleichstromspannungen allerdings sehr schwach gegenüber dem Feld der statischen Elektrizität. Bei hohen Wechselstromspannungen nähert man sich indessen den Verhältnissen, wie sie bei Versuchen mit Influenzmaschinen vorkommen.

Von den Wirkungen des Feldes ist die Kraftwirkung, die sich z. B. in der Abstoßung gleichnamiger Elektrizitätsmengen äußert, längst bekannt. Wichtiger ist auch hier, wie im magnetischen Feld, die elektrische Induktion. Diese messen wir durch den Stromstoß, der beim Entstehen oder Verschwinden des elektrischen Feldes scheinbar durch die Flächeneinheit des Dielektrikums hindurchgeht.

Wir laden oder entladen z. B. einen Plattenkondensator, messen durch den Stromstoß die Elektrizitätsmenge, die in Bewegung gesetzt wird, und teilen sie durch die Fläche der Zwischenschicht. Dann erhalten wir die sog. elektrische Induktion oder elektrische Verschiebung im Dielektrikum. Sie wird in Coulomb/cm² gemessen und mit \mathfrak{D} bezeichnet. Eine anschauliche Vorstellung von der Induktion gewinnen wir, wenn wir parallel

zur Plattenfläche des Kondensators eine Querschnittsfläche durch die Zwischenschicht legen und diese links mit negativer, rechts mit positiver Elektrizität belegt denken. Die Ladung für die Flächeneinheit in Coulomb/cm² ist dann die elektrische Induktion.

Die elektrische Induktion hat ebenso wie die magnetische eine bestimmte Richtung im Raume, die mit der Krafrichtung zusammenfällt. Verschiedene Induktionen an derselben Stelle sind also geometrisch zur Gesamtinduktion zusammenzuzählen.

Über die elektrischen Induktionslinien und Röhren gilt dasselbe wie über die magnetischen, mit dem einzigen Unterschied, daß die elektrischen Induktionslinien und Röhren an positiv geladenen Flächen beginnen und an negativ geladenen endigen, während die magnetischen Induktionslinien und Röhren in sich geschlossen sind.

Der elektrische Induktionsfluß oder Verschiebungsfluß ist das Produkt aus einer Fläche und der zur Fläche senkrechten Komponente der Induktion. Er ergibt sich im Dielektrikum, wie der magnetische Fluß, als quellenfrei, ist also für jeden Querschnitt einer Röhre derselbe. Da die Induktion in Coulomb/cm² gemessen wird, so ist die Einheit des elektrischen Flusses 1 Coulomb. 10⁻⁶ Coulomb werden als 1 Mikrocoulomb bezeichnet. Ist \mathfrak{D} die Induktion und α der Winkel, den die Senkrechte auf der Fläche dF mit der Induktion bildet, so ist der Fluß

$$Q = \int \mathfrak{D} \cdot dF \cdot \cos \alpha \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Während wir beim Magnetismus für die Poleinheit den Fluß 4π erhielten, haben wir jetzt der Einheit der Elektrizitätsmenge willkürlich die Einheit des Flusses zugeordnet. Wir können dann nicht nur den Fluß und die Elektrizitätsmenge in demselben Maß, also in Coulomb, messen und mit demselben Buchstaben bezeichnen, sondern wir haben den großen Vorteil, daß nun der elektrische Fluß durch eine Fläche vollständig die Stelle der Elektrizitätsmenge, mit der man früher arbeitete, einnimmt. An die Stelle der Elektrizitätsmenge, die auf der Oberfläche eines isolierten Leiters angesammelt wird, tritt jetzt der Fluß in dem aus Nichtleitern bestehenden sogenannten Dielektrikum. Auf diese Weise machen wir wirklich Ernst mit der Faradayschen Anschauung, daß alle Vorgänge, z. B. die Ladung oder Entladung eines Kondensators, im Dielektrikum vor sich gehen. Die isolierten Leiter behalten allerdings die wichtige Eigenschaft, daß sie die Ausgangstellen für den elektrischen Fluß sind und dies auch bleiben, wenn sie ihre Lage ändern.

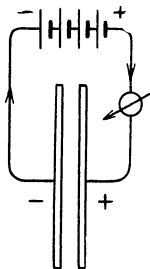


Bild 89. Ladung.

Der sog. Verschiebungsstrom als die Änderung der Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit ist jetzt die Änderung des durch das Dielektrikum tretenden Flusses in der Zeiteinheit, d. h.

$$i = dQ/dt \text{ Amp.} \quad (2)$$

Wenn wir z. B. den Kondensator in Bild 89 laden, so fließt von der positiven Klemme der Stromquelle positive Elektrizität nach der rechten Platte und negative Elektrizität von der negativen Klemme der Stromquelle nach der linken Platte. Der letztere Vorgang ist gleichbedeutend damit, daß positive Elektrizität, wie gezeichnet, von der

linken Platte zur negativen Klemme der Stromquelle zurückfließt. Wir kommen dadurch zu der Vorstellung eines Kreisstromes, bei dem die Elektrizität trotz der Unterbrechungsschicht des Kondensators durch den ganzen Stromkreis fließt. Der wirkliche Strom in der Zuleitung findet dabei seine Fortsetzung in dem sog. Verschiebungsstrom in der Zwischenschicht. Ist die Ladung beendet, ist der Verschiebungsstrom Null. Besonders auffallend ist die Erscheinung des Verschiebungsstromes, wenn wir eine Wechselstromquelle an ein unbelastetes, also offenes Kabel legen. Dann fließt in das Kabel dauernd ein ziemlich starker Strom, obwohl keine Verbraucher angeschlossen sind und der Isolationswiderstand überaus groß ist.

Der Verschiebungsstrom übt dieselbe magnetische Wirkung aus wie ein geschlossener Kreisstrom. Denken wir also in Bild 90 durch das Dielektrikum eine gestrichelt umrandete Fläche gelegt, so ist nach dem Durchflutungsgesetz die magnetische Spannung $\int \mathfrak{H} dl$ längs der geschlossenen, gestrichelten Kurve proportional dem die Fläche bei der Ladung oder Entladung durchfließenden Verschiebungsstrom, d. h. proportional der Änderung des elektrischen Flusses in der Zeiteinheit. Damit ist die Übereinstimmung der Vorgänge im magnetischen und elektrischen Feld vollkommen. Längs einer geschlossenen Kurve ist die elektrische Spannung proportional der Änderungsgeschwindigkeit des umfaßten magnetischen Flusses, die magnetische Spannung proportional der Änderungsgeschwindigkeit des umfaßten elektrischen Flusses. Wir gehen nun zu einfachen Beispielen über.

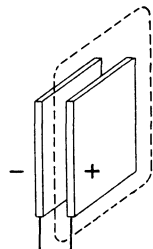


Bild 90. Durchflutung durch die umrandete Fläche bei Ladung oder Entladung.

Bei einem Plattenkondensator sind die elektrischen Feldlinien unter Vernachlässigung der Randwirkung nach Bild 91 überall gleichgerichtet. Die Induktion \mathfrak{D} ist dann überall dieselbe und der Fluß oder die Ladung Q ergibt sich bei der einseitigen Plattenfläche F cm² zu

$$Q = \mathfrak{D} \cdot F \text{ Coulomb.} \tag{3}$$

Ist z. B. die einseitige Fläche gleich 1000 cm² und die Ladung gleich 3 Mikroculomb = $3 \cdot 10^{-6}$ Coulomb, so ist die elektrische Induktion im Dielektrikum $\mathfrak{D} = Q/F = 0,003 \cdot 10^{-6}$ Coulomb/cm².

Bei einem sehr langen Röhrenkondensator, also z. B. einem gleichachsigen Kabel (Bild 92) ist die Induktion unter Vernachlässigung der Randwirkung auf einer Zylinderfläche im Dielektrikum überall dieselbe. Ist l die Länge des Kondensators in cm und r der Halbmesser der Zylinderfläche in cm, so ist die Fläche gleich $2r\pi \cdot l$. Bei einem Flusse oder einer Ladung Q ist dann die Induktion im Abstand r von der Achse:



Bild 91. Feldlinien des Plattenkondensators.

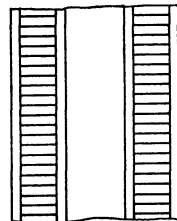


Bild 92. Feldlinien des Röhrenkondensators.

$$\mathfrak{D} = Q/F = Q/2r\pi l \text{ Coulomb/cm}^2. \tag{4}$$

Ist z. B. die Länge 2 km = $2 \cdot 10^5$ cm und der äußere Halbmesser des inneren Leiters gleich 1 cm, so wird bei einer Ladung von 0,0025 Coulomb die Induktion auf der Oberfläche des inneren Leiters $\mathfrak{D} = Q/2r\pi l =$

$= 0,002 \cdot 10^{-6}$ Coulomb/cm². Gl. (4) gilt auch für die Induktion in der Entfernung r cm von einem einzelnen, unendlich dünnen geraden Leiter.

Bei einem Kugelkondensator wird die Induktion im Abstand r cm vom Mittelpunkt

$$\mathfrak{D} = Q/4r^2\pi \text{ Coulomb/cm}^2. \quad (5)$$

Gl. (5) gibt auch die Induktion im Abstand r cm von einem punktförmigen, mit der Elektrizitätsmenge Q Coulomb geladenen Körper im gleichförmigen Mittel, bei dem keine Leiter in der Nähe die gleichmäßige Ausstrahlung der Feldlinien in den Raum stören. Die Feldlinien endigen dann grundsätzlich im Unendlichen auf einer entgegengesetzt geladenen inneren Kugelfläche. Tatsächlich finden sie allerdings ihr Ende an entgegengesetzten Ladungen der Zimmerwände, was jedoch die Verteilung in der Nähe des punktförmigen Körpers nicht wesentlich beeinflusst.

Die Feldlinien zweier punktförmiger, entgegengesetzt gleicher Ladungen können wir in derselben Weise zeichnen wie die magnetischen Feldlinien zweier punktförmiger Pole in Bild 38.

Wir ermitteln nun die Feldlinien zweier entgegengesetzt geladener gerader Leiter von unendlicher Länge und unendlich

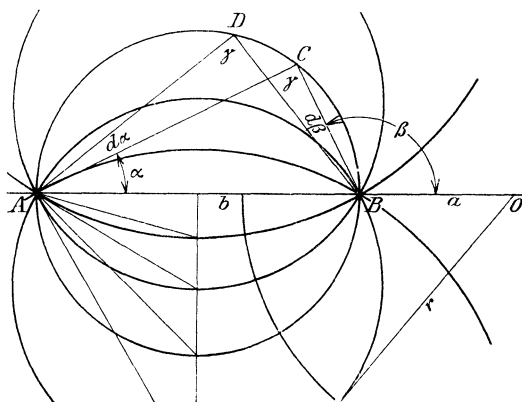


Bild 93. Feldlinien zwischen unendlich dünnen Leitern.

kleinem Querschnitt, die in Bild 93 die Papierebene in A und B senkrecht durchsetzen. Die Punkte C und D mögen auf einer Feldlinie liegen, die bei ihrer Verschiebung in der Längsrichtung der Leiter die Wandung einer elektrischen Röhre beschreibt. Wächst in Bild 93 α um $d\alpha$, so wächst β um $d\beta$. Nun geht durch die Wandung von der Breite CD kein Fluß hindurch, d. h. von A und B gehen zwei entgegengesetzt gleiche Flüsse durch CD .

Daraus folgt: $d\beta = d\alpha$, oder wenn wir integrieren und die Integrationskonstante gleich γ setzen: $\beta = \alpha + \gamma$. Der Winkel γ an der Spitze ist also unveränderlich, d. h. die elektrische Feldlinie ist ein Kreisbogen über $AB = b$.

Wir zerlegen nun das Feld in Röhren gleichen Flusses. Wir ziehen dazu von A in gleichem Abstand Strahlen und schlagen durch A und B eine Reihe von Kreisen, deren Mittelpunkte die Schnittpunkte der Strahlen mit der Mittelsenkrechten auf AB sind. Die Kreise sind, wie oben abgeleitet wurde, elektrische Feldlinien. Wenn wir sie in Richtung der Leiter verschieben, bildet der Raum zwischen je zwei aufeinander folgenden Kreisen eine Feldröhre. Da die Tangenten an alle Kreise in A oder B gleiche Winkel miteinander bilden, so ist der Fluß aller Röhren derselbe. Natürlich könnten wir die Feldlinien auch unter entsprechender Änderung der Zeichnung, ähnlich wie in Bild 38 ermitteln.

Nun hat das Quadrat der Tangenten r , die von einem Punkte O der Verlängerung von AB an die Kreise gezogen werden, für alle Kreise denselben Wert

$$r^2 = a(a + b).$$

Ein Kreis um O mit der Tangente als Halbmesser schneidet also alle Feldlinien rechtwinklig. Wir nehmen nun die Tatsache voraus, daß die Feldlinien stets senkrecht zur Leiteroberfläche gerichtet sind und man daher jede zu ihnen senkrechte Fläche im Dielektrikum durch eine Leiteroberfläche ersetzen kann. An der Verteilung der Feldlinien außen wird also nichts geändert, wenn wir die Oberfläche des Zylinders mit dem Halbmesser r durch eine gleiche metallische Fläche ersetzen, d. h. wenn der Zylinder die Oberfläche eines Drahtes ist. Man muß dann allerdings die Feldlinien im Innern des Zylinders wegnehmen, da sich bei einem metallischen Leiter die Ladung nur an der Oberfläche befindet und das Feld im Innern gleich Null ist.

Dadurch lassen sich nun die Röhren auch bei endlichem Querschnitt der Leiter darstellen. Wir ersetzen dazu in Bild 94 unsere

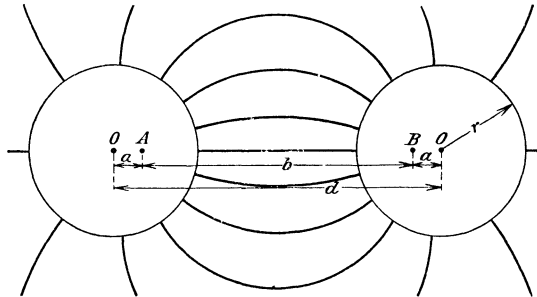


Bild 94. Feldlinien zweier Drähte von gleichem Halbmesser.

Leiter durch zwei Leiter von unendlich dünnem Querschnitt und verlegen sie nach den noch näher zu bestimmenden sog. elektrischen Achsen A und B . Für die Leiter von unendlich dünnem Querschnitt führen wir dann die Zeichnung nach Bild 93 aus. Die Feldlinien werden dabei wieder Kreise, die durch A und B gehen.

Die Halbmesser r beider Drähte seien zunächst einander gleich. Die Mittelpunkte sind mit O und der Abstand der Mittelpunkte mit d bezeichnet. Wie in Bild 93 sei a der Abstand der elektrischen Achsen vom Mittelpunkt und b der Abstand beider Achsen voneinander. Da nach Bild 94 $b = d - 2a$ ist, so nimmt die Gleichung für r^2 die Form an: $r^2 = a(d - a)$ d. h. $a^2 - ad + r^2 = 0$. Wenn wir für a auflösen, erhalten wir

$$a = d/2 - \sqrt{d^2/4 - r^2}.$$

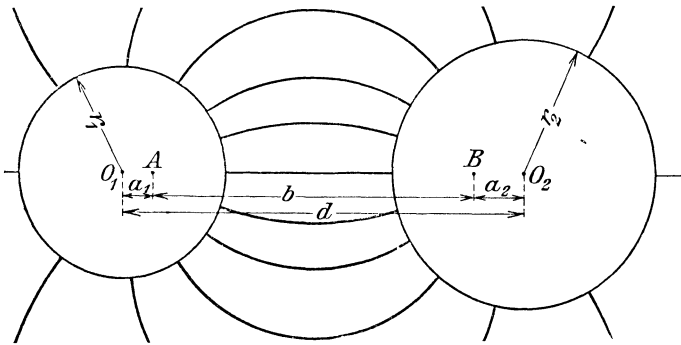


Bild 95. Elektrische Feldlinien zweier Drähte von ungleichem Halbmesser.

Ist z. B. der Halbmesser $r = 0,4$ cm und der Abstand der Leitermitten $d = 32$ cm, so ist der Abstand a der elektrischen Achse von der Leitermitte $a = 16 - \sqrt{256 - 0,16} = 0,005$ cm. Wie das Beispiel zeigt,

kann man, wenn der Halbmesser klein ist gegenüber dem Abstand, die elektrischen Achsen mit den Leitermitten zusammenfallen lassen.

Sind die Halbmesser nach Bild 95 ungleich, so ist

$$r_1^2 = a_1(a_1 + b) \quad r_2^2 = a_2(a_2 + b). \quad a_1 + a_2 + b = d.$$

Daraus lassen sich a_1 , a_2 und b berechnen. Auch hier kann man bei großem Leiterabstand a_1 und a_2 gleich Null setzen.

Wir bestimmen schließlich die Feldlinien zwischen einer ebenen leitenden Fläche und einem zu ihr gleichgerichteten, entgegengesetzt geladenen Leiter. Da die Feldlinien auf der Ebene senkrecht stehen, so können wir diese durch die Ebene ersetzen, die in Bild 93 durch die Mitte von AB geht und auf allen Feldlinien senkrecht steht. Wir zeichnen also das Spiegelbild des Leiters in bezug auf die leitende Ebene und verfahren dann nach Bild 93.

35. Elektrische Feldstärke.

Wenn sich ein elektrisch geladener Leiter unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes bewegt, leistet das Feld eine Arbeit. Diese ist positiv, solange die Bewegung in Richtung der vom Feld auf den Leiter ausgeübten Kraft erfolgt, und negativ, solange die Bewegung entgegen der Kraft erfolgt. Wie bei der Bewegung eines Poles im magnetischen Feld ist die Arbeit unabhängig vom Weg und nur durch die Lage des Anfangs- und Endpunktes gegeben. Wir schreiben daher auch dem elektrischen Feld ein Potential zu und bestimmen dieses in einem Punkte des Feldes als die Arbeit, die vom Feld geleistet wird, wenn es die positive Einheit der Elektrizität von der betreffenden Stelle nach dem Unendlichen schafft.

Die Arbeit, die das Feld bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge zwischen zwei Punkten des Feldes leistet, ist dann gleich dem Potentialunterschied oder der elektrischen Spannung zwischen beiden Punkten. Messen wir die Arbeit in Joule und die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so erhalten wir die Spannung in Volt.

Teilen wir die Arbeit, die das Feld zwischen zwei unendlich nahe gelegenen Punkten bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge leistet, durch den Weg, so erhalten wir die elektrische Feldstärke. Sie ist also bestimmt als die elektrische Spannung für die Längeneinheit und wird in Volt/cm gemessen. Ist dE die Spannung in Volt und dl die Weglänge in cm, so ergibt sich die elektrische Feldstärke zu

$$\mathcal{E} = dE/dl \text{ Volt/cm.} \quad (6)$$

Ein Plattenkondensator mit einem Plattenabstand $l = 0,1$ cm werde z. B. zu einer Spannung von 100 Volt geladen. Die Feldstärke des gleichförmigen Feldes im Dielektrikum ergibt sich dann als die Spannung für die Längeneinheit zu $\mathcal{E} = E/l = 100/0,1 = 1000$ Volt/cm. Sie ist unabhängig von der Plattengröße und dem Stoffe der Zwischenschicht.

Gl. (6) gilt nicht nur für Nichtleiter, sondern ebensowohl für durchströmte Leiter. In dem Kreis eines Stromerzeugers ist z. B. die erzeugte Spannung $E = \int \mathcal{E} dl$ die Summe aus zwei Spannungen. Von diesen wird die eine im inneren Ohmschen Widerstand des Stromerzeugers längs der ganzen inneren Drahtwicklung verbraucht. Da der innere Spannungsverlust bei großer Länge des Weges immer sehr klein ist, so ist die

Feldstärke, d. h. die Spannung für die Längeneinheit, im Draht sehr klein. Die andere Spannung ist die Klemmenspannung. Diese können wir entweder als die Spannung längs einer unmittelbar von Klemme zu Klemme im Dielektrikum verlaufenden elektrischen Feldlinie auffassen, oder als die Spannung, die im äußeren Kreise, z. B. in der Drahtwicklung eines Spannungszeigers, verbraucht wird. Wir nehmen also auch in metallischen Leitern, sobald sie vom Strom durchflossen werden, ein elektrisches Feld an, das die Richtung der Stromdichte hat.

Da die Feldstärke die Spannung für die Längeneinheit ist, so ist es klar, daß die Beanspruchung der verschiedenen Isolierstoffe auf Durchschlagen von der Feldstärke abhängt.

Da die Arbeit für die Längeneinheit gleich einer Kraft ist, so kann die Feldstärke auch als die Kraft auf die Einheit der Elektrizitätsmenge bezeichnet und als solche gemessen werden. Dies kann z. B. durch die Beobachtung der Schwingungszahl eines kleinen elektrischen Kompasses geschehen, der aus zwei isoliert auf einer Achse befestigten und entgegengesetzt geladenen Metallkugeln besteht. Allerdings erhalten wir die Feldstärke, wenn die Kraft in Dyn gemessen wird und als Einheit der Elektrizitätsmenge 1 Coulomb gewählt wird, nicht in Volt/cm. Vielmehr ergibt sich

$$1 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb} \times \text{cm}} = \frac{10^7 \text{ cmdyn}}{\text{Coulomb} \times \text{cm}} = \frac{10^7 \text{ Dyn}}{\text{Coulomb}}. \quad (7)$$

Die Richtung der Feldstärke kann durch einen elektrischen Kompaß bestimmt werden. Sie läßt sich auch durch Hineinstreuen eines feinen Pulvers in das Feld ermitteln, ähnlich wie man die Richtung eines magnetischen Feldes durch Eisenfeilspäne feststellt.

Abgesehen von elektrischen Feldern in Kristallen ist die Richtung der Feldstärke dieselbe wie die der Induktion. Wenn wir also in Richtung der Feldstärke weiterschreiten, beschreiben wir dieselben Feldlinien, die wir bei der Induktion kennen gelernt haben.

Über die Niveauflächen gilt dasselbe wie im magnetischen Feld. Sie sind beim Plattenkondensator Ebenen, die den Flächen der Platten gleichgerichtet sind, beim Zylinderkondensator Zylinderflächen und beim Kugulkondensator Kugelflächen. Für zwei punktförmige ungleichnamige Elektrizitätsmengen erhalten wir dieselben Niveauflächen wie in Bild 40. Bei zwei geraden, entgegengesetzt geladenen runden Leitern sind die Niveauflächen nach Bild 93 Zylinderflächen, die aber nicht denselben Mittelpunkt haben.

Da sich eine Spannung in Metallen sofort ausgleicht, so haben solche Leiter im elektrischen Feld an allen ihren Punkten dasselbe Potential, d. h. die Oberfläche ist eine Niveaufläche, und die Krafrichtung steht an allen Punkten genau senkrecht zur Oberfläche. Wenn wir also einen metallischen Leiter in Bild 96 in ein bisher gleichförmiges Feld bringen, so drängen

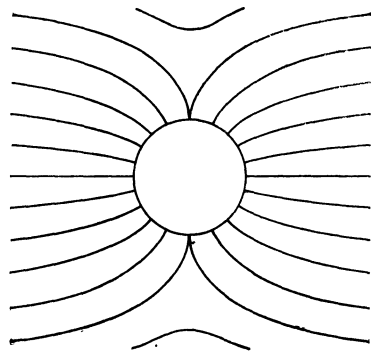


Bild 96. Leiter im gleichförmigen elektrischen Feld.

sich die Feldlinien nach dem Leiter hin zusammen. Wir erhalten ein ähnliches Bild wie beim Eisen im magnetischen Feld (Bild 45), nur mit dem Unterschied, daß die Feldlinien jetzt genau senkrecht eintreten. Da die Leiteroberfläche überall dasselbe Potential besitzt, so stellt sie einen vollständigen Kurzschluß für die Feldlinien dar. Die Spannung zwischen zwei Punkten der Oberfläche und damit die Feldstärke im Innern ist Null, und zwar auch dann, wenn das Innere hohl ist. Dies ist der Grund, weshalb die Feldlinien an der einen Seite endigen, die dadurch negative Ladung erhält, und an der anderen Seite, die dadurch positive Ladung erhält, neu entspringen (Influenz).

36. Elektrische Induktion und Feldstärke.

Im Gegensatz zum magnetischen Feld ergibt der Versuch im elektrischen Feld nicht nur für die Luft, sondern auch für jedes andere Isoliermittel ein festes Verhältnis zwischen Induktion und Feldstärke. Da die Einheiten für beide willkürlich gewählt sind, so können wir nicht erwarten, daß beide in der Luft, wie beim magnetischen Feld, zahlenmäßig gleich werden. Ihre Beziehung ergibt sich vielmehr mit Hilfe der sog. statischen und absoluten Einheit der Elektrizitätsmenge und deren Beziehung zum Coulomb.

Die statische Einheit übt in der Luft auf die gleiche Elektrizitätsmenge in 1 cm Entfernung die Kraft 1 Dyn aus.

Die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge ergibt mit der absoluten Einheit der Spannung (vgl. S. 40) die Arbeit 1 Erg und ist nach Maxwells Versuchen $3 \cdot 10^{10}$ mal so groß wie die statische Einheit. Da $3 \cdot 10^{10}$ die Lichtgeschwindigkeit c in cm/sek ist, so schloß Maxwell, daß das Licht eine elektromagnetische Erscheinung ist, was viel später durch Hertz bestätigt wurde. Ein Licht auf das Verhältnis der abs. und stat. Einheit fällt auch durch den Versuch von Rowland. Würde man nach diesem Versuch einem Kreisring, der auf jedem Zentimeter des Umfangs mit der statischen Einheit der Elektrizitätsmenge geladen ist, eine Umfangsgeschwindigkeit $c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sek erteilen, so würde der Ring dieselbe magnetische Wirkung ausüben wie ein Kreisstrom von der absoluten Einheit der Stromstärke.

Nun ergibt 1 Coulomb mit 1 Volt $= 10^8$ absoluten Einheiten der Spannung die Arbeit 1 Joule $= 10^7$ Erg. Daraus folgt:

$$1 \text{ Coulomb} = 10^7/10^8 \text{ abs. Einh.} = 10^{-1} \cdot c \text{ stat. Einh.}$$

Wir benutzen dies, um in einem bestimmten Fall, nämlich in der Luft im Abstand 1 cm von der punktförmigen Elektrizitätsmenge 1 Coulomb, die Feldstärke und damit das Verhältnis der Induktion zur Feldstärke zu berechnen. Dieses Verhältnis gilt dann allgemein für die Luft.

Die Kraft auf 1 Coulomb im Abstand 1 cm von der punktförmigen Elektrizitätsmenge 1 Coulomb ist nach unserer Gleichung $(10^{-1} \cdot c)^2$ Dyn, d. h. die Feldstärke ist dort $10^{-2} \cdot c^2$ Dyn/Coulomb. Die Feldstärke in Volt/cm ist dann nach Gl. (7) $\mathcal{E} = 10^{-7} \cdot c^2 \cdot 10^{-2}$ Volt/cm.

Andererseits ist der Fluß, den die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb ausendet, gleich 1. Auf einer Kugelfläche vom Halbmesser 1 cm, in deren Mittelpunkt sich die Ladung 1 befindet, d. h. in 1 cm Entfernung von der Einheit, ist also die Induktion $\mathfrak{D} = 1/4\pi$ Coul./cm². Demnach erhalten wir für die Luft die allgemein gültige Beziehung $\mathfrak{D}/\mathcal{E} = 10^9/4\pi c^2$, d. h. $\mathfrak{D} = \mathcal{E} \cdot 10^9/4\pi c^2$.

Laden wir z. B. einen plattenförmigen Luftkondensator von einem Plattenabstand $l = 0,1$ cm zu einer Spannung $E = 100$ Volt, so ist die Feldstärke oder die Spannung für 1 cm, wie auf S. 70 $\mathfrak{E} = E/l = 1000$ Volt/cm. Demnach ist die Induktion oder der Fluß durch die Flächeneinheit $\mathfrak{D} = 1000 \cdot 10^9 : 4\pi c^2 = 8,9 \cdot 10^9 \cdot 10^{-11}$ Coulomb/cm².

Wir untersuchen nun denselben Kondensator, nachdem wir die Luft durch ein anderes Mittel ersetzt haben und finden für dieselbe Feldstärke eine ε mal so große Induktion. Man bezeichnet dann ε als die Dielektrizitätskonstante. Sie ergibt sich z. B. bei festem Paraffin zu 2, bei Glas zu 5,5 bis 9. Dann wird für ein beliebiges Mittel

$$\mathfrak{D} = \varepsilon \cdot \mathfrak{E} \cdot 10^9/4\pi c^2. \quad (8)$$

Besteht die Zwischenschicht nach Bild 97 zur Hälfte aus Luft, zur Hälfte aus einem Mittel von der Dielektrizitätskonstante ε , z. B. aus Glas, so ist die Spannung, also auch die Feldstärke für beide Hälften dieselbe. Die Induktion ist dagegen im Glase ε mal so groß wie in der Luft.

Liegen dagegen Glas und Luft nicht nebeneinander, sondern wie in Bild 98 hintereinander, so ist die Induktion in beiden Mitteln dieselbe, dagegen die Feldstärke im Glase nach Gl. (8) ε mal so klein wie in der Luft. Sind l_l und l_g die Schichtdicken der Luft und des Glases, so ist die Gesamtspannung

$$E = E_l + E_g = \mathfrak{E}_l \cdot l_l + \mathfrak{E}_g \cdot l_g = \mathfrak{E}_l (l_l + l_g/\varepsilon).$$

Ohne die Glasplatte wäre der Plattenabstand $l_l + l_g$.

Bei derselben Gesamtspannung E ist dann die Beziehung zwischen ihr und der Feldstärke \mathfrak{E} gegeben durch $E = \mathfrak{E} (l_l + l_g)$. Durch Gleichsetzung beider Werte von E ergibt sich

$$\mathfrak{E}_l = \frac{(l_l + l_g)}{l_l + l_g/\varepsilon} \mathfrak{E}.$$

Die Feldstärke im Luftraum eines Luftkondensators wird also durch das Hineinschieben der Glasplatte vergrößert! Damit wird auch die Durchschlagsmöglichkeit der Luft vergrößert, obwohl das Glas selbst eine weit größere Durchschlagsfestigkeit besitzt als die Luft. Noch verständlicher wird uns dies, wenn wir das Ohmsche Gesetz, wie für den magnetischen Fluß, so auch für den elektrischen Fluß anwenden. (Vgl. Werner Siemens, Lebenserinnerungen, 5. Aufl., Berlin 1879, S. 180.) Die Konstante $\varepsilon \cdot 10^9/4\pi c^2$ ist dann als eine dielektrische Durchlässigkeit zu bezeichnen. Der Spannungsverbrauch in dem Mittel von großer Durchlässigkeit ist dann klein und die an der Luftstrecke übrigbleibende Spannung groß.

Über die Brechung der Feldlinien gilt dasselbe wie für die magnetischen Feldlinien. An die Stelle der magnetischen Durchlässigkeit μ tritt die dielektrische Durchlässigkeit ε . Ebenso drängen sich die elektrischen Feldlinien, wie die magnetischen, nach dem Körper von größerer Durchlässigkeit hin zusammen, so daß Bild 45 auch für die elektrischen Feldlinien gilt. Allerdings besteht ein Unterschied dem Grade nach. Die elektrische Durchlässigkeit ist zwar größer als die der Luft, aber doch sehr gering gegenüber der magnetischen Durchlässigkeit des Eisens. Daher treten die elektrischen Feldlinien auch nicht, wie die magnetischen, fast senkrecht in einen Stoff von größerer Durchlässigkeit ein.

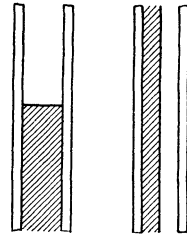


Bild 97. Bild 98.
Verschiedene Mittel.

37. Die Kapazität.

Das Verhältnis der Elektrizitätsmenge oder des Flusses zur Spannung wird Kapazität genannt und mit C bezeichnet. Ist E die Spannung in Volt, so ist der Fluß oder die Ladung

$$Q = C \cdot E \text{ Coulomb.} \quad (9)$$

Die Einheit der Kapazität hat ein Kondensator, in welchem bei 1 Volt der Fluß durch die Fläche gleich 1 Coulomb ist. Diese Einheit heißt 1 Farad. Ein Mikrofarad ist gleich 10^{-6} Farad.

Im Grunde ist Gleichung (9) nichts anderes als ein Ohmsches Gesetz für den elektrischen Fluß. Dabei stellt die Kapazität C einen dielektrischen Leitwert für den elektrischen Fluß dar, der indessen nicht mit dem umgekehrten Wert des Isolationswiderstandes für den elektrischen Strom verwechselt werden darf. Daß wir in Gl. (9) ein Ohmsches Gesetz vor uns haben, wird deutlich, wenn wir die Kapazität in einigen einfachen Fällen berechnen.

Bei einem Plattenkondensator von der Fläche F cm² und einem Abstand l cm ist $Q = \mathfrak{D} \cdot F$ und $E = \mathfrak{E} \cdot l$, also nach Gl. (8)

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{F}{l} = \frac{10^9}{4\pi \cdot c^2} \cdot \frac{\varepsilon \cdot F}{l} \text{ Farad.} \quad (10)$$

Wir sehen deutlich, daß sich die Kapazität wie ein elektrischer Leitwert berechnet. Bei einem Kondensator sei z. B. die einseitige Fläche einer Platte gleich 400 cm². Wie in Bild 25 seien 30 gleichnamige Platten nebeneinander geschaltet. Dann ist die Fläche auf beiden Seiten $F = 2 \cdot 30 \cdot 400 = 24000$ cm². Der Abstand l sei 0,2 cm. Die Zwischenschicht bestehe aus Luft. Dann wird nach Gl. (10) $C = 0,0106 \cdot 10^{-6}$ Farad.

Häufig müssen wir zur Berechnung der Kapazität den dielektrischen Widerstand, d. h. den umgekehrten Wert der Kapazität einführen. Beim Röhrenkondensator von der achsialen Länge l cm haben wir z. B. den dielektrischen Widerstand eines Hohlzylinders von der Wandstärke dr im Abstand r cm von der Achse zu berechnen, indem wir den umgekehrten Wert von C aus Gl. (10) bilden. Dabei haben wir dr statt l und $2r\pi \cdot l$ statt F einzuführen. Der Gesamtwiderstand wird dann bei dem inneren Halbmesser r_1 und dem äußeren Halbmesser r_2 :

$$\frac{4\pi c^2}{10^9} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\varepsilon \cdot 2r\pi \cdot l} = \frac{2c^2}{10^9 \cdot \varepsilon \cdot l} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Der umgekehrte Wert des dielektrischen Widerstandes ist dann die Kapazität. Teilen wir sie durch l , so erhalten wir die Kapazität für 1 cm. Das 10^5 fache ist dann die Kapazität C' für 1 km, d. h.

$$C' = 10^{14} \varepsilon : 2c^2 \ln r_2/r_1 \text{ Farad/km.} \quad (11)$$

Bei einem gleichachsigen Kabel von 2 km Länge sei z. B. der äußere Halbmesser des inneren Leiters $r_1 = 1$ cm, der innere Halbmesser des äußeren Leiters $r_2 = 1,5$ cm und $\varepsilon = 4$. Dann ist nach Gl. (11): $C = 2C' = 1,1 \cdot 10^{-6}$ Farad. Bei einer Spannung von 1000 Volt ist also die Ladung $Q = C \cdot E = 1100 \cdot 10^{-6}$ Coulomb. Die Induktion und die Feldstärke auf der Oberfläche des inneren Leiters werden dann $\mathfrak{D}_1 = Q : 2r_1\pi l = 0,00088 \cdot 10^{-6}$ Coulomb/cm² und $\mathfrak{E}_1 = \mathfrak{D}_1 \cdot 4\pi \cdot c^2/10^9 \varepsilon = 2470$ Volt/cm. An der inneren Oberfläche des äußeren Leiters ist wegen

der größeren Fläche die Induktion im Verhältnis 1:1,5 kleiner, demnach die Feldstärke $2470:1,5 = 1650$ Volt/cm. Wäre die Spannung von 1000 Volt gleichmäßig längs des Abstandes von 0,5 cm verteilt, so wäre die Feldstärke überall $1000:0,5 = 2000$ Volt/cm.

Für eine in der Luft befindliche Kugel von Halbmesser r cm, der im Endlichen keine leitenden Flächen gegenüberstehen, haben wir den dielektrischen Leitwert einer Hohlkugel von der Wandstärke dx im Abstand x vom Mittelpunkt nach Gl. (10) zu berechnen und den umgekehrten Wert zu bilden. Der ganze dielektrische Widerstand des umgebenden Raumes ist dann:

$$\frac{4\pi c^2}{10^9} \int_r^\infty \frac{dx}{4\pi x^2} = \frac{c^2}{10^9} \cdot \frac{1}{r}, \text{ d. h. } C = \frac{10^9}{c^2} \cdot r. \quad (12)$$

Anstatt den Vorgang der Ladung einer solchen Kugel auf die Oberfläche zu verlegen, haben wir ihn bei unserer obigen Rechnung im unendlichen Raum angenommen. Der leitende Körper ist dabei schließlich nichts anderes als ein Hohlraum im Dielektrikum. Eine große Kugel hat nicht deswegen auch eine große Kapazität, weil ihre Oberfläche groß ist, sondern weil der Widerstand des umgebenden Raumes klein ist. Jedenfalls ist die Auffassung von der Kapazität als eines dielektrischen Leitwertes zutreffender als die noch jetzt in ihrem Namen nachwirkende Anschauung, daß sie eine Aufnahmefähigkeit der Leiteroberflächen darstellt. Je mehr man sie als Leitwert ansieht, desto greifbarer wird es, daß die Vorgänge sich im Dielektrikum, nicht aber auf der Leiteroberfläche abspielen. Die Oberflächen der Leiter spielen indessen doch eine wichtige Rolle, da sie die Quellen des Flusses sind und diese Quellen bei Bewegung der Leiter mit ihnen bewegt werden.

Wir ermitteln nun die Kapazität einer Leitung und berechnen dazu das Potential eines beliebigen Punktes P im Feld zweier unendlich dünner Leiter von großer Länge, die bei A und B in Bild 99 die Papierebene durchsetzen. Die Leiter seien mit q Coulomb/cm entgegengesetzt gleich geladen. Wir zeichnen dazu die Niveaulinie, auf der der Punkt P liegt und lassen die Einheit der Elektrizitätsmenge statt von P aus in wagerechter Richtung von N aus nach dem Unendlichen getrieben werden.

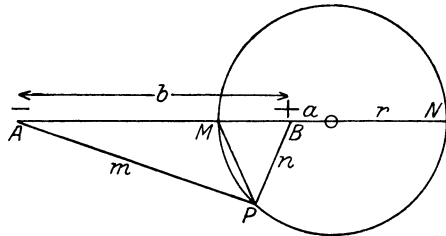


Bild 99. Feld zweier unendlich dünner Leiter.

In einem Punkt, der in wagerechter Richtung nach rechts um x cm von B und um $b+x$ cm von A entfernt ist, ist die Induktion als Fluß durch die Flächeneinheit:

$$\mathfrak{D} = \frac{q}{2\pi x} - \frac{q}{2\pi(b+x)}.$$

Mit $\varepsilon = 1$ erhalten wir nach Gl. (8) die Feldstärke an dieser Stelle zu

$$\mathfrak{E} = \frac{4\pi c^2}{10^9} \mathfrak{D} = \frac{2qc^2}{10^9} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{b+x} \right).$$

Das Potential im Punkte N und damit auch in P ist also

$$V = \int_{a+r}^{\infty} \mathfrak{E} \cdot dx = \frac{2qc^2}{10^9} \left| \ln x - \ln(b+x) \right|_{a+r}^{\infty} = \frac{2qc^2}{10^9} \cdot \ln \frac{a+b+r}{a+r}.$$

Nun ist nach S. 68 die Niveaufäche ein Kreis mit der Gleichung $r^2 = a(b + a)$. Demnach ergibt sich durch Umformung

$$\frac{b+a}{r} = \frac{r}{a} \quad \frac{b+a-r}{r-a} = \frac{b+a+r}{a+r}$$

AN wird also durch M und B harmonisch geteilt. Nach dem Gesetz der harmonischen Teilung verhält sich dann auch $m:n = (a+b+r):(a+r)$, und man erhält:

$$V = \frac{2qc^2}{10^9} \ln \frac{m}{n} \tag{13}$$

Um dann die Kapazität einer langen Leitung vom Halbmesser r cm zu berechnen, führen wir wieder

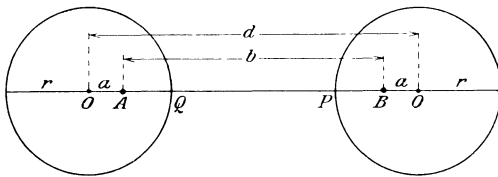


Bild 100. Leiter von gleichem Durchmesser

in Bild 100 die elektrischen Achsen A und B ein. Wir berechnen dann nach Gl. (13) das Potential V_P im Punkte P , wobei $m = a + b - r$ und $n = r - a$ zu setzen ist. Das Potential in Q ist entgegengesetzt gleich. Wir erhalten

so den Potentialunterschied oder die Spannung zwischen beiden Leitern

$$V_P - V_Q = 2 \cdot \frac{2qc^2}{10^9} \ln \frac{a+b-r}{r-a}$$

Nun ist die Kapazität für 1 cm gleich $q/(V_P - V_Q)$. Die Kapazität für 1 km ist 10^5 mal so groß, sie ergibt sich also zu

$$C' = \frac{q \cdot 10^5}{V_P - V_Q} = \frac{10^{14}}{4c^2 \cdot \ln \frac{a+b-r}{r-a}} \text{ Farad/km.} \tag{14}$$

Ist der Drahtabstand groß gegen den Durchmesser, so kann $r - a = r$ und $a + b - r = d$ gesetzt werden, und man erhält

$$C' = \frac{10^{14}}{4c^2 \cdot \ln \frac{d}{r}} \text{ Farad/km.} \tag{15}$$

Ist z. B. die Länge 10 km, der Abstand $d = 50$ cm und der Halbmesser $r = 0,5$ cm, so ist die Kapazität

$$C = \frac{10^{14}}{4 \cdot 9 \cdot 10^{20}} \cdot 10 \cdot \frac{0,4343}{\log 100} = 0,06 \cdot 10^{-6} \text{ Farad.}$$

Bei einer Einfachleitung mit Erde als Rückleitung haben wir das Spiegelbild der Leitung einzuführen und nach Bild 101 die Entfernung beider Leiter $d = 2h$ zu setzen, ferner wird $\epsilon = 1$. Die Kapazität zwischen Leiter und Spiegelbild berechnet sich dann nach Gl. (15). Nun ist der dielektrische Widerstand zwischen Leiter und Erde halb so groß wie zwischen Leiter und Spiegelbild, also die Kapazität doppelt so groß. Sie ergibt sich also zu

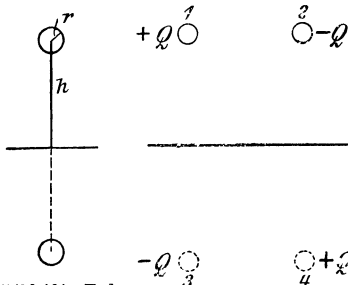


Bild 101. Erde als Rückleitung.

Bild 102. Doppelleitung.

$$C' = \frac{10^{14}}{2c^2} \frac{1}{\ln(2h/r)} \text{ Farad/km.} \quad (16)$$

Um mit Berücksichtigung der Erde die Kapazität einer Doppelleitung zu ermitteln, die aus den in gleicher Höhe liegenden Leitern 1 und 2 für Hin- und Rückleitung besteht, zeichnet man nach Bild 102 die Spiegelbilder 3, 4. Dann rührt das Potential an der Oberfläche des Leiters 1 gleichzeitig vom Feld der Schleifen 13 und 24 her. Es ergibt sich also beim Halbmesser r , wenn die Entfernungen 12, 13, 14 in cm nacheinander a , b und d sind, nach Gl. (13) zu

$$V_1 = \frac{2qc^2}{10^9} \cdot \left(\ln \frac{b}{r} + \ln \frac{a}{d} \right) \text{ Volt.}$$

Für das Potential V_2 an der Oberfläche des Leiters 2 ergibt sich der negative Wert. Dann ist die Kapazität für 1 cm gleich $q/(V_1 - V_2)$, also für 1 km:

$$C' = \frac{10^5 \cdot q}{V_1 - V_2} = \frac{10^{14}}{c^2 \cdot 4 \ln(ab/dr)} \text{ Farad/km.} \quad (17)$$

38. Die Energie des elektrischen Feldes.

Wir wollen einen Kondensator dadurch laden, daß wir eine Spannung anlegen, die wir von Null an bis auf den Endwert E steigern. Ist e der Zeitwert der Spannung, so ist der Zeitwert der Ladung $Q_t = C \cdot e$. Wächst dann die Spannung in der Zeit dt um de , so wächst die Ladung um $dQ_t = C \cdot de$, und die zufließende Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit, d. h. der Ladestrom ist

$$i = dQ_t/dt = C \cdot de/dt \text{ Amp.} \quad (18)$$

Die Arbeit, die bei der Ladung zugeführt wird, ist dann

$$A = \int_0^E e \cdot i \cdot dt = \int_0^E C \cdot e \cdot de = 0,5 C \cdot E^2 \text{ Joule.} \quad (19)$$

Sie läßt sich auch in der Form $Q \cdot E/2 = Q^2/2C$ schreiben, wobei $Q = C \cdot E$ der Endwert der Ladung ist. Diese Arbeit wird als Energie des elektrischen Feldes aufgespeichert und setzt sich bei der Entladung wieder in elektrische Arbeit um. Ist z. B. die Kapazität eines Kabels $1 \cdot 10^{-6}$ Farad und die Spannung 10 000 Volt, so ist die aufgespeicherte Energie $W = 0,5 C \cdot E^2 = 50$ Joule.

Wir berechnen nun die Dichte der elektrischen Energie. Wenn wir bei einem Plattenkondensator von der Fläche F cm² und dem Abstand l cm die Randwirkung vernachlässigen und mit \mathfrak{D} die Induktion, mit \mathfrak{E} die Feldstärke bezeichnen, so wird $Q = \mathfrak{D} \cdot F$ und $E = \mathfrak{E} \cdot l$. Setzen wir dann in Gl. (19) $C \cdot E = Q$, so wird die Energie: $W = 0,5 Q \cdot E = 0,5 \mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D} \cdot F \cdot l$ Joule. Da $F \cdot l$ der Raum in cm³ ist, so ist die Energiedichte

$$\sigma = 0,5 \mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D} \cdot \text{Joule/cm}^3. \quad (20)$$

Die Zahl 4π , die in der Gleichung für die magnetische Energie vorkam, fällt hier weg, da die Einheit des Flusses anders bestimmt ist.

Längszug und Querdruck des elektrischen Feldes berechnen sich wie die entsprechenden Größen des magnetischen Feldes. Beide Kräfte auf der Flächeneinheit ergeben sich zu:

$$P/F = 0,5 \mathfrak{D} \cdot \mathfrak{E} \text{ Joule/cm}^3 = 0,5 \mathfrak{D} \cdot \mathfrak{E} \cdot 10^7 \text{ Dyn/cm}^2. \quad (21)$$

VI. Übersicht über die Einheiten.

39. Grundeinheiten des absoluten Maßsystems.

Das sogenannte absolute Maßsystem beruht auf den Einheiten des Zentimeters, des Gramms und der Sekunde.

Die Einheit der Länge ist 1 cm, d. h. der hundertste Teil eines in Paris aufbewahrten Normalmeterstabes. Das Meter selbst ist willkürlich ungefähr gleich dem zehnmillionsten Teil eines Erdquadranten gewählt. Wir bezeichnen mit l in der Regel die Länge in cm.

Die Einheit der Masse ist das Gramm, d. h. die Masse, die so viel wiegt wie 1 cm³ Wasser von 4° C. Das Gewicht in Gramm gibt also unmittelbar die Masse im absoluten Maß an.

In der Technik wird sonst das 1000fache eines Gramms nicht als Masseneinheit, sondern als Kräfteinheit verwendet. Um dann die Masse zu erhalten, muß man das Gewicht in Kilogramm durch die Beschleunigung der Schwere, also durch 9,81 teilen. Ein Körper, der 9,81 kg wiegt, hat also im technischen Maß die Masse Eins, im absoluten Maß dagegen die Masse 9,81 · 1000 g. Eine technische Masseneinheit ist also gleich 9810 absoluten Masseneinheiten. Eigentlich liegt darin aber keine größere Schwierigkeit, als wenn 1 m gleich 100 cm gesetzt wird. Die Wahl des Grammes als Masseneinheit erscheint sogar besonders einfach, weil 1 cm³ Wasser wirklich einen Stoff, also eine Masse darstellt. Allerdings kann man dann die Kräfte nicht mehr in kg messen.

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde, d. h. der 86 400. Teil eines mittleren Sonnentages. Wir bezeichnen die Zeit in Sekunden mit t .

Die meisten anderen Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, die Arbeit usw., lassen sich nun als Funktionen oder Dimensionen der Länge (L), der Masse (M) und der Zeit (T) darstellen. Eine Fläche ist z. B. die zweite Dimension einer Länge, ein Raum die dritte Dimension einer Länge. Fläche und Raum sind also Dimensionen oder Funktionen der Länge, d. h. Größen, die sich aus Längenmaßen berechnen. Ebenso ist die Geschwindigkeit eine Dimension der Länge und der Zeit, weil sie sich ergibt, wenn wir die Länge durch die Zeit teilen.

Die Einheiten für die verschiedenen Größen im absoluten Maßsystem folgen nun aus den Grundeinheiten. So z. B. ist die Einheit der Fläche 1 cm², die des Raumes 1 cm³ und die der Geschwindigkeit 1 cm/sek.

40. Mechanische Größen.

Geschwindigkeit ist das Verhältnis des Weges zur Zeit oder der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Die Dimension ist also $L \cdot T^{-1}$. Die Geschwindigkeit v im absoluten Maß ist $v = l/t$ cm/sek. Die absolute Einheit ist 1 cm/sek.

Beispiel. Der Anker eines Turbogenerators habe einen Durchmesser von 0,5 m. Die Drehzahl in der Minute sei 3000. Gesucht wird die Umfangsgeschwindigkeit im absoluten Maß.

Der Weg eines Punktes am Umfang ist für eine Umdrehung gleich $0,5 \cdot \pi$ m, also in einer Minute $0,5\pi \cdot 3000 = 4710$ m. Wir drücken nun den Weg l in cm und die Zeit t in sek aus, setzen also $l = 4710 \cdot 100$ cm und $t = 1 \cdot 60$ sek und erhalten $v = l/t = 471\,000/60 = 7850$ cm/sek.

Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit oder das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zur Zeit. Ihre Dimension ist also $L \cdot T^{-1}/T = L \cdot T^{-2}$. Sind bei gleichförmiger Beschleunigung v_1 und v_2 die Anfangs- und Endgeschwindigkeit in cm/sek, so wird die Beschleunigung $a = (v_2 - v_1)/t$ cm/sek².

Die Einheit der Beschleunigung erfährt also der Körper, dessen Geschwindigkeit in einer Sekunde um 1 cm/sek wächst. Ist z. B. die Anfangsgeschwindigkeit gleich 0, die Endgeschwindigkeit nach 3 sek 29,43 m/sek, so ist $v_1 = 0$, $v_2 = 29,43 \cdot 100$ cm/sek, $t = 3$, also $a = (v_2 - v_1)/t = 2943/3 = 981$ cm/sek². Wie man sieht, bezieht sich dies Beispiel auf den freien Fall. Man erhält also das Ergebnis im absoluten Maß, wenn man alle Größen im absoluten Maß einführt. Zugleich erkennt man, daß die Beschleunigung nicht, wie es oft üblich ist, in cm anzugeben ist, auch nicht in cm/sek, sondern in cm/sek². Ebenso wenig wie wir eine Fläche in cm messen, dürfen wir eine Beschleunigung in cm/sek ausdrücken, da dieses Maß nur für die Geschwindigkeit gilt. Eine Nachlässigkeit im Ausdruck führt nur zur Verwirrung, da man nur Größen miteinander vergleichen kann, deren Dimensionen gleich sind.

Kraft ist Masse mal Beschleunigung. Demnach ist ihre Dimension $L \cdot M \cdot T^{-2}$. Aus dem Schwerkraftgesetz, wonach die Kraft gleich dem Produkt der Massen geteilt durch das Quadrat der Entfernung ist, hätten wir eine andere Dimension erhalten. Die Dimensionen sind also nicht im Wesen der betreffenden Größen begründet oder erschöpfen dieses Wesen nicht vollständig.

Die absolute Einheit ist die Kraft, die einem Gramm die Beschleunigung 1 cm/sek² erteilt. Man nennt diese Kraft ein Dyn. Ist P die Kraft und M die Masse im absoluten Maß, so ergibt sich: $P = M \cdot a$ Dyn. Da 1 kg = 1000 g und 9,81 m/sek² = 981 cm/sek² ist, so ist die Kraft in Dyn, mit der die Erde ein Kilogrammgewicht anzieht $P = M \cdot a = 1000 \cdot 981 = 981\,000$ Dyn. Das Kilogrammgewicht oder die technische Kräfteinheit ist also gleich 981 000 Dyn. Ist kg* die Bezeichnung für das kg-Gewicht, so ist 1 kg* = 981 000 Dyn, d. h. 1 Dyn = 1,02 mg*.

Arbeit ist Kraft mal Weg. Ihre Dimension ist also $L^2 \cdot M \cdot T^{-2}$. Die absolute Einheit wird geleistet durch die Kraft 1 Dyn längs 1 cm. Diese Einheit heißt 1 Zentimeterdyn oder 1 Erg. Ist P die Kraft in Dyn, so ist die Arbeit $A = P \cdot l$ Erg. Wenn z. B. 1 Kilogrammgewicht 1 m hoch gehoben wird, so ist

$$P = 981\,000 \text{ Dyn} \quad l = 100 \text{ cm} \quad A = 981\,000 \cdot 100 = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

10⁷ Erg werden als 1 Joule zusammengefaßt. Daraus folgt: 1 mkg = 9,81 · 10⁷ Erg = 9,81 Joule.

Wärme: Als Einheit der Wärme dient die kleine Kalorie, die 1 g Wasser um 1° erwärmt. Der Versuch ergibt: 1 gkal = 0,427 mkg = 0,427 · 9,81 Joule, oder 1 Joule = 0,24gkal.

Leistung ist Arbeit in der Zeiteinheit oder das Verhältnis der Arbeit zur Zeit. Demnach ist ihre Dimension $L^2 \cdot M \cdot T^{-3}$. Die absolute Einheit ist 1 Erg/sek. Man faßt 10⁷ Erg/sek = 1 Joule/sek als 1 Watt und 1000 Watt als 1 Kilowatt zusammen. Ist also jetzt A die Arbeit in Joule und t die Zeit in sek, so ist die Leistung $N = A/t$ Watt. Ferner ergibt sich: 1 mkg/sek = 9,81 Joule/sek = 9,81 Watt.

41. Die magnetischen Größen.

Polstärke eines punktförmigen Poles ist nach S. 28 die Kraft, die der Pol auf die Poleinheit im Abstand der Längeneinheit ausübt. Ist m die Polstärke im absoluten Maß, so ist die Kraft zwischen zwei punktförmigen Polen im Abstand r cm in der Luft nach Coulomb: $P = m \cdot m / r^2$ Dyn. Die Dimension der Polstärke ist also $L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$. Die Einheit der Polstärke im absoluten Maß hat der punktförmige Pol, der in der Luft auf den gleichen Pol im Abstand 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit heißt 1 Weber.

Magnetische Spannung ist nach S. 33 die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit. Ihre Dimension ist also $L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$. Sie wird in Erg/Weber gemessen.

Magnetische Feldstärke ist die magnetische Spannung für die Längeneinheit. Ihre Dimension ist also $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$. Sie kann durch die Kraft auf die Poleinheit gemessen werden. Das Feld hat die Stärke Eins, das auf den Pol 1 Weber die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit heißt 1 Gauß. Ist \mathfrak{H} die Feldstärke in Gauß, so wird $P = m \cdot \mathfrak{H}$ Dyn.

Magnetische Induktion wird nach S. 28 gemessen durch die Induktionswirkung der Flächeneinheit des Feldes. Als Einheit ist die Induktion im Abstand 1 cm vom Einheitspol gewählt. Dadurch erhalten Induktion und Feldstärke dieselbe Dimension, die Einheit, 1 Gauß, ist für beide dieselbe, und in der Luft werden sie zahlenmäßig gleich.

Magnetische Durchlässigkeit ist nach S. 35 das Verhältnis der magnetischen Induktion zur Feldstärke, d. h. $\mu = \mathfrak{H} : \mathfrak{H}$. Die Durchlässigkeit ist im absoluten Maß eine reine Zahl.

Induktionsfluß ist nach S. 29 das Produkt aus Induktion und Fläche. Die Dimension ist also $L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$, d. h. dieselbe wie die der Polstärke. Die Einheit, 1 Maxwell, ist der Fluß durch 1 cm² bei der Induktion 1 Gauß. Ist $\mathfrak{B} \cdot \cos \alpha$ die zum Flächenteilchen dF senkrechte Komponente der Induktion, so ist der Fluß $\Phi = \int \mathfrak{B} \cdot dF \cdot \cos \alpha$.

Der Fluß durch eine Fläche, die den Pol m abgesehen vom Innern des Magneten vollständig vollständig umschließt, ist $4\pi m$ Maxwell.

Eine Einheitsröhre ist eine Röhre, deren Querschnitt der Fluß 1 Maxwell durchsetzt. Von der Poleinheit gehen 4π solche Einheitsröhren aus. Der Fluß durch eine Fläche kann dann auch durch die Anzahl der Einheitsröhren durch die Fläche gemessen werden.

Magnetischer Leitwert ist nach S. 36 proportional dem Verhältnis des magnetischen Flusses zur magnetischen Spannung. Unter Abweichung vom absoluten Maß wird nicht $\mu \cdot F/l$, sondern $\mathcal{A} = 0,4\pi \cdot \mu \cdot F/l$ als Leitwert bezeichnet. Seine Dimension ist eine Länge. Der umgekehrte Wert ist der magnetische Widerstand.

Die magnetische Energie hat dieselbe Dimension wie die Arbeit. Auch die Einheit ist dieselbe. Die Dichte ist nach S. 58

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{H}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} \text{ Erg/cm}^3.$$

42. Die elektrischen Größen.

Elektrische Spannung ist die Arbeit bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge. Sie ist nach S. 40 gleich der Änderung

des umfaßten magnetischen Flusses in der Zeiteinheit. Ihre Dimension ist also $L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$. Die absolute Einheit der Spannung wird erzeugt, wenn sich der von einer Windung umfaßte magnetische Fluß um 1 Maxwell/sek ändert, oder wenn ein Leiter von 1 cm Länge mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek senkrecht durch ein Feld von der Induktion 1 Gauß hindurchschneidet. Das 10^8 fache der absoluten Einheit heißt 1 Volt. Ist w die Windungszahl, l die Leiterlänge in cm und v die Geschwindigkeit in cm/sek, so ist die Spannung

$$e = -10^{-8} \cdot w \cdot d\Phi/dt = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Die Stromstärke ist nach dem Durchflutungsgesetz proportional der magnetischen Spannung, hat also die Dimension $L^{1/2}M^{1/2}T^{-1}$. Die absolute Einheit ist die Stromstärke, für welche die magnetische Umlaufspannung $\int \mathfrak{H} dl$ gleich 4π ist. Sie ergibt mit der absoluten Einheit der elektrischen Spannung die Leistung 1 Erg/sek.

Der 10. Teil der absoluten Einheit ist willkürlich als technische Einheit gewählt und 1 Amp. genannt. Diese Stromstärke scheidet in 1 sek 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung aus.

Die Leistung von 1 Amp. bei der Spannung 1 Volt ist dann $10^{-1} \cdot 10^8 \text{ Erg/sek} = 10^7 \text{ Erg/sek} = 1 \text{ Watt}$. Ist also I die Stromstärke in Amp., so ergibt sich die Leistung zu $N = E \cdot I$ Watt und die Arbeit zu $A = E \cdot I \cdot t$ Joule.

Elektrizitätsmenge ist Stromstärke mal Zeit. Ihre Dimension ist im absoluten Maß $L^{1/2} \cdot M^{1/2}$. Die absolute Einheit fließt in 1 sek bei der absoluten Einheit der Stromstärke durch den Querschnitt. Der 10. Teil der absoluten Einheit, der dem Ampere entspricht, ist die technische Einheit (1 Coulomb). 1 Mikrocoulomb ist gleich 10^{-6} Coulomb. Ist Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ist die Arbeit $A = E \cdot Q$ Joule.

Nach S. 72 ist die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge $3 \cdot 10^{10}$ mal so groß wie die statische Einheit. Dabei ist $3 \cdot 10^{10}$ die Lichtgeschwindigkeit c in cm/sek. Die statische Einheit übt auf die gleiche Elektrizitätsmenge im Abstand 1 cm die Kraft 1 Dyn aus. Ihre Dimension ist wie die der Polstärke $L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$. Die Elektrizitätsmenge im absoluten und statischen Maß unterscheidet sich also durch die Dimension der Geschwindigkeit.

Aus der statischen Einheit der Elektrizitätsmenge folgt das Verhältnis zwischen dem Volt und der statischen Einheit der Spannung. Diese ergibt mit der statischen Einheit der Elektrizitätsmenge, also mit $10 \cdot c^{-1}$ Coulomb die Arbeit 1 Erg $= 10^{-7}$ Joule, sie ist infolgedessen gleich 10^{-7} Joule : $10 c^{-1}$ Coulomb $= 300$ Volt.

Elektrischer Widerstand ist das Verhältnis der elektrischen Spannung zur Stromstärke. Seine Dimension ist also wie die der Geschwindigkeit LT^{-1} . Die absolute Einheit ist also, so sonderbar es klingt, 1 cm/sek. Die technische Einheit ist der Widerstand, in welchem 1 Volt den Strom 1 Amp. erzeugt. Diese Einheit heißt 1 Ohm. Da 1 Volt gleich 10^8 abs. Einheiten und 1 Amp. gleich 10^{-1} abs. Einheiten ist, so ist 1 Ohm gleich $10^8 : 10^{-1} = 10^9$ abs. Einheiten. Der Widerstand in Ohm wird dann $R = E/I$. Gesetzlich ist das Ohm bestimmt als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 mm² Querschnitt.

Induktivität ist nach S. 54 die Flußverkeftung bei der Einheit der Stromstärke. Ihre Dimension ergibt sich nach Gl. (14) auf S. 54 zu L , und die absolute Einheit ist 1 cm. Als technische Einheit gilt die

Induktivität einer Spule, in der ein Volt erzeugt wird, wenn sich die Stromstärke gleichmäßig in 1 sek um 1 Amp. ändert. Diese Einheit heißt 1 Henry. Da 1 Volt gleich 10^8 abs. Einheiten und 1 Amp. gleich 10^{-1} abs. Einheiten ist, so wird 1 Henry gleich $10^8 : 10^{-1} = 10^9$ abs. Einheiten oder gleich 10^9 cm. Ist w die Windungszahl und \mathcal{A} der für Selbstinduktion und gegenseitige Induktion verschiedene Leitwert, so sind die Selbstinduktivität und gegenseitige Induktivität

$$L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \text{ Henry} \quad M = w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \text{ Henry.}$$

Bei Änderung des Stromes in der Zeit dt sek um di Amp. ist dann die Spannung der Selbstinduktion $e = -L \cdot di/dt$ und die der gegenseitigen Induktion $e_{12} = -M \cdot di_1/dt$.

Elektromagnetische Energie ist gleich der magnetischen Energie. Wird während der Entstehung des Feldes keine mechanische Arbeit oder Hysteresisarbeit geleistet, so ist die elektromagnetische Energie gleich der elektrisch zugeführten Arbeit, also nach S. 58 $W = \int i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}$ Joule. Bei fester Durchlässigkeit und dem Endwert I ist dann $W = 0,5 LI^2$ Joule.

Elektrische Induktion im Dielektrikum ist gleich der Ladung für die Flächeneinheit (vgl. S. 66). Ihre Dimension ist also $L^{-3/2}M^{1/2}$. Sie wird in Coulomb/cm² gemessen.

Elektrischer Fluß ist das Produkt aus der elektrischen Induktion und der Fläche. Dimension und Einheit sind dieselben wie die der Elektrizitätsmenge. Ist $\mathfrak{D} \cdot \cos\alpha$ die zur Fläche dF senkrechte Komponente der Induktion, so ist der Fluß $Q = \int \mathfrak{D} \cdot dF \cdot \cos\alpha$.

Elektrische Feldstärke ist nach S. 70 die elektrische Spannung auf der Längeneinheit, d. h. die Arbeit bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge auf der Längeneinheit. Sie wird gemessen durch die Kraft auf die Einheit der Elektrizitätsmenge. Ihre Dimension ist $L^{1/2}M^{1/2}T^{-2}$. Die praktische Einheit ist

$$1 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} = \frac{1 \text{ Joule}}{\text{Coulomb} \cdot \text{cm}} = \frac{10^7 \text{ Erg}}{\text{cm} \cdot \text{Coulomb}} = 10^7 \text{ Dyn/Coulomb.}$$

Ist E die Spannung in Volt und dl die Länge in cm, so ist die Feldstärke $\mathfrak{E} = dE/dl$ Volt/cm.

Elektrische Durchlässigkeit ist das Verhältnis der elektrischen Induktion zur elektrischen Feldstärke (vgl. S. 73). Ihre Dimension ist $L^{-2}T^2$. Sie ist also im absoluten Maß nicht, wie die magnetische Durchlässigkeit, eine reine Zahl. Wird die Induktion \mathfrak{D} in Coulomb/cm² und die Feldstärke \mathfrak{E} in Volt/cm gemessen, ist ferner ϵ die Dielektrizitätskonstante, bezogen auf Luft, und $c = 3 \cdot 10^{10}$ die Lichtgeschwindigkeit in cm/sek, so ist die Induktion nach S. 73 $\mathfrak{D} = \epsilon \cdot \mathfrak{E} \cdot 10^9/4\pi c^2$ Coul./cm².

Kapazität ist nach S. 74 das Verhältnis der Elektrizitätsmenge zur Spannung, also ein dielektrischer Leitwert. Ihre Dimension ergibt sich zu $L^{-1}T^2$. Die praktische Einheit, 1 Farad, ist die eines Kondensators, der durch 1 Volt mit 1 Coulomb geladen wird. Ist C die Kapazität in Farad und E die Spannung in Volt, so ist $Q = C \cdot E$ Coulomb. Da 1 Coulomb gleich 10^{-1} abs. Einheit und 1 Volt gleich 10^8 abs. Einheiten ist, so ist 1 Farad = 1 Coulomb : 1 Volt = 10^{-9} abs. Einheiten. 1 Mikrofarad ist gleich 10^{-6} Farad.

Elektrische Energie hat die Dimension der Arbeit. Sie ist nach S. 77 $W = 0,5C \cdot E^2 = 0,5Q \cdot E = 0,5Q^2/C$ Joule. Die Dichte der elektrischen Energie ist dann $\sigma = 0,5\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D}$ Joule/cm³.

VII. Gleichstromanker¹⁾.

43. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender.

Durch Faradays Arbeiten, die er 1831 und 1832 unter dem Titel »Experimental researches on electricity« veröffentlichte, wurde die Erscheinung, daß durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine Spannung erzeugt wird, bekannt. Im Jahre 1854 fand sie in dem Siemensschen Doppel-T-Anker (Bild 103 und 104) ihre wichtigste Anwendung. Dieser Anker besteht aus einer Eisentrommel, in deren Nuten eine Wicklung aus isoliertem Kupferdraht untergebracht ist. Die Wicklung ist an einen zweiteiligen Stromwender angeschlossen. Wird die Trommel zwischen den Polen eines Magneten gedreht, so schneiden die in den Nuten liegenden Drähte durch das Feld hindurch, so daß in ihnen eine Spannung erzeugt wird.

In Bild 103 befinden sich die Spulenseiten, d. h. die zu einer Gruppe vereinigten Drähte, gerade vor der Polmitte und schneiden dort durch ein gleichmäßiges Feld. Nach der Faradayschen Schwimmerregel auf S. 41 ist die erzeugte Spannung bei der gegebenen Rechtsdrehung in den Drähten vor dem Nordpol von vorn nach hinten und vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet. Die Spannungen in beiden Teilen einer Windung wirken also in demselben Sinne und ebenso auch die Spannungen aller Windungen.

Tritt die Spulenseite *I* aus dem Bereich des Nordpols, so sinkt die Spannung allmählich auf Null. Tritt sie dann nach Bild 104 in den Bereich des Südpoles, so kehrt die Spannung ihre Richtung um. In der Spule werden also Wechselspannungen erzeugt.

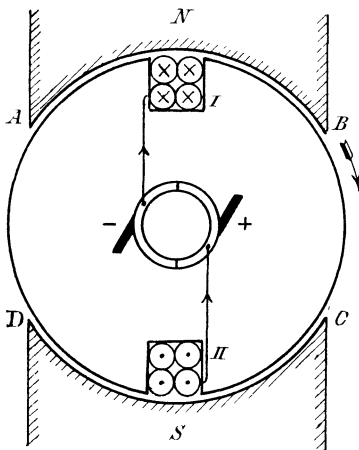


Bild 103.

Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender.

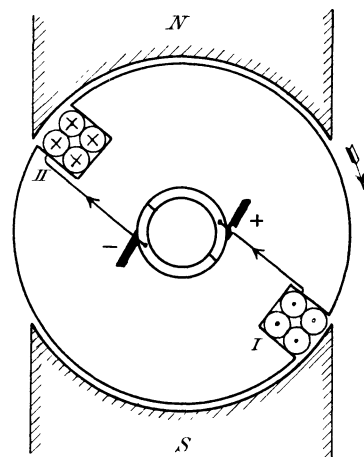


Bild 104.

Während des Zeitraumes, in dem sich die Spulenseiten vor dem Polbogen befinden, ist die Spannung gleichmäßig. Ist \mathfrak{B} die Induktion unter den Polen, l die ganze Leiterlänge in den Nuten in cm und v die

¹⁾ Siehe Richter, Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen, Berlin 1920.

Umfangsgeschwindigkeit in cm/sek, so ist in dem betrachteten Zeitraum die Spannung nach Gl. (2) auf S. 41 $E = \mathfrak{R} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$ Volt.

Wir verbinden nun die beiden Hälften des Stromwenders durch Schleifbürsten mit einem äußeren Stromkreise. Statt der ursprünglich hierfür verwendeten Drahtbürsten benutzt man jetzt allgemein Kohlestücke.

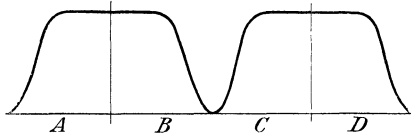


Bild 105. Zeitlicher Verlauf des Stromes.

Wenn wir der Einfachheit wegen voraussetzen, daß der Stromwender in der Windungsebene der Spulen unterteilt ist, so müssen die Bürsten in der neutralen Zone angelegt werden, d. h. in dem Ankerdurchmesser, der senkrecht auf der Längsrichtung der

Pole steht. Wenn dann die Richtung der Spannung in der Spule wechselt, werden gleichzeitig die Enden der Spule an andere Bürsten, d. h. an andere Klemmen des äußeren Netzes angeschlossen. Dadurch bleibt die Stromrichtung im äußeren Stromkreise immer dieselbe. Aus dem Wechselstrom in der Spule ist also im Netz ein in seiner Stärke wechselnder Gleichstrom geworden. Wenn die Nuten nicht übermäßig breit sind, ergibt sich dann die Stromstärke in Abhängigkeit von der Zeit nach Bild 105.

44. Zweipolige Ring- und Trommelwicklung.

Damit der äußere Strom nicht nur in seiner Richtung, sondern auch in seiner Stärke gleich bleibt, muß man statt des einen Nutenpaares eine große Anzahl Nuten verwenden und den Stromwender in eine große Anzahl Teile teilen. Dies geschah zuerst 1860 beim Ringanker von Pacinotti. Die Ringwicklung wurde später von der 1872 durch v. Hefner-Alteneck erfundenen Trommelwicklung verdrängt. Dennoch werden wir oft auf sie zurückkommen, da alle Verhältnisse sich leichter übersehen lassen als bei der Trommel.

Die Ringwicklung ist eine in sich geschlossene Spirale, die auf einen Eisenring aufgewickelt ist. Sie besteht in Bild 106 aus acht Spulen von je zwei Windungen. Die Zahl der Spulen ist aber in Wirklichkeit viel größer. Sie sind sämtlich in gleichem Sinne gewickelt. Auf der verlängerten Achse befindet sich der vielteilige Stromwender aus Bronze oder Kupfer. Dieser ist in Richtung der Achse in ebensoviele voneinander isolierte Stege oder Segmente geteilt, wie der Anker Spulen enthält.

Man verbindet nun die Spulen elektrisch miteinander und zweigt von jeder Verbindungsstelle einen Draht nach dem davor liegenden Steg ab, oder man führt das Ende einer Spule unmittelbar zu einem Steg und vereinigt es dort mit dem Anfang der nächsten Spule.

Wird nun der Ring zwischen den Polen eines Elektromagneten gedreht, so schneiden die Drähte der Wicklung durch das magnetische Feld. Da die Feldlinien durch das Eisen des Ringes verlaufen und der Luftraum innen beinahe frei vom Feld ist, so werden nur an der äußeren Mantelfläche Feldlinien geschnitten. Anstatt nun die Stromrichtung nach der Faradayschen Schwimmerregel durch Zeichnung von Schaft und Spitze des Pfeiles im Querschnitt der Drähte anzugeben, können wir sie auch durch Pfeile in den Stirnverbindungen angeben. Bei Rechtsdrehung eines Stromerzeugers fließt der Strom in allen vorderen Stirnverbindungen in der Richtung vom Südpol zum Nordpol.

Die Pfeile in Bild 106 zeigen, daß je eine Spannung in der oberen und unteren Ankerhälfte auf den Punkt *B* hinwirkt. Es ist, als wenn bei *B* zwei gleiche Drücke aufeinanderstoßen, die sich entgegenwirken und sich innerhalb der Maschine gegenseitig aufheben. Legen wir nun bei *B* und *C* die Bürsten auf und verbinden sie durch einen äußeren Leiter, so tritt der Strom bei *B* aus der Maschine heraus. Er fließt dann durch den äußeren Leiter und bei *C* wieder in die Maschine hinein, um auf zwei Wegen nebeneinander durch die Wicklung nach *B* zurückzufießen. Wir haben also bei *B* die positive und bei *C* die negative Bürste. Wenn die Isolation zwischen den Stegen sich der zugehörigen Spule gegenüber befindet, liegen die Bürsten wieder auf einem zur Induktion senkrechten Durchmesser, also in der neutralen Zone.

Ist die Anzahl der Spulen und Stege sehr groß, so liegen vor den Polen in jedem Zeitpunkt immer gleichviel Drähte, und die Spannung ist in allen Augenblicken gleich groß.

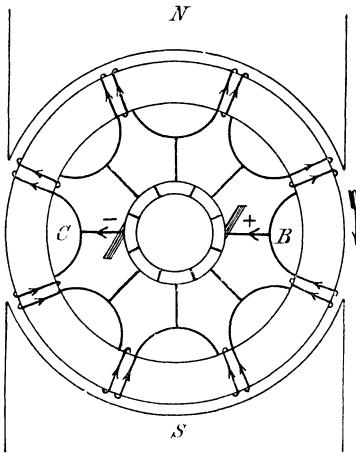


Bild 106. Alle Spulen im Stromkreis.

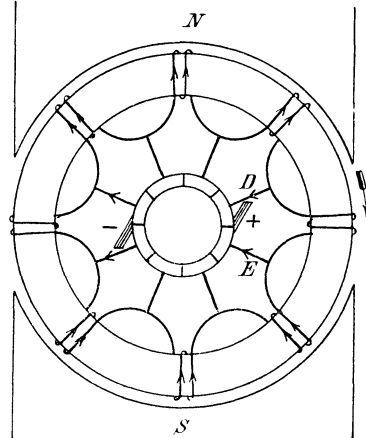


Bild 107. Je eine Spule kurzgeschlossen.

Die Spannung ändert sich auch dann nicht, wenn nach Bild 107 durch die Drehung des Ankers je eine Bürste auf zwei Stege zu gleicher Zeit zu liegen kommt. Allerdings werden die in der neutralen Zone liegenden beiden Spulen durch die Bürsten kurz geschlossen und dadurch aus dem Stromkreise ausgeschaltet. Der Strom fließt dann unmittelbar von *D* und *E* auf die positive Bürste zu. Die ausgeschalteten Spulen schneiden aber bei richtiger Bürstenstellung überhaupt kein Feld, so daß ihr Kurzschluß keinen Einfluß auf die Spannung hat. Auch auf den Ankerwiderstand ist die Ausschaltung je einer Spule durch Kurzschluß nur von unwesentlichem Einfluß, da die Zahl der Spulen groß gewählt wird.

Hätten wir nach Bild 108 und 109 beim Wickeln eine oder mehrere Spulen überschlagen, so hätten wir eine mehrgängige Wicklung mit einer größeren Anzahl von Stromzweigen erhalten. Hat dabei der Schritt, gemessen in Spulen, um den man beim Wickeln weiterstreitet, mit der Spulenzahl einen gemeinsamen Teiler, so erhält man eine mehrfach geschlossene Wicklung. So ergeben sich in Bild 108 die getrennten, in sich geschlossenen Wicklungen

1 3 5 7 9 11 1 und 2 4 6 8 10 12 2.

Haben Wicklungsschritt und Spulenzahl keinen gemeinsamen Teiler, so ist die Wicklung einfach geschlossen. In Bild 109 erhalten wir z. B. die Reihenfolge

1 3 5 7 9 11 13 2 4 6 8 10 12 1.

Zeichnen wir, wie früher, die Strompfeile in die Wicklungen, so sehen wir, daß der Anker in vier Zweigen durchflossen wird und die Bürsten stets gleichzeitig mindestens je zwei Stege bedecken müssen. Der Stromlauf ist dann im gezeichneten Zeitpunkt

$$\begin{array}{r} \text{in Bild 108} \\ - \left| \begin{array}{ccc} 2 & 4 & 6 \\ 12 & 10 & 8 \\ 3 & 5 & \\ 11 & 9 & \end{array} \right| + \\ \text{in Bild 109} \\ - \left| \begin{array}{ccc} 3 & 5 & 7 \\ 12 & 10 & 8 \\ 2 & 4 & 6 \\ 13 & 11 & 9 \end{array} \right| + \end{array}$$

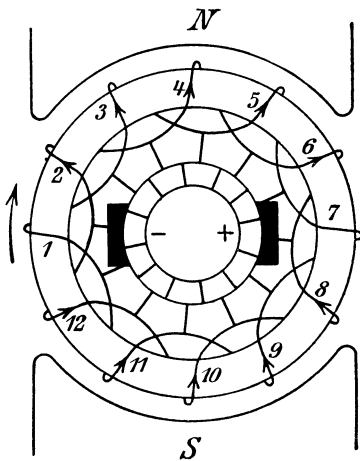


Bild 108. Mehrgängige Ringwicklung, zweifach geschlossen.

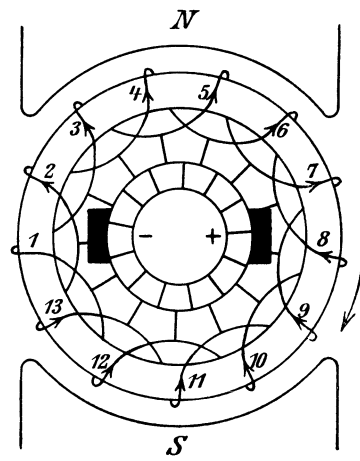


Bild 109. Mehrgängige Ringwicklung, einfach geschlossen.

Wir wenden uns jetzt zur Trommelwicklung. Sie besteht, wie der Ring, aus einer Reihe von Spulen, die miteinander verbunden und deren Enden zu je einem Steg des Stromwenders geführt sind. Die Zahl der Spulen ist also gleich der Zahl der Stege. Wir wählen sie immer weit kleiner, als es der wirklichen Ausführung entspricht.

Bei großen Maschinen enthält jede Spule nur eine einzige Windung von stabförmigem Querschnitt. Bei kleinen Maschinen besteht die Spule aus mehreren Windungen, von denen wir jedoch immer nur eine zeichnen. Die Wicklung wird auf der Mantelfläche entlang und dann quer über die Stirnfläche wieder zum Umfang geführt.

Jede Spule enthält zwei auf der Mantelfläche liegende Spulenseiten. Wenn sich diese einander genau gegenüberliegen, so daß die Spulenweite gleich dem Durchmesser oder bei mehrpoligen Maschinen gleich der Polteilung ist, so haben wir eine Durchmesserwicklung. Ist die Spulenweite kleiner oder größer, so haben wir eine Sehnenwicklung. Die Sehne muß immer so groß sein, daß der volle Fluß, der die Ankeroberfläche durchsetzt, von der Spule umfaßt wird.

Statt der früher üblichen glatten Wicklung, bei der die Spulenseiten auf dem Umfang der Trommel liegen, wird jetzt allgemein die

Nutenwicklung verwendet, die sich leichter und billiger herstellen läßt. Die Spulen werden dabei vorher fertig gewickelt, auf einer Schablone in die erforderliche Form gebracht und dann mit ihren Seiten in Nuten des Ankereisens eingebettet. Neben der leichteren Herstellung hat der Nutenanker noch den Vorteil einer besseren Ausnutzung, einer leichteren und sichereren Befestigung der Wicklung und eines geringeren Verlustes durch Wirbelströme (vgl. S. 64).

Bei der üblichen Zweischichtwicklung, die wir im folgenden stets voraussetzen, liegen in jeder Nut zwei Schichten von Spulenseiten übereinander. Von den beiden Spulenseiten einer Spule liegt also immer die eine, die wir als den Spulenanfang bezeichnen wollen, oben, die andere, die wir als das Spulende bezeichnen, rund um eine Polteilung verschoben, unten in einer Nut. Meist liegen auch nach Bild 110 mehrere Spulenseiten nebeneinander in einer Nut (vgl. auch Bild 123). Die einzelnen, in der Nut nebeneinander liegenden Spulenseiten einer Schicht sind an nebeneinander liegende Stege angeschlossen. In bezug auf die Schaltung macht es nichts aus, ob die Nut in einer Schicht einen oder mehrere Stäbe enthält.

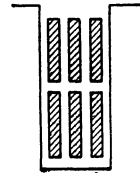


Bild 110.
Spulenseiten

Jede obere Spulenseite nimmt mit der räumlich unter ihr liegenden, aber zu einer andern Spule gehörigen Spulenseite ein gewisses Feld auf dem Umfang ein. Wir bezeichnen diese Felder fortlaufend und geben den beiden übereinander liegenden Spulenseiten die Nummer des Feldes (vgl. Bild 123). Bei Aufstellung der Reihenfolge machen wir dann die obere Spulenseite durch fetten Druck der Zahlen kenntlich. Enthält die Nut in einer Schicht nur je eine Spulenseite, so fallen die Felder mit den Nuten zusammen (Bild 111 bis 116).

Die Spulenköpfe, welche die Verbindungen zweier, zu einer Spule gehörigen Spulenseiten an den Stirnseiten bilden, liegen entweder auf der Stirnfläche selbst oder wie bei der Faßwicklung auf einer Mantelfläche, welche die Verlängerung des Mantels der Trommel bildet. Jeder Spulenkopf besteht aus zwei Teilen, die ebenso wie die Stirnverbindungen zweier folgender Spulen in verschiedenen, zur Achse senkrechten Ebenen liegen. So können sich zwei Spulenköpfe oder Stirnverbindungen überkreuzen, ohne sich zu berühren. Bei der Stirn-

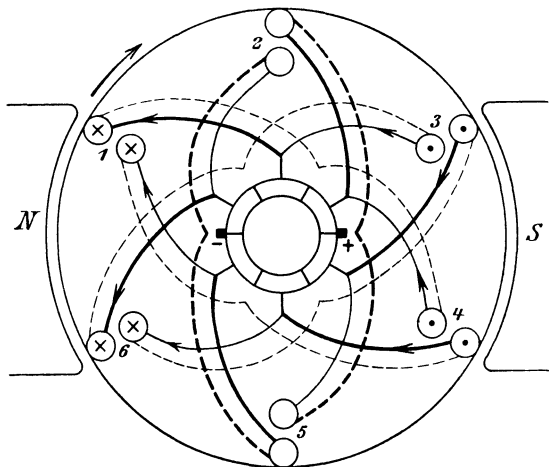
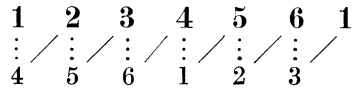


Bild 111. Zweipolige Durchmesserwicklung mit gerader Spulenzahl.

verbindung der vorderen Stirnfläche wird von uns der in der Zeichnung vorn liegende Teil, der an die obere Spulenseite angeschlossen ist, stark ausgezogen (vgl. Bild 111). Die Spulenköpfe der

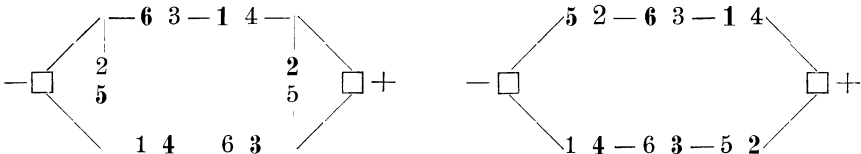
hinteren Stirnfläche sind durch einfache gestrichelte Linien dargestellt. Sind diese stark gestrichelt, so ist die Spule durch eine Bürste kurz geschlossen.

Bild 111 zeigt eine zweipolige Wicklung mit 6 Spulen, die in 6 Nuten untergebracht sind. Die zusammengehörigen Spulenseiten einer Spule, z. B. 1 (oben), 4 (unten), die hinten durch die gestrichelte Verbindung verbunden sind, liegen sich genau gegenüber, wir haben also eine Durchmesserwicklung. An die Spule 1 4 ist mit Hilfe der über den Stromwender führenden Stirnverbindung 4 2 die folgende Spule 2 5 angeschlossen usw. Schließlich wird die Wicklung in sich kurz geschlossen, und es ergibt sich die nebenstehende Reihenfolge.



Die senkrechte punktierte Verbindung bedeutet dabei die Spulenweite oder den Spulenkopf, entsprechend der gestrichelten Linie auf der Stirnfläche hinten. Der schräge Strich bedeutet die über den Stromwender führende Verbindung zweier Spulen auf der Vorderseite.

Drehen wir den Anker im Sinne des Uhrzeigers, so fließt der Strom wieder vor dem Nordpol von vorn nach hinten, also auf der vorderen Stirnfläche auf den Nordpol zu und vom Südpol weg. Dadurch ergeben sich die Strompfeile in den Spulenseiten und den Stirnverbindungen. In den Feldern 2 und 5, die in der neutralen Zone liegen, lassen wir die Pfeile weg. Wir erkennen dann, daß die Bürsten in der gezeichneten Stellung aufzulegen sind. Dabei werden im dargestellten Zeitpunkt die Spulen 2 5 und 5 2, deren Spulenkopf hinten stark gestrichelt ist, durch je eine Bürste kurz geschlossen. Da es sich um einen Stromerzeuger handelt, so tritt der Strom bei der negativen Bürste hinein. Er durchfließt dann die Wicklung in zwei Zweigen nebeneinander, und wir erhalten den Stromlauf wie linksstehend:



Sobald die Bürsten nur auf je einem Steg aufliegen, sind alle Spulen im Stromkreis und der Stromlauf ist wie rechtsstehend.

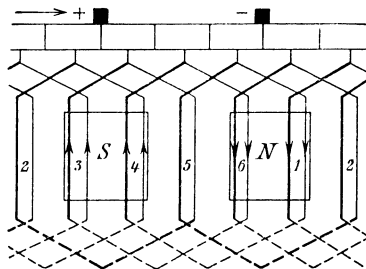


Bild 112. Trommelwicklung, abgerollt.

Wenn wir die Mantelfläche abrollen, erhalten wir für einen Zeitpunkt, in dem nicht alle Spulen im Stromkreise liegen, Bild 112. Dabei sind alle oberen Spulenseiten und die zugehörigen Teile der Verbindungen der Vorderseite stark ausgezogen. Die unteren Spulenseiten sind der Deutlichkeit wegen neben den in derselben Nut liegenden oberen Spulenseiten gezeichnet. Die Wicklung gleitet im Sinne des Pfeiles von den hinter der Papier-

ebene liegenden Polen und an den feststehenden Bürsten vorbei.

In bezug auf funkenlose Stromwendung ist es nachteilig, wenn zwei Spulen, die in denselben Nuten liegen, gleichzeitig kurz geschlossen werden, wie dies bei der Durchmesserwicklung der Fall ist. In dieser Hinsicht ist die Sehnenwicklung günstiger. Macht man dabei die Nuten-

zahl oder bei mehrpoligen Maschinen die Nutenzahl für ein Polpaar ungerade, so wird ein gleichzeitiger Kurzschluß zweier Spulen überhaupt vermieden (Bild 113).

Zeichnen wir, wie oben, die Strompfeile ein, so erhalten wir die Lage der Bürsten. Im dargestellten Zeitpunkt wird durch die positive Bürste die in der neutralen Zone liegende Spule 3 6 durch die rechte Bürste kurz geschlossen. Ihre Stirnverbindung hinten ist wieder stark gestrichelt. Wir erhalten im gezeichneten Zeitpunkt den Stromlauf:

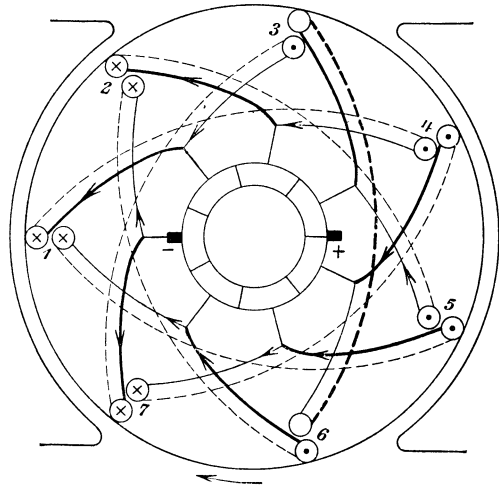
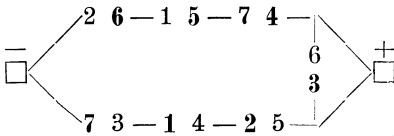


Bild 113. Ungerade Spulenzahl.



Nach $\frac{1}{14}$ Umdreh. kommt die Spule 2 6 durch die linke Bürste zum Kurzschluß.

Bild 114 zeigt eine Wicklung mit 10 Spulen und wesentlich kleinerer Sehne. Von 1 aus ist die Verbindung hinten nicht, wie bei der Durchmesserwicklung, nach 6, auch nicht an die daneben liegende Stelle 5, sondern nach 4 geführt und an die Spule 1 4 dann die Spule 2 5 angeschlossen.

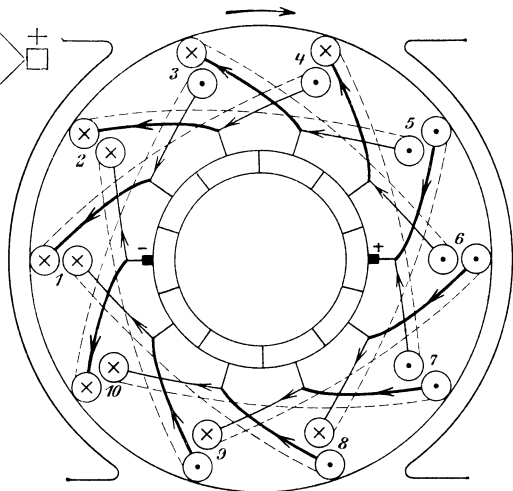
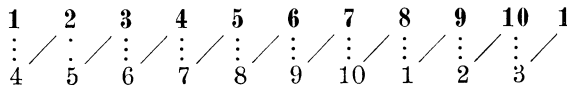
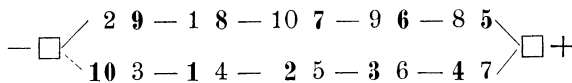


Bild 114. Sehnenwicklung.

Wir erhalten dadurch die Reihenfolge:



Durch Einzeichnen der Strompfeile erhalten wir den Stromlauf:



Infolge der geraden Spulenzahl für das Polpaar werden im Gegensatz zu Bild 113 jetzt zwei Spulen gleichzeitig kurz geschlossen, die aber nicht in denselben Nuten liegen.

Bei der Sehnenwicklung werden die Drähte, die in der neutralen Zone liegen, wie z. B. die Drähte in den Nuten 3, 4, 8 und 9, von entgegengesetzten Strömen durchflossen. Dies hat den Vorteil, daß die gesamte magnetische Wirkung des Ankers kleiner wird (vgl. Abschn. 51). Man darf aber die Abweichung der Spulenweite vom Durchmesser nicht zu groß machen, da sonst die Wendepole, die man zur Erreichung eines funkenfreien Ganges anbringt, zu breit werden müßten.

45. Mehrpolige Schleifenwicklung.

Mit zunehmender Größe der Maschine wird das zweipolige Magnetgestell zu unförmlich und wegen seiner gedrungenen Form in bezug auf Lüftung sehr ungünstig. Dazu kommt, daß die Zahl der Stromdrähte vor einem Pol, d. h. das Produkt aus der Stromstärke eines Leiters und der Anzahl der vor einem Pol liegenden Leiter wegen der magnetischen Wirkung des Ankerstromes einen bestimmten Betrag nicht überschreiten darf. Endlich führt bei Maschinen mit hoher Stromstärke auch die Rücksicht auf den funkenlosen Gang und auf die Wirbelströme dazu, die Ankerwicklung unter Verwendung eines mehrpoligen Magnetgestells in mehr als zwei Zweige zu zerlegen.

Wir betrachten zunächst in Bild 115 einen gewöhnlichen eingängigen Ringanker innerhalb eines vierpoligen Magnetgestells, das so erregt ist, daß ungleichnamige Pole aufeinander folgen. Wenn wir für Rechtsdrehung die Strompfeile einzeichnen, ergibt sich, daß wir je zwei positive und

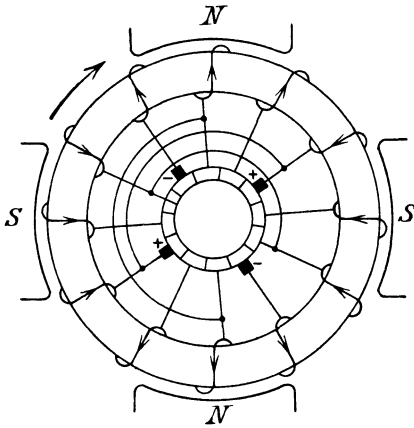


Bild 115. Ringanker mit Ausgleichverbindern.

negative Bürsten in der gezeichneten Lage aufzulegen haben. Die gleichnamigen Bürsten werden miteinander und mit der entsprechenden Klemme des Netzes verbunden. Wir sehen dann, daß der Anker nebeneinander in vier Zweigen durchflossen wird, von denen jeder vor einem Pol liegt. Ist p die Anzahl der Polpaare und a die halbe Anzahl der Ankerzweige nebeneinander, so wird für die eingängige Ringwicklung $a = p$.

Bei der mehrpoligen Trommel mit Schleifenwicklung besitzt jede Spule zwei Spulenseiten, die vor entgegengesetzten Polen

liegen, und von denen wir die eine als den Anfang, die andere als das Ende ansehen. In Bild 116 betrachten wir z. B. den Draht 1 oben als den Anfang und den zugehörigen Draht 4 unten als das Ende der ersten Spule. Die Spulen werden in der Weise verbunden, daß man das Ende der ersten Spule mit dem Anfang der zweiten Spule verbindet. In Bild 116 ist also z. B. 4 unten mit 2 oben verbunden. Die Anfänge der im Wicklungsgang folgenden Spulen liegen dabei räumlich unmittelbar nebeneinander. Man schreitet vom Ende der 1. Spule zurück zum Anfang der 2. Spule.

Die mehrpolige Trommel stimmt völlig mit dem Ring überein. Wenn wir in Gedanken die Spulenseiten, welche die Enden bilden, weglassen

oder mit den Anfängen zusammenfassen, so erhalten wir ohne weiteres die aufeinander folgenden äußeren Spulenseiten des Ringankers. Bei Schleifenwicklung ist also ebenso wie bei der Ringwicklung die Anzahl der Stromzweige, und damit auch die Bürstenzahl, gleich der Polzahl, d. h. es wird $a = p$. Die Schleifenwicklung eignet sich daher für hohe Stromstärke, so daß fast alle größeren Maschinen mit ihr ausgeführt werden.

Umfassen die beiden Spulenseiten einer Spule genau eine Polteilung, so haben wir wie früher eine Durchmesserwicklung, andernfalls eine Sehnwicklung.

Die Spulenzahl können wir an sich beliebig wählen, jedoch macht man sie mit Rücksicht auf funkenfreie Stromwendung durch die Zahl der Polpaare teilbar. Bild 116 zeigt

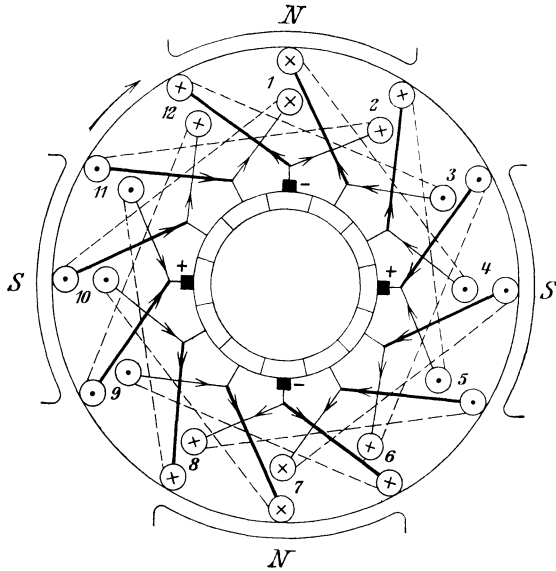


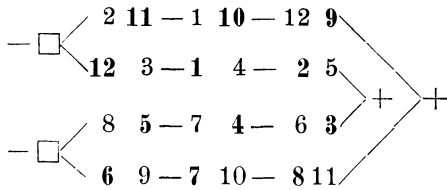
Bild 116. Vierpolige Trommel mit Schleifenwicklung.

eine vierpolige Trommel mit Schleifenwicklung und 12 Spulen, die in 12 Nuten untergebracht sind. Die einzelnen Felder, die je eine Anfangs- und Endspulenseite übereinander enthalten, sind wieder fortlaufend bezeichnet. Der Spulenkopf, der durch die gestrichelte Verbindung dargestellt wird, umfaßt die volle Polteilung, wir haben also Durchmesserwicklung.

Wir bezeichnen wieder die oberen Spulenseiten durch fette Zahlen und erhalten die Reihenfolge:

| | | | | | | | | | | | | | |
|--------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|----------|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 1 |
| erhalten die | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| Reihenfolge: | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 1 | 2 | 3 | |

Wenn wir die Strompfeile eintragen, sehen wir, daß der Anker im dargestellten Zeitpunkt in den nebenstehenden vier Stromzweigen durchfließen wird.



Nach $\frac{1}{24}$ Umdrehung kommen gleichzeitig alle in den Feldern 11, 2, 5 und 8 liegenden Spulenseiten zum Kurzschluß.

Die Spulenseiten der einzelnen Ankerzweige liegen bei der Trommel, wie beim Ring, vor je einem Polpaar. Sind nun die Polpaare nicht vollständig gleich, so können große Ungleichheiten in der Strombelastung der Zweige auftreten. Die erzeugte Spannung betrage z. B. bei einer vierpoligen Maschine vor dem einen Polpaar $E_1 = 115$, vor dem anderen Polpaar $E_2 = 114$ Volt. Der Widerstand je eines vor einem Polpaar liegenden Doppelzweiges in Bild 115 sei $R = 0,05$ Ohm und der Ge-

samtstrom gleich 100 Amp. Da die Bürstenspannung für beide Doppelzweige dieselbe ist, so entsprechen die Ströme I_1 und I_2 in den beiden Doppelzweigen der Gleichung $E_1 - I_1 R = E_2 - I_2 R$. Demnach ist $I_1 - I_2 = 20$, d. h. bei dem Gesamtstrom von 100 Amp. wird $I_1 = 60$ und $I_2 = 40$ Amp.

Man sucht daher bei größeren Maschinen die Ungleichmäßigkeiten wenigstens von den Bürsten fernzuhalten. Dies geschieht durch Ausgleichverbindungen, durch welche die Stege, die um eine doppelte Polteilung voneinander entfernt sind, nach Bild 115 und 117 entweder in regelmäßigem Abstand oder sämtlich miteinander verbunden werden. Die Zahl der Stege muß dabei durch die Zahl der Polpaare teilbar sein.

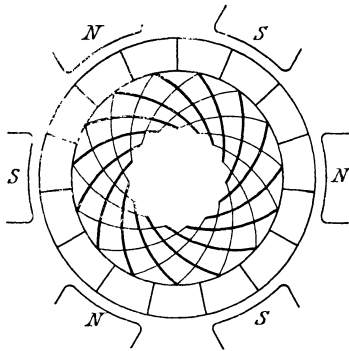


Bild 117. Stromwender mit Ausgleichverbindungen.

Bei Gleichheit der Polpaare besteht zwischen den verbundenen Stegen keine Spannung, so daß die Verbindungen stromlos sind. Bei ungleicher Stromverteilung übernehmen sie dagegen den Überschuß des Stromes, so daß allen Bürsten derselbe Strom zufließt.

Durch die Ausgleichverbinder wird nun auch gleichzeitig eine Verbindung zwischen den Stegen, auf denen gleichnamige Bürsten schleifen, hergestellt. Wenn also alle Stege mit Verbindern versehen werden, kann man mit zwei Bürsten auskommen. Jedoch wird hiervon nur in seltenen Fällen Gebrauch gemacht.

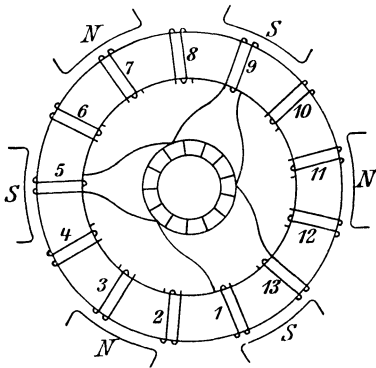
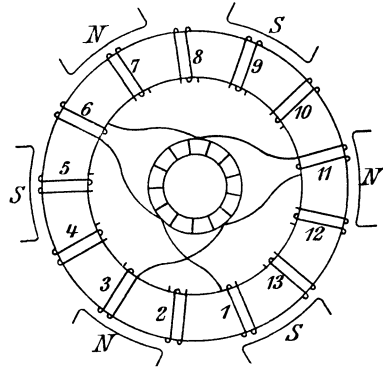
Die Verbinder werden wie in Bild 115 an die Zuführungen zum Stromwender, oder wie in Bild 117 an der dem Anker zugewendeten Seite des Stromwenders unmittelbar an die Stege angeschlossen, oder auch auf der entgegengesetzten Stirnseite an der Wicklung angebracht.

Bei vierpoligen Trommelankern sucht der ungleich auf die einzelnen Zweige verteilte Ankerstrom infolge seiner magnetischen Wirkung die Ungleichheit der Pole auszugleichen, so daß die Verschiedenheit in der Stromverteilung weniger erheblich ist. Man wird jedoch auch hier mit Rücksicht auf funkenfreien Gang Ausgleichverbinder einbauen.

46. Mehrpolige Wellenwicklung.

Bei der mehrpoligen Wellenwicklung schaltet man nicht, wie bei der Schleifenwicklung, hinter eine Spule die räumlich folgende desselben Polpaares, sondern nach Bild 118 und 119 eine ähnlich liegende des nächsten Polpaares. Auf diese Weise fährt man fort und schaltet bei einem Umgang p Spulen in Reihe. Man tut auf diese Weise dasselbe, wie wenn man einer Spule der zweipoligen Maschine die p fache Windungszahl gibt. In Bild 118 sind z. B. die Spulen 1, 5 und 9 eines Umganges gleichwertig einer Spule von dreifacher Windungszahl, die auf der Breite 1 bis ausschließlich 13 liegt. Ebenso sind in Bild 119 die Spulen 1 6 11 eines Umganges gleichwertig einer Spule von dreifacher Windungszahl, die auf der Breite 1 bis ausschließlich 3 liegt. Jede

Spule eines Umganges ist gegen die vorhergehende im magnetischen Feld etwas verschoben, und die Summe aus diesen einzelnen Verschiebungen ist die Gesamtverschiebung eines Umganges.

Bild 118. Wellenwicklung ($a = 1$).Bild 119. Wellenwicklung ($a = 2$).

Kommt man nach einem Umgang, also nach dem Durchlaufen von p Spulen, wie in Bild 118, an die dem Ausgangspunkt unmittelbar benachbarte Stelle, so ist die Wicklung einer eingängigen zweipoligen Wicklung gleichwertig. Nur werden p ähnlich liegende Spulen durchlaufen, ehe man zu der auf die Anfangsspule räumlich folgenden kommt. Wir erhalten dann wie bei der eingängigen zweipoligen Wicklung zwei Stromzweige, von denen jeder sich mit seinen Spulenseiten auf alle Pole verteilt. Grundsätzlich kommt man dann auch mit zwei Bürsten aus, jedoch legt man meist, wie bei der Schleifenwicklung, $2p$ Bürsten in Abständen von einer Polteilung auf.

Kommt man dagegen nach einem Umgang an eine Stelle, die von der Ausgangsspule gerechnet um a Spulenanfänge entfernt ist, so ist die Wicklung einer mehrgängigen zweipoligen Wicklung nach Bild 108 und 109 gleichwertig. Sie zerfällt dann, wie diese, in $2a$ Stromzweige. In Bild 119 kommt man z. B., bei 1 beginnend, in einem Umgang nach 3, d. h. a ist gleich 2 und die Wicklung enthält $2a = 4$ Stromzweige. Man könnte jetzt mit $2a$ Bürsten auskommen, legt aber auch jetzt wieder $2p$ Bürsten auf.

Dies gilt für Ring und Trommel. Ist S die Zahl der Spulen oder Stege, $2a$ die Zahl der Stromzweige und $2p$ die Polzahl, so entspricht der Wicklungsschritt Y , der beim Ring in Spulen, bei der Trommel in Spulenanfängen oder in beiden Fällen in Stegen gemessen wird, der Arnoldschen Gleichung

$$p \cdot Y = S \pm a. \quad (1)$$

Das untere Vorzeichen gibt eine schleichende oder ungekreuzte Wicklung (Bild 118), das obere Vorzeichen eine übergreifende oder gekreuzte Wicklung mit einer etwas größeren Wicklungslänge (Bild 119). Die Wicklung ist einfach geschlossen, wenn S und Y keinen gemeinsamen Teiler haben.

Der Schritt besteht bei der Trommel aus zwei Teilen, die angenähert gleich gewählt werden. Von diesen bestimmt der Teil auf der

Stirnfläche hinten, z. B. 1 3 in Bild 120, die Spulenweite, während der über den Stromwender führende Teil auf der Stirnfläche vorn, z. B. 3 6 in Bild 120, den Schaltschritt vom Ende einer Spule zum Anfang der nächsten angibt. Der ganze Schritt von 1 über 6 und den Stromwender nach 3 ist dann der Wicklungsschritt, der in Spulenanfängen oder Stegen zu zählen ist, also gleich $6 - 1 = 5$ ist.

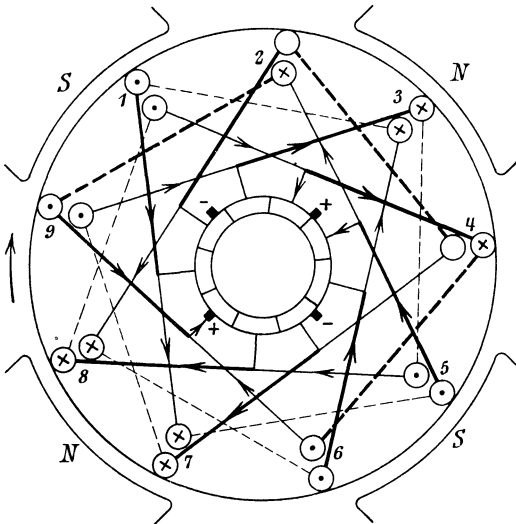
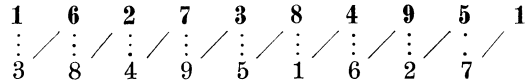


Bild 120. Vierpolige Wellenwicklung mit zwei Stromzweigen.

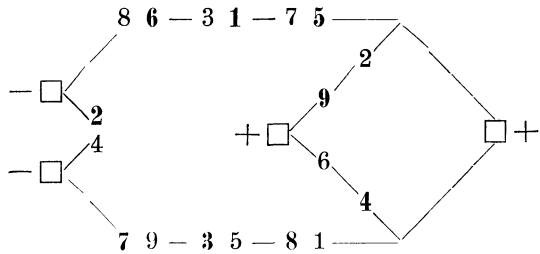
Bei der üblichen Zweischichtwicklung liegen Anfänge und Enden der Spulen übereinander. Wir bezeichnen dann die Felder, die je eine obere und untere Spulenseite enthalten, wie früher fortlaufend und zählen den Schritt Y in diesen Feldern.

Bild 120 zeigt eine Wellenwicklung mit $S = 9$ Spulen und $2a = 2$ Stromzweigen. Je zwei Spulenseiten liegen in einer Nut. Aus Gl. (1)

ergibt sich für $S = 9$, $a = 1$ und $p = 2$, $Y = (S \pm a)/p = 5$ oder 4 . Wir wählen den Schritt gleich fünf und den Teilschritt hinten, d. h. die Spulenweite gleich 2 und den Teilschritt vorn gleich 3. Dann erhalten wir die Reihenfolge:



Wir legen nun vier Bürsten im Abstand von je einer Polteilung auf und zwar so, daß der Strom aus 1 und 5 auf eine Bürste, die zwei Stege bedeckt, zufließt. Diese Bürste, die im Bilde oben rechts liegt, schließt im gezeichneten Zeitpunkt die Spulen 4 6 und 9 2 in Reihe geschaltet, kurz. Daneben schließen die beiden negativen Bürsten die Spule 2 4 kurz. Die hinten liegenden Spulenköpfe der genannten Spulen sind stark gestrichelt. Wir erhalten den nebenstehenden Stromlauf.



Da der Spulenwiderstand gegenüber dem Übergangswiderstand der Bürsten verschwindend klein ist, so nehmen die Spulen 2 9 und 4 6 an der Stromführung teil, und der Ankerstrom verteilt sich fast gleichmäßig auf beide positiven Bürsten.

Wenn wir die Spulenseiten eines Stromzweiges der Reihe nach verfolgen, erkennen wir, daß sie sich auf alle Pole verteilen. Ihre Lage zu

den Polen verschiebt sich dabei allmählich, so daß sie einem längs eines Polpaares verteilten Stromzweig gleichwertig sind. Bild 121 zeigt die in eine Ebene abgerollte Wicklung. Die durch die positiven Bürsten kurz geschlossenen Spulen sind stark ausgezogen. Sie führen nur etwa den halben Strom.

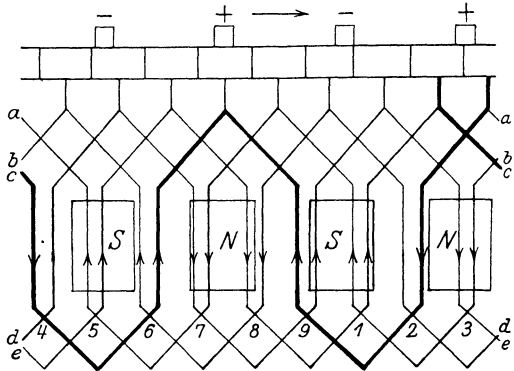


Bild 121. Abgerollte Wellenwicklung.

Bild 122 zeigt eine sechspolige Trommel mit zehn Spulen und vier Stromzweigen. Für $S = 10$, $p = 3$ und $a = 2$ wird nach Gl. (1) $Y = (S \pm a) : p = (10 \pm 2) : 3 = 4$. Da S und Y den gemeinsamen Teiler 2 haben, so ist die Wicklung zweifach geschlossen. Wählen wir nun jeden der beiden Teilschritte gleich 2, so erhalten wir die Reihenfolge

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|----|---|----|---|
| 1 | 5 | 9 | 3 | 7 | 1 | 2 | 6 | 10 | 4 | 8 | 2 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 3 | 7 | 1 | 5 | 9 | | 4 | 8 | 2 | 6 | 10 | |

Von 1 oben anfangend kommt man in $p = 3$ vollen Schritten, von denen jeder die Spulenweite hinten und den Schrittschritt vorne umfaßt, nach 3 oben. Da dies der zweite Spulenanfang neben dem Ausgang ist, so ist $a = 2$, d. h. die Wicklung enthält $2a = 4$ Stromzweige nebeneinander.

Ferner zeigt Bild 123 eine achtpolige Wellenwicklung mit $2a = 4$ Stromzweigen nebeneinander. Die Spulen oder Stegzahl sei $S = 30$, die Anzahl der Spulenseiten nebeneinander in der Nut gleich 3. Der Wicklungsschritt wird $Y = (S \pm a) / p = 8$ oder 7.

Wir nehmen willkürlich $Y = 7$, und wählen den Schritt hinten gleich 4 und vorne gleich 3. Dabei ist der Schritt hinten nicht durch die Zahl der Spulenseiten nebeneinander in 1 8 15 22 29 der Nut teilbar. Die Spulenweiten hinten sind ⋮ / ⋮ / ⋮ / ⋮ / ⋮ also nicht gleich lang. Die Reihenfolge ist: 5 12 19 26 3 usw. Um den Stromlauf und den Kurzschluß der Spulen bequem zu übersehen, führen wir die Wicklung auf ein zweipoliges Ersatzbild

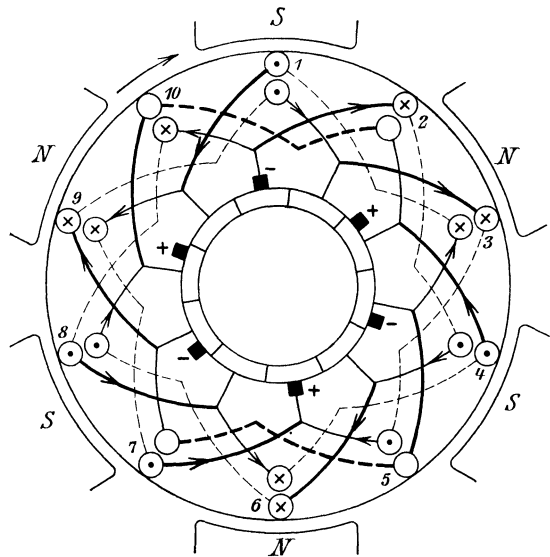


Bild 122. Sechspolige Wellenwicklung mit vier Stromzweigen.

zurück (Bild 124). Wir arbeiten dabei mit Spulen statt mit Spulenseiten und geben jeder Spule die Nummer ihrer oberen Spulenseite. Den an die obere Spulenseite angeschlossenen Steg bezeichnen wir mit der Nummer der oberen Spulenseite. Wir teilen dann den Stromwender in p gleiche Teile, von denen jeder also einer doppelten Polteilung entspricht. Diese Teile legen wir genau senkrecht untereinander und fügen den ersten Teil unten nochmals hinzu. In unserem Falle ist $p = 4$, und wir erhalten $p + 1 = 5$ solcher Reihen.

Die im Wicklungsgang aufeinander folgenden Stege liegen dann schräg untereinander, und zwar bei der gekreuzten Wicklung mit dem Schritt $Y = (S + a)/p$ schräg nach rechts und bei der ungekreuzten

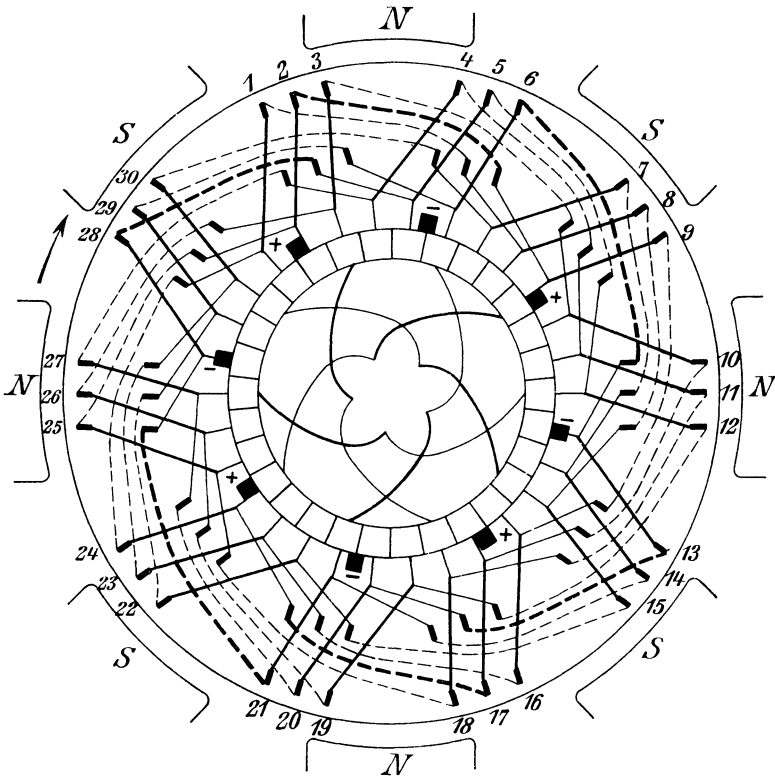


Bild 123. Achtpolige Wellenwicklung für vier Stromzweige mit Ausgleichverbindern.

Wicklung mit dem Schritt $Y = (S - a)/p$ schräg nach links. Bei unserer ungekreuzten Wicklung mit dem Schritt $Y = 7$ liegen z. B. die im Wicklungsgang aufeinander folgenden Stege 4, 11, 18, 25 und 2 schräg nach links untereinander. Die Wicklung schreitet dann im Zickzack z. B. von Steg 10 über 17, 24, 1 nach 8, von dort zu dem damit übereinstimmenden, senkrecht darüber liegenden Steg 8 der obersten Reihe und von dort über 15 und 22 weiter.

Von der obersten Reihe kommt man in p Schritten zur untersten Reihe, die mit der obersten übereinstimmt. Da man dabei auf einen Steg gelangt, der gegen den Anfang um $\pm a$ Stege verschoben ist, so ist die Verschiebung bei jedem Schritt gleich $\pm a/p$. Die im Wicklungs-

gang aufeinander folgenden Stege zweier unmittelbar untereinander liegenden Reihen sind also um $\pm a/p$ Stegteilungen gegeneinander verschoben. In unserem Falle bei $a = 2$ und $p = 4$ ist die Verschiebung gleich einer halben Stegteilung nach links.

Die Spulen bilden die Verbindungen zwischen den Stegen. Der schräge Strich zwischen den Stegen 3 und 10 deutet die Spule **3 7** an, die über den Steg 10 an die Spule **10 14** angeschlossen ist.

Da alle gleichnamigen Bürsten übereinander liegen, so können wir sie zu einer einzigen Bürste vereinigen, die alle Reihen bedeckt. Wir legen also an beliebiger Stelle eine negative Bürste auf und links und rechts davon im Abstand einer Polteilung, d. h. von $S/2p$ Stegteilungen, zwei miteinander übereinstimmende positive Bürsten. In unserem Falle ist der Abstand gleich $30/8 = 3\frac{3}{4}$ Stegteilungen. Die Bürstenbreite ist

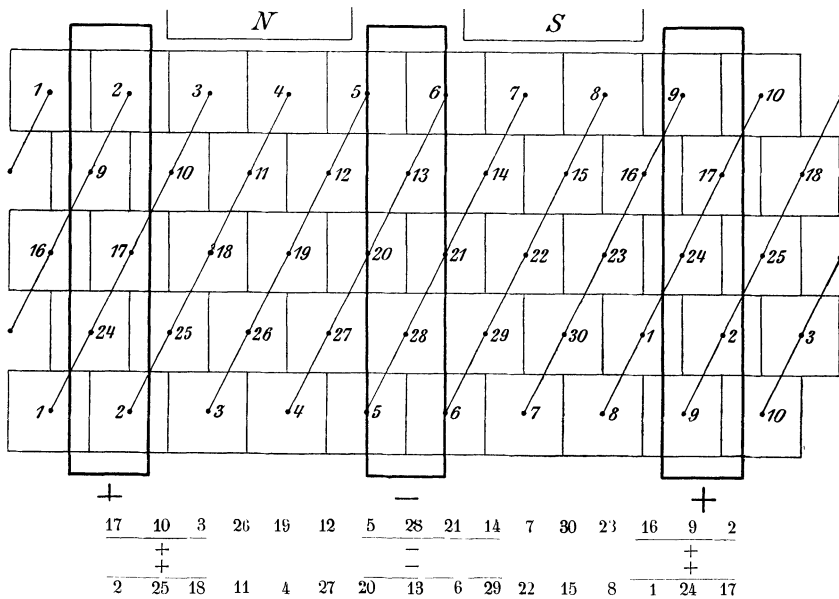


Bild 124. Zweipoliges Ersatzbild.

gleich einer Stegteilung gewählt, und die negative Bürste bedeckt gerade einen vollen Steg.

Wir verfolgen nun von der negativen Bürste aus den Stromlauf nach rechts und links hin. Wir sehen dabei deutlich, daß die Wicklung in zwei Gängen unter den Bürsten hindurchgeht, wobei die Ströme ihre Richtung umkehren. Nach jeder Seite hin erhalten wir zwei Stromzweige, zusammen also $2a = 4$ Stromzweige (vgl. den unteren Teil des Bildes).

Bedeckt eine Gesamtbürste zwei im Wicklungsgang aufeinander folgende Stege, so ist die dazwischen liegende Spule kurzgeschlossen. So sind durch die negative Bürste die Spulen 6 (zwischen Steg 6 und 13) und 13 (zwischen Steg 13 und 20) in Reihe liegend kurzgeschlossen, ebenso die Spulen 21 und 28. Durch die positive Bürste sind die Spulen 10, 17 und 24 und ebenso die Spulen 25, 2, 9 in Reihe liegend kurzgeschlossen. Die kurzgeschlossenen Spulen nehmen an der Stromführung

teil. Der Strom wird also einem Ankerzweig teilweise unmittelbar durch Bürste und Steg, teilweise durch Vermittlung einer kurzgeschlossenen Spule zugeführt.

Obwohl sich die Spulenseiten eines Ankerzweiges bei Wellenwicklungen auf verschiedene Pole verteilen und dadurch Ungleichheiten der Pole unschädlich sind, sind doch auch bei Wellenwicklungen Ausgleichverbinder erforderlich. Sie kommen natürlich nur bei mehr als 2 Stromzweigen in Frage. Dabei sind je a Stege, die gleichen Abstand und gleiche relative Lage zu den Polen besitzen, zu verbinden. Die Spulen- oder Stegzahl und die Polpaarzahl muß also durch a teilbar sein. Bei mehreren Spulenseiten nebeneinander in der Nut ist es vorteilhaft, wenn auch die Nutenzahl durch a teilbar ist, damit nicht Spulenseiten, die eine verschiedene Lage in der Nut haben, verbunden zu werden brauchen.

Diese Bedingungen sind bei der Wicklung in Bild 123 erfüllt. Je zwei Stege, die um $S/a = 30/2$ Stegteilungen voneinander entfernt sind, können also durch Ausgleichverbinder verbunden werden. Von diesen braucht nur ein Teil ausgeführt zu werden. In Bild 123 ist z. B. der dritte Teil der möglichen Verbindungen gezeichnet. Man sieht deutlich, daß die verbundenen Stege, d. h. auch die angeschlossenen Spulenseiten, genau dieselbe Lage gegenüber den Polen haben.

47. Spannung und Ankerwiderstand der Gleichstrommaschinen.

Die Zeit, in der sich eine Spulenseite von der Mitte eines Poles bis zur Mitte des nächsten gleichnamigen Poles bewegt, ist $T = 1:pn/60$. Ist Φ der Fluß eines Poles, so nimmt der von einer Windung umfaßte Fluß in der Zeit $T/4$ um Φ Maxwell zu oder ab. Die mittlere erzeugte Spannung in einer Windung ist also nach dem Induktionsgesetz $E_{\text{mittel}} = \Phi \cdot 10^{-8} : T/4$ Volt.

Ist dann z die Drahtzahl, so sind $z/2a$ Drähte, d. h. $z/4a$ Windungen in Reihe geschaltet. Demnach ist die erzeugte Spannung der Maschine

$$E = E_{\text{mittel}} \cdot z/4a = p/a \Phi \cdot n/60 \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (2)$$

Bei der zweipoligen Maschine ist $p = 1$ und, sofern die Wicklung eingängig ist, auch $a = 1$. Bei mehrpoligen Maschinen mit Schleifenwicklung ist, ebenfalls unter Voraussetzung einer eingängigen Wicklung, $a = p$. Bei Wellenwicklung sind p und a verschieden. Gl. (2) gilt auch für Ringanker, sofern man für z die Drahtzahl auf dem äußeren Umfang einsetzt.

Ist nun l die Gesamtlänge der Wicklung in m, so ist die Länge eines Zweiges gleich $l/2a$, also der Widerstand eines Zweiges gleich $\rho l : 2aq$. Bei $2a$ Zweigen nebeneinander ist der Ankerwiderstand $2a$ mal so klein, er ergibt sich also allgemein zu

$$R_a = \rho \cdot l/4a^2q \text{ Ohm.} \quad (3)$$

Für den spezifischen Widerstand des warmen Kupfers kann 0,02 eingesetzt werden. Zum Widerstand der Wicklung kommt der Übergangswiderstand der Bürsten hinzu.

Ist z. B. die Drahtlänge $l = 400$ m, der Querschnitt $q = 40 \text{ mm}^2$ und die halbe Zahl der Stromzweige $a = 2$, so ist $R_a = 0,02 \cdot 400 : 4 \cdot 4 \cdot 40 = 0,0125$ Ohm. Bei einem Strom von 400 Amp. ist dann der Spannungsverlust im Anker $I_a \cdot R_a = 0,0125 \cdot 400 = 5$ Volt. Ist der Spannungsverlust unter den Bürsten 1,5 Volt, so ist der gesamte Spannungs-

verlust 6,5 Volt. Bei einer Klemmenspannung von 220 Volt muß also die erzeugte Spannung 226,5 Volt betragen.

Wir können jetzt beurteilen, wann die Wellenwicklung an Stelle der Schleifenwicklung am Platze ist. In allen Fällen soll der Querschnitt eines Ankerleiters nicht zu klein werden, da sonst die Isolation der Leiter zuviel Platz wegnimmt. Auch wird eine Wicklung mit Stäben von großem Querschnitt billiger als eine Spulenwicklung aus Drähten. Die Stromstärke für einen Ankerzweig darf also nicht zu klein und die Zahl der Ankerzweige nicht zu groß sein.

Kleine Maschinen, d. h. Maschinen mit verhältnismäßig geringen Stromstärken, erhalten daher vorteilhaft nur zwei Stromzweige, d. h. eine Wellenwicklung mit $a = 1$.

Bei großen Maschinen mit starken Strömen ergibt sich auch bei $2p$ Stromzweigen eine genügend hohe Stromstärke für den Ankerzweig, also ein großer Stabquerschnitt. Solche Maschinen werden also mit Schleifenwicklung ausgeführt, die den Vorteil einer großen Gleichmäßigkeit in der Leiterzahl aller Zweige besitzt.

Wird der Strom eines Zweiges bei nur zwei Zweigen zu groß und bei $2p$ Zweigen zu klein, so empfiehlt sich nach Arnold-la Cour, Die Gleichstrommaschine, 3. Aufl., Berlin 1921, eine Wellenwicklung mit vier Stromzweigen.

VIII. Magnet. Verhältnisse bei Gleichstrommaschinen.

48. Die Feldmagnete.

Die Feldmagnete enthalten mehrere miteinander verschraubte Teile, die aus Dynamoblech, Gußeisen, Gußstahl oder Flußeisen bestehen.

Das Dynamoblech, das für den Anker gebraucht wird, wird meist auch für die Polschuhe verwendet, um durch Unterteilung den Verlust durch Wirbelströme zu verringern. Häufig werden nicht nur die Polschuhe, sondern auch die Polkerne aus Blechen zusammengesetzt. Bei der großen Durchlässigkeit des Ankerbleches kommt man mit einem kleinen Polquerschnitt, also einem kleinen Gewicht der Erregerwicklung aus.

Gußeisen wurde früher fast allgemein für das Magnetgestell benutzt. Wegen seiner geringen magnetischen Durchlässigkeit kommt es indessen jetzt nur für mittlere und kleinere Maschinen in Frage. Dabei werden Grundplatte und Magnetgestell in einem Stück gegossen. Die geringen Herstellungskosten und der billige Preis des Gußeisens wiegen in vielen Fällen den Nachteil des durch die geringe Durchlässigkeit veranlaßten größeren Kupfer- und Eisengewichtes auf.

Der Dynamogußstahl hat das Gußeisen neuerdings überall verdrängt, wo es gilt, große Maschinen mit hohem Wirkungsgrad zu bauen. Er besitzt eine hohe magnetische Durchlässigkeit, die sich von der des Dynamobleches kaum unterscheidet. Man kann also eine viel höhere Induktion zulassen als bei Gußeisen und braucht dabei trotzdem verhältnismäßig wenig Erregung auf den Polen. Infolgedessen wird das Eisen- und Kupfergewicht der Feldmagnete bedeutend verringert. Dadurch werden die Maschinen gefälliger und leichter und sind auch in bezug auf Abkühlung günstiger. Diesen Vorteilen stehen der höhere Preis des Gußstahles und die höheren Bearbeitungskosten entgegen, die dadurch

verursacht werden, daß sich das Magnetgestell mit der Grundplatte nicht in einem Stück gießen läßt.

Infolge der Streuung ist der Fluß in den Magneten größer als im Anker. Die dadurch vergrößerte Induktion in den Magnetkernen und im Joch veranlaßt dann einen größeren Aufwand an Erregung als bei einer streuungslosen Maschine. Die Form des Magnetgestelles muß daher so gewählt werden, daß die Streuung möglichst gering wird. Die scharfen Kanten in Bild 125 vergrößern unnötig das Eisengewicht der Maschinen und vermehren den seitlichen Streufluß.

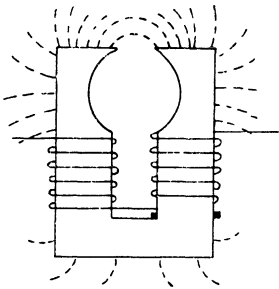


Bild 125. Streufeld bei ungünstiger Form des Magnetgestelles.

Das Verhältnis des Flusses in den Magneten zu dem Fluß im Anker heißt der Streufaktor. Um ihn zu ermitteln, wird nach Bild 125 eine Hilfsspule um den Magnetkern gewickelt und die Enden der Spule zu einem Meßgerät für Stromstoß geführt. Beim Unterbrechen des Erregerstromes verschwindet dann das Feld nicht nur in der Erregerspule, sondern auch in der Hilfsspule. Der Ausschlag des Meßgerätes ist ein Maß für den Fluß. Derselbe Versuch wird

mit einer um den Anker gelegten Hilfsspule wiederholt, und das Verhältnis der Ausschläge liefert dann den Streufaktor. Dieser hat bei der jetzt allein gebräuchlichen, von Lahmeyer angegebenen eisenumschlossenen Maschine (Bild 126), bei der die Erregerspulen ganz nahe am Anker liegen und deshalb der Querschnitt des Streufeldes verhältnismäßig gering ist, etwa den günstigen Wert 1,15. Dieser Wert stellt

aber nur eine rohe Annäherung dar. Die Streuung kann bei Maschinen ein und derselben Art verschieden sein, je nachdem der Widerstand des Streufeldes größer oder geringer ist. So z. B. wird unter sonst gleichen Verhältnissen der Streufluß größer bei rechteckigem als bei rundem Polquerschnitt, und ebenfalls größer, wenn ungleichnamige Pole nahe aneinander stehen, als wenn sie weit voneinander entfernt sind. Außerdem kommt es noch sehr auf den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes an. Ist z. B. der

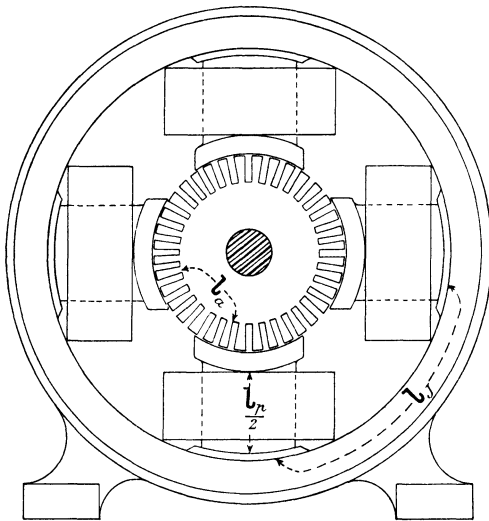


Bild 126. Vierpolige Maschine. Maßstab 1 : 6.

Luftabstand zwischen Polen und Anker besonders groß, so ist zur Überwindung dieses magnetischen Widerstandes eine große Erregung nötig. Diese schafft dann auch einen besonders großen Streufluß bei verhältnismäßig geringem nutzbaren Fluß. Dies wird noch deutlicher, wenn man Streufluß und nutzbaren Fluß als zwei nebeneinander fließende Ströme

auffaßt, die zu den magnetischen Widerständen der betreffenden Wege im umgekehrten Verhältnis stehen.

Andererseits kann der Wert des Streufaktors für ein und dieselbe Maschine bei zwei verschiedenen Betriebszuständen verschieden sein, weil man je nach der Magneterregung einen verschiedenen Fluß im Anker hat. Infolgedessen sind auch die Zähne verschieden gesättigt, und ihr magnetischer Widerstand ist nicht unveränderlich. Dazu kommt noch, daß der Anker bei wendepollosen Maschinen eine Gegenerrregung verursacht, wodurch das Verhältnis des nutzbaren Flusses zum Streufluß stark beeinflusst wird.

Man trägt diesen Verhältnissen Rechnung, indem man den Leitwert des Streufeldes einführt. Er ist bei dem Querschnitt F und der Länge l des Streuweges nach S. 36 $\mathcal{A} = 0,4\pi F/l$. Ist nun die Erregung $X_a + X_z + X_l$ nötig, um den Fluß Φ durch Anker, Zähne und Luft zu treiben, und ist außerdem noch die Gegenerrregung X_g des Ankers zu überwinden, so ist der Streufluß nach S. 50:

$$\Phi_s = (X_a + X_z + X_l + X_g) \cdot \mathcal{A}.$$

Der Fluß durch den Magnetquerschnitt ist dann $\Phi_m = \Phi + \Phi_s$. Ein Beispiel für eine solche Berechnung der Streuung ist in Abschnitt 27 gegeben. Man muß sich aber hüten, derartigen Rechnungen ein übermäßiges Vertrauen entgegenzubringen.

Wir wollen nun die Magneterregung bei einer gegebenen Maschine vorausberechnen und ermitteln zunächst die Querschnitte der magnetischen Wege in Anker, Zähnen, Luft, Polkernen und Joch. Nach Bild 126 und 127 sei

| | | | |
|-------------------|---------------------|-----------------------|----------------------------------|
| Ankerdurchmesser | $d = 15,0$ cm, | Einfacher Luftabstand | . 0,2 cm, |
| Wellendurchmesser | $d_w = 3,5$ „ | Polbogen β | 70° , |
| Ankerlänge | . . . $b = 11,0$ „ | Polkerndurchmesser | $7,4$ cm, |
| Nutentiefe | . . . $t_n = 2,0$ „ | Jochquerschnitt | 37 cm ² , |
| Nutenbreite | . . . $b_n = 0,5$ „ | Nutenzahl | 36. |

Dann ist der Ankerquerschnitt bei 15% Raumverlust durch Papier $F_a = 0,85(d - d_w - 2t_n) \cdot b = 70$ cm².

Den Zahnquerschnitt erhalten wir, wenn wir vom Umfang des mittleren Zahnkreises die Summe der Nutenbreiten abziehen und den Rest mit $b \cdot \beta/360$ vervielfachen. Bei 36 Nuten wird dann: $F_z = 0,85[(d - t_n)\pi - 36 \cdot b_n]b \cdot \beta/360 = 41,5$ cm².

Der Luftquerschnitt F_l ist nach Bild 127 das Mittel aus der Fläche einer Polbohrung und der Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol. Bei dem doppelten Luftabstand $l_l = 0,4$ cm ist die Fläche der Polbohrung gleich $(d + l_l)\pi \cdot \beta \cdot b/360 = 104$ cm². Die Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol ist bei 36 Nuten $(d\pi - 36 \cdot b_n) \cdot b \cdot \beta/360 = 62$ cm². Das Mittel ist: $F_l = 0,5(104 + 62) = 83$ cm².

Der Querschnitt der Polkerne ist: $F_p = 7,4^2 \cdot \pi/4 = 43$ cm².

Der Jochquerschnitt ergibt sich, da der Fluß eines Poles sich im Joch in zwei Teile teilt, zu: $F_j = 2 \cdot 37 = 74$ cm².

Die Längen der magnetischen Wege ergeben sich aus der Zeichnung, wobei l_l der doppelte Luftabstand, l_z die doppelte Zahntiefe und

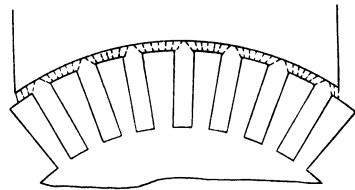


Bild 127. Blechschnitt. Maßstab 1:2.

l_p die doppelte Länge eines Polkernes ist. l_J bedeutet die einfache Länge des magnetischen Weges im Joch. Die Polschuhe sollen vernachlässigt werden. Wir erhalten:

| | | | | |
|-------------|--------------|-------------|---------------|-------------|
| Dynamoblech | Dynamoblech | Luft | Schmiedeeisen | Gußeisen |
| $F_a = 70$ | $F_z = 41,5$ | $F_l = 83$ | $F_p = 43$ | $F_J = 74$ |
| $l_a = 7$ | $l_z = 4$ | $l_l = 0,4$ | $l_p = 12,5$ | $l_J = 22.$ |

Wir teilen beliebige Werte des Flusses Φ durch den Querschnitt und entnehmen aus Bild 70 auf S. 52 die zugehörige Erregung h in Amperewindungen für 1 cm. Diese haben wir mit der Länge des Weges zu vervielfachen, um die für den betreffenden Teil erforderliche Erregung zu erhalten. Dabei ist der Fluß Φ_m in den Polkernen und im Joch wegen der Streuung schätzungsweise 1,2 mal so groß wie der Fluß Φ im Anker und in der Luft. Die Erregung für die Luftstrecke l_l erhalten wir nach S. 53 unmittelbar zu $X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l l_l$.

Es genügt, die Erregung für den vorgeschriebenen Betrieb und für hohe Sättigung zu berechnen. Wir wählen $\Phi = 0,4 \cdot 10^6$ und $0,6 \cdot 10^6$:

| | | | | | |
|--------------------------------|------|------------------|-------------------------------|-------|-------------------|
| $\Phi =$ | 0,4 | $0,6 \cdot 10^6$ | $\Phi_m = 1,2 \Phi$ | 0,48 | $0,72 \cdot 10^6$ |
| $\mathfrak{B}_a = \Phi/F_a =$ | 5700 | 8550 | $\mathfrak{B}_p = \Phi_m/F_p$ | 11200 | 16800 |
| $h_a =$ | 1,1 | 1,8 | h_p | 5 | 100 |
| $X_a = h_a \cdot l_a =$ | 7,7 | 12,6 | $X_p = h_p \cdot l_p$ | 62,5 | 1250 |
| $\mathfrak{B}_l = \Phi/F_l =$ | 4820 | 7220 | $\mathfrak{B}_J = \Phi_m/F_J$ | 6500 | 9720 |
| $X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l l_l$ | 1540 | 2310 | h_J | 19 | 107 |
| $\mathfrak{B}_z = \Phi/F_z =$ | 9650 | 14400 | $X_J = h_J \cdot l_J$ | 418 | 2350 |
| $h_z =$ | 2,3 | 9 | $\Sigma X =$ | 2040 | 5960 |
| $X_z = h_z \cdot l_z =$ | 9,2 | 36 | | | |

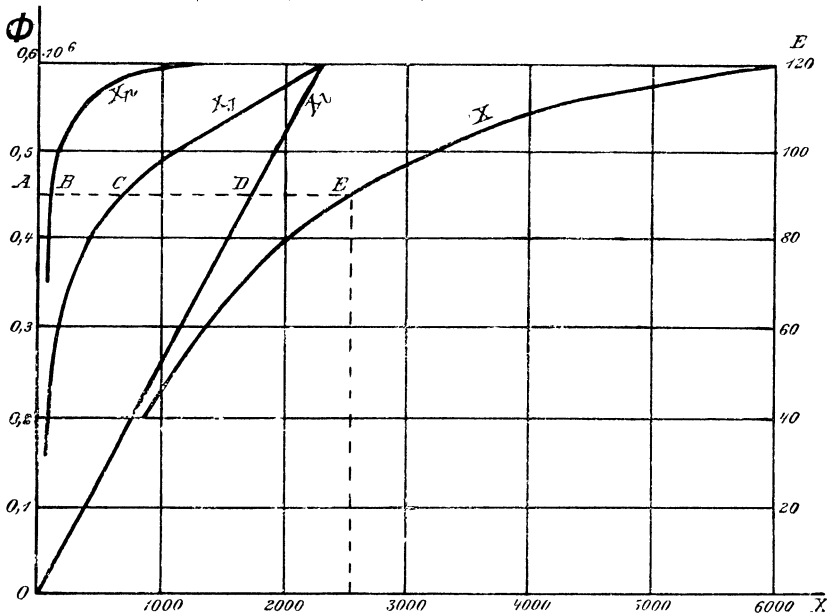


Bild 128. Die Erregung für die Teile und den ganzen Kreis.

Wir tragen nun den Fluß senkrecht und die Erregungen für die einzelnen Teile und den Gesamtkreis wagrecht auf (Bild 128). Die

Kurve für die Luft ist eine Gerade. Die Kurve für die Gesamterregung X schmiegt sich anfangs dieser Geraden an, bis sie endlich mit zunehmender Sättigung des Eisens immer flacher verläuft. Wir können sie als die Magnetisierungskurve der Maschine bezeichnen. Für einen beliebigen Fluß OA ist dann die Erregung für die Pole gleich AB , für das Joch gleich AC , für die Luft gleich AD und für den ganzen Kreis $AE = AB + AC + AD$. Anker und Zähne sind vernachlässigt.

Es sei nun die Drahtzahl auf dem Anker $z = 720$, die Polpaarzahl $p = 2$ und die Drehzahl $n = 1665$. Dann erhalten wir für Schleifenwicklung nach Gl. (2) auf S. 98: $E = p/a \cdot \Phi \cdot n/60 \cdot z \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \Phi$. Unsere Kurve gibt also in dem Maßstab rechts die Abhängigkeit der Spannung von der Erregung eines Polpaares an (Leerlaufkurve).

49. Der Strom der kurzgeschlossenen Spule.

Während eine Spule durch eine Bürste kurzgeschlossen ist, kehrt der Strom in ihr seine Richtung um. Wir wollen den zeitlichen Verlauf des Kurzschlußstromes ermitteln. Die Bürstenbreite sei gleich einer Stegteilung, so daß eine Bürste nur eine Spule kurzschließt.

Der Anker werde in Bild 129 von links nach rechts an der feststehenden Bürste vorbeibewegt. Der unter die Bürste einlaufende Steg werde mit 1, der unter der Bürste auslaufende Steg mit 2 bezeichnet. Die positive Zählrichtung sei in der Bürste und den Verbindungen zwischen Stromwender und Spule von oben nach unten angenommen, in der Spule dagegen von links nach rechts, entsprechend der Richtung des Stromes nach dem Stromwechsel. Es sei I der Strom eines Ankerzweiges, i_1 und i_2 der Zeitwert des Stromes in der Verbindungsleitung und i der Zeitwert des Stromes in der kurzgeschlossenen Spule. Dann ergibt die erste Kirchhoffsche Regel:

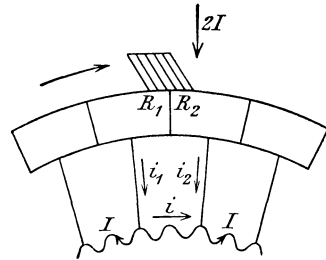


Bild 129. Kurzgeschlossene Spule.

$$i_1 = I + i$$

$$i_2 = I - i.$$

Der Widerstand der Spule und der Verbindungsleitungen werde vernachlässigt. Es sei R der Übergangswiderstand der ganzen Bürste, t die Zeit, gerechnet vom Anfang des Kurzschlusses und T die Zeitdauer des Kurzschlusses. Wenn wir dann von einem etwaigen Einfluß der Stromdichte auf den Übergangswiderstand absehen, so verhalten sich die Übergangswiderstände R_1 und R_2 des ein- und auslaufenden Steges umgekehrt wie die Berührungsflächen. Daraus folgt:

$$R_1 = R \cdot T/t$$

$$R_2 = R \cdot T/(T - t).$$

Wir nehmen nun zunächst an, daß in der kurzgeschlossenen Spule weder von außen, noch durch die eigene Selbstinduktion eine Spannung erzeugt wird. Dann ergibt die zweite Kirchhoffsche Regel im Kurzschlußkreise $i_1 R_1 - i_2 R_2 = 0$. Daraus erhalten wir unter Benutzung der Gleichungen für R_1 und R_2

$$i_1 : i_2 = R_2 : R_1 = t : (T - t), \quad \text{d. h.} \quad i_1 : (i_1 + i_2) = t : T.$$

Wir setzen $i_1 + i_2$ gleich dem Bürstenstrom $2I$ und i_1 wie oben gleich $I + i$. Dann erhalten wir

$$i = 2I \cdot t/T - I. \quad (1)$$

Trägt man in Bild 130 t wagerecht und i senkrecht auf, so erhält man eine Gerade. Für $t < T/2$ ist der Kurzschlußstrom negativ. Zu einer beliebigen Zeit $t = OA$ ist

$$AC = i \quad BC = I + i = i_1 \quad CE = I - i = i_2.$$

Wir berücksichtigen nun die Induktivität L der kurzgeschlossenen Spule. Sie berechnet sich aus dem Induktionsfluß, der die Nuten und die Stirnverbindungen umschließt. Falls gleichzeitig durch eine ungleichnamige Bürste eine zweite Spule kurzgeschlossen wird, deren Spulenseiten in denselben Nuten liegen wie die der betrachteten Spule, ist für den durch den Nutenfluß verursachten Anteil der Induktivität der doppelte Wert einzusetzen.

Nach Gl. (13) auf S. 54 ergibt sich der Mittelwert E_s der Selbstinduktionsspannung zu

$$E_s = 2I \cdot L/T. \quad (2)$$

In der Spule werde nun noch durch ein äußeres sog. Wendefeld eine Wendespannung e_w erzeugt, die eine beliebige Funktion der Zeit sei. Eine positive Wendespannung wirke in der Zählrichtung unserer Spule, also im Sinne des Stromes nach dem Stromwechsel.

Wenn die Wendespannung in jedem Zeitpunkt entgegengesetzt gleich der Selbstinduktionsspannung ist, so ist die Summe der erzeugten Spannungen stets Null. Wir erhalten dann dieselbe geradlinige Stromkurve wie oben. Der Zeitwert der Selbstinduktionsspannung ist dann während der ganzen Kurzschlußzeit derselbe, und zwar gleich dem Mittelwert in Gl. (2). Ebenso groß muß dann während der ganzen Kurzschlußzeit die Wendespannung sein.

Sind die Zeitwerte der Wendespannung ständig größer als die mittlere Selbstinduktionsspannung, so liegt die Kurve des Kurzschlußstromes nach Bild 131 oberhalb der geradlinigen Kurve. Der Stromwechsel findet dann schon vor, ehe die halbe Kurzschlußzeit verstrichen ist. Für den Zeitpunkt A ist:

$$AD = i \quad BD = I + i = i_1 \\ DE = I - i = i_2$$

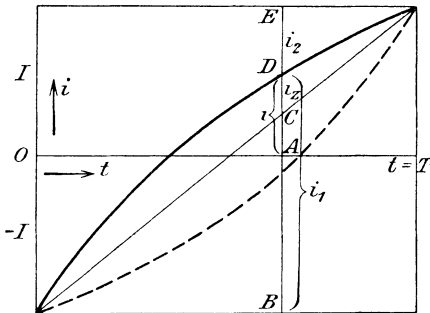


Bild 131. Kurven des Kurzschlußstromes.

Sind endlich die Zeitwerte der Wendespannung ständig kleiner als die mittlere Selbstinduktionsspannung, so liegt die Kurve des Kurzschlußstromes in Bild 131 unterhalb der geradlinigen Stromkurve. Der Stromwechsel findet dann erst statt, nachdem die halbe Kurzschlußzeit verstrichen ist.

Wir setzen nun den Kurzschlußstrom i gleich der Summe aus dem geradlinigen Kurzschlußstrom AC und einem zusätzlichen Kurzschluß-

strom $i_z = CD$. Da der geradlinige Kurzschlußstrom nach Gl. (1) gleich $2I \cdot t/T - I$ ist, so ist der Kurzschlußstrom selbst

$$i = 2I \cdot t/T - I + i_z.$$

Demnach ist

$$i_1 = I + i = 2I \cdot t/T + i_z \quad i_2 = I - i = 2I (T - t)/T - i_z.$$

Wir differenzieren die Gleichung für i nach t und erhalten unter Benutzung von Gl. (2)

$$e_s = -L \cdot di/dt = -E_s - L \cdot di_z/dt.$$

Nun lautet die zweite Kirchhoffsche Regel für den Kurzschlußkreis: $e_s + e_w = i_1 R_1 - i_2 \cdot R_2$. Darin führen wir die Werte für e_s , i_1 und i_2 , sowie R_1 und R_2 von S. 103 ein und setzen $e_w - E_s = e_z$. Dadurch erhalten wir die Gleichung des zusätzlichen Kurzschlußstromes

$$L \cdot \frac{di_z}{dt} = e_z - \frac{i_z \cdot R \cdot T^2}{t(T-t)}. \quad (3)$$

Wir wollen nun die Kurve, die den zusätzlichen Strom in Abhängigkeit von der Zeit darstellt, in Bild 132 näherungsweise ermitteln (vgl. Rothert ETZ 1902, S. 865). Es sei z. B. ganz willkürlich

$$2I = 10 \quad R = 0,1 \quad L = 0,05 \quad T = 1.$$

Dann ist nach Gl. (2) $E_s = 2IL/T = 0,5$ Volt. Der Zeitwert der Wendespannung sei während der ganzen Kurzschlußzeit gleichbleibend $e_w = 0,8$ Volt, also $e_z = 0,3$ Volt. Dann ist nach Gl. (3)

$$\frac{di_z}{dt} = 6 - 2 \frac{i_z}{t(T-t)}.$$

Im Beginn des Kurzschlusses ist $t = 0$, $T - t = T$, $i = -I$ und i_z nach der Gleichung für i gleich 0, ferner ist $i_z/t = di_z/dt$. Unsere Gleichung nimmt also für $t = 0$ die Form an:

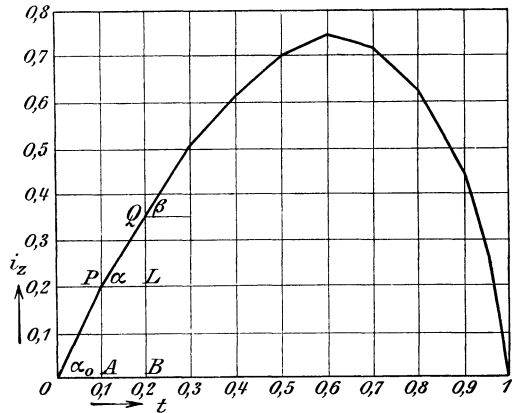


Bild 132. Kurve des zusätzlichen Stromes.

$$\frac{di_z}{dt} = 6 - \frac{2 \cdot di_z}{1 \cdot dt}, \text{ d. h. } \text{tg } \alpha_0 = \frac{di_z}{dt} = \frac{6}{3} = 2.$$

Bei der Zeichnung in Bild 132 ist gegebenenfalls eine Verschiedenheit des Maßstabes der Senkrechten und Wagerechten zu beachten.

Wir nehmen nun an, daß die Steigung in dem ersten kleinen Zeitraum $OA = 0,1$ sek gleichbleibt und erhalten den zusätzlichen Strom im Zeitpunkt A zu $i_z = AP = OA \cdot \text{tg } \alpha_0 = 0,1 \cdot 2 = 0,2$. Im Zeitpunkt A ist also $t = 0,1$ und $i_z = 0,2$. Setzen wir diese Werte in unsere Gleichung ein, so wird im Zeitpunkt A die Steigung $\text{tg } \alpha = di_z/dt = 6 - 2 \cdot 0,2 : 0,1(1 - 0,1) = 1,556$.

Der nächste Zeitraum AB sei willkürlich wieder gleich 0,1 sek. Dann ist der Zuwachs des Stromes in diesem Zeitraum $LQ = AB \cdot \text{tg } \alpha = 0,1 \cdot 1,556 = 0,1556$. Im Zeitpunkt B ist also $t = 0,2$ und $i_z = BQ = AP + LQ = 0,2 + 0,1556 = 0,3556$. Setzen wir wieder diese Werte in

unsere Gleichung ein, so erhalten wir die Steigung im Zeitpunkt B zu $\operatorname{tg} \beta = di_z/dt = 6 - 2 \cdot 0,3556 : 0,2(1 - 0,2) = 1,556$ usw. In dieser Weise erhalten wir unsere Kurve hinreichend genau.

Der Verlauf der Kurve des zusätzlichen Stromes hängt von $e_z = e_w - E_s$ ab. Wir wollen annehmen, daß e_z während der ganzen Kurzschlußzeit das Vorzeichen höchstens einmal wechselt.

Wie Gl. (3) zeigt, geht die Kurve des zusätzlichen Stromes im Beginne des Kurzschlusses, also für $i_z = 0$, nach oben, wenn in diesem Zeitpunkt e_z positiv ist. Bleibt dann e_z während der ganzen Kurzschlußzeit positiv, so erhalten wir die Kurve 1 in Bild 133. Wird dagegen e_z im Laufe der Kurzschlußzeit negativ, so erhalten wir die Kurvenformen 2 oder 3.

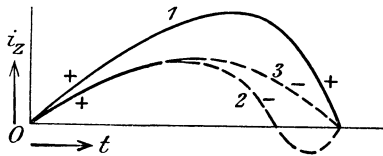


Bild 133.

Kurven des zusätzlichen Kurzschlußstromes.

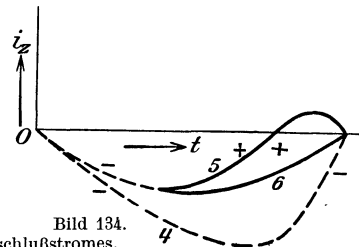


Bild 134.

Ist im Beginne des Kurzschlusses e_z negativ, so geht die Kurve im Beginn des Kurzschlusses nach unten. Bleibt dann e_z während der ganzen Kurzschlußzeit negativ, so erhalten wir die Kurvenform 4 in Bild 134. Wird dagegen e_z im Laufe der Kurzschlußzeit positiv, so erhalten wir die Kurvenformen 5 oder 6.

Alle Kurvenformen sind da, wo e_z positiv ist, ausgezogen, und da, wo e_z negativ ist, gestrichelt. Je nachdem sie oberhalb oder unterhalb der Wagerechten liegen, ist der zusätzliche Strom positiv oder negativ. Wo sie ansteigen, ist di_z/dt positiv, wo sie fallen, ist di_z/dt negativ.

Am Ende des Kurzschlusses, also für $t = T$ und $i = I$, ist der zusätzliche Strom nach der Gleichung für i auf S. 105 in allen Fällen Null.

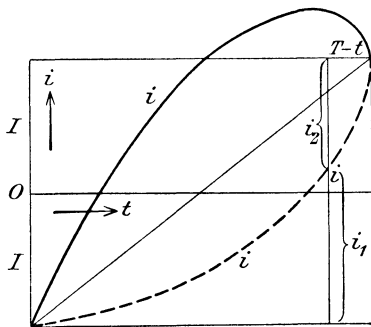


Bild 135. Steigung oder Gefälle unendlich für $t = T$.

Es ist nun in bezug auf funkenlosen Gang sehr schädlich, wenn die Steigung oder das Gefälle in diesem Zeitpunkt unendlich ist. Dann wird mit di_z/dt auch di/dt und damit die Selbstinduktionsspannung am Ende des Kurzschlusses unendlich groß. In Bild 135 ist dieser Fall beim ständigen Überwiegen der Wendespannung durch die ausgezogene Kurve, beim ständigen Überwiegen der mittleren Selbstinduktionsspannung durch die gestrichelte Kurve dargestellt. Gleichzeitig wird nach Bild 135 das Verhältnis $i_2 : (T - t)$,

das der Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenkante proportional ist, für $t = T$ unendlich groß. Beides führt zur Funkenbildung, wenn die Bürste vom ablaufenden Steg abgleitet.

Nun ist in dem Falle, wo die Steigung oder das Gefälle der Kurve des zusätzlichen Stromes am Ende gleich unendlich ist, schon kurz

vor dem Endpunkt e_z gegen $L \cdot di_z/dt$ zu vernachlässigen. Gl. (3) nimmt daher die Form an:

$$\frac{R \cdot T}{L} = - \frac{di_z/dt}{i_z/(T-t)} \cdot \frac{t}{T}.$$

Dabei ist nach Bild 136 kurz vor dem Ende $i_z/(T-t)$ größer als $-\operatorname{tg} \alpha$, also größer als $-di_z/dt$ und ebenso T größer als t . Demnach ist RT/L kleiner als Eins, wenn die Steigung oder das Gefälle am Ende unendlich wird.

Wenn anderseits die Steigung endlich bleibt, so ist am Ende des Kurzschlusses $i_z : (T-t) = -di_z/dt$. Gl. (3) ergibt dann für den Endpunkt des Kurzschlusses mit $t = T$

$$\frac{di_z}{dt} = - \frac{e_z}{RT - L}.$$

Nun hat in den Fällen der Kurven 1, 2, 4 und 5 di_z/dt am Ende des Kurzschlusses entgegengesetztes Vorzeichen wie e_z . Die Steigung ist also nach unserer Gleichung bei diesen Kurven endlich, wenn RT größer ist als L .

Nur bei den Kurven 3 und 6 hat e_z am Ende des Kurzschlusses dasselbe Vorzeichen wie di_z/dt . Unsere Gleichung ergibt dann in diesen Fällen für $RT < L$ eine endliche Steigung. Die Wendespannung müßte dann aber ganz genau abgeglichen sein. Sonst erhält man die Kurvenformen 2 und 5 und damit für $RT < L$ eine unendliche Steigung. Auf eine endliche Steigung kann also mit Sicherheit nur bei $RT > L$ gerechnet werden.

Bisher war die Bürstenbreite gleich einer Stegteilung. Ist die Breite größer, so werden durch die Bürste mehrere Spulen gleichzeitig kurzgeschlossen. Zu der Selbstinduktion der betrachteten Spule kommt dann die gegenseitige Induktion durch die andern, gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulen hinzu. Da sich aber jetzt die Kurzschlußzeit verlängert, so wird dadurch der Einfluß der gegenseitigen Induktion größtenteils wieder aufgehoben. Man kann diese daher ganz vernachlässigen, wenn man unter T , wie früher, die Kurzschlußzeit bei einer Bürstenbreite gleich der Stegteilung versteht.

50. Funkenloser Gang.

Je steiler die Kurve des Kurzschlußstromes am Ende der Kurzschlußzeit verläuft, desto größer ist nach S. 106 die Selbstinduktionsspannung, sowie die Stromdichte unter der ablaufenden Bürstenkante, desto größer also die Gefahr der Funkenbildung. Man erstrebt daher eine möglichst geradlinige Kurzschlußkurve. Das beste Mittel hierfür sind Wendepole, die 1884 von Menges vorgeschlagen, aber erst 20 Jahre später eingeführt wurden. Sie werden bei allen mittleren und größeren Maschinen angewendet (vgl. Pichelmayer ETZ 1903, S. 101).

Die Wendepole stehen ebenso wie die Bürsten in der neutralen Zone. Ihre Windungen werden nach Bild 137 derart vom Ankerstrom durchflossen, daß sie den Stromwindungen des Ankers, die in Richtung des Bürstendurchmessers magnetisierend wirken, entgegenwirken. Damit dabei nicht nur die magnetische Wirkung des Ankers aufgehoben wird, sondern unter dem Wendepol ein sog. Wendefeld entsteht, müssen die

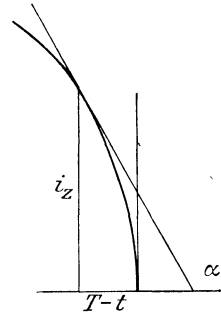


Bild 136. Gefälle unendlich für $t = T$.

Stromwindungen der Wendepole etwas größer sein als die des Ankers, so daß der magnetische Spannungsverbrauch im Kreis der Wendepole gedeckt wird. Das Wendefeld muß über die ganze Wendezone eine gleichbleibende Induktion besitzen und so stark sein, daß es in der kurzgeschlossenen Spule bei der Drehung des Ankers eine Spannung gleich der mittleren Selbstinduktionsspannung erzeugt.

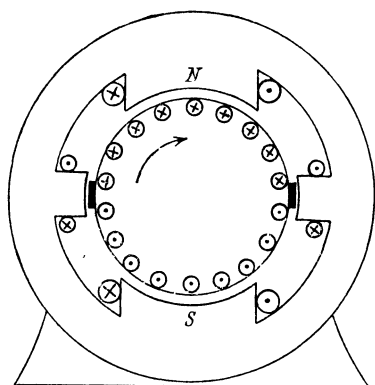


Bild 137. Maschine mit Wendepolen.

Dann ist die Kurve des Kurzschlußstromes nach S. 104 geradlinig, und Wendespannung und Selbstinduktionsspannung heben sich in jedem Zeitpunkt auf. Richtiger wird man sagen, daß die Änderung des von der kurzgeschlossenen Spule selbst erzeugten Flusses durch die Änderung des umfaßten Wendeflusses ausgeglichen wird und der von der Spule umfaßte Fluß sich daher überhaupt nicht ändert.

Die Stromwendung erfolgt dann allein unter dem Einfluß des Übergangswiderstandes der Bürsten. Die Stromdichte ist dabei konstant.

Da sich die Erregung der Wendepole in demselben Maße ändert wie die magnetische Wirkung des Ankers und der kurzgeschlossenen Spule, so hat das Wendefeld, wenn es für eine bestimmte Belastung richtig bemessen ist, bei einer Änderung der Belastung immer die erforderliche Stärke. Wendepolmaschinen sind also gegen Änderungen der Belastung unempfindlich. Ihre Überlastbarkeit ist dann weniger durch die Rücksicht auf funkenlosen Gang, als durch die Erwärmung gegeben.

Da die Selbstinduktionsspannung in jedem Zeitpunkt durch die Wendespannung aufgehoben wird, kann man beim Entwurf der Maschinen verhältnismäßig große Werte der mittleren Selbstinduktionsspannung zulassen, ohne eine Funkenbildung befürchten zu müssen. Dies ist besonders wichtig bei den Turbomaschinen, die mit Umdrehungen bis zu 3000/min laufen. Bei solchen hohen Drehzahlen ist die Zeitdauer des Kurzschlusses einer Spule besonders gering, so daß die Änderungsgeschwindigkeit des Stromes und damit die mittlere Selbstinduktionsspannung groß werden. Solche Maschinen sind erst durch die Wendepole lebensfähig geworden.

Natürlich ist es auch bei Wendepolmaschinen von Vorteil, wenn man die Induktivität der kurzgeschlossenen Spule nach Möglichkeit beschränkt. Man verwendet daher offene Nuten und bei größeren Maschinen eine einzige Windung für die Spule. Auch sorgt man durch eine geringe Abweichung der Spulenweite von der Polteilung dafür, daß die von ungleichnamigen Bürsten kurzgeschlossenen Spulenseiten nicht in denselben Nuten liegen, da sonst die Gesamtinduktivität verdoppelt würde.

Endlich verwendet man jetzt zur Sicherung des funkenlosen Ganges Kohlebürsten statt der früher üblichen Kupferbürsten. Nur bei elektrolitischen Maschinen mit ihren kleinen Spannungen und ihren hohen Stromstärken sind Kohlebürsten wegen ihres großen Spannungsabfalles nicht immer anwendbar.

Kohlebürsten verursachen allerdings größere Reibung und eine

stärkere Erwärmung des Stromwenders, so daß man sich anfangs scheute, sie bei den rasch laufenden Turbomaschinen anzuwenden. Durch Hohlstege und Teilung des Stromwenders in Richtung der Achse ist es indessen gelungen, für genügende Lüftung zu sorgen.

Wir wenden uns nun zu den Maschinen ohne Wendepole und lassen bei diesen zunächst die Bürsten auch bei Belastung in der für Leerlauf günstigsten Stellung, d. h. in der geometrischen neutralen Zone stehen. Die Spulenseiten der kurz geschlossenen Spulen schneiden jetzt

durch ein starkes, vom Anker erzeugtes Querfeld hindurch. In Wirklichkeit setzt sich dieses Querfeld mit dem Längsfeld der Magnete zu einem Gesamtfeld zusammen, das nach Bild 138 gegen das ursprüngliche Feld verzerrt ist. Die Induktion wird da, wo der Anker den Pol eines Stromerzeugers verläßt, vergrößert und an der andern Seite verringert. Die kurzgeschlossenen Spulenseiten liegen also jetzt nicht an einer feldfreien Stelle. Infolgedessen wird in ihnen eine Spannung erzeugt, die wie die Selbstinduktion den abnehmenden Strom aufrecht zu halten sucht und dem zunehmenden Strom entgegenwirkt. Wir können sie als eine negative Wendespannung einführen, welche die Stromwendung verzögert. Dadurch wird die Kurve des Kurzschlußstromes am Schlusse steiler und die Gefahr des Funkens vergrößert.

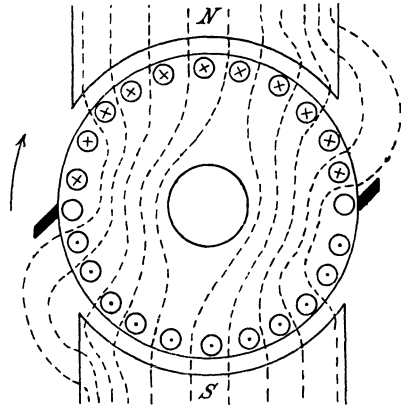


Bild 138. Verzerrung des Feldes.

Man verschiebt daher die Bürsten beim Stromerzeuger in Richtung der Drehung, beim Motor gegen die Drehrichtung. Dadurch kommen die Spulenseiten der kurzgeschlossenen Spule zunächst in eine feldfreie Stelle, so daß wenigstens die nachteilige Wirkung des vom Anker erzeugten Feldes beseitigt ist. Zur Aufhebung der schädlichen Wirkung der Selbstinduktion bedarf man dann aber noch eines positiven Wendefeldes. Man verschiebt daher die Bürsten noch weiter in die Nähe der Polspitzen, bis die kurzgeschlossenen Spulenseiten nach Bild 139 in einem Feld von der erforderlichen Stärke liegen.

Um die Bürsten entsprechend einstellen zu können, muß man für einen allmählichen Übergang des Feldes von der neutralen Zone bis unter den Polbogen sorgen. Abrundung der Polecken hat schon oft das Übel der Funkenbildung beseitigt. Auch die Abschrägung der Seitenflächen der Pole erleichtert die Einstellung der Bürsten auf funkenlosen Gang. Aber ein Feld, das wie bei den Wendepolen über die ganze Wendezone gleichförmig ist, wird sich nicht erreichen lassen.

Besonders nachteilig ist es außerdem, daß sich das Feld in der Wendezone bei Änderungen der Belastung im Gegensatz zu den Wendepolmaschinen sehr stark ändert. Diese Änderung ist gerade deswegen

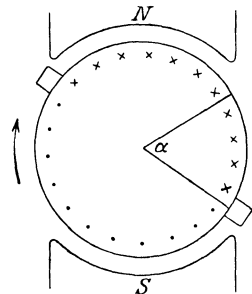


Bild 139. Maschine mit Bürstenverschiebung.

so groß, weil das Feld nur durch den Unterschied der Magneterregung und der Stromwindungen des Ankers zustande kommt. Also gerade bei starker Belastung wird das Feld an der Stelle, wo sich die Spulenseiten der kurzgeschlossenen Spule befinden, geschwächt, anstatt daß es wie bei Wendepolmaschinen verstärkt wird. Man müßte also jedesmal die Bürsten bei Änderung der Belastung neu einstellen. Dies ist aber zu unbequem und auch jetzt, wo ein funkenfreier Lauf zwischen Leerlauf und 25% Überlastung ohne Bürstenverstellung verlangt wird, ausgeschlossen. Man muß also die Bürsten für eine mittlere Belastung einstellen, so daß die Maschine bei geringer Belastung mit einem zu starken, bei starker Belastung mit einem zu schwachen Wendefeld arbeitet.

Bei Maschinen ohne Wendepole kann man also nicht damit rechnen, daß die Selbstinduktionsspannung der kurzgeschlossenen Spule in jedem Zeitpunkt durch die Wendespannung aufgehoben wird. Um dann trotzdem einen funkenlosen Gang zu erreichen, wird man nach dem Schluß des vorigen Abschnitts dafür sorgen müssen, daß der Übergangswiderstand R der Bürste, die Induktivität L der kurzgeschlossenen Spule und die Kurzschlußzeit T die Bedingung erfüllen

$$R \cdot T/L > 1. \quad (4) \quad \text{d. h.} \quad 2I \cdot R > 2IL/T. \quad (5)$$

Der Spannungsverlust unter der Bürste bei gleichmäßiger Stromdichte muß also größer sein als die mittlere Spannung der Selbstinduktion. Nun ist der Spannungsverlust erfahrungsgemäß bei Kohlenbürsten stets angenähert ein Volt. Ebenso groß darf dann die mittlere Spannung der Selbstinduktion sein. Wenn man in Wirklichkeit etwa den doppelten Wert zuläßt, so kommt dies wohl daher, daß schon eine geringe, kaum sichtbare Funkenbildung den Übergangswiderstand R erhöht, so daß die Ungleichung (4) dann leichter erfüllt wird. Auch hier wieder sehen wir die Notwendigkeit einer Beschränkung der Induktivität L , sowie den Vorteil der Kohlenbürsten mit ihrem großen Übergangswiderstand. Ohne sie wäre eine feste Bürstenstellung bei Änderung der Belastung gar nicht denkbar.

51. Quermagnetisierung und Ankerrückwirkung.

Wie wir sahen, wird der Anker durch seine Stromwindungen zu einem Elektromagneten, dessen Wicklungsachse mit dem Bürstendurchmesser zusammenfällt. Wir betrachten nun insonderheit die Stromwindungen des Ankers, deren Drähte vor den Polen liegen und als Querwindungen bezeichnet werden.

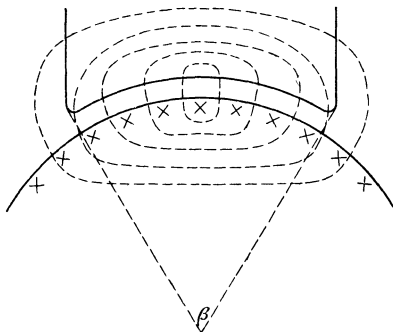


Bild 140. Querfeld des Ankers.

Wenn die Pole unerregt sind, so erzeugen die Querwindungen ein Querfeld, das nach Bild 140 unter der Polmitte gleich Null ist und nach beiden Seiten proportional dem Umfang zunimmt, bis es in der Gegend der Polecken seinen größten Wert annimmt.

Wenn die Pole erregt werden, so kommt das Feld unter den Polen durch die vereinigte Wirkung der Magneterregung und der Querwindungen des Ankers zustande. Sind dabei

so kommt das Feld unter den Polen durch die vereinigte Wirkung der Magneterregung und der Querwindungen des Ankers zustande. Sind dabei

Polschuhe und Ankerzähne schwach gesättigt, so können wir das von der Magneterregung bei Leerlauf erzeugte Feld und das bei stromloser Magnetwindung von Ankerstrom erzeugte Querfeld zum Gesamtfeld vereinigen. Wir erhalten dann beim Stromerzeuger da, wo der Anker unter den Pol tritt, eine Feldschwächung, da, wo er heraustritt, eine Feldverstärkung gegenüber dem Leerlauf. Die Wirkung der Querwindungen zeigt sich dann in einer Feldverzerrung, ohne daß sich am Gesamtfluß und damit an der erzeugten Spannung etwas ändert.

Sind dagegen die Polschuhe und die Zähne gesättigt, was im allgemeinen an der Austrittsstelle des Ankers stets der Fall ist, so hat die Zunahme der Induktion an dieser Stelle eine Verringerung der magnetischen Durchlässigkeit zur Folge, die durch die geringe Vergrößerung der Durchlässigkeit an der Eintrittsstelle des Ankers nicht ausgeglichen wird. Das Feld wird also nicht nur verzerrt, sondern der Fluß wird auch geringer als bei Leerlauf. Die Quermagnetisierung hat daher einen Spannungsabfall gegenüber dem Leerlauf zur Folge, der allerdings wegen seiner Kleinheit ohne Bedeutung ist.

Wenn sich das Feld an der Austrittsstelle des Ankers durch Belastung wesentlich verstärkt, so kann dies zum Überschlagen eines Funkens zwischen den Stegen des Stromwenders und damit zu einem Rundfeuer von Bürste zu Bürste führen. Man pflegt daher die Maschine so zu entwerfen, daß die Zähne schon bei Leerlauf stark gesättigt sind, und hält dabei die Umfangsgeschwindigkeit und die im Feld liegende Leiterlänge einer Spule in solchen Grenzen, daß keine Gefahr des Überschlagens eines Funkens besteht. Die Sättigung bei Leerlauf hat dann zur Folge, daß die Induktion an der Austrittsstelle des Ankers durch die Belastung keine große Zunahme mehr erfahren kann. Man kommt dabei an der Zahnwurzel auf Induktionen von 20 000 bis 24 000 Gauß. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß diese hohen Induktionen sich in Wirklichkeit dadurch verringern, daß ein Teil des Flusses neben dem Zahn durch die Nut verläuft.

Bei Maschinen, die stark beansprucht sind oder stoßweise einer starken Belastung ausgesetzt werden, muß die Feldverzerrung ganz ausgeschlossen werden. Dies geschieht nach Bild 141 durch eine sog. Kompensationswicklung, die in Nuten der Polschuhe untergebracht ist und so vom Ankerstrom durchflossen wird, daß die Ströme im Anker und in der Kompensationswicklung entgegengesetzt gerichtet sind. Ihre Windungszahl ist gleich der Anzahl der Querwindungen des Ankers vor dem Polbogen, so daß die Quermagnetisierung bei allen Belastungszuständen aufgehoben und damit die Feldverzerrung beseitigt wird. Die Erregung der Wendepole wird in diesem Falle um den Betrag der Stromwindungen der Kompensationswicklung geringer als bei Maschinen ohne Kompensation.

Bei der von Déri angegebenen Kompensationswicklung besitzt das Magnetgestell nach Bild 142 keine ausgeprägten Pole, sondern es ist

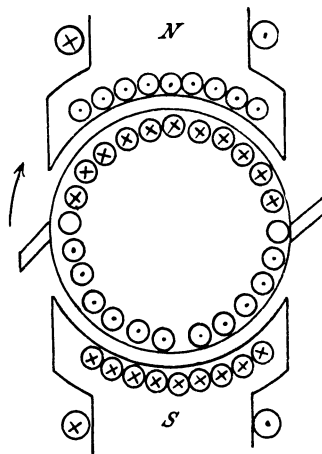


Bild 141. Maschine mit Kompensationswicklung.

ähnlich wie der Ständer eines Drehstrommotors gebaut. Die Wicklungsachse der Hauptwicklung, die in Nuten des Magnetgestells liegt, ist

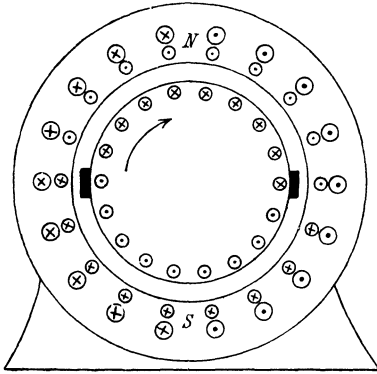


Bild 142. Dérmaschine.

senkrecht zum Bürstendurchmesser, während die Wicklungsachse der Kompensationswicklung mit dem Bürstendurchmesser gleichgerichtet ist. Die Kompensationswicklung wird auf diese Weise zu einem genauen Spiegelbild der Ankerwicklung, so daß die magnetische Wirkung des Ankers an jeder Stelle des Umfangs aufgehoben wird. Da in der Wendezone diese Wirkung nicht nur aufgehoben, sondern ein Wendefeld geschaffen werden muß, so sind auch hier Wendepole, d. h. in unserm Falle Wendezähne im Magnetgestell, nicht zu entbehren.

Bei Maschinen ohne Wendepole wird die Quermagnetisierung nicht nur wegen der Verstärkung des Feldes an der Austrittsstelle, sondern auch wegen der Schwächung an der Eintrittsstelle des Ankers nachteilig, da an dieser Stelle die kurzgeschlossenen Spulenseiten das zum funkenfreien Gang erforderliche Wendefeld vorfinden müssen. Ist I_a der Ankerstrom, $2a$ die Zahl der Stromzweige des Ankers, z die gesamte Drahtzahl und β der Winkel der Polbohrung, so ist die Zahl der Stromdrähte vor einem Pol, d. h. die Zahl der quermagnetisierenden Stromwindungen für einen magnetischen Kreis

$$X_q = \frac{I_a}{2a} \cdot z \cdot \frac{\beta}{360} \quad (6)$$

Wir ermitteln nun die Quermagnetisierung, die bei wendepollosen Maschinen mit Rücksicht auf funkenlosen Gang noch zulässig ist. Wir schreiten dazu nach Bild 143 an der Eintrittsstelle des Ankers

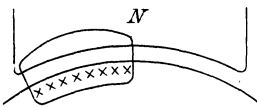


Bild 143. Ermittlung der Induktion an der Eintrittsstelle.

durch den Ankerzahn und die Luft zur Pol-ecke, von da quer durch den Polschuh zur Polmitte, dort durch die Luft und den Ankerzahn zum Ankerkern und dann zurück zur Ausgangsstelle. Ist \mathfrak{B}_w die für funkenfreien Gang erforderliche Induktion in der Luft an der Eintrittsstelle und l der doppelte Luftabstand, so ist der magnetische Spannungsverbrauch in

der Luftstrecke an der Eintrittsstelle des Ankers gleich $\mathfrak{B}_w \cdot l/2$. Dabei wird allerdings die nicht ganz zutreffende Annahme gemacht, daß die Induktion auf dem ganzen Wege $l/2$ dieselbe ist.

Ist ferner X_l und X_z die unter der Polmitte für den doppelten Luftspalt und die doppelte Zahntiefe erforderliche Erregung, so ist der magnetische Spannungsverbrauch auf dem einfachen Wege gleich $1/2 \cdot 0,4\pi(X_l + X_z)$. Der magnetische Spannungsverbrauch quer durch Polschuh und Anker, sowie der im Ankerzahn an der Eintrittsstelle werde wegen seiner Kleinheit vernachlässigt. Dann ergibt das Durchflutungsgesetz:

$$\frac{0,4\pi(X_l + X_z)}{2} - \mathfrak{B}_w \frac{l}{2} = \frac{0,4\pi \cdot X_q}{2} \quad \text{d. h.} \quad \mathfrak{B}_w = 0,4\pi \frac{X_l + X_z - X_q}{l}$$

Für X_l und X_z können ohne Fehler die Werte eingesetzt werden, die nötig sind, um bei Leerlauf, d. h. bei gleichmäßiger Feldverteilung, den Fluß durch Luft und Zähne zu treiben. Aus unserer Gleichung erhält man dann die zulässige Anzahl der quermagnetisierenden Stromwindungen. Ergibt sich beim Entwurf eine zu große Quermagnetisierung, so muß man die Drahtzahl auf dem Anker unter gleichzeitiger Erhöhung der Luftinduktion verkleinern. Wie unsere Gleichung zeigt, ist eine hohe Luftinduktion günstig, da hierdurch einerseits die Erregung X_l vergrößert und gleichzeitig die Drahtzahl auf dem Anker und damit die Quererregung X_q herabgesetzt wird. Man kommt bei großen langsam laufenden Maschinen bis auf eine Luftinduktion von 10000 Gauß. Eine große Länge des Luftspaltes ist ebenfalls vorteilhaft, da hierdurch nicht nur der Zähler in unserer Gleichung kleiner, sondern auch der Nenner größer wird. Der Vorteil wird aber nur durch Aufwand an Magnetkupfer erkauft.

Bei Maschinen mit Bürstenverstellung übt der Anker neben der Quermagnetisierung auch eine Längsmagnetisierung aus. Nach Bild 139 wirken die Stromwindungen des Ankers, die innerhalb des doppelten Bürstenverschiebungswinkels liegen, denen der Magnete genau entgegen. Man bezeichnet diese Stromwindungen als die Ankerrückwirkung. Das Längsfeld der Maschine kommt jetzt durch den Unterschied der Magneterregung und der Ankerrückwirkung zustande. Um also dieselbe Spannung zu erzeugen wie bei Leerlauf, muß man die Leerlaufferregung um den Betrag der Ankerrückwirkung erhöhen. Ist α der doppelte Bürstenverschiebungswinkel, I_a die Ankerstromstärke, $2a$ die Zahl der Stromzweige und z die gesamte Drahtzahl des Ankers, so ist die Ankerrückwirkung infolge der Bürstenverschiebung

$$X_g = \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{\alpha \cdot z}{360}. \quad (7)$$

IX. Gleichstromerzeuger.

52. Die fremderregte Maschine.

Wir betrachten eine Maschine, deren Magnetwicklung durch eine äußere unabhängige Stromquelle gespeist wird (Bild 144). Die Maschine

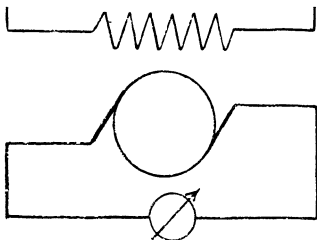


Bild 144. Maschine mit gleichbleibender Erregung bei Leerlauf.

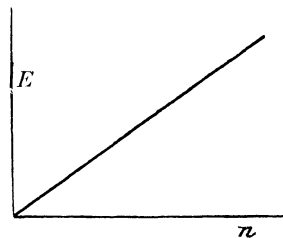


Bild 145. Abhängigkeit der Spannung von der Drehzahl bei gleichbleibender Erregung.

laufe zunächst leer. Wir lassen die Erregung ungeändert und ändern nur die Drehzahl. Nach Gl. (2) auf S. 98 ist die erzeugte Spannung $E = p/\alpha \cdot \Phi \cdot n/60 \cdot z \cdot 10^{-8}$, also proportional der Drehzahl (Bild 145).

Wir lassen jetzt umgekehrt die Drehzahl ungeändert und ändern durch einen Regelwiderstand den Erregerstrom (Bild 146). Wir tragen dann den Erregerstrom I_m oder die Magneterregung wagerecht und die abgelesene Spannung senkrecht auf und erhalten so in Bild 147 die sog. Leerlaufkurve. Die Spannung wächst zunächst proportional dem Erregerstrom, bis schließlich bei zunehmender Eisensättigung eine Verstärkung des Erregerstromes nur mehr eine geringe Erhöhung der Spannung bewirkt.

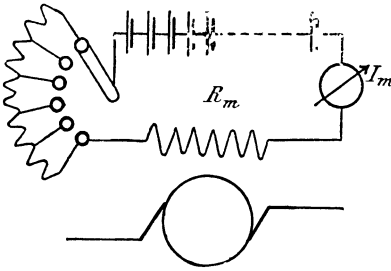


Bild 146. Maschine bei Leerlauf.

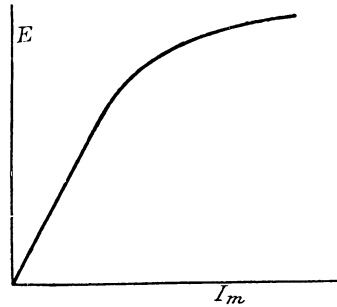


Bild 147. Leerlaufkurve.

Nun ist die Klemmenspannung bei Leerlauf gleich der erzeugten Spannung, also dem Fluß proportional. Bild 147 stellt also die Abhängigkeit des Flusses vom Erregerstrom dar. Die Leerlaufkurve ist daher die Magnetisierungskurve der Maschine.

Wir ändern jetzt die Belastung, d. h. den entnommenen Strom I bei fester Erregung und Drehzahl. Die Klemmenspannung, die bei

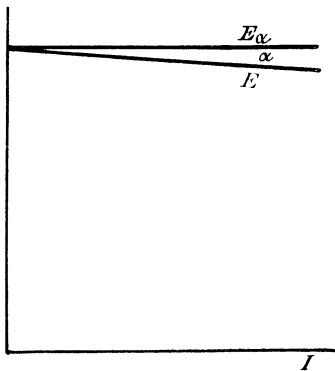


Bild 148.

Abhängigkeit der Klemmenspannung vom Strom bei gleichbleibender Erregung.

Leerlauf gleich der erzeugten Spannung war, ist nun um den inneren Spannungsverlust geringer. Ist E_a die erzeugte Spannung, I der Ankerstrom und R_a der Ankerwiderstand, so ist die Klemmenspannung $E = E_a - I \cdot R_a$. Wenn wir von Ankerrückwirkung absehen, so ist die erzeugte Spannung E_a infolge der festen Erregung unveränderlich (Bild 148). Der Spannungsverlust ist der Stromstärke proportional. Wir ziehen also die Gerade E so, daß $\operatorname{tg} \alpha = I \cdot R_a / I = R_a$ ist, wobei wir den Maßstab in wagerechter und senkrechter Richtung berücksichtigen. Die Unterschiede zwischen den Senkrechten der Kurven E_a und E stellen dann den Spannungsverlust, die Senkrechten der geneigten Geraden die Klemmenspannung dar. Beim Versuch wird umgekehrt zu der Klemmenspannung der Spannungsverlust hinzugezählt und so die erzeugte Spannung berechnet.

53. Schaltungen für Selbsterregung.

Als Dynamomaschinen werden alle Maschinen bezeichnet, in denen durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld elektrische Arbeit

erzeugt wird. Auf Grund einer Entdeckung, die Werner Siemens 1866 machte (Poggendorffs Annalen 1867), werden die Dynamomaschinen als selbsterregende Maschinen gebaut.

Beim Ingangsetzen ist zunächst nur das Feld des zurückbleibenden Magnetismus vorhanden. Dadurch wird eine geringe Spannung und, falls der Stromkreis geschlossen ist, ein schwacher Strom erzeugt. Indem dieser Strom nach Bild 149 um die Schenkel der Maschine fließt, verstärkt er den zurückbleibenden Magnetismus. Dadurch wächst dann die Spannung und dadurch wieder der Strom usw. So arbeitet sich die Maschine selbst in die Höhe und erzeugt sich ihren Magnetismus selbst.

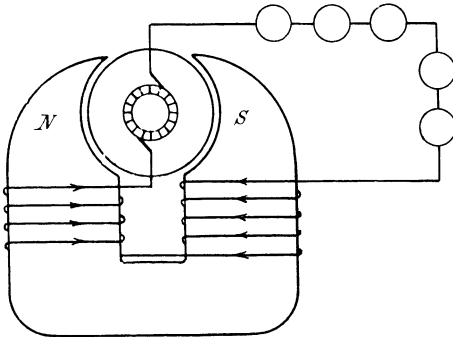


Bild 149. Hauptschlußmaschine.

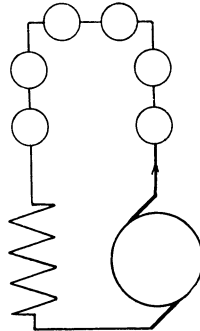


Bild 150. Schaltbild der Hauptschlußmaschine.

Die Stärke des so geschaffenen Feldes und die Spannung hängt von den Betriebsverhältnissen ab. Es könnte scheinen, daß sich die Maschine bis zur vollständigen Sättigung des Eisens, die allerdings ein dehnbarer Begriff ist, in die Höhe arbeiten müßte. Der Strom wächst jedoch nur so lange an, wie die erzeugte Spannung stärker wächst als der Spannungsverbrauch im Erregerstromkreis. Dabei ist die Stromstärke zwar nach dem Ohmschen Gesetz durch die Spannung und den Widerstand gegeben, aber andererseits ist das Feld und damit die Spannung selbst von der Stromstärke und also auch vom Widerstand abhängig.

Die Magnetwicklung besteht bei der Hauptschlußmaschine (Bild 149) aus wenig Windungen eines dicken Drahtes. Sie liegt mit dem Anker und dem äußeren Netz nach Bild 150 in Reihe.

Bei der Nebenschlußmaschine (Bild 151 und 152) besteht die Magnetwicklung aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Sie liegt unmittelbar an den Bürsten, also im Nebenschluß zum

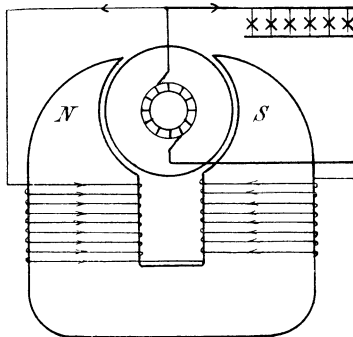


Bild 151. Nebenschlußmaschine.

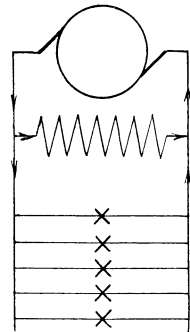


Bild 152. Schaltbild.

äußeren Netz. Infolge des großen Widerstandes der Wicklung ist der Magnetstrom sehr klein gegenüber dem äußeren Strom.

Die Doppelschluß- oder Compoundmaschine (Bild 153 und 154) ist eine Nebenschlußmaschine, deren Feld durch die Wirkung einer Hauptschlußwicklung verstärkt wird. Dadurch wird die Klemmenspannung bei Vergrößerung des Stromverbrauches trotz des vergrößerten Spannungsverlustes im Anker auf demselben Betrag gehalten. Die Schaltung ist derartig, daß die Ströme in der Hauptschluß- und Nebenschlußwicklung gleichgerichtet sind. In Bild 153 ist die Nebenschlußwicklung von den Bürsten, in Bild 154 von den Klemmen der abzweigend.

Besonders wichtig sind die Bedingungen, unter denen die Selbsterregung der Dynamomaschinen möglich wird.

Die Magnetwicklung muß so geschaltet sein, daß der zurückbleibende Magnetismus durch den erzeugten Strom verstärkt wird. Nun hängt die Richtung des Stromes, der durch den zurückbleibenden Magnetismus

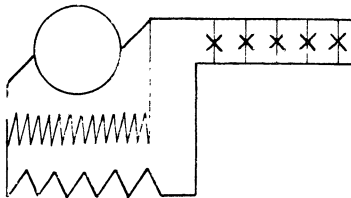


Bild 153. Doppelschlußmaschine, Nebenschluß von den Bürsten abzweigend.

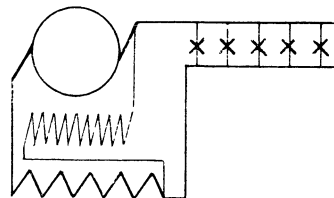


Bild 154. Doppelschlußmaschine, Nebenschluß von den Klemmen abzweigend.

erzeugt wird, von der Drehrichtung ab, d. h. die Schaltung der Magnetwicklung und die Drehrichtung müssen zueinander passen. Bei gegebener Schaltung erregt sich die Maschine nicht, wenn die Drehrichtung falsch ist. Umkehrung der Drehrichtung ruft dann in der Regel die Selbsterregung hervor. Ebenso erregt sich die Maschine bei gegebener Drehrichtung nicht, wenn die Magnetwicklung falsch geschaltet ist. Umschaltung der Magnetwicklung bringt die Maschine dann in der Regel zur Selbsterregung.

Erregt sich die Maschine auch nach Umkehrung der Drehrichtung oder Umschaltung der Magnetwicklung nicht, so muß entweder die Drehzahl erhöht oder der Widerstand des Magnetkreises verringert werden. Dieser Widerstand ist bei Nebenschlußmaschinen der Widerstand der Magnetwicklung einschließlich eines etwaigen Regelwiderstandes, bei Hauptschlußmaschinen die Summe aus dem äußeren und inneren Widerstand. Kommt man auch dann noch nicht zum Ziel, so kann dies an schlechter Bürstenstellung oder schlechter Auflage der Bürsten liegen.

Die Polarität des zurückbleibenden Magnetismus hat keinen Einfluß auf die Selbsterregung, sondern nur auf das Vorzeichen der Bürsten.

Nebenschlußmaschinen werden bei Leerlauf angelassen, ehe die Maschine auf Stromverbraucher geschaltet ist. Der durch den zurückbleibenden Magnetismus erzeugte geringe Strom fließt dann in seiner vollen Stärke durch die Magnetwicklung. Andernfalls würde er zum Hauptteil in den äußeren Widerstand fließen, und der Magnetismus würde ungenügend verstärkt. Hauptschlußmaschinen können dagegen nur angelassen werden, wenn der äußere Widerstand eingeschaltet ist. Dabei darf der äußere Widerstand nicht zu groß sein.

54. Die Hauptschlußmaschine.

Bei der Hauptschlußmaschine sind Ankerstrom, Erregerstrom und äußerer Strom gleich. Wir ändern nun bei einer mit gleichbleibender Drehzahl angetriebenen Hauptschlußmaschine die Stromentnahme (Bild 155) und tragen die Stromstärke I wagerecht und die Klemmenspannung E senkrecht auf (Bild 156). Wir ziehen dann eine Gerade unter einem Winkel α gegen die Wagerechte, so daß $\operatorname{tg} \alpha = R_a + R_h$ ist, wobei R_h der Widerstand der Hauptschlußwicklung auf den Magneten ist. Eine Verschiedenheit des Maßstabes in wagerechter und senkrechter Richtung ist wieder zu beachten. Die Senkrechten der Geraden stellen dann den Spannungsverlust $I \cdot (R_a + R_h)$ in der Maschine dar. Wenn wir sie zu den Senkrechten der Klemmenspannungskurve hinzuzählen, so erhalten wir die erzeugte Spannung E_a in Abhängigkeit vom magnetisierenden Strom. Hätten wir das Produkt aus Stromstärke und Magnetwindungszahl wagerecht aufgetragen, so hätten wir die Kurve in Bild 128 erhalten.

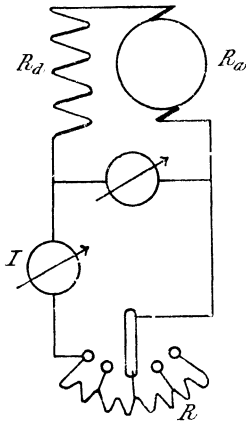


Bild 155 Hauptschlußmaschine bei Belastung.

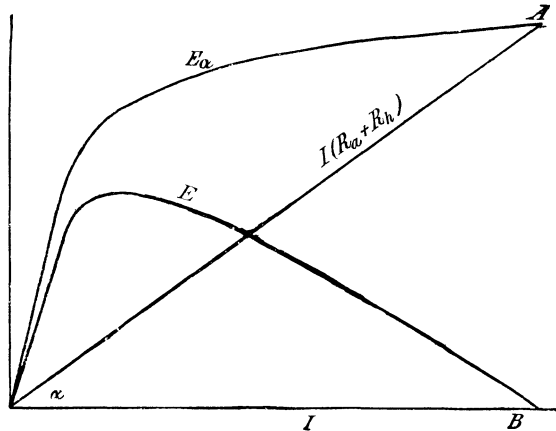


Bild 156. Abhängigkeit der erzeugten Spannung und Klemmenspannung einer Hauptschlußmaschine von der Stromstärke.

Die erzeugte Spannung ist Null bei offenem Stromkreis, d. h. bei Leerlauf, da mit dem magnetisierenden Strom auch das Feld Null wird. Schließen wir die Klemmen durch einen nicht zu großen Widerstand, so erregt sich die Maschine selbst, wodurch eine Spannung und ein Strom zustande kommt. Je mehr wir nun den äußeren Widerstand verringern, desto größer wird die Stromstärke, desto stärker das Feld und die erzeugte Spannung, bis sie bei Kurzschluß ihren höchsten Wert erreicht.

Die Klemmenspannung steigt mit der Belastung an, um nachher nach Erreichung eines höchsten Wertes wieder zu fallen, wenn wegen der Sättigung des Eisens der Gewinn an erzeugter Spannung durch Verstärkung des Stromes kleiner ist als der vermehrte Spannungsverlust in der Maschine. Bei Kurzschluß, den die Maschine natürlich nicht aushält, wird die Klemmenspannung Null. Die ganze erzeugte Spannung BA wird dann verbraucht, um den Strom OB durch den inneren Widerstand zu treiben. Wegen der Veränderlichkeit der Spannung werden Hauptschlußmaschinen nicht als Stromerzeuger benutzt. Als Motoren für Straßenbahnen und Krane haben sie aber große Bedeutung.

55. Die Nebenschlußmaschine und Doppelschlußmaschine.

Wir treiben eine Nebenschlußmaschine leer mit fester Drehzahl an und ändern den Magnetstrom durch einen Regelwiderstand. Da der Anker nur den schwachen Magnetstrom liefert, so ist der Spannungsverlust im Anker sehr klein und die Klemmenspannung gleich der erzeugten Spannung. Tragen wir also den Magnetstrom I_m wagerecht und die Klemmenspannung E senkrecht auf, so erhalten wir die Leerlaufkurve wie in Bild 128 und 147.

Wir schalten nun die Nebenschlußmaschine auf einen äußeren Verbrauchskreis (Bild 157). Die Änderung des Stromverbrauches durch Einschalten der Lampen wirkt jetzt im Gegensatz zur Hauptstrommaschine nicht mehr unmittelbar auf das Feld zurück. Der Einfluß des Stromverbrauches auf die Erregung und die erzeugte Spannung ist vielmehr gering, so daß wir es in den Betriebsgrenzen mit einer ziemlich unveränderlichen Spannung zu tun haben.

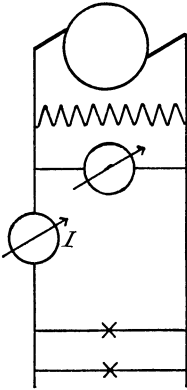


Bild 157. Nebenschlußmaschine.

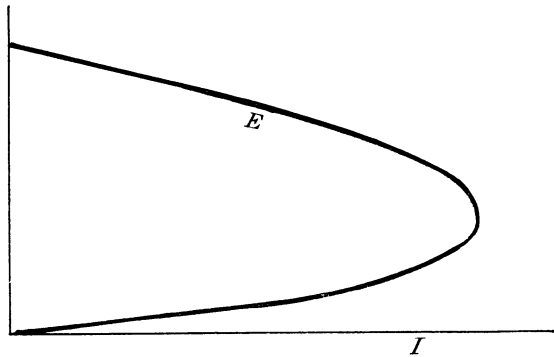


Bild 158. Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine.

Eine Vergrößerung des äußeren Stromes I bedingt zunächst eine Erhöhung des Ankerstromes I_a nach der Gleichung $I_a = I + I_m$, so daß der Spannungsverlust im Anker wächst. Die Klemmenspannung ändert sich dabei nach der Gleichung $E = E_a - I_a \cdot R_a$. Sie ist am größten bei Leerlauf und nimmt mit zunehmender Belastung ab.

Weil nun die Magnetwicklung unmittelbar an den Klemmen liegt, so wird bei verringerter Klemmenspannung auch der Magnetstrom geringer. Dadurch wird das Feld schwächer, und die erzeugte Spannung und die Klemmenspannung wird dadurch noch mals verringert (Bild 158 oberer Teil). Die Spannungsänderung bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist bei der Nebenschlußmaschine zwar gering, aber doch größer als bei Fremderregung.

Wenn wir nun bei unserm Versuch die Zahl der eingeschalteten Lampen übermäßig erhöhen, so wird schließlich die Stromstärke dadurch nicht mehr vergrößert, sondern verringert, wobei die Klemmenspannung mehr und mehr abnimmt (Bild 158 unten). Schließlich wird sie bei Kurzschluß, wenn beide Klemmen gleichsam zu einem einzigen Punkt vereinigt sind, gleich Null, wobei auch der Magnetstrom und das Feld gleich Null werden. Hätte die Maschine keinen zurückbleibenden Ma-

gnetismus, so wäre auch die erzeugte Spannung und der Ankerstrom bei Kurzschluß gleich Null.

Dieses Verhalten der Nebenschlußmaschine wird deutlich, wenn wir den Magnetstrom bei Betrieb wagerecht und die erzeugte Spannung E_a senkrecht auftragen (Bild 159). Da der Magnetwiderstand ungeändert bleibt, so ist die Klemmenspannung dem Magnetstrom proportional nach der Gleichung $E = I_m \cdot R_m$. Wir erhalten also für die Klemmenspannung die Gerade OB . Die Unterschiede der Senkrechten der Kurven E_a und E ergeben den Spannungsverlust $I_a \cdot R_a = (I + I_m) \cdot R_a = I \cdot R_a + I_m \cdot R_a$. Bei Leerlauf wird der Magnetstrom gleich OC und der Spannungsverlust im Anker $OC \cdot R_a = BA$. Daraus folgt allgemein, daß der Unterschied der Senkrechten der Geraden OA und OB gleich $I_m \cdot R_a$ ist. Der Unterschied zwischen den Senkrechten der Kurve E_a und der Geraden OA ist dann $I \cdot R_a$, er stellt uns also im passenden Maßstab den äußeren Strom dar. Dieser Strom ist in Bild 159 senkrecht aufgetragen und so die Kurve I gezeichnet. Für einen bestimmten Betriebszustand hat die Stromstärke ihren größten Wert. Da der Magnetstrom I_m der Klemmenspannung proportional ist, so ist die Kurve I bei passender Wahl des Maßstabes nach Drehung um 90° das Spiegelbild der Kurve E in Bild 158.

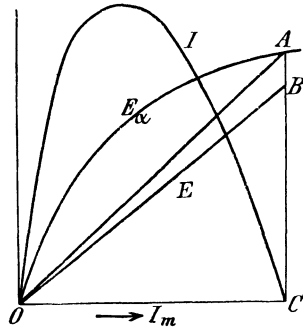


Bild 159. Spannung und Strom der Nebenschlußmaschine, abhängig vom Magnetstrom.

Um einen besonders kleinen Spannungsabfall zu erhalten, baut man die Maschinen so, daß die Polkerne oder die Zähne stark gesättigt sind. Dann hat die Änderung der Erregung, die durch die Belastung auftritt, kaum einen Einfluß auf das Feld, und der Spannungsabfall bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist nur wie bei Fremderregung gleich dem Spannungsverbrauch $I_a \cdot R_a$. Solche Maschinen eignen sich besonders für Lichtanlagen, bei denen mit Rücksicht auf ruhiges Brennen der Lampen eine feste Klemmenspannung gefordert wird. Bei Kohlefadenlampen ist diese Forderung deswegen besonders dringend, weil der Widerstand der Kohle mit steigender Erwärmung abnimmt. Spannungsschwankungen verursachen daher besonders große Stromschwankungen, wodurch die Lichtschwankung außerordentlich groß wird und die Lebensdauer der Lampe stark herabgesetzt wird. Metallfadenlampen sind allerdings viel weniger empfindlich, aber auch bei diesen muß die Spannung wesentlich gleichbleiben. Maschinen, die ohne eine im Nebenschluß geschaltete Batterie arbeiten, müssen also einen geringen Spannungsabfall aufweisen. Etwa dann noch vorkommende Spannungsänderungen lassen sich durch Veränderung des Regelwiderstandes im Magnetkreis ausgleichen.

Im Gegensatz zu Lichtmaschinen arbeiten Maschinen zum Laden von Sammlern mit geringer Sättigung des magnetischen Kreises. Im Anfang der Ladung, wo zur Überwindung der Gegenspannung der Zellen noch keine besonders große Klemmenspannung nötig ist, ist ein Widerstand im Magnetkreis eingeschaltet, der dann im Laufe der Ladung nach und nach ausgeschaltet wird.

Anstatt, wie oben, die Klemmenspannung bei veränderter Belastung durch einen Regelwiderstand im Magnetkreis auf derselben Höhe zu

halten, kann man auch die Wirkung der Nebenschlußwicklung durch eine Hauptschlußwicklung verstärken (Doppelschluß- oder Compoundmaschine). Wir tragen in Bild 160 die Erregung, gleichgültig ob sie

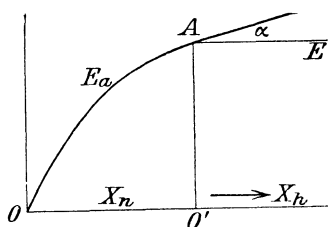


Bild 160. Spannung einer Doppelschlußmaschine.

von der Nebenschluß- oder Hauptschlußwicklung herrührt, wagerecht auf. Bei Leerlauf haben wir nur die Erregung $OO' = X_n$ der Nebenschlußmaschine. Dazu fügt sich von O' an bei Betrieb die Erregung X_h durch den Hauptstrom. Die Kurve E_a gibt die Abhängigkeit der erzeugten Spannung von der Gesamterregung an. Sie nähert sich in ihrem zweiten Teil einer Geraden, die mit der Wagerechten den Winkel α bildet. Nun ist der Span-

nungsverlust proportional dem Hauptstrom, also auch proportional der Erregung X_h . Durch passende Wahl der Hauptschlußwindungen kann man also erreichen, daß die Klemmenspannung E , die nach Abzug des Spannungsverlustes von der erzeugten Spannung E_a übrig bleibt, bei wechselnder Erregung X_h , also wechselnder Stromstärke, unveränderlich ist. Kurzzeitige Spannungsschwankungen sind allerdings wegen Unempfindlichkeit des Reglers der Antriebsmaschine unvermeidlich.

Zum Laden von Sammlern sind Doppelschlußmaschinen, ebenso wie Hauptschlußmaschinen, nicht zu gebrauchen. Wenn die Drehzahl der Antriebsmaschine aus irgendeinem Grunde nachläßt, so überwiegt die von der Batterie erzeugte Spannung und treibt einen Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Hauptschlußwindungen der Magnete. Diese werden dadurch ummagnetisiert, und die von der Maschine und der Batterie erzeugten Spannungen sind nicht mehr gegeneinander, sondern hintereinander geschaltet. Da der ganze Kreis nur aus dem geringen Widerstand des Ankers, der Leitung und der Batterie besteht, so entsteht ein gefährlicher Kurzschluß. Will man daher mit einer Doppelschlußmaschine eine Batterie laden, so muß man die Maschine als reine Nebenschlußmaschine benutzen. Dabei liegt die positive Klemme der Batterie immer an der positiven Klemme der Maschine, und die Magnetwicklung wird immer in gleichem Sinne durchflossen, auch wenn der Hauptstrom einmal seine Richtung umkehrt. Die von der Batterie und Maschine erzeugten Spannungen bleiben also immer gegeneinander geschaltet. Allerdings kann eine Funkenbildung am Stromwender auftreten. Man schaltet daher in die Hauptleitung einen selbsttätigen Ausschalter, der den Hauptstrom unterbricht, wenn dieser stark abnimmt.

56. Batterie und Maschine in Nebenschaltung.

Bei Nebenschaltung einer Maschine und Batterie ist die Netzspannung unveränderlich. Außerdem braucht die Maschine nur für die mittlere und nicht für die höchste Netzbelastung bemessen zu sein und kann auch ganz abgestellt werden. Wir verfolgen nun die Wirkungsweise.

1. Änderungen im Stromverbrauch. Die von der Batterie erzeugte Spannung können wir während eines längeren Zeitraumes als gleichbleibend ansehen. Bei dem geringen inneren Spannungsverlust in der Batterie ist dann auch die Klemmenspannung E der Batterie gleichbleibend. Die Maschine wird also von einem festen Magnet-

strom erregt, d. h. bei ungeänderter Drehzahl ist die von der Maschine erzeugte Spannung E_a unveränderlich. Damit bleibt auch der Ankerstrom unverändert nach der Gleichung

$$I_a = (E_a - E)/R_a. \quad (1)$$

Wenn z. B. die Batterie entladen wird (Bild 161) und im äußeren Netz die Anzahl der nebeneinander liegenden Glühlampen vergrößert wird, so wird der Mehrverbrauch des Stromes fast allein von der Batterie gedeckt. Werden umgekehrt bei Ladung der Batterie (Bild 162) mehr Lampen eingeschaltet, so nimmt das Netz der Batterie einen Teil des Ladestromes weg. Ausnahmsweise liefert hierbei die Stromquelle bei wechselndem Stromverbrauch ein und denselben Strom, den wir willkürlich in die Batterie und ins Netz verteilen können.

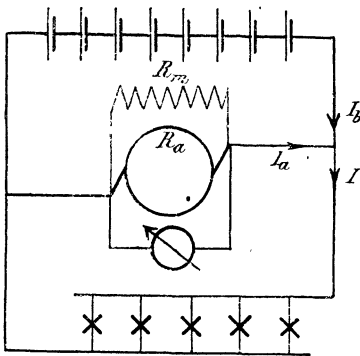


Bild 161. Stromverlauf bei Entladung

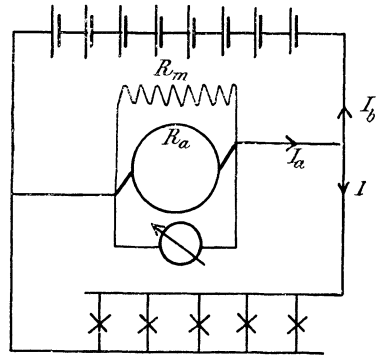


Bild 162. Stromverlauf bei Ladung.

Die Batterie kann sogar durch Änderung des äußeren Stromes willkürlich aus der Ladung in die Entladung übergeführt werden. Die Maschine liefere z. B. allein den Strom in das Netz, so daß der Batteriestrom Null ist. Die Klemmenspannung und die von der Batterie erzeugte Gegenspannung heben sich dabei genau auf. Werden dann Lampen ausgeschaltet, so fließt der überschüssige Strom als Ladestrom in die Batterie. Werden dagegen mehr Lampen eingeschaltet, so fließt ein Entladestrom aus der Batterie heraus. Wird die Maschine so erregt, daß sie einen mittleren Stromverbrauch liefert, so geht die Batterie bei Änderungen des Stromverbrauchs dauernd aus Entladung in Ladung über und umgekehrt. (Pufferwirkung.)

Mit dem betrachteten Vorgang sind allerdings geringe Änderungen der Klemmenspannung verbunden. Genau genommen ist nur die erzeugte Batteriespannung, nicht aber die Klemmenspannung unveränderlich. Den wirklichen Verhältnissen kommen wir auf einem anderen Wege näher. In Bild 163 sind zwei Stromquellen nebeneinander geschaltet, deren erzeugte Spannung angenähert gleich ist. Bei Vergrößerung des

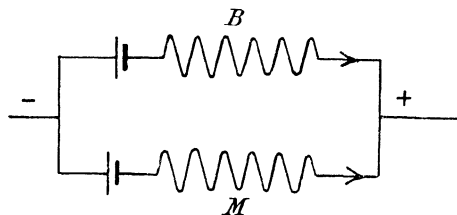


Bild 163. Nebeneinander geschaltete Stromquellen.

Netzstromes fließt dann der Hauptteil des zusätzlichen Stromes durch den Zweig, der den geringsten Widerstand hat. Ebenso entfällt bei

Nebeneinanderschaltung von Batterie und Maschine der Hauptteil der Stromzunahme auf die Batterie, die den geringeren inneren Widerstand hat, während nur ein geringer Teil auf die Maschine entfällt. Die Pufferwirkung der Batterie ist also um so besser, je größer der Maschinenwiderstand im Verhältnis zum Batteriewiderstand ist.

Eine vollkommene Pufferwirkung setzt einen unendlich kleinen Batteriewiderstand voraus. Es wird daher häufig nötig, nach Pirani

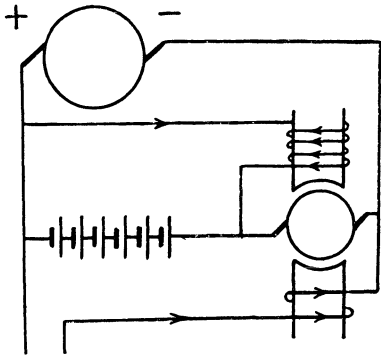


Bild 164. Piranimaschine.

spannung gewählt, so daß der Stromverbrauch gleich Null ist. Bei starkem Stromverbrauch überwiegt die Hauptschlußwicklung, und die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung wirkt dann in demselben Sinne wie die der Batterie. Diese wird daher kräftig zur Stromlieferung herangezogen. Bei geringem äußeren Stromverbrauch überwiegt die Wirkung der Nebenschlußwicklung, und die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung wirkt in demselben Sinne wie die Netzspannung, d. h. die Batterie wird kräftig geladen. Der Maschinenstrom bleibt also von den starken Leistungsschwankungen, wie sie sich bei Straßenbahnen in kurzen Zwischenräumen ständig wiederholen, unberührt. Dabei muß die Batterie so bemessen werden, daß sie die Stromstöße aufnehmen kann.

Durch Änderung eines Widerstandes in der Nebenschlußwicklung der Zusatzmaschine kann man den Änderungen des mittleren Netzstromes Rechnung tragen, sowie willkürlich den Ladezustand der Batterie erhöhen, indem man der Batterie in den kurzen Zeiträumen der Ladung mehr elektrische Arbeit zuführt, als man in den kurzen Zeiträumen der Entladung entnimmt.

Meist besitzt die Zusatzmaschine eine eigene Erregermaschine, die nun statt der Piranimaschine selbst mit den oben beschriebenen beiden Wicklungen versehen wird. Durch Änderung des Widerstandes des Nebenschlußkreises der Erregermaschine trägt man, wie oben, der Änderung der mittleren Netzbelastung Rechnung oder erhöht den Ladezustand der Batterie. Außerdem kann man jetzt auch durch Änderung eines Widerstandes im Erregerkreis der Zusatzmaschine den Grad der Pufferung willkürlich einstellen, d. h. man kann nach Bedarf, wenn die Rücksicht auf die größte zulässige Stromstärke der Batterie es erfordert, die Stromstöße statt ganz auf die Batterie auch teilweise auf die Maschine übertragen.

die Batterie dadurch zum besseren Ansprechen zu bringen, daß man nach Bild 164 in den Batteriezweig eine Zusatzmaschine schaltet. Diese wird durch eine an der Batterie liegende Nebenschlußwicklung und eine im entgegengesetzten Sinne wirkende, vom Netzstrom gespeiste Hauptschlußwicklung erregt. Bei mittlerer Netzbelastung heben sich die Wirkungen beider Wicklungen auf, so daß die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung Null ist.

Die von der Batterie erzeugte Spannung ist nun gleich der Netz-

Batteriestrom bei mittlerem äußeren Stromverbrauch gleich Null ist. Bei starkem Stromverbrauch überwiegt die Hauptschlußwicklung, und die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung wirkt dann in demselben Sinne wie die der Batterie. Diese wird daher kräftig zur Stromlieferung herangezogen. Bei geringem äußeren Stromverbrauch überwiegt die Wirkung der Nebenschlußwicklung, und die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung wirkt in demselben Sinne wie die Netzspannung, d. h. die Batterie wird kräftig geladen. Der Maschinenstrom bleibt also von den starken Leistungsschwankungen, wie sie sich bei Straßenbahnen in kurzen Zwischenräumen ständig wiederholen, unberührt. Dabei muß die Batterie so bemessen werden, daß sie die Stromstöße aufnehmen kann.

Durch Änderung eines Widerstandes in der Nebenschlußwicklung der Zusatzmaschine kann man den Änderungen des mittleren Netzstromes Rechnung tragen, sowie willkürlich den Ladezustand der Batterie erhöhen, indem man der Batterie in den kurzen Zeiträumen der Ladung mehr elektrische Arbeit zuführt, als man in den kurzen Zeiträumen der Entladung entnimmt.

Meist besitzt die Zusatzmaschine eine eigene Erregermaschine, die nun statt der Piranimaschine selbst mit den oben beschriebenen beiden Wicklungen versehen wird. Durch Änderung des Widerstandes des Nebenschlußkreises der Erregermaschine trägt man, wie oben, der Änderung der mittleren Netzbelastung Rechnung oder erhöht den Ladezustand der Batterie. Außerdem kann man jetzt auch durch Änderung eines Widerstandes im Erregerkreis der Zusatzmaschine den Grad der Pufferung willkürlich einstellen, d. h. man kann nach Bedarf, wenn die Rücksicht auf die größte zulässige Stromstärke der Batterie es erfordert, die Stromstöße statt ganz auf die Batterie auch teilweise auf die Maschine übertragen.

2. Änderung der Magneterregung. Eine Maschine sei auf eine Batterie zu schalten oder allgemein auf ein Netz, dessen Spannung durch andere bereits im Betrieb befindliche Maschinen oder eine Batterie fest gegeben ist. Man erregt die Maschine zunächst so, daß ihre Spannung etwas größer ist als die Batteriespannung oder Netzspannung. Dann verbindet man die gleichnamigen Klemmen der Maschine und der Batterie, bzw. des Netzes. Da die Spannungen sich entgegenwirken und die der Maschine erst nur wenig überwiegt, so ist die Stromstärke noch gering. Man bringt dann nach Gl. (1) durch Verstärkung der Erregung den Ankerstrom auf den gewünschten Betrag. Der Ausschlag des Spannungszeigers ändert sich dabei nicht, da er durch Batterie oder Netz gegeben ist. Umgekehrt schwächt man vor dem Abschalten die Erregung der Maschine, bis der Ankerstrom fast Null wird.

Eine Batterie, die im Nebenschluß zu einer einzelnen Maschine am Netz liegt und noch stromlos ist, soll nun geladen werden. Wir verstärken dazu die Erregung der Maschine und dadurch den Ankerstrom, wobei die Netzspannung, die ja zugleich die Batteriespannung ist, sich wieder nicht ändert. Wenn sich im äußeren Stromverbrauch nichts ändert, fließt die Zunahme des Maschinenstromes in die Batterie, wodurch diese geladen wird. Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, den Erregerstrom der Maschine, bis der Maschinenstrom gleich dem Netzstrom ist, wodurch der Batteriestrom zu Null wird. Die Batterie bleibt dann als Spannungsregler am Netz liegen.

Bei starkem Stromverbrauch wird die Maschine so erregt, daß sie voll belastet ist und die Batterie nur den Mehrverbrauch an Strom liefert.

3. Die Änderung der Batteriespannung. Der Batteriespannung ist entsprechend der Lade- und Entladekurve allmählichen zeitlichen Änderungen unterworfen, die durch einen Zellschalter ausgeglichen werden müssen. Damit dann der Strom beim Zu- oder Abschalten einer Zelle nicht unterbrochen wird, ist der Hebel des Zellschalters als Doppelhebel ausgebildet, dessen beide Teile voneinander isoliert und durch einen Zwischenwiderstand verbunden sind. In Bild 165 ist z. B. die erste Schaltzelle durch die beiden Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab, und das Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung liegen beide Hebel gleichzeitig auf dem Kontakt, so daß das Netz unmittelbar an einer um 2 Volt größeren Spannung liegt. Wird der Zwischenwiderstand so bemessen, daß der Spannungsverlust in ihm beim vorgeschriebenen Strom 1 Volt beträgt, so erhöht sich die Spannung in zwei Abständen um je 1 Volt.

Bei der leitungsparenden Schaltung sind zwischen je zwei Kontakte des Zellschalters zwei Zellen geschaltet. In die Verbindung zwischen den Hebeln wird eine Hilfszelle gelegt, die so geschaltet wird, daß ihre Spannung der Batteriespannung entgegenwirkt. Dann ändert sich die Batteriespannung bei Betätigung des Zellschalters zunächst um die Spannung von 2—1 Zellen, d. h. um eine Zelle, und erst bei weiterer Betätigung des Zellschalters, bei welcher die Hilfszelle abgeschaltet wird, um zwei Zellen.

Bild 166 zeigt das Schaltbild für den Einfachzellschalter. Mit diesem kann man ein Netz gemeinsam durch Maschine und Batterie

speisen. (Entladung.) Bei der Ladung muß aber das Netz durch den Schalter *A* abgeschaltet sein, da der Hebel die Schaltzellen, die nur in den letzten Nachtstunden Strom geliefert haben und daher eher vollgeladen sind, abzuschalten hat. Soll daher auch während der Ladung das Netz gespeist werden, wie dies im allgemeinen der Fall ist, so hat man einen Doppelschalter anzuwenden (Bild 167). Dabei liegt das Netz dauernd unten am Entladehebel, der jetzt sowohl während der Ladung als auch während der Entladung als Spannungsregler dient. Der Ladehebel oben steht dauernd jenseits des Entladehebels. Er schaltet während der Ladung die vollgeladenen Schaltzellen ab, so daß sie nicht durch lang andauernde Überladung Schaden leiden. Die Schaltzellen zwischen beiden Hebeln werden dabei allerdings von der Summe aus Batteriestrom und Netzstrom durchflossen.

Am Schlusse der Ladung stehen beide Hebel in Bild 167 ganz links auf demselben Kontakt. Will man dann mit der Ladung aufhören, so macht man durch Regeln im Nebenschluß die Batterie stromlos und legt den Hebel des Umschalters um. Die Batterie dient dann zunächst

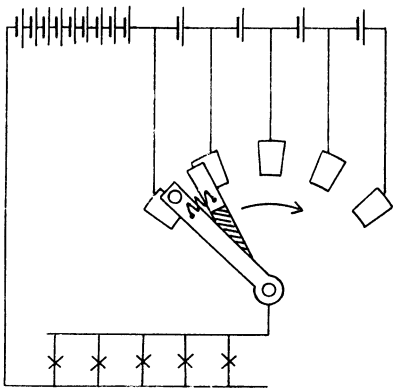


Bild 165. Entladung mit Einfachzellenschalter

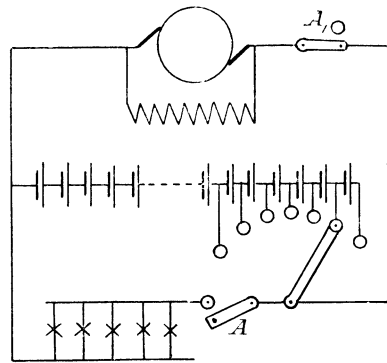


Bild 166. Schaltbild für Einfachzellenschalter.

nur als Spannungsregler, bis sie bei wachsendem Stromverbrauch selbsttätig zur Stromlieferung mit herangezogen wird. Ihre Spannung sinkt dabei allmählich und muß daher durch den Zellenochalter auf dem gleichen Betrag gehalten werden. Der von Hand betätigte oder selbsttätige Entladehebel wandert dabei nach rechts und nimmt durch einen Anschlag den Ladehebel mit. Grundsätzlich wäre also die Umlegung des Schalters nicht nötig, da beide Hebel bei Entladung immer auf demselben Kontakt stehen. Sie ist jedoch notwendig, damit nicht in den Abendstunden die Schleiffedern des Entladehebels durch die Summe aus Batteriestrom und Maschinenstrom beansprucht werden. Da die entsprechenden Kontakte für den Lade- und Entladehebel verbunden sind, so kommt man mit einer einzigen Kontaktreihe für beide Hebel aus.

Die Maschine muß für die hohe Spannung am Ende der Ladung gebaut sein. Sie liefert aber beim Zusammenarbeiten mit der Batterie nur die Netzspannung, wird also nicht vollständig ausgenutzt. Sie muß z. B. bei einer Netzspannung von 110 Volt eine Spannung von 150 Volt liefern können. Dieser Nachteil wird vermieden durch eine Zusatzmaschine, wobei die Hauptmaschine nur für die Netzspannung be-

messen ist und daher billiger wird. Sie liegt dann nach Bild 168 dauernd am Entladehebel, also am Netz, während die zwischen Lade- und Entladehebel liegenden Schaltzellen durch die Zusatzmaschine geladen werden. Unter der Voraussetzung, daß der Ladestrom der Schaltzellen durch Regeln der Zusatzmaschine gleich dem Ladestrom des Hauptteils der Batterie gemacht wird, fließt der Batteriestrom unmittelbar vom Hauptteil der Batterie in gleicher Stärke durch die Schaltzellen und die Zusatzmaschine. Der Entladehebel ist also stromlos, weil er zwei Punkte gleichen Niveaus verbindet. Er dient dabei rein als Spannungsregler.

Die Anzahl der Schaltzellen beim Doppelzellenschalter folgt daraus, daß die Spannung jeder Zelle am Ende der Ladung 2,7 Volt, am Ende der Entladung 1,8 Volt beträgt. Der Hauptteil der Batterie muß also bei 110 Volt Netzspannung aus $110:2,7 = 40$ Zellen bestehen, und die ganze Batterie mit den Schaltzellen muß $110:1,8 = 60$ Zellen enthalten. Also sind $60 - 40 = 20$ Zellen oder etwa 30% aller Zellen an den Zellenschalter anzuschließen.

4. Die Drehzahlsschwankungen. Wir fragen uns jetzt, welchen Einfluß eine Schwankung der Drehzahl der Maschine bei festem Stromverbrauch auf den Ankerstrom hat. Die Netzspannung ist zugleich die Klemmenspannung der Batterie, also wesentlich unveränderlich. Dagegen ändert sich der Ankerstrom I_a , wenn sich die Drehzahl und dadurch die von der Maschine erzeugte Spannung E_a ändert, nach Gleichung (1). Da sich im äußeren Stromkreise nichts ändert, so ändert sich nur der Batteriestrom. Schwankungen in der Drehzahl der Antriebsmaschine setzen sich also in Stromschwankungen der Batterie um.

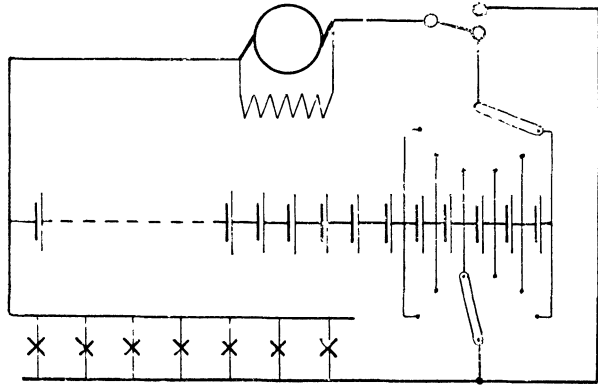


Bild 167. Schaltbild für Doppelzellenschalter.

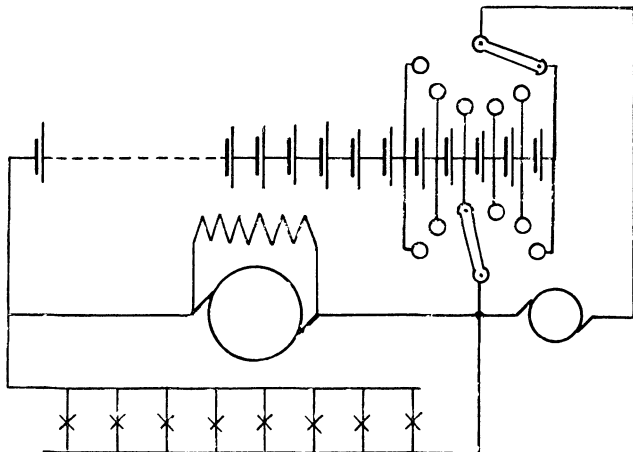


Bild 168. Doppelzellenschalter mit Zusatzmaschine.

57. Spannungsteilung.

Wenn eine Batterie im Nebenschluß zur Maschine arbeitet, führt man einfach den Mittelleiter zum Mittelpunkt der Batterie. Die Batteriehälften werden dabei allerdings oft ungleich beansprucht.

Man kann auch zwei miteinander gekuppelte, hintereinander geschaltete Maschinen als Spannungsteiler verwenden (Bild 169). Von dieser läuft die Maschine auf der stärker belasteten Netzseite als Stromerzeuger, der nach Bild 169 den Strom I liefert. Sie wird durch die zweite Maschine,

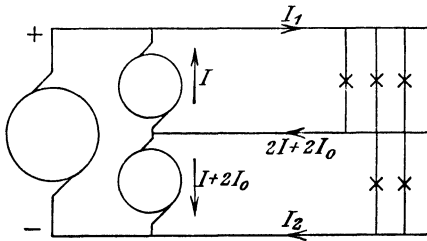


Bild 169. Drei Leiter mit Ausgleichmaschinen.

die als Motor läuft, angetrieben. Ist I_0 der Leerstrom für eine einzelne Maschine, so nimmt der Motor den Strom $I + 2I_0$ auf. Der Strom im Mittelleiter, d. h. der Unterschied der Ströme I_1 und I_2 ist dabei $2I + 2I_0$.

Um den Einfluß des Ohmschen Spannungsverbrauchs im Anker bei den Maschinen zu verringern, kann man jede Einzel-

maschine von der nicht zugehörigen Netzhälfte erregen, oder den Strom des Mittelleiters benutzen, um das Feld des Stromerzeugers zu verstärken und das des Motors zu schwächen¹⁾.

Bei der Spannungsteilung durch Drosselspule nach Dobrowolsky (Bild 170) werden zwei Punkte der Ankerwicklung, die bei zweipoligen

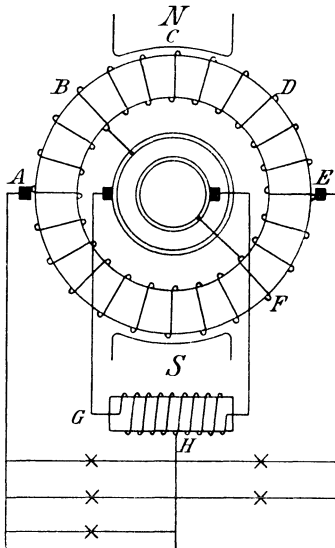


Bild 170. Spannungsteilung durch Drosselspule.

Maschinen um eine Polteilung von einander entfernt sind, zu Schleifringen geführt. Zwischen diesen herrscht eine Wechselstromspannung, durch die eine sog. Drosselspule gespeist wird. Diese ist nach Abschn. 75 fast undurchlässig für Wechselstrom, aber durchlässig für Gleichstrom.

Die ganze Wechselstromspannung ist die Spannung BF . Davon heben sich die Spannungen DE und EF auf, die Wechselstromspannung ist also gleich der Spannung BD , die halbe Wechselstromspannung also gleich BC . Sie ist aber auch gleich der Spannung GH . Fügen wir jede dieser Spannungen zur Spannung AB , so erhalten wir im ersten Falle die halbe Gleichstromspannung, im zweiten Falle die Spannung AH . Diese ist also gleich der halben Gleichstromspannung.

Noch vollkommener wirkt die Spannungsteilung nach Sengel, bei der drei um $\frac{2}{3}$ der Polteilung abstehende Punkte der Wicklung über Schleifringe zu drei in Stern geschalteten Drosselspulen geführt werden. Der Nulleiter wird an den Sternpunkt angeschlossen (vgl.

¹⁾ Vgl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. Bd. II. 2. Aufl. 1907. S. 550.

ETZ 1898, S. 544). Endlich kann man nach Dettmar den Nulleiter mit Hilfe einer Hilfsbürste, die genau zwischen zwei Hauptbürsten auf dem Stromwender schleift, zur Maschine zurückführen (vgl. ETZ 1897, S. 55 u. 230).

58. Maschinen für gleichbleibenden Strom.

Die Rosenbergmaschine, die zur Zugbeleuchtung dient und von der Radachse der Bahnwagen, also mit sehr veränderlicher Drehzahl angetrieben wird, wird vom Anker erregt. Obgleich dieser eine einzige Wicklung besitzt, können wir uns doch in Bild 171 zwei getrennte Wicklungen mit zwei Stromwendern vorstellen. Von diesen ist die innen gezeichnete X-Wicklung, die den Erregerstrom I_x führt, über die Bürsten B_1, B_2 kurz geschlossen. Von der außen gezeichneten Y-Wicklung, die den Strom I_y führt, wird über die Bürsten B_3, B_4 der äußere Stromkreis gespeist. An diesen Bürsten liegt auch die Magnetwicklung der Maschine, sowie die Batterie.

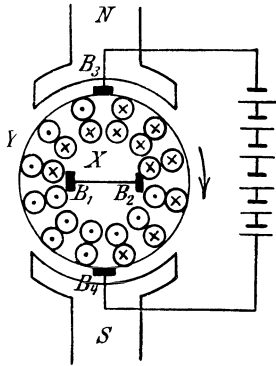


Bild 171. Rosenberg-Maschine

Der Erregerstrom I_x , der einen wagerechten Fluß Φ_x erzeugt, kommt dadurch zustande, daß die X-Wicklung das Feld eines senkrechten Hilfsflusses Φ_y schneidet. Dieser wird erzeugt durch die Entgegenwirkung des festen Stromes in der Magnetwicklung und des Stromes I_y im Anker.

Die vom Strom I_y ausgeübte Erregung ist nun immer kleiner als die des festen Magnetstromes, da bei Gleichheit beider Erregungen der Fluß Φ_y und damit der erzeugte Strom I_x verschwindet. Damit würden dann auch der Fluß Φ_x sowie der durch ihn erzeugte Strom I_y gleich Null werden. Demnach bleibt der Strom I_y unter allen Umständen unter einer gewissen Grenze, selbst wenn die Drehzahl n ins Ungemessene steigt. Deutlicher ergibt sich die Wirkungsweise durch die Rechnung, bei der a bis f Festwerte sind.

In der kurzgeschlossenen X-Wicklung wird eine Spannung erzeugt, die dem Fluß Φ_y und der Drehzahl n proportional ist. Sie ist andererseits nach dem Ohmschen Gesetz dem Strom I_x , d. h. auch dem von ihm erzeugten Fluß Φ_x proportional. Daraus folgt $\Phi_y \cdot n = a \cdot \Phi_x$. Darin ist Φ_y proportional dem Unterschied zwischen der festen Magneterregung b und den Stromwindungen $c \cdot I_y$. Andererseits ist Φ_x bei der festen Spannung E an den senkrechten Bürsten umgekehrt proportional der Drehzahl. Die obige Gleichung nimmt daher die Form an:

$$(b - c \cdot I_y)n = d/n,$$

d. h.

$$I_y = e - f/n^2.$$

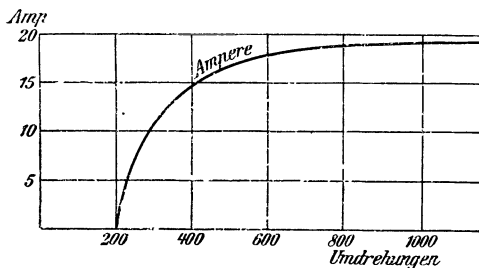


Bild 172. Stromstärke einer Rosenberg-Maschine.

Für genügend hohe Drehzahlen verschwindet das zweite Glied der rechten Seite, d. h. der Strom ist annähernd unabhängig von der Drehzahl. In Bild 172 ist die

Stromstärke in Abhängigkeit von der Drehzahl für $e = 20$ und $f = 80 \cdot 10^4$ aufgetragen.

Damit nicht für ganz geringe Drehzahlen ein Rückstrom auftritt, ist zwischen Maschine und Batterie eine Aluminiumzelle eingeschaltet, bestehend aus einer Aluminium- und einer Eisenelektrode in einer ammoniakalischen Lösung. Sie läßt einen Strom nur in der Richtung vom Eisen zum Aluminium durch. Die Vorzeichen der Hauptbürsten $B_3 B_4$ sind unabhängig von der Drehrichtung. Die Maschine kann sich durch ihren zurückbleibenden Magnetismus selbst erregen.

Die Krämersche Maschine, die mit gleichbleibender Drehzahl betrieben und für Scheinwerfer und Schweißmaschinen benutzt wird, liefert gleichbleibenden Strom bei starken Änderungen des äußeren Widerstandes (vgl. ETZ 1909, S. 798). Auf den Polen liegen drei Wicklungen (Bild 173).

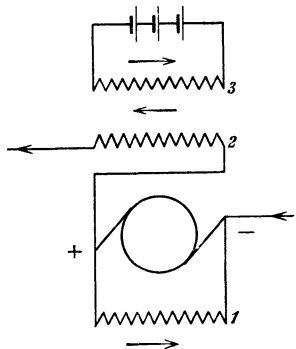


Bild 173. Krämersche Maschine.

Von diesen ist die Nebenschlußwicklung 1 an die Bürsten angeschlossen, während die Wicklung 2 im Hauptschluß liegt und die Wicklung 3 von einer festen Spannung fremd erregt wird. Die Maschine ist eine sog. labile Maschine mit ganz ungesättigtem Eisen. Es sei E die Klemmenspannung, I_1 der Strom im Zweig 1 und R_1 der Widerstand der Magnetwicklung 1. Durch Einstellung des Widerstandes R_1 wird erreicht, daß die Leerlaufkurve in Bild 174, die wegen der geringen Sättigung eine Gerade ist, genau der Beziehung entspricht: $BA:OB = E:I_1 = R_1$. Die allein unter dem Einfluß der Nebenschlußwicklung erzeugte Spannung genügt dann in jedem Augenblick, um den Verbrauch im Widerstand R_1 der Wicklung 1 zu decken. Eine solche Maschine erregt sich nicht. Eine zusätzliche Fremderregung bewirkt dann, daß sich die Maschine in ihrer Spannung so lange hinauf oder herunter arbeitet, bis die zusätzliche Erregung aufgehört hat, wobei die Spannung dann den erreichten Wert beibehält.

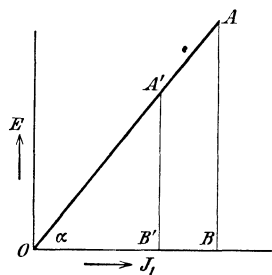


Bild 174. Labile Leerlaufkurve.

Nebenschlußwicklung erzeugte Spannung genügt dann in jedem Augenblick, um den Verbrauch im Widerstand R_1 der Wicklung 1 zu decken. Eine solche Maschine erregt sich nicht. Eine zusätzliche Fremderregung bewirkt dann, daß sich die Maschine in ihrer Spannung so lange hinauf oder herunter arbeitet, bis die zusätzliche Erregung aufgehört hat, wobei die Spannung dann den erreichten Wert beibehält.

In unserm Falle ist die zusätzliche Erregung der Unterschied zwischen der Hauptschlußerregung 2 und der gleichbleibenden Erregung 3. Wird nun z. B. der äußere Widerstand kleiner, so nimmt zunächst die Stromstärke zu. Dadurch überwiegt die Hauptschlußerregung 2, die der Nebenschlußerregung 1 entgegenwirkt, und die Spannung sinkt. Der Hauptstrom nimmt daher nach dem Ohmschen Gesetz ab, und zwar so lange, bis dadurch die zusätzliche Erregung zu Null geworden ist. In diesem Augenblicke ist Gleichgewicht, da die Spannung, die jetzt unter dem Einfluß der Nebenschlußwicklung erzeugt wird, gerade genügt, um den Strom in der Nebenschlußwicklung aufrecht zu halten. Die Spannung ist dabei in Bild 174 z. B. von BA auf $B'A'$ heruntergegangen.

Da der Hauptstrom, unter Berücksichtigung der Windungszahlen der Spulen 2 und 3, gleich dem festen Strom der Fremderregung ist, so läßt er sich willkürlich durch Regelung dieses Stromes einstellen.

59. Der Wirkungsgrad.

Die Verluste einer Maschine bestehen aus den Verlusten durch Stromwärme in der Anker- und Magnetwicklung und aus den Leerlaufverlusten. Die Leerlaufverluste sind unter Voraussetzung einer festen Drehzahl und Erregung bei Betrieb dieselben wie bei Leerlauf. Sie bestehen aus dem Reibungsverlust und den Eisenverlusten.

Der Reibungsverlust wird verursacht durch Lager-, Bürsten- und Luftreibung. Gerade der Verlust durch Luftreibung ist nicht unwesentlich, wenn die Maschine, wie es z. B. stets bei Turbomaschinen der Fall ist, zur besseren Abführung der Wärme gekapselt ausgeführt wird. Die Stirnseiten des umlaufenden Teiles werden dabei als Ventilatoren ausgebildet, und die durch eine Öffnung des Gehäuses angesaugte Luft streicht durch Zwischenräume der Maschine hindurch.

Die Eisenverluste bestehen aus dem Hysterisis- und Wirbelstromverlust. Von diesen ist der Hysterisisverlust bei geringer Induktion der 1,6ten Potenz der Induktion proportional. Der Hysterisisverlust in den Zähnen kann bei der jetzt gebräuchlichen Induktion von über 20 000 Gauß dem Quadrate der Induktion proportional gesetzt werden.

Der Verlust durch Wirbelströme, der im Ankereisen, Poleisen und Ankerkupfer, sowie in den Ankerbolzen auftritt, ist dem Quadrate der Induktion proportional, weil mit der Induktion nicht nur die erzeugte Spannung, sondern auch die Stromstärke des Wirbelstromes wächst.

Es sei nun E_a die erzeugte Spannung, E die Klemmenspannung, I der äußere Strom, I_a der Ankerstrom, I_m der Magnetstrom, R_a der Ankerwiderstand und N_0 die dem Anker bei Leerlauf zugeführte Leistung. Dann ist der Wirkungsgrad der als Stromerzeuger arbeitenden Nebenschlußmaschine:

$$\eta = \frac{E \cdot I}{E_a \cdot I_a + N_0} = \frac{E \cdot I}{E \cdot I + I_a^2 \cdot R_a + E \cdot I_m + N_0} \quad (2)$$

Zur Ermittlung des Wirkungsgrades kann man die dem Stromerzeuger mechanisch zugeführte Leistung durch den Versuch bestimmen und dann die Nutzleistung durch die mechanische Leistung teilen. Man kann aber auch den Wirkungsgrad aus den Einzelverlusten bestimmen. Dazu läßt man die Maschine leer als Motor laufen, wobei die vom Anker aufgenommene Leistung gleich der Leerlaufleistung N_0 ist. Dazu fügt man die Stromwärme in den Magneten, sowie die dem Betriebsstrom entsprechende Stromwärme $I_a^2 \cdot R_a$ und erhält so den Gesamtverlust bei Betrieb.

Bei großer Belastung überwiegt der Verlust $I_a^2 \cdot R_a$ durch Stromwärme im Anker, und der Wirkungsgrad wird gering. Bei geringer Belastung überwiegt der gleichbleibende Verlust $E \cdot I_m$ durch Stromwärme in der Magnetwicklung und der Leerlaufverlust N_0 , so daß der Wirkungsgrad wieder gering ist. Bei einer mittleren Belastung, bei der die veränderlichen Verluste durch Stromwärme im Anker etwa gleich den festen Verlusten sind, wird der Wirkungsgrad am größten.

Da die Kurve des Wirkungsgrades in der Nähe des Höchstwertes über eine große Strecke fast wagerecht verläuft, so hat selbst eine starke Änderung der Belastung wenig Einfluß auf den Wirkungsgrad.

Eine Maschine liefere z. B. eine Klemmenspannung $E = 110$ Volt, die durch Änderung des Regelwiderstandes im Magnetkreis auf demselben

Betrag gehalten werde. Der Ankerwiderstand einschl. der Bürsten sei 0,2 Ohm. Die Leerlaufkurve der Maschine sei in Bild 128 gegeben, und es mögen die Wagerechten, durch 4000 geteilt, den Magnetstrom darstellen. Die Leerlaufverluste seien gleich 250 Watt. Da sie durch Änderung der Magneterregung nur zum Teil beeinflußt werden, so sollen sie als fest angenommen werden. Die Ankerrückwirkung sei Null. Gesucht wird der Wirkungsgrad bei Ankerströmen von 25, 50 und 75 Amp. Es ergibt sich, wenn $E \cdot I + E \cdot I_m + I_a^2 R_a + N_0 = \Sigma N$ gesetzt wird:

| | | | | | | | |
|---------------------------|------|------|------|---------------------------|------|-------|-------|
| I_a | 25 | 50 | 75 | $E \cdot I$ | 2620 | 5335 | 8040 |
| $I_a \cdot R_a$ | 5 | 10 | 15 | $E \cdot I_m$ | 130 | 165 | 210 |
| $E_a = E + I_a \cdot R_a$ | 115 | 120 | 125 | $I_a^2 \cdot R_a$ | 125 | 500 | 1120 |
| I_m aus Bild 128 . | 1,2 | 1,5 | 1,9 | N_0 | 250 | 250 | 250 |
| $I = I_a - I_m$. . . | 23,8 | 48,5 | 73,1 | $\eta = E I / \Sigma N$. | 0,84 | 0,856 | 0,838 |

Wir trennen nun die Leerlaufverluste bei einer bestimmten festen Erregung durch einen Versuch. Wir kuppeln dazu zwei gleiche Maschinen und treiben die erste Maschine als Motor an, während wir die zweite Maschine zunächst unerregt lassen. Wir ziehen dann von der dem Motor zugeführten Leistung die Stromwärme $E \cdot I_m + I_a^2 \cdot R_a$ ab. Der Rest wird für die Reibung beider Maschinen und für Hysterisis und Wirbelströme in der ersten Maschine verbraucht. Wir erregen dann die zweite Maschine betriebsmäßig, wobei sie aber noch leer läuft. Zu dem früheren Verbrauch im Motor ist dann der Verbrauch für Hysterisis und Wirbelströme in der zweiten Maschine hinzugekommen. So läßt sich die Reibungsleistung und die Summe aus Hysterisis- und Wirbelstromverlust ermitteln.

Um diese Summe dann in ihre beiden Teile zu zerlegen, wiederholt man den Versuch mit anderer Drehzahl, wobei natürlich die Erregung, d. h. das Feld der Maschinen unverändert bleiben muß. Die Drehzahl ist also nach Abschn. 63 durch einen Widerstand im Ankerkreis des Motors zu ändern. Da der Verlust durch Hysterisis der 1. Potenz und der Verlust durch Wirbelströme der 2. Potenz der Drehzahl proportional ist, so ergibt sich mit Hilfe zweier Festwerte c_1 und c_2 die Summe aus Hysterisisverlust N_h und Wirbelstromverlust N_w zu

$$N_h + N_w = c_1 \cdot n + c_2 \cdot n^2, \quad \text{d. h. } (N_h + N_w) : n = c_1 + c_2 \cdot n. \quad (3)$$

Tragen wir also in Bild 175 die Drehzahl n wagerecht und $(N_h + N_w) / n$ senkrecht auf, so erhalten wir eine Gerade, deren Abschnitt c_1 auf

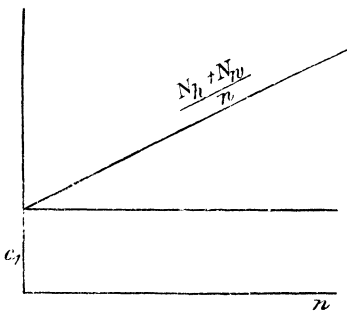
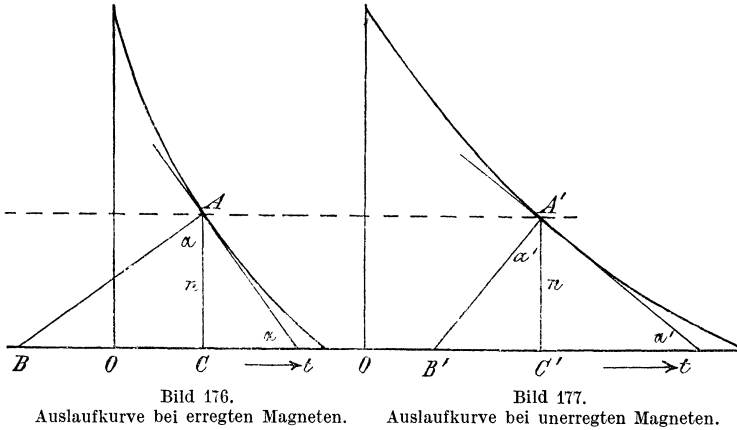


Bild 175. Trennung der Eisenverluste.

der senkrechten Achse uns den Hysterisisverlust bei einer Umdrehung in der Minute angibt. Wir haben diesen dann nur mit der Drehzahl zu vervielfachen, um den Hysterisisverlust zu erhalten, und können so die Leerlaufleistung in ihre Teile zerlegen.

Die Reibungsverluste können auch durch den Auslaufversuch ermittelt werden. Wir treiben dazu die betriebsmäßig erregte Maschine mit einer etwas über die vorgeschriebene Geschwindigkeit hinausgehenden Drehzahl als Elektromotor an, unterbrechen dann den Ankerstrom und lassen die Maschine bei ungeänderter Magneterregung auslaufen, wobei die Verzögerung durch

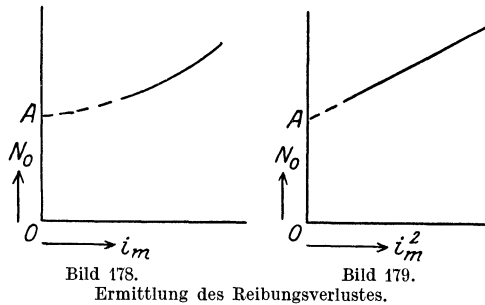
die bremsende Wirkung der gesamten Leerlaufverluste N_0 bewirkt wird. Während des Auslaufens beobachten wir zu bestimmten Zeitpunkten die jeweilige Drehzahl und tragen die Zeit wagerecht und die Drehzahl senkrecht auf (Bild 176). Anstatt der Drehzahl kann die damit proportionale Klemmenspannung beobachtet werden. Wir lassen dann die Maschine mit unterbrochenem Anker- und Magnetstrom auslaufen. Die Auslaufzeit wird jetzt größer, weil die bremsende Wirkung der Hystereseis und Wirbelströme fehlt (vgl. Bild 177).



Die betriebsmäßige Drehzahl n sei gleich AC und $A'C'$. Wir zeichnen dann die Normalen AB und $A'B'$ und setzen die Energie der Bewegung des umlaufenden Ankers dem Quadrate der Drehzahl proportional. Wenn also k einen Festwert bedeutet, so ist die Energie der Bewegung $W = k \cdot n^2$, d. h.: $dW/dt = k \cdot 2n \cdot dn/dt$. Dabei ist dW/dt die durch die Bremswirkung der Verluste verursachte Änderung der Energie in der Zeiteinheit, d. h. die bei Leerlauf mit der gleichen Drehzahl aufzuwendende Leistung. Diese ist in Bild 176 gleich den Gesamtverlusten N_0 und in Bild 177 gleich den Reibungsverlusten N_r . Andererseits ist dn/dt gleich $\operatorname{tg} \alpha$, bzw. gleich $\operatorname{tg} \alpha'$. Demnach ist $N_0 = k \cdot 2n \cdot \operatorname{tg} \alpha$, und $N_r = k \cdot 2n \cdot \operatorname{tg} \alpha'$, d. h. $N_r : N_0 = \operatorname{tg} \alpha' : \operatorname{tg} \alpha = B'C' : BC$.

Da der Gesamtverlust N_0 (ohne Stromwärme) bei der Drehzahl n und der gegebenen Magnetenerregung durch einen Leerlaufversuch gemessen werden kann, so läßt sich der Verlust N_r berechnen.

Man kann nach dem Vorgang von Dettmar den Reibungsverlust auch dadurch ermitteln, daß man mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes die Bürstenspannung der als Motor laufenden Maschine ändert und dann die Drehzahl durch Änderung des Magnetstromes i_m auf dem vorgeschriebenen festen Wert n hält. Man trägt dann in Bild 178 i_m als Wage-



rechte und den gemessenen Leerlaufverlust N_0 nach Abzug der Strom-

wärme im Anker als Senkrechte auf. Die Kurve, die man dadurch erhält, verlängert man, bis sie in A die senkrechte Achse schneidet. Dann ist OA der Leerlaufverlust bei unerregten Magneten, d. h. der Reibungsverlust. Die Eisenverluste, die durch das Feld des zurückbleibenden Magnetismus veranlaßt werden, sind dabei gleich Null gesetzt. Wird i_m^2 statt i_m wagrecht aufgetragen (Bild 179), so läßt sich die Kurve mit größerer Sicherheit verlängern (vgl. Arnold-la Cour, Die Gleichstrommaschine, Band I, 3. Aufl., Berlin 1921).

Hopkinson hat ein Verfahren angegeben, das die Untersuchung bei voller Belastung selbst dann ermöglicht, wenn eine entsprechend große Antriebsmaschine nicht zur Verfügung steht. Man kuppelt dabei zwei gleiche zu untersuchende Maschinen. Die eine wird als Motor aufs Netz geschaltet. Sie treibt die zweite Maschine, die als Generator zunächst noch leer läuft, an. Man erregt diese Maschine nun so, daß ihre Spannung gleich der Netzspannung ist und schaltet sie nach S. 123 auf das Netz. Durch Verstärkung der Erregung zwingt man dann die zweite Maschine nach S. 123 dazu, Strom ins Netz zu liefern. Der Antriebsmotor, der die verlangte Leistung hergeben muß, nimmt einen entsprechenden Strom aus dem Netz auf. In Wirklichkeit fließt dabei der Strom des Stromerzeugers unmittelbar in den Motor zurück (Rückarbeitung) und das Netz liefert nur die durch die Gesamtverluste in beiden Maschinen bedingte Leistung, die auf diese Weise gemessen werden kann. Man hat dabei die Erregung beider Maschinen so zu wählen, daß Drehzahl und Stromstärke dem gewöhnlichen Betrieb entsprechen. Die stärker erregte Maschine läuft als Stromerzeuger, die schwächer erregte als Motor.

X. Gleichstrommotoren.

60. Drehrichtung der Motoren.

Gleichstrommotoren unterscheiden sich in der Bauart nicht von den Stromerzeugern. Dieselbe Maschine kann sogar bald als Stromerzeuger, bald als Motor arbeiten. Eine Maschine sucht sogar, während sie als Stromerzeuger angetrieben wird, als Motor zu arbeiten, indem sie ein Drehmoment ausübt, das dem Antriebsmoment entgegenwirkt. Ebenso sucht eine als Motor laufende Maschine gleichzeitig als Stromerzeuger zu wirken, indem sie eine Spannung erzeugt, die dem Strom entgegengerichtet ist.

Die Drehung eines Stromerzeugers erfordert nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit einen Aufwand von Arbeit. Der durch die

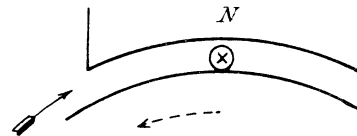


Bild 180. Stromerzeuger, dem Antrieb entgegenwirkend.

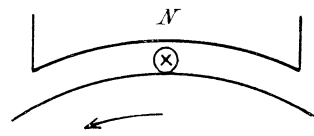


Bild 181. Motor, infolge der elektromagnetischen Wechselwirkung umlaufend.

Bewegung erzeugte Strom hemmt die Bewegung, indem das Feld auf die Stromleiter eine Kraft ausübt, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird z. B. der Stromerzeuger in Bild 180 im Sinne des

Uhrzeigers gedreht, so übt der Strom mit dem Feld eine Kraft aus, die den Anker entgegengesetzt dem Uhrzeiger, also im Sinne des gestrichelten Pfeiles, zu drehen sucht.

Wir denken nun die Antriebsmaschine abgestellt und die elektrische Maschine als Motor in Bild 181 derart von einer Stromquelle gespeist, daß die Stromrichtung in der Anker- und Magnetwicklung gegenüber Bild 180 nicht geändert ist. Dann muß die Maschine entgegen der früheren Drehrichtung laufen, d. h. bei gleicher Stromrichtung in der Anker- und Feldwicklung läuft die Maschine als Motor entgegengesetzt der Richtung, in der sie als Stromerzeuger angetrieben wurde.

Daraus folgt aber nicht, daß jede Maschine, wenn sie aus dem Zustand des Stromerzeugers in den des Motors übergeht, ihre Drehrichtung ändert. Die Umkehrung der Drehrichtung gilt nur für der Fall, daß die Stromrichtung im Anker und in den Magneten nicht geändert wird. Wir haben nun zu untersuchen, ob und wann diese Voraussetzung zutrifft.

Eine Hauptschlußmaschine werde in Bild 182 als Stromerzeuger angetrieben und laufe ohne Umschaltung in Bild 183 als Motor. Dann

hat der Strom im Motor gegenüber dem Stromerzeuger seine Richtung sowohl im Anker als auch in den Magneten umgekehrt. Die Drehrichtung ist dann dieselbe, wie wenn der Strom in beiden Teilen dieselbe Richtung beibehalten hätte. Die

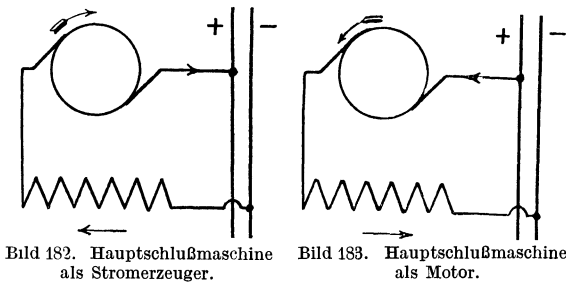


Bild 182. Hauptschlußmaschine als Stromerzeuger.

Bild 183. Hauptschlußmaschine als Motor.

Hauptschlußmaschine läuft daher ohne Änderung der Schaltung als Motor entgegengesetzt wie als Stromerzeuger, d. h. gegen die Bürsten.

Soll also bei Übergang einer Hauptschlußmaschine vom Betrieb als Stromerzeuger in den Betrieb als Motor die Drehrichtung dieselbe bleiben, so hat man entweder die Magnete oder, wie es meist üblich ist, den Anker umzuschalten.

Ebenso muß man die Magnete im Verhältnis zum Anker umschalten, wenn man einen im Lauf befindlichen Hauptstrommotor, wie es bei der Bremsung von Straßenbahnwagen und Kranen der Fall ist, von der Zuleitung trennt und als Stromerzeuger auf Widerstände schaltet. Andernfalls erregt sich die Maschine

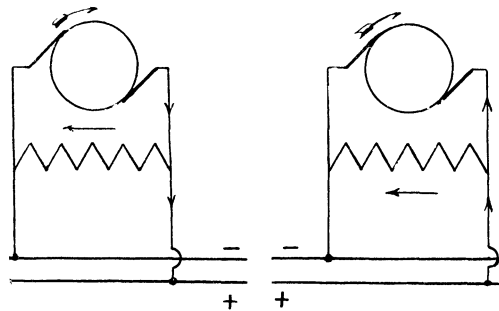


Bild 184. Nebenschlußmaschine als Stromerzeuger.

Bild 185. Nebenschlußmaschine als Motor.

nicht, da die durch den zurückbleibenden Magnetismus erzeugte Spannung dieselbe Richtung hat, wie die Gegenspannung des Motors, also einen Strom erzeugt, der den zurückbleibenden Magnetismus schwächt.

Wir wollen nun eine Nebenschlußmaschine ohne Änderung der Schaltung als Motor benutzen. Dann bleibt nach Bild 184 und 185

die Richtung des Magnetstromes dieselbe. Dagegen hat der Ankerstrom in beiden Maschinen eine entgegengesetzte Richtung. Wäre die Stromrichtung überall dieselbe geblieben, so würde der Motor entgegengesetzt wie der Stromerzeuger laufen. Nun aber, wo im Anker allein eine Umkehrung stattgefunden hat, läuft die Maschine als Motor in demselben Sinne wie als Stromerzeuger. Eine Nebenschlußmaschine, die als Stromerzeuger betrieben wurde, läuft also bei ungeänderter Schaltung als Motor in der früheren Drehrichtung. Ebenso erregt sich eine Nebenschlußmaschine als Stromerzeuger, wenn sie ohne Änderung der Schaltung in der Drehrichtung angetrieben wird, in der sie als Motor gelaufen ist.

Eine Vertauschung der Hauptleitungen ist ohne Einfluß auf die Drehrichtung, weil dabei der Strom sowohl im Anker als auch in der Magnetwicklung umgekehrt wird. Man muß also zum Umsteuern entweder allein den Ankerstrom oder allein den Magnetstrom umkehren. In der Regel kehrt man wegen des Einflusses des Hysterisis den Ankerstrom um. (Bild 186 und 187.)

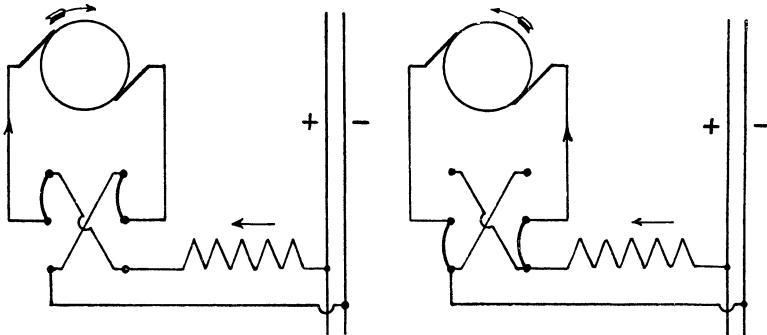


Bild 186.

Bild 187.

Umsteuerung eines Hauptschlußmotors.

61. Drehmoment, Drehzahl und Leistung.

Es sei unter Voraussetzung einer glatten Ankerwicklung \mathfrak{B} die Induktion an irgendeiner Stelle der Ankeroberfläche. Ferner sei b die Ankerlänge in cm, d der Ankerdurchmesser in cm, z die Drahtzahl, p die Zahl der Polpaare, $2a$ die Zahl der Stromzweige und I_a der Ankerstrom. Auf der Breite dx liegt die Drahtlänge $z \cdot b \cdot dx / d\pi$. Demnach ist beim Strom $I_a/2a$ im einzelnen Draht die Kraft auf der Breite dx nach Gl. (7) auf S. 46

$$dP = \frac{\mathfrak{B}}{10} \cdot \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z \cdot b \cdot dx}{d \cdot \pi} \text{ Dyn.}$$

Nun ist $\mathfrak{B} \cdot b \cdot dx$ der Fluß durch die Fläche $b \cdot dx$. Wenn wir über eine Polteilung $d\pi/2p$ integrieren, erhalten wir den Fluß Φ eines Poles und damit nach der Gleichung für dP die Zugkraft einer Polteilung. Wir vervielfachen mit der Polzahl $2p$, teilen durch 981000 und vervielfachen mit dem Halbmesser in Meter, also mit $d/200$. Dadurch erhalten wir das Drehmoment zu

$$D = \frac{p}{a} \cdot \frac{\Phi \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} \text{ mkg.} \quad (1)$$

Unsere Gleichung ist für einen glatten Anker abgeleitet, gilt aber auch für einen Nutenanker. Das nutzbare Drehmoment ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf zur Drehung erforderlich ist.

Ursprünglich besagt Gl. (1), daß das vom Motor ausgeübte Drehmoment dem Fluß und dem Ankerstrom proportional ist. Im Beharrungszustand entspricht nun ein vom Motor ausgeübtes Drehmoment einem gleichen Drehmoment, das von der Last ausgeübt wird. Beide Drehmomente sind genau gleich, und das Kraftmoment überwiegt nicht etwa über das Lastmoment, wie man im Anfang zu glauben geneigt ist. Das Produkt $\Phi \cdot I_a$ richtet sich also stets nach der Belastung, d. h. nach dem durch die Last geforderten Drehmoment. Nur solange der Motor noch stillsteht und die Stromstärke, die beim Anlassen mit Hilfe eines Widerstandes geregelt wird, noch nicht zum Anziehen genügt, können wir den Strom willkürlich durch einen Widerstand einstellen. Sobald sich aber der Motor gleichmäßig dreht, gilt Gl. (1), d. h. die Stromstärke richtet sich nach dem durch die Belastung gegebenen Drehmoment. Dieses schließt das Reibungsmoment mit ein.

Daß sich die Stromstärke ohne einen selbsttätigen Regler stets genau der Last entsprechend einstellt, liegt daran, daß der Anker ebenso wie der eines Stromerzeugers durch ein Feld hindurchschneidet und dadurch eine Gegenspannung erzeugt wird (vgl. S. 41). Diese ist der Drehzahl proportional und übt in bezug auf den zufließenden Strom dieselbe drosselnde Wirkung aus, wie es der Regler einer Dampfmaschine in bezug auf den zuströmenden Dampf tut.

Wird z. B. die Belastung des Motors, d. h. das Drehmoment der Last, vergrößert, so genügt der bisherige Strom nicht mehr, um die Last durchzuziehen. Es findet also eine Verzögerung statt, wodurch sich die erzeugte Gegenspannung verringert. Dadurch wird dann ein stärkeres Zufließen des Stromes ermöglicht, bis zu dem Betrage, der dem neuen Drehmoment entspricht.

Umgekehrt ist bei Verringerung der Belastung das vom Motor bei dem gegebenen Strom noch ausgeübte Drehmoment zu groß, so daß der Motor beschleunigt wird. Die dadurch vergrößerte Gegenspannung drosselt den Strom soweit ab, daß im Beharrungszustand wieder das ausgeübte Drehmoment gleich dem Lastmoment ist.

Die Drehzahl ergibt sich aus der Gegenspannung E_a . Diese ist

$$E_a = p/a \cdot \Phi \cdot n/60 \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Da die Netzspannung E die Gegenspannung E_a zu überwinden und den Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ zu decken hat, so folgt: $E = E_a + I_a \cdot R_a$. Aus beiden Gleichungen ergibt sich:

$$n = \frac{E_a \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z} = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z}. \quad (2)$$

Eine Änderung der Belastung, d. h. des Ankerstromes bringt also nicht nur eine vorübergehende, sondern auch eine dauernde Änderung der Drehzahl mit sich. Die Änderung ist nach Gleichung (2) bei Motoren mit gleichbleibendem Feld (Nebenschlußmotoren) sehr gering, sie ist aber groß, wenn sich mit dem Ankerstrom auch das Feld ändert (Hauptschlußmotoren),

Erst jetzt leiten wir die Gleichung für die Leistung ab, die das Produkt aus Drehmoment und Drehzahl ist. Ist D das Drehmoment

in mkg und $\omega = 2\pi \cdot n/60$ die Winkelgeschwindigkeit/sek., so ist die abgegebene Leistung $D\omega$ mkg/sek oder nach S. 15

$$N = 9,81 \cdot D \cdot \omega = 9,81 \cdot D \cdot 2\pi \cdot n/60 \text{ Watt.} \quad (3)$$

Um die abgegebene Leistung auch durch elektische Größen auszudrücken, vervielfachen wir die Gleichung für E mit I_a und erhalten: $E \cdot I_a = E_a \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a$. Darin ist $E \cdot I_a$ die auf den Anker übertragene Leistung, während $I_a^2 \cdot R_a$ uns die im Anker in Stromwärme umgesetzte Leistung angibt. Demnach ist $E_a \cdot I_a$ die mechanische Leistung des Motors, welche die Nutzleistung und die Leerlaufleistung umfaßt.

Wenn nun das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit erfüllt sein soll, muß $E_a \cdot I_a = 9,81 D \cdot \omega$ sein. Dies ergibt sich in der Tat aus der Gleichung für D und E_a auf S. 134 und 135.

Bei sehr kleinem Drehmoment, also geringem Ankerstrom, ist die Leistung gering. Mit zunehmender Belastung wird sie größer, bis sie schließlich infolge der Abnahme der Drehzahl bei sehr großer Belastung wieder heruntergeht. Um zu bestimmen, wann die Leistung ihren höchsten Wert erreicht, differenzieren wir die Gleichung $N = E_a \cdot I_a = E \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a$ nach I_a und setzen den ersten Differentialquotienten gleich Null. Wir erhalten dann $E - 2I_a \cdot R_a = 0$, d. h. $I_a \cdot R_a = E/2$. Die Leistung ist also am größten, wenn die Hälfte der Netzspannung für den Spannungsverlust verbraucht wird oder der Spannungsverlust gleich der Gegenspannung ist.

Dasselbe Ergebnis erhalten wir aus Bild 188 und 189, wo die Klemmenspannung die Seite eines Quadrates bildet und in den Spannungs-

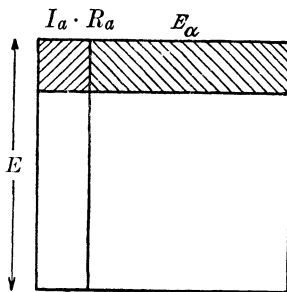


Bild 188.

Zugeführte Leistung, mechanische Leistung und Stromwärme im Anker.

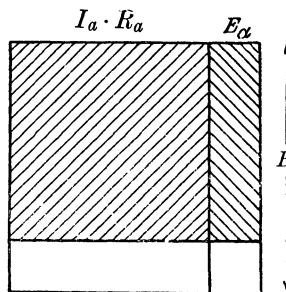


Bild 189.

verlust $I_a \cdot R_a$ und die zur Überwindung der Gegenspannung dienende Spannung E_a zerlegt ist. Abgesehen vom Festwert R_a ist dann das gestreifte Rechteck gleich der mechanischen Leistung und das gestreifte Quadrat gleich dem Verlust durch Strom-

wärme. Das Rechteck ist für kleine und große Werte von I_a besonders klein. Es wird am größten, wenn es zu einem Quadrate wird, d. h. wenn, wie oben $I_a \cdot R_a = E_a$ ist. Unter dieser Bedingung hat also die abgegebene Leistung ihren höchsten Wert. Natürlich liegt dieser Fall weit außerhalb der Betriebsgrenzen, da der Motor die hohe Stromstärke nicht aushält. Da außerdem für $E_a = I_a \cdot R_a$ die Hälfte der zugeführten Leistung in Stromwärme umgesetzt wird, so ist der Wirkungsgrad bei so starker Überlastung nur gleich 0,5.

62. Der Nebenschlußmotor.

Beim Nebenschlußmotor wird die Magnetwicklung gesondert von der Stromquelle gespeist. Zunächst sei sowohl die

Magnetwicklung als auch der Anker ohne Zwischenschaltung von Widerständen an die Netzspannung angeschlossen.

Das ganze Drehmoment ergibt sich nach Gl. (1) zu: $D = p/a \cdot \Phi \cdot z \cdot I_a \cdot 10^{-8} : 2\pi \cdot 9,81$. Da das Feld unveränderlich ist, so ist das Drehmoment dem Ankerstrom proportional (Bild 190).

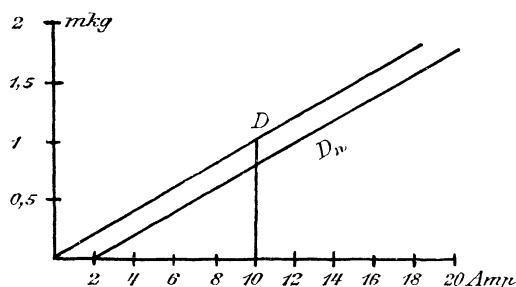


Bild 190. Drehmoment und Ankerstrom.

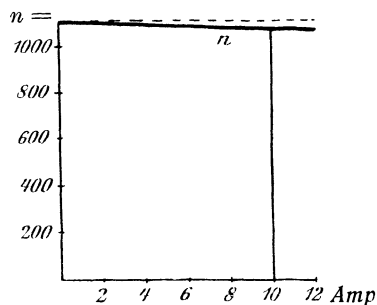


Bild 191. Drehzahl und Ankerstrom.

Das nutzbare Drehmoment D_n ist um den Leerlaufverlust geringer. Es ist also, wenn I_0 der Leerstrom im Anker ist, dem Unterschied $I_a - I_0$ proportional. Wir erhalten dafür in Bild 190 eine Gerade, die mit der ersten Geraden gleiche Richtung hat und auf der wagerechten Achse den Abschnitt I_0 abschneidet.

Die Drehzahl ist nach Gl. (2) $n = (E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8 : p/a \cdot \Phi \cdot z$. Da der Fluß wieder unveränderlich ist, so ist die Drehzahl der Gegenspannung $E - I_a \cdot R_a$ proportional. Die Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist dann dem Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$, also dem Strom I_a proportional (Bild 191). Da der Spannungsverlust immer sehr gering ist, so hat der Nebenschlußmotor zwischen Leerlauf und Vollbelastung fast dieselbe Drehzahl. Er kommt also für Gruppenantrieb allein in Frage,

Die Nutzleistung in Watt ergibt sich nach Gl. (3) zu $9,81 \cdot D_n \cdot 2\pi \cdot n/60$ oder zu $E_a (I_a - I_0)$. Wenn dann I die Summe des Ankerstromes I_a und des Magnetstromes I_m bezeichnet, so ist der Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E_a(I_a - I_0)}{E \cdot I} = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{E \cdot (I_a + I_m)}. \quad (4)$$

Beim Leerlauf ist $I_a = I_0$ und der Wirkungsgrad gleich Null. Er wird ebenfalls gleich Null, wenn die Belastung derartig groß wird, daß selbst der stärkste mögliche Ankerstrom $I_a = E/R_a$, den übrigens der Anker nur ganz ausnahmsweise und auch dann nicht dauernd aushält, den Motor nicht zum Anziehen bringt.

Bei einer mittleren Belastung, bei der die Stromwärme im Anker etwa gleich den festen Verlusten durch Leerlauf und Stromwärme in den Magneten ist, wird der Wirkungsgrad am größten. Bei kleiner Belastung fallen die festen Verluste und bei großer Belastung die Stromwärme zu sehr ins Gewicht.

Wir gehen nun zu einem Beispiel über. Bei einem zweipoligen Motor sei: $E = 110$, $\Phi = 2 \cdot 10^6$, $z = 300$, $R_a = 0,3$, $I_m = 1$, und $I_0 = 2$. Dann wird nach Gl. (1) das gesamte Drehmoment: $D = 0,1 \cdot I_a$,

das nutzbare Drehmoment: $D_n = 0,1(I_a - I_0) = 0,1 \cdot I_a - 0,2$, und nach Gl. (2) die Drehzahl: $n = 1100 - 3I_a$.

Ist z. B. das nutzbare Drehmoment des Motors $D_n = 0,8$ mkg, so ist der Ankerstrom gleich 10 Ampere, das gesamte Drehmoment gleich 1 mkg und die Drehzahl gleich 1070. Die Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist also 30 auf 1100 oder rund 3% (vgl. Bild 190 u. 191). Die Nutzleistung wird $E_a(I_a - I_0) = (E - I_a \cdot R_a)(I_a - I_0) = 856$ Watt, und der Wirkungsgrad $\eta = (E - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0) : E(I_a + I_m) = 0,7$.

Wir fragen nun, bei welchem Strom der Wirkungsgrad am größten wird. Da die festen Verluste sich zu $E \cdot I_0 + E \cdot I_m = 330$ Watt ergeben, so ist beim günstigsten Wirkungsgrad der Verlust $I_a^2 \cdot R_a$ auch etwa gleich 330 Watt. Bei dem Ankerwiderstand $R_a = 0,3$ ist also $I_a = \sqrt{330/0,3} = 33$. Wir berechnen nun den Wirkungsgrad bei dieser Belastung, sowie bei halber und doppelter Belastung.

| I_a | $I = I_a + I_m$ | $I_a - I_0$ | $E_a = E - I_a \cdot R_a$ | $\eta = E_a(I_a - I_0)/EI$ |
|-------|-----------------|-------------|---------------------------|----------------------------|
| 17 | 18 | 15 | 105 | 0,8 |
| 33 | 34 | 31 | 100 | 0,825 |
| 66 | 67 | 64 | 90 | 0,78. |

Demnach ändert sich der Wirkungsgrad wenig, wenn man die Belastung stark ändert. Beim Entwurf braucht man daher auch nicht vorzuschreiben, daß der günstigste Wirkungsgrad bei der vorgeschriebenen Belastung erreicht wird. Kleine Motoren arbeiten mit Rücksicht auf eine geringe Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf meist unterhalb ihrer für den Wirkungsgrad günstigsten Belastung.

63. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors.

1. Das Anlassen. Wenn man den geringen Widerstand des stillstehenden Ankers ohne Vorschaltwiderstand an die volle Netzspannung legt, so wird die Stromstärke und dadurch die Erwärmung des Ankers meist zu hoch. Wenn schwere Massen in Bewegung zu setzen sind, ist es auch aus mechanischen Gründen unzulässig, wenn der Strom und damit das Drehmoment beim Angehen übermäßig groß ist. Endlich verursacht ein starker Stromstoß einen großen Spannungsverlust in der Leitung und dadurch eine Lichtschwankung benachbarter Lampen. Man hat demnach beim Anlassen Widerstand vor den Anker zu schalten, damit die Stromstärke nicht zu groß wird. Wenn dann der Motor in Gang gesetzt ist, so wächst mit der Geschwindigkeit die Gegenspannung. Diese sorgt dann dafür, daß der Ankerstrom den durch das Lastmoment gegebenen Wert erhält. Der Anlaßwiderstand kann also allmählich ausgeschaltet werden.

Der Anlasser muß allein im Ankerkreis und nicht in einer gemeinsamen Zuleitung für Anker und Magnete liegen. Sonst ist bei Stillstand die Magnetwicklung durch den im Nebenschluß zu ihr liegenden Anker fast kurz geschlossen und die Spannung an ihren Klemmen fast Null. Da die Magnete also nicht erregt werden, so läuft der Motor nicht an. Ein Nebenschlußmotor erfordert daher immer drei Zuleitungen.

Ohne Anlasser kommt man in besonderen Fällen aus, wenn nur ganz geringe Massen zu beschleunigen sind. Dies trifft z. B. bei Antriebsmotoren von Schiffen zu, da die Schiffsschraube beim Anlassen nur »Schaumschlägerei treibt« und der Fahrwiderstand noch verschwindend gering ist. Zwei Nebenschlußmotoren werden dabei mit ihren Ankern

hintereinander ohne Widerstand an die Netzspannung gelegt. Dabei kommt zunächst auf jeden Anker die halbe Netzspannung, und erst wenn er sich in Bewegung gesetzt hat, wird jeder an die volle Spannung gelegt. Ein solches Anlassen ohne Widerstand ist deswegen zulässig, weil die Selbstinduktion des Ankers das Anwachsen des Stromes verlangsamt und das einfache Ohmsche Gesetz für den Einschaltvorgang nicht gültig ist (vgl. Trettin, ETZ 1912, S. 759). Aus diesem Grunde werden auch kleine Hauptstrommotoren, bei denen sich die Selbstinduktion der Magnete zu der des Ankers hinzufügt, ohne Anlasser eingeschaltet, wenn nur kleine Massen zu beschleunigen sind.

2. Widerstandsregelung. Die Magnetwicklung eines Motors liege unmittelbar an der festen Netzspannung, während der Anker mit Hilfe eines regelbaren Widerstandes an die Netzspannung angeschlossen ist (Bild 192). Die Belastung sei gleichbleibend. Eine Änderung des Drehmomentes mit der Drehzahl, wie sie bei Gebläsen eintritt, sei also ausgeschlossen. Wir machen dann, gleichgültig ob der Motor stark oder schwach oder nur durch seine eigene Reibung belastet ist, die überraschende Beobachtung, daß eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes die Stromstärke nicht beeinflusst. Gl. (1) auf S. 134 fordert nämlich zwingend, daß die Stromstärke sich allein nach der Belastung richtet, also nicht beeinflusst wird, wenn man bei gleichbleibender Belastung den Vorschaltwiderstand verändert. Allerdings

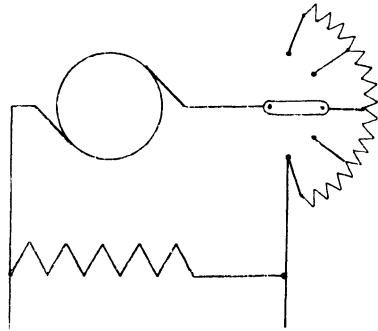


Bild 192. Widerstandsregelung.

nimmt die Stromstärke bei Verkleinerung des Widerstandes im ersten Augenblicke etwas zu. Dadurch wird das vom Anker ausgeübte Drehmoment größer als das durch die Belastung geforderte Drehmoment, so daß der Anker beschleunigt wird. Hiermit wächst dann die Gegenspannung und die Stromstärke nimmt wieder genau bis auf den früheren Wert ab, der dem durch die Belastung geforderten Drehmoment entspricht. Eine Änderung der Stromstärke tritt beim Motor nur durch eine Änderung der Belastung auf.

Dagegen ist die Drehzahl stark von dem vorgeschalteten Widerstande abhängig. Die Netzspannung E hat jetzt nicht nur die Gegenspannung zu überwinden und den Spannungsverlust im Anker zu liefern, sondern auch den Spannungsverbrauch im Vorschaltwiderstand R zu decken, d. h. $E = E_a + I_a \cdot R_a + I_a \cdot R$. In dieser Gleichung sind E und R_a ohne weiteres unveränderlich und I_a bleibt gleich, solange wir die Belastung ungeändert lassen. Daraus folgt, daß die Veränderung des Vorschaltwiderstandes die Gegenspannung und damit die Drehzahl stark beeinflusst.

Das wird noch deutlicher, wenn wir den geringen Spannungsverlust im Anker ganz vernachlässigen und die Bürstenspannung entgegengesetzt gleich der Gegenspannung setzen. Dann mißt man durch einen Spannungszeiger an den Bürsten ohne weiteres die Gegenspannung. Man findet dann bei Veränderung des Widerstandes R , daß die Drehzahl fast genau der Bürstenspannung proportional ist. Die Genauigkeit ist am größten bei Leerlauf, da dann der Spannungsverlust im Anker am kleinsten

ist. In dem Beispiel auf S. 137 ergibt sich z. B. für den Leerlauf bei 110 Volt Bürstenspannung nach Gl. (2) auf S. 135 $n = 1094$. Drosseln wir nun die Spannung durch einen Vorschaltwiderstand auf 55 Volt ab, so bleibt an den Bürsten 55 Volt übrig und die Drehzahl wird nach Gl. (2) auf S. 135 $n = 544$. Bei 55 Volt Bürstenspannung messen wir also fast genau die halbe Drehzahl wie bei 110 Volt. Die Drehzahlen verhalten sich demnach wie die Bürstenspannungen. Angenähert bleibt dies auch für alle Betriebszustände gültig. Man kann also die Drehzahl regeln, indem man durch einen Vorschaltwiderstand die Bürstenspannung ändert.

Der Vorschaltwiderstand muß dabei, wie oben beim Anlassen, allein im Ankerzweig und nicht in der für Anker und Magnete gemeinsamen Zuleitung liegen. Sonst ändern wir gleichzeitig die Spannung des Ankers und der Magnete. Erhöhen wir beide gleichzeitig auf das Doppelte, so wächst der Fluß bei wenig gesättigten Magneten auch auf fast das Doppelte. Dann aber wird in der Gleichung (2) auf S. 135 sowohl E_a im Zähler als auch Φ im Nenner verdoppelt, und die Drehzahl bleibt ungeändert. Nur wenn die Magnete stark gesättigt sind, bewirkt eine Erhöhung der dem Anker und dem Magneten gemeinsamen Klemmenspannung auch angenähert eine proportionale Erhöhung der Drehzahl.

Eine Änderung der Drehzahl durch Vorschaltwiderstände ist ferner nur dann möglich, wenn der Hebel des Widerstandes dauernd bedient wird, wie es z. B. bei Regelung der Hauptschlußmotoren für Straßenbahnen der Fall ist. Jede Änderung der Belastung bewirkt sofort eine Änderung des Ankerstromes, also auch des Spannungsverbrauches im Vorschaltwiderstand. Die Folge ist, daß auch die Bürstenspannung und die Drehzahl sich erheblich ändern. Belastet man z. B. einen leerlaufenden Motor, vor dessen Anker ein sehr großer Widerstand liegt, so geht die Drehzahl bis auf Null zurück. Die selbsttätige starke Änderung der Drehzahl bei vorgeschaltetem Widerstand muß also durch Änderung des Widerstandes ausgeglichen werden.

3. Feldregelung. Statt durch Vorschaltwiderstände kann die Drehzahl auch durch Feldänderung geregelt werden. Am einfachsten ergibt sich dies, wenn wir in Gl. (2) auf S. 135 die kleine Größe $I_a \cdot R_a$ vernachlässigen und die Gegenspannung als unveränderlich gleich der Klemmenspannung annehmen. Schwächt man also durch einen Regelwiderstand den Magnetstrom und dadurch den Fluß Φ , so wird die Drehzahl größer. Der Motor muß bei dem schwachen Feld schneller laufen, um eine der Klemmenspannung gleiche Gegenspannung zu erzeugen. Der innere Grund für diese Beschleunigung liegt darin, daß beim Schwächen des Feldes die bei der gegebenen Drehzahl erzeugte Gegenspannung zunächst geringer wird. Dadurch nimmt der Ankerstrom unverhältnismäßig stark zu, so daß das Drehmoment des Motors über das Lastmoment überwiegt und eine Beschleunigung zustande kommt.

Da $\Phi \cdot I_a$ der Belastung proportional ist, so muß bei einer Schwächung des Feldes gleichzeitig der für dieselbe Belastung nötige Ankerstrom wachsen. In unserm obigen Beispiel war $E = 110$ Volt, $R_a = 0,3$ Ohm, $z = 300$ und $\Phi = 2 \cdot 10^6$. Für $I_a = 10$ Ampere ergab sich dann auf S. 138 $n = 1070$. Wenn wir nun bei gleichbleibender Belastung das Feld im Verhältnis $0,8 : 1$ schwächen, so nimmt der Ankerstrom im Verhältnis $1 : 0,8$ zu. Wir erhalten dann: $\Phi = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6$ und $I_a = 10/0,8 =$

12,5 Ampere. Diese Zunahme des Ankerstromes ist nicht ganz ohne Einfluß auf die Drehzahl, da sie eine Zunahme des Spannungsverlustes bedingt. Wir erhalten nach Verringerung des Flusses die Drehzahl aus Gl. (2) auf S. 135 zu $n = 1328$. Bei einem Motor mit verschwindend kleinem Ankerwiderstand hätten wir statt dessen genau eine Erhöhung der Drehzahl im Verhältnis 1:0,8, also von 1070 auf 1338 erhalten.

Bei übermäßiger Feldschwächung wird schließlich der Einfluß des Spannungsverlustes auf die Drehzahl so groß, daß diese wieder abnimmt. Sie geht bei Unterbrechung des Magnetstromes natürlich auf Null zurück. Es muß also einen Wert für Φ oder I_a geben, für den die Drehzahl bei der gegebenen Belastung am größten wird. Um den Wert für I_a zu ermitteln, setzen wir nach S. 136 die mechanische Leistung gleich dem dafür verbrauchten Teil der elektrischen Leistung, d. h. $9,81 \cdot D \cdot 2\pi \cdot n/60 = E \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a$. Da die Belastung bei unserm Versuche nicht geändert wird, ist D unveränderlich. Wenn wir dann den Differentialquotienten nach I_a gleich Null setzen, erhalten wir $I_a \cdot R_a = E/2$. Die Drehzahl wird also für die gegebene Belastung am größten, wenn das Feld so weit geschwächt ist, daß der Spannungsverlust halb so groß ist wie die Klemmenspannung. Dieser Fall liegt wegen des großen Ankerstromes und des geringen Wirkungsgrades außerhalb der Betriebsgrenzen.

Bei der Feldregelung treten im Unterschied von der Widerstandsregelung keine nennenswerten Verluste auf. Jedoch fallen Motoren mit Feldregelung größer aus als Motoren ohne Feldregelung. Sie arbeiten bei hoher Drehzahl mit schwachem Felde, so daß sie magnetisch durchaus nicht ausgenutzt sind. Andererseits laufen sie bei starkem Feld so langsam, daß sie mechanisch wenig ausgenutzt werden. Eine starke Feldschwächung ist übrigens oft nur bei einem verringerten Drehmoment möglich, da der Motor sonst die mit der Feldschwächung verbundene Erhöhung des Ankerstromes nicht aushält.

4. Schaltung der Widerstände. Da eine Unterbrechung des Magnetstromes beim Abstellen des Motors wegen der Selbstinduktion ein Durchschlagen der Isolation, jedenfalls aber eine Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zur Folge haben kann, so hat man dafür zu sorgen, daß der Magnetstrom langsam bis auf Null abnimmt. Dies kann — allerdings nicht im wirklichen Betrieb — dadurch geschehen, daß man den Schalter in Bild 193 öffnet. Der Anker läuft dann zunächst durch die Energie der Bewegung weiter, und durch das nur langsam verschwindende Feld wird in ihm noch eine Spannung erzeugt. Da diese mit der vorher bei Betrieb wirksamen Gegenspannung gleiche Richtung hat, so treibt sie durch die Magnetwicklung einen Strom, der dem früheren Magnetstrom gleichgerichtet ist. Indem der Motor dann allmählich zur Ruhe kommt, fällt der Magnetstrom und damit das Feld ganz langsam auf Null. Man kann das gut an einem an den Motorklemmen liegenden Spannungszeiger beobachten. Ein solches Ausschalten des Hauptstromes ist jedoch sehr bedenklich, weil dann der Hebel des

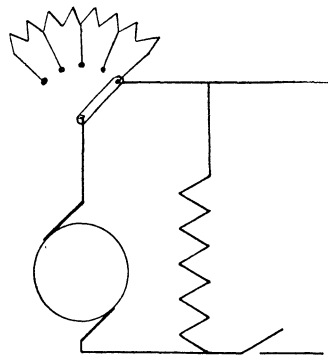


Bild 193. Unzulässiges Abschalten.

Anlassers beim Stillsetzen des Motors in einer Stellung verbleibt, die beim Wiedereinschalten einen gefährlichen Kurzschluß veranlaßt.

Dagegen kommt man zum Ziel, wenn man nach Bild 194 Anlasser und Anker an einer Stelle aneinander legt und die Magnetwicklung zwischen das freie Ende des Ankers und des Anlassers schaltet (vgl. Krause, ETZ 1901, S. 233). Bei einer mittleren Stellung des Hebels ist dann der rechte Teil des Widerstandes Anlasser, während der linke Teil im Magnetkreis liegt. Anker und Magnete bleiben dabei wie in Bild 193 dauernd verbunden. Das Ausschalten erfolgt daher funkenfrei, besonders wenn man es schnell und bei voller Drehzahl vornimmt.

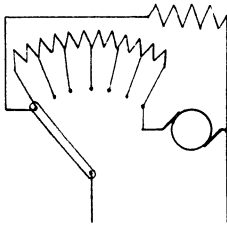


Bild 194.

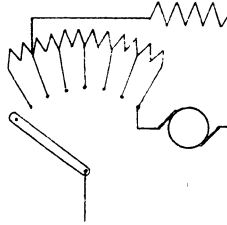


Bild 195.

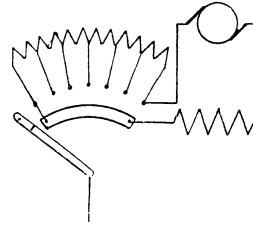


Bild 196.

Schaltungen für den Anlaß- und Regelwiderstand eines Nebenschlußmotors.

Daß in Bild 193 der Widerstand des Magnetkreises etwas erhöht wird, ist ohne besondere Bedeutung, da der Anlaßwiderstand viel kleiner ist als der Widerstand der Magnetwicklung. Will man den Verlust im Magnetkreis etwas verringern, kann man den Magnetstrom von einem Teile des Anlassers abzweigen (Bild 195). Allerdings erreicht dann der Magnetstrom beim Einschalten nicht gleich seinen vollen Wert.

Durch einen Hebel mit zwei Schleiffedern nach Bild 196 kann dieser Nachteil, sowie der zusätzliche Verlust im Magnetkreis vermieden werden.

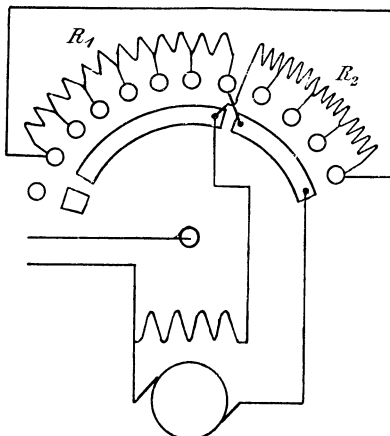


Bild 197. Anlaß- und Regelwiderstand.

Dasselbe ist bei dem Anlasser mit Feldregelung in Bild 197 der Fall. Der Hebel besitzt wieder zwei Schleiffedern. Der Widerstand R_1 ist Anlaßwiderstand. Beim gewöhnlichen Betrieb steht der Hebel auf dem rechten Ende des linken Segmentes. Bei weiterer Drehung nach rechts wird dann zur Erhöhung der Drehzahl der Widerstand R_2 in den Magnetkreis eingeschaltet. Mit Rücksicht auf funkenfreies Ausschalten ist das linke Ende des Anlassers mit dem rechten Ende des Regelwiderstandes verbunden, so daß die Feldwicklung wie in Bild 193 bis 196 dauernd am Anker liegen bleibt.

5. Anlaß- und Regelmaschinen. Der Bau von Anlassern für sehr große Motoren bietet erhebliche Schwierigkeiten, und ihre Anwendung verursacht besonders dann, wenn große Massen zu beschleunigen sind, große Verluste. Man verwendet daher für schwierige Betriebsbedingungen, bei denen Motoren für große Leistungen in kurzen

Zwischenräumen zu steuern sind, z. B. für Förderanlagen, Kohlenkipper, Hobelmaschinenantrieb usw. besondere Anlaß- und Regelmanchinen. Diese ermöglichen auch eine besonders feinstufige und genaue Regelung.

So wird bei der Leonard-Schaltung (Bild 198) der Anker des fest erregten Arbeitsmotors nicht vom Netz, sondern von einer besonderen Steuerdynamo gespeist, mit der er dauernd ohne Zwischenschaltung eines Anlaßwiderstandes verbunden ist. Die Steuerdynamo wird durch den sog. Steuermotor, der meist ein Drehstrommotor ist, dauernd mit fester Drehzahl angetrieben. Ihre Spannung wird durch einen in ihrem Magnetkreis liegenden Widerstand geregelt. Solange der Arbeitsmotor stillsteht, ist der Magnetkreis der Steuerdynamo unterbrochen. Soll der Arbeitsmotor angelassen werden, so wird die Erregung der Steuerdynamo allmählich verstärkt. Ebenso wird der Arbeitsmotor durch Schwächung des Feldes der Steuerdynamo bis auf Null stillgesetzt.

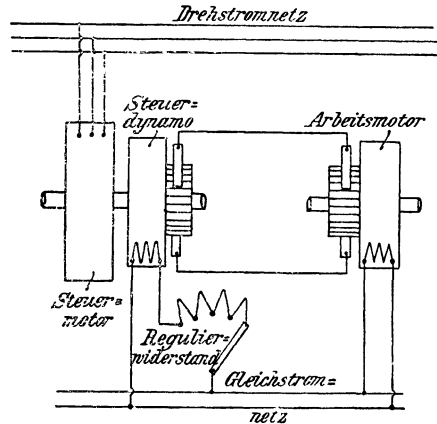


Bild 198. Leonard-Schaltung.

Bei Maschinen, die fortdauernd angelassen und wieder stillgesetzt werden, wird oft nach Ilgner auf der Welle des Steuermotors und der Steuerdynamo ein Schwungrad angeordnet. Dieses gibt unter Verringerung seiner Drehzahl beim Anfahren des Arbeitsmotors einen Teil der aufgespeicherten Energie ab. Beim Stillsetzen des Arbeitsmotors arbeitet dieser als Stromerzeuger auf die nun als Motor laufende, in ihrer Erregung geschwächte Steuerdynamo, so daß Energie durch die Beschleunigung des Schwungrades aufgespeichert wird. Auf diese Weise wird dem Netz auch bei stark wechselndem Betriebe dauernd eine fast gleichbleibende Arbeit entnommen. Man muß allerdings dafür sorgen, daß der Steuermotor bei Belastung einen starken Abfall in der Drehzahl zeigt (12 bis 15%), damit das Schwungrad zur Geltung kommt. In dieser Beziehung wirkt ein großer Ankerwiderstand im Steuermotor günstig. Wäre der Ankerwiderstand gleich Null, so würde der Steuermotor mit gleichbleibender Drehzahl laufen, d. h. die Belastungsschwankungen würden vom Netz statt vom Schwungrad gedeckt.

Man kann bei einem Gleichstromsteuermotor die erforderliche Verzögerung auch durch eine Hauptschlußwicklung auf dem Steuermotor erreichen, die so vom Strome dieses Motors durchflossen wird, daß die Wirkung der Nebenschlußwicklung verstärkt wird. Ihre Wirkung beruht darauf, daß die Gegenspannung den Strom des Steuermotors bei Belastung des Arbeitsmotors stark abdrosselt.

Noch vollkommener arbeitet der Ilgner-Umformer, wenn beim Anlassen des Arbeitsmotors selbsttätig in den Ankerkreis des Steuermotors Widerstand eingeschaltet wird, der dann beim Stillsetzen selbsttätig wieder ausgeschaltet wird. Dadurch wird der Strom des Steuermotors konstant gehalten. Dem Steuermotor wird also eine feste Leistung zu-

geführt, und die Belastungsschwankungen werden vom Schwungrad gedeckt. Man kann auch durch Änderung der Erregung den Strom eines Gleichstromsteuer-motors auf dem gleichen Betrag halten. Das Kraftwerk liefert auf diese Weise dauernd denselben Strom in den Steuermotor, gleichgültig, ob der Arbeitsmotor Strom verbraucht oder Strom zurückliefert oder für einen Zeitraum stille steht. Beim Anlassen des Arbeitsmotors arbeiten Steuermotor und Schwungrad zusammen auf die Steuerdynamo, beim Bremsen arbeiten Steuermotor und die als Motor angetriebene Steuerdynamo zusammen auf das Schwungrad.

Einer bestimmten Stellung des Steuerhebels entspricht bei Förderanlagen, unabhängig von der Belastung, eine ganz bestimmte Tiefe der Förderschale im Schacht, was beim Regeln mit Vorschaltwiderstand nicht zu erreichen ist.

Große Motoren können auch durch eine Zusatzmaschine angelassen werden, deren erzeugte Spannung der Netzspannung zuerst entgegengerichtet und nachher gleichgerichtet ist. In Bild 199

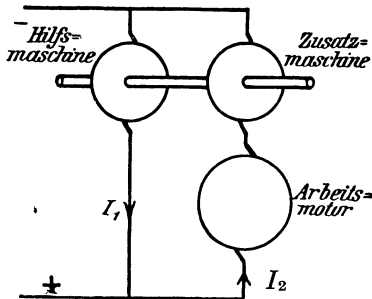


Bild 199. Anlassen durch Zusatzmaschine.

sei z. B. der Arbeitsmotor, der fest erregt ist, für 1000 Volt, die Zusatzmaschine und die mit ihr gekuppelte, fest erregte Hilfsmaschine für 500 Volt gebaut. Die Netzspannung sei 500 Volt. Da die Hilfsmaschine unmittelbar am Netz liegt, so laufen Hilfs- und Zusatzmaschine dauernd mit annähernd fester Drehzahl. Dabei dient der Arbeitsmotor, so lange er noch stillsteht, nur als Zuleitung für die Zusatzmaschine. Diese treibt als Motor die Hilfsmaschine, deren erzeugte Spannung infolge geeigneter Erregung genau entgegengesetzt gleich der Netzspannung ist, leer an.

Wir schwächen jetzt die Erregung der als Motor laufenden Zusatzmaschine und beschleunigen sie dadurch ein wenig. Infolge der größer gewordenen Drehzahl überwiegt dann die erzeugte Spannung der Hilfsmaschine über die Netzspannung und liefert einen Strom I_1 . Dadurch wird zugleich die Motorleistung der Zusatzmaschine größer, und der Strom I_2 nimmt zu. In Wirklichkeit fließt dabei der Strom I_1 über den Anker des Arbeitsmotors in die Zusatzmaschine.

Schließlich wird der Strom I_2 so stark, daß der Arbeitsmotor anzieht. Wir haben dann rechts zwei Motoren in Reihe, die nicht gekuppelt sind. Im allgemeinen verteilt sich dann die Netzspannung ganz willkürlich auf beide Motoren. In unserm Falle ist aber nach dem Obigen die Drehzahl der Zusatzmaschine fast unveränderlich, ihre erzeugte Spannung also durch die jeweilige Erregung gegeben. Zur Überwindung dieser Gegenspannung wird dann ein ganz bestimmter Teil der Netzspannung verbraucht. Der Rest der Spannung liegt dann am Arbeitsmotor, der daher eine bestimmte Drehzahl annimmt.

Zugleich ist jetzt, nachdem der Arbeitsmotor angezogen hat, die Stromstärke I_2 nach S. 135 durch die Belastung des Arbeitsmotors gegeben, sie wächst also nicht mehr bei weiterer Schwächung des Feldes der Zusatzmaschine. Daher nimmt das Drehmoment der Zusatzmaschine,

das dem Fluß und dem jetzt gleichbleibenden Strom I_2 proportional ist, bei Schwächung ihres Feldes jetzt ab, d. h. diese Maschine wird, entgegen den Ausführungen auf S. 140 durch weitere Schwächung des Feldes verzögert. Wenn auch diese Verzögerung gering ist, so genügt sie doch, um den von der Hilfsmaschine erzeugten Strom auf Null zu bringen.

Das Feld der Zusatzmaschine wird dann auf Null gebracht. Sie wird dabei von der jetzt bereits als Motor laufenden Hilfsmaschine leer angetrieben, liefert aber keine Spannung, so daß am Arbeitsmotor die Netzspannung von 500 Volt liegt.

Wir erregen jetzt allmählich die von der Hilfsmaschine angetriebene Zusatzmaschine im umgekehrten Sinne, so daß ihre erzeugte Spannung dem Strome I_2 gleichgerichtet ist. Sie wird dadurch zum Stromerzeuger, dessen Spannung sich zur Netzspannung hinzufügt. Dadurch wächst dann die Spannung an den Klemmen des Motors allmählich bis auf 1000 Volt, so daß er seine volle Drehzahl erreicht. Seine Leistung wird dabei zur Hälfte unmittelbar vom Netz, zur Hälfte von der Zusatzmaschine, mittelbar natürlich ganz vom Netz geliefert.

64. Hauptschlußmotoren.

Beim Hauptschlußmotor ist der Ankerstrom, der in Verbindung mit dem Fluß das Drehmoment ergibt, zugleich der Erregerstrom. Belasten wir daher einen Hauptschlußmotor stärker, so wächst sowohl der Strom im Anker als auch der Fluß. Die Erhöhung des Drehmomentes kommt dann nach Gl. (1) auf S. 134 durch die Erhöhung der beiden wirksamen Größen Φ und I_a zustande. Bei einem Motor mit ungesättigtem Eisen entspricht also dem doppelten Strom auch ein doppelter Fluß, also das vierfache Drehmoment. Wird umgekehrt die Belastung vervierfacht, so nimmt der Strom nur um das Doppelte zu.

Die Drehzahl ergibt sich nach Gleichung (2) auf S. 135 zu $n = (E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8 : p/a \Phi z$. Dabei ist unter R_a der Gesamtwiderstand des Ankers und der Feldmagnete verstanden. Bei einer Vergrößerung der Belastung, also des Stromes, bleibt der Zähler in der obigen Gleichung ziemlich ungeändert, weil der Gesamtwiderstand des Ankers und der Magnete immer sehr klein ist. Dagegen ändert sich der Nenner erheblich, weil sich mit dem Ankerstrom auch der Fluß ändert. Daher wird die Drehzahl durch eine Änderung der Belastung stark beeinflußt. Bei einer Erhöhung der Belastung genügt z. B. eine kleinere Drehzahl, um eine der Klemmenspannung fast gleiche Gegenspannung zu erzeugen.

Das große Drehmoment bei verhältnismäßig geringem Strom macht den Hauptschlußmotor im Unterschied vom Nebenschlußmotor besonders geeignet für den Betrieb von Kranen und Straßenbahnwagen. Beim Anfahren muß das Kraftmoment wegen der Massenbeschleunigung größer sein als das von der Last ausgeübte Drehmoment. Da ist es dann sehr günstig, daß der Hauptschlußmotor das große Drehmoment bei geringem Stromverbrauch liefert. Ebenso liefert ein Hauptschlußmotor das große Drehmoment, das bei starker Steigung der Bahnstrecke von ihm gefordert wird, mit einem verhältnismäßig geringen Aufwand an Strom. Die Belastungsschwankungen des Kraftwerkes sind also nicht so bedeutend.

Natürlich kann das große Drehmoment nicht erreicht werden, ohne daß gleichzeitig die oben besprochene Verringerung der Drehzahl eintritt. Leistung ist gleich Kraft mal Geschwindigkeit. Wenn also ein

Hauptschlufmotor eine große Zugkraft entwickelt und dabei verhältnismäßig wenig Strom, d. h. wenig Leistung aus dem Kraftwerk entnimmt, so muß seine Drehzahl dabei gering sein. Der starke Abfall der Drehzahl mit der Belastung ist also kein Nachteil, sondern mit Rücksicht auf gleichmäßige Leistung des Kraftwerkes ein Vorteil.

Um das Verhalten des Hauptschlufmotors zu verfolgen, ermitteln wir die Magnetisierungskurve, indem wir die Maschine als Stromerzeuger durch einen Motor mit fester Drehzahl n_g antreiben. Wir messen dabei den von unserem Stromerzeuger gelieferten Strom I_a und die Klemmenspannung und berechnen die erzeugte Spannung, indem wir den Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ zur Klemmenspannung hinzuzählen. Dabei ist wieder R_a der gesamte innere Widerstand. Wir teilen nun die erzeugte Spannung durch $10^{-8} \cdot p/a \cdot z \cdot n_g/60$ und erhalten dadurch den Fluß Φ , der durch den Strom

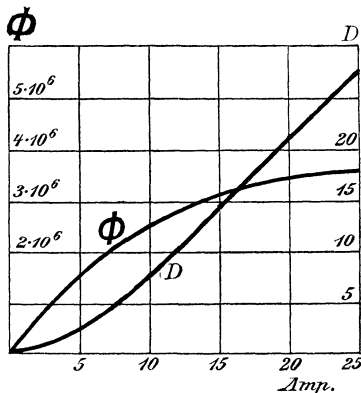


Bild 200. Fluß, Drehmoment und Stromstärke eines Hauptschlufmotors.

I_a geschaffen wird. (Bild 200.) Die Kurve des Flusses unterscheidet sich von der Kurve der erzeugten Spannung nur durch den Maßstab und gilt im Gegensatz zu dieser nicht nur für den Stromerzeuger, sondern auch für den Motor.

Ist eine solche Messung nicht möglich, so kann man auch die Maschine bei fester Klemmenspannung E als Motor laufen lassen und mechanisch belasten. Man mißt dann die Drehzahl n und die Stromstärke I_a des Motors und berechnet den Fluß nach Gl. (2) auf S. 135.

Man bildet dann das Produkt $\Phi \cdot I_a$ und erhält so die Kurve des Drehmomentes D in Bild 200. Sie

ist anfangs konvex gegen die wagerechte Achse, d. h. das Drehmoment nimmt schneller zu als die Stromstärke. Schließlich wenn das Eisen gesättigt ist, wird die Kurve fast gradlinig, und die Zunahme des Drehmomentes ist der Zunahme des Stromes proportional.

Wir zeichnen nun in Bild 201 eine Wagerechte im Abstände E von der wagerechten Achse (in Bild 201 ist dieser Abstand gleich 500 Volt) und ziehen durch den Schnittpunkt mit der senkrechten Achse eine Gerade, so daß die Tangente ihres Neigungswinkels gegen die Wagerechte unter Berücksichtigung der Maßstäbe gleich R_a ist. R_a bedeutet dabei, wie früher, den Gesamtwiderstand des Motors. Dann ist der Unterschied der Senkrechten zwischen der Wagerechten und der geneigten Geraden gleich $I_a \cdot \operatorname{tg} \alpha = I_a \cdot R_a$, d. h. gleich dem Spannungsverlust. Die Senkrechten der geneigten Geraden stellen uns also die Gegenspannung E_a dar. Wenn wir sie durch den Fluß teilen, erhalten wir nach Gl. (2) auf S. 135 ein Maß für die Drehzahl und damit die Kurve n in Bild 201. Sie zeigt, daß der Hauptschlufmotor bei vollständigem Leerlauf durchgeht. Seine Drehzahl steigert sich derartig, daß er in Stücke fliegt. Falls also die Motoren nicht, wie bei Straßenbahnwagen, ständig genügend belastet sind, müssen sie durch selbsttätige Schalter geschützt werden. Mit zunehmender Belastung nimmt die Drehzahl anfangs ab, bis sie sich, wenn das Eisen gesättigt ist, einem festen Werte nähert.

Zur Berechnung des Wirkungsgrades setzen wir das Reibungsmoment bei allen Betriebszuständen als gleichbleibend voraus. Wir haben dann von dem Moment D dieses Moment D_0 abzuziehen und erhalten dadurch das nutzbare Drehmoment D_n in Bild 202. Vervielfachen wir dann das nutzbare Drehmoment mit der Drehzahl, so erhalten wir, abgesehen vom Maßstab, die Nutzleistung N und dann durch Teilung mit $E \cdot I_a$ den Wirkungsgrad. Dieser ist bei geringer Belastung wegen des Einflusses der Leerlaufleistung gering. Er steigt mit zunehmender Belastung bis zu einem Höchstwert, um dann schließlich wieder geringer zu werden, wenn mit wachsendem Ankerstrom die Stromwärme stark ins Gewicht fällt.

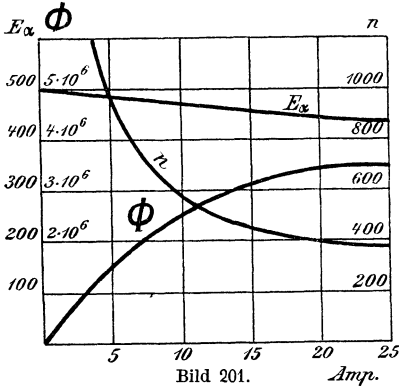


Bild 201.

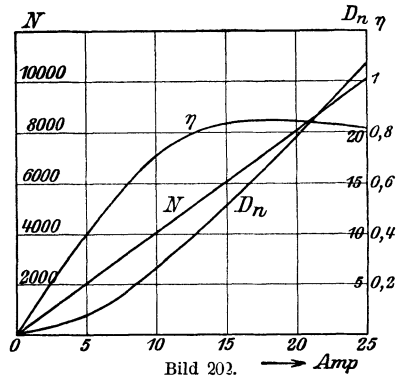


Bild 202.

Stromstärke, Drehzahl, Nutzleistung, Nutzmoment und Wirkungsgrad eines Hauptschlußmotors.

65. Beispiel.

Bei einem Motor der Maschinenfabrik Örlikon ist nach Kapps Elektromechanischen Konstruktionen $E = 500$, $R_a = 2,75$, $z = 944$, $p = 2$ und $a = 1$. Die Abhängigkeit der erzeugten Spannung E_g vom Strom für die Maschine als Stromerzeuger entspricht bei einer Drehzahl $n_g = 450$ den ersten beiden senkrechten Reihen der folgenden Zahlentafel.

Wir erhalten dann den Fluß nach Gl. (2) auf S. 135 zu:

$$\Phi = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot n_g \cdot z} = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 450 \cdot 944} = 7070 \cdot E_g.$$

Dann wird das Drehmoment des Motors nach Gl. (1) auf S. 134:

$$D = \frac{p \cdot \Phi \cdot I_a \cdot z}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot \Phi \cdot I_a \text{ mkg.}$$

Die Gegenspannung ist dann: $E_a = E - I_a \cdot R_a = 500 - 2,75 \cdot I_a$. Daraus erhalten wir die Drehzahl nach Gl. (2) auf S. 135 zu:

$$n = \frac{E_a \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z} = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E_a}{\Phi}.$$

Die Ergebnisse sind im folgenden zusammengestellt. Die obigen Kurven beziehen sich auf unser Beispiel.

| Stromerzeuger | | Motor und Stromerzeuger | | Motor | |
|---------------|-------|-------------------------|--------------------------------------|------------------|------------------------------|
| I_a | E_g | $\Phi =$ | $D =$ | $E_a =$ | $n =$ |
| | | $7070 E_g$ | $0,307 \cdot 10^{-6} \cdot \Phi I_a$ | $500 - 2,75 I_a$ | $3,18 \cdot 10^6 E_a / \Phi$ |
| 5 | 225 | $1,59 \cdot 10^6$ | 2,45 | 486,2 | 970 |
| 10 | 362 | $2,56 \cdot 10^6$ | 7,85 | 472,5 | 590 |
| 15 | 450 | $3,18 \cdot 10^6$ | 14,6 | 458,7 | 470 |
| 20 | 490 | $3,46 \cdot 10^6$ | 21,3 | 445 | 410 |
| 25 | 505 | $3,56 \cdot 10^6$ | 27,3 | 431,2 | 390 |

Wir ermitteln Strom und Geschwindigkeit für jede Steigung. Es sei G das Wagengewicht in Tonnen, f der Bahnwiderstand, d. h. die Kraft in Kilogramm, die nötig ist, eine Tonne auf ebener Strecke fortzubewegen

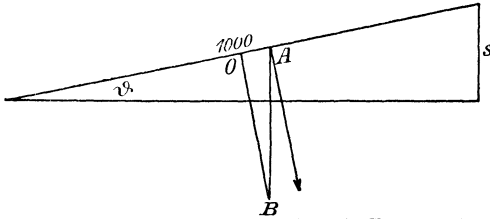


Bild 203. Zerlegung des Wagengewichts in Komponenten.

und s die Steigung auf Tausend. Dann ist die Zugkraft auf ebener Strecke $G \cdot f$. Nun ist in Bild 203 die Komponente der Schwerkraft in der Fahrtrichtung $AO = AB \cdot \sin \varphi$. Setzen wir für $\sin \varphi$ den Wert $s/1000$ und für AB das Wagengewicht in Kilogramm, also

$1000 G$ ein, so erhalten wir die Komponente der Schwerkraft zu $AO = 1000 G \cdot s/1000 = G \cdot s$, also die ganze Kraft am Radumfang zu $P = G \cdot (f + s)$ kg*. Ist dann r der Radhalbmesser in m, so ist das Drehmoment an der Radachse $P \cdot r = G \cdot (f + s) \cdot r$ mkg.

Es sei nun c das Übersetzungsverhältnis, d. h. der Durchmesser des Rades auf der Motorachse, geteilt durch den Durchmesser des Laufrades. Dann verhält sich das Drehmoment des Motors zum Drehmoment an der Radachse wie $c : 1$, wobei c kleiner als 1 ist. Berücksichtigen wir nun noch den Wirkungsgrad η der Übersetzung, so ergibt sich das von allen Motoren des Wagens zusammen auszuübende Drehmoment zu: $\Sigma D = c \cdot P \cdot r / \eta = c \cdot G \cdot r (f + s) / \eta$.

In unserem Falle ist $r = 0,39$ m, $c = 1 : 4,9$, das Wagengewicht 8 Tonnen, der Bahnwiderstand $f = 12$ und der mittlere Wirkungsgrad gleich 0,8. Dann ist $\Sigma D = 8 \cdot 0,39 \cdot (12 + s) : 4,9 \cdot 0,8 = 0,8 \cdot (12 + s)$. Da zwei Motoren im Wagen vorhanden sind, so ist das Drehmoment für jeden der beiden Motoren $D = 0,5 \cdot \Sigma D = 0,4 \cdot (12 + s)$. Lösen wir für s auf, so ergibt sich die Steigung, die der Wagen bei den einzelnen Drehmomenten nimmt, zu: $s = 2,5 \cdot D - 12$. Mit den Drehmomenten auf S. 147 erhalten wir dann die unten folgende Zahlentafel. Negative Werte der Steigung bedeuten Gefälle.

Wir vervielfachen nun die Drehzahl des Motors in der Minute mit 60 und mit dem Übersetzungsverhältnis c und erhalten die Drehzahl des Laufrades in der Stunde. Wenn wir diese mit dem Umfang des Rades in km vervielfachen, wird die Wangengeschwindigkeit in km/st $v = n \cdot 60 \cdot c \cdot 2r\pi \cdot 10^{-3}$ km/st. Setzen wir $r = 0,39$ m und $c = 1 : 4,9$, so wird $v = 0,03 \cdot n$ km/st. So ist die vorletzte Reihe der Zahlentafel berechnet, wobei die Werte von n aus S.147 entnommen sind. In der letzten Reihe ist dann noch der gesamte Strom des Wagens $I = 2 \cdot I_a$ angegeben.

| I_a | D | $s = 2,5 D - 12$ | $v = 0,03 \cdot n$ | $I = 2 \cdot I_a$ |
|-------|------|------------------|--------------------|-------------------|
| 5 | 2,45 | - 5,85 ‰ | 29 km/st | 10 |
| 10 | 7,85 | + 7,4 „ | 17,7 „ | 20 |
| 15 | 14,6 | + 24,6 „ | 13,8 „ | 30 |
| 20 | 21,3 | + 41,5 „ | 12,3 „ | 40 |
| 25 | 27,3 | + 56,5 „ | 11,7 „ | 50 |

66. Die Regelung von Hauptschlusmotoren.

Die Drehzahl eines Motors ist nach Gl. (2) auf S. 135 $n = (E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^3 : p/a \Phi z$. Der nächste Weg zur Änderung der

Drehzahl des Hauptschlußmotors ist also eine Veränderung der Motorspannung E durch den Anlasser. Der durch die Belastung gegebene Strom erzeugt dabei im Vorschaltwiderstand einen Spannungsverlust, wodurch die Motorspannung erniedrigt wird. Diese Regelung durch Vorschaltwiderstände hat sich bei Hauptschlußmotoren am besten bewährt.

Dabei ist allerdings der Verlust durch Stromwärme ziemlich bedeutend. Man regelt daher zuweilen die Drehzahl wie beim Nebenschlußmotor durch Veränderung des Feldes. Man hat dazu den Regelwiderstand in den Nebenschluß zur Magnetwicklung zu schalten. Man erreicht dadurch, daß der Ankerstrom, der durch das Drehmoment gegeben ist, nicht in seiner vollen Stärke durch die Magnetwicklung fließt.

Wir wählen z. B. bei dem Motor in Bild 200 den Widerstand des Nebenschlusses gleich dem der Magnetwicklung, so daß der Ankerstrom nur zur Hälfte durch die Magnetwicklung fließt. Dann wird ein gegebenes Feld durch denselben Magnetstrom, also bei dem doppelten Ankerstrom erzeugt wie vorher. Wir haben also die Kurve Φ in Bild 200 ungeändert zu lassen, aber die Zahlenwerte der Wagerechten zu verdoppeln. Das Produkt des Ankerstromes und des Flusses ergibt, mit $0,307 \cdot 10^{-6}$ aus der Zahlentafel auf S. 200 vervielfacht, das Drehmoment in Bild 204.

Für eine Belastung von z. B. 14 mkg erhalten wir aus Bild 147 einen Ankerstrom von 15 Amp. und einen Fluß von $3,1 \cdot 10^6$ Maxwell, dagegen aus Bild 204 einen Ankerstrom von 19 Amp. und einen Fluß von $2,5 \cdot 10^6$ Maxwell. Wenn wir von dem Einfluß des geringen Spannungsverlustes im Motor absehen, steht die Drehzahl zu dem Fluß im umgekehrten Verhältnis, sie hat sich also durch Einschaltung des Nebenschlusses im Verhältnis 3,1:2,5 erhöht.

Das Feld kann auch nach Sprague dadurch geändert werden, daß die Magnetspulen beim Anfahren in Reihe und bei voller Fahrt nebeneinander geschaltet werden. Die Anker

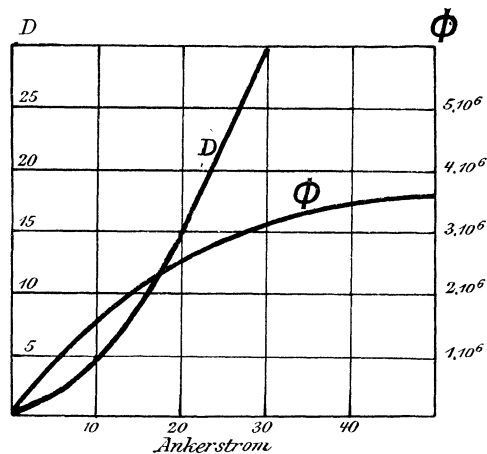


Bild 204. Motor nach Einschaltung des Nebenschlusses.

der Motoren eines Wagens sind dabei für sich allein nebeneinander geschaltet. Dies kann indessen bei ungleichem magnetischen Widerstande der Motoren eines Wagens oder schlechtem Kontakt der Magnetzweige oder endlich bei ungleichem Übergangswiderstande der Bürsten zu starken Unterschieden in der Stromaufnahme der Motoren führen (vgl. Sieber, ETZ 1901 S. 35).

Ein Wagen enthalte z. B. zwei nebeneinander geschaltete Anker, deren Bürstenspannung E gleich 500 Volt und deren Ankerwiderstand gleich 1 Ohm ist. Ist dann die Stromstärke des einen Motors 15 Ampere, so ist seine Gegenspannung $E_a = 500 - 15 \cdot 1 = 485$ Volt. Der zweite Motor des Wagens läuft mit derselben Drehzahl wie der erste Motor. Sein Feld sei um 5% schwächer, dann ist für diesen

Motor $E_a = 485 \cdot 0,95 = 460$ Volt. Demnach fließt in den zweiten Motor der Strom $I_a = (E - E_a)/R_a = 40$ Ampere.

Zusammen fließen also in den Wagen $40 + 15 = 55$ Ampere, und zwar 15 Amp. in den stärker erregten und 40 Amp. in den schwächer erregten Motor. Der zweite leistet also fast die dreifache Arbeit wie der erste. Bei großer Verschiedenheit der Erregung kann sogar die erzeugte Spannung der stärker erregten Maschine größer sein als die Bürstenspannung, so daß die Maschine als Stromerzeuger arbeitet und Strom in den anderen Motor liefert. Dieser hat nicht nur für sich allein den Wagen zu ziehen, sondern auch noch die andere, als Stromerzeuger wirkende Maschine anzutreiben. Er leidet dann durch die zu große Stromwärme Schaden.

Man ist demnach davon abgekommen, die Drehzahl durch Umschaltung der Feldwicklungen zu verändern, und begnügt sich mit Regelung durch Vorschaltwiderstände, wobei man die Motoren eines Wagens, die bei der Fahrt nebeneinander geschaltet sind, beim Anfahren in Reihe schaltet (Bild 205 und 206). Auf jeden Motor kommt dann beim Anfahren nur die halbe Spannung. Zugleich wird aus dem Kraftwerk nur der einfache Strom entnommen, was bei der hohen Anfahrstromstärke sehr wesentlich ist.

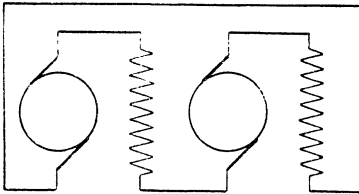


Bild 205. Reihenschaltung.

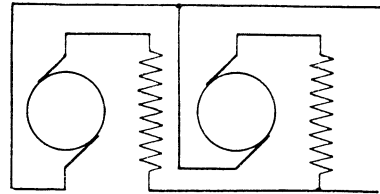


Bild 206. Nebenschaltung.

Allerdings ist auch jetzt bei der Nebenschaltung eine ungleiche Verteilung der Belastung nicht ganz ausgeschlossen. Da indessen der Anker eines Motors immer mit der zugehörigen Magnetwicklung verbunden bleibt, so bewirkt ein größerer Ankerstrom auch eine größere

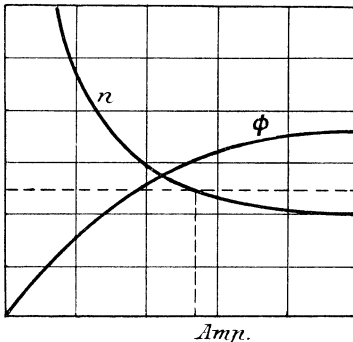


Bild 207.

Drehzahl und Stromstärke bei zwei Motoren mit ungleichem Feld.

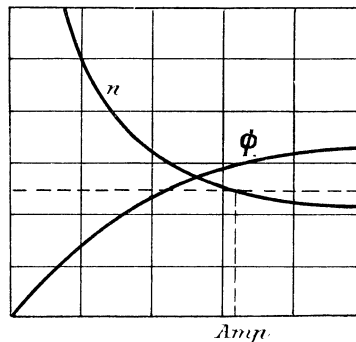


Bild 208.

Gegenspannung, die den Ankerstrom der Hauptsache nach wieder herabdrückt. Der eine Motor besitze z. B. einen größeren Abstand des Anker Eisens vom Magneteisen als der andere. Sein Fluß sei daher für gleichen Ankerstrom ständig 10% kleiner als der des anderen Motors (Bild 207

und 208). Wenn wir dann aus den Kurven des Flusses unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes die Kurven für die Drehzahlen beider Motoren zeichnen, so liegt die Kurve des zweiten Motors höher. Für eine bestimmte Drehzahl, wie sie durch die gestrichelte Wagerechte gegeben ist, ergibt sich dann allerdings eine verschiedene Stromstärke. Aber die Unterschiede sind nie so groß wie bei der Sprague-Schaltung.

67. Steuerwalzen.

Kranmotoren und Straßenbahnmotoren werden durch drehbar gelagerte Steuerwalzen gesteuert. Diese besitzen isolierte metallische Belege, die an federnden Metallfingern vorbeigleiten. Die Finger sind mit den einzelnen Teilen der Schaltung verbunden.

In Bild 209 sind die bei einem Straßenbahnmotor herzustellenden Schaltungen gezeichnet. Dabei bedeutet *a* den Fahrdracht, *bcd* die Klemmen des Anlancers, *ef* die des Ankers und *gh* die der Feldwicklung. Die

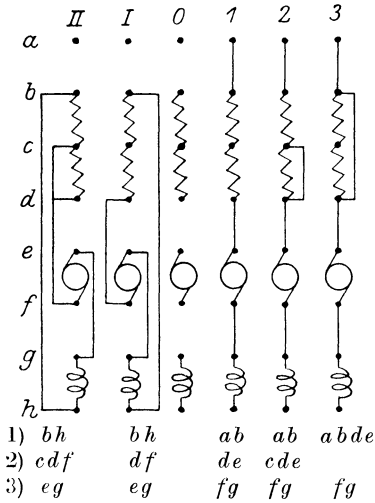


Bild 209. Schaltverbindungen.

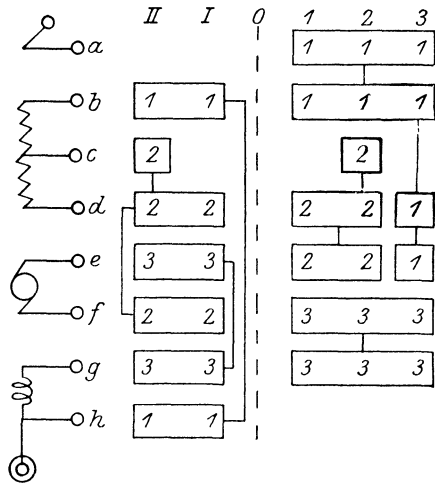


Bild 210. Abgerollter Mantel der Steuerwalze.

Klemme *h* ist gleichzeitig zur Laufschiene geführt. Die Stellungen *I* bis *3* sind Fahrtstellungen, *I* und *II* Bremsstellungen. Dazwischen ist eine Nullstellung. Beim Übergang von der Fahrt zur Bremsung ist nach S. 133 der Anker im Verhältnis zur Feldwicklung umzuschalten. Das Ausschalten eines Teiles des Widerstandes geschieht, um Funken zu vermeiden, durch Kurzschließen. Wir denken uns nun die Widerstände, den Anker und die Feldwicklung bis auf die durch Punkte angedeuteten Klemmen weggelöscht und, wie in Bild 210, an die Metallfinger *a* bis *h* angeschlossen. Dann stellen die erwähnten Punkte nebst ihren Verbindungen schon die Belege auf dem abgerollten Mantel der Walze dar.

Damit aber der Strom nicht unnötig unterbrochen wird und die Herstellung einfacher wird, müssen nebeneinander stehende Belege, soweit es zulässig ist, miteinander zu Streifen vereinigt werden. Man schreibt dazu die herzustellenden Verbindungen, wie es unten in Bild 209 geschehen ist, für jede Stellung heraus, so daß sich wagerechte Reihen ergeben (vgl. Edler, Entwurf von Schaltungen und Schaltapparaten,

Hannover 1905). Die Reihenfolge in jeder senkrechten Reihe ist beliebig, wird aber zweckmäßig so gewählt, daß möglichst gleichartige Verbindungen nebeneinander stehen, was sich meist schon von selbst ergibt.

Verbindungen, die in allen Schaltstellungen vorkommen oder ausgeführt werden dürfen, scheidet man aus und führt sie als feste Verbindungen aus. Dies ist z. B. in Bild 209 bereits für die Verbindung zwischen den beiden Teilen des Widerstandes und für die Verbindung zwischen der Klemme h der Feldwicklung und der Laufschiene geschehen.

Die wagerechten Reihen werden nun numeriert. Jede darin vorkommende Klemme erhält die Nummer der Reihe und wird mit dieser Nummer in Bild 210 eingetragen. So ist z. B. in der Bremsstellung *II* in der Höhe von b und h die Nummer 1, in der Höhe von c , d und f die Nummer 2 und in der Höhe von e und g die Nummer 3 einzutragen.

Gleich bezeichnete Stellen übereinander müssen nun elektrisch verbunden werden. Gleichbezeichnete Stellen nebeneinander dürfen elektrisch verbunden werden. Daraus ergibt sich der Belag in Bild 210 mit den senkrechten Verbindungsleitungen. Um deren Länge zu verringern, kann man noch wagerechte Reihen nebst dem zugehörigen Finger miteinander vertauschen. In unserem Falle wird es z. B. zweckmäßig sein, den Finger h nebst der zugehörigen wagerechten Reihe ganz nach oben zu verlegen.

XI. Leitungen.

68. Grundlagen der Leitungsberechnung.

Eine Strecke ist der unverzweigte Teil einer Leitung. Sie wird entweder von Speisepunkten, die durch starke Speiseleitungen sämtlich auf gleicher Spannung gehalten werden, oder von Knoten des Leitungsnetzes begrenzt. Wie üblich, zeichnen wir nur den positiven Leiter.

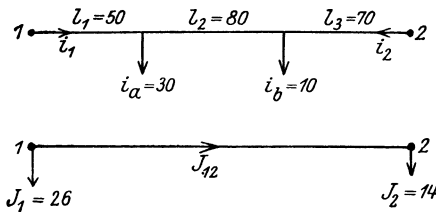


Bild 211 und 212. Leitungsstrecke.

Es sei l die einfache Länge in m, q der Querschnitt in mm^2 , k das Leitvermögen, i die wirkliche Stromstärke und ε der Spannungsabfall eines Knotens gegenüber den Speisepunkten. Der von einem Knoten in eine Strecke fließende Strom soll in der Richtung vom Knoten in die Strecke hinein als positiv gezählt werden.

Ist in Bild 211 ε_2 größer als ε_1 , so wirkt eine Spannung $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ auf der Strecke von 1 nach 2. Sie ergibt sich zu

$$\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = 2 [i_1 l_1 + (i_1 - i_a) l_2 + (i_1 - i_a - i_b) l_3] : kq, \quad \text{d. h.}$$

$$i_1 = \frac{i_b \cdot l_3 + i_a(l_2 + l_3)}{l_1 + l_2 + l_3} + \frac{kq(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{2(l_1 + l_2 + l_3)}. \quad (1)$$

Ebenso wird

$$i_2 = \frac{i_1 \cdot l_1 + i_b(l_1 + l_2)}{l_1 + l_2 + l_3} - \frac{kq(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{2(l_1 + l_2 + l_3)}. \quad (2)$$

Das erste Glied der rechten Seite in Gl. (1) und (2) ist vom Spannungsabfall der Knoten unabhängig. Es stellt einen Teil des dem Knoten aus dem übrigen Netz zufließenden Stromes dar, und zwar ist es für das übrige Netz, also auch für den Spannungsabfall der Knoten, gleichgültig, ob wir diesen Teil in die Strecke selbst fließen lassen, oder wie einen Verbrauchstrom I_1 , bzw. I_2 an den Knoten abnehmen und dadurch die Strecke entlasten (Bild 212). Wir setzen also:

$$I_1 = \frac{i_b \cdot l_3 + i_a(l_2 + l_3)}{l_1 + l_2 + l_3}, \quad I_2 = \frac{i_a \cdot l_1 + i_b(l_1 + l_2)}{l_1 + l_2 + l_3}. \quad (3)$$

Da sich diese Ströme wie die Auflagedrücke bei einem wagerechten Balken berechnen, so bezeichnen wir sie als die Belastungen, die bei Entlastung der Strecke auf die Knoten geworfen werden. Ihre Summe ist gleich der Streckenbelastung $i_a + i_b$.

Das zweite Glied der rechten Seite in Gl. (1) und (2) ist der sog. Ausgleichstrom, der bei den gegebenen Spannungsabfällen der Knoten durch die unbelastete Strecke von 1 nach 2 fließen würde. Wir bezeichnen ihn mit I_{12} und rechnen ihn in der Richtung von 1 nach 2 als positiv. Nun ist allgemein der Leitwert bei der Gesamtlänge l

$$a = k \cdot q : 2l. \quad (4)$$

Demnach ist nach Gl. (1) und (2):

$$I_{12} = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \cdot a_{12}, \quad I_{21} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) a_{12} = -I_{12}. \quad (5)$$

Die Strecke ist dabei zwar entlastet, aber nicht stromlos (Bild 212). Nach Gl. (1) und (2) ist dann:

$$i_1 = I_1 + I_{12}, \quad i_2 = I_2 + I_{21} = I_2 - I_{12}. \quad (6)$$

Der wirkliche, vom Knoten in die Strecke fließende Strom ergibt sich also, wenn man zu dem Ausgleichstrom bei entlasteter Strecke die Belastung hinzuzählt, die bei Entlastung der Strecke auf den Knoten geworfen wurde.

In Bild 211 sei für $\varepsilon_1 = 2,5$, $\varepsilon_2 = 5$, $k = 58$ und $q = 50$ die Stromverteilung zu ermitteln. Wir entlasten zunächst die Strecke und werfen auf die Knoten die Belastungen

$$I_1 = (10 \cdot 70 + 30 \cdot 150) : 200 = 26, \quad I_2 = 10 + 30 - 26 = 14.$$

Dann berechnen wir den Leitwert zu $a_{12} = 58 \cdot 50 : 400 = 7,3$ und erhalten den Ausgleichstrom bei entlasteter Strecke $I_{12} = (5 - 2,5) \cdot 7,3 = 18,2$.

Die wirklichen, in die Strecke fließenden Ströme sind also

$$i_1 = I_1 + I_{12} = 26 + 18,2 = 44,2, \quad i_2 = I_2 - I_{12} = 14 - 18,2 = -4,2.$$

Ein positiver Strom von 4,2 Amp. fließt dabei auf der Strecke dem Knoten 2 zu. Die 1. Kirchhoffsche Regel gibt dann die Stromverteilung in Bild 213.

Die Spannungsabfälle sind oben als gegeben angenommen. In Wirklichkeit hat man sie auf einem von Coltri angegebenen und von Teichmüller verbesserten

Wege zu berechnen. Um die Rechnung anschaulich zu gestalten, führen wir die Spannungsabfälle gegenüber dem Kraftwerk ein und bezeichnen

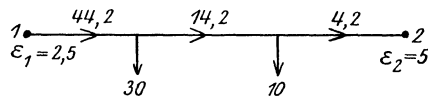


Bild 213. Stromverteilung.

sie mit x . In Bild 214 seien 1 bis 4 Knoten und 0 ein Speisepunkt, dem wir jetzt den Spannungsabfall x_0 zuzuschreiben haben. Dann wird

$$I_{21} = (x_1 - x_2) \cdot a_{12}, \quad I_{31} = (x_1 - x_3) a_{13}, \quad I_{01} = (x_1 - x_0) a_{10}.$$

Die Summe der Belastungen, die beim Entlasten der Strecken auf den Knoten 1 geworfen sind, sei A_1 . Dann ist $I_{21} + I_{31} + \dots + I_{01} = A_1$.

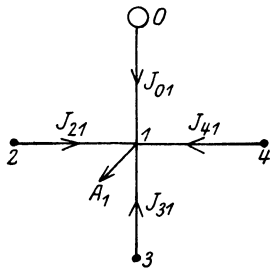


Bild 214. Knoten.

Wir führen darin die obigen Werte für die Ströme ein und setzen $a_{11} = -(a_{12} + a_{13} \dots + a_{10})$. Dadurch erhalten wir die Knotengleichung des Knotens 1 und entsprechend die der andern

$$\left. \begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + a_{13} x_3 \dots + a_{10} x_0 + A_1 &= 0. \\ a_{12} x_1 + a_{22} x_2 + a_{23} x_3 \dots + a_{20} x_0 + A_2 &= 0. \\ a_{13} x_1 + a_{23} x_2 + a_{33} x_3 \dots + a_{30} x_0 + A_3 &= 0. \\ \vdots & \\ \vdots & \\ \vdots & \end{aligned} \right\} (7)$$

Setzt man darin $x_0 = 0$, so werden aus x_1, x_2, x_3 usw. die Spannungsverluste $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ usw. gegenüber den Speisepunkten und man erhält für n Knoten n Gleichungen mit n Unbekannten. Zur Auflösung wird im folgenden Abschnitt das gewöhnliche Eliminationsverfahren benutzt, das nur etwas anschaulich gestaltet und in der Schreibearbeit vereinfacht ist.

69. Die Lösung der Knotengleichungen.

Um x_1 wegzuschaffen, vervielfachen wir die erste der Gleichungen (7) je mit $-a_{12}/a_{11}, -a_{13}/a_{11}$ usw. und zählen sie zu der entsprechenden folgenden Gleichung hinzu. Dadurch erhalten wir

$$\begin{aligned} b_{22} x_2 + b_{23} x_3 \dots + b_{20} x_0 + B_2 &= 0. \\ b_{23} x_2 + b_{33} x_3 \dots + b_{30} x_0 + B_3 &= 0. \\ \vdots & \\ \vdots & \\ \vdots & \end{aligned}$$

Darin ist, wenn $-a_{11} = a_{12} + a_{13} \dots + a_{10} = S_1$ gesetzt wird:

$$b_{23} = a_{23} + \frac{a_{12} \cdot a_{13}}{S_1}, \quad b_{20} = a_{20} + \frac{a_{12} \cdot a_{10}}{S_1}, \quad B_2 = A_2 + A_1 \cdot \frac{a_{12}}{S_1} \text{ usw.}$$

b_{22} ist wieder gleich $-(b_{23} + b_{24} \dots + b_{20})$.

Die Koeffizienten b und die Konstanten B entstehen also dadurch, daß zu den ursprünglichen Werten Zusatzwerte hinzugefügt werden.

Diese ergeben sich durch Kombination der Fußzeichen ganz mechanisch. So ist z. B. bei Wegschaffung von x_1 zu vergrößern

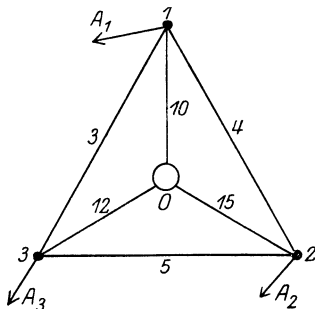


Bild 215. Leitungsnetz.
Die Zahlen sind Leitwerte.

$$A_3 \text{ um } A_{13} = A_1 \cdot a_{13}/S_1 \quad (8)$$

$$a_{34} \text{ um } a'_{34} = a_{13} \cdot a_{14}/S_1 \quad (9)$$

Die Rechnung wird anschaulich, wenn man die neuen Gleichungen nach Herzog und Feldmann (El. u. Maschinenbau 1914, S. 250) als die Knotengleichungen eines vom Knoten 1 befreiten Netzes ansieht. In diesem sind die Koeffizienten b die Gesamtleitwerte und die Konstanten B die gesamten Knotenbelastungen. Dann folgt: Zur Wegschaffung eines Knotens ist seine Belastung nach Gl. (8) auf alle Nachbarknoten zu werfen. Ferner

sind je zwei benachbarte Knoten nach Gl. (9) durch Zusatzstrecken zu verbinden.

Für das Netz in Bild 215 mit den Knotenbelastungen $A_1 = 50$, $A_2 = 52$, $A_3 = 51$ ergibt sich dann die unten folgende Zahlentafel. Für den Knoten 1 stimmen die Gesamtwerte mit den ursprünglichen Werten überein. Aus ihnen ergeben sich rechts nach Gl. (8) und (9) die Zusatzwerte nach Wegschaffung des Knotens 1.

Für den Knoten 2 sind dann die Gesamtwerte die Summe aus den ursprünglichen Werten links und den vorher ermittelten Zusatzwerten von entsprechendem Fußzeichen. Aus den Gesamtwerten ergeben sich wieder die Zusatzwerte nach Wegschaffung des Knotens 2.

Für den Knoten 3 sind endlich bei Bildung der Gesamtwerte alle zugehörigen Zusatzwerte zu berücksichtigen, die sich bei Wegschaffung der vorhergehenden Knoten ergeben haben. Zur Kontrolle streicht man die erledigten Zusatzwerte ab. Wir erhalten:

| Knoten | Ursprüngl. Werte | Gesamtwerte vor Wegschaffung | Zusatzwerte nach Wegschaffung |
|--------|---|--|--|
| 1 | $A_1 = 50$ | $B_1 = 50$ | $A_{12} = 50 \cdot 4/17 = 11,8$ $A_{13} = 50 \cdot 3/17 = 8,8$ |
| | $a_{12} = 4$ $a_{13} = 3$ $a_{10} = 10$ | $b_{12} = 4$ $b_{13} = 3$ $b_{10} = 10$ $S_1 = 17$ | $a'_{23} = 4 \cdot 3/17 = 0,7$ $a'_{20} = 4 \cdot 10/17 = 2,4$ $a'_{30} = 3 \cdot 10/17 = 1,8$ |
| 2 | $A_2 = 52$ | $B_2 = 52 + 11,8 = 63,8$ | $A_{23} = 63,8 \cdot 5,7/23,1 = 15,8$ |
| | $a_{23} = 5$ $a_{20} = 15$ | $b_{23} = 5 + 0,7 = 5,7$ $b_{20} = 15 + 2,4 = 17,4$ $S_2 = 23,1$ | $a'_{30} = 5,7 \cdot 17,4/23,1 = 4,3$ |
| 3 | $A_3 = 51$ $a_{30} = 12$ | $B_3 = 51 + 8,8 + 15,8 = 75,6$ $b_{30} = 12 + 1,8 + 4,3 = 18,1$ | |

Dem jetzt allein übriggebliebenen Knoten 3 fließt der Strom B_3 aus den Speisepunkten über die Gesamtstrecke b_{30} zu. Sein Spannungsabfall gegenüber den Speisepunkten ist also

$$\varepsilon_3 = B_3/b_{30} = 75,6/18,1 = 4,18, \text{ d. h. } I_{03} = \varepsilon_3 \cdot a_{30} = 50,1.$$

In dem Netz, daß neben dem Knoten 3 auch den Knoten 2 enthält, lautet die Gleichung (7) dieses Knotens, wenn $S_2 = -b_{22}$ und der Spannungsabfall der Speisepunkte gleich Null gesetzt wird: $-S_2 \cdot \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \cdot b_{23} + B_2 = 0$. Daraus folgt

$$\varepsilon_2 = (\varepsilon_3 \cdot b_{23} + B_2) : S_2 = 3,79, \text{ d. h. } I_{02} = \varepsilon_2 \cdot a_{20} = 56,9.$$

Ist auch der Knoten 1 vorhanden, so ergibt dessen Knotengleichung (7):

$$\varepsilon_1 = (\varepsilon_2 b_{12} + \varepsilon_3 b_{13} + B_1) : S_1 = 4,57, \text{ d. h. } I_{01} = \varepsilon_1 \cdot a_{10} = 45,7.$$

Die Probe ergibt, daß die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der ursprünglichen Knotenbelastungen ist.

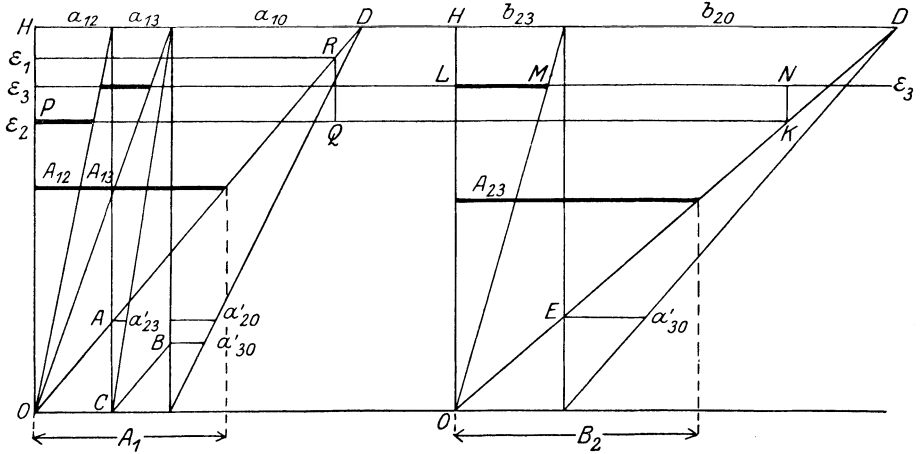


Bild 216 und 217. Zeichnerisches Verfahren.

Statt zu rechnen, kann man auch zeichnen (vgl. Schwaiger, ETZ 1920, S. 227 und Thomälen, ETZ 1921, S. 694). Man zieht in Bild 216 in beliebiger Höhe H eine Wagerechte und trägt auf ihr in beliebigem Maßstab die Leitwerte a_{12} , a_{13} und a_{10} ab. Die Teilpunkte lotet man herunter und zieht OD , sowie in gleicher Richtung CB . Eine Wagerechte durch A liefert a'_{23} und weiter rechts a'_{20} , eine Wagerechte durch B liefert a'_{30} .

In Bild 217 tragen wir in derselben Höhe $b_{23} = a_{23} + a'_{23}$ und $b_{20} = a_{20} + a'_{20}$ auf und ziehen wieder OD . Eine Wagerechte durch E liefert dann a'_{30} . Endlich wird in Bild 218 in der früheren Höhe die Summe b_{30} aus a_{30} und allen früher gewonnenen Zusatzwerten a'_{30} aufgetragen und wieder OD gezogen.

Man trägt dann in Bild 216 zwischen der senkrechten Achse und OD in beliebigem Maßstab die Belastung A_1 wagerecht ein. Auf ihr schneidet das Strahlenbündel O nach Gl. (8) die zusätzlichen Belastungen A_{12} und A_{13} ab. Ebenso trägt man $B_2 = A_2 + A_{12}$ in Bild 217 ein und erhält A_{23} . Endlich trägt man $B_3 = A_3 + A_{13} + A_{23}$ in Bild 218 ein.

Ist $1 \text{ cm} = c_i \text{ Amp.}$ und $1 \text{ cm} = c_a \text{ Siemens}$ und werden alle Strecken in cm gemessen, so ist

$$\varepsilon_3 = \frac{B_3}{b_{30}} = \frac{c_i \cdot GI}{c_a \cdot HD} = \frac{c_i}{c_a \cdot OH} \cdot OG.$$

Die Höhe des Punktes G gibt also den Spannungsabfall ε_3 an, und zwar ist $1 \text{ cm} = c_i : c_a \cdot OH$ Volt. In Bild 214 bis 216 ist $c_i = 20$, $c_a = 4$ und $OH = 5 \text{ cm}$. Demnach ist $1 \text{ cm} = 1 \text{ Volt}$.

Nun ist in Bild 217 LM im Strommaßstab $= \varepsilon_3 \cdot b_{23}$. Wir fügen dazu $B_2 = MN$ und loten N herunter auf OD . Dann ist nach der Gleichung für ε_2 auf S. 155 die Höhe des Punktes K im Spannungsmaßstab gleich ε_2 .

Ebenso bilden wir in Bild 214 die Summe PQ der stark ausgezogenen Strecken und loten Q hinauf nach OD . Dann ist nach der Gleichung für ε_1 auf S. 155 die Höhe des Punktes R gleich ε_1 . Wir erhalten so dieselben Spannungsabfälle, wie durch Rechnung.

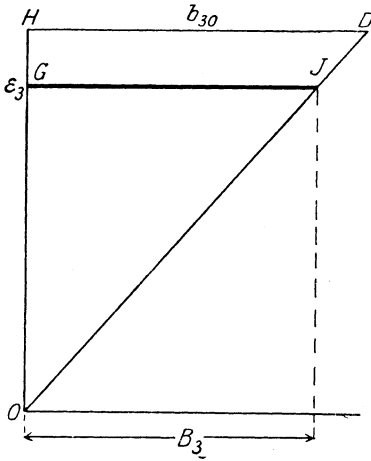


Bild 218. Zeichnerisches Verfahren.

Es ist gleichgültig, ob es sich um Nachrechnung eines bestehenden Netzes, oder um Neurechnung handelt. Man muß bei der Neurechnung die Querschnitte nach Gutdünken wählen und sie verstärken oder die Speisepunkte ändern, wenn sich ein zu großer Spannungsabfall ergibt. Teile des Netzes, die nur in den Speisepunkten zusammenhängen, wird man von vorneherein trennen, indem man in den Speisepunkten aufschneidet.

70. Maschenlose Netze.

Netze, die keine Maschen enthalten oder durch Aufschneiden der Speisepunkte maschenlos werden, lassen sich genau wie oben behandeln. In dem Netz in Bild 219 sind die Speisepunkte mit I bis VI bezeichnet.

Die Strecken sind zunächst zu entlasten. Man erhält nach Gl. (3):

| Strecke | Auf Speisepunkt oder Knoten geworfene Belastung | |
|---------|---|-------------------|
| I 1 | I) 20 | 1) 20 |
| II 1 | II) $20 \cdot 50 : 200 = 5$ | 1) $20 - 5 = 15$ |
| III 2 | III) 20 | 2) 20 |
| IV 2 | IV) $25 \cdot 100 : 250 = 10$ | 2) $25 - 10 = 15$ |
| V 3 | V) $26 \cdot 60 : 130 = 12$ | 3) $26 - 12 = 14$ |
| VI 3 | VI) 26 | 3) 26 |
| 1 2 | 1) 15 | 2) 15 |
| 2 3 | 2) 20 | 3) 20 |

Die Belastungen der Knoten sind dann

$$A_1 = 20 + 15 + 15 = 50 \quad A_2 = 20 + 15 + 15 + 20 = 70$$

$$A_3 = 14 + 26 + 20 = 60.$$

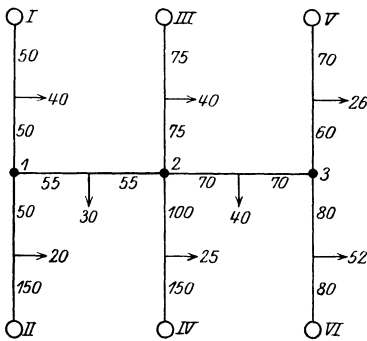


Bild 219. Maschenloses Netz.

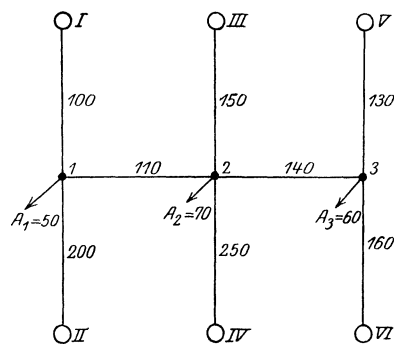


Bild 220. Entlastete Strecken.

Wir erhalten so das Netz in Bild 220, in welchem die Spannungsabfälle der Knoten unverändert geblieben sind. Es sei nun der Querschnitt $q = 25 \text{ mm}^2$ und das Leitvermögen $k = 57,5$. Dann ist allgemein der Leitwert $a = 57,5 \cdot 25 : 2l = 718/l$. Demnach ergeben sich die folgenden

Leitwerte, wovon die Leitwerte parallel liegender Strecken zu den Summen a_{10} , a_{20} und a_{30} zusammengefaßt werden.

$$\begin{array}{cccc} a_{1I} = 7,2 & a_{2III} = 4,8 & a_{3V} = 5,5 & a_{12} = 6,5 \\ a_{1II} = 3,6 & a_{2IV} = 2,9 & a_{3VI} = 4,5 & a_{23} = 5,1 \\ \hline a_{10} = 10,8 & a_{20} = 7,7 & a_{30} = 10. & \end{array}$$

Man erhält dann, wie früher:

| Knoten | Ursprüngl. Werte | Gesamtwerte vor Wegschaffung | Zusatzwerte nach Wegschaffung |
|--------|---|---|--|
| 1 | $A_1 = 50$ $a_{12} = 6,5$ $a_{10} = 10,8$ | $B_1 = 50$ $b_{12} = 6,5$ $b_{10} = 10,8$ $S_1 = 17,3$ | $A_{12} = 50 \cdot 6,5 : 17,3 = 18,9$ $a'_{20} = 6,5 \cdot 10,8 : 17,3 = 4,1$ |
| 2 | $A_2 = 70$ $a_{23} = 5,1$ $a_{20} = 7,7$ | $B_2 = 70 + 18,9 = 88,9$ $b_{23} = 5,1$ $b_{20} = 7,7 + 4,1 = 11,8$ $S_2 = 16,9$ | $A_{23} = 88,9 \cdot 5,1 : 16,9 = 27$ $a'_{30} = 5,1 \cdot 11,8 : 16,9 = 3,6$ |
| 2 | $A_3 = 60$ $a_{30} = 10$ | $B_3 = 60 + 27 = 87$ $b_{30} = 10 + 3,6 = 13,6$ | |

Demnach ist $\varepsilon_3 = B_3 : b_{30} = 6,4$. Die Rechnung kann nun wie auf S. 155 weitergeführt werden. Man kann jedoch auch, wie folgt, vorgehen. Der Leitwert b_{30} besteht aus den Teilen a_{30} und a'_{30} , oder aus a_{3V} , a_{3VI} und a'_{30} . Demnach sind die Ströme, die dem Knoten 3 bei weggeschafftem Knoten 2 über die Strecken V3, VI3 und die Zusatzstrecke 03' zufließen:

$$I_V = \varepsilon_3 \cdot a_{3V} = 35,3 \quad I_{VI} = \varepsilon_3 a_{3VI} = 28,6 \quad I_{03} = \varepsilon_3 a'_{30} = 23,1.$$

Bei bestehendem Knoten 2 ist der Strom, der dem Knoten 3 von links her zufließt, um A_{23} geringer, also gleich $I_{03} - A_{23}$. Der Strom, der dem Knoten 2 bei weggeschafftem Knoten 1 aus den Speisepunkten zufließt, ist dann also $B_2 + I_{03} - A_{23}$. Daraus folgt: $\varepsilon_2 = (B_2 + I_{03} - A_{23}) : b_{20} = 7,2$. Daraus folgt dann weiter:

$$I_{III} = \varepsilon_2 \cdot a_{2III} = 34,6 \quad I_{IV} = \varepsilon_2 \cdot a_{2IV} = 20,8 \quad I_{02} = \varepsilon_2 \cdot a'_{20} = 29,5.$$

Wie oben ist dann $\varepsilon_1 = (B_1 + I_{02} - A_{12}) : b_{10} = 5,6$. Daraus folgt:

$$I_I = \varepsilon_1 \cdot a_{1I} = 40,4 \quad I_{II} = \varepsilon_1 \cdot a_{1II} = 20,3.$$

Zu den berechneten Strömen sind nach S. 153 die Belastungen hinzuzuzählen, die auf S. 157 bei Entlastung der Strecken auf die Speisepunkte geworfen waren. Den belasteten Strecken fließen daher die Ströme zu:

$$\begin{array}{llll} i_I = 40,4 + 20 = 60,4 & i_{III} = 34,5 + 20 = 54,5 & i_V = 35,5 + 12 = 47,5 \\ i_{II} = 20,3 + 5 = 25,3 & i_{IV} = 20,8 + 10 = 30,8 & i_{VI} = 28,5 + 26 = 54,5. \end{array}$$

Die Summe ist 273, also gleich der Streckenbelastung. Bild 221 zeigt die Stromverteilung, und man erhält in A den größten Spannungsverlust.

Statt zu rechnen, kann auch hier wieder zeichnen. Dies kann nach Bild 216 bis 218 geschehen. Man kann aber auch entsprechend dem

obigen Rechnungsgang verfahren, und dabei das Zusammenzählen der ursprünglichen und zusätzlichen Werte sparen (vgl. Thomälen, ETZ 1920, S. 729). Man trägt in Bild 222 die Knotenbelastungen fortlaufend auf der wagerechten Achse auf und zieht durch die Trennpunkte F Senkrechte. Auf einer in beliebiger Höhe H gezogenen Wagerechten trägt man fortlaufend von links aus die Leitwerte a_{1I} und a_{1II} ab, die kurz mit I und II bezeichnet sind, und zieht von O_1 aus Strahlen durch die Trennpunkte. Der rechte Strahl schneidet die in F_1 errichtete Senkrechte in D . Man trägt dann auf der Wagerechten $B_1 C_1 = a_{10}$ auf, lotet den Schnittpunkt E der Verbindungslinien $O_1 D$ und $F_1 C_1$ herunter nach O_2 und zieht den Strahl $O_2 D$.

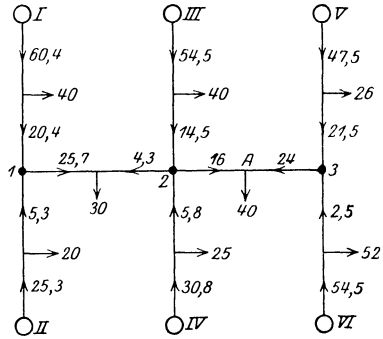


Bild 221. Stromverteilung.

Nun ist $\cot \alpha$ proportional dem Leitwert a_{10} der parallel liegenden Strecken I und II und $\cot \beta$ proportional dem Leitwert a_{12} . Ferner ist

$$\frac{O_2 F_1}{O_1 O_2} = \frac{\cot \beta}{\cot \alpha}, \text{ d. h. } O_2 F_1 = \frac{O_1 F_1 \cot \beta}{\cot \alpha + \cot \beta} = \frac{A_1 \cdot a_{12}}{a_{10} + a_{12}}$$

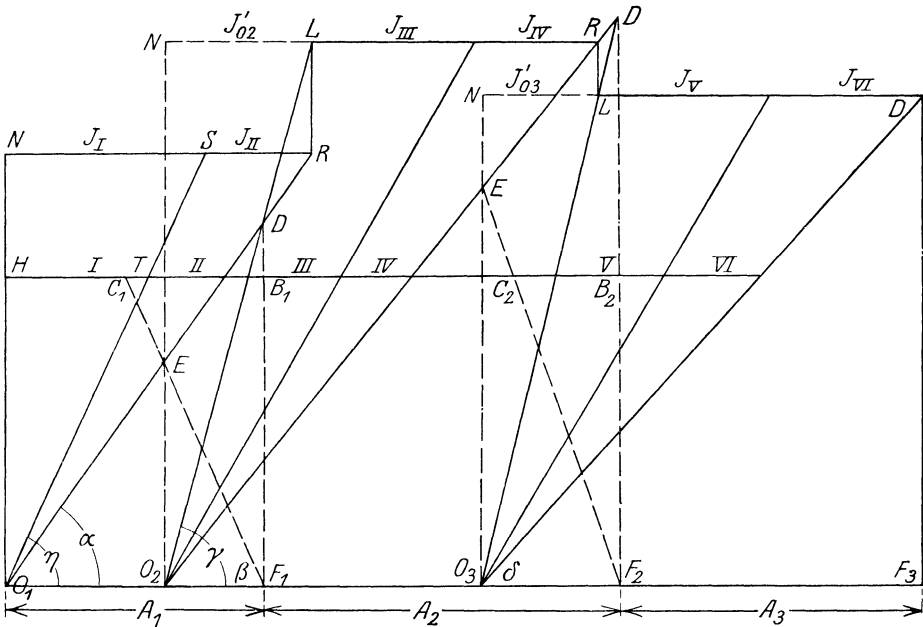


Bild 222. Zeichnerische Lösung.

Nach Gl. (8) ist also $O_2 F_1$ die Belastung A_{12} , die bei Wegschaffung des Knotens 1 auf den Knoten 2 geworfen wird. Die Gesamtbelastung des Knotens 2 ist dann $O_2 F_2$. Ferner ist

$$\operatorname{tg} \gamma = \operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\cot \alpha} + \frac{1}{\cot \beta}, \text{ d. h. } \cot \gamma = \frac{\cot \alpha \cdot \cot \beta}{\cot \alpha + \cot \beta}$$

Demnach ist $\cot \gamma$ proportional $a_{12} \cdot a_{10} : (a_{12} + a_{10})$, also proportional dem Leitwert der Zusatzstrecke $20'$, durch die der Knoten 2, entsprechend Gl. (9), nach Wegschaffung des Knotens 1 mit den vereinigten Speisepunkten I und II verbunden ist. Dieser Leitwert wird also auf der durch H gezogenen Wagerechten durch den Abschnitt zwischen der Senkrechten in O_2 und dem Strahl O_2D dargestellt.

Man fügt zu diesem Abschnitt fortlaufend die Leitwerte III und IV, und zieht von O_2 Strahlen durch die Trennpunkte. Der rechte Strahl schneidet die in F_2 errichtete Senkrechte in D . Man trägt dann wieder auf der Wagerechten $B_2C_2 = a_{23}$ auf und lotet den Schnittpunkt E der Verbindungslinien O_2D und F_2C_2 herunter nach O_3 . Dann ist, wie oben, O_3F_2 die Belastung, die bei Wegschaffung des Knotens 2 auf den Knoten 3 geworfen wird, also O_3F_3 die Gesamtbelastung des Knotens 3. Ferner ist, wie oben, der Abschnitt, der auf der Wagerechten zwischen der Senkrechten durch O_3 und dem Strahl O_3D liegt, gleich dem Leitwert der Zusatzstrecke $03'$.

Man fügt zu diesem Abschnitt fortlaufend die Leitwerte V und VI und zieht durch die Trennpunkte Strahlen. Der rechte Strahl schneidet die in F_3 errichtete Senkrechte in D . Auf einer Wagerechten durch D schneidet dann das Strahlenbündel O_3 die Ströme ab, die dem allein vorhandenen Knoten 3 über die Strecken $03'$, V und VI zufließen.

Ist außerdem auch der Knoten 2 vorhanden, so fließen ihm aus den Speisepunkten Ströme zu, deren Summe nach S. 158 gleich $B_2 + I_{03} - A_{23} = O_2F_2 - O_3F_2 + NL$ ist. Wir loten also L hinauf nach R . Auf einer Wagerechten durch R schneidet dann das Strahlenbündel O_2 die gesuchten Ströme I_{02} , I_{III} und I_{IV} ab. Ebenso lotet man L wieder nach R herunter und erhält auf der Wagerechten durch R die Ströme I_I und I_{II} .

Nun ist $\cot \delta$ proportional dem Gesamtleitwert der Schaltung, durch die der allein vorhandene Knoten 3 mit den Speisepunkten verbunden ist. Demnach ist O_3N proportional dem Spannungsabfall ε_3 . Ebenso wird O_2N proportional ε_2 und O_1N proportional ε_1 . Es sei $1 \text{ cm} = c_i$ Amp. und $1 \text{ cm} = c_a$ Siemens. Alle Längen seien in cm gemessen. Dann ist

$$\varepsilon_1 = \frac{I_I}{a_{11}} = \frac{c_i \cdot NS}{c_a \cdot HT} = \frac{c_i}{c_a \cdot O_1H} \cdot O_1N.$$

Allgemein ist also $1 \text{ cm} = c_i : c_a O_1H$ Volt. In Bild 222 ist $c_i = 15$, $c_a = 15/4$ und $O_1H = 4$ cm. Demnach ist 1 cm gleich $15 : 15 = 1$ Volt. Die Zeichnung ergibt dann dieselben Spannungsverluste wie die Rechnung.

XII. Grundgesetze des Wechselstromes.

71. Stromstärke und Spannung des Wechselstromes.

Bei einem Gleichstrom ist die Stärke und Richtung des Stromes in allen Zeitpunkten dieselbe. Bei einem Wechselstrom ändert sich die Stromstärke und die Richtung periodisch mit der Zeit. Tragen wir die Zeit t wagerecht und den Zeitwert i der Stromstärke senkrecht auf, so erhalten wir die sogenannte Stromkurve (Bild 223). Die Zeit T , innerhalb welcher sich derselbe Zustand wiederholt, heißt die Zeit einer vollen Periode. Die Periodenzahl in der Sekunde oder die Frequenz ist dann

$$f = 1/T \quad (1)$$

Der Strom nimmt von Null an bis auf einen Höchstwert zu, nimmt dann wieder bis auf Null ab und ändert beim Durchgang durch Null in Abständen von einer halben Periode seine Richtung. In ähnlicher Weise ändert sich die Spannung.

Wenn die Spannungs- oder Stromkurve, wie in Bild 223 keine Sinuskurve ist, so enthält sie nach Fourier eine sinusförmige Grundwelle von der Frequenz der Gesamtwelle und sinusförmige Oberwellen, deren Frequenzen ein ganzes Vielfaches der Frequenz der Grundwelle sind.

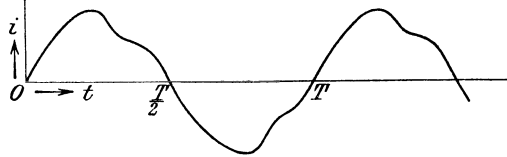
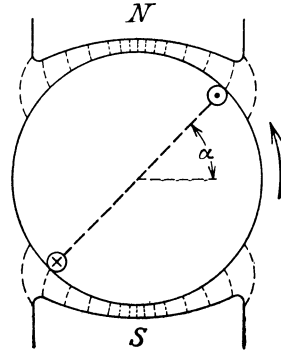


Bild 223. Stromkurve.

Wir setzen nun für die Spannungs- und Stromkurve eine Sinuskurve voraus, die für den Betrieb am günstigsten ist und eine einfache Behandlung der Vorgänge möglich macht. Man erreicht einen sinusförmigen Verlauf der Spannungskurve bei den Maschinen dadurch, daß man nach Bild 224 den Luftspalt von der Polmitte nach den Polspitzen allmählich etwas erweitert. Indem die Spulenseiten durch das Feld hindurchschneiden, wird in ihnen eine sinusförmige Spannung erzeugt. Statt den Zeitwert aus der Gleichung $e = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$ zu berechnen, ermitteln wir ihn aus der Änderung des umfaßten Flusses.

Ist \mathfrak{B}_m die größte Induktion unter der Polmitte, so ist die Induktion im Bogenabstand x von der neutralen Zone gleich $\mathfrak{B}_m \cdot \sin x$. Bei einer Ankerlänge b und einem Ankerhalbmessers r ist die dem Bogen dx entsprechende Oberfläche gleich $b \cdot r \cdot dx$. Sind also die Nuten gegen die neutrale Zone um den Bogen α vorgeschritten, so ist der Zeitwert des von einer Windung umfaßten Flusses:

Bild 224. Lage des Ankers zur Zeit t .

$$\Phi_t = \int_{\alpha}^{\pi + \alpha} \mathfrak{B}_m \cdot \sin x \cdot b \cdot r \cdot dx = 2 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot b \cdot r \cdot \cos \alpha.$$

Liegen die Nuten in der neutralen Zone, so ist $\alpha = 0$ und $\cos \alpha = 1$, und der umfaßte Fluß ist am größten. Der Höchstwert des umfaßten Flusses ist dann $\Phi = 2 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot b \cdot r$ und der Zeitwert $\Phi_t = \Phi \cdot \cos \alpha$.

Zur Zeit $t = 0$ mögen die Nuten in der neutralen Zone liegen, so daß eine Windung den Höchstwert Φ des Flusses umfaßt. Ist $\omega = 2\pi \cdot n/60$ die Winkelgeschwindigkeit, d. h. der Bogen in der Zeiteinheit, so ist der in der Zeit t zurückgelegte Bogen $\alpha = \omega t$. Liegen dann w Windungen in derselben Nut, so ist der zur Zeit t von allen Windungen umfaßte Fluß $\Phi_t = \Phi \cdot w \cdot \cos \omega t$. Der Zeitwert der erzeugten Spannung ist dann

$$e = -10^{-8} \cdot w \cdot d\Phi_t/dt = w \cdot \omega \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \cdot \sin \omega t \text{ Volt.} \quad (2)$$

Für $\alpha = \omega t = 0$ liegen die Spulenseiten in der neutralen Zone und die erzeugte Spannung ist Null. In Übereinstimmung damit wird in Gl. (2) $\sin \omega t$ und damit der Zeitwert der Spannung gleich Null.

Dabei ist gleichzeitig der umfaßte Fluß am größten. Um uns das noch deutlicher zu machen, tragen wir in Bild 225 den der Zeit proportionalen Bogen ωt wagerecht und den umfaßten Fluß senkrecht auf. In dem Zeitpunkt, in welchem der umfaßte Fluß am größten ist, verläuft seine Kurve wagerecht, und die Änderung in der Zeiteinheit ist Null. Daher geht in diesem Zeitpunkt die Spannung durch Null hindurch.

Für $\omega t = \pi/2$ liegen die Spulenseiten im stärksten Feld vor der Polmitte, so daß der Höchstwert der Spannung erzeugt wird. In Übereinstimmung damit erhalten wir in Gl. (2) für $\sin \omega t$ jetzt den Höchstwert der Spannung:

$$e_m = w \cdot \omega \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (3)$$

Gl. (2) können wir daher auch in der Form schreiben

$$e = e_m \cdot \sin \omega t. \quad (4)$$

Der Höchstwert wird in dem Zeitpunkt erzeugt, in welchem der umfaßte Fluß gleich Null ist. Dies geht auch aus Bild 225 hervor. Wenn der umfaßte Fluß durch Null hindurchgeht, ist seine Kurve am steilsten. Die Änderung in der Zeiteinheit ist also am größten.

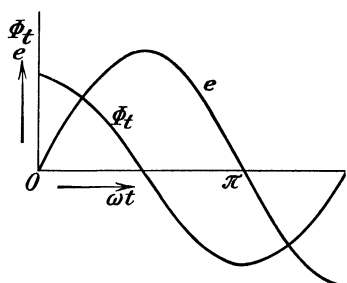


Bild 225. Umfaßter Fluß und Spannung.

Nimmt ωt über $\pi/2$ hinaus zu, so kommen die Spulenseiten wieder in ein schwächeres Feld und die erzeugte Spannung nimmt ab. Für $\omega t = \pi$ liegen die Spulenseiten wieder in der neutralen Zone. Gleichzeitig wird $\sin \omega t$ und die erzeugte Spannung gleich Null. Bei weiterer Drehung ändert sich die Richtung, in der die Spulenseiten durch das Feld hindurchschneiden, und damit auch die Richtung der erzeugten Spannung, d. h. sie wird negativ. Dies erhalten wir auch aus Gl. (2),

da der Sinus eines überstumpfen Winkels negativ ist.

Setzen wir $\cos \alpha = \sin(\alpha + \pi/2)$, so erhalten wir $\Phi_t = \Phi \cdot \sin(\omega t + \pi/2)$. Der Vergleich mit Gl. (4) zeigt, daß die Spannung um 90° gegen den Fluß zurückbleibt, durch dessen Änderung sie erzeugt wird.

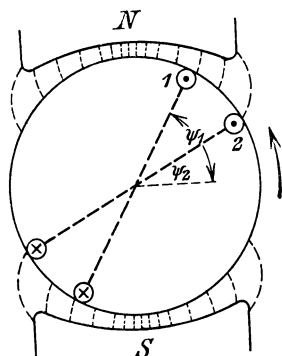


Bild 226. Phasenverschobene Spannungen zur Zeit $t=0$.

Es seien nun mehrere Spannungen oder Ströme gegeben, die in ihrem zeitlichen Zustand, d. h. in ihrer Phase, verschieden sind. Auf dem Anker einer Maschine mögen z. B. zwei gleiche um einen Winkel verschobene Spulen liegen. Bild 226 zeige die Lage zur Zeit $t=0$. In diesem Zeitpunkt sind die Spulenseiten der Spule 1 um ψ_1 und die der Spule 2 um ψ_2 gegen die neutrale Zone vorgeschritten. Dann sind die Zeitwerte der in beiden Spulen erzeugten Spannungen: $e_1 = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi_1)$ und $e_2 = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi_2)$. Wir können die Richtigkeit dieser Gleichungen unmittelbar prüfen, wenn wir $t=0$ setzen. Ist also allgemein ψ der Winkel, um den die Wechselstromwelle zur

Zeit $t=0$ gegen ihren Ursprung vorgeschritten ist, so ist der Zeitwert, entsprechend Bild 227

$$e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi). \quad (5)$$

Bei unserer zweipoligen Maschine ist die Zeit einer Periode gleich der Zeit einer Umdrehung. Bei mehrpoligen Maschinen, deren Windungen natürlich etwa eine Polteilung umfassen müssen, haben wir bei p Polpaaren während einer Umdrehung p Perioden. Ist also n die Drehzahl in der Minute, so ist die Frequenz

$$f = p \cdot n / 60. \quad (6)$$

Der Bogen einer doppelten Polteilung entspricht dann einer vollen Periode oder dem Bogen 2π . Ist z. B. bei der vierpoligen Maschine

in Bild 228 eine Spulenseite aus der neutralen Zone bis unter die Polmitte, also um räumlich $45^\circ = \pi/4$ vorgeschritten, so hat sich die Spannung von Null bis auf ihren Höchstwert geändert.

Wir dürfen also nicht gedankenlos $e = e_m \cdot \sin \pi/4$ setzen. Man kann diese Schwierigkeit dadurch vermeiden, daß man Gl. (4) in der Form schreibt $e = e_m \cdot \sin(p \cdot \omega t)$ und dann unter ωt nach wie vor den wirklichen räumlichen Winkel versteht. Einfacher versteht man unter einem elektrischen Grad nicht mehr den 360. Teil einer Umdrehung, sondern den 360. Teil einer Periode. In diesem Sinne ist π immer der Bogen einer Polteilung. Die elektrische Winkelgeschwindigkeit oder die sog. Kreisfrequenz ω ist dann nicht mehr der räumliche Bogen in der Zeiteinheit, sondern das Verhältnis des Bogens 2π zur Zeit einer Periode, d. h.

$$\omega = 2\pi/T = 2\pi f. \quad (7)$$

Die erzeugte Spannung ändert sich auch dann zeitlich sinusförmig, wenn eine ruhende Spule, wie beim Transformator, von einem Wechselstrom durchflossen wird, der sich selbst zeitlich sinusförmig ändert. Der Bogen ωt verliert dabei seine räumliche Bedeutung vollständig und hat allein noch eine Beziehung zur Zeit.

72. Mittelwert und Effektivwert.

Wenn wir den Zeitwert i des Stromes mit der Zeit dt vervielfachen, so erhalten wir die während der Zeit dt in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge. Wir summieren diese Elektrizitätsmengen über eine Halbwelle des Stromes, also über die Zeit einer halben Periode und teilen die Summe durch die Zeit. Dadurch erhalten wir die mittlere Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit oder die mittlere Stromstärke zu

$$M(i) = \frac{1}{T/2} \cdot \int_0^{T/2} i dt. \quad (8)$$

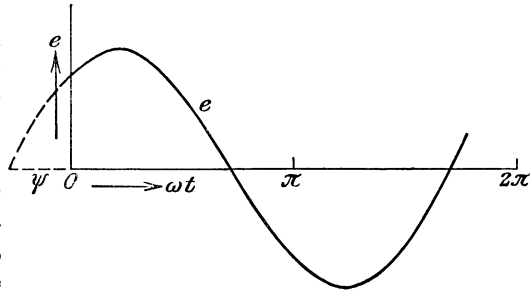


Bild 227. $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$.

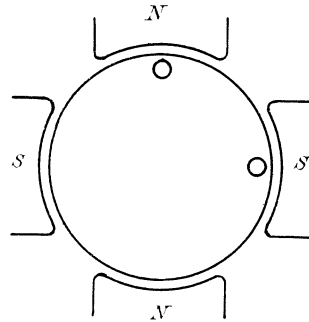


Bild 228. Ankerspule einer vierpoligen Maschine.

Wenn wir den Wechselstrom nach Bild 103 gleichrichten und durch ein Voltmeter leiten, so ergibt sich aus dem Niederschlag und der Zeit der Mittelwert des Stromes. Dieser heißt der elektrolytische Mittelwert.

Ist die Stromkurve eine Sinuskurve, so tragen wir nach Bild 229 den Bogen $\alpha = \omega t$ wagerecht und den Zeitwert des Stromes senkrecht auf. Dann ist einer der Flächenstreifen gleich $i \cdot d\alpha$. Wir ersetzen dann die ganze gestreifte Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie π und erhalten in der Höhe den gesuchten Mittelwert zu

$$M(i) = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} i_m \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2}{\pi} \cdot i_m. \quad (9)$$

Bei Sinuskurven verhält sich also der Mittelwert zum Höchstwert wie 2 zu π oder wie 7 zu 11. Er spielt übrigens gegenüber dem sog. Effektivwert nur eine untergeordnete Rolle.

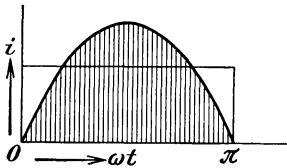


Bild 229. Bildung des Mittelwertes.

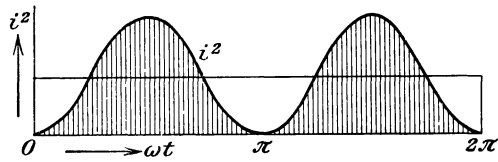


Bild 230. Ermittlung des Effektivwertes.

Der Effektivwert ist die Stromstärke, die gleichmäßig fließend dieselbe Stromwärme erzeugt wie der Wechselstrom. Nun ist die im Widerstand R erzeugte Stromwärme des Wechselstromes in der Zeit dt gleich $i^2 \cdot R \cdot dt$. Demnach ist der Effektivwert I bestimmt durch die Gleichung

$$I^2 \cdot R \cdot T = \int_0^T i^2 \cdot R \cdot dt, \quad \text{d. h. } I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt}. \quad (10)$$

Der Effektivwert ist also die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Zeitwerte, d. h. der quadratische Mittelwert.

Zur Berechnung des Effektivwertes bei Sinuskurven tragen wir in Bild 230 den Bogen $\alpha = \omega t$ wagerecht und das Quadrat des Zeitwertes des Stromes senkrecht auf. Der Inhalt eines Flächenstreifens ist gleich $i^2 \cdot d\alpha$. Wenn wir dann die ganze gestreifte Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie 2π ersetzen, so erhalten wir in der Höhe des Rechtecks das mittlere Quadrat. Die Wurzel daraus ist der gesuchte Effektivwert. Setzen wir $i = i_m \cdot \sin \alpha$, so erhalten wir den Effektivwert zu

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} i_m^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha} = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot i_m. \quad (11)$$

Der Effektivwert des Stromes ist also bei Sinuskurven das 0,707 fache des Höchstwertes. Dasselbe gilt für die Spannung.

Die Effektivwerte werden von vielen Meßgeräten, die mit Gleichstrom geeicht sind, unmittelbar angezeigt. Wir leiten z. B. einen Wechselstrom durch ein für Gleichstrom geeichtes Dynamometer, das aus einer festen und einer beweglichen Spule besteht. Beide Spulen werden in Reihe vom Strom durchflossen, der in beiden gleichzeitig seine Richtung umkehrt. Das Drehmoment, das beide Spulen aufeinander ausüben, wirkt also stets in demselben Sinne. Der Ausschlag ist dabei von dem Strom

in der festen und der beweglichen Spule, also vom Quadrat der Stromstärke abhängig, und das Meßgerät nimmt infolge seiner Trägheit gleichsam das Mittel aus den Quadraten der Zeitwerte des Stromes. Der Ausschlag ist dann derselbe wie bei einem gleichmäßig fließenden Strom von der Stärke I , der durch Gl. (10) bestimmt ist. Daraus folgt, daß das für Gleichstrom geeichte Meßgerät unabhängig von der Kurvenform bei Wechselstrom den Effektivwert anzeigt.

Dasselbe ist der Fall bei Hitzdrahtmeßgeräten, bei denen sich ein stromdurchflossener Platindraht durch die Stromwärme verlängert und dadurch den Zeigerausschlag bewirkt. Auch hier wird der Ausschlag durch das Mittel aus dem Quadrat der Zeitwerte bedingt.

Bei den Meßgeräten, in denen eine Stromspule richtend oder anziehend auf einen Eisenkern wirkt, ist die Kraft den Zeitwerten des Stromes und des im Eisen erzeugten Magnetismus, also bei geringer Sättigung ebenfalls dem Quadrate des Zeitwertes des Stromes proportional. Grundsätzlich haben wir also auch hier dieselbe Teilung für Gleichstrom und Wechselstrom. Infolge der Hysterese des Eisens ist aber der Ausschlag bei einem Wechselstrom von gegebenem Effektivwert im allgemeinen etwas kleiner als bei Gleichstrom von demselben Zahlenwert. Solche Meßgeräte sind daher mit Wechselstrom zu eichen, und zwar mit Hilfe von Dynamometern oder Hitzdrahtmeßgeräten, die selbst wieder mit Gleichstrom geeicht sind.

73. Die mittlere Leistung des Wechselstromes.

Sind e und i die Zeitwerte der Spannung und Stromstärke, so ist der Zeitwert der Leistung gleich $e \cdot i$ und die Arbeit während der Zeit dt gleich $e \cdot i \cdot dt$. Die mittlere Leistung, die unabhängig von der Kurvenform vom Leistungszeiger angegeben wird, ist dann:

$$N = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T e \cdot i \cdot dt \text{ Watt.} \quad (12)$$

Wir setzen nun voraus, daß Spannung und Strom sinusförmig sind, wobei wir uns auf eine halbe Periode beschränken können, und behandeln sofort den allgemeinen Fall, daß Spannung und Strom in der Phase verschoben sind.

Der Strom entspreche der Gleichung $i = i_m \sin \omega t$, während die Spannung durch die Gleichung $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ gegeben sei. Dies bedeutet, daß die Spannung zur Zeit 0, wo der Strom gleich Null ist, bereits den Wert $e_m \cdot \sin \varphi$ besitzt (vgl. Bild 231).

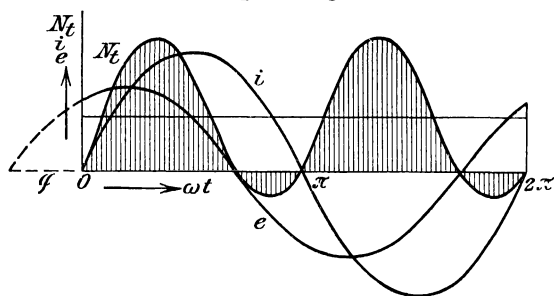


Bild 231. Ermittlung der Leistung.

Die Spannung eilt dann dem Strom um den Winkel φ voraus. Wir dürfen nicht etwa daraus, daß die Stromkurve weiter nach rechts vorgeschoben ist als die Spannungskurve, schließen, daß der Strom vor der Spannung vorseilt. Tatsächlich hat die Spannung zu einem Zeitpunkt bereits den Höchstwert erreicht, in welchem der Strom seinen

Höchstwert noch nicht erreicht hat. Die Spannung eilt also in Bild 231 vor dem Strome voraus.

Wir bilden nun für jeden Zeitpunkt den Zeitwert $N_t = e \cdot i$ der Leistung, tragen ihn senkrecht auf und erhalten so die Kurve N_t . Der Inhalt $e \cdot i \cdot dt$ eines Flächenstreifens ist dann die Arbeit während der Zeit dt , und die Arbeit während einer Periode gleich der gestreiften Fläche. Die Flächen unterhalb der wagerechten Achse stellen dabei eine negative Arbeit dar. Bei einem Stromerzeuger bedeutet dies, daß zu gewissen Zeiten Arbeit aus dem Netz in die Maschine zurückgeliefert wird, die dann in diesen Zeiträumen als Motor läuft.

Wir summieren nun die Flächenstreifen über eine halbe Periode unter Berücksichtigung des Vorzeichens und ersetzen die Gesamtläche durch ein Rechteck über der Zeit einer halben Periode. Die Höhe dieses Rechtecks ist dann die mittlere Leistung N . Diese ist wegen der negativen Flächen kleiner, als man nach der Spannung und Stromstärke erwarten sollte. Wenn wir statt der Zeit, wie in Bild 231, den Bogen auftragen, wird die Rechnung am bequemsten. Noch einfacher setzen wir

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \cos(\alpha + \varphi - \alpha) = \cos(\alpha + \varphi) \cdot \cos \alpha + \sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin \alpha \\ \cos(2\alpha + \varphi) &= \cos(\alpha + \varphi + \alpha) = \cos(\alpha + \varphi) \cdot \cos \alpha - \sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin \alpha. \end{aligned}$$

Wir ziehen beide Gleichungen voneinander ab. Mit Benutzung der dadurch erhaltenen Gleichung ergibt sich:

$$N_t = e_m \cdot i_m \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot \sin \alpha = 0,5 \cdot e_m i_m \{\cos \varphi - \cos(2\alpha + \varphi)\}.$$

Der Zeitwert der Leistung ist also eine Kosinusfunktion von der doppelten Frequenz. Er schwingt um den festen Mittelwert $N = 0,5 e_m \cdot i_m \cdot \cos \varphi$. Mit den Effektivwerten $E = e_m/\sqrt{2}$ und $I = i_m/\sqrt{2}$ erhalten wir die mittlere Leistung zu

$$N = E \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (13)$$

Diese Leistung wird durch die mittlere Senkrechte der Kurve N_t in Bild 231 dargestellt. Man bezeichnet allgemein $E \cdot I$ als die Scheinleistung und das Verhältnis der wirklichen Leistung zur scheinbaren Leistung als den Leistungsfaktor. Für Sinuskurven wird

$$\cos \varphi = N : EI. \quad (14)$$

Wenn Strom und Spannung gleiche Phase haben, so wird $\varphi = 0$ und $\cos \varphi = 1$. Dann wird $N = E \cdot I$. Ist $\varphi = 90^\circ$, so wird $N = 0$.

74. Darstellung durch Strahlen.

Sinusförmige Ströme und Spannungen lassen sich auch durch Strahlen darstellen. Die Spannung sei $e = e_m \cdot \sin \omega t$. Wir drehen in Bild 233 den Strahl OE , dessen Länge den Höchstwert e_m darstellt, entgegen dem Uhrzeiger mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$, wobei f die Frequenz des Wechselstromes ist. Bei einer zweipoligen Maschine (Bild 232) dreht sich also der Strahl mit derselben Drehzahl wie die Maschine.

Für $t = 0$ wird $\alpha = 0$. Die Ankerspule liegt dann in der neutralen Zone, und der Strahl der Spannung fällt in die positive Richtung der wagerechten Achse. In einem beliebigen Zeitpunkt bildet der Strahl mit dieser Achse den Winkel α , d. h. denselben Winkel, den bei zweipoliger Maschine die Ebene der Spule mit der neutralen Zone bildet. Der Zeitwert e der Spannung ist dann $e_m \cdot \sin \alpha$, also gleich der

Projektion OA des Strahles OE auf die senkrechte Achse. In der Sinuskurve rechts ist der Höchstwert gleich e_m , der Bogen CD für den gezeichneten Zeitpunkt gleich α und DB gleich dem Zeitwert OA .

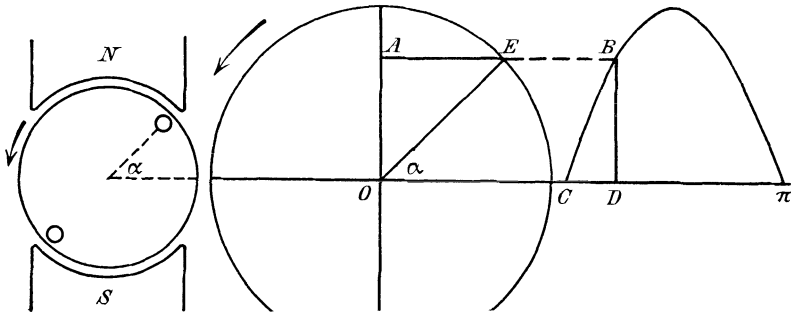


Bild 232.
Umlaufende Spule.

Bild 233.
Darstellung der Spannung durch einen Strahl.

Wir können nun Spannungen, deren Effektivwert und Phase verschieden sind, zusammensetzen. Auf dem Anker einer Maschine in Bild 234 liegen z. B. zwei in Reihe geschaltete Wicklungen, die gegeneinander verschoben sind. Die Spule I hat die größere Drahtzahl, also auch die größere Spannung. Wir ziehen nun in Bild 235 die Strahlen OE_1 und OE_2 , welche die Höchstwerte der Spannungen darstellen, in Richtung

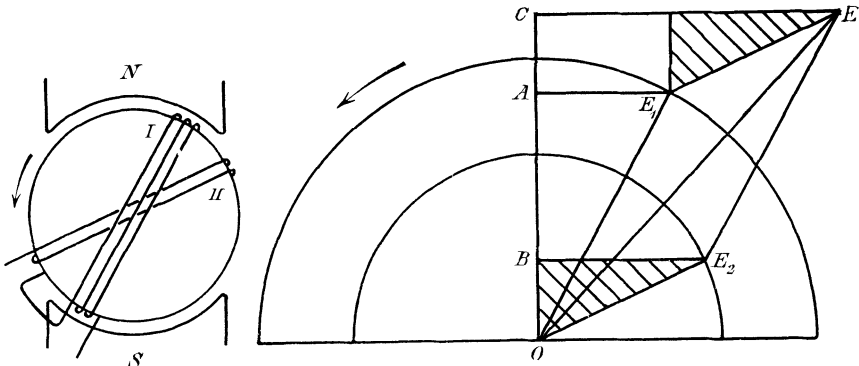


Bild 234. Spannungen verschiedener Phase.

Bild 235. Zusammensetzung von Spannungen.

der entsprechenden Ebenen der Spulen, zeichnen aus beiden die Summe OE wie bei Zusammensetzung von Kräften und bilden die Projektionen OA , OB und OC aller drei Strahlen auf die senkrechte Achse. Wir sehen dann aus der Übereinstimmung der gestreiften Dreiecke, daß die Summe aus den Zeitwerten OA und OB der Spannungen beider Spulen gleich dem Zeitwert OC der geometrischen Summe OE ist. Wir können also allgemein Spannungen geometrisch zusammensetzen.

In Bild 236 habe z. B. die Gesamtspannung ihren Höchstwert. Die Spannung in der Spule I hat dabei ihren Höchstwert überschritten und die in der Spule II ihn noch nicht ganz erreicht. Der Strahl der Gesamtspannung fällt dann in die senkrechte Achse. Fassen wir die nebeneinander liegenden Drähte der beiden Spulen zu einer gemeinsamen Spulenseite zusammen, so liegt diese gerade vor der Polmitte, wo die

Induktion und daher die Spannung der Gesamtwicklung am größten ist. Ebenso fällt in Bild 237 der Strahl der Gesamtspannung in die waagrechte Achse, seine Projektion auf die senkrechte Achse und damit der Zeitwert ist also Null. Das stimmt damit überein, daß der Zeitwert der einen Spannung positiv, der der anderen negativ ist und die gemeinsame Spulenseite gerade in der neutralen Zone liegt.

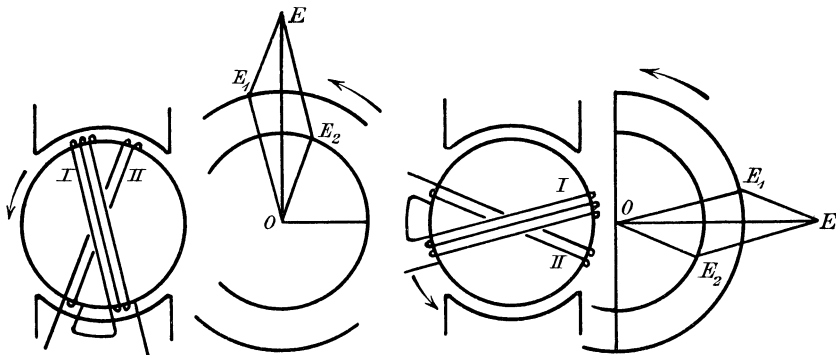


Bild 236. Summe gleich dem Höchstwert.

Bild 237. Summe der Spannungen gleich Null.

Der Strahl OE_1 eilt gegen OE_2 vor, weil er eher durch die senkrechte Achse geht. Der Voreilungswinkel ist gleich dem Winkel, um den die Windungsebene der Spule I im Drehsinn der Maschine gegen die der Spule II voraufeilt. Nun können wir natürlich die Maschine auch im Uhrzeigersinn drehen, wobei die Spannung in der Spule II ihren Höchstwert eher erreicht als in der Spule I . Im Bild der Strahlen, in welchem der Drehsinn entgegen dem Uhrzeiger beibehalten wird, wäre dann OE_2 gegen OE_1 voreilend zu zeichnen.

Man kann nun statt der Höchstwerte die Effektivwerte einführen. Dabei ändert sich nur der Maßstab. Der Strahl OE in Bild 237 gibt dann den Effektivwert der Gesamtspannung an.

Ebenso wie die Spannungen kann man bei einer Verzweigung Ströme zusammensetzen, die nach Stärke und Phase verschieden sind.

Man braucht nun die Strahlen nicht von demselben Anfangspunkt ausgehen zu lassen, muß dann aber die Richtung des Strahles durch einen Pfeil bezeichnen und bei Benennung der Strahlen die Anfangs- und Endpunkte in der Reihenfolge nennen, die durch die Richtung des Strahles gegeben ist. So ist der Strahl a in Bild 238 gleich dem Strahl OD , und man wird ihn mit AB und nicht mit BA benennen. Ebenso ist der Strahl b gleichbedeutend mit OC , und man wird ihn mit BO und nicht mit OB benennen.

Bild 238. Parallelverschiebung der Strahlen.

An Stelle des Parallelogramms tritt nun sehr bequem die Aneinanderreihung der Strahlen. In Bild 239 erhalten wir aus OB und BC die Summe OC . Das Wesen der geometrischen Addition tritt dabei deutlich hervor. Ebenso liefert in Bild 240 die Zusammensetzung von AO und OB den Strahl AB . Seine Richtung geht von A nach B , weil man mit A angefangen hat und, immer im Sinne der Pfeile von A über O weiter

schreitend, nach B gelangt. Endlich ergeben in Bild 241 BA und AC die Summe BC .

Ebenso ziehen wir einen Strahl von einem zweiten ab, indem wir seine Richtung umkehren und ihn dann hinzufügen. Falls zwei Strahlen von ein und demselben Punkt ausgehen, wie in Bild 239 die

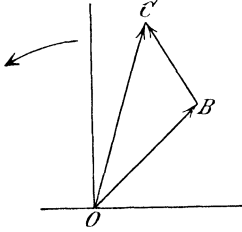


Bild 239.

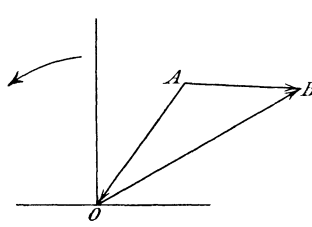


Bild 240.

Aneinanderreihung von Strahlen von verschiedener Phase.

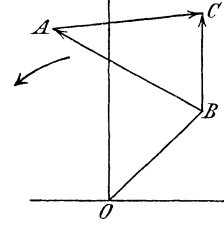


Bild 241.

Strahlen OC und OB , ist die Differenz durch die Verbindungslinie der Endpunkte gegeben. Sie ist dabei die Fortsetzung des subtrahierten Strahles. In Bild 239 ist $OB + BC = OC$, also $OC - OB = BC$ und $OB - OC = -BC = CB$.

Bei Wechselstrom gelten nun die Kirchhoffschen Regeln, wenn man die geometrische Summe einführt. So ist z. B. bei einem Stromerzeuger die durch das Magnetfeld erzeugte Spannung E_a die geometrische Summe aus dem inneren Spannungsverlust und dem der Klemmenspannung E gleichen äußeren Spannungsverbrauch. Wie sich im Abschnitt 77 ergeben wird, besteht der innere Spannungsverlust aus einem Ohmschen Spannungsverlust IR , der in Phase mit dem Strom I ist, und einem induktiven Spannungsverlust $IL\omega$, der gegen den Strom um 90° voreilt. In Bild 242 ist OA um 90° gegen den Strom voreilend gleich $IL\omega$, AB in Phase mit dem Strom gleich IR , BC gleich E und OC gleich E_a . Weiter ist in Bild 243, wo nur die Reihenfolge geändert ist, OA gleich E , AB in Phase mit dem Strom gleich IR , BC um 90° gegen den Strom voreilend gleich $IL\omega$ und OC gleich E_a .

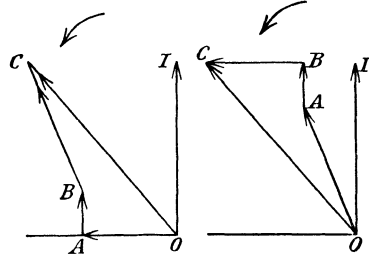


Bild 242.

Bild 243.

Spannungsbild eines Stromerzeugers mit Einführung des induktiven Spannungsverbrauchs.

An Stelle des induktiven Spannungsverlustes können wir nach Abschnitt 76 auch die erzeugte Spannung E_s der Selbstinduktion einführen, die gegen den Strom um 90° zurückbleibt. Dann ist in Bild 244 $OA = IR$, $AB = E$, also OB der gesamte Spannungsverbrauch. Er ist gleich der Summe der erzeugten Spannungen. Von diesen wird OC durch das Magnetfeld und CB , um 90° gegen den Strom zurückbleibend, durch die Selbstinduktion erzeugt. Ebenso ist in Bild 242 AO mit Umkehrung des Pfeiles die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung.

Wenn der Stromerzeuger auf ein Netz geschaltet ist, das noch von andern Maschinen gespeist wird, können wir nicht nur, wie oben, die Selbstinduktion durch Einführung einer erzeugten Spannung berück-

Wir wollen nun die Strahlen der Spannungen und Ströme auch in die Rechnung einführen. Ein Strahl ist bestimmt durch seine Länge, d. h. durch seinen Betrag, und durch seine Richtung. Der Betrag ist in unserem Falle der Effektivwert des Stromes oder der Spannung. Die Richtung ist gegeben durch die Phase, d. h. durch den Winkel, den der Strahl mit der positiven Richtung der wagerechten Achse bildet. Um solche gerichtete Größen darzustellen, wollen wir uns der deutschen Buchstaben bedienen. Wir ordnen also z. B. dem Strom \mathfrak{I} in Gedanken nicht nur eine bestimmte Stärke I , sondern auch einen bestimmten Phasenwinkel ψ zu. Dieser Winkel ist bei Spannungen und Strömen von dem Zeitpunkt abhängig, für welchen die Strahlen gezeichnet sind. Der Strom \mathfrak{I} in Bild 248 besteht nun aus einem Teilstrom a in Richtung der positiven wagerechten Achse und einem Teilstrom b in Richtung der positiven senkrechten Achse. Um anzudeuten, daß b um 90° im positiven Drehsinn gegen a gedreht ist, vervielfachen wir b mit $+j$. Ist also I der Betrag, d. h. der Effektivwert, und ψ die Phase des Stromes, so wird

$$\mathfrak{I} = a + jb \quad (15) \quad \operatorname{tg} \psi = b/a \quad (16) \quad I = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (17)$$

Nach Bild 248 können wir dann Gl. (15) auch in der Form schreiben

$$\mathfrak{I} = I \cdot \cos \psi + jI \cdot \sin \psi. \quad (18)$$

Wir können nun Spannungen und Ströme rechnerisch statt zeichnerisch zusammensetzen. In Bild 249 sind zwei Spannungen von den Effektivwerten E_1 und E_2 und den Phasen ψ_1 und ψ_2 gegeben. Die Summe

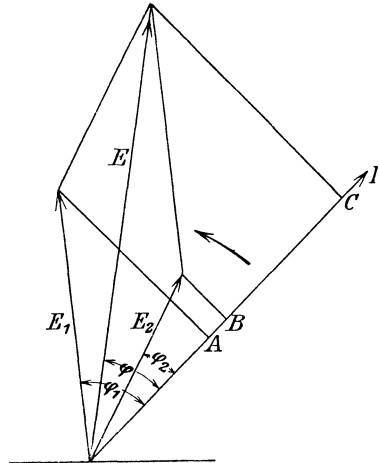


Bild 247. Leistung der Gesamtspannung gleich Leistung der Teilspannungen.

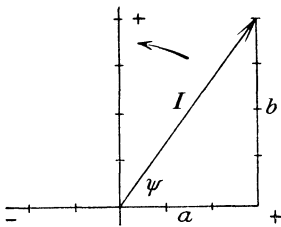


Bild 248. Rechtwinklige Teilströme

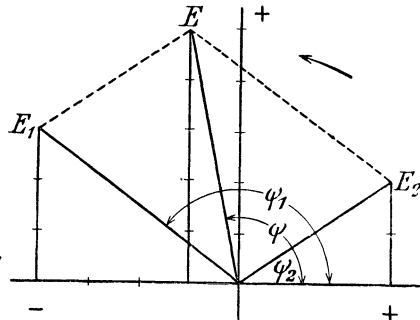


Bild 249. Gesamtspannung und Teilspannungen.

hat den Effektivwert E und die Phase ψ . Dabei ist $\mathfrak{E}_1 = -4 + j3$ und $\mathfrak{E}_2 = +3 + j2$. Durch Summierung erhalten wir $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 = -1 + j5$, was durch Bild 249 bestätigt wird. Nach Gl. (16) und (17) ergibt sich dann

$$E = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}. \quad \operatorname{tg} \psi = +5/(-1) = -5.$$

Drehen wir den Strahl \mathfrak{C} um 180° , so wird daraus $-\mathfrak{C}$. Vervielfachung mit -1 verschiebt also einen Strahl um 180° .

Vervielfachung mit $+j$ verschiebt nach der obigen Festsetzung einen Strahl um 90° im positiven Drehsinne. Vervielfachung mit $-j$ verschiebt ihn also um 90° im negativen Drehsinn.

Zweimalige Vervielfachung mit j , also Vervielfachung mit j^2 , dreht dann den Strahl um $2 \cdot 90^\circ$, wobei aus dem Strahl \mathfrak{C} der Strahl $-\mathfrak{C}$ wird. Daher ist $j^2 \cdot \mathfrak{C} = -\mathfrak{C}$, d. h. $j = \sqrt{-1}$. Demnach ist j nichts anderes als die sonst mit i bezeichnete imaginäre Einheit. Gl. (15) und (18) geben also den Strahl in komplexer Form. Komponenten

in Richtung der positiven senkrechten Achse werden dabei als positiv imaginär, solche in Richtung der negativen senkrechten Achse als negativ imaginär eingeführt. Man bezeichnet diese Rechnung als symbolische.

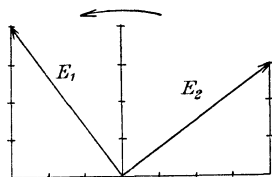


Bild 250. Um 90° verschobene Spannungen.

durch entstanden denken, mit $+j$ vervielfachen.

In Bild 250 seien zwei Spannungen von gleichem Effektivwert gegeben, von denen E_1 gegen E_2 um 90° voreilt. Dabei ist $\mathfrak{C}_1 = -3 + j4$ und $\mathfrak{C}_2 = +4 + j3$. Wir können nun \mathfrak{C}_1 dadurch entstanden denken, daß wir \mathfrak{C}_2 um $+90^\circ$ vorwärts drehen, d. h. \mathfrak{C}_2 mit $+j$ vervielfachen. In der Tat gibt $+j(4 + j3)$, da $j^2 = -1$ ist, den Wert $-3 + j4$. Ebenso entsteht \mathfrak{C}_2 dadurch, daß wir \mathfrak{C}_1 um 90° im Sinne des Uhrzeigers, also um -90° drehen oder mit $-j$ vervielfachen. In der Tat ist $-j(-3 + j4)$ gleich $4 + j3$, also gleich \mathfrak{C}_2 .

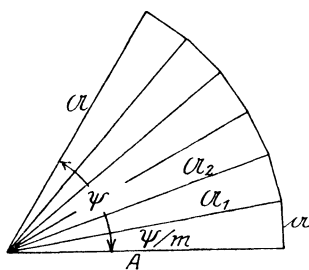


Bild 251. Ableitung der Exponentialform.

Neben der komplexen Form und der trigonometrischen Form gibt es noch eine Exponentialform des Strahles. Diese ist besonders vorteilhaft, wenn es sich um Vervielfachen oder Teilen von Größen handelt, die in symbolischer Form gegeben sind. In Bild 251 liege A in der reellen Achse, und es sei der Bogen ψ in m Teile geteilt, wobei m beim Grenzübergang gleich ∞ ist. Beim Übergang zur Grenze steht a senkrecht auf A und sein Betrag ist $A\psi/m$. Demnach ist $a = j \cdot A \cdot \psi/m$ d. h.

$\mathfrak{A}_1 = A + a = A(1 + j\psi/m)$ $\mathfrak{A}_2 = \mathfrak{A}_1(1 + j\psi/m) = A\left(1 + j\frac{\psi}{m}\right)^2$

$$\mathfrak{A} = \lim_{m \rightarrow \infty} A \left(1 + j\frac{\psi}{m}\right)^m = \lim_{m \rightarrow \infty} A \left(1 + \frac{1}{m/j\psi}\right)^{j\psi \cdot m/j\psi}$$

Wir setzen jetzt $m/j\psi = n$ und beachten, daß $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \varepsilon = 2,71828$ ist, wo ε die Basis der natürlichen Logarithmen ist. Demnach wird

$$\mathfrak{A} = A\varepsilon^{j\psi}. \quad (19)$$

Dasselbe Ergebnis erhalten wir, wenn wir die bekannte Reihe für $\sin \psi$ mit j vervielfachen und dazu die Reihe für $\cos \psi$ hinzuzählen. Wir erhalten dadurch dieselbe Reihe, wie wenn wir $\varepsilon^{j\psi}$ in bekannter Weise in einer Reihe entwickeln. Demnach ist $\cos \psi + j \sin \psi = \varepsilon^{j\psi}$. Daraus folgt in Verbindung mit Gl. (18) unsere Gl. (19). Sind z. B. die drei Strahlen oder

komplexen Zahlen \mathfrak{U}_1 , \mathfrak{U}_2 und \mathfrak{U}_3 gegeben, und soll $\mathfrak{U}_1 \cdot \mathfrak{U}_2 / \mathfrak{U}_3$ berechnet werden, so ergibt sich

$$\frac{\mathfrak{U}_1 \cdot \mathfrak{U}_2}{\mathfrak{U}_3} = \frac{A_1 \cdot A_2}{A_3} \cdot \varepsilon^{j(\psi_1 + \psi_2 - \psi_3)}.$$

Gleichzeitig folgt: Vervielfachung eines Strahles mit einer komplexen Zahl ergibt einen Strahl, dessen Länge gleich dem Produkt der absoluten Beträge ist, und der um den Phasenwinkel der komplexen Zahl nach vorwärts gedreht ist.

Im Gegensatz zur Stromstärke und Spannung können wir die Leistung nicht in demselben Strahlbild zum Ausdruck bringen, da sie nach Bild 231 die doppelte Frequenz hat wie Strom und Spannung. Wir können aber den Mittelwert N der Leistung aus der symbolischen Form des Stromes und der Spannung berechnen. In Bild 252 sei der Strom $\mathfrak{I} = a + jb$, die Spannung $\mathfrak{E} = c + jd$. Nun ist die Leistung der Gesamtspannung gleich der Leistung der Teilspannungen. Die Teilspannung c gibt mit dem Strom a die Leistung $a \cdot c$ und mit dem Strom b wegen der Phasenverschiebung von 90° die Leistung Null. Ebenso ergibt die Teilspannung d mit dem Strom a die Leistung Null und mit dem Strom b die Leistung $b \cdot d$. Demnach ist die Gesamtleistung

$$N = a \cdot c + b \cdot d. \quad (20)$$

In Bild 252 ist z. B. der Strom $\mathfrak{I} = 2 + j5$ und die Spannung $\mathfrak{E} = -3 + j2$, also wird die Leistung $N = -3 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 4$. Dasselbe Ergebnis hätten wir, allerdings auf sehr unbequemem Wege, erhalten, wenn wir die Effektivwerte $E = \sqrt{(-3)^2 + 2^2}$ und $I = \sqrt{2^2 + 5^2}$ miteinander und mit dem Cosinus des Phasenverschiebungswinkels φ zwischen Strom und Spannung vervielfacht hätten.

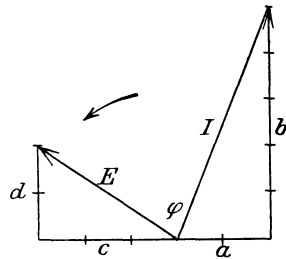


Bild 252. $N = a \cdot c + b \cdot d$.

75. Die Selbstinduktion in Wechselstromkreisen.

Wir betrachten eine Spule mit einer festen Induktivität. Falls sie einen Eisenkern enthält, muß also die Sättigung so gering sein, daß die Durchlässigkeit während einer Periode und auch bei verschiedenen Betriebszuständen als fest angesehen werden kann. Es genügt auch, wenn im magnetischen Kreis eine Luftstrecke enthalten ist, deren magnetischer Widerstand groß ist gegenüber dem des Eisens. Ist L die Induktivität, so ist nach Gl. (13) auf S. 54 der Zeitwert der erzeugten Spannung der Selbstinduktion $e_s = -L \cdot di/dt$ Volt. Ist die Stromkurve sinusförmig, so ist $i = i_m \cdot \sin \omega t$, d. h. $di/dt = i_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t = -i_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - \pi/2)$. Demnach wird

$$e_s = +L\omega \cdot i_m \sin(\omega t - \pi/2). \quad (21)$$

Der Höchstwert ist $L\omega \cdot i_m$ und der Effektivwert

$$E_s = L\omega I. \quad (22)$$

Eine Drosselspule enthalte z. B. nach Bild 72 einen bewickelten, an einer Stelle aufgeschnittenen Eisenkern. Wenn die Induktion nicht zu hoch ist, kann der magnetische Widerstand des Eisens gegenüber der Luftstrecke vernachlässigt werden. Es sei nun der Luftweg $l = 0,6$ cm,

die Stromstärke $I = 10$ Amp., der Luftquerschnitt $F = 12$ cm², die Frequenz $f = 50$ und die Windungszahl $w = 200$. Da die Durchlässigkeit der Luft gleich Eins ist, ergeben sich Leitwert und Induktivität nach S. 36 und S. 54 zu $\mathcal{A} = 0,4\pi F/l = 25$ und $L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} = 0,01$ Henry. Da die Kreisfrequenz ω gleich $2\pi \cdot f$, also gleich 314 wird, so ist der Effektivwert der erzeugten Spannung $E_s = L\omega I = 31,4$ Volt.

Unten wird sich ergeben, daß ein an die Drosselspule gelegter Spannungszeiger fast genau diese Spannung von 31,4 Volt mißt, daß also die Drosselspule, wie ein Widerstand, diese Spannung abdrössel. Aus dem Verhältnis der Spannung zur Stromstärke ergibt sich also $L\omega$.

Zur Berechnung einer Drosselspule müssen wir von der allgemeinen Gl. (2) für die erzeugte Spannung auf S. 161 ausgehen, damit wir nicht bei willkürlicher Wahl des Eisenquerschnittes oder der Windungszahl auf ungünstige Werte der Induktion im Eisen kommen. Zu dem Zwecke setzen wir in Gl. (2) auf S. 161 $\omega = 2\pi f$ und bilden den Effektivwert der Spannung, indem wir den Höchstwert durch $\sqrt{2}$ teilen. Dann wird

$$E_s = 2\pi \cdot w \cdot f \cdot \Phi \cdot 10^{-8} / \sqrt{2} = 4,44 \cdot w \cdot f \cdot \Phi \cdot 10^{-8}. \quad (23)$$

Dabei ist Φ der Höchstwert des von einer Windung umfaßten Flusses, also das Produkt aus der größten Induktion \mathfrak{B}_m und der vom Fluß durchsetzten Fläche F . Wird der Weg im Eisen vernachlässigt, so daß nur die Luft mit der Durchlässigkeit $\mu = 1$ in Betracht kommt, so ist nach S. 49 die größte Induktion

$$\mathfrak{B}_m = \mathfrak{H}_m = 0,4\pi i_m \cdot w/l = 0,4\pi \cdot I \cdot w \cdot \sqrt{2}/l. \quad (24)$$

Es sei z. B. die Stromstärke $I = 10$, der Luftquerschnitt $F = 15$ cm², die Frequenz $f = 50$, die größte Induktion $\mathfrak{B}_m = 5000$ und die zu erzeugende Spannung $E_s = 30$ Volt. Dann wird $\Phi = \mathfrak{B}_m \cdot F = 5000 \cdot 15 = 75000$ und nach Gl. (23) und (24)

$$w = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 \Phi \cdot f} = 180. \quad l = \frac{0,4\pi \cdot w \cdot I \cdot \sqrt{2}}{\mathfrak{B}_m} = 0,64 \text{ cm.}$$

Da am Luftspalt eine Streuung der Feldlinien auftritt, so drosselt die Spule bei unserm Strome von 10 Amp. etwas mehr als 30 Volt. Die Streuung wirkt also in unserm Falle günstig.

Wenden wir uns jetzt zur Phase der erzeugten Spannung der Selbstinduktion bei sinusförmigem Strom. Aus

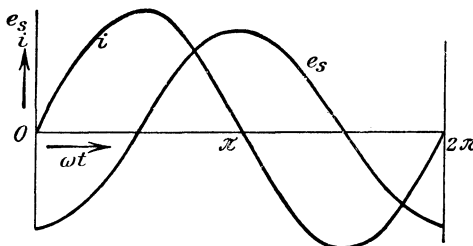


Bild 253. Stromstärke und erzeugte Spannung der Selbstinduktion.

geht hervor, daß diese Spannung gegen den Strom um 90° zurückbleibt. Dies geht auch aus der Stromkurve in Bild 253 hervor.

Für $t = 0$ ist die Stromstärke gleich Null, und die Spannung der Selbstinduktion hat nach der Gleichung für e_s auf S. 173 ihren negativen Höchstwert. Dies hängt damit

zusammen, daß die Kurve der Stromstärke in dem Zeitpunkt, in welchem sie durch Null hindurchgeht, am steilsten ist, di/dt also am größten ist. Der negative Wert der Selbstinduktion für $i = 0$ erklärt sich daraus, daß die Selbstinduktion dem anwachsenden Strom entgegengerichtet ist.

Für $\omega t = \pi/2$ ist die Stromstärke am größten und die Stromkurve verläuft wagerecht. Der Strom und damit der von der Spule umfaßte Fluß ändert sich also in diesem Zeitpunkt gar nicht, und die Spannung der Selbstinduktion ist Null. So erhalten wir die Kurve e_s der durch Selbstinduktion erzeugten Spannung, die dem Strom um 90° nacheilt.

Die Strahlbilder 254 bis 256 machen uns diese Erscheinungen deutlich: In Bild 254 sind die Zeitwerte des Stromes und der Selbstinduktionsspannung beide negativ. In Bild 256 dagegen ist der Zeitwert beim Strom positiv, bei der Selbstinduktionsspannung negativ. Es bestätigt sich also, daß die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung dem abnehmenden Strom gleichgerichtet und dem anwachsenden Strom entgegengesetzt ist. Ebenso sehen wir in Bild 255, daß die Selbstinduktionsspannung am größten ist, wenn der Strom durch Null hindurchgeht.

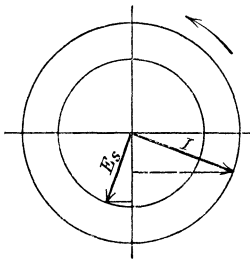


Bild 254.

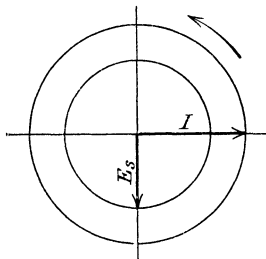


Bild 255.

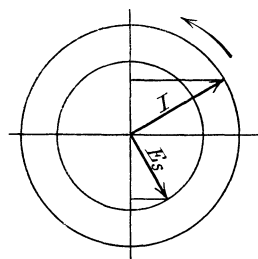


Bild 256.

Phase der durch Selbstinduktion erzeugten Spannung.

Der vom Strom erzeugte Fluß hat nun unter Vernachlässigung des geringen Einflusses der Hysterisis dieselbe Phase wie der Strom. Die Spannung der Selbstinduktion bleibt also um 90° nicht nur hinter dem Strome, sondern auch hinter dem Flusse zurück, durch dessen Änderung sie erzeugt wird. Ersetzt man also in Bild 253 i durch den Zeitwert Φ_t , so erhält man Bild 225.

Wenn der Widerstand R einer Selbstinduktionsspule vernachlässigbar klein ist, sind die Klemmenspannung e und die erzeugte Spannung der Selbstinduktion e_s in jedem Zeitpunkt entgegengesetzt gleich. Der Zeitwert der Klemmenspannung ist also

$$e = +L \cdot di/dt, \quad (25)$$

und der Strom bleibt um $\varphi = 90^\circ$ hinter der Klemmenspannung zurück (Bild 257). Da hierdurch $\cos \varphi$ gleich Null wird, so ist die Leistung $N = E \cdot I \cdot \cos \varphi$ gleich Null. Dies erklärt sich daraus, daß der Zeitwert $N_t = e \cdot i$ nach

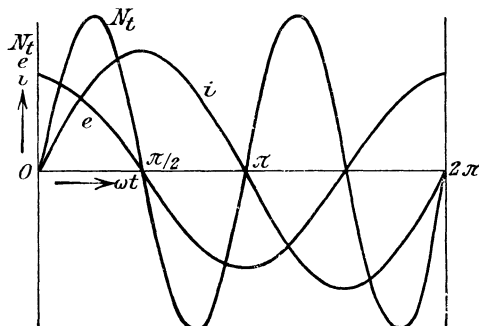
Bild 257. Strom, Spannung und Leistung für $R=0$.

Bild 257 im Zeitraum von 0 bis $\pi/2$ positiv, im Zeitraum $\pi/2$ bis π negativ ist usw. Positive Flächen der Kurve N_t stellen eine der Spule zugeführte elektrische Arbeit, negative eine von ihr zurückgegebene Arbeit dar. Die Gesamtarbeit wird also Null. Selbstinduktionsspulen

bieten also die Möglichkeit, einen Teil der Spannung ohne nennenswerten Verlust abzudrosseln.

Drosselspulen sind von Bedeutung für die Nebeneinanderschaltung von Wechselstrommaschinen. Wie aus S. 54 hervorgeht, wirkt die Selbstinduktion wie eine Art Trägheit der Änderung des Stromes entgegen.

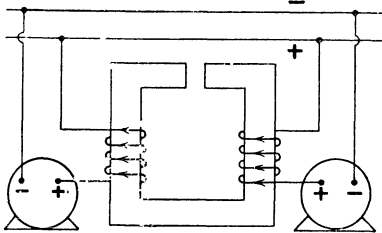


Bild 258. Swinburnesche Drosselspule.

Dies nutzt man aus, wenn die Möglichkeit besteht, daß starke Ströme zwischen nebeneinander geschalteten Wechselstrommaschinen hin und her fließen (vgl. Abschnitt 111). Man verhindert solche Ströme durch Drosselspulen, die zwischen Maschine und Sammelschiene eingeschaltet werden.

Der Verbrauch an Leistung in einer solchen Drosselspule ist verhältnismäßig gering, da der Strom um fast 90° hinter der Klemmenspannung der Drosselspule zurückbleibt. Der Spannungsverlust in den Drosselspulen wird durch den Vorteil des ruhigen Zusammenarbeitens ausgeglichen. Bei der Swinburneschen Schaltung (Bild 258) wird der Spannungsverlust noch dazu ganz vermieden. Dabei umfließen die von den beiden Maschinen ins Netz gelieferten Ströme den Kern einer Drosselspule derartig, daß ihre magnetischen Wirkungen sich aufheben. Bei Gleichheit beider Ströme wird also kein Feld erzeugt und der Spannungsverlust ist Null. Wenn zwischen beiden Maschinen Ausgleichströme hin und her fließen, kommt die Drosselspule zur Wirksamkeit und hindert das Anwachsen der Ausgleichströme.

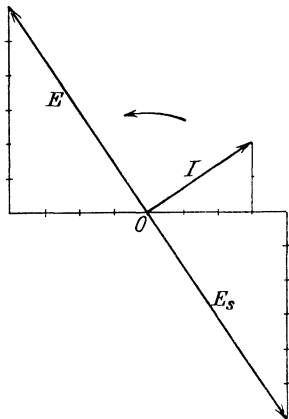


Bild 259. Stromstärke, Klemmenspannung und erzeugte Selbstinduktionsspannung einer Drosselspule.

Auch für den Überspannungsschutz von Wechselstromanlagen werden Drosselspulen verwendet.

Wir führen jetzt noch die Selbstinduktionsspannung in die symbolische Rechnung ein. Da die Selbstinduktionsspannung nach Bild 253 um 90° hinter dem Strom \Im zurückbleibt, so erhalten wir \mathcal{E}_s , wenn wir \Im nicht nur mit $L\omega$, sondern auch mit $-j$ vervielfachen. Ebenso erhalten wir bei verschwindend kleinem Ohmschen Widerstande den Strahl \mathcal{E} der dem Strome um 90° voreilenden Klemmenspannung, wenn wir \Im mit $L\omega$ und mit $+j$ vervielfachen. Es wird also

$$\mathcal{E}_s = -jL\omega\Im \quad (26) \quad \mathcal{E} = +jL\omega\Im. \quad (27)$$

Ist z. B. wie in Bild 259 $\Im = 3 + j2$ und $L\omega = 2$, so ergibt sich unter Berücksichtigung, daß $j^2 = -1$ ist:

$$\mathcal{E}_s = -j \cdot 2(3 + j2) = 4 - j6 \quad \mathcal{E} = +j \cdot 2(3 + j2) = -4 + j6.$$

Die Effektivwerte sind $I = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6$ und $E_s = E = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = 7,2$. Die Tangenten der Winkel, um welche die Strahlen gegen die positive Richtung der wagerechten Achse voreilen, werden für den Strom gleich $+2/(+3)$, für die durch Selbstinduktion erzeugte

Spannung $-6/(+4)$ und für die Klemmenspannung $-4/(+6)$. \Im liegt daher im ersten, \mathfrak{C}_s im vierten und \mathfrak{C} im zweiten Quadranten.

76. Die Kapazität in Wechselstromkreisen.

Eine aus der Stromquelle, der Leitung und einem Kondensator bestehende Schaltung kann als ein geschlossener Stromkreis betrachtet werden (vgl. S. 67). Bei der Ladung fließt z. B. ebensoviel positive Elektrizität von der negativen Belegung ab, wie zur positiven zufließt. Der Strom der Zuleitungen findet dabei nach Maxwell seine Fortsetzung in dem durch die Änderung des elektrischen Feldes bedingten Verschiebungsstrom im Dielektrikum. Ebenso wie der Kondensator verhält sich jeder Teil der Schaltung, der, wie z. B. ein Kabel, Kapazität besitzt.

Wächst die Spannung an einem Kondensator von der Kapazität C Farad in der Zeit dt um de , so ist die Zunahme der Elektrizitätsmenge $dQ = C \cdot de$, also der Zeitwert des Stromes

$$i = dQ_t/dt = C \cdot de/dt, \quad (28) \quad \text{d. h.} \quad e = \frac{1}{C} \int i dt. \quad (29)$$

Ist die Stromkurve sinusförmig, also $i = i_m \cdot \sin \omega t$, so wird

$$e = \frac{1}{C} \int i_m \cdot \sin \omega t \cdot dt = -\frac{i_m}{C\omega} \cos \omega t = \frac{i_m}{C\omega} \sin(\omega t - \pi/2). \quad (30)$$

Der Höchstwert ist also $e_m = i_m/C\omega$ und der Effektivwert

$$E = I/C\omega. \quad (31)$$

Nach Gl. (30) bleibt die Spannung am Kondensator um 90° hinter dem Strom zurück, d. h. der Strom eilt der Spannung um 90° vor (Bild 260).

Für $\omega t = 0$ ist $i = 0$, und die Spannung hat ihren negativen Höchstwert, der sich für diesen Augenblick gar nicht ändert. Der Kondensator ist voll geladen und fängt an sich zu entladen, sobald die äußere Spannung anfängt, abzunehmen. Strom und Spannung sind also in der nächsten viertel Periode einander entgegengerichtet.

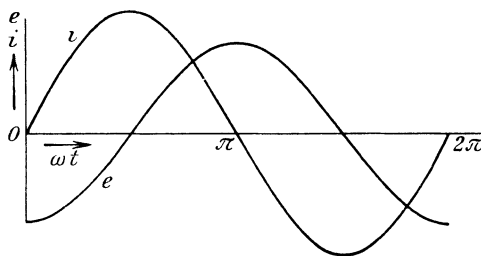


Bild 260. Spannung und Strom eines Kondensators.

Für $\omega t = \pi/2$ ändert sich die Spannung am meisten, daher hat auch die Stromstärke ihren höchsten Wert. Während dann in der nächsten viertel Periode die Spannung anwächst, erzeugt sie einen ihr gleichgerichteten Strom. Spannung und Stromstärke sind also positiv usw.

Im ersten Viertel der Periode, wo Strom und Spannung entgegengesetzte Richtung haben, ist die zugeführte Leistung negativ, d. h. der Kondensator gibt Arbeit in die Stromquelle zurück. Im zweiten Viertel der Periode wird dann der Kondensator wieder aufgeladen, und die Energie erreicht den Höchstwert. Dieser ergibt sich unter Benutzung von Gl. (28) zu

$$W_m = \int_0^{e_m} e \cdot i \cdot dt = \int_0^{e_m} C \cdot e \cdot de = 0,5 C \cdot e_m^2. \quad (32)$$

Da die positive und negative Arbeit gleich ist, so ist die mittlere Leistung gleich Null, entsprechend $\varphi = -90^\circ$ und $\cos \varphi = 0$.

In der symbolischen Rechnung bringen wir das Nacheilen der Kondensatorspannung um 90° gegenüber dem Strom dadurch zum Ausdruck, daß wir nach Gl. (30) schreiben

$$\mathcal{E} = -j \cdot \mathfrak{S} / C\omega \quad (33) \quad \text{d. h. } \mathfrak{S} = j \cdot C\omega \cdot \mathcal{E}. \quad (34)$$

XIII. Reihenschaltung von Wechselstromwiderständen.

77. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Der Widerstand R und eine Spule mit der festen Induktivität L und einem verschwindend kleinen Widerstand seien nach Bild 261 in Reihe an eine Stromquelle geschaltet. In einem beliebigen Zeitpunkt

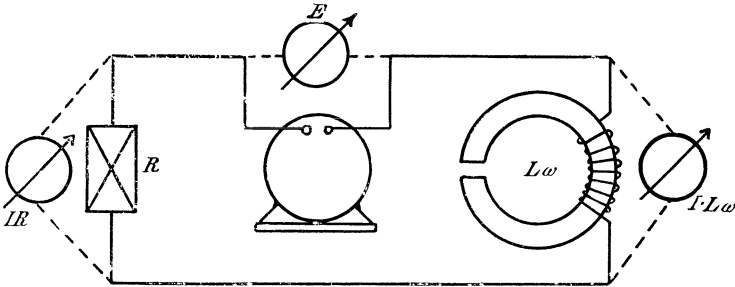


Bild 261. R und $L\omega$ in Reihe.

sei die Stromstärke gleich i . Dann ist die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung $e_s = -L \cdot di/dt$. Sie ergibt mit der Klemmenspannung e den Spannungsverbrauch $i \cdot R$, d. h. $iR = e + e_s = e - L \cdot di/dt$.

Wir nehmen nun sinusförmigen Strom an und tragen in Bild 262 den Bogen ωt wagerecht und den mit dem Strome phasengleichen Spannungs-

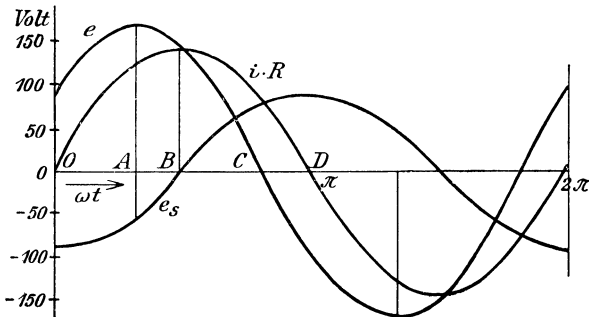


Bild 262. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

verbrauch $i \cdot R$, sowie die von der Selbstinduktion erzeugte, dem Strom um 90° nacheilende Spannung der Selbstinduktion senkrecht auf.

Für ωt gleich Null ist i und damit $i \cdot R$ gleich Null, und die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung hat ihren

negativen Höchstwert. Nun kann die Stromstärke nur dann Null sein, wenn überhaupt keine Spannung wirksam ist. Der Höchstwert der Spannung der Selbstinduktion wird also gerade aufgehoben durch den Zeitwert e der Klemmenspannung.

Im Zeitpunkt A ist $i \cdot R$ positiv und die Spannung der Selbstinduktion negativ. Ein Teil der Klemmenspannung e wird dann für die Spannung $i \cdot R$ verbraucht, der andere Teil dient dazu, die Spannung der Selbstinduktion zu überwinden.

Im Zeitpunkt B ist die Spannung der Selbstinduktion Null, also die Klemmenspannung gleich $i \cdot R$, und beide Kurven schneiden sich.

Endlich ist im Zeitpunkt C die Spannung der Selbstinduktion gleich der Spannung $i \cdot R$. Diese wird also jetzt von der Spannung der Selbstinduktion geliefert, so daß die Klemmenspannung Null ist.

Unser Bild ist für $I = 10$ Amp., $R = 10$ Ohm und $L\omega = 6,28$ gezeichnet. Wir erhalten dabei einen Höchstwert der Klemmenspannung gleich 167 Volt, gegenüber einem Höchstwert der im Widerstand verbrauchten Spannung von $I \cdot R \cdot \sqrt{2} = 141,4$ Volt. Die Stromstärke ist also kleiner, als man nach der Klemmenspannung und dem Widerstand R erwarten sollte. Das Ohmsche Gesetz $E = I \cdot R$ gilt also nicht mehr allgemein für Wechselstrom.

Ein Spannungszeiger mißt die Spannung am Widerstand zu $I \cdot R = 100$ Volt, an der Selbstinduktionsspule zu $I \cdot L\omega = 62,8$ Volt und an den Gesamtklemmen zu $167/\sqrt{2} = 118$ Volt. Die zweite Kirchhoffsche Regel, wonach die Gesamtspannung gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen ist, gilt also nur mehr für die Zeitwerte, aber nicht mehr für die Effektivwerte.

Endlich eilt die Klemmenspannung vor dem Strom um einen Winkel φ voraus, der in Bild 262 dem Bogen CD entspricht. Der Strom erreicht also seinen Höchstwert später als die Klemmenspannung. Man nennt diesen Winkel den Phasenverschiebungswinkel und rechnet ihn beim Voreilen der Spannung vor dem Strome als positiv.

Wir führen nun statt der erzeugten Spannung der Selbstinduktion, die dem Strom um 90° nacheilt, einen entgegengesetzt gleichen induktiven Spannungsverlust ein, der also dem Strome um 90° voreilt. Durch Umformung der Gleichung für $i \cdot R$ auf S. 178 wird nämlich

$$e = i \cdot R + L \cdot di/dt. \quad (1)$$

Die Klemmenspannung hat dann in jedem Zeitpunkt die Spannung $i \cdot R$ und den induktiven Spannungsverbrauch $+L \cdot di/dt$ zu liefern. Man nennt dann den Spannungsverbrauch $i \cdot R$, der in Phase mit dem Strom ist, die Wirkspannung und bezeichnet den induktiven Spannungsverbrauch, der dem Strom um 90° voreilt, als eine Blindspannung.

Der induktive Spannungsverbrauch wird durch einen Strahl dargestellt, welcher dem der erzeugten Spannung der Selbstinduktion entgegengesetzt gleich, also in der symbolischen Rechnung gleich $+jL\omega \Im$ ist. Da die Richtung oder das Vorzeichen im Effektivwert nicht zum Ausdruck kommt, wollen wir zur Unterscheidung die erzeugte Spannung der Selbstinduktion mit $L\omega I$, den induktiven Spannungsverbrauch mit $I \cdot L\omega$ bezeichnen.

Der Strahl des Stromes, der durch die Gleichung $i = i_m \cdot \sin \omega t$ gegeben sei, werde in Bild 263 willkürlich in die positive Richtung der wagerechten Achse gelegt. Das Bild ist also für die Zeit $t = 0$ gezeichnet. Der Spannungsverbrauch $I \cdot R$ hat dieselbe Phase wie der Strom. Um 90° gegen den Strom zurückbleibend, also senkrecht nach unten, wird der Strahl der Spannung der

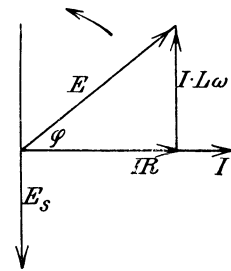


Bild 263. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Selbstinduktion E_s und entgegengesetzt der gleich große Strahl des induktiven Spannungsverbrauchs $I \cdot L\omega$ gezeichnet. Früher war dann $I \cdot R$ die Summe aus der Klemmenspannung E und der Spannung E_s der Selbstinduktion. Statt dessen wird nach Einführung des induktiven Spannungsverbrauchs die Klemmenspannung E die Summe aus $I \cdot R$ und $I \cdot L\omega$. Der Strom bleibt wieder um den Winkel φ hinter der Klemmenspannung zurück. Aus Bild 263 ergibt sich nun $E^2 = (I \cdot R)^2 + (I \cdot L\omega)^2$, oder

$$I = E : \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} \quad (2) \quad \text{tg } \varphi = L\omega / R \quad (3)$$

Während wir in Bild 262 aus Stromstärke, Widerstand und Selbstinduktion die Klemmenspannung ermittelten, können wir jetzt umgekehrt aus Klemmenspannung, Widerstand und Selbstinduktion die Stromstärke nach Größe und Phase bestimmen. Für $E = 118$ Volt, $R = 10$ Ohm und $L\omega = 6,28$ erhalten aus Gl. (2) und (3):

$$I = 118 : \sqrt{10^2 + 6,28^2} = 10 \text{ Amp.} \quad \text{tg } \varphi = 6,28/10 = 0,628.$$

Der zu $\text{tg } \varphi = 0,628$ gehörige Bogen, der rund gleich $\pi/6$ ist, wird in Bild 262 durch CD dargestellt.

In Bild 264 sind nun zwei Zweige in Reihe geschaltet, die beide Widerstand und Selbstinduktion besitzen. Dann ist: $E_1 = I \cdot \sqrt{R_1^2 + L_1^2 \omega^2}$, $\text{tg } \varphi_1 = L_1 \omega / R_1$, $E_2 = I \cdot \sqrt{R_2^2 + L_2^2 \omega^2}$ und $\text{tg } \varphi_2 = L_2 \omega / R_2$.

Die Wirkspannungen $I \cdot R_1$ und $I \cdot R_2$ haben gleiche Phase und ebenso Blindspannungen $I \cdot L_1 \omega$ und $I \cdot L_2 \omega$. Wir erhalten daher Bild 265,

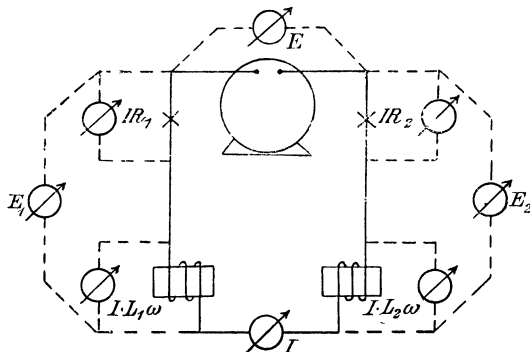


Bild 264. Wirkwiderstände und Blindwiderstände in Reihe

in welchem der Strahl des Stromes willkürlich gelegt ist. Die Summe der Teilspannungen E_1 und E_2 ist die Gesamtspannung E . Die Teilspannungen sind im allgemeinen in der Phase gegeneinander verschoben, während die Stromstärke in allen Teilen eines unverzweigten Kreises dieselbe Phase hat. Die Gesamtspannung E und ihre Phase gegenüber dem Strom ergibt sich aus

$$E = I \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (L_1 + L_2)^2 \omega^2} \quad (4) \quad \text{tg } \varphi = (L_1 + L_2) \omega : (R_1 + R_2). \quad (5)$$

Widerstand und Selbstinduktion können auch in einem Teile des Stromkreises vereinigt sein. Bei einer Wechselstrommaschine sei:

| | | | |
|---------------------|------------|-------------------------|------------|
| die Klemmenspannung | $E = 2000$ | die innere Induktivität | $L = 0,04$ |
| die Stromstärke | $I = 50$ | der Ankerwiderstand | $R = 1$ |
| die Frequenz | $f = 50$ | $\cos \varphi$ im Netz | 0,8. |

Der Ohmsche Spannungsverlust, der in Phase mit dem Strom ist, wird $I \cdot R = 50 \cdot 1 = 50$ und der induktive Spannungsverlust, der dem Strom um 90° voreilt, $I \cdot L\omega = 50 \cdot 0,04 \cdot 2\pi \cdot 50 = 628$. Der gesamte Spannungsverlust OF (Bild 266) ist die Summe aus $I \cdot R$ und $I \cdot L\omega$, also $OF = \sqrt{50^2 + 628^2} = 630$. Dieser große Spannungsverlust ist fast ganz durch Selbstinduktion verursacht, die also recht nachteilig ist.

Die äußere Wirkspannung wird nach Bild 266 gleich $E \cdot \cos \varphi$, also $2000 \cdot 0,8 = 1600$ Volt, während der äußere induktive Spannungsverbrauch gleich $E \cdot \sin \varphi = 2000 \cdot 0,6 = 1200$ Volt wird. Die Summe der Wirkspannungen ist dann $I \cdot R + E \cos \varphi = 50 + 1600$ und die Summe der Blindspannungen $I \cdot L \omega + E \sin \varphi = 628 + 1200 = 1828$. Die vom Magnetfeld zu erzeugende Spannung

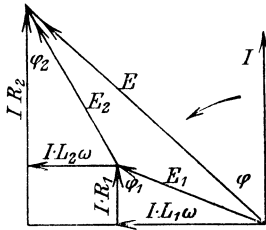


Bild 265. Spannungsbild.

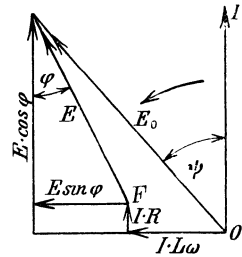


Bild 266. Spannungsbild.

wird $E_0 = \sqrt{1650^2 + 1828^2} = 2460$. Sie eilt dem Strom um den Winkel $\psi = \arccos 1650/2460$ vor.

Bei ungesättigtem Eisen ist die vom Magnetfeld erzeugte Spannung gleich der Klemmenspannung bei Leerlauf. Der Unterschied zwischen den Spannungen bei Leerlauf und dem gegebenen Betriebszustand ist also $2460 - 2000 = 460$ Volt, während der Spannungsverlust bei Betrieb $OF = 630$ Volt ist. Dieser scheinbare Widerspruch erklärt sich daraus, daß der Spannungsverlust OF und die Klemmenspannung E sich geometrisch zur Gesamtspannung E_0 zusammensetzen.

Die Größe $L \omega$, die wie ein vergrößerter Widerstand wirkt, bezeichnen wir als den induktiven Widerstand. Sie hat, wie der Widerstand R , die Dimension $L \cdot T^{-1}$. Nun wird L in Henry gemessen, und ein Henry ist ebenso wie ein Ohm 10^9 absolute Einheiten. Demnach ist $L \omega$ unmittelbar der induktive Widerstand in Ohm. Der Widerstand R heißt im Gegensatz dazu der Wirkwiderstand. Man nennt dann $\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$ den Scheinwiderstand. Wir bezeichnen ihn mit z .

Teilen wir alle Seiten des Spannungsdreiecks in Bild 263 durch den Strom I , so erhalten wir in Bild 267 ein rechtwinkliges Widerstandsdreieck, in welchem der Scheinwiderstand die Summe aus dem Wirkwiderstand und induktiven Widerstand ist. Zugleich ist der Phasenverschiebungswinkel φ , um den die Spannung gegen den Strom vorseilt, gleich dem Winkel, um den der Scheinwiderstand im Sinne der Drehrichtung des Strahles der Spannung gegen den Wirkwiderstand vorseilt (Flemingsches Widerstandsbild). Es ist also:

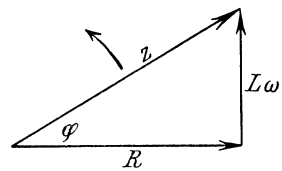


Bild 267. Flemingsches Widerstandsbild.

$$z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2} \quad (6) \quad \cos \varphi = R/z \quad (7) \quad \sin \varphi = L\omega/z. \quad (8)$$

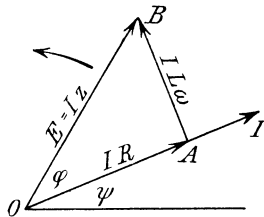
Wir können nun den Scheinwiderstand, ebenso wie die Stromstärke und Spannung, als einen Strahl einführen, dessen Phasenwinkel φ aber jetzt unveränderlich ist. Legen wir den Wirkwiderstand in die wagerechte Achse, so erhalten wir in symbolischer Schreibweise nach Gl. (19) auf S. 172 den Scheinwiderstand zu

$$\mathfrak{z} = R + j \cdot L \omega \quad \text{oder} \quad \mathfrak{z} = z \cdot e^{j\varphi}. \quad (9)$$

Wir verbinden also mit \mathfrak{z} die Vorstellung eines Betrages $z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$ und eines Widerstandswinkel φ , dessen Tangente gleich

$L\omega/R$ ist. In dieser Vorstellung und der kurzen Bezeichnung β , die wie jede andere Buchstabenbezeichnung in die Rechnungen eingeführt wird, liegt die Bedeutung der symbolischen Schreibweise.

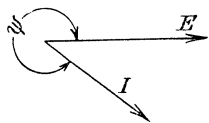
Wir vervielfachen nun den in symbolischer Form gegebenen Strom \mathfrak{I} mit $\beta = R + jL\omega$. Wir erhalten dadurch zunächst $\mathfrak{I} \cdot R$, d. h. eine Größe, deren Betrag gleich $I \cdot R$ ist, und die mit dem Strom \mathfrak{I} dieselbe Phase hat. Das zweite Glied wird $j\mathfrak{I} \cdot L\omega$, d. h. eine Größe vom Betrag $I \cdot L\omega$, die gegen den Strom \mathfrak{I} um 90° vorwärts gedreht ist (Bild 268). Die Summe aus beiden Gliedern ist dann $OA + AB = I\sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = I \cdot z$, d. h. die Spannung E . Da die Summe um den Winkel $\arctg L\omega/R$ gegen den Strom voreilt, so stellt sie die Spannung E auch nach ihrer Phase dar, so daß wir sie mit \mathfrak{E} bezeichnen können. Wir erhalten also das Ohmsche Gesetz in symbolischer Form:

Bild 268. $\mathfrak{E} = \mathfrak{I} \cdot \beta$.

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{I} \cdot \beta. \quad (10)$$

Die obige Ableitung ist nur ein besonderer Fall der auf S. 173 abgeleiteten Regel, daß man durch Vervielfachung gerichteter Größen eine Größe erhält, deren Betrag das Produkt der Beträge und deren Phase die Summe der Phasenwinkel ist.

Wir wollen nun das Beispiel auf Seite 180 durch symbolische Rechnung lösen, obwohl sie in einem solchen einfachen Falle keinen Vorteil bieten kann. Es war $E = 118$, $R = 10$ und $L\omega = 6,28$. Gesucht wird der Strom nach Stärke und Phase. Wir legen den Strahl der Klemmenspannung E in Bild 269 willkürlich in die positive Richtung der wagerechten Achse und haben dann die Spannung als reelle Zahl, also mit $E = 118$ in die Rechnung einzuführen. Wir erhalten dann den Strom zu $\mathfrak{I} = E/\beta = 118/(10 + j6,28)$. Wir machen den Nenner reell, indem wir mit $10 - j6,28$ erweitern. Dabei haben wir $j = \sqrt{-1}$, also $j^2 = -1$ zu setzen. Dadurch wird

Bild 269. Strom mit dem Phasenwinkel ψ .

$$\mathfrak{I} = \frac{118}{10 + j \cdot 6,28} \cdot \frac{10 - j \cdot 6,28}{10 - j \cdot 6,28} = \frac{118}{10^2 + 6,28^2} \cdot (10 - j \cdot 6,28)$$

oder $\mathfrak{I} = 8,5 - j5,31$. Effektivwert und Phase des Stromes sind dann

$$I = \sqrt{8,5^2 + 5,31^2} = 10 \quad \text{tg } \psi = -5,31/8,5 = -0,628.$$

Absichtlich haben wir den Phasenwinkel mit ψ und nicht mit φ bezeichnet, denn die Rechnung gibt zunächst nur die Verschiebung gegen die positive wagerechte Achse. ψ liegt im vierten Quadranten, entsprechend der Nacheilung des Stromes gegenüber der Spannung.

78. Widerstand und Kapazität in Reihe.

Ein Widerstand R sei mit einem Kondensator von der Kapazität C in Reihe geschaltet. Der Effektivwert der Gesamtspannung sei E , der Zeitwert sei e . Dann ist nach Gl. (29) auf S. 177

$$e = i \cdot R + \frac{1}{C} \int i \cdot dt. \quad (11)$$

Die Gesamtspannung besteht bei sinusförmigem Strom aus einer Teilspannung von dem Effektivwert $I \cdot R$, die mit dem Strom in Phase ist, und nach Seite 177 aus einer Teilspannung $I/C\omega$, die gegen den Strom um 90° nacheilt. Sie ist ebenfalls eine Blindspannung, die im Unterschied von der induktiven Spannung als kapazitive Spannung bezeichnet wird. Die Zusammensetzung der Sinuskurven für die Wirkspannung und kapazitive Spannung können wir in ähnlicher Weise vornehmen wie in Bild 262. Schneller erhalten wir in Bild 270:

$$E = I \cdot \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}} \quad (12) \quad \text{tg } \varphi = -\frac{1/C\omega}{R} \quad (13)$$

Das negative Vorzeichen im Ausdruck für $\text{tg } \varphi$ rührt daher, daß der Winkel φ im vierten Quadranten liegt, wenn nach Bild 270 $I \cdot R$ in die positive Richtung der wagerechten Achse gelegt wird.

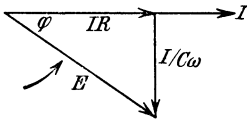


Bild 270. Widerstand und Kapazität in Reihe.

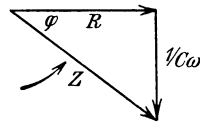


Bild 271. Widerstand und Kapazität in Reihe.

Wenn wir dann wieder alle Strahlen in Bild 270 durch den Strom I teilen, so erhalten wir in Bild 271 ein rechtwinkliges Widerstandsdreieck, in welchem $z = E/I$ der Scheinwiderstand, R der Wirkwiderstand und $1/C\omega$ der sog. kapazitive Widerstand ist. Dabei ist

$$z = \sqrt{R^2 + 1/C^2 \omega^2}, \quad (14)$$

während sich $\text{tg } \varphi$ wie oben ergibt. Wollen wir, statt zu zeichnen, symbolisch rechnen, so haben wir nach Bild 271 $1/C\omega$ um 90° gegen R zurückbleibend einzuführen, also nach S. 172 mit $-j$ zu vervielfachen. Dadurch wird

$$\check{z} = R - j \cdot 1/C\omega. \quad (15)$$

Der kapazitive Widerstand ist also ein negativer induktiver Widerstand.

79. Das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Liegen Wirkwiderstand, induktiver und kapazitiver Widerstand in Reihe, so ist nach S. 179 und 177 die Gesamtspannung

$$e = iR + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (16)$$

Bei sinusförmigem Strom hat $I \cdot R$ die Phase des Stromes, die Spannung $I \cdot L\omega$, die zur Überwindung der Selbstinduktion dient, eilt dem Strom um 90° vor, und die Spannung $I/C\omega$ an der Kapazität bleibt hinter dem Strom um 90° zurück. Die Summe aus allen drei Spannungen ist dann die Gesamtspannung E . (Vgl. Bild 272.)

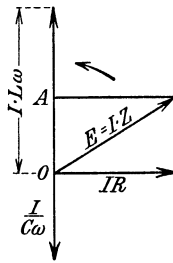


Bild 272. Wirkspannung, induktive und kapazitive Spannung in Reihe.

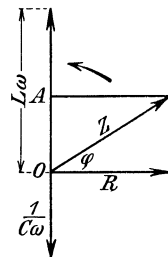


Bild 273. Wirkwiderstand, induktiver und kapazitiver Widerstand in Reihe

Ist $OA = I \cdot L\omega - I/C\omega$, so ist die Summe aus OA und $I \cdot R$ die Gesamtspannung. Demnach ist $E^2 = (I \cdot R)^2 + OA^2$ oder $E = I\sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2}$ (17) und $\operatorname{tg} \varphi = (L\omega - 1/C\omega) : R$. (18)

Gl. (17) heißt das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Teilen wir nun, wie früher, alle Strahlen durch den Strom I , so erhalten wir das Widerstandsbild in Bild 273. In diesem ist R der Wirkwiderstand, $L\omega - 1/C\omega$ der sog. Blindwiderstand x und $z = E/I$ der Scheinwiderstand. Demnach ist:

$$x = L\omega - 1/C\omega \quad (19) \quad z = \sqrt{R^2 + x^2} \quad (20)$$

$$\cos \varphi = R/z \quad (21) \quad \sin \varphi = x/z \quad (22) \quad \operatorname{tg} \varphi = x/R \quad (23)$$

Da die Vervielfachung mit $+j$ einen Strahl \mathfrak{Z} um 90° vorwärts dreht, so nimmt das Ohmsche Gesetz in der symbolischen Schreibweise die Form an:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{Z} \cdot R + j\mathfrak{Z} \cdot x = \mathfrak{Z} \cdot z. \quad (24)$$

Dabei ist der Scheinwiderstand z in symbolischer Form

$$z = R + j(L\omega - 1/C\omega) = R + j \cdot x. \quad (25)$$

Da ω in der Klammer der Gleichung (17) im Zähler und im Nenner steht, muß es eine Frequenz geben, für welche die Größe innerhalb der Klammer Null wird. Wir erhalten sie aus der Gleichung: $L\omega - 1/C\omega = 0$, oder wenn wir für ω auflösen und die Frequenz f einführen:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}, \quad (26) \quad \text{d. h. } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}}. \quad (27)$$

Für diese Frequenz wird die Klammergröße im Ausdruck für z gleich Null, und wir erhalten $I = E/R$. Die Stromstärke ist dann also ebenso groß, wie wenn wir ohne Selbstinduktion und Kapazität allein den Widerstand R an die Spannung E legen.

Die von einer Maschine erzeugte Spannung sei z. B. $E = 10000$ Volt, ihre Induktivität $L = 0,4$ Henry, die Kapazität eines Kabels $C = 2,5 \cdot 10^{-6}$ Farad, und der Widerstand des Kabels für Hin- und Rückleitung 5 Ohm. Die Induktivität des Kabels werde vernachlässigt. Die Frequenz f sei zunächst gleich 50 . Wir können dann das Kabel durch einen Kondensator ersetzt denken, der in der Mitte zwischen der Maschine und dem Ende des Kabels angebracht ist. Für den Widerstand zwischen Maschine und Kondensator haben wir dann die Hälfte des ganzen Widerstandes, nämlich $2,5$ Ohm einzusetzen. Der gesamte Blindwiderstand ergibt sich bei der Frequenz $f = 50$ zu

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0,4 \cdot 6,28 \cdot 50 - \frac{10^6}{2,5 \cdot 50 \cdot 6,28} = 126 - 1275 = -1149.$$

Die in das offene Kabel fließende Stromstärke wird dann nach Gl. (17) $I = 10000 : \sqrt{2,5^2 + (-1149)^2} = 8,7$ Ampere. Die Phasenverschiebung ist dabei fast -90° , $\cos \varphi$ fast gleich Null und dadurch die Leistung ebenfalls fast gleich Null. Wir fragen uns nun, bei welcher Frequenz die Stromstärke bei den obigen Werten der Spannung, der Induktivität und der Kapazität ihren höchsten Wert erreicht. Diese gefährliche Frequenz ergibt sich aus der Gleichung für f zu:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4}} = 160.$$

Dabei wird die Klammergröße in Gl. (17) Null, und wir erhalten, obgleich das Kabel offen ist, eine Stromstärke $I = E/R = 10000/2,5 =$

= 4000 Amp.!! Dabei erreichen die Spannungen der Kapazität und Selbstinduktion jede den außerordentlichen Wert:

$$I/C\omega = L\omega \cdot I = 0,4 \cdot 2\pi \cdot 160 \cdot 4000 = 1,62 \cdot 10^6 \text{ Volt!!}$$

Natürlich hält das Kabel die hohe Stromstärke und Spannung nicht aus. Man nennt den bei der gefährlichen Frequenz eintretenden Zustand, bei welchem die Netzfrequenz f mit der sog. Eigenfrequenz $1/2\pi\sqrt{LC}$ des Stromkreises übereinstimmt, die Resonanz. In jedem Augenblick reicht dabei die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung aus, um die hohe Kapazitätsspannung zu liefern, und umgekehrt, so daß die erzeugte Spannung der Maschine nur dazu dient, den Schwingungskreis anzuregen. Dabei ist aber zu beachten, daß die Induktivität $L = 0,4$ groß gewählt ist und nur für eine kleine Maschine paßt, wie sie etwa zur Isolationsprüfung verwendet wird. Ist L kleiner, wie das bei Maschinen für große Leistungen der Fall ist, so liegt die gefährliche Frequenz höher als bei 160.

Aber auch in unserm Falle liegt die Frequenz 160 so weit über der gewöhnlichen Frequenz 50, daß bei sinusförmiger Spannung gar keine Annäherung an die Resonanz besteht. Es kann aber vorkommen, daß die Spannungskurve nicht sinusförmig ist, daß also nach S. 161 neben der Grundwelle noch Oberwellen höherer Frequenz bestehen. Bei einer Netzfrequenz $f = 50$ würde z.B. die Oberwelle dritter Ordnung die Frequenz 150 besitzen. Dieser Wert liegt so nahe bei 160, daß der Zustand sich der Resonanz nähert und der Strom der dritten Oberwelle sehr groß wird. Er ergibt sich, wenn in Gl. (17) statt der Kreisfrequenz ω der Grundwelle der Wert 3ω und für E die Spannung der dritten Oberwelle eingeführt wird.

80. Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung.

Sind Spannung und Stromstärke um den Winkel φ verschoben, so ist nach S. 166 die mittlere Leistung $N = E \cdot I \cdot \cos \varphi$. Von der Spannung E kommt also für die Leistung nur die Teilspannung $E \cdot \cos \varphi$ in Betracht, die gleiche Phase mit dem Strome hat. Setzen wir $E \cdot \cos \varphi$ gleich $I \cdot R$, so erhalten wir für die Leistung des Wechselstromes den Ausdruck $I^2 \cdot R$, der also für Gleichstrom und Wechselstrom in gleicher Weise gilt. Man bezeichnet $E \cdot I \cdot \cos \varphi$ auch als die Wirkleistung, im Gegensatz zur scheinbaren Leistung $E \cdot I$ und zur Blindleistung $E \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 \cdot x$.

In dem Beispiel auf S. 180 war z. B. die Klemmenspannung der Maschine gleich 2000 Volt, die Stromstärke gleich 50 Amp. und der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ im äußeren Stromkreise gleich 0,8, d. h. $\sin \varphi$ war 0,6. Wir erhalten also eine scheinbare Leistung von $2000 \cdot 50 = 100\,000$ Watt, eine Wirkleistung von $2000 \cdot 50 \cdot 0,8 = 80\,000$ Watt und eine Blindleistung von $2000 \cdot 50 \cdot 0,6 = 60\,000$ Watt.

Daß die wirkliche Leistung eines Stromerzeugers kleiner ist als die scheinbare, bedingt keinen unmittelbaren Verlust, denn die auf den Stromerzeuger übertragene Leistung verringert sich ebenfalls mit der Wirkleistung. Dennoch ist die Phasenverschiebung nachteilig, da die wirkliche Leistung bei dem gegebenen Strome nur durch eine unverhältnismäßig große Spannung erreicht wird, die neben der Wirkspannung auch noch einen induktiven Spannungsverbrauch zu liefern hat. Die Maschine muß also für die ganze Spannung gebaut sein, während für die Leistung nur ein Teil der Spannung, nämlich $E \cdot \cos \varphi$, in Betracht kommt.

Wir können aber auch $I \cos \varphi$ zusammenfassen. Nach Bild 274 ist $I \cdot \cos \varphi$ der Teilstrom, der mit der Spannung gleiche Phase hat.

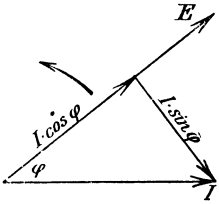


Bild 274. Wirkstrom und Blindstrom.

Wenn wir diesen mit der Spannung vervielfachen, erhalten wir die Leistung. Man nennt diesen Teilstrom den Wirkstrom und den dazu senkrechten Teilstrom $I \cdot \sin \varphi$ den Blindstrom. Diese Zerlegung des Stromes in Teilströme ist in Wirklichkeit der Ersatz des ganzen Stromkreises durch zwei nebeneinander geschaltete Zweige, von denen der eine nur Wirkwiderstand besitzt und den Wirkstrom führt, während der andere nur Blindwiderstand enthält und den Blindstrom führt.

Während nun oben durch die Phasenverschiebung die Spannung unverhältnismäßig groß war, wird jetzt die Stromstärke unverhältnismäßig groß. Zur Berechnung der Leistung kommt nur der eine Teilstrom in Frage. Die vermehrte Stromstärke erfordert in den Stromerzeugern, Leitungen und Motoren einen größeren Kupferquerschnitt, oder bei gegebenem Kupferquerschnitt wird der Verlust durch Stromwärme unnötig groß. Man sucht daher die Phasenverschiebung zu verringern, indem man die Selbstinduktion der Stromerzeuger, Motoren und sonstigen Verbrauchskörper möglichst klein macht.

Wie man sieht, müssen die Maschinen bei Wechselstrom für die Scheinleistungen, d. h. für Spannung und Stromstärke, und nicht für die wirkliche Leistung bemessen sein. Ihre Leistung wird daher nicht in Kilowatt, sondern in Kilovoltampere (kVA) angegeben.

Besonders deutlich wird der Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung, wenn man eine Spule mit Selbstinduktion und einen veränderlichen Widerstand in Reihe an eine feste Spannung legt (Bild 275). Die

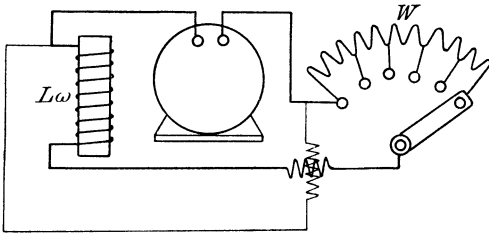


Bild 275. Gleichbleibende Induktivität und veränderlicher Widerstand in Reihe.

Leistung in dem Stromkreise wird durch einen Leistungszeiger gemessen. Steht der Hebel des Widerstandes rechts, und ist infolgedessen der Widerstand groß, so ist die Stromstärke gering und damit die Leistung gering. Dreht man dann den Hebel allmählich nach links, so wächst die Stromstärke und, wie man erwartet, auch die

Leistung. Schließlich aber wird ein Punkt erreicht, wo zwar die Stromstärke durch das Ausschalten von Widerstand weiter wächst, wo aber der Ausschlag des Leistungszeigers wieder heruntergeht. Drehen wir endlich den Hebel ganz nach links, so nimmt die Stromstärke naturgemäß weiter zu. Aber der Ausschlag des Leistungszeigers geht fast auf Null zurück, da bei kleinem Widerstand die Selbstinduktion eine starke Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung verursacht, so daß $E \cdot I \cdot \cos \varphi$ gering wird.

Wir können das auch aus dem Flächeninhalt des Dreiecks in Bild 263 folgern. Dieser wird bei fester Spannung E am größten, wenn R gleich $L\omega$ wird. Nun ist die Fläche gleich $\frac{1}{2} I \cdot R \cdot L\omega I$, also proportional der Leistung $I^2 R$. Diese wird also ebenfalls am größten für R gleich $L\omega$, d. h. bei einer Phasenverschiebung von 45° .

XIV. Nebenschaltung und gemischte Schaltung.

81. Wechselstromwiderstände in Nebenschaltung.

Wenn die Spannung E gegen den Strom I um den Winkel φ verschoben ist, können wir den Strom nach Bild 274 in einen mit der Spannung phasengleichen Wirkstrom I_w und einen dazu senkrechten Blindstrom I_b zerlegen. Wie erwähnt, ist die Zerlegung in Wirkstrom und Blindstrom der Ersatz des einen Stromzweiges durch zwei nebeneinanderliegende Zweige, von denen der eine nur Wirkwiderstand und der andere nur Blindwiderstand besitzt. Dabei ist

$$I_w = I \cdot \cos \varphi \quad (1) \qquad I_b = I \cdot \sin \varphi \quad (2)$$

$$I = \sqrt{I_w^2 + I_b^2} \quad (3) \qquad \operatorname{tg} \varphi = I_b / I_w. \quad (4)$$

Wenn die Spannung dem Strom voreilt, sind φ und I_b positiv, wenn sie nacheilt, negativ. Ein positiver Blindstrom bleibt nach Bild 274 um 90° hinter der Spannung zurück, ein negativer eilt um 90° vor. Sind nun mehrere Zweige nebeneinander geschaltet, so haben sie alle dieselbe Spannung. Wir berechnen dann für jeden Zweig die Größe des Stromes und seine Phase gegenüber der Spannung und zerlegen jeden Strom in einen Wirkstrom und einen Blindstrom. Wenn wir dann die Summe der Wirkströme und die Summe der Blindströme rechtwinklig zusammenfügen, so erhalten wir den Gesamtstrom. Sein Betrag und seine Phase sind dann nach Bild 276 gegeben durch

$$I = \sqrt{(\sum I_w)^2 + (\sum I_b)^2} \quad (5) \qquad \operatorname{tg} \varphi = \sum I_b / \sum I_w. \quad (6)$$

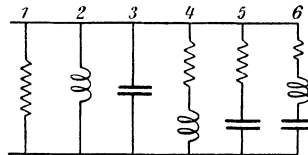
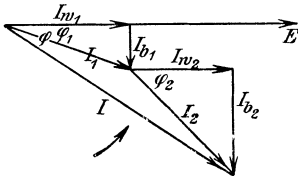


Bild 276. Gesamtstrom I der Verzweigung.

Bild 277. Wechselstromzweige nebeneinander.

An einer Spannung $E = 300$ Volt liegen z. B. die in Bild 277 gegebenen Zweige, deren Widerstände in der folgenden Zahlentafel angegeben sind. Wir berechnen dann für jeden Zweig

$$z = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} \qquad I = E/z$$

$$\cos \varphi = R/z \qquad \sin \varphi = (L\omega - 1/C\omega) : z$$

$$I_w = I \cdot \cos \varphi \qquad I_b = I \cdot \sin \varphi.$$

| Zweig | R | $L\omega$ | $1/C\omega$ | z | I | $\cos \varphi$ | $\sin \varphi$ | I_w | I_b |
|-------|-----|-----------|-------------|-----|-----|----------------|----------------|-------|-------|
| 1 | 6 | — | — | 6 | 50 | 1 | 0 | 50 | 0 |
| 2 | — | 15 | — | 15 | 20 | 0 | 1 | 0 | 20 |
| 3 | — | — | 30 | 30 | 10 | 0 | -1 | 0 | -10 |
| 4 | 4 | 3 | — | 5 | 60 | 0,8 | 0,6 | 48 | 36 |
| 5 | 6 | — | 8 | 10 | 30 | 0,6 | -0,8 | 18 | -24 |
| 6 | 4 | 8 | 11 | 5 | 60 | 0,8 | -0,6 | 48 | -36 |
| | | | | | | | | 164 | -14. |

Dann erhalten wir den Gesamtstrom nach Größe und Phase aus

$$I = \sqrt{164^2 + (-14)^2} = 164,5 \qquad \operatorname{tg} \varphi = -14/164 = -0,0855.$$

Die Phasenverschiebung ist negativ, d. h. der Strom eilt vor.

Wir können unsere Aufgabe auch auf symbolischem Wege lösen, indem wir für jeden Zweig $\mathfrak{z} = R + j(L\omega - 1/C\omega)$ und daraus $\mathfrak{Z} = \mathfrak{E}/\mathfrak{z}$ berechnen, die Nenner reell machen und die Ströme zusammenzählen. Wenn wir den Strahl der Spannung willkürlich in die positive Richtung der wagerechten Achse legen, haben wir für \mathfrak{E} den reellen Wert $E = 300$ einzuführen. Wir erhalten dann:

| Zweig | \mathfrak{z} | $\mathfrak{Z} = \mathfrak{E}/\mathfrak{z}$ |
|-------|----------------|--|
| 1 | 6 | 60 |
| 2 | $j15$ | $-j20$ |
| 3 | $-j30$ | $+j10$ |
| 4 | $4 + j3$ | $48 - j36$ |
| 5 | $6 - j8$ | $18 + j24$ |
| 6 | $4 - j3$ | $48 + j36$ |
| | | $\Sigma \mathfrak{Z} = 164 + j14$ |

Unser Ausdruck für $\Sigma \mathfrak{Z}$ hat an sich mit Wirkstrom und Blindstrom nichts zu tun, sondern gibt nur die Teilströme, bezogen auf die wagerechte und senkrechte Achse. Beide sind positiv, d. h. der Strahl des Gesamtstromes liegt im ersten Quadranten und eilt dem in die positive wagerechte Achse gelegten Strahl der Spannung vor. Wir haben zwar einen positiven Phasenwinkel ψ des Strahles \mathfrak{Z} , aber eine negative Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

Anstatt des Wirkstromes und des Blindstromes kann man auch mit dem Wirkleitwert und dem Blindleitwert arbeiten. Wir fassen dafür zunächst einen einzelnen Zweig ins Auge, der den Wirkwiderstand R und den Blindwiderstand x in Reihe enthält. Sein Scheinleitwert, der in reeller Form mit g und in symbolischer Form mit η bezeichnet werden soll, ist der umgekehrte Wert des Scheinwiderstandes, d. h.

$$\eta = \frac{1}{\mathfrak{z}} = \frac{1}{R + jx} = \frac{R}{R^2 + x^2} - j \frac{x}{R^2 + x^2}. \quad (7)$$

Wir nennen nun $R/(R^2 + x^2)$ den Wirkleitwert g . Ebenso nennen wir $x/(R^2 + x^2)$ den Blindleitwert b . Demnach ist

$$g = \frac{R}{R^2 + x^2} \quad (8) \quad b = \frac{x}{R^2 + x^2} \quad (9) \quad \eta = g - jb \quad (10)$$

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} \quad (11) \quad I = E \cdot y \quad (12) \quad \text{und} \quad \text{tg } \varphi = b/g \quad (13)$$

Dabei ist φ der Phasenwinkel des Scheinwiderstandes, d. h. der Winkel der Voreilung der Spannung vor den Strom. Er ist nicht zu verwechseln mit dem zum Strahl η gehörigen Winkel, der nach Gl. (10) gleich $\text{arc tg}(-b/g)$, also gleich $-\varphi$ ist, und bei positivem b im vierten Quadranten liegt.

Wir kehren jetzt zu unserer Nebenschaltung mehrerer Zweige zurück, berechnen für jeden Zweig den Wirk- und Blindleitwert und zählen alle entsprechenden Werte zusammen. Dann erhalten wir den Gesamtleitwert nach Gl. (10) zu $\eta = \Sigma g - j \cdot \Sigma b$ und den Strom zu $\mathfrak{Z} = \mathfrak{E} \cdot \eta$. Statt dessen können wir für die Gesamtschaltung nach Gl. (11) bis (13) auch $y = \sqrt{(\Sigma g)^2 + (\Sigma b)^2}$, $I = E \cdot y$ und $\text{tg } \varphi = \Sigma b / \Sigma g$ berechnen. In Wirklichkeit ist dies dieselbe Rechnung wie die mit Wirk- und Blindstrom, da die Leitwerte die Ströme bei der Spannung Eins sind.

Wir wollen nun die beiden Zweige in Bild 278 so abstimmen, daß die Phasenverschiebung zwischen Gesamtstrom und Spannung gleich Null wird. In diesem Falle muß die Summe der Blindströme, d. h. $I_1 \cdot \sin \varphi_1 + I_2 \cdot \sin \varphi_2$ gleich Null werden. Nun ist $I_1 = E/z_1$ und $I_2 = E/z_2$. Ferner ist $\sin \varphi_1 = L\omega : z_1$ und $\sin \varphi_2 = -(1/C\omega) : z_2$. Demnach lautet unsere obige Bedingung, wenn $z_1 = \sqrt{R_1^2 + L_1^2\omega^2}$ und $z_2 = \sqrt{R_2^2 + 1/C^2\omega^2}$ gesetzt wird:

$$\frac{L\omega}{R_1^2 + L^2\omega^2} = \frac{1/C\omega}{R_2^2 + 1/C^2\omega^2}.$$

Die Summe der Blindströme ist in diesem Falle gleich Null. Der Blindstrom des einen Zweiges wird dann vom Blindstrom des andern Zweiges geliefert und umgekehrt, und in der Zuleitung fließt nur Wirkstrom. Man könnte daher an sich die Selbstinduktion von Verbrauchskörpern, z. B. von Drehstrommotoren, für die Zuleitung und die Stromerzeuger dadurch unschädlich machen, daß man im Nebenschluß zu den Verbrauchskörpern Kondensatoren einschaltete. Diese lassen sich aber nicht genügend haltbar herstellen. Wir werden jedoch später sehen, daß ein übererregter Synchronmotor wie ein Kondensator wirkt, indem er einen der Spannung voreilenden Strom aufnimmt. Falls also in der Anlage Synchronmotoren laufen, wird man diese überregen. In besonderen Fällen werden auch übererregte leerlaufende Synchronmotoren an der Verbrauchsstelle als Phasenregler aufgestellt.

Wenn R_1 und R_2 in Bild 278 gleich Null sind, ist der Wirkstrom in jedem Zweig und daher auch in der Zuleitung gleich Null. Dann nimmt unsere Gleichung die Form an $L\omega = 1/C\omega$. Unter dieser Bedingung ist dann nicht nur der Blindstrom, sondern der Gesamtstrom in der Zuleitung gleich Null, während in der Verzweigung ein Strom fließt. Dieser Fall der Stromresonanz ist natürlich immer nur angehängt zu verwirklichen.

Man kann bei Nebenschaltung von Wechselstromwiderständen den gesamten Scheinwiderstand \mathfrak{z} der Verzweigung auch wie bei Gleichstrom (!) entsprechend Gl. (7) auf S. 9 berechnen. Dieser wird

$$\mathfrak{z} = \mathfrak{z}_1 \mathfrak{z}_2 / (\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}_2). \quad (14)$$

In Bild 278 haben wir z. B. $\mathfrak{z}_1 = R_1 + jL\omega$ und $\mathfrak{z}_2 = R_2 - j1/C\omega$ zu setzen und den Nenner in Gl. (14) reell zu machen. Dadurch erhalten wir den Gesamtwiderstand in komplexer Form. Soll dann die ganze Verzweigung nur wie ein Ohmscher Widerstand wirken, so muß das imaginäre Glied verschwinden. Wir erhalten dadurch dieselbe Bedingung wie oben.

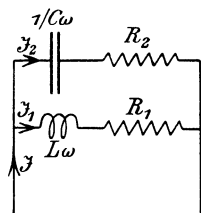


Bild 278. Wechselstromzweige nebeneinander.

82. Ortskurven.

1. In einem Spannungs- oder Strombild seien \mathfrak{C} und \mathfrak{D} zwei Strahlen, die nach Größe und Phase unveränderlich sind (Bild 279). Ferner sei λ eine veränderliche reelle Zahl, die mit dem Strahl \mathfrak{D} vervielfacht wird und damit dessen Länge, aber nicht seine Richtung ändert. Dann ist $AP = \mathfrak{D} \cdot \lambda$ gleichgerichtet mit \mathfrak{D} , also

$$\mathfrak{R} = \mathfrak{C} + \mathfrak{D} \cdot \lambda. \quad (15)$$

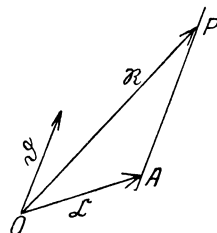


Bild 279. $\mathfrak{R} = \mathfrak{C} + \mathfrak{D} \cdot \lambda$.

Der Endpunkt P des Strahles \Re beschreibt also bei Änderung von λ eine Gerade, die durch den Endpunkt A des Strahles \mathfrak{C} geht und mit \mathfrak{D} gleichgerichtet ist. Gl. (15) ist die Gleichung dieser Geraden.

2. In Bild 280 sei der Strahl \mathfrak{B} nach Größe und Phase unveränderlich. Er bestehe aus zwei Komponenten, von denen PK um den festen Winkel η gegen $\Re = OP$ voreilt. Das veränderliche reelle Verhältnis des Betrages des Strahles PK zum Betrag des Strahles $\Re = OP$ sei gleich λ . Dann ist nach S.173 $PK = \Re \cdot \lambda \varepsilon^{j\eta}$, also $\mathfrak{B} = \Re + \Re \cdot \lambda \varepsilon^{j\eta}$, d. h.

$$\Re = \mathfrak{B} / (1 + \lambda \varepsilon^{j\eta}).$$

Wir erweitern rechts mit \mathfrak{C} und setzen willkürlich $\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{C} = \mathfrak{A}$ und $\mathfrak{C} \varepsilon^{j\eta} = \mathfrak{D}$. Dadurch ergibt sich

$$\Re = \mathfrak{A} / (\mathfrak{C} + \mathfrak{D} \cdot \lambda). \tag{16}$$

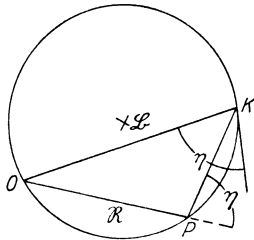


Bild 280. $\Re = \mathfrak{A} / (\mathfrak{C} + \mathfrak{D} \cdot \lambda)$.

Da \mathfrak{B} und η unveränderlich sind, so beschreibt der Endpunkt P des Strahles \Re bei Änderung von λ einen durch den Anfangspunkt gehenden Kreis. In diesem ist $180^\circ - \eta$ der Peripheriewinkel über der Sehne OK . Gl. (16) ist die Gleichung dieses Kreises.

Aus ihr läßt sich die Lage des Kreises ermitteln: Für $\lambda = 0$ ergibt Gl. (16) $\Re_0 = \mathfrak{A} / \mathfrak{C} = OK$. Die breite Null ist gewählt, um später Verwechslungen mit dem Leerlauf auszuschließen. Für $\lambda = \pm \infty$ erhält man $\Re_\infty = 0$. Damit sind zwei Punkte des Kreises gegeben. Wir beachten nun, daß $\mathfrak{D} = \mathfrak{C} \varepsilon^{j\eta}$ gesetzt war. Sind also γ und δ die Phasenwinkel der Strahlen \mathfrak{C} und \mathfrak{D} , so ist $\eta = \delta - \gamma$. Ein von K ausgehender Strahl, der gegen KO um den Winkel $\eta = \delta - \gamma$ voreilt, ist also eine Tangente. Sie zeigt in die positive Umlaufrichtung des Kreises, die wachsenden Werten von λ entspricht.

Ist $\delta - \gamma = 0$, so fällt die Tangente in die Richtung der Sehne KO , d. h. der Halbmesser ist unendlich, und der Kreis wird eine Gerade.

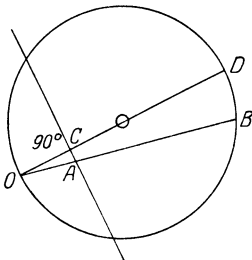


Bild 281. Inversion einer Geraden und eines Kreises.

Aus Gl. (15) und (16) geht hervor, daß eine Gerade und ein Kreis durch den Anfangspunkt inverse Kurven sind. In Bild 281 ist z. B. ein Kreis durch den Anfangspunkt und eine Gerade, die auf dem Durchmesser senkrecht steht, gegeben. Dann gilt für die absoluten Beträge

$$OA = OC \cdot OD \cdot 1/OB.$$

Der reziproke Wert eines Strahles kann also nach seinem Betrag unmittelbar abgelesen werden. Auch die Phase ist aus der Zeichnung abzulesen, aber mit einer gewissen Einschränkung. Nach S. 182 ist

$$a - jb = (a^2 + b^2) \cdot 1/(a + jb).$$

Eine komplexe Zahl und ihr reziproker Wert haben also nicht dieselben, sondern entgegengesetzt gleiche Phasenwinkel, d. h. der inverse Strahl gibt nicht unmittelbar den reziproken Wert, sondern dessen Spiegelbild in bezug auf die reelle Achse. Die Inversion ermöglicht z. B. einen bequemen Übergang vom Widerstand zum Leitwert und umgekehrt.

3. Es sei nun in Bild 282 A ein fester Punkt auf einem Kreis, der nicht durch den Anfangspunkt O geht. Dann ist nach Gl. (16), wenn \mathfrak{R} durch \mathfrak{G} ersetzt und OA gleich \mathfrak{F} gesetzt wird:

$$\mathfrak{R}_1 = \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{C} + \mathfrak{D} \cdot \lambda}, \text{ d. h. } \mathfrak{R} = \mathfrak{F} + \frac{\mathfrak{G}}{\mathfrak{C} + \mathfrak{D} \cdot \lambda}.$$

Bringt man auf einen Nenner, so erhält man mit Einführung zweier Festwerte \mathfrak{A} und \mathfrak{B} :

$$\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \cdot \lambda}{\mathfrak{C} + \mathfrak{D} \cdot \lambda}. \tag{17}$$

Dies ist die Gleichung eines Kreises, der nicht durch den Anfangspunkt geht. Wir erhalten für $\lambda = 0$: $\mathfrak{R}_0 = \mathfrak{A}/\mathfrak{C} = OK$ und für $\lambda = \infty$: $\mathfrak{R}_\infty = \mathfrak{B}/\mathfrak{D}$. Dieser Strahl wird nach der ersten Gleichung für \mathfrak{R} gleich OA . Der Kreis in Gl. (17) ist also dadurch bestimmt, daß er durch die Endpunkte der Strahlen \mathfrak{R}_0 und \mathfrak{R}_∞ geht. Wie oben, ist ein von K aus gezogener Strahl, der gegen KA , d. h. gegen $\mathfrak{R}_\infty - \mathfrak{R}_0$, um den durch \mathfrak{D} und \mathfrak{C} gegebenen Winkel $\delta - \gamma$ vorausleilt, eine Tangente, die in die positive Umlaufrichtung zeigt. In Bild 282 ist $\delta - \gamma$ negativ.

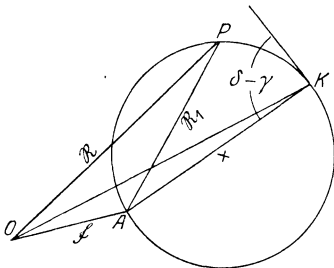


Bild 282. $\mathfrak{R} = \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B} \cdot \lambda}{\mathfrak{C} + \mathfrak{D} \cdot \lambda}$.

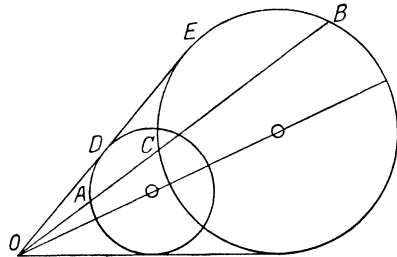


Bild 283. Inversion zweier Kreise.

Wie Gl. (17) zeigt, ist die inverse Kurve eines Kreises, der nicht durch den Anfangspunkt geht, wieder ein Kreis. Beide Kreise haben den Anfangspunkt als Ähnlichkeitspunkt, d. h. dieselbe Richtung der Mittelpunktsstrahlen und Tangenten. In Bild 283 ist

$$OB = \frac{OE^2}{OC} \quad \frac{OE}{OC} = \frac{OD}{OA},$$

$$\text{d. h. } OB = OD \cdot OE \cdot \frac{1}{OA}.$$

Das Spiegelbild des Strahles des einen Kreises in bezug auf die reelle Achse ist also der reziproke Wert des Strahles des andern Kreises.

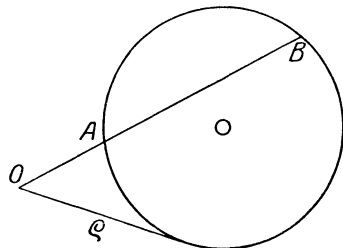


Bild 284. Der Kreis als seine eigene inverse Kurve.

Man kann auch den Kreis als seine eigene inverse Kurve auffassen. Ist in Bild 284 q die Tangente vom Anfangspunkt, so ist $OA = q^2 \cdot 1/OB$.

83. Die Ersatzschaltung.

Viele Wechselstromkreise, wie z. B. Leitungen, Transformatoren und Drehstrommotoren, lassen sich auf die sog. Ersatzschaltung in Bild 285 zurückführen. Bei einem Transformator bedeuten z. B. R_1 und R_2 die inneren Wirkwiderstände der beiden Wicklungen, x_1 und x_2 die beiden

durch Streuung verursachten inneren Blindwiderstände. Die angegebenen sekundären Widerstände stellen die nach Abschn. 100 auf das Windungsverhältnis 1 : 1 umgerechneten Werte dar. Der Blindwiderstand x ist gleich dem bei

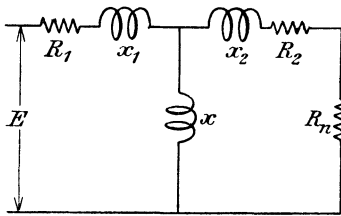


Bild 285. Ersatzschaltung.

Leerlauf gemessenen induktiven Widerstand, abzüglich des Blindwiderstandes durch primäre Streuung. Er wird also durch den nutzbaren, beide Wicklungen durchsetzenden Fluß verursacht. Der Transformator sei durch einen induktionsfreien Widerstand R_n belastet. Gesucht wird der primäre Strom nach Größe und Phase bei fester primärer Klemmenspannung E und Änderung der Belastung.

Wir ermitteln zunächst umgekehrt bei Änderung der Belastung die primäre Spannung, die aufgedrückt werden muß, um einen gleichbleibenden primären Strom I_1 zu erzeugen. Dazu legen wir in Bild 286a den Strahl des Stromes I_1 in die positive senkrechte Achse. Dann fällt $OA = I_1 R_1$ ebenfalls in diese Richtung, während $AB = I_1 \cdot x_1$ um 90° voreilt. Ist dann BG die Spannung an der Verzweigung, so ist OG die Gesamtspannung.

Der sekundäre Strom, der im Widerstand R_n fließt, sei I_2 . Dann erhalten wir die Spannung BG , wenn wir den induktiven Widerstand x mit dem Strom in diesem Widerstand, d. h. mit dem Unterschied der

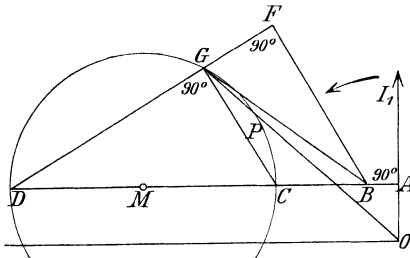


Bild 286 a. Spannungsbild für festen Strom, gleichzeitig Widerstandsbild.

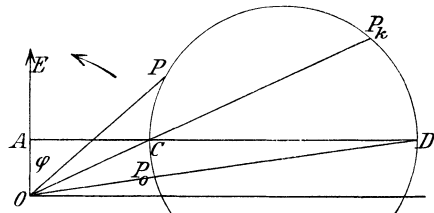


Bild 286 b. Strombild für feste Spannung.

Ströme I_1 und I_2 vervielfachen. Sie ist also gleich dem geometrischen Unterschied von $I_1 \cdot x$ und $I_2 \cdot x$. Dabei eilt $BD = I_1 \cdot x$ dem Strome I_1 und $GD = I_2 \cdot x$ dem Strome I_2 um 90° vor. Der Strahl des Stromes I_2 fällt also in die Richtung CG .

Nun liegt die Spannung BG auch am rechten Zweige, sie besteht also aus den Teilspannungen $BF = I_2 \cdot (R_2 + R_n)$ in Phase mit dem Strome I_2 und $FG = I_2 \cdot x_2$, um 90° gegen I_2 voreilend.

Nun haben wir angenommen, daß der Effektivwert des Stromes I_1 bei Änderungen des Widerstandes R_n durch Änderung der Gesamtspannung auf dem gleichen Betrag gehalten wird. Dann bleiben OA , AB und BD ebenfalls gleich. Ferner ist das Verhältnis $BC : CD = FG : GD = x_2 : x$, also unveränderlich. Bei demselben Strom und fester Lage seines Strahles liegt also der Endpunkt des Strahles OG der Gesamtspannung auf einem Kreise mit dem Durchmesser CD , unabhängig von R_n .

Wir teilen nun alle Strahlen durch I_1 oder wählen $I_1 = 1$. Dann

wird das Spannungsbild zum Widerstandsbild. Darin ist $OA = R_1$, $AB = x_1$, $BD = x$. BG ist gleich dem Scheinwiderstand der Verzweigung, während OG gleich dem Scheinwiderstand der Gesamtschaltung ist und der Endpunkt G wieder auf dem Kreise liegt.

Den Betriebszustand mit $R_n = \infty$, wobei der rechte Zweig offen ist, bezeichnen wir als Leerlauf. Den gedachten Betriebszustand mit $R_2 + R_n = 0$, wobei die aus x und x_2 bestehende Verzweigung nur induktiven Widerstand enthält, bezeichnen wir als ideellen Kurzschluß. In beiden Fällen bildet die Verzweigung einen induktiven Widerstand, der gegen den Wirkwiderstand OA um 90° voreilt. Er ist bei Leerlauf $BD = x$ und bei Kurzschluß nach Gl. (14) $BC = x_2 \cdot x / (x_2 + x)$. Der gesamte Blindwiderstand ist dann bei Leerlauf und ideellem Kurzschluß:

$$x_0 = x_1 + x = AD, \quad x_k = x_1 + x_2 \cdot x / (x_2 + x) = AC.$$

Mit Hilfe von R_1 , x_0 und x_k läßt sich dann der Kreis über dem Durchmesser CD zeichnen. Ein solches Widerstandsbild oder ein Spannungsbild bei festem Strom hat aber für uns noch wenig Wert. Wir brauchen ein Strombild, das bei fester Spannung für jeden Effektivwert des Stromes seine Phase angibt. Wir ermitteln dazu durch die Inversion nach S. 191 den reziproken Wert des Scheinwiderstandes OG . Ist r der Halbmesser und q die Tangente vom Anfangspunkt, beide gemessen in Ohm, so ist

$$q^2 = \overline{OM}^2 - r^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AM}^2 - r^2 = \overline{OA}^2 + (AM + r)(AM - r).$$

Dafür erhalten wir nach Bild 286 a: $q^2 = R_1^2 + x_0 \cdot x_k$. Demnach wird bei dem Gesamtwiderstand OG der Strom bei fester Spannung E nach S. 191

$$I_1 = E/OG = OP \cdot E/q^2. \quad (18)$$

Dabei ist nach S. 191 das Spiegelbild des Widerstandsbildes zu zeichnen. (Bild 286 b.)

Die reelle Achse lassen wir in die Richtung von R_1 , also von OA fallen. In diese Richtung fällt auch der Strahl der festen Klemmenspannung. Damit wir nicht jedesmal mit E/q^2 zu vervielfachen brauchen, vervielfachen wir von vornherein alle Strecken, die zur Zeichnung des Kreises dienen, mit E/q^2 , machen also genau wie in Bild 286 a:

$$OA = R_1 \cdot E/q^2$$

$$AC = x_k \cdot E/q^2$$

$$AD = x_0 \cdot E/q^2.$$

Dann beschreibt der Endpunkt P des Strahles OP des Stromes I_1 bei festgehaltenem Strahl der Klemmenspannung für die verschiedenen Betriebszustände einen Kreis über CD . In diesem Strombild ist dann der zu OD inverse

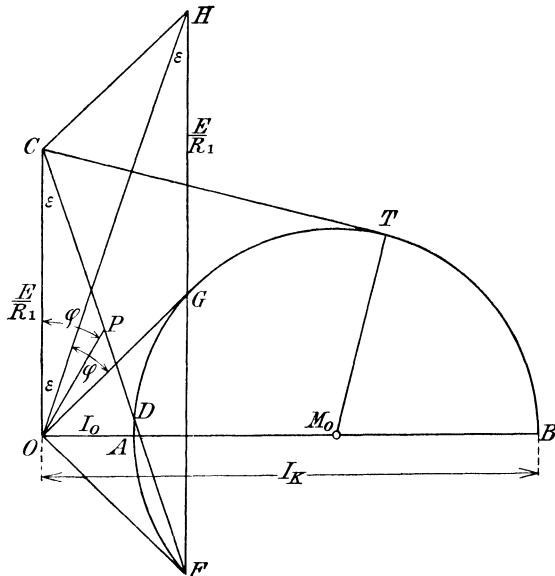


Bild 287. Zeichnung nach Stehr-Pichelmayer.

Man kann den Kreis nun auch rein zeichnerisch gewinnen. Die Punkte G und F in Bild 287 fallen für Leerlauf mit A und für ideellen Kurzschluß mit B zusammen. Der Leerlaufpunkt P_0 liegt also auf CA und der ideelle Kurzschlußpunkt K auf CB . Da in beiden Fällen R_1 in Reihe mit einem reinen induktiven Widerstand geschaltet ist, so liegen P_0 und K auf einem Kreis über dem Durchmesser OC , sie lassen sich also zeichnen. Der Kreis um M ist dann dadurch gegeben, daß er durch P_0 und K geht und sein Mittelpunkt M auf OM_0 liegt.

Zu jedem Punkt G des Kreises M_0 findet man nach Bild 287 den entsprechenden Punkt P des Kreises M , wenn man ihn nach F herunterlotet. Dann schneidet CF den Kreis M in P . Ist also z. B. der wirkliche Kurzschlußstrom, auf den hier nicht näher eingegangen werden soll, für die Schaltung ohne R_1 bekannt, so läßt sich daraus der Kurzschlußstrom für die Schaltung mit dem Widerstand R_1 ableiten.

Bild 285 stellte den besonderen Fall der Ersatzschaltung dar, in welchem der Wirkwiderstand im mittleren Zweig gleich Null war. Wir behandeln jetzt den allgemeinen Fall, in welchem dieser Widerstand nach Bild 289

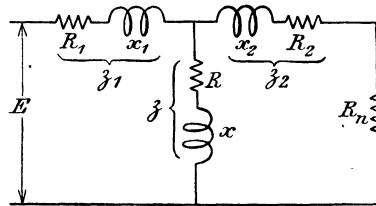


Bild 289. Ersatzschaltung.

gleich R ist. Beim Transformator oder Drehstrommotor vertritt die Stromwärme in diesem Widerstand angenähert die Verluste bei der Umagnetisierung des Eisens.

Wir können dabei wieder, wie oben, durch Inversion zum Ziel kommen, geben jedoch der symbolischen Behandlung den Vorzug, da wir dadurch für die Untersuchung des Drehstrommotors im Prüffeld wertvolle Unterlagen erhalten. Zunächst werden die Wirk- und Blindwiderstände nach Bild 289 zu den Scheinwiderständen \mathfrak{z}_1 , \mathfrak{z}_2 und \mathfrak{z} zusammengefaßt. Mit Gl. (14) auf S. 189 wird dann der Primärstrom nach dem Ohmschen Gesetz

$$\mathfrak{I}_1 = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{z}_1 + \frac{(\mathfrak{z}_2 + R_n) \cdot \mathfrak{z}}{\mathfrak{z}_2 + R_n + \mathfrak{z}}} = \mathfrak{E} \frac{\mathfrak{z}_2 + \mathfrak{z} + R_n}{\mathfrak{z}_1 \mathfrak{z}_2 + \mathfrak{z}_1 \mathfrak{z} + \mathfrak{z}_2 \mathfrak{z} + R_n (\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z})}.$$

Wir führen nun den Leerlaufwiderstand $\mathfrak{z}_0 = \mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}$ bei offener Sekundärseite und den Leerlaufwiderstand $\mathfrak{z}_{02} = \mathfrak{z}_2 + \mathfrak{z}$ bei Speisung von der Sekundärseite und offener Primärseite ein. Ebenso führen wir den Kurzschlußwiderstand \mathfrak{z}_{k2} bei Speisung von der Sekundärseite und kurzgeschlossener Primärseite ein. Er ergibt sich nach Gl. (14) auf S. 189 zu

$$\mathfrak{z}_{k2} = \mathfrak{z}_2 + \frac{\mathfrak{z}_1 \cdot \mathfrak{z}}{\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}} = \frac{\mathfrak{z}_1 \cdot \mathfrak{z}_2 + \mathfrak{z}_1 \mathfrak{z} + \mathfrak{z}_2 \mathfrak{z}}{\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}}.$$

Setzen wir dann noch $\mathfrak{E} : \mathfrak{z}_0$ gleich dem Leerstrom \mathfrak{I}_0 , so nimmt die Gleichung für \mathfrak{I}_1 die Form an:

$$\mathfrak{I}_1 = \mathfrak{I}_0 \frac{\mathfrak{z}_{02} + R_n}{\mathfrak{z}_{k2} + R_n}. \quad (19)$$

Für veränderliches R_n ist dies nach S. 191 die Gleichung eines Kreises (Bild 290). Die Lage des Kreises kann nach der dort gegebenen allgemeinen Regel bestimmt werden. Einfacher setzen wir für Kurzschluß $R_n = 0$ und erhalten den wirklichen Kurzschlußstrom zu $\mathfrak{I}_k = \mathfrak{I}_0 \cdot \mathfrak{z}_{02} / \mathfrak{z}_{k2}$.

Daraus folgt nach einigen Umformungen

$$\frac{\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_0}{\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_1} = \frac{\mathfrak{z}_{k2}}{R_n} \tag{20}$$

Ist also $OP_0 = \mathfrak{I}_0$, $OP_k = \mathfrak{I}_k$, und $OP = \mathfrak{I}_1$, so ist $P_0P = \mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_0$ und $PP_k = \mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_1$. Nach Gl. (20) eilt also P_0P gegen PP_k um den zum Scheinwiderstand \mathfrak{z}_{k2} gehörigen Phasenwinkel φ_{k2} voraus, d. h. P liegt auf einem Kreise über der Sehne P_0P_k .

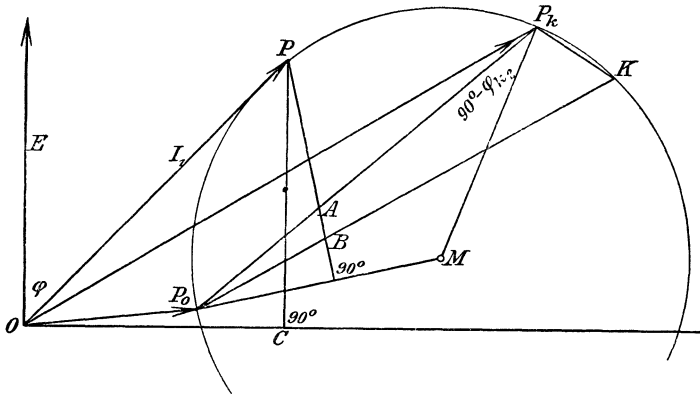


Bild 290. Strombild der Ersatzschaltung

Bei Untersuchung eines Drehstrommotors ermittelt man zunächst den Leerstrom $\mathfrak{I}_0 = OP_0$ und den Kurzschlußstrom $\mathfrak{I}_k = OP_k$ nach Größe und Phase. Durch Speisung von der sekundären Seite bei kurzgeschlossenen primären Klemmen und Messung der Spannung, Stromstärke und Leistung erhält man φ_{k2} und trägt den Strahl P_kM unter dem Winkel $90^\circ - \varphi_{k2}$ an P_0P_k an. Der Schnittpunkt dieses Strahles mit der Mittelsenkrechten auf P_0P_k ist der Kreismittelpunkt M . Statt des Winkels φ_{k2} kann ohne Fehler der bei Kurzschluß und Speisung von der Primärseite gemessene Winkel φ_k treten. Bei Kurzschlußläufern ist das sogar notwendig.

Wir berechnen jetzt die sekundären Größen. Setzen wir die Spannungen bei Leerlauf und Betrieb einander gleich, so erhalten wir nach Bild 289:

$$\mathfrak{I}_0 \mathfrak{z}_0 = \mathfrak{I}_1 \mathfrak{z}_1 + (\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_2) \mathfrak{z}, \quad \text{d. h.} \quad \mathfrak{I}_2 = (\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_0) \mathfrak{z}_0 / \mathfrak{z}, \tag{21}$$

Demnach ist die sekundäre Spannung nach Gl. (20) .

$$\mathfrak{E}_2 = \mathfrak{I}_2 R_n = (\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_1) \mathfrak{z}_{k2} \cdot \mathfrak{z}_0 / \mathfrak{z}. \tag{22}$$

Der sekundäre Strom ist also proportional P_0P und die sekundäre Spannung proportional PP_k . Der Proportionalitätsfaktor ist beide Male eine Richtungsgröße, d. h. die betreffenden Strahlen geben nicht unmittelbar die Phase des Stromes und der Spannung an.

Bei Leerlauf ist die sekundäre Spannung nach Bild 289 gleich $\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{z} / (\mathfrak{z} + \mathfrak{z}_1) = \mathfrak{E} \cdot \mathfrak{z} / \mathfrak{z}_0$ und nach Gl. (22) gleich $(\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_0) \cdot \mathfrak{z}_{k2} \mathfrak{z}_0 / \mathfrak{z}$. Durch Gleichsetzung erhalten wir: $\mathfrak{z}_{k2} \cdot \mathfrak{z}_0^2 / \mathfrak{z}^2 = \mathfrak{E} : (\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_0)$. Demnach wird die abgegebene sekundäre Leistung nach Gl. (21) und (22):

$$N_2 = E_2 \cdot I_2 = E \cdot P_0P \cdot PP_k : P_0P_k.$$

Wir fällen nun vom Betriebspunkt P eine Senkrechte auf P_0M , die den Strahl P_0P_k in A schneidet. Wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke APP_0 und PP_kP_0 ist dann $PA : P_0P = PP_k : P_0P_k$. Demnach ist

die abgegebene Leistung, die bei Drehstrommotoren die Reibungsverluste mit einschließt: $N_2 = E \cdot P A$.

Die auf den sekundären Teil übertragene Leistung, die nach Abschn. 122 beim Drehstrommotor dem Drehmoment proportional ist, ist um die Verluste $I_2^2 R_2$ größer. Um sie darzustellen, ermitteln wir den ideellen Kurzschlußpunkt K , der auftreten würde, wenn auch der innere Sekundärwiderstand R_2 gleich Null wäre¹⁾. In diesem Falle würden wir bei Speisung von der Sekundärseite und Kurzschluß der primären Klemmen einen Scheinwiderstand β_i messen, der nach Bild 291 um R_2 kleiner ist als β_{k_2} . Gleichzeitig wird nach der Regel auf S. 196 oben der stumpfe Winkel über der Sehne $P_0 K$ der Supplementwinkel zu dem zum Scheinwiderstand β_i gehörigen Phasenwinkel φ_i . Da nun der Winkel $P_0 K P_k$ gleich φ_{k_2} ist, so ist das Dreieck $K P_k P_0$ dem Dreieck in Bild 291 ähnlich, d. h. $K P_k : K P_0 = R_2 : z_{k_2}$. Mit Hilfe des inneren sekundären Widerstandes R_2 und des bei Kurzschluß der primären Klemmen von der sekundären Seite aus gemessenen Scheinwiderstandes z_{k_2} läßt sich also K zeichnen. Nun ist beim inneren Sekundärwiderstand gleich Null die abgegebene Leistung gleich der auf den sekundären Teil übertragenen Leistung. Diese ist also $N_a = E \cdot P B$.

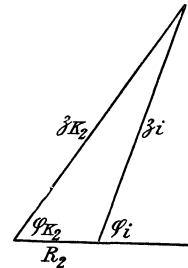


Bild 291. Scheinwiderstand bei primärem Kurzschluß und Speisung von der Sekundärseite.

Der relative Verlust im sekundären Teil, d. h. nach Abschn. 123 bei Drehstrommotoren die Schlüpfung, ist dann $s = I_2^2 \cdot R_2 / N_a = A B / P B$.

Ist endlich $P C$ die Senkrechte des Kreises, so ist die dem primären Teil zugeführte Leistung $N_1 = E \cdot P C$.

84. Verteilte Selbstinduktion und Kapazität.

Bisher wurde stets von uns angenommen, daß Selbstinduktion und Kapazität in besonderen Teilen des Stromkreises vorhanden waren. Wir gehen jetzt zu dem bei Leitungen und Kabeln vorliegenden Fall über, in welchem jeder Teil der Leitung sowohl Selbstinduktion als Kapazität besitzt. In diesem Falle ist nicht nur die Spannung zwischen Hin- u. Rückleitung, sondern auch die Stromstärke je nach der Entfernung vom Anfang verschieden.

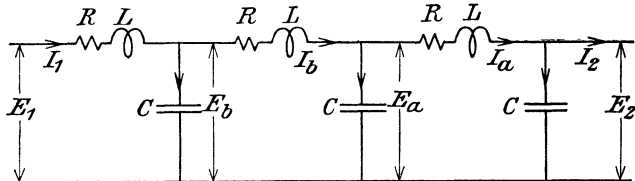


Bild 292. Ersatzschaltung einer Leitung.

Wir wollen zunächst ein Nährungsverfahren anwenden, das uns das Wesen der Sache deutlich macht und durchaus befriedigende Ergebnisse erzielt. Das Kabel oder die Freileitung wird dabei in eine Anzahl Teile geteilt und dann durch die Ersatzschaltung in Bild 292 dargestellt. Es genügt völlig, wenn die Zahl der Teile gleich 3 gewählt wird. R , $L \omega$ und $1/C \omega$ sind dann die Widerstände für den dritten Teil des Kabels.

Gegeben sei z. B. am Leitungsende die Spannung $E_2 = 1000$, die

1) Vgl. Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik, Bd. II. Stuttgart 1909.

Stromstärke $I_2 = 20$ und der Leistungsfaktor $\cos \varphi_2 = 0,8$, bei Voreilung der Spannung vor dem Strom. Für den dritten Teil des Kabels sei $R = 2$ Ohm, $L = 1 \cdot 10^{-2}$ Henry, $C = 2,8 \cdot 10^{-6}$ Farad. Die Frequenz sei $f = 50$, also $\omega = 2\pi f = 314$, d. h. $L\omega = 3,14$ und $C\omega = 8,8 \cdot 10^{-4}$. Gesucht wird am Leitungsanfang die Spannung E_1 , die Stromstärke I_1 und der Leistungsfaktor $\cos \varphi_1$.

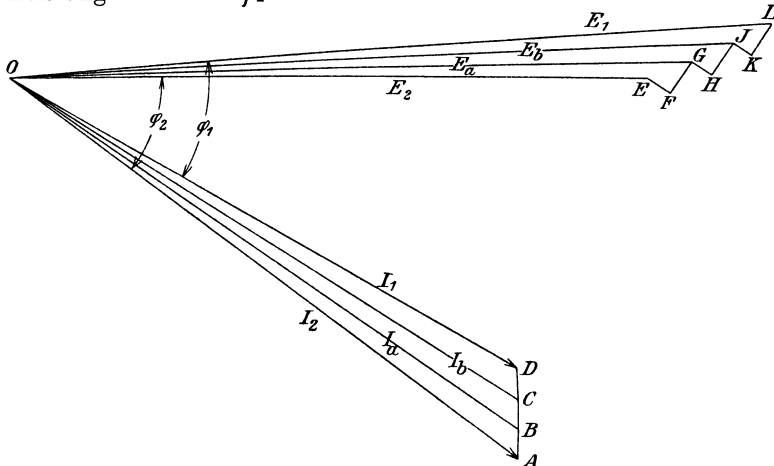


Bild 293. Strombild bei verteilter Selbstinduktion und Kapazität.

Wir legen in Bild 293 willkürlich den Strahl der Spannung E_2 nach rechts in die wagerechte Achse und lassen den Strahl OA des Stromes I_2 um den gegebenen Winkel φ_2 gegen die Spannung E_2 zurückbleiben. Die Spannung E_2 treibt nun nach Bild 292 durch den rechten Kondensator einen Strom, der gegen die Spannung E_2 um 90° voreilt. Er ergibt sich nach Gl. (31) auf S. 177 zu

$$AB = E_2 \cdot C\omega = 1000 \cdot 8,8 \cdot 10^{-4} = 0,88 \text{ Amp.}$$

Wir fügen also den Strahl AB an OA an, so daß er um 90° gegen OE voreilt, und erhalten in OB den Strom I_a nach Größe und Phase. Aus der Zeichnung ergibt sich $I_a = 19,5$ Amp. Wir fügen nun zu der Spannung $E_2 = OE$ in Richtung des Stromes I_a den Spannungsverlust $EF = I_a \cdot R = 19,5 \cdot 2 = 39$ und um 90° voreilend den Spannungsverlust $FG = I_a \cdot L\omega = 19,5 \cdot 3,14 = 61,2$. Statt dessen hätten wir auch $EG = I_a \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ gegen I_a um $\arctg L\omega/R$ voreilend an OE antragen können. Wir erhalten so die Spannung E_a in Bild 292. Die Zeichnung ergibt $OG = 1070$.

Die Spannung E_a erzeugt im mittleren Kondensator den Strom

$$BC = E_a \cdot C\omega = 1070 \cdot 8,8 \cdot 10^{-4} = 0,94.$$

Wir tragen BC um 90° gegen OG voreilend an OB an und erhalten in OC den Strom I_b . Die Zeichnung ergibt $I_b = 18,9$ Amp.

An OG tragen wir nun wieder in Richtung von I_b den Strahl $GH = I_b \cdot R = 18,9 \cdot 2 = 37,8$ und um 90° voreilend den Strahl $HJ = I_b \cdot L\omega = 18,9 \cdot 3,14 = 59$ an und erhalten in OJ die Spannung E_b . Sie ergibt sich aus der Zeichnung zu 1130 Volt.

Die Spannung E_b erzeugt im linken Kondensator den Strom

$$CD = E_b \cdot C\omega = 1130 \cdot 8,8 \cdot 10^{-4} = 0,99.$$

Wir fügen ihn, um 90° gegen OJ voreilend, zu OC hinzu und erhalten dadurch den Strom $OD = I_1$ nach Größe und Phase zu 18,35.

An $OJ = E_b$ tragen wir nun in Richtung von I_1 den Spannungsverlust $JK = I_1 R = 18,35 \cdot 2 = 36,7$ und um 90° voreilend $KL = I_1 \cdot L\omega = 18,35 \cdot 3,14 = 57,5$ und erhalten die Klemmenspannung $E_1 = OL$. Die Zeichnung ergibt

$$E_1 = 1200 \quad I_1 = 18,35 \quad \cos \varphi_1 = 0,827.$$

Der Deutlichkeit wegen sind R , C und L größer gewählt als der Wirklichkeit entspricht. Die Aufgabe hätte sich auch ebensogut und nicht weniger übersichtlich auf symbolischem Wege lösen lassen. Die Spannung E_2 wird dabei als reell, der sekundäre Strom als $\mathfrak{I}_2 = I_2 \cdot (\cos \varphi - j \sin \varphi)$ eingeführt, sowie $R + j \cdot L\omega$ gleich \mathfrak{z} und $j \cdot C\omega = \mathfrak{y}$ gesetzt. Die Spannung E_2 erzeugt den um 90° voreilenden Strom $jE_2 \cdot C\omega = E_2 \cdot \mathfrak{y}$. Dann ergibt sich durch Rechnung

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_a &= \mathfrak{I}_2 + E_2 \cdot \mathfrak{y} = 16 - j11,12 & \mathfrak{E}_a &= E_2 + \mathfrak{I}_a \cdot \mathfrak{z} = 1067 + j27,9 \\ \mathfrak{I}_b &= \mathfrak{I}_a + \mathfrak{E}_a \cdot \mathfrak{y} = 15,98 - j10,18 & \mathfrak{E}_b &= \mathfrak{E}_a + \mathfrak{I}_b \cdot \mathfrak{z} = 1130,7 + j57,5 \\ \mathfrak{I}_1 &= \mathfrak{I}_b + \mathfrak{E}_b \cdot \mathfrak{y} = 15,92 - j9,19 & \mathfrak{E}_1 &= \mathfrak{E}_b + \mathfrak{I}_1 \cdot \mathfrak{z} = 1191 + j88,8 \end{aligned}$$

Daraus folgt nach Gl. (17) auf S. 171 und Gl. (20) auf S. 173

$$I_1 = 18,4 \quad E_1 = 1196 \quad \cos \varphi_1 = N_1 : E_1 I_1 = 0,825.$$

Wir gehen jetzt dazu über, Spannung und Strom längs der Leitung genau zu ermitteln (vgl. Rößler, die Fernleitung von Wechselströmen, Berlin 1905). Es sei für 1 km Leitungslänge R' der Widerstand, L' die Induktivität, C' die Kapazität und A' die Ableitung, d. h. der umgekehrte Wert des Isolationswiderstandes. Die Länge x werde in km vom Leitungsende aus gerechnet. Die Frequenz sei F . Spannungen und Ströme seien Sinusfunktionen der Zeit. Dann sind die Zunahmen der Spannung und des Stromes auf der Länge dx :

$$d\mathfrak{E} = \mathfrak{I} (R' + jL'\omega) dx \quad (23) \quad d\mathfrak{I} = \mathfrak{E} (A' + jC'\omega) dx. \quad (24)$$

Differenziert man Gl. (23), so erhält man mit Gl. (24):

$$d^2\mathfrak{E}/dx^2 = (R' + jL'\omega)(A' + jC'\omega) \cdot \mathfrak{E}.$$

Die Theorie der Differentialgleichungen ergibt die leicht durch zweimaliges Differenzieren nachzuprüfende Lösung:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{A} \varepsilon^{cx} + \mathfrak{B} \varepsilon^{-cx} \quad (25), \quad \text{wo } c = \sqrt{(R' + jL'\omega)(A' + jC'\omega)}. \quad (26)$$

Differenziert man dann Gl. (25) nach x , so erhält man mit Gl. (23):

$$\mathfrak{I} \cdot \mathfrak{z} = \mathfrak{A} \varepsilon^{cx} - \mathfrak{B} \varepsilon^{-cx} \quad (27), \quad \text{wo } \mathfrak{z} = \sqrt{(R' + jL'\omega) : (A' + jC'\omega)}. \quad (28)$$

Man bezeichnet \mathfrak{z} als den Wellenwiderstand der Leitung. Wir ermitteln jetzt die Konstanten. Ist \mathfrak{E}_2 die Spannung und \mathfrak{I}_2 die Stromstärke am Leitungsende, also für $x = 0$, so folgt aus Gl. (25) und (27):

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_2 &= \mathfrak{A} + \mathfrak{B} & \text{d. h. } \mathfrak{A} &= 0,5 (\mathfrak{E}_2 + \mathfrak{I}_2 \cdot \mathfrak{z}) \\ \mathfrak{I}_2 \mathfrak{z} &= \mathfrak{A} - \mathfrak{B} & \mathfrak{B} &= 0,5 (\mathfrak{E}_2 - \mathfrak{I}_2 \cdot \mathfrak{z}). \end{aligned} \quad (29)$$

Damit sind alle Grundlagen gegeben, um an irgendeiner Stelle der Leitung die Spannung und den Strom nach Gl. (25) und (27) zu berechnen. Statt der Rechnung benutzen wir die Zeichnung, und zwar für das oben berechnete Beispiel. Die Spannung \mathfrak{E}_1 und der Strom \mathfrak{I}_1 am Leitungsanfang seien zu ermitteln. Die Länge sei $x = 15$ km. Da die Werte auf S. 198 sich auf den dritten Teil des Kabels, also auf 5 km beziehen, so erhalten wir jetzt für 1 km

$$R' = 0,4, \quad L' = 2 \cdot 10^{-3}, \quad C' = 0,56 \cdot 10^{-6}, \quad A' = 0.$$

Mit $\omega = 2\pi f = 314$ wird dann $L'\omega = 0,628$ und $C'\omega = 176 \cdot 10^{-6}$.

1. Wir zeichnen in beliebigen Maßstäben in Bild 294 $OD = R' + jL'\omega$ und $OF = A' + j \cdot C'\omega$. Aus der Zeichnung lesen wir die absoluten

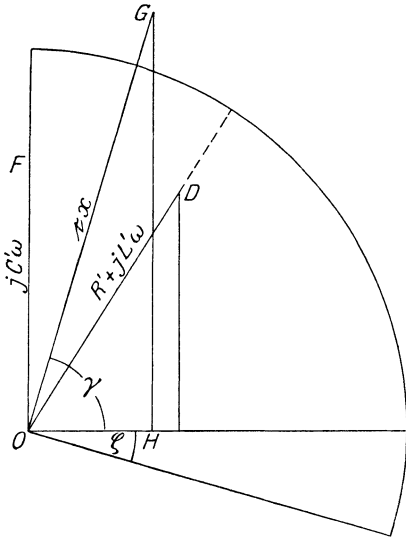


Bild 294. Ermittlung von c und β .

Wellenwiderstandes β zu $Z = 65$. Ferner ziehen wir den Phasenwinkel des Strahles OF von dem des Strahles OD ab und halbieren den Rest.

Beträge ab, vervielfachen sie miteinander und ziehen die Wurzel. Dies gibt nach Gl. (26) den Betrag, des Strahles c zu $c = 0,0114$, also $cx = 0,171$. Ferner summieren wir die zu OD und OF gehörenden Bögen und halbieren die Summe. Dies gibt den Phasenwinkel γ von c . Wir zeichnen dann unter diesem Phasenwinkel in beliebigem Maßstab $OG = c \cdot x$ und setzen $c = a + j \cdot b$. Dann ist $OH = ax = 0,048$ und $HG = bx = 0,165$.

Nun ist $\log \varepsilon^{ax} = ax \log \varepsilon = 0,048 \cdot 0,4343 = 0,0208$. Demnach wird $\varepsilon^{ax} = \text{num log } 0,0208 = 1,05$ und $\varepsilon^{-ax} = 0,95$.

2. Ebenso ziehen wir nach Gl. (28) die Wurzel aus dem Verhältnis der Beträge von OD und OF und erhalten den absoluten Betrag des

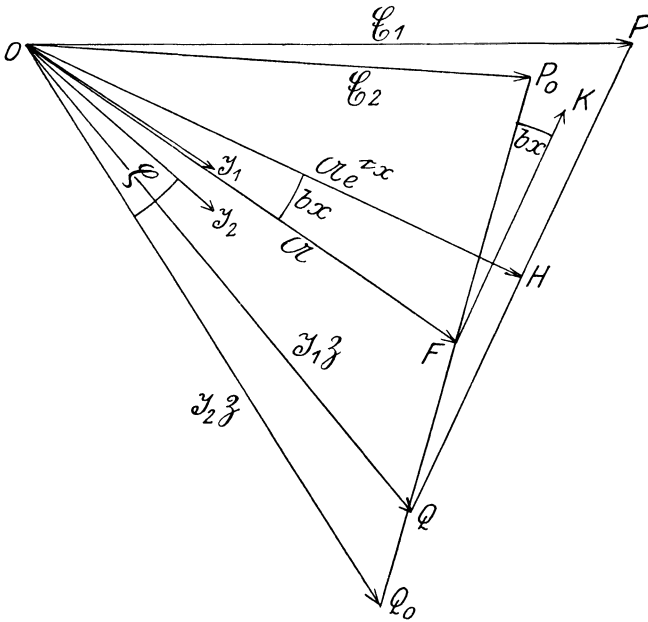


Bild 295. Ermittlung von \mathfrak{A} , \mathfrak{B} , \mathfrak{C}_1 und \mathfrak{C}_2 .

Dies gibt den Phasenwinkel ζ des Wellenwiderstandes β .

3. Wir legen nun in Bild 295 willkürlich den Strahl $OP_0 = \mathfrak{C}_2 = 1000$ fest, und lassen den Strahl \mathfrak{S}_2 so weit zurückbleiben, daß $\cos \varphi_2 = 0,8$ wird. Dann tragen wir den Strahl $OQ_0 = I_2 \cdot Z = 20 \cdot 65 = 1300$ so auf, daß er gegen \mathfrak{S}_2 um den Winkel ζ voreilt, also in unserm Falle, wo ζ negativ ist, um $-\zeta$ zurückbleibt. Ist F der Mittelpunkt von Q_0P_0 , so ist nach Gl. (29) $OF = \mathfrak{A}$ und $FP_0 = \mathfrak{B}$.

4. Wir haben dann den Strahl \mathfrak{A} mit $\varepsilon^{ax} = 1,05$ zu vervielfachen und um den Bogen $bx = 0,165$ nach vorwärts zu drehen. Dies gibt

$OH = \mathfrak{A}\varepsilon^{cx}$. Ebenso haben wir den Strahl $\mathfrak{B} = FP_0$ mit $\varepsilon^{-ax} = 0,95$ zu vervielfachen und um $bx = 0,165$ nach rückwärts zu drehen. Dies gibt $FK = \mathfrak{B}\varepsilon^{-cx}$. Die Zeichnung wird in unserm Falle dadurch bequem, daß bx ein kleiner Winkel ist, dessen Sinus gleich dem Bogen ist.

Nach Gl. (25) und (27) ist dann $OP = OH + FK = \mathfrak{C}_1$ und ebenso $OQ = OH - FK = \mathfrak{S}_1 \cdot \mathfrak{B}$. Wir haben dann OQ durch $Z = 65$ zu teilen und um ζ nach rückwärts, also $-\zeta$ nach vorwärts zu drehen und erhalten den Strom \mathfrak{S}_1 . Wir lesen ab: $E_1 = 1194$, $I_1 = 18,3$, $\cos \varphi_1 = 0,83$. Die frühere angenäherte Rechnung war also bereits sehr genau.

Führt man die Zeichnung für beliebige Werte von x längs der Leitung aus, so beschreiben die Punkte H und K je eine logarithmische Spirale. Bei verlustfreier Leitung liegen sie auf je einem Kreise, so daß die Punkte P und Q Ellipsen beschreiben.

XV. Mehrphasenströme.

85. Wesen des Drehstromes.

Mehrphasige Wechselströme sind in ihrem zeitlichen Zustand, d. h. in ihrer Phase, gegeneinander verschoben. Die Stromerzeuger für die Erzeugung von mehrphasigem Wechselstrom oder Drehstrom besitzen eine Reihe von besonderen Wicklungen oder Strängen, die gegeneinander um denselben räumlichen Winkel verschoben sind. Die in ihnen erzeugten Spannungen haben dann eine entsprechende zeitliche Verschiebung gegeneinander. Sind alle Stränge gleichmäßig belastet, so haben auch die Ströme dieselbe Phasenverschiebung gegeneinander.

Eine vollkommene Drehstromwicklung müßte aus unendlich vielen oder wenigstens sehr vielen einzelnen Strängen bestehen. In Bild 296

gehört z. B. je eine Nut mit der auf demselben Durchmesser liegenden Nut zu einem besonderen Strang. Jeder Strang der Wicklung sei zu besonderen Klemmen geführt und an eine äußere Belastung ange-

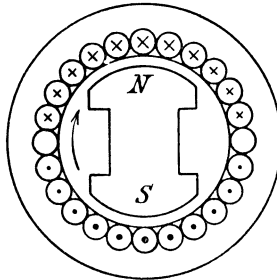


Bild 296. Ankerströme der Vielphasenwicklung, Durchmesserwicklung.

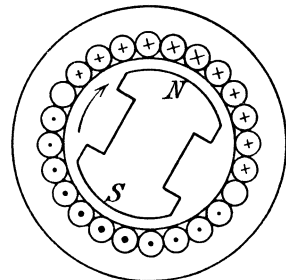


Bild 297. Ankerströme, $\frac{1}{12}$ Periode später als in Bild 296.

geschlossen, die der Einfachheit wegen nur Wirkwiderstand enthalten möge. Die Feldverteilung sei sinusförmig. Der induktive Widerstand der Wicklung werde vernachlässigt, so daß der Strom in jedem Strang gleiche Phase mit der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung hat. Er hat dann seinen Höchstwert in der Nut, vor der sich gerade die Polmitte befindet, und fällt in dem dargestellten Zeitpunkt nach beiden Seiten hin räumlich sinusförmig ab. Dies ist in Bild 296 durch entsprechend starke Zeichnung der Strompfeile deutlich gemacht.

Nach $\frac{1}{12}$ Periode steht das Polrad in der durch Bild 297 gegebenen Lage, und der Strom ist wieder am stärksten in den Nuten, vor denen

sich die Polmitte befindet. Synchron oder gleichlaufend mit dem Polrad dreht sich also in den feststehenden Drähten die sinusförmige Stromverteilung. Wir haben es also beim Mehrphasenstrom mit einem wirklichen Drehstrom zu tun. Als Vergleich ziehen wir den Fall heran, bei dem eine Reihe von Glühlampen auf dem Umfang eines Kreises liegen, die Lichtstärke der Lampen sinusförmig verteilt ist, und diese sinusförmig verteilte Lichterscheinung sich wie bei einer Reklamebeleuchtung im Kreise dreht.

In Wirklichkeit beschränkt man sich auf drei Stränge, die schon eine sehr vollkommene Wirkung ergeben. Bei Einankerumformern kommen sechs, bei Kaskadenumformern zwölf Stränge vor.

Bild 298 zeigt eine zweipolige Dreiphasenwicklung. Die Nuten $1a$, $1e$, bzw. $2a$, $2e$ oder $3a$, $3e$ gehören zu je einem Strang. Die Anfänge

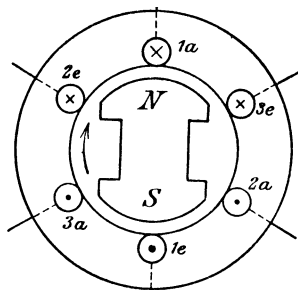


Bild 298. Ankerströme der Dreiphasenwicklung.

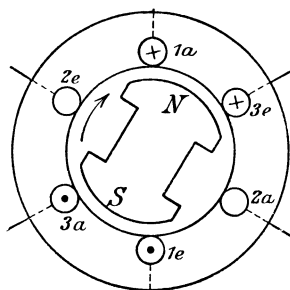


Bild 299. Ankerströme, $1/12$ Periode später als in Bild 298.

der Stränge sind mit a , die Enden mit e bezeichnet. Die drei Anfänge sind um $1/3$ des Umfanges oder bei mehrpoligen Maschinen um $2/3$ der Polteilung voneinander entfernt.

Die 3 Stränge sind in gleichem Sinne gewickelt,

d. h. alle Anfänge sind von hinten nach vorn durch die Nut geführt. Sie sind in der Reihenfolge bezeichnet, in der sie nacheinander vor die Polmitte zu liegen kommen. Die drei Stränge seien je zu besonderen Klemmen geführt und sollen einen Wirkstrom von gleichem Effektivwert führen.

Der Strang, der gerade vor der Polmitte liegt, führt den größten Strom i_m . In den benachbarten Spulenseiten der anderen Stränge ist der Strom gleichgerichtet, hat aber bei sinusförmiger Feldverteilung nur den Wert $i_m \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_m$. Die Spulenseite des Stranges, der den größten Strom führt, wird also zu beiden Seiten eingefaßt von Spulenseiten der anderen Stränge, die einen gleichgerichteten, aber halb so starkem Strom führen.

Nach $1/12$ Periode liegen die Spulenseiten des Stranges 2 nach Bild 299 zwischen den Polen, so daß Spannung und Strom in diesem Strange gleich Null sind. Die beiden anderen Stränge führen dann den Strom $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$. Vor einem Pol liegen dann zwei Spulenseiten, die zu verschiedenen Strängen gehören und einen Strom von gleicher Richtung und Stärke führen.

Nach weiterem Verlauf von $1/12$ Periode wiederholt sich das Bild 298, jedoch führt jetzt der Strang 3 den größten Strom. Auch hier wieder dreht sich die Durchflutung im Gleichlauf mit dem Magnetfeld, wenn sie auch nicht gleich bleibt und nicht vollkommen sinusförmig ist.

86. Dreieck- und Sternschaltung.

Die sechs Zuleitungen in Bild 298 und 299 lassen sich durch Dreieck- oder Sternschaltung auf drei verringern, wobei die eine Leitung

stets die Rückleitung für die beiden anderen bildet. Wir bezeichnen wie früher die Stränge eines Stromerzeugers in der Reihenfolge, in der die Spannung in ihnen erzeugt wird, mit arabischen Ziffern und die Klemmen der Maschine mit römischen Ziffern, derart, daß vollständige Gleichmäßigkeit entsteht. In den Schaltbildern (Bild 302) legen wir durch Pfeile eine Zählrichtung für die Ströme und Spannungen fest. Die Pfeile geben nicht die Richtung der Ströme und Spannungen in einem bestimmten Zeitpunkt, sondern die Richtung, in der die Spannungen und Ströme als positiv zu zählen sind. Sie sind also nichts anderes als Zählpfeile. An ein und derselben Stelle verwendet man immer nur einen Zählpfeil, gleichgültig, ob es sich um einen Strom, einen Spannungsverbrauch, eine erzeugte Spannung oder eine Gegenspannung handelt. Die Pfeile können willkürlich gewählt werden, jedoch muß man sie in den drei Strängen übereinstimmend wählen, wenn man in den Gleichungen für Ströme und Spannungen die Fußzeichen der Reihenfolge nach vertauschen will. In einem unverzweigten Stromkreise wählt man sie am besten in einem Sinne fortlaufend.

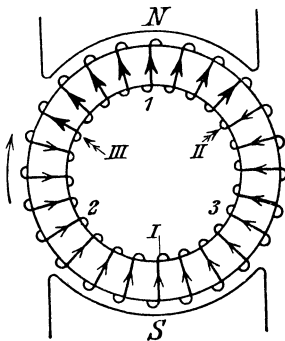


Bild 300. Drehstromwicklung eines umlaufenden Ringankers in Dreieckschaltung.

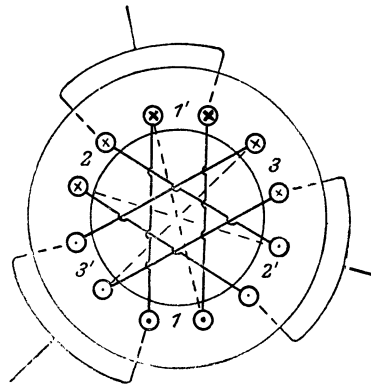


Bild 301. Drehstromwicklung eines feststehenden Trommelankers in Dreieckschaltung.

Bei der Dreieckschaltung wird das Ende eines Stranges mit dem Anfang des folgenden verbunden und so die Wicklung in sich geschlossen. (Bild 300.) Eine Gleichstromwicklung, sei es Ring oder Trommel, die wir an drei um 120 Grad versetzten Stellen zu Schleifringen führen, ist also gleichzeitig eine in Dreieck geschaltete Drehstromwicklung. Bild 301 zeigt die Dreieckschaltung bei der Trommelwicklung eines Stromerzeugers oder beim Drehstrommotor. Wir schreiten in der linken Nut der Spulenseite 1 von hinten nach vorn und verfolgen in zwei Windungen den Strang 1 1'. Bei der rechten Nut der Spulenseite 1' gehen wir hinten nach der Spulenseite 2, die gegen 1 um 120° verschoben ist, also den Anfang des zweiten Stranges bildet usw. Die Netzleiter werden dann an die Verbindungspunkte von je zwei Strängen angeschlossen.

Bei sinusförmiger Spannungswelle sind die drei Spannungen um 120° verschoben und geben die Summe Null. Obwohl also die Wicklung in sich geschlossen ist, können doch keine inneren Ströme auftreten. Oberwellen, deren Ordnungszahlen durch 3 teilbar sind, geben jedoch zu inneren Strömen Anlaß.

Die Spannung zwischen zwei Netzleitern ist bei Dreieckschaltung gleich der Klemmenspannung eines Stranges. Wir wollen die Spannung zwischen den Klemmen *I* und *II* mit $E_{I II}$ bezeichnen und sie außen von *I* nach *II* hin als positiv zählen (vgl. Bild 302). Daraus ergeben sich auch die positiven Zählrichtungen der Spannungen $E_{II III}$ und $E_{III I}$.

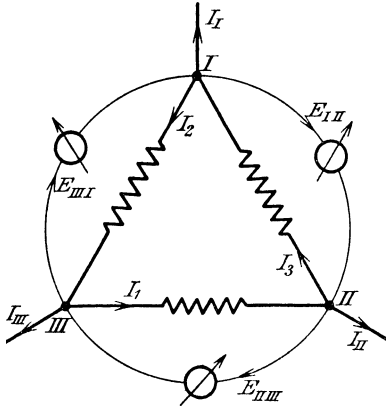


Bild 302. Positive Zählrichtungen bei Dreieckschaltung.

Wir setzen nun eine positive Zählrichtung in den Außenleitern fest und wählen diese passend, aber willkürlich beim Stromerzeuger von der Maschine weggerichtet (vgl. Bild 302). Die positive Zählrichtung in den Wicklungen ist dann ganz willkürlich. Da man indessen am bequemsten in einem geschlossenen Stromkreis nur eine Zählrichtung anwendet und bereits außen von *I* nach *II* gezählt wird, so wählen

wir die positive Zählrichtung innen von *II* nach *I*. Daraus ergeben sich die in Bild 302 eingetragenen Pfeile in den drei Strängen. Bei

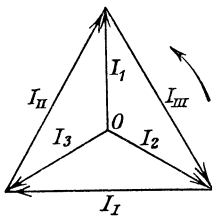


Bild 303. Ströme bei Dreieckschaltung.

diesen positiven Richtungen wird dann $\mathfrak{I}_I = \mathfrak{I}_3 - \mathfrak{I}_2$ $\mathfrak{I}_{II} = \mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_3$ $\mathfrak{I}_{III} = \mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}_1$.

Nach S. 169 erhalten wir dann aus Bild 303 die Netzströme nach Größe und Phase. Die Strahlen \mathfrak{I}_1 , \mathfrak{I}_2 und \mathfrak{I}_3 werden dabei in der Reihenfolge bezeichnet, in der sie durch eine feste Achse hindurchschreiten. Wir sehen, daß der Strom eines Netzleiters $\sqrt{3}$ mal so groß ist wie der Strom eines Stranges und gegen die Ströme der angeschlossenen Stränge um 30° bzw. 150° verschoben ist. Er hat seinen Höchstwert, wenn die angeschlossenen Strangströme unter Vernachlässigung des Vorzeichens je den Wert $i_m \cdot \sin 60^\circ$ haben.

Bei der Sternschaltung sind die Anfänge der drei Stränge in einem Sternpunkt aneinander gelegt und die Enden zu den Netzklemmen geführt. Die Summe der um 120° verschobenen Ströme ist Null. Ist z. B. der Strom in Phase mit der erzeugten Spannung, so hat er in Bild 304 im Strang 1 seinen größten Wert und in den beiden anderen Strängen je den halben Wert. Demnach tritt durch die Vereinigung der drei Stränge bei sinusförmigen Strömen kein störender Ausgleich auf.

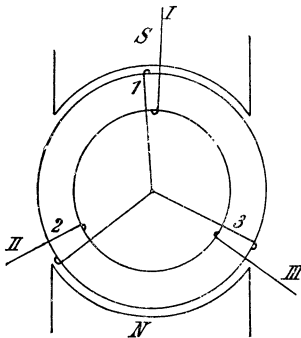


Bild 304. Sternschaltung.

Der Strom im Netzleiter ist beim Stern nach Größe und Phase gleich dem Strom im angeschlossenen Stränge. Wie beim Dreieck setzen wir in Bild 305 wieder die positive Zählrichtung der drei Ströme in den Netzleitern von der Maschine weggerichtet fest. Dadurch ist jetzt auch die positive Richtung in den Wicklungen gegeben.

Dadurch, daß wir in einem geschlossenen Kreis die Zählrichtung möglichst fortlaufend wählen, ist dann auch die Zählrichtung der Klemmenspannungen der drei Stränge, d. h. der Sternspannungen E_1 , E_2 und E_3 gegeben. Sie ist außen von der Klemme auf den Nullpunkt zu gerichtet, was auch der Anschauung entspricht, daß das Potential der Klemme höher ist als das des Nullpunktes.

Die positive Richtung der Netzspannung E_{III} wählen wir willkürlich wie bei Dreieckschaltung von I nach II . Bei dieser Zählrichtung ergibt sich dann: $\mathcal{E}_{II} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_{III} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3$, $\mathcal{E}_{III} = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1$.

Die Zeichnung der Strahlen in Bild 306 ergibt dann die verkettete Klemmenspannung nach Größe und Phase. Sie ist $\sqrt{3}$ mal so groß wie

die Spannung eines Stranges und gegen die beiden Strangspannungen, aus denen sie besteht, um 30° , bzw. 150° verschoben. Der Höchstwert der verketteten Spannung wird erreicht, wenn die beiden Sternspannungen, aus denen sie besteht, je gleich $e_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot e_m$ sind.

Bei Arbeitsübertragungen mit hohen Spannungen zieht man die Sternschaltung beim Stromerzeuger und Motor vor, weil die Spannung für die Wicklung eines Stranges nur 1,73mal so klein zu sein braucht wie die Netzspannung. Sind Lampen statt der Motoren eingeschaltet, so können sie ebenfalls in Stern- oder Dreieckschaltung geschaltet werden. Ohne besondere Vorkehrungen darf jedoch nur bei Dreieckschaltung, nicht aber bei Sternschaltung die Anzahl der Lampen zwischen den Netzleitern verschieden sein.

Will man auch bei Sternschaltung des Netzes eine ungleiche Belastung zwischen den Netzleitern ermöglichen, ohne daß die für die Glühlampen erforderliche Gleichheit der Spannung zwischen den Netzleitern gestört wird, so hat man nach Bild 307 die Sternpunkte des Stromerzeugers und des Netzes zu verbinden. Der Nulleiter erfüllt dann dieselbe Aufgabe wie bei Gleichstrom.

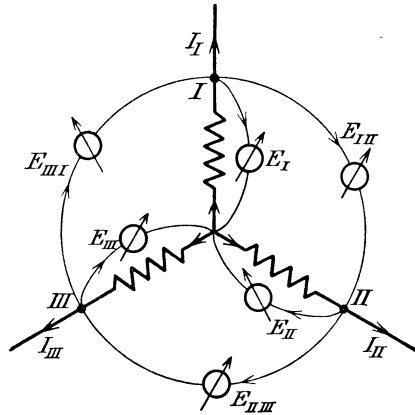


Bild 305. Positive Richtungen der Spannungen.

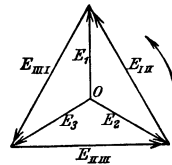


Bild 306. Spannungen bei Sternschaltung.

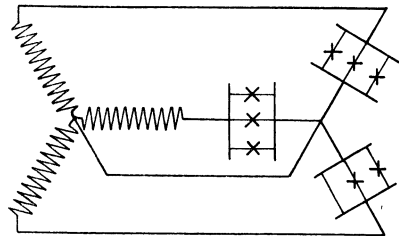


Bild 307. Drehstromverteilung mit Nulleiter.

87. Die Leistung des Drehstromes.

Nach S. 166 ist der Zeitwert der Leistung eines einzelnen Stranges die Summe aus einem gleichbleibenden Mittelwert und einer Sinusfunktion von der doppelten Frequenz des Stromes. Der Zeitwert der Gesamtleistung ist dann die Summe aus dem dreifachen Mittelwert eines Stranges und aus drei Sinusfunktionen, deren Abstand gleich $\frac{1}{3}$ Periode der einfachen Frequenz und gleich $\frac{2}{3}$ Periode der doppelten Frequenz ist. Wie

eine Darstellung durch Strahlen leicht zeigt, ist die Summe dieser Sinusfunktionen in jedem Zeitpunkt gleich Null. Die Gesamtleistung ist also in jedem Zeitpunkt gleich dem dreifachen Mittelwert eines Stranges, also gleichbleibend.

Unabhängig von der Schaltung sei in einem Strang die Spannung gleich E_1 , die Stromstärke I_1 und der Leistungsfaktor gleich $\cos \varphi$, ferner sei E die Netzspannung und I der Netzstrom. Dann ist bei gleicher Belastung der Stränge die Gesamtleistung

$$N = 3 \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi. \tag{1}$$

Für Dreieck ist $E_1 = E$ und $I_1 = I/\sqrt{3}$, und für Stern $E_1 = E/\sqrt{3}$ und $I_1 = I$. Demnach ist für beide Schaltungen

$$N = \sqrt{3} \cdot E \cdot I \cdot \cos \varphi. \tag{2}$$

Wir vergleichen nun den Verlust in Drehstromleitungen mit dem in Gleichstromleitungen. Die Leistung N sei bei derselben Netzspannung E und demselben Verlust auf dieselbe Entfernung durch Drehstrom und Gleichstrom zu übertragen. Für einen Einzelleiter sei der Widerstand R und der Querschnitt q , während für die gesamte Leitung das Gewicht gleich G und der Verlust gleich V sei. Durch g sei Gleichstrom, durch d Drehstrom bezeichnet. Dann ist:

| | |
|---------------------------------|---|
| Gleichstrom | Drehstrom |
| $N = E \cdot I$ | $N = \sqrt{3} EI \cos \varphi$ |
| $I = N : E$ | $I = N : \sqrt{3} E \cos \varphi$ |
| $V = 2I^2 R_g = 2N^2 R_g : E^2$ | $V = 3I^2 R_d = N^2 \cdot R_d : E^2 \cos^2 \varphi$ |

Setzen wir die Verluste gleich, so wird $2R_g = R_d/\cos^2 \varphi$. Da die Widerstände sich bei gegebener Länge umgekehrt verhalten wie die Querschnitte und die gesamten Gewichte des Kupfers sich wie die Summen der Einzelquerschnitte verhalten, so wird

$$\frac{q_d}{q_g} = \frac{R_g}{R_d} = \frac{1}{2 \cos^2 \varphi}, \quad \text{d. h.} \quad \frac{G_d}{G_g} = \frac{3 q_d}{2 q_g} = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi}.$$

Ist z. B. $\cos \varphi = 1$, so ist für die Drehstromleitung nur 75% des Kupfers aufzuwenden, das bei der Gleichstromleitung nötig ist. Die Verhältnisse liegen aber bei Phasenverschiebung wesentlich ungünstiger.

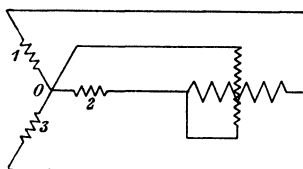


Bild 308. Messung der Leistung eines Stranges.

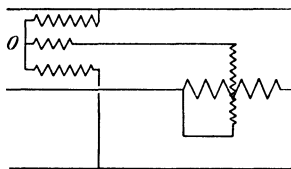


Bild 309. Messung der Leistung mit künstlichem Sternpunkt.

Wir gehen jetzt dazu über, die Leistung zu messen. Man kann dazu nach Bild 308 die Leistung jedes Stranges einzeln messen und die Summe der 3 Einzelleistungen bilden.

Bei gleicher Belastung zwischen den drei Netzleitern genügt eine einzige Messung. Bei Sternschaltung mit zugänglichem Nullpunkt legt man die Spannungsspule des Leistungszeigers zwischen den Nullpunkt und die Klemme des Stranges, dessen Strom die Stromspule des Leistungszeigers durchfließt. Bei Sternschaltung ohne zugänglichen Nullpunkt und bei Dreieckschaltung muß man sich nach Bild 309 aus drei Widerständen

einen künstlichen Nullpunkt herstellen. Diese Schaltung hat nur dann Zweck, wenn die Belastung symmetrisch ist, so daß man mit einer Messung auskommt. Die drei Widerstände, von denen einer den Widerstand der Spannungsspule einschließt, müssen in diesem Falle gleich sein.

Wichtiger ist in Anlagen ohne Nulleiter die Messung durch zwei Leistungszeiger nach Bild 310. Dabei liegt die Stromspule je eines Leistungszeigers in einem Netzleiter und die Spannungspule zwischen diesem Leiter und dem Leiter, der nicht an eine Stromspule angeschlossen ist. Sind e_1, e_2, e_3 und i_1, i_2, i_3 die Zeitwerte der Spannung und des Stromes, so ist der Zeitwert der Leistung $N_t = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3$.

Nun ist bei Anlagen ohne Nulleiter $i_2 = -(i_1 + i_3)$, d. h. $N_t = (e_1 - e_2) i_1 + (e_3 - e_2) i_3$. Das erste Glied ist der Zeitwert der Leistung des oberen und das zweite

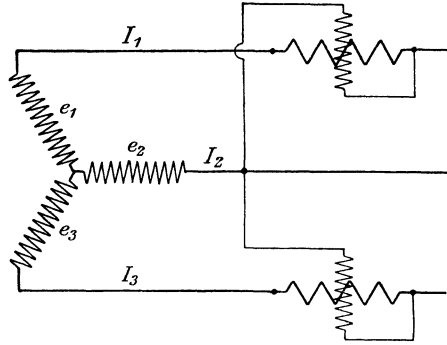


Bild 310. Leistungsmessung mit zwei Leistungszeigern.

Glied der Zeitwert der Leistung des unteren Leistungszeigers. Da die Leistungszeiger infolge der Trägheit ihres beweglichen Teiles das Mittel aus den Zeitwerten nehmen, so geben ihre Ausschläge zusammen die gesamte mittlere Leistung an.

Dabei ist aber auf das Vorzeichen zu achten. Wenn der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Strom und Sternspannung nach Bild 311 größer als 60° ist, so eilt die Spannung $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$ gegen \mathfrak{I}_1 um einen stumpfen Winkel vor, d. h. sie ergibt mit dem Strome \mathfrak{I}_1 zusammen eine negative Leistung. Dies hat an sich keine physikalische Bedeutung, da diese Spannung und Stromstärke ja nicht zusammengehören. Aber der Ausschlag des Leistungszeigers wird negativ. Die Summe der Ausschläge ist also mit Berücksichtigung des Vorzeichens zu bilden.

Bei der Schaltung ist darauf zu achten, daß die Leistungszeiger so geschaltet werden, daß sie bei der Phasenverschiebung Null beide positiven Ausschlag geben würden. Durch einen Versuch durch Gleichstrom stellt man fest, wie die Stromrichtung in jedem Leistungszeiger sein muß, damit der Ausschlag positiv wird. Dies sei z. B. der Fall, wenn die Stromspulen in Bild 310 von links nach rechts, die Spannungsspulen von unten nach oben durchflossen wird. Wenn dann die gezeichnete Wicklung einen Stromerzeuger bedeutet, so ist nach Bild 310 zu schalten.

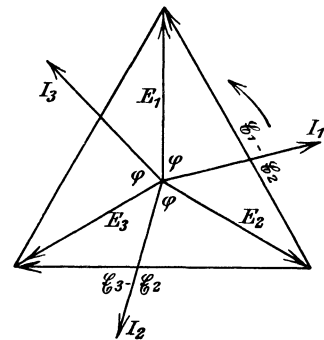


Bild 311. Starke Phasenverschiebung.

Bei Leistungszeigern mit einseitigem Ausschlag muß man die Zuleitungen zur Spannungsspule, sobald der Zeiger bei richtiger Schaltung nach der verkehrten Richtung auszuschlagen sucht, für diese Messung vertauschen und den Ausschlag mit negativem Vorzeichen einführen.

Hat man nur einen Leistungszeiger zur Verfügung, so muß man ihn

nach Bild 312 schalten und nach Ablesung durch Umlegen der stark ausgezogenen Bügel nach Bild 313 schalten.

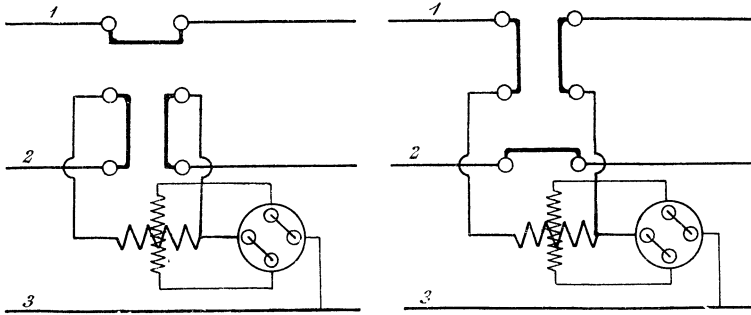


Bild 312. Bild 313.
Umschaltung des Leistungszeigers zur Messung der Gesamtleistung.

Will man bei der Ermittlung der Leistung aus zwei Einzelleistungen die doppelte Ablesung vermeiden, so benutzt man einen Leistungszeiger, der aus zwei einzelnen Leistungszeigern besteht. Ihre beweglichen Spulen sitzen auf derselben Achse, so daß sich die Drehmomente unter Berücksichtigung des Vorzeichens zusammensetzen.

88. Unsymmetrische Belastung.

Bei unsymmetrischer Belastung eines Drehstromnetzes wendet man zur Ermittlung der Spannungen und Ströme das Steinmetzsche topographische Verfahren an (vgl. Görges, Archiv für El. Bd. VI, S. 1). Dabei wird jeder Stelle des Netzes ein bestimmter Punkt der Zeichenebene zugeordnet, derart daß der zwischen zwei Punkten gezogene Strahl die Spannung zwischen den beiden Stellen des Netzes nach Größe und Phase angibt.

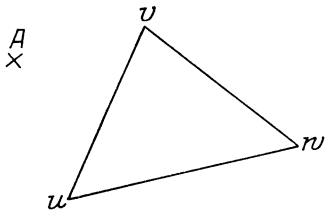


Bild 314. Potentialbild.

In Bild 314 sei z. B. das Dreieck U, V, W dadurch bestimmt, daß zwischen den Klemmen U, V, W des Stromerzeugers die Spannungen UV, VW und WU gemessen sind.

Ebenso ist der Punkt A dadurch bestimmt, daß zwischen irgendeiner Stelle A des Netzes und den Klemmen des Stromerzeugers die Spannungen AU, AV und AW gemessen werden. Die Spannungen müssen, wie überhaupt bei der symbolischen Rechnung, sinusförmig sein. Dazu stellen wir jetzt noch eine andere Bedingung. Im Allgemeinen sind die Spannungen bei Wechselstrom wegen des Wechselflusses, der die von der Meßleitung gebildete Schleife durchsetzt, nicht unabhängig von dem Wege, auf dem sie gemessen werden. Wir wollen nun annehmen, daß der Wechselfluß, der eine Meßschleife durchsetzt, vernachlässigbar klein ist. Dann ist die Spannung unabhängig von der Lage der Meßschleife, und wir können sie als Potentialunterschied ansehen. Die Potentiale der verschiedenen Stellen des Netzes werden dann dargestellt durch die Strahlen, die von einem beliebigen Anfangspunkt mit dem Potential Null nach den betreffenden Punkten der Zeichenebene gezogen werden.

Vielfach schreibt man der Erde oder dem Sternpunkt des Kraft-

werkes das Potential Null zu. Man kann jedoch, sofern es sich um ein eigentliches Potentialbild handelt, ganz davon absehen, einer bestimmten Stelle das Potential Null zuzuordnen, wenn man statt der vom Nullpunkt ausgehenden Strahlen allein deren Endpunkte betrachtet. Die Punkte der Zeichenebene stellen dann unmittelbar die Potentiale der entsprechenden Stellen des Netzes dar. Gerade darin, daß von der Festsetzung eines bestimmten Nullpunktes abgesehen wird und die Potentiale als die von einem beliebigen gedachten Anfangspunkt ausgezogenen Strahlen eingeführt werden, liegt das Wesen des Potentialbildes gegenüber dem Spannungsbild.

Im Gegensatz zu den früheren Spannungsbildern kommt bei den Potentialbildern eine Parallelverschiebung von Strahlen nicht in Frage.

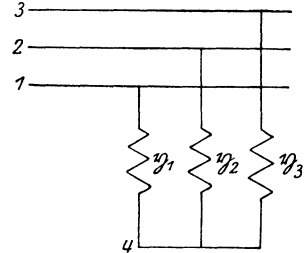


Bild 315. Unsymmetrische Belastung.

In Bild 315 seien η_1 , η_2 und η_3 die Leitwerte der drei Stränge einer Drehstromschaltung. Die Potentiale der Klemmen, d. h. die Spannungen gegenüber einem gedachten, gar nicht bekannten Anfangspunkt seien \mathfrak{R}_1 , \mathfrak{R}_2 , \mathfrak{R}_3 . Gesucht wird das Potential \mathfrak{R}_4 des Sternpunktes. Wir erhalten

$$\mathfrak{I}_1 = (\mathfrak{R}_1 - \mathfrak{R}_4) \eta_1 \quad \mathfrak{I}_2 = (\mathfrak{R}_2 - \mathfrak{R}_4) \eta_2 \quad \mathfrak{I}_3 = (\mathfrak{R}_3 - \mathfrak{R}_4) \eta_3. \quad (3)$$

Da die Summe der drei Ströme gleich Null ist, so folgt

$$\mathfrak{U}_4 = \frac{\mathfrak{R}_1 \cdot \eta_1 + \mathfrak{R}_2 \cdot \eta_2 + \mathfrak{R}_3 \cdot \eta_3}{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3}. \quad (4)$$

Dies ist nichts anderes als die Knotengleichung eines Netzes nach S. 154. Wir können sie noch vereinfachen, wenn wir von den Potentialen zu den Spannungen übergehen, indem wir das Potential eines beliebigen Punktes, also z. B. \mathfrak{R}_1 gleich Null setzen. Dann werden aus den übrigen Potentialen die Spannungen gegenüber dem Punkt 1 und wir erhalten

$$\mathfrak{E}_{41} = (\mathfrak{E}_{21} \eta_2 + \mathfrak{E}_{31} \eta_3) : (\eta_1 + \eta_2 + \eta_3). \quad (5)$$

Man kann nun entweder rechnerisch oder bequemer nach Bild 316 zeichnerisch vorgehen. Die Potentiale 1, 2, 3 seien durch die Zeichnung

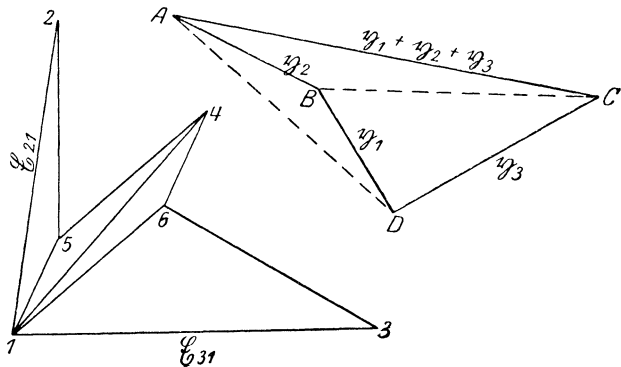


Bild 316. Zeichn. Ermittlung des Potentials des Sternpunktes der Belastung.

aus den gemessenen Spannungen \mathfrak{E}_{12} , \mathfrak{E}_{23} u. \mathfrak{E}_{31} gegeben. Ferner seien die Leitwerte nach Betrag und Phasenwinkel gegeben. Da eine Proportion zwischen vier Strahlen stets zwei ähnliche Dreiecke ergibt, so zeichnet man nach Gl. (5) das Dreieck 152

ähnlich dem Dreieck ABC und das Dreieck 163 ähnlich dem Dreieck CDA. Die Summe 14 aus 15 und 16 gibt nach Gl. (5) den

Strahl \mathcal{C}_{41} und damit den Punkt 4 , der das Potential des Sternpunktes darstellt. Aus Gl. (3) ergeben sich dann die Ströme nach Größe und Phase.

Bei symmetrischer Belastung ist $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3$, also nach Gl. (5): $\mathcal{C}_{41} = (\mathcal{C}_{21} + \mathcal{C}_{31})/3$. Das Potential des Sternpunktes 4 liegt also im Schwerpunkt S . Bei Kurzschluß des Stranges I wird $\eta_1 = \infty$, und das Potential des Sternpunktes 4 fällt mit I zusammen.

Wir wollen nun für die Unsymmetrie eine solche Annahme machen, daß das Potential des Sternpunktes 4 einen geometrischen Ort beschreibt.

1. Jeder Strang enthalte zunächst den gleichen Leitwert η mit dem Phasenwinkel γ . Im ersten Strang werde dann ein Leitwert η' von festem Phasenwinkel δ , aber veränderlichem Betrag parallel zu η geschaltet. Dann wird nach Gl. (5)

$$\mathcal{C}_{41} = \frac{(\mathcal{C}_{21} + \mathcal{C}_{31})\eta}{3\eta + \eta'} \quad (6)$$

Dann ist der geometrische Ort des Punktes 4 nach S. 190 ein Kreis, der durch S' und I geht. Ein von S aus gezogener Strahl, der gegen SI um den Winkel $\delta - \gamma$ voreilt, bildet die Tangente und weist in die positive Umlaufrichtung, für welche der Betrag von η' von 0 bis $+\infty$ wächst.

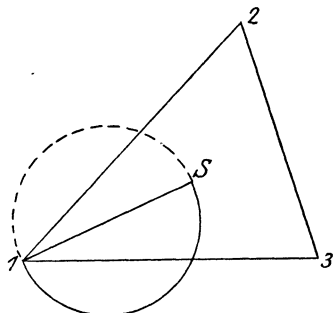


Bild 317. Einseitige Belastung eines Transformators oder einseitiger Kurzschluß eines Kabels.

Es sei z. B. η ein induktiver Blindleitwert, also nach S. 188 gleich $-j1/L\omega$ und η' ein Wirkleitwert. Dann ergibt sich der Phasenwinkel von η zu $\gamma = -\pi/2$ und der Phasenwinkel von η' zu $\delta = 0$. Die Tangente in S eilt also gegen SI nach S. 190 um den Winkel $\delta - \gamma = \pi/2$ voraus, d. h. SI ist Durchmesser. Wir erhalten bei Änderung des parallelgeschalteten Widerstandes als geometrischen Ort für das Potential des Sternpunktes den ausgezogenen Kreis in Bild 317. Der Fall entspricht einem primär und sekundär in Stern geschalteten Transformator, der nur in einem Strang, und zwar induktionslos belastet ist.

Man sieht deutlich, wie sich die Sternspannung mit der Belastung ändert.

Ist η ein reiner kapazitiver Blindleitwert $j \cdot C\omega$, also von dem Phasenwinkel $\gamma = \pi/2$, und η' ein reiner Wirkleitwert, so erhält man auf demselben Wege den gestrichelten Kreis in Bild 317. Der Fall entspricht einem verseilten Kabel, dessen Mantel geerdet ist, wo also die Leiter mit der Erde durch einen gleichen kapazitiven Leitwert verbunden sind, während der Leiter I außerdem durch einen Erdschluß mit der Erde Verbindung hat. Je größer der Erdschluß ist, desto weiter rückt das Potential des Sternpunktes auf dem gestrichelten Kreise von S nach I .

2. Alle Leitwerte mögen gleichen Phasenwinkel besitzen. η_1 und η_2 seien konstant während η_3 sich nach seinem Betrage ändert. Dann liegt nach Gl. (5) und S. 190 der Punkt 4 , der das Potential des Sternpunktes angibt, auf einer Geraden.

Für $\eta_3 = 0$ fällt das Potential nach Gl. (5) in den Punkt A , der den Strahl \mathcal{C}_{21} im Verhältnis $IA : IZ = \eta_2 : (\eta_1 + \eta_2)$ teilt (Bild 318).

Für $\eta_3 = \infty$ wird nach Gl. (5) $\mathcal{C}_{41} = \mathcal{C}_{31}$, d. h. das Potential des Sternpunktes 4 fällt mit 3 zusammen. Ändert sich also η_3 von 0 bis ∞ , so bewegt sich der Punkt, der das Potential des Sternpunktes darstellt, von A bis 3.

Dies gilt z. B., wenn die drei Leitwerte entweder sämtlich Wirkwerte, oder sämtlich induktive Blindwerte oder sämtlich kapazitive Blindwerte sind, also z. B. für ein konzentrisches Kabel, dessen Leiter gegen den den Sternpunkt bildenden Mantel oder gegen Erde verschiedene Kapazität besitzen.

Unsere Entwicklungen gelten aber auch, wenn die Leitwerte zum Teil induktive, zum Teil kapazitive Blindleitwerte sind. Die Beträge der induktiven Leitwerte sind dabei mit negativem Vorzeichen einzuführen. Der Punkt A auf der durch 1 und 2 gehenden Geraden kann dann statt zwischen 1 und 2 jenseits von 1 oder 2 zu liegen kommen. Ferner kann der Punkt 4 auf der Geraden 3A, der das Potential des Sternpunktes angibt, statt zwischen 3 und A, auch jenseits von 3 oder A liegen.

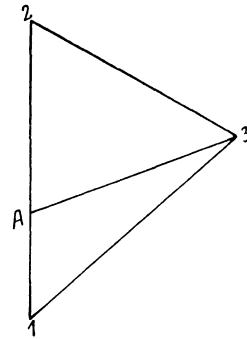


Bild 318. Potentialbild für gleiche Phasenwinkel und veränderlichen Betrag von η_3 .

Ist die Belastung in Dreieck geschaltet, so ist dieses zur Ermittlung der Stromverteilung in einen Stern überzuführen, derart, daß die Potentiale der Klemmen sich nicht ändern. Dazu verwenden wir nach S. 154 die Gleichungen, die zur Überführung des Sterns in Bild 319 in ein Dreieck dienen:

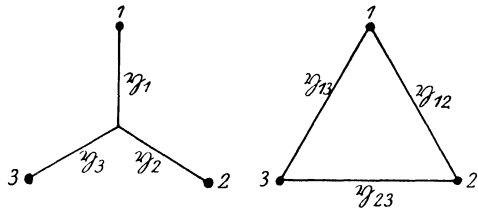


Bild 319. Umwandlung eines Sterns in ein Dreieck.

$$\eta_{12} = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3} \quad \eta_{13} = \frac{\eta_1 \cdot \eta_3}{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3} \quad \eta_{23} = \frac{\eta_2 \cdot \eta_3}{\eta_1 + \eta_2 + \eta_3}$$

Wir bilden nun unter Benutzung dieser Gleichungen $\eta_{12} \cdot \eta_{13} / \eta_{23}$ und fügen η_{12} und η_{13} hinzu. Dadurch erhalten wir die Kenellysche Gleichung:

$$\eta_1 = \eta_{12} + \eta_{13} + \eta_{12} \cdot \eta_{13} / \eta_{23} \text{ usw.} \tag{7}$$

Wir können also das Dreieck durch den Stern ersetzen und nach Gl. (3) oder (5) vorgehen. Der Widerstand zwischen zwei Klemmen bleibt durch den Übergang vom Stern zum Dreieck und umgekehrt ungeändert.

Liegen mehrere dreiphasige unsymmetrische Belastungen in Sternschaltung am Netz, so muß man sie, da die Nullpunkte im allgemeinen nicht dasselbe Potential haben, in Dreiecke überführen, die Dreiecke zu einem Dreieck vereinigen, dieses in einen Stern überführen und dann nach Gl. (3) oder (5) vorgehen.

89. Induktivität von Drehstromleitungen.

Wie auf S. 55 kann von einem Spannungsverbrauch nicht in einem einzelnen Leiter, sondern nur in einer Schleife die Rede sein. Eine solche Schleife besteht neben den Verbindungen am Anfang und Ende, deren Einfluß vernachlässigt werden kann, entweder aus zwei Leitern,

oder aus einem Leiter und Erde, oder aus einem Leiter und einer zwischen Anfang und Ende liegenden Meßleitung für einen Spannungszeiger.

Eine Schleife bestehe aus zwei langen, geraden, runden Leitern von der Länge l km, dem Halbmesser r cm und dem Abstand d cm. Die Induktivität, die durch das Feld zwischen den Leitern in der Luft veranlaßt wird, ist dann nach Gl. (15) auf S. 55 $L' = 4l \cdot 10^{-4} \cdot \ln(d/r)$.

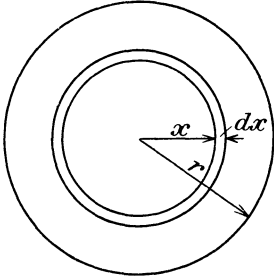


Bild 320. Leiterschnitt.

Wie bereits auf S. 55 erwähnt wurde, kommt hierzu noch eine Induktivität, die durch das Feld im Innern der Leiter verursacht wird. Um sie zu berechnen, setzen wir eine auf dem ganzen Leiterquerschnitt gleichmäßige Stromdichte voraus. Bei 1 Amp. ist dann nach Bild 320 die Durchflutung innerhalb eines Kreises vom Halbmesser x cm gleich $1 \cdot x^2/r^2$. Ist ξ die Feldstärke am Umfang des Kreises, so lautet das Durchflutungsgesetz: $\xi \cdot 2x\pi = 0,4\pi \cdot x^2/r^2$.

Setzen wir unmagnetischen Stoff, also z. B. Kupfer voraus, so ist die Induktion \mathfrak{B} an derselben Stelle gleich der Feldstärke ξ . Durch eine Fläche von der Breite dx cm und der Länge $l \cdot 10^5$ cm geht dann der Fluß $d\Phi = \xi \cdot l \cdot 10^5 dx$ Maxwell. Die Flußverketzung, d. h. das Produkt aus dem Fluß und dem umschlossenen Strom ist dann

$$d\Phi \cdot x^2/r^2 = \xi \cdot l \cdot 10^5 \cdot dx \cdot x^2/r^2.$$

Wir setzen darin für ξ den Wert aus dem Durchflutungsgesetz ein, summieren zwischen den Grenzen 0 und r , verdoppeln wegen des zweiten Leiters den erhaltenen Wert und vervielfachen mit 10^{-8} . Dadurch ergibt sich das 10^{-8} fache der Flußverketzung bei 1 Amp. zu

$$L'' = 2 \cdot 10^{-8} \int_0^r 0,2 \frac{x}{r^2} \cdot l \cdot 10^5 \cdot dx \cdot \frac{x^2}{r^2} = l \cdot 10^{-4}.$$

Die gesuchte Induktivität der Schleife ist dann

$$L_a = L' + L'' = [4 \ln(d/r) + 1] \cdot l \cdot 10^{-4} \text{ Henry.} \tag{8}$$

Allerdings wird die gleichmäßige Stromdichte, von der wir ausgegangen sind, gerade durch die Selbstinduktion, die von dem Feld im Innern der Leiter herrührt, gestört, und die Stromdichte wird nach dem Innern zu geringer (Hautwirkung). Dies ist aber bei den in der Starkstromtechnik üblichen Frequenzen nicht von Bedeutung.

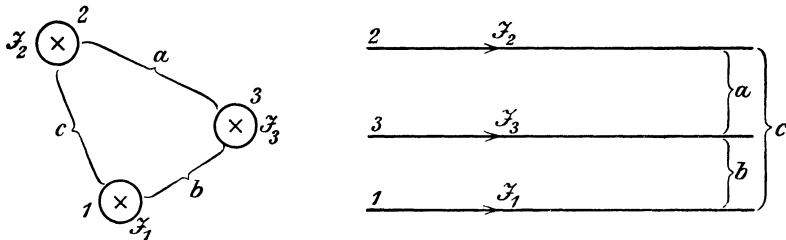


Bild 321. Unsymmetrische Drehstromleitung.

Wir berechnen nun die gegenseitige Induktivität zwischen den Schleifen a und b in Bild 321. Die Schleife a führe den Gleichstrom 1 Amp., der im Leiter 2 hinfließt und im Leiter 3 zurückfließt. Der Fluß, der dabei die Schleife a durchsetzt dringt weiter durch die Schleifen b und

c hindurch. Demnach ist die nach Gl. (8) berechnete Selbstinduktivität L_a gleich der Summe der gegenseitigen Induktivitäten M_{ab} und M_{ac} . Zyklische Vertauschung ergibt eine ebensolche Beziehung für die übrigen Schleifen. Wir erhalten so $L_a = M_{ab} + M_{ac}$, $L_b = M_{ba} + M_{bc}$, $L_c = M_{ca} + M_{cb}$. Daraus folgt

$$M_{ab} = 0,5(L_a + L_b - L_c). \tag{9}$$

Dadurch sind wir imstande, gegenseitige Induktivitäten durch Induktivitäten der Selbstinduktion auszudrücken.

Wir ermitteln nun die Spannung, die wir bei Drehstrom durch einen zwischen Anfang und Ende des Leiters 1 geschalteten Spannungszeiger messen. Wenn wir der Einfachheit halber den Wirkwiderstand eines Leiters gleich Null annehmen, so messen wir durch den Spannungszeiger nur eine induktive Spannung. Die Meßleitung ist in Bild 322 mit 0 bezeichnet, und die Schleifen, die sie unmittelbar mit dem Leiter 1 und unter Vermittlung der Stränge des Stromerzeugers und der Belastung mit den Leitern 2 und 3 bildet, sind α , β und γ genannt. Wir setzen nun zunächst nach Bild 320 die positive Stromrichtung in den drei Leitern vom Anfang nach dem Ende gerichtet fest. Weiter setzen wir für die Schleifen α , β und γ eine positive Umlaufrichtung fest, die wir willkürlich in der Schleife α oder 1, 0 im Sinne des positiven Stromes \mathfrak{I}_1 , in der Schleife β oder 2, 0 im Sinne des positiven Stromes \mathfrak{I}_2 und in der Schleife γ oder 3, 0 im Sinne des positiven Stromes \mathfrak{I}_3 wählen. Wir haben dann jeden Strom als negativ einzuführen, der dieser Richtung entgegenfließt oder dessen Fluß die Schleife entgegengesetzt durchsetzt wie die eines im positiven Umlaufsinn fließenden Stromes.

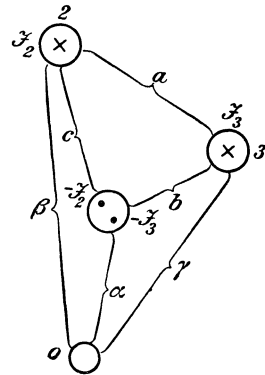


Bild 322. Zurückführung auf Ströme in zwei Schleifen.

Wir setzen nun voraus, daß kein neutraler Leiter vorhanden ist. Dann ist $\mathfrak{I}_1 = -\mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}_3$. Wir können also annehmen, daß nach Bild 322 die Schleife a stromlos ist und die Schleifen b und c vom Strom \mathfrak{I}_3 bzw. \mathfrak{I}_2 durchflossen werden. Der induktive Spannungsverbrauch in der Meßschleife α wird dann allein durch die gegenseitige Induktion der Schleifen b und c auf die Meßschleife α verursacht. Die Spannung, die wir messen, ist also bei der Kreisfrequenz ω unter Berücksichtigung der obigen Regel über das Vorzeichen: $\mathfrak{B}_\alpha = -M_{c\alpha} \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_2 - M_{b\alpha} \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_3$. Bei der weiteren Rechnung ist $j \cdot \mathfrak{B}_\alpha$ statt \mathfrak{B}_α einzuführen.

Nun können wir die gegenseitigen Induktivitäten nach Gl. (9) durch die Selbstinduktivitäten ausdrücken, und zwar wird nach Bild 322

$$M_{c\alpha} = 0,5 \cdot (L_c + L_\alpha - L_\beta) \qquad M_{b\alpha} = 0,5 \cdot (L_b + L_\alpha - L_\gamma).$$

Setzen wir noch $(-\mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}_3)L_\alpha = \mathfrak{I}_1 \cdot L_\alpha$, so erhalten wir

$$\mathfrak{B}_\alpha = -0,5 \omega (L_c \mathfrak{I}_2 + L_b \cdot \mathfrak{I}_3) + 0,5 \omega (\mathfrak{I}_1 L_\alpha + \mathfrak{I}_2 L_\beta + \mathfrak{I}_3 L_\gamma). \tag{10}$$

Die Spannung, die wir messen, ist also von den Induktivitäten der Schleifen α , β und γ , d. h. von der Lage der Meßleitung abhängig. Je nachdem wie wir die Meßleitung legen, messen wir eine verschiedene Spannung. Dies ist der Grund, weshalb man von einem Potentialunterschied im Wechselstromfeld nicht allgemein sprechen kann. Die Größe

\mathfrak{B}_α ist daher auch nicht als Spannungsverlust in einem Leiter, sondern als der induktive Spannungsverbrauch in der aus Leiter und Meßleitung gebildeten Schleife zu bezeichnen.

Liegt die Meßleitung weit genug von den Leitern entfernt, so wird $L_\alpha = L_\beta = L_\gamma$. Da die Summe der drei Ströme Null ist, so verschwindet jetzt das letzte Glied in unserer Gl. (10), und wir erhalten:

$$\mathfrak{B}_\alpha = -0,5 \cdot \omega \cdot (L_c \cdot \mathfrak{I}_2 + L_b \cdot \mathfrak{I}_3). \quad (11)$$

Durch zyklische Vertauschung ergeben sich ebenso \mathfrak{B}_β und \mathfrak{B}_γ .

Bei einer symmetrischen Leitung wird $L_a = L_b = L_c$. Wir bezeichnen dann $0,5 L_a$ als die Betriebsinduktivität L . Sie ergibt sich beim Drahtabstand d nach Gl. (8) zu

$$L = 0,5 L_a = [2 \ln(d/r) + 0,5] \cdot l \cdot 10^{-4} \text{ Henry.}$$

Da die Summe der drei Ströme gleich Null ist, so wird nach Gl. (11)

$$\mathfrak{B}_\alpha = L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_1 \quad \mathfrak{B}_\beta = L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_2 \quad \mathfrak{B}_\gamma = L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_3 \quad (12)$$

Diese Gleichungen gelten aber ebenfalls nur, wenn die Meßleitung weit entfernt ist. Dies ist z. B. der Fall, wenn wir, selbstverständlich bei ungeerdetem Nullpunkt des Stromerzeugers, den Anfang eines Leiters erden und das Ende über einen Spannungszeiger zur Erde führen.

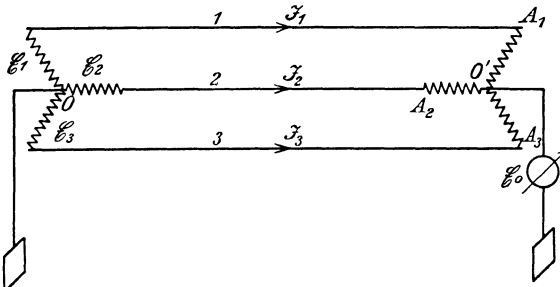


Bild 323. Spannung zwischen den Nullpunkten auf dem Wege über die Erde.

Wir ermitteln nun die Spannung zwischen den Nullpunkten des Stromerzeugers und der Belastung, d. h. das Potential des Nullpunktes der Belastung. Wieder gibt es keine Spannung an sich, sondern nur eine Spannung bei gegebener Lage der Meßleitung.

Wir wollen den Nullpunkt des Stromerzeugers erden und den der Belastung nach Bild 323 über einen Spannungszeiger ebenfalls zur Erde führen. Wir ermitteln damit die Spannung \mathcal{E}_0 des Nullpunktes der Belastung gegen die Erde. Für die Schleifen, die die Erde mit den einzelnen Leitern bildet, gelten dann die Gleichungen (11) oder (12).

Es seien β_1 , β_2 und β_3 die Scheinwiderstände der drei Stränge zwischen den Nullpunkten, enthaltend den inneren Scheinwiderstand des Stromerzeugers, den Wirkwiderstand eines Leiters und den Scheinwiderstand des betreffenden Stranges der Belastung. Sind dann \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 und \mathcal{E}_3 nach Größe und Phase die erzeugten Spannungen des Stromerzeugers, so gelten unter Einführung der induktiven Spannungen aus Gl. (11) oder (12) die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= \mathfrak{I}_1 \beta_1 + j \mathfrak{B}_\alpha + \mathcal{E}_0 \\ \mathcal{E}_2 &= \mathfrak{I}_2 \beta_2 + j \mathfrak{B}_\beta + \mathcal{E}_0 \\ \mathcal{E}_3 &= \mathfrak{I}_3 \beta_3 + j \mathfrak{B}_\gamma + \mathcal{E}_0 \\ 0 &= \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{I}_2 + \mathfrak{I}_3. \end{aligned}$$

Aus diesen vier Gleichungen in Verbindung mit Gl. (11) bzw. (12) lassen sich \mathcal{E}_0 , \mathfrak{I}_1 , \mathfrak{I}_2 und \mathfrak{I}_3 , sowie die Spannungsabfälle nach Größe

und Phase berechnen. Man erhält dann Bild 324. Darin bedeutet $A_1 B_1$ die Summe aus dem inneren Spannungsverlust im Stromerzeuger und im Wirkwiderstand des Leiters 1 und den induktiven Spannungsverlust $j \cdot \mathcal{B}_a$. OO' sei gleich der berechneten Spannung \mathcal{E}_0 . Dann ist $O'A_1$ die Sternspannung des Stranges 1 der Belastung. Ähnlich ergeben sich die Sternspannungen $O'A_2$ und $O'A_3$ für die beiden anderen Stränge der Belastung. $A_2 A_1$, $A_3 A_2$ und $A_1 A_3$ sind dann die verketteten Spannungen an der Belastung.

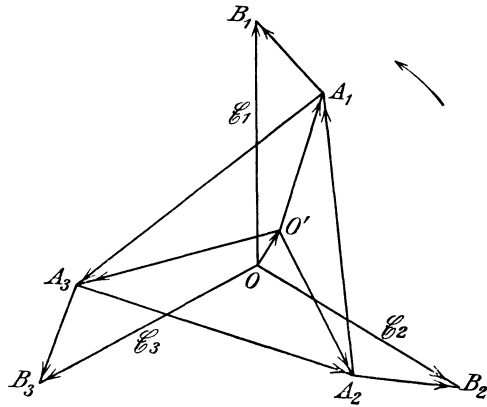


Bild 324. Ermittlung der Sternspannungen der Belastung.

Meist kann man die Spannung zwischen den Sternpunkten wegen der annähernd gleichen Belastung der drei Stränge gleich Null setzen und von den Strömen ausgehend mit Hilfe von Gl. (11) oder (12) die Spannungen an der Belastung ermitteln. Dies ist um so besser, als man überhaupt im wirklichen Betrieb nicht mit Scheinwiderständen, sondern mit Strömen rechnet.

Es sei z. B. bei der Leitung in Bild 325 $l = 20$ km, der Drahtalbmesser $r = 0,2$ cm und der Abstand d für die Schleifen a und c gleich 30 cm, für b also 60 cm. Dann ist nach Gl. (8) auf S. 212 und Gl. (3) auf S. 6

$$L_a = L_c = 0,042 \quad L_b = 0,0476 \quad R = 27,2.$$

Die Netzspannung sei 10 000 Volt, also die Sternspannung

$$10\,000/\sqrt{3} = 5\,800 \text{ Volt.}$$

Die vom Kraftwerk abgegebene Leistung sei 432 kW bei einem Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,8$ und der Frequenz $f = 50$. Dann ist bei gleichmäßiger Belastung die Stromstärke jedes Leiters $I = 432\,000 : (\sqrt{3} \cdot 10\,000 \cdot 0,8) = 31,25$ Amp. Die geringe Ungleichmäßigkeit, die durch die Unsymmetrie der Leitung hervorgerufen wird, ist dabei vernachlässigt. Wir ermitteln dann bei großer Entfernung der Leitung des Spannungszeigers

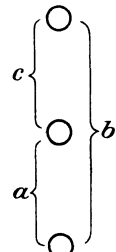


Bild 325. Unsymmetrische Drehstromleitung.

den Spannungsverlust nach Gl. (11). Mit Rücksicht auf das negative Vorzeichen und die Vervielfachung mit j haben wir die Spannungs-

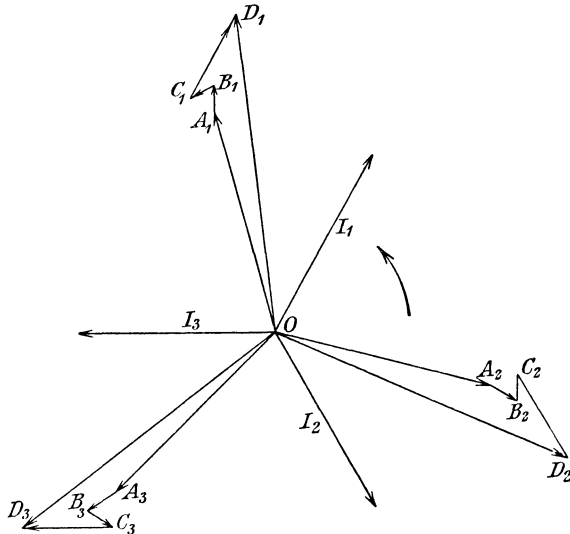


Bild 326. Spannungsverluste bei unsymmetrischer Leitung.

verluste um 90° gegen den Strom zurückbleiben zu lassen, durch den sie verursacht werden.

Es seien nun in Bild 326 OD_1, OD_2, OD_3 die Sternspannungen des Kraftwerkes und $\mathfrak{I}_1, \mathfrak{I}_2, \mathfrak{I}_3$ die um den Winkel φ zurückbleibenden Ströme. Für die Schleife α ziehen wir dann von der Spannung OD_1 entsprechend Gl. (11) folgende Strahlen ab:

- in Richtung des Stromes \mathfrak{I}_1 : $C_1 D_1 = I_1 R = 850$ Volt
- um 90° gegen \mathfrak{I}_2 nachteilend: $B_1 C_1 = 0,5 \omega \cdot L_c \cdot I_2 = 206$ Volt
- um 90° gegen \mathfrak{I}_3 nachteilend: $A_1 B_1 = 0,5 \omega \cdot L_b \cdot I_3 = 233$ Volt.

Dann erhalten wir unter Vernachlässigung der geringen Spannung zwischen den Nullpunkten die Sternspannung der Belastung zu OA_1 . Die Zeichnung in Bild 326 ist der Deutlichkeit wegen mit den vierfachen Spannungsverlusten ausgeführt. Ebenso ergeben sich die beiden andern Sternspannungen. Die gesamten induktiven Spannungsverluste $A_1 C_1$ und $A_3 C_3$ eilen nicht mehr genau um 90° gegen die Ströme \mathfrak{I}_1 und \mathfrak{I}_3 vor.

90. Kapazität von Drehstromleitungen.

Wir berechnen zunächst die Kapazität einer symmetrischen Drehstromfreileitung vom Drahthalbmesser r cm und dem Drahtabstand a cm.

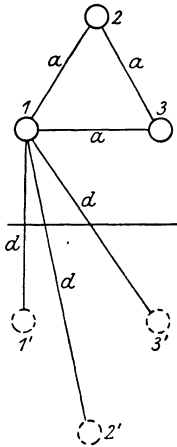


Bild 327. Symmetrische Freileitung.

Wir zeichnen dazu in Bild 327 die Spiegelbilder der Leiter gegenüber der Erdoberfläche. Die Entfernung von der Erde sei so groß, daß der Abstand eines Leiters von irgendeinem der Spiegelbilder gleich d gesetzt werden kann. Es seien q die Ladungen für die Längeneinheit in Coul/cm und c die Lichtgeschwindigkeit in cm/sek. Dann ist das Potential an der Oberfläche des Leiters 1, das durch die Wirkung der drei Schleifen 11', 22' und 33' zustande kommt, nach Gl. (13) auf S. 76:

$$V_1 = (2 q_1 \ln d/r + 2 q_2 \ln d/a + 2 q_3 \ln d/a) \cdot c^2/10^9 \text{ Volt.}$$

Entsprechend ergeben sich die Potentiale V_2 und V_3 . Diese Potentiale sind nichts anderes als die Spannungen gegen Erde, oder bei geerdetem Nullpunkt des Kraftwerkes die Sternspannungen, deren Summe bei sinusförmiger Spannungscurve Null ist. Aus $V_1 + V_2 + V_3 = 0$ folgt dann sofort $q_1 + q_2 + q_3 = 0$, d. h. $q_2 + q_3 = -q_1$.

Unsere Gleichung für V_1 nimmt daher die Form an $V_1 = (\ln d/r - \ln d/a) \cdot 2 q_1 \cdot c^2/10^9 = \ln a/r \cdot 2 q_1 \cdot c^2/10^9 \text{ Volt.}$

Die sog. Betriebskapazität, d. h. das Verhältnis der Ladung zur Sternspannung ist $q_1 : V_1$ Farad/cm, also die Betriebskapazität in Farad/km

$$C' = 10^5 \frac{q_1}{V_1} = \frac{10^{14}}{c^2 \cdot 2 \ln a/r} \text{ Farad/km.} \tag{13}$$

Sie ist nach Gl. 15 auf S. 76 doppelt so groß wie die einer Einphasenleitung vom Halbmesser r und vom Drahtabstand a . Im allgemeinen ist die Kapazität bei Freileitungen nur von geringem Einfluß. Der voreilende Strom, den sie bewirkt, macht sich nur in der Nähe des Leerlaufs durch die Spannungserhöhung, die er bewirkt, stärker bemerkbar.

Wir berechnen nun die Kapazität eines Drehstromkabels. (Bild 328). Es sei in cm r der Halbmesser der Leiter, R der innere Halbmesser des Metallmantels und a der Abstand der Leiter mitten vom Kabelmittelpunkt.

Die Ladungen für die Längeneinheit seien q Coul/cm. Die von den Oberflächen der Leiter ausgehenden elektrischen Flüsse betrachten wir als von den Leitermitten ausgehend, wobei wir allerdings im Vergleich zur Freileitung einen ziemlichen Fehler in Kauf nehmen müssen.

Der Mantel bildet für die drei Flüsse eine Niveaulfläche mit den Ladungen $-q_1, -q_2$ und $-q_3$. Diese Ladungen können wir durch die gleich großen Ladungen der elektrischen Achsen $1', 2'$ und $3'$ ersetzen. Diese liegen nach S. 68 so, daß die Bedingung erfüllt ist: $a(a + b) = R^2$. Wir haben dann 3 Schleifen ohne den Mantel in einem gleichförmigen Dielektrikum.

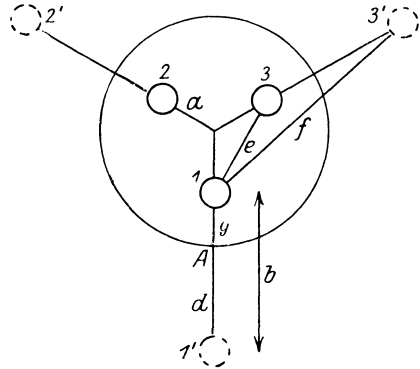


Bild 328. Drehstromkabel.

Im Felde dieser Schleifen ist das Potential der Oberfläche des Leiters 1 nach Gl. (13) auf S. 76.

$$V_1 = (q_1 \ln b/r + q_2 \ln f/e + q_3 \ln f/e) \cdot 2c^2/10^9 \varepsilon \text{ Volt.}$$

Ebenso ergibt sich das Potential des Mantels, der für jede der drei Ladungen eine Niveaulfläche ist, zu

$$V_A = (q_1 \ln d/g + q_2 \ln d/g + q_3 \ln d/g) \cdot 2c^2/10^9 \varepsilon \text{ Volt.}$$

Der Unterschied $V_1 - V_A$, d. h. die Spannung zwischen A und dem Leiter 1, ist bei geerdetem Mantel die Sternspannung e_1 des Drehstromstranges 1. Ebenso ergeben sich die Sternspannungen der beiden anderen Drehstromzweige. Die Summe der Spannungen ist bei sinusförmiger Spannungskurve gleich Null. Daraus folgt $q_1 + q_2 + q_3 = 0$, d. h. $q_2 + q_3 = -q_1$. Wir führen diesen Wert in die Gleichungen für V_1 und V_A ein und erhalten die Betriebskapazität C' als das Verhältnis der Ladung zur Sternspannung zu $q_1/(V_1 - V_A)$ Farad/cm oder in Farad/km zu

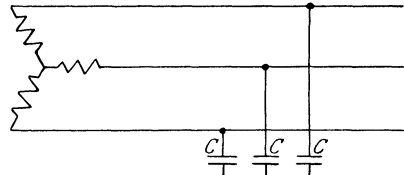


Bild 329. Ersatzschaltung.

$$C' = \frac{10^5 q_1}{V_1 - V_A} = \frac{\varepsilon \cdot 10^{14}}{c^2} \cdot \frac{1}{\ln \frac{b^2 \cdot e^2}{r^2 \cdot f^2}} \text{ Farad/km.}$$

Drücken wir alle Strecken, gegebenenfalls mit Hilfe des allgemeinen Pythagoras, durch R und a aus, so erhalten wir¹⁾

$$C' = \frac{\varepsilon \cdot 10^{14}}{c^2 \cdot \ln \frac{3a^2(R^2 - a^2)^3}{r^2(R^6 - a^6)}} \text{ Farad/km.} \tag{14}$$

Bei l km ist dann die Betriebskapazität $C = C' \cdot l$ Farad. Sie läßt sich darstellen durch die Kondensatoren in Bild 329, die jeder die Kapazität $C = C' \cdot l$ besitzen.

¹⁾ Vgl. Lichtenstein, ETZ. 1904, S. 110.

XVI. Ausgleichvorgänge und Wanderwellen.

91. Ausgleichvorgänge¹⁾.

Wir haben bisher im Stromkreise einen gleichmäßigen Dauerzustand vorausgesetzt und untersuchen jetzt den Übergangszustand, der zwischen einer im Stromkreise eingetretenen Änderung und dem Erreichen des Dauerzustandes liegt. Induktivität und Kapazität sollen dabei voneinander gesondert und jede an einem bestimmten Punkt zusammengedrängt sein. Es seien i und q die Zeitwerte des Stromes und der Ladung, i_a und q_a die Dauerwerte, die in einem Zeitpunkt der Übergangszeit auftreten würden, wenn sich sofort der Dauerzustand einstellen würde, i_f und q_f der freie Strom und die freie Ladung, welche die Dauerwerte zu den wirklichen Werten ergänzen. Dann ist

$$i = i_a + i_f. \quad (1) \quad q = q_a + q_f. \quad (2)$$

Enthält der Stromkreis nur den Widerstand R und die Induktivität L in Reihe, so ist die Spannung in jedem Zeitpunkt nach Gl. (1) auf S. 179 $e = i \cdot R + L \cdot di/dt$ oder

$$e = i_a \cdot R + L \cdot di_a/dt + i_f \cdot R + L \cdot di_f/dt.$$

Nun ist nach der Festsetzung des Dauerstromes

$$e = i_a \cdot R + L \cdot di_a/dt, \text{ d. h. } i_f \cdot R + L \cdot di_f/dt = 0.$$

Wir lösen für di_f/i_f auf und integrieren, wobei der Festwert gleich $-\ln K$ gesetzt wird. Dadurch erhalten wir

$$\int \frac{di_f}{i_f} = -\frac{R}{L} \cdot t = \ln i_f - \ln K, \text{ d. h. } i_f = K \cdot e^{-\frac{R}{L} \cdot t}. \quad (3)$$

Man bezeichnet R/L als den Dämpfungsfaktor und L/R als die Zeitkonstante. Fügt man den freien Strom aus Gl. (3) zum Dauerstrom, so erhält man den wirklichen Strom. Den Festwert K ermittelt man aus dem wirklichen Strom zur Zeit $t = 0$.

Enthält der Stromkreis nur den Widerstand R und die Kapazität C in Reihe, so ist nach S. 182 $e = i \cdot R + \int i \cdot dt/C$. Da diese Gleichung wieder durch den Dauerstrom i_a allein erfüllt wird, so gilt für den freien Strom $i_f \cdot R + \int i_f \cdot dt/C = 0$. Setzen wir $i_f = dq_f/dt$, so erhalten wir ähnlich wie oben:

$$q_f + R \cdot C \cdot dq_f/dt = 0, \text{ d. h. } q_f = K e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}. \quad (4)$$

Der Dämpfungsfaktor ist $1/RC$. Die freie Ladung q_f aus Gl. (4) fügt man zur bekannten Dauerladung und erhält so die wirkliche Ladung. Den Festwert K ermittelt man aus der Ladung für $t = 0$.

Enthält der Stromkreis Widerstand, Induktivität und Kapazität in Reihe, so ist nach S. 183 $e = i \cdot R + L \cdot di/dt + \int i dt/C$. Da diese Gleichung wieder durch den Dauerstrom allein erfüllt wird, so gilt für den freien Strom $i_f \cdot R + L \cdot di_f/dt + \int i_f dt/C = 0$. Setzen wir $\int i_f dt = q_f$, so erhalten wir

$$R \cdot dq_f/dt + L \cdot d^2q_f/dt^2 + q_f/C = 0. \quad (5)$$

Je nach dem Verhältnis $R^2 : 4L/C$ ergeben sich dafür verschiedene Lösungen. Wir behandeln hier nur den Fall, in welchem R^2 kleiner

¹⁾ Siehe Fränkel, Theorie der Wechselströme, 2. Aufl., Berlin 1921, S. 252ff.

ist als $4L/C$. Dafür ergibt die Theorie unter Benutzung der noch zu bestimmenden Festwerte A und α

$$q_f = \varepsilon^{-\alpha \cdot t} \cdot A \cdot \sin(b \cdot t + \alpha) \quad (6)$$

Darin ist

$$a = R/2L, \quad b = \sqrt{4L/C - R^2} : 2L.$$

a ist der Dämpfungsfaktor. Man kann die Richtigkeit der Lösung dadurch prüfen, daß man q_f aus Gl. (6), sowie die beiden ersten Differentialquotienten in Gl. (5) einsetzt. Man erhält nun aus Gl. (6)

$$i_f = dq_f/dt = -a \cdot A \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \sin(bt + \alpha) + b \cdot A \cdot \varepsilon^{-\alpha t} \cdot \cos(bt + \alpha).$$

Wir setzen jetzt

$$b/a = \operatorname{tg} \chi \quad a/\sqrt{a^2 + b^2} = \cos \chi \quad b/\sqrt{a^2 + b^2} = \sin \chi.$$

Nach den Gleichungen für a und b ist dabei $\sqrt{a^2 + b^2} = 1/\sqrt{L \cdot C}$. Führen wir dann die Werte von a und b aus den Gleichungen für $\cos \chi$ und $\sin \chi$ in die Gleichung für i_f ein, so erhalten wir:

$$i_f = \frac{-A \cdot \varepsilon^{-\alpha t}}{\sqrt{L \cdot C}} \cdot \sin(b \cdot t + \alpha - \chi). \quad (7)$$

Man fügt nun die Werte der freien Ladung und des freien Stromes aus Gl. (6) und (7) zu den entsprechenden Dauerwerten und erhält daraus die Gleichungen für die wirkliche Ladung und den wirklichen Strom. Die darin enthaltenen Festwerte A und α bestimmt man aus der wirklichen Ladung und Stromstärke zur Zeit $t = 0$.

Die freie Ladung und Stromstärke ergeben sich in unserm Falle, d. h. bei $R^2 < 4L/C$, als gedämpfte Sinusschwingungen von der Kreisfrequenz b , die sich über die Dauerwerte überlagern. Man kann sie darstellen, indem man die Senkrechten der ungedämpften Schwingungen entsprechend dem Dämpfungsfaktor und der Zeit verkleinert. Bei verschwindendem Widerstand R ergibt sich die Kreisfrequenz der Eigenschwingungen nach der Gleichung für b zu $1/\sqrt{LC}$.

92. Beispiele für Gleichstrom.

1. Der Widerstand R und die Induktivität L in Reihe werden an eine Gleichstromspannung E geschaltet. Dann ist der Dauerstrom gleich E/R . Fügen wir ihn zu dem nach Gl. (3) berechneten freien Strom, so erhalten wir den wirklichen Strom $i = E/R + K \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}$. Für $t = 0$ ist $i = 0$. Setzen wir beide Werte in unsere Gleichung, so wird $K = -E/R$. Der Strom ist also

$$i = E/R - \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t} \cdot E/R. \quad (8)$$

Für $t = L/R$ wird $i = E/R - \varepsilon^{-1} \cdot E/R = (1 - 1/2,718) \cdot E/R = 0,63 \cdot E/R$. Die Zeitkonstante L/R gibt also in unserm Falle die Zeit an, in welcher der Strom auf das 0,63fache des Endwertes angewachsen ist.

Es sei z. B. $E = 10$ Volt, $R = 2$ Ohm und $L = 2$ Henry. Dann ist der Dauerstrom $I = E/R = 5$ Amp. und der Zeitwert des Stromes während des Ausgleichs $i = 5 - 5\varepsilon^{-t}$. Bild 330a zeigt für diesen Fall die Abhängigkeit der Stromstärke von der Zeit. Der Endwert des Stromes wird genau genommen erst nach unendlicher Zeit erreicht. Jedoch steigt der Strom schon in kurzer Zeit nahezu auf den Endwert. Wir berechnen z. B. die Zeit, in der der Unterschied gegenüber dem Dauer-

strom nur mehr 1‰ beträgt, der Strom also auf 4,995 Amp. angewachsen ist. Wir erhalten: $4,995 = 5 - 5 \varepsilon^{-t}$, d. h. $\varepsilon^{-t} = 0,001$. Daraus ergibt sich $\varepsilon^t = 1000$, also $t = \ln 1000 = \log 1000 / 0,4343 = 6,9$ sek.

2. Bei einem vom Gleichstrom I erregten Elektromagneten, neben dessen Wicklung nach Bild 74 ein Widerstand geschaltet ist, werde der Hauptstrom ausgeschaltet. Die Summe aus den dann in Reihe liegenden Widerständen der Wicklung und des nebengeschalteten Zweiges sei R , die Induktivität sei gleich L . In der Magnetwicklung ist der Dauerstrom Null, also der wirkliche Strom nach Gl. (3): $i = i_f = K \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} \cdot t}$. Für $t = 0$ ist $i = I$. Daraus erhalten wir $K = I$, d. h. $i = I \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} t}$.

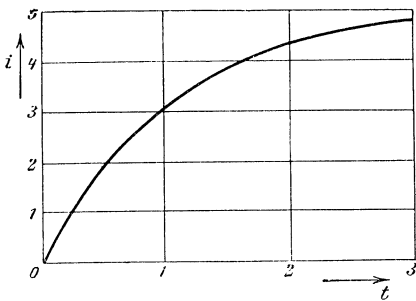


Bild 330 a.
Gleichstrom beim Einschalten.

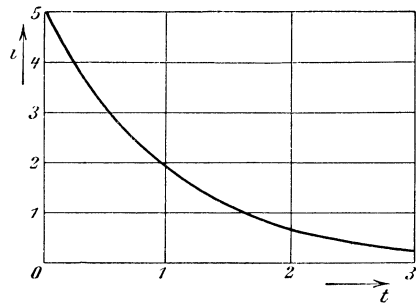


Bild 330 b.
Gleichstrom beim Aufhören der Spannung.

Für $t = L/R$ wird $i = I \cdot \varepsilon^{-1} = 0,37I$. Die Zeitkonstante L/R gibt also in unserm Falle die Zeit an, in der der Strom auf das 0,37fache des Anfangswertes gefallen ist. Im Nebenzweig kehrt der Strom seine Richtung augenblicklich um, da der Zweig nur Wirkwiderstand enthält. Unsere Entwicklungen gelten auch für einen Elektromagneten, der durch Kurzschließen seiner Klemmen stromlos wird. Für $I = 5$, $R = 2$ und $L = 2$ ist die Stromkurve in Bild 330 b gezeichnet. Sie ist das Spiegelbild der Stromkurve in Bild 330 a.

3. Die Magnetwicklung einer Gleichstrommaschine werde an eine Gleichspannung geschaltet. Die Induktivität sei nicht gleichbleibend. Die Abhängigkeit des Flusses Φ eines Polpaares vom Magnetstrom i sei durch die Magnetisierungskurve im linken Teil des Bildes 331 gegeben. Die Kurve ist gegenüber der sonst üblichen Darstellung um 90° gedreht. Die Maschine sei sechspolig. Die Spannung sei $E = 120$ Volt, die Windungszahl eines Polpaares gleich 1500, und der Widerstand der Magnetwicklung auf allen Polen zusammen gleich $R = 15$ Ohm. Dann ist das Produkt aus Windungszahl und Fluß für ein Polpaar gleich $1500 \cdot \Phi$. Für den ganzen Stromkreis ist also bei 3 Polpaaren $w \cdot \Phi = 4500 \cdot \Phi$, d. h. $w = 4500$. Dann gilt die Gleichung:

$$E = i \cdot R + \frac{10^{-8} \cdot w \cdot d\Phi}{dt}, \quad \text{d. h.} \quad \frac{dt}{10^{-8} \cdot w/R} = \frac{d\Phi}{E/R - i}. \quad (9)$$

Wir tragen dann in senkrechter Richtung $OA = E/R = 8$ Amp. und in einem noch zu bestimmenden Maßstab $OP = a = 10^{-8} \cdot w/R = 3 \cdot 10^{-6}$ auf und ziehen durch A und P Wagerechte.

Der Fluß nehme von Null in der Zeit Δt um $\Delta \Phi = AB$ zu. Dann ist der erreichte Strom i_1 gleich der nicht gezeichneten Höhe von D , also ist $DB = E/R - i_1$. Ziehen wir also OQ gleichgerichtet mit AD und loten wir Q hinauf nach F , so verhält sich $OF:QF = AB:DB$. Nach Gl. (9) ist also $OF = \Delta t$, oder, da wir von $t = 0$ angefangen haben, gleich der zum Strom i_1 gehörigen Zeit t_1 . Der Schnittpunkt der Wagerechten durch D und der Senkrechten durch F gibt also die Stromstärke als Funktion der Zeit an.

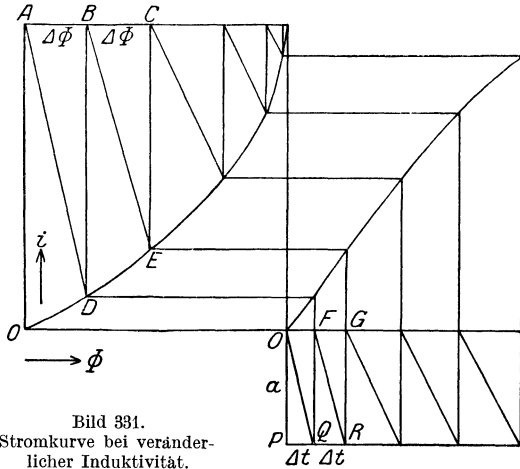


Bild 331.
Stromkurve bei veränderlicher Induktivität.

Im nächsten Zeitraum Δt wachse der Fluß um $\Delta \Phi = BC$. Der zugehörige Strom i_2 ist dann gleich der Senkrechten des Punktes E , demnach ist $EC = E/R - i_2$. Ziehen wir also FR gleichgerichtet mit BE , so ist, wie oben, FG gleich der zugehörigen Zeit Δt . Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten die Kurve der Stromstärke in Abhängigkeit von der Zeit. Der Maßstab für den Strom, die Zeit und den Fluß kann willkürlich gewählt werden. Es sei z. B.

$$1 \text{ cm} = c_i \text{ Amp.}, \quad 1 \text{ cm} = c_t \text{ sek.}, \quad 1 \text{ cm} = c_\phi \text{ Maxwell.}$$

Dann folgt daraus der Maßstab für die durch OP dargestellte Größe $a = 10^{-8} \cdot w/R$ in derselben Weise, wie sich a nach Gl. (9) aus den betreffenden Größen selbst berechnet, zu $c_a = c_i \cdot c_t / c_\phi$. In Bild 331 ist z. B. $c_i = 2 \text{ Amp.}$, $c_t = 2 \text{ sek.}$, $c_\phi = 2 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$ Dann wird $c_a = c_i \cdot c_t / c_\phi = 2 \cdot 2 : 2 \cdot 10^6 = 2 \cdot 10^{-6}$, d. h. $OP = 3 \cdot 10^{-6} : 2 \cdot 10^{-6} = 1,5 \text{ cm.}$

Wenn die Magnetisierungskurve wie in Bild 42 verläuft, erhält die Stromkurve eine ganz unregelmäßige Form (vgl. Rüdtenberg, Wissenschaftl. Veröffentl. aus dem Siemens-Konzern, Berlin 1920, S. 182).

4. Die Kapazität C Farad und der Widerstand R Ohm in Reihe werden an die Gleichstromspannung E gelegt. Die Induktivität werde gleich Null gesetzt. Dann ist die Dauerladung $q_d = C \cdot E$, also die Gesamtladung als die Summe der Dauerladung und der nach Gl. (4) berechneten freien Ladung $q = C \cdot E + K \cdot \varepsilon^{-t/RC}$. Für $t = 0$ ist $q = 0$, also $K = -C \cdot E$. Demnach ist

$$q = C \cdot E - C \cdot E \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}} \quad \text{und} \quad i = dq/dt = \varepsilon^{-\frac{t}{R \cdot C}} \cdot E/R. \quad (10)$$

Im Zeitpunkt des Einschaltens, also für $t = 0$, wird die Stromstärke nach unserer Gleichung gleich E/R . Sie ist also bei kleinem Widerstand außerordentlich groß, obwohl der Stromkreis im gewöhnlichen Sinne überhaupt nicht geschlossen ist. Tatsächlich ist nun allerdings immer etwas Selbstinduktion vorhanden, die bewirkt, daß der Strom im Zeitpunkt des Einschaltens nicht gleich E/R ist, sondern von Null an zunimmt. Er kann aber doch so stark werden, daß es sich empfiehlt, ein Kabel nicht sofort auf die volle Spannung zu schalten, sondern die Spannung

allmählich zu erhöhen, oder das Kabel durch einen sog. Schutzschalter über einen Widerstand anzuschließen. Der Widerstand wird schon während des Schaltens kurz geschlossen.

5. Eine Drosselspule mit der gleichbleibenden Induktivität L und ein Kondensator mit der Kapazität C in Reihe werden zur Zeit $t = 0$ an eine Gleichstromspannung E geschaltet. Der Wirkwiderstand R sei verschwindend klein. Da die Bedingung $R^2 < 4L/C$ erfüllt ist, so ergibt sich die freie Ladung aus Gl. (6) zu $q_f = \varepsilon^{-\alpha t} \cdot A \cdot \sin(b \cdot t + \alpha)$. Darin ist nach S. 219 $a = 0$ und $b = 1/\sqrt{LC}$. Da die Dauerladung $q_d = C \cdot E$ ist, so wird die wirkliche Ladung

$$q = q_d + q_f = C \cdot E + A \cdot \sin(t/\sqrt{CL} + \alpha),$$

$$\text{d. h. } i = dq/dt = \cos(t/\sqrt{CL} + \alpha) \cdot A/\sqrt{CL}.$$

Für $t = 0$ ist $q = 0$ und $i = 0$. Daraus folgt $A \cdot \sin \alpha = -C \cdot E$ und $A/\sqrt{CL} \cos \alpha = 0$. Daraus folgt $\alpha = \pi/2$ und $A = -C \cdot E$. Demnach wird

$$q = C \cdot E - C \cdot E \cdot \cos \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (11) \quad i = \frac{E}{\sqrt{L/C}} \cdot \sin \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (12)$$

Der Strom ist ein Wechselstrom mit dem Höchstwert $E : \sqrt{L/C}$. Die Kreisfrequenz ist $1/\sqrt{LC}$, also die Schwingungszahl in der Sekunde gleich $1 : 2\pi\sqrt{LC}$ und die Zeit einer Schwingung $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Wenn der Widerstand, wie angenommen, gleich Null ist, dauern die Schwingungen unbegrenzt fort. Bild 332 zeigt den zeitlichen Verlauf des Stromes, der Dauerladung, der freien Ladung und der Gesamtladung.

Im ersten Viertel der Periode wächst der Strom bis auf den Höchstwert $i_m = E : \sqrt{L/C}$, und die in der Drosselspule aufgespeicherte Energie

erreicht nach Gl. (9) auf S. 58 den Betrag $L \cdot i_m^2/2 = C \cdot E^2/2$. Gleichzeitig erreicht nach Gl. (8) die Ladung des Kondensators den Betrag $C \cdot E$, die Spannung am Kondensator also den Betrag E , und die elektrische Energie erreicht nach Gl. (19) auf S. 77 den Betrag $C \cdot E^2/2$. Die Stromquelle liefert also im ersten Viertel der Periode die Energie $C \cdot E^2$.

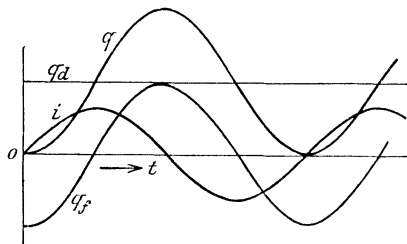


Bild 332. Strom beim Einschalten einer Drosselspule und eines Kondensators auf eine Gleichstromquelle.

Zur Zeit $T/2$, die dem Bogen π entspricht, ist der Strom nach

Gl. (12) Null, die Drosselspule hat also ihre Energie abgegeben. Gleichzeitig ist die Ladung des Kondensators nach Gl. (11) gleich $2 \cdot C \cdot E$, also die Kondensatorspannung gleich $2E$, d. h. doppelt so groß wie die Gleichstromspannung. Die elektrische Energie ist dann $C(2 \cdot E)^2/2 = 2C \cdot E^2$. Davon stammt der Betrag $C \cdot E^2/2$ aus der Drosselspule, während $C \cdot E^2$ im zweiten Viertel der Periode aus der Stromquelle geliefert ist.

Im dritten Viertel der Periode wird die elektrische Energie des Kondensators zum großen Teil frei, unter Aufspeicherung von magnetischer Energie und Rücklieferung an die Stromquelle. Endlich wird im vierten Teil der Periode die magnetische Energie der Drosselspule und der Rest der elektrischen Energie des Kondensators an die Stromquelle zurückgegeben, worauf das Spiel von neuem beginnt.

93. Beispiele für Wechselstrom.

1. Eine Spule mit der festen Induktivität L und verschwindend kleinem Wirkwiderstand werde zur Zeit $t = 0$ an eine Wechselstromquelle mit der Spannung $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$ angeschlossen. Da der Dauerstrom beim Wirkwiderstand Null um $\pi/2$ gegen die Spannung zurückbleibt, so ist er $i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \pi/2)$. Da ferner der Dämpfungsfaktor nach Gl. (3) gleich Null ist, so ist der freie Strom gleichbleibend gleich K . Der wirkliche Strom ist also $i = i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \pi/2) + K$. Für $t = 0$ ist $i = 0$, d. h. der Festwert K , der jetzt einen gleichbleibenden Strom darstellt, ist $K = -i_m \cdot \sin(\psi - \pi/2) = i_m \cos \psi$. Der wirkliche Strom besteht also aus einem Gleichstrom $i_m \cdot \cos \psi$, über den sich ein sinusförmiger Wechselstrom lagert. Bild 333 zeigt die Welle der Spannung, deren Ursprung gegen den Anfangspunkt um den Winkel ψ zurückliegt, sowie die Welle des Dauerstromes, die gegen die Spannungswelle um $\pi/2$ zurückbleibt.

Der freie Strom wird durch die Gerade dargestellt. Ihre Höhe folgt daraus, daß für $t = 0$ $i = 0$ ist, also Dauerstrom und freier Strom entgegengesetzt gleich sind. Die Kurve des wirklichen Stromes verläuft wie die des Dauerstromes, ist aber um den

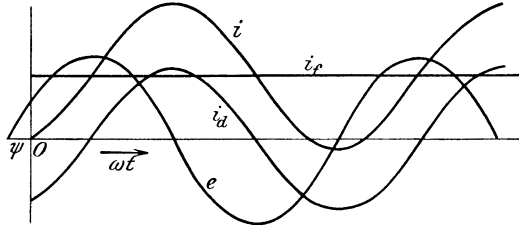


Bild 333. Einschaltstrom bei widerstandloser Induktionsspule.

senkrechten Wert K des freien Stromes in senkrechter Richtung verschoben. Wenn der Wirkwiderstand unserer Annahme entsprechend gleich Null ist, was natürlich nie ganz zutrifft, bleiben die Kurven un geändert, d. h. der Gesamtstrom enthält dauernd einen Gleichstrom.

Der freie Strom wird am größten, wenn die Spannung beim Einschalten gerade durch Null hindurchgeht. Er ist dann gleich dem Höchstwert i_m des Dauerstromes. Auch der Höchstwert des Gesamtstromes wird in diesem Falle am größten. Er ist gleich $2i_m$ und wird nach Ablauf einer halben Periode erreicht. Die Kurve des Gesamtstromes liegt dann dauernd oberhalb oder unterhalb der Wagerechten, so daß der Strom seine Richtung überhaupt nicht ändert.

Wird endlich eingeschaltet, wenn die Spannung ihren Höchstwert besitzt, so ist $\psi = \pi/2$, also der freie Strom K gleich Null. Daher fällt die Kurve des Gesamtstromes mit der des Dauerstromes zusammen.

2. Eine widerstandslose Induktionsspule mit einem Eisenkern, der bei der Magnetisierung stark gesättigt wird, werde an eine sinusförmige Wechselstromspannung geschaltet. Die aufgedrückte Spannung bedingt eine entgegengesetzt gleiche Selbstinduktionsspannung und dadurch zwar nicht denselben Fluß, aber dieselbe Flußänderung wie im Dauerzustand. Man hat dann die Kurve des Dauerflusses Φ_d , der nach Bild 253 um $\pi/2$ gegen die aufgedrückte Spannung zurückbleibt, senkrecht so weit zu verschieben, daß sie für $t = 0$ durch Null hindurchgeht und erhält dadurch den wirklichen Fluß Φ . Bild 334 zeigt dies unter der Annahme, daß die Spannung zur Zeit $t = 0$ durch Null hindurchgeht, wobei der Fluß auf das Doppelte des größten Dauerflusses ansteigt.

Der Strom i ergibt sich dann dadurch, daß man den Fluß durch

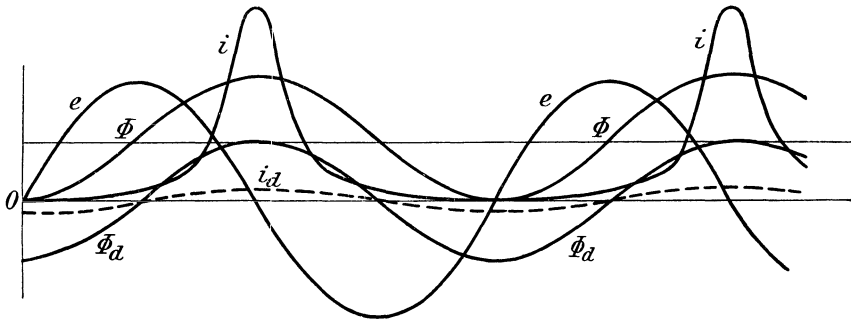


Bild 334. Fluß- und Stromkurve bei gesättigtem Eisen.

den Eisenquerschnitt teilt und die erforderliche Erregung für 1 cm aus Bild 70 ermittelt. Wenn diese der Einfachheit wegen als Senkrechte aufgetragen wird, ergibt sich die Kurve i . Zum Vergleich ist die entsprechende Kurve des Dauerstroms gezeichnet, die jetzt im Gegensatz zu früher keine Rolle mehr bei der Ermittlung des Gesamtstromes spielt. Bei der Zeichnung ist angenommen, daß der Höchstwert der Induktion beim Dauerzustand gleich 8000, also beim Übergangszustand gleich 16000 ist. Da bei 16000 Gauß 35 Amperewindungen/cm nötig sind, bei 8000 Gauß aber nur 1,6 Amperewindungen/cm, so ist der Höchstwert des Einschaltstromes 23(!)mal so groß wie der des Dauerstromes. Beim Einschalten großer Transformatoren oder Drehstrommotoren mit stark gesättigtem Eisen werden daher ebenfalls die auf S. 222 erwähnten Schutzschalter verwendet. Der Widerstand, der in ihnen enthalten ist und schon während der Schaltbewegung kurzgeschlossen wird, ist so bemessen, daß er im Dauerzustand bei Leerlauf einige Prozente der Netzspannung vernichten würde. Durch die dämpfende Wirkung wird der Höchstwert des Stromes schon bei seinem ersten Auftreten verringert.

Auch hier wieder fällt die Kurve des wirklichen Stromes mit der des Dauerstroms zusammen, wenn beim Einschalten der Dauerstrom durch Null hindurchgeht, also die Spannung ihren Höchstwert hat.

3. Ein Stromkreis mit der festen Induktivität L und dem Widerstand R werde zur Zeit $t = 0$ an die Spannung $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$ geschaltet. Ist i_m der Höchstwert des Dauerstromes und $\operatorname{tg} \varphi = L\omega/R$, so ist der Zeitwert des Dauerstromes $i_d = i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi)$. Er ist durch die Kurve i_d in Bild 335 dargestellt. Der freie Strom ist nach

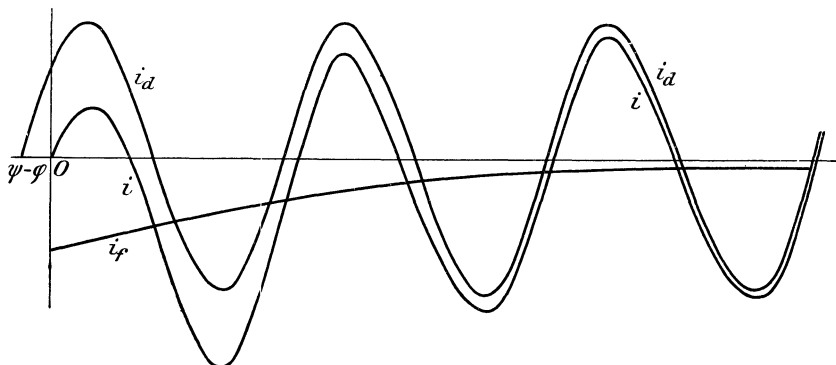


Bild 335. Einschaltstrom für Widerstand und Induktivität bei Wechselstrom.

Gl. (3) $i_f = K \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} t}$, und der wirkliche Strom als die Summe des Dauerstroms und des freien Stromes ist:

$$i = i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi) + K \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} t}.$$

Für $t = 0$ ist $i = 0$, d. h. $K = -i_m \cdot \sin(\psi - \varphi)$. Der freie Strom wird also durch die Kurve i_f dargestellt. Der wirkliche Strom ist dann

$$i = i_m \cdot \sin(\omega t + \psi - \varphi) - \varepsilon^{-\frac{R}{L} t} \cdot i_m \cdot \sin(\psi - \varphi).$$

Er ist durch die Kurve i gegeben, die durch das Zusammenzählen der Senkrechten der Kurven i_d und i_f gewonnen ist. Nach einer Zahl von Schwingungen, die genau genommen unendlich groß ist, geht der Strom in den Dauerstrom über. Wir fragen, unter welchen Umständen der Höchstwert des wirklichen Stromes am größten wird. Wenn wir unsere Gleichung partiell nach ψ und t differenzieren und die Differentialquotienten gleich Null setzen, erhalten wir

$$\cos(\omega t + \psi - \varphi) - \cos(\psi - \varphi) \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} t} = 0.$$

$$\omega \cdot \cos(\omega t + \psi - \varphi) + \frac{R}{L} \cdot \sin(\psi - \varphi) \cdot \varepsilon^{-\frac{R}{L} t} = 0.$$

Wenn wir $\cos(\omega t + \psi - \varphi)$ herauschaffen und $L\omega/R = \operatorname{tg} \varphi$ setzen, wird $L\omega \cdot \cos(\psi - \varphi) = -R \cdot \sin(\psi - \varphi)$, d. h. $\operatorname{tg} \varphi = -\operatorname{tg}(\psi - \varphi)$. Daraus folgt $\psi = 0$ oder $\psi = \pi$. Der Strom wird also, wie in dem Beispiel 1 auf S. 223 am größten, wenn beim Durchgang der Spannung durch Null eingeschaltet wird.

4. Eine Drosselspule mit der Induktivität L in Reihe mit einem Kondensator von der Kapazität C bei vernachlässigbarem Wirkwiderstand werde zur Zeit $t = 0$ an die Spannung $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$ angeschlossen. Der Dauerstrom ist dann ein sinusförmiger Wechselstrom. Je nachdem dann $L\omega$ oder $1/C\omega$ überwiegt, bleibt der Dauerstrom i_d um $+\pi/2$ oder $-\pi/2$ gegen die Spannung zurück. Die Dauerladung wird ebenfalls sinusförmig und bleibt gegen den Strom um $\pi/2$ zurück. Im übrigen bleibt der Gang der Rechnung derselbe wie im Fall 5 des vorigen Abschnittes. Der Strom, den man erhält, besteht aus dem sinusförmigen Dauerstrom von der Kreisfrequenz ω , über den sich der sinusförmige freie Strom von der Eigenkreisfrequenz $1/\sqrt{LC}$ überlagert.

Wir wollen nun annehmen, daß im Zeitpunkt eingeschaltet wird, wenn die Spannung ihren Höchstwert e_m besitzt. Tatsächlich wird bei den gebräuchlichen Schaltern der Strom immer in diesem Zeitpunkt geschlossen. Wir setzen weiter den Fall, daß die eigene Kreisfrequenz $1/\sqrt{LC}$ sehr groß ist gegen die Kreisfrequenz ω der Stromquelle. Dann können wir annehmen, daß viele Eigenschwingungen vollendet sind, ehe sich die Spannung der Stromquelle wesentlich ändert. Wir können also im Anfang mit einer gleichbleibenden Spannung rechnen. Der Höchstwert der Spannung am Kondensator wird dann wie früher gleich $2e_m$ und der Höchstwert des Stromes nach Gl. (12) $i_m = e_m/\sqrt{L/C}$. Gleichzeitig hat unsere Annahme, daß ω gegen $1/\sqrt{LC}$ verschwindet, zur Folge, daß ω^2 gegen $1/LC$ erst recht verschwindet, also $L\omega$ gegen $1/C\omega$ zu vernachlässigen ist. Der Gesamtwiderstand ist dann $1/C\omega$, d. h. der Höchstwert i_{dm} des Dauerstromes ist $e_m \cdot C\omega$. Daraus folgt:

$$\frac{i_m}{i_{dm}} = \frac{e_m/\sqrt{L/C}}{e_m \cdot C\omega} = \frac{1/\sqrt{LC}}{\omega}.$$

Der Höchstwert des Stromes nach dem Einschalten verhält sich also zum größten Dauerwert wie die Eigenfrequenz zur Frequenz der Stromquelle. Der große Einschaltstrom ergibt wieder die Notwendigkeit von Schutzschaltern beim Einschalten von Kabeln.

94. Wanderwellen.

Wir haben bisher angenommen, daß Selbstinduktion und Kapazität in getrennten Teilen des Stromkreises vorhanden sind. Tatsächlich ist diese Annahme nie vollkommen erfüllt. Sie trifft jedoch häufig angenähert zu, da z. B. bei den Wicklungen von Maschinen und Transformatoren die Kapazität meist gegenüber der Selbstinduktion zu vernachlässigen ist, während das Umgekehrte oft bei Kabeln der Fall ist. Für eine solche getrennte Induktivität und Kapazität ergaben sich in den letzten beiden Abschnitten in manchen Fällen Überspannungen und Überströme. Auch bei der Resonanz in Abschnitt 79 waren Induktivität und Kapazität getrennt. Wir behandeln jetzt den Fall, in welchem die Teile eines Stromkreises, wie z. B. die Leitungen, längs ihrer ganzen Bahn sowohl Selbstinduktion als Kapazität besitzen¹). (Verteilte Selbstinduktion und Kapazität.)

Es sei l die einfache Länge der Leitung, L die Induktivität für die Längeneinheit und C die Kapazität für die Längeneinheit. Der Widerstand werde gleich Null gesetzt. Ebenso werde angenommen, daß abgesehen vom Verschiebungsstrom kein Strom durch das Dielektrikum geht, die Isolation also vollkommen ist. Wir bestimmen dann die Spannung e und die Stromstärke i im Abstand x vom Leitungsanfang in Abhängigkeit vom Ort und von der Zeit. (Bild 336.) Die partiellen Differentialquotienten werden dabei durch ein rundes ∂ kenntlich gemacht.

Der Spannungsverbrauch auf der Längeneinheit, die wir uns dabei sehr klein vorstellen müssen, ist $L \cdot \partial i / \partial t$. Er ist gleich der negativen Zunahme der Spannung auf der Längeneinheit, also $-\partial e / \partial x$. Demnach ist

$$L \partial i / \partial t = -\partial e / \partial x. \quad (13)$$

Andererseits ist die Stromabnahme auf der Längeneinheit infolge des scheinbar durch das Dielektrikum fließenden Verschiebungsstromes gleich $C \cdot \partial e / \partial t$. Sie ist gleich der negativen Zunahme des Stromes auf der Längeneinheit, also gleich $-\partial i / \partial x$ d. h.

$$C \cdot \partial e / \partial t = -\partial i / \partial x. \quad (14)$$

Wir differenzieren partiell Gl. (13) nach x und Gl. (14) nach t :

$$L \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t \cdot \partial x} = -\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} \quad \text{und} \quad C \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = -\frac{\partial^2 i}{\partial x \cdot \partial t}.$$

Wenn $\frac{\partial^2 i}{\partial t \cdot \partial x}$ herausgeschafft wird, ergibt sich mit einem Festwert v :

$$\partial^2 e / \partial t^2 = v^2 \partial^2 e / \partial x^2. \quad (15) \quad v = 1/\sqrt{L \cdot C}. \quad (16)$$

¹) Vgl. die Pionierarbeit von K. W. Wagner, Elektromagnetische Ausgleichsvorgänge in Freileitungen und Kabeln, Leipzig und Berlin 1908.

Die Auflösung der Gl. (15) ergibt nach der Theorie

$$e = \varphi(x - v \cdot t) + \varrho(x + v \cdot t). \quad (17)$$

Dabei ist $\varphi(x - v \cdot t)$ eine Funktion von $x - v \cdot t$ und $\varrho(x + v \cdot t)$ eine Funktion von $x + v \cdot t$. Man kann sich leicht von der Richtigkeit der Auflösung überzeugen, wenn man die zweiten Differentialquotienten von e nach x und t bildet.

Wir ermitteln nun die Stromstärke und differenzieren dazu Gl. (17) nach t , wobei φ statt $\varphi(x - vt)$ und ϱ statt $\varrho(x + vt)$ gesetzt wird:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -v \frac{\partial \varphi}{\partial(x - v \cdot t)} + v \frac{\partial \varrho}{\partial(x + v \cdot t)}.$$

Setzen wir diesen Wert in Gl. (14) ein, so erhalten wir

$$-C \cdot v \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial(x - v \cdot t)} + C \cdot v \cdot \frac{\partial \varrho}{\partial(x + v \cdot t)} = -\frac{\partial i}{\partial x}.$$

Durch Integration ergibt sich dann $i = C \cdot v \cdot \varphi - C \cdot v \cdot \varrho$. Dabei ist nach Gl. (16) $C \cdot v = \sqrt{C/L}$. Wir setzen den umgekehrten Wert gleich Z und bezeichnen ihn als den Wellenwiderstand der Leitung. Dann ergibt sich, wenn die Funktionen wieder vollständig geschrieben werden:

$$Z = \sqrt{L/C}. \quad (18) \quad i = \{\varphi(x - v \cdot t) - \varrho(x + v \cdot t)\} : Z \quad (19)$$

Die Funktionen φ und ϱ sind von der Zeit und dem Ort abhängig. Dabei hat φ stets denselben Wert, wenn $x - v \cdot t$ einen beliebigen festen Wert p erreicht. Ebenso hat ϱ stets denselben Wert, wenn $x + v \cdot t$ einen beliebigen festen Wert q annimmt. Wir setzen also $x - v \cdot t = p$, $x + v \cdot t = q$ und erhalten durch Differenzieren nach t für φ : $dx/dt = v$, für ϱ : $dx/dt = -v$. Die Funktion φ ist dann nach Bild 337 eine Wanderwelle, die in unveränderter Form mit der Geschwindigkeit v vorwärts schreitet. Dagegen ist ϱ eine



Bild 337. Vorwärts und rückwärts schreitende Wellen.

Welle, die in unveränderter Form mit der Geschwindigkeit v rückwärts schreitet. Die Bezeichnungen φ und ϱ sind mit Rücksicht auf diese Fortschrittrichtung gewählt. Für Freileitungen wird nach Gl. (16) mit Benutzung von Gl. (15) auf S. 55 und Gl. (15) auf S. 76 unter Vernachlässigung des magnetischen Feldes im Innern der Leiter $v = 3 \cdot 10^5$ km/sek, also gleich der Lichtgeschwindigkeit. Dabei ist in Gl. (15) auf S. 55, wo die Länge in km einzuführen ist, $l = 1$ einzusetzen. Die Form der Wellen ergibt sich aus den Anfangsbedingungen (vgl. Abschn. 96 u. 97).

95. Reflexionsgesetz¹⁾.

1. Leitungsende offen. Es seien φ und ϱ die Zeitwerte der vorwärts und rückwärts laufenden Wellen am Leitungsende. Nun ist nach Gl. (19) $\varphi - \varrho = i \cdot Z$. Da der Strom am offenen Leitungsende gleich Null ist, so wird $\varphi = \varrho$. Läuft also eine beliebige Spannungswelle φ nach Bild 338 auf das Ende zu, so entsteht eine rückwärts laufende Welle ϱ , die das Spiegelbild in bezug auf eine Senkrechte im Leitungs-

¹⁾ Nach der überaus anschaulichen Darstellung bei K. W. Wagner im 1. Sonderheft der Telegraphen- und Fernsprechtechnik, April 1919.

ende ist. An jeder Stelle der Leitung ist die Spannung $e = \varphi + \varrho$, d. h. die Spannung wird durch die Überlagerung größer als der Welle φ entspricht. Ebenso ergibt sich an jeder Stelle der Leitung der Strom durch den Unterschied der Wellen φ und ϱ nach der Gl. $i \cdot Z = \varphi - \varrho$.

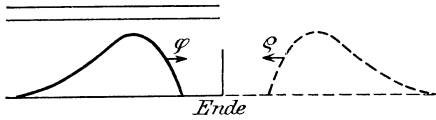


Bild 338. Leitungsende offen.

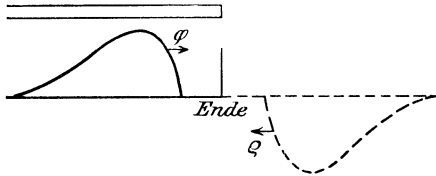


Bild 339. Leitungsende kurz geschlossen.

2. Leitungsende kurz geschlossen. Da die Spannung am kurzgeschlossenen Ende gleich Null ist, so gilt die Gleichung $e = \varphi + \varrho = 0$, d. h. $\varrho = -\varphi$. Läuft also eine beliebige Spannungswelle φ nach Bild 339 auf das Leitungsende zu, so entsteht gleichzeitig eine rückläufige Welle ϱ , die das Spiegelbild in bezug auf die senkrechte und wagerechte Achse ist.

3. Leitungsende über Widerstand R geschlossen. Dann gelten für das Ende die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} e &= \varphi + \varrho = i \cdot R & 2\varphi &= i(R + Z) \\ \varphi - \varrho &= i \cdot Z & 2\varrho &= i(R - Z) \end{aligned} \right\} \text{d. h. } \varrho = \frac{R - Z}{R + Z} \cdot \varphi.$$

Wir setzen nun $(R - Z) : (R + Z) = p$ (20)

und bezeichnen diese Größe als den Reflexionsfaktor. Ist R größer als Z , so ist p positiv, und wir erhalten eine rückläufige Welle wie in Bild 338, nur mit verringerter Höhe. Die Überlagerung ergibt dann ebenfalls eine Spannungserhöhung gegenüber der Welle φ allein.

Ist R kleiner als Z , so ist p negativ, und wir erhalten eine rückläufige Welle wie in Bild 339, jedoch ebenfalls mit verringerter Höhe. Für $R = Z$ ist die rückläufige Welle gleich Null.

4. Übergang von einer Leitung 1 auf die Leitung 2. Eine beliebige Spannungswelle φ_1 laufe mit der Geschwindigkeit v_1 auf der Leitung 1 nach dem Verbindungspunkt hin. Die Welle, die in die Leitung 2 weiterläuft, sei φ_2 . Da die rückwärtslaufende Welle dieser Leitung gleich Null ist, so ist nach Gl. (17) und (19) am Verbindungspunkt $e_2 = \varphi_2 = i_2 \cdot Z_2$. Da Spannung und Stromstärke am Verbindungspunkt beiden Leitungen gemeinsam sind, so gilt für den Verbindungspunkt auch die Gleichung $e_1 = i_1 Z_2$. Wir haben dann dieselben Verhältnisse, wie wenn die erste Leitung von dem Wellenwiderstand Z_1 auf einen Ohmschen Widerstand Z_2 geschlossen wäre. Der Reflexionsfaktor p und die in die Leitung 1 zurücklaufende Welle ϱ_1 sind also nach Gl. (20)

$$p = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}, \quad \varrho_1 = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \cdot \varphi_1.$$

Über die Vorzeichen gilt dasselbe wie unter 3. Daraus, daß die Spannung am Verbindungspunkt, die oben zu φ_2 berechnet wurde, beiden Leitungen gemeinsam ist, ergibt sich dann

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \varrho_1 = \frac{2 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_1} \cdot \varphi_1.$$

Dabei ist $2 Z_2 / (Z_2 + Z_1)$ der sog. Brechungsfaktor.

Die in die zweite Leitung eindringende Welle φ_2 läuft mit einer der zweiten Leitung entsprechenden Geschwindigkeit v_2 . Die Welle ist für $Z_2 > Z_1$ größer als die ankommende Welle φ_1 . Dies ist z. B. der Fall, wenn eine Welle aus einem Kabel in eine Freileitung übertritt. Wenn dagegen Z_2 kleiner ist als Z_1 , so ist die in die Leitung 2 weiterlaufende Welle φ_2 kleiner als die ankommende Welle φ_1 . Bild 340 zeigt dies für den Fall einer langen Welle φ_1 von gleichmäßiger Höhe und senkrechter Wellenstirn, wobei $Z_2 : Z_1 = 1/2$ angenommen ist. Dabei ergeben sich die Wellen $\varphi_2 = 2/3 \varphi_1$ und $\varphi_1 = -\varphi_1/3$, die im gezeichneten Zeitpunkt gegen den mit $x = 0$ bezeichneten Verbindungspunkt um $v_2 \cdot t$ bzw. $v_1 \cdot t$ vorgeschritten sind.

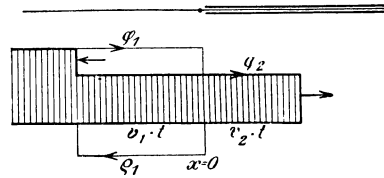


Bild 340. Reflexion und Brechung am Verbindungspunkt.

4. Leitungsende über Widerstand R und Induktivität L geschlossen. Für diesen Fall ist am Leitungsende $e = \varphi + \varrho = i \cdot R + L \cdot di/dt$ und $\varphi - \varrho = i \cdot Z$, demnach $2\varphi = i(R + Z) + L \cdot di/dt$. Die Leitung verhält sich also, wie Petersen zuerst im Archiv für Elektrotechnik 1912, S. 245, als allgemein gültig ausgesprochen hat, in bezug auf das Ende wie ein Stromkreis, in welchem am Ende die Spannung 2φ wirksam ist und der Wellenwiderstand wie ein Ohmscher Widerstand zu behandeln ist.

Für den Fall einer langen Spannungswelle φ von gleicher Höhe ist 2φ ein Festwert, und der Strom am Ende ergibt sich unter Benutzung von Gl. (8) auf S. 219 zu

$$i = \frac{2\varphi}{R + Z} - \frac{2\varphi}{R + Z} \cdot \varepsilon^{-\frac{R+Z}{L} t}.$$

Die rückwärts laufende Welle ϱ wird dann

$$\varrho = \varphi - i \cdot Z = \frac{R - Z}{R + Z} \cdot \varphi + \frac{2\varphi \cdot Z}{R + Z} \cdot \varepsilon^{-\frac{R+Z}{L} t}.$$

Für $R = 0$ gibt Bild 341 die Welle ϱ , die von rechts her über die Leitung hinwegzuziehen beginnt. Die Summe $\varphi + \varrho$ ist dann die Spannung, die durch die Senkrechten der gestreiften Fläche gegeben ist. Ebenso ist der Unterschied $\varphi - \varrho$, der ebenfalls durch die Senkrechten einer gestreiften Fläche dargestellt ist, gleich $i \cdot Z$, also ein Maß für den Strom. Beide gestreifte Flächen müssen wir von rechts her über die Leitung hinwegbewegt denken. Wie Bild 341 zeigt, wird eine Spannungswelle durch eine Induktivität im ersten Augenblick unter Erhöhung auf den doppelten Wert zurückgeworfen. Die Induktivität wirkt also anfangs wie ein offenes Leitungsende.

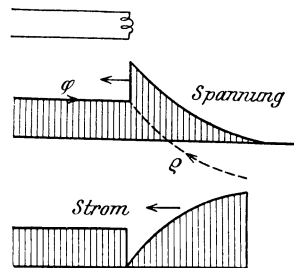


Bild 341. Reflexion an einer Induktivität.

5. Leitungsende durch Widerstand R und Kapazität C geschlossen. Ist φ die am Leitungsende einfallende Welle, so ergibt die obige Regel für das Leitungsende: $2\varphi = i \cdot (R + Z) + \int i \cdot dt/C$. Nach

Gl. (10) auf S. 221 ergibt sich daraus für den Fall, daß die Welle φ eine gleichmäßige Höhe besitzt, also φ ein Festwert ist:

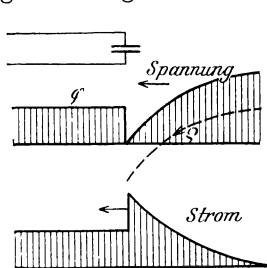


Bild 342. Reflexion an einer Kapazität.

$$i = \frac{2\varphi}{R+Z} \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{(R+Z) \cdot C}}$$

$$\varrho = \varphi - i \cdot Z = \varphi - 2\varphi \cdot \frac{Z}{R+Z} \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{(R+Z) \cdot C}}$$

Bild 342 zeigt für $R=0$ die rücklaufende Welle ϱ im Zeitpunkt $t=0$, wo sie über die Leitung herziehen beginnt. Die Senkrechten der oberen gestreiften Fläche geben wieder die Spannung $\varphi + \varrho$, während die der unteren gestreiften Fläche die Größe $\varphi - \varrho = i \cdot Z$ darstellen. Beide Flächen müssen wir wieder von

rechts her über die Leitung herziehend denken. Wie man sieht, wirkt die Kapazität wie ein Kurzschluß, indem die Spannung im ersten Augenblick auf Null heruntergeht.

96. Einschaltvorgang bei einer Leitung.

Eine unbelastete Leitung von der Länge l werde an eine Gleichstromquelle von der Spannung E geschaltet. Der Widerstand der Leiter, sowie der Leitwert der Isolationsschicht sei gleich Null. Der Anfang der Leitung ist in Bild 343 mit A , das Ende mit B bezeichnet. Die Funktion φ werde durch die Senkrechten einer ausgezogenen Kurve, die Funktion ϱ durch die einer gestrichelten Kurve dargestellt.

Vor dem Einschalten, also zur Zeit $t=0$, ist die Spannung und die Stromstärke an allen Punkten der Leitung gleich Null. Wir erhalten also, wenn $t=0$ gesetzt wird, aus Gl. (17) und (19) für jeden Wert von x die Beziehungen: $0 = \varphi(x) + \varrho(x)$ und $0 = \varphi(x) - \varrho(x)$. Demnach sind zur Zeit $t=0$ für jeden Wert von x die Funktionen $\varphi(x)$ und $\varrho(x)$ gleich Null, d. h. die beiden Kurven fallen mit der wagerechten Achse AB zusammen. Sie sind indessen der Deutlichkeit wegen etwas übereinander gezeichnet.

Die Kurven φ und ϱ , von denen wir bisher nur die in die wagerechte Achse fallenden Teile von der Länge AB kennen, schreiten nun nach dem Einschalten mit der Geschwindigkeit v fort, und zwar die Kurve φ nach rechts, die Kurve ϱ nach links. Zur Zeit $T/8$ sind sie um die halbe Leitungslänge vorgeschritten.

Die Spannung am Leitungsanfang ist dabei dauernd gleich E . Da sie die Gl. (17) erfüllt und die rückwärts schreitende Welle ϱ entsprechend MR gleich Null ist, so muß die zur Zeit $t=0$ ohne Änderung ihrer Form von A aus vorwärts schreitende Welle φ die feste Höhe E besitzen.

Damit sind wir nun imstande, zunächst für $t=0$ die ganzen Wellen, die von links und rechts her über die Leitung hinwegziehen beginnen, zu zeichnen. Eine Senkrechte der ausgezogenen Kurve links ergibt mit einer gleichweit vom Anfang A entfernten Senkrechten der gestrichelten Kurve rechts zusammen den Wert E . Andererseits ist der

Strom am Leitungsende B gleich Null. Nach Gl. 19 müssen also zwei gleich weit von B entfernte Senkrechte der ausgezogenen Kurve links und der gestrichelten Kurve rechts gleich groß sein, d. h. die beiden Kurven sind Spiegelbilder in Bezug auf B (vgl. das Reflexionsgesetz auf S. 228 oben). Aus der Ecke 1 erhält man die Ecke 2, aus dieser die Ecke 3 usw. So ergeben sich zwei rechteckige Wellen von der Wellenlänge $4l$, deren Symmetrielinie um $E/2$ gegen die wagerechte Achse, die mit AB zusammenfällt, nach oben verschoben ist.

Es sei nun T die Zeit, in der die Wellen um eine Wellenlänge, also um die Strecke $4l$ fortschreiten. Wir zeichnen dann beide Wellen in Zeitabschnitten von $T/8$ Sek. Wenn wir auf der Länge l die Senkrechten beider Wellen zusammenzählen, ergibt sich nach Gl. (17) die Spannung

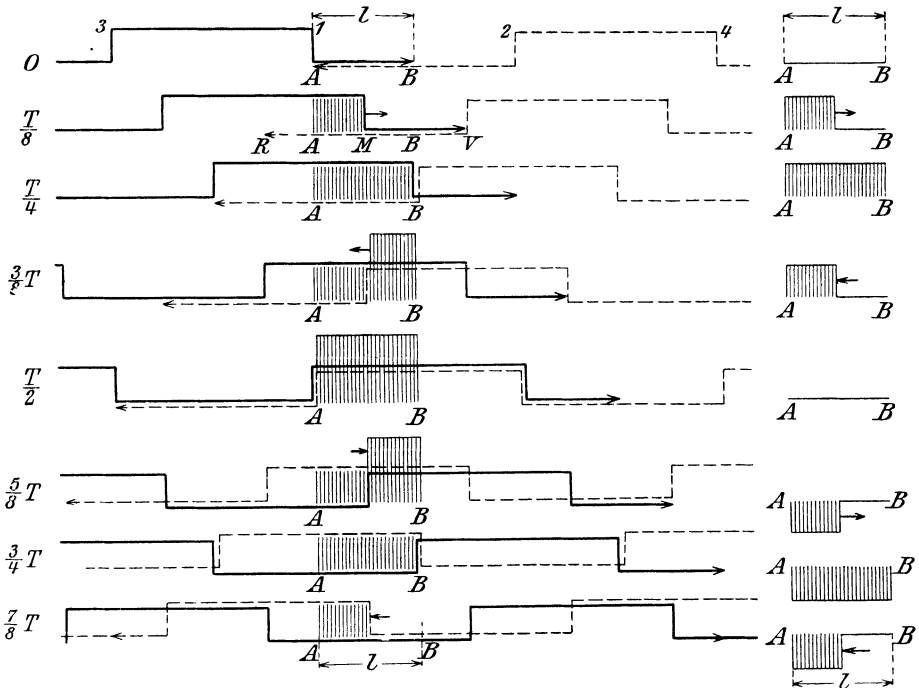


Bild 343. Wanderwellen beim Einschalten einer offenen Leitung.

an jeder Stelle. Sie wird durch die Senkrechten der gestreiften Flächen im linken Teil des Bildes dargestellt.

Wir fassen nun die Bewegung der Gesamtwellen ins Auge, die sich als die Summe der vorwärts und rückwärts schreitenden Welle ergibt. Zunächst schreitet eine Ladewelle von der Höhe E in der Richtung vom Anfang zum Ende. Zur Zeit $T/8$ hat sie die Mitte der Leitung, zur Zeit $T/4$ das Ende erreicht und wird dort unter Erhöhung der Spannung auf das Doppelte zurückgeworfen, so daß eine Ladewelle von der Höhe E zum Anfang zurückkehrt. Dort wird sie zur Zeit $T/2$ unter Verringerung der Spannung auf den einfachen Wert wieder zurückgeworfen, d. h. eine Entladewelle von der Höhe E schreitet vom An-

fang zum Ende. Hat sie dann zur Zeit $\frac{3}{4}T$ das Ende erreicht, so wird sie unter Verringerung der Spannung auf Null wieder zum Anfang zurückgeworfen. Dann wiederholt sich das Spiel, bis sich infolge der

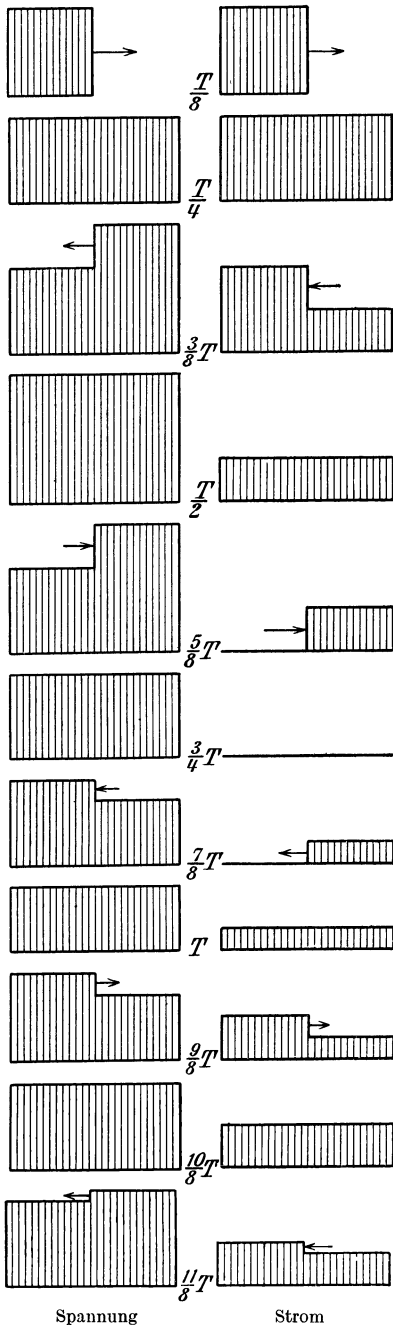


Bild 344. Wanderwellen beim Einschalten einer durch Widerstand belasteten Leitung.

dämpfenden Wirkung des doch nicht zu vernachlässigenden Wirkwiderstandes der Leitung die Senkrechten der Einzelwellen φ und ϱ , bezogen auf ihre wagerechte Symmetrielinie, allmählich verkleinern. Die Wellen laufen sich dadurch tot, und die ganze Leitung steht schließlich unter der Spannung $2 \cdot E/2$. Auch für die Lade- und Entladewellen der Spannung gelten die Reflexionsgesetze.

In ähnlicher Weise ergibt sich die Stromstärke aus dem Unterschied der Einzelwellen φ und ϱ . Sie ist im rechten Teil des Bildes als Senkrechte der gestreiften Fläche aufgetragen.

Nun ist die elektrische Energie zwischen den Leitern für die Längeneinheit gleich $C \cdot e^2/2$, dagegen die magnetische Energie gleich $L \cdot i^2/2$. Wie Bild 343 zeigt, wird zeitweise Arbeit unter Aufspeicherung von Energie aus der Stromquelle geliefert und zeitweise Arbeit durch Abnahme der Energie zurückgeliefert. Ferner wird zeitweise magnetische Energie in elektrische umgesetzt und umgekehrt.

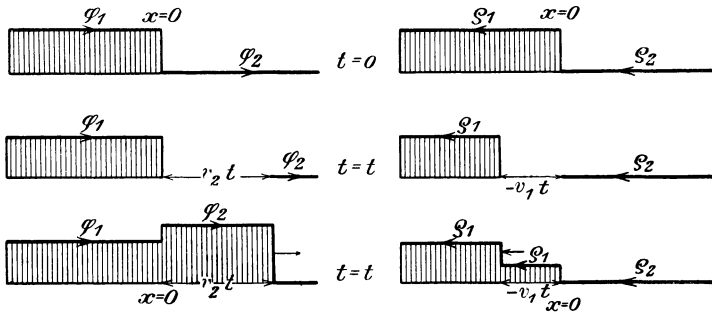
Die bisher offene Leitung sei jetzt über den Widerstand R geschlossen. Dann ist für das Ende stets nach S. 228, $\varrho = \varphi(R - Z)/(R + Z)$. Bei einem Kabel sei z. B. $Z = \sqrt{L/C} = 100$ Ohm. Der am Ende zwischen die Leiter geschaltete Widerstand sei $R = 300$ Ohm. Dann ist am Ende $\varrho = \varphi(300 - 100) : (300 + 100) = \varphi/2$. Die Wellen φ und ϱ ergeben sich dann wie in Bild 343, mit dem Unterschied, daß die Senkrechte der gestrichelten Kurve rechts halb so groß sein muß wie die gleich weit von B entfernte Senkrechte der ausgezogenen Kurve links. Gleich weit von A entfernte Senkrechte der beiden Kurven ergeben dagegen wie früher die Summe E .

Die Summe der Senkrechten beider Kurven längs der Leitung AB

ergibt die Spannung, der Unterschied, durch $Z = 100$ geteilt, den Strom (Bild 344). Spannung und Strom sind wie früher durch die Senkrechten der gestreiften Flächen dargestellt. Auch hier wieder ergeben sich aus den Einzelwellen die Lade- und Entladewellen der Spannung, die dem Reflexionsgesetz folgen. Man überzeugt sich leicht, daß die Stromstärke am Ende, abgesehen von den Zeitpunkten $T/4$, $T/2$ usw., in allen Zeiträumen gleich dem Verhältnis der Spannung zum Widerstand R ist.

97. Zusammenschalten von zwei Leitungen.

Wir betrachten den Fall, in welchem eine lange, offene Leitung 2 an eine lange unter der Spannung E stehende Leitung 1 geschaltet wird¹⁾. Die Induktivität und Kapazität seien bei beiden Leitungen verschieden, so daß auch die Wellenwiderstände Z_1 und Z_2 , sowie die Fortschritts- geschwindigkeiten in beiden Leitungen verschieden sind. Der Schalter liege bei $x = 0$ (Bild 345 und 346). Für $t = 0$, wenn der Schalter offen ist, erhalten wir für jeden Punkt der Leitung 1: $e_1 = \varphi_1 + \varrho_1 = E$ und $i_1 = (\varphi_1 - \varrho_1)/Z_1 = 0$ und für jeden Punkt der Leitung 2: $e_2 = \varphi_2 + \varrho_2 = 0$ und $i_2 = (\varphi_2 - \varrho_2)/Z_2 = 0$. Daraus folgt in jedem Punkt der Leitungen für



↓Bild 345. Einzelwellen beim Zusammenschalten zweier Leitungen.

$t = 0$: $\varphi_1 = \varrho_1 = E/2$ und $\varphi_2 = \varrho_2 = 0$. Dieser Zustand ist im oberen Teil des Bildes 345 dargestellt.

Zur Zeit t ist φ_1 um $v_1 t$ vorwärts und ϱ_1 um $v_1 t$ rückwärts geschritten, ebenso φ_2 um $v_2 t$ vorwärts und ϱ_2 um $v_2 t$ zurück (Bild 345 Mitte). Dabei kennen wir φ_1 und ϱ_2 an jeder Stelle, dagegen φ_2 und ϱ_1 nur so weit, wie sie gezeichnet sind. Die fehlenden Teile erhalten wir daraus, daß in jedem Zeitpunkt für $x = 0$, also an der Verbindungsstelle, die Gleichungen gelten: $e_1 = e_2$ und $i_1 = i_2$, d. h. $\varphi_1 + \varrho_1 = \varphi_2 + \varrho_2$ und $(\varphi_1 - \varrho_1)/Z_1 = (\varphi_2 - \varrho_2)/Z_2$. Nun ist nach Bild 345 Mitte für $x = 0$: $\varphi_1 = E/2$ und $\varrho_2 = 0$. Führen wir diese Werte in die letzten beiden Gleichungen ein und setzen wir $\alpha = Z_1/Z_2$, so erhalten wir $0,5E + \varrho_1 = \varphi_2$ und $0,5E - \varrho_1 = \alpha \cdot \varphi_2$. Daraus folgt:

$$\varphi_2 = \frac{E}{1 + \alpha}, \quad \varrho_1 = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha} \cdot \frac{E}{2}.$$

Dies sind für jeden Zeitpunkt die Werte für $x = 0$. Da sich φ_2 und ϱ_1 unverändert fortsetzen, so erhalten wir die unten in Bild 345 dargestellten Kurven.

¹⁾ Vgl. Rüdénberg, El. u. Maschinenbau 1912, Heft 8.

Das Bild ist unter der Annahme gezeichnet, daß Z_1 kleiner ist als Z_2 , also α kleiner ist als Eins. Dies ist der Fall, wenn ein Kabel eine Freileitung speist. Fügen wir nun φ und ϱ auf jeder Leitung zusammen, so erhalten wir Bild 346 oben. Wie wir sehen, wandert eine Welle von der Höhe $E/(1 + \alpha)$ in die bisher spannungslose Leitung 2 nach vorwärts, um sie teilweise zu laden. Dagegen wandert eine Welle $E - E/(1 + \alpha)$ nach rückwärts in die Speiseleitung und entladet sie teilweise.

Bild 346 Mitte zeigt denselben Fall für das Zusammenschalten zweier gleicher Leitungen. Die Lade- und Entladewellen werden in diesem Falle gleich groß. Endlich bezieht sich Bild 346 unten auf das Laden eines Kabels durch eine Freileitung.

In allen betrachteten Fällen sind die Wellen rechteckig, d. h. sie haben eine senkrechte Wellenstirn. Dies hat zur Folge, daß ein Punkt

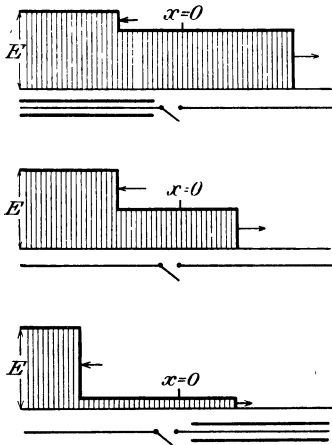


Bild 346. Spannungswellen beim Zusammenschalten zweier Leitungen

eines Leiters, der gerade von der Welle getroffen wird, gegen den benachbarten Punkt desselben Leiters, der noch nicht getroffen ist, eine starke Spannung besitzt, die gegebenenfalls gleich der doppelten Betriebsspannung sein kann. Dies ist deswegen gefährlich, weil die Wicklungen von Maschinen, Transformatoren oder Apparaten ebenfalls verteilte Selbstinduktion und Kapazität besitzen. Wenn sie also an die Leitungen angeschlossen sind, dringen die Wanderwellen in sie hinein. Die Spannung zwischen benachbarten Windungen kann auf diese Weise so groß werden, daß die Isolation durchschlagen wird. Man schützt sich gegen diese Gefahr durch stärkere Isolierung der Eingangswindungen oder besser noch aller Windungen überhaupt, ferner durch Nebenschaltung von Kapazi-

täten, welche die Wanderwellen ableiten oder auch durch Vorschalten von Drosselspulen, welche die Wanderwellen zurückwerfen. Der beste Schutz gegen Überspannungen besteht indessen darin, daß man nach Möglichkeit die Entstehung von Wellen gefährlicher Höhe vermeidet. Auch muß man die Leitungsnetze so anordnen, daß sich die Wellen, ohne auf Induktivitäten zu stoßen, im fortlaufenden Zuge durch Dämpfung des Ohmschen Leitungswiderstandes totlaufen können (vgl. Petersen, ETZ 1913, S. 238.) Induktivitäten, wie z. B. die Meßtransformatoren der Stromzähler oder die Auslösespulen der selbsttätigen Schalter werden dabei durch Ohmsche Widerstände überbrückt. Diese sind so groß, daß kein nennenswerter Teil des gewöhnlichen Leitungstromes durch sie hindurchfließt.

XVII. Transformatoren.

98. Aufbau und Schaltung der Transformatoren.

Ein Transformator enthält einen Eisenkörper mit zwei Wicklungen. Er liegt gewöhnlich zur Kühlung und Isolierung unter Öl.

Der Eisenkörper wird zur Verringerung der Wirbelstromverluste aus

Bleichen zusammengesetzt, die meist mit Silicium legiert sind und eine geringe Verlustziffer aufweisen. Der Transformator wird entweder als Kerntransformator oder als Manteltransformator gebaut (Bild 347 und 348).

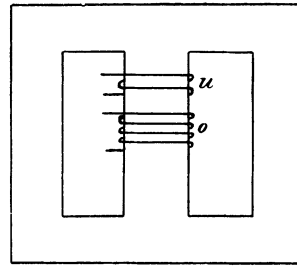
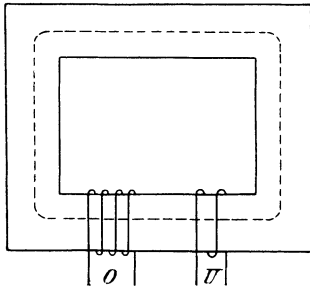


Bild 347. Kerntransformator für Einphasenstrom. Bild 348. Manteltransformator für Einphasenstrom.

Von den beiden Wicklungen wird die erste durch Wechselstrom gespeist, während die zweite Wechselstrom liefert. Die erste Wicklung liegt bei Transformatoren, die zur Spannungswandlung dienen, am Netz. Bei den Strom- oder Reihentransformatoren wird sie vom Netzstrom durchflossen. Die Spule mit der größeren Windungszahl heißt Oberspannungsspule (O), die andere Unterspannungsspule (U). Die Wicklung wird entweder als Röhrenwicklung oder als Scheibenwicklung ausgeführt.

Bei der Röhrenwicklung (vgl. Bild 349) liegen die beiden Spulen übereinander, und zwar liegt die Unterspannungsspule, die gegen das

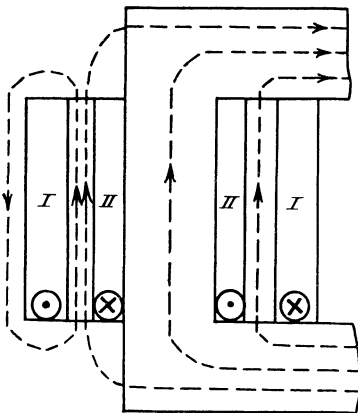


Bild 349. Röhrenwicklung.

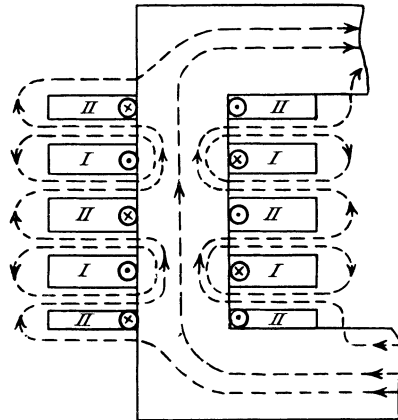


Bild 350. Scheibenwicklung.

Eisen in geringerem Maße isoliert zu werden braucht, innen. Damit die Spannung zwischen zwei übereinanderliegenden Windungen nicht zu groß wird, teilt man die Oberspannungsspule in eine Reihe von nebeneinander liegenden Einzelspulen.

Bei der Scheibenwicklung (vgl. Bild 350) besteht jede Wicklung aus einer Reihe von scheibenförmigen Einzelspulen. Die Scheiben der beiden Wicklungen werden abwechselnd aufeinander geschichtet. Die äußersten Scheiben gehören wegen der Isolierung gegen Eisen zur Unter-

spannungsspule und enthalten zur Verringerung der Streuung halb so viele Windungen wie die übrigen Scheiben.

Bei den Transformatoren für Induktionsöfen wird die zweite Spule durch eine Rinne geschmolzenen Metalles gebildet, das durch die Stromwärme flüssig gehalten wird (Bild 351).

In der Regel sind beide Spulen voneinander isoliert. Wenn jedoch die Spannungen beider Spulen in der Größenordnung nicht sehr verschieden sind, kann man zur Verringerung der Kosten und der Verluste

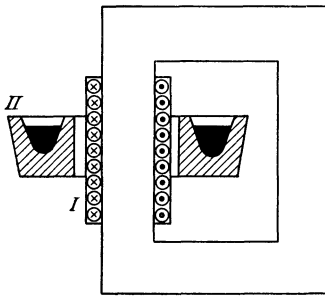


Bild 351. Induktionsofen.

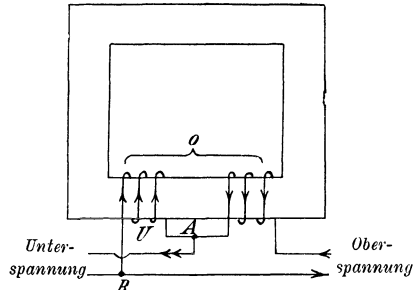


Bild 352. Sparschaltung

nach der sogenannten Sparschaltung die Unterspannungsspule als einen Teil der Oberspannungsspule ausbilden (Bild 352). Die Spannung der Oberspannungsseite entspricht den gesamten Windungen, die der Unterspannungsseite dem linken Teil der Windungen. Der Strom fließt im gezeichneten Zeitpunkt aus beiden Wicklungsteilen auf *A* zu, dann weiter ins Netz der Unterspannungsseite, teilt sich bei *B* und fließt zum Teil nach der Oberspannungsseite, zum Teil in die Unterspannungsspule.

Auch die Transformatoren, die zur Erhöhung der Spannung dienen, sind nichts anderes als Transformatoren in Sparschaltung. In Bild 353 sei z. B. der Wicklungssinn in beiden auf demselben Kern liegenden Spulen derselbe. Dann sind beide Spulen, wie in Bild 352, in gleichem Sinne in Reihe geschaltet und ergeben zusammen, wie in Bild 352, die erhöhte Spannung am Netz. Natürlich kann die primäre Wicklung, statt von der Kraftwerkseite, auch wie in Bild 354, von der Verbraucherseite aus gespeist werden. Wie aus dem Vergleich beider Schaltungen hervorgeht, ergibt Bild 354 eine Erhöhung und nicht etwa eine Verminderung der Spannung.

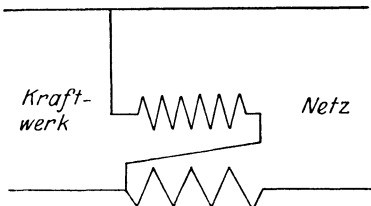


Bild 353

Zusatztransformator.

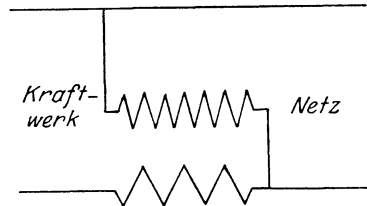


Bild 354.

Bei Drehstromtransformatoren liegen die drei Stränge entweder nach Bild 355 auf je einem besonderen Kern, wobei die geringe Ungleichmäßigkeit in der Weglänge der Feldlinien ohne Belang ist, oder die drei Stränge liegen, durch Eisen voneinander getrennt, nach Bild 356 auf einem einzigen Kern. Zuweilen wird auch für jeden Strang ein be-

sonderer Einphasentransformator verwendet, damit bei Betriebsstörungen ein Ersatz leichter beschafft werden kann.

Die Stränge der Drehstromtransformatoren können sowohl primär als auch sekundär in Stern oder in Dreieck geschaltet werden. Wenn

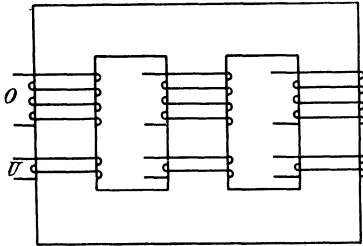


Bild 355. Kerntransformator für Drehstrom.

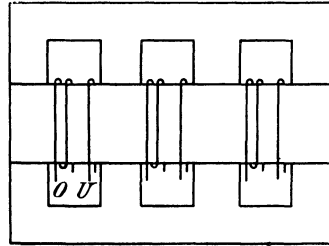


Bild 356. Manteltransformator für Drehstrom.

in Anlagen mit sekundärer Sternspannung und Nulleiter die Verbraucherspannung auch bei ungleicher Belastung der drei Stränge dieselbe sein soll, so muß man bei primärer Sternschaltung auch primär einen Nulleiter oder sekundär Ausgleichstransformatoren anordnen. Man kann statt dessen aber auch sekundär unter Verteilung jedes Stranges auf zwei verschiedene Kerne in Doppelsternschaltung schalten oder primär in Dreieck, sekundär in Stern schalten. Zusatztransformatoren für Drehstrom sind nach Bild 357 zu schalten, entsprechend Bild 354.

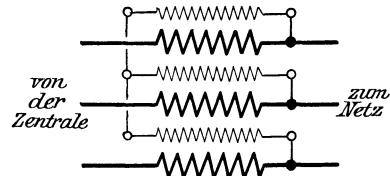


Bild 357. Schaltung des Zusatztransformators.

Transformatoren zur Umwandlung von Zweiphasenstrom in Drehstrom oder umgekehrt bestehen nach der Scottschen Schaltung aus zwei Einphasentransformatoren, die nach Bild 358 geschaltet sind. An A_1 ,

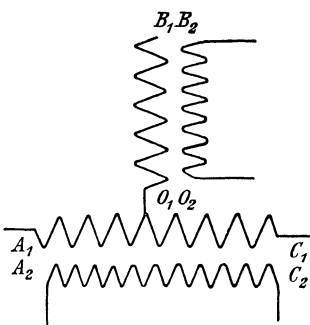


Bild 358. Scottsche Schaltung.

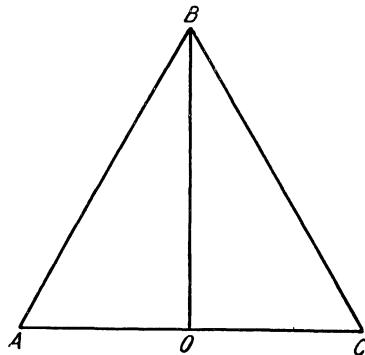


Bild 359. Spannungen bei der Scottschen Schaltung.

B_1, C_1 werden die um 120° verschobenen Drehstromspannungen gelegt. Dann ist das Verhältnis der Spannungen $O_1 B_1$ und $A_1 C_1$ nach Bild 359 gleich $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Nun sind die Windungen so gewählt, daß zwischen den Windungen $O_2 B_2, O_1 B_1$ usw. die Gleichung besteht:

$$\frac{O_2 B_2}{O_1 B_1} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} \cdot \frac{A_2 C_2}{A_1 C_1}$$

Dann erhält man in $O_2 B_2$ und $A_2 C_2$ zwei gleiche, um 90° verschobene Spannungen.

In allen obigen Fällen hatten die erste und zweite Spule eine feste Lage zueinander. Man kann dann das Verhältnis der Spannungen nur durch Anzapfungen ändern. Im Gegensatz dazu stehen die Induktionsregler, die sich bei Einphasenstrom und Drehstrom verschieden verhalten.

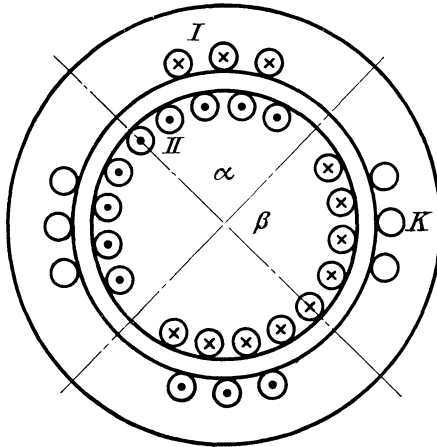


Bild 360. Einphasiger Induktionsregler.

Bei Einphasen-Induktionsreglern liegt die erste Wicklung nach Bild 360 auf dem innern Umfang eines Ständers, die zweite Wicklung ist auf dem ganzen Umfang einer drehbaren Eisentrommel untergebracht. Fallen die Achsen der beiden Wicklungen zusammen, so ist die in der zweiten Spule erzeugte Spannung am größten. Bilden sie einen rechten Winkel miteinander, so ist sie Null. Allgemein kommt für die gegenseitige Induktion

der beiden Wicklungen von den Windungen der zweiten Spule nur der Teil in Betracht, der auf dem Bogen α gegenüber den Drähten der ersten Spule liegt. Die auf dem Bogen β liegenden Windungen der zweiten Spule würden eine schädliche Selbstinduktion zur Folge haben, wenn ihre Wirkung nicht durch eine ihnen auf dem Ständer gegenüberliegende Kurzschlußwicklung K aufgehoben würde.

Bei Drehstrom-Induktionsreglern entsteht nach Abschn. 85 ein Drehfeld. Dabei hat eine Verdrehung der Trommel keinen Einfluß auf die Größe der in der zweiten Spule erzeugten Spannung. Statt dessen ändert sich die Phase dieser Spannung. Man benutzt dies in den Zusatztransformatoren von Unterwerken, um die Netzspannung bei Schwankungen der dem Unterwerk zugeführten Spannung ungeändert zu halten. Man speist dabei die Wicklung auf der drehbaren Trommel nach Bild 357 von der gleichbleibenden Netzspannung

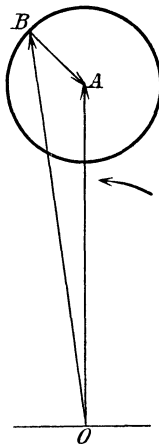


Bild 361. Verringerung der Spannung OB auf OA .

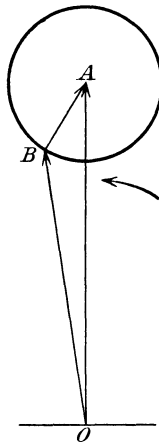


Bild 362. Erhöhung der Spannung OB auf OA .

und schaltet die Wicklung auf dem Ständer in den Hauptschluß. In Bild 361 und 362 ist OB die vom Kraftwerk dem Unterwerk zugeführte Spannung. Zu ihr fügt sich geometrisch die Spannung BA der Ständerwicklung des Zusatztransformators. Durch Änderung der Phase dieser Spannung

wird die Netzspannung OA trotz der Verschiedenheit der Spannung OB auf demselben Betrag gehalten. Da beide Wicklungen, wie beim Drehstrommotor, ein Drehmoment aufeinander ausüben, so müssen besondere Vorkehrungen zum Festhalten des drehbaren Teiles getroffen werden.

In Bild 361 und 362 ändert sich die Phase der Netzspannung um den Winkel AOB gegenüber der Spannung des Kraftwerkes. Dies muß vermieden werden, wenn im Netz Transformatoren auf beiden Seiten parallel geschaltet werden sollen. Man muß dann zwei gleiche Induktionsregler in Reihe schalten, deren Zusatzspannungen gegen die Spannung des Kraftwerkes in entgegengesetztem Sinne verschoben sind. Die Summe der Zusatzspannungen und damit auch die Gesamtspannung ist dann in Phase mit der Kraftwerkspannung.

99. Der Transformator bei Leerlauf.

Bei Leerlauf, d. h. bei offenem Stromkreis der zweiten Spule, ist nur die erste Spule wirksam. Die an sie gelegte primäre Spannung erzeugt einen Strom und dieser einen Fluß, dessen zeitliche Änderung eine Spannung der Selbstinduktion hervorruft. Diese Spannung ist unter Vernachlässigung des bei Leerlauf immer sehr kleinen inneren Ohmschen Spannungsverbrauchs entgegengesetzt gleich der primären Klemmenspannung. Ist Φ der Höchstwert des Flusses, w_1 die primäre Windungszahl und f die Frequenz, so ist die primäre Spannung nach Gl. (23) auf S. 174

$$E_1 = 4,44 \cdot \Phi \cdot w_1 \cdot f \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \tag{1}$$

Der Fluß besteht aus einem Streufluß, der nur mit den primären Windungen verkettet ist und bei Leerlauf vernachlässigt werden kann, und einem Fluß im Eisen, der auch von den sekundären Windungen umfaßt wird. Ist also w_2 die sekundäre Windungszahl, so ist die in der sekundären Spule induzierte Spannung und damit die Klemmenspannung

$$E_2 = 4,44 \cdot \Phi \cdot w_2 \cdot f \cdot 10^{-8}. \tag{2}$$

Die Spannungen bei Leerlauf verhalten sich also wie die Windungszahlen.

Der bei Leerlauf zufließende Strom ist nun dadurch vorgeschrieben, daß er den durch die primäre Klemmenspannung bedingten Fluß erzeugen muß. Er ist immer sehr klein gegenüber dem normalen Betriebsstrom. Ist F die vom Fluß durchsetzte Fläche in cm^2 ,

so ist die größte Induktion $\mathfrak{B}_m = \Phi/F$. Bild 363 gibt dann die für 1 cm des Eisens erforderlichen Amperewindungen in Abhängigkeit von der größten Induktion an (nach Arnold-la Cour, Transformatoren, 2. Aufl., Berlin 1920, S. 13). Sie sind mit der Weglänge l der Induktionslinien im Eisen

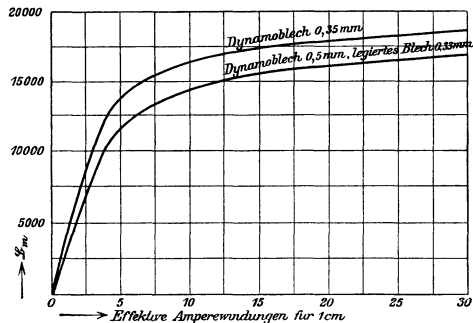


Bild 363 Größte Induktion und effektive Erregung für 1 cm.

zu vervielfachen. Man erhält dadurch das Produkt aus dem Magnetisierungsstrom I_u und der primären Windungszahl. Wegen der Stoßfugen im Eisen ist gegebenenfalls noch ein Zuschlag zu machen. Ist z. B. $E_1 = 2000$, $w_1 = 106$, $f = 50$, $F = 850 \text{ cm}^2$ und $l = 110$, so wird

$$\Phi = \frac{E_1 \cdot 10^8}{4,44 \cdot f \cdot w_1} = 8,5 \cdot 10^6 \quad \text{und} \quad \mathfrak{B}_m = \frac{\Phi}{F} = 10000.$$

Dazu ergibt Bild 363 für legiertes Blech 3,5 Amperewindungen/cm. Bei der Weglänge von 110 cm ist also die ganze Erregung gleich $3,5 \cdot 110 = 385$ Amperewindungen. Bei der Windungszahl $w_1 = 106$ wird also der Magnetisierungsstrom $I_\mu = 385/106 = 3,6$ Amp.

Der Magnetisierungsstrom I_μ bleibt, wie bei einer Drosselspule, um 90° hinter der primären Spannung zurück, er ist also ein reiner Blindstrom (Bild 365). Neben diesem Blindstrom nimmt der Transformator bei Leerlauf noch einen Wirkstrom auf, der die zur Deckung der Eisenverluste erforderliche Leistung zuführt. Diese Eisenverluste bestehen aus dem Hysteresisverlust und dem Wirbelstromverlust.

Der Einfluß der Hysteresis läßt sich aus der Hysteresisschleife in Bild 364, wo die Stromstärke wagerecht und die Induktion senkrecht

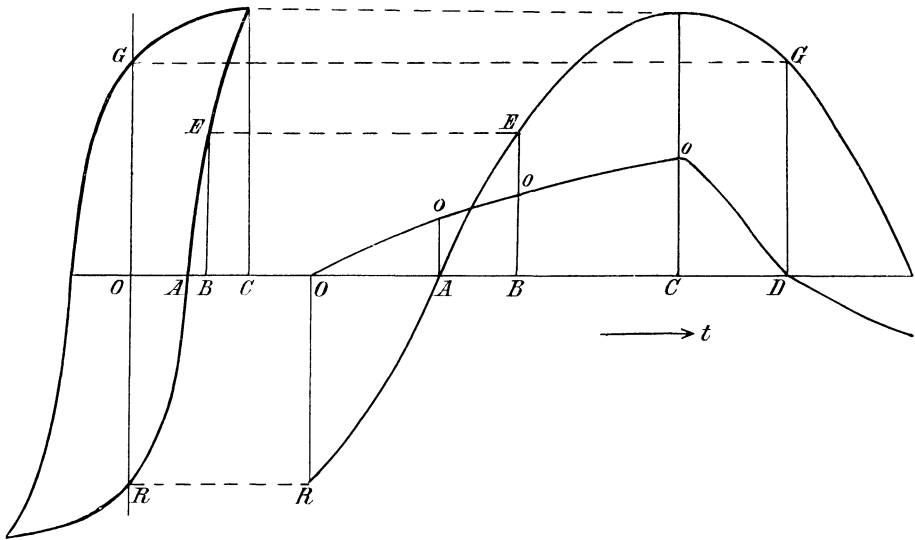


Bild 364.
Hysteresisschleife.

Bild 365.
Magnetische Induktion und Leerstrom in Abhängigkeit von der Zeit.

aufgetragen ist, ableiten. Wir tragen dazu in Bild 365 die Zeit wagerecht und den Zeitwert der Induktion senkrecht auf und erhalten bei sinusförmiger Klemmenspannung eine Sinuskurve.

Für die Induktion OR ist in Bild 364 $i = 0$. In Bild 365 geht also für die gleiche Induktion OR die Stromkurve durch Null hindurch.

Für die Induktion Null ist der Strom in Bild 364 gleich OA . Diesen Wert übertragen wir für $\mathfrak{B} = 0$ nach Bild 365.

Für die Induktion EB ist der Strom nach Bild 364 gleich OB . Diesen Wert übertragen wir für die gleiche Induktion EB nach Bild 365.

Für den Höchstwert der Induktion ergibt sich in Bild 364 der Strom OC , der wieder nach Bild 365 übertragen wird.

Endlich ist für die Induktion OG der Strom gleich Null. Die Stromkurve geht also in Bild 365 für $DG = OG$ durch Null hindurch.

Die Kurve, die man so erhält, stellt den zeitlichen Verlauf des Magnetisierungsstromes mit Berücksichtigung der Hysteresis dar. Sie ist

keine Sinuskurve mehr, so daß sich der Strom nicht mehr durch einen Strahl darstellen läßt. Theoretisch müßte man die Stromkurve nach Fourier in Wellen verschiedener Frequenz zerlegen¹⁾ und nur mit der Grundwelle arbeiten. Diese eilt, wie ja schon ein Blick auf Bild 365 ergibt, der Induktion um einen bestimmten Winkel vor, also der Spannung um den zugehörigen spitzen Komplementwinkel nach. Dadurch kommt es dann, daß der Strom jetzt nicht mehr reiner Blindstrom ist, daß also der Transformator bei Leerlauf eine Leistung aufnimmt.

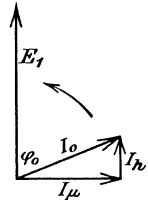


Bild 366. Leerlauf.

Der Einfachheit wegen wollen wir aber auf die Verzerrung der Stromkurve keine Rücksicht nehmen. Ferner wollen wir unter dem Wirkstrom I_h den Strom verstehen, der die ganzen Eisenverluste einschließlich der Wirbelstromverluste deckt. Dann besteht der Leerstrom I_0 nach Bild 366 aus einem Blindstrom oder Magnetisierungsstrom I_μ , der gegen die Spannung E_1 um 90° nacheilt und mit der Induktion gleiche Phase hat, und einem Wirkstrom I_h , der mit der Spannung gleiche Phase besitzt. Mißt man bei Leerlauf die für die Eisenverluste zugeführte Leistung N_0 , die Spannung E_1 und den Strom I_0 , so wird

$$\cos \varphi_0 = \frac{N_0}{E_1 \cdot I_0}, \quad (3) \quad I_h = \frac{N_0}{E_1}, \quad (4) \quad I_\mu = \sqrt{I_0^2 - I_h^2}. \quad (5)$$

Bei der Vorausberechnung kann der Verlust in Watt/kg bei der Frequenz 50/sek aus Bild 367 entnommen werden. In dem obigen Beispiel war $E_1 = 2000$ und $\mathfrak{B}_m = 10000$. Bei dieser Induktion ist der Verlust für 1 kg bei legiertem Blech nach Bild 367 gleich 1,7 Watt. Das Eisengewicht sei $G = 800$ kg. Dann ist der Leerlaufverlust $N_0 = 800 \cdot 1,7 = 1360$ Watt. Demnach ist der Wirkstrom $I_h = N_0/E_1 = 0,68$. Bei dem oben berechneten Magnetisierungsstrom $I_\mu = 3,6$ Amp. ist also der Leerstrom $I_0 = \sqrt{I_\mu^2 + I_h^2} = 3,7$ Amp.

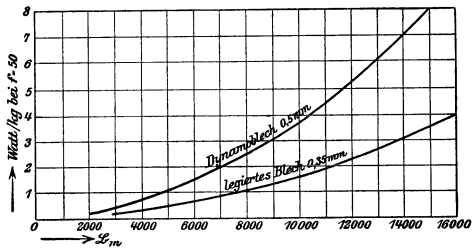


Bild 367. Verlust in Watt/kg bei der Frequenz 50/sek. (nach Arnold u. la Cour, Transformatoren. 2. Aufl.).

Umgekehrt wird beim Versuch aus dem Leerstrom und dem Leistungsfaktor der Magnetisierungsstrom berechnet und dann die Kurve in Bild 363 gezeichnet, sowie aus dem gemessenen Verlust die Kurve in Bild 367 ermittelt.

100. Der Transformator bei Belastung.

Bei Leerlauf bewirkt die erzeugte Gegenspannung, die der Klemmenspannung fast entgegengesetzt gleich ist, daß die primäre Spule nur den geringen Leerstrom aufnimmt. Diese Wirkung der Selbstinduktion hört scheinbar bei Belastung auf. Dies erklärt sich daraus, daß die primäre Wicklung nun nicht mehr allein unter dem Einfluß ihrer eigenen Selbstinduktion, sondern auch unter dem der gegenseitigen Induktion der

¹⁾ Vgl. Fränkel, Theorie der Wechselströme, 2. Aufl., Berlin 1921, S. 83.

zweiten Spule steht. Bei Stromentnahme aus der zweiten Spule fließt daher ein entsprechender Strom in die erste Spule hinein.

Nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit ist die sekundär abgegebene Leistung unter Vernachlässigung der Verluste gleich der primär zugeführten Leistung, d. h. $E_1 \cdot I_1 \cos \varphi_1 = E_2 I_2 \cdot \cos \varphi_2$. Vernachlässigen wir den geringen Magnetisierungsstrom, so sind auch die Blindleistungen einander gleich, d. h. $E_1 \cdot I_1 \sin \varphi_1 = E_2 I_2 \cdot \sin \varphi_2$. Daraus folgt $\varphi_1 = \varphi_2$ und $E_1 \cdot I_1 = E_2 \cdot I_2$. Da sich die Spannungen wie die Windungszahlen verhalten, so verhalten sich die Ströme umgekehrt wie die Windungszahlen. Demnach ist bei Vernachlässigung des Magnetisierungsstromes $I_1 \cdot w_1 = I_2 \cdot w_2$.

Wollen wir den Magnetisierungsstrom berücksichtigen, müssen wir nach Kapps Vorgang die magnetischen Wirkungen beider Ströme ins Auge fassen. Durch die an die erste Spule gelegte Klemmenspannung ist unter Vernachlässigung des primären Spannungsverlustes eine gleich

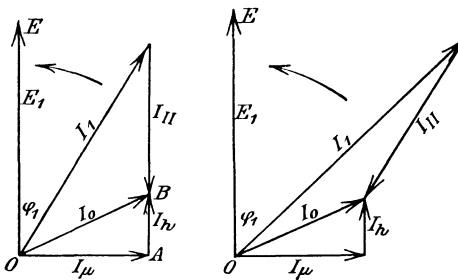


Bild 368 a.

Bild 368 b.

Strome des Transformators ohne Spannungsverlust.
Belastung durch Wirkstrom. Induktive Belastung.

große erzeugte Gegenspannung, also auch ein bestimmter Fluß vorgeschrieben, gleichgültig, ob Sekundärstrom entnommen wird oder nicht. Zur Erzeugung dieses Flusses ist eine bei allen Zuständen gleiche Erregung nötig, die bei Leerlauf gleich dem Produkt $I_0 \cdot w_1$, bei Betrieb dagegen gleich der geometrischen Summe $I_1 \cdot w_1$ und $I_2 \cdot w_2$ ist. Wenn wir also alle Produkte durch w_1 teilen, ist der Leerstrom I_0 die geometrische Summe

aus dem primären Strom I_1 und dem Strom $I_2 \cdot w_1/w_2$. Wir setzen nun $I_2 \cdot w_1/w_2$ gleich I_{II} und bezeichnen diesen Strom als den auf gleiche Windungszahl umgerechneten Sekundärstrom (Bild 368 a und b). Bei Stromentnahme aus der sekundären Spule fließt also in die primäre Spule so viel Strom zu, daß die magnetische Wirkung der sekundären Erregung durch Erhöhung der primären Erregung ausgeglichen wird. Die beiden Ströme haben dabei im wesentlichen entgegengesetzte Phase. Dies geht auch aus der Überlegung hervor, daß die erzeugte Spannung in beiden Spulen von demselben Fluß herrührt, also gleiche Phase hat. Der primäre Strom ist nun, wie bei einem Motor, der erzeugten Spannung wesentlich entgegengerichtet, während der sekundäre Strom, der wie bei einem Stromerzeuger von der erzeugten Spannung geliefert wird, wesentlich gleiche Phase mit ihr hat.

In Bild 368 a und b ist EO die in der primären Spule erzeugte Gegenspannung und OE die Klemmenspannung E_1 . Nun ist $E_1 = E_2 \cdot w_1/w_2$. Wir nennen $E_2 \cdot w_1/w_2$ die auf das Windungsverhältnis 1 umgerechnete Sekundärspannung und bezeichnen sie mit E_{II} . Willkürlich rechnen wir sie ebenfalls von O nach E gerichtet. Sie ist dann ebenfalls der erzeugten Spannung entgegengerichtet. Das wird am leichtesten verständlich, wenn wir sie als die der Sekundärspule aufgedrückte Spannung eines Verteilungsnetzes auffassen.

Unsere Entwicklungen gelten ebensowohl für den meist vorliegenden

Fall, daß die Transformatoren primär an einer festen Netzspannung, liegen, wie für den Fall des Strom- oder Reihentransformators in Bild 369 wo die primäre Wicklung im Hauptschluß liegt. Wir wollen annehmen, daß die Sekundärwicklung auf einen äußeren Wirkwiderstand R geschaltet ist, den wir von ∞ bis 0 ändern. Die Spannung an der ersten Spule sei in allen Fällen so klein, daß Änderungen am Transformator den ins Netz fließenden Strom nicht beeinflussen. Dann ist I_1 nach Größe und Phase unveränderlich (Bild 370). Da die sekundäre Belastung induktionslos ist, so steht der Strahl des sekundären Stroms nach Bild 368a senkrecht auf dem des Magnetisierungsstrom I_u , d. h. der Endpunkt des Strahles I_{II} beschreibt einen Kreis über dem Durchmesser I_1 . Da die Primärspannung unter Voraussetzung geringer Sättigung dem Magnetisierungsstrom proportional ist und diesem Strom um 90° voreilt, so beschreibt der Endpunkt ihres Strahles ebenfalls einen Kreis, dessen Durchmesser auf dem Strahl I_1 senkrecht steht.

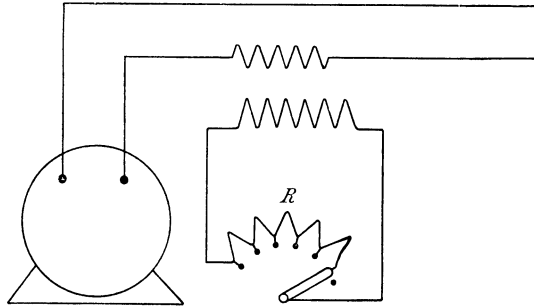


Bild 369. Reihentransformator.

Für $R = \infty$ ist die Sekundärspule offen, $I_2 = 0$, also $I_u = I_1$. Die Primärspannung hat dabei ihren Höchstwert. Für $R = 0$ ist die Sekundärspule kurzgeschlossen und I_{II} wird gleich I_1 . Dabei ist der Magnetisierungsstrom und die Spannung gleich Null.

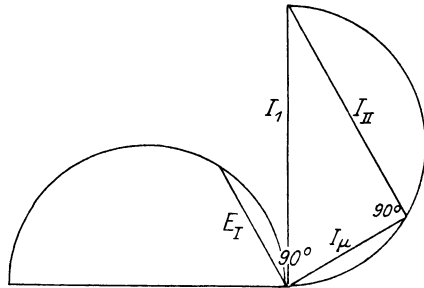


Bild 370. Reihentransformator.

101. Berücksichtigung der Spannungsverluste.

Die Spannungsverluste werden zunächst durch den Wirkwiderstand R_1 und R_2 der beiden Spulen verursacht.

Weiter wird ein Spannungsverlust dadurch verursacht, daß nach Bild 371 neben dem nützlichen Fluß im Eisen, der beide Spulen durchsetzt, noch Streuflüsse auftreten, die nur mit einer einzelnen Spule verkettet sind, also einen schädlichen Spannungsverlust durch Selbstinduktion zur Folge haben. Sie sind den Strömen, von denen sie erzeugt werden, proportional. Die durch die Streuung verursachten induktiven Widerstände seien x_1 und x_2 . Primäre Spannung, Stromstärke und Leistung, also auch die Phasenverschiebung im primären Kreis, seien gemessen.

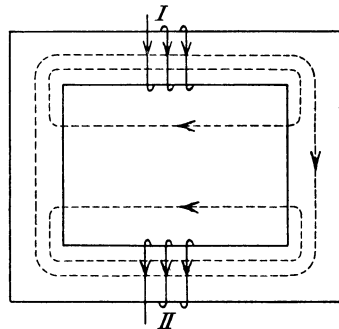


Bild 371. Nutzfluß und Streuflüsse.

Von der primären Spannung $E_1 = OA$ wird jetzt in Bild 372 die

Spannung $I_1 \cdot x_1 = DA$, um 90° gegen den Strom I_1 voreilend, im Blindwiderstand x_1 verbraucht. Ferner wird die Spannung $I_1 \cdot R_1 = ED$, in Phase mit I_1 , im Wirkwiderstand R_1 verbraucht. Der Rest OE dient zur Überwindung der durch den gemeinsamen nutzbaren Fluß erzeugten Spannung EO . Der Magnetisierungsstrom ist dieser Spannung proportional und eilt gegen EO um 90° vor. Zählt man dazu den Wirkstrom I_h für die Eisenverluste, so erhält man den Leerstrom I_0 und damit den Sekundärstrom I_{II} .

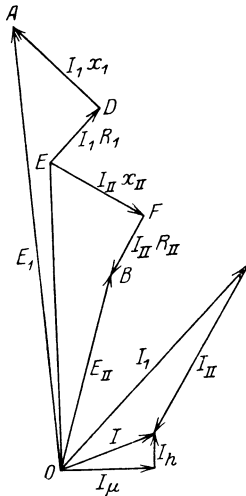


Bild 372. Spannungs- und Strombild.

Wir tragen nun für den sekundären Kreis alle Spannungen mit w_1/w_2 vervielfacht auf. Dann ist EO das w_1/w_2 fache der im sekundären Kreis durch den gemeinsamen Fluß erzeugten Spannung. EF , um 90° gegen I_2 voreilend, ist gleich $I_2 \cdot x_2 \cdot w_1/w_2$, oder mit Einführung des umgerechneten Sekundärstromes I_{II} von S. 242 gleich $I_{II} \cdot x_2 \cdot w_1^2/w_2^2$. Ebenso ist FB , in Phase mit I_2 gleich $I_{II} \cdot R_2 \cdot w_1^2/w_2^2$ und OB ist gleich $E_2 \cdot w_1/w_2 = E_{II}$. Wir setzen nun $R_{II} = R_2 \cdot w_1^2/w_2^2$ und $x_{II} = x_2 \cdot w_1^2/w_2^2$ und bezeichnen diese Werte als die auf das Windungsverhältnis 1 umgerechneten sekundären Widerstände. Dadurch wird $EF = I_{II} \cdot x_{II}$ und $FB = I_{II} \cdot R_{II}$.

Wir kehren nun in Gedanken die Richtung der Strahlen EF und FB um, indem wir I_{II} als den Teil des primären Stromes betrachten, der dem sekundären entgegengesetzt gleich ist. Unter Vernachlässigung des geringen Leerstromes ist dann $I_{II} = I_1$. Der gesamte Spannungsverlust BA wird dann dadurch verursacht, daß der primäre Strom die Widerstände R_1 und R_{II} und ebenso die Widerstände x_1 und x_{II} in Reihe durchfließt. Nach Kapps Vorgang wird dabei in schöner Weise der ganze Transformator zu einer einzigen, vom primären Strom durchflossenen Spule mit den Widerständen $R_k = R_1 + R_{II}$ und $x_k = x_1 + x_{II}$. Der Spannungsverlust in dieser Spule zieht sich dann einfach von der primären Spannung ab, und es bleibt die Sekundärspannung übrig.

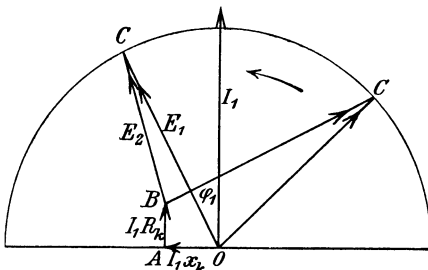


Bild 373. Spannungsbild für feste Spannung und Stromstärke.

Für feste primäre Spannung und festen primären Strom, sowie für veränderliche Phasenverschiebung erhalten wir dann das Kappsche Spannungsbild (Bild 373). Darin ist der Strahl des primären Stromes willkürlich fest in die senkrechte Achse gelegt. OA und AB sind die Spannungsverluste im ganzen Transformator. Da der Endpunkt C des Strahles E_1 auf einem Kreise liegt und B wegen

des konstanten primären Stromes fest liegen bleibt, so ist BC für die verschiedenen Betriebszustände die umgerechnete Sekundärspannung.

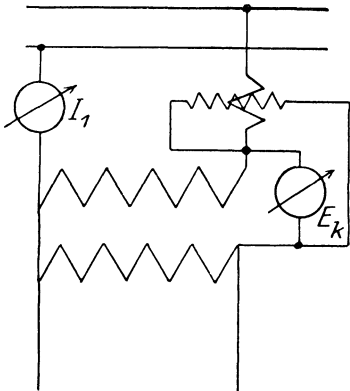
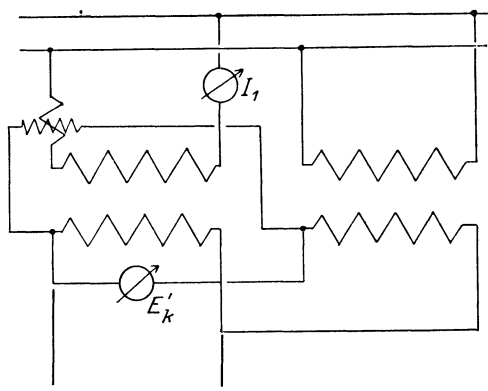
Bei Voreilung der Spannung vor dem Strom liegt C im linken Quadranten, und die umgerechnete sekundäre Spannung ist kleiner als

die primäre. Bei Phasengleichheit der Spannung und des Stromes wird der Unterschied zwischen der primären und sekundären Spannung schon sehr gering. Bei negativer Phasenverschiebung, d. h. bei kapazitiver Belastung, liegt C im rechten Quadranten, und die umgerechnete sekundäre Spannung wird größer als die primäre.

Die Widerstände R_k und x_k können wir durch den Versuch bestimmen. Wir schließen dazu die Sekundärspule kurz und legen an die primäre Spule eine Spannung E_k , die so klein gewählt wird, daß der entstehende Strom I_k den normalen Wert nicht übersteigt. Da die zugeführte Leistung N_k nur die Verluste zu decken hat, so ist

$$\cos \varphi_k = \frac{N_k}{E_k \cdot I_k} \quad (6) \quad R_k = \frac{E_k}{I_k} \cos \varphi_k \quad (7) \quad x_k = \frac{E_k}{I_k} \sin \varphi_k. \quad (8)$$

Anstatt durch den Kurzschlußversuch lassen sich die inneren Widerstände auch durch Gegenschaltung ermitteln. Beim Windungsverhältnis 1 schaltet man nach Bild 374 a beide Wicklungen an einer Seite unmittelbar und an der andern Seite über einen Spannungszeiger

Bild 374 a. Gegenschaltung, $w_1/w_2 = 1$.Bild 374 b. Gegenschaltung, w_1/w_2 beliebig.

aneinander. Bei gleichem Wicklungssinn sind, wie gezeichnet, gleichliegende Klemmen zu verbinden, so daß die erzeugten Spannungen gegeneinander geschaltet sind. Der Spannungszeiger zeigt dann nur den Unterschied der Klemmenspannungen, also den ganzen inneren Spannungsabfall an. Der Sicherheit wegen nimmt man auf alle Fälle zunächst einen Spannungszeiger für die doppelte Primärspannung und ändert, wenn tatsächlich diese Spannung gemessen wird, die Verbindung beider Spulen. Man belastet nun sekundär. Die Stromspule des Leistungszeigers wird dabei vom primären Strom durchflossen, die Spannungsspule mißt den Spannungsverlust E_k . Ist N_k die Leistung, so ergibt sich R_k und x_k nach den obigen Gleichungen, wobei I_k durch den gemessenen Strom I_1 ersetzt wird.

Ist das Windungsverhältnis von 1 verschieden, so muß man nach Bild 374 b die Sekundärwicklungen zweier Transformatoren von demselben Windungsverhältnis, wie oben, über einen Spannungszeiger gegeneinander schalten. Man belastet wieder sekundär. Der gemessene Spannungsverlust E_k' und die gemessene Leistung N_k' sind durch Vervielfachen mit w_1/w_2 auf die primäre Seite umzurechnen. Der innere Wirk- und Blindwiderstand ergibt sich dann wie oben.

Wir haben bisher bei Einführung der Gesamtwiderstände R_k und x_k den Einfluß des Leerstromes vernachlässigt. Will man genauer vorgehen, so muß man die Ersatzschaltung in Bild 375 verwenden. Auch hierbei faßt man den sekundären Strom als den Strom auf, der vom primären nach Abzug des hier mit I bezeichneten Leerstromes übrigbleibt. Die Spannung AB ist die Spannung, die der primären Gegenspannung das Gleichgewicht hält. Der Widerstand R ist dadurch bestimmt, daß die in ihm entwickelte Stromwärme gleich den Eisenverlusten ist, daß also $I_0^2 \cdot (R_1 + R)$ gleich den gesamten Verlusten bei Leerlauf ist.

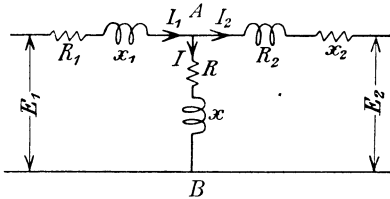


Bild 575 Ersatzschaltung.

Ebenso ist x dadurch bestimmt, daß $x_1 + x$ die gesamte primäre Induktivität bei Leerlauf ist. Demnach ist x die nutzbare Induktivität, die bei Leerlauf durch den Fluß im Eisen verursacht wird. Obgleich sie die wesentlichste Größe des Transformators ist, wird sie doch vielfach übersehen. Die rechnerische Behandlung dieser Schaltung ist in Abschn. 83 gegeben.

Das Strom- und Spannungsbild, das man bei der Ersatzschaltung erhält, ist dasselbe wie in Bild 372. I ist der Leerstrom, der der erzeugten Gegenspannung EO und dem zugehörigen Flusse entspricht. Wenn also die Primärspannung konstant ist, so ist wegen des primären Spannungsverlustes die Gegenspannung und damit der Fluß im Eisen nicht konstant, also ändert sich auch der Leerstrom I , der von dem Leerlaufstrom I_0 zu unterscheiden ist. Die Änderung ist aber beim Transformator so unbedeutend, daß sie innerhalb der Betriebsgrenzen vernachlässigt werden kann.

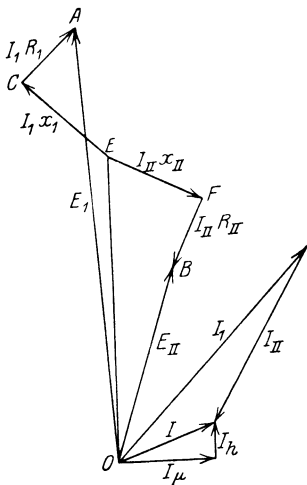


Bild 376. Spannungs- und Flußbild.

Wir können aus dem Spannungsbild in Bild 372 unmittelbar die Flüsse ablesen, wenn wir die Reihenfolge der Spannungsabfälle $I_1 \cdot R_1$ und $I_1 \cdot x_1$ ändern. Dann ist in Bild 376 OC der ganze mit der Primärspule verkettete Fluß und EC der primäre Streufluß, also OE der gemeinsame Fluß im Eisen. Er ergibt mit dem sekundären Streufluß EF den wirklichen, mit den sekundären Windungen verketteten Fluß OF . Wir erhalten dabei in der sekundären Spule zwei wesentlich entgegengerichtete Flüsse. In Wirklichkeit besteht aber nur die Resultierende aus beiden. Man kommt daher der Wirklichkeit näher, wenn man als sekundären Streufluß nicht EF , sondern FE ansieht. Er ist dann ein Teil des ganzen, vom primären Strom erzeugten Flusses, wird also gleichsam vom primären Strom erzeugt. Größe und Phase werden allerdings vom sekundären Strom vorgeschrieben. Der wirkliche Fluß OB , der mit der Sekundärspule verkettet ist, ist dann die Differenz des Flusses OE und des Streuflusses FE . Wir erhalten dadurch die Darstellung in Bild 377, wo der sekundäre Streufluß vom primären Strom erzeugt wird und durch den Gegendruck der sekundären

Stromwindungen in den Streuweg gedrängt wird. Bild 349 und 350 zeigen hiernach den gemeinsamen Fluß und die Streuflüsse.

Bei Leerlauf ist der sekundäre Streufluß Null und der primäre Streufluß verschwindend gering. Der Fluß im Eisen entspricht fast der vollen primären Klemmenspannung. Mit starker Belastung wird zunächst wegen des Ohmschen Spannungsabfalles der gesamte primäre Fluß kleiner, gleichzeitig der primäre Streufluß größer, so daß der Fluß im Eisen sich verringert. Davon geht nach Bild 377 ein wesentlicher Teil in den sekundären Streuweg. Der Fluß, der dann übrig bleibt und wirklich die Sekundärspule durchsetzt, wird also wesentlich verringert. Er dient dazu, den inneren sekundären Wirkungsverbrauch und die sekundäre Klemmenspannung zu liefern, aber nicht mehr den inneren Blindspannungsverbrauch.

Bei Kurzschluß geht fast der ganze Fluß, der durch die primäre Klemmenspannung nach Abzug des primären Ohmschen Verlustes vorgeschrieben ist, in den primären und sekundären Streuweg. Die Sekundärspule wird dabei nur von dem Fluß durchsetzt, der nötig ist, um eine Spannung gleich dem inneren sekundären Ohmschen Spannungsverbrauch zu erzeugen. Bei ideellem Kurzschluß, wo R_2 gleich Null angenommen wird, ist die Ohmsche Spannung und damit der Fluß in der Sekundärspule gleich Null, d. h. der ganze Fluß wird durch den Gegendruck der sekundären Stromwindungen in den Streuweg gedrängt. Wenn wir den geringen Widerstand der Primärspule vernachlässigen, ist dann der Primärstrom wieder, wie bei Leerlauf, nur Magnetisierungsstrom. Er ist aber weit größer als bei Leerlauf, da der durch die Primärspannung vorgeschriebene Fluß nicht im bequemen Eisenweg, sondern im unbequemen Streuweg zu erzeugen ist.

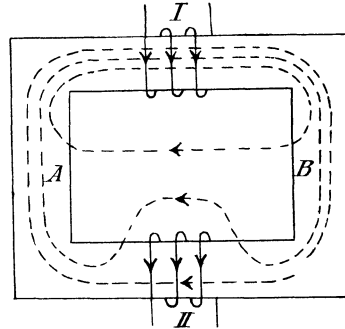


Bild 377. Sekundärer Streufluß vom primären Strom erzeugt.

102. Verluste und Wirkungsgrad von Transformatoren.

Die Verluste eines Transformators bestehen aus der Stromwärme $I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2$ und aus den durch die Leerlaufleistung N_0 gemessenen Eisenverlusten. Die Eisenverluste bestehen aus dem Hysteresisverlust und dem Wirbelstromverlust. Der Hysteresisverlust ist bei gegebener Induktion der ersten Potenz der Frequenz proportional. Dagegen ist der Wirbelstromverlust der zweiten Potenz der Frequenz proportional, da die Spannung und damit auch die Stromstärke des Wirbelstromes der Frequenz proportional sind. Dadurch lassen sich beide Verluste trennen. Man speist dabei den Transformator von einer Maschine, deren Erregung so eingestellt wird, daß sie bei der vorgeschriebenen Frequenz die vorgeschriebene Spannung liefert. Man ändert dann bei ungeänderter Erregung die Drehzahl. Da sich dadurch die Spannung und die Frequenz in gleichem Verhältnis ändern, so bleibt nach Gl. (1) auf S. 239 die Induktion ungeändert. Man trägt dann, wie in Bild 175, die Frequenz wagerecht und das Verhältnis des Gesamtverlustes zur Frequenz senkrecht auf und trennt die Verluste wie bei der Gleichstrommaschine.

Aus den Verlusten ergibt sich der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2}{E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2}{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + N_0 + I_1^2 R_1 + I_2^2 R_2} \quad (9)$$

Bei kleiner Belastung fällt der Eisenverlust und bei großer Belastung die Stromwärme stark ins Gewicht, und der Wirkungsgrad ist in beiden Fällen gering. Wenn beide Verluste etwa gleich sind, hat der Wirkungsgrad einen Höchstwert, für den sehr hohe Beträge, z. B. 0,98, erreicht werden.

Der Wirkungsgrad kann unmittelbar durch Messung der zugeführten und abgegebenen Leistung ermittelt werden. Er kann aber auch nach Gl. (9) aus den Verlusten berechnet werden. Dies ist notwendig, wenn kein Kraftwerk von der erforderlichen Leistung zur Verfügung steht. Dabei wird als Eisenverlust entweder der Leerlaufverlust oder ein aus Bild 367 berechneter Wert eingesetzt. Als Kupferverluste werden entweder die Kurzschlußverluste beim vorgeschriebenen Strom oder die mit Hilfe der Widerstände R_1 und R_2 berechneten Werte eingesetzt.

Man kann aber auch Rückarbeitung vornehmen und die Verluste unmittelbar bei Vollbelastung messen, ohne dem Kraftwerk die der Vollast entsprechende Leistung zu entnehmen. Man schaltet dabei nach Bild 378 die Primärwicklungen 1 und 4 zweier gleicher Transformatoren

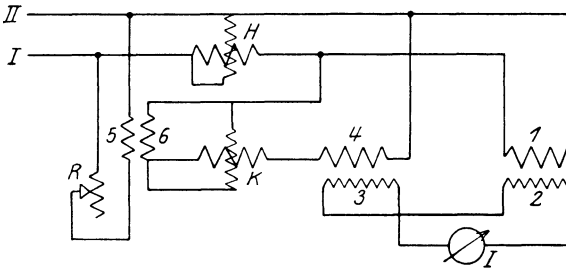


Bild 378. Rückarbeitung.

auf das Netz. Vor die Wicklung 4 ist die Sekundärwicklung 6 eines kleinen Hilfstransformators geschaltet, dessen Primärwicklung 5 in Reihe mit einem Widerstand R am Netz liegt. Die Sekundärwicklungen 2 und 3 der zu untersuchenden Transformatoren werden

zunächst über einem Spannungszeiger verbunden. Dieser wird durch einen Stromzeiger ersetzt, wenn sich zeigt, daß die Wicklungen wirklich gegeneinander geschaltet sind. Man regelt den Widerstand R so, daß der Stromzeiger den vorgeschriebenen Strom I anzeigt. Bei der gezeichneten Schaltung ist die Spannung 4 größer als die Spannung 1. Rechnen wir z. B. die positive Zählrichtung von I nach II , so ist die positive Zählrichtung in 1 und damit auch in 2 von links nach rechts. Dann ist auch die Zählrichtung in 3 und damit auch in 4 von links nach rechts. Andererseits ist die Zählrichtung in 5 und damit auch in 6 von unten nach oben. Demnach ist $\mathcal{E}_6 + \mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_4$, d. h. \mathcal{E}_1 ist kleiner als \mathcal{E}_4 . Die Arbeit wird also von 4 auf 3, von 3 auf 2 und von 2 auf 1 übertragen, d. h. 4 ist die Primärspule und 1 die Sekundärspule der Gesamtschaltung. Der Strom, welcher der Wicklung 4 zufließt, wird dann zum größten Teil von der Wicklung 1 zurückgeliefert, so daß aus dem Netz nur der Leerstrom der Gesamtschaltung zufließt. Der Leistungszeiger K , dessen Spannungsspule an die Wicklung 6 angeschlossen ist, also vom Unterschied der primären und sekundären Spannung gespeist wird, mißt die Kupferverluste beider Transformatoren zusammen. Dagegen mißt der Leistungszeiger H , dessen Stromspule den Unterschied des primären und

sekundären Stromes, also den Leerstrom der Gesamtschaltung führt, den Eisenverlust beider Transformatoren zusammen.

Das Verfahren hat natürlich nur dann einen Zweck, wenn die im Hilfstransformator und im Widerstand R verbrauchte Leistung klein ist. Liegt also, wie in unserm Falle, die Spule 5 an demselben Netz wie die Haupttransformatoren, so muß ihre Windungszahl groß sein gegenüber der der Spule 6, damit ihr Strom klein wird.

Die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke der Haupttransformatoren läßt sich nicht willkürlich einstellen.

Bei Umschaltung der Spule 5 würde die Gleichung gelten: $\mathcal{E}_4 + \mathcal{E}_6 = \mathcal{E}_1$. Dann wird die Arbeit von der Spule 1 auf die Spule 4 übertragen.

103. Parallelschalten von Transformatoren.

Transformatoren, die primär und sekundär an je einem Netz liegen, sind sowohl auf der primären Seite, als auch auf der sekundären Seite

parallel geschaltet. Die primären Klemmen seien mit U, V, W , die sekundären entsprechend mit u, v, w bezeichnet. Da nur Klemmen gleichen Potentials verbunden werden dürfen, so werden die Transformatoren je nach ihrer Schaltung in bestimmte Gruppen geteilt. Jedes Glied einer Gruppe kann man zu jedem Glied derselben Gruppe, nicht aber zu einem Glied einer andern Gruppe parallel schalten (vgl. ETZ 1921, S. 69).

Die Gruppe A in Bild 379 enthält zunächst in A_1 und A_2 die Transformatoren, die primär und sekundär gleiche Schaltung (Stern-Stern, bzw. Dreieck-Dreieck) und gleiche innere Verbindung besitzen. Wie man sieht, stimmen die sekundären Potentiale beide Male überein. Weiter enthält die Gruppe A in A_3 auch die Transformatoren mit Dreieck-Doppelsternschaltung. Bei dieser besteht die Sekundärwicklung aus 2 Teilen, die auf verschiedenen Kernen liegen und in entgegengesetztem Sinne in Reihe geschaltet sind. Bezeichnen wir den sekund. Sternpunkt mit o , ergibt sich aus dem Schaltbild für die Spannungen die Gleichung $u_o = 0,5(UV + UW)$. Man erhält so dieselben sekundären Potentiale wie oben.

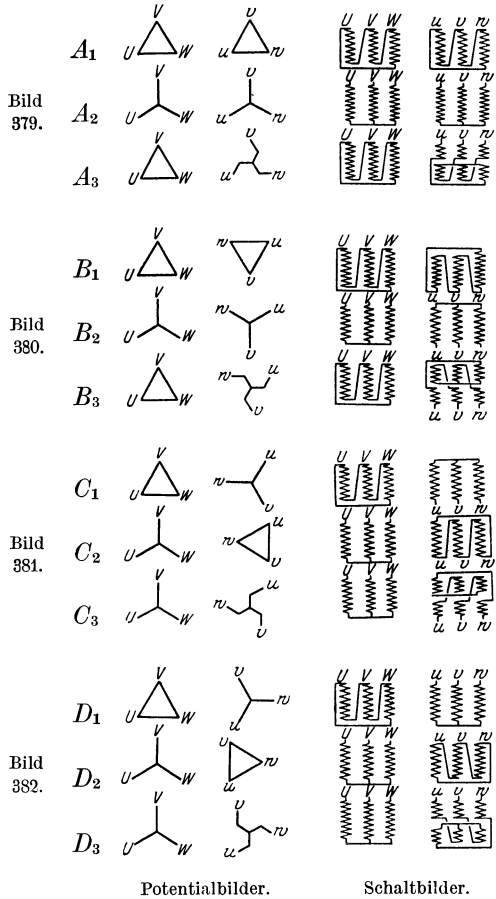


Bild 379-382.

Die Gruppe *B* in Bild 380 entsteht aus der Gruppe *A* durch Änderung der inneren Verbindungen der Sekundärwicklung. Man sieht deutlich an den Potentialbildern, daß die Glieder jeder Gruppe unter sich, nicht aber mit denen der andern Gruppe parallel geschaltet werden können.

Die Gruppe *C* (Bild 381) enthält Transformatoren mit verschiedener Schaltung, also Dreieck-Stern und Stern-Dreieck, daneben auch in *C*, die Stern-Doppelsternschaltung. Ist *o* der sekundäre und *O* der primäre Sternpunkt, so gilt für die Spannungen der Stern-Doppelsternschaltung, abgesehen vom Übersetzungsverhältnis, in Bild 381 $uo = 0,5(OU + VO)$. Damit erhält man die sekundären Potentiale, die mit

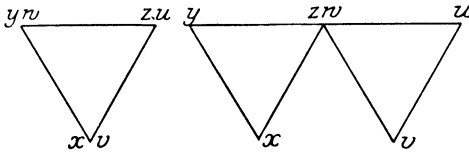


Bild 383.
Verbindung von zwei Klemmen gleichen Potentials.

Bild 384.
Verbindung von zwei Klemmen ungleichen Potentials.

der Dreieck-Sternschaltung und Stern-Dreieckschaltung übereinstimmen.

Die Gruppe *D* (Bild 382) entsteht aus der Gruppe *C* durch Änderung der inneren Verbindungen der sekundären Wicklung.

Für die Parallelschaltung eines Transformators ergibt sich dann folgendes Verfahren. Man schaltet den zuzuschaltenden Transformator primär ein und verbindet eine seiner sekundären Klemmen *x*, *y*, *z* mit einer von den Klemmen *u*, *v*, *w* des Sekundärnetzes. Man probiert dann mit einem Spannungszeiger, ob zwei Paare von Klemmen gleichen Potentials vorhanden sind. Ist dies nicht der Fall, so verbindet man statt dessen zwei andere Klemmen und versucht es gegebenenfalls ein drittes Mal.

Statt zu probieren, kann man auch das Potentialbild mit den gemessenen Spannungen, die gleich den Entfernungen der Potentiale in der Zeichenebene sind, zeichnen. Man legt dabei zunächst das Dreieck *uvw* fest. Es seien nun z. B. die Klemmen *v* und *x* verbunden. Man zeichnet dann mit den gemessenen Spannungen *vz* und *wz* den Punkt *z*. Haben *x* und *v* dann zufällig gleiches Potential, so erhält man die sich deckenden Potentialbilder in Bild 383. Demnach haben die

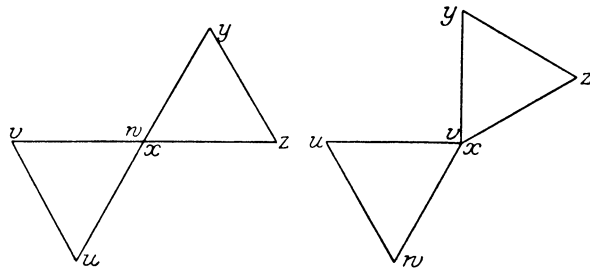


Bild 385.
Ungleiche innere Verbindung.

Bild 386.
Verschiedene Gruppen.

Klemmen *y*, *w* und *z*, *u* je dasselbe Potential. Man hat dann *x* mit *v*, *y* mit *w* und *z* mit *u* zu bezeichnen.

Hat man anderseits in *w* und *z* verbunden, so erhält man in dem gleichen Fall das Bild 384 und erkennt daraus ebenfalls, daß *x* mit *v*, *y* mit *w* und *z* mit *u* zu verbinden ist.

Liegen die Potentialbilder wie in Bild 385, so hat man die Anfänge und Enden der primären oder sekundären Wicklung zu vertauschen. Bei Transformatoren der Gruppen *C* und *D* kann man statt dessen auch bequemer zwei primäre Zuleitungen vertauschen.

Liegen die Potentialbilder wie in Bild 386, so gehören die parallel zu schaltenden Transformatoren zu verschiedenen Gruppen, so daß die Parallelschaltung unmöglich ist.

Die Leistung, die die Transformatoren nach der Parallelschaltung aufnehmen, hängt bei gegebenem Windungsverhältnis vom inneren Wirk- und Blindwiderstand ab, der auf diese Weise eine große Bedeutung gewinnt.

XVIII. Bau und Spannung der Wechselstrommaschinen.

104. Der Aufbau der Wechselstrommaschinen¹⁾.

Die Wechselstrommaschinen werden als synchrone und asynchrone Maschinen, sowie als Maschinen mit Stromwender gebaut.

Die synchronen Stromerzeuger und Motoren besitzen einen feststehenden Anker aus Blechen, den sog. Ständer, dessen Klemmen der in der Regel hochgespannte Wechselstrom entnommen oder zugeführt wird, und einen umlaufenden Magnetkörper, dem der zur Erregung dienende Gleichstrom durch Schleifringe zugeführt wird. Der Magnetkörper ist bei langsam laufenden Maschinen ein Polrad, bei den schnelllaufenden Turbomaschinen nach Bild 387 eine Trommel. Die zu den Synchronmaschinen gehörenden Einankerumformer sind Gleichstrommaschinen, die außer dem Stromwender Schleifringe besitzen.

Die Asynchronmaschinen werden fast ausschließlich für Drehstrom gebaut. Der äußere feststehende Teil, der sog. Ständer, der dem Anker einer Synchronmaschine gleicht, wird von außen gespeist. Im Läufer wird ein Strom vom Ständer durch magnetische Wirkung induziert.

Die Maschinen mit Stromwender sind Motoren, bei denen sich ein wie bei Gleichstrom gewickelter Anker mit Stromwender innerhalb eines vom Wechselstrom durchflossenen Ständers dreht.

Wir bezeichnen bei Wechselstrommaschinen als Spulenseite die zu einem Strang gehörige Draht- oder Stabgruppe einer Polteilung. Um den Umfang auszunutzen und die schädliche Selbstinduktion zu verringern, liegt jede Spulenseite in mehreren Nuten.

Bei Einphasenmaschinen ist die Breite der Spulenseite, falls der Umfang vollständig bewickelt wird, gleich der Polteilung. Meist wird aber nur ein Teil des Umfangs bewickelt.

Bei Dreiphasenwicklungen hat die Spulenseite, abgesehen von den Maschinen mit Stromwender, eine Breite von $\frac{1}{3}$ der Polteilung. Sie wird gewöhnlich in 2 bis 4, bei den Läufern von Drehstrommotoren in 3 bis 7 Nuten untergebracht. Turbomaschinen, die wegen ihrer großen

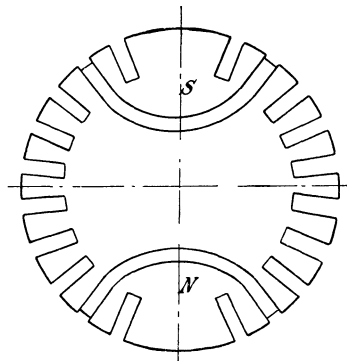


Bild 387.
Magnetkörper einer Turbomaschine

¹⁾ Siehe Richter, Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen, Berlin 1920.

Drehzahl eine sehr kleine Polzahl besitzen und selbst für Leistungen von mehreren tausend Kilowatt noch zweipolig ausgeführt werden, erfordern wegen ihrer großen Polteilung eine größere Nutenzahl für die Spulenseite. Bei den Ankern der Maschinen mit Stromwender ist die Breite der Spulenseite bei drei Phasen $\frac{2}{3}$ der Polteilung.

Kleinere Maschinen erhalten Spulenkwicklung, deren Köpfe meist bandförmig sind. Die Köpfe für die einzelnen Nuten einer Spulenseite, die nach Bild 388 ungleich lang sind, werden meist zu einem gemeinsamen Wicklungskopf zusammengefaßt. Bei Mehrphasenmaschinen wird die gegenseitige Berührung der Köpfe verschiedener Stränge in der durch Bild 388 dargestellten Weise oder in einer ähnlichen Art vermieden.

Größere Maschinen erhalten Stabwicklung. Dabei werden die Stirnverbindungen meist wie bei Gleichstrommaschinen nach Bild 389 gabelförmig mit zwei in verschiedenen Stirnebenen liegenden Teilen aus-

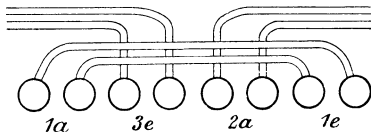


Bild 388. Kopf einer Spulenkwicklung.

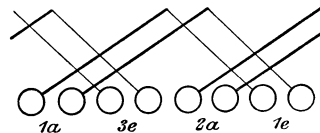


Bild 389. Gabelförmige Stirnverbindungen.

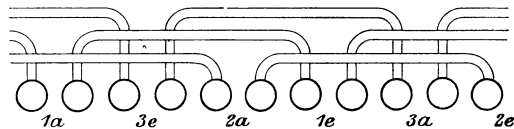


Bild 390. Spulenkwicklung, Stirnverbindungen nach entgegengesetzten Seiten geführt

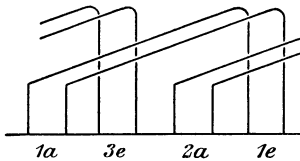


Bild 391.

Verschränkte Stirnverbindungen.

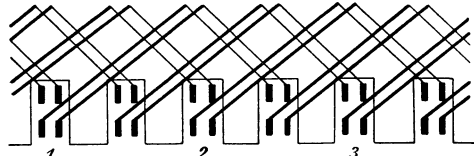


Bild 392. Stabwicklung, Stirnverbindungen, nach entgegengesetzten Seiten geführt.

gebildet. Sie können jedoch auch nach Bild 391 verschränkt werden. In beiden Fällen sind die Köpfe für alle Nuten einer Spulenseite gleich lang.

Die Stirnverbindungen einer Spulenseite können auch nach Bild 390 in gleichen Hälften nach entgegengesetzten Richtungen des Umfanges geführt werden. Dies führt zu einer erheblichen Verringerung der Wicklungslänge. Zu dieser Art Wicklung zählt auch die Stabwicklung mit zwei Schichten nach Bild 392. Die Führung nach entgegengesetzten Seiten bedeutet bei Reihenschaltung aller Stäbe, daß die Hälfte der Wicklung des ganzen Stranges für sich allein fertig geschaltet und dann unter Umkehrung der Wicklungsrichtung die andere Hälfte dahinter geschaltet wird.

Grundsätzlich kann bei Spulen und bei Stäben sowohl Schleifenwicklung, als auch Wellenwicklung verwendet werden. Bei der Schleifenwicklung folgen die Nuten einer Spulenseite im Wicklungsgang unmittel-

bar aufeinander, während sie bei Wellenwicklung erst bei den wiederholten Umgängen an die Reihe kommen. Wir behandeln zunächst die gewöhnlichen Wicklungen mit einer Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Polteilung. Wir zeichnen dabei nur die vorderen Spulenköpfe des ersten Stranges und nehmen an, daß dieser gerade den größten Strom

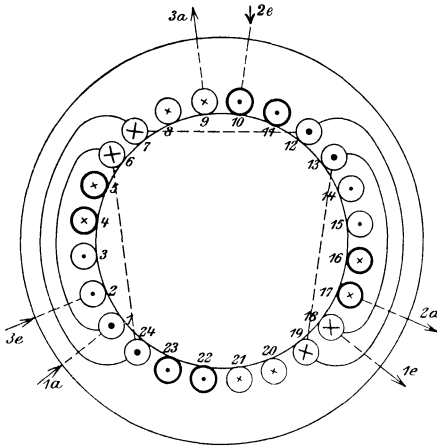


Bild 393. Vierpolige Spulenwicklung. Köpfe nach derselben Richtung.

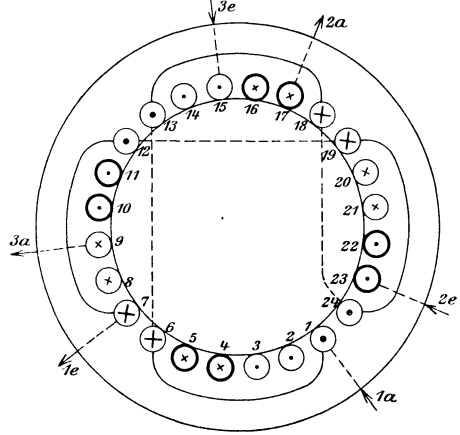


Bild 394. Vierpolige Spulenwicklung. Köpfe nach verschiedenen Richtungen.

führt. Seine Spulenseiten werden dann nach S. 202 eingefast von Spulenseiten anderer Stränge, die einen halb so starken Strom von derselben Richtung führen. Die drei Stränge sind dadurch unterschieden, daß Schaft und Spitze des Strompfeiles im ersten Strang und die Umrandung

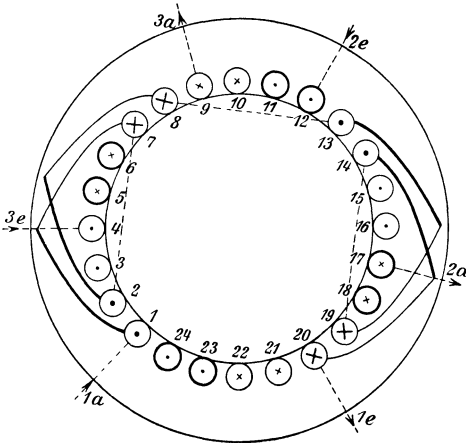


Bild 395. Vierpolige Stabwicklung. Köpfe einer Spulenseite nach derselben Richtung.

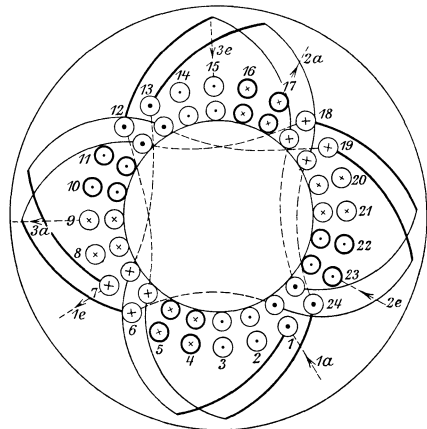


Bild 396. Vierpolige Stabwicklung. Köpfe einer Spulenseite nach verschied. Richtungen.

der Nuten des zweiten Stranges stark gezeichnet sind. Die drei Anfänge sind mit *a*, die Enden mit *e* bezeichnet. Die Anfänge sind an sich um $\frac{1}{3}$ einer doppelten Polteilung gegeneinander verschoben, können jedoch, wie dies in den Abbildungen geschehen wird, um eine gerade Anzahl

von Polteilungen versetzt werden, ohne daß sich etwas an der Schaltung ändert. Alle Verbindungen hinten sind gestrichelt.

Bild 393 und 394 zeigen vierpolige Spulenkwicklungen mit zwei Nuten für die Spulenseite. Während die Köpfe der Spulenseite in Bild 393 nach derselben Richtung geführt sind, laufen sie in Bild 394 nach verschiedenen Richtungen. Dies ist dadurch erreicht, daß nach Durchlaufen der Wicklungshälfte 1, 6, 13, 18, der Fortschreitungsinn umgekehrt wird, d. h. die Wicklung im Sinne 24, 19, 12, 7 weiterschreitet. Die Wicklung in Bild 393 ist eine Schleifenwicklung. Die Wicklung in Bild 394 wird dadurch zur Wellenwicklung, daß jede Spulenseite nur zwei Nuten enthält.

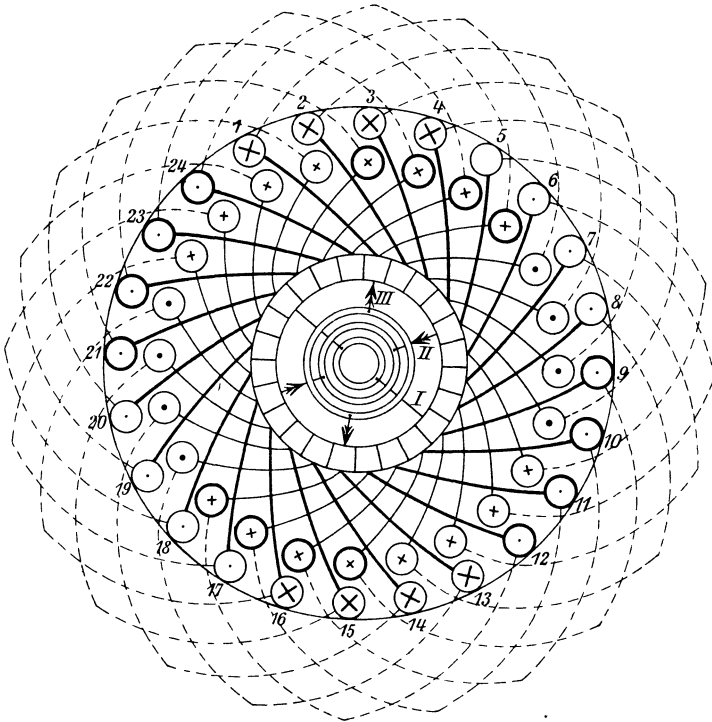


Bild 397. Vierpoliger Einankerumformer mit Schleifenwicklung

Bild 395 gibt eine vierpolige Stabwicklung mit einem Stab in der Nut, mit gabelförmigen, gleich langen, genau eine Polteilung umfassenden Stirnverbindungen. Die Wicklung ist eine Schleifenwicklung, und die Stirnverbindungen einer Spulenseite sind nach derselben Richtung geführt.

Bild 396 zeigt eine vierpolige Stabwicklung, mit zwei Stäben übereinander und zwei Nuten für die Spulenseite. Die Stirnverbindungen der Oberstäbe sind nach der einen Richtung, die der Unterstäbe nach der andern Richtung geführt. Die Wicklung ist eine Wellenwicklung, die bei 1 anfangend im Uhrzeigersinn fortschreitet. Bei der Verbindung 18 24 ändert sich die Fortschreitungsrichtung, wodurch die Spulenköpfe vollständig regelmäßig werden.

Wir wenden uns jetzt zur Wicklung der dreiphasigen Einankerumformer mit einer Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Pol-

teilung. Sie entsteht dadurch, daß wir die Wicklung eines Gleichstromankers an drei Stellen zu Schleifringen führen. Wir erhalten dadurch nach Bild 300 eine in Dreieck geschaltete Drehstromwicklung mit einer Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Polteilung. Die Stegzahl muß dabei durch drei teilbar sein. Bei mehr als zwei Gleichstromzweigen sind Ausgleichverbinder nötig.

Bild 397 zeigt z. B. eine vierpolige Schleifenwicklung eines Einankerumformers. Von 1 oben ist z. B. die Wicklung hinten nach der um eine Polteilung versetzten Stelle 7 unten und von dort vorn über den Stromwender nach 2 oben geführt usw.

Die Zuleitung vom Netz zum inneren Schleifring sei gerade stromlos. Der Strom, der vom Netz dem äußeren Schleifring zufließt, fließt dann in zwei gleichen Teilen zum Stromwender. Jeder dieser Teile teilt sich dann in zwei Teile, von denen der stärkere durch einen einzelnen Strang und ein halb so starker Strom durch zwei Stränge hintereinander zum inneren Schleifring fließt. Die Spulenseiten des Drehstroms bestehen aus vier Nuten, sie bedecken also $\frac{2}{3}$ der Polteilung. Gleichzeitig sehen wir, wie sie sich gegenseitig überlappen. Ihre magnetischen Wirkungen unterstützen sich zwar im allgemeinen noch. Aber gleichzeitig heben sich an einzelnen Stellen, z. B. bei 5 und 6, die Ströme gegenseitig auf.

In elektrischer und magnetischer Hinsicht ist eine breite Spulenseite ungünstig. Wenn man daher Gleichstromwicklungen, wie oft der Fall ist, für Läufer von Drehstrommotoren benutzt, so schneidet

man die Wicklung auf, so daß jeder Teil nur die halbe Breite besitzt, und schaltet die Teile in Reihe oder parallel. Die Wicklung in Bild 398 müssen wir z. B. jedesmal aufschneiden, wenn zwei nebeneinanderliegende Nuten, die $\frac{1}{3}$ der Polteilung bedecken, bewickelt sind. Wir erhalten dann in Bild 398 für den ersten Strang die Teile:

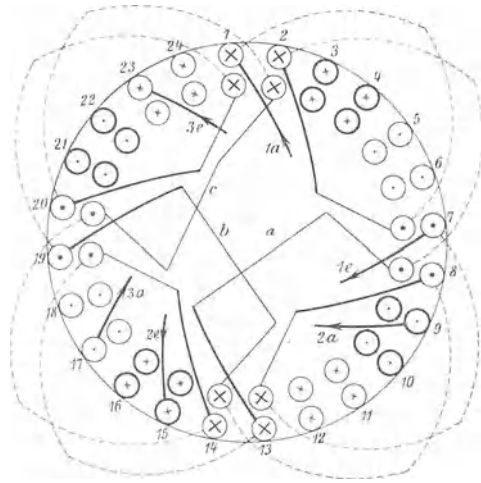


Bild 398. Aufgeschnittene Gleichstromwicklung.

| | | | | | | | | |
|-------|---|---|----|----|----|----|----|----|
| oben | 1 | 2 | 13 | 14 | 7 | 8 | 19 | 20 |
| | ⋮ | / | ⋮ | / | ⋮ | / | ⋮ | / |
| unten | 7 | 8 | 19 | 20 | 13 | 14 | 1 | 2. |

Wir können nun diese in Reihe oder nebeneinander schalten. Wir wählen Reihenschaltung, schalten also unter Benutzung der von der Gleichstromwicklung übernommenen Stirnverbindungen die ersten beiden Teile durch die von 8 unten nach 13 oben führende Verbindung *a* und die beiden letzten durch die von 14 unten nach 19 oben führende Verbindung *b* in Reihe. Die dadurch entstehenden beiden Teile werden dann unter Berücksichtigung der Stromrichtung, d. h. wie in Bild 394

unter Umkehrung der Wicklungsrichtung, durch die Verbindung c , die von 20 unten nach 2 unten führt, hintereinander geschaltet.

Ist die Nutenzahl eines Drehstromstranges nicht durch die Polzahl teilbar, so erhalten die zu den verschiedenen Polteilungen gehörenden Spulenseiten nicht überall dieselbe Nutenzahl. Dies ist z. B. bei den gewöhnlichen Gleichstromwellenwicklungen der Fall. Man erhält bei diesen Wicklungen eine große Annäherung der Spannungskurve an die Sinuslinie.

Die Breite der Spulenseite war bei den oben behandelten gewöhnlichen Drehstromwicklungen $\frac{1}{3}$ der Polteilung, bei den Maschinen mit Stromwender $\frac{2}{3}$ der Polteilung. Im Gegensatz dazu stehen die Käfig- oder Kurzschlußwicklungen von Drehstrommotoren. Diese enthalten eine Reihe von Stäben, die in je einer Nut verlegt und an den Stirnseiten durch Ringe kurzgeschlossen sind. Die Zahl der Stränge ist dann nicht drei, sondern gleich der Nutenzahl einer Polteilung. Die Breite der Spulenseite ist gleich Null zu setzen.

105. Die Spannung bei rechteckiger Feldkurve.

Wenn wir zunächst annehmen, daß die magnetische Induktion unter den Polen einer Wechselstrommaschine gleichförmig ist und an den Polspitzen entgegen den wirklichen Verhältnissen plötzlich auf Null abfällt, so besteht die Kurve der Spannung aus Rechtecken.

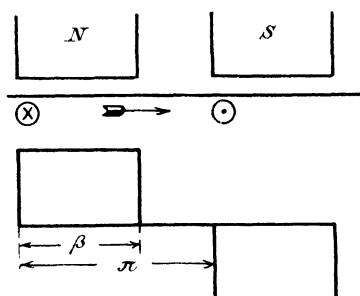


Bild 399.

Spannung bei Einlochwicklung und rechteckiger Feldkurve.

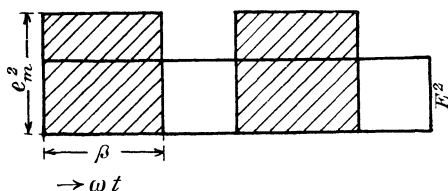


Bild 400.

Bild 399 zeigt die Spannungskurve für Einlochwicklung. Der Höchstwert e_m wird erreicht, wenn die Nut des Ankers unter den Pol tritt, und er bleibt gleich, solange sie sich unter dem Pol befindet.

Es sei nun β das Verhältnis der Polbreite zur Polteilung, f die Frequenz und z die in Reihe geschaltete Drahtzahl eines Stranges. Dann ist die Zeit, in der die Nut am Pol vorbeigleitet, gleich $\beta/\pi : 2f$. Dabei wird der Fluß Φ von z Drähten geschnitten, also wird

$$e_m = \frac{\Phi \cdot z \cdot 10^{-8}}{\beta/\pi : 2f} = \frac{2\pi}{\beta} \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Wir tragen nun in Bild 400 den Bogen ωt wagerecht und das Quadrat der Spannung senkrecht auf und ersetzen die gestreiften Flächen durch ein Rechteck über der Grundlinie 2π . Die Höhe dieses Rechtecks ergibt sich zu $e_m^2 \cdot \beta/\pi$, der Effektivwert also zu $E = e_m \sqrt{\beta/\pi}$.

Bei der Zweilochwicklung in Bild 401 betrachten wir nur den in der Wirklichkeit immer vorkommenden Fall, daß die Breite der Spulenseite kleiner ist als der Polabstand. Die Kurve der Spannung setzt sich

aus zwei Rechtecken zusammen, die um den Bogen α gegeneinander verschoben sind. Während sich beide Nuten vor dem Pol befinden, also über den Bogen $\beta - \alpha$, hat die Spannung ihren Höchstwert. Da es für diesen Zeitraum gleichgültig ist, ob die vor den Polen befindlichen Drähte

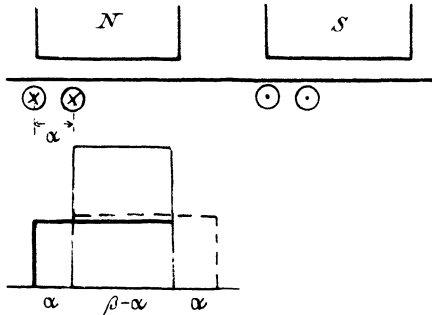


Bild 401.

Spannung bei Zweilochwicklung und rechteckiger Feldkurve.

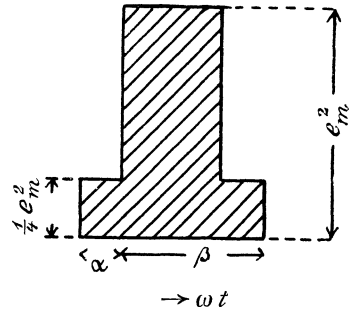


Bild 402.

in einer oder in zwei Nuten liegen, so erhalten wir wie oben $e_m = \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8} \cdot 2\pi/\beta$. Während sich dagegen nur eine Nut vor dem Pol befindet, ist die Spannung nur $e_m/2$. Wir tragen das Quadrat der Spannung senkrecht auf (Bild 402), berechnen die gestreifte Fläche F , teilen sie durch π und ziehen die Wurzel. Dies gibt

$$E = \sqrt{\frac{F}{\pi}} = \sqrt{2 \cdot \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{e_m^2}{4} + \frac{(\beta - \alpha)}{\pi} \cdot e_m^2} = e_m \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\alpha}{2\pi}}$$

Tatsächlich kommen rechteckige Feldkurven nicht vor. Die Spannungen sind daher etwas zu groß berechnet. Die Annahme eines sinusförmigen Feldes entspricht der Wirklichkeit besser.

106. Die Spannung bei sinusförmigem Feld.

Das magnetische Feld am Umfang sei infolge geeigneter Abrundung der Polecken sinusförmig. Ist w die Windungszahl in Reihe für einen Strang, so wird die in Reihe geschaltete Drahtzahl eines Stranges $z = 2w$. Setzen wir ferner $\omega = 2\pi f$, so wird bei Einlochwicklung nach Gl. (2) auf S. 161 $e_m = \Phi \cdot w \cdot \omega \cdot 10^{-8} = \pi \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}$. Setzen wir $\pi/\sqrt{2} = 2,22$, so wird der Effektivwert

$$E = 2,22 \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Liegen die Drähte einer Spulenseite in mehreren Nuten, so werden sie nicht alle gleichmäßig induziert. Ist dann wieder der Nutenabstand im elektrischen Maß gleich α , so haben wir die in allen Spulenseiten erzeugten Spannungen nach Gl. (1) einzeln zu berechnen und nach Bild 403 unter dem Winkel α zusammensetzen. Sie werden dabei durch die Sehnen s über dem Bogen α dargestellt. Demnach ist bei q Nuten für die Spulenseite die Summe gleich der Sehne S über dem Bogen $q \cdot \alpha$. Ist r der Halbmesser, so wird $s = 2r \cdot \sin \alpha/2$ und $S = 2r \cdot \sin (q \cdot \alpha/2)$.

Wir führen nun den sog. Wicklungsfaktor ξ des sinusförmigen Feldes ein, der das Verhältnis der Spannung der verteilten Wicklung zu der in

einem Nutenpaar vereinigten Wicklung ist. Dann wird allgemein die Spannung für sinusförmiges Feld

$$E = 2,22 \cdot \xi \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (2)$$

Der Wicklungsfaktor ist das Verhältnis der geometrischen Summe der Spannung der einzelnen Nuten zur algebraischen Summe, d. h.

$$\xi = S : qs = \sin q\alpha/2 : q \sin \alpha/2. \quad (3)$$

Ist z. B. die Nutenzahl für die Spulenseite $q = 2$ und der Nutenabstand gleich $1/6$ der Polteilung, d. h. gleich $\pi/6$, so wird der Wicklungsfaktor

gleich $\sin 2 \cdot \pi/12 : 2 \sin \pi/12 = 0,5 : 0,518 = 0,968$. Statt der Zahl 2,22 bei der Einlochwicklung erhalten wir also bei dem gegebenen Nutenabstand $2,22 \cdot 0,968 = 2,15$.

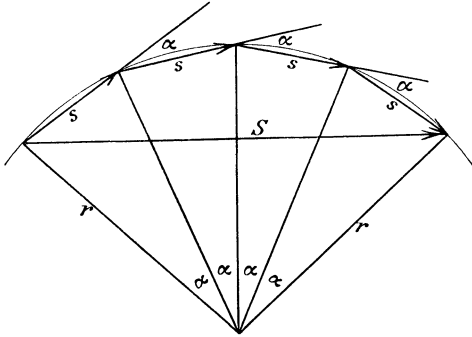


Bild 403. Summe der Spannungen der einzelnen Nuten.

Bei kleinem Nutenabstand können wir die Wicklung als eine glatte Wicklung ansehen, deren Drähte gleichmäßig auf den Umfang verteilt sind. Dann wird der gebrochene Linienzug in Bild 403 zu einem Kreisbogen, und der Wicklungsfaktor wird das Verhältnis der Sehne zum Bogen 2γ der Spulenbreite.

Dieses Verhältnis ist

$$\xi = \frac{2 \sin \gamma}{2\gamma} = \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (4)$$

Ist z. B. die Breite der Spulenseite gleich $1/3$ der Polteilung, so ist 2γ gleich $\pi/3$, γ also $\pi/6$, d. h. $\xi = 3/\pi$. Statt 2,22 bei Einlochwicklung erhalten wir also $2,22 \cdot 3/\pi = 2,12$.

Bei einer Breite der glatten Spulenseite gleich $2/3$ der Polteilung, wie sie bei dreiphasigen Einankerumformern vorkommt, ist $2\gamma = 2/3\pi$, also der Wicklungsfaktor gleich $1/2\sqrt{3} : \pi/3 = 0,83$. Statt 2,22 erhalten wir also $2,22 \cdot 0,83 = 1,84$.

Ist endlich die Breite der Spulenseite, wie bei Einankerumformern für Einphasenstrom, gleich der Polteilung, so wird der Wicklungsfaktor gleich dem Verhältnis des Durchmessers zum Halbkreis, also gleich $2/\pi$. Statt 2,22 erhalten wir also $2,22 \cdot 2/\pi = 1,414$.

Es ist aber zu beachten, daß z die in Reihe liegende Drahtzahl eines Stranges und nicht die gesamte Drahtzahl bedeutet.

XIX. Synchronmaschinen im Betrieb.

107. Das Einschalten einer Synchronmaschine.

Sind mehrere Synchronmaschinen an ein Netz angeschlossen, so ist die Frequenz des Stromes in allen Maschinen dieselbe wie im Netz. Ist n die Drehzahl und p die Polpaarzahl, so ist die Frequenz

$$f = p \cdot n/60. \quad (1)$$

Die Drehzahl ist also durch die Frequenz genau gegeben, und die Maschinen arbeiten synchron, d. h. gleichlaufend. Nur bei einem

Stromerzeuger, der allein das Netz speist, kann die Drehzahl willkürlich gewählt werden, falls nicht eine bestimmte Frequenz gefordert wird.

Gl. (1) gilt sowohl für die synchronen Stromerzeuger als auch für die synchronen Motoren. Diese sind genau gebaut wie die Stromerzeuger, so daß jede Wechselstrommaschine ohne weiteres als Wechselstrommotor benutzt werden kann. Wenn wir das Polrad des Stromerzeugers in Bild 404 im Sinne des Uhrzeigers drehen, so fließt der Strom vor dem Nordpol von vorn nach hinten. Dabei hat

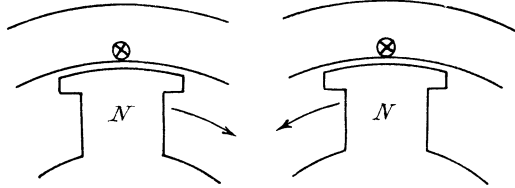


Bild 404. Stromerzeuger.

Bild 405. Motor.

die Antriebsmaschine das vom Strom und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Drehmoment zu überwinden. Daraus folgt bei dem Motor in Bild 405, daß die elektromagnet. Wechselwirkung das Polrad entgegen dem Uhrzeiger dreht.

Nun steht in einem bald darauffolgenden Zeitpunkt statt des Nordpols ein Südpol vor dem gezeichneten Draht. Dann muß der Strom inzwischen seine Richtung geändert haben, damit das neue Drehmoment mit dem früheren Drehmoment gleichgerichtet ist. Dies ist auch der Fall, da die Drehzahl genau der Frequenz des Netzes entspricht.

Wie wir später sehen werden, hält sich diese Übereinstimmung, wenn sie einmal vorhanden ist, im Betriebe aufrecht. Vor dem Einschalten eines Stromerzeugers oder Motors auf ein Netz von gegebener Frequenz muß sie jedoch im allgemeinen bereits vorhanden sein, damit ein Kurzschluß vermieden wird. Nur wenn ein mehrphasiger Synchronmotor oder Umformer eine kurzgeschlossene sogenannte Dämpferwicklung auf den Polen besitzt (vgl. Abschn. 111), kann er vom Stillstand aus mit $\frac{1}{3}$ der gewöhnlichen Spannung als Asynchronmotor angelassen werden. Die Magnetwicklung muß dabei kurz geschlossen werden, da sonst lebensgefährliche Spannungen erzeugt werden. Bei Synchronmotoren oder Einankerumformern genügt es auch häufig, durch einen Hilfsmotor angenähert die synchrone Drehzahl herzustellen, dann den Hilfsmotor abzuschalten und ohne Phasenlampen über einen Vorschaltwiderstand einzuschalten. In allen andern Fällen muß die Maschine durch äußeren Antrieb genau auf die synchrone Drehzahl gebracht werden.

Wenn eine Batterie zur Verfügung steht, läßt man eine mit dem Motor unmittelbar gekuppelte Gleichstrommaschine, die zur Erregung der Magnete dient, als Gleichstrommotor anlaufen. Synchronmotoren, die mit einem Stromerzeuger für Gleichstrom gekuppelt sind und zur Umformung des Wechselstromes in Gleichstrom dienen, oder Einankerumformer werden von der Gleichstromseite aus angelassen, falls diese gleichzeitig von einer Batterie oder einer anderen Maschine gespeist wird.

Das Hinzuschalten eines synchronen Stromerzeugers oder Motors auf ein Netz mit gegebener Klemmenspannung gleicht in mancher Beziehung dem Vorgang bei einem Nebenschlußerzeuger für Gleichstrom. Soll eine Nebenschlußmaschine auf ein Netz geschaltet werden, das bereits von anderen Maschinen gespeist wird, so läßt man die Maschine leer anlaufen und verändert die Magneterregung, bis die Spannung der Maschine gleich der Netzspannung ist. Dann schaltet man die Klemmen der Maschine auf die gleichnamigen Klemmen des Netzes.

Bei Wechselstrom läßt man ebenfalls die Maschine leer anlaufen, so daß die Drehzahl möglichst der Frequenz des Netzes entspricht. Darauf macht man durch Veränderung der Magneterrregung die Spannung der Maschine gleich der Netzspannung. Bevor man aber einschaltet, muß man wie bei der Gleichstrommaschine sicher sein, daß wirklich gleichnamige Klemmen verbunden werden, also Maschine und Netz gegeneinander geschaltet sind. Um zu erkennen, ob dies im Augenblick des Einschaltens der Fall ist, verwendet man die sog. Phasenlampen (Bild 406), durch welche die Maschinenklemmen bei offenem Hauptausschalter mit den Netzklemmen verbunden sind. Man bringt dann die Maschine auf die vorgeschriebene Spannung und regelt ihre Drehzahl so, daß die Lampen ganz langsam flackern. In einem Zeitpunkt, wo sie dunkel sind, sind Netz und Maschine gegeneinander geschaltet und man schaltet ein.

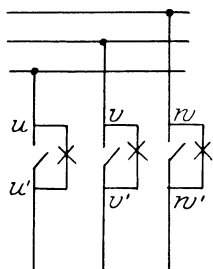


Bild 406. Phasenlampen.

Leuchten die Lampen nicht gleichzeitig auf, so ist die Phasenfolge des Netzes und der Maschine nicht dieselbe. Man muß dann zwei Zuleitungen von der Maschine oder vom Netz zum Schalter vertauschen.

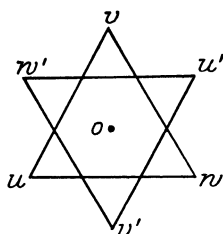


Bild 407. Potentialbild.

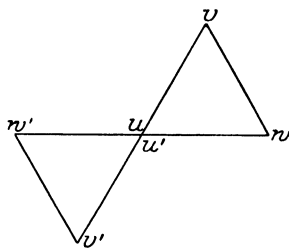


Bild 408. Potentialbild.

Um zu entscheiden, welche Spannung die Lampen auszuhalten haben, zeichnen wir in Bild 407 das Potentialbild. Wenn die Frequenz der Maschine annähernd dieselbe ist wie die des Netzes, dreht sich das Potentialbild $u' v' w'$ der Maschine ganz langsam gegenüber dem Potentialbild $u v w$ des Netzes, das wir als feststehend annehmen, und zwar um den Punkt O . Die Lampen haben also die doppelte Sternspannung auszuhalten.

Man kann auch einen beliebigen Pol des Schalters, z. B. $u u'$ von vornherein schließen und nur die beiden anderen Pole durch Lampen überbrücken. Dann dreht sich in Bild 408 das Potentialbild $u' v' w'$ der Maschine um den Punkt $u u'$. Im gezeichneten Zeitpunkt tritt zwischen w und w' die doppelte verkettete Spannung auf, die die Lampen also auszuhalten haben.

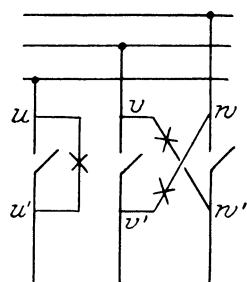


Bild 409. Synchronismusrose.

Will man beim Synchronisieren erkennen, ob die Maschine zu schnell oder zu langsam läuft, so muß man einen Pol des Schalters in Dunkelschaltung überbrücken und die beiden anderen Pole in Hellschaltung kreuzweise überbrücken (Bild 409). Das Potentialbild $u' v' w'$ der Maschine drehe sich z. B. in Bild 410 bei zu kleiner Drehzahl im Sinne des Uhrzeigers gegen das Potentialbild $u v w$ des Netzes. Im gezeichneten Zeitpunkt ist die Spannung $u u'$ eben durch Null hindurch-

gegangen, die Spannung $v w'$ steht kurz vor ihrem Höchstwert und die Spannung $w v'$ nimmt ab. Die Lampen leuchten also in der Reihenfolge $u u'$, $w v'$ und $v w'$ auf. Man schaltet dann ein, wenn die Lampe $u u'$ dunkel ist und die beiden andern gleich hell brennen. Werden alle Lampen gleichzeitig dunkel, so ist die Phasenfolge falsch, und man hat zwei Zuleitungen von der Maschine oder vom Netz zum Schalter zu vertauschen.

Bei zu großer Drehzahl dreht sich das Potentialbild $u' v' w'$ entgegengesetzt und die Lampen leuchten im umgekehrten Sinne auf. Ordnet man also die Lampen auf einem Kreis an, so kann man an dem Drehsinn der Lichterscheinung erkennen, ob die Maschine zu schnell oder zu langsam läuft (Synchronismusrose).

Wie angegeben, erkennt man auch bei der Schaltung in Bild 409 den Zeitpunkt zum Einschalten an der in Dunkelschaltung liegenden Lampe. Diese ist also nicht zu entbehren. Nur bei Einphasenmaschinen ist neben der Dunkelschaltung auch eine Hellschaltung möglich. Der richtige Zeitpunkt ist dabei aber weniger scharf zu erkennen.

Wie man sieht, setzt die Anwendung der Phasenlampen voraus, daß die Maschine noch nicht völlig synchron läuft. Nach dem Einschalten stellt sich dann bald der völlige Gleichlauf her.

Solange ein aufs Netz geschalteter Stromerzeuger oder Motor noch unbelastet läuft, sind wie bei Gleichstrommaschinen gleiche Spannungen gegeneinander geschaltet, und die Stromstärke sowie die Leistung sind noch gleich Null. Die Verschiedenheit bei Gleichstrom und Wechselstrom tritt erst bei dem Vorgang der Belastung und der Änderung der Erregung zutage (vgl. Abschn. 109 und 112).

108. Das Spannungsbild der Wechselstrommaschine.

Wir ermitteln bei einer Wechselstrommaschine, die für sich allein einen äußeren Stromkreis speist, für eine bestimmte Magneterrregung die Klemmenspannung bei gegebener Belastung. Obwohl der vom Ankerstrom erzeugte Fluß zum Teil durch die Magnetkerne verläuft und daher von der Sättigung der Kerne abhängt, wollen wir doch zunächst bei allen Betriebszuständen mit gleichbleibender Induktivität rechnen. Die Stromstärke sei I , der Ohmsche Widerstand des Ankers R und der induktive Widerstand des Ankers $L\omega$. Von der erzeugten Spannung, die wegen der festen Erregung bei Betrieb denselben Wert hat wie bei Leerlauf und daher mit E_0 bezeichnet werde, ziehen wir die Spannungsverluste IR und $I \cdot L\omega$ ab und erhalten dadurch die Klemmenspannung E .

Die erzeugte Spannung E_0 entnehmen wir der Leerlaufkurve. Diese wird aufgenommen, indem man den Magnetstrom durch einen Widerstand verändert oder die Spannung der Erregermaschine regelt. Sie kann auch nach Abschn. 48 berechnet werden (vgl. Bild 440).

Den induktiven Widerstand $L\omega$ bestimmen wir durch Messung an der stillstehenden Maschine. Wir wollen annehmen, daß die Stellung der Pole gegenüber dem Anker keine wesentliche Änderung der Selbstinduktion des Ankers bewirkt. Die Bilder 411 und 412 zeigen allerdings, daß der magnetische Widerstand für den vom Ankerstrom erzeugten Fluß bei ausgeprägten Polen je nach der Lage des Poles gegenüber der

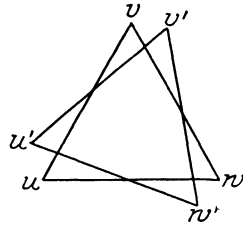


Bild 410. Potentialbild.

Spulenseite des Ankers verschieden ist. Genau genommen behält also die Induktivität während des Zeitraumes einer Periode nicht denselben Wert. Sie wird außerdem von der Phasenverschiebung der erzeugten Spannung gegenüber dem Strome beeinflusst, da es nicht gleichgültig sein kann, ob im Zeitpunkt des größten Ankerstromes die Polmitte oder die Mitte der neutralen Zone vor der Spulenseite steht. Indessen wird ein Fehler, den wir bei Annahme einer bei allen Polradstellungen gleichbleibenden Induktivität machen, nur gering sein. Nötigenfalls können wir die Untersuchung bei verschiedenen Stellungen des Polrades vornehmen und aus den Ergebnissen das Mittel nehmen.

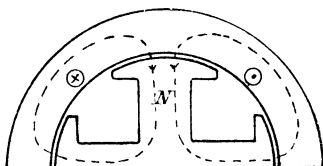


Bild 411.

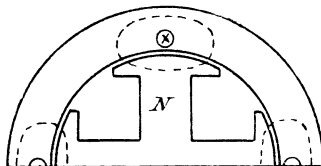


Bild 412.

Vom Anker erzeugtes Feld bei verschiedener Stellung des Polrades.

Wir legen also an den Anker unserer stillstehenden Maschine eine Wechselstromspannung, die wir so niedrig wählen, daß nur der Strom I auftritt, für den die Maschine betriebsmäßig bestimmt ist. Der Versuch ist allerdings bei größeren Maschinen selbst mit der gewählten kleinen Spannung bedenklich, da der vom Anker erzeugte Fluß bei Stillstand mit der vollen Frequenz durch die Magnetwindungen hindurchschneidet und in ihnen eine Spannung von gefährlicher Höhe erzeugt. Wir wollen jedoch hierauf keine Rücksicht nehmen, da es uns auf möglichste Einfachheit des Versuchs ankommt. Pole und Magnetjoch müssen aus Blechen bestehen, so daß keine Wirbelströme den Versuch stören.

Die Spannung E , die wir bei Stillstand an den Anker legen, ist dann die Summe aus dem Ohmschen Spannungsverbrauch $I \cdot R$ und dem induktiven Spannungsverbrauch $I \cdot L\omega$. Messen wir nun mit dem Leistungszeiger bei unserm Versuch eine Leistung N , so ergibt sich der Winkel β , um den die Spannung E vor dem Strome voraufeilt, aus der Gleichung $\cos \beta = N/EI$. Da E/I der Scheinwiderstand ist, so wird der Ohmsche und induktive Widerstand des Ankers

$$R = \cos \beta \cdot E/I, \quad L\omega = \sin \beta \cdot E/I, \quad \operatorname{tg} \beta = L\omega/R.$$

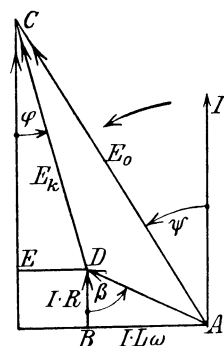


Bild 413.

Strahlen der Spannungen.

Wir legen nun bei Belastung in Bild 413 den Strahl des Stromes willkürlich senkrecht nach oben. AB , um 90° gegen den Strom voreilend, ist der induktive Spannungsverbrauch $I \cdot L\omega$ und BD , in Phase mit dem Strom, der Ohmsche Spannungsverbrauch $I \cdot R$. Dann ist AD der gesamte Spannungsverlust in der Maschine. Er eilt dem Strom um den obigen Winkel β voraus.

Die erzeugte Spannung eile nun gegen den Strom um den Winkel ψ voraus. Dann liegt die Polmitte um einen dem Winkel ψ entsprechenden Zeitraum eher vor der Mitte einer Spulenseite, bevor der Strom in dieser

Spulenseite den höchsten Wert erreicht hat. Dabei entspricht bei p Polpaaren der Winkel ψ einem p mal so kleinen räumlichen Winkel. Die Voreilung der Klemmenspannung vor dem Strom bezeichnen wir mit φ . Falls es sich statt der Voreilung um eine Nacheilung handelt, werden diese Winkel negativ. Um dann Voreilung und Nacheilung zu unterscheiden, wollen wir die Winkel mit Pfeilen versehen. Ein Pfeil entgegen dem Uhrzeiger bedeutet dann einen positiven Winkel, ein Pfeil im Sinne des Uhrzeigers einen negativen Winkel. Eilt also in Bild 413 $AC = E_0$ gegen den Strom um den positiven Winkel ψ voraus, so ist $DC = E_k$ die Klemmenspannung. Im äußeren Stromkreise ist dann die Blindspannung $DE = E_k \cdot \sin \varphi$ und die Wirkspannung $EC = E_k \cdot \cos \varphi$.

Daraus ergibt sich dann, wie beim Transformator, eine Darstellung für feste Stromstärke und verschiedene Phasenverschiebung im äußeren Kreise. Das Dreieck ABD bleibt dabei stets dasselbe, und der Endpunkt C der Strahlen E_0 und E beschreibt einen Kreis mit dem Halbmesser E_0 und dem Mittelpunkt A (Bild 414).

Bei Belastung allein durch Wirkwiderstand ist $\varphi = 0$, und die Klemmenspannung DC_0 ist in Phase mit dem Strom, ihr Strahl ist also senkrecht nach oben gerichtet.

Bei Belastung durch Wirk-

widerstand und induktiven Widerstand eilt die Klemmenspannung DC_1 dem Strome um den positiven Winkel φ vor. Der Winkel wird bei rein induktiver Belastung 90° , wobei der Strahl der Klemmenspannung wagerecht nach links liegt.

Bei Belastung durch Wirkwiderstand und kapazitiven Widerstand bleibt die Klemmenspannung DC_2 hinter dem Strom zurück, d. h. die Voreilung wird negativ, der Winkel φ ist also vom Strahl des Stromes aus im Sinne des Uhrzeigers aufzutragen.

Wir beschreiben nun vom Anfangspunkt D des Strahles der Klemmenspannung, ebenfalls mit dem Halbmesser E_0 , einen zweiten Kreis, der die Verlängerung der Strahlen DC oder diese Strahlen selbst in den Punkten F schneidet. Dann ist CF der algebraische Spannungsabfall zwischen Leerlauf und der betreffenden Belastung. Dieser Abfall ist am größten, wenn C in der Verlängerung von AD liegt, also bei stark induktiver Belastung. Er ist ziemlich klein für $C = C_0$, d. h. für reine Wirkleistung, und wird schließlich negativ für teilweise kapazitive Belastung. Wir haben also bei negativer Phasenverschiebung, d. h. kapazitiver Belastung eine Spannungserhöhung gegenüber dem Leerlauf.

Eine negative Phasenverschiebung, die mit einer Spannungserhöhung des Stromerzeugers verbunden ist, erreicht man auch, wenn man den Stromerzeuger auf einen Motor arbeiten läßt, dessen erzeugte Spannung scheinbar größer ist als die des Stromerzeugers. Ist z. B. die erzeugte Spannung beim Stromerzeuger 1000 Volt und beim Motor 1200 Volt, so stellt sich die beiden Maschinen gemeinsame Klemmenspannung zu

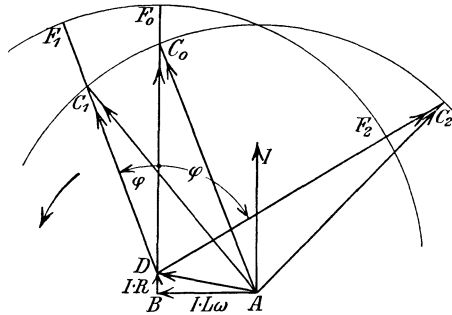


Bild 414. Spannungen für gleichbleibende Erregung und Stromstärke.

etwa 1100 Volt ein, und die Spannungserhöhung des Stromerzeugers gegenüber dem Leerlauf beträgt $1100 - 1000 = 100$ Volt.

Die Anschauung, daß die erzeugte Spannung des Motors größer angenommen wird als die Netzspannung und diese wieder größer als die erzeugte Spannung des Stromerzeugers, widerspricht den Anschauungen, die wir vom Gleichstrom her gewohnt sind. Sie findet ihre äußerliche Erklärung darin, daß sich die Spannungen beim Wechselstrom nicht algebraisch, sondern geometrisch zusammensetzen. Physikalisch ist sie indessen nicht zu halten und wird später durch eine zutreffende Anschauung ersetzt. Vorläufig behalten wir sie jedoch mit Rücksicht auf einfache Darstellung bei. Wir bezeichnen dann einen Stromerzeuger oder Motor als übererregt oder untererregt, je nachdem seine erzeugte, bei Leerlauf gemessene Spannung größer oder kleiner ist als die Klemmenspannung bei Betrieb. Wir erreichen eine solche Übererregung oder Untererregung, wenn wir den Gleichstrom zur Magnetisierung der Feldmagnete ändern, nachdem die Maschine mit andern Maschinen zusammengeschaltet ist.

Bisher war unsere Maschine ein Stromerzeuger. Wir lassen nun unsere Maschine, nachdem sie aufs Netz geschaltet ist, als Motor arbeiten, indem wir sie zum Antrieb einer Last verwenden. Dann wird der Strom I von der Netzspannung E erzeugt und hat wesentlich dieselbe Phase wie diese. Die Netzspannung hat dann wie bei Gleichstrom eine Gegenspannung E_0 zu überwinden, die durch Drehung im Magnetfeld erzeugt wird, und hat außerdem den gesamten Spannungsverbrauch zu liefern.

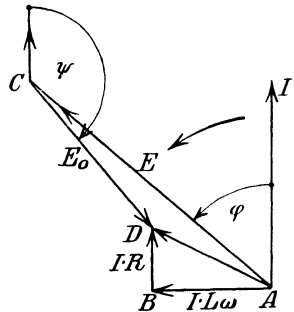


Bild 415. Spannungen des untererregten Synchronmotors.

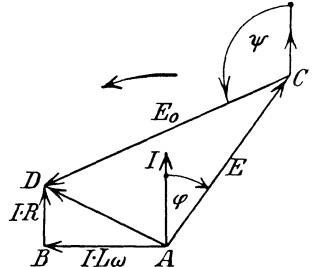


Bild 416. Spannungen des übererregten Synchronmotors.

Wir können statt dessen auch sagen, daß die Summe aus den sich entgegengerichteten Spannungen, die vom Netz und von der Maschine geschaffen werden, den gesamten inneren Spannungsverbrauch AD liefert. Bild 415, das sich auf den Synchronmotor bezieht, unterscheidet sich von Bild 413 dadurch, daß die Strahlen der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung E_0 und des Stromes I nicht einen spitzen, sondern einen stumpfen Winkel ψ miteinander bilden. Die von der Maschine erzeugte elektrische Leistung $E_0 I \cos \psi$ ist also negativ, d. h. die Maschine nimmt einen gleichen Betrag auf und gibt ihn als mechanische Leistung ab. Außerdem nimmt die Maschine noch die der Stromwärme $I^2 \cdot R$ entsprechende Leistung auf, und die aufgenommene Gesamtleistung ist $E \cdot I \cdot \cos \phi$.

Die erzeugte Spannung E_0 ist in Bild 415 kleiner als die dem Motor aufgedrückte Netzspannung E , die Maschine ist daher untererregt. Bei Übererregung würden wir Bild 416 erhalten.

109. Belastungsänderung der Wechselstrommaschine.

Unser Stromerzeuger liege nun an einem Netz, das auch von anderen Maschinen gespeist wird. Die von ihm gelieferte Klemmenspannung

ist dann entgegengesetzt gleich der von den übrigen Maschinen gelieferten Spannung oder der Netzspannung. Wir bezeichnen diese mit E , haben ihr aber entgegengesetzte Phase zuzuschreiben wie der vom Stromerzeuger gelieferten Klemmenspannung, so daß sie in Bild 413 nicht durch DC , sondern durch CD dargestellt wird. Wir gewinnen auf diese Weise eine gemeinsame Behandlung für den Stromerzeuger und den Motor. In beiden ist dann der gesamte innere Spannungsverbrauch die Summe aus den sich wesentlich entgegenwirkenden, vom Netz und der Maschine geschaffenen Spannungen E und E_0 .

Eine Maschine mit fester Erregung, also gleichbleibender erzeugter Spannung E_0 , liege nun als Stromerzeuger oder Motor an einer festen Netzspannung. Das Netz werde von so großen Maschinen gespeist, daß Änderungen an unserer Maschine keinen Einfluß auf Größe und Phase der Netzspannung haben. Wir können dann den Strahl der Netzspannung E festlegen und den Strahl der erzeugten Spannung E_0 je nach den Betriebsverhältnissen gegen diesen Strahl voreilen oder zurückbleiben lassen. Statt dessen legen wir in Bild 417 und 418 den Strahl der von dem Magnetfeld erzeugten Spannung $AC = E_0$ fest. Sie ergibt

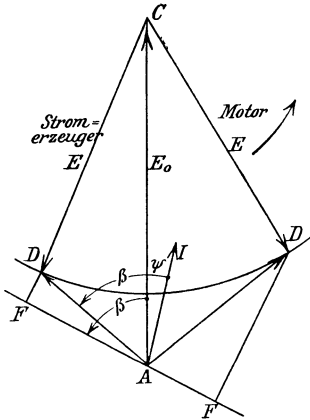


Bild 417. Übererregte Maschine.

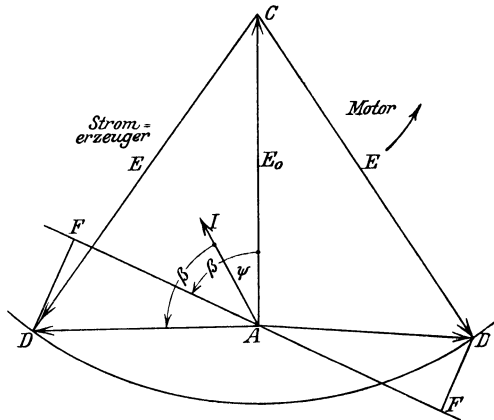


Bild 418. Untererregte Maschine.

mit der gleichbleibenden Netzspannung CD , deren Endpunkt D einen Kreis beschreibt, in allen Fällen den inneren Spannungsverlust AD . Bild 417 bezieht sich auf die übererregte Maschine, Bild 418 auf die untererregte Maschine. In beiden Fällen ist der Strom I für den Stromerzeuger eingetragen. Er bleibt nach Bild 413 hinter dem gesamten Spannungsverlust AD um den Winkel $\beta = \arctg L\omega/R$ zurück. Daraus folgt dann der Winkel ψ , um den die erzeugte Spannung E_0 gegen den Strom voreilt. Er ist in Bild 417 positiv, in Bild 418 negativ. Liegt CD in Bild 417 und 418 links von AC , so wird ψ , wie gezeichnet, spitz, also arbeitet die Maschine als Stromerzeuger. Andernfalls wird ψ stumpf, und die Maschine ist ein Motor.

Wir ziehen nun den Strahl AF , der gegen $AC = E_0$ um den obigen Winkel β voraufeilt, und fällen von D aus eine Senkrechte DF auf diesen Strahl. Dann ist $\angle DAF = \psi$. Wir setzen ferner den gesamten inneren Widerstand $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ gleich z , also $AD = I \cdot z$. Dann wird

$$E_0 \cdot I \cdot \cos \psi = E_0 \cdot \cos \psi \cdot AD/z = E_0 \cdot AF/z.$$

Dies ist bei einem Stromerzeuger die gesamte erzeugte elektrische Leistung, die mechanisch zugeführt wird, bei einem Motor dagegen der Teil der zugeführten elektrischen Leistung, der in mechanische Leistung umgesetzt wird. Allgemein ist also die mechanische Leistung dargestellt durch die senkrechte Projektion AF des Strahles AD . Daraus folgt:

1. Bei Änderungen der Belastung bewegt sich D in Bild 417 u. 418 auf einem Kreise. Der linke Teil gilt für den Stromerzeuger, der rechte für den Motor.

2. Beim Stromerzeuger eilt die erzeugte Spannung der negativ genommenen Netzspannung vor, beim Motor nach.

3. Je stärker wir den Stromerzeuger oder Motor belasten, desto größer wird die Phasenverschiebung zwischen der negativ genommenen Netzspannung E und der erzeugten Spannung E_0 .

4. Die größte mechanische Leistung, die der Stromerzeuger aufnehmen oder der Motor abgeben kann, wird erreicht, wenn der Strahl der Netzspannung mit AF gleichgerichtet ist. Bei noch größerer Belastung fällt die Maschine aus dem Tritt. Da dies gleichbedeutend mit einem Kurzschluß ist, so werden die Maschinen so gebaut, daß die vorgeschriebene Belastung nur die Hälfte der größten Belastung ist. Dies bewirkt, daß die Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung und der negativ genommenen Netzspannung klein ist.

Wir stellen nun die Belastung einer Wechselstrommaschine dem entsprechenden Vorgang bei der Gleichstrommaschine gegenüber und schalten für den Zweck zunächst eine leerlaufende Gleichstrommaschine auf ein Netz, das bereits von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Wir belasten dann die Gleichstrommaschine dadurch, daß wir die Erregung der Maschine und dadurch die erzeugte Spannung E_a verstärken. Dadurch wächst der Ankerstrom nach der Gl.: $I_a = (E_a - E)/R_a$.

Mit der Ankerstromstärke unserer Gleichstrommaschine wird nun die gesamte elektrische Leistung $E_a \cdot I_a$ größer. Die bisher zugeführte mechanische Leistung reicht dann nicht mehr aus, und es tritt eine kleine Verzögerung ein, durch die der Regler der Antriebsmaschine beeinflusst wird. Dadurch wird der Maschine dauernd mehr Leistung zugeführt, so daß die auf die Maschine übertragene mechanische Leistung wieder gleich der verbrauchten elektrischen Leistung ist.

Gleichzeitig werden dadurch die andern Maschinen entlastet. Eine solche Beeinflussung der anderen Maschinen ist nur dadurch möglich, daß sich die Klemmenspannung etwas ändert. Diese Änderung ist aber so gering, daß sie für uns keine Rolle spielt.

Dabei ist die elektrische Leistung unserer Gleichstrommaschine und die zugeführte mechanische Leistung dauernd erhöht. Der Regler der Antriebsmaschine steht also dauernd in einer anderen Stellung wie früher, und die Drehzahl ist gegenüber dem Leerlauf geringer geworden. Allerdings ist diese Verringerung der Drehzahl so klein, daß sie im Maschinenbau meist ganz vernachlässigt oder übersehen wird.

Bei einem auf ein Gleichstromnetz von fester Spannung geschalteten Stromerzeuger wird also die Belastung durch die Erregung verändert. Dabei wirkt der Stromerzeuger auf die Antriebsmaschine zurück, und es ändert sich in geringem Maße die Drehzahl, sowie in erheblichem Maße die zugeführte mechanische Leistung. Hier richtet sich das Angebot nach der Nachfrage, d. h. die Antriebsmaschine gibt das her, was der Stromerzeuger fordert.

Ganz anders beim Wechselstrom. Eine leerlaufende Maschine sei nach S. 259 auf ein Netz geschaltet, das von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Dann wird die Klemmenspannung und Drehzahl der großen Maschinen so gut wie gar nicht beeinflußt durch Änderungen unserer Maschine. Wir können also mit fester Frequenz und Netzspannung rechnen. Es fragt sich nun, wie wir die Belastung vornehmen wollen. Der erste Gedanke ist natürlich, die Erregung und damit die erzeugte Spannung unserer Maschine zu vergrößern. Wenn wir dies tun, so erhalten wir zwar die von uns erwartete Änderung der Stromstärke, aber gegen unsere Erwartung keine Vergrößerung der Leistung. Dies ist natürlich nur dadurch möglich, daß die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung größer wird. Daß die Leistung sich nicht ändert, erklärt sich daraus, daß die Maschine wegen der festen Frequenz des Netzes auch nach Veränderung der Erregung noch genau im alten Gleichlauf weiter läuft, wobei der Regler der Antriebsmaschine genau in der alten Stellung steht. Die zugeführte Leistung ist also noch dieselbe wie früher, und die abgegebene Leistung bleibt daher ungeändert. So z. B. leistet die Antriebsmaschine nach dem Einschalten immer nur die Leerlaufarbeit, auch wenn wir die Erregung der Maschine verändern.

Demnach läßt sich die abgegebene Leistung nur durch willkürliche Verstellung des Reglers ändern. Diese Verstellung erfolgt entweder von Hand oder durch einen kleinen, am Regler angebrachten und von der Schalttafel aus betätigten Elektromotor. Man erreicht dadurch, daß die zugeführte Leistung bei der gleichbleibenden Drehzahl, die der Maschine durch die Frequenz des Netzes aufgezungen ist, größer wird. Um also die elektrische Leistung des Stromerzeugers zu verändern, müssen wir die zugeführte mechanische Leistung ändern. Hier richtet sich der Verbrauch nach dem Angebot; der Stromerzeuger richtet seine Leistung nach der von der Antriebsmaschine übertragenen Leistung.

Der Vorgang spielt sich in der Weise ab, daß eine Vergrößerung der zugeführten Leistung eine Beschleunigung und dadurch eine Voreilung der erzeugten Spannung gegenüber der negativ genommenen Netzspannung bewirkt. Dadurch wird nach S. 266 die vom Stromerzeuger geleistete elektrische Arbeit vergrößert, bis sie der Antriebsmaschine genügend entgegenwirkt. Auf diese Weise läßt sich die Leistung einer Maschine willkürlich vergrößern. Schließlich arbeitet die Maschine mit ihrer größten Leistung, wobei sie in Gefahr ist, aus dem Tritt zu fallen.

Ein ähnlicher Unterschied besteht zwischen dem Abschalten einer Gleichstrommaschine und einer Wechselstrommaschine vom Netz. Eine Gleichstrommaschine wird vor dem Abschalten dadurch entlastet, daß man ihre Erregung schwächt. Eine Wechselstrommaschine wird dagegen vor dem Abschalten dadurch entlastet, daß man durch Verstellung des Reglers die zugeführte Leistung vermindert.

Da nun die Drehzahl des Stromerzeugers und demnach auch die der Antriebsmaschine unweigerlich durch die Frequenz des Netzes gegeben ist, so folgt, daß der selbsttätige Regler einer einzelnen Maschine festgestellt werden kann, ohne daß in der ganzen Anlage eine Änderung vor sich geht. Man macht davon in Wasserkraftwerken Gebrauch, die mit Dampfkraftwerken parallel geschaltet sind und bei Änderungen des Stromverbrauchs eine gleichbleibende Leistung abgeben sollen. Soll aber der Stromverbrauch sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, so

müssen Regler an allen Maschinen vorhanden sein. Sie bewirken dann bei allgemein etwas verminderter Frequenz überall eine größere zugeführte Leistung. Natürlich läßt sich dann die Frequenz dadurch wieder auf den alten Betrag bringen, daß man alle Regler etwas verstellt.

Der Einfluß der Veränderung der Erregung, die im Gegensatz zur Gleichstrommaschine keine Veränderung der Leistung bedingt, wird sich im Abschn. 112 und 114 ergeben.

Wir wenden uns jetzt zum Belasten eines Synchronmotors. Dieser wird in der Regel, wie der Stromerzeuger, durch eine Antriebsmaschine auf Gleichlauf gebracht und mit Hilfe von Phasenlampen aufs Netz geschaltet. Er unterscheidet sich dann noch nicht von einem leerlaufenden Stromerzeuger. Wenn wir ihn dann mechanisch belasten, tritt für eine ganz kurze Zeit eine Verzögerung ein. Das Polrad kommt dadurch in eine solche Lage zum Anker, daß der entstehende Strom in Verbindung mit dem Feld ein Drehmoment ausübt. Die erzeugte Spannung, die vor der Belastung der Netzspannung entgegengesetzt gleich war, bleibt gleichzeitig infolge der Verzögerung hinter der negativ genommenen Netzspannung zurück. Die Maschine nimmt also nach Bild 417 und 418 elektrische Leistung auf und gibt mechanische Leistung ab, sie ist also zum Motor geworden.

Eine Maschine wird also durch die kurzzeitige Beschleunigung zum Stromerzeuger, durch die kurzzeitige Verzögerung zum Motor. Um uns dies recht anschaulich zu machen, kuppeln wir unsere Maschine mit einer Gleichstrommaschine, die auf ein von anderen Maschinen oder einer Batterie gespeistes Netz geschaltet ist. Wenn wir dann die Gleichstrommaschine, die jetzt ebenfalls stets genau mit der synchronen Drehzahl läuft, so stark erregen, daß ihre erzeugte Spannung über die des Netzes überwiegt, arbeitet sie als Stromerzeuger. Wenn wir sie dagegen schwächer erregen, so überwiegt die Netzspannung, so daß die Gleichstrommaschine als Motor angetrieben wird.

Die Wechselstrommaschine laufe nach dem Einschalten noch leer. Wir schwächen dann den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, die als Motor arbeitet und bisher nur die Leerlaufverluste zuführte. Sonst hat eine solche Schwächung des Feldes bei Gleichstrommotoren eine Erhöhung der Drehzahl zur Folge. Jetzt aber ist die Drehzahl unseres Maschinensatzes unabänderlich durch die Frequenz des Netzes gegeben, so daß sich durch eine Schwächung des Feldes die erzeugte Spannung E_a des Gleichstrommotors verringert. Nach der Gleichung $I_a = (E - E_a)/R_a$ wächst dadurch der Strom erheblich an, und der Anker wird beschleunigt. Das damit gekuppelte Polrad der Wechselstrommaschine kommt dadurch in eine solche Lage zu dem Anker, daß sich die erzeugte elektrische Leistung nach S. 266 vergrößert. Diese hält dann der größer gewordenen mechanischen Leistung des Gleichstrommotors das Gleichgewicht.

Wir verstärken nun den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, anstatt ihn abzuschwächen. Die Folge ist bei der festen Drehzahl eine Vergrößerung der erzeugten Spannung des Gleichstrommotors. Diese überwiegt dann über die Spannung des Gleichstromnetzes, so daß elektrische Leistung von der nun zum Stromerzeuger gewordenen Gleichstrommaschine abgegeben wird. Daher tritt eine kurzzeitige Verzögerung ein, durch welche die Wechselstrommaschine zum Motor wird.

110. Die synchronisierende Kraft.

Mehrere gleiche und gleich stark erregte Stromerzeuger, auf welche dieselbe Leistung übertragen wird, seien nebeneinander auf das Netz geschaltet. Dann verteilt sich die im äußeren Kreise verbrauchte Leistung gleichmäßig auf alle Maschinen. Nach Bild 417 und 418 ist also auch die Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung und der Netzspannung bei allen Maschinen dieselbe. Da die Netzspannung allen Maschinen gemeinsam ist, so folgt, daß die erzeugte Spannung überall gleiche Phase hat. Der Ankerdraht der einen Maschine hat dann stets genau dieselbe Lage zu den Polen wie der entsprechende Draht der anderen Maschinen. Die Maschinen laufen also zeitlich ganz gleichmäßig, d. h. synchron. Dies bedeutet nicht nur eine gleiche Anzahl von Umdrehungen in einem bestimmten Zeitraum, sondern auch eine Übereinstimmung in den Zeitwerten der erzeugten Spannung.

Wir fragen uns nun, wie sich diese Übereinstimmung in der Drehzahl und in der Phase bei zufälligen Schwankungen der Geschwindigkeit einer einzelnen Maschine aufrecht erhält. Die Wichtigkeit dieser Frage leuchtet ohne weiteres ein. Die von den nebeneinander geschalteten Wechselstrommaschinen erzeugten Spannungen, die ja für sich allein gegeneinander geschaltet sind, müssen ihre Phase zueinander dauernd behalten. Die Maschinen müssen also bei gleicher Polzahl mit vollständig gleicher Drehzahl und bei ungleicher Polzahl mit vollständig gleicher Frequenz laufen.

Die vollständige Übereinstimmung der Drehzahl ließe sich nun niemals durch äußere Mittel erzwingen. Glücklicherweise zeigen aber nebeneinander geschaltete Wechselstrommaschinen von selbst das Bestreben, synchron zu laufen. Ein Stromerzeuger sei z. B. infolge des Ungleichförmigkeitsgrades der Antriebsmaschine vor den anderen Maschinen in einem bestimmten Zeitpunkt ein wenig vorausgeilt. Diese räumliche Vorseilung ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung des Winkels zwischen der erzeugten Spannung der einzelnen Maschine und der negativ genommenen Netzspannung, die durch die anderen Maschinen gegeben ist und wesentlich unverändert bleibt. Die Vergrößerung des Winkels hat nun nach Bild 417 und 418 bis zu einer gewissen Grenze eine Vergrößerung der gesamten erzeugten elektrischen Leistung zur Folge. Dafür reicht die bisher zugeführte Leistung der Antriebsmaschine nicht mehr aus. Die Folge ist eine Verzögerung, die den umlaufenden Magnetkörper in die richtige Stellung gegenüber dem Anker zurückbringt.

Umgekehrt hat das Zurückbleiben eines einzelnen Stromerzeugers hinter den anderen Maschinen nach Bild 417 und 418 eine Verkleinerung der elektrischen Leistung der einzelnen Maschine zur Folge. Dann überwiegt die Antriebsleistung. Die dadurch veranlaßte Beschleunigung bringt den Magnetkörper der zurückgebliebenen Maschine wieder in die richtige Stellung zu dem Anker, so daß seine Stellung mit den anderen Maschinen übereinstimmt. Die elektrische Maschine schreibt also der Antriebsmaschine eine feste Drehzahl vor und hält sie im Gleichlauf.

Die Maschinen müssen dabei allerdings in dem Bereich arbeiten, wo nach Bild 417 und 418 eine Zunahme des Winkels zwischen der negativ genommenen Netzspannung und der erzeugten Spannung eine

wesentliche Zunahme der elektrischen Leistung zur Folge hat. Dann werden die unvermeidlichen Voreilungen und Verzögerungen der Antriebsmaschinen durch die synchronisierende Wirkung der elektrischen Maschinen kräftig ausgeglichen. Dabei bedeutet eine Verschiebung um wenige räumliche Grade eine p -fache Verschiebung in elektrischen Graden.

Wenn jedoch die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, so ergibt sich für eine Zunahme des Winkels eine sehr geringe Zunahme der Leistung, d. h. eine geringe synchronisierende Kraft der Maschine. Wenn der Höchstwert der Leistung überschritten wird, hat sogar das Voreilen der Maschine eine Abnahme der Leistung zur Folge. Die Antriebsleistung überwiegt dann über die abgegebene elektrische Leistung noch weiter und die Maschine wird noch mehr beschleunigt. Dadurch kommt der Ankerdraht in eine immer falschere Lage zu den Polen, die Maschine fällt aus dem Tritt und das ganze Zusammenarbeiten ist gestört. Dabei fließen natürlich sehr starke Ströme zwischen den Maschinen hin und her.

Wir haben nun bisher die synchronisierende Kraft wesentlich als die Zu- und Abnahme der elektrischen Leistung aufgefaßt, die durch

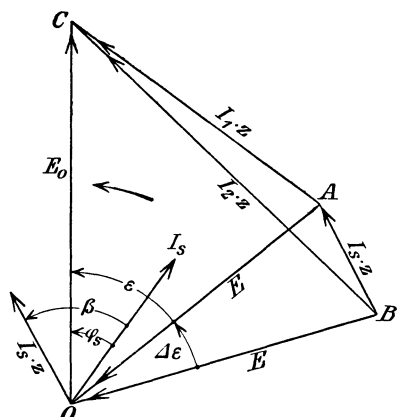


Bild 419. Änderung des Spannungsverlustes und Stromes bei zusätzlicher Voreilung.

die Vor- und Nacheilung einer Maschine verursacht wird. In der Regel spricht man dagegen von Synchronisierungsströmen und meint damit, daß die voreilende Maschine zu viel und die zurückbleibende zu wenig Strom liefert. Wenn nur zwei Maschinen aufs Netz arbeiten, so können wir uns den Vorgang so vorstellen, daß ein Ausgleichstrom zwischen beiden Maschinen hin und her fließt, der sich zum Strom der voreilenden Maschine hinzufügt und vom Strom der zurückbleibenden Maschine abzieht. Die voreilende wird gleichsam durch diesen Strom, den sie liefert, gebremst und die nacheilende, die den Strom empfängt,

gleichsam als Motor angetrieben. Die von den Ausgleichströmen ausgeübte sog. synchronisierende Kraft wird gemessen durch die Zunahme der Leistung N bei Verschiebung um die elektrische Bogeneinheit, oder durch das Verhältnis $dN : d\epsilon$. Um sie zu berechnen, betrachten wir einen Stromerzeuger, dessen erzeugte Spannung $E_0 = OC$ in Bild 419 um den Winkel ϵ gegen die negativ genommene Netzspannung E voreilt. Ist $z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ der gesamte innere Widerstand, so ist $AC = I_1 \cdot z$ die Summe aus $AO = E$ und $OC = E_0$. Durch eine zufällige Ursache vergrößere sich ϵ um $\Delta\epsilon$, der Strom nehme dabei geometrisch um den sog. Synchronisierungsstrom I_s auf den Wert I_2 zu. Dann ist $BC = I_2 \cdot z$ die Summe aus $BO = E$ und $OC = E_0$. Da die Spannungsverluste den entsprechenden Strömen proportional sind, so stellt BA uns $I_s \cdot z$ dar. Wir verlegen nun den Anfangspunkt dieses Strahles nach O , ziehen den Strahl I_s so, daß er gegen den Strahl $I_1 \cdot z$ um den Winkel $\beta = \arctg L\omega/R$ zurückbleibt, und erhalten dadurch den Winkel φ_s , um den die Spannung E_0 gegen den Synchronisierungsstrom voreilt.

Für eine kleine zusätzliche Voreilung ist $I_s \cdot z = E \cdot \mathcal{A}\varepsilon$, und $I_s \cdot z$ steht dann senkrecht auf AO . Demnach ist $\varphi_s = \varepsilon - (90^\circ - \beta)$, und die Zunahme der Leistung für einen Strang wird

$$\mathcal{A}N = E_0 \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s = E_0 \cdot E/z \sin(\beta + \varepsilon) \cdot \mathcal{A}\varepsilon \text{ Watt.}$$

Nun ist der Wirkwiderstand R immer klein gegenüber dem induktiven Widerstand $L\omega$, so daß β nahezu 90° wird. Da ferner ε nach S. 266 immer klein ist, so können wir $\sin(\beta + \varepsilon)$ gleich Eins setzen. Wir teilen nun die Leistung durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit $2\pi \cdot n/60$ und durch 9,81 und vervielfachen mit der Anzahl ν der Stränge. Dann erhalten wir die Zunahme des Drehmomentes D für eine elektrische Bogeneinheit zu

$$\frac{\mathcal{A}D}{\mathcal{A}\varepsilon} = \frac{\nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{\mathcal{A}N}{\mathcal{A}\varepsilon}.$$

Nun ist die räumliche Bogeneinheit p mal so groß wie die elektrische Bogeneinheit. Demnach ergibt sich die Direktionskraft, d. h. die Zunahme des Drehmomentes für eine räumliche Bogeneinheit zu

$$B = \frac{p \cdot \nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{\mathcal{A}N}{\mathcal{A}\varepsilon} = \frac{p \cdot \nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{E_0 \cdot E}{z}. \quad (2)$$

Da E_0/z gleich dem Kurzschlußstrom und E rund gleich E_0 ist, so wird $\nu \cdot E_0 \cdot E/z$ gleich der Scheinleistung bei Kurzschluß.

Die Direktionskraft wirkt bei nebeneinander geschalteten Wechselstrommaschinen wie bei einem gedrihten Draht. Je größer die Abweichung aus der vorgeschriebenen Lage ist, desto größer ist das Drehmoment, das der Abweichung entgegenwirkt. Zufällige Verschiebungen aus der richtigen Stellung des Polrades gegenüber dem Anker werden daher im allgemeinen in kurzer Zeit ausgeglichen.

Wir ermitteln nun den Einfluß des inneren Wirkwiderstandes und Blindwiderstandes auf die synchronisierende Kraft. Eine Verringerung des Wirkwiderstandes verringert den Gesamtwiderstand z , erhöht also nach Gl. (2) die synchronisierende Kraft. Dasselbe trifft bis zu einer gewissen Grenze auch für eine Verringerung des induktiven Widerstandes zu. Ist jedoch der induktive Widerstand sehr klein gegenüber dem Wirkwiderstande, so ist der Winkel β , um den der Synchronisierungsstrom I_s gegenüber $I_s \cdot z$ zurückbleibt, nicht, wie wir angenommen haben, 90° , sondern fast gleich Null. I_s fällt dann in Bild 419 fast mit $I_s \cdot z$ zusammen und bildet mit dem Strahl der Netzspannung E einen Winkel von fast 90° . Der Synchronisierungsstrom ist also, bezogen auf die Netzspannung, Blindstrom, und die Synchronisierungsleistung ist fast Null. Die Selbstinduktion darf demnach nicht vollständig fehlen.

Es gibt also einen günstigen Wert von $L\omega$. Wir ermitteln ihn für den Fall, daß E_0 und E in Phase sind, was beim Parallelschalten zutrifft. Wir setzen dann in der Gleichung für $\mathcal{A}N$ den Winkel $\varepsilon = 0$, $\sin \beta = R/z$ und $z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$. Wenn wir dann $\mathcal{A}N/\mathcal{A}\varepsilon$ nach $L\omega$ differenzieren, ergibt sich, daß die synchronisierende Kraft am größten wird für $L\omega = R$. Ein so kleiner Wert für $L\omega$ läßt sich aber in Wirklichkeit nicht erreichen.

111. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen¹⁾.

Wenn eine Wechselstrommaschine von einer Dampfturbine oder Wasserkraftmaschine angetrieben wird, so läuft sie während jeder Umdrehung mit fester Geschwindigkeit. Wird sie jedoch von einer Dampfmaschine oder einem Gasmotor angetrieben, so erleidet sie bei jeder

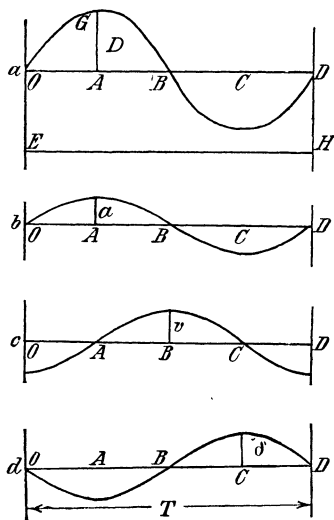


Bild 420.

Zusätzliches Drehmoment, Beschleunigung, Geschwindigkeit und Voreilung.

Umdrehung Voreilungen und Verzögerungen, die durch das ungleichmäßige Drehmoment der Antriebsmaschine bedingt sind. Liegt sie gleichzeitig im Nebenschluß mit anderen Maschinen am Netz, so ist sie durch die synchronisierende Kraft des Ankers ebenfalls regelmäßig wechselnden Antrieben ausgesetzt. Wenn die Maschine zur Verringerung der Schwankungen der Geschwindigkeit eine Dämpferwicklung auf den Polen besitzt, kommen auch hierdurch regelmäßig wechselnde Antriebe zustande.

In Bild 420a mögen z. B. die Senkrechten der Kurve $OGBD$, von EH gemessen, das gesamte, auf die Maschine wirkende Drehmoment darstellen. Ist EO das mittlere Drehmoment, so geben uns die Senkrechten der Kurve OGB , von OD an gemessen, das zusätzliche Drehmoment an, das von uns als sinusförmig angenommen wird. Es sei nun D das größte zusätzliche gesamte Drehmoment, m die

Masse des umlaufenden Teils im mechanischen Maß, r der Trägheitsradius in Meter und T die Zeit, in der sich das größte zusätzliche Moment wiederholt. Dann ist die größte Beschleunigung

$$a = D : mr \text{ m/sek}^2.$$

Die Beschleunigung erreicht ihren Höchstwert gleichzeitig mit dem zusätzlichen Drehmoment, d. h. in Bild 420b im Zeitpunkte A . Solange sie positiv ist, nimmt die Geschwindigkeit zu. Sie wächst also in dem Zeitraum von O bis B von ihrem niedrigsten auf ihren höchsten Wert. Im Zeitpunkt A geht sie durch ihren mittleren Wert hindurch, und von da an beginnt die positive zusätzliche Geschwindigkeit, die am größten im Zeitpunkt B wird (Bild 420c). Der Höchstwert v der zusätzlichen Geschwindigkeit berechnet sich aus der mittleren Beschleunigung $a \cdot 2/\pi$ mal der Zeit $AB = T/4$ zu:

$$v = 2/\pi \cdot a \cdot T/4.$$

Solange die zusätzliche Geschwindigkeit positiv ist, nimmt die Voreilung vor der richtigen Stellung zu. Sie wächst im Zeitraum AC von ihrem niedrigsten (negativen) Wert auf ihren höchsten Wert. Im Zeitpunkt B hat sie ihren Mittelwert Null. Der Höchstwert der Voreilung ergibt sich, wenn wir die mittlere zusätzliche Geschwindigkeit $v \cdot 2/\pi$ mit der Zeit $BC = T/4$ vervielfachen, zu $s = v \cdot T/2\pi$. Wir teilen nun

¹⁾ Vgl. die Aufsätze von Görge, ETZ 1900, S. 188, 1902, S. 1053 und von Rosenberg, ETZ 1902, S. 425, 1903, S. 827.

s durch den Halbmesser r und führen v und a aus den obigen Gleichungen ein. Dann wird der Bogen der größten Voreilung, d. h. die Amplitude der Schwingungen um die richtige Lage:

$$\delta = D \cdot T^2 : 4\pi^2 m r^2. \quad (3)$$

Ist G das Gewicht des Magnetkörpers in kg, so ist $m = G/9,81$. Demnach ist, wenn $d = 2r$ der Trägheitsdurchmesser in Meter ist, $m r^2$ gleich dem sog. Schwungmoment $G d^2$, geteilt durch $4 \cdot 9,81$.

Arbeitet die Maschine allein auf das Netz, so ist für D das größte zusätzliche Moment A der Antriebsmaschine einzusetzen. Der Bogen α der größten Voreilung wird dabei nach Gl. (3):

$$\alpha = A \cdot T^2 : 4\pi^2 m r^2. \quad (4)$$

Arbeitet die Maschine auf ein Netz, das auch von anderen Maschinen gespeist wird, so kommt das Synchronisierungsmoment hinzu. Bei der Direktionskraft B und einer größten Voreilung β ist das größte Synchronisierungsmoment gleich $B \cdot \beta$. Dieses tritt im Zeitpunkt der größten Nacheilung auf, also nach Bild 420a bis d in demselben Zeitpunkt, in welchem das gesamte zusätzliche Moment am größten ist. Daraus folgt, daß das zusätzliche Antriebsmoment und das Synchronisierungsmoment sich algebraisch zum Gesamtmoment zusammenfügen, d. h. für das Gesamtmoment D ist $B \cdot \beta \pm A$ einzusetzen. Gl. (3) nimmt dann die Form an

$$\beta = \frac{(B\beta \pm A)T^2}{4\pi^2 \cdot m r^2}. \quad (5)$$

Wir lösen für β auf und setzen nach Gl. (4) $AT^2 = \alpha \cdot 4\pi^2 \cdot m r^2$. Dadurch erhalten wir den sog. Vergrößerungsfaktor, d. h. das Verhältnis der zusätzlichen Voreilung beim Zusammenarbeiten mit anderen Maschinen zur Voreilung beim Alleinbetrieb zu

$$k = \frac{\beta}{\alpha} = \pm \frac{1}{1 - BT^2/4\pi^2 m r^2}. \quad (6)$$

Das obere Vorzeichen gilt, wenn $4\pi^2 m r^2$ größer ist als BT^2 , also bei großem Trägheitsmoment, kleiner synchronisierender Kraft und kleiner Schwingungszeit. Synchronisierungsmoment und zusätzliches Moment der Antriebsmaschine wirken dann in demselben Sinne, d. h. das Antriebsmoment erreicht seinen positiven Höchstwert, wie das Synchronisierungsmoment, im Zeitpunkt der größten Nacheilung. Das untere Vorzeichen gilt, wenn $4\pi^2 \cdot m r^2$ kleiner ist als BT^2 , also bei kleinem Trägheitsmoment, großer synchronisierender Kraft und großer Schwingungszeit. Das zusätzliche Moment der Antriebsmaschine erreicht in diesem Fall seinen positiven Höchstwert im Zeitpunkt der größten Voreilung und zieht sich von dem entgegengesetzt wirkenden Synchronisierungsmoment ab.

In beiden Fällen ist beim Arbeiten der Maschine auf ein von anderen Maschinen gespeistes Netz die größte Voreilung vor der mittleren Lage größer, als wenn die Maschine für sich allein arbeitet. Den Fall, daß $BT^2/4\pi^2 m r^2$ größer ist als 2, wollen wir dabei ausschließen, da er sehr geringe Schwungmassen voraussetzt. Das Anwachsen der Voreilung geschieht in der Weise, daß die Voreilung bei jeder Schwingung zunimmt und sich dabei im allgemeinen einem endlichen Grenzwert nähert. Die diesem Grenzwert entsprechende synchronisierende Kraft bewirkt dann in Verbindung mit dem anfänglichen zusätzlichen Moment der Antriebsmaschine gerade die betreffende Voreilung, so daß Gleichgewicht besteht.

Bei einer Maschine, die von einer Tandemmaschine mit zwei um 90° versetzten Kurbeln angetrieben wird, sei z. B. die Polpaarzahl $p = 32$, die Drehzahl $n = 94$, die Scheinleistung bei Kurzschluß 2080000 Watt und das Trägheitsmoment $mr^2 = 5500 \text{ kgm}^2$. Dann ist die durch den Synchronisierungsstrom geschaffene Direktionskraft nach Gl. (2) auf S. 271

$$B = \frac{32 \cdot 2080000}{9,81 \cdot 2\pi \cdot 94/60} = 690000 \text{ mkg/Bogen.}$$

Die Zeit einer Schwingung des Polrades wird $T = 1 : 2n/60 = 0,32$. Demnach wird der Vergrößerungsfaktor

$$k = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{1 - BT^2/4\pi^2 mr^2} = \frac{1}{1 - 0,327} = 1,5.$$

Für $T^2 = 4\pi^2 \cdot mr^2/B$ wird der Vergrößerungsfaktor unendlich groß. Die Voreilungen werden dann bei jeder Schwingung größer und machen schließlich infolge der starken Ströme, die dabei auftreten, ein Zusammenarbeiten mit den übrigen Maschinen unmöglich. Man nennt diesen Zustand die Resonanz. Der Vorgang wird uns sofort deutlich, wenn wir beachten, daß $4\pi^2 \cdot mr^2/B$ das Quadrat der Schwingungsdauer eines Pendels ist. Beim Parallelarbeiten mit anderen Maschinen würde ein gleichförmig angetriebenes Polrad, das durch Schaltvorgänge zufällig beschleunigt oder verzögert wird, unter dem Einfluß der synchronisierenden Kraft mit dieser Schwingungsdauer schwingen, bis es, durch Wirbelströme oder Reibung gedämpft, wieder die gleichmäßige Drehbewegung annimmt. Bei der Resonanz ist diese Eigenschwingungszeit gleich der Schwingungszeit, in der sich die zusätzliche Momente der Antriebsmaschine wiederholen, d. h. gerade wenn die Maschine selbst ausgeschwungen hat, erfolgt der neue Antrieb von außen. Die Voreilungen müssen sich also jedesmal vergrößern.

Schon in der Nähe der Resonanz wird der Betrieb durch das Schwingen der Maschine, das man als Pendeln bezeichnet, gefährdet. Daher muß der Unterschied zwischen den beiden Schwingungszeiten möglichst groß gemacht werden. Wenn die Eigenschwingungszeit, wie es in der Regel bei Stromerzeugern der Fall ist, an sich schon größer ist, als die der Antriebsmaschine (positives Vorzeichen in Gl. 6), so muß man, um sich noch weiter vom Zustand der Resonanz zu entfernen, den Unterschied zwischen beiden Schwingungszeiten noch größer machen, d. h. das Schwungmoment erhöhen. Daß daneben auch die anfängliche Voreilung abnimmt, ist ein weiterer, aber nebensächlicher Vorteil.

Ein zweiter Weg ist die Einschaltung einer Drosselspule zwischen Maschine und Sammelmachine. Dadurch wird die scheinbare Kurzschlußleistung und damit die Direktionskraft kleiner. Das ergibt dann eine Verringerung des Vergrößerungsfaktors.

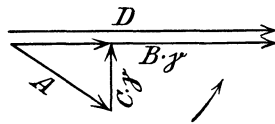
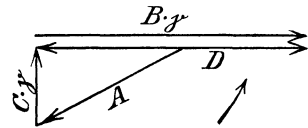
Ist die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine von vornherein kleiner als die der Antriebsmaschine (negatives Vorzeichen in Gl. 6), so würde eine Vergrößerung der Schwungmassen die Schwingungszeiten einander nähern. In diesem Falle wird eine Verringerung der Schwungmassen von Vorteil sein.

Die Maschine besitze nun eine Dämpferwicklung aus Kupferstäben, die in Nuten der Polschuhe verlegt und an den Stirnseiten wie die Käfigwicklung eines Asynchronmotors durch Ringe kurzgeschlossen ist. Bei den zylindrischen Magnetkörpern der Turbomaschinen wird die

Dämpferwicklung durch die metallischen, an den Stirnseiten verbundenen Keile gebildet, welche die Nuten des Magnetkörpers schließen. Da das vom Anker erzeugte Feld nach S. 202 mit synchroner Geschwindigkeit umläuft, so wird die Dämpferwicklung bei gleichförmigem Gang von keinen Feldlinien geschnitten. Bei ungleichförmigem Gang schneidet dagegen das vom Anker erzeugte Feld durch die Dämpferwicklung des Magnetkörpers. Die dadurch erzeugten Ströme üben ähnlich wie der Läuferstrom eines Asynchronmotors ein Drehmoment aus, das die Verschiebung zwischen Feld und Stromleiter hindert. Es ist nach Abschn. 124 um so größer, je größer die zusätzliche Geschwindigkeit oder die Schlüpfung ist. Ist γ die größte zusätzliche Voreilung und C ein Festwert, so ist das größte zusätzliche Dämpfungsmoment gleich $C \cdot \gamma$. Der Höchstwert tritt auf, wenn die zusätzliche Geschwindigkeit am größten ist. Da er der Bewegung entgegenwirkt, so haben wir im Zeitpunkt B in Bild 420 a—d den negativen Höchstwert. Das Dämpfungsmoment eilt also dem gesamten Moment und dem phasengleichen Synchronisierungsmoment um 90° voraus.

Wir können dann die zusätzlichen Drehmomente durch Strahlen darstellen. In Bild 421 und 422 ist A das zusätzliche Moment der Antriebsmaschine, $C \cdot \gamma$ das Dämpfungsmoment, $B \cdot \gamma$ das Synchronisierungsmoment und D das dem Synchronisierungsmoment phasengleiche gesamte Moment. Jenach-

dem dieses sich algebraisch durch eine Summe oder eine Differenz ergibt, erhalten wir nach Bild 421

Bild 421 Drehmomente für $D > B \cdot \gamma$.Bild 422. Drehmomente für $D < B \cdot \gamma$.

und 422 das gesamte Drehmoment zu $D = B \cdot \gamma \pm \sqrt{A^2 - C^2 \gamma^2}$. Nun stehen nach Gl. (3) die gesamten Drehmomente der gedämpften und ungedämpften Maschine in demselben Verhältnis wie die Voreilungen, d. h.

$$\frac{B\gamma \pm \sqrt{A^2 - C^2\gamma^2}}{B\beta \pm A} = \frac{\gamma}{\beta}. \quad \frac{\gamma^2}{\beta^2} = \frac{A^2}{A^2 + C^2\beta^2}.$$

Die Dämpfung macht also in allen Fällen die Voreilung vor der Gleichgewichtslage kleiner. Man muß aber beachten, daß das Dämpfungsmoment und Synchronisierungsmoment beide eine zusätzliche Leistung mit sich bringen, die im einen Zeitraum positiv, im anderen negativ ist, also als Ganzes Blindleistung ist. Die Gesamtleistung schwingt also um einen Mittelwert, und dies verursacht dann entsprechende Schwingungen der Stromstärke, die den Betrieb stören können. Wir müssen also wissen, ob diese Schwingungen durch die Dämpfung größer oder geringer werden. Da die Leistungen sich wie die Drehmomente verhalten, so entspricht die zusätzliche Leistung ohne Dämpfung dem Moment $B \cdot \beta$, mit Dämpfung nach Bild 421 und 422 dem Moment $\sqrt{B^2 \gamma^2 + C^2 \gamma^2}$. Das Verhältnis der Quadrate der zusätzlichen elektrischen Leistungen mit und ohne Dämpfung ist, also unter Benutzung der letzten Gleichung:

$$\frac{(B^2 + C^2)\gamma^2}{B^2\beta^2} = \frac{B^2 + C^2}{B^2} \cdot \frac{A^2}{A^2 + C^2\beta^2}.$$

Nun ist nach Gl. (4) und (5) der Vergrößerungsfaktor

$$k = \beta/\alpha = (B \cdot \beta \pm A)/A \quad \text{oder} \quad \beta = A(k \mp 1)/B.$$

Das obere Vorzeichen gilt wie früher für den Fall, daß die Schwungmassen größer sind als dem Resonanzfall entspricht. Wir führen β in die rechte Seite unserer Gleichung ein und erhalten das Verhältnis der Quadrate der zusätzlichen Drehmomente zu:

$$\frac{(B^2 + C^2) \cdot \gamma^2}{B^2 \cdot \beta^2} = \frac{B^2 + C^2}{B^2 + C^2(k \mp 1)^2}.$$

Da die Leistungen in demselben Verhältnis stehen wie die Drehmomente, so verringert sich die zusätzliche Leistung durch die Dämpfung in allen Fällen für das untere Vorzeichen, wenn also die Schwungmassen kleiner sind als dem Resonanzfall entspricht. Die Dämpfung hilft auch noch für den Fall des oberen Vorzeichens, d. h. wenn die Schwungmassen größer sind als im Resonanzfall, sofern $k - 1$ größer als 1 oder k größer als 2 ist. Sind jedoch die Schwungmassen schon so groß, daß der Vergrößerungsfaktor kleiner ist als 2, so werden nach der letzten Gleichung die zusätzliche Blindleistung und damit die Schwingungen der Stromstärke durch die Dämpfung vergrößert.

112. Änderung der Erregung.

Wir fragen uns, welchen Einfluß die Änderung der Erregung bei einer Wechselstrommaschine hat, die an einem Netz von fester Spannung liegt und eine feste mechanische Leistung empfängt oder abgibt.

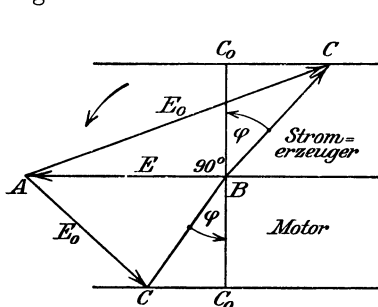


Bild 423. Gleichbleibende Belastung und geänderte Erregung, $R = 0$.

Setzen wir zunächst den Ankerwiderstand gleich Null, so ist in Bild 423 die Summe aus der erzeugten Spannung $E_0 = AC$ und der Netzspannung $E = BA$ gleich dem induktiven Spannungsverlust $I \cdot L \omega = BC$. Der obere Teil des Bildes, in welchem E_0 vor der negativ genommenen Netzspannung vorauffeilt, bezieht sich auf den Stromerzeuger, der untere, in welchem E_0 nacheilt, auf den Motor. Beim Stromerzeuger ist die gelieferte Klemmenspannung der Netzspannung entgegen-

gegengerichtet, also gleich AB , beim Motor ist die Klemmenspannung gleich der Netzspannung BA . Wir ziehen nun BC_0 senkrecht auf AB und legen durch C Gerade, die mit AB gleichgerichtet sind. Nun eilt der Strahl BC des induktiven Spannungsverlustes gegen den Strom und der Strahl BC_0 gegen die Klemmenspannung um 90° vor. Demnach ist der Winkel zwischen BC und BC_0 gleich dem Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Strom und Klemmenspannung. Dabei wird dieser Winkel stets von BC aus gerechnet. Er wird also gegebenenfalls nach S. 263 negativ.

Die mechanische Leistung ist beim inneren Widerstand Null gleich der elektrischen Leistung $E \cdot I \cos \varphi$. Da sie nach unserer Voraussetzung gleich bleibt, so ist $I \cdot \cos \varphi$ und damit $I \cdot L \omega \cdot \cos \varphi$ konstant. Da $I \cdot L \omega = BC$ ist, so liegt bei Änderung der Erregung der Endpunkt des Strahles $E_0 = AC$ auf der Geraden, die zu BA gleichgerichtet ist.

Wir finden hier unsere früheren Ergebnisse über die Phasenverschiebung bei Über- und Untererregung bestätigt. Bei Übererregung liegt C rechts von C_0 , und wir haben beim übererregten Stromerzeuger positive,

beim übererregten Motor negative Phasenverschiebung. Bei Untererregung liegt C links von C_0 , und wir haben beim untererregten Stromerzeuger negative, beim untererregten Motor positive Phasenverschiebung. Der Begriff der Über- und Untererregung hat sich dabei etwas verschoben, indem jetzt darunter eine Erregung verstanden wird, die größer oder kleiner ist als die Erregung für $\varphi = 0$.

Wir ermitteln nun den Ort für den Endpunkt C des Strahles AC der erzeugten Spannung unter Berücksichtigung des inneren Widerstandes R . Die Netzspannung ist in Bild 424 wieder gleich BA . Sie ist gleich der Klemmenspannung

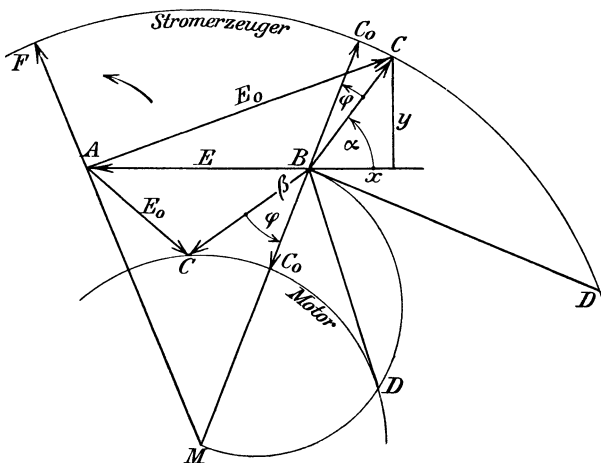


Bild 424. Gleichbleibende Belastung und geänderte Erregung, Ankerwiderstand gleich R .

des Motors, während die vom Stromerzeuger gelieferte Klemmenspannung E_k gleich AB ist. Die Klemmenspannungen mögen den Strömen um den Winkel φ voraufeilen. BC ist der gesamte innere Spannungsverlust $I \cdot z$, der dem Strom um $\beta = \arctan L\omega/R$, also der Klemmenspannung um einen Winkel $\alpha = \beta - \varphi$ voraufeilt. Demnach ist $\varphi = \beta - \alpha$.

Die gesamte mechanische Leistung eines Stranges, die in elektrische Leistung umgesetzt wird, ist dann beim Stromerzeuger $N = E \cdot I \cos \varphi + I^2 R$. Wir setzen $\cos \varphi = \cos(\beta - \alpha) = \cos \beta \cdot \cos \alpha + \sin \beta \cdot \sin \alpha$. Sind dann x und y die Koordinaten des Punktes C , bezogen auf den Anfangspunkt B , so ist nach Bild 424 $I^2 = (x^2 + y^2)/z^2$. Ferner ist:

$$I \cos \alpha = \cos \alpha \cdot BC/z = x/z \quad \text{und} \quad I \cdot \sin \alpha = \sin \alpha \cdot BC/z = y/z.$$

Dadurch erhalten wir:

$$N = E \cos \beta \cdot x/z + E \cdot \sin \beta \cdot y/z + (x^2 + y^2) R/z^2.$$

Wir erweitern mit z^2/R und setzen nach Bild 413 $R/z = \cos \beta$. Dann erhalten wir die Gleichung: $x^2 + y^2 + E \cdot x + E \cdot \tan \beta \cdot y = N \cdot z^2/R$. Der Punkt C liegt also auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt M die Koordinaten $p = -E/2$ und $q = -1/2 \cdot E \cdot \tan \beta$ hat. M liegt also auf der Mittelsenkrechten von BA , und BM bildet mit BA den Winkel β . Fügen wir auf beiden Seiten unserer Gleichung die quadratische Ergänzung $p^2 + q^2 = BM^2$ hinzu, so erhalten wir auf der rechten Seite das Quadrat des Halbmessers. Tragen wir also $BD = z \cdot \sqrt{N/R}$ senkrecht zu MB auf, so wird MD der Halbmesser.

Da der Winkel $\varphi = \beta - \alpha$ ist, so ist er in Bild 424 gleich dem Winkel, um den BC gegen den in die Verlängerung von MB fallenden Strahl BC_0 zurückbleibt. Für $BC = BC_0$ wird $\varphi = 0$, und der Stromerzeuger liefert nur Wirkstrom ins Netz. Für Übererregung liegt C rechts von C_0 (positive Phasenverschiebung) bei Untererregung liegt C links von C_0 .

(negative Phasenverschiebung). Liegt C in der Verlängerung von MA , so hat AC seinen kleinsten möglichen Wert AF . Wird die Erregung weiter verringert, fällt die Maschine aus dem Tritt.

Mit der Verringerung der Erregung des Stromerzeugers wird der Winkel, um den die erzeugte Spannung AC vor der Klemmenspannung vorausseilt, größer. Das stimmt gut mit dem räumlichen Vorgang zusammen, da die Verringerung der Erregung im ersten Augenblick eine Verkleinerung der erzeugten elektrischen Leistung mit sich bringt. Daher überwiegt für einen kleinen Zeitraum die Leistung der Antriebsmaschine, und das Polrad wird kurzzeitig beschleunigt, bis die abgegebene elektrische Leistung wieder der zugeführten Leistung das Gleichgewicht hält.

Für den Motor eilt der Spannungsverbrauch BC wieder gegen den Strom um β , also gegen die Netzspannung $BA = E$ um $\alpha = \beta - \varphi$ vor (Bild 424). Wie beim Stromerzeuger ist dann $\varphi = \beta - \alpha$. Die mechanische Leistung eines Stranges ergibt sich als der Unterschied der zugeführten elektrischen Leistung $E \cdot I \cdot \cos \varphi$ und der in Stromwärme umgesetzten Leistung $I^2 \cdot R$, d. h. $N = E \cdot I \cdot \cos \varphi - I^2 \cdot R$. Wir rechnen nun von B aus x zweckmäßig von rechts nach links und y von oben nach unten. Dadurch erhalten wir ähnlich wie beim Stromerzeuger die Gleichung $x^2 + y^2 - E \cdot x - E \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot y = -z^2 \cdot N/R$.

Wir erhalten dann als Ort des Punktes C für den Motor ebenfalls einen Kreis, dessen Mittelpunkt M derselbe ist wie für den Stromerzeuger. Der Halbmesser MD ergibt sich, wenn wir nach unserer Gleichung über BM einen Halbkreis schlagen und von B aus die Sehne $BD = z \cdot \sqrt{N/R}$ abtragen.

Der Winkel φ läßt sich wieder unmittelbar ablesen. Er wird für $C = C_0$ gleich Null, bei Untererregung, d. h. für C links von C_0 positiv und bei Übererregung, d. h. für C rechts von C_0 negativ.

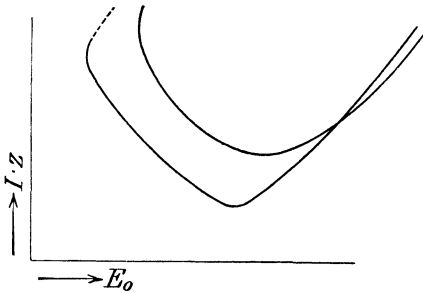


Bild 425. V-Kurven.

Wir tragen nun in Bild 425 z. B. für den Stromerzeuger die Spannung $E_0 = OC$ aus Bild 424 wagerecht und den Spannungsverlust $I \cdot z = BC$, der uns nach Änderung des Maßstabes den Strom darstellt, senkrecht auf und erhalten so die obere V-Kurve.

Für die Spannung $E_0 = AC_0$, d. h. für eine bestimmte Erregung, hat die Stromstärke ihren geringsten Wert und die Senkrechte der V-

Kurve ist am kleinsten. Dabei ist $\cos \varphi = 1$, und der Stromerzeuger liefert die vorgeschriebene Leistung, indem er allein Wirkstrom abgibt. Die Stromwärme ist dabei am kleinsten und der Wirkungsgrad am größten. Gleichzeitig verläuft die V-Kurve in ihrem niedrigsten Punkt wagerecht, d. h. die Maschine ist in bezug auf die Stromstärke gegen Änderungen der Erregung unempfindlich, so daß die Bedienung weniger Aufmerksamkeit erfordert.

Damit sich die Stromstärke nicht bei jeder kleinen Änderung der Erregung übermäßig ändert, ist es vorteilhaft, wenn die V-Kurve unten möglichst flach verläuft. Nun zeigt Bild 424, daß eine Änderung der Erregung, also des Strahles AC , den Strom, d. h. den Strahl BC dann

wenig beeinflußt, wenn BC_0 verhältnismäßig groß ist. Dabei stellt der Strahl BC_0 den gesamten Spannungsverbrauch beim Leistungsfaktor Eins dar. Er ist dem Strom, also bei gegebener Klemmenspannung auch der Leistung und außerdem dem inneren Scheinwiderstand z proportional. Die Maschinen besitzen also eine flache V-Kurve, wenn bei gegebener Leistung der innere Scheinwiderstand groß ist oder bei gegebenem inneren Scheinwiderstand die Leistung groß ist. Der induktive Widerstand ist also trotz des Spannungsverlustes, den er verursacht, schätzenswert, da er die Maschine gegen Änderungen der Erregung unempfindlich macht. Bei der unteren Kurve in Bild 425 ist die Leistung etwa halb so groß wie bei der oberen. Der rechte Teil entspricht der Übererregung, der linke Teil der Untererregung. Wenn die Kurven links oder rechts senkrecht nach oben verlaufen, fällt die Maschine aus dem Tritt.

Beim Versuch wird statt $I \cdot z$ der Ankerstrom senkrecht aufgetragen. Ferner wird statt E_0 der Magnetstrom wagerecht aufgetragen, wodurch sich die Kurve nur wenig ändert.

113. Selbsttätige Spannungsregelung.

Mit Erfolg ist die selbsttätige Spannungsregelung durch Schnellregler durchgeführt worden. Bei der Schnellregelung wird nach einer etwaigen Änderung der Spannung ein Schaltvorgang ausgelöst, der die Spannung im entgegengesetzten Sinne nicht nur in dem erforderlichen Betrage, sondern in starkem Überschuß zu ändern sucht. Die übermäßige Änderung der Spannung wird dann durch einen entgegengesetzten Schaltvorgang verhindert¹⁾. Von den Schnellreglern soll im folgenden der Tirrillregler beschrieben werden. (Bild 426.) Dem Polrad der Wechselstrom- oder Drehstrommaschine G , von der das Netz gespeist wird,

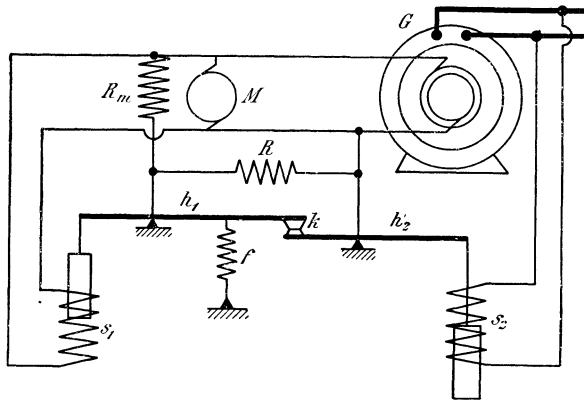


Bild 426. Schaltung des Tirrillreglers.

wird mit Hilfe von Schleifringen der Erregerstrom zugeführt. Dieser Strom wird von der Maschine M geliefert, deren Magnetwicklung R_m unter Zwischenschaltung des Widerstandes R an den Anker der Erregermaschine angeschlossen ist. Der Widerstand R wird durch den Kontakt k in regelmäßigen Zwischenräumen kurzgeschlossen. Dies erfolgt durch die Wirkung der Doppelhebel h_1 und h_2 . Wir denken uns zunächst den Hebel h_2 festgehalten. Auf den Hebel h_1 wirkt die Feder f im Sinne des Uhrzeigers und die magnetische Wirkung der Spule s_1 , die von der Erregermaschine gespeist wird, entgegen dem Uhrzeiger. Der Hebel h_1 wirkt dann wie der Hammer eines Induktors.

¹⁾ Schwaiger, Elektrotechnik und Maschinenbau 1908, S. 421. und Natalis, Die selbsttätige Regulierung elektrischer Generatoren, Braunschweig 1908.

Bei geschlossenem Kontakt k ist der Widerstand R kurzgeschlossen, die Erregermaschine ist also stark erregt, und ihre Spannung ist groß. Dann überwiegt die Kraft der von ihr gespeisten Spule s_1 über die der Feder f und zieht den Kontakt k auseinander. Dadurch wird der Widerstand R in den Magnetkreis der Erregermaschine eingeschaltet, die Spannung dieser Maschine nimmt ab, und damit auch die Kraft der von ihr gespeisten Spule s_1 . Dann überwiegt die Kraft der Feder f und schließt den Kontakt k wieder usw. Dieser Vorgang wiederholt sich dauernd in regelmäßigen, ganz kurzen Zwischenräumen.

Nun braucht der Magnetstrom der Erregermaschine wegen der Selbstinduktion ein gewisse Zeit, ehe er auf seinen Endwert bei kurzgeschlossenem Widerstand R angestiegen ist. Der Kontakt k wird daher geöffnet, lange bevor dieser Endwert erreicht wird, und wieder geschlossen, lange ehe der Magnetstrom bei eingeschaltetem Widerstand angenähert auf seinen Endwert gesunken ist.

Der Magnetstrom sei bei dauernd eingeschaltetem Widerstand R gleich OA , bei dauernd kurzgeschlossenem Widerstand gleich OB (Bild 427).

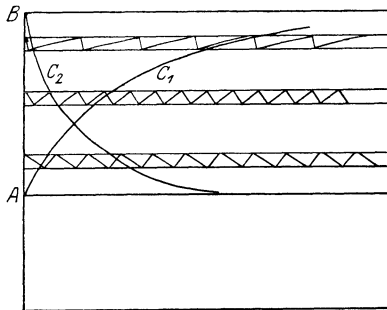


Bild 427. Erregerstrom beim Tirillregler.

Während der Kontakt kurzgeschlossen ist, nimmt dann der Strom entsprechend der Kurve c_1 zu, und während der Kontakt offen ist, nimmt er entsprechend der Kurve c_2 ab. Die Kurven verlaufen ähnlich wie die in Bild 330 a und b. Bei einem bestimmten Betriebszustand seien die regelmäßigen Schwankungen des Magnetstromes der Erregermaschine durch die mittlere Zickzacklinie gegeben, die sich aus den in derselben Höhe befindlichen Teilen der Kurven c_1 und c_2 zusammensetzt. Entsprechende

Schwankungen um eine mittlere Lage führt dann die Spannung der Erregermaschine und die Spannung des Stromerzeugers G aus.

Wir wollen nun, während sich der obere Teil des Kontaktes regelmäßig bewegt, den unteren Teil von Hand nach oben verschieben und dann wieder festhalten. Während unserer Verschiebung liegen die beiden Teile dauernd aufeinander, so daß der Widerstand einmalig eine verhältnismäßig lange Zeit kurzgeschlossen ist. Der Magnetstrom wächst also auf einen höheren Endwert an als früher. Zugleich spannen wir durch unsere Verrückung die Feder stärker, so daß nun auch zur Unterbrechung des Kontaktes eine größere Kraft der Spule s_1 , also eine größere Spannung und ein größerer Magnetstrom der Erregermaschine nötig ist. Der obere Teil des Kontaktes schwingt also von jetzt an um eine höhere Gleichgewichtslage und der Magnetstrom um einen größeren Mittelwert. Die Zickzacklinie dieses Stromes verschiebt sich daher in Bild 427 nach oben.

Wenn wir andererseits während der regelmäßigen Bewegung des Kontaktes den unteren Teil nach unten verschieben und dann festhalten, so wird der Kontakt einmalig für eine verhältnismäßig lange Zeit geöffnet. Der Magnetstrom sinkt dadurch auf einen geringeren Endwert als früher. Der Kontakt schwingt dann um die neue Gleichgewichtslage, bei der die Feder schwächer gespannt ist, wodurch auch der Magnetstrom

um einen geringeren Mittelwert schwingt. Die Zickzacklinie verschiebt sich dann in Bild 427 nach unten.

In Wirklichkeit vollziehen sich die Bewegungen, die wir von Hand ausführten, selbsttätig durch eine Änderung der Klemmenspannung. Dazu dient der Hebel h_2 , den die Kraft der Spule s_2 entgegen dem Uhrzeiger dreht, während das Gewicht des Eisenkerns im Sinne des Uhrzeigers wirkt. Die Spule s_2 ist an die Netzspannung angeschlossen, und zwar hält bei der vorgeschriebenen Netzspannung die Kraft der Spule dem Eisenkern in jeder Lage das Gleichgewicht.

Wenn nun die Netzspannung aus irgendeinem Grunde sinkt, so überwiegt das Gewicht des Eisenkerns, dreht den Hebel h_2 ein wenig im Uhrzeigersinn und verschiebt dadurch den unteren Teil des Kontaktes nach oben. Ebenso überwiegt beim Anwachsen der Netzspannung über den vorgeschriebenen Betrag die Kraft der Spule s_2 , dreht den Hebel h_2 entgegen dem Uhrzeiger und verschiebt den unteren Teil des Kontaktes nach unten. Wir erhalten dann durch diese selbsttätige Verschiebung dieselben Veränderungen des Magnetstromes der Erregermaschine, wie bei Verrückung von Hand. Diese Veränderungen halten dann die Netzspannung auf dem gleichen Betrage.

Aus Bild 427 geht hervor, daß die Schwingungszahl bei einer Lage des Kontaktes, die etwa der mittleren Zickzacklinie entspricht, am größten ist und bei schwachem und starkem Magnetstrom abnimmt. Daraus wird deutlich, daß die Stärke des Magnetstromes nicht etwa eindeutig durch die Schwingungszahl gegeben ist.

Ferner ergibt sich, daß bei geringem mittleren Magnetstrom die Zeit, in welcher der Strom anwächst, kleiner ist als die Zeit, in welcher er abfällt. Umgekehrt überwiegt bei starkem mittlerem Magnetstrom die Zeit des Anwachsens über die Zeit des Abfallens. Es scheint, daß diese Erscheinung nicht eine Ursache, sondern eine Folge der Änderungen des Magnetstromes der Erregermaschine ist.

Man kann auch nach Danielson die Netzspannung dadurch auf dem gleichen Betrage halten oder nötigenfalls selbsttätig erhöhen, daß man den Netzstrom unter Vermittlung eines Transformators mit Hilfe von Schleifringen durch die mit dem Stromerzeuger gekuppelte Gleichstrom-Erregermaschine leitet (Bild 428). Das Polgestell der Erregermaschine kann gegenüber dem umlaufenden Anker verdreht werden. Den Transformator können wir dabei außer Betracht lassen und annehmen, daß beide Maschinen in Reihe geschaltet sind, was bei Kupplung ausführbar ist.

Wir leiten also den von der Wechselstrommaschine erzeugten Strom, den wir als Dreiphasenstrom annehmen wollen, unmittelbar dem Anker der Erregermaschine zu. Im feststehenden Anker würde dadurch

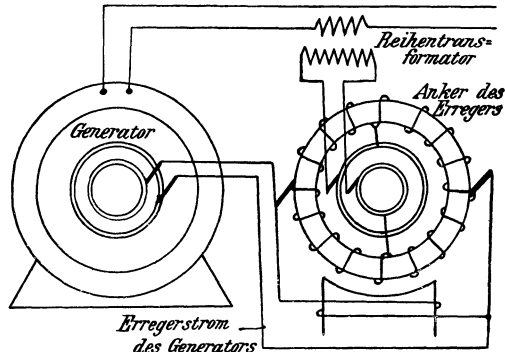


Bild 428 Erregung durch Danielsonmaschine.

eine synchron umlaufende Stromverteilung entstehen. Wenn der Anker dagegen entgegengesetzt dieser Umlaufrichtung gedreht wird, so stehen die Ströme — bei vielen Phasen — im Raume fest. Diese Erscheinung tritt auch beim Einankerumformer auf oder bei jedem synchronen Stromerzeuger oder Motor, bei dem der Anker umläuft und die Pole feststehen.

Wir können nun durch Verdrehung des Polgestells jede beliebige Phase zwischen dem Ankerstrom und der erzeugten Spannung herstellen.

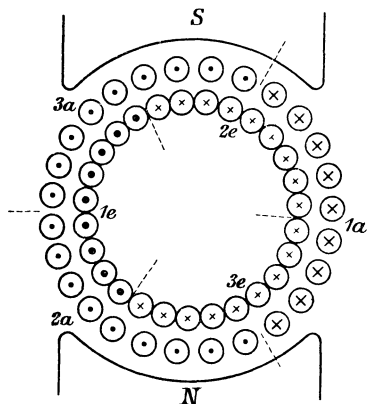


Bild 429 Danielsonmaschine.

Wir drehen also das Polgestell nach Bild 429 so, daß die Spulenseiten, die den größten Strom führen, bei rein induktiver Belastung in der neutralen Zone liegen, und zwar so, daß die vom Anker ausgeübte Erregung in demselben Sinne wirkt wie die der Magnete. Wenn dann bei irgendeiner Belastung der äußere Blindstrom wächst, so verstärkt er das Magnetfeld der Erregermaschine und damit den Erregerstrom. Auf diese Weise wird der größere Spannungsverlust, der durch eine Zunahme des nachteiligen Stromes verursacht wird, ausgeglichen und die Netzspannung auf denselben Betrag gehalten.

Die Spannung an den Schleifringen des Danielson-Umformers fügt sich unter Vermittlung des Transformators zur Spannung der Hauptmaschine. Die Danielson-Maschine arbeitet dabei je nach der Stellung ihres Polgestells in geringem Maße als Stromerzeuger oder als Motor.

XX. Magnetische Verhältnisse bei Synchronmaschinen.

114. Magnetische Wirkung des Ankerstromes.

Wir lassen jetzt die frühere Annahme einer festen Induktivität der Maschine fallen und müssen nun die magnetische Wirkung des Ankers in ihre einzelnen Teile zerlegen.

Der Anker erzeugt zunächst einen sog. Streufluß, der um die Nuten und um die Stirnverbindungen verläuft (Bild 430 und 431). Er

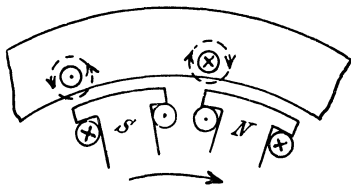


Bild 430. Nutenstreufluß.

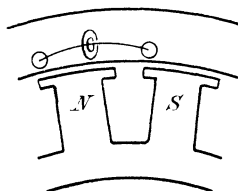


Bild 431. Stirnstreufluß

ist bei allen Belastungen dem Strom proportional und hat daher einen festen induktiven Widerstand zur Folge, den wir als den Streuwiderstand

$L_s \omega$ bezeichnen wollen. Er ist immer nur gering, wenn er auch größer ist als der innere Wirkwiderstand.

Außerdem magnetisiert der Ankerstrom auch den Magnetkörper. Wir betrachten im folgenden diese Wirkung stets in dem Zeitpunkt, in

welchem der Strom seinen Höchstwert erreicht, und fassen sie dann als maßgebend für die ganze Periode auf. In allen Fällen nehmen wir eine feste Netzspannung an, die z. B. durch mehrere große, auf das Netz arbeitende Maschinen gegeben ist.

Die Maschine in Bild 432 ist bei der gezeichneten Stromrichtung bei Rechtslauf ein Stromerzeuger. Der Höchstwert des Stromes wird erreicht, nachdem die Polmitte um den Winkel ψ gegen die Spulenseite vorgeschritten ist. Der Strom eilt demnach der erzeugten Spannung nach, wie dies bei induktiver Belastung der Fall ist. Der Vergleich der Ströme im Anker und Feldmagnet zeigt, daß in den Polkernen der Ankerstrom dem Magnetstrom entgegenwirkt, so daß das Magnetfeld durch den Unterschied der Magneterregung und der Ankerrückwirkung zustande kommt. Wenn wir also dieselbe Spannung haben wollen, wie bei Leerlauf, müssen wir die Magneterregung um den Betrag der Ankerrückwirkung erhöhen.

Die bisherige, durch die Magneterregung allein erzeugte Spannung E_0 ist also nur eine gedachte Größe. In Wirklichkeit kommt die durch das Längsfeld erzeugte Spannung durch die Gesamterregung, d. h. durch die Magneterregung vermindert

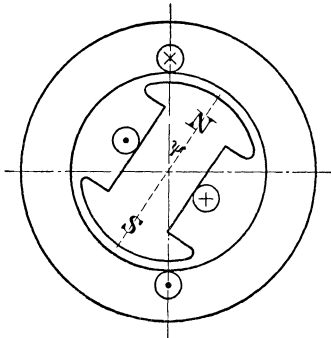


Bild 432. Übererregte Maschine ($i = i_m$)
Stromerzeuger: Rechtslauf, Stromnacheilung.
Motor: Linkslauf, Stromvoreilung

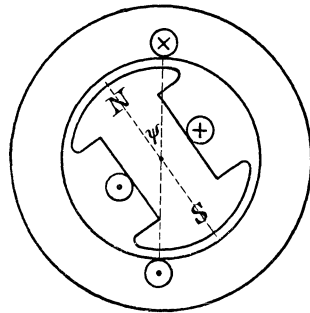


Bild 433. Untererregte Maschine ($i = i_m$)
Stromerzeuger: Rechtslauf, Stromvoreilung.
Motor: Linkslauf, Stromnacheilung.

um die Ankerrückwirkung zustande. Sie ist, abgesehen von dem geringen inneren Spannungsverlust durch Wirk- und Streuwiderstand, entgegengesetzt gleich der gegebenen Netzspannung. Durch diese ist also ein fester Längsfluß und eine feste Gesamterregung vorgeschrieben. Wenn wir also versuchen, diese durch Erhöhung des Magnetstromes, also Übererregung, zu verstärken, so antwortet der Stromerzeuger damit, daß er nach Bild 432 einen nacheilenden Strom erzeugt, dessen Ankerrückwirkung die Verstärkung des Magnetstromes ausgleicht.

Die Maschine in Bild 432 stellt gleichzeitig bei Linkslauf einen Motor dar, bei dem der Höchstwert des Stromes um den Winkel ψ früher erreicht wird, ehe die Polmitte an die Spulenseite kommt. Wir wollen dabei davon absehen, wie in Abschnitt 108 einen stumpfen Winkel einzuführen. Der Strom eilt also der durch das Längsfeld erzeugten Spannung vor. Er magnetisiert die Pole wieder entgegengesetzt wie der Magnetstrom, übt also wieder eine Ankerrückwirkung aus. Da der Fluß, wie oben, vorgeschrieben ist, so antwortet ein Motor auf eine Verstärkung der Magneterregung, also eine Übererregung, damit, daß er einen jetzt vor-

eilenden Strom aufnimmt, der durch seine Ankerrückwirkung die Gesamterregung auf dem früheren Betrage hält. Nach S. 263 werden übererregte Motoren, die voreilenden Strom aufnehmen, verwendet, um die nacheilenden Ströme von Drehstrommotoren in dem gemeinsamen Netzleiter auszugleichen.

Der Strom bei Übererregung wirkt also allgemein entmagnetisierend und eilt der Spannung beim Stromerzeuger nach, beim Motor vor.

Ebenso bezieht sich Bild 433 auf einen rechtslaufenden Stromerzeuger, bei dem der Strom vor der durch das Längsfeld erzeugten Spannung um den Winkel ψ voraufeilt. Der Stromerzeuger ist also kapazitiv belastet. Der Ankerstrom ist jetzt dem Magnetstrom gleichgerichtet, er wirkt also nicht entmagnetisierend, sondern magnetisierend. Die Ankerrückwirkung ist also negativ, und die Gesamterregung ist die Summe aus der in demselben Sinne wirkenden Magnetisierung durch den Magnetstrom und Ankerstrom. Wenn wir also versuchen, einen Stromerzeuger, der am Netz von fester Spannung liegt und feste Gesamterregung fordert, schwächer zu erregen, so erzeugt er einen voreilenden Strom, der durch seine jetzt magnetisierende Wirkung die Schwächung der Erregung wieder ausgleicht.

Bild 433 stellt nun auch bei Linkslauf einen Motor dar, dessen Strom um den Winkel ψ hinter der durch das Längsfeld erzeugten Spannung zurückbleibt. Ankerstrom und Magnetstrom wirken wieder in gleichem Sinne. Ein an fester Netzspannung liegender Motor antwortet also auf eine Schwächung des Magnetstromes damit, daß er einen nacheilenden Strom aufnimmt, der durch seine magnetisierende Wirkung die Gesamterregung auf dem früheren Betrage hält.

Der Strom bei Untererregung verstärkt also allgemein das Feld und eilt der Spannung beim Stromerzeuger vor, beim Motor nach.

Zusammenfassung: Nacheilender Strom schwächt das Feld des Stromerzeugers und verstärkt das des Motors. Voreilender Strom verstärkt das Feld des Stromerzeugers und schwächt das des Motors.

115. Ankerrückwirkung und Gesamterregung.

Wenn der Strom in Phase mit der durch das Längsfeld erzeugten Spannung ist, wird die Ankerrückwirkung nach Bild 434 gleich Null.

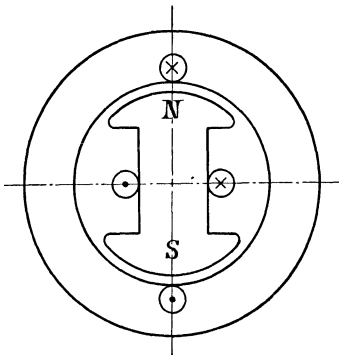


Bild 434. Strom in Phase mit der Spannung. Stromerzeuger: Rechtslauf. Motor: Linkslauf.

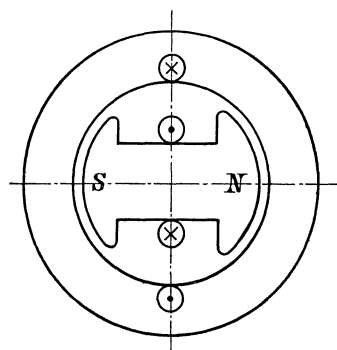


Bild 435. Strom um 90° gegen die Spannung verschoben.

Ist aber die Phasenverschiebung wie in Bild 435 gleich 90° , so hat die Ankerrückwirkung ihren größten Wert. Wir können daraus schließen,

daß sie dem Sinus des Winkels ψ , um den die erzeugte Spannung vor dem Strom voraufeilt, proportional ist.

Bei Einphasenmaschinen ist eine genaue Berechnung der Ankerückwirkung unmöglich, da sich die Wicklungsachse des Ankers gegenüber der Längsrichtung der Pole dauernd ändert.

Bei der ungleich wichtigeren und im Grunde viel einfacheren Dreiphasenmaschine liegen die Verhältnisse viel günstiger. Wenn die Spulenseite eines Stranges in Bild 436 gerade den höchsten Strom führt, ist der Strom in den benachbarten Spulenseiten der anderen Stränge nach S. 202 halb so groß. Ist also für einen Strang die Drahtzahl gleich z , also die Windungszahl gleich $z/2$, so ist bei einem effektiven Strom I und einem größten Strom $\sqrt{2}I$ die vom Anker ausgeübte Erregung für ein Polpaar

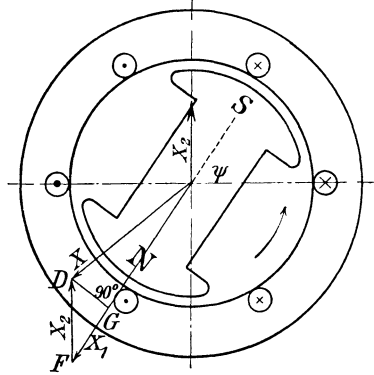


Bild 436. Ströme und Erregungen des Dreiphasen-Stromerzeugers.

$$X_2 = 2\sqrt{2}I \cdot \frac{z}{2} \cdot \frac{1}{p} = \sqrt{2} \frac{I \cdot z}{p}. \quad (1)$$

Dies gilt allerdings genau nur für alle die Zeitpunkte, in denen der Strom in einem der drei Stränge seinen Höchstwert besitzt, aber annähert auch für die übrigen Zeitpunkte. Wir können also mit einer gleichbleibenden, umlaufenden Ankererregung rechnen. Die Magneterregung X_1 und die Ankererregung X_2 ergeben dann geometrisch zusammengesetzt eine Gesamterregung X , die das wirkliche Feld erzeugt. Diesem entspricht dann eine Spannung, die mit der Netzspannung zusammen den inneren Spannungsverlust durch den Wirkwiderstand R und den Streuwiderstand $L_s\omega$ liefert. Wir entnehmen diese zu der Gesamterregung gehörige erzeugte Spannung, die wir mit E_a bezeichnen wollen, aus der Leerlaufkurve.

Streng genommen gilt die Zusammensetzung der Erregungen der Magnete und des Ankers zu einer Gesamterregung nur für Maschinen mit zylindrischem Magnetkörper, bei denen der magnetische Widerstand in Richtung eines jeden Ankerdurchmessers der gleiche ist. Bei Maschinen mit ausgeprägten Polen zerlegt man genauer die Ankererregung in zwei umlaufende Erregungen, von denen die eine in der Längsrichtung, die andere in der Querrichtung der Pole magnetisiert. Wir kommen jedoch auf unserem Wege annähernd zu demselben Ergebnis.

Wir fügen also in Bild 437 zur Klemmenspannung E_k eines Stromerzeugers den Spannungsverlust durch Wirk- und Streuwiderstand und erhalten dadurch in OC die Spannung E_a , die durch einen gemeinsam vom Anker- und Magnetstrom geschaffenen Fluß erzeugt wird. Zu dieser entnehmen wir die erforderliche Gesamterregung X aus der Leerlaufkurve. Sie hat dieselbe Phase wie der von ihr erzeugte Fluß, ihr Strahl OD eilt also der von dem Fluß erzeugten Spannung E_a um 90° voraus.

Diese Gesamterregung reicht aber nur bei Leerlauf aus, um die Spannung OC zu erzeugen. Bei Betrieb muß eine Erregung DF hinzukommen, die der vom Anker ausgeübten und mit dem Ankerstrom I

phasengleichen Erregung $X_2 = FD$ das Gleichgewicht hält. So ergibt sich die bei Betrieb erforderliche Magnetenerregung zu $X_1 = OF$. Die wirkliche Erregung $OD = X$ ist dabei die Summe aus $OF = X_1$ und $FD = X_2$.

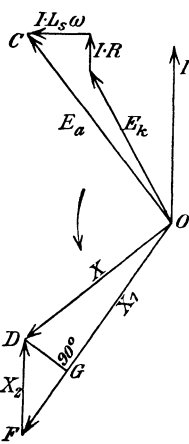


Bild 437. Spannungen und Erregungen.

Die Einführung der Gleichstromerregung als Strahl wird dadurch möglich, daß der von ihr erzeugte Fluß bald in die Ankerspule eintritt, bald aus ihr austritt, also ein Wechselfluß ist.

Wir zerlegen nun nach Bild 437 die Ankererregung $X_2 = FD$ in den Teil FG entgegengesetzt der Magnetenerregung X_1 und einen dazu senkrechten Teil GD . Es sei nun wie früher ψ der Winkel, um den die Mitte des Polrades im Zeitpunkt des größten Stromes gegen die Mitte der Spulenseite des Ankers vorgeschritten ist. Wir tragen dann die Erregungen X_1 , X_2 und X auch in Bild 436 als Strahlen ein und zwar so, daß die Richtungen mit denen der magnetischen Wirkungen übereinstimmen. Mit Rücksicht hierauf ist der Drehsinn des Polrades von vornherein entgegen dem Uhrzeiger gewählt. Dann wird $GDF = \psi$, also $FG = X_2 \cdot \sin \psi$ und $GD = X_2 \cdot \cos \psi$. Diese beiden Teile können wir als wirkliche auf dem Umfang sinusförmig verteilte Ströme auffassen, deren Höchstwerte in der neutralen Zone, bzw. vor der Polmitte vorhanden sind, und die sich — genau genommen bei vielphasiger Wicklung — synchron mit dem Polrad verschieben. $X_2 \cdot \sin \psi$ ist dann die Längsmagnetisierung und $X_2 \cdot \cos \psi$ die Quermagnetisierung. Der Teil der Erregung des Ankers, welcher der Gesamterregung genau entgegenwirkt, d. h. die Ankerrückwirkung, ist also

$$X_g = FG = X_2 \cdot \sin \psi. \quad (2)$$

Da OG rund gleich OD ist, so wird die Magnetenerregung

$$X_1 = X + X_g. \quad (3)$$

Ist ψ negativ, so ist auch die Ankerrückwirkung negativ.

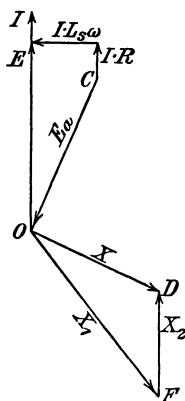


Bild 438. Spannungen und Erregungen des Motors.

Ein ähnliches Bild erhalten wir für den Motor. Wir nehmen an, der Strom sei infolge geeigneter Erregung in Phase mit der Netzspannung E (Bild 438). Wir ziehen dann von dieser den induktiven Spannungsverlust $I \cdot L_s \omega$ und den Wirkspannungsverlust $I \cdot R$ ab und erhalten in OC die Spannung, die der durch das Längsfeld erzeugten Gegenspannung CO das Gleichgewicht hält. Zu CO entnehmen wir aus der Leerlaufkurve die Gesamterregung $X = OD$, die gegen CO um 90° voreilt. Zu ihr fügen wir die Erregung DF , die der vom Anker ausgeübten Erregung $X_2 = FD$ das Gleichgewicht hält. Dann ist OF die Magnetenerregung X_1 .

Die Beziehung zwischen der Gesamterregung und der bei Betrieb erzeugten Spannung E_a wird wegen der Magnetstreuung nicht genau durch die Leerlaufkurve dargestellt. Um dies zu beweisen, betrachten wir zwei Zustände bei Leerlauf und Betrieb, bei denen der Fluß Φ_m der Magnete gleich ist. Die ganze Magnetstreuung trete

am Luftspalt auf. Sind dann die Flüsse im Luftspalt und Streuweg bei Leerlauf Φ_o und Φ_{so} , bei Betrieb Φ und Φ_s , so ist $\Phi_m = \Phi + \Phi_s = \Phi_o + \Phi_{so}$. Daraus folgt:

$$\Phi_o - \Phi = \Phi_s - \Phi_{so}. \quad (4)$$

Bei Leerlauf sei nun die ganze Magneterregung gleich X_o und die Erregung, die nötig ist, um den Fluß Φ_m durch das Magneteisen zu treiben, gleich X_m . Dann ist am Luftspalt und dem dazu im Nebenschluß liegenden Streuweg die Erregung $X_o - X_m$ wirksam. Der Weg im Anker werde vernachlässigt.

Bei Betrieb ist die Magneterregung $X + X_g$. Davon wird $X - X_m$ verbraucht, um den Fluß durch die Luft zu treiben. Am Streuweg ist dagegen die Erregung $X + X_g - X_m$ wirksam, wobei X_m nach unserer Voraussetzung ebenso groß ist wie beim betrachteten Leerlaufzustand.

Sind dann \mathcal{A} und \mathcal{A}_s die magnetischen Leitwerte des Luftspaltes und des Streuweges, so ergeben sich nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus die Gleichungen:

| | Luftspalt | Streuweg |
|----------|-----------------------------------|---|
| Leerlauf | $\Phi_o = (X_o - X_m)\mathcal{A}$ | $\Phi_{so} = (X_o - X_m)\mathcal{A}_s$ |
| Betrieb | $\Phi = (X - X_m)\mathcal{A}$ | $\Phi_s = (X + X_g - X_m)\mathcal{A}_s$ |

Wir ziehen die übereinander stehenden Gleichungen voneinander ab und erhalten nach Gl. (4)

$$\Phi_o - \Phi = (X_o - X)\mathcal{A} = (X + X_g - X_o)\mathcal{A}_s. \quad (5)$$

Lösen wir für $X_o - X$ auf, so erhalten wir

$$X_o - X = X_g \cdot \mathcal{A}_s : (\mathcal{A} + \mathcal{A}_s). \quad (6)$$

Es sei nun in Bild 439 $OB = X_o$ und $BD = \Phi_o$. Wir machen dann $OA = X_g \cdot \mathcal{A}_s : (\mathcal{A} + \mathcal{A}_s)$. Dann ist nach Gl. (6) OA auch gleich $X_o - X$, also $AB = X$. Eine Senkrechte in A schneide die Leerlaufkurve in O' . Da diese Kurve in ihrem anfänglichen Teil die Magnetisierungskurve für die Luftstrecke darstellt, so ist nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus $AO' = OA \cdot \mathcal{A} = (X_o - X)\mathcal{A}$, oder nach Gl. (5) $AO' = \Phi_o - \Phi$. Ziehen wir dann durch O' eine Waagrechte, so wird $BC = AO'$ und $O'C = AB$. Verlegen wir also den Anfangspunkt von O nach O' , stellt uns bei Betrieb die Kurve die Abhängigkeit des Flusses $\Phi = CD$ von der Gesamterregung $X = O'C$ dar.

Der Winkel ψ , der in den Fällen, in denen die Magneterregung im voraus bestimmt werden soll, noch nicht bekannt ist, wird sich ohne Fehler schätzen und nötigenfalls berichtigen lassen.

Aus der Zeichnung wird es nun deutlich, daß bei Maschinen, die im geradlinigen Teil der Kurve arbeiten, der Einfluß der Magnetstreuung keine Rolle spielt. Eine Verschiebung des Anfangspunktes von O nach O' ändert dann an der Kurve gar nichts.

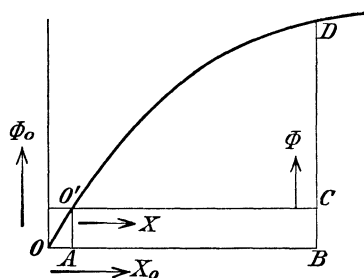


Bild 439. Fluß bei der Leerlauferregung und Gesamterregung.

116. Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung.

Um die Ankerrückwirkung und Ankerstreuung durch den Versuch zu ermitteln, nehmen wir zunächst die Leerlaufkurve auf. Wir schließen

dann die noch unerregte, mit der gewöhnlichen Drehzahl angetriebene Maschine über Stromzeiger kurz, erregen schwach und beobachten den Ankerstrom bei der jeweiligen Erregung. Wir tragen dann den Magnetstrom wagerecht und die Leerlaufspannung sowie den Kurzschlußstrom

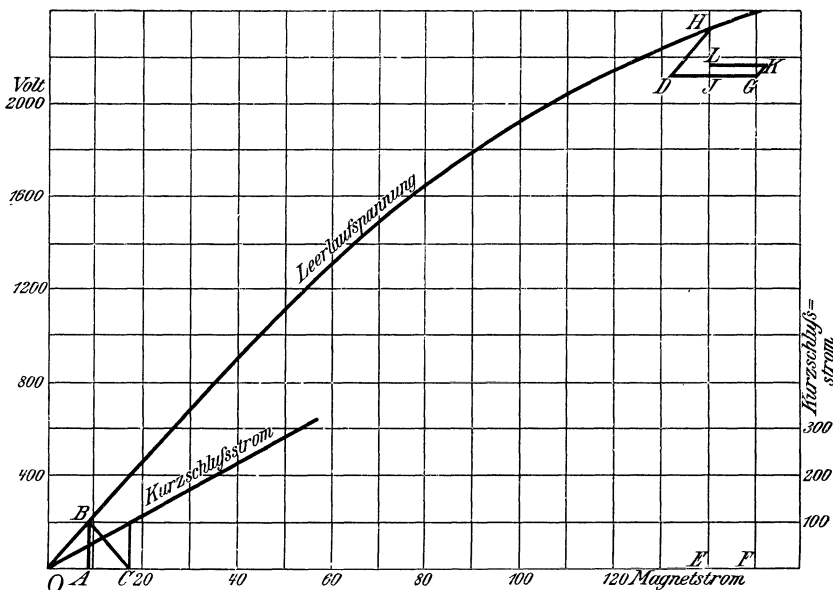


Bild 440. Leerlauf- und Kurzschlußkurve und Potiersches Dreieck.

senkrecht auf (Bild 440). Die gezeichneten Kurven sind aus einer Arbeit Heylands (ETZ 1900, S. 1011) entnommen.

Die Maschine wird dann durch Drosselspulen oder leerlaufende Drehstrommotoren oder endlich durch stark untererregte, leerlaufende Synchronmotoren rein induktiv belastet. Da bei rein induktiver Belastung (Bild 441) die Klemmenspannung gleich dem äußeren induktiven Spannungsverbrauch ist, so setzt sie sich algebraisch mit dem inneren induktiven Spannungsverlust $I \cdot L_s \omega$ durch Ankerstreuung zusammen. Die Summe $E_k + I \cdot L_s \omega$ ist dann fast genau OC , d. h. gleich der erzeugten Spannung E_a . Da diese gegen den Strom jetzt fast um 90° voreilt, so kommt sie unter der genauen Entgegenwirkung von Anker- und Magneterregung zustande. Ist also in Bild 440 die Magneterregung bei rein induktiver Belastung gleich OF und die noch nicht bekannte Ankerrückwirkung gleich EF , so ist die gesamte Erregung gleich OE , also die dabei erzeugte Spannung gleich HE . Diese besteht aus dem inneren induktiven Abfall HJ und der Klemmenspannung $JE = GF$.

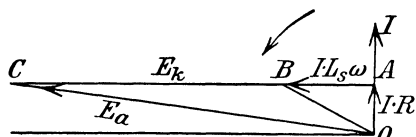


Bild 441. Rein induktive Belastung.

Bei Kurzschluß beträgt nun die Phasenverschiebung ebenfalls fast 90° , d. h. Anker- und Magnetstrom wirken sich ebenfalls genau entgegen. Für dieselbe Stromstärke ist also nicht nur die Selbstinduktion durch Ankerstreuung, sondern auch die Ankerrückwirkung ebenso groß wie bei

induktiver Belastung. Ist also OC die Erregung bei Kurzschluß, so ist $AC = EF = JG$ die Ankerrückwirkung und OA die Gesamterregung bei Kurzschluß. Die dabei erzeugte Spannung ist gleich BA . Da sie bei Kurzschluß fast vollständig für den Spannungsverlust durch Ankerstreuung verbraucht wird, so ist $BA = HJ$. Da ferner OB nahezu eine Gerade ist, so ergibt sich nach Potier ein zeichnerisches Verfahren zur Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung. Der Strom sei bei Kurzschluß und induktiver Belastung gleich 100 Amp. und es sei fortlaufend:

- $OF = 150$ Amp. die Magneterregung bei rein induktiver Belastung.
- $FG = 2140$ Volt die Klemmenspannung bei rein induktiver Belastung.
- $GD = OC = 18$ Amp. die Magneterregung bei Kurzschluß.
- DH in Richtung des anfänglichen Teiles der Leerlaufkurve.

Dann ergibt sich die Summe aus Klemmenspannung und induktivem Spannungsabfall zu $HE = 2320$ Volt. Demnach ist der induktive Spannungsabfall bei 100 Amp.: $I \cdot L_s \omega = HJ = 2320 - 2140 = 180$ Volt, und die vom Anker ausgeübte Erregung, die bei $\psi = 90^\circ$ gleich der Ankerrückwirkung ist: $X_2 = JG = 10$ Amp.

Wird die am Schluß des vorigen Abschnittes abgeleitete Verlegung des Anfangspunktes der Leerlaufkurve berücksichtigt, so verschiebt sich G in Richtung des anfänglichen Teils der Leerlaufkurve nach K , und zwar um den noch unbekanntem Betrag $X_2 \cdot \mathcal{A}_s / (\mathcal{A} + \mathcal{A}_s)$ wagerecht nach rechts. Wenn wir dann von K aus dieselbe Zeichnung ausführen wie von G aus, so kommen wir auf denselben Punkt H , aber die Ankerrückwirkung wird genau genommen LK statt JG und die Streuspannung HL statt HJ . Demnach ist

$$X_2 = LK = JG + X_2 \mathcal{A}_s / (\mathcal{A} + \mathcal{A}_s), \quad \text{d. h. } X_2 = JG (\mathcal{A} + \mathcal{A}_s) / \mathcal{A}.$$

117. Vorausberechnung der Erregung.

Bei der Maschine des vorigen Abschnittes sei die Erregung für eine Klemmenspannung von 2200 Volt und einen Strom von 200 Amp. zu bestimmen, und zwar für $\cos \varphi$ 1, 0,8 und 0. In allen drei Fällen soll die Spannungserhöhung ermittelt werden, die beim Abschalten der belasteten Maschine vom Netz auftritt. Der innere Widerstand sei $R = 0,22$.

1. $\cos \varphi = 1$.
 Der Spannungsverbrauch durch Wirkwiderstand ist $I \cdot R = 200 \cdot 0,22 = 44$ Volt. Die Wirkspannung außen ist bei induktionsloser Belastung, also $\cos \varphi = 1$, gleich

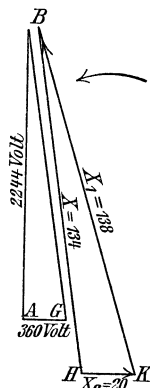


Bild 442. $\cos \varphi = 1$.

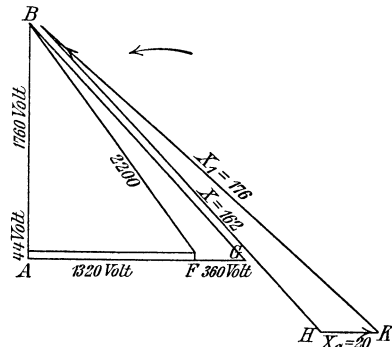


Bild 443. $\cos \varphi = 0,8$.

Vorausbestimmung der Erregung.

der Klemmenspannung von 2200 Volt. Die Summe der Wirkspannungen in Bild 442 ist also $AB = 2200 + 44 = 2244$ Volt.

Der innere Spannungsverbrauch durch Ankerstreuung ist bei 200 Amp. doppelt so groß wie bei 100 Amp., also nach S. 289 $GA = 360$ Volt.

Die Summe aus den Spannungen GA und AB ergibt die durch das Längsfeld erzeugte Spannung zu $GB = \sqrt{2244^2 + 360^2} = 2275$. Dazu ergibt die Kurve in Bild 440 eine Gesamterregung $X = HB = 134$ Amp.

Andererseits ist nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes die vom Anker ausgeübte Erregung bei 200 Amp. $X_2 = 20$ Amp. Durch Zusammenfügen der Erregungen X und X_2 erhalten wir $X_1 = 138$ Amp. Der Einfachheit wegen ist X dabei in gleicher Richtung mit GB aufgetragen, d. h. die Erregungen und Spannungen sind für zeitlich um 90° verschiedene Zustände gezeichnet.

Wir ermitteln jetzt die Spannungserhöhung, die nach Abschaltung des Netzes eintritt. Für 138 Amp. Erregung ergibt die Leerlaufkurve eine Spannung von 2300 Volt. Da die Klemmenspannung bei Betrieb gleich 2200 Volt war, so ergibt sich eine Spannungserhöhung von $2300 - 2200 = 100$ Volt. Das ist 4,55 % der Klemmenspannung, also ein sehr günstiger Wert.

2. $\cos \varphi = 0,8$. Wir erhalten, ähnlich wie auf S. 180:

$$\begin{aligned} IR &= 200 \cdot 0,22 = 44, & E \cdot \cos \varphi &= 2200 \cdot 0,8 = 1760, \\ I \cdot L_s \omega \text{ (wie oben)} &= 360, & E \cdot \sin \varphi &= 2200 \cdot 0,6 = 1320. \end{aligned}$$

Die Summe des Wirkspannungsverbrauchs ist also $1760 + 44 = 1804$ Volt und die Summe des induktiven Spannungsverbrauchs $1320 + 360 = 1680$ Volt. Die erzeugte Spannung ist also in Bild 443: $GB = \sqrt{1804^2 + 1680^2} = 2460$ Volt. Wenn wir, wie auch nachher, in der Kurve in Bild 440 extrapolieren, erhalten wir für 2460 Volt eine Gesamterregung $X = 162$ Amp. Dazu fügen wir $X_2 = 20$ Amp. und erhalten eine Magneterregung $X_1 = KB = 176$ Amp.

Um also bei einem Leistungsfaktor 0,8 die Klemmenspannung von 2200 Volt aufrecht zu halten, haben wir die Erregung gegenüber den bei induktionsloser Belastung erforderlichen 138 Amp. auf 176 Amp. zu verstärken. Wenn wir dann das Netz abschalten, steigt die Spannung an, und zwar erhalten wir aus Bild 440 für 176 Amp. Erregung eine Spannung von 2530 Volt. Die Spannungserhöhung ist also $2530 - 2200 = 330$ Volt oder 15 % der Klemmenspannung.

3. $\cos \varphi = 0$. Bei rein induktiver Belastung ist der äußere induktive Spannungsverbrauch gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt, die Summe des induktiven Spannungsverbrauchs ist also $2200 + 360 = 2560$ Volt. Da der Wirkspannungsverbrauch von 44 Volt, der an sich sehr gering ist und sich jetzt noch dazu unter einem rechten Winkel zu den übrigen Spannungen hinzufügt, jetzt kaum eine Rolle mehr spielt, so ist die erzeugte Spannung ebenfalls gleich 2560 Volt. Dafür gibt die Leerlaufkurve eine Gesamterregung $X = 180$ Amp. Hierzu fügt sich jetzt fast in gleicher Richtung die Ankererregung von 20 Amp., und wir erhalten die Magneterregung $X_1 = 180 + 20 = 200$ Amp.

Wenn jetzt wieder das äußere Netz abgeschaltet wird, so steigt die Spannung nach der Leerlaufkurve bis auf 2630 Volt, also um $2630 - 2200 = 430$ Volt. Das sind 19,5 % der Klemmenspannung, was als verhältnismäßig günstig zu bezeichnen ist.

XXI. Drehstrommotoren.

118. Wirkungsweise der Drehstrommotoren.

Die asynchronen Drehstrommotoren enthalten einen aus Eisenblech zusammengesetzten und in drei Strängen bewickelten feststehenden Teil, den sog. Ständer, der vom Drehstromnetz gespeist wird, und einen ebenfalls aus Eisenblechen zusammengesetzten umlaufenden Teil, den sog. Läufer, in dessen

Wicklung ein Strom durch gegenseitige Induktion vom Ständer aus erzeugt wird. Die Motoren heißen daher auch Induktionsmotoren. Die Läuferwicklung besteht entweder wie bei der Käfig- oder Kurzschlußwicklung aus Stäben, die durch Stirnringe verbunden sind, oder aus einer Dreiphasenwicklung, die über Schleifringe zu Widerständen geführt ist. Diese werden nach dem Anlaufen kurzgeschlossen oder zum Regeln der Drehzahl geändert.

Bild 444 zeigt einen Stromerzeuger, der den Ständer eines Drehstrommotors speist. Je zwei gegenüberliegende Spulenseiten bilden einen Strang. So führt z. B. die Wicklung des ersten Stranges im Stromerzeuger in der Nut 1 von hinten nach vorn, dann vorn quer über die Stirnfläche nach 1', dort von vorn nach hinten, weiter hinten von 1' nach 1 usw., bis alle Windungen durchlaufen sind.

Die Ständerwicklung des Motors ist genau wie die des Stromerzeugers ausgeführt. Die entsprechenden Stränge des Stromerzeugers und des Motors sind miteinander verbunden. Um Überkreuzungen zu sparen,

sind sie beim Motor im entgegengesetzten Sinne bezeichnet wie beim Stromerzeuger. In Wirklichkeit ergeben sich statt der gezeichneten sechs Zuleitungen nach S. 202 ff. nur drei Zuleitungen.

Die Mitte des Polrades liegt in Bild 444 gerade vor den Spulen-

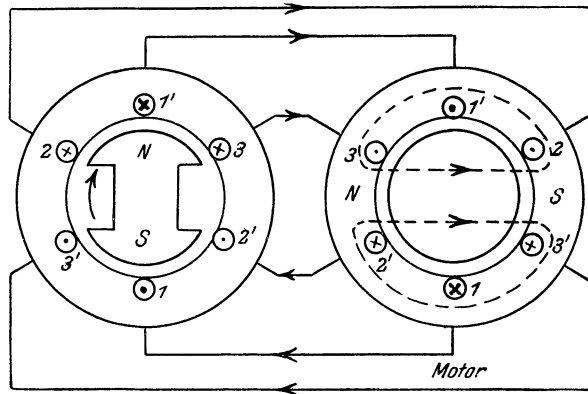


Bild 444. Drehstrommaschine u. Drehstrommotor. Durchmesserwicklung.

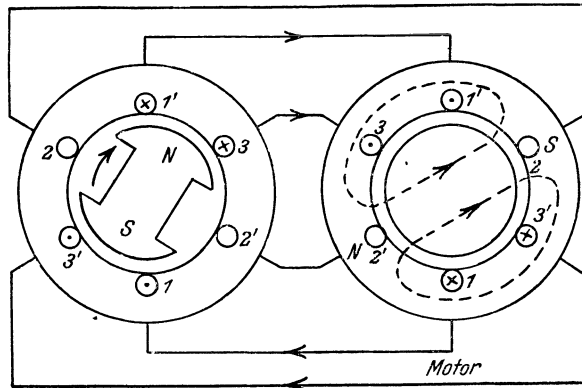


Bild 445. Drehstrommaschine und Drehstrommotor, $\frac{1}{2}$ Periode nach dem in Bild 444 dargestellten Zeitpunkt. Durchmesserwicklung

seiten des Stranges 1. Falls wir die Phasenverschiebung vernachlässigen, führt dieser Strang also den größten Strom, während die benachbarten Spulenseiten nach S. 202 einen halb so starken Strom führen.

Verfolgen wir jetzt den Strom im Ständer des Motors, so erkennen wir, daß die Spulenseiten 3', 1 und 2' einerseits und die Spulenseiten 2, 1' und 3 andererseits magnetisch zusammengehören. Obwohl sie zu verschiedenen Strängen gehören, bilden sie doch gleichsam eine gemeinsame, in demselben Sinne durchflossene Spulenseite. Nach der Ampèreschen Regel ergibt sich dann im Motor das gestrichelt angedeutete Feld, sowie die Lage der Polmitten N und S im Ständer.

Wir zeichnen jetzt in Bild 445 den Stromerzeuger nach einer Drehung des Polrades um 30° . Dann liegt der zweite Strang gerade in der neutralen Zone und ist stromlos, während die beiden anderen Stränge je den Strom $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$ führen. Im Motor gehören jetzt die Spulenseiten 1 und 3' und andererseits die Spulenseiten 3 und 1' magnetisch zusammen. Es ergibt sich dann wieder das gestrichelt angedeutete Feld und die Lage der Polmitten N und S .

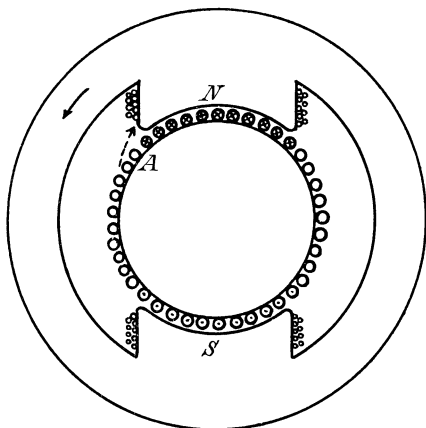


Bild 446. Umlaufendes Polgestell zur Veranschaulichung eines Drehfeldes.

Die Polmitten haben sich also im Zeitraum von $\frac{1}{12}$ Periode um $\frac{1}{12}$ des Umfanges verschoben. Wir erhalten also im Motor ein Feld, das synchron mit dem Stromerzeuger umläuft. Denken wir uns statt der dreiphasigen Wicklungen vielphasige, so verschiebt sich, wie wir es bereits in Abschn. 85 sahen, im Motor und im Stromerzeuger die sinusförmige Stromverteilung mit gleichmäßiger Stärke und Geschwindigkeit synchron mit dem Polrad, und das Drehfeld ist vollkommen. Wir haben es sogar mit einem wirklichen Drehstrom und nicht nur mit einem Drehfeld zu tun. Um dieses umlaufende Feld zu veranschaulichen,

ersetzen wir es durch ein Polgestell, das in Bild 446 entgegengesetzt dem Uhrzeiger umläuft. Es ist also, als wenn der Läufer im Sinne des Uhrzeigers durch das feststehende Feld gedreht würde. Nach der bekannten Regel haben wir also vor dem Nordpol den Schaft und vor dem Südpol die Spitze zu zeichnen, um die Richtung der erzeugten Spannung anzudeuten.

Wir nehmen dann aber weiter an, daß das gezeichnete Polrad uns nicht eigentlich das vom Ständer allein erzeugte Feld darstellt, sondern das Gesamtfeld, das sich aus der gemeinsamen Wirkung des Ständer- und Läuferstromes ergibt. In diesem Falle haben wir keine Phasenverschiebung zwischen der im Läufer erzeugten Spannung und dem Läuferstrom. Vor den Polmitten hat also nicht nur die erzeugte Spannung, sondern gleichzeitig auch der Strom den Höchstwert.

Nun wirkt nach dem Lenzschen Gesetz der erzeugte Strom der Bewegung entgegen. Er sucht also die Verschiebung zwischen Magnetfeld und Läuferdraht zu verhindern, d. h. der Läufer läuft in Richtung der Drehung des Feldes mit. Um das zu verstehen, schwimmen

wir nach der Ampereschen Regel bei A von vorn nach hinten, mit dem Gesicht nach dem Nordpol. Die Kraft, die ausgeübt wird, sucht dann den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben. Durch diese Kraft, die durch den gestrichelten Pfeil angedeutet ist, sind das Magnetfeld und der Läufer gleichsam miteinander gekuppelt. Es ist, als ob das umlaufende Polrad gegen einen Anschlag des Läufers stößt, der an Stelle des gestrichelten Pfeiles gedacht werden kann und den Läufer mitnimmt. Noch besser ziehen wir einen Fall zum Vergleich heran, in welchem ein unmagnetisches Eisengestell den Läufer mit Hilfe eines Riemens mitnimmt.

Ist der Läufer unbelastet und läuft er ganz ohne Reibung in den Lagern, so ist seine Drehzahl gleich der Drehzahl des Feldes. Da dann überhaupt kein Feld geschnitten wird, so sind erzeugte Spannung und Strom im Läufer gleich Null. Daß dabei eine Drehung erfolgt, erscheint auf den ersten Blick widersinnig. Es ist indessen zu beachten, daß wir vollständigen Leerlauf ins Auge gefaßt haben.

Ist der Läufer dagegen belastet, so ist zur Hervorbringung des erforderlichen Drehmomentes ein bestimmter Läuferstrom nötig. Der Läufer bleibt daher in seiner Drehzahl etwas hinter der Drehzahl des Feldes zurück, d. h. es tritt eine Schlüpfung auf. Dieser Unterschied in den Drehzahlen ermöglicht es, daß die Drähte des Läufers das Feld schneiden, so daß in ihnen der für das Drehmoment nötige Strom erzeugt wird. Gewöhnlich genügt eine ganz geringe Spannung, um in dem kleinen Wirkwiderstand des Läufers den genügenden Strom zu erzeugen. Deshalb ist die Schlüpfung immer gering (oft nur 1 bis 2 %).

Jetzt wird es auch deutlich, warum wir soeben den Vergleich mit dem Riemen dem Vergleich mit dem Anschlag vorzogen.

Bei der Übertragung durch den Riemen ist infolge des Riemengleitens die Drehzahl des mitgenommenen Läufers ebenfalls geringer als die des umlaufenden Eisengestelles. Diesen Verlust durch das Riemengleiten können wir passend mit der Schlüpfung des Läufers vergleichen.

Wenn nun die Drehzahl des Läufers bei gewöhnlichen Verhältnissen annähernd gleich der Drehzahl des Feldes ist, so folgt, daß zweipolige Wicklungen bei der üblichen Frequenz im allgemeinen nicht anwendbar sind. Da man mit Rücksicht auf ruhiges Brennen der im Drehstromnetz eingeschalteten Lampen mit der Frequenz 50 arbeitet, so würden bei zweipoliger Wicklung des Ständers das Feld und der Läufer 50 mal in der Sekunde oder 3000 mal in der Minute umlaufen. Man vermeidet diese hohen Drehzahlen durch Anwendung mehrpoliger Wicklungen. Wir schieben zu diesem Zwecke die bei zweipoliger Wicklung auf dem ganzen Umfang liegenden Spulen so zusammen, daß sie nur auf dem halben Umfang liegen, und denken uns die Spulen der anderen Hälfte entsprechend dahintergeschaltet. In Bild 447 umfaßt z. B. jede Windung den vierten Teil des Umfanges. Die Stirnverbindungen sind nur für einen Strang durchgeführt. Bei den anderen Strängen sind nur Schaft

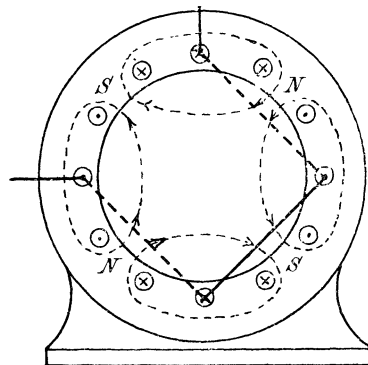


Bild 447. Vierpolige Wicklung.

und Spitze der Strompfeile in die Nuten hineingezeichnet, unter der Annahme, daß im gezeichneten Zeitpunkt der Strom in dem vollständig gezeichneten Strang am stärksten und in den beiden anderen Strängen halb so stark ist. In Bild 447 ergeben sich vier Pole, deren Lage für den gezeichneten Zeitpunkt angegeben ist. Mit der Verschiebung der Ströme in den einzelnen Leitern verschiebt sich auch die Lage der Pole.

Während einer Periode macht das Feld in Bild 447 nur eine halbe Umdrehung. Es sei allgemein p die Anzahl der Polpaare, f die Frequenz des Ständerstromes und n_0 die Drehzahl des Feldes in der Minute, die auch die synchrone Drehzahl oder die Drehzahl bei völlig unbelastetem Lauf ist. Dann ergibt sich

$$n_0 = 60f/p. \quad (1)$$

Ist n die Drehzahl des belasteten Läufers, so ist der Unterschied der Drehzahlen zwischen Leerlauf und Belastung gleich $n_0 - n$. Es ist, als wenn der Läufer mit dieser Drehzahl durch ein feststehendes Feld hindurchschneidet. Ist s die Schlüpfung, d. h. das Verhältnis der Abnahme der Drehzahl des Läufers zur Drehzahl des Feldes, so wird die Frequenz, mit der das Feld die Läuferdrähte schneidet:

$$s \cdot f = p \cdot (n_0 - n)/60. \quad (2)$$

Wegen der Abnahme der Drehzahl bei Belastung heißen die gewöhnlichen Drehstrommotoren Asynchronmotoren.

Die Drehrichtung des Läufers ist dieselbe wie die des Drehfeldes. Sie wird umgekehrt, wenn man zwei Hauptleitungen des in Stern oder Dreieck geschalteten Ständers miteinander vertauscht.

Läufer mit Phasenwicklung werden für dieselbe Polzahl gewickelt wie der Ständer. Läufer mit Käfigwicklung sind für Ständer jeder beliebigen Polzahl verwendbar.

119. Die Spannung im Ständer des Drehstrommotors.

Wir betrachten in Bild 448 den Strang 1, der gerade den größten Strom führt. Der Fluß, der seine Windungsfläche durchsetzt, wird von ihm selbst und von den beiden anderen Strängen erzeugt, die im gegebenen Zeitpunkt je einen halb so starken Strom führen. Sind die Ströme Sinusfunktionen der Zeit, so ist bei nicht zu hoher Eisensättigung auch der Fluß, der unseren Strang 1 durchsetzt, eine Sinusfunktion der Zeit, gleichgültig, wie er durch die vereinigte Wirkung der drei Zweige zustande kommt. Dann aber gilt die Gleichung $E = 4,44 \Phi \cdot w \cdot f \cdot 10^{-8}$ (vgl. S. 174). Dabei ist $\Phi \cdot w$ der Höchstwert der Flußverkettung, wie er im gezeichneten Zeitpunkt auftritt. Da indessen nicht alle Windungen des Stranges 1 von dem gleichen Fluß durchsetzt werden, haben wir die Verkettung für die Flüsse aller Zähne einzeln zu berechnen und für $\Phi \cdot w$ den Ausdruck $\Sigma \Phi w$ einzusetzen (vgl. Görges, ETZ 1907, S. 1). Wir erhalten also:

$$E = 4,44 \cdot \Sigma \Phi w \cdot f \cdot 10^{-8}. \quad (3)$$

Wenn wir geringe Sättigung des Eisens voraussetzen, ist die magnetische Induktion an jedem Zahn und damit der Fluß des Zahnes der dort wirksamen Erregung X proportional. Wir berechnen also statt $\Sigma \Phi \cdot w$ zunächst $\Sigma X w$. Darin bedeutet X die Erregung, von welcher der Fluß eines Zahns geschaffen wird, d. h. die Zahl der Stromdrähte, die dieser Fluß umschließt. Ferner ist w die Windungszahl des be-

trachteten Stranges 1, die dieser Fluß durchsetzt. Die Nutenzahl für die Spulenseite, die mit q bezeichnet werde, sei vorderhand ungerade.

Wir betrachten zunächst ein Polpaar. In jeder Nut liege ein Draht und der Höchstwert des Stromes sei 1 Amp. Dann erhalten wir nach Bild 448 folgende Zahlentafel:

| Bezeichnung des Flusses | Umschlossene, magnetisierende Ströme in Ampere | Verkettete Windungen des Stranges 1 | $X \cdot w$ |
|-------------------------|--|-------------------------------------|-------------|
| 1 | $X = 1$ | $w = 1$ | 1^2 |
| 2 | $3 \cdot 1$ | 3 | 3^2 |
| 3 | $5 \cdot 1$ | 5 | 5^2 |
| . | . | . | . |
| . | . | . | . |
| x | $q \cdot 1$ | q | q^2 |

Wir bilden $1 + 3^2 \dots + q^2$ und verdoppeln weil unten dieselben Flußverkettungen auftreten. Dies ergibt: $X \cdot w = q^3/3 + q^2 + q \cdot 2/3$.

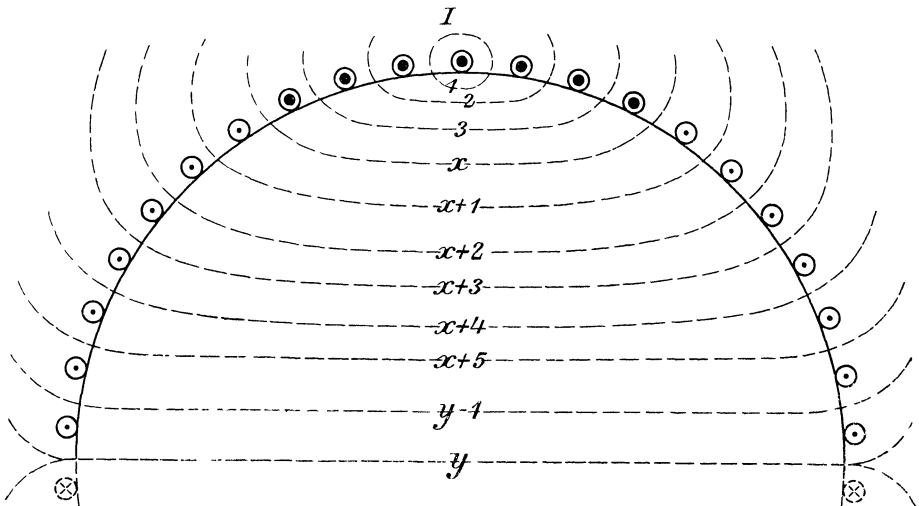


Bild 448. Magnetische Feldlinien, von drei Strängen erzeugt, mit Strang 1 verkettet.

Die folgenden magnetisierenden Nuten führen nur den halben Strom, und als verkettete Windungen sind jetzt sämtliche q Windungen des Stranges 1 einzuführen. Wir erhalten dann:

| Bezeichnung des Flusses | Umschlossene, magnetisierende Ströme in Ampere | Verkettete Windungen des Stranges 1 | $Xw =$ |
|-------------------------|--|-------------------------------------|-------------|
| $x + 1$ | $q + 1/2 \cdot 2$ | q | $q(q + 1)$ |
| $x + 2$ | $q + 1/2 \cdot 4$ | q | $q(q + 2)$ |
| $x + 3$ | $q + 1/2 \cdot 6$ | q | $q(q + 3)$ |
| . | . | . | . |
| . | . | . | . |
| $y - 1$ | $2q - 1/2 \cdot 2$ | q | $q(2q - 1)$ |

Wenn wir die Summe der Werte $X \cdot w$ bilden und wieder verdoppeln, erhalten wir: $X \cdot w = 3q^3 - 3q^2$.

Endlich sind für den Fluß y , der nur einmal in Rechnung zu setzen ist, die umschlossenen magnetisierenden Ströme $X = 2q$, und die verketteten Windungen des Stranges 1 sind $w = q$, also $X \cdot w = 2q^2$.

Alle Werte $X \cdot w$ zusammen ergeben: $\Sigma Xw = q \cdot (5q^2 + 1) \cdot 2/3$.

Allgemein sei nun die Drahtzahl eines Stranges gleich z , also ist die Drahtzahl einer Nut gleich $z/2pq$ statt Eins. Ferner ist der Höchstwert des Stromes gleich i_m statt Eins. Der Wert von X wird also $i_m z/2pq$ mal so groß, und w wird $z/2pq$ mal so groß wie oben berechnet wurde. Berücksichtigen wir dann noch p Polpaare, so wird unter Voraussetzung der Reihenschaltung aller Windungen

$$\Sigma Xw = \frac{z^2}{p} \cdot i_m \cdot \frac{5q^2 + 1}{6q}.$$

Ist F die Fläche einer Polteilung in cm^2 , so ist die Fläche eines Zahns $F/3q$. Ist ferner l die doppelte Länge des Luftspaltes in cm , so wird der Fluß eines Zahnes nach S. 43 gleich $0,4\pi X \cdot F/3ql$. Wir erhalten also die Flußverkettung, wenn wir ΣXw mit $0,4\pi \cdot F/3ql$ vervielfachen, zu

$$\Sigma \Phi w = \frac{0,4\pi F}{l} \cdot \frac{z^2 \cdot i_m}{p} \cdot \frac{5q^2 + 1}{18q^2}.$$

Darin setzen wir den letzten Faktor gleich c und führen die von den drei Strängen zusammen erzeugte größte Induktion ein, nach den Gleichungen

$$c = \frac{5q^2 + 1}{18q^2}, \quad \mathfrak{B}_m = \frac{0,4\pi \cdot 2i_m}{l} \cdot \frac{z}{2p}. \quad (4)$$

Dann wird

$$\Sigma \Phi w = c \cdot z \cdot \mathfrak{B}_m \cdot F. \quad (5)$$

Für gerade Werte von q erhalten wir denselben Ausdruck für c . Die folgende Zahlentafel ergibt c in Abhängigkeit von q :

| | | | | |
|-------------|---------|---------|---------|----------|
| $q = 1$ | 2 | 3 | 4 | ∞ |
| $c = 0,333$ | $0,292$ | $0,284$ | $0,282$ | $0,278$ |

Gl. (3) und (5) liefern bei gegebener Spannung, Frequenz, Polfläche und größter Induktion die Drahtzahl eines Stranges. Gl. (4) gibt dann bei gegebenem Luftabstand den Höchstwert des Magnetisierungsstromes oder Leerstromes. Ist z. B. $E = 1910$, $p = 6$, $\mathfrak{B}_m = 6000$, $F = 700$, $l = 0,2$, $f = 50$ und $q = 3$, so folgt

$$\Sigma \Phi \cdot w = \frac{E \cdot 10^8}{4,44 \cdot f} = 8,6 \cdot 10^8 \quad z = \frac{\Sigma \Phi \cdot w}{F \cdot \mathfrak{B}_m \cdot c} = 720.$$

$$i_m = \frac{p \cdot \mathfrak{B}_m \cdot l}{0,4\pi \cdot z} = 8, \quad \text{d. h. } I_o = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 5,66.$$

Genau genommen ist der Magnetisierungsstrom wegen der Ständerstreuung etwas geringer. Im nächsten Abschnitt berechnen wir Drahtzahl und Leerstrom auf einfachere Weise.

120. Das Feld des Dreiphasenstromes.

Die Drehstromwicklung sei in so vielen Nuten untergebracht, daß wir sie als gleichmäßig verteilte, glatte Wicklung ansehen können. Die Breite der Spulenseite sei zunächst gleich $1/3$ der Polteilung. Der Umfang werde gerade gestreckt. Die Umrahmung des Stranges 1

sei stark, die des Stranges 2 schwach und die des Stranges 3 gestrichelt gezeichnet. Der Zeitwert des Stromes sei im Strang 1 entsprechend Bild 449 im dargestellten Zeitpunkt etwas kleiner als der Höchstwert, in Strang 2 am kleinsten. Die Produkte aus der Drahtzahl einer Spulenseite und dem Zeitwert der Stromstärke seien nach ihrem absoluten Wert X_1 , X_2 und X_3 . Dann gilt nach Bild 449 für die absoluten Werte im betrachteten Zeitpunkt die Beziehung $X_1 = X_2 + X_3$.

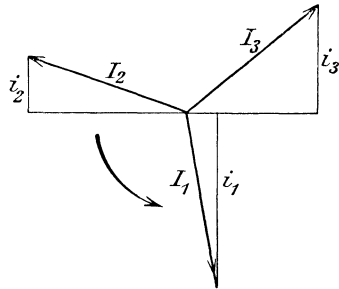


Bild 449. Zeitwerte des Stromes

Wir ermitteln nun an den einzelnen Stellen des Umfanges die Induktion im Luftraum. Dazu verfolgen wir in Bild 450 eine geschlossene Linie, die an der betrachteten Stelle vom Ständer zum Läufer geht und an einer Stelle von entgegengesetzt gleicher

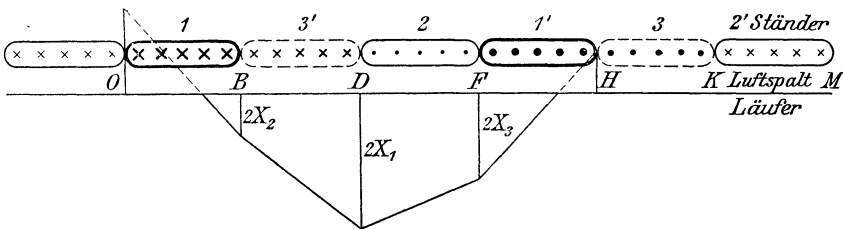


Bild 450. Feldkurve für Breite gleich $\frac{1}{3}$ der Polteilung.

Induktion wieder vom Läufer zum Ständer zurückkehrt. Beide Stellen sind dabei um eine Polteilung voneinander entfernt. In den Fällen einer symmetrischen Stromverteilung wie in Bild 451 bis 454 können wir, statt eine Polteilung zu umschließen, auch die geschlossenen Kurven mit den Feldlinien zusammenfallen lassen.

Die von der geschlossenen Linie umschlossene Durchflutung ist nach dem Durchflutungsgesetz gleich $0,8f\oint dl$. Wenn der Weg im Eisen vernachlässigt wird und in der Luft $\mathfrak{H} = \mathfrak{B}$ gesetzt wird, so ergibt sich, daß die Induktion an den beiden Stellen des Luftspaltes der zwischen diesen Stellen liegenden Durchflutung proportional ist. Wenn wir also an Stelle der Induktion die Durchflutung als Senkrechte auftragen, erhalten wir abgesehen vom Maßstab die Feldkurve. Mit Berücksichtigung der Stromrichtung ergibt sich:

$$\begin{aligned} &\text{zwischen } B \text{ und } H \text{ die Durchflutung } X_1 + X_2 - X_3 = 2X_2 \\ &\text{» } D \text{ » } K \text{ » » } X_1 + X_2 + X_3 = 2X_1 \\ &\text{» } F \text{ » } M \text{ » » } X_1 + X_3 - X_2 = 2X_3. \end{aligned}$$

Diese Durchflutungen sind den Zeitwerten i_2 , i_1 und i_3 der Ströme in Bild 449 proportional, und wir können diese Zeitwerte unmittelbar an den betreffenden Stellen als Senkrechte auftragen. Wir erhalten so die Induktion in den Punkten B , D und F . Aus Symmetriegründen haben wir in entgegengesetzter Richtung in O die Senkrechte i_3 und in H die Senkrechte i_2 aufzutragen. Über den einzelnen Spulenseiten ist die Feldkurve dann geradlinig.

Kurz vor dem dargestellten Zeitpunkt ist der Strom i_1 gleich dem

Höchstwert i_m und die Ströme i_2 und i_3 sind gleich $i_m/2$. Wir erhalten dann die Feldkurve in Bild 451. Das Feld geht jetzt bei A und G , d. h. in der Mitte der in gleichem Sinne durchflossenen Spulenseiten durch Null hindurch und erreicht bei B und F den halben Höchstwert, der dem Strom i_m entspricht, bei D den vollen Höchstwert, der dem Strom $2 \cdot i_m$ entspricht.

Kurz nach dem in Bild 450 dargestellten Zeitpunkt ist der Strom i_2 gleich Null und die Ströme i_1 und i_3 sind je gleich $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$. Der erste und dritte Strang bilden jetzt nach Bild 452 eine gemeinsame, gleichmäßig durchflossene Spulenseite von doppelter Breite. Das Feld geht in ihrer Mitte bei B und H durch Null hindurch und hat zwischen D und F einen gleichbleibenden Wert, entsprechend $2 \cdot 0,866 i_m$.

Wie man sieht, ist das Feld zwischen den in Bild 451 und 452 dargestellten Zeitpunkten, also in $1/12$ Periode, um $1/6$ der Polteilung

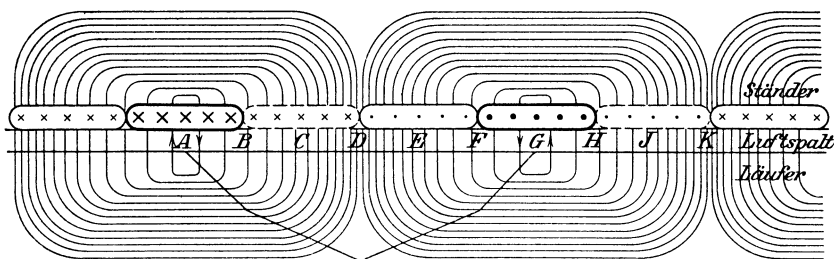


Bild 451. Feldkurve für Breite gleich $1/3$ der Polteilung, $i_1 = i_m$.

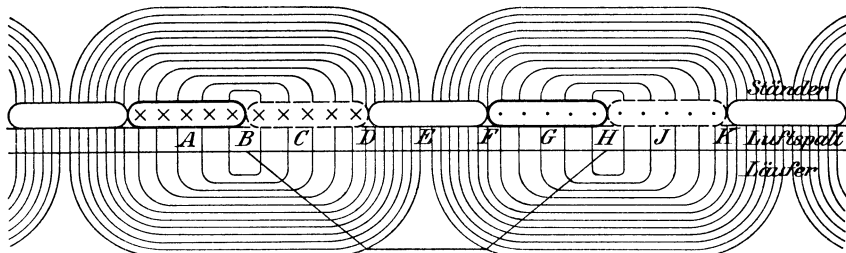


Bild 452. Feldkurve für Breite gleich $1/3$ der Polteilung, $i_2 = 0$.

weitergewandert und ist dabei aus der spitzen Form in die flache Form übergegangen. Zwischen diesen regelmäßigen Formen liegen unregelmäßige nach Bild 450. Die Stellen der Unstetigkeit bleiben bei der Wanderung fest liegen. Im nächsten zwölften Teil der Periode geht die flache Form dann wieder in die spitze über.

Die Feldlinien sind entsprechend der Induktion verschieden dicht gezeichnet. Wir berechnen jetzt den Fluß des Drehfeldes für die flache und spitze Feldkurve und nehmen aus beiden Werten das Mittel. Der Fluß ergibt sich, wenn wir die Fläche der Feldkurve mit der Ankerlänge vervielfachen. Statt dessen können wir auch die mittlere Induktion, die gleich der Fläche der Feldkurve, geteilt durch die Grundlinie ist, mit der Polfläche vervielfachen. Wir haben dabei die Ströme, die wir bisher als Senkrechte aufgetragen haben, mit der Drahtzahl einer Spulenseite, also mit $z/2p$ und nach Gl. (9) auf S. 49 mit $0,4\pi/l$ zu

vervielfachen. Dabei ist z die gesamte Drahtzahl eines Stranges und l der doppelte Luftabstand in cm. Wir erhalten dann die mittleren Induktionen aus Bild 451 und 452 zu

$$1,167 i_m \cdot \frac{0,4\pi}{l} \cdot \frac{z}{2p} \quad \text{und} \quad 1,155 i_m \cdot \frac{0,4\pi}{l} \cdot \frac{z}{2p}.$$

Die beiden mittleren Induktionen und damit die Flüsse unterscheiden sich also wenig. Das Mittel aus beiden ist

$$\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = 1,16 \cdot i_m \cdot \frac{0,4\pi}{l} \cdot \frac{z}{2p}. \tag{6}$$

Der Magnetisierungsstrom wird dann berechnet, als wenn das Feld sinusförmig wäre, was bei der großen Annäherung der Feldkurven an die Sinuskurve zulässig ist. Es sei z. B. die Sternspannung $E = 1910$, die Frequenz $f = 50$, die Polpaarzahl $p = 6$, die Polfläche $F = 700 \text{ cm}^2$,

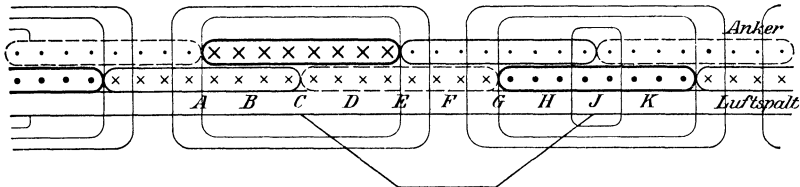


Bild 453. Feldkurve für Breite gleich $\frac{2}{3}$ der Polteilung, $i_1 = i_m$.

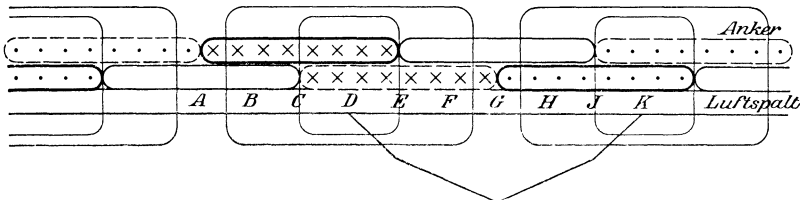


Bild 454. Feldkurve für Breite gleich $\frac{2}{3}$ der Polteilung, $i_2 = 0$.

der Höchstwert des sinusförmigen Feldes $\mathfrak{B}_m = 6000$ und der doppelte Luftabstand gleich 0,2 cm. Dann ist $\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = 6000 \cdot 2/\pi$ und $\Phi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot F = 2,68 \cdot 10^6$. Nach S. 258 wird dann $z = E \cdot 10^8 : 2,12 \Phi f = 672$. Nach Gl. (6) wird dann der effektive Magnetisierungsstrom

$$I_o = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = \frac{\mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot l \cdot 2p}{\sqrt{2} \cdot 1,16 \cdot 0,4\pi \cdot z} = 6,7 \text{ Ampere}.$$

Auf S. 296 ergab sich 5,66 Amp. \mathfrak{B}_m hatte aber auch eine andere Bedeutung.

Wir betrachten nun die Wicklung eines Einankerumformers mit einer Breite von $\frac{2}{3}$ der Polteilung. Die Spulenseiten der verschiedenen Stränge überlappen sich dabei nach Bild 453 und 454 gegenseitig. In Bild 453 ist der Strom i_1 gleich dem Höchstwert i_m . Die magnetische Wirkung der Spulenseite 1 zwischen A und E wird durch die von ihr überlappten halben Spulenseiten der beiden andern Stränge, die jeder den Strom $i_m/2$ führen unterstützt. Das Feld, das bei C gleich Null ist, entspricht also bei A und E dem Strom $1,5 \cdot i_m$. Es behält dann seine Stärke zwischen E und G, wo entgegengesetzt durchflossene Spulenseiten sich in ihrer Wirkung aufheben, bei. Wir erhalten eine flache Feldkurve.

Nach $\frac{1}{12}$ Periode ist der Strom i_2 gleich Null und die Ströme i_1

und i_3 je gleich $0,866 i_m$ (Bild 454). Die Induktion, die jetzt bei D gleich Null ist, entspricht bei C und E dem Strom $2 \cdot 0,866 i_m \cdot 1/2 = 0,866 \cdot i_m$ und bei A und G dem Strom $2 \cdot 0,866 \cdot i_m$. Wir erhalten so die gezeichnete spitze Feldkurve.

Die Feldkurven sind dieselben wie in Bild 451 und 452, haben jedoch in den betrachteten Zeitpunkten ihre Rolle gewechselt. Gleichzeitig sind die mittleren Induktionen im Verhältnis $0,866:1$ kleiner als nach Gl. (6). Die breite Spulenseite ist also in magnetischer Hinsicht ungünstig und kommt daher für Drehstrommotoren nicht in Frage.

Wir ermitteln endlich das Feld, das von dem Läuferstrom eines Käfigankers erzeugt wird. Dieser Strom ist nahezu sinusförmig verteilt, was in Bild 455 durch entsprechend starke Zeichnung des Schaftes und der Spitze der Strompfeile angedeutet ist. Das vom Strom erzeugte Feld ist bei C und G Null, nimmt dann sinusförmig zu und erreicht bei E einen Höchstwert. Wenn dann die Stromverteilung fortschreitet, schreitet auch das Feld fort, und zwar im Gegensatz zu den Phasenankern ohne Änderung der Feldkurve.

Um einen Vergleich mit den Phasenankern zu ermöglichen, setzen wir die gesamte Drahtzahl des Ankers gleich $3z$, also die Stabzahl einer Polteilung gleich $3z/2p$. Ist dann i_m der Höchstwert des Stromes eines Stabes, so ist die mittlere Stromstärke gleich $i_m \cdot 2/\pi$. Die Gesamterregung,

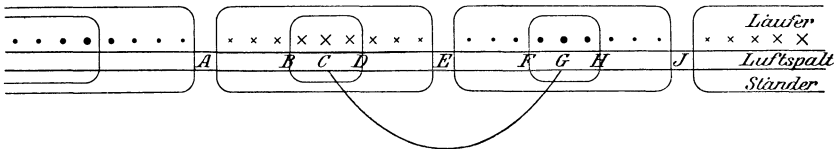


Bild 455. Vom Käfiganker erzeugtes Feld.

die bei E wirksam ist, ist also $X_m = 2/\pi \cdot i_m \cdot 3z/2p$. Um die Induktion an dieser Stelle, d. h. den Höchstwert zu erhalten, haben wir mit $0,4\pi/l$ zu vervielfachen. Der Mittelwert ist das $2/\pi$ -fache, ergibt sich also zu

$$\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{0,4\pi}{l} \cdot X_m = 1,21 \cdot i_m \cdot \frac{0,4\pi \cdot z}{l \cdot 2p}.$$

Dabei ist $3z$ die Gesamtzahl der Drähte. Wie der Vergleich mit Gl. (6) zeigt, ist die Käfigwicklung hinsichtlich ihrer magnetischen Wirkung am günstigsten. Ferner verhalten sich die mittleren Induktionen, d. h. auch die Flüsse, bei Phasen- und Kurzschlußwicklungen fast genau wie die mit Gl. (3) auf S. 258 berechneten Spannungen.

121. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes.

Die Messung an einem 110-kW-Motor der Gesellschaft Oerlikon diene uns dazu, die bisher abgeleiteten Formeln zu prüfen¹⁾. Es sei die Spannung eines Stranges $E = 1910$ Volt, die Frequenz $f = 50$, die Zahl der Polpaare $p = 6$, die Eisenlänge $b = 23,5$ cm, der Läuferdurchmesser $d = 90$ cm, der doppelte Luftabstand $l = 0,15$ cm, die Drahtzahl eines Ständerstranges $z = 672$, die Länge eines Ständer- und Läuferzahnes zusammen gleich 6 cm und das Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite gleich $2,5$ cm. Wir ermitteln zunächst die Polfläche zu $F = d \cdot \pi \cdot b/2p = 763$.

¹⁾ Nach Arnolds Konstruktionstabellen für den Dynamomaschinenbau.

Der Fluß zur Erzeugung einer der Klemmenspannung entgegengesetzt gleichen Spannung ergibt sich bei einem sinusförmigen Feld und einer glatten Wicklung nach S. 258 zu

$$\frac{1910 \cdot 10^8}{2,12 \cdot 50 \cdot 672} = 2,69 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Nehmen wir an, daß 2% des Flusses durch eine Streuung, die wir bisher vernachlässigt haben, verloren gehen, so treten 98% in den Läufer ein, und wir erhalten den in den Läufer eintretenden Fluß sowie die mittlere Induktion zu: $\Phi = 2,64 \cdot 10^6$ und $\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = 2,64 \cdot 10^6 / 763 = 3460$. Demnach wird der Leerstrom I_0 nach Gl. (6):

$$I_0 = \frac{\mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot l \cdot 2p}{\sqrt{2} \cdot 1,16 \cdot 0,4 \pi \cdot z} = 4,5.$$

Dieser Wert ist wesentlich kleiner als der tatsächlich gemessene Leerstrom. Dies rührt daher, daß bisher der magnetische Widerstand des Eisens nicht berücksichtigt ist, was nunmehr geschehen soll. Wir haben dazu zunächst eine Kurve zu zeichnen, die für jede Induktion im Luftraum

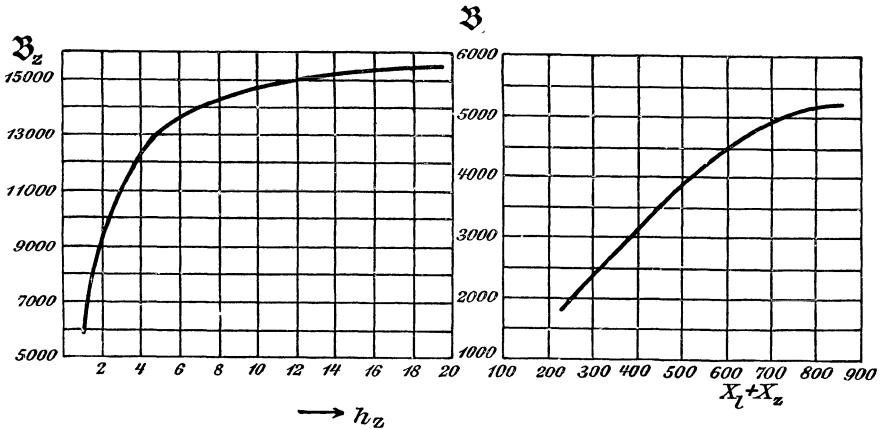


Bild 456. Magnetisierungskurve von Eisenblech.

Bild 457. Erregung und magnetische Induktion

die entsprechende Erregung angibt. Umgekehrt findet man dann aus dieser Kurve für die einzelnen Stellen des Umfanges zu jeder wirksamen Erregung die entsprechende Induktion. Man berechnet zu diesem Zwecke für eine Induktion \mathfrak{B} an beliebiger Stelle die für die Luft nötige Erregung zu $X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B} \cdot l$. Da in unserem Falle $l = 0,15$ ist, so wird $X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B} \cdot 0,15 = 0,12 \cdot \mathfrak{B}$. Dann berechnet man die Induktion in den Zähnen an der betreffenden Stelle aus der Induktion in der Luft und dem Verhältnis der Querschnitte für den Fluß im Luftraum und in den Zähnen. Dieses Verhältnis ist in unserem Falle mit Berücksichtigung eines Raumverlustes von 15% für die Papierisolation gleich $2,5 : 0,85 = 2,95$. Wir erhalten also $\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}$.

Zu \mathfrak{B}_z ergibt sich die Erregung h für die Längeneinheit aus der Magnetisierungskurve für Eisenblech in Bild 456. Dann wird $X_z = h_z \cdot l_z$. Dabei ist l_z das Doppelte der einfachen Zahnängen. Wir erhalten also in unserem Falle $X_z = h_z \cdot 2 \cdot 6 = 12 \cdot h_z$. $X_l + X_z$ ergibt uns dann die für die betreffende Induktion nötige wirksame Erregung X . Diese

Rechnung ist für Werte von \mathfrak{B} zwischen 2000 und 5200 ausgeführt und in der Zahlentafel und in Bild 457 zusammengestellt:

| \mathfrak{B} | $X_l = 0,12 \cdot \mathfrak{B}$ | $\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}$ | h_z | $X_z = 12 \cdot h_z$ | $X_l + X_z$ |
|----------------|---------------------------------|--|-------|----------------------|-------------|
| 2000 | 240 | 5900 | 1,1 | 13 | 253 |
| 3000 | 360 | 8850 | 1,9 | 23 | 383 |
| 4000 | 480 | 11800 | 3,6 | 43 | 523 |
| 4500 | 540 | 13300 | 5,4 | 65 | 605 |
| 5000 | 600 | 14800 | 10,7 | 128 | 728 |
| 5200 | 624 | 15309 | 18,5 | 222 | 850 |

Wir schätzen nun, um wieviel der Leerstrom infolge des Eisenwiderstandes gegenüber dem obigen Wert zu vergrößern ist. Es sei ein Zuschlag von 20% erforderlich, d. h. es sei $I_0 = 5,5$ Ampere.

Wir tragen nun den Umfang wagerecht und die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung $X = X_l + X_z$ senkrecht auf und erhalten so die Kurve X in Bild 458, die dem ersten Grenzfall in Bild 451 entspricht. Für den Bogen $\pi/2$ erhalten wir dabei eine größte Erregung: $2 \cdot i_m \cdot z/2p = \sqrt{2} \cdot I_0 \cdot z/p = \sqrt{2} \cdot 5,5 \cdot 672/6 = 870$.

Dagegen ergibt sich für $\pi/6$ eine wirksame Erregung, die halb so groß ist wie die größte. Der Maßstab für die Erregung ist links an der senkrechten Achse aufgetragen. Wir entnehmen nun aus Bild 457 oder aus der Zahlentafel willkürlich die Werte

| $\mathfrak{B} =$ | 2000 | 3000 | 4000 | 4500 | 5000 | 5200 |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|
| $X = X_l + X_z =$ | 253 | 383 | 523 | 605 | 728 | 850 |

Die Werte von X tragen wir auf der senkrechten Achse auf und ziehen durch die Teilpunkte Wagerechte. Wo diese die Kurve X schneiden, errichten wir Senkrechte und machen deren Länge, von der wagerechten Achse gemessen, gleich den zugehörigen obigen Werten von \mathfrak{B} .

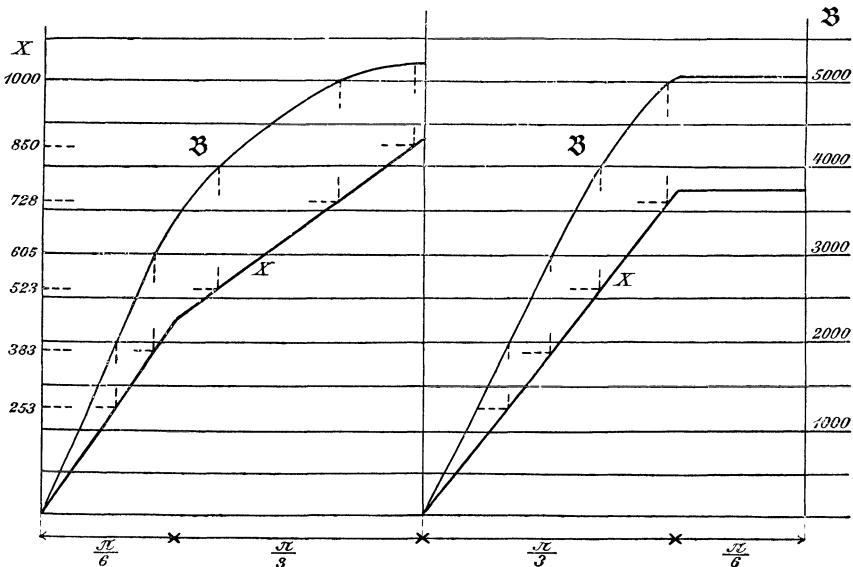


Bild 458. Bild 459.
Feldkurven unter Berücksichtigung des Eisenwiderstandes der Zahne

Der Maßstab für \mathfrak{B} ist im rechten Teil des Bildes 459 angegeben. Die Kurve, welche die Endpunkte der Senkrechten miteinander verbindet, ist die gesuchte Feldkurve in dem betrachteten Zeitpunkt bei einem Strome von 5,5 Ampere. Die von dieser Feldkurve und der wagerechten Achse eingeschlossene Fläche haben wir dann nach der Simpsonschen Regel zu ermitteln und durch die Grundlinie zu teilen. Wir erhalten dadurch die mittlere Induktion bei einem Magnetisierungsstrom von 5,5 Ampere zu 3635.

Dieselbe Zeichnung ist für den zweiten Grenzfall in Bild 459 durchgeführt. Dabei wird die größte Erregung nach Bild 452 $1,73 \cdot i_m \cdot z/2p = 1,73 \cdot \sqrt{2} \cdot 5,5 \cdot 672/12 = 750$. Wir zeichnen nun wieder die Kurven X und \mathfrak{B} , ermitteln die von der Kurve \mathfrak{B} und der wagerechten Achse eingeschlossene Fläche und teilen sie durch die Grundlinie. Dadurch erhalten wir die mittlere Induktion zu 3583. Nehmen wir das Mittel aus beiden Grenzfällen, so wird: $\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = 0,5(3635 + 3583) = 3609$. Der gesamte in den Läufer eintretende Fluß Φ ergibt sich dann zu: $\Phi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot F = 3609 \cdot 763 = 2,75 \cdot 10^6$ Maxwell. Dieser Wert liegt so nahe an dem von uns gewünschten Wert von $2,64 \cdot 10^6$, daß wir gleiches Verhältnis zwischen Stromstärke und Fluß annehmen können. Der zur Erzeugung von $2,64 \cdot 10^6$ Maxwell erforderliche Strom ergibt sich also zu: $I_0 = 5,5 \cdot 2,64/2,75 = 5,3$ Amp.

Tatsächlich ist nun ein Leerstrom von 6 Amp. gemessen. Der Grund dafür, daß auch jetzt noch der berechnete Leerstrom kleiner ist als der der gemessene, liegt darin, daß der Eisenwiderstand des Ständer- und Läuferkernes sowie die Verringerung des Leitwertes des Luftraumes infolge der Nutzenöffnungen noch nicht berücksichtigt ist.

122. Das Drehmoment des Drehstrommotors.

Zur Berechnung des Drehmomentes eines Drehstrommotors denken wir uns wieder das tatsächliche Feld durch ein ebenfalls umlaufendes, sinusförmiges Feld ersetzt, dessen Fluß gleich dem Mittelwert aus den Flüssen der beiden symmetrischen Feldkurven des Abschnittes 121 ist. Der Höchstwert dieses Feldes, das durch die gemeinsame Wirkung des Ständer- und Läuferstromes zustande kommt, sei gleich \mathfrak{B}_m .

Wir betrachten nun eine Spulenseite des Läufers, deren Breite allgemein gleich 2γ sei, und deren Mitte sich gerade im Abstand α von

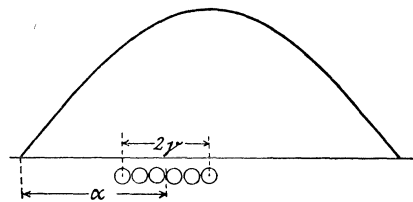


Bild 460. Spulenseite des Läufers im Feld.

der neutralen Zone befinden möge (Bild 460). Dann ist der Zeitwert der erzeugten Spannung dem Sinus dieses Winkels α proportional. Zwischen ihr und dem Läuferstrom besteht keine Phasenverschiebung, da das Feld, das durch den Ständer- und Läuferstrom gemeinsam erzeugt wird, schon die Selbstinduktion des Läufers mit einschließt. Der Zeitwert des Läuferstromes ist also: $i_2 = i_{2m} \cdot \sin \alpha$. Die Gleichung gilt für Phasen- und Kurzschlußwicklungen.

Wir wenden sie zunächst auf einen dreiphasig gewickelten Läufer an. Bei diesem befinden sich die einzelnen Drähte im betrachteten Augenblick in einem verschieden starken Felde. Um also das Dreh-

moment im gegebenen Augenblick zu finden, müssen wir die mittlere räumliche magnetische Induktion längs des Bogen 2γ kennen. Allgemein ist im Abstand β von der neutralen Zone die Induktion gleich $\mathfrak{B}_m \cdot \sin \beta$. Die mittlere Induktion über dem Bogen 2γ ist also:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2\gamma} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \mathfrak{B}_m \cdot \sin \beta \cdot d\beta = \mathfrak{B}_m \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin \alpha.$$

Die auf $z_2/2p$ Drähte der Spulenseite ausgeübte Kraft ist also nach S. 46 beim obigen Strom i_2 und der Läuferlänge b :

$$\frac{1}{10} \cdot \mathfrak{B}_m \cdot i_{2m} \cdot \frac{z_2}{2p} \cdot b \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin^2 \alpha \text{ Dyn.}$$

Für den zweiten und dritten Strang ist in dieser Gleichung $\sin^2(\alpha + 120^\circ)$ und $\sin^2(\alpha + 240^\circ)$ statt $\sin^2 \alpha$ einzuführen. Nun ist

$$\sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + 120^\circ) + \sin^2(\alpha + 240^\circ) = 3/2,$$

wie man aus der Gleichung $\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2 \alpha$ ableiten kann. Also ist die Umfangskraft aller drei Stränge und aller $2p$ Pole zusammen in jedem Zeitpunkt dieselbe, und zwar ergibt sie sich zu

$$P = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}_m \cdot i_{2m}}{10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.}$$

Wir setzen nun die Mantelfläche gleich der Polfläche F mal der Anzahl der Pole, d. h. $2r\pi \cdot b = 2p \cdot F \text{ cm}^2$, d. h. $r = p \cdot F/\pi b \text{ cm}$. Demnach ist das Drehmoment, wenn $i_{2m} = \sqrt{2}I_2$ gesetzt wird:

$$P \cdot r = p \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{\pi} \mathfrak{B}_m \cdot F \cdot \frac{\sqrt{2}I_2}{10} \cdot z_2 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \text{ cmdyn.}$$

Um das Drehmoment in mkg zu erhalten, haben wir $P \cdot r$ durch $981000 \cdot 100$ zu teilen. Setzen wir gleichzeitig $\mathfrak{B}_m \cdot 2/\pi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}}$, also $\mathfrak{B}_m \cdot F \cdot 2/\pi = \Phi$, so erhalten wir das Drehmoment zu:

$$D = \frac{3}{4} \cdot \frac{\sqrt{2}}{9,81} \cdot p \cdot \Phi \cdot z_2 \cdot I_2 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \text{ mkg.} \quad (7)$$

Dabei ist z_2 die Drahtzahl für einen Strang. Die Breite 2γ ist $\pi/3$, bei Drehstrommotoren mit Stromwender gleich $2\pi/3$.

Beim Kurzschlußläufer liegt der Leiter, der den Strom $i_{2m} \cdot \sin \alpha$ führt, im Felde $\mathfrak{B}_m \cdot \sin \alpha$, und die Kraft, die er bei einer Länge b erfährt, ist $1/10 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot i_{2m} \cdot b \cdot \sin^2 \alpha$. Die mittlere Kraft ist, wie in Bild 230, halb so groß wie der Höchstwert. Bezeichnen wir die gesamte Drahtzahl, um einen Vergleich mit den Phasenwicklungen zu haben, wieder mit $3 \cdot z_2$, so wird die Kraft

$$P = 1,5 \mathfrak{B}_m \cdot z_2 \cdot b \cdot i_{2m}/10 \text{ Dyn.}$$

In der obigen Gleichung für P ist also einfach $\sin \gamma/\gamma = 1$ zu setzen, entsprechend der Breite einer Spulenseite gleich Null.

Nun ergaben sich auch die Spannungen im Abschnitt 106 ebenfalls mit Hilfe von $\sin \gamma/\gamma$, d. h. durch den sog. Wicklungsfaktor bei sinusförmigem Feld. Bei verschiedenen Wicklungen des Läufers verhalten sich also die Drehmomente wie die erzeugten Spannungen oder nach Seite 300 wie die vom Läufer erzeugten magnetischen Flüsse.

Das obige Ergebnis erhalten wir auch unmittelbar, wenn wir den Läufer festgebremst denken, so daß die ganze auf ihn übertragene

Leistung in ihm selbst oder in einem mit Hilfe von Schleifringen in den Läuferkreis geschalteten Widerstand in Stromwärme umgesetzt wird. Das Feld schneidet dann mit der Frequenz des Ständerstromes durch die Läuferdrähte. Dabei wird in jedem Läuferstrang eine Spannung E_2 erzeugt, die gleiche Phase mit dem Läuferstrom hat und sich nach Abschnitt 106 zu $2,22 \cdot \xi_2 \cdot \Phi \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8}$ berechnet. Dabei ist ξ_2 der sog. Wicklungsfaktor und Φ der in den Läufer wirklich eintretende Fluß, der von der gemeinsamen Wirkung des Ständer- oder Läuferstromes geschaffen wird. Die Spannung wird allein verbraucht, um den Strom durch den Widerstand des Läuferkreises zu treiben, so daß keine Phasenverschiebung in diesem Kreis vorhanden ist. Ist z_2 die Zahl der Läuferdrähte für einen Strang, so ist die auf den Läufer übertragene Leistung:

$$N_a = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot 2,22 \cdot \xi_2 \cdot \Phi \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2. \quad (8)$$

Diese Leistung wird auf den Läufer durch ein von uns als sinusförmig angenommenes Feld übertragen, das mit der Drehzahl n_0 umläuft. Die räumliche Winkelgeschwindigkeit ist $\omega_m = 2\pi \cdot n_0 / 60 = 2\pi \cdot f / p$. In diesem Falle ist im Gegensatz zur elektrischen Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$ die räumliche Winkelgeschwindigkeit einzusetzen. Nun ist die Leistung in mkg/sek gleich dem Drehmoment mal der räumlichen Winkelgeschwindigkeit. Wenn wir die Leistung in Watt haben wollen, müssen wir noch mit 9,81 vervielfachen. Wir erhalten also die Leistung in Watt, die auf den Läufer übertragen wird, zu:

$$N_a = D \cdot \omega_m \cdot 9,81 \text{ Watt.} \quad (9)$$

Lösen wir für D auf und setzen die obigen Werte für N_a und ω_m und die in Abschn. 106 abgeleiteten Werte für ξ_2 ein, so erhalten wir für das Drehmoment bei den verschiedenen Wicklungen dieselben Werte, wie durch die obige Berechnung. Dabei kann der Läufer laufen oder festgebremst sein, wofern nur die Werte von Φ und I_2 dieselben sind.

Wir wollen nun das Drehmoment eines Motors mit Kurzschlußläufer mit dem eines Gleichstrommotors vergleichen. Für den Gleichstrommotor ergab sich nach Gl. (1) auf S. 134:

$$D = \frac{p \cdot \Phi \cdot z \cdot I_a \cdot 10^{-8}}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81}.$$

Dabei ist $I_a/2a$ die Stromstärke in einem Ankerleiter. Nun ist beim Kurzschlußläufer die Gesamtzahl der Läuferdrähte z gleich $3 \cdot z_2$, und $\sin \gamma : \gamma$ gleich 1. Das Drehmoment des Drehstrommotors mit Kurzschlußwicklung verhält sich also nach Gl. (7) unter sonst gleichen Umständen zu dem des Gleichstrommotors wie $\sqrt{2} \cdot \pi : 4 = 1,1$.

Wir betrachten nun das Drehmoment beim Anlaufen. Der Drehstrommotor verhält sich dabei wie ein ruhender Transformator, nur behält das Feld im Transformator seine Achse bei, während es beim Drehstrommotor umläuft. Das Einschalten eines stillstehenden Motors mit Kurzschlußläufer ist nun gleichbedeutend mit einem Kurzschluß. Wie schon auf S. 247 angegeben, wird bei Kurzschluß fast der ganze Fluß durch die Gegenwirkung des Läuferstromes in den Streuweg gedrängt. Der geringe, übrigbleibende Teil schneidet mit der großen Frequenz f durch die Läuferdrähte und erzeugt in ihnen eine außerordentlich starke Spannung. Dadurch entsteht im Läufer (und entsprechend auch im Ständer) ein starker Strom, dem der Motor in vielen Fällen nicht gewachsen ist, und der auch oft eine unzulässige Belastung des Kraftwerkes darstellt. Motoren

mit Kurzschlußläufer können daher nur bei ganz kleinen Leistungen unmittelbar eingeschaltet werden. Bei größeren Motoren wird der Ständer beim Anlassen in Stern geschaltet und nach dem Anlaufen auf Dreieck umgeschaltet, oder es werden Anlaßtransformatoren angewendet, die es gestatten, zunächst nur einen Bruchteil der gewöhnlichen Spannung an den Ständer zu legen. In geeigneten Fällen bringt man Motoren mit Kurzschlußläufer durch eine Antriebsmaschine, beispielsweise durch eine sonst vom Drehstrommotor angetriebene, am Gleichstromnetz liegende Gleichstrommaschine auf die vorgeschriebene Drehzahl und schaltet dann den Ständer, meist allerdings auch noch unter Verwendung eines Widerstandes, aufs Netz, oder man läßt endlich den Stromerzeuger zugleich mit dem Motor anlaufen.

Abgesehen von dem hohen Anlaufstrom ist die Verwendbarkeit von Kurzschlußläufern auch dadurch begrenzt, daß ihr Anlaufmoment sehr gering ist, wenn man nicht den Läuferwiderstand unter Verringerung des Wirkungsgrades sehr hoch bemißt. Dies beruht darauf, daß das Feld, wie oben angegeben, bei Kurzschluß durch die Gegenwirkung des Läuferstromes aus dem Läufer »herausgeblasen« und in den Streuweg gedrängt wird. Das Drehmoment wird eben nur durch den Teil des Flusses geschaffen, der in den Läufer dringt, und dieser Teil ist immer nur so groß, daß die von ihm erzeugte Spannung für den Verlust im Wirkwiderstand des Läufers ausreicht. Hierzu genügt aber beim Stillstand ein ganz geringer Fluß, da der Läuferwiderstand klein und die Frequenz groß, nämlich gleich der Netzfrequenz ist. Das Anlaufmoment des Kurzschlußläufers ist also sehr gering. Beim Betriebe liegen die Verhältnisse deswegen anders, weil das Feld die Läuferdrähte nicht mit der Netzfrequenz, sondern mit der Frequenz der Schlüpfung schneidet und diese nur ein kleiner Bruchteil der Netzfrequenz ist.

Hiernach kann man das Anlaufmoment auf Kosten des Wirkungsgrades dadurch vergrößern, daß man die Stirnringe des Kurzschlußläufers abdreht und dadurch den Widerstand vergrößert. Ebenso ist erklärlich, daß ein Anlaßwiderstand im Ständerkreis nur dazu dienen kann, die Ständerspannung und dadurch den Anlaufstrom herabzusetzen, daß er aber durchaus nicht dazu hilft, das Anlaufmoment in die Höhe zu setzen. Dieses nimmt vielmehr mit dem Quadrate der Ständerspannung ab, da nicht nur der Läuferstrom, sondern auch das Feld verringert wird.

Wird ein Anlaufen mit Last gefordert, so muß man Phasenläufer verwenden und mit Hilfe von Schleifringen zum Zweck des Anlassens Widerstände in den Läuferkreis einschalten. Solche Phasenläufer sind ebensogut in Dreieckschaltung wie in Sternschaltung möglich. Eine gewöhnliche Dreieckschaltung ist zwar in sich geschlossen, elektrisch aber muß man sie, wie beim Stromerzeuger, so lange als offen bezeichnen, bis die drei Endpunkte des Dreiecks durch einen äußeren Anlaßwiderstand oder durch Kurzschluß der Schleifringe miteinander verbunden sind. Die Anlaßwiderstände werden am besten in Stern geschaltet. Als Anlaßwiderstand wird häufig ein Flüssigkeitswiderstand benutzt, bei dem ein tieferes Eintauchen der Elektroden den Widerstand verringert.

Motoren mittlerer Größe werden häufig auch in der Weise angelassen, daß die Läuferwindungen anfangs teilweise gegeneinander geschaltet sind und erst nach dem Anlaufen in gewöhnlicher Weise geschaltet werden (Gegenschaltung von Görges).

Um sicher zu sein, daß der Motor mit der geforderten Zugkraft anläuft, müssen Ständer und Läufer verschiedene Anzahl von Nuten besitzen. Sonst stellt sich der Läufer in die Lage des geringsten magnetischen Widerstandes und ist daraus schwer herauszubringen.

123. Schlüpfung und Drehzahl.

Nach Abschn. 118 dreht sich der völlig unbelastete Läufer im Gleichlauf mit dem Felde, also mit der Drehzahl $n_0 = f \cdot 60/p$. Bei Belastung bleibt die Drehzahl des Feldes ungeändert. Dagegen wird die Drehzahl des Läufers so viel geringer, daß das Feld die Drähte des Läufers mit der erforderlichen Geschwindigkeit schneidet. Die dadurch erzeugte Spannung bewirkt einen Läuferstrom, der nach dem vorigen Abschnitt das erforderliche Drehmoment liefert. Ist s die relative Schlüpfung, so ist die Frequenz, mit der die Läuferdrähte geschnitten werden, nach S. 294: $s \cdot f = p(n_0 - n)/60$. Die geringe in den Läuferdrähten erzeugte Spannung ist dann nach S. 258 $E_2 = 2,22 \cdot \xi_2 \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8}$.

Nun verstehen wir unter Φ den tatsächlichen, in den Läufer tretenden Fluß, wie er durch die vereinigte Wirkung des Ständer- und Läuferstromes zustande kommt. Wir haben daher, wie schon früher bemerkt wurde, keine Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung E_2 und dem Läuferstrom I_2 . Bezeichnet also R_2 den Läuferwiderstand für einen Strang, so ergibt sich $E_2 = I_2 \cdot R_2$.

Die im Läufer in Stromwärme umgesetzte Leistung ist dann

$$3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot 2,22 \cdot \xi_2 \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2.$$

Nach Gl. (8) auf S. 305 für die auf den Läufer übertragene Leistung N_a erhalten wir dann die relative Schlüpfung zu:

$$s = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 / N_a. \quad (10)$$

Die relativen Verluste im Läufer sind also gleich der relativen Schlüpfung. Dadurch wird es deutlich, warum man die Motoren immer so baut, daß die Schlüpfung gering ist.

Wir vergleichen nun den Drehstrommotor mit dem Nebenschlußmotor. Für diesen gilt: $E \cdot I_a = E_a \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a$. Darin ist $E \cdot I_a$ die auf den Anker übertragene Leistung, während $E_a \cdot I_a$ die mechanische Leistung ist. Beide verhalten sich also wie die Klemmenspannung E zu der erzeugten Gegenspannung E_a , d. h. wie die Drehzahl n_0 bei Leerlauf zu der Drehzahl bei Belastung, d. h. $E \cdot I_a : E_a \cdot I_a = n_0 : n$. Durch Umformung wird ähnlich wie beim Drehstrommotor:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{E \cdot I_a - E_a \cdot I_a}{E \cdot I_a} = \frac{I_a^2 R_a}{E \cdot I_a}. \quad (11)$$

Der Abfall der Drehzahl gegenüber der Drehzahl bei Leerlauf ist also ebenfalls gleich dem relativen Verlust im Anker.

Wir gehen nun zur Regelung der Drehzahl über. Diese wird dadurch bewirkt, daß man mit Hilfe von Schleifringen Widerstand in den Läuferkreis einschaltet und dadurch die Schlüpfung vergrößert. Leider ist dabei, ähnlich wie beim Gleichstrommotor mit Vorschaltwiderstand, der Verlust bedeutend. Außerdem ist die Drehzahl dann bei jeder Belastungsschwankung veränderlich. Ein weiteres Mittel zur Änderung der Drehzahl, das nur beim Motor mit Kurzschlußläufer anwendbar ist, besteht in der Umschaltung der Ständerwicklung auf verschiedene Polzahl.

Auch kann man zur Regelung der Drehzahl den Läufer des einen

Motors auf den Ständer eines anderen arbeiten lassen, der mit dem ersten Motor unmittelbar gekuppelt ist (Kaskadenschaltung). Setzen wir die synchrone Drehzahl gleich 1 und die relative Schlüpfung des ersten Motors, d. h. die Frequenz im Läufer dieses Motors gleich s , so ist die Frequenz des Ständerstromes des zweiten Motors ebenfalls gleich s , und die Drehzahl der beiden gekuppelten Motoren ist $1 - s$. Betrachten wir nun den Leerlauf beider Motoren, die beide gleiche Polzahl besitzen mögen, so ist die Schlüpfung des zweiten Motors gleich Null, seine Drehzahl ist also gleich s . Daraus folgt: $1 - s = s$ oder $s = 0,5$. Die Motoren laufen also mit halbem Synchronismus. Bei der wirklichen Ausführung bildet im zweiten Motor, der vom Läufer des ersten Motors die Leistung empfängt, der Läufer den primären Teil und der in sich oder über Anlaßwiderstand geschlossene Ständer den sekundären Teil, so daß Schleifringe gespart werden. Die Kaskadenschaltung ergibt indessen einen ungünstigen Leistungsfaktor.

Die Schwierigkeit der verlustlosen Regelung der gewöhnlichen Drehstrommotoren hat dann zur Ausbildung von Drehstrommotoren mit Stromwender und besonderen Regelmaschinen geführt.

124. Der streuungslose Drehstrommotor.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß der Streufluß, der die Nuten und Spulenköpfe des Ständers oder Läufers umgibt, ohne die Wicklung des anderen Teiles zu durchsetzen, zu vernachlässigen ist. Dann besteht nur ein einziger magnetischer Fluß, der gleichmäßig das

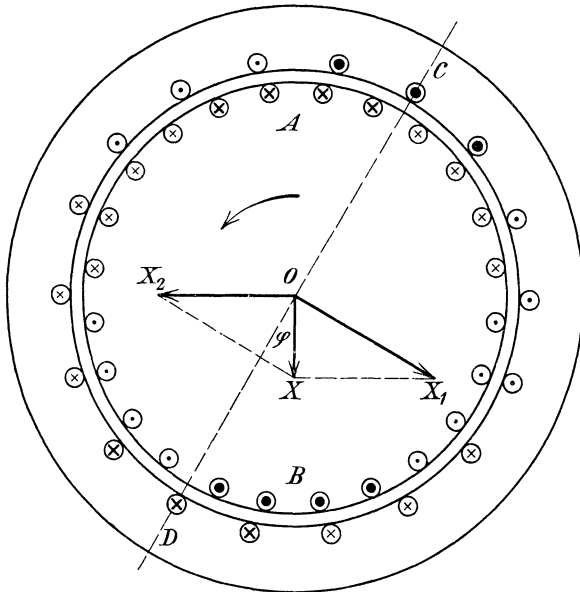


Bild 461. Stromverteilung im Drehstrommotor.

Ständereisen, den Luftweg und das Läuferisen durchdringt. Er kommt durch die gesamte Erregung des Ständers und Läufers zustande. Sein Feld sei in Bild 461 gerade von oben nach unten gerichtet, so daß im Ständer gegenüber A die Mitte eines Nordpols und gegenüber B die Mitte eines Südpols liegt. Wir zeichnen daher den Strahl der Gesamterregung OX senkrecht von oben nach unten.

Das Feld drehe sich, wie die Strahlen, entgegen dem Uhrzeiger. Es erzeugt da-

bei in den Läuferdrähten Ströme, die bei A und B einen Höchstwert haben, und zwar sehen wir nach der Faradayschen Regel oben den Schaft und unten die Spitze des Strompfeiles. Spitze und Schaft zeichnen wir in den vier Nuten bei A und B , die zu einem Strang gehören, besonders

stark. In den benachbarten Strängen ist der Strom halb so stark, was durch schwächere Zeichnung angedeutet ist.

Da der Strahl der vom Läufer ausgeübten Erregung OX_2 in derselben Richtung zu zeichnen ist, wie das vom Läuferstrom allein erzeugte Feld, so ist er von rechts nach links gerichtet. Damit nun die Gesamterregung X zustande kommt, muß die Ständererregung nach Größe und Phase gleich OX_1 sein. Der Höchstwert des Ständerstromes liegt also bei C und D , und zwar haben wir bei C die Spitze und bei D den Schaft des Strompfeiles anzudeuten. Jede Spulenseite des Ständers liegt im vorliegenden Falle in 3 Nuten. Wir zeichnen in den Spulenseiten bei C und D die Strompfeile am stärksten und in den benachbarten Spulenseiten halb so stark.

Bild 461 zeigt nun, daß der Ständer- und Läuferstrom wie die Ströme in der ersten und zweiten Wicklung eines Transformators einander wesentlich entgegengesetzt sind. Der Ort des größten Stromes im Läufer verschiebt sich dabei im Läufer gleichlaufend mit dem Ständerstrom und dem Drehfeld. Wir haben also im Läufer wie im Ständer sowohl bei Stillstand, als auch beim Lauf eine sich im Gleichlauf drehende Erregung. Der Begriff des sich im Räume gleichlaufend drehenden Läuferstromes ist von der größten Wichtigkeit für das Verständnis des Drehstrommotors. Er ist allerdings nicht ganz leicht zu fassen, da bei Betrieb die Läuferdrähte in Bewegung sind und sich in Richtung des Drehfeldes und des umlaufenden Ständerstromes, also auch in Richtung der eigenen umlaufenden Läufererregung drehen. Am besten stellt man sich die umlaufenden Läuferströme ganz losgelöst von den Leitern vor, so daß es ganz gleichgültig ist, in welchem Leiter ein Strom gerade fließt, und ob sich die Leiter drehen oder nicht.

Bild 461 zeigt, daß der Strom in der Spulenseite des Läufers am stärksten ist, die im stärksten Teile des den Läufer schneidenden Feldes liegt. Dennoch, oder vielmehr gerade deshalb bleibt der Strom eines Läuferstranges um 90° hinter dem von diesem Strang umfaßten Fluß zurück. Denn die Spulenseiten bei A und B , die den größten Strom führen, umfassen den Fluß Null. Entsprechend bleibt daher der Strahl X_2 , der den Läuferstrom darstellt, gegen den umfaßten Fluß, der durch X dargestellt wird, um 90° zurück. Wir haben also volle Übereinstimmung mit dem induktionslos belasteten Transformator. Bei diesem hat der sekundäre Strom ebenfalls gleiche Phase mit der Spannung, die durch den von der Sekundärspule umfaßten Gesamtfluß erzeugt wird. Er bleibt daher ebenfalls, wie diese, um 90° gegen diesen Fluß zurück.

Wir beachten nun, daß das Feld nicht nur durch den Läufer, sondern auch durch den Ständer schneidet, daß also der Höchstwert der Spannung im Ständer ebenfalls im gezeichneten Zeitpunkt bei A und B erzeugt wird. In dem bei C und D liegenden Ständerstrang, der gerade den größten Strom führt, ist also die größte erzeugte Spannung im gezeichneten Zeitpunkt bereits überschritten. Da unter Vernachlässigung des inneren Wirkwiderstandes die erzeugte Spannung genau entgegengesetzte Phase hat wie die Klemmenspannung, so bleibt der Ständerstrom hinter der Klemmenspannung um den gezeichneten Winkel φ zurück.

Die verhältnismäßig große Phasenverschiebung der Drehstrommotoren ist darin begründet, daß sie als Induktionsmotoren sich ihr eigenes Feld schaffen und dazu wegen des Luftzwischenraumes ein starker Blindstrom

oder Magnetisierungsstrom nötig ist. Obgleich man den Abstand zwischen Ständer und Läufer oft bis auf einige Zehntel eines Millimeters erniedrigt, wird $\cos \varphi = 0,9$ nur bei größeren Motoren erreicht und nur bei besonders großen Motoren überschritten.

Wir wollen nun die wichtigsten Größen des streuungslosen Motors in Abhängigkeit von der Schlüpfung darstellen. Die im Ständer erzeugte Spannung E_1 ist von dem Flusse Φ abhängig, der beim streuungslosen Motor dem Ständer und Läufer gemeinsam ist, außerdem von der Frequenz f und der Drahtzahl des Ständers, sowie von dem Wicklungsfaktor ξ_1 , der bei der Breite der Spulenseite von $\frac{1}{3}$ der Polteilung gleich 0,955 ist. Wenn z_1 die Drahtzahl eines Ständerzweiges ist, so wird die in einem Strang erzeugte Spannung: $E_1 = 2,22 \cdot \xi_1 \cdot \Phi \cdot f \cdot z_1 \cdot 10^{-8}$. Vernachlässigen wir den Verlust durch den Wirkwiderstand des Ständers, so ist die erzeugte Spannung entgegengesetzt gleich der Klemmenspannung, also unveränderlich, also auch der Fluß Φ unveränderlich.

Wenn nun das Feld mit der Frequenz $s \cdot f$ der Schlüpfung durch die Läuferdrähte schneidet, so erzeugt es in ihnen die Spannung $E_2 = 2,22 \cdot \xi_2 \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8}$. Der Einfachheit wegen setzen wir im Läufer Phasenwicklung voraus, so daß ξ für Läufer und Ständer gleich ist.

Wenn R_2 der Widerstand eines Läuferstranges ist, so ergibt sich der Läuferstrom zu $I_2 = E_2/R_2$, er ist also nach der obigen Gleichung für E_2 der Schlüpfung proportional. Wenn also C_1 einen Festwert bedeutet, so wird $I_2 = C_1 \cdot s$. Daß der Läuferstrom der Schlüpfung proportional ist, gilt innerhalb der normalen Betriebsgrenzen auch für den Motor mit Streuung, da das Feld im Läufer als fast unveränderlich angesehen werden kann.

Das Drehmoment berechnet sich nach Gl. (7) auf S. 304 aus dem Läuferstrom I_2 mal dem Fluß Φ . Dieser ist in unserem Falle unveränderlich, während der Läuferstrom der Schlüpfung proportional ist. Wenn C_2 daher einen Festwert bedeutet, so wird: $D = C_2 \cdot s$. (11).

Die auf den Läufer übertragene Leistung N_a ist nach Gl. (8) auf S. 305 dem Fluß und dem Läuferstrom proportional. Da der Fluß unveränderlich ist, so ist sie der Schlüpfung proportional. Wenn also C_3 einen Festwert bedeutet, so ist: $N_a = C_3 \cdot s$.

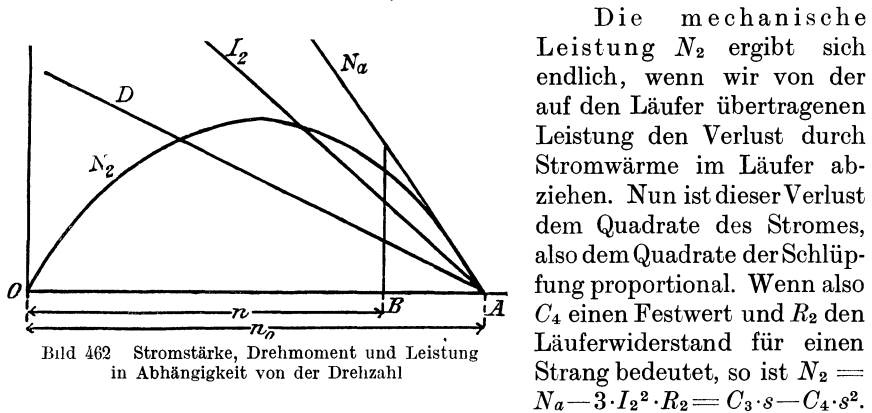


Bild 462 Stromstärke, Drehmoment und Leistung in Abhängigkeit von der Drehzahl

Die mechanische Leistung N_2 ergibt sich endlich, wenn wir von der auf den Läufer übertragenen Leistung den Verlust durch Stromwärme im Läufer abziehen. Nun ist dieser Verlust dem Quadrate des Stromes, also dem Quadrate der Schlüpfung proportional. Wenn also C_4 einen Festwert und R_2 den Läuferwiderstand für einen Strang bedeutet, so ist $N_2 = N_a - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = C_3 \cdot s - C_4 \cdot s^2$.

Wir tragen nun in Bild 462 die Drehzahl wagerecht und den Läuferstrom, das Drehmoment, die übertragene Leistung und die mechanische Leistung senkrecht auf. Ist dann OA die Drehzahl n_0 bei voll-

ständigem Leerlauf und OB die Drehzahl n bei einem bestimmten Betriebszustand, so ist $OA - OB = BA$ der durch Schlüpfung verursachte Drehzahlabfall. Der Läuferstrom I_2 , das Drehmoment D und die auf den Läufer übertragene Leistung N_a sind diesem Abfall proportional und werden daher durch die Senkrechten der Geraden dargestellt. Dagegen ist die mechanische Leistung N_2 durch die Senkrechte einer Parabel gegeben. Sie ist gleich Null im Punkte O , d. h. wenn die Drehzahl gleich Null ist, wenn also der Motor eingeschaltet, aber noch nicht in Bewegung gekommen ist, oder wenn er festgebremst ist. Sie ist aber auch gleich Null im Punkte A , also bei vollständigem Leerlauf. Der Betrieb, für den der Motor gebaut ist, liegt weit rechts, wo Schlüpfung und Verlust im Läufer gering und der Wirkungsgrad hoch ist.

Der wirkliche Motor unterscheidet sich nun von dem eben besprochenen streuungslosen Motor wesentlich in bezug auf das Drehmoment beim Anlassen und die Überlastungsfähigkeit. Für das Anlassen, d. h. bei der Drehzahl Null, ergibt unsere Zeichnung ein besonders großes Drehmoment. Im Gegensatz dazu ist, wie bereits auf S. 306 hervorgehoben wurde, das Anlaufmoment beim wirklichen Motor infolge der Streuung besonders klein, falls nicht Widerstand in den Läuferkreis geschaltet wird (vgl. Abschnitt 127).

125. Das Strombild des Drehstrommotors mit Streuung.

Wir denken den Motor festgebremst. Der Läuferkreis werde durch einen Wirkwiderstand geschlossen und der Motor dann als Transformator untersucht. Wir wollen dabei zunächst einen bestimmten Strang des Ständers und Läufers ins Auge fassen und den Läufer in einer solchen Lage festbremsen, daß beide Stränge sich genau gegenüberstehen. Der Motor verhält sich dann als Transformator bei Festbremsung und vorgeschaltetem Widerstand im Läuferkreis ebenso wie im Lauf als Drehstrommotor. Für dieselbe Stromstärke im Ständer sind auch die Flüsse, die Leistungen und der Läuferstrom in beiden Fällen gleich.

Wenn wir die beim Transformator gewonnenen Ergebnisse auf den laufenden Motor übertragen, so müssen wir allerdings berücksichtigen, daß die Frequenz des Läuferstromes beim Lauf von der bei Festbremsung verschieden ist. Auch ändert ein einzelner Strang des Läufers ständig seine Lage gegenüber einem einzelnen Ständerzweig. Wir müssen

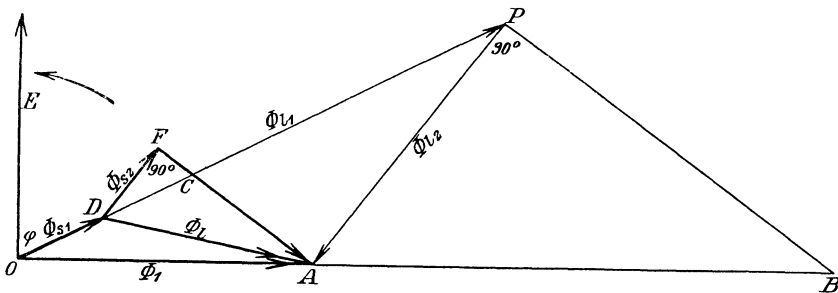


Bild 463 Magnetische Flüsse im Drehstrommotor

daher beim Lauf unter dem Läuferstrom wie unter dem Ständerstrom einen synchron mit dem Felde umlaufenden Strom verstehen.

Das Verhältnis der Windungen auf Ständer und Läufer werde vor-

läufig gleich Eins gesetzt. Die magnetische Durchlässigkeit werde bei allen Betriebszuständen als gleichbleibend angenommen.

Wir vernachlässigen zunächst den Ständerwiderstand. Dann ist die im Ständer erzeugte Spannung entgegengesetzt gleich der Klemmenspannung, also unveränderlich. Damit ist auch der gesamte Ständerfluß unveränderlich. Er bleibt um 90° hinter der Klemmenspannung zurück. Legen wir also in Bild 463 den Strahl der Klemmenspannung E senkrecht nach oben, so fällt der Strahl OA des gesamten Ständerflusses Φ_1 wagerecht nach rechts. Der Strahl des Ständerstromes falle in die Richtung OP , der des Läuferstromes in die Richtung PA .

Der gesamte Ständerfluß ist nun nach Bild 464 die Summe aus dem Ständerstreufuß $\Phi_{s1} = OD$, der in Phase mit dem Ständerstrom ist, und dem Luftfluß $\Phi_l = DA$. Dabei ist DA die Summe aus einem Luftfluß $\Phi_{l1} = DP$, den der Ständerstrom allein erzeugen würde, und einem Luftfluß $\Phi_{l2} = PA$, den der Läuferstrom allein erzeugen würde.

Bei Leerlauf durchdringt der Luftfluß in seiner vollen Stärke den Läufer. Bei Betrieb spaltet er sich nach Bild 464 in den Läuferstreufuß $\Phi_{s2} = DF$ und den Läuferfluß $\Phi = FA$. Dies erklärt sich daraus, daß bei Betrieb der größte Teil der Ständererregung wie beim Transformator dazu dient, um die entgegengesetzt wirkende, vom Läufer ausgeübte Erregung aufzuheben oder ihr das Gleichgewicht zu halten. Infolge des Gedrücktes der Läufererregung wird dann ein Streufuß in den sekundären Streuweg gedrängt.

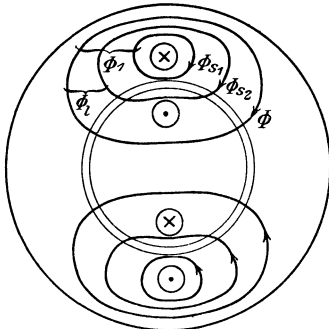


Bild 464.
Magnetische Flüsse im Drehstrommotor.

fluß $\Phi_{s2} = DF$, der gleiche Phase mit AP hat, seitlich durch den Streuweg des Läufers. Hiernach wird also auch der Läuferstreufuß vom Ständerstrom erzeugt. Er hat dann entgegengesetzte Phase wie der Läuferstrom.

Der Rest FA ist dann der Teil des Luftflusses, der die Läuferwindungen durchsetzt, d. h. der Läuferfluß Φ bei Betrieb. Er erzeugt im Läufer eine Spannung, die um 90° hinter dem Fluß zurückbleibt.

Da $\Phi = FA$ den ganzen Fluß darstellt, der den Läuferkreis durchsetzt, so ist außerdem kein Selbstinduktionsfluß mehr vorhanden. Der Läuferstrom ist also in Phase mit der im Läufer durch diesen Fluß $\Phi = FA$ erzeugten Spannung und bleibt wie diese um 90° gegen FA zurück. Demnach ist der Winkel DFA gleich 90° .

Bei Leerlauf, d. h. bei Stillstand mit offenem Läufer, ist der Läuferstreufuß Null. Das feste Verhältnis des auf den Läufer übertragenen Flusses zum gesamten, vom Ständer erzeugten Fluß ist dann

$$\eta_1 = DP : (OD + DP) = DP : OP. \quad (12)$$

Ebenso ist bei Leerlauf mit Speisung vom Läufer, d. h. bei Stillstand und offenem Ständer, der Ständerstreufuß Null. Das feste Verhältnis des auf den Ständer übertragenen Flusses zu dem gesamten Läuferfluß ist dann

$$\eta_2 = PA : (PA + FD) = CP : DP.$$

Wir zeichnen nun PB in gleicher Richtung mit FA und erhalten:

$$\eta_1 \cdot \eta_2 = CP : OP = AB : OB.$$

Da OA unveränderlich ist, so sind es auch AB und OB . Da APB gleich 90° ist, so liegt P auf einem Kreis mit dem Durchmesser AB . Nun ist der Ständerstrom dem von ihm erzeugten Fluß phasengleich und proportional. Demnach liegt auch der Endpunkt des Strahles OP des Ständerstromes I in Bild 465 auf einem Kreis. Da der Motor bei Leerlauf und bei Kurzschluß mit widerstandslosem Läuferkreis nur induktiven Widerstand darstellt, so bleiben Leerstrom und Kurzschlußstrom um 90° hinter der Spannung zurück, d. h. OA ist der Leerstrom I_0 und OB der ideelle Kurzschlußstrom I_k bei widerstandslosem Läufer. (Heylandscher Kreis.) Zwischen dem ideellen Kurzschlußstrom $OB = I_k$ und dem Leerstrom $OA = I_0$ besteht dann die Beziehung:

$$(I_k - I_0) : I_k = \eta_1 \eta_2 \quad (13) \quad \text{d. h.} \quad I_0 : I_k = 1 - \eta_1 \eta_2 \quad (14)$$

Ferner folgt das Verhältnis des Läuferstromes I_2 zum Ständerstrom I aus Bild 463 und Gl. (12) zu $I_2 : I = PA : DP = PA : \eta_1 OP$. Wenn also im Strombild OP den

Ständerstrom I darstellt, so ist PA/η_1 der Läuferstrom I_{II} , oder mit Berücksichtigung der verschiedenen Drahtzahlen

$$I_2 = PA \cdot z_1 : \eta_1 z_2. \quad (15)$$

Anstatt den Läufer festgebremst zu denken, kann man auch beim Lauf von den

beiden durch den Ständer und Läufer einzeln erzeugten, synchron umlaufenden Feldern ausgehen und deren Wirkung auf einen feststehenden Ständerzweig und einen umlaufenden Läuferstrang untersuchen (vgl. Rogowski, Zeitschr. f. El. u. Maschinenbau, 1909, S. 513). Der Einfachheit wegen trage der Läufer Phasenwicklung. Es sei L_1 bzw. L_2 die auf der Wirkung aller drei Stränge beruhende Gesamtinduktivität des Ständers bzw. Läufers, und M in demselben Sinne die gegenseitige Induktivität zwischen Ständer und Läufer. Bei gleicher Windungszahl ist M proportional dem übertragenen Fluß und L_1 bzw. L_2 proportional dem Gesamtfluß, wenn der eine Teil mit 1 Amp. gespeist und der andere offen ist.

Die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher der feststehende Ständerstrang geschnitten wird, ist für die beiden synchron umlaufenden Felder, die vom Ständer und Läufer geschaffen werden, gleich der Winkelgeschwindigkeit ω des Ständerstromes. Demnach ist im Ständer die Spannung der Selbstinduktion $E_{11} = L_1 \omega I$ und die Spannung der gegenseitigen Induktion $E_{21} = M \omega I_2$.

Dabei bleibt E_{11} um 90° gegen den Ständerstrom I zurück. Beide Spannungen ergeben nach Bild 466 eine Summe OA , die willkürlich wagerecht nach rechts gelegt ist. Da sie der gleichbleibenden Klemmenspannung unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes entgegengesetzt

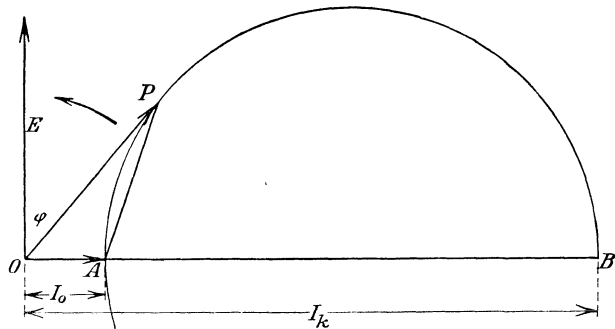


Bild 465. Strombild des Drehstrommotors.

größte erreichbare Leistungsfaktor etwas verbessert. Sonst hat aber der Ständerwiderstand kaum einen Einfluß auf den Kreis, so daß wir im folgenden seinen Mittelpunkt ohne großen Fehler auf die wagerechte Achse fallen lassen können. Dies ist gleichbedeutend damit, daß man statt der genauen Ersatzschaltung die Schaltung in Bild 467 einführt, also den Ständerwiderstand nach Heylands Vorgang in den Läuferkreis wirft. Die Stromwärme im Widerstand R_1 wird dabei etwas zu klein in Rechnung gesetzt. Dieser Fehler läßt sich jedoch durch die im folgenden Abschnitt gegebene Darstellung fast vollständig ausgleichen.

126. Die elektrischen und mechanischen Größen nach dem Strombild.

In Bild 468 liegt der Strahl E der Ständerspannung fest in der senkrechten Achse. Der Strahl OP des Kreises ist der Ständerstrom I . Der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung läßt sich für jeden Betriebszustand unmittelbar ablesen. Er wird am kleinsten, also der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ am größten, wenn OP die Tangente an den Kreis bildet. Dafür ergibt sich beim Halbmesser r , nach Gl. (14)

$$\cos \varphi_m = \frac{r}{r + I_0} = \frac{0,5 (I_k - I_0)}{0,5 (I_k + I_0)} = \frac{\eta_1 \eta_2}{2 - \eta_1 \eta_2}. \quad (16)$$

Der größte Leistungsfaktor hängt also allein von der Streuung ab. Die unten folgende Zahlentafel gibt den größten Leistungsfaktor für verschiedene Streufaktoren, also auch verschiedene Werte des Verhältnisses $I_k : I_0$ unter der Annahme, daß η_1 gleich η_2 ist. Wir erkennen, daß $\cos \varphi = 0,9$ nur schwer erreicht und selten überschritten werden kann, weil dabei η_1 und η_2 den verhältnismäßig hohen Wert 0,97 haben müssen.

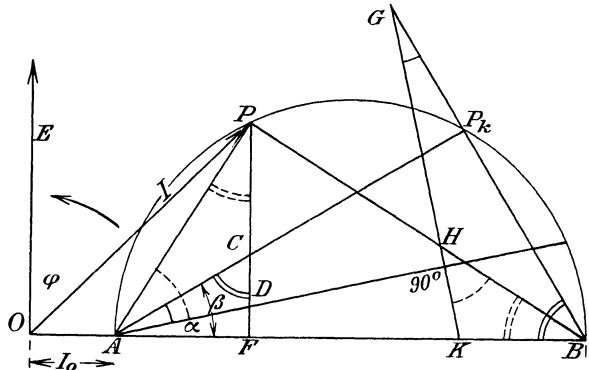


Bild 468. Strombild.

Ferner ergibt sich aus Bild 468 der für den Leistungsfaktor günstigste Betriebsstrom I , dessen Strahl die Tangente an den Kreis bildet, durch die Gleichung

$$I = \sqrt{I_0 \cdot I_k} \quad \text{oder nach Gl. (14)} \quad I_0/I = \sqrt{1 - \eta_1 \eta_2}. \quad (17)$$

Die Werte von I_0/I sind in der folgenden Zahlentafel für verschiedene Streufaktoren angegeben. Man erkennt daraus, daß der Leerstrom $1/5$ bis $1/3$ des Betriebsstromes bei kleinster Phasenverschiebung ist. Obwohl dieser verhältnismäßig hohe Leerstrom, der durch den Luftraum zwischen Ständer und Läufer veranlaßt wird, ein Blindstrom ist und als solcher keinen unmittelbaren Arbeitsverlust verursacht, so bildet er doch einen gewissen Nachteil. Bei einer Streuung von nur 2% im Ständer und Läufer ist der Leerstrom immer noch das 0,2fache des Betriebsstromes.

Die zugeführte Leistung ist N_1 ganz allgemein $3E \cdot FP$. Wir ziehen

dann AD so, daß die Bedingung erfüllt ist: $\operatorname{tg} \alpha = (AB + 2I_0) R_1 : E$. Dann ist nach dem allgemeinen Pythagoras

$$I^2 - I_0^2 = AP^2 + 2I_0 \cdot AF = AF \cdot AB + 2I_0 \cdot AF = AF(AB + 2I_0).$$

Demnach wird $3(I^2 - I_0^2) R_1 = 3E \cdot AF \cdot \operatorname{tg} \alpha = 3E \cdot FD$.

Wenn man also den geringen Verlust $3I_0^2 R_1$ vernachlässigt, stellt FD die Stromwärme im Ständer dar. Der Verlust $3I_0^2 R_1$ kann dann zu den Leerlaufverlusten zugeschlagen werden, um so eher, als er bei Leerlauf gemeinsam mit Reibungs- und Eisenverlusten gemessen wird. Es sei nun $R_{II} = R_2 z_1^2 / z_2^2$ der auf gleiche Windungszahl umgerechnete Läuferwiderstand und $I_{II} = I_2 \cdot z_2 / z_1$ der umgerechnete Läuferstrom. Wir ziehen dann AC so, daß $\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha = AB \cdot R_{II} : \eta_1^2 E$ ist. Dann wird nach Gl. (15)

$$3I_2^2 R_2 = 3 \frac{AP^2 \cdot z_1^2}{\eta_1^2 z_2^2} \cdot R_2 = \frac{3AF \cdot AB}{\eta_1^2} \cdot R_{II} = 3E \cdot AF (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha).$$

Da $AF \cdot \operatorname{tg} \beta = FC$ und $AF \cdot \operatorname{tg} \alpha = FD$ ist, so ist $3I_2^2 \cdot R_2 = 3E \cdot DC$.

Weiter ist $3E \cdot DP$ die auf den Läufer übertragene Leistung N_a , und CP die vom Läufer abgegebene mechanische Leistung N_2 , einschl. der Reibung. Sie wird Null für $P = P_k$, d. h. P_k entspricht dem Anlauf oder dem Stillstand, d. h. dem Kurzschluß.

Von der gesamten mechanischen Leistung N_2 ziehen wir die Reibungsverluste N_r ab und erhalten die Nutzleistung N_n . Die Eisenverluste schlagen wir dabei der Einfachheit wegen zu den Reibungsverlusten hinzu. Sonst können sie auch dadurch berücksichtigt werden, daß man den Anfangspunkt der Strahlen OP um einen den Eisenverlusten entsprechenden Betrag nach unten verschiebt, wodurch sich auch die zugeführte Leistung N_1 entsprechend erhöht. Noch genauer werden sie in Bild 289 und 290 berücksichtigt.

Das gesamte Drehmoment einschl. der Reibung ist nach S. 305

$$D = \frac{N_a}{9,81 \cdot \omega_m} = \frac{N_a \cdot p}{9,81 \cdot 2\pi f} = \frac{3 \cdot p \cdot E}{9,81 \cdot 2\pi f} \cdot PD \text{ mkg.} \quad (18)$$

Für das nutzbare Drehmoment D_n ist statt PD die Differenz $PD - N_r / 3E$ einzuführen.

Unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes ist das gesamte Drehmoment proportional der Kreisordinate. Um dann die Überlastungsfähigkeit des Motors festzustellen, nehmen wir wieder an, daß der Motor bei der vorgeschriebenen Belastung mit kleinster Phasenverschiebung arbeitet, so daß der Strahl des Ständerstromes den Kreis berührt. Dann ist unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes die betreffende Senkrechte des Kreises ein Maß für das vorgeschriebene Drehmoment, während der Halbmesser ein Maß für das Kippmoment, d. h. für das größte Drehmoment ist. Die Überlastungsfähigkeit wird also, wenn φ der kleinste Phasenverschiebungswinkel ist, gleich $1 : \sin \varphi$.

Hiernach ist die letzte Spalte der Zahlentafel berechnet.

Eine Überlastung auf das Doppelte wird hiernach nur selten überschritten. Selbstverständlich kann man nun den Motor so bauen, daß der Ständerstrom bei der vorgeschriebenen Belastung kleiner ist als die Tangente an den Kreis. Das wird den Winkel φ nur unwesentlich vergrößern, während die Überlastungsfähigkeit, bezogen auf die niedrig gewählte Belastung, natürlich erheblich wächst.

| $\eta_1 = \eta_2$ | $\frac{I_k}{I_0} = \frac{1}{1 - \eta_1 \eta_2}$ | $(\cos \varphi)_m = \frac{\eta_1 \cdot \eta_2}{2 - \eta_1 \eta_2}$ | $\frac{I_0}{I} = \sqrt{1 - \eta_1 \eta_2}$ | Überlastungsfähigkeit $= \frac{1}{\sin \varphi}$ |
|-------------------|---|--|--|---|
| 0,93 | 7,35 | 0,76 | 0,37 | 1,56 |
| 0,94 | 8,6 | 0,79 | 0,34 | 1,62 |
| 0,95 | 10,2 | 0,82 | 0,31 | 1,76 |
| 0,96 | 12,8 | 0,85 | 0,28 | 1,92 |
| 0,97 | 17 | 0,89 | 0,24 | 2,15 |
| 0,98 | 25 | 0,92 | 0,20 | 2,56 |

Wir ermitteln nun die Schlüpfung und die Drehzahl. Wir ziehen von einem beliebigen Punkt G des Strahles BP_k eine Senkrechte auf AD , welche PB in H und den Durchmesser in K schneidet. Dann sind die Dreiecke ADC und GKB und ebenso die Dreiecke ADP und HKB wegen Gleichheit der entsprechend bezeichneten Winkel einander ähnlich. Demnach ist die Schlüpfung s als das Verhältnis des Verlustes im Läufer zu der auf den Läufer übertragenen Leistung:

$$s = \frac{CD}{PD} = \frac{CD}{AD} \cdot \frac{AD}{PD} = \frac{KB}{GK} \cdot \frac{HK}{KB} = \frac{HK}{GK}.$$

Wird G so gewählt, daß GK gleich 100 mm wird, so liefert uns HK in mm unmittelbar die prozentische Schlüpfung. Wird anderseits G so gewählt, daß GK in mm gleich der synchronen Drehzahl, d. h. der Drehzahl des Drehfeldes oder gleich der Drehzahl des Läufers bei vollständigem Leerlauf ist, so ist GH in mm die Drehzahl n bei Betrieb.

Wir zeichnen das Strombild für einen Motor der Maschinenfabrik Oerlikon (vgl. ETZ 1900, S. 1087). Der Motor ist für eine Leistung von 440 kW bei der besonders niedrigen Drehzahl von rund 75 Umdrehungen in der Minute gebaut. Diese niedrige Drehzahl bedingt natürlich eine verhältnismäßig große Polzahl und, wie wir im 128. Abschnitt sehen werden, eine verhältnismäßig große Streuung. Aus diesem Grunde wurde statt der gewöhnlichen Frequenz 50/sek die Frequenz $f = 22,5$ gewählt, was natürlich nur möglich ist, wenn der Stromerzeuger gleichzeitig mit dem Motor entworfen wird. Dabei ergibt sich dann die Zahl der Polpaare zu $p = 60f/n = 18$. Der Durchmesser des Läufers ist rund 300 cm, der Luftabstand 0,2 cm.

Die Spannung an den Klemmen des in Dreieck geschalteten Ständers ist $E = 1900$ Volt. Der Ständerwiderstand ist $R_1 = 0,4$ Ohm für einen Strang, der wirkliche Läuferwiderstand $R_2 = 0,016$ Ohm für einen Strang. Die Drahtzahl eines Ständerstranges ist $z_1 = 864$. Der Läufer besitzt eine blanke Drahtwicklung, die in 432 Nuten untergebracht ist, so daß sich die Drahtzahl z_2 eines Stranges zu 143 ergibt.

Der Leerstrom ist im Netzleiter 62 Amp., in einem Strang also $I_0 = 62/\sqrt{3} = 36$. Der vorgeschriebene Betriebsstrom ist im Netzleiter 170 Amp., in einem Strang also $I = 170/\sqrt{3} = 100$ Amp. Der gesamte Leerverlust einschließlich Eisenverlust wurde zu $N_r = 16000$ Watt und der Streufaktor zu $\eta_1 = \eta_2 = 0,946$ ermittelt.

Demnach erhalten wir $OA = I_0 = 36$ und nach Gl. (14) $OB = I_k = I_0 : (1 - \eta_1 \eta_2) = 342$. Ferner wird nach S. 316 $R_{II} = R_2 z_1^2 : z_2^2 = 0,58$, $\text{tg} \alpha = (AB + 2I_0) \cdot R_1 : E = 0,08$ und $\text{tg} \beta = AB \cdot R_{II} : \eta_1^2 E + \text{tg} \alpha = 0,186$.

Da der Wirkstrom für die Reibungsleistung gleich $N_r/3E = 2,8$ ist, so ergibt sich mit Hilfe des in Bild 469 nicht bezeichneten, zwischen C und F liegenden Punktes D das nutzbare Drehmoment nach Gl. (18) zu

$$D_n = \frac{3pE}{9,81 \cdot 2\pi f} \cdot (DP - 2,8) = 74 (DP - 2,8).$$

Die Nutzleistung ist $3E \cdot CP = 16000$ und der Wirkungsgrad $\eta = (CP - 2,8):FP$. Alle Strecken sind natürlich in Amp. abzulesen.

Um die Drehzahl bequem aus GH ablesen zu können, machen wir GK in mm gleich $5/6$ der synchronen Drehzahl, also gleich $75 \cdot 5/6$ mm und erhalten die Drehzahl zu $n = 6/5 \cdot GH$ in mm.

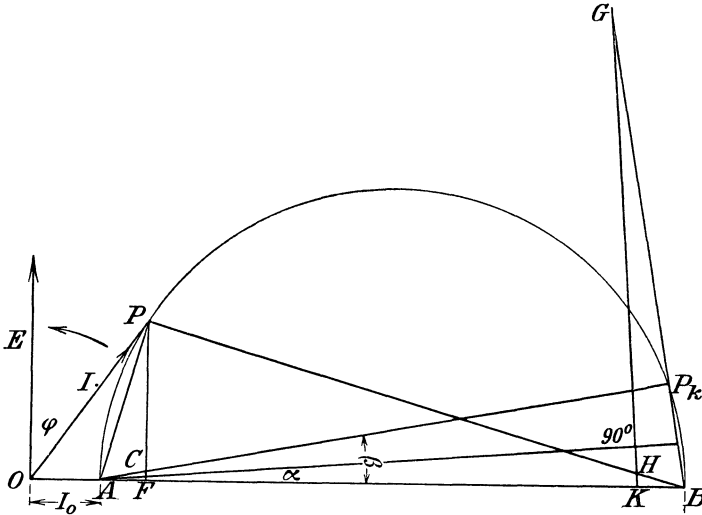


Bild 469. Strombild. 1 mm = 4 Amp.

Auf diese Weise ergibt sich aus Bild 469 für beliebige Werte von I die folgende Zahlentafel. Die dritte wagerechte Reihe entspricht dem vorgeschriebenen Betriebszustand. Die letzte senkrechte Reihe enthält den Netzstrom, der bei der Dreieckschaltung des Ständers $\sqrt{3} \cdot I$ ist.

| $I =$ OP | $CP - 2,8$ | FP | $\eta =$ $\frac{CP - 2,8}{FP}$ | $n = 6/5 \cdot GH$ in mm | $\cos \varphi =$ $\frac{FP}{OP}$ | $D_n =$ $74(DP - 2,8)$ | $\sqrt{3} I$ |
|---------------|------------|-------|-----------------------------------|-----------------------------|-------------------------------------|---------------------------|--------------|
| 45 | 21,2 | 24,2 | 0,87 | 74,4 | 0,548 | 1 565 | 78 |
| 60 | 38,7 | 42,7 | 0,91 | 74 | 0,718 | 2 900 | 104 |
| 100 | 73,5 | 80,5 | 0,916 | 73 | 0,805 | 5 600 | 173 |
| 196,3 | 121,2 | 142,7 | 0,85 | 70,5 | 0,73 | 9 520 | 340 |
| 220 | 123,9 | 150 | 0,83 | 68,3 | 0,682 | 10 000 | 380 |
| 243 | 121,2 | 152,5 | 0,793 | 66,6 | 0,63 | 10 100 | 421 |
| (284) | 113,5 | 150,2 | 0,793 | 64,8 | 0,57 | 9 700 | 490 |

Mit Hilfe dieser Werte sind dann die Kurven in Bild 470 gezeichnet, wobei das nutzbare Drehmoment wagerecht aufgetragen ist. Wie man sieht, ist das größte Drehmoment gleich 10 000 mkg, während das Drehmoment beim vorgeschriebenen Betrieb etwa 5600 mkg beträgt. Der Motor

kann also rund auf das Doppelte überlastet werden, wobei die Stromstärke im Netz von 173 Amp. auf 421 Amp. steigt. Bei noch stärkerer Belastung bleibt der Motor stehen. Die aus dem rechten Teil des Strombildes entnommenen Werte treten daher im Gleichgewichtszustand nicht auf. Sie gelten nur für die Anlaufzeit oder auch für die Auslaufzeit, wenn der überlastete Motor allmählich zum Stillstand kommt.

Die Drehzahl ist beim vorgeschriebenen Betrieb gleich 73, die Schlüpfung also 2 auf 75 oder 2,7%. Bei stärkerer Belastung nimmt die Drehzahl dauernd ab und sinkt bei der höchsten Belastung auf 66,6.

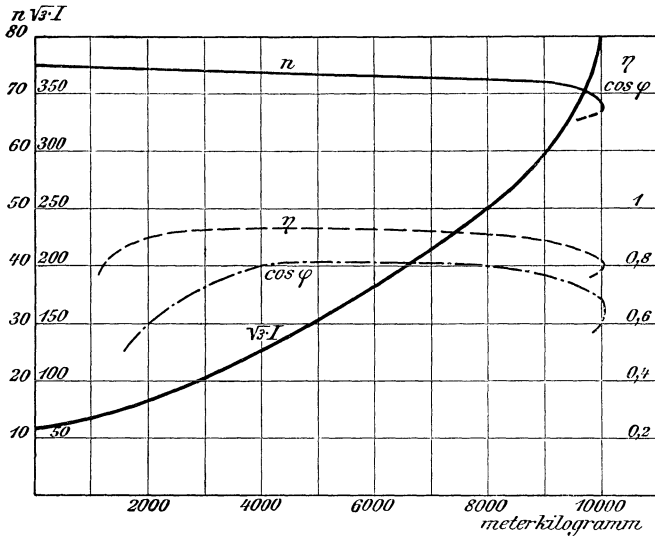


Bild 470. Elektrische und mechanische Größen des Drehstrommotors.

Die Kurven des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors steigen bei wachsender Belastung verhältnismäßig schnell an, erreichen bei der vorgeschriebenen Belastung ihren höchsten Wert und fallen dann bei Überlastung langsam wieder ab. Bemerkenswert ist, daß beide Kurven in der Nähe ihres Höchstwertes über eine große Strecke fast wagerecht verlaufen. Es könnte auffallen, daß bei einem Motor von 440 kW nur ein Wirkungsgrad von rund 92% und ein Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,81$ erzielt wird. In Abschnitt 128 wird sich jedoch ergeben, daß die besonders niedrige Drehzahl unseres Motors und die dadurch bedingte große Polzahl eine große Streuung bewirkt. Dadurch wird die Phasenverschiebung verhältnismäßig groß und ebenso der Wirkungsgrad ungünstig. Ein gewöhnlicher Motor derselben Gesellschaft für die gleiche Leistung und eine Drehzahl 370 bei der Frequenz 50 ergab z. B. $\cos \varphi = 0,92$, $\eta = 0,95$ und $s = 1,5\%$.

127. Schlüpfung und Drehmoment.

Der Widerstand im Läuferkreis bleibe zunächst unverändert, bestehe also z. B. aus dem inneren Widerstand allein ohne vorgeschalteten Anlasser. Dadurch ist dann in Bild 468 $\operatorname{tg} \beta$ und damit der Kurzschlußpunkt P_k , der einer Schlüpfung $s = 1$ entspricht, gegeben.

Beim Betrieb als Motor d. h. bei $0 < s < 1$ liegt dann der End-

punkt des Strahles des Ständerstromes auf dem Kreisbogen $P_k A$. Je kleiner die Belastung d. h. das Drehmoment ist, desto kleiner wird die Schlüpfung, bis sie bei vollständigem Leerlauf gleich Null wird. Tragen wir das Drehmoment als Funktion der Schlüpfung auf, so erhalten wir

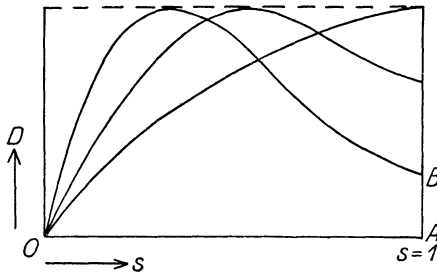


Bild 471. Schlüpfung und Drehmoment.

bei kleinem Läuferwiderstand etwa die untere Kurve in Bild 471. Für kleine Schlüpfungen oder Belastungen ist das Drehmoment proportional der Schlüpfung. Es erreicht dann bei einer bestimmten Schlüpfung einen Höchstwert, der unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes der größten Senkrechten des Kreises entspricht. Wird die Belastung darüber hinaus gesteigert, so bleibt der Motor stehen.

Für $s = 1$, also beim Anlauf oder bei Festbremsung ohne Einschalten von Anlaßwiderstand im Läuferkreis ist das sog. Anlaufmoment gleich AB . In dem Teil der Kurve zwischen B und dem Höchstwert ist der Motor nicht stabil, da das Drehmoment mit abnehmender Schlüpfung, also zunehmender Drehzahl wächst. Dieser Teil der Kurve gilt daher nur für den Anlauf. Der Motor läuft dabei unter Überschreitung seines größten Drehmomentes auf seine normale Drehzahl hinauf.

Dabei ist vorausgesetzt, daß das Lastmoment kleiner ist als das Anlaufmoment AB , sonst zieht der Motor nicht an. Der Widerstand im Läuferkreis spielt hierbei eine wesentliche Rolle. Wäre dieser Widerstand gleich Null, so wäre unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes der Anlaufstrom in Bild 468 gleich OB , also die Senkrechte des Kreises und damit das Drehmoment gleich Null. Bei ideellem Kurzschluß wird eben der ganze Fluß aus dem Läufer in den Streuweg gedrängt.

Aber auch bei den wirklich vorkommenden Werten des Läuferwiderstandes liegt P_k in Bild 468 nach der Gl. für $\operatorname{tg} \beta$ auf S. 316 oft so niedrig, daß das Anlaufmoment gering wird. Soll der Motor dann mit Last anlaufen, so ist nach S. 306 Widerstand in den Läuferkreis zu schalten. Dies erklärt sich jetzt deutlich daraus, daß dadurch $\operatorname{tg} \beta$ größer wird und der Kurzschlußpunkt P_k höher zu liegen kommt. Bleibt der Anlaßwiderstand dann im Läuferkreis liegen, so erhält man z. B. für die Abhängigkeit der Schlüpfung von der Belastung die mittlere Kurve in Bild 468. Sie gibt für $s = 1$ ein größeres Anlaufmoment. Bei einem bestimmten Wert des Anlaßwiderstandes fällt das Anlaufmoment nach der oberen Kurve mit dem größten Drehmoment zusammen.

Bild 471 zeigt auch deutlich den Einfluß des in den Läuferkreis eingeschalteten Widerstandes auf die Drehzahl bei gegebenem Drehmoment.

Wir betrachten nun einen Betriebszustand, bei dem die Schlüpfung größer ist als Eins. Das ist z. B. der Fall, wenn bei einem im Hubsinne eingeschalteten Kranmotor so viel Widerstand in den Läuferkreis eingeschaltet wird, daß das Drehmoment nicht zum Ziehen der Last genügt. Die Last zieht dann den Motor, dessen Drehfeld im Hubsinne umläuft, im Senksinne durch. Die auf diese Weise mechanisch zugeführte Arbeit und die dem Ständer elektrisch zugeführte Arbeit setzen

sich im Widerstand des Läuferkreises in Stromwärme um, und der Motor wird dadurch gebremst (Gegenstrom-Senkbremsung). Für einen solchen Betriebszustand liegt der Endpunkt P des Strahles des Ständerstromes, von A aus gesehen, jenseits des Kurzschlußpunktes P_k , der selbst infolge des großen, im Läuferkreis eingeschalteten Widerstandes stark nach links gerückt ist (Bild 472). Der Schnittpunkt C des Strahles AP_k mit PF fällt jetzt in die Verlängerung von FP . Wie früher gibt uns jetzt unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes PF die elektrisch zugeführte Leistung und gleichzeitig das Dreh-

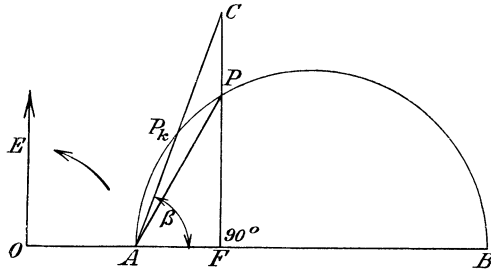


Bild 472. Schlüpfung größer als Eins.

moment, das durch das Lastmoment gegeben ist, PC die jetzt negative, d. h. vom Motor aufgenommene mechanische Leistung, und CF die im Läuferkreis in Wärme umgesetzte Leistung. Ferner ist $CF : PF$ die Schlüpfung und $PC : PF$ die Drehzahl, bezogen auf die synchrone Drehzahl. Will man die Drehzahl im Senksinne steigern, so muß man bei gegebener Last, also bei der gegebenen Senkrechten PF , die Strecke PC vergrößern, also P_k nach links rücken, d. h. β vergrößern. Dies geschieht nach S. 316 durch eine Vergrößerung des Widerstandes im Rotorkreis, die also jetzt die Drehzahl erhöht.

Von Wichtigkeit ist ferner der Fall, wo der Punkt P in Bild 468 auf dem Kreise nach links rückt, bis er unterhalb der wagerechten Achse liegt. Dieser Fall tritt ein, wenn ein Motor im Drehsinne des Feldes von außen mit einer übersynchronen Geschwindigkeit angetrieben wird. Er wird dadurch zum asynchronen Stromerzeuger. Man benutzt dies ebenfalls zur Bremsung bei elektrischen Kranen. Dabei wird beim Übergang vom Heben zum Senken die Schaltung geändert, d. h. der Motor im Senksinne eingeschaltet, wie wenn er im Senksinne Arbeit leisten soll. Ist die Last sehr klein und die Reibung des Getriebes groß, so läuft die Maschine auch wirklich als Motor und bewegt dabei die Last nach abwärts. Überwiegt dagegen die Last über das Drehmoment der Reibung, so treibt sie die Maschine mit übersynchroner Geschwindigkeit als Stromerzeuger an. Die Schlüpfung und Leistung wird dabei negativ, d. h. die Maschine nimmt nicht elektrische Leistung auf, sondern sie gibt sie unter Verbrauch von mechanischer Leistung an das Drehstromnetz zurück und wird dadurch gebremst. Wenn im Läuferkreis nur der innere Widerstand des Läufers selbst enthalten ist, so ist die Drehzahl nur wenig größer als die synchrone. Je mehr Widerstand dann in den Läuferkreis eingeschaltet wird, desto mehr nimmt die Drehzahl zu. Ebenso nimmt die Drehzahl durch Vergrößerung der Last zu.

Auch für Kraftwerke hat sich der asynchrone Stromerzeuger infolge der Einfachheit seiner Bauart eingeführt. Allerdings entnimmt die Maschine dann, wie früher als Motor, auch jetzt einen Magnetisierungsstrom aus dem Netz, das also beispielsweise gleichzeitig von einem synchronen Stromerzeuger gespeist werden muß. Der asynchrone Stromerzeuger kann aber auch den zu seiner Erregung erforderlichen Blind-

strom dadurch erhalten, daß er auf einen überregten Synchronmotor bzw. überregten Einankerumformer arbeitet. Wenn er auf diese Weise nacheilenden Strom aufnimmt, so liefert er als Generator voreilenden Strom. Nacheilende Ströme im Netz müssen also durch parallel arbeitende Synchronmaschinen geliefert werden.

128. Der Streufaktor.

Wie wir sahen, wird das Verhalten des Drehstrommotors im Betriebe wesentlich durch die Streufaktoren η_1 und η_2 bestimmt. Wir wollen nun untersuchen, wie diese durch den Versuch bestimmt werden können, und wodurch ihre Größe gegeben ist.

Wenn der Läufer Phasenwicklung besitzt, so legen wir eine Spannung E_{11} bei offenem Läufer an den Ständer und messen die Spannung E_{12} an den Schleifenringen des Läufers. Ebenso legen wir bei offenem Ständer eine Spannung E_{22} an den Läufer und messen die Spannung E_{21} am Ständer. Unter der Voraussetzung, daß die Schaltung im Läufer dieselbe ist wie im Ständer, ist nach der Festsetzung von η_1 und η_2 auf S. 312 und 314

$$\eta_1 = \frac{E_{12}}{E_{11}} \cdot \frac{z_1}{z_2}, \quad \eta_2 = \frac{E_{21}}{E_{22}} \cdot \frac{z_2}{z_1}, \quad \eta_1 \eta_2 = \frac{E_{12} \cdot E_{21}}{E_{11} \cdot E_{22}}.$$

Diese Ermittlung der Streufaktoren ist aber nur dann zuverlässig, wenn die Spannungszeiger mit sehr großer Genauigkeit abgelesen werden können. Daß sie an sich richtig zeigen, ist von geringerem Einfluß, vorausgesetzt, daß sie bei beiden Messungen nicht vertauscht werden.

Es muß aber auch hier wieder darauf hingewiesen werden, daß die Eisensättigung einen störenden Einfluß ausübt. Selbst wenn die Sättigung im Ständerjoch und Läuferkern und in den Zähnen gering ist, kann eine Sättigung der Zahnstege den magnetischen Widerstand dieser Stege und damit den Streufluß stark beeinflussen. Da dieser Streufluß und damit die Sättigung von der Stromstärke abhängig ist, so ist der magnetische Widerstand des Streuweges bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Dadurch wird dann das Verhältnis des Luftwiderstandes zum Streuwiderstand bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Die Maschine arbeitet also bei Belastung günstiger, als nach den obigen Leerlaufmessungen angenommen wird.

Dadurch wird, strenggenommen, die Gültigkeit des Heylandschen Strombildes beschränkt. Dieses gilt genau für den einen bestimmten Betriebszustand, bei dem der Widerstand des Streuweges dem zugrunde gelegten Wert von η_1 und η_2 entspricht. Es kommt daher vor allem darauf an, den Streufaktor für den vorgeschriebenen Betriebszustand zu ermitteln. Bei Motoren mit geringem Ständer- und Läuferwiderstand schließt man dazu den Läufer kurz und mißt den Kurzschlußstrom des Ständers bei ruhendem Läufer. Bei dem geringen Widerstande fällt dann der Strahl des Kurzschlußstromes OP_k in Bild 468 mit dem Strahl OB zusammen. Man erhält auf diese Weise $OB = I_k$ und berechnet nach Gl. (13) auf S. 313 $\eta_1 \eta_2 = (I_k - I_0) : I_k$.

Nimmt man nun diese Beobachtung der Kurzschlußstromes bei der gewöhnlichen Spannung vor, so wird die Stromstärke viel zu groß. Aber selbst wenn der Motor diese Stromstärke aushielte, würde die Messung kein brauchbares Ergebnis liefern, da die Sättigung der Zahnstege dabei weit größer ist als bei Betrieb. Man muß vielmehr eine solche

Spannung an den Ständer legen, daß bei Kurzschluß gerade der vorgeschriebene Betriebsstrom durch den Ständer fließt. Dann ist beim Kurzschluß der Streufluß in den Zahnstegen, also auch das Verhältnis der magnetischen Widerstände des Streufeldes und Nutfeldes ebenso groß wie beim vorgeschriebenen Betrieb. Man gewinnt auf diese Weise allerdings nicht einen allgemeingültigen Wert von $\eta_1 \eta_2$, aber wenigstens den Wert für den vorgeschriebenen Betriebszustand. Für I_0 ist ebenfalls der Leerstrom bei der verringerten Spannung einzusetzen.

Bei dem Motor auf S. 317 wurde z. B. nicht die Netzspannung von 1900 Volt, sondern nacheinander die Spannung von 390 bzw. 600 Volt an den Ständer gelegt. Dabei ergaben sich die Kurzschlußströme eines Stranges zur 63,7 bzw. 116 Ampere. Der Leerstrom betrug bei 1900 Volt 36 Amp., er berechnet sich also bei 390 bzw. 600 Volt zu 7,4 bzw. 11,4 Amp. Daraus erhalten wir nach Gl. (13) auf S. 313 bei einem Ständerstrom von 63,7 bzw. 116 Ampere einen Streufaktor $\eta_1 \eta_2 = (63,7 - 7,4)/63,7 = 0,884$ bzw. $(116 - 11,4)/116 = 0,901$. Die Messung zeugt deutlich, daß die relative Streuung mit zunehmendem Ständerstrom wegen der Sättigung der Zahnstege abnimmt. Der absolute Wert des Streufusses wird natürlich bei wachsender Stromstärke größer.

Für den vorgeschriebenen Betriebsstrom von 100 Amp. in einem Strang erhalten wir dann durch Interpolation zwischen $I_k = 63,7$ und 116, bzw. $\eta_1 \eta_2 = 0,884$ und 0,901 den Wert $\eta_1 \eta_2 = 0,896$. Wenn wir annehmen, daß $\eta_1 = \eta_2$ ist, so ergibt sich daraus $\eta_1 = \eta_2 = 0,946$.

Ist der Ständer- und Läuferwiderstand nicht zu vernachlässigen, so kann nicht mehr angenommen werden, daß der Kurzschlußstrom gleich OB in Bild 468 ist. In diesem Falle wird man das Strombild nach S. 196 zeichnen oder wie in Bild 473 punktweise aufnehmen und $\eta_1 \eta_2$ als das Verhältnis des Durchmessers zur größten Abzisse berechnen. Bild 473 wurde unter Festbremsung des Läufers aufgenommen.

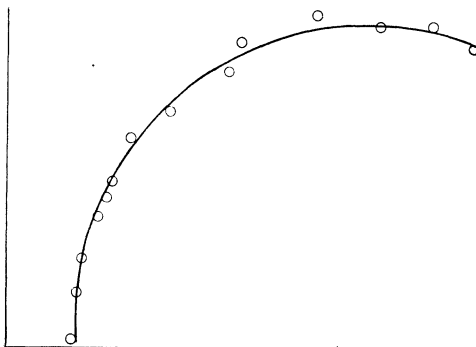


Bild 473. Strombild eines Drehstrommotors.

Da der Leistungsfaktor und die Überlastungsfähigkeit vom Streufaktor $\eta_1 \eta_2$ abhängen, so ergibt sich als erste Aufgabe beim Entwurf eines Drehstrommotors, die Streuung so weit wie möglich zu beschränken. Man sieht sofort, daß die Unterbringung der Drähte in geschlossenen Nuten wegen des geringen Widerstandes des Streuweges vermieden werden muß. Am vorteilhaftesten wäre sicherlich die auch in bezug auf Herstellung der Wicklung günstigste ganz offene Nut, weil der Widerstand des Streupfades dabei am größten ist. Derartige Nuten veranlassen aber eine Erhöhung des magnetischen Widerstandes der Luftstrecke und daher des Magnetisierungsstromes, so daß der Leistungsfaktor sehr ungünstig wird. In der Regel werden daher, wenigstens in Europa, halbgeschlossene Nuten verwendet.

In jedem Falle aber ist es nötig, mehrere Nuten für die Spulenseite anzuwenden, damit der Streufluß, der von den Stromdrähten einer

Nut geschaffen wird, möglichst gering wird. Gleichzeitig wird der die ganze Spulenseite umfassende Streufluß geringer. Mit der Anzahl der Nuten nimmt nämlich auch die Anzahl der Zähne zu, und die Zahnfläche eines einzelnen Zahnes wird kleiner als bei geringer Nutenzahl. Der Teil des Streuflusses, der die ganze Spulenseite umfaßt und daher besonders schädlich ist, tritt dann aus einer kleinen Zahnfläche aus und ist daher verhältnismäßig gering.

Natürlich kann man in der Erhöhung der Nutenzahl nicht beliebig weit gehen, weil dann der durch Isolation eingenommene Raum unverhältnismäßig groß wird. Man beschränkt sich daher darauf, die Spulenseite des Ständers in 3 bis 5, die des Läufers in 4 bis 7 Nuten unterzubringen. Aus den obigen Überlegungen geht auch hervor, daß große Drehzahlen, d. h. kleine Polzahlen, in bezug auf Streuung günstig sind, da es bei großer Polteilung leichter ist, die Drähte einer Spulenseite auf mehrere Nuten zu verteilen. Auch große Durchmesser bei kleiner Länge sind günstig. Allerdings erhöhen sich bei großem Durchmesser und geringer Eisenlänge die Kosten der Maschine. Das ergibt sich aus der einfachen Überlegung, daß man die Leistung ohne besondere Mehrkosten erheblich steigern kann, wenn man beim Entwurf die Eisenlänge vergrößert. Auch ist bei großem Durchmesser der Einfluß der Stirnstreuung wieder größer, wodurch der Vorteil der verringerten Nutzenstreuung zum Teil wieder aufgehoben wird.

Ein weiteres Mittel zur Verringerung der Streuung ist die Verkleinerung des Luftspaltes. Der Luftfluß ist für gleichen magnetisierenden Strom dem Luftabstand umgekehrt proportional, so daß die relative Streuung dem Luftabstand proportional ist.

Es ist nun von Wert, den Einfluß der Größe des Luftspaltes auf die Wirkungsweise des Motors zu verfolgen. Natürlich darf man dabei nicht einen einzelnen Motor verwenden, bei dem man zur Vergrößerung des Luftspaltes den Ständer oder Läufer abdreht. Dadurch vergrößert man nicht bloß den Luftspalt, sondern zugleich den Widerstand der Zahnstege. Wir vergleichen vielmehr zwei Motoren mit verschieden großem Luftspalt, aber im übrigen genau von derselben Bauart, besonders also auch derselben Nutenanordnung.

Je kleiner der Luftspalt ist, desto kleiner ist die relative Streuung, desto größer also der größte Leistungsfaktor nach der Gleichung für $(\cos \varphi)_m$ auf S. 315. Ebenso ist natürlich bei dem Motor mit geringerem Luftabstande der Leerstrom geringer, weil jetzt schon ein schwächerer Magnetisierungsstrom zur Erzeugung des durch die Klemmenspannung vorgeschriebenen Flusses genügt.

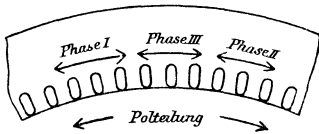
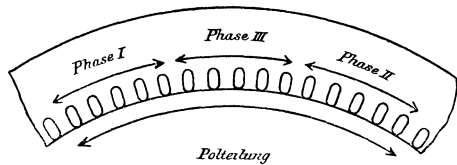
Wir verfolgen nun den Einfluß der Größe des Luftabstandes auf das größte Drehmoment. Der Durchmesser ist nach Gl. (14) auf S. 313 $I_k - I_0 = I_0/(1 - \eta_1 \eta_2) - I_0 = I_0 \cdot \eta_1 \eta_2 / (1 - \eta_1 \eta_2)$. Darin ist $1 - \eta_1 \eta_2$ die gesamte relative Streuung. Da der Motor mit dem größeren Luftspalt also sowohl einen größeren Leerstrom, als auch eine proportional größere relativere Streuung besitzt, so verhalten sich die Durchmesser und damit die größten Drehmomente wie $\eta_1 \eta_2$. Das größte Drehmoment wird also bei Vergrößerung des Luftabstandes etwas kleiner.

Von besonders großem Einfluß auf die Streuung ist nun die Frequenz bei gegebener Drehzahl, oder umgekehrt die Drehzahl bei gegebener Frequenz. Wir betrachten dazu zwei Motoren, deren Eisengestell die-

selben Abmessungen und dieselbe Nutzahl hat, und die beide für die gleiche Spannung und Leistung bestimmt sind. Die Frequenz sei in beiden Fällen $f = 50/\text{sek}$. Der eine Motor soll aber für die Drehzahl 600, der andere für die Drehzahl 1000 gewickelt sein. Beide Motoren sollen in bezug auf Ausnutzung des Nutenquerschnittes, Stromdichte und Anzahl der Stromdrähte für die Längeneinheit des Umfanges bei Betrieb gleich sein.

Wenn wir von der Verschiedenheit des Leistungsfaktors beider Motoren absehen, so ist bei gleicher Leistung und Spannung auch der Betriebsstrom in beiden Fällen gleich. Die Bedingung einer gleichen Zahl von Stromdrähten für die Längeneinheit des Umfanges ist dann gleichbedeutend mit gleicher gesamer Drahtzahl. Bei gleicher Nutzahl haben wir dann auch dieselbe Drahtzahl in einer Nut.

Dagegen sind beide Motoren in bezug auf die Zahl der Polpaare verschieden. Nach der Gleichung: $p = f \cdot 60/n$ muß der Motor bei der Drehzahl 600 die Polpaarzahl 5, bei der Drehzahl 1000 die Polpaarzahl 3 erhalten. Da der Umfang bei beiden Motoren derselbe ist, so verhalten sich die Polteilungen wie 3:5. Auf dem ersten Motor (Bild 474) sind beispielsweise 3 Nuten für eine Spulenseite oder 9 Nuten für eine Polteilung vorhanden. Dann besitzt der zweite Motor 5 Nuten für eine Spulenseite oder 15 Nuten für eine Polteilung (Bild 475). Die Drahtzahlen einer Spulenseite verhalten sich also wie 3:5.

Bild 474. $f = 50$, $p = 5$, $n = 600$ Bild 475. $f = 50$, $p = 3$, $n = 1000$.

Da bei derselben Spannung, gesamer Drahtzahl und Frequenz der Fluß beider Motoren derselbe ist, die Polteilungen sich aber wie 3:5 verhalten, so verhalten sich die Induktionen wie 5:3. Der Motor mit der kleineren Drehzahl und größeren Polzahl hat also einen weit größeren Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme.

Ferner ist beim Leerlauf zur Erzeugung der größeren Induktion auch eine größere Erregung nötig. Da die Drahtzahl einer Spulenseite bei der kleineren Drehzahl nur $3/5$ der Drahtzahl bei der größeren Drehzahl ist, so wird der Leerstrom $(5/3)^2$ mal so groß.

Schwieriger gestaltet sich die Beurteilung, wenn wir den Streufaktor in beiden Fällen ins Auge fassen. Wir erhalten bei der Drehzahl 600, entsprechend der geringen Polbreite, einen im Verhältnis 5:3 größeren Widerstand des Luftfeldes als bei der Drehzahl 1000. Da nun nach S. 324 die relative Streuung angenähert dem Luftwiderstand proportional ist, so folgt, daß sie der Drehzahl umgekehrt proportional ist, und zwar unter der Voraussetzung, daß der Widerstand des Streufeldes bei beiden Motoren gleich ist. Wir würden auf diese Weise zum Ergebnis kommen, daß Motoren für eine große Drehzahl eine kleine relative Streuung aufweisen müssen. Es ist indessen sehr fraglich, ob wir mit demselben Widerstand des Streufeldes rechnen können, da die Kopfstreuung in Bild 475 infolge der größeren Stirnverbindungen größer ist als in Bild 474.

Bisher haben wir das Wesen der Streuung dahin aufgefaßt, daß ein Teil des vom Ständer erzeugten Flusses den Läufer nicht durchsetzt oder umgekehrt. Genauer muß man die Streuung als einen Verlust an Flußverkettungen und nicht nur als einen Verlust an magnetischem Fluß auffassen. (Vgl. Rogowski und Simons, ETZ 1909, S. 219.) Wenn ein vom Ständer erzeugter Fluß zwar in den Läufer dringt, aber mit den Läuferwindungen infolge Verschiedenheit der Nutenzahlen weniger verkettet ist als mit den Ständerwindungen, so hat dies denselben Einfluß wie ein Verlust durch Streuung. Diese Erscheinung heißt nicht gerade sehr zutreffend die doppeltverkettete Streuung.

Wir wollen voraussetzen, daß der Motor gar keine Nutzenstreuung und Stirnstreuung besitzt, so daß die Induktivitäten L_1 und L_2 des Ständers und Läufers keine derartige Streuung mit einschließen. Wir speisen dann den Ständer bei offenem Läufer und messen die Spannung E_{11} am Ständer und die Spannung E_{12} am Läufer. Wir rechnen dann auf gleiche Windungszahl um, berechnen also $E_{12} \cdot z_1/z_2$. Die umgerechnete Läuferspannung kann dann trotz des Fehlens jeder eigentlichen Streuung kleiner sein als die Ständerspannung. Ebenso speisen

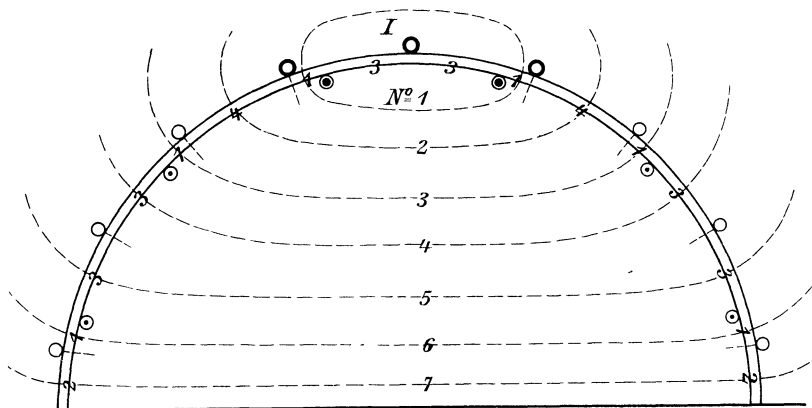


Bild 476. Vom Läufer erzeugter Fluß, mit einem Ständerzweig verkettet. 1. Hauptstellung.

wir den Läufer bei offenem Ständer, messen die Spannung E_{22} am Läufer und die Spannung E_{21} am Ständer und bilden $E_{21} \cdot z_2/z_1$. Wir setzen dann wie auf S. 314

$$\eta'_1 = \frac{E_{12} z_1/z_2}{E_{11}} = \frac{M}{L_1} \cdot \frac{z_1}{z_2} \qquad \eta''_1 = \frac{E_{21} z_2/z_1}{E_{22}} = \frac{M}{L_2} \cdot \frac{z_2}{z_1}$$

Die Berechnung von η'_1 und η''_1 läuft also auf eine Berechnung der Induktivitäten M , L_1 und L_2 hinaus. Wir führen sie an einem Beispiel mit 3 Nuten im Ständer und 2 Nuten im Läufer durch. Die Maschine werde vom Läufer aus magnetisiert. Wir berechnen dann die in dem Ständerstrang I auftretenden Flußverkettungen, wenn dieser Strang von dem Höchstwert des vom Läufer erzeugten Flusses durchsetzt wird. Dabei haben wir, wie im Abschnitt 85, zunächst anzunehmen, daß dieser Höchstwert nach Bild 476 durch einen Läuferstrang mit dem größten Strom und zwei Läuferstränge mit der halben größten Stromstärke erzeugt wird. Der Strom sei in dem Läuferstrang, der dem

betrachteten Ständerstrang I in Bild 476 gegenüberliegt, gleich Eins. Er ist dann in den anderen Läufersträngen halb so groß. In jeder Nut des Ständers und Läufers liege ein Draht.

Wir ermitteln nun zunächst die Abstände zwischen je einer Ständer- und Läufernut längs des Umfanges. Der Abstand zweier Läufernuten ist $\frac{1}{6}$ der Polteilung, der Abstand zweier Ständernuten gleich $\frac{1}{9}$ der Polteilung. Dann wird der kleinste Abstand einer Ständer- und Läufernut $(\frac{1}{6} - \frac{1}{9}) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$ der Polteilung. Nehmen wir den Bogen der Polteilung in einem willkürlichen Maß zu 36 an, so wird der kleinste Abstand einer Ständer- und Läufernut gleich 1. Der Abstand zweier Ständernuten ist dann gleich 4 und der zweier Läufernuten gleich 6. Daraus ergeben sich dann die in Bild 476 eingeschriebenen Abstände zwischen je einer Ständer- und Läufernut. Wenn wir die Länge des Eisens in Richtung der Achse gleich Eins setzen, geben uns diese Abstände gleichzeitig die Flächen F an, die von den mit 1 bis 7 bezeichneten Flüssen durchsetzt werden.

Die Induktivitäten sind dann abgesehen von Festwerten gleich den vom Fluß umschlossenen, also den Fluß erzeugenden Strömen X , mal dem Teil F des Luftquerschnittes, den der Fluß durchdringt, mal dem vom

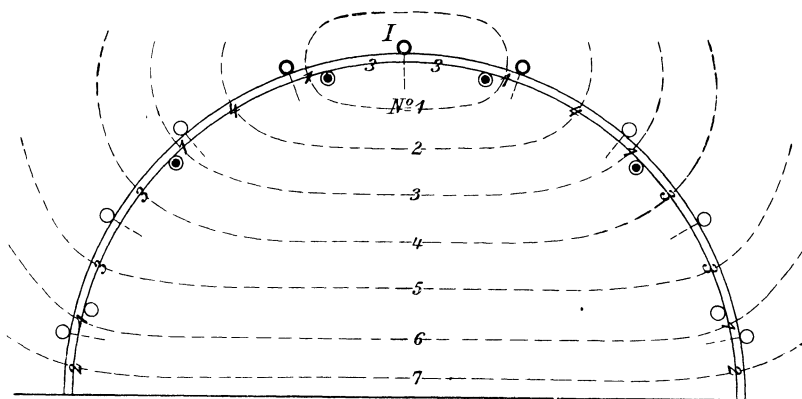


Bild 477. Vom Laufer erzeugter Fluß, mit einem Ständerzweig verketten. 2. Hauptstellung.

Fluß durchsetzten Teil w der Windungen unseres betrachteten Stranges. Demnach ergibt sich für Bild 476 folgende Zahlentafel, bei der wir uns auf die obere Hälfte beschränken:

| Bezeichnung des Flusses | Umschlossene, magnetisierende Läuferströme X | Fläche F | Durchsetzte Windungen w des Stranges I | $X \cdot F \cdot w$ |
|-------------------------------|--|---------------|--|---------------------|
| (1) | $2 \cdot 1$ | 1 | 1 | 2 |
| (2) + (3) | $2 \cdot 1$ | $4 + 1$ | 3 | 30 |
| (4) + (5) | $2 \cdot 1 + 2 \cdot \frac{1}{2}$ | $3 + 3$ | 3 | 54 |
| (6) + (7) | $2 \cdot 1 + 4 \cdot \frac{1}{2}$ | $1 + 2$ | 3 | 36 |
| | | | | $M = 122$ |

Führen wir dieselbe Rechnung in Bild 477 für die zweite Hauptstellung des Läufers durch, in welcher zwei Stränge des Läufers je den Strom $0,866 \cdot 1$ führen, so wird $M = 121,24$. Im Mittel ist also die Verkettung zwischen Laufer und Ständer: $M = 0,5(122 + 121,24) = 121,6$.

Auf dieselbe Weise ergibt sich aus Bild 476 die Verkettung des vom Läufer erzeugten Flusses mit den Windungen eines Läuferstranges und ebenso die Verkettung des Ständers auf sich selbst zu $L_2 = 84$ und $L_1 = 184$. Beide Werte hätten wir auch nach Gl. (4) und (5) auf S. 296 berechnen können, indem wir $i_m = 1$, $p = 1$, $0,4 \pi/l = 1$ und $F = 36$ setzen und beachten, daß wir uns auf eine halbe Polfläche beschränken. Dadurch erhalten wir für die halbe Polfläche die Flußwindungen L_1 und L_2 zu $\frac{1}{2} \cdot c \cdot z^2 \cdot 36$. Für den Läufer ist c nach S. 296 gleich 0,292 und die Drahtzahl z eines Stranges gleich 4. Für den Ständer ist $c = 0,284$ und $z = 6$.

Mit Hilfe von L_1 , L_2 und M ergibt sich dann, da $z_1:z_2 = 3:2$ ist: $\eta' = M z_1/L_1 z_2 = 0,993$ und $\eta'' = M z_2/L_2 z_1 = 0,967$. Der relative Verlust an Flußverkettung wird also $1 - \eta' \eta'' = 0,04$. Er fügt sich zu dem durch Nuten- und Stirnstreuung verursachten Verlust hinzu. Bei größerer Nutenzahl wird die durch ungleiche Nutenzahl bedingte doppelt verkettete Streuung geringer. Sie geht bei 5 und 6 Nuten bis auf 0,01 herab. Bei den Wechselstrommotoren mit Stromwender auf S. 337 werden wir der doppelt verketteten Streuung wieder begegnen. Der dort berechnete Wert k ist nichts anderes als $\eta' = \eta''$.

XXII. Einphasige Induktionsmotoren.

129. Entgegengesetzt umlaufende Erregungen des Einphasenmotors.

Außer den gewöhnlichen, mehrphasigen Induktionsmotoren gibt es auch einphasige asynchrone Induktionsmotoren. Der Ständer eines solchen Motors enthält nur eine einzige Wicklung, deren Seite in der Regel etwa $\frac{2}{3}$ der Polteilung bedeckt. Diese Wicklung wird mit Wechselstrom gespeist, so daß zunächst ein schwingendes Feld entsteht, dessen Achse im Raume feststeht. Der Läufer wird als Kurzschlußläufer gebaut oder, wenn starke Ströme beim Anlaufen vermieden werden sollen, mit Schleifringen ausgeführt.

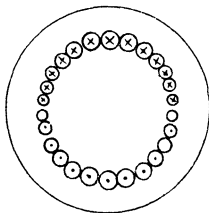


Bild 478.
Sinusförmig verteilte Erregung.

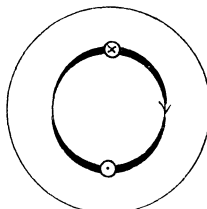


Bild 479.

Wenn wir den geschlossenen Läufer eines solchen Einphasenmotors, gleichgültig in welcher Richtung, von außen nahezu auf Gleichlauf bringen, so entwickelt er ein Drehmoment. Dasselbe ist der Fall, wenn wir eine Zuleitung eines laufenden

Drehstrommotors unterbrechen, wodurch der Motor zum Einphasenmotor wird. Auf den ersten Blick ist allerdings schwer einzusehen, wie ein solches Drehmoment zustande kommt, da die Achse des vom Ständer erzeugten Feldes im Raume feststeht. Auch erscheint es überraschend, daß die Richtung dieses Drehmomentes durch die willkürlich von außen gewählte Drehrichtung bestimmt ist.

Nach dem Vorgang von Ferraris zerlegt man das vom Ständerstrom erzeugte Wechselfeld in zwei entgegengesetzt umlaufende Felder, eine Zerlegung, die man übrigens auch bei Einphasen-Stromerzeugern ausführt. Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und nicht nur die Felder,

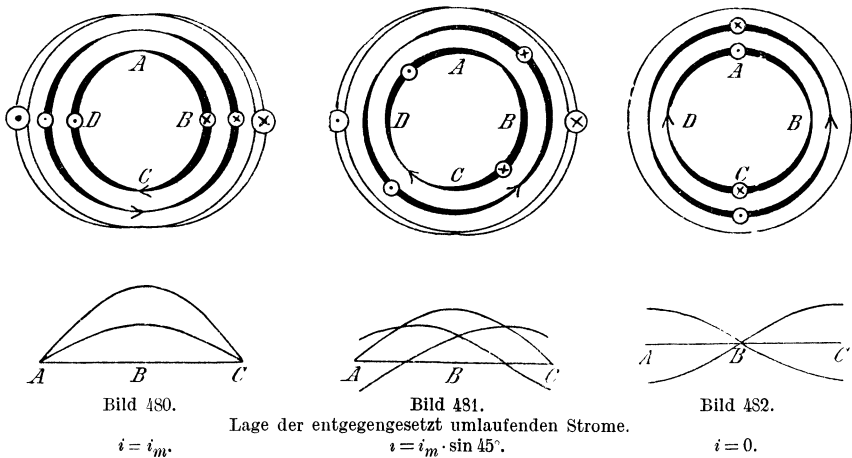
sondern auch die Stromwindungen des Ständers in zwei entgegengesetzt umlaufende Erregungen zerlegen. Dabei müssen wir annehmen, daß die Drähte längs des Umfangs sinusförmig verteilt sind, wie in Bild 478 durch verschieden große Nuten angedeutet ist. Im Grunde führt dies allerdings zu einer unendlich großen Zahl unendlich dünner Drähte.

Wir können eine umlaufende, sinusförmig verteilte Erregung auf die in Bild 479 gezeichnete Weise darstellen. Der Pfeil soll dabei nicht andeuten, daß die Wicklung selbst umläuft, sondern daß in feststehenden gleichmäßig längs des Umfangs angeordneten Drähten die sinusförmige Stromverteilung umläuft. Wir wollen nun nachweisen, daß die Wirkung der Wechselrerregung in jedem Augenblick und an jedem Orte genau gleich der Wirkung zweier gleichbleibender sinusförmiger Erregungen ist, die entgegengesetzt umlaufen und halb so stark sind, wie die wirkliche Erregung im Zeitpunkt des größten Stromes.

In Bild 480 hat der wirkliche Ständerstrom seinen Höchstwert. In diesem Zeitpunkt überdecken sich die in gleichem Sinne durchflossenen, umlaufenden Spulenseiten und unterstützen sich in ihrer Wirkung. Sie sind also gleichwertig der außen angedeuteten feststehenden Erregung, die gerade ihren Höchstwert hat.

Nach $\frac{1}{8}$ Periode ist der wirkliche Ständerstrom gleich $i_m \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_m$. In Bild 481 heben sich dann die umlaufenden Erregungen bei A und C auf. Die Zusammensetzung im unteren Teil des Bildes ergibt dann eine Sinuskurve, deren Höchstwert wieder bei B liegt. Ihre Senkrechten sind gegenüber Bild 480 im Verhältnis 0,707:1 verkleinert, so daß die Wirkung wieder gleich der der tatsächlichen Erregung ist.

Dasselbe ergibt sich nach dem weiteren Verlauf von $\frac{1}{8}$ Periode, wenn der tatsächliche Ständerstrom zu Null geworden ist (Bild 482). In diesem Zeitpunkt überdecken sich entgegengesetzte Spulenseiten der umlaufenden Erregungen und heben sich in ihrer Wirkung auf.



Wir fassen nun den vollständigen Leerlauf mit geschlossenem, aber widerstandslosem Kurzschlußläufer ins Auge. Die Drehung des Läufers erfolge im Sinne des Uhrzeigers. Wir bezeichnen dann die in diesem Sinne umlaufende Erregung des Ständers oder Läufers als die mitlaufende Erregung, die andere als die gegenlaufende Erregung. Die

mitlaufende Erregung erzeugt ein Luftfeld, das sich bei dem vorausgesetzten vollen Leerlauf in derselben Geschwindigkeit und Richtung dreht wie der Läufer, und in seiner vollen Stärke den Läufer durchdringt, die Läuferdrähte aber nicht schneidet. Dieses Feld ist für die drei betrachteten Zeitpunkte in Bild 483 bis 485 dargestellt. Wie überhaupt die Spannungen, Läuferströme usw. ist die Induktion für jede einzelne Erregung eine Sinusfunktion des Ortes.

Gegenüber der gegenlaufenden Erregung hat der Läufer eine Schlüpfung von 200%. Infolgedessen entsteht ein starker Kurzschlußstrom im Läufer, der wie bei 100% Schlüpfung der gegenlaufenden Ständererregung genau entgegengesetzt ist und den gegenlaufenden Fluß aus dem Läufer hinaus in den Streuweg des Läufers drängt (Bild 486 bis 488). Wenn der Läuferwiderstand gleich Null ist, so braucht auch tatsächlich nur ein unendlich schwaches Feld geschnitten zu werden, um einen Läuferstrom zu erzeugen, welcher der gegenlaufenden Ständererregung das Gleichgewicht hält. Der den Läufer durchdringende Fluß ist also gleich Null.

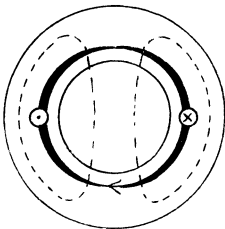


Bild 483.

$$i = i_m$$

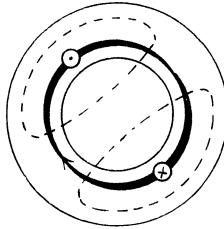


Bild 484.

Mitlaufendes Feld bei Leerlauf.

$$i = i_m \sin 45^\circ$$

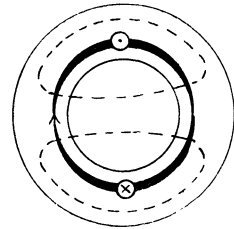


Bild 485.

$$i = 0$$

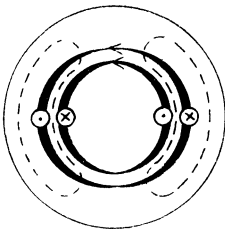


Bild 486.

$$i = i_m$$

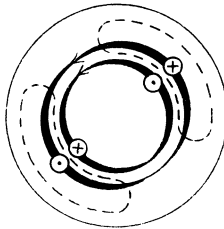


Bild 487.

Gegenlaufendes Feld bei Leerlauf.

$$i = i_m \sin 45^\circ$$

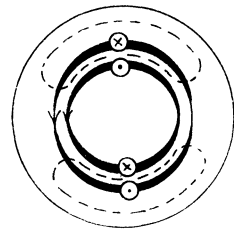


Bild 488.

$$i = 0$$

Wir haben also bei vollständigem Leerlauf mit widerstandslosem Läufer ein mitlaufendes Feld im Läufer und ein gegenlaufendes Läuferstrefeld, sowie eine gegenlaufende Läufererregung. Da ein widerstandsloser Läufer synchron läuft, so ist im einzelnen Läuferdraht die Frequenz des von der gegenlaufenden Erregung herrührenden Stromes gleich der doppelten Frequenz des Ständerstromes.

Wir überdecken jetzt Bild 483 und 486, sowie andererseits Bild 485 und 488. Dann erkennen wir, daß in Wirklichkeit das in Bild 483 gezeichnete Feld im Läufer durch den Unterschied der wirklichen Erregung auf Ständer und Läufer erzeugt wird. Dagegen wird das in Bild 485 gezeichnete Querfeld im Läufer, das räumlich um 90° gegen das senkrechte Hauptfeld verschoben ist, allein von dem Läuferstrom in Bild 488 erzeugt, da der Ständerstrom gleich Null ist.

Das Querfeld ist nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich gegen das Hauptfeld verschoben und zwar um 90° , wenn der Widerstand des Läufers gleich Null ist. Demnach ist der Einphasenmotor auf einen Zweiphasenmotor zurückgeführt, bei dem das Längsfeld durch den Unterschied des Ständer- und Läuferstromes und das Querfeld durch den Läuferstrom gegeben ist. Der Motor besitzt also ein Drehfeld.

Bei Berücksichtigung des Läuferwiderstandes bleibt die räumliche Verschiebung des Querfeldes gegenüber dem Hauptfeld bestehen, während die zeitliche Verschiebung nicht mehr 90° beträgt.

130. Strombild mit Zerlegung der Ständererregung.

Wir zerlegen den Ständerstrom I in zwei entgegengesetzt umlaufende Ströme von der Stärke $I/2$. Wie Bild 480 zeigt, umfaßt die Ständerwicklung je den größten, von beiden Strömen erzeugten Fluß in demselben Zeitpunkt, beide Ströme haben also im Strombild dieselbe Phase.

Der Läuferwiderstand sei gleich Null. Dann zeigt Bild 486 bis 488, daß das vom gegenlaufenden Strom $I/2$ erzeugte Feld ein reines Streufeld ist, wie beim vollständigen Kurzschluß eines Drehstrommotors. Da es gleichgültig ist, in welcher Richtung es aus der Ständerwicklung verschwindet, so können wir es ohne weiteres zu dem Ständerstreuungsfeld der mitlaufenden Erregung hinzuzählen.

Es seien \mathcal{A} , \mathcal{A}_{s1} und \mathcal{A}_{s2} die magnetischen Leitwerte des Luftweges und des Ständer- und Läuferstreuungsweges. Dann ist der Ständerstreufluß der mitlaufenden Ständererregung gleich $\mathcal{A}_{s1} \cdot I/2$. Dazu kommt zunächst der von der gegenlaufenden Ständererregung erzeugte Ständerstreufluß, der ebenfalls gleich $\mathcal{A}_{s1} \cdot I/2$ ist. Weiter kommt dazu der nach Bild 463 ebenfalls von der gegenlaufenden Ständererregung erzeugte Läuferstreufluß, der wie beim vollständigen Kurzschluß eines Drehstrommotors dieselbe Phase hat wie der Ständerstrom. Er durchdringt nacheinander die Widerstände $1/\mathcal{A}$ des Luftweges und $1/\mathcal{A}_{s2}$ des Streuweges, also den Gesamtwiderstand $1/\mathcal{A} + 1/\mathcal{A}_{s2}$.

Er ergibt sich also zu

$$\frac{I}{2} \cdot \left(\frac{1}{\mathcal{A}} + \frac{1}{\mathcal{A}_{s2}} \right) = \frac{I}{2} \cdot \frac{\mathcal{A} \cdot \mathcal{A}_{s2}}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s2}}$$

Die Summe der drei Streuflüsse, die wir jetzt alle der mitlaufenden Erregung zuschreiben wollen, ist dann in Bild 489

$$OD = \frac{I}{2} \left(2\mathcal{A}_{s1} + \frac{\mathcal{A} \cdot \mathcal{A}_{s2}}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s2}} \right).$$

Die Ständerstreuung wird dadurch angenähert dreimal so groß wie beim Drehstrommotor oder Transformator.

Wir erhalten dann in Bild 489 dieselben Flüsse wie in Bild 463. DA ist der mitlaufende Luftfluß, der die Summe aus den vom Ständer und Läufer einzeln erzeugten Luftflüssen DP und PA ist, DF der mitlaufende Läuferfluß, FA der Fluß im Läufer und OA der Fluß im Ständer. Wir setzen nun nach S. 312 $\eta_1 = \mathcal{A}(\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s1})$ und $\eta_2 = \mathcal{A}(\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s2})$ und erhalten: $OD = I/2 \cdot \mathcal{A} \cdot (2 - \eta_1 - \eta_1 \eta_2 / \eta_1)$. Demnach ist das Ver-

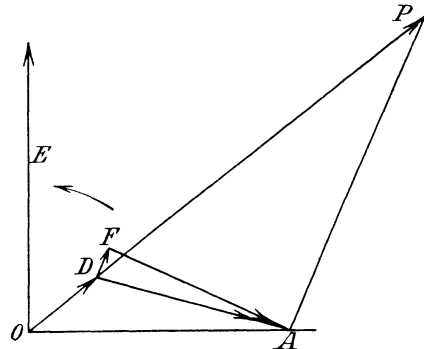


Bild 489. Flüsse des Einphasenmotors.

hältnis des Luftflusses $DP = \mathcal{A} \cdot I/2$ zu dem gesamten vom Ständer erzeugten Fluß

$$\eta' = \frac{DP}{OP} = \frac{DP}{OD + DP} = \frac{\eta_1}{2 - \eta_1 \eta_2}.$$

Wir haben nun η' statt η_1 einzuführen, sonst ist alles wie beim Drehstrommotor. P liegt also auch jetzt auf einem Kreise, für den sich nach S. 313 ergibt: $AB:OB = \eta' \cdot \eta_2 = \eta_1 \eta_2 : (2 - \eta_1 \eta_2)$.

Dabei ist OP dem Strom $I/2$, also auch dem Strom I proportional, so daß wir für den Strom Bild 490 erhalten. Der Leerstrom OA bei geschlossenem Läufer, also beim Lauf, wird dann nach Gl. (5)

$$OA = OB - AB = \frac{2 - 2\eta_1 \eta_2}{2 - \eta_1 \eta_2} \cdot OB.$$

Da $2 - \eta_1 \eta_2$ wenig größer als Eins ist, so ist nach Gl. (14) auf S. 313 der Leerstrom beim Lauf fast doppelt so groß wie bei Stillstand mit offenem Läufer, der Leistungsfaktor ist also bei Betrieb sehr ungünstig.

Da die Schlüpfung beim widerstandslosen Läufer gleich Null ist, so bleibt die Drehzahl bei allen Belastungen dieselbe. Das Drehmoment ist also proportional der Leistung, d. h. der Senkrechten des Kreises. Die Überlastungsfähigkeit ist dabei viel geringer als beim Drehstrommotor.

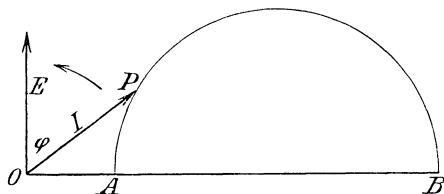


Bild 490. Strombild des Einphasenmotors

Ein Angehen ist selbst bei Einschaltung von Widerstand in den Läuferkreis ausgeschlossen. Man erreicht das Angehen durch

eine Hilfswicklung, die um 90° gegen die Hauptwicklung versetzt ist. Sie wird durch einen Wechselstrom gespeist, dessen Phase gegen den Hauptstrom mittels eines Kondensators verschoben ist. Der Motor läuft dann als Zweiphasenmotor an. Einphasen-Aufzugsmotoren laufen als Stromwendermotoren an (vgl. Abschnitt 134) und werden dann selbsttätig in Induktionsmotoren umgeschaltet.

Es ergibt sich ferner, daß auch bei Berücksichtigung des Läuferwiderstandes der Endpunkt des Strahles des Ständerstromes auf einem Kreise liegt (vgl. Thomälen, ETZ 1905, S. 1111). Dies folgt jedoch einfacher nach Abschnitt 131 (vgl. Görges, ETZ 1903, S. 271).

131. Strombild auf Grundlage des Querfeldes.

Der Ständerstrom I , der nach Bild 491 sinusförmig verteilt sein möge, erzeugt zunächst durch Transformatorwirkung in der Wicklung des Läufers, die aus geschlossenen Schleifen vom Widerstand R bestehen möge, eine sinusförmig verteilte Läufererregung I_y , deren Achse feststeht und mit der Achse der Ständerwicklungen gleichgerichtet ist. Wir lassen den Strom I_y in einer besonderen Wicklung fließen, die wir als die Y -Wicklung bezeichnen. Unter der Entgegenwirkung der Ströme I und I_y kommt im Läufer ein senkrechtcs Feld mit dem Fluß Φ_y zustande.

Dadurch, daß nun die Läuferdrähte bei ihrer Drehung das senkrechte Feld schneiden, wird in ihnen eine Spannung der Bewegung erzeugt, die einen Läuferstrom I_x zur Folge hat. Sein räumlicher und zeitlicher Höchstwert tritt in einer Windung auf, deren Achse in Bild 491 wagerecht ist, und die wir kurz als die X -Wicklung bezeichnen. Die

sinusförmig verteilte Läufererregung I_x , deren Achse dauernd wagerecht ist, erzeugt im Läufer ein wagerechtes Feld mit dem Querfluß Φ_x , das räumlich um 90° gegen das senkrechte Feld verschoben ist.

Für die Y-Wicklung gilt das Spannungsbild des Transformators mit $R_1 = 0$. In Bild 492, wo die mit einem Bogen bezeichneten Winkel gleich 90° sind, ist OP die durch den Ständerstreufuß erzeugte Spannung, OD die gesamte Selbstinduktionsspannung des Ständerstromes, $DE = M\omega I_y$ die Spannung der gegenseitigen Induktion vom Läufer und EO die feste Netzspannung. Im Läufer ist PD die Spannung der gegenseitigen Induktion vom Ständer auf den Läufer und DF die gesamte vom Läuferstrom I_y erzeugte Spannung. Die Summe PF ist die Spannung der Ruhe E_y , die durch den wirklichen, von den Läuferwindungen umfaßten Fluß Φ_y erzeugt wird und hinter ihm um 90° zurückbleibt. Sie ergibt mit der Spannung E_{xy} , die durch Bewegung in dem wagerechten Fluß Φ_x erzeugt wird und mit ihm gleiche Phase hat, wie gezeichnet, den Spannungsverbrauch $I_y \cdot R$. Er eilt der durch den Strom I_y erzeugten Spannung DF um 90° voraus.

Wir setzen nun wie auf S. 312 $\eta_1 = PD : OD$ und $\eta_2 = DE : DF$ und ziehen PA gleichgerichtet mit DE . Dann wird

$$PA = (1 - \eta_1) DF = (1 - \eta_1) \cdot M \cdot \omega \cdot |I_y| \quad (1)$$

Ferner ergibt sich $\frac{AC}{CE} = \frac{PA}{EF} = \frac{PA}{DE} \cdot \frac{DE}{EF} = (1 - \eta_1) \frac{\eta_2}{1 - \eta_2}$.

Führen wir die Summe $AC + CE = AE$ ein, so wird

$$\frac{AC}{AE} = \frac{PC}{PF} = \frac{\eta_2 - \eta_1 \eta_2}{1 - \eta_1 \eta_2} \quad (2)$$

Da die Punkte A und E festliegen, liegt also auch C fest.

In der X-Wicklung erzeugt der senkrechte Fluß eine Spannung der Bewegung E_{yx} , die mit dem senkrechten Fluß gleiche Phase hat, also, wie gezeichnet, der Spannung der Ruhe E_y um 90° voreilt. Ebenso erzeugt der wagerechte Fluß eine Spannung der Ruhe E_x , die gegen die durch diesen Fluß erzeugte Spannung der Bewegung E_{xy} um 90°

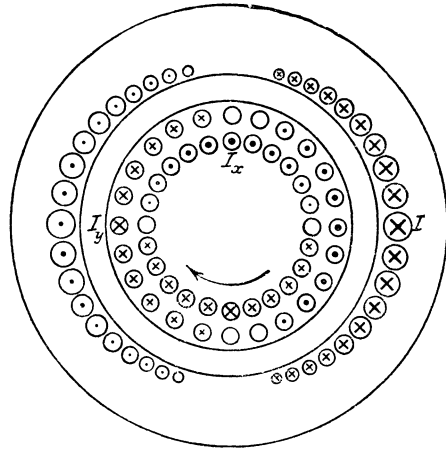


Bild 491. Stromverteilung im Einphasenmotor.

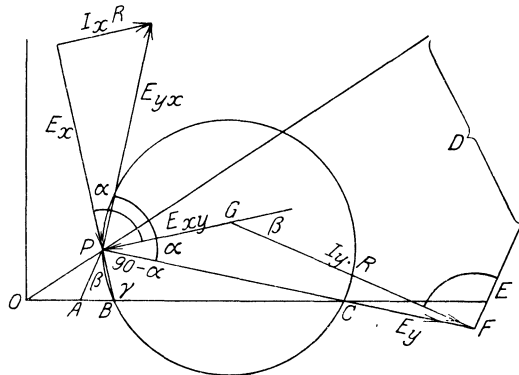


Bild 492. Spannungsbild des Einphasenmotors

verschoben ist. Sie schließt die Streuspannung des Läufers mit ein, ist also gleich $M\omega \cdot I_x/\eta_2$, und ergibt mit der Spannung der Bewegung E_{xy} , wie gezeichnet, den Spannungsverbrauch $I_x \cdot R$. Daraus folgt $\operatorname{tg} \alpha = \eta_2 R/M\omega$.

PB falle nun in die Richtung von E_x . Da nach der Zeichnung die Winkel α einander gleich sind und ebenso die Winkel β , so ergibt sich durch wiederholte Anwendung des Sinussatzes:

$$\sin \beta = \frac{AB}{PA} \sin \gamma = \frac{PF}{I_y \cdot R} \cdot \sin \alpha \quad \sin 90^\circ - \alpha = \frac{BC}{PC} \cdot \sin \gamma.$$

Wir bilden daraus $\operatorname{tg} \alpha$ und setzen diesen Wert gleich dem oben berechneten Wert. Dadurch erhalten wir

$$\frac{AB}{PA} \cdot \frac{PC}{BC} \cdot \frac{I_y \cdot R}{PF} = \frac{\eta_2 \cdot R}{M\omega}.$$

Mit PA aus Gl. (1) und $PC:PF$ aus Gl. (2) wird $AB:BC = 1 - \eta_1 \eta_2$. Der Punkt P liegt also auf einem Kreise, in welchem $90^\circ - \alpha$ der Umfangswinkel über der Sehne BC ist. Da die Streuspannung OP dem Ständerstrom proportional ist und gegen ihn um 90° verschoben ist, so ist der Kreis gleichzeitig das Strombild, bei dem der Strahl der Klemmenspannung fest in der senkrechten Achse liegt. In diesem Strombild ist OB der Leerstrom beim Lauf, d. h. bei geschlossenem Läufer, und OC der Kurzschlußstrom.

Bei Untersuchung des Motors als Transformator hätten wir denselben Kurzschlußstrom erhalten. Dagegen ist bei Leerlauf, d. h. bei Stillstand mit offenem Läufer, die Streuspannung des Ständers und damit der Ständerstrom gleich OA . Dabei ist dann, wie beim Transformator oder beim Drehstrommotor auf S. 313 $OA:OC$ gleich $1 - \eta_1 \eta_2$, also dasselbe wie das Verhältnis $AB:BC$. Demnach ist OC harmonisch geteilt, d. h. der Leerstrom OB beim Lauf ist fast doppelt so groß wie der Leerstrom bei Stillstand mit offenem Läufer.

Eine Rechnung, auf die hier nicht eingegangen werden soll, ergibt bei der Klemmenspannung E und w_1 Windungen auf dem Ständer und w_2 Windungen auf dem Läufer:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{I_0 \cdot R \cdot w_2}{E} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2}.$$

Die Sehne BC ist unabhängig vom Läuferwiderstand. Für $R = 0$ wird sie zum Durchmesser, und wir erhalten dann dasselbe Strombild wie auf ganz anderem Wege im vorigen Abschnitt. B in unserer Zeichnung fällt mit A in Bild 490 zusammen.

XXIII. Einphasenmotoren mit Stromwender.

132. Die erzeugten Spannungen,

Der einphasige Induktionsmotor ist infolge seiner verhältnismäßig geringen Überlastungsfähigkeit, seines ungünstigen Leistungsfaktors und wegen des Fehlens eines Anzugsmomentes für viele Zwecke ungeeignet. Er kommt z. B. für Bahnzwecke nicht in Frage.

In den genannten Beziehungen verhält sich der Drehstrommotor günstiger. Seiner allgemeinen Verwendung für Bahnen stehen jedoch

die Notwendigkeit mehrerer Oberleitungen und die Verluste bei der Regelung der Geschwindigkeit im Wege.

Der Bau von brauchbaren Einphasenmotoren mit Stromwender¹⁾ ist daher als ein sehr wesentlicher Fortschritt zu betrachten. Diese Motoren vereinigen den Vorteil eines hohen Anzugsmomentes mit dem einfachen und verlustlosen Anlassen und Regeln, wozu ein Transformator mit Stufenschalter oder ein Induktionsregler verwendet wird.

Die Einphasenmotoren mit Stromwender lassen sich nur als Motoren mit Reihenschlußverhalten bauen, da bei Nebenschlußmotoren infolge der Selbstinduktion der Magnetwicklung eine Phasenverschiebung von fast 90° zwischen dem Magnetfluß und der Klemmenspannung auftreten würde. Da nun der Ankerstrom hauptsächlich Wirkstrom ist und fast dieselbe Phase hat wie die Klemmenspannung, so ist er gegen den Magnetfluß zeitlich ebenfalls fast um 90° verschoben. Das Drehmoment wäre also sehr gering.

Um die Wirkungsweise der Motoren verfolgen zu können, berechnen wir zunächst die Spannungen der Ruhe und der Bewegung, die im Anker erzeugt werden, und zwar für den allgemeinen Fall, daß die Achse der Stromwindungen des Ankers um den Winkel α gegen die Achse der Ständerwindungen verschoben ist. Dabei soll eine gleichmäßig verteilte Ständerwicklung angenommen werden (Bild 493). Die Eisensättigung sei gering, was allerdings in Wirklichkeit nicht zutrifft.

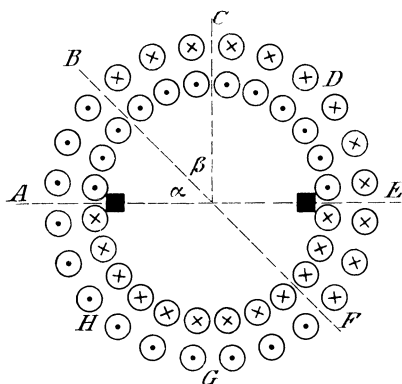


Bild 493. Verteilte Ständer- und Lauferwicklungen (Achsen um den Winkel α verschoben).

Wir berechnen zunächst die gegenseitige Induktivität zwischen Ständer und Anker. In Bild 494 ist der Umfang gerade gestreckt. Die Spulenbreite BF des Ständers sei wie der Bürstenabstand des Ankers gleich der Polteilung. Die in Reihe geschaltete Drahtzahl einer Polteilung sei auf dem Ständer gleich s_1 , auf dem Anker gleich s_2 . Sind z_1 und z_2 die gesamten Drahtzahlen auf Ständer und Anker, so berechnet sich bei $2p$ Polen und $2a_1$ bzw. $2a_2$ nebeneinander geschalteten Stromzweigen

$$s_1 = \frac{z_1}{2p \cdot 2a_1} \quad s_2 = \frac{z_2}{2p \cdot 2a_2}$$

Der magnetische Leitwert des Luftzwischenraums sei \mathcal{A} . Er ergibt sich bei der Polfläche F und dem doppelten Luftspalt l nach Gl. (7) auf S. 36 zu $\mathcal{A} = 0,4\pi \cdot F/l$.

Wir betrachten in Bild 494 die Bogenbreite dx im Abstand x von der Mitte O der Wicklungsbreite des Ständers. Da die Polteilung dem Bogen π entspricht, so ist der Leitwert des Bogens dx gleich $\mathcal{A} \cdot dx/\pi$. Zwischen den Grenzen 0 und $\beta = \pi/2 - \alpha$ umschließen die vom Ständer erzeugten Feldlinien, die den Bogen dx durchsetzen, auf dem Ständer

¹⁾ Vgl. Osnos, ETZ 1904, S. 1; Eichberg, ETZ 1904, S. 75 und Pichel-mayer, ETZ 1904, S. 464.

die Drahtzahl $s_1 \cdot 2x/\pi$ und auf dem Anker die Drahtzahl $s_2 \cdot 2x/\pi$. Der Bogen zwischen 0 und β liefert also nach Gl. (16) auf S. 57 zur gegenseitigen Induktivität den Anteil

$$M' = \int_0^\beta s_1 \cdot \frac{2x}{\pi} \cdot s_2 \cdot \frac{2x}{\pi} \cdot \mathcal{A} \cdot \frac{dx}{\pi} \cdot 10^{-8}.$$

Zwischen den Grenzen β und $\pi/2$ umfassen die vom Ständer erzeugten Feldlinien, die einen Bogen dx durchsetzen, auf dem Ständer zwar, wie oben, die Drahtzahl $2x \cdot s_1/\pi$, auf dem Anker dagegen nur

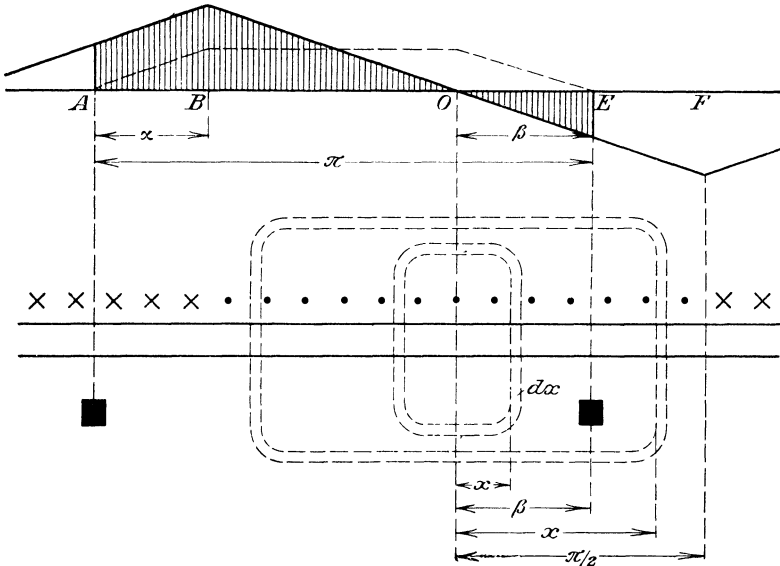


Bild 494. Vom Ständer erzeugter Fluß, den Anker durchsetzend.

die Drahtzahl $2\beta \cdot s_2/\pi$. Die übrigen Drähte des Ankers gehören zu Windungen, die in ihren beiden Spulenseiten entgegengesetzt induziert werden. Der Bogen zwischen β und $\pi/2$ liefert also zur gegenseitigen Induktivität den Beitrag

$$M'' = \int_\beta^{\pi/2} \frac{2x \cdot s_1}{\pi} \cdot \frac{2\beta \cdot s_2}{\pi} \cdot \mathcal{A} \cdot \frac{dx}{\pi} \cdot 10^{-8}.$$

Bei $2p$ Polen haben wir die $2p$ -fache Induktivität. Wir integrieren, summieren beide Teile, vervielfachen mit $2p$ und setzen

$$k = 3\beta/\pi - 4\beta^3/\pi^3. \quad (1)$$

Dann erhalten wir die gegenseitige Induktivität zu

$$M = \frac{1}{3} k \cdot s_1 \cdot s_2 \cdot p \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8}. \quad (2)$$

Daraus folgt nun in einfacher Weise die Selbstinduktivität L_1 und L_2 des Ständers und Ankers. Wir setzen $\alpha = 0$, also $\beta = \pi/2$, wodurch k den Wert Eins annimmt. Außerdem setzen wir beim Ständer s_1 statt s_2 und beim Läufer s_2 statt s_1 ein. Mit Berücksichtigung der Streuung (vgl. S. 312) erhalten wir dann

$$L_1 = \frac{M}{k \cdot \eta_1} \cdot \frac{s_1}{s_2} \quad (3) \quad L_2 = \frac{M}{k \cdot \eta_2} \cdot \frac{s_2}{s_1} \quad (4)$$

In diesen Gleichungen berücksichtigt r_{11} bzw. r_{12} die wirkliche Streuung und k die sog. doppelt verkettete Streuung, d. h. die unvollkommene Flußverkettung, die daher rührt, daß die Spulenseiten des Ständers und des Ankers um den Winkel α verschoben sind.

Wir berechnen nun die im Anker durch Bewegung erzeugte Spannung E_b . Ist Φ der zeitliche Höchstwert des Flusses, der zwischen zwei Ankerbürsten in den Anker tritt, so ist der Höchstwert der Spannung der Bewegung nach S. 98 $e_{b_m} = p/a_2 \cdot \Phi \cdot n/60 \cdot z_2 \cdot 10^{-8}$.

Wir berechnen nun zunächst den Fluß Φ und tragen dazu im oberen Teil des Bildes 494 die Induktion des vom Ständerstrom erzeugten Feldes in Abhängigkeit vom Bogen x auf. Das Feld ist dreieckig, und sein räumlicher Höchstwert liegt bei B . Ist nun i_m der zeitliche Höchstwert des Ständerstromes im Außenleiter, so ist der räumliche und zeitliche Höchstwert der magnetischen Induktion

$$\mathfrak{B}_m = 0,4\pi \cdot s_1 \cdot i_m/l.$$

Wir bilden dann den Inhalt der gestreiften Fläche mit Berücksichtigung des Vorzeichens, indem wir von der ganzen Dreiecksfläche $\mathfrak{B}_m \cdot \pi/2$ den doppelten Inhalt des Dreiecks unter OE , also $\beta \cdot \mathfrak{B}_m \cdot \beta : \pi/2$ abziehen. Statt dessen können wir auch davon ausgehen, daß die auf dem Bogen $BD = 2\beta$ in Bild 493 liegenden Ständerdrähte kein Feld erzeugen, das für die Spannung der Bewegung in Betracht kommt. Das senkrechte Feld, durch das die Spannung der Bewegung erzeugt wird, wird allein von den Ständerwindungen auf dem Bogen $DF = 2\alpha$ geschaffen. Dies Feld ist trapezförmig und hat die durch die gestrichelte Kurve in Bild 494 angegebene Form. Das Trapez ist symmetrisch, die rechte Ecke liegt also im allgemeinen nicht über O . Die Fläche zwischen der gestrichelten Feldkurve und der Wagerechten ergibt sich dann wie oben gleich $\mathfrak{B}_m(\pi/2 - \beta^2 \cdot 2/\pi)$.

Wir vervielfachen diese Fläche mit dem Verhältnis der Polfläche F zum Bogen π und erhalten mit den obigen Werten von \mathcal{A} und \mathfrak{B}_m den zeitlichen Höchstwert des von den Ankerdrähten geschnittenen Flusses zu

$$\Phi = \mathcal{A}/2 \cdot s_1 \cdot i_m (1 - 4\beta^2/\pi^2).$$

Das Verhältnis der Drehzahl n zur synchronen Drehzahl $60 \cdot f/p$ setzen wir nun gleich v . Ferner lösen wir die Gleichung für s_2 in S. 335 nach z_2 auf. Dadurch wird:

$$p \cdot n/60 = v \cdot f = v \cdot \omega/2\pi \quad \text{und} \quad z_2 = 4p \cdot a_2 \cdot s_2.$$

Die berechneten Werte von Φ , $p \cdot n/60$ und z_2 setzen wir in die Gleichung für e_{b_m} ein und nehmen auf beiden Seiten den Effektivwert. Die Spannung der Bewegung wird dadurch

$$E_b = \frac{\mathcal{A}}{2} \cdot s_1 \cdot I_1 \left(1 - 4 \frac{\beta^2}{\pi^2}\right) \frac{v \cdot \omega}{2\pi} \cdot 4p \cdot s_2 \cdot 10^{-8}.$$

Wir setzen nun

$$h = (1 - 4\beta^2/\pi^2) \cdot 3/\pi$$

und berechnen mit Hilfe von Gl. (2) die Spannung der Ruhe E_{12} vom Ständer auf den Läufer. Sie ergibt sich zu

$$E_{12} = M \omega I_1 = \frac{1}{3} k \cdot s_1 s_2 \cdot p \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \cdot \omega \cdot I_1.$$

Demnach ist

$$E_b/E_{12} = v \cdot h/k. \quad (5)$$

Wenn die Ständerwicklung nur einen Teil, z. B. $2/3$ der Polteilung einnimmt, so sind die Induktivitäten in ähnlicher Weise zu berechnen.

133. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom.

Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom unterscheidet sich, abgesehen davon, daß das Magnetgestell aus Blechen zusammengesetzt sein muß, grundsätzlich nicht von einem Hauptschlußmotor für Gleichstrom.

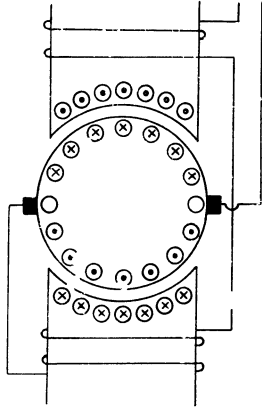


Bild 495. Reihenschlußmotor mit Querwicklung.

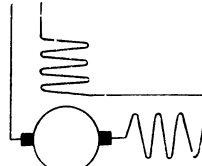


Bild 496. Querwicklung in Reihe mit dem Anker.

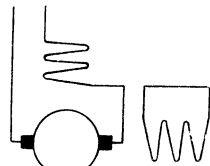


Bild 497. Querwicklung kurz geschlossen.

Leiten wir Wechselstrom in einen für Gleichstrom gebauten Hauptschlußmotor, so kehrt sich der Strom im Anker und in der Magnetwicklung gleichzeitig um, und das Drehmoment hat während der ganzen Periode des Wechselstromes stets dieselbe Richtung.

Damit die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung gering wird, muß die magnetische Wirkung des Ankerstromes durch

eine Kompensations- oder Querwicklung aufgehoben werden (Bild 495). Die Querwicklung kann nach Bild 496 mit der Magnet- und Ankerwicklung in Reihe geschaltet werden. Sie kann aber auch nach Bild 497 in sich kurz geschlossen werden, wobei ihr Strom durch Transformatorwirkung vom Anker aus erzeugt wird. Der Anker stellt dann die erste Wicklung eines Reihentransformators dar, dessen zweite Wicklung in sich kurzgeschlossen ist. In einem solchen wird, abgesehen von der Streuung, keine Spannung der Ruhe erzeugt, da die Ströme beider Wicklungen sich gegenseitig aufheben.

Wir zeichnen nun in Bild 498 das Spannungsbild für den Reihenschlußmotor. Der Strom werde durch den mit I bezeichneten Strahl

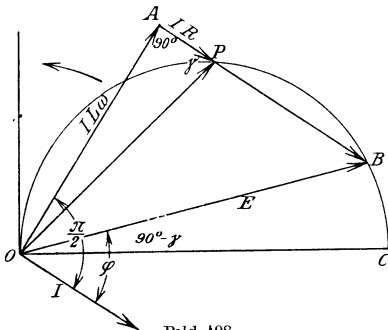


Bild 498. Spannungsbild des Reihenschlußmotors.

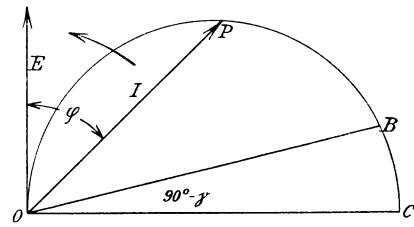


Bild 499. Strombild des Reihenschlußmotors.

dargestellt. Ist $L\omega$ die Summe aus dem induktiven Widerstand der Magnete und dem Streuwiderstand der Anker- und Querwicklung, und R der gesamte Ohmsche Widerstand, so ist OA , um 90° gegen den Strom voreilend, gleich dem induktiven Spannungsverbrauch $I \cdot L\omega$ und AP ,

in Phase mit dem Strome, gleich $I \cdot R$. Der Strahl $OP = I \cdot \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$ stellt dann den gesamten Spannungsverlust dar. Dazu fügen wir die Spannung PB hinzu, die der durch Bewegung erzeugten Spannung das Gleichgewicht hält. Diese durch Bewegung erzeugte Spannung ist am größten, wenn der Fluß, also auch der den Fluß erzeugende Strom, am größten ist. Sie ist wie beim Gleichstrommotor dem Strom entgegengerichtet. Die Spannung PB , die ihr das Gleichgewicht hält, ist also in Phase mit dem Strom. Die Summe OB aller Spannungen ist dann die Klemmenspannung E , die dem Strome um φ voreilt.

Nun ist $\operatorname{tg} \gamma = L\omega/R$, also unveränderlich. Demnach liegt P auf einem Kreise, in welchem $OB = E$ die Sehne über dem Bogen, $\pi - \gamma$ ist. Ist OC der Durchmesser, so ist der Winkel OCB gleich γ , d. h. der Durchmesser OC ist gleich $E/\sin \gamma$. Der Durchmesser ist in der Zeichnung wagerecht gelegt. Nun sind BOC und POA beide gleich $\pi/2 - \gamma$. Demnach ist POC gleich AOB , also gleich $\pi/2 - \varphi$. OP bleibt also um φ gegen die senkrechte Achse zurück.

Wir teilen nun alle Strahlen durch $\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$ und erhalten dadurch Bild 499, in welchem der Strahl OP den Strom I darstellt. Der Endpunkt P liegt dann auf einem Kreise mit dem Durchmesser

$$OC = \frac{E/\sin \gamma}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} = \frac{E}{L\omega}. \quad (6)$$

Der Strahl $OB = E/\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$ ist der Kurzschlußstrom. Da OP um den Winkel φ gegen die senkrechte Achse zurückbleibt, so liegt der Strahl der Spannung E im Strombild in dieser Achse.

Das Drehmoment ist dem Fluß und der Stromstärke, also bei geringer Sättigung dem Quadrate der Stromstärke proportional.

Die Drehzahl ergibt sich, abgesehen von einem Festwert, wenn wir in Bild 498 die Spannung der Bewegung $E_b = BP$ durch den Fluß teilen. Wenn wir die allerdings bei Vollbelastung nicht zutreffende Annahme machen, daß die Sättigung gering ist, so ist der Fluß dem Strahl OP proportional. Die Drehzahl ist also dem Verhältnis $BP : OP$, d. h. unter Vernachlässigung des Widerstandes R dem Werte $\cot \varphi$ proportional. Mit wachsender Drehzahl nimmt also der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ zu. Das erklärt sich auch daraus, daß dabei der Wirkstrom im Verhältnis zum Blindstrom zunimmt und P in Bild 499 nach links rückt. Der Motor arbeitet also günstig bei übersynchronem Lauf.

Tragen wir die Stromstärke aus Bild 499 wagerecht und das Drehmoment und die Drehzahl senkrecht auf, so erhalten wir ähnliche Kurven wie beim Hauptschlußmotor für Gleichstrom.

Wie beim Gleichstrommotor tritt in der durch die Bürsten kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Selbstinduktion auf, die der Stromstärke und Drehzahl proportional ist. Da es sich um einen Wechselstrom handelt, so ändert sich die Spannung der Selbstinduktion mit dem Zeitwert des Stromes. Sie ist am größten, wenn in der Spule, die sich gerade unter der Bürste befindet, der Höchstwert des Stromes umzukehren ist. Die Selbstinduktionsspannung hat also in unserem Falle ausnahmsweise gleiche Phase mit dem Strom. Sie läßt sich durch Wendepole in ähnlicher Weise aufheben wie bei Gleichstrommaschinen.

Gleichzeitig wird in der kurzgeschlossenen Spule, die vom Magnetfluß durchsetzt wird und gegenüber der Magnetwicklung die zweite

Wicklung eines Transformators bildet, eine Spannung der Ruhe erzeugt. Diese bleibt um 90° hinter dem Fluß zurück und ist diesem und der Frequenz proportional. Beim Anfahren ist sie am größten, weil dabei der Strom, also auch der Magnetfluß am größten ist.

Die in der kurzgeschlossenen Spule erzeugte Spannung der Ruhe verursacht einen starken Kurzschlußstrom, der Bürstenfeuer zur Folge haben kann. Man muß daher sorgen, daß die Spannung der Ruhe möglichst gering ist, und wählt daher den Fluß und die Frequenz entsprechend niedrig. Reihenschlußmotoren arbeiten mit 15 und 25 Perioden günstiger als mit 50 Perioden. Auch empfiehlt sich die Verwendung von schmalen und harten Bürsten. Nötigenfalls sind Widerstände zwischen Ankerspulen und Stromwender einzubauen.

Ein weiteres Mittel zur Aufhebung der Spannung der Ruhe in der kurzgeschlossenen Spule besteht in der Verwendung von Hilfspolen, die durch eine Nebenschlußerregung gespeist werden und im Grunde zu einem doppelt gespeisten Motor führen. Das von der Nebenschlußerregung erzeugte Feld des Hilfspols bleibt, wie der erzeugende Strom, wegen der Selbstinduktion der Nebenschlußerregung um 90° hinter der Klemmenspannung, also fast um 90° hinter dem Ständerstrom zurück. Es erzeugt in der kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Bewegung, die ebenfalls um etwa 90° hinter dem Strome zurückbleibt, also geeignet ist, die obenerwähnte Spannung der Ruhe aufzuheben. Dies geschieht allerdings nur bei einer bestimmten Drehzahl vollständig. Bei Stillstand ist die durch die Nebenschlußerregung der Hilfspole erzeugte Spannung auf jeden Fall Null, so daß gerade in dem wichtigsten Zeitraum, d. h. beim Anlassen, Kurzschlußströme unter den Bürsten nicht zu beseitigen sind. Ein und derselbe Hilfspol darf übrigens nicht gleichzeitig eine Hauptstromwicklung zur Schaffung des Wendefeldes und eine Nebenschlußwicklung für die Aufhebung der Transformatorspannung in der kurzgeschlossenen Spule tragen, da beide Wicklungen sich durch gegenseitige Induktion beeinflussen.

134. Der Repulsionsmotor.

Beim Repulsionsmotor wird der Strom, der die Zugkraft ausübt, dem Anker nicht durch die Bürsten zugeführt. Er wird in dem über die Bürsten kurzgeschlossenen Anker durch gegenseitige Induktion von einem Teil der Ständerwicklung, die wir als Querwicklung bezeichnen wollen, erzeugt und gleichzeitig von diesem Teil der Wicklung kompensiert (Bild 500). Die Ständerwicklung zerfällt in die Querwicklung BD und die Erregerwicklung DF . In Wirklichkeit ergeben beide zusammen eine einzige Wicklung, deren Achse nach Bild 501 gegen die der Ankerwindungen verschoben ist. Die Ständerwicklung kann dabei nach Bild 493 gleichmäßig auf der ganzen Polteilung oder nur auf $\frac{2}{3}$ der Polteilung verteilt sein. Wie in Bild 500 stellt in Bild 493 BD die Querwicklung und DF die Erregerwicklung dar. In Bild 493 ergibt sich ein Drehmoment entgegen dem Uhrzeiger. Allgemein hat das Drehmoment die Richtung, in der die magnetische Achse des Ankers gegen die des Ständers verschoben ist. Die Drehzahl läßt sich durch Bürstenverschiebung regeln.

Es ist aber zu beachten, daß Repulsionsmotoren aus einer Bürstenstellung angelassen werden, bei der die magnetischen Achsen des Ankers

und Ständers um 90° verschoben sind. Die induzierende Wirkung des Ständers auf den Anker ist dabei gleich Null und die Ständerwicklung stellt dabei eine reine Drosselspule dar. Infolge ihrer Selbstinduktion

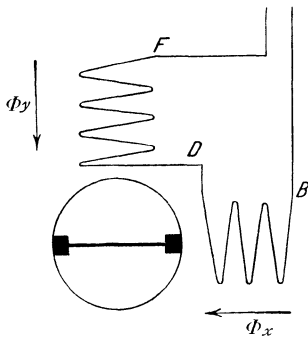


Bild 500.
Schaltbild des Repulsionsmotors.

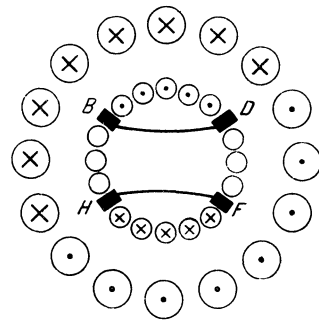


Bild 501.
Repulsionsmotor mit doppelten Bürsten.

ist daher der Strom am kleinsten. Beim Anlassen werden dann die Bürsten in die Betriebsstellung verschoben, bei welcher die Achsen einen Winkel von etwa 10 bis 20° bilden. Der Winkel der Verschiebung der Bürsten aus der Ruhelage ist dann der Komplementwinkel zum Achsenverschiebungswinkel, und der Motor dreht sich entgegen dem Sinne, in dem die Bürsten aus der Ruhelage verschoben werden. Zum Umsteuern werden die Bürsten in Ruhelage zurückgezogen und im entgegengesetzten Sinne verschoben.

Will man die Ankerwicklung zu einem genauen Spiegelbild der Querwicklung machen, so daß sie in magnetischer Hinsicht nur einen gewissen Teil des Umfangs einnimmt, so kann man nach Bild 114 einen verkürzten Wicklungsschritt anwenden. Man kann aber auch, wie beim Dérimotor in Bild 501, Doppelbürsten anwenden. Nach Bild 501 sind dann nur die Abteilungen BD und FH des Ankers in Tätigkeit, während die Abteilungen DF und BH ausgeschaltet sind. Man erreicht dadurch eine bessere Entgegenwirkung des Ständer- und Ankerstromes in der Querrichtung, d. h. die Ankerstreuung wird kleiner.

Die Bürsten bei D und H , die in der magnetischen Achse des Ständers liegen, stehen fest, während die beiden andern Bürsten beweglich sind. Bei Stillstand steht die bei B gezeichnete Bürste bei D und ebenso die bei F gezeichnete Bürste bei H , so daß der Anker offen ist. Beim Anlassen werden die Bürsten dann in die Betriebsstellung verschoben. Man kann dabei den Winkel α , den die Achsen des Ankers und Ständers bilden, besonders feinstufig verändern, da eine Vergrößerung der Verschiebung der Bürsten nur eine halb so große Vergrößerung der Verschiebung der magnetischen Achsen zur Folge hat. Die Drehzahl läßt sich auf diese Weise feinstufig regeln.

Wir wollen nun bei einem Motor mit einfachem oder doppeltem Bürstensatz den durch die Erregerwicklung DF des Ständers in Bild 500 oder 501 geschaffenen Erregerfluß Φ_y und den durch die Querwicklung BD

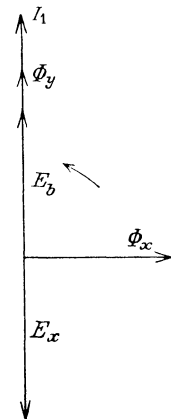


Bild 502. Flüsse und Spannungen des Repulsionsmotors.

zusammen mit dem Anker geschaffenen Transformatorfluß Φ_x nach Größe und Phase bestimmen. Wir brauchen dabei nach dem Vorgang von Görges den Kunstgriff, daß wir den Fluß Φ_y des räumlich senkrechten Feldes willkürlich durch einen Strahl darstellen, der in die senkrechte Achse fällt. Wir erreichen dies dadurch, daß wir den Strahl des Ständerstromes I_1 , der den Fluß Φ_y erzeugt und gleiche Phase mit ihm hat, senkrecht nach oben gerichtet annehmen (Bild 502).

Der Erregerfluß Φ_y des senkrechten Feldes erzeugt im Anker eine Spannung E_b der Bewegung, die am größten ist, wenn der Ständerstrom I_1 , der den Fluß Φ_y erzeugt, am größten ist. Da die durch Bewegung erzeugte Spannung, wie bei Gleichstrom, dem Ankerstrom wesentlich entgegengesetzt ist und Ankerstrom und Ständerstrom wesentlich entgegengesetzte Phase haben, hat die Spannung der Bewegung gleiche Phase mit dem Ständerstrom. Sie ist durch den Strahl E_b gegeben.

Der Transformatorfluß Φ_x des wagerechten Feldes, das durch die Entgegenwirkung der Ständerabteilung BD und des erzeugten Ankerstromes zustande kommt, erzeugt in der kurzgeschlossenen Ankerwicklung eine Spannung der Ruhe E_x , die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes der Spannung der Bewegung das Gleichgewicht hält. Ihr Strahl ist also senkrecht nach unten gerichtet. Da sie um 90° hinter dem Fluß Φ_x zurückbleibt, so ist der Strahl dieses Flusses wagerecht nach rechts gerichtet. Die beiden räumlich um 90° verschobenen Flüsse haben also auch eine zeitliche Verschiebung von 90° , d. h. der Repulsionsmotor besitzt ein Drehfeld. Daß der Strahl Φ_x wagerecht liegt, erleichtert wieder die Übersicht.

Nun wird die Spannung der Ruhe E_x von dem Fluß Φ_x bei der der synchronen Drehzahl $60 \cdot f/p$ entsprechenden Frequenz erzeugt. Dagegen wird die Spannung der Bewegung E_b durch den Fluß Φ_y bei der Drehzahl n erzeugt. Wir werden keinen großen Fehler machen, wenn wir die Spannungen dem Produkt aus Fluß und Drehzahl proportional setzen. Da beide Spannungen gleich sind, so folgt mit Einführung von v aus S. 337

$$\Phi_x \cdot f \cdot 60/p = \Phi_y \cdot n, \quad \text{d. h. } \Phi_x = v \cdot \Phi_y. \quad (7)$$

Für synchronen Lauf, d. h. für $v = 1$ sind also die beiden Flüsse gleich, und das Drehfeld ist vollkommen. Bei Stillstand ($v = 0$) ist das wagerechte Feld gleich Null, weil dabei wie beim Anlauf eines kurzgeschlossenen Drehstrommotors das ganze wagerechte Feld durch die Gegenwirkung des Ankerstromes aus dem Anker heraus und in den Streuweg gedrängt wird. Bei großer Drehzahl überwiegt nach der obigen Gleichung das wagerechte Feld bedeutend über das senkrechte Erregerfeld.

Wir zeichnen nun das Spannungs- und Strombild. Der Ständerstrom sei in Bild 503 durch den mit I_1 bezeichneten Strahl gegeben. Die Spannung der Selbstinduktion $E_{11} = OP$, die der Ständer auf sich selbst erzeugt, bleibt um 90° hinter dem Ständerstrom zurück. Sie bildet mit der Spannung E_{21} der gegenseitigen Induktion vom Anker auf den Ständer eine Summe OA , die unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes der Klemmenspannung $AO = E$ entgegengerichtet ist. In der Zeichnung falle der Strahl AO der Klemmenspannung wagerecht nach links. OP bleibt dann hinter der senkrechten Achse um denselben Winkel φ zurück, um den der Strom I_1 hinter der Spannung E zurückbleibt.

Die Spannung E_{12} der gegenseitigen Induktion vom Ständer auf den Anker hat dieselbe Phase wie die Spannung E_{11} , da sie durch denselben

Strom geschaffen wird. Sie bildet mit der Spannung E_{22} der Selbstinduktion des Ankers, die wieder gleiche Phase mit E_{21} hat, ein Summe OC , die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes der Spannung E_b der Bewegung das Gleichgewicht hält. Da die Spannung der Bewegung dieselbe Phase hat wie der Fluß und der Strom, so fällt E_b in die Richtung des Stromes I_1 . d. h. der Winkel COP ist gleich 90° .

Wir ziehen nun PB in Richtung von OC und verlängern PA bis D . Wir benutzen dann die Gleichungen: $E_{11} = L_1 \omega I_1$, $E_{22} = L_2 \omega I_2$, $E_{12} = M \omega I_1$ und $E_{21} = M \omega I_2$ und erhalten:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{E_{21}}{PD} = \frac{E_{21}}{E_{22} \cdot E_{11} / E_{12}} = \frac{M^2}{L_1 \cdot L_2}.$$

Da AO die gleichbleibende Klemmenspannung ist, so ist auch AB und OB unveränderlich. Da ferner der Winkel OPB gleich 90° ist, so liegt P auf einem Kreise, der durch O geht, und dessen Mittelpunkt auf der Verlängerung von OA liegt.

Wir teilen nun alle Strahlen durch $L_1 \omega$. Der Strahl OP stellt dann in Bild 504 unmittelbar den Ständerstrom I_1 dar, und sein Endpunkt liegt, wie in Bild 503, auf einem Kreise. Ist I_0 der Leerstrom bei offenem

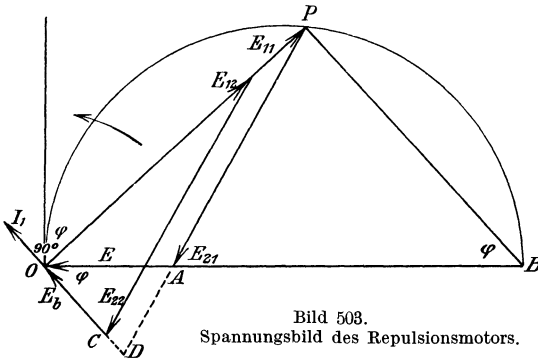


Bild 503.
Spannungsbild des Repulsionsmotors.

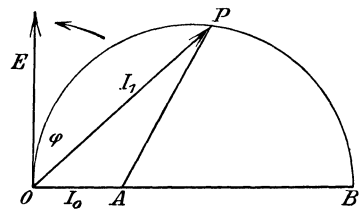


Bild 504.
Strombild des Repulsionsmotors.

Anker oder bei einer Verschiebung der magnetischen Achsen um 90° , so gilt die Gleichung $E = L_1 \omega I_0$. Da wir $OA = E$ ebenfalls durch $L_1 \omega$ geteilt haben, so haben wir im Strombild in OA den Leerstrom I_0 erhalten. Das obige Verhältnis $AB : OB$ gibt uns dann den Durchmesser. Es ist bemerkenswert, daß dasselbe Verhältnis bei der Ermittlung des Strombildes des Drehstrommotors und bei der Berechnung der doppelt verketteten Streuung auftrat. Tatsächlich berücksichtigen unsere berechneten Induktivitäten auf S. 336 sowohl die wirkliche Streuung als auch die ungünstige Flußverkettung infolge Verschiebung der magnetischen Achsen, die als doppelt verkettete Streuung wirkt.

Den Ankerstrom I_2 erhalten wir aus der Beziehung, daß im Strombild $PA = E_{21} / L_1 \omega = I_2 \cdot M \omega / L_1 \omega$ wird.

Nehmen wir nun eine auf der ganzen Polteilung verteilte Ständerwicklung an, so folgt die Drehzahl nach Gl. (5) aus der Beziehung:

$$\frac{v \cdot h}{k} = \frac{E_b}{E_{12}} = \frac{OD}{E_{11}} = \frac{OD}{PB} \cdot \frac{PB}{E_{11}}.$$

Nun ist $OD/PB = OA/AB = (L_1 L_2 - M^2) / M^2$ und $PB/E_{11} = \cot \varphi$. Demnach wird $v \cdot h/k = \cot \varphi \cdot (L_1 L_2 - M^2) / M^2$. Die Drehzahl ist also $\cot \varphi$ proportional.

Endlich berechnen wir noch das Drehmoment aus der Gleichung:

$$D = \frac{E \cdot I_1 \cdot \cos \varphi}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60}.$$

Wir setzen wie früher $n/60$ gleich $v \cdot f/p$ und führen für v den Wert aus der vorigen Seite ein. Dann folgt, daß das Drehmoment proportional $I_1 \cdot \sin \varphi$, d. h. proportional der Projektion des Strahles OP des Ständerstromes auf die wagerechte Achse ist. Nach einem bekannten Satz der Planimetrie ist das Drehmoment dann auch proportional dem Quadrat des Ständerstromes. Dabei ist die Sättigung gering angenommen, was allerdings der Wirklichkeit nicht entspricht.

In Bild 505 ist nun die Stromstärke wagerecht und der Leistungsfaktor, die Geschwindigkeit und das Drehmoment senkrecht aufgetragen, und zwar für Achsenverschiebungswinkel $\alpha = 10^\circ, 20^\circ$ und 30° . Der Einfachheit wegen wurde dabei I_0 und $p \cdot E/f = 1$ und $(L_1 L_2 - M^2)/M^2 = 0,2$ angenommen. Man erkennt, daß auch der Repulsionsmotor sich ähnlich verhält wie ein Hauptschlußmotor für Gleichstrom.

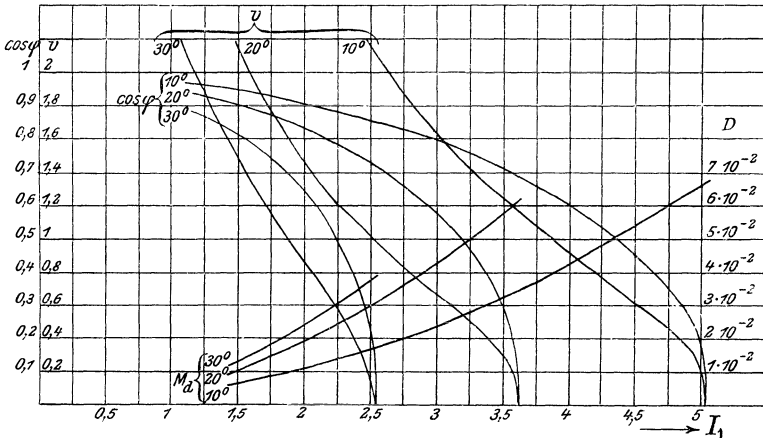


Bild 505. Drehmoment, Geschwindigkeit und Leistungsfaktor in Abhängigkeit von der Stromstärke.

Werfen wir nun einen Blick auf den Vorgang der Stromwendung. Zunächst tritt eine Selbstinduktionsspannung in der kurzgeschlossenen Spule auf, die der Drehzahl proportional ist. Diese Selbstinduktion wirkt in derselben Weise wie beim Gleichstrommotor.

Außerdem wird in der kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Bewegung im Fluß Φ_e erzeugt, die gleiche Phase mit diesem Fluß hat, und eine Spannung der Ruhe durch den Fluß Φ_r , die um 90° hinter diesem Fluß zurückbleibt. Daraus folgt nach Bild 502, daß die Spannungen der Ruhe und der Bewegung in der kurzgeschlossenen Spule sich entgegenwirken. Beim Gleichlauf heben sie sich vollständig auf, da $v = 1$ ist und nach S. 342 beide Flüsse gleich werden. Wir können die Verhältnisse beim Gleichlauf auch so auffassen, daß dabei ein vollkommenes Drehfeld entsteht, das sich ebenfalls im Gleichlauf dreht und daher auf die kurzgeschlossene Spule keinen Einfluß ausübt. In diesem Falle bleibt also nur die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule übrig.

Bei einer Geschwindigkeit, die kleiner ist als beim Gleichlauf, überwiegt der senkrechte Erregerfluß Φ_y . Es läßt sich dann zeigen, daß

die von ihm in der kurzgeschlossenen Spule erzeugte Spannung der Ruhe die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule zum Teil aufhebt. Der Repulsionsmotor ist also in bezug auf funkenlose Stromwendung bei untersynchroner Geschwindigkeit günstig gestellt.

Ist die Geschwindigkeit größer als beim Gleichlauf, so ist der Fluß Φ_x nach S. 342 größer als der Fluß Φ_y . Da gleichzeitig $v > 1$ ist, so überwiegt in der kurzgeschlossenen Spule die Spannung der Bewegung bedeutend über die der Ruhe. Weiter ist zu beachten, daß die außerdem noch auftretende Spannung der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule bei der großen Geschwindigkeit, mit der die Stromwendung bei hoher Drehzahl vor sich geht, besonders groß ist. Es läßt sich außerdem nachweisen, daß sie sich zu der Spannung der Bewegung in der kurzgeschlossenen Spule unter einem um so kleineren Winkel hinzufügt, je größer die Geschwindigkeit ist.

Bei hoher Drehzahl wirken also drei ungünstige Umstände zusammen. Zunächst ist die Geschwindigkeit zu groß, weiter ist der Fluß Φ_x zu groß, und endlich fügen sich die Spannungen der Selbstinduktion und der Bewegung unter einem spitzen Winkel aneinander. Beide werden durch die Spannung der Ruhe, die in der Spule durch den Fluß Φ_y erzeugt wird, nur unvollkommen aufgehoben.

135. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor.

Der Eichberg-Motor und der Latour-Motor unterscheiden sich grundsätzlich dadurch von dem Repulsionsmotor, daß sie nach Bild 506

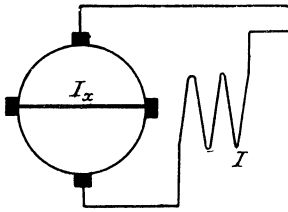


Bild 506. Grundsätzliche Schaltung des Eichberg-Motors und Latour-Motors.

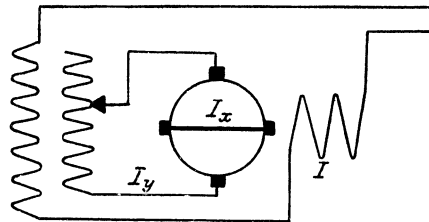


Bild 507. Eichberg-Motor mit Reihentransformator.

mit Hilfe des Ständerstromes I , der dem Anker zugeführt wird und einen senkrechten Fluß Φ_y erzeugt, vom Anker aus erregt werden. Bei der wirklichen Ausführung wird in der Regel der Anker nicht, wie in Bild 506, unmittelbar durch den Ständerstrom I , sondern von der zweiten Wicklung eines Transformators gespeist, dessen erste Wicklung mit den Ständerwindungen in Reihe geschaltet ist (Bild 507). Das Übersetzungsverhältnis des Transformators ist veränderlich, um ein möglichst funkenfreies Anlaufen und eine Regelung der Drehzahl zu ermöglichen. Ist beim Transformator u das Verhältnis der Windungen der ersten und zweiten Wicklung, so ist der Strom I_y in der zweiten Spule, welche die senkrechte Erregerwicklung speist, gleich $u \cdot I$. Er hat im Transformator bei Vernachlässigung des geringen Leerstromes entgegengesetzte Phase wie der Strom I . Da jedoch durch die Einschaltung des Transformators grundsätzlich nichts gegenüber der einfacheren Schaltung ohne Transformator in Bild 506 geändert wird, so schreiben wir dem Erregerstrom $I_y = uI$ im Motor dieselbe Phase zu wie dem Ständerstrom I .

Der die Zugkraft liefernde Ankerstrom I_x , dessen Windungen in der Zeichnung eine wagerechte Achse besitzen, wird wie beim Repulsionsmotor vom Ständer aus durch eine Spannung der Ruhe in dem über die Bürsten kurzgeschlossenen Anker erzeugt. Die Ankerwindungen mit wagerechter Achse bilden dabei die zweite Wicklung eines Transformators, dessen erste Wicklung durch die Ständerwindungen gebildet wird.

Beim Eichberg-Motor fließen die Ströme I_y und I_x nach Bild 507 in einer einzigen Ankerwicklung und lagern sich dort übereinander. Wir können uns aber auch hier zwei getrennte Wicklungen mit zwei Stromwendern vorstellen, auf denen je ein Bürstenpaar schleift. In jeder Wicklung haben wir dann nach Bild 508 einen besonderen Ankerstrom.

Beim Latour-Motor (Bild 509) überdecken sich Erregerstrom und Arbeitsstrom nicht, wie beim Eichberg-Motor, sondern sie fließen in besonderen Abteilungen des Ankers. Es wird die Abteilung AB und CD vom Erregerstrom I_y durchflossen und der Arbeitsstrom I_x vom Ständer in der Abteilung AC und BD erzeugt.

Im Anker des Eichberg-Motors und Latour-Motors treten nun zwei Flüsse auf. Der senkrechte Fluß Φ_y wird vom Erregerstrom uI

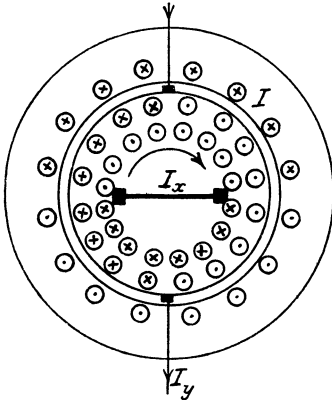


Bild 508. Stromverteilung im Eichberg-Motor

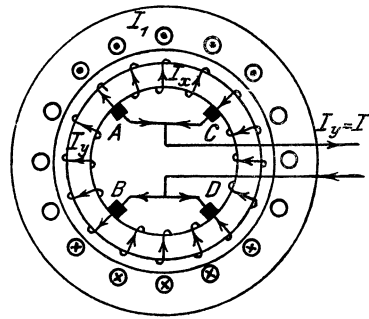


Bild 509. Stromverteilung im Latour-Motor.

geschaffen und hat gleiche Phase mit diesem Strom. Er erzeugt in der Wicklung mit senkrechter Achse eine Spannung der Ruhe E_y , die um 90° hinter dem Fluß Φ_y zurückbleibt, und in der Wicklung mit der wagerechten Achse eine Spannung der Bewegung E_{yx} , die gleiche Phase mit dem Fluß Φ_y hat. Legen wir in Bild 510 den Strahl des Ständerstromes I und des Erregerstromes uI senkrecht nach oben, so liegt der Strahl der Spannung der Bewegung $E_{yx} = OF$ ebenfalls senkrecht nach oben und der Strahl der Spannung der Ruhe E_y wagerecht nach rechts.

Der wagerechte Fluß Φ_x wird durch die Entgegenwirkung des Ständerstromes I und des durch Transformatorwirkung von ihm erzeugten Ankerstromes I_x geschaffen. Er erzeugt in der kurzgeschlossenen wagerechten Ankerwicklung eine Spannung der Ruhe E_x , die unter Vernachlässigung des Wirkwiderstandes des Ankers der Spannung E_{yx} das Gleichgewicht hält. Ihr Strahl ist also senkrecht nach unten gerichtet und gleich FO . Da sie um 90° hinter dem Fluß Φ_x zurückbleibt, ist dieser wagerecht nach rechts gerichtet. Die beiden räumlich um 90° verschobenen Flüsse haben also eine zeitliche Verschiebung von 90° , d. h. der Motor besitzt ein Drehfeld.

Der wagerechte Fluß Φ_x erzeugt nun außerdem in der senkrechten Wicklung des Ankers eine Spannung E_{xy} der Bewegung, die gleiche oder entgegengesetzte Phase hat wie der Fluß Φ_x . Wir können die sonst etwas unbequeme Entscheidung durch die Überlegung gewinnen, daß beim Gleichlauf das Drehfeld den Anker überhaupt nicht schneidet, also die Spannung E_{xy} der Bewegung und die Spannung E_y der Ruhe einander aufheben. Beide sind also entgegengerichtet, und E_{xy} fällt wagerecht nach links.

Im Ständer ist nun OB die an den Ständer gelegte Klemmenspannung, BD die vom Strom I erzeugte Spannung der Selbstinduktion $L_1 \omega I$, die um 90° gegen I zurückbleibt, und DO die vom wagerechten Ankerstrom erzeugte Spannung der gegenseitigen Induktion $M \omega I_x$. Die drei Spannungen ergeben die Summe Null.

In der X -Wicklung des Läufers war OF , in Phase mit dem Strom uI , die Spannung E_{yx} der Bewegung im Fluß Φ_y und FO die ihr entgegengesetzte Spannung der Ruhe E_x . Dabei ist FO die Summe aus der Spannung der gegenseitigen Induktion $M \omega I = FG$, die gegen den Ständerstrom I um 90° zurückbleibt, und der mit $M \omega I_x$ phasengleichen Spannung $L_2 \omega I_x = GO$, die die wagerechte Ankerwicklung in sich selbst erzeugt.

In der Y -Wicklung des Läufers, d. h. in der Erregerwicklung, hält die den senkrechten Bürsten aufgedrückte Spannung der erzeugten Spannung $E_y - E_{xy}$ das Gleichgewicht und ist ihr entgegengesetzt gleich.

Ist, wie in Bild 510, E_y größer als E_{xy} , so ist der Strahl der gesamten erzeugten Spannung von links nach rechts gerichtet, also die aufgedrückte Spannung von links nach rechts. Die Spannung an der ersten Wicklung des Transformators ist u mal so groß wie die der

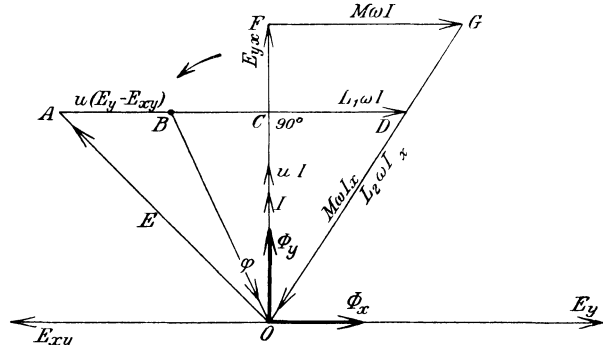


Bild 510. Flüsse u. Spannungen des Eichberg-Motors u. Latour-Motors

Erregerwicklung aufgedrückte Spannung, also in Bild 510 durch $BA = u(E_y - E_{xy})$ gegeben. Ist dagegen E_y kleiner als E_{xy} , so liegt A nicht links, sondern rechts von B . Stets ist die Spannung an den Erregerbürsten, d. h. am Transformator, gegenüber dem Strom I eine reine Blindspannung.

Die Netzspannung E ist dann die Summe aus der Ständer-spannung OB und der Transformatorspannung BA , also gleich OA . Sie eilt dem Strom I um den Winkel φ voraus. Der Winkel wird negativ, wenn infolge hoher Drehzahl E_{xy} über E_y so stark überwiegt, daß B rechts von C liegt.

Wir berechnen nun das Verhältnis der durch denselben Fluß erzeugten Spannung E_{xy} der Bewegung zur Spannung der Ruhe E_x . Obwohl diese Spannungen in verschiedenen Wicklungen erzeugt werden, können wir doch Gl. (5) anwenden. Wir müssen aber bei der Berechnung der Spannung der Bewegung, also des Faktors h , die Achsenverschiebung

$\alpha = \pi/2$, also $\beta = 0$ setzen, dagegen bei Berechnung der Spannung der Ruhe, also des Faktors k , $\alpha = 0$, d. h. $\beta = \pi/2$ setzen. Dadurch wird $h = 3/\pi$ und $k = 1$, und wir erhalten nach Gl. 5: $E_{xy}/E_x = E_{yx}/E_y = v \cdot 3/\pi$. Demnach sind die beiden entgegengesetzt gleichen Spannungen in der X-Wicklung, da $E_y = L_2 \omega \cdot u \cdot I$ ist:

$$E_x = E_{yx} = v \cdot E_y \cdot 3/\pi = v \cdot L_2 \omega \cdot u \cdot I \cdot 3/\pi.$$

Die Spannung der Bewegung in der senkrechten Erregerwicklung wird

$$E_{xy} = v E_x \cdot 3/\pi = v^2 \cdot L_2 \omega \cdot u \cdot I \cdot 9/\pi^2.$$

Wenn dann nach Bild 510 $CD = M \omega \cdot I \cdot M/L_2$ gesetzt wird, so ist $E \cdot \sin \varphi = u(E_y - E_{xy}) + L_1 \omega \cdot I - I \omega M^2/L_2$, $E \cdot \cos \varphi = E_{yx} \cdot M/L_2$.

Wir führen für E_y , E_{xy} und E_{yx} die berechneten Werte ein und setzen

$$(L_1 - M^2/L_2 + u^2 L_2) \omega = a \quad u^2 \cdot L_2 \omega \cdot 9/\pi^2 = b \quad u \cdot M \omega \cdot 3/\pi = c.$$

Dann wird $E \cdot \sin \varphi = (a - b v^2) I$, $E \cdot \cos \varphi = c \cdot v \cdot I$ und $\text{tg } \varphi = (a - b v^2)/c v$.

Für jede Geschwindigkeit läßt sich also der Winkel φ und damit der Strom berechnen. Die Geschwindigkeit, bei welcher der Verschiebungswinkel φ gleich Null wird, ergibt sich aus der obigen Gleichung für $\text{tg } \varphi$ zu $v_0 = \sqrt{a/b}$. Sie liegt oberhalb des Gleichlaufs. Ist die Geschwindigkeit noch größer, so wird der Verschiebungswinkel negativ. Dies beruht darauf, daß bei großer Geschwindigkeit die Spannung der Bewegung in der senkrechten Erregerwicklung über die entgegengesetzte Spannung der Ruhe überwiegt, so daß der Unterschied negativ wird. Dadurch kann die Selbstinduktion in der Ständerwicklung und wagerechten Ankerwicklung mehr als aufgehoben werden, so daß die Maschine voreilenden Strom aufnimmt.

Das Drehmoment D ergibt sich unter Benutzung der obigen Gleichung für $E \cos \varphi$ zu

$$D = \frac{E \cdot I \cdot \cos \varphi}{2\pi \cdot 9,81 \cdot n/60} = \frac{c \cdot p \cdot I^2}{2\pi \cdot 9,81 \cdot f}.$$

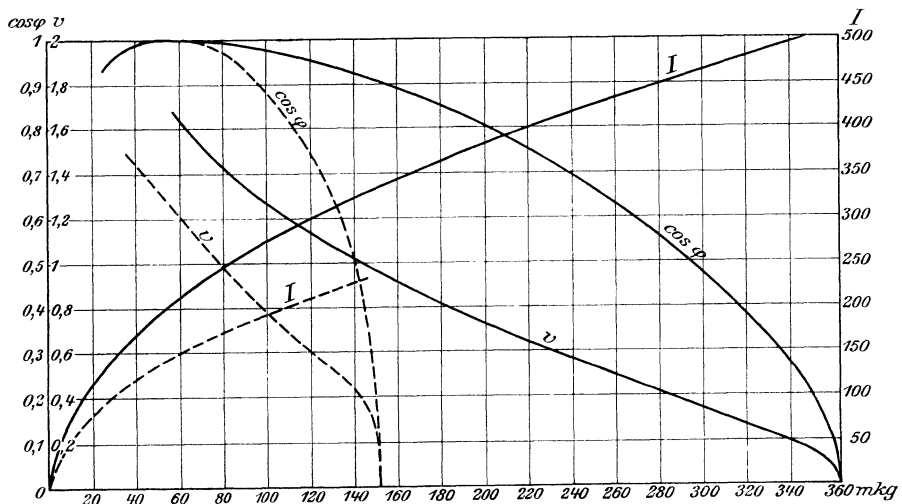


Bild 511. Kurven des Eichberg-Motors.

Für $L_1\omega = L_2\omega = 6,3$ und $M\omega = 6$, sowie für eine Spannung von 500 Volt, eine Frequenz 50 und eine Polpaarzahl 3 sind auf diese Weise Strom, Leistungsfaktor und Drehmoment in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit berechnet, und zwar für $u = 0,25$ und $0,5$. Darauf sind in Bild 511 Strom, Leistungsfaktor und Geschwindigkeit in Abhängigkeit vom Drehmoment aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf $u = 0,25$, die gestrichelten auf $u = 0,5$. Die Kurven zeigen ein Verhalten wie beim Reihenschlußmotor. Sie stimmen mit den beim Versuch aufgenommenen Kurven überein (vgl. Eichberg, ETZ, 1904, S. 80), wenn sich auch bei ausgeführten Motoren der Einfluß der Sättigung bemerkbar macht. Die Phasenverschiebung ist im äußersten linken Teil der Kurven negativ.

Statt den Strom zu berechnen, können wir seinen reziproken Wert auch durch Zeichnung gewinnen (Bild 512). Der reziproke Wert sei in Richtung des Strahles des Stromes als Strahl aufgetragen.

Wir setzen nach den obigen Gleichungen für $E \sin \varphi$ und $E \cos \varphi$ und Bild 512: $x = \sin \varphi \cdot 1/I = (a - bv^2)/E$ und $y = \cos \varphi \cdot 1/I = c \cdot v/E$. Führen wir v aus der zweiten Gleichung in die erste ein, so ist $y^2 = (a/E - x) \cdot c^2 : bE$. Dies ist die Gleichung einer Parabel, deren Parameter gleich $c^2 : bE$ ist und deren Scheitel um $a/E = OS$ vom Anfangspunkt O entfernt ist.

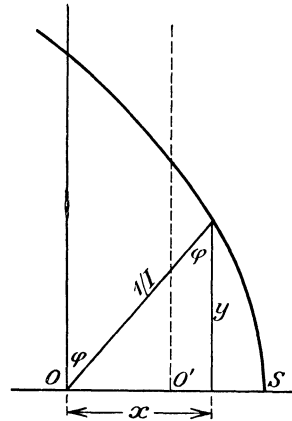


Bild 512. Ort für den Endpunkt des Strahles $1/I$.

Der Strahl der Parabel mit dem Anfangspunkt O ist dann gleich $1/I$ und der Winkel, um den er gegen die senkrechte Achse zurückbleibt, gleich φ . Da bei unserer Vernachlässigung des Wirkwiderstandes die Phasenverschiebung beim Stillstand gleich 90° ist, so ergibt sich der Anlaufstrom I_k , indem wir in der letzten Gleichung $y = 0$ setzen, aus der Gleichung $1/I_k = OS = a/E$.

Gleichzeitig ist y nach der obigen Gleichung ein Maß für die Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit, bei der die Phasenverschiebung Null wird, läßt sich daher unmittelbar ablesen. Man sieht dann auch, daß die Phasenverschiebung bei größerer Geschwindigkeit negativ wird.

Da c^2/b unabhängig von u ist, so ist die Parabel von Änderungen des Windungsverhältnisses des Transformators unabhängig, und es ändert sich nur die Entfernung des Anfangspunktes vom Scheitel. Unsere Zeichnung bezieht sich auf denselben Motor wie Bild 511, und zwar gilt der Anfangspunkt O für $u = 0,25$ und O' für $u = 0,5$.

Bemerkenswert ist das Verhältnis der beiden Flüsse bei den verschiedenen Betriebszuständen und das Verhältnis der Spannungen am Ständer und an den Erregerbürsten.

Beim Anlauf ist der Strom am größten, also auch der senkrechte Erregerfluß am größten. Dagegen ist der wagerechte Fluß im Anker gleich Null, da der vom Ständer durch den Luftraum gesandte wagerechte Fluß in den Streuweg des Ankers gedrängt wird. Daher entfällt von der ganzen Spannung auf den Ständer nur eine kleine Spannung, die durch die Streuflüsse des Ständers und der wagerechten Ankerwicklung geschaffen wird, dagegen auf die senkrechte Erregerwicklung

die große Spannung, die durch Luftfluß und Streufluß dieser Wicklung geschaffen wird.

Beim Lauf bildet sich ein von den Ankerwindungen umfaßter wagerechter Fluß aus. Da sich die Spannungen der Ruhe E_x und E_y wie die sie erzeugenden Flüsse verhalten, so ist nach der Gleichung für E_x auf S. 348 $\Phi_x = v \cdot \Phi_y \cdot 3/\pi$.

Bei geringer Geschwindigkeit überwiegt also der senkrechte Erregerfluß. Gleichzeitig ist die Spannung an den Erregerbürsten noch groß gegenüber der Spannung am Ständer.

Beim Gleichlauf wird $v = 1$ und die beiden Flüsse sind einander nahezu gleich. Das Drehfeld ist dann vollkommen, und da der Anker sich ebenso schnell dreht wie das Feld, so wird keine Spannung in ihm erzeugt. Die Spannung an den Erregerbürsten wird daher Null, was auch daraus hervorgeht, daß dann in der Erregerwicklung die Spannung der Ruhe E_y die der Bewegung E_{xy} genau aufhebt (vgl. Bild 510). Die ganze Netzspannung liegt dann am Ständer, und man kann ohne Änderung der elektrischen Verhältnisse den Anker auch über die Erregerbürsten kurzschließen. Man erhält dadurch einen einphasigen Induktionsmotor, mit einer Längs- und Querwicklung des Ankers, auf den die in Abschnitt 131 entwickelte Anschauung in vorzüglicher Weise anwendbar ist. Wie der Induktionsmotor zeigt die Maschine dann Nebenschlußverhalten, d. h. fast unveränderliche Drehzahl.

Bei noch größerer Geschwindigkeit überwiegt der wagerechte Fluß. Gleichzeitig wird die Spannung an den Erregerbürsten nacheilend gegen den Strom, so daß das Voreilen an den Ständerbürsten, das durch die Streuung in der wagerechten Achse verursacht wird, ausgeglichen wird. Die Phasenverschiebung zwischen Strom und Gesamtspannung wird dann zunächst Null und bei noch größerer Geschwindigkeit negativ.

Die Stromwendung macht an den senkrechten Erregerbürsten keine Schwierigkeit. Da die von diesen Bürsten kurzgeschlossene Spule eine wagerechte Achse hat, so ist in ihr die Spannung der Ruhe proportional Φ_x und die Spannung der Bewegung proportional $v \cdot \Phi_y$. Da nach obigem Φ_x rund gleich $v \cdot \Phi_y$ ist, so haben beide Spannungen den gleichen Betrag. Daß sie entgegengesetzt gleich sind, folgt aus den Strahlen der Flüsse im Bild 510 und dem vollständigen Drehfeld bei Gleichlauf, das überhaupt keine Spannung in der kurzgeschlossenen Spule erzeugt. Demnach heben sich die Spannungen der Ruhe und der Bewegung in den von den Erregerbürsten kurzgeschlossenen Spulen bei jeder Geschwindigkeit auf. Selbst bei Stillstand, wo die Spannung der Bewegung gleich Null ist, trifft dies zu, da der ganze wagerechte, vom Ständer erzeugte Fluß dabei in den Streuweg gedrängt wird. Der von der kurzgeschlossenen Spule umfaßte wagerechte Fluß und damit die Spannung der Ruhe ist also Null.

Die wagerechten Bürsten der kurzgeschlossenen Wicklung schließen Spulen mit senkrechter Achse kurz. In diesen Spulen ist die Spannung der Ruhe proportional Φ_y , die Spannung der Bewegung proportional $v \cdot \Phi_x$. Da wieder nach obigem Φ_x rund gleich $v \cdot \Phi_y$ ist, so verhalten sich die Spannungen wie $1:v^2$. Beim Anlauf ist nur die Spannung der Ruhe durch den Erregerfluß Φ_y vorhanden. Ihr nachteiliger Einfluß auf das Bürstenfeuer kann dadurch aufgehoben werden, daß man beim Anlassen ein kleines Übersetzungsverhältnis u beim Transformator, d. h. einen

kleinen Erregerstrom $u \cdot I$ einstellt. Der Motor läuft dann mit kleinem Erregerfluß Φ_y und entsprechend höherem Strom an. Beim Gleichlauf heben sich die Spannungen der Ruhe und der Bewegung wieder auf. Oberhalb des Gleichlaufs überwiegt die Spannung der Bewegung sehr stark. Die Motoren arbeiten daher bei großer Geschwindigkeit ungünstig, während ein Reihenschlußmotor um so günstiger arbeitet, je größer die Geschwindigkeit gegenüber dem Gleichlauf ist. Der Reihenschlußmotor hat daher den Eichbergmotor aus dem Feld geschlagen.

136. Doppelschlußmotoren¹⁾.

Die Doppelschlußmotoren für Wechselstrom besitzen einen mit Stromwender versehenen Anker, eine auf dem Ständer liegende Feldwicklung, deren magnetische Achse gegen die des Ankers um 90° verschoben ist, und eine gleichfalls auf dem Ständer liegende Querwicklung, deren magnetische Achse der des Ankers entgegengerichtet ist. Die Feldwicklung liegt entweder nach Bild 513 mit dem Anker oder nach Bild 514 mit der Querwicklung in Reihe. Der Kreis des Ankers und

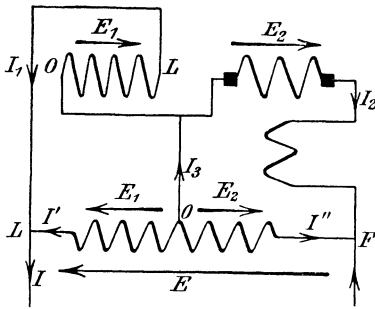


Bild 513. Feld in Reihe mit Anker.

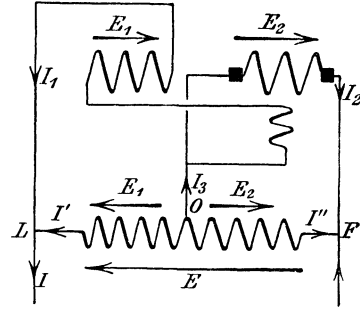


Bild 514. Feld in Reihe mit Querwicklung.
Pfeile geben positive Richtungen, nicht gleichzeitige Augenblickswerte.

der Kreis der Querwicklung werden mit Hilfe eines Spartransformators durch Spannungen von gleicher Phase gespeist. Das Übersetzungsverhältnis des Transformators ist veränderlich. Eine besondere Ausführung nach Bild 513 ist der Alexandersonmotor, bei dem die Windungszahl des Ankers halb so groß ist wie die der Querwicklung. Diese bedeckt nur einen Teil des Umfangs, und der Anker ist infolge Verkürzung des Wicklungsschrittes ein genaues Spiegelbild der Querwicklung.

Zur Festsetzung der positiven Richtungen für Spannungen und Ströme zeichnen wir den Anker ebenfalls wie eine Spule, und zwar mit demselben Wicklungssinn wie bei der Querwicklung. Diese ist so geschaltet, daß der Strom, der im wesentlichen aus der Querwicklung in den Anker weiterfließt, beide Wicklungen in entgegengesetztem Sinne durchfließt. Da die Querwicklung die erste, der Anker die zweite Wicklung eines Transformators darstellt, so geben wir der Querwicklung die Bezeichnung 1, dem Anker die Bezeichnung 2.

Wegen des gleichen Wicklungssinnes setzen wir dann in beiden Wicklungen dieselbe Zählrichtung für die Ströme und Spannungen fest. Nur unter dieser Bedingung haben wir überhaupt das Recht, den

¹⁾ Vgl. Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik, Bd. III, S. 613.

von einem Strom erzeugten Spannungen der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion dieselbe Phase und nicht etwa die entgegengesetzte Phase zuzuschreiben. Die positive Richtung in der Anker- und Querwicklung ist in den Bildern willkürlich von links nach rechts angenommen. Eine positive Spannung wirkt also in der Querwicklung von O nach L und im Anker von O nach F , gleichgültig, ob es sich um eine aufgedrückte oder eine innen erzeugte Spannung handelt. Dadurch ist auch die durch die Pfeile bezeichnete positive Richtung der Ströme I_1 und I_2 festgelegt, die in den beiden Wicklungen dieselbe ist wie für die Spannungen.

Damit sind auch für den Transformator die Zählrichtungen der Klemmenspannungen E_1 und E_2 und der Ströme I' und I'' festgelegt, die auch hier von O nach L und von O nach F zu rechnen sind. Wir wählen ferner die Zählrichtung des Stromes I_3 im Mittelleiter willkürlich auf den Motor hin und die der Gesamtspannung E und des Motorstromes I willkürlich von F nach L . Dann ergibt sich:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \quad \mathfrak{I} = \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{I}' = -\mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}'' \quad \mathfrak{I}_3 = \mathfrak{I}_1 + \mathfrak{I}_2.$$

Es sei nun L_1 die Induktivität der Querwicklung, und zwar in Bild 514 mit Einschluß der vorgeschalteten Feldwicklung. Ebenso sei L_2 die Induktivität des Ankers, und zwar in Bild 513 gleichfalls mit Einschluß der Feldwicklung. Die gegenseitige Induktivität zwischen Querwicklung und Anker sei M , und es sei $\sigma_1 = M/L_1$ und $\sigma_2 = M/L_2$. Der Wirkwiderstand und die Verluste im Eisen werden vernachlässigt. Die Sättigung ist wieder gering angenommen.

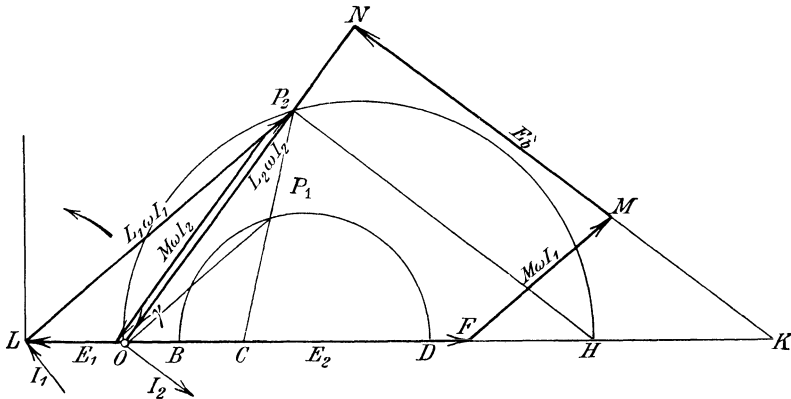


Bild 515. Spannungsbild des Doppelschlußmotors. Feld in Reihe mit Anker.

Wir behandeln zunächst den Motor, dessen Feld nach Bild 513 in Reihe mit dem Anker liegt. Wir legen dazu in Bild 515 den Strahl FL der Klemmenspannung E willkürlich wagerecht von rechts nach links. In dieselbe Richtung fällt dann der Strahl OL , der die Spannung E_1 an der Querwicklung darstellt. Der Strom I_1 der Querwicklung bleibe, wie gezeichnet, hinter dieser Spannung E_1 zurück. Er erzeugt in der Querwicklung die Spannung $LP_2 = L_1 \omega I_1$, die gegen ihn um 90° nacheilt. Außerdem erzeugt in der Querwicklung der Ankerstrom I_2 eine Spannung der gegens. Induktion $P_2O = M \omega I_2$. Die Summe der drei Spannungen E_1 , $L_1 \omega I_1$ und $M \omega I_2$ ist, wie gezeichnet, Null.

Im Ankerkreis wird die Bürstenspannung E_2 durch den Strahl OF und der Strom durch einen gegen $M\omega I_2$ um 90° voreilenden Strahl I_2 dargestellt. Zur Bürstenspannung $E_2 = OF$ fügt sich die Spannung der gegenseitigen Induktion $FM = M\omega I_1$, ferner die durch Bewegung erzeugte Spannung $MN = E_b$ und die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung $NO = L_2\omega I_2$. Die Summe dieser vier Spannungen ist ebenfalls Null. Dabei hat $M\omega I_1$ dieselbe Phase wie $L_1\omega I_1$, und ebenso hat $L_2\omega I_2$ dieselbe Phase wie $M\omega I_2$. Die Spannung E_b der Bewegung hat abgesehen vom Vorzeichen dieselbe Phase wie der Fluß, der sie hervorruft, also auch wie der Ankerstrom, der diesen Fluß erzeugt. Das Vorzeichen folgt daraus, daß die Spannung der Bewegung, wie bei Gleichstrom, dem Strom I_2 , der das Drehmoment ausübt, entgegengerichtet ist. Der Winkel zwischen E_b und $L_2\omega I_2$ wird auf diese Weise 90° .

Wir ziehen nun durch P_2 einen Strahl in Richtung von E_b . Die wagerechte Achse werde durch diesen Strahl in H und durch die Verlängerung von E_b in K geschnitten. Dann ist: $\sigma_1 = M\omega I_1 / (L_1\omega I_1) = FK / (E_1 + OH)$ und $\sigma_2 = M\omega I_2 / (L_2\omega I_2) = OH / (E_2 + FK)$. Wir setzen FK aus der zweiten Gleichung in die erste ein und lösen für OH auf. Dadurch erhalten wir

$$OH = \frac{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot E_1 + \sigma_2 \cdot E_2}{1 - \sigma_1 \sigma_2}.$$

Sind also die Gesamtspannung und das Übersetzungsverhältnis des Transformators gegeben, so ist OH unveränderlich. Demnach liegt der Anfangspunkt P_2 des Strahles $P_2O = M\omega I_2$ auf einem Kreise über den unveränderlichen Durchmesser OH .

Ist nun OP_1 nach Größe und Richtung gleich $M\omega I_1$, so ist $\sigma_1 = OP_1 / LP_2 = CO / (CO + E_1)$, d. h. $CO = \sigma_1 \cdot E_1 / (1 - \sigma_1)$. Der Punkt C liegt also fest. Da das Verhältnis CP_1 zu CP_2 ebenfalls gleich σ_1 ist, so liegt P_1 auf einem Kreise, der mit dem Kreis über OH den Ähnlichkeitspunkt C hat. Sein Durchmesser BD ist bestimmt durch die Gleichung: $CB : CO = CD : CH = \sigma_1$.

Um nun zum Strombild überzugehen, teilen wir alle Strahlen und Strecken durch $M\omega$. Dadurch erhalten wir Bild 516, in welchem P_1 und P_2 wiederum auf Kreisen liegen und OP_1 den Strom

I_1 der Querwicklung und P_2O den Strom I_2 des Ankers darstellt. Da alle Strahlen, z. B. der Strahl des Stromes I_1 , gegenüber Bild 515 um 90° nach rückwärts gedreht sind, so fällt der Strahl der Klemmenspannung, der in Bild 515 durch FL gegeben war, jetzt senkrecht nach oben.

Wir ermitteln nun den Netzstrom. Nach Bild 513 ist $\mathfrak{J}' + \mathfrak{J}'' = -(\mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}_2)$, also gleich P_1P_2 . Nun verhalten sich die Ströme im

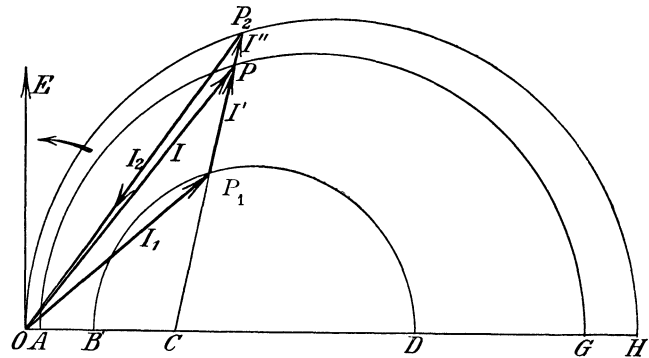


Bild 516. Strombild des Doppelschlußmotors. Feld in Reihe mit Anker.

Transformator umgekehrt wie die Spannungen. Wir teilen also P_1P_2 , so daß die Bedingung erfüllt ist $P_1P:PP_2 = E_2:E_1$. Dann ist P_1P gleich \mathfrak{J}' und $PP_2 = \mathfrak{J}''$. Der Netzstrom $\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_1 + \mathfrak{J}'$ ist dann gleich OP . Der Punkt P liegt dabei auf einem Kreise über dem Durchmesser AG , der die Bedingungen erfüllt: $BA:AO = DG:GH = E_2:E_1$.

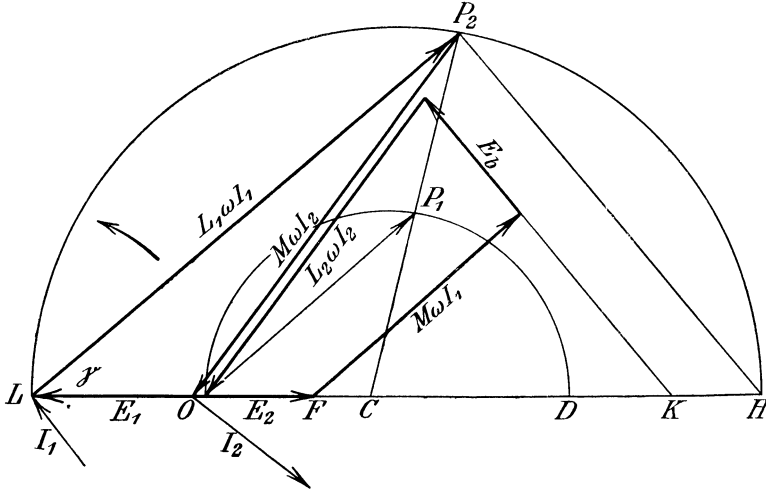


Bild 517. Spannungsbild des Doppelschlußmotors. Feld in Reihe mit Querwicklung.

Für den Motor, bei dem die Feldwicklung nach Bild 514 in Reihe mit der Querwicklung geschaltet ist, erhalten wir in Bild 517 ganz ähnliche Verhältnisse, nur steht hier der Strahl der Spannung der Bewegung nicht senkrecht auf dem Strahl $L_2\omega I_2$, sondern auf dem Strahl $L_1\omega I_1$. Auch ändern sich die Längen der Strahlen, da der induktive Widerstand der Feldwicklung jetzt nicht in $L_2\omega$, sondern

in $L_1\omega$ mit enthalten ist. Infolgedessen kehrt sich die Reihenfolge der Punkte H und K um. Im übrigen bleibt alles ungeändert, und wir erhalten die Punkte H, C und D wie oben. P_2 beschreibt in Bild 517 und 518 einen Kreis über dem Durchmesser LH und ebenso P_1 einen Kreis über dem Durchmesser OD .

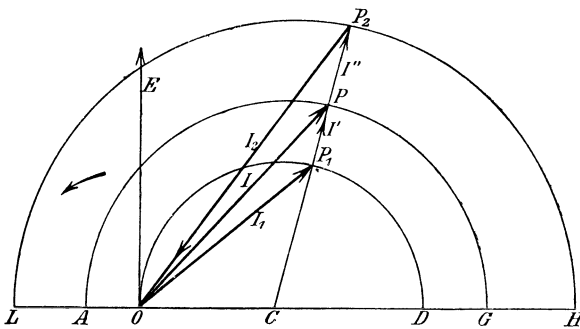


Bild 518. Strombild des Doppelschlußmotors. Feld in Reihe mit Querwicklung.

Der Endpunkt P des Strahles des Netzstromes OP liegt auf einem Kreise mit dem Durchmesser AG , welcher der Gleichung entspricht: $OA:AL = DG:GH = E_2:E_1$. Da P auch auf der senkrechten Achse oder jenseits davon liegen kann, so läßt sich $\cos \varphi = 1$ oder ein negativer Verschiebungswinkel erreichen.

Die Drehzahl ist bei der Reihenschaltung von Feld und Anker durch das Verhältnis E_b zu $L_2 \omega I_2$, bei Reihenschaltung von Feld und Querwicklung durch das Verhältnis E_b zu $L_1 \omega I_1$ gegeben. Nach einigen Umrechnungen folgt dann, daß sie bei beiden Motoren mit der Tangente des Winkels γ wächst. Das Drehmoment folgt dann aus dem Verhältnis der Leistung zur Drehzahl.

Beide Motoren besitzen ein Querfeld, das durch die gemeinsame Wirkung der Querwicklung und des Ankers erzeugt wird und für die Stromwendung günstig ist. Seine Größe und Phase läßt sich durch Änderung des Übersetzungsverhältnisses des Transformators so einstellen, wie es für die Stromwendung erforderlich ist. Mit dem Hauptfeld gibt das Querfeld ein allerdings unvollkommenes Drehfeld.

XXIV. Drehstrom-Reihenschlußmotoren.

137. Schaltung und Stromverteilung.

Die gewöhnlichen Drehstrommotoren sind nur durch Einschaltung von Widerstand in den Läuferkreis, also unter Umsetzung von Arbeit in Wärme, in ihrer Drehzahl regelbar. Der Wunsch, auch bei Drehstrom verlustlos regeln zu können, führte zur Ausbildung von Drehstrommotoren mit Stromwender. Diese besitzen den Ständer eines gewöhnlichen Drehstrommotors und den Anker einer Gleichstrommaschine. Auf dem Stromwender schleifen für jedes Polpaar drei Bürsten, die um 120 elektrische Grade gegeneinander verschoben sind. Die Motoren können als Reihenschlußmotoren oder Nebenschlußmotoren gebaut werden. Von diesen sollen im folgenden die Reihenschlußmotoren behandelt werden, und zwar unter Vernachlässigung der Eisensättigung, der Streuung, des Widerstandes und der Kurzschlußströme unter den Bürsten¹⁾.

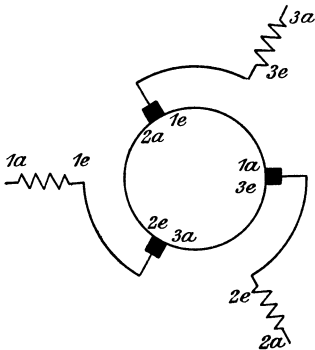
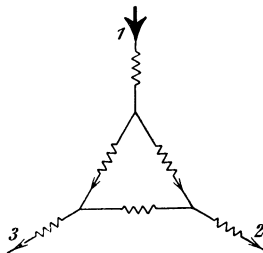
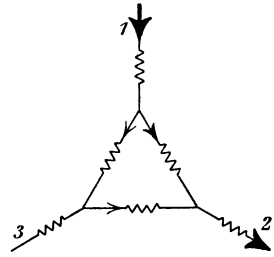


Bild 519. Drehstrom-Reihenschlußmotor.

Bild 520. $i = i_m$.Bild 521. $i = 0,866 \cdot i_m$.

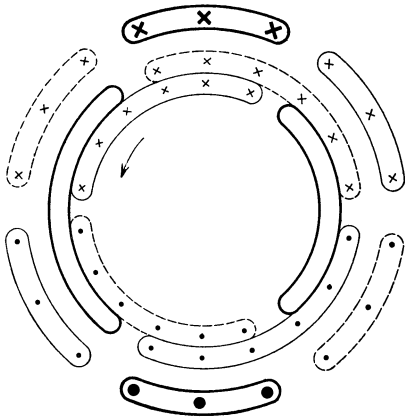
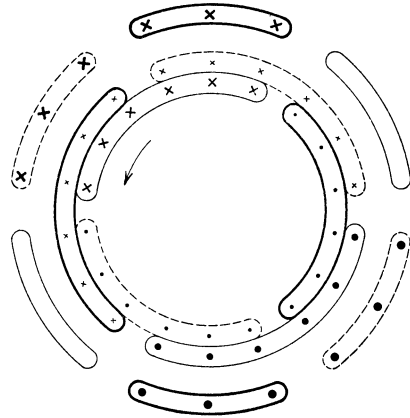
Die Ständerwicklung ist nach Bild 519 unverkettet. Die Anfänge 1a, 2a, 3a liegen am Netz, die Enden 1e, 2e, 3e an den auf dem Stromwender schleifenden Bürsten des Ankers. Vor dem Einschalten stehen die Bürsten so, daß die Ströme den Ständer und Anker genau in derselben Richtung magnetisieren.

In Bild 520 habe der Strom im Ständerstrang 1 seinen Höchstwert i_m . Er fließt zu gleichen Teilen durch je einen Ankerstrang und durch die Ständerstränge 2 und 3. Der eine Ankerstrang ist stromlos.

¹⁾ Vgl. den Aufsatz von Rüdberg, ETZ 1910, S. 1181ff.

In Bild 521 sei der Strom im Ständerstrang 1 auf $0,866 i_m$ gesunken, im Ständerstrang 2 auf $0,866 \cdot i_m$ angewachsen und im Ständerstrang 3 zu Null geworden. Der Strom des Ständerstranges 1 teilt sich dann im Anker in zwei ungleiche Teile. Der stärkere Teil fließt durch einen Ankerstrang zum Ständerstrang 2, während ein halb so starker Strom durch zwei Ankerstränge hintereinander ebenfalls zum Ständerstrang 2.

Wir erhalten dann im ersten Falle die Stromverteilung in Bild 522, im zweiten Fall die Stromverteilung in Bild 523. Wenn die Windungszahl des Ankers, wie in Bild 522 und 523, doppelt so groß ist wie die des Ständers, so liegt der Erregung des Ständers an jeder Stelle eine gleichgroße Erregung des Ankers gegenüber. Die magnetisierenden Wirkungen beider Teile sind also einander gleich.

Bild 522. $i = i_m$.Bild 523. $i = 1/2 \sqrt{3} \cdot i_m$.

Ströme im Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Einschaltstellung. Durchmesserwicklung.

Wie Bild 522 und 523 zeigen, liegt in der Einschaltstellung ein Ankerstrang immer genau vor zwei Ständersträngen. Er ist mit diesen nach Bild 519 in Reihe geschaltet, so daß die verkettete Netzspannung die Spannungen zu überwinden hat, die in dem Ankerstrang und in den beiden zugehörigen Ständersträngen erzeugt werden.

An Stelle der geometrischen Summe der Spannungen der beiden Ständerstränge führen wir nun die in einem einzigen Strang erzeugte Spannung E_1 ein. Ebenso führen wir an Stelle der in einem ganzen Ankerstrang erzeugten Spannung die Spannung E_2 ein, die in dem unserem Ständer gegenüberliegenden halben Ankerstrang erzeugt wird, und endlich statt der Netzspannung die Sternspannung E des Netzes. Diese Sternspannung, die wir kurz als Netzspannung bezeichnen, ist entgegengesetzt gleich der Summe aus den in einem Ständerstrang und dem zugehörigen halben Ankerstrang erzeugten Spannungen E_1 und E_2 . Dabei hat nach Bild 522 und 523 der halbe Ankerstrang dieselbe Windungszahl wie der Ständerstrang.

138. Spannungs- und Strombild.

Die Ströme und das Feld mögen in Bild 524 entgegen dem Uhrzeiger umlaufen. Wir verschieben jetzt die Ankerbürsten aus der Einschaltstellung um den stumpfen Winkel β entgegen der Drehrichtung des Feldes. Dann wirken sich die Ständererregung X_1 und die gleich

große Ankererregung X_2 wesentlich entgegen und geben zusammen eine Gesamterregung X . Dabei eilt die sinusförmig angenommene Ständererregung X_1 der Ankererregung X_2 um den Winkel β voraus.

Wie die Amperesche Schwimmerregel zeigt, ergibt das Feld, das nach Größe und Phase der Gesamterregung X entspricht, mit dem Ankerstrom zusammen nach Bild 524 ein Drehmoment entgegen dem Uhrzeiger, also im Sinne des Drehfeldes, wie dies mit Rücksicht auf geringe Verluste durch Wirbelströme und Hysteresis erforderlich ist. Ein Drehmoment entgegen dem Drehsinn des Feldes durch entgegengesetzte Verschiebung der Bürsten zu erreichen, kommt nicht in Frage.

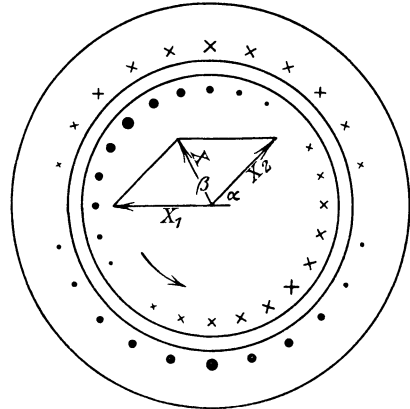


Bild 524. Drehstrom-Reihenschlußmotor.

Auch jetzt ergeben die Spannung E des Netzes und die in einem Ständerstrang und dem halben zugehörigen Ankerstrang erzeugten Spannungen E_1 und E_2 die Summe Null. Jetzt wird aber die Spannung E_2 bei der Drehung des Feldes nach Bild 524 um den Winkel β früher erzeugt als die im Ständerstrang, E_2 eilt also gegen E_1 um β voraus.

Die Frequenz der Spannung an den Ankerbürsten, also auch der in einem halben Ankerstrang erzeugten Gegenspannung E_2 ist gleich der des Ständerstromes. Wenn man die ständig zwischen zwei Bürsten liegenden Drähte als Ganzes betrachtet, macht es nichts aus, ob der Anker sich dreht oder nicht, und mit welcher Geschwindigkeit die Drähte innerhalb dieses Ganzen ihre Rolle wechseln.

Die Größe der Spannung E_2 in einem halben Ankerstrang entspricht der Schlüpfung, d. h. dem Unterschied der Drehzahl des Feldes und des Ankers. Dagegen entspricht die Spannung E_1 in einem Ständerstrang der Frequenz des Netzes. Da beide Spannungen durch dasselbe Feld erzeugt werden und die Drahtzahl nach dem Schluß des vorigen Abschnitts dieselbe ist, so ist die Schlüpfung $s = E_2 : E_1$.

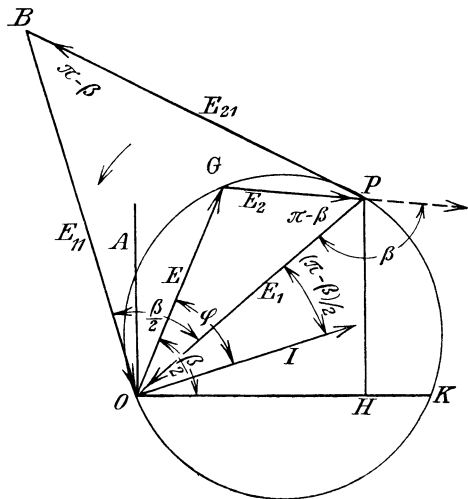


Bild 525. Spannungsbild des Reihenschlußmotors.

Wir stellen nun das Spannungsbild beim Betriebe auf. Die Netzspannung $OG = E$ in Bild 525 ergibt mit der im Anker erzeugten Spannung $GP = E_2$ und der im Ständer erzeugten Spannung $PO = E_1$ die Summe Null. Dabei eilt E_2 gegen E_1 um den Winkel β vor, um den die Bürsten

aus der Einschaltstellung entgegen der Richtung des Drehfeldes verschoben worden sind. Da die Netzspannung bei allen Betriebszuständen gleich bleibt, so liegt P bei gegebener Bürstenstellung auf einem Kreise, in welchem $OG = E$ die Sehne über dem Bogen $180^\circ - \beta$ ist. PO ist dabei die im Ständer erzeugte Spannung und OP die einem Ständerstrang aufgedrückte Klemmenspannung. Die Schlüpfung s ist gleich $GP:PO$.

Bei Stillstand, d. h. nach dem Verschieben der Bürsten, ehe der Motor sich in Bewegung setzt, oder bei Festbremsung ist $s = 1$, demnach $E_2 = E_1$. P fällt dann mit dem Punkt K zusammen, der dadurch bestimmt ist, daß $GK = OK$ ist. OK bildet dabei mit OG den Winkel $\beta/2$.

Beim Gleichlauf ist $s = 0$, also auch $E_2 = 0$ und P fällt mit G zusammen. Die einem Ständerstrang aufgedrückte Spannung ist dann gleich der Netzspannung E . Diese wird also vollständig im Ständer verbraucht, so daß die Spannung zwischen den Ankerbürsten gleich Null ist.

Unterhalb des Gleichlaufs liegt P auf dem Bogen KG .

Oberhalb des Gleichlaufs ist die Richtung, in der die Ankerdrähte vom Feld geschnitten werden, entgegengesetzt wie unterhalb des Gleichlaufs, und die Schlüpfung ist negativ. Die im Anker erzeugte Spannung E_2 wechselt daher ihre Richtung und eilt der im Ständer erzeugten Spannung E_1 um $\pi - \beta$ nach. P liegt dann auf dem Bogen GO .

Beim doppelten Gleichlauf ist die Schlüpfung gleich -1 und die Spannungen E_1 und E_2 werden wieder gleich. P fällt dann mit dem Punkt A zusammen, der den Bogen OG halbiert. OA steht dabei senkrecht auf OK .

Um die Phase des Stromes zu ermitteln, setzen wir die durch das wirkliche Feld im Ständer erzeugte Spannung $E_1 = PO$ gleich der Summe aus den Spannungen $E_{11} = BO$ und $E_{21} = PB$, die von der Ständer- und Ankererregung einzeln herrühren. Da nach S. 356 beide Erregungen gleich sind, so ist das Dreieck OBP gleichschenkelig.

Dabei bleibt E_{21} gegen E_{11} um denselben Winkel β zurück, um den nach Bild 524 infolge der Bürstenverschiebung die Ankererregung gegen die Ständererregung zurückbleibt. PBO ist also gleich $\pi - \beta$ und POB gleich $\beta/2$.

Nun eilt der Ständerstrom I gegen die von ihm erzeugte Spannung $E_{11} = BO$ um 90° vorauf, d. h. er bleibt nach Bild 525 gegen die dem Ständerstrang aufgedrückte Spannung $E_1 = OP$ um $\pi/2 - \beta/2$ zurück. Daraus folgt also auch der Winkel φ , um den die Netzspannung $E = OE$ gegen den Strom voreilt. Beim doppelten Gleichlauf ($E_1 = OA$) wird diese Voreilung gleich Null, da AOG gleich $\pi/2 - \beta/2$ ist. Bei noch größerer Geschwindigkeit, welcher der Bogen AO entspricht, wird sie negativ.

Es sei nun I_0 der Ständerstrom, wenn der Ständer für sich allein in Stern geschaltet ist. Er erzeugt in einem Ständerstrang eine Spannung, die der Sternspannung E des Netzes entgegengesetzt gleich ist. Daraus erfolgt: $E_{11}:E = I:I_0$. Nun ist nach Bild 525 $E_{11} = E_1:2 \cos \beta/2$, also ist der Strom

$$I = \frac{I_0}{2E \cdot \cos \beta/2} \cdot E_1. \quad (1)$$

Für den Gleichlauf wird $E_1 = E$, also der Strom $I_g = I_0:2 \cos \beta/2$.

Für Stillstand wird $E_1 = KO = E:2 \cos \beta/2$, also nach der Gleichung für I der Kurzschlußstrom $I_k = I_0:4 \cos^2 \beta/2$.

Zur Ermittlung der Leistung setzen wir nach Bild 525 den Winkel $POK = \beta/2 - \varphi + \pi/2 - \beta/2 = 90^\circ - \varphi$. Ziehen wir also PH senkrecht auf OK , so wird $PH = E_1 \cos \varphi$, und die zugeführte Leistung ergibt sich mit Gl. (1) zu

$$N = 3E \cdot I \cdot \cos \varphi = \frac{3I_0}{2 \cos \beta/2} \cdot PH \text{ Watt.} \quad (2)$$

Da wir die Verluste vernachlässigen, ist die abgegebene Leistung gleich N . Das Drehmoment in mkg ergibt sich also durch Teilung der Leistung mit $9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60$. Nun tritt beim Gleichlauf an die Stelle von PH die Senkrechte des Punktes G , d. h. $E \sin \beta/2$ und $n/60$ wird gleich f/p . Demnach wird das Drehmoment beim Gleichlauf

$$D_g = \frac{3I_0 \cdot p \cdot E \sin \beta/2}{2 \cdot 9,81 \cdot 2\pi f \cdot \cos \beta/2}.$$

Da sich bei geringer Sättigung die Drehmomente wie die Quadrate des Stromes verhalten, ergibt sich mit Gl. (1) allgemein

$$D = \frac{D_g \cdot I^2}{I_g^2} = \frac{3 \cdot p \cdot E \cdot \sin \beta}{9,81 \cdot 2\pi f \cdot I_0} \cdot I^2. \quad (3)$$

Setzen wir darin für I den obigen Wert von I_k ein, so erhalten wir das Anlaufmoment zu:

$$D_k = \frac{3p \cdot E \cdot I_0 \cdot \sin \beta}{9,81 \cdot 2\pi f \cdot 16 \cos^4 \beta/2}.$$

Das Anlaufmoment ist also um so größer, je weiter die Bürsten aus der Einschaltstellung verschoben sind. Allerdings wird für $\beta = 180^\circ$ das Feld gleich Null, dafür aber die Stromstärke bei unsern Voraussetzungen unendlich groß.

Wir vervielfachen nun nach Gl. (1) alle Strahlen des Spannungsbildes mit $I_0 : 2E \cos \beta/2$ und erhalten dadurch das Strombild in Bild 526. Darin ist OP der Strom bei Betrieb, OG der Strom beim Gleichlauf und OK der Strom beim Anlauf. OG ist dabei gleich I_g und eilt gegen OK um $\beta/2$ vor. P liegt dann wieder auf einem Kreise, in welchem $\pi - \beta$ der Peripheriewinkel über der Sehne OG ist. Da POK gleich $90^\circ - \varphi$ war, so fällt der Strahl der Klemmenspannung E dauernd in die Richtung OA , also senkrecht zu OK .

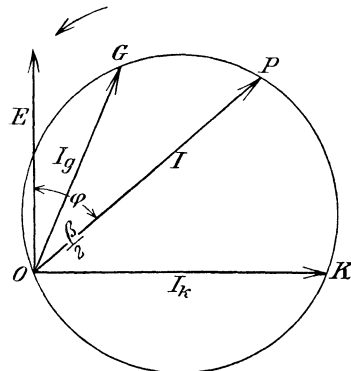


Bild 526. Strombild des Drehstrom-Reihenschlußmotors.

Bild 525 und 526 gelten nur für eine bestimmte Bürstenverschiebung. In dieser Hinsicht ist Bild 527 und 528 günstiger (vgl. Binder, ETZ 1913, Heft 15). Der Strahl der im Ständer erzeugten Spannung $E_1 = OP$ liegt dabei fest, und der Endpunkt G des Strahles der festen Netzspannung verschiebt sich auf einem Kreise mit dem Halbmesser $E = OG$. Bei gegebenem Bürstenverschiebungswinkel β haben dann die Strahlen der im Anker erzeugten Spannung E_2 bei allen Betriebszuständen dieselbe Richtung. Der Strom bleibt wieder um $\pi/2 - \beta/2$ gegen OP zurück. Sein Strahl liegt also fest.

Unterhalb des Gleichlaufs liegt OG links, oberhalb des Gleichlaufs rechts von OP . Beim Gleichlauf fällt P mit D und OG mit OD zusammen.

Bei Stillstand ist die im Ständer erzeugte Spannung gleich HO , die gleichgroße im Läufer erzeugte Spannung gleich FH und die Netzspannung gleich OF . Wir verlängern nun PG bis A und ziehen DB in gleicher Richtung. Dann sind ODB und OPA ebenso wie OHF gleichschenkelig, und es wird

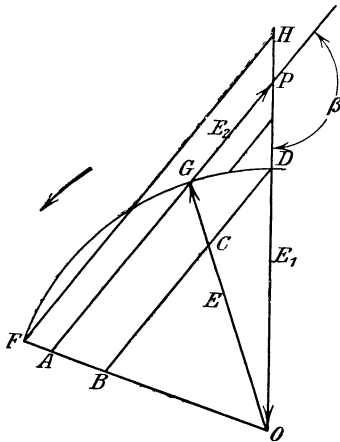


Bild 527.
Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors
für einen einzelnen Wert von β .

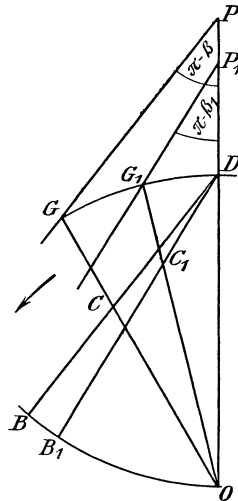


Bild 528.
Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors
für verschiedene Werte von β .

die Schlüpfung $s = GP : PO = CD : DO = CD : BD$.

Bei Änderung von β ändert sich auch die Richtung OF . Das neue Bild läßt sich dann leicht zeichnen, da B auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt D und dem Halbmesser E liegt. Bei derselben Belastung, also gleichbleibendem Drehmoment, werde z.B. β auf β_1 vergrößert. Da das Drehmoment nach Gl. (3) proport. $I^2 \cdot \sin \beta$,

also nach Gl. (1) proportional $E_1^2 \cdot \text{tg } \beta/2$ ist, ergibt sich dann zunächst die im Ständer erzeugte Spannung P_1O in Bild 528 aus $P_1O^2 \cdot \text{tg } \beta_1/2 = PO^2 \cdot \text{tg } \beta/2$. Zieht man dann $DB_1 = DB$ in der durch die neue Bürstenverschiebung gegebenen Richtung, so sieht man, daß sich die Schlüpfung im Verhältnis DC_1 zu DC verringert, die Drehzahl also durch Vergrößerung der Bürstenverschiebung zugenommen hat.

139. Verbesserung des Leistungsfaktors und des Anlaufs.

Wir nahmen bisher gleiche magnetische Wirkung des Ständers und Ankers, also gleiche Windungszahl in einem Ständerstrang und einem halben Ankerzweig an. Dabei sind nach Bild 529, das mit Bild 525 über-

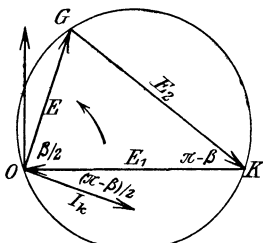


Bild 529.
Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Stillstand.
 $\omega_2 = 2\omega_1$.

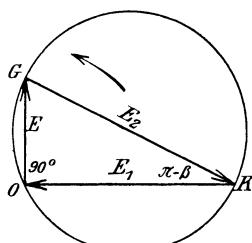


Bild 530.
Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Stillstand.
 $\omega_2 > 2\omega_1$.

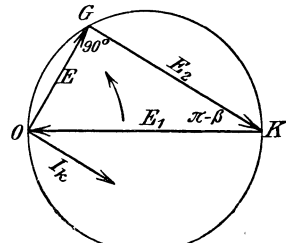


Bild 531.
Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Stillstand.
 $\omega_2 < 2\omega_1$.

einstimmt, die beim Anlauf oder Stillstand im Ständer und Anker erzeugten Spannungen E_1 und E_2 einander gleich.

Wir wollen nun die Windungszahl des Ankers gegenüber der des

Ständers so weit erhöhen, daß nach Bild 530 im Spannungsdreieck bei Stillstand der dem Strahl E_2 gegenüberliegende Winkel gleich 90° wird. (Vgl. Schenkel, ETZ 1912. S. 473ff.)

Da der Motor sich bei Stillstand wie eine Drosselspule verhält, so bleibt der Anlaufstrom um 90° hinter der Netzspannung E zurück, er fällt also in die Richtung OK , d. h. er hat dieselbe Phase wie die dem Ständerzweig aufgedrückte Spannung. Da wie im vorigen Abschnitt auch jetzt die Verschiebung zwischen Strom und Ständerspannung unveränderlich ist und sie bei Stillstand Null ist, so ist sie auch bei allen Betriebszuständen gleich Null. Da ferner beim Gleichlauf die Spannung am Anker gleich Null, also die am Ständer gleich der Netzspannung ist, so ist beim Gleichlauf auch die Phasenverschiebung zwischen Strom und Netzspannung gleich Null. Der Leistungsfaktor Eins wird also nicht wie früher beim doppelten, sondern beim einfachen Gleichlauf erreicht.

Ein solcher Motor zeigt aber im erhöhten Maße die auch bei gleicher magnetischer Wirkung des Ständers und Ankers auftretende Erscheinung, daß der Strom, der beim Anlauf durch OK gegeben ist, sich während des Anlaufens zunächst vergrößert, wenn sich P auf dem Kreise nach oben in die Betriebslage verschiebt. Der größte Strom, der überhaupt möglich ist, ist durch den von O aus gezogenen Kreisdurchmesser in Bild 526 gegeben. Alle Strahlen OP , deren Endpunkte auf dem Bogen unterhalb dieses Durchmessers liegen, wiederholen sich in ihrem Betrage oberhalb. Zu einem gegebenen Drehmoment, also gegebener Stromstärke, gehören dann zwei verschiedene Punkte P auf dem Kreise, also auch zwei verschiedene Drehzahlen. Davon ist die Drehzahl, die einem Punkt P unterhalb des Durchmessers entspricht, nicht stabil. Der Motor läuft dabei von selbst auf die höhere Drehzahl hinauf, dadurch, daß sich sein Drehmoment, wie auch beim Drehstrommotor mit Kurzschlußläufer, mit wachsender Drehzahl zunächst vergrößert. Dies hat zur Folge, daß der Anlauf stoßweise erfolgt.

Um ein besonders ruhiges Anlaufen zu erreichen, kann man die Windungszahl des Ankers gegenüber der des Ständers umgekehrt so weit verringern, daß dem Strahl E_1 nach Bild 531 ein rechter Winkel gegenüberliegt. Der Strom ist dann bei Stillstand am größten und verringert sich ganz allmählich, wenn der Motor auf seine betriebsmäßige Drehzahl hinaufläuft.

Allerdings hat nun ein solcher Motor beim Gleichlauf einen geringeren Leistungsfaktor als bei gleicher Windungszahl auf Ständer und Anker. Der Strom, der wieder bei Stillstand um 90° hinter der Netzspannung zurückbleibt, bleibt jetzt nach Bild 531 bei Stillstand und daher auch wieder allgemein um $\pi - \beta$ statt um $\pi/2 - \beta/2$ hinter der Ständerspannung zurück, die bei Gleichlauf gleich der Netzspannung ist. Noch geringer wird der Leistungsfaktor, wenn das Spannungsdreieck bei Stillstand stumpfwinklig ist. Es ist daher vorteilhaft, wenn die Ankerwindungen nur so weit verringert werden, daß das Dreieck gerade rechtwinklig wird. Dafür ist nach Bild 531 $E_2 = E_1 \cdot \cos(\pi - \beta)$. Das Windungsverhältnis muß also gleich $\cos(\pi - \beta)$ sein, d. h. das Windungsverhältnis läßt sich bei dem beschriebenen Reihenschlußmotor nur für eine einzige Bürstenstellung so einrichten, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand gerade rechtwinklig wird. Dies genügt aber nicht für den Betrieb, bei dem die Bürstenstellung nach der Belastung und Drehzahl geändert wird.

Bei dem von den Siemens-Schuckertwerken durchgebildeten Motor mit doppeltem Bürstensatz (Bild 532) ändert sich das Windungsverhältnis selbsttätig so, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand für jede Bürstenstellung rechtwinklig ist. Der Motor wird dazu über einen Transformator gespeist, bei dem Anfang und Ende jedes Stranges der zweiten Wicklung zu einer festen und einer beweglichen Bürste des Motors geführt

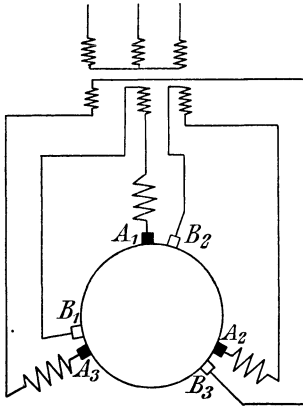


Bild 532. Schaltbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors mit doppeltem Bürstensatz.

feinstufig geregelt werden kann. Da in das Spannungsbild nicht die räumliche Bürstenverschiebung, sondern die Achsenverschiebung einzuführen ist, so lautet jetzt die Bedingung dafür, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand rechtwinklig wird: $E_2 = E_1 \cdot \sin \beta/2$.

Nach Abschnitt 106 ist nun bei sinusförmigem Feld die bei Stillstand im Ankerstrang erzeugte Spannung bei z Drähten des Ankerstranges

$$E_2 = 2,22 \Phi \cdot f \cdot z \cdot \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \cdot 10^{-8}.$$

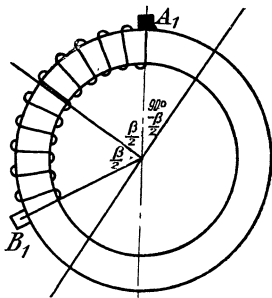


Bild 533. Ankerstrang zwischen zusammengehörigen Bürsten.

also sicher beherrscht. Die große Bürstenzahl ist indessen ein schwerwiegender Nachteil.

Wenn man die Windungszahl des Ankers etwas größer bemißt, als es der Bedingung $E_2 = E_1 \sin \beta/2$ entspricht, so ändert dies den Anlauf nur wenig, aber der Leistungsfaktor wird günstiger. Dies ist besonders der Fall, wenn man die sonst festen Bürsten ebenfalls verschiebt, und zwar entgegen den beweglichen Bürsten. Man kann dadurch erreichen, daß die vollen Ankerwindungen zwischen zwei zusammengehörigen Bürsten liegen. Wie wir sahen, ist eine solche große Windungszahl in bezug auf

sind. Die festen Bürsten A_1 , A_2 und A_3 stehen in der Achse der Ständerwicklung. Die beweglichen, in einer anderen Ebene liegenden Bürsten B_1 , B_2 , B_3 stehen vor dem Einschalten auf denselben Stegen wie die entsprechenden festen, so daß kein Strom in den Anker fließt. Beim Ingangsetzen werden die beweglichen Bürsten, wie gezeichnet, in die Betriebsstellung verschoben.

Ist β wieder wie früher der Bürsten-Verschiebungswinkel, so ist die Verschiebung der magnetischen Achsen, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen betrachtet, nach Bild 533 nicht wie früher $\pi - \beta$, sondern $\pi/2 - \beta/2$, also halb so groß. Eine große räumliche Verschiebung bewirkt also nur eine kleine Verschiebung der Achsen, so daß die Drehzahl

Nun bleibt in unserem Falle $z : \beta/2$ bei Verschiebung der beweglichen Bürste B_1 un geändert, also ist die erzeugte Spannung proportional $\sin \beta/2$. Man legt nun auf den Anker so viel Windungen, daß bei Stillstand mit $\beta/2 = \pi/2$ im Anker dieselbe Spannung erzeugt wird wie im Ständer. Dann ist die bei Stillstand im Anker erzeugte Spannung bei jeder Bürstenstellung gleich $E_1 \cdot \sin \beta/2$. Demnach ist die Bedingung dafür, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand rechtwinklig ist, jetzt für jede Bürstenstellung erfüllt, der Anlauf wird

den Leistungsfaktor vorteilhaft. In den Gleichungen für Drehzahl, Stromstärke und Drehmoment ist dann das geänderte Windungsverhältnis auf Anker und Ständer zu berücksichtigen.

XXV. Drehstrom-Regelsätze.

140. Drehzahlregelung¹⁾.

Zur verlustlosen Regelung von Drehstrommotoren kann man einen sogenannten *Hintermotor* verwenden. Am einfachsten ist dabei eine Anordnung, bei der als Hintermotor ein auf der Welle des Drehstrommotors sitzender Drehstrommotor mit Stromwender benutzt wird. Dieser wird entweder als Reihenschlußmotor gebaut und durch Bürstenverschiebung geregelt oder als Nebenschlußmotor mit Spannungsregelung ausgeführt. Er wird von dem Läufer des Hauptmotors gespeist.

Bei einer anderen, von Scherbius angegebenen Anordnung wird der Hintermotor, der ebenfalls als Drehstrommotor mit Stromwender ausgeführt ist, getrennt vom Hauptmotor aufgestellt. Er treibt einen auf das Netz geschalteten asynchronen Stromerzeuger an. Die vom Läufer des Hauptmotors abgegebene elektrische Arbeit wird also nicht, wie oben, mechanisch, sondern elektrisch nutzbar gemacht.

Ein weiteres Mittel besteht darin, daß man den Läuferstrom des Hauptmotors nach Bild 534 einem Einankerumformer zuführt.

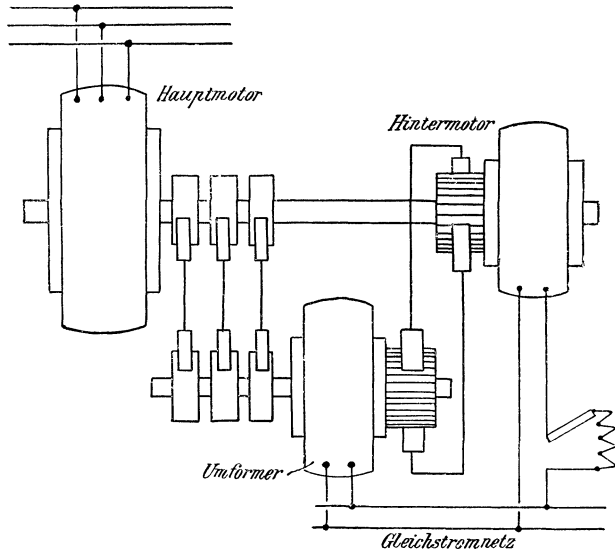


Bild 534. Regelsatz mit Gleichstrom-Hintermotor.

Von der Gleichstromseite dieses Umformers wird ein auf der Welle des Hauptmotors sitzender Gleichstrommotor gespeist. Die Drehzahl wird durch Änderung der Erregung des Gleichstrommotors geregelt.

Da ein Umformer sich auf der Drehstromseite genau wie ein Synchronmotor verhält, so ist es möglich, durch geeignete Erregung beim Umformer den Leistungsfaktor Eins zu erreichen. Dieser Fall soll im folgenden bei allen verschiedenen Betriebszuständen vorausgesetzt werden. Wie sich im folgenden Teil ergibt, stehen beim Einankerumformer die Drehstrom- und Gleichstromspannung in einem bestimmten, unveränderlichen Verhältnis. Daher stehen wegen Gleichheit der zugeführten und

¹⁾ Vgl. Dr. Georg Meyer, »EKB« 1911, Heft 22 bis 24.

abgegebenen Leistung auch die Stromstärken des Drehstromes und Gleichstromes im Umformer in einem unveränderlichen Verhältnis.

Wir wollen nun weiter annehmen, daß der Fluß im Läufer des Hauptmotors bei allen Betriebszuständen derselbe ist. Dies trifft bei Vernachlässigung der Streuung genau zu und gilt auch bei Berücksichtigung der Streuung mit großer Genauigkeit für den linken Teil des Heyland'schen Kreises. Die Verluste mögen in allen drei Maschinen der Anordnung in Bild 534 vernachlässigt werden. Dann ist die Spannung an den Schleifringen des Hauptmotors proportional der Schlüpfung s .

Andererseits ist die Spannung des Gleichstrommotors proportional dem Fluß Φ des Gleichstrommotors und der Drehzahl, die wegen der Anordnung der beiden Motoren auf derselben Welle proportional $1 - s$ ist.

Da beide Spannungen gleichzeitig am Umformer liegen, so ist ihr Verhältnis unveränderlich. Mit einem Festwert k ist also

$$\Phi \cdot (1 - s) = k \cdot s \quad \text{d. h.} \quad \Phi = k \cdot s / (1 - s). \quad (1)$$

Ferner wird nach Abschn. 124 von der Leistung N_1 , die dem Ständer des Hauptmotors zugeführt wird, der Betrag $s \cdot N_1$ im Läuferkreis in elektrische Leistung umgesetzt. An die Stelle der Stromwärme in einem an die Schleifringe des Läufers angeschlossenen Widerstand tritt einfach die dem Umformer zugeführte Arbeit. Diese wird weiter dem Gleichstrommotor zugeführt, und die Leistung dieses Motors wird

$$N_g = s \cdot N_1. \quad (2)$$

Demnach ist die vom Drehstrommotor unmittelbar an die Welle abgegebene mechanische Leistung

$$N_a = N_1 - N_g = (1 - s) \cdot N_1. \quad (3)$$

Wie Gl. (1) erkennen läßt, ist bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors auch die Schlüpfung und damit die Drehzahl bei allen Belastungen dieselbe. Das Getriebe verhält sich also wie ein Nebenschlußmotor. Weiter zeigen Gl. (2) und (3), daß das Verhältnis der vom Gleichstrommotor und vom Drehstrommotor auf die Welle übertragenen Leistung bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors ebenfalls unabhängig von der Belastung ist.

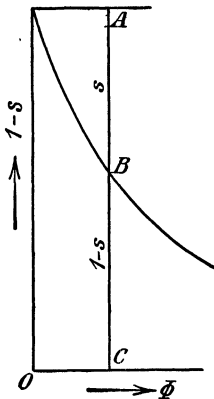


Bild 535. Abhängigkeit der Drehzahl BC von der Erregung des Hintermotors.

Um den Einfluß der Feldänderung des Gleichstrommotors deutlich zu machen, tragen wir den Fluß Φ des Gleichstrommotors in Bild 535 wagrecht und den zugehörigen, nach Gl. (1) berechneten, der Drehzahl entsprechenden Wert $1 - s$ senkrecht auf. Die Kurve, die wir so erhalten, gibt für jeden Fluß die Drehzahl an. Sie schneidet die senkrechte Achse in der Höhe Eins, da für $\Phi = 0$ auch $s = 0$ ist. Wir ziehen nun durch den Schnittpunkt eine Wagerechte. Dann ist AB für eine beliebige Erregung OC die Schlüpfung s . Nach Gl. (2) und (3) sind dann AB und BC die Teile der Gesamtleistung, die vom Gleichstrommotor und Drehstrommotor übernommen werden.

Wie die Kurve zeigt, verringert sich die Drehzahl mit wachsender Erregung des Hintermotors. Dies vollzieht sich in der Weise, daß eine Verstärkung der Erregung die Spannung an den

Bürsten des Hintermotors und damit auch auf dem Umwege über den Umformer die Spannung an den Bürsten des Hauptmotors erhöht. Nun ist allgemein der Spannungsverlust im Läufer des Drehstrommotors gleich dem Unterschied der im Läufer erzeugten Spannung und der Schleifringspannung. Mit wachsender Schleifringspannung wird also der Läuferstrom des Hauptmotors und das von diesem ausgeübte Drehmoment geringer, und die Drehzahl nimmt ab, bis infolge der größeren Schlüpfung der Strom wieder stark genug für das Drehmoment ist.

Da das Verhältnis der Stromstärken auf der Gleichstrom- und Wechselstromseite des Umformers unveränderlich ist, so ist der Strom des Gleichstrommotors proportional dem Läuferstrom des Hauptmotors. Er ist also nach Bild 465 und Gl. (15) auf S. 313 nahezu proportional dem primären Wirkstrom, also der dem Hauptmotor zugeführten Leistung und damit der gesamten mechanischen Leistung. Diese ist natürlich nicht nur von der jeweiligen Belastung, d. h. von dem durch beide Motoren gemeinsam zu überwindenden Lastmoment, sondern auch von der in weiten Grenzen geregelten Drehzahl abhängig.

Durch eine zusätzliche Hauptschlußwicklung auf dem Hintermotor läßt sich erreichen, daß das Getriebe die Eigenschaften eines mit Belastung in seiner Drehzahl abfallenden Doppelschlußmotors besitzt, was bei Kupplung mit Schwungmassen von Vorteil ist (Pufferung).

Anstatt durch einen Hintermotor kann die Drehzahl auch nach einer von Heyland angegebenen Anordnung

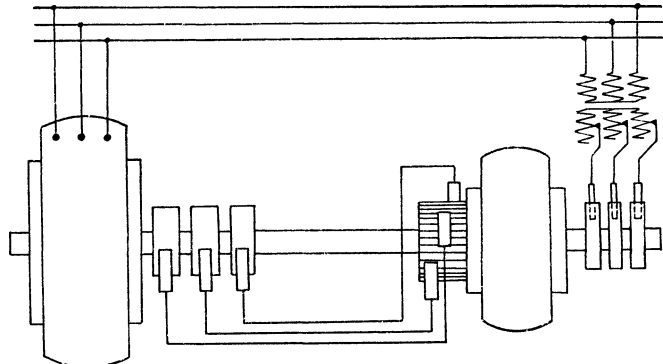


Bild 536. Grundsätzliche Anordnung des Frequenzwandlers.

durch einen Frequenzwandler verlustlos geregelt werden. Der Frequenzwandler (Bild 536) enthält einen Gleichstromanker, der in einem unbewickelten, nur den magnetischen Schluß für den Fluß bildenden Ständer läuft und bei der einfachsten Anordnung auf der Welle des Hauptmotors sitzt. Der Anker besitzt einen Stromwender, der über Bürsten an die Schleifringe des Hauptmotors angeschlossen ist, und außerdem Schleifringe, die über einen regelbaren Transformator an das Netz angeschlossen sind.

Wir wollen annehmen, der Maschinensatz laufe mit einer bestimmten Schlüpfung. Dann wird der Frequenzwandler über den Stromwender mit einer der Schlüpfung entsprechenden Frequenz gespeist. Der dem Stromwender durch die drei Bürsten zugeführte Strom wirkt trotz der Drehung des Ankers genau wie der Strom einer feststehenden Wicklung, wie er z. B. den Klemmen des Ständers eines gewöhnlichen Drehstrommotors zugeführt wird. Im Frequenzwandler entsteht also ein Feld, das sich im Raume mit der Frequenz der Schlüpfung dreht. Dabei ist die Schaltung zwischen den Schleifringen des Hauptmotors und den

Bürsten des Stromwenders derartig gewählt, daß das Feld im Frequenzwandler sich entgegengesetzt der Drehrichtung des Maschinensatzes dreht. Die Geschwindigkeit eines einzelnen Ankerdrahtes gegenüber dem Feld ist also die Summe aus einer der Drehzahl des Maschinensatzes entsprechenden Frequenz und der Frequenz der Schlüpfung des Hauptmotors. Spannung und Strom an den Schleifringen des Frequenzwandlers haben also genau die Netzfrequenz, so daß von den Schleifringen des Frequenzwandlers Strom ins Netz geliefert werden kann.

Während die Frequenz des dem Stromwender zugeführten und von den Schleifringen abgenommenen Stromes verschieden ist, sind die Spannungen an beiden Seiten gleich, da sie sich in beiden Fällen aus der Geschwindigkeit der Ankerdrähte gegenüber dem Drehfeld berechnen. Daher paßt die Schleifringsspannung des Frequenzwandlers nicht unmittelbar für das Netz, sondern sie muß durch einen Transformator auf die Netzspannung umgeformt werden.

Der Transformator dient nun gleichzeitig zur Regelung der Drehzahl, indem durch Betätigung eines Stufenschalters das Übersetzungsverhältnis des Transformators und dadurch die Spannung an den Schleifringen des Frequenzwandlers geändert wird. Dadurch wird gleichzeitig die Spannung am Stromwender des Frequenzwandlers, d. h. auch die Spannung an den Schleifringen des Hauptmotors geändert. Wird beispielsweise diese Spannung erhöht, so nimmt der Läuferstrom des Hauptmotors und damit das Drehmoment ab. Die Drehzahl verringert sich dann, bis infolge der größeren Schlüpfung wieder der für das Drehmoment nötige Strom erzeugt wird. Der Vorgang ist also genau wie wenn wir Widerstand in den Läuferkreis eines Drehstrommotors einschalten.

Im Gleichgewichtszustand ergeben dann im Frequenzwandler die Ströme der Stromwender- und Schleifringseite, die sich wesentlich entgegenwirken, zusammen die magnetisierende Wirkung, die der jeweiligen Spannung des Frequenzwandlers entspricht.

141. Phasenschieber.

Die sog. Phasenschieber dienen dazu, den Leistungsfaktor der Drehstrommotoren zu verbessern.

Heyland¹⁾ hat vorgeschlagen, den Blindstrom für die Magnetisierung nicht dem Ständer, sondern mit Hilfe eines Stromwenders dem Läufer zuzuführen. Wegen der kleinen Frequenz der Schlüpfung ist dazu nur eine geringe Spannung nötig, die von einigen Ständerwindungen abgenommen werden kann, so daß der Blindstrom nur eine geringe Phasenverschiebung im Ständerkreis bewirkt. Der Vorschlag ist aber nicht in größerem Umfange befolgt, da die Einfachheit der Bauart des Drehstrommotors dadurch leidet.

Ein anderer Weg ist die Verwendung eines besonderen eigen-erregten Phasenschiebers. Er enthält einen mit einer Gleichstromwicklung versehenen, trommelförmigen Anker, der mit einem Stromwender versehen ist und von außen in Drehung versetzt wird. Der Läuferstrom des Drehstrommotors wird dem Stromwender durch feststehende Bürsten zugeführt. Bei kleineren Leistungen kann nach Bild 537 für den Phasenschieber ein besonderer Ständer entbehrt werden²⁾. Bei größeren Leistungen

¹⁾ Heyland, ETZ 1901, S. 633, 1902, S. 28 und 533, 1903, S. 51, 72, 95, 213.

²⁾ Scherbius, ETZ 1912, S. 1079.

muß man mit Rücksicht auf funkenfreien Gang für den Rückschluß der Feldlinien einen unbewickelten Ständer vorsehen, der da, wo der Kurzschluß der Spulen durch die Bürsten erfolgt, Aussparungen enthält¹⁾.

Das vom Läuferstrom im Phasenschieber erzeugte Feld dreht sich langsam im Raume mit einer Drehzahl n_s , die der Schlüpfungsfrequenz des Drehstrommotors proportional ist, unabhängig davon, ob der Phasenschieber still steht oder gedreht wird. Die zwischen zwei Bürsten erzeugte Spannung hat daher immer die Frequenz der Schlüpfung. Ihr Effektivwert ist dagegen von der Drehgeschwindigkeit abhängig. Er ist am größten bei Stillstand des Phasenschiebers und nimmt ab, wenn der Phasenschieber im Sinne seines Drehfeldes gedreht wird. Ist beim Gleichlauf die Drehzahl gleich der des Feldes, so wird die erzeugte Spannung gleich Null. Zwischen Stillstand und Gleichlauf bleibt die erzeugte Spannung, die ja eine Selbstinduktionsspannung ist, um 90° gegen den Läuferstrom zurück.

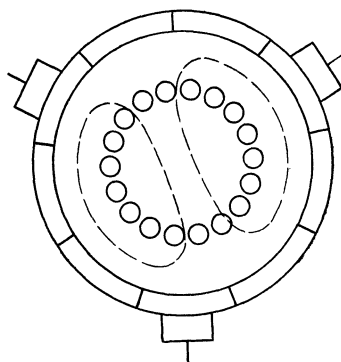


Bild 537. Ständerloser Phasenschieber.

Der Phasenschieber werde nun im Sinne seines Drehfeldes übersynchron mit der festen Drehzahl n_k angetrieben. Dann ändert die erzeugte Spannung in einer zwischen zwei Bürsten liegenden Wicklungsabteilung ihr Vorzeichen, bleibt aber um 90° gegen den Strom verschoben und eilt daher dem Strom um 90° voraus. Sie kann daher dazu dienen, die Selbstinduktion, die durch Streuung des Drehstrommotors verursacht wird, mehr oder weniger aufzuheben und sogar noch eine überschüssige Spannung im entgegengesetzten Sinne zu liefern.

Die Größe dieser voreilenden erzeugten Spannung ist dem Feld, d. h. dem Läuferstrom I_2 und dem Unterschied zwischen der festen Drehzahl n_k des Phasenschiebers und der Drehzahl n_s seines Feldes proportional. Sind also K_1 , K_2 und K Festwerte, so ist die erzeugte Spannung $K_1 \cdot I_2 (n_k - n_s) = KI_2 - K_2 \cdot I_2 \cdot s$. Die ganze gegen den Läuferstrom nachteilende erzeugte Spannung im Läuferkreis ist dann in Bild 538 unter Benutzung der Bezeichnungen auf S. 313, wenn $L_2 \omega + K_2 = L\omega$ gesetzt wird:

$$PD = s \cdot L_2 \omega \cdot I_2 - (K \cdot I_2 - K_2 \cdot I_2 \cdot s) = s \cdot L \omega I_2 - K \cdot I_2.$$

Im Ständer des Drehstrommotors ist dann wie auf S. 314

$$AO = E, \quad OP = a = L_1 \omega I_1, \quad PA = b = M \omega I_2.$$

Im Läuferkreis ist, wenn R der Gesamtwiderstand im Läufer und Phasenschieber ist:

$$CP = s \cdot M \omega I_1, \quad PD = s \cdot L \omega I_2 - K \cdot I_2, \quad CD = I_2 \cdot R.$$

Da PD gegen CD um 90° zurückbleibt, so folgt:

$$\sin \gamma = \frac{I_2 R}{s \cdot M \omega I_1}, \quad \cos \gamma = \frac{s \cdot L \omega I_2 - I_2 K}{s \cdot M \omega I_1} = \frac{LI_2}{MI_1} - \frac{K \sin \gamma}{R}.$$

Wir setzen jetzt $I_1 = a/L_1 \omega$ und $I_2 = b/M \omega$ und erhalten:

$$\cos \gamma = \frac{L}{M} \cdot \frac{b}{M \omega} \cdot \frac{L_1 \omega}{a} - \frac{K}{R} \sin \gamma.$$

¹⁾ Rüdemberg, El. Kraftbetriebe und Bahnen, 1914, S. 425.

Ferner setzen wir $L_1 L/M^2 = m$ und nach Bild 538 $a \cdot \cos \gamma = b - E \cdot \cos \alpha$ und $a \cdot \sin \gamma = E \cdot \sin \alpha$. Dadurch erhalten wir, wenn mit b vervielfacht wird $b^2(m-1) = E \cdot b \cdot \sin \alpha \cdot K/R - E \cdot b \cdot \cos \alpha$. Rechnen wir dann die X -Achse von A nach links und die Y -Achse von A nach oben, so wird $b^2 = x^2 + y^2$, $b \cdot \sin \alpha = y$ und $b \cdot \cos \alpha = x$. P liegt also auf einem Kreis, der durch A geht. Sein Mittelpunkt liegt um $KE:2R(m-1)$ oberhalb und um $E:2(m-1)$ rechts von A . Teilt man dann alle Strahlen und Strecken durch $L_1 \omega$, so erhält man das in Bild 540 mit 1 bezeichnete Strombild.

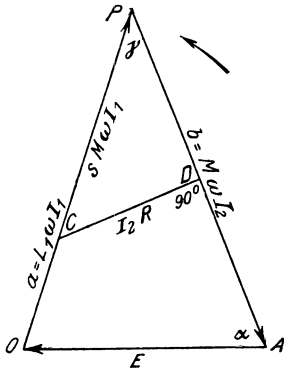


Bild 538. Spannungsbild für eigen-erregten Phasenschieber und für Vibrator.

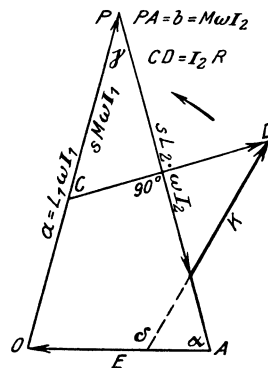


Bild 539. Spannungsbild für Phasenschieber mit Fremderregung.

Der Kreis geht ange-nähert durch den End-punkt B des Durch-messers, der für den Motor ohne Phasen-schieber gilt.

Man kann er-reichen, daß die Phasen-verschiebung bei der vorgeschriebenen Be-lastung gleich Null oder negativ wird. Bei Leer-lauf und geringer Be-lastung haben wir da-gegen stets einen nach-eilenden Strom.

Wenn der Strom auch bei geringer Belastung voreilen soll, muß man den Phasenschieber fremderregen, ihn also mit Schleifringen versehen, wodurch er gleichzeitig zum Frequenzwandler wird. Die Schleifringe werden an eine Spannung K angeschlossen, welche dieselbe Frequenz hat wie das Netz, von dem der Drehstrommotor gespeist wird. Dann entsteht ein durch die Spannung K vorgeschriebenes Feld, das relativ zum Phasenschieber mit der Netzfrequenz n_0 umläuft. Es erzeugt in einer Wicklungsabteilung zwischen zwei Bürsten des Stromwenders eine Spannung, die gleich der Schleifringsspannung K ist, unabhängig davon, ob der Phasenschieber stillsteht oder gedreht wird.

Der Phasenschieber werde nun mit Hilfe von Zahnrädern genau mit der Drehzahl n des Drehstrommotors entgegen dem Sinne seines Drehfeldes angetrieben. Dann ist die Drehzahl des Feldes im Raume nicht mehr n_0 , sondern $n_0 - n = s \cdot n_0$. Die zwischen zwei Bürsten erzeugte Spannung, die den Festwert K besitzt, ist also von der Frequenz der Schlüpfung.

Im Spannungsbild 539 ist dann die Spannung $CD = I_2 \cdot R$ im Läuferkreis, wie gezeichnet, die Summe aus den drei erzeugten Spannungen

$$s \cdot M \omega I_1, \quad s \cdot L_2 \omega I_2 \quad \text{und} \quad K.$$

Dabei ist der Winkel δ durch die Einstellung der Bürsten auf dem Stromwender willkürlich gegeben. Wir erhalten dann nach Bild 539:

$$\begin{aligned} s L_2 \omega I_2 - s \cdot M \omega I_1 \cdot \cos \gamma &= K \cdot \cos(\delta - \alpha). \\ s \cdot M \omega \cdot I_1 \cdot \sin \gamma &= I_2 R - K \sin(\delta - \alpha). \end{aligned}$$

Wir setzen $I_1 = a/L_1 \omega$ und $I_2 = b/M \omega$, sowie $a \cdot \cos \gamma = b - E \cos \alpha$ und $a \cdot \sin \gamma = E \cdot \sin \alpha$. Dann teilen wir die obigen Gleichungen durch

einander, wodurch s herausfällt und setzen $L_1 L_2 / M^2 = m$. Dadurch erhalten wir

$$\frac{b(m-1) + E \cos \alpha}{E \cdot \sin \alpha} = \frac{K \cdot \cos(\delta - \alpha)}{b \cdot R / M \omega - K \cdot \sin(\delta - \alpha)}$$

Wir vervielfachen übers Kreuz und setzen $\sin \alpha \cdot \cos(\delta - \alpha) + \cos \alpha \cdot \sin(\delta - \alpha) = \sin \delta$. Wir setzen dann noch $\sin(\delta - \alpha) = \sin \delta \cdot \cos \alpha - \cos \delta \cdot \sin \alpha$, führen die Achsen wie oben ein, und bezeichnen die Koordinaten des Punktes P mit x und y . Dadurch wird $b^2 = x^2 + y^2$, $b \cdot \cos \alpha = x$ und $b \cdot \sin \alpha = y$. Dadurch erhalten wir für die Koordinaten des Punktes P die Gleichung

$$x^2 + y^2 - x \left(\frac{K \cdot \sin \delta \cdot M \omega}{R} - \frac{E}{m-1} \right) + \frac{y \cdot K \cdot \cos \delta \cdot M \omega}{R} = \frac{E \cdot K \cdot \sin \delta \cdot M \omega}{R(m-1)}$$

Dies ist die Gleichung eines Kreises. Die Wagerechte und Senkrechte des Mittelpunktes ergeben sich zu

$$p = \frac{1}{2} \left(K \sin \delta \cdot \frac{M \omega}{R} - \frac{E}{m-1} \right) \quad q = -\frac{1}{2} K \cdot \frac{\cos \delta \cdot M \omega}{R}$$

Setzen wir in der Kreisgleichung $y = 0$, so erhalten wir $x = E/(m-1)$. Dies bedeutet nach S. 314, daß der Kreis durch den Endpunkt B des Durchmessers beim Motor ohne Phasenschieber geht. Teilen wir dann alle Strahlen und Strecken wieder durch $L_1 \omega$, so erhalten wir das mit 2 bezeichnete Strombild für Fremderregung in Bild 540.

Einen weiteren Weg zur Verbesserung des Leistungsfaktors hat Kapp in seinem Vibrator eingeschlagen. Die von den Schleifringen des Läufers abgenommenen Ströme werden dabei je einem bewickelten Anker zugeführt, der mit der Frequenz der Schlüpfung in einem durch Gleichstrom erregten gleichförmigen Feld schwingt. Die dadurch erzeugte Spannung hat die Frequenz des Läuferstromes, also die

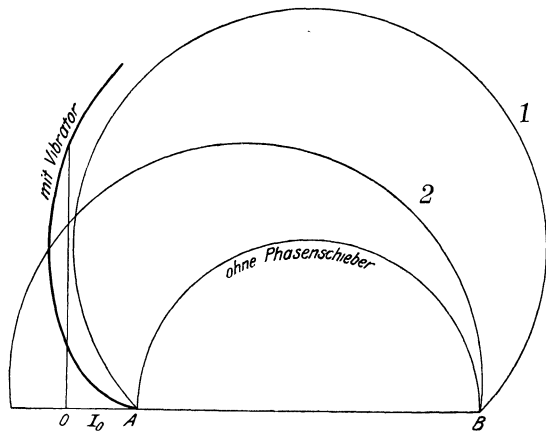


Bild 540. Strombild.

der Schlüpfung. Wenn der schwingende Anker durch seine Nullage hindurchgeht, ist seine Geschwindigkeit und die damit erzeugte Spannung am größten. In diesem Zeitpunkt wird gleichzeitig aus der Beschleunigung eine Verzögerung, d. h. der Anker, der bisher als Motor arbeitete, wird zum Stromerzeuger, der sich bremst. Der Strom kehrt also beim Durchgang des Ankers durch die Nullage seine Richtung um, wobei er die gleiche Richtung erhält, wie die Spannung. Daraus folgt, daß die erzeugte Spannung gegen den Strom um $1/4$ der ganzen Schwingung voreilt. Sie kann also wieder zum Ausgleich der Streuspannung des Drehstrommotors dienen.

Da die Beschleunigung dem Zeitwert i_2 des Läuferstromes proportional ist, so wird, wenn c ein Festwert ist: $dv/dt = c \cdot i_2 = c \cdot i_{2m} \cdot \sin(s\omega t)$.

Demnach ergibt sich die Geschwindigkeit v zu: $v = c \cdot i_{2m} \int \sin(s\omega t) \cdot dt = -\cos(s\omega t) \cdot c \cdot i_{2m}/s\omega$. Nun ist der Zeitwert der erzeugten Spannung der Geschwindigkeit proportional. Demnach ist ihr Effektivwert dem Verhältnis $I_2 : s$ proportional. Mit Einführung eines Festwertes K ergibt er sich also zu $K \cdot I_2/s$ (vgl. Kapp, ETZ. 1913, S. 931). Setzen wir dann die Summe aus der Selbstinduktivität des Läufers und des Phasenschiebers gleich L , so wird in Bild 538 $PD = sL\omega I_2 - K \cdot I_2/s$. Daraus folgt: $\cot \gamma = (sL\omega - K/s) : R$.

Bei gegebener Schlüpfung liegt dann P auf einem Kreise, in welchem γ der Umfangswinkel über der Sehne E ist. Der Mittelpunkt dieses in Bild 538 durch O und A gehenden Kreises liegt um $\cot \gamma \cdot E/2$ senkrecht über der Mitte von OA . Gleichzeitig wird $s \cdot M\omega I_1 \cdot \sin \gamma = I_2 \cdot R$. Wir setzen darin $I_1 = a/L_1\omega$, $I_2 = b/M\omega$ und $a \cdot \sin \gamma = E \cdot \sin \alpha = E \cdot y/b$. Dabei ist y die Senkrechte des Punktes P . Wir erhalten dadurch

$$b^2 = s \cdot M^2 \omega^2 \cdot E \cdot y : L_1 \omega R.$$

Der Punkt P liegt also bei gegebener Schlüpfung auch auf einem Kreise, der durch A geht und dessen Mittelpunkt im Abstand $s \cdot M^2 \omega^2 E : 2L_1 \omega R$ senkrecht über A liegt. Indem man also s willkürlich wählt, läßt sich das Spannungsbild punktweise durch den Schnittpunkt beider Kreise zeichnen. Die Teilung durch $L_1 \omega$ liefert dann das Strombild in Bild 540. Auch hier wieder haben wir bei Leerlauf Nach-eilung des Stromes. Dagegen läßt sich bei stärkerer Belastung $\cos \varphi = 1$ oder Voreilung des Stromes erreichen.

XXVI. Einankerumformer.

142. Das Verhältnis der Spannungen und Ströme.

Der Einankerumformer ist eine Gleichstrommaschine, deren Ankerwicklung außer an den Stromwender an Schleifringe angeschlossen ist. Je nach der Anzahl der Schleifringe unterscheidet man Umformer für Einphasenstrom, Zwei- und Vierphasenstrom, Dreiphasenstrom und Sechspfasenstrom (Bild 541 bis 544).

Man erhält einen Sechspfasenstrom einfach dadurch, daß man, wie in Bild 532 die zweite Wicklung eines Dreiphasentransformators nicht verkettet. Dadurch sind dann ohne weiteres sechs Zuleitungen zum Umformer gegeben. Im Grunde genommen ist der Sechspfasenumformer ein Dreiphasenumformer. Er kann als eine Maschine mit nur 3 Abteilungen aufgefaßt werden, deren Seiten die Breite einer vollen Polteilung haben, um 120° verschoben sind und sich teilweise überdecken.

Der Einankerumformer ist auf der Wechselstromseite eine gewöhnliche Synchronmaschine. Er arbeitet auf dieser Seite gewöhnlich als ein- oder mehrphasiger Motor und auf der Gleichstromseite als Stromerzeuger. Er kann jedoch auch von der Gleichstromseite als Motor angetrieben werden, so daß er auf der Wechselstromseite als Stromerzeuger arbeitet. Wenn dabei eine induktive Belastung eingeschaltet wird, wird das Feld des Einankerumformers nach S. 284 geschwächt. Wenn dabei der Umformer für sich allein das Wechselstromnetz speist, muß durch besondere Hilfsmittel eine Erhöhung der Drehzahl verhindert werden.

Die Maschine kann auch zur gleichzeitigen Lieferung von Gleichstrom und Wechselstrom benutzt werden.

Der Einankerumformer wird entweder durch einen besonderen asynchronen Anwurfmotor oder von der Gleichstromseite aus auf die vorgeschriebene Drehzahl gebracht und dann wie eine gewöhnliche Synchronmaschine aufs Netz geschaltet. Er kann jedoch auch von der Wechselstromseite aus angelassen werden, dadurch, daß etwa der dritte Teil der Netzspannung an die Wechselstromseite gelegt wird. Der Umformer als reine Synchronmaschine läuft allerdings nicht von der Wechselstromseite aus an. Die Dämpferwicklung, die in der Regel zur Vermeidung des Pendelns auf den Polen angebracht wird, bewirkt indessen, daß der Umformer als Asynchronmaschine anläuft.

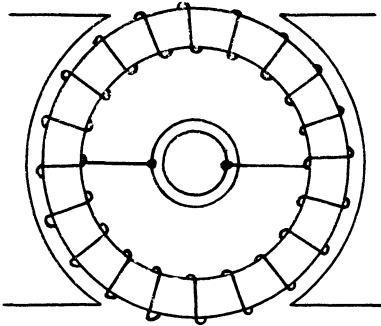


Bild 541. Einankerumformer für Einphasenstrom.

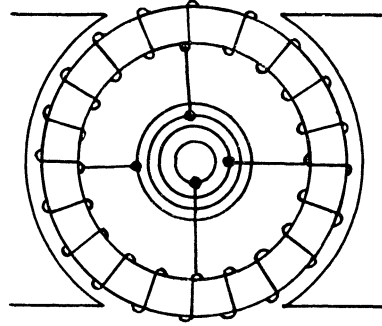


Bild 542. Einankerumformer für Zwei- und Vierphasenstrom.

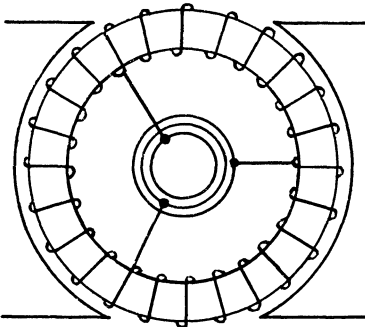


Bild 543. Einankerumformer für Dreiphasenstrom.

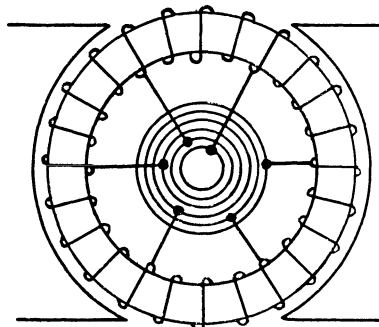


Bild 544. Einankerumformer für Sechsphasenstrom.

Die wesentliche Eigenschaft des Einankerumformers besteht darin, daß die Spannung des Gleichstromes und des Wechselstromes durch dasselbe Feld bei derselben Drehzahl erzeugt wird. Dabei ist unter dem Feld nicht etwa das von den Magneten allein erzeugte Feld, sondern das wirkliche, im Anker vorhandene Feld zu verstehen, das unter dem Einfluß der Erregung der Magnete und des Ankers zustande kommt, und in dem auch das Streufeld des Ankers enthalten ist. Unter Vernachlässigung des Ohmschen Spannungsverlustes schreibt nach S. 283 die Klemmenspannung und nicht die Magneterregung das Feld vor.

Wenn man also nicht besondere Vorkehrungen trifft, so folgt, daß die Klemmenspannung des Wechselstromes und des Gleichstromes in

einem ganz bestimmten Verhältnis stehen. Dieses Verhältnis hängt von der Anzahl der Ankerzweige ab, die bei Einphasenstrom gleich 2, bei Zwei- und Vierphasenstrom gleich 4, bei Dreiphasenstrom gleich 3 und bei Sechsphasenstrom gleich 6 ist.

Ist z die Drahtzahl auf dem Anker und ν die Anzahl der Ankerzweige, so ist die Drahtzahl eines Ankerstranges gleich z/ν und die halbe Breite eines Zweiges $\gamma = \pi/\nu$. Wenn wir die tatsächlich fast völlig zutreffende Annahme eines sinusförmigen Feldes machen und als Drahtzahl eines Stranges z/ν statt z einführen, so ergibt sich die Spannung, die in einem Ankerzweig erzeugt wird, bei zweipoliger Maschine nach Gl. (2) und (4) auf S. 258

$$E_w = 2,22 \cdot \frac{\Phi \cdot n \cdot z}{60 \cdot \nu} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot 10^{-8}.$$

Nun ist $2,22 = \pi/\sqrt{2}$ und $\nu \cdot \gamma = \pi$. Dann ist das Verhältnis der Wechselstromspannung zur Gleichstromspannung nach Gl. (2) auf S. 258

$$\frac{E_w}{E_g} = \frac{2,22}{\nu} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{\sin \gamma}{\sqrt{2}}. \quad (1)$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen. Das Verhältnis ist in der Zahlentafel auf S. 376 eingetragen. Bei Einphasenstrom (Bild 541) können wir das Verhältnis auch durch die Überlegung erhalten, daß der Höchstwert der Wechselstromspannung erzeugt wird, wenn die Zuführungsdrähte zu den Schleifringen ebenso wie die Gleichstrombürsten in der neutralen Zone stehen. Der Höchstwert der Wechselstromspannung bei Einphasenstrom ist also gleich der Gleichstromspannung, der Effektivwert also 0,707 mal so groß.

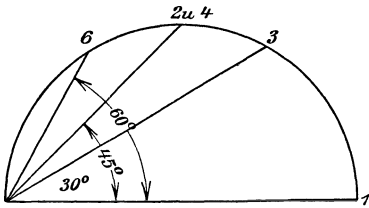


Bild 545. Spannungen des Umformers bei 1, 3, 4 und 6 Phasen.

Allgemein verhalten sich nach S. 258 die Wechselstromspannungen wie die entsprechenden Sehnen in Bild 545. Dadurch, daß Gleichstrom-

und Wechselstromspannung von derselben Größenordnung sind, wird bei Umformung von hochgespanntem Wechselstrom in Gleichstrom ein ruhender Transformator nötig, wodurch die Anlage etwas verteuert wird. Sie stellt sich aber doch billiger als eine Doppelmachine, die aus einem Wechselstrommotor und einer Gleichstrommaschine besteht.

Wir berechnen jetzt das Verhältnis der Stromstärken auf der Wechselstrom- und Gleichstromseite. Ist I_w der effektive Wechselstrom eines Ankerzweiges und φ die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke, so ist die Wechselstromleistung aller Zweige zusammen: $N_w = \nu \cdot E_w \cdot I_w \cdot \cos \varphi$. Ist ferner I_g der Gleichstrom in einem der beiden Gleichstromzweige und E_g die Gleichstromspannung, so ist die Gleichstromleistung: $N_g = 2E_g \cdot I_g$. Setzen wir nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit und unter Vernachlässigung der Verluste beide Leistungen gleich, so ergibt sich mit Gl. (1) das Verhältnis des Gleichstromes zum effektiven Wechselstrom zu:

$$\frac{I_g}{I_w} = 1,11 \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (2)$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen.

Der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ läßt sich, wie bei jedem Synchronmotor, willkürlich durch Änderung der Erregung einstellen. Bei gegebener Wechselstromspannung, also gegebenem wirklichen Feld, ändert sich durch Änderung der Erregung die Größe und Phase des Wechselstromes, und zwar in einer solchen Weise, daß die Gesamterregung, die sich aus der Gleichstromerregung und der Ankerrückwirkung des Wechselstromes ergibt, unverändert bleibt. Man kann also nicht ohne weiteres die Gleichstromspannung durch Änderung der Erregung wesentlich beeinflussen.

143. Spannungsregelung beim Einankerumformer.

Man kann die Gleichstromspannung des Einankerumformers dadurch regeln, daß man die Wechselstromspannung des Umformers über einen Transformator mit veränderlichem Windungsverhältnis zuführt.

Die Spannung kann aber auch dadurch geregelt werden, daß man vor die Wechselstromseite eine Drosselspule schaltet. Ist ein ruhender Transformator zur Herabsetzung der Wechselstromspannung erforderlich, so kann man den induktiven Widerstand auch dadurch erreichen, daß man einen Transformator

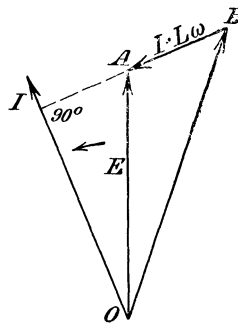


Bild 546. Spannungserhöhung durch Drosselspule.

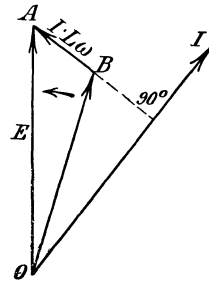


Bild 547. Spannungseniedrigung durch Drosselspule.

mit großer Streuung verwendet. Die Spannung des Wechselstromnetzes sei E und der induktive Widerstand der Drosselspule $L\omega$. Wenn wir den Umformer übererregen, so nimmt er einen Strom auf, welcher der Spannung an seinen Schleifringen voreilt (Bild 546). Der induktive Spannungsverbrauch $I \cdot L\omega = BA$ in der Drosselspule eilt nun dem Strome um 90° vor und ergibt mit der Schleifringspannung OB die Netzspannung OA . Statt dessen können wir auch sagen, daß die Schleifringspannung OB die Summe aus der Netzspannung OA und der in der Drosselspule erzeugten Spannung AB ist. Wir haben also durch Übererregung die Schleifringspannung gegenüber der Netzspannung erhöht. Ebenso können wir durch Untererregung nach Bild 547 die Schleifringspannung gegenüber der Netzspannung erniedrigen.

Ein weiteres Mittel zur Veränderung der Gleichstromspannung bei gegebener Wechselstromspannung ist die Verschiebung der Gleichstrombürsten aus der neutralen Zone heraus, so daß eine Abteilung des Gleichstromes mehr oder weniger vor entgegengesetzten

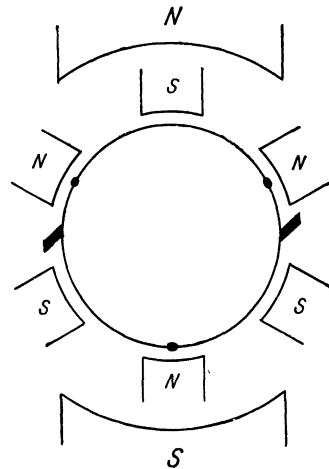


Bild 548. Hauptpole und zusätzliche Pole, gleichwertig mit verschieden erregten Spaltpolen.

Polen liegt. Damit die durch die Bürsten kurzgeschlossenen Spulen nicht in einem starken Felde liegen, ist es nötig, die Pole zu spalten.

Spaltpole sind auch zu dem Zwecke vorgeschlagen, um unmittelbar das Verhältnis der Gleichstrom- und Wechselstromspannung zu ändern. Die Spaltpole werden in diesem Falle verschieden stark erregt. Am besten stellen wir uns vor, daß sie gleichwertig sind mit einem, der einfachen Frequenz entsprechenden Polpaar und einem darübergelagerten Polgestell für eine mehrfache Frequenz. Die Anzahl der zusätzlichen Pole ist so gewählt, daß sie nur auf die Gleichstromspannung und nicht auf die Wechselstromspannung einen Einfluß haben. Bei dem zweipoligen Dreiphasenumformer in Bild 548 bedeckt z. B. die Seite eines Drehstromankerzweiges zwei volle Polteilungen der zusätzlichen Pole, so daß die von diesen Polen erzeugte Spannung bei sinusartigem Feld in jedem Augenblicke gleich Null ist. Dagegen wird eine Ankerabteilung des Gleichstroms außer durch die Hauptpole durch zwei gleichnamige und einen ungleichnamigen Hilfspol beeinflusst, so daß die Spannung durch gleichmäßige Änderung der Erregung aller Hilfspole geregelt werden kann. Man braucht nun nicht zwei getrennte Polgestelle, sondern kann die magnetischen Wirkungen beider übereinander lagern. Man spaltet also die Hauptpole in drei Teile und erregt den mittelsten stärker oder schwächer als die äußeren.

Zu einem ähnlichen Ergebnis gelangt man, wenn man jeden Pol nur in zwei Teile spaltet und beide Teile verschieden stark erregt. Die Regelung des Verhältnisses der Gleichstrom- und Wechselstromspannung beruht dann darauf, daß sich die von den beiden Einzelpolen erzeugten Spannungen für den Gleichstrom algebraisch, für den Wechselstrom geometrisch zusammensetzen.

144. Die Stromwärme im Einankerumformer.

Wir betrachten wieder einen Umformer, der als Wechselstrommotor und als Gleichstromerzeuger arbeitet. Die erzeugten Spannungen des Gleichstromes und Wechselstromes haben im Ankerdraht wesentlich dieselbe Richtung, und der Motorstrom ist der erzeugten Spannung entgegengerichtet, während der Strom des Stromerzeugers der erzeugten Spannung gleichgerichtet ist. Wechselstrom und Gleichstrom im Ankerdraht sind also wesentlich entgegengerichtet und heben sich zum Teil gegenseitig auf. Das ist von wesentlichem Vorteil in bezug auf die Stromwärme im Anker. Dabei ist natürlich eine geringe Verschiebung zwischen Spannung und Stromstärke des Wechselstromes günstig. Aber selbst wenn sie gleich Null ist, liegt doch zeitweise die Seite eines Ankerstranges des Wechselstromes gleichzeitig vor entgegengesetzten Polen, so daß die beiden Ströme sich nur in einem Teil des Ankerstranges entgegenwirken, in dem andern Teil aber gleichgerichtet sind. Nur bei unendlicher Stegzahl und Strangzahl würden sich beide Ströme stets aufheben.

Das Verständnis und die rechnerische Behandlung wird am leichtesten, wenn wir die Zahl der Stege als sehr groß voraussetzen, je eine Windung an zwei Stege anschließen und den zeitlichen Verlauf des Stromes in einer einzelnen Windung ins Auge fassen. Dazu wählen wir zunächst die Windung, welche die Mitte des Ankerstranges des Wechselstromes bildet, und setzen vorläufig voraus, daß die Phasenverschiebung gleich Null ist, was durch geeignete Erregung immer erzielt werden kann.

Sobald nun der Draht der betrachteten Windung in Bild 549 durch die neutrale Zone hindurchgeht, kehrt sowohl der Gleichstrom als auch der Wechselstrom seine Richtung um. Dann stellt uns die rechteckige Kurve in Bild 550 den zeitlichen Verlauf des Gleichstromes in der betrachteten Windung dar. Ebenso stellt die Sinuskurve den Verlauf des Wechselstromes dar. Setzen wir beide Ströme mit Berücksichtigung des Vorzeichens zusammen, so erhalten wir die Stromkurve in Bild 551.

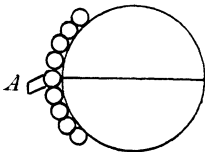


Bild 549. Mitte des Ankerzweiges unter der Bürste hindurchgehend.

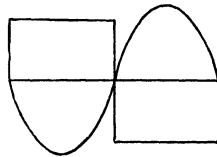


Bild 550. Gleichstrom und Wechselstrom in der Mitte des Ankerzweiges.

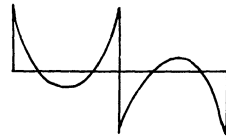


Bild 551. Wirklicher Strom in der Mitte des Ankerzweiges.

Die Einzelwerte i des Gesamtstromes haben wir zu quadrieren und mit dem Widerstand R der Windung zu vervielfachen, um die Zeitwerte des Verlustes durch Stromwärme zu erhalten.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse für eine Windung, deren Seite um den Bogen ε von der Mitte des Ankerstranges entfernt ist (Bild 552). Sobald ihre Drähte bei A durch die neutrale Zone hindurchschreiten, tritt der Stromwechsel des Gleichstromes ein. Da die Phasenverschiebung gleich Null angenommen ist, so erfolgt der Stromwechsel des Wechselstromes erst um den Bogen ε später, wenn die Mitte des Ankerstranges durch die neutrale Zone hindurchschreitet. Die Kurve des Wechselstromes erscheint also in Bild 553 nach rechts hin verschoben, und bei der Zusammensetzung der Zeitwerte erhalten wir die Kurve in Bild 554, die uns den zeitlichen Verlauf des Stromes in der betrachteten Windung darstellt. Bleibt nun allgemein der Strom um den Winkel φ hinter der erzeugten Spannung zurück, so erscheint die Stromkurve um den weiteren Bogen φ nach rechts verschoben (Bild 555).

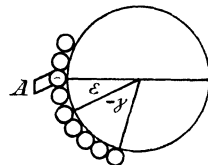


Bild 552. Draht im Abstand ε von der Mitte des Ankerzweiges liegend, unter der Bürste vorbeigleitend.

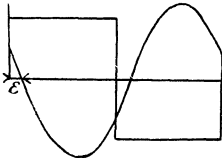


Bild 553. Ströme im Abstand ε von der Mitte.

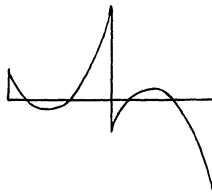


Bild 554. Wirklicher Strom im Abstand ε von der Mitte.

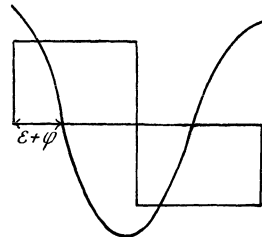


Bild 555. Ströme in Abstand ε bei Phasenverschiebung.

Den Zeitwert des Stromes in der betrachteten Windung erhalten wir dann für diesen allgemeinsten Fall, wenn $\alpha = \omega t$ gesetzt wird, zu: $i = I_g - \sqrt{2}I_w \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi)$. Wir quadrieren diesen Wert, vervielfachen mit dem Widerstand R der betrachteten Windung und nehmen das Mittel zwischen 0 und π . Dabei sind ε und φ als unveränderlich

anzusehen. Auf diese Weise erhalten wir den mittleren zeitlichen Verlust in der einen betrachteten Windung zu:

$$\frac{R}{\pi} \int_0^{\pi} i^2 d\alpha = R \left\{ I_g^2 + I_w^2 - \frac{4\sqrt{2}}{\pi} I_g \cdot I_w \cos(\varepsilon + \varphi) \right\}.$$

Nun sei die Drahtzahl auf der Bogeneinheit gleich c . Dann ist die Drahtzahl auf dem Bogen $d\varepsilon$ gleich $c \cdot d\varepsilon$. Wenn wir diese mit dem eben berechneten mittleren zeitlichen Verlust einer Windung vervielfachen, erhalten wir den mittleren zeitlichen Verlust einer Ankerabteilung von der Breite $d\varepsilon$. Um den gesamten Verlust zu erhalten, haben wir zwischen $\varepsilon = -\gamma$ und $\varepsilon = +\gamma$ zu integrieren, wo γ die halbe Breite des Ankerzweiges ist. Auf diese Weise erhalten wir den Verlust eines Ankerzweiges des Umformers zu:

$$N_v = R \cdot c \cdot 2\gamma \left(I_g^2 + I_w^2 - \frac{4\sqrt{2}}{\pi} I_g \cdot I_w \cos \varphi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right).$$

Setzen wir für I_w den Wert aus Gl. (2) auf S. 372 ein, so erhalten wir den Verlust eines Zweiges des Umformers zu

$$N_v = R \cdot c \cdot 2\gamma \cdot I_g^2 \left\{ \left(\frac{\gamma}{1,11 \cdot \sin \gamma \cos \varphi} \right)^2 - 0,62 \right\}. \quad (3)$$

Nun ist $R \cdot c \cdot 2\gamma \cdot I_g^2$ der Verlust eines Zweiges, wenn die Maschine bei demselben Strom I_g als Gleichstromerzeuger angetrieben wird. Demnach ist

$$a = \left(\frac{\gamma}{1,11 \sin \gamma \cdot \cos \varphi} \right)^2 - 0,62$$

das Verhältnis des Verlustes des Umformers zum Verlust des Stromerzeugers für gleiche Stärke des Gleichstromes.

Wir fragen nun, wie stark wir den Einankerumformer belasten können, ohne daß der Anker zu warm wird. Zu diesem Zwecke ermitteln wir für dieselbe Wärmeentwicklung das Verhältnis b des Gleichstromes I_g im Umformer zu dem Strom I der als Gleichstromerzeuger arbeitenden Maschine. Der Verlust des Stromerzeugers ist proportional I^2 , der des Umformers $a \cdot I_g^2$. Sollen beide Verluste gleich sein, so folgt $a I_g^2 = I^2$. Demnach ist das Verhältnis der zulässigen Leistung des Umformers zur zulässigen Leistung des Stromerzeugers: $b = I_g/I = 1/\sqrt{a}$.

Die Werte von a und b sind neben dem Verhältnis E_w/E_g übersichtlich zusammengestellt.

| | Einphasen | Dreiphasen | Zwei- u. Vierphasen | Sechphasen | |
|--|----------------|------------|---------------------|------------|------|
| Zahl der Ankerzweige ν | 2 | 3 | 4 | 6 | |
| Halbe Breite γ | $\pi/2$ | $\pi/3$ | $\pi/4$ | $\pi/6$ | |
| E_w/E_g | 0,707 | 0,613 | 0,5 | 0,355 | |
| $a = \frac{\text{Verlust im Umformer}}{\text{Verlust im Stromerzeuger}}$ | $\cos \varphi$ | | | | |
| | 1 | 1,38 | 0,56 | 0,38 | 0,27 |
| | 0,8 | 2,5 | 1,23 | 0,94 | 0,77 |
| | 0,6 | 4,93 | 3,3 | 2,78 | 2,46 |
| $b = \frac{\text{Leistung des Umformers}}{\text{Leistung des Stromerzeugers}}$ | 1 | 0,85 | 1,33 | 1,62 | 19,3 |
| | 0,8 | 0,63 | 0,9 | 1,03 | 1,14 |
| | 0,6 | 0,45 | 0,55 | 0,6 | 0,64 |

Wie die Reihe für a zeigt, ist für $\cos \varphi = 1$ bei demselben Gleichstrom der Verlust im Einphasenumformer das 1,38fache, im Sechspannumformer nur das 0,27fache des Verlustes im Gleichstromerzeuger.

Weiter ist nach der Reihe b für $\cos \varphi = 1$ bei derselben Stromwärme die Leistung des Einphasenumformers das 0,85fache, die des Sechspannumformers das 1,93fache der Leistung des Gleichstromerzeugers.

Gleichzeitig zeigen die Reihen für a und b den ungünstigen Einfluß eines schlechten Leistungsfaktors. Man muß daher den Umformer möglichst so erregen, daß $\cos \varphi = 1$ wird.

145. Der Kaskadenumformer.

Der Kaskadenumformer nach Bragstadt-la Cour besteht aus einem gewöhnlichen Drehstrommotor, der mit einem Einankerumformer gekuppelt ist. Die Wechselstromseite des Einankerumformers wird mit Hilfe einer Reihe von Verbindungsleitungen von dem Läufer des Drehstrommotors gespeist. Die Zahl der Polpaare sei im Motor gleich p_m und im Umformer gleich p_u . Die Frequenz sei im Ständer des Motors gleich f , im Läufer und Umformer gleich $s \cdot f$. Dann gelten die Gleichungen: $s \cdot f = p_u \cdot n/60$ und $f - s \cdot f = p_m n/60$. Aus beiden Gleichungen erhalten wir: $n/60 = f/(p_m + p_u)$. Die Drehzahl ist also so groß wie die eines Synchronmotors mit einer Polzahl gleich der Summe beider Maschinen.

Die geringe Drehzahl bei einer im Verhältnis kleinen Polzahl oder umgekehrt, die geringe Polzahl bei der durch die Betriebsverhältnisse vorgeschriebenen Drehzahl ist ein wesentlicher Vorteil.

Falls beide Maschinen dieselbe Polzahl p besitzen, ist $n/60 = f/2p$. Da f/p die Drehzahl des Feldes im Drehstrommotor ist, so beträgt die Schlüpfung 50%. Dabei wird die Hälfte der auf den Läufer des Drehstrommotors übertragenen Leistung zum Antrieb des Läufers verwendet und durch die Welle auf die Gleichstrommaschine übertragen, die auf diese Weise als Stromerzeuger angetrieben wird. Die andere Hälfte wird, wie bei einem Drehstrommotor mit Anlaßwiderstand, elektrisch vom Läufer abgegeben. Sie wird auf den Umformer übertragen, der auf diese Weise Wechselstrom empfängt und Gleichstrom liefert. Die Vorteile des geringen Verlustes im Anker treten auch hier, wie beim Einankerumformer, zutage. Allerdings ist die Gleichstrommaschine jetzt nur zur Hälfte ein Einankerumformer. Dafür aber ist sie dadurch wieder etwas günstiger, daß es keine Schwierigkeit bietet, die Anzahl der Ankerstränge des Einankerumformers zu vergrößern und dadurch für die Verluste und die Belastungsfähigkeit noch günstigere Werte zu erhalten, als sie auf S. 376 angegeben sind. Da die Stromzuführung nicht durch Bürsten und Schleifringe zu erfolgen braucht, so kann man ohne besondere Kosten 12phasige Anker verwenden.

Die Läuferstränge des Drehstrommotors sind in Stern geschaltet. Beim Anlassen von der Drehstromseite werden drei Stränge über Schleifringe und Widerstände in einem Sternpunkt aneinandergelegt und nach dem Anlaufen alle Stränge in einem Sternpunkt kurzgeschlossen.

Bezeichnungen.

Fußzeichen:

| | | |
|---|---|---|
| <p><i>a</i> Anker, Ständer, Anfang, <i>b</i> Batterie, Blindstrom, Bewegung, <i>d</i> Drehstrom, Dauerwert, <i>e</i> Einanker, Ende, <i>f</i> freier Wert, <i>g</i> Galvanometer, Glas, Gleichstrom, Rückwirkung, Stromerzeuger, <i>h</i> Hysterese, Hauptschluß,</p> | <p><i>i</i> Inneres, <i>J</i> Joch, <i>k</i> Kurzschluß, Klemme, <i>l</i> Leitung, Luft, Weg, <i>m</i> Magnete, Höchstwert, Motor, mechan. Größe, <i>μ</i> Magnetisierung, <i>n</i> nutzbar, Nut, <i>p</i> Pol, <i>q</i> quer, <i>s</i> Streuung, Selbstinduktion, Synchronisierung,</p> | <p><i>t</i> Zeitwert, <i>u</i> Umformer, <i>v</i> Verlust, <i>w</i> wagerecht, Wirbelstrom, Welle, Wicklung, Wirkstrom, Wechselstrom, Stromwendung, <i>z</i> Zweig, Zahn, zusätzlich, <i>0</i> Leerlauf, <i>1, 2</i> primär, sekundär oder Ständer, Läufer.</p> |
|---|---|---|

Kleine lateinische und deutsche Buchstaben:

| | Zuerst auf Seite |
|---|------------------|
| <i>a</i> Atomgewicht | 20 |
| <i>a</i> Beschleunigung in cm/sek ² | 79 |
| <i>a</i> Beschleunigung in m/sek ² | 272 |
| <i>a</i> Dämpfungsfaktor | 219 |
| <i>a</i> halbe Zahl der Stromzweige | 93 |
| <i>a</i> Verhältnis der Verluste | 376 |
| <i>a</i> ₁₂ ursprünglicher Leitwert | 153 |
| <i>a</i> ' ₁₂ zusätzlicher Leitwert | 154 |
| <i>b</i> ₁₂ Gesamtleitwert | 154 |
| <i>b</i> Ankerlänge in cm | 46 |
| <i>b</i> Blindleitwert | 188 |
| <i>b</i> eigene Kreisfrequenz | 219 |
| <i>c</i> Übersetzung | 148 |
| <i>c</i> Maßstab | 156 |
| <i>c</i> = $\sqrt{(R' + jL'\omega)(A' + jC'\omega)}$ | 199 |
| <i>c</i> Lichtgeschwindigkeit in cm/sek | 72 |
| <i>d</i> Durchmesser in cm | 46 |
| <i>d</i> Trägheitsdurchmesser in m | 273 |
| <i>d</i> Leiterabstand in cm | 55 |
| <i>e</i> Zeitwert der Spannung in Volt | 40 |
| <i>f</i> Frequenz | 63 |
| <i>f</i> Bahnwiderstand in kg/t | 148 |
| <i>g</i> Wirkleitwert | 188 |
| <i>h</i> Erregung für die Längeneinheit | 51 |
| <i>h</i> = $\frac{3}{\pi} \left(1 - 4 \frac{\beta^2}{\pi^2}\right)$ | 337 |
| <i>i</i> Zeitwert der Stromstärke | 42 |
| <i>i</i> wirkliche Stromstärke | 152 |
| <i>j</i> = $\sqrt{-1}$ | 172 |
| <i>k</i> elektrisches Leitvermögen | 152 |
| <i>k</i> Vergrößerungsfaktor | 273 |
| <i>k</i> Wertigkeit | 20 |
| <i>k</i> = $3\beta/\pi - 4\beta^3/\pi^3$ | 336 |
| <i>l</i> Länge in m | 6 |
| <i>l</i> einfache Länge in m | 152 |
| <i>l</i> Länge in cm | 33 |
| <i>l</i> Länge in km | 55 |
| <i>m</i> Gewichtsmenge in mg | 20 |
| <i>m</i> Polstärke in Weber | 33 |
| <i>m</i> Masse im mechanischen Maß | 272 |
| <i>n</i> Drehzahl in der Minute | 98 |
| <i>p</i> Reflexionsfaktor | 228 |
| <i>p</i> Zahl der Polpaare | 93 |
| <i>q</i> Drahtquerschnitt in mm ² | 6 |
| <i>q</i> Nutenzahl für Pol und Strang | 257 |
| <i>q</i> Ladung in Coulomb/cm | 75 |
| <i>r</i> Abstand oder Halbmesser in cm | 31 |
| <i>r</i> Halbmesser in m | 148 |
| <i>r</i> Trägheitshalbmesser in m | 272 |
| <i>s</i> Weg in cm | 41 |
| <i>s</i> Steigung auf Tausend | 148 |
| <i>s</i> Drahtzahl in Reihe | 335 |
| <i>s</i> Schlüpfung | 307 |
| <i>t</i> Zeit in sek | 2 |
| <i>u</i> Übersetzungsverhältnis | 345 |
| <i>v</i> Geschwindigkeit in cm/sek | 41 |

| | Zuerst auf Seite |
|--|------------------|
| <i>v</i> Geschwindigkeit in km/st | 148 |
| <i>v</i> Geschwindigkeit in km/sek. | 227 |
| <i>v</i> Größte zusätzl. Geschwindigkeit | 272 |
| <i>v</i> Drehzahl: synchrone Drehzahl | 337 |
| <i>w</i> Windungszahl | 49 |
| <i>x</i> Spannungsabfall bis zum Kraftwerk | 154 |
| <i>x</i> Blindwiderstand in Ohm | 184 |

| | Zuerst auf Seite |
|---|------------------|
| <i>x</i> Wärmetönung | 22 |
| <i>y</i> Scheinleitwert in Siemens | 188 |
| <i>η</i> Scheinleitwert, symbolisch | 188 |
| <i>z</i> äußere Leiterzahl | 46 |
| <i>z</i> Drahtzahl eines Stranges | 285 |
| <i>z</i> Scheinwiderstand in Ohm | 181 |
| <i>z</i> Scheinwiderstand des Ankers | 265 |
| <i>z</i> Scheinwiderstand, symbolisch | 181 |

Große lateinische und deutsche Buchstaben:

| | |
|--|-----|
| <i>A</i> Arbeit in Joule | 14 |
| <i>A</i> Arbeit in Erg | 79 |
| <i>A</i> Größtes zusätzl. Antriebsmoment | 273 |
| <i>A</i> ₁ , <i>A</i> ₂ ursprüngl. Knotenbelastung | 154 |
| <i>A</i> ₁₂ zusätzliche Knotenbelastung | 154 |
| <i>A'</i> Leitwert in Siemens/km | 199 |
| <i>B</i> Direktionskraft in mkg/Bogen | 271 |
| <i>B</i> ₁ Gesamte Knotenbelastung | 154 |
| <i>B</i> Magnetische Induktion in Gauß | 28 |
| <i>C</i> Kapazität in Farad | 74 |
| <i>C</i> Dämpfungsmoment beim Bogen | |
| Eins | 275 |
| <i>C'</i> Kapazität in Farad/km | 74 |
| <i>D</i> Drehmoment in mkg | 47 |
| <i>D</i> Größtes zusätzl. Drehmoment | 272 |
| <i>D</i> El. Induktion in Coulomb/cm ² | 65 |
| <i>E</i> Spannung in Volt | 3 |
| <i>E</i> Effektive Spannung in Volt | 166 |
| <i>E</i> Netzspannung | 265 |
| <i>E</i> _i Erzeugte Spannung im Anker | 121 |
| <i>E</i> _u Durch Gesamtfeld erzeugte Spannung | 285 |
| <i>E</i> ₀ Durch das Feld der Magnete erzeugte Spannung | 261 |
| <i>E</i> Spannung, symbolisch | 171 |
| <i>E</i> Elektr. Feldstärke in Volt/cm | 70 |
| <i>F</i> Fläche in cm ² | 30 |
| <i>G</i> Gewicht in kg | 63 |
| <i>G</i> Gewicht in t | 148 |
| <i>§</i> Magn. Feldstärke in Gauß | 33 |
| <i>I</i> Stromstärke in Amp. | 2 |
| <i>I</i> Effektive Stromstärke in Amp. | 164 |
| <i>I</i> Leerstrom bei Betrieb | 246 |
| <i>I</i> ₁ , <i>I</i> ₂ Knotenbelastung | 153 |
| <i>I</i> ₁₂ Strom der entlasteten Strecke | 153 |
| <i>§</i> Stromstärke, symbolisch | 171 |

| | |
|---|-----|
| <i>K</i> Festwert | 218 |
| <i>L</i> Induktivität in Henry | 54 |
| <i>L</i> Gesamtinduktivität des Ankers | 261 |
| <i>L'</i> Induktivität in Henry/km | 199 |
| <i>M</i> Gegens. Induktivität in Henry | 57 |
| <i>M</i> Masse in Gramm | 79 |
| <i>N</i> Leistung in Watt | 15 |
| <i>N</i> Mittlere Leistung in Watt | 165 |
| <i>P</i> Kraft in Dyn | 33 |
| <i>P</i> Kraft in kg. | 39 |
| <i>Q</i> Wärme in Grammkalorien | 15 |
| <i>Q</i> Elektrizitätsmenge in Coulomb | 2 |
| <i>Q</i> Elektrischer Fluß in Coulomb | 66 |
| <i>R</i> Widerstand in Ohm | 3 |
| <i>R</i> Wirkwiderstand des Ankers | 261 |
| <i>R'</i> Widerstand in Ohm/km | 199 |
| <i>S</i> Felderzahl oder Spulenzahl | 93 |
| <i>T</i> Zeit des Kurzschlusses in sek | 55 |
| <i>T</i> Zeit einer Periode in sek | 160 |
| <i>T</i> Zeit einer Maschinenschwingung | 272 |
| <i>U</i> Magn. Potential in Erg/Weber | 34 |
| <i>V</i> Rauminhalt in cm ³ | 38 |
| <i>V</i> elektrisches Potential | 74 |
| <i>§</i> Potential, symbolisch | 209 |
| <i>§</i> Spannungsverlust, symbolisch | 213 |
| <i>W</i> Energie in Erg | 38 |
| <i>W</i> Energie in Joule | 58 |
| <i>X</i> Erregung gemessen in Amperewindungen | 49 |
| <i>X</i> Gesamterregung | 285 |
| <i>X</i> ₁ Magneterregung | 286 |
| <i>X</i> ₂ Erregung durch Ankerstrom | 285 |
| <i>X</i> _g Ankerrückwirkung | 286 |
| <i>Y</i> Wicklungsschritt | 93 |
| <i>Z</i> Wellenwiderstand | 227 |
| <i>§</i> Wellenwiderstand, symbolisch | 199 |

Griechische Buchstaben:

| | |
|--|-----|
| <i>α</i> Temperaturkoeffizient | 6 |
| <i>α</i> Doppelter Verschiebungswinkel | 113 |
| <i>α</i> Nutenabstand | 257 |

| | |
|--|-----|
| <i>α</i> = <i>Z</i> ₁ / <i>Z</i> ₂ | 233 |
| <i>α</i> Größte anfängliche Voreilung | 273 |
| <i>α</i> Achsenverschiebungswinkel | 335 |

| | Zuerst auf Seite | | Zuerst auf Seite |
|---|------------------|--|------------------|
| β Winkel der Polbohrung | 101 | λ veränderlicher Parameter | 189 |
| $\beta = \arctg L\omega/R$ | 262 | \mathcal{L} Magnetischer Leitwert | 36 |
| β Voreilung ohne Dämpfung | 273 | μ Magnetische Durchlässigkeit | 35 |
| β Komplementwinkel des Achsen- verschiebungswinkels | 335 | ν Anzahl der Drehstromstränge | 271 |
| β Bürstenverschiebungswinkel | 356 | ν Anzahl der Umformerzweige | 372 |
| γ Halbe Breite der Spulenseite | 258 | ξ Wicklungsfaktor | 257 |
| γ Größte Voreilung bei Dämpfung | 275 | ρ Rückwärts wandernde Welle | 227 |
| $\gamma = \arctg L\omega/R$ | 339 | ρ Spezifischer Widerstand | 6 |
| δ Bogen der größten Voreilung | 273 | ρ Tangente vom Anfangspunkt | 191 |
| ε Spannungsabfall gegen die Speisepunkte | 152 | σ Magn. Energiedichte in Erg/cm ³ | 80 |
| ε Basis der natürl. Logarithmen | 172 | σ El. Energiedichte in Joule/cm ³ | 77 |
| ε Dielektrizitätskonstante | 73 | $\sigma = M/L$ | 352 |
| ε Voreilung der erzeugten Span- nung vor der negativen Netz- spannung | 270 | φ Winkel der Voreilung | 165 |
| η Hysteresiskoeffizient | 63 | φ Vorwärts wandernde Welle | 227 |
| η Wirkungsgrad | 129 | Φ Magnetischer Fluß in Maxwell | 29 |
| η Streufaktor < 1 | 312 | $\chi = \arctg b/a$ | 219 |
| ϑ Temperatur in Grad Celsius | 7 | ψ Phasenwinkel | 162 |
| | | ψ Winkel zwischen Strom und er- zeugter Spannung | 262 |
| | | ω Winkelgeschwindigkeit | 161 |
| | | ω Kreisfrequenz | 163 |

Namen- und Sachverzeichnis.

- Abschalten der Gleichstrommaschinen 123. 267.
— der Wechselstrommaschinen 267.
— des Gleichstrommotors 141.
Absolutes Maß 40. 78.
Abwicklung der Trommel 88. 95.
Achse, elektrische, von Leitern 69.
— magnetische 28.
Äquipotentialflächen s. Niveauflächen.
Äquipotentialverbinder s. Ausgleichverbinder.
Äquivalentgewicht, chemisches 20.
— elektrochemisches 21.
Akkumulatoren s. Sammler.
Aktive Masse s. wirksame Masse.
Alexandersonmotor 351.
Allgemeines Ohmsches Gesetz für Wechselstrom 183.
— — —, symbolisch 184.
Altern des Eisens 65.
Aluminiumzellen 128.
Ampere, Einheit der Stromstärke 1. 81.
Amperemeter s. Stromzeiger.
Amperesche Schwimmerregel 44. 48.
Amperestunde 2.
Angehen der Dynamomaschine s. Selbst-
erregung.
Anionen 18.
Anker der Maschinen 83, s. a. Läufer.
Ankerblech s. Dynamoblech.
Ankerrückwirkung bei Gleichstrom 113.
— bei Wechselstrom 283. 285. 288.
Ankerstreuung 282. 288.
Ankerwiderstand 98.
Ankerwicklungen für Gleichstrom 83 ff.
— für Wechselstrom 251.
Anlassen von Drehstrommotoren 306. 311.
320.
— von Drehstrom-Reihenschlußmotoren 356.
— von Einankerumformern 371.
— von Einphasenmotoren 332.
— von Einphasenmotoren mit Strom-
wender 335.
— von Gleichstrommotoren 138. 150.
Anlassen von Reihenschlußmotoren 335.
— von Repulsionsmotoren 340. 341.
— von Synchronmotoren 259.
Anlasser 142. 306.
— zum Regeln 139. 307. 320.
Anlaßmaschinen 143.
Anlaßtransformator 306.
Anlaßwiderstand 139. 306.
Anlaufmoment, Gleichstrommotor 138.
— Drehstrommotor 305. 311. 320.
Anlaufstrom s. Kurzschlußstrom.
Anode 17.
Arbeit 14. 42. 57. 79.
— bei der Magnetisierung 57.
— bei Ummagnetisierung 36. 62. 64.
— beim Hub eines Elektromagneten 59.
— Umsetzung von mechanischer in
elektrische 46.
Arnold 93. 132. 239. 241. 300.
Arrhenius 18.
Asynchrone Stromerzeuger 321.
Asynchronmotoren 251. 275. 291 ff., s. a.
Drehstrom- und Einphasenmotoren.
Atomgewicht 19.
Aufschneiden der Gleichstromwicklung 255.
Augenblickswert s. Zeitwert.
Ausgleichmaschinen 126.
Ausgleichstrom 153.
Ausgleichstransformatoren 237.
Ausgleichverbinder 90. 92. 98.
Ausgleichvorgänge 218.
— bei Gleichstrom 219.
— bei Wechselstrom 223.
— bei L und C in Reihe 222.
— bei R und C in Reihe 221. 225.
— bei R und L in Reihe 219. 224.
— bei R , C und L in Reihe 218.
— bei veränderlicher Durchlässigkeit 220. 223.
— beim Aufhören der Spannung 220.
— beim Einschalten eines induktiven
Stromkreises 223.
— — — einer Leitung 230.

- Ausgleichvorgänge beim Zusammen-
 schalten von zwei Leitungen 233.
 Auslaufkurve 131.
 Auslaufversuch 130.
 Ausschalten, funkenfreies 55. 141. 142.
 — — von Motoren 141. 142.
 Ausschaltvorgang 55. 220.
 Autotransformator s. Spartransformator.
 Avogadrosche Regel 21.
- Basen** 18.
 Batterie s. Sammler.
 Belag der Steuerwalzen 151.
 Belasten, Gleichstrommasch. 123. 266.
 — von Synchronmaschinen 266.
 — von Synchronmotoren 268.
 Belastung der Knoten 153.
 Beschleunigung 79.
 Betriebsinduktivität 214.
 Betriebskapazität 217.
 Bifilar s. Zweifädig.
 Binder 359.
 Bleche, legierte 65. 235. 239. 241.
 Blindleistung 185.
 Blindleitwert 188.
 Blindspannung 179.
 Blindstrom 186.
 Blindwiderstand 184.
 Bloch S. IV.
 Bragstadt 378.
 Brechung der Feldlinien 38. 73.
 — von Wanderwellen 228.
 Breite der Spulenseite 251. 253. 254. 258.
 Bremsung, elektrische 133. 321.
 Bürsten 84. 108.
 Bürstenstellung 84. 109.
 Bunsenzelle 26.
- Charakteristik** s. Leerlaufkurve.
 Chemische Energie 22.
 — Vorgänge in Sammlern 23.
 — — in Zellen 25.
 Chromzelle 2. 26.
 Coltri 153.
 Compoundierung s. selbsttätige Span-
 nungsregelung.
 Compoundmaschine s. Doppelschluß-
 maschine.
 Coulomb, Einheit der Elektrizitätsmenge
 2. 81.
 — — des elektrischen Flusses 66. 82.
 Coulombsches Gesetz 80.
- Dämpferwicklung** 259. 272. 274. 371.
 — beim Anlassen von Synchronmo-
 toren 259. 371.
 Dämpfung durch Widerstand 219. 222.
 224. 232. 234.
 — beim Pendeln 272. 274.
 Dämpfung von Meßgeräten 65.
 Dämpfungsfaktor 218.
 Daniellzelle 25.
 Danielsonumformer 281.
 Dauerladung 218.
 Dauerstrom 218.
 Dérimaschine, kompensiert 112.
 Dérimotor mit doppelten Bürsten 341.
 Dettmar, Verlustbestimmung 131.
 — Spannungsteilung 127.
 Diagramme s. Spannungsbild, Strom-
 bild, Widerstandsbild.
 Dichte des Flusses s. Induktion.
 — der elektrischen Energie 77. 82.
 — der magnetischen Energie 80.
 Dielektrikum 65. 75.
 Dielektrische Durchlässigkeit 73.
 Dielektrischer Leitwert 75.
 Dielektrischer Widerstand 74.
 Dielektrizitätskonstante 73.
 Dimension 78.
 Direktionskraft 271. 273.
 Dobrowolski, Spannungsteilung 126.
 Doppelbrücke 12.
 Doppelschlußmaschine 116. 120.
 Doppelschlußmotor 351.
 Doppelstern 237. 249.
 Doppel-T-Anker 83.
 Doppeltverkettete Streuung 326. 337. 343.
 Doppelzellenschalter 124.
 Drehfeld bei der Mehrphasenmaschine
 201.
 — beim Doppelschlußmotor 355.
 — beim Drehstrommotor 291.
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor
 357.
 — beim Eichbergmotor und Latour-
 motor 346.
 — beim Einphasenmotor 331.
 — beim Repulsionsmotor 342.
 Drehmoment des Motors 46.
 — des Drehstrommotors 303. 310. 316.
 320.
 — des Drehstrom-Reihenschlußmotors
 357. 359.
 — des Eichbergmotors 348.
 — des Einphasenmotors 332.

- Drehmoment des Gleichstrommotors 46. 134.
 — des Hauptschlußmotors 145. 146.
 — des Nebenschlußmotors 137.
 — des Reihenschlußmotors 339.
 — des Repulsionsmotors 344.
 Drehrichtung der Strahlen 166.
 — des Drehstrommotors 292. 294.
 — des Einphasenmotors 328.
 — des Gleichstrommotors 133.
 — Umkehrung der, s. Umsteuerung.
 Drehstrom, Grundgesetze 201 ff.
 — Leistung 205.
 — Leistungsmessung 206.
 — Unsymmetrische Belastung 208. 237.
 Drehstromkabel, Kapazität 216.
 Drehstromleitung, Induktivität 211.
 — Kapazität 216.
 — Spannungsverlust 213.
 — Verluste 206.
 Drehstrommotor 291 ff.
 — Anlassen 305. 320.
 — Anlaufmoment 306. 320.
 — als Stromerzeuger 321.
 — Drehmoment 197. 303. 310. 316. 320. 324.
 — Drehrichtung 292. 294.
 — Drehzahl 293. 294. 307. 317. 320. 321.
 — Feld 291. 296.
 — Flüsse 312.
 — Kippmoment 316.
 — Kreisdiagramm s. Strombild.
 — Kurzschluß, ideeller 194. 313. 320.
 — — wirklicher 316.
 — Läuferstrom 292. 309. 310. 313.
 — Läuferwiderstand 307. 310. 316. 320.
 — Leerstrom 296. 299. 301. 313.
 — Leistungen 197. 305. 310. 316.
 — Leistungsfaktor 315. 317. 324.
 — Magnetisierungsstrom 296. 299. 301.
 — Polumschaltung 307.
 — Regelung 307. 320.
 — Schlüpfung 197. 307. 317. 319.
 — Spannungsbild 192. 314.
 — Ständerspannung 294.
 — Streufaktor 312. 322.
 — streuungsloser 308.
 — Strombild 192 ff. 313 ff.
 — Überlastungsfähigkeit 311. 316.
 — Umsteuerung 294.
 — Untersuchung im Prüffeld 196. 322.
 — Verluste im Läufer 307. 316.
 — — im Ständer 315.
 — Wirkungsgrad 318.
 Drehstromregelsätze 363.
 Drehstrom-Reihenschlußmotor 355.
 Drehstromtransformator 263.
 Drehstromumformer 254. 371.
 Drehstromwicklungen 251 ff. 293.
 Drehtransformator s. Induktionsregler.
 Drehung von Strahlen 172. 173.
 Drehzahl des Drehstrommotors 293. 294.
 307. 317. 320. 321.
 — des Drehstrom-Reihenschlußmotors 358. 360.
 — des Eichbergmotors 348. 350.
 — des Einphasenmotors 332.
 — des Gleichstrommotors 135.
 — des Hauptschlußmotors 145.
 — des Nebenschlußmotors 137. 139.
 — des Reihenschlußmotors 339.
 — des Repulsionsmotors 344 f.
 — des Synchronmotors 259.
 Dreieckschaltung 203.
 — von Transformatoren 237.
 Dreileiterschaltung 17. 126.
 Dreiphasenmotor s. Drehstrommotor.
 Dreiphasenstrom 201, s. auch Drehstrom.
 Dreiphasenumformer 254. 371.
 Drosselspule 54. 59. 175. 176.
 — nach Swinburne 176.
 — zum Überspannungsschutz 176. 234.
 — zur Dämpfung beim Parallelbetrieb 176. 274.
 — zur Spannungsregelung bei Umformern 373.
 — zur Spannungsteilung 126.
 Druck, osmotischer 18.
 Durchflutung 42. 297.
 Durchflutungsgesetz 42. 81.
 Durchlässigkeit, magnetische 35. 38. 80.
 — dielektrische 73.
 Durchmesserwicklung 86.
 Dyn 14. 79.
 Dynamoblech 35. 52. 65. 99. 235. 239. 241.
 Dynamoelektrisches Prinzip 115.
 Dynamogußstahl 35. 52. 99.
 Dynamomaschinen 114.
 Dynamometer 47. 164.
 Effekt s. Leistung.
 Effektivwert 164.
 Effektivverluste s. Verluste.
 Eichberg 335. 345. 349.
 Eichbergmotor 345.
 Eichung von Meßgeräten 5. 13. 165.
 — durch Voltmeter 27.

- Eichung für Wechselstrom 165.
 Eigenfrequenz 219. 222. 225.
 Eigenschwingungszeit 274.
 Einankerumformer 254. 370.
 — Breite der Spulenseite 254. 372.
 — Spannungsregelung 373.
 — Verhältnis der Spannungen 372. 376.
 — Verhältnis der Ströme 372.
 — Verluste 376.
 — Wicklung 254.
 Einfach geschlossene Wicklung 86. 93.
 Einfachzellenschalter 123.
 Einheit der Arbeit 14. 79.
 — der Beschleunigung 79.
 — der elektrischen Feldstärke 70. 82.
 — der elektrischen Induktion 65. 82.
 — der Elektrizitätsmenge 2. 72. 81.
 — der Geschwindigkeit 78.
 — der Induktivität 54. 81.
 — der Kapazität 74. 82.
 — der Kraft 14. 79.
 — der Länge 78.
 — der magnetischen Feldstärke 33. 80.
 — der magnetischen Induktion 29. 80.
 — der Masse 78.
 — der Polstärke 28. 80.
 — der Spannung 3. 4. 40. 81.
 — der Stromstärke 1. 4. 81.
 — der Wärme 14. 79.
 — der Zeit 78.
 — des elektrischen Flusses 66. 82.
 — — — Widerstandes 3. 4. 81.
 — des magnetischen Flusses 29. 80.
 — statische d. Elektrizitätsmenge 72. 81.
 — — der Spannung 81.
 Einheiten im absoluten Maß 78 ff.
 — gesetzliche Festlegung 4.
 Einheitspol 28.
 Einheitsröhren 30. 41. 80.
 Einlochwicklung 256. 257.
 Einphasen-Aufzugsmotor 332.
 Einphasenmotor 328.
 — Anlassen 332.
 — Drehrichtung 328.
 — Spannungsbild 333.
 — Strombild 332.
 Einphasenmotoren m. Stromwender 334.
 Einphasentransformatoren 235.
 Einschalten von Wechselstrommaschinen 258.
 — von Kabeln 221. 226.
 Einschaltstrom von Transformatoren 223. 224.
 Einschaltvorgang bei R und L in Reihe 219. 220. 224.
 — bei L und C in Reihe 222. 225.
 — bei R und C in Reihe 221.
 — bei Leitungen 230.
 — bei starker Sättigung 224.
 — bei veränderl. Induktivität 220. 224.
 Eisen im magnet. Feld 34. 35. 37. 49. 52.
 Eisenverluste 35. 61. 63. 130. 195. 240. 247. 316. 317.
 Elektrische Achse von Leitern 69.
 — Arbeit 14. 81.
 — Bremsung 133. 321.
 — Energie 77. 82. 177.
 — Feldstärke 70. 82.
 — Größen, Zusammenstellung 80.
 — Induktion 65. 82.
 — Leistung 15. 81.
 — Spannung 2. 14. 23. 70. 80.
 — Stromstärke 1. 81.
 Elektrischer Fluß 66. 82.
 — Leitwert 7.
 — Strom 1.
 — Widerstand 6. 81.
 Elektrisches Feld 65.
 — — von geraden Leitern 68. 75.
 — Potential 14. 70. 75. 208.
 Elektrizität, Vorzeichen 1.
 — statische 72.
 Elektrizitätsmenge 2. 65. 66. 72. 81.
 Elektrochemie 17.
 Elektrochem. Äquivalentgewicht 21.
 Elektroden 17.
 Elektrodynamometer 47. 164.
 Elektrolyse 17.
 Elektrolytischer Mittelwert 164.
 Elektromagnet, Zugkraft 39.
 — Hub 59.
 Elektromagnetismus 40.
 Elektromotorische Kraft 2, s. a. erzeugte Spannung.
 Elemente s. Zellen.
 Emde 59.
 Energie des elektrischen Feldes 77. 82. 177.
 — des magnetischen Feldes 38. 58. 80.
 Energiedichte, elektrische 77. 82.
 — magnetische 80.
 Entgegengesetzt umlaufende Erregungen 329.
 Entladewellen 231.
 Entlastung von Knoten 154.
 — von Strecken 153. 157.

- Erregung 49. 51. 53. 101.
 — Einfluß auf Belastung von Gleichstrommaschinen 123. 266.
 — — auf Phasenverschiebung und Stromstärke 276 ff. 283 ff.
 — Vorausberechnung bei Drehstrommotoren 296. 299. 300.
 — — bei Gleichstrommaschinen 53. 101.
 — — bei Wechselstrommaschinen 289.
 Ersatzschaltung 191. 246. 314.
 — Strom- und Spannungsbild 192 ff.
 Erzeugte Spannung 2. 40. 53. 161. 173.
 — — der Bewegung 40. 161.
 — — der gegenseitigen Induktion 56.
 — — der Induktion 40. 53. 56. 173.
 — — der Polarisation 21.
 — — der Ruhe 40. 53. 173.
 — — der Selbstinduktion 53. 173.
 — — des Wechselstromes 161. 173.
 — — durch Änderung des Flusses 40. 53. 161. 173.
 — — beim Drehstrommotor 294. 313.
 — — beim Einphasenmotor mit Stromwender 334.
 — — beim Transformator 239.
 — — bei der Gleichstrommaschine 98.
 — — bei der Wechselstrommaschine 256 ff.
 Exponentialform des Strahles 172.
- Fahrschalter s. Steuerwalzen.
 Farad 74. 82.
 Faraday, elektrochemisches Gesetz 19.
 Faradaysche Anschauung vom elektrischen Feld 66.
 — — vom magnetischen Feld 28.
 — — vom Induktionsvorgang 40. 41.
 — Schwimmerregel 41.
 Faßwicklung 87.
 Feld, elektrisches 65.
 — — des Kondensators 67.
 — — zweier gerader Leiter 68
 — — zwischen Leiter und Ebene 70.
 — magnetisches 28.
 — —, gleichförmig 29.
 — — des Dreiphasenstromes 297 ff.
 — — einer Schleife 48.
 — — einer Spule 48.
 — — eines geraden Leiters 44.
 — — eines Poles 31. 34.
 — — im Innern eines Leiters 212.
 — — zweier Leiter 47.
 — — zweier Pole 32. 34.
- Felder auf der Trommel 87.
 Feldlinien, elektrische 66. 68. 71.
 — — magnetische 29. 33.
 — — Brechung 37. 38.
 — — einer Schleife 48.
 — — einer Spule 48. 49.
 — — eines Poles 31. 34.
 — — gerader Leiter 44. 47.
 — — zweier Pole 32. 34.
 Feldmagnete der Gleichstrommasch. 99.
 — der Wechselstrommaschinen 251.
 Feldmann 154.
 Feldregelung 140. 149
 Feldröhren, elektrische 66. 68. 71.
 — — magnetische 29. 33.
 — — eines Poles 31. 34.
 — — gerader Leiter 44. 47.
 — — zweier Pole 32. 34.
 Feldstärke, elektrische 70. 82.
 — — magnetische 32. 80.
 — — in Eisen 34.
 — — im Mittelpunkt einer Schleife 48
 — —, Linienintegral 43.
 Feldverzerrung 109. 111.
 Ferraris 328.
 Flemingsches Widerstandsbild 181.
 Flüssigkeitsanlasser 306.
 Fluß, elektrischer 66. 82
 — magnetischer 29. 80.
 — des Transformators 239.
 — — — beim Einschalten 223. 246
 — — des Drehstrommotors 311.
 — — des Einphasenmotors 331.
 Flußröhren s. Feldröhren.
 Flußverkettung 54. 81. 326. 337. 343.
 Förderanlagen 143.
 Formspulen 87.
 Fortpflanzungsgeschwindigkeit 227
 Foucaultströme s. Wirbelströme.
 Fourier 161. 241.
 Fränkel 218 241.
 Freie Ladung 218.
 Freier Strom 218.
 Freileitungen, Induktivität 55. 211.
 — Kapazität 75. 216.
 Frequenz 160.
 — beim Reihenschlußmotor 351.
 — Einfluß auf Streuung 324.
 — eigene 219. 222. 225.
 Frequenzwandler 365. 368.
 Funkenfreie Stromwendung 88. 90. 107.
 109. 112.
 — — b. Wechselstrom 339. 344. 350. 355.

- Funkenfreier Anlasser 141. 142.
 Funkenfreies Ausschalten 55. 141. 142

Galvanometer 1.
 Gauß 28. 34. 80.
 Gefrierpunkterniedrigung 18.
 Gegenschaltung z. Spannungsmess. 13.
 — des Läufers 306.
 — von Transformatoren 245.
 Gegenseitige Induktion 56.
 — Induktivität 57.
 — — von Drehstromleitungen 213.
 Gegenstrom-Senkbremsung 321.
 Gemischte Schaltung von Zellen 11.
 Genaues Heylandsches Strombild 192.
 193. 194.
 Geometrische Addition 167.
 — Subtraktion 169.
 Geometrischer Ort für den Endpunkt
 des Strahles 190. 210, s. a. Strom-
 bild und Spannungsbild.
 Gesamtwiderstand der Verzweigung 9.
 — — — bei Wechselstrom 189.
 Geschwindigkeit 78.
 Gewichte bei der Elektrolyse 20.
 Glatte Wicklung 86.
 — — von Wechselstrommaschinen 258.
 297 ff.
 Gleichlauf s. Synchronismus.
 Gleichstrommotoren 132.
 — Drehmoment 47. 134.
 — Drehrichtung 132.
 — Drehzahl 135.
 — Leistung 136.
 — Umsteuerung 134.
 Gleichstromwicklung f. Drehstrom 254 f.
 Gleichungen der Knoten 154.
 — von Ortskurven 189.
 Görges 208. 272. 294. 306. 332. 342.
 Grad im elektrischen Maß 163.
 Gramm 14. 78.
 Grammkalorie 15. 79.
 Grundwelle 161. 185. 241.
 Gußeisen 52. 99.
 Gußstahl 52. 99.

Harmonische s. Oberschwingungen.
 — Teilung 76.
 Hauptschlußmaschine 117. 133. 145.
 — als Motor 145.
 Hauptschlußmotor 145.
 — Anlassen 150.
 — Drehmoment 145.
 Hauptschlußmotor, Drehzahl 145.
 — elektrische Bremsung 133.
 — Leistung 147.
 — Regelung 149.
 — Wirkungsgrad 147.
 Hautwirkung 212.
 v. Hefner-Alteneck 84.
 Henry 54. 57. 82.
 Herzog und Feldmann 154.
 Hertz 72.
 Heyland 194. 288. 313. 315. 365.
 Heylandsches Strombild 194. 313. 315.
 Hilfspole s. Wendepole.
 Hilfszelle 123.
 Hintermotor 363.
 Hitzdrahtmeßgeräte 165.
 Höchstwert der Spannung 162.
 Höhere harmon. s. Oberschwingungen.
 Hopkinson, Magnetisierungskurven 51.
 — Rückarbeitung 132.
 Hub des Elektromagneten 59.
 Hysteresis 36. 61. 130. 240.
 Hysteresisstrom 240.

 Ilgner-Umformer 143.
 Imaginäre Zahl 172.
 Impedanz s. Scheinwiderstand.
 Induktanz s. Induktiver Widerstand.
 Induktion, elektrische 65. 82.
 — gegenseitige 56. 82.
 — magnetische 28. 80.
 Induktionsfluß, elektrischer 66. 82.
 — magnetischer 29. 80.
 Induktionsgesetz 40.
 Induktionslinie s. Feldlinie.
 Induktionslose Wicklung 56.
 Induktionsmotoren 291. 328, s. a. Dreh-
 strommotoren.
 Induktionsöfen 236.
 Induktionsregler 238.
 Induktionsvorgang 28. 40. 53. 161. 173.
 Induktiver Spannungsverbrauch 179.
 Induktiver Widerstand 181.
 — — in Nebenschaltung zu Kapazität
 189.
 — — in Reihe mit Kapazität und Wirk-
 widerstand 183.
 — — in Reihe m. Wirkwiderstand 178.
 — — der Wechselstrommaschine 261.
 Induktivität 54. 81.
 — der Drosselspule 54.
 — der kurzgeschlossenen Spule 55. 104.
 — gegenseitige 57.

- Induktivität, verteilte 197. 226. 234.
 — von Leitungen 55. 211. 226.
 Induzierte Spannung 40. 53. 56. 161. 173.
 Inverses Feld 328.
 Inversion 190. 193.
 Ionen 17.
 Joule 14. 79.
 Joulesche Wärme s. Stromwärme.
 Joulesches Gesetz 15.
- Kabel, Einschalten über Widerstand** 221. 226.
 — Feldlinien 67.
 — Kapazität, einphasig 74.
 — — dreiphasig 217.
 — Ladestrom 184.
 Kadmiumzelle 27.
 Käfiganker s. Kurzschlußläufer.
 Kalorie 15. 79.
 Kapazität 74 ff. 82. 177. 182. 183. 197.
 — Ausgleichvorgänge 218 ff.
 — einer Batterie 24.
 — einer Drehstromfreileitung 216.
 — einer Leitung 75. 184. 197.
 — einer Kugel 75.
 — eines Drehstromkabels 217.
 — eines Plattenkondensators 74.
 — eines Zylinderkondensators 74.
 — im Nebenschluß zu Widerstand und Selbstinduktion 187. 189.
 — in Reihe mit Widerstand 182. 218. 221.
 — in Reihe mit Widerstand und Selbstinduktion 183. 218.
 — in Wechselstromkreisen 177.
 — verteilte 197. 226. 234.
 — von Drehstromkabeln 216.
 — von Drehstromleitungen 216.
 Kapazitätsspannung 177.
 Kapazitätsstrom 177.
 Kapazitive Belastung 198. 245. 263. 284.
 Kapazitiver Spannungsverbrauch 177.
 Kapazitiver Widerstand 183.
 Kapp 52. 242. 244. 369.
 Kappscher Vibrator 369.
 Kapselung der Maschinen 129.
 Kaskadenschaltung 308.
 Kaskadenumformer 377.
 Kationen 18.
 Kathode 17.
 Kenelly 211.
 Kerntransformator 235.
 Kilogramm 14. 78. 79.
- Kilovoltampere 186.
 Kilowatt 15.
 Kilowattstunde 15. 79.
 Kippmoment 316.
 Kirchhoffsche Regeln 7.
 — — für Wechselstrom 169.
 Kittler 197. 351.
 Klemmenspannung am Widerstand 4.
 — einer Batterie 25.
 — einer Doppelschlußmaschine 120.
 — einer fremderregten Maschine 114.
 — einer Hauptschlußmaschine 117.
 — einer Nebenschlußmaschine 118.
 — einer Wechselstrommaschine 263.
 — eines Transformators 244.
 Knallgas, Raumteile 21.
 Knotenbelastung 153. 157.
 Knotenentlastung 154.
 Knotengleichungen 154.
 Köpfe der Spulen 87.
 — bei Wechselstrommaschinen 252.
 Kohle, spezifischer Widerstand 6.
 — Temperaturkoeffizient 7.
 Kohlebürsten 84. 108. 110.
 Kollektor s. Stromwender.
 Kommutator s. Stromwender.
 Kompaß, elektrischer 71.
 Kompensation der Phasenverschiebung bei Drehstrommotoren 366.
 — — — bei Drehstrom-Reihenschlußmotoren 361.
 — — — durch Synchronmotoren 189 284.
 — des Querfeldes bei Gleichstrommaschinen 111.
 — — — bei Reihenschlußmotoren 338
 — zur Spannungsmessung 13.
 Kompensationsapparat 13.
 Kompensationswicklung 111.
 Kompensierte Maschinen 111.
 Komplexe Zahlen 171.
 Kondensator, Feldlinien u. Röhren 67.
 — Kapazität 74.
 — Ladestrom 66.
 Kopfstreueung b. Drehstrommotoren 324. 325.
 — bei Wechselstrommaschinen 282.
 Krämersche Maschine 128.
 Kraft 14. 79.
 — im elektrischen Feld 65.
 — im magnetischen Feld 28. 33.
 — zwischen Feld und Poleinheit 33.
 — zwischen Feld und Stromleiter 46.

- Kraft zwischen Schleife und Pol 48.
 — zwischen zwei Polen 28. 80.
 — zwischen zwei Stromleitern 47.
 Kraftlinien s. Feldlinien, Feldröhren, Einheitsröhren.
 Kraftübertragung 16.
 Kranmotoren 145. 320.
 Kreis, magnetischer 49. 51.
 Kreisbild bei der Ersatzschaltung 192 ff.
 — beim Doppelschlußmotor 352 ff.
 — beim Drehstrommotor 192 ff. 313. 315. 318.
 — — —, Aufnahme im Prüffeld 196. 317.
 — beim Drehstrom - Reihenschlußmotor 357. 359.
 — beim Einphasenmotor 332.
 — beim Reihenschlußmotor 338.
 — beim Repulsionsmotor 343.
 Kreisfrequenz 163.
 —, eigene 219. 222. 225.
 Kugel, Kapazität 75.
 Kupfer, spezifischer Widerstand 6.
 — Temperaturkoeffizient 7.
 Kurze Spulen s. Sehnenwicklung.
 Kurzschluß einer Spule 55. 103. 107. 112.
 — — — bei Wechselstrom 339. 344. 350. 355.
 Kurzschlußanker s. Kurzschlußläufer.
 Kurzschlußbremse 133.
 Kurzschlußkurve bei Gleichstrom 104.
 Kurzschlußläufer 291. 300. 304. 306.
 — Anlaufmoment 305. 311. 320.
 — Erregung 300.
 Kurzschlußstrom einer Spule 103.
 — zusätzlicher 104.
 — des Drehstrommotors 195. 316.
 — — — ideeller 193. 195. 197. 313. 320.
 Kurzschlußversuch bei der Wechselstrommaschine 288.
 — beim Drehstrommotor 322
 — beim Transformator 245.

 Labile Leerlaufkurve 128.
 la Cour 99. 132. 239. 241. 377.
 Lade- und Entladekurve 25.
 Ladewellen 231.
 Ladung mit Einfachzellenschalter 124.
 — mit Doppelzellenschalter 124.
 — mit Zusatzmaschine 124.
 Länge 78.
 Längsfeld der Wechselstrommaschine 286.
 Längszug des Feldes 39.
- Läufer 291.
 Läuferstrom 292. 309. 310. 313.
 Lahmeyergestell 100.
 Lamellen s. Stege.
 Lamellierung s. Unterteilung.
 Latourmotor 345.
 Leclanchézelle 26.
 Leerlauf des Transformators 239.
 Leerlaufcharakteristik s. Leerlaufkurve.
 Leerlaufkurve der Gleichstrommaschine 102. 114.
 — der Wechselstrommaschine 261. 288.
 Leerlaufverluste d. Gleichstrommaschine 129.
 — Trennung der 130. 131.
 — des Transformators 241.
 Leerstrom des Drehstrommotors 194. 313.
 — des Einphasenmotors 332.
 — des Transformators 194. 241. 246.
 Legierte Bleche 65. 235. 239. 241.
 Leistung 15. 79.
 — bei Phasenverschiebung 166. 185.
 — bei rein induktiver Belastung 175.
 — bei symbolischer Rechnung 173.
 — bei Widerstand und Selbstinduktion in Reihe 185.
 — der Wechselstrommaschine 266.
 — des Drehstrommotors 196 f. 305. 310. 316.
 — des Drehstroms 205.
 — des Gleichstrommotors 135.
 — des Synchronmotors 268.
 — des Umformers 376.
 — mittlere des Wechselstromes 166.
 Leistungsfaktor 166.
 — beim Doppelschlußmotor 354
 — beim Drehstrommotor 315. 366.
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 358. 360.
 — beim Eichbergmotor 348 f.
 — Einphasenmotor 332.
 — beim Reihenschlußmotor 339.
 — beim Repulsionsmotor 344.
 — beim Synchronmotor 189. 284.
 — Verbesserung des 189. 284.
 Leistungsmessung 47.
 — bei Drehstrom 206.
 Leistungszeiger 47.
 Leistungszeiger für Drehstrom 208.
 Leiter erster und zweiter Klasse 17.
 — gerade, elektrisches Feld 68. 69. 75.
 — — Kapazität 76.
 — — magnetisches Feld 44 ff.

- Leitfähigkeit s. Leitwert, spezifischer.
 Leitung, Ausgleichvorgänge 227 ff. 230 ff.
 — Berechnung 152.
 — Induktivität 55. 212.
 — Kapazität 76.
 — Spannungsverlust 6.
 — — bei Drehstrom 213.
 — Stromwärmeverlust 16.
 — — bei Drehstrom 206.
 — Vorgänge beim Einschalten 230 ff.
 — Wanderwellen 226.
 — Wellenwiderstand 227.
 Leitungsstrecke 152.
 Leitungsparende Schaltung 123.
 Leitwert, dielektrischer 75.
 — einer Strecke 153.
 — elektrischer 7.
 — — in symbolischer Form 188.
 — magnetischer 36. 50. 80.
 — — des Streufeldes 51. 100. 287. 331.
 — spezifischer 7.
 Lenz'sches Gesetz 46. 292.
 Leonardschaltung 143.
 Lichtenstein 217.
 Lichtgeschwindigkeit 72. 82. 227.
- Magnet** 28.
 — Zugkraft des 39.
Magneterregung 49 ff. 101. 113 ff.
 — bei Wechselstrommaschinen 289.
 — Einfluß auf Belastung von Gleichstrommaschinen 123. 266.
 — Einfluß auf Phasenverschiebung und Stromstärke von Wechselstrommaschinen 276 ff. 283.
Magnetische Achse 28.
 — Dichte s. Induktion.
 — Durchlässigkeit 35. 80.
 — Energie 38. 57. 80.
 — Feldstärke 32. 80.
 — Größen, Zusammenstellung 80.
 — Induktion 28.
 — Kraft 28. 32.
 — Permeabilität s. Durchlässigkeit.
 — Polstärke 28. 80.
 — Röhren s. Feldröhren.
 — Spannung 33. 44. 50. 80.
 — Streuung 50. 100. 243. 246. 287. 311. 322. 331.
 — Wirkung des Ankers bei Gleichstrom 90. 110.
 — — — — bei Wechselstrom 282 ff.
Magnetischer Fluß 29. 31. 80.
- Magnetischer Kreis** 49.
 — Leitwert 36. 50. 80.
 — — des Streufeldes 51. 100. 287. 331.
 — Widerstand 51. 80.
Magnetisches Feld 28.
 — — einer Schleife 48.
 — — einer Spule 48.
 — — eines Poles 31. 34.
 — — Energie 38. 58. 80.
 — — gerader Leiter 44 ff.
 — — Längszug und Querdruk 38.
 — — zweier Pole 31. 32. 34.
 — Potential 33.
Magnetisierende Kraft s. Feldstärke.
Magnetisierungskurve 35. 52, s. auch Leerlaufkurve.
 — für Wechselstrom 239.
 — von Drehstrommotoren 301.
 — von Gleichstrommaschinen 102. 114.
 — von Transformatorenblech 239.
 — von Wechselstrommaschinen 288.
Magnetisierungsstrom des Drehstrommotors 296. 299. 301.
 — des Transformators 241. 242. 246.
Magnetomotorische Kraft s. Durchflutung oder Erregung.
Magnetkörper von Gleichstrommaschinen 99.
 — von Wechselstrommaschinen 288.
Magnetstreuung 50. 100. 287.
Manganin 7.
Manteltransformator 235. 237.
Mantelwicklung s. Faßwicklung.
Maschenlose Netze 157.
Maschinen f. gleichbleibenden Strom 127.
Masse 78.
Maß, absolutes 78.
Maßstabsberechnung 156. 160. 221.
Maxwell, Anschauung vom el. Strom 1.
 — Beziehung zwischen Licht und Elektrizität 72.
 — Einheit des magnetischen Flusses 29.
 — Verschiebungsstrom 67. 177.
Mechanische Größen 78.
Mehrf. geschlossene Wicklung 86. 93. 95.
Mehrlochwicklung 251. 257. 258.
Mehrphasenströme 201.
Mehrpole Wicklung 90. 92. 163. 293.
Mehrteiliger Stromwender 84.
Menges 107.
Meßgeräte 4. 47. 164.
 — für Wechselstrom 164.
Meßleitung, Einfluß auf Spannung 213.

- Metalle, elektrochem. Verhalten 18.
 Meter 78.
 Meterkilogramm 14. 79.
 Meyer, Georg 363.
 Mikrocoulomb 66. 81.
 Mikrofarad 74. 82.
 Mittelwert, elektrolytischer 164.
 — quadratischer 164.
 Mittl. Leistung des Wechselstromes 165.
 — Stromstärke 163.
 Molekularmagnetismus 35.
 Mordeyverbindungen s. Ausgleichverbindungen.
 Motor, Wirkungsweise 46.
 Multiplikation, symbolische 173.

 Natalis 279.
 Nebenschaltung von Zellen 11.
 — von Gleichstromwiderständen 9.
 — von Wechselstrommaschinen siehe Parallelschaltung.
 — von Wechselstromwiderständen 187.
 Nebenschlußmaschine 115. 118.
 — als Motor 133. 136.
 — bei Belastung 118.
 — Wirkungsgrad 129.
 Nebenschlußmotor 136 ff.
 — Anlassen 138.
 — Drehmoment 135.
 — Drehzahl 135.
 — Leistung 135.
 — Regelung 139 ff.
 — Wirkungsgrad 137.
 Negative Phasenverschiebung 177. 183.
 189. 245. 263. 284.
 — Schlüpfung 321.
 Netzberechnung 152.
 Netzgleichungen 154.
 Netzspannung in Drehstromanlagen 206.
 Netzstrom in Drehstromanlagen 206.
 Neusilber s. Nickelin.
 Neutrale Zone 84. 109.
 Neutraler Leiter s. Nulleiter.
 Nichtmetalle, elektrochemisches Verhalten 18.
 Nickelin, spez. Widerstand 6.
 — Temperaturkoeffizient 7.
 Niveauflächen, elektrische 71.
 — magnetische 33. 34.
 Nulleiter 17. 126.
 — bei Drehstrom 205. 237.
 Nullpunkte, Spannung zwischen den 214.
 Nutenanker 87.
 Nutenform, Einfluß auf Streuung 87. 323.
 Nutenstreuung 282. 323.
 Nutenwicklung 87.
 Nutenzahl der Wechselstrommaschinen 251.
 — des Drehstrommotors 251. 323. 324.
 — — — Einfluß auf Anzugsmoment 307.

 Oberschwingungen 161. 185. 241.
 Öltransformatoren 234.
 Ohm, Einheit 3. 81.
 Ohmsche Spannung 178.
 Ohmsches Gesetz f. elektrischen Fluß 74
 — — für Gleichstrom 3. 81.
 — — für magnetischen Fluß 36. 50.
 — — für Wechselstrom 183.
 Ortskurven 189.
 Osnos 335.
 Ossanna 316.

 Pacinottischer Anker 84.
 Papierisolation 53. 64. 101.
 Parallel s. Nebeneinander.
 Parallelbetrieb von Transformatoren 249.
 — von Wechselstrommaschinen 258.
 265 ff.
 — von Maschine und Batterie 121.
 Parallelogramm 167.
 Parallelschalten von Gleichstrommaschinen 123.
 — von Transformatoren 249.
 — von Wechselstrommaschinen 258.
 Pendeln von Wechselstrommasch. 272.
 Periode des Wechselstromes 160.
 Periodenzahl s. Frequenz.
 Permanente Magnete s. Dauermagnete.
 Permeabilität s. Durchlässigkeit.
 Petersen 197. 229. 234. 351.
 Pferdestärke 15.
 Phase 162. 168. 171.
 — bei Drehstrom s. Strang.
 — der Kapazitätsspannung 177.
 — der Selbstinduktionsspannung 173.
 176.
 — des induktiven Spannungsverbrauchs 179. 182.
 — des Kapazitätsstromes 177.
 — des Läuferstromes im Drehstrommotor 292. 303. 308. 309.
 — des Ohmschen Spannungsverbrauchs 178.
 Phasenanker 291. 306.
 Phasenläufer 291. 306.

- Phasenlampen 260.
 Phasenregelung durch übererregte Motoren 189. 263. 284.
 Phasenschieber 366.
 Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung 165. 179.
 — Aufhebung der 189. 263. 284. 366.
 Phasenverschiebung, negative 177. 183. 189. 245. 263. 284.
 Phasenwinkel 162. 171.
 Pichelmayer 107. 193. 335.
 Piranimaschine 122.
 Plattenkondensator 67. 70. 73. 74.
 Polarisation 21.
 Polbreite, Einfluß auf Spannung 256.
 Pole 28.
 Poleinheit 28. 31. 80.
 Polstärke 28. 80.
 Polumschaltung 307.
 Polzahl, Einfluß auf Streuung 325.
 Positive Zählrichtung 204 ff. 248. 351.
 Potential, elektrisches 14. 70.
 — — auf Leitern 71.
 — — des Sternpunktes 209.
 — — im Feld zweier Leiter 75.
 — — in Wechselstromkreisen 208.
 — magnetisches 33.
 Potentialbild 208.
 Potentialdifferenz s. Spannung.
 Pottiersches Dreieck 289.
 Pufferbatterie 121.
 Pufferung durch Schwungmassen 143.

Quadratischer Mittelwert 164.
 Quellenfreies Feld 31.
 Querdruck des elektrischen Feldes 77.
 — des magnetischen Feldes 39.
 Quersfeld bei Gleichstrommaschinen 109. 110.
 — bei Wechselstrommaschinen 285. 286.

Radius Vektor s. Strahl.
 Reaktanz s. Blindwiderstand.
 Reflexion von Wanderwellen 227. 228. 230.
 Reflexionsfaktor 228.
 Regelmaschinen 143. 363.
 Regelung d. Spannung bei Maschinen 119.
 — — — durch Induktionsregler 238.
 — — — selbsttätige nach Tirrill 279.
 — — — nach Danielson 281.
 — — — bei Umformern 373.
 — von Drehstrommotoren 307. 321.
 — — — durch Kaskadenschaltung 308.

Regelung von Drehstrommotoren durch Polumschaltung 307.
 — — — durch Regelmaschinen 363.
 — — — durch Widerstand 307. 320.
 — von Drehstrom-Reihenschlußmotoren 360.
 — von Gleichstrommotoren 139. 143. 149.
 — — — durch Feldänderung 140. 149.
 — — — durch Reihen Nebenschaltung 150.
 — — — durch Steuermaschinen 149.
 — — — durch Widerstände 139. 149.
 — — — nach Sprague 149.
 — von Reihenschlußmotoren 335.
 — von Repulsionsmotoren 340.
 Regulieranlasser 139. 307.
 Reibung, magnetische 36.
 Reibungselektrizität 1.
 Reibungsverluste 129. 131. 318.
 — Ermittlung nach Dettmar 131.
 Reihen-Nebenschaltung 150.
 Reihenschaltung von Zellen 10.
 — von Kapazität und Widerstand 182.
 — von Selbstinduktion u. Kapazität 222.
 — von Widerstand und Selbstinduktion 178. 186. 219.
 — von Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität 183. 218.
 Reihentransformator 243.
 Remanent s. Zurückbleibend.
 Repulsionsmotor 340.
 Resonanz 185. 189. 274.
 — beim Pendeln 274.
 Richter 83. 251.
 Richtung des Feldes 29. 33. 66.
 — der magn. Kraft des Stromes 44.
 — der erzeugten Spannung 40 41.
 — d. Spannung d. Selbstinduktion 54.
 — — — der gegens. Induktion 56.
 Ring mit Spiralwicklung 85. 86. 90.
 — mit mehrgängiger Wicklung 86.
 Röhren s. Feldröhren.
 Röhrenkondensator 67.
 — Kapazität 74.
 Röhrenwicklung 235.
 Rogowski 313. 326.
 Rosenberg 127. 272.
 Rosenbergschine 127.
 Rotierend s. Umlaufend.
 Rotierender Umformer s. Einankerumformer.
 Rotor s. Läufer.
 Rowland 72.

- Rückarbeitung b. Gleichstrommaschinen 132.
 — bei Transformatoren 248.
 Rückwirkung s. Ankerrückwirkung.
 Rüdénberg 231. 233. 355. 367.
- Sättigung 35. 103. 114.
 Säuren 18.
 Salze 18.
 Sammler 23. 120.
 — als Spannungsteiler 126.
 — chemische Vorgänge 23.
 — im Nebenschluß zur Maschine 120.
 — Kapazität 24.
 — Ladung und Entladung 23. 25.
 — Maschine zum Laden 119.
 — Spannung 23. 25.
 — Wirkungsgrad 24. 25.
 Schablonenwicklung s. Formspulen.
 Schaltung von Zellen 10.
 Schaltzellen 123. 125.
 Scheibenwicklung 235.
 Scheinleistung 166. 185.
 Scheinleitwert 188.
 Scheinwerfermaschine 128.
 Scheinwiderstand 181. 184.
 — symbolisch 181. 184.
 Schenkel 361.
 Scherbius 363. 366.
 Schleife, magnetisches Feld 48.
 — Stromverteilung 10.
 — Widerstand 9.
 — — symbolisch 189.
 Schleifenwicklung 90.
 Schlüpfung 197. 293. 310. 314. 317. 319.
 — größer als Eins 320.
 — negative 321.
 Schmiedeeisen 52.
 Schnellregler 279.
 Schritt der Wicklung 93.
 Schutzschalter 222. 224. 226.
 Schwaiger 156. 279.
 Schweißmaschine 128.
 Schwimmerregel, Amperesche 44.
 — Faradaysche 41.
 Schwingungszeit der Antriebsmaschine 272.
 — der Wechselstrommaschine 274.
 Schwungmassen, Einfl. a. Pendeln 274.
 Schwungmoment 273.
 Schwungrad nach Ilgner 143.
 Seineffekt s. Hautwirkung.
 Scottsche Schaltung 237.
 Sehnenwicklung 89.
 Sekunde 78.
 Selbsterregung 114. 133.
 Selbstinduktion 53. 173.
 — der kurzgeschlossenen Spule 55. 104.
 — der Leitung 55. 212.
 — der Dreiphasenleitung 214.
 — der Wechselstrommasch. 261. 282. 288.
 — — — durch Streuung 282. 288.
 — des Transformators 192. 243. 245. 246.
 — Einfluß auf Pendeln 274.
 — — auf V-Kurve 279.
 — Phase der Spannung 174.
 — Richtung der Spannung 54.
 — Spannung 53. 173.
 — und Widerstand in Reihe 178. 186. 218. 219. 224.
 — verteilte 197. 226.
 — und Kapazität in Reihe 222. 225.
 — Kapazität und Widerstand in Reihe 183. 218.
 Selbstinduktionskoeff. s. Induktivität.
 Selbstinduktivität s. Induktivität.
 Selbsttätige Spannungsregelung 279.
 Sengelsche Spannungsteilung 126.
 Serien s. Reihen.
 Siedepunkterhöhung 18.
 Siemens, Doppel-T-Anker 83.
 — Erfindung der Dynamomaschine 115.
 — Ohmsches Gesetz für el. Fluß 73.
 — Einheit des elektrischen Leitwertes 7.
 Siliziumhaltige Bleche s. legierte Bleche.
 Simons 326.
 Sinuskurve 161.
 Spannung 1. 2. 14. 40. 80.
 — der Bewegung 40. 161.
 — der gegenseit. Induktion 56. 241. 336
 — der Gleichstrommaschine 98.
 — der Induktion 40. 53. 56. 173.
 — der Polarisation 21.
 — der Ruhe 40. 163.
 — der Selbstinduktion 53. 173.
 — der Wechselstrommaschine 251. 256 ff.
 — der Zellen 26.
 — des Doppelschlußmotors 352.
 — des Drehstrommotors 294. 307. 313.
 — des Eichbergmotors 346.
 — des Einphasenmotors 331.
 — des Reihenschlußmotors 334.
 — des Repulsionsmotors 338.-342.
 — des Sammlers 23. 25.
 — des Transformators 239.
 — des Wechselstromes 161. 164

- Spannung durch Änderung des Flusses 40. 161.
 — Einheit 3. 4. 40. 80.
 — erzeugte 2. 40. 53. 161.
 — induzierte s. erzeugte.
 — magnetische 33. 44 50. 80.
 Spannungsabfall der Knoten 152. 154.
 — im Transformator 243.
 — in der Wechselstrommaschine 181. 262. 288. 290.
 — in Drehstromleitungen 213.
 — in Wechselstromleitungen 198.
 Spannungsbild der Wechselstrommasch. 262 ff.
 — des Drehstrommotors 192. 314.
 — des Synchronmotors 264.
 — des Transformators 192. 244. 314.
 Spannungserhöhung bei Abschalten 290.
 Spannungsmessung 2. 5. 13.
 Spannungsregelung bei Maschinen 119.
 — bei Motoren 139. 143.
 — bei Umformern 373.
 — durch Induktionsregler 238.
 — selbsttätige, nach Danielson 281.
 — nach Tirrill 279.
 Spannungsresonanz 185.
 Spannungsteilung 17. 126.
 Spannungsverbrauch 4.
 — bei verteilter Kapazität und Induktivität 198.
 — in Drehstromleitungen 213.
 — in Gleichstromleitungen 6.
 — in Transformatoren 243.
 — in Wechselstromleitungen 198.
 — in Wechselstrommaschinen 181. 262. 288. 290.
 — induktiver 179.
 — kapazitiver 177.
 — Ohmscher 178.
 Spannungsverlust s. Spannungsverbrauch.
 Spannungszeiger 5. 47. 164.
 Spartransformator 236.
 Spezifischer Leitwert 7.
 — Widerstand 6.
 Spiegelbild 70. 76.
 — bei Inversion 190. 191. 193.
 Spragueschaltung 149.
 Spule, magnetisches Feld 48.
 Spulenköpfe 87. 252.
 Spulenseite bei Gleichstrom 86.
 — bei Drehstrom 251. 253. 254. 258.
 Spulenweite 86. 89.
 Spulenwicklung 252.
 Stabwicklung 86. 252.
 Stahlmagnet 28. 36.
 Ständer 251. 291. 294.
 Stat. Charakteristik s. Leerlaufkurve.
 Statische Einheit der Spannung 81.
 — — der Elektrizitätsmenge 72. 81
 Stator s. Ständer oder Anker.
 Stehr 194.
 Steinmetz, Topographisches Verfahren 208.
 — Hysteresiskoeffizient 63.
 Stern-Doppelsternschaltung 237. 249
 Sternschaltung 204.
 — beim Transformator 237. 249.
 Steerdynamo 143.
 Steuermaschine 143.
 Steuermotor 143.
 Steuerwalzen 151.
 Stirnstreuung bei Drehstrommotoren 324. 325.
 — bei Wechselstrommaschinen 282.
 Stirnverbindungen s. Wicklungsköpfe.
 Strahlen 166.
 Strang bei Drehstrom 201.
 Streckenentlastung 153.
 Streckenleitwert 153.
 Streufaktor η bei Drehstrommotoren 312. 322.
 Streufluß 50. 101.
 Streuung 50. 101.
 — der Drosselspule 174.
 — der Feldmagnete 50. 101. 286.
 — — — Einfluß auf Erregung 286.
 — d. Ankers b. Wechselstrom 282. 287.
 — des Drehstrommotors 311. 322.
 — des Transformators 192. 246.
 Streuungsloser Drehstrommotor 308.
 Strom, elektrischer 1.
 Stromdichte 1.
 — unter der Bürste 106. 108.
 Stromkurve beim Ein- und Ausschalten 220 ff.
 — der kurzgeschlossenen Spule 104 ff.
 — des Wechselstromes 161.
 Strommessung 1. 5. 27. 47. 49. 165.
 Stromresonanz 189.
 Stromstärke 1. 81.
 — des Wechselstromes 161.
 — — — Effektivwert 164.
 — — — Mittelwert 163.
 Stromtransformator 235. 243.
 Stromverteilung im Netz 153. 159

- Stromverteilung in der Schleife 9.
 Stromwärme 15.
 — in Leitungen 16. 206.
 — in Maschinen 129.
 — in Umformern 374.
 Stromwender 84.
 Stromwendung bei Gleichstrommaschinen 55. 103. 107. 112.
 — bei Wechselstrommotoren 339. 344. 350. 355
 Stromzeiger, Eichung 5.
 — Ausführung u. Schaltung 5. 47. 49. 165.
 — für Wechselstrom 165.
 Subtraktion von Strahlen 169.
 Swinburnesche Drosselspulen 176.
 Symbolische Rechnung 171.
 — Form d. Ohmschen Gesetzes 182. 184.
 — — des Widerstandes 181.
 — — — — einer Verzweigung 189.
 Synchronisierende Kraft 269. 272 ff.
 Synchronisierung 260.
 Synchronisierungsstrom 270.
 Synchronismus 258. 293. 307.
 Synchronismusrose 261.
 Synchronmaschinen 251 ff., s. auch Wechselstrommaschinen.
 Synchronmotoren 251. 259.
 — als Phasenregler 189. 263. 284.
 — Anlassen 251.
 — bei Änderung der Belastung 268.
 — — — der Erregung 276 ff.
 — Spannungsbild 264.
 Synchron umlaufende Ströme 201. 292. 309. 313.
 Tangentengesetz für Feldlinien 38.
 Teichmüller 153.
 Temperaturkoeffizient 7.
 Temperaturmessung b. Magnetspulen 7.
 Thomälen 156. 159. 332.
 Thomsonsche Doppelbrücke 12.
 Tirrillregler 279.
 Topographisches Verfahren 208.
 Tourenzahl s. Drehzahl.
 Trägheitsmoment b. Parallelbetrieb 273.
 Tragkraft s. Zugkraft.
 Transfiguration s. Umformung 154.
 Transformator 234 ff.
 — bei Belastung 241. 243.
 — bei unsymmetrischer Belastung 209.
 — bei Kurzschluß 245. 247.
 — bei Leerlauf 239.
 — Einschaltvorgang 223. 224.
 Transformator, Eisenverluste 241.
 — Ersatzschaltung 191. 195. 246
 — Flüsse 246. 311. 312.
 — Gegenschaltung 245.
 — Hysteresisstrom 241.
 — Leerstrom 239. 241. 246.
 — Magnetisierungsstrom 239. 241.
 — Parallelschaltung 249.
 — Rückarbeitung 248.
 — Spannungs- und Strombild 241. 242. 244.
 — Spannungsverlust 243.
 — Streuung 192. 246.
 — Umrechnung auf gleiche Windungszahl 242. 244.
 — Untersuchung bei Leerlauf 241.
 — — bei Kurzschluß 245.
 — Verhältnis der Spannungen 239.
 — — der Ströme 242.
 — Verluste 247.
 — Wirkungsgrad 248.
 Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung 287.
 — der Verluste in Gleichstrommaschinen 133 ff.
 Trommelwicklung 85 ff.
 Turbomaschinen, Drehzahl 108.
 — Kapselung 129.
 — Magnetkörper 251.
 — Nutenzahl 251.
 — Stromwender 109.
 Übererregung von Synchronmotoren 264. 265. 283.
 — — — zur Phasenregelung 189. 263. 284.
 Überlastungsfähigkeit von Drehstrommotoren 311. 316.
 — von Einphasenmotoren 332.
 — von Synchronmotoren 266.
 — Wechselstrommaschinen 266.
 Überspannungen 184. 226. 229. 231.
 Überströme 184. 226.
 Übersynchroner Lauf beim Drehstrommotor 321.
 — — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 358.
 — — beim Eichbergmotor 350.
 — — beim Reihenschlußmotor 339.
 — — beim Repulsionsmotor 342. 345
 Umformer s. Einankerumformer.
 Umformung von Netzen 154.
 — eines Dreiecks in Stern 211.

- Umformung, widerstandstreue 211.
 Umlaufende Erregung 201. 292. 309. 313.
 Ummagnetisierung 35. 61. 63. 130. 195.
 240f. 247.
 Umsteuerung v. Drehstrommotoren 294.
 — von Gleichstrommotoren 134.
 — von Repulsionsmotoren 341.
 Unsymmetrische Belastung 208. 237.
 Untererregung 263. 284.
 Unterteilung des Eisens 53. 64. 101.

V-Kurven 278.
 Valenz s. Wertigkeit.
 Vektor s. Strahl.
 Vektordiagramm siehe Spannungsbild,
 Strombild, Widerstandsbild.
 Ventilerte Maschine 129.
 Vergrößerungsfaktor 273.
 Verkettung, s. Flußverkettung.
 Verlust durch Hysteresis 36. 61. 130. 240.
 — durch Stromwärme 15. 16. 129. 206.
 — durch Wirbelströme 63.
 — in Drehstromleitungen 206.
 — in Drehstrommotoren 307. 316.
 — in Gleichstrommaschinen 129.
 — in Leitungen 16. 206.
 — in Transformatoren 247.
 — in Umformern 374.
 Verlustziffer 65.
 Verschiebung, elektrische 65, s. a. elek-
 trische Induktion.
 Verschiebungsfluß 66, s. a. elektr.Fluß.
 Verschiebungsstrom 66. 177.
 Verteilte Selbstinduktion und Kapazität
 197. 226.
 Vervielfachung mit $\pm j$ 172.
 — mit einer gerichteten Größe 173.
 Verzerrung des Feldes 109. 111.
 Verzweigung, Widerstand 9.
 — — symbolisch 189.
 Vibrator 369.
 Vielphasenwicklung 201. 292.
 Volt 3. 40. 81.
 Voltmeter 27.
 Voltmeter s. Spannungszeiger.
 Volumverhältnisse b. d. Elektrolyse 21.
 Vorausberechnung der Erregung bei
 Drehstrommotoren 296. 299. 300.
 — — — b. Gleichstrommasch. 53. 101.
 — — — bei Wechselstrommasch. 289.
 Voreilung s. Phasenverschiebung.
 — größte beim Parallelbetrieb 273. 275.
 Vorschaltwiderstand s. Anlasser

Wärme beim Ummagnetisieren 35, s. a.
 Eisenverluste.
 Wärmemenge 15. 79.
 Wagner 226. 227.
 Waltenhofensches Pendel 64.
 Wanderungsrichtung der Ionen 18.
 Wanderwellen 226.
 — Brechung 228.
 — beim Einschalten 230. 233.
 — Lade- und Entladewellen 231. 234.
 — Reflexionsgesetze 227.
 Watt, Einheit 15. 79.
 Wattloser Strom s. Blindstrom.
 Wattmeter s. Leistungszeiger.
 Wattstrom s. Wirkstrom.
 Weber, Einheit 28. 31. 80.
 —, Molekularmagnetismus 35.
 Wechsellpotential 208.
 Wechselstrom 161 ff.
 — Effektivwert 164.
 — Mittelwert 163.
 — Zeitwert 161.
 Wechselstromleitungen, Induktivität
 211.
 — Kapazität 216.
 — Spannungsverlust 213.
 — Verlust durch Stromwärme 206.
 Wechselstrommaschinen 251 ff.
 — Abschalten 267.
 — bei Änderung der Belastung 266. 268.
 — — — der Erregung 267 ff. 283 ff.
 — bei induktiver Belastung 263. 288.
 290.
 — bei kapazitiver Belastung 198. 263.
 284.
 — Einschalten 258.
 — Kurzschlußkurve 288.
 — Leerlaufkurve 288.
 — Spannung 251. 256 ff.
 — Überlastungsfähigkeit 266.
 — Vorausberechnung der Erregung 289.
 Wechselstromwiderstände nebeneinan-
 der 187.
 Wellenwicklung 92.
 Wendefeld 104. 107. 109. 112.
 Wendepole 107. 339.
 Wendespannung 104. 107. 109. 112.
 Wertigkeit 20.
 Westonzelle 26.
 Wheatstonesche Brücke 11.
 — — für Wechselstrom 56.
 Wicklungen f. Gleichstrommasch. 83 ff.
 — für Wechselstrommaschinen 251.

- Wicklungsfaktor 258.
 Wicklungsköpfe 87. 252.
 Wicklungsschritt 93.
 Widerstand, dielektrischer 74.
 — elektrischer 6. 81.
 — des Ankers 98.
 — einer Schleife oder Verzweigung 9.
 — — — symbolisch 189.
 — in symbolischer Form 181.
 — magnetischer 51. 80.
 — mit Kapazität in Reihe 182. 218. 221.
 — mit Selbstinduktion in Reihe 178.
 186. 218. 219. 224.
 — — — u. Kapazität in Reihe 183. 218.
 — spezifischer 6.
 Widerstandsbild, Flemingsches 181.
 — bei der Ersatzschaltung 193.
 Widerstandsmessung 5. 11.
 Widerstandsregelung bei Gleichstrom-
 motoren 139. 149.
 — beim Drehstrommotor 307. 320.
 Widerstandstreue Umformung 211.
 Widerstandswinkel 181.
 Windungsverhältnis, Transformator 192.
 242. 244.
 Winkelgeschwindigkeit 136.
 — elektrische s. Kreisfrequenz.
 Wirbelströme 63.
 Wirbelstrombremse 65.
 Wirbelstromverluste 63 ff. s. a. Eisen-
 verluste.
 Wirkleistung 185.
 Wirkleitwert 188.
 Wirksame Masse 24.
 Wirkspannung 179.
 Wirkstrom 186.
 Wirkungsgrad von Drehstrommotoren
 318. 319.
 — von Nebenschlußmaschinen 129.
 — von Nebenschlußmotoren 137.
 — von Sammlern 24. 25.
 — von Transformatoren 248.
 Wirkwiderstand 181.
 Zahnstreuung bei Drehstrommotoren 282.
 324.
 Zeichnerische Netzberechnung 156. 159
 Zeit 78.
 Zeitkonstante 218.
 Zeitwert der Leistung 165.
 — der Spannung 161.
 — der Stromstärke 161.
 — des umfaßten Flusses 161.
 Zellen 25 ff.
 — chemische Vorgänge 25 ff.
 — Schaltung 10.
 — Spannung 26.
 Zellschalter 123 f.
 Zentimeter 78.
 Zentimeterdyn 14. 79.
 Zerlegung in Wirkstrom und Blindstrom
 186. 187.
 — in Einzelwellen 161. 185. 241.
 Zersetzungszelle 17.
 Zickzackschaltung siehe Doppelstern-
 schaltung.
 Zickzacktreppe 96.
 Zugbeleuchtung 127.
 Zugkraft s. Drehmoment.
 — eines Magneten 39.
 Zuleitung s. Leitung.
 Zusätzliche Belastungen 154.
 — Leitwerte 154.
 Zusätzlicher Kurzschlußstrom 104.
 Zusammensetzung von Strahlen 167.
 Zusatzmaschine zum Anlassen 144.
 — zum Laden 125.
 Zweifädige Wicklung 56.
 Zweilochwicklung 257. 258.
 Zweischichtwicklung 87.
 Zweiteiliger Stromwender 83.
 Zylinderkondensator s. Röhrenkonden-
 sator.
 Zylinderwicklung s. Röhrenwicklung.
 Zylindrischer Magnetkörper 251.

Hilfsbuch für die Elektrotechnik. Unter Mitwirkung namhafter Fachgenossen bearbeitet und herausgegeben von Dr. **Karl Strecker**. Neunte, umgearbeitete Auflage. Mit 552 Textabbildungen. 1921. Gebunden Preis M. 70.—

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik. Von Professor Dr. **Gustav Benischke** in Berlin. Fünfte, vermehrte Auflage. Mit 602 Textabbildungen. 1920. Preis M. 66.—; gebunden M. 76.—

Kurzer Leitfaden der Elektrotechnik für Unterricht und Praxis in allgemeinverständlicher Darstellung. Von Ingenieur **Rud. Krause**. Vierte, verbesserte Auflage, herausgegeben von Professor **H. Vieweger**. Mit 375 Textfiguren. 1920. Gebunden Preis M. 20.—

Angewandte Elektrizitätslehre. Ein Leitfaden für das elektrische und elektrotechnische Praktikum. Von Professor Dr. **Paul Eversheim**, Privatdozent für angewandte Physik an der Universität Bonn. Mit 215 Textfiguren. 1916. Preis M. 8.—

Theorie der Wechselströme. Von Dr.-Ing. **Alfred Fraenkel**. Zweite, erweiterte und verbesserte Auflage. Mit 237 Textfiguren. 1921. Gebunden Preis M 63.—

Ankerwicklungen für Gleich- und Wechselstrommaschinen. Ein Lehrbuch von Professor **Rudolf Richter**. Mit 377 Textabbildungen. 1920. Gebunden Preis M. 78.—

Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik. Ein Übungsbuch für den Unterricht an technischen Hoch- und Fachschulen, sowie zum Selbststudium. Von Professor **H. Vieweger**. Sechste, vermehrte Auflage. Mit 210 Textfiguren und 2 Tafeln. 1921. Gebunden Preis M. 36.—

Die Fernleitung von Wechselströmen. Von Dr. **G. Roeßler**, Professor an der Technischen Hochschule zu Danzig. Mit 60 Textfiguren. 1905. Gebunden Preis M. 7.—

Wechselstromtechnik. Von Dr. **G. Roeßler**, Professor an der Technischen Hochschule zu Danzig. Zweite Auflage von »Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom«. I. Teil. Mit 185 Textfiguren. 1912. Gebunden Preis M. 9.—

Die Berechnung von Gleich- und Wechselstromsystemen. Neue Gesetze über ihre Leistungsaufnahme. Von Dr.-Ing. **Fr. Natalis.** Mit 19 Textfiguren. 1920. Preis M. 6.—

Elektrotechnische Meßkunde. Von Dr.-Ing. **P. B. Arthur Linker.** Dritte, völlig umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 408 Textfiguren. 1920. Gebunden Preis M. 54.—

Elektrotechnische Meßinstrumente. Ein Leitfaden von **Konrad Gruhn.** Mit 321 Textabbildungen. 1920. Preis M. 17.—; gebunden M. 23.—

Messungen an elektrischen Maschinen. Apparate, Instrumente, Methoden, Schaltungen. Von **Rud. Krause.** Vierte, gänzlich umgearbeitete Auflage. Von Ingenieur **Georg Jahn.** Mit 256 Textfiguren und einer Tafel. 1920. Gebunden Preis M. 28.—

Meßgeräte und Schaltungen für Wechselstrom-Leistungsmessungen. Von Oberingenieur **Werner Skirl.** Mit 215 Abbildungen. 1920. Gebunden Preis M. 26.—

Meßgeräte und Schaltungen zum Parallelschalten von Wechselstrommaschinen. Von Oberingenieur **Werner Skirl.** Mit 99 Textfiguren. 1921. Gebunden Preis M. 36.—

Die Prüfung der Elektrizitätszähler. Meßeinrichtungen, Meßmethoden und Schaltungen. Von Dr.-Ing. **Karl Schmiedel,** Charlottenburg. Mit 97 Textfiguren. 1921. Preis M. 42.—

Isolationsmessungen und Fehlerbestimmungen an elektrischen Starkstromleitungen. Von **F. Charles Raphael.** Autorisierte deutsche Bearbeitung von Dr. **Richard Apt.** Zweite, verbesserte Auflage. Mit 122 Textfiguren. 1911. Gebunden Preis M. 6.—

Lehrbuch der elektrischen Festigkeit der Isoliermaterialien. Von Prof. Dr.-Ing. **A. Schwaiger** in Karlsruhe. Mit 94 Textabbildungen. 1919. Preis M. 9.—; gebunden M. 10.60

Die Materialprüfung der Isolierstoffe der Elektrotechnik. Herausgegeben von Oberingenieur **Walter Demuth** in Berlin, unter Mitarbeit von Kurt Bergk und Hermann Franz, Ingenieure. Zweite Auflage. Mit etwa 76 Textabbildungen. In Vorbereitung

Handbuch der drahtlosen Telegraphie und Telephonie. Ein Lehr- und Nachschlagebuch der drahtlosen Nachrichtenübermittlung. Von Dr. **Eugen Nesper**. Zwei Bände. Mit 1321 Abbildungen im Text und auf Tafeln. 1921. Gebunden Preis M. 390.—

Radiotelegraphisches Praktikum. Von Dr.-Ing. **H. Rein**. Dritte, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Von Prof. Dr. **K. Wirtz**, Darmstadt. Mit 432 Textabbildungen und 7 Tafeln. 1921. Gebunden Preis M. 120.—

Die Telegraphentechnik. Ein Leitfaden für Post- und Telegraphenbeamte. Von Dr. **Karl Strecker**, Geh. Ober-Postrat und Professor. Der sechsten neu bearbeiteten und vermehrten Auflage wenig veränderter zweiter Abdruck. Mit 537 Textabbildungen und einer Tafel. 1919. Gebunden Preis M. 16.—

Arnold-la Cour, Die Gleichstrommaschine. Ihre Theorie, Untersuchung, Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise.

I. Band. Theorie und Untersuchung. Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Herausgegeben von **J. L. la Cour**, Chefingenieur. Mit 570 Textfiguren. Unveränderter Neudruck. 1921. Gebunden Preis M. 120.—

II. Band. Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Dritte Auflage. In Vorbereitung

Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe.

I. Band. 1908—1909. Herausgegeben von Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. **E. Arnold**. Mit 260 Textfiguren. 1909. Preis M. 10.—

II. Band. 1910—1911. Herausgegeben von Geh. Regierungsrat Professor Dr.-Ing. **E. Arnold**. Mit 284 Textfiguren. 1911. Preis M. 10.—

III. Band. 1913—1920. Herausgegeben von Professor **R. Richter**. Mit 111 Textfiguren. 1921. Preis M. 40.—

Die Wechselstromtechnik. Herausgegeben von Professor Dr.-Ing. **E. Arnold**, Karlsruhe. In fünf Bänden. Unveränderter Neudruck. Unter der Presse

Die elektrische Kraftübertragung. Von Oberingenieur Dipl.-Ing. **Herbert Kyser.** In drei Bänden.

- I. Band. Die Motoren, Umformer und Transformatoren. Ihre Arbeitsweise, Schaltung, Anwendung und Ausführung. Zweite, umgearbeitete und erweiterte Auflage. Mit 305 Textabbildungen und 6 Tafeln. 1920. Gebunden Preis M. 50.—
- II. Band. Die Niederspannungs- und Hochspannungs-Leitungsanlagen. Ihre Projektierung, Berechnung, elektrische und mechanische Ausführung und Untersuchung. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 319 Textfiguren und 44 Tabellen. 1921. Gebunden Preis M. 90.—
- III. Band. Die Leistung, Antriebsmaschinen, Generatoren, Akkumulatoren, Schaltanlagen und Hilfseinrichtungen des Kraftwerkes. In Vorbereitung
-

Linienführung elektrischer Bahnen. Von Oberingenieur **Karl Trautvetter,** Hilfsarbeiter im Ministerium der öffentlichen Arbeiten. 1920. Preis M. 12.—; gebunden M. 14.—

Elektrische Straßenbahnen und straßenbahnähnliche Vorort- und Überlandbahnen. Vorarbeiten, Kostenanschläge und Bauausführungen von Gleis-, Leitungs-, Kraftwerks- und sonstigen Betriebsanlagen. Von Oberingenieur **Karl Trautvetter,** Beuthen O.-S. Mit 334 Textfiguren. 1913. Preis M. 8.—

Die Maschinenlehre der elektrischen Zugförderung. Eine Einführung für Studierende und Ingenieure von Dr. **W. Kummer,** Ingenieur, Professor an der Eidg. Techn. Hochschule in Zürich. Mit 108 Textabbildungen. 1915. Gebunden Preis M. 6.80

Energieverteilung für elektrische Bahnen. Von Prof. Dr. **W. Kummer.** Mit 62 Textabbildungen. (Zweiter Band der Maschinenlehre der elektrischen Zugförderung.) 1920. Gebunden Preis M. 22.—

Die asynchronen Wechselfeldmotoren. Kommutator- und Induktionsmotoren. Von Prof. Dr. **Gustav Benischke.** Mit 89 Abbildungen im Text. 1920. Preis M. 16.—

Elektrische Starkstromanlagen. Maschinen, Apparate, Schaltungen, Betrieb. Kurzgefaßtes Hilfsbuch für Ingenieure und Techniker, sowie zum Gebrauch an technischen Lehranstalten. Von Studienrat Dipl.-Ing. **Emil Kosack** in Magdeburg. Fünfte, durchgesehene Auflage. Mit 294 Textabbildungen. 1921. Gebunden Preis M. 32.—

Zur Vereinheitlichung von Installationsmaterial für elektrische Anlagen. Erster Teil: Haus- und Wohnungsanschlüsse. Von Oberingenieur **W. Klement** in Siemensstadt und Oberingenieur **Cl. Paulus** in München. Mit 450 Textfiguren. 1919. Preis M. 8.—; gebunden M. 10.—

Die Nebenstellentechnik von **Hans B. Willers,** Oberingenieur und Prokurist der Akt.-Ges. Mix & Genest, Berlin-Schöneberg. Mit 137 Textabbildungen. 1920. Gebunden Preis M. 26.—

eine Vereinfachung erzielen läßt. Bei Drehstrom ist als Stromstärke das 0,866fache des Wirkstromes in einem Netzleiter einzuführen.

Bei den Grundlagen der Wechselströme wird neben der komplexen und trigonometrischen Form des Strahles auch die Exponentialform gegeben.

Der 82. Abschnitt über Ortskurven bringt nach Bloch die Gleichungen einer Geraden und eines Kreises in symbolischer Form. Durch die Einführung dieser Gleichungen gewinnt die symbolische Rechnung nach Ansicht des Verfassers ganz außerordentlich an Wert. Die Frage nach der Ortskurve des allgemeinen Wechselstromkreises, ein Problem, das über das genaue Heylandsche Diagramm noch hinausgeht, erledigt sich z. B. in Abschnitt 83 durch Hinschreiben einer Gleichung nach dem Ohmschen Gesetz.

Zur Ermittlung der Spannungen und Ströme bei verteilter Selbstinduktion und Kapazität wird neben dem angenäherten Verfahren auch die genaue Rechnung gebracht.

In dem neuen Abschnitt 88 wird das topographische Verfahren mit Einführung des Wechsellpotentials und der Potentialbilder behandelt und zur Ermittlung des Potentials des Sternpunktes bei unsymmetrischer Drehstrombelastung benutzt. Die Blochschen Gleichungen erwiesen sich dabei wieder als außerordentlich wertvoll.

Bei den Ausgleichvorgängen wird der Strom beim Einschalten auf eine Gleichstromquelle auch bei veränderlicher Durchlässigkeit ermittelt. Damit wird gleichzeitig ein Beispiel für die zeichnerische Lösung einer Differenzialgleichung gegeben.

Beim Transformator wird die Gegenschaltung und die Rückarbeitung berücksichtigt. In den Abschnitten 103 und 107 wird auf der durch das topographische Verfahren gelegten Grundlage das Parallelschalten von Transformatoren und das Synchronisieren von Drehstrommaschinen behandelt.

Der Teil über Drehstrommotoren wurde noch mehr wie früher vom theoretischen Teil entlastet, der dann in den Abschnitt über die Ersatzschaltung verwiesen wurde. Eine Darstellung über die Beziehung der Schlüpfung zum Drehmoment ist hinzugekommen.

Die Änderung, die darin besteht, daß der Begriff des Potentials entsprechend dem Vorschlag des AEF festgesetzt wird und die Sekundärspannung des Transformators wesentlich gleichgerichtet mit der Primärspannung angenommen wird, soll nicht unerwähnt bleiben.

Trotz der Erweiterungen ist der Umfang wesentlich verringert, wozu die bessere Ausnutzung der Satzfläche beigetragen hat.

Karlsruhe, im Januar 1922.

Ad. Thomälen.

Berichtigung.

Seite 30, Zeile 21 v. o. lies: „34“ statt „33“.

Seite 94, Zeile 4 v. o. lies: „von 1 über 3 und den Stromwender nach 6“.

Seite 194, Zeile 28 v. o. lies: „OC : OH“.