

C. Pfleiderer

---

# Die Kreiselpumpen

Zweite Auflage

# Die Kreiselpumpen

Von

**C. Pfeiderer**

Dr.-Ing., Professor an der Technischen Hochschule Braunschweig

Zweite, verbesserte Auflage

Mit 338 Textabbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH 1932

ISBN 978-3-662-42862-7      ISBN 978-3-662-43146-7 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-43146-7

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung  
in fremde Sprachen, vorbehalten.  
Copyright 1932 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg  
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1932

## Vorwort.

Die rasche Entwicklung, die das Gebiet der Kreiselpumpe seit dem Erscheinen der ersten Auflage, also in den letzten 8 Jahren, sowohl in baulicher Beziehung als auch hinsichtlich der wissenschaftlichen Grundlagen genommen hat, nötigte zu einer weitgehenden Umarbeitung des Stoffes und einer Vergrößerung des Umfanges. Mit Rücksicht darauf, daß die bei der ersten Auflage vorgenommene Behandlung des Stoffes sich bewährt hat, was unter anderem auch durch die Übersetzung ins Französische zum Ausdruck gekommen ist, wurde jedoch die frühere Stoffeinteilung beibehalten. Ebenso ist das bisherige Ziel weiter verfolgt, nämlich den für den praktischen Ingenieur wichtigen Wissensstoff so zusammenzustellen, daß der Lernende sich danach einarbeiten und der Praktiker das Gesuchte in einer seinen Bedürfnissen entsprechenden Form finden kann. Dabei ist Wert darauf gelegt, die grundlegenden Zusammenhänge herauszuschälen. Geblieben ist auch die Heranziehung der eindimensionalen Stromfadentheorie als Rechnungsgrundlage für alle Schaufelformen mit Ausnahme der nach Tragflügelprofilen ausgebildeten. Der bei der Kreiselpumpe besonders wichtige Einfluß der Auseinanderstellung der Schaufeln ist aber in erhöhtem Maße beachtet und auch bei den Leitschaufeln berücksichtigt. Die Ableitung der zu seiner Berechnung nötigen Näherungsformel ist in einer leichter verständlichen Weise durchgeführt als in der ersten Auflage.

Die Abschnitte über Strömungslehre sind durch die Hinzunahme neuerer Begriffe, beispielsweise der Zirkulation, erweitert, die zwar vorwiegend zum Werkzeug der rein mathematischen Behandlung gehören, die sich aber auch in den Gedankenkreis des Ingenieurs mehr und mehr einführen und für das Verständnis eines Teils der neueren Literatur nötig sind. Die Darstellung mußte sich hierbei aber an den Anschauungskreis des Ingenieurs anschließen. Dadurch ist die von der üblichen etwas abweichende Behandlung entstanden. Bei der einfach gekrümmten Radialschaufel sind hinzugekommen die Abschnitte über die weit in die Krümmungszone vorgezogene Eintrittskante und über die praktisch brauchbaren Möglichkeiten zur Erzielung wirkungsloser Schaufelenden, die mit Rücksicht auf die Erhöhung der Saugfähigkeit wichtig sind und auch sonstige Vorteile bieten. Den schnellläufigen Bauformen, nämlich der doppelt gekrümmten Schaufel, dem Schraubenrad und dem Propeller, deren Bedeutung infolge der heute üblichen Leistungssteigerung und der angestrebten Vergrößerung der Drehzahl zugenommen hat, wurde ein breiterer Raum gewidmet. Im Zusammenhang damit mußten auch der Kavitation und dem Modellgesetze erhöhte Aufmerksamkeit zugewandt werden. Die Berechnung der Leitvorrichtungen ist den neueren

Erfahrungen angepaßt und bei den Spiralgehäusen ist insbesondere der Einfluß der Reibung einbezogen. Der steigenden Bedeutung der Heißwasserförderung wurde soweit wie möglich Rechnung getragen und deshalb — neben den konstruktiven Besonderheiten — auch die verschiedenen Maßnahmen zur Erlangung stabiler Kennlinien abgeleitet.

Die Zahl der Rechnungsbeispiele ist erheblich vergrößert. Ihre Behandlung ist so gehalten, daß der Rechnungsgang auch für den mathematisch weniger geschulten Leser verständlich sein dürfte.

Bei den im letzten Hauptabschnitt behandelten Ausführungen von Pumpen konnte ich dank der mir seitens der Firmen des Kreiselpumpenbaus zuteil gewordenen weitgehenden Unterstützung die älteren Konstruktionen durch neue Bauformen ersetzen und auch das Gebiet der Speicherpumpen, Bohrloch- und Unterwasserpumpen sowie der Propellerpumpen hinzunehmen. Auch Beispiele größerer Anlagen sind angeführt.

Da die selbstsaugende Pumpe sich heute mehr und mehr einführt und bei den ganz kleinen Leistungen die gewöhnliche Kreiselpumpe zurückzudrängen beginnt, so sind ihre Grundlagen in einem Anhang des Buches behandelt. Dieses erschien schon aus dem Grunde zweckmäßig, weil ihr Studium die Erkenntnis der Vorgänge in der gewöhnlichen Kreiselpumpe zu befruchten geeignet ist.

Um trotz dieser Zunahme des Umfangs die Übersichtlichkeit zu wahren, wurde an weniger wichtigen Stellen nach Möglichkeit gekürzt. Ferner wurden diejenigen Darlegungen, die nur in Ausnahmefällen oder nur für die Forschung gebraucht werden, in kleinem Druck wiedergegeben. Ein am Schluß des Buches beigefügtes Stichwortverzeichnis soll auch den Gebrauch als Nachschlagewerk ermöglichen.

Es sei noch darauf hingewiesen, daß in den Gleichungen einige Buchstabenbezeichnungen gegenüber der ersten Auflage geändert sind, um der inzwischen erfolgten Vereinheitlichung der Bezeichnungen Rechnung zu tragen. Insbesondere trägt die sekundliche Liefermenge das Zeichen  $Q$  statt  $V$ . Diese Änderung ist nicht ohne Bedenken erfolgt, weil man bei der Anwendung der Ableitungen auf Kreisverdichter (Ventilatoren, Turbokompressoren), wo das Zeichen  $Q$  bereits für die abgeführte Wärmemenge gebraucht wird, das Zeichen  $V$  beibehalten muß.

Den Herren Dipl.-Ing. von der Nüll, Dipl.-Ing. Hagmayer und Regierungsbaumeister a. D. Merkel danke ich für ihre eifrige Mitarbeit bei der Herstellung der neuen Abbildungen und der Ausrechnung der Zahlenbeispiele. Ebenso bin ich der Verlagsbuchhandlung Julius Springer wieder dafür Dank schuldig, daß sie auf meine Wünsche stets in so bereitwilliger Weise eingegangen ist.

Braunschweig, im Frühjahr 1932.

**Pfleiderer.**

# Inhaltsverzeichnis.

|   | Seite |
|---|-------|
| Einleitung . . . . .  | 1     |
| <b>A. Einige physikalische Eigenschaften von Flüssigkeiten.</b>   |       |
| 1. Raumeinheitsgewicht . . . . .  | 4     |
| 2. Verdampfen und Gefrieren . . . . .   | 6     |
| 3. Luftgehalt . . . . .   | 7     |
| <b>B. Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit.</b>  |       |
| 4. Allgemeine Regeln. Satz von Bernoulli . . . . .  | 8     |
| 5. Wirbelfreie Strömung in ebenen Kanälen . . . . .   | 9     |
| a) Geradliniger Kanal mit unveränderlichem Querschnitt; b) Gekrümmter Kanal konstanter Querschnitts und konstanter Krümmung; c) Gekrümmter Kanal mit veränderlichem Querschnitt; d) Geschwindigkeitspotential $\Phi$ und Stromfunktion $\psi$ . |       |
| 6. Einige bemerkenswerte Strombilder über ebene Strömung . . . . .  | 18    |
| 7. Wirbelfreie Strömung in Rotationshöhlräumen . . . . .  | 20    |
| a) ohne Umfangskomponente; b) mit Umfangskomponente.  |       |
| <b>C. Strömung der wirklichen Flüssigkeiten.</b>  |       |
| 8. Zähigkeit der Flüssigkeiten . . . . .  | 22    |
| 9. Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz, Prandtlsche Grenzschichttheorie . . . . .  | 24    |
| 10. Strömungen in Rohren . . . . .  | 26    |
| a) Kleine Reynoldssche Zahl, laminare Strömung (oder Bandströmung); b) Große Reynoldssche Zahl ( $Re > 3000$ ), turbulente Strömung (Flechtströmung).   |       |
| 11. Mechanismus der Turbulenz . . . . .   | 31    |
| 12. Reibungswiderstand in Kanälen beliebigen Querschnitts . . . . .   | 32    |
| 13. Verengte und erweiterte Kanäle . . . . .  | 32    |
| 14. Gekrümmte Kanäle . . . . .  | 35    |
| 15. Umströmung von Körpern . . . . .  | 37    |
| 16. Erfahrungswerte für die Widerstandsziffer bei Richtungs- und Querschnittsänderungen . . . . .   | 39    |
| a) Erweiterung; b) Verengung; c) Krümmer gleichen Querschnitts; d) Plötzliche Querschnitts- und Richtungsänderung.  |       |
| 17. Reibungsbehaftete Strömung in Rotationshöhlräumen, Änderung des Flächensatzes durch die Reibung . . . . .   | 42    |
| a) Radialströmung mit Umfangskomponente; b) Axialströmung mit Umfangskomponente; c) Zusammengesetzter Kanal.  |       |
| 18. Reibungsarbeit umlaufender Scheiben . . . . .   | 46    |
| 19. Die Förderhöhe einer Pumpe . . . . .  | 49    |
| 20. Die Kennlinie der Rohrleitung . . . . .   | 52    |
| 21. Wirbel und Zirkulation . . . . .  | 53    |
| 22. Impulssatz . . . . .  | 57    |
| 23. Schaufeldruck und Zirkulation . . . . .   | 58    |
| Satz von Kutta-Joukowski.   |       |
| 24. Das übertragene Drehmoment eines Kreisrades . . . . .   | 62    |
| 24a. Zirkulation und spezifische Schaufelarbeit . . . . .   | 64    |

|  | Seite |
|--|-------|
| <b>D. Das radiale Laufrad nach der eindimensionalen Stromfadentheorie.</b>   |       |
| 25. Absolute und relative Bewegung, stoßfreier Eintritt . . . . .  | 65    |
| 26. Verluste und Wirkungsgrade . . . . .   | 69    |
| 27. Die übertragene Arbeit bei unendlicher Schaufelzahl . . . . .  | 72    |
| 28. Pumpe ohne Eintrittsleitrad . . . . .  | 75    |
| 29. Reaktions- und Aktionswirkung . . . . .  | 76    |
| 30. Wahl des Schaufelwinkels $\beta_2$ am Austritt . . . . .   | 77    |
| 31. Berechnung der Radabmessungen . . . . .  | 80    |
| a) Eintritt; b) Austritt; $\alpha$ ) Annahme einer bestimmten Radbreite $b_2$ ,<br>$\beta$ ) Annahme einer bestimmten Meridiangeschwindigkeit $c_{2m}$ , $\gamma$ ) An-<br>nahme eines bestimmten Winkels $\alpha_2$ bzw. $\alpha'_2$ der absoluten Austritts-<br>geschwindigkeit. |       |
| 32. Entwurf der Laufschaufel . . . . .   | 86    |
| a) Kreisbogenschaufel, b) Punktweise errechnete Schaufel.  |       |
| 33. Einfach gekrümmte Schaufel mit Eintrittskante in der Krüm-<br>mungszone . . . . .  | 92    |
| 34. Wirkungsfreie Schaufelenden . . . . .  | 95    |
| Wirkungsfreiheit durch entsprechenden Verlauf a) der Schaufeldicke $s$ ,<br>b) der Radbreite $b$ , c) des Schaufelwinkels $\beta$ .  |       |
| 35. Mangelnde Übereinstimmung der Ergebnisse der eindimensionalen Strom-<br>fadentheorie mit der Wirklichkeit . . . . .  | 98    |
| <b>E. Einfluß der endlichen Zahl der Laufschaufeln.</b>  |       |
| 36. Energiegleichung für die Relativströmung . . . . .   | 99    |
| 37. Allgemeines über Druck- und Geschwindigkeitsverteilung . . . . .   | 100   |
| 38. Ursachen der Leistungsabnahme mit abnehmender Schaufelzahl in der<br>reibungsfreien Flüssigkeit . . . . .  | 104   |
| 39. Minderleistung infolge von Zähigkeitswirkungen . . . . .   | 106   |
| 40. Bestimmung der reibungsfreien Relativströmung . . . . .  | 108   |
| a) Graphische Verfahren; b) Anwendung des Membrangleichnisses;<br>c) Anwendung der konformen Abbildung.  |       |
| 41. Änderung der Hauptgleichung . . . . .  | 113   |
| 42. Angenäherte Ermittlung der Schaufelarbeit und der Aus-<br>trittsablenkung durch Annahme gleichmäßiger Verteilung<br>der Schaufelbelastung über die Schaufellänge . . . . .   | 115   |
| 42a. Vergleich mit der exakten Berechnung für die ideale Flüssigkeit und<br>mit Versuchen. Wahl der Erfahrungszahlen . . . . .   | 121   |
| 43. Angenäherte Bestimmung der Eintrittsablenkung . . . . .  | 127   |
| 44. Näherungsgleichung für die Förderhöhe in Abhängigkeit von Raddurch-<br>messer und Drehzahl . . . . .   | 129   |
| 45. Zahlenbeispiele für Radialpumpen . . . . .   | 130   |
| I. Mehrstufenpumpe mit Schaufeln gleicher Dicke; II. Heißwasserpumpe<br>mit Schaufeln veränderlicher Dicke; III. Niederdruckpumpe mit Spiral-<br>gehäuse.  |       |
| <b>F. Die Leitvorrichtungen.</b>   |       |
| 46. Die Geschwindigkeit am Austritt aus dem Laufrad . . . . .  | 140   |
| 47. Leitrad (mit Zahlenbeispiel) . . . . .   | 141   |
| 48. Die Übertreibung der Leitschaufeln . . . . .   | 146   |
| 49. Punktweise Berechnung der Leitschaufeln . . . . .  | 149   |
| 50. Ausführung des Leitrades . . . . .   | 150   |
| a) Leit- und Rückführschaufel zusammenhängend; b) Schaufelloser<br>Ringraum zwischen Leit- und Rückführschaufel; c) Geschränkte Um-<br>führung.  |       |
| 51. Glatte Leitring (Diffusor) . . . . .   | 156   |
| 52. Spiralgehäuse . . . . .  | 161   |
| a) Berechnung unter Vernachlässigung der Veränderung der äußeren<br>Begrenzung der einzelnen Spiralquerschnitte . . . . .  | 162   |
| I. Vernachlässigung der Reibung (mit Zahlenbeispiel); II. Berück-<br>sichtigung der Reibung (mit Zahlenbeispiel).  |       |

|  | Seite |
|--|-------|
| b) Berechnung unter Berücksichtigung der Änderung der äußeren Begrenzung der Spiralquerschnitte . . . . .  | 169   |
| 53. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt . . . . .  | 171   |
| a) Berechnung für die reibungslose Strömung; b) Berücksichtigung der Reibung (mit Zahlenbeispiel).   |       |
| 54. Eintrittsleitvorrichtung . . . . .   | 174   |
| <b>G. Allgemeine Beziehung zwischen Wassermenge, Förderhöhe und Drehzahl. Kennfläche.</b>  |       |
| 55. Entstehung der Drosselkurve . . . . .  | 175   |
| 56. Die Schaufelarbeit $H_{thz}$ bei beliebigem Stoßzustand . . . . .  | 175   |
| 57. Berechnung der Drosselkurve ( $Q_z, H_z$ -Kurve) . . . . .   | 181   |
| a) Kanalreibung einschl. Krümmungs- und Umsetzungsverluste; b) Stoßverluste; c) Konstruktion der Drosselkurve für eine Leitradpumpe; d) für eine Pumpe mit glattem Leitring.   |       |
| 58. Die Kennfläche . . . . .   | 188   |
| 59. Die Kongruenz der Drosselkurven . . . . .  | 190   |
| 60. Allgemeine Gültigkeit des Kongruenzgesetzes . . . . .  | 191   |
| 61. Das Affinitätsgesetz, Kurven gleichen Wirkungsgrades . . . . .   | 192   |
| 62. Wassermenge besten Wirkungsgrades . . . . .  | 195   |
| 63. Die Wellenleistung . . . . .   | 196   |
| 64. Abgekürzte Bestimmung des Verlaufs der Förderhöhe, Wellenleistung und der Linien gleichen Wirkungsgrades (Eierkurven) . . . . .  | 198   |
| 65. Andere Darstellungsarten der Kennlinien . . . . .  | 201   |
| a) Kreisdarstellung der Drosselkurven; b) Logarithmische Darstellung der Kennlinien.   |       |
| 66. Bestimmung des Betriebspunktes . . . . .   | 203   |
| 67. Labiler Arbeitsbereich . . . . .   | 204   |
| 68. Verschiedene Formen der Drosselkurve . . . . .   | 208   |
| 69. Die Regelung . . . . .   | 211   |
| I. Regelung bei unveränderlicher Drehzahl . . . . .  | 211   |
| a) Drosselung in der Druckleitung; b) Drosselung in der Saugleitung; c) Drehbare Leitschaufeln; d) Verengung des Laufradaustritts durch einen Spaltschieber; e) Verstellbare Laufschaufeln; f) Teilweise Beaufschlagung; g) Einführung geringer Luftmengen in die Saugleitung. |       |
| II. Regelung durch Änderung der Drehzahl . . . . .   | 216   |
| <b>H. Die einzelnen Verluste und ihr Einfluß auf den Bau der Pumpe.</b>  |       |
| 70. Die hydraulischen Verluste . . . . .   | 218   |
| a) Schaufelzahl; b) Raddurchmesser und Radbreite.  |       |
| 71. Die Radreibung . . . . .   | 221   |
| 72. Der Spaltverlust . . . . .   | 221   |
| 73. Einfluß des Spaltverlustes auf die Drosselkurve (Spaltverlust-Ellipse). . . . .  | 227   |
| a) Verlauf des Spaltdruckes; b) Verlauf des Spaltverlustes.  |       |
| 74. Schlußfolgerungen für den Bau der Pumpe, Grenzen der Anwendbarkeit der Kreiselpumpe . . . . .  | 229   |
| 75. Einfluß der Mehrstufen- und Mehrstromanordnung auf den Wirkungsgrad der Pumpe . . . . .  | 232   |
| a) Mehrstufenanordnung; b) Mehrstromanordnung.   |       |
| <b>J. Kavitation.</b>  |       |
| 76. Ursache und Auswirkungen . . . . .   | 235   |
| 77. Die größte zulässige Saughöhe . . . . .  | 239   |
| 78. Die verschiedenen Stellen tiefsten Druckes und die zugehörige Drucksenkung $\Delta h$ . . . . .  | 241   |
| a) Der Schaufeldruck; b) Richtungsänderungen; c) Verengung des Querschnitts; d) Reibungswiderstände.   |       |



|   | Seite |
|---|-------|
| 79. Maßnahmen zur Vermeidung der Kavitation bzw. zur Erzielung großer Saughöhen . . . . .   | 249   |
| a) Maßnahmen außerhalb der Pumpe; b) Maßnahmen an der Pumpe selbst.   |       |
| 80. Ähnlichkeitsregeln für Kavitation . . . . .   | 252   |
| 80a. Typische Beispiele von Anfressungen verschiedener Herkunft . . . . .   | 253   |
| <b>K. Modellgesetze.</b>  |       |
| 81. Die spezifische Drehzahl . . . . .  | 257   |
| 82. Umrechnungsregeln bei Modellähnlichkeit . . . . .   | 260   |
| 83. Dimensionsfreie Darstellung der Kennlinien . . . . .  | 264   |
| 83a. Radserien gleichen Durchmessers . . . . .  | 265   |
| <b>L. Laufräder mit doppelt gekrümmter Schaufelfläche.</b>  |       |
| 84. Entwurf der Radbegrenzung . . . . .   | 266   |
| 85. Entwurf der Schaufelfläche . . . . .  | 269   |
| a) Abwicklung der Schaufelenden auf Kegelflächen und ihre Ausbildung nach Kreisbögen; b) Punktweise errechnete Schaufel; c) Axialschnitte und Schreinerschnitte.                            |       |
| 86. Das winkeltreue Abbild der Strombahnen . . . . .  | 275   |
| a) Winkeltreue nur für die abzubildende Stromlinie; b) Winkeltreue Wiedergabe der ganzen Stromfläche.   |       |
| 87. Schaufelung nach Lawaczek . . . . .   | 279   |
| 88. Zahlenbeispiel für eine doppelt gekrümmte Schaufel . . . . .  | 281   |
| a) Abwicklung der Schaufelenden auf Kegelflächen; b) Punktweise Errechnung der Schaufel; c) Ergänzende Bemerkungen.   |       |
| 89. Entwurf der Schaufel unter Annahme der freien Strömung als Meridianströmung . . . . .   | 287   |
| 90. Verfahren der punktweisen Errechnung der Schaufel, wenn die Eintritts- und Austrittskanten im Grundriß radial verlaufen . . . . .   | 289   |
| 91. Schräglage der Austrittskante im Meridianschnitt . . . . .  | 292   |
| 91a. Berechnung einer Pumpe mit halbaxialem Laufrad und axialem Leitrad (Zahlenbeispiel) . . . . .  | 294   |
| 92. Das halbaxiale Schraubenrad . . . . .   | 298   |
| <b>M. Die Axialpumpe.</b>   |       |
| 93. Allgemeines . . . . .   | 300   |
| 93a. Berechnung unter Heranziehung der eindimensionalen Stromfadentheorie Schaufelarbeit und Austrittsablenkung. Eintrittsablenkung.  | 302   |
| 94. Berechnung der Schaufel als Tragflügel unter Benutzung von Messungen im Windkanal . . . . .   | 305   |
| a) Der einzelne Tragflügel im unbegrenzten Raum; b) Die Reihe von Flügeln (Flügelgitter); c) Anwendung auf das Kreisrad. Saugfähigkeit, Wirkungsgrad; d) Angaben für Festigkeitsrechnungen. |       |
| 95. Das Leitrad der Axialpumpe . . . . .  | 317   |
| a) Behandlung als Schaufelgitter enger Teilung; b) Behandlung der Leitschaukel als Tragflügel.  |       |
| 96. Zahlenbeispiel für eine Propellerpumpe . . . . .  | 319   |
| 96a. Betriebliches Verhalten der Axialpumpe . . . . .   | 322   |
| 97. Berechnung des Schaufelprofils als konformes Abbild eines Kreises . . . . .   | 328   |
| Geradliniges Profil; Kreisbogenprofil; Joukowsky-Profil.  |       |
| <b>N. Der Ausgleich des Achsschubes.</b>  |       |
| 98. Berechnung des Achsschubes . . . . .  | 332   |
| 99. Ausgleich durch entsprechende Ausbildung und Anordnung der Laufräder  | 334   |
| 100. Ausgleich durch Verwendung eines für alle Stufen gemeinsamen Organs  | 339   |
| 101. Berechnung der besonderen Ausgleichsvorrichtung . . . . .  | 343   |
| 101a. Ausgleich bei Pumpen mit senkrechter Welle . . . . .  | 346   |

|   | Seite |
|---|-------|
| <b>O. Die Konstruktion der einzelnen Bauteile.</b>  |       |
| 102. Laufrad und Welle . . . . .  | 347   |
| 103. Die Berechnung der Welle mit Rücksicht auf kritische Drehzahl . . . . .  | 351   |
| a) Kritische Geschwindigkeit für ein einzelnes Rad auf gewichtloser Welle . . . . .   | 351   |
| b) Mehrere Einzelräder auf gewichtloser Welle . . . . .   | 354   |
| c) Einfluß des umgebenden Mittels auf die kritische Drehzahl . . . . .  | 355   |
| d) Graphische Ermittlung der kritischen Drehzahl einer beliebig belasteten Welle von beliebig veränderlichem Querschnitt. Abgekürzte Bestimmung der kritischen Drehzahl . . . . . | 357   |
| 104. Die Lager . . . . .  | 365   |
| 105. Die Stopfbüchsen . . . . .   | 370   |
| 106. Das Gehäuse . . . . .  | 371   |
| <b>P. Bauarten und Anlagen.</b>   |       |
| 107. Einstufige Pumpen ohne Leitrad (Niederdruckpumpen) . . . . .   | 374   |
| a) Doppelseitiger Einlauf; b) Einseitiger Einlauf.  |       |
| 108. Einstufige Pumpen mit Leitrad (Mitteldruckpumpen) . . . . .  | 378   |
| 109. Mehrstufige Pumpen . . . . .   | 383   |
| 110. Heißwasserpumpen . . . . .   | 395   |
| 111. Pumpen mit senkrechter Welle . . . . .   | 399   |
| Bohrlochpumpen, Unterwasserpumpen, Hydrokreiselpumpen, Abteufpumpen.  |       |
| 112. Pumpen höherer Schnellläufigkeit . . . . .   | 406   |
| 113. Sonderbauarten . . . . .   | 415   |
| a) Schaltbare Pumpen; b) Schmutzwasserpumpen; c) Säurepumpen.   |       |
| 114. Vergleich zwischen Kreiselpumpe und Kolbenpumpe . . . . .  | 422   |
| 115. Einige Beispiele größerer Anlagen . . . . .  | 425   |
| a) Wasserwerkspumpe mit Dampftrieb; b) Wasserhaltung in Bergwerken; c) Hydraulische Kraftspeicherung; d) Kanalisationspumpwerk; e) Schöpfwerke.                                   |       |
| <b>Anhang: Selbstsaugende Pumpen.</b>   |       |
| 116. Allgemeine Gesichtspunkte . . . . .  | 437   |
| 117. Wasser- und Luftförderung im gleichen Rad . . . . .  | 437   |
| a) Wasserringpumpen mit gleichem Weg für Luft und Förderwasser. Schaufelarbeit teils positiv, teils negativ . . . . .   | 438   |
| b) Wasserringpumpen mit getrennter Abführung für Luft und Förderwasser. Schaufelarbeit bei Wasserförderung durchweg positiv . . . . .   | 443   |
| c) Wasserringpumpen mit gemeinsamer Abführung für Luft und Förderwasser. Schaufelarbeit sowohl bei Luft- wie Wasserförderung positiv (Sihi-Pumpe) . . . . .                       | 443   |
| d) Gemischpumpen; e) Schraubepumpen . . . . .   | 447   |
| 118. Vorschalten eines hochgestellten Wasserbehälters . . . . .   | 448   |
| 119. Verwendung eines Strahlapparates . . . . .   | 448   |
| a) Anschluß an die Druckleitung; b) Vom Spaltwasser betriebener Strahlapparat; c) Strahlapparat von den Abgasen des Motors beaufschlagt.  |       |
| 120. Kreiselpumpen mit eingebauter Luftpumpe . . . . .  | 450   |
| Sachverzeichnis . . . . .   | 453   |

### **Druckfehlerberichtigung.**

Seite 14, letzte Zeile: Setze  $\overline{BB'}$  statt  $BB'$ .

Seite 40, Fußnote 3: Setze Prandtl statt Prendtl.

Kopf von Seite 116, 118, 120, 122, 124, 126, 128: Setze Einfluß der endlichen Zahl statt Eintritt der endlichen Zahl.

Seite 211, Zeile 2 von oben: Setze  $b_2/b_1$  statt  $b_1/b_2$ .

Seite 359, Beschriftung der beiden unteren Figuren von Abb. 240: Vertausche die Zeichen i) und h).

Seite 365, Zeile 8 von unten: Setze  $\mu$  im Gebiet dieser halbflüssigen Reibung um so kleiner statt  $\mu$  um so größer.

Seite 366, Zeile 13/12 von unten: Setze eine niedrige statt die niedrigste.

Seite 370, Zeile 18 von oben: Setze Wälzlager statt Gleitlager.

### **Ergänzung der Druckfehlerberichtigung.**

Seite 134, Zahlentafel, senkrechte Spalte für  $\Delta f$ , dritte Zahl von oben setze 0,445 statt 0,419 und ändere die letzte und vorletzte senkrechte Spalte dementsprechend.

Seite 199, Gl. (37), setze in dem Ausdruck für  $k_2$  den Wert  $(\beta - \alpha)$  an Stelle von  $(\beta - 1)$ .

Seite 199, Gl. (40), letzter Ausdruck rechts setze  $(H - Q \operatorname{tg} \delta)$  statt  $(H + Q \operatorname{tg} \delta)$ .

Seite 258, Gl. (1), setze  $75\sqrt{H}$  statt  $\sqrt{H \cdot 75}$ .

Seite 282, Zeile 13 von oben und Seite 294, Zeile 15 von unten füge hinzu: Die Schaufelzahl  $z$  ermittelt man mittels Gl. (1), Seite 219.

## Einleitung.

Pumpen sind Vorrichtungen zum Fördern von Flüssigkeiten. Ihre Aufgabe liegt also in der gleichen Richtung wie die der eigentlichen Fördermaschinen, beispielsweise der Lasthebemaschinen. Ihre Wirkungsweise ist aber eine ganz andere, weil Flüssigkeiten sich in Rohrleitungen am wirtschaftlichsten fortbewegen lassen. In die betreffende Rohrleitung, die den Ausgangspunkt mit dem Bestimmungsort verbindet, wird die ortsfeste Pumpe eingeschaltet, damit sie auf die Flüssigkeit die zu ihrer Fortbewegung nötigen Kräfte ausübt, nämlich auf der einen Seite saugend, auf der anderen drückend wirkt. Sie verursacht dadurch eine Drucksteigerung in der Rohrleitung auf der Austrittsseite der Pumpe (Druckstutzen) und eine Drucksenkung auf der Eintrittsseite in die Pumpe (Saugstutzen). Demnach muß als Zweck der Pumpe, wenn man ihre Wirkung getrennt von der der Rohrleitung betrachtet, bezeichnet werden, flüssige oder gasförmige Körper aus einem Raum mit niederer Spannung in einen Raum mit höherer Spannung zu befördern. Der zu überwindende Druckunterschied, ausgedrückt in Meter Flüssigkeitssäule, stellt die Förderhöhe der Pumpe dar.

Beschränkt man sich auf tropfbare Flüssigkeiten, so liegt offenbar der umgekehrte Vorgang vor wie bei den Wasserkraftmaschinen, mit denen die Pumpen auch hinsichtlich ihres Aufbaus weitgehende Ähnlichkeit besitzen. Wie dort unterscheidet man auch hier zwei große Hauptgruppen, nämlich:

1. Die Kolbenpumpen als Umkehrung der (allerdings nicht mehr in Gebrauch befindlichen) Wassersäulenmaschinen. Das Kennzeichen ist hier der im geschlossenen zylindrischen Gefäß hin und her gehende Kolben, der die Pressungsenergie des Fördermittels durch statische Kräftewirkung erzeugt.

2. Die Kreiselpumpen als Umkehrung der Wasserturbinen.

Zu diesen beiden wichtigsten Ausführungsformen gesellen sich einige weitere von untergeordneter Bedeutung, bei welchen Antriebsmaschine und Pumpe gewissermaßen vereinigt sind und welche deshalb bei den Wasserkraftmaschinen keinen entsprechenden Vertreter haben, wie Strahlpumpen, Widder, Mammutpumpen usw.

Das vorliegende Buch befaßt sich ausschließlich mit den Kreiselpumpen für tropfbare Flüssigkeiten. Die Darlegungen beziehen sich auf Wasser als Förderflüssigkeit, wenn nichts anderes vermerkt ist.

Bei den Kreiselpumpen wird die verlangte Pressungsenergie durch ein umlaufendes, mit Schaufeln besetztes Rad erzeugt. In-

folge der Einwirkung der Schaufeln auf das Wasser wird eine Steigerung sowohl des Druckes als auch der Geschwindigkeit hervorgerufen.

Um auch die Geschwindigkeitszunahme für die Druckerhöhung nutzbar zu machen, wird das aus dem Laufrad austretende Wasser durch ruhende Kanäle geführt, welche sich allmählich erweitern und dadurch die Geschwindigkeit in Druck umsetzen. Die Gesamtheit dieser fest mit dem Gehäuse verbundenen Leitkanäle bezeichnet man als Leitrad oder Leitapparat. In manchen Fällen ist nur ein einziger Leitkanal als Ringraum um das Rad angeordnet, der dann die Form eines Spiralrohrs besitzt.

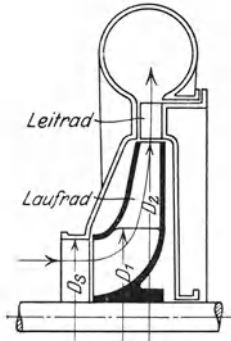


Abb. 1. Radialpumpe mit Leitrad.

Eine schematische Übersicht über die möglichen Anordnungen geben die Abb. 1 bis 4. Das Laufrad kann radial von innen nach außen beaufschlagt sein (Abb. 1). Hier verlaufen die Stromlinien in ihrer Zirkularprojektion auf eine Axialebene (Meridianschnitt) im wesentlichen nur radial von innen nach außen. Das Wasser strömt in axialer Richtung an das Laufrad heran und wird im Rad in die radiale Richtung umgelenkt. Diese Ausführungsart, die auch als Zentrifugalpumpe bezeichnet wird, bildet die Regel, weil dann die Zentrifugalkräfte in der Durchflußrichtung, also druckerhöhend, wirken. Die umgekehrte Beaufschlagungsrichtung — radial von außen nach innen — ist zwar theoretisch möglich, verbietet sich aber bei Kreiselpumpen wegen der entstehenden konstruktiven und betrieblichen Nachteile. Häufig findet man aber die axiale Eintrittsrichtung bei radial auswärts gerichtetem Austritt (Abb. 2), also die Laufradform der Francis-Turbine. Bei extremer Schnellläufigkeit in Verbindung mit geringen Förderhöhen kann auch

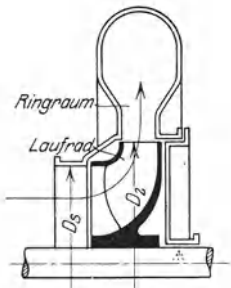


Abb. 2. Pumpe mit axialem Eintritt und radialem Austritt ohne Leitrad.

die axiale Beaufschlagung (Abb. 3) Vorteile bieten. Besonders in neuerer Zeit wird dieser Ausführungsform Beachtung geschenkt.

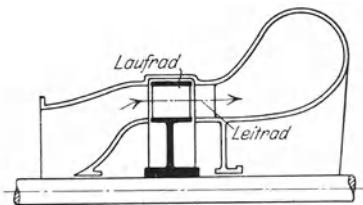


Abb. 3. Axialpumpe.



Abb. 4. Radialpumpe mit Leitrad am Ein- und Austritt.

Das Wasser strömt dem Laufrad durch das Einlaufrohr meist ohne besondere Führung zu. Doch kommt es auch vor, daß vor dem Rad-

eintritt ebenfalls feststehende Leitschaufeln angeordnet sind, die das Wasser dem Rad in bestimmter Weise zuführen sollen und deren Gesamtheit das Eintrittsleitrad bildet (Abb. 4).

Mit wachsender Förderhöhe erreicht man für eine bestimmte Wassermenge schließlich die Grenze, bei welcher es nicht mehr zweckmäßig ist, ein einziges Rad zu verwenden. Zwar läßt sich für jede noch so große Förderhöhe und jede beliebige Drehzahl ein zugehöriges Laufrad ausrechnen. Aber seine Verwendung ist nur unter Inkaufnahme schlechter Wirkungsgrade und ungünstiger Bauformen möglich. Deshalb ist es unter Umständen notwendig, eine gegebene Förderhöhe dadurch zu bewältigen, daß man mehrere Einzelräder hintereinander

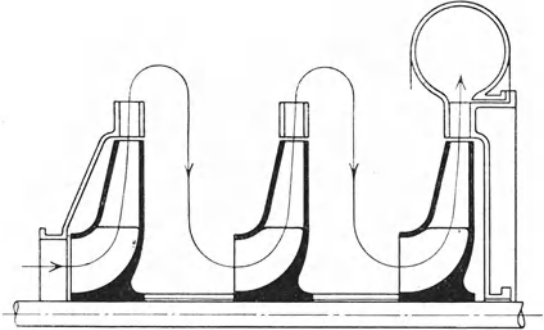


Abb. 5. Mehrstufenanordnung.

schaltet, also die Mehrstufenanordnung verwendet, wodurch sich die Förderhöhe des einzelnen Rades entsprechend verringert. Hierbei sitzen dann die Laufräder auf gemeinsamer Welle (Abb. 5).

Ebenso wie bei großen Förderhöhen eine Unterteilung des Druckes notwendig ist, kann bei großen Wassermengen eine Unterteilung der Fördermenge, also die Parallelschaltung mehrerer Räder, am Platze sein. Man erhält auf diese Weise die Mehrstromanordnung, wobei gemäß Abb. 5a in der Regel doppelseitig beaufschlagte Einzelräder zur Anwendung gebracht werden.

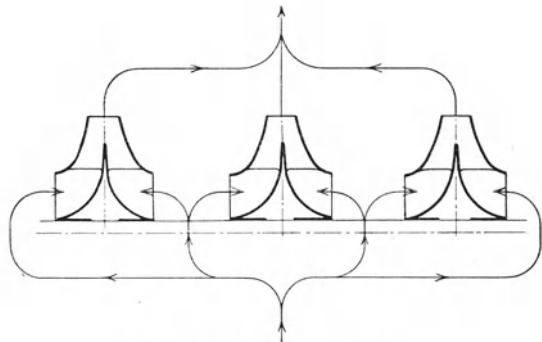


Abb. 5a. Mehrstromanordnung.

Da es sich bei Kreiselpumpen um Strömungsvorgänge in ruhenden und bewegten Kanälen handelt, so wollen wir, ehe wir uns mit der Pumpe selbst befassen, die für Strömungen von Flüssigkeiten geltenden grundlegenden Gesetze ableiten, wobei wir mit der Betrachtung einiger für den vorliegenden Zweck besonders wichtiger physikalischer Eigenschaften der Flüssigkeiten, besonders des Wassers, beginnen wollen.

# A. Einige physikalische Eigenschaften von Flüssigkeiten.

## 1. Raumeinheitsgewicht.

Das Gewicht der Raumeinheit wird bei technischen Rechnungen vielfach als konstant betrachtet, beispielsweise für Wasser zu  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  angenommen, was strenggenommen nur für destilliertes Wasser mit einer Temperatur von  $4^\circ \text{C}$  und einem Druck von 760 mm Quecksilbersäule richtig ist. Die Änderung in Abhängigkeit des Druckes ist bei gewöhnlicher Temperatur sehr gering und beträgt für jede Atmosphäre ( $\text{kg/cm}^2$ ) etwa 50 Millionstel des Anfangswertes. Bei hohen Temperaturen ist die Zusammendrückbarkeit des Wassers nach neueren<sup>1</sup> Versuchen ein Mehrfaches dieses Wertes, so daß sie bei Überschreitung von etwa  $250^\circ \text{C}$  nicht mehr vernachlässigt werden sollte. Bedeutender sind aber die Änderungen des Raumeinheitsgewichts unter dem Einfluß der Temperatur.

Da beide Abhängigkeiten bei Heißwasserpumpen, die insbesondere bei der Kesselspeisung steigende Bedeutung gewonnen haben, beachtet werden müssen, so sind die Ergebnisse einer von Keenan<sup>2</sup> vorgenommenen Auswertung der amerikanischen Versuche in Abb. 6 graphisch so dargestellt, daß man zu jedem Druck und jeder Temperatur das Raumeinheitsgewicht  $\gamma$  in  $\text{kg/m}^3$  entnehmen kann.

Linie *A* gibt den Wert  $\gamma$  in Abhängigkeit von der Temperatur unter der Voraussetzung an, daß der Druck gleich dem zu der vorhandenen Temperatur gehörigen Sättigungsdruck  $p_s$  des Wasserdampfes ist. Die zugehörigen Werte (linke Skalenteilung) sind mit  $\gamma_s$  bezeichnet. Die gestrichelte Linie *B* zeigt das Raumeinheitsgewicht  $\gamma$  beim größten Versuchsdruck  $p = 420 \text{ at abs}$  an. Um für Drücke außerhalb des Sättigungszustandes die Werte  $\gamma$  deutlich darstellen zu können, sind die Unterschiede  $\Delta\gamma = \gamma - \gamma_s$ , in Abhängigkeit von Druck und der zu dem jeweiligen  $\gamma_s$  gehörigen Sättigungstemperatur, für die Drücke 10, 50, 100 at abs usw. im 10fachen Maßstab (rechte Skalenteilung) angegeben, wobei auch die Linie des kritischen Druckes (225,8 at) zugefügt ist.

Beispielsweise ist für 200 at,  $250^\circ \text{C}$  (Punkt *a*) der Wert  $\gamma$  gleich der Summe der Ordinaten der Punkte *a* und *b*, d. h.  $\gamma = 16,7 + 798,5 = 815,2 \text{ kg/m}^3$ . Der Zuschlag beträgt also hier 2% von  $\gamma_s$ .

Da die Verdichtung in der Pumpe adiabatisch erfolgt (sofern man von dem geringfügigen und durch die Abkühlung an der Gehäuseoberfläche wahrscheinlich mehr als ausgeglichenen Einfluß der Reibungswärme absieht), so sind in das Diagramm auch einige aus den erwähnten Versuchen sich ergebende Adiabaten gestrichelt eingetragen (mit Intervallen von  $55,5^\circ \text{C}$  entsprechend je  $100^\circ \text{Fahren}$ -

<sup>1</sup> M. Trautz und H. Steyer: Forsch. Ing.-Wes. Bd. 2 (1931) S. 45; ferner F. G. Keyes und L. B. Smith: Mech. Engng. Bd. 53 (1931) S. 132.

<sup>2</sup> Mech. Engng. Bd. 53 (Febr. 1931) S. 127.



heit). Unter Berücksichtigung der geringen Kompressibilität berechnet sich dann die reine Pumparbeit für 1 kg Förderflüssigkeit (d. h. die in die Rechnung ein-

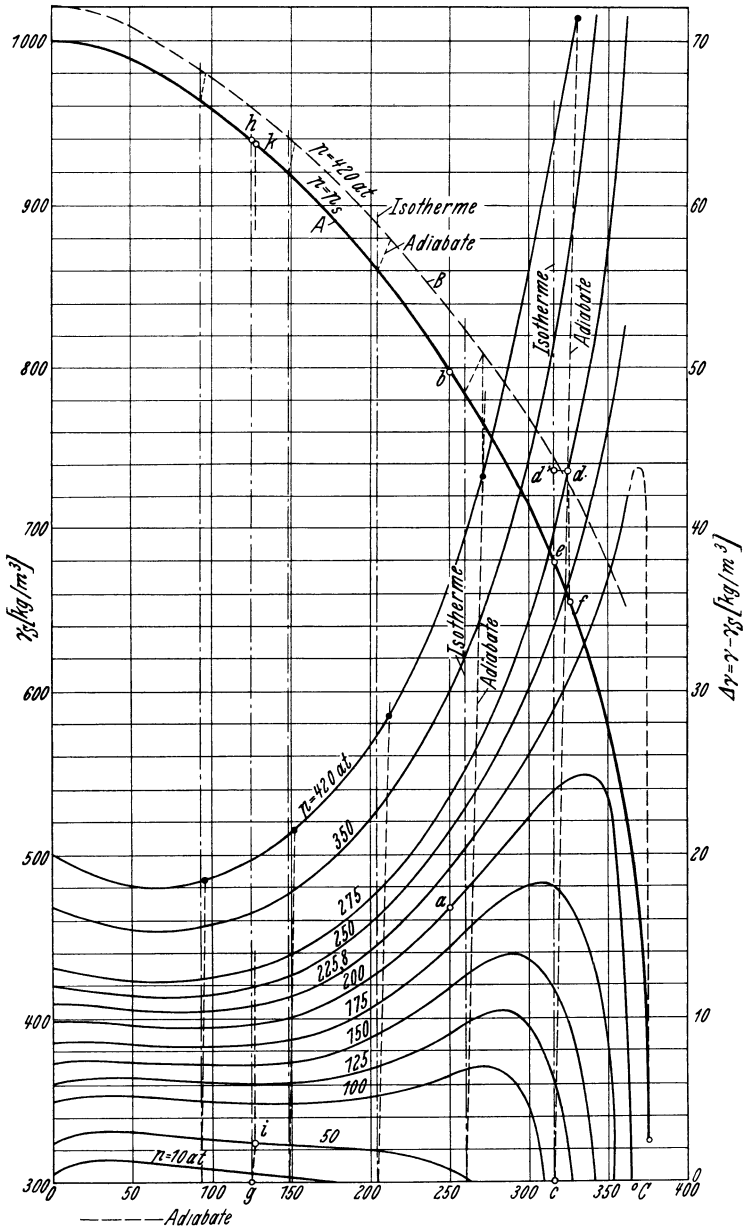


Abb. 6. Änderung des Raumeinheitsgewichts von Wasser mit dem Druck und der Temperatur nach Versuchen von Keyes und Smith in der Veröffentlichung von Keenan. Linke Ordinate:  $A$  Werte von  $\gamma_s$  beim Sättigungsdruck.  $B$  Werte von  $\gamma$  beim höchsten untersuchten Druck von 420 at abs. Rechte Ordinate: Mehrbetrag  $\Delta\gamma$  bei verschiedenen Drücken gegenüber  $\gamma_s$  beim Sättigungsdruck (10facher Maßstab). Der Wert von  $\gamma$  bei einem gegebenen Zustand (Druck und Temperatur) ergibt sich aus  $\gamma_s + \Delta\gamma$ .

zuführende Förderhöhe) zwischen dem Anfangszustand  $p_1 v_1$  und dem Endzustand  $p_2 v_2$ , wenn man die Kompressionslinie im  $p v$ -Diagramm durch eine Gerade ersetzt und die Drücke wieder in at ( $= 10000 \text{ kg/m}^2$ ) ausdrückt

$$H = 10000 (p_2 - p_1) \frac{v_1 + v_2}{2} = 10000 \cdot \frac{1}{2} (p_2 - p_1) \left( \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} \right) \\ \approx 10000 \frac{p_2 - p_1}{\gamma_m} \text{ in mkg/kg oder m,}$$

sofern  $\gamma_m$  das spezifische Gewicht im Halbierungspunkt der Adiabaten ist.

Die Zusammendrückbarkeit des Wassers bedingt eine Verringerung des Kraftbedarfs, die bei hohen Drücken merkbar ist. Beispielsweise ergibt sich bei Förderung von Wasser mit der Anfangstemperatur von  $315^\circ \text{C}$  und dem zugehörigen Sättigungsdruck (107,8 at) als Anfangsdruck auf 275 at für  $\gamma_1 = 678 \text{ kg/m}^3$  (entsprechend Punkt *c* bzw. *e*),  $\gamma_2 = 43,6 + 654 = 697,6 \text{ kg/m}^3$  (entsprechend Punkt *d* bzw. *f*), also  $H = 10000 \cdot 0,5(275 - 107,8) (1/678 + 1/697,6) = 2436 \text{ m}$ , während bei Annahme des konstanten Wertes  $\gamma_1$  sich ergeben hätte

$$H = 10000(p_2 - p_1)/\gamma_1 = 10000 \cdot 167,2/678 = 2470 \text{ m}$$

entsprechend einem Unterschied von 1,4%. Die Temperaturzunahme infolge der Zusammendrückbarkeit beträgt  $\bar{d}d' = 9^\circ \text{C}$ .

Dadurch, daß die Adiabate sich scharf nach rechts abbiegt, wie ihr zwischen den Linien *A* und *B* in Abb. 6 eingetragener Verlauf deutlich zeigt, verringert sich die Zunahme von  $\gamma$  recht erheblich. Hätte man in obigem Beispiel isothermische Kompression zugrunde gelegt, die bei schlechter Gehäuseisolierung wahrscheinlicher ist als adiabatische, so hätte sich der Unterschied gegenüber der gewöhnlichen Rechnung verdoppelt. Die Gehäusekühlung wirkt also auch hier arbeitssparend.

Bei den meist üblichen Kesseldrücken und Temperaturen nahe bei  $100^\circ \text{C}$  ist die Berücksichtigung der Zusammendrückbarkeit des Wassers nicht notwendig. Beispielsweise ergibt sich (entsprechend dem in Abschn. 45 II berechneten Beispiel) mit der Anfangstemperatur  $125,5^\circ \text{C}$ , dem zugehörigen Sättigungsdruck von 2,4 at abs als Anfangsdruck und dem Enddruck 50 at (Punkte *g*, *h* bzw. *i*, *k*) bei adiabatischer Verdichtung für  $H$  nur ein Unterschied von 0,014%, bei isothermischer Verdichtung das 10fache, nämlich 0,14%.

Die in kaltem Wasser aufgelöste Luft ändert das Raumeinheitsgewicht nicht. Dagegen sind Salze und Säuren von beträchtlichem Einfluß. So beträgt z. B. für Seewasser bei  $15^\circ$  je nach seinem Salzgehalt  $\gamma = 1020 \div 1030 \text{ kg/m}^3$ . Auch der Einfluß von Beimengungen, wie Schlamm, Sand oder ungelöster Luft, d. h. Luftblasen, bedarf gegebenenfalls der Berücksichtigung<sup>1</sup>.

## 2. Verdampfen und Gefrieren.

Der kleinstmögliche Druck in einem mit Flüssigkeit erfüllten Raum ist der der vorhandenen Temperatur entsprechende Dampfdruck<sup>2</sup> der Flüssigkeit, der aus den Dampf-Tabellen entnommen werden kann. Er beträgt beispielsweise für Wasser in Meter Wassersäule bei Berücksichtigung der Veränderung des spezifischen Gewichts

|              |        |        |        |        |        |        |        |        |        |                         |
|--------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------------------------|
| $t = 5$      | $10$   | $20$   | $30$   | $40$   | $50$   | $60$   | $70$   | $80$   | $90$   | $100^\circ \text{C}$    |
| $H_t = 0,09$ | $0,12$ | $0,24$ | $0,43$ | $0,76$ | $1,27$ | $2,07$ | $3,25$ | $4,97$ | $7,41$ | $10,78 \text{ m W.-S.}$ |

<sup>1</sup> Regeln für Leistungsversuche an Kreiselpumpen. VDI-Verlag.

<sup>2</sup> Daß physikalisch reines und gasfreies Wasser bei entsprechenden Vorsichtsmaßregeln diesen Druck erheblich unterschreiten und sogar beträchtliche Zugspannungen aufnehmen kann, soll der Vollständigkeit halber erwähnt werden. Im Pumpenbetrieb sind die Vorbedingungen hierzu nicht gegeben. Vgl. J. Mayer, Abhandl. Bunsenges. Bd. 3 (1911) Nr. 1; Ackeret im Handbuch der Experimentalphysik, herausgegeben von Wien-Harms, Bd. 4 I. Teil S. 464.

Bei Erreichung dieses Druckes fängt das Wasser an, Dampf zu bilden, der Loslösung von der Wand (Kavitation) mit den zugehörigen unangenehmen Begleiterscheinungen (Abschn. 76) zur Folge hat.

Bei tiefen Temperaturen kann die Flüssigkeit gefrieren, was insofern eine Gefahr bedeutet, als hierdurch das Volumen sich um 8,3% vergrößert<sup>1</sup> und die Möglichkeit besteht, daß das Pumpengehäuse oder die Rohrleitung Risse bekommen. Stillstehende Pumpen müssen deshalb während der kalten Jahreszeit entwässert und jede Pumpe mit den nötigen Entwässerungsanschlüssen versehen werden.

### 3. Luftgehalt.

Luft kann in aufgelöstem Zustand oder in Form von Bläschen sich im Wasser befinden. Aus dem Henry-Dalton'schen Gesetz ergibt sich, daß das Verhältnis eines gasberührten Wasservolumens zu dem in Lösung gegangenen Gasvolumen bei wechselndem Druck gleichbleibt. Da Gase ihr Volumen umgekehrt proportional mit dem Druck ändern, so muß sich bei abnehmendem Druck ein Gasvolumen aus dem Wasser ausscheiden, das der Volumenzunahme gleich ist, und also zur Blasenbildung führen. Beispielsweise erfolgt in der Saugleitung einer Pumpe eine solche Druckabnahme. Falls die für die Ausscheidung erforderliche Zeit zur Verfügung steht, wird also am Saugstutzen der Pumpe ausgeschiedene Luft vorhanden sein, die den Strömungsquerschnitt um einen gewissen, bei ordnungsgemäßem Betrieb allerdings sehr kleinen Betrag verengt und unter Umständen wegen ihres Sauerstoffgehaltes auch Anfressungen des Materials hervorruft. Umgekehrt wird bei wachsendem Druck Luft absorbiert werden. Die chemischen Einwirkungen der absorbierten und wieder ausgeschiedenen Luft werden dadurch wesentlich gesteigert, daß diese mehr Sauerstoff und Kohlensäure enthält als atmosphärische Luft, weil die Absorptionssziffer von Sauerstoff den doppelten und die von Kohlensäure sogar etwa den 7fachen Wert derjenigen von Stickstoff besitzt. Bei 0° C enthält beispielsweise die im Wasser gelöste Luft 34% Sauerstoff und 66% Stickstoff gegenüber 21% und 79% der atmosphärischen Luft. Mit steigender Temperatur nimmt allerdings die Löslichkeit von Sauerstoff wesentlich stärker ab, als die von Stickstoff, so daß bei 20° C ungefähr wieder das Mischungsverhältnis der atmosphärischen Luft vorhanden ist.

Mit zunehmender Temperatur nimmt die Lösungsfähigkeit von Luft im Wasser ab. 1 m<sup>3</sup> Wasser kann bei einem Druck von 760 mm Q.-S. die folgenden Luftmengen in Kubikmeter lösen:

|     |       |       |       |       |       |       |                        |                    |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------------------------|--------------------|
| bei | 0     | 10    | 20    | 30    | 50    | 70    | 100° C                 |                    |
|     | 0,029 | 0,023 | 0,019 | 0,016 | 0,013 | 0,012 | 0,011 m <sup>3</sup> , | bezogen auf 0° C   |
|     |       | 0,024 | 0,020 | 0,018 | 0,015 | 0,015 | 0,015 m <sup>3</sup> , | „ auf die vor-     |
|     |       |       |       |       |       |       |                        | handene Temperatur |

Bei den in Kreiselpumpen beobachteten Anfressungen des Materials spielen auch, wie im Abschnitt 80a an einigen Beispielen gezeigt werden

<sup>1</sup> Landolt-Börnstein: Physikalisch-chemische Tabellen. Berlin: Julius Springer 1931.

wird, elektrische Spannungsunterschiede eine Rolle, da sich im Wasser häufig Säuren oder Salze gelöst befinden, die zusammen mit den verschiedenen zur Verwendung gelangten Metallen — neben ihrem rein chemischen Einfluß — elektrolytische Wirkungen hervorrufen.

## B. Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit.

### 4. Allgemeine Regeln. Satz von Bernoulli.

Obwohl tatsächlich jede Flüssigkeit zwischen ihren einzelnen Theilchen und insbesondere an der Kanalwand Reibungskräften unterworfen ist, so sollen doch zunächst die Strömungsvorgänge einer idealen Flüssigkeit, die keine Zähigkeit, also auch keine Reibung besitzt, betrachtet werden. Reibungsfreiheit schließt auch alle Verluste aus, die erst mittelbar durch die Reibung bedingt sind (vgl. Abschnitt 13 bis 16), beispielsweise die Verluste durch Richtungs- und Querschnittsänderung. Aus diesem Grunde bewegt sich ein beliebiger Körper in einer idealen Flüssigkeit vollkommen widerstandsfrei, beispielsweise also die Schaufel eines Kreisrades. Infolge der fehlenden Zähigkeit können auch keine Schubkräfte entstehen, die nötig sind, um die Wasserteilchen in Drehung zu versetzen, d. h. Wirbel hervorzurufen. Wir haben es also mit wirbelfreien Strömungen oder sog. Potentialströmungen zu tun.

Die Strömung sei ferner stationär, d. h. die Bahnen der einzelnen Wasserteilchen bleiben unverändert und stimmen mit den sog. Stromlinien überein, deren Tangenten überall in der Richtung der Geschwindigkeit liegen. Das durch einen beliebigen Querschnitt  $F$  in der Zeiteinheit durchfließende Flüssigkeitsvolumen  $Q$  ist dann unveränderlich, so daß die Kontinuitätsgleichung besteht:

$$Q = Fc = \text{Const.} \quad (1)$$

Ist die Geschwindigkeit  $c$  über den Querschnitt  $F$  veränderlich, so gilt diese Gleichung für Stromröhren kleinsten Querschnitts. Unter einer Stromröhre wird die Gesamtheit der Strombahnen verstanden, die durch eine geschlossene Kurve hindurchgehen.

Satz von Bernoulli. Jedes Wasserteilchen einer Strömung besitzt eine gewisse Energie, die sich aus folgenden drei Teilen zusammensetzt:

a) **Energie der Lage.** Diese rührt vom Eigengewicht  $G$  des betrachteten Theilchens her. Wählt man eine beliebige waagrechte Ebene unterhalb des Kanals als Bezugsebene und besitzt das Theilchen den Abstand  $z$  von dieser, so ist gegenüber der Bezugsebene eine Arbeitsfähigkeit vorhanden im Betrage von  $G \cdot z$ .

b) **Energie des Druckes.** Auch der Druck  $p$  befähigt zur Arbeitsleistung, was schon daraus ersichtlich ist, daß das Theilchen vermöge dieses Druckes auf die Höhe  $p/\gamma$  gehoben werden könnte ( $p$  in  $\text{kg/m}^2$ ), entsprechend dem Energiebetrage  $G \cdot p/\gamma$ . Die Länge  $p/\gamma$  bezeichnet man als Druckhöhe.

c) **Energie der Bewegung.** Vermöge seiner Geschwindigkeit  $c$  könnte das Teilchen, wenn es in senkrechter Richtung abgelenkt würde, seine Entfernung von der Bezugsebene vergrößern um  $c^2/2g$ , wo  $g$  die Erdbeschleunigung bedeutet, also die Arbeit  $G \cdot c^2/2g$  leisten. Die Größe  $c^2/2g$  bezeichnet man als Geschwindigkeitshöhe.

Der gesamte Energieinhalt des Teilchens beträgt somit

$$E = Gz + G \frac{p}{\gamma} + G \frac{c^2}{2g} = G \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} \right).$$

Da Reibung fehlt, so bleibt dieser Energieinhalt unveränderlich, falls keine Arbeit übertragen wird. Also besteht die Beziehung

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = \text{Const.} \quad (2)$$

Diese Gleichung drückt den Satz von Bernoulli aus, wonach in einer reibungsfreien Flüssigkeit längs der ganzen Strömung die Summe aus geodätischer Höhe, Druckhöhe und Geschwindigkeitshöhe konstant bleibt. Die linke Seite von Gl. (2) stellt den Energieinhalt von 1 kg Flüssigkeit dar.

Handelt es sich um eine Strömung parallel zu einer waagrechten Ebene, so bleibt  $z$  unverändert und man kann Gl. (2) auch schreiben:

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = \text{Const.} \quad (2a)$$

Jeder Abnahme des Druckes steht also eine entsprechende Zunahme der Geschwindigkeit gegenüber und umgekehrt. An Stellen niederen Druckes muß demnach die Geschwindigkeit größer sein als an Stellen hohen Druckes der Flüssigkeit.

Die Gln. (2) und (2a) gelten allgemein nur für ein und dasselbe Flüssigkeitsteilchen auf seinem ganzen Wege und wegen des angenommenen stationären Charakters der Strömung auch für den ganzen Stromfaden. Trifft man noch die weitere Bestimmung, daß beim Eintritt in den betrachteten Kanal sämtliche Flüssigkeitsteilchen den gleichen Energieinhalt besitzen, so gilt die Bernoullische Gleichung für die ganze Flüssigkeit. Eine solche Strömung, bei der alle Wasser- teilchen den gleichen Energieinhalt besitzen, hat unter anderem die besondere Eigenschaft, auf deren Nachweis hier nicht eingegangen werden soll, daß sie wirbelfrei ist, d. h. die einzelnen Teilchen keine Drehbewegung ausführen<sup>1</sup>. Wie eingangs erwähnt, liegt Drehungsfreiheit bei reibungsfreien Strömungen stets vor. Die Bernoulli-Gleichung ist hier also immer erfüllt.

## 5. Wirbelfreie Strömung in ebenen Kanälen.

Die Stromlinien sollen in parallelen Ebenen liegen; ferner sei in senkrechter Richtung zu diesen Ebenen der Strömungszustand überall der gleiche. Es handle sich also um eine ebene Strömung. Wir werden

<sup>1</sup> Lamb: Lehrbuch der Hydrodynamik, Leipzig u. Berlin 1931, deutsch von Elise Helly.

den Verlauf der Strömung auf zweierlei Weise zu beschreiben versuchen. Einerseits werden wir auf analytischem Weg Druck und Geschwindigkeit in jedem Punkte bestimmen, und andererseits auf zeichnerischem Weg die Stromlinien, das Strombild, ermitteln, das ein recht anschauliches Bild der Strömung gibt. Wir stellen das Strombild dar, indem wir die ganze Strömung in Teilströme (Stromröhren) derart zerlegen, daß jeder Teilstrom die gleiche Wassermenge führt, und die Stromlinien, welche diese Stromröhren begrenzen, aufzeichnen. Je größer der Abstand der Stromlinien ist, um so kleiner ist die Geschwindigkeit und um so größer der Druck.

Die Anschaulichkeit dieses Bildes können wir erhöhen, indem wir eine Schar von Kurven, welche die Stromlinien stets senkrecht schneiden, d. h. ihre Normallinien, einzeichnen. Diese sind gleichzeitig Linien gleichen Potentials (S. 17), aber nicht etwa gleichen Drucks oder gleicher Geschwindigkeit. Die Heranziehung der Normallinien bildet auch eine Erleichterung bei der Bestimmung des Strombilds, weil sie die Richtung des Krümmungshalbmessers der Stromlinien angeben.

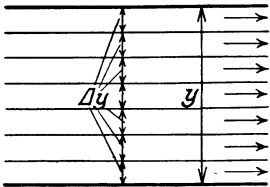


Abb. 7. Geradliniger Kanal mit rechteckigem Querschnitt.

Die Geschwindigkeiten und also auch die Strombilder sind unabhängig davon, ob die Strömung in waagrechten oder in geneigten Ebenen erfolgt, solange keine freie Oberfläche vorhanden ist, weil im Innern einer Flüssigkeit der Einfluß der Schwerkraft ausgeschaltet ist. Nur die Drücke ändern sich. Wir wollen nun der Einfachheit halber annehmen, daß die Änderung der Höhenlage  $z$  der einzelnen Wasserteilchen auf ihrem Weg durch den Kanal gegenüber den Druckänderungen vernachlässigt werden kann. Diese Voraussetzung ist jedenfalls bei Strömungen innerhalb der Lauf- und Leitkanäle einer Kreiselpumpe fast stets mit genügender Genauigkeit erfüllt, obwohl sie streng nur für waagrechte Kanäle zutrifft. Es gilt also Gl. (2a), die wir in der Form schreiben:

$$\frac{p}{\gamma} + \frac{c^2}{2g} = \frac{p_I}{\gamma} + \frac{c_I^2}{2g}. \quad (3)$$

Die Größen mit dem Fußzeichen  $I$  beziehen sich auf einen beliebig ausgewählten Punkt des Kanals.

a) **Geradliniger Kanal mit unveränderlichem Querschnitt.** Gemäß Gl. (1) ist  $c$ , also auch  $p$  konstant. Hat der Kanal rechteckigen Querschnitt, so erhält man offenbar das Strömungsbild, wenn man die Höhe  $y$  des Kanals in ebensoviel gleiche Teile  $\Delta y$  teilt, als Stromröhren beabsichtigt sind und durch die Teilpunkte die Parallelen zur Kanalbegrenzung zieht (Abb. 7).

b) **Gekrümmter Kanal konstanten Querschnitts und konstanter Krümmung.** Es handle sich um einen in sich geschlossenen Kanal, also eine Strömung im Rotationshohlraum, die in Ebenen senkrecht zur Achse erfolgt und wobei offenbar die Strombahnen einen gemeinsamen Krümmungsmittelpunkt haben. Infolge der Krümmung der

Strombahnen entstehen Zentrifugalkräfte der Wasserteilchen, die einen mit zunehmendem Abstand  $\varrho$  von der Krümmungsachse (Abb. 8) zunehmenden Druck hervorrufen. Der Zunahme des Druckes muß nach Gl. (3) eine Abnahme der Geschwindigkeit entsprechen, die demnach über den Querschnitt nicht mehr gleichmäßig verteilt sein kann.

Schneiden wir aus dem Kanal durch zwei den sehr kleinen Winkel  $d\varphi$  einschließende Axialebenen und zwei Zylinderflächen vom Halbmesser  $\varrho$  und  $\varrho + d\varrho$  das sehr kleine Element  $ABCD$  (Abb. 8), mit der Höhe  $b$ , heraus, so ist dessen Volumen, wenn die unendlich kleinen Größen höherer Ordnung vernachlässigt werden,  $b\varrho d\varphi d\varrho$ , also seine

Masse  $dm = \frac{\gamma}{g} b\varrho d\varphi d\varrho$  und seine Zentrifugalkraft

$$dC = dm \frac{c^2}{\varrho} = \frac{\gamma}{g} c^2 b d\varphi d\varrho.$$

Dieser entspricht die Druckzunahme auf dem Wegelement  $d\varrho$

$$dp = \frac{dC}{df} = \frac{dC}{b\varrho d\varphi} = \frac{\gamma}{g} \frac{c^2}{\varrho} d\varrho. \quad (3a)$$

Andererseits ergibt die Ableitung der Gl. (3)

$$\frac{1}{\gamma} dp + \frac{cd c}{g} = 0, \quad (3b)$$

so daß nach Elimination von  $dp$

$$\frac{d\varrho}{\varrho} + \frac{dc}{c} = 0. \quad (4)$$

Daraus folgt durch Integration, wenn zur Bestimmung der Integrationskonstanten am Außenrand, also für  $\varrho = \varrho_I$ , gesetzt wird  $c = c_I$ :

$$\ln \frac{\varrho}{\varrho_I} = \ln \frac{c_I}{c},$$

also

$$\varrho c = \varrho_I c_I = K, \quad (5)$$

wobei  $K$  eine Konstante.

Die Größe  $\varrho c$  stellt das Geschwindigkeitsmoment oder den Drall der Flüssigkeit für die Masse 1 dar. Das Gesetz der Gl. (5), das auch als Flächensatz bezeichnet wird, drückt also aus, daß in einer wirbelfreien Strömung mit gemeinsamem Krümmungsmittelpunkt der Stromlinien das Geschwindigkeitsmoment oder der Drall konstant ist.

Die Geschwindigkeit  $c$  verteilt sich gemäß diesem Gesetz nach einer gleichseitigen Hyperbel mit der Drehachse als Asymptote (Abb. 8). Sie wächst also mit abnehmendem Radius  $\varrho$  sehr stark und würde in der Drehachse sogar unendlich groß werden.

Die damit verbundene Drucksenkung  $\Delta p = p_I - p$ , gerechnet vom Druck  $p_I$  am Außenrand ab, läßt sich mit Hilfe von Gl. (3) ausrechnen, wenn dort  $c$  aus Gl. (5) eingesetzt wird. Man erhält:

$$p_I - p = \Delta p = \gamma \frac{K^2}{2g} \left( \frac{1}{\varrho^2} - \frac{1}{\varrho_I^2} \right). \quad (6)$$

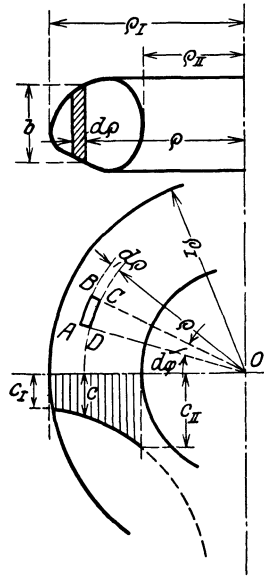


Abb. 8. Gekrümmter Kanal konstanten Querschnitts und konstanter Krümmung.

Der Druck nimmt also, wie zu erwarten, mit abnehmendem  $\varrho$  ab und würde mit  $\varrho = 0$  sogar gleich  $-\infty$  werden. Da der Druck aber (vgl. Abschn. 2) nicht einmal gleich Null werden kann, sondern höchstens gleich dem Dampfdruck  $p_d$  des Wassers, so wird bei unverändertem Druck  $p_r$  am Außenrand, von einem gewissen Halbmesser  $\varrho_{\min}$  ab, an dem  $p = p_d$  ist, Hohlraumbildung eintreten. Der Wert von  $\varrho_{\min}$  ist aus Gl. (6) zu errechnen.

Fassen wir aber die behandelte „ideale“ Flüssigkeit als nicht verdampfbar und beliebig zugfest auf, so daß also keine Hohlraumbildung eintritt, so wird das in der Drehachse liegende Teilchen eine Drehbewegung mit unendlich großer Winkelgeschwindigkeit ausführen, d. h. die Achse wird eine Wirbelinie bilden. Deshalb bezeichnet man diese Strömung auch als Potentialwirbel, obwohl sie bis auf diesen singulären Punkt wirbelfrei ist<sup>1</sup>. Das Strombild ist in Abb. 9 gezeichnet. (Dieses stimmt mit dem einer reinen Radialströmung, d. h. einer Quelle überein, wenn Strom- und Normallinien ihre Rollen vertauschen und bis zur Mitte ergänzt werden. Diese Vertauschung zwischen Strom- und Normallinien ist in jeder ebenen Potentialströmung zulässig.)

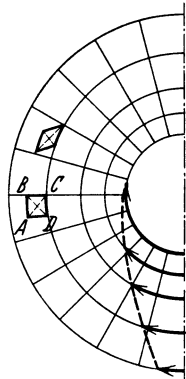


Abb. 9. Strombild eines Potentialwirbels (bzw. einer Quelle).

c) **Gekrümmter Kanal mit veränderlichem Querschnitt.** Gl. (5) und (6) gelten nur, wenn alle Wasserbahnen einen gemeinsamen Krümmungsmittelpunkt haben. Dies ist in verhältnismäßig wenigen Ausnahmefällen und nicht einmal in einem Rohrkrümmer der Fall (Abb. 14). Wie unrichtig die allgemeine Anwendung der Gl. (5) sein würde, zeigt die Strömung in einem sich verengenden Kanal nach Abb. 13, in dem offenbar die Bahnen im allgemeinen gekrümmt sind bis auf den mittleren Wasserfaden, für den  $\varrho = \infty$ , also nach Gl. (5) die Geschwindigkeit gleich Null sein müßte.

<sup>1</sup> Obwohl die Stromlinien gekrümmt sind, ist die betrachtete Strömung doch drehungs-, d. h. wirbelfrei. Da nämlich die Geschwindigkeit des Wassers an der Kante  $AB$  des Elements (Abb. 8) nach Gl. (4) kleiner ist um  $-dc = c \frac{d\varrho}{\varrho}$  als an der inneren Kante  $CD$ ,

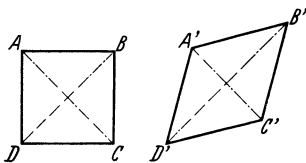


Abb. 10. Verformung eines ursprünglich quadratischen Elements in der wirbelfreien Strömung.

so führen die Kanten  $AD$  und  $BC$  eine relative Drehung aus entgegengesetzt dem Drehsinn der Strömung mit der Winkelgeschwindigkeit  $-\frac{dc}{d\varrho} = \frac{c}{\varrho}$ , also gleich, aber entgegengesetzt der Winkelgeschwindigkeit der beiden anderen Kanten  $AB$  und  $CD$ , so daß das arithmetische Mittel der Winkelgeschwindigkeit zweier nicht paralleler Kanten, d. h. die Drehgeschwindigkeit des ganzen Elements gleich Null ist. Die Krümmung der Bahnform wird also durch eine Rückwärtsdrehung radial gerichteter Schwimmkörper ausgeglichen. Ein quadratisches Element wird sich bei Drehung im Uhrzeigersinn, wie in Abb. 9 und 10 angegeben, verändern, d. h. aus dem Quadrat wird ein Rhombus; aber seine Diagonalen bleiben parallel.



Damit im Kanal mit veränderlichem Querschnitt die Strömung in allen Teilen eben bleibt, muß sich strenggenommen die Änderung auf die Querschnittsabmessung parallel zur Krümmungsebene beschränken, also der Kanal seitlich durch Ebenen parallel zur Krümmungsebene begrenzt sein. Doch sind die folgenden Ableitungen zum Teil auch für Kanäle beliebig veränderlichen Querschnitts anwendbar, wenn nur die Geschwindigkeitskomponente in der Krümmungsebene berücksichtigt wird.

Obwohl der Krümmungsmittelpunkt  $O$  (Abb. 11) der Stromfäden seine Lage ändert, kann Gl. (4) doch benutzt werden, wenn beachtet wird, daß dort  $d\varrho$  den Abstand zweier benachbarter Stromfäden bedeutet. Die Normallinien sind jetzt im allgemeinen gekrümmte Linien, und  $y$  stelle die in die Gerade abgewinkelte Länge  $EA$  der Normallinie vom äußeren Rand bis zu dem betrachteten Punkt  $A$  dar, so daß also  $dy$  positiv ist, wenn nach dem Krümmungsmittelpunkt hin fortgeschritten wird. Dann ist offenbar  $d\varrho = -dy$  zu setzen, so daß Gl. (4) jetzt lautet:

$$-\frac{dy}{\varrho} + \frac{dc}{c} = 0. \quad (7)$$

Es liegen also drei Veränderliche, nämlich  $c$ ,  $y$  und  $\varrho$ , vor. Wird die Integration längs der betrachteten Normallinie von  $E$  bis  $A$  ausgeführt und bezeichnet  $c_I$  wieder die Geschwindigkeit am Außenrand, also für  $y = 0$ , so ergibt sich

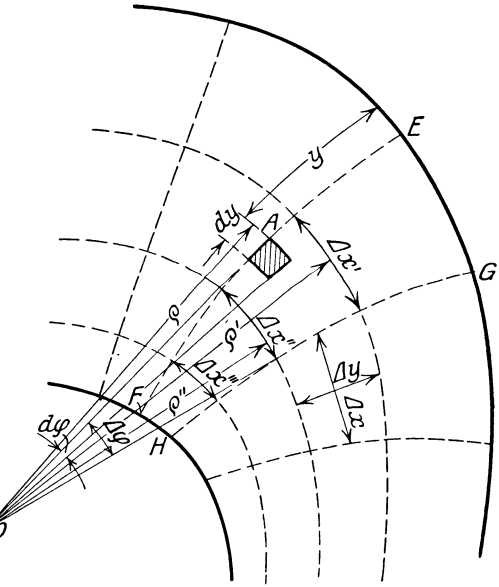


Abb. 11. Ebene Strömung bei veränderlichem Krümmungsmittelpunkt.

$$\ln \frac{c}{c_I} = \int_0^y \frac{dy}{\varrho} \quad (8)$$

oder

$$c = c_I e^{\int_0^y \frac{dy}{\varrho}}. \quad (9)$$

Um das Strombild zu bestimmen, wird man dieses zunächst schätzungsweise zeichnen und daraus die zusammengehörigen Werte von  $y$  und  $\varrho$  entnehmen<sup>1</sup>. Man berechnet dann den Verlauf des Integrals  $\int_0^y \frac{dy}{\varrho}$

<sup>1</sup> Vgl. auch Flügel: Ein neues Verfahren der graphischen Integration, angewandt auf Strömungen usf. Dissertation, Oldenbourg 1914 oder Z. ges. Turbinenwes. 1915 S. 73.

als Fläche unter der Linie der Werte  $1/\varrho$  (Abb. 12), und zwar am besten tabellarisch durch Zerlegung in Teilflächen. Da nun die durch eine beliebige, abgewinkelte Länge  $y$  bei der Kanalbreite  $b$  hindurchtretende Wassermenge

$$Q = \int_0^y bc \, dy = bc_I \int_0^y e^{\int_0^y \frac{dy}{\varrho}} \, dy, \quad (10)$$

so kann der Verlauf von  $Q/c_I$  — oder bei Hereinnahme der unbekanntenen Konstanten  $c_I$  in den Maßstab — der Verlauf von  $Q$  aufgetragen werden (Abb. 12). Daraus erhält man die korrigierten Breiten  $\Delta y$  der Stromröhren, wenn man die Endordinate  $BD$ , die die gesamte durchfließende Wassermenge darstellt, in ebenso viele gleiche Teile teilt, als

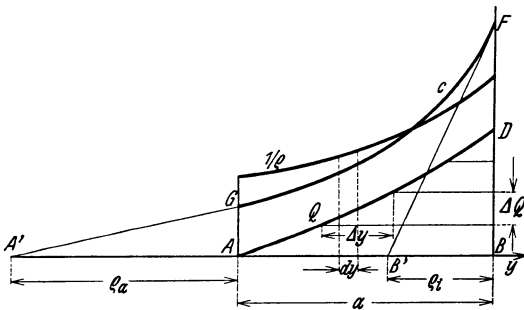


Abb. 12. Diagramm zur Ermittlung des Strombildes Abb. 11.

bestimmen, daß man zunächst die Konstante  $c_I$  aus der Bedingung ermittelt, daß die Endordinate  $BD$  gleich der gesamten Durchflußmenge sein muß und dann Gl. (9) benutzt, wobei der Wert der Potenz aus den vorausgegangenen Rechnungen übernommen werden kann.

Die Untersuchung läßt sich vereinfachen, wenn man die Werte  $Q$  und  $c$  (unter Benutzung des Rechenschiebers oder des im Handel befindlichen Papiers mit logarithmischer Teilung<sup>1</sup>) in logarithmischem Maßstab aufträgt, weil dann das Ausrechnen der Potenzen sich erübrigt<sup>2</sup>. — Man kann auch (unter Verzicht auf diese Vereinfachung) die Richtigkeit der erhaltenen  $c$ -Linien nachprüfen, wenn man davon Gebrauch macht<sup>3</sup>, daß ihre Subtangente gleich dem zugehörigen Krümmungshalbmesser  $\varrho$  ist, was sich ohne weiteres aus Gl. (9) bei Bildung des Ausdruckes  $c : (dc/dy)$  ergibt. Sind beispielsweise  $\varrho_a$  und  $\varrho_i$  die Krümmungshalbmesser der Wand in den Endpunkten der betrachteten Normallinie, so muß in Abb. 12 sein  $\overline{AA'} = \varrho_a$ ,  $\overline{BB'} = \varrho_i$ .

<sup>1</sup> Hergestellt von der Firma Carl Schleicher & Schüll, Düren (Rhld.).

<sup>2</sup> Das Verfahren ist von Klosterhalfen in Z. angew. Math. Mech. Bd. 6 (1926) S. 62ff. an Hand einer zeichnerischen Tafel noch weiter entwickelt und vereinfacht.

<sup>3</sup> Bauersfeld: Die Konstruktion der Francis-Schaukel nach der Lorenzschen Turbinentheorie und ihre Eigenschaften. Z. VDI 1912 S. 2046.

Stromröhren vorgesehen sind, und die Teilpunkte auf die  $Q$ -Linie überträgt. Das gleiche Verfahren wird für mehrere Normallinien durchgeführt und so lange wiederholt, bis sich keine nennenswerten Verschiebungen der Stromlinien mehr ergeben.

Die Geschwindigkeitsverteilung kann man anschließend in der Weise

Eine weitere wertvolle Kontrolle, die insbesondere auch den ersten Entwurf des Strombildes erleichtert, bildet das im nachstehenden abgeleitete Ähnlichkeitsgesetz.

Die Ähnlichkeit des Strombildes der ebenen Strömung in den kleinsten Teilen<sup>1</sup>. Wir beschränken uns wieder auf Kanäle rechteckigen Querschnitts und gleicher Querschnittsbreite (senkrecht zur Krümmungsebene), also auf Strömungen zwischen parallelen Ebenen. Da jede Stromröhre die gleiche Wassermenge  $\Delta Q$  führt, so muß ihre Weite  $\Delta y$  der Gleichung genügen:

$$\Delta y \cdot c = \frac{\Delta Q}{b} = \text{const.} \quad (11)$$

Mit Rücksicht darauf, daß  $\Delta y$  klein ist, kann für die einzelne Stromröhre in jedem Querschnitt ein gemeinsamer Krümmungsmittelpunkt sämtlicher Stromlinien angenommen und damit die für diesen Fall geltende Gl. (5) angewandt werden. Wir betrachten die Verhältnisse längs einer beliebigen Normallinie  $GH$  (Abb. 11) und bezeichnen in den Schnittpunkten dieser Normallinie mit zwei aufeinanderfolgenden Stromlinien die Geschwindigkeiten mit  $c'$  und  $c''$ , die Krümmungshalbmesser mit  $\varrho'$  und  $\varrho''$ . Dann ist nach Gl. (5)

$$\varrho' c' = \varrho'' c'' \quad (11a)$$

oder, wenn mit dem zu dem benachbarten Kurvenviereck gehörigen Zentriwinkel  $\Delta\varphi$  multipliziert wird,

$$\varrho' \Delta\varphi c' = \varrho'' \Delta\varphi c'',$$

also weil  $\varrho' \Delta\varphi = \Delta x'$ ,  $\varrho'' \Delta\varphi = \Delta x''$ ,

$$\Delta x' \cdot c' = \Delta x'' \cdot c''.$$

Für die nächstfolgende Stromröhre ergibt sich sinngemäß

$$\Delta x'' \cdot c'' = \Delta x''' \cdot c'''$$

usw. Daraus kann geschlossen werden, daß allgemein gilt

$$\Delta x \cdot c = \text{const.} \quad (12)$$

Aus Gl. (11) und (12) folgt

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \text{const.} \quad (13)$$

Im Strombild einer ebenen Strömung bilden somit die unmittelbar benachbarten Stromlinien und Normallinien Rechtecke mit konstantem Seitenverhältnis, sofern diese Rechtecke genügend klein sind. Ist also eines dieser Vierecke ein Quadrat, so sind sämtliche Kurvenvierecke Quadrate.

Dieser Satz zeigt auch, daß die Strömung in gekrümmten Kanälen der Strömung in geradlinigen Kanälen in den kleinsten Teilen ähnlich ist; sie ist also das konforme Abbild der geradlinigen Strömung. Jede

<sup>1</sup> Vgl. v. Mises: Theorie der Wasserräder. Leipzig 1908; ferner Kaplan: Die zweidimensionale Turbinentheorie usw. Z. ges. Turbinenwes. 1912 S. 533.

ebene Strömung kann somit unter Benutzung der für die konforme Abbildung gültigen mathematischen Verfahren<sup>1</sup> aus einer anderen bekannten ebenen Strömung abgeleitet werden.

Besonders bequem ist es, für die Kurvenvierecke die quadratische Form zu wählen, weil dann deren einbeschriebene Kreise zu Hilfe genommen werden können (vgl. Abb. 14) und die Diagonalen aufeinander senkrecht stehen. Zieht man die Diagonallinien durch die einzelnen Quadrate des Netzes, so bilden die Schnittpunkte weitere Strom- und Normallinien.

Für praktische Zwecke ist das im Anschluß an Gl. (9) beschriebene Verfahren im allgemeinen vorzuziehen, weil es hier nicht nötig ist, die Kurvenvierecke so klein zu wählen, wie es das Ähnlichkeitsgesetz voraussetzt. Das erhaltene Liniennetz bleibt offenbar unverändert, wenn Strom- und Normallinien ihre Rolle vertauschen.

Neben den beschriebenen graphischen Verfahren ist auch der Weg des Versuchs zur Bestimmung des Strombildes der idealen Flüssigkeit möglich. Zwar hat die Strömung der wirklichen Flüssigkeit infolge der im Hauptabschnitt C behandelten Zähigkeitswirkungen ein ganz anderes Aussehen. Aber in der Anfahrperiode oder — was das gleiche ist — im schwingenden Zustand stellt sich das gewünschte Strombild ein. Man kann ferner das exakte Bild der Potentialströmung verwirklichen durch Benutzung der Analogie zwischen der Potentialströmung und einer Strömung mit großem Reibungswiderstand nach Hele-Shaw<sup>2</sup>, indem man die Strömung in sehr dünner Schicht zwischen zwei Glasplatten sichtbar macht. Eine weitere Möglichkeit bietet das von Prandtl und Kucharski vorgeschlagene Membrangleichnis (S. 111). Man heftet hierbei eine dünne Gummihaut längs der beiden Kanalränder fest und hebt den einen Rand parallel mit sich um eine gewisse Strecke senkrecht zur Zeichenebene. Die Stromlinien sind dann die Schichtlinien der sich einstellenden schrägen Fläche parallel zur Zeichenebene. Auch die Heranziehung einer Elektrizitätsströmung in dünner Platte nach D. Thoma<sup>3</sup> ist versucht worden. Dieses Verfahren benutzt die Möglichkeit der Vertauschung der Strom- und Normallinien.

Die experimentellen Verfahren sind teilweise wohl für Demonstrationszwecke geeignet; der Konstrukteur benutzt besser den zeichnerischen Weg.

Wichtig ist noch die Feststellung, daß man beliebige Strömungen durch Übereinanderlagern vereinigen und daraus neue Strömungs-

<sup>1</sup> Vgl. Fricke: Analytisch-Funktionentheoretische Vorlesungen. Leipzig 1900; W. Müller: Mathematische Strömungslehre. Berlin: Julius Springer 1928; W. Kaufmann: Hydromechanik Bd. I. Berlin: Julius Springer 1931; Rothe, Ollendorf, Pohlhausen: Funktionentheorie und ihre Anwendung in der Technik. Berlin: Julius Springer 1931; Hütte 26. Aufl. Bd. I S. 365.

<sup>2</sup> Vgl. Hele-Shaw: Trans. Instn. Naval Archit. Bd. 11 (1898); Z. VDI 1898 S. 1387; Versuchsbilder finden sich in Prasil: Techn. Hydrodynamik, S. 265 ff. Berlin: Julius Springer 1926. Die Firma Spindler & Hoyer, Göttingen, stellt Versuchsapparate nach Hele-Shaw her.

<sup>3</sup> Z. VDI 1911 S. 2007; Forschg. Ing.-Wes. Bd. 2 (1931) H. 10 S. 370.

formen entwickeln kann. Hierbei sind die Geschwindigkeiten wie Kräfte geometrisch (vektoriell) zu addieren. Dieses Verfahren gilt allgemein und ist auch auf nichtebene und nichtdrehsymmetrische Strömungen anwendbar<sup>1</sup>. Die resultierende Strömung erhält man bei ebenen Strömungen durch Ziehen der dem Richtungssinn entsprechenden Diagonale der von den Stromröhren gebildeten Kurvenvierecke.

**d) Geschwindigkeitspotential  $\Phi$  und Stromfunktion  $\Psi$ .** In Anlehnung an das Kräftepotential kann man versuchen, ein Geschwindigkeitspotential zu bilden, das dann, sofern  $c_x$  und  $c_y$  die Komponenten der Geschwindigkeit  $c$  in einer  $x$ - und  $y$ -Richtung sind, definiert sein müßte durch

$$c_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad c_y = \frac{\partial \Phi}{\partial y}. \quad (14)$$

Wählen wir, wie bisher, als  $x$ -Richtung die Stromlinien und als  $y$ -Richtung die Normallinien, so ist  $c_x = c$  und  $c_y = 0$ . In Richtung der Normallinien muß also, weil nach Gl. (14)  $\partial \Phi / \partial y = 0$  und  $x$  unverändert ist,  $\Phi$  konstant sein. Das setzt aber voraus, daß in der  $x$ -Richtung das Potentialgefälle  $d\Phi$  zwischen zwei benachbarten Normallinien das gleiche ist, d. h.

$$d\Phi = c dx = \text{konst.} \quad (15)$$

Dies ist nach Gl. (12) bei wirbelfreien Strömungen tatsächlich der Fall. Die beiden Gl. (14) sind also in wirbelfreien Strömungen erfüllt. Hier besteht tatsächlich ein Geschwindigkeitspotential<sup>2</sup>, und zwar ist längs jeder Normallinie dieses Potential konstant. Da nur wirbelfreie Strömungen ein Geschwindigkeitspotential haben, nennt man diese auch Potentialströmungen.

Da in Gl. (15)  $d\Phi$  eine Konstante ist, so ist auch für einen endlichen Abstand der Normallinien

$$\int_0^x c dx = \Delta \Phi = \text{konst.} \quad (16)$$

Das Integral auf der linken Seite dieser Gleichung nennt man das Linienintegral der Geschwindigkeit. Diese Größe wird später (S. 55) bei der Bildung des wichtigen Begriffs der Zirkulation gebraucht. Sie bedeutet nach Gl. (16) den Potentialunterschied zwischen zwei Normallinien.

In gleicher Weise können die Stromlinien als Linien gleicher Stromfunktion  $\Psi$  gebraucht werden, da sie die Strömung einer bestimmten sekundlichen Wassermenge  $Q = \Psi b$  abgrenzen. Die Stromfunktion  $\Psi$  gibt die Größe der Wassermenge an, die in einer Strömung von der Dicke  $b = 1$  zwischen einem gewählten Bezugspunkt (z. B. dem Ursprung eines Koordinatensystems) und der Stromlinie fließt. Sie hat die gleiche Dimension wie das Geschwindigkeitspotential  $\Phi$ . Aus Gl. (11) folgt

$$c = \frac{d\Psi}{dy}. \quad (17)$$

Diese Gleichung gilt aber offenbar — im Gegensatz zu Gl. (14) — für jede ebene Strömung, gleichgültig ob sie wirbelfrei ist oder nicht. Sie ließe sich, wie leicht zu zeigen, auch in der Form schreiben  $c_x = \partial \Psi / \partial y$ ,  $c_y = -\partial \Psi / \partial x$ , die der von Gl. (14) entspricht.

<sup>1</sup> Dies folgt aus der linearen Form der in der mathematischen Hydrodynamik verwendeten Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0,$$

wo  $u$ ,  $v$ ,  $w$  die Komponenten der Geschwindigkeit eines Punktes in der  $x$ - bzw.  $y$ - bzw.  $z$ -Richtung bedeuten.

<sup>2</sup> Dieses läßt sich auch als Stoßdruck deuten, vgl. Prandtl-Tietjens Bd. 1 S. 141. Berlin: Julius Springer 1929.

Man kann die Funktionen  $\Phi$  und  $\Psi$  vereinigen zu dem „komplexen Potential“  $F(z) = \Phi + i\Psi$ , das die Funktion einer komplexen Veränderlichen  $z$  darstellt und bei der Anwendung der konformen Abbildung eine große Rolle spielt. (Vgl. Fußnote 2 S. 328.) Es ist dann  $dF/dz = c_x - ic_y$ .

### 6. Einige bemerkenswerte Strombilder über ebene Strömung.

Abb. 13 zeigt das Strömungsbild für einen geraden Kanal mit veränderlicher Breite<sup>1</sup>. Die strichpunktierten Linien sind Linien

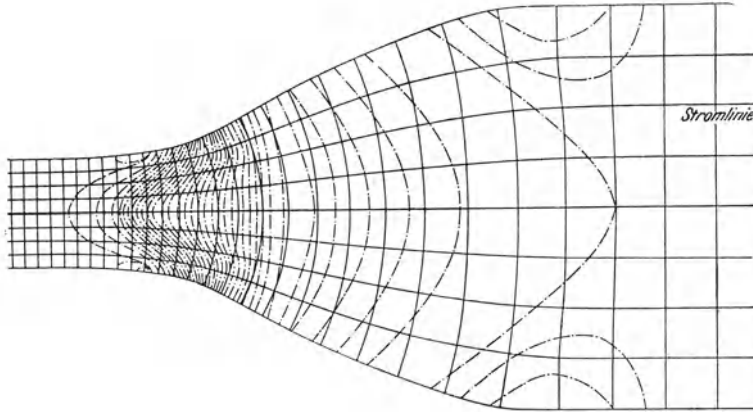


Abb. 13. Freie Strömung im geraden Kanal mit veränderlicher Breite.

gleicher Geschwindigkeit, also auch solche gleichen Druckes. Das Bild zeigt deutlich, daß die weitverbreitete Anschauung, Druck und Geschwindigkeit seien über den Kanalquerschnitt gleichmäßig verteilt, selbst dann unrichtig ist, wenn die Kanalachse geradlinig ist. Die Abweichungen sind am größten an den Stellen mit starker Wandkrümmung. Würde der Kanal eine scharfe vorspringende Kante besitzen, so müßten dort die Stromlinien sich zusammendrängen, also unendlich große Geschwindigkeiten entstehen, weil in Gl. (11a)  $\varrho' = 0$ .

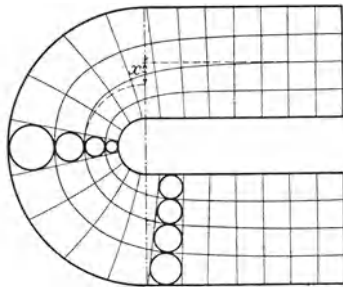


Abb. 14. Freie Strömung in einem Krümmer mit rechteckigem Querschnitt.

Ein Krümmer mit rechteckigem Querschnitt, der an beiden Enden in geradlinige Kanäle einmündet, ist in Abb. 14 dargestellt.

Würden die geraden und gekrümmten Kanalteile je für sich betrachtet, so müßten die geraden Kanalstrecken Stromlinien mit gleichmäßigem Abstand, der gekrümmte Kanal — wegen der ungleichen

<sup>1</sup> Entnommen aus Hochschild: Versuche über die Strömungsvorgänge in erweiterten und verengten Kanälen. Forschungsarb. Ing.-Wes. Heft 114 S. 35.

Geschwindigkeitsverteilung — Stromlinien mit ungleichem Abstand haben. Dann würde aber an den Übergangsstellen eine Unstetigkeit  $x$  im Verlauf der Stromlinien eintreten. Da dies unmöglich ist, so müssen schon im geraden Kanal vor und nach dem Krümmer die Stromlinien in die gekrümmte Form übergehen. Die Strömung in einem gekrümmten Kanal wirkt also auf die Strömung in den anschließenden geraden Strecken ein. Die Einwirkung wird, mathematisch ausgedrückt, erst im Unendlichen abklingen, tatsächlich aber schon in geringer Entfernung vor und hinter dem Krümmer nahezu verschwinden. Das Bild ist von grundlegender Wichtigkeit deshalb, weil danach zu vermuten ist, daß auch in einem Schaufelkanal am Aus- und Eintritt die Strömung im Mittel nicht die Richtung des letzten und ersten Schaufelelements besitzt, sondern so erfolgt, daß die Richtungsänderung verringert wird. Man ersieht daraus, daß beim Entwurf eines Strombildes die Anschlußkanäle mit in die Betrachtung einbezogen werden müssen.

Einen weiteren wichtigen Sonderfall der ebenen Strömung stellt die Zentralströmung oder Wirbelquelle dar, die durch Vereinigung des unter 5b behandelten Potentialwirbels mit einer Radialströmung, d. h. einer in der Achse befindlichen Quelle entsteht. Sie liegt bei-

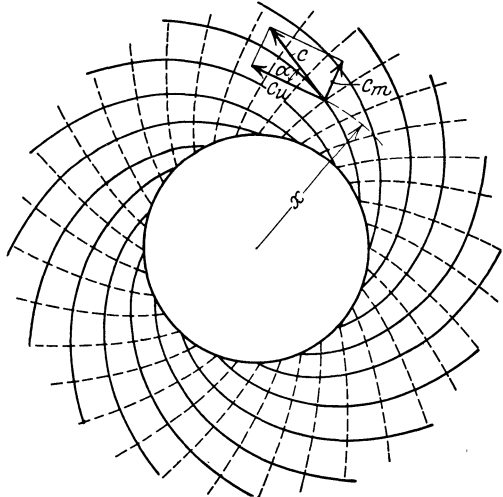


Abb. 15. Zentralströmung (Wirbelquelle) zwischen parallelen Wänden.

spielsweise am Umfang eines Kreisrades vor, da dort Wasser mit einer bestimmten radialen und tangentialen Geschwindigkeitskomponente austritt und zwischen parallelen Wänden weiterströmt (Abb. 15).

Für diese Strömung läßt sich nachweisen, daß die Neigungswinkel  $\alpha$  der Stromlinien gegen die Parallelkreise konstant sind, was dann auch für die Normallinien zutreffen muß. Beide Kurvenscharen sind also logarithmische Spiralen. Der Beweis ergibt sich aus folgender einfachen Betrachtung.

Bezeichnet man mit  $Q$  das sekundliche Wasservolumen, mit  $c_m$  und  $c_u$  die radiale und tangential Komponente der Geschwindigkeit im Radius  $x$  (Meridian- und Umfangskomponente), mit  $b$  die Kanalbreite, so gilt für die Radialströmung

$$Q = 2\pi x b c_m, \quad c_m = \frac{Q}{2\pi x b}$$

und andererseits für den Potentialwirbel nach dem Flächensatz Gl. (5) S. 11

$$c_u = \frac{K}{x},$$

also

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{c_m}{c_u} = \frac{Q}{K \cdot 2\pi b} = \text{Const.} \quad (18)$$

Auch die resultierende Geschwindigkeit  $c$  besitzt hier offenbar ein konstantes Geschwindigkeitsmoment.

## 7. Wirbelfreie Strömung in Rotationshohlräumen.

Der Strömungszustand ist hier längs eines Parallelkreises derselbe. Es ist üblich, diese Strömung darzustellen durch ihre Zirkularprojektion auf eine durch die Drehachse gelegte Ebene (Meridianschnitt), wobei dann allerdings nur die Geschwindigkeitskomponenten in bezug auf diese Meridianebene, die Meridiankomponenten  $c_m$ , in die Erscheinung treten, während die Umfangskomponenten  $c_u$  verschwinden (Abb. 16).

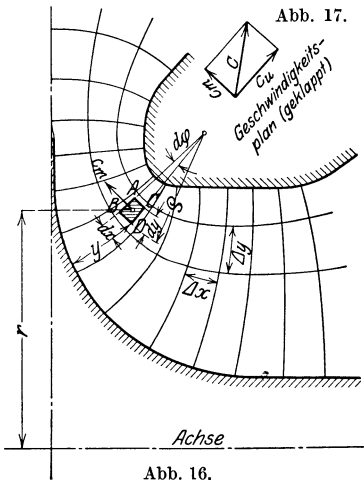


Abb. 16.

Abb. 16 und 17. Meridianschnitt durch eine wirbelfreie Strömung im Rotationshohlraum.

Abb. 17. Zirkularprojektion auf eine durch die Drehachse gelegte Ebene (Meridianschnitt), wobei dann allerdings nur die Geschwindigkeitskomponenten in bezug auf diese Meridianebene, die Meridiankomponenten  $c_m$ , in die Erscheinung treten, während die Umfangskomponenten  $c_u$  verschwinden (Abb. 16).

a) **Strömung ohne Umfangskomponente  $c_u$ .** Wir betrachten im Meridianschnitt den unendlich kleinen Ausschnitt  $ABDC$  (Abb. 16 und 17), dem ein Wasserring vom gleichen Querschnitt entspricht. Infolge der Krümmung der Bahn entstehen Zentrifugalkräfte, die eine Druckabnahme in Richtung der Krümmungsmittelpunkte bewirken. Mit den Bezeichnungen der Figur ist der Querschnitt des Ringes

$$df = dx \cdot dy = \varrho d\varphi \cdot dy$$

und damit die auf die Längeneinheit des Parallelkreises entfallende Zentrifugalkraft, wenn die Geschwindigkeit an der betrachteten Stelle gleich  $c_m$  ist,

$$dC = \frac{\gamma}{g} \cdot df \cdot \frac{c_m^2}{\varrho} = \frac{\gamma}{g} \cdot d\varphi \cdot dy \cdot c_m^2,$$

also die Druckzunahme auf die Länge  $dy$  der Normallinie

$$dp = \frac{dC}{dx \cdot 1} = \frac{dC}{\varrho d\varphi} = \frac{\gamma}{g} \frac{c_m^2}{\varrho} dy,$$

die aber negativ zu setzen ist, falls die positiven  $y$ -Werte nach dem Krümmungsmittelpunkt hin, also entgegengesetzt zu  $dC$  gerichtet sind, was im Einklang mit den früheren Betrachtungen angenommen werden soll.



Wird diese Gleichung wieder mit der Ableitung der Energiegleichung vereinigt, d. h. entsprechend Gl. (3b) S. 11, mit

$$\frac{1}{\gamma} dp + \frac{c_m \cdot dc_m}{g} = 0,$$

so erhält man die Differentialgleichung

$$-\frac{dy}{e} + \frac{dc_m}{c_m} = 0, \quad (19)$$

die vollkommen mit der für ebene Strömungen erhaltenen Gl. (7) übereinstimmt. Demnach gilt auch für die Bestimmung der Geschwindigkeit die frühere Gl. (9)

$$c_m = c_{mI} e^{\int_0^y \frac{dy}{e}} \quad (19a)$$

Das Fußzeichen  $I$  bezieht sich wieder auf den Kanalrand, von dem aus  $y$  gemessen wird, also auf die nicht auf der Seite des Krümmungsmittelpunktes liegende Begrenzung. Mit der Geschwindigkeit ist auch der Druck aus Gl. (3) S. 10 bestimmt.

Für das Aufzeichnen des Strombildes gelten aber jetzt andere Regeln als beim ebenen Kanal, denn die Gleichheit der Wassermenge  $\Delta Q$  der einzelnen Stromröhre führt, da

$$\Delta Q = 2\pi r \Delta y c_m,$$

zu folgender Bedingungsgleichung an Stelle von Gl. (11)

$$r \Delta y c_m = \text{Const}, \quad (20)$$

und weil andererseits Gl. (12) bestehen bleibt, so gilt für die Kurvenvierecke des Strombildes

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = r \cdot \text{const}. \quad (21)$$

Im Meridianschnitt bilden also die Stromlinien mit den Normallinien Rechtecke, deren Seitenverhältnis ihrer Entfernung von der Drehachse proportional ist. Die bei der ebenen Strömung bestehende Ähnlichkeit der Kurvenvierecke ist also nicht mehr vorhanden, vielmehr nähern sich die Stromlinien gegenseitig mit zunehmendem Abstand von der Drehachse, wie auch Abb. 16<sup>1</sup> zeigt.

Das Aufzeichnen des Strombildes erfolgt im übrigen nach dem gleichen Verfahren, wie S. 13 und 14 für die ebene Strömung angegeben wurde. Nur wird das Gesetz der Gl. (21) beim ersten Entwurf nicht mehr die gleichen Dienste leisten wie früher das Ähnlichkeitsgesetz<sup>2</sup>. Ferner tritt an Stelle von Gl. (9) die gleichlautende Gl. (19a) und an Stelle von Gl. (10) die Beziehung

$$Q = \int_0^y 2\pi r c_m dy = 2\pi c_{mI} \int_0^y r e^{\int_0^y \frac{dy}{e}} dy, \quad (22)$$

<sup>1</sup> Das Bild stellt den Ringraum des im Abschn. 88 berechneten Laufrades mit anschließendem Saug- und Druckraum dar.

<sup>2</sup> Vgl. auch Broszko: Z. VDI 1913 S. 679.

wobei  $r$  sich mit  $y$  verändert. Die Subtangente der  $c_m$ -Kurve sind auch hier gleich dem Krümmungshalbmesser  $\varrho$ . Experimentelle Verfahren sind hier zwar möglich<sup>1</sup>, aber wenig zweckmäßig.

b) **Strömung mit Umfangskomponente  $c_u$ .** Liegt neben der bisher betrachteten Meridianströmung auch ein Kreis um die Achse vor, so kann man die Strömung so entstanden denken, daß man über die Meridianströmung die Rotationsströmung lagert, d. h. die Geschwindigkeiten geometrisch und die Drücke zahlenmäßig addiert<sup>2</sup>. An den Meridiangeschwindigkeiten  $c_m$ , die jetzt die Komponenten der resultierenden Geschwindigkeit in der Meridianebene bedeuten, ändert sich dann nichts, folglich auch nichts an den vorstehend abgeleiteten Ergebnissen.

Offenbar kann die resultierende Strömung nur dann eine solche gleichen Energieinhalts sein, also der Bernoulli-Gleichung genügen, wenn die zu der wirbelfreien Meridianströmung hinzukommende kreisende Strömung ebenfalls wirbelfrei ist; daraus folgt, daß für die kreisende Strömung der Flächensatz gelten muß. Wenn  $c_u$  die Umfangskomponente im Halbmesser  $r$  bedeutet, so muß demnach sein:

$$c_u r = K. \quad (23)$$

Damit sind die Geschwindigkeiten  $c_u$  und unter Zuhilfenahme der Bernoulli-Gleichung die Drücke bekannt. Auch hier können mit abnehmendem  $r$  die Geschwindigkeiten  $c_u$  unzulässig anwachsen und damit der Druck unzulässig sinken. Deshalb muß bei Strömungen in Rotationshöhlräumen (z. B. Rohren) entweder die Entstehung des Kreisens des Wassers verhindert oder der Hohlraum an der Achse durch einen Kern ausgefüllt werden.

Eine Strömung im kreiszylindrischen Raum, bei der sich eine axiale Durchflußströmung mit konstanter Geschwindigkeit  $c_m$  über eine kreisende Bewegung lagert, bewegt sich nach Schraubenlinien, deren Neigungswinkel wegen der theoretisch unbegrenzt anwachsenden Umfangsgeschwindigkeit nach der Achse hin bis auf Null abnimmt.

## C. Strömung der wirklichen Flüssigkeiten.

### 8. Zähigkeit der Flüssigkeiten.

Es werde nun der Beantwortung der Frage nähergetreten, wie sich die Verhältnisse gestalten, wenn die Reibung berücksichtigt wird. Reibung ist stets vorhanden, weil jede Flüssigkeit eine gewisse, wenn auch häufig sehr kleine Zähigkeit besitzt. Die Zähigkeit verhindert, daß zwei Stromflächen 1 und 2 (Abb. 18), die in einem gewissen gegen-

<sup>1</sup> Vgl. H. Gerber: Experimentelle Methoden zur Ermittlung von Strömungsbildern. Escher Wyss Mitt. 1928 Nr. 6 S. 171ff. mit Anhang von Akeret. Das hier besprochene Verfahren leidet darunter, daß nicht die Stromlinien, sondern die Normallinien erhalten werden, die bei diesen räumlichen Strömungen mit den Stromlinien nicht mehr vertauschbar sind.

<sup>2</sup> Vgl. Prasil: Schweiz. Bauztg. 1903 S. 283.

seitigen Abstand  $\Delta y$  sich befinden, einen Geschwindigkeitsunterschied aufweisen können, ohne daß in den Stromflächen Schubspannungen, also Kräfte entstehen, die das Geschwindigkeitsbild beeinflussen. Schneidet man durch Ebenen senkrecht zu den beiden Stromflächen das Flüssigkeitselement  $ABCD$  so heraus, daß sein zu den Stromflächen paralleler Querschnitt gleich  $1 \text{ cm}^2$  ist, so sind die in den Endflächen  $AB$  und  $CD$  wirkenden Schubkräfte die Schubspannungen  $\tau$ . Letztere sind proportional dem Geschwindigkeitsunterschied  $\Delta v$  in den Endflächen und umgekehrt proportional dem Abstand  $\Delta y$  der Flächen, also

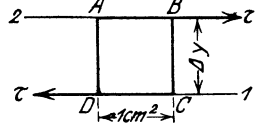


Abb. 18.

$$\tau = \eta \frac{\Delta v}{\Delta y}. \tag{1}$$

Der Beiwert  $\eta$  stellt offenbar diejenige Schubspannung dar, die bei einem Geschwindigkeitsunterschied  $\Delta v = 1 \text{ cm/s}$  im Abstand  $\Delta y = 1 \text{ cm}$  vorhanden ist. Man bezeichnet ihn als „Zähigkeit“ der Flüssigkeit.

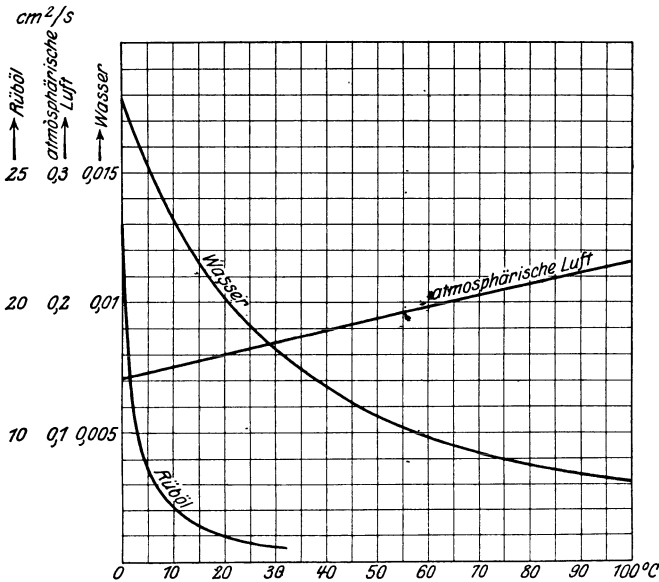


Abb. 19. Kinematische Zähigkeit  $\nu$  in  $\text{cm}^2/\text{s}$  für Wasser, Rüböl und Luft beim Druck  $1 \text{ kg/cm}^2$ .

Er besitzt die Dimension  $\frac{\text{Kraft} \times \text{Zeit}}{\text{Länge}^2}$ , also mit  $\text{m}$ ,  $\text{s}$ ,  $\text{kg}$  als Einheiten  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}$ . Vielfach findet man  $\eta$  in  $\text{Dyn} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}$  angegeben. Es ist dann zu beachten, daß  $\eta$  in  $\text{Dyn} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}$  das  $\frac{981\,000}{10\,000} = 98,1$ fache von  $\eta$  in  $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}$  beträgt.

Für praktische Zwecke bequemer ist die sog. „kinematische Zähigkeit“, nämlich Zähigkeit  $\eta$  durch Dichte  $\gamma/g$

$$\nu = \frac{\eta g}{\gamma}, \tag{2}$$

deren Dimension offenbar  $\frac{\text{Länge}^2}{\text{Zeit}}$  ist. Dieser Begriff ist deshalb besonders geeignet, weil die von den Schubkräften erzeugten Geschwindigkeitsänderungen umgekehrt proportional der Masse sind.

Sowohl die Zähigkeit  $\eta$  als auch die kinematische Zähigkeit  $\nu$  sind Zahlen, die für jede Flüssigkeit bestimmte Werte besitzen. Sie sind von der Temperatur und dem Druck abhängig. Der letztere Einfluß ist aber bei tropfbaren Flüssigkeiten verschwindend, so daß nur die Temperatur beachtet zu werden braucht. In Abb. 19<sup>1</sup> sind die Zahlenwerte der kinematischen Zähigkeit  $\nu$  in  $\text{cm}^2/\text{s}$  für Wasser, Rüböl und Luft in Abhängigkeit von der Temperatur aufgetragen. Bei Luft ist zu beachten, daß sich die Werte umgekehrt proportional dem Druck ändern.

Die Zähigkeit kann mit dem Englerschen Zähigkeitsmesser bestimmt werden und wird dann in Englergraden  $E$  erhalten. Daraus errechnet sich der Wert  $\nu$  in  $\text{m}^2/\text{s}$  angenähert nach der Formel von Ubbelohde<sup>2</sup>

$$10^6 \nu = 7,32 E - \frac{6,31}{E}. \quad (3)$$

### 9. Reynoldssches Ähnlichkeitsgesetz, Prandtl'sche Grenzschichttheorie.

Bei Strömungen der wirklichen Flüssigkeiten werden also nicht mehr bloß die Massenkräfte als Gegenkräfte gegen Druckänderungen wirksam sein, wie dies bei der idealen Flüssigkeit der Fall war, sondern es treten Zähigkeitskräfte als weitere innere Kräfte hinzu und werden das Strömungsbild mehr oder weniger gleichberechtigt beeinflussen. Je mehr die Zähigkeitskräfte hervortreten, um so mehr wird die Strömung von der einer idealen Flüssigkeit abweichen und umgekehrt. Kennzeichnend für die Strömung wird also das Verhältnis der Massen- zu den Zähigkeitskräften sein. Betrachtet man nun eine bestimmte Strömungsart beispielsweise um (oder durch) ein Rohr vom Durchmesser  $d$ , so werden verschiedene Werte von  $d$  ähnliche Strömungsbilder ergeben, wenn dieses Verhältnis der Massen- zu den Zähigkeitskräften bleibt. Ist  $c$  irgendeine Geschwindigkeit (bei Rohrströmungen im allgemeinen die mittlere Geschwindigkeit, d. h. Wassermenge durch Querschnitt), so wachsen im Fall der Ähnlichkeit die Massenkräfte proportional mit dem sog. Staudruck, also mit  $\frac{\gamma}{g} c^2$ , die Zähigkeitskräfte nach Gl. (1) proportional mit  $\eta \frac{\Delta v}{\Delta y}$ , also auch proportional mit  $\eta \frac{c}{d}$ , denn bei ähnlich bleibender Strömung ist der Wert  $\frac{\Delta v}{\Delta y}$  der Geschwindigkeit  $c$  direkt und der Größenabmessung  $d$  umgekehrt proportional. Das Verhältnis beider Kräfte ist also

$$Re = \frac{\frac{\gamma}{g} c^2}{\eta \frac{c}{d}} = \frac{cd}{\eta \frac{g}{\gamma}} = \frac{cd}{\nu}. \quad (4)$$

<sup>1</sup> Entnommen aus Blasius: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 131.

<sup>2</sup> Ubbelohde: Tabellen zum Englerschen Viskosimeter. 2. Aufl. Leipzig 1918, oder Hütte, 26. Aufl. Bd. I S. 354.

Man nennt diese Kennzahl  $cd/\nu$  die Reynoldssche Zahl, weil ihre Bedeutung zuerst von Osborne Reynolds<sup>1</sup> erkannt wurde. Sie ist dimensionslos. Bei Strömungen in beliebigen Kanälen oder um beliebige Körper stellt  $d$  in Gl. (4) irgendeine am Kanal bzw. Körper passend ausgewählte Länge dar.

Für genau geometrisch ähnliche Körper (bei denen also auch die etwaigen Oberflächenrauigkeiten geometrisch ähnlich sind) und für gleiche Reynoldssche Zahlen ist das Strömungsbild in allen Teilen ähnlich. Hierbei ist wichtig, daß die Art der Flüssigkeit, ob sie tropfbar oder gasförmig ist, keine Rolle spielt.

Dieses Ähnlichkeitsgesetz gestattet auch für den Strömungswiderstand wichtige Regeln abzuleiten. Während bei der idealen Flüssigkeit keine noch so ungünstige Kanalform einen Energieverlust verursachen kann, so entstehen mit dem Auftreten der Zähigkeit unbedingt Widerstände einmal durch das Haften der Flüssigkeit an der Wand, also die Wandreibung, sodann weil die Schubkräfte Drehbewegungen, also Wirbel erzeugen, deren Bewegungsenergie aus dem Energievorrat der Flüssigkeit bestritten werden muß. Zwar haben viele technisch wichtige Flüssigkeiten, z. B. Wasser oder Luft, eine so kleine Zähigkeit, daß sie sich dort, wo keine Wände sind, annähernd wie eine ideale Flüssigkeit verhalten. Aber das Haften an der Wand verursacht nach Prandtl<sup>2</sup> das Auftreten einer Grenzschicht, in der die Geschwindigkeit von dem Wert der reibungsfreien Bewegung auf Null herabgeht. Diese Grenzschicht ist offenbar nicht mehr drehungsfrei, und an Stellen, wo sie sich verbreitert, schieben sich Teile der Grenzschicht in die freie Flüssigkeit als Wirbel hinaus, die als „Fremdkörper“ unter Umständen den ganzen Strömungsvorgang verändern und jedenfalls Energie verbrauchen.

Für Strömungen, die in allen Teilen ähnlich sind, also auch für gleiche Reynoldssche Zahlen, muß der auf 1 kg der Flüssigkeit bezogene Energieverlust in mkg/kg, d. h. die Widerstandshöhe  $H_w$ , ausgedrückt in Meter Flüssigkeitssäule, ein Vielfaches der Geschwindigkeitshöhe  $c^2/2g$  sein.

$$H_w = \zeta \frac{c^2}{2g}. \quad (5)$$

Hierin ist für ähnliche Kanalformen der Beiwert  $\zeta$  eine Funktion der Reynoldsschen Zahl.

Die Gültigkeit des Ähnlichkeitsgesetzes ist durch eine große Zahl von Versuchen erhärtet<sup>3</sup>. Ihm unterliegt jeder Fließvorgang, sofern nicht die Schwerkraft eine erhebliche Rolle spielt (wie beispielsweise bei der Wellenbewegung) und keine Änderung des Aggregatzustandes,

<sup>1</sup> Reynolds, O.: Sci. Pap. Bur. Stand. Bd. 2 S. 5; Phil. Trans. Roy. Soc., Lond. Bd. 174 (1883) S. 935; Bd. 186 (1895) S. 123.

<sup>2</sup> Prandtl: Verh. d. 3. intern. Math.-Ver. Heidelberg 1905, Leipzig, oder Prandtl-Betz: Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik. Göttingen 1927.

<sup>3</sup> Wien-Harms: Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 4 2. Teil, Beitrag von Muttray und von Schiller.

insbesondere Hohlraumbildung durch Verdampfen (Kavitation) eintritt. Mit seiner Hilfe ist es beispielsweise auch möglich, Versuchsergebnisse an Modellen, z. B. Kreisrädern, auf große Ausführungen zu übertragen, gleichgültig ob die Versuche mit Luft oder Wasser angestellt sind. Es ist also dazu geeignet, Erfahrungsmaterial richtig zu ordnen und die Versuchsdurchführung zu erleichtern.

### 10. Strömungen in Rohren.

Zur Veranschaulichung des Ähnlichkeitsgesetzes betrachten wir den einfachsten Fall der Strömung, der aber technisch um so wichtiger ist, nämlich die Strömung in Rohrleitungen. In einem zylindrischen Rohr vom Durchmesser  $d$  wird, falls der Strömungszustand örtlich und zeitlich konstant ist, auch der Druckverlust infolge der Reibung überall gleich groß sein. Dann ist der Beiwert  $\zeta$  in Gl. (5) proportional der Länge  $l$  und umgekehrt proportional dem Durchmesser  $d$ , also der Reibungswiderstand

$$H_r = \lambda \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}, \quad (6)$$

wobei  $\lambda$  eine Funktion der Reynoldsschen Zahl und  $c$  wieder die mittlere Geschwindigkeit, d. h. der Quotient aus Durchflußmenge und Querschnitt bedeuten. — Wir können ferner den Druck über einen Rohrquerschnitt als konstant betrachten, da die Stromlinien im Mittel parallel zur Achse verlaufen; also seitliche Massenkräfte fehlen.

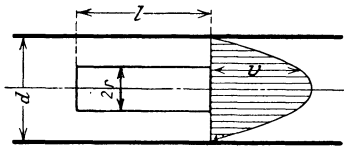


Abb. 20. Bandströmung (laminare Strömung).

a) **Kleine Reynoldssche Zahl, laminare Strömung (oder Bandströmung).** Diese schleichende Strömung, auch Hagen-Poiseuillesche Strömung<sup>1</sup> genannt, ist dadurch gekennzeichnet, daß die Zähigkeitskräfte überwiegen, so daß die Massenkräfte vernachlässigbar klein sind.

Um die Geschwindigkeitsverteilung über einen Rohrquerschnitt zu ermitteln, schreiben wir Gl. (1) in der Form

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dr}, \quad (7)$$

d. h. wir nehmen  $\Delta y = dr$  als unendlich klein an und berücksichtigen durch das negative Vorzeichen, daß die Geschwindigkeit nach dem Rand hin abnehmen wird.

Betrachten wir in der Strömung einen Kreiszyylinder vom Halbmesser  $r$  und der Länge  $l$  in m, dessen Achse mit der des Rohres zusammenfällt (Abb. 20), so wirkt auf dessen Endfläche der Druckunterschied  $\gamma H_r$ , also die Kraft  $\pi r^2 \gamma H_r$ , und an dessen Mantelfläche die Schubkraft  $\tau \cdot 2\pi r l$ .

Da beide Kräfte gleich sind, so ergibt sich

$$\tau = \gamma \frac{r H_r}{2l}, \quad (8)$$

<sup>1</sup> Vgl. Wien-Harms, Handbuch der Physik, Bd. 4 1. Teil S. 28.

d. h. die Schubspannung wächst proportional mit dem Abstand  $r$  von der Achse wie in einer kreisrunden gleichmäßig belasteten Platte. Die Vereinigung von Gl. (7) und (8) liefert

$$dv = -\frac{\tau \cdot dr}{\eta} = \frac{\gamma H_r}{2l\eta} r dr = \frac{g H_r}{2l\nu} r dr$$

oder nach Integration zwischen  $r = r$  und  $r = \frac{d}{2}$ , wobei in letzterem Fall wegen des Haftens an der Wand  $v = 0$  zu setzen ist,

$$v = \frac{g}{4\nu} \frac{H_r}{l} \left[ \left( \frac{d}{2} \right)^2 - r^2 \right]. \quad (9)$$

Demnach wächst die Geschwindigkeit  $v$  von der Wand nach der Mitte des Rohres gemäß einer Parabel. Da der Inhalt eines Rotationsparaboloids gleich dem eines Zylinders gleicher Grundfläche und halber Höhe ist, so wird die mittlere Geschwindigkeit

$$c = \frac{v_{\max}}{2} = \frac{g}{32\nu} \frac{H_r}{l} d^2 \quad (10)$$

oder

$$H_r = \frac{32\nu}{g} \frac{l}{d^2} c. \quad (11)$$

Der Gefällverlust  $H_r$  ist also der Geschwindigkeit proportional und dem Quadrat des Durchmessers umgekehrt proportional. Wird  $H_r$  aus Gl. (6) berechnet, so ist zu setzen

$$\lambda = 64 \frac{\nu}{dc} = \frac{64}{Re}, \quad (12)$$

wo  $Re$  die Reynoldssche Zahl.

Gl. (11) wird meist zur Bestimmung der Zähigkeit benutzt.

Für die laminare Strömung zwischen parallelen Wänden (Spalte) vom Abstand  $b$  erhält man bei einer beliebig herausgeschnittenen Spaltlänge  $l$  die entsprechenden Gleichungen (nach Abschn. 11) durch Einführung von  $d = \frac{4F}{U} = 4 \frac{lb}{2l} = 2b$ . Jedoch gibt hier die Wiederholung der obigen Ableitung

$$\lambda = \frac{96}{Re}. \quad (12a)$$

Die durch Gl. (8) bis (12) ausgedrückten Gesetze sind nur für verhältnismäßig kleine Rohrdurchmesser bei nicht zu großer Geschwindigkeit bestätigt. Osborne Reynolds hat an Versuchen mit Glasröhren durch Einführen von Farbstoff in die Achse nachgewiesen, daß der Farbstoff bei kleinen Geschwindigkeiten geradlinig blieb, während er sich bei größeren in Wellenform auflöste und über die ganze strömende Menge verteilte, die Strömung also turbulent wurde. Der laminare Charakter der Strömung besteht also nur bei kleinen Geschwindigkeiten und kleinen Querschnitten.

In einem glatten zylindrischen Rohr ist bei Reynoldsschen Zahlen

$$Re \equiv \frac{cd}{\nu} < 2320 \quad (13)$$

die Strömung stets laminar und geht auch wieder in eine laminare über, wenn vorher gestört wird. Die Zahl  $Re = 2320$  nennt man die kritische Reynoldssche Zahl. Ist  $Re > 2320$ , so müssen zur Erhaltung der laminaren Strömung Störungen sorgfältig vermieden werden. Je höher die Reynoldssche Zahl ist, desto kleinere Störungen genügen, um die Strömung turbulent zu machen. Bei  $Re > 3000$  kann stets mit Turbulenz gerechnet werden<sup>1</sup>. Doch ist die Verwirklichung der laminaren Strömung noch bis zu wesentlich höheren Kennziffern gelungen<sup>2</sup>.

Für Wasser von  $20^\circ \text{C}$  ( $\nu = 0,01 \text{ cm}^2/\text{s} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ) ist bei Zugrundelegung der Beziehung (13) die kritische Geschwindigkeit

$$c_{\text{krit}} = \frac{2320 \cdot 10^{-6}}{d} = \frac{0,0023}{d} \text{ in m/s,} \quad (14)$$

alls  $d$  in Metern eingesetzt wird. Beispielsweise ergibt sich für  $d = 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m}$   $c_{\text{krit}} = 0,116 \text{ m/s}$ . Man erkennt, daß in Kreiselpumpen bei Wasserförderung die Geschwindigkeiten weit oberhalb der kritischen liegen. Dagegen wird die Bewegung von Öl meist in das laminare Gebiet fallen, weil  $\nu$  etwa 300mal größer als bei Wasser gleicher Temperatur ist.

Die laminare Strömung wird von der Wandrauigkeit verschwindend wenig beeinflusst, so daß alle vorstehenden Ableitungen sowohl für glatte wie für rauhe Rohre gelten<sup>3</sup>.

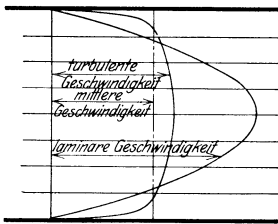


Abb. 21. Geschwindigkeitsverteilung bei laminarer und turbulenter Strömung für gleiche mittlere Geschwindigkeit im Kreisquerschnitt.

#### b) Große Reynoldssche Zahl ( $Re > 3000$ ), turbulente Strömung (Flechtströmung).

Bei diesem in Kreiselpumpen fast stets vorliegenden Strömungszustand tritt die Zähigkeit gegenüber der Trägheit zurück. Es müßte sich die freie Strömung ergeben, wenn die Bedingung des Haftens an der Wand, d. h. die Bildung einer Grenzschicht (vgl. S. 25) nicht hinzukäme. Aus der Grenzschicht, die laminar oder turbulent sein kann, lösen sich fortlaufend Flüssigkeitsteile in Form von Wirbeln ab, die von der Hauptströmung wieder beschleunigt werden, während gleichzeitig andere Teilchen von der Grenzschicht erfaßt und abgebremst werden. Dieser fortlaufende Flüssigkeitsaustausch bildet die eigentliche Ursache des Strömungswiderstandes. Er erstreckt sich über die ganze Strömung und klingt in der Achse allmählich ab, so daß sich über die geordnete Parallelbewegung eine unregelmäßig wirbelnde Nebenbewegung lagert. Die Loslösung des Hauptstroms von der Grenzschicht bewirkt, daß die Geschwindigkeit (d. h. der an einer bestimmten Stelle vorhandene zeitliche Mittelwert) sich viel gleichmäßiger über den Querschnitt verteilt als bei laminarer Bewegung. Abb. 21 gibt die Geschwindigkeitsverhältnisse

<sup>1</sup> Schiller: Z. angew. Math. Mech. 1921 S. 436.

<sup>2</sup> Schiller: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 248 (1922).

<sup>3</sup> Nikuradse: Z. angew. Math. Mech. Bd. 11 (1931) S. 409 ff.



für laminare und turbulente Strömung bei gleicher mittlerer Geschwindigkeit  $c$ . Bemerkenswert ist die verhältnismäßig hohe Geschwindigkeit der turbulenten Strömung nahe der Wand. In der dünnen Grenzschicht fällt sie auf Null ab<sup>1</sup>. Es ist also mit hinreichender Annäherung zulässig, die turbulente Strömung in größerem Abstand von einer Wand nach den Gesetzen der freien Strömung zu verfolgen.

Strömungswiderstand. Von der großen Zahl von Formeln, die vorgeschlagen worden sind, sollen nur diejenigen erwähnt werden, deren Aufbau das Ähnlichkeitsgesetz berücksichtigt, da dann auch die größte Genauigkeit zu erwarten ist.

Für glatte Rohre aus Messing, Kupfer, Blei, Glas fand Blasius<sup>2</sup>

$$\lambda = 0,3164 Re^{-0,25}, \quad (16)$$

wo  $Re = cd/\nu$ . Für Wasser von 20° C folgt mit  $\nu = 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s

$$\lambda = \frac{0,0100}{(cd)^{0,25}}. \quad (17)$$

Der Druckverlust  $H_r$  wird demnach gemäß Gl. (6) für Wasser

$$H_r = 0,0100 \frac{l c^{1,75}}{d^{1,25} 2g}. \quad (18)$$

$H_r$  wächst also nicht mit dem Quadrat, sondern der 1,75<sup>ten</sup> Potenz der Geschwindigkeit.

Bei Reynoldsschen Zahlen über 50000 gibt Gl. (16) zu niedere Werte. Nach neueren Untersuchungen von Schiller<sup>3</sup> gilt zwischen  $Re = 20000 \div 1900000$  und für eine Anlaufänge von rund 200  $d$

$$\lambda = 0,00540 + 0,3964 Re^{-0,300}, \quad (19)$$

was mit früheren Untersuchungen von Jakob und Erk<sup>4</sup> gut übereinstimmt. Da bei sehr großem  $Re$  das zweite Glied verschwindet, so

<sup>1</sup> Kármán und Prandtl erhielten aus der Gleichung für den Strömungswiderstand durch eine einfache Dimensionsbetrachtung folgendes Gesetz für die Geschwindigkeitsverteilung in der Nähe einer glatten Rohrwand bei ausgebildeter Turbulenz:

$$v = a \left( \frac{y}{d} \right)^{\frac{1}{n}} = a \left( 1 - \frac{2r}{d} \right)^{\frac{1}{n}}, \quad (15)$$

wo  $y$  der Wandabstand, also  $y = d/2 - r$ ,  $n$  steigend mit wachsendem  $Re$  von 7 bis 10. Vgl. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 281; Ing.-Arch. Bd. 1 (1930) S. 391ff. Gl. (15) erweist sich auch bis nahe an die Rohrachse als brauchbar, so daß man  $a$  gleich der Geschwindigkeit in der Achse setzen kann. Noch bessere Übereinstimmung in Rohrmitte erhält man nach Kármán mit

$$v = 1,19 c \left[ 1 - \left( \frac{2r}{d} \right)^{1,25} \right]^{\frac{1}{n}}. \quad (15a)$$

<sup>2</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 131. <sup>3</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 267.

<sup>4</sup> Vgl. Gilles, Hopf, Kármán: Vorträge aus dem Gebiet der Aerodynamik und verwandter Gebiete (Aachen 1929) S. 69ff. Berlin: Julius Springer 1930.

gilt hier für  $H_r$  das quadratische Gesetz. Sowohl Gl. (16) als auch Gl. (19) zeigen, daß  $\lambda$  mit zunehmender Geschwindigkeit abnimmt.

Bei Röhren mit rauher Wand ist der Widerstand stets größer als bei glatten Röhren. Man erhält hier annähernd quadratische Abhängigkeit des Druckgefälles von der Geschwindigkeit. Für diese Verhältnisse sind die Gleichungen von Mises<sup>1</sup> besonders wertvoll, weil sie sich auf Wandungen von verschiedener Rauigkeit anwenden lassen:

$$\lambda = 0,0096 + \frac{1}{\sqrt{d}} \left( \sqrt{K} + 1,7 \sqrt{\frac{\nu}{c}} \right), \tag{20}$$

also für Wasser von 20° C mit  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

$$\lambda = 0,0096 + \frac{1}{\sqrt{d}} \left( \sqrt{K} + \frac{0,0017}{\sqrt{c}} \right). \tag{21}$$

Darin bedeutet  $K$  die absolute Rauigkeit, d. h. eine dem Mittel aus den Unebenheiten der Wand verhältnisgleiche Länge, die der nachstehenden von Mises aufgestellten Zahlentafel zu entnehmen ist.

Zahlentafel.  
Absolute Rauigkeit  $K$  verschiedener Wandungen.  
Nach v. Mises.

| Material                        | $K$ in m                           | $\sqrt{K}$ in $\text{m}^{\frac{1}{2}}$ |
|---------------------------------|------------------------------------|--|
| Glas . . . . .                  | 0,064 bis 0,256 · 10 <sup>-6</sup> | 0,25 bis 0,5 · 10 <sup>-3</sup>        |
| Gezogenes Messing, Blei, Kupfer | 0,064 „ 0,32 · 10 <sup>-6</sup>    | 0,25 „ 0,56 · 10 <sup>-3</sup>         |
| Zement, geschliffen . . . . .   | 2,40 „ 4,80 · 10 <sup>-6</sup>     | 1,55 „ 2,2 · 10 <sup>-3</sup>          |
| Zement, roh . . . . .           | 6,40 „ 12,8 · 10 <sup>-6</sup>     | 2,5 „ 3,6 · 10 <sup>-3</sup>           |
| Gasrohr . . . . .               | 6,40 „ 16 · 10 <sup>-6</sup>       | 2,5 „ 4,0 · 10 <sup>-3</sup>           |
| Asphaltes Blech- oder Gußrohr   | 9,6 „ 19,2 · 10 <sup>-6</sup>      | 3,1 „ 4,4 · 10 <sup>-3</sup>           |
| Gußrohr, neu . . . . .          | 32 „ 64 · 10 <sup>-6</sup>         | 5,65 „ 8,0 · 10 <sup>-3</sup>          |
| Gußrohr, gebraucht . . . . .    | 80 „ 160 · 10 <sup>-6</sup>        | 9,0 „ 12,6 · 10 <sup>-3</sup>          |
| Blechrohr, genietet . . . . .   | 64 „ 160 · 10 <sup>-6</sup>        | 8,0 „ 12,6 · 10 <sup>-3</sup>          |

Neuerdings wird auch versucht, die Form der Rauigkeit (z. B. die Steilheit der Erhebungen) zu berücksichtigen<sup>2</sup>.

Ablagerungen erhöhen den Widerstand beträchtlich. Verengt sich hierbei der Rohrdurchmesser von  $d$  auf  $d_1$ , so gibt allein die Vergrößerung der Geschwindigkeit  $c$  (also das gleiche  $\lambda$ ) eine Zunahme des Druckabfalls auf das  $(d/d_1)^5$ -fache, wie Gl. (6) erkennen läßt, da die Geschwindigkeit umgekehrt proportional zum Quadrat des Halbmessers wächst. Meist ist der Unterschied aber größer, weil die Ablagerungen ungleichmäßig verteilt sind, also fortlaufende Geschwindigkeitsänderungen eintreten und auch der benetzte Umfang sich vergrößert.

Anlaufstrecke. Die vorstehenden Gleichungen für die Widerstandsziffer  $\lambda$  gelten für den Beharrungszustand der Strömung. Zur

<sup>1</sup> v. Mises: Elemente der technischen Hydrodynamik, S. 62ff. Leipzig u. Berlin 1914.

<sup>2</sup> Hopf (Z. angew. Math. Mech. 1923 S. 329ff.) und Fromm (Z. angew. Math. Mech. 1923 S. 339ff.) unterscheiden zwei Arten von Rauigkeiten. (Vgl. Hütte 1. Bd. 26. Aufl. S. 369).

vollen Ausbildung der Turbulenz ist aber eine gewisse Anlaufstrecke nötig, die bei scharfkantigem Einlauf länger ist als bei gut abgerundetem Mundstück<sup>1</sup>. Eine vorher ruhende oder mit gleichmäßiger Geschwindigkeit strömende Flüssigkeit wird bei gut abgerundetem Einlauf am Anfang des Rohrs über den ganzen Querschnitt mit gleicher Geschwindigkeit strömen, und erst allmählich wird sich der Geschwindigkeitsabfall an der Wand in der bisher beschriebenen Weise ausbilden. Infolge des rascheren Abfalls der Geschwindigkeit an der Wand und des allmählichen Anwachsens der Geschwindigkeit in der Achse über den Mittelwert ist in der Anlaufstrecke der Widerstand wesentlich größer, d. h. es ist in Gl. (6) für  $\lambda$  ein weit höherer Wert einzusetzen, als in Gl. (15) bis (21) angegeben ist. Für genaue Messungen muß bei glatten Rohren mit einer Anlaufstrecke  $l_0$  von mehr als dem 100fachen Rohrdurchmesser gerechnet werden<sup>2</sup>.

Bei rauhen Rohren ist sie kürzer und beträgt nach Nikuradse<sup>3</sup>

$$l_0 = 35d. \quad (22)$$

Hieraus ergibt sich, daß für die Kanäle in Kreiselradmaschinen nur die Verhältnisse der Anlaufstrecke, also wesentlich höhere Werte  $\lambda$  maßgebend sind, als den Gl. (15) bis (21) entsprechen.

## 11. Mechanismus der Turbulenz.

Entsprechend der für laminare Strömung gültigen Gl. (1) kann man auch einen Ausdruck für eine „scheinbare Schubspannung“ im turbulenten Gebiet formal anschreiben:

$$\tau = A \frac{dv}{dy}. \quad (23)$$

Diese ist in Wirklichkeit nicht vorhanden, sondern durch den Impulsaustausch dargestellt. Die Größe  $A$ , die an die Stelle der Zähigkeit  $\eta$  tritt, wird von Prandtl „Austausch“ genannt. Den Unterschied zwischen  $\eta$  und  $A$  kann man sich veranschaulichen, wenn die Zähigkeit aus dem Austausch der Energie der einzelnen Moleküle erklärt wird. Es ist dann  $\eta$  ein Maß für diesen Energieaustausch zwischen den Molekülen, während  $A$  als ein Maß für den Energieaustausch zwischen einzelnen Flüssigkeitsteilchen (Molekelgruppen) aufzufassen ist. An der Rohrwand muß nach Gl. (23) der Austausch  $A$  gleich Null sein, weil  $dv/dy = \infty$ , was in Übereinstimmung mit der Anschauung steht. Nach der Mitte zu muß  $A$  zunächst wachsen, um in der Rohrmitte wieder ein Minimum zu erreichen, wie sich ohne weiteres ergibt, wenn  $\tau$  aus Gl. (8) und  $dv/dy$  aus dem Geschwindigkeitsprofil [Abb. 20 oder Gl. (15) bzw. (15a)] ermittelt wird.

<sup>1</sup> Kirsten: Dissert. Leipzig 1927.

<sup>2</sup> Schiller: Rohrwiderstand bei hohen Reynoldsschen Zahlen. Vorträge aus dem Gebiet der Aerodynamik und verwandter Gebiete (Aachen 1929) S. 69ff. Berlin: Julius Springer 1930.

<sup>3</sup> Z. angew. Math. Mech. 1931 H. 6 S. 410.

Mit Hilfe der vorstehenden Anschauung, die von Prandtl und seinen Schülern noch erheblich weiter entwickelt worden ist<sup>1</sup>, kann man sich auch das Wesen der Vorgänge klarmachen, die sich am Umfang eines Kreisrades bei Teillast abspielen und die auf einem Impulsaustausch noch viel intensiverer Art beruhen, als er im Rohr möglich ist.

### 12. Reibungswiderstand in Kanälen beliebigen Querschnitts.

Die vorstehenden für das Kreisrohr gültigen Gleichungen können auch auf Kanäle mit beliebiger Querschnittsform übertragen werden, wenn der Quotient: Fläche durch Umfang, eingeführt wird, welcher beim Kreis den Wert  $F/U = d/4$  besitzt. Man nimmt nun an, daß der Widerstand auch für andere Querschnitte ermittelt werden kann, wenn in den Gleichungen des Abschnitts 10 für  $d$  der Ausdruck

$$d = \frac{4F}{U}, \quad (24)$$

d. h. 4mal Fläche durch Umfang des Querschnitts gesetzt wird. Die Größe  $F/U$  wird vielfach „hydraulischer Radius“ genannt. Beobachtungen über die Zulässigkeit dieses Verfahrens sind von Schiller<sup>2</sup> mit Rohren verschiedener Querschnittsformen gemacht worden. Hierbei ergab sich eine so gute Annäherung an das Blasius'sche Gesetz, also an Gl. (16) ff., daß nach Ansicht von Schiller noch ein tieferer theoretischer Zusammenhang vermutet werden muß. Die Übereinstimmung ist jedenfalls für Reynoldssche Zahlen, die erheblich über dem Grenzpunkt liegen, eine gute. Dies ist neuerdings von Nikuradse<sup>3</sup> bestätigt worden, der auch die Anwendbarkeit von Gl. (15) für dreieckige und rechteckige Rohre nachweist, jedoch Sekundärströmungen in den Ecken der Rohrquerschnitte vorfindet.

### 13. Verengte und erweiterte Kanäle.

In Abb. 22 ist die Geschwindigkeitsverteilung über die halbe Breite des rechteckigen Austrittsquerschnitts für verengte und erweiterte Kanäle der ebenen Strömung nach Versuchen von Nikuradse<sup>4</sup> zusammengestellt. Die an den Kurven angeschriebenen Winkel sind die halben Öffnungswinkel (also  $\varepsilon/2$  in Abb. 23), wobei die negativen Zahlen sich auf verengte Kanäle beziehen. Als Abszisse ist das Verhältnis des Abstandes  $y$  von der Kanalmitte zur halben Breite  $b$  des betrachteten Kanalquerschnitts und als Ordinate das Verhältnis der jeweiligen Geschwindigkeit  $v$  zur Geschwindigkeit  $v_{\max}$  in der Mitte aufgetragen. Man erkennt, daß die Geschwindigkeitsprofile des parallelwandigen Kanals ( $\varepsilon/2 = 0^\circ$ ) steiler verlaufen als die der verengten Kanäle, aber flacher als die der erweiterten Kanäle.

<sup>1</sup> Prandtl: Einführung in die Grundbegriffe der Strömungslehre, im Handbuch der Experimentalphysik, herausgeg. v. Wien-Harms: Bd. 4 1. Teil S. 29; Hydraul. Probleme, S. 8ff. VDI-Verlag 1926; Verh. d. 2. internat. Kongr. f. Techn. Mech. Zürich 1927; Nikuradse: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 289 S. 39; Tollmien: Turbulente Strömungen. Wien-Harms: Bd. 4 1. Teil S. 291ff.

<sup>2</sup> Z. angew. Math. Mech., Februarheft 1923 oder Z. VDI 1923 S. 623.

<sup>3</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 281, 289 oder Ing.-Arch. 1930 Heft 3 S. 326ff.

<sup>4</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 289 S. 19.

Hieraus folgt, daß beim verengten Kanal, also bei Umsetzung von Druck in Geschwindigkeit, die Strömung ähnlich verläuft wie bei einer reibungsfreien Flüssigkeit (Abb. 13, S. 18). Die Strömungsverluste werden deshalb sehr klein sein, und zwar auch kleiner als beim parallelwandigen Kanal. Dieser günstigste Fall der Strömung liegt in den Lauf- und Leitkanälen der Wasserturbinen vor. Man muß ihn aber auch in den Laufkanälen von Kreiselpumpen da zu verwirklichen suchen, wo die Verzögerung der Strömung nicht nötig ist.

Am ungünstigsten liegen die Verhältnisse bei der Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck, also im erweiterten Kanal (Diffusor), wobei das Strombild sich weit von dem der Potentialströmung entfernt. Bei der wirklichen Flüssigkeit ist schon am Eintritt in den Diffusor die Geschwindigkeit an der Wand kleiner als in der Mitte, sofern eine gewisse Anlaufstrecke vorhanden ist. Da nun für jedes Teilchen die Druckerhöhung zwischen zwei bestimmten Querschnitten die gleiche ist, so verringert sich seine Geschwindigkeitshöhe nach dem Bernoullischen Gesetz um den gleichen Betrag. Diese Verringerung wird aber bei den kleinen Geschwindigkeiten, also in Wandnähe, einen verhältnismäßig viel größeren Betrag ausmachen als bei den großen Geschwindigkeiten in der

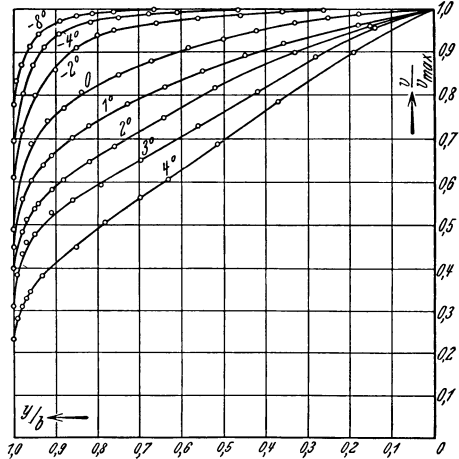


Abb. 22. Geschwindigkeitsverteilung über die halbe Breite des rechteckigen Querschnitts im verengten und erweiterten Kanal.

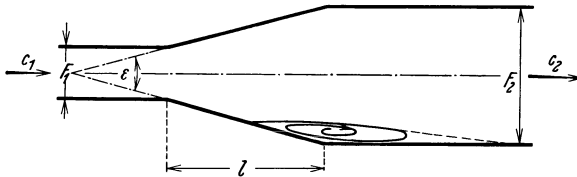


Abb. 23. Strömung im erweiterten Kanal.

Mitte. Ihr wirkt entgegen die Schleppwirkung seitens des Flüssigkeitsstroms in der Mitte, hervorgerufen durch den turbulenten Flüssigkeitsaustausch (S. 28 und 31). Im ganzen entsteht die in Abb. 22 angegebene Veränderung der Profile. Bei genügend großer Querschnittserweiterung wird durch den Druckanstieg die Geschwindigkeit in Wandnähe aufgebraucht, also Rückströmen eintreten (Abb. 23). Dies wird dadurch begünstigt, daß die Verlangsamung auf eine Verdickung der Grenzschicht hinwirkt. Da immer neue abgebremste Flüssigkeit sich an-

sammelt, so entsteht ein „Totraum“, der mit sich drehender Flüssigkeit erfüllt ist. Diese Ablösung der Strömung, die übrigens immer nur an einer Wand erfolgt, aber durch sehr geringe Änderung der Zuströmbedingungen auf die gegenüberliegende Wandfläche überspringt, verändert das Strömungsbild in der Weise, daß der Druckanstieg stark verringert wird, also erhebliche Energieverluste eintreten. Die Ablösung der Strömung kann aber verhindert werden, wenn die Verlangsamung so klein ist, daß der turbulente Impulsaustausch mit der Mitte die Abnahme der Geschwindigkeit bis auf Null verhindert.

Nach Versuchen von Dönch<sup>1</sup> und Nikuradse<sup>2</sup> beginnt die Ablösung bei der ebenen turbulenten Strömung mit einem Erweiterungswinkel  $\varepsilon = 8$  bzw.  $10^\circ$ .

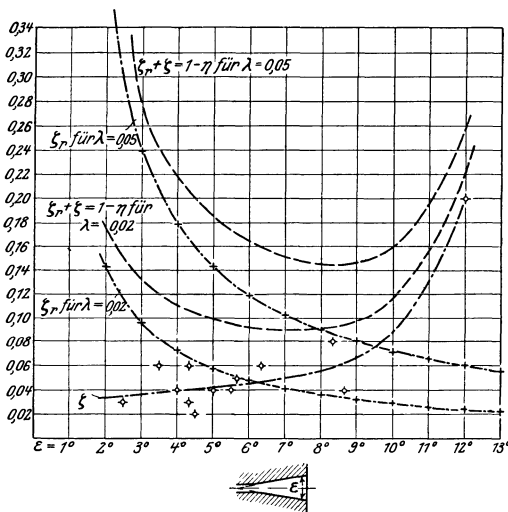


Abb. 24 und 25. Abhängigkeit der Widerstandszahlen vom Erweiterungswinkel für kegelförmige Rohre nach Andres.

mit einem Längenverhältnis  $l/d = 2,45$  (wo  $d$  der Durchmesser des engsten Querschnitts) erfolgte bei  $\varepsilon = 2\delta = 16^\circ$  noch keine Ablösung<sup>3</sup>.

Man kann die Ablösung auch bei großen Erweiterungswinkeln vermeiden durch Absaugen der Grenzschicht<sup>4</sup>. Ebenso bringen Leitschaufeln oder Treibstrahlen, die die Grenzschicht wegblasen, eine Besserung<sup>5</sup>.

Die aus Abb. 22 ersichtliche ungleiche Verteilung der Geschwindigkeit über den Querschnitt hat zur Folge, daß die Druckumsetzung am Ende der Kanalerweiterung noch nicht beendet ist. Die Versuche von Kröner<sup>6</sup> und Peters<sup>7</sup> zeigen in der Tat, daß zur Erzielung einer voll-

<sup>1</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 282.    <sup>2</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 289.

<sup>3</sup> Die Energieumsetzung in saugrohrähnlich erweiterten Düsen. Mitt. Hydr. Inst. Techn. Hochschule München Heft 4 S. 56.

<sup>4</sup> Ackeret: Grenzschichtabsaugung. Z. VDI 1926 S. 1153.

<sup>5</sup> Jb. schiffsbautechn. Ges. 1930 S. 103 ff.

<sup>6</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 257.    <sup>7</sup> Ing.-Arch. 1931 Heft 1 S. 92 ff.

winkel  $\varepsilon = 8$  bzw.  $10^\circ$ . Der zulässige Wert von  $\varepsilon$  ist aber offenbar um so größer, je kürzer die Anlaufstrecke, je kleiner das Verhältnis des Endquerschnitts zum Anfangsquerschnitt und je stärker der Impulsaustausch der Randschichten mit der Mitte ist. Insbesondere kommt es darauf an, die Grenzschicht ebenfalls turbulent zu erhalten, damit die erwähnte Schleppwirkung der Hauptströmung sich verstärkt. Bei Versuchen von Hofmann an einer gut abgerundeten Düse ohne Anlaufstrecke

ständigen Umsetzung noch eine längere Ausgleichsstrecke hinter dem Diffusor folgen muß.

Wenn nach dem Vorstehenden der Umsetzungsverlust mit zunehmendem Erweiterungswinkel wächst, so nimmt doch die reine Wandreibung ab, weil der Kanal sich verkürzt. In Abb. 24 sind die Verlustziffern  $\zeta$  der Druckumsetzung und  $\zeta_r = \lambda \frac{l}{d}$  der reinen Wandreibung von Andres<sup>1</sup> in Abhängigkeit von  $\varepsilon$  für kegelförmige Rohre eingetragen, und zwar für  $\lambda = 0,02$  und  $\lambda = 0,05$ . Die Summe  $\zeta_r + \zeta = 1 - \eta$  gibt den Gesamtverlust an, der offenbar einen Kleinstwert bei  $\varepsilon = 7^\circ$  für  $\lambda = 0,02$  und  $\varepsilon = 9^\circ$  für  $\lambda = 0,05$  besitzt<sup>2</sup>. Den besten Wirkungsgrad  $\eta$  der Druckumsetzung scheint der Erweiterungswinkel zu liefern, bei dem die Ablösung beginnt. Nach Hofmann ist bei einem Erweiterungswinkel  $\varepsilon$  von etwa  $70^\circ$  der Verlust erheblich größer als der bei plötzlicher Erweiterung ( $\varepsilon = 180^\circ$ ) vorhandene Carnotsche Stoßverlust (S. 41). Eine Verbesserung des Wirkungsgrades fanden Andres und Peters, wenn der Durchflußbewegung eine Rotation überlagert wurde, die vor dem Einlauf mittels Schraubenblechs erzeugt war und sich auch häufig von selbst einstellt<sup>3</sup>. Rechteckige Querschnitte ergaben bei Andres einen schlechteren Wirkungsgrad als kreisrunde, und zwar war die Umsetzung um so schlechter, je mehr sie sich von der quadratischen Form entfernten, d. h. je flacher sie waren. Die Umwandlung von Geschwindigkeit in Druck wurde weiter begünstigt durch glatte Wandungen und einen allmählichen Übergang vom prismatischen Teil des Kanals zum Erweiterungsteil. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß die Umströmung scharfer Kanten nach den Darlegungen S. 18 unendlich große Geschwindigkeiten, also Ablösung zur Folge hat. Von Riffart<sup>4</sup> wird sogar eine vorausgehende Einschnürung als vorteilhaft festgestellt.

#### 14. Gekrümmte Kanäle.

Auch hier beeinflussen die Vorgänge in der Grenzschicht den Charakter der ganzen Strömung. Vor allen Dingen werden dort, wo die Stromröhren sich in Wandnähe stark erweitern oder verengen, ähnliche Vorgänge sich abspielen, wie sie im vorstehenden Abschnitt beschrieben sind. An den Erweiterungsstellen, also nach Abb. 14 am Eintritt außen und am Austritt innen, werden wieder frühzeitiger Abfall der Geschwindigkeit nach der Wand zu, Verdickung der Grenzschicht, unter Umständen Totraumbildung eintreten, während an den Verengungsstellen Annäherung an die Verhältnisse der freien Strömung erfolgt. Hierzu

<sup>1</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 76; vgl. auch Hochschildt: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 114.

<sup>2</sup> Vgl. auch E. Lyon: Trans. Amer. Soc. mech. Engr. Bd. 43 (1921) S. 1245 bis 1248 (Auszug in Z. angew. Math. Mech. 1923 Heft 5 S. 394), wo Versuche an 7 konisch erweiterten Saugrohren mit einem Öffnungswinkel zwischen  $4$  und  $12^\circ$  beschrieben sind und bei  $8^\circ$  der beste Wirkungsgrad erhalten wurde.

<sup>3</sup> Nach neueren Untersuchungen von Levy, im Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 322, bringt auch die Rotation des ganzen Erweiterungsrohres Vorteile.

<sup>4</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 257.

kommt noch eine Sekundärströmung (Abb. 26), die sich der Durchflußströmung überlagert<sup>1</sup>. Da nämlich die Zentrifugalkraft der an der Wand strömenden Wasserteilchen nicht mehr ausreichen wird, um den Zentrifugalkräften der in der Mitte strömenden, ungehemmten Teilchen das Gleichgewicht zu halten, so werden diese sich nach außen drängen und die dort mit geringer Geschwindigkeit strömenden Teilchen nach der Krümmungsachse hin schieben. Abb. 26a zeigt die Stromlinien für die parallel zur Krümmungsebene gelegte Mittelebene eines Krümmers mit rechteckigem Querschnitt nach den Versuchen von Cordier<sup>2</sup>. Man

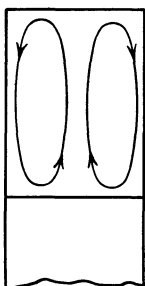


Abb. 26.

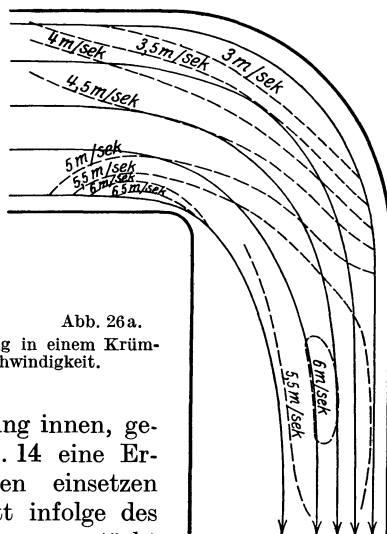


Abb. 26a.

Abb. 26 und 26a. Wirkliche Strömung in einem Krümmer bei 4,18 m/s mittlerer Geschwindigkeit.

erkennt deutlich die Ablösung innen, gerade dort, wo gemäß Abb. 14 eine Erweiterung der Stromröhren einsetzen sollte. Diese Ablösung tritt infolge des kleinen Krümmungshalbmessers verstärkt in die Erscheinung. Daß die zweite Erweiterungsstelle, die nach Abb. 14 außen am Eintritt liegt, nicht ebenfalls durch eine Ablösung in die Erscheinung tritt, ist dem großen Krümmungshalbmesser und vielleicht auch der absaugenden Wirkung der in Abb. 26 dargestellten Umlaufbewegung zu verdanken. Die Geschwindigkeiten, die aus den eingetragenen Linien gleicher Geschwindigkeit ersichtlich sind, ergeben aber, wenn man von den der Wand unmittelbar benachbarten Stellen absieht, ungefähr die Zunahme nach der Seite des Krümmungsmittelpunktes hin, die sich auf Grund des Verlaufs der Stromlinien nach den für die freie Strömung abgeleiteten Gleichungen einstellen müßte.

Wilcken<sup>3</sup> hat an Krümmern großer Breite eine weitgehende Übereinstimmung der Geschwindigkeitsverteilung mit den theoretischen Werten festgestellt. In Abb. 26a ist die starke Geschwindigkeitsstei-

<sup>1</sup> Vgl. auch die Arbeiten von Isachsen in Ziviling. 1896 S. 353 und Z. VDI 1911 S. 215.

<sup>2</sup> Cordier: Strömungsuntersuchungen an einem Rohrkrümmer. Dissert. München 1910 oder Z. ges. Turbinenwes. 1914 S. 129. Vgl. auch die sehr eingehende Arbeit von Lell: Z. ges. Turbinenwes. 1914 S. 129.

<sup>3</sup> Ing.-Arch. 1. Bd., (1930) Heft 4, insbes. Abb. 14 bis 18 S. 367ff.



gerung hinter dem Krümmer infolge der Ablösung bemerkenswert. Diese wiederholte Geschwindigkeitsumsetzung wird naturgemäß erhebliche Verluste von ähnlichem Charakter wie in erweiterten Kanälen mit sich bringen. Nach Angabe von Flügel<sup>1</sup> und Nippert<sup>2</sup> ist bei gleicher Schärfe der Umlenkung im allgemeinen der Krümmer mit einer kleinen Erweiterung des Querschnittes im Krümmerscheitel, die nach Angabe von Nippert sogar bis 40% betragen kann, am günstigsten. Auch der Einbau von Leitschaufeln in den Krümmerscheitel scheint Nutzen zu bringen.

### 15. Umströmung von Körpern.

Diesem allgemeinen Vorgang lassen sich die in den Abschn. 10 bis 14 behandelten Sonderfälle unterordnen. In der reibungslosen Flüssigkeit kann ein eingetauchter Körper irgendwelcher Form keinen Widerstand erfahren oder ausüben. Bei der wirklichen Flüssigkeit entsteht zunächst ein reiner Reibungswiderstand, der durch die Notwendigkeit des Abfalls der Geschwindigkeit an der Wand bis auf Null, also durch Tangentialkräfte bedingt ist. Hierzu tritt aber noch ein durch Normalkräfte verursachter Widerstand dadurch, daß an den Stellen, wo längs der Körperoberfläche der Druck wieder ansteigen sollte, also die Stromröhren sich erweitern müßten, die Grenzschicht sich aus den bereits im Abschn. 13 angegebenen Gründen in Wirbelform ablöst. Der in der reibungslosen Flüssigkeit vorhandene Druckanstieg bleibt also mehr oder weniger aus, so daß die Summe der auf den Körper wirkenden Normalkräfte nicht mehr Null ist. Dieser Druckwiderstand oder Formwiderstand überragt bei Körpern, die in der Strömungsrichtung verhältnismäßig kurz sind und deshalb in der idealen Flüssigkeit ein Strombild mit stark erweiterten Stromröhren längs ihrer Begrenzung liefern (senkrecht angeströmte Platte oder Zylinder, Kugel usw.), die reine Oberflächenreibung um ein Mehrfaches. Abb. 27 und 27a veranschaulichen die Ausbildung und Ablösung der Wirbel bei Beginn der Strömung um einen Zylinder<sup>3</sup>. Der Energieinhalt der abgehenden Wirbel hat seinen Gegenwert in der zur Überwindung des Druckwiderstandes nötigen Arbeit.

Man muß offenbar versuchen, die Ablösestelle möglichst weit hinauszurücken, was durch schlanke Körper mit spitzen Enden, also tragflügelähnlichen Profilen, erreicht werden kann, bei denen der Druckanstieg auf eine lange Strecke verteilt ist und infolgedessen die Schleppwirkung der umgebenden Strömung sich auswirken kann. Den starken Einfluß der Körperform veranschaulicht die Zusammenstellung<sup>4</sup> von Körpern gleichen Widerstands in Abb. 28. Bei der winzigen kreisförmigen Platte ist vorwiegend der Druckwiderstand, bei dem großen Luftschiffkörper offenbar fast nur der Reibungswiderstand wirksam.

<sup>1</sup> Jb. schiffsbautechn. Ges. 1929 oder Werft. Reed. Hafen 1929 Nr. 16 S. 336.

<sup>2</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 320 (vgl. auch v. Mises: Z. angew. Math. Mech. 1930 Heft 2 S. 203).

<sup>3</sup> Aus Prandtl-Betz: Ergeb. aerod. Vers.-Anst. III. Lief. 1927 S. 8.

<sup>4</sup> Entnommen aus C. Eberhardt: Einführung in die theoretische Aerodynamik S. 55. München und Berlin 1927.

Der Widerstand um einen solchen Stromlinienkörper beträgt nur den 25. Teil des Widerstands einer ebenen Scheibe von gleichem Durch-

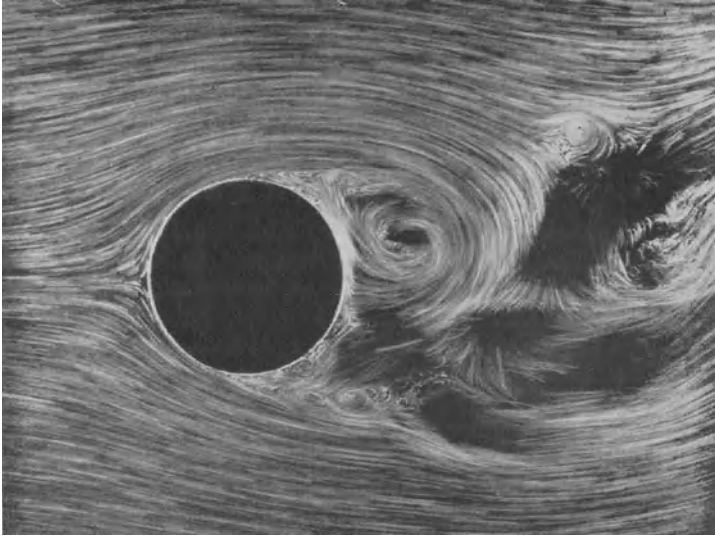


Abb. 27 a.

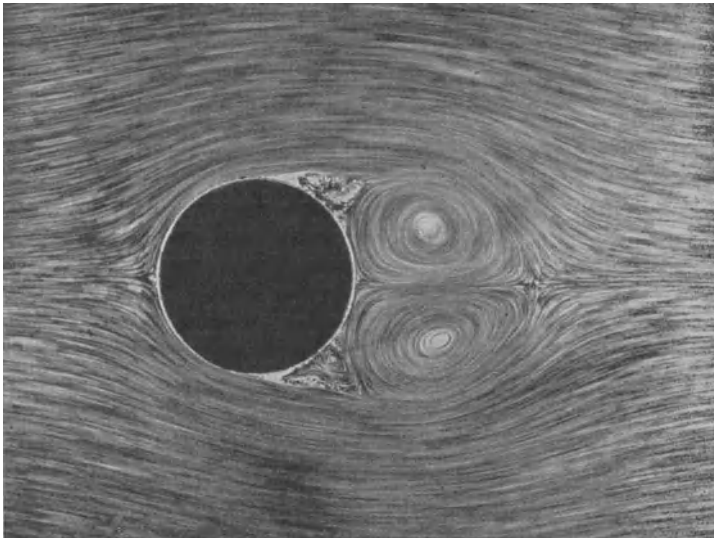


Abb. 27.

Abb. 27 und 27 a. Wirbelablösung und Wirbelbildung bei der Strömung um einen Kreiszyylinder.

messer. Auch hier zeigt sich der günstige Einfluß der Erhöhung der Schleppwirkung durch die Turbulenz der Grenzschicht. Versuche<sup>1</sup> zeigen

<sup>1</sup> Eiffel: La resistance de l'air et l'aviation. Paris: Dunod et Pinat 1910; Prandtl: Göttinger Nachr. 1914 S. 177. Vgl. auch Hopf im Handbuch der Physik, herausgeg. von Geiger-Scheel, S. 167 ff.

nämlich, daß bei der Reynoldsschen Zahl, mit welcher die Grenzschicht vor der Ablösestelle turbulent wird, der Widerstand plötzlich abfällt, weil die Ablösestelle weiter hinausrückt<sup>1</sup>. Man kann diese kritische Geschwindigkeit herabdrücken, wenn man die Entstehung der Turbulenz in der Grenzschicht erleichtert, z. B. durch Unruhe in der angeströmten Flüssigkeit, wie sie in den Kanälen der Kreiselpumpe vorliegt oder durch eine Unstetigkeit der Oberfläche in der Nähe der Ablösestelle. Prandtl konnte beispielsweise den Widerstand einer Kugel durch einen herumgelegten Draht — Stolperdraht — wesentlich vermindern.

Auch die anderen bereits S. 34 erwähnten Mittel, nämlich die Absaugung der Grenzschicht oder Treibstrahlen, bringen Erfolg.

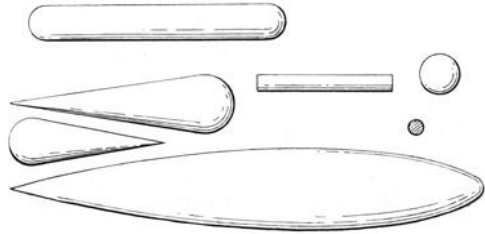


Abb. 28. Körper gleichen Widerstands (von rechts nach links angeströmt). Die schraffierte kreisförmige Platte ist senkrecht zur Stromrichtung zu denken.

### 16. Erfahrungswerte für die Widerstandsziffer bei Richtungs- und Querschnittsänderungen.

Zu dem beim geraden Rohr auftretenden Widerstand kommen noch zusätzliche Verluste hinzu, die sich bei turbulenter Strömung nach der Erfahrung ziemlich genau mit dem Quadrat der Geschwindigkeit ändern. Sie folgen also einem anderen Gesetz wie die reine Wandreibung, deren Wachstum nach S. 29 beim glatten Rohr und bei nicht sehr großen Reynoldsschen Zahlen mit der 1,75<sup>ten</sup> Potenz erfolgt. Der Fall der laminaren Strömung, der in Kreiselpumpen nur selten von Bedeutung ist, bleibe hier unberücksichtigt.

a) **Erweiterungen.** Bezeichnet man die Geschwindigkeiten im Anfangs- und Endquerschnitt mit  $c_1$  und  $c_2$ , so setzt man den Verlust in Meter Flüssigkeitssäule

$$h_v = \zeta \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}. \quad (25)$$

Beim günstigsten Erweiterungswinkel, also etwa mit  $\varepsilon = 8 \div 10^\circ$  (Abb. 23) ist

$$\zeta = 0,15 \div 0,20. \quad (26)$$

Für andere Winkel  $\varepsilon$  scheint die Gleichung in Gebrauch zu sein<sup>2</sup>

$$\zeta = \frac{F_2/F_1 - 1}{F_2/F_1 + 1} \sin \varepsilon. \quad (27)$$

b) **Verengung.** Zusätzliche Verluste treten hier, wie im Abschn. 13 dargelegt wurde, nicht auf, also ist  $\zeta = 0$ .

<sup>1</sup> Hydraulische Probleme, herausgeg. vom VDI 1926 S. 1ff.; Witte: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Ausgabe B 1931 Nr. 8 S. 297.

<sup>2</sup> Biel: Fördertechn. 1927 Heft 12 S. 214.

e) **Krümmen gleichen Querschnitts.** Beim Kreis- bzw. Rechteckquerschnitt (Abb. 29) ist [in Gl. (5), S. 25] nach Weisbach<sup>1</sup> für den Kreisquerschnitt

$$\zeta = 0,13 + 0,16 \left(\frac{a}{\rho}\right)^{3,5}, \quad (28)$$

für den rechteckigen Querschnitt

$$\zeta = 0,124 + 0,274 \left(\frac{a}{\rho}\right)^{3,5}. \quad (29)$$

Die Verlustziffer wächst also mit abnehmendem Krümmungshalbmesser sehr stark. Wird die Wandreibung mit einbezogen, so wird, da der Kanal sich mit zunehmendem  $\rho$  verlängert, also die Reibung sich vergrößert, die Gesamtreibung bei einem günstigsten Wert des Verhältnisses  $a/\rho$  einen Mindestwert besitzen, der für  $\delta = 90^\circ$  ungefähr bei  $\rho = 7 \div 8 a$  zu liegen scheint<sup>2</sup>. Erweiterung des Querschnitts im Krümmerscheitel erscheint zweckmäßig (vgl. S. 37). Nach neueren Versuchen hat auch der Umlenkungswinkel  $\delta$  erheblichen Einfluß<sup>3</sup>.

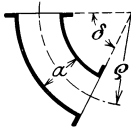


Abb. 29. Krümmer.

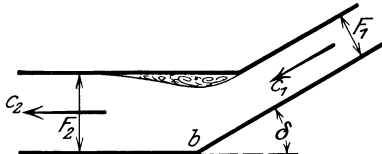


Abb. 30. Kniestück.

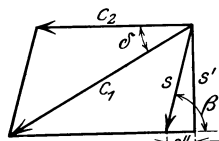


Abb. 31.

Versuche mit Krümmern zunehmenden Querschnitts (gekrümmte Diffusoren), die den Leitkanälen von Kreiselpumpen entsprechen, liegen trotz ihrer Wichtigkeit noch nicht vor.

d) **Plötzliche Querschnitts- und Richtungsänderung.** In diesen Fällen handelt es sich, wie beispielsweise beim Kniestück (Abb. 30), um stoßartige Überführung einer Geschwindigkeit  $c_1$  in die Geschwindigkeit  $c_2$ . Wie aus Abb. 31 ersichtlich ist, wird dies durch Hinzufügen einer Stoßkomponente  $s$  erreicht die den geometrischen (vektoriellen) Unterschied der Geschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_2$  bedeutet und deshalb durch die Schreibweise  $s = \underline{c_1} - \underline{c_2}$  dargestellt werden soll. Wenn nun auch die hinter dem Kniestück stattfindende Einschnürung des Strahls den plötzlichen Übergang von  $c_1$  auf  $c_2$  verhindern wird, ferner der auf die Ecke  $b$  treffende Wasserfaden bei genauer Untersuchung des Strömungsbildes sich so stark verlangsamen wird, daß auch dort von einem Stoß nicht gesprochen werden kann, so werden doch infolge der Wirbel und der starken Geschwindigkeitsumsetzungen Verluste auftreten, welche in folgendem Ausdruck berücksichtigt werden dürfen<sup>4</sup>:

$$h_v = \varphi \frac{s^2}{2g} = \varphi \frac{(\bar{c}_1 - \bar{c}_2)^2}{2g}, \quad (30)$$

<sup>1</sup> Hütte Bd. 1.

<sup>2</sup> Mitt. Hydr. Inst. Techn. Hochschule München Heft 3 S. 45ff.

<sup>3</sup> Nach Richter: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 338 treffen die Werte der Gl. (28) und (29) nur für  $\delta = 90^\circ$  zu, und zwar beträgt für  $\delta = 45^\circ$  der Wert  $\zeta$  den dritten Teil, für  $\delta = 180^\circ$  etwa das Dreifache des Wertes für  $\delta = 90^\circ$ . Andere Werte gibt Prendtl in: Abriß der Strömungslehre S. 121, Braunschweig 1931.

<sup>4</sup> Man kann sich Gl. (30) auf folgende Weise ableiten. Der Verlust an Geschwindigkeitshöhe beträgt  $\frac{c_1^2 - c_2^2}{2g}$ . Dafür entsteht aber eine Druckzunahme,

worin der Beiwert  $\varphi$ , soweit das dürftige Erfahrungsmaterial überhaupt einen Schluß zuläßt, gesetzt werden kann

$$\varphi = 1,0 \text{ für plötzliche Erweiterungen nach Abb. 32}^1 \text{ (Carnotscher Verlust),} \quad (31)$$

$$= 0,4 \div 0,5 \text{ für plötzliche Verengungen nach Abb. 33,} \quad (32)$$

$$= 0,7 \div 1,0 \text{ für Kniestück, Abb. 30,} \quad (33)$$

und zwar im Fall der Verengung kleiner als im Fall der Erweiterung.

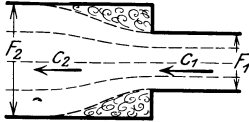


Abb. 32. Plötzliche Erweiterung.

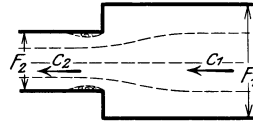


Abb. 33. Plötzliche Verengung.

Im Falle der Verengung wird das Vorzeichen von  $s$  offenbar negativ,  $h_v$  aber wieder positiv.

Beim Kniestück gleichbleibenden Querschnitts wird  $|c_1| = |c_2| = |c|$  und  $s = 2c \sin \delta/2$ , also

$$h_v = 4\varphi \sin^2 \frac{\delta}{2} \cdot \frac{c^2}{2g}. \quad (34)$$

Nach Bambach<sup>2</sup> ist  $\varphi = 1$  für  $\delta = 0 \div 7^\circ$  oder bei Einbau sehr vieler Führungswände, sonst kleiner<sup>3</sup>.

denn bei der Vernichtung der Stoßgeschwindigkeit  $s$  durch den zunächst als unelastisch betrachteten Stoß erzeugt die Komponente  $s' = s \cos \beta$  parallel zur Stoßfläche (Abb. 31) eine Stoßkraft und damit einen Druckzuwachs. Die Stoßkraft beträgt nach dem Impulssatz (Abschn. 22), wenn  $Q = \gamma F_2 c_2$  das sekundliche Durchflußgewicht darstellt,

$$P = \frac{Q}{g} s \cos \beta = \frac{\gamma}{g} c_2 F_2 s \cos \beta,$$

welche Kraft über dem Querschnitt  $F_2$  die Druckzunahme in m W.-S. erzeugt

$$\Delta H = \frac{P}{\gamma F_2} = \frac{1}{g} c_2 s \cos \beta.$$

Also ist der ganze Energieverlust

$$h_v = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2g} - \frac{c_2 s \cos \beta}{g},$$

oder weil nach dem Kosinussatze

$$c_1^2 = c_2^2 + s^2 + 2c_2 s \cos \beta,$$

so wird

$$h_v = \frac{s^2}{2g}. \quad (30a)$$

Da tatsächlich der Vorgang, wie bereits oben dargelegt, nicht als unelastischer Stoß stattfindet, so ist der Beiwert  $\varphi$  der Gl. (30) eingeführt, der zugleich die Möglichkeit bietet, die Erfahrung zu berücksichtigen.

<sup>1</sup> Vgl. Schütt: Versuche zur Bestimmung der Energieverluste bei plötzlicher Erweiterung. Dissert. München 1926 oder Mitt. Hydr. Inst. Techn. Hochschule München Heft 1.

<sup>2</sup> Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 327 (Dissert. Hannover 1930).

<sup>3</sup> Vgl. auch Vogel: Über Verluste in rechtwinkligen Rohrverzweigungen. Mitt. Hydr. Inst. Techn. Hochschule München Heft 2 (1928) S. 61.

### 17. Reibungsbehaftete Strömung in Rotationshohlräumen, Änderung des Flächensatzes durch die Reibung<sup>1</sup>.

Strömt Wasser achsensymmetrisch zwischen Rotationsflächen (beispielsweise in einem Leitring einer Kreiselpumpe), so gilt bei fehlender Reibung gemäß Abschn. 5b und 7b das Gesetz von der Unveränderlichkeit des Dralls (Flächensatz), d. h. es ist mit Bezug auf Abb. 35

$$c_u r = \text{const.} \quad (35)$$

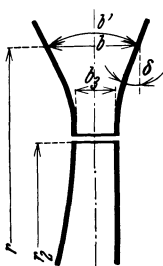


Abb. 34. Radialer Rotationshohlraum hinter einem Laufrad.

Unter dem Einfluß der Reibung wird  $c_u$  mit wachsendem  $r$  rascher abnehmen, als der Gl. (35) entspricht. Die Untersuchung dieses Vorgangs sei auf die turbulente Strömung beschränkt.

a) Radialströmung mit Umfangskomponente. Hierbei werde mit den Mittelwerten der Geschwindigkeit über die Ringbreite  $b$ , Abb. 34, gerechnet, so daß also die durch die Reibung bedingten Geschwindigkeitsänderungen sich gleichmäßig über die ganze Breite erstrecken, was einer Strömung mit großer Reynoldsscher Zahl ohne Totraumbildung infolge Wirbelablösung in Wandnähe entspricht. Mit einer solchen Strömung großer

Turbulenz ist am Laufradaustritt stets zu rechnen<sup>2</sup>. Ferner sei die Betrachtung auf den Fall beschränkt, daß die Strömung im Meridianschnitt eine Symmetrielinie senkrecht zur Achse hat.

In einer Stromröhre von der Weite  $dy$  (Abb. 35) und der Breite  $b$  im Halbmesser  $r$  wird infolge der Reibung an den Seitenwänden auf der Weglänge  $dx$  ein Energieverlust, bezogen auf 1 kg Wasser gemäß Gl. (6) eintreten von

$$dH_r = \lambda \frac{dx}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}.$$

Darin ist  $d$  nach Abschn. 12 der vierfache hydraulische Halbmesser, also viermal Fläche durch benetzte Wandlänge, d. h.

$$d = 4 \frac{b dy}{2 dy} = 2b. \quad (36)$$

Demnach<sup>3</sup> ist

$$dH_r = \lambda \frac{dx}{2b} \cdot \frac{c^2}{2g}. \quad (37)$$

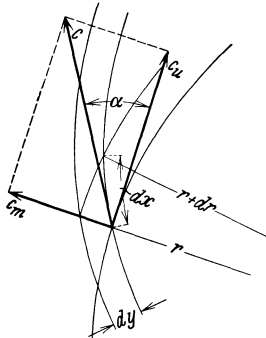


Abb. 35. Strömung im Rotationshohlraum.

Kanalmitte. Der dadurch bedingte Unterschied der Fliehkräfte wird ähnliche Sekundärbewegungen hervorrufen können, wie sie beim Krümmer im Anschluß an Abb. 26 beschrieben sind. Daraus geht hervor, daß dann auch mit einer ungleichen Verteilung der Radialkomponenten  $c_m$  über die Breite  $b$  zu rechnen sein wird. Versuche über diese Ungleichmäßigkeiten finden sich in Mitt. Hydr. Inst. Techn. Hochschule München Heft 3 von Heim (Versuche zur Ausbildung der Thomaschen Rückstrombremse).

<sup>3</sup> Infolge der Neigung  $\delta$  der Meridianlinie gegen den Radius müßte in Gl. (36) für  $b$  die abgewinkelte Länge  $b'$  der Normallinie (Abb. 34) und für den benetzten

<sup>1</sup> Pfeleiderer: Untersuchungen aus dem Gebiet der Kreisradmaschinen. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 295 S. 84ff.

<sup>2</sup> Bei nicht sehr hoher Turbulenz werden die in Wandnähe strömenden Teilchen rascher ihre Umfangskomponente verlieren als die Teilchen in

Dieser Reibungsverlust kann eine Druckabnahme nur in radialer Richtung, also in Richtung der in die Meridianebene fallenden Komponente  $c_m$  der Geschwindigkeit  $c$  verursachen, da es sich um eine achsensymmetrische Strömung handelt. Diese Druckabnahme beträgt entsprechend Gl. (37)

$$dH_{rm} = \lambda \frac{dx}{2b} \cdot \frac{c_m^2}{2g}. \quad (38)$$

Der Rest von  $dH_r$  ist, weil  $c^2 = c_m^2 + c_u^2$

$$dH_{ru} = dH_r - dH_{rm} = \lambda \frac{dx}{2b} \cdot \frac{c_u^2}{2g}. \quad (39)$$

Dieser ist offenbar lediglich auf die Umfangskomponente  $c_u$  zurückzuführen und wirkt auf eine Abbremsung der Rotationsenergie, d. h. eine Verkleinerung des Dralls hin. Auf der Weglänge  $dx$  entsteht aber auch bei Reibungslosigkeit eine Abnahme  $(dc_u)'$  von  $c_u$ , die sich gemäß der Ableitung von Gl. (35)

$$(dc_u)' r + c_u dr = 0$$

ergibt zu

$$(dc_u)' = -\frac{c_u}{r} dr. \quad (40)$$

Durch die Reibung allein ist nun eine weitere Verminderung um  $(dc_u)''$  bedingt, die zu bestimmen ist aus

$$d\left(\frac{c_u^2}{2g}\right) = \frac{c_u}{g} (dc_u)'' = dH_{ru} \quad (40a)$$

oder mit Bezug auf Gl. (39), wenn gleichzeitig

$$dx = \frac{dr}{\sin \alpha} = dr \frac{c}{c_m}$$

gesetzt wird,

$$(dc_u)'' = \mp \frac{\lambda}{4b} \cdot \frac{c c_u}{c_m} dr. \quad (41)$$

Das negative Vorzeichen dieser Gleichung gilt für die sich von der Achse entfernende, das positive für die sich der Achse nähernde Strömung. Der Vorzeichenwechsel ist dadurch bedingt, daß im ersten Fall die Geschwindigkeit  $c_u$  mit zunehmendem  $r$ , im zweiten mit abnehmendem  $r$  abnimmt.

Mit Gl. (40) und (41) erhält man als gesamte Abnahme  $dc_u = (dc_u)' + (dc_u)''$ , wenn gleichzeitig gesetzt wird

$$c = \sqrt{c_m^2 + c_u^2} \quad \text{und} \quad c_m = \frac{Q_x}{2r\pi b}, \quad (41a)$$

Umfang im Nenner nicht  $2dy$ , sondern angenähert  $2dy/\cos \delta$  genommen werden, wobei dann  $d = 4 \frac{b' dy}{2dy/\cos \delta} = 2b' \cos \delta$ . Da aber  $b' \cos \delta \approx b$ , so kann Gl. (36) auch hier bei nicht zu großer Neigung  $\delta$  bestehen bleiben.

wo  $Q_x$  das durch den ringförmigen Hohlraum fließende sekundliche Volumen,

$$dc_u = -\frac{c_u}{r} dr \mp \frac{\lambda}{4b} \frac{2r\pi b}{Q_x} \sqrt{\left(\frac{Q_x}{2r\pi b}\right)^2 + c_u^2} \cdot c_u dr,$$

woraus

$$\frac{d(rc_u)}{r^2 c_u \sqrt{\left(\frac{Q_x}{2r\pi b}\right)^2 + c_u^2}} = \mp \frac{\lambda\pi}{2Q_x} dr. \quad (42)$$

Die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung scheidet an der Veränderlichkeit von  $b$ . Sie ist aber mit einer für praktische Zwecke durchaus genügenden Annäherung möglich, wenn beachtet wird, daß  $c_m^2$  gegenüber  $c_u^2$  meist sehr klein ist und demnach das erste Glied unter der Wurzel vernachlässigt werden kann<sup>1</sup>. Damit wird

$$\frac{d(rc_u)}{(rc_u)^2} = \mp \frac{\lambda\pi}{2Q_x} dr. \quad (43)$$

Die Integration zwischen einem Halbmesser  $r_2$  (beispielsweise des Laufradumfangs), an dem  $c_u$  den Wert  $c_{3u}$ \* besitzt, und  $r$  ergibt

$$\frac{1}{rc_u} - \frac{1}{r_2 c_{3u}} = \pm \frac{\lambda\pi}{2Q_x} (r - r_2). \quad (44)$$

Diese Gleichung stellt die für technische Rechnungen brauchbare Erweiterung des Flächensatzes auf den Fall der Reibungsströmung dar. Man erkennt, daß sich jetzt das Geschwindigkeitsmoment  $rc_u$  mit zunehmendem Reibungsweg  $(r - r_2)$  verkleinert. Das positive Vorzeichen der rechten Seite gilt für die nach außen gerichtete Strömung, d. h. den Fall der Kreiselpumpe, das negative Vorzeichen für die nach innen gerichtete Strömung, also der Turbine. Mit  $\lambda = 0$  geht Gl. (44) in Gl. (35) über, wie verlangt werden muß. Auffallend ist, daß  $b$  nicht mehr erscheint. Doch ist dies leicht damit zu erklären, daß eine Vergrößerung von  $b$  einerseits den hydraulischen Durchmesser vergrößert [Gl. (36)], andererseits aber auch den Reibungsweg im selben Verhältnis verlängert, weil sich der Neigungswinkel  $\alpha$  der spiraligen Strombahnen verkleinert.

Wird Gl. (44) mit  $Q_x$  durchmultipliziert und gesetzt

$$Q_x = 2\pi r b c_m \quad \text{bzw.} \quad = 2\pi r_2 b_3 c_{3m},$$

so kann auch geschrieben werden

$$\frac{c_m}{c_u} b - \frac{c_{3m}}{c_{3u}} b_3 = \pm \frac{\lambda}{4} (r - r_2),$$

oder wenn der Neigungswinkel  $\alpha$  der Stromlinien wieder eingeführt wird und  $\alpha_3$  der Wert von  $\alpha$  am Halbmesser  $r_2$  ist, wobei  $\text{tg } \alpha = c_m/c_u$ ,  $\text{tg } \alpha_3 = c_{3m}/c_{3u}$ ,

$$b \text{tg } \alpha - b_3 \text{tg } \alpha_3 = \pm \frac{\lambda}{4} (r - r_2), \quad (45)$$

<sup>1</sup> Die Zulässigkeit dieser Vernachlässigung ist S. 160, insbesondere in der dortigen Fußbemerkung 1 näher untersucht.

\* Entsprechend den bei Kreiselpumpen üblichen Bezeichnungen, da das Fußzeichen 3 für die Strömung dicht hinter den Laufschaufeln gilt. (S. 66.)



woraus für den Sonderfall  $b = b_3$

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_3 = \pm \frac{\lambda}{4b} (r - r_2). \quad (45a)$$

Diese Gleichung tritt an die Stelle derjenigen der logarithmischen Spirale der reibungslosen Strömung  $\alpha = \alpha_3$ . Das Wasser strömt also in Spiralbahnen zunehmender Steigung<sup>1</sup>.

In den vorstehenden Gleichungen ist die Widerstandsziffer  $\lambda$  bei der Strömung nach außen (d. h. mit zunehmendem  $r$ ) größer zu nehmen als bei der Strömung nach innen, weil im ersten Fall die Verhältnisse des erweiterten Kanals, im letzteren die des verengten Kanals vorliegen (vgl. Abschn. 13). Ferner wird sich  $\lambda$  infolge der fehlenden Anlaufstrecke (S. 30) weiter vergrößern, so daß bei der verlangsamten Strömung im ganzen ein Mehrfaches des S. 30 für  $\lambda$  abgeleiteten Wertes in Frage kommt.

**b) Axialströmung mit Umfangskomponente** (Abb. 36). Ebenso wie bei reiner Radialströmung läßt sich auch bei reiner Axialströmung der Einfluß der Wandreibung verfolgen. Hierbei ist  $r = \text{const}$ , also  $(dc_u)' = 0$ . Wir beschränken uns auf den Fall, daß  $b$  gegenüber  $r$  klein ist. Dann kann wieder gleich große Geschwindigkeit über die Breite  $b$  angenommen werden, und es ist mit Bezug auf Gl. (41) für ein Element von der axialen Länge  $dz$

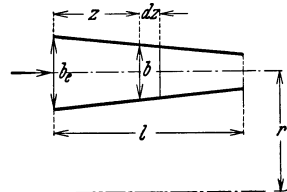


Abb. 36.  
Axialer Rotationshohlraum.

$$dc_u = (dc_u)'' = \frac{\lambda}{4b} \cdot \frac{cc_u}{c_m} dz = \frac{\lambda}{4b} \sqrt{c_m^2 + c_u^2} \cdot \frac{c_u}{c_m} dz.$$

Wird hierin wieder das erste Glied unter der Wurzel vernachlässigt, so folgt unter Benutzung von Gl. (41 a)

$$dc_u = \frac{\lambda}{4b} \frac{c_u^2}{c_m} dz = \frac{\lambda}{2} \frac{r\pi}{Q_x} c_u^2 dz$$

und damit für einen axialen Weg von der Länge  $z$

$$\int_0^z \frac{dc_u}{c_u^2} = \frac{\lambda}{2} \frac{r\pi}{Q_x} z$$

oder wenn die Größen am Eintritt mit dem Fußzeichen  $e$  versehen werden

$$\frac{1}{c_u} - \frac{1}{c_{ue}} = \frac{\lambda}{2} \frac{r\pi}{Q_x} z. \quad (46)$$

<sup>1</sup> Ohne die Vernachlässigung von  $c_m^2$  gegen  $c_u^2$  wäre Gl. (42) für den Fall  $b = b_3$ , also für einen Diffusor konstanter Breite lösbar. Der Vollständigkeit halber sei das Ergebnis angeführt. Es ergibt sich

$$\ln \frac{\frac{1}{rc_u} + \sqrt{\left(\frac{2\pi b}{Q_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{rc_u}\right)^2}}{\frac{1}{r_2 c_{3u}} + \sqrt{\left(\frac{2\pi b}{Q_x}\right)^2 + \left(\frac{1}{r_2 c_{3u}}\right)^2}} = \pm \frac{\lambda}{4b} (r - r_2)$$

oder

$$\ln \left[ \frac{1 + \sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha_3}{1 + \sin \alpha_3} \right] = \pm \frac{\lambda}{4b} (r - r_2).$$

Für praktische Rechnungen kommen diese Gleichungen wegen ihrer Umständlichkeit kaum in Frage.

Da 
$$Q_x = 2r\pi b_e c_{me} = 2r\pi b c_m,$$

so kann Gl. (46) auch geschrieben werden

$$\frac{c_m}{c_u} b - \frac{c_{me}}{c_{ue}} b_e = \frac{\lambda}{4} z \quad (47)$$

oder 
$$b \operatorname{tg} \alpha - b_e \operatorname{tg} \alpha_e = \frac{\lambda}{4} z \quad (48)$$

und mit  $b = b_e$

$$\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha_e = \frac{\lambda}{4b} z \quad (48a)$$

in Übereinstimmung mit Gl. (45) bzw. (45a).

Das Wasser strömt also auch hier in Schraubelinien von zunehmender Steigung.

e) **Zusammengesetzter Kanal** (Abb. 37). Da auch Gl. (45) auf die Form von Gl. (48) gebracht werden kann, wenn man  $r - r_2$  gleich dem im Meridianschnitt erscheinenden Wasserweg setzt, so dürfte es zulässig sein, auch die Strömung in einem Rotationshohlraum, der im wesentlichen aus radialen und axialen Teilen sich zusammensetzt, nach der Gleichung zu verfolgen:

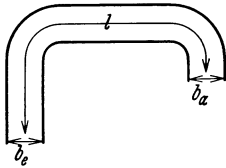


Abb. 37. Rotationshohlraum mit axialem und radialem Verlauf.

$$b_a \operatorname{tg} \alpha_a - b_e \operatorname{tg} \alpha_e = \frac{\lambda}{4} l \quad (49)$$

oder für den Kanal konstanter Breite, also  $b_a = b_e$ ,

$$\operatorname{tg} \alpha_a - \operatorname{tg} \alpha_e = \frac{\lambda}{4b} l. \quad (49a)$$

Die Größe  $l$  ist hierin die im Meridianschnitt gemessene Kanallänge; das Fußzeichen  $a$  bezieht sich auf den Kanalaustritt.

Kanäle nach Art der Abb. 37 sind bei mehrstufigen Pumpen mit schaufellosem Ringraum zwischen Leit- und Umlaufschaufeln vorhanden.

## 18. Reibungsarbeit umlaufender Scheiben.

Das im Förderwasser umlaufende Rad einer Kreiselpumpe ist an seinen Seitenwänden Reibungskräften ausgesetzt, die einen nicht unbeträchtlichen Teil der zugeführten Arbeit verzehren. Die Reibungskräfte verleihen der Flüssigkeit ebenfalls eine gewisse Geschwindigkeit, die zur Folge hat, daß — abgesehen von anderen in der Pumpe vorhandenen Strömungen — eine Umlaufbewegung der Flüssigkeit im Raum zwischen Rad und Gehäuse stattfindet (Abb. 38). Die beschleunigten Teilchen werden wahrscheinlich infolge ihrer Zentrifugalkraft nach außen geschleudert<sup>1</sup> und anderen Teilchen Platz machen, die nun ebenfalls beschleunigt werden. Da die Geschwindigkeit der beschleunigten Wasserteilchen durch Reibung und Wirbel sich verringert, wird es von großem Einfluß sein, ob der Umlaufweg kurz ist,

<sup>1</sup> Vgl. auch F. Busmann: Versuche über die Grenzschichtbewegung auf rotierenden Scheiben. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Bd. 2 (1931) Nr. 9 S. 335.

d. h. ob sie, wenn sie wieder an die Scheibe herantreten, noch einen beträchtlichen Teil ihrer vorher erhaltenen Umlaufgeschwindigkeit besitzen oder nicht. Offenbar wird im unendlich großen Raum die größte Reibungsarbeit verursacht, weil die herantretenden Teilchen keine Geschwindigkeit im Sinne der Drehbewegung des Rades besitzen. Umgekehrt wird ein Rad, welches sich seitlich und am Umfang eng an die Gehäusewand anschließt, wenig Reibung verzehren.

Für die rechnerische Ermittlung der Radreibung kann man von den Ergebnissen von Schleppversuchen ausgehen. In Anlehnung an unsere früheren Betrachtungen benutzen wir für die Reibungskraft, bezogen auf das Quadratmeter der geschleppten Fläche, den Ausdruck

$$\varrho = \lambda_f \gamma \cdot \frac{v^2}{2g}, \quad (50)$$

wo  $v$  die Geschwindigkeit der geschleppten Fläche, bezogen auf das ruhende Wasser, bedeutet. Der Beiwert  $\lambda_f$  muß nach dem Ähnlichkeitsgesetz eine Funktion der Reynoldsschen Zahl und der Rauigkeit der Wand sein. Ist  $l$  die Länge der geschleppten Fläche in der Bewegungsrichtung, so wird diese Vergleichszahl ausgedrückt werden können durch  $vl/\nu$ . In Anlehnung an die Blasius'sche Gleichung [Gl. (16), S. 29] setzen wir

$$\lambda_f = k \cdot \left(\frac{\nu}{vl}\right)^\alpha, \quad (51)$$

wo  $k$  und  $\alpha$  nur von der Rauigkeit der geschleppten Fläche abhängige Werte sind.

Gemäß Gl. (51) nimmt  $\lambda_f$  und damit auch der spezifische Schleppwiderstand  $\varrho$  mit zunehmender Länge  $l$  ab, was mit der Erfahrung gut übereinstimmt<sup>1</sup> und so zu erklären ist, daß mit zunehmender Länge der geschleppten Fläche die Strömung durch die Reibung sich mehr und mehr verlangsamt und deshalb die vorderen Flächenteilchen wirksamer sind als die hinteren. Bei der Bestimmung der Reibungsarbeit der umlaufenden Scheibe muß man aber zunächst die Verhältnisse längs eines beliebigen Parallelkreises betrachten, und hier ist jedes Element des Umfangs dem anderen gleichwertig. Wir helfen uns in Anlehnung an die ähnlichen Verhältnisse des Rohrs dadurch, daß wir in Gl. (51)  $l$  gleich dem Halbmesser  $x$  des betrachteten Parallelkreises setzen.

Mit  $l = x$  gibt die Vereinigung der Gl. (50) und (51)

$$\varrho = k \frac{\gamma}{2g} \nu^\alpha v^{2-\alpha} x^{-\alpha}. \quad (52)$$

<sup>1</sup> Werte von  $k$  und  $\alpha$  vgl. Prandtl: *Ergebn. aerodyn. Versuchsanst. Göttingen*, I. Lief. S. 120. München u. Berlin 1921; *Gebers: Schiffbau* Bd. 9 (1908); *Kempff: Vorträge aus dem Gebiet der Hydro- und Aerodynamik in Innsbruck 1922* (herausgeg. von Kármán und Levi-Civita). Berlin 1924; *Schiller u. Hermann: Ing.-Arch.* 1930 Heft 4 S. 391.

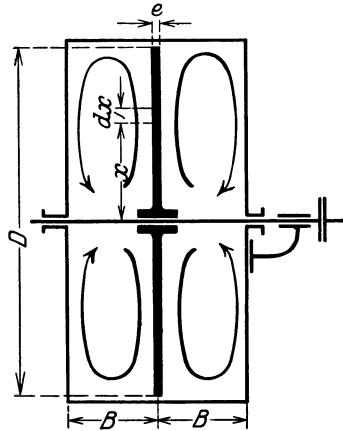


Abb. 38.  
Reibung umlaufender Scheiben.

Wir machen nun weiter die Annahme, daß die mit der Scheibe in Berührung kommenden Flüssigkeitsteilchen keine nennenswerten Rotationskomponenten besitzen und legen damit die Verhältnisse zugrunde, wie sie bei dem im unbegrenzten Raum umlaufenden Rad vorliegen. Dann ist an einem Parallelkreis vom Halbmesser  $x$  (Abb. 38) die Schleppgeschwindigkeit  $v = x\omega$ , wenn  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit bedeutet, und die Reibungskraft längs einer Ringfläche von der Breite  $dx$  mit der beiderseitigen Oberfläche  $4\pi x dx$ ,  $dR = 4\pi x dx \varrho$ , also das zugehörige Moment unter Benutzung von Gl. (52)

$$dM = dR x = 4\pi k \frac{\gamma}{2g} \nu^\alpha \omega^{2-\alpha} x^{4-2\alpha} dx,$$

also das ganze Moment der Reibung

$$M = \int_0^{\frac{D}{2}} dM = 4\pi k \frac{\gamma}{2g} \nu^\alpha \omega^{2-\alpha} \frac{\left(\frac{D}{2}\right)^{5-2\alpha}}{5-2\alpha} \quad (53)$$

und die Reibungsarbeit in PS

$$N_r = \frac{M\omega}{75} = \frac{4\pi k}{(5-2\alpha)75} \frac{\gamma}{2g} \left[ \frac{\nu}{\omega \left(\frac{D}{2}\right)^2} \right]^\alpha \cdot \omega^3 \left(\frac{D}{2}\right)^5. \quad (54)$$

Besitzt die Scheibe die Dicke  $e$ , so tritt wegen der Reibung an der Stirnfläche das Moment  $M' = D\pi e \cdot \varrho \cdot D/2$  hinzu. Setzt man den Wert für  $\varrho$  ein und addiert  $M'\omega/75$  zu  $N_r$ , so erhält man

$$N_r = \frac{\pi k}{600} \frac{\gamma}{2g} \left[ \frac{\nu}{\omega \left(\frac{D}{2}\right)^2} \right]^\alpha \omega^3 D^4 \left( \frac{D}{5-2\alpha} + e \right), \quad (55)$$

oder wenn man die konstanten Glieder zu einem Beiwert  $k_1$  zusammenfaßt

$$N_r = k_1 \gamma \left[ \frac{\nu}{\omega \left(\frac{D}{2}\right)^2} \right]^\alpha \omega^3 D^4 \left( \frac{D}{5-2\alpha} + e \right). \quad (56)$$

Der Vergleich<sup>1</sup> der Vorgänge in der Grenzschicht mit denen der Rohrströmung führt [bei Heranziehung des Blasius'schen Gesetzes Gl. (16)] für glatte Scheiben zu einem Wert des Exponenten  $\alpha = \frac{1}{5}$ . Für Scheiben mit rauher Oberfläche oder bei sehr hohen Reynoldsschen Zahlen fürte sich dieser Wert der Null nähern. Mit  $\alpha = 0$  geht Gl. (56) über in

$$N_r = k_1' \gamma \omega^3 D^4 \left( \frac{D}{5} + e \right). \quad (56a)$$

Aus Versuchen von Gibson und Ryan<sup>2</sup> ergeben sich die in nachstehender Zahlentafel enthaltenen Werte von  $k_1$  der Gl. (56) für  $\alpha = \frac{1}{5}$  bzw.  $k_1'$  der Gl. (56a).

<sup>1</sup> Kármán: Z. angew. Math. Mech. 1921 S. 233ff.; Prandtl: Ergebn. aerodyn. Versuchsanst. Göttingen, III. Lief. (1927) S. 3ff.

<sup>2</sup> Minut. Proc. Inst. civ. Engr. Bd. 179 Teil I (1909/10). Auszug von Weil in Z. ges. Turbinenwes. 1920 S. 404.

Zahlentafel.

Beiwerte  $k_1$  und  $k'_1$  von Gl. (56) bzw. Gl. (56a) nach englischen Versuchen.

|  | $\alpha = \frac{1}{3}$<br>$k_1$ in Gl. (56) | $\alpha = 0$<br>$k'_1$ in Gl. (56a) |
|--|---|-------------------------------------|
| 1. Glatte Scheibe im glatten Gehäuse                                   | 8,5 bis $10 \cdot 10^{-6}$                  | 0,41 bis $0,49 \cdot 10^{-6}$       |
| 2. Glatte Scheibe im unbearbeiteten<br>Gußgehäuse . . . . .            | 10 „ $12 \cdot 10^{-6}$                     | 0,5 „ $0,58 \cdot 10^{-6}$          |
| 3. Unbearbeitete gußeiserne Scheibe<br>im glatten Gehäuse . . . . .    | 10 „ $11 \cdot 10^{-6}$                     | 0,5 „ $0,55 \cdot 10^{-6}$          |
| 4. Unbearbeitete gußeiserne Scheibe<br>im unbearbeiteten Gehäuse . . . | $12 \cdot 10^{-6}$                          | $0,59 \cdot 10^{-6}$                |

Hiernach wächst  $k_1$ , wenn die Rauigkeit der Scheibe oder die Rauigkeit der Wand größer wird. In Übereinstimmung mit der S. 46 angestellten Betrachtung über den Einfluß des Wandabstandes  $B$  gelten im Fall 1 bis 3 die kleinen  $k_1$ -Werte nur für kleine Werte von  $B/D$ , die großen  $k_1$ -Werte für  $B/D = 1,15$ . Auch hinsichtlich des radialen Spiels zwischen Gehäuse und Wand erwies sich eine weitgehende Verkleinerung als vorteilhaft<sup>1</sup>.

Für die Berechnung der Radreibung von Kreiselnrädern ist es zulässig, von der einfachen Gl. (56a) Gebrauch zu machen, weil dort das Wasser beim Eintritt in den Spaltraum bereits eine Geschwindigkeitskomponente im Sinne der Drehrichtung besitzt, also die Voraussetzungen der Rechnung nicht ganz zutreffen. Gl. (56a) läßt sich auch schreiben

$$N_r = \frac{k'_1}{5} \gamma \omega^3 D^4 (D + 5e). \tag{57}$$

Nach weiteren eigenen und fremden<sup>1</sup> Versuchen liegen die Beiwerte  $k_1$  und  $k'_1$  der obigen Zahlentafel an der unteren Grenze. Wählt man sicherheitshalber als Mittelwert  $k'_1 = 0,7 \cdot 10^{-6}$  und setzt gleichzeitig  $\omega = 2u/D$ ,  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$ , so gibt Gl. (57)

$$N_r = 0,0011 u^3 D (D + 5e). \tag{57a}$$

Hierin ist mit Bezug auf Abb. 39 zu setzen

$$e = e_1 + e_2 + e_3 + e_4. \tag{58}$$

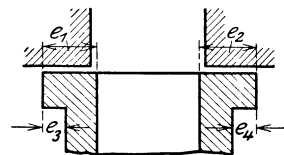


Abb. 39.

Ferner sind  $D$  und  $e$  in Metern einzuführen.

19. Die Förderhöhe einer Pumpe.

Um die Pumpe richtig zu beurteilen, darf man die in der anschließenden Rohrleitung auftretenden Verluste nicht der Pumpe zur Last legen, denn die Rohrleitung wechselt mit den örtlichen Verhältnissen und wird

<sup>1</sup> In Z. VDI Bd. 65 (1921) S. 441 finden sich Versuche von W. Schmidt, aus denen sich errechnet: Für die glatte Scheibe bei  $\alpha = \frac{1}{3}$ ,  $k_1 = 14,7 \cdot 10^{-6}$ , bei  $\alpha = 0$ ,  $k'_1 = 0,952 \cdot 10^{-6}$ , die raue Scheibe bei  $\alpha = 0$ ,  $k'_1 = 3,69 \cdot 10^{-6}$ . Diese Werte sind teilweise um ein Mehrfaches größer als die der obigen Zahlentafel, was hauptsächlich auf den verwendeten — praktisch unbegrenzten — axialen und radialen Wandabstand zurückzuführen sein dürfte.

meist auch von einem anderen Hersteller geliefert als die Pumpe. Es wäre somit unrichtig, als Förderhöhe den geodätischen Höhenunterschied zwischen Saug- und Druckwasserspiegel zu betrachten, sondern man muß hierfür den nutzbaren Energieunterschied von 1 kg Förderflüssigkeit am Aus- und Eintritt der Pumpe in mkg/kg, also in Meter Flüssigkeitssäule der Förderflüssigkeit einsetzen. Bei dieser Auffassung ist die Wirkung der Pumpe von der Rohrleitung getrennt.

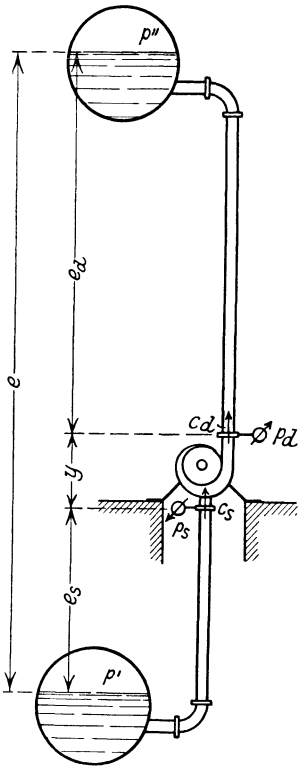


Abb. 40.

Die so ermittelte Förderhöhe kann durch Messung des Druckes am Saug- und Druckstutzen festgestellt werden und wird deshalb bisweilen auch als manometrische Förderhöhe bezeichnet. Dieser Ausdruck wird im folgenden vermieden, weil die Förderhöhe nicht in Druckeinheiten, sondern, wie erwähnt, in Metern Flüssigkeitssäule der Förderflüssigkeit anzugeben ist<sup>1</sup>. Ferner muß die Verschiedenheit der Geschwindigkeit am Ein- und Austritt, ebenso der Höhenlage dieser beiden Meßstellen berücksichtigt werden. Bezeichnet mit Bezug auf Abb. 40

$p_a$  die Ablesung am Manometer der Drucköffnung in  $\text{kg/cm}^2$  (also den Überdruck über die äußere Atmosphäre),

$p_s$  die Ablesung am Manometer (bzw. Vakuummeter) der Saugöffnung in  $\text{kg/cm}^2$  (ebenfalls als Überdruck über die äußere Atmosphäre gedacht, also negativ zu nehmen, falls ein Unterdruck vorliegt),

$y$  densenkrechten, in m gemessenen Höhenunterschied der beiden Stellen in der Flüssigkeit, an welchen die Drücke  $p_a$  und  $p_s$  herrschen, und zwar sei  $y$  positiv, wenn die Meßstelle der Druckseite über der Saugseite liegt,

$\gamma$  das Gewicht der Raumeinheit der Förderflüssigkeit in  $\text{kg/m}^3$ ,

$c_d, c_s$  die Wassergeschwindigkeit in den Rohrquerschnitten an beiden Meßstellen (d. h. Quotient aus Wassermenge und Querschnitt) in m/s, so beträgt die Förderhöhe, da sich der Energieinhalt gemäß der Bernoulli-Gleichung (S. 9) aus Druck-, Lagen- und Geschwindigkeitsenergie zusammensetzt und  $1 \text{ kg/cm}^2 = 10000 \text{ kg/m}^2$  ist,

$$H = \frac{p_a - p_s}{\gamma} 10000 + y + \frac{c_d^2 - c_s^2}{2g}. \quad (59)$$

<sup>1</sup> Die sog. manometrische Förderhöhe ist von der Skalenteilung des Manometers abhängig. Sie bezieht sich deshalb meist auf kaltes Wasser und beträgt demnach zum Unterschied von der oben betrachteten (metrischen) Förderhöhe  $\bar{H}$ :

$$H_{\text{man}} = H \frac{\gamma}{1000}. \text{ Nur bei genügend kaltem Wasser ist also } H_{\text{man}} = H.$$

Diese Gleichung ist anzuwenden, wenn es sich um die Bestimmung der Förderhöhe einer im Betrieb befindlichen Pumpe, also auf dem Weg des Versuchs handelt. Das Gewicht der Raumeinheit  $\gamma$  ist von der Art der Förderflüssigkeit abhängig und für Wasser verschiedener Temperatur S. 5 angegeben. Für reines Wasser von nicht mehr als  $30^\circ \text{C}$  kann  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  gewählt werden, womit

$$H = 10(p_d - p_s) + y + \frac{c_d^2 - c_s^2}{2g}. \quad (59a)$$

Bei der rechnerischen Ermittlung der Förderhöhe, beispielsweise für eine zu entwerfende Pumpe, sind die Drücke  $p_d$  und  $p_s$  aus den in einem solchen Fall bekannten Größen zu errechnen. Sie sind bedingt durch die Drücke  $p'$  und  $p''$  über dem Saug- und Druckwasserspiegel (in  $\text{kg/cm}^2$ ), die Höhenlage letzterer und die Widerstände  $H_{sw}$  und  $H_{dw}$  (in Meter Flüssigkeitssäule) der Saug- und Druckleitung. Nach der erweiterten Bernoulli-Gleichung ist, wenn Saug- und Druckwasserspiegel in Ruhe sich befinden, unter Bezugnahme auf Abb. 40

$$\frac{p_s}{\gamma} 10000 + e_s + H_{sw} + \frac{c_s^2}{2g} = \frac{p'}{\gamma} 10000,$$

$$\frac{p_d}{\gamma} 10000 + \frac{c_d^2}{2g} = \frac{p''}{\gamma} 10000 + e_d + H_{dw},$$

somit

$$\frac{p_d - p_s}{\gamma} 10000 + \frac{c_d^2 - c_s^2}{2g} = \frac{p'' - p'}{\gamma} 10000 + e_d + e_s + H_{sw} + H_{dw},$$

also nach Einsetzen dieses Wertes in Gl. (59)

$$H = \frac{p'' - p'}{\gamma} 10000 + (e_d + e_s + y) + (H_{dw} + H_{sw})$$

oder

$$H = \frac{p'' - p'}{\gamma} 10000 + e + H_w. \quad (60)$$

Die Förderhöhe  $H$  einer Pumpe ist also gleich der Summe von

1. dem Druckunterschied der Räume über dem Saug- und Druckwasserspiegel,
2. dem geodätischen Höhenunterschied  $e$  zwischen Druck- und Saugwasserspiegel,
3. dem Strömungswiderstand in der gesamten Rohrleitung (ausschließlich Pumpe).

Stehen Saug- und Druckwasserspiegel unter Atmosphärendruck, so ist der erste Anteil gleich dem negativen Unterschied des Luftdrucks, also praktisch gleich Null, d. h.

$$H = e + H_w. \quad (61)$$

Zu beachten ist, daß der Strömungswiderstand  $H_w = H_{sw} + H_{dw}$  sämtliche durch Wandreibung, Richtungs- und Querschnittsänderungen der Rohrleitung entstehenden Verluste umfaßt, die demnach einzeln zu bestimmen und zu addieren sind. Hierher gehören auch beispielsweise die Verluste beim Einlauf in die Saugleitung und Austritt aus der

Druckleitung, da die Wasserspiegel im Saug- und Druckbehälter ruhend angenommen sind.

Der Einfluß der drei Glieder der Gl. (60) ist je nach dem Verwendungszweck der Pumpe ganz verschieden. Bei einer Wasserwerkspumpe verschwindet das erste Glied. Es gilt also Gl. (61), wobei aber der geodätische Höhenunterschied  $e$  die Widerstandshöhe  $H_w$  weit überwiegt. Auch bei einer Kanalwasserpumpe gilt Gl. (61). Aber hier tritt der Höhenunterschied  $e$  gegenüber dem Rohrwiderstand  $H_w$  meist zurück. Bei einer Kesselspeisepumpe überwiegt das erste Glied der Gl. (60), d. h. der Druckunterschied über dem Wasserspiegel im Kessel und Speisewasserbehälter die beiden anderen Glieder bei weitem.

## 20. Die Kennlinie der Rohrleitung.

Wechselt die Wasserlieferung der Pumpe, so ändert sich in Gl. (60) und (61) das letzte Glied  $H_w$ , weil sich die Geschwindigkeit proportional zur Wassermenge ändert. Es ist nun für das betriebliche Verhalten einer Kreiselpumpe von großer Wichtigkeit, zu wissen, nach welchem Gesetz die Förderhöhe mit der Wassermenge  $Q_x$  (in  $\text{m}^3/\text{s}$ ) schwankt. Die Kurve, welche den Verlauf der Förderhöhe  $H$  in Abhängigkeit der Wassermenge  $Q_x$  angibt, bezeichnen wir als „Kennlinie der Rohrleitung“, da sie einer bestimmten Rohrleitung eigentümlich ist, gleichgültig, welche Pumpenart verwendet und an welcher Stelle der Rohrleitung die Pumpe angeordnet ist.

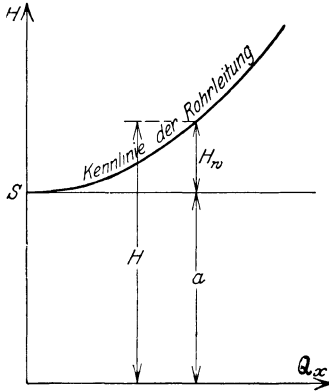


Abb. 41.

Die Änderung der Förderhöhe  $H$  ist nur durch den Strömungswiderstand  $H_w$  bedingt. Dieser setzt sich zusammen einerseits aus der Rohrreibung  $H_r$ , die aus der Summe der Reibungshöhen der einzelnen Rohrstücke gleichen Durchmessers zu bestimmen ist und gemäß Gl. (6) sich ergibt aus

$$H_r = \sum \lambda \frac{l}{d} \frac{c^2}{2g}, \quad (62)$$

andererseits aus den Widerständen durch Querschnitts- und Richtungsänderung, die sich mit dem Quadrat der Geschwindigkeit, also auch dem Quadrat der Wassermenge, ändern. Der Reibungsanteil  $H_r$  ist insbesondere bei rauen Leitungen ebenfalls näherungsweise vom Quadrat der Wassermenge abhängig. Die Beziehung für  $\lambda$  ist durch die v. Misessche Gl. (20) ausgedrückt. Für praktische Rechnungen, insbesondere bei Leitungen mit verhältnismäßig häufiger Querschnitts- und Richtungsänderung (Krümmungen, Verzweigungen, Absperrungen), ist es deshalb zulässig, das quadratische Gesetz zugrunde zu legen und zu schreiben

$$H_w = \text{const} \cdot Q_x^2. \quad (63)$$



Die Kennlinie der Rohrleitung (Abb. 41) ist dann eine Parabel, deren Scheitel  $S$  auf der Ordinatenachse im Abstand

$$\frac{p'' - p'}{\gamma} 10000 + e \equiv a \tag{63a}$$

vom Nullpunkt liegt, so daß

$$H = a + H_w. \tag{63b}$$

### 21. Wirbel und Zirkulation.

Flüssigkeiten von verschwindender Zähigkeit, z. B. Wasser, haben nach dem S. 28 und 38 Dargelegten die Eigenschaft, an Wandungen Wirbel zu erzeugen und diese in die im wesentlichen freie Strömung hinauszusenden. Wir wollen hier das Wesen eines solchen Wirbels und seine Wirkung auf die umgebende Flüssigkeit betrachten.

Bringen wir ein mit Wasser gefülltes zylindrisches Gefäß (Abb. 42c) in Umdrehung um seine Achse, so wird in der Nähe der Gefäßwandung die Flüssigkeit mitgenommen und die Rotation wird sich allmählich infolge der auftretenden Schubkräfte in das Innere der Flüssigkeit fortpflanzen, so daß mit der Zeit das Wasser wie ein fester Körper mit dem Gefäß umläuft. Infolgedessen wird ein Stäbchen, das in der Flüssigkeit schwimmt — neben der reinen fortschreitenden Bewegung längs der Kreisbahn —, eine Drehbewegung mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  wie das Gefäß ausführen. Die Strömung stellt einen einzigen Wirbel dar. Daß hier andere Gesetze gelten müssen wie bei den im Hauptabschnitt B behandelten Potentialströmungen, zeigt uns der Vergleich mit dem im Abschn. 5b untersuchten Potentialwirbel. Während dort die Geschwindigkeiten nach außen umgekehrt proportional zum Halbmesser abnehmen, wachsen sie jetzt proportional zu diesem. Die Strombilder Abb. 9 und 42b haben dementsprechend ein ganz verschiedenes Aussehen. In letzterer sind die Normallinien nicht mehr Linien gleichen Potentials (S. 17), da ein solches nicht mehr besteht. Auch das Bernoulli-Gesetz hat bei der wirbelbehafteten Strömung seine Gültigkeit verloren. Wir wollen zur Klarstellung dieses Unterschiedes die Druckverteilung auf Grund des gleichen Gedankenganges wie beim Potentialwirbel bestimmen. Wir schneiden aus einem Gefäß, das in Abb. 42a die Umrisse eines Schaufelrades hat, wieder

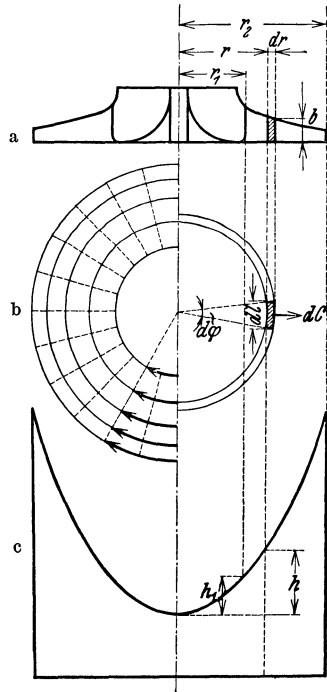


Abb. 42a bis c. Rotation eines mit Wasser gefüllten Gefäßes.

ein sehr kleines Element von der Höhe  $b$  durch zwei benachbarte Zylinderflächen vom Halbmesser  $r$  und  $r + dr$  und zwei den kleinen Winkel  $d\varphi$  bildende Meridianebenen heraus. Es ist wieder die Druckzunahme nach außen infolge der Fliehkraft wie in Gl. (3a), S. 11

$$dp = \frac{\gamma}{g} \frac{c^2}{r} dr,$$

aber weil jetzt die Wassergeschwindigkeit  $c$  gleich der Umfangsgeschwindigkeit  $u = r\omega$  ist, so wird

$$dp = \frac{\gamma}{g} r\omega^2 dr.$$

Die Integration zwischen den beliebigen Halbmessern  $r_1$  und  $r$  liefert

$$p - p_1 = \frac{\gamma}{g} \omega^2 \frac{r^2 - r_1^2}{2}, \quad (64)$$

und in Meter Wassersäule ausgedrückt

$$h - h_1 = \frac{p - p_1}{\gamma} = \frac{\omega^2}{2g} (r^2 - r_1^2), \quad (65)$$

oder, weil die Umfangsgeschwindigkeit am Eintritt  $u_1 = r_1\omega$  und am Radius  $r$   $u = r\omega$ ,

$$h - h_1 = \frac{u^2 - u_1^2}{2g}. \quad (66)$$

Gl. (65) läßt erkennen, daß der Druck nach einer Parabel zunimmt. Diese Parabel kann man herstellen, wenn man dem Wasser eine freie Oberfläche gibt. Die Oberfläche des Wassers bildet dann (Abb. 42c) ein Rotationsparaboloid, dessen Ordinaten den Druckhöhen  $h$  entsprechen und dessen erzeugende Parabel durch Gl. (66) dargestellt ist. In der Abbildung sind die Druckhöhen  $h$  und  $h_1$  auf den Scheitel der Parabel bezogen.

Stellen wir auch beim Potentialwirbel die freie Oberfläche her, so verläuft deren Meridian wieder entsprechend der Gleichung für den Druckverlauf, also nach Gl. (6), S. 11 gemäß

$$h - h_1 = \frac{K^2}{2g} \left( \frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_1^2} \right), \quad (67)$$

und hat die Form der in Abb. 43 gezeichneten Linie  $ABC$ . Hieran fällt der gegensätzliche Charakter gegenüber Abb. 42c und der (S. 12 behandelte) starke Druckabfall an der Drehachse mit Hohlraumbildung in die Augen. Dieses Gebiet der steilen Drucksenkung kann ausgeschaltet werden, wenn die Strömung nach innen durch einen kreiszylindrischen Körper mit reibungsloser Oberfläche begrenzt wird. Man kann diesen auch ersetzen durch einen rotierenden Wasserzylinder, also den vorher behandelten Wirbel, der dann die Rolle eines Wirbelkerns oder Wirbelfadens spielt, und dessen Umfangsgeschwindigkeit mit der Geschwindigkeit des Potentialwirbels an der Berührungsfäche übereinstimmt. Die Drucklinie erhält dann in der Nähe der Achse die Parabelform der Abb. 42c und fällt nur noch entsprechend der Linie  $BD$  ab. Da der feste Körper mit reibungsloser Oberfläche und der Wirbelkern offenbar gleichwertig sind hinsichtlich des Einflusses auf

die Potentialströmung, so kann man den festen Körper auch als erstarrten Wirbel betrachten. Dieses Bild des erstarrten Wirbels als Ersatz für den wirklichen bildet eine erhebliche Erleichterung für das Verständnis vieler Strömungsvorgänge. Eine solche Vertauschung ist zulässig, weil ein Wirbelfaden (nach einem der Helmholtzschen Wirbelsätze) immer aus denselben Flüssigkeitsteilchen besteht und sich also gewissermaßen wie ein Fremdkörper in der Flüssigkeit auswirkt. Das Bild des erstarrten Wirbels wird sich insofern als fruchtbar erweisen, als dieser — im Gegensatz zum flüssigen Wirbel — einen „Auftrieb“ aufnehmen kann, da ihm sein Platz in der Flüssigkeit fest angewiesen ist. Er verhält sich also wie ein Tragflügel oder eine Schaufel. Die Wirbelstärke wird durch die sogenannte Zirkulation ausgedrückt. Man erhält diese als das Linienintegral der Geschwindigkeit längs einer beliebigen geschlossenen Linie (Abb. 44), indem man jedes Linienelement  $dl$  mit der in seine Richtung fallenden Geschwindigkeitskomponente  $c_t$  multipliziert und addiert (S. 17). Ihr mathematischer Ausdruck lautet also

$$\Gamma = \oint c_t dl. \quad (68)$$

Die Zirkulation am Umfang des Wirbelkerns ist

$$\Gamma = \omega r_w \cdot 2\pi r_w = 2\pi r_w^2 \cdot \omega. \quad (69)$$

Die Wirbelstärke ist also das doppelte Produkt aus dem Querschnitt  $f = \pi r_w^2$  des Wirbelkerns und seiner Winkelgeschwindigkeit  $\omega^*$ . Da am Umfang des flüssigen Wirbelkerns die Geschwindigkeit  $\omega r_w$  dieses Wirbelkerns mit der der angrenzenden wirbelfreien Strömung übereinstimmt, so ist nach dem Flächensatz das Geschwindigkeitsmoment, also das Produkt  $\omega r_w \cdot r_w$  unverändert und somit nach Gl. (69) die Wirbelstärke von der Wahl des Durchmessers des Wirbelkerns unabhängig.

Die Zirkulation um ein drehungsfreies, unendlich kleines Flächenteilchen ist offenbar gleich Null. Eine endliche, beliebig begrenzte Fläche werde zunächst ebenfalls in unendlich viele Elementarteilchen (Abb. 44) zerlegt. Bildet man die Summe der Zirkulation um diese Teilchen, so

\* Den doppelten Wert der Winkelgeschwindigkeit, also  $2\omega$ , bezeichnet man in der Hydrodynamik auch als „Rotation“.

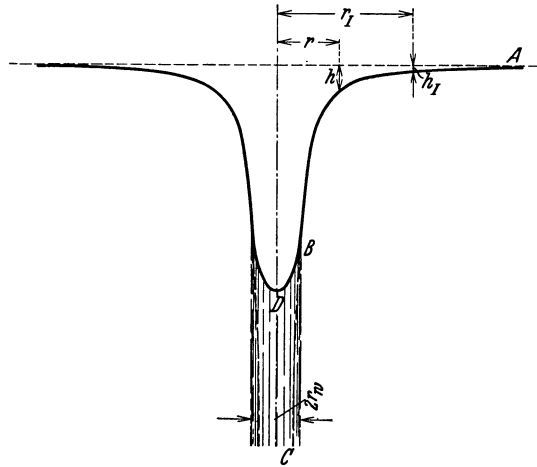


Abb. 43. Freie Oberfläche eines Potentialwirbels.

erscheint darin das Linienintegral der Grenzlinien zwischen den Teilchen zweimal, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen, so daß nur das Linienintegral der äußeren Begrenzung übrig bleibt. Hieraus folgt:

Die Zirkulation ist gleich der Summe der Wirbelstärken der vom Integrationsweg ganz eingeschlossenen Wirbel. Sie ist also unabhängig vom Integrationsweg, solange letzterer die gleichen Wirbelkerne umschließt. Für alle Linien, die keinen Wirbelkern umschließen, ist sie gleich Null.

Die Zirkulation summiert also gewissermaßen die Eigenschaften des umschlossenen Gebiets. Welch große Vereinfachung durch die Einführung dieses Begriffes erzielt wird, geht daraus hervor, daß der zweite der obigen Sätze den S. 11 abgeleiteten Flächensatz als Sonderfall in sich schließt, weil die Zirkulation längs eines kreisförmigen Stromfadens der Abb. 9 das  $2\pi$ -fache des Dralls ist, also nur dann konstant sein kann, wenn auch der Drall konstant ist.

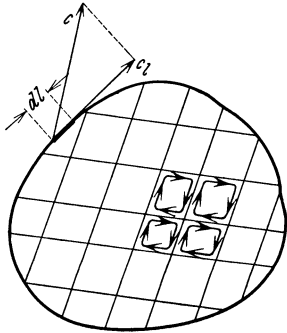


Abb. 44.

Die Verteilung der Wirbelkerne gibt also auch Aufschluß über die Verteilung der Zirkulation und damit über die durch sie hervorgerufene Zirkulationsströmung. Letztere erhält man durch Übereinanderlagerung der zu den einzelnen Wirbelkernen gehörigen Potentialwirbel nach Abb. 9, wobei die Geschwindigkeiten geometrisch zu addieren sind (S. 16/17). Sie ist — mit Ausnahme der Wirbelkerne — selbst drehungsfrei. Ihre Geschwindigkeit klingt im Unendlichen ab. Die Ver-

hältnisse liegen offenbar ähnlich wie beim magnetischen Feld, das durch die Zahl und Lage der stromführenden Leiter ebenfalls bestimmt ist.

Bei der räumlichen Strömung können die Wirbelfäden beliebig gekrümmt sein. Ihre Stärke ist aber längs der ganzen Fadenlänge konstant, weil sonst das Wirbelfeld nicht drehungsfrei bleiben könnte. Sie dürfen also auch nicht in der Flüssigkeit endigen<sup>1</sup>, sondern nur an deren Grenzen, bzw. sie müssen in sich zurücklaufen (Wirbelringe). Eine Verzweigung der Fäden ist naturgemäß möglich, da dadurch der Gesamtbetrag der Zirkulation nicht geändert wird.

Zwischen einem Wirbelfaden in einer drehungsfreien Flüssigkeit und einem stromführenden Leiter besteht überhaupt eine vollkommene Analogie. Auch für den Wirbelfaden gilt das Biot-Savartsche Gesetz der Elektrodynamik. Der Stromstärke des Leiters entspricht die Wirbelstärke oder die Zirkulation  $\Gamma = 2\omega f$ , der Stärke des magnetischen Feldes die Geschwindigkeit der Strömung. Jedes Element des Wirbelfadens von der Länge  $ds$  liefert demnach zur Strömungsgeschwindigkeit eines in der Entfernung  $r$  befindlichen Wasserteilchens  $P$  einen senkrecht zu  $ds$  und  $r$  gerichteten Beitrag von der Größe

$$dc = \Gamma \frac{ds}{4\pi r^2} \sin \alpha, \quad (70)$$

<sup>1</sup> Helmholtzsche Wirbelsätze.

wobei  $\alpha$  der Winkel zwischen  $ds$  und  $r$  ist (Abb. 45). Bei der Integration ist stets zu beachten, daß der Faden unbegrenzt lang zu nehmen ist, auch wenn die Flüssigkeit durch Gefäßwandungen begrenzt ist. Die drehungsfreie Strömung um die Kerne nennt man auch Wirbelfeld, analog zum magnetischen Feld.

Alle die vorstehenden Sätze bleiben auch gültig, wenn der Querschnitt des Wirbelfadens nicht kreisförmig und die Drehung  $\omega$  über den ganzen Querschnitt nicht gleich ist. Man hat sich dann den vorhandenen Wirbelkern als ein Bündel von beliebig vielen einzelnen Wirbelfäden verschiedener Wirbelstärke vorzustellen, deren Summe die Zirkulation ergibt:

$$\Gamma = 2 \int \omega df. \quad (71)$$

Zirkulation = doppelter Wirbelfluß (Stokes-scher Integralsatz).

Solche Wirbelkerne beliebiger Gestalt und ungleichmäßig verteilter Stärke stellen beispielsweise die Schaufeln eines Kreisrades dar oder die Tragflügel eines Flugzeuges,

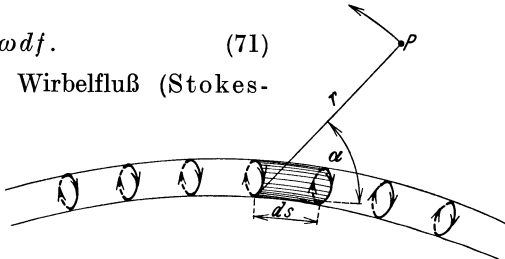


Abb. 45. Analogie zwischen Wirbelfäden und stromführendem Leiter.

wobei es sich also um erstarrte Wirbel handelt. Sie sind auch häufig vorhanden als Trennungsfäche zwischen zwei Potentialströmungen verschiedenen Energieinhalts, wobei dann also in dieser Trennungsfäche die Geschwindigkeiten sprungweise sich ändern. Man hat sich längs dieser Trennungsfäche unendlich viele gleichmäßig verteilte Wirbelfäden mit unendlich kleiner Stärke vorzustellen.

## 22. Impulssatz.

Unter Impuls oder Bewegungsgröße versteht man das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit. Der allgemeine Impulssatz sagt aus, daß die sekundliche Impulsänderung gleich der an der Masse angreifenden Kraft ist. Wendet man diesen Satz auf eine stationär bewegte Flüssigkeit in einem beliebigen Kanal (Abb. 46) an, so braucht die Änderung der Bewegungsgröße nur an den gewählten Querschnitten festgestellt zu werden, da im Innern infolge des stationären Charakters der Bewegung keine Veränderungen eingetreten sind. Man grenzt deshalb das Kanalstück durch „Kontrollflächen“ oder „Impulsflächen“  $I$  und  $II$  ab und betrachtet alle ein- und austretenden Stromfäden. Bezeichnet man mit  $F$  den Querschnitt, mit  $c$  die mittlere Geschwindigkeit der Strömung in diesem Querschnitt, so verschwindet in der Sekunde im Kontrollquerschnitt  $I$  der Abb. 46 die Masse  $\frac{\gamma}{g} Q = \frac{\gamma}{g} F_1 c_1$  entsprechend der sekundlichen Änderung der Bewegungsgröße  $\frac{\gamma}{g} Q c_1 = \frac{\gamma}{g} F_1 c_1^2$ , die als Kraft  $P_1$  an der Masse entgegengesetzt zur Richtung der Strömung angreift, da es sich um ein Verschwinden von Impuls, also

eine Abnahme von Impuls handelt<sup>1</sup>. Im Kontrollquerschnitt *II* tritt hinzu die sekundliche Masse  $\frac{\gamma}{g} Q = \frac{\gamma}{g} F_2 c_2$  entsprechend der sekundlichen Impulsänderung  $\frac{\gamma}{g} Q c_2 = \frac{\gamma}{g} F_2 c_2^2$ , die gleich der in Richtung der Strömung gerichteten Kraft  $P_2$  ist. Außerdem wirken senkrecht zu den Kontrollquerschnitten noch die den Flüssigkeitsdrücken  $p_1$  und  $p_2$  entsprechenden Kräfte  $F_1 p_1$  und  $F_2 p_2$ , so daß durch Zusammensetzung der Kräfte  $P_1 + F_1 p_1$  und  $P_2 + F_2 p_2$  sich die gesamte am

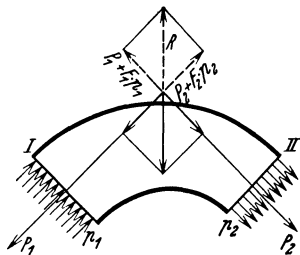


Abb. 46. Kräftewirkung auf einen Kanal bei stationärer Strömung.

betrachteten Kanal angreifende äußere Kraft  $R$  ergibt. Will man nicht die von außen an die Flüssigkeitsmasse angreifenden Kräfte, sondern die Gegenkräfte der Flüssigkeit, d. h. ihre Reaktionen haben, so braucht man nur die Vorzeichen sämtlicher Kräfte umzukehren, wie gestrichelt in Abb. 46 eingetragen ist.

Da die Betrachtungen von den Vorgängen innerhalb des Kanals unabhängig sind, insbesondere alle inneren stationären Kräfte herausfallen, so ist auch die Reibung ohne Einfluß. Der Impulssatz gilt also auch für zähe Flüssigkeiten ohne Einschränkung. Naturgemäß müssen aber die in den Kontrollflächen etwa auftretenden Zähigkeitskräfte (Schubkräfte) berücksichtigt werden.

### 23. Schaufeldruck und Zirkulation.

Betrachten wir eine ebene Potentialströmung um eine einzelne Schaufel im unbegrenzten Raum (Abb. 48), so wird diese im allgemeinen aus einer reinen Durchflußströmung und einer reinen Zirkulationsströmung zusammengesetzt sein. Die reine Durchflußströmung (Abb. 47) kann man sich entstanden denken, indem man die Schaufel in eine Parallelströmung der idealen Flüssigkeit von der Geschwindigkeit  $w_\infty$  eintaucht, wobei dann in genügend weiter Entfernung von der Schaufel wieder die Geschwindigkeit  $w_\infty$  relativ zur Schaufel vorliegen muß. Die reine Zirkulationsströmung (Abb. 47a) würde gemäß Abschn. 21 durch die Summe  $\Gamma$  der Zirkulationen der in der Schaufel oder deren Rand zu denkenden Wirbelkerne bedingt sein<sup>2</sup> und im Unendlichen ruhen. Keine dieser beiden reibungsfreien Teilströmungen kann eine Kraftwirkung auf die Schaufel ausüben. Werden sie aber (durch vektorielle Addition der Geschwindigkeit jedes Punktes) zusammengesetzt, so findet man, daß auf der Oberseite, wo die Zirkulationsströmung im Sinne der Durchflußströmung verläuft, große Geschwindigkeiten

<sup>1</sup> Der Vorgang wird anschaulich, wenn man sich im Querschnitt *I* eine Verlangsamung der Geschwindigkeit bis auf Null und im Querschnitt *II* eine Beschleunigung von Null bis auf die wirkliche Geschwindigkeit vorstellt.

<sup>2</sup> Man könnte die Verteilung dieser Wirbelkerne durch Probieren so ermitteln, daß die Übereinanderlegung der einzelnen Potentialwirbel gerade eine Zirkulationsströmung um das gegebene Profil ergibt.

entstehen, während auf der anderen Schaufelseite (Unterseite) beide Teilströme dann entgegengesetzt gerichtet sind, und somit die Addition kleine resultierende Geschwindigkeiten liefert. Da die Strömung

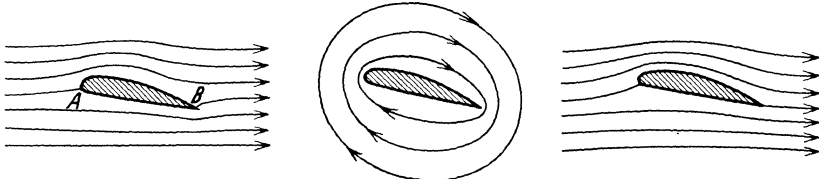


Abb. 47. Durchflußströmung ohne Zirkulation.

Abb. 47a. Zirkulationsströmung.

Abb. 48. Resultierende Strömung.

Abb. 47 bis 48. Strömungen um einen Tragflügel.

wirbelfrei ist und demnach das Bernoulli-Gesetz gilt, so sind umgekehrt auf der Unterseite hohe, aber auf der Oberseite kleine Drücke vorhanden, so daß ein Schaufeldruck entstehen muß. Die mathematische Verfolgung<sup>1</sup> dieses Gedankenganges führt zu der Kutta-

<sup>1</sup> Wir legen um den Flügel eine zylindrische Kontrollfläche von so großem Halbmesser  $r$  gegenüber den Flügelabmessungen, daß dort die Zirkulationsströmung als kreisende Strömung mit konstantem Drall  $w_u r$ , und die Durchflußströmung als Parallelströmung mit der konstanten Geschwindigkeit  $w_\infty$  aufgefaßt werden kann. Die resultierende Geschwindigkeit  $w$  in irgendeinem Punkt  $P$  der Kontrollfläche ergibt sich dann aus der geometrischen Zusammensetzung von  $w_u$  und  $w_\infty$  (Abb. 49). Wir zerlegen die an der Kontrollfläche wirkende Kraft in ihre Komponenten parallel und senkrecht zur Richtung von  $w_\infty$ . Nach dem Impulssatz (Abschn. 22) wirken auf die Kontrollfläche folgende Kräfte:

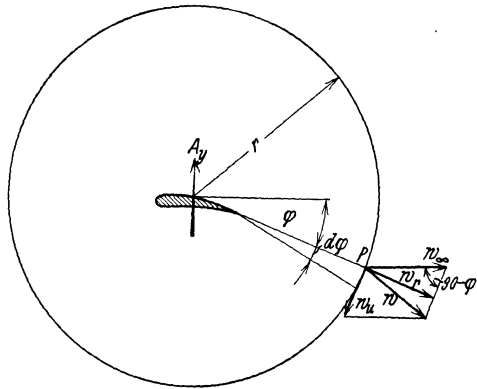


Abb. 49.

Anwendung des Impulssatzes auf einen Tragflügel.

1. Der sekundliche Impuls. Für ein unendlich kleines, dem Zentrwinkel  $d\varphi$  entsprechendes Oberflächenelement von der Breite  $b$  in Richtung der Flügelachse beträgt die Durchflußmenge  $dQ = br d\varphi w_r = br d\varphi w_\infty \cos \varphi$  und also der Impuls  $(\gamma/g)dQ w$ , dessen Komponenten in waagerechter Richtung  $(\gamma/g) dQ (w_\infty - w_u \sin \varphi)$  und in senkrechter Richtung  $(\gamma/g) dQ w_u \cos \varphi$  betragen. Über die ganze Kontrollfläche ist also die resultierende waagerechte Impulskraft vorhanden

$$J_h = \int_0^{2\pi} \frac{\gamma}{g} dQ (w_\infty - w_u \sin \varphi) = \frac{\gamma}{g} br w_\infty \int_0^{2\pi} (w_\infty - w_u \sin \varphi) \cos \varphi d\varphi$$

und die resultierende senkrechte Impulskraft

$$J_v = \int_0^{2\pi} \frac{\gamma}{g} dQ w_u \cos \varphi = \frac{\gamma}{g} br w_\infty w_u \int_0^{2\pi} \cos^2 \varphi d\varphi.$$

Die Durchführung der Integration liefert  $J_h = 0$ ,  $J_v = \frac{\gamma}{g} br \pi w_u w_\infty$ .

Joukowskyschen Gleichung, wonach der Schaufeldruck  $A$  sich ergibt aus

$$A = \frac{\gamma}{g} \cdot w_\infty b \Gamma \quad (72)$$

und senkrecht zu der Richtung der Durchflußströmung gerichtet ist. In Gl. (72) ist  $w_\infty$  die Geschwindigkeit der Durchflußströmung oder — bezogen auf die zusammengesetzte Strömung — die Geschwindigkeit im Unendlichen,  $b$  die Breite des Flügels (also auch der Strömung) senkrecht zur Zeichenebene,  $\Gamma$  die Zirkulation um die Schaufel.

Es entsteht nun die Frage, wie die Zirkulation und damit der Auftrieb zustande kommt, wenn ein Flügel in eine Durchflußströmung einer wirklichen Flüssigkeit eingetaucht wird. Würde man das Strombild der von einem Flügel verdrängten Parallelströmung — etwa nach den im Abschn. 5 angegebenen Verfahren — ermitteln, so würde sich die reine Durchflußströmung gemäß Abb. 47 ergeben. Diese ist gekennzeichnet durch Staupunkte  $A$  und  $B$  auf der Zuströmseite und Abströmseite, wobei also eine Stromlinie senkrecht auf dem Flügelprofil aufläuft, sich beiderseits der Flügelkontur verzweigt und senkrecht wieder abläuft. Das Wesentliche ist, daß infolge der Unsymmetrie des Profils gegenüber der Strömung der Ansatzpunkt  $B$  nicht an der

2. Die dem Flüssigkeitsdruck  $p$  entsprechende Kraft, die senkrecht zu dem zugehörigen Element gerichtet und gleich ist  $p b r d\varphi$ . Der Wert  $p$  sei als Überdruck über den Druck an der ungestörten Parallelströmung gemessen, d. h. auf die Geschwindigkeit  $w_\infty$  bezogen, so daß im Punkt  $P$  unserer Kontrollfläche  $p = (\gamma/2g)(w_\infty^2 - w^2)$ , wobei  $w^2 = w_\infty^2 + w_u^2 - 2w_\infty w_u \sin\varphi$ , also

$$p = \frac{\gamma}{2g} (2w_\infty w_u \sin\varphi - w_u^2).$$

Die Komponenten dieser Elementarkraft betragen in waagerechter Richtung

$$p b r \cos\varphi d\varphi = \frac{\gamma}{2g} (2w_\infty w_u \sin\varphi - w_u^2) b r \cos\varphi d\varphi,$$

deren von  $\varphi = 0$  bis  $\varphi = 2\pi$  genommener Integralwert  $P_h$  offenbar wieder gleich Null ist, und in senkrechter Richtung

$$p b r \sin\varphi d\varphi = \frac{\gamma}{2g} (2w_\infty \cdot w_u \sin\varphi - w_u^2) b r \sin\varphi d\varphi$$

mit einer Resultierenden

$$P_v = \frac{\gamma}{2g} b r \int_0^{2\pi} (2w_\infty w_u \sin\varphi - w_u^2) \sin\varphi d\varphi = \frac{\gamma}{2g} b r \cdot 2w_\infty w_u \pi = \frac{\gamma}{g} b r \pi w_u w_\infty.$$

Hiernach ist die auf die Kontrollfläche ausgeübte Gesamtkraft (Reaktionskraft), die nach dem Impulssatz auch mit der auf den Flügel von der umgebenden Flüssigkeit ausgeübten Kraft übereinstimmt, da die inneren Kräfte sich aufheben,

in Richtung von  $w_\infty$  gleich  $J_h + P_h = 0$ ,

in Richtung senkrecht zu  $w_\infty$  gleich  $J_v + P_v = \frac{\gamma}{g} b \cdot 2r\pi w_u \cdot w_\infty$ .

Nun ist aber  $2r\pi w_u$  offenbar gleich der Zirkulation  $\Gamma$  um den Flügel, so daß Gl. (72) erwiesen ist. Die fehlende Kraftwirkung in Richtung  $w_\infty$  ist naturgemäß nur dadurch verständlich, daß Reibungsfreiheit der Flüssigkeit angenommen ist.



Flügelspitze, sondern davor gelegen ist. Eine solche Strömung ist bei einer wirklichen Flüssigkeit, die mit einer endlichen, aber so kleinen Zähigkeit behaftet ist, daß sie sich im wesentlichen nur durch das Haften an der Wand bemerkbar macht, nicht denkbar. Abgesehen davon, daß sich auf beiden Flügelseiten gemäß den früheren Darlegungen (Abschnitt 13 bis 15) Wirbel dort ablösen, wo die Stromröhren an der Wand sich stark verdicken, müßte die spitze Hinterkante mit einer unendlich großen Geschwindigkeit von unten nach dem Punkt *B* hin umströmt werden, was in Wirklichkeit die Ablösung des in Abb. 48a angedeuteten Wirbels (Anfahrwirbels) zur Folge hat. Da am Anfang die Zirkulation für ein genügend großes Gebiet, das den Flügel einschließlich des Anfahrwirbels umschließt, Null gewesen ist, so muß sie nach wie vor Null bleiben, was nur möglich ist, wenn um den Flügel allein, d. h. unter Ausschluß des Anfahrwirbels, eine Zirkulation von der gleichen Stärke des Anfahrwirbels, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen entstanden ist. Diese Zirkulationsströmung (Abb. 47a) bedingt offenbar eine Verschiebung des Ansatzpunktes *B* nach der Flügelspitze hin, und sie wird sich durch fortlaufende Ablösung weiterer Wirbel so lange verstärken, bis der Punkt *B* ungefähr nach der Spitze hin gewandert ist, also bis tangentiales Abströmen erfolgt, worauf dann die Ursache der einseitigen Wirbelablösung verschwindet. Hiernach ist festzustellen, daß nur das Vorhandensein der Zähigkeit die Entstehung eines Schaufeldrucks ermöglicht und daß die Flüssigkeit bestrebt ist, tangential abzuströmen.



Abb. 48a.  
Entstehung der Zirkulation.

Besitzt der Flügel kein spitzes Ende, so werden die Wirbelablösungen wieder sowohl auf der Ober- wie auch auf der Unterseite erfolgen, aber infolge der Unsymmetrie wird eine der beiden Wirbelreihen überwiegen, d. h. von der einen Seite mehr Zirkulation in die Flüssigkeit hineinwandern als von der anderen Seite, so daß trotzdem eine resultierende Zirkulation

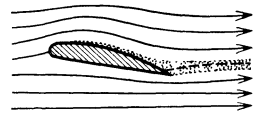


Abb. 50. Abströmung mit  
Totwasser, also verminderter  
Zirkulation.

entsteht, die gleich dem negativen Betrag der algebraischen Summe der Stärken der abgelösten Wirbel ist. Die fortdauernde Wirbelablösung hinter dem stumpfen Ende bedingt aber eine Vergrößerung des Widerstands gegenüber der scharfen Hinterkante.

Eine gewisse Wirbelablösung wird nach Erreichung des Beharrungszustandes auch beim spitzen Ende bestehen bleiben, denn das Strömungsbild mit tangentialem Abströmen Abb. 48 zeigt gerade auf der Oberseite des Flügels eine starke Erweiterung der Stromröhren, während sie auf der Unterseite sich gegen das Flügelende hin verengen. Das hat zur Folge, daß mehr „Totwasser“ von der Oberseite als von der Unterseite herkommt und also auch das tangential Abströmen nicht ganz erreicht wird, sondern sich schließlich eine Potentialströmung nach Abb. 50 mit einer Staupunktstromlinie durch die Mitte des Totwassers, also

einem Ansatzpunkt vor dem Flügelende entsprechend einer kleineren Zirkulation ergibt<sup>1</sup>.

Der Auftrieb ist also stets kleiner als der dem tangentialen Abströmen entsprechende. Diese fortlaufende Ablösung von Totwasser bedingt auch die Entstehung eines gewissen Formwiderstandes (vgl. S. 37) neben der reinen Oberflächenreibung, der offenbar im Zusammenhang mit der eingetretenen Auftriebsverminderung steht und zu dessen Überwindung eine, der Energie der abgelösten Wirbel entsprechende Arbeit nötig ist.

Vergrößert man die Neigung des Flügels gegenüber der Anströmrichtung, also den Anstellwinkel, so wird schließlich die Strömung oberhalb des Flügels schon in der Nähe des Flügelanfangs abreißen und damit der Auftrieb nur noch wenig zunehmen oder sogar wieder auf einen ganz niederen Wert abnehmen. Man kann diese Erscheinung bis zu einem gewissen Grade durch Absaugen oder Wegspülen der Grenzschicht (Spaltflügel) mildern.

#### 24. Das übertragene Drehmoment eines Kreisrades.

Fließt Wasser durch ein (umlaufendes oder ruhendes) Schaufelrad mit bekannter Ein- und Austrittsgeschwindigkeit, so kann man mittels

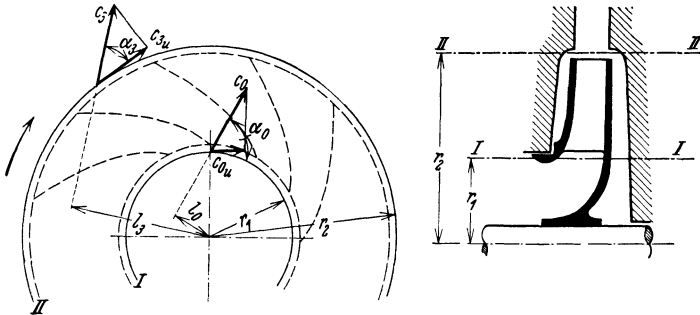


Abb. 51. Anwendung des Impulssatzes auf ein Kreisrad.

des Impulssatzes das von den Schaufeln ausgeübte Drehmoment ausrechnen. Wir nehmen als Kontrollflächen im Sinne des Abschn. 22 zwei zur Drehachse konzentrische Kreiszyylinder und legen den einen dicht vor die Eintrittskante und den anderen dicht hinter die Austrittskante der Schaufeln. Von den in diesen Flächen wirkenden Kräften erzeugen die Normalkräfte, d. h. die Wasserpressungen, kein drehendes Moment und bleiben also unberücksichtigt. Ein solches wird vielmehr hervorgerufen vom Impuls der durch die Kontrollflächen tretenden Flüssigkeit und durch Zähigkeitswirkungen, also Tangentialkräfte. Letztere entsprechen der bei der turbulenten Rohrströmung (Abschn. 11) behandelten turbulenten Nebenbewegung und bedingen einen Impuls-

<sup>1</sup> Vgl. A. Betz im Handbuch der Physik, herausgeg. von Geiger u. Scheel, Bd. 7 S. 222. Berlin 1927.

austausch, der wie eine Schubkraft sich äußert, obwohl Schubspannungen im eigentlichen Sinne nicht vorhanden sind<sup>1</sup>.

Bezeichnet mit Bezug auf Abb. 51

$c_0, c_3$  die mittlere Geschwindigkeit des Wassers beim Durchtritt durch die Kontrollflächen am Ein- bzw. Austritt,

$\alpha_0, \alpha_3$  die Winkel dieser Geschwindigkeiten mit der Umfangsrichtung,

$r_1, r_2$  die Halbmesser der beiden Kontrollzylinderflächen,

$Q$  die Durchflußmenge in  $m^3/s$ ,

so wirken, ganz gleichgültig wie die Strömung im Innern des Rades vor sich geht, folgende Kräfte:

in der Kontrollfläche  $I$ :

der sekundliche Impuls  $\frac{\gamma Q}{g} c_0$  entgegengesetzt zu  $c_0$ , also mit dem Hebelarm  $l_0 = r_1 \cos \alpha_0$  und mit dem Moment

$$M_0 = -\frac{\gamma Q}{g} c_0 l_0 = -\frac{\gamma Q}{g} c_0 r_1 \cos \alpha_0,$$

außerdem das der turbulenten Nebenbewegung entsprechende Moment  $M_{\tau_0}$ ;

in der Kontrollfläche  $II$ :

der sekundliche Impuls  $\frac{\gamma Q}{g} c_3$  in Richtung von  $c_3$ , also mit dem Hebelarm  $l_3 = r_2 \cos \alpha_3$  und dem Moment

$$M_3 = \frac{\gamma Q}{g} c_3 l_3 = \frac{\gamma Q}{g} c_3 r_2 \cos \alpha_3,$$

außerdem das der turbulenten Austauschbewegung entsprechende Moment  $M_{\tau_3}$ . Das resultierende von den Schaufeln zu übertragende Moment beträgt somit

$$M = M_3 - M_0 + M_{\tau_0} + M_{\tau_3}$$

oder

$$M = \frac{\gamma Q}{g} (r_2 c_3 \cos \alpha_3 - r_1 c_0 \cos \alpha_0) + M_{\tau_0} + M_{\tau_3}. \quad (73)$$

Da  $c_3 \cos \alpha_3 = c_{3u}$  und  $c_0 \cos \alpha_0 = c_{0u}$  die Umfangskomponenten der Austritts- und Eintrittsgeschwindigkeit sind, so kann Gl. (73) auch geschrieben werden

$$M = \frac{\gamma Q}{g} (r_2 c_{3u} - r_1 c_{0u}) + M_{\tau_0} + M_{\tau_3}. \quad (74)$$

Die Klammer stellt die Zunahme des Dralls für die Masse 1 dar.

Sieht man von den beiden durch Zähigkeitseinflüsse bedingten Gliedern  $M_{\tau_0}$  und  $M_{\tau_3}$  ab, so ist das von den Schaufeln übertragene Drehmoment gleich der Zunahme des Dralls der sekundlichen Durchflußmenge.

Aus Gl. (74) ergibt sich ferner für die freie Strömung, d. h. mit  $M = 0$ ,  $M_{\tau_0} = 0$ ,  $M_{\tau_3} = 0$  der Satz von der Unveränderlichkeit des Dralls, denn es wird  $r_2 c_{3u} - r_1 c_{0u} = 0$ .

<sup>1</sup> Ähnliche Vorgänge untersucht Schlichting im Ing.-Arch. Bd. 1 (1930) Heft 5 S. 533ff. Vgl. ferner Müller: Z. ges. Turbinenwes. 1919 S. 173.

Von Wichtigkeit ist beim umlaufenden Rad die auf 1 kg Flüssigkeit entfallende Schaufelarbeit  $H_{\text{thL}}$ , d. h. die spezifische Radarbeit in mkg/kg, da diese bei fehlender Reibung die Förderhöhe darstellt und deshalb auch als theoretische Förderhöhe bezeichnet wird. Sie ergibt sich aus den folgenden beiden Ausdrücken für die sekundliche Radarbeit in mkg/s, sofern  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit des Rades

$$M\omega = \gamma Q H_{\text{thL}}$$

zu

$$H_{\text{thL}} = \frac{M\omega}{\gamma Q}$$

oder gemäß Gl. (74)

$$H_{\text{thL}} = \frac{\omega}{g} (r_2 c_{3u} - r_1 c_{0u}) + \frac{M_{\tau_0} + M_{\tau_s}}{\gamma Q} \omega. \quad (75)$$

Der durch das letzte Glied berücksichtigte turbulente Flüssigkeitsaustausch (der S. 70 und 179 mit  $Z_a$  bezeichnet ist) ist also von um so größerem Einfluß auf die spezifische Schaufelarbeit, je kleiner die Durchflußmenge ist. Wird dieser Impulsaustausch, der sich teils in einer Druckzunahme<sup>1</sup>, hauptsächlich aber als Energieverlust (Austauschverlust) äußert und deshalb im wesentlichen den gleichen Charakter besitzt wie die im Abschn. 18 behandelte Radreibung, ausgeschieden, so erhält man die reine, in der Drallzunahme zum Ausdruck kommende, spezifische Schaufelarbeit:

$$H_{\text{th}} = \frac{\omega}{g} (r_2 c_{3u} - r_1 c_{0u}). \quad (76)$$

Diese Gleichung wird auch als Eulersche Gleichung bezeichnet. Führt man die Umfangsgeschwindigkeit des Rades am Halbmesser  $r_2$  bzw.  $r_1$  ein mit  $u_2 = r_2 \omega$  und  $u_1 = r_1 \omega$ , so erhält man

$$H_{\text{th}} = \frac{1}{g} (u_2 c_{3u} - u_1 c_{0u}). \quad (77)$$

Berücksichtigt man die Auseinanderstellung der Laufschaufeln, so ist die Absolutströmung dicht vor und hinter dem Schaufelkranz nicht mehr stationär (vgl. Abschn. 37 bis 40). Trotzdem ist die vorstehende Anwendung des Impulssatzes zulässig, wenn die Geschwindigkeiten  $c_{0u}$  und  $c_{3u}$  Mittelwerte sind.

Betrachtet man in einem Rad mit unendlich vielen Schaufeln die achsensymmetrische Strömung nach dem Impulssatz zwischen den Halbmessern  $r$  und  $r + dr$ , so erhält man mit den gleichen Überlegungen, die oben zu Gl. (74) führten (da hier ein turbulenter Impulsaustausch nicht berücksichtigt zu werden braucht), folgende Zunahme des Drehmoments:

$$dM = \frac{\gamma}{g} Q d(r c_u). \quad (77a)$$

### 24a. Zirkulation und spezifische Schaufelarbeit.

Wir können die Zirkulation eines Kreisrades unter Einschluß oder unter Ausschluß der Schaufeln, die wir uns jetzt wieder als erstarrte

<sup>1</sup> Vgl. S. 443 und 445f.

Wirbel denken wollen, anschreiben. Erstere bezeichnet man als äußere Zirkulation  $\Gamma_a$ , letztere als innere Zirkulation  $\Gamma_i$ . Bestimmen wir diese beiden Größen längs der Kreise vom Halbmesser  $r_2$  bzw.  $r_1$ , so ist

$$\Gamma_a = c_{3u} \cdot 2r_2\pi = 2\pi(r_2 c_{3u}); \quad \Gamma_i = c_{0u} \cdot 2r_1\pi = 2\pi(r_1 c_{0u})$$

oder

$$r_2 c_{3u} = \frac{\Gamma_a}{2\pi}; \quad r_1 c_{0u} = \frac{\Gamma_i}{2\pi}.$$

Damit läßt sich Gl. (76) auch schreiben:

$$H_{th} = \frac{\omega}{2\pi g} (\Gamma_a - \Gamma_i). \quad (78)$$

Das Vorhandensein der inneren Zirkulation  $\Gamma_i$  setzt eine Wirbelquelle (Abb. 15) als Zuströmung voraus. Da die äußere und innere Zirkulation verschieden sind, so müssen nach S. 56 zwischen den beiden Gebieten Wirbelkerne liegen, die weitere Zirkulation aufweisen und die nur durch die Schaufeln dargestellt sein können, da die (absolute) Strömung reibungs-, also wirbelfrei sein soll.

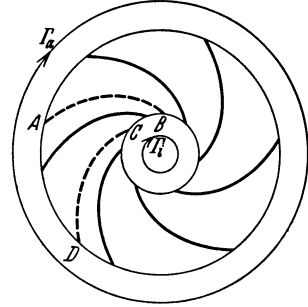


Abb. 52.

Nach den Darlegungen S. 56 ist die Zirkulation gleich der Summe der Zirkulationen längs der vom Integrationsweg ganz eingeschlossenen Linien. Bezeichnen wir die Zirkulation der einzelnen Schaufel, die aus einem Momentbild der Absolutströmung zu ermitteln ist, mit  $\Gamma_s$ , so besteht bei  $z$  Schaufeln die Beziehung

$$\Gamma_a = \Gamma_i + z\Gamma_s, \quad (79)$$

was auch unmittelbar abgeleitet werden kann, wenn man in Abb. 52 den Integrationsweg  $ABCD$  für die Schaufelzirkulation so wählt, daß die Linien  $AB$  und  $CD$  durch Drehung um die Schaufelteilung zur Deckung gebracht werden, weil dann die Linienintegrale längs dieser Linien gleich und nur dem Vorzeichen nach verschieden sind, also wegfallen.

Da demnach  $\Gamma_a - \Gamma_i = z\Gamma_s$ , so gibt Gl. (78)

$$H_{th} = \frac{\omega}{2\pi g} z\Gamma_s. \quad (80)$$

Die Zirkulation  $\Gamma_s$  um die einzelne Schaufel entsteht beim Ingangsetzen des Rades in der S. 61 beschriebenen Weise.

## D. Das radiale Laufrad nach der eindimensionalen Stromfadentheorie.

### 25. Absolute und relative Bewegung, stoßfreier Eintritt.

Das durch die Kanäle des Laufrades strömende Wasser besitzt in bezug auf einen Beobachter, der die Bewegung des Rades an der betreffenden Stelle mitmacht, einen anderen Strömungszustand als für

einen in der ruhenden Umgebung befindlichen Beobachter. Man nennt die Geschwindigkeit des Wassers gegenüber dem ruhenden Beobachter die absolute, und die Geschwindigkeit des Wassers, die der sich mit dem Rade bewegendem Beobachter in seiner unmittelbaren Nähe wahrnimmt, die relative. Bezeichnet<sup>1</sup> für irgendeine Stelle des Laufrades

- $u$  die Umfangsgeschwindigkeit (Führungsgeschwindigkeit), d. h. die Geschwindigkeit, mit der sich ein Punkt des Laufrades bewegt,
- $c$  die absolute Geschwindigkeit des Wassers,
- $w$  die relative Geschwindigkeit des Wassers,
- $\alpha$  den Winkel zwischen  $u$  und  $c$ ,
- $\beta$  den Winkel zwischen  $w$  und der negativen  $u$ -Richtung,

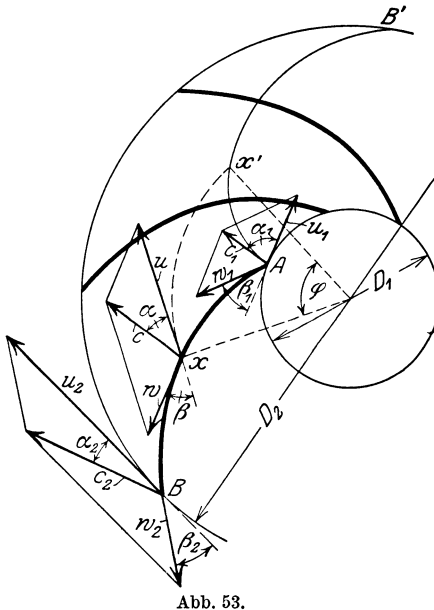


Abb. 53.

und unterscheidet man durch das Fußzeichen

0 eine Stelle kurz vor dem Eintritt in die Laufkanäle,

1 eine Stelle kurz hinter dem Eintritt in die Laufkanäle,

2 eine Stelle kurz vor dem Austritt aus den Laufkanälen,

3 eine Stelle kurz hinter dem Austritt aus den Laufkanälen,

so entsteht die absolute Geschwindigkeit  $c$  durch vektorielle Addition von  $w$  und  $u$ , d. h.  $c$ ,  $w$ ,  $u$  bilden nach Größe und Richtung ein Parallelogramm (Abb. 53), dessen Diagonale die absolute Geschwindigkeit  $c$  und dessen Seiten die relative Geschwindigkeit  $w$  und die Führungsgeschwindigkeit  $u$  nach Größe und Richtung darstellen.

Dadurch sind die drei Geschwindigkeiten auch die Seiten eines Dreiecks. Für den Eintritt und Austritt sind die Geschwindigkeitspläne in Abb. 53 ebenfalls eingetragen.

Wir setzen in diesem Hauptabschnitt D voraus, daß die Relativströmung ebenso verläuft, wie wenn unendlich viele, sehr dünne Schaufeln vorhanden wären, so daß die Stromfäden als kongruent und die Strömung als eindimensional betrachtet werden können. Der Weg des Wassers relativ zum Rad ist dann dargestellt durch die Laufschaufel  $AB$ . Der Schaufelanzug liegt also in der Richtung der Relativgeschwindigkeit  $w_1$  unter dem Winkel  $\beta_1$  zum Umfang, ebenso das Schaufelende in der Richtung von  $w_2$  unter dem Winkel  $\beta_2$  zum Umfang. Da zur Vermeidung von Verlusten gefordert werden muß, daß der

<sup>1</sup> Gemäß den für den Turbinenbau bestehenden Vereinbarungen (Berliner Konferenz vom 10. Januar 1906).

Eintritt ohne Stoß erfolgt, muß also die Zusammensetzung der absoluten Eintrittsgeschwindigkeit  $c_1$  mit der Umfangsgeschwindigkeit  $w_1$  eine Richtung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit  $w_1$  gleich der Richtung des ersten Schaufelelements ergeben, was allerdings nur für unendliche Schaufelzahl und nur für eine bestimmte Liefermenge, die man als die normale bezeichnet, möglich ist<sup>1</sup>.

Der Weg, den ein Wasserteilchen für den in der ruhenden Umgebung befindlichen Beobachter beschreibt, d. h. der absolute Wasserweg  $AB'$ , beginnt am Eintritt mit der Richtung der absoluten Geschwindigkeit  $c_1$  unter dem Winkel  $\alpha_1$  und endet am Umfang mit der Richtung der absoluten Geschwindigkeit  $c_2$  unter dem Winkel  $\alpha_2$ . Wenn also das Wasserteilchen am Punkt  $x$  des Rades angelangt ist, hat es in der ruhenden Umgebung den Punkt  $x'$  erreicht. Dabei ist  $xx'$  die Bahn des festen Radpunktes  $x$  in der Zeit  $t$ , die das Element braucht, um von  $A$  nach  $x$  zu gelangen, so daß also der Zentriwinkel  $\varphi$  des

Bogens  $xx'$  bei konstanter Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  gleich  $\omega t$  ist.

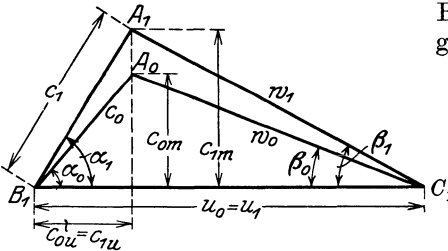


Abb. 54. Geschwindigkeitsdiagramm für den Eintritt.

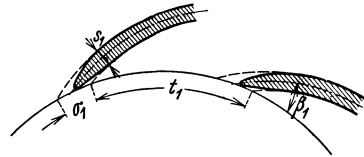


Abb. 55. Eintrittsende der Laufschaufel.

Das Wasser besitzt unmittelbar vor den Laufschaufeln die Geschwindigkeit  $c_0$ , die wegen der Verengung durch die endliche Dicke der Schaufel nicht mit der kurz hinter dem Eintritt gemessenen Geschwindigkeit  $c_1$  übereinstimmt. Auf jeden Fall müssen deshalb die Geschwindigkeitskomponenten

$$c_{0m} = c_0 \sin \alpha_0 = w_0 \sin \beta_0 \quad \text{und} \quad c_{1m} = c_1 \sin \alpha_1 = w_1 \sin \beta_1,$$

die senkrecht zum Umfang gerichtet sind (Abb. 54), also in die Meridianebene fallen, der Gleichung genügen,

$$c_{1m} = c_{0m} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}, \tag{1}$$

worin  $t_1$  die Länge des Bogens des Eintrittskreises zwischen zwei aufeinanderfolgenden Schaufelspitzen, d. h. die Schaufelteilung am Ein-

<sup>1</sup> Strenggenommen liegt nach der heutigen Auffassung stoßfreier Eintritt vor, solange die Abweichung des Schaufelanfangs von der relativen Zuströmrichtung (Anstellwinkel) nicht größer ist, als ohne Abreißen der Strömung (Totraumbildung) zulässig ist (vgl. S. 62). Verlustloser Eintritt liegt also bei einer endlichen Zahl von Schaufeln innerhalb eines diesem zulässigen „Anstellwinkel“ entsprechenden Bereichs der Liefermenge vor, dessen Ausdehnung stark von der Form des Schaufelkopfs (Abb. 55) abhängig ist. Die obige Auffassung der elementaren Turbinentheorie soll aber vorläufig beibehalten werden.

tritt, und  $\sigma_1$  die in Richtung des Umfangs dieses Parallelkreises gemessene Schaufelstärke (Abb. 55). Ist  $z$  die Schaufelzahl des Laufrades und  $D_1$  der Durchmesser des Eintrittskreises, so errechnet sich  $t_1$  aus

$$t_1 = \frac{\pi D_1}{z}. \quad (2)$$

Ebenso besteht zwischen der senkrecht zur Schauffelfläche gemessenen Schaufelstärke  $s_1$  und  $\sigma_1$  die Beziehung

$$\sigma_1 = \frac{s_1}{\sin \beta_1}. \quad (3)$$

Die beiden Geschwindigkeiten  $c_1$  und  $c_0$  werden beide auf den Eintritt, also auf den gleichen Parallelkreis, bezogen. Um den Übergang ohne Ablösung zu ermöglichen, ist es zweckmäßig, die Schaufel am Eintritt zu verzüngen und mit einer kleinen Abrundung endigen zu lassen (Abb. 55). Eine scharfe Zuspitzung bringt nach den an Tragflügeln gemachten Erfahrungen keine Verbesserung, sondern eher eine

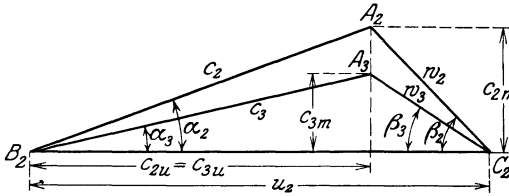


Abb. 56. Geschwindigkeitsdiagramm für den Austritt.

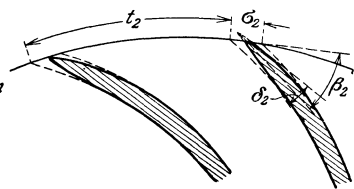


Abb. 57. Austrittsende der Laufschaufel.

Verschlechterung des Wirkungsgrades mit sich. Auch ist sie empfindlicher gegen geringe Abweichungen der relativen Eintrittsgeschwindigkeit von der Schaufelrichtung<sup>1</sup> und weniger widerstandsfähig gegen Abnutzung. Zu beachten ist auch, daß die Ausbildung der Einlaufkante einen Einfluß auf die größtmögliche Saughöhe besitzt (vgl. S. 246). In Abb. 54 ist das Geschwindigkeitsdiagramm unter der Annahme gezeichnet, daß das Wasser beim Eintritt in die Verengung die Umfangskomponente  $c_{0u} = c_{1u}$ , also auch seinen Drall  $rc_u$  beibehält. Der im Abschn. 24 abgeleitete Ausdruck für das übertragene Drehmoment [Gl. (74)] läßt erkennen, daß in diesem Fall an den Schaufelspitzen keine Umfangskraft entsteht, also wahrscheinlich ein günstiger Übergang vorhanden ist<sup>2</sup>.

Am Austritt verursacht die endliche Schauffeldicke umgekehrt eine Verlangsamung der Meridiankomponente

$$c_{2m} = w_2 \sin \beta_2 = c_2 \sin \alpha_2 \quad \text{auf} \quad c_{3m} = w_3 \sin \beta_3 = c_3 \sin \alpha_3$$

(Abb. 56), so daß

$$c_{3m} = c_{2m} \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2}, \quad (4)$$

<sup>1</sup> Vgl. Fußbem. 1 S. 67.

<sup>2</sup> Man kann tatsächlich — wenigstens nach den Regeln der elementaren Turbinentheorie — erreichen, daß der Drall auf die Länge der Zuschärfung konstant bleibt, d. h. die Zuschärfung wirkungslos ist, wenn der Dickenverlauf nach Abschn. 33a Gl. (50) entsprechend Abb. 68 berechnet wird.



wobei angenommen ist, daß die Schaufelenden den in Abb. 57 gestrichelt eingetragenen Verlauf besitzen. Da bei Geschwindigkeitsverzögerungen nach den früheren Darlegungen (S. 34) eine ganz allmähliche Querschnittsänderung gefordert werden muß, ist hier — im Einklang mit den Betrachtungen S. 37 und 61 — ein schlanker, spitzer Auslauf am Platz, wie den ganz gezeichneten Linien der Abb. 57 entspricht. Der Zuschärfungswinkel  $\delta_2$  muß also so klein genommen werden, als die Rücksichten auf Herstellung und Abnutzung gestatten. Stumpf überdrehte oder abgerundete Austrittsenden geben einen um 1 bis 2% schlechteren Wirkungsgrad, während die Förderhöhe weniger, häufig sogar im umgekehrten Sinn, beeinflußt wird<sup>1</sup>.

Ist die Schaufel am Austritt in der besprochenen Weise zugeschärft, so dürfte sich eine Berücksichtigung der endlichen Schaufelstärke erübrigen, also  $c_{3m} = c_{2m}$  zu setzen sein. Als Austrittsrichtung ist dann die der Winkelhalbierenden des Zuschärfungswinkels  $\delta_2$  zu nehmen. Ist keine oder nur eine schwache Verjüngung vorhanden, so erscheint zwar die Berücksichtigung der Querschnittsverengung durch die Schaufelenden geboten; doch ist es nicht möglich, genau anzugeben, wie das Geschwindigkeitsdiagramm durch das Aufhören der Verengung beeinflußt wird, da Gl. (4) hierfür allein nicht genügt. Unter der Annahme, daß nach dem Verlassen des Laufkanals keine Arbeitsaufnahme mehr stattfindet, kann wieder unter Bezugnahme auf den Ausdruck für das übertragene Drehmoment der Drall  $rc_u$  als konstant betrachtet, also  $c_{2u} = c_{3u}$  gesetzt werden. Damit geht das Austrittsdreieck  $A_2B_2C_2$  (Abb. 56) über in  $A_3B_2C_2$ , woraus zu ersehen ist, daß sowohl die absolute als auch die relative Geschwindigkeit ihre Richtung ändern. Ein Stoß braucht trotz des Richtungswechsels von  $w_3$  gegen  $w_2$  nicht angenommen zu werden, weil sich eine gewisse Strecke hinter den Schaufelenden tote Wasserräume bilden, also der Übergang nicht plötzlich erfolgt.

## 26. Verluste und Wirkungsgrade.

Der Leistungsbedarf der Pumpe ist um die Verluste größer als die Nutzleistung in gehobenem Wasser. Diese ist in mkg/s gleich  $\gamma QH$ , sofern  $Q$  m<sup>3</sup>/s auf  $H$  m gefördert werden. Unter den Verlusten spielen die Hauptrolle diejenigen, die auf dem Weg des Wassers in Form von Druckhöhenverlusten durch Reibung, Querschnitts- und Richtungsänderung sich bemerkbar machen und als „hydraulische Verluste“ bezeichnet sein sollen. Während die Druckverluste in den anschließenden Rohrleitungen bereits in der vorgeschriebenen Förderhöhe mitberücksichtigt werden (S. 50), sind die hydraulischen Verluste der Pumpe selbst, also die zwischen dem Einlauf- und Auslaufstutzen der Pumpe auftretenden Druckverluste durch Strömungswiderstände, die mit  $Z_h$  in Metern bezeichnet seien, nicht darin enthalten. Die von den Laufschaukeln übertragene Arbeit in mkg für jedes Kilogramm Wasser, d. h. die spezifische reine Schaufelarbeit in mkg/kg oder m ist

<sup>1</sup> Vgl. Schulz: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 307 S. 20.

also<sup>1</sup>  $H_{th} = H + Z_h$ . Da  $H_{th}$ \* gleichzeitig die Förderhöhe einer Pumpe ohne hydraulische Verluste darstellt, hat dieser Wert auch die Bedeutung einer theoretischen Förderhöhe.

Zu den hydraulischen Verlusten  $Z_h$  kommen noch die Verluste hinzu, die die Förderhöhe des Rades nicht oder erst in zweiter Linie beeinflussen. Das sind zunächst Undichtheitsverluste, die dadurch entstehen, daß an den Abdichtungsstellen zwischen Laufrad und Gehäuse aus betrieblichen Gründen ein kleiner Zwischenraum, der Spalt, vorhanden sein muß, durch den Wasser in den Saugraum zurückfließt (Abb. 162, S. 226). Ferner entstehen Undichtheitsverluste durch die Stopfbüchsen und bei manchen Bauarten auch durch den Achsschubausgleich (vgl. Abschn. 99 bis 101). Um diesen gesamten Undichtheitsverlust  $Q_{sp}$  muß die vom Laufrad geförderte Wassermenge größer sein als die verlangte.

Weiter sind zu berücksichtigen die Reibung des Wassers an den Außenwänden des Rades, d. h. die Radreibung  $N_r$ , die aus Gl. (57a) S. 49 in PS erhalten wird, und schließlich die Lagerreibung samt der Reibung an den Stopfbüchsen und Zwischendichtungen (mechanische Reibung), die insgesamt  $N_m$  PS verbrauchen soll. Schließlich ist noch ein turbulenter Flüssigkeitsaustausch am Radumfang zwischen dem Laufkanal und dem Austrittsraum zu erwähnen (Abschn. 24), der den gleichen Charakter hat wie die Radreibung und einen zusätzlichen Verlust von  $Z_a$  mkg je kg Durchflußgewicht bedingen soll (S. 64). Die gesamte zugeführte Leistung (Wellenleistung) beträgt also in PS

$$N = \frac{\gamma}{75} (Q + Q_{sp}) (H_{th} + Z_a) + N_r + N_m. \quad (5)$$

Entsprechend diesen Verlusten unterscheidet man folgende Wirkungsgrade:

a) den **hydraulischen Wirkungsgrad**, als das Verhältnis der tatsächlich erreichten Förderhöhe  $H$  zur theoretischen Förderhöhe  $H_{th}$

$$\eta_h = \frac{H}{H_{th}} = \frac{H}{H + Z_h}, \quad (6)$$

welcher die Druckhöhenverluste  $Z_h$ , also hauptsächlich die Verluste im Leit- und Laufrad, berücksichtigt;

b) den **volumetrischen Wirkungsgrad**, als das Verhältnis der wirklichen Liefermenge  $Q$  zur Durchflußmenge  $Q + Q_{sp}$  des Rades

$$\eta_v = \frac{Q}{Q + Q_{sp}}, \quad (7)$$

welcher die Undichtheitsverluste berücksichtigt;

c) den **inneren Wirkungsgrad** als das Verhältnis der Nutzleistung  $N_n$  zur gesamten, auf die Förderflüssigkeit übertragenen Leistung  $N_i$ , die

<sup>1</sup> Der Größe  $H_{th}$  entspricht bei Turbinen die auf 1 kg Arbeitsflüssigkeit entfallende Arbeit am Radumfang, die bei Dampfturbinen mit  $L_u$  bezeichnet wird. (Vgl. A. Stodola: Dampf- und Gasturbinen. 1. bis 6. Aufl. Berlin.)

\* Diese reine Schaufelarbeit  $H_{th}$  enthält, im Gegensatz zu dem S. 64 benutzten  $H_{thL}$ , den Austauschverlust  $Z_a$  am Radumfang nicht.

man als innere (oder indizierte) Leistung bezeichnet und die sich von der Wellenleistung  $N$  nur durch das Fehlen der Gleitflächenverluste  $N_m$  unterscheidet:

$$\eta_i = \frac{N_n}{N_i} = \frac{N_n}{N - N_m} = \frac{\gamma Q H}{\gamma(Q + Q_{sp})(H_{th} + Z_a) + 75 N_r}. \quad (8)$$

Dieser berücksichtigt die inneren Verluste, d. h. alle die Verluste, die sich der Förderflüssigkeit als Wärme mitteilen;

d) den **mechanischen Wirkungsgrad** als das Verhältnis der inneren Leistung  $N_i$  zur Wellenleistung  $N$

$$\eta_m = \frac{N_i}{N} = \frac{N - N_m}{N}, \quad (9)$$

welcher die Gleitflächenverluste umfaßt;

e) den **Gesamtwirkungsgrad** als das Verhältnis der Nutzleistung zur verbrauchten Leistung

$$\eta = \frac{N_n}{N} = \frac{\gamma Q H}{\gamma(Q + Q_{sp})(H_{th} + Z_a) + 75(N_r + N_m)} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \quad (10)$$

$$= \frac{1}{\left(1 + \frac{Q_{sp}}{Q}\right) \frac{H_{th} + Z_a}{H} + \frac{N_r + N_m}{N_n}},$$

der gemäß Gl. (8) und (9) auch gleich  $\eta_i \eta_m$  gesetzt werden kann und offenbar kleiner ist als alle unter a bis d erwähnten Teilwirkungsgrade, da er alle Verluste umfaßt.

Beziehung zwischen  $\eta_h$  und  $\eta$ . In der Praxis ist man häufig genötigt, den hydraulischen Wirkungsgrad  $\eta_h$  aus dem durch den Versuch bekannten Gesamtwirkungsgrad  $\eta$  unter Berücksichtigung des Undichtheitsverlustes, der Rad- und Lagerreibung zu ermitteln. Deshalb sei eine geeignete Beziehung zwischen  $\eta$  und  $\eta_h$  abgeleitet, wobei der Austauschverlust  $Z_a$  unberücksichtigt bleiben soll, da er für die Wassermenge des besten Wirkungsgrades meist keine Bedeutung hat. Setzt man

$$\zeta_{sp} \equiv \frac{Q_{sp}}{Q} = \frac{1}{\eta_v} - 1, \quad \zeta_r \equiv \frac{N_r}{N}, \quad \zeta_m \equiv \frac{N_m}{N}, \quad (11)$$

so ist

$$\frac{N_r + N_m}{N_n} = \frac{N_r + N_m}{\eta N} = \frac{1}{\eta} (\zeta_r + \zeta_m).$$

Führt man diese Werte mit  $Z_a = 0$  in Gl. (10) ein und bestimmt  $\eta_h = H/H_{th}$ , so ergibt sich

$$\eta_h = \frac{1 + \zeta_{sp}}{1 - (\zeta_r + \zeta_m)} \eta, \quad (12)$$

oder weil  $1 + \zeta_{sp} = 1/\eta_v$

$$\eta_h = \frac{\eta}{1 - (\zeta_r + \zeta_m)} \frac{1}{\eta_v}. \quad (12a)$$

Mit  $\zeta_{sp} = 0,05$ ,  $\zeta_r + \zeta_m = 0,1$  wird beispielsweise  $\eta_h = 1,167 \eta$ , also mit  $\eta = 0,7$  wird  $\eta_h = 0,82$ .  $\eta_h$  ist also kleiner, als sich aus der einfachen Addition der Verlustziffern zu  $\eta$  ergibt.

Andere Berechnung von  $\eta_h$ . Die hydraulischen Verluste  $Z_h$  entstehen vorwiegend im Lauf- und Leitrad, da die Geschwindigkeiten in den Kanälen des Pumpengehäuses verhältnismäßig klein sind. Man kann nun für ähnliche Bauarten der Pumpe, also für ähnliche Kanalformen, die Verluste als Vielfaches der am Kanaleintritt vorhandenen Geschwindigkeitshöhe ausdrücken und demgemäß die Verluste setzen im Laufrad

$$Z_I = \zeta_1 \frac{w_0^2}{2g}, \quad (13)$$

in der Leitvorrichtung

$$Z_{II} = \zeta_2 \frac{c_3^2}{2g}. \quad (14)$$

Damit wird bei Vernachlässigung der Verluste in den Gehäusekanälen

$$H = H_{th} - \zeta_1 \frac{w_0^2}{2g} - \zeta_2 \frac{c_3^2}{2g}, \quad (15)$$

also

$$\eta_h = \frac{H}{H_{th}} = 1 - \frac{\zeta_1 w_0^2 + \zeta_2 c_3^2}{2g H_{th}} \quad (16)$$

oder, wenn  $H_{th} = \frac{1}{\eta_h} H$  eingeführt wird,

$$\eta_h = \frac{1}{1 + \frac{1}{2gH} (\zeta_1 w_0^2 + \zeta_2 c_3^2)}. \quad (17)$$

Eine für praktische Rechnungen ausreichende Genauigkeit kommt den Gleichungen (13) und (14), die insbesondere im Dampfturbinenbau gebräuchlich sind, bei Kreiselpumpen deshalb meist nicht zu, weil die Kanalformen des Lauf- und Leitrades bei den einzelnen Bauarten sehr verschieden sind und die Verluste der Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck von der Kanalform viel stärker abhängen als die des umgekehrten Vorgangs. Es müßten beispielsweise auch die Erweiterungswinkel, die Krümmung und das Verhältnis des Ein- und Austrittsquerschnitts des Lauf- und Leitkanals bei der Festlegung der Beiwerte  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  berücksichtigt werden (Abschn. 16). Nur für Vergleichsrechnungen bei ähnlichen Kanalformen sind Gl. (15) bis (17) von Nutzen. Hierbei sind die Werte  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  im Einklang mit den zu erwartenden  $\eta_h$ -Werten zu wählen. Für Radialpumpen mittlerer Größe mit stark rückwärts gekrümmten Laufschaufeln dürfte  $\zeta_1 = 0,15$  bis  $0,3$ ,  $\zeta_2 = 0,3$  bis  $0,4$  zu setzen sein.

## 27. Die übertragene Arbeit bei unendlicher Schaufelzahl.

Wenn man sich die Aufgabe stellt, die Förderhöhe  $H$  aus den Geschwindigkeitsverhältnissen am Ein- und Austritt auszurechnen, so ist die Lösung nur auf dem Weg über die von den Schaufeln auf 1 kg Wasser übertragene Arbeit, d. h. die theoretische Förderhöhe  $H_{th}$ , möglich, aus der sich dann  $H$  nach Annahme des hydraulischen Wirkungsgrades  $\eta_h$  mit Hilfe der Gleichung errechnet

$$H = \eta_h H_{th}. \quad (18)$$

Im Einklang mit der eindimensionalen Stromfadentheorie wollen wir zunächst annehmen, daß die relativen Ein- und Austrittsgeschwindigkeiten  $w_1$  bzw.  $w_2$  überall unter den Winkeln  $\beta_1$  bzw.  $\beta_2$  des ersten bzw. letzten Schaufelelements geneigt seien, also der Strömungszustand längs eines Parallelkreises der gleiche sei. Dies setzt unendliche Schaufelzahl voraus, wie später noch näher gezeigt wird (Abschn. 37 ff.). Da die so bestimmte auf 1 kg Wasser bezogene Arbeit der Laufschaufeln von dem wirklichen Wert erheblich abweicht, werde sie mit  $H_{th\infty}$  bezeichnet. Wir könnten zu ihrer Berechnung die im Abschn. 24 — unter Benutzung des Impulssatzes — gefundene Gl. (77) benutzen, wollen aber an dieser Stelle eine andere — wenn auch in gewisser Hinsicht<sup>1</sup> weniger exakte — Ableitung kennenlernen. Die Schaufelarbeit  $H_{th\infty}$  ergibt sich offenbar als Unterschied des Energieinhaltes von 1 kg Wasser am Austritt aus dem Laufrad gegenüber dem Eintritt ins Laufrad zuzüglich der in den Laufkanälen auftretenden Verlusthöhe  $Z_I$ , die einen Teil der hydraulischen Verluste  $Z_h$  darstellt. Die nutzbare Energiezunahme kann nur bestehen einerseits in einer Druckzunahme  $H_{p\infty}$ , dem Spaltüberdruck, andererseits einer Zunahme der Geschwindigkeitshöhe, entsprechend der Änderung der absoluten Geschwindigkeit  $c_0$  vor den Laufschaufeln auf die Geschwindigkeit  $c_2$  am Laufradaustritt, also ist

$$H_{th\infty} = H_{p\infty} + \frac{c_2^2 - c_0^2}{2g} + Z_I. \quad (18a)$$

Der am Laufradaustritt herrschende Überdruck  $H_{p\infty}$  ist entstanden einerseits durch die Fliehkräfte des mit dem Laufrad kreisenden Wassers, welche, falls kein Durchfluß vorhanden wäre, gemäß Gl. (66) S. 54<sup>2</sup> eine Druckzunahme  $\frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}$  hervorrufen würden, andererseits dadurch, daß sich über diese Rotation eine relative Durchflußströmung lagert, wobei die Eintrittsgeschwindigkeit  $w_0$  auf die Austrittsgeschwindigkeit  $w_2$  abnimmt, also die Druckhöhe sich vergrößert um  $\frac{w_0^2 - w_2^2}{2g}$ . Da beide Bewegungen nebeneinander stattfinden, so addieren sich die Drücke. Wird noch die durch Reibung, Querschnitts- und Richtungsänderung bedingte Verlusthöhe  $Z_I$  berücksichtigt, so ergibt sich als gesamter Druckzuwachs

$$H_{p\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2 + w_0^2 - w_2^2}{2g} - Z_I. \quad (19)$$

Der für die reine Schaufelarbeit erforderliche Arbeitsbedarf ist also nach Gl. (18a)

$$H_{th\infty} = \frac{u_2^2 - u_1^2 + w_0^2 - w_2^2 + c_2^2 - c_0^2}{2g}. \quad (19a)$$

Bemerkenswert ist, daß die Verlusthöhe  $Z_I$  hierauf ganz einflußlos ist und nur die tatsächlich auftretenden Geschwindigkeiten maßgebend sind.

<sup>1</sup> Der Einfluß des turbulenten Flüssigkeitsaustausches am inneren und äußeren Radumfang tritt hier nämlich nicht in die Erscheinung [vgl. Gl. (75) des Abschn. 24].

<sup>2</sup> Die Absolutströmung hat hier allerdings nicht den bei der Ableitung dieser Gleichung angenommenen Wirbel, was aber infolge der vorausgesetzten Kongruenz der Stromfäden keinen Fehler bedingt.

In den Geschwindigkeitsdreiecken  $A_0BC_1$  und  $A_2BC_2$  (Abb. 58) ist nun nach dem Kosinussatz

$$w_0^2 = u_1^2 + c_0^2 - 2 u_1 c_0 \cos \alpha_0,$$

$$w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2 u_2 c_2 \cos \alpha_2.$$

Damit wird Gl. (19a)

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} (u_2 c_2 \cos \alpha_2 - u_1 c_0 \cos \alpha_0) \quad (20)$$

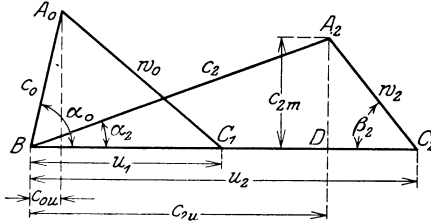


Abb. 58. Geschwindigkeitsdiagramm für Ein- und Austritt.

oder, weil  $c_2 \cos \alpha_2$  und  $c_0 \cos \alpha_0$  die Umfangskomponenten  $c_{2u}$  bzw.  $c_{0u}$  am Aus- und Eintritt darstellen,

$$\left. \begin{aligned} H_{th\infty} &= \frac{1}{g} (u_2 c_{2u} - u_1 c_{0u}) \\ &= \frac{\omega}{g} (r_2 c_{2u} - r_1 c_{0u}) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

mit  $\omega = \pi n/30$ . Gl. (21) stimmt überein mit Gl. (76) und (77) S. 64,

wenn berücksichtigt wird, daß dort endliche Schaufelzahl vorliegt. Sie bildet die Grundlage für die Berechnung der Kreiselmotoren und wird als Hauptgleichung bezeichnet. Mit  $H_{th\infty} = 0$  folgt der Flächen-satz (S. 11) als Sonderfall.

In den für die theoretische Förderhöhe entwickelten Ausdrücken kommt das spezifische Gewicht der Flüssigkeit nicht vor. Daraus folgt, daß die Förderhöhe einer Pumpe, ausgedrückt in Meter Flüssigkeitssäule der Förderflüssigkeit, von der Art der Flüssigkeit unabhängig, beispielsweise für Wasser, Öl und Luft die gleiche ist<sup>1</sup>. Demgemäß wird auch das Fördervolumen unabhängig von der Art der Flüssigkeit sein. Dagegen ist die Nutzleistung in PS  $N_n = \frac{\gamma Q \cdot H}{75}$  und also auch die Wellenleistung dem spezifischen Gewicht proportional.

Diese Regeln gelten aber nur, wenn die Förderhöhe in Meter Flüssigkeitssäule der Förderflüssigkeit ausgedrückt wird. Erfolgt ihre Angabe als Förderdruck in  $\text{kg/cm}^2$  ( $= 10\,000 \text{ kg/m}^2$ ) mit  $\Delta p = \gamma H/10\,000$  oder als manometrische Förderhöhe auf kaltes und reines Wasser bezogen mit  $H_{\text{man}} = \gamma H/1000$ , so erscheint sie offenbar dem spezifischen Gewicht der Förderflüssigkeit proportional, während die Nutzleistung

$$N_n = \gamma Q \frac{H}{75} = \frac{1000}{75} Q H_{\text{man}} = \frac{10000}{75} Q \Delta p$$

bei vorgeschriebenem Fördervolumen von der Art der Förderflüssigkeit unabhängig wird, weil eben das Manometer diese Abhängigkeit bereits berücksichtigt. Führt man statt des Fördervolumens  $Q$  in  $\text{m}^3/\text{s}$  das sekundliche Fördergewicht  $G = \gamma Q$  in  $\text{kg/s}$  ein, so wird die Nutzleistung

$$N_n = \frac{GH}{75} = \frac{1000}{75} \frac{G}{\gamma} H_{\text{man}} = \frac{10000}{75} \frac{G}{\gamma} \Delta p.$$

<sup>1</sup> Für die Verluste und somit auch die wirkliche Förderhöhe trifft dies nicht ganz zu, weil nach dem Reynoldsschen Gesetz die Reibungsziffern nur dann übereinstimmen, wenn das Produkt aus kinematischer Zähigkeit und Geschwindigkeit das gleiche ist (vgl. Abschn. 82). Dies ist besonders bei Flüssigkeiten von verhältnismäßig großer Zähigkeit, z. B. Öl, zu beachten.

Also ist die Nutzleistung dem Raumeinheitgewicht  $\gamma$  umgekehrt proportional, sobald man statt der Förderhöhe  $H$  den Förderdruck und statt des Fördervolumens das Fördergewicht  $G$  vorschreibt.

Mit Rücksicht auf die steigende Bedeutung der Heißwasserpumpen ist es notwendig, sich diese Unterschiede klar zu machen.

### 28. Pumpe ohne Eintrittsleitrad.

Strömt das Wasser ohne besondere Führungsschaufeln dem Rade zu, so kann in der Regel  $\alpha_0 = 90^\circ$  gesetzt werden. Die absolute Eintrittsgeschwindigkeit ist dann gleichzeitig Meridiangeschwindigkeit (Abb. 58a). Da

$$c_0^2 = w_0^2 - u_1^2,$$

so lauten jetzt Gl. (19) und (19a)

$$H_{p\infty} = \frac{u_2^2 - w_2^2 + c_0^2}{2g} - Z_I, \quad (21a)$$

$$H_{th\infty} = \frac{u_2^2 - w_2^2 + c_2^2}{2g} \quad (21b)$$

ebenso Gl. (20) und (21), da  $\cos \alpha_0 = 0, \quad c_{0u} = 0$

$$H_{th\infty} = \frac{u_2}{g} c_2 \cos \alpha_2 = \frac{u_2}{g} c_{2u}. \quad (22)$$

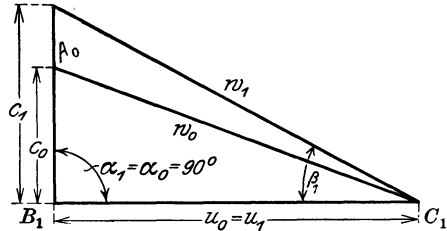


Abb. 58a.  
Eintrittsdiagramm bei senkrechtem Eintritt.

Da das Fehlen des Eintrittsleitapparates die Regel bildet, stellt diese Gleichung die gebräuchlichste Form der Hauptgleichung bei Kreiselpumpen dar.

Zur Frage, ob die Annahme eines Winkels  $\alpha_0 = 90^\circ$  bei freier Zuströmung berechtigt ist, liegen folgende Unterlagen vor. Blaeß<sup>1</sup> hat bei Ventilatoren den senkrechten Eintritt bestätigt gefunden, wobei er den Luftstrom durch Einführung von Rauch sichtbar machte. Haimann<sup>2</sup> stellte durch Fähnchenmessung an einer Pumpe Abweichungen von 0,5 bis 8°, im Mittel 5°30' in der Drehrichtung fest. Erst bei ganz geringen Wassermengen zeigten sich größere Abweichungen infolge des Einflusses der Reibung an den Seitenwänden, bis bei vollständigem Abschluß der Druckleitung die Geschwindigkeit vor dem Rad tangential wurde.

Von manchen Konstrukteuren wird zur Erhöhung der Sicherheit der Rechnung ein Winkel  $\alpha_0$  von nur etwa 85° angenommen. Über die Berechtigung dieser Maßnahme ist folgendes zu sagen: Als Eintrittszustand ist bei der Berechnung der Förderhöhe nach Gl. (21) maßgebend der Strömungszustand des Wassers vor irgendwelcher Beeinflussung durch das Rad. Deshalb ist in dieser Gleichung beispielsweise abzugsfähig der Drall, der durch eine Eintrittsleitvorrichtung hervorgerufen ist. Einer solchen ist gleichwertig<sup>3</sup> eine

<sup>1</sup> Zur Theorie der Zentrifugalpumpen und Ventilatoren. Z. ges. Turbinenwes. 1907 S. 470.

<sup>2</sup> Beitrag zur Kenntnis der Abhängigkeit des Wirkungsgrades von den Umrechnungszahlen einer Kreiselpumpe auf Grund von Versuchen. Dissert. 1916.

<sup>3</sup> Vgl. Föttinger in Hydraulische Probleme, S. 109. VDI-Verlag 1926.

Aufeinanderfolge von nicht in der gleichen Ebene liegenden Krümmungen der Saugleitung. Das Kennzeichnende für die Abzugsfähigkeit ist, daß der erzeugte Drall aus dem Energieinhalt der Flüssigkeit bestritten wird, also sich in einer Drucksenkung äußert. Nicht abzugsfähig ist dagegen der Eintrittsdrall, der durch die Reibung an den umlaufenden Radwänden entsteht, da er eine Energiezufuhr durch das Rad bedeutet, die gleichwertig der durch die Schaufeln hervorgerufenen ist. Der Anfangswinkel  $\beta_1$  der Schaufel müßte in allen Fällen zur Vermeidung eines allerdings verschwindenden Eintrittsstoßes um einen sehr kleinen Betrag geändert werden, wenn nicht die ebenfalls unberücksichtigt bleibende in Abschn. 38 und 43 behandelte Eintrittsablendung sich entgegengesetzt auswirken und die in der Rechnung eingeführte Wassermenge üblicherweise um einen Zuschlag größer genommen würde, der nicht bloß den Spaltverlust und die Kontraktion am Schaufeleintritt, sondern auch die Vorrotation mit einschließt. Deshalb wird beim Fehlen einer Eintrittsleitvorrichtung im folgenden stets nach Gl. (22) gerechnet.

### 29. Reaktions- und Aktionswirkung.

Man kann die Kreiselpumpen wie die Turbinen in zwei große Hauptgruppen einteilen. Hat der Spaltüberdruck  $H_{p\infty}$  in Gl. (19) einen positiven Wert, d. h. ist der Druck an der Austrittsseite des Laufrades höher als an der Eintrittsseite, so spricht man von Pumpen mit Überdruck- oder Reaktionswirkung. Hier stellt die Druckenergie des austretenden Wassers einen wesentlichen Bestandteil der zugeführten Energie dar. Die Drucksteigerung in dem darauffolgenden Leitrad und damit auch die Geschwindigkeit  $c_2$  am Laufradaustritt können also entsprechend kleiner sein.

Ist dagegen der Spaltdruck gleich dem Druck am Radeintritt, so liegt Gleichdruck- oder Aktionswirkung vor. Hierbei ist die ganze zugeführte Energie in der Geschwindigkeit  $c_2$  des austretenden Wassers enthalten und demnach eine erhebliche Geschwindigkeitsverlangsamung im Leitrad notwendig. Da diese nach Abschn. 13 mit Verlusten verknüpft ist, so werden Gleichdruckpumpen trotz des Wegfalls des Spaltverlustes einen schlechteren Wirkungsgrad aufweisen als Überdruckpumpen. Sie sind offenbar nur dort am Platze, wo die Gleichdruckwirkung notwendig ist wie bei partiell beaufschlagten Rädern, die aber selten vorkommen. Im letzteren Fall würde ein Überdruck wegen der Verbindung zwischen Spalt- und Eintrittsraum durch die nicht beaufschlagten Kanäle nur unvollkommen aufrechterhalten werden können.

Im allgemeinen arbeiten also Kreiselpumpen stets mit Überdruckwirkung. Da nach Gl. (22)

$$u_2 = \frac{gH_{th\infty}}{c_2 \cos \alpha_2},$$

so ist ihre Umfangsgeschwindigkeit verhältnismäßig groß, weil  $c_2$  klein ist. Reaktionspumpen brauchen also eine größere Drehzahl bzw. einen größeren Raddurchmesser als Aktionspumpen.



### 30. Wahl des Schaufelwinkels $\beta_2$ am Austritt.

Der Schaufelwinkel  $\beta_1$  am Eintritt ist ziemlich eindeutig bestimmt, da die Größen  $u_1$ ,  $\alpha_1$ ,  $c_1$  durch die vorliegenden Verhältnisse zwischen engen Grenzen vorgeschrieben sind. Der Winkel  $\beta_2$  und eine weitere Größe können aber gewählt werden, weil zur Bestimmung des Austrittsdreiecks drei Größen nötig sind und bis jetzt nur eine Bedingung durch die Hauptgleichung ausgedrückt ist.

Es entsteht nun die Frage: Soll  $\beta_2$  kleiner, gleich oder größer als  $90^\circ$  gewählt werden? Die diesen drei Möglichkeiten entsprechenden Schaufelformen sind in Abb. 59 gezeichnet. Der Eintrittswinkel  $\beta_1$  ist in allen drei Fällen gleich groß angenommen. Wie man erkennt, ist die Schaufel mit  $\beta_2 < 90^\circ$  rückwärts gekrümmt, mit  $\beta_2 = 90^\circ$  und

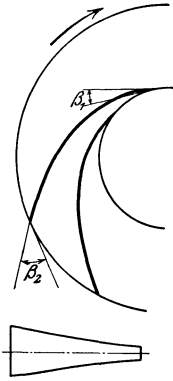


Abb. 59a. Rückwärts gekrümmte Schaufel,  $\beta_2 < 90^\circ$ .

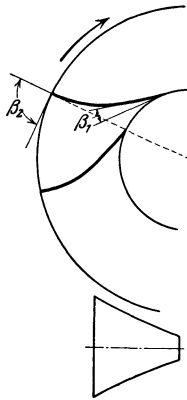


Abb. 59b. Senkrecht endigende Schaufel,  $\beta_2 = 90^\circ$ .

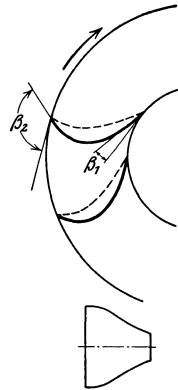


Abb. 59c. Vorwärts gekrümmte Schaufel,  $\beta_2 > 90^\circ$ .

$\beta_2 > 90^\circ$  nach vorwärts gekrümmt. Der Schaufelkanal ist offenbar sehr verschieden und entspricht der unter das zugehörige Schaufelbild gezeichneten Form bei Zugrundelegung einer geraden Mittellinie gleicher Länge. Bei Abb. 59a ist der Laufkanal länger und weniger stark erweitert als bei Abb. 59b und 59c, und es entsteht — im Hinblick auf das S. 34 Besprochene — die Frage, ob das Wasser der in Abb. 59b und 59c vorliegenden starken Erweiterung überhaupt wird folgen können und ob nicht Loslösungserscheinungen selbst dann eintreten, wenn senkrecht zur Zeichenebene der Kanal sich verjüngt. Zwar werden im umlaufenden Kanal Toträume unter dem Einfluß der Fliehkräfte gegenüber dem umgebenden Wasser, das infolge seiner Relativgeschwindigkeit eine andere Umfangskomponente (Schlupf) besitzt, häufig nicht stabil sein. Doch zeigt die Erfahrung, daß starke Kanalerweiterungen auch hier nachteilig sind. Zwar kann man, wie in Abb. 59c durch Strichlegung angedeutet, die Verhältnisse durch Anwendung veränderlicher Wandstärke bessern, aber der Kanal ist immer noch zu kurz und seine Krümmung zu stark. Die Kanalformen der Abb. 59b und 59c sind wohl für den umgekehrten Strömungsvorgang, also die Turbinen,

geeignet, weil hier starke Verengungen keine Verschlechterung bedeuten und kurze Kanäle die Reibung verringern. Für den Fall der Pumpe dürfte aber die zurückgebogene Schaufel am Platze sein.

Der Winkel  $\beta_2$  hat aber auch einen weitgehenden Einfluß auf die Förderhöhe. In Abb. 60 sind die Geschwindigkeitsdreiecke für den Austritt bei fünf verschiedenen Winkeln  $\beta_2$  entsprechend den fünf Punkten  $A, B, C, D, E$ , wobei  $\overline{AC} = \overline{CE}$ , aufgezeichnet. Die Umfangsgeschwindigkeit  $\overline{LM} = u_2$  ist in allen Fällen die gleiche, ebenso die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zum Radumfang (d. h. die in die Meridianebene fallende Komponente)  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2$ . Unter Annahme senkrechten Wassereintritts in das Rad ist nach Gl. (22) die theoretische Förderhöhe  $H_{th\infty}$  proportional der Umfangskomponente  $c_{2u} = c_2 \cos \alpha_2$ , d. h. der Reihe nach den Strecken  $\overline{Null}, \overline{AB}, \overline{AC}, \overline{AD}$  und  $\overline{AE}$ . Im ersten Fall mit  $\sphericalangle \beta_2 = \sphericalangle AML$  würde also überhaupt keine Energie auf das Wasser übertragen. Dieser Winkel stellt somit den Kleinstwert für  $\beta_2$  dar, der aber nicht erreicht werden darf. Bei Unterschreitung dieses Wertes wird  $H_{th\infty}$  negativ, d. h. das Laufrad arbeitet als eine radial nach auswärts beaufschlagte Turbine. Mit zunehmendem Winkel  $\beta_2$  nimmt  $H_{th\infty}$  zu. Vorwärts gekrümmte Schaufeln geben also bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit eine größere theoretische Förderhöhe als rückwärts gekrümmte Schaufeln. Aber aus Abb. 60 ist gleichzeitig zu ersehen, daß auch die absolute Austrittsgeschwindigkeit  $c_2$  zunimmt, also ein steigender Anteil von  $H_{th\infty}$  durch Geschwindigkeitshöhe dargestellt ist und demnach die Reaktionswirkung abnimmt. Je größer  $\beta_2$  wird, um so mehr nähert sich die Pumpe der Freistrahlpumpe und hat auch die im vorausgegangenen Abschnitt besprochenen Nachteile, die mit der Notwendigkeit der Umsetzung großer Geschwindigkeiten in Druck verknüpft sind. Die großen Umsetzungsverluste bringen es auch mit sich, daß die tatsächliche Förderhöhe nicht in dem Maße steigt, wie es der Zunahme der Schaufelarbeit entspricht<sup>1</sup>.

Um einen weiteren Einblick zu bekommen, wollen wir die Meridianschwindigkeit am Ein- und Austritt aus dem Rad gleich groß annehmen, so daß  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2 = c_0$ . Dann wird der in Form von Geschwindigkeitsenergie am Radaustritt vorhandene Anteil der Radarbeit

$$H_{dyn} = \frac{c_2^2 - c_0^2}{2g} = \frac{c_2^2 - c_{2m}^2}{2g} = \frac{c_{2u}^2}{2g}. \quad (23)$$

Diese Gleichung gestattet, die Größe  $H_{dyn}$  und den in Form von Druckenergie zugeführten Anteil  $H_{pot} = H_{th\infty} - H_{dyn}$  in Abhängigkeit von  $c_{2u}$  darzustellen, da  $u_2$  konstant ist. Dies kann gemäß Abb. 60 in der Weise geschehen, daß zunächst der Verlauf von  $H_{th\infty}$ , der nach Gl. (22) eine Gerade  $JF$  ist, und dann der Verlauf von  $H_{dyn}$  nach Gl. (23) als Parabel  $JGF$  eingetragen wird. Es ist dann der Unter-

<sup>1</sup> Vgl. hierzu auch die in der Fußbemerkung 1 S. 75 angegebene Arbeit von Blaß.

schied beider Ordinaten  $H_{th\infty} - H_{dyn} = H_{pot}$ . Diese Darstellung ist so mit dem darüber gezeichneten Geschwindigkeitsplan vereinigt, daß die Abszissen zu den Punkten  $A, B, C$  sich durch einfaches Fällen der Lote auf die  $c_{2u}$ -Achse ergeben. Man erkennt deutlich die Zunahme von  $H_{th\infty}$  und  $H_{dyn}$  mit wachsendem  $\beta_2$ , also mit wachsender Vorwärtskrümmung und den verhältnismäßig großen Druckanteil  $H_{pot}$  bei Rückwärtskrümmung.

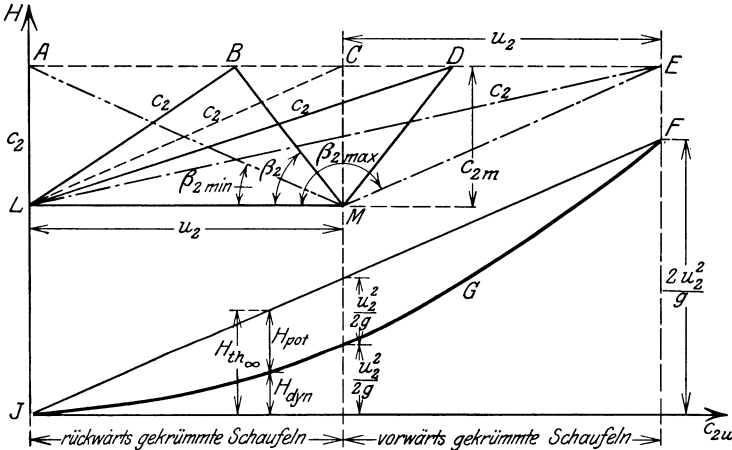


Abb. 60. Druckenergie  $H_{pot}$  am Radaustritt und Gesamtenergie  $H_{th\infty}$  bei verschiedenen Winkeln  $\beta_2$ .

Von besonderer Wichtigkeit sind die durch die drei Punkte  $A, C$  und  $E$  dargestellten Grenzfälle, für welche die Werte nachstehend besonders angegeben sind. Es ist für

$$\begin{aligned} c_{2u} = 0, & \quad H_{th\infty} = 0, & \quad H_{dyn} = 0, & \quad H_{pot} = 0, \\ c_{2u} = u_2, & \quad H_{th\infty} = \frac{u_2^2}{g}, & \quad H_{dyn} = \frac{H_{th\infty}}{2}, & \quad H_{pot} = \frac{u_2^2}{2g} = \frac{H_{th\infty}}{2}, \\ c_{2u} = 2u_2, & \quad H_{th\infty} = \frac{2u_2^2}{g}, & \quad H_{dyn} = H_{th\infty}, & \quad H_{pot} = 0. \end{aligned}$$

Das Verhältnis  $\varrho = H_{pot}/H_{th\infty}$ , der sog. Reaktionsgrad, nimmt also mit zunehmendem  $c_{2u}/u_2$  ab, und zwar ist mit  $c_{2u}/u_2 = 0$  zunächst  $\varrho = 0/0$ , also unbestimmt, aber wie sich durch Ableiten des Zählers und Nenners nach  $c_{2u}$  ergibt, gleich 1; mit  $c_{2u}/u_2 = 1$  gleich  $\frac{1}{2}$  und mit  $c_{2u}/u_2 = 2$  gleich 0. Da im letzteren Fall  $H_{pot} = 0$  ist, so würde bei fehlender Kanalreibung  $Z_I$  die Freistrahlpumpe vorliegen. In Wirklichkeit wird Kanalreibung stets vorhanden sein und deshalb bereits ein negativer Spaltdruck vorliegen. Freistrahlpumpe ist also schon bei  $c_{2u} < 2u_2$  vorhanden. Allgemein ist für  $c_{2m} = c_0$

$$\varrho = 1 - \frac{H_{dyn}}{H_{th\infty}} = 1 - \frac{c_{2u}}{2u_2}$$

oder mit  $c_{2u} = u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2$

$$\varrho = \frac{1}{2} + \frac{c_{2m}}{2u_2} \operatorname{ctg} \beta_2. \quad (24)$$

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß rückwärts gekrümmte Schaufeln zwar für gleiche Förderhöhe eine größere Umfangsgeschwindigkeit, also bei gleicher Drehzahl auch ein größeres Rad und größeres Gehäuse fordern als vorwärts gekrümmte Schaufeln. Sie arbeiten aber mit besserem Wirkungsgrad infolge der günstigeren Form des Laufkanals und insbesondere der geringeren Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck im Leitrad. Die durch die größere Umfangsgeschwindigkeit bedingte Zunahme der Radreibung [Gl. (57a), Abschn. 18] und der durch das Wachsen des Spaltdrucks bedingte größere Spaltverlust vermögen diesen Vorteil im allgemeinen ebensowenig aufzuheben wie der höhere Druck bei Nullförderung, also die größere Beanspruchung des Gehäuses (Abschn. 68). Es kommt noch hinzu, daß die vorwärts gekrümmte Schaufel unter Umständen labiles Verhalten der Pumpe im Betrieb zur Folge hat (Abschn. 67 und 68).

Aus diesen Gründen findet man bei Kreiselpumpen fast nur rückwärts gekrümmte Schaufeln in Verwendung. Übliche Werte sind  $\beta_2 = 14 \div 50^\circ$ , selten jedoch höher als  $30^\circ$ . Nur im Ventilatorenbau hat sich die vorwärts gekrümmte Schaufel zum Teil halten können, was wohl damit zusammenhängt, daß dort die höheren Umfangsgeschwindigkeiten die Radkonstruktion erheblich verteuern und insbesondere der Unterschied zwischen Ein- und Austrittsdurchmesser häufig nur klein ist, also ähnliche Verhältnisse vorliegen wie beim Axialrad (S. 301).

### 31. Berechnung der Radabmessungen.

In der Regel sind Wassermenge  $Q$  in  $\text{m}^3/\text{s}$ , Förderhöhe  $H$  in Meter und die minutliche Drehzahl  $n$  gegeben. Aus  $H$  erhält man nach Annahme von  $\eta_h$  mit Gl. (18)  $H_{\text{th}}$  und daraus in einer später zu besprechenden Weise (Abschn. 42)  $H_{\text{th}\infty}$ . Bei der Berechnung des Laufrades ist nun folgendermaßen vorzugehen, wobei angenommen sei, daß es sich um radiale Beaufschlagung, also eine Radform der Abb. 61 mit zylindrischen, d. h. einfach gekrümmten Schaufeln handelt.

a) **Eintritt.** Der Durchmesser  $D_s$  des Einlaufrohres bestimmt sich unter Zugrundelegung einer Geschwindigkeit  $c_s$  des zufließenden Wassers, die entsprechend den vorliegenden Verhältnissen zu wählen ist. Von Wichtigkeit ist hierbei insbesondere die Saughöhe insofern, als große Wassergeschwindigkeiten die Erreichung der verlangten Saughöhe unter Umständen in Frage stellen (Abschn. 79). Andererseits darf die Geschwindigkeit auch nicht zu klein sein, weil sonst  $D_s$  sehr groß wird und damit eine ungünstige Radform entsteht oder, wenn einmal eine bestimmte Radform gewählt werden soll, auch der äußere Durchmesser  $D_2$ , also die ganze Pumpe, zu große Abmessungen erhält. Übliche Werte sind

$$c_s = 2 \div 4 \text{ m/s,}$$

steigend mit der Förderhöhe. In Grenzfällen ist auch eine Unter- oder Überschreitung dieser Zahlen zulässig. Insbesondere wird man bei sehr großen Fördermengen oder Drehzahlen unter Verzicht auf große Saughöhen zu höheren Werten gezwungen sein.

Die in die Rechnung einzuführende Wassermenge  $Q'$  hat zunächst den Spaltverlust mit einzuschließen, der mittels Gl. (16) des Abschn. 72 berechnet werden könnte. Der Zuschlag muß aber auch eine gewisse Sicherheit dafür enthalten, daß die verlangte Fördermenge tatsächlich erreicht wird und deshalb andere der Rechnung nicht zugängliche Einflüsse, beispielsweise die Strahleinschnürung<sup>1</sup> am Schaufeleintritt, berücksichtigen. Bei seiner Wahl muß ferner beachtet werden, daß die Wassermenge besten Wirkungsgrads in der Regel nicht mit der des stoßfreien Laufradeintritts übereinstimmt (Abschn. 62), weil der Einfluß der übrigen Verluste überwiegt. Seine Größe schwankt zwischen 2 und 15%, so daß

$$Q' = 1,02 \div 1,15 Q.$$

Die kleineren Werte gelten für großes Radienverhältnis  $r_2/r_1$ , leitradlose Pumpen, niedere Wassertemperaturen und geringe Saughöhen, die größeren Werte für kleine Verhältnisse  $r_2/r_1$ , Pumpen mit Leitrad und solche Saugverhältnisse, die an der Kavitationsgrenze (Abschn. 78) liegen. Auch der Schaufelverlauf ist von Bedeutung. Nimmt der Neigungswinkel  $\beta$  nach außen zu, so kann der Zuschlag kleiner sein als im umgekehrten Fall.

Ist der Durchmesser  $d_n'$  der Laufradnabe unter Berücksichtigung des Wellendurchmessers gewählt (vgl. Abschn. 103), so bestimmt sich  $D_s$  aus

$$c_s \left( \pi \frac{D_s^2}{4} - \pi \frac{d_n^2}{4} \right) = Q'. \quad (25)$$

Aus  $D_s$  ergibt sich der Eintrittsdurchmesser  $D_1$ , auf dem die Schaufelspitzen liegen, auf Grund der Überlegung, daß kleine Durchmesser  $D_1$  zwar eine geringe relative Eintrittsgeschwindigkeit, also einen geringen Eintrittsstoß und reichliche Eintrittsquerschnitte ergeben, andererseits aber in die Zone der gekrümmten Stromfäden hineinführen. Die Krümmungen der Stromfäden erzeugen die S. 11 besprochenen Geschwindigkeitsänderungen, so daß längs einer zur Achse parallelen Eintrittskante Stoßfreiheit nur an einem Punkt der Kante erreicht werden kann. Wird die Eintrittskante der einfach gekrümmten Schaufel in die Zone der Bahnkrümmungen gelegt und Stoßfreiheit über ihre ganze Länge gefordert, so muß sie eine im Abschn. 33 näher angegebene Form erhalten. Die folgenden Darlegungen beziehen sich zunächst nur auf die zur Achse parallele Eintrittskante mit radialer Zuströmung im Meridianschnitt.

Um die Eintrittsbreite  $b_1$  errechnen zu können, ist noch die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_0$  oder, bei nicht senkrechter Zuströmung mit Eintrittsleitapparat,  $c_{0m} = c_0 \sin \alpha_0$  zu wählen. Meist wird  $c_{0m}$  gleich

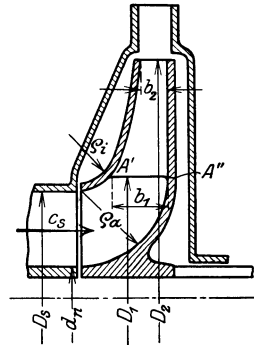


Abb. 61. Radialrad.

<sup>1</sup> Infolge der beim Umströmen des Schaufelkopfes eintretenden doppelten Geschwindigkeitsumsetzung (S. 246).

oder wenig größer als  $c_s$  genommen<sup>1</sup>. Infolge der hinter der Krümmungszone zu erwartenden Ablösung des Strahls (Abb. 26a) rechtfertigt sich aber auch ein unter  $c_s$  liegender Rechnungswert für  $c_{0m}$ , und die Erfahrung zeigt, daß sich hierdurch die Wirkung keineswegs verschlechtert. Damit steht im Einklang, daß im Krümmer nach S. 37 eine Vergrößerung des Scheitelquerschnitts eine Verkleinerung des Widerstandes mit sich bringt. Nach Annahme von  $c_{0m}$  errechnet sich

$$b_1 = \frac{Q'}{D_1 \pi c_{0m}}, \quad (26)$$

wobei  $c_{0m} = c_0$  zu setzen ist, falls  $\alpha_0 = 90^\circ$ .

Zur Berücksichtigung der Schaufelstärke ist  $c_1$  nach Gl. (1) zu ermitteln. Für  $\alpha_0 = 90^\circ$  wird

$$c_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}. \quad (26a)$$

Der Verengungsfaktor  $t_1/(t_1 - \sigma_1)$  ist vorbehaltlich späterer Berichtigung zunächst mit 1,10 bis 1,25 — bei kleineren Pumpen mehr, bei großen weniger — anzunehmen.

Weil nun

$$u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60},$$

so ist das Geschwindigkeitsdreieck (Abb. 54) bestimmt und damit der Schaufelwinkel  $\beta_1$  gegeben durch

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1 \sin \alpha_1}{u_1 - c_1 \cos \alpha_1} = \frac{c_{1m}}{u_1 - c_0 \cos \alpha_0} \quad (27)$$

oder bei  $\alpha_1 = \alpha_0 = 90^\circ$  (Abb. 58a)

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1}{u_1}. \quad (28)$$

Es kann nun der angenommene Faktor  $t_1/(t_1 - \sigma_1)$  nachgeprüft und berichtigt werden, wenn die Schaufelstärke  $s_1$  und Schaufelzahl  $z$  gewählt werden; denn es ist

$$\sigma_1 = \frac{s_1}{\sin \beta_1}, \quad t_1 = \frac{\pi D_1}{z}.$$

Erforderlichenfalls ist die Rechnung zu wiederholen<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Manchmal findet man  $c_0$  oder  $c_s$  auch in Abhängigkeit von der Förderhöhe angegeben, indem gesetzt wird  $c_0 = \varepsilon \sqrt{2gH}$  mit  $\varepsilon = 0,1$  bis  $0,3$ . Derartige Regeln sind bei Turbinen angebracht. Im Pumpenbau mit den in viel weiteren Grenzen schwankenden Werten für  $H$  und  $Q$  können sie zu Geschwindigkeiten führen, die teils mit Rücksicht auf die Abmessungen, teils mit Rücksicht auf die Saughöhe nicht anwendbar sind. Bei Kreiselpumpen muß der Strömungswiderstand in der Saugleitung und die Geschwindigkeit an ihrem oberen Ende vom Druck auf den Saugwasserspiegel (Atmosphärendruck) bestritten werden, bei den Turbinen nicht.

<sup>2</sup> Die Wiederholung ist auf Grund folgender Umformung für  $\alpha_0 = 90^\circ$  zu vermeiden. In die Gleichung  $\sin \beta_1 = c_1/w_1$  wird eingeführt

$$c_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \frac{s_1}{\sin \beta_1}} \quad \text{und} \quad w_1 = \sqrt{u_1^2 + c_1^2} = \sqrt{u_1^2 + \left( c_0 \frac{t_1}{t_1 - \frac{s_1}{\sin \beta_1}} \right)^2}.$$

Die Schaufelzahl ist bei den vorliegenden Radformen durch die Bedingung einer ausreichenden Führung des Wassers in den Schaufelkanälen festgelegt. Brauchbare Verhältnisse für radiale Schaufeln liefert nach Abschn. 70 die Beziehung

$$z = k \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} \sin \beta_m = k \frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1} \sin \beta_m, \quad (28b)$$

wo der Zahlenwert  $k$  etwa gleich 6,5 gesetzt werden kann und  $\beta_m$  der mittlere Schaufelwinkel, also angenähert  $\beta_m = \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2)$ .

Die Wandstärke  $s_1$  der Schaufel ist so klein, als die Herstellung gestattet, zu wählen, um die Querschnittsverengung am Eintritt zu beschränken.

**b) Austritt.** Für die Schaufelbemessung am Austritt ist zunächst die Hauptgleichung in der Form der Gl. (20) maßgebend. Der Winkel  $\beta_2$  kann entsprechend den Ergebnissen des Abschn. 30, also am besten zwischen 14 und 50° angenommen werden. Damit das Geschwindigkeitsdreieck (Abb. 56) bestimmbar ist, muß noch eine weitere Größe gewählt werden. Da der Konstrukteur bestimmte Radformen erzielen will, so kann man die Annahme so treffen, daß sich die Radform voraussehen läßt. Man wird dann entweder von der Radbreite  $b_2$  oder der Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2$  ausgehen. Die Räder werden meist so ausgeführt, daß sich die Radbreite nach dem Austritt zu verringert, obwohl sich dadurch der Raddurchmesser vergrößert. Große Austrittsbreiten haben den Nachteil, daß die Kanalquerschnitte sich nach außen zu stark vergrößern, also das Wasser der starken Erweiterung unter Umständen nicht folgt. Ferner wird die Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m}$  klein, wovon sich auch der Winkel  $\alpha_2$  verkleinert, also die Leitkanäle verengen. Auch bei Pumpen ohne Austrittsleitschaufeln ist dieser geringe Winkel  $\alpha_2$  nicht vorteilhaft, weil der Reibungsweg des Wassers im Ringraum sich verlängert. Da demnach der Winkel  $\alpha_2$  sich nur innerhalb bestimmter Grenzen, die allerdings bei den verschiedenen Bauarten verschieden sind, bewegen darf, so kann es auch zweckmäßig sein, von der Annahme dieses Wertes auszugehen. Hierbei muß aber beachtet werden, daß der wirkliche Austrittswinkel von dem bei unendlicher Schaufelzahl sich ergebenden Wert verschieden ist.

Im folgenden sollen die zur Berechnung nötigen Gleichungen für die Fälle der Annahme von  $b_2$  oder  $c_{2m}$  oder  $\alpha_2$  entwickelt werden. Falls andere Voraussetzungen zu machen sind, ist die Rechnung sinngemäß umzugestalten.

Man erhält dann folgende in  $\sin \beta_1$  quadratische Gleichung

$$\left(1 + \frac{c_0}{u_1}\right) \sin^2 \beta_1 - 2 \frac{s_1}{t_1} \sin \beta_1 + \left(\frac{s_1}{t_1}\right)^2 - \left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2 = 0,$$

woraus sich unmittelbar ergibt

$$\sin \beta_1 = \frac{1}{1 + \left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2} \left( \frac{s_1}{t_1} + \frac{c_0}{u_1} \sqrt{1 + \left(\frac{c_0}{u_1}\right)^2 - \left(\frac{s_1}{t_1}\right)^2} \right). \quad (28a)$$

Das negative Glied unter der Wurzel kann in der Regel vernachlässigt werden.

$\alpha$ ) Annahme einer bestimmten Radbreite  $b_2$  am Austritt. Ist  $b_2$  gewählt, so ist die Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  und damit der Außendurchmesser  $D_2$  auf folgendem Wege zu bestimmen. Es ist, wenn die Schaufelverengung am Austritt berücksichtigt wird:

$$\pi D_2 b_2 c_2 \sin \alpha_2 = Q' \cdot \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}, \quad (29)$$

ferner

$$u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60},$$

also nach Elimination von  $D_2$

$$u_2 c_2 \sin \alpha_2 = \frac{Q' n}{60 b_2} \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}. \quad (30)$$

Setzt man hierzu Gl. (20) in etwas anderer Form

$$u_2 c_2 \cos \alpha_2 = g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0 \quad (31)$$

und berücksichtigt, daß nach Abb. 58

$$u_2 = \overline{BD} + \overline{DC}_2 = c_2 \cos \alpha_2 + c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2 = c_2 \cos \alpha_2 + c_2 \sin \alpha_2 \operatorname{ctg} \beta_2,$$

also

$$u_2^2 = u_2 c_2 \cos \alpha_2 + u_2 c_2 \sin \alpha_2 \operatorname{ctg} \beta_2,$$

so folgt nach Einsetzen der Werte aus Gl. (30) und (31)

$$u_2 = \sqrt{g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0 + \frac{Q' \cdot n}{60 b_2} \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2} \operatorname{ctg} \beta_2}. \quad (32)$$

Für senkrechten Wassereintritt, d. h.  $\alpha_0 = 90^\circ$ , vereinfacht sich Gl. (32) zu

$$u_2 = \sqrt{g H_{\text{th}\infty} + \frac{Q' \cdot n}{60 b_2} \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2} \operatorname{ctg} \beta_2}. \quad (33)$$

Der Verengungsfaktor  $t_2/(t_2 - \sigma_2)$  ist wieder zunächst anzunehmen und anschließend nachzuprüfen. Bei guter Zuschärfung kann er gleich 1 gesetzt werden. Ist  $u_2$  errechnet, so ist  $D_2$  gegeben durch

$$D_2 = \frac{60 u_2}{\pi n}. \quad (33a)$$

$\beta$ ) Annahme einer bestimmten Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2$ . Bei der Annahme von  $c_{2m}$  muß beachtet werden, daß die erreichbare Förderhöhe sich mit wachsendem  $c_{2m}$  verringert. Häufig nimmt man  $c_{2m} = c_{0m}$ .

Der Rechnungsgang ist folgender. Es ist (Abb. 58)

$$c_2 \cos \alpha_2 = \overline{BC}_2 - \overline{DC}_2 = \overline{BC}_2 - \frac{\overline{A_2 D}}{\operatorname{tg} \beta_2} = u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2},$$

also gemäß der Hauptgleichung

$$g H_{\text{th}\infty} = u_2 \left( u_2 - \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} \right) - u_1 c_0 \cos \alpha_0$$

oder

$$u_2^2 - u_2 \frac{c_{2m}}{\operatorname{tg} \beta_2} = g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0,$$

woraus

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2} + \sqrt{\left( \frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2} \right)^2 + g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0}. \quad (34)$$



Das negative Zeichen vor der Wurzel kann wegfallen, weil  $u_2$  negativ würde. Für senkrechten Wassereintritt wird

$$u_2 = \frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2} + \sqrt{\left(\frac{c_{2m}}{2 \operatorname{tg} \beta_2}\right)^2 + g H_{\text{th}\infty}}, \quad (35)$$

womit  $D_2$  nach Gl. (33a) bekannt und  $b_2$  gegeben ist durch

$$b_2 = \frac{Q' \cdot \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2}}{\pi D_2 c_{2m}}. \quad (35a)$$

$\gamma$ ) Annahme eines bestimmten Winkels  $\alpha_2$  bzw.  $\alpha'_2$  der absoluten Austrittsgeschwindigkeit. Nach Abb. 58 ist

$$u_2 = \overline{BD} + \overline{DC}_2 = c_{2m} \operatorname{ctg} \alpha_2 + c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2,$$

also

$$c_{2m} = \frac{u_2}{\operatorname{ctg} \alpha_2 + \operatorname{ctg} \beta_2}, \quad (36)$$

ferner

$$c_2 \cos \alpha_2 = c_{2m} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2,$$

oder nach Einführung des Wertes von  $c_{2m}$  aus Gl. (36)

$$c_2 \cos \alpha_2 = \frac{u_2}{1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2}.$$

Setzt man diesen Wert in Gl. (20) ein und bestimmt  $u_2$ , so folgt

$$u_2 = \sqrt{(g H_{\text{th}\infty} + u_1 c_0 \cos \alpha_0)(1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2)} \quad (37)$$

oder mit  $\alpha_0 = 90^\circ$

$$u_2 = \sqrt{g H_{\text{th}\infty}(1 + \operatorname{tg} \alpha_2 \cdot \operatorname{ctg} \beta_2)}. \quad (38)$$

Mit Gl. (37) oder Gl. (38) ist  $D_2$  nach Gl. (33a),  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2$  nach Gl. (36) und  $b_2$  nach Gl. (35a) bekannt.

Der hier verwendete Winkel  $\alpha_2$  setzt unendliche Schaufelzahl voraus. Er ergibt sich aus dem wirklichen Winkel  $\alpha'_2$  bzw.  $\alpha_3$  (ähnlich wie  $H_{\text{th}\infty}$  aus  $H_{\text{th}}$ ) nach einer später abgeleiteten Beziehung [Gl. (29) Abschn. 42]. Statt Gl. (38) und (36) werden deshalb zweckmäßigerweise ihre durch die Gl. (30) und (31) des Abschn. 42 wiedergegebenen Formen benutzt.

Im Fall eines Austrittsleitrades ist  $\alpha'_2 = 6 \div 9^\circ$  zu wählen. Bei Pumpen ohne Leitrad sind größere Werte am Platz. Beispielsweise besitzen Pumpen mit normal weitem Spiralgehäuse ein  $\alpha'_2 = 14 \div 25^\circ$ .

Zahlenbeispiele für die vorstehend behandelten Rechenverfahren  $\beta$  und  $\gamma$  finden sich in Abschn. 45.

Es ist anzustreben, daß  $D_2$  gleich oder wenig größer als  $2D_1$  wird, weil dann einerseits für die Unterbringung der Schaufeln genügend radialer Spielraum vorhanden ist, andererseits [mit Rücksicht auf die Radreibung nach Gl. (57a) Abschn. 18] kleine Durchmesser erwünscht sind. Ergibt sich  $D_2$  zu groß, so ist der Übergang zur Mehrstufenanordnung (Abb. 5) ins Auge zu fassen, ist  $D_2$  zu klein, so kann die Mehrstromanordnung (Abb. 5a) am Platze sein. Bei mehrstufigen Pum-

pen wird aus den in Abschn. 75 angegebenen Gründen  $D_2$  größer zugelassen, und zwar um so größer, je höher die Stufenzahl ist.

Der Verlauf der Radbegrenzung zwischen  $b_1$  und  $b_2$  wird häufig so bestimmt, daß die Meridiangeschwindigkeit  $c_m = c \sin \alpha$  stetig von  $c_{1m}$  auf  $c_{2m}$  übergeht. Es genügt aber auch, wenn die Verbindung nach Schätzung eingetragen wird.

Bei mehrstufigen Pumpen ist in den vorstehenden Gleichungen für  $H_{th\infty}$  der auf eine Stufe entfallende Anteil, also bei  $i$  Stufen

$$\Delta H_{th\infty} = \frac{H_{th\infty}}{i},$$

zu setzen. Konstruktive Angaben finden sich in Abschn. 102.

### 32. Entwurf der Laufschaufel.

Da es nur auf die Einhaltung des durch die Winkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$  vorgeschriebenen Anfangs- und Endzustandes der Strömung ankommt, so ist es — wenigstens in der eindimensionalen Stromfadentheorie — einerlei, wie die Verbindung der

Schaufelenden erfolgt. In Wirklichkeit müssen aber die für die Geringhaltung der entstehenden Verluste, nämlich der Kanalreibung und der Umsetzungsverluste, maßgebenden Gesichtspunkte beachtet und demnach verlangt werden, daß

1. der Kanal nicht unnötig lang,
2. die notwendige Querschnittsänderung stetig und ohne starke Erweiterungen durchgeführt wird.

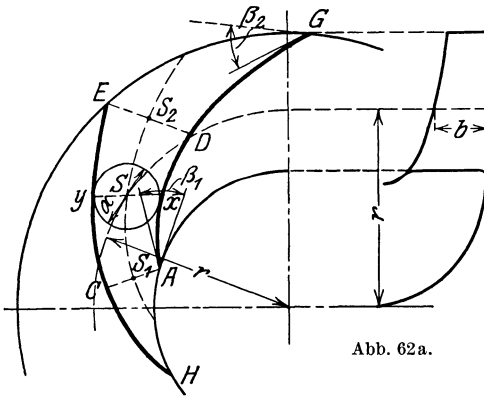


Abb. 62a.

Abb. 62.

Man kann nun im einzelnen den Schaufelverlauf auf zwei verschiedene Arten festlegen. Bei dem ersten älteren Verfahren wird der Verlauf zwischen den gegebenen Winkeln am Ein- und Austritt zunächst nach Schätzung eingezeichnet und der erhaltene Kanal nachgeprüft, indem man in Abweichung von der bisherigen Voraussetzung annimmt, daß die Geschwindigkeit sich über jeden Kanalquerschnitt  $xy$  (Abb. 62) (also nicht über jeden Parallelkreis) gleichmäßig verteilt. Der Entwurf des Kanals, der vom Eintrittsquerschnitt  $AC$  bis zum Austrittsquerschnitt  $DE$  sich erstreckt, erfolgt also nach den für ruhende prismatische Kanäle gültigen Gesetzen. Die Schaufelenden  $CH$  und  $DG$  werden somit eigentlich als wirkungslos angesehen und bisweilen als Kreisevolventen<sup>1</sup> ausgebildet. Diese können durch Kreisbögen ersetzt

<sup>1</sup> Vgl. Neumann: Die Zentrifugalpumpen. Berlin 1912. Die Einführung der Evolventen ist auf Zeuner (Vorlesungen über Theorie der Turbinen. Leipzig 1899) zurückzuführen.

und überhaupt die ganze Schaufel aus Kreisbögen zusammengesetzt werden.

Bei der nach diesem ersten Verfahren ausgebildeten Schaufel, die wir als „Kreisbogenschaufel“ bezeichnen wollen, ist der Verlauf zwischen Eintritt und Austritt bis zu einem gewissen Grade willkürlich. Auch läßt sich die vorausgesetzte Wirkungsfreiheit der Schaufelenden tatsächlich nicht erreichen. Infolge der freien Wahl des Verlaufs ist es schwer, die mit einer bestimmten Schaufelung gemachten Erfahrungen genügend sicher auf andere Ausführungen zu übertragen. Diesen Nachteilen hilft das zweite neuere Verfahren ab, das sich auch insofern den Voraussetzungen der eindimensionalen Stromfadentheorie besser anpaßt, als es Gleichheit des Strömungszustandes über einen Parallelkreis, also unendliche Schaufelzahl, annimmt. Hierbei wird die Schaufel längs ihrer ganzen Länge festgelegt, indem eine bestimmte Gesetzmäßigkeit des Verlaufs irgendeiner Größe, z. B. einer Geschwindigkeit vom Eintritt bis zum Austritt, vorgeschrieben wird. Diese Schaufel, bei der — wenigstens in der Regel — offenbar keine Kreisbögen entstehen können, wollen wir als „punktweise errechnete Schaufel“ bezeichnen.

a) **Kreisbogenschaufel.** Wird für den Einlauf eine Kreisevolvente, die als Kreisbogen gezeichnet ist, verwendet, so ist zu beachten, daß eine solche Kurve von jedem Punkt einer Geraden beschrieben wird, die, ohne zu gleiten, sich auf einem Kreis, dem Erzeugungskreis, abwälzt. Hiernach ist der Halbmesser dieses Erzeugungskreises mit Bezug auf Abb. 63.

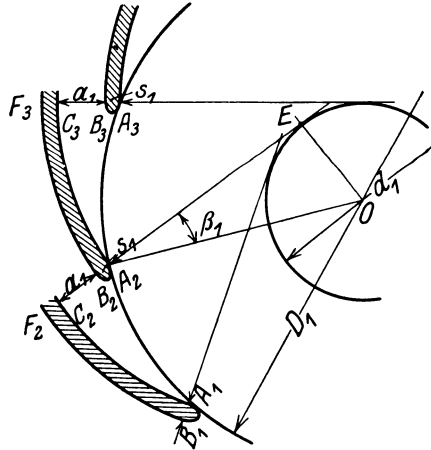


Abb. 63. Konstruktion der Eintrittsevolventen.

$$\overline{OE} = \frac{d_1}{2} = \overline{OA_2} \sin \beta_1 = \frac{D_1}{2} \sin \beta_1,$$

also

$$d_1 = D_1 \sin \beta_1. \quad (39)$$

Weiter ist bei  $z$  Schaufeln die Kanalweite  $a_1$  einschließlich der Schaufelstärke  $s_1$ , da der Abstand zweier Evolventen stets gleich der Länge des zugehörigen Abwälzungsbogens

$$a_1 + s_1 = \frac{d_1 \pi}{z}. \quad (40)$$

Daraus ergibt sich folgende einfache Konstruktion des Ersatzkreisbogens:

Teilung des Eintrittskreises vom Durchmesser  $D_1$  in ebenso viele gleiche Teile, als Schaufeln verwendet werden. Ziehen der Tangenten

von drei Teilpunkten  $A_1, A_2, A_3$  an den Erzeugungskreis, dessen Durchmesser  $d_1$  nach Gl. (39) bestimmt wurde. Abtragen der Strecken  $s_1$  und  $a_1 + s_1$ , die nach Gl. (40) errechnet wird, von den Teilpunkten aus auf den verlängerten Tangenten nach  $B_1, B_2, B_3$  bzw.  $C_2, C_3$ . Schlagen von Kreisen, welche durch  $A_1$  und  $C_2$  bzw.  $A_2$  und  $C_3$  gehen und deren Mittelpunkte in möglichster Nähe der Schnittpunkte der Tangenten liegen. Soll die Schaufel überall gleich stark werden, so werden noch die konzentrischen Kreise  $B_1F_2, B_2F_3$  gezeichnet<sup>1</sup>.

Die Evolvente hat, obwohl sie tatsächlich nicht wirkungsfrei ist (vgl. Abschn. 34), den Vorzug, daß sie eine parallele Führung der gegenüberliegenden Schaufelwände gestattet, was für den Einlauf des Wassers jedenfalls bei ruhenden Kanälen günstig<sup>2</sup>, also wahrscheinlich

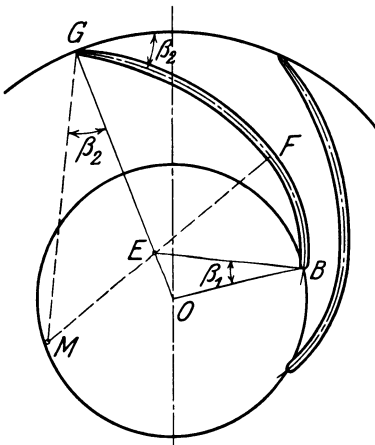


Abb. 64.  
Kreisbogenschaukel aus zwei Kreisbögen.

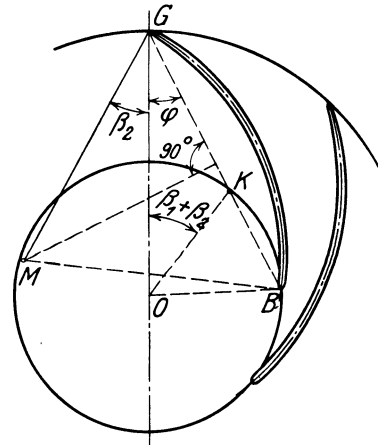


Abb. 65.  
Kreisbogenschaukel aus einem Kreisbogen.

auch für bewegliche Kanäle von Vorteil ist und eine leichte Messung der Einlaufweite ermöglicht. Ob die Evolvente auch dann noch zweckmäßig ist, wenn die Radbreite  $b$  nach außen abnimmt, erscheint allerdings fraglich, weil dann der Kanalquerschnitt am Anfang ebenfalls abnimmt, um anschließend unter Umständen wieder zuzunehmen. Bei Rädern, die sich nach außen verjüngen, dürfte es sich deshalb häufig empfehlen, den Eintrittskreisbogen mit einem größeren Halbmesser als dem des Ersatzkreisbogens der Evolvente zu zeichnen, und zwar dürfte das Maß der Vergrößerung dadurch gegeben sein, daß man zweckmäßigerweise den gleichen Eintrittsquerschnitt verwirklicht, der sich bei parallelen Seitenwänden ergeben würde.

<sup>1</sup> Hierbei wird der Winkel  $\beta_1$  an der Schaufelrückseite verwirklicht. Soll er sich, wie es strenggenommen richtig ist, auf die Mittellinie zwischen Vorder- und Rückseite beziehen, so ist von den Teilpunkten  $A_1, A_2, A_3$  nach beiden Seiten  $s_1/2$  und nach außen  $a_1 + s_1/2$  abzutragen.

<sup>2</sup> Vgl. auch den Bericht über die Versuche von Andres im Abschn. 13.

Die Fortsetzung der Schaufel von dem in dieser Weise gezeichneten Eintrittsverlauf aus kann durch eine beliebige stetige Linie oder einen zweiten Kreisbogen erreicht werden. In beiden Fällen muß darauf geachtet werden, daß der äußere Kreis unter dem vorgeschriebenen Winkel  $\beta_2$  geschnitten wird, wobei strenggenommen die Mittellinie der Schaufel maßgebend ist (Abb. 64). Der Kreisbogen muß durch Probieren bestimmt werden, indem an einem passend gewählten Radius  $OG^*$  der Winkel  $\beta_2$  angetragen und von einem Punkt  $M$  des freien Schenkels dieses Winkels aus der durch  $G$  gehende und die Mittellinie des Eintrittsverlaufs berührende Kreis geschlagen wird. Der Berührungspunkt  $F$  sollte in der Nähe des Punktes  $C$  (Abb. 63) des Eintrittsquerschnitts liegen.

Es ist auch möglich, mit einem einzigen Kreisbogen für die ganze Schaufel auszukommen, wenn nach folgender Konstruktion verfahren wird<sup>1</sup> (Abb. 65).

Antragen des Winkels  $\beta_1 + \beta_2$  in  $O$  an den beliebigen Radius  $OG$ . Ziehen einer Geraden  $GK$  durch den Schnittpunkt  $K$  des freien Schenkels dieses Winkels mit dem Eintrittskreis bis zum zweiten Schnittpunkt  $B$ . Mittellot auf  $GB$ , welches im Schnitt mit dem freien Schenkel des an  $GO$  in  $G$  angetragenen Winkels  $\beta_2$  den gesuchten Mittelpunkt  $M$  ergibt<sup>2</sup>.

Die Verwendung zweier Kreisbögen gewährt eine etwas größere Anpassungsfähigkeit als die Verwendung eines einzigen Kreisbogens.

Ist die Schaufel entworfen, so wird bei diesem Verfahren die stetige Änderung des Kanalquerschnitts nachgeprüft. In einem beliebigen Punkt  $S$  der Kanalmittellinie  $S_1S_2$  (Abb. 62), welche die Schwerpunkte der Querschnitte verbindet, kann man die Breite des Kanals näherungsweise<sup>3</sup> gleich dem Durchmesser  $a$  des einbeschriebenen Kreises setzen. Der Querschnitt besitzt die Form eines Trapezes von der Höhe  $a$  und der mittleren Breite  $b$  gleich der Radbreite im Punkt  $S$ , die aus dem Radquerschnitt (Abb. 62a) entnommen wird. Man erhält nun ein Bild vom Querschnittsverlauf, wenn man zur Abwicklung von  $S_1S$  als Abszisse die Werte  $ab$  als Ordinaten aufträgt (Abb. 66). Die erhaltene Kurve wird als brauchbar angesehen, wenn sie im mittleren Teil kein Minimum aufweist. Dagegen scheint ein Querschnittsmaximum, d. h. ein Wiederverengen des Kanals nach dem Ende zu nach der Erfahrung (Abb. 256) häufig günstig zu sein (ähnlich wie beim Krümmer nach S. 37).

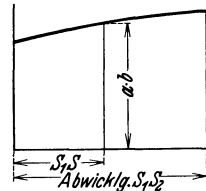


Abb. 66. Untersuchung des Verlaufs der Kanalquerschnitte.

\* Der in Abb. 64 rein zufällig durch  $E$  geht.

<sup>1</sup> Aus Quantz: Kreiselpumpen. Berlin: Julius Springer.

<sup>2</sup> Die Richtigkeit dieser Konstruktion folgt daraus, daß

$$\beta_1 + \beta_2 + \varphi = \sphericalangle OKB = \sphericalangle OBK, \quad \beta_2 + \varphi = \sphericalangle MGB = \sphericalangle MBG,$$

also durch Subtraktion

$$\beta_1 = \sphericalangle OBK - \sphericalangle MBG = \sphericalangle OBM.$$

<sup>3</sup> Tatsächlich müßte die in die Gerade abgewickelte Normallinie genommen werden.

Zweckmäßig dürfte aber sein, das Erweiterungsverhältnis  $(a_2 - a_1)/l$ , wo  $l = \overline{S_1 S_2}$ , mit Rücksicht auf das S. 34 Angeführte nicht zu groß, d. h.  $l$  genügend lang zu machen. Dies läßt sich um so leichter ermöglichen, je größer die Schaufelzahl ist.

b) **Punktweise errechnete Schaufel.** Aus dem gezeichneten Verlauf der Schaufel lassen sich alle wichtigen Größen für jeden Punkt der Schaufel ermitteln, z. B. für den Punkt  $P$  (Abb. 67)

$$c_m (= c \sin \alpha) = \frac{Q'}{2r\pi b} \cdot \frac{t}{t - \sigma} \tag{41}$$

und aus dem Dreieck  $PQR$

$$w = \frac{c_m}{\sin \beta}, \quad u - c_u = c_m \operatorname{ctg} \beta,$$

womit, weil  $u = r\omega$ , auch  $c_u$  und der Drall  $r c_u$  bestimmt sind. Ebenso läßt sich umgekehrt auch die Schaufel

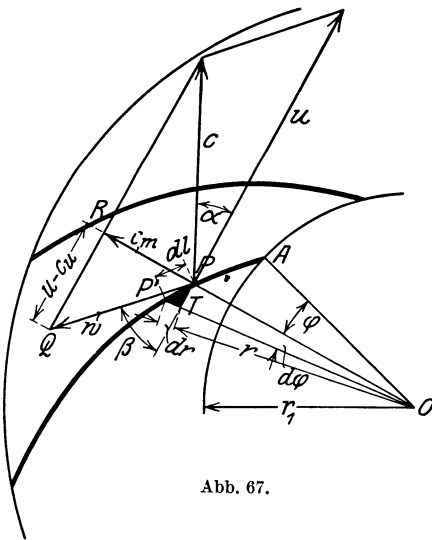


Abb. 67.

festlegen, wenn zu dem Radius  $r$  als Abszisse der Verlauf von  $c_m$  oder  $b$  und einer weiteren hiervon unabhängigen Größe vorgeschrieben wird. Wird die seitliche Radbegrenzung gewählt, d. h. ist  $b$  in Abhängigkeit von  $r$  bekannt, so ist auch der Verlauf von  $c_m$  durch Gl. (41) gegeben. Ist umgekehrt die  $c_m$ -Kurve als stetige Verbindung der aus der Rechnung bekannten Anfangs- und Endwerte in das Diagramm (Abb. 96b) eingetragen, so ist zu jedem Radius auch  $b$  bekannt durch die Gleichung

$$b = \frac{Q'}{2r\pi c_m} \frac{t}{t - \sigma}. \tag{41 a}$$

Die Linie der Verengungsziffer  $t/(t - \sigma)$  wird vorher gleichfalls nach Schätzung in das Diagramm als Verbindungslinie der aus der Radberechnung bekannten Anfangs- und Endwerte eingezeichnet. Der Einfluß der Zuspitzung wird, wie in Abb. 96b angegeben, dadurch berücksichtigt, daß die Kurve bei  $r = r_2$  allmählich auf den Wert 1 abfällt.

Wird nun zur Bestimmung der Schaufel beispielsweise der Verlauf der Relativgeschwindigkeit  $w$  (als Verbindungslinie von  $w_1$  und  $w_2$ ) angenommen, so ist auch die Linie der Winkel  $\beta$  gegeben durch

$$\sin \beta = \frac{c_m}{w}. \tag{42}$$

Eine andere Möglichkeit für die Bestimmung von  $\beta$  aus  $w$  gibt die Gl. (41), wenn dort  $2r\pi/t = z$ ,  $c_m = w \sin \beta$  und  $\sigma = s/\sin \beta$  eingeführt wird. Man erhält dann

$$Q' = bz \left( t - \frac{s}{\sin \beta} \right) w \sin \beta = (t \sin \beta - s) z b w,$$

also

$$\sin \beta = \frac{s}{t} + \frac{Q'}{z t b w} \quad (43)$$

oder, weil der Ausdruck

$$\frac{Q'}{z t b} = \frac{Q'}{2r\pi b} \equiv (c_m)_{\text{netto}}, \quad (44)$$

die für die Wandstärke Null sich ergebende Meridiangeschwindigkeit bedeutet, die also unabhängig von der Wandstärke  $s$  ist, so wird

$$\sin \beta = \frac{s}{t} + \frac{(c_m)_{\text{netto}}}{w}. \quad (45)$$

Diese Gleichung macht die Bestimmung der Werte  $\beta$  von der Annahme des Verlaufs des Verengungsfaktors unabhängig. Sie ist besonders wertvoll, wenn es sich um Schaufeln mit veränderlicher Wandstärke handelt und dürfte auch bei Schaufeln mit konstanter Dicke ebensogut zu verwenden sein wie Gl. (42).

Ist der Verlauf von  $\beta$  in Abhängigkeit von  $r$  mittels Gl. (42) oder (45) bestimmt, so könnte die Schaufel durch schrittweises Weitergehen um kleine Teilbeträge  $\Delta r$  und jedesmaliges Antragen des Winkels  $\beta$  erhalten werden<sup>1</sup>. Doch ist dieses Verfahren mühsam und ungenau. Besser ist es, zu den einzelnen Radien  $r$  den zugehörigen Winkel  $POA = \varphi$  (Abb. 67) zu ermitteln und an  $OA$  anzutragen. Die sehr einfache Bestimmung von  $\varphi$  ergibt sich aus folgender Überlegung.

Es ist in dem (schwarz angelegten) Dreieck  $PP'T$ , dessen Seite  $PT$  den Bogen im unendlich kleinen Zentriwinkel  $d\varphi$  darstellt und das bei  $T$  rechtwinklig ist,

$$\overline{PT} = r d\varphi$$

und andererseits

$$\overline{PT} = \frac{\overline{P'T}}{\text{tg} \beta}.$$

Da nun  $\overline{P'T}$  den unendlich kleinen Zuwachs  $dr$  des Radius  $r$  bedeutet, so kann nach Gleichsetzen dieser beiden Ausdrücke geschrieben werden

$$r d\varphi = \frac{dr}{\text{tg} \beta},$$

woraus

$$d\varphi = \frac{dr}{r \text{tg} \beta}, \quad (46)$$

<sup>1</sup> In dieser Weise ist das Verfahren im Wasserturbinenbau schon längere Zeit im Gebrauch (vgl. Wagenbach: Z. ges. Turbinenwes. 1907 S. 305) und von Riebensahm in seiner Dissertation „Über die Ausbildung der Laufräder schnelllaufender Niederdruck-Zentrifugalpumpen“ (München 1909) auf Kreiselpumpen angewandt worden.

also durch Integration zwischen  $r_1$  und  $r$ , wenn gleichzeitig mit  $180/\pi$  multipliziert wird, damit sich  $\varphi$  in Graden ergibt

$$\varphi^\circ = \frac{180}{\pi} \int_{r_1}^r \frac{dr}{r \operatorname{tg} \beta}. \quad (47)$$

Die Integration wird am besten an Hand einer tabellarischen Rechnung durchgeführt, indem endliche Intervalle von  $r$  gewählt werden (Abb. 96 b und 100 oder Zahlentafeln S. 134 und 139). Ist auf diese Weise auch der Verlauf von  $\varphi$  in Abhängigkeit von  $r$  bekannt, so wird die Schaufel punktweise genau auf verhältnismäßig einfache Weise erhalten.

Statt der Relativgeschwindigkeit  $w$  kann auch beispielsweise der Verlauf entweder des Dralls  $r c_u$  oder der Absolutgeschwindigkeit  $c$  oder der Winkel  $\beta$  angenommen werden. Die Annahme von  $r c_u$  ist deshalb besonders naheliegend, weil — bei senkrechter Zuströmung des Wassers — sein Anfangswert stets Null ist und sein Verlauf gleichzeitig ein Bild von dem übertragenen Drehmoment gibt.

Über den günstigsten Verlauf dieser Linien kann erst dann ein Urteil gefällt werden, wenn auf Grund einer allgemeinen Anwendung dieses Verfahrens genügend Erfahrungsstoff gesammelt ist. Sofern  $w_2$  wesentlich kleiner als  $w_1$ , empfiehlt es sich, die  $w$ -Linie leicht nach unten zu krümmen, weil dann die Kanalerweiterung am Austritt kleiner wird. Es dürfte sich auch empfehlen, wenn die Linien der  $c_m$ ,  $w$ ,  $r c_u$  und  $\beta$  für solche Schaufelformen ermittelt werden, deren Verhalten im günstigen oder ungünstigen Sinn genau bekannt ist.

Die Art der Zuschärfung der Schaufel am Ein- und Austritt ist im Abschn. 25 besprochen.

### 33. Einfach gekrümmte Schaufel mit Eintrittskante in der Krümmungszone.

Im Abschn. 31a ist bereits bemerkt, daß die zur Achse parallele Eintrittskante der Schaufel stoßfreien Eintritt nur dann über ihre ganze Länge ermöglicht, wenn die Stromfäden im Meridianschnitt keine Krümmung aufweisen. Meist ist es aber nicht möglich oder zweckmäßig, die Eintrittskante so weit von der Krümmungszone wegzulegen, daß der Einfluß der Krümmungen ausgeschaltet ist. Es soll hier nun zunächst untersucht werden, welche Kantenform Stoßfreiheit trotz der Bahnkrümmung aufweist, falls die einfach gekrümmte Schaufel beibehalten wird. Dabei wollen wir uns auf den Fall  $\alpha_0 = 90^\circ$  beschränken. Das Strombild im Meridianschnitt sei nach einem der im Abschn. 7a und 5c beschriebenen Verfahren ermittelt, liege also fertig vor, so daß auch die Linien gleicher Geschwindigkeit ersichtlich sind (Abb. 67a).

Daß die zur Achse parallele Eintrittskante in der Krümmungszone nicht richtig sein kann, folgt schon daraus, daß in der Gleichung  $\operatorname{tg} \beta_1 = c_1/r_1 \omega$  die Änderung von  $c_1$  auch eine entsprechende Änderung



von  $r_1$  verlangt. Doch muß jetzt in dieser Gleichung im Zähler an Stelle von  $c_1$  die Radialkomponente  $c_{1r} = c_1 \cos \varepsilon_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \cos \varepsilon_1$  erscheinen, weil die Stromlinien des Meridianschnittes im allgemeinen von der radialen Richtung abweichen (Abb. 67b), andererseits aber der Schaufelwinkel  $\beta_1$  stets in Ebenen senkrecht zur Achse gemessen und die Erzeugende der einfach gekrümmten Schaufelfläche parallel zur Drehachse genommen wird<sup>1</sup>. Hat man nun die Eintrittskante  $ED$  angenommen, so ist für einen beliebigen Punkt  $A$  der zugehörige Winkel  $\beta_1$  gegeben durch

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_{1r}}{u_1} = \frac{c_0}{u_1} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \cos \varepsilon_1 \quad (47a)$$

oder mit  $t_1 = 2r_1\pi/z$ ,  $\sigma_1 = s_1/\sin \beta_1$ ,  $u_1 = r_1\omega$

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_0}{\omega} \frac{\cos \varepsilon_1}{r_1 - \frac{z s_1}{2\pi \sin \beta_1}}, \quad (47b)$$

wo  $c_0$  und  $\varepsilon_1$  aus dem Strombild zu entnehmen sind.

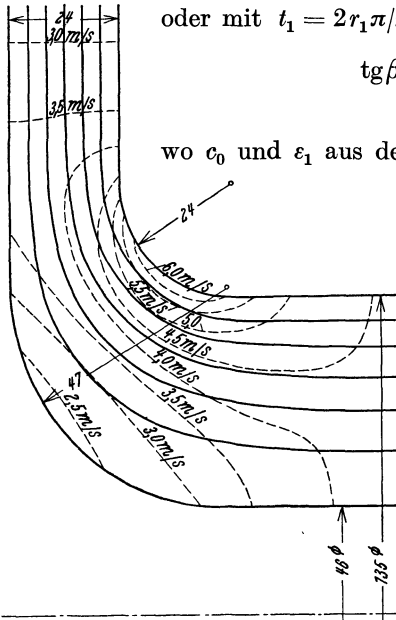


Abb. 67a. Meridianströmung durch ein Radialrad; die gestrichelten Linien sind solche gleicher Geschwindigkeit. Die eingetragenen Geschwindigkeiten entsprechen einer Wassermenge von 55,6 l/s.

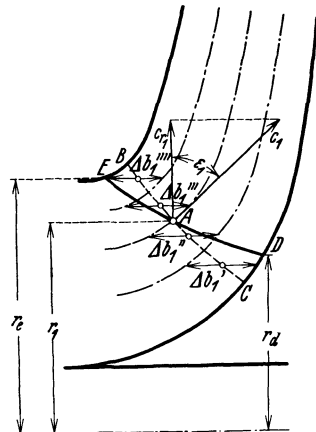


Abb. 67b. In die Krümmungszone vorgezogene Eintrittskante  $ED$  einer einfach gekrümmten Schaufel.

Man bestimmt mittels Gl. (47a) oder (47b) den  $\beta_1$ -Verlauf für das Gebiet der Eintrittskante, also zwischen den Radien  $r_d$  und  $r_e$ . Die Fortsetzung der  $\beta$ -Linie nach außen kann man vorschreiben unter Be-

<sup>1</sup> Die Beziehung

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_{1r}}{u_1} = \frac{c_1 \cos \varepsilon_1}{u_1} = \operatorname{tg} \delta \cdot \cos \varepsilon_1,$$

wo  $\delta$  der Winkel zwischen der relativen Geschwindigkeit  $w_1$  (von  $c_1$ ) und der Umfangsrichtung ist, ergibt sich aus einem rechtwinkligen Kugeldreieck, dessen Ecken die Durchstoßpunkte der verlängerten, im Kugelmittelpunkt angreifenden Vektoren von  $w_1$ ,  $u_1$  und  $w_{1r} = c_{1r}/\sin \beta_1$  sind.

achtung des gegebenen Endwertes  $\beta_2$ , womit der Schaufelverlauf gemäß Gl. (47) punktweise festgelegt werden kann.

Je nach Lage der Eintrittskante wird sich der errechnete Verlauf von  $\beta_1$  ändern. Durch entsprechende Wahl dieser Kante kann man also die Anfangsneigung der Schaufel weitgehend beeinflussen. Man erkennt aber, daß es bei Benutzung des beschriebenen Verfahrens möglich ist, die einfach gekrümmte Schaufel weit in den Einlauf hinein zu verlängern, wie das teilweise in der Praxis bereits geschieht. Dabei dürften neben der Möglichkeit der Gewinnung vollkommener Stoßfreiheit längs der Eintrittskante noch die Vorteile erhöhter Saugfähigkeit (Abschn. 79) und günstigeren Verhaltens bei Teillast erzielt werden.

Es scheint jedoch, daß bei diesem Verfahren die Schaufelwinkel  $\beta$  vom Radius  $r_a$  bis zum Radius  $r_e$  meist in dem Sinne sich ändern, daß der Drall  $r c_u$  längs der einzelnen Stromfäden anfangs abnimmt, also negativ wird, so daß der Schaufelanzug Turbinenwirkung besitzt. Diese Turbinenwirkung dürfte zwar die Saugfähigkeit vergrößern (S. 242). Da sie aber offenbar für jeden Faden ganz verschieden ist, so entstehen Sekundärströmungen, die den zugrunde gelegten Stromlinienverlauf durchgreifend ändern und vielleicht noch eine Einbuße an Wirkungsgrad mit sich bringen. Solche Sekundärströmungen mögen noch dadurch begünstigt werden, daß die nach innen gezogene Eintrittskante nicht in einer Axialebene liegen kann, was zur Aufrechterhaltung des Strombildes der freien Strömung, wenigstens bei unendlicher Schaufelzahl, gefordert werden muß<sup>1</sup>.

Das bei dem beschriebenen Verfahren verwendete Strombild der freien Meridianströmung verlangt für seine Bestimmung verhältnismäßig viel Zeit. Außerdem wird die angestrebte Stoßfreiheit durch die besprochenen Unterströmungen hinfällig. Deshalb wird man bei praktischen Rechnungen den Winkel  $\beta_1$  nur für einen mittleren Faden bestimmen und die Schaufel anschließend in der üblichen Weise als Kreisbogenschaukel zeichnen oder punktweise berechnen (vgl. das Beispiel II, Abschn. 45). Der für die andern Fäden in Kauf zu nehmende Eintrittsstoß erweist sich als sehr gering. Bei der punktweisen Berechnung ist dann für alle vorkommenden Geschwindigkeiten die in die Ebene senkrecht zur Achse fallende Komponente zu nehmen. Aus Gl. (28 b) S. 83 folgt, daß das Vorziehen der Eintrittskante die Schaufelzahl  $z$  verringert, weil  $r_1$  sich verkleinert.

Die Einführung der radialen Komponente  $c_{1r}$  an Stelle von  $c_1$  läuft darauf hinaus, als wirksame Radbreite im Punkt  $A$  statt der abgewinkelten Normallinie  $BC$  die Summe der axialen Breiten zwischen benachbarten Stromlinien längs dieser Normallinie, d. h. mit Bezug auf Abb. 67 b

$$b_1 = \Delta b'_1 + \Delta b''_1 + \Delta b'''_1 + \dots \quad (47c)$$

zu nehmen.

<sup>1</sup> v. Mises: Theorie der Wasserräder, § 4, 5 und § 14, 3. Leipzig 1908. Vgl. auch Abschn. 90.

Das besprochene Verfahren bietet insbesondere auch die Möglichkeit, Radformen der in Abb. 94a S. 133 dargestellten Art zu verwenden, d. h. die volle Radwand nicht streng radial zu legen, sondern im Sinne der Stromfäden zu krümmen.

Weitere Angaben über das Verhalten dieser Schaufeln bringt die demnächst erscheinende Dissertation von Krumnow.

### 34. Wirkungsfreie Schaufelenden.

Da es vielfach von Wert ist, den Schaufelverlauf zu kennen, bei dem keine Arbeit übertragen oder aufgenommen wird, werde im nachstehenden das zugehörige Gesetz unter Beibehaltung der Annahme unendlich vieler Schaufeln festgelegt. Es muß aber vorausgeschickt werden, daß die so ermittelten Schaufelenden bei auseinandergestellten Schaufeln nicht mehr ganz wirkungsfrei sind, weil — analog dem Vorgang in Abb. 14 — die Strömung in dem arbeitübertragenden Teil des Kanals auf die Enden zurückwirkt und die S. 246 besprochenen Vorgänge beim Umströmen der Schaufelspitze Einfluß gewinnen. Außerdem kann Wirkungsfreiheit eines Schaufelendes nur bei einer bestimmten Wassermenge vorhanden sein.

Eine Arbeitsübertragung findet nach Abschn. 27 am Radeintritt offenbar nicht statt, wenn das Geschwindigkeitsmoment konstant ist, also

$$rc_u = r_1c_{1u} = \text{const} \quad \text{oder} \quad c_u = c_{1u} \frac{r_1}{r}.$$

Daneben muß die Meridiankomponente der Gleichung genügen

$$2r\pi b c_m \frac{t-\sigma}{t} = Q' = 2r_1\pi b_1 c_{1m} \frac{t_1-\sigma_1}{t_1},$$

oder, da  $2r\pi/t = z = 2r_1\pi/t_1$ ,

$$b c_m (t - \sigma) = \frac{Q'}{z}.$$

Führt man nun ein

$$c_m = (u - c_u) \operatorname{tg} \beta = \left( r\omega - c_{1u} \frac{r_1}{r} \right) \operatorname{tg} \beta,$$

so folgt

$$b(t - \sigma) \left( r\omega - c_{1u} \frac{r_1}{r} \right) \operatorname{tg} \beta = \frac{Q'}{z}. \quad (48)$$

Diese Gleichung gilt für den Radeintritt. Für den Radaustritt folgt entsprechend:

$$b(t - \sigma) \left( r\omega - c_{2u} \frac{r_2}{r} \right) \operatorname{tg} \beta = \frac{Q'}{z}. \quad (48a)$$

a) Wirkungsfreiheit durch entsprechenden Verlauf der Schaufeldicke. Aus Gl. (48) folgt für den Radeintritt

$$\sigma = t - \frac{Q'}{z b \left( r\omega - c_{1u} \frac{r_1}{r} \right) \operatorname{tg} \beta} \quad (49)$$

oder, wenn  $c_{1u} = 0$  (also  $\alpha_1 = \alpha_0 = 90^\circ$ ),

$$\sigma = t - \frac{Q'}{z b r \omega \operatorname{tg} \beta}. \quad (49a)$$

Ist außerdem  $\sigma_1 = 0$ , so daß die Schaufel mit einer scharfen Kante beginnt und  $Q' = zb_1 t_1 r_1 \omega \operatorname{tg} \beta_1$  gesetzt werden kann, so wird

$$\sigma = t \left( 1 - \frac{b_1 r_1^2 \operatorname{tg} \beta_1}{b r^2 \operatorname{tg} \beta} \right) = \frac{2\pi r}{z} \left( 1 - \frac{b_1 r_1^2 \operatorname{tg} \beta_1}{b r^2 \operatorname{tg} \beta} \right). \quad (50)$$

Der Schaufelverlauf ist in Abb. 68 nach dieser Gleichung für das im Zahlenbeispiel I Abschn. 45 berechnete Rad gestrichelt gezeichnet. Wie man sieht, wird die Schaufel sehr stark, wenn die Wirkungsfreiheit sich über eine größere Länge erstrecken soll.

Für den Austritt liefert Gl. (48a) entsprechend

$$\sigma = t - \frac{Q'}{zb \left( r\omega - c_{2u} \frac{r_2}{r} \right) \operatorname{tg} \beta}. \quad (51)$$

Die Wirkungsfreiheit des Austrittsendes ist aber nach diesem Verfahren praktisch nicht zu verwirklichen, weil die Schaufel sich nach außen stark verdickt, sofern  $b$  mit abnehmendem  $r$  nicht sehr stark wächst, wie im folgenden gezeigt wird.

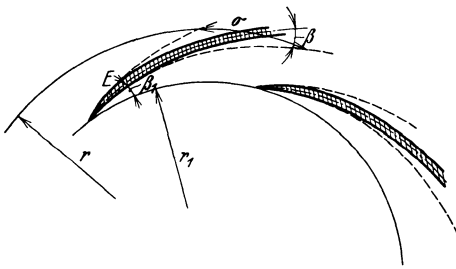


Abb. 68.  
Wirkungsfreie Schaufelzuspitzung am Eintritt.

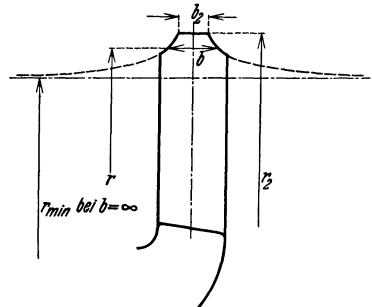


Abb. 68a. Wirkungsfreiheit des Schaufelaustritts durch entsprechenden Verlauf der seitlichen Begrenzung des Rades.

### b) Wirkungsfreiheit durch entsprechenden Verlauf der Radbreite $b$ .

Für den Radaustritt folgt aus Gl. (48a)

$$b = \frac{Q'}{z(t - \sigma) \left( r\omega - c_{2u} \frac{r_2}{r} \right) \operatorname{tg} \beta}. \quad (52)$$

Die Radbreite  $b$  nimmt demnach mit abnehmendem  $r$  sehr stark zu. In Abb. 68a ist der Verlauf wieder für die Schaufel des Zahlenbeispiels I Abschn. 45 gezeichnet, wobei die Radbreite  $b_2$  festgehalten wurde. Die dafür geeignete Gleichung erhält man durch Einsetzen des der Gl. (48a) nachgebildeten Ausdrucks

$$Q' = zb_2(t_2 - \sigma_2)(r_2\omega - c_{2u}) \operatorname{tg} \beta_2 \quad (53)$$

in Gl. (52) mit

$$b = b_2 \frac{(t_2 - \sigma_2)(r_2\omega - c_{2u}) \operatorname{tg} \beta_2}{(t - \sigma) \left( r\omega - c_{2u} \frac{r_2}{r} \right) \operatorname{tg} \beta}. \quad (54)$$

Abb. 68a zeigt, daß derartige Räder eine große Eintrittsbreite erhalten müssen. Eine ähnliche Radform besitzt die Pumpe der Rees Roturbo Mfg. Co. nach Abb. 256 S. 380 und die Hauswasserpumpe von Weise Söhne nach Abb. 260 S. 382.

Nach Gl. (54) wird  $b = \infty$  mit  $r\omega - c_{2u} \frac{r_2}{r} = 0$ , also mit

$$r = r_{\min} = \sqrt{\frac{c_{2u}}{\omega}} r_2. \quad (55)$$

Auch für den Eintritt läßt sich auf die gleiche Art Wirkungsfreiheit erzielen, wenn mit großer Breite  $b_1$  angefangen wird, die sich nach außen stark verengt. Die entsprechenden Gleichungen ergeben sich ohne weiteres, wenn in Gl. (52) und (54) das Fußzeichen 2 durch das Fußzeichen 1 ersetzt wird. Für den praktisch wichtigsten Fall  $c_{1u} = 0$  und  $\sigma_1 = 0$  (zugespitzte Schaufel) erhält man

$$b = \frac{Q'}{z(t - \sigma) r \omega \operatorname{tg} \beta} \quad \text{oder} \quad = \frac{2\pi}{z} b_1 \frac{r_1^2 \operatorname{tg} \beta_1}{(t - \sigma) r \operatorname{tg} \beta} \quad (56)$$

oder bei Vernachlässigung der Schaufeldicke  $\sigma$

$$b = \frac{Q'}{2r^2 \pi \omega \operatorname{tg} \beta} \quad \text{oder} \quad = b_1 \frac{r_1^2}{r^2} \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta}. \quad (57)$$

c) **Wirkungsfreiheit durch entsprechenden Verlauf von  $\beta$ .** Aus Gl. (48) bzw. (48a) läßt sich der Winkel  $\beta$  in Abhängigkeit von  $r$  für Schaufelanfang bzw. Schaufelende ohne weiteres bestimmen. Wird der für  $\operatorname{tg} \beta$  erhaltene Ausdruck in Gl. (46) eingesetzt, so kann unmittelbar der Schaufelverlauf graphisch berechnet werden. Um einen Einblick zu erhalten, werde die Integration für einige Sonderfälle durchgeführt. Mit  $\sigma = \sigma_1 = 0$  erhält man

$$d\varphi = 2\pi \frac{b \left( r\omega - c_{1u} \frac{r_1}{r} \right)}{Q'} dr = \frac{b \left( r\omega - c_{1u} \frac{r_1}{r} \right)}{b_1 r_1 c_{1m}} dr.$$

Die Integration zwischen  $r$  und  $r_1$  liefert:

$\alpha$ ) für  $b = b_1 = \text{const}$

$$\varphi = \frac{r^2 - r_1^2}{r_1 c_{1m}} \frac{\omega}{2} - \frac{c_{1u}}{c_{1m}} \ln \frac{r}{r_1}. \quad (58)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt die Differenz der Polarwinkel einer parabolischen Spirale ( $\varphi = kr^2$ ) und einer logarithmischen Spirale dar. Ist  $c_{1u} = 0$ , so fällt die logarithmische Spirale weg, so daß die parabolische Spirale das wirkungsfreie Schaufelende am Eintritt bedeutet, falls  $b$  konstant und  $\alpha_0 = 90^\circ$  ist.

$\beta$ ) für  $c_m = c_{1m} = \text{const}$

$$\varphi = \frac{r - r_1}{c_{1m}} \omega - \left( 1 - \frac{r_1}{r} \right) \frac{c_{1u}}{c_{1m}}. \quad (59)$$

Also entsteht in diesem Fall die Schaufel aus der Differenz der Polarwinkel einer archimedischen ( $\varphi = kr$ ) und einer hyperbolischen Spirale ( $r\varphi = k$ ). Die letztere fällt wieder weg, wenn das Wasser radial zuströmt, und es bleibt die archimedische Spirale als Schaufelverlauf.

Versucht man die Schaufelenden nach Gl. (58) oder (59) wirkungsfrei auszubilden, so erhält man nur in Sonderfällen solche Formen, die eine günstige Wasserführung versprechen. Es ist aber anzunehmen, daß ein

wirkungsschwacher Anfang einer im übrigen Teil genügend langen Schaufel die zulässige Saughöhe vergrößert (S. 242 f.).

Bemerkenswert ist, daß auch bei konstanter Radbreite nicht die Evolvente die Form der wirkungsfreien Schaufel darstellt, sondern eine Spirale mit sehr stark abnehmendem Neigungswinkel  $\beta$ .

### 35. Mangelnde Übereinstimmung der Ergebnisse der eindimensionalen Stromfadentheorie mit der Wirklichkeit.

Die Wirkungsgrade  $\eta$  ausgeführter Pumpen mittlerer Größe liegen zwischen 65 und 80%. Die hydraulischen Wirkungsgrade  $\eta_h$  werden infolge des Ausscheidens des Spaltverlustes, der Radreibung und Lagerreibung um etwa 7 bis 15% größer, d. h. zu 72 bis 90%, im Mittel also zu 80% zu erwarten sein<sup>1</sup>. Rechnet man aber aus Versuchen  $H_{th\infty}$  unter Benutzung der Gl. (22) aus und bestimmt  $H/H_{th\infty}$ , so findet man erheblich kleinere Werte, die etwa zwischen 60 und 70% liegen<sup>2</sup>. Man würde also, wollte man die nach dem Gesamtwirkungsgrad  $\eta$  möglichen Werte von  $\eta_h$  benutzen, einen zu kleinen Wert für  $H_{th\infty}$  bekommen und mit der danach gebauten Pumpe die verlangte Förderhöhe nicht erreichen. Hieraus folgt, daß  $H_{th\infty}$  nicht mit der tatsächlichen spezifischen Schaufelarbeit  $H_{th}$  übereinstimmt, sondern größer ist. Der Unterschied kann nur auf mangelnde Übereinstimmung der bisher verfolgten Theorie mit der Wirklichkeit zurückzuführen sein, die damit zusammenhängt, daß infolge der endlichen Schaufelzahl die vorausgesetzte Gleichheit des Strömungszustandes längs eines Parallelkreises nicht mehr vorhanden ist, sondern der Druck auf der Vorderseite der Schaufel höher sein muß als auf der Rückseite, damit die Schaufel eine Kraft auf das Wasser ausüben kann.

Man hat schon den Einfluß der endlichen Kanalweite dadurch berücksichtigt, daß man unter Beibehaltung der Rechenverfahren der eindimensionalen Stromfadentheorie entweder den in die Rechnung eingeführten Wert für  $\eta_h$  kleiner annahm, als der Wirklichkeit entspricht, oder indem man für den Austrittsdurchmesser den Durchmesser des durch die Schwerpunkte<sup>3</sup>  $S_2$  (Abb. 62) der Austrittsquerschnitte  $DE$  (oder der Dreiecke  $EDG$ <sup>4</sup>) gehenden Parallelkreis setzte. Offenbar wird dieser Durchmesser um so kleiner, je geringer die Schaufelzahl ist, so daß auch der aus der Hauptgleichung errechnete Wert für  $H_{th\infty}$  sich verringert. Dieses Verfahren leitete sich aus der auch S. 86 besprochenen älteren Anschauung ab, daß die Einwirkung der Schaufel im Eintrittsquerschnitt  $AC$  beginne und im letzten Kanalquerschnitt  $DE$  aufhöre. Es versagt, sobald die Schaufel von der stark rückwärts gekrümmten Form abweicht. Der Winkel  $\beta_2 = 90^\circ$  würde entgegen der Erfahrung

<sup>1</sup> Man darf aber die prozentualen Anteile des Spaltverlustes, der Rad- und Lagerreibung nicht einfach zum Gesamtwirkungsgrad  $\eta$  zuschlagen, um  $\eta_h$  zu erhalten, sondern der Zusammenhang ist durch Gl. (17) S. 72 gegeben.

<sup>2</sup> Vgl. auch Busse: Z. ges. Turbinenwes. 1909 S. 20; ferner Gutmann: ebenda 1915 S. 277; Müller: Z. ges. Turbinenwes. 1919 S. 173 usw.

<sup>3</sup> Vgl. die in Fußbemerkung I S. 86 erwähnte Arbeit von Neumann.

<sup>4</sup> Vgl. Eck-Kearton: Turbogebälde und Turbokompressoren S. 76. Berlin: Julius Springer 1929.

die Minderleistung Null liefern. Ebenso würde bei kleinen Radienverhältnissen  $r_2/r_1$ , also kurzen aber zahlreichen Schaufeln (wie sie bei Ventilatoren besonders häufig vorliegen), die Minderleistung fast verschwinden, während sie tatsächlich infolge der Kürze der Schaufeln recht erheblich sein kann. Das Verfahren ist ferner nicht mehr anwendbar bei doppelt gekrümmten Schaufeln und verliert ganz seinen Sinn bei Axialschaufeln, ebenso wie es auf feste Leitschaufeln nicht übertragbar ist.

Schließlich ist zu berücksichtigen, daß nicht bloß der Austrittsverlauf der Schaufel, sondern der Verlauf auf ihrer ganzen Länge Einfluß nimmt.

Wir werden versuchen, im nächsten Hauptabschnitt zu brauchbaren Ergebnissen, die auch hinsichtlich Einfachheit der Berechnungsverfahren nicht hinter den bisherigen zurückstehen, zu gelangen, indem wir die Strömungsvorgänge im Kieselrad mit endlicher Schaufelzahl noch näher ins Auge fassen.

## E. Einfluß der endlichen Zahl der Laufschaufeln.

### 36. Energiegleichung für die Relativströmung.

Die Gl. (19) Abschn. 27 für den Spaltdruck läßt sich auch dazu verwenden, den Druck an einem beliebigen Parallelkreis abzuleiten, wenn an Stelle von  $u_2$ ,  $c_2$ ,  $w_2$  die Geschwindigkeiten  $u$ ,  $c$ ,  $w$ , die an diesem Parallelkreis herrschen, eingesetzt werden. Ist in Meter W.-S.  $h$  der an diesem Parallelkreis herrschende Druck und  $h_0$  der am Eintrittskreis herrschende Druck, so ist bei Vernachlässigung der Reibung, d. h. mit  $Z_I = 0$

$$h - h_0 = \frac{u^2 - u_1^2 + w_0^2 - w^2}{2g}$$

oder

$$h + \frac{w^2 - u^2}{2g} = h_0 + \frac{w_0^2 - u_1^2}{2g} = \text{Const.} \quad (1)$$

Hält man nicht an der Annahme unendlicher Schaufelzahl fest, sondern gestattet man, daß die einzelnen Wasserfäden eine verschiedene Form besitzen, also auch  $w$  und  $h$  an verschiedenen Punkten eines Parallelkreises verschieden sind, so gilt diese Gleichung zunächst nur für einen und denselben Wasserfaden. Da aber die Anfangswerte  $h_0$ ,  $u_1$ ,  $w_0$  bei wirbelfreier Zuströmung für alle Fäden gleich sind, also auch der Wert Const beibehalten wird, so muß Gl. (1) für die ganze Flüssigkeit gelten.

Diese Gleichung stellt die Energiegleichung für die Relativströmung dar. Sie tritt in rotierenden Kanälen an die Stelle der Gleichung von Bernoulli, die hier nicht mehr gültig sein kann, weil die Relativströmung der Radialpumpe, wie im nächsten Abschnitt noch näher gezeigt wird, tatsächlich nicht mehr wirbelfrei ist. Der Unterschied gegenüber der Gleichung von Bernoulli liegt in dem Glied

—  $u^2/2g$ . Hieraus folgt auch, daß die aus der Gleichung von Bernoulli abgeleiteten Verfahren zur Ermittlung der Strombilder für rotierende Kanäle nicht mehr anwendbar sind. Für einen und denselben Parallelkreis, also  $u = \text{const}$ , nimmt Gl. (1) aber offenbar wieder die Form der Bernoulli-Gleichung an.

### 37. Allgemeines über Druck- und Geschwindigkeitsverteilung.

Würde die Flüssigkeitspressung auf beiden Seiten der Laufschaufel gleich groß sein, so würde keine resultierende Kraft auf sie ausgeübt werden, also auch keine Arbeitsübertragung stattfinden. Daraus folgt, daß der Druck in Wirklichkeit auf der Vorderseite der Schaufel größer sein muß als auf der Rückseite der Schaufel. Aus der im vorigen Ab-

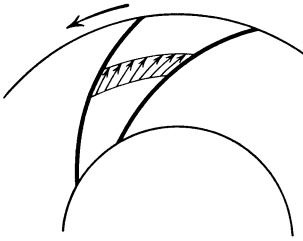


Abb. 69. Verteilung der Relativgeschwindigkeit nach der elementaren Turbinentheorie.

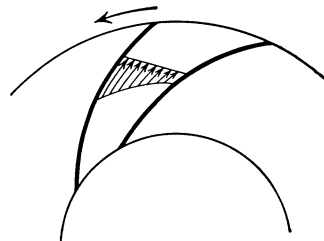


Abb. 69a. Wirkliche Verteilung der Relativgeschwindigkeit (für eine reibungslose Flüssigkeit).

schnitt abgeleiteten Energiegleichung für die Relativströmung der reibungsfreien Flüssigkeit folgt aber, daß längs eines Parallelkreises, also bei konstantem  $u$ , die Geschwindigkeit  $w$  zunehmen muß, wenn der Druck  $h$  abnimmt. Die Relativgeschwindigkeit muß sich also längs eines Parallelkreises, etwa wie in Abb. 69a angeben, verteilen. Von der in der elementaren Theorie vorausgesetzten Gleichheit der Geschwindigkeit längs eines Parallelkreises (Abb. 69) ist also bei endlicher Schaufelzahl keine Rede, sondern stets ist die Relativgeschwindigkeit auf der Schaufelrückseite größer als auf der Schaufelvorderseite.

Man kann eine der Ursachen dieser Geschwindigkeitsunterschiede auch auf andere Weise<sup>1</sup> erklären, wenn man sich die Folgen der der Gl. (1) zugrunde liegenden Reibungslosigkeit der Flüssigkeit vergegenwärtigt. Das Wasser fließt dem Rad als freie Strömung, also ohne Wirbel zu, d. h. die Wasserteilchen führen keine Drehbewegung aus (selbst wenn sie in gekrümmten Bahnen fortschreiten). Beim Eintritt in die Laufkanäle wird zwar das Wasser in der Umfangsrichtung beschleunigt, aber da es infolge der fehlenden Reibung keine Schubkräfte aufzunehmen vermag, so kann es in seiner Absolutbewegung auch keine Drehung annehmen<sup>2</sup>. Aber gerade deshalb wird es in seiner

<sup>1</sup> Vgl. Kucharski: Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit. München u. Berlin 1918; oder Strömungen im rotierenden Kanal. Z. ges. Turbinenwes. 1917 S. 201.

<sup>2</sup> Die Absolutströmung im Laufrad bleibt also eine Potentialströmung trotz der stattfindenden Energieaufnahme.



Relativbewegung, also in bezug auf das sich drehende Rad, eine Drehbewegung, d. h. einen Wirbel besitzen. Die Verhältnisse mögen an Hand der Abb. 70<sup>1</sup> näher veranschaulicht werden. Ein Schwimmkörper  $AB$  in dem als Kugel gezeichneten Wasserteilchen wird in einer drehungsfreien Strömung dauernd seine Richtung beibehalten; aber gegenüber dem zugehörigen Parallelkreis eine relative Drehbewegung ausführen, entgegengesetzt zur Drehrichtung des Rades. Ist er in der Stellung  $I$  radial gerichtet, so steht er in der Stellung  $II$  tangential, in  $III$  wieder radial, aber zur Drehrichtung um  $180^\circ$  gedreht, und in  $IV$  wieder tangential usw.

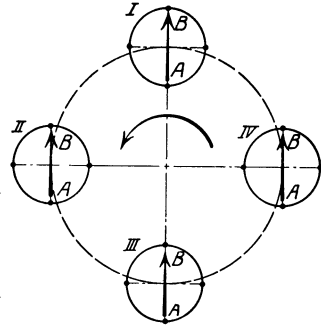


Abb. 70. Relative Drehbewegung eines Wasserteilchens entgegengesetzt zur Drehrichtung des Rades.

Denkt man sich nun den Schaufelkanal beiderseits abgeschlossen, so wird das reibungslose Wasser relativ zum Rad dauernd eine kreisende Bewegung um einen in Ruhe befindlichen Kern ausführen, wie in Abb. 71 durch die eingezeichneten Stromlinien veranschaulicht ist. Damit ist der relative Kanalwirbel sichtbar gemacht. Jedes Teilchen muß eine relative Drehbewegung mit der negativen Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  ausführen.

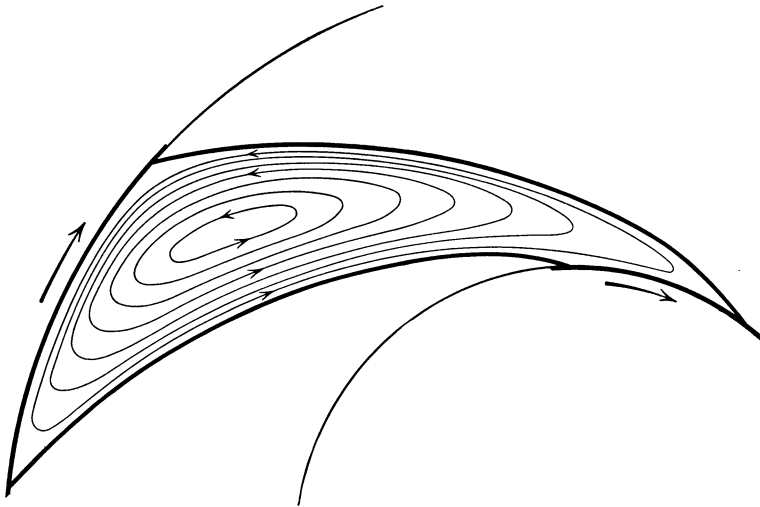


Abb. 71. Strömungsbild des im Laufkanal eingeschlossenen Wassers (relativer Kanalwirbel).

In dem an den Enden offenen Kanal verändert dieser relative Kanalwirbel insofern sein Aussehen, als die Kreise am äußeren und inneren Radumfang nicht mehr Stromlinien sind, Abb. 72<sup>2</sup>. Die für

<sup>1</sup> Vgl. Brown Boveri Mitt. April 1919 bis Juni 1920.

<sup>2</sup> Das Bild stellt die Vereinigung der relativen Verdrängungs- und der absoluten Zirkulationsströmung (Abb. 79 und 81) dar. Erstere entsteht durch die

die vorliegende Betrachtung wesentlichen Merkmale bleiben aber bestehen. Ist Durchfluß vorhanden, so erhält man die resultierende Strömung gemäß Abschn. 5, wenn man für jeden Punkt die Geschwindigkeiten vektoriell addiert. Die über die relative Wirbelströmung gesetzte Durchflußströmung verläuft ganz nach den für ruhende Kanäle gültigen Gesetzen, ist also wirbelfrei. Somit wird die resultierende Strömung ebenfalls den Wirbel  $\omega$  besitzen.

Die Durchflußströmung wird zwar (gemäß Abschn. 5 und 6) im allgemeinen keine gleichen Geschwindigkeiten<sup>1</sup> längs eines Parallelkreises haben können; diese werden aber durchgängig nach außen gerichtet sein. Deshalb ist die Wirbelströmung an der Vorderseite der Schaufel entgegengesetzt zur Durchflußströmung gerichtet. Dort entstehen also kleine resultierende Geschwindigkeiten, während auf der Rückseite der Schaufel beide Geschwindigkeiten sich dem absoluten Wert nach addieren. Es ergibt sich bei dieser Betrachtung also wieder die aus der Energiegleichung abgeleitete Geschwindigkeitsverteilung des Bildes 69a. Infolge der Vergrößerung des Geschwindigkeitsunterschiedes erhöht der relative Kanalwirbel auch den Druckunterschied auf beiden Seiten der Schaufel, unterstützt<sup>2</sup> also die Energieübertragung auf das Wasser. Ohne den Kanalwirbel sind Geschwindigkeitsunterschiede nach Abschnitt 5 nur insoweit möglich,

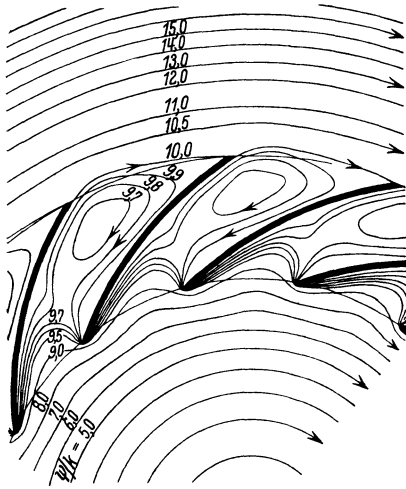


Abb. 72. Der relative Kanalwirbel im offenen Kanal ohne Durchfluß (relative Verdrängungsströmung mit der zum tangentialen Abströmen nötigen Zirkulation). Die eingetragenen Zahlen entsprechen den von den Stromröhren geführten Wassermengen.

reine Verdrängungswirkung der Schaufel wie bei einer Platte, die im Wasser in gerader Richtung, aber nicht tangential zu ihrer Fläche bewegt wird, nur daß hier die Drehung, also der relative Wirbel, hinzukommt. Die Zirkulationsströmung wird, wie im Abschn. 23 beschrieben ist, durch die an den Schaufelenden abgehenden Wirbel notwendigerweise entstehen und nimmt von selbst die Stärke an, die zur Erzielung tangentialen Abströmens nötig ist. Die Bezeichnung „Wirbelströmung“ soll der Anschaulichkeit halber für diese vereinigte relative Verdrängungs- und Zirkulationsströmung beibehalten bleiben. Das Strombild Abb. 72 ist der Arbeit von Oertli: Untersuchung der Wasserströmung durch ein rotierendes Zellen-Kreiselrad (Dissert. Zürich 1923) entnommen. Weitere Angaben vgl. Spannhake: Z. angew. Math. Mech. 1925 Heft 6 S. 481; Mitt. Hydr. Inst. Techn. Hochschule Karlsruhe Heft 1 (1930) S. 10ff; Z. angew. Math. Mech. 1929 Heft 6 S. 466.

<sup>1</sup> Sie muß ebenfalls mit der für tangentialen Abströmen nötigen Zirkulation versehen sein, so daß die nach Gl. (80), Abschn. 24a notwendige Schaufelzirkulation  $\Gamma$ , teils durch die Verdrängungs-, teils durch die Durchflußströmung bedingt ist.

<sup>2</sup> Entsprechend dem Zirkulationsanteil der in obiger Fußbemerkung besprochenen Verdrängungsströmung.

als in der freien Durchflußströmung Richtungs- und Querschnittsänderungen sich einstellen<sup>1</sup>.

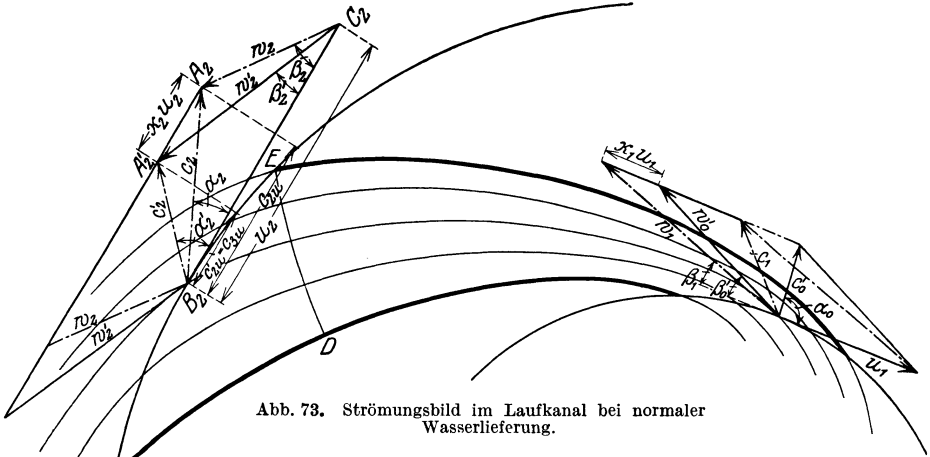


Abb. 73. Strömungsbild im Laufradkanal bei normaler Wasserlieferung.

Abb. 73 gibt das Strömungsbild der sich einstellenden resultierenden Relativströmung. Am Austritt werden sich die Geschwindigkeitsunterschiede allmählich ausgleichen, da der Schaufeldruck aufhört zu wirken, und in einiger Entfernung vom Rad wird eine vollkommen gleichmäßige Strömung vorhanden sein.

Besitzt die reine Durchflußströmung eine geringe Geschwindigkeit, so wird bei der Zusammensetzung mit der

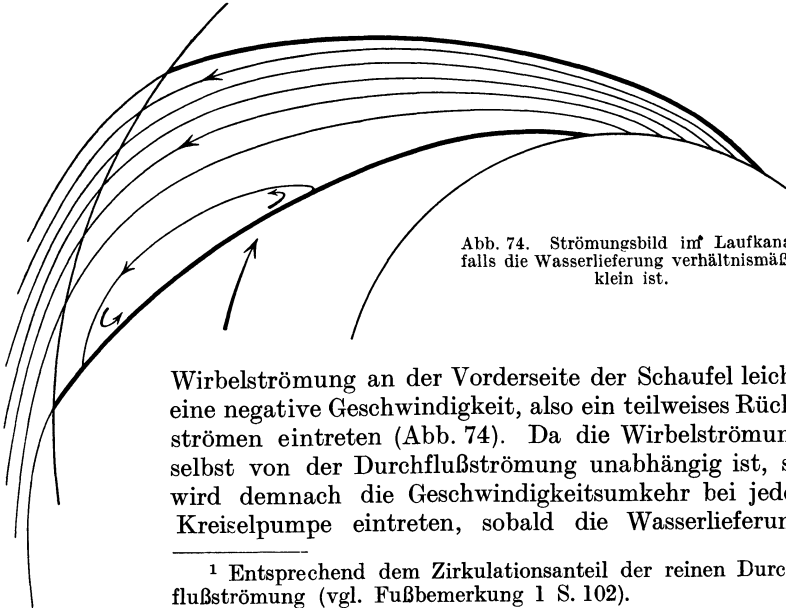


Abb. 74. Strömungsbild im Laufradkanal, falls die Wasserlieferung verhältnismäßig klein ist.

Wirbelströmung an der Vorderseite der Schaufel leicht eine negative Geschwindigkeit, also ein teilweises Rückströmen eintreten (Abb. 74). Da die Wirbelströmung selbst von der Durchflußströmung unabhängig ist, so wird demnach die Geschwindigkeitsumkehr bei jeder Kreiselpumpe eintreten, sobald die Wasserlieferung

<sup>1</sup> Entsprechend dem Zirkulationsanteil der reinen Durchflußströmung (vgl. Fußbemerkung 1 S. 102).

unter eine gewisse Grenze sinkt. Allerdings wird die Schaufelform hierauf einen großen Einfluß haben und offenbar das Rückströmen um so später eintreten, je größer im ruhenden Kanal die Geschwindigkeit an der Vorderseite der Schaufel als die Geschwindigkeit an der Rückseite ist. Rückwärts gekrümmte Schaufeln verhalten sich in diesem Sinne offenbar günstiger wie vorwärts gekrümmte Schaufeln.

### 38. Ursachen der Leistungsabnahme mit abnehmender Schaufelzahl in der reibungsfreien Flüssigkeit.

Wie aus Abb. 71 und 72 ersichtlich, ist die Geschwindigkeit der relativen Wirbelströmung am äußeren Umfang entgegengesetzt zur Umfangsgeschwindigkeit des Rades gerichtet. Die reine Durchflußströmung wird also dort entgegengesetzt zur Drehrichtung abgelenkt

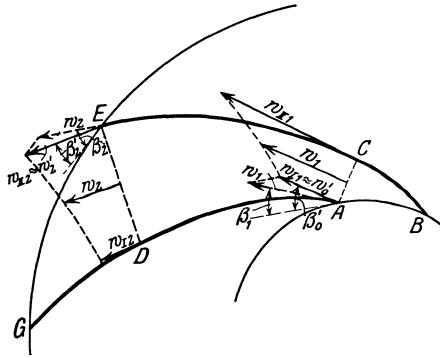


Abb. 75. Die zur Ablenkung führende Geschwindigkeitsverteilung am Ein- und Austritt.

und demnach die Umfangskomponente  $c_{2u}$  der absoluten Austrittsgeschwindigkeit verringert. In Abb. 73 sind die Geschwindigkeitsdiagramme eingezeichnet.  $A_2B_2C_2$  ist das Geschwindigkeitsdreieck, das bei unendlicher Schaufelzahl zutreffen würde und der früher im Hauptabschnitt D vertretenen Anschauung entspricht. Die Relativgeschwindigkeit  $w_2$  ist demnach unter dem Winkel  $\beta_2$  der Schaufel gerichtet und entspricht einer längs des ganzen Austrittsumfanges vor-

handenen gleichen Geschwindigkeit. Infolge des Kanalwirbels wird diese Relativgeschwindigkeit  $w_2$  entgegengesetzt zur Drehrichtung abgelenkt, so daß der tatsächlich am Austritt herrschende Strömungszustand, nachdem sich die Geschwindigkeiten ausgeglichen haben, dem Geschwindigkeitsdreieck  $A'_2B_2C_2$  mit der Relativgeschwindigkeit  $w'_2$  entspricht. Die Absolutgeschwindigkeit  $c'_2 = \overline{B_2A'_2}$  besitzt hierin eine Umfangskomponente  $c'_{2u}$ , die um  $\alpha_2 u_2 = \overline{A_2A'_2}$  kleiner als  $c_{2u}$  ist, so daß auch die übertragene Arbeit gemäß Gl. (21) Abschn. 27, da dort  $c'_{2u}$  an Stelle von  $c_{2u}$  tritt, um einen entsprechenden Betrag sich verringert hat. Die Punkte  $A_2$  und  $A'_2$  liegen auf einer Parallelen zu  $u_2$ , weil die Wassermenge und demnach auch die Meridiankomponente  $c_{2m}$  dieselbe ist.

Die Ursache der Ablenkung kann man sich aber auch noch auf andere, und zwar umfassendere<sup>1</sup> Weise erklären. Wie aus der Ver-

<sup>1</sup> Die zuerst gegebene Erklärung berücksichtigt nämlich nur den Teil des Schaufeldrucks bzw. der Zirkulation, der durch die Verdrängungsströmung bedingt ist und nicht auch den mit der Durchflußströmung verbundenen Anteil (vgl. Fußbemerkung 1 S. 102). Sie ist deshalb auch nicht auf axiale Kreisräder anwendbar.

schiedenheit des Abstandes der Stromlinien der Abb. 73 sich ergibt, ist längs einer Linie  $DE$ , die vom Schaufelendpunkt  $E$  aus in der Nähe des Austrittskreises durch den Laufkanal gezogen (und in Abb. 73 und 75 willkürlich als Normallinie zu den Stromfäden gewählt) ist, die Geschwindigkeit bei  $D$  kleiner als bei  $E$ . Das ist auch nicht anders zu erwarten, weil zur Ermöglichung der Arbeitsübertragung auf der Schaufel bei  $D$  noch ein Überdruck lastet, der bei  $E$  verschwunden ist. Da der Punkt  $E$  schon unter dem Spaltdruck steht, so wird die zugehörige Geschwindigkeit  $w_{II_2}$  (Abb. 75) nach Gl. (1) sich wenig von der nach dem Ausgleich vorhandenen Geschwindigkeit  $w'_2$  unterscheiden können, während die Geschwindigkeit  $w_{I_2}$  des im Punkt  $D$  befindlichen Wasserteilchens kleiner ist und deshalb, wie auch aus dem Verlauf der benachbarten Stromröhre sich ergibt, nach dem Austritt hin zunehmen muß. Innerhalb des „Schrägabschnitts“  $EDG$  findet also eine Zunahme der Geschwindigkeit statt. Da die Kanalbreite sich in der Nähe des Austritts wenig ändert, wird der Mittelwert der längs der Linie  $DE$  vorhandenen Geschwindigkeiten annähernd mit  $w_2$  übereinstimmen müssen, so daß diese wesentlich kleiner ist als die am Umfang sich ergebende Ausgleichsgeschwindigkeit  $w'_2 \approx w_{II_2}$ . Aus der Bedingung  $w_2 < w'_2$  folgt die Notwendigkeit der Ablenkung nach rückwärts, weil

$$w'_2 \sin \beta'_2 = w_2 \sin \beta_2 = c_{2m},$$

also  $\beta'_2 < \beta_2$  sein muß. Dabei ist aber im Auge zu behalten, daß die Umlenkung sich auf eine gewisse Wegstrecke verteilt.

Wird die endliche Schaufelstärke am Austritt nicht berücksichtigt, so kann in dem Dreieck  $A'_2 B_2 C_2$  (Abb. 73) das Fußzeichen 2 mit Strich durch das Fußzeichen 3, beispielsweise  $c'_2$  durch  $c_3$  ersetzt werden. Andernfalls ist aus dem Dreieck  $A'_2 B_2 C_2$  das Dreieck  $A_3 B_2 C_2$  in der S. 68 im Anschluß an Abb. 56 besprochenen Weise abzuleiten. In allen Fällen ist aber  $c'_{2u} = c_{3u}$ .

Werden die gleichen Überlegungen auf den Eintritt übertragen, so findet man, daß das eintretende Wasser ebenfalls eine Ablenkung entgegengesetzt zur Drehrichtung erfahren muß (Abb. 73). Man kann sich dies in Anlehnung an die zuletzt angestellte Betrachtung folgendermaßen klarmachen. Der Schaufeldruck am Einlauf ist — ähnlich wie bei Tragflügeln (Abb. 168 a) — wesentlich durch Unterdruck auf der Schaufelrückseite bedingt<sup>1</sup>. Im Punkt  $A$  (Abb. 75) ist somit der Druck größer, also die Relativgeschwindigkeit  $w_{I_1}$  kleiner als in einem gegenüberliegenden Punkt  $C$ . Im „Schrägabschnitt“  $ABC$  findet also ebenfalls eine Beschleunigung des Wassers statt, d. h. das Wasser tritt in den Schaufelkanal ein, wie in einen Raum geringeren Drucks. Nun stimmt aber der Druck bei  $A$  ungefähr mit dem Eintrittsdruck überein, also kann  $w_{I_1}$  nur wenig verschieden sein von der Relativgeschwindigkeit

<sup>1</sup> Dies lehrt auch ein Blick auf die in Abb. 169 dargestellte Druckverteilung um eine Radialschaukel.

keit  $w'_0$  des herankommenden Wassers<sup>1</sup>. Andererseits muß die mittlere Geschwindigkeit längs der Linie  $AC$  mit der Relativgeschwindigkeit  $w_1$  annähernd übereinstimmen, die bei gleich verteilter, unter dem Schaufelwinkel  $\beta_1$  gerichteter Strömung vorhanden sein müßte, denn auch am Eintritt ändert sich die Kanalweite meist nur sehr wenig und gar nicht bei Verwendung von Evolventen. Also ist  $w'_0 < w_1$ , und weil  $w'_0 \sin \beta'_0 = w_1 \sin \beta_1 = c_{1m}$  sein muß, so ist der Schaufelwinkel  $\beta_1$  kleiner als der Winkel  $\beta'_0$ , unter dem die Relativgeschwindigkeit des herankommenden, nicht abgelenkten Wassers gerichtet ist und der mit dem in Abschn. 31 berechneten Winkel  $\beta_1$  übereinstimmt. Die dortigen Rechenverfahren geben also Eintrittswinkel  $\beta_1$ , die um den Betrag der Ablenkung zu groß sind, und somit auch zu weite Kanäle am Eintritt, und zwar ist der Unterschied um so größer, je kleiner die Schaufelzahl ist<sup>2</sup>.

Auf die Leistungsaufnahme im Rad hat die Eintrittsablenkung aber keinen Einfluß, sofern keine Stoßverluste entstehen, weil es theoretisch gleichgültig ist, wie die Strömung des Wassers zwischen dem gegebenen Eintritts- und dem festgelegten Austrittszustand erfolgt. Aber trotzdem muß die Eintrittsablenkung beachtet werden, weil der Schaufelwinkel  $\beta_1$  um  $\beta'_0 - \beta_1$  kleiner wird als der aus der Annahme unendlich vieler Schaufeln berechnete Winkel, ebenso wie am Austritt der tatsächliche Schaufelwinkel  $\beta_2$  größer sein muß, als der mittleren Richtung der Relativströmung des austretenden Wassers entspricht. Da die Winkeländerung am Eintritt eine Abnahme, am Austritt eine Zunahme der Umfangskomponenten der Geschwindigkeit bedingt (vgl. Abb. 73), so kann man mit Bezug auf Gl. (21) Abschn. 27 zusammenfassend sagen, daß die Folge der Endlichkeit der Schaufelzahl die Notwendigkeit einer Übertreibung der Schaufelwinkel am Ein- und Austritt im Sinne einer Leistungsvergrößerung oder umgekehrt eine Ablenkung des Wasserstroms am Austritt im Sinne einer Leistungsverkleinerung ist.

Die Eintrittsablenkung ist bei Radialrädern verhältnismäßig klein und braucht schon deshalb nicht berücksichtigt zu werden, weil sie durch die Eintrittskontraktion aufgehoben wird.

### 39. Minderleistung infolge von Zähigkeitswirkungen.

Die besprochenen Ablenkungserscheinungen werden durch Zähigkeitswirkungen stark verändert. Im Abschn. 23 ist im Anschluß an Abb. 50 bereits gezeigt worden, daß die auf der Rückseite (Oberseite) eines Tragflügels vorhandenen Übergeschwindigkeiten, die nach Abb. 69a und 73 auch im Kreisrad vorhanden sind, infolge der Wandreibung nicht verlustlos in Druck zurückverwandelt werden können und sich deshalb Ablösungen auf der Rückseite ausbilden. Die so entstehenden

<sup>1</sup>  $w'_0$  ist zahlenmäßig gleich der Geschwindigkeit  $w_1$  des Hauptabschnitts D und unterscheidet sich von  $w_0$  nur durch die Berücksichtigung der endlichen Schaufeldicke gemäß Abb. 54 oder 58a.

<sup>2</sup> Daß die Verkleinerung von  $\beta_1$  bei der reibungsfreien Flüssigkeit erheblich ist, zeigt Abb. 93 S. 128.

Toträume<sup>1</sup> X (Abb. 76) führen zu einer Abweichung vom tangentialen Abströmen im Sinne einer Verkleinerung des Schaufelwinkels  $\beta_2$  auf  $\beta_2^x$ , also gemäß Abschn. 30 auch zu einer Verkleinerung der Radleistung, d. h. der Zirkulation. Für unsere späteren Betrachtungen wesentlich ist die Feststellung, daß auch diese durch Zähigkeitswirkung bedingte Minderleistung auf das Vorhandensein der Schaufelbelastung zurückzuführen ist, da diese die Übergeschwindigkeiten auf der Saugseite hervorruft.

Versuche<sup>2</sup> zeigen, daß bei den üblichen stark rückwärts gekrümmten Schaufeln dieser Totraum sich mit abnehmendem Durchfluß stark vergrößert, wobei der Eintrittstoß eine maßgebende Rolle spielt. Infolge der im Abschn. 38 nicht berücksichtigten Abweichung der relativen Eintrittsgeschwindigkeit von der Richtung des Schaufelanfangs, reißt die Strömung schon am Eintritt ab wie bei einem Tragflügel mit zu großem Anstellwinkel. Bei Wassermengen über der normalen bewirkt die Abweichung der relativen Eintrittsrichtung entsprechend einen Totraum an der Druckseite, der sich gemäß unseren früheren Überlegungen nur bei Teillast bilden sollte (Abb. 74). Man erkennt, daß die Zähigkeit Erscheinungen gerade entgegengesetzter Natur hervorruft, als sie bei der reibungsfreien Strömung auftreten. Allerdings scheinen diese Toträume bei steil endigenden Schaufeln unter dem Einfluß der Fliehkräfte, die durch die Unterschiede der Umfangskomponente gegenüber der umgebenden Durchflußströmung (Schlupf) wirksam werden, nicht mehr stabil zu sein und deshalb in wesentlich geringerem Umfang aufzutreten.

Die Zähigkeit bewirkt andererseits, daß zur Arbeit der Normalkräfte der Schaufel noch die der Schubkräfte hinzukommt. Ferner wird der relative Kanalwirbel teilweise unterdrückt, so daß er die Leistung nicht so stark verringert, wie auf Grund unserer Überlegungen an der reibungsfreien Strömung angenommen werden sollte. Schließlich tritt am Radumfang die S. 64 und 70 behandelte turbulente Austauschbewegung der Wasserteilchen auf, die ebenfalls eine wenn auch stark von der Art der Leitvorrichtung abhängige und größtenteils nutzlose Vermehrung der spezifischen Schaufelarbeit verlangt (Abb. 125a). Dadurch wird auch die Tatsache erklärlich, warum der Versuch meist sogar eine kleinere Minderleistung ergibt, als auf Grund der Untersuchung der reibungsfreien Strömung erwartet werden müßte, obwohl die Toträume auf der Saug-

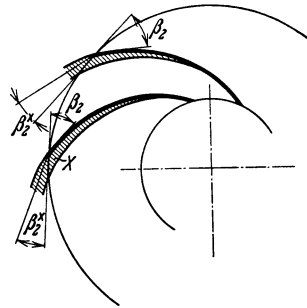


Abb. 76. Verkleinerung des wirk-samen Austrittswinkels  $\beta_2$  auf  $\beta_2^x$  durch Totraumbildung auf der Rückseite.

<sup>1</sup> Vgl. Oertli: Fußbemerkung 2 S. 101/102; Carrard: Bericht über Versuche an Turbokompressoren der Firma Brown, Boveri & Cie. [Techn. mod., Paris Bd. 15 (1923) S. 65f. oder Stodola, Dampf- und Gasturbinen. Nachtrag zur 5. Aufl. oder 6. Aufl. S. 23. Berlin 1923].

<sup>2</sup> Fischer, Mitt. Hydr. Inst. Tech. Hochschule München 1931 Heft 4.

seite die Minderleistung über diesen theoretischen Betrag vergrößern sollten. Besonders bei steil endigenden Schaufeln, bei denen die Toträume, wie bereits erwähnt, wahrscheinlich sich nicht halten können, tritt diese Abnahme der Minderleistung in die Erscheinung (Abschn. 42a).

#### 40. Bestimmung der reibungsfreien Relativströmung.

Die Betrachtungen am Schluß des letzten Abschnitts zeigen, daß die wirkliche Strömung im Laufkanal viel weniger einfach verläuft als die Strömung der idealen Flüssigkeit. Zur Gewinnung eines richtigen

Bildes und zuverlässiger zahlenmäßiger Unterlagen muß deshalb der Versuch herangezogen werden. Die Kenntnis der reibungsfreien Strömung erleichtert aber das Verständnis der wirklichen Vorgänge. Deshalb soll sie zunächst noch weiter verfolgt werden. Diejenigen Leser, die

aber nur auf das für die Berechnung eines Kreisrades unmittelbar Verwertbare Wert legen, können aus den angeführten Gründen diesen Abschnitt übergehen.

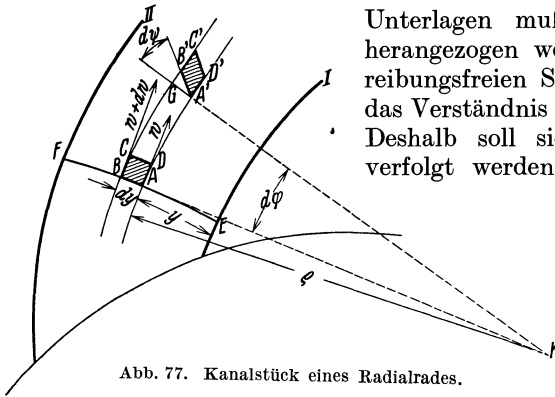


Abb. 77. Kanalstück eines Radialrades.

**a) Graphische Verfahren:** Man kann in gleicher Weise wie im Abschn. 5c für die freie Strömung beschrieben ist, vorgehen. Man entwirft wieder zunächst nach Schätzung das Strombild und berichtigt es in schrittweiser Annäherung unter Benutzung einer noch abzuleitenden Beziehung, die an die Stelle von Gl. (9) S. 13 zu treten hat.

Wir betrachten zu diesem Zweck die ebene Radialströmung zwischen parallelen zur Achse senkrechten Wänden, also den Fall konstanter Radbreite  $b$ . Schneiden wir nach einer Stromfläche, d. h. einer Ebene senkrecht zur Achse ein Kanalstück mit den Schaufelwänden I und II (Abb. 77) und betrachten das ursprünglich rechteckige Element ABCD mit der Seite  $AB = dy$ , die auf der Normallinie EF der relativen Strombahnen gelegen ist, so wird die Winkelgeschwindigkeit der Drehung des Elements zu definieren sein als das arithmetische Mittel der Winkelgeschwindigkeit der beiden Seiten AB und AD\*. Die Lage des Elements nach der unendlich kleinen Zeit  $dt$  sei  $A'B'C'D'$ . Die Winkeländerung von AB ist dann

$$\sphericalangle BKG + \sphericalangle B'A'G = d\varphi + d\psi$$

und von AD

$$\sphericalangle BKG = d\varphi,$$

so daß die Drehgeschwindigkeit des Elements

$$\frac{1}{2} \frac{2d\varphi + d\psi}{dt} = \omega. \tag{2}$$

Diese muß nach den Darlegungen des Abschn. 38 für die reibungsfreie Flüssigkeit gleich der Winkelgeschwindigkeit des Rades, aber mit entgegengesetztem Drehsinn sein (vgl. Abb. 70). Bezeichnet nun

\* Vgl. auch Fußnote 1 S. 12, ferner Horace Lamb: Lehrbuch der Hydrodynamik, deutsch von Elise Helly. Leipzig u. Berlin 1931.



$w$  die Relativgeschwindigkeit im Punkte  $A$ ,  
 $w + dw$  die „ „ „ „  $B$ ,  
 $\varrho$  den Krümmungshalbmesser der Bahn des Punktes  $A$ ,  
 $y$  die abgewinkelte Länge  $EA$  der Normallinie, so ist

$$d\varphi = \frac{\overline{AA'}}{\varrho} = \frac{w dt}{\varrho}, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} d\psi &= \frac{\overline{GB'}}{A'G} = \frac{\overline{BB'} - \overline{BG}}{A'G} = \frac{(w + dw) dt - (\varrho + dy) d\varphi}{dy} \\ &= \frac{(w + dw) dt - \varrho d\varphi - dy d\varphi}{dy} \end{aligned}$$

oder, wenn der Wert von  $d\varphi$  aus Gl. (3) eingeführt wird,

$$d\psi = \left( \frac{dw}{dy} - \frac{w}{\varrho} \right) dt. \quad (4)$$

Setzt man die Werte aus Gl. (3) und (4) in Gl. (2) ein, so findet sich folgende Differentialgleichung für die Relativströmung

$$\frac{dw}{dy} + \frac{w}{\varrho} = 2\omega, \quad (5)^1$$

worin  $\omega$  gleich der Winkelgeschwindigkeit des Rades ist. Mit  $\omega = 0$  geht diese Gleichung über in die Differentialgleichung der Absolutströmung, stimmt also mit Gl. (4) des Abschn. 5 überein. Sie gilt auch für das Rad veränderlicher Breite, sofern im Mittel die Meridianströmung radial bleibt.

Bei der Integration der Gl. (5) ist zu berücksichtigen, daß der Krümmungshalbmesser  $\varrho$  im allgemeinen mit  $y$  veränderlich ist. Die Auflösung erfolgt mit

Hilfe des integrierenden Faktors  $\mu = e^{\int \frac{dy}{\varrho}}$ . Das Integral lautet, wenn für  $y=0$ , d. h. an der Vorderseite der Schaufel,  $w = w_I$  gesetzt wird,

$$w = w_I e^{\int_0^y \frac{dy}{\varrho}} + 2\omega e^{\int_0^y \frac{dy}{\varrho}} \int_0^y e^{-\int_0^y \frac{dy}{\varrho}} dy \quad (6)$$

oder, wenn gesetzt wird

$$A \equiv e^{\int_0^y \frac{dy}{\varrho}}, \quad (7)$$

$$w = \frac{1}{A} \left( w_I + 2\omega \int_0^y A dy \right). \quad (8)^2$$

Nach Gl. (9) S. 13 ist das erste Glied auf der rechten Seite von Gl. (6) die Geschwindigkeit bei freier Durchflußströmung durch einen ruhenden Kanal. Das negative Vorzeichen des Exponenten ist dadurch zu erklären, daß der Krümmungsmittelpunkt jetzt nach der negativen  $y$ -Richtung angenommen ist. Das zweite Glied der Gl. (6) ändert sich mit dem Wirbel  $\omega$ . Allerdings stellt dieses Glied nicht die Geschwindigkeitsverteilung des reinen Wirbels (d. h. Verdrängungsmit zugehöriger Zirkulationsströmung Abb. 72) dar, sondern einer Strömung, die

<sup>1</sup> Andere Ableitung von Gl. (5) vgl. 1. Aufl. dieses Buches, Abschn. 34. Hierbei ist insbesondere das Vorhandensein des relativen Wirbels allein aus der Kräftewirkung im Rad nachgewiesen.

<sup>2</sup> Zu Gl. (8) ist bereits Flügel in seiner S. 13 erwähnten Dissertation auf anderem Wege gelangt.

sich mit  $w_l = 0$ , also bei beginnender Richtungsumkehr der Stromfäden (vgl. Abb. 74), einstellt. Man könnte aus Gl. (6) auch die Geschwindigkeitsverteilung des reinen Wirbels ableiten, wenn  $w_l$  so bestimmt würde, daß die Durchflußmenge

gleich Null, d. h.  $\int_0^a w b dy = 0$ , wo  $a$  die Länge der Normallinie  $EF$  ist.

Die Untersuchung eines vorläufig gezeichneten Strombildes mittels Gl. (8) gestaltet sich wesentlich schwieriger als bei der wirbelfreien Strömung (Abschn. 5c), weil in Gl. (8) zwei verschiedene Integrale vorkommen<sup>1</sup>. Auch sind die Kurvenvierecke nicht mehr ähnlich, sondern sie unterliegen unter Bezugnahme auf Abb. 78 folgendem Gesetz<sup>2</sup>, das aus einer einfachen Umformung von Gl. (5) oder (8) sich ergibt:

$$\frac{\Delta x_2}{\Delta y_2} = \frac{\Delta x_1}{\Delta y_1} + \frac{2\omega}{q} \Delta y_1 \cdot \Delta x_1; \quad (9)$$

darin ist  $q$  die durch die einzelne Stromröhre fließende Wassermenge bei der Radbreite  $b = 1$ , die ihr Vorzeichen wechselt, sobald die Geschwindigkeit ihre Richtung umkehrt. Der praktischen Verwertbarkeit dieser Beziehung steht ihr verwickelter Aufbau entgegen.

Aus Gl. (9) ergibt sich in Übereinstimmung mit Abschn. 37, daß die Breiten  $\Delta y_1$ ,  $\Delta y_2$  usw. der Stromröhren mit zunehmendem Abstand von der Schaufelvorderwand abnehmen, also die Geschwindigkeit  $w$  wächst.

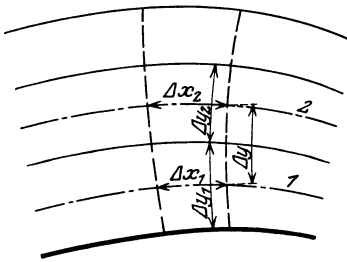


Abb. 78.

Damit das Bild richtig ist, muß es neben Gl. (8) und (9) noch folgenden Grenzbedingungen genügen:

1. Die Abströmung an den Schaufelenden muß tangential erfolgen. Daher darf an diesen Stellen kein Geschwindigkeitsunterschied auf beiden Seiten der Schaufel vorhanden, d. h.  $\Delta y$  muß für die dort zusammenkommenden Stromröhren gleich sein. Für den Einlauf ist diese Bedingung nur für die Wassermenge des stoßfreien Eintritts erfüllt.

2. In einer durch die Verhältnisse gegebenen Entfernung vor und hinter dem Laufrad müssen die Geschwindigkeiten der einzelnen Stromröhren über einen Parallelkreis ausgeglichen sein. Nach erfolgtem Ausgleich haben die Stromlinien die Form der Relativbahnen der Wirbelquelle, deren Absolutwege bei gleichbleibender Kanalbreite logarithmische Spiralen sind (Abb. 15). Ihr relativer Verlauf entspricht dem der wirkungsfreien Schaufel, deren Gleichung im Abschn. 34c abgeleitet ist. Die Neigung der Stromlinien außerhalb des Laufkanals muß deshalb mit zunehmendem Halbmesser sehr stark abnehmen. Da die Einhaltung dieser Grenzbedingung Schwierigkeit macht, empfiehlt es sich, auch bei diesem graphischen Verfahren zunächst die Strombilder der nachstehend unter b) beschriebenen drei Teilströmungen zu zeichnen und diese durch Diagonalziehen (S. 17) zu vereinigen.

Aus dem Strombild kann mittels Gl. (1) auch der Druckverlauf längs der Schaufelwände und daraus der resultierende Schaufeldruck als Unterschied der Drücke auf die Vorder- und Rückseite, also auch die Schaufelarbeit, errechnet werden.

b) Anwendung des Membrangleichnisses (S. 16): Besondere Erwähnung verdient das recht anschauliche Analogon des Strömungsvorganges mit der gespannten Membran,<sup>3</sup> wobei die Stromlinien sich als Schnittlinien der Membran-

<sup>1</sup> Vgl. auch Closterhalfen: Z. angew. Math. Mech. 1926 S. 69.

<sup>2</sup> Vgl. die erste Auflage dieses Buches S. 84 oder v. Mises: Theorie der Wasser-räder S. 37. Leipzig 1908.

<sup>3</sup> Die Differentialgleichung für die Durchbiegung  $f$  der Membran bei der Spannung  $T$  und der gleichförmig verteilten Pressung  $p$  lautet  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{p}{T}$

fläche mit waagerechten Ebenen gleichen Abstands, also als „Höhenlinien“ oder „Schichtlinien“<sup>1</sup> ergeben. Am einfachsten gestaltet sich die Anwendung auf den relativen Kanalwirbel im geschlossenen Laufkanal, da das Schichtbild der Abb. 71, S. 101 unmittelbar erhalten wird, wenn die Gummihaut längs des ganzen Umfangs des Kanals festgeheftet und einem Überdruck ausgesetzt wird. Bei der Anwendung auf die Strömung im offenen Laufkanal hat man die von Oertli bereits vorgenommene und von Spannhake weitgehend verfolgte Zerlegung des Strömungsbildes in folgende Bestandteile durchzuführen:

α) Relative Verdrängungsströmung (Kanalwirbel ohne Zirkulation), bei der die Schaufeln das Wasser arbeitslos, also ohne Zirkulation verdrängen und die in genügender Entfernung von den Schaufeln in die kreisförmige Wirbelströmung der Abb. 42b übergeht. Die Membran wird längs eines zum Rad konzentrischen Kreises von möglichst (theoretisch unendlich) großem Halbmesser



Abb. 79. Relative Verdrängungsströmung (Kanalwirbel ohne Zirkulation)<sup>1</sup>.

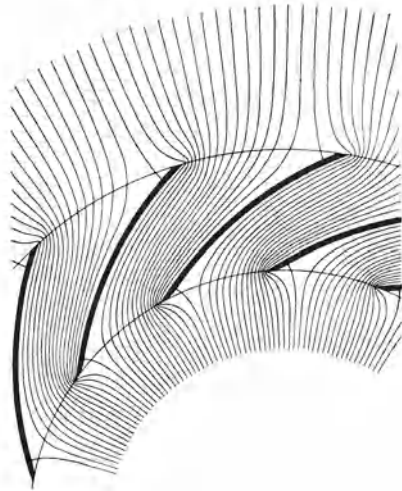


Abb. 80. Durchflußströmung (Rad ruhend)<sup>1</sup>.

eingespannt, an den Schaufelrändern des gewichtslos zu machenden Rades angeheftet und durch gleichmäßigen Überdruck belastet. Der Überdruck ist hierbei proportional der Drehzahl. Schichtbild Abb. 79.

β) Absolute Durchflußströmung, also am ruhenden Rad, die außen und innen in die zirkulationslose, also radiale Quellströmung übergeht. Auf die entsprechend einer Schraubenfläche gewundene Membran, möglichst großen äußeren Durchmessers, werden die Schaufeln wendeltreppenartig und gewichtslos so geheftet, daß ihre Kanten in waagerechten Ebenen bleiben. Die Steigung der Schraubenfläche ist ein Maß für die Durchflußmenge (Quellstärke). Schichtbild Abb. 80.

γ) Absolute Zirkulationsströmung, also am ruhenden Rad, die an der äußeren Grenze in den Potentialwirbel der Abb. 9 übergeht. In die nach einer Ebene gespannte und an die Ränder der ebenen Schaufeln geheftete Membran übereinstimmend mit der einer Strömung, wenn an Stelle der Durchbiegung  $f$  die Stromfunktion  $\psi$  (S. 17), an Stelle der Neigung  $\partial f/\partial x$  bzw.  $\partial f/\partial y$  der Fläche die Geschwindigkeiten senkrecht zur  $x$ - bzw.  $y$ -Richtung, an Stelle von  $p/T$  die Rotation des gleichmäßig verteilten Flüssigkeitswirbels, also  $2\omega$  gesetzt wird. Kucharski: Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit usw. S. 136ff., München u. Berlin 1918; Stodola: Die Dampfturbinen, 5. oder 6. Aufl. S. 824. Berlin 1923.

<sup>1</sup> Abb. 79, 80 und 81 stammen aus der in Fußbem. 2 S. 101/102 angegebene Arbeit von Oertli.

wird das Kreisrad hineingedrückt. Die Durchbiegung ist ein Maß für die Zirkulation, Abb. 81.

Die drei Elementarströmungen  $\alpha$ ) bis  $\gamma$ ) liefern durch geometrische Addition der Geschwindigkeiten, also Diagonalziehen, das gesuchte relative Strombild. Dieses besitzt nur dann stoßfreien Eintritt und tangentiales Abströmen, also die Form der Abb. 73, wenn Durchflußmenge und Zirkulation, also Steigung der Schraubenfläche des Versuchs  $\beta$ ) und Durchbiegung der Membran des Versuchs  $\gamma$ ), entsprechend durch Probieren gewählt werden.

Die Untersuchung nach  $\gamma$ ) kann mit der nach  $\alpha$ ) vereinigt werden, wobei dann das Bild der Verdrängungsströmung mit der ganzen Zirkulation<sup>1</sup> als Schichtbild erhalten wird.

Der Wert des Membrangleichnisses liegt darin, daß man sich mit seiner Hilfe leicht eine Vorstellung der erwähnten Strombilder verschaffen kann, wenn man den Versuch nur in Gedanken durchführt. Seine Anwendung für zahlenmäßige Bestimmungen kommt aber höchstens beim Laboratoriumsversuch in Frage.

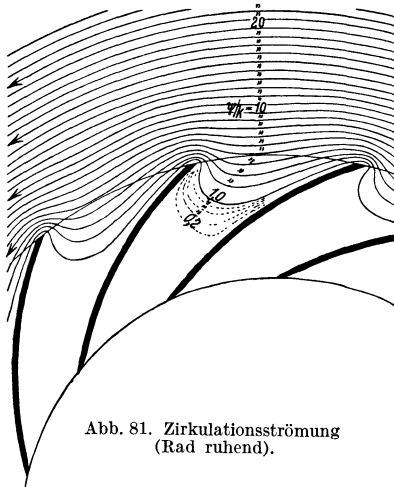


Abb. 81. Zirkulationsströmung (Rad ruhend).

sätzlich<sup>4</sup> untersucht werden, wobei allerdings graphische Methoden zu Hilfe genommen werden müssen und ein erheblicher Zeitaufwand in Verbindung mit großer Gewandheit bei der Handhabung der konformen Abbildung nötig sind.

Die unter a) bis c) behandelten Verfahren sind für den Ingenieur der Praxis — selbst bei besonders wichtigen Sonderaufgaben — zu umständlich. Ihre Anwendung ist auf den Fall der ebenen Strömung, also das Rad konstanter Breite beschränkt. Sie versagen bei Pumpen mit Leitschaufeln, weil dann die Relativströmung

### c) Anwendung der konformen Abbildung:

Im Jahre 1925 hat Spannhaake<sup>2</sup> den Weg zur rein rechnerischen Untersuchung der vorliegenden Strömung beschränkt, wobei er die bereits bekannte<sup>3</sup> Zerlegung der Gesamtströmung in die unter b) erwähnten Teilströmungen  $\alpha$ ) bis  $\gamma$ ) benutzte. Diese Teilströmungen können nach den Regeln der (auf ebene Strömungen beschränkten) konformen Abbildung verfolgt werden, da sie in ihrer Absolutströmung drehungsfrei, also Potentialströmungen sind. Das Verfahren hat inzwischen in seiner Anwendung auf Sonderfälle wertvolle Ergebnisse gezeigt. Insbesondere konnte hierdurch das Verhalten der logarithmisch-spiraligen Schaufel ( $\beta_1 = \beta = \beta_2$ ) in der reibungsfreien Strömung weitgehend geklärt werden, wovon im Abschn. 42a noch Gebrauch gemacht werden soll. Auch Schaufeln beliebiger Form können grund-

<sup>1</sup> Abb. 72 enthält nur den Teil der Zirkulation, der durch die Verdrängungsströmung allein bedingt ist.

<sup>2</sup> Z. angew. Math. Mech. 1925 Heft 6 S. 48 oder Hydraulische Probleme. VDI-Verlag 1926. Anschließend erschienen die Arbeiten von Sörensen: Z. angew. Math. Mech. 1927 Heft 2; W. Schulz: ebenda 1928 Heft 1 und Busemann: ebenda 1928 Heft 5, die sich auf logarithmisch-spiralige Schaufeln beziehen. Vgl. ferner Mitt. Inst. Strömungsmasch. Techn. Hochschule Karlsruhe 1930 Heft 1.

<sup>3</sup> Stodola: Dampf- und Gasturbinen. 5. Aufl. S. 824. 1922.

<sup>4</sup> Spannhaake u. Barth: Z. angew. Math. Mech. 1929 S. 466; Pavel: Verh. 3. internat. Kongr. techn. Mech., Stockholm 1930; Weinig: Z. angew. Math. Mech. 1930 S. 434. Weinel: Z. angew. Math. Mech. 1932 S. 65.

infolge der Rückwirkung der Leitschaufeln nicht mehr stationär ist, und berücksichtigen nicht den Einfluß der Zähigkeit, die nach Abschn. 39 das Ergebnis in durchgreifender Weise verändert. So wertvoll sie zur Gewinnung grundsätzlich wichtiger Aufschlüsse sind, so muß doch versucht werden, einfache und für den technischen Gebrauch geeignete Näherungsverfahren zu erhalten, die sich dann an Versuchsergebnisse anlehnen müssen.

### 41. Änderung der Hauptgleichung.

Obwohl die Relativbahnen im Laufkanal durchaus verschieden verlaufen, so ist doch die Energieaufnahme der einzelnen Stromfäden die gleiche, weil die Einwirkung der Schaufeln am Austrittsumfang des Schaufelkranzes, wo noch starke Unterschiede der Bahnen bestehen, nicht aufhört, ebenso wie sie auch nicht erst beim Erreichen des Eintrittsumfanges beginnt. Die Einwirkung der Laufschaufeln erstreckt sich um so weiter über den Laufkanal hinaus, je weiter die Laufschaufeln auseinandergestellt sind, und ist, falls Leitschaufeln fehlen, strenggenommen erst im Unendlichen beendet. Praktisch kann der Ausgleich der Strömung in einer Entfernung gleich der Kanalweite als beendet angesehen werden. Daß die Energieaufnahme bei der reibungsfreien Flüssigkeit für alle Wasserteilchen die gleiche ist, kann unmittelbar daraus gefolgert werden, daß die Absolutströmung hinter dem Rad wirbelfrei, also eine solche gleichen Energieinhalts bleibt, wenn sie es vor dem Rad war.

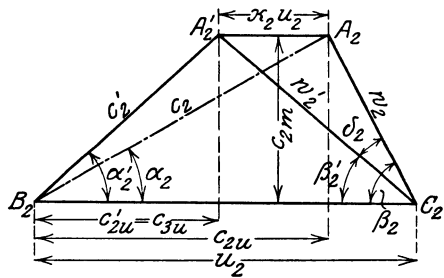


Abb. 82. Geschwindigkeitsdiagramm für den Laufradaustritt bei Berücksichtigung der Ablenkung.

Ebenso wie bei unendlicher Schaufelzahl nach Gl. (21) des Abschn. 27

$$H_{th\infty} = \frac{1}{g} (u_2 c_{2u} - u_1 c_{0u}) \quad (10)$$

kann auch die wirkliche Schaufelarbeit  $H_{th}$  gesetzt werden

$$H_{th} = \frac{1}{g} (u_2 c'_{2u} - u_1 c_{0u}). \quad (11)$$

Dabei ist  $c'_{2u} = c_{3u}$  die Umfangskomponente der absoluten Austrittsströmung, die man erhält, wenn man die in einiger Entfernung vom Rad vorhandene ausgeglichene Strömung als stationäre Strömung bis zum Radumfang rückwärts verlängert.

Bei senkrechter Zuströmung des Wassers zum Rad, also mit  $c_{0u} = 0$ , ergibt sich

$$H_{th\infty} = \frac{u_2}{g} c_{2u} \quad (10a)$$

und die wirkliche Schaufelarbeit

$$H_{th} = \frac{u_2}{g} c'_{2u} = \frac{u_2}{g} c_{3u}. \quad (11a)$$

Das Austrittsdiagramm erhält jetzt die in Abb. 82 dargestellte Form (vgl. auch Abb. 73), wobei  $A_2 B_2 C_2$  das der eindimensionalen Theorie entsprechende und  $A'_2 B_2 C_2$  das den wirklichen Verhältnissen Rechnung tragende Geschwindigkeitsdreieck bedeutet. Die Punkte  $A_2$  und  $A'_2$  liegen auf einer Parallelen zu  $u_2$ , weil die Wassermenge und somit auch die Meridiankomponente  $c_{2m}$  die gleiche bleiben. Die Abnahme der Umfangskomponente beträgt

$$A_2 A'_2 = \kappa_2 u_2 = c_{2u} - c'_{2u} .$$

Die wirkliche ausgeglichene Austrittsströmung entspricht also einem gedachten Rad mit unendlich vielen Schaufeln, aber dem verkleinerten Austrittswinkel  $\beta'_2$ , so daß eine Winkelübertreibung am Austritt um  $\delta_2 = \beta_2 - \beta'_2$  vorliegt.

Auch am Eintritt tritt eine Änderung der Umfangskomponente um einen Betrag  $\kappa_1 u_1$  ein, die aber nur insofern von Bedeutung ist, als

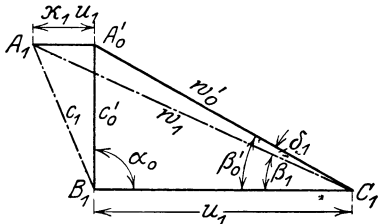


Abb. 83. Geschwindigkeitsdiagramm für den Laufradeintritt bei Berücksichtigung der Ablenkung.

dadurch der Winkel des stoßfreien Eintritts verändert wird. Das zugehörige Diagramm ist in Abb. 83 für  $\alpha_0 = 90^\circ$ , also  $c_{0u} = 0$  angegeben, worin  $A'_0 B_1 C_1$  die Verhältnisse ohne Berücksichtigung der Ablenkung,  $A_1 B_1 C_1$  mit Berücksichtigung der Ablenkung wiedergibt. Der Über-treibungswinkel ist hier  $\delta_1 = \beta'_0 - \beta_1$ .

Zusammenfassend kann gesagt werden, daß die Geschwindigkeits-

dreiecke  $A'_2 B_2 C_2$  und  $A'_0 B_1 C_1$  maßgebend sind für die Leistung und die Winkel der Leitschaufeln, die Dreiecke  $A_2 B_2 C_2$  und  $A_1 B_1 C_1$  für die Winkel der Laufschaufeln.

Um die einzelnen Bezeichnungen klar auseinanderhalten zu können, seien sie im folgenden zusammengestellt.

Es bezieht sich

das Fußzeichen 0 auf den unbeeinflussten Strömungszustand vor dem Radeintritt (Dreieck  $A_0 B_1 C_1$ , Abb. 58 a, S. 75);

das Fußzeichen 0 mit Strich (beispielsweise  $c'_0$ ) auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radeintritt, aber ohne Annahme einer Ablenkung (Dreieck  $A'_0 B_1 C_1$ ), also  $c'_0 = c_0 \frac{t_1}{t - \sigma_1}$  (Verhältnisse wie bei unendlicher Schaufelzahl, nur daß dort hierfür das Fußzeichen 1 verwendet werden konnte);

das Fußzeichen 1 auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radeintritt mit einer gleichmäßigen Ablenkung sämtlicher Stromfäden, so daß die Relativbahnen unter dem bei stoßfreiem Eintritt sich ergebenden Schaufelwinkel  $\beta_1$  gerichtet sind (Dreieck  $A_1 B_1 C_1$ );

das Fußzeichen 2 auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radaustritt, wobei die Relativbahnen gleichmäßig unter dem Schaufelwinkel  $\beta_2$  gegen den Umfang geneigt sind (Dreieck  $A_2 B_2 C_2$ , Verhältnisse wie bei unendlicher Schaufelzahl);

das Fußzeichen 2 mit Strich (beispielsweise  $c'_2$ ) auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radaustritt unter Berücksichtigung der durch das Aufhören des Schaufeldrucks hervorgerufenen Ablenkung und unter der Annahme, daß die Strömungsunterschiede schon am Radumfang ausgeglichen seien (Dreieck  $A'_2 B_2 C_2$ );

das Fußzeichen 3 auf den gleichen Strömungszustand wie vorher, aber unter Berücksichtigung der durch das Aufhören der Schaufelverengung eintretenden Verlangsamung. Das zugehörige in Abb. 82 nicht gezeichnete Geschwindigkeitsdreieck  $A_3 B_2 C_2$  ergibt sich aus  $A'_2 B_2 C_2$  in der gleichen Weise wie in Abb. 56, S. 68, das Dreieck  $A_3 B_2 C_2$  aus  $A_2 B_2 C_2$ , so daß  $c_{3u} = c'_{2u}$ .

Der Ausdruck für den Spaltdruck schreibt sich für  $\alpha_0 = 90^\circ$ , also  $c_{0u} = 0$  gemäß Gl. (21a) des Abschn. 28, da  $w'_2$  an Stelle von  $w_2$  tritt,

$$H_p = \frac{u_2^2 - w_2'^2 + c_0^2}{2g} - Z_I \quad (12)$$

oder, wenn berücksichtigt wird, daß  $c_0 \approx c_{2m}$  (S. 84), also  $w_2'^2 - c_0^2 \approx (u_2 - c_{3u})^2$ ,

$$H_p = \frac{u_2^2 - (u_2 - c_{3u})^2}{2g} - Z_I = \frac{c_{3u}}{g} \left( u_2 - \frac{c_{3u}}{2} \right) - Z_I \quad (12a)$$

oder weil nach Gl. (11a)  $c_{3u} = c'_{2u} = \frac{gH_{th}}{u_2}$

$$H_p \approx H_{th} \left( 1 - \frac{c_{3u}}{2u_2} \right) - Z_I = H_{th} \left( 1 - \frac{gH_{th}}{2u_2^2} \right) - Z_I. \quad (12c)$$

Der Reaktionsgrad beträgt also mit  $Z_I = 0$

$$\varrho = \frac{H_p}{H_{th}} = 1 - \frac{c_{3u}}{2u_2} = 1 - \frac{gH_{th}}{2u_2^2}. \quad (12d)$$

Ebenso ist im Spalt der folgende Anteil der Radarbeit in Form von Geschwindigkeitsenergie vorhanden:

$$H_{dyn} = \frac{c_2'^2 - c_0^2}{2g} \approx \frac{c_2'^2 - c_{2m}^2}{2g} = \frac{c_{3u}^2}{2g}. \quad (12e)$$

## 42. Angenäherte Ermittlung der Schaufelarbeit und der Austrittsablenkung durch Annahme gleichmäßiger Verteilung der Schaufelbelastung über die Schaufellänge.

Die Ursache der Minderleistung bildete der Druckunterschied auf der Vorder- und Rückseite der Schaufel, der einmal die in Abschn. 38 behandelten Geschwindigkeitsunterschiede auf der Vorder- und Rückseite der Schaufel, sodann die in Abschn. 39 besprochene Totraumbildung am Schaufelende erzeugt. Die Schaufelbelastung erreicht an einer mittleren Stelle der Schaufel einen Größtwert und muß an den Schaufelenden auf Null abnehmen, sofern stoßfreier Eintritt und tangentiales Abströmen vorliegen. Der Einfachheit halber sei nun angenommen, daß die von der Schaufel auf das Wasser ausgeübte Kraft sich auf deren Länge gleichmäßig verteile, also der Pressungsunterschied auf der

Vorder- und Rückseite an den Schaufelenden plötzlich auf Null abfalle<sup>1</sup>. Diese Unstetigkeit ist zwar in Wirklichkeit unmöglich; der hierdurch gemachte Fehler läßt sich aber durch Anlehnung an die Erfahrung ausgleichen.

Von der Totraumbildung am Schaufelende sei zunächst abgesehen.

Betrachtet man (Abb. 84) die durch die Schaufelspitze  $E$  gehende Normallinie  $ED$  über den Laufkanal, so kann die Geschwindigkeit im Endpunkt  $E$  überschläglich gleich der Relativgeschwindigkeit  $w'_2$  der ausgeglichenen Strömung (Abb. 73 oder 82) gesetzt werden, weil dieser Punkt bereits dem Spalt angehört. Die im Punkt  $D$  dieser Normallinie, also auf der Schaufelvorderseite vorhandene Geschwindigkeit  $w_{I2}$  wird sich auf dem Weg  $DG$  infolge des abfallenden Schaufeldrucks beschleunigen müssen und wird ebenfalls  $w'_2$  kurz hinter der Schaufelspitze erreichen.

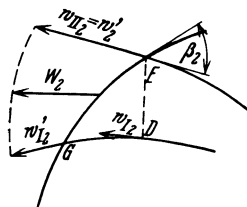


Abb. 84. Geschwindigkeiten am Laufradaustritt bei gleichmäßig verteiltem Schaufeldruck.

Läßt man aber, gemäß unserer Annahme, die Schaufelbelastung bis zur Spitze  $G$  konstant, wobei eine Änderung gegenüber der Wirklichkeit nur auf der Druckseite der Schaufel eintreten soll, so erfolgt der Übergang auf die Ausgleichsströmung sprunghaft, und es ergibt sich bei  $G$  eine Geschwindigkeit  $w'_{I2}$  gemäß

$$w_2^2 - w'_{I2}^2 = 2g\tau\Delta h_2, \quad (13)$$

<sup>1</sup> Inwieweit die Annahme gleichmäßiger Verteilung der Schaufelbelastung die wirklichen Verhältnisse wiedergibt, zeigt der in Abb. 169 angegebene Verlauf der Schaufeldrücke (Dissertation Hagmayer).

Gleichmäßige Verteilung der Schaufelbelastung liegt bei der logarithmisch-spiraligen Schaufel von großer Länge im Vergleich zur Teilung im Rad gleicher Breite vor, wie nachstehende Betrachtung zeigt.

Die auf die Längeneinheit der Schaufel (oder des Halbmessers) bezogene Schaufelkraft  $K$  liefert folgendes Drehmoment zwischen den Halbmessern  $r$  und  $r + dr$

$$dM = zK dr r,$$

woraus mit Bezug auf Gl. (77a), Abschn. 24

$$\frac{d(rc_u)}{dr} = \frac{g}{\gamma} \frac{dM}{Qdr} = \frac{g}{\gamma} \frac{zK}{Q} r. \quad (I)$$

Ist  $K$  konstant, so ergibt die Integration zwischen den Halbmessern  $r$  und  $r_1$ , weil  $c_{1u} = 0$ ,

$$rc_u = \frac{g}{\gamma} \frac{zK}{2Q} (r^2 - r_1^2), \quad (II)$$

also einen parabelförmigen Verlauf der  $rc_u$ -Linie. Diesen erhält man mit  $\beta = \beta_1$  und  $b = b_1$ , denn es ist

$$rc_u = r(u - c_m \operatorname{ctg} \beta) = r\left(r\omega - c_1 \frac{r_1}{r} \operatorname{ctg} \beta\right),$$

oder, weil  $c_1 = u_1 \operatorname{tg} \beta_1 = r_1 \omega \operatorname{tg} \beta$ ,

$$rc_u = \omega(r^2 - r_1^2). \quad (III)$$

Im Fall der logarithmischen Spirale ist also nach Gl. (II) und (III)  $\frac{g}{\gamma} \frac{zK}{2Q} = \omega$ .

Die Relativgeschwindigkeit  $w$  ändert sich hier nach einer gleichseitigen Hyperbel, weil die Querschnitte proportional zu  $r$  wachsen.



wenn  $\Delta h_2$  der Pressungsunterschied auf der Vorder- und Rückseite der Schaufelspitze ist und  $\tau$  eine Erfahrungszahl bedeutet, die die von der Wirklichkeit abweichenden Annahmen, insbesondere das Abfallen der Schaufelbelastung auf Null berücksichtigt, also kleiner als 1 zu erwarten ist.

Die konstant angenommene Schaufelbelastung für die Längeneinheit der Schaufel

$$K = \gamma \cdot \Delta h \cdot b = \gamma \cdot \Delta h_2 \cdot b_2 = \gamma \cdot \Delta h_1 \cdot b_1 \quad (13a)$$

läßt sich aus der gegebenen Pumpenleistung leicht berechnen. Bezeichnet nämlich  $M$  das von den Schaufeln übertragene Moment, so ist einerseits

$$M = z \int_{r_1}^{r_2} \gamma \Delta h b dx r = z K \int_{r_1}^{r_2} r dx .$$

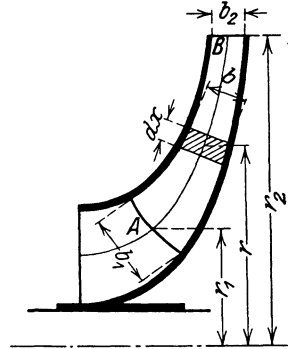


Abb. 85. Radquerschnitt.

Das letzte Integral ist nun nichts anderes als das statische Moment des mittleren Wasserfadens (Flutlinie)  $AB$  im Meridianschnitt (Abb. 85), bezogen auf die Drehachse. Wird dieses mit  $S$  bezeichnet, so ist

$$M = z K S = z \gamma \Delta h_2 b_2 S . \quad (13b)$$

Andererseits ist  $M$  durch die sekundliche Schaufelarbeit  $\gamma Q' \cdot H_{th}$  gegeben. Wird dabei  $H_{th}$  durch Gl. (11a) und  $Q'$  durch  $2\pi r_2 b_2 c_{2m} c_{3u}$  ersetzt, so folgt

$$M = \frac{\gamma Q' H_{th}}{\omega} = \frac{\gamma Q'}{g} r_2 c_{3u} = \frac{\gamma}{g} 2r_2^2 \pi b_2 c_{2m} c_{3u} . \quad (13c)$$

Durch Gleichsetzen der beiden Ausdrücke (13b) und (13c) erhält man

$$g \Delta h_2 = 2\pi \frac{r_2^2}{zS} c_{2m} c_{3u} \quad (14)$$

oder, wenn der aus Gl. (13) für  $g \Delta h_2$  sich ergebende Wert eingeführt wird,

$$w_2'^2 - w_{12}'^2 = 4\tau\pi \frac{r_2^2}{zS} c_{2m} c_{3u} .$$

Werden hierin die beim gleichen Rad unveränderlichen Größen zusammengefaßt und gesetzt

$$a \equiv \tau\pi \frac{r_2^2}{zS} , \quad (15)$$

so erhält man

$$w_2'^2 - w_{12}'^2 = 4a c_{2m} c_{3u} . \quad (16)$$

Infolge der konstanten Schaufelbelastung dürfen wir im Kanal die Verhältnisse des unendlich langen Kanals annehmen. Deshalb ist die mittlere Relativgeschwindigkeit kurz vor dem Austritt annähernd gleich der unter dem Schaufelwinkel  $\beta_2$  gerichteten Geschwindigkeit  $w_2$  der unendlichen Schaufelzahl. Nimmt man lineare Geschwindigkeitsverteilung über  $GE$  an (Abb. 86), so wird

$$w_2'^2 - w_{12}'^2 = (w_2' + w_{12}') (w_2' - w_{12}') = 2w_2 \cdot 2(w_2' - w_2) ,$$

also gemäß Gl. (16)

$$w_2(w'_2 - w_2) = a c_{2m} c_{3u}. \quad (17)$$

Durch Gl. (17) erhält man die Möglichkeit, entweder  $w_2$ , also das Dreieck  $A_2 B_2 C_2$ , und damit den Schaufelwinkel  $\beta_2$  zu bestimmen, wenn die Leistung, also das Dreieck  $A'_2 B_2 C_2$ , vorgeschrieben ist. Umgekehrt kann auch  $w'_2$  und damit die erreichbare Umfangskomponente  $c_{3u}$ , also auch die Schaufelarbeit  $H_{th}$  erhalten werden, wenn die Schaufel gegeben ist.

Da  $\sin \beta_2 = c_{2m}/w_2$ , so läßt sich Gl. (17) auch schreiben

$$w'_2 - w_2 = a c_{3u} \sin \beta_2. \quad (17a)$$

Um nun eine unmittelbare Beziehung zwischen  $c_{3u}$  und  $c_{2u}$  zu erhalten, führt man in Gl. (17a) an Stelle von  $w_2$  und  $w'_2$  die Größen  $c_{2u}$  und  $\beta_2$  ein, indem man setzt (Abb. 82)

$$w_2 = \frac{1}{\cos \beta_2} (u_2 - c_{2u}), \quad w'_2 = \sqrt{(u_2 - c_{3u})^2 + c_{2m}^2}, \quad c_{2m} = (u_2 - c_{2u}) \operatorname{tg} \beta_2.$$

Man erhält dann eine in  $c_{3u}/u_2$  quadratische Gleichung, aus welcher folgt

$$\frac{c_{3u}}{u_2} = \frac{A - \sqrt{A^2 - (1 - a^2 \sin^2 \beta_2) \left(2 - \frac{c_{2u}}{u_2}\right) \frac{c_{2u}}{u_2}}}{1 - a^2 \sin^2 \beta_2}, \quad (18)$$

wobei zur Abkürzung gesetzt ist

$$A \equiv 1 + a \operatorname{tg} \beta_2 - \frac{c_{2u}}{u_2} a \operatorname{tg} \beta_2. \quad (18a)$$

Da nach Gl. (10a) und (11a) die Werte  $c_{3u}$  bzw.  $c_{2u}$  proportional zu  $H_{th}$  bzw.  $H_{th\infty}$  sind, so enthält Gl. (18) auch die gesuchte Beziehung zwischen  $H_{th}$  und  $H_{th\infty}$ . Um die Gleichung zu vereinfachen, sind in Abb. 87 die Werte von  $c_{3u}/u_2$  in Abhängigkeit von  $c_{2u}/u_2$  für die Winkel  $\beta_2 = 10, 20, 30, 40, 80$  und  $90^\circ$  aufgetragen, wobei  $a = \frac{2}{3}$  gesetzt ist. Man sieht, daß für die in der Praxis vorwiegend verwendeten Winkel  $\beta_2 < 40^\circ$  die erhaltenen Kurven von der Geraden so wenig abweichen, daß es innerhalb dieses Bereiches ohne weiteres berechtigt ist, sie durch die Geraden  $OB$  zu ersetzen, also bei gleichem  $\beta_2$  und  $a$  ein konstantes Verhältnis  $c_{3u}/c_{2u}$  anzunehmen. Der Punkt  $B$  ist mit  $c_{2u}/u_2 = 1$  gegeben. Mit diesem Wert wird  $A = 1$ , und Gl. (18) gibt

$$c_{3u} = \frac{c_{2u}}{1 + a \sin \beta_2}$$

oder

$$c_{2u} = c_{3u} (1 + a \sin \beta_2), \quad (19)$$

also nach Gl. (10a) und (11a)

$$H_{th\infty} = H_{th} (1 + a \sin \beta_2). \quad (19a)$$

Setzt man nun nach Gl. (15)

$$a \sin \beta_2 = \frac{\tau \pi r_2^2}{z S} \sin \beta_2 \equiv p,$$

so lassen sich Gl. (19) und (19a) auch schreiben

$$c_2 u = c_3 u (1 + p), \tag{20}$$

$$H_{th\infty} = H_{th}(1 + p) \tag{21}$$

mit

$$p \equiv \psi \frac{r_2^2}{zS}, \tag{22}$$

wobei, wenn  $\tau\pi \equiv k$ , die Berichtigungszahl  $\psi$  zu setzen ist

$$\psi = k \sin \beta_2. \tag{23}$$

Die Einführung der Zahl  $p$  rechtfertigt sich, weil sie ein Maß ist für die durch die Auseinanderstellung der Schaufeln eingetretene Leistungsverminderung. Die Zusammenfassung von  $k \sin \beta_2$  zu  $\psi$  ist erfolgt, um nicht unbedingt an das Sinusgesetz gebunden zu sein. Die abgeleiteten Gleichungen sind auf Schaufelräder jeder Art einschließlich solcher für Turbinen anwendbar<sup>1</sup>.

Nach Gl. (21) und (22) ist der zu  $H_{th}$  zu machende Zuschlag, der nötig ist, um die Berechnung des Laufrades nach den der eindimensionalen Theorie entsprechenden Gleichungen des Abschn. 31 durchführen zu können, bei gleichem  $\beta_2$  umgekehrt proportional der Schaufelzahl  $z$  und dem Quotienten  $S/r_2^2$ , wobei  $S$  das statische Moment des Wasserfadens  $AB$  in bezug auf die Achse bedeutet. Schaufeln, welche in Richtung der Stromfäden des Axialschnitts kurz sind, haben also eine größere Minderleistung wie lange Schaufeln, da  $S/r_2^2$  klein ist<sup>2</sup>. Die Minderleistung bleibt die gleiche, so lange

$$\frac{r_2^2}{zS} = \text{Const.} \tag{24}$$

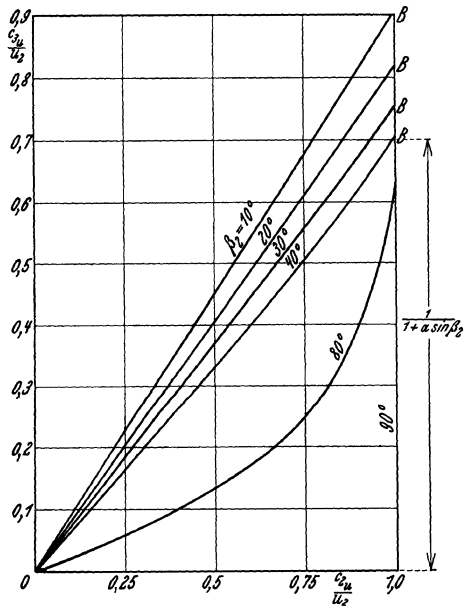


Abb. 87. Verlauf von  $c_3 u / u_2$  in Abhängigkeit von  $c_2 u / u_2$  nach Gl. (17) für  $a = \frac{2}{3}$ .

<sup>1</sup> Vgl. Engel: Die Rücklaufdrehzahlen von Kreiselpumpen. Dissert. Braunschweig 1931.

<sup>2</sup> Prof. Dr. Meisel (Charkow) leitet in dem Aufsatz „Zur Bestimmung der Förderhöhe von Kreiselpumpen“ (Wissensch. Mitt. Charkower Technol. Inst. 1930) oder in dem Buch „Zur Untersuchung der Arbeit und Bewegung der Flüssigkeit in rotierenden Kreiselpumpenrädern“ (Staatsverlag der Ukraine Charkow 1930) ebenfalls eine Näherungsgleichung zur Bestimmung der Schaufelarbeit ab. Da diese aber trotz Einführung einer Erfahrungszahl mit der Wirklichkeit weniger gut in Einklang zu bringen ist, wie die obige Ableitung und insbesondere der Einfluß der Schaufellänge, d. h. des Radienverhältnisses  $r_1/r_2$  nicht berücksichtigt wird, so möge dieser Hinweis genügen.

Gl. (21) und (22) werden verständlich, wenn man beachtet, daß der Schaufeldruck um so kleiner wird, je größer die Schaufelzahl  $z$  und das statische Moment  $S$ , also die tragende Schaufellänge sind und daß ferner die Schaufeln um so enger stehen, die Führung des Wassers also um so besser ist, je kleiner der Halbmesser  $r_2$  des Rades gegenüber  $S/r_2$ , d. h. der tragenden Schaufellänge.

Gl. (21) läßt ferner erkennen, daß die Minderleistung  $H_{th\infty} - H_{th} = p H_{th}$  für die wirkungslose Schaufel gleich Null wird, wie verlangt werden muß, denn es ist in diesem Falle  $H_{th} = 0$  zu setzen.

Für die Radialschaufel ist  $S = \int_{r_1}^{r_2} dr \cdot r = \frac{1}{2}(r_2^2 - r_1^2)$ , also

$$p = 2 \frac{\psi}{z} \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} = 2 \frac{\psi}{z} \frac{1}{1 - (r_1/r_2)^2}. \quad (25)$$

$$H_{th\infty} = H_{th}(1 + p) = H_{th} \left[ 1 + 2 \frac{\psi}{z} \frac{1}{1 - (r_1/r_2)^2} \right]. \quad (25a)$$

Mit dem vielfach üblichen Wert  $r_2 = 2 r_1$  wird

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{8}{3} \frac{\psi}{z} \right). \quad (26)$$

Bei der Axialschaufel ist  $r_2 = r_1 = r$  und  $S = re$ , wenn  $e$  (Abb. 170) die axiale Länge der Schaufel bedeutet, also

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{\psi}{z} \frac{r}{e} \right). \quad (26a)$$

Bei der (im Hauptabschn. L näher behandelten) doppelt gekrümmten Schaufel bestimmt man  $S = \int_{r_1}^{r_2} r dx$  in der Form  $\sum_{r_1}^{r_2} r \cdot \Delta x$ , d. h. durch Abtragen von kleinen Strecken  $\Delta x$  (= 5 oder 10 mm) auf dem betreffenden Faden des Meridianschnitts (Flutlinie). Es ist dann

$$S = \Delta x \sum_{r_1}^{r_2} r, \quad (27)$$

also gleich dem Produkt von  $\Delta x$  und der Summe der Schwerpunkts-halbmesser der Strecken  $\Delta x$ .

Für den Fall der Verwendung von Zwischenschaufeln (Abb. 255, 257) setzt man den Wert  $zS$  der Gl. (22):

$$zS = z_1 S_1 + z_2 S_2, \quad (28)$$

wobei das Fußzeichen 1 sich auf die ganzen, das Fußzeichen 2 sich auf die verkürzten Schaufeln bezieht.

Zwischen den Winkeln  $\alpha_2$  und  $\alpha'_2$  der absoluten Austrittsgeschwindigkeit für unendliche bzw. endliche Schaufelzahl besteht nach Abb. 82 die Beziehung

$$\operatorname{tg} \alpha'_2 = \frac{c_{2u}}{c_{3u}} \operatorname{tg} \alpha_2$$

oder nach Gl. (20)  $\operatorname{tg} \alpha'_2 = (1 + p) \operatorname{tg} \alpha_2$ . (29)

Hieraus läßt sich die Ablenkung  $\alpha'_2 - \alpha_2$  der austretenden Absolutströmung berechnen.

Setzt man in Gl. (38) und (36) des Abschn. 31 die aus Gl. (21) und (29) für  $H_{th\infty}$  bzw.  $\text{tg } \alpha'_2$  sich ergebenden Werte ein, so finden sich die Gleichungen

$$u_2 = \sqrt{gH_{th}(1 + p + \text{tg } \alpha'_2 \text{ctg } \beta_2)}, \quad (30)$$

$$c_{2m} = \frac{u_2}{(1 + p) \text{ctg } \alpha'_2 + \text{ctg } \beta_2}, \quad (31)$$

die für die Radberechnung bei gegebenem Austrittswinkel  $\alpha'_2$  nötig sind.

Bei Berücksichtigung der endlichen Laufschaufeldicke ist hierin

$$\text{tg } \alpha'_2 = \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2} \text{tg } \alpha_3, \quad (32)$$

wenn  $\alpha_3$  den Winkel der absoluten Austrittsgeschwindigkeit kurz hinter dem Rad bedeutet.

### 42a. Vergleich mit der exakten Berechnung für die ideale Flüssigkeit und mit Versuchen. Wahl der Erfahrungszahlen.

Die vorstehenden Ableitungen müssen die Verhältnisse bei der logarithmisch-spiralig gekrümmten Schaufel besonders gut wiedergeben, weil sich hier gemäß Fußbemerkung 1 S. 116 der Schaufeldruck im unendlich langen Kanal tatsächlich gleichmäßig verteilt. Für solche Schaufeln ist von Busemann die Strömung der reibungsfreien Flüssigkeit mit den Mitteln der konformen Abbildung berechnet<sup>1</sup>.

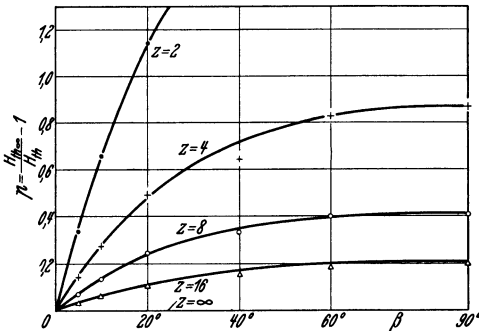


Abb. 88. Abhängigkeit von  $\beta$ .

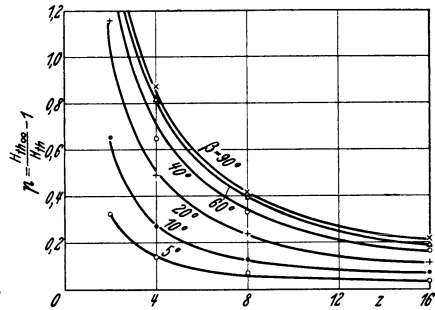


Abb. 88a. Abhängigkeit von  $z$ .

Abb. 88 und 88a. Minderleistungsziffern  $p$  für logarithmisch-spiralige Schaufeln in der idealen Flüssigkeit nach Busemann für  $r_1/r_2 = 0,445$ .

Von seinen (in Kurvenform dargestellten) Rechnungswerten sollen die für stoßfreien Eintritt gültigen herausgegriffen und die Minderleistungsziffer  $p$  zum Zweck des Vergleichs mit den Ergebnissen der Gl. (22) berechnet werden. Als Wassermenge stoßfreien Eintritts ist hierbei diejenige betrachtet, die sich nach dem in Abschn. 31a angegebenen Verfahren — also ohne Berücksichtigung der Eintrittsablendung — errechnet, weil die Praxis die Eintrittsablendung bei Radialschaufeln nicht zu berücksichtigen pflegt, um zu engen Schaufeleintritt zu vermeiden. Für das Radienverhältnis  $r_1/r_2 = 0,445$  ergibt<sup>2</sup> sich der in Abb. 88 angegebene Ver-

<sup>1</sup> Z. angew. Math. Mech. Bd. 8 (1928) S. 372.

<sup>2</sup> Entsprechend den Abmessungen der Versuchspumpe der unten herangezogenen Schulzschen und Schröderschen Arbeiten (vgl. Fußbemerkung 2 und 3 S. 123).

lauf von  $p$  in Abhängigkeit von  $\beta_2$ . Für  $\beta_2 = 0$  verschwindet die Auseinanderstellung der Schaufeln entsprechend  $p = 0$ , während  $p$  mit zunehmendem Winkel  $\beta_2$  zunimmt. Dies steht in Übereinstimmung mit Gl. (25), insofern als  $\psi$  nach Gl. (23) mit  $\sin \beta_2$  wachsen soll. Die Auftragung der Busemannschen Werte in Abhängigkeit von  $z$  gibt die in Abb. 88a gezeichnete Linienschar, deren Charakter ebenfalls die in Gl. (25) ausgedrückte hyperbolische Abhängigkeit von  $z$  erkennen läßt.

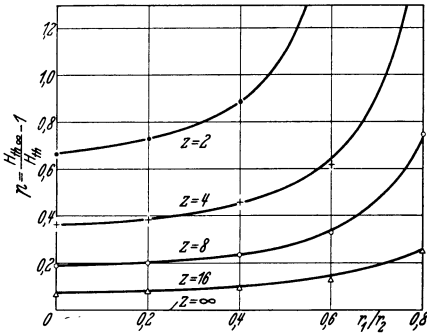


Abb. 88 b. Minderleistungsziffer  $p$  in Abhängigkeit von  $r_1/r_2$  für logarithmisch-spiralige Schaufeln von der Neigung  $\beta = 20^\circ$  in der idealen Flüssigkeit nach Busemann.

Schließlich ist in Abb. 88 b für  $\beta_2 = 20^\circ$  die Abhängigkeit von  $r_1/r_2$  für verschiedene  $z$ -Werte angegeben, deren allgemeiner Verlauf ebenfalls durchaus mit Gl. (25) übereinstimmt.

Ermittelt man aus den Busemannschen Rechnungswerten rückwärts die Größe  $k$  der Gl. (23), so finden sich für  $r_1/r_2 = \text{const} = 0,445$  die ganz gezeichneten Linien der Abb. 89 in Abhängigkeit von  $\beta_2$  für verschiedene Schaufelzahlen  $z$ . Der Umstand, daß diese Linien fast zusammenfallen, zeigt zunächst, daß die Abhängigkeit von der Schaufelzahl  $z$  in Gl. (22) richtig zum Ausdruck kommt. Die Zahl  $k$  fällt aber mit zunehmendem  $\beta_2$  ziemlich stark ab. Wählt man an Stelle von Gl. (23) für  $\psi$  das Gesetz

$$\psi = k' \sqrt{\sin \beta_2}, \quad (33)$$

so ergeben sich für  $k'$  die gestrichelt eingetragenen Werte, die bei Winkeln über  $20^\circ$  fast unverändert bleiben, aber bei kleineren Winkeln ein umgekehrtes Verhalten wie die  $k$ -Werte erkennen lassen. Im ganzen zeigt aber für den praktisch wichtigen

Bereich dieses Gesetz<sup>1</sup> eine recht gute Übereinstimmung mit  $k' = 1,4$ , während bei sehr kleinen Winkeln das Wachstum

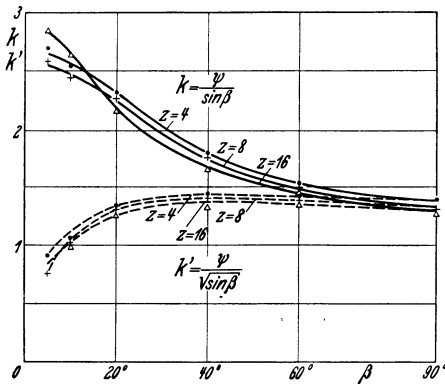


Abb. 89. Beiwerte  $k$  und  $k'$ , berechnet aus Abb. 88 oder 88a in Abhängigkeit von  $\beta$ .

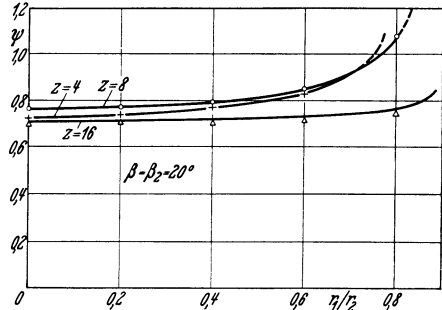


Abb. 89 a. Beiwerte  $\psi$ , berechnet aus Abb. 88 b in Abhängigkeit von  $r_1/r_2$ .

von  $\psi$  zwischen der Proportionalität zu  $\sin \beta_2$  und  $\sqrt{\sin \beta_2}$  zu liegen scheint. Bei Benutzung des reinen Sinusgesetzes der Gl. (23) wäre etwa mit  $k = 2$  zu rechnen.

Daß die Abhängigkeit vom Radienverhältnis  $r_1/r_2$  durch Gl. (25) gut ausgedrückt wird, zeigt Abb. 89 a, in der die Werte  $\psi$  für  $\beta_2 = 20^\circ$  in Abhängigkeit

<sup>1</sup> Das Gesetz der Gl. (33) könnte in der gleichen Weise abgeleitet werden wie das reine Sinusgesetz, wenn statt der geradlinigen Geschwindigkeitsverteilung der Abb. 86 eine entsprechend veränderte Verteilung der Geschwindigkeit angenommen würde.

von  $r_1/r_2$  dargestellt sind. Nennenswerte Abweichungen von dem konstanten Wert  $\psi$ , der aus Gl. (33) mit  $k' = 1,4$  oder Gl. (23) mit  $k = 2$  sich ergibt, liegen nur bei großen Radienverhältnissen in Verbindung mit kleinen Schaufelzahlen vor, die praktisch unmöglich sind, weil sich die Schaufeln in radialer Richtung nicht mehr überdecken [Gl. (28 b), S. 83]. Bei großen Radienverhältnissen ist auf eine gute Übereinstimmung auch deshalb nicht zu rechnen, weil dann die logarithmisch-spiralige Schaufel bei stoßfreiem Eintritt mehr und mehr wirkungsfrei wird und eine genaue Entnahme der Rechnungswerte aus den Busemannschen Linien schwierig ist<sup>1</sup>.

Der Vergleich mit den Rechnungsergebnissen von Busemann läßt erkennen, daß die oben durchgeführte Näherungsbetrachtung die Verhältnisse für die reibungsfreie Flüssigkeit qualitativ auffallend gut wiedergibt und auch eine zahlenmäßige Übereinstimmung auf Grund entsprechender Anpassung der Koeffizienten zu erzielen ist. Die Busemannschen Rechnungen genügen aber für eine erschöpfende Beurteilung der Brauchbarkeit der abgeleiteten Gleichungen nicht. Einmal stellt die logarithmisch-spiralige Schaufel einen Sonderfall dar, bei dem die Wassermenge stoßfreien Eintritts in bestimmter Gesetzmäßigkeit mit dem Austrittswinkel  $\beta_2$  wächst. Es wird aber später (Abschn. 56) gezeigt werden, daß mit zunehmender Wassermenge bei sonst gleichen Verhältnissen die Minderleistungsziffer  $p$  wächst. Ferner wird bei anderen Schaufelformen der Schaufeldruck sich anders verteilen. Beispielsweise wird bei einer Schaufel mit wirkungsfreiem Auslauf (gemäß Abschn. 34) mit einem wesentlich kleineren  $\psi$ -Wert als bei der gleichmäßig tragenden Schaufel zu rechnen sein. Zum anderen ist erfahrungsgemäß das Vorhandensein von Austrittsleiterschaukeln von Einfluß. Schließlich dürfen nach Abschn. 39 Zähigkeitswirkungen nicht unberücksichtigt bleiben. In letzter Linie vermögen also nur Versuche die nötige Aufklärung zu geben. Im folgenden werden Versuche herangezogen, die in dem vom Verfasser geleiteten Laboratorium von Schulz<sup>2</sup> und Schröder<sup>3</sup> an einem Rade von 235 mm Durchmesser durchgeführt wurden und bei denen die Zahl und Form der Schaufeln bei gleichbleibendem Eintrittsdurchmesser  $D_1 = 105$  mm weitgehend verändert worden sind. Zwar bedürfen diese Versuche noch der Nachprüfung und Ergänzung durch weitere Versuche, die in Aussicht genommen sind. Auch waren die Schröderschen Versuche zur Zeit der Drucklegung dieses Buches noch nicht vollständig ausgewertet. Ihre Benutzung erscheint aber mangels weiterer Unterlagen angezeigt.

Die Schulzschen Versuche (Abb. 90) beziehen sich auf logarithmisch-spiralige Schaufeln von 4 mm Wandstärke in Verbindung mit dem glatten Leitring, während bei Schröder (Abb. 91 bis 92a) Laufschaufeln von 3,5 mm Dicke mit gleich-

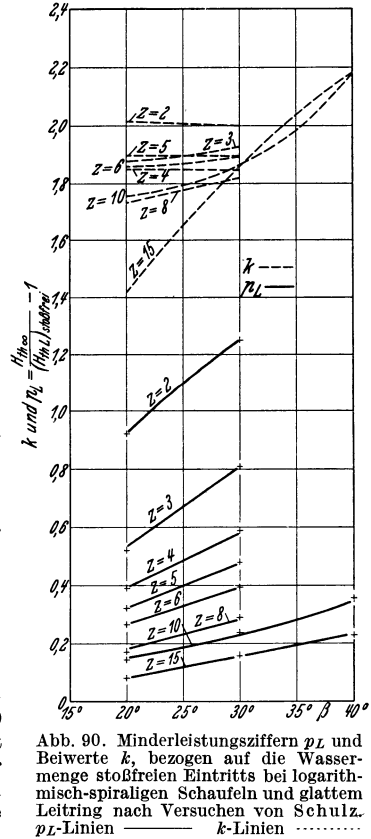


Abb. 90. Minderleistungsziffern  $p_L$  und Beiwerte  $k$ , bezogen auf die Wassermenge stoßfreien Eintritts bei logarithmisch-spiraligen Schaufeln und glattem Leitring nach Versuchen von Schulz.  $p_L$ -Linien ———  $k$ -Linien - - - - -

<sup>1</sup> Daher rührt auch das an sich unwahrscheinliche Überschneiden der  $\psi$ -Linien für  $z = 4$  und  $z = 8$ .

<sup>2</sup> Schulz: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 307 S. 27.

<sup>3</sup> Vgl. die demnächst erscheinende Dissertation Schröders.

bleibendem Eintrittswinkel ( $\beta_1 = 25^\circ$ ), aber verschiedenem Austrittswinkel  $\beta_2$ , also Schaufeln ganz anderer Gestalt vorliegen. Schröder verwandte ferner am Laufradaustritt neben dem glatten Leitring auch drehbare Leitschaufeln, die er bei jedem Rad auf günstigste Weite einstellte. Sämtliche hier angegebenen Versuchswerte beziehen sich auf die gleiche Drehzahl  $n = 1400$ . In den Abbildungen ist zunächst in ganzen Linien das Verhältnis  $p_L = H_{th\infty}/H_{thL} - 1$  aufge-

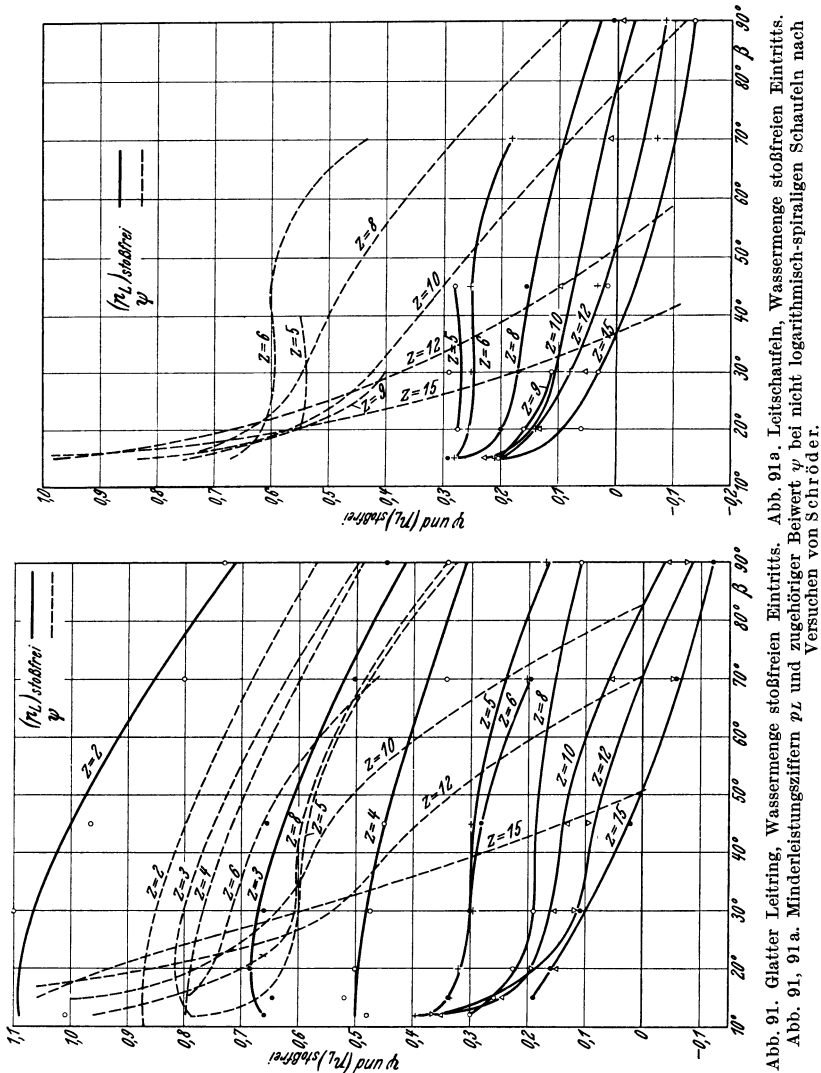


Abb. 91. Glatter Leitring, Wassermenge stoßfreien Eintritts. Abb. 91a. Leitschaufeln, Wassermenge stoßfreien Eintritts. Abb. 91, 91a. Minderleistungsziffer  $p_L$  und zugehöriger Beiwert  $\psi$  bei nicht logarithmisch-spiraligen Schaufeln nach Versuchen von Schröder.

tragen, wobei  $H_{thL} = H_{th} + Z_a$ , also gleich Schaufelarbeit  $H_{th}$  einschließlich dem auf 1 kg Förderflüssigkeit entfallenden Austauschverlust  $Z_a$  am Radumfang ist und aus Gl. (5) S. 70, also durch Messung von  $N$ ,  $Q$ ,  $Q_{sp}$ ,  $N_r$  und  $N_m$  bestimmt wurde. Diese Werte  $p_L$  entsprechen also den Ordinaten  $p$  der Abb. 88 mit dem Unterschied, daß der Verlust durch turbulenten Flüssigkeitsaustausch am Radumfang einbezogen ist. Die Wirkung dieses Verlustes ist mit der einer Bremse zu



vergleichen. Er müßte also ebenso ausgeschieden werden wie die Rad- oder Lagerreibung, falls seine Bestimmung mit genügender Genauigkeit möglich wäre. Er tritt somit als scheinbare Mehrleistung auf. Darauf und auf die anderen S. 107 angeführten Zähigkeitseinflüsse mag zurückzuführen sein, daß sämtliche Werte  $p_L$  kleiner sind als die Busemannschen  $p$ -Werte.

Der Vergleich der Kurven zeigt zunächst, daß bei der logarithmisch-spiraligen Schaufel von Schulz (Abb. 90) die Werte  $p_L$  mit zunehmendem  $\beta_2$  in Übereinstimmung mit den bisherigen Überlegungen zunehmen<sup>1</sup>. Die Gesetzmäßigkeit entspricht ziemlich genau dem Sinusgesetz der Gl. (23), wie die geringe Verschiedenheit der in die gleiche Abbildung gestrichelt eingetragenen  $k$ -Werte dieser

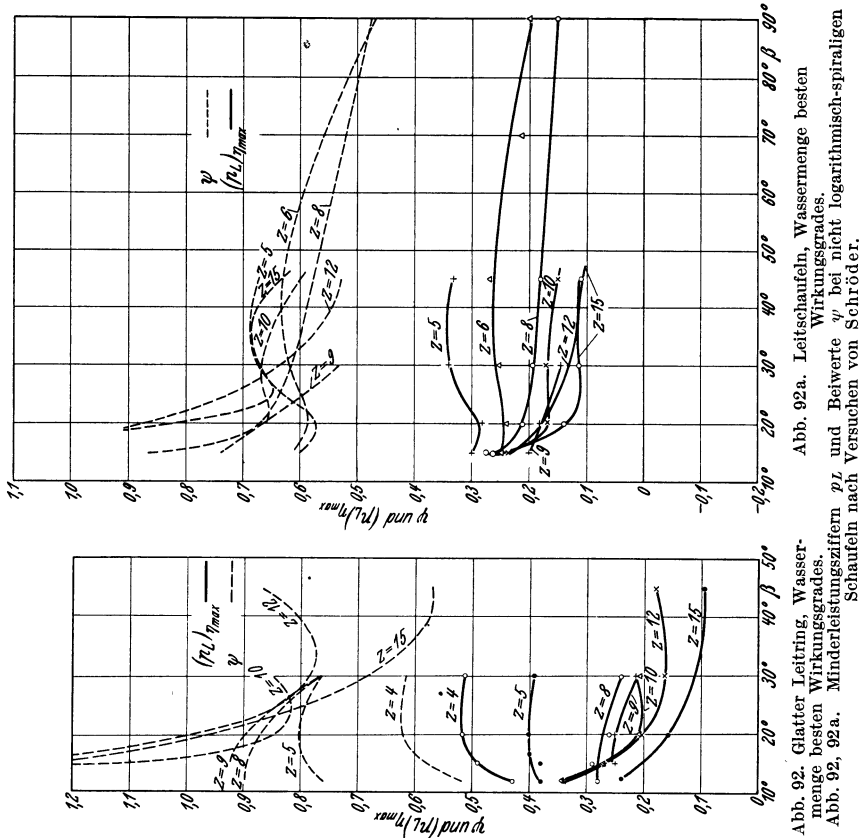


Abb. 92a. Leitschaufeln, Wassermenge besten Wirkungsgrades.  $p_L$  und  $\psi$  bei nicht logarithmisch-spiraligen Schaufeln nach Versuchen von Schröder.

Abb. 92. Glatter Leitring, Wassermenge besten Wirkungsgrades.  $p_L$  und  $\psi$  bei nicht logarithmisch-spiraligen Schaufeln nach Versuchen von Schröder.

Gleichung dardut, wobei zu beachten ist, daß die Schaufelzahl  $z = 15$  höchstens für  $\beta > 30^\circ$  (schon wegen der Eintrittsverengung) praktisch in Frage kommt. Ganz entgegengesetztes Verhalten zeigen aber die  $p_L$ -Linien der von einer logarithmischen Spirale stark abweichenden Schaufeln von Schröder, insbesondere die der Abb. 91 und 91a, die zur Wassermenge stoßfreien Eintritts gehören und mit zunehmendem  $\beta_2$  fast durchweg abfallen. Dort, wo die Schröderschen Schaufeln der Form der logarithmischen Spirale nahekommen, also bei  $\beta_2 = 25^\circ$ , stimmen die Werte der Abb. 91 mit denen von Schulz einigermaßen überein, während sie sonst im allgemeinen kleiner sind und — bei Zugrundelegung der Wassermengen stoßfreien Eintritts (Abb. 91 und 91a) — sich für große  $z$  und große  $\beta_2$

<sup>1</sup> Die eingetragenen Werte weichen von den Angaben in Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 307 ab, weil auf Grund der Versuchsprotokolle Berichtigungen vorgenommen worden sind.

sogar der Null nähern. Dabei muß allerdings zunächst wieder im Auge behalten werden, daß diese großen Schaufelzahlen  $z$  für den verwendeten konstanten Winkel  $\beta_1 = 25^\circ$  eine praktisch unzulässige Eintrittsverengung bedingen.

Die Schulzischen Schaufeln besitzen offenbar ein konstantes Winkelverhältnis  $\beta_2/\beta_1 = 1$ , während bei den Schröderschen Schaufeln dieser Wert proportional mit  $\beta_2$  auf ein Vielfaches von 1 anwächst. Demnach kann das abweichende Verhalten durch die Hinzunahme des Austauschverlustes erklärt werden, falls dieser mit  $\beta_2/\beta_1$  wächst. Letzteres ist tatsächlich der Fall, weil nach S. 64 oder 179 (insbesondere Abb. 125 a) der Austauschverlust bei gleichbleibenden Austrittsverhältnissen mit abnehmender Wassermenge, also — für stoßfreien Eintritt, um den es sich hier handelt — mit abnehmendem Winkel  $\beta_1$  sich vergrößert. Im gleichen Sinne wirkt die Zunahme der Schaufelzahl wegen der proportional wachsenden Eintrittsverengung. Daß diese Rücksicht auf die Durchflußmenge, d. h. den Grad der Ausfüllung des Kanalaustritts (S. 107) beachtlich ist, zeigen auch die an den Betriebspunkten besten Wirkungsgrades gewonnenen Ergebnisse der Abb. 92 und 92 a, bei denen die  $p_L$ -Linien weniger stark abfallen, weil die Wassermenge besten Wirkungsgrades für die verwendeten parallelwandigen Räder trotz gleichbleibenden Eintrittswinkels  $\beta_1$  mit  $\beta_2$  wächst.

Von Schröder ist die theoretische Förderhöhe  $H_{th}$  näherungsweise durch Messung des Staudruckes (Gesamtdruckes  $H_p + c_3^2/2g$ ) hinter dem Rad ermittelt worden, wobei also der Austauschverlust nicht mehr erscheint. Die hierbei erhaltenen Ziffern  $p$  steigen — soweit die bei der Drucklegung dieses Buches vorliegenden Auswertungen erkennen lassen — mit wachsendem  $\beta_2$  zwar an, aber nicht so stark, als nach Gl. (23) erwartet werden müßte. Hiernach ist anzunehmen, daß die Zunahme der Kanalerweiterung auch die wirkliche Minderleistung, also unter Ausschluß des Austauschverlustes  $Z_a$  verkleinert. Darauf weisen auch andere Überlegungen<sup>1</sup> sowie der Umstand hin, daß der Impulsaustausch am Radumfang auch einen gewissen Beitrag zur nutzbaren Schaufelarbeit  $H_{th}$  (S. 443, 445) liefert. Es ist auch möglich, daß an der steil endigenden Schaufel die Toträume (S. 107) sich unter dem Einfluß der Fliehkräfte weniger halten können, als an der stark rückwärts gebogenen Schaufel. Eine Verkleinerung der Toträume gibt aber eine Vergrößerung der Schaufelarbeit. Im ganzen besteht also die Wahrscheinlichkeit, daß das Sinusgesetz in der einfachen Form der Gl. (23) nur bei der logarithmisch-spiraligen Schaufel mit ihrer von der Schaufelneigung  $\beta$  unabhängigen Kanalerweiterung anwendbar ist, aber bei den Schaufeln mit stärkerer Kanalerweiterung, also nach außen zunehmender Neigung  $\beta$ , der Beiwert  $\psi$  sich weniger stark vergrößert.

In Abb. 91 bis 92 a sind die  $\psi$ -Werte, wie sie aus den eingetragenen  $p_L$ -Linien nach Gl. (25) mit  $r_1/r_2 = 0,445$  und  $p = p_L$  folgen, durch gestrichelte Linien angegeben, die wieder für die Wassermenge stoßfreien Eintritts mit wachsendem  $\beta_2$  (d. h.  $\beta_2/\beta_1$ ) um so mehr abfallen, je größer  $z$ , also je größer die Ein-

<sup>1</sup> Nimmt man an, daß die Minderleistung  $pH_{th}$  gleich bleibt, wenn der Schaufeleintritt (also die Wassermenge) geändert, aber der Schaufelaustritt festgehalten wird, so gibt eine einfache Rechnung folgende Näherungsgleichung zwischen dem  $\psi$  der betrachteten und der logarithmisch-spiraligen Schaufel

$$\psi = \psi_{\log} \frac{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2}{1 - \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \frac{b_1}{b_2} \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1}} \quad (33a)$$

Obwohl  $\psi_{\log}$  mit  $\beta_2$  wächst, kann  $\psi$  mit  $\beta_2$  abnehmen, weil in Gl. (33a)  $\operatorname{tg} \beta_2$  im Nenner steht. Bemerkenswert ist die Zunahme von  $\psi$  mit wachsendem  $\beta_1$  oder  $b_1$ . Für die Busemannschen Schaufeln ( $b_1 = b_2$ ,  $\beta_1 = \beta_2$ ,  $\sigma_1 = 0$ ) geht Gl. (33a) über in  $\psi = \psi_{\log}$ . Siebrecht (persönliche Mitteilung) gelangt auf Grund praktischer Erfahrung zu der Beziehung

$$\psi = (1,7 + 13,3 v^2) \sin \beta_2, \quad (33b)$$

worin  $v$  durch Gl. (II), S. 181, gegeben ist.

trittsverengung ist, aber für die Wassermengen besten Wirkungsgrades innerhalb des praktisch wichtigen Bereichs, nämlich  $z > 4$  und  $\beta_2 > 20^\circ$ , fast waagrecht und dicht beieinander liegen. Zu beachten ist, daß die Versuchswerte infolge der Hinzunahme des Austauschverlustes zu klein sind.

Weitere (hier nicht angeführte) Versuche von Schröder mit anderen Drehzahlen zeigen durchweg, daß die Minderleistung mit wachsender Drehzahl, also zunehmender Reynoldsscher Zahl abnimmt<sup>1</sup>, was auf die Änderung des Zähigkeitseinflusses zurückzuführen sein dürfte.

Im Hinblick auf den angeführten noch unvollständigen Erfahrungsstoff soll bis zur weiteren Klärung des Verhaltens der wirklichen Flüssigkeiten in Gl. (21) bis (26)  $\psi$  als unabhängig von  $\beta_2$  betrachtet und gesetzt werden

$$\psi = 0,8 \div 1,0 \text{ für Pumpen mit Austrittsleitrad.}$$

Für Pumpen ohne Austrittsleitrad ist  $\psi$  im allgemeinen größer als diese Werte zu nehmen. Ferner hat der Verlauf der Schaufel Einfluß. Sind die Schaufelenden wirkungsfrei oder wirkungsschwach ausgebildet (Abschn. 34), so tritt offenbar eine Verkleinerung von  $\psi$  ein. Auch das Winkelverhältnis  $\beta_2/\beta_1$  und die Radform sind von Bedeutung. Stark erweiterte Laufkanäle haben nämlich ein kleineres  $\psi$  als solche gleichbleibenden oder gar abnehmenden Querschnitts. Dabei erscheint noch beachtenswert, ob Toträume im Laufkanal gegenüber dem Einfluß der Fliehkräfte an der Schaufel oder an der Seitenwand genügend Halt finden oder nicht. Wichtig ist auch, daß  $\psi$  mit wachsender Drehzahl abnimmt.

Eine einwandfreie Vorausbestimmung der Minderleistung ist demnach heute noch sehr unsicher. Der Konstrukteur wird bei der Auswahl von  $\psi$  alle besprochenen Einflüsse abzuwägen haben.

### 43. Angenäherte Bestimmung der Eintrittsablenkung.

Die Ablenkung des Wassers beim Eintritt in die Laufschaufel interessiert nur mit Rücksicht auf die Vermeidung des Eintrittsstoßes. Für die Berechnung der Schaufelarbeit ist sie nicht notwendig, da diese nur vom Zustand des Wassers vor und nach der Einwirkung der Schaufeln abhängig ist, gleichgültig wie die Strömung zwischen den festliegenden Anfangs- und Endwerten verläuft. Wird der beim Austritt verwendete Gedankengang auf den Eintritt übertragen, so ist entsprechend Gl. (13a), (13b) der Pressungsunterschied auf der Vorder- und Rückseite am Schaufeleintritt

$$\Delta h_1 = \frac{M}{z\gamma b_1 S} = \frac{Q' H_{th}}{\omega z b_1 S} = \frac{30 Q' H_{th}}{\pi n z b_1 S}, \quad (34)$$

oder mit  $Q' = 2 r_1 \pi b_1 c_{0m}$

$$\Delta h_1 = \frac{2 r_1 \pi c_{0m} H_{th}}{z S \omega}. \quad (35)$$

<sup>1</sup> Dies wird auch durch Versuche von Siebrecht bestätigt, vgl. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 321 S. 18. Der Einfluß der Drehzahl wurde hier aber mit zunehmendem Abstand zwischen Lauf- und Leitrad kleiner und verschwand beim glatten Leitring, so daß sich möglicherweise die Änderung mehr auf den Austauschverlust als auf die Minderleistung bezieht.

In gleicher Weise wie oben zu Gl. (17) gelangt man, sofern man sich wieder auf senkrechten Eintritt beschränkt, also  $c_{0m} = c_0 = \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} c'_0$  setzt, hier zu folgender Beziehung zwischen den Relativgeschwindigkeiten  $w_1$  und  $w'_0$  der Eintrittsdreiecke  $A_1 B_1 C_1$  und  $A'_0 B_1 C_1$  (Abb. 83)

$$w_1(w_1 - w'_0) = a_1 c'_0 H_{th} \tag{36}$$

oder

$$w_1 - w'_0 = a_1 \sin \beta_1 H_{th}, \tag{37}$$

wo

$$a_1 \equiv \frac{\tau \pi g r_1 t_1 - \sigma_1}{z S \omega t_1}. \tag{38}$$

Mittels Gl. (36) könnte man wieder die Ablenkung am Eintritt graphisch bestimmen. Zwecks rechnerischer Auswertung setzen wir in Gl. (37) analog dem früheren Vorgehen, mit Bezug auf Abb. 83,

$$w_1 = \frac{u_1 + \kappa_1 u_1}{\cos \beta_1}, \quad w'_0 = \sqrt{u_1^2 + c_0'^2} = \sqrt{u_1^2 + [(u_1 + \kappa_1 u_1) \operatorname{tg} \beta_1]^2}$$

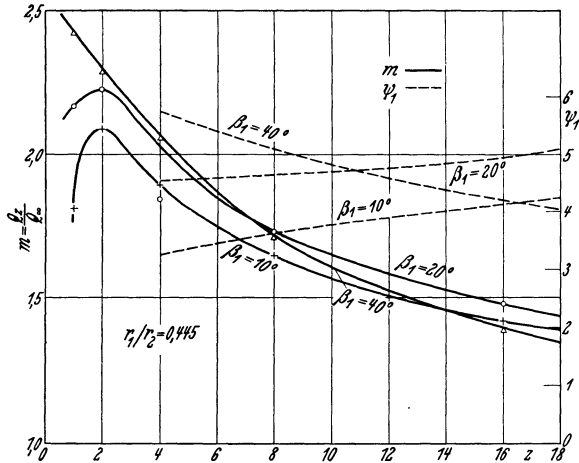


Abb. 93. Verhältnis  $m = \operatorname{tg} \beta'_0 / \operatorname{tg} \beta_1 = Q_z / Q_\infty$  der Wassermengen stofffreien Eintritts für endliche und unendliche Schaufelzahl und Beiwert  $\psi_1$  von Gl. (43) auf Grund der Busemannschen Rechnungen.

und erhalten eine in  $\kappa_1 u_1$  quadratische Gleichung, aus der sich ergibt

$$\kappa_1 u_1 = a_1 H_{th} \operatorname{tg} \beta_1 - u_1 + \sqrt{u_1^2 + a_1^2 H_{th}^2 (\operatorname{tg}^2 \beta_1 - \sin^2 \beta_1)}.$$

Diese Gleichung kann vereinfacht werden, weil der Eintrittswinkel  $\beta_1$  meist so klein ist, daß  $\operatorname{tg} \beta_1$  und  $\sin \beta_1$  nicht sehr verschieden sind. Der Faktor unter der Wurzel  $\operatorname{tg}^2 \beta_1 - \sin^2 \beta_1$  ist dann so klein, daß das zweite Glied wegfällt. Wir bringen diese Vereinfachung zum Ausdruck, indem wir  $\sin \beta_1$  statt  $\operatorname{tg} \beta_1$  schreiben und erhalten

$$\kappa_1 u_1 = a_1 H_{th} \sin \beta_1. \tag{39}$$

Damit sind auch die Wassermengen  $Q_z$  bzw.  $Q_\infty$  bei  $z$  bzw. unendlich vielen Schaufeln oder auch die Winkel gegeben durch

$$m = \frac{Q_z}{Q_\infty} = \frac{\operatorname{tg} \beta'_0}{\operatorname{tg} \beta_1} = \frac{u_1 + \kappa_1 u_1}{u_1} = 1 + \kappa_1, \tag{40}$$

worin mit Bezug auf Gl. (38) und (39)

$$\kappa_1 = \psi_1 \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} \cdot \frac{gH_{th}}{zS\omega^2}, \quad (41)$$

wenn gleichzeitig gesetzt wird

$$\psi_1 = \tau \pi \sin \beta_1. \quad (42)$$

Für die Radialschaufel ist mit

$$S = \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2) = \frac{u_2^2 - u_1^2}{2\omega^2},$$

$$m = \frac{Q_z}{Q_\infty} = \frac{\operatorname{tg} \beta'_0}{\operatorname{tg} \beta_1} = 1 + \frac{2\psi_1}{z} \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} \frac{gH_{th}}{u_2^2 - u_1^2}. \quad (43)$$

In Abb. 93 ist das Verhältnis  $m = Q_z/Q_\infty$ , wie es sich aus den Busemannschen Rechnungen ergibt, für  $\beta_1 = 10^\circ, 20^\circ$  und  $40^\circ$  unter Annahme von  $r_1/r_2 = 0,445$  aufgetragen. Auffallend ist die starke Vergrößerung der Wassermenge stoßfreien Eintritts bei den üblichen Schaufelzahlen und Winkeln gegenüber  $z = \infty$ . Z. B. ist bei  $z = 8$ ,  $\beta = 20^\circ$ ,  $m = 1,72$ , also die Zunahme 72%. Die Linien nähern sich asymptotisch der im Abstand 1 zur  $z$ -Achse gezogenen Parallelen. Der Einfluß von  $\beta_1$  ist weniger scharf ausgeprägt, als nach Gl. (42) zu erwarten wäre<sup>1</sup>. Im übrigen entspricht der Verlauf aber dem Gesetz der Gl. (43). Zur Durchführung eines genaueren Vergleichs sind aus den Busemannschen Werten die Zahlen  $\psi_1$  errechnet und in Abb. 93 gestrichelt eingetragen. Hiernach liegt  $\psi_1$  in praktisch wichtigen Fällen, d. h. bei  $\beta_1 = 10^\circ \div 20^\circ$  zwischen 3,4 und 4,6, ist also wesentlich größer als der im vorigen Abschnitt für den Austritt ermittelte  $\psi$ -Wert.

Die Berücksichtigung der Eintrittsablenkung bedingt eine Verengung der Eintrittsweite des Kanals gegenüber der nichtabgelenkten Strömung. Andererseits fordern die Einschnürung des Strahls und die Wandreibung eine Vergrößerung des Eintrittsquerschnitts. Ferner ist eine zu weitgehende Verkleinerung des Eintrittsquerschnitts erfahrungsgemäß schädlicher als eine zu weitgehende Vergrößerung. Deshalb wird beim Entwurf, mit Ausnahme der Axialschaufel (Abschn. 93a), auf die Eintrittsablenkung keine Rücksicht genommen.

#### 44. Näherungsgleichung für die Förderhöhe in Abhängigkeit von Raddurchmesser und Drehzahl.

Bei der Berechnung des Raddurchmessers  $D_2$  aus der nach den Gl. (33) oder (35) Abschn. 31 oder (30) Abschn. 42 ermittelten Umfangsgeschwindigkeit kann es eintreten, daß  $D_2$  gegenüber  $D_1$  sich zu groß oder zu klein ergibt und deshalb eine andere Bauart der Pumpe, z. B. Mehrstufenanordnung oder Mehrstromanordnung oder axiale Beaufschlagung am Eintritt usw., gewählt werden muß. Damit der Konstrukteur nun von vornherein übersehen kann, welche Bauart sich im

<sup>1</sup> Da die Linien sich überkreuzen, dürften auch Ungenauigkeiten der zugrunde gelegten Busemannschen Kurven vorliegen.

Einzelfall empfiehlt, ist eine überschlägliche Ermittlung des Außendurchmessers zweckmäßig. Diese läßt sich ermöglichen durch die Gleichung

$$H = \nu \frac{u_2^2}{2g}, \quad (44)$$

die sich unmittelbar aus Gl. (11a) S. 113 ergibt, wenn  $c_{3u}$  sich proportional mit  $u_2$  ändert, also die Schauflung ähnlich ist. Die Zahl  $\nu$  bezeichnet man auch als Druckhöhenziffer<sup>1</sup>. Setzt man  $u_2 = \pi D_2 n / 60$  und faßt man die Zahlenwerte in der Konstanten  $k$  zusammen, so wird auch

$$H = k n^2 D_2^2. \quad (45)$$

In Gl. (44) und (45) kann auf Grund der Erfahrung gesetzt werden  
 $\nu = 0,93 \div 1,1$  bzw.  $k = 1,3 \div 1,5 \cdot 10^{-4}$  für Pumpen mit Austrittsleitrad,  
 $\nu = 0,70 \div 1,0$  bzw.  $k = 1,0 \div 1,4 \cdot 10^{-4}$  für Pumpen ohne Austrittsleitrad,

sofern mit dem Meter als Längeneinheit gerechnet wird.

Die Zahlen gelten für Radialräder normaler Abmessungen und üblicher Winkelverhältnisse. Für die schnellläufigen Bauformen der Abschn. 94 bis 97 sind die Ziffern größer.

#### 45. Zahlenbeispiele für Radialpumpen.

##### I. Mehrstufenpumpe mit Schaufeln gleicher Dicke.

Es soll das Laufrad einer mehrstufigen Pumpe für eine Fördermenge von  $Q = 30$  l/s auf eine Förderhöhe  $H = 84$  m bei einer Drehzahl  $n = 1450$ /min berechnet werden. Ein Eintrittsleitapparat fehle, also ist  $\alpha_0 = 90^\circ$ .

a) Eintritt. (Vgl. Abschn. 31a.) Unter Berücksichtigung eines vorläufig geschätzten, später auf Festigkeit und Vermeidung der kritischen Drehzahl (Abschn. 103) nachzuprüfenden Wellendurchmessers ergibt sich ein Durchmesser der Nabe von  $d_n = 60$  mm\*. Mit einem Zuschlag von 5% für Spaltverlust usw. wird die der Berechnung zugrunde zu legende Wassermenge  $Q' = 1,05 \cdot 0,030 = 0,0315$  m<sup>3</sup>/s. Wird die Einlaufgeschwindigkeit zu  $c_s = 2,5$  m/s angenommen, so berechnet sich der Saugrohrdurchmesser  $D_s$  aus Gl. (25) Abschn. 31 zu  $D_s = 0,14$  m = 140 mm.

<sup>1</sup> Die Druckhöhenziffer  $\nu$  kann auch errechnet werden. Nach Gl. (30) Abschnitt 42 ist

$$H_{th} = \frac{u_2^2}{g} \frac{1}{1 + p + \operatorname{tg} \alpha'_2 \operatorname{ctg} \beta_2}, \quad (46)$$

worin  $p$  aus Gl. (22) oder (25) Abschn. 42 zu errechnen ist. Weil nun  $\nu = 2gH/u_2^2 = gH_{th}/u_2^2 \cdot 2\eta_h$ , so folgt

$$\nu = \frac{2\eta_h}{1 + p + \operatorname{tg} \alpha'_2 \operatorname{ctg} \beta_2}. \quad (47)$$

\* Diese Nabenstärke ist nur ausreichend für eine Nabe mit angegossenem Keil (Abb. 94, obere Hälfte). Für die in der Regel verwendete eingesetzte Paßfeder wäre eine Vergrößerung auf 65 mm angezeigt.

Der Einlaufdurchmesser  $D_1$  kann damit gleich 155 mm gesetzt werden, sofern nicht die Einlaufkante gemäß Abschn. 33 in die Krümmungszone vorverlegt werden soll (vgl. das folgende Beispiel). Ist die Geschwindigkeit vor den Schaufelspitzen  $c_0 = c_s = 2,5$  m/s, so wird nach Gl. (26) Abschn. 31  $b_1 = 0,0259$  m. Die Abrundung erfolge nach unten, so daß  $b_1 = 25$  mm ausgeführt wird, entsprechend  $c_0 = 2,5 \frac{25,9}{25} = 2,59$  m/s. Der Verengungsbeiwert  $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$  sei vorläufig zu 1,15 geschätzt, womit  $c'_0 = 2,59 \cdot 1,15 = 2,98$  m/s. Weil nun  $u_1 = \frac{\pi \cdot 0,155 \cdot 1450}{60} = 11,78$  m/s, so ist das Eintrittsdreieck bestimmt, und es wird  $\operatorname{tg} \beta'_0 = \frac{2,98}{11,78} = 0,253$ . Da die Eintrittsablenkung nicht berücksichtigt werden soll, so ist  $\beta_1 = \beta'_0 = 14^\circ 12'$ . Die Schaufelzahl  $z$  ergibt sich aus Gl. (28 b) S. 83, weil  $D_2 = 2 D_1$  und  $\beta_2 = 30^\circ$  beabsichtigt ist, somit  $\frac{D_2 + D_1}{D_2 - D_1} = 3$  und  $\beta_m = \frac{1}{2} (14^\circ 12' + 30^\circ) = 22^\circ 6'$  zu  $z = 7,35 \approx 7$ , womit  $t_1 = \frac{155 \cdot \pi}{7} = 69,5$  mm; ferner ist bei einer Schaufelstärke  $s = 3$  mm  $\sigma_1 = \frac{3}{\sin \beta_1} = 0,245 = 12,3$  mm, so daß  $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} = 1,215$ . Bei Übernahme dieses Wertes wird endgültig<sup>1</sup>

$$c'_0 = c_1 = 2,59 \cdot 1,215 = 3,15 \text{ m/s}, \quad \operatorname{tg} \beta'_0 = \frac{3,15}{11,78} = 0,267,$$

$$\beta'_0 = \beta_1 = 15^\circ 00'.$$

**b) Austritt.** Da die Pumpe mehrstufig ist, muß zunächst die Stufenzahl und daraus die Förderhöhe der einzelnen Stufe ermittelt werden. Zu diesem Zweck werde  $D_2$  vorläufig angenommen zu  $D_2 = 2 D_1 = 0,31$  m\*. Damit ergibt sich als überschlägliche Förderhöhe einer Stufe nach Gl. (45) mit  $k = 1,4 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta H = 1,4 \cdot 10^{-4} \cdot 1450^2 \cdot 0,31^2 = 28,3$  m, also Stufenzahl  $i = 84/28,3 \approx 3$ . Die Förderhöhe einer Stufe beträgt nun  $\Delta H = 84/3 = 28$  m.

Der Wirkungsgrad  $\eta$  dieser Pumpe kann etwa zu 70 bis 72% angenommen werden. Werden Spaltverlust, Rad- und Lagerreibung ausgeschlossen<sup>2</sup>, so kann ein hydraulischer Wirkungsgrad  $\eta_h = 0,85$  erwartet werden, womit die spezifische Schaufelarbeit eines Rades sich zu  $\Delta H_{\text{th}} = 28/0,85 = 33,0$  m errechnet. Für die weitere Berechnung sei angenommen die Meridiangeschwindigkeit am Austritt (Fall  $\beta$ , S. 84) zu  $c_{2m} = c_2 \sin \alpha_2 = 2,8$  m/s\*\*, ferner der Schaufelwinkel  $\beta_2 = 30^\circ$ . Da die

<sup>1</sup> Die Wiederholung der Berechnung von  $\beta_1$  wird bei Benutzung von Gl. (28a) der Fußbemerkung S. 83 vermieden.

\* Bei mehrstufigen Pumpen kann zur Verringerung der Stufenzahl, also Verbilligung der Pumpe,  $D_2$  auch größer als  $2 D_1$ , nämlich bis  $3 D_1$ , gewählt werden, da mit steigender Stufenzahl der Einfluß der Radreibung in den Hintergrund tritt. (Vgl. Abschn. 75.)

<sup>2</sup> Wobei Gl. (57a) des Abschn. 18 und Gl. (16) des Abschn. 72 zu Hilfe genommen werden können. Die für die Berechnung von  $\eta_h$  zu benützte Formel ist durch Gl. (12) Abschn. 26 angegeben.

\*\*  $c_{2m}$  ist hiermit nach S. 84 etwas reichlich gewählt, da — bei zugeschrägten Schaufeln — in der Regel  $c_{2m} \approx c_0$ .

Ablenkung am Austritt berücksichtigt werden muß, so ist auf die Ergebnisse des Abschn. 42 Bezug zu nehmen und die Schaufelararbeit  $\Delta H_{th\infty}$  zu ermitteln. Die vorläufige Annahme von  $r_2/r_1 = 2$  gestattet die Benutzung von Gl. (26) S. 120, wobei der Beiwert  $\psi = 0,86$  gewählt wird, also  $\Delta H_{th\infty} = 33 \cdot \left(1 + \frac{8}{3} \frac{0,86}{7}\right) = 43,8 \text{ m}$ . Nunmehr erhält man nach Gl. (35) S. 85 folgende Umfangsgeschwindigkeit:

$$u_2 = \frac{2,8}{2 \cdot 0,577} + \sqrt{\left(\frac{2,8}{2 \cdot 0,577}\right)^2 + 9,81 \cdot 43,8} = 2,43 + 20,83 = 23,3 \text{ m/s},$$

also  $D_2 = \frac{60 \cdot 23,3}{\pi \cdot 1450} = 0,308 \text{ m} = 308 \text{ mm}$  und nach Gl. (35a) S. 85, wenn die Schaufelspitzen zugespitzt, also  $\frac{t_2 - \sigma_2}{t_2} = 1$  gesetzt wird, die Austrittsbreite  $b_2 = \frac{0,0315}{\pi \cdot 0,308 \cdot 2,8} = 0,0116 \text{ m} = \text{rd. } 12 \text{ mm}$ .

Da jetzt  $r_2 \neq 2r_1$ , so wäre eine Nachprüfung von  $\Delta H_{th}$  nach Gl. (25a) S. 120 notwendig. Diese ergibt mit  $r_1/r_2 = D_1/D_2 = 155/308$  jedoch keinen merklichen Unterschied.

Das Rad ist in Abb. 94 und 95 dargestellt.

Oberhalb der Mittellinien ist die Konstruktion für den Fall der Kreisbogenschaufel [Verfahren a), S. 87f.] und unterhalb der Mittellinie für den Fall der punktweise errechneten Schaufel [Verfahren b), S. 90f.] durchgeführt.

Die Kreisbogenschaufel besteht aus zwei Kreisbögen mit den Mittelpunkten  $M$  und  $E$ . Der Kreisbogen am Einlauf besitzt einen etwas größeren Halbmesser als der Ersatzkreisbogen der Evolvente, weil die Radbreite sich nach außen verzängt. Der Verlauf der Kanalquerschnitte  $ab$  in Abhängigkeit des mittleren Wasserfadens ist in Abb. 96a als Gerade angenommen und danach der Verlauf der Radbreite  $b$  aus  $(ab)/a$  berechnet. Auf diese Weise ist die Radbegrenzung in Abb. 94 oben entstanden.

Für die punktweise errechnete Schaufel ist von der Linie der Relativgeschwindigkeit  $w$  und der Linie der Meridiangeschwindigkeit  $c_m$  ausgegangen, wie aus Abb. 96b ersichtlich ist. Die  $c_m$ -Linie dient hier zur Ermittlung des Verlaufs der Radbreite  $b$  gemäß Gl. (41a) S. 90, wobei die Linie der Verengungsziffer  $t/(t - \sigma)$  als gerade Verbindungslinie zwischen dem bekannten Anfangswert 1,215 und dem Endwert der nicht zugespitzten Schaufel  $t_2/(t_2 - \sigma_2) = 138/132 = 1,05$  eingetragen und die Zuschärfung durch einen entsprechenden allmählichen Abfall auf den Wert 1 berücksichtigt ist. Die Grenzwerte der  $c_m$ -Linie sind  $c_1 = 3,15$ ,  $c_{2m} = 2,8 \text{ m/s}$ . Die Anfangs- und Endwerte der  $w$ -Linie sind

$$w_1 = \sqrt{u_1^2 + c_1^2} = \sqrt{11,78^2 + 3,15^2} = 12,13 \text{ m/s},$$

$$w_2 = \frac{c_{2m}}{\sin \beta_2} = \frac{2,8}{0,5} = 5,6 \text{ m/s}.$$

Die Berechnung der Winkel  $\varphi$  erfolgt am besten tabellarisch, wie in folgender Zahlentafel (s. S. 134) angegeben ist.



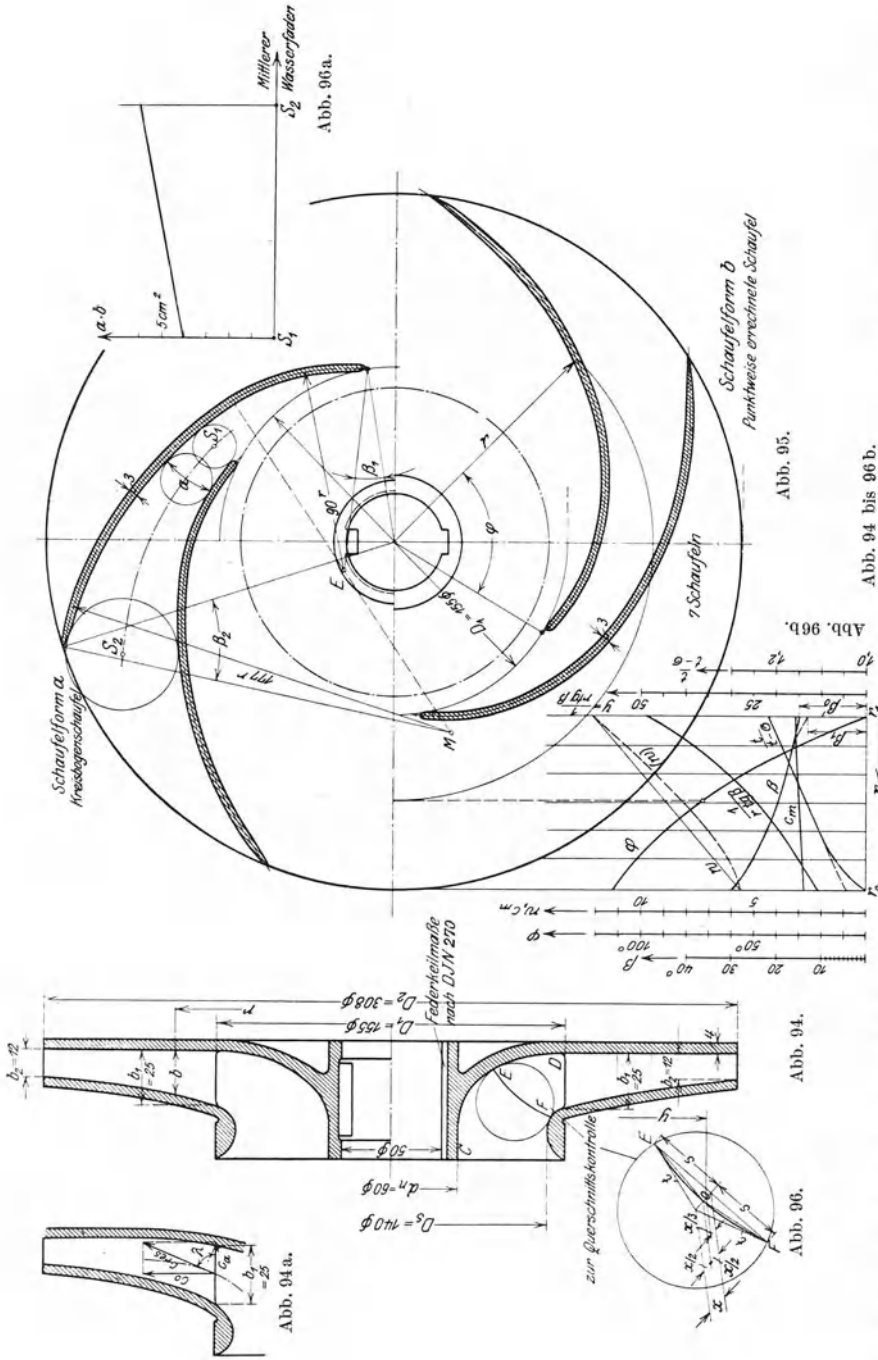


Abb. 94 bis 96 b.

Abb. 94 und 95. Laufrad einer dreistufigen Pumpe für 30 l/s auf 84 m bei 1450 U/min. Oberer Teil: Kreisbogenschaukel (Ausführung mit angelegener Paßfeder). Unterer Teil: Punktweise errechnete Schaukel (Ausführung mit genuteter Nabe). — Abb. 94 a. Einstromrichtung liegt nicht in einer Ebene senkrecht zur Achse. Maßgebend für die Berechnung der zylindrischen Schaukel ist die Geschwindigkeitskomponente  $c_m$ . — Abb. 96. Verlauf der Kanalquerschnitte der Kreisbogenschaukel. — Abb. 96 a. Diagramm zur punktweise errechneten Schaukel.  $F = 2\pi y (s + t)$ .

Zahlentafel.  
Berechnung des Schaufelverlaufs.

| $r$<br>m | $c_m$<br>m/s | $w$<br>m/s | $\beta$<br>aus Gl. (42)<br>S. 90 | $B = \frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}$<br>m <sup>-1</sup> | $\Delta f$<br>$= \Delta r \cdot \frac{B_n + B_{n+1}}{2}$ | $\Sigma \Delta f$ | $\varphi$<br>$= \frac{180}{\pi} \Sigma \Delta f$ |
|----------|--------------|------------|----------------------------------|--|--|-------------------|--|
| 0,0775   | 3,15         | 12,13      | 15° 00'                          | 48,2   | 0,000  | 0,000             | 0°   |
| 0,0900   | 3,09         | 11,04      | 16° 15'                          | 38,1   | 0,539  | 0,539             | 30,9°  |
| 0,1030   | 3,03         | 9,95       | 17° 44'                          | 30,3   | 0,419  | 0,958             | 54,9°  |
| 0,1160   | 2,97         | 8,86       | 19° 35'                          | 24,2   | 0,354  | 1,312             | 75,2°  |
| 0,1285   | 2,92         | 7,78       | 22° 02'                          | 19,2   | 0,271  | 1,583             | 90,7°  |
| 0,141    | 2,85         | 6,69       | 25° 12'                          | 15,1   | 0,215  | 1,798             | 103°   |
| 0,154    | 2,80         | 5,6        | 30° 00'                          | 11,2   | 0,171  | 1,969             | 113°   |

Die zusammengehörigen Werte von  $r$  und  $\varphi$  ergeben die in der unteren Hälfte der Abb. 95 gezeichnete Schaufel. Die Werte von  $\beta$  und  $\varphi$  sind auch in Abb. 96b eingetragen. Die Einzeichnung dieser Kurven erleichtert die Auffindung von Rechenfehlern<sup>1</sup>.

In Abb. 94 und 94a sind zwei verschiedene Querschnittsformen dargestellt. Die Querschnittsform der Abb. 94a besitzt am Einlauf eine sanftere Krümmung als die Querschnittsform der Abb. 94, so daß eine gleichmäßigere Geschwindigkeitsverteilung über die Einlaufbreite zu erwarten ist als bei letzterer. Da die in Richtung der Achse gemessenen Radbreiten bei beiden Rädern durchweg gleich sind, ist auch die radiale Geschwindigkeitskomponente dieselbe, so daß bei gleicher Lage der Einlaufkante auch der Schaufelverlauf der gleiche ist<sup>2</sup>. Es darf aber nicht übersehen werden, daß bei der Querschnittsform der Abb. 94a die resultierende Eintrittsgeschwindigkeit größer geworden ist, entsprechend einer Verengung der senkrecht zu den Stromlinien gemessenen Radbreite. Deshalb darf der Neigungswinkel  $\lambda$  der Stromlinien am Eintritt nicht allzu weit von 90° abweichen, wenn nicht die axiale Breite entsprechend vergrößert wird.

Der Verlauf der Radwand am Einlauf von  $C$  bis  $D$  (Abb. 94 unten) entspricht einem stetigen Übergang der Geschwindigkeit  $c_s$  auf  $c_0^*$ , kann aber auch nach Kreisbögen begrenzt werden. Das Rad mit Kreisbogenschaukeln (obere Hälfte der Abb. 94 und 95) ist mit angegossenem Keil versehen, während die Radnabe der punktweise berechneten Schaufel (untere Hälfte der Abb. 94 und 95) mit Nute und Paßfedern gezeichnet

<sup>1</sup> Das etwas unbequeme Antragen der Einzelwinkel  $\varphi$  kann man umgehen, wenn man nach der Rechnung den Gesamtwinkel in eine genügende Zahl gleicher Teile einteilt und die zugehörigen  $r$ -Werte aus der  $\varphi$ -Kurve entnimmt.

<sup>2</sup> Der mathematische Beweis findet sich in Fußbem. 1 S. 93. Dort ist für  $\lambda$  der Komplementwinkel  $\varepsilon$  verwendet.

\* Die Weite  $FE$  der Einlaufquerschnitte kann mit genügender Genauigkeit durch Einzeichnen des beide Wände berührenden Kreises bestimmt werden. Die jeweilige Weite ist dann die Länge der von beiden Berührungspunkten auslaufenden Linie, die die Stromfäden möglichst senkrecht schneidet. Man kann diese Länge nach Clouterhalphen in einfacher Weise als das arithmetische Mittel aus dem Durchmesser  $2t$  und der Sehne  $EF = 2s$ , d. h. aus  $t + s$  erhalten (Abb. 96). Der Schwerpunkt der Normallinie  $EF$  liegt vom Kreismittelpunkt in zwei Drittel des Abstands der Sehne. Damit ist, wenn  $y$  der Halbmesser des Schwerpunktkreises, Durchflußquerschnitt  $= 2\pi y(s + t)$ .

ist. Die erstere Konstruktion ermöglicht, wie ersichtlich, eine etwas schwächere Bemessung der Nabe (vgl. auch Abb. 109, S. 152). Zur Vermeidung einseitiger Massenverteilung sowie des Krümmziehens der Welle beim Einfräsen der Nuten empfiehlt es sich, zwei um  $180^\circ$  versetzte Nuten vorzusehen. Für die Federkeile der Kreiselpumpen und Turbo-gebläse ist in den deutschen Industrienormen ein besonderes Normenblatt, DIN 270, enthalten.

c) **Ergänzende Betrachtungen.** Die nach beiden Verfahren gezeichneten Schaufeln besitzen, wie ersichtlich, einen ganz ähnlichen Verlauf. Die  $w$ -Kurve der Kreisbogenschaukel ist aus der gezeichneten Schaukel in der S. 90 besprochenen Weise rückwärts bestimmt und des Vergleichs halber in Abb. 96b gestrichelt eingetragen. Würde sie zugrunde gelegt, so würde das zweite Verfahren genau die Kreisbogenschaukel liefern.

Es ist noch von Interesse, den Schaufelwinkel  $\beta_1$  unter Berücksichtigung der Eintrittsablenkung zu kennen. Da nach Gl. (43) S. 129, sofern  $\psi_1 = 3,5$  geschätzt wird,

$$\frac{\operatorname{tg} \beta'_0}{\operatorname{tg} \beta_1} = 1 + \frac{2 \cdot 3,5}{7} \cdot \frac{1}{1,215} \frac{g \cdot 33}{23,3^2 - 11,78^2} = 1,663,$$

so wird

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{1}{1,663} \operatorname{tg} \beta'_0 = \frac{0,267}{1,663} = 0,160,$$

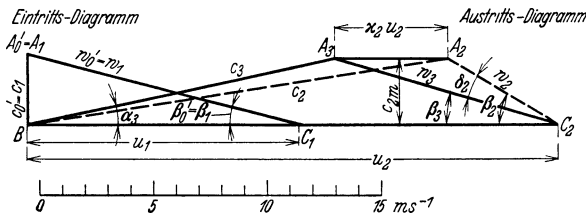


Abb. 97. Geschwindigkeitsdiagramm der berechneten Pumpe.

entsprechend  $\beta_1 = 9^\circ 5'$ . Wie man sieht, ist die Eintrittsablenkung der idealen Flüssigkeit  $\beta'_0 - \beta_1 = 14^\circ 12' - 9^\circ 5' = 5^\circ 7'$  recht erheblich. Sie bleibt aber aus den S. 129 angegebenen Gründen unberücksichtigt.

Die zugrunde gelegte  $w$ -Kurve enthält die der unendlichen Schaufelzahl entsprechenden Geschwindigkeiten. Die wirkliche relative Austrittsgeschwindigkeit beträgt, falls der Ausgleich dicht hinter dem Rad vorhanden ist,

$$w'_2 = w_3 = \sqrt{c_{3u}^2 + (u_2 - c_{3u})^2},$$

woraus sich mit  $c_{3u} = \frac{g \cdot \Delta H_{\text{th}}^{\text{in}}}{2u_2} = 13,9$  m/s nach Einsetzen der Zahlenwerte  $w_3 = 9,81$  m/s errechnet.

Das Geschwindigkeitsdiagramm des Rades ist in Abb. 97 angegeben.

Der Reaktionsgrad  $\rho$  berechnet sich nach Gl. (12d) S. 115 bei Vernachlässigung der Reibung in den Laufkanälen zu

$$\rho = \frac{H_p}{H_{\text{th}}} = 1 - \frac{c_{3u}}{2u_2} = 1 - \frac{13,9}{2 \cdot 23,3} = 1 - 0,298 = 0,702.$$

Die Leitkanäle haben also 29,8% der zugeführten Energie in Druck zu verwandeln.

Die Radreibung des einzelnen Rades beträgt gemäß Abschn. 18, Gl. (57a), wenn dort  $e = 8$  mm gesetzt wird,  $N_r = 0,0011 \cdot 23,3^3 \cdot 0,308 (0,308 + 5 \cdot 0,008) = 1,49$  PS. Da die auf eine Stufe entfallende Wellenleistung mit  $\eta = 0,70$  sich

zu  $\frac{30 \cdot 84}{3 \cdot 0,70 \cdot 75} = 16,0$  PS ergibt, so fällt dieser Verlust offenbar ins Gewicht mit einer Verlustziffer  $\zeta_r = \frac{1,49}{16,0} \cdot 100 = 9,3\%$ .

Ein Rückblick über die Rechnung zeigt, daß die älteren Verfahren, die die Ablenkung nicht berücksichtigen, selbst dann zu fehlerhaften Schaufelabmessungen führen müssen, wenn durch Wahl eines entsprechend kleinen Rechnungswertes von  $\eta_n$  ein genügend großer Wert von  $H_{th}$  erhalten wird; denn hierbei erhält man im günstigsten Fall ein richtiges Dreieck  $A_2 B_2 C_2$ , also den richtigen Wert  $u_2$ , aber einen falschen Wert für den Winkel  $\alpha_3$  des austretenden Wassers, also unrichtige Leitschaufeln. Offenbar würde dieser Fehler nur dann behoben werden können, wenn gleichzeitig größere Rechnungswerte für die Wassermenge  $Q'$ , also die Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m}$ , benutzt würden. Dieses scheint bei einzelnen Firmen des Kreiselpumpenbaues auch tatsächlich üblich zu sein. Er gibt dann richtige Werte für  $\beta_2$  und  $\alpha_3$ , wenn das zugehörige Geschwindigkeitsdreieck mit dem Dreieck übereinstimmt, das in Abb. 97 durch Verlängerung von  $BA_3$  und  $C_2 A_2$  entsteht. Aber diese große Wassermenge gilt nicht für den Eintritt ins Laufrad und liefert eine falsche Umfangskomponente  $c_{3u}$ .

## II. Heißwasserpumpe mit Schaufeln veränderlicher Dicke (Abb. 98, 99).

Es ist das Laufrad einer Kesselspeisepumpe zu berechnen für 80000 kg/h\* auf einen Kesseldruck von 50 atü bei 2800 U/min, Wassertemperatur 125,5° C, Durchflußwiderstand der Speiseleitung (einschl. Saugleitung) bei der erwähnten Wasserlieferung 25 m. Der Wasserspiegel im (geschlossenen) Saugbehälter liege 15 m unter dem mittleren Wasserspiegel im Kessel.

Der Druck über dem Saugwasserspiegel ist gleich dem Dampfdruck des Wassers, also nach der Dampftafel  $p' = 2,4$  at abs. Beträgt der Barometerstand 1 at abs, so ist der Druck über dem Druckwasserspiegel  $p'' = 50 + 1 = 51$  at abs.

Infolge der hohen Temperatur verringert sich nach Abb. 6 S. 5 (Punkt h) das Raumeinheitsgewicht im Sättigungszustand auf 939 kg/m<sup>3</sup>, während die Zusammendrückbarkeit des Wassers hier noch vernachlässigbar ist. Nach Gl. (60) Abschn. 19 beträgt also die Förderhöhe

$$H = \frac{51 - 2,4}{939} \cdot 10000 + 15 + 25 = 558 \text{ m.}$$

Ferner ist das Fördervolumen, da das sekundliche Fördergewicht  $G = \gamma Q = \frac{80000}{3600} = 22,2$  kg/s,  $Q = \frac{22,2}{939} = 0,02365$  m<sup>3</sup>/s, und die Wellenleistung, sofern der Wirkungsgrad zu 70% angenommen wird,

$$N = \frac{\gamma Q H}{75 \cdot \eta} = \frac{22,2 \cdot 558}{75 \cdot 0,70} = 236 \text{ PS.}$$

a) Eintritt. Der vorläufig zu 52 mm festgesetzte Wellendurchmesser bedingt einen Nabendurchmesser  $d_n = 64$  mm, Abb. 98. Der Zuschlag zur Wassermenge wird wegen der erfahrungsgemäß<sup>1</sup> bei hohen Temperaturen eintretenden Abnahme des Liefergrades groß, und zwar zu 10%

\* Entsprechend der doppelten normalen Verdampfungsfähigkeit des Kessels (nach § 4, Abs. 2 der reichsgesetzlichen Bestimmungen für die Anlegung von Dampfkesseln). Bei mehr als 2 Pumpen kann die Leistung kleiner sein, nämlich

|   |      |   |   |
|---|------|---|---|
| bei 3 Pumpen die 1fache Kesselleistung, |      |   |   |
| „ 4 „ „                                 | 0,67 | „ | „ |
| „ 5 „ „                                 | 0,5  | „ | „ |
| „ 6 „ „                                 | 0,4  | „ | „ |

<sup>1</sup> Vgl. Knörlein: Wärme 1926 Heft 13.

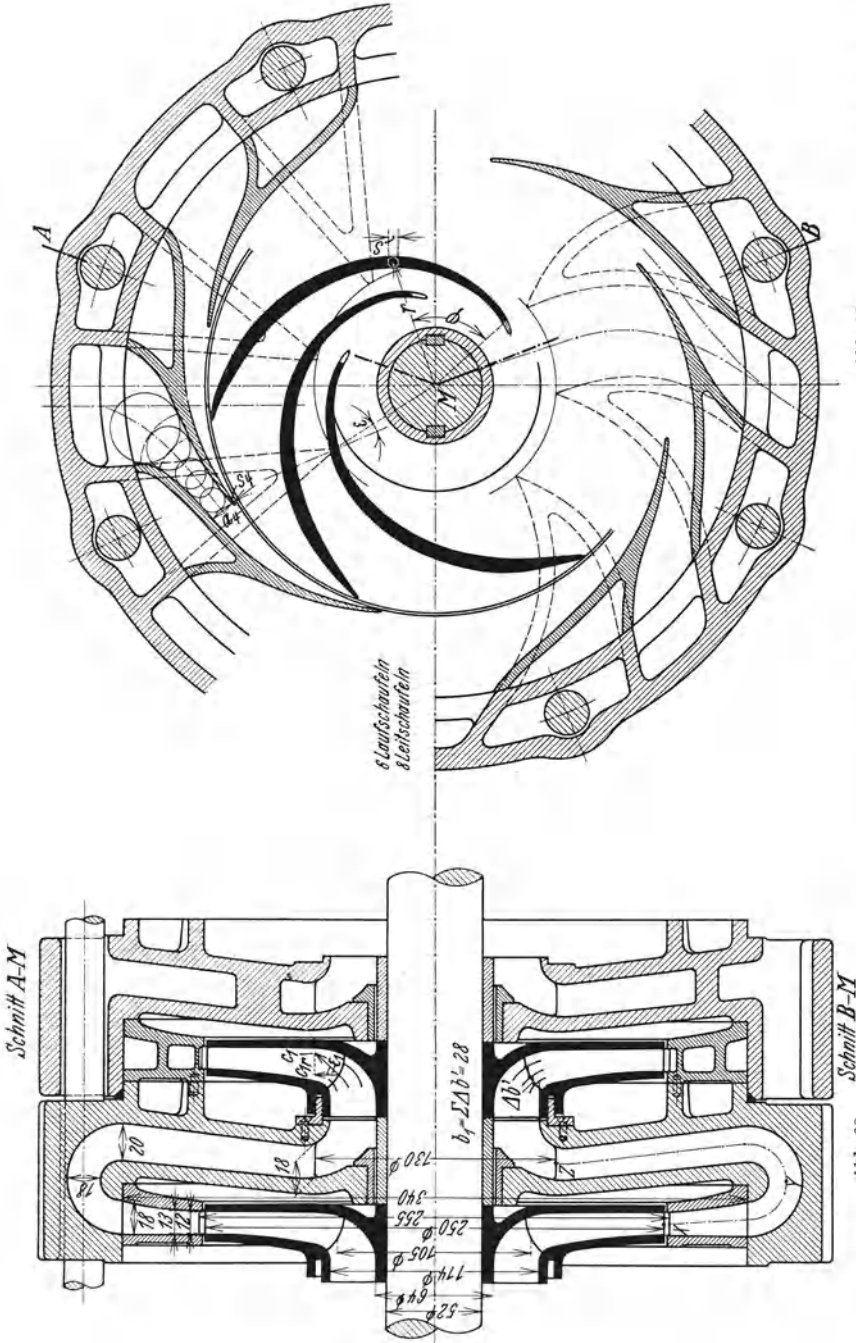


Abb. 99.

Abb. 98.

Abb. 98 und 99. Laufrad mit veränderlicher Schanfeldicke und vorgezogener Eintrittskante zum Zahlenbeispiel II mit zusammenhängendem Leit- und Umföhrungskanal gemäß S. 132f. Abb. 99 oben, gerade Umföhrungswände, aber stark gekrümmte Leitschaufeln; Abb. 99 unten, gekrümmte Umföhrungswände, aber schwach gekrümmte Leitschaufeln.

genommen, so daß  $Q' = 1,10 \cdot 0,02365 = 0,0260 \text{ m}^3/\text{s}$ . Mit  $c_s = 3,75 \text{ m/s}$  folgt aus Gl. (25) Abschn. 31  $D_s = 114 \text{ mm}$ . Zur Verringerung der bei Heißwasserpumpen vorliegenden Kavitationsgefahr (bzw. der zu ihrer Vermeidung nötigen Zulaufhöhe, Abschn. 79) soll die Eintrittskante in die Krümmungszone gemäß Abschn. 33 vorgezogen werden, und zwar sei für den mittleren Faden  $D_1 = 105 \text{ mm}$ . Wird nun gewählt  $c_0 = c_s = 3,75 \text{ m/s}$ , so wird die abgewinkelte Länge der durch den Anfangspunkt gelegten Normallinie (BC in Abb. 67b)  $l = \frac{Q'}{\pi D_1 c_0} = \frac{0,0260}{\pi \cdot 0,105 \cdot 3,75} = 0,021 \text{ m}$ . Ein vorläufiger Entwurf des Radeinlaufs liefere für die Neigung der mittleren Stromlinie am Schaufeleintritt (Abb. 98)  $\varepsilon_1 = 41^\circ 30'$ . Die Schaufel soll mit veränderlicher Wandstärke versehen werden, so daß die Dicke am Eintritt klein, und zwar zu  $s_1 = 2 \text{ mm}$  angenommen werden kann. Ferner sei  $z = 6$ , womit sich, wenn  $t_1/(t_1 - \sigma_1)$  geschätzt wird zu 1,20, für die Radialkomponente der Eintrittsgeschwindigkeit  $c_{1r}$  ergibt

$$c_{1r} = c_0 \cos \varepsilon_1 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} = 3,37 \text{ m/s},$$

also nach Gl. (47a) Abschn. 33, weil  $u_1 = 15,4 \text{ m/s}$ ,  $\text{tg} \beta_1 = c_{1r}/u_1 = 0,2186$ ,  $\beta_1 = 12^\circ 20'$ . Daraus ergibt sich wie S. 131  $t_1/(t_1 - \sigma_1) = 1,20$  in Übereinstimmung mit der Annahme. Für die punktweise Errechnung der Schaufel bestimmen wir noch den Anfangswert der  $w$ -Linie  $w_{1r} = c_{1r}/\sin \beta_1 = 15,80 \text{ m/s}$ .

**b) Austritt.** Wegen des verkleinerten mittleren Eintrittsdurchmessers und der zu erwartenden großen Stufenzahl werde  $D_2$  wesentlich größer als  $2 D_1$ , und zwar zu  $2,4 D_1 = 0,252 \text{ m}$  zugelassen, womit nach Gl. (45) mit  $k = 1,4 \cdot 10^{-4}$ ,  $\Delta H = 70 \text{ m}$ ; also Stufenzahl  $i = 558/70 = 7,9 \approx 8$  und Stufenförderhöhe  $\Delta H = 558/8 = 69,7 \text{ m}$ . Nimmt man  $\eta_h = 82\%$ , so wird  $\Delta H_{\text{th}} = \Delta H/\eta_h = 85,0 \text{ m}$ . Mit  $\psi = 0,86$  gibt Gl. (25) Abschn. 42, da  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{D_1}{D_2} = \frac{1}{2,4}$ , den Wert  $p = 0,347$ . Für die weitere Berechnung sei Fall  $\gamma$ , Abschn. 31, zugrunde gelegt, um mit Sicherheit brauchbare Leitradabmessungen zu erhalten, und zwar sei vorgeschrieben  $\beta_2 = 25^\circ$ ,  $\alpha'_2 = 7^\circ 10'$ . Damit ist nach Gl. (30) Abschn. 42

$$u_2 = \sqrt{9,81 \cdot 85,0(1 + 0,347 + 0,1248 \cdot 2,145)} = 36,65 \text{ m/s},$$

also

$$D_2 = \frac{60 u_2}{\pi \cdot n} = 0,25 \text{ m} = 250 \text{ mm},$$

in genügender Übereinstimmung mit der Annahme, so daß eine Nachprüfung von  $p$  überflüssig ist.

Ferner ist nach Gl. (31) Abschn. 42

$$c_{2m} = \frac{36,65}{1,347 \cdot 7,953 + 2,145} = 2,83 \text{ m/s}.$$

Ist  $s_2 = 1,5 \text{ mm}$ , also  $\sigma_2 = s_2/\sin \beta_2 = 3,55 \text{ mm}$ , so wird  $t_2/(t_2 - \sigma_2) = 1,026$ , also nach Gl. (35a) S. 85  $b_2 = 0,012 \text{ m} = 12,0 \text{ mm}$ ; schließlich

$$w_2 = \frac{c_{2m}}{\sin \beta_2} = 6,70 \text{ m/s}, \quad c_{3m} = c_{2m} \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2} = 2,76 \text{ m/s}.$$

Das Rad ist in Abb. 98 und 99 zusammen mit dem S. 152 besprochenen Leitrad auf Grund der in nachstehender Zahlentafel durchgeführten punktweisen Errechnung gezeichnet, wobei die in Abhängigkeit von  $r$  aufgetragene  $w$ -Linie in Abb. 100 als Gerade und der Verlauf der Dicken  $s$  gemäß der dort ersichtlichen Linie so angenommen ist, daß die Schaufel in der Mitte 7 mm Wandstärke erreicht. Die Radbegrenzung ist unter Annahme eines (ebenfalls geradlinigen) Verlaufs von  $(c_m)_{\text{netto}}$  als Verbindungslinie zwischen  $c_0$  und  $c_{3m}$  bestimmt. Für die Berechnung des Verlaufs von  $\beta$  ist Gl. (45) Abschn. 32 benutzt. Da in dieser Gleichung bei der vorliegenden einfach gekrümmten Schaufel nur Geschwindigkeiten in Ebenen senkrecht zur Achse erscheinen dürfen, ist an Stelle von  $(c_m)_{\text{netto}}$  die radiale Komponente  $(c_r)_{\text{netto}} = (c_m)_{\text{netto}} \cdot \cos \varepsilon$  zu setzen, so daß die Gleichung lautet

$$\sin \beta = \frac{s}{t} + \frac{(c_m)_{\text{netto}}}{w} \cdot \cos \varepsilon.$$

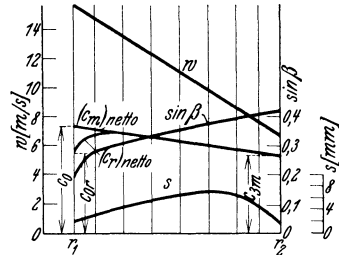


Abb. 100. Diagramm zur Laufschaufelberechnung für Abb. 98, 99.

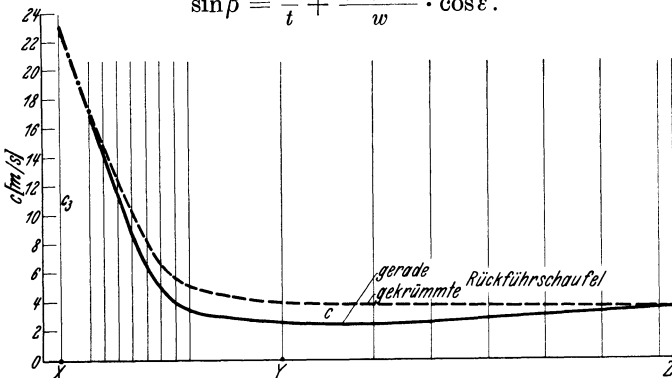


Abb. 100a. Diagramm zur Leitschaufelberechnung (S. 152f.) für Abb. 98, 99.

Die Linie  $(c_r)_{\text{netto}}$  ist in Abb. 100 ebenfalls angegeben. [Werden aus der Zeichnung des Radquerschnitts die in axialer Richtung gemessenen

Berechnung der Laufschaufel.

| $r$<br>mm | $s$<br>mm | $t$<br>mm | $(c_m)_{\text{netto}}$<br>m/s | $\cos \varepsilon$ | $w$<br>m/s | $B = \frac{1}{r \operatorname{tg} \beta}$<br>$\text{m}^{-1}$ | $\Delta f$ | $\Sigma \Delta f$ | $\varphi^\circ$ |
|-----------|-----------|-----------|-------------------------------|--------------------|------------|--|------------|-------------------|-----------------|
| 52,5      | 2,0       | 55,0      | 3,75                          | 0,749              | 15,80      | 88,5   | —          | —                 | 0°              |
| 60        | 3,2       | 62,7      | 3,64                          | 0,970              | 14,85      | 56,2   | 0,543      | 0,543             | 31,1°           |
| 70        | 4,8       | 73,2      | 3,50                          | 0,995              | 13,58      | 43,5   | 0,499      | 1,042             | 59,8°           |
| 80        | 5,8       | 83,6      | 3,36                          | 1,0                | 12,31      | 35,1   | 0,393      | 1,435             | 82,4°           |
| 90        | 6,7       | 94,1      | 3,22                          | 1,0                | 11,04      | 29,2   | 0,321      | 1,756             | 100,6°          |
| 100       | 7,2       | 104,6     | 3,07                          | 1,0                | 9,77       | 24,2   | 0,267      | 2,023             | 116,0°          |
| 110       | 6,6       | 115,0     | 2,93                          | 1,0                | 8,50       | 20,6   | 0,224      | 2,247             | 128,9°          |
| 117,5     | 4,5       | 123,0     | 2,83                          | 1,0                | 7,55       | 18,8   | 0,148      | 2,395             | 137,1°          |
| 125       | 1,5       | 130,9     | 2,76                          | 1,0                | 6,70       | 17,1   | 0,134      | 2,529             | 145,0°          |

Radbreiten  $b$  entnommen, so ist in der Nähe des Radeinlaufs Gl. (47c) Abschn. 33 zu beachten.]

Die Schaufel ist mittels der zusammengehörigen Werte von  $r$ ,  $\varphi$  und  $s$  zu zeichnen<sup>1</sup>.

### III. Niederdruckpumpe mit Spiralgehäuse.

Berechnung des Laufrades für 1050 l/min auf 9,9 m bei 1450 U/min.

a) **Eintritt.** Gewählt sei  $d_n = 40$  mm; Zuschlag zur Wassermenge kann bei leitradslosen Radialrädern gering gewählt werden<sup>2</sup>, also  $Q' = 1,03 \frac{1,050}{60} = 0,018$  m<sup>3</sup>/s. Wegen der im Verhältnis zur Förderhöhe großen Wassermenge sei  $c_s$  trotz der kleinen Förderhöhe verhältnismäßig groß, nämlich  $c_s = 3,74$  m/s, womit  $D_s = 88$  mm.  $D_1$  geschätzt zu 105 mm (also Eintrittskante außerhalb der Krümmungszone),  $c_0 = 3,76$  m/s,  $s_1 = 1,5$  mm (Schaufel veränderlicher Dicke). Die Schaufelzahl errechnet sich aus Gl. (28b) S. 83 mit  $\beta_2 = 28^\circ$ ,  $r_2 = 2 r_1$  zu  $z = 9$ . Die Ausführung erfolge aber mit  $z = 8$ , da bei diesen Niederdruckpumpen größere Auseinanderstellungen der Schaufeln zulässig sind als bei Hochdruckpumpen. Damit folgt in der gleichen Weise wie unter I oder II:  $b_1 = 14,5$  mm,  $\beta_1 = 27^\circ 18'$ ,  $w_1 = 8,93$  m/s.

b) **Austritt.**  $\eta_h = 0,815$  gibt  $H_{th} = 9,9/0,815 = 12,15$  m. Damit der Querschnitt des Spiralgehäuses normale Größe erhält, werde vorgeschrieben  $c'_{2u} = c_{3u} = 7,5$  m/s\*, so daß nach Gl. (11) mit  $c_{0u} = 0$  folgt  $u_2 = \frac{gH_{th}}{c_{3u}} = 15,9$  m/s, also  $D_2 = \frac{60 u_2}{\pi \cdot n} = 0,21$  m = 210 mm =  $2 D_1$ . Zur Ermittlung der fehlenden Abmessungen muß zunächst das Geschwindigkeitsdreieck für den Austritt unter Berücksichtigung der Minderleistung infolge der Endlichkeit der Schaufelzahl ermittelt werden, die bei diesen leitschaufellosen Pumpen groß ausfällt. Mit  $\psi = 1,4$ ,  $r_1/r_2 = 0,5$  gibt Gl. (25)  $p = 0,467$ . Damit wird nach Gl. (20)  $c_{2u} = c_{3u} (1 + p) = 11,0$  m/s und, wenn  $\beta_2 = 28^\circ$  genommen, gemäß Abb. 82  $c_{2m} = (u_2 - c_{2u}) \operatorname{tg} \beta_2 = 2,60$  m/s. Weil  $s_2 = 1,5$  mm,  $\sigma_2 = 1,5/\sin 28^\circ = 3,2$  mm, also  $t_2/(t_2 - \sigma_2) = 1,04$ , so ergibt Gl. (35a) S. 85  $b_2 = 0,0109$  m = 10,9 mm. Schließlich ist  $w_2 = 2,60/\sin 28^\circ = 5,55$  m/s. Die weitere Behandlung ist die gleiche wie im Beispiel II.

## F. Die Leitvorrichtungen.

### 46. Die Geschwindigkeit am Austritt aus dem Laufrad.

In der Absolutströmung besteht der Kanalwirbel nicht. Vielmehr liegt, da die am Laufradaustritt vorhandenen Geschwindigkeitsunterschiede in geringer Entfernung vom Laufrad als ausgeglichen angesehen

<sup>1</sup> Exakter wäre  $\sigma = s/\sin \beta$  statt  $s$  aufzutragen, und zwar  $\sigma/2$  beiderseits von dem Punkt  $(r, \varphi)$  aus. Der Unterschied ist aber verschwindend.

<sup>2</sup> Die Wassermenge besten Wirkungsgrades ist hier häufig sogar größer als die des stoßfreien Eintritts (vgl. auch Abschn. 62).

\* Zunehmend mit wachsendem Durchmesser Verhältnis  $D_2/D_s$ .



werden können, am Austritt eine homogene Strömung nach Art der S. 19 besprochenen Zentralströmung (Wirbelquelle) vor, die sich bei gleichbleibender Breite  $b$  in logarithmischen Spiralen unter dem Winkel  $\alpha_3$  bewegt. Wäre die Strömung schon am Radumfang ausgeglichen, so würde bei gleichem Energieinhalt dort die Geschwindigkeit vorhanden sein

$$c_3 = \sqrt{c_{3u}^2 + c_{3m}^2}, \quad (1)$$

worin  $c_{3u} = c'_{2u}$  aus der neuen Form der Hauptgleichung [Gl. (11) Abschn. 41] zu bestimmen ist, also für  $\alpha_0 = 90^\circ$  sich ergibt zu

$$c_{3u} = \frac{gH_{th}}{u_2}. \quad (2)$$

$c_{3m}$  ist gegeben durch

$$c_{3m} = \frac{Q'}{\pi D_2 b_2}, \quad (3)$$

welcher Wert mit  $c_{2m} \cdot \frac{t_2 - \sigma_2}{t_2}$  übereinstimmt, falls

von dem geringen Einfluß des Spaltverlustes abgesehen wird. Man verwendet in Gl. (3) für  $Q'$  die gleiche Fördermenge wie bei der Berechnung des Laufrads (S. 81), weil der Verlust für Stopfbüchsenabdichtung und einen gemeinsamen Achsschubausgleich, ebenso die Einschnürung des Leitrad Eintritts noch zu berücksichtigen sind.

Die Geschwindigkeit  $c_3$  ist in möglichst verlustloser Weise in Druck umzusetzen. Allgemein ist bei der Umsetzung der Austrittsgeschwindigkeit in Druck zu beachten, daß die Komponente  $c_{3m}$  meist so klein ist, daß ihre Umsetzung in Druck kaum eine Rolle spielt und auch nicht einmal zweckmäßig ist. Es handelt sich also um Verwertung der Umfangskomponente  $c_{3u}$ . [Vgl. Gl. (12e) Abschn. 41.]

Die Verlangsamung kann geschehen entweder in einem am Umfang angeordneten System von ruhenden Kanälen, d. h. einem Leitrad, oder zwischen glatten Rotationsflächen, d. h. einem Leitring, oder in einem Spiralgehäuse, dessen Wirkung noch durch eine angeschlossene konische Erweiterung ergänzt werden kann und das dann nichts anderes ist als ein aus einem einzigen Kanal bestehendes Leitrad. Die die Fortsetzung der Laufradwände bildenden seitlichen Führungswände werden zur Vermeidung des Kantenstoßes meist so ausgeführt, daß ihr Abstand (Abb. 101)

$$b_3 = b_2 + 1 \div 2 \text{ mm}. \quad (3a)$$

Der Einfluß dieser Verbreiterung auf die Komponente  $c_{3m}$  der Gl. (3) kann unberücksichtigt bleiben, da er gering ist und bei Leitschaufeln dadurch eine erwünschte Vergrößerung der Eintrittsweite eintritt.

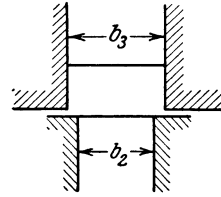


Abb. 101. Übergang vom Laufrad zum Leitrad.

## 47. Leitrad.

Zwischen Laufradumfang und Leitschaufeln läßt man vielfach einen Zwischenraum von einigen Millimetern, damit Fremdkörper nicht zur Beschädigung der Schaufeln führen. Vielfach nimmt man an, daß der Wirkungsgrad hierdurch günstig beeinflusst wird, weil eine Zone für

den Ausgleich der Geschwindigkeiten geschaffen wird. Diese Anschauung ist aber nur bei genügend großem Neigungswinkel  $\alpha_3$  der absoluten Austrittsgeschwindigkeit begründet, weil dann die spiralförmigen Wasserwege durch den Zwischenraum kurz ausfallen. Bei kleinen Winkeln  $\alpha_3$ , wie sie bei Leitradpumpen, wenigstens bei solchen für hohen Druck (Langsamläufern) stets vorliegen, sollte der Abstand auf das mit der Sicherheit des Betriebs vereinbare Maß verringert werden<sup>1</sup>, weil es nicht zweckmäßig ist, den Reibungsweg an der Stelle der größten Geschwindigkeiten ohne Not zu vergrößern. Diese Überlegung wird durch den Versuch bestätigt<sup>2</sup>.

Nach dem Austritt aus dem Laufrad bilden die Absolutbahnen des Wassers gemäß Abschn. 6 logarithmische Spiralen, deren Neigungswinkel gegen den Umfang sich bestimmt aus<sup>3</sup>

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{c_{3m}}{c_{3u}}, \quad (4)$$

wo  $c_{3u}$  und  $c_{3m}$  durch Gl. (2) und (3) gegeben sind. Infolge der endlichen Dicke  $s_4$  der Leitschaufeln und der dadurch bedingten Verengungsziffer  $t_4/(t_4 - \sigma_4)$  ferner durch Strahleinschnürung findet ein Anwachsen der Meridiankomponente statt, dem durch eine entsprechende Vergrößerung des Schaufeleintrittswinkels  $\alpha_4$  Rechnung zu tragen ist. Dieser bestimmt sich aus

$$\operatorname{tg} \alpha_4 = \mu \operatorname{tg} \alpha_3 \frac{t_4}{t_4 - \sigma_4}, \quad (5)$$

worin, wenn  $D_4$  der Durchmesser, auf dem die Leitschaufelspitzen liegen, und  $z_l$  die Zahl der Leitschaufeln,

$$t_4 = \frac{\pi D_4}{z_l}, \quad \sigma_4 = \frac{s_4}{\sin \alpha_4}. \quad (6)$$

$\mu$  ist eine Erfahrungszahl, die zunächst die Unausgeglichenheit der Strömung am Leitradtritt, insbesondere die von der Totraumbildung an der Rückseite der Laufschaufel herrührende Vergrößerung von  $c_{3m}$  (Abb. 76), ferner die Eintrittskontraktion berücksichtigt. Nach den bisherigen Erfahrungen<sup>4</sup> dürfte zu setzen sein

$$\mu = 1,05 \div 1,25. \quad (6a)$$

Ist eine stabile Drosselkurve verlangt (vgl. Abschn. 67 und 68), so empfiehlt es sich, die Werte der Gl. (6a) noch zu unterschreiten, was allerdings auch eine Einbuße im Wirkungsgrade bedingt. Die Ver-

<sup>1</sup> Vgl. auch Abschn. 51, insbesondere die Bemerkungen S. 158.

<sup>2</sup> Vgl. die in Fußbemerkung 1 S. 127 angeführte Arbeit S. 24.

<sup>3</sup> Bei größeren Zwischenräumen zwischen Lauf- und Leitrad ist die Aufrichtung der Stromfäden infolge der Wandreibung gemäß Abschn. 17a, Gl. (45) bzw. (45a) zu berücksichtigen.

<sup>4</sup> Vgl. die in Fußbem. 1 S. 127 und 3 S. 123 angeführten Arbeiten, ferner M. Yendo: Experimental Researches on Turbine Pumps. Rep. Yokohama Technol. College, Juni 1930 Nr 1.

engungsziffer  $t_4/(t_4 - \sigma_4)$  ist, wie bei der Berechnung des Laufschaufel-anfangs zunächst anzunehmen und nachher nach Gl. (5) zu berichtigen<sup>1</sup>.

Wenn die Strömung ihren Charakter als freie Strömung bis zur Erreichung des Eintrittsquerschnitts  $BC$  (Abb. 102) behalten soll, so muß der Eintrittsverlauf  $AC$  der Leitschaufel als logarithmische Spirale ausgebildet werden, deren Gleichung, weil  $d\varphi = dr/(r \operatorname{tg} \alpha_4)$  [entsprechend Gl. (46) Abschn. 32], lautet

$$\varphi^0 = \frac{180}{\pi} \frac{\ln \frac{r}{r_4}}{\operatorname{tg} \alpha_4},$$

oder, wenn der natürliche Logarithmus durch einen solchen mit der Basis 10 ersetzt wird,

$$\varphi^0 = 132 \frac{\log \frac{r}{r_4}}{\operatorname{tg} \alpha_4}. \quad (7)$$

Ermittelt man nach dieser Gleichung den Endpunkt  $C$  des Eintrittsverlaufs oder einen diesem benachbarten Punkt (Abb. 102), so kann man<sup>2</sup> mit guter Annäherung die Spirale durch einen Kreis mit dem Halbmesser

$$\varrho = (r_4 + r_c) \frac{1}{2 \cos \alpha_4} \quad (7a)$$

ersetzen, falls  $r_c$  den Radius des zweiten Punktes bedeutet.

Man kann übrigens<sup>3</sup> die genauen Koordinaten eines Zwischenpunktes  $F$  finden, wenn man von den Werten  $r_4, r_c$  das geometrische Mittel, also  $r_f = \sqrt{r_4 r_c}$  und von den Winkeln das arithmetische Mittel, also  $\varphi_f = \frac{1}{2}(0 + \varphi_c) = \frac{1}{2} \varphi_c$  nimmt. Durch wiederholte Anwendung erhält man beliebig viele Punkte.

Bei der Formgebung des Eintrittsverlaufs nach einer logarithmischen Spirale entsteht eine Eintrittsweite  $a_4$  gemäß der Gleichung

$$a_4 + s_4 = \frac{r_4}{\cos \alpha_4} \left( e^{\frac{\pi}{2} \sin 2 \alpha_4} - 1 \right). \quad (8)$$

Auf die Verwirklichung dieser Eintrittsweite  $a_4$  kommt es vor allem an. Die richtige Eintrittsweite  $a_4$  scheint für die Erreichung eines guten Wirkungsgrades weit wichtiger zu sein als der Anfangswinkel  $\alpha_4$ . Versuche<sup>4</sup> an drehbaren Leitschaufeln verschiedener Form zeigen, daß

<sup>1</sup> Die Wiederholung kann aber auch hier vermieden werden, wenn in Gl. (5) der Wert von  $\sigma_4$  aus Gl. (6) eingeführt und  $\cos \alpha_4 = 1/\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_4}$  gesetzt wird. Man erhält dann eine in  $\operatorname{tg} \alpha_4$  quadratische Gleichung, aus welcher folgt

$$\operatorname{tg} \alpha_4 = \frac{\mu \operatorname{tg} \alpha_3 + (s_4/t_4)\sqrt{1 + \mu^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_3} - (s_4/t_4)^2}{1 - (s_4/t_4)^2}. \quad (5a)$$

Das negative Glied unter der Wurzel und im Nenner kann in der Regel vernachlässigt werden, wobei dann

$$\operatorname{tg} \alpha_4 = \mu \operatorname{tg} \alpha_3 + (s_4/t_4)\sqrt{1 + \mu^2 \operatorname{tg}^2 \alpha_3}. \quad (5b)$$

<sup>2</sup> Bader: Z. VDI 1924 S. 1147.

<sup>3</sup> Vgl. Tolle: Regelung der Kraftmaschinen, 3. Aufl. S. 465.

<sup>4</sup> Vgl. die in Fußbem. 1 S. 127 erwähnte Arbeit.

eine Änderung des Eintrittsverlaufs immer wieder bei derselben Weite  $a_4$  den günstigsten Wirkungsgrad liefert. Die Form des Eintrittsverlaufs ist aber insofern von Bedeutung, als eine Vergrößerung des Anfangswinkels über den Wert, welcher bei der vorliegenden Eintrittsweite  $a_4$  entsprechenden logarithmischen Spirale vorhanden ist, nachteilig ist. Eher scheint eine Verkleinerung des Anfangswinkels — naturgemäß unter Beibehaltung der errechneten Eintrittsweite — am Platze zu sein, so daß es zweifelhaft ist, ob die logarithmische Spirale die günstigste Form des Eintrittsverlaufs darstellt. Aus dieser Überlegung

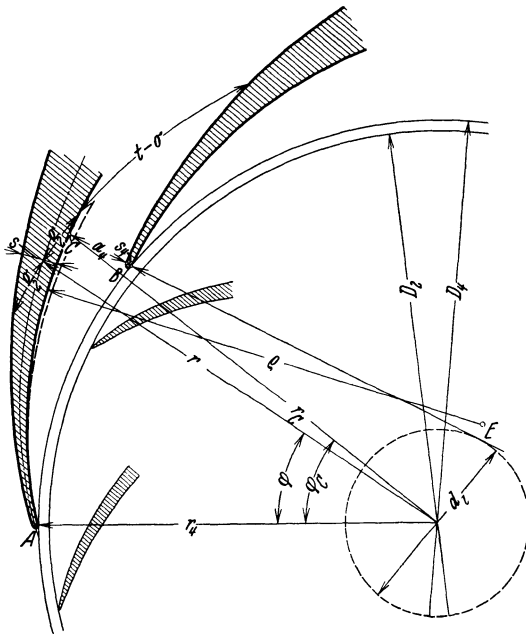


Abb. 102. Eintrittsverlauf  $AC$  der Leitschaufel.  
— Logarithmische Spirale, ..... Evolvente.

folgt auch, daß die häufig verwendete Evolvente nicht zu empfehlen ist, da sie einen nach innen zunehmenden Neigungswinkel liefert<sup>1</sup>.

Die Schaufelstärke  $s_4$  ist verhältnismäßig klein, und zwar etwa zu 1 bis 4 mm anzunehmen.

Die Zahl  $z_1$  der Leitschaufeln wird meist so gewählt, daß sie mit der Zahl  $z$  der Laufschaufeln keinen ganzzahligen Faktor gemeinsam hat, um gleichzeitiges Überdecken mehrerer Leitschaufelspitzen durch die Laufschaufelenden zu vermeiden. Die Notwendigkeit dieser Regel läßt sich allerdings durch die Erfahrung nicht begründen. Kleine Leitschaufelzahlen

vermindern die Reibung, vergrößern aber den Erweiterungswinkel des Leitkanals, falls die radiale Kanallänge und die Geschwindigkeitsverlangsamung gleichbleiben.

<sup>1</sup> Beim Ersatz der logarithmischen Spirale durch eine Evolvente würde entsprechend Gl. (39) und (40) Abschn. 32 zu bestimmen sein der Durchmesser des Erzeugungskreises (Abb. 102)

$$d_1 = D_4 \sin \alpha_4 \quad (9)$$

und die Eintrittsweite  $a_4$  einschließlich Schaufelstärke  $s_4$

$$a_4 + s_4 = d_1 \frac{\pi}{z_1}, \quad (9a)$$

worauf der Ersatzkreisbogen der Evolvente in gleicher Weise wie beim Laufradeintritt angegeben zu zeichnen ist. Bei der Anwendung der Evolvente ist jedoch zu beachten, daß zwar die Anfangsneigung der Schaufel richtig erhalten wird, aber neben den oben erwähnten Nachteilen eine zu kleine Eintrittsweite  $a_4$  in Kauf zu nehmen ist, und zwar ist der Fehler um so größer, je kleiner die Schaufelzahl  $z_1$ .

Bei der Formgebung des Leitkanals zwischen dem Eintrittsquerschnitt  $BC$  und dem Austritt sind die in Abschn. 13 angegebenen Gesichtspunkte zu beachten.

Die parallele Ausbildung am Eintritt wird durch Verwendung der logarithmischen Spirale in Verbindung mit einer guten Abrundung der Schaufelspitzen gesichert. Eine scharfe Zuspitzung scheint die Leerlaufarbeit zu vergrößern. Die Querschnittserweiterung muß stetig sein, und der Erweiterungswinkel sollte gemäß Abschn. 13 an keiner Stelle eines Längsschnittes den zur Vermeidung der Strahlablösung einzuhaltenden Grenzwert überschreiten. Hierbei ist allerdings zu beachten, daß die starke Turbulenz des aus dem Rad tretenden Wassers die Schleppwirkung vergrößert, also die Verhältnisse begünstigt. Deshalb dürfen Erweiterungswinkel von  $15^\circ$  noch zulässig sein. Trotzdem entstehen ziemlich lange Kanäle, die bei mehrstufigen Pumpen leichter unterzubringen sind wie bei einstufigen Pumpen, weil dort der Umföhrungskanal, der das Leitrad mit dem Laufrad der nächsten Stufe verbindet, als Verlängerung des Leitkanals ausgebildet werden kann. Die Wandung soll ferner möglichst glatt sein. Weiter ist von Wichtigkeit, daß Richtungsänderungen auf das unbedingt nötige Maß beschränkt werden. Quadratische Querschnitte am Eintritt in die Leitkanäle sind für die Geschwindigkeitsumsetzung im allgemeinen günstiger als rechteckige.

Die Weiterführung des Wassers von den Leitkanälen ab zum Austrittsstutzen oder der nächsten Stufe hat unter stetiger Verlangsamung oder mit gleichbleibender Geschwindigkeit zu erfolgen. Keinesfalls sollte eine Wiederumsetzung von Druck in Geschwindigkeit eintreten. Auch ist im Auge zu behalten, daß ein großer Teil der den Leitschaufeln zgedachten Umsetzung von Geschwindigkeit in Druck erst in dem darauffolgenden Führungskanal stattfindet (vgl. Abschn. 13).

Die Schaufelspitzen bestehen meist aus Bronze, um eine leichtere Herstellung der dünn auslaufenden Schaufeln zu ermöglichen, ferner glatte Wände und größere Widerstandsfähigkeit gegen Abnutzung an der Stelle der größten Geschwindigkeit zu erzielen. Die Herstellung des ganzen Leitrades aus Bronze würde erhöhte Materialkosten bedingen, denen allerdings zusätzliche Kosten für das Modell und die Bearbeitung des inneren Leittrings gegenüberstehen.

Bei sämtlichen Leitradkonstruktionen ist anzustreben, daß mindestens die Leitschaufelspitzen der Bearbeitung zugänglich sind, da hier die größten in der Pumpe vorkommenden Wassergeschwindigkeiten herrschen. Aus diesem Grunde sind die Anfänge der Leitschaufeln (im Gegensatz zu den Laufschaufeln) meist nur an eine Seitenwand angegossen, damit sie von der anderen Seite her leicht bearbeitet werden können.

**Zahlenbeispiel.** Für das im Abschn. 45 Beispiel II behandelte Laufrad ist das zugehörige Leitrad zu entwerfen.

Aus den Zahlenwerten des Beispiels werden errechnet nach Gl. (2)

$$c_{3u} = g \cdot \frac{85,0}{36,65} = 22,8 \text{ m/s, nach Gl. (3) } c_{3m} = \frac{0,026}{\pi \cdot 0,25 \cdot 0,012} = 2,76 \text{ m/s, also}$$

$\text{tg } \alpha_3 = 2,76/22,8 = 0,1211$ . Mit  $\mu = 1,1$ ,  $t_4/(t_4 - \sigma_4) \approx 1,11$  gibt Gl. (5)

$\operatorname{tg} \alpha_4 = 1,1 \cdot 0,1211 \cdot 1,11 = 0,1485$ , entsprechend  $\alpha_4 = 8^\circ 26'$ . Wird gewählt  $D_4 = 250 + 5 = 255 \text{ mm}$ ,  $s_4 = 1,5 \text{ mm}$ ,  $z_1 = 8$ , so gibt zunächst die Nachprüfung von  $t_4/(t_4 - \sigma_4)$ , weil  $t_4 = \pi \cdot 255/8 = 100,0 \text{ mm}$ ,  $\sigma_4 = 1,5/\sin \alpha_4 = 10,21 \text{ mm}$ ,  $t_4/(t_4 - \sigma_4) = 100,0/89,79 = 1,112$  in genügender Übereinstimmung mit der Annahme<sup>1</sup>. Die logarithmische Spirale kann jetzt gezeichnet werden auf Grund der Gleichung (7)

$$\varphi^0 = 132 \frac{\log(r/127,5)}{0,1485} = 888 \log \frac{r}{127,5} = 888(\log r - \log 127,5),$$

wobei der Endpunkt  $C$  (Abb. 102) bei  $r_c = 143,5$ ,  $\varphi_c = 45^\circ 30'$  und damit der Halbmesser des Ersatzkreisbogens nach Gl. (7a)

$$\rho = (127,5 + 143,5)/2 \cos \alpha_4 = 137 \text{ mm}^*.$$

Gemäß Gl. (3a) werde  $b_3 = 12 + 1 = 13 \text{ mm}$  gewählt. Zur Kontrolle sei nach Gl. (8) noch errechnet  $a_4 + s_4 = 15,6 \text{ mm}$ , also  $a_4 = 15,6 - 1,5 = 14,1 \text{ mm}$ . Der berechnete Einlauf ist in Abb. 99 ersichtlich.

#### 48. Die Übertreibung der Leitschaufeln.

Infolge der Auseinanderstellung der Leitschaufeln macht die Strömung die den Schaufelwinkeln entsprechende Richtungsänderung nicht vollständig mit. Zur Aufrechterhaltung der verlangten Ablenkung

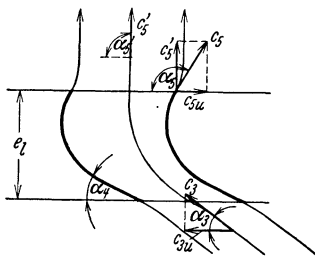


Abb. 103. Axiales Leitrad.

müssen deshalb die Leitschaufeln — ebenso wie früher die Laufschaufeln — im Sinne einer Vergrößerung der Richtungsänderung gegenüber der freien Strömung „übertrieben“ werden, wie in Abb. 103 für die Axialschaufel veranschaulicht ist. Die Kenntnis der notwendigen Übertreibung gibt auch die Möglichkeit, die Schaufelteilung zu vergrößern und damit die Reibungsflächen zu verkleinern, sowie die Herstellung zu verbilligen. Die Übertreibung

am Eintritt, die eine Verkleinerung der Eintrittsweite fordert, wird jedoch aus den gleichen Gründen, die schon beim Laufrad (S. 129) und beim Leitrad (S. 144) angegeben sind, in der Regel nicht verwirklicht.

Die Übertreibung ist auch hier bedingt durch den Schaufeldruck. Überschlägig kann man sich dies dadurch klarmachen, daß der auf der Schaufelrückseite auftretende Unterdruck die ein- und austretenden Stromfäden zu sich heranzuziehen sucht (Abb. 103). Der Schaufeldruck entsteht durch die Herausdrängung der Wasserteilchen aus der Richtung der freien Strömung, also beispielsweise hinter einem radialen Laufrad aus der Richtung der logarithmischen Spiralen oder hinter einem Axialrad aus der Richtung der Schraubenlinien. Der Schaufeldruck wird wie beim Laufrad von den Schaufelspitzen aus nach der Mitte allmählich ansteigen. Ebenso wird sich die Ablenkung der Strömung gegenüber der Schaufelrichtung teils im Kanal, teils

<sup>1</sup> In vielen Fällen wird Gl. (5b) eine Abkürzung dieser Rechnung ermöglichen.

\* Nachträglich kann in Übereinstimmung mit S. 144 der Eintrittsverlauf so geändert werden, daß der Neigungswinkel nach innen von  $\alpha_4$  auf  $\alpha_3$  — unter Beibehaltung von  $a_4$  — abnimmt.

hinter dem Kanal in einer „Ausgleichszone“ vollziehen, die nötig ist, weil die in der Nähe der Schaufel strömenden Teilchen sich erst hinter der Schaufel in die abweichende Richtung einstellen können. Nimmt man aber für die Rechnung der Einfachheit halber den auf die Längeneinheit der Schaufel bezogenen Schaufeldruck über die ganze Länge der Schaufel gleich groß an, so daß der Abfall auf Null plötzlich an den Enden stattfindet, so wird die Ablenkung sich ebenfalls am Austrittsumfang konzentrieren und man kann im Kanal die Verhältnisse des unendlich langen Kanals, ebenso dicht hinter dem Kanal die Verhältnisse der ausgeglichenen Abströmung annehmen. Die Unstetigkeit im Stromlinienverlauf ist zwar in Wirklichkeit unmöglich. Wir erhalten aber auf Grund dieser vereinfachten Vorstellung ein praktisch brauchbares Näherungsgesetz, und zwar liefert die vollkommene Analogie mit

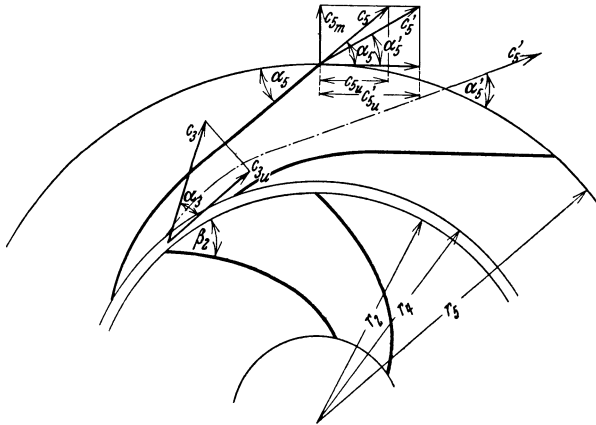


Abb. 104. Radiales Leitrad.

den Verhältnissen im Laufrad auch das gleiche Ergebnis, wobei zu beachten ist, daß das vom Leitrad übertragene Drehmoment nach Gl. (74) Abschn. 24 proportional der Dralländerung ist.

Entsprechend Gl. (21) und (22) Abschn. 42 ergibt sich also<sup>1</sup>

$$\Delta(rc_u)_\infty = \Delta(rc_u)(1 + p_l), \quad (10)$$

worin

$$p_l = \frac{\psi_l \cdot r_s^2}{z_l S_l}. \quad (11)$$

Hierin bezeichnet mit Bezug auf Abb. 104 und 105:

$\Delta(rc_u)_\infty$  die Änderung des Dralls  $rc_u$  der austretenden Flüssigkeit gegenüber der eintretenden Flüssigkeit bei unendlicher Schaufelzahl,

$\Delta(rc_u)$  den gleichen Wert für die wirkliche Schaufelzahl,

$S_l$  das statische Moment des mittleren Wasserfadens  $AB$  im Meridianschnitt (Abb. 105),

$\psi_l$  eine Erfahrungszahl.

<sup>1</sup> Eine genauere Ableitung des Verfassers findet sich in Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 295 S. 80ff.

- Ferner beziehe sich das Fußzeichen  
 3 auf den Zustand der ungestörten Strömung hinter dem Laufrad,  
 4 auf die Verhältnisse dicht hinter dem Eintritt,  
 5 auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke noch verengten Leitradaustritt, wobei die Verhältnisse unendlicher Schaufelzahl angenommen, also die Strombahnen kongruent dem Verlauf der Schaufel bzw. Schaufelmitte sein sollen,  
 5 mit Strich (beispielsweise  $c'_5$ ) auf eine Strömung an dem durch die Schaufelstärke verengten Radaustritt unter Berücksichtigung der Ablenkung, also entsprechend der rückwärts verlängert gedachten, ungestörten Abströmung.

Dann ist

$$S_l = \int_{r_4}^{r_5} r dx \quad (12)$$

und

$$\Delta(r c_u)_\infty = r_2 c_{3u} - r_5 c_{5u},$$

$$\Delta(r c_u) = r_2 c_{3u} - r_5 c'_{5u}.$$

In Verbindung mit Gl. (10) ergibt sich also für die wirkliche Austrittsgeschwindigkeit  $c'_5$  (Abb. 104) bei gegebenem Leitrad die Umfangskomponente

$$c'_{5u} = \frac{1}{1 + p_l} \left( c_{5u} + p_l \frac{r_2}{r_5} c_{3u} \right), \quad (13)$$

wo

$$c_{5u} = c_{5m} \operatorname{ctg} \alpha'_5.$$

Damit ist der Neigungswinkel  $\alpha'_5$  der ausgeglichenen Austrittsströmung gegeben durch

$$\operatorname{tg} \alpha'_5 = \frac{c_{5m}}{c'_{5u}}. \quad (13a)$$

Ferner erhält man die scheinbare Austrittskomponente  $c_{5u}$  für unendlich dicht stehende Schaufeln, die gebraucht wird, wenn für eine vorgeschriebene Strömung das Leitrad gesucht wird

$$c_{5u} = c'_{5u} (1 + p_l) - p_l \frac{r_2}{r_5} c_{3u}. \quad (15)$$

Der Austrittswinkel  $\alpha_5$  der Schaufel ergibt sich dann aus

$$\operatorname{tg} \alpha_5 = \frac{c_{5m}}{c_{5u}}. \quad (16)$$

Wird bei mehrstufigen Pumpen die Leitschaufel und Umföhrungsschaufel zusammenhängend, also räumlich gekrümmt ausgebildet, so ist Abströmen ohne Umfangskomponente erwünscht, also  $c'_{5u} = 0$ ,  $\alpha'_5 = 90^\circ$ . Das gleiche ist bei den Leitradern von Axialpumpen der Fall (Abb. 103). Dann ist nach Gl. (15)

$$c_{5u} = -p_l \frac{r_2}{r_5} c_{3u}. \quad (17)$$

Das negative Zeichen besagt, daß jetzt  $\alpha_5 > 90^\circ$  zu machen ist.

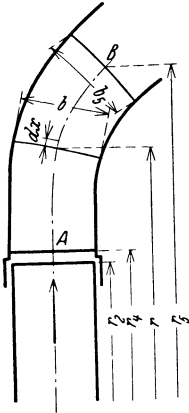


Abb. 105.  
Meridianschnitt durch ein Leitrad.



Das statische Moment  $S_l$  beträgt für den Fall des radialen Leitrades (Abb. 104)

$$S_l = \int_{r_4}^{r_5} r dr = \frac{1}{2} (r_5^2 - r_4^2) \quad (18)$$

und für das axiale Leitrad (Abb. 103)

$$S_l = r e_l, \quad (18a)$$

während bei räumlich gekrümmten Leitschaufeln (Abb. 106) Gl. (12) zu benutzen ist.

Hinsichtlich der Größe der Erfahrungszahl  $\psi_l$  liegen noch wenig<sup>1</sup> Versuchsunterlagen vor. Sie kann aber bis auf weiteres zwischen den gleichen Grenzen wie beim Laufrad angenommen, also  $\psi_l = 0,8$  bis 1 gesetzt werden, sofern stoßfreier Eintritt vorliegt. Zu beachten ist, daß die Schleppwirkung des Rades (vgl. S. 441 und 445) bereits am Leitschaufel einlauf eine Druckerhöhung<sup>1</sup> hervorruft und dadurch der Auslauf entlastet, d. h.  $\psi_l$  verkleinert wird.

Wenn demnach das abgeleitete Verfahren enge Fühlung mit der Erfahrung verlangt, so dürfte es wegen seiner Einfachheit doch willkommen sein. Die andere Möglichkeit der Bestimmung der Ablenkung, die unter Voraussetzung einer ebenen Potentialströmung sich an die im Abschn. 5 besprochenen Verfahren<sup>2</sup> anlehnen muß, erfordert einen für praktische Zwecke zu hohen Zeitaufwand, ist verhältnismäßig unempfindlich und vernachlässigt Zähigkeitseinflüsse, die bei der hier vorliegenden, sich verzögernden Strömung den Vorgang beherrschen (Abschnitt 13). Außerdem kann der unausgeglichene, periodisch stationäre Charakter der Eintrittsströmung, der von den Laufschaufeln herrührt, nicht berücksichtigt werden.

#### 49. Punktweise Berechnung der Leitschaufeln.

Ebenso wie im Abschn. 32, b bzw. 85, b für die Laufschaufel angegeben ist, kann auch die Leitschaufel punktweise berechnet werden, wenn der Gehäusequerschnitt, d. h. der Breitenverlauf des Leitkanals, ebenso die (veränderliche oder gleichbleibende) Wandstärke gegeben und der Verlauf der Wassergeschwindigkeit vorgeschrieben werden. Die Anwendung dieses Verfahrens empfiehlt sich besonders bei der räumlich gekrümmten Leitschaufel. Wenn am Parallelkreis vom Halbmesser  $r$  (Abb. 102) die Neigung  $\alpha$  der Mittellinie<sup>3</sup> der Schaufel gegeben und dort (gemäß der Vorstellung der elementaren Turbinentheorie) die Geschwindigkeit  $c$  überall gleich groß und unter diesem Winkel  $\alpha$  gerichtet angenommen wird, so ist die Durchflußmenge

$$Q' = b z_l (t - \sigma) c \sin \alpha = b z_l \left( t - \frac{s}{\sin \alpha} \right) c \sin \alpha, \quad (19)$$

<sup>1</sup> Vgl. die demnächst erscheinende Dissertation von Hagmayer.

<sup>2</sup> Vgl. auch König: Z. angew. Math. Mech. 1922 S. 422; Ringleb: ebenda 1931 S. 40, ferner Spannhake: Kreiselräder als Pumpen und Turbinen 1. Bd. S. 83.

<sup>3</sup> Unter „Mittellinie“ einer Schaufel soll stets die Linie verstanden werden, die die in der Umfangsrichtung gemessenen Schaufeldicken  $\sigma$  halbiert (Abb. 102) und die auch bei dicken Schaufeln mit dem geometrischen Ort der Mittelpunkte der einbeschriebenen Kreise genügend übereinstimmt.

also entsprechend Gl. (43) Abschn. 32 b

$$\sin \alpha = \frac{s}{t} + \frac{Q'}{z_1 t b c}, \quad (20)$$

oder entsprechend Gl. (45) Abschn. 32 b

$$\sin \alpha = \frac{s}{t} + \frac{(c_m)_{\text{netto}}}{c}. \quad (21)$$

Aus dem hiernach berechneten  $\alpha$ -Verlauf ergibt sich die Mittellinie der Schaufel durch graphische Integration gemäß folgender (im Abschnitt 85, b abgeleiteten) Beziehung

$$\varphi^0 = \frac{180}{\pi} \int_{r_1}^r \frac{dx}{r \operatorname{tg} \alpha}. \quad (22)$$

Der Entwurf vollzieht sich in gleicher Weise wie bei der Laufschaufel veränderlicher Dicke beschrieben ist (vgl. auch S. 139).

Häufig ist es zweckmäßig, den  $\alpha$ -Verlauf vorzuschreiben und daraus die Schaufelstärke zu berechnen, indem nach Gl. (19)

$$\sigma = t - \frac{Q'}{b z_1 c \sin \alpha}, \quad (23)$$

oder nach Gl. (20) bzw. (21)

$$s = t \sin \alpha - \frac{Q'}{z_1 b c} = t \left( \sin \alpha - \frac{(c_m)_{\text{netto}}}{c} \right). \quad (24)$$

Bei der Annahme oder der Berechnung des  $\alpha$ -Verlaufs ist naturgemäß die Übertreibung gemäß den Angaben des vorausgegangenen Abschnitts zu berücksichtigen, wie dies auch bei der Laufschaufel geschehen ist. Umgekehrt ist im Auge zu behalten, daß die hierbei auftretenden Geschwindigkeiten  $c$  der Annahme unendlicher Schaufelzahl entsprechen, also mit den wirklichen nicht übereinstimmen und nur bei genügend langen Kanälen Durchschnittswerte sind.

## 50. Ausführung des Leitrades.

Es sollen einige besonders typische Formen behandelt werden.

a) **Leit- und Rückführschaufel zusammenhängend.** In den als Studienzeichnungen entworfenen Abb. 106 und 107 sind die Rippen, die in dem radial nach innen gerichteten Teil des Umföhrungsraumes liegen, als Fortsetzung der Leitschaufeln ausgebildet. Der Vorteil dieser Anordnung besteht darin, daß ein verhältnismäßig langer Wasserweg für die Verlangsamung zur Verfügung steht, so daß der Erweiterungswinkel die Grenze von  $15^\circ$  nirgends zu überschreiten braucht. Ferner kann der Gehäusedurchmesser klein gehalten werden. Der Entwurf erfolgt, indem nach den Regeln, die im späteren Abschn. 85 für räumlich gekrümmte Schaufeln angegeben sind, der mittlere Wasserfaden im Grundriß (Abb. 107) gezeichnet wird. Wegen der stark veränderten Wandstärke benutzt man hierbei am besten das Verfahren der punktweisen Berechnung.

Der gezeichneten Leitvorrichtung liegen die eingetragenen Maße für den Radquerschnitt zugrunde, ferner die Daten  $Q' = 0,0315 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $c_{3m} = 2,04 \text{ m/s}$ ,  $c_{2u} = c_{3u} = 13,9 \text{ m/s}$ ,  $\alpha_4 = 10^\circ 10'$ . Zweckmäßig ist es zunächst den sich radial nach außen entwickelnden Teil der Leitschaufel in der im Abschn. 47 angegebenen Weise, also beispielsweise mit logarithmischspiraligem Einlauf zu zeichnen. Die Fortsetzung bestimmt man dann punktweise, indem man die  $\alpha$ - und  $c$ -Werte des Anfangsverlaufs für den Beginn der zugrunde zu legenden  $\alpha$ - und  $c$ -Linie (Abb. 107 b) benutzt. Man trägt also in den gezeichneten Schaufelanfang die Mittellinie durch Halbieren der  $\alpha$ -Werte (Abb. 102) ein, entnimmt die zugehörigen Neigungswinkel  $\alpha$  und berechnet die Geschwindigkeiten  $c$  aus Gl. (19). Die Auftragung der  $c$ - und  $\alpha$ -Werte in Abb. 107 b<sup>1</sup> erfolgt in Abhängigkeit der Abwicklung  $x$  des mittleren Stromfadens 1 bis 24 des Meridianschnitts, also der Abb. 106. Die Fortsetzung der  $\alpha$ - und  $c$ -Linie muß der gewünschten Austrittsbedingung Rechnung tragen. Das Wasser soll unter  $\alpha'_5 = 90^\circ$  mit einer Geschwindigkeit  $c'_5 = c_{5m}$ , die etwa gleich der Einlaufgeschwindigkeit des nächsten Rades ist, abströmen. Infolge der vorausgegangenen Ablenkung muß aber die Schaufel unter einem gewissen Übertreibungswinkel  $\varepsilon = \alpha_5 - 90^\circ$  endigen, der aus Gl. (17) und (16) zu bestimmen ist<sup>2</sup>. Aus dem punktweise mit-

Abb. 106 und 107. Zusammenhängende Leit- und Umföhrungsschaukel mit räumlich gekrümmter Übergangsfläche.

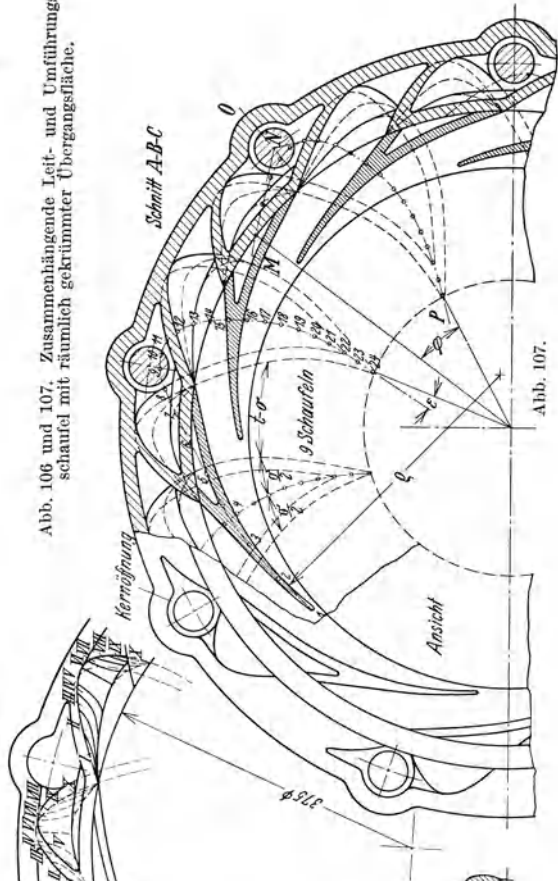


Abb. 107.

Abb. 107 a. Schreinschnitte der Übergangsfläche.

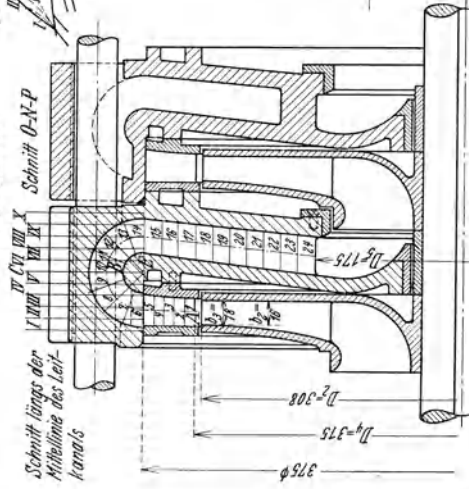


Abb. 106.

<sup>1</sup> Die dort an der  $x$ -Achse angeschriebenen Zahlen beziehen sich auf die in Abb. 106 und 107 eingetragenen Punkte.  
<sup>2</sup> Dabei wird das statische Moment  $S$ , des ganzen mittleren Fadens 1 bis 24 der Abb. 106 nach Gl. (12) unter Beachtung der S. 120 gemachten Angaben bestimmt.

tels Gl. (22) Abschn. 49 bestimmten mittleren Faden 1 bis 24 der Abb. 107 erhält man durch beiderseitiges Abtragen von  $\sigma/2$  die Schaufelwände, wobei  $\sigma$  durch Gl. (23) gegeben ist. Den Teil der Schaufelfläche, der sich um den äußeren Ringwulst schraubenartig herumwindet, kann man so ausbilden, daß diese Flächen durch eine Gerade entstehen, die an der gezeichneten Mittellinie und einer zweiten entsprechend gewählten Leitlinie, z. B. den durch *E* gehenden Parallelkreis (Abb. 106), so entlang gleitet, daß sie die Wellenachse fortlaufend schneidet<sup>1</sup>. Auf diese Weise sind die in Abb. 107 a durch Schreinerschnitte *I* bis *X* gekennzeichneten Flächen entstanden. Die zur Verbindung der einzelnen Gehäuseringe

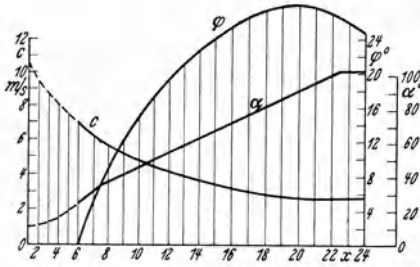


Abb. 107 b. Geschwindigkeitsverlauf zur Leitvorrichtung Abb. 106.

der einzelnen Gehäuseringe (vgl. S. 383) nötigen Anker sind durch Aussparungen der Leitschaufeln gelegt. Die angegebene Konstruktion stellt hohe Anforderungen an die Gieberei. Auch ist es fraglich, ob die dabei beachtete, stetige Verlangsamung ohne Rücksicht auf die gleichzeitig auftretende Richtungsänderung die günstigste Umsetzung der Geschwindigkeit gewährleistet.

Man vermeidet die doppelt gekrümmten Flächen, ohne den zusammenhängenden Kanal aufzugeben, beim Übergang auf die Formgebung der Studienzeichnungen Abb. 98

und 99 (S. 137), wobei die Umführung um den äußeren Wulst mittels ebener Wände geschieht. Die obere und untere Hälfte der Abb. 99 enthält je eine verschiedene Ausführungsform. In beiden Fällen verlaufen die Kanalwände an der Stelle des größten Abstandes von der Welle, d. h. zwischen den Gehäuseankern in axialer Richtung, so daß dort die Umfangskomponente  $c_u$  bereits verschwunden und

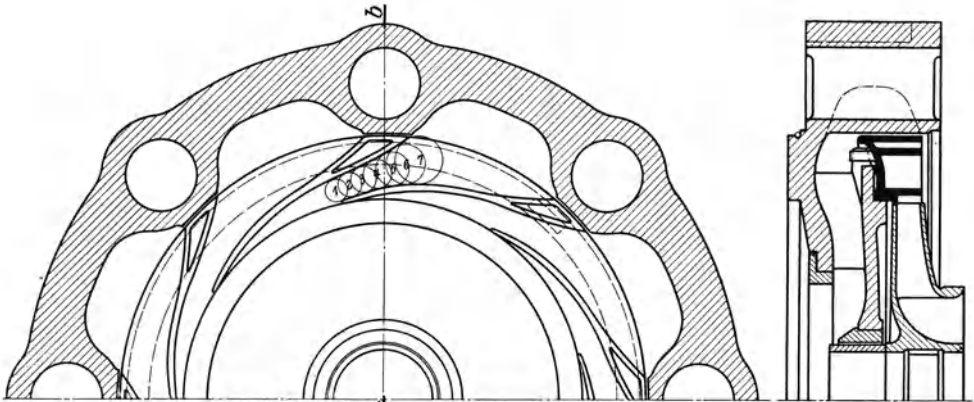


Abb. 108.

Abb. 109.

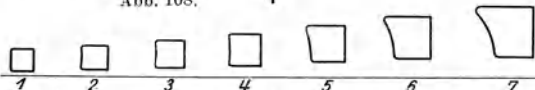


Abb. 109a. Aufeinanderfolge der Kanalquerschnitte zum Leitrad der Abb. 108 und 109.

Abb. 108 und 109. Leitrad von Ehrhardt & Schmer A.-G., Saarbrücken.

auch die Geschwindigkeitsumsetzung ziemlich beendet ist. In der unteren Hälfte der Abb. 99 erfolgt dieser Übergang aber unter besserer Ausnutzung des Weges, also ohne die starken Erweiterungen und Krümmungen des Kanals der oberen Hälfte.

<sup>1</sup> Ein ähnlicher Gedanke ist im DRP. 400465, 59b<sup>1</sup> der Maschinenbauanstalt Wernert G. m. b. H., Mülheim-Ruhr verwendet.

Das drückt sich auch in dem verschiedenen Verlauf der Kanalgeschwindigkeiten  $c$  aus, die in Abb. 100a S. 139 über der abgewickelten Kanallänge  $XYZ$  des Meridianschnitts (Abb. 98 unten) aufgetragen sind. Die  $c$ -Kurve der oberen Ausführung (die als ganze Linie gezeichnet ist) fällt offenbar rascher ab wie die (gestrichelt ausgeführte)  $c$ -Linie der unteren Bauart. Beide Formen sind nach den Daten des Zahlenbeispiels S. 136 ff. entworfen. Hinter der Umführung um den äußeren Wulst sind die hohlen Schaufeln so weitergeführt, daß sie unter Einhaltung eines nach Gl. (17) und (16) zu berechnenden Übertreibungswinkels  $\varepsilon = \alpha_5 - 90^\circ$  das Wasser im wesentlichen radial abführen. Die  $c$ -Linien der Abb. 100a fallen naturgemäß rascher ab als die der früher besprochenen Ausführung (Abb. 107 b). Da die starke Abnahme der Geschwindigkeit aber kurz vor der Stelle erfolgt, an der die Strömung um  $180^\circ$  umgelenkt wird, und im Abschn. 14 gezeigt ist, daß im Scheitel normaler Krümmen eine Querschnittsver-

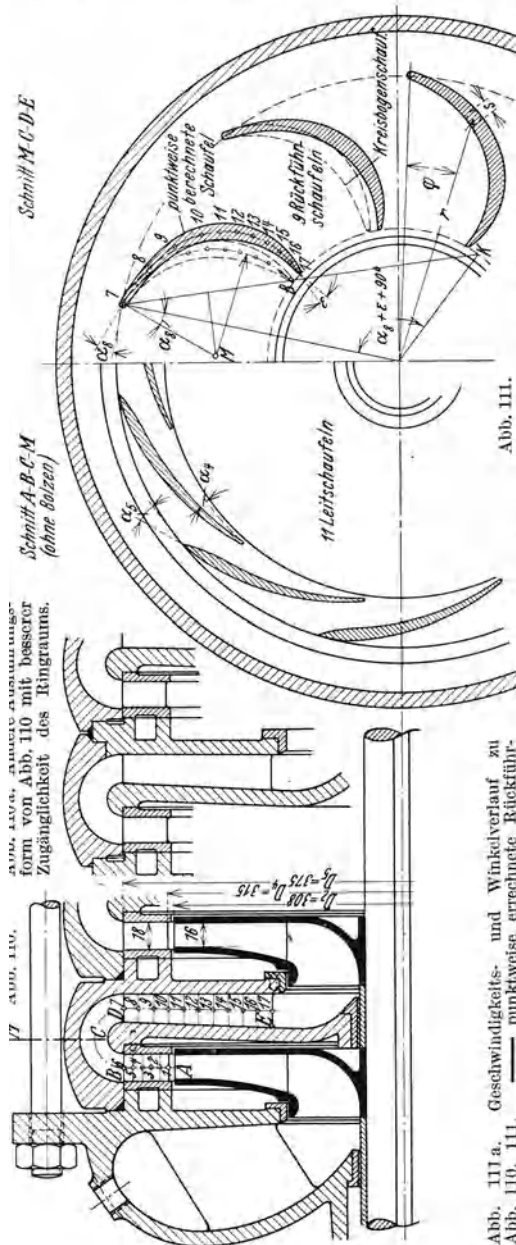


Abb. 110 bis 111 a. Schaufelloser Ringraum zwischen Leit- und Rückführschaufeln.

Abb. 111 a. Geschwindigkeits- und Winkelverlauf zu Abb. 110, 111. ————— punktwweise errechnete Rückführschaufel; ..... nach Kreisbogen gezeichnete Rückführschaufel.

Abb. 110, 111 a. "SCHAUPELLOSER" form von Abb. 110 mit besserer Zugänglichkeit des Ringraums.

Schnitt M-C-D-E

Schnitt A-B-C-M (ohne Bolzen)

17

18

Abb. 111.

größerung die Verluste herabsetzt, so ist vielleicht diese vereinfachte Konstruktion der früher erwähnten auch hydraulisch gleichwertig oder sogar überlegen.

Die in Abb. 108 und 109 angegebene Ausführung von Ehrhardt & Sehmer A.-G., Saarbrücken, hat ähnliche hydraulische Eigenschaften. Sie ist insofern bemerkenswert, als der Leitkanal sich auch nach der Seite verbreitert, so daß dem Querschnitt überall annähernd quadratische Form gegeben ist.

b) **Schaufelloser Ringraum zwischen Leit- und Rückführschaufel** (Studienzeichnung Abb. 110, 111). Die Schwierigkeiten des Übergangs zwischen Leit- und Rückführschaufeln können durch Einschaltung eines schaufellosen Ringraums vermieden werden. Die Austrittsströmung aus dem Leitrad wird dann zweckmäßigerweise den Umführungsschaufeln stoßfrei zugeführt, indem letztere entsprechend gekrümmt werden. Um die Verluste klein zu halten, müssen die Enden der Leitschaufeln schlank zugeschärft sein. Dies zwingt zu einer verhältnismäßig großen Zahl von Leitschaufeln, wenn man nicht große Erweiterungswinkel zulassen will<sup>1</sup>. Um die Anfangsneigung  $\alpha_8$  der Umführungsschaufel richtig zu erhalten, hat man die Austrittsgeschwindigkeit aus den Leitschaufeln nach Größe und Richtung zu bestimmen, wobei man auch die Austrittsablenkung  $\alpha_5 - \alpha'_5$  nach Gl. (13) und (13a) errechnen kann. Die Strömung im schaufellosen Ringraum geschieht bei Reibungslosigkeit mit konstantem Drall  $r c_u$ . Da in Wirklichkeit aber die Reibung den Drall herabsetzt, also den Winkel vergrößert, so bestimmt man den Anströmwinkel  $\alpha_7$  zum Umkehrkranz besser nach der im Abschn. 17 abgeleiteten Gl. (49), die im vorliegenden Fall liefert:

$$\operatorname{tg} \alpha_7 = \left( b_6 \operatorname{tg} \alpha_6 + \frac{\lambda}{4} l \right) \frac{1}{b_7}, \quad (25)$$

falls  $\alpha_6$  der Neigungswinkel der Strombahnen dicht hinter dem Leitrad [der von dem aus Gl. (13a) erhaltenen Winkel  $\alpha'_5$  nur im Fall der endlichen Dicke des Leitschaufelendes verschieden ist],  $b_6$ ,  $b_7$  die Kanalbreiten am Austritt Leitrad bzw. Eintritt Rückführschaufel (Punkt B und D, Abb. 110),  $\lambda \approx 0,05 \div 0,07$  die Widerstandsziffer, deren Wert nach den im Abschn. 11 angegebenen Regeln unter Beachtung, daß  $d = 4F/U = 2b$  und die Anlaufstrecke fehlt, bestimmt werden kann,  $l$  die Länge des mittleren Fadens BCD im Meridianschnitt.

Abb. 110a zeigt eine Ausführungsform, bei der der Umführungskanal für die Bearbeitung besser zugänglich gemacht ist als in Abb. 110 und deshalb auch kleinere  $\lambda$ -Werte zulässig sind.

Unter Berücksichtigung der endlichen Dicke des Anfangs der Rückführschaufel, d. h. einem Verengungsverhältnis  $t_8/(t_8 - \sigma_8)$  ergibt sich deren Anfangsneigung  $\alpha_8$  in der üblichen Weise aus

$$\operatorname{tg} \alpha_8 = \frac{t_8}{t_8 - \sigma_8} \operatorname{tg} \alpha_7. \quad (26)$$

Man kann die Rückführschaufel entweder als Kreisbogenschaufel unter sinngemäßer Anwendung der S. 88f gemachten Angaben zeichnen oder punktweise nach Abschn. 49 [unter Annahme eines  $c$ - und  $s$ -Verlaufs (Abb. 111a) mittels Gl. (20) und (22)] errechnen. In beiden Fällen ist am Austritt eine gewisse Winkelübertreibung  $\varepsilon = \alpha_5 - 90^\circ$  gemäß Gl. (17) und (16) vorzusehen. In Abb. 111 ist

<sup>1</sup> Aus diesem Grunde ist die vorliegende Anordnung bei Turbokompressoren sehr gebräuchlich, da dort eine große Zahl von Leitschaufeln zur Vermeidung des Pfeifens erwünscht und wegen der Ausführung in Blech auch möglich ist.

die gestrichelt angegebene Kreisbogenschaukel mittels eines Kreisbogens unter Benutzung der im Anschluß an Abb. 65 S. 88 besprochenen Konstruktion gezeichnet. Bei der (ganz gezeichneten) punktwise errechneten Schaukel ist von dem in Abb. 111a angegebenen  $\alpha$ -Verlauf ausgegangen und danach die  $c$ -Linie rückwärts mittels Gl. (20) errechnet. In dieser Abbildung ist auch der  $\alpha$ - und  $c$ -Verlauf der Kreisbogenschaukel gestrichelt eingetragen, der offenbar ungünstiger ist als der der punktwise errechneten.

c) **Geschränkte Umführung.** Eine von der bisher besprochenen grundsätzlich verschiedene Wasserführung besitzt das Leitrad nach Abb. 112 und 112a. Während bisher das Strömungsbild im Meridianschnitt des Leit- und Umführungschanals ungefähr das gleiche ist wie in einem Krümmer mit einer Richtungsänderung um  $180^\circ$  (Abb. 112b links), erfolgt hier der Übergang von der radial auswärts gerichteten

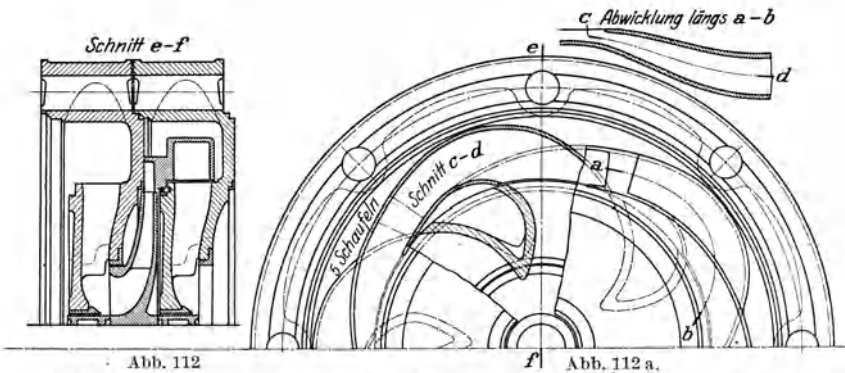
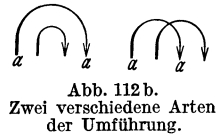


Abb. 112 und 112a. Leitrad mit axialer Ablenkung des Wassers dicht hinter dem Laufrad.

zur radial einwärts gerichteten Strömung so, daß die Wasserfäden im Meridianschnitt sich überkreuzen (Abb. 112b rechts). Man kann sich den Vorgang so vorstellen, daß das aus dem Laufrad austretende Wasser überhaupt nicht wesentlich radial auswärts geführt, sondern gleich in axialer Richtung abgelenkt wird. Würde das Wasser seinen Abstand von der Achse beibehalten, so würde es schraubenförmige Bahnen in einem zylindrischen Hohlraum beschreiben, die man dann an irgendeiner Stelle in die radiale Richtung nach innen ablenken kann. Wie aus Abb. 112a ersichtlich ist, erfolgt die Verbreiterung des Querschnitts sofort nach der Umlenkung in die axiale Richtung, und zwar nach beiden Seiten, so daß ohne Überschreitung des zulässigen Erweiterungswinkels eine wirksame Geschwindigkeitsverlangsamung herbeigeführt wird. Die Zahl der Leitschaukeln muß hier verhältnismäßig klein sein, weil es sonst nicht möglich ist, die Leitkanäle aneinander vorbeizuführen. Diese Bauweise des Leitrades, die in anderer Weise in Abb. 274 bis 275a angewendet ist, gestattet die radiale Ausdehnung des Leitrades weitgehend einzuschränken. Anzunehmen ist aber, daß der Wirkungsgrad durch die Unmöglichkeit, den ersten Teil des Leitkanals geradlinig auszuführen, ungünstig beeinflusst wird.



**51. Glatter Leitring (Diffusor).**

Die beiderseits die Fortsetzung der Laufradwände bildenden Wände des Leittrings (Abb. 113), die als Rotationsflächen ausgebildet sind, können parallel sein oder beliebige Meridiane besitzen. Ihr Verlauf beeinflusst die Komponente  $c_m$  der Geschwindigkeit in der Meridianebene (Abb. 113a) nach der Gleichung

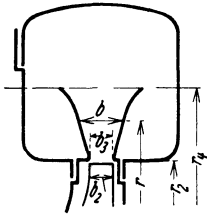


Abb. 113. Kreiselpumpe mit Leitring.

$$Q' = 2r\pi b \cdot c_m = 2r_2\pi b_2 \cdot c_{3m}$$

oder

$$c_m = \frac{Q'}{2r\pi b} = c_{3m} \frac{r_2 b_2}{rb}. \tag{27}$$

Für die Änderung der Umfangskomponente  $c_u$  kommt aber nur der Flächensatz in Frage, also nach S. 11

$$c_u r = c_{3u} r_2 = K, \tag{28}$$

wo  $K$  für  $\alpha_0 = 90^\circ$  nach der Hauptgleichung gegeben ist durch

$$K = \frac{c_{3u} u_2}{\omega} = \frac{gH_{th}}{\omega}. \tag{28a}$$

Nach Gl. (28) ist

$$c_u = \frac{K}{r}. \tag{28b}$$

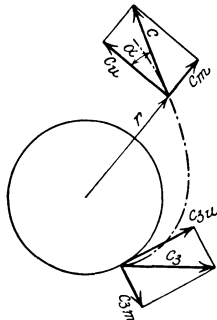


Abb. 113a.

Die Umfangskomponente nimmt also im umgekehrten Verhältnis zum Halbmesser  $r$  ab. Hierbei ist es vollkommen gleichgültig, welchen Breitenverlauf der Leitring besitzt. Da die Umfangskomponente für die Umwandlung der Geschwindigkeit in Druck ausschlaggebend ist, so kann ausgesagt werden, daß der Wert eines glatten Leittrings ausschließlich von seiner radialen Erstreckung abhängt und nicht etwa davon, ob er sich nach außen verbreitert oder verengt. Auch eine Fortsetzung in axialer Richtung ist zwecklos, ja sogar schädlich, weil dadurch lediglich eine Verlängerung des Reibungsweges hervorgerufen wird.

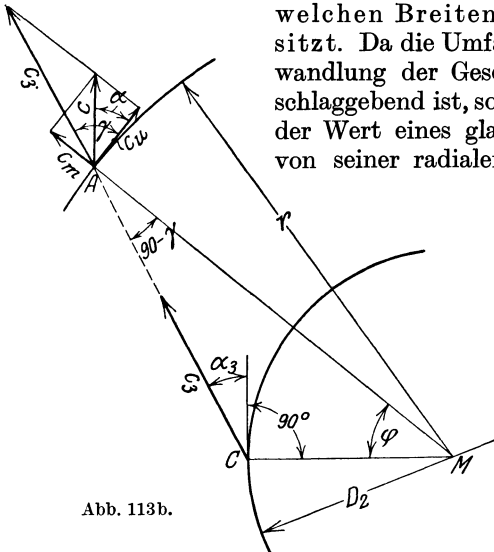


Abb. 113b.

mäß Abb. 113b die Richtung der Geschwindigkeit  $c_3$  bis zum Schnittpunkt  $A$  mit dem betrachteten Parallelkreis verlängert und diese Ge-

Die Umfangskomponente  $c_u$  kann auch auf zeichnerischem Wege ermittelt werden, wenn ge-



schwindigkeit  $c_3$  selbst bis zu diesem Punkt  $A$  verschoben wird. Die Umfangskomponente der so verschobenen Geschwindigkeit  $c_3$  ist dann auch die Umfangskomponente  $c_u$  der vorläufig noch unbekanntes Geschwindigkeit  $c$ , die selbst nicht mit  $c_3$  übereinstimmt, weil ihre Meridiankomponente  $c_m$  nach Gl. (27) zu errechnen ist<sup>1</sup>.

Die Form des zweiten Ausdrucks für  $c_u$  nach Gl. (28a) läßt erkennen, daß bei gegebener theoretischer Förderhöhe die Geschwindigkeiten an einer bestimmten Stelle des Leittrings nur von der Drehzahl und nicht etwa vom Raddurchmesser abhängig ist.

Berücksichtigt man die Wandreibung, so tritt an Stelle des Flächensatzes gemäß Gl. (44) Abschn. 17 der erweiterte Flächensatz

$$\frac{1}{rc_u} - \frac{1}{r_2c_{3u}} = \frac{\lambda\pi}{2Q'}(r - r_2) \quad (29)$$

bzw. [entsprechend Gl. (45) Abschn. 17] sofern man die Neigungswinkel der Stromlinien einführt

$$b \operatorname{tg} \alpha - b_3 \operatorname{tg} \alpha_3 = \frac{\lambda}{4}(r - r_2), \quad (29a)$$

wo  $\lambda = 0,03 \div 0,06$  die Reibungsziffer bedeutet, die verhältnismäßig groß zu nehmen ist, da es sich um eine Verlangsamung der Strömung gemäß Abschn. 13 (vgl. auch S. 45) handelt, die Anlaufstrecke fehlt und der in Gl. (21) Abschn. 10 einzusetzende Wert  $d = \frac{4F}{U} = \frac{4 \cdot 2r\pi b}{2 \cdot 2r\pi} = 2b$  sehr klein ist.

Über die Wirkung des glatten Leittrings kann auf Grund der vorliegenden Versuche<sup>2</sup> folgendes ausgesagt werden. Bei kleinen Winkeln  $\alpha_3$  der absoluten Austrittsgeschwindigkeit aus dem Rad, wie er bei den Rädern für Hochdruckpumpen meist vorliegt, sind der Wirkungsgrad und die Förderhöhe wesentlich niedriger als bei Verwendung von Leitschaufeln. Der beste Wirkungsgrad wird ferner bei Wassermengen erreicht, die meist größer als die des stoßfreien Eintritts (vgl. S. 196) und größer als bei Verwendung von Leitschaufeln sind (Abb. 139).

Daß bei Leitschaufeln und glattem Leitring die Schaufelarbeit verschieden ist, erklärt sich aus der Verschiedenheit der Minderleistung, hervorgerufen durch die Auseinanderstellung der Schaufeln und aus der Verschiedenheit der Schleppwirkung des Rades (S. 445). Die bei

<sup>1</sup> Der Beweis ergibt sich mit den Bezeichnungen der Abb. 113b, da nach dem Sinussatz im Dreieck  $MCA$

$$\sin(90 - \gamma) = \frac{r_2}{r} \sin(90 + \alpha_3), \quad \text{also} \quad \cos \gamma = \frac{r_2}{r} \cos \alpha_3,$$

somit

$$c_u = c_3 \cos \gamma = \frac{r_2}{r} c_3 \cos \alpha_3 = c_{3u} \frac{r_2}{r}$$

übereinstimmend mit Gl. (28).

<sup>2</sup> Herbert: Beitrag zur Theorie der Zentrifugalpumpen. Dissert. München 1913 oder Z. ges. Turbinenwes. 1913 S. 481; Siebrecht: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 321; M. Yendo: Experimental Researches on Turbine Pumps. Rep. Yokohama Techn. College Nr. 1, Juni 1930.

kleinen Wassermengen, d. h. kleinen Austrittswinkeln  $\alpha_3$  vorhandene Verschlechterung der Wirkung folgt daraus, daß mit abnehmendem Neigungswinkel der spiraligen Strombahnen sich deren Weglänge vergrößert.

Um diese Verhältnisse zu veranschaulichen, soll der Reibungsverlust  $H_{r_2}$  eines gegebenen Leittrings berechnet werden<sup>1</sup>, wenn aus einem Laufrad mit festliegenden Austrittsenden der Schaufeln, d. h. festem  $\beta_2$ ,  $b_2$  und  $u_2$  verschiedene Wassermengen austreten, was wir uns durch entsprechende Veränderung des Eintrittsverlaufs der Laufschaufeln verwirklicht denken wollen. Hierbei wird also im Geschwindigkeitsdiagramm (Abb. 56 oder 128) die Meridiangeschwindigkeit  $c_{2m}$  sich proportional zu  $Q'$  ändern, also der Punkt  $A_2$  auf dem festliegenden Schenkel des Winkels  $\beta_2$  sich entsprechend verschieben, wobei dann  $\alpha_2$  von Null (entsprechend  $c_{2m} = 0$  oder  $Q' = 0$ ) bis  $90^\circ$  (entsprechend  $c_{2m} = u_2 \operatorname{tg} \beta_2$ ,  $Q' = Q_{\max}$ ) variiert.

Die Reibung auf der unendlich kleinen Strecke  $dx = \frac{dr}{\sin \alpha}$  der Abb. 35 S. 42 ist nach Gl. (37) Abschn. 17

$$dH_{r_2} = \lambda \frac{dx}{2b} \frac{c^2}{2g} = \frac{\lambda}{2b} \frac{dr}{\sin \alpha} \frac{c^2}{2g}. \quad (30)$$

Da nun

$$\sin \alpha = \frac{c_m}{c} = \frac{c_m}{\sqrt{c_m^2 + c_u^2}},$$

so wird, wenn außerdem für  $c_m$  der in Gl. (27) oben zuerst angegebene Wert und  $c_u$  aus Gl. (29) eingeführt, ferner  $c_m^2$  gegen  $c_u^2$  vernachlässigt (also  $c = c_u$  gesetzt) wird,

$$dH_{r_2} = \frac{\lambda \pi}{2g Q'} \cdot \frac{dr}{r^2 \left[ \frac{1}{r_2 c_{3u}} + \frac{\lambda \pi}{2Q'} (r - r_2) \right]^3}. \quad (31)$$

Die Durchführung der Integration zwischen  $r_2$  und dem äußeren Halbmesser  $r_4$  des Leittrings ergibt

$$\left. \begin{aligned} H_{r_2} = & \frac{\lambda}{2g B^3} \left\{ \left( \frac{u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2}{1+p} \right)^2 \left( B^2 + \frac{9}{4} B \lambda + \frac{3}{4} \lambda^2 \right) \right. \\ & - 4 c_{2m}^2 \frac{b_2^2}{r_2 r_4} \left[ 1 + \frac{\lambda}{4} r_4 \frac{5 B r_2 + 2 \lambda r_4}{\left( B r_2 + \frac{\lambda}{2} r_4 \right)^2} \right] \\ & \left. + 6 \frac{\lambda}{B} c_{2m}^2 \left( \frac{b_2}{r_2} \right)^2 \ln \left[ \frac{r_2}{r_4} \left( 1 + \frac{\lambda}{4} \frac{r_4 - r_2}{b_2} \frac{u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2}{c_{2m} (1+p)} \right) \right] \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

nachdem gesetzt war

$$Q' = 2\pi r_2 c_{2m} b_2, \quad (32a)$$

$$c_{3u} = \frac{c_{2u}}{1+p} = \frac{1}{1+p} (u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2) \quad (32b)$$

(vgl. das Geschwindigkeitsdiagramm für den Laufradaustritt in Abb. 82). Die Bedeutung von  $p$  geht aus Gl. (22) S. 119 und die von  $B$  aus der folgenden Gleichung hervor:

$$B \equiv \frac{2b_2}{r_2} \frac{c_{2m}(1+p)}{u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2} - \frac{\lambda}{2}. \quad (33)$$

Die Schaufelverengung am Laufradaustritt ist vernachlässigt.

Mittels Gl. (32) könnte der Verlauf von  $H_{r_2}$  in Abhängigkeit von  $c_{2m}$ , also von der Wassermenge  $Q'$ , gezeichnet werden. Die recht umständliche Auswertung soll aber dadurch umgangen werden, daß man drei ausgezeichnete, leicht zu be-

<sup>1</sup> Diese Untersuchung findet sich bereits in ähnlicher Weise in einem Aufsatz des Verfassers. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 295 S. 77ff.

stimmende Punkte einschließlich ihrer Tangenten bestimmt, worauf die parabelähnliche Linie mit einer vollauf genügenden Genauigkeit eingetragen werden kann.

Zunächst folgt aus Gl. (32) für den Schnittpunkt *A* mit der Ordinatenachse (Abb. 114), also  $Q' = 0$ , d. h.  $c_{2m} = 0$ ,

$$H_{r20} = \frac{1}{2g} \left( \frac{u_2}{1+p} \right)^2,$$

was nicht anders zu erwarten ist, da bei fehlendem Durchfluß offenbar der Weg der einzelnen Wasserteilchen unendlich lang ist und also die ganze Umfangskomponente  $(c_{3u})_0 = \frac{u_2}{1+p}$  der aus dem Laufrad tretenden Flüssigkeit vernichtet wird.

Ferner muß für  $c_{3u} = 0$ , d. h.  $H_{th} = 0$ , wobei das Wasser in radialer Richtung den Leitring durchströmt,  $H_{r2}$  nach Gl. (32) ebenfalls zu Null werden, weil bei der Ableitung  $c_m$  vernachlässigt worden ist. Damit ist der Punkt *C* auf der  $Q'$ -Achse bekannt, weil für diese wirkungsfreie Schaufel  $c_{2m} = u_2 \operatorname{tg} \beta_2$ , also die Wassermenge  $(Q')_{\max} = 2r_2 \pi b_2 c_{2m} = 2r_2 \pi b_2 u_2 \operatorname{tg} \beta_2$ , gegeben ist.

Schließlich zeigt der Verlauf von  $H_{r2}$  noch einen besonderen Zwischenpunkt *D*, für den  $\frac{1}{r_2 c_{3u}} = \frac{\lambda \pi}{2Q'} r_2$  ist und Gl. (32) den Wert Null annimmt, da  $B = 0$  wird. Für diesen Punkt erhält Gl. (31) die einfache Form

$$(dH_r)_1 = \frac{1}{g} \left( \frac{2Q'}{\lambda \pi} \right) \frac{dr}{r^5},$$

so daß sich auch ein entsprechend einfaches Integral ergeben muß.

Auch die Tangenten in diesen drei Punkten *A*, *D*, *C* (Abb. 114) sind leicht bestimmbar. In der folgenden Zusammenstellung sind diese drei Punkte und die Schnittpunkte *F* und *E* der Tangenten mit der  $Q'$ -Achse angegeben. Die Tangente in *C* ist die  $Q'$ -Achse.

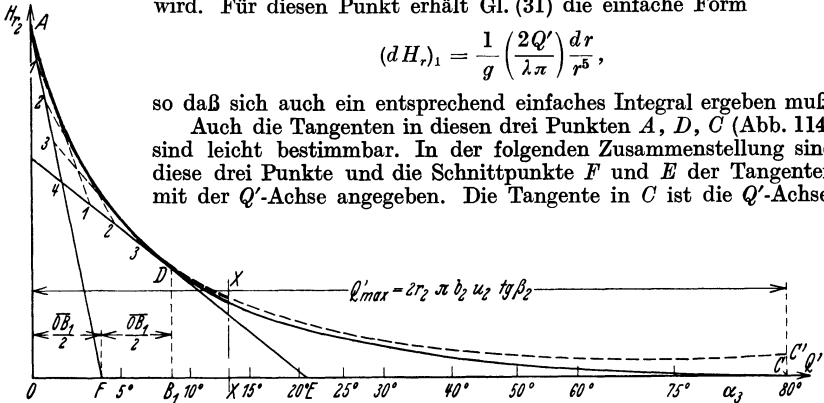


Abb. 114. Abhängigkeit des Reibungsverlustes  $H_{r2}$  in einem glatten Leitring von der Wassermenge  $Q'$  bzw. vom Winkel  $\alpha_3$ .

| Punkt <i>A</i>  | Punkt <i>D</i>   | Punkt <i>C</i>   |
|---|--|--|
| $\overline{OA} = \frac{1}{2g} \left( \frac{u_2}{1+p} \right)^2$ | $\overline{OB_1} = \frac{2\lambda \pi r_2^2 b_2 u_2}{4b_2(1+p) + \lambda r_2 \operatorname{ctg} \beta_2}$  | $\overline{OC} = 2r_2 \pi b_2 u_2 \operatorname{tg} \beta_2$ |
| $\overline{OF} = \frac{\overline{OB_1}}{2}$                     | $\overline{B_1 D} = \frac{1}{(\pi \lambda)^2 g} \left( \frac{1}{r_2^4} - \frac{1}{r_4^4} \right) \overline{OB_1^2}$  |  |
|   | $\overline{B_1 E} = \frac{\frac{1}{2} \overline{OB_1^2}}{\frac{3\pi \lambda}{5(1+p)} r_2^2 u_2 \frac{1 - \left( \frac{r_2}{r_4} \right)^5}{1 - \left( \frac{r_2}{r_4} \right)^4} - \overline{OB_1}}$ |  |

Die Stücke der  $H_{r2}$ -Linie zwischen den Punkten *A* und *D* einer-, *D* und *C* andererseits weichen verschwindend wenig von der Parabelform ab und können daher mittels der in Abb. 114 angedeuteten bekannten Parabelkonstruktion gezeichnet werden. Hervorzuheben ist, daß das Verfahren auch für Leitringe veränderlicher Breite giltig ist.

Infolge der vorgenommenen Vernachlässigung von  $c_m^2$  gegen  $c_u^2$  entspricht der Verlauf der Wirklichkeit in dem Bereich großer  $Q'$  nicht. Beispielsweise wird im Punkt  $C$  der Reibungsverlust nicht Null, sondern gleich dem der rein radialen Strömung sein. Die Bestimmung dieses Betrags<sup>1</sup> liefert den Punkt  $C'$  in Abb. 114. Der weitere Verlauf von  $H_{r,2}$  bei Berücksichtigung von  $c_m^2$  gegen  $c_u^2$  ist auf Grund einer überschläglichen Rechnung gestrichelt eingetragen. Wie ersichtlich, geht diese Kurve in dem für praktische Zwecke wichtigen Bereich, der durch die kräftig gezeichnete Linie kenntlich gemacht ist, vollkommen in den oben abgeleiteten Verlauf über.

Abb. 114 läßt das eigentümliche Verhalten des Leittrings erkennen, daß der durch ihn verursachte Reibungsverlust  $H_{r,2}$  [der sich in einer Abnahme von  $c_u$  gemäß Gl. (29) äußert] mit wachsender Durchflußmenge  $Q'$  abnimmt, während er im Rohr mit dem Quadrat der Durchflußmenge wächst. Der Zunahme von  $Q'$  entspricht auch eine Zunahme von  $\alpha_3$  gemäß der Gleichung<sup>2</sup>

$$\operatorname{ctg} \alpha_3 = \frac{\operatorname{ctg} \beta_2 (Q'_{\max} - 1)}{1 + p}, \quad (35)$$

wo  $Q'_{\max}$  in Abb. 114 gleich  $\overline{OC}$  ist.

Hiernach sind die Werte  $\alpha_3$  in Abb. 114 längs der  $Q'$ -Achse eingetragen. Man erkennt, daß der Leittring nur für große Wassermengen im Vergleich zur Förderhöhe oder für große Winkel  $\alpha_3$  geeignet ist. In solchen Fällen ist allerdings das Spiralgehäuse ebenfalls brauchbar und wegen seiner bequemerer Wasserabführung meist vorzuziehen.

Die Betrachtung der Abb. 114 macht es auch verständlich, warum Leitringpumpen mit kleinem  $\alpha_3$  ihren besten Wirkungsgrad bei erheblich größerer Wassermenge als der des stoßfreien Laufradeintritts haben, denn das Minimum des Gesamtverlusts fällt infolge des starken

<sup>1</sup> Nach Gl. (30) beträgt der Widerstand der radial gerichteten Strömung im Punkte  $C$  mit  $c = c_m = c_{2m} \frac{r_2}{r} = u_2 \operatorname{tg} \beta_2 \frac{r_2}{r}$  und  $dx = dr$

$$H_{r,2c} = \int_{r_2}^{r_4} \lambda \frac{dr}{2b} \frac{\left(u_2 \operatorname{tg} \beta_2 \frac{r_2}{r}\right)^2}{2g}.$$

Wird die bisher nicht erforderliche Einschränkung  $b = b_3 = b_2$  getroffen, so folgt

$$\overline{CC'} = H_{r,2c} = \frac{\lambda}{4g} \frac{r_2}{b_2} u_2^2 \operatorname{tg}^2 \beta_2 \left(1 - \frac{r_2}{r_4}\right). \quad (34)$$

Abb. 114 ist mit den Daten  $\frac{r_4}{r_2} = 2$ ,  $\frac{b_2}{r_2} = 0,1$ ,  $\frac{b_1}{r_2} = 0,193$ ,  $\operatorname{ctg} \beta_2 = 2$ ,  $\beta_1 = 15^\circ$ ,  $p = \frac{1}{3}$ ,  $r_2 = 2r_1$ ,  $\eta_h = 0,79$  gezeichnet, wobei  $\lambda = 0,06$ , also aus den S. 157 angegebenen Gründen verhältnismäßig groß angenommen ist.

<sup>2</sup> Nach Abb. 82 ist  $\operatorname{ctg} \alpha_2 = \frac{c_{2u}}{c_{2m}} = \frac{u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2}{c_{2m}}$

oder nach Gl. (29) Abschn. 42, da unendlich dünne Laufschaufeln angenommen seien, also  $\alpha'_2 = \alpha_3$

$$\operatorname{ctg} \alpha_3 = \frac{1}{1+p} \operatorname{ctg} \alpha_2 = \frac{1}{1+p} \frac{u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2}{c_{2m}}.$$

Weil nun  $Q' = 2r_2 \pi b_2 c_{2m}$ ,  $Q'_{\max} = \overline{OC} = 2r_2 \pi b_2 u_2 \operatorname{tg} \beta_2$ , so folgt nach Elimination von  $c_{2m}$  und  $u_2$  die obige Gl. (35).

Abfalls der  $H_{r_2}$ -Linie nicht mit dem Minimum des an sich kleinen Laufradstoßes zusammen (S. 196).

Hinsichtlich der Herstellungskosten und des betrieblichen Verhaltens ist der Leitring dem Leitrad stets überlegen. Abnutzung von Leitschaufeln und Verstopfung von Leitkanälen sind nicht zu befürchten. Man findet deshalb den Leitring auch bei kleinem  $\alpha_3$  vielfach verwendet, wenn es sich um Förderung unreiner Flüssigkeiten handelt.

## 52. Spiralgehäuse.

Bei einstufigen Pumpen und in der letzten Stufe mehrstufiger Pumpen empfiehlt es sich, das Wasser durch einen spiralförmigen Ringraum abzuführen, der um das Leitrad oder auch unmittelbar um das Laufrad herum angeordnet ist. In letzterem Falle tritt das Spiralgehäuse an die Stelle des Leitrades. Die Berechnung eines solchen Spiralgehäuses darf nicht unter Zugrundelegung gleicher mittlerer Geschwindigkeit für sämtliche Querschnitte der Spirale erfolgen, wie es sehr häufig geschieht und wobei der Querschnitt sich proportional dem Beaufschlagungsbogen vergrößert. Dies zeigt schon folgende einfache Überlegung. Wegen der Fliehkraft der mit einer Umfangskomponente strömenden Wasserteilchen muß der Druck von innen nach außen zu-, also die Geschwindigkeit abnehmen. Hiernach wird die mittlere Geschwindigkeit eines jeden Spiralquerschnitts um so kleiner, je mehr der Querschnitt sich in radialer Richtung vergrößert, falls der Strömungszustand längs des Laufradumfangs der gleiche ist. Letztere Bedingung muß aber erfüllt werden, damit die Strömung im Laufrad stationär bleibt und sämtliche Laufkanäle gleichzeitig unter den günstigsten Bedingungen (stoßfreier Eintritt) arbeiten können. Sie hat zur Folge, daß auch längs jeden Parallelkreises in der Spirale der gleiche Strömungszustand herrscht, d. h. die Strömung achsensymmetrisch ist.

Zunächst folgt aus dieser Überlegung, daß für jeden Punkt des Spiralgehäuses der Flächensatz gelten muß; also

$$c_u r = K \quad (38)$$

ist. Für eine leitradlose Pumpe ist  $K = r_2 c_{3u}^*$  oder mit  $\alpha_0 = 90^\circ$  nach Gl. (28a)

$$K = \frac{g H_{th}}{\omega} \quad (38a)$$

mit

$$\omega = \frac{\pi n}{30}.$$

\* Der treffendste Ausdruck für  $K$  ist gemäß S. 65  $K = \Gamma_a/2\pi$ , wo  $\Gamma_a$  die äußere Zirkulation des Rades bedeutet.

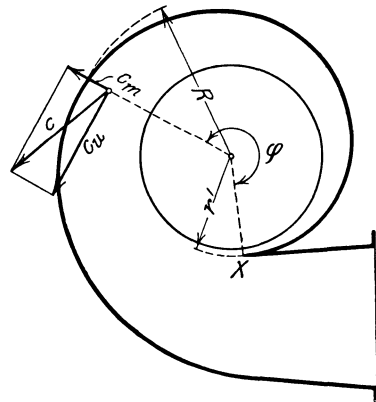


Abb. 115.

Ist ein Leitrad vorhanden, so ist  $K$  aus dem Produkt der für den Austritt aus dem Leitrad geltenden Werte von  $c_u$  und  $r$  unter Berücksichtigung der Minderleistung gemäß Gl. (13) Abschn. 48 zu bestimmen.

Ferner sind die Seitenwände des Spiralgehäuses strenggenommen nach Rotationsflächen auszubilden.

Im ganzen liegt also der gleiche Strömungszustand vor wie bei dem vorher betrachteten Leitring. Man kann auch das Spiralgehäuse zur Entstehung bringen, wenn man in einem Leitring, bei dem die Meridiane der Leitflächen eine ganz beliebige Form besitzen mögen, von einer Leitfläche zur andern eine Leitlinie  $AB$  (Abb. 116) zieht und die durch diese gehenden Stromlinien materiell ausführt. Legt man diese Leitkurve in die Nähe des Laufrades, so kann sie als Eintrittskante  $X$  (Abb. 115) in die Spirale betrachtet werden. Haben die spiralförmigen Strombahnen, von ihrer Ausgangskante  $X$  aus gerechnet, einen Winkel  $\varphi$  größer als  $360^\circ$  durchlaufen, so ist zusammen mit

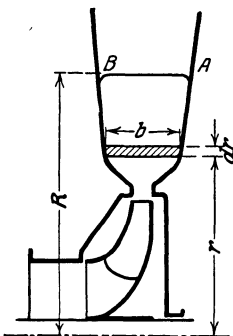


Abb. 116.

den Seitenflächen ein vollständiges Spiralgehäuse entstanden, das die gesamte Flüssigkeitsmenge aufgenommen hat<sup>1</sup>.

Die äußere Begrenzung  $AB$  der einzelnen Spiralquerschnitte zwischen den unveränderlich bleibenden Meridianlinien der Seitenflächen entsteht aus der Gesamtheit der Durchstoßpunkte der durch die angenommene Leitlinie gehenden Strombahnen mit der jeweiligen Meridianebene. Ihre Bestimmung gestaltet sich sehr zeitraubend, wenn die Seitenflächen nicht parallel sind, da sie in diesem Falle ihre Form längs der Spirale ändert. Eine recht bedeutende Vereinfachung wird erzielt, wenn diese Änderung nicht berücksichtigt wird, was in den meisten Fällen zulässig sein dürfte. Hierbei wird die Begrenzung  $AB$  in jedem Meridianschnitt als Linie gleichen oder ähnlichen Charakters so angenommen und ihre Lage so bestimmt, daß dem kreisenden Wasser jeweils der notwendige Durchtrittsquerschnitt zur Verfügung steht.

**a) Berechnung unter Vernachlässigung der Veränderung der äußeren Begrenzung der einzelnen Spiralquerschnitte.** Wir nehmen diese äußere Begrenzung zunächst geradlinig und parallel zur Achse gemäß  $AB$ , Abb. 116, an.

**I. Vernachlässigung der Reibung im Spiralgehäuse.** Wir betrachten den Schnitt nach einer unter dem beliebigen Winkel  $\varphi$  (Abb. 115) zum Anfangspunkt  $X$  der Spirale gelegten Meridianebene und in diesem den Flächenstreifen  $df = bdr$ , der einer sehr kleinen Änderung  $dr$  des Halbmessers  $r$  entspricht (Abb. 116).

In diesem ist die Wassergeschwindigkeit senkrecht zum Querschnitt nach Gl. (38)  $c_u = K/r$  und somit die durchfließende Wassermenge

$$dQ'_\varphi = dfc_u = \frac{bdrK}{r}.$$

<sup>1</sup> Vgl. auch Kucharski: Strömungen einer reibungsfreien Flüssigkeit, S. 141 ff. München u. Berlin 1918.

Ist  $r'$  der Halbmesser, auf dem der Anfang  $X$  der Spirale liegt, so tritt durch den betrachteten Querschnitt zwischen dem Halbmesser  $r'$  und der äußeren Begrenzung mit dem Halbmesser  $R$  die Wassermenge

$$Q'_\varphi = \int_{r=r'}^{r=R} dQ'_\varphi = K \int_{r'}^R \frac{b dr}{r}.$$

Diese stimmt überein mit der Wassermenge, die auf einem dem Zentriwinkel  $\varphi$  entsprechenden Bogen des Radumfangs aus dem Rade tritt. Also ist auch

$$Q'_\varphi = \frac{\varphi^\circ}{360} \cdot Q',$$

wenn  $Q'$  das sekundliche Fördervolumen der Pumpe einschließlich eines Berechnungszuschlages (S. 141),  $\varphi^\circ$  den in Graden gemessenen Wert von  $\varphi$  bedeutet. Durch Gleichsetzen der beiden vorstehenden Ausdrücke ergibt sich

$$\varphi^\circ = \frac{360 K}{Q'} \int_{r'}^R \frac{b dr}{r}. \quad (39)$$

Aus Gl. (39) kann man den Verlauf von  $\varphi$  in Abhängigkeit von  $R$ , also die Form der Spirale in folgender einfacher Weise ermitteln.

Es wird in einem rechtwinkligen Koordinatensystem zu  $r$  als Abszisse der zu dem gewählten Verlauf  $EBF$  der Seitenwandungen gehörige Wert von  $b/r$  als Ordinate aufgetragen (Abb. 117 und 117a). Die zwischen  $r'$  und einem beliebigen Wert  $r = R$  liegende, durch die zugehörigen Ordinaten begrenzte Fläche  $GHCD$  stellt den zu dem gewählten Radius  $R$  gehörigen Wert des Integrals der Gl. (39) dar, so daß auch  $\varphi$  gegeben ist. Die Bestimmung der Flächeninhalte erfolgt wieder am besten tabellarisch (vgl. S. 134). Es steht also nichts im Wege, den Verlauf der  $\varphi$ -Kurve in Abhängigkeit von  $R$  einzutragen und aus dieser die zu den Schnitten  $I$  bis  $VIII$  der Abb. 117 b gehörigen Werte von  $R$  zu entnehmen.

Die gewählten gekrümmten Begrenzungslinien der einzelnen Querschnitte, deren Zirkularprojektion in Abb. 117 gezeichnet ist, können nun so eingetragen werden, daß sie die bisher zugrunde gelegte Gerade, z. B.  $AB$ , vermitteln. Hierbei muß beachtet werden, daß die Geschwindigkeiten  $c_u$  sich gemäß Gl. (38) nach einer gleichseitigen Hyperbel über den Querschnitt verteilen. Die ausgetauschten (und in Abb. 117 schraffierten) Flächenstücke  $f_1$  und  $f_2$  sind deshalb nicht gleich, sondern weil  $dfc_u = df \frac{K}{r}$ , so muß jedes Element  $df_1$  im Abstand  $r_1$  ausgeglichen werden durch ein Element  $df_2$  im Abstand  $r_2$ , so daß

$$\frac{df_1}{r_1} = \frac{df_2}{r_2}. \quad (40)$$

Näherungsweise gilt für die ganzen Austauschflächen

$$\frac{f_1}{r_1} = \frac{f_2}{r_2}, \quad (40a)$$

wenn  $r_1$  und  $r_2$  die zugehörigen Schwerpunktsabstände von der Drehachse sind.

Nach diesem Gesetz ist auch die Verengung der Querschnitte VIII und IX durch die Zunge X zu berücksichtigen, wodurch sich dort die ideellen äußeren Begrenzungen um  $a_1$  bzw.  $a_2$  nach außen verschieben.

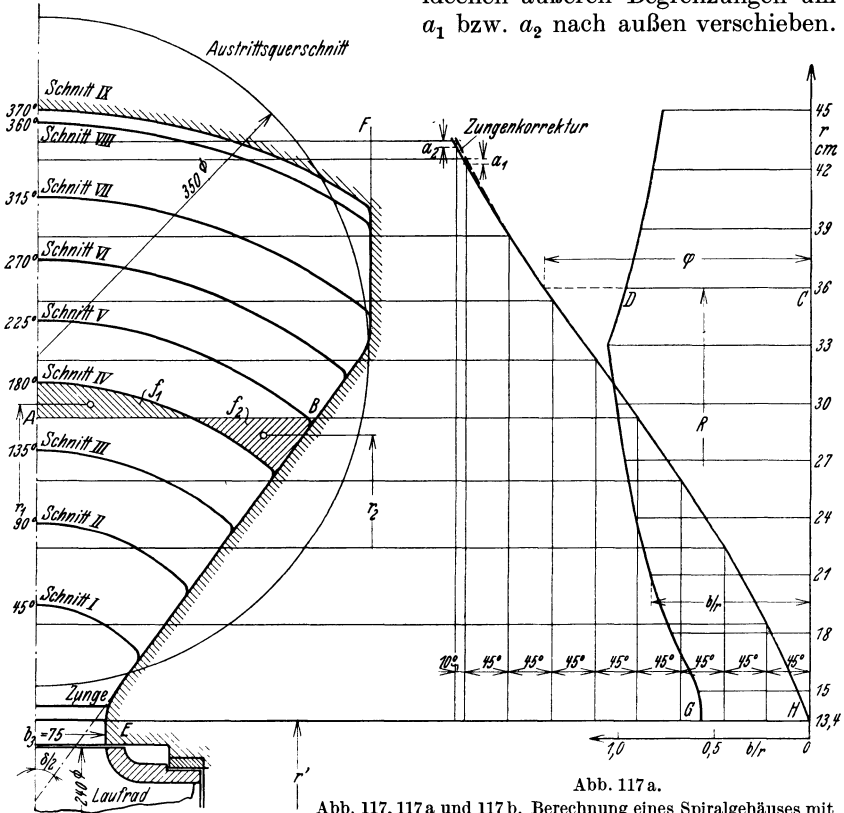


Abb. 117.

Abb. 117, 117 a und 117 b. Berechnung eines Spiralgehäuses mit beliebigem Querschnitt ohne Berücksichtigung der Reibung.

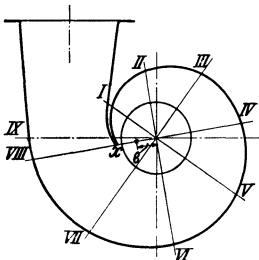


Abb. 117 b.

Häufig werden Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt benutzt, deren Berechnung sich — wie im nächsten Abschnitt näher ausgeführt ist — besonders einfach gestaltet.

### II. Berücksichtigung der Reibung.

Die Reibung bedingt eine stärkere Verlangsamung der Stromfäden, als sie der Flächen-satz ergibt, also eine Vergrößerung der Spiralquerschnitte gegenüber der vorstehenden Rechnung. Man kann diesen Einfluß überschläglich durch Vergrößerung des Berechnungszuschlags zur Liefermenge  $Q$  auf 10 bis 20% berücksichtigen.

In wichtigen Fällen dürfte sich aber die folgende genauere Rechnung empfehlen, die die Ergebnisse des Abschnitts 17 benutzt.



Wir schreiben Gl. (39) in der Form

$$\varphi^\circ = \frac{360}{Q'} \int_{r'}^R b c_u dr \quad (41)$$

und erhalten, wenn  $c_u$  aus Gl. (44) Abschn. 17 eingeführt und dort ebenfalls  $Q'$  an Stelle von  $Q_x$  gesetzt wird,

$$\varphi^\circ = 360 \int_{r'}^R \frac{b}{r \left[ \frac{Q'}{r_2 c_{3u}} + \frac{\lambda \pi}{2} (r - r_2) \right]} dr. \quad (42)$$

Dieses Integral ist zunächst in gleicher Weise, wie oben für Gl. (39) beschrieben ist, auszuwerten. Der sich ergebende Querschnittsverlauf berücksichtigt aber zunächst nur die Reibung an den seitlichen Rotationsflächen und nicht an der äußeren, spiralgig gebogenen Deckwand, so daß eine Korrektur nötig ist. Letztere soll auf Grund folgender Überlegung durchgeführt werden.

Der zusätzliche Reibungsumfang von der jeweiligen Breite  $b$  der Spiralwand entspricht nach Abschn. 12 einem Rohrdurchmesser  $d = 4F/b$ , wobei  $F$  der zugehörige Spiralquerschnitt ist. (Es wird also die vereinfachende Annahme getroffen, daß die zusätzliche Reibungsfläche die Strömung ebenso wie bei vollständiger Umschließung beeinflusse.) Die Umfangsreibung auf dem kleinen Wegelement  $dx$  (Abb. 35) ist demnach entsprechend Gl. (40a) bzw. (39) des Abschn. 17

$$dH_{r,u} = \frac{c_u}{g} dc_u = \lambda \frac{dx}{4F} \frac{c_u^2}{2g},$$

wo  $dc_u$  die durch die zusätzliche Reibung auf dem Weg  $dx$  hervorgerufene Abnahme<sup>1</sup> von  $c_u$  bedeutet. Wegen der Kleinheit der beabsichtigten Korrektur kann  $dx = r d\varphi$  gesetzt werden, wobei  $r$  sich auf die Stelle des Querschnitts beziehe, in der der Mittelwert der Geschwindigkeit herrscht. Damit wird

$$dc_u = \lambda \frac{b}{8F} c_u r d\varphi.$$

Der Geschwindigkeitsabnahme  $dc_u$  entspricht aber eine Querschnittszunahme von

$$d(\Delta F) = F \frac{dc_u}{c_u},$$

so daß, wenn  $dc_u$  aus der vorausgegangenen Gleichung eingeführt wird:

$$d(\Delta F) = \frac{\lambda r}{8} b d\varphi. \quad (43)$$

Der Ort, an welchem dieser Zuschlag  $d(\Delta F)$  zugefügt wird, ist nicht gleichgültig, da Gl. (40) zu beachten ist. In jedem Querschnitt ist aber hierfür eine bestimmte Stelle ausgewählt, deren mittlerer Halbmesser gleich  $R_1$  sei. Dann beträgt die dem Wert  $d(\Delta F)$  entsprechende Korrektur

$$d(\Delta F_1) = \frac{R_1}{r} d(\Delta F) = \frac{\lambda R_1}{8} b d\varphi$$

und also der ganze Zuschlag, wenn gleichzeitig mit  $\varphi$  in Grad gerechnet, also mit  $\pi/180$  durchmultipliziert wird,

$$\Delta F_1 = \int_0^\varphi d(\Delta F_1) = \frac{\lambda}{8} \frac{\pi}{180} R_1 \int_0^\varphi b d\varphi^\circ. \quad (44)$$

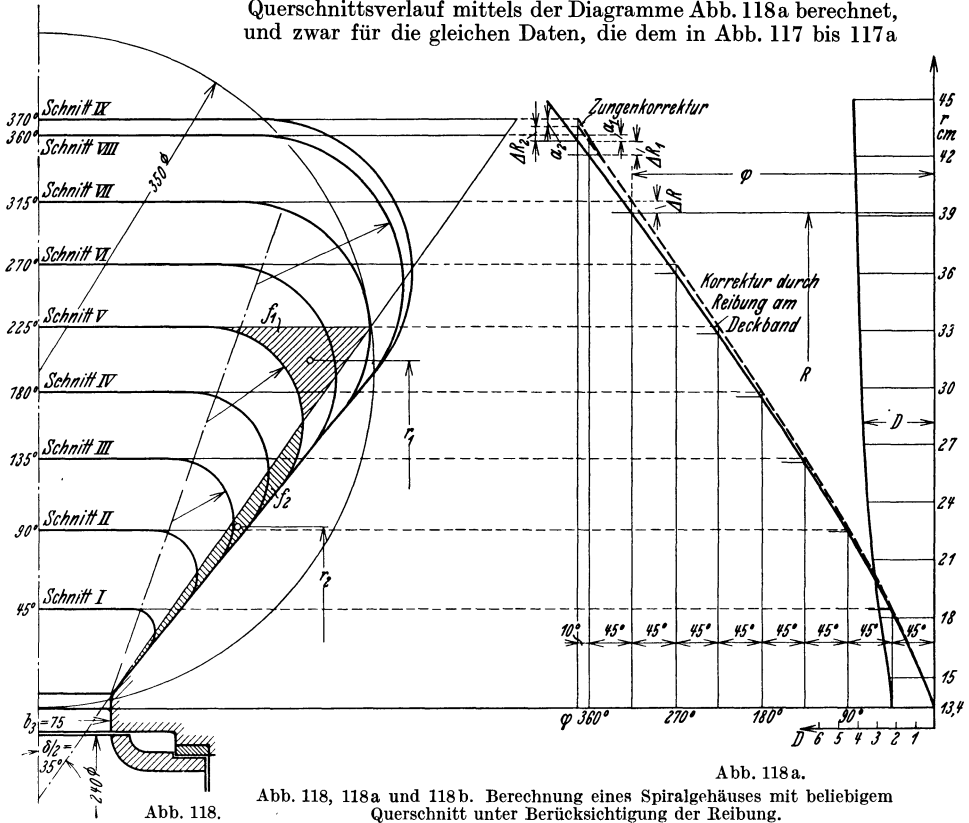
<sup>1</sup> Die durch die Drucksteigerung und die Reibung an den seitlichen Flächen bedingte weitere Abnahme von  $c_u$  ist bereits durch Gl. (42) berücksichtigt.

Dieser Wert  $\Delta F_1$  ist dem nach Gl. (42) bestimmten Querschnitt zuzufügen. Am bequemsten erfolgt dies an der äußeren Begrenzung, so daß  $R_1 = R$  und demnach die durch  $F_1$  bedingte radiale Vergrößerung des Querschnitts

$$\Delta R = \frac{\Delta F_1}{b} = \frac{\lambda}{8} \frac{\pi}{180} \frac{R}{b} \int_0^\varphi b d\varphi^\circ. \quad (44a)$$

Die Zahl  $\lambda$  in Gl. (42) und (44a) dürfte zwischen 0,03 und 0,06 zu nehmen sein (vgl. S. 45 und 157).

Nach diesem Verfahren ist der in Abb. 118 dargestellte Querschnittsverlauf mittels der Diagramme Abb. 118a berechnet, und zwar für die gleichen Daten, die dem in Abb. 117 bis 117a



dargestellten, aber ohne Berücksichtigung der Reibung berechneten Gehäuse zugrunde liegen, nämlich  $Q' = 0,258 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $K = r_2 c_{3u} = 1,015 \text{ m}^2/\text{s}$ . Die Auswertung der Gl. (42) und (44a) ist für den Anfang der Spirale in den beiden nachstehenden Zahlentafeln erfolgt mit  $\lambda = 0,04$ . Der Übergang vom Rechnungsquerschnitt zum endgültigen, abgerundeten Querschnitt ist jetzt auf Grund der Änderung des Neigungswinkels  $\delta$  durchgeführt, wobei aber wieder Gl. (40a) zugrunde gelegt ist.

Die Spirale ist in Abb. 118b gezeichnet. Zum Vergleich ist gestrichelt der Verlauf eingetragen, der sich bei Vernachlässigung der Reibung ergeben hätte.

III. Zusätzliche Bemerkungen. Ist  $b$  konstant, so erhält das Gehäuse bei Vernachlässigung der Reibung gemäß Gl. (39) die Form einer logarithmischen Spirale.

Der Übergang von dem meist unregelmäßigen Endquerschnitt der Spirale zur kreisrunden Öffnung des Druckstutzens hat so zu erfolgen, daß der Querschnitt

Zahlentafel 1. Auswertung von Gl. (42).

| $r$<br>m | $b$<br>m | $\frac{b}{r}$<br>— | $r - r_2$<br>m | $\frac{\lambda \pi}{2} (r - r_2) = B$<br>m | $A * + B = C$<br>m | $\frac{b}{r \cdot C} = x$<br>m <sup>-1</sup> | Mittelwert<br>$D$<br>m <sup>-1</sup> | $d r$<br>m | $D \cdot d r$<br>— | $\int D d r$<br>— | $\varphi^\circ$<br>° |
|----------|----------|--------------------|----------------|--|--------------------|--|--------------------------------------|------------|--------------------|-------------------|----------------------|
| 0,134    | 0,075    | 0,56               | 0,014          | 0,00088                                    | 0,254              | 2,21   | —                                    | —          | —                  | 0                 | 0                    |
| 0,15     | 0,088    | 0,586              | 0,03           | 0,001885                                   | 0,2549             | 2,30   | 2,255                                | 0,016      | 0,0361             | 0,0361            | 13                   |
| 0,18     | 0,13     | 0,722              | 0,06           | 0,00377                                    | 0,2568             | 2,81   | 2,55                                 | 0,03       | 0,0766             | 0,1127            | 40,6                 |
| 0,21     | 0,172    | 0,818              | 0,09           | 0,00566                                    | 0,2587             | 3,16   | 2,99                                 | 0,03       | 0,0898             | 0,2025            | 73                   |

stetig zunimmt. Die Spirale, einschließlich der konischen Erweiterung, wirkt genau so wie die Leitschaukel des Leitrades. Zweckmäßigerweise macht man den von der Spirale durchlaufenen Winkel etwas größer als 360°, um Rückwirkungen des Übergangs auf die Strömung im Laufrad zu vermeiden.

Beim Eintritt in den konischen Austrittsstutzen sind die äußeren Wasserfäden durch den langen Reibungsweg abgebremst, während die inneren Fäden die volle Energie des aus dem Rade tretenden Wassers besitzen, deshalb sollte der Erweiterungswinkel des Stutzens nicht größer als 10° bemessen werden (S. 34). Bei wesentlicher Überschreitung dieses Wertes ist der Einbau einer Führungsrippe zu erwägen. In Abb. 118b ist die Form der konischen Erweiterung so durchgebildet, daß sie durch eine die Achse  $AB$  schneidende Gerade erzeugt

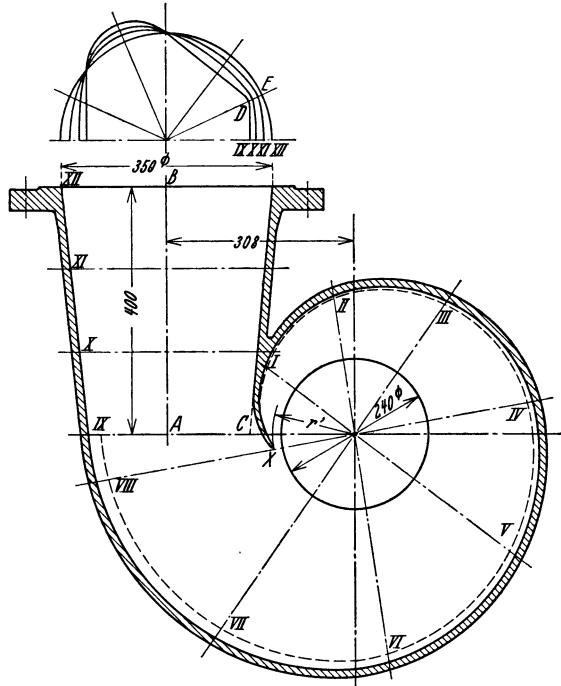


Abb. 118b.

Zahlentafel 2. Auswertung von Gl. (44a).

| $b$<br>m | Mittelwert<br>m | $d \varphi^\circ$<br>° | $b d \varphi^\circ$<br>— | $\int b d \varphi^\circ$<br>— | $R^{**}$<br>m | $E^{***}$<br>—        | $\Delta R$<br>mm |
|----------|-----------------|------------------------|--------------------------|-------------------------------|---------------|-----------------------|------------------|
| 0,075    | —               | —                      | —                        | 0                             | —             | —                     | —                |
| 0,134    | 0,1045          | 45                     | 4,7                      | 4,7                           | 0,183         | $11,95 \cdot 10^{-5}$ | 0,56             |
| 0,192    | 0,163           | 45                     | 7,33                     | 12,03                         | 0,224         | $10,2 \cdot 10^{-5}$  | 1,23             |
| 0,241    | 0,217           | 45                     | 9,76                     | 21,79                         | 0,26          | $9,45 \cdot 10^{-5}$  | 2,05             |

$$* A = \frac{Q'}{r_2 c_{3u}} = \frac{0,258}{1,015} = 0,253 \text{ m.}$$

\*\* Diese Werte  $R$  entstehen durch Interpolation aus der  $(r, \varphi)$ -Linie der Zahlentafel 1.

$$*** E = \frac{\lambda}{8} \frac{\pi}{180} \frac{R}{b} = \frac{0,04}{8} \frac{\pi}{180} \frac{R}{b} = 8,75 \cdot 10^{-5} \cdot \frac{R}{b}.$$

wird, die sich an dem Austrittskreis *XII* und der (bis zum Punkt *C* berücksichtigten) Querschnittsform *IX* entlang bewegt. Man erhält dann sofort beliebige Zwischenquerschnitte *X* und *XI* im Grundriß, indem man die zwischen beiden Leitlinien *IX* und *XII* liegenden Radienstücke *DE* im selben Verhältnis teilt, wie der Abstand *AB* der beiden Endflächen geteilt ist.

Die Eintrittskante *X* der Spirale ist nicht unmittelbar an den Laufradumfang gelegt, sondern in einer gewissen Entfernung angeordnet, um den bei wechselnder Wassermenge eintretenden Stoß zu mildern.

Bei der Wahl des Erweiterungswinkels  $\delta$  (Abb. 119), der die Breite  $b_3$  [Gl. (3a)] auf die Weite des Spiralgehäuses überführt, gelten ähnliche Gesichtspunkte, wie für erweiterte Kanäle im Abschn. 13 aufgestellt wurden. Da die resultierende Geschwindigkeit *c* unter dem kleinen Winkel  $\alpha_3$ , der bis zum Erweiterungsteil unverändert bleibt, gegen den Umfang gerichtet ist, so ist der wirksame Erweiterungswinkel  $\varepsilon$  der Stromlinien wesentlich kleiner und ergibt sich als dritte Seite eines Kugeldreiecks (Abb. 119a) aus

$$\cos \varepsilon = \cos^2 \alpha_3 + \sin^2 \alpha_3 \cdot \cos \delta, \quad (45)$$

woraus

$$\cos \delta = \frac{\cos \varepsilon - \cos^2 \alpha_3}{\sin^2 \alpha_3}. \quad (46)$$

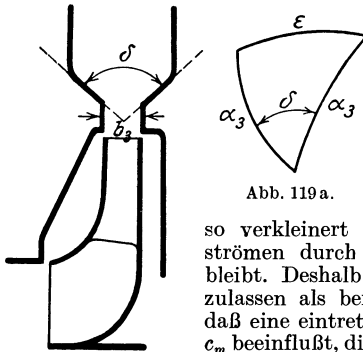


Abb. 119a.

Da in den vorstehenden Gleichungen  $\alpha_3$  sich mit zunehmender Breite *b* verringert, so verkleinert sich der Erweiterungswinkel  $\varepsilon$  beim Durchströmen durch die Erweiterung noch weiter, sofern  $\delta$  gleich bleibt. Deshalb erscheint es zulässig, für  $\varepsilon$  größere Werte zuzulassen als bei geraden Kanälen. Ferner ist anzunehmen, daß eine eintretende Strahlablösung nur die Umsetzung von  $c_m$  beeinflusst, die von untergeordneter Bedeutung ist, während die Umsetzung von  $c_u$ , auf die es allein ankommt, nur wenig beeinträchtigt wird. Deshalb braucht man hier auf eine obere

Grenze von  $\varepsilon$  nicht so streng zu achten, wie es etwa beim Leitrad notwendig war.

Aus dem gleichen Grunde wird auch häufig der in Abb. 121 b S. 174 dargestellte und am Schluß des Abschn. 53 besprochene unstetige Übergang zwischen Laufrad und Spirale zugelassen.

Da die Verlangsamung der Strömung im Spiralgehäuse (wenn man von der Reibung absieht) nach dem Flächensatz erfolgt, so wird in den Fällen, in denen die Spirale sich im Vergleich zum Raddurchmesser in radialer Richtung stark erweitern kann, eine recht wirksame Verzögerung eintreten. Dies ist bei schnelllaufenden Niederdruckpumpen meist der Fall. Dort sind also Leitschaufeln überflüssig und unter Umständen nicht einmal möglich, weil bei richtiger Durchrechnung der Endquerschnitt der anschließenden Spirale sich zu groß ergeben würde.

Bei den ausgesprochenen Schnellläufern kann auch ohne Leitrad das Spiralgehäuse zu große Abmessungen erhalten, so daß man entweder beim Übergang auf den Austrittsstutzen eine Querschnittsverkleinerung vornehmen oder den Drall in der Spirale durch Einschalten eines Leitrads hinter dem Laufrad vergrößern muß. Der Konstrukteur wird in letzterem Falle dahin streben, ohne eine gleichzeitige Vergrößerung der absoluten Geschwindigkeit über  $c_3$  hinaus auszukommen, was sich bei Anwendung der punktwweisen Berechnung nach Abschn. 49 leicht übersehen läßt. Man kann diese Leitschaufeln, die übrigens in manchen Fällen für die Versteifung der Spirale erwünscht sind, vermeiden, ohne die Schnellläufigkeit zu verringern, indem man dem in das Laufrad tretenden Wasser einen Eintrittsdrall gibt. Dies ist beispielsweise in Abb. 120, 120 a durch Anwendung einer Eintrittsspirale erreicht.

Unter allen Umständen ist daran festzuhalten, daß Leitschaufeln in Verbindung mit einem Spiralgehäuse entbehrlich sind, wenn das Spiralgehäuse allein einen ausreichenden Austrittsquerschnitt der Spirale ergibt. Um das Laufrad zu erhalten, das diesen Bedingungen genügt, ist es zweckmäßig, bei seiner Berechnung von einem passenden Wert von  $c_{3u}$  gemäß Zahlenbeispiel III des Abschn. 45 auszugehen.

Enge Spiralgehäuse, d. h. solche für kleine Wassermengen auf große Höhen bzw. mit großem  $c_{3u}$  oder kleinem  $\alpha_3$ , haben nicht bloß den Nachteil der großen Reibungsverluste, sondern es findet auch in der Spirale nur eine verschwindende Umsetzung in Druck statt, da die spiralförmigen Stromfäden ihren Abstand von der Achse wenig vergrößern. Die ganze Verlangsamung geschieht hier im konischen Austrittsstutzen, der infolge seiner starken Erweiterung ebenfalls schlecht arbeitet. In solchen Fällen sind Austrittsleitschaufeln dem Spiralgehäuse vorzuziehen. Abb. 119 b zeigt eine Übergangsform des Spiralgehäuses mit zwei Zungen, also gewissermaßen zwei Leitschaufeln, die bei engen Spiralgehäusen für große Förderhöhen am Platze ist. Jede Spirale verläuft bis zur Erreichung der Zunge der

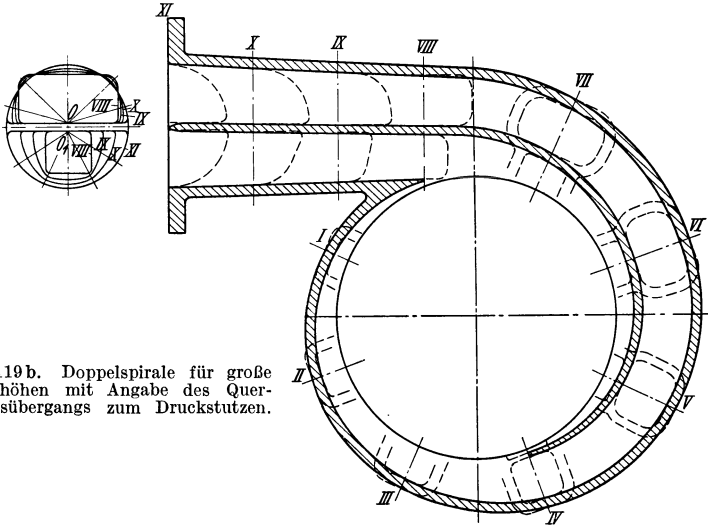


Abb. 119 b. Doppelspirale für große Förderhöhen mit Angabe des Querschnittsübergangs zum Druckstutzen.

anderen Spirale gemäß der vorstehend angegebenen Berechnung und erweitert sich von hier ab bis zum halben Austrittsquerschnitt. Der Vorteil liegt offenbar in der Möglichkeit der starken Erweiterung der äußeren Spirale vom Querschnitt IV ab. Der Querschnittsübergang im konischen Stutzen ist in Abb. 119 b so durchgeführt, daß die Strecken, welche die durch die Punkte  $O$  bzw.  $O_1$  gehenden Geraden zwischen den Leitlinien VIII und XI abschneiden, im gleichen Verhältnis geteilt werden (vgl. Abb. 118 b).

Die Strömung im Spiralgehäuse verläuft in der vorstehend angenommenen Weise nur bei einem bestimmten Verhältnis  $Q'/K$ , d. h. einem bestimmten Verhältnis  $c_{2m}/c_{3u}$  oder einem bestimmten Winkel  $\alpha_3^*$ , der zur Wassermenge des stoßfreien Eintritts in das Laufrad gehört (S. 142). Für abweichende Betriebsverhältnisse ist es dann entweder zu knapp oder zu reichlich bemessen, wie das übrigens auch beim Leitrad der Fall ist (S. 187).

**b) Berechnung unter Berücksichtigung der Änderung der äußeren Begrenzung der Spiralquerschnitte.** Die Anwendung dieses von Kucharski herrührenden Verfahrens, bei dem die Schnittpunkte der die Spiralwand bildenden Stromfäden mit den einzelnen Meridianebenen zu bestimmen sind, ist nur in Ausnahmefällen zweckmäßig. Da für die äußeren Stromfäden

$$c_u = \frac{K}{R} = \frac{R d\varphi}{dt} \quad \text{und} \quad c_m = \frac{dx}{dt},$$

\* Also für eine bestimmte Parabel gleichen Stoßzustandes im  $Q_x H_x$ -Diagramm (Abschn. 61). Vgl. auch Mech. World, 9. Juli 1926 S. 30.

wobei  $x$  die Länge der Stromfäden in der Meridianströmung (Abb. 120 a) ist, so folgt durch Elimination von  $dt$

$$d\varphi = \frac{K \cdot dx}{R^2 c_m}, \quad (47)$$

also

$$\varphi = K \int \frac{dx}{c_m R^2}. \quad (48)$$

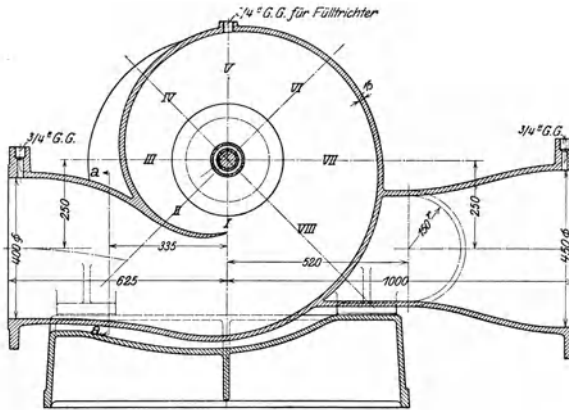


Abb. 120. Gehäuse mit Saug- und Druckspirale einer Propellerpumpe, berechnet nach dem Verfahren b).

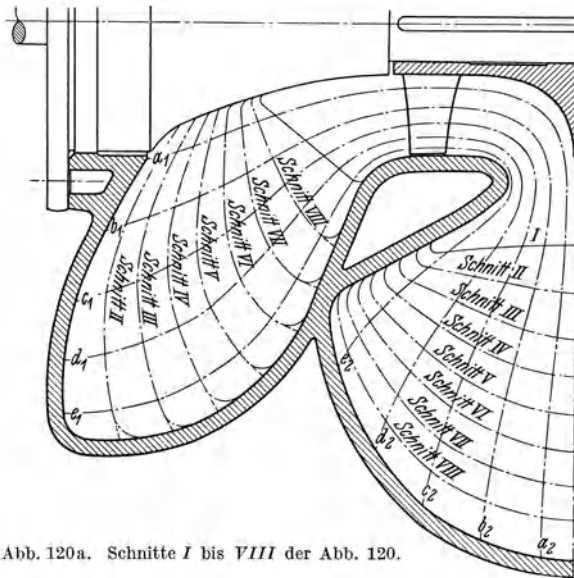


Abb. 120a. Schnitte I bis VIII der Abb. 120.

Aus dieser Gleichung ist für jeden Stromfaden die Abhängigkeit des Winkels  $\varphi$  von  $R$  (in absolutem Bogenmaß) zu bestimmen, was auf graphischem Wege zu geschehen hat, nachdem vorher durch den Ent-

wurf des Strombildes der Meridianströmung, gemäß dem im Abschn. 7 angegebenen Verfahren, die Werte von  $c_m$  ermittelt sind. Die Berücksichtigung der Reibung ist hier nicht möglich.

Dieses im übrigen exakte, aber sehr zeitraubende Verfahren ist bei dem in Abb. 120 und 120a gezeichneten Spiralgehäuse einer doppel­seitig beaufschlagten Axialpumpe durchgeführt, bei der sowohl der Saug- wie Druckkanal spiralig ausgebildet sind. Die Stromlinien  $a_1 a_2$  bis  $e_1 e_2$ , die nach Abschn. 7 bestimmt sind, liefern zusammen mit der Gehäusewand mittels Gl. (48) die Schnitte I bis VIII der beiden Spiralen.

### 53. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt.

Aus den Betrachtungen des vorstehenden Abschnitts ergibt sich, daß Rohrspiralen mit kreisförmigem Querschnitt den zu stellenden Bedingungen insofern nicht gerecht werden, als die Strömung nicht zwischen Rotationsflächen erfolgt. Weil diese Gehäuseformen aber sehr häufig verwendet werden und wegen ihrer einfachen Querschnittsform der mathematischen Behandlung zugänglich sind, so wird im folgenden ihre Berechnung unter der Voraussetzung durchgeführt, daß trotz des Fehlens der Achsensymmetrie am Laufradaustritt gleiche Geschwindigkeits- und Druckverhältnisse herrschen.

Die Berücksichtigung der Reibung, die sich hier recht einfach gestaltet, erfolgt am besten auf Grund einer nachträglichen Korrektur der für den Fall der Reibungslosigkeit erhaltenen Abmessungen.

a) **Berechnung für die reibungslose Strömung.** Da unter den gemachten Voraussetzungen der Flächensatz auch hier gilt, so muß jeder Spiralquerschnitt der Gl. (39) genügen. Dabei beziehe sich die untere Grenze  $r'$  des Integrals auf den der Achse am nächsten gelegenen Punkt des Kreisquerschnitts (Abb. 121), wobei  $r'$  mit  $\varphi$  veränderlich sein kann. Das Integral läßt sich jetzt allgemein auswerten. Mit den Bezeichnungen der Abbildung ist

$$\left(\frac{b}{2}\right)^2 + (r - a)^2 = \varrho^2.$$

Wird der sich hieraus für  $b$  ergebende Wert in das Integral eingesetzt, so folgt

$$\int_{r'}^R \frac{b dr}{r} = 2 \int_{a-\varrho}^{a+\varrho} \frac{\sqrt{\varrho^2 - (r-a)^2} dr}{r} = 2\pi (a - \sqrt{a^2 - \varrho^2}), \quad (49)$$

also nach Gl. (39)

$$\varphi^\circ = \frac{720 K}{Q'} \pi (a - \sqrt{a^2 - \varrho^2}), \quad (50)$$

worin für eine Pumpe ohne Leitschaufeln

$$K = \frac{D_2}{2} \cdot c_{3u} = \frac{g H_{th}}{\omega}.$$

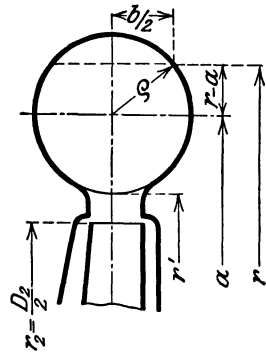


Abb. 121. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt.

Aus Gl. (50) kann der zu einem beliebigen Radius  $\varrho$  gehörige Winkel  $\varphi$  ermittelt werden. Da der kleinste Abstand  $r' = a - \varrho$  unmittelbar gegeben ist, so ist es zweckmäßig,  $a = r' + \varrho$  zu setzen, womit Gl. (50) die folgende Form erhält

$$\varphi^\circ = \frac{720K}{Q'} \pi [r' + \varrho - \sqrt{r'(r' + 2\varrho)}]. \quad (51)$$

Für den Entwurf der Spirale ist es am bequemsten,  $\varphi$  anzunehmen und danach  $\varrho$  auszurechnen. Deshalb benutzt man Gl. (50) am besten in der Form

$$\varrho = \sqrt{2a \frac{\varphi^\circ}{C} - \left(\frac{\varphi^\circ}{C}\right)^2}, \quad (52)$$

und Gl. (51) in der Form

$$\varrho = \frac{\varphi^\circ}{C} + \sqrt{2r' \frac{\varphi^\circ}{C}}, \quad (53)$$

worin

$$C \equiv \frac{720\pi K}{Q'}. \quad (54)$$

Für praktische Rechnungen ist Gl. (53) am besten geeignet.

Ist  $a$  bzw.  $r'$  verhältnismäßig groß gegenüber  $\varrho$ , so kann in Gl. (52) auch  $(\varphi^\circ/C)^2$  vernachlässigt und geschrieben werden

$$\varrho \approx \sqrt{2a \frac{\varphi^\circ}{C}}. \quad (55)$$

Die Gültigkeit der Gl. (50) bis (55) wird nicht beeinträchtigt, wenn die Meridiangeschwindigkeit des Wassers beim Eintritt in die Spirale nicht radial von innen nach außen, sondern schräg zur Achse gerichtet ist.

Die vielfach übliche Rechnungsweise, den Spiralquerschnitt proportional mit  $\varphi$  zunehmen zu lassen, würde die Gleichung  $\varrho = \text{const} \sqrt{\varphi}$  liefern, die auch nicht mit der Näherungsgleichung (55) übereinstimmt, weil  $a = r' + \varrho$  im allgemeinen mit  $\varphi$  zunimmt. Dieses Gesetz ergibt sich vielmehr, wenn in Gl. (53)  $\varphi^\circ/C$  vernachlässigt wird. Man erhält dann die rohe Näherungsgleichung

$$\varrho \approx \sqrt{2r' \frac{\varphi^\circ}{C}}, \quad (56)$$

die nur bei sehr kleinem  $\varrho/r'$ , also nur bei im Vergleich zum Halbmesser  $r'$  engen Spiralgehäusen angewandt werden kann.

**b) Berücksichtigung der Reibung.** Zu den aus den vorstehenden Gleichungen berechneten Querschnitten ist ein Zuschlag  $\Delta F = 2\varrho\pi\Delta\varrho$  zu machen, der aus Gl. (43) des vorstehenden Abschnitts erhalten wird, wenn dort gesetzt wird:  $r = a^* = r' + \varrho$ ,  $b = 2\varrho\pi$  (entsprechend dem vollen Kreisumfang),  $d\varphi = \frac{\pi}{180} d\varphi^\circ$ , so daß

$$d(\Delta F) = \frac{\lambda}{8} \frac{\pi}{180} (r' + \varrho) \cdot 2\varrho\pi d\varphi^\circ.$$

---

\* Strenggenommen müßte der Abstand  $r$  am Ort der mittleren Geschwindigkeit genommen werden, der wegen des hyperbolischen Verteilungsgesetzes nicht mit dem Kreismittelpunkt übereinstimmt. Die zu erwartende geringe Abweichung lohnt die dadurch bedingte Erschwerung der Rechnung nicht.



Führt man nun für  $\varrho$  den Näherungswert aus Gl. (56) ein (was mit Rücksicht auf die Kleinheit der Korrektur zulässig ist) und integriert, so wird

$$\Delta F = 2\varrho\pi\Delta\varrho = \frac{\lambda}{8} \cdot \frac{2\pi^2}{180} \int_0^\varphi \left( r' + \sqrt{2r' \frac{\varphi^\circ}{C}} \right) \sqrt{2r' \frac{\varphi^\circ}{C}} d\varphi.$$

Wertet man das Integral aus, so findet sich

$$\Delta\varrho = \frac{\lambda}{8} \frac{\pi}{180} \frac{r'}{\varrho} \cdot \varphi^\circ \left( \frac{2}{3} \sqrt{\frac{2r' \varphi^\circ}{C}} + \frac{\varphi^\circ}{C} \right)$$

oder mit Bezug auf Gl. (56)

$$\Delta\varrho = \frac{\lambda}{8} \frac{\pi}{180} \frac{r'}{\varrho} \cdot \varphi^\circ \left( \frac{2}{3} \varrho + \frac{\varphi^\circ}{C} \right). \tag{57}$$

Wegen der Kleinheit dieser Korrektur  $\Delta\varrho$ , die zudem von der recht unsicheren Wahl von  $\lambda$  abhängig ist, kann hier wieder die bereits getroffene Vernachlässigung des zweiten, sehr kleinen Gliedes in der Klammer vorgenommen werden, worauf man erhält

$$\Delta\varrho = \frac{\pi}{6} \lambda r' \frac{\varphi^\circ}{360}. \tag{58}$$

Wird dann noch  $\lambda$  zu 0,0475 geschätzt, so ergibt sich nach Zusammenfassung der Zahlenwerte

$$\Delta\varrho = 0,025 r' \frac{\varphi^\circ}{360}. \tag{59}$$

Die Berücksichtigung der Reibung gibt also folgenden resultierenden Halbmesser

$$\varrho_{res} = \varrho + \Delta\varrho. \tag{60}$$

Der Zuschlag  $\Delta\varrho$  ist nach Gl. (59) proportional zum Zentriwinkel  $\varphi$  und erreicht am Ende der Spirale, d. h. mit  $\varphi^\circ = 360^\circ$ , den Wert  $0,025 r'$ . Wichtig ist die Feststellung, daß  $\Delta\varrho$  proportional zu  $\varphi$ , also — gemäß Gl. (56) — proportional zu  $\varrho^2$ , somit proportional zur Querschnittsfläche ist. Der Flächenzuschlag  $\Delta F = 2\varrho\pi\Delta\varrho$  wächst also proportional mit  $\varrho^3$ . Daraus ist ersichtlich, daß die Berücksichtigung der Reibung durch eine Vergrößerung des Rechnungszuschlags zu  $Q$  die Verhältnisse nicht richtig wiedergibt, weil dann die Korrektur  $\Delta F$  proportional zum Querschnitt wird. Daß in Gl. (59)  $\varrho$  nicht mehr erscheint, ist damit zu erklären, daß mit zunehmendem  $\varrho$  der Reibungsverlust abnimmt und damit die Wirkung der Flächenvergrößerung auf  $\Delta\varrho$  aufgehoben wird.

Zahlenbeispiel. Für die gleichen Daten, die den Abb. 117 bis 117b bzw. 118, 118b zugrunde liegen, ist ein Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt zu berechnen, nämlich für  $K = r_2 c_{3u} = 1,015 \text{ m}^2/\text{s}$ ,  $Q' = 0,258 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $r_2 = 120 \text{ mm}$ ,  $b_3 = 76 \text{ mm}$ .

Da nach Gl. (54)  $C = \frac{720 \cdot \pi \cdot 1,015}{0,258} = 8940 \text{ m}^{-1}$ , so ergibt sich, wenn zunächst  $r' = r_2 + 20 = 140 \text{ mm}$  genommen wird,

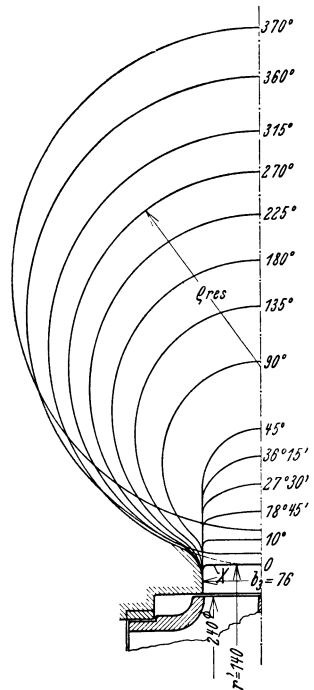


Abb. 121 a. Spiralgehäuse mit kreisförmigem Querschnitt zum Zahlenbeispiel.

| Für $\varphi =$                  | 45°    | 90°    | 135°   | 180°   | 225°   | 270°   | 325°   | 360°   | 370°   | Dim |
|----------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-----|
| $r'$                             | 0,140  | 0,140  | 0,140  | 0,140  | 0,140  | 0,140  | 0,140  | 0,147* | 0,163* | m   |
| nach Gl. (53) $\rho$             | 0,0425 | 0,0631 | 0,0801 | 0,0951 | 0,1090 | 0,1220 | 0,1343 | 0,1488 | 0,1574 | m   |
| nach Gl. (59) $\Delta\rho$       | 0,0004 | 0,0009 | 0,0013 | 0,0018 | 0,0022 | 0,0026 | 0,0031 | 0,0037 | 0,0042 | m   |
| $\rho_{res} = \rho + \Delta\rho$ | 42,9   | 64,0   | 81,4   | 96,9   | 111,2  | 124,6  | 137,4  | 152,5  | 161,6  | mm  |

Hiernach erhält man die in Abb. 121 a dargestellte Aufeinanderfolge der Querschnitte. Der kreisförmige Querschnitt läßt sich im ersten Achtel der Spirale, wie ersichtlich, nicht verwirklichen, weil die Zungenkante X geradlinig ist und der Kreisdurchmesser kleiner als  $b_3$  ist. Man kann diesen Teil entweder unter sinngemäßer Anlehnung an die Verfahren des vorausgegangenen Abschnitts so entwerfen, daß ein stetiger Übergang vom rechteckigen Anfangsquerschnitt auf einen Kreisquerschnitt stattfindet, oder es werden die oben berechneten Kreisquerschnitte unter Beachtung der Gl. (40a) in passende Übergangsquerschnitte verwandelt.

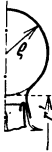


Abb. 121 b. Un stetiger Übergang zwischen Laufrad und Spirale ohne äußeren Spalt.

Der in Abb. 121 b angegebene un stetige Übergang zwischen Rad und Gehäusequerschnitt hat den Vorzug einfacherer Bearbeitung infolge Wegfalls des äußeren Spalts ohne fühlbare Wirkungsverschlechterung, weil der beiderseitige Verluststrom durch die inneren Spalte Totraum bildung trotz der Un stetigkeit des Übergangs nicht zuläßt.

Der Spaltverlust wirkt hier also gewissermaßen wie eine Grenzschichtabsaugung (vgl. Abschn. 15). Diese Anordnung ist besonders bei Teilung des Gehäuses in der waagerechten Mittelebene beliebt, weil hier die äußere Anlauffläche des Rades schwerer zu bearbeiten wäre.

### 54. Eintrittsleitvorrichtung.

Wenn dem Wasser eine von 90° abweichende Eintrittsrichtung gegeben werden soll, ist am Eintritt in das Laufrad eine Leitvorrichtung anzuordnen (Abb. 224). Man hat sich hiervon vielfach Vorteile versprochen, weil, wie Abb. 122 zeigt, die Möglichkeit besteht, die relative

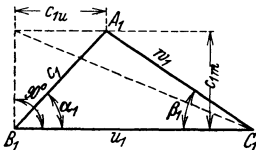


Abb. 122. Änderung des Eintrittsdiagramms durch eine Eintrittsleitvorrichtung.

Eintrittsgeschwindigkeit  $w_1$  bei gleicher Geschwindigkeit  $c_{1m}$  erheblich zu verkleinern, also die Kanalweite am Eintritt zu vergrößern und damit die Reibung in den Laufkanälen zu verringern. Da aber die durch die Eintrittsleitvorrichtung verursachte Widerstandshöhe hinzukommt, so ist es zweifelhaft, ob durch diese Maßnahme im ganzen eine Verbesserung des Wirkungsgrades erzielt wird. Auch muß nach der Hauptgleichung die Umfangsgeschwindigkeit der Pumpe erhöht, also die Drehzahl gesteigert werden, damit die gleiche Förderhöhe erreicht wird wie bei senkrechtem Eintritt. Es kommt noch hinzu, daß die Pumpe im ganzen an Einfachheit verliert. Infolgedessen wird von der Anwendung einer Eintrittsleitvorrichtung nur dann Gebrauch gemacht, wenn infolge ungünstiger Einlaufverhältnisse eine Gleichrichtung der Zuströmung angebracht erscheint (S. 252, 255).

Es kommt noch hinzu, daß die Pumpe im ganzen an Einfachheit verliert. Infolgedessen wird von der Anwendung einer Eintrittsleitvorrichtung nur dann Gebrauch gemacht, wenn infolge ungünstiger Einlaufverhältnisse eine Gleichrichtung der Zuströmung angebracht erscheint (S. 252, 255).

\* Ist der Winkel  $\varphi = 360^\circ$  erreicht, so wandert der ganze Querschnitt längs des äußeren Randes der Zunge nach außen, so daß für  $r'$  in obiger Zahlentafel entsprechend zunehmende Werte einzusetzen sind.

Die Ablenkung des Wassers kann mittels Leitschaufeln oder Rohrschrauben (vgl. Abb. 120, 120 a) erfolgen. Liegen die Austrittskanten der Leitschaufeln nicht auf einem Kreiszylinder, so daß ihre einzelnen Punkte verschiedenen Abstand von der Drehachse haben, so muß die Umfangskomponente  $c_{0u}$  des austretenden Wassers dem Flächensatz genügen, d. h. es muß das Produkt  $c_{0u} \cdot r$  für jedes Wasserteilchen das gleiche sein, so daß also die Steigung  $\alpha_0$  der Leitschaufel für jeden Faden verschieden ist. Außerdem muß der endliche Abstand der Leitschaufeln sinngemäß nach den Angaben des Abschn. 48 berücksichtigt werden.

## G. Allgemeine Beziehung zwischen Wassermenge, Förderhöhe und Drehzahl. Kennfläche.

### 55. Entstehung der Drosselkurve.

Für die Benutzung einer Kreiselpumpe ist es außerordentlich wichtig zu wissen, wie sie sich verhalten wird, wenn die Fördermenge von der normalen abweicht, weil zu erwarten ist, daß die Förderhöhe sich ändern wird, sobald sich die Wassermenge oder Drehzahl ändert, während bei Kolbenpumpen diese Abhängigkeit nicht besteht. Auch hat man ein Interesse daran, eine bestimmte Pumpengröße für möglichst vielseitige Verhältnisse zu verwenden, abgesehen davon, daß Schwankungen der drei Größen Wassermenge, Förderhöhe und Drehzahl in jedem Pumpwerk auftreten werden.

Wir führen diese Untersuchung so durch, daß wir zunächst die Drehzahl gleich groß lassen und feststellen, wie sich hierbei die Förderhöhe mit der Wassermenge ändert. Diese Abhängigkeit kann man bei einer ausgeführten Pumpe auf dem Versuchsstand leicht ermitteln, wenn man bei konstanter Drehzahl die Wassermenge durch verschiedene Einstellung eines in die Druckleitung eingebauten Drosselschiebers ändert und die zusammengehörigen Werte von Wassermenge  $Q_x$  und Förderhöhe  $H_x$  mißt. Wir bezeichnen deshalb diese Kurve, welche die Linie gleicher Drehzahl im  $(Q_x H_x)$ -Diagramm darstellt, als Drosselkurve. Die Gesamtheit der Drosselkurven für sämtliche möglichen Drehzahlen bilden in einem räumlichen Koordinatensystem mit den Koordinaten  $Q_x, H_x, n$  eine Fläche, die Kennfläche, die über das Verhalten der Pumpe im ganzen möglichen Betriebsgebiet Auskunft gibt.

Bei den nachfolgenden Untersuchungen sind alle Veränderlichen gegenüber dem Zustand des stoßfreien Eintritts durch das Fußzeichen  $x$  unterschieden.

### 56. Die Schaufelararbeit $H_{thx}$ bei beliebigem Stoßzustand.

Wir beschränken uns auf den Fall senkrechten Eintritts des Wassers in das Laufrad, wofür die Hauptgleichung gemäß Abschn. 41 die Form besitzt

$$H_{th} = \frac{u_2}{g} c_{3u} \quad (1)$$

oder

$$H_{th} = \frac{1}{1+p} \cdot H_{th\infty}, \tag{2}$$

wo

$$H_{th\infty} = \frac{u_2}{g} c_{2u}, \tag{3}$$

$$p = \psi \frac{r_2^2}{zS}. \tag{3a}$$

Die vorstehenden Gleichungen geben die Schaufelarbeit für 1 kg Wasser auch dann an, wenn die Liefermenge von der normalen abweicht, weil der Verlust durch den Eintrittsstoß den gleichen Charakter hat wie die in den Laufkanälen auftretenden hydraulischen Verluste  $Z_1$ , die gemäß den Ableitungen des Abschn. 24 oder 27 aus der Hauptgleichung herausfallen und es auch einerlei ist, wie die Bahn des Wassers zwischen Ein- und Austritt verläuft, d. h. ob Unstetigkeiten infolge des Stoßes auftreten oder nicht.

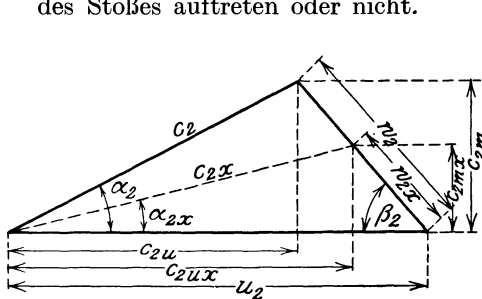


Abb. 123. Austrittsdiagramm bei nicht stoßfreiem Eintritt (gestrichelt) und unendlicher Schaufelzahl

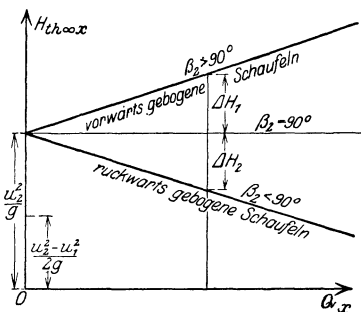


Abb. 123 a. Verlauf der spezifischen Schaufelararbeit in Abhängigkeit der Wassermenge bei konstanter Drehzahl und unendlicher Schaufelzahl.

Dementsprechend können die Größen, welche sich mit der Wassermenge ändern, ohne weiteres das Fußzeichen  $x$  erhalten. Auf der rechten Seite von Gl. (3) ändert sich nun  $c_{2u}$ , d. h.  $c_{2ux}$  mit der Wassermenge  $Q_x$ . Die gegenseitige Abhängigkeit findet sich aus dem Austrittsdiagramm Abb. 123, wenn beachtet wird, daß der Schaufelwinkel  $\beta_2$ , also auch die Richtung von  $w_{2x}$ , bestehen bleibt und die Meridiankomponente  $c_{2mx}$  sich proportional mit  $Q_x$  ändert, nämlich

$$c_{2mx} = w_{2x} \sin \beta_2 = \frac{Q_x}{\pi D_2 b_2}. \tag{4}$$

Der Verengungsbeiwert  $(t_2 - \sigma_2)/t_2$  ist hierin, ebenso bei den folgenden Untersuchungen, gleich 1 gesetzt. Aus Gl. (4) folgt

$$c_{2ux} = u_2 - c_{2mx} \operatorname{ctg} \beta_2 = u_2 - \frac{Q_x \operatorname{ctg} \beta_2}{\pi D_2 b_2}, \tag{5}$$

also nach Gl. (3)

$$H_{th\infty x} = \frac{u_2}{g} \left( u_2 - \frac{Q_x \operatorname{ctg} \beta_2}{\pi D_2 b_2} \right). \tag{6}$$

Diese Gleichung gibt die Abhängigkeit der spezifischen Schaufelararbeit einer Pumpe mit unendlich vielen Schaufeln von der Wassermenge  $Q_x$  an. Sie stellt offenbar eine Gerade dar.

Das zweite Glied in der Klammer wechselt sein Vorzeichen, wenn  $\beta_2$  durch  $90^\circ$  hindurchgeht. Daraus ergibt sich der in Abb. 123a eingetragene Verlauf der Schaufelarbeit für  $\beta_2 \geq 90^\circ$ , d. h. für rückwärts gebogene, senkrecht endigende und vorwärts gebogene Schaufeln. Die Schaufelarbeit für 1 kg nimmt also mit zunehmender Wassermenge  $Q_x$  bei Rückwärtskrümmung ab, bei Vorwärtskrümmung zu und bleibt konstant gleich  $u_2^2/g$  bei senkrechter Endigung der Schaufel. Bei gleicher Umfangsgeschwindigkeit und Wassermenge ist die Schaufelarbeit vorwärts gekrümmter Schaufeln in Übereinstimmung mit dem S. 78 Gesagten um  $\Delta H_1$  größer, die rückwärts gekrümmter Schaufeln um  $\Delta H_2$  kleiner als die senkrecht endigender Schaufeln.

Sofern vom Eintrittsstoß abgesehen wird, stellt  $H_{th\infty x}$  auch die theoretische Förderhöhe dar. Die Zunahme dieser mit zunehmender Wassermenge, wie es bei der vorwärts gekrümmten Schaufel der Fall ist, steht im Widerspruch damit, daß die Vergrößerung der Wassermenge auf dem Versuchsstand durch eine Vergrößerung des Drosselquerschnitts hervorgerufen wird und läßt neben den in Abschn. 30 festgestellten Nachteilen ein labiles Verhalten der vorwärts gekrümmten Schaufeln befürchten (vgl. S. 205f).

Ist der Drosselschieber geschlossen, also  $Q_x = 0$ , so geben alle drei Schaufelarten den Wert  $u_2^2/g$  für die spezifische Schaufelarbeit an. Der Spaltdruck beträgt nach Gl. (21a) Abschn. 28 mit  $w_2 = 0$ ,  $c_0 = 0$ ,  $Z_I = 0$  aber nur  $H_{p\infty} = u_2^2/2g$ . Der Widerspruch klärt sich auf, wenn berücksichtigt wird, daß bei der Ableitung des Wertes  $H_{th\infty}$  Durchfluß des Wassers angenommen ist, der zwar jetzt unendlich klein ist, aber jedenfalls zur Folge hat, daß das am Radumfang vorhandene Wasser mit der absoluten Geschwindigkeit  $u_2$  umläuft. Somit wird neben der statischen Druckhöhe  $u_2^2/2g$  eine Geschwindigkeitshöhe von  $u_2^2/2g$ , im ganzen also der Energiezuwachs  $2u_2^2/2g$ , vorhanden sein. Diese Betrachtung zeigt, daß, wenn die Rotation im Spalt infolge der Reibung vernichtet würde, ein starker Druckabfall eintreten müßte. Man bezeichnet den Betriebszustand bei abgeschlossenem Schieber deshalb auch als Schwebezustand. Daß beim Versuch in Wirklichkeit kein Druckabfall wahrgenommen wird, liegt daran, daß auch bei abgeschlossenem Schieber eine Wassermenge gleich dem Spaltverlust gefördert wird und ein Flüssigkeitsaustausch zwischen Spalttraum und Laufkanal stattfindet.

Bei endlicher Schaufelzahl in der idealen Flüssigkeit wird die Schaufelarbeit ebenfalls nach einer Geraden verlaufen, sofern an der Bedingung des tangentialen Abströmens von der Schaufel festgehalten wird. Der Beweis<sup>1</sup> ergibt sich am einfachsten aus Gl. (80) des Abschnitts 24a, die wir hier in der Form schreiben

$$H_{thx} = \frac{\omega}{2\pi g} z \Gamma_{sx} = \frac{n}{60g} z \Gamma_{sx}. \quad (7)$$

Die Zirkulation  $\Gamma_{sx}$  um die einzelne Schaufel setzt sich aus den Teilen zusammen, die durch die Verdrängungsströmung und die Durchfluß-

<sup>1</sup> Vgl. auch Schulz: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 307 S. 6.

strömung (Fußbem. 2 S. 101, 1 S. 102, S. 111) insoweit bedingt sind, daß jede Teilströmung tangential abströmen liefert. Nun ist aber die Verdrängungsströmung für ein gegebenes Rad nur abhängig von der Drehzahl in der Weise, daß die Geschwindigkeit an einer bestimmten Stelle sich proportional zur Drehzahl  $n$  verändert, während die Geschwindigkeiten der Durchflußströmung, die am ruhenden Rad erfolgt, sich proportional mit der Wassermenge  $Q_x$  ändern und unabhängig von  $n$  sind. Es ist also

$$\Gamma_{sx} = k_1 n + k_2 Q_x,$$

wo  $k_1$  und  $k_2$  von den Schaufelabmessungen abhängige Konstanten bedeuten. Somit ist nach Gl. (7)

$$H_{thx} = \frac{n}{60g} z (k_1 n + k_2 Q_x), \quad (8)$$

d. h. die Schaufelarbeit ist bei konstanter Drehzahl  $n$  linear von  $Q_x$  abhängig.

Über die gegenseitige Lage der  $H_{th\infty x}$ - und  $H_{thx}$ -Linie kann heute folgendes ausgesagt werden, wobei zunächst die unendlich dünne Schaufel in der idealen Flüssigkeit vorausgesetzt sein soll: Die wirkungsfreie Schaufel, deren Form mit der Relativbahn der unbeeinflussten Strömung übereinstimmt, wird bei endlicher wie bei unendlicher Schaufelzahl für die

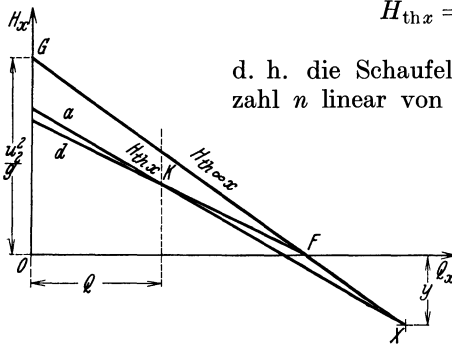


Abb. 124. Spezifische Schaufelarbeit  $H_{thx}$  bei endlicher Schaufelzahl in der idealen Flüssigkeit.  $a$  für logarithmisch-spiralige Schaufel,  $d$  für wirkungsfreie Schaufel.

gleiche Wassermenge (nämlich die des stoßfreien Eintritts) die Schaufelarbeit  $H_{thx} = 0$  liefern. Die  $H_{thx}$ - und die  $H_{th\infty x}$ -Linie schneiden sich also hier im gleichen Punkt  $F$  der  $Q_x$ -Achse (Abb. 124). Bei der logarithmisch-spiraligen und parallelwandig begrenzten Schaufel liegt nach den Rechnungen von Schulz und Busemann der Schnittpunkt  $X$  unterhalb der Abszissenachse, und zwar um so tiefer, je kleiner  $r_1/r_2$ , d. h. je länger die Schaufel. Für  $r_1/r_2 = 1$ , also die punktförmige Schaufel, die bei stoßfreiem Eintritt wirkungsfrei ist, haben wir wieder den Schnittpunkt in der Abszissenachse und für  $r_1 = 0$  sind beide Linien parallel. Über die Lage des Schnittpunktes  $X$  bei beliebigen Schaufelformen liegen noch keine Untersuchungen vor. Dementsprechend ist eine auch nur angenäherte Berechnung der Lage von  $X$  für eine gegebene beliebige Schaufel heute noch nicht möglich.

Die vorstehenden Angaben gelten aber nur für die reibungsfreie Flüssigkeit. Die wirkliche Flüssigkeit liefert keine gerade Linie für die Schaufelarbeit  $H_{thx}$ , und zwar scheint die wirkliche  $H_{thx}$ -Linie  $b$  von der bei der idealen Flüssigkeit sich einstellenden Linie  $a$ , wie in Abb. 125 gestrichelt angegeben ist, abzuweichen, nämlich sich nach unten zu krümmen. Dies ist wohl hauptsächlich darauf zurückzuführen, daß die Totraumbildung auf der Rückseite des Schaufelendes (Abschn. 39)

sich mit abnehmender Wasserlieferung vergrößert<sup>1</sup> und damit der wirk-  
same Austrittswinkel  $\beta_2^x$  (Abb. 76) sich verkleinert, also auch die Schaufel-  
arbeit sich verringert. Dies wird durch Untersuchungen von Closter-  
halphen<sup>2</sup> ferner Versuche von Schröder<sup>3</sup> und Krumnow<sup>3</sup> bestätigt.  
Schröder und Krumnow bestimmten den Wert  $H_{thx} - Z_I$ , d. h.  
Schaufelarbeit weniger Widerstandshöhe des Laufkanals durch Stau-  
druckmessungen hinter dem Rad unter rechnerischer Berücksichtigung  
des Eintrittsstoßes. Trotz des nichtstationären Charakters der Absolut-  
strömung, der die Genauigkeit der Staudruckmessung beeinträchtigt,  
dürfte die qualitative Richtigkeit der Ergebnisse nicht zu beanstanden sein.

Sucht man die Schaufelarbeit auf dem Ver-  
suchsweg mittels Gl. (5) des Abschn. 26, also  
durch Messung der Wellenleistung  $N$ , Wasser-  
menge  $Q + Q_{sp}$ , Radreibung  $N_r$  und Lagerrei-  
bung  $N_m$  zu erhalten, so ergibt  
sich zunächst ein Wert

$$H_{thx} + Z_a = H_{thL},$$

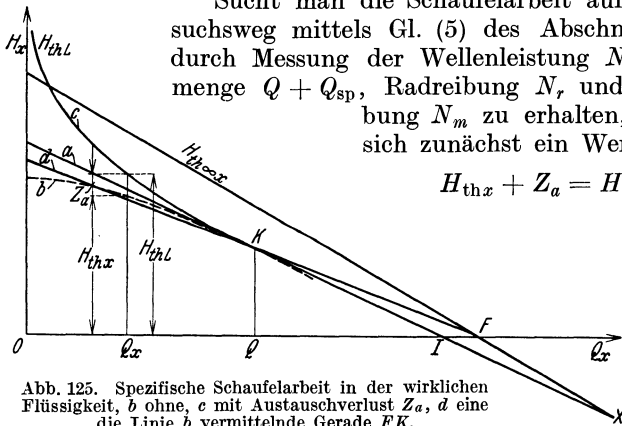


Abb. 125. Spezifische Schaufelarbeit in der wirklichen Flüssigkeit,  $b$  ohne,  $c$  mit Austauschverlust  $Z_a$ ,  $d$  eine die Linie  $b$  vermittelnde Gerade  $FK$ .

also die Schaufelarbeit einschließlich Austauschverlust  $Z_a$  am Rad-  
umfang. Die Linie dieser Bruttoschaufelarbeit  $H_{thL}$  verläuft also um  
den Austauschverlust  $Z_a$  über der  $H_{thx}$ -Linie (Abb. 125) und steigt  
asymptotisch gegen die Ordinatenachse an, wie auch nach der im  
Abschn. 24 abgeleiteten Gl. (75) nicht anders zu erwarten ist<sup>4</sup>. Der  
Austauschverlust  $Z_a$  hat also vor allem Bedeutung für Teillast. Er ist  
stark abhängig von der Art der hinter dem Rad angeordneten Leit-  
vorrichtung und am größten bei festen Leitschaufeln, weil die Gesamt-  
heit der Leitschaufeln bei Teillast auf das aus dem Rad austretende  
Wasser wie eine Wand von ausgesucht hoher Rauigkeit wirkt. Abb. 125a  
zeigt den Verlauf einiger  $H_{thL}$ -Linien, wie sie auf dem Versuchs-  
stand für verschiedene Leitvorrichtungen von Siebrecht erhalten  
worden sind.

Der Austauschverlust  $Z_a$  hat den gleichen Charakter wie die Reibung  
an den Seitenwänden des Rades und ist deshalb auszuschneiden. Dies

<sup>1</sup> Vgl. Mitt. Hydr. Inst. Techn. Hochschule München 1931 Heft 1 S. 7ff.

<sup>2</sup> Closterhalphen: Hilfsmittel zur Beobachtung und Messung an umlaufenden  
Kreiselrädern. Dissert. Braunschweig 1930. Diese Arbeit erschien auch in Forschg.  
Ing.-Wes. Bd. 2 (1931) Heft 1, 2 u. 7.

<sup>3</sup> Vgl. Fußbem. 3 S. 123; ferner die demnächst erscheinende Dissertation  
von Krumnow.

<sup>4</sup> Vgl. die Arbeiten Fußbem. 1 S. 177, 1 S. 127, 3 S. 123.

bereitet aber heute noch unüberwindliche Schwierigkeiten. Die Bestimmung der Linie der reinen Schaufelarbeiten  $H_{thx}$  aus dem Verlauf von  $H_{thL}$  ist deshalb noch nicht gelungen. Jedenfalls ist daran festzuhalten, daß für den vorliegenden Zweck nur die Linie der  $H_{thx}$  und nicht die der  $H_{thL}$  in Frage kommt.

Überblickt man den ganzen vorliegenden theoretischen und experimentellen Erfahrungsstoff, so muß gesagt werden, daß das Abbiegen der wirklichen  $H_{thx}$ -Linie  $b$  (Abb. 125) nach unten ihre mittlere Richtung innerhalb des für die Praxis wichtigen Bereichs so ändert, daß der Schnittpunkt einer vermittelnden Geraden mit der  $H_{th\infty x}$ -Linie stark gehoben wird und in, vielleicht auch über den Punkt  $F$  gelangt. Legt man nun diese vermittelnde Gerade einerseits durch  $F$ , andererseits den Punkt  $K$  der Wassermenge stoßfreien Eintritts, entsprechend der Geraden  $d$  der

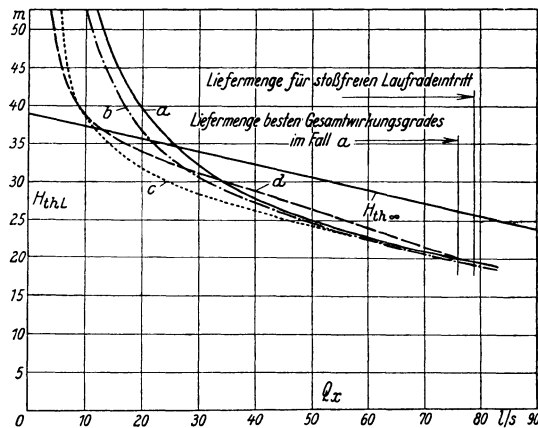


Abb. 125 a. Verlauf der spezifischen Schaufelarbeiten einschließlich Austauschverlust  $Z_a$  für das gleiche Rad von 415 mm Durchmesser bei Verwendung folgender verschiedener Leitvorrichtungen:  $a$  festes Leitrad,  $b$  glatter Leitring,  $c$  drehbare Leitschaufeln (eingestellt auf besten Wirkungsgrad),  $d$  zylindrischer Spaltschieber  $e$  (Abb. 152, eingestellt auf besten Wirkungsgrad).

Abb. 125, so wird das Betriebsgebiet zwischen der Wassermenge Null und der des stoßfreien Eintritts, auf welches es beim Entwurf der Kennlinien ausschließlich ankommt, im Mittel offenbar besser erfaßt als etwa durch die der idealen Flüssigkeit entsprechenden Linie  $a$  oder gar die Parallele zur Linie der  $H_{th\infty x}$ . Dies wird auch durch Versuche bestätigt<sup>1</sup>. Aus diesen Gründen soll bei den folgenden Rechnungen diese Linie  $d$  als  $H_{thx}$ -Linie beibehalten

werden. Man hat bei Benutzung der Linie  $d$  nur im Auge zu behalten, daß sie im Gebiet der normalen Wassermenge wahrscheinlich etwas zu flach und in der Nähe der Fördermenge Null etwas zu steil verläuft. Doch wird später auch für die zu  $H_{th\infty x}$  parallele Lage von  $H_{thx}$  die Bestimmung der Kennlinien angegeben (S. 186).

Die Minderleistungsziffer  $p = \frac{H_{th\infty x}}{H_{thx}} - 1$  ist offenbar im Fall des gemeinsamen Schnittpunktes  $F$  einer geradlinigen  $H_{thx}$ -Linie mit der  $H_{th\infty x}$ -Linie von  $Q_x$  unabhängig. Hierdurch wird die rechnerische Behandlung vereinfacht.

Nach Gl. (2) ist

$$H_{thx} = \frac{1}{1 + p} H_{th\infty x}, \tag{2a}$$

<sup>1</sup> Vgl. die in Fußbem. 1 S. 127 erwähnte Arbeit, Abschn. IV und V.



wo  $p$  von jetzt ab für eine und dieselbe Pumpe als konstant betrachtet wird und aus Gl. (3a) sich ergibt.

Mit Gl. (6) gibt Gl. (2a)

$$H_{thx} = \frac{1}{1+p} \frac{u_2}{g} \left( u_2 - Q_x \frac{\text{ctg} \beta_2}{\pi D_2 b_2} \right). \quad (9)$$

Für manche Zwecke ist es bequemer, an Stelle der Veränderlichen  $Q_x$  den sog. Füllungsgrad  $Q_x/Q$ , d. h. Verhältnis der jeweiligen Wassermenge zu der des stoßfreien Eintritts zu verwenden<sup>1</sup>, den wir mittels folgender Umformung einführen. Da die Wassermenge stoßfreien Eintritts

$$Q = \pi D_2 b_2 c_{2m},$$

so folgt nach Einsetzung des Wertes von  $c_{2m}$  aus Gl. (31) Abschn. 42, weil hier  $\alpha'_2 = \alpha_3$ ,

$$Q = \pi D_2 b_2 \frac{u_2}{(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2} \quad (9a)$$

und also nach Gl. (9)

$$H_{thx} = \frac{u_2^2}{g} \frac{1}{1+p} \left[ 1 - \frac{Q_x}{Q} \frac{\text{ctg} \beta_2}{(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2} \right]. \quad (9b)$$

$\alpha_3$  ist der Zuströmwinkel zum Leitrad bei stoßfreiem Eintritt, also unveränderlich.

### 57. Berechnung der Drosselkurve.

Um die Linie der Förderhöhe  $H_x$  zu erhalten, sind von den Werten der spezifischen Schaufelarbeit  $H_{thx}$  sämtliche hydraulischen Verluste in Abzug zu bringen, nämlich

a) die Kanalreibung  $H_{rx}$  einschließlich der Krümmungsverluste und der Verluste durch Umsetzung der Geschwindigkeit in Druck  $H_{ux}$ ;

b) die Stoßverluste  $H_s$  beim Eintritt in das Lauf- und Leitrad.

a) **Kanalreibung einschließlich Krümmungs- und Umsetzungsverluste  $H_{rx} + H_{ux}$ .** Im Zustand des stoßfreien Eintritts sind diese Verluste in dem hydraulischen Wirkungsgrad  $\eta_h$  berücksichtigt, der aus dem Entwurf der Pumpe bekannt ist. Für die normale Wassermenge  $Q$  ist also

$$H_r + H_u = (1 - \eta_h) H_{th}.$$

Bei der Bestimmung dieser Verluste müßte der Einfluß des Kanalwirbels bzw. der entstehenden Toträume berücksichtigt werden. Da

<sup>1</sup> Ein anderer neuerdings verwendeter Begriff ist der „Völligkeitsgrad“ (Z. VDI 1932 S. 377), der unter Bezugnahme auf Abb. 124 ausgedrückt wird durch

$$v = \frac{Q}{OF} = 1 - \frac{g H_{th\infty}}{u_2^2}, \quad (I)$$

also durch das Verhältnis der Wassermenge stoßfreien Eintritts zur Wassermenge für  $H_{th\infty x} = 0$ . Er stellt eine der Schnelläufigkeit (Abschn. 81) verwandte Kenngröße dar, die mit  $Q = \pi D_2 b_2 c_{2m}$  bzw.  $= \pi D_1 b_1 u_1 \text{tg} \beta_1 \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1}$  und nach Gl. (6) mit  $OF = \pi D_2 b_2 u_2 \text{tg} \beta_2$  auch geschrieben werden kann

$$v = \frac{c_{2m}}{u_2 \text{tg} \beta_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^2 \frac{b_1}{b_2} \frac{\text{tg} \beta_1}{\text{tg} \beta_2} \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1}. \quad (II)$$

dies in zuverlässiger Weise nicht möglich ist, sollen die für den ruhenden Kanal geltenden Gesetze übernommen werden, wonach sich die Verluste mit der Wassergeschwindigkeit, also auch der Wassermenge  $Q_x$ , nach einer parabelähnlichen Kurve mit einem Exponenten zwischen 1,75 und 2 (vgl. Abschn. 10b) verändern. Nimmt man der Einfachheit halber das quadratische Gesetz an, so kann die Linie der  $H_{rx} + H_{ux}$  als eine durch den bekannten Punkt  $P$  (Abb. 126) gehende Parabel  $OP$  mit der Ordinatenachse als Hauptachse und dem Ursprung als Scheitel gezeichnet werden. Sofern der Kanalwirbel den Gesamtbetrag der Reibung nicht wesentlich ändert, erscheint die Zugrundelegung des Exponenten 2 zulässig, weil einerseits die Krümmungs- und Um-

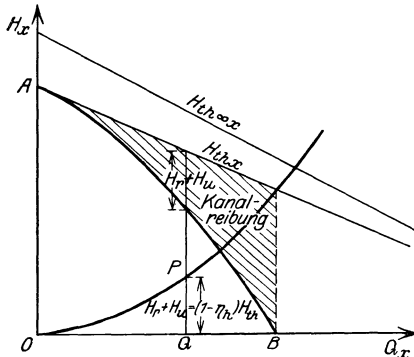


Abb. 126. Einfluß der Kanalreibung auf den Verlauf der Förderhöhe in Abhängigkeit der Wassermenge bei konstanter Drehzahl.

setzungsverluste ziemlich genau mit dem Quadrat der Geschwindigkeit wachsen und bei rauher Wand auch die reine Reibung sich dem quadratischen Gesetz nähert. Ist die Parabel  $OP$  gezeichnet, so können ihre Ordinaten von denen der  $H_{thx}$ -Geraden in Abzug gebracht werden, und man erhält für den Verlauf der Linie der  $H_{thx} - H_{rx} - H_{ux}$  die nach der positiven  $Q_x$ -Achse hin abfallende Kurve  $AB$ , welche die  $H_{thx}$ -Gerade in  $A$  berührt und offenbar wiederum eine Parabel sein muß.

Die Gleichung der Linie  $OP$  lautet also:

$$H_{rx} + H_{ux} = (1 - \eta_h) H_{th} \left( \frac{Q_x}{Q} \right)^2. \quad (10)$$

Hierin ist nach Gl. (30) Abschn. 42, worin  $\alpha_3 = \alpha'_2$  gesetzt wird,

$$H_{th} = \frac{u_2^2}{g} \frac{\text{ctg } \alpha_3}{(1 + p) \text{ctg } \alpha_3 + \text{ctg } \beta_2}, \quad (10a)$$

also

$$H_{rx} + H_{ux} = (1 - \eta_h) \frac{u_2^2}{g} \frac{\text{ctg } \alpha_3}{(1 + p) \text{ctg } \alpha_3 + \text{ctg } \beta_2} \left( \frac{Q_x}{Q} \right)^2 \quad (11)$$

oder, wenn für  $Q$  der Wert aus Gl. (9a) eingesetzt wird,

$$H_{rx} + H_{ux} = \frac{1 - \eta_h}{g} \frac{[(1 + p) \text{ctg } \alpha_3 + \text{ctg } \beta_2] \text{ctg } \alpha_3}{\pi^2 D_2^2 b_2^2} Q_x^2. \quad (12)$$

Man könnte daran denken, diese Verluste auch durch Einzelrechnung unter Benutzung der in Abschn. 12 und 16 gemachten Angaben zu ermitteln. Doch wäre diese Rechnung sehr umständlich. Sie würde auch nicht zu einem befriedigenden Ergebnis führen, weil die einzelnen Widerstandszahlen, die in die Gleichungen für die Kanalreibung und die Verluste durch Richtungs- und Querschnittsänderungen einzusetzen wären, nicht genügend genau bekannt sind, ganz abgesehen davon, daß der Genauigkeitsgrad von vornherein darunter leidet, daß auch hier

der Einfluß des Kanalwirbels in befriedigender Weise nicht erfaßt werden kann.

b) **Stoßverluste.** Wenn im folgenden von Stoß gesprochen wird, so ist darunter der Vorgang verstanden, der bei der plötzlichen Richtungsänderung der mittleren Geschwindigkeit am Ein- und Austritt des Laufrades sich abspielt. Daß hierbei die einzelnen Fäden tatsächlich eine stetige Umlenkung erfahren, ist bereits S. 41 betont und durch Einführung des Beiwertes  $\varphi$  in die dortige Gl. (30a) berücksichtigt worden. Dieser Beiwert  $\varphi$  soll auch bei der folgenden Untersuchung benutzt werden.

$\alpha$ ) **Laufradeintritt.** Weicht die absolute Eintrittsgeschwindigkeit  $c_{1x}$  von der Geschwindigkeit  $c_1$  ab, die mit der Umfangsgeschwindigkeit  $u_1$  eine in die Richtung des Schaufelwinkels  $\beta_1$  fallende Relativgeschwindigkeit  $w_1$  gibt (Abb. 127), so entsteht ein neues Geschwindigkeitsdreieck  $xB_1C_1$ , und es muß offenbar eine plötzliche Umlenkung von dem Winkel  $\beta_{1x}$  auf den unveränderlichen Schaufelwinkel  $\beta_1$ , also ein Stoß, auftreten. Der Einfluß der endlichen Schaufelzahl auf den Stoßvorgang bleibe am Eintritt unberücksichtigt. Da vor und nach dem Stoß die Meridiankomponente gleich groß, nämlich gleich  $c_{1x}$  ist, so liegt der Endpunkt  $y$  der Relativgeschwindigkeit nach dem Stoß auf der durch  $x$  zu  $u_1$  gezogenen Parallelen. Die Stoßkomponente  $xy = s_1$  bewirkt nach Gl. (30) S. 40 einen Druckhöhenverlust von

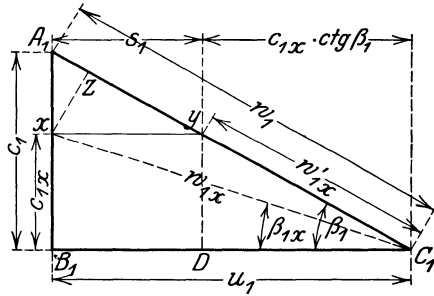


Abb. 127. Eintrittsdiagramm bei nicht stoßfreiem Eintritt.

$$h_{s1} = \varphi \frac{s_1^2}{2g}. \tag{13}$$

Nach Abb. 127 ist nun

$$s_1 = u_1 \frac{c_1 - c_{1x}}{c_1} = u_1 \left(1 - \frac{c_{1x}}{c_1}\right) = u_1 \left(1 - \frac{Q_x}{Q}\right),$$

also

$$h_{s1} = \frac{\varphi}{2g} u_1^2 \left(1 - \frac{Q_x}{Q}\right)^2, \tag{14}$$

oder weil

$$Q = \pi D_1 b_1 c_1 \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1} = \pi D_1 b_1 u_1 \operatorname{tg} \beta_1 \frac{t_1 - \sigma_1}{t_1},$$

so folgt auch

$$h_{s1} = \frac{\varphi}{2g} \left(u_1 - Q_x \frac{\operatorname{ctg} \beta_1}{\pi D_1 b_1} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}\right)^2. \tag{15}$$

$\beta$ ) **Leitradeintritt.** Es sei zunächst angenommen, daß das Leitrad ohne Abstand auf das Laufrad folge, also  $D_2 = D_4$  (Abb. 102) sei. Auch hier wird ein Stoß auftreten, sobald die Meridiangeschwindigkeit  $c_{2mx}$  von der normalen Geschwindigkeit  $c_{2m}$  abweicht. Die relative Austrittsgeschwindigkeit  $w_{2x} = \overline{C_2 X}$  (Abb. 128) behält die durch den unveränderlichen Schaufelwinkel  $\beta_2$  vorgeschriebene Richtung  $C_2 A_2$  bei. Wird nun die Ablenkung durch Hinzufügung der Komponente

$\overline{XY} = pc_{3ux}$  berücksichtigt, so erhält man als absolute Austrittsgeschwindigkeit  $c_{3x} = \overline{B_2Y}$ , die durch die festen Leitschaufeln stoßartig in die Richtung  $\alpha_3$  umgelenkt wird. Da die Meridiankomponente unverändert bestehen bleibt, so entsteht hierbei die Stoßkomponente  $\overline{ZY} = s_2$ . Demnach ist der Stoßverlust

$$h'_{s2} = \varphi \frac{s_2^2}{2g}.$$

Ist nun tatsächlich ein gewisser Abstand zwischen Lauf- und Leitrad vorhanden, so werden die Wassergeschwindigkeiten beim Eintritt in das Leitrad im Verhältnis  $D_2/D_4$  verkleinert. Der Winkel  $\alpha_3$  bleibt aber bestehen, weil die Meridian- und Umfangskomponente in gleichem Verhältnis sich verringern. Der Einfluß der endlichen Dicke der Laufschaufeln auf die Stoßkomponente möge vernachlässigt werden. Die Verengung beim Eintritt in die Leitschaufeln hat auf den Stoß selbst keinen Einfluß. Im ganzen kommt also nur die Stoßkomponente  $s_2 \frac{D_2}{D_4}$  in Betracht, so daß

$$h_{s2} = \frac{\varphi}{2g} \left( s_2 \frac{D_2}{D_4} \right)^2. \quad (16)$$

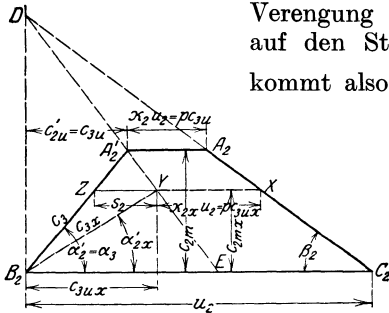


Abb. 128. Austrittsdiagramm bei nicht stoßfreiem Eintritt unter Berücksichtigung der endlichen Schaufelzahl.

Da  $p$  konstant angenommen ist, so müssen die Punkte  $Y$  auf einer Geraden  $DA'_2$  liegen, die sich mit der verlängerten Geraden  $C_2A_2$  auf der Senkrechten in  $B_2$  schneidet, ganz ebenso wie die  $H_{thx}$ - und  $H_{th\infty x}$ -Linien sich in der  $Q_x$ -Achse (Abb. 125)

schneiden sollen. Die Koordinaten der Punkte  $X$  und  $Y$ , nämlich  $c_{2mx}$ ,  $c_{2ux}$  bzw.  $c_{2mx}$ ,  $c_{3ux}$ , sind eben zu  $Q_x$ ,  $H_{th\infty x}$  bzw.  $Q_x$ ,  $H_{thx}$  proportional.

Da nun

$$\overline{B_2E} = \overline{EC_2} \frac{1}{p} = \frac{\overline{B_2E} + \overline{EC_2}}{1+p} = \frac{u_2}{1+p},$$

so folgt unmittelbar

$$\overline{ZY} = s_2 = \overline{B_2E} \cdot \frac{c_{2m} - c_{2mx}}{c_{2m}} = \frac{u_2}{1+p} \left( 1 - \frac{c_{2mx}}{c_{2m}} \right) = \frac{u_2}{1+p} \left( 1 - \frac{Q_x}{Q} \right). \quad (17)$$

Damit wird nach Gl. (16)

$$h_{s2} = \frac{\varphi}{2g} \left( \frac{u_2}{1+p} \frac{D_2}{D_4} \right)^2 \left( 1 - \frac{Q_x}{Q} \right)^2 \quad (18)$$

oder, wenn  $Q$  aus Gl. (9a) eingeführt wird,

$$h_{s2} = \frac{\varphi}{2g} \frac{1}{(1+p)^2} \left[ u_2 \frac{D_2}{D_4} - \frac{Q_x}{\pi D_4 b_2} [(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2] \right]^2. \quad (18a)$$

Der gesamte Stoßverlust ergibt sich nun aus

$$H_s = h_{s1} + h_{s2}, \quad (19)$$

wobei  $h_{s1}$  und  $h_{s2}$  aus Gl. (15) und (18a) zu bestimmen sind. Ist die Wassermenge des stoßfreien Eintritts für Lauf- und Leitrad die gleiche, was aber nicht unbedingt der Fall zu sein braucht, so ist gemäß Gl. (14) und (18)

$$H_s = \frac{\varphi}{2g} \left(1 - \frac{Q_x}{Q}\right)^2 \left[ u_1^2 + \left( \frac{u_2}{1+p} \cdot \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right]. \quad (20)$$

Hieraus folgt mit  $Q_x = Q$ ,  $H_s = 0$  wie zu erwarten, und mit  $Q_x = 0$

$$H_{s0} = \frac{\varphi}{2g} \left[ u_1^2 + \left( \frac{u_2}{1+p} \cdot \frac{D_2}{D_1} \right)^2 \right]. \quad (21)$$

Gl. (20) stellt eine Parabel dar, deren Achse senkrecht zur  $Q_x$ -Achse und deren Scheitel im Endpunkt der Abszisse  $Q_x = Q$  liegt<sup>1</sup> (Abb. 129).

Werden die Ordinaten der Stoßparabel von den Ordinaten der zuletzt bestimmten Kurve  $AB$  abgezogen, so ist die erhaltene Kurve  $CDG$  die gesuchte Drosselkurve. Diese berührt die Linie  $AB$  im Punkt  $D$  der Ordinate der stoßfreien Wasserlieferung und stellt wieder eine Parabel mit der Hauptachse parallel zur Ordinatenachse dar.

Die erhaltene Form der Drosselkurve ist insofern noch nicht endgültig, als der Spaltverlust nicht berücksichtigt ist. Da dieser aber bei guten Pumpen nur eine geringe Verschiebung hervorruft und das Ergebnis bei seiner Berücksichtigung an Durchsichtigkeit erheblich verliert, so wird vorläufig nicht darauf eingegangen (vgl. Abschn. 73).

e) **Konstruktion der Drosselkurve für eine Leitradpumpe.** Um die Drosselkurve einer Pumpe zu zeichnen, wird zunächst die Gerade der  $H_{thx}$  eingetragen, und zwar am einfachsten als Verbindungslinie ihrer Schnittpunkte mit den beiden Koordinatenachsen, deren Entfernung vom Nullpunkt nach Gl. (9) auf der  $Q_x$ -Achse gleich  $u_2 \pi D_2 b_2 \operatorname{tg} \beta_2^*$ , auf der  $H_x$ -Achse gleich  $\frac{u_2^2}{(1+p)g}$  sind. Dann werden die Reibungsparabel [Gl. 10)] und die Stoßparabel [Gl. (20)] zugefügt. Beide sind gegeben durch ihren Scheitel, Achse und einen Punkt. Der Scheitel der Reibungsparabel ist der Nullpunkt, der der Stoßparabel der End-

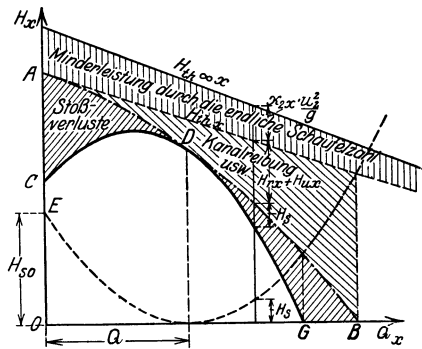


Abb. 129. Entstehung der Drosselkurve, d. h. der Linie der Förderhöhen  $H_x$  in Abhängigkeit der Wassermengen  $Q_x$  für eine Leitradpumpe aus der Linie der Schaufelarbeiten  $H_{thx}$  bei konstanter Drehzahl.

<sup>1</sup> Ist die Wassermenge des stoßfreien Eintritts für Lauf- und Leitrad nicht die gleiche, so ergibt Gl. (20) eine Parabel, die die  $Q_x$ -Achse überhaupt nicht mehr berührt.

\* Bei Berücksichtigung der endlichen Schaufeldicke am Laufradaustritt, die bei der Ableitung vernachlässigt wurde, ist dieser Ausdruck mit  $(t_2 - \sigma_2)/t_2$  zu multiplizieren. Alles übrige bleibt unverändert.

punkt der Abszisse  $Q$  gleich der Wassermenge des stoßfreien Eintritts. Der weitere Punkt der Reibungsparabel ist der Punkt  $P$  (Abb. 126) mit den Koordinaten  $Q$ ,  $(1 - \eta_h)H_{th}$ , wobei der hydraulische Wirkungsgrad  $\eta_h$  aus dem Entwurf der Pumpe bekannt und  $H_{th}$  die Ordinate der  $H_{thx}$ -Linie beim stoßfreien Eintritt ist. Für die Stoßparabel ist als weiterer Punkt ihr Schnittpunkt  $E$  mit der Ordinatenachse am besten geeignet (Abb. 129), dessen Ordinate  $H_{s0}$  durch Gl. (21) gegeben ist. Die Aufzeichnung beider Parabeln erfolgt nach einem der bekannten Verfahren, worauf die Drosselkurve erhalten wird, wenn die Ordinaten der beiden Parabeln von denen der  $H_{thx}$ -Linie abgezogen werden.

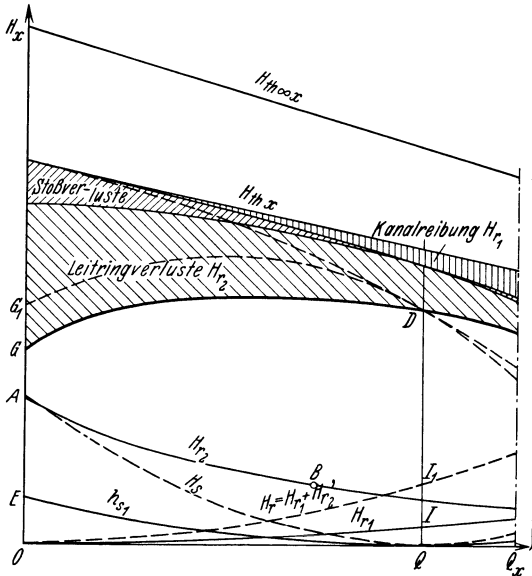


Abb. 130. Entstehung der Drosselkurve  $GD$  für eine Pumpe mit glattem Leitring. Zum Vergleich ist die Drosselkurve  $G_1D$  eingetragen, die beim Ersatz des Leittrings durch Leiterschalen erhalten wird.

Die Erfahrungszahl  $\varphi$  ist bei Benutzung der Gl. (20) und (21) zu setzen<sup>1</sup>:

a)  $\varphi = 0,58 \div 0,75$ , sofern eine nachträgliche, besondere Berücksichtigung des Spaltverlustes nicht erfolgt;

b)  $\varphi = 0,60 \div 0,80$ , sofern der Einfluß des Spaltverlustes auf den Verlauf der Drosselkurve nach der in Abschn. 73 angegebenen Rechnung berücksichtigt wird.

Sollen sich die  $H_{thx}$ - und  $H_{th\infty x}$ -Linie nicht in der  $Q_x$ -Achse schneiden, sondern parallel sein, so ist die  $H_{thx}$ -Linie durch die Koordinaten  $Q, H_{th}$  des stoßfreien Eintritts gegeben, da die  $H_{th\infty x}$ -Linie bekannt ist (S. 176). In diesem Falle ändert sich nur noch  $H_{s0}$ , und zwar tritt an Stelle von Gl. (21) die Beziehung

$$H_{s0} = \frac{\varphi}{2g} \left[ u_1^2 + \left( \frac{D_2}{D_4} \right)^2 (u_2 - pc_3u)^2 \right], \quad (21a)$$

wo  $c_3u = gH_{th}/u_2$ . Im übrigen bleibt die Konstruktion unverändert.

d) **Konstruktion der Drosselkurve für eine Pumpe mit glattem Leitring<sup>2</sup>.** An die Stelle der Reibungs- und Stoßverluste des Leittrings tritt hier der im Abschn. 51 berechnete Leitringwiderstand  $H_{r2}$ . Dementsprechend ist folgendermaßen zu verfahren (Abb. 130).

<sup>1</sup> Vgl. auch Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 321 S. 20.

<sup>2</sup> Vgl. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 295 S. 89.

Zunächst trägt man wie bei der Leitradpumpe die  $H_{\text{th}x}$ -Gerade ein. Dann wird die Linie des Teils der hydraulischen Verluste hinzugefügt, der mit dem Quadrat der Wassermenge als Parabel  $OI$  wächst, also die Leitungsverluste nicht enthält (Linie  $H_{r1}$ ). Man erhält den zu der normalen Wassermenge  $Q$  gehörigen Punkt  $I$  dieser Linie aus  $\overline{OI} = (1 - \eta_h)H_{\text{th}} - H_{r2}$ , wo  $H_{\text{th}}$  und  $H_{r2}$  aus der  $H_{\text{th}x}$ -Linie bzw.  $H_{r2}$ -Linie (Abb. 114) zur Abszisse  $Q$  zu entnehmen sind. Die  $H_{r2}$ -Linie muß vorher nach den im Abschn. 51 gemachten Angaben gezeichnet sein. Als Stoßparabel kommt nur die des Eintrittsstoßes  $h_{s1}$  ins Laufrad nach Gl. (14) in Betracht, deren Scheitel im Endpunkt der Abszisse  $Q$  und deren Schnittpunkt  $E$  mit der  $H_x$ -Achse bei  $\overline{OE} = (h_{s1})_0 = \frac{\varphi}{2g} u_1^2$  liegt. Die Drosselkurve  $GD$  ergibt sich nun durch Bildung von  $H_x = H_{\text{th}x} - H_{r1} - h_{s1} - H_{r2}$ .

Vergleicht man die erhaltene Drosselkurve mit der der Leitradpumpe nach Abb. 129, so fällt der flache Verlauf in Erscheinung. Dies steht in voller Übereinstimmung mit der Wirklichkeit. Das verschiedene Verhalten rührt offenbar daher, daß die Linie  $H_{r2}$  der Leitungsverluste stetig nach rechts fällt, während die entsprechenden Leitradverluste, soweit sie Reibungsverluste sind, mit  $Q_x^2$  wachsen, also stark nach rechts steigen und, soweit sie Stoßverluste sind, von  $Q$  aus nach beiden Seiten zunehmen.

Leitradpumpen mit großem Abstand zwischen Leit- und Laufrad sind wie unter c) zu behandeln, nur daß der zusätzliche Verlust im schaufellosen Zwischenraum sinngemäß wie unter d) zu berücksichtigen ist.

Pumpen mit Spiralgehäuse als Leitvorrichtung nehmen eine Stellung zwischen den unter c) und d) behandelten Fällen ein. Über die Vorgänge bei abnormaler Last ist hier Folgendes zu sagen.

Die Betrachtung des Geschwindigkeitsdiagramms eines Laufrades für den Austritt Abb. 123 zeigt, daß bei rückwärts gekrümmten Schaufeln eine Zunahme der Wassermenge, eine Abnahme der Umfangskomponente zur Folge hat. Da letztere bei achsensymmetrischer Strömung maßgebend ist für die Geschwindigkeit im Spiralgehäuse, also auch für den vom Wasserstrom beanspruchten Spiralquerschnitt, so ändert sich die Geschwindigkeit im entgegengesetzten Sinne wie die Wassermenge. Man könnte nun einfach annehmen, daß hinter dem Rad eben eine Beschleunigung in Richtung des Umfanges auf Kosten des Druckes eintritt falls die Wassermenge über den normalen Wert wächst. Diese Vorstellung ist aber nur dann haltbar, wenn sie die Bedingung des Kräftegleichgewichts nicht verletzt, d. h. die Zunahme des Drucks nach außen in Richtung der durch die gekrümmte Strombahn bedingten Zentrifugalkräfte gestattet. Hier können Widersprüche nur vermieden werden, wenn die Strömung ihre Achsensymmetrie verliert, d. h. die Linien gleichen Druckes nicht mehr Parallelkreise sind, sondern über bzw. unter der normalen Wassermenge Linien sind, die in Richtung der Strömung sich von der Achse entfernen bzw. sich der Achse nähern. In diesem Fall muß die Beaufschlagung über den Umfang des Laufrades ungleichmäßig sein, und zwar wird bei Fördermengen der Pumpe über bzw. unter der normalen von der Zunge aus die Liefermenge der einzelnen Laufkanäle mit zunehmendem Beaufschlagungswinkel zu- bzw. abnehmen. Der Stoßzustand ist also längs des Umfanges des Laufradeintritts nicht der gleiche. Ferner ist auch die Schaufelarbeit  $H_{\text{th}x}$  (oder die Zirkulation  $\Gamma_{sz}$ ) für jede Schaufel verschieden. Die einzelnen Laufkanäle geben also das Wasser mit verschiedenem Energieinhalt in die Spirale ab,

so daß Wirbelbildung unausbleiblich ist und weitere Verluste durch Vermischung eintreten. An der Zunge *X* entsteht ferner ein Drucksprung, der einen Verlust von der Art eines Spaltverlustes bedingt.

Eine befriedigende Vorausbestimmung der Kennlinie ist also für Pumpen mit Spiralgehäuse heute noch nicht möglich.

### 58. Die Kennfläche.

Aus den Gl. (9), (12), (19) [bzw. (15) und (18a)] ergibt sich für eine Leitradpumpe

$$H_x = H_{thx} - (H_{rx} + H_{ux}) - H_s. \quad (22)$$

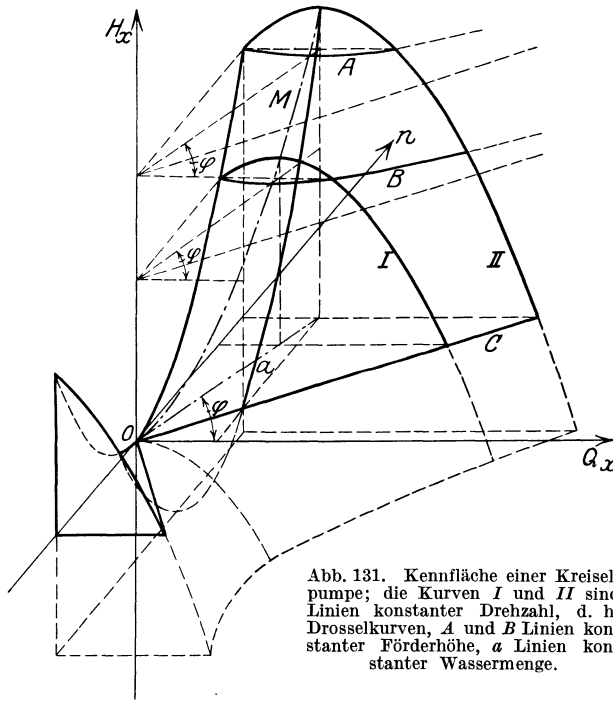


Abb. 131. Kennfläche einer Kreiselpumpe; die Kurven *I* und *II* sind Linien konstanter Drehzahl, d. h. Drosselkurven, *A* und *B* Linien konstanter Förderhöhe, *a* Linien konstanter Wassermenge.

Setzt man für die einzelnen Glieder der rechten Seite die entsprechenden Ausdrücke und führt  $u_1 = \pi D_1 n/60$ ,  $u_2 = \pi D_2 n/60$  ein, so erhält man folgende Gleichung der Kennfläche, die nach den drei Veränderlichen  $H_x$ ,  $Q_x$ ,  $n$  geordnet ist

$$H_x = k_1 n^2 + 2k_2 n Q_x - k_3 Q_x^2. \quad (23)$$

Hierin sind die Beiwerte  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$  für eine und dieselbe Pumpe konstant, nämlich

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{\pi^2}{g \cdot 60^2} \left[ \frac{D_2^2}{1+p} - \frac{\varphi}{2} D_1^2 - \frac{\varphi}{2} \frac{D_2^4}{D_4^2} \frac{1}{(1+p)^2} \right], \\ k_2 &= \frac{1}{120g} \left[ -\frac{\text{ctg} \beta_2}{b_2(1+p)} + \varphi \frac{D_2^2(1+p) \text{ctg} \alpha_3 + \text{ctg} \beta_2}{b_2(1+p)^2} \right. \\ &\quad \left. + \varphi \frac{\text{ctg} \beta_1}{b_1} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$



$$\left. \begin{aligned}
 k_3 = \frac{1 - \eta_h (1 + p) \operatorname{ctg} \alpha_3 + \operatorname{ctg} \beta_2}{g \pi^2 D_2^2 b_2^2} \operatorname{ctg} \alpha_3 \\
 + \frac{\varphi}{2g} \left( \frac{(1 + p) \operatorname{ctg} \alpha_3 + \operatorname{ctg} \beta_2}{(1 + p) \pi D_4 b_2} \right)^2 + \frac{\varphi}{2g} \left( \frac{\operatorname{ctg} \beta_1}{\pi D_1 b_1} \right)^2 \cdot \left( \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \right)^2.
 \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Gl. (23) läßt erkennen, daß die Kennfläche ein hyperbolisches Paraboloid darstellt, dessen Hauptachse mit der  $H_x$ -Achse und dessen Scheitel mit dem Ursprung zusammenfällt. Seine durch die  $H_x$ -Achse gehende Symmetrieebene bildet mit der  $(Q_x H_x)$ -Ebene einen Winkel  $\varphi$ , der sich bestimmt aus

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2k_2}{k_3 + k_1}. \quad (27)$$

In Abb. 131 ist die Kennfläche dargestellt, soweit sie auf der positiven Seite der  $(n H_x)$ -Ebene verläuft. Die  $(Q_x H_x)$ -Ebene ist dabei als durchsichtig angenommen, dagegen nicht die  $(Q_x n)$ -Ebene. Die strichpunktierte Linie  $OM$  ist die Schnittparabel mit der vorhin erwähnten Symmetrieebene. Die Drosselkurven ( $I$  und  $II$ ), die als Linien gleicher Drehzahl im  $(Q_x H_x)$ -Diagramm aufzufassen sind, entstehen als Schnittlinien durch Ebenen parallel zur  $(Q_x H_x)$ -Ebene.

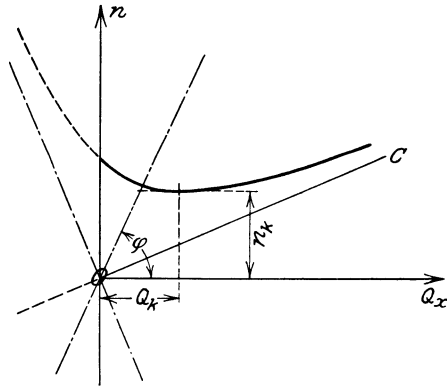


Abb. 132. Abhängigkeit der Drehzahl von der Wassermenge bei konstanter Förderhöhe.

Die waagrechten Schnittebenen, die parallel zur  $(Q_x n)$ -Ebene sind, ergeben Hyperbeln ( $A, B$ ), deren Asymptoten sich auf der  $H_x$ -Achse schneiden und unter sich parallel sind<sup>1</sup>. Auch diese Kurven sind von praktischer Bedeutung, weil sie das Verhalten der Pumpe bei unveränderlicher Förderhöhe erkennen lassen, wenn die Wassermenge durch Änderung der Drehzahl geregelt wird. In Abb. 132 ist eine solche Hyperbel herausgezeichnet. Bemerkenswert ist, daß mit abnehmender Wassermenge die Drehzahl zunächst ebenfalls sinkt, um dann einen Kleinstwert  $n_k$  zu erreichen, der der waagrechten Tangente entspricht. Von hier ab muß trotz weiterer Abnahme der Fördermenge die Drehzahl wieder wachsen, wenn die Pumpe nicht abschnappen soll. Diese kleinstmögliche Drehzahl und die zugehörige Wassermenge  $Q_k$  müssen als kritische Werte bezeichnet werden. Allerdings wird, wenn infolge der unvermeidlichen Drehzahlschwankungen des Antriebsmotors beim Betrieb in der Nähe des kritischen Punktes Abschnappen eingetreten ist, die dadurch entstandene Entlastung des Motors häufig von selbst wieder die notwendige Steigerung herbeiführen. Doch ist offenbar

<sup>1</sup> Die Gleichung der Asymptoten, die für alle Schnittebenen die gleiche ist, lautet

$$\frac{n}{Q_x} = \frac{1}{k_1} (k_2 \pm \sqrt{k_2^2 + k_1 k_3}).$$

das Arbeiten in der Nähe dieses Punktes mit Leistungsschwankungen verknüpft<sup>1</sup>, wie in Abschn. 67 und 69 noch näher gezeigt wird. Ist die Förderhöhe gleich Null, d. h. gießt die Pumpe auf der Höhe des Saugwasserspiegels wieder aus, so erhält man statt des Hyperbelzweiges die durch den Ursprung gehende, mit der Asymptote zusammenfallende Gerade  $OC$  (Abb. 131 und 132).

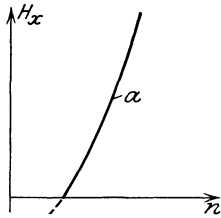


Abb. 133. Abhängigkeit der Förderhöhe von der Drehzahl bei konstanter Liefermenge.

Schnittebenen parallel zur  $(nH_x)$ -Ebene ergeben Parabeln  $a$  (Abb. 133). Diese lassen erkennen, wie die Drehzahl zu ändern ist, damit die Liefermenge konstant bleibt, wenn die Förderhöhe Schwankungen unterworfen ist.

Auch die Schnitte durch die  $H_x$ -Achse sind beachtenswert. Sie stellen Parabeln dar mit dem Ursprung als Scheitel, für welche offenbar das Verhältnis  $Q_x/n$ , also auch das Verhältnis der Wassergeschwindigkeit zur Umfangsgeschwindigkeit und, wie später gezeigt wird (Abschn. 61), auch der Wirkungsgrad konstant ist. Unter dieser Parabelschar haben besondere Bedeutung einerseits die (nicht gezeichnete) Parabel des stoßfreien Eintritts, die die Punkte der normalen Wasserlieferungen  $Q$  verbindet, andererseits die in der Symmetrieebene liegende Parabel  $OM$ , die durch die höchsten Punkte der Drosselkurven hindurchgeht.

### 59. Die Kongruenz der Drosselkurven.

Gl. (23) stellt die Gleichung der Drosselkurve dar, wenn  $n$  festgehalten wird. Da es sich um Parabeln handelt, ist ihre Form durch den Parameter eindeutig bestimmt. Dieser beträgt

$$p = \frac{1}{2k_3} \quad (28)$$

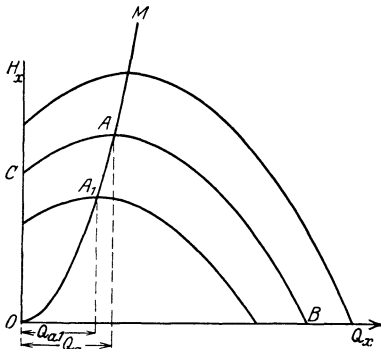


Abb. 134. Die verschiedenen Lagen der Drosselkurven einer Pumpe entstehen durch parallele Verschiebung, wobei der höchste Punkt  $A$  auf der Parabel  $OM$  sich bewegt.

und ist offenbar für eine bestimmte Pumpe konstant, weil die Drehzahl nicht erscheint. Hieraus leitet sich der wichtige Satz ab:

Die Drosselkurven einer und derselben Pumpe sind für sämtliche Drehzahlen kongruent<sup>2</sup>.

Werden die Drosselkurven auf die dazu parallele  $(Q_x, H_x)$ -Ebene projiziert, so erhält man also eine Schar kongruenter Parabeln (Abb. 134), die gegenseitig so angeordnet sind, daß ihr Scheitel auf der Parabel  $OM$  liegt und ihre Achsen parallel sind.

<sup>1</sup> Vgl. auch Wagenbach: Z. ges. Turbinenwes. 1913 S. 262.

<sup>2</sup> Dieses Gesetz gilt auch für die Förderung gasförmiger Körper, wenn an die Stelle von  $H_x$  die Arbeit für 1 kg Gas gesetzt wird.

Ist also die Drosselkurve  $AB$  für eine beliebige Drehzahl  $n$  gegeben, so ist sie auch für jede andere Drehzahl bekannt. Man braucht nur den höchsten Punkt  $A$  der gegebenen Kurve zu bestimmen, durch diesen die Parabel  $OAM$  zu legen, deren Hauptachse die  $H_x$ -Achse ist. Man erhält dann die Drosselkurve für irgendeine Drehzahl  $n_1$ , wenn man die gegebene Kurve parallel mit sich verschiebt, bis ihr Scheitel mit einem Punkt  $A_1$  der Parabel  $OM$  zusammenfällt, für welchen die Abszisse bzw. Ordinate

$$Q_{a1} = Q_a \frac{n_1}{n} \text{ bzw. } H_{a1} = H_a \left(\frac{n_1}{n}\right)^2. \quad (29)$$

Damit ist es auf einfache Weise möglich, eine Pumpe über ihr ganzes Verwendungsgebiet zu beurteilen, wenn ihr Verhalten für eine Drehzahl bekannt ist (vgl. Abschn. 69, II).

### 60. Allgemeine Gültigkeit des Kongruenzgesetzes.

Man sollte annehmen, daß das Gesetz von der Kongruenz der Drosselkurven in Wirklichkeit nicht ganz zutreffen würde, weil seine Ableitung verschiedene Vernachlässigungen enthält. Diese bestehen darin, daß der Verlauf der  $H_{thx}$ -Linie nicht genau erfaßt werden kann, der Spaltverlust nicht berücksichtigt ist, die Reibung nicht genau dem quadratischen Gesetz folgt und der Kanalwirbel bei den kleinen Wassermengen (vgl. Abb. 74) weitere durch die Rechnung schwer zu fassende Abweichungen verursacht. Bei Pumpen ohne Leitrad folgt die Reibung im Leitring ebenfalls keinem Potenzgesetz (Abb. 114 und 130), so daß die Drosselkurve überhaupt keine Parabel mehr ist.

Zur Nachprüfung sind die S. 157 erwähnten Herbertschen und eigene Versuche herangezogen. Erstere beziehen sich unter anderem auf

- I. eine einstufige Pumpe mit Leitrad, 175 mm Anschlußweite;
- II. die gleiche Pumpe mit verengtem Leitrad;
- III. „ „ „ ohne Leitrad mit Leitring;
- IV. „ „ „ mit Leitrad, aber drei Laufkanäle verschlossen.

Die Versuche wurden jedesmal bei 1200, 1300, 1375 und 1500 Umdrehungen durchgeführt. In Abb. 135 sind die Versuchspunkte, wie sie nach der parallelen Verschiebung auf die Drosselkurve mit der Drehzahl 1375 zu liegen kommen, eingetragen. Der Koordinatenursprung der einzelnen Kurven liegt bei dem mit der gleichen römischen Ziffer versehenen Punkt. Man erkennt, daß die Übereinstimmung durchweg eine gute ist, selbst in den Fällen III und IV, für die die Ableitung des Kongruenzgesetzes nicht gültig ist. Nur bei Wassermengen, die erheblich größer als die normale sind, sind Streuungen der Versuchspunkte vorhanden. Diese kommen aber für den Betrieb kaum in Frage, da dort die Wirkungsgrade schon sehr stark abfallen. Die Heranziehung eigener Versuche<sup>1</sup> hatte den gleichen Erfolg.

Es darf deshalb geschlossen werden, daß das Kongruenzgesetz, das bisher merkwürdigerweise in der Literatur noch nicht erwähnt worden ist, für den in Betracht kommenden Arbeitsbereich der Pumpe mit

<sup>1</sup> Vgl. die 1. Aufl. dieses Buches S. 137f.

einer sehr weitgehenden und für praktische Zwecke durchaus genügenden Genauigkeit zutrifft.

Aus Abb. 135 ist ersichtlich, daß bei wesentlicher Überschreitung der normalen Fördermenge die Drosselkurve nicht mehr dem Parabelgesetz folgt, sondern wesentlich stärker abfällt. Der Grund liegt in den in Abschn. 76ff. eingehend behandelten Loslösungserscheinungen des Wassers infolge Dampfbildung (Kavitation). Im Abschn. 68 werden

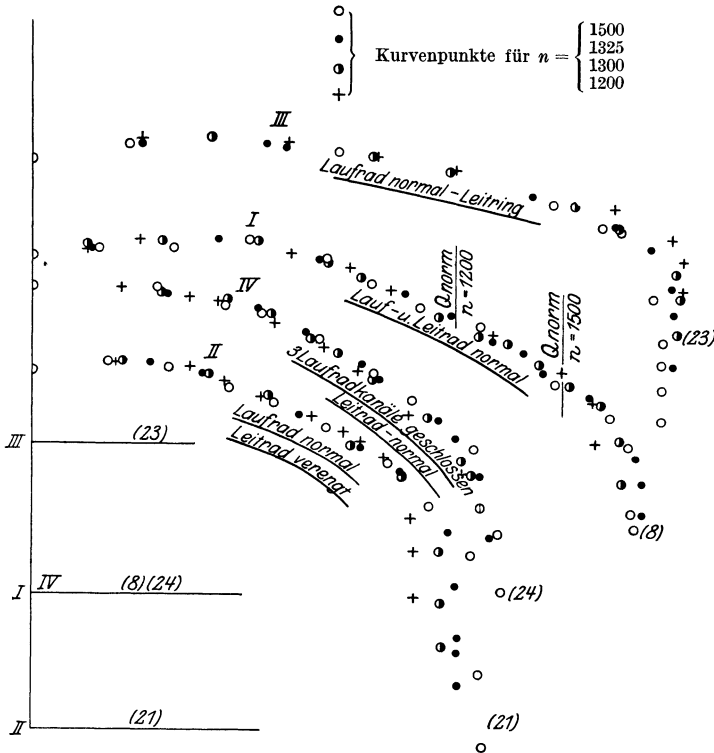


Abb. 135. Nachprüfung des Kongruenzgesetzes an den Herbertschen Versuchen.

andere Abweichungen von der Parabelform besprochen werden. Das Kongruenzgesetz gilt an solchen Stellen naturgemäß nicht mit der gleichen Genauigkeit wie im Gebiet des normalen Verlaufs.

### 61. Das Affinitätsgesetz, Kurven gleichen Wirkungsgrades.

Neben der sehr weitgehenden Verwandtschaft zwischen den Drosselkurven einer Pumpe, die durch das Kongruenzgesetz ausgedrückt ist, bestehen noch weitere Beziehungen.

Lassen wir mit der Drehzahl die Wassermenge und Förderhöhe einer bestimmten Pumpe derart sich ändern, daß die Geschwindigkeitspläne (Abb. 127 und 128) ähnlich bleiben, so müssen sich alle Geschwindigkeiten proportional der Drehzahl  $n$  ändern. Da dies auch für

die Stoßkomponenten  $s_1$  und  $s_2$  zutrifft, wird in diesem Falle die Pumpe stets unter dem gleichen Stoßzustand arbeiten. Weil ferner die Wassermenge proportional der Geschwindigkeit, also auch proportional der Drehzahl ist, so muß sein, wenn  $i_1, i_2, i_3$  Zahlen bedeuten, die für eine bestimmte Pumpe konstant sind:

$$Q_x = i_1 n \quad (30)$$

und somit nach der Gleichung der Kennfläche [Gl. (23)]:

$$H_x = (k_1 + 2k_2 \cdot i_1 - k_3 i_1^2) n^2 = i_2 n^2. \quad (31)$$

Entsprechend ergibt sich für die Nutzleistung, da sie zu  $Q_x H_x$  proportional ist:

$$N_{nx} = i_3 n^3. \quad (31a)$$

Sind demnach zu irgendeiner Drehzahl  $n_1$  Wassermenge  $Q_{x1}$ , Förderhöhe  $H_{x1}$  und Nutzleistung  $N_{nx1}$  bekannt, so lassen sich für irgendeine andere Drehzahl  $n$  die entsprechenden Werte finden aus:

$$Q_x = Q_{x1} \cdot \frac{n}{n_1}, \quad (32)$$

$$H_x = H_{x1} \left( \frac{n}{n_1} \right)^2, \quad (33)$$

$$N_{nx} = N_{nx1} \left( \frac{n}{n_1} \right)^3. \quad (33a)$$

Diese drei Gleichungen gelten stets in ihrer Gesamtheit, wenn eine einzige erfüllt ist, und sind sämtliche ungültig, wenn eine einzige nicht erfüllt ist. Sie können dazu verwandt werden, aus einer gegebenen Drosselkurve die für eine andere Drehzahl gültige abzuleiten. Man wird allerdings meist vorziehen, zu diesem Zweck das wesentlich bequemere Kongruenzgesetz zu verwenden.

Gemäß Gl. (30) und (31) ist ferner

$$\frac{Q_x^2}{H_x} = \frac{i_1^2}{i_2} = \text{const.} \quad (34)$$

Also ändern sich Förderhöhe und Wassermenge bei gleichem Stoßzustand nach einer Parabel, deren Scheitel im Ursprung liegt und die offenbar auch aus der Kennfläche nach Schnittebenen durch die  $H_x$ -Achse erhalten wird (S. 190).

Aus der vorausgesetzten Ähnlichkeit der Geschwindigkeitspläne folgt auch, daß für jede dieser Parabeln die „Füllung“  $Q_x/Q$  die gleiche ist. In Abb. 136 sind die Parabeln gleichen Stoßzustandes eingetragen.

Man bezeichnet das durch die Gl. (32), (33), (33a) und (34) ausgedrückte Gesetz als Affinitätsgesetz. Man kann dieses Gesetz dazu verwenden, um die zugeordneten Punkte auf den einzelnen Drosselkurven zu finden. Es ist innerhalb der gleichen Grenzen gültig, die im vorhergegangenen Abschnitt für das Kongruenzgesetz nachgewiesen wurden<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Vgl. die in der Fußbem. 2, S. 157 erwähnten Arbeiten.

Da längs einer Parabel gleichen Stoßzustandes die Fördermenge mit der ersten, die Förderhöhe mit der zweiten und demnach die Nutzleistung mit der dritten Potenz der Drehzahl wächst, so ändert sich bei einer kleinen Änderung  $\Delta n$  der Drehzahl, wenn die kleinen Glieder höherer Ordnung vernachlässigt werden, die Liefermenge im gleichen Verhältnis mit  $\Delta n$ , die Förderhöhe mit  $2\Delta n$  und die Nutzleistung mit  $3\Delta n$ .

Die Parabeln gleichen Stoßzustandes oder gleicher Füllung sind ferner gleichzeitig Linien gleichen Wirkungsgrades, denn es ist nach der Hauptgleichung und den Gesetzen für den turbulenten Widerstand die spezifische Radarbeit einschließlich Austauschverlust  $H_{thx} + Z_a = i_4 n^2$ ; ferner der Spaltverlust  $Q_{sp x} = i_6 \sqrt{H_x} = i_6 \cdot \sqrt{i_2} \cdot n$  und die Radreibung in mkg/s nach Gl. (57a) des Abschn. 18

$$75 N_r = \text{const } u_2^3 \cdot D_2^2 = i_5 n^3, \quad (35)$$

also der Wirkungsgrad ausschließlich Lagerreibung, nämlich der innere Wirkungsgrad gemäß Gl. (8) Abschn. 26

$$\left. \begin{aligned} \eta_i &= \frac{75 N_{n_x}}{\gamma(Q_x + Q_{sp x})(H_{thx} + Z_a) + 75 N_r} = \frac{75 i_3 n^3}{\gamma(i_1 n + i_6 \sqrt{i_2} n) i_4 n^2 + i_5 n^2} \\ &= \frac{75 i_3}{\gamma(i_1 + i_6 \sqrt{i_2}) i_4 + i_5} = \text{Const.} \end{aligned} \right\} (36)$$

Hieraus folgt, daß längs jeder Parabel, deren Achse die  $H_x$ -Achse und deren Scheitel der Ursprung ist, und ebenso für jeden bestimmten Wert der Füllung  $Q_x/Q$  der innere Wirkungsgrad der Pumpe konstant ist. Von besonderer Wichtigkeit ist die Parabel des stoßfreien Eintritts, die gezeichnet werden kann, wenn für eine Drehzahl  $Q$  und  $H$  gegeben sind.

Das abgeleitete Gesetz von der Unveränderlichkeit des Wirkungsgrades längs einer Parabel gleicher Füllung findet man auf dem Versuchsstand nicht vollkommen bestätigt. Vielmehr verlaufen die Linien gleichen Wirkungsgrades, wie in Abb. 136 durch die ellipsenförmigen Linien angegeben ist. In der Abbildung sind die Wirkungsgrade in Bruchteilen des besten Wirkungsgrades ausgedrückt.

Der abweichende Verlauf der Linien gleichen Wirkungsgrades ist zunächst darauf zurückzuführen, daß die dargestellten Wirkungsgrade die Gesamtwirkungsgrade  $\eta$  sind, also auch die Lager- und Stopfbüchsenreibung mit einschließen. Diese müßten der dritten Potenz der Drehzahl proportional sein, wenn sie sich gleich verhalten sollten, wie bei den übrigen Verlusten vorausgesetzt wurde. In Wirklichkeit wächst aber die Lagerreibung innerhalb des in Frage kommenden Gebiets etwa nach einem Geradliniengesetz<sup>1</sup>. Außerdem sind aber noch andere Voraussetzungen unvollkommen erfüllt insofern, als die Kanal-

<sup>1</sup> Man kann unter Zugrundelegung dieses Geradliniengesetzes für die Lagerreibung und des Gesetzes der dritten Potenz für den übrigen Arbeitsverbrauch diese beiden Arbeiten für eine gegebene Pumpe näherungsweise voneinander trennen, wenn der Kraftbedarf für zwei auf derselben Stoßparabel liegende Betriebspunkte durch den Versuch ermittelt ist. Vgl. Müller: Z. ges. Turbinenwesen 1919 S. 173; Z. VDI. 1921 S. 993.

reibung nicht genau dem quadratischen Gesetz folgt und die Kavitation erhebliche Verschlechterungen des Wirkungsgrades bedingen kann. Da die Reibungszahl  $\lambda$  (vgl. Abschn. 10) mit abnehmender Geschwindigkeit zunimmt, so muß das abweichende Verhalten der Reibung eine Verschlechterung des Wirkungsgrades mit abnehmender Drehzahl bedingen. Daß andererseits nach oben der Wirkungsgrad nicht unbegrenzt wächst, ist auf das Eintreten der Kavitation, d. h. darauf zurückzuführen, daß die vorhandene Saughöhe bei gesteigerter Geschwindigkeit zu groß ist.

Aus den in Abb. 136 angegebenen Wirkungsgradkurven ist ersichtlich, daß jede Pumpe bei gegebenen Saugverhältnissen einen günstigsten Betriebspunkt  $B$  hat, von dem aus nach allen Seiten ein allmähliches Abfallen des Wirkungsgrades eintritt.

Aus der langgestreckten Form der Kurven gleichen Wirkungsgrades ergibt sich, daß dieses Abfallen ungefähr längs der Parabel gleichen Wirkungsgrades am geringsten ist. Liegt diese Darstellung für ein bestimmtes Pumpenmodell vor, so kann bei Annahme eines Mindestwertes für den Wirkungsgrad durch die Kurve dieses Wirkungsgrades ein bestimmtes Verwendungsgebiet der Pumpe umgrenzt werden, welches um so größer ist, je kleiner dieser Mindestwert ist. Für jede Drehzahl liegt der günstigste Betriebspunkt im Schnitt der zu der Drehzahl gehörigen Drosselkurve mit der strichpunktiierten Linie  $I-I$ , die angenähert mit einer Parabel gleichen Stoßzustandes übereinstimmt.

Soll die Darstellung von dem verwendeten Maßsystem (z. B. metrischen oder Fuß-Pfund-System) unabhängig werden, so empfiehlt es sich, sie in der im Abschn. 83 angegebenen Weise dimensionslos zu machen.

## 62. Wassermenge besten Wirkungsgrades.

Der Verlauf des hydraulischen Wirkungsgrades  $\eta_h = H_x/H_{th,x}$  läßt sich, wenn die Linie der Schaufelarbeiten als Gerade  $FG$  (Abb. 137) und die Drosselkurve  $CDE$  gegeben sind, aus dem Verhältnis der beiderseitigen Ordinaten leicht ausrechnen. Für zwei Punkte  $P_1$  und  $P_2$  der Drosselkurve, die auf der gleichen durch  $F$  gehenden Geraden liegen, ist offenbar das Ordinatenverhältnis das gleiche und um so größer, je

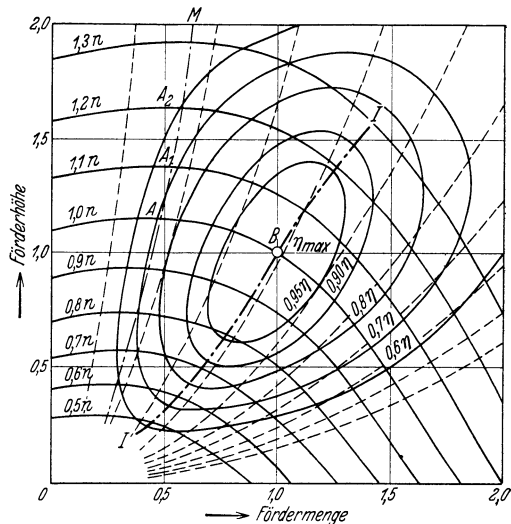


Abb. 136. Linien gleichen Wirkungsgrads (Eierkurven) mit Parabeln gleichen Stoßzustandes und Drosselkurven (Muscheldiagramm).

größer der Winkel  $\delta = \sphericalangle P_1FO$  ist. Der Größtwert von  $\eta_h$  liegt also beim Berührungspunkt  $J$  der von  $F$  an die Drosselkurve gezogenen Tangente. Bei einer Leitradpumpe, für welche die Abb. 137 gezeichnet ist, kann er offenbar nicht beim Betriebspunkt  $D$  des stoßfreien Eintritts auftreten, sondern bei einer Wassermenge  $Q'$ , die kleiner ist. Die Erklärung hierfür bildet die starke Zunahme der Reibung mit zunehmender Wassermenge, während der Eintrittsstoß sich in der Nähe des stoßfreien Eintritts nur wenig ändert. Da Spaltverlust, Rad- und Lagerreibung von der jeweiligen Wasserlieferung nahezu unabhängig sind, so wird der Größtwert des Gesamtwirkungsgrades  $\eta$  bei einer größeren Wassermenge liegen als der von  $\eta_h$  und unter Umständen sogar bei einer größeren Wassermenge als der des stoßfreien Eintritts. Jedenfalls zeigt aber diese Betrachtung, daß der beste Wirkungsgrad nicht beim stoßfreien Eintritt zu liegen braucht.

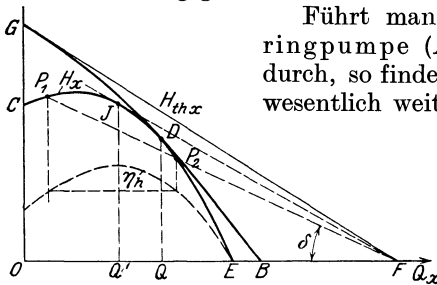


Abb. 137. Bestimmung des hydraulischen Wirkungsgrades. Wassermenge  $Q'$  des besten hydraulischen Wirkungsgrades ist kleiner als die Wassermenge  $Q$  des stoßfreien Eintritts.

Führt man an der Drosselkurve einer Leitringpumpe (Abb. 130) die gleiche Betrachtung durch, so findet man, daß der Berührungspunkt  $J$  wesentlich weiter nach rechts und meist über den Punkt  $D$  des stoßfreien Eintritts hinaus verschoben wird. Dies ist auf den im Abschn. 51 behandelten starken Abfall der Leitringverluste mit zunehmender Wassermenge zurückzuführen. Bei einer Leitringpumpe ist also die Wassermenge besten Wirkungsgrades stets größer als bei einer Leitradpumpe,

falls in beiden Fällen das gleiche Laufrad benutzt wird (Abb. 139).

Das Verhältnis der Wassermenge besten Wirkungsgrades zu der des stoßfreien Eintritts (berechnet nach Abschn. 31a) ist auch abhängig vom Anfangsverlauf der Laufschaufel, da neben dem Eintrittswinkel  $\beta_1$  auch der Eintrittsquerschnitt  $AC$  (Abb. 62) von Bedeutung ist. Räder mit parallelen Seitenwandungen und nach außen wachsender Schaufelneigung geben deshalb ein größeres Verhältnis als solche, bei denen die Radbreite  $b$  und die Schaufelneigung  $\beta$  nach außen abnehmen. Beispielsweise wird die Eintrittsevolvente unter sonst gleichen Verhältnissen eine kleinere Wassermenge besten Wirkungsgrades liefern<sup>1</sup> als die logarithmische Spirale oder die nach außen steiler werdende Schaufel.

### 63. Die Wellenleistung.

Die Wellenleistung bestimmt sich aus der Summe der sekundlichen Schaufelarbeit  $Q_x \gamma H_{th,x}$ , die die hydraulischen Verluste und den Arbeitsaufwand für den Spaltverlust bereits enthält, der Rad- und Lagerreibung sowie des Verlustes durch den Flüssigkeitsaustausch am Rad-

<sup>1</sup> Vgl. auch M. Yendo: Experimental Researches on Turbine Pumps. Rep. Yokohama Technol. College, Juni 1930 Nr. 1; ferner die in Fußbem. 3, S. 123 angeführte Arbeit.



umfang (S. 179). Die Größe  $Q_x \gamma H_{thx}$  verläuft im  $(Q_x H_x)$ -Diagramm als eine durch den Ursprung gehende Parabel, weil die Linie der  $H_{thx}$  eine Gerade darstellt. Für  $\beta_2 = 90^\circ$ , also die senkrecht endigende Schaufel, wobei  $H_{thx} = \text{Const}$ , wird sie eine Gerade  $B$  (Abb. 138). Bei rückwärts gekrümmter Schaufel verläuft sie unterhalb dieser Geraden, erreicht einen Größtwert, um dann wieder auf Null abzunehmen. Bei vorwärts gekrümmter Schaufel liegt sie oberhalb von  $B$  und steigt unbegrenzt an. Beide Parabeln berühren<sup>1</sup> die Gerade  $B$  im Punkt  $O$ .

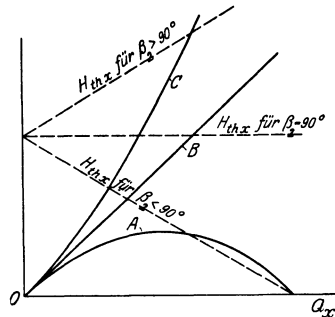


Abb. 138. Einfluß des Schaufelwinkels  $\beta_2$  auf den Kraftbedarf. Kurve A: Radararbeit  $Q_x \gamma H_{thx}$  für  $\beta_2 < 90^\circ$ ; Kurve B: Radararbeit  $Q_x \gamma H_{thx}$  für  $\beta_2 = 90^\circ$ ; Kurve C: Radararbeit  $Q_x \gamma H_{thx}$  für  $\beta_2 > 90^\circ$ .

Die stetige Zunahme der Schaufelarbeit bei vorwärts gekrümmter Schaufel bringt die Gefahr mit sich, daß der Antriebsmotor überlastet wird, falls die Wasserlieferung stark anwächst. Es ist dies ein weiterer Grund, der gegen Verwendung dieser Schauflungsart spricht (vgl. S. 70f., 104, Fußbem. 1, S. 200).

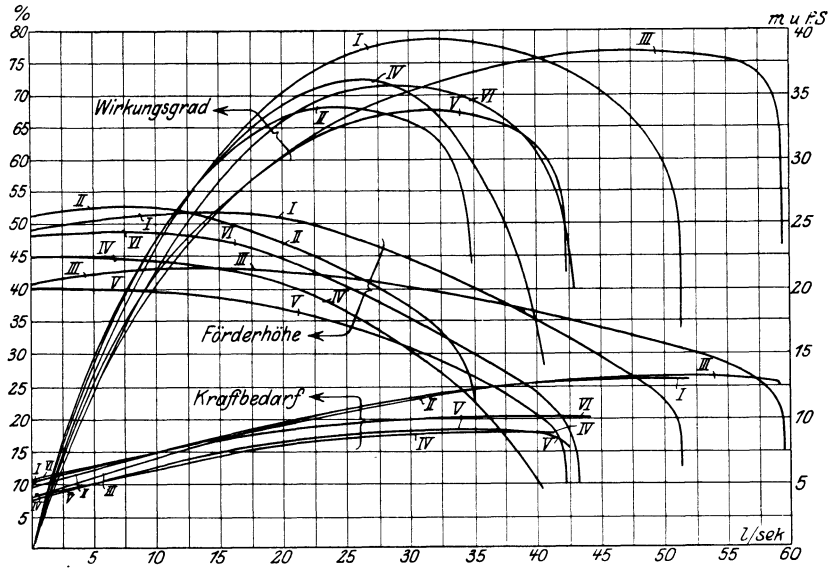


Abb. 139. Drosselkurven, Wirkungsgrad- und Kraftbedarfskurven der Versuchspumpe von Herbert, bei der Drehzahl 1200/min.

- Kurve I: Lauf- und Leitrad normal;
- „ II: Laufrad normal, Leitradweite  $a_4$  verengt;
- „ III: Laufrad normal, Leitring;
- „ IV: Drei Laufkanäle ganz geschlossen (Abb. 152a), Leitrad normal;
- „ V: Drei Laufkanäle ganz geschlossen (Abb. 152a), Leitring;
- „ VI: Drei Laufkanäle nur am Eintritt geschlossen (Abb. 152b), Leitrad normal.

<sup>1</sup> In der Abbildung laufen die Linien der  $H_{thx}$  in einem Punkt der Ordinatenachse zusammen, was nur bei den Linien der  $H_{th\infty x}$  unbedingt der Fall sein muß.

In Abb. 139 sind die von Herbert<sup>1</sup> erhaltenen Linien der Wellenleistung zusammen mit den Drosselkurven und Wirkungsgradkurven für die verschiedenen unter der Abbildung angegebenen Änderungen von Lauf- bzw. Leitrad eingetragen. Ebenso sind in Abb. 140 für eine Pumpe mit vorwärts gekrümmten Schaufeln die Wellenleistungskurven ( $L$ ) für mehrere Drehzahlen neben den Drosselkurven angegeben<sup>2</sup>. Weil die Abszissen den Spaltverlust nicht mehr enthalten und die Rad- und Lagerreibung, ferner insbesondere der Austausch-

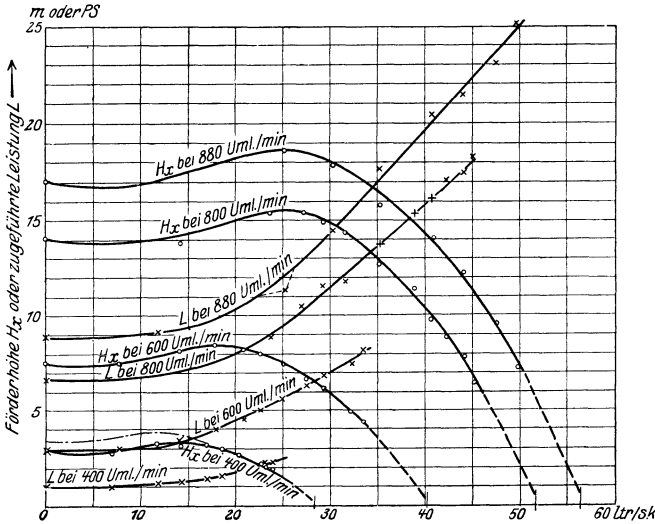


Abb. 140. Drosselkurven und Kraftbedarfskurven einer Pumpe mit vorwärts gekrümmten Schaufeln bei verschiedenen Drehzahlen.

verlust einbezogen sind, so laufen diese Kurven des gesamten Kraftbedarfs nicht mehr durch den Ursprung, sondern ergeben eine Leerlaufarbeit von etwa ein Drittel der Arbeit bei Normallast. Da aber Rad- und Lagerreibung von der Fördermenge nahezu unabhängig sind und ebenso — wenigstens bei rückwärts gekrümmten Schaufeln — der Spaltverlust sich mit wechselnder Wasserlieferung nur wenig ändert, so ist zu verstehen, daß der Charakter der auf dem Versuchstand ermittelten Kurven der Wellenleistung mit dem der in Abb. 138 angegebenen Kurven der Schaufelarbeit im großen ganzen übereinstimmt.

#### 64. Abgekürzte Bestimmung<sup>3</sup> des Verlaufs der Förderhöhe, Wellenleistung und der Linien gleichen Wirkungsgrads (Eierkurven).

Ist eine Pumpe entworfen, so besteht das Bedürfnis, ihre Verwendungsmöglichkeit über das ganze Betriebsgebiet an Hand einer Darstellung entsprechend

<sup>1</sup> Vgl. Fußbemerkung 2, S. 157.

<sup>2</sup> Entnommen aus Biel: Die Wirkungsweise der Kreiselpumpen und Ventilatoren. Mitt. Forsch.-Arb. Heft 42 Abb. 18.

<sup>3</sup> Vgl. Pfeleiderer: Z. Turbinen u. Pumpen März 1930 S. 52ff.

Abb. 136 zu übersehen. Man wird also zunächst die Drosselkurve nach Abschn. 57 c oder 57 d ermitteln. Liegen bereits Erfahrungen an Ausführungen der betreffenden Bauart vor, so wird man zweckmäßigerweise an Hand solcher auf dem Versuchsstand erworbener Kennlinien die theoretische Form berichtigen. Handelt es sich um Spiralgehäusepumpen, so ist eine solche Anlehnung an frühere Erfahrungen besonders wertvoll, weil eine einwandfreie theoretische Bestimmung der Drosselkurven für diese Pumpenart noch nicht möglich ist.

Liegt nun eine irgendwie gewonnene Drosselkurve vor, so kann man leicht die Konstanten  $k_1$ ,  $k_2$  und  $k_3$  der Gl. (23) der Drosselkurven

$$H_x = k_1 n^2 + 2 k_2 n Q_x - k_3 Q_x^2 \tag{23}$$

ermitteln, sofern man entnimmt:

1. das Verhältnis  $H_0/H \equiv \alpha$  der Leerlaufförderhöhe zur normalen Förderhöhe,
2. das Verhältnis  $H_{max}/H \equiv \beta$  der maximalen Förderhöhe zur normalen Förderhöhe.

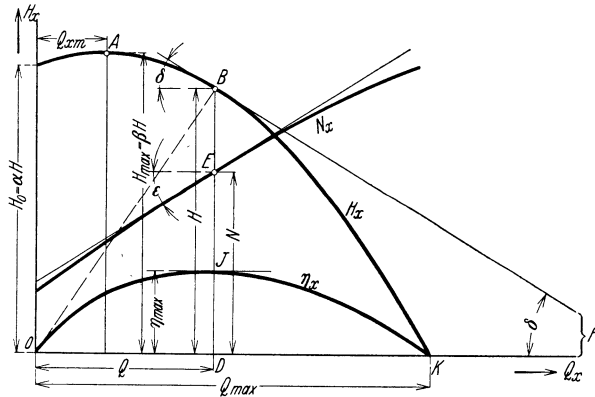


Abb. 141. Bestimmung des Verlaufs von  $N_x$  und  $\eta_x$  bei konstanter Drehzahl.

Die mathematische Auswertung ergibt nämlich

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \alpha \frac{H}{n^2}, \\ k_2 &= m \frac{(\beta - 1) H}{n Q}, \\ k_3 &= m^2 (\beta - \alpha) \frac{H}{Q^2}, \end{aligned} \right\} \tag{37}$$

worin gesetzt ist

$$m = 1 + \sqrt{\frac{\beta - 1}{\beta - \alpha}}. \tag{38}$$

Meist ist der Wirkungsgrad  $\eta_{max}$ , der zu den Werten  $Q$  und  $H$  der Normalleistung gehört, zuverlässig zu schätzen. Dann kann auf Grund folgender Überlegung auch sofort die Linie der Wellenleistung und des Wirkungsgrades gezeichnet werden. Der Punkt  $E$  der normalen Wellenleistung  $N$  (Abb. 141) ist bekannt durch

$$N = \frac{\gamma Q H}{75 \eta_{max}}. \tag{39}$$

Ebenso ist auch die Tangente in  $E$ , d. h. deren Neigungswinkel  $\varepsilon$ , bestimmbar, weil (da in der Nähe des Punktes  $E$  der Wert  $\eta$  konstant ist)

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{d \frac{\gamma Q_x H_x}{75 \eta}}{d Q_x} \Big|_{Q_x = Q} = \frac{\gamma}{75 \eta_{max}} \left( H + Q \frac{d H_x}{d Q_x} \right) = \frac{\gamma}{75 \eta_{max}} (H + Q \operatorname{tg} \delta). \tag{40}$$

$\delta$  ist hierbei der Neigungswinkel der Tangente an die  $H_x$ -Kurve im Punkt  $B$  der gleichen Ordinate. Bei der Entnahme von  $\operatorname{tg} \delta$  aus der Zeichnung ist der Maßstab der Abszissen und Ordinaten zu beachten, d. h. der entnommene Wert ist vor dem Einsetzen in Gl. (40) mit dem Verhältnis der beiden Maßstäbe zu multiplizieren. Da dies unbequem ist, bilden wir aus Gl. (23) unmittelbar

$$\operatorname{tg} \delta = - \left. \frac{dH_x}{dQ_x} \right|_{Q_x=Q} = 2(k_3 Q - k_2 n), \quad (41)$$

benutzen also die durch Gl. (37) und (38) bereits bekannten Beiwerte  $k_2$  und  $k_3$ , um unmittelbar den für  $\operatorname{tg} \delta$  einzusetzenden Wert zu erhalten. Auch beim Übertragen des aus Gl. (40) errechneten Wertes von  $\operatorname{tg} \varepsilon$  in die Zeichnung ist Rücksicht auf den Maßstab der  $Q_x$ - und  $N_x$ -Werte zu nehmen. Ist 1 cm Ordinatenmaßstab =  $a$  PS und 1 cm Abszissenmaßstab =  $b \text{ m}^3/\text{s}$ , so ist der zu übertragende Wert  $(b/a) \operatorname{tg} \varepsilon$ .

Nachdem die Tangente an die  $N_x$ -Kurve bekannt ist<sup>1</sup>, läßt sich diese Linie, da sie innerhalb des Verwendungsgebiets sehr flach ist, leicht zeichnen, insbesondere wenn noch Anhaltspunkte über den prozentualen Leistungsbedarf bei Leerlauf, der bei reinen Radialrädern 30 ÷ 35% der Normalleistung beträgt, vorliegen. In vielen Fällen wird auch unmittelbar die Tangente als geradlinige  $N_x$ -Kurve genommen werden können.

Nachdem die  $N_x$ -Kurve bekannt, kann auch die Linie des Wirkungsgrades mittels der Gleichung

$$\eta_x = \frac{\gamma Q_x H_x}{75 N_x} \quad (42)$$

gezeichnet werden. Diese gilt aber nur für die vorliegende Drehzahl  $n$ . Für kleinere Drehzahlen wird  $\eta_x$  für den gleichen Stoßzustand gemäß Abb. 136 ständig schlechter und mit wachsender Drehzahl nimmt  $\eta_x$  bis zur Kavitationsgrenze zu. Über diese Abhängigkeiten liegt bei Kreiselpumpen noch kein Versuchsmaterial vor. Es sollen deshalb vorläufig die für Wasserturbinen geltenden Modellregeln übernommen werden. Nach Moody<sup>2</sup> ist

$$\eta = 1 - (1 - \eta_v) \left( \frac{D_v}{D} \right)^{\frac{1}{4}} \left( \frac{H_v}{H} \right)^{\frac{1}{10}}, \quad (43)$$

wo das Fußzeichen  $v$  sich auf das Versuchsmodell bezieht. Da in unserem Fall  $D_v = D$  und somit  $H_v/H = (n_v/n)^2$ , so folgt hieraus für den Wirkungsgrad  $\eta_1$  bei einer beliebigen Drehzahl  $n_1$  der gleichen Ausführung

$$\eta_1 = 1 - (1 - \eta) \left( \frac{n}{n_1} \right)^{\frac{1}{5}}.$$

Gilt diese Gleichung für jede Parabel gleichen Stoßzustandes und nicht bloß für die des stoßfreien Eintritts, so kann sie auch geschrieben werden

$$\eta_{1x} = 1 - (1 - \eta_x) \left( \frac{Q_x}{Q_{1x}} \right)^{\frac{1}{5}}, \quad (44)$$

wobei  $x$  die Kennzahl einer beliebigen solchen Parabel sein soll. Wird zwecks Bestimmung der Linien gleichen Wirkungsgrades ein bestimmter Wert  $\eta_{1x}$  fest-

<sup>1</sup> Bemerkenswert ist, daß gemäß Gl. (40)  $\varepsilon = 0$  wird, d. h. der Kraftbedarf bei weiterem Steigen der Liefermenge wieder abfällt, wenn  $H - Q \operatorname{tg} \delta = 0$  oder  $\operatorname{tg} \delta = H/Q$ , woraus folgt (Abb. 141): Subtangente  $\overline{DF}$  = Abszisse  $Q = \overline{OD}$ , d. h. das Dreieck  $BOF$  ist gleichschenkelig.

Der Kraftbedarf steigt oder fällt somit je nachdem  $\overline{DF} \gtrless Q$ . Kennt man also den Punkt  $B$  besten Wirkungsgrades der Drosselkurven, so kann man auch ohne weiteres über den Charakter der Kraftbedarfskurve Aussagen machen. Da bei vorwärtsgekrümmten Schaufeln der Kraftbedarf mit zunehmender Liefermenge ständig steigt, so folgt auch hieraus die Beobachtung, daß der beste Wirkungsgrad in der Nähe des höchsten Punktes der Drosselkurve solcher Räder liegen muß.

<sup>2</sup> Hütte, 25. Aufl. Bd. 2 S. 601. Vgl. auch Abschn. 82.

gehalten, so ergibt sich aus dieser Gleichung zu jedem  $\eta_x$  der nach dem obigen Verfahren gezeichneten  $\eta_x$ -Kurve  $OJK$  (Abb. 141), d. h. zu jedem  $Q_x$  das zugehörige Verhältnis  $Q_{1x}/Q_x$ , also auch die Wassermenge  $Q_{1x}$ , in welcher der vorgeschriebene Wert  $\eta_{1x}$  auf der betreffenden  $x$ -Parabel erreicht wird. Gl. (44) liefert

$$Q_{1x} = Q_x \left( \frac{1 - \eta_x}{1 - \eta_{1x}} \right)^5. \quad (45)$$

Die jeweils maßgebende Parabel gleichen Stoßzustandes geht durch den zur gleichen Ordinate gehörigen Punkt  $G$  der Drosselkurve für  $n = \text{const}$  (Abb. 142). Auf der Parabel  $OG$  findet sich der gesuchte Punkt  $X$  der Linie  $\eta_{1x} = \text{const}$  im Schnitt mit der Ordinate zur Abszisse  $Q_{1x}$ . Um das Zeichnen der Parabel zu vermeiden, setzt man  $\overline{LX} = \overline{SG} \left( \frac{Q_{1x}}{Q_x} \right)^2$ .

Bei Wiederholung dieser Konstruktion für eine gewisse Zahl  $\eta_x$ -Werte kann die Linie  $\eta_{1x} = \text{const}$  gezeichnet werden. Wegen der fünften Potenz in Gl. (45) muß  $\eta_x$  sehr genau entnommen werden. Deshalb ist es zweckmäßig, diesen Wert aus Gl. (42) jeweils zu berechnen, damit stetige Linien  $\eta_{1x} = \text{const}$  erhalten werden. Man wird dann  $\eta_{1x}$  mit bestimmten Intervallen variieren und erhält so die gesuchten Eierkurven, die allerdings sämtlich nach oben offen sind, weil die Kavitation in der zugrunde gelegten Modellregel Gl. (43) nicht zum Ausdruck kommt und auf Grund unserer heutigen Kenntnis auch noch nicht berücksichtigt werden kann.

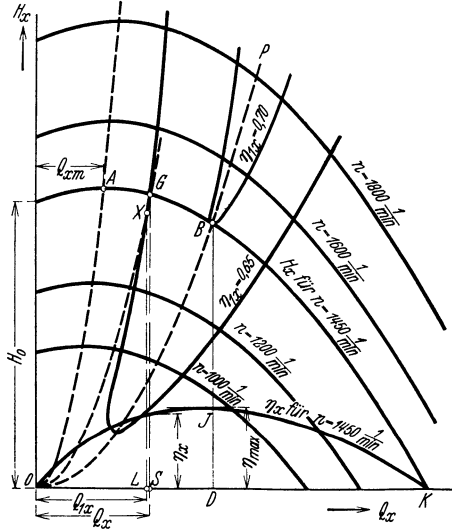


Abb. 142. Bestimmung der Linien  $\eta_x = \text{const}$  (Eierkurven).

### 65. Andere Darstellungsarten der Kennlinien.

a) Kreisdarstellung der Drosselkurven. Das Aufzeichnen des  $Q_x H_x$ -Diagramms kann man sich vereinfachen, wenn man davon Gebrauch macht, daß die Drosselkurven Parabeln sind und diese Parabeln zu Ellipsen mit der  $Q_x$ -Achse als Hauptachse werden, wenn man als Ordinate den Wert  $\sqrt{H_x}$  statt  $H_x$  aufträgt. Bei Wahl eines geeigneten Ordinatenmaßstabes werden nun alle diese Ellipsen zu Kreisen mit dem Mittelpunkt auf der  $Q_x$ -Achse. Der Vorzug dieser Darstellung liegt weiter noch darin, daß die Parabeln gleichen Stoßzustandes gerade Linien werden, die durch den Ursprung 0 hindurchgehen (Abb. 143), und die zugeordneten Punkte jetzt diese Linien im einfachen Ver-

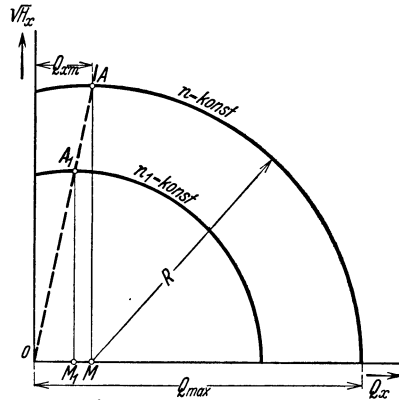


Abb. 143. Kreisdarstellung der Drosselkurve.

hältnis der Drehzahlen teilen. Es fragt sich zunächst, wie diese Kreise, d. h. die Abszisse  $Q_{xm}$  des Mittelpunktes  $M$  und der Halbmesser  $R$  zu bestimmen sind, wenn  $Q$ ,  $H$ ,  $n$ ,  $\alpha = H_0/H$ ,  $\beta = H_{\max}/H$  gegeben sind.

$Q_{xm}$  bestimmt sich als die Abszisse des Punktes  $A$  (Abb. 143) aus Gl. (23) mit  $dH_x/dQ_x = 0$  ohne weiteres zu

$$Q_{xm} = \frac{k_2}{k_3} n, \quad (46)$$

oder nach Gl. (37) zu

$$Q_{xm} = \frac{Q}{m}. \quad (46a)$$

Ferner ist

$$R = Q_{\max} - Q_{xm}.$$

$Q_{\max}$  folgt aus Gl. (23) mit  $H_x = 0$ . Der so erhaltene Wert liefert in Verbindung mit Gl. (46)

$$R = \frac{n}{\sqrt{k_3}} \sqrt{\frac{k_2^2}{k_3} + k_1} = \frac{Q\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta - \alpha} + \sqrt{\beta - 1}}. \quad (47)$$

Der Ordinatenmaßstab ist so zu wählen, daß  $R = \sqrt{H_{\max}} = \sqrt{\beta H}$ . Dann ist die Probe der Richtigkeit, daß die Abszissen Null und  $Q$  die Ordinaten  $\sqrt{H_0} = \sqrt{\alpha H}$  und  $\sqrt{H}$  ergeben. Da aus Gl. (23) folgt  $H_{\max} = n^2(k_2^2/k_3 + k_1)$  und also  $\sqrt{H_{\max}} = n\sqrt{k_2^2/k_3 + k_1} = R \cdot \sqrt{k_3}$ , so würden sich Ellipsen mit dem Achsenverhältnis  $\sqrt{k_3}$  ergeben, wenn der Abszissen- und Ordinatenmaßstab gleich 1 wäre.

Die Drosselkurven sind jetzt natürlich nicht mehr kongruent. Die Kennfläche ist ein Kreiskegel mit dem Scheitel im Ursprung. Für irgendeine neue Drehzahl  $n_1$  findet sich die Drosselkurve (Abb. 143), indem  $OA_1 = OA \frac{n_1}{n}$  gemacht wird.

Die erzielte Vereinfachung tritt besonders klar zutage bei Bestimmung der Linien gleichen Wirkungsgrades nach dem vorigen Abschn., da die Parabeln gleichen Stoßzustandes gerade Linien sind. Die  $\eta_x$ - und  $N_x$ -Kurven werden am besten nach wie vor im linearen Maßstab gezeichnet.

**b) Logarithmische Darstellung der Kennlinien.** Trägt man statt der wirklichen Werte ihre Logarithmen auf (was unter Benutzung des Rechenschiebers oder des käuflichen Papiers mit vorgedruckter logarithmischer Teilung<sup>1</sup> geschehen kann), so fallen zwar die Nullwerte ins Unendliche. Dieser Nachteil ist aber bedeutungslos, weil diese Punkte unwichtig sind. Dafür werden die Parabeln gleichen Stoßzustandes [gemäß Gl. (34)] parallele Geraden unter dem Winkel  $\text{arctg} 2$ , und nicht bloß die Drosselkurven, sondern, sofern von den an sich kleinen Änderungen des Wirkungsgrades längs der Linie gleichen Stoßzustandes abgesehen wird, auch die Linien der Wellenleistung und des Wirkungsgrades bleiben kongruent. Die Verschiebungsrichtung der Drosselkurven ist parallel zu den Geraden gleichen Stoßzustandes, während die Linien der Wellenleistung [gemäß Gl. (32) und (33a)] unter

<sup>1</sup> Hergestellt von der Fa. Carl Schleicher & Schüll, Düren (Rhld.).

dem Winkel  $\arctg 3$  und die Wirkungsgradlinien parallel zur  $\log Q_x$ -Achse zu verschieben sind. Die Kongruenz ist hier insofern weitergehend als bei den Drosselkurven in der Numerusdarstellung, als die Punkte gleichen Stoßzustandes bei der Verschiebung ihre Lage auf den Kurven behalten.

### 66. Bestimmung des Betriebspunktes.

Die von der Pumpe zu überwindende Förderhöhe setzt sich gemäß Abschn. 20 zusammen aus einem statischen Anteil, nämlich dem Höhenunterschied zwischen Saug- und Druckwasserspiegel, und einem dynamischen Anteil, der Widerstandshöhe der Rohrleitung, die sich mit der Wassermenge ändert. Infolgedessen verläuft die Förderhöhe im  $(Q_x H_x)$ -Diagramm nach einer parabelähnlichen Kurve  $GB$  (Abb. 144), der Kennlinie der Rohrleitung, die in der im Abschn. 20 angegebenen Weise

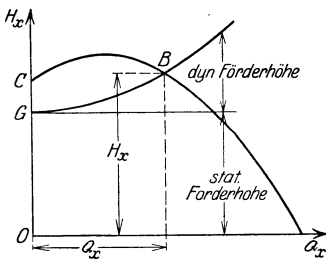


Abb. 144.  
Bestimmung des Betriebspunktes.

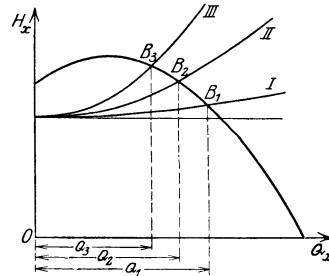


Abb. 145. Verkleinerung der Lieferung einer Pumpe mit zunehmender Zahl der im Betrieb befindlichen Pumpen.

bestimmt werden kann. Das Arbeiten der Pumpe findet offenbar statt im Schnittpunkt  $B$  dieser Linie mit der zu der vorliegenden Drehzahl gehörigen Drosselkurve, aus dem sich auch die tatsächliche Förderhöhe ergibt. Es wird nun im allgemeinen damit gerechnet werden müssen, daß dieser Betriebspunkt  $B$  nicht mit dem Punkt des stoßfreien Eintritts zusammenfällt. Dies wird aber erreicht, wenn man den Schnittpunkt der Parabel des stoßfreien Eintritts mit der Kennlinie der Rohrleitung als Betriebspunkt wählt und die Pumpe mit der zu diesem Punkt gehörigen Drehzahl laufen läßt.

Von besonderer Wichtigkeit ist die Bestimmung des Betriebspunktes, wenn gleichzeitig mehrere Pumpen in dasselbe Netz arbeiten. Da in der Drosselkurve die Abszissen nur die Fördermengen einer Pumpe darstellen, so werden an der Kennlinie der Rohrleitung, die in das Pumpendiagramm eingetragen wird, entweder die Abszissen entsprechend zu verkleinern oder die Ordinaten entsprechend zu vergrößern sein, wenn statt einer mehrere Pumpen arbeiten. Sind diese Pumpen genau gleich, so sind also die Abszissen der Rohrleitungskennlinie im Verhältnis der Pumpenzahl zu verkleinern, sofern die Ordinaten unverändert bleiben. In Abb. 145 sind die so entstandenen Kennlinien der Rohrleitung für eine, zwei und drei Pumpen mit  $I$ ,  $II$  und  $III$  bezeichnet. Dadurch tritt eine Verschiebung des Betriebspunktes  $B_1$  bzw.

$B_2$  bzw.  $B_3$  ein in dem Sinne, daß mit zunehmender Zahl der Pumpen die Wasserlieferung der einzelnen Pumpen abnimmt, beispielsweise von  $Q_1$  auf  $Q_3$ , falls drei Pumpen statt einer betrieben werden. Mit  $n$  Pumpen kann also bei gleichbleibender Drehzahl noch lange nicht die  $n$ -fache Wassermenge einer Pumpe gefördert werden. Ferner ist stoßfreier Eintritt nur bei einem Betriebszustand möglich. Die Unterschiede sind offenbar um so größer einerseits, je flacher die Drosselkurve verläuft, und andererseits, je größer der dynamische Anteil der Förderhöhe ist<sup>1</sup>. Steile Drosselkurven sind bei parallel arbeitenden, gleich großen Pumpen schon deshalb zu empfehlen, damit die unvermeidlichen kleinen Verschiedenheiten der Drosselkurven keine unzulässigen Unterschiede in der Lastverteilung herbeiführen können<sup>2</sup>.

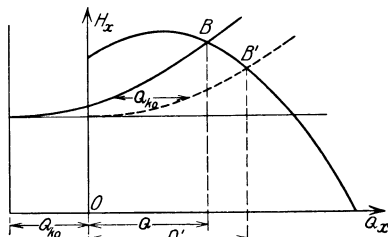


Abb. 145a. Zusammenarbeiten von Kreiselpumpe und Kolbenpumpe.

(Abb. 145a) fördert, erhalten, wenn die Kennlinie der Rohrleitung um das Fördervolumen  $Q_{k0}$  der Kolbenpumpe in Richtung der negativen  $Q_x$ -Achse verschoben wird. Beim Abstellen der Kolbenpumpe tritt auch hier eine recht bedeutende Steigerung der Wasserlieferung der Kreiselpumpe von  $Q$  auf  $Q'$  ein<sup>3</sup>.

Beim Ausbleiben des Stromes für den Antriebsmotor läuft die Pumpe unter dem Einfluß des in der Rohrleitung herrschenden Druckes rückwärts als Turbine, wobei sich Drehzahlen einstellen können<sup>4</sup>, die über der normalen liegen und den Motor gefährden.

## 67. Labiler Arbeitsbereich.

Da man an die Drosselkurve eine waagrechte Tangente legen kann, so sind innerhalb eines gewissen Bereiches zu jeder Förderhöhe  $H_2$  zwei

<sup>1</sup> Die vorstehenden Betrachtungen gelten streng nur dann, wenn auch die Saugleitung gemeinsam ist. Hat jede Pumpe eine besondere Saugleitung, so erhöhen sich die Widerstände beim Betrieb mit  $i$  Pumpen nicht auf das  $i^2$ -fache, sondern auf  $H_{sw} + i^2 H_{dw}$ , falls  $H_{sw}$ ,  $H_{dw}$  die Widerstandshöhen der Saug- bzw. Druckleitung beim Betrieb mit einer Pumpe sind. Dieser Gesichtspunkt kann bei Pumpen mit verhältnismäßig langer Saugleitung von Bedeutung sein. Er bedingt ein weniger starkes Zurückgehen der Wassermengen.

<sup>2</sup> Vgl. Müller: Dinglers polytechn. J. Bd. 346 Heft 2.

<sup>3</sup> Andere Fälle der Schaltung von Pumpen hat E. Tettamenti behandelt in Mitt. d. berg- u. hüttenmänn. Abt. an der kgl. ung. Hochschule für Berg- u. Forstwesen zu Sopron Bd. 1930, oder in dem deutschen Sonderdruck: Betriebsverhältnisse der auf Rohrleitung geschalteten Kreiselpumpen in Bergwerkswasserhaltungen.

<sup>4</sup> Engel: Die Rücklaufdrehzahlen der Kreiselpumpen. Dissert. Braunschweig 1931.



Liefermengen  $Q_2$  und  $Q'_2$  (Abb. 146) möglich. Der Kurvenzweig  $AC$  zwischen Berührungspunkt  $A$  und Ordinatenachse hat unter gewissen Betriebsbedingungen labilen Charakter, während der übrige Teil der Kurve stabil ist. Dies möge an einer Pumpe mit nur statischer Förderhöhe, d. h. mit kurzer und weiter Rohrleitung, an Hand der Abb. 146 erläutert werden<sup>1</sup>, in der die linke Seite die Drosselkurve der auf der rechten Seite dargestellten Pumpe bedeutet. Letztere fördert in einer Rohrleitung von verschwindendem Widerstand Wasser nach dem Sammelbehälter  $R$ , von wo es nach einer Verbrauchsstelle  $T$  abfließt. Die Drosselkurve ist so gezeichnet, daß ihre  $Q_x$ -Achse mit dem Wasserspiegel des Saugbehälters, der sich stets auf gleichbleibender Höhe befindet, zusammenfällt und demnach die durch den jeweiligen Wasserspiegel in der Druckleitung gelegten Waagrechten die jeweiligen Kennlinien der Rohrleitung darstellen, die die Drosselkurve im zugehörigen Betriebspunkt schneiden.

Beim Beginn des Förderns sei die Pumpe angefüllt bis zur Höhe  $H_1$ . Sie wird deshalb im Punkt  $1$  zu arbeiten anfangen und die Druckleitung zunächst auffüllen bis zur Höhe  $H_2$ , auf welcher das Wasser zur Verbrauchsstelle abfließen kann. Während dieser Zeit ist der Betriebspunkt von  $1$  nach  $2$  gewandert

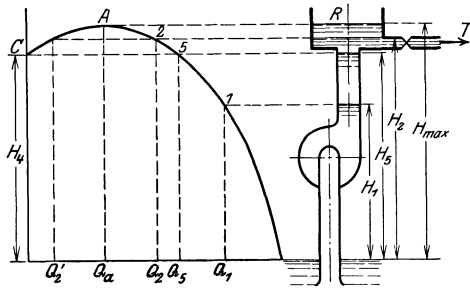


Abb. 146. Labiles Arbeiten der Pumpe zwischen den Betriebspunkten  $A$  und  $C$  bei konstanter Förderhöhe.

und die Fördermenge von  $Q_1$  auf  $Q_2$  gesunken. Ist diese Wassermenge gerade gleich dem Bedarf, so tritt Beharrungszustand ein. Ist sie aber größer als der Bedarf, d. h. fördert die Pumpe mehr als verbraucht wird, so steigt der Wasserstand im Sammelbehälter, und der Betriebspunkt nähert sich dem höchsten Punkt  $A$ . Hierbei verkleinert sich die Fördermenge weiter, die Pumpe paßt sich also dem Verbrauch an. Ist die Verbrauchsmenge aber kleiner als  $Q_a$ , so möchte der Wasserstand im Behälter  $R$  weiter steigen, was aber nicht möglich ist, da im Punkt  $A$  bereits der höchste Stand erreicht ist. Die Pumpe kommt dadurch aus dem Gleichgewicht, sie „schnappt ab“ und fördert überhaupt nicht mehr. Da sie dadurch ihre Förderhöhe bis auf  $H_4$  verkleinert, so steht jetzt der Wasserstand im Behälter zu hoch, und es tritt eine Umkehrung des Wasserstroms ein. Der Behälter entleert sich also durch die Pumpe nach dem Saugraum, soweit die Wassermenge nicht nach der Verbrauchsstelle abfließen kann. Erst wenn der Wasserstand in der Druckleitung auf die Höhe  $H_4$  gesunken ist, tritt wieder eine Förderung ein, die voraussichtlich im Punkt  $C$  der Drosselkurve beginnt, aber auf den Punkt  $5$  überspringt. Druckleitung und Behälter werden also wieder aufgefüllt. So lange aber eine kleinere Menge als  $Q_a$  verbraucht wird, wird sich das Spiel in gleicher Weise wiederholen.

<sup>1</sup> Vgl. Brown Boveri Mitt. April 1919 bis Juni 1920.

Bei einer Kennlinie der Rohrleitung, die parallel zur  $Q_x$ -Achse verläuft, ergibt demnach der Kurvenzweig  $AC$  ein labiles Arbeiten der Pumpe. Günstiger liegen die Verhältnisse beim Vorhandensein von Reibungswiderständen in der Rohrleitung, also der gekrümmten Form dieser Kennlinie, die die Regel bildet. Zunächst sind hier, wie Abb. 147 zeigt, zwei verschiedene Schnittpunkte mit der Drosselkurve, also zwei verschiedene Liefermengen, nur auf einem kurzen Zweig  $CE$  der Drosselkurve möglich. Sucht man die vorherige Überlegung auf diesen Fall zu übertragen, so muß auf der durch den jeweiligen Wasserspiegel gehenden Waagrechten die Reibungsparabel im Schnitt mit der  $H_x$ -Achse aufgesetzt werden. Beim Steigen des Wasserspiegels wird nun der Betriebspunkt offenbar auf der Drosselkurve wandern, bis die Reibungsparabel die Drosselkurve berührt, d. h. bis zum Punkt  $B$ . Hier wird, falls die Liefermenge noch zu groß sein sollte, wieder Abschnappen

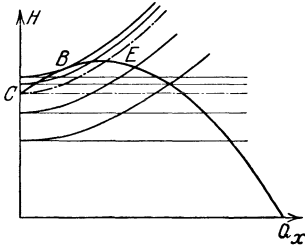


Abb. 147.

Verkürzung des labilen Kurvenzweigs  $CB$  bei gekrümmter Kennlinie der Rohrleitung.

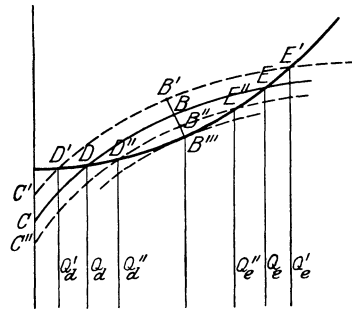


Abb. 147 a.

Verhalten bei Regelung durch Änderung der Drehzahl im labilen Gebiet.

und Rückströmen eintreten. Letzteres ist aber nicht mehr so kräftig wie beim vorher behandelten Fall, weil mit der Umkehrung der Strömungsrichtung auch die Reibungshöhe ihr Vorzeichen wechselt und also weniger Überdruck zur Erzeugung der Rückwärtsbewegung zur Verfügung steht. Grundsätzlich bleibt aber der Vorgang der gleiche. Nach erfolgter Entleerung wird die Pumpe zunächst im Punkt  $C$ , dann im Punkt  $E$  wieder anspringen, worauf im Punkt  $B$  das Abschnappen eintritt usw.

Die vorstehenden Betrachtungen zeigen jedenfalls, daß die labilen Erscheinungen durch das Hinzukommen einer Widerstandshöhe geschwächt werden. Daraus geht hervor, daß durch Drosselung am Druckstutzen Pendelungen gemildert oder sogar beseitigt werden.

Daß auf dem Kurvenzweig  $CB$  ein stabiles Arbeiten nicht möglich ist, zeigt auch folgende Überlegung. Wird die Liefermenge der Pumpe durch Änderung der Drehzahl geregelt, so wird bei einer Steigerung der Drehzahl die Drosselkurve gehoben von  $CB$  nach  $C'B'$  (Abb. 147 a) und bei einer Verminderung gesenkt nach  $C''B''$ . Die Regelung kann nur so bewerkstelligt werden, daß eine Änderung der Liefermenge durch eine gleichsinnige Änderung der Drehzahl herbeigeführt wird. Arbeitet aber die Pumpe auf dem Zweig  $CB$ , beispielsweise im

Punkt  $D$ , so nimmt bei einer Steigerung der Drehzahl die Liefermenge ab von  $Q_a$  auf  $Q'_a$  und wird bei einer weiteren Steigerung sogar gleich Null. Umgekehrt hat eine Abnahme der Drehzahl eine Zunahme des Volumens auf  $Q''_a$  zur Folge. Bei einer weiteren Abnahme würde allerdings die Kennlinie berührt und anschließend die Pumpe zum Abschnappen kommen<sup>1</sup>.

Fassen wir wieder den Fall gleichbleibender Drehzahl ins Auge, so werden labile Erscheinungen offenbar nicht auftreten können, wenn der Leerlaufdruck der Pumpe größer als der statische Teil der Förderhöhe [Gl. (63a) Abschn. 20] ist. Dies muß auch deshalb stets gefordert werden, damit die Pumpe beim Ingangsetzen mit der Förderung beginnen kann. Solche Verhältnisse liegen im ausgesprochensten Maße vor bei der Untersuchung der Pumpe auf dem Versuchstand, weil hier im allgemeinen fast die ganze Förderhöhe durch Drosselung des Regulierrchiebers erzeugt, also der statische Anteil gleich Null oder jedenfalls sehr klein ist. Hierbei ist aber vorausgesetzt, daß die Rohrleitung starr ist, also keine elastischen Glieder in Gestalt von Windkesseln od. dgl. eingebaut sind. Sitzt nämlich das Drosselorgan nicht unmittelbar bei der Pumpe und hat die verbindende Rohrleitung eine gewisse Elastizität, weil sie — wie beispielsweise bei Kesselspeisepumpen — mit zahlreichen Krümmungen oder sonstigen nachgiebigen Gliedern (zur Aufnahme von Wärmedehnungen oder als Vorwärmer od. dgl.) verlegt ist, so wird bei Druckschwankungen dieses elastische Glied als Energiespeicher ähnlich wie der Sammelbehälter  $R$  (Abb. 146) wirken. Die Erscheinungen werden dann infolge der Kürze des Rohrstücks, also der Kleinheit der Rohrreibung, die gleichen sein, wie wenn die Kennlinie der Rohrleitung parallel zur  $Q_a$ -Achse wäre, und dementsprechend die labilen Schwankungen der Wasserlieferung und des Druckes voll zur Geltung kommen. Ist dann der Förderdruck sehr hoch, so werden diese Druckschwankungen, deren Schwingungszahl sich nach der Speichermöglichkeit des elastischen Gliedes und der Art der Pumpe richtet, so stark sein, daß ein ordnungsgemäßer Betrieb unmöglich wird. Solche Betriebsbedingungen sind fast stets bei der Kesselspeisung gegeben. Kreiselpumpen für Kesselspeisung müssen also Kennlinien besitzen, die durchweg stabil sind, während bei Pumpen mit starr verlegten Rohrleitungen ohne eingebaute Windkessel, wie sie in der Regel bei Wasser gewöhnlicher Temperatur vorliegen, die stabile Kennlinie keinerlei Vorteile bietet, sofern der Leerlaufdruck der Pumpe stets größer als die statische Förderhöhe ist. Empfindlichkeit gegen geringe Abweichungen der Kennlinie von der stabilen Form liegt aber bei Parallelbetrieb mehrerer gleicher und gleichbelasteter Pumpen vor<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Nach Angabe der Maschinenbau-A.G. Balcke, Frankenthal, wird deshalb im Fall des Antriebs durch eine Dampfturbine ein Anschlag am Regulator angebracht, so daß bei Erreichung einer Mindestliefermenge die Dampfzufuhr nicht weiter verkleinert werden kann, also ein weiteres Sinken der Wasserlieferung nicht durch Drehzahländerung, sondern durch Drosselung herbeigeführt werden muß.

<sup>2</sup> Müller: Dinglers polytechn. J. Bd. 346, Heft 2.

Man kann das labile Arbeiten der Pumpe in allen Fällen beseitigen, wenn bei Erreichung einer gewissen Mindestliefermenge ein Nebenschluß der Druckleitung geöffnet und so viel Wasser in die Saugleitung durch den Saugbehälter zurückgeführt wird<sup>1</sup>, daß der höchste Punkt der Drosselkurven nicht überschritten wird. Diese Rückführung eines Teils des geförderten Wassers geschieht in der Regel in der Weise, daß eine Rückschlagklappe in der Druck- oder Saugleitung bei Erreichung der Stellung, die der kleinstzulässigen Fördermenge entspricht, eine Steuerleitung öffnet, die das Abschlußorgan des Nebenschlusses betätigt. Die durch den Nebenschluß abfließende Wassermenge dient gleichzeitig zur Kühlung der Pumpe im Falle, daß längere Zeit überhaupt kein Wasser aus der Druckleitung entnommen wird.

### 68. Verschiedene Formen der Drosselkurve.

Die parabelförmige Drosselkurve wird nur bei Radialpumpen mit einfacher Schaufelkrümmung und einer Schaufelzahl erzielt, die die Werte der Gl. (28b) Abschn. 31 nicht erheblich unter- oder überschreitet. Bei zu kleiner Schaufelzahl, also ungenügender Wasserführung, fällt die Drosselkurve, wie Abb. 148<sup>2</sup> zeigt, von der  $H_x$ -Achse aus dauernd ab, während bei zu großen Schaufelzahlen ein Steilabfall mit Überschreitung einer bestimmten Wasserlieferung eintritt. Letztere Beobachtung dürfte auf die Einschnürung des Wasserstroms am Schaufeleintritt infolge des starken Einflusses der endlichen Schaufeldicke (also Hohlraumbildung), vielleicht auch auf die starke Erweiterung der Kanäle von dem engen Eintrittsquerschnitt aus zurückzuführen sein. Hand in Hand mit dem abnormalen Verlauf geht häufig auch eine Unstetigkeit der Drosselkurve. In einem bestimmten Bereich können dann zwei  $H_x$ -Werte festgestellt werden, je nachdem man sich diesem Gebiet von großen oder kleinen Liefermengen her nähert. Dieser sprungweise Verlauf ist aus dem labilen Charakter der ungenügend geführten Strömung bei zu geringer Schaufelzahl oder im stark erweiterten Lauf- oder Leitkanal zu erklären<sup>3</sup>. Auf den Einfluß der Saughöhe wird im Abschn. 77 eingegangen werden. Daß sich diese abnormalen Verhältnisse auch durch eine starke Geräuschbildung im Betrieb anzeigen und der Wirkungsgrad sich entsprechend verschlechtert, ist aus Abb. 148 ebenfalls zu ersehen.

Auch bei ordnungsgemäß durchgebildeten Pumpen ergeben sich je nach der Beschauflung verschiedene Formen der Drosselkurve, und es ist für den Konstrukteur wichtig, diese den verschiedenen Anforderungen des Betriebs anzupassen. Bei schwankender Förderhöhe aber gleichbleibender Wassermenge ist ein möglichst steiler Verlauf, bei schwankendem Wasserbedarf und gleichbleibender Förderhöhe ein flacher Ver-

<sup>1</sup> Dieses Verfahren ist insbesondere bei der Kesselspeisung üblich und bei Turbokompressoren schon sehr lange im Gebrauch.

<sup>2</sup> Entnommen aus Schulz: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 307 Tafel V.

<sup>3</sup> Vgl. Reichel: Z. ges. Turbinenwes. 1908 S. 124. Ähnliche Kurven sind in Veröffentlichungen von Rateau: ebenda 1911 S. 139; Barbezat: ebenda 1912 S. 257 angegeben.

lauf erwünscht. Ferner wird gemäß den Darlegungen des vorigen Abschnitts in manchen Fällen eine durchgängig stabile Drosselkurve gefordert. Wir wollen im folgenden die Bedingungen, die zur Erlangung bestimmter Formen führen, ableiten.

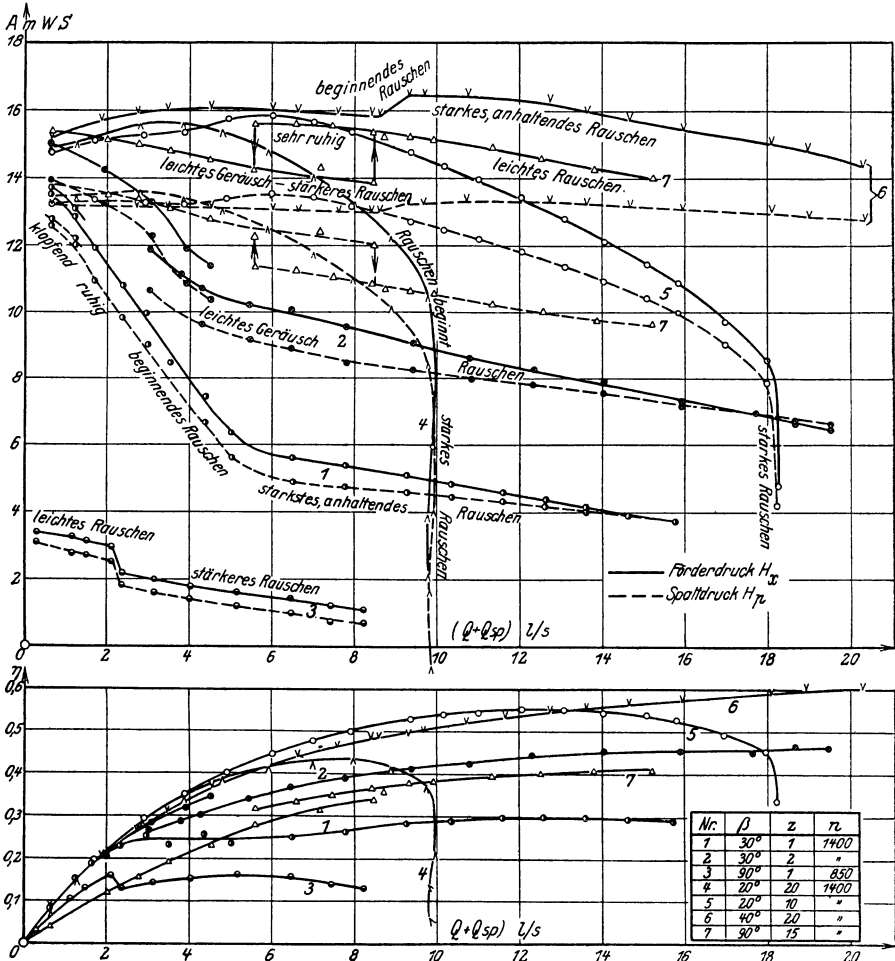


Abb. 148. Drosselkurven, Linien des Spaltendrucks (gestrichelt) und Wirkungsgrade (unten) bei anormalen Schaukelzahlen gemäß der Zahlentafel unten rechts.

Flache Kennlinien ergeben sich nach Abschn. 57d bei Verwendung eines glatten Leittrings. Im gleichen Sinn wirkt ein großer Abstand zwischen Lauf- und Leitrad, also ein großes Verhältnis  $D_4/D_2$ .

Einen weiteren Einblick gewährt die Heranziehung des Anlaufdruckes  $H_0$ , der sich mit  $Q_x = 0$ , also im Schnittpunkt der Drosselkurve mit der  $H_x$ -Achse ergibt. Aus Gl. (23) erhält man mit  $Q_x = 0$

$$H_0 = k_1 n^2 = \frac{w_2^2}{g} \left\{ \frac{1}{1+p} - \frac{\varphi}{2} \left[ \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 + \left( \frac{D_2}{D_4} \right)^2 \left( \frac{1}{1+p} \right)^2 \right] \right\}. \quad (48)$$

Bei gleichem Durchmesserverhältnis wächst also der Anlaufdruck mit dem Quadrat von  $u_2$  unabhängig von den gewählten Schaufelwinkeln. Man hat es somit in der Hand, den Leerlaufdruck beliebig groß zu machen. Der Übergang zum Betriebspunkt der Normalleistung wird nun, wie auch Abb. 149 zeigt, um so steiler abfallen, je größer  $H_0$  gegen  $H$  oder  $u_2^2/2g$  gegen  $H$  ist. Da dann offenbar auch eine Annäherung des höchsten Punktes an die Ordinatenachse stattfindet, so tritt gleichzeitig eine Verkürzung des labilen Zweiges der Kurve ein.

Wird der in Fußbemerkung 1 S. 181 Gl. (I) eingeführte Begriff „Völligkeitsgrad  $v$ “ herangezogen, so läßt sich schreiben

$$\frac{u_2^2}{2gH} = \frac{1+p}{\eta_h} \frac{u_2^2}{2gH_{th\infty}} = \frac{1+p}{2\eta_h} \frac{1}{1-v}. \quad (49)$$

Somit bedingen steile oder stabile Drosselkurven einen großen Völligkeitsgrad  $v$  und eine große Minderleistungsziffer  $p$ .

Nach Gl. (48) wird der Leerlaufdruck weiter erhöht und dementsprechend auch das labile Kurvenstück verkürzt durch ein großes Verhältnis  $D_2/D_4$ . Dies ist verständlich, wenn man bedenkt, daß dadurch der Eintrittsstoß ins Leitrad verringert wird. Im gleichen Sinne wirken offenbar drehbare Leitschaufeln (nach Art der Drehschaufeln der Wasserturbinen). Es muß dann aber gefordert werden, daß die stoßfreie Einstellung auf die jeweilige Wasserlieferung selbsttätig geschieht, was mit Rücksicht auf die Kosten und die betrieblichen

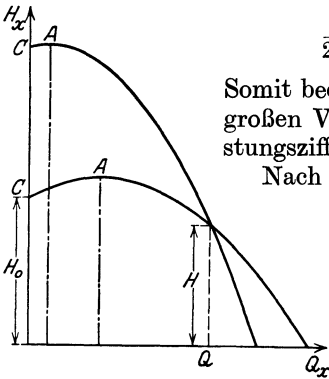


Abb. 149. Einfluß der Umfangsgeschwindigkeit auf die Form der Drosselkurve. Die steile Kurve entspricht etwa dem Verhältnis  $u_2/\sqrt{2gH} = 1,3$ , die flache Kurve dem Verhältnis  $u_2/\sqrt{2gH} = 0,9$ . Verkürzung des labilen Zweiges  $CA$ .

Schwierigkeiten (S. 213) nicht zu verwirklichen<sup>1</sup> ist. Die Verkleinerung des Leitradstoßes bei Teillast wird aber durch Wahl kleiner Leitschaufelwinkel, also enger Eintrittsöffnungen des Leitrads, allerdings auf Kosten des Wirkungsgrades bei Normallast erreicht werden.

Um die Möglichkeiten, die zur Erlangung einer stabilen Kennlinie vorliegen, zu erschöpfen, müssen noch einige Erfahrungstatsachen berücksichtigt werden, nämlich das Aufbiegen der Kennlinien an der  $H_x$ -Achse bei sehr breiten Rädern<sup>2</sup> und bei Rädern mit in den Einlauf vorgezogenen einfach oder doppelt gekrümmten Schaufeln, also der Einfluß der Lage der Eintrittskante<sup>3</sup>, schließlich die vollkommene Stabilität der Drosselkurven der später behandelten Schnellläufer (Abschn. 84 bis 96, insbesondere 112). Im ganzen bestehen somit folgende Möglichkeiten für die Erlangung stabiler Kennlinien.

<sup>1</sup> Bei Turbokompressoren ist diese Maßnahme von Brown Boveri & Co. angewandt worden (Eck-Kearton: Turbogebläse und Turbokompressoren, S. 231. Berlin 1929).

<sup>2</sup> Vgl. insbesondere Wiesmann: Die Ventilatoren, 2. Aufl. S. 144 u. 191. Berlin 1930.

<sup>3</sup> Vgl. auch die demnächst erscheinende Dissertation von Krumnow.

1. Großer Völligkeitsgrad  $v$  der Pumpe, also nach Gl. II der Fußbemerkung 1 S. 181: Kleine Werte  $\beta_2/\beta_1$  und  $b_1/b_2$ , d. h. stark zurückgebogene Schaufeln mit sich nach außen verengenden Radprofilen.

2. Kleine Schaufelzahl  $z$  (Abb. 148).

3. Leitring oder Zwischenraum zwischen Lauf- und Leitrad.

4. Großes Verhältnis  $D_s/D_2$  in Verbindung mit großem  $b_1/D_1$  (entsprechend einer Radform nach Abbildung 154a).

5. Vorziehen der einfach oder doppelt gekrümmten Schaufel in den Einlauf (Abschn. 33 und 84).

6. Verringerung der Verluste bei Teillast durch

a) Verengen und Zurücksetzen der Leitkanäle,

b) Abschließen einzelner Laufkanäle (vgl. Abb. 139, 152a und b).

7. Bei mehrstufigen Pumpen: Vor- oder nachschalten einer oder einiger Stufen mit ausgesprochen schnellläufigen Rädern.

Eine für alle Fälle brauchbare Anweisung gibt es infolge der Undurchsichtigkeit des Vorgangs und der Verschiedenartigkeit der Einflüsse nicht. Der vorsichtige Konstrukteur wird stets mehrere der erwähnten Möglichkeiten anwenden. Dabei wird den Maßnahmen der Vorzug zu geben sein, die keine Verschlechterung des Wirkungsgrades bei normaler Last mit sich bringen.

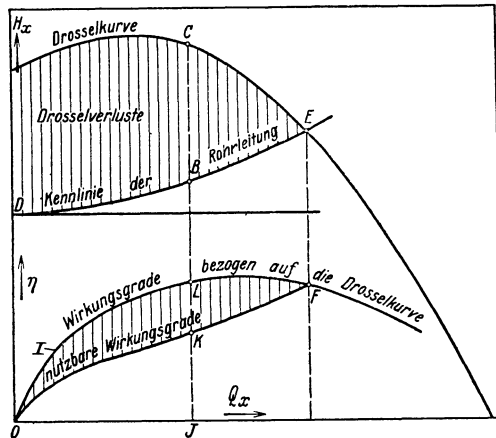


Abb. 150. Regeln durch Drosselung.

## 69. Die Regelung<sup>1</sup>.

Die Anpassung der Pumpenleistung an den Bedarf hängt in erster Linie davon ab, ob die Drehzahl der Pumpe geändert werden kann oder nicht.

### I. Regelung bei unveränderlicher Drehzahl.

a) **Drosselung in der Druckleitung.** Das einfachste aber unvollkommenste Mittel der Regelung bildet der Regulierring der Druckleitung, also die Drosselung des Druckwasserstroms, sofern es sich um eine Verringerung der Wassermenge handelt. Die damit verbundene Energievernichtung bringt eine entsprechende Verschlechterung des Wirkungsgrades mit sich. Für irgendeinen Betriebspunkt  $B$  (Abb. 150), der auf der Kennlinie der Rohrleitung liegen muß, ist die Vernichtung der überschüssigen Druckhöhe  $BC$  im Drosselorgan nötig, so daß der

<sup>1</sup> Vgl. Pfleiderer: Der gegenwärtige Stand des Kreiselpumpenbaus. Z. VDI Bd. 13 (1929) S. 129.

Wirkungsgrad  $JL$  sich im Verhältnis  $JB:JC$  auf  $JK$  verkleinert. Die Linie der maßgebenden Wirkungsgrade verläuft damit gemäß  $FKO$ , ist also erheblich niedriger als die für die ungedrosselte Pumpe geltende Linie  $I$ . Deshalb ist dieses Verfahren nur da am Platze, wo die Änderung der Drehzahl nicht möglich ist. Bei seiner Verwendung sind Drosselkurven mit möglichst flachem Verlauf anzustreben (vgl. Abschn. 68).

Arbeiten mehrere Pumpen in das gleiche Netz, so ist es zweckmäßig, sie nacheinander zu regeln, falls die Linie der Wellenleistung — wie bei rückwärts gekrümmten Schaufeln — sich nach unten krümmt. Abb. 150a veranschaulicht den Vorgang für zwei Pumpen. Bei gleichmäßiger Drosselregelung beider Pumpen ändert sich der Leistungsbedarf nach  $CBA$ , bei Regelung einer Pumpe allein nach  $CD$ , wobei  $DF = \frac{1}{2}(OA + EC)$ . Die Ersparnis bei Halblast ist also gleich  $BD$  und — falls eine Pumpe stillgesetzt wird — gleich  $BD'$ , wobei  $DD' = AA' = \frac{1}{2}OA$ .

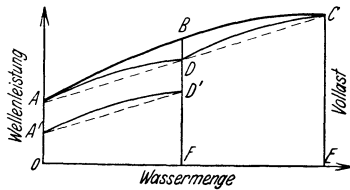


Abb. 150a. Drosselregelung einer Gruppe von 2 Pumpen:  $ABC$  gleiche Lastverteilung auf beide Pumpen,  $ADC$  Regelung der Pumpen nacheinander,  $A'D'C$  Regelung der Pumpen nacheinander bei Stillsetzen einer Pumpe unter Halblast.

b) Drosselung in der Saugleitung. Der Betrag der Drosselung muß hier ebenso groß sein wie in der Druckleitung. Um diese abgedrosselte Förderhöhe vergrößert sich aber der Unterdruck vor dem Radeintritt, und zwar wird die Drucksenkung um so größer sein müssen, je größer die Förderhöhe ist. Deshalb wird bei Pumpen für

mittlere und große Förderhöhen die Abdrosselung des Saugstroms im allgemeinen so stark sein müssen, daß der Dampfdruck des Wassers erreicht wird, also Loslösen des Wassers eintritt (Abschn. 76). Da die übrigen Verluste die gleichen sind wie beim Drosseln in der Druckleitung, so ist die Drosselung in der Saugleitung zu verwerfen<sup>1</sup>.

c) Drehbare Leitschaufeln. Man glaubt vielfach, den Eintrittsstoß in das Leitrad bei Teillast zu vermeiden, indem man drehbare Leitschaufeln nach Art der Finkschen Drehschaufeln verwendet<sup>2</sup>. Dies trifft nicht zu. Würde die Schaufelarbeit die gleiche wie bei feststehen-

<sup>1</sup> Anders liegen die Verhältnisse, wenn es sich um die Förderung gasförmiger Körper handelt, wo der entstehende Unterdruck die erwähnten Nachteile nicht zur Folge hat, dafür aber die mit der Abnahme des spezifischen Gewichts des angesaugten Gases verbundene Vergrößerung des spezifischen Volumens den Eintrittsstoß mildert und die Reibung an den Seitenwänden und in den Schaufelkanälen verkleinert.

<sup>2</sup> Z. VDI 1924 Nr. 45, 46, 52; 1925 S. 1260, 452. Eine der ersten Leitschaufelpumpen, nämlich die von Osborne Reynolds im Jahre 1875 entworfene, besaß bereits drehbare Leitschaufeln. Die praktische Ausführung verzichtete aber später auf die Verstellbarkeit. (Z. ges. Turbinenwes. 1912 S. 391.) Bei Turbo-Kompressoren finden neuerdings Drehschaufeln Eingang (Brown Boveri Mitt. 1920 S. 66; 1922 S. 123). Ihr Zweck ist dort allerdings in erster Linie der, das „Pumpen“ zu vermeiden, weil der höchste Punkt der Drosselkurve mit abnehmender Leitschaufelweite näher an die Ordinatenachse heranrückt und damit der labile Zweig sich verkürzt (S. 210).



den Leitschaufeln sein, d. h. die Linie der  $H_{thx}$  unverändert bleiben (Abb. 151), so würde zwar die Drosselkurve sich um die ersparten Stoßverluste des Leitrades (Linie  $L$ ) nach  $GAEH$  heben (z. B.  $JJ_1 = AA_1$ ), aber der Gewinn an Förderhöhe könnte keine Verwendung finden, weil der tieferliegende Verlauf  $ED$  der Kennlinie der Rohrleitung maßgebend ist. Er müßte also durch verstärkte Drosselung vernichtet werden, die sowohl mittels eines Drosselschiebers als auch der Drehschaufeln vorgenommen werden kann. In letzterem Fall dürfen also die Drehschaufeln nicht auf stoßfreien Eintritt eingestellt werden. Sie wirken vielmehr als Drosselorgan wie im Fall a) der Drosselschieber der Druckleitung<sup>1</sup>.

Nur wenn man die Drehschaufelregelung mit der Änderung der Drehzahl verbindet, ist es bei jeder Wassermenge möglich, die Drehschaufeln auf stoßfreien Leitradeneintritt ohne zusätzliche Drosselung einzustellen. Dieser Fall stellt den denkbar günstigsten dar, da sich die geringe Leistungsaufnahme und die Stoßfreiheit mit den Vorteilen der Drehzahländerung vereinigen.

Tatsächlich aber wird ein Gewinn durch die Drehbarkeit der Leitschaufeln auch bei unveränderlicher Drehzahl

beobachtet, der aber einzig und allein auf der im Anschluß an Abb. 125 a des Abschn. 56 besprochenen Verkleinerung der Leistungsabgabe des Laufrades, insbesondere der Verringerung des Austauschverlustes beruht (Abb. 152).

Die praktische Anwendung der Drehschaufelregelung scheidet an dem betrieblichen Verhalten der Drehschaufeln. Während bei der Francis-Turbine das Wasser in die Drehschaufeln mit kleinster Ge-

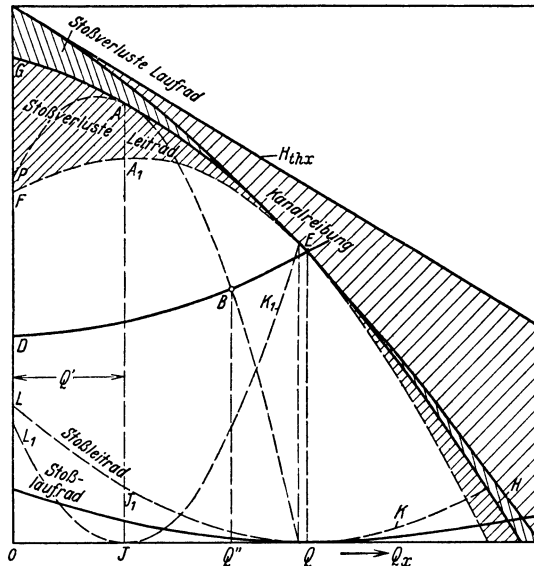


Abb. 151. Regeln durch Drehung der Leitschaufeln bei konstanter Drehzahl, Schaufelarbeit unabhängig von der Leitschaufelstellung angenommen.

<sup>1</sup> Hält man eine bestimmte Leitschaufelstellung fest, die einen stoßfreien Leitradeneintritt bei der Wassermenge  $Q' = \overline{OJ}$  und die Stoßparabel  $L_1JK_1$  des Leitradstoßes [Gl. (18), Abschn. 57] ergibt, so bekommt man nach Abzug dieser Stoßverluste die Drosselkurve  $PAB$ . Der Betriebspunkt ist wieder ihr Schnittpunkt  $B$  mit der Kennlinie der Rohrleitung  $DE$ . Man erkennt, daß die Liefermenge  $Q'$  wesentlich größer als die des stoßfreien Leitradeneintritts  $Q'$  ist. Die Drosselkurve des stoßfreien Leitradeneintritts  $GEH$  ist die Umhüllende sämtlicher Drosselkurven  $PAB$ .

schwindigkeit und gleichmäßiger Strömung eintritt, so daß die Schaufeln im wesentlichen einer ruhenden Last ausgesetzt sind, erfolgt der Eintritt bei der Pumpe am Ort der größten Geschwindigkeit mit einer durch das Vorbeistreichen der Laufschaufeln bedingten pulsierenden Strömung. Dadurch geraten die beweglichen Schaufeln leicht in Schwingungen, die durch das unvermeidliche Spiel in den Gelenken des Verstellmechanismus, die schlanke Ausführung der Schaufelspitzen begünstigt werden und eine vorzeitige Abnutzung der Lagerstellen sowie einen unruhigen Gang bedingen. Aus diesem Grunde kommt der Drehschaufel nur die Bedeutung einer rasch zu betätigenden Abschlußvorrichtung zu<sup>1</sup>, die insbesondere bei Speicherpumpen Verwendung findet (Abb. 265, 266).

d) **Verengung des Laufradaustritts durch einen Spaltschieber.** Dieses einfache Drosselorgan ist, wie Abb. 152 erkennen läßt, bei kleiner Teil-

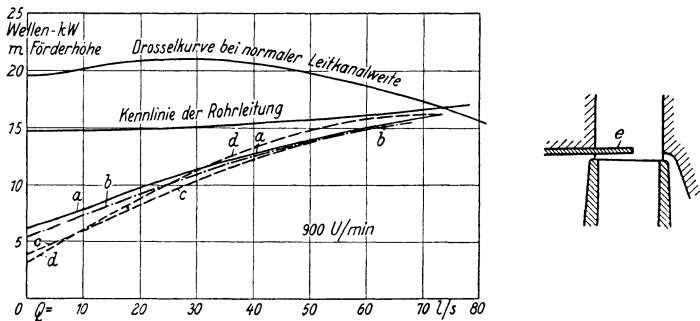


Abb. 152. Kraftbedarfslinien ein und desselben Rades von 415 mm Durchmesser unter Zugrundelegung einer bestimmten Kennlinie der Rohrleitung bei folgenden Arten der Regelung: a Drosseln des Schiebers in der Druckleitung bei normaler Leitkanalweite (19,5 mm). b Drosseln des Schiebers in der Druckleitung bei glatterm Leitring. c Drehen der Leitschaufeln. d Verstellen eines Spaltschiebers e (Nebenfigur).

last den Drehschaufeln gleichwertig und bedingt den kleinsten Energieverbrauch bei Nullförderung. Die untersuchte Pumpe hatte einen Leistungsbedarf im Zustand des Leerlaufs bezogen auf Vollast von

- 38,5% bei festen Leitschaufeln,
- 35,0% beim schaufellosen Ringraum,
- 24,2% bei geschlossenen Drehschaufeln,
- 19,8% beim geschlossenen Spaltschieber.

Dieses günstige Verhalten des Spaltschiebers ist lediglich auf die Abnahme des Austauschverlustes zurückzuführen (vgl. Abb. 125a). Bei mittlerer Belastung verhält er sich aber ungünstiger als die anderen Regeleinrichtungen<sup>2</sup>.

e) **Verstellbare Laufschaufeln.** In grundsätzlicher Hinsicht wesentlich günstiger verhält sich die Regelung durch Verstellung der Laufschaufeln, weil diese Maßnahme unmittelbar die Leistungsaufnahme

<sup>1</sup> Vgl. Escher Wyss Mitt. 1928 Heft 3 S. 76, ferner Lell: Zur Frage der Pumpspeicherung. Dtsch. Wasserwirtsch. 1930 S. 113ff.

<sup>2</sup> Weitere Angaben über das Verhalten des Spaltschiebers finden sich in Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 321.

des Rades beeinflusst. Die Ausführung stellt aber höhere Anforderungen an die konstruktive Durchbildung und beeinträchtigt die Einfachheit und Betriebssicherheit nicht unerheblich. Deshalb ist diese Maßnahme nur bei Propellerpumpen entsprechend den Kaplanschen Vorschlägen gebräuchlich (S. 325)<sup>1</sup>.

f) **Teilweise Beaufschlagung.** Mit der vorstehenden Regelungsart verwandt ist die Regelung durch Abschließung einzelner Laufzellen, also Anwendung teilweiser Beaufschlagung. Nach den in Abb. 139 erwähnten Versuchen IV, V und VI wurden bei vollkommenem Abschluß von einem Drittel der Laufkanäle, gemäß Abb. 152a, 20% gegenüber der Drehschaufelregelung gespart, sofern die Leitschaufeln beibehalten wurden. Ohne Leitschaufeln war der Gewinn kleiner. Wurde die gleiche Zahl von Laufkanälen nur am Eintritt abgeschlossen (Abb. 152b), so war die Wirkung schlechter, weil offenbar in den geöffneten Laufkanälen ein kraftverzehrender Flüssigkeitsaustausch mit dem Spaltraum in Tätigkeit treten konnte; doch wurden immerhin noch 9% gegenüber Drehschaufelregelung gespart.

Diese Art der Beeinflussung der Leistung ist bei der im Gang befindlichen Pumpe allerdings nicht anwendbar. Sie empfiehlt sich aber dort, wo Änderungen

in der Pumpenlieferung für längere Zeit getroffen werden müssen.

g) **Einführung geringer Luftmengen in die Saugleitung.** Hierdurch wird die nutzbare Fördermenge verringert, einerseits um das durch die Luft verdrängte Wasservolumen, andererseits dadurch, daß das spezifische Gewicht des in das Rad eintretenden Gemisches von Luft und Wasser kleiner ist als Wasser und sich dementsprechend die Förderhöhe verringert. Letzterer Einfluß ist hinsichtlich seiner Wirkung mit der Verringerung der Drehzahl zu vergleichen, während der erstere die Anwendung nutzloser Verdichtungsarbeit bedeutet. Dieses Reguliervorgehen ist also wirtschaftlicher als die Drosselung in der Druckleitung und jederzeit anwendbar, verlangt aber vorsichtige Handhabung, weil die Wassersäule in der Saugleitung leicht abreißt. Nach vorliegenden Versuchen<sup>2</sup> kann die Fördermenge mit wachsendem Luftzutritt bis auf etwa 70% der normalen verringert werden, wobei aber der Wirkungsgrad sich wesentlich verschlechtert. Die Verbesserung des Wirkungs-

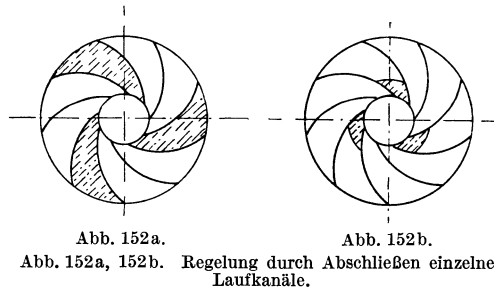


Abb. 152a.

Abb. 152b.

Abb. 152a, 152b. Regelung durch Abschließen einzelner Laufkanäle.

<sup>1</sup> Eine Ausführung der Firma C. Enke, Schkeuditz, bei der die Laufschaufeln in radialer Richtung mittels Schrauben verstellt werden, findet sich in der Z. ges. Turbinenwes. 1906 S. 116 beschrieben. Auch die Verstellung in axialer Richtung, d. h. die Veränderung der Laufradbreite, ist möglich (vgl. Brown Boveri Mitt. 1931 S. 56 und 57).

<sup>2</sup> Z. VDI 1919 S. 492, ferner insbesondere die in Fußbem. 2 S. 214 angegebene Arbeit von Siebrecht.

grades gegenüber Drosselung ist so gering, daß die betrieblichen Nachteile, die in der Gefahr des Versagens liegen, kaum aufgehoben werden.

## II. Regelung durch Änderung der Drehzahl.

Kann die Drehzahl bei Steigerung des Wasserverbrauchs erhöht, bei Verringerung des Wasserverbrauchs vermindert werden, wie dies für den Fall gesonderten Antriebs durch einen Gleichstrommotor mit Nebenschlußregelung oder durch irgendeine Kraftmaschine (Dampfturbine, Kolbendampfmaschine usw.) möglich ist, so arbeitet die Pumpe stets unter den bestmöglichen Verhältnissen, weil die Abweichung des

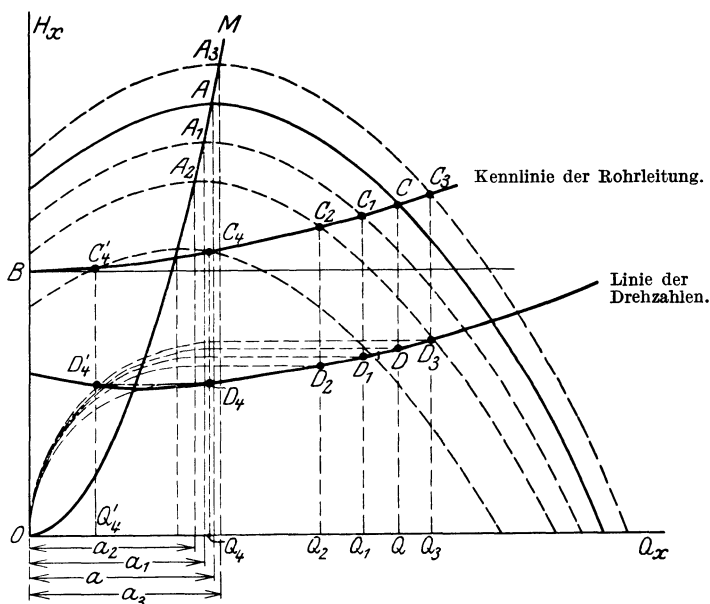


Abb. 153. Bestimmung der Abhängigkeit der Drehzahl von der Wassermenge bei Drehzahlregelung, wenn die Form der Kennlinie der Rohrleitung beliebig ist.

Betriebspunktes von der Parabel des besten Wirkungsgrades (vgl. Abschnitt 61) sich auf ein Mindestmaß beschränkt.

Um ein Bild über die Leistung einer Pumpe bei verschiedenen Drehzahlen zu erhalten, empfiehlt es sich, die  $(n, Q_x)$ -Kurve zu bestimmen. Hierbei muß von der Kennlinie der Rohrleitung ausgegangen werden.

Für den einfachsten Fall einer unveränderlichen Förderhöhe, also einer sehr kurzen und reichlich weiten Rohrleitung, ist die  $(n, Q_x)$ -Linie bereits im Abschn. 58 (Abb. 132) als Stück einer Hyperbel ermittelt.

Für die allgemeine Form  $BC$  der Kennlinie der Rohrleitung bestimmt man die  $(n, Q_x)$ -Linie am besten nach folgendem einfachen Verfahren, wobei angenommen ist, daß die Drosselkurve der Pumpe für eine Drehzahl ermittelt ist (Abb. 153).

Wir gehen von dem in Abschn. 59 abgeleiteten Satz der Kongruenz der Drosselkurven aus und zeichnen die bekannte Drosselkurve auf durchsichtiges Papier oder schneiden sie aus einem steifen Karton heraus. Wird die Drosselkurve nun so parallel mit sich verschoben, daß ihr höchster Punkt  $A$  (Abb. 153) sich auf der zugehörigen Parabel  $OAM$  gleichen Stoßzustandes bewegt, so erhält man die Wassermengen  $Q_1, Q_2, Q_3$  aus den Schnittpunkten  $C_1, C_2, C_3$  usw. mit Linie  $BC$  und die zugehörigen Drehzahlen in den Abszissen  $a_1, a_2, a_3$  usw. der jeweiligen Lagen des Punktes  $A$ . Der zugehörige Maßstab ist dadurch bekannt, daß die Drehzahl des Betriebspunktes  $C$  in der zu der Anfangslage der Drosselkurve gehörigen Drehzahl gegeben ist und der Strecke  $a$  entspricht.

Für die tiefgelegenen Stellungen der Drosselkurve ergeben sich wieder zwei Schnittpunkte  $C_4$  und  $C'_4$ . Die gesuchte  $(n, Q_x)$ -Kurve bekommt deshalb, ebenso wie die der Abb. 132, eine horizontale Tangente, deren Berührungspunkt wieder einen kritischen Punkt bedeutet insofern, als bei der geringsten Unterschreitung der zugehörigen Drehzahl die Pumpe abschnappt. Der flache Verlauf der  $(n, Q_x)$ -Linie zeigt ferner, daß die prozentuale Änderung der Wassermenge ein Vielfaches der Änderung der Drehzahl ist. Die Empfindlichkeit ist um so geringer, je steiler die Drosselkurve oder die Kennlinie der Rohrleitung verlaufen.

Die weitgehende Gültigkeit des Kongruenzgesetzes läßt erwarten, daß die so bestimmte Kurve der Drehzahlen sehr genau ist, insbesondere dann, wenn die zugrunde gelegte Drosselkurve durch den Versuch ermittelt ist und das Betriebsgebiet, in dem sich Kavitationserscheinungen zu zeigen pflegen, nicht in Betracht kommt.

Man kann anschließend auch die Linie der Wirkungsgrade bestimmen, wenn man zunächst (z. B. nach den Angaben des Abschn. 64) den  $\eta_x$ -Verlauf bei einer beliebigen Drehzahl  $n$  gemäß der Linie  $I$  in Abb. 153a ermittelt. Für einen beliebigen Betriebspunkt  $B$  erhält man dann den zugehörigen Wirkungsgrad  $LK$ , wenn man Gleichheit des Wirkungsgrades längs der Parabel  $OBC$  gleichen Stoßzustandes voraussetzt, und zwar ist dann  $LK = JG$ . Das Zeichnen der Parabel  $OBC$  kann man sparen, wenn man die untenstehend angegebene Konstruk-

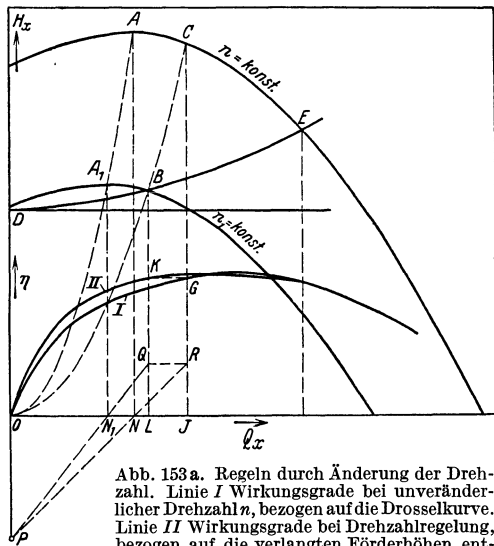


Abb. 153a. Regeln durch Änderung der Drehzahl. Linie  $I$  Wirkungsgrade bei unveränderlicher Drehzahl  $n$ , bezogen auf die Drosselkurve. Linie  $II$  Wirkungsgrade bei Drehzahlregelung, bezogen auf die verlangten Förderhöhen entsprechend der Rohrleitungskennlinie  $DE$ .

tion<sup>1</sup> benutzt. Man erhält dann als maßgebenden Verlauf der Wirkungsgrade die Linie *II*, die für einen weiten Bereich sogar über der Linie *I* gelegen ist. Diese Linie *II* ergibt sich noch genauer, wenn die wirklichen Linien gleichen Wirkungsgrades (Eierkurven) statt der Parabeln gleichen Stoßzustandes benutzt werden.

Der Vergleich von Abb. 153a und 150 zeigt, wie günstig sich die Drehzahlregelung gegenüber der Drosselregelung verhält. Die Verkleinerung der Verluste gegenüber der Regelung durch Drosseln bei unveränderlicher Drehzahl wird dadurch nicht ausgeglichen, daß der Motor nicht bei seiner normalen Drehzahl arbeitet. Dies ist selbst dann nicht der Fall, wenn bei Antrieb durch Elektromotoren, beispielsweise Drehstromasynchronmotoren, die Änderung der Drehzahl durch Regulierwiderstände im Ankerstromkreis erfolgt. Es ist aber heute auch möglich, die Drehzahl von Drehstrommotoren verlustlos zu regeln<sup>2</sup>.

Wenn mehrere Pumpen in ein gleiches Netz arbeiten, so ist es hier — im Gegensatz zur Drosselregelung (vgl. Abb. 150a) — richtig, alle Pumpen so lange gemeinsam zu regeln, bis eine stillgesetzt werden kann.

Auch die selbsttätige Regelung in Abhängigkeit der Liefermenge oder des Druckes oder eines Wasserspiegels ist insbesondere bei der Kesselspeisung gebräuchlich<sup>3</sup>, gleichgültig ob es sich um Drehzahl- oder Drosselregelung handelt.

## H. Die einzelnen Verluste und ihr Einfluß auf den Bau der Pumpe.

### 70. Die hydraulischen Verluste.

Inwieweit die hydraulischen Verluste durch den Schaufelverlauf beeinflußt werden, ist in den Abschn. 30 und 32 besprochen worden. Ungeklärt ist noch der Einfluß der Schaufelzahl und der Größe des Raddurchmessers  $D_2$ .

a) **Schaufelzahl.** Zwar bringt eine geringe Schaufelzahl den Vorteil einfacher Herstellung und einer Verkleinerung der Reibungsfläche mit sich; aber die Wasserführung wird verschlechtert. Ferner erhöhen weite Kanäle den Schaufeldruck, der, obwohl er die Arbeitsübertragung auf das Wasser besorgt, doch nicht über eine gewisse Grenze steigen sollte, weil sonst die Saugfähigkeit der Pumpe verringert wird (Abschn. 79), also die Gefahr der Kavitation entsteht.

<sup>1</sup> Man verbinde einen beliebigen Punkt  $P$  der Ordinatenachse mit den Fußpunkten  $N$  und  $N_1$  von  $A$  und  $A_1$  und ziehe durch den Schnittpunkt  $Q$  von  $PN_1$  mit der Ordinate von  $B$  die Waagerechte bis zum Schnittpunkt  $R$  mit  $PN$ . Die Senkrechte durch  $R$  gibt nun den Punkt  $G$ .

<sup>2</sup> Vgl. Elektrisch angetriebene Schöpfwerke. AEG-Mitt. 1926 Heft 5, ferner: Die Drehzahlregelung und Phasenkompensation von Dreiphasen-Asynchronmotoren unter besonderer Berücksichtigung des Systems Brown-Boveri-Scherbius. Brown Boveri Mitt. 1930 Heft 11 u. 12, endlich Z. VDI Bd. 76 (1932) S. 113.

<sup>3</sup> Vgl. Kissinger: Z. VDI Bd. 75 (1931) Nr. 7 S. 191.

Unter gewöhnlichen Verhältnissen wird man bestrebt sein, die Schaufelzahl nicht größer zu machen, als zur Erzielung des bestmöglichen Wirkungsgrades wünschenswert ist. Bei Radialpumpen kann diese Bedingung als erfüllt angesehen werden, wenn eine ausreichende Führung des Wassers vorhanden ist. Dieser Bedingung entspricht mit guter Annäherung die Gleichung

$$z = 2k \frac{r_m}{e} \sin \beta_m, \quad (1)$$

worin  $e$  die Länge der Flutlinie des mittleren Stromfadens, also in Abb. 153 b die Abwicklung der Länge  $AB$ ,

$r_m$  der Halbmesser des Schwerpunkts der Linie  $AB$ ,

$\beta_m$  der mittlere Schaufelwinkel, also angenähert

$$\beta_m = \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2),$$

$k$  eine aus bewährten Ausführungen zu entnehmende Erfahrungszahl, die bei Radialpumpen gleich 6,5 genommen werden kann, aber bei Pumpen höherer Schnellläufigkeit kleiner ist.

Da  $e/\sin \beta_m$  angenähert die abgewickelte Schaufellänge ist, so besagt Gl. (1) nichts weiter, als daß die Summe der Schaufellängen, d. h.  $ze/\sin \beta_m$  dem Umfang des mittleren Schaufelkreises proportional sein soll<sup>1</sup>.

Für Radialpumpen ist  $r_m = \frac{1}{2}(r_1 + r_2)$ ,  $e = r_2 - r_1$ , so daß

$$z = 6,5 \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} \sin \frac{\beta_1 + \beta_2}{2}. \quad (1a)$$

Um die Schaufelarbeit  $H_{th}$  zu vergrößern, ohne den Eintrittsquerschnitt der Laufkanäle zu verengen, werden bisweilen auch Zwischenschaufeln angewendet, die vom Radumfang ausgehen und nicht ganz so lang sind wie die eigentlichen Schaufeln (Abb. 255). Sie sind besonders bei großen Austrittswinkeln  $\beta_2$  im Vergleich zu  $\beta_1$ , also stark erweiterten Laufkanälen, gebräuchlich und haben den Vorteil, daß die Ablösungserscheinungen an der Saugseite des Schaufelendes verringert werden (Abb. 76).

Für die Leitschaufeln mit ihren großen Eintrittsgeschwindigkeiten ist es angebracht, die Schaufelzahl nicht wesentlich größer als die der Laufschaufeln zu nehmen. Eine Ausnahme verlangt das Leitrad mit schaufellosem Ringraum (Abb. 111). Die Herstellung glatter Wandungen in den Lauf- und Leitkanälen bedarf sorgfältiger Beachtung.

**b) Raddurchmesser und Radbreite.** Ist die Drehzahl nicht vorgeschrieben, so kann der Raddurchmesser so gewählt werden, daß die Verluste am kleinsten sind. Um eine Vergleichsgrundlage für das Verhalten der hydraulischen Verluste zu haben, werde angenommen, daß die Schaufelwinkel, Schaufelzahlen und das Verhältnis  $D_2/D_1$  gleich seien, womit auch die Geschwindigkeiten ziemlich unverändert bleiben.

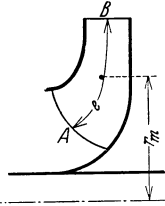


Abb. 153b.

<sup>1</sup> Vgl. auch Schulz, Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 307 S. 21.

falls die Förderhöhe sich nicht ändert. Da nach Gl. (29) S. 84 das Produkt  $D_2 b_2$  gleichbleibt, wenn die gleiche Wassermenge gefördert wird, so muß die Radbreite mit zunehmendem  $D_2$  abnehmen. Ferner besitzt das größere Rad die längeren Kanäle; deshalb wird im ganzen auch die Kanalreibung größer sein. Falls der innere Durchmesser  $D_1$  immer noch groß genug ist, wird also das Rad mit dem kleinen Durchmesser stets die kleineren Kanalverluste aufweisen.

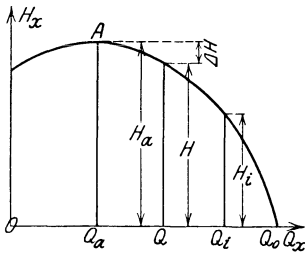


Abb. 154.

Wenn man auf Grund der vorstehenden Überlegung den Raddurchmesser weitgehend verringert, so muß die Breite des Rades durchgehend vergrößert werden. Es ist nun nicht ratsam, mit dem Breitenverhältnis  $b_1/D_1$  sehr hoch zu gehen, weil die längs der Eintrittskante  $A'A''$  (Abb. 154a) auftretende, ungleiche Verteilung der Geschwindigkeiten infolge der im Vergleich zu ihrer radialen Länge sehr breiten Schaufel am Radaustritt noch nicht abgeklungen ist

und deshalb auch die Austrittsverhältnisse der Stromfäden entsprechend verschieden sind. Denkt man sich einzelne der den Stromlinien entsprechenden Rotationsflächen materiell ausgeführt, so entstehen Teilräder, die unter ganz verschiedenen Bedingungen arbeiten, aber mit einer gewissen, wenn auch ziemlich rohen Annäherung die gleiche Drosselkurve besitzen, weil die Schaufeln die gleichen sind. Das im Punkt  $A'$  anschließende Teilrad mit der großen Wassergeschwindigkeit, also der großen auf die Breite  $b_1$  umgerechneten Wassermenge  $Q_i$  (Abb. 154), wird nur die kleine Förderhöhe  $H_i$  erzeugen, die sogar, wenn die Fördermenge  $Q_0$  überschritten ist, negativ werden kann. Umgekehrt wird das an der Radnabe, also im Punkt  $A''$ , anschließende Teilrad wegen der kleinen zugehörigen Wassermenge  $Q_a$  eine Förderhöhe  $H_a$  besitzen, die um  $\Delta H$  größer ist als die der normalen Wassermenge  $Q$  entsprechende Höhe  $H$ . Soll nun die

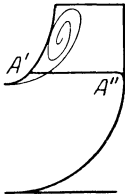


Abb. 154a.  
Rückströmen infolge zu großer Radbreite.

Pumpe gegen diese Förderhöhe  $H$  arbeiten, so wird offenbar das an der offenen Radwand strömende Wasser den Gegendruck nicht überwinden können. Die Strömung am Radaustritt wird sich deshalb von der offenen Radwand gemäß Abb. 154a ablösen, und zwar unter Umständen so stark, daß Rückströmen nach dem Saugraum erfolgt. Dadurch ist gleichzeitig eine gewisse Selbsthilfe eingetreten insofern, als die Krümmung der Stromfäden am Eintritt gemildert und das Maximum der Geschwindigkeit am Austritt von der offenen Radwand wegverlegt ist.

Es ist demnach nicht zweckmäßig, den Raddurchmesser so stark zu verkleinern, daß die Radbreite im Vergleich zum Durchmesser zu sehr anwächst. Hierzu kommt, daß bei  $A'$  der Druck leicht bis auf den der Wassertemperatur entsprechenden Dampfdruck sinken, also Kavitation eintreten kann (S. 245).



Die besprochenen Vorgänge sind in der Praxis schon häufig beobachtet worden<sup>1</sup>. Darauf deuten auch die Patente hin, die sich mit ihrer Vermeidung beschäftigen<sup>2</sup>. Sie dürften ferner die Ursache dafür bilden, warum bei Pumpen mit großem  $b_2/D_2$  sich die Drosselkurve im Gebiet kleiner Liefermengen wieder nach der positiven  $H_x$ -Richtung aufbiegt (S. 210).

Falls die Vergrößerung des Raddurchmessers (durch Anwendung geringerer Drehzahlen oder starker Rückwärtskrümmung der Schaufeln usw.) nicht möglich ist und die Parallelschaltung mehrerer Einzelräder (Mehrstromanordnung) nicht in Betracht kommt, bildet eine wirksame Abhilfemaßnahme die Anwendung der doppelt gekrümmten Schaufel. Dabei kann die Einlaufkante aus der Zone der Krümmung herausgelegt werden, indem von der reinen Radialschaukel zu der am Eintritt axial beaufschlagten Schaufel übergegangen wird, die dann im Meridianschnitt nach Art der Francis-Schaukel der Wasserturbine geformt ist.

### 71. Die Radreibung.

In Abschn. 18 ist festgestellt worden, daß die Radreibung mit einer Vergrößerung des seitlichen und radialen Zwischenraums zwischen Rad und Gehäuse zunimmt. Besonders nachteilig sind Rippen in diesen Seitenräumen. Auch die Art der Bearbeitung der Rad- und Gehäusewände hat sich als sehr wichtig erwiesen.

Die im Abschn. 18 abgeleitete Gl. (57a)

$$N_r = 0,0011 u_2^3 D_2 (D_2 + 5e) \quad (2)$$

kann mit dem für die üblichen Radformen geltenden Mittelwert  $\frac{D_2 + 5e}{D_2} = 1,1$  auch geschrieben werden

$$N_r = 0,0012 u_2^3 D_2^2. \quad (3)$$

Nun ist nach Gl. (44) S. 130  $H = v \frac{u_2^2}{2g}$ , worin  $v$  für ähnlich gebaute Räder konstant ist. Also wird, wenn  $u_2 = \sqrt{2gH/v}$  gesetzt wird,

$$N_r = 0,0012 \left( \frac{2gH}{v} \right)^{\frac{3}{2}} D_2^2 = \text{rd. } \frac{0,1}{v^{\frac{3}{2}}} H^{\frac{3}{2}} D_2^2. \quad (4)$$

Die Radreibung wächst also bei gegebener Förderhöhe  $H$  mit dem Quadrat des Durchmessers, d. h. proportional der Größe der Radfläche. Es ist somit auch hinsichtlich der Radreibung von Vorteil, den Raddurchmesser so klein wie möglich zu machen, d. h. hohe Drehzahlen zu nehmen.

### 72. Der Spaltverlust.

Das Vorhandensein des Spaltüberdrucks bedingt an den Abdichtungsstellen des inneren und äußeren Laufradumfangs eine Rück-

<sup>1</sup> Vidmar hat an einem Ventilator das Vorhandensein des Rückstroms aus dem Laufrad durch den Versuch nachgewiesen (Z. ges. Turbinenwes. 1913 S. 150).

<sup>2</sup> Beispielsweise DRP. 191055, 258364.

strömung von Wasser nach dem Saugraum, den sog. Spaltverlust. Die Abdichtung geschieht vorwiegend am inneren Spalt. Am äußeren Umfang läßt sich keine wirksame Hemmung des Verluststroms durchführen, teils wegen des mit dem großen Umfang und dem verhältnismäßig weiten Spalt verbundenen reichlichen Undichtheitsquerschnitts, teils wegen der kurzen Spaltlänge, die notwendig ist, damit die Radreibung nicht unzulässig groß wird. In Abb. 155 bis 158 sind einige der gebräuchlichsten Ausführungsformen der Abdichtung des inneren Spalts dargestellt, wovon Abb. 158 waagrecht geteiltes Gehäuse voraussetzt. Auch regelrechte Stopfbüchsen mit Weichpackung sind, wenigstens im Ausland, angewandt worden<sup>1</sup>.

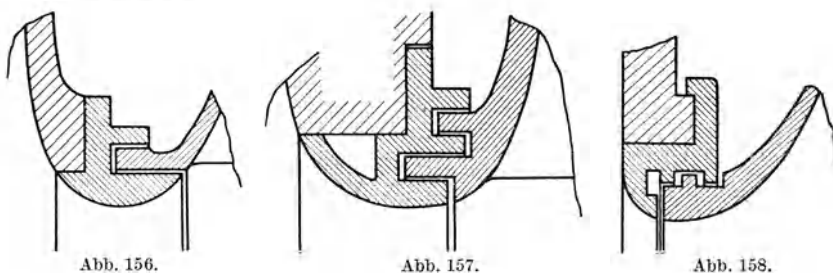
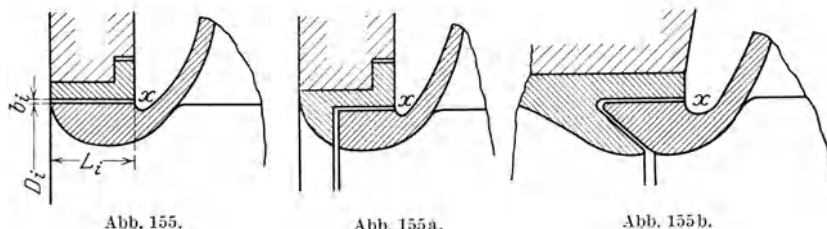


Abb. 155 bis 158. Ausführungsformen der Abdichtung am inneren Spalt. Abb. 158 ist nur bei Teilung des Gehäuses nach einer Axialebene anwendbar.

Wird der Undichtheitsquerschnitt des äußeren und inneren Umfangs mit  $F_a$  bzw.  $F_i$  bezeichnet und ist der Spaltüberdruck gleich  $H_p$ , der Druck im Raum zwischen den beiden Spalten überall gleich  $H_x$ , so besteht wegen der Gleichheit der durch beide Spalte tretenden Wassermenge die Beziehung

$$\mu_i F_i \sqrt{2g H_x} = \mu_a F_a \sqrt{2g (H_p - H_x)}, \quad (5)$$

woraus

$$H_x = \frac{H_p}{1 + \left(\frac{\mu_i F_i}{\mu_a F_a}\right)^2}. \quad (6)$$

Hierin bedeuten  $\mu_i$ ,  $\mu_a$  die Ausflußziffern, die einerseits die Reibung, andererseits die Kontraktion des Wassers im Spalt infolge des scharfkantigen Einlaufs bei  $\alpha$  (Abb. 155) berücksichtigen sollen. Man

<sup>1</sup> Z. VDI 1921 S. 473.

kann diese Zahl  $\mu$  aus der Überlegung errechnen, daß das ganze beiderseits des Spaltes vorhandene Gefälle  $\Delta h$  verbraucht wird:

1. zur Erzeugung der Geschwindigkeitshöhe  $\frac{c^2}{2g}$ , zuzüglich eines Zuschlags von  $0,5 \frac{c^2}{2g}$ , der die Kontraktion berücksichtigt;

2. zur Überwindung der Reibungswiderstände auf der Spaltlänge  $L$  (Abb. 159), die nach Gl. (6) und (24) des Hauptabschnitts C errechnet werden sollen. Daher ist

$$\Delta h = 1,5 \frac{c^2}{2g} + \lambda \frac{L}{d} \cdot \frac{c^2}{2g}. \quad (6a)$$

worin

$$d = \frac{4F}{U} = \frac{4D\pi b}{2D\pi} = 2b,$$

also

$$c = \mu \sqrt{2g \Delta h} = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda L}{2b} + 1,5}} \sqrt{2g \Delta h},$$

woraus

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda L}{2b} + 1,5}}. \quad (7)$$

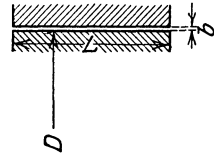


Abb. 159.

Hierin ist für  $\lambda$  zu setzen  
im laminaren Gebiet, also nach S. 27f. für eine Reynoldsche Zahl

$$Re = dc/\nu = 2bc/\nu \leq 2320,$$

entsprechend einer Geschwindigkeit  $c < 1160 \nu/b$ , wenn auf Gl. (12a) S. 27 Bezug genommen wird:

$$\lambda_{\text{lam}} = 96/Re, \quad (8)$$

im turbulenten Gebiet, also  $Re = 2bc/\nu > 2320$  nach Schneckenberg<sup>1</sup>

$$\lambda_{\text{turb}} = 0,427/Re^{\frac{1}{4}}. \quad (8a)$$

Für Wasser von 20° C ist nach Abb. 19  $\nu = 0,01 \text{ cm}^2/\text{s} = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , also  $Re = 2bc \cdot 10^6$ ,

$$\lambda_{\text{lam}} = 48 \cdot 10^{-6}/bc, \quad (9)$$

$$\lambda_{\text{turb}} = 0,0114/\sqrt[4]{bc}. \quad (9a)$$

Die Spaltweite  $b$  ist naturgemäß in Metern auszudrücken.

Im engen Ringspalt der Kreiselpumpe kann bei Wasserförderung die Strömung sowohl laminar wie turbulent sein, während bei zähen Förderflüssigkeiten, z. B. Öl, stets mit laminarer Strömung zu rechnen ist.

Der Wert  $\lambda$  ist nach Becker<sup>1</sup> oder Bodart<sup>1</sup> gleich groß, wenn eine Spaltwand umläuft oder beide in relativer Ruhe sind. Exzentrische Spalte, die infolge der Wellenbiegung stets vorliegen, haben einen

<sup>1</sup> Z. angew. Math. Mech. 1931 Heft 1 S. 27ff. Weitere Versuche mit teilweise abweichenden Ergebnissen liegen vor von Becker: Z. VDI 1907 S. 1133; Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 48; Winkel: Z. angew. Math. Mech. 1923 S. 251 Schumacher Ing.-Arch. 1930 S. 444; Bodart: Congrès intern. de Méc. gén. Liège 1930 Bd. 3 S. 42ff. Dunod Paris 1931.

größeren Durchfluß, also ein kleineres  $\lambda$  als konzentrische<sup>1</sup>. Volle Exzentrizität, bei der die Wände an einer Seite sich berühren, verkleinert nach Schneckenberg  $\lambda$  bei laminarer Strömung auf den 2,5ten Teil, bei turbulenter Strömung auf den 1,2ten bis 1,3ten Teil der Werte nach Gl. (8) bis (9a). Eine zuverlässige Vorausberechnung ist also sehr erschwert. Deshalb wird bei Wasserförderung im folgenden stets mit dem Durchschnittswert  $\lambda = 0,04$  gerechnet.

Wird der Spalt durch Labyrinthnuten unterbrochen (Abb. 160), so sind lange Nuten zu vermeiden. In Abb. 160a, welche den Wert kurzer Nuten veranschaulichen soll, ist  $AB$  der Druckverlauf ohne Nut,  $ACDB'$  der Druckverlauf mit Nut. Man erkennt, daß die Nut keinen Vorteil mehr bringt, wenn ihre Länge den Wert  $CG$  erreicht oder überschreitet. Dabei ist noch nicht berücksichtigt, daß nach den Versuchen von Just<sup>2</sup> der Druckabfall  $AC$  bei langen Nuten kleiner ist als bei

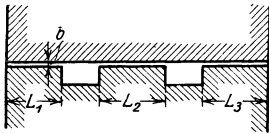


Abb. 160.  
Spalt mit Labyrinthnuten.

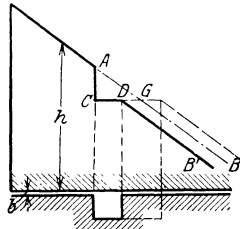


Abb. 160a. Nachteil zu großer Länge der einzelnen Labyrinthnuten.

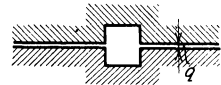


Abb. 161. Spalt mit doppelseitigen Labyrinthnuten.



Abb. 161a. Zahnartiges Ineinandergreifen der Labyrinthnuten.

kurzen, weil ein Teil der Geschwindigkeitshöhe infolge Diffusorwirkung zurückgewonnen wird. Wichtig ist, daß die Nuten möglichst tief, und zwar um so tiefer sind, je größer die Spaltweite  $b$  gemacht wird. Quadratischer Querschnitt scheint empfehlenswert zu sein. Doppelseitige Nuten (Abb. 161) sind wirksamer als einseitige. Zahnartiges Ineinandergreifen (Abb. 161a) ist dann wirksamer als die einfache Nut, wenn weite Spaltbreiten  $b$  vorliegen. Die Nuten müssen naturgemäß scharfkantig sein; abgerundete Kanten verringern ihren Wert erheblich. Aus diesem Grunde wird bei glatten Nuten die Eindrehung bei  $x$  (Abb. 155, 155a, 155b) vorgesehen. Wirksame Labyrinthnuten ergeben nach Just eine Abdrosselung um die Druckhöhe  $1,1 \frac{c^2}{2g}$ . Bei  $z$  Nuten tritt deshalb auf der rechten Seite der Gl. (6a) noch das Glied  $z \cdot 1,1 \frac{c^2}{2g}$  hinzu, so daß sich ergibt

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{\lambda L}{2b} + 1,5 + 1,1z}} \quad (10)$$

$L$  ist hierbei die Summe der einzelnen Spaltlängen von der Weite  $b$ , also im Falle der Abb. 160 gleich  $L_1 + L_2 + L_3$ . Bei den Versuchen von Just war allerdings der Spannungsabfall von  $z$  Nuten nicht ganz

<sup>1</sup> Die Maschinenbau AG. Balcke bohrt deshalb die Dichtungsringe entsprechend der elastischen Linie der Welle exzentrisch (Wärme 1932 Nr. 7 S. 109).

<sup>2</sup> Über Labyrinthdichtungen für Wasser. Dissertation 1910.

das  $z$ -fache des Spannungsabfalls von einer Nut. Nach Schneckenberg ist von Nuten überhaupt unbedingt abzusehen, wenn die Reynoldssche Zahl nicht dauernd zwischen 550 und 15500 liegt.

Eine kräftige Wirkung ist mittels einfacher Nuten zu erzielen, wenn diese so schraubenförmig angeordnet sind, daß bei der Umdrehung eine Pumpwirkung entgegengesetzt der Durchflußrichtung des Spaltwassers eintritt. Die Zahl der Schraubengänge darf aber nicht zu gering sein. Deshalb ist die Anordnung nur durchführbar, wenn reichlich Platz in axialer Richtung zur Verfügung steht.

Bezeichnet man nun die Abmessungen des inneren Spaltes mit dem Fußzeichen  $i$  (Abb. 155), die des äußeren Spaltes mit dem Fußzeichen  $a$ , so ist gemäß Gl. (7)

$$\frac{\mu_i^2}{\mu_a^2} = \frac{\lambda L_a + 1,5}{\frac{\lambda L_i}{2b_i} + 1,5}. \quad (11)$$

Wird den wirklichen Verhältnissen entsprechend im Mittel gesetzt  $L_a/b_a = 15$ ,  $L_i/b_i = 200$ ,  $\lambda = 0,04$ , so ergibt sich  $\mu_i^2/\mu_a^2 = 0,327$ . Ferner dürfte  $F_a/F_i = 4$  genommen werden können. Damit ist nach Gl. (6)

$$H_x = \frac{H_p}{1 + 0,327 \cdot \frac{1}{16}} = 0,980 H_p. \quad (12)$$

Da also  $H_x$  nahezu gleich  $H_p$  ist, so ist der äußere Spalt fast wirkungslos, und es hat keinen Zweck, dort kleine Spaltweiten auszuführen. Ferner erscheint es zulässig, hinter dem äußeren Spalt den vollen Spaltdruck als vorhanden anzunehmen.

Der Druck  $H_x$  ist nun in Wirklichkeit am inneren und äußeren Umfang verschieden, weil das Wasser rotiert. Dürfte man von der Reibung an den Rad- und Gehäusewänden absehen, so müßte die Strömung im Seitenraum nach dem Flächensatz, also mit gleichbleibendem Drall erfolgen. Das Vorhandensein der Reibung ändert den Vorgang in dem Sinne, daß das aus dem Flächensatz folgende hohe Anwachsen der Rotationskomponente des Wassers nicht eintritt. Ferner kommen noch Nebenströmungen, ähnlich der in Abb. 38 dargestellten, hinzu. Eine genaue Verfolgung der Verhältnisse ist nicht möglich. Im nachstehenden sei deshalb die Rechnung nach der im Wasserturbinenbau üblichen Weise durchgeführt, die bei einem geringen Zwischenraum zwischen Gehäuse- und Radwand brauchbar ist<sup>1</sup>.

Das Wasser zwischen Rad und Gehäuse wird als eine Scheibe aufgefaßt, die mit einer Winkelgeschwindigkeit gleich der Hälfte der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Rades umläuft (also gewissermaßen einen Wirbel von der Stärke  $\omega/2$  darstellt). Es liegt dann der in Abschn. 21 behandelte Fall der Druckverteilung über die Radwand nach einem Rotationsparaboloid (vgl. Abb. 42c) vor. Die Randbedingung ist dadurch gegeben, daß am äußeren Radumfang der Druck gleich dem

<sup>1</sup> Vgl. Kobes: Studien über den Druck auf den Spurzapfen der Reaktionsturbinen und Kreiselpumpen. Leipzig-Wien 1906.

Spaltdruck ist. Infolgedessen ist nach Gl. (66) S. 54 der Druck am inneren Spalt, da dort die Umfangsgeschwindigkeit  $u_i = \pi D_i n / 60$ ,

$$H_{pi} = H_p - \frac{\left(\frac{u_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{u_i}{2}\right)^2}{2g} = H_p - \frac{1}{4} \frac{u_2^2 - u_i^2}{2g}. \quad (13)$$

Der Spaltdruck  $H_p$  beträgt nach Gl. (12) und (12a) Abschn. 41, wenn die Kanalreibung  $Z_I$  gleich Null gesetzt wird,

$$H_p = \frac{1}{2g} (u_2^2 - w_2^2 + c_0^2) \approx \frac{1}{2g} [u_2^2 - (u_2 - c_{3u})^2]. \quad (14)$$

Also ist

$$H_{pi} = \frac{1}{2g} \left( \frac{3}{4} u_2^2 - w_2^2 + c_0^2 + \frac{u_i^2}{4} \right) = \frac{1}{2g} \left[ \frac{3}{4} u_2^2 + \frac{1}{4} u_i^2 - (u_2 - c_{3u})^2 \right], \quad (15)$$

wobei  $c_{3u} = g H_{th} / u_2$ .

Daraus bestimmt sich der Spaltverlust für den stoßfreien Eintritt zu

$$Q_{sp} = \mu_i F_i \sqrt{2g H_{pi}} = \mu_i D_i \pi b_i \sqrt{2g H_{pi}}, \quad (16)$$

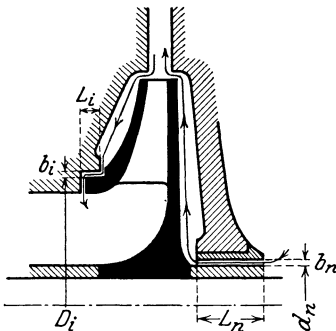


Abb. 162. Undichtigkeitsströmungen bei mehrstufigen Pumpen.

$\mu_i$  erhält man aus Gl. (7) bzw. (10).

Eine Verkleinerung der Spaltweite  $b_i$  verringert nach Gl. (7) und (16) die Spaltverluste weit mehr als eine Verlängerung des Spaltes oder eine Verkleinerung des Durchmessers, weil  $\mu_i$  und  $F_i$  gleichzeitig abnehmen. Üblich ist  $b_i \approx 0,8 \frac{D_i}{1000}$ . Da demnach  $b_i$  proportional mit  $D_i$  abnimmt, so verkleinert sich der Spaltverlust mit dem Durchmesser sehr stark.

Bei mehrstufigen Pumpen tritt auf der dem Einlauf entgegengesetzten Radseite ein in umgekehrter Richtung fließender Undichtigkeitsstrom infolge des Spaltes an der Durchgangsstelle der Welle zur nächsten Stufe hinzu (Abb. 162), der in entsprechender Weise zu berechnen, aber bei guter Ausführung der Pumpe sehr klein ist, so daß er im Hinblick auf den Genauigkeitsgrad der ganzen Rechnung in den folgenden Abschnitten nicht besonders berücksichtigt wird.

Besitzt das Laufrad mehrere Abdichtungsspalte nach dem Saugraum (vgl. Abb. 222), so ist Gl. (15) auf jeden Spalt gesondert anzuwenden. Im Falle der Abb. 222 steht auch der Spalt an der Welle unter dem vollen Stufendruck.

Zum Spaltverlust ist der Wasserverlust für die Stopfbüchsendichtung und der wesensgleiche Verbrauch für den Ausgleich des Achsschubs, falls eine besondere Vorrichtung hierfür vorhanden ist, zuzuschlagen.

### 73. Einfluß des Spaltverlustes auf die Drosselkurve (Spaltverlust-Ellipse).

a) Verlauf des Spaltdruckes in Abhängigkeit von  $Q_x$ . Bei nicht stoßfreiem Eintritt ist der Stoßverlust  $h_{s1}$  gemäß Gl. (15) Abschn. 57 in Abzug zu bringen. Setzt man ferner den Reibungsverlust im Laufrad

$$Z_I = kQ_x^2, \quad (17)$$

wo  $k$  ein von den Abmessungen der Laufkanäle abhängiger, nach Abschnitt 12 und 16 zu berechnender Beiwert sein soll, so ergibt sich der zur Wassermenge  $Q_x$  gehörige Spaltdruck gemäß Gl. (12) Abschn. 41 aus

$$H_{px} = \frac{1}{2g} (u_2^2 - w_{2x}'^2 + c_{0x}^2) - kQ_x^2 - h_{s1}. \quad (18)$$

Da nach Abb. 82

$$w_{2x}'^2 = c_{2mx}^2 + (u_2 - c_{3ux})^2 = \left( \frac{Q_x}{\pi D_2 b_2} \right)^2 + \left( u_2 - \frac{gH_{thx}}{u_2} \right)^2, \quad (19)$$

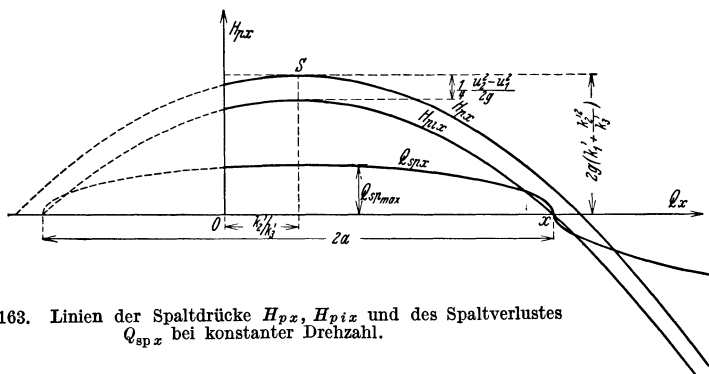


Abb 163. Linien der Spaltdrucke  $H_{px}$ ,  $H_{pix}$  und des Spaltverlustes  $Q_{spx}$  bei konstanter Drehzahl.

ferner  $c_{0x} = Q_x / \pi D_1 b_1$ , so ergibt sich, wenn gleichzeitig  $H_{thx}$  aus Gl. (9) Abschn. 56,  $h_{s1}$  aus Gl. (15) Abschn. 57 eingesetzt werden,

$$2gH_{px} = k_1' + 2k_2'Q_x - k_3'Q_x^2 \quad (20)$$

mit

$$\left. \begin{aligned} k_1' &= u_2^2 \left[ 1 - \left( \frac{p}{1+p} \right)^2 \right] - \varphi u_1^2, \\ k_2' &= - \frac{p}{(1+p)^2} \frac{n}{60} \frac{\text{ctg } \beta_2}{b_2} + \varphi \frac{n}{60} \frac{\text{ctg } \beta_1}{b_1} \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}, \\ k_3' &= \frac{1}{(\pi D_2 b_2)^2} \left[ 1 + \left( \frac{\text{ctg } \beta_2}{1+p} \right)^2 \right] - \frac{1}{(\pi D_1 b_1)^2} \left[ 1 - \varphi \left( \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} \right)^2 \text{ctg}^2 \beta_1 \right] + 2gk. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Hiernach verläuft der Spaltdruck  $H_{px}$  (ebenso wie die Schaufelarbeit  $H_{thx}$ ) nach einer Parabel mit einer zur  $H_{px}$ -Achse parallelen Hauptachse, deren Scheitel  $S$  die in Abb. 163 angegebenen Koordinaten besitzt. Da sowohl  $k_2'$  wie  $k_3'$  negativ werden können, kann  $S$  auch links von der  $H_{px}$ -Achse zu liegen kommen. Ist  $k_3'$  negativ, so krümmt sich die Parabel nach oben. Dieser Fall dürfte aber in Wirklichkeit kaum in Frage kommen. Da der Beiwert  $k_3'$  nur feste Abmessungen des Rades enthält, so sind die Überlegungen des Abschn. 59 anwend-

bar und es gilt also für die Spaltdruckkurve das Kongruenzgesetz in gleicher Weise und in gleichem Umfang wie für die Drosselkurve.

Durch Messungen des Spaltdrucks ist der in Abb. 163 angegebene Verlauf bestätigt<sup>1</sup>.

b) Verlauf des Spaltverlustes  $Q_{sp\ x}$  in Abhängigkeit von  $Q_x$ . Da nach Gl. (16)

$$\frac{Q_{sp\ x}^2}{(\mu_i F_i)^2} = 2g H_{p\ i\ x} \quad (22)$$

und entsprechend Gl. (13), wenn  $u_i$  durch  $u_1$  ersetzt wird

$$H_{p\ i\ x} = H_{p\ x} - \frac{1}{4} \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g}, \quad (23)$$

so lautet die Gleichung der Linie des Spaltverlustes

$$\frac{Q_{sp\ x}^2}{(\mu_i F_i)^2} = k_1'' + 2k_2' Q_x - k_3' Q_x^2, \quad (24)$$

wo  $k_2'$  und  $k_3'$  durch Gl. (21) gegeben sind und

$$k_1'' = k_1' - \frac{1}{4}(u_2^2 - u_1^2). \quad (25)$$

Gl. (24) stellt eine Ellipse dar mit der  $Q_x$ -Achse als Hauptachse und dem Mittelpunkt unter dem Scheitel  $S$  der  $H_{p\ x}$ -Linie (Abb. 163). Die waagrechte Hauptachse hat die Länge

$$2a = \frac{2}{k_3'} \sqrt{k_2'^2 + k_3' \cdot k_1''}, \quad (26)$$

und die halbe senkrechte Achse beträgt

$$Q_{sp\ max} = \mu_i F_i \sqrt{k_1'' + \frac{k_2'^2}{k_3'}}. \quad (27)$$

Der Schnittpunkt mit der  $Q_x$ -Achse entspricht einem Druck  $H_{p\ i\ x} = 0$ , fällt also mit dem Punkt  $x$  der Abb. 163 zusammen. Nimmt die Fördermenge weiter zu, wird er negativ, so daß der Spaltstrom seine Richtung umkehrt. Die Ellipse geht dann über in die eingezeichnete Hyperbel. Von der Ellipse kommt nur das über die  $Q_x$ -Achse, von der Hyperbel das unter die  $Q_x$ -Achse fallende Kurvenstück in Frage.

Wird diese Ellipse in das  $(Q_x H_x)$ -Diagramm eingezeichnet, so kann die durch den Spaltverlust hervorgerufene Änderung der Drosselkurve bestimmt werden (Abb. 164). Diese Änderung der Drosselkurve wird bei guten Pumpen mit einem Spaltverlust von 1 bis 5% nur gering sein. In Abb. 164 ist die Ellipse des Spaltverlustes zur Gewinnung eines deutlichen Bildes überhöht gezeichnet, so daß auch die Verschiebung größer erscheint, als sie in Wirklichkeit ist. Der Einfluß des Spaltverlustes besteht demnach in einer Verschiebung der Drosselkurve in der positiven Richtung der  $Q_x$ -Achse, ohne daß stärkere Verzerrungen auftreten.

<sup>1</sup> Vgl. die in Fußbem. 1 S. 219 und 2 S. 214 angegebenen Arbeiten, ebenso Abb. 148.



Die Abszisse des Schnittpunkts  $x$  (Abb. 163) nimmt ab, wenn  $\beta_2$  sich vergrößert, weil sich dann gemäß Abschn. 30 die Pumpe einer solchen mit Freistrahlpumpe nähert. Insbesondere wird also bei vorwärts gekrümmten Schaufeln dieser Übergang von der Ellipse zur Hyperbel bei kleinen Fördermengen liegen. In diesem Falle ist auch die Verzerrung der Drosselkurve durch den Spaltverlust eine wesentlich stärkere (Abb. 164a), und zwar tritt eine Aufbiegung des labilen Zweiges der Drosselkurve ein, wie sie auch von Biel an einer Pumpe mit vorwärts gekrümmten Schaufeln durch den Versuch erhalten worden ist (vgl. Abb. 140).

Die Kongruenz der Drosselkurven wird durch den Spaltverlust gestört. Tatsächlich scheinen aber die Abweichungen so gering zu sein, daß sie nicht beachtet zu werden brauchen.

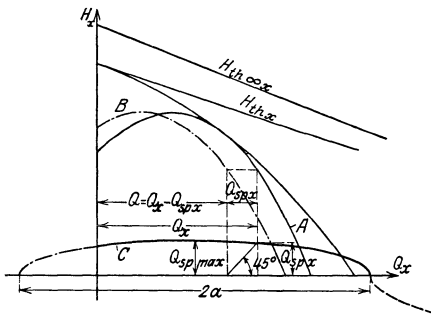


Abb. 164. Einfluß des Spaltverlustes auf den Verlauf der Drosselkurve. Der Spaltverlust ändert sich mit der Fördermenge nach der Ellipse  $C$ .

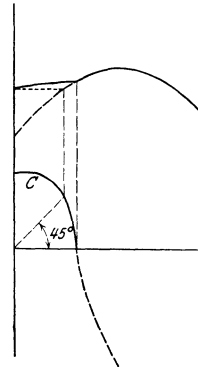


Abb. 164a. Einfluß des Spaltverlustes bei vorwärts gekrümmten Schaufeln.

#### 74. Schlußfolgerungen für den Bau der Pumpe, Grenzen der Anwendbarkeit der Kreiselpumpe.

Die Radreibung ist nach Gl. (4) bei gegebener Förderhöhe dem Quadrat des Raddurchmessers  $D_2$  proportional. Das gleiche ist hinsichtlich des Spaltverlustes der Fall, weil die Spaltweite  $b_i$  in Gl. (16) proportional zu  $D_i$  und bei ähnlichen Radformen  $D_i$  und  $D_2$  ebenfalls proportional sein werden. Der Beiwert  $\mu_i$  ändert sich nicht, solange  $L_i/b_i$  gleichbleibt. Da gemäß Abschn. 70 auch die hydraulischen Verluste mit abnehmendem Durchmesser kleiner werden und schließlich die Lagerreibung auch sich ähnlich verhält, so kann ausgesagt werden, daß der Raddurchmesser  $D_2$  stets so klein wie möglich genommen werden muß. Hierbei ist vorausgesetzt, daß das Verhältnis  $D_2/D_1$  sich nur wenig ändert und das Rad nicht zu breit wird.

Diese Bedingung ist gleichbedeutend mit der Forderung einer möglichst hohen Drehzahl. Bei der Wahl der Pumpengröße für eine gegebene Pumpenleistung ist es also bis zu einer gewissen Grenze vorteilhaft, ein Modell mit möglichst hoher Drehzahl auszuwählen. Dies gilt auch für mehrstufige Pumpen, falls die gleiche Stufenzahl zugrunde gelegt wird.

Diese Eigenschaft der Kreiselpumpe ist sehr wertvoll, da hierdurch die Abmessungen der Pumpe, also auch ihre Herstellungskosten, verringert werden und auch der unmittelbar gekuppelte Antriebsmotor, falls es sich um einen Elektromotor oder Dampfturbine handelt, sich verbilligt.

Man kann nun den Raddurchmesser nach oben begrenzen dadurch, daß man einen gewissen größten Bruchteil  $\varepsilon$  der Nutzleistung für Radreibung und Spaltverlust vorschreibt<sup>1</sup>.

Wird in Gl. (16)  $H_{pi} = \xi H$  und  $b_i = D_i/1000$ ,  $D_i = \alpha D_2$  gesetzt, so wird

$$Q_{sp} = \mu_i \alpha D_2 \pi \cdot \frac{D_2}{1000} \sqrt{2g\xi H} = \frac{\mu_i \alpha \pi}{1000} \sqrt{2g\xi} \cdot D_2^2 \sqrt{H}$$

und somit der entsprechende Energieverlust in mkg/s

$$A_{sp} = \gamma Q_{sp} \cdot \frac{H}{\eta_h} = \frac{\mu_i \alpha \pi \gamma}{1000 \eta_h} \sqrt{2g\xi} H^{\frac{3}{2}} D_2^2. \quad (28)$$

Da andererseits nach Gl. (4) die sekundliche Radreibungsarbeit

$$A_r = 75 N_r = \frac{7,5}{\nu^{\frac{1}{2}}} H^{\frac{3}{2}} D_2^2,$$

so ergibt sich als Summe beider Verluste

$$A_{sp} + A_r = a H^{\frac{3}{2}} D_2^2 \leq \varepsilon \gamma Q H, \quad (29)$$

worin gesetzt ist

$$a \equiv \frac{\mu_i \alpha \pi \gamma}{1000 \eta_h} \sqrt{2g\xi} + \frac{7,5}{\nu^{\frac{1}{2}}}. \quad (30)$$

Gl. (29) liefert als Grenzbedingung für den Durchmesser

$$D_2 \leq \sqrt{\frac{\varepsilon}{a}} \cdot \sqrt{\frac{\gamma Q}{H}}, \quad (31)$$

falls Radreibung und Spaltverlust das  $\varepsilon$ -fache der Nutzleistung nicht überschreiten sollen.

Die Einhaltung der Bedingung (31) macht Schwierigkeiten bei kleinem Wert  $Q/\sqrt{H}$ , d. h. kleiner Wassermenge  $Q$ , im Vergleich zur Förderhöhe  $H$ , weil sie zu Raddurchmessern führt, die in diesem Falle unausführbar klein sind, teils wegen der dadurch bedingten hohen Drehzahl, teils wegen der engen Kanalquerschnitte.

Der Einfluß der Drehzahl kann gezeigt werden, wenn mittels der Näherungsgleichung für die Förderhöhe (vgl. Abschn. 44)

$$H = k \cdot n^2 D_2^2 \quad (32)$$

$D_2$  aus Gl. (31) eliminiert wird. Es wird dann

$$H^{\frac{3}{2}} \leq \frac{\varepsilon}{a} k \gamma Q n^2. \quad (33)$$

Um eine zahlenmäßige Vorstellung von dem möglichen oberen Grenzwert für  $H$  zu erhalten, wählen wir die Beiwerte an der zulässigen

<sup>1</sup> Vgl. Vidmar: Theorie der Kreiselpumpe, S. 86ff. Braunschweig: Friedr. Vieweg & Sohn 1922. Dort ist die Berechnung in ähnlicher Weise, aber ohne Berücksichtigung des Spaltverlustes durchgeführt.

Grenze, nämlich  $k = 1,80 \cdot 10^{-4}$ , was dasselbe bedeutet wie  $\nu = 1,29$  (also großes  $\beta_2$  und viele Schaufeln),  $\varepsilon = 0,65$  (entsprechend einem  $\eta \approx 0,5$ ),  $\gamma = 1000$ , ferner zur Bestimmung von  $a$  nach Gl. (30),  $\mu_i = 0,2$ ,  $\alpha = 0,4$ ,  $\eta_h = 0,80$ ,  $\xi = 0,3$ , also  $a = 0,76 + 5,1 = 5,86$ . Dann erhalten wir nach Gl. (33)

$$H^{\frac{3}{2}} \leq 0,02 Q n^2 \quad (34)$$

oder, wenn für  $n$  die größtmögliche Drehzahl des Drehstrommotors bei 50 Hz, also  $n = 3000$ , und an Stelle des Volumens das Gewicht  $G = 1000 Q$  in kg/s gesetzt wird,

$$H^{\frac{3}{2}} \leq 180 G. \quad (35)$$

Demnach kann eine Pumpe, die  $G = 1$  kg/s zu fördern hat, höchstens für  $H = 180^{\frac{2}{3}} = 32$  m Förderhöhe in einem Rad gebaut werden, sofern die Verluste nicht unzulässig groß werden sollen; ebenso eine solche mit  $G = 20$  kg/s für  $H = 3600^{\frac{2}{3}} = 235$  m. Die Zahlen erhöhen sich, sobald man die Verlustzahl  $\varepsilon$  größer nimmt. Bei großen Wassermengen wird man aber kleinere Verlustziffern  $\varepsilon$  vorschreiben als bei kleinen. Für das gute Radialrad ist in Gl. (34) der Beiwert 0,004 an Stelle 0,02 zu setzen.

Ist die verlangte Förderhöhe größer, als sich aus Gl. (34) ergibt, so ist die mehrstufige Pumpe, deren Wirkungsgrad nach den Ergebnissen des folgenden Abschnitts dem der einstufigen Pumpe überlegen ist, berufen, Abhilfe zu schaffen. Die Stufenzahl wird man aber nur so weit steigern dürfen, als sich die dadurch bedingte Zunahme der Herstellungskosten rechtfertigt. Je kleiner  $Q$  bzw.  $G$  ist, um so mehr muß  $H$  unterteilt werden, damit Gl. (33) noch erfüllt werden kann. Daraus folgt, daß die Kreiselpumpe für sehr kleine Wassermengen im Vergleich zur Förderhöhe nicht mehr anwendbar ist. In diesem Falle muß sie der Kolbenpumpe das Feld räumen, die sich dann auch kleiner und billiger baut und dieses Anwendungsgebiet immer für sich behalten wird.

Es gibt zwar Fälle, wo es auf den Wirkungsgrad der Pumpe nicht ankommt, sondern die Einfachheit der Anordnung maßgebend ist beispielsweise bei Pumpen mit kurzer Betriebszeit. Man kommt hier bei kleinen Werten von  $Q n^2 / H^{\frac{3}{2}}$  auf Räder mit sehr kleinem Einlauf- gegenüber dem Außendurchmesser (vgl. z. B. Abb. 260). Diese Pumpen erhalten sehr enge Leitkanäle, die deshalb häufig weggelassen werden. Dadurch wird der Wirkungsgrad noch weiter beeinträchtigt, weil bei den vorliegenden Leistungsverhältnissen Leitring oder Spiralgehäuse hinsichtlich des Wirkungsgrades ungünstiger sind als das Leitrad. Um die engen Kanäle zu vermeiden, wird auch zu dem Mittel der partiellen Beaufschlagung bei gleichzeitiger Hintereinanderschaltung der Laufkanäle des gleichen Rades<sup>1</sup> oder verschiedener Räder gegriffen, ohne daß aber der Wirkungsgrad gebessert werden konnte, weil erhebliche

<sup>1</sup> Vgl. DRP. 261575, 185261, 155337 und 155338.

Verluste durch die partielle Beaufschlagung hinzukommen. Diese Anordnung ist beispielsweise bei selbstsaugenden Pumpen in Verwendung (Abschn. 117).

Die untere Grenze des Durchmessers ergibt sich aus der Überlegung, daß die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_s$  des Wassers wegen der Rücksicht auf die notwendige Saughöhe nicht über einen gewissen Wert gesteigert werden darf.

Falls eine weitere Verkleinerung des Durchmessers mit Rücksicht auf die Höhe der Drehzahl aber notwendig ist, kann man helfen, entweder durch Anwendung der doppelt gekrümmten Schaufel mit axialer Einströmung, die im Hauptabschn. L eingehend behandelt ist, oder durch Unterteilung des Wasserstroms, also durch Anwendung der Mehrstromanordnung nach Abb. 5a. Ein besonders wirksames Mittel zur Steigerung der Drehzahl bildet der Übergang zur Axialpumpe.

### 75. Einfluß der Mehrstufen- und Mehrstromanordnung auf den Wirkungsgrad der Pumpe.

a) **Mehrstufenanordnung.** Um festzustellen, wie sich der Wirkungsgrad der mehrstufigen Pumpe gegenüber der einstufigen Pumpe verhält, sollen beide Ausführungen unter der Voraussetzung miteinander verglichen werden, daß Förderhöhe und Fördermenge gleich groß sind und die Drehzahl verschieden ist. In diesem Falle wird auch der Raddurchmesser  $D_2$  übereinstimmen, falls die gleiche Einlaufgeschwindigkeit  $c_s$  und das gleiche Durchmesserverhältnis  $D_2/D_s$  zugrunde gelegt werden, wie das ja in Wirklichkeit wohl annähernd auch geschehen wird.

Es beziehe sich das Fußzeichen  $I$  auf die einstufige, das Fußzeichen  $i$  auf die mehrstufige Pumpe mit  $i$  Stufen. Da die einzelnen Stufen stets gleiche Ausführung erhalten, also  $H = iH_i$  ist, so folgt nach der Näherungsgleichung (44) Abschn. 44

$$u_{2I}^2 = i u_{2i}^2, \quad (36)$$

also auch

$$n_I^2 = i n_i^2 \quad \text{oder} \quad n_i = \frac{n_I}{\sqrt{i}}. \quad (37)$$

Es werden nun die einzelnen Verluste der Reihe nach betrachtet.

1. **Hydraulische Verluste.** Mit einer für die vorliegende Untersuchung genügenden Annäherung kann entsprechend Gl. (36) für alle vorkommenden Geschwindigkeiten  $v$  gesetzt werden:

$$v_I^2 = i v_i^2 \quad \text{oder} \quad v_i = \frac{v_I}{\sqrt{i}}. \quad (38)$$

Wird nun zunächst die Kanalreibung ins Auge gefaßt, so ist deren Größe gegeben durch

$$h_r = \lambda \frac{L}{d} \frac{v^2}{2g}, \quad (39)$$

worin, da es sich nicht um kreisförmige Querschnitte handelt, gemäß Abschn. 12 zu setzen ist  $d = 4F/U$ . Die Kanallänge  $L$  kann für jedes Rad annähernd als gleich groß angesehen werden, weil ja die Raddurchmesser gleich sind. Für die  $i$ -Räder der mehrstufigen Pumpe kommt

also in Frage  $L_i = i L_I$ . Gemäß Gl. (38) ist  $F_i = \sqrt{i} \cdot F_I$ .  $U_i$  ist ebenfalls größer als  $U_I$ , aber nicht ganz das  $\sqrt{i}$ -fache. Jedenfalls ist also  $d_i > d_I$ .

Bestimmt man den Wert von  $\lambda$  gemäß Gl. (21) des Abschn. 10 aus

$$\lambda = 0,0096 + \sqrt{\frac{K}{d}} + \frac{0,0017}{\sqrt{vd}}, \quad (39a)$$

so ist, weil  $(vd)_I > (vd)_i$  und  $d_i > d_I$ , nicht von vornherein sicher, wie sich  $\lambda$  verhalten wird. Es werde deshalb in beiden Fällen  $\lambda$  gleich angenommen. Dann ist die Summe der Reibungshöhen aller in Betracht kommender Kanäle für die mehrstufige Pumpe

$$\sum h_{ri} = \sum \lambda \frac{i L_I}{d_i} \cdot \frac{v_i^2}{2g} = \sum \lambda \frac{L_I}{d_i} \frac{v_i^2}{2g} < \sum \lambda \frac{L_I}{d_I} \frac{v_I^2}{2g}. \quad (40)$$

Es kann demnach erwartet werden, daß die Gesamtreibung bei der mehrstufigen Pumpe kleiner als bei der einstufigen Pumpe ist.

Die Umsetzung- und Krümmungsverluste  $h_u$  sind bei beiden Pumpen gleich, da

$$\sum h_{ui} = \sum i \cdot \zeta \frac{v_i^2}{2g} = \sum i \cdot \zeta \frac{v_I^2}{2g} = \sum \zeta \frac{v_I^2}{2g}. \quad (41)$$

Es kommen jedoch bei der mehrstufigen Pumpe die Übergangsverluste von einer Stufe zur anderen hinzu, die aber bei sachgemäßer Ausbildung nicht ins Gewicht fallen, insbesondere wenn die Umföhrungskanäle als Fortsetzung der Leitkanäle ausgebildet werden (Abschn. 50).

Im ganzen spricht eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür, daß die hydraulischen Verluste bei der mehrstufigen Pumpe kleiner als bei der einstufigen Pumpe sind.

2. Spaltverlust, Rad- und Lagerreibung. Es ist leicht einzusehen, daß nicht die Summe der Spaltverluste der einzelnen Stufen der Fördermenge gegenübergestellt werden muß, sondern nur der Verluststrom einer Stufe. Hiervon kann man sich überzeugen, wenn man sich den Verluststrom als zusammenhängendes Band durch alle Stufen hindurchgehend denkt. Alle Spaltströme sind hintereinander geschaltet, wie auch die Förderströme hintereinander geschaltet sind. Da die Raddurchmesser gleich sind, so werden in dem Ausdruck für den Spaltverlust der Gl. (16) der Spaltquerschnitt  $F_i$  und der Beiwert  $\mu_i$  für die ein- und mehrstufige Pumpe gleich sein. Deshalb ist der Spaltverlust für die mehrstufige Pumpe, weil  $(H_{pi})_i = \frac{1}{i} (H_{pi})_I$ , nach Gl. (16)

$$Q_{spi} = \frac{Q_{spI}}{\sqrt{i}}. \quad (42)$$

Bei der mehrstufigen Pumpe kommt aber der Verluststrom an den Durchgangsstellen der Welle (Abb. 162) hinzu.

Für die Radreibung der mehrstufigen Pumpe ergibt sich gemäß Gl. (4), weil die Förderhöhe des einzelnen Rades gleich  $H/i$  ist,

$$N_{ri} = i \cdot \text{const} \cdot \left(\frac{H}{i}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot D_2^2 = \frac{1}{\sqrt{i}} \cdot \text{const} \cdot H^{\frac{3}{2}} \cdot D_2^2 = \frac{1}{\sqrt{i}} N_{rI}. \quad (43)$$

Spaltverlust und Radreibung machen also nach Gl. (42) und (43) bei der  $i$ stufigen Pumpe nur den  $\sqrt[i]{i^{\text{ten}}}$  Teil der einstufigen Pumpe aus.

Die Lagerreibung dürfte bei der mehrstufigen Pumpe wegen der größeren Gewichte etwas größer sein. Ihr Einfluß tritt aber gegenüber den anderen Verlusten zurück.

Da sich die spezifische Radarbeit  $H_{\text{th}}$  im umgekehrten Verhältnis zur Stufenzahl, die Geschwindigkeit  $u_1$  im umgekehrten Verhältnis zur Wurzel aus der Stufenzahl ändert, so wird ferner bei der mehrstufigen Pumpe nach den Ergebnissen des nächsten Hauptabschn. J Kavitation und die dadurch bedingte Verschlechterung des Wirkungsgrades nicht so leicht eintreten wie bei der einstufigen Pumpe.

Wird das Ergebnis zusammengefaßt, so kann gesagt werden, daß unter den gemachten Voraussetzungen die mehrstufige Pumpe meist einen besseren Wirkungsgrad haben wird als die einstufige Pumpe. Die Wasserverluste für Abdichtung der Stopfbüchsen und den Ausgleich des Axialschubs dürften das Ergebnis nicht zugunsten der einstufigen Pumpe ändern.

Die Voraussetzung der Gleichheit des Raddurchmessers ist häufig insofern nicht erfüllt, als man bestrebt sein wird, die hohe Drehzahl der einstufigen Pumpe herabzudrücken, was eine Vergrößerung ihres Raddurchmessers zur Folge hat und demnach die Verluste der einstufigen Pumpe weiter steigert.

Selbstverständlich sind die Vorteile der Mehrstufenanordnung nur so lange voll vorhanden, als der Wirkungsgrad des Antriebsmotors durch die verringerte Drehzahl nicht zu ungünstig beeinflusst wird und die Vergrößerung der Herstellungskosten von Pumpe und Motor zu der erzielten Kraftersparnis in einem annehmbaren Verhältnis steht.

Da die Verluste mit wachsendem Durchmesser nicht im selben Maße steigen wie bei der einstufigen Pumpe, so ist es offenbar zulässig, den Raddurchmesser  $D_2$  der mehrstufigen Pumpe im Verhältnis zu  $D_1$  größer zu nehmen als bei der einstufigen Pumpe, und zwar um so größer, je größer die Stufenzahl ist. Hierdurch kann gegebenenfalls die Stufenzahl in wirksamer Weise verringert werden, weil sie umgekehrt proportional mit dem Quadrat des Durchmessers sich ändert.

**b) Mehrstromanordnung (Abb. 5a).** Die Anordnung mehrerer parallel geschalteter Räder gibt die Möglichkeit, den Raddurchmesser noch weiter zu verringern, also die Drehzahl weiter zu steigern, als beim einfachen Rad möglich wäre. Der Vergleich beider Anordnungen geschehe unter der Annahme, daß die Radabmessungen in beiden Fällen so günstig wie möglich seien, was ungefähr geometrisch ähnliche Radformen ergibt. Ferner soll wieder die Pumpenleistung, also Wassermenge und Förderhöhe, gleich sein. Da dann die Geschwindigkeitspläne übereinstimmen, so sind die Geschwindigkeiten am Ein- und Austritt des Rades gleich. Bei  $j$  Rädern ändern sich also die Querschnitte umgekehrt proportional zu  $j$ , somit die Längen, insbesondere die Durchmesser umgekehrt proportional zu  $\sqrt[j]{j}$ . Deshalb gestalten sich die einzelnen Verluste wie folgt:

1. Hydraulische Verluste. Da in dem Ausdruck für die Reibungshöhe nach Gl. (39) der Wert  $L/d$  gleich bleibt, so wird eine Änderung nur insoweit eintreten, als  $\lambda$  nach Gl. (39a) sich ändert. Dies ist offenbar hinsichtlich des zweiten und dritten Gliedes dieser Gleichung der Fall, weil  $d$  proportional zu  $\sqrt{j}$  abnimmt. Die Umsetzungs- und Krümmungsverluste sind in beiden Fällen gleich.

2. Spaltverlust, Rad- und Lagerreibung. Der Spaltquerschnitt  $F_i$  eines Rades verringert sich proportional mit  $j$ . Da in Gl. (16)  $\mu_i$  und  $H_{p_i}$  bleiben, so ist der gesamte Spaltverlust der  $j$  Räder gleich dem des einzigen Rades.

Die Radreibung wird an sich ebenfalls nicht geändert, weil die Summe der Radflächen der  $j$  Räder gleich der Radfläche des einzigen Rades ist und die Umfangsgeschwindigkeiten die gleichen sind. Doch erfährt sie eine Verkleinerung auf die Hälfte durch die Anwendung des Doppelrades gegenüber dem einseitig beaufschlagten Rad.

Da die Gewichte sich mit  $(1/\sqrt{j})^3$  ändern, also das gesamte Gewicht der  $j$  Räder das  $j(1/\sqrt{j})^3 = 1/\sqrt{j}$  fache des einzigen Rades ist, so wird eine entsprechende Verkleinerung der Lagerreibung zu erwarten sein, falls die Gleitgeschwindigkeit der Zapfen die gleiche bleibt.

Im ganzen ist durch die Unterteilung der Wassermenge wegen des Verhaltens der hydraulischen Verluste bei gleicher Schaufelzahl eine geringe Verschlechterung des Wirkungsgrades zu erwarten, sofern die in Vergleich gestellte einrädriige Pumpe auch doppelseitige Beaufschlagung besitzt. Vergleicht man aber mit dem einseitig beaufschlagten Rad, so ist wegen der Verkleinerung der Radreibung und der günstigen Änderung der Schaufelform eine Verbesserung der Wirkung nicht auszuschließen.

Ein wesentlicher Nachteil der Mehrstrombauart besteht jedoch darin, daß die einzelnen Räder verhältnismäßig nahe aneinandergesetzt werden müssen, um zu lange Wellen zu vermeiden. Dadurch wird das eintretende Wasser zu starken Richtungsänderungen gezwungen, die die Eintrittsverhältnisse verschlechtern und (nach Abschn. 78) leicht zu Kavitation führen. Die Saugfähigkeit ist also geringer als bei der mit einem einzelnen Rad versehenen Pumpe. Man sucht deshalb heute die Mehrstromanordnung durch Zwischenschaltung eines Zahnradgetriebes zwischen Motor und Pumpe zu vermeiden.

## J. Kavitation.

### 76. Ursache und Auswirkungen.

Sinkt in der Pumpe der Wasserdruck an irgendeiner Stelle der Strömung auf den der Wassertemperatur entsprechenden Dampfdruck, so tritt gemäß Abschn. 2 Dampf Bildung, also Loslösen des Wassers von der Wand ein, d. h. es bildet sich ein mit Dampf und ausgeschiedenen Gasen angefüllter Hohlraum von im allgemeinen verschwindend kleinem Druck. Man bezeichnet diese Erscheinung als Kavitation. Dieser

bei Kolbenpumpen seit langem beachtete und als „Wasserschlag“ gefürchtete Vorgang verdient bei Kreiselpumpen — ebenso wie bei Wasserturbinen — erhöhte Aufmerksamkeit. Jede Drucksenkung in einer Strömung ist mit einer entsprechenden Steigerung der Geschwindigkeit verknüpft, die sich in mehrfacher Hinsicht ungünstig auswirkt. Das von der Wand losgelöste Wasser trifft nämlich infolge des Fehlens jedes dämpfenden Zwischenmittels schlagartig wieder auf der Wand auf. Die Menge der ausgeschiedenen Gase ist zu gering, als daß sie eine ausreichende Polsterwirkung ausüben könnten, ebensowenig wie der Dampf die plötzliche Drucksteigerung verhindern kann, da er unter der Einwirkung des Stoßdruckes sehr rasch kondensiert. Infolge des unelastischen Zusammenpralls mit der Wand entstehen einmal störende Geräusche vom feinen Knistern bis zu den stärksten Schlägen, die für die Umgebung unerträglich sein und auch unzulässige Schwingungen der ganzen Maschine zur Folge haben können. Ferner ist die Wieder-

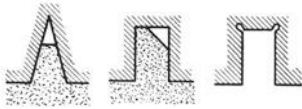


Abb. 165. Gesteigerte Auftreffgeschwindigkeit des Wassers in Kerben.

umsetzung der Geschwindigkeit in Druck infolge des Stoßcharakters des Vorgangs wenigstens bei starken Ablösungen erschwert. Hinzu kommt, daß an diesen Stellen die Wandreibung sich vergrößert. Es treten also offenbar auch große Energieverluste ein, die ein kräftiges Absinken des Wirkungsgrades und der Leistung bewirken.

Die dritte, und zwar meist unangenehmste Folge sind Anfrösungen des Materials (Erosionen). Würde die Elastizitätsgrenze nicht überschritten, so würde der Druck an der Stelle des Zusammenpralls zwischen Strömung und Wand, sofern man die dämpfende Wirkung der Gase unberücksichtigt läßt, betragen<sup>1</sup>

$$p = \frac{\gamma}{g} w_n \frac{a_1 a_2}{a_1 + a_2}. \quad (1)$$

Hierin bedeutet  $w_n$  die Normalkomponente der Relativgeschwindigkeit zwischen Flüssigkeit und Wand,  $a_1$  die Schallgeschwindigkeit der Flüssigkeit,  $a_2$  die des Materials der Wand. Für Wasser ist<sup>2</sup>  $a_1 = 1437$  m/s bei  $13,7^\circ$  C, für Eisen  $a_2 = 5124$  m/s, Messing  $3479$  m/s (zunehmend mit Druck und Temperatur). Aus Gl. (1) ergibt sich mit  $\gamma = 1000$  bei der Einwirkung von Wasser auf Eisen ein Druck in kg/cm<sup>2</sup> von

$$p = 11,4 w_n \quad (1a)$$

und von Wasser auf Messing

$$p = 10,3 w_n. \quad (1b)$$

Die Auftreffgeschwindigkeit  $w_n$  wird wesentlich vergrößert, sobald sich Vertiefungen gemäß Abb. 165 gebildet haben. Besitzen diese scharfe Ecken, so werden dort besonders hohe Drücke auftreten. Deshalb werden von Aussparungen immer in erster Linie die Ecken betroffen, an denen bekanntermaßen sich die Materialbeanspruchung durch die Kerb-

<sup>1</sup> Hütte Bd. I 26. Aufl. S. 424.    <sup>2</sup> Hütte Bd. I 26. Aufl. S. 450.



wirkung sowieso steigert<sup>1</sup>. Große Drucksteigerungen entstehen auch dadurch, daß Dampfblasen, die in Stromrichtung wandern und in den Verdichtungsstoß hineingeraten, schlagartig zusammenfallen. Ihr Gasrest nimmt dabei, wie durch Gleichsetzen der vom äußeren Druck geleisteten Arbeit und der Verdichtungsarbeit gezeigt werden kann, Drücke von Tausenden von Atmosphären an<sup>2</sup>.

Die Entstehung der Anfressungen hat man sich also so vorzustellen, daß das auf die Wand treffende Wasser zunächst an Stellen verminderter



Abb. 165a. Durch Kavitation ausgenagte Gußoberfläche.

Widerstandsfähigkeit des Materials, die durch die Herstellung oder durch Einlagerungen (z. B. Graphit) gegeben sein können, mikroskopisch feine Vertiefungen schafft, an denen sich die Wirkung aus den besprochenen Gründen sofort verstärkt. Hierdurch kann die löcherige Struktur der Anfressungen erklärt werden (Abb. 165a<sup>3</sup> und 165b<sup>3</sup>). Ferner wird der beobachtete große Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit<sup>4</sup>, also die Güte der Bearbeitung, verständlich.

Diese Betrachtung zeigt andererseits, daß Kavitation bei kleinen Geschwindigkeiten  $w_n$ , also geringen Förderdrücken in Verbindung mit

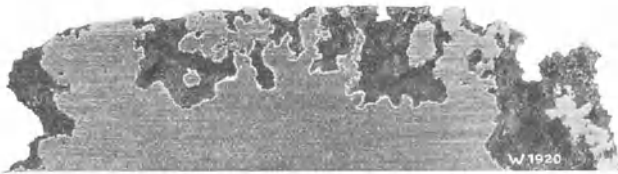


Abb. 165b. Schnitt des Gußstückes Abb. 165a.

geringer spezifischer Drehzahl keine Anfressungen zur Folge zu haben braucht<sup>5</sup>. Jedenfalls ist aber festzustellen, daß die beobachteten Zer-

<sup>1</sup> Vgl. Thoma: Die Kavitation bei Wasserturbinen. Hydraulische Probleme, herausgeg. vom VDI S. 67.

<sup>2</sup> Vgl. Föttinger: Kavitation und Korrosion. Hydraulische Probleme usw. S. 14ff., ferner Ackeret: Kavitation. Handbuch der Experimentalphysik, herausgegeben von Wien-Harms, Bd. 4 I. Tl. S. 463ff. Leipzig: Akad. Verlagsges. 1931, oder Escher Wyss Mitt. 1930 S. 28ff.

<sup>3</sup> Entnommen aus Escher Wyss Mitt. 1930 S. 33.

<sup>4</sup> Vgl. W. Hahn: Z. VDI Bd. 75 (1931) S. 1283.

<sup>5</sup> Vgl. auch E. Honegger: Metallerosion durch Wasser und Dampf. Verh. 2. int. Kongr. f. Techn. Mech. Zürich u. Leipzig 1927 S. 347ff. Untersuchung einer großen Zahl von Metallen, die bei atmosphärischem Druck dem periodischen Einfluß eines feinen Wasserstrahls ausgesetzt wurden, ergeben für die auf jeden Wasserstoß eingetretene Gewichtsverminderung den Wert  $\text{const} (125 - c)^2$ , wo  $c$  die Auftreffgeschwindigkeit des Wassers in m/s. Hier ergab sich also unter  $c = 125$  m/s keine Erosion. Ackeret stellt jedoch in Schweiz. Bauztg. Bd. 98 (1931) S. 309 bereits bei  $c = 50$  m/s Zerstörungen fest.

störungen der Wand vorwiegend auf mechanische Einwirkungen zurückzuführen sind, wie auch Föttinger an Versuchen mit Glaswänden nachgewiesen hat. Nur so ist es auch zu erklären, daß in einzelnen besonders ungünstigen Fällen die Zerstörung einer Schaufel schon nach wenigen Stunden beobachtet wurde. Außerdem sind aber auch chemische Vorgänge mit im Spiel, da, wie bereits bemerkt wurde, Blasen der ausgeschiedenen Gase unter der Einwirkung der vom Anprall des Wassers erzeugten sehr hohen Pressung, die infolge der kurzzeitigen Einwirkung auch die Temperatur des Gases steigert, eine erhöhte chemische Aktivität entfalten, besonders wenn sie in Vertiefungen des von der Oxydhaut entblößten Materials hineingepreßt werden. Haben sich einmal Vertiefungen oder feine Risse gebildet, so können hier immer wieder neue Gase herangeführt werden und ihre zerstörende Einwirkung konzentrieren. In einzelnen Fällen dürften auch elektrische Erscheinungen, insbesondere auch solche galvanischer Natur, eine Rolle spielen, wobei dann die Art des Wassers nicht gleichgültig sein wird. Bei kurzzeitigen Anfressungen sind aber die mechanischen Einwirkungen ausschlaggebend.

Wichtig ist noch die Feststellung, daß die Anfressungen nicht am Ort der Ablösung der Strömung auftreten, d. h. nicht an der Stelle des kleinsten Druckes, sondern weiter stromabwärts am Ort des Zusammenpralls mit der Wand, gewissermaßen im Schlagschatten der Ablösungsstelle.

Auswahl des Materials. Es ist zwar richtiger, die Kavitation zu vermeiden, als die Zerstörungen durch Wahl eines geeigneten Materials zu bekämpfen. Aber manche Anlagen müssen von vornherein für die Grenze der Kavitation ausgebildet werden, weil möglichst hohe Drehzahl oder große Saughöhe bzw. (bei Heißwasserpumpen) kleine Zulaufhöhe im Interesse der Vereinfachung und Verbilligung angestrebt werden müssen. Bei solchen Neuausführungen liegt naturgemäß das Eintreten der Kavitation im Bereich der Möglichkeit, und es ist deshalb die Anwendung eines gegen Korrosion besonders widerstandsfähigen Materials angezeigt. Von diesem muß eine hohe Dauerfestigkeit und große Dehnung in Verbindung mit einer guten Widerstandsfähigkeit gegen chemische Einwirkungen verlangt werden. Ganz ungeeignet sind also spröde Stoffe wie Glas oder Gußeisen (Abb. 165a und 165b), insbesondere Grauguß, während Gußeisen mit perlitischem Gefüge viel widerstandsfähiger ist<sup>1</sup>. Zähne Bronzen, wie sie bei Schiffspropellern üblich sind, scheinen bei Kreiselmotoren nicht in gleicher Weise zu befriedigen. Ebenso unterliegt Gußstahl mit geringem Chrom- und Nickelgehalt starken Anfressungen. Nach vorliegenden englischen Versuchen an Kaplan-Turbinen<sup>2</sup> besitzt Gußstahl mit hohem Chromgehalt die höchste Widerstandsfähigkeit gegen die Ausnagungen des Wassers. Infolge seiner schwierigen Bearbeitung und seines hohen Preises kommt seine Verwendung aber nur in Sonderfällen in Frage.

<sup>1</sup> Vgl. auch die in Fußbem. 5 S. 237 erwähnte Arbeit von Honegger.

<sup>2</sup> Engineer 1930 17. Okt. S. 418ff.

Versuche im Laboratorium der Maschinenfabrik J. M. Voith Heidenheim<sup>1</sup> ergaben eine besonders hohe Kavitationsfestigkeit bei nicht-rostendem Stahl. Bemerkenswert ist die hierbei gemachte Feststellung, daß manche Stoffe kleinere Anfressungen aufwiesen, als auf Grund ihrer geringen Festigkeit erwartet werden sollte.

Auch die Verwendung korrosionsbeständiger Überzüge und insbesondere das Aufschweißen korrosionsfesten Materials<sup>2</sup>, das aber sorgfältig geschehen muß, hat Erfolg gebracht. Ganz ungeeignet sind Überzüge aus Gummi. Ferner ist in diesem Zusammenhang wieder auf den großen Einfluß der Oberflächenbeschaffenheit hinzuweisen. Rauigkeiten, auch in Form von Bearbeitungsriefen, sind zu entfernen.

Bei dieser Gelegenheit soll darauf hingewiesen werden, daß es eine Korrosionsermüdung von Metallen, insbesondere Stahl, gibt, durch welche nach Untersuchungen von Mc Adams<sup>3</sup> und anderen Forschern<sup>4</sup> die Dauerfestigkeit bis auf zwei Drittel und weniger herabgeht, wenn die Oberfläche während des Dauerversuchs mit Wasser benetzt wird. Es ist nun bemerkenswert, daß nach den erwähnten englischen Versuchen gerade die Stoffe, die eine starke Widerstandsfähigkeit gegen diese Korrosionsermüdungen besitzen, sich auch bei Kavitation am besten zu eignen scheinen. Aus diesem Grund ist die S. 350 gemachte Feststellung wichtig, daß oberflächengedrückte Probestäbe eine erhöhte Korrosionsfestigkeit aufweisen<sup>5</sup>, da auch ein günstiger Einfluß auf die Kavitationsfestigkeit zu erwarten ist.

### 77. Die größte zulässige Saughöhe.

Die Frage nach der Vermeidung der Kavitation fällt zusammen mit der Frage nach der größten zulässigen Saughöhe. Es ist zweckmäßig, bei Rechnungen die Saughöhe auf den höchsten Punkt des Radeinlaufs zu beziehen, also bei einer waagrechten Pumpe nach Abb. 166 auf den Punkt *B*, obwohl im allgemeinen dort nicht die Stelle der Hohlraumbildung zu suchen ist. Die Auswahl dieses Punktes hat aber den Vorzug, daß damit der größte Abstand  $e'_s$  vom Saugwasserspiegel berücksichtigt ist.

Bezeichnet in Meter Wassersäule

$H_t = \frac{p_t}{\gamma} 10000$  die zu der Wassertemperatur gehörige Dampfspannung ( $p_t$  der entsprechende Wert in  $\text{kg/cm}^2$ ,  $\gamma$  das Gewicht der Raumeinheit des Wassers in  $\text{kg/m}^3$ , vgl. Abschn. 1),

$A$  den Druck der äußeren Atmosphäre bzw., falls die Pumpe aus einem geschlossenen Behälter saugt, den Druck in diesem,

$H'_{s_w}$  die Summe der in der Saugleitung bis zum Punkt *B* hervorgerufenen Strömungswiderstände durch Rohrreibung, Quer-

<sup>1</sup> Hahn: Z. VDI Bd. 75 (1931) S. 1293ff.    <sup>2</sup> Engineering 1932 S. 366 f.

<sup>3</sup> Vgl. Thoma: Z. VDI 1930 S. 719 u. 1773; 1931 S. 997; Z. Maschinenbau 1931 S. 700.

<sup>4</sup> Vgl. die S. 350 erwähnten Versuche des Wöhler-Instituts der Techn. Hochschule Braunschweig.

<sup>5</sup> Vgl. auch Thum: Z. VDI Bd. 75 (1931) S. 1328ff.

schnitts- und Richtungsänderung einschließlich des Stoßverlustes beim Eintritt in das Laufrad, falls ein solcher vorhanden ist, so ist der Druck im Punkte *B*

$$H_1 = A - e'_s - H'_{sw} - \frac{c_1^2}{2g}. \tag{2}$$

Läge der Ort der Kavitation etwa in Mitte Einlaufkante beim Punkt *B*, so müßte die Grenze der zulässigen Saughöhe erreicht sein, wenn  $H_1 = H_t$ . Die größte zulässige Saughöhe würde sich dann ergeben aus:

$$e'_{s\max} = A - H_t - H'_{sw} - \frac{c_1^2}{2g}. \tag{3}$$

Berechnet man hier- nach die Saughöhe für

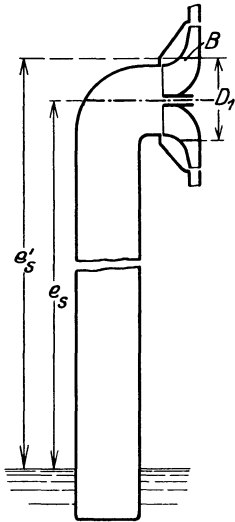


Abb. 166. Die Saughöhe  $e'_s$  einer Kreiselpumpe.

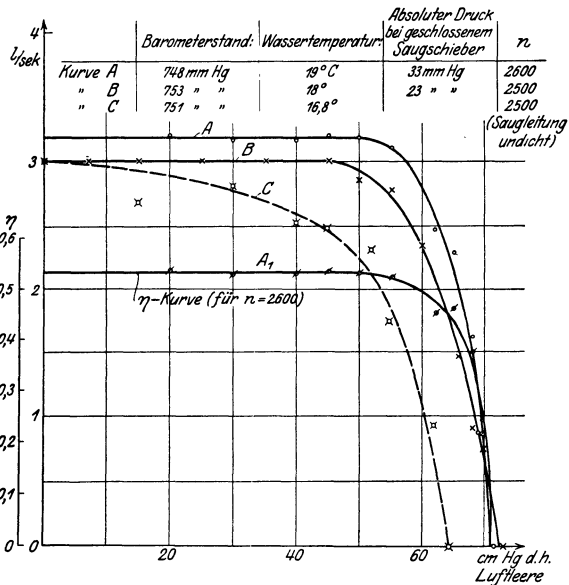


Abb. 167. Änderung der Wassermenge und des Wirkungsgrades mit der Saughöhe bei gleicher Förderhöhe und Drehzahl.

die gewöhnlichen Verhältnisse, so erhält man für  $e'_s$  Werte, die über 9 m, also weit über den in Wirklichkeit beobachteten Werten liegen.

Beispielsweise hat Verfasser im Jahre 1923 eine neunstufige Hochdruckkreiselpumpe in der Weise untersucht, daß bei gleicher Drehzahl und bei gleichbleibender gesamter Förderhöhe der Unterdruck am Saugstutzen durch Drosselung eines Schiebers in der Saugleitung allmählich vergrößert und die Wasserlieferung gemessen wurde. Die Flanschen und Stopfbüchsen wurden hierbei sorgfältig gedichtet, so daß auch bei hohen Luftleeren keine Luft eindringen konnte. Die Fördermenge muß dann offenbar so lange konstant bleiben, als keine Kavitation eintritt. Die Wasserlieferung ist in Abb. 167 in Abhängigkeit des Unterdrucks am Saugstutzen, d. h. von  $e'_s + H'_{sw} + \frac{c_1^2}{2g}$  (in Zentimeter Quecksilbersäule), aufgetragen. Die Linie *A* bezieht sich auf 2600, die Linie *B* auf 2500 Umdrehungen bei den in der Abbildung angegebenen

Wassertemperaturen und Barometerdrücken. Danach bleibt die Wasserdelivery mit steigendem Unterdruck konstant, bis beim Unterdruck von etwa 50 cm Quecksilbersäule = 6,8 m Wassersäule eine starke Abnahme einsetzt und bei einem Unterdruck entsprechend dem Dampfdruck des Wassers die Förderung ganz aufhört. Der Wirkungsgrad sinkt gleichzeitig gemäß der Kurve  $A_1$ , die zu der Drehzahl 2600 gehört. Die gestrichelt gezeichnete Linie  $C$  bezieht sich auf den gleichen Versuch mit der im gewöhnlichen Betriebszustand befindlichen Pumpe, ohne daß also besondere Sorgfalt auf vollkommene Dichtigkeit der ganzen Saugseite verwendet wurde. Man erkennt, daß die eindringende Luft ein Zurückgehen der Liefermenge sofort bei einsetzendem Unterdruck zur Folge hat.

Aus dem Versuch geht hervor, daß Gl. (3) die zulässige Saughöhe um etwa 3 m zu groß ergibt. Man könnte vermuten, daß der Einfluß der im Wasser gelösten (nicht der durch undichte Stellen eingedrungenen) Luft das frühe Nachlassen der Fördermenge zur Folge hat. Zweifellos wird das Wasser bei der Verringerung des Druckes vom Atmosphärendruck  $A$  auf  $H_1$  einen Teil der gelösten Luft ausscheiden, weil nach den Darlegungen des Abschn. 3 Wasser von  $20^\circ$  bei jedem Druck etwa 0,02 Raumteile Luft, bezogen auf den vorhandenen Druck, auflöst. Da mit abnehmendem Druck das Luftvolumen auf das  $0,02 A/H_1$ -fache vergrößert wird, so werden  $0,02(A/H_1 - 1)$  Raumteile Luft sich in Form von Luftblasen ausscheiden. Die Luftausscheidung muß hiernach aber schon bei einer geringen Druckverminderung beginnen, also einen stetigen Abfall der Lieferkurve zur Folge haben. Da dies nicht wahrnehmbar ist, so kann sie jedenfalls nicht die Ursache des festgestellten ziemlich plötzlichen Abfalls sein. Diese muß vielmehr darin liegen, daß es innerhalb der Pumpe Stellen gibt, in denen der Druck kleiner ist als im Punkt  $B$ . Bezeichnet man die Abnahme des Druckes von Punkt  $B$  bis zur Stelle des kleinsten Druckes mit  $\Delta h$ , so muß an Stelle von Gl. (3) geschrieben werden

$$e'_{s\max} = A - H_t - H'_{sw} - \frac{c_1^2}{2g} - \Delta h. \quad (4)$$

Führt man den obigen Versuch an einer einstufigen Pumpe durch, so zeigt sich bisweilen, daß die Wirkungsgradkurve kurz vor dem Abfall zunächst noch einmal ansteigt, also die Wirkungsgrade bei beginnender Kavitation besser sind, als im normalen Betriebszustand (Abb. 214b). Das kann man sich so erklären, daß bei Beginn der Ablösungen sich zunächst die Verkleinerung der Wandreibung auswirkt, ohne daß die verlustbringenden Stoßwirkungen sich zeigen.

### 78. Die verschiedenen Stellen tiefsten Drucks und die zugehörige Drucksenkung $\Delta h$ .

Wie die klassische Hydrodynamik zeigt, kann Hohlraumbildung nie im Innern der wirbelfreien Strömung eintreten, sondern nur an deren

fester Begrenzung<sup>1</sup>. Da im Lauf- und Leitrad die Absolutströmung einer reibungsfreien Flüssigkeit stets wirbelfrei ist, so wäre demnach die Stelle kleinsten Druckes stets an den Kanalwänden zu suchen. Infolge von Zähigkeitswirkungen kommen aber in Wirklichkeit Wirbel in die Strömung hinein, deren Kerne nach Abschn. 21 Stellen kleinsten Druckes darstellen. Tatsächlich beobachtet man auch bei Schiffspropellern Schlauchbildungen im Innern der Flüssigkeit<sup>2</sup>, so daß auch bei Kreiselpumpen die Möglichkeit entsprechenden Verhaltens gegeben ist.

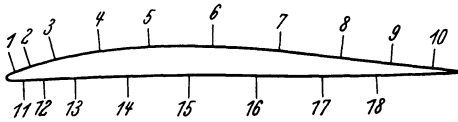


Abb. 168.

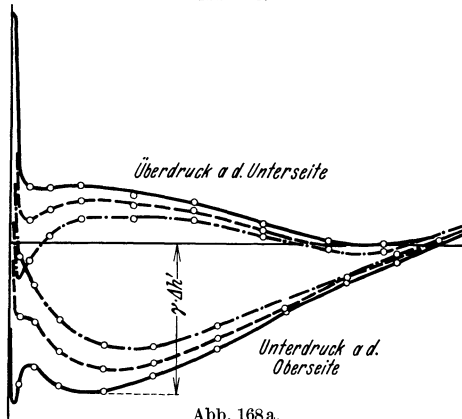


Abb. 168 a.

Abb. 168 und 168 a. Göttinger Tragflügelprofil Nr. 587 und zugehöriger Druckverlauf beim Anstellwinkel

$$\delta = \begin{cases} 4,2^\circ & \text{---} \\ 2,8^\circ & \text{- - -} \\ 1,4^\circ & \text{- · - · -} \end{cases}$$

Schaufeldrucks gefunden ist. Nur wird beim Radialrad die Druckabnahme infolge des Einflusses der Fliehkräfte in geringer Entfernung vom Einlauf wieder verschwinden, wie auch aus Abb. 169 ersichtlich ist. Die dort vorhandene Unterschneidung der Drucklinien am Einlauf ist auf die nachher unter  $b, \beta$  behandelten Vorgänge beim Umströmen des Schaufelanfangs zurückzuführen<sup>4</sup>. Jedenfalls ist aber eine Stelle geringsten Druckes auf der Rückseite der Schaufel kurz hinter der Schaufelspitze zu suchen<sup>5</sup>. Das Wasser wird also in den Kanal hineinstürzen wie in

<sup>1</sup> Vgl. Fußbem. 1 S. 9. <sup>2</sup> Föttinger: Hydraulische Probleme usw., S. 19.

<sup>3</sup> Ergebn. d. aerodynam. Versuchsanstalt zu Göttingen, III. Lief. S. 132. München u. Berlin 1927.

<sup>4</sup> Vgl. Fußbem. 3 S. 246.

<sup>5</sup> Vgl. die in Fußbem. 2 S. 179 angeführte Arbeit von Closterhalpen; weiter Hagmayer, Messungen des Druckverlaufs über Lauf- und Leitschaukel usw., Dissertation Braunschweig 1932; aus der die Abb. 169 entnommen ist; ferner S. Uchimaru; J. Fakultät Engng., Tokio imp. Univ., Bd. XVI Nr. 6 (Sept. 1925). und die in Fußbem. 1 S. 196 angeführte Arbeit von Yendo S. 59.

Die Ursachen der Drucksenkung  $\Delta h$  innerhalb einer Pumpe können die folgenden sein:

#### a) Der Schaufeldruck.

Abb. 168 a zeigt die Druckverteilung um einen Tragflügel nach Abb. 168 gemäß den Göttinger Messungen<sup>3</sup>. Die Druckverteilung ist für drei verschiedene Anstellwinkel  $\delta$  (Abb. 203) angegeben. Wir sehen, daß der Auftrieb hauptsächlich durch Unterdruck auf der Oberseite bedingt ist.

Diesem Unterdruck entspricht auch bei der Kreiselpumpe eine Drucksenkung  $\Delta h'$  am Einlauf in den Schaufelkanal, die bereits im Abschnitt 38 auf Grund der Verfolgung der Wirkung des

einen Raum geringeren Druckes, wodurch verständlich wird, warum die Pumpe überhaupt saugt.

Eine überschlägliche Berechnung der Größe dieses durch den Schaufeldruck hervorgerufenen Unterdrucks  $\Delta h'$  ist möglich, wenn man von dem S. 127 in Gl. (34) entwickelten Ausdruck für den Schaufeldruck  $\Delta h_1$  am Eintritt ausgeht, da dieser nach dem Gesagten im wesentlichen

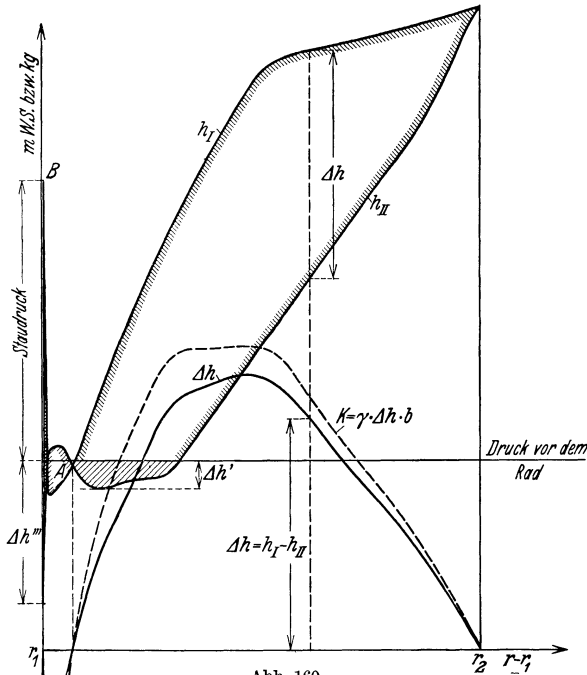


Abb. 169.

Verlauf der Schaufeldrücke in einem Radialrad bei stoßfreiem Eintritt in Abhängigkeit des Halbmessers  $r$  nach Versuchen.  $h_I$  Druck auf der Vorderseite;  $h_{II}$  Druck auf der Rückseite;  $K = \gamma \Delta h b$  Schaufelbelastung je Längeneinheit der Schaufel;

$\Delta h'$  Unterdruck, hervorgerufen durch die Schaufelbelastung;  $\Delta h'''$  Unterdruck, hervorgerufen durch Richtungsänderungen beim Umströmen der Schaufelspitze;  $r - r_1$  radialer Abstand vom inneren Schaufelanfang.

durch den Unterdruck auf der Schaufelrückseite bedingt ist. Setzt man den Unterdruck  $\Delta h'$  dem Schaufeldruck  $\Delta h_1$  proportional, so erhält man aus Gl. (34)

$$\Delta h' = \varphi \Delta h_1 = \frac{30}{\pi} \varphi \frac{Q' H_{th}}{n z S b_1} \tag{5}$$

oder mit  $Q' = 2 r_1 \pi b_1 c_{0m}$

$$\Delta h' = 60 \varphi \frac{r_1 c_{0m} H_{th}}{z S n} . \tag{5a}$$

Der Beiwert  $\varphi$  ist infolge des bereits besprochenen Einflusses der Fliehkräfte bei radialem Einlauf erheblich kleiner als bei axialem, und zwar dürfte zu setzen sein

bei Radialschaufeln  $\varphi = 0,25$  sofern  $r_2/r_1 \geq 2$ . Mit abnehmendem  $r_2/r_1$  wächst  $\varphi$  und dürfte bei  $r_2/r_1 = 1,5$  den Wert 0,5 erreichen, weil hier der Einfluß der Fliehkräfte zurücktritt.

bei doppelt gekrümmten Schaufeln mit ausgesprochen axialem Einlauf und  $r_2/r_1 < 1,5$  (Abb. 170a)  $\varphi = 0,6$  bis 0,8,

bei Axialschaufeln  $\varphi = 1$  bis 1,4.

Bei Zwischenformen der Schaufel ist  $\varphi$  entsprechend zu vermitteln. Ferner ist der  $\beta$ -Verlauf wichtig insofern, als bei wirkungsfrei ausgebildeten Schaufelanfängen (Abschn. 34)  $\varphi$  kleiner ist als bei stark belasteten. Die erwähnten Werte von  $\varphi$  gelten für stoßfreien Eintritt. Sie nehmen ab, wenn der Füllungsgrad  $Q_x/Q$  (S. 181) sich verkleinert.

Für die Radialschaufel ist

$$S = \int_{r_1}^{r_2} r dr = \frac{1}{2} (r_2^2 - r_1^2),$$

also nach Gl. (5)

$$\Delta h' = \frac{60}{\pi} \varphi \frac{Q' H_{th}}{n z b_1 (r_2^2 - r_1^2)} \quad (6)$$

bzw., wenn  $n = 60 u_1 / (2 r_1 \pi)$  eingeführt wird,

$$\Delta h' = 4 \pi \varphi \frac{c_{0m}}{u_1} \frac{H_{th}}{z \left( \frac{r_2^2}{r_1^2} - 1 \right)}. \quad (7)$$

Ebenso wird für den Fall der Axialschaufel, weil hier  $r_1 = r_2 = r$  und  $u_1 = u_2 = u$ ,  $S = \int dx \cdot r = r \int dx = r \cdot e$ , wo  $e$  die in axialer Richtung gemessene Länge der Schaufel (Abb. 170)

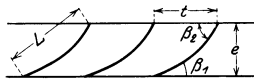


Abb. 170. Schaufelung einer Axialpumpe.

$$\Delta h' = 2 \varphi \pi \frac{r}{e} \frac{c_{0m}}{u} \frac{H_{th}}{z} \quad (8)$$

oder, weil  $2 r \pi / z$  gleich der Schaufelteilung  $t$ ,

$$\Delta h' = \varphi \frac{t}{e} \frac{c_{0m}}{u} H_{th}. \quad (9)$$

Die Axialschaufel mit Tragflügelprofilen ist S. 314 gesondert behandelt.

Bei den anderen Schaufelarten ist  $\Delta h'$  aus Gl. (5) oder (5a) unter Einsetzung des jeweiligen Wertes des statischen Momentes  $S$  für den Stromfaden im Meridianschnitt nach den S. 120 gemachten Angaben zu errechnen.

Zu beachten ist, daß  $\Delta h'$  im gleichen Verhältnis mit der Förderhöhe des Rades und im umgekehrten Verhältnis mit der tragenden Schaufellänge wächst. Bei mehrstufigen Pumpen ist an den vorstehenden Gleichungen für  $H_{th}$  nur der auf die erste Stufe entfallende Wert einzusetzen.

**b) Richtungsänderungen.** Sind die Absolutbahnen der Stromlinien gekrümmt, so entstehen Fliehkräfte, die nach Abschn. 5b eine Drucksenkung in der Richtung nach dem jeweiligen Krümmungsmittelpunkt hin bewirken. Solche Richtungsänderungen liegen an folgenden Stellen vor:



$\alpha$ ) Vor dem Schaufeleintritt. Im Falle des Radialrades ist die Strömung kurz vor den Schaufeln von der axialen in die radiale Richtung umzulenken (Abb. 61). Dadurch wird der Druck bei  $A''$  größer und bei  $A'$  kleiner werden als in der nicht abgelenkten Strömung. Zwischen der äußeren und inneren Begrenzung wird eine Linie mittlerer Geschwindigkeit vorliegen (vgl. auch Abb. 67a). Ist  $c_{0m}$  die Geschwindigkeit an dieser Stelle,  $c_{0i}$  die Geschwindigkeit an der inneren Begrenzung, also bei  $A'$ , so ist hier eine Druckabnahme vorhanden im Betrage von

$$\Delta h'' = \frac{c_{0i}^2 - c_{0m}^2}{2g}. \quad (10)$$

Legt man zur Gewinnung eines überschläglichen Bildes die Verhältnisse eines ebenen Krümmers mit einem gemeinsamen Krümmungsmittelpunkt der Stromfäden im Meridianschnitt zugrunde, so läßt sich mit Hilfe des Flächensatzes zeigen, daß die mittlere Geschwindigkeit  $c_{0m}$  herrscht auf dem Kreis mit dem Krümmungsradius

$$c_m = \frac{c_a - c_i}{\ln \frac{c_a}{c_i}} = \frac{b_1}{\ln \frac{c_a}{c_i}}, \quad (11)$$

wo  $c_a$  und  $c_i$  die Krümmungshalbmesser der Wandungen sind. Weil nun  $c_{0i} = c_{0m} \frac{c_m}{c_i}$ , so gibt Gl. (10)

$$\Delta h'' = \frac{c_{0m}^2}{2g} \left[ \left( \frac{c_m}{c_i} \right)^2 - 1 \right] = \frac{c_{0m}^2}{2g} \left[ \left( \frac{b_1}{c_i \cdot \ln \frac{c_a}{c_i}} \right)^2 - 1 \right]. \quad (12)$$

Da die beiderseitigen Wandflächen im Meridianschnitt im allgemeinen keinen gemeinsamen Krümmungsmittelpunkt besitzen, muß man sich damit begnügen, wenn die Krümmungsmittelpunkte in axialer Richtung nicht weit auseinanderliegen. Außerdem ist die Strömung nicht eben, sondern achsensymmetrisch, so daß auch im Fall eines gemeinsamen Mittelpunktes der Stromfäden die mittlere Geschwindigkeit sich ändert. Deshalb ist Gl. (12) nur zur allgemeinen Orientierung geeignet. Die genaue Berechnung hätte unter Zugrundelegung der Gl. (19a) S. 21 an Stelle des Flächensatzes zu geschehen. Hierbei würde sich auch ergeben, daß bei der Umlenkung um nur  $90^\circ$ , wie sie bei guter axialer Zuführung des Wassers vorliegt, die Verhältnisse nicht so ungünstig liegen wie bei Formen des Saugeinlaufs nach Abb. 170a, wobei dem Wasser an der Einmündungsstelle des Saugkanals Richtungsänderungen um  $180^\circ$  aufgezwungen werden. Pumpen mit ähnlich ausgebildetem Einlauf sind also für große Saughöhen oder hohe Schnellläufigkeit nicht geeignet.

Daß aber auch die Richtungsänderung um nur  $90^\circ$  sich nachteilig auswirkt, kann aus der Tatsache geschlossen werden, daß Ungenauigkeiten in der Herstellung, z. B. scharfe Kanten oder Warzen an der

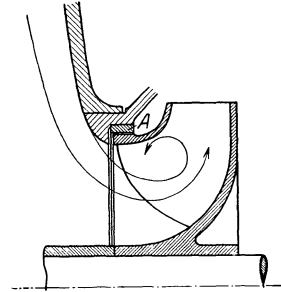


Abb. 170a. Anordnung der Teile, Abb. 175 und 176, einer Mehrstrompumpe.

Stelle  $A'$  (Abb. 61), die Saughöhe bzw. den Wirkungsgrad beeinträchtigen.

Die Wirkung einer Richtungsänderung ist ferner vorhanden bei starker Abweichung von der Wassermenge des stoßfreien Eintritts, besonders im Sinne einer Vergrößerung der Wassermenge. Dies gilt auch für das Leitrad trotz des im Spalt herrschenden Überdrucks<sup>1</sup>. Hierauf mag zurückzuführen sein, daß Kreiselpumpen in der Nähe der Liefermenge Null die charakteristischen Kavitationsgeräusche aufweisen.

Durch wiederholte Krümmungen der Saugleitung in verschiedenen Ebenen entsteht nach S. 76 eine Eintrittsrotation, wodurch hohle Wirbelfäden in das Rad hineingezogen werden können. Bei großen Pumpen kann sich diese Rotation bereits im Saugrohr bilden, wenn die

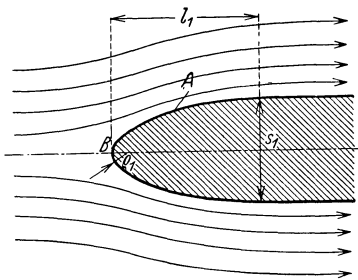


Abb. 171. Umströmung der Schaufelspitze.  $A$  Stelle größter Drucksenkung.  $B$  Stau-  
punkt.  $l_1$  Schaufellänge bis zum Erreichen  
der vollen Schaufeldicke  $s_1$ .

Zuströmung unsymmetrisch zur Einmündung in das Saugrohr erfolgt (S. 412).

$\beta$ ) Die endliche Dicke des Schaufelansfangs. Beim Umströmen der Schaufelspitze treten — abgesehen vom Einfluß des beginnenden Schaufeldrucks und der Querschnittsverengung infolge der endlichen Schaufeldicke — lediglich durch die mit der Richtungsänderung verbundenen Fliehkräfte kurz hinter dem Wendepunkt der Strombahnen Drucksenkungen auf, die etwa an der Stelle  $A$  (Abb. 171) am größten

sind. Zwar wird im Verzweigungspunkt  $B$ , dem Staupunkt, die ganze Geschwindigkeit in Druck verwandelt. Dieser Überdruck geht aber auf der Strecke  $BA$  in einen Unterdruck über, wie in Abb. 171a für eine schräg<sup>2</sup> gezeichnete Schaufel durch die Linie  $I$  veranschaulicht ist. Der Druckverlauf ist von Pötter<sup>3</sup> nach der Quellsenkenmethode für verschiedene Abrundungsformen des Schaufelansfangs unter Annahme einer einzelnen Schaufel in der unbegrenzten,

<sup>1</sup> Vgl. Hahn: Die Entwicklung der Speicherpumpen. Z. VDI Bd. 74 (1930) Nr. 25, insbes. Abb. 4.

<sup>2</sup> Die Schräglinie ist gewählt, um die Unterschneidung der Drucklinien bei der Darstellung der Abb. 169 zwanglos als Folge der endlichen Dicke des Schaufelkopfes zu erklären, da auf der rechten Seite der Abb. 171a, in welcher die Auftragung in gleicher Weise wie in Abb. 169 vorgenommen ist, diese Unterschneidung ebenfalls auftritt. Die in Abb. 171a vorhandenen positiven und negativen Druckflächen  $f_1$  und  $f_2$  beweisen, daß eine endlich dicke Schaufel trotz wirkungsfreier Mittellinie am Anfang nicht wirkungsfrei ist. Daß in Abb. 169 der Unterdruck  $\Delta h'''$  auf der Saugseite größer ist als auf der Druckseite (links unterhalb von  $A$ ), dürfte auf unsymmetrische Zuschärfung des Schaufelansfangs oder den beginnenden Schaufeldruck zurückzuführen sein. Ferner ist zu beachten, daß die berechnete Stoßfreiheit wegen der Einlaufkrümmung nur am mittleren Faden verwirklicht sein kann.

<sup>3</sup> Pötter: Über den Einfluß des Kopfes von Schaufelprofilen bei Kreiselpumpen auf die Kavitation. Dissert. Aachen 1927. Föttinger, „Hydraulische Probleme“ S. 54ff. Weinig, Wasserkraft u. Wasserwirtsch. 1932, Heft 7 und 9; H. Holl, Forschung Bd. 3 (1932) Mai-Heft.

ebenen und reibungsfreien Parallelströmung berechnet worden. Wie zu erwarten ist, wird der Unterdruck um so größer, je kleiner die für den Übergang auf die volle Schaufeldicke  $s_1$  in Anspruch genommene Schauffellänge  $l_1$ , d. h. das Verhältnis  $l_1/s_1$ , und je mehr der Abrundungshalbmesser  $\varrho_1$  von einem günstigsten Wert abweicht. Bezeichnet  $w_0$  die Geschwindigkeit der ungestörten Relativströmung vor der Schaufel, so läßt sich die Drucksenkung in der Form ausdrücken:

$$\Delta h''' = \psi \frac{w_0^2}{2g}. \tag{13}$$

Dabei beträgt der Zahlenwert  $\psi$

- bei dem in Abb. 171 gezeichneten Profil . . . . .  $\psi = 0,38$
- bei dem beilartig zugeshärfen Profil gleicher  
Länge  $l_1$  . . . . .  $\psi = 0,45$
- für Profile ähnlich Abb. 171, aber mit größerem  
Abrundungshalbmesser  $\varrho_1$  . . . . .  $\psi = 0,5$  bis  $0,6$
- bei halbkreisförmiger Abrundung, also mit  
 $\varrho_1 = 0,5s_1 = l_1$  . . . . .  $\psi = 1,25$

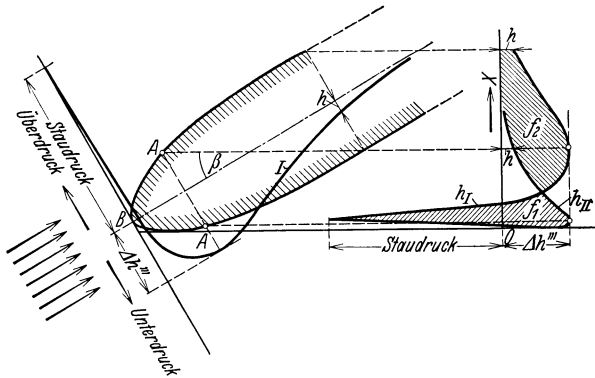


Abb. 171 a. Druckverlauf über dem Anfang einer geraden Achsialschaufel, aufgetragen über der Mittellinie der Schaufel links (Linie I) und in Abhängigkeit des achsialen Abstands  $x$  rechts (Linien  $h_I$  und  $h_{II}$ ). Vgl. Abb. 169.

Bei großen relativen Zuströmgeschwindigkeiten kann diese Drucksenkung bedeutende Werte annehmen. Beispielsweise wird sie sich mit  $w_0 = 20$  m/s, also  $w_0^2/2g \approx 20$  m nach den obigen Zahlen zwischen 7,6 und 25 m bewegen, so daß schon ohne Saughöhe Kavitation eintreten müßte. Tatsächlich bedingen aber die Vorgänge in der Grenzschicht eine Verkleinerung dieses Unterdrucks<sup>1</sup>. Ferner ist die Unterdruckzone so kurz, daß sich nennenswerte Ablösungen aus der Anfangsabrundung bei nicht sehr großem  $w_0$  kaum ergeben werden. Man darf deshalb den Rechnungswert von  $\Delta h'''$  nach Gl. (13) nur mit einem Bruchteil, über dessen Größe aber noch nichts Sicheres bekannt ist, berücksichtigen. Hinzu kommt, daß eine genaue Kontrolle der Anfangsabrundung wegen der hohen Kosten nicht durchführbar ist und

<sup>1</sup> Bei Strömung um einen Kreiszyylinder wäre  $\psi = 3$ . Versuche ergeben aber  $\psi = \text{rd. } 1$ .

geringfügige Abweichungen erhebliche Änderungen von  $\Delta h'''$  ergeben können. Daß der Unterdruck  $\Delta h'''$  aber tatsächlich auftritt und den Wert  $\Delta h'$  bedeutend überwiegt, zeigt die Versuchskurve Abb. 169. Deshalb dürfte als abschließendes Ergebnis festzustellen sein, daß die Erreichung großer Saughöhen durch kleine Abrundungshalbmesser  $\rho_1$  in Verbindung mit großen Übergangslängen  $l_1$  begünstigt wird. Der in Abschn. 34a abgeleitete scharfkantige Anfang der wirkungsfreien Schaufel (Abb. 68) wird ebenfalls zu empfehlen sein, falls die Ecke bei  $E$  durch einen sanften Übergang ersetzt wird.

$\gamma$ ) Im Spalt (Spaltkavitation). Bei Laufrädern ohne äußere Seitenwand, wie sie bei Schnellläufern (Abb. 233a) und insbesondere bei Axialpumpen (Abb. 211 b) beliebt sind, entstehen im Spalt zwischen Laufrad und Gehäusewand infolge des Druckunterschieds und begünstigt durch die scharfen Kanten (Abb. 172) Übergeschwindigkeiten und Wirbelablösungen analog den bekannten Wirbeln an den Flügelen der Flugzeuge<sup>1</sup>. Mit zunehmendem Schaufeldruck vergrößern sich diese Spaltwirbel, und bei genügend großem Unterdruck auf der Rückseite der Schaufel, d. h. großer Saughöhe, wird der im Innern der Wirbel herrschende tiefe Druck zur Dampfbildung führen, die sich häufig in starken Anfressungen des Gehäuses oder der Schaufel äußert. Man erkennt, daß bei Rädern mit großer Förderhöhe das Weglassen der äußeren Radwand unter Umständen bedenklich ist.

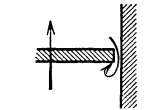


Abb. 172.  
Unterdruckbildung  
im Spalt zwischen  
freier Schaufel und  
Wand.

**c) Verengung des Querschnitts.** Im Abschn. 68 ist bereits gezeigt worden, daß bei abnormal großen Schaufelzahlen, also starker Verengung des Eintritts durch die endliche Schaufeldicke, der kennzeichnende rasche Abfall der Drosselkurve eintritt.

**d) Reibungswiderstände** wirken offenbar im gleichen Sinne wie die Verengung des Querschnitts. Daraus folgt, daß einmal die Wände am Einlauf des Gehäuses und des Rades möglichst zu glätten sind. Ferner müssen auch hydraulisch ungünstige Querschnittsformen vor dem Laufrad oder im Laufkanal, insbesondere spitze Winkel in den Ecken oder langegezogene Rechtecke vermieden werden.

Ermittlung von  $\Delta h$  in Gl. (4). Für die rechnerische Vorausbestimmung der zulässigen Saughöhe dürfen die vorstehend bestimmten Drucksenkungen  $\Delta h'$ ,  $\Delta h''$  usw. naturgemäß nicht sämtlich addiert werden, um den in Gl. (4) für  $\Delta h$  einzusetzenden Wert zu erhalten, da sie an verschiedenen Stellen auftreten. Ebensowenig darf man aber außer acht lassen, daß die Ablösungserscheinung sich verstärkt, wenn gleichzeitig an benachbarten Stellen starke Drucksenkungen vorhanden sind. Beispielsweise kann die für sich allein weniger bedenkliche Drucksenkung  $\Delta h'''$  nach  $b$ ,  $\beta$  an der Stelle  $A$  (Abb. 171) voll zur Wirkung kommen, wenn dicht hinter  $A$  die weitere Drucksenke  $\Delta h'$  infolge des Schaufeldruckes nach Gl. (5) bis (9) auftritt oder sich eine Einlaufkrümmung mit der Drucksenke  $\Delta h''$  nach Gl. (12) über den Vorgang

<sup>1</sup> Vgl. auch Escher Wyss Mitt. 1931 Heft 2/3 S. 69.

lagert. Es bedarf deshalb in jedem Einzelfall sorgfältiger Überlegung, um den maßgebenden Wert von  $\Delta h$  zu erhalten. In manchen Fällen ist es richtig, zu setzen

$$\Delta h = \Delta h' + \Delta h'' \quad (14)$$

und gleichzeitig den Betrag  $\Delta h'''$ , der ebenfalls in diese Zone hineinfällt, ins Auge zu fassen, indem man daneben noch die Summe  $\Delta h = \Delta h'' + \Delta h'''$  bildet unter Berücksichtigung, daß  $\Delta h'''$  aus Gl. (13) sich zu reichlich ergibt. Die Bildung der letzten Summe ist um so wichtiger, je schnellläufiger das betreffende Rad ist, weil dann die relative Eintrittsgeschwindigkeit sich vergrößert.

Alle vorstehend bestimmten Drucksenkungen wachsen mit zunehmender Geschwindigkeit, also zunehmender Wasserlieferung rasch an. Das Abfallen der Drosselkurven bei großen Wassermengen ist also durch Kavitation an einer oder mehreren der erwähnten Stellen bedingt. Aus der gleichen Überlegung erklärt sich, warum mit zunehmender Drehzahl der Pumpe der Wirkungsgrad nur bis zu einer gewissen Grenze steigt, um dann wieder abzunehmen (Eierkurven).

### 79. Maßnahmen zur Vermeidung der Kavitation bzw. zur Erzielung großer Saughöhen.

Aus Gl. (4) ergibt sich, daß die Saugfähigkeit einer gegebenen Pumpe durch folgende Maßnahmen gesteigert werden kann.

a) **Maßnahmen außerhalb der Pumpe.**  $\alpha$ ) Aufstellung an einem tiefgelegenen Ort, weil dort der Atmosphärendruck  $A$  hoch ist. Dieser schwankt zeitlich um  $\pm 5\%$  der folgenden mittleren Werte:

|                      |      |     |      |                   |
|----------------------|------|-----|------|-------------------|
| Höhe über dem Meer   | 0    | 500 | 1000 | 2000 m            |
| Atmosphärendruck $A$ | 10,3 | 9,7 | 9,2  | 8,1 m Wassersäule |

Für die Berechnung maßgebend ist der um 5% verminderte Wert. Er ändert sich bei anderen Flüssigkeiten proportional dem spezifischen Gewicht.

$\beta$ ) Verwendung möglichst kalten Wassers, weil gemäß der Dampftafel (Abschn. 2) der Wert  $H_t$  groß wird. Um ein Bild über den Einfluß der Wassertemperatur zu erhalten, ist in Abb. 173 der Verlauf der größtmöglichen manometrischen Saughöhe, bezogen auf das Niveau des höchsten Punktes  $B$  des Radeinlaufs (Abb. 166), d. h. des Ausdrucks<sup>1</sup>  $e'_{s, \max} + H_{sw} + c_e^2/2g = A - H_t - \Delta h$ , wo  $c_e$  die Geschwindigkeit an der Meßstelle und  $H_{sw}$  der Widerstand der Saugleitung bis zur Meßstelle sein soll, in Abhängigkeit der Wassertemperatur dargestellt. Dabei ist ein mittlerer Atmosphärendruck von 10 m, also  $A = 9,5$  m,  $\Delta h = 3$  m, angenommen. Bei  $89^\circ \text{C}$  ist also am Saugstutzen ein Unterdruck gegenüber dem Druck über dem Saugwasserspiegel nicht mehr möglich.

Ist die Wassertemperatur größer als die Siedetemperatur bei dem vorliegenden Barometerstand, d. h. handelt es sich um die Förderung von Heißwasser

<sup>1</sup> Strenggenommen ist in diesem Ausdruck noch der Wert  $H'_{sw} - H_{sw} + (c_1^2 - c_e^2)/2g$  in Abzug zu bringen, weil das Vakuummeter die Druckabnahme von der Meßstelle bis zum Radeinlauf nicht mit mißt.

(wie bisweilen bei der Kesselspeisung), so herrscht über dem Saugwasserspiegel der Verdampfungsdruck  $H_v$ , d. h. der kleinstmögliche Druck. In Gl. (4) ist also  $A = H_v$ , so daß

$$e'_{s \max} = -H_{s w} - \frac{c_1^2}{2g} - \Delta h. \quad (15)$$

Alle Glieder der rechten Seite sind jetzt negativ. Die Saughöhe geht also über in die Zulaufhöhe

$$(-e'_s)_{\min} = H_{s w} + \frac{c_1^2}{2g} + \Delta h, \quad (15a)$$

die offenbar von der Temperatur unabhängig ist und mindestens gleich der Summe der Strömungswiderstände in der Saugleitung zuzüglich der Geschwindigkeitshöhe am Radeinlauf und der zusätzlichen Drucksenkung  $\Delta h$  sein muß.

Gl. (15) und (15a) gelten auch für Kondensatpumpen, die aus dem Oberflächenkondensator von Dampfturbinen saugen.

Da bei diesen Heißwasser- oder Kondensatpumpen über dem Saugwasserspiegel der kleinstmögliche Druck herrscht, so ist es üblich und zweckmäßig, den Saugstutzen der Pumpe durch eine Entdampfungsleitung mit dem Raum über dem Saugwasserspiegel zu verbinden, damit der am Einlauf gebildete Dampf entweichen kann. Neuerdings sucht man die Loslösung durch Zuführung kalten Wassers nach den Stellen kleinsten Drucks im Rad zu verhindern<sup>1</sup>. Die Flüssigkeitwärme bildet bei heißem Wasser einen wesentlich größeren Wärmevorrat als bei kaltem Wasser. Andererseits wird aber die Verdampfungswärme mit zunehmendem Druck kleiner. Da es sich ferner um große Stufenförderhöhen handelt, so

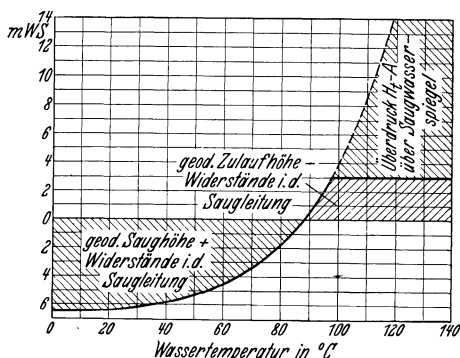


Abb. 173. Höchstzulässige manometrische Saughöhe bzw. mindestens notwendige manometrische Zulaufhöhe bei verschiedenen Wassertemperaturen.

ist die erhöhte Kavitationsempfindlichkeit der Heißwasserpumpe, ebenso ihr kleinerer volumetrischer Wirkungsgrad verständlich.

$\gamma$ ) Geringhaltung der Strömungswiderstände und Dichtigkeit der Saugleitung, also große lichte Weite, möglichst geringe Länge, Vermeidung scharfer Krümmungen, die vor allem nicht in verschiedenen Ebenen liegen sollen. Für die Bemessung wird eine Wassergeschwindigkeit von 1 bis 2 m/s zugrunde gelegt, so daß der Querschnitt der Saugleitung sich beim Übergang auf den Saugstutzen der Pumpe auf die Hälfte verengt. Eine kurze, senkrecht hochsteigende Leitung ist am vorteilhaftesten. Ist eine solche infolge der örtlichen Verhältnisse ausgeschlossen, so ist die Saugleitung gegen die Pumpe ansteigend, mit mindestens 2 cm auf 1 m Länge, zu verlegen, damit sich keine Luftsäcke bilden können, die den Querschnitt verengen und zum Abschnappen der Pumpe führen können. Ist es nicht zu vermeiden, daß die Saugleitung über einen hochgelegenen Punkt geführt wird, so ist an der höchsten Stelle eine Entlüftungseinrichtung (beispielsweise eine Strahlluftpumpe) anzuschließen. Waagrecht liegende, konische Übergangsrohre (Abb. 174) sind stets so auszuführen, daß die

<sup>1</sup> DRP. 518178 von Klein, Schanzlin & Becker, vgl. ferner Arch. Wärmewirtsch. 1931 Heft 10 S. 299.

oberste Linie dieser Rohre waagrecht liegt. Um das Eindringen von Luft infolge von Undichtheiten zu verhindern, sollte die Saugleitung vor dem Anschluß an die Pumpe durch Wasserdruck auf ihr Dichthalten geprüft werden. Wird sie in den Boden verlegt, so sind keine Flanschen, sondern Muffenverbindungen anzuwenden.

Bei großen Saugrohrdurchmessern muß die Anordnung und Ausbildung der Saugöffnung im Saugschacht und des Saugschachtes selbst so erfolgen, daß keine kreisende Bewegung des zum Saugrohr strömenden Wassers eintritt.

δ) Durch Vorschalten einer Zubringerpumpe<sup>1</sup>, die möglichst tief angeordnet wird und mit kleiner Drehzahl arbeitet. Eine besonders bei kleinen Anlagen häufig angewandte Ausführungsart stellt die Tiefsaugevorrichtung dar, die in Form einer vom Druckwasser der Hauptpumpe betriebenen Strahlpumpe am Fuß der Saugleitung angebracht wird (Abb. 174a).

b) Maßnahmen an der Pumpe selbst. Diese brauchen sich bei mehrstufigen Pumpen nur auf die erste Stufe zu erstrecken.

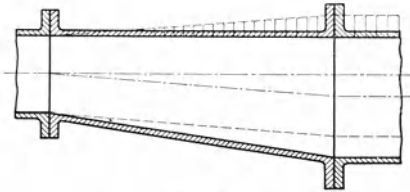


Abb. 174.  
Vermeidung von Luftsäcken in der Saugleitung.

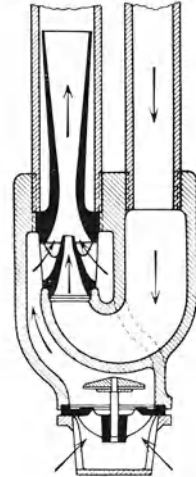


Abb. 174 a. Tiefsaugevorrichtung mit Fußventil (Ernst Vogel, Stockerau bei Wien).

α) Kleine relative Eintrittsgeschwindigkeiten ins Laufrad [Gl. (13)]. Radialpumpen saugen somit bei gleicher Leistung besser als Pumpen mit axialem Einlauf und kleinem  $D_2/D_1$  oder gar Axialpumpen, bei denen  $D_2/D_1 = 1$ . Die Bedingung läuft also auf die Anwendung einer möglichst kleinen spezifischen Drehzahl hinaus. Günstig ist ferner das Vorziehen der Eintrittskante in den axialen Saugelauf ohne gleichzeitige Verkleinerung des Raddurchmessers  $D_2$ , weil dadurch auch die Schaufelbelastung verringert wird.

β) Abrundung der Schaufelspitze in Verbindung mit einem großen Verhältnis  $l_1/s_1$  der Verjüngungslänge  $l_1$  am Schaufeleintritt zu  $s_1$  und einer möglichst kleinen Schaufeldicke  $s_1$  (Abb. 171).

γ) Kleine Schaufelbelastung, also neben der bereits erwähnten Vergrößerung der tragenden Schaufellänge durch große Verhältnisse  $D_2/D_1$  und durch Vorziehen der Eintrittskante in den axialen Radelauf, insbesondere:

<sup>1</sup> Z. ges. Turbinenwes. 1911 S. 140.

Kleine Förderhöhe für das einzelne Rad, also große Stufenzahl, die aber nur durch Verkleinerung der Drehzahl, nicht des Rad-durchmessers, erreicht werden darf. Bei mehrstufigen Pumpen wird bisweilen die Ausbildung der ersten Stufe für eine geringe Förderhöhe als zweckmäßig erachtet. Diese Maßnahme ist aber mit Vorsicht anzuwenden, weil die Drehzahl beibehalten werden muß, und damit das erste Rad automatisch zum kavitationsempfindlichen Schnellläufer wird.

Wirkungsschwacher Schaufelanfang (vgl. Abschn. 34).

Große Eintrittsbreite  $b_1$  des Laufrads<sup>1</sup>, also kleine Meridiangeschwindigkeit  $c_{0m}$ .

Abnormal große Schaufelzahlen bringen eine Verschlechterung wegen der Verengung des Schaufeleintritts<sup>2</sup>.

δ) Vermeidung starker Richtungsänderungen vor dem Rad-einlauf durch sorgfältige Ausbildung der Zuführungskanäle im Gehäuse oder Einbau eines Eintrittsleitrads als Gleichrichter.

ε) Glatte Wände und hydraulisch günstige Querschnitte.

φ) Äußere Radwand nur bei kleinen Saughöhen weglassen.

Man hat auch schon versucht, Hohlraumbildung auf der Saugseite der Schaufel durch Schlitze am Schaufeleinlauf (Spaltflügel<sup>3</sup>) zu vermeiden, jedoch ohne Erfolg.

Wird zusätzliche Luft in die Saugleitung eingeführt, so ist bei einer im Kavitationszustand befindlichen Pumpe eine Schwächung der Erschütterungen zu erwarten, bei etwas verringerter Fördermenge<sup>4</sup>. Die Zusatzluft hat man auch schon durch Zuführungskanäle in den Lauf-schaufeln unmittelbar an die Kavitationsstellen herangeführt und Erfolg erzielt.

### 80. Ähnlichkeitsregeln für Kavitation.

Mit Rücksicht auf die großen Schwierigkeiten, die einer sicheren Vorausberechnung der Kavitation entgegenstehen, hat man das Bedürfnis, die durch den Versuch gewonnenen Erfahrungen genügend sicher auf andere Betriebsverhältnisse zu übertragen. Die für die Kavitation maßgebende Drucksenkung  $\Delta h$  der Gl. (4) ist, wie in Abschn. 78 gezeigt wurde, bei ähnlichen Ausführungen der theoretischen Förderhöhe  $H_{th}$  oder dem Quadrat der Geschwindigkeiten, also stets der Förderhöhe  $H$ , proportional. Hat man nun durch die Erfahrung den Wert

$$\Delta h = A - H_t - \left( H'_{sw} + \frac{c_1^2}{2g} + e'_{s\max} \right) = A - H_t - H_s,$$

wo  $H_s$  die manometrische Saughöhe, bezogen auf den höchsten Punkt des Einlaufs, bedeutet, ermittelt, so ist damit nach Thoma<sup>5</sup> ein bestimmtes Verhältnis

$$\sigma = \frac{A - H_t - H_s}{H} \quad (16)$$

<sup>1</sup> Vgl. Flügel: Hydraulische Probleme, S. 154, wo die Zuschläge übrigens zu reichlich angegeben sind.

<sup>2</sup> Vgl. die in Fußbem. 1 S. 348 angegebene Arbeit von Theunissen.

<sup>3</sup> DRP. 443 163.

<sup>4</sup> Miyagi, O.: Technol. Rep. Tōhoku Univ. Bd. 9 Nr. 2 (1930) S. 290.

<sup>5</sup> Z. VDI 1925 S. 332.



festgelegt, bei dessen Unterschreitung der vorhandene „Haltedruck“  $A - H_t - H_s$  zur Bestreitung der Drucksenkung  $\Delta h$  nicht mehr ausreicht. Man kann die so ermittelte Zahl  $\sigma$  dazu benutzen, um für eine gegebene Saughöhe  $H_s$  entweder die größtmögliche Förderhöhe  $H$  oder für eine gegebene Förderhöhe  $H$  die größtmögliche Saughöhe  $H_s$  zu ermitteln. Bei Heißwasserpumpen kommt die Höhe der Temperatur in der Dampfspannung  $H_t$  zum Ausdruck.

Ein bestimmter Wert  $\sigma$  der Gl. (16) gilt aber offenbar nur für modellähnliche Ausführungen oder für eine bestimmte spezifische Drehzahl  $n_s$ , wird also eine Funktion der spezifischen Drehzahl sein und mit wachsender Schnellläufigkeit zunehmen.

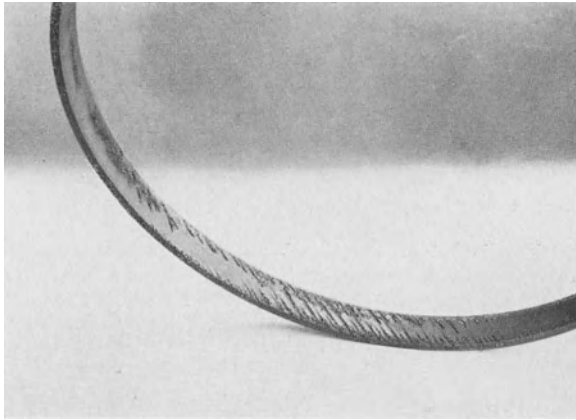


Abb. 175. Verschleißring  $A$  der Pumpe, Abb. 170a.

Man kann dieser Veränderlichkeit innerhalb gewisser Grenzen Rechnung tragen bei Benutzung des Flügelschen<sup>1</sup> Ausdruckes

$$\sigma_1 = \frac{A - H_t - H_s}{\frac{w_1^2}{2g}}, \quad (17)$$

der aber voraussetzt, daß das Rad bereits durchgerechnet ist. Systematische Versuche über die Größe der Kennziffern  $\sigma$  und ihre Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl liegen für Pumpen noch nicht vor.

### 80a. Typische Beispiele von Anfressungen verschiedener Herkunft.

Im allgemeinen ist es recht schwierig, aus den beobachteten Anfressungen den Ablösungsvorgang abzuleiten. Auch muß im Auge behalten werden, daß nicht immer Kavitation die Ursache ist.

Abb. 175 gibt ein Stück des Verschleißrings  $A$  (Abb. 170a) einer Kühlwasserpumpe wieder, der auf eine Länge gleich der Breite des Einlaufkanals von dem aus dem Druckraum durch den Spalt tretenden Wasser angefressen ist. Die dort

<sup>1</sup> Hydraulische Probleme, herausgeg. vom VDI 1925 S. 164.

vorhandene scharfe Richtungsänderung um  $180^\circ$  hat also zur Loslösung vor dem Rad geführt und der Hohlraum hat sich in den Spalt hinein fortgepflanzt. Die parallele Richtung der Narben läßt keinen Zweifel daran aufkommen, daß

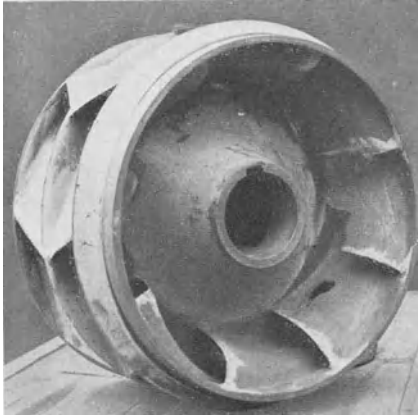


Abb. 176. Laufrad der Pumpe, Abb. 170a.

Kavitation die Ursache gewesen ist. Das zugehörige Rad, das zu einer Mehrstrompumpe gehört, ist in Abb. 176 wiedergegeben. Die Beschädigungen der Schaufeln begannen auf der Druckseite der Schaufeln und führten nach einem Betrieb von wenigen Tagen wie ersichtlich zur Bildung von Löchern und zum Wegschlagen der Schaufelansätze. Es ist zunächst schwer sich vorzustellen, wie die Anfrassungen auf der Druckseite entstanden sein können, da dort die normale Strömung niemals Stellen kleinsten Druckes aufweisen kann. Die Erklärung liegt darin, daß die Ablösung vor dem Rad begonnen hat und das Zusammentreffen der Strömung mit den Schaufeln naturgemäß auf der Druckseite der Schaufel einen größeren Schlag bedingt als auf der Saugseite.

Abb. 177 zeigt die beiden aufeinandergelegten Teile des nach einer Ebene senkrecht zur Achse auseinandergeschnittenen bronzenen Laufrades der ersten Stufe einer großen Wasserwerkspumpe. Die durch Kreidestriche hervorgehobenen Beschädigungen des unteren Teils beginnen ebenfalls auf der Druckseite der Schaufeln, da die Ablösung wie im vorigen Fall vor dem Rad entstanden war.



Abb. 177. Die beiden aufeinandergesetzten Hälften eines auseinandergeschnittenen Laufrades.

Die Kavitation war so stark, daß nach 20stündigem Betrieb wieder einzelne Schaufelanfänge weggeschlagen waren, beispielsweise an der zwischen den beiden Kreuzen liegenden Schaufel des oberen Teils. Die Anstände konnten durch Einbau von Eintrittsleitschaufeln und Übergang auf die doppelt gekrümmte Schaufel vollkommen beseitigt werden. Es ist weiter bemerkenswert, daß in dem Kanal, der vor der durch die beiden Kreuze gekennzeichneten gebrochenen Schaufel liegt, die Anfressungen nach eingetretener Verkürzung der Schaufel von der Schaufel weg nach der Mitte der Seitenwand (Stelle *B*) rückten, also dort auftraten, wo der relative Kanalwirbel nach Abb. 72 sein Zentrum besitzt.

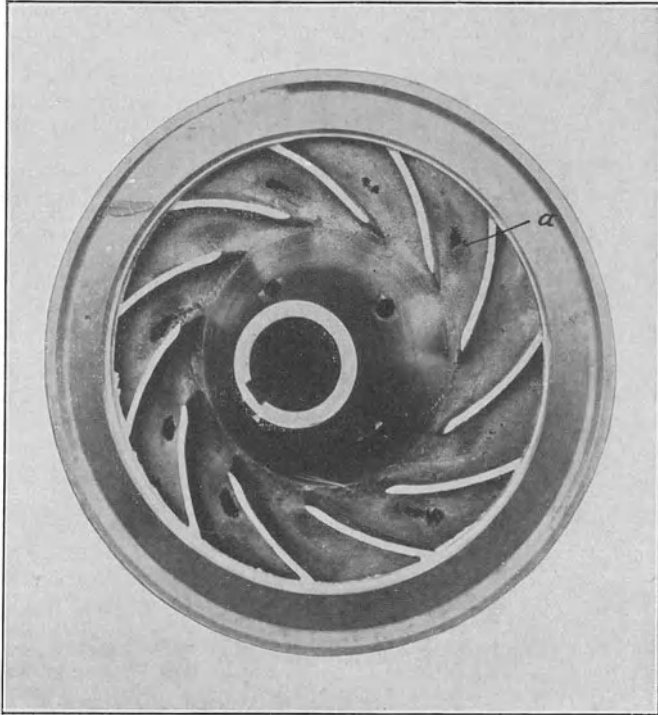


Abb. 177a. Anfressungen in einem Laufwerk bei gashaltigem Wasser.

Eine große Ähnlichkeit mit der reinen Kavitation haben die Vorgänge, bei denen die Zerstörungen durch hohen Gasgehalt des Wassers entstanden bzw. stark gefördert worden sind, da die Gasausscheidung ebenfalls an Unterdruck gebunden ist. Infolgedessen ist auch hier die erste Stufe am meisten gefährdet. Nur brauchen die Drucksenkungen nicht so stark zu sein wie bei reiner Kavitation. Auch dürften je nach der Art der gelösten Gase die chemischen Vorgänge stärker hervortreten. Das Laufwerk der Abb. 177a<sup>1</sup> erhielt die ersichtlichen Anfressungen nach dreiwöchigem Betrieb in gashaltigem Wasser. Die Beschädigungen haben die gleiche charakteristische Lage, die am Schluß des letzten Beispiels erwähnt wurde. Ein wirksames Mittel zur Ausschaltung des schädlichen Einflusses der Gase bildet die Anordnung eines Windkessels dicht vor der Pumpe, wobei die

<sup>1</sup> Vgl. Koneczny u. Oesch: Z. ges. Turbinenwes. 1914 S. 199, woraus auch Abb. 177b entnommen ist.

Gase zur Ausscheidung durch Verwendung geringer Geschwindigkeit in Verbindung mit einer Richtungsänderung gezwungen werden. Ihre Entfernung aus dem Windkessel erfolgt durch eine Strahlpumpe, die mit dem Druckwasser der Pumpe betrieben werden kann.

Eine weitere wichtige Rolle spielen elektrolytische Wirkungen, und zwar hauptsächlich bei Förderung von säure- oder salzhaltigem Wasser. Alle Metalle lassen sich in die sog. Spannungsreihe einordnen, wobei der Spannungsunterschied zwischen zwei Metallen um so größer ist, je weiter sie in der Reihe auseinanderliegen. Diese Reihe lautet für die wichtigsten in Betracht kommenden Metalle: Silber, Kupfer, Zinn, Blei, Nickel, Eisen, Zink, Aluminium, Magnesium.

Sind die beiden Metalle mit der als Elektrolyt wirkenden Förderflüssigkeit in Berührung und unter sich leitend verbunden, so fließt in der Flüssigkeit vom unedleren zum edleren Metall ein Strom, wobei das unedlere Metall chemisch aufgelöst wird.

Wie beispielsweise Gußeisen gegenüber Bronze sich verhält, zeigt Abb. 177b. Die Leitschaufeln aus Phosphorbronze sind mit dem Ring  $r$  aus einem Stück gegossen (Abb. 177b, untere Hälfte) und liegen an der gußeisernen Wand  $w$  an. Nach kurzem Betrieb waren an der Wand die aus der unteren Hälfte der Abbildung ersichtlichen Vertiefungen  $s$  genau in der Form der Leitschaufeln vorhanden, wobei die Vertiefungen scharfe Kanten und glatte Flächen hatten. Die Tiefe war ungefähr so groß wie die Höhe der Schaufeln, so daß der Ring  $r$  sich bis zur Wand  $w$  verschoben hatte. Die obere Hälfte der Abbildung zeigt, daß die Behebung des Übelstandes durch Zwischenschalten des Ringes  $w$  aus gleichem Material wie die Schaufeln erfolgte.

Die Spannung wächst ferner mit der Geschwindigkeit des an den Elektroden vorbeistreichenden Elektrolyts, wodurch erklärlich wird, warum Anfressungen dieser Art gerade am Leitradeneintritt stark in die Erscheinung treten. Abb. 177c gibt die bronzene Deckscheibe eines Leitapparates wieder, bei der am Leitradeneintritt die Anfressungen am größten sind. Daß elektrolytische Wirkungen hierbei maßgebend waren, geht daraus hervor, daß die Leitschaufeln selbst nicht angegriffen sind und sich auf dem Deckring ähnlich wie bei Abb. 177b in Form von Vertiefungen abzeichnen. In solchen Fällen sind wahrscheinlich auch rein chemische und mechanische Wirkungen der Gasausscheidungen mit im Spiele, deren Einfluß an Stellen größter Geschwindigkeit ebenfalls am größten ist.

Die Entstehung elektrischer Ströme kann verhindert werden dadurch, daß man gleiches Material für die benachbarten Teile verwendet. Bei Legierungen muß hierbei, wie die Erfahrung zeigt, auch auf die Gleichheit der Zusammensetzung geachtet werden. Da diese häufig nicht bekannt ist, so kann man durch den Versuch sich über die Möglichkeit der Entstehung elektrischer Ströme im einzelnen Falle vergewissern, indem man sich von den verschiedenen in der Pumpe

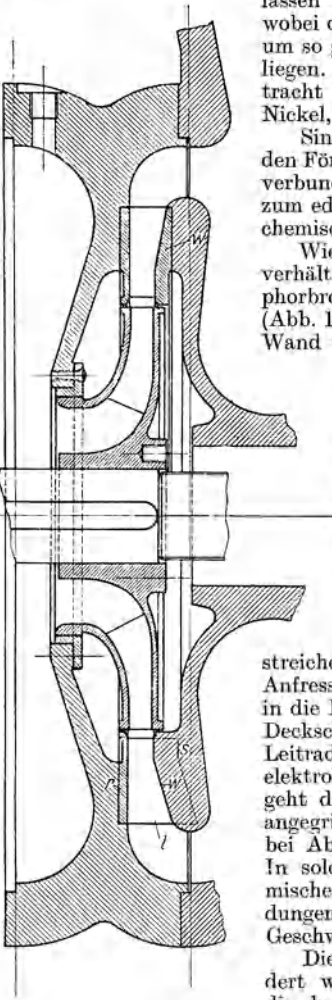


Abb. 177b. Anfressungen bei säure- oder salzhaltigen Wässern infolge elektrolytischer Erscheinungen. Die Vertiefungen  $s$  haben die Höhe der Leitschaufeln.

verwendeten Materialien Elektroden anfertigt und die Spannung mißt, die sich in dem als Elektrolyt benutzten Förderwasser ergibt. Hierbei kann auch festgestellt werden, welches von beiden Materialien angegriffen wird.

Zu erwähnen ist noch die neuerdings festgestellte Erscheinung<sup>1</sup>, daß ein elektrischer Potentialunterschied entsteht, wenn an einer Stelle einer Strömung laminarer und an einer anderen turbulenter Charakter herrscht. Diese Beobachtung



Abb. 177c.

ist vielleicht für die Erklärung der zu Abb. 177 und 177a besprochenen Tatsache wichtig, warum im Laufkanal häufig die Anfressungen dort auftreten, wo gemäß Abb. 72 der relative Kanalwirbel eine Stauung der Strömung bewirkt.

## K. Modellgesetze.

### 81. Die spezifische Drehzahl.

Da die in Abschn. 74 entwickelten Radformen sich aus der verlangten Drehzahl ergeben und sich durch ihre Schnellläufigkeit unterscheiden, so führt man zu ihrer genaueren Kennzeichnung den Begriff „spezifische Drehzahl“ ein, der bei den Wasserturbinen schon längst im Gebrauch ist. Unter der spezifischen Drehzahl  $n_s$  versteht man<sup>2</sup> die Drehzahl einer der ausgeführten Pumpe in allen Teilen geometrisch ähnlichen Pumpe, die so bemessen ist, daß sie bei der Förderhöhe von 1 m die Nutzleistung von 1 PS, also die Fördermenge 75 kg/s ergibt. Dabei wird angenommen, daß der hydraulische Wirkungsgrad von geometrisch ähnlichen Pumpen bei stoßfreiem Eintritt stets der gleiche ist, auch wenn Förderhöhe, Wassermenge und Drehzahl beliebig verschieden sind. Man kann sich die Vergleichspumpe auf folgende Weise entstanden denken.

Die wirkliche Pumpe hat nach dem Affinitätsgesetz (vgl. Abschn. 61) bei 1 m Förderhöhe die Drehzahl  $n_1 = n/\sqrt{H}$  und die Wassermenge  $Q_1 = Q/\sqrt{H}$ . Wir lassen jetzt das Laufrad unter gleichzeitiger Änderung seiner Drehzahl alle seine Abmessungen im gleichen Verhältnis so ändern, daß die Förderhöhe 1 m bestehen bleibt, aber die Nutzleistung gleich 1 PS, also die Wassermenge gleich 0,075 m<sup>3</sup>/s wird. Die Geschwindig-

<sup>1</sup> Auerbach: AEG-Mschr. „Das Kraftwerk“, Januar 1931 S. 15 (Beilage der AEG-Mitt.).

<sup>2</sup> Vgl. Camerer: Z. ges. Turbinenwes. 1915 S. 217.

keiten am äußeren und inneren Umfang müssen hierbei offenbar gleichbleiben, weil die Förderhöhe bestehen bleibt. Also muß auch die Einlaufgeschwindigkeit  $c_s$  gleichbleiben. Dies ist nur möglich, wenn das Quadrat des Durchmessers  $D_s$  und demnach auch aller Längenabmessungen im Verhältnis  $0,075/Q_1$  vergrößert, also die Drehzahl im Verhältnis  $\sqrt{Q_1/0,075}$  geändert wird. Die sich so ergebende spezifische Drehzahl ist also

$$n_s = n_1 \sqrt{\frac{Q_1}{0,075}} = \frac{n}{\sqrt{H}} \sqrt{\frac{1000Q}{\sqrt{H} \cdot 75}} \quad (1)$$

oder

$$n_s = 3,65 \frac{n\sqrt{Q}}{H^{\frac{3}{4}}} \quad (2)$$

In den zweiten Ausdruck von Gl. (1) läßt sich auch die Nutzleistung  $N_n = 1000 QH/75$  einführen, womit

$$n_s = \frac{n\sqrt{N_n}}{H^{\frac{3}{4}}}, \quad (3)$$

welcher Ausdruck im Turbinenbau gebräuchlich ist.

Mittels des Begriffes der spezifischen Drehzahl kann man, genau so wie bei den Wasserturbinen, Schnellläufer, Normal- und Langsamläufer unterscheiden, falls bestimmte Grenzwerte festgelegt werden. Je größer die Wassermenge und je kleiner die Förderhöhe ist, um so größer ist nach Gl. (2) bei gegebener Drehzahl die Schnellläufigkeit. Man verschafft sich einen Überblick über die möglichen Maßnahmen zur Beeinflussung der Schnellläufigkeit, wenn man (unter Vernachlässigung der endlichen Schaufeldicke) setzt:

$$Q = \pi D_1 b_1 u_1 \operatorname{tg} \beta_1,$$

$$H = \eta_h H_{\text{th}} = \eta_h \frac{u_2 c_3 u}{g} = \eta_h \frac{u_2 (u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2)}{g(1+p)}$$

und in diesen beiden Gleichungen einführt

$$c_{2m} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2} = \frac{D_1}{D_2} \frac{b_1}{b_2} u_1 \operatorname{tg} \beta_1, \quad u_2 = \frac{\pi D_2 n}{60}, \quad u_1 = \frac{\pi D_1 n}{60}.$$

Dann gibt Gl. (2)

$$n_s = 3,65 \frac{60}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{g}{\eta_h} \right)^{\frac{3}{4}} \frac{D_1}{D_2} \sqrt{\frac{b_1}{D_2} \operatorname{tg} \beta_1 (1+p)^{\frac{3}{4}}} \cdot \quad (4)$$

$$\left[ 1 - \left( \frac{D_1}{D_2} \right)^2 \frac{b_1}{b_2} \frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2} \right]^{\frac{3}{4}}.$$

In dieser Gleichung erscheinen nur die Verhältniswerte fester Radabmessungen.  $n_s$  besitzt also für alle Drehzahlen und Größen eines bestimmten Modells den gleichen Wert, wie verlangt werden muß.

Die Schnellläufigkeit ist nach Gl. (4) um so größer

1. je größer  $D_1/D_2$  und  $b_1/D_2$ . Hiernach wird die Schnellläufigkeit beim Übergang der Radform *I* auf die Radform *III* (Abb. 178) erhöht. Die Steigerung ist um so größer, je größer der Schaufelwinkel  $\beta_1$  am Eintritt, also je größer die Einlaufgeschwindigkeit  $c_1$  oder  $c_s$ , und zwar muß  $c_s$  mit zunehmender spezifischer Drehzahl wachsen. Die letztere

Maßnahme zeigt, daß große Schnellläufigkeit unter Umständen die Saugfähigkeit beeinträchtigt. In Abb. 178 sind  $Q$  und  $H$  gleichbleibend angenommen, so daß auch  $D_s$  bzw.  $D_1$  bei den Radformen I bis III unverändert geblieben sind. Die größte Schnellläufigkeit liefert offenbar das Axialrad, bei dem  $D_1/D_2 = 1$  (Abschn. 93ff.);

2. je kleiner der Schaufelwinkel  $\beta_2$  am Austritt ist, also je stärker die Schaufeln nach rückwärts gekrümmt sind;

3. je größer  $p$ , also [nach Gl. (22) oder (25) Abschn. 42] je kleiner die Schaufelzahl und die tragende Schaufelfläche sind.

Es ist theoretisch möglich, die Drehzahl nach Belieben durch Verkleinern des Winkels  $\beta_2$  zu steigern. Für eine bestimmte Umfangsgeschwindigkeit wird die Förderhöhe um so kleiner, je näher der Schaufelverlauf an die Form der in Abschnitt 34 abgeleiteten wirkungsfreien Schaufel herankommt. Doch ist die hohe Schnellläufigkeit letzterer nur für einen bestimmten Bereich des Füllungsgrades  $Q_x/Q$  vorhanden. Nimmt die Wasserlieferung ab, so steigt der Druck entsprechend der zugehörigen Drosselkurve, so daß sich

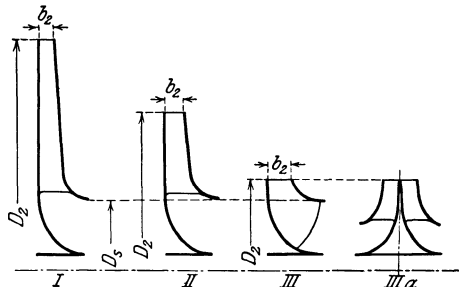


Abb. 178. Zunahme der Schnellläufigkeit von Radform I bis Radform III. Die Schnellläufigkeit ist bei III und IIIa gleich.

$n_s$  schnell verkleinert. Es muß also beachtet werden, daß die spezifische Drehzahl sich mit abnehmender Füllung  $Q_x/Q$  verkleinert. Die Verkleinerung von  $\beta_2$  bedingt gleichzeitig eine Abnahme der Schaufelzahl, so daß die Bedingungen 2 und 3 zusammenfallen. Überhaupt ist es notwendig, daß alle vorstehend angeführten Gesichtspunkte gleichzeitig beachtet werden.

Die spezifische Drehzahl kann durch Zuhilfenahme der Mehrstromanordnung beliebig vergrößert, durch Zuhilfenahme der Mehrstufenanordnung beliebig verkleinert werden. Sie bezieht sich aber jetzt nicht mehr auf das einzelne Rad, sondern die gesamte Pumpe, wobei die Vergleichspumpe stets einstufig ist. Der Rückschluß auf die Radform und den Wirkungsgrad geht dadurch allerdings verloren. Es ist deshalb zu empfehlen, die Zahl  $n_s$  möglichst nur für das einzelne Rad zu verwenden.

Die Anwendbarkeit des Begriffes der spezifischen Drehzahl wird im Pumpenbau beeinträchtigt durch die Rücksicht auf die Saugfähigkeit, und zwar viel stärker als bei Wasserturbinen. Da nämlich mit zunehmender Förderhöhe die Einlaufgeschwindigkeit nicht entsprechend wachsen<sup>1</sup> kann, so muß  $n_s$  bei der gleichen äußeren Radform mit zunehmendem  $H$  abnehmen.

Die Schnellläufigkeit der Kreiselpumpe ist im letzten Jahrzehnt fortlaufend gesteigert worden, weil immer größer werdende Liefermengen in einer Maschine bewältigt werden. Im Falle des Drehstromantriebes kommt noch hinzu, daß ein guter Leistungsfaktor ohne sehr kleine Luftzwischenräume zwischen Stator und Rotor bei hohen Drehzahlen leichter erzielbar ist, als bei niederen Drehzahlen. Die obere Grenze der Schnellläufigkeit ist nach Abschn. 78 und 79 durch die Rücksicht auf Kavitation gegeben, deren Auftreten sich infolge der gekennzeichneten Entwicklung in den letzten Jahren stark gehäuft hat, so daß heute vielfach ein Ausweg in der Verwendung der Zahnradübersetzung gesucht wird.

Dimensionsloser Ausdruck für die Schnellläufigkeit. Der in Gl. (2) oder (3) dargestellte Ausdruck für die spezifische Drehzahl hat den Nachteil, daß er nicht dimensionsfrei ist. Es ergeben sich deshalb für Länder mit ver-

<sup>1</sup> Aus dem gleichen Grunde konnten sich bis jetzt auch die dimensionslosen Geschwindigkeiten nicht einbürgern. (Fußbem. 1 S. 82.)

schiedenem Maßsystem verschiedene Werte für  $n_s$ . Beispielsweise besteht zwischen den spezifischen Drehzahlen  $n_s$  nach metrischen und nach Fußpfund-Maßen die Beziehung

$$\left. \begin{aligned} n_s (\text{metrisch}) &= 4,45 n_s (\text{Fußpfund-Syst.})^1, \\ n_s (\text{Fußpfund-Syst.}) &= 0,225 n_s (\text{metrisch}). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Die in Gl. (2) und (3) vertretenen Maße sind außerdem insofern uneinheitlich als die Drehzahl auf die Minute, die Leistung aber auf die Sekunde bezogen ist. Deshalb ist von D. Thoma<sup>2</sup> eine dimensionslose spezifische Winkelgeschwindigkeit vorgeschlagen worden. Hierunter versteht er die Winkelgeschwindigkeit einer Pumpe, die bei der Förderhöhe 1 mit einer Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht 1 im Schwerfeld von der Erdbeschleunigung 1, die Nutzarbeit 1 in der Zeit 1 abgibt. In entsprechender Weise wie Gl. (2) und (3) entstehen dann die Ausdrücke

$$\omega_s = \omega \frac{\sqrt[3]{Q}}{(gH)^{\frac{3}{2}}} = \omega \frac{\sqrt[3]{A_n}}{H^{\frac{3}{2}} g^{\frac{3}{2}} \gamma^{\frac{1}{2}}}, \quad (8)$$

worin

- $\omega$  ( $= \pi n/30$ ) die Winkelgeschwindigkeit der Pumpe,
- $A_n$  ( $= 75 N_n$ ) ihre Nutzleistung (in mkg/s),
- $g$  ( $= 9,81 \text{ m/s}^2$ ) die Erdbeschleunigung,
- $\gamma$  das Gewicht der Raumeinheit (in  $\text{kg/m}^3$ ).

Die in Klammer gesetzten Werte beziehen sich auf das Maßsystem m, kg, s. Für andere Maßsysteme oder Definitionen treten die entsprechenden Zahlenwerte, ohne daß  $\omega_s$  sich ändert. Für  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$  und  $\gamma = 1000 \text{ kg/m}^3$  gibt die Ausrechnung nach Thoma folgende Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} n_s (\text{metrisch}) &= 193,3 \omega_s, \\ n_s (\text{Fußpfund-Maß}) &= 43,47 \omega_s. \end{aligned} \right\} \quad (8a)$$

## 82. Umrechnungsregeln bei Modellähnlichkeit.

Wird ein bestimmtes Rad in allen Teilen genau geometrisch ähnlich vergrößert oder verkleinert, so hat das neue Rad entsprechend veränderte Leistung, aber offenbar ähnliche hydraulische Eigenschaften. Die Erfahrung zeigt, daß es zur Vermeidung von Fehlschlagen zweckmäßig ist, eine Großausführung vorher an einem kleinen Modell zu erproben. Außerdem hat man das Bedürfnis, die an einer Maschine gewonnenen Erkenntnisse genügend sicher auf die entsprechend größere oder kleinere Ausführung zu übertragen. Die vollständige Ähnlichkeit der äußeren Abmessungen genügt aber nicht. Es müssen strenggenommen auch die Oberflächenrauigkeiten geometrisch ähnlich verändert und das Reynoldssche Gesetz [Gl. (4) Abschn. 9] beachtet werden, wonach die Strömung in allen Teilen nur dann ähnlich bleibt, wenn der Wert  $cD_2/\nu$  der gleiche ist. Da in diesem Ausdruck an Stelle der beliebig gewählten Geschwindigkeit  $c$  auch die Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  des Rades genommen werden kann, so muß das Produkt  $u_2 D_2/\nu$  oder  $nD_2^3/\nu$  den gleichen Wert behalten. Handelt es sich um gleiche Förderflüssigkeiten von gleicher Temperatur, also gleicher kinematischer Zähigkeit  $\nu$  (Abb. 19), so kann die Anpassung nur durch Wahl der

<sup>1</sup> Im Fußpfund-System ist  $n_s$  die Drehzahl einer Pumpe, die bei der Förderhöhe von 1 Fuß die Nutzleistung von 550 Fußpfund/s, d. h. von 1 HP abgibt.

<sup>2</sup> Z. VDI 1925 S. 330; vgl. ferner M. Weber: Die spezifischen Drehzahlen und andere Kenngrößen usw. Z. Schiffbau u. Schifffahrt 1930.



Drehzahl erfolgen. Versuche an kleinen Modellen der Großausführung müssen also mit entsprechend höheren Drehzahlen betrieben werden, wenn hinsichtlich des allgemeinen Verlaufs der Kennlinien Übereinstimmung herrschen soll. Da dann der innere Wirkungsgrad sich nicht ändert, so wird auch der Gesamtwirkungsgrad in all den Fällen nahezu bestehen bleiben, in denen die mechanischen Verluste gering sind (S. 195).

Daß die Zuströmung zur Pumpe und die Abströmung von der Pumpe ähnlich sein müssen, ist wohl selbstverständlich. Insbesondere sollte das für Kavitation gültige Ähnlichkeitsgesetz Gl. (16) Abschn. 80 beachtet und bei verkleinerter Förderhöhe auch der Druck vor dem Rad entsprechend verringert oder mit heißem Wasser gearbeitet werden, damit  $\sigma$  konstant bleibt.

Da es häufig nicht möglich ist, die Bedingungen des Reynoldsschen Gesetzes streng zu erfüllen, sind Umrechnungsformeln für den Wirkungsgrad wünschenswert. Diese liegen für Kreiselpumpen noch nicht vor. Bei Wasserturbinen ist die Regel von Moody viel gebräuchlich

$$\eta = 1 - (1 - \eta_v) \left(\frac{D_v}{D}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(\frac{H_v}{H}\right)^{\frac{1}{10}}, \quad (9)$$

wo  $D$  irgendeine Hauptabmessung, beispielsweise den Raddurchmesser, bedeutet und das Fußzeichen  $v$  sich auf die Versuchsausführung bezieht. Da  $H_v/H = (n_v D_v)^2 / (n D)^2$ , so kann Gl. (9) auch geschrieben werden<sup>1</sup>

$$\eta = 1 - (1 - \eta_v) \left(\frac{D_v}{D}\right)^{0,45} \cdot \left(\frac{n_v}{n}\right)^{\frac{1}{5}}. \quad (10)$$

Die Verwendbarkeit dieser Gleichungen bei Kreiselpumpen bedarf noch der Nachprüfung. Naturgemäß muß der Kavitationszustand, d. h. die Zahl  $\sigma$ , nach Gl. (16) S. 252 gleich sein.

Die Umrechnung der Werte  $H$ ,  $Q$ ,  $N_n$  von der Versuchsauf die Hauptausführung ergibt sich ohne weiteres aus folgender Überlegung. Sieht man von der Änderung des Wirkungsgrades nach Gl. (10) ab, so ist für gleichgelegene Punkte des  $Q_x H_x$ -Diagramms (Abb. 136) die Förderhöhe proportional zum Quadrat der Umfangsgeschwindigkeit, somit auch des Produktes  $nD$ . Sie beträgt also:

$$H = H_v \left(\frac{n}{n_v}\right)^2 \left(\frac{D}{D_v}\right)^2. \quad (11)$$

Die Wassermenge ist gleich dem Produkt aus Querschnitt und Geschwindigkeit, wächst also proportional zu  $D^2 \cdot nD = nD^3$ , so daß

$$Q = Q_v \frac{n}{n_v} \left(\frac{D}{D_v}\right)^3. \quad (12)$$

Bei gleichbleibender Drehzahl wächst nach Gl. (11) und (12) die Förderhöhe mit dem Quadrat und die Liefermenge mit der dritten Potenz des Durchmessers.

<sup>1</sup> Der Aufbau der Gl. (10) entspricht dem Reynoldsschen Gesetz nicht genau. Dies wäre der Fall, wenn der Exponent 0,45 durch  $\frac{2}{5} = 0,4$  ersetzt würde. Die Abweichungen dürften durch die Rücksicht auf die Gleitflächenverluste bedingt sein.

Die Nutzleistung  $N_n$  ist dem Produkt aus  $Q$  und  $H$  proportional; also ist nach den beiden vorstehenden Gleichungen

$$N_n = N_{n_v} \left( \frac{n}{n_v} \right)^3 \left( \frac{D}{D_v} \right)^5. \quad (12a)$$

Hierin kann die Nutzleistung durch die Wellenleistung  $N = \frac{1}{\eta} N_n$  ersetzt werden.

Umgekehrt läßt sich die Größe der Hauptausführung und die erforderliche Drehzahl berechnen, wenn die Leistung, d. h.  $Q$  und  $H$ , vorgeschrieben sind. Aus Gl. (11) und (12) folgt, wenn zunächst  $n$ , dann  $D$  eliminiert wird, das lineare Vergrößerungsverhältnis

$$\lambda = \frac{D}{D_v} = \sqrt[4]{\frac{Q}{Q_v} \left( \frac{H_v}{H} \right)} \quad (13)$$

und die Drehzahl

$$n = n_v \sqrt[4]{\frac{Q_v}{Q} \left( \frac{H}{H_v} \right)} \quad (14)$$

oder, unter Benutzung der Gl. (13),

$$n = \frac{n_v}{\lambda} \sqrt[4]{\frac{H}{H_v}}. \quad (14a)$$

Gl. (14) könnte offenbar auch unmittelbar aus dem Ausdruck für die spezifische Drehzahl, d. h. Gl. (2) abgeleitet werden.

Ist bei den Modellversuchen die größtzulässige Saughöhe ermittelt und demnach auch die Zahl  $\sigma$  der Gl. (16) Abschn. 80 bekannt, so ist für die Hauptausführungen die größte manometrische Saughöhe

$$H_{s \max} = A - H_t - \sigma H, \quad (15)$$

oder, bei gegebener Saughöhe  $H_s$ , die größte Förderhöhe

$$H_{\max} = \frac{A - H_t - H_s}{\sigma}. \quad (15a)$$

Zahlenbeispiel<sup>1</sup>: Das im Beispiel III des Abschn. 45 berechnete Laufrad einer Pumpe mit Spiralgehäuse, das 1050 l/min auf 9,9 m bei 1450 U/min und einem Raddurchmesser  $D_{2v} = 210$  mm fördert, soll einer Großausführung für 10 m<sup>3</sup>/min auf 25 m zugrunde gelegt werden. Verlangt sind Radabmessungen, Drehzahl und die größte zulässige Saughöhe, wenn letztere für das kleine Rad zu 7,5 m bei der Wassertemperatur 20° C, dem Barometerstand 750 mm Q.-S. entsprechend  $A = 10,20$  m W.-S. ermittelt ist.

Das Vergrößerungsverhältnis  $\lambda$  wird nach Gl. (13)

$$\lambda = \frac{D}{D_v} = \sqrt[4]{\frac{10000}{1050} \left( \frac{9,9}{25} \right)} = 2,45$$

<sup>1</sup> Die Übernahme von Eigenschaften der Hauptausführung aus denen des Modells gestaltet sich besonders einfach bei Benutzung der logarithmischen Darstellung nach Abschn. 65b, weil die Drosselkurven, ebenso die Linien der Wellenleistung für beide Ausführungen kongruent und um leicht zu bestimmende Strecken parallel gegen einander verschoben sind. Auch die Linien der Wirkungsgrade bleiben kongruent und sind nur parallel zur Abszissenachse zu verschieben, sofern man zunächst die Änderungen nach Gl. (10) unberücksichtigt läßt. Da die Darstellung des zweiten Gliedes der Gl. (10) ebenfalls recht einfach wird, so kann auch die Umrechnung der Wirkungsgrade — etwa nomographisch — leicht geschehen.

und damit der Raddurchmesser  $D_2 = 2,45 \cdot 210 = 512$  mm, ferner nach Gl. (14a) die Drehzahl

$$n = \frac{1450}{2,45} \sqrt{\frac{25}{9,9}} = 940/\text{min}.$$

Zu  $20^\circ \text{C}$  gehört nach Abschn. 2 die Dampfspannung  $H_i = 0,24$  m, so daß  $\sigma = \frac{10,20 - 0,24 - 7,5}{9,9} = 0,247$ . Nach Gl. (15) wird also für die gleichen Werte von  $A$  und  $H_i$  die größte Saughöhe der Großausführung

$$H_{s,\text{max}} = 10,20 - 0,24 - 0,247 \cdot 25 = 3,76 \text{ m}.$$

Die Saugfähigkeit ist also wesentlich schlechter geworden.

Es kommt auch vor, daß eine bestimmte Motorleistung entsprechend den verfügbaren Größen des Motors vorzuschreiben ist und sich hier nach die Pumpenabmessungen und Drehzahl sowie die Wasserlieferung  $Q$  zu richten haben, während die Förderhöhe gegeben ist. Man benutzt dann Gl. (11) und (12a) und erhält in gleicher Weise wie oben

$$\lambda = \frac{D}{D_v} = \sqrt{\frac{N_n}{N_{nv}}} \left( \frac{H_v}{H} \right)^{\frac{3}{4}}, \quad (16)$$

$$n = n_v \sqrt{\frac{N_{nv}}{N_n}} \left( \frac{H}{H_v} \right)^{\frac{5}{4}}, \quad (17)$$

womit  $Q$  durch Gl. (12) gegeben ist. In Gl. (16) und (17) ist  $N_n = \eta N$ .

Zahlenbeispiel: Eine Schöpfwerkspumpe für eine Förderhöhe von 3 m soll die Leistung des unmittelbar gekuppelten Dieselmotors von 210 PS bei  $n = 300$  mit 95% ausnutzen. Wird der Wirkungsgrad der Pumpe geschätzt zu 80%, so ist die Nutzleistung  $N_n = 210 \cdot 0,8 \cdot 0,95 = 160$  PS<sub>n</sub>. Zur Bestimmung des Modells berechnet man zunächst die spezifische Drehzahl aus Gl. (3)

$$n_s = n \frac{\sqrt{N_n}}{H^{\frac{3}{4}}} = 300 \frac{\sqrt{160}}{3^{\frac{3}{4}}} = 955.$$

Es handelt sich also um einen Propeller (vgl. Abschn. 96). Das zugehörige Modell stehe zur Verfügung mit 915 mm Raddurchmesser für  $2,15 \text{ m}^3/\text{s}$  auf 4,25 m bei 592 U/min, wobei also

$$N_{nv} = \frac{2150}{75} \cdot 4,25 = 122 \text{ PS}_n.$$

Das Vergrößerungsverhältnis beträgt also nach Gl. (16)

$$\lambda = \frac{D}{D_v} = \sqrt{\frac{160}{122}} \cdot \left( \frac{4,25}{3} \right)^{\frac{3}{4}} = 1,49,$$

womit die Abmessungen, ferner nach Gl. (12) die Wasserlieferung, bekannt sind.

Ähnlichkeit der Beanspruchung auf Festigkeit. Die geometrische Ähnlichkeit zweier Pumpen hat Übereinstimmung der Beanspruchung durch Überdruck zur Folge, falls der Förderdruck, d. h. das Produkt  $nD$ , übereinstimmt. Ist letzteres nicht der Fall, so wächst die Beanspruchung mit dem Druck proportional.

Die Beanspruchung durch Eigengewicht dagegen wächst proportional mit dem Vergrößerungsverhältnis  $\lambda$  oder mit  $D$ ; die Formänderung durch Eigengewicht wächst proportional zu  $D^2$ , so daß aus diesem Grund unter Umständen die geometrische Ähnlichkeit nicht verwirklicht werden kann.

Die kritische Drehzahl  $n_k$  der Welle (S. 351f.) ändert sich so, daß  $n_k D$  konstant bleibt. Nur bei gleichbleibender Umfangsgeschwindigkeit, also gleichbleibendem Druck, wird also das Verhältnis  $n/n_k$  gleich sein.

### 83. Dimensionsfreie Darstellung der Kennlinien.

Werden die Versuchsergebnisse in dimensionslosen Kenngrößen dargestellt, so hat man den Vorteil, daß diese Übersicht von dem verwendeten Maßsystem unabhängig ist, also in gleicher Weise im Meterkilogramm- oder im Fußfund-System benutzt werden kann.

a) **Kenngrößen nach dem Affinitätsgesetz.** Hierbei werden als Abszissen das Verhältnis  $Q_x/Q$ , also die „Füllung“, und als Ordinaten der Wert  $2gH_x/u_2^2$ , d. h. die „Druckziffer“, verwendet. Bei dieser Wahl der Veränderlichen erhält man in dem Bereich der Gültigkeit des Affinitätsgesetzes nur eine einzige Linie für die Drosselkurven und nahe beieinanderliegende Linien für die Wirkungsgrade, von denen jede einer bestimmten (Reynoldsschen) Zahl  $nD^2$  und einer bestimmten Kavitationsziffer  $\sigma$  zugeordnet sein muß. Die kleinen Unterschiede in diesen Linien sind also schwer darstellbar.

b) **Kenngrößen nach M. Weber<sup>1</sup>.** Statt der drei Veränderlichen  $Q_x$ ,  $H_x$  und  $n$  verwendet Weber zur Darstellung der Kennlinien bzw. Kennfläche folgende Veränderlichen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{die spezifische Fördermenge} \quad \mathfrak{R}_Q = \frac{Q_x}{D^{\frac{5}{2}} g^{\frac{1}{2}}}, \\ \text{die spezifische Förderhöhe} \quad \mathfrak{R}_H = \frac{H_x}{D}, \\ \text{den Umlaufsgrad} \quad \mathfrak{R}_n = n \sqrt{\frac{D}{g}}, \end{array} \right\} \quad (18)$$

die, wie die Probe zeigt, tatsächlich dimensionslos sind. Die Hilfsgrößen zur Herbeiführung der Dimensionsfreiheit, d. h. der Raddurchmesser  $D$  und die Erdbeschleunigung  $g$ , sind von den drei Veränderlichen  $Q_x$ ,  $H_x$ ,  $n$  unabhängig. Man erhält also statt der Leistungsübersicht der Abb. 136 eine nur im Maßstab verschiedene, aber sonst in allen Teilen gleiche Darstellung. Die gestrichelten Linien gleichen Stoßzustandes sind auch solche gleicher spezifischer Drehzahl. Die Eierkurven bleiben als Linien gleichen Wirkungsgrades bestehen. Da aber der gleiche Umlaufsgrad  $\mathfrak{R}_n = n\sqrt{D/g}$  bei gleicher Förderflüssigkeit nicht gleichzeitig die Bedingung gleicher Reynoldsscher Zahl, d. h.  $nD^2 = \text{const}$ , in sich schließt, so müssen beim Übergang auf ein anderes Modell die Wirkungsgrade selbst nach wie vor [z. B. nach Gl. (10)] umgerechnet werden.

Der Wert dieser Darstellung liegt darin, daß man sofort zu den vorliegenden Werten von  $D$  und  $n$ , die aus Gl. (13) und (14) zu be-

<sup>1</sup> Die spezifischen Drehzahlen und die anderen Kenngrößen der Wasserturbinen, Kreiselpumpen, Windräder und Propeller als dimensionsfreie Kenngrößen der Ähnlichkeitsphysik. Z. Schiffbau u. Schifffahrt 1930.

stimmen sind, die  $\mathfrak{R}_n$ -Linie, d. h. die Drosselkurve und die nötigen Anhaltspunkte für den Wirkungsgrad entnehmen kann.

Eine erhebliche Einschränkung in der Verwendung ist sowohl bei a) wie b) dadurch bedingt, daß der Verlauf der Linien mit der Zahl  $\sigma$  der Gl. (16) Abschn. 80 sich verändert, so daß eigentlich mehrere Diagramme für verschiedene Intervalle von  $\sigma$  nötig sind.

### 83a. Radserien gleichen Durchmessers.

Man kann den Anwendungsbereich eines Radmodells dadurch erheblich steigern, daß man andere Radbreiten unter Beibehaltung der Schaufelform verwendet.

Werden hierbei Aus- und Eintrittsbreite in beliebiger, voneinander unabhängiger Weise geändert, so erhält man jedesmal neue Geschwindigkeitsverhältnisse und andere Leitschaufelprofile. Beides bleibt bestehen, wenn die seitliche Begrenzung des beschauelten Teils des Laufrades stets nach dem Verlauf der Stromfäden des breitesten Rades erfolgt (Abb. 179). Beim Radialrad mit einfach gekrümmten Schaufeln verlangt diese Bedingung gleichbleibendes

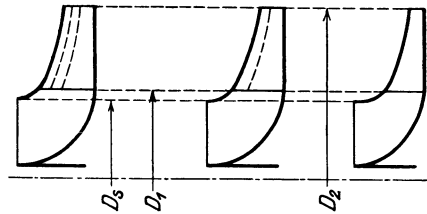


Abb. 179. Radserien.

Verhältnis zwischen Ein- und Austrittsbreite. In diesem Falle bleibt die Förderhöhe gleich. Es können auch die Drosselkurven näherungsweise aus denen des ursprünglichen Rades bestimmt werden, wenn die Abszissen proportional zur Radbreite geändert werden.

Diese Änderung der Radbreiten beeinflusst nicht die Einlaufweite vom Durchmesser  $D_s$ . Deshalb wird sie sich im wesentlichen nur im Sinne einer Verkleinerung der Abmessungen des normalen Rades bewegen können. Sie wird aber häufig dann am Platze sein, wenn die dem Gehäusemodell entsprechende Wassermenge in Verbindung mit hohen Drehzahlen, also großen Förderhöhen, vorkommt.

Eine weitere Ausdehnung des Verwendungsbereichs, von der in der Praxis viel Gebrauch gemacht wird, ermöglicht das Abdrehen des Schaufelkranzes. Beim Abdrehen der Austrittsenden (wobei man meist die Seitenwände stehenläßt) nimmt die Förderhöhe (bei sonst gleichbleibenden Verhältnissen, also gleichbleibendem  $\beta$  und  $b$ ) etwas stärker als mit dem Quadrat des Durchmessers ab, weil die Minderleistung infolge der Abnahme der tragenden Schaufellänge [ $r_1/r_2$  in Gl. (25a) Abschn. 42] wächst. Außerdem verkleinert sich die Wassermenge besten Wirkungsgrades, weil die absolute Austrittsgeschwindigkeit aus dem Laufrad sich verringert, also die Aufnahmefähigkeit der gleichgebliebenen Leitvorrichtung abgenommen hat. In Verbindung mit dem auf diese Weise entstehenden Eintrittsstoß des Laufrades folgt dann auch eine geringe Verschlechterung des Wirkungsgrades, sofern vor dem Abdrehen der Lauf- und Leitradeintritt richtig bemessen war.

Vom Abdrehen der Eintrittsenden der Laufschaufel erwartet man eine Vergrößerung der Liefermenge. Diese Wirkung tritt aber nicht oder nur in geringem Maße ein, weil die Leitvorrichtung unverändert bleibt und die Förderhöhe infolge der Abnahme der tragenden Schauffellänge etwas kleiner wird. Die Vergrößerung des Eintrittsdurchmessers beeinflußt eben in erster Linie nur den an sich geringen Eintrittsstoß.

## L. Laufräder mit doppelt gekrümmter Schauffelfläche.

### 84. Entwurf der Radbegrenzung.

Wird für eine gegebene Pumpenleistung die Drehzahl immer weiter gesteigert, so erhält das reine Radialrad mit zylindrischen Schauffeln schließlich die ungünstige Form der Abb. 154a, d. h. die Schauffeln werden im Vergleich zu ihrer radialen Länge zu breit. Man kann die Verhältnisse, wie in den vorausgegangenen Abschnitten erörtert wurde, bessern durch Verwendung eines Rades mit doppelseitigem Einlauf. Reicht diese Maßnahme nicht aus, bleiben also die Schauffeln immer noch zu kurz und zu breit, so bildet ein weiteres Mittel die Anwendung der Mehrstromanordnung nach Abb. 5a, die aber eine geringe Saugfähigkeit aufweist (S. 235). Eine andere ebenfalls schon besprochene Maßnahme, mit der wir uns in diesem Hauptabschnitt beschäftigen wollen, besteht darin, daß man die reine Radialschaufel verläßt und zur Schaufflung mit annähernd axialem Einlauf und radialem Aus-

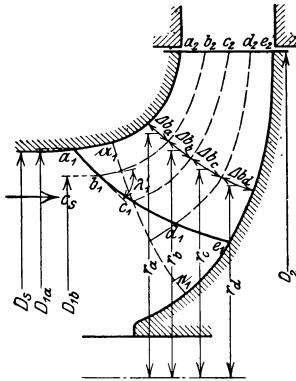


Abb. 180.  
Doppelt gekrümmte Schaufel.

lauf nach Abb. 180 übergeht, also Radformen verwendet, wie sie im Wasserturbinenbau in den Laufrädern der Francis-Turbinen vertreten und deren Schauffeln doppelt gekrümmt sind.

Bei der Berechnung eines solchen Rades gehen wir wieder in der Weise vor, daß wir zunächst unendliche Schauffelzahl annehmen und den Einfluß der Auseinanderstellung der Schauffeln durch Zugrundelegung einer Rechnungsgröße  $H_{th\infty}$  berücksichtigen, die größer ist als die wirkliche Schauffelarbeit  $H_{th}$  und aus Gl. (21) S. 119 zu bestimmen ist. Unter dieser Voraussetzung liegen die Bahnen der Wasserteilchen auf Rotationsflächen (Flutflächen), deren Meridiane (Flutlinien) beispielsweise die Linien  $a_1a_2$  bis  $e_1e_2$  der Abb. 180 sind.

Um die Schnelläufigkeit des Rades zu unterstützen, wird man bei der Bestimmung der Radbegrenzung die Geschwindigkeit  $c_s$  in Gl. (25) S. 81 größer als beim Rad mit zylindrischen Schauffeln wählen, so daß sie sich etwa zwischen den Grenzen

$$c_s = 2,5 \div 5 \text{ m/s}$$

bewegt. Aus dem gleichen Grunde empfiehlt es sich, die Meridiansgeschwindigkeit  $c_{2m}$  am Austritt ebenfalls möglichst groß einzusetzen, weil sich dadurch einerseits die Radbreite am Austritt verkleinert und andererseits bei der gleichen Drehzahl der äußere Durchmesser  $D_2$  vergrößert. Letzterer sollte stets größer sein als  $D_s$ , weil die Ablenkung des Wasserstroms in die radiale Richtung erleichtert wird und ein gewisser radial auswärts gerichteter Wasserweg den Wirkungsgrad bei Teillast und die Saugfähigkeit der Pumpe erhöht. Der Verlauf der seitlichen Begrenzung zwischen Ein- und Austritt wird in gleicher Weise wie bei der zylindrischen Schaufel so eingezeichnet, daß ein stetiger Übergang der Geschwindigkeiten  $c_s$  auf  $c_{2m}$  stattfindet, wobei für jede Normallinie des Strombildes im Meridianschnitt mit einem Durchschnittswert der Geschwindigkeit gerechnet wird. Auch muß darauf geachtet werden, daß die Krümmung der Wandungen möglichst gering ist, um die Geschwindigkeits- und Druckunterschiede, die bei starker Krümmung der Stromfäden gemäß Abschn. 7 auftreten, klein zu halten.

Was den Verlauf der Ein- und Austrittskante der Schaufel im Meridianschnitt anbelangt, so wird dieser stets als Zirkularprojektion, d. h. als Schnitt der durch diese Kanten gehenden Rotationsfläche, mit der Meridianebene gezeichnet. Die Austrittskante stellt sich also als Parallele  $a_2e_2$  zur Achse dar, sofern der Austrittsdurchmesser  $D_2$  aller Stromfäden der gleiche ist, was wir zunächst annehmen. Die Berechnung von  $D_2$  erfolgt genau in der gleichen Weise, wie S. 83 ff. angegeben. Der Verlauf der Eintrittskante muß so gewählt werden, daß er folgenden Bedingungen genügt:

1. Es muß die spezifische Schaufelarbeit  $H_{th}$  für sämtliche Flutlinien  $a_1a_2$  bis  $e_1e_2$  die gleiche sein, damit auch die Förderhöhe  $H = \eta_h H_{th}$  die gleiche ist. Dabei ist zunächst  $\eta_h$  für alle Flutlinien gleich angenommen.

2. Der Schaufeldruck soll nicht zu groß sein, weil sonst in der Nähe der Eintrittskante leicht Kavitation entsteht.

Unter Benutzung der in den Abschn. 42 und 78 gemachten Feststellungen kann ein Anhalt über die zweckmäßige Lage der Eintrittskante auf folgende Weise erhalten werden. Die Bedingung gleicher Schaufelarbeit erscheint nach Gl. (22) S. 119 erfüllt, wenn  $r_2^3/zS$  konstant oder, weil  $r_2$  und  $z$  für das gleiche Rad sich nicht ändern, das statische Moment  $S = \int_{r_1}^{r_2} r dx$  der Flutlinien des Meridianschnitts von der Eintritts- bis zur Austrittskante für jeden Stromfaden das gleiche ist.

Nach Gl. (5a) S. 243 beträgt der Unterdruck im Kanal gegenüber dem Eintritt

$$\Delta h' = 60\varphi \frac{r_1 c_{0m} H_{th}}{zSn}, \quad (1)$$

worin  $\varphi$  um so größer ist, je größer  $r_1/r_2$  und je stärker der Faden am Einlauf von der radialen Richtung abweicht. Offenbar ist der Faden  $a_1a_2$  am meisten gefährdet, weil dort  $r_1$  (und bei Berücksichtigung der Krümmung auch  $c_{0m}$ ) am größten ist und die Beaufschlagungsrichtung der

axialen am nächsten kommt. Dort ist der Beiwert  $\varphi$  der Gl. (1) also am größten und dürfte gleich 0,5 bis 0,8 zu setzen sein.

Man könnte also den Verlauf der Eintrittskante so bestimmen, daß man zunächst aus Gl. (1) unter Einsetzung von  $r_1 = D_{1a}/2$ ,  $c_{0m} = c_{0a}$  und unter Annahme der Schauffelzahl  $z$  den Wert des statischen Moments  $S$  errechnet:

$$S = 30\varphi \frac{D_{1a} c_{0a} H_{th}}{z \Delta h' n}, \quad (2)$$

worin

$$\Delta h' = A - H_t - H_s - \Delta h'' \quad (3)$$

( $H_s$  = manometrische Saughöhe in Metern,  $\Delta h''$  = Abzug zur Berücksichtigung von Richtungsänderungen vor dem Eintritt ins Laufrad nach Abschn. 78,  $A$  und  $H_t$  vgl. S. 239).

Man könnte nun die Eintrittskante festlegen, indem man den aus Gl. (2) erhaltenen Wert  $S$  für alle Stromfäden vorschreibt. Der so bestimmte Verlauf ist aber wegen der durch die verschiedene Form der Stromfäden bedingten Veränderlichkeit von  $\eta_h$  und  $\varphi$  lediglich als erster Anhalt zu benutzen, und auch dies nur, falls die Schauffel nicht zu lang oder zu kurz wird. Da die Kante im Meridianschnitt sich an die Seitenwände mit einem möglichst steilen Winkel anschließen sollte und die Schauffellänge ebenfalls nicht beliebig verändert werden kann, so ist es meist zweckmäßiger, zunächst den Verlauf der Eintrittskante in den Meridianschnitt einzutragen und anschließend  $\Delta h'$  aus Gl. (1) für den äußeren Stromfaden zu berechnen, womit nach Gl. (3) auch die größtmögliche manometrische Saughöhe  $H_s$  gegeben ist. Die Gleichheit der Förderhöhe  $H$  für die einzelnen Stromfäden kann man dann, falls erforderlich, durch Veränderung der Lage der Austrittskante nach Abschn. 91 herbeiführen.

### 85. Entwurf der Schauffelfläche.

Die Schauffelfläche setzt sich aus der Gesamtheit der durch die Eintrittskante gelegten Strombahnen zusammen. Es wird aber genügen, wenn eine beschränkte Zahl dieser Strombahnen bestimmt wird, durch welche dann die Schauffelfläche mit genügender Genauigkeit hindurchgelegt werden kann. Es ist zweckmäßig, hierfür zunächst die auf den Seitenwandungen  $a_1 a_2$  und  $e_1 e_2$  liegenden zu nehmen und die übrigen so festzulegen, daß die zugehörigen Rotationsflächen (Flutflächen) gegenseitig Teilströme gleicher Wassermenge abgrenzen. Es könnten also die in Abschn. 7 für den Entwurf des Strombildes abgeleiteten Verfahren angewandt werden, um diese Flutflächen, d. h. ihre Meridiane, die die Zirkularprojektionen der Stromlinien darstellen und die wir als Flutlinien bezeichnen wollen, zu bestimmen. Hierbei wäre stillschweigend vorausgesetzt, daß die Meridianströmung trotz der Einwirkung der Schauffeln ihren Charakter als freie Strömung behält: Da dies jedoch auch für die ideale Flüssigkeit nur unter bestimmten Bedingungen zutrifft (S. 289), ferner die Reibung und die Endlichkeit der Schauffelzahl Abweichungen hervorrufen, so werde zunächst der einfachere Weg eingeschlagen, der auch im Wasserturbinenbau beim Entwurf von Francis-Schaufflungen fast allgemein üblich ist und der darin besteht,



daß die Geschwindigkeitsunterschiede längs der Normallinien vernachlässigt, also mit einer mittleren Geschwindigkeit für jede Normallinie gerechnet wird.

Die Bestimmung der Flutlinien kann jetzt einfach so erfolgen, daß zunächst auf Grund des gegebenen Verlaufs der Seitenwandungen einige Normallinien nach Schätzung eingezeichnet und auf ihnen ebenso viele Teilstrecken  $\Delta b_a, \Delta b_b, \Delta b_c$  usw. abgetragen werden, als Teilströme vorgesehen sind (Abb. 180). Diese müssen der Bedingung genügen  $2\pi r_a \Delta b_a = 2\pi r_b \Delta b_b = 2\pi r_c \Delta b_c =$  usw. oder

$$r_a \Delta b_a = r_b \Delta b_b = r_c \Delta b_c = \text{usw.} \quad (4)$$

$r_a, r_b, r_c$  bedeuten die Schwerpunkshalbmesser der Strecken  $\Delta b_a, \Delta b_b, \Delta b_c$ . Auf Grund der so erhaltenen Flutlinien sind die zuerst angenommenen Normallinien zu überprüfen und das Verfahren gegebenenfalls zu wiederholen.

Für jede Stromlinie kann anschließend Anfang und Ende des Schaufelverlaufs in der gleichen Weise, wie in Abschn. 31 für die zylindrische Schaufel beschrieben wurde, festgelegt werden. Die Berechnung des Austrittsdurchmessers  $D_2$  muß unter Annahme des für alle Stromfäden gleichen Schaufelwinkels  $\beta_2$  nach den in Abschn. 31 entwickelten Gleichungen schon bei der Bestimmung der Lage der Austrittskante erfolgt sein. Der Eintrittswinkel  $\beta_1$  ergibt sich aus der Bedingung der Stoßfreiheit beispielsweise für die beliebige Stromlinie  $b_1 b_2$ , weil

$$u_1 = \pi \frac{D_{1b} \cdot n}{60}, \quad (5)$$

für den Fall senkrechten Eintritts<sup>1</sup> aus

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1}{u_1}, \quad (6)$$

wo

$$c_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}. \quad (6a)$$

Die Werte für  $c_0$  ergeben sich aus

$$c_0 = \frac{Q'}{2r_{1m} \pi b_1}, \quad (6b)$$

wobei  $r_{1m}$  der Halbmesser des Schwerpunkts der durch den Anfangspunkt der betrachteten Stromlinie gehenden Normallinie und  $b_1$  die Länge dieser Normallinie ist. Zu jeder Normallinie gehört ein ganz bestimmter Wert der Geschwindigkeit  $c_0$ . Da die Eintrittskante im Meridianschnitt, wie aus Abb. 180 ersichtlich ist, nicht mit der Normallinie  $a_1 e_1$  zusammenzufallen braucht und die Schaufelverengung sich ändert, so wird für jeden Stromfaden somit nicht bloß  $u_1$ , sondern auch  $c_1$  verschieden sein.

Bei der Ermittlung der Verengungsziffer  $t_1/(t_1 - \sigma_1)$  ist noch zu beachten, daß die im Schnitt nach der Stromfläche erscheinende Wand-

<sup>1</sup> Von der Berücksichtigung der Eintrittsablenkung infolge der endlichen Schaufelzahl soll auch hier abgesehen werden (vgl. S. 129).

stärke  $s'_1$  (Abb. 182) wegen des schiefen Schnitts größer ist als die wirkliche Wandstärke  $s_1$  und sich ergibt aus

$$s'_1 = \frac{s_1}{\sin \lambda_1}, \quad (7)$$

wobei  $\lambda_1$  den Winkel zwischen Schauffelfläche und Stromfläche am Eintritt bedeutet. Dieser bestimmt sich aus<sup>1</sup>

$$\operatorname{ctg} \lambda_1 = \operatorname{ctg} \lambda'_1 \cos \beta_1, \quad (7a)$$

wenn  $\lambda'_1$  den im Meridianschnitt (Abb. 181 oder 184a) gemessenen Winkel zwischen Stromlinie und Eintrittskante darstellt. Damit ist

$$\sigma_1 = \frac{s'_1}{\sin \beta_1} = \frac{s_1}{\sin \beta_1 \cdot \sin \lambda_1}. \quad (8)$$

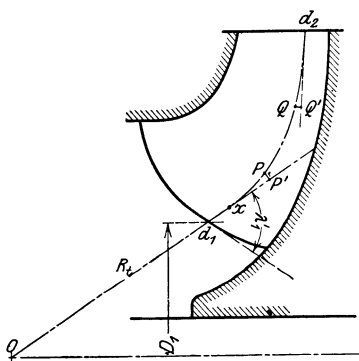


Abb. 181.

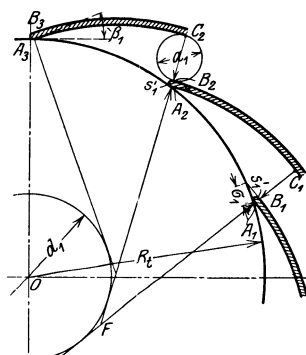


Abb. 182.

Abb. 181 und 182. Abwicklung der Stromlinie auf Kegelflächen, Konstruktion des Eintrittsverlaufs.

Gl. (7a) und (8) setzen voraus, daß die Eintrittskante in einer durch die Drehachse gehenden Ebene liegt, was anzustreben ist. Abweichungen hiervon beeinträchtigen aber die Genauigkeit nicht wesentlich.

Die weitere Ausbildung der Schauffelfläche kann wieder nach den beiden Verfahren erfolgen, die schon in ähnlicher Weise bei der zylindrischen Schaufel in Abschn. 32 unterschieden worden sind.

a) **Abwicklung der Schauffelenden auf Kegelflächen und ihre Ausbildung nach Kreisbögen.** Dieses älteste Verfahren besteht darin, daß die räumlichen auf den Rotationsflächen  $a_1 a_2$  bis  $e_1 e_2$  liegenden Schnittlinien mit der Schauffelfläche zeichnerisch so dargestellt werden, als ob sie in den die Stromflächen berührenden Kegelflächen liegen würden. Da Kegelflächen sich abwickeln lassen, kann auf diese Weise der Schauffelverlauf in der Zeichenebene angegeben werden.

Wird beispielsweise die Stromfläche  $d_1 d_2$  der Abb. 181 durch den Kegel  $Ox$ , der die Stromfläche längs des durch  $x$  gehenden Parallelkreises berührt, in der Weise ersetzt, daß irgendein Punkt  $P$  der Stromfläche durch Abwickeln der Länge  $xP = xP'$  nach dem Punkt  $P'$  der Kegelfläche übertragen wird, so kann in der Nähe des Berührungspunktes  $x$  auf eine weitgehende Übereinstimmung mit dem wirklichen

<sup>1</sup> Vgl. Fußbem. 1 S. 273.

Verlauf gerechnet werden. Da es zunächst darauf ankommt, den Eintrittsverlauf so zu erhalten, daß stoßfreier Eintritt gewährleistet ist, so wird die Kegelfläche stets so gelegt, daß sie die Stromfläche im Eintrittskreis oder in dessen Nähe berührt.

In der Abwicklung des Kegelmantels (Abb. 182) sind die Parallelkreise Kreisbögen um den Punkt  $O$  mit der Länge der Mantellinie als Halbmesser. Der Schaufelverlauf am Eintritt kann deshalb genau so entworfen werden, als ob es sich um eine rein radiale Strömung handeln würde. Um einen gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen dem Schaufelverlauf der einzelnen Flutflächen zu erhalten, empfiehlt es sich, Evolventen für den Eintritt zu verwenden. Der zugehörige Erzeugungskreis besitzt den Durchmesser

$$d_1 = 2R_t \cdot \sin \beta_1, \quad (9)$$

wo  $R_t = \overline{Od_1}$  und  $\beta_1$  sich aus Gl. (6) bestimmt. Den Ersatzkreisbogen für die Evolvente erhält man nun, wenn man auf dem Umfang der Abwicklung des Eintrittskreises die Schaufelteilung  $t_1 = D_1 \pi / z$  abträgt und von den Teilpunkten  $A_1, A_2, A_3$  die Tangenten an den Erzeugungskreis legt. Da [vgl. Gl. (39) und (40) S. 87]

$$a_1 + s'_1 = t_1 \sin \beta_1, \quad (10)$$

so sind die Punkte  $C_1, C_2, C_3$  bekannt, womit die die Evolvente ersetzenden Kreisbögen aus einem in möglichster Nähe des Schnittpunktes  $F$  der Tangenten gelegenen Punkt geschlagen werden können. Durch Antragen von  $\sigma_1$  aus Gl. (8) oder  $s'_1$  aus Gl. (7) ist auch der Verlauf der Schaufelvorderseite gegeben.

Ist auf diese Weise für alle Stromfäden der Eintrittsverlauf in der Abwicklung bestimmt (Abb. 189 b bis e), so wird dieser auf die Flutflächen in der oben besprochenen Weise übertragen und die Projektion im Grundriß gezeichnet (Abb. 189 a). Hierbei sind die Bogenlängen der Parallelkreise aus der Abwicklung zu entnehmen. Der Verlauf der Eintrittskante  $a'_1 d'_1$  im Grundriß (Abb. 189 a) wird meist als eine radiale oder vom Mittelpunkt  $O$  wenig abweichende Gerade gewählt, so daß also die Eintrittskante in einer Ebene parallel zur Drehachse liegt.

Am Austritt liegen die Verhältnisse insofern einfacher, als der Schaufelwinkel  $\beta_2$  bei den hier gemachten Annahmen für alle Stromflächen derselbe ist. Der Berührungskegel ist eine auf der Drehachse senkrechte Ebene. Es steht also nichts im Wege, den Austrittsverlauf als Kreisbogen darzustellen und anschließend auf die Stromflächen zu übertragen, indem für irgendeinen Punkt  $Q'$  der Berührungsebene (Abb. 181) die Länge  $\overline{d_2 Q'}$  von  $d_2$  aus bis  $Q$  aufgewickelt wird.

Nachdem Anfang und Ende des Verlaufs der Schaufelfläche im Grundriß bestimmt sind, wird die Verbindung zunächst nach Schätzung vorbehaltlich der Berichtigung durch die am Schluß dieses Abschnitts angegebenen Verfahren eingetragen. Um hierbei die günstigste gegenseitige Lage der beiden Schaufelenden auf bequeme Weise ermitteln zu können, empfiehlt es sich, den Austritt zunächst nur auf durchsichtiges Papier zu zeichnen, weil dann ein leichtes gegenseitiges Verschieben möglich ist.

Bei gleichbleibender Wandstärke ist es vollkommen ausreichend, nur die Vorder- oder Hinterseite der Schauffelfläche darzustellen, da im Modell nur die Schauffelstärke zugefügt oder weggenommen zu werden braucht, um die andere Fläche zu erhalten.

b) **Punktweise errechnete Schaufel.** Die für die zylindrische Schaufel benutzte Gl. (47) des Abschn. 32 ist hier nicht anwendbar, weil sie die räumliche Krümmung der Stromlinien nicht berücksichtigt. Die diesen Verhältnissen entsprechende Beziehung ergibt sich auf folgende Weise.

In Abb. 183 und 184 ist ein beliebiger Stromfaden sowohl durch seine Zirkularprojektion  $d_1 d_2$  im Meridianschnitt als auch seine Orthogonalprojektion  $d'_1 d'_2$  im Grundriß dargestellt. Betrachtet man das sehr kleine Stück  $pp_1 = dx$  im Meridianschnitt, dessen wahre Größe  $PP_1$  aus dem Seitenbild der Abb. 184 ersichtlich ist und welches im Grund-

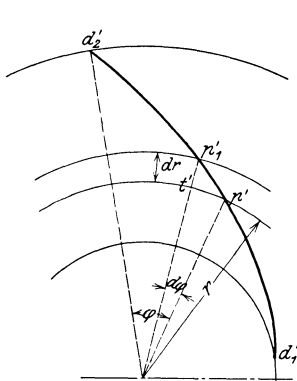


Abb. 183.

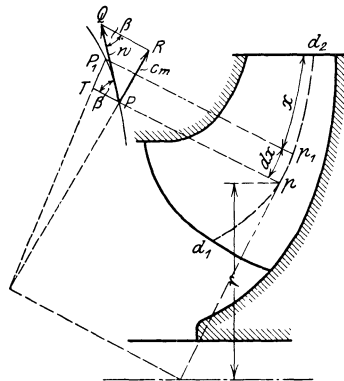


Abb. 184.

riß durch das Stück  $p't'$  dargestellt ist, so ist in dem sehr kleinen Dreieck  $PP_1T$  der Winkel bei  $T$  ein rechter und bei  $P$  gleich  $\beta$ , also

$$\overline{PT} = \frac{\overline{P_1T}}{\operatorname{tg} \beta} = \frac{dx}{\operatorname{tg} \beta}.$$

Da nun dieses Stück  $\overline{PT}$  des Parallelkreises übereinstimmt mit seiner Projektion  $\overline{p't'} = rd\varphi$ , so wird

$$rd\varphi = \frac{dx}{\operatorname{tg} \beta}$$

oder

$$d\varphi = \frac{dx}{r \operatorname{tg} \beta}, \quad (10a)$$

woraus durch Integration, wenn gleichzeitig mit  $180/\pi$  durchmultipliziert wird, damit sich  $\varphi$  in Graden ergibt,

$$\varphi^\circ = \frac{180}{\pi} \int_0^x \frac{dx}{r \operatorname{tg} \beta}. \quad (11)$$

$\varphi$  und  $x$  sollen hierbei, wie die Abbildung zeigt, vom Austrittspunkt des Stromfadens aus gemessen werden, also die Vorzeichen beider Größen entgegengesetzt der bei der Ableitung stillschweigend gemachten Annahme gewählt werden, wodurch aber offenbar das Ergebnis nicht beeinflußt wird.

Gl. (11) stimmt nahezu überein mit Gl. (47) S. 92. Das Verfahren der Bestimmung der Schaufel gestaltet sich demnach ebenso wie früher, nur daß der Wert  $1/r \operatorname{tg} \beta$  in Abhängigkeit der abgewickelten Länge der Flutlinie aufzutragen ist, um den zu den einzelnen Längen  $x$  gehörigen Wert des Integrals zu erhalten. Die Werte  $1/r \operatorname{tg} \beta$  ergeben sich mit Hilfe der aus dem Aufriß zu entnehmenden  $r$ -Kurve zusammen mit der  $\beta$ -Kurve. Letztere kann unmittelbar, unter Beachtung der bekannten Anfangs- und Endwerte, angenommen oder aus einem anderen für den Verlauf der Schaufelfläche vorgeschriebenen Gesetz errechnet werden. Ist beispielsweise — wie für die in Beispiel I des Abschn. 45 errechnete Radialschaukel — der Verlauf von  $w$  und  $c_m$  in Abhängigkeit von  $x$  angenommen, so können die Winkel  $\beta$  aus

$$\sin \beta = \frac{c_m}{w} \quad (12)$$

und damit auch die Werte  $1/r \operatorname{tg} \beta$  errechnet werden.

Um die Benutzung der Verengungsziffer  $t/(t - \sigma)$ , die in vorstehender Gleichung zur Ermittlung des Verlaufs von  $c_m$  nötig ist, zu vermeiden, wird die der Gl. (45) des Abschn. 32 entsprechende Beziehung vorteilhaft sein, nämlich

$$\sin \beta = \frac{s'}{t} + \frac{(c_m)_{\text{netto}}}{w}, \quad (13)$$

worin  $(c_m)_{\text{netto}}$  die mit  $s = 0$  sich ergebende Meridiangeschwindigkeit und  $s'$  die im Schnitt mit der Flutfläche erscheinende Wandstärke, die mit der wirklichen Wandstärke  $s$  in der der Gl. (7) entsprechenden Beziehung steht

$$s' = \frac{s}{\sin \lambda}. \quad (14)$$

Hierin bedeutet  $\lambda$  wieder den Winkel zwischen Schaufelfläche und Flutfläche, der sich ergibt aus

$$\operatorname{ctg} \lambda = \operatorname{ctg} \lambda' \cos \beta, \quad (15)$$

sofern  $\lambda'$  aus dem Meridianschnitt als Winkel zwischen Flutlinie  $d_1 d_2$  (Abb. 184a) und der Schnittlinie  $xy$  der Schaufelfläche mit der durch den betrachteten Punkt  $p$  gelegten Axialebene entnommen wird<sup>1</sup>. Bei Schaufeln gleichbleibender Wandstärke ist es zulässig, den  $s'$ -Verlauf

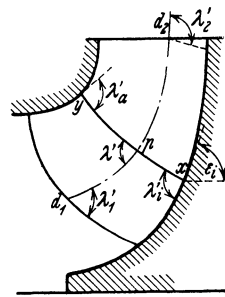


Abb. 184a.

<sup>1</sup> Die Tangenten im Punkt  $p$  an die Flutlinie  $d_1 d_2$ , an die Schnittlinie  $xy$  der Schaufelfläche mit der Axialebene und an die wirkliche Stromlinie liefern ein rechtwinkliges Kugeldreieck, aus dem Gl. (15) folgt.

als gerade Verbindungslinie zwischen dem Anfangswert  $s'_1$ , der nach Gl. (7) gegeben, und dem Endwert  $s'_2$  anzunehmen<sup>1</sup> (Abb. 199).

Aus den zusammengehörigen Werten von  $r$  und  $\varphi$  ergibt sich punktweise die Projektion  $d'_1 d'_2$  des Stromfadens im Grundriß. Für die anderen Stromfäden ist in gleicher Weise vorzugehen. Es muß nur dafür gesorgt werden, daß die für die einzelnen Stromfäden angenommenen  $w$ -Kurven eine stetige Gesamtfläche gewährleisten. Die erhaltene Schaufelfläche ist strenggenommen [im Gegensatz zum Verfahren a)] die Mittelfläche zwischen Vorder- und Rückenfläche der Schaufel, die sich im Modell durch Auftragen oder Wegnehmen der halben Schaufelstärke ergeben. Wird der Drall  $rc_u$  vorgeschrieben, so sind die Anfangs- und Endwerte für alle Stromfäden die gleichen und deshalb die Einheitlichkeit besonders leicht zu erreichen.

Das Verfahren führt verhältnismäßig schnell zum Ziel und hat den Vorzug, daß die Schaufelfläche eindeutig festliegt, wenn das zugrunde zu legende Gesetz vorgeschrieben ist. Die individuelle Auffassung des mit dem Aufzeichnen der Fläche Beauftragten ist also ausgeschaltet.

Werden in dieser Weise die Stromfäden im Grundriß von der angenommenen Austrittskante aus aufgezeichnet, so ergibt sich die Eintrittskante im Grundriß als Verbindungslinie ihrer Endpunkte. Sie kann also nur im Meridianschnitt beliebig angenommen werden, nicht im Grundriß, wie es beim Verfahren a) der Fall ist. Möglich ist aber, die Stromfäden im Grundriß beliebig um die Achse gegeneinander zu drehen. Es muß jedoch darauf geachtet werden, daß sich eine stetige Fläche durch sie hindurchlegen läßt, was durch den stetigen Verlauf der Austrittskante, genügend gewährleistet ist. Die Drehung kann nötig sein, um einen annähernd radialen Verlauf der Eintrittskante im Grundriß zu erzeugen oder spitze Winkel zwischen Schaufel und Seitenwand zu vermeiden.

c) **Axialschnitte und Schreinerschnitte.** Um die nach den beiden vorstehenden Verfahren ermittelten Stromlinien daraufhin prüfen zu können, ob sie einen stetigen Verlauf der Schaufelfläche ergeben, wird ein Bündel von Schnittebenen verwandt, deren Schnittlinien mit der Schaufelfläche den gewünschten Zusammenhang ohne weiteres erkennen lassen. Am bequemsten ist es, hierfür Axialebenen (Abb. 191) oder — wenn die Eintrittskante in einer Ebene parallel zur Achse liegt — die Berührungsebenen an den die Ebene der Eintrittskante berührenden Kreiszyylinder (Abb. 189a) zu wählen. Ist der notwendige allmähliche Übergang nicht vorhanden, so sind die Projektionen der Strombahnen entsprechend zu ändern. Diese Nachprüfung ist insbesondere beim Entwurf der Schaufel nach dem Verfahren a) notwendig, während bei der punktweisen Bestimmung der Schaufel der stetige Zusammenhang schon

<sup>1</sup> Liegt die Austrittskante parallel zur Drehachse, so ist offenbar  $s'_2$  gleich der wirklichen Schaufeldicke  $s_2$ . Ist sie, wie das häufig geschieht, unter einem Winkel  $\delta_2$  gegen den Umfang geneigt (Abb. 189a, 191), d. h. verläuft sie als Schraubenlinie mit dem Neigungswinkel  $\delta_2$ , so ist

$$s'_2 = \frac{s_2}{\sin \lambda_2} \quad \text{mit} \quad \text{ctg} \lambda_2 = \text{ctg} \delta_2 \sin \beta_2. \quad (15b)$$

**Entwurf von Schaufelplänen mit Hilfe der  
konformen Abbildung**

**Beispiel hierzu in**

**G. Bauer - der Schiffsmaschinenbau , II. Band  
(1927)**

**Anhang**

**S.142 - 153**

durch das Verfahren selbst in genügender Weise gewährleistet ist, so daß es sich hier nur um das Erkennen von Zeichenfehlern handeln kann.

Die Winkel  $\lambda'_a$  und  $\lambda'_i$ , unter denen die axialen Schnitte  $a$  bis  $f$  (Abb. 190) bzw.  $xy$  (Abb. 184a) die Seitenwände im Meridianschnitt schneiden, sollten möglichst nahe an  $90^\circ$  liegen, da sie mit den wirklichen Winkeln  $\lambda_a$  und  $\lambda_i$  zwischen Schaufelfläche und Seitenwand nahezu übereinstimmen, sofern  $\beta_1$  wie üblich klein ist<sup>1</sup>. Auf diese Weise wird vermieden, daß spitze Ecken in den Laufkanälen entstehen, die die Reibung vergrößern. Besonders am Eintritt des äußeren Fadens ist die Beachtung dieser Regel mit Rücksicht auf die Saugfähigkeit wichtig. Dementsprechend kann die Schräglage der Austrittskante gegen den Umfang gewählt werden, sofern sie nicht durch die Rücksichten auf den Verlauf der Eintrittskante im Grundriß bedingt ist.

Die Herstellung der Modelle für die Schaufel in der Werkstatt erfolgt meist dadurch, daß entsprechend zugeschnittene Brettchen gleicher Dicke, deren Ebenen senkrecht zur Achse sind, aufeinandergeleimt werden. Um die Kurven anzugeben, nach denen diese Brettchen begrenzt sein müssen, werden zum Schluß im Grundriß die Schnittlinien der Schaufelfläche durch Ebenen senkrecht zur Achse — die Schreinerschnitte — ( $I$  bis  $X$ , Abb. 189, 189a) gezeichnet. Der gegenseitige Abstand der Schnittebenen ist gleich der Dicke der später in der Schreinerei zu verwendenden Bretter. Auch der Verlauf dieser Linien läßt erkennen, ob eine stetige Fläche vorliegt oder nicht.

Werden die Schaufeln gegossen, so muß in der Zeichnung das Schwindmaß berücksichtigt werden.

### 86. Das winkeltreue Abbild der Strombahnen.

Für jede räumlich gekrümmte Kurve läßt sich ein ebenes, winkeltreues Abbild zeichnen. Die Verfahren der Abbildung sind verschieden, je nachdem die winkeltreue Wiedergabe nur für die Kurve selbst oder die ganze durchgelegte Fläche, also beispielsweise auch für die Kanalform, gewünscht wird.

a) **Winkeltreue nur für die abzubildende Stromlinie.** Die eingeführte Beschränkung ermöglicht es, nicht bloß die Winkel, sondern auch die Längen der Kurve genau wiederzugeben, wobei aber die Kongruenz der Längen nur für die kleinsten Teile zutrifft, da ja die räumliche Krümmung beseitigt ist.

$\alpha$ ) **Abwälzen einer Ebene.** Wälzt sich die Bildebene längs der abzubildenden Stromlinie auf der Flutfläche ohne Gleiten ab, so stellt die Spur des Berührungspunktes das Abbild dar. Die zeichnerische Ausführung geschieht<sup>2</sup>, indem man auf dem Meridian  $d_1 d_2$  (Abb. 185a) von  $d_2$  aus gleiche Teilstrecken  $\Delta x$  abträgt. Die durch die erhaltenen Teilpunkte  $1, 2, 3$  usw. gehenden Parallelkreise projizieren sich im Grundriß (Abb. 185) in wahrer Größe und sind in der Bildebene (Abb. 185b) durch parallele Geraden  $1, 2, 3$  usw., die im Abstand  $\Delta x$  laufen,

<sup>1</sup> Dies zeigt ein Blick auf Gl. (15), weil  $\cos \beta \approx 1$ . Bei sehr steilen Winkeln  $\beta$  können offenbar auch kleine Seitenwinkel  $\lambda'_a$  und  $\lambda'_i$  zugelassen werden.

<sup>2</sup> Wagenbach: Z. ges. Turbinenwes. 1907 S. 305.



ersetzt. Das Bild des durch seine Projektion  $d'_1 d'_2$  (Abb. 185) gegebenen Fadens zeichnet man vom Austrittspunkt  $D'_2$  (Abb. 185 b) aus und findet den Punkt  $F'$  auf der nächsten Parallelen 2, indem man in waagerechter Richtung um die Länge des Kreisbogenstückes  $M_1 M_2 = \Delta n_1$  der Abb. 185 weitergeht, welches durch die zu  $d'_2$  und  $f'$  gehörigen Radien aus dem in der Mitte zwischen den Kreisen 1 und 2 verlaufenden Parallelkreis herausgeschnitten wird. In entsprechender Weise wird der Punkt  $G'$  auf der nächsten Parallelen erhalten usw. Das Verfahren besteht gewissermaßen darin, die ringförmigen Flächenstücke, die durch die aufeinanderfolgenden Parallelkreise abgetrennt werden, um ihren mittleren Parallelkreis aufzudrehen, bis sie kreiszylindrische Form annehmen (Ringfläche 4—5 in Abb. 185 a) und ihre Abwicklungen in der Ebene aneinander zu reihen. Es ist mit den Ungenauigkeiten behaftet, die die aufeinanderfolgende Übertragung von Winkeln und sehr kurzen Strecken mit sich bringt. Deshalb ist die punktweise Berechnung des Abbildes vorzuziehen. Die waagrechte Ordinate  $n$  eines be-

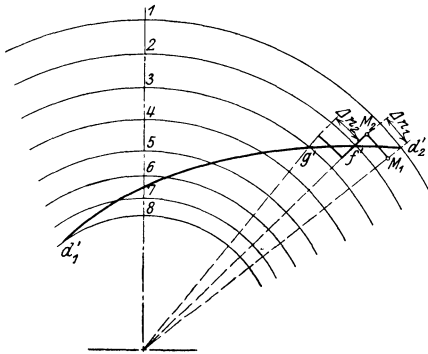


Abb. 185.

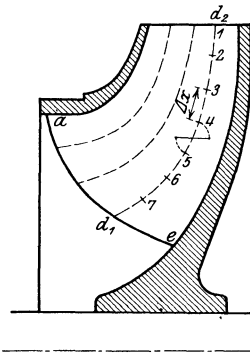


Abb. 185 a.

Abb. 185, 185 a und 185 b. Winkeltreues und längentreues Abbild der Stromlinie durch Abwälzen einer Ebene auf der Flutfläche.

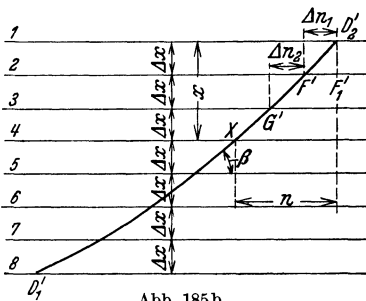


Abb. 185 b.

liebigen Punktes  $X$  (Abb. 185 b), gehörig zur senkrechten Abszisse  $x$ , beträgt offenbar

$$\left. \begin{aligned} n &= \int_x^x dx \operatorname{ctg} \beta \\ \text{oder} &= \frac{\pi}{180} \int_0^0 r d\varphi^\circ, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

wobei also entweder der Verlauf von  $\beta$  in Abhängigkeit von  $x$  oder  $\varphi$  in Abhängigkeit von  $r$  aus der Schauffelberechnung bekannt sein muß. Die Auswertung der Integrale der Gl. (16) erfolgt wieder am besten durch Tabellenrechnung unter Benutzung endlicher Intervalle.

Das beschriebene Verfahren gestattet keine winkeltreue Wiedergabe flächenhafter Gebilde, also Schauffelkanälen, auch nicht von Schauffelprofilen. Man kann die Ungenauigkeiten mildern durch die

$\beta$ ) Abbildung auf eine Kegelfläche. Die Kegelfläche soll sich der Flutfläche möglichst anpassen. Man verwendet deshalb einen Berührungskegel  $Op$  in einem mittleren Punkt  $p$  (Abb. 186). Das ebene Bild entsteht durch Abwickeln des Kegelmantels (Abb. 186 a). Das zeichnerische Verfahren bleibt sinngemäß das gleiche wie unter  $\alpha$ ), wenn berücksichtigt wird, daß an Stelle der Geraden 1, 2, 3 usw. der Abb. 185 b die abgewickelten Parallelkreise des Kegels treten. Das

Bild läßt sich auch punktweise bestimmen durch Berechnung des zu  $x = \varrho_a - \varrho$  gehörigen Zentriwinkels  $\psi$  aus

$$\psi^\circ = \frac{180}{\pi} \int_0^x \frac{dx}{\varrho \operatorname{tg} \beta} \tag{17}$$

Der äußere Halbmesser  $\varrho_a$  des Bildes (Abb. 186a) ist gleich der Abwicklung der Länge  $Opd_2$  der Abb. 186.

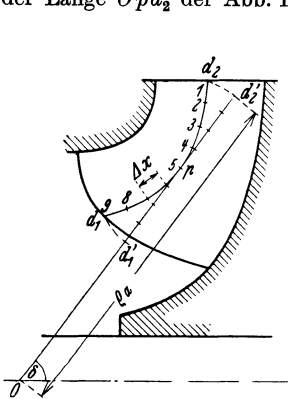


Abb. 186.

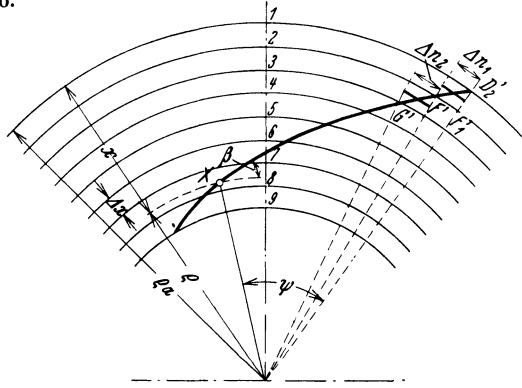


Abb. 186a.

Abb. 186 und 186a. Winkeltreues und längentreues Abbild durch Abwälzen eines Kreiskegels.

**b) Winkeltreue Wiedergabe der ganzen Stromfläche.** Die Übereinstimmung zwischen Bild und Original beschränkt sich hier auf die Winkel. Die Strecken werden an verschiedenen Stellen in verschiedenem Maßstabe wiedergegeben.

Man zeichnet auf der Flutfläche Scharen von Parallelkreisen und Axialschnitten derart, daß diese einander senkrecht schneidenden Linien unter sich kleine Quadrate bilden (Abb. 187). In gleicher Weise werden in der Bildebene zwei sich senkrecht schneidende Linienscharen gezeichnet, die ebenfalls kleine Quadrate bilden. Jede solche Linie der Bildebene wird der Reihe nach einer Netzlinie der Flutfläche zugeordnet. Die Übertragung ergibt sich dann von selbst daraus, daß jedem Punkt der Flutfläche eindeutig ein Punkt der Bildebene entspricht<sup>1</sup>.

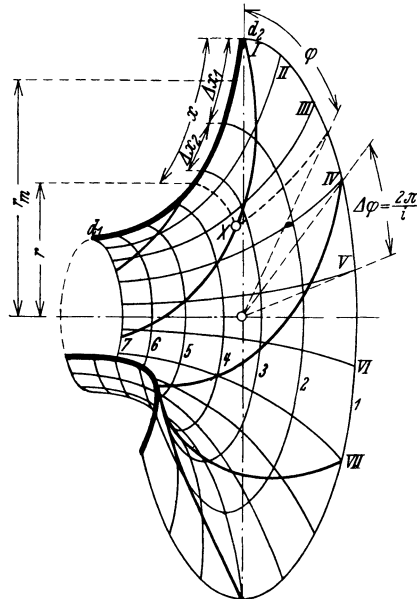


Abb. 187. Quadratisches Liniennetz auf der Flutfläche durch Scharen von Parallelkreisen und Axialschnitten.

<sup>1</sup> Eine ähnliche Behandlungsweise der Aufgabe findet sich in Prasil: Techn. Hydrodynamik, 2. Aufl. S. 287 ff. Berlin: Julius Springer 1926; Schweiz. Bauztg. Bd. 52 Nr. 7 u. 8.

Die Linienscharen der Bildebene können an sich beliebig gewählt werden. In Abb. 187a sind die Axialschnitte als radiale Strahlen und die Parallelkreise wieder als Kreise (deren Halbmesser noch zu bestimmen sind) abgebildet. Die gleich großen Zentriwinkel  $\Delta\psi$  zwischen den radialen Strahlen können beliebig groß sein. Sind sie gleich den Winkeln  $\Delta\varphi$  zwischen den axialen Ebenen der Flutfläche (Abb. 187), so ist die Bildebene senkrecht zur Drehachse zu denken, und die radialen Strahlen entstehen als Schnitte zwischen Bildebene und diesem axialen Ebenenbüschel.

Ist  $\Delta\psi < \Delta\varphi$ , so muß die Bildebene als die Abwicklung des Mantels eines Kreiskegels mit der Drehachse als Hauptachse aufgefaßt werden, und in diesem

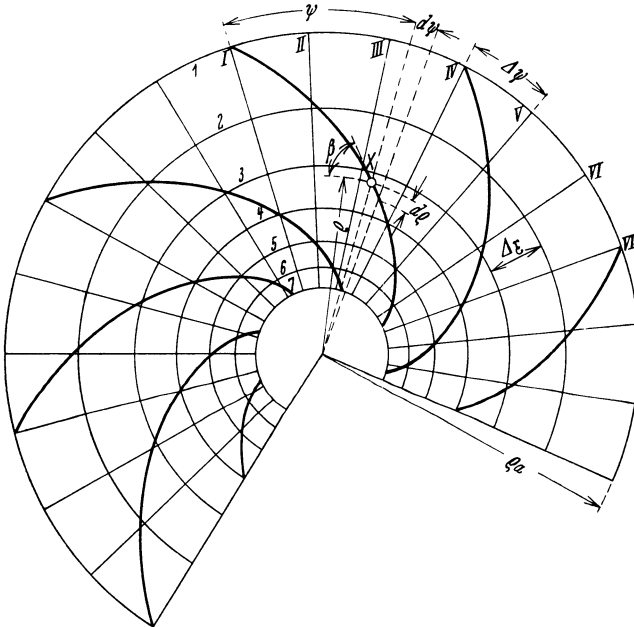


Abb. 187a. Winkelreue Wiedergabe der ganzen Flutfläche. Liniennetz der Bildfläche aus Strahlenbüschel und konzentrischen Kreisen. Bildfläche ist die Abwicklung eines Kegels.

Fall entsteht das radiale Strahlenbüschel wieder als Schnitt zwischen diesem Kegelmantel und dem axialen Ebenenbüschel. Ist der halbe Spitzenwinkel dieses Kegels gleich  $\delta$ , so ist in Graden

$$\Delta\psi^\circ = \Delta\varphi^\circ \sin \delta = \frac{360}{i} \sin \delta, \quad (18)$$

wenn  $i$  Meridianschnitte verwendet sind.

Damit Quadrate in der Bildebene entstehen, müssen die Radien der Kreise eine geometrische Reihe bilden derart, daß das Verhältnis zweier aufeinanderfolgenden Radien<sup>1</sup>

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = e^{\Delta\psi'} = e^{\frac{2\pi}{i} \sin \delta}. \quad (19)$$

Nach Annahme des äußeren Durchmessers  $\rho_a$ , des halben Kegelwinkels  $\delta$  und der Zahl  $i$  der Axialschnitte ist also das Netz der Bildebene festgelegt. Für  $\delta$

<sup>1</sup> Quadrate der Bildebene entstehen, wenn  $d\rho = \rho d\psi$ , also  $d\rho/\rho = d\psi$ , woraus sich nach Integration zwischen den Grenzen  $\rho_1$  und  $\rho_2$  bzw. 0 und  $\Delta\psi$  die obige Gl. (19) ergibt.

nimmt man (wie im Fall a  $\beta$ , Abb. 186) am besten die Neigung in einem mittleren Punkt der betrachteten Flutlinie, für  $i$  ein ganzes Vielfaches der Schauffelzahl  $z$  und für den äußeren Halbmesser des Bildes  $\varrho_a \approx r_a/\sin \delta$ .

Das Quadratnetz der Flutfläche projiziert man zunächst in den Grundriß, weil dort die Projektion der Stromlinien gezeichnet ist. Die Meridianschnitte werden hierbei zu radialen Strahlen mit dem bereits angenommenen Winkel  $\Delta \varphi$ , während die Radien  $r$  der sich in wahrer Größe projizierenden Kreise aus der Bedingung der quadratischen Netzeinteilung, also  $dx = r d\varphi$  oder  $d\varphi = dx/r$ , oder (in analytischem Maß)

$$\varphi = \int_0^x \frac{dx}{r} \tag{20}$$

erhalten werden. Man zeichnet nämlich in einer Hilfsfigur (Abb. 187 b) die Linie der  $\varphi$  in Abhängigkeit der abgewickelten Meridianlänge  $x$  mittels der durch Tabellenrechnung ausgewerteten Gl. (20) und erhält dann durch Abtragen gleich großer Ordinatenstücke  $\Delta \varphi = 2\pi/i$  die gesuchten Strecken  $\Delta x_1, \Delta x_2$  usw. Damit kann das Liniennetz im Grundriß gezeichnet werden und die Übertragung der gezeichneten Stromlinie in die Bildebene ohne weiteres erfolgen.

Der Vergrößerungsmaßstab des Bildes

$$\frac{dx}{dx} = \frac{\varrho d\varphi}{r d\varphi} = \frac{\varrho}{r} \sin \delta \tag{21}$$

ändert sich bei Annahme von  $\delta$  und  $\varrho_a$  in der oben angegebenen Weise nur wenig.

Man kann aber auf das Zeichnen der Liniennetze ganz verzichten, wenn man das Bild punktweise errechnet. Den Winkel  $\psi$  und Radius  $\varrho$  eines Punktes  $X$ , der in der Flutfläche oder im Grundriß gegeben ist durch  $\varphi$  und  $r$ , erhält man unmittelbar aus<sup>1</sup>

$$\psi = \varphi \sin \delta, \tag{22}$$

$$\varrho = \varrho_a \cdot e^{-\sin \delta \int_0^x \frac{dx}{r}}. \tag{22a}$$

Das unter b) behandelte Abbildungsverfahren verzerrt die Kanalform verhältnismäßig wenig und ist deshalb den Verfahren a  $\alpha$ ) und a  $\beta$ ) meist vorzuziehen.

### 87. Schaufflung nach Lawaczeck<sup>2</sup>.

Für die vorliegenden Radformen kann nach Lawaczeck die Schauffelfläche auch einfach als Schraubenfläche ausgebildet werden, sofern die Eintrittsgeschwindigkeit rein axial gerichtet ist. Diese entsteht, wenn eine Gerade  $G$  (Abb. 188), die die Achse unter einem unveränderlichen Winkel  $\delta$  schneidet, so bewegt wird, daß sie sich gleichförmig um die Achse dreht und fortschreitet. Daß diese Fläche den zu stellenden Bedingungen tatsächlich bis zu einem gewissen Grad genügen kann, zeigt folgende Überlegung. Stoßfreier Eintritt liegt offen-

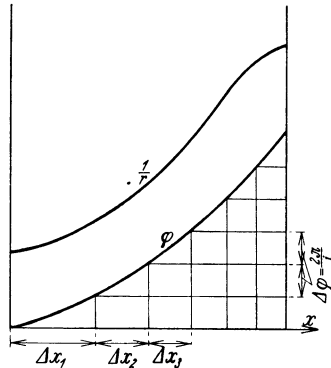


Abb. 187b. Bestimmung der Intervalle  $\Delta x$  für das Liniennetz auf der Stromfläche.

<sup>1</sup> Gl. (22a) folgt aus  $d\varrho = (\varrho d\psi) \operatorname{tg} \beta$ , womit  $d\varrho/\varrho = \operatorname{tg} \beta d\psi = \sin \delta \operatorname{tg} \beta d\varphi$  oder unter Zuhilfenahme von Gl. (10a) S. 272  $d\varrho/\varrho = \sin \delta \cdot dx/r$ . Die Integration zwischen den Grenzen  $\varrho$  und  $\varrho_a$  bzw. 0 und  $x$  liefert Gl. (22a).

<sup>2</sup> Vgl. die deutsche Patentschrift 335154, Kl. 88a.

bar<sup>1</sup> vor, wenn der Steigungswinkel  $\gamma$  der Schraubenfläche an jedem Punkt der Eintrittskante gleich dem Winkel  $\beta_1$  zwischen Relativgeschwindigkeit und Umfangsgeschwindigkeit ist. Ist die Steighöhe der Schraubenfläche gleich  $h$ , so muß also die Beziehung bestehen

$$\operatorname{tg} \beta_1 = \frac{c_1}{u} = \frac{h}{2r\pi} = \operatorname{tg} \gamma \quad (23)$$

oder, weil  $u = r\omega$ ,

$$h = \frac{2\pi}{\omega} c_1. \quad (23a)$$

Hiernach ist die Steighöhe  $h$  zu errechnen.  $c_1 = c_0 \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$  muß über die Eintrittsbreite unveränderlich sein.

Auch die Austrittsbedingung wird diese Fläche erfüllen, falls der Winkel  $\delta$  so gewählt wird, daß ihre Schnittlinie durch eine Ebene senkrecht zur Achse mit dem Kreis vom Durchmesser  $D_2$  des Rades einen Neigungswinkel gleich dem in die Rechnung eingeführten Schaufelwinkel  $\beta_2$  bildet. Ist in der perspektivischen Darstellung der Abb. 188  $MN$  der Parallelkreis vom Radius  $r_2 = D_2/2$ ,  $\overline{AB} = r_2 d\varphi$  ein unendlich kleines Bogenstück desselben,  $AD$  die Spur der Erzeugenden  $G$  in der Ebene des Parallelkreises, also die Schnittlinie mit der Schraubenfläche, so ist  $\sphericalangle DCB = \delta$ ,  $\sphericalangle DAB = \beta_2$ ,  $\sphericalangle CAB = \gamma_2$  und damit

$\overline{BC} = \overline{AB} \operatorname{tg} \gamma_2$ , ferner  $\overline{DB} = \overline{AB} \cdot \operatorname{tg} \beta_2 = \overline{BC} \cdot \operatorname{tg} \delta = \overline{AB} \cdot \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \gamma_2$ , also

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \delta \cdot \operatorname{tg} \gamma_2. \quad (24)$$

Weil nun entsprechend Gl. (23)

$$\operatorname{tg} \gamma_2 = \frac{h}{2r_2\pi} = \frac{c_1}{u_2}, \quad (24a)$$

so folgt

$$\operatorname{tg} \delta = \operatorname{tg} \beta_2 \cdot \frac{u_2}{c_1}, \quad (24b)$$

womit der Winkel  $\delta$  bestimmt ist.

Die Austrittskante der Schaufel ist offenbar unter dem Winkel  $\gamma_2$  gegen die Radwand geneigt. Damit dieser Winkel nicht zu klein und der Schaufelkanal am Austritt nicht zu eng wird, darf also gemäß Gl. (24a)  $c_1$  gegenüber  $u_2$  nicht zu klein sein. Hierin liegt eine Schwäche der Anordnung, da offenbar nur geringe Umfangsgeschwindigkeiten, also kleine Förderhöhen möglich sind, wenn die Kavitationsgefahr infolge hoher Eintrittsgeschwindigkeiten nicht zu groß werden soll. Ein weiterer Nachteil liegt in der Notwendigkeit, die Schauffelfläche sehr weit in das Einlaufrohr bis in die Zone rein axialer Strömung vor-

<sup>1</sup> Ohne Berücksichtigung der Eintrittsablenkung.

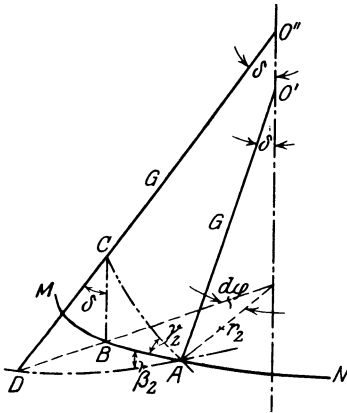


Abb. 188. Entstehung der doppelt gekrümmten Schaufel nach Lawaczek.

zuziehen (Abb. 188a), damit stoßfreier Eintritt gewahrt bleibt. Dadurch wird allerdings die Saugfähigkeit wieder gefördert (vgl. S. 251), aber die Kanalreibung vergrößert.

Die Schaufel hat den Vorzug einer sehr einfachen, klaren Formgebung, die die rechnerische und zeichnerische Arbeit erheblich vereinfacht und insbesondere auch die Herstellung des Modells und der Gußform erleichtert. Ein Ausführungsbeispiel ist in der späteren Abb. 291 angegeben<sup>1</sup>.

Wesentlich anpassungsfähiger wird diese Schaufel, wenn, wie dies auch bei ihrer Anwendung im Wasserturbinenbau zu geschehen scheint<sup>2</sup>, als Erzeugende der Schraubenfläche nicht bloß gerade, sondern auch gekrümmte Linien, beispielsweise Parabeln, gewählt werden. Die dadurch gegebene größere Freiheit dürfte insbesondere dann von Wert sein, wenn die Austrittskante nicht mehr auf einem Kreiszyylinder liegt. Die erzeugende Gerade wird auch so geführt, daß sie die Achse, einen Parallelkreis und eine beliebige Leitlinie ständig schneidet. Die zuerst beschriebene Anordnung stellt dann einen Spezialfall dar.

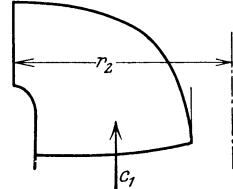


Abb. 188a. Doppelt gekrümmte Schaufel nach Lawaczek.

### 88. Zahlenbeispiel für eine doppelt gekrümmte Schaufel.

Es soll das doppelseitig beaufschlagte Laufrad einer Niederdruckpumpe für 850 m<sup>3</sup>/h auf 16,6 m bei 1800 U/min errechnet und entworfen werden.

Mit einem Sicherheitszuschlag von 9% für Spaltverlust, Eintrittskontraktion usw. (S. 81), der bei diesen doppelt gekrümmten Schaufeln größer zu nehmen ist als bei einfach gekrümmten Schaufeln, ergibt sich als für die Rechnung maßgebende sekundliche Liefermenge für jede Radseite

$$Q = \frac{1,09}{2} \cdot \frac{850}{3600} = 0,1288 \text{ m}^3/\text{s}.$$

Wird  $c_s = 4,4$  m/s, der Wellendurchmesser  $d_n = 54$  mm gewählt, so erhält man aus Gl. (25) Abschn. 31  $D_s = 0,201$  m. Ausgeführt wird  $D_s = 200$  mm, entsprechend  $c_s = 4,42$  m/s.

Da der Wirkungsgrad der vorliegenden Pumpe etwa 78% betragen dürfte, Radreibung und Spaltverlust aber verhältnismäßig gering sind, wird mit  $\eta_h = 0,85$  gerechnet<sup>3</sup>. Also ist  $H_{th} = 16,6/0,85 = 19,5$  m.

<sup>1</sup> Erfolgt der Austritt des Wassers im Meridianschnitt nicht mehr senkrecht zur Achse, sondern unter einem Winkel  $\varepsilon$  gegen den Radius, so ist an Stelle von Gl. (24) zu setzen

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \gamma_2 \frac{\sin \delta}{\cos(\delta - \varepsilon)},$$

woraus

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\cos \varepsilon}{\operatorname{tg} \gamma_2 - \sin \varepsilon}.$$

<sup>2</sup> Vgl. Heidebrock: Z. VDI 1923 S. 803. <sup>3</sup> Vgl. Gl. (12) Abschn. 26.

Um  $H_{th\infty}$  bestimmen zu können, muß die Minderleistungsziffer  $p$  nach Gl. (22) Abschn. 42, also der Raddurchmesser  $D_2$ , das statische Moment  $S$  und die Schaufelzahl  $z$  bekannt sein. Wir ermitteln aus der Näherungsgleichung (45) S. 130 mit  $k \approx 0,9 \cdot 10^{-4}$  (welcher Wert mit Rücksicht auf die besondere Radform kleiner als dort angegeben gewählt wurde) einen vorläufigen Raddurchmesser  $D_2 = 240$  mm, entwerfen den mutmaßlichen Radquerschnitt, wobei wir  $c_{2m} = 4,8$  m/s zugrunde legen wollen, und tragen die Eintrittskante in den Meridianschnitt nach Schätzung ein. Wir bestimmen das statische Moment des äußeren Stromfadens  $a_1 a_2$  nach S. 120 durch Aneinandertragen gleich langer Strecke  $\Delta x = 10$  mm = 0,01 m auf diesem Faden und Bildung von  $S = \Delta x \sum r$ , wobei  $r$  die Radien der Mittelpunkte der einzelnen Strecken  $\Delta x$  sind und erhalten  $S = 0,0059$  m<sup>2</sup>. Nimmt man  $z = 7$  Schaufeln, so liefert Gl. (1) S. 267 mit  $r_1 = D_s/2 = 0,1$  m,  $c_{0m} = c_s$ ,  $\varphi = 0,60$  den Unterdruck am Einlauf  $\Delta h' = 4,16$  m, so daß nach Gl. (3) eine manometrische Saughöhe möglich ist von  $H_s = A - H_t - \Delta h' - \Delta h''$ , also mit  $A = 10$ ,  $H_t = 0,2$  (vgl. S. 6),  $\Delta h'' = 0,5$  m von  $H_s = 5,14$  m. Falls dieser Wert zu klein ist, und eine Vergrößerung des statischen Momentes  $S$ , d. h. der Schaufelfläche oder eine Verkleinerung von  $c_s$  nicht möglich ist, müssen die Grundannahmen, insbesondere die Drehzahl geändert werden.

Die Beibehaltung der Annahmen gibt nach Gl. (21) und (22) des Abschn. 42 mit einem Beiwert  $\psi = 1,05$ , der mit Rücksicht auf die fehlenden Leitschaufeln verhältnismäßig groß gewählt sei,

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{\psi}{z} \frac{r_1^2}{S} \right) = 19,5 \left( 1 + \frac{1,05}{7} \cdot \frac{0,12^2}{0,0059} \right) = 26,6 \text{ m}.$$

Nun errechnet sich die Umfangsgeschwindigkeit nach Gl. (35) Abschnitt 31, wenn  $\beta_2 = 23^\circ$ ,  $c_{2m} = 4,8$  m/s zugrunde gelegt wird,

$$u_2 = \frac{4,8}{2 \cdot 0,424} + \sqrt{\left( \frac{4,8}{2 \cdot 0,424} \right)^2 + 9,81 \cdot 26,6} = 22,8 \text{ m/s},$$

womit  $D_2 = 0,239$  m. Die Annahme von  $D_2 = 240$  mm kann also aufrechterhalten werden. Dadurch ändert sich  $c_{2m}$  von 4,8 auf 4,81 m/s, weil  $u_2$  sich entsprechend vergrößert.

Bei guter Zuschärfung, also  $t_2/(t_2 - \sigma_2) \approx 1$ , wird

$$b_2 = \frac{Q'}{D_2 \pi c_{2m}} = \frac{0,1288}{0,24 \cdot \pi \cdot 4,81} = 0,0355 \text{ m} = 35,5 \text{ mm}.$$

Der Radquerschnitt kann jetzt endgültig entworfen werden (Abb. 189). Die den beiden Radhälften gemeinsame innere Radwand wird bis an den Umfang geführt, damit die beiderseitigen Schaufeln voneinander unabhängig bleiben, also die Herstellung erleichtert wird. Die äußere Dicke dieser Radwand sei 3 mm, womit als ganze Austrittsbreite  $3 + 2 \cdot 35,5 = 74$  mm sich ergibt. Der Verlauf der Seitenwände wird so gewählt, daß die Meridianschnittdicke stetig von  $c_s = 4,42$  m/s auf  $c_{2m} = 4,81$  m/s zunimmt. Nun werden die Stromlinien eingezeichnet, wobei gleiche Geschwindigkeit längs derselben Normallinie an-

genommen wird. Jede Radhälfte ist in drei Teilströme zerlegt, so daß vier Stromlinien  $a_1 a_2$  bis  $d_1 d_2$  festzulegen sind.

Der Verlauf der Eintrittskante, entsprechend einem unveränderlichen statischen Moment  $S = 0,0059 \text{ m}^2 = 5900 \text{ mm}^2$  für alle Stromfäden, ist in Abb. 189 links gestrichelt eingetragen. Da eine Verkleinerung des Eintrittsdurchmessers die Eintrittsverluste verringert, wird für die Ausführung die ganz gezeichnete Linie zugrunde gelegt. Mit den dadurch bekannten Werten für den Eintrittsdurchmesser und die Geschwindigkeit  $c_0$  lassen sich die Eintrittsverhältnisse nach Gl. (5) bis (8) gemäß nachstehender Zahlentafel ausrechnen. Die Verengungsziffer  $t_1/(t_1 - \sigma_1)$ , die zur Ermittlung von  $c_1 = \frac{t_1}{t_1 - \sigma_1} c_0$  notwendig ist, ist wie früher für jeden Faden zunächst anzunehmen und nach Bekanntwerden des Winkels  $\beta_1$  zu berichtigen. Die Schaufelstärke ist durchweg gleich 4 mm angenommen.

| Flutlinie | $D_1$<br>m | $u_1$<br>m/s | $c_0$<br>nach<br>Gl.<br>(6b)<br>m/s | $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$ | $c_1$<br>m/s | $\beta_1$<br>nach<br>Gl. (6) | $\lambda'_1$<br>° | $\lambda_1$<br>nach<br>Gl. (7a) | $\sigma_1$<br>nach<br>Gl. (8) | Wiederholt                   |              |           |
|-----------|------------|--------------|-------------------------------------|------------------------------|--------------|------------------------------|-------------------|---------------------------------|-------------------------------|------------------------------|--------------|-----------|
|           |            |              |                                     |                              |              |                              |                   |                                 |                               | $\frac{t_1}{t_1 - \sigma_1}$ | $c_1$<br>m/s | $\beta_1$ |
| $a_1 a_2$ | 0,20       | 18,85        | 4,42                                | 1,2                          | 5,3          | 15° 40'                      | 81                | 81° 40'                         | 15,0                          | 1,20                         | 5,30         | 15° 40'   |
| $b_1 b_2$ | 0,167      | 15,75        | 4,45                                | 1,2                          | 5,34         | 18° 44'                      | 53                | 54° 30'                         | 15,3                          | 1,25                         | 5,56         | 19° 27'   |
| $c_1 c_2$ | 0,127      | 11,98        | 4,57                                | 1,2                          | 5,48         | 24° 30'                      | 54                | 56° 30'                         | 11,6                          | 1,24                         | 5,70         | 25° 30'   |
| $d_1 d_2$ | 0,082      | 7,71         | 4,88                                | 1,22                         | 5,96         | 37° 37'                      | 75                | 78°                             | 6,7                           | 1,23                         | 6,0          | 37° 55'   |

Die Schaufelfläche werde nun nach beiden in Abschn. 85 behandelten Verfahren bestimmt.

a) **Abwicklung der Schaufelenden auf Kegelflächen und deren Ausbildung als Kreisbögen.** Für die Schaufelenden am Eintritt werden Evolventen verwendet, deren Erzeugungskreis sich unmittelbar aus Gl. (9) ergibt.  $\sigma_1$  ist aus obiger Zahlentafel und  $a_1 + s'_1$  aus Gl. (10) bekannt. Hiernach sind die Abwicklungen der Schaufelanfänge für die einzelnen Flutflächen in Abb. 189b bis 189e gezeichnet. Die Evolvente der axialen Schaufelanfänge bei  $a_1$  und  $b_1$  wird zur Geraden, weil hierbei in Gl. (9)  $R_t = \infty$ . Nachdem die Projektion der Eintrittskante als Gerade  $a'_1 d'_1$  im Grundriß angenommen ist, werden die Schaufelanfänge in den Grundriß übertragen, indem die gezeichneten Abwicklungen auf der Stromfläche (nicht der Kegelfläche) aufgewickelt werden. Die Projektion der Eintrittskante geht nicht durch den Mittelpunkt, d. h. sie ist nicht in einer Axialebene, sondern einer Ebene parallel zur Achse angenommen, damit der äußere Wasserfaden  $a'_1 a'_2$  gegenüber dem inneren  $d'_1 d'_2$  nicht zu lang wird<sup>1</sup>.

Der Austrittsverlauf wird nun am besten auf durchsichtiges Papier nach einem Kreisbogen unter Zugrundelegung des angenommenen Winkels  $\beta_2$  eingetragen. Hierbei ist es vielfach zweckmäßig, die Austrittskante nicht parallel zur Achse, sondern gegen den Umfang geneigt laufen zu lassen, und zwar in dem Sinne, daß der äußere Faden  $a'_1 a'_2$  sich gegen den inneren noch weiter verkürzt. Die Austrittsenden der

<sup>1</sup> Es kann aber auch ein gekrümmter Verlauf der Eintrittskante im Grundriß angenommen werden, wenn dies aus irgendeinem Grunde zweckmäßig erscheint.



Stromlinien erscheinen dann im Grundriß gegeneinander versetzt. Nun kann durch Verschieben des Austritts- gegen den Eintrittsverlauf die passende gegenseitige Lage ermittelt und die Verbindung nach Schätzung eingetragen werden.

Die Prüfung der Stetigkeit der Flächen erfolgt anschließend durch Legung der Hilfsschnitte  $a$  bis  $l$ , wie S. 274 angegeben. Diese Linien

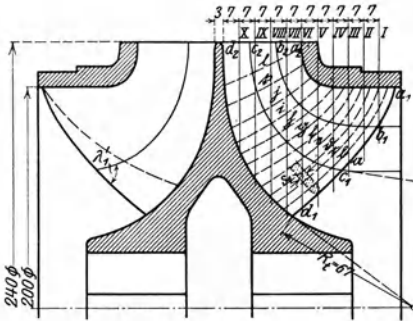


Abb. 189.

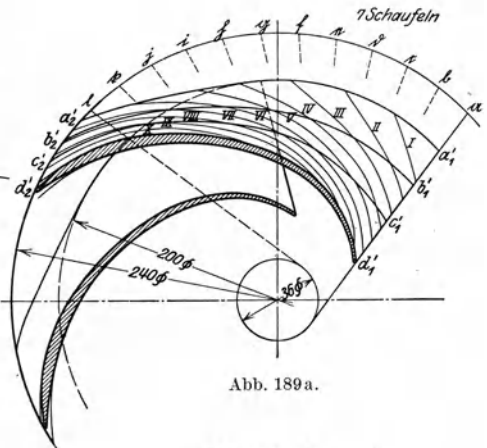


Abb. 189a.

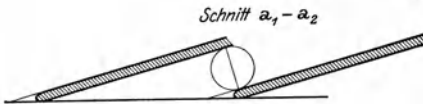


Abb. 189 b.

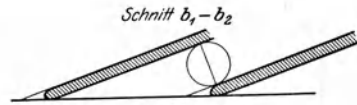


Abb. 189 c.

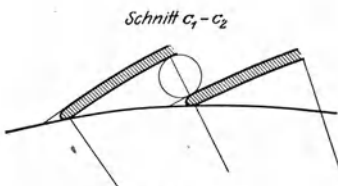


Abb. 189 d.

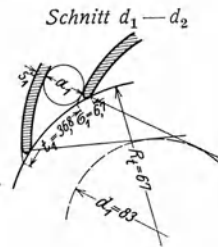


Abb. 189 e.

Abb. 189 bis 189 e. Laufrad einer Niederdruckpumpe für 850 m<sup>3</sup>/h auf 16,6 m Förderhöhe bei 1800 U/min mit Abwicklung der Stromfäden auf Kegelflächen und Ausbildung der Schauffelenden als Kreisbögen.

laufen, wie ersichtlich, an die Seitenwand unter steilen Winkeln an (S. 275). Die Schräglage der Austrittskante ist also richtig gewählt. Ist die Fläche berichtigt, so werden noch die Schreinerschnitte  $I$  bis  $X$  gezeichnet, mit deren Hilfe die Herstellung des Modells erfolgt. Zur Kontrolle der Stromfäden empfiehlt sich bei diesem Verfahren die Bestimmung ihres winkeltreuen Abbildes nach Abschn. 86 oder des Verlaufs der Winkel  $\beta$  in Abhängigkeit von  $x$  mittels Gl. (10a) unter sinngemäßer Anwendung der S. 273f. gemachten Angaben.

**b) Punktweise Errechnung der Schaufel.** Zunächst ist zu dem gewählten Radquerschnitt der Verlauf von  $(c_m)_{\text{netto}} = Q/2\pi r b$ , wo  $b$  die Länge einer Normallinie und  $r$  deren Schwerpunktshalbmesser bedeutet, in Abhängigkeit der Abwicklung  $x$  der einzelnen Flutlinien aufzutragen (Abb. 191a bis 191d), wobei wieder gleiche Geschwindigkeit längs einer Normallinie angenommen sei. Bei der Ermittlung von  $c_m = (c_m)_{\text{netto}} t/(t - \sigma)$  werde die nicht zugeschrägte, also überall gleich dicke Schaufel zugrunde gelegt und die Verengungszahl  $t/(t - \sigma)$  näherungsweise nach einer Geraden zwischen dem in der obigen Zahlentafel berechneten Anfangswert und demjenigen Endwert  $t_2/(t_2 - \sigma_2)$  genommen, der dieser Schaufel entspricht. Dieser kann unter Berücksichtigung der Neigung  $\delta_2 = 45^\circ$  der Austrittskante gegen die Meridianebene berechnet werden. Gl. (15b) S. 274 liefert

$$\lambda_2 = 68^\circ 40', \quad s'_2 = \frac{4}{\sin \lambda_2} = 4,25, \quad \text{also} \quad \sigma_2 = \frac{4,25}{\sin \beta_2} = 10,9 \text{ mm},$$

$t_2/(t_2 - \sigma_2) = 1,11$ . Damit wird die der stumpfen Schaufel entsprechende in die Diagramme eingetragene  $c_m$ -Linie erhalten.

Wir legen der Berechnung weiter einen angenommenen Verlauf der Relativgeschwindigkeit  $w$  zugrunde. Diese ebenfalls in die Diagramme einzutragenden  $w$ -Linien haben als Anfangswerte die jeweilige Relativgeschwindigkeit  $w_1 = \sqrt{u_1^2 + c_1^2}$ ,

|                                     |           |           |           |           |
|-------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| die sich für die Stromfäden         | $a_1 a_2$ | $b_1 b_2$ | $c_1 c_2$ | $d_1 d_2$ |
| aus obiger Zahlentafel errechnet zu | 19,56     | 16,68     | 13,27     | 9,74 m/s  |

Die Endwerte sind gemeinsam gleich der relativen Austrittsgeschwindigkeit der nicht zugeschrägten Schaufel

$$w_{2s} = c_{2m} \frac{t_2}{t_2 - \sigma_2} \frac{1}{\sin \beta_2} = 4,81 \cdot 1,11 \cdot \frac{1}{0,391} = 13,65 \text{ m/s}.$$

Die  $w$ -Linien konnten nur für die Fäden  $c_1 c_2$  und  $d_1 d_2$  als Gerade angenommen werden. Beim Faden  $a_1 a_2$  mußte sie nach oben, bei  $b_1 b_2$  nach unten gekrümmt werden, um einen angenähert radialen Verlauf der Eintrittskante im Grundriß zu erhalten.

Nachdem die Linien der  $\beta$  aus Gl. (12) errechnet sind, werden die Winkel  $\varphi$  nach Gl. (11) durch Bestimmung der Flächen unter den Kurven der  $1/(r \operatorname{tg} \beta)$  errechnet. Mit den zusammengehörigen Werten von  $r$  und  $\varphi$  ergeben sich die Projektionen der Strombahnen im Grundriß (Abb. 191), von der Austrittskante ausgehend, die um  $45^\circ$  gegen den Umfang geneigt angenommen wird. Die auf den Flutlinien markierten Punkte entsprechen den Abszissen 1, 2 usw. in den Diagrammen Abb. 191a bis 191d.

Die Eintrittskante im Grundriß ist, wie ersichtlich, eine leicht gekrümmte Linie. Erwünscht ist, daß diese annähernd radial verläuft, einmal aus den S. 270 im Anschluß an Gl. (8) angegebenen Gründen, sodann um kleine Winkel zwischen Schaufelfläche und Seitenwand des Rades zu vermeiden, welche die Reibung vergrößern. Ergibt sich eine wesentlich stärkere Abweichung vom radialen Verlauf als in Abb. 191, so empfiehlt es sich, die mittleren Stromfäden zu

kürzen und die äußeren zu verlängern. Ersteres erreicht man, indem man die  $w$ -Kurve nach unten, letzteres indem man sie nach oben durchbiegt, was ohne

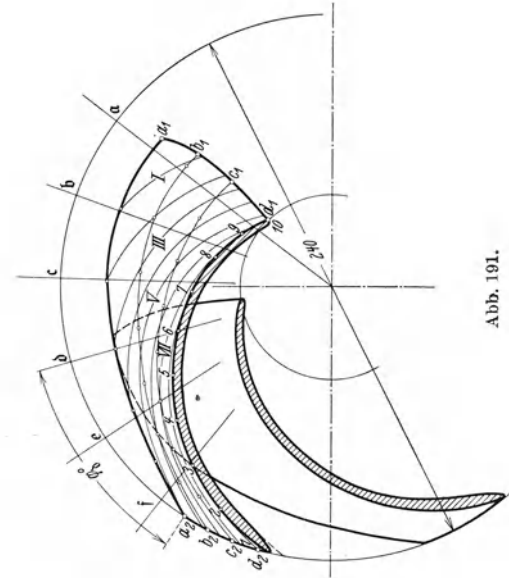


Abb. 190. Links Axialschnitte a bis j, rechts Normallinien.

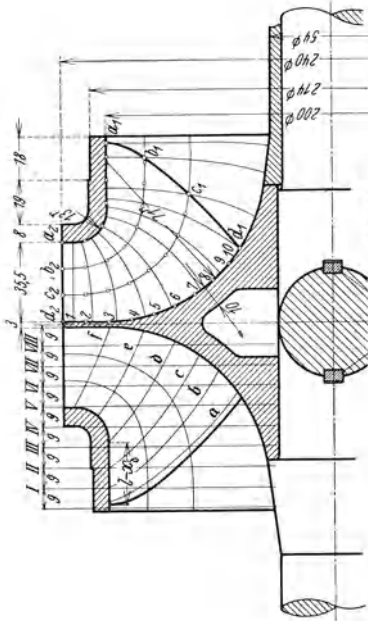


Abb. 191 a.

Abb. 190 bis 191 d. Laufrad für die gleiche Leistung wie Abb. 189 bis 189 e, jedoch mit punktwisei Berechnung der Schaufel.

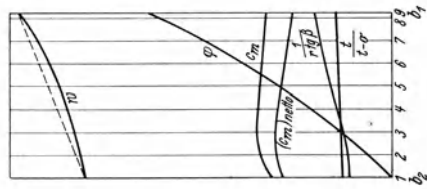


Abb. 191 b.

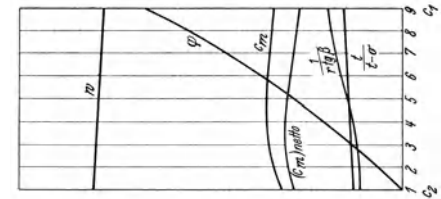


Abb. 191 c.

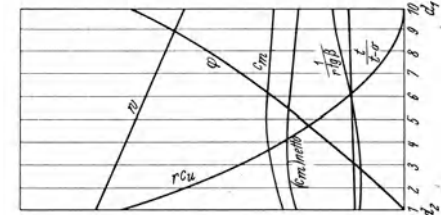


Abb. 191 d.

Beeinträchtigung der Stetigkeit der Fläche geschehen kann. Auch Änderungen der Lage der Eintrittskante im Meridianschnitt oder Änderungen der Neigung der Austrittskante gegen den Umfangskreis sind in Betracht zu ziehen.

Die Herstellung der Axial- und Schreinerschnitte macht am Schaufeleintritt dann Schwierigkeiten, wenn dort die Flutlinien parallel zur Achse verlaufen, also die Stromlinien im Grundriß sich fast als Kreise projizieren. Es empfiehlt sich dann, die  $\varphi$ -Linie der Diagramme Abb. 191a bis 191d heranzuziehen, die zu jedem Winkel  $\varphi$  des Grundrisses die Abwicklung  $x$  der Flutlinien zu entnehmen gestatten, womit auch der Abstand  $l - x$  von der Eintrittskante bekannt ist. Dies ist in Abb. 191a, d. h. bei der Flutlinie  $a_1 a_2$  für den Schnittpunkt des Axialschnitts  $b$  veranschaulicht.

Die ermittelte Fläche ist zwar in Abb. 191 als Vorderfläche gezeichnet, stellt aber bei diesem Verfahren strenggenommen die Mittelfläche der Schaufel dar, auf die beiderseits die halbe Wandstärke aufzutragen ist.

Für den Faden  $d_1 d_2$  ist in Abb. 191d auch der Verlauf des Dralls  $r c_u$  eingezeichnet. Wegen der endlichen Schaufelzahl entsprechen die in den Diagrammen enthaltenen Werte für  $w$ ,  $r c_u$  am Eintritt und Austritt nicht der Wirklichkeit, auch wenn man sie als Mittelwerte auffaßt.

c) **Ergänzende Bemerkungen zu beiden Verfahren.** Die im Grundriß erscheinende (in Abb. 189a und 191 schraffierte) Schnittfläche zwischen Schaufel und Seitenwand  $d_1 d_2$  (die allerdings für die Herstellung belanglos ist) sollte wegen des spitzen Kantenwinkels und der zur Schnittfläche schrägen Projektionsrichtung nicht mit der wahren Wandstärke  $s = 4$  mm gezeichnet werden. Der Verlauf ergibt sich am einfachsten unter Errechnung der in radialer Richtung erscheinenden Wandstärke  $s'''$  des Grundrisses (Abb. 192) aus

$$s''' = \frac{s \sin \varepsilon_i}{\sin \lambda_i \cos \beta} \quad (25)$$

Darin ist  $\varepsilon_i$  der aus Abb. 184a ersichtliche und aus dem Meridianschnitt zu entnehmende Neigungswinkel der Flutlinie der Seitenwand gegen die Parallele zur Achse,  $\beta$  der aus der Schaufelberechnung bekannte Schaufelwinkel und  $\lambda_i$  der Winkel zwischen Seitenwand und Schaufelfläche, der sich entsprechend Gl. (15) S. 273 ergibt aus

$$\operatorname{ctg} \lambda_i = \operatorname{ctg} \lambda'_i \cos \beta,$$

sofern  $\lambda'_i$  (Abb. 184a) aus der Zeichnung entnommen wird. Man muß aber im Auge behalten, daß die gezeichnete Fläche eigentlich als die Mittelfläche der Schaufel zu betrachten ist.

Die spezifische Drehzahl der Pumpe beträgt nach Gl. (2) Abschn. 81

$$n_s = 3,65 \cdot 1800 \frac{\sqrt{0,236}}{16,6^{\frac{3}{2}}} = 388$$

und die spezifische (dimensionslose) Winkelgeschwindigkeit nach Gl. (8a) Abschnitt 81

$$\omega_s = \frac{388}{193,3} = 2,01.$$

## 89. Entwurf der Schaufel unter Annahme der freien Strömung als Meridianströmung.

Bisher ist vorausgesetzt, daß die Meridiangeschwindigkeit für alle Punkte einer bestimmten Normallinie die gleiche ist. Dies trifft in Wirklichkeit nicht zu, sondern es ist wahrscheinlich, daß die Stromlinienverteilung im Meridianschnitt eine ähnliche sein wird, wie sie in Abschn. 7 für die freie Strömung abgeleitet wurde, sofern von der

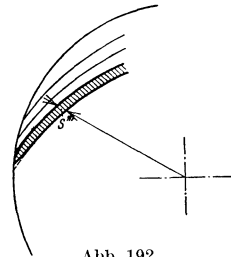


Abb. 192.

Reibung zunächst abgesehen wird. Danach muß die Meridiangeschwindigkeit vom Faden  $a_1 a_2$  nach dem Faden  $d_1 d_2$  stark abnehmen. Wird das Strombild nach der in Abschn. 7 angegebenen Weise entworfen, so tritt eine Verschiebung der Stromlinien, wie aus Abb. 193 ersichtlich, gegenüber den bisherigen (gestrichelt gezeichneten) ein. Bei der Bestimmung genügt es nicht, die Strömung im Rad allein zu betrachten, sondern es muß auch die Wandbegrenzung des anschließenden Saugraums und Druckraums in Betracht gezogen werden. Dies ist um so mehr notwendig, als die Wandungen des anschließenden Spiralgehäuses sich meist stark erweitern.

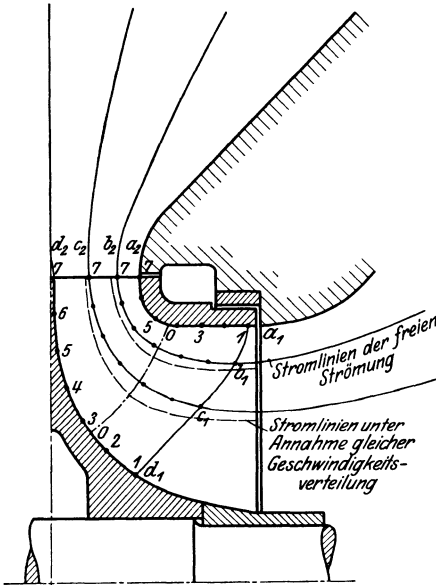


Abb. 193. Veränderung der Stromlinien des Meridianschnitts bei Zugrundelegung der freien Strömung.

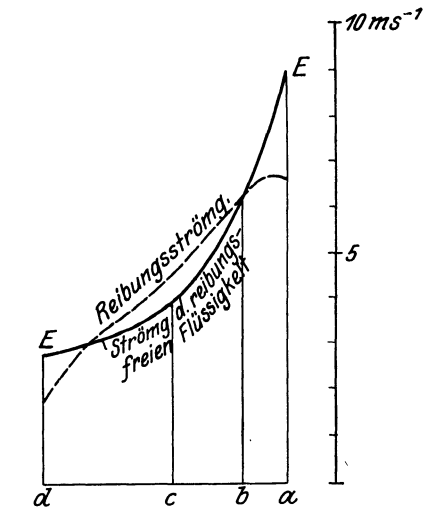


Abb. 193a. Verlauf der Meridiangeschwindigkeit längs der Normallinie 0—0 (Abb. 193).

Welche beträchtlichen Geschwindigkeitsunterschiede sich ergeben, ist in Abb. 193a für die Normallinie 0—0 veranschaulicht. Die Winkelverhältnisse werden deshalb sowohl am Eintritt wie Austritt andere wie früher. Insbesondere ist jetzt der Austrittswinkel  $\beta_2$  für jeden Stromfaden verschieden groß, wie unmittelbar sich aus der Gleichung

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u_2 - c_{2u}} \tag{26}$$

ergibt, und zwar wird er, weil  $u_2 - c_{2u}$  gleichbleibt, von  $a_2$  nach  $d_2$  stark abnehmen, falls die Austrittskante im Meridianschnitt parallel zur Achse bleibt. Wird diese im Meridianschnitt in entsprechender Weise schräg gelegt, so kann der gleiche Winkel  $\beta_2$  für alle Fäden verwendet werden.

Wollte man nun die Reibung berücksichtigen, so könnte man die  $c_m$ -Kurven der einzelnen Normallinien, wie in Abb. 193a gestrichelt angegeben, unter Beachtung der Geschwindigkeitskurve für turbulente

Strömung nach Abb. 21 so ändern, daß die Wassermenge, d. h. der Ausdruck  $Q = \int_0^y 2r\pi dy \cdot c_m$ , wo  $y$  die Länge der einzelnen Normallinie, gleichbleibt. Obwohl dann die Verfahren des Abschn. 7 nicht mehr anwendbar sind, so kann doch eine solche schätzungsweise Berücksichtigung der ungleichen Geschwindigkeitsverteilung nach dem Schaufelaustritt hin vorteilhaft sein.

### 90. Verfahren der punktweisen Errechnung der Schaufel, wenn die Ein- und Austrittskanten im Grundriß radial verlaufen.

Die Meridianströmung einer reibungslosen Flüssigkeit in einem Kreisrad mit unendlicher Schaufelzahl verläuft nach v. Mises<sup>1</sup> und Bauersfeld<sup>2</sup> nur dann als freie Strömung, wenn die Kurven gleichen Dralls  $rc_u$  im Grundriß radial erscheinen. Obwohl die endliche Schaufelzahl und die Reibung die Gültigkeit dieses Gesetzes beeinträchtigen, so werde doch im nachstehenden der hierauf gegründete Entwurf der Schaufel beschrieben, weil daran gleichzeitig gezeigt werden kann, wie vorzugehen ist, wenn man die Eintrittskante im Grundriß annimmt und danach ihren Verlauf im Aufriß bestimmt.

Die Ein- und Austrittskanten werden unter der gemachten Voraussetzung in Axialebenen liegen müssen, weil sie Linien gleichen Dralls sind. Ihr Verlauf ist also im Grundriß bekannt, wenn je ein Punkt gegeben ist. Wir gehen nun so vor, daß wir die Austrittskante im Aufriß und Grundriß annehmen, und zwar verlaufe sie im Aufriß schräg zur Achse, weil  $c_{2m}$  sehr stark wechselt. Zunächst werde der Verlauf einer Stromlinie ( $c_1c_2$ ) nach dem bisherigen Verfahren der punktweisen Errechnung im Grundriß bestimmt (Abb. 194, 195, 195a). Das Strombild der freien Meridianströmung sei nach den in Abschn. 7 gemachten Angaben entworfen. Der Bestimmung der Schaufel werden die Kurven der  $rc_u$  und  $c_m$  zugrunde gelegt, von denen die letztere sich aus dem Strombild ergibt und die erstere unter Beachtung der bekannten Grenzwerte  $r_1c_{1u} = 0$  und  $r_2c_{2u} = u_2c_{2u}/\omega = gH_{th\infty}/\omega$  anzunehmen ist (Abb. 195a)<sup>3</sup>. Auf Grund der hiernach bestimmten Projektion  $c'_1c'_2$  des betrachteten Stromfadens ist der Verlauf der Eintrittskante im Grundriß bekannt, und es sind nun die übrigen Stromlinien so einzutragen, daß der Drall für den gleichen Winkel  $\varphi$  der gleiche ist, um dem obigen Gesetz zu genügen. Der Verlauf der Eintrittskante im Aufriß ist dann erst bekannt, wenn alle Stromlinien im Grundriß eingezeichnet sind.

Für alle Stromlinien gemeinsam ist die der ersten Strombahn  $c_1c_2$  zugrunde liegende Kurve der  $rc_u$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ , die in Abb. 195b auf Grund der beiden in Abb. 195a enthaltenen Kurven der  $\varphi$  und  $rc_u$  herausgezeichnet ist. Es handelt sich nun darum, aus dieser Linie die

<sup>1</sup> Theorie der Wasserräder, S. 28ff. u. S. 108. Leipzig 1908.

<sup>2</sup> Bauersfeld: Die Konstruktion der Francis-Schaukel nach der Lorenzschens Turbinentheorie. Z. VDI 1912 S. 2045.

<sup>3</sup> Der Wert  $c'_m$  in Abb. 195a und 195c bedeutet die Meridiangeschwindigkeit ohne Berücksichtigung der zunächst schätzungsweise anzunehmenden Schaufelverengung (ist also identisch mit  $[c_m]$  netto).

$(\varphi, x)$ -Kurven für die noch nicht gezeichneten Stromlinien abzuleiten, da damit auch der Zusammenhang zwischen  $\varphi$  und  $r$  gegeben ist, der zum

Aufzeichnen der Stromlinien im Grundriß nötig ist. Zunächst kann nur, wie in Abb. 195c für den Faden  $a_1 a_2$  geschehen, die Linie der  $r$  und  $c_m$  in Abhängigkeit von  $x$  angegeben werden. Man benutzt nun Gl. (10a) und schreibt sie in der Form

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\varphi}{dx} &= \frac{1}{r \operatorname{tg} \beta} \\ &= \frac{1}{r} \frac{u - c_u}{c_m} \\ &= \frac{r^2 \omega - (r c_u)}{r^2 c_m} \end{aligned} \right\} (27)$$

Hieraus könnte die  $(\varphi, x)$ -Kurve, wenn man mit  $x = 0$ , d. h.  $\varphi = 0$  beginnt, durch schrittweises Aneinanderreihen der Tangenten ermittelt werden, wobei die  $(r c_u)$ -Werte aus Abb. 195b entnommen werden. Da die  $\varphi$ -Kurve häufig stark gekrümmt ist, ist dieses Verfahren aber ungenau. Deshalb empfiehlt es sich, nach Bauersfeld zunächst die  $(r c_u, x)$ -Kurve in Abb. 195c zu zeichnen und Gl. (27) zu schreiben

$$\frac{d\varphi}{d(r c_u)} \frac{d(r c_u)}{dx} = \frac{r^2 \omega - (r c_u)}{r^2 c_m},$$

woraus

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(r c_u)}{dx} \\ = \frac{d(r c_u)}{d\varphi} \frac{r^2 \omega - (r c_u)}{r^2 c_m} \end{aligned} \right\} (28)$$

Hierin sind die Werte  $d(r c_u)/d\varphi$  unmittelbar aus Abb. 195b bestimmt. Die Kurve der  $r c_u$  kann mittels Gl. (28), wenn man von der Ordinatenachse aus mit dem bekannten Wert  $r_2 c_{2u}$  beginnt, schrittweise durch

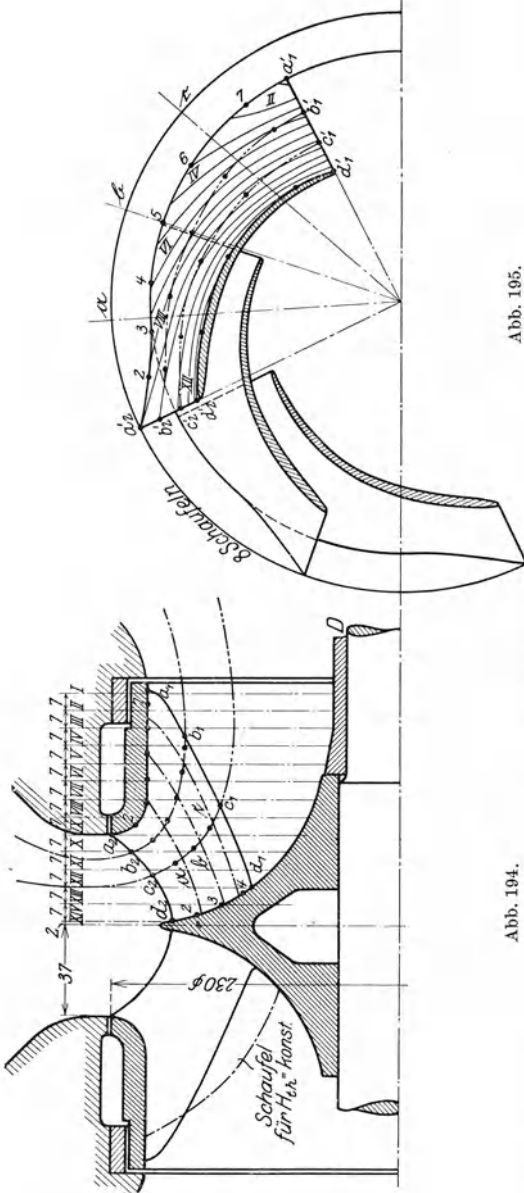


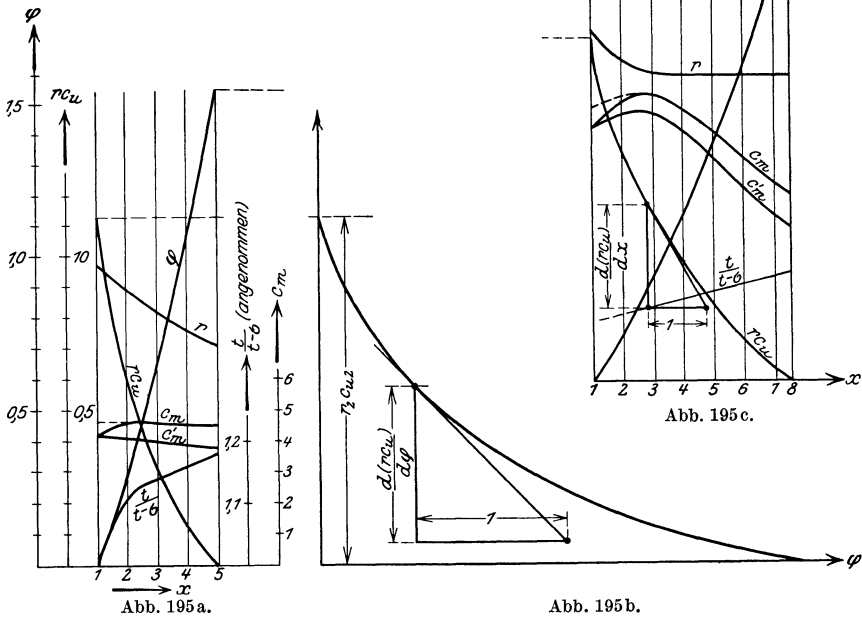
Abb. 194.

Abb. 195.

Abb. 194 und 195. Laufrad für 850 m<sup>2</sup>/h auf 16,6 m bei 2150 U/min mit Ein- und Austrittskante in Axialebenen nach dem Verfahren von Bauersfeld.

Anlegen der Tangenten entwickelt werden, womit auch die  $\varphi$ -Werte nach Abb. 195b gegeben sind. Die Probe des Verfahrens liegt darin, daß man aus den erhaltenen  $(rc_u)$ -Kurven in der S. 273f. besprochenen Weise zu denselben  $\varphi$ -Werten gelangen muß.

Die Schaufelung der Abb. 194 und 195 ist für die gleiche Pumpenleistung und den gleichen Verlauf der Radwände gezeichnet wie das Beispiel des Abschn. 88. Der größte Raddurchmesser ist aber von 240 auf 230 mm erniedrigt und die Drehzahl von 1800 auf 2150/min erhöht. Die spezifische Drehzahl beträgt nach Gl. (2) S. 258  $n_s = 463$ .



Die erhaltene Lage der Eintrittskante im Aufriß ergibt einen kurzen Faden  $d_1d_2$  und einen langen Faden  $a_1a_2$ . Zum Vergleich ist auf die linke Seite der Abb. 194 der Verlauf der Eintrittskante für gleiches  $H_{th}$ , also mit  $r_2^2/S = const$ , strichpunktiert eingetragen. Daraus ergibt sich, daß die nach dem Bauersfeldschen Verfahren gezeichnete Schaufel den Verhältnissen der endlichen Schaufelzahl wahrscheinlich insofern nicht gerecht wird, als die einzelnen Wasserfäden auf verschiedene Höhe fördern. Man könnte dies vielleicht zum Teil ausgleichen, indem bei den zu kurzen Fäden die Schaufelfläche über die erhaltene Eintrittskante hinaus um ein wirkungsloses Stück verlängert wird, für welches  $rc_u$ , also auch  $c_u = 0$  ist. Ferner bleibt dahingestellt, ob der schlechtere hydraulische Wirkungsgrad des Fadens  $a_1a_2$  es nicht rechtfertigt, diesen nach der Saugseite zu verlängern, um dadurch die Minder-



leistung entsprechend zu verkleinern. Wenig günstig erscheinen ferner die spitzen Winkel zwischen den Axialschnitten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  usw. und der äußeren Wand (vgl. S. 248, 275).

### 91. Schräglage der Austrittskante im Meridianschnitt.

Mit Ausnahme der zuletzt behandelten Schaufel haben wir bisher die Austrittskante auf einer Zylinderfläche mit der Drehachse als Achse liegend angenommen. Diese Gleichheit des Austrittsdurchmessers  $D_2$  gewährleistet nur Gleichheit des Rechnungswertes  $H_{th\infty}$  in dem Falle, daß außerdem  $c_{2m}$  und  $\beta_2$  gleich sind, weil (vgl. Abb. 82)

$$H_{th\infty} = \frac{u_2}{g} c_{2u} = \frac{u_2}{g} (u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2). \quad (29)$$

Daß  $c_{2m}$  längs der Austrittskante recht wohl verschieden sein kann, lehrt Abb. 193a.

Um Gleichheit der wirklichen Schaufelarbeit  $H_{th}$  zu erzielen, müßte ferner die Minderleistungsziffer  $p$ , also das statische Moment  $S$  der einzelnen Stromfäden des Meridianschnittes, gleich sein<sup>1</sup> (vgl. Abschn. 84). Verlangt man aber Gleichheit der tatsächlichen Förderhöhe

$$H = \eta_h H_{th}, \quad (29a)$$

was nötig ist, wenn verlustreiche Unterströmungen vermieden werden sollen, so kommt offenbar der Einfluß der hydraulischen Verluste hinzu. Diese sind für die einzelnen Fäden nicht gleich, weil die Relativgeschwindigkeiten am Eintritt ebenso wie Länge und Querschnitt der Laufkanäle für die einzelnen Stromfäden ganz verschieden sind. Damit fällt auch die Berechtigung gleicher Werte  $H_{th}$ . Diese Werte müssen vielmehr von Faden zu Faden wechseln, weil  $\eta_h$  wechselt. Da man die Eintrittskante nur innerhalb enger Grenzen verschieben kann (S. 267), so ergibt sich also die Notwendigkeit, die Unterschiede an der Austrittskante auszugleichen, d. h.  $D_2$  und vielleicht auch  $\beta_2$  sich ändern zu lassen. Die bisher behandelte Schaufel mit gleichbleibendem  $D_2$  wird also — besonders bei hoher Schnellläufigkeit — noch verbesserungsfähig sein, und es soll in diesem Abschnitt ein Rechenverfahren zur angenäherten Bestimmung der Schräglage der Austrittskante im Meridianschnitt angegeben werden<sup>2</sup>.

Wir gehen aus von Gl. (15) Abschn. 26,

$$H = H_{th} - \zeta_1 \frac{w_0^2}{2g} - \zeta_2 \frac{c_3^2}{2g}, \quad (30)$$

wo  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  Erfahrungszahlen bedeuten. Zwar berücksichtigt diese Gleichung nur die Änderung der Ein- und Austrittsverhältnisse und nicht die Kanalform, die im vorliegenden Fall für die einzelnen Fäden

<sup>1</sup> Falls die Verschiedenheit der Form der Stromfäden hinsichtlich ihres Einflusses auf die Minderleistung berücksichtigt werden soll (S. 126 f.), darf auch  $S$  nicht gleich groß gewählt werden.

<sup>2</sup> Vgl. Pfeleiderer: Untersuchungen aus dem Gebiet der Kreisradmaschinen. Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 295 S. 90ff.

ebenfalls sehr verschieden ist. Dieser Einfluß dürfte aber gegen den ersterwähnten zurücktreten. Wir setzen in Gl. (30)

$$w_0^2 = c_0^2 + u_1^2,$$

ferner mit Bezug auf Abb. 82 und Gl. (20) Abschn. 42, sofern die Endlichkeit der Schaufeldicke vernachlässigt, also  $c_{3m} = c_{2m}$  genommen wird,

$$c_3^2 = c_{2m}^2 + c_{3u}^2 = c_{2m}^2 + \left(\frac{c_{2u}}{1+p}\right)^2 = c_{2m}^2 + \left(\frac{u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2}{1+p}\right)^2,$$

endlich gemäß Gl. (29)

$$H_{\text{th}} = \frac{H_{\text{th}\infty}}{1+p} = \frac{u_2(u_2 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2)}{g(1+p)} \quad (31)$$

und erhalten eine in  $u_2$  quadratische Gleichung, die nach Ordnung der Glieder lautet

$$\begin{aligned} \frac{u_2^2}{1+p} \left(2 - \frac{\zeta_2}{1+p}\right) - 2u_2 \frac{c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2}{1+p} \left(1 - \frac{\zeta_2}{1+p}\right) \\ = 2gH + \zeta_1(c_0^2 + u_1^2) + \zeta_2 c_{2m}^2 \left(1 + \left(\frac{\operatorname{ctg} \beta_2}{1+p}\right)^2\right). \end{aligned} \quad (32)$$

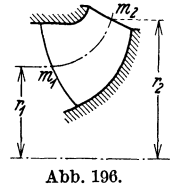


Abb. 196.

Aus dieser Gleichung kann für jeden Stromfaden die Umfangsgeschwindigkeit  $u_2$  am Austritt und damit der Halbmesser  $r_2 = u_2/\omega$  berechnet, also der Endpunkt  $m_2$  des Stromfadens (Abb. 196) festgelegt werden. Dabei sind  $c_0$  und  $u_1$  durch den angenommenen Verlauf der Eintrittskante bekannt,  $\beta_2$  ist aus dem Entwurf der Schaufelfläche zu entnehmen.  $p$  ist für jeden Stromfaden aus Gl. (22) Abschn. 42 zu berechnen;  $c_{2m}$  ergibt sich aus dem gezeichneten Strombild der Meridianströmung. Die Bestimmung der beiden letzten Werte setzt die vorläufige Annahme von  $r_2$  voraus. Falls der berechnete Wert von  $r_2$  stark hiervon abweicht, ist die Rechnung zu wiederholen. Die Werte  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  können bei Pumpen der vorliegenden Art gesetzt werden

$$\zeta_1 = 0,08 \text{ bis } 0,2, \quad \zeta_2 = 0,2 \text{ bis } 0,3.$$

$\zeta_2$  ist größer als  $\zeta_1$ , weil die Verlangsamung der Strömung im Leitrad wesentlich stärker ist als im Laufrad, wo häufig sogar eine Beschleunigung vorliegt. Wir nehmen  $\zeta_1$  für die einzelnen Teilströmungen des Laufrads trotz der verschiedenen Kanalformen als gleich groß an und bestimmen beide Zahlen für den mittleren Faden unter Heranziehung von  $\eta_h$  aus folgender Gleichung, die sich unmittelbar aus Gl. (30) ergibt und mit Gl. (17) Abschn. 26 übereinstimmt

$$\eta_h = \frac{1}{1 + \frac{1}{2gH}(\zeta_1 w_0^2 + \zeta_2 c_3^2)}. \quad (33)$$

Dabei ist für  $\eta_h$  ein für die vorliegende Bauart brauchbarer Wert vorzuschreiben und  $\zeta_2 \approx 2\zeta_1$  zu setzen.

Die Genauigkeit des besprochenen Verfahrens wird erhöht, wenn man die ungleiche Verteilung von  $c_m$  längs einer Normallinie (gemäß Abschn. 89) berücksichtigt. Falls sich  $c_{2m}$  oder  $\beta_2$  längs der Austrittskante nicht stark verändert, ist die erhaltene Neigung meist gering.

Zu beachten ist, daß der so bestimmte Verlauf nur für eine Wasserlieferung gilt. Für andere Pumpenleistungen müssen sich wieder Unterströmungen einstellen, weil die Verschiedenheit des Eintrittsstoßes sich geltend macht [Gl. (14) Abschn. 57] und auch die Energieaufnahme  $H_{th}$  sich nach Gl. (31) wegen der Ungleichheit von  $u_2$  für jeden Stromfaden verschieden ändert. Dieser Nachteil ist um so stärker vorhanden, je größer die Neigung der Austrittskante und je verschiedener die Form der einzelnen Stromfäden ist. Er hat ein stärkeres Abfallen des Wirkungsgrades rechts und links vom günstigsten Punkt und einen höheren Kraftbedarf bei Leerlauf zur Folge, als die einfach gekrümmten Schaufeln aufweisen.

Der Rechnungsgang werde in dem Zahlenbeispiel des nächsten Abschnitts näher veranschaulicht.

### 91 a. Berechnung einer Pumpe mit halbaxialem Laufrad und axialem Leitrad. (Abb. 197, 198.)

Leistung:  $Q = 3000 \text{ m}^3/\text{h}$ ,  $H = 9,00 \text{ m}$ ,  $n = 900 \text{ U/min}$ , also spezifische Drehzahl nach Gl. (2) Abschn. 81  $n_s = 576$ .

Sicherheitszuschlag 9%, also  $Q' = 1,09 \cdot 3000/3600 = 0,91 \text{ m}^3/\text{s}$ . Mit einem Nabdurchmesser  $d_n = 90 \text{ mm}$ ,  $D_s = 500 \text{ mm}$  folgt aus Gl. (25) Abschn. 31  $c_s = 4,8 \text{ m/s}$ .  $\eta_n = 0,84$  gibt  $H_{th} = 9,00/0,84 = 10,70 \text{ m}$ . Damit  $D_2 > D_s$  wird, sei  $\beta_2$  (gemessen in der Flutfläche, nicht in einer Ebene senkrecht zur Achse) möglichst klein gewählt, nämlich  $\beta_2 = 16^\circ$ . Wird vorläufig  $p = 0,30$  entsprechend

$$H_{th, c} = 1,30 \cdot 10,70 = 13,90 \text{ m}, \quad \text{ferner} \quad (c_{2m})_{\text{netto}} = c_{2m} = 5,50 \text{ m/s}$$

geschätzt, so liefert Gl. (35) S. 85  $u_2 = 24,68 \text{ m/s}$ , also  $D_2 = 0,524 \text{ m}$ . Jetzt wird das Radprofil unter Beachtung seiner Fortsetzung im Leitrad mit einer möglichst großen Neigung der Seitenwände und mit stetigem Übergang von  $c_s$  auf  $c_{2m}$  einschließlich der Flutlinien  $b_1, b_2, c_1, c_2, d_1, d_2$  entworfen (Abb. 197), wobei die Meridiangeschwindigkeiten längs einer Normallinie wieder gleich angenommen seien, da die Flutlinien — besonders am Radaustritt — nur wenig gekrümmt sind. [Um ungünstige Formen der Austrittskante zu vermeiden, sollte die seitliche Begrenzung des Rades so angenommen werden, daß die Werte  $(c_m)_{\text{netto}}$  innerhalb des Gebietes, in dem die Austrittskante vermutet wird, nach außen hin entweder konstant sind oder stetig abnehmen.] Die Eintrittskante ist anschließend im Aufriß nach Schätzung einzutragen. Mit dem berechneten  $D_2 = 0,524 \text{ m}$  findet sich das statische Moment der mittleren Flutlinie (S. 120) zu  $S = 0,0436 \text{ m}^2$ . Wird nun  $z = 5$  und  $\psi = 0,85$  [also wegen des kleinen  $\beta_2$  nach Gl. (23) oder (33) Abschn. 42 verhältnismäßig klein] gewählt, so gibt Gl. (22) und (21) S. 119  $p = 0,268$ ,  $H_{th\infty} = 13,58 \text{ m}$ . In der durch den Austrittspunkt der betrachteten mittleren Flutlinie gehenden Normallinie des Meridianschnitts ist der Wert  $c_{2m} = 5,50$  unverändert geblieben. Somit erhält man aus Gl. (35) S. 85  $u_2 = 24,58 \text{ m/s}$  entsprechend  $D_2 = 0,521 \text{ m}$  in guter Übereinstimmung mit der Annahme. Dieser Wert ist für den mittleren Faden, zu dem jetzt  $S = 0,0423 \text{ m}^2$  gehört, endgültig. Zur Ermittlung der Schräglage der Austrittskante berechnet man für diesen Faden die Verlustziffern  $\zeta_1$  und  $\zeta_2$  nach S. 293. Für den zugehörigen Punkt der Eintrittskante gibt die Zeichnung

$$r_1 = 0,1855 \text{ m};$$

ferner ist

$$c_0 = 5,02 \text{ m/s}; \quad u_1 = 17,50 \text{ m/s}, \quad \text{also} \quad w_0^2 = c_0^2 + u_1^2 = 321,5 \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

Ebenso ist am Austrittspunkt

$$c_{3u} = gH_{th}/u_2 = 4,28 \text{ m/s}, \quad c_3^2 = c_{2m}^2 + c_{3u}^2 = 48,6 \text{ m}^2/\text{s}^2.$$

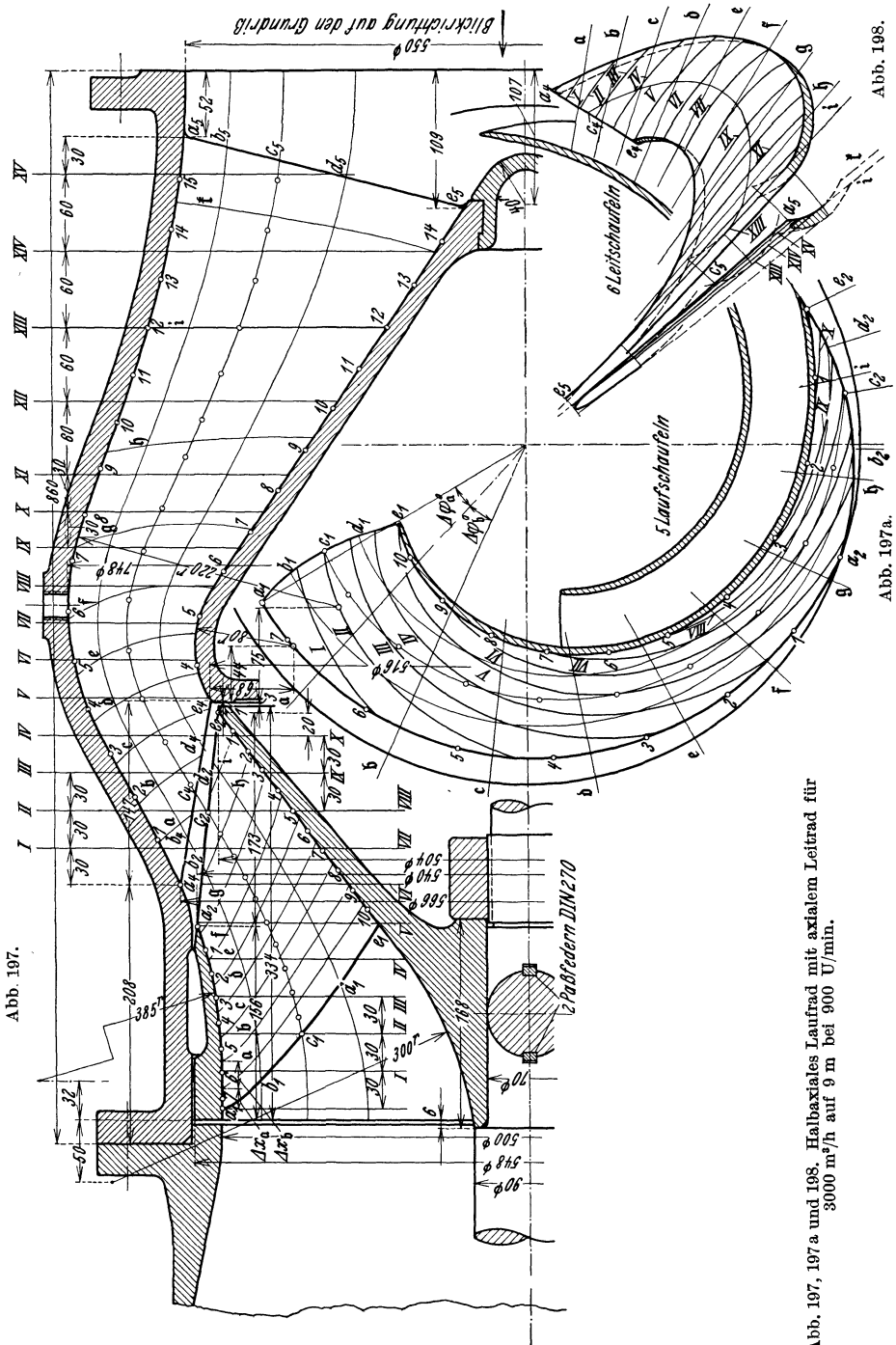


Abb. 197, 197a und 198. Halbaxiales Laufrad mit axialem Leitrad für  $3000 \text{ m}^3/\text{h}$  auf  $9 \text{ m}$  bei  $900 \text{ U}/\text{min}$ .

Abb. 198.

Abb. 197a.

Damit gibt Gl. (33) S. 293, da  $\eta_h = 0,84$ , wenn  $\zeta_2 = 2\zeta_1$  vorgeschrieben wird,  $\zeta_1 = 0,08$ ,  $\zeta_2 = 0,16$ .

Für jeden der vier anderen Fäden wird jetzt aus Gl. (32), S. 293  $u_2$  und damit  $D_2$  errechnet, wobei  $\beta_2$  längs der Austrittskante überall gleich  $16^\circ$  vorgeschrieben sei. Man wird zunächst für jeden Faden einen Wert  $r_2$  annehmen, damit  $S$  und  $p$  errechnen und aus dem Meridianschnitt  $c_{2m}$  entnehmen. Weicht das Ergebnis stark von der Annahme ab, ist die Rechnung zu wiederholen. Die Berechnung ist in nachstehender Zahlentafel zusammengestellt. Dabei sind in der letzten Spalte auch die Werte  $\eta_h$  angegeben, die sich anschließend für die einzelnen Fäden nach Gl. (33) errechnen.

Zahlentafel für die Berechnung der Schräglage der Austrittskante im Meridianschnitt.

| Flutlinie | $r_2$  | $S$<br>[Gl. (27)<br>S. 120] | $c_{2m}$ | $p$<br>[Gl.(22)<br>S. 119] | $c_0$ | $u_1$ | $w_0^2$                        | $u_2$<br>[Gl. (32)] | $r_3$ | $\eta_h$ |
|-----------|--------|-----------------------------|----------|----------------------------|-------|-------|--------------------------------|---------------------|-------|----------|
| —         | m      | m <sup>2</sup>              | m/s      | —                          | m/s   | m/s   | m <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> | m/s                 | m     | —        |
| $a_1 a_2$ | 0,2700 | 0,0378                      | 5,60     | 0,328                      | 4,815 | 23,57 | 577,2                          | 25,51               | 0,270 | 0,765    |
| $b_1 b_2$ | 0,2650 | 0,0413                      | 5,57     | 0,280                      | 4,88  | 20,60 | 448,8                          | 25,02               | 0,266 | 0,802    |
| $c_1 c_2$ | 0,2605 | 0,0423                      | 5,50     | 0,273                      | 5,02  | 17,50 | 321,5                          | 24,60               | 0,261 | 0,840    |
| $d_1 d_2$ | 0,2567 | 0,0408                      | 5,40     | 0,275                      | 5,20  | 14,66 | 242,0                          | 24,19               | 0,257 | 0,867    |
| $e_1 e_2$ | 0,2530 | 0,0403                      | 5,31     | 0,270                      | 5,30  | 11,56 | 162,0                          | 23,76               | 0,252 | 0,897    |

Für die jetzt folgende punktweise Errechnung der einzelnen Fäden ist im vorliegenden Fall Gl. (13) S. 273 benutzt, da die Werte von  $(c_m)_{\text{netto}}$  bereits bekannt sind und der Verlauf von  $s'$  als verbindende Gerade zwischen den Werten  $s'_1$  [aus Gl. (7)] und  $s'_2$  [aus Gl. (15 b)] festgelegt werden kann. Die Neigung  $\delta_2$  der Austrittskante gegen den Umfang (im kreiszylindrischen Schnitt vom Durchmesser  $D_2$ , also nicht im Meridianschnitt gesehen) kann bei der Berechnung von  $s'_2$  zunächst beliebig angenommen werden, da die Schauffelverengung am Austritt hierdurch nur unwesentlich beeinflusst wird. Mit  $\delta_2 = 45^\circ$  gibt Gl. (15 b)  $\text{ctg } \lambda_2 = 0,276$ ,  $\lambda_2 = 74^\circ 32'$ ,  $s'_2 = 8/\sin \lambda_2 = 8,3$  mm. Die Verhältnisse an der Eintrittskante werden wie in der Tabelle S. 283 bestimmt. Zum Eintragen der  $w$ -Linien braucht man neben  $w_1$  auch den Endwert  $w_{2s}$ , der für die nicht zugeschrägte Schauffel gültig ist. Dieser ist für die einzelnen Fäden nicht gleich, weil  $c_{2m}$  wechselt. Da für den mittleren Faden  $t_2/(t_2 - \sigma_2)$  sich aus  $s'_2$  mit  $\sigma_2 = s'_2/\sin \beta_2$  zu 1,10 errechnet, so findet sich  $w_{2s}$  gemäß nachstehender Zahlentafel:

| Faden   | $a_1 a_2$ | $b_1 b_2$ | $c_1 c_2$ | $d_1 d_2$ | $e_1 e_2$ |
|---|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $(c_{2m})_{\text{netto}}$ . . . . .             | 5,60      | 5,57      | 5,50      | 5,40      | 5,31 m/s  |
| $c_{2m} = 1,1(c_{2m})_{\text{netto}}$ . . . . . | 6,16      | 6,14      | 6,06      | 5,95      | 5,86 m/s  |
| $w_{2s} = c_{2m}/\sin \beta_2$ . . . . .        | 22,35     | 22,21     | 21,99     | 21,58     | 21,22 m/s |

Die Diagramme für die punktweise Berechnung sind für die drei Fäden  $a_1 a_2$ ,  $c_1 c_2$ ,  $e_1 e_2$  in Abb. 199 bis 199b angegeben. Wie ersichtlich, konnte die  $w$ -Linie durchweg geradlinig bleiben, ohne daß die Eintrittskante im Grundriß zu weit von der radialen Richtung abweicht. Dies wurde durch entsprechende Wahl des Verlaufs der Austrittskante in der Umfangsrichtung erzielt, wobei gleichzeitig darauf geachtet wurde, daß die Axialschnitte einen günstigen Verlauf zeigen, d. h. steil auf die Radbegrenzung stoßen, ohne Rücksicht auf die sich möglicherweise daraus ergebende Neigung der Austrittskante gegen den Umfang und die Notwendigkeit ihrer Krümmung. Die Schauffel ist in Abb. 197 und 197a gezeichnet. Im allgemeinen ist es bei diesen Schnellläufern von Vorteil, die äußere Seitenwand wegzulassen, weil dadurch die Radreibung stark verringert wird (S. 348). In diesem Falle empfiehlt es sich, die Festigkeit der Schauffeln durch Vergrößern der Wandstärke nach der Nabe hin zu erhöhen.

Das in Abb. 197, 198 ebenfalls gezeichnete Leitrad ist mittels des in Abb. 199c angegebenen  $\alpha$ -Verlaufs punktweise für die drei Fäden  $a_4 a_5$ ,  $c_4 c_5$ ,  $e_4 e_5$  nach Gl. (22) Abschn. 49 berechnet, nachdem vorher die äußere Begrenzung auf Grund des für

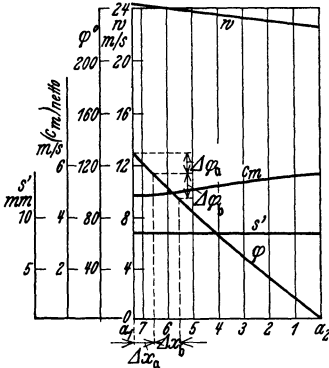


Abb. 199. Flutlinie  $a_1 a_2$ .

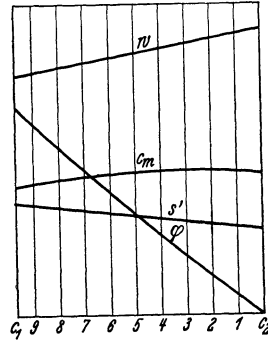


Abb. 199a. Flutlinie  $c_1 c_2$ .

Abb. 199, 199a und 199b. Diagramm zur Laufschaufel Abb. 197.

den mittleren Faden eingetragenen  $c_m$ -Verlaufs bestimmt worden war. Der aus Gl. (21) Abschn. 49 hierzu ermittelte  $c$ -Verlauf ist zur Kennzeichnung der Geschwindigkeitsumsetzung ebenfalls eingetragen. Die Eintrittskante des Leitrades ist im Meridianschnitt nicht parallel zur Austrittskante des Laufrades gelegt, um spitze Seitenwinkel zu vermeiden. Der Zwischenraum ist entsprechend dem Flächensatz zu berücksichtigen und danach der Eintrittswinkel  $\alpha_a$ , d. h. der Anfangswert der  $\alpha$ -Linie mit Gl. (5) Abschn. 47 durch entsprechende Bestimmung von  $\tan \alpha_3$  zu berechnen. Der Endwert der  $\alpha$ -Linie ist durch Gl. (16) und (17) Abschn. 48 gegeben, wobei die Übertreibung mit  $\psi_1 = 1,2$  berechnet wurde.

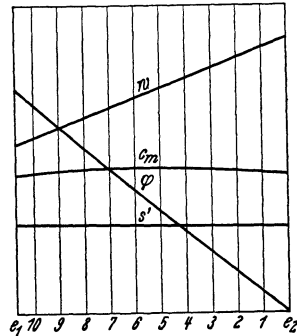


Abb. 199b. Flutlinie  $e_1 e_2$ .

Aus dem in Abb. 198 gezeichneten Grundriß ist zu ersehen, daß die Eintrittskante schräg zum Umfang gerichtet und auch die Austrittskante nicht

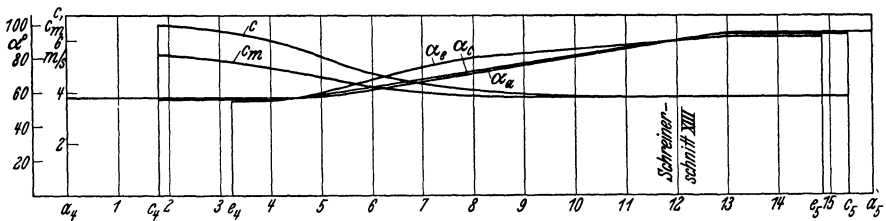


Abb. 199c. Diagramm zur Leitschaufel Abb. 197, 198.

genau in eine Axialebene fällt. Die Schaufelpunkte, in denen die Schaufelwinkel durch  $90^\circ$  hindurchgehen, liegen im Schreinerschnitt XIII.

Da die Gehäuse derartiger Pumpen häufig nach einer waagerechten Mittelebene geteilt werden, so ist die Zahl der Leitschaufeln so zu wählen, daß die Schaufeln sich im Grundriß nicht in radialer Richtung überdecken.

## 92. Das halbaxiale Schraubenrad.

Den im vorstehenden Abschnitt angegebenen Rechnungsgang kann man naturgemäß auch anwenden, wenn die Austrittskante des Laufrades im Meridianschnitt gegen die Achse stark geneigt ist (Abb. 200). Diese starke Neigung ist bei gesteigerter Schnellläufigkeit notwendig, weil hier sonst an der Nabe sehr lange Profile mit sehr großer Reibungsfläche entstehen würden. Man erhält dann Räder gemäß Abb. 200 a oder 293. Sie haben ferner bei hochgetriebener Schnellläufigkeit mit dem in Abschn. 94 behandelten Propeller große Ähnlichkeit und stehen auch hinsichtlich ihrer Schnellläufigkeit kaum hinter diesem zurück. Zwar ist die Herstellung der Schaufel etwas schwieriger. Diese konischen Propeller haben aber gegenüber den axialen den wesentlichen Vorzug, daß der Leistungsbedarf bei Nulllieferung kleiner ist und somit auch die Wirkungsgradkurve weniger rasch abfällt, weil die Umfangsgeschwindigkeit längs der Austrittskante noch nicht in dem Maße verschieden ist wie dort (S. 324).

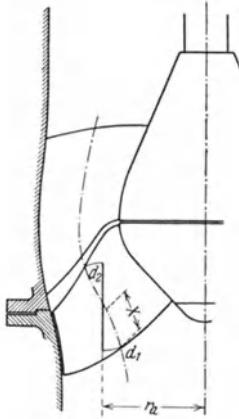


Abb. 200.  
Halbaxialer Propeller.

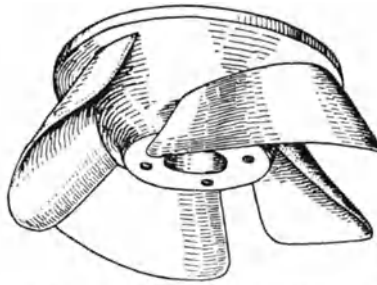


Abb. 200a. Halbaxiales Schraubenrad gleichbleibender Schaufeldicke.

Führt man die Rechnung nach den Angaben der beiden vorangegangenen Abschnitte durch, so hat man nur zu beachten, daß jetzt die Austrittskante im Grund- und Aufriß von vornherein angenommen wird, also der Verlauf von  $\beta_2$  längs dieser Kante aus Gl. (32) zu berechnen ist.  $\beta_2$  ergibt sich dann nach außen hin stark abnehmend. Die Ein- und Austrittskante im Meridianschnitt wird man von vornherein unter Beachtung des S. 275 Gesagten so vorschreiben, daß die Linien in die seitliche Begrenzung unter einem steilen Winkel einmünden.

Bei solch ausgesprochenen Schnellläufern läßt man die äußere Begrenzungswand des Rades weg, da sie viel Reibung verzehrt und wegen der kleinen Förderhöhe Spaltkavitation (S. 248) nicht zu befürchten ist. Deshalb empfiehlt es sich, aus Festigkeitsgründen die Schaufeln nach der Nabe hin stark zu verdicken. Die Abwicklung der Profile erhält dann eine ähnliche Form wie bei Tragflügeln, d. h. abgerundeten Anfang mit Verdickung in der Mitte und schlanken Auslauf. Man kommt aber mittels der Turbinentheorie in gleicher Weise wie in den vorigen

Abschnitten zum Ziel, wenn man für die zu berechnenden Flutlinien den Dickenverlauf der Schaufel in Abhängigkeit der abgewickelten Stromfädenlänge  $x$  des Meridianschnittes vorschreibt, wobei man gute Tragflügelprofile zur Grundlage nehmen kann.

Wenn aber bei solch offenen Rädern trotz konischer Beaufschlagung infolge hochgetriebener Schnellläufigkeit der Schaufelabstand so groß ist, daß sich die Schaufeln — zum mindesten bei den äußeren Stromfäden — bei weitem nicht mehr überdecken, so ist die Berechnung nach der Turbinentheorie vielleicht nicht mehr zuverlässig genug, so daß man sich an die Tragflügeltheorie anlehnen muß. Die Berechnung nach der Tragflügeltheorie (Abschn. 94) ist aber nicht ohne weiteres anwendbar, weil keine reine axiale Beaufschlagung vorliegt. Die Profile müssen deshalb so umgeändert werden, daß trotz der radialen Komponente die übertragene Schaufelarbeit, d. h. die Förderhöhe, die gleiche ist wie bei axialer Beaufschlagung. Dies bedingt, daß die Schaufelmittellinie sich stärker nach rückwärts krümmt als beim übernommenen Profil. Man geht am besten so vor, daß man zunächst Neigung und Form des Profils für einen mittleren Halbmesser  $r_a$  des

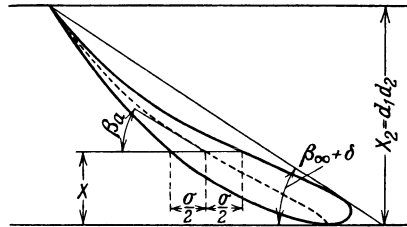


Abb. 200b.  
Axiales Vergleichsprofil für den Faden  $d_1d_2$ .

betrachteten Stromfadens  $d_1d_2$  (Abb. 200) wie beim axialen Rad nach Abschn. 94 bestimmt, indem man die abgewickelte Meridianlänge  $x_2 = d_1d_2$  des Stromfadens auf eine gleichwertige Axialschaufel (Abb. 200b) übernimmt. Nach Gl. (29) S. 292 ist dann die Schaufelarbeit  $H_{th\infty}$  des axialen bzw. des wirklichen Profils längs der ganzen Erstreckung der Schaufel gleich, wenn in jedem Punkt die Gleichung erfüllt ist:

$$\frac{u_a}{g}(u_a - c_m \operatorname{ctg} \beta_a) = \frac{u}{g}(u - c_m \operatorname{ctg} \beta).$$

Das Fußzeichen  $a$  kennzeichnet hierin die auf die axiale Vergleichsströmung bezüglichen Größen. Hieraus folgt, wenn  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit:

$$\operatorname{ctg} \beta = \frac{r_a}{r} \operatorname{ctg} \beta_a + \frac{\omega}{c_m} \left( r - \frac{r_a^2}{r} \right). \quad (34)$$

So lange  $r > r_a$ , wird  $\beta < \beta_a$  und umgekehrt. Deshalb kann das umgerechnete Profil nach rückwärts gekrümmt sein, obwohl das axiale Vergleichsprofil (Abb. 200b) stets nach vorwärts gekrümmt ist. Gl. (34) ist auf die Mittellinie des Profils zu beziehen (Abb. 200b). Wir legen nun den  $\beta$ -Verlauf längs  $d_1d_2$  fest und berechnen anschließend unter Benutzung von Gl. (13) S. 273 den Verlauf der Mittellinie der Schaufelschnitte punktweise im Grundriß. Von diesen Punkten aus sind die in der Umfangsrichtung gemessenen halben Schaufeldicken  $\sigma/2$  abzutragen, damit die entsprechenden Punkte der Vorder- und Rückenfläche der



Schaufel erhalten werden. Die  $\sigma$ -Werte können hierbei mit guter Annäherung auch gleich den entsprechenden Werten des ursprünglichen Profils (Abb. 200 b) genommen werden, solange die wirkliche Stromlinie in die radiale Richtung nicht allzu stark abbiegt.

## M. Die Axialpumpe.

### 93. Allgemeines.

Bei den hier zu behandelnden Rädern behält der Wasserstrom im wesentlichen seinen Abstand von der Drehachse beim Durchgang durch die Schaufelkanäle bei (Abb. 3). Da also  $u_1 = u_2 = u$ , so bekommt die Hauptgleichung die vereinfachte Form

$$\left. \begin{aligned} H_{th\infty} &= \frac{u}{g} (c_2 \cos \alpha_2 - c_0 \cos \alpha_0) \\ &= \frac{u}{g} (c_{2u} - c_{0u}), \end{aligned} \right\} (1)$$

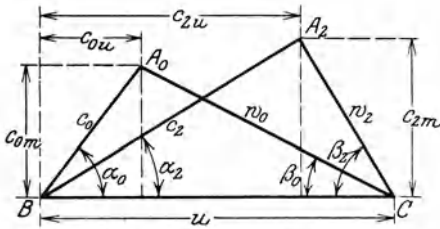


Abb. 201. Geschwindigkeitsdiagramm einer Axialpumpe für beliebigen Eintrittswinkel  $\alpha_0$ .

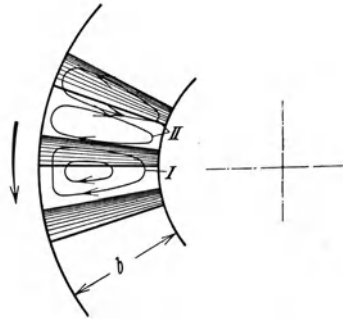


Abb. 201a. Sekundärströmungen im axialen Laufkanal.

wo  $H_{th\infty}$  die bei unendlicher Schaufelzahl vorhandene Schaufelarbeit bedeutet. Das zugehörige Geschwindigkeitsdiagramm zeigt Abb. 201. Die rein axiale Strömung, d. h. die Beibehaltung des Abstandes von der Achse ist allerdings nur im Kanal mit unendlich geringer radialer Breite  $b$  möglich. Im Kanal mit einer endlichen Breite  $b$  (Abb. 201a) bewirkt die (bereits im Abschn. 37 behandelte) relative Drehung der einzelnen Wasserteilchen mit der Winkelgeschwindigkeit  $-\omega$  wieder die Entstehung des Kanalwirbels, also einer Sekundärströmung  $I$  in Ebenen senkrecht zur Achse, die die einzelnen Wasserteilchen teils in der Umfangsrichtung, teils in radialer Richtung ablenkt. Dieser liefert aber, wie Abb. 201a zeigt, nur für die Teilkanäle an der Nabe und am äußeren Umfang Komponenten in den kreiszylindrischen Flutflächen der axialen Strömung. Er besitzt also nicht die bei der Radialschaufel S. 104 besprochene Bedeutung für die Minderleistung durch die endliche Schaufelzahl, zudem diese Komponenten über die ganze Länge des axialen Kanals unverändert bleiben. Ferner bewirkt die Zähigkeit des Fördermittels, daß sich wieder eine Grenzschicht bildet, die den Fliehkräften viel stärker unterliegt als die Durchflußströmung, da sie die volle Winkelgeschwindigkeit des Rades besitzt. Sie wird also nach außen geschleudert, wodurch eine weitere Sekundärbewegung  $II$

ähnlich wie im Krümmer (Abb. 26) entsteht<sup>1</sup>. Hierzu kommt schließlich noch die Verlustströmung durch den äußeren Spalt, falls dieser vorhanden ist. Diese Unterströme verändern naturgemäß auch die Durchflußströmung, also ihre Arbeitsaufnahme, besonders an der Nabe und am äußeren Umfang. Hiervon soll aber abgesehen werden, da die Größenordnung dieser Einflüsse gegenüber den durch den Schaufeldruck bedingten Ablenkungserscheinungen zurücktritt.

Um ein überschlägliches Bild über den Verlauf der Axialschaufel zu erhalten, werde im folgenden vorübergehend  $c_{0m} = c_{2m} = c_m$  angenommen, was bei reiner Axialströmung ohne Berücksichtigung der Schaufelverengung übrigens stets der Fall ist. Weil nun gemäß Abb. 201

$$c_2 u - c_{0u} = w_2 \cos \beta_2 - w_2 \cos \beta_0 = c_{0m} \operatorname{ctg} \beta_0 - c_{2m} \operatorname{ctg} \beta_2,$$

so ist unter der eben gemachten Voraussetzung

$$H_{\text{th}\infty} = \frac{u}{g} c_m (\operatorname{ctg} \beta_0 - \operatorname{ctg} \beta_2). \quad (1a)$$

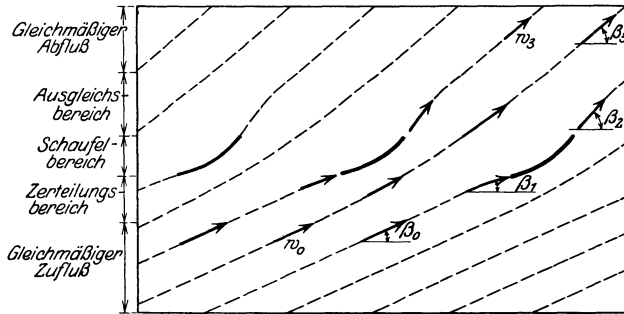


Abb. 202. Relativströmung in einer Axialpumpe weite Teilung<sup>2</sup>.

Da  $\beta_0$  nahezu mit  $\beta_1$  übereinstimmt, so folgt hieraus, daß bei reinen Axialpumpen eine Arbeitsübertragung auf das Wasser nur möglich ist, wenn  $\beta_2 > \beta_1$ , also die Schaufel im Sinne der Drehrichtung, d. h. nach vorwärts gekrümmt ist. Aus Gl. (1a) ist ferner zu ersehen, daß die beiden Winkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$  um so weniger voneinander verschieden sind, je größer die Umfangsgeschwindigkeit  $u$ . Die Schaufel verläuft also um so flacher, je größer  $u$  gewählt wird. Mit zunehmender Umfangsgeschwindigkeit wird weiter der Eintrittswinkel  $\beta_1$  kleiner; somit nimmt in diesem Falle auch  $\beta_2$  ab. Aus den im Abschn. 30 angegebenen Gründen kommen auch hier nur Winkel  $\beta_2 < 90^\circ$  in Betracht.

Die in Abschn. 38 angestellten Betrachtungen sind, soweit sie vom Schaufeldruck und nicht vom Kanalwirbel ausgehen, ohne weiteres auf den Fall der Axialpumpe anwendbar. Das Bild der Relativströmung wird also etwa, wie in Abb. 202 für weite Teilung angegeben ist, beschaffen sein. Das Wasser schlüpft gewissermaßen zwischen den Schaufeln so durch, daß es möglichst wenig Arbeit aufnimmt. Entsprechend

<sup>1</sup> Vgl. auch F. Busmann: Versuche über die Grenzschichtbewegung auf rotierenden Scheiben. Forschung Bd. 2 (1931) Nr. 9 S. 335.

<sup>2</sup> Vgl. auch Thoma: Z. VDI 1921 S. 683 Abb. 13.

den früheren Abb. 82 und 83 wird das Geschwindigkeitsdiagramm für Eintritt und Austritt die in Abb. 202 a angegebene Form besitzen, falls der Eintrittswinkel  $\alpha_0$  des zuströmenden Wassers gleich  $90^\circ$  ist.

**93 a. Berechnung unter Heranziehung der eindimensionalen Stromfadentheorie.**

Die folgende Betrachtungsweise geht wieder von den Verhältnissen aus, die bei unendlich dicht stehenden und sehr dünnen Schaufeln vorliegen. Sie ist bei nicht zu großer  $t$  haufelteilung  $t$  im Vergleich zur Schaufellänge  $L$  anwendbar.

Schaufelarbeit und Austrittsablenkung. Ist  $e$ , die axiale Länge der Schaufel (vgl. Abb. 170), so ist gemäß Gl. (26 a) S. 120 die Schaufelarbeit für unendliche Schaufelzahl, die in Gl. (1) einzuführen ist, aber wieder nur die Bedeutung einer reinen Rechnungsgröße hat:

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{\psi}{z} \frac{r}{e} \right) \tag{2}$$

oder, weil  $2r\pi/z$  gleich der Schaufelteilung  $t$ ,

$$H_{th\infty} = H_{th} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\psi}{\pi} \frac{t}{e} \right) = H_{th} \left( 1 + 0,16\psi \frac{t}{e} \right). \tag{2a}$$

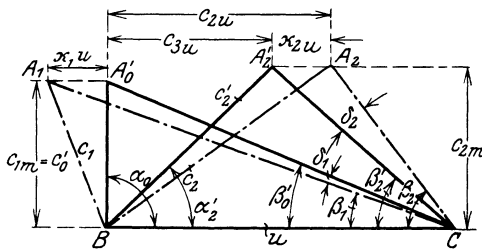


Abb. 202 a. Geschwindigkeitsdiagramme einer Axialpumpe für die Strömung vor und hinter den Schaufelspitzen bei einem Eintrittswinkel  $\alpha_0 = 90^\circ$ .

Hierin ist die wirkliche Schaufelarbeit (theoretische Förderhöhe)  $H_{th}$  gegeben durch  $H_{th} = H/\eta_h$ . Ferner ist  $H_{th}$  mit den Geschwindigkeiten verbunden durch die Beziehung

$$H_{th} = \frac{u}{g} (c_{3u} - c_{0u}), \tag{3}$$

wo  $c_{3u}$  die Umfangskomponente des Wassers nach erfolgtem Ausgleich der

durch die Ablenkung bedingten Strömungsunterschiede bedeutet.

Die Abnahme der Umfangskomponente am Austritt beträgt

$$\kappa_2 u = c_{2u} - c_{3u} = \frac{H_{th\infty} - H_{th}}{u} g,$$

also nach Gl. (2) oder (2a)

$$\kappa_2 u = \frac{\psi}{zu} \frac{r}{e} g H_{th} = 0,16\psi \frac{t}{eu} H_{th}. \tag{4}$$

Bei gegebener Schaufelform ist  $e$  offenbar ein konstantes Vielfaches der Schaufellänge  $L$ . Nach Gl. (2a) ist also die Minderleistung lediglich abhängig von  $t/L$  oder dem Verhältnis des gesamten Radumfangs zur gesamten benetzten Schaufellänge und nicht von der Schaufelzahl<sup>1</sup>.

Über die Größe der Austrittsablenkung und der Minderleistung liegen für die axiale verzögerte Strömung keine zuverlässigen Versuchs-

<sup>1</sup> Vgl. auch Kaplan: Wasserkr.-Jb. 1927/28 S. 419.

unterlagen vor<sup>1</sup>. Für die ideale Flüssigkeit hat Schilhansl<sup>2</sup> näherungsweise die Verhältnisse des nach einem Kreisbogen gekrümmten Profils untersucht. Aus seinen Zahlenwerten errechnen sich für  $t/L = 1$  die in nachstehender Zahlentafel angegebenen Werte von  $\psi$ , wobei  $\varphi = \beta_2 - \beta_1$  der dem Kreisbogen entsprechende Zentriwinkel und  $\beta_\infty$  der Neigungswinkel der Sehne ist, also  $\beta_\infty = \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2)$ .

Zahlentafel. Werte von  $\psi$  nach Schilhansl für  $t/L = 1$ .

| $\beta_\infty$ | $\varphi = \beta_2 - \beta_1$ |       |       |       |       |       |
|----------------|-------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
|                | 2°                            | 4°    | 6°    | 8°    | 10°   | 12°   |
| 10°            | 0,951                         | 0,835 | 0,724 | 0,637 | 0,549 | 0,469 |
| 20°            | 1,298                         | 1,180 | 1,062 | 0,951 | 0,847 | 0,737 |
| 30°            | 1,469                         | 1,337 | 1,212 | 1,084 | 0,962 | 0,847 |
| 45°            | 1,587                         | 1,423 | 1,272 | 1,122 | 0,968 | 0,813 |

Die Zahlen lassen sich mit befriedigender Annäherung dem Gesetz unterordnen

$$\psi = 0,45 + \left(\frac{\operatorname{tg} \beta_1}{\operatorname{tg} \beta_2}\right)^2, \tag{5}$$

wobei die Fehler sich innerhalb enger Grenzen bewegen. Der Übergang auf die wirkliche Flüssigkeit läßt naturgemäß Abweichungen erwarten.

Die Werte verkleinern sich, falls die Schaufel einen geradlinigen Auslauf erhält, da dieser bei der reinen Axialströmung in Verbindung mit unendlich eng gestellten Schaufeln als wirkungsfrei anzusprechen ist.

Man wird den Schaufelwinkel  $\beta_2$  in der Weise bestimmen, daß man aus Gl. (2) zunächst  $H_{\text{th}\infty}$  und dann aus Gl. (1)  $c_{2u}$  errechnet, womit nach Abb. 201 oder 202a

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{u - c_{2u}},$$

sofern  $c_{2m}$  aus der Radbreite  $b_2$  des Austritts ermittelt ist.

Die Eintrittsablenkung, die bei der Axialschaufel wegen der relativ weiten Teilung nicht ganz außer acht gelassen werden darf, soll unter Benutzung der Ableitungen des Abschn. 43 berechnet werden, und zwar steht nach den dortigen Gl. (40) und (41) mit  $S = re$  der auszuführende Schaufelwinkel  $\beta_1$  zum Neigungswinkel  $\beta'_0$  der ungestörten relativen Zuströmung, wie sie sich unter dem Einfluß der Verengung des Querschnitts durch die endliche Schaufeldicke ( $s_1 = \sigma_1 \sin \beta_1$ ) bilden würde (S. 114 insbesondere Abb. 83), in der Beziehung

$$\operatorname{tg} \beta'_0 = \operatorname{tg} \beta_1 \left(1 + \psi_1 \frac{g H_{\text{th}}}{z r e t^2} \frac{t - \sigma_1}{t}\right). \tag{6}$$

<sup>1</sup> Die in Luftf.-Forsch. 1928 S. 91 veröffentlichten Versuche von Christiani an gestaffelten Flügelgittern sind, soweit sie sich auf die verzögerte Strömung beziehen, wegen der starken Kontraktion des austretenden Strahls für die Übertragung auf die Verhältnisse bei Pumpen nicht geeignet.

<sup>2</sup> Schilhansl: Näherungsweise Berechnung von Auftrieb und Druckverteilung in Flügelgittern. Jb. wiss. Ges. Luftf. 1927. München/Berlin: R. Oldenburg.

Hieraus kann entweder zu einem gegebenen Schaufelwinkel  $\beta_1$  die relative Zuströmrichtung, also gemäß

$$\operatorname{tg} \beta'_0 = \frac{c'_0}{u} = \frac{Q'}{2r\pi b_1 \frac{t - \sigma_1}{t}} \frac{1}{u} \quad (7)$$

die Wassermenge  $Q'$  bzw. die Umfangsgeschwindigkeit  $u$  des stoßfreien Eintritts oder aus diesen beiden Größen, d. h. zu  $\beta'_0$ , der Schaufelwinkel  $\beta_1$  berechnet werden.

Die Ziffer  $\psi_1$  ist auch hier größer als  $\psi$ , d. h. als am Schaufelaustritt zu erwarten. Es fragt sich aber, ob aus den S. 129 angegebenen Gründen die volle Eintrittsablängung der reibungsfreien Flüssigkeit zu berücksichtigen ist. Es dürfte sich empfehlen, höchstens mit dem für den Austritt gültigen  $\psi$ -Wert, also mit  $\psi_1 \leq \psi$  zu rechnen.

Sind  $\beta_1$  und  $\beta_2$  in der vorstehenden Weise errechnet, so kann die Mittellinie der Schaufel als Kreisbogen oder punktweise (vgl. S. 272) eingezeichnet werden. Die Blechschaufel ist nicht am Platz, weil sonst geringe Abweichungen von der Richtung des stoßfreien Eintritts zur Wirbelablösung führen, vielmehr empfiehlt es sich, den Dickenverlauf eines bewährten Tragflügelprofils (S. 308), das am Eintritt eine tropfenförmige Abrundung besitzt, zugrunde zu legen.

Zusätzliche Bemerkungen. Besitzen die Schaufeln eine erhebliche radiale Erstreckung  $b$  im Vergleich zum Halbmesser des Rades, so muß das Schaufelprofil entsprechend der Verschiedenheit der Umfangsgeschwindigkeit mit dem Halbmesser geändert werden. Bei senkrechtem Eintritt bekommt der Eintrittsverlauf der Schaufel die Form einer Schraubenfläche, sofern die Eintrittsablängung vernachlässigt wird. Der Flächenverlauf am Austritt ist durch Bestimmung der Winkel  $\beta_2$  für mehrere Stromfäden in der oben angegebenen Weise zu ermitteln. Dabei ist zu beachten, daß sich der Rechnungswert  $H_{\text{th}\infty}$  ändert, weil sich in Gl. (2) oder (2a)  $r/e$  bzw.  $t/e$  im allgemeinen verändern wird.

Jedenfalls nimmt entsprechend der abnehmenden Umfangsgeschwindigkeit nach Gl. (1a) die Schaufelkrümmung  $\beta_2 - \beta_1$  vom äußeren Radumfang nach der Nabe hin zu. Damit nun die kleinere Umfangsgeschwindigkeit der inneren Profile zur Überwindung der verlangten Förderhöhe noch ausreicht, muß einmal der Nabendurchmesser verhältnismäßig groß gemacht werden. Ferner muß am Radumfang das Verhältnis  $u : \sqrt{2gH}$  wesentlich größer als bei Radialpumpen üblich genommen werden. Hierdurch wird die Schnellläufigkeit gesteigert. Damit die Radseitenreibung nicht entsprechend anwächst, läßt man die äußere Radwand in der Regel weg.

Nach dem Flächensatz wird im Spalt die Umfangskomponente  $c_{3u}$  vom Radumfang nach der Nabe hin zu-, also der Spaltdruck abnehmen. An der Nabe kann die Pumpe unter Umständen mit Freistrahlmwirkung arbeiten, womit die in Abschn. 29 erwähnten Nachteile verbunden sind. Deshalb darf die Umfangsgeschwindigkeit an der Nabe nicht zu klein, d. h.  $\beta_2$  nicht zu groß gewählt werden.

Grenzen der Anwendbarkeit der vorstehenden Rechnung. Je höher die Schnellläufigkeit, um so kleiner werden die Schaufelwinkel  $\beta_1$  und  $\beta_2$  am äußeren Umfang. Dies bringt die Gefahr zu enger Kanäle mit sich. Außerdem vergrößert sich die Relativgeschwindigkeit des Wassers, also die Reibung und die Empfindlichkeit der Schaufel, gegen unvermeidliche Formfehler. Die Entwicklung ging deshalb — ebenso wie bei der Wasserturbine — in der Richtung einer weitgehenden Auseinanderstellung der Schaufeln. Die weite Schaufelteilung ändert an den bisherigen Betrachtungen grundsätzlich zwar nichts, aber die Ablenkung des Wassers am Ein- und Austritt wird so stark, daß die Genauigkeit dieser Ableitungen nicht mehr ausreicht.

Infolge der weiten Auseinanderstellung der Schaufeln verläuft die Strömung im Bereich einer Schaufel ähnlich wie die Strömung um einen Tragflügel im unbegrenzten Luftraum. Da die Schaufeln außerdem — wie bei einem Propeller — nur an der Nabe befestigt sind, müssen sie zur Aufnahme der auf sie einwirkenden Kräfte nach der Nabe hin eine zunehmende Dicke erhalten. Infolgedessen nähern sich die Schaufelquerschnitte sehr stark den Profilen der Flugzeugtragflächen. Es ist also gerechtfertigt, die Berechnung solcher Räder in Anlehnung an die Tragflügeltheorie vorzunehmen.

#### 94. Berechnung der Schaufel als Tragflügel unter Benutzung von Messungen im Windkanal<sup>1</sup>.

a) Der einzelne Tragflügel im unbegrenzten Raum. Wird ein Tragflügel einem Luftstrom ausgesetzt, so wirken nach Abschn. 23 zwei Kräfte verschiedener Art auf ihn ein, nämlich einerseits eine Kraft  $A$  (Abb. 203), die den Flügel senkrecht zur Richtung der herankommenden vom Flügel unbeeinflussten Strömung zu verschieben sucht und die als „Auftrieb“ bezeichnet wird, andererseits eine Kraft  $W$ , die in der Richtung der Luftströmung wirkt und als „Widerstand“ bezeichnet wird.

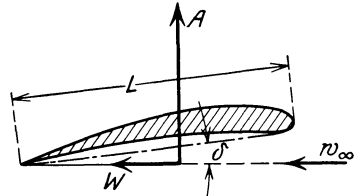


Abb. 203.  
Kräftewirkung auf eine Tragfläche.

Zwischen der Flügelfläche  $F = Lb$ , wo  $L$  die Länge des Profils,  $b$  die Breite des Flügels bedeutet, der Geschwindigkeit  $w_\infty$ , die der Flügel relativ zu den Luftteilchen in weiter Entfernung besitzt, und diesen Kräften bestehen die Beziehungen

$$A = \zeta_a \frac{\gamma}{g} \frac{w_\infty^3}{2} F, \quad (8)$$

$$W = \zeta_w \frac{\gamma}{g} \frac{w_\infty^2}{2} F. \quad (9)$$

<sup>1</sup> Das Verfahren ist teilweise auf der von Bauersfeld für Wasserturbinen und Propeller angewandten Berechnung aufgebaut, vgl. Z. VDI 1922 S. 461.

$\zeta_a$  ist die Auftriebszahl,  $\zeta_w$  die Widerstandszahl<sup>1</sup>. Beide Werte sind von der Profilform und der Stellung des Profils zur Strömungsrichtung  $w_\infty$ , dem „Anstellwinkel“  $\delta$ , abhängig. Auf die theoretische Ermittlung dieser Zahlen soll hier nicht näher eingegangen werden. Ihre Werte sind für eine große Zahl von Profilformen auf dem Versuchsweg bestimmt worden. Für Wasserströmung fehlen noch entsprechende Versuchsreihen, aber es ist zu vermuten, daß die Zahlen  $\zeta_a$  und  $\zeta_w$  nicht wesentlich anders ausfallen als wie für Luft, so lange die Reynoldsschen Zahlen dieselbe Größenordnung besitzen, was für die vorliegenden Zwecke annähernd zutrifft<sup>2</sup>.

Bei der Entnahme der Werte  $\zeta_a$  aus den Versuchen in freier Luftströmung ist ferner zu beachten, daß diese vom Seitenverhältnis  $L/b$  der Flügelfläche abhängig sind, denn der Auftrieb wird in der Mitte des Flügels größer sein als an den Enden, weil der Druckunterschied zwischen Ober- und Unterseite sich um die Kante des Flügels herum auszugleichen sucht. Auch auf den Anstellwinkel  $\delta$  muß dieses Seitenverhältnis Einfluß besitzen. Da bei den Schaufeln von Kreiselrädern das seitliche Abströmen der Förderflüssigkeit nur in Form des Spaltverlusts, also in beschränktem Maße auftritt, können dort die bei unendlich großer Flügelbreite herrschenden Verhältnisse zugrunde gelegt werden.

Prandtl<sup>3</sup> hat folgende Umrechnungsformeln aufgestellt, die es ermöglichen, die für irgendein Seitenverhältnis  $L/b$  im Windkanal gewonnenen Werte  $\zeta'_w$  und  $\delta'$  auf das Seitenverhältnis  $L/b = 1/\infty$  umzurechnen. Zu einer bestimmten Auftriebszahl  $\zeta_a$  erhält man die zugehörigen Werte  $\zeta_w$  und  $\delta$  aus

$$\zeta_w = \zeta'_w - \frac{1}{\pi} \zeta_a \frac{2L}{b}, \quad (10)$$

$$\delta = \delta' - \frac{1}{\pi} \zeta_a \frac{L}{b}. \quad (11)$$

Die Richtigkeit dieser Gleichungen ist durch eine große Anzahl Versuche bestätigt.

In Abb. 204 und 204a sind für einige besonders geeignete Profilformen, die in Abb. 205 gezeichnet sind, die Werte von  $\zeta_a$  und  $\zeta_w$  aufgetragen, die aus den Göttinger Veröffentlichungen entnommen<sup>4</sup> und auf unendliche Flügelbreite umgerechnet sind. Die Profile sind durch die gleichen Nummern gekennzeichnet wie dort. Die Profilmaße ergeben sich aus der folgenden Zahlentafel<sup>5</sup> in Prozenten der Länge  $L$ .

<sup>1</sup> Gegenüber der 1. Auflage dieses Buches ist die Bedeutung von  $\zeta_a$  und  $\zeta_w$  entsprechend den neuen Bezeichnungsnormen geändert, und zwar sind jetzt die Werte doppelt so groß wie dort.

<sup>2</sup> Vgl. Werft Reed. Hafen 1927 Heft 17 S. 348.

<sup>3</sup> Vgl. Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. I. Lief. München u. Berlin 1921.

<sup>4</sup> I. bis III. Lieferung der Ergebnisse usw.

<sup>5</sup> III. Lieferung der Ergebnisse usw. S. 27ff. Beim Aufzeichnen der Profile in größerem Maßstab zeigen sich Unstetigkeiten, die entsprechend auszugleichen sind.

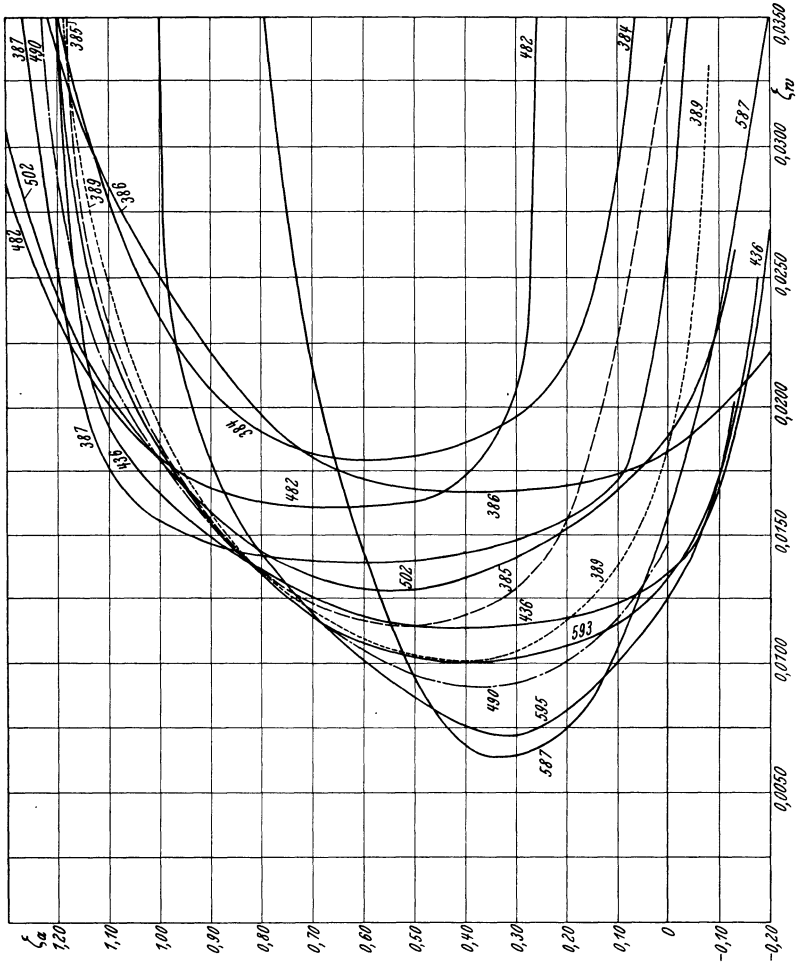


Abb. 204 a.

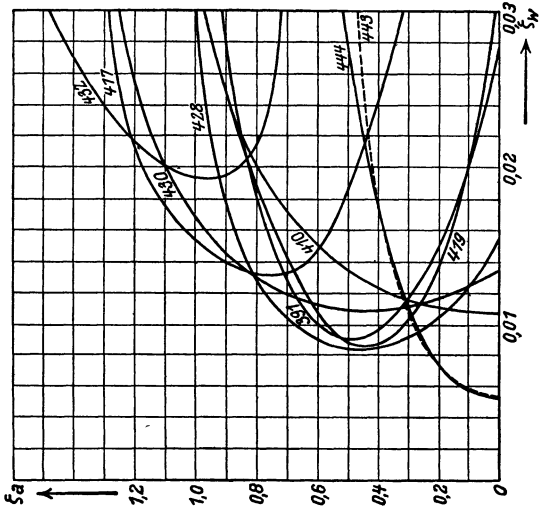


Abb. 204.

Abb. 204 und 204 a. Gegenseitige Abhängigkeit der Zahlen  $\zeta_a$  und  $\zeta_w$  für verschiedene Profilformen und unendlich breite Tragflächen.



Tafel der Profilmaße:

| $x$  | 0   | 1,25          | 2,5           | 5,0           | 7,5           | 10            | 15            | 20            | 30            | 40            | 50            | 60            | 70            | 80           | 90           | 95           | 100  |
|------|---|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|--------------|--------------|--------------|------|
| 384  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 7,25<br>2,25  | 8,95<br>1,55  | 11,45<br>1,10 | 13,40<br>0,80 | 14,95<br>0,55 | 17,15<br>0,30 | 18,55<br>0,15 | 19,70<br>0,00 | 19,15<br>0,00 | 17,55<br>0,00 | 14,95<br>0,00 | 11,80<br>0,00 | 8,05<br>0,00 | 4,15<br>0,00 | 2,15<br>0,00 | 0,00 |
| 385  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 3,25<br>0,20  | 4,25<br>0,05  | 5,60<br>0,00  | 6,70<br>0,00  | 7,50<br>0,00  | 8,75<br>0,00  | 9,50<br>0,00  | 10,05<br>0,00 | 9,85<br>0,00  | 9,00<br>0,00  | 7,75<br>0,00  | 6,15<br>0,00  | 4,45<br>0,00 | 2,50<br>0,00 | 1,50<br>0,00 | 0,00 |
| 386  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 10,10<br>4,00 | 11,75<br>3,10 | 13,95<br>2,10 | 15,60<br>1,50 | 16,85<br>1,00 | 18,65<br>0,50 | 19,95<br>0,25 | 20,10<br>0,10 | 19,30<br>0,00 | 17,40<br>0,00 | 14,80<br>0,00 | 11,70<br>0,00 | 8,20<br>0,00 | 4,35<br>0,00 | 2,30<br>0,00 | 0,00 |
| 387  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 6,25<br>1,50  | 7,65<br>1,05  | 9,40<br>0,55  | 10,85<br>0,25 | 11,95<br>0,10 | 13,40<br>0,00 | 14,40<br>0,00 | 15,05<br>0,20 | 14,60<br>0,40 | 13,35<br>0,45 | 11,35<br>0,50 | 8,90<br>0,45  | 6,15<br>0,30 | 3,25<br>0,15 | 1,75<br>0,05 | 0,15 |
| 389  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 1,85<br>0,95  | 4,85<br>0,65  | 6,20<br>0,35  | 7,30<br>0,15  | 8,10<br>0,10  | 9,20<br>0,00  | 9,90<br>0,10  | 10,50<br>0,30 | 10,20<br>0,45 | 9,20<br>0,50  | 7,90<br>0,50  | 6,25<br>0,40  | 4,40<br>0,25 | 2,30<br>0,20 | 1,20<br>0,10 | 0,00 |
| 391  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 0,50<br>0,50  | 2,30<br>0,15  | 3,15<br>0,25  | 3,75<br>0,40  | 4,25<br>0,55  | 5,00<br>0,75  | 5,45<br>1,00  | 5,90<br>1,05  | 6,10<br>1,05  | 5,90<br>0,95  | 5,45<br>0,75  | 4,75<br>0,55  | 3,55<br>0,35 | 2,05<br>0,20 | 1,15<br>0,10 | 0,10 |
| 410  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 0,00          | 2,60          | 3,65          | 5,05          | 6,50          | 7,25          | 7,80          | 8,05          | 7,45          | 6,30          | 5,00          | 3,60          | 2,20         | 1,00         | 0,45         | 0,00 |
| 417  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 0,65<br>0,65  | 2,50<br>0,05  | 3,75<br>0,25  | 5,05<br>0,70  | 7,05<br>1,50  | 8,15<br>2,20  | 8,85<br>2,55  | 9,30<br>3,65  | 9,15<br>3,90  | 8,55<br>3,65  | 7,55<br>3,20  | 6,25<br>2,50  | 4,50<br>1,70 | 2,40<br>0,80 | 1,20<br>0,40 | 0,00 |
| 419  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 0,50<br>0,50  | 1,35<br>0,05  | 2,95<br>0,10  | 3,80<br>0,30  | 4,45<br>0,50  | 5,50<br>0,90  | 6,25<br>1,25  | 7,00<br>1,70  | 7,05<br>1,75  | 6,70<br>1,55  | 5,90<br>1,30  | 4,90<br>0,95  | 3,50<br>0,60 | 2,00<br>0,30 | 1,20<br>0,15 | 0,00 |
| 428  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 1,25<br>1,25  | 2,75<br>0,30  | 4,80<br>0,20  | 6,05<br>0,10  | 6,50<br>0,00  | 7,55<br>0,05  | 8,20<br>0,15  | 8,55<br>0,30  | 8,35<br>0,40  | 7,80<br>0,40  | 6,80<br>0,35  | 5,50<br>0,25  | 4,20<br>0,15 | 2,15<br>0,05 | 1,20<br>0,00 | 0,00 |
| 436  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 2,50<br>2,50  | 4,70<br>1,00  | 7,00<br>0,20  | 8,10<br>0,10  | 8,90<br>0,00  | 10,05<br>0,00 | 10,25<br>0,00 | 11,00<br>0,00 | 10,45<br>0,00 | 9,55<br>0,00  | 8,20<br>0,00  | 6,60<br>0,00  | 4,60<br>0,00 | 2,45<br>0,00 | 1,25<br>0,00 | 0,00 |
| 443  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 0,00          | 0,60          | 0,85          | 1,15          | 1,45          | 1,90          | 2,15          | 2,50          | 2,50          | 2,35          | 2,05          | 1,60          | 1,15         | 0,65         | 0,30         | 0,00 |
| 444  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 0,00          | 0,80          | 0,95          | 1,35          | 1,65          | 2,35          | 2,55          | 2,80          | 2,85          | 2,75          | 2,25          | 1,95          | 1,40         | 0,80         | 0,65         | 0,00 |
| 482  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 2,50<br>2,50  | 5,55<br>0,95  | 7,15<br>0,30  | 9,70<br>0,00  | 13,25<br>0,05 | 15,45<br>0,40 | 16,95<br>0,80 | 18,20<br>1,70 | 17,85<br>2,60 | 16,45<br>3,45 | 14,05<br>3,90 | 11,05<br>3,85 | 7,50<br>3,30 | 3,90<br>2,05 | 1,95<br>1,10 | 0,00 |
| 490  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 2,00<br>2,00  | 3,60<br>0,85  | 4,60<br>0,50  | 5,95<br>0,15  | 7,00<br>0,00  | 8,65<br>0,20  | 9,20<br>0,40  | 9,60<br>0,95  | 9,05<br>0,80  | 8,55<br>0,80  | 7,45<br>0,60  | 6,05<br>0,40  | 4,40<br>0,15 | 2,50<br>0,00 | 1,45<br>0,05 | 0,15 |
| 502  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 5,05<br>5,05  | 9,20<br>1,75  | 10,90<br>2,10 | 12,20<br>1,05 | 13,20<br>0,20 | 14,65<br>0,00 | 15,70<br>0,10 | 16,65<br>0,80 | 16,35<br>1,60 | 15,10<br>2,25 | 13,20<br>2,50 | 10,60<br>2,50 | 7,65<br>2,10 | 4,05<br>1,30 | 2,15<br>0,95 | 0,00 |
| 587  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 0,60<br>0,60  | 1,65<br>0,10  | 2,10<br>0,00  | 2,90<br>0,05  | 4,15<br>0,30  | 5,15<br>0,60  | 5,85<br>0,70  | 6,55<br>0,85  | 6,60<br>0,80  | 6,10<br>0,45  | 5,40<br>0,20  | 4,50<br>0,00  | 3,45<br>0,05 | 2,35<br>0,55 | 1,80<br>0,85 | 1,05 |
| 593  | $\left\{ \begin{matrix} y_0 \\ y_u \end{matrix} \right\}$ | 3,00<br>3,00  | 5,50<br>1,80  | 6,50<br>1,35  | 7,85<br>0,85  | 9,75<br>0,40  | 10,95<br>0,25 | 11,50<br>0,15 | 12,00<br>0,10 | 11,70<br>0,00 | 10,85<br>0,00 | 9,45<br>0,00  | 7,65<br>0,00  | 5,50<br>0,00 | 3,00<br>0,00 | 1,65<br>0,00 | 0,00 |
| f .. |   | 0,80<br>4,45  | 5,15<br>4,45  | 6,90<br>6,90  | 7,10<br>7,10  | 7,80<br>7,80  | 8,75<br>8,75  | 9,25<br>9,25  | 9,70<br>9,70  | 9,40<br>9,40  | 8,75<br>8,75  | 7,75<br>7,75  | 6,35<br>6,35  | 4,60<br>4,60 | 2,45<br>2,45 | 1,30<br>1,30 | 0,00 |

Dabei bedeutet mit Bezug auf Abb. 205a  $x$  die Abszisse,  $y_0$ ,  $y_u$  die Ordinaten der Ober- bzw. Unterseite des Profils. Die jeweilige Bezugslinie ist in den Profilbildern der Abb. 205 eingezeichnet. Sie ist gleichzeitig die Nulllinie für den Anstellwinkel  $\delta$ .

Die in Abb. 204 und 205 außerdem berücksichtigten Profile 432 und 430 sind Joukowsky-Profile, deren Bestimmung in Abschn. 97 angegeben ist.


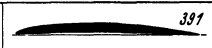
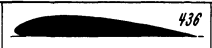
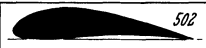
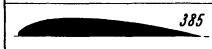
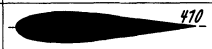
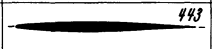
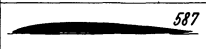

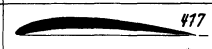
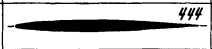


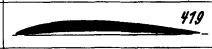
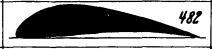
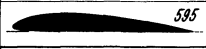
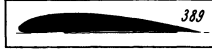
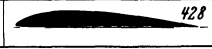

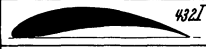

|   |   |   |  |
|---|---|---|--|
|  384 |  391 |  436 |  502 |
|  385 |  470 |  443 |  587 |
|  386 |  477 |  444 |  593 |
|  387 |  478 |  482 |  595 |
|  389 |  428 |  490 |  432 |
|   |   |   |  430 |

Abb. 205. Verschiedene Profilformen.

Für die in Abb. 204 bis 205 bzw. in der obigen Zahlentafel erwähnten Profile sind in Abb. 206 und 206a die Anstellwinkel  $\delta$  in Abhängigkeit von der zugehörigen Auftriebszahl  $\zeta_a$  angegeben. Bemerkenswert ist der geradlinige und fast parallele Verlauf der meisten Kennlinien. Diese lassen sich zu Gruppen zusammenfassen, die einem gemeinsamen Auftriebsgesetz gehorchen, und zwar ordnen sich die Profile 387, 389, 436, 490, 593, 595 unter folgendes Gesetz, wobei  $\delta$  in Grad zu verstehen ist,

$$\zeta_a = 4,40 \frac{y_{\max}}{L} + 0,091 \delta^\circ. \quad (12)$$

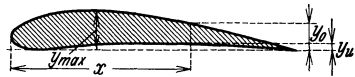


Abb. 205a. Erläuterung der Bezeichnungen der Zahlentafel.

Für die Profile 593 und 595 ist die Übereinstimmung weniger gut wie für die anderen vier, aber in dem in Frage kommenden Bereich meist ebenfalls ausreichend.

Für die Profile 384, 385, 386 gilt das Gesetz

$$\zeta_a = 3,90 \frac{y_{\max}}{L} + 0,091 \delta^\circ. \quad (12a)$$

Diese beiden Gleichungen<sup>1</sup> geben insbesondere die Möglichkeit, die Profile der betreffenden Gruppe durch Multiplikation ihrer in der Zahlentafel angegebenen Ordinaten mit einem beliebigen Zahlenfaktor zu verdicken oder zu verdünnen. Gl. (12) und (12a) gehen für  $y_{\max} = 0$ ,

<sup>1</sup> Das in der Literatur (Horn: Jb. schiffbautechn. Ges. 1927 S. 368) angegebene Gesetz entsprechend der Gleichung

$$\zeta_a = 0,14 + 3,4 \frac{y_{\max}}{L} + 0,0904 \delta^\circ \quad (12b)$$

trifft nur für Profil 428 mit befriedigender Genauigkeit zu und hat im Gegensatz zu Gl. (12) und (12a) den Mangel, daß sich für  $y_{\max} = 0$ , d. h. die ebene Platte, und  $\delta = 0$

d. h. die ebene Platte, ineinander über, wie verlangt werden muß. Die zu den abgeleiteten Profilen gehörigen  $\zeta_w$ , die das Rechnungsergebnis aber nur wenig beeinflussen, kann man entweder unter Anlehnung an ähnliche Profile der Abb. 204 oder 204a wählen. Besser ist es aber, die nachfolgende Näherungsgleichung zu benutzen, die nur voraussetzt, daß das Profil in der Nähe seines günstigsten Auftriebswertes benutzt wird

$$\frac{\zeta_w}{\zeta_a} = 0,012 + 0,06 \frac{y_{\max}}{L}. \quad (12c)$$

Das verwendete Profil ist um so günstiger, je kleiner das „Gleitverhältnis“

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{\zeta_w}{\zeta_a}, \quad (13)$$

also je steiler die in Abb. 204 oder 204 a vom Ursprung nach dem in Betracht kommenden Versuchspunkt gezogene Gerade verläuft. Den

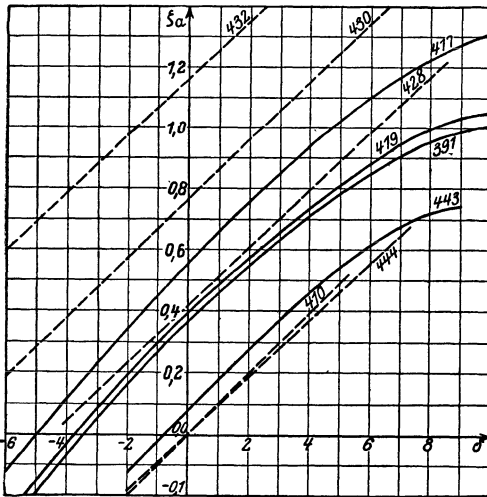


Abb. 206.

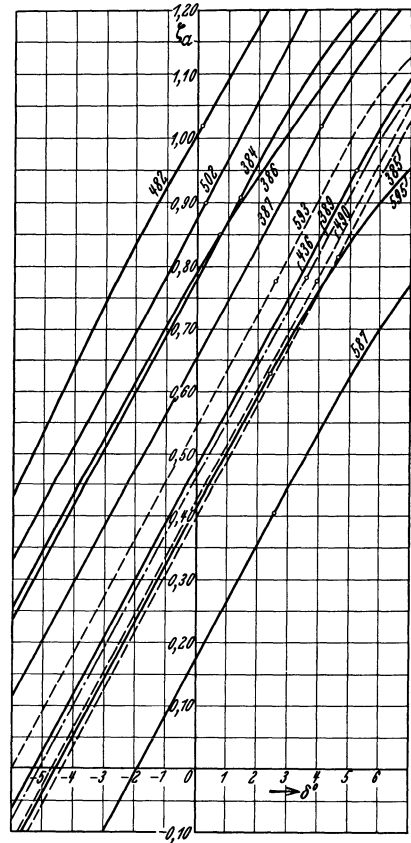


Abb. 206 a.

Abb. 206 und 206 a. Abhängigkeit der Auftriebszahl  $\zeta_a$  vom Anstellwinkel  $\delta$  für verschiedene Profilformen und unendlich breite Tragflächen.

besten Wirkungsgrad versprechen also für jedes Profil die Berührungspunkte der vom Ursprung an die einzelnen Kurven gezogenen Tangenten. (Die Punkte besten Gleitverhältnisses sind in Abb. 206a ein-

ein endlicher Auftriebswert ergibt. Flügel schlägt die der Gl. (37), Abschnitt 97 ähnliche Beziehung vor:  $\zeta_a = 5,4 \sin \tau$ , wo  $\tau$  den Anstellwinkel in bezug auf die Nullrichtung, d. h. diejenige Anblasrichtung bedeutet, bei welcher sich kein Auftrieb ergibt. Diese stimmt nach Flügel mit der Verbindungslinie der scharfen Abströmkannte mit dem Schwerpunkt des Profils überein. Letztere Angabe trifft aber für dünne, gewölbte Profile (vgl. S. 330) nicht mehr zu. Auch bedeutet sie eine Erschwerung der Rechnung.

getragen. Kleine Flächenbelastungen, die vielfach durch die Rücksicht auf Vermeidung der Kavitation bedingt sind, also kleine Werte von  $\zeta_a$ , sind zweckmäßig nur durch ganz schlanke Profile ohne Krümmung zu erreichen. Für größere Belastungen sind schlanke Profile ungünstig. Eine Verdickung des Profils gibt größeren Widerstand, aber auch größeren Auftrieb, wie ein Blick auf Gl. (12) oder ein Vergleich der Profile 410 und 444 (Abb. 204) zeigt. Die angegebenen Widerstandszahlen sind nur durch vollkommen glatte Oberflächen und spitze Hinterkanten zu erreichen.

b) Die Reihe von Flügeln (Flügelgitter). Führt man durch ein Axialrad einen Zylinderschnitt, wobei die Achsen des Rades und des Zylinders zusammenfallen, und rollt die Schnittfläche ohne Unterbrechung in die Ebene ab, so folgen die Schaufelschnitte in endlos geradliniger Reihe aufeinander. Bei der Verfolgung der Strömung um ein solches „Gitter“ können die für den einzelnen Flügel gültigen Gleichungen verwendet werden, falls einerseits für  $w_\infty$  der geometrische Mittelwert  $\overline{DC}$  der Geschwindigkeiten  $\overline{A_0C} = w_0$  und  $\overline{A_3C} = w_3$  eingesetzt wird, die in weiter

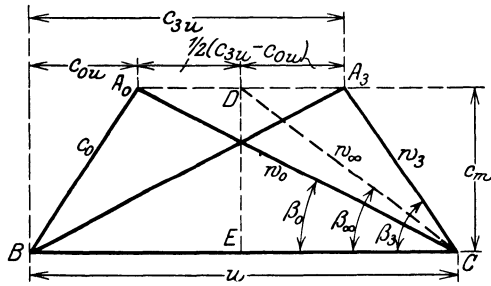


Abb. 207.  
Geschwindigkeitsdiagramm für die Strömung vor dem Radeintritt und hinter dem Radaustritt.

Entfernung vor und hinter dem Gitter vorhanden sind (Abb. 203 und 207). Ferner wird  $\zeta_a$  infolge der gegenseitigen Nachbarschaft der Profile geändert. Abb. 208a zeigt den Verlauf des Verhältnisses  $\zeta_a/(\zeta_a)_1$ , d. h. des Auftriebswertes beim Gitter und beim einzelnen Flügel für den Fall der Verwendung parallel gestellter ebener Platten gemäß Abb. 208 nach Rechnungen von Numachi<sup>1</sup>, die mit früheren Untersuchungen von Kutta<sup>2</sup> (für  $\beta = 90^\circ$ ) und Grammel<sup>3</sup> (für  $\beta = 90$  und  $0^\circ$ ) im Einklang stehen. Bemerkenswert ist, daß die gegenseitige Nachbarschaft der Schaufeln nur für  $\beta > 45^\circ$  stets eine Beeinträchtigung des Auftriebswertes nach sich zieht, während bei kleinen Neigungswinkeln recht bedeutende Vergrößerungen eintreten können<sup>4</sup>. Dies wird ohne weiteres verständlich, wenn man den Grenzfall  $\beta = 0$  betrachtet, weil dann der Druck in den Zwischenräumen nicht ganz auf den der Unterseite sinken kann. Für gekrümmte Profile ergibt sich nach Schilhansl<sup>5</sup>

<sup>1</sup> Numachi: Aerofoil Theory of Propeller-Turbines and -Pumps, in Technol. Rep. Tôhoku Univ. Bd. 8 (1929) S. 411ff.

<sup>2</sup> Kutta: Über ebene Zirkulationsströmungen nebst flugtechnischen Anwendungen. Sitzungsber. kgl. bayer. Akad. Wiss., Mathem.-physik. Kl., München 1911, S. 108ff.

<sup>3</sup> Grammel: Die hydrodynamischen Grundlagen des Fluges. Braunschweig 1917.

<sup>4</sup> Das Verhältnis der Radararbeit zu der bei unendlich dicht stehenden (unendlich dünnen) Schaufeln bleibt aber stets kleiner als 1.

<sup>5</sup> Vgl. Fußbem. 2 S. 303.

ein ähnlicher Verlauf mit dem Unterschied, daß die Verhältniszahl sich etwas mehr dem Wert 1 nähert. Da die hier benutzte Auffassung der Schaufel als Tragflügel nur für weite Auseinanderstellungen der Schaufeln, nämlich  $t/L > 1$  am Platze ist und die Verhältnisse für die üblichen Tragflügelprofile noch nicht genügend geklärt erscheinen, so bleibe im folgenden der Einfluß der Nachbarschaft der Flügel unberücksichtigt, zudem die Erfahrung eine genügende Übereinstimmung liefert und die Abweichungen sich nach beiden Seiten bewegen<sup>1</sup>.

c) Anwendung auf das Kreisrad. Der auf das Wasser ausgeübte Schaufeldruck ist die Resultierende  $P$  aus  $A$  und  $W$  (Abb. 209). Diese Kräfte sollen sich auf eine radiale Schaufellänge gleich der

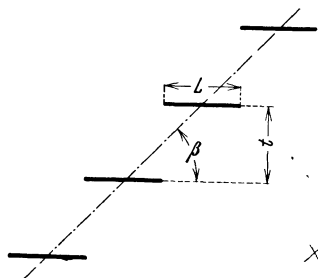


Abb. 208. Flügelgitter zu Abb. 208a.

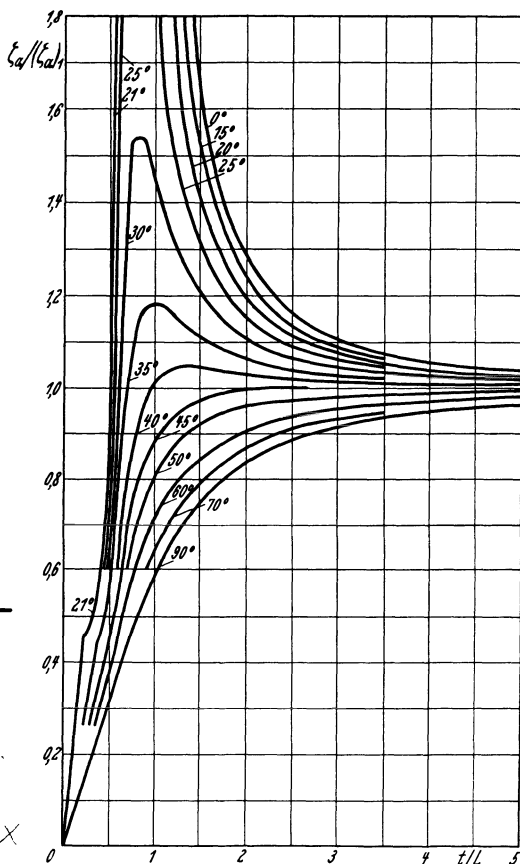


Abb. 208a. Verhältnis der Auftriebswerte beim Gitter nach Abb. 208 und der einzelnen Platte nach Numachi in Abhängigkeit von  $t/L$  bei verschiedenen Winkeln  $\beta$ .

<sup>1</sup> Bei Beginn der Drucklegung dieses Buches bringt A. Betz im Ing.-Arch. Bd. 2 (1931) Heft 3 S. 359ff. ein Verfahren, das den Einfluß der Nachbarschaften auf Grund einer planmäßigen Annäherung durch eine Veränderung der Flügelform berücksichtigt. Betz geht davon aus, daß das ursprüngliche Flügelprofil von der endgültigen Flügelform annähernd ebenso stark abweicht wie die von den Schaufeln nicht beeinflusste Relativströmung mit der Geschwindigkeit  $w_\infty$  von der Relativströmung, die beim Weglassen der betrachteten Schaufel von den übrigen Schaufeln an der Stelle dieser fehlenden Schaufel induziert wird. Die Rechnung ist an Hand von Kurventafeln durchzuführen. Dieser Hinweis soll vorläufig genügen, auch weil die verhältnismäßig große Dicke der üblichen Profile die Genauigkeit beeinträchtigt und die Durchführung erschwert, und weil der hier verfolgte Rechnungsgang eine genügende Übereinstimmung mit der Erfahrung zu liefern scheint.

Längeneinheit beziehen.  $A$  und  $P$  schließen den Winkel  $\lambda$  ein, der sich bestimmt aus

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{W}{A} = \frac{\zeta_w}{\zeta_a}. \quad (13)$$

$P$  bildet mit dem Umfang den Winkel  $90 - (\beta_\infty + \lambda)$ , also ist die Umfangskomponente  $P \cos[90 - (\beta_\infty + \lambda)] = P \sin(\beta_\infty + \lambda)$  und die sekundliche Arbeit  $E = P u \sin(\beta_\infty + \lambda)$ .

Wird nun ein Ausschnitt aus dem Rad betrachtet, der von zwei Zylinderschnitten mit den Halbmessern  $r$  und  $r + dr$  begrenzt ist, so ist der entsprechende Teil der sekundlichen Arbeit bei  $z$  Schaufeln  $z dE = z P d r u \sin(\beta_\infty + \lambda)$  und, falls die zugehörige Wassermenge mit  $dQ$  bezeichnet wird, die Schaufelarbeit für 1 kg Wasser

$$H_{\text{th}} = \frac{z dE}{dQ \gamma} = \frac{P u \sin(\beta_\infty + \lambda)}{dQ \gamma} \cdot z dr. \quad (13a)$$

Weil nun

$$dQ = z t d r c_m, \quad (13b)$$

ferner  $P = A / \cos \lambda$  und in Gl. (8) gemäß obiger Voraussetzung

$$F = L \cdot 1 = L,$$

also

$$P = \zeta_a \frac{\gamma}{g} \frac{L}{\cos \lambda} \frac{w_\infty^2}{2},$$

so ergibt Gl. (13a)

$$H_{\text{th}} = \frac{\zeta_a}{2g} \frac{L}{t} \frac{u}{c_m} w_\infty^2 \frac{\sin(\beta_\infty + \lambda)}{\cos \lambda} \quad (14)$$

oder<sup>1</sup>

$$\zeta_a \frac{L}{t} = \frac{2g H_{\text{th}} c_m \cos \lambda}{w_\infty^2 u \sin(\beta_\infty + \lambda)}. \quad (15)$$

Die Meridiangeschwindigkeit  $c_m$  ist am Ein- und Austritt gleich groß angenommen und bezieht sich auf die Strömung außerhalb der Schaufel, da sie den Einfluß der Schaufelverengung nicht enthält. Die spezifische Schaufelarbeit findet sich mit  $H_{\text{th}} = H / \eta_h$ , wobei  $\eta_h$  wie früher anzunehmen ist.  $w_\infty$  und  $\beta_\infty$  ergeben sich aus dem Geschwindigkeitsdiagramm (Abb. 207), weil nach der Hauptgleichung [Gl. (3)]

$$c_{3u} - c_{0u} = \frac{g H_{\text{th}}}{u}. \quad (16)$$

Da der Eintrittsdrall also  $c_{0u}$  durch die Zuströmbedingungen zum Laufrad gegeben ist, ist jetzt auch  $c_{3u}$  bekannt, und es wird

$$w_x^2 = \overline{DE}^2 + (\overline{BC} - \overline{BE})^2 = c_m^2 + \left(u - \frac{c_{3u} + c_{0u}}{2}\right)^2, \quad (17)$$

$$\operatorname{tg} \beta_\infty = \frac{c_m}{u - \frac{c_{3u} + c_{0u}}{2}}. \quad (18)$$

In der Regel ist  $\alpha_0 = 90^\circ$ , also  $c_{0u} = 0$ .

<sup>1</sup> Beim Vergleich mit den Formeln der 1. Auflage ist Fußbem. 1 S. 306 zu beachten.

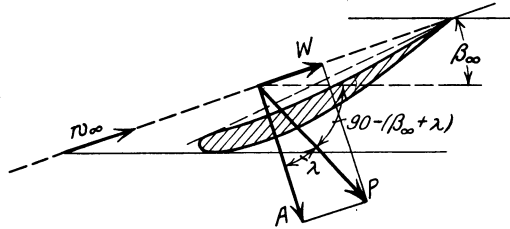


Abb. 209. Kräftewirkung an der Laufschaufel.

Je höher  $u = r\omega$ , um so größer wird nach Gl. (17) auch  $w_\infty^2$ , um so kleiner nach Gl. (15) der Wert  $\zeta_a \frac{L}{t}$ , falls die gleiche Schaufelneigung  $\beta_\infty$  verwendet wird. Da bei gegebener Profilform die Auftriebszahl  $\zeta_a$  unter den Wert nicht sinken darf, der der größtzulässigen Gleitzahl  $\text{tg}\lambda$  entspricht, so folgt: Schnellläufer haben ein kleines  $L/t$ , also wenige und schmale Flügel. Langsamläufer dagegen brauchen eine erheblich größere Flügelfläche. Gl. (15) zeigt ferner in Übereinstimmung mit der Erfahrung, daß die Schaufelzahl bei gleichem  $L/t$ , also gleicher benetzter Schaufelfläche, belanglos ist.

Nachdem aus Gl. (15)  $\zeta_a \frac{L}{t}$  bestimmt ist, kann  $\frac{t}{L}$  gewählt und das zu dem erhaltenen  $\zeta_a$  passende Profil aus Abb. 204 oder 204a ausgesucht werden, wobei weitere Bewegungsfreiheit durch Gl. (12) oder (12a) ge-

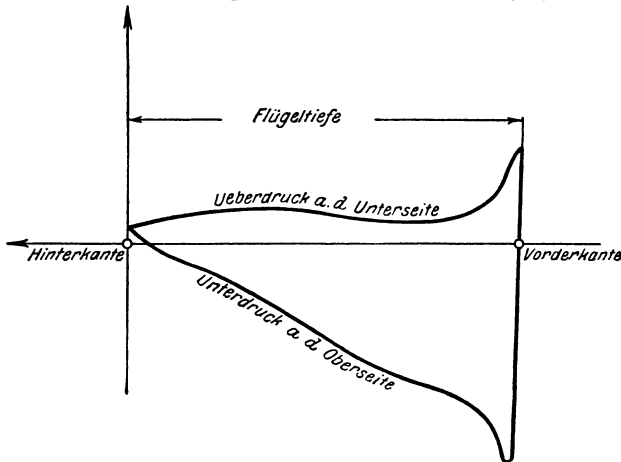


Abb. 209 a. Druckverteilung über ein Tragflächenprofil nach Betz.

geben ist. Hierbei ist auf eine günstige Gleitzahl zu achten. Ferner muß auf Kavitation Rücksicht genommen werden. Einen Anhalt über die am Einlauf eintretende Drucksenkung  $\Delta h'$  in Meter Wassersäule gibt die nachfolgende Betrachtung.

Saugfähigkeit. Die Druckverteilung um die in Frage kommenden Profile verläuft nach den Göttinger Messungen entsprechend Abb. 209 a, demgemäß entfällt der Hauptteil der Fläche auf das Unterdruckgebiet<sup>1</sup>. Wird dieser Teil der Auftriebsfläche gleich dem 0,70fachen der Gesamtfläche angenommen und berücksichtigt<sup>2</sup>, daß er nahezu die Form eines Dreiecks besitzt, so läßt sich der maximale Unterdruck  $\Delta h'$  ausrechnen. Nach Gl. (8) beträgt der Inhalt der ganzen Fläche, sofern  $b = 1$ , also  $F = L \cdot 1 = L$ ,

$$f = \zeta_a L \frac{\gamma}{g} \frac{w_\infty^2}{2}.$$

<sup>1</sup> Vgl. auch H. Holl: Über neue Messungen an Profilen mit verminderter Kavitationsempfindlichkeit, Forschung Bd. 3 (1932) Mai-Heft. (Am Schluß der Drucklegung erschienen.)

<sup>2</sup> Vgl. die in Fußbem. 1 S. 309 angeführte Arbeit von Horn.

Also kann gesetzt werden

$$\gamma \frac{\Delta h' L}{2} = 0,70 \zeta_a L \frac{\gamma}{g} \frac{w_\infty^2}{2}$$

woraus

$$\Delta h' = 0,70 \zeta_a \frac{w_\infty^2}{g} = 0,07 \zeta_a w_\infty^2. \quad (19)$$

Ist an der betrachteten Flutfläche eine Umfangskomponente  $c_{0u}$  der eintretenden Geschwindigkeit vorhanden, so ist die gesamte Drucksenkung gegenüber der axialen Strömung

$$\Delta h = \Delta h' + \frac{c_{0u}^2}{2g},$$

oder nach Gl. (19)

$$\Delta h = 0,07 \zeta_a w_\infty^2 + \frac{c_{0u}^2}{2g}. \quad (20)$$

Aus dieser Gleichung erhält man nach Einsetzen des als zulässig betrachteten Wertes von  $\Delta h$  den größtmöglichen Wert von  $\zeta_a$  und damit aus Gl. (15) den kleinstmöglichen Wert von  $L/t$ . Zu beachten ist, daß  $c_{0u}$  nach dem Flächensatz von außen nach innen zunimmt. Der Wert  $\Delta h$  ist im Einklang mit dem im Einzelfall gegebenen Saugverhältnissen anzunehmen (Abschn. 77).

Da gemäß Gl. (17)  $w_\infty$  nach außen hin wächst, so ist am Umfang die Kavitationsgefahr am größten, falls kein erheblicher Eintrittsdrall  $rc_{0u}$  vorliegt. Gl. (20) zeigt ferner, daß große Saughöhen durch kleine  $\zeta_a$ , also große benetzte Schaufelflächen, erzielt werden.

Bei Überschreitung einer Förderhöhe von etwa 10 m ist es, wenn keine großen Zulaufhöhen vorliegen, schwierig, die Schaufelfläche so groß zu machen, daß Kavitation vermieden wird. In diesem Fall ist der Übergang zum mehrstufigen Propeller oder zur halbaxialen Schraubenpumpe (Abschn. 92) bei entsprechend verringerter Schnelligkeit am Platz.

Wirkungsgrad. Da der Widerstand  $W$  den Charakter eines Reibungswiderstandes besitzt, so ist der entsprechende Laufradverlust, sofern wieder die Kräfte  $W$  und  $A$  auf die Breite  $b = 1$  bezogen werden, dargestellt durch den Druckhöhenverlust

$$Z_I = \frac{W/\gamma}{t \sin \beta_\infty} = \frac{A \operatorname{tg} \lambda}{\gamma t \sin \beta_\infty},$$

oder nach Gl. (8) mit  $F = L \cdot 1 = L$

$$Z_I = \frac{\zeta_a}{2g} \frac{L}{t} w_\infty^2 \frac{\operatorname{tg} \lambda}{\sin \beta_\infty}. \quad (21)$$

Der Wirkungsgrad des Laufrades allein (ohne Reibung an der Nabe und der äußeren Gehäusewand, ferner ohne Spaltverlust) beträgt also

$$\eta_{sI} = \frac{H_{\text{th}} - Z_I}{H_{\text{th}}} = 1 - \frac{Z_I}{H_{\text{th}}}$$

oder nach Übernahme der Werte  $H_{\text{th}}$  und  $Z_I$  aus Gl. (14) und (21), wenn gleichzeitig  $c_m = w_\infty \sin \beta_\infty$  gesetzt wird,

$$\eta_{sI} = 1 - \frac{w}{u} \frac{\sin \lambda}{\sin(\beta_\infty + \lambda)}. \quad (22)$$



Da mit zunehmendem Halbmesser  $\beta_\infty$  abnimmt,  $w_\infty/u$  aber wächst, so verschlechtert sich  $\eta_{hI}$  von der Nabe nach dem äußeren Umfang hin, falls immer das bestmögliche Gleitverhältnis  $\operatorname{tg} \lambda \approx \sin \lambda$  verwendet wird.

Berücksichtigt man aber, daß  $c_{3u}$  nach außen hin gemäß dem Flächensatz abnimmt, also der Leitschaufelverlust

$$Z_{II} \approx \zeta_2 \frac{c_3^2 - c_m^2}{2g} = \zeta_2 \frac{c_{3u}^2}{2g} \quad (23)$$

sich umgekehrt verändert wie der Laufradverlust  $Z_I$ , so wird der gesamte Schaufelwirkungsgrad<sup>1</sup>

$$\eta_s = \frac{H_{\text{th}} - (Z_I + Z_{II})}{H_{\text{th}}} \quad (23a)$$

sich über die radiale Erstreckung der Schaufel nur wenig ändern, sofern nicht sehr kleine Nabendurchmesser oder extrem hohe Umfangsgeschwindigkeiten vorliegen. Um eine starke Verschlechterung von  $\eta_s$  in der Nähe der Nabe zu vermeiden, empfiehlt es sich, auf Kleinheit des Nabendurchmessers kein zu großes Gewicht zu legen. Der Beiwert  $\zeta_2$  von Gl. (23) kann nach Abschn. 16 Gl. (26) oder (27) gewählt werden.  $\eta_s$  ist größer als  $\eta_h$ , weil die Reibung an der Nabe, der äußeren Gehäusewand, im Druckstutzen sowie der Spaltverlust (soweit er sich als Druckhöhenverlust äußert) nicht darin enthalten sind.

**d) Angaben für Festigkeitsrechnungen.** Der auf die Flügelfläche entfallende Achsschub beträgt bei  $z$  Schaufeln mit Bezug auf Abb. 209

$$A_1 = \int dA_1 = \int_{r=r_n}^{r=r_a} z P \cos(\beta_\infty + \lambda) dr$$

oder nach Einsetzung des aus Gl. (13a) und (13b) für  $P$  sich ergebenden Wertes

$$A_1 = \frac{2\pi\gamma}{\omega} c_m H_{\text{th}} \int_{r=r_n}^{r=r_a} \operatorname{ctg}(\beta_\infty + \lambda) dr. \quad (24)$$

Hierzu kommt der Druck auf die Nabe einschließlich Welle. Das Integral von Gl. (24) ist durch Tabellenrechnung unter Bildung kleiner endlicher Intervalle  $dr$  zu ermitteln.

Für die Berechnung des Lagers ebenso der Nabenbefestigung dürfte der einfachere Ausdruck genügen

$$A'_1 \approx \frac{\pi}{4} D_a^2 \gamma H, \quad (24a)$$

wobei also ein Druck gleich der Förderhöhe  $H$  über die Radfläche vom Durchmesser  $D_a = 2r_a$  wirkend angenommen ist.

Ebenso kann die Biegebungsbeanspruchung durch die am Flügel wirkende Axialkraft und Umfangskraft für einen beliebigen Querschnitt des Flügels beim Halbmesser  $r$  berechnet werden. Die Axialkraft beträgt

$$\Delta A_1 = \frac{\pi}{z} (r_a^2 - r^2) \gamma H \quad (25)$$

<sup>1</sup> Eine andere Art der Bestimmung des Wirkungsgrades findet sich in F. Numachi: Aerofoil Theory of Propeller-Turbines and -Pumps. Technol. Rep. Tôhoku Univ. Bd. 8 (1929) S. 411ff. und Bd. 9 (1930) S. 231ff.

und wirkt am Hebelarm

$$x_a = \frac{r_a - r}{3} \frac{2r_a + r}{r_a + r}. \quad (25a)$$

Dazu kommt die dem Drehmoment entsprechende Umfangskraft<sup>1</sup>

$$\Delta U = \gamma \frac{60}{zn} c_m H_{th} \ln \frac{r_a}{r}, \quad (26)$$

die gegenüber dem betrachteten Querschnitt einen Hebelarm besitzt von der Größe

$$x_u = \frac{r_a - r}{\ln \frac{r_a}{r}} - r. \quad (27)$$

Gl. (26) und (27) setzen  $c_{0u} = 0$  voraus. Das ebenfalls vorhandene Torsionsmoment ist nur für Schaufeln wichtig, die während des Betriebs verstellt werden sollen. In letzterem Fall ist auf die in den Göttinger Mitteilungen angegebenen Momentbeiwerte zurückzugreifen.

### 95. Das Leitrad der Axialpumpe.

Die Leitschaufeln können wieder entweder als Schaufeln eines Gitters enger Teilung unter Berücksichtigung der nötigen Winkelübertreibung oder als Tragflügel berechnet werden.

a) **Behandlung als Schaufelgitter enger Teilung.** Die Berechnung geschieht nach Abschn. 46 bis 49. Die Verhältnisse sind in Abb. 103 wiedergegeben. Da hier die Auseinanderstellung der Leitschaufeln größer ist als bei Radialpumpen, müßte auch eine Winkelübertreibung am Eintritt im Sinne einer Verkleinerung der Schaufelneigung berücksichtigt werden. Wir bringen diese zum Ausdruck, in dem wir in Gl. (5) S. 142 die Berichtigungszahl  $\mu = 1$  setzen, also die Anfangsneigung  $\alpha_4$  der Schaufeln bestimmen aus

$$\operatorname{tg} \alpha_4 = \operatorname{tg} \alpha_3 \frac{t_4}{t_4 - \sigma_4}. \quad (28)$$

Beobachtungen an ausgeführten Pumpen lassen es möglich erscheinen, daß der nach Gl. (28) bestimmte Eintrittswinkel noch zu groß ist. Deshalb werde auch die Gleichung für den Fall der Berücksichtigung der Eintrittsablenkung angegeben. Würde man den beim Laufrad angewendeten Gedankengang des Abschn. 43 bzw. 93a auf das Leitrad übertragen, so würde man im Falle des axialen Abströmens aus dem Leitrad [entsprechend Gl. (6) Abschn. 93a] statt Gl. (28) erhalten

$$\operatorname{tg} \alpha_4 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_3 \frac{t_4}{t_4 - \sigma_4}}{1 + \psi_{l_1} \frac{c_{3u}}{z_1 e_1 \omega} \frac{t_4 - \sigma_4}{t_4}}, \quad (28a)$$

wo  $\psi_{l_1}$  nach den S. 304 für  $\psi_1$  gemachten Angaben zu wählen ist.

<sup>1</sup> Da  $dM = \frac{\gamma}{g} \frac{dQ}{z} c_{3u} = \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{2\pi r dr}{z} c_m \frac{gH_{th}}{r\omega}$ , so folgt durch Integration zwischen  $r$  und  $r_a$   $M = \gamma \frac{60}{zn} c_m H_{th} (r_a - r)$ . Da ferner  $\Delta U = \int_r^{r_a} \frac{dM}{r}$ , so ist Gl. (26), und aus  $x_u + r = M/\Delta U$  Gl. (27) gegeben.

Tritt das Wasser ohne Umfangskomponente aus dem Leitrad aus, wie das stets angestrebt werden muß, so erhält man den Austrittswinkel  $\alpha_5$  (Abb. 103) unter Berücksichtigung der nötigen Winkelübertragung nach Gl. (16) und (17) S. 148 aus

$$\operatorname{tg} \alpha_5 = - \frac{c_{5m}}{p_l \frac{r_2}{r_5} c_{3u}} \quad (29)$$

mit

$$p_l = \psi_l \frac{r_5^2}{z_l S_l}. \quad (30)$$

Ist  $r_s$  der Schwerpunktshalbmesser,  $e_l$  die abgewinkelte Länge der Flutlinie, so ist hierin

$$S_l = r_s e_l. \quad (30a)$$

Der weitere Gang der Untersuchung ist aus dem Zahlenbeispiel des Abschn. 96 ersichtlich.

**b) Behandlung der Leitschaufel als Tragflügel.** Ist  $K = r_4 c_{3u}$  der Drall im Spalt zwischen Leit- und Laufrad, so beträgt das von einer Schaufel mit der sehr kleinen radialen Breite  $dr$  aufgenommene Drehmoment nach Gl. (73) Abschn. 24, sofern axiales Abströmen angenommen und Zähigkeitswirkungen vernachlässigt werden:

$$dM = \frac{\gamma}{g} dQ r_4 c_{3u} = \frac{\gamma}{g} t dr c_m K.$$

Andererseits ist, wenn  $dP = P dr$  die Schaufelkraft (Abb. 209),  $\alpha_\infty$  die Richtung des geometrischen Mittelwerts der Ein- und Austrittsgeschwindigkeit,  $r_m$  den mittleren Abstand der Flutlinie von der Achse bedeuten,

$$dM = P dr \sin(\alpha_\infty + \lambda) r_m.$$

Da somit

$$P = \frac{\gamma}{g} t \frac{c_m K}{r_m \sin(\alpha_\infty + \lambda)}$$

und der Auftrieb  $A = P \cos \lambda$  aus Gl. (8) mit  $F = L \cdot 1 = L$  bestimmt ist durch

$$P \cos \lambda = \zeta_a \frac{\gamma}{2g} c_\infty^2 L,$$

so folgt

$$\zeta_a \frac{L}{t} = \frac{2 c_m K \cos \lambda}{c_\infty^2 r_m \sin(\alpha_\infty + \lambda)}, \quad (31)$$

welcher Ausdruck der Gl. (15) entspricht. Hierin sind [entsprechend Gl. (17) und (18) mit  $u = 0$ ]  $c_\infty$  und  $\alpha_\infty$  gegeben durch

$$c_\infty^2 = c_m^2 + \left( \frac{K}{2r_m} \right)^2, \quad (32)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_\infty = \frac{2r_m c_m}{K}. \quad (33)$$

Im Fall rein axialen Verlaufs der Flutlinien ist  $r_4 = r_m$ . Ist der Verlauf nicht axial, so ist die Bezugslinie der verwendeten Profile, d. h. die der Richtung von  $c_\infty$  entsprechende Linie, die wirkungsfreie, unendlich dünne Leitschaufel. Wegen der hierin liegenden Erschwerung empfiehlt sich dieses Verfahren nur bei axialem Verlauf der Flutlinien.

### 96. Zahlenbeispiel für eine Propellerpumpe.

Es sollen Lauf- und Leitrad einer Propellerpumpe der Bauart Abb. 211b berechnet werden für eine Liefermenge von  $2 \text{ m}^3/\text{s}$  auf  $4,0 \text{ m}$  bei  $600 \text{ U}/\text{min}$ .

a) Laufrad. Die spezifische Drehzahl ergibt sich nach Gl. (2) Abschn. 81 zu  $n_s = 1100$ , entspricht also mittleren Verhältnissen der Propellerpumpe<sup>1</sup>. Hierbei kann man das Verhältnis zwischen Außen- und Nabendurchmesser des Rades  $D_a/D_n$  etwa zu 2,4 nehmen, ohne daß die Umfangsgeschwindigkeit am inneren Durchmesser unter die Grenze sinkt, bei der noch die Behandlung der Schaufel als Tragflügel möglich ist. Zur Berücksichtigung von Spaltverlust und Querschnittsverengung infolge der Schaufeldicke werde ein Zuschlag von 10% zur Wassermenge gemacht, so daß  $Q' = 1,1 \cdot 2 = 2,2 \text{ m}^3/\text{s}$ . Für die Wahl der Meridiangeschwindigkeit  $c_m$  im Rade ist maßgebend, daß einerseits die Schaufelneigung am äußeren Umfang nicht zu klein sein, und zwar möglichst nicht unter  $\beta_\infty + \delta = 8^\circ$  sinken soll (weil sonst der Einfluß der Schaufeldicke zu hoch ist und die Pumpe gegen ungenaue Einstellung der Flügel zu empfindlich wird), andererseits aber die Saugfähigkeit möglichst hochgehalten wird. Setzt man  $c_m = \varepsilon \sqrt{2gH}$ , so wird wegen der ersten Bedingung  $\varepsilon$  mit zunehmender Schnelligkeit wachsen müssen; aber die obere Grenze durch die Rücksicht auf Kavitation, d. h. durch die mit dem betreffenden Modell zu erreichende größte Saug- oder Förderhöhe gegeben sein. Wird im vorliegenden Fall

$$c = 0,6, \quad \text{also} \quad c_m = 0,6 \sqrt{2g \cdot 4} \approx 5,3 \text{ m/s}$$

gesetzt, so ergibt eine überschlägliche Rechnung  $D_a \approx 0,8 \text{ m}$ . Es sei gewählt  $D_a = 0,8 \text{ m}$ ,  $D_n = 0,34 \text{ m}$ , entsprechend  $D_a/D_n = 2,34$ , womit

$$c_m = \frac{2,2}{\pi/4 \cdot (0,8^2 - 0,34^2)} = 5,34 \text{ m/s.}$$

Mit  $\eta_h = 0,86$  wird  $H_{\text{th}} = 4/0,86 = 4,65 \text{ m}$ . Die Schaufel wird durch 5 in gleichem radialen Abstand liegende Zylinderschnitte  $a_1, a_2$  bis  $e_1, e_2$  gemäß Abb. 210a festgelegt, deren Berechnung S. 320 tabellarisch erfolgt ist. Da kein Eintrittsleitapparat vorhanden, ist in Gl. (16) bis (18)  $c_{0u} = 0$ .

Die Drucksenkungen  $\Delta h$  der Zahlentafel zeigen in Verbindung mit Gl. (4) Abschn. 77, daß die Pumpe nur eine geringe Saugfähigkeit besitzt. Der beim äußeren Faden errechnete Wert von  $10,4 \text{ m}$  würde nach dieser Gl. sogar eine Zulaufhöhe fordern. Doch sind nach den Erfahrungen des Verfassers die tatsächlichen Saugverhältnisse etwas besser, als aus den Werten  $\Delta h' = \Delta h$  geschlossen werden müßte. Die Größen  $t/L$  sind mit Ausnahme des für die Nabe gültigen Wertes in stetiger Weise so abgestuft, daß auch die Schaufelkanten stetig verlaufen und insbesondere die sich daraus ergebenden  $\zeta_a$ -Werte nach außen stark abnehmen. Letzteres ist notwendig, damit  $\Delta h'$  nicht zu stark wächst und weil aus Festigkeitsgründen innen dicke und aus hydraulischen und wirtschaftlichen Gründen außen dünne Profile erwünscht sind. Die beiden gewählten Profile Nr. 387 und 490 gehören zu der auf S. 309 zuerst erwähnten Reihe, die sich der Gl. (12) unterordnen. Beim 2., 4. und 5. Profil sind die Ordinaten des Profils 490 mit einem Zahlenfaktor zu multiplizieren, der aus dem Verhältnis der Werte  $y_{\text{max}}/L$  sich ergibt. Letztere sind nach einer passend gewählten Kurve unter Übernahme der Festwerte des Profils 387 und des für den dritten Schnitt verwendeten normalen Profils 490 so abgestuft, daß günstige Güteziffern  $\text{tg} \lambda$  erhalten werden. Der Berechnung von  $L$  und  $y_{\text{max}}$  ist die Schaufelzahl  $z = 3$  zugrunde gelegt. Die bei der Kontrollrechnung sich ergebenden  $\lambda$ -Werte stehen in genügender Übereinstimmung mit der Annahme.

<sup>1</sup> Die untere Grenze dürfte etwa bei  $n_s = 600$ , die obere bei 2000 liegen. Je höher  $n_s$  ist, um so größer wird das Durchmesser Verhältnis  $D_a/D_n$  und die Saugziffer  $\sigma$  der Gl. (16) des Abschn. 80 zu wählen sein.

Berechnung der Schaufelprofile.

| D  | Dim<br>mm | 340                    | 455                | 570                    | 685                | 800                |
|--|-----------|------------------------|--------------------|------------------------|--------------------|--------------------|
| $u = \pi D n/60$ . . . . .   | m/s       | 10,68                  | 14,30              | 17,91                  | 21,52              | 25,14              |
| $c_{3u} = g H_{th}/u$ . . . . .  | m/s       | 4,27                   | 3,19               | 2,545                  | 2,12               | 1,815              |
| $w_\infty^2$ nach Gl. (17) . . . . .                                       | $m^2/s^2$ | 101,45                 | 191,0              | 296                    | 448                | 608                |
| $tg \beta_\infty$ nach Gl. (18) . . . . .                                  | —         | 0,625                  | 0,419              | 0,3205                 | 0,261              | 0,220              |
| $\beta_\infty$ . . . . .   |           | 32° 0'                 | 22° 44'            | 17° 46'                | 14° 40'            | 12° 25'            |
| $\lambda$ geschätzt zu . . . . .   |           | 1°                     | 1°                 | 1°                     | 1°                 | 1°                 |
| $\zeta_a L/t$ nach Gl. (15) . . . . .                                      | —         | 0,826                  | 0,442              | 0,286                  | 0,1873             | 0,1376             |
| $t/L$ (angenommen) . . . . .   | —         | 1,36                   | 1,6                | 1,66                   | 1,72               | 1,78               |
| $\zeta_a = (\zeta_a L/t) (t/L)$ . . . . .                                  | —         | 1,123                  | 0,709              | 0,475                  | 0,323              | 0,245              |
| $\Delta h' = \Delta h$ nach Gl. (20) . . . . .                             | m         | 7,98                   | 9,44               | 9,8                    | 10,1               | 10,4               |
| Profil Nr. (Abb. 204 bis 205)  |           | 387                    | 490                | 490                    | 490                | 490                |
| $y_{max}/L$ . . . . .  |           | 0,1505                 | verdickt<br>0,1235 | 0,0960                 | verjüngt<br>0,0768 | verjüngt<br>0,0628 |
|  |           | aus Tabelle<br>S. 308. | inter-<br>poliert  | aus Tabelle<br>S. 308. | extra-<br>poliert  | extra-<br>poliert  |
| $tg \lambda = \zeta_w/\zeta_a$ aus Abb. 204 a<br>bzw. Gl. (12 c) . . . . . |           | 0,0160                 | 0,0194             | 0,0178                 | 0,0166             | 0,0158             |
| $\lambda$ (endgültig) . . . . .  |           | 55'                    | 1° 4'              | 1° 0'                  | 58'                | 54'                |
| $\delta$ aus Abb. 206 a od. Gl. (12)                                       |           | 5° 24'                 | 1° 49'             | 34'                    | —10'               | —20'               |
| $\beta_\infty + \delta$ . . . . .  |           | 37° 24'                | 24° 33'            | 18° 20'                | 14° 30'            | 12° 5'             |
| $3L = \frac{\pi D}{t/L}$ . . . . .   | mm        | 785                    | 894                | 1075                   | 1250               | 1410               |
| $3y_{max} = 3L(y_{max}/L)$ . . . . .                                       | mm        | 118                    | 110,65             | 103,3                  | 95,95              | 88,6               |
| $Z_I$ nach Gl. (21) . . . . .  | m         | 0,129                  | 0,216              | 0,252                  | 0,326              | 0,347              |
| $Z_{II}$ nach Gl. (23) mit $\zeta_z = 0,2$                                 | m         | 0,186                  | 0,104              | 0,066                  | 0,046              | 0,034              |
| $\eta_s$ nach Gl. (23 a) . . . . .   |           | 0,93                   | 0,93               | 0,93                   | 0,93               | 0,925              |

In den unteren drei Spalten der Tabelle ist auch die Berechnung des Schaufelwirkungsgrades  $\eta_s$  durchgeführt, der sich für die einzelnen Schnitte nur verschwindend wenig ändert. Dies läßt darauf schließen, daß noch eine Verkleinerung des Nabendurchmessers möglich gewesen wäre — allerdings wahrscheinlich nur unter Zuhilfenahme der im Abschn. 93 behandelten Berechnung der Axialpumpen enger Teilung<sup>1</sup>. Werden die Flügel an der Nabe wie in Abb. 210 a angeschraubt oder sollen sie gar drehbar sein, so ist man aber an starke Naben gebunden.

Der Achsschub berechnet sich nach Gl. (24) unter Benutzung der Tabellenwerte, sofern der Druck auf den Wellenquerschnitt und die Nabe gleich dem Förderdruck genommen wird, zu

$$A'_1 = A_1 + \gamma H \frac{\pi}{4} D_n^2 = 1666 + 364 = 2030 \text{ kg},$$

während die Näherungsgleichung (24 a) den Wert  $\pi/4 \cdot 0,8^2 \cdot 1000 \cdot 4 = 2000 \text{ kg}$  ergibt. Die ganze Axialkraft eines Flügels ist  $\Delta A_1 = A_1/3 = 555 \text{ kg}$ , die nach Gl. (25 a), da dort  $r = r_n = 170 \text{ mm}$  zu setzen ist, im Abstand  $x_a = 130 \text{ mm}$  von der Nabe wirkt. Die ganze Umfangskraft beträgt nach Gl. (26)

$$\Delta U = 1000 \frac{60}{3 \cdot 600} \cdot 5,34 \cdot 4,65 \ln \frac{400}{170} = 710 \text{ kg}$$

und wirkt nach Gl. (27) im Abstand von der Nabe, weil wieder  $r = r_n = 170$

$$x_u = \frac{400 - 170}{\ln 400/170} - 170 = 99,5 \text{ mm}.$$

<sup>1</sup> Der Verlauf der Schaufel kann dann unter Übernahme des Dickenverlaufs bewährter Tragflügelprofile punktweise bestimmt werden.

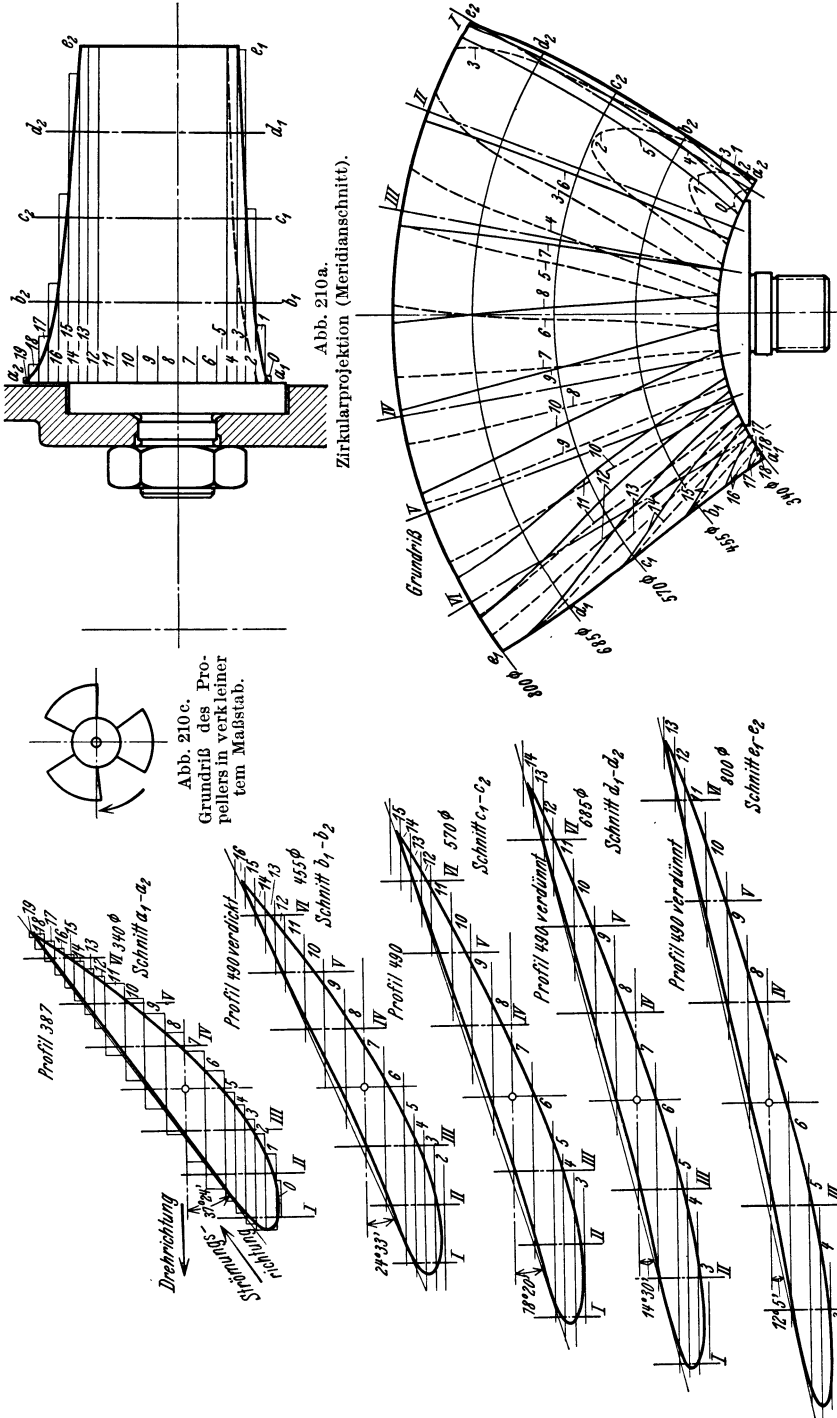


Abb. 210c. Grundriß des Propellers in verkleinertem Maßstab.

Abb. 210a. Zirkularprojektion (Meridianschnitt).

Abb. 210b. Grundriß eines Flügels mit Schreinerschnitten.

Abb. 210. Abwicklung der Schnitte nach den Flußflächen a<sub>1</sub>a<sub>2</sub> bis e<sub>1</sub>e<sub>2</sub>. Abb. 210 bis 210c. Propeller zum Zahlenbeispiel Abschnitt 96.

Die Schaufel ist in Abb. 210 b durch ihre Schreinerschnitte wiedergegeben, die mittels der in Abb. 210 gezeichneten Abwicklungen der Zylinderschnitte  $a_1 a_2$  bis  $e_1 e_2$  unter Zuhilfenahme der Axialschnitte I bis VI bestimmt sind, aber nur bei großen Ausführungen eine Erleichterung für die Herstellung bedeuten. Bei kleinen Ausführungen stützt sich die Herstellung besser unmittelbar auf die Zylinderschnitte Abb. 210.

b) Leitrad (Abb. 211 bis 211d). Wir betrachten die gleichen Flutflächen wie beim Laufrad. Die Flutlinien  $a_4 a_5$ ,  $b_4 b_5$  usw. werden mit Annahme gleicher Meridiangeschwindigkeit in einer Ebene senkrecht zur Achse eingezeichnet, nachdem die äußere und innere Leitradwand unter Beachtung eines stetigen Übergangs auf die gewünschte Austrittsöffnung (Abschn. 13) festgelegt sind. Die Austrittskante ist so gewählt, daß den äußeren Fäden eine etwas größere Länge im Meridianschnitt zur Verfügung steht als den inneren, da auch die Teilung größer ist.

Die Schaufel wird nach Abschn. 95, a) berechnet, wobei die Schaufeldicke überall zu  $s_4 = 10$  mm und die Schaufelzahl  $z_1 = 8$  angenommen ist. Die Eintrittswinkel  $\alpha_4$  und Austrittswinkel  $\alpha_5$  sind in nachstehender Zahlentafel bestimmt:

|   | Dim.           | Faden     |           |           |           |           |
|---|----------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|   |                | $a_4 a_5$ | $b_4 b_5$ | $c_4 c_5$ | $d_4 d_5$ | $e_4 e_5$ |
| $tg \alpha_3 = c_m / c_{3u}$ . . . . .        |                | 1,25      | 1,67      | 2,18      | 2,52      | 2,94      |
| $t_4 / (t_4 - \sigma_4)$ geschätzt . . . . .  |                | 1,08      | 1,06      | 1,05      | 1,04      | 1,03      |
| $tg \alpha_4$ nach Gl. (28) . . . . .         |                | 1,351     | 1,77      | 2,29      | 2,62      | 3,03      |
| $\alpha_4$ . . . . .                          |                | 53° 30'   | 60° 30'   | 66° 25'   | 69° 8'    | 71° 45'   |
| $t_4 = \pi D / z_1$ . . . . .                 | mm             | 133,5     | 178,5     | 223,5     | 268,5     | 314,0     |
| $\sigma_4 = s_4 / \sin \alpha_4$ . . . . .    | mm             | 12,45     | 11,50     | 10,9      | 10,71     | 10,52     |
| $t_4 / (t_4 - \sigma_4)$ wiederholt . . . . . |                | 1,10      | 1,068     | 1,05      | 1,045     | 1,034     |
| $\alpha_4$ . . . . .                          |                | 54°       | 60° 40'   | 66° 25'   | 69° 13'   | 71° 48'   |
| $r_2$ aus Zchg. . . . .                       | mm             | 170       | 227,5     | 285       | 342,5     | 400       |
| $r_5$ „ „ . . . . .                           | mm             | 95        | 205       | 290       | 372       | 450       |
| $r_s$ „ „ . . . . .                           | mm             | 144       | 220       | 289       | 358       | 425       |
| $e_1$ „ „ . . . . .                           | mm             | 340       | 356       | 378       | 402       | 425       |
| $S_1$ aus Gl. (30a) . . . . .                 | m <sup>2</sup> | 0,049     | 0,0784    | 0,109     | 0,144     | 0,182     |
| $p_1$ aus Gl. (30) <sup>1</sup> . . . . .     |                | 0,0368    | 0,107     | 0,154     | 0,191     | 0,223     |
| $c_{5m}$ . . . . .                            | m/s            | 3,74      | 3,68      | 3,62      | 3,57      | 3,54      |
| $tg \alpha_5$ aus Gl. (29) . . . . .          |                | —13,3     | —9,68     | —9,40     | —9,57     | —9,84     |
| $\alpha_5$ . . . . .                          |                | 94° 18'   | 95° 53'   | 96° 4'    | 95° 55'   | 95° 50'   |

Die Stromfäden sind anschließend punktweise mittels Gl. (22) des Abschn. 49 tabellarisch errechnet unter Annahme des in Abb. 211d gezeichneten Verlaufs der Schaufelwinkel  $\alpha$ . Mittels ihrer in Abb. 211a eingetragenen Projektion haben sich dann die dort ebenfalls angegebenen Schreinerschnitte 1 bis 10 ergeben. Dabei ist durch entsprechende Wahl des  $\alpha$ -Verlaufs der Abb. 211d dafür gesorgt, daß der Durchgang durch  $\alpha = 90^\circ$  im gleichen Schreinerschnitt 7 erfolgt, was eine Erleichterung der Herstellung bedeutet. Zur Veranschaulichung der Form der räumlich gekrümmten Stromfäden ist in Abb. 211c das konforme Abbild von drei Fäden unter Beifügung der Schaufeldicke nach Gl. (16) Abschn. 86 eingetragen. Daraus ist auch die Form der Anfangsabrundung und der Zuschärfung des Schaufelendes ersichtlich. Diese Darstellungen sind naturgemäß nicht als Schablonen benutzbar.

### 96 a. Betriebliches Verhalten der Axialpumpe.

Ist die Schaufel nicht in allen Teilen so durchgebildet, daß für jede Flutlinie die Förderhöhe die gleiche ist, so entstehen Unterströmungen,

<sup>1</sup> Die in Gl. (30) einzusetzende Ziffer  $\psi_1$  ist gleich 1,6 angenommen, was im Hinblick auf die Angaben S. 149 etwas reichlich sein dürfte.

die den Wirkungsgrad beeinträchtigen. Diese Ungleichheit der Förderhöhe der einzelnen Fäden ist aber — ebenso wie bei den anderen doppelt gekrümmten Schaukeln (S. 294) — nicht zu verhindern, sobald von der normalen Wasserlieferung abgewichen wird. Die Axialpumpe verhält sich in dieser Beziehung wegen der Verschiedenheit der Um-

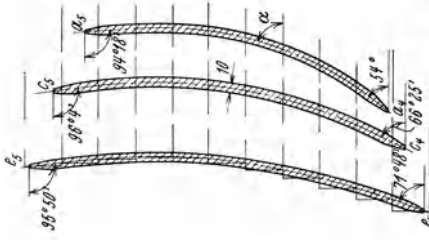


Abb. 211c. Konformes Abbildung dreier Schaukelprofile mit den Flutflächen.

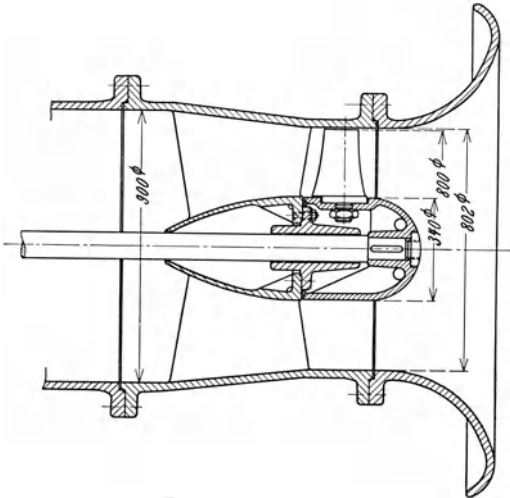


Abb. 211b. Zusammenstellung.

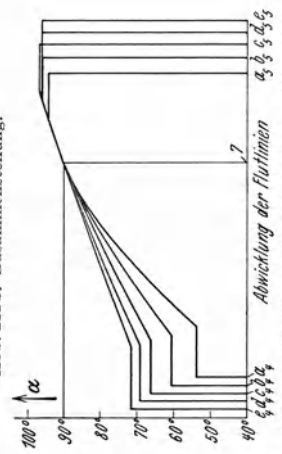


Abb. 211d. Der Verlauf der Flutlinien zur Berechnung zugrunde gelegter Verlauf der Schaukelwinkel alpha.

Abb. 211 bis 211d. Leitrad zum Propeller nach Abb. 210.

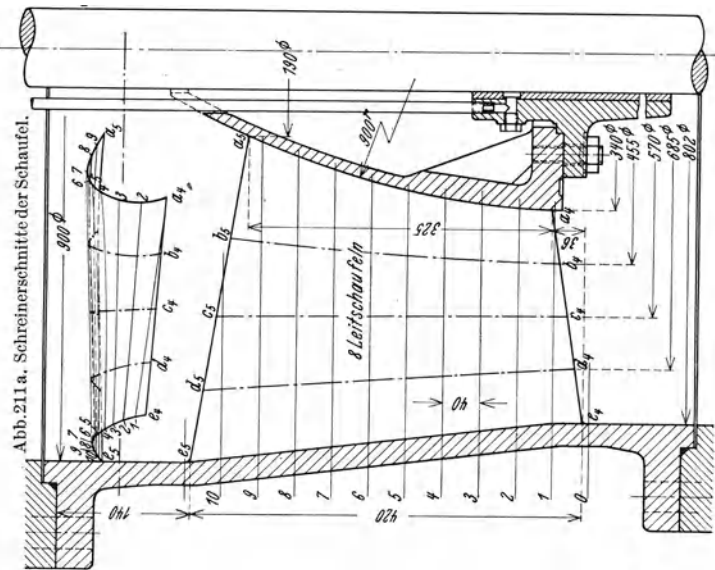


Abb. 211. Meridianschnitt.



fangsgeschwindigkeiten längs der Austrittskante (nach Abschn. 68 bzw. Abb. 149) besonders ungünstig. Abb. 212 zeigt die Drosselkurven einer Axialpumpe mit Leitschaufeln für den Wasserfaden am äußeren Umfang (Kurve A) und an der Nabe (Kurve B), wie sie sich aus der Konstruktion nach Abschn. 57c ergeben, falls der Nabendurchmesser halb so groß ist wie der äußere Durchmesser. Der Schnittpunkt beider Linien ist der normale Betriebspunkt. Bei einer Wasserlieferung, die kleiner ist als die normale, fördern somit die äußeren Teile der Schaufeln auf wesentlich höheren Druck als die inneren Teile. Die Folge muß sein, daß schon bei kleiner Abweichung von der Normallast die Meridiangeschwindigkeit sich nicht mehr gleichmäßig über die Radfläche verteilt, sondern außen größer ist als innen. Ist die Liefermenge erheblich kleiner, als dem Schnittpunkt der Drosselkurven entspricht, so werden die inneren Fäden die sich einstellende Förderhöhe überhaupt nicht mehr erreichen. Das Wasser wird also hier zurückströmen<sup>1</sup>,

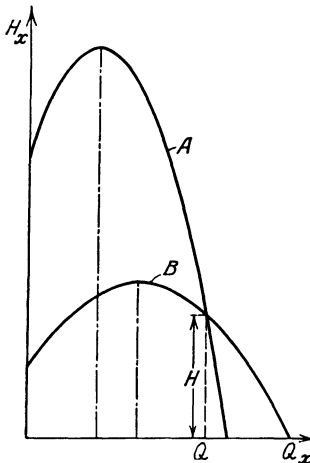


Abb. 212. Aus der Rechnung folgende Formen der Drosselkurven von Axialpumpen. Kurve A gilt für den Wasserfaden am äußeren Radumfang, Kurve B für den Wasserfaden an der Nabe, wobei der Nabendurchmesser halb so groß als der Außendurchmesser angenommen ist.

oder, weil

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{c_{2m}}{r\omega - c_{2u}} = \frac{rc_{2m}}{r^2\omega - K},$$

$$\begin{aligned} Q_x &= 2\pi c_{2m} \int_{r_n}^{r_a} \frac{r^2\omega - K_x}{r^2\omega - K} r dr = 2\pi c_{2m} \left[ \frac{r_a^2 - r_n^2}{2} - \frac{K_x - K}{2\omega} \ln \frac{r_a^2\omega - K}{r_n^2\omega - K} \right] \\ &= Q - \frac{(K_x - K)Q}{\omega(r_a^2 - r_n^2)} \ln \frac{r_a^2\omega - K}{r_n^2\omega - K}, \end{aligned}$$

woraus

$$K_x = K + \frac{Q - Q_x}{Q} \frac{\omega(r_a^2 - r_n^2)}{\ln \frac{r_a^2\omega - K}{r_n^2\omega - K}}.$$

<sup>1</sup> Dies zeigt auch folgende Näherungsbetrachtung, die auf der Annahme beruht, daß der Drall  $rc_{3uz} = rc_{2uz}(1 + p)$  längs der Austrittskante bei allen Belastungen konstant bleibe und auch die Minderleistungsziffer  $p$  konstant sei. (Vgl. auch Spannhake: Kreiselräder als Pumpen und Turbinen, S. 245ff. Berlin: Julius Springer 1931.) Das Fußzeichen  $x$  soll wieder andeuten, daß der Betriebszustand des nicht stoßfreien Eintritts vorliegt. Da

$$c_{2mx} = (u - c_{2uz}) \operatorname{tg} \beta_2 = \left[ r\omega - \frac{(rc_{2uz})}{r} \right] \operatorname{tg} \beta_2$$

und der Drall  $rc_{2uz} = K_x$  längs der Austrittskante konstant ist, aber für jede Wassermenge  $Q_x$  wechselt, so ergibt sich zu jedem  $K_x$ , also jedem  $Q_x$  eine bestimmte  $c_m$ -Verteilung. Aus dieser Gleichung kann auch dasjenige  $r$  berechnet werden, bei dem  $c_{2mx}$  zu Null wird, also gerade Rückströmen eintritt. Der Zusammenhang zwischen  $K_x$  und  $Q_x$  ist gegeben durch

um anschließend teils durch die Zentrifugalkraft, teils durch die Saugwirkung der äußeren Profile wieder nach außen getrieben zu werden. Die so entstehenden starken Unterströmungen haben zunächst zur Folge, daß die tatsächliche Drosselkurve einer Axialpumpe von den in Abb. 212 gezeichneten Formen abweicht und, wie Abb. 213 angibt, eine von der  $H_x$ -Achse aus mit wachsender Fördermenge nach der

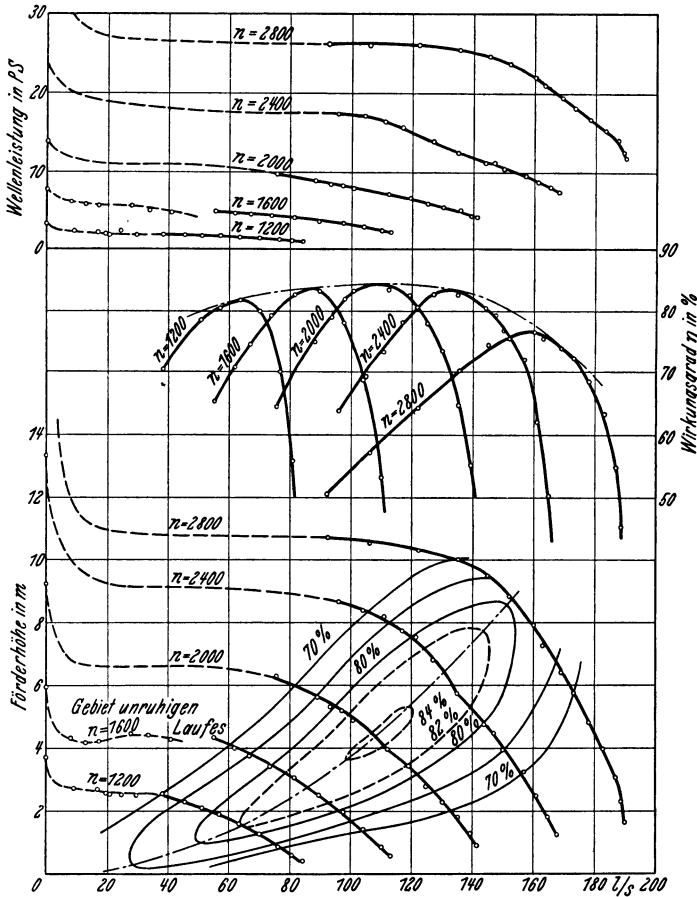


Abb. 213. Kennlinien einer Propellerpumpe von 200 mm Raddurchmesser, aber sonst ähnlicher Bauart wie Abb. 210 und 211, Zulaufhöhe 0,5 m.

$Q_x$ -Achse abfallende Kurve darstellt. Sie führen weiter zu einer Eigentümlichkeit der Axialpumpe, die sich manchmal störend bemerkbar macht. Diese besteht darin, daß die Wellenleistung bei der Fördermenge Null ihren Größtwert besitzt (Abb. 213 oben). Das Vorhandensein des größten Kraftbedarfs bei geschlossenem Schieber erschwert das Anlassen. Insbesondere ist hierdurch auch ein rascher Abfall der Wirkungsradkurve, der für Axialpumpen kennzeichnend ist, bedingt. Man kann diese Nachteile mildern, wenn man nach dem Vorgang Kaplans

die Laufschaufeln wie bei der Kaplan-Turbine drehbar anordnet. Die Ausführung wird dadurch aber verteuert. Eine andere Möglichkeit besteht in der Anwendung des in Abschn. 92 behandelten halbaxialen Propellers.

Trotz dieser Nachteile, zu denen sich noch die verringerte Saugfähigkeit gemäß S. 251 gesellt, greift man stets zur Axialpumpe, wenn

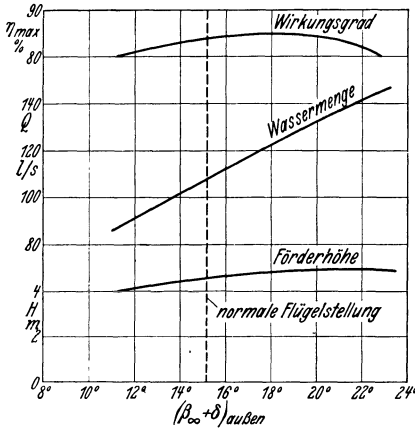


Abb. 214. Einfluß der Veränderung der Schaufelneigung des Propellers nach Abb. 213 bei  $n = 2000$ .

weitgetriebene Schnellläufigkeit verlangt wird. Daß die Wirkungsgrade in der Nähe der Normalleistung recht gut und denen der anderen Pumpenarten sogar überlegen sein können, zeigen die in Abb. 213 enthaltenen  $\eta$ -Linien und Eierkurven, die in dem dem Verfasser unterstehenden Laboratorium an einem kleinen Propeller von nur 200 mm Dmr., aber ähnlicher Bauart wie der des vorigen Beispiels, ermittelt sind. Bei einer Großausführung von etwa 1 m Dmr. müssen hier nach Wirkungsgrade von etwa 90 %

erwartet werden. Wenn man noch die sehr einfache Wasserführung von und zur Pumpe berücksich-

tigt, so darf man wohl aussprechen, daß der Propellerbauart unter den Niederdruckpumpen die gleiche Bedeutung beschieden sein wird, die sie bei den Niederdruckturbinen bereits erlangt hat.

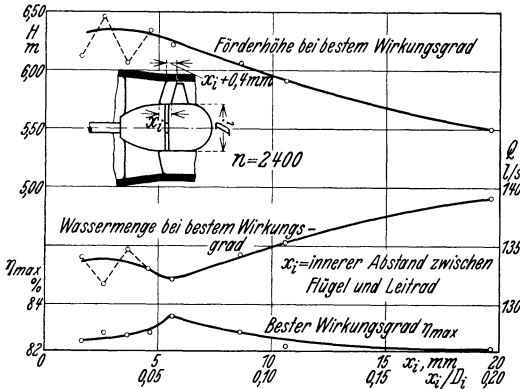


Abb. 214a. Einfluß des Abstandes zwischen Lauf- und Leitschaufeln des Propellers nach Abb. 213 bei  $n = 2400$ .

Wegen der großen Relativgeschwindigkeiten im Laufrad ist es außerordentlich wichtig, daß die Flügel sehr genau hergestellt und sorgfältig geglättet werden.

Abb. 214 zeigt das Verhalten des gleichen Propellers bei veränderlicher Schaufelneigung und normaler Last. Demnach nimmt mit der

Schaufelneigung die Wassermenge stark und die Förderhöhe nur wenig zu, während der Wirkungsgrad innerhalb weiter Grenzen nahezu gleichbleibt. Die Schnellläufigkeit kann also durch Verdrehen der Schaufeln verändert werden.

Der Einfluß des Abstandes zwischen Lauf- und Leitschaufeln ist aus Abb. 214a zu ersehen. Danach nimmt der Wirkungsgrad

mit abnehmendem Abstand  $x_i$  bis  $x_i = 5$  mm, d. h.  $x_i/D = 1/40$  zu, wo ein labiles Gebiet in Verbindung mit einer Verschlechterung des Wirkungsgrades beginnt (S. 208). Die Unstetigkeit tritt also gerade bei dem Abstand auf, der für die praktische Ausführung in Frage kommt. Wassermenge und Förderhöhe verändern sich entgegengesetzt, und zwar so, daß die Schnellläufigkeit mit wachsendem Abstand zunimmt. Leerlaufbedarf und Leerlaufförderhöhe blieben unverändert.

Die gleiche Pumpe wurde auf ihre Saugfähigkeit untersucht, indem die Zulaufhöhe bzw. Saughöhe bei konstanter Drehzahl und konstanter Stellung des Druckschiebers variiert wurde. Abb. 214 b zeigt

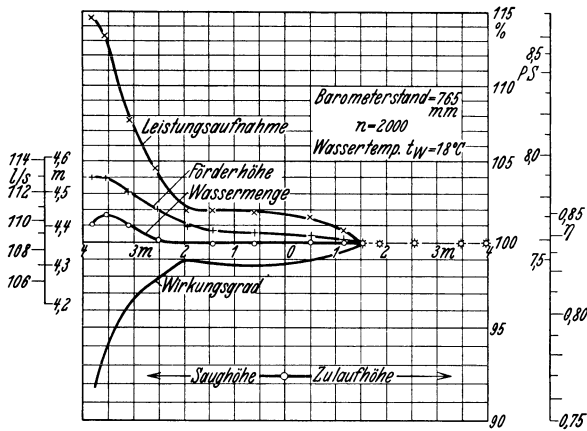


Abb. 214b. Kavitationsdiagramm des Propellers nach Abb. 213.

das Ergebnis bei 2000 U/min. Die Ordinaten sind in Prozenten der Normalwerte aufgetragen. Man sieht, daß bis zu 1,5 m Zulaufhöhe herab keine Änderung vorhanden ist. Bei Unterschreitung dieses Wertes fällt  $\eta$  um rd. 1%, um sich dann wieder etwas zu erholen und erst bei 2 m Saughöhe steiler abzufallen, wobei dann Geräuschbildung eintritt<sup>1</sup>. Eigenartig ist, daß die Fördermenge bis 2,5 m Saughöhe unverändert bleibt, um dann zunächst zu steigen und erst anschließend abzufallen, während die Leistungsaufnahme im Kavitationsgebiet — soweit darin die Untersuchung wegen der Rücksicht auf die Gefährdung der Pumpe durch Wasserschläge ausgedehnt werden konnte — unbegrenzt anstieg. Das Ansteigen der Förderhöhe im Kavitationsgebiet — auch in der Zone gleichbleibender Wassermenge — muß mit dem Anwachsen der äußeren Widerstände der Rohrleitung infolge der Vibrationen erklärt werden. Diese Untersuchung ergänzt die S. 240 an Hand der Abb. 167 gemachten Feststellungen. Der Beiwert  $\sigma$  im Thomassen Ähnlichkeitsgesetz ergibt sich, wenn die Grenze

<sup>1</sup> Ein anderer Propeller kleinerer Schnellläufigkeit lieferte bei beginnender Kavitation zunächst ein Anwachsen des Wirkungsgrades über den normalen Wert (S. 241).

des betriebsfähigen Zustandes bei 2 m Saughöhe angenommen wird, für den untersuchten Propeller zu

$$\sigma = \frac{\Delta h}{H} = \frac{1}{H} (A - H_t - H_s) = \frac{1}{4,38} (10,4 - 0,2 - 2) = 1,87,$$

während der Zahlenbeiwert des zweiten Ausdrucks von Gl. (19) S. 315 sich zu 0,069 errechnet.

Innerhalb des Gebietes, das in Abb. 213 durch gestrichelt gezeichnete Linien hervorgehoben ist, lief die Pumpe sehr unruhig, so daß auch genaue Ablesungen insbesondere an dem verwendeten Torsionsdynamometer schwer zu erlangen waren.

Die vorstehend geschilderten Beobachtungen sind in ähnlicher Weise auch an Propellerpumpen größerer und kleinerer Schnelläufigkeit gemacht worden.

### 97. Berechnung des Schaufelprofils als konformes Abbild eines Kreises<sup>1</sup>.

Die ebene Potentialströmung um einen Kreis ist genau bekannt. Wird ein Kreiszyylinder vom Halbmesser  $\rho$  durch eine Parallelströmung mit der Geschwindigkeit  $W_\infty$  senkrecht zur Achse angeströmt (Abb. 215) und verlangt, daß im Endpunkt  $B$  des Durchmessers, der unter dem Winkel  $\tau$  zur Richtung von  $W_\infty$  gelegen ist, die Abströmung einen Verzweigungspunkt (Staupunkt, Abschn. 23) habe, so beträgt die Zirkulation<sup>2</sup>

$$\Gamma = 4\pi\rho W_\infty \sin\tau. \quad (34)$$

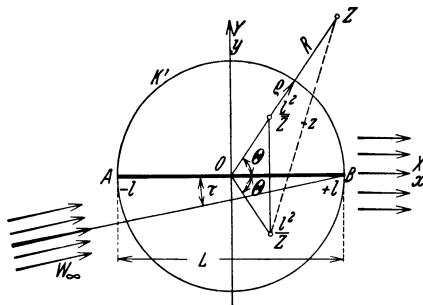


Abb. 215. Ebene Tragfläche  $AB$  als Abbildung des Einheitskreises  $K'$ .

<sup>1</sup> Literatur: Joukowsky: Z. Flugtechn. Motorluftsch. 1910 S. 281; Aerodynamique. S. 145. Paris 1916; Blumenthal: Z. Flugtechn. Motorluftsch. 1913 S. 125; Trefftz: Z. Flugtechn. Motorluftsch. 1913 S. 130;

v. Mises: Z. Flugtechn. Motorluftsch. 1917 S. 157; Z. angew. Math. Mech. 1922 S. 71.  
<sup>2</sup> Das komplexe Potential (S. 17 f.) dieser Strömung ist

$$F(Z) = W_\infty \left( e^{-i\tau} Z + e^{i\tau} \frac{l^2}{Z} \right) - i \frac{\Gamma}{2\pi} \ln Z \quad (34a)$$

mit  $Z = X + iY = R e^{i\theta}$  als komplexe Variable.  $X$  und  $Y$  sind die rechtwinkligen Koordinaten des durch die Größe  $Z$  bezeichneten Punktes;  $R$  und  $\theta$  seine Polarkoordinaten. Das erste Glied obiger Gleichung stellt die reine Durchflußströmung dar, die aus der Parallelströmung (erstes Glied der runden Klammer) am einfachsten durch Überlagerung ihres Spiegelbildes in bezug auf den Einheitskreis (vom Halbmesser  $l$ ) erhalten wird. Das zweite Glied bedeutet die Zirkulationsströmung, deren Hinzufügung zur Erzielung des gewünschten Ansatzpunktes nötig ist (Abschn. 23). Die Ableitung  $F'(Z)$  liefert nach Aufspalten in einen reellen und imaginären Teil die Geschwindigkeitskomponenten  $U$  und  $V$  in der  $X$ - und  $Y$ -Richtung, indem  $F'(Z) = U - iV$ . Wird  $U$  für  $\theta = 0$  und  $R = \rho$  gleich Null gesetzt, so folgt Gl. (34).

Das Spiegelbild einer Strömung mit dem Potential  $X(z)$  wird erhalten

a) in bezug auf eine durch die  $x$ -Achse dargestellte Ebene: dadurch, daß  $z = x + iy = r e^{i\vartheta}$  ersetzt wird durch seinen konjugierten Wert  $\bar{z} = x - iy = r e^{-i\vartheta}$

Aus dieser bekannten Strömung läßt sich die Strömung um ein gegebenes Profil ableiten, wenn dieses auf den Kreis konform so abgebildet wird, daß das Äußere des Kreises mit dem Äußeren des gegebenen Profils und das Unendliche mit dem Unendlichen zusammenfällt. Die konforme Abbildung wird vermittelt durch eine Funktion zwischen den komplexen Variablen  $z$  und  $Z$  der beiden Abbildungsebenen, wobei das Bild im großen verzerrt wird, in den kleinsten Teilen aber winkeltreu ist, d. h. die Strömung eine Potentialströmung bleibt (S. 15 f.). Aus der Winkeltreue folgt auf Grund ähnlicher Überlegungen, wie sie S. 56 durchgeführt sind, daß auch die Linienintegrale (Potentialunterschiede), ebenso die Zirkulation bestehen bleiben. Infolge der Verzerrung der Längen ändern sich aber die Geschwindigkeiten nach Größe und Richtung, und zwar erhält man die alten Längen und Geschwindigkeiten aus den neuen durch Multiplikation<sup>1</sup> mit der aus der Abbildungsfunktion bekannten Ableitung  $dz/dZ$ , die im allgemeinen sowohl eine Änderung des Absolutwertes, als auch eine Drehung (im ganzen eine Drehstreckung) bedeutet. Da in dem Ausdruck für  $\Gamma$  nach Gl. (34) nur die Geschwindigkeit im Unendlichen erscheint, so ist das erwähnte Vergrößerungsverhältnis nur für  $Z = \infty$  von Bedeutung.

Eine besondere Rolle spielen die Joukowsky-Profile, weil sie durch ein einfaches Abbildungsgesetz aus dem Kreis entstehen und deshalb der theoretischen Untersuchung leicht zugänglich sind. Das Abbildungsgesetz auf die neue  $z$ -Ebene lautet hier

$$z = \frac{1}{2} \left( Z + \frac{l^2}{Z} \right), \tag{35}$$

wobei  $z = x + iy$ ,  $l$  der Halbmesser des sog. Einheitskreises ist. Denkt man sich die  $z$ - und  $Z$ -Ebene so übereinandergelegt, daß die Koordinatenachsen zusammenfallen, so entsteht nach Gl. (35) der Bildpunkt  $z$  eines Punktes  $Z$  (Abb. 215) als die Mitte der Entfernung zwischen  $Z$  und dem Punkt  $l^2/Z$ , der nach Spiegelung von  $Z$  am Einheitskreis und einer zweiten Spiegelung an der reellen Achse erhalten wird.

Das Vergrößerungsverhältnis unseres Abbildungsgesetzes nach Gl. (35) ist  $dz/dZ = \frac{1}{2}(1 - l^2/Z^2)$ , also für  $Z = \infty$  gleich  $\frac{1}{2}$ , so daß  $w_\infty = \frac{1}{2}w_\infty$ , sofern  $w_\infty$  die Zuströmgeschwindigkeit in der Bildebene bedeutet. Da demnach die Richtung dieser Geschwindigkeit sich nicht ändert, also  $\tau$  bestehen bleibt, so kann der Ausdruck für die Zirkulation nach Gl. (34) auch geschrieben werden

$$\Gamma = 2\pi \rho w_\infty \sin \tau \tag{36}$$

und weil der Auftrieb gemäß dem Kutta-Joukowskyschen Gesetz [Gl. (72) Abschn. 23]

$$A = \frac{\gamma}{g} \Gamma b w_\infty = \frac{\gamma}{g} 2\pi \rho b w_\infty^2 \sin \tau,$$

so liefert der Vergleich mit Gl. (8), weil dort  $F = bL$ , die folgende theoretische Auftriebszahl

$$(\zeta_a)_{th} = 4\pi \frac{\rho}{L} \sin \tau, \tag{37}$$

die infolge Nichtberücksichtigung von Zähigkeitseinflüssen etwas größer als der wirkliche Wert  $\zeta_a$  ist. Sowohl Gl. (36) wie Gl. (37) sind offenbar unabhängig von der Lage des Koordinatensystems zu dem abzubildenden Kreis, weil die Größe der Zirkulation  $\Gamma$  vom Koordinatensystem unabhängig ist und  $dz/dZ$  für  $Z = \infty$  auch bei endlichen Verschiebungen stets den Wert  $\frac{1}{2}$  behält.

und von der so erhaltenen Funktion  $X(\bar{z})$  ebenfalls der konjugierte Wert genommen, so daß im ganzen die Funktion  $\bar{X}(\bar{z})$  entsteht;

b) in bezug auf einen Kreis um den Ursprung vom Halbmesser  $l$  durch die Funktion  $\bar{X}\left(\frac{l^2}{z}\right)$ , wobei also  $\frac{l^2}{z}$  statt  $z$  gesetzt und die so erhaltene Funktion wieder in die konjugierte Form umgewandelt wird.

<sup>1</sup> Dies folgt aus  $F'(z) = F'(Z) dZ/dz$ .

Beispiele:

1. Kreis  $K'$  um den Ursprung  $O$  vom Radius  $\rho = l$  (d. h. der Einheitskreis) (Abb. 215) bildet sich ab als Strecke  $AB$ , die doppelt belegt, d. h. als Schlitz aufzufassen ist (ebene Tragfläche). Der Verzweigungspunkt  $B$  bildet sich nach dem Endpunkt der Tragfläche ab. Es besteht also tangenciales Abströmen, wie gemäß Abschn. 23 verlangt werden muß. Auf der Zuströmseite ist aber nach wie vor ein Staupunkt vorhanden. Da hier  $L = 2\rho$ , so wird nach Gl. (37)

$$(\zeta_a)_{th} = 2\pi \sin \tau. \tag{37a}$$

2. Kuttasches Profil. Kreis  $K$  mit Mittelpunkt  $M$  auf Ordinatenachse im Abstand  $f$  von  $O$  (Abb. 216) wird zum Kreisbogen  $AMB$  mit Pfeilhöhe  $MO = f$ . Die Zuströmrichtung muß unter dem Winkel  $\tau$  zum Durchmesser  $MB$  gelegen sein, damit tangenciales Abströmen vorliegt, weil der Staupunkt  $B$  des Kreises sich wieder in sich selbst, und zwar an das Ende des Kreisbogenprofils abbildet. Die Anblaserichtung  $MB$  ergibt nach Gl. (37) keinen Auftrieb, weil  $\tau = 0$ . Bezeichnet man  $\sphericalangle MBA$  mit  $\tau_0$ , so ist der „Anstellwinkel“ im Sinne des Abschnitts 94  $\delta = \tau - \tau_0$ , und weil  $\tau_0$  gleich dem vierten Teil des Zentriwinkels  $\varphi$  des Profils, so wird nach Gl. (37)

$$(\zeta_a)_{th} = 4\pi \frac{\rho}{L} \sin\left(\delta + \frac{\varphi}{4}\right), \tag{37b}$$

oder nach einer einfachen Umformung

$$(\zeta_a)_{th} = 2\pi \left( \sin \delta + \frac{2f}{L} \cos \delta \right), \tag{38}$$

oder weil in der Regel kleine Anstellwinkel  $\delta$  vorliegen, also  $\cos \delta \approx 1$ ,

$$(\zeta_a)_{th} = 2\pi \left( \sin \delta + \frac{2f}{L} \right). \tag{38a}$$

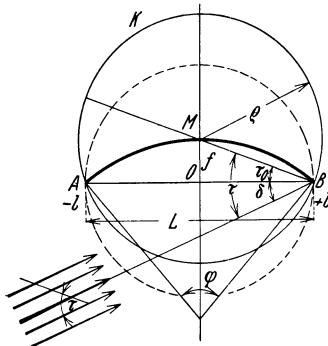


Abb. 216. Kreisbogenprofil  $AMB$  als Abbildung des Kreises  $K$  um  $M$  (Kuttasches Profil).

3. Joukowsky-Profil. Die beiden unter 1 und 2 erwähnten Profile sind praktisch wenig geeignet, weil sie zwei Spitzen haben, also der Anfangspunkt  $A$  im allgemeinen unendlich große Geschwindigkeiten (S. 18) liefert, die bei der wirklichen Flüssigkeit Wirbelablösung bedeuten. Beim Kuttaschen Profil (Abb. 216) könnte man zwar den Winkel  $\tau$  so wählen, daß der Staupunkt der Zuströmseite nach  $A$  fällt, ohne daß  $\zeta_a$  zu Null wird; aber geringe Abweichungen würden wieder unendliche Geschwindigkeiten hervorrufen. Man gelangt zu brauchbaren Profilen mit nur einer Spitze, wenn man nach Joukowsky den Kreis  $K_1$  (Abb. 217), der den Kreis  $K$  in  $B$  berührt, der Abbildung unterwirft. Denn die neue Kontur muß dann das Skelett  $AMB$  ebenso umschließen, wie der Kreis  $K_1$  den Kreis  $K$ , aber spitz in  $B$  auslaufen, weil ja in  $B$  die Richtung von  $K$  und  $K_1$  zusammenfällt und die Winkel bei der Abbildung bestehen bleiben. Die Konstruktion des  $J$ -Profils wird erhalten, wenn man beachtet, daß gemäß der Abbildungsfunktion Gl. (35) eine doppelte Spiegelung des Kreises  $K_1$  vorgenommen werden muß. Der Einheitskreis ist nach wie vor der um  $O$  mit  $l$  beschriebene Kreis  $K'$ , und der gegen diesen gespiegelte  $K_1$ -Kreis ergibt sich wieder als Kreis, wobei irgendein Punkt, z. B.  $C$ , so nach  $D$  gelangt, daß  $OD = l^2/OC$ . Die Schnittpunkte mit dem Einheitskreis spiegeln sich naturgemäß in sich selbst. Wird nun der so erhaltene (in der Abb. 217 nicht gezeichnete) Kreis nochmals gegen die  $x$ -Achse gespiegelt, erhält man, wie eine einfache geometrische Betrachtung zeigt, einen Kreis  $K_2$  mit dem Mittelpunkt  $M_2$  auf  $MB$ , der durch  $D$  und  $B$  geht. Damit ergibt sich folgende

Konstruktion der Joukowsky-Profile<sup>1</sup>.

Annahme der Katheten  $\overline{BO} = l$ ,  $\overline{OM} = f$  des rechtwinkligen Dreiecks  $BOM$ ; Schlagen eines Kreises  $K_1$  durch  $B$  um  $M_1$  auf  $BM$ , wobei  $\overline{MM_1} = d$  (die

<sup>1</sup> Erstmals von Trefftz angegeben, Z. Flugtechn. Motorluftsch. 1913; vgl. ferner Ergebn. aerodynam. Versuchsanst. zu Göttingen, III. Liefg. 1927 S. 13ff.

Wahl von  $f$ ,  $d$  und  $l$  geschieht nach den weiter unten angegebenen Gesichtspunkten); Abtragen von  $OD = l^2/OC$  auf der Verlängerung von  $BO$ , Mittellort auf  $DB$ , das  $BM$  in  $M_2$  schneidet, Schlagen eines Kreises  $K_2$  um  $M_2$  mit dem Halbmesser  $M_2B$ ; punktweise Bestimmung des Profils mit Hilfe der Kreise  $K_1$  und  $K_2$  in nachstehender Weise:

An die Achse  $OB$  bzw.  $OD$  werden in  $O$  nach oben und unten gleich große, aber beliebige Winkel  $\varepsilon$  ( $\varepsilon'$  usw.) angetragen. Schneidet der eine freie Schenkel den Kreis  $K_1$  in  $A_1$ , der andere auf der anderen Seite den Kreis  $K_2$  in  $A_2$ , so ist der Halbierungspunkt  $P$  ( $P'$  usw.) der Strecke  $A_1A_2$  ein Profilpunkt.

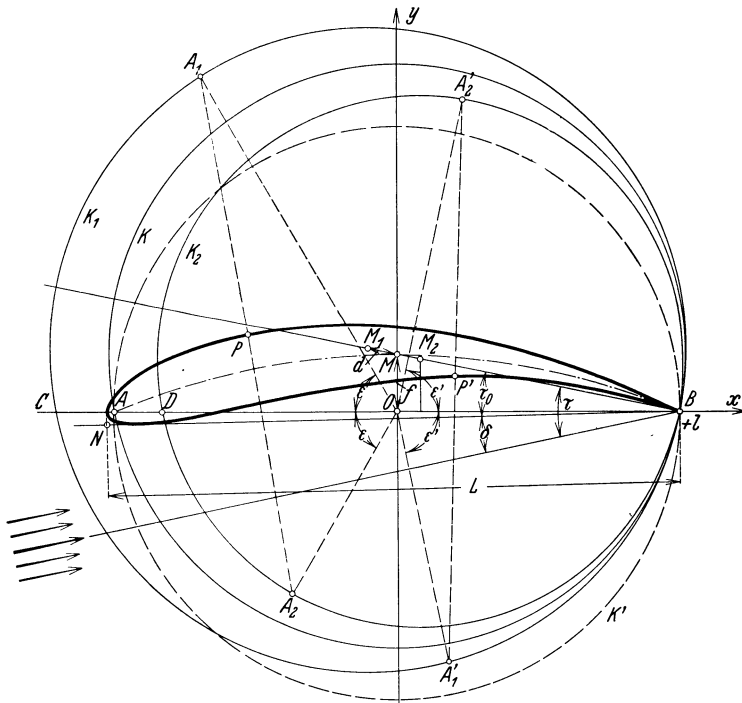


Abb. 217. Joukowsky-Profil als Abbildung des Kreises  $K_1$  um  $M_1$ . Kreisbogen  $A MB$  (als Abbildung des Kreises  $K$  um  $M$ ) ist das Skelett des  $J$ -Profils.

Hiernach ist die Größe  $l$  etwas kleiner als die halbe Flügellänge  $L$ . Die Größe  $d$  ergibt sich stets wenig kleiner als die Hälfte der größten Profildicke und die Pfeilhöhe  $f$  des Skeletts wird man entsprechend der gewünschten Wölbung zu wählen haben. Der Ausdruck für  $(\zeta_a)_{th}$  kann in der Form von Gl. (37) bestehen bleiben. Hierin ist  $\rho \approx d + L/2$ , so daß auch geschrieben werden kann

$$(\zeta_a)_{th} \approx 2\pi \left( \frac{2d}{L} + 1 \right) \sin \tau. \quad (39)$$

Beispielsweise besitzt das in Abb. 205 dargestellte (durch  $J$  gekennzeichnete) und auch der Abb. 217 zugrunde gelegte Profil 432 folgende Kenngrößen<sup>1</sup>.

$$\frac{f}{l} = 0,20, \quad \frac{d}{l} = 0,10, \quad \frac{l}{L} = 0,496, \quad \frac{\rho}{L} = 0,5555.$$

<sup>1</sup> Weitere Joukowsky-Profile, deren Eigenschaften im Windkanal ermittelt sind, finden sich in der in der Fußbem. 4 S. 306 angegebenen Göttinger Veröffentlichung.



Der im Abschnitt 94 benutzte Anstellwinkel  $\delta$  bezieht sich auf die von  $B$  an die Profilverseite gezogene Tangente  $BN$ . Ihr Winkel mit der Nullrichtung ermittelt sich für das Profil 432 zu  $\tau_0 = 12^\circ 30'$ . Aus den für dieses Profil im Windkanal durchgeführten Messungen ergibt sich als Berichtigungszahl

$$\varphi = \frac{\zeta_a}{(\zeta_a)_{th}} = 0,780,$$

die auch für andere Joukowsky-Profile einen ähnlichen Wert haben dürfte. Die Anwendung der Erfahrungsformeln (12) und (12a) auf den Fall der ebenen Platte liefert beim Vergleich mit Gl. (37a), weil  $\sin \tau \approx \tau \approx \delta^\circ \pi/180$ :

$$\varphi = \frac{0,091}{2\pi^2/180} = 0,825.$$

Abgesehen davon, daß man auf Grund der vorstehenden Konstruktion in der Lage ist, die im Windkanal untersuchten  $J$ -Profile genau aufzuzeichnen, so kann man auch beliebige neue Profile ausbilden, deren  $\zeta_a$ -Werte mittels Gl. (37) oder (39) unter Zuhilfenahme der Berichtigungszahl  $\varphi$  gegeben sind. Man ist also in der Lage, einen Propeller ausschließlich mit solchen Profilen herzustellen. Die Rechnung ist dann bis zur Ermittlung von  $\zeta_a$  und  $t/L$  die gleiche, wie S. 319 angegeben, sofern die Widerstandsziffer  $\zeta_w$  etwa zu 0,015 angenommen wird. Gl. (37) gibt dann das zugehörige  $\varrho$ , wenn  $\tau$  in passender Weise vorgeschrieben wird. Die Wölbungsziffer  $f/l$ , ebenso die Größe  $d$ , die die halbe Dicke kennzeichnet, kann man unter Beachtung von Festigkeitsrücksichten stetig von innen nach außen abnehmen lassen. Es besteht hier offenbar die Möglichkeit, sich eine erheblich größere Bewegungsfreiheit bei der Ausbildung brauchbarer Propellerformen zu verschaffen, als im vorigen Abschnitt angegeben ist.

Die scharfe Hinterkante der  $J$ -Profile mit dem Kantenwinkel Null kann bei der Herstellung der Flügel unbequem sein. Deshalb sind auch Erweiterungen dieses Abbildungsverfahrens entstanden, die Profile mit einem beliebigen Kantenwinkel liefern und auf die der Vollständigkeit halber verwiesen werden soll<sup>1</sup>.

## N. Der Ausgleich des Achsschubes.

### 98. Berechnung des Achsschubes.

In jeder Kreiselpumpe wirkt auf den Läufer in axialer Richtung eine Kraft, die davon herrührt, daß sowohl die dem Überdruck ausgesetzten Seitenflächen des Rades als auch die Ein- und Austrittsgeschwindigkeit des Rades nicht gleich sind. Gewichtswirkungen spielen nur bei Kreiselpumpen mit senkrechter Welle eine Rolle.

Bei Radialpumpen ist die dem Spaltdruck ausgesetzte Radfläche des Spaltraumes 2, d. h. auf der Einlaufseite, kleiner als die gegenüberliegende Radfläche des Spaltraumes 1 (Abb. 218). Um den dadurch bedingten Achsschub zu errechnen, werde wie in Abschn. 72 das Wasser in den Seitenräumen als ein zusammenhängender Körper betrachtet, der mit der halben Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  des Rades umlaufe. Ferner sei die vereinfachende und (nach S. 225) zulässige Annahme gemacht, daß der Spalt am Radumfang keine nennenswerte Abdrosselung des Spaltwasserstroms hervorbringe und demgemäß auf beiden Seiten dieses Spaltes der Spaltdruck  $H_p$  herrsche.

<sup>1</sup> W. Müller: Z. angew. Math. Mech. 1924 Heft 3 S. 213ff.; ferner insbesondere H. Holl: Forschg. Ing.-Wes. Bd. 3 (1932) Heft 3 S. 117f. (am Schluß der Drucklegung erschienen), wo auch die Bestimmung der Druckverteilung längs des Profils angegeben ist.

Infolge der Rotation der Wasserscheiben beiderseits des Rades verteilt sich, wie in Abschn. 21 dargelegt ist, der Druck auf die Seitenflächen nach einem Paraboloid  $ABCD$ . Der Grenzwert am Radumfang ist gleich dem Spaltdruck  $H_p$ . Deshalb herrscht nach Gl. (66) des Abschn. 21 am Parallelkreis vom Halbmesser  $r$  und der Umfangsgeschwindigkeit  $u = r\omega$  der Druck in Meter Wassersäule:

$$\left. \begin{aligned} h &= H_p - \frac{\left(\frac{u_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{u}{2}\right)^2}{2g} \\ &= H_p - \frac{\omega^2}{8g} (r_2^2 - r^2). \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Da auf beiden Radseiten gleiche Verhältnisse angenommen sind<sup>1</sup>, so kommt als Achsschub der Druck auf die Kreisringfläche zwischen dem inneren Spaltdurchmesser  $D_i = 2r_i$  und dem Nabendurchmesser  $d_n = 2r_n$  in Betracht, der in Abb. 218 durch die schraffierte Fläche hervorgehoben ist.

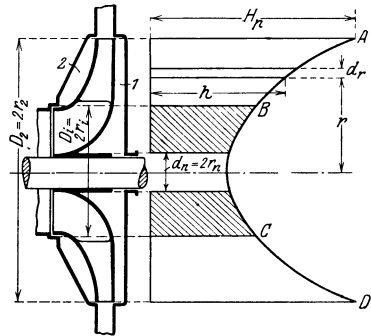


Abb. 218. Entstehung des Achsschubes bei Radialpumpen.

$$A_1 = \int_{r_n}^{r_i} 2r\pi dr \cdot h\gamma = \int_{r_n}^{r_i} 2r\pi dr \cdot \left( H_p - \frac{\omega^2}{8g} (r_2^2 - r^2) \right) \gamma, \quad (2)$$

woraus nach Durchführung der Integration

$$A_1 = \gamma\pi(r_i^2 - r_n^2) \left[ H_p - \left( r_2^2 - \frac{r_i^2 + r_n^2}{2} \right) \frac{\omega^2}{8g} \right]. \quad (3)$$

Hierin ist gemäß Gl. (12) und (12a) des Abschn. 41 bei senkrechtem Wassereintritt, den wir im folgenden stets als vorhanden annehmen, sofern die Reibung in den Laufkanälen vernachlässigt wird

$$H_p \approx \frac{1}{2g} (u_2^2 - w_2^2 + c_0^2) \approx H_{th} \left( 1 - \frac{gH_{th}}{2u_2^2} \right). \quad (4)$$

Bei Radialpumpen entsteht eine weitere Axialkraft  $A_2$  dadurch, daß das Wasser am Eintritt von der axialen Geschwindigkeit  $c_s$  in die radiale Richtung umgelenkt wird. Nach dem Impulssatz (Abschn. 22) ist der dadurch bedingte Ablenkungsdruck, der allerdings gegen  $A_1$  im allgemeinen sehr klein ist,

$$A_2 = \frac{\gamma Q}{g} c_s. \quad (5)$$

Der gesamte Achsschub beträgt somit

$$A = A_1 - A_2. \quad (6)$$

<sup>1</sup> Dies trifft bei Rädern mit einseitigem Spalt insofern nicht ganz zu, als im Spaltraum 2 gemäß Abb. 162 der Spaltstrom umgekehrt gerichtet ist wie im Spaltraum 1 und demgemäß der allerdings sehr kleine Druckabfall des äußeren Spaltes im Raum 1 eine Druckerhöhung, im Raum 2 eine Drucksenkung hervorruft.

Falls die Welle abgesetzt ist oder im Druck- oder Saugraum endigt, ist der auf den freien Wellenquerschnitt wirkende Über- oder Unterdruck noch zu berücksichtigen. Gl. (4) gilt nur für die normale Pumpenleistung. Weicht die Liefermenge hiervon ab, so ergibt eine Verkleinerung in der Regel eine Vergrößerung des Achsschubs und umgekehrt.

Zusätzliche Achsschübe treten auf durch ungleiche Ausbildung der beiderseitigen Spalträume 1 und 2. Sind diese verschieden bemessen, so wird die in Wirklichkeit stets vorhandene Unterströmung des Wassers (vgl. Abb. 38) und damit auch die Rotation der Wasserteilchen verschieden sein, und zwar wird eine Vergrößerung des Zwischenraums in axialer oder radialer Richtung (vgl. S. 47) immer eine Verringerung der Rotation des Wassers und damit eine Vergrößerung des Wasserdrucks hervorrufen. Den gleichen Einfluß haben Rippen, die an die Gehäusewand angegossen sind.

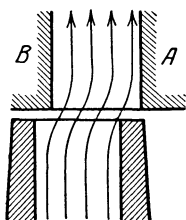


Abb. 218a. Achsschub infolge seitlicher Verschiebung des Laufrades gegenüber dem Leitrad.

Eine weitere Änderung der axialen Kräfte kann durch starke seitliche Verschiebung des Laufrades gegenüber dem Leitrad bedingt sein (Abb. 218a), weil das aus dem Laufrad tretende Wasser auf den einen Spaltraum saugend, auf den andern drückend wirkt. Doch kann dieser Einfluß nur bei großen Meridianschwindigkeiten  $c_{2m}$  oder großen Verschiebungswegen eine Rolle spielen.

Infolge aller dieser durch die Rechnung schwer verfolgbaren Nebeneinflüsse wird die Genauigkeit der entwickelten Gleichungen stark beeinträchtigt. Deshalb ist für die üblichen stark rückwärts gebogenen

Schaufeln hohen Reaktionsgrades auch die folgende rohe Näherungsgleichung in Gebrauch

$$A_1 = \gamma \pi (r_i^2 - r_n^2) H, \quad (7)$$

wobei also der Spaltdruck überall gleich dem Förderdruck angenommen und deshalb ein erheblicher Sicherheitszuschlag eingeschlossen ist.

Beispielsweise würde sich für die in Abschn. 45 I berechnete dreistufige Pumpe ergeben, da  $r_2 = 154$ ,  $r_i = 77$ ,  $r_n = 30$  mm,  $u_2 = 23,3$ ,  $c_0 = 2,59$ ,  $c_s = 2,5$ ,  $w'_2 = w_3 = 9,81$  m/s,  $H_{th} = 33,0$  m,  $H = 28$  m,  $\omega = \pi 1450/30 = 152/s$ ,  $\gamma Q = 30$  kg/s, nach Gl. (4)  $H_p = 23,05$  m und nach Gl. (3)

$$A_1 = 1000 \pi (0,077^2 - 0,03^2) \left[ 23,05 - \left( 0,154^2 - \frac{0,077^2 + 0,03^2}{2} \right) \frac{152^2}{8g} \right] = 269 \text{ kg},$$

ferner nach Gl. (5)  $A_2 = 30/9,81 \cdot 2,5 = 7,65 \approx 8$  kg, also der Achsschub eines Rades  $A = 269 - 8 = 261$  kg und der ganzen Pumpe  $3A = 783$  kg; Gl. (7) liefert dagegen  $A_1 = 440$  kg, also erheblich mehr als Gl. (3).

Für Axialpumpen ist der Achsschub in Abschn. 94d ermittelt.

## 99. Ausgleich durch entsprechende Ausbildung und Anordnung der Laufräder.

Wollte man den auf den Läufer ausgeübten axialen Schub durch ein Spurlager aufnehmen lassen, so würde dieses bei großen Förder-

höhen, — falls es als mehrfaches Kammlager mit glatten Ringflächen ausgebildet würde<sup>1</sup> — beträchtliche zur Größe der Pumpe in keinem Verhältnis stehende Abmessungen erhalten und ein empfindliches Konstruktionsglied bilden, das die Betriebssicherheit beeinträchtigt. Man pflegt deshalb heute den Achsschub durch eine auf den Läufer vom Wasser ausgeübte Gegenkraft auszugleichen, wie dies auch bei anderen Kreiselmashinen, z. B. den Dampfturbinen, üblich ist. Von der Anwendung einer brauchbaren Ausgleichsvorrichtung sind die Lebensdauer und der Wirkungsgrad der Pumpe in hohem Maße abhängig. Sie bildet auch ein kennzeichnendes Merkmal der verschiedenen Bauarten.

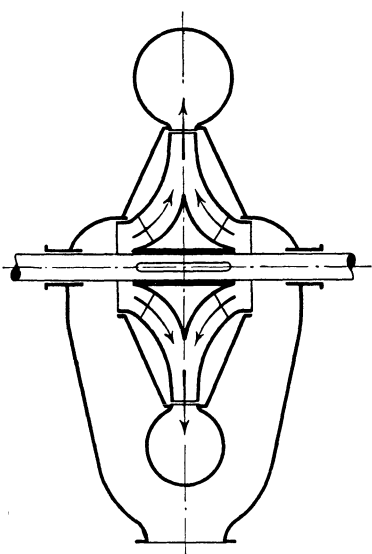


Abb. 219. Ausgleich des Achsschubes durch doppelseitige Beaufschlagung.

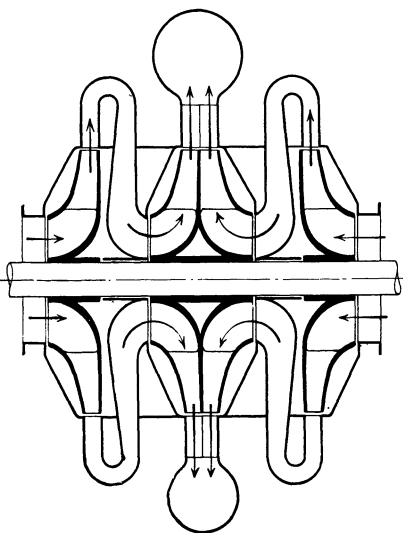


Abb. 219a. Ausgleich einer mehrstufigen Pumpe durch doppelseitige Beaufschlagung (Zwillingsanordnung).

Die nächstliegende und einfachste Maßnahme besteht in der Verwendung des doppelseitigen Einlaufs in das Laufrad (Abb. 219), wobei die Druckflächen und damit auch die Drücke beiderseits dieselben sind, sofern die Abmessungen genau übereinstimmen<sup>2</sup>.

Bei mehrstufigen Pumpen führt die Anwendung des Doppelkreisels zu schwieriger Kanalführung (Abb. 263). Auch sind Mehrstufenanordnung einerseits und Unterteilung des Wasserstroms andererseits zwei sich widersprechende Maßnahmen insofern, als die erstere auf Verminderung, die letztere auf Erhöhung der Drehzahl hinwirkt. Da der Doppelkreisel die Stufenzahl vergrößert, so ist von seiner Anwendung hier

<sup>1</sup> Günstiger liegen die Verhältnisse bei dem Einringlager mit Klötzen (vgl. S. 367), welches erhebliche Achsdrücke ohne Schwierigkeit aufzunehmen vermag.

<sup>2</sup> Infolge der unvermeidlichen Ungleichheiten beider Radseiten werden sich jedoch ihre Kennlinien nicht genau decken, sondern beispielsweise überschneiden. In letzterem Fall wird bei kleinem  $Q_x$  der resultierende Achsschub entgegengesetzt wie bei großem  $Q_x$  gerichtet sein.

nur selten Gebrauch gemacht worden. Die in Abb. 219a angegebene Zwillingsanordnung der Räder vermeidet zwar die schwierige Wasser-

föhrung, behält aber die Parallelschaltung je zweier entgegengesetzt beaufschlagter Einzelräder bei und besitzt infolge der Trennung der Doppelräder in der ersten Stufe die doppelte Radreibungsfläche. Sie ist bei großen Speicherpumpen<sup>1</sup> angewandt worden und hat im übrigen nur bei Turbogebläsen Bedeutung erlangt.

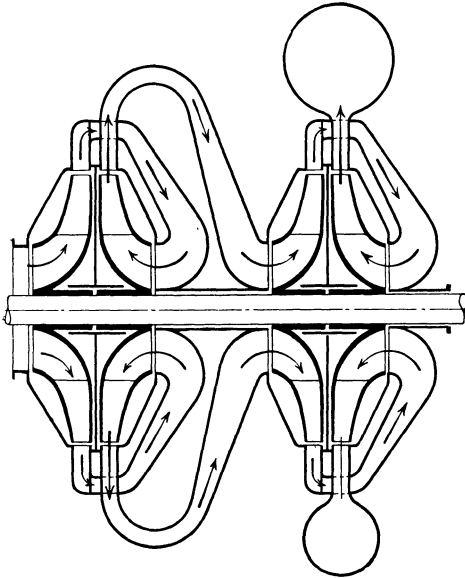


Abb. 220. Ausgleich von Gebr. Sulzer durch paarweise Gegenläufigkeit der Räder.

Die doppelseitige Anordnung hat aber größere Verbreitung bei Verwendung einseitig beaufschlagter, durchweg hintereinandergeschalteter Räder gefunden. Die verschiedenen Schaltungsmöglichkeiten sind nach den Ausführungen der Firmen Gebr. Sulzer und Weise Söhne in den schematischen Zeichnungen

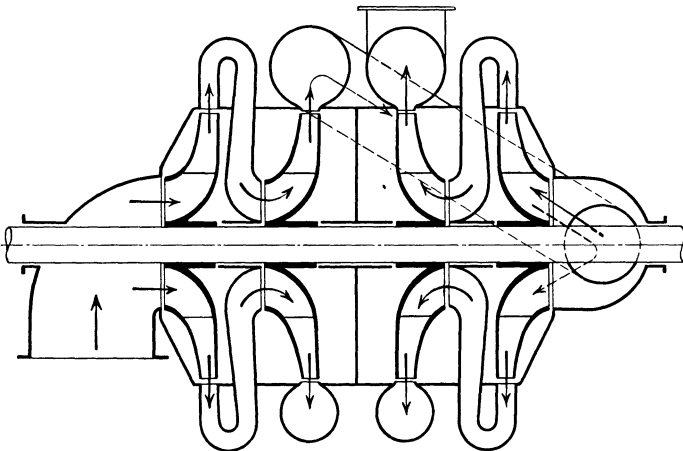


Abb. 221. Ausgleich von Weise Söhne durch gegenläufige Anordnung der ersten Hälfte der Räder zur zweiten Hälfte.

gen Abb. 220 und 221 angegeben. Obwohl diese Pumpen wegen des einzigen inneren Schleifringes jeder Stufe und des Wegfalls jeder be-

<sup>1</sup> Vgl. S. 387f., ferner Z. VDI Bd. 73 (1929) Nr. 4 S. 129; Bd. 74 (1930) Nr. 25 S. 881.

sonderen Ausgleichsvorrichtung einen geringen Spaltverlust aufweisen, so sind sie doch durch andere Konstruktionen verdrängt worden. Der Grund dürfte an der mit der umständlichen Kanalführung verbundenen teuren Herstellung und großen axialen Baulänge, an der Notwendigkeit, eine gerade Stufenzahl zu verwenden, und daran liegen, daß die Links- und Rechtsräder ihr gegenseitiges Spiegelbild sind, also nach verschiedenen Modellen hergestellt werden müssen, wodurch auch die Zahl der Reserveteile sich vergrößert.

Ohne die doppelseitige Anordnung kann Ausgleich erzielt werden, wenn das einzelne einfach beaufschlagte Rad mit einem zweiten Dichtungsspalt auf der dem Einlauf gegenüberliegenden Radwand und mit Öffnungen in der Radwand dicht an der Nabe versehen wird (Abb. 222). Der Druck im Raum 3 wird um den Durchflußwiderstand durch die Öffnungen größer sein als im Raum 4, zuzüglich einer gewissen, durch die Ablenkung des Wasserstroms in radiale Richtung bedingten Drucksteigerung, die allerdings, je nach Lage der Öffnungen, verschieden groß sein oder ganz wegfallen kann. Der Druckunterschied wird verkleinert, wenn die Löcher möglichst groß gemacht und an der Rückseite des Rades abgerundet werden (Abb. 222a). Um ihm Rechnung zu tragen, werden die beiderseitigen Spalte bisweilen nicht genau gleich ausgeführt, sondern der Durchmesser  $D'_i$  um einen geringen Betrag größer als  $D_i$  gemacht. Werden die Löcher unter einem spitzen Winkel  $\delta$  (Abb. 222a) gegen die Pumpenachse angeordnet, so entsteht durch die Zentrifugalkräfte eine gewisse Pumpwirkung, welche den Überdruck beseitigen kann.

Die Löcher in der Radwand können durch Umföhrungskanäle, die in das Pumpengehäuse eingegossen sind, entbehrlieh gemacht werden (Abb. 223). Bei mehrstufigen Pumpen bedingt diese Anordnung aber eine verwickelte Bauart, auch wenn die Umföhrungskanäle durch die Leitschaufeln geföhrt werden<sup>1</sup>.

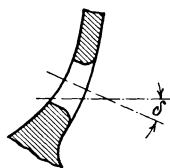


Abb. 222 a. Ausgleichsöffnung.

Zu erwähnen ist auch die Ausföhrung nach Abb. 224, bei der durch

Anordnung der ruhenden Föh rungswand A und entsprechender Kröpfung der Radwand der zweite Spalt auf die innere Radseite verlegt ist.

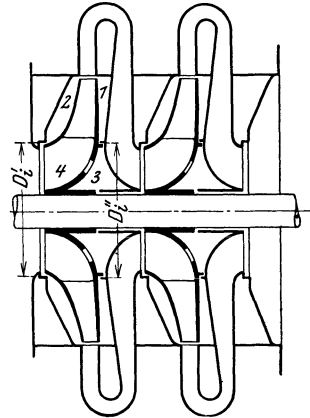


Abb. 222. Anordnung eines zweiten Dichtungsspalt und von Löchern in der Radwand.

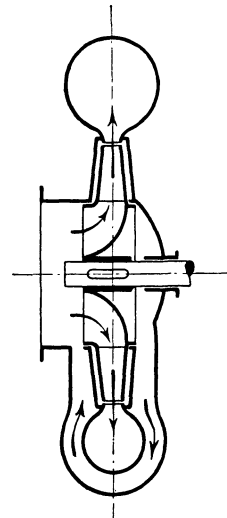


Abb. 223. Ersatz der Löcher in der Radwand durch einen Umföhrungskanal.

<sup>1</sup> Vgl. Weil: Z. ges. Turbinenwes. 1920 S. 289 insbesondere Fig. 13 ff., S. 302.

Das Wasser kommt hier vor dem Eintritt in die Laufschaufeln nicht mit rotierenden Teilen in Berührung, so daß keine Eintrittsrotation entstehen kann. Ferner ist die Möglichkeit gegeben, zwischen den Büchsen *A* und *B* Eintrittsleitschaufeln anzuordnen. Aber die Herstellung wird wesentlich verteuert, der Eintrittsdurchmesser vergrößert,

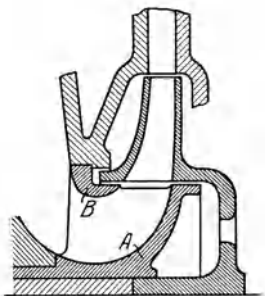


Abb. 224. Verlegung des zweiten Dichtungsspalt auf die innere Radseite durch Anordnung der ruhenden Führungsbüchse *A*.

und es ist auch eine gewisse Störung des eintretenden Wassers durch die beiden unmittelbar am Eintrittskreis austretenden Spaltströme zu erwarten. Falls von der Anwendung eines Eintrittsleitrades abgesehen wird, ist von dieser Anordnung im ganzen kein Vorteil zu erwarten.

Die bisher besprochenen Vorrichtungen werden auch bei sorgfältigster Ausbildung durch den Konstrukteur keinen vollkommenen Ausgleich des Achsschubes herbeiführen können<sup>1</sup>, weil selbst bei genauester Herstellung die Abdichtungen schon von Anfang an nicht gleich sein können und die Verschiedenheit der Abnutzung noch weitere Unterschiede bewirkt. Da von vornherein nicht übersehen werden kann, nach welcher Richtung und in

welcher Größe der entstehende Achsschub wirkt, so ist ein Spurlager nicht zu entbehren, für das bei kleinen einstufigen Ausführungen einfache Wellenbunde oder Stellringe genügen, im allgemeinen aber besondere gut durchgebildete Lagerkonstruktionen nötig sind.

Man kann aber jede besondere axiale Sicherung der Welle entbehrlich machen, wenn an die zylindrische Dichtungsfläche auf beiden

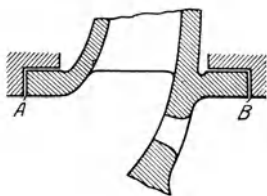


Abb. 225. Vollkommener Ausgleich durch beiderseitige Anwendung radialer Spaltflächen.

Seiten der Pumpe ein in einer Ebene senkrecht zur Achse liegender Dichtungsspalt *A* bzw. *B* angeschlossen wird (Abb. 225). In diesem Falle wird bei einer Verschiebung des Läufers, beispielsweise nach links, dieser radiale Spalt auf der linken Seite verengt, auf der rechten Seite erweitert, wodurch eine von links nach rechts gerichtete Gegenkraft entsteht, die die eingetretene Bewegung zum Stillstand bringt. Bei mehrstufigen Pumpen stellt diese Ausführung aber hohe Anforderungen

an die Arbeitsgenauigkeit der Werkstatt, da alle Räder rechts und links gleichzeitig zur Anlage gelangen müssen. Die zuverlässige Wirkung ist ferner nur dann gesichert, wenn auch der Spalt am äußeren Umfang möglichst eng ist, weil die zur Sicherung der Selbsteinstellung nötigen Druckänderungen nur durch die Mitwirkung der äußeren Drosselung entstehen können.

Der Vollständigkeit halber seien noch einige Ausführungen erwähnt, die heute nur noch geschichtliche Bedeutung beanspruchen dürfen<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Power 1931, 12. Dez. S. 826.

<sup>2</sup> Vgl. Mueller: Z. VDI. 1905 S. 1181ff.

Abb. 226 zeigt die von Rateau vorgeschlagene Einrichtung, bei welcher der äußere Spalt der vollen Radwand einen kleineren Durchmesser erhält als der der gegenüberliegenden Wand. Dadurch wird offenbar der Druck in dem der Einlaufseite gegenüberliegenden Raum herabgesetzt. In Abb. 227 endlich, dem Vorschlag von Kugel-Gelpke, wird der am Radeintritt auftretende Ablenkungsdruck durch den Rückdruck des in axialer Richtung aus dem Laufrad tretenden Wassers ausgeglichen, weil die Geschwindigkeiten an beiden Stellen gleich sind. Außerdem sind die äußeren und inneren Durchmesser der beiderseitigen Druckräume so gewählt, daß auch die statischen Drücke sich aufheben sollen. Da

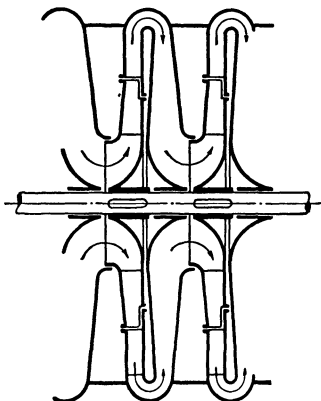


Abb. 226. Ausgleich von Rateau durch Verkleinerung des äußeren Spaltdurchmessers gegenüber dem Einlauf.

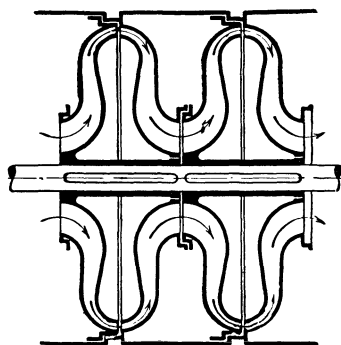


Abb. 227. Ausgleich von Kugel-Gelpke durch Verwendung axialen Austritts.

die Leitschaufeln radial einwärts zu führen sind, so kommt man auch mit einem kleinen Gehäusedurchmesser aus. Beide Konstruktionen haben den Nachteil, daß der Druckausgleich rechnerisch schwer zu bestimmen und deshalb nicht in befriedigender Weise zu erreichen ist.

### 100. Ausgleich durch Verwendung eines für alle Stufen gemeinsamen Organs.

Die bisher besprochenen Einrichtungen leiden (mit Ausnahme der Anordnung nach Abb. 225) daran, daß ein besonderes Spurlager nötig ist, auf welches schwer bestimmbare Drücke ausgeübt werden und von dem die Betriebssicherheit der Pumpe in hohem Maße abhängig ist. Um das Spurlager zu vermeiden, wird heute bei größeren, mehrstufigen Pumpen fast allgemein ein besonderes Ausgleichsorgan verwendet, das meist in einer mit der Welle umlaufenden und unter dem Förderdruck stehenden Ausgleichsscheibe besteht. Die im Turbinen- oder Turbo-kompressorenbau übliche Anordnung eines Ausgleichskolbens mit Labyrinthnuten in Verbindung mit einem Spurlager ist im Kreiselpumpenbau wegen der starken Oberflächenreibung nicht am Platze.

Der nächstliegende Gedanke wäre der, diese Ausgleichsscheibe *A* unmittelbar hinter dem letzten Laufrad auf der Druckseite der Pumpe



so anzuordnen, daß sie an ihrem Umfang einen radialen Spalt (d. h. mit axialem Spiel) bildet (Abb. 228). Hierbei müßte das Druckwasser des Spaltraums der letzten Stufe auf die Ausgleichsscheibe die zur Aufhebung des Axialschubes nötige Gegenkraft ausüben, wozu es vermöge seines hohen Drucks auch in der Lage ist, wenn der Durchmesser der Scheibe groß genug gemacht und dafür gesorgt wird, daß in dem Raum hinter der Scheibe ein weit niedrigerer Druck, etwa der der freien Atmosphäre, herrscht. Wird nun der Scheibendurchmesser, wie es aus Sicherheitsgründen zweckmäßig sein dürfte, etwas größer gemacht, als zur Aufhebung des Achsschubs nötig ist, so entsteht ein überschüssiger Druck, der die Scheibe von ihrer Dichtungsfläche abdrängt. Dadurch wird eine größere Menge Druckwasser durch den Spalt aus-

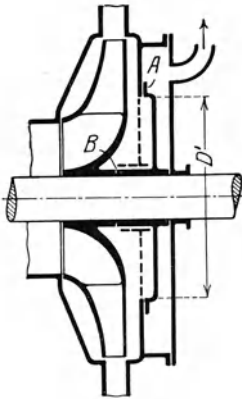


Abb. 228. Anwendung einer besonderen Ausgleichsscheibe am Ende der Pumpe.

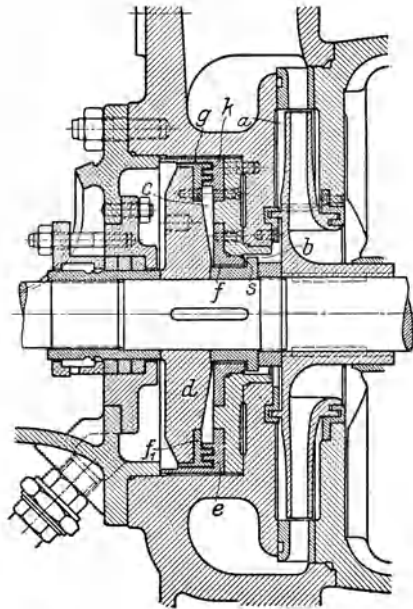


Abb. 229. Ausgleichsvorrichtung von Weis & Söhne.

treten und somit der Druck auf die Scheibe sinken, bis die eingetretene Bewegung zum Stillstand kommt. Da aber dieses Sinken des Scheibendrucks nur möglich ist, insoweit der verhältnismäßig weite äußere Spalt des letzten Rades oder die Abflußleitung des Wassers eine Drosselwirkung ausüben oder gar der Förderdruck der Pumpe infolge der verstärkten Wasserentnahme zurückgeht, so werden recht erhebliche Wasserverluste, die die Wirtschaftlichkeit der Anordnung unmöglich machen, ferner große axiale Verschiebungswege der Pumpenwelle, die den Wirkungsgrad weiter verschlechtern, die Folge sein. Offenbar werden aber die Verhältnisse sofort erheblich günstiger, wenn vor oder hinter oder vor und hinter der Ausgleichsscheibe der Wasserstrom gedrosselt wird, und zwar wird der Wasserverlust, ebenso wie der axiale Verschiebungsweg, um so kleiner sein, je kräftiger diese zusätzliche Drossleinrichtung wirkt.

Im Fall der Abb. 228 ließe sich beispielsweise vor der Ausgleichscheibe eine solche Drosselstelle unterbringen, wenn der gestrichelt eingezeichnete enge und lange Ringspalt *B* entlang der Nabe der Scheibe angeordnet würde (vgl. auch Abb. 232).

Bei der aus Abb. 229 ersichtlichen Ausführung von Weise Söhne besitzen sowohl Haupt- wie Nebenspalt unveränderliche, d. h. zylindrische Drosselstrecken (*g*, *f*) und veränderliche, d. h. radiale Drosselstrecken (*k*, *s*). Die Hinzunahme zweier unveränderlicher Drosselstellen verringert den Wasserverlust und gestattet die Anwendung größerer Spaltweiten. Sie vergrößert aber den axialen Einstellweg. Letzterer Nachteil wird aber durch die doppelseitige Veränderlichkeit beseitigt oder mindestens gemildert, da die Änderung beider Spalte im gleichen Sinne wirkt.

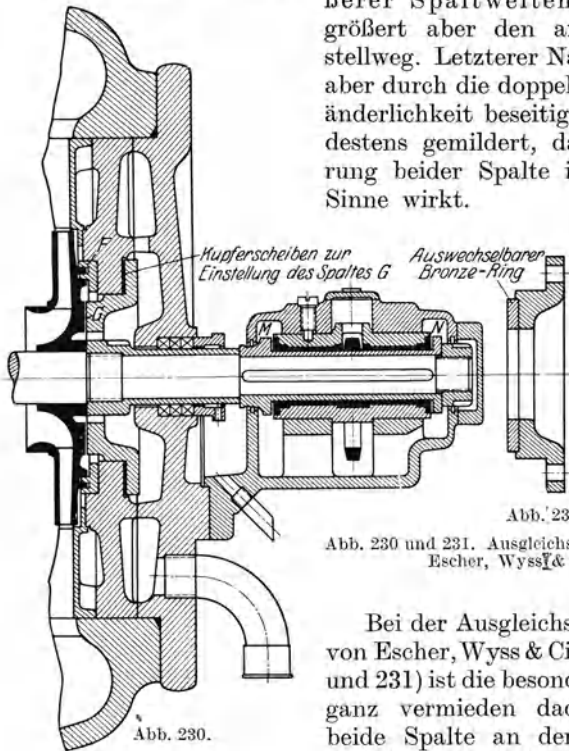


Abb. 230 und 231. Ausgleichsvorrichtung von Escher, Wyss & Cie.

Bei der Ausgleichseinrichtung von Escher, Wyss & Cie. (Abb. 230 und 231) ist die besondere Scheibe ganz vermieden dadurch, daß beide Spalte an der Rückseite des letzten Rades vorgesehen sind. Der äußere Spalt ist durch den mit Ringnuten versehenen Ring *F* gebildet, besitzt also einen gleichbleibenden Querschnitt, während der innere Spalt *G* sich mit der Läuferstellung stets so ändert, daß im Raum zwischen beiden Spalten die zur Erhaltung der Gleichgewichtslage nötige Pressung herrscht. Ist der äußere Drosselspalt *F* eng genug, was allerdings durch die Abnutzung in Frage gestellt sein kann, so wird der Wasserverlust klein sein können und auch der Einstellweg kurz sein. Die Vorrichtung zeichnet sich durch eine kurze Baulänge aus. Ist stärkere Abnutzung zu erwarten, werden sowohl am Rad als auch am Ring *G* leicht auswechselbare Einsätze aus Bronze (Abb. 231) angebracht.

Bemerkenswert ist auch die Ausführung der Maffei-Schwartzkopffwerke G. m. b. H. (jetzt Ehrhardt & Sehmer), Berlin, nach Abb. 268 insofern, als der zylindrische Zusatzspalt  $B$  einen großen Durchmesser besitzt und durch einen radialen Spalt  $C$  ergänzt ist. Ist nun dieser Spalt  $C$ , wie das in der Regel der Fall ist, verhältnismäßig weit, so wirkt auf die vom Spalt  $B$  gebildete Trommel fast der volle Stufen-  
druck des letzten Rades. Der Druck auf die ringförmige Druckfläche der Ausgleichsscheibe kann also dementsprechend klein sein, so daß auch der Wasserverlust entsprechend klein ausfällt bzw. ein reichlicher Hauptspalt  $A$  möglich ist. Der dritte Spalt  $C$ , der übrigens auch fehlen kann, ist offenbar veränderlich und wird die Rechtsbewegung begrenzen für den Fall starker Abnutzung des Zusatzspaltes  $B$  oder im Falle des Entstehens zufälliger starker Schübe nach rechts, wobei der Spalt  $C$  gewissermaßen den Hauptspalt  $A$  ersetzt. Die hinter dem Hauptspalt sitzende Bronzebüchse soll das Gehäuse gegen Anfressungen durch das Spaltwasser schützen.

Die Ausführung der Maschinenfabrik Eßlingen nach Abb. 271 besitzt neben dem Hauptspalt  $A$  als Zusatzdrosselstelle die beiden zylindrischen Spalte  $B$  und  $B_1$  sowie den veränderlichen Spalt  $C$ , der die regulierende Wirkung des Hauptspaltes unterstützt. Diese Zusatzspalte  $B$ ,  $B_1$  und  $C$  müssen hier sehr weit gehalten werden, wenn der Hauptspalt  $A$  sich nicht zu eng einstellen soll (S. 346).

Die vorstehend besprochenen Ausführungsformen bilden nur eine kleine Auswahl aus einer großen Zahl verschiedener Konstruktionen, die nicht alle angeführt werden können, aber auf dem gleichen Grundgedanken beruhen, daß nämlich eine Ausgleichsscheibe in Verbindung mit einer oder mehreren zusätzlichen Drosselstellen verwendet wird. Bei allen diesen Entlastungsvorrichtungen darf kein Spurlager vorhanden sein. Ein besonderer Vorzug besteht auch darin, daß die Stopfbüchse auf der Druckseite der Pumpe nicht mehr gegen wesentlichen Überdruck abzudichten hat.

Bei eintretender Abnutzung der Scheibe oder der Gegenfläche wird offenbar der Läufer um den Betrag der Abnutzung nach der Saugseite der Pumpe hin wandern. Diese Bewegung ist vom Standpunkt der Betriebssicherheit nur insoweit zulässig, als kein seitliches Anschleifen der Laufräder eintritt und die Laufradbreite am Austritt sich noch innerhalb der Leitradbreite befindet. Es ist zweckmäßig, die Abnutzung an der Verschiebung einer an der Welle angebrachten Marke gegenüber dem Lager zu verfolgen. Ist die Verschiebung größer als 1 bis 1,5 mm, so muß die richtige Lage (beispielsweise mittels Unterlegscheiben) wieder herbeigeführt werden.

Im Betrieb haben diese Entlastungseinrichtungen den an sie gestellten Anforderungen voll entsprochen. Die bei der Regulierbewegung des Läufers auftretenden axialen Verschiebungen sind meist außerordentlich gering.

Sie lassen sich jedoch nicht anwenden, wenn sand- oder schlammhaltige Flüssigkeiten zu fördern sind, weil der hierbei auftretende Verschleiß der Spaltflächen die Wirksamkeit zu schnell beeinträchtigt.

Ebenso haben sie sich als ungeeignet erwiesen, wenn der Förderdruck der Pumpe bis auf Null sinken kann wie beispielsweise bei Feuerspritzen, weil der Achsschub mehrstufiger Pumpen hierbei nicht verschwindet und manchmal auch seine Richtung umkehrt. Bei beweglichen Pumpen liegen die Verhältnisse — ähnlich wie bei den senkrechten Pumpen — schon deshalb schwieriger, weil die Pumpe unter Umständen mit stark geneigter Achse aufgestellt werden muß. In allen diesen Fällen muß auf die früher besprochenen Konstruktionen, die ein besonderes Spurlager besitzen, zurückgegriffen werden.

Die Anordnung der Ausgleichsvorrichtung hat stets so zu geschehen, daß sie leicht zugänglich ist. Dies ist der Fall, wenn der Einbau an dem entgegengesetzt zur Antriebsseite gelegenen Ende der Pumpe erfolgt. Dadurch ergibt sich von selbst, daß die Kupplung mit dem Motor auf die Saugseite der Pumpe gelegt wird, was auch den Vorteil bietet, daß der Ausbau der Pumpe ohne Lösen der gegen Undichtigkeiten besonders empfindlichen Saugleitung erfolgen kann.

In neuerer Zeit werden auch die Einringdrucklager mit Klötzen (Blockdrucklager) verwendet, die außerordentlich hohe Flächenpressungen aufnehmen können und hinsichtlich Betriebssicherheit allen Anforderungen genügen. Da diese Spurlager, deren Wirkung ebenfalls auf hydraulische Vorgänge zurückzuführen ist, sich außerdem nicht oder nur sehr wenig abnutzen, keinen Wasserverlust und nur sehr wenig Reibung verursachen, so ist zu erwarten, daß ihre Anwendung auch im Kreiselpumpenbau sich durchsetzen und die jetzt üblichen Einrichtungen — wenigstens bei den großen Ausführungen — stark zurückdrängen wird.

### 101. Berechnung der besonderen Ausgleichsvorrichtung.

Die im vorigen Abschnitt besprochenen Entlastungseinrichtungen wirken nur dann einwandfrei, wenn der Durchmesser der Druckscheibe etwas größer bemessen ist, als bei vollem Wasserdruck zur Aufhebung des vorhandenen Achsdrucks  $iA$ , herrührend von den  $i$  Rädern der mehrstufigen Pumpe, nötig ist. Infolge der Vergrößerung des Durchmessers vergrößert sich der Austrittsspalt, aber es sinkt auch der Wasserdruck auf die Scheibe im umgekehrten Verhältnis der Druckfläche. Um nun einen allgemeinen Einblick zu erhalten, wie sich der Wasserverlust  $Q_u$  bei verschiedenen Durchmessern verhält, werde die Ausgleichsvorrichtung nach Abb. 232, für den Fall betrachtet, daß der Querschnitt der Nabe vom Durchmesser  $d_n$  gegenüber der Scheibenfläche vom Durchmesser  $D'$  vernachlässigbar klein sei. Dann ist einerseits, wenn der Überdruck  $h$  auf die Scheibe als gleichmäßig verteilt angenommen wird,

$$iA = \gamma h \cdot \pi \frac{D^2}{4}, \quad (8)$$

andererseits, wenn  $b'$  die Spaltweite, also  $F' = \pi D' b'$  der Spaltquerschnitt und  $\mu'$  die für den Spalt gültige Ausflußziffer,

$$Q_u = \mu' F' \sqrt{2gh} = \mu' \pi D' b' \sqrt{2gh}.$$

Durch Elimination von  $h$  aus diesen Gleichungen ergibt sich

$$iA = \frac{\gamma}{8g\pi\mu'^2} \left(\frac{Q_u}{b'}\right)^2 \quad (9)$$

oder

$$Q_u = \sqrt{\frac{8g\pi iA}{\gamma}} \mu' b'. \quad (10)$$

Da  $D'$  nicht mehr auftritt, so ist die Größe des Scheibendurchmessers und des Druckes  $h$  ohne Einfluß auf den Wasserverlust. Dieser ist vielmehr bei gegebenem Axialschub  $iA$  proportional dem Produkt aus der Spaltweite  $b'$  und der

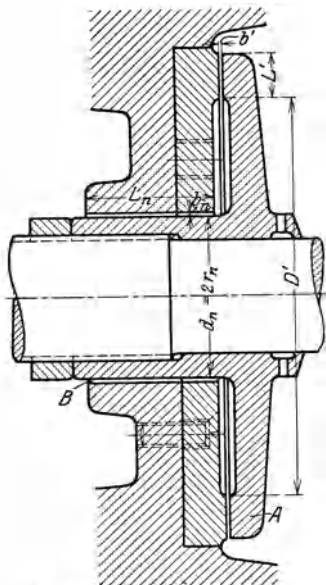


Abb. 232. Druckausgleich mittels Scheibe und vorgeschaltetem Ringspalt.

Ausflußzahl  $\mu'$ . Demnach ist es, wenn man von der Reibungsarbeit der Scheibe an dem umgebenden Wasser absieht, vollkommen gleichgültig, wie groß der Scheibendurchmesser  $D'$  gemacht wird. Es kommt vielmehr nur darauf an, den Spalt möglichst eng zu machen, was selbsttätig geschieht, wenn eine entsprechend kräftige Zusatzdrosselung im Ringspalt  $B$  verwendet wird. In Wirklichkeit aber wird die kleinstmögliche Spaltweite  $b'$  um so größer sein müssen, je größer der Scheibendurchmesser ist, weil die Gefahr des Anstreichens bei gleicher Verbiegung der Welle und gleichen Herstellungsungenauigkeiten größer wird. Auch bewirkt die endliche Größe des Durchmessers  $d_n$ , daß mit zunehmendem Durchmesser  $D'$  eine, wenn auch geringe Steigerung der Verluste stattfindet. Hiernach ist es zweckmäßig, den Scheibendurchmesser nicht allzu groß zu machen; doch ist die gemachte Feststellung von Wichtigkeit, daß nur die Abmessungen des Zusatzspaltes  $B$  auf die Verluste Einfluß haben.

Um den Wasserverlust möglichst klein zu halten, wird man  $b'$  so klein wählen, als mit Rücksicht auf die Betriebssicherheit gerade noch zulässig ist. Man wird deshalb bei der Berechnung der Ausgleichsvorrichtung  $D'$ ,  $L'$  und  $b'$  annehmen und die zugehörigen Abmessungen der zusätzlichen Drosselstelle  $B$  ermitteln, wobei der aufzunehmende Achsschub  $P = iA$  nach den Gleichungen des Abschn. 98 gegeben ist. Die Kraft  $P$  sollte man nicht zu reichlich in die Rechnung einführen, weil die Verkleinerung des Achsschubs im Betrieb eine Vergrößerung von  $b'$  ergibt, also leicht zu große Spaltweiten und damit unnötig große Wasserverluste sich einstellen.

Der Rechnungsgang werde für die Anordnung nach Abb. 232 im folgenden dargelegt.

Steht am Umfang des letzten Rades vom Durchmesser  $2r_2$  der Überdruck  $H'$  über dem Druck hinter der Ausgleichsscheibe zur Ver-

fügung, so ist entsprechend Gl. (1) der Druck am Eintritt in den Ringspalt  $B$ , wenn  $r_n = d_n/2$ ,

$$h_1 = H' - \frac{\omega^2}{8g} (r_2^2 - r_n^2) \tag{11}$$

und damit, entsprechend Gl. (6) des Abschn. 72, der Druck am Austritt aus dem Ringspalt  $B$ , wenn  $\mu_n$  die Ausflußzahl und  $F_n = \pi d_n b_n$  den Querschnitt des Spaltes bedeuten,

$$h = \frac{h_1}{1 + \left(\frac{\mu' F'}{\mu_n F_n}\right)^2} = \frac{h_1}{1 + \left(\frac{\mu' b' D'}{\mu_n b_n d_n}\right)^2}. \tag{12}$$

Bei der Berechnung von  $h_1$  aus Gl. (11) kann  $H'$ , sofern die Stufenzahl groß ist, gleich der um die manometrische Saughöhe  $H_s$  verminderten Förderhöhe  $H$  der Pumpe genommen werden, da das Spaltwasser meist unmittelbar ins Freie ausgegossen wird. Sind nur 2 oder 3 Stufen vorhanden, so wird besser der genaue Wert

$$H' = (i - 1) \Delta H + H_p - H_s \tag{12a}$$

verwendet, wo  $H_p$  aus Gl. (4) sich ergibt.

Die Ausflußziffern  $\mu'$  und  $\mu_n$  sind für Spalte ohne Labyrinthnuten aus Gl. (7) des Abschn. 72 für Spalte mit Labyrinthnuten aus Gl. (10) des Abschn. 72 zu errechnen. Insbesondere ist mit Bezug auf Abb. 232 für glatte Spalte, sofern mit dem Durchschnittswert  $\lambda = 0,04$  gerechnet wird

$$\mu' = \frac{1}{\sqrt{0,02 L'/b' + 1,5}}, \tag{13}$$

$$\mu_n = \frac{1}{\sqrt{0,02 L_n/b_n + 1,5}}. \tag{13a}$$

Da angenommen werden kann, daß der Einfluß der Rotation des Wassers auf beiden Seiten der Scheibe sich aufhebt, so wirkt auf die ganze Scheibenfläche der Überdruck  $\gamma h$ , so daß<sup>1</sup>  $h$  gegeben ist durch

$$P = \frac{\pi}{4} (D'^2 - d_n^2) \gamma h. \tag{14}$$

<sup>1</sup> Gl. (14) und Gl. (8) setzen voraus, daß über dem ganzen Scheibenspalt von der Länge  $L'$  der Austrittsdruck herrscht. Infolge der Rotation des Wassers im Spalt und der Zunahme des Spaltquerschnitts müßte der Druck nach außen zunehmen, infolge der Reibung abnehmen. Es ist die Zunahme des Druckes infolge der Querschnittsvergrößerung, wenn  $c$  die Geschwindigkeit am Eintritt

$$h_d = \frac{c^2}{2g} \left[ 1 - \left( \frac{D'}{D' + 2L'} \right)^2 \right],$$

die sich als Unterdruck am (inneren) Spaltanfang gegenüber dem (äußeren) Spaltaustritt, d. h. dem Raum hinter der Scheibe auswirkt. Dieser Unterdruck entsteht plötzlich am Spaltanfang und fällt über die Spaltlänge  $L'$  von innen nach außen stetig bis Null ab (Clement-Thenardsches Phänomen vgl. auch DRP. 483260). Er wird verringert durch die Reibung

$$h_r = \lambda \frac{L'}{4F} U \frac{c^2}{2g} = \lambda \frac{L'}{2b'} \frac{c^2}{2g} = 0,02 \frac{L'}{b'} \frac{c^2}{2g}.$$

Je kleiner  $b'$  und je rauher die Spaltfläche ist, um so größer wird der Einfluß des Reibungsgliedes sein. Bei den hier vorliegenden geringen Spaltweiten (Zahlenbeispiel S. 346) ist es wahrscheinlich, daß im allgemeinen das Reibungsglied überwiegt.

Der Druckunterschied  $h$  auf beiden Seiten der Ausgleichsscheibe ist also nur vom Achsschub und nicht von den Spalten abhängig.

Aus Gl. (12) folgt

$$\mu_n b_n = \frac{\mu' b' D'}{d_n \sqrt{h_1/h - 1}}. \quad (15)$$

Da mit Bezug auf Gl. (13a) für einen glatten Spalt

$$\mu_n b_n = \frac{b_n}{\sqrt{0,02 L_n/b_n + 1,5}}, \quad (16)$$

so kann nach Ermittlung von  $\mu_n b_n$  aus Gl. (15) und Annahme von  $L_n$  die Spaltweite  $b_n$  erhalten werden.

Beispielsweise würde für die in Abschn. 45 unter I berechnete Pumpe, da nach S. 334  $P = 3A = 783 \text{ kg}$ , ferner  $H' \approx 76 \text{ m}$ , nach Gl. (11)  $h_1 = 69,2 \text{ m}$  und nach Gl. (14)  $h = 27,45 \text{ m}$ . Werden  $b' = 0,10 \text{ mm}$ ,  $L' = 20 \text{ mm}$  gewählt, so wird nach Gl. (13)  $\mu' = 0,427$ . Wird nun  $D'$  angenommen zu  $200 \text{ mm} = 0,20 \text{ m}$ , so gibt Gl. (15)  $\mu_n b_n = 0,115 \text{ mm}$ , worauf sich mit  $L_n = 80 \text{ mm}$  aus Gl. (16) durch Probieren  $b_n = 0,30 \text{ mm}$  errechnet. Der Wasserverlust würde damit

$Q_u = \mu' \pi D' b' \sqrt{2gh} = 0,620 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s} = 0,620 \text{ l/s}$  betragen, entsprechend 2,06% Verlust, was zulässig sein dürfte. Immerhin zeigt die Rechnung, daß bei der Bauart nach Abb. 232 sehr kleine Weiten  $b'$  des Scheibenspaltes nötig sind, wenn der Wasserverlust nicht zu groß werden soll. Dagegen muß die Weite  $b_n$  des zusätzlichen Spaltes offenbar verhältnismäßig groß sein. Es hat demnach auch nicht viel Zweck, den Durchgangswiderstand des Zusatzspaltes durch Anwendung von großen Spaltlängen, Labyrinthnuten usw. zu steigern. Dagegen empfiehlt es sich, die Drosselwirkung

des äußeren Spaltes durch anschließende zylindrische Spalte zu unterstützen, wie das beispielsweise bei den in Abb. 229, 267 gezeigten Ausführungen geschieht. Hat dieser, an den radialen Spalt anschließende Spalt die Länge  $L''$  und Weite  $b''$  (Abb. 233), so tritt an Stelle von Gl. (13)

$$\mu' = \frac{1}{\sqrt{1,5 + 0,02 \frac{L'}{b'} + 0,02 \frac{L''}{b''} \left(\frac{b'}{b''}\right)^2}}, \quad (17)$$

während im übrigen die Rechnung so durchgeführt werden kann, als ob die Spaltverlängerung nicht vorhanden wäre.

Die rechnerische Untersuchung der anderen Bauarten bleibt grundsätzlich die gleiche und führt auch zu ähnlichen Ergebnissen.

### 101a. Ausgleich bei Pumpen mit senkrechter Welle.

Hier wird der Achsdruck noch vermehrt durch die Gewichte des Läufers. Sofern die umlaufenden Teile im Wasser liegen, ist der zugehörige Auftrieb in Abzug zu bringen. Ferner ist zu beachten, daß beim Abstellen der Pumpe die entlastende Kraft der besonderen Aus-

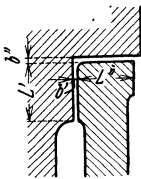


Abb. 233.  
Zylindrischer  
Spalt im An-  
schluß an den  
radialen  
Spalt.

gleichsvorrichtung aufhört, ehe die Pumpe zur Ruhe kommt und also das Eigengewicht ein Sinken des Läufers herbeiführt. Ist nun die für senkrechte Pumpen natürliche Anordnung gewählt, daß das Wasser von unten nach oben durch die Pumpe fließt, so ist eine solche Ausgleichseinrichtung nicht anwendbar, weil die Scheibe an ihrer Gegenfläche anstreifen würde. Die Zufügung eines Sicherheitsspurtagers, das dann nur nach unten gerichtete Kräfte aufnehmen dürfte, scheitert an der Kleinheit des Spaltes der Ausgleichsscheibe mit Rücksicht auf die unvermeidliche Abnutzung und an der Schwierigkeit der Einstellung. Die Bauarten nach Abb. 229, 230, bei denen der Spalt des Ausgleichsorgans zylindrische Form besitzt, machen allerdings eine Ausnahme, da hier Anstreifen auch des Zusatzspaltes nicht zu befürchten ist. Da aber das Sicherheitsspurtagel doch nicht entbehrt werden kann, so findet man vorwiegend die Entlastungseinrichtungen mit unvollkommenem Ausgleich, die in Abschn. 99 beschrieben sind, verwendet (vgl. Abschnitt 111). Hierbei kann man auch die Gewichte ausgleichen, beispielsweise durch ungleiche Bemessung der beiderseitigen Dichtungsspalte des Rades oder Anwendung einer ungleichen Anzahl entgegengesetzt beaufschlagter Räder usw.

Die Verwendung der besonderen Ausgleichseinrichtung ist aber bei allen Bauarten möglich, wenn die Durchflußrichtung des Wassers durch die Pumpe umgekehrt, also der Saugstutzen oben und der Druckstutzen unten angeordnet wird. Die Scheibe sitzt dann ebenfalls unten und öffnet sich nach unten, so daß der Hinzunahme eines Sicherheitsspurtagers nichts im Wege steht. Diese Anordnung hat auch den Vorzug, daß der Scheibendruck durch das Eigengewicht verringert wird, also die Entlastungskonstruktion und der Wasserverlust entsprechend kleiner ausfallen wie sonst. Infolge der Verkleinerung des Achsschubs durch das Eigengewicht empfiehlt sich diese umgekehrte Anordnung auch bei Verwendung der Ausgleichsverfahren des Abschn. 99, bei denen sie mit Rücksicht auf die Vermeidung des Anstreichens nicht nötig wäre.

Um die Zugänglichkeit zur Entlastungskonstruktion zu bessern, kann diese von der Pumpe getrennt und an einer beliebigen Stelle der Welle angeordnet werden, wenn ihr das Druckwasser durch eine besondere Rohrleitung zugeführt wird. In diesem Falle kann das Druckwasser auch einer anderen Einrichtung entnommen werden, falls das Betriebswasser zu unrein und deshalb ein rascher Verschleiß der Spaltflächen zu befürchten ist.

## **0. Die Konstruktion der einzelnen Bauteile.**

### **102. Laufrad und Welle.**

Die Schaufeln werden in der Regel mit beiden Seitenwänden aus einem Stück gegossen. Nur bei kleinen Leistungen, also engen Kanälen, die der nachträglichen Glättung unzugänglich sind und auch der Gießerei Schwierigkeiten bieten, wird eine Seitenwand auf den offenen und des-



halb der Bearbeitung gut zugänglichen Schaufelkranz aufgenietet, wobei die Nieten durch die Schaufeln geführt sind. Diese Bauweise gilt wegen des geringen Nietquerschnitts mit Recht als weniger betriebs-sicher.

Die Schaufelkanäle werden bisweilen auch offen ausgeführt, d. h. die mit der Nabe nicht verbundene Seitenwand wird weggelassen, wobei dann die Schaufeln mit kleinem Zwischenraum an der entsprechend bearbeiteten Gehäusewand laufen (Abb. 251). Dieser Bauweise, die besonders bei Schnellläufern beliebt ist, werden die folgenden Vorteile zugeschrieben:

1. Wegfall der Radreibung auf der offenen Radseite.
2. Verkleinerung der Kanalreibung, sofern die Mittelwerte der Quadrate der Relativgeschwindigkeit größer als die der Absolutgeschwindigkeit sind. Dazu kommt, daß die ruhende Wand glatt bearbeitet und die übrigen Kanalwände für die Bearbeitung leicht zugänglich sind.

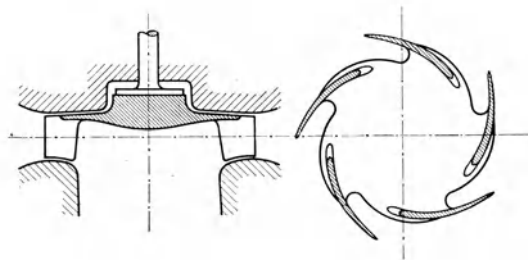


Abb. 233 a. Radialrad ohne Seitenwände für ein Schöpfwerk an der Zuidersee<sup>1</sup>.

3. Ablösungen der Strömung von der Wand (Abb. 76) sind erschwert, weil die Grenzschicht an der offenen Seite durch die Schaufel gewissermaßen wegrasiert wird.

Alle diese Vorzüge sind bei Schnellläufern in erhöhtem Maße fühlbar. An die Stelle des Spaltverlusts tritt ein entsprechender Wasserverlust infolge der Wirkung des Schaufeldrucks, der aber nur bei schmalen Rädern erheblich ist und einen engen Spalt zwischen Wand und Schaufel erforderlich macht. Ferner ist die Gefahr der Spaltkavitation gegeben (S. 248).

Bei einseitig beaufschlagten Radialrädern bedingt das Weglassen nur einer Wand erhöhte Rücksichtnahme auf den Achsschub. Wird jedoch auch die andere Radwand entsprechend Abb.<sup>1</sup> 233 a ausgespart, so ist der Achsschub bis auf einen geringen Rest ausgeglichen.

Der Verzicht auf eine oder beide Wände ist bei breiten Rädern und bei Schnellläufern vorteilhaft. Bei schmalen Rädern ist er nur im Falle der Förderung unreiner Flüssigkeiten (Papierstoff u. dgl.) zwecks Erleichterung der Reinigung gebräuchlich.

Als Material wird zähe Bronze verwendet, weil sie vor Gußeisen den Vorteil größerer Widerstandsfähigkeit gegen Korrosionen und leichter Bearbeitbarkeit voraus hat. Nur bei den sog. Niederdruckpumpen, ist Gußeisen in Verwendung. Die Wahl bei Kavitation ist S. 238 behandelt. Falls die Welle innerhalb des Gehäuses und insbesondere

<sup>1</sup> Theunissen: De l'influence du nombre d'aubes etc., Congrès intern. de Mécanique Générale, Liège 1930 Bd. 2 S. 203ff. Paris: Dunod 1931.

beim Durchgang durch die Stopfbüchsen und Zwischendichtungen durch übergezogene Rotgußbüchsen gegen Rostansatz gesichert ist, kann sie aus gewöhnlichem Kohlenstoffstahl hergestellt werden. Andernfalls sind bei hochwertigen Ausführungen Sonderstähle gebräuchlich.

Gewinde auf der Welle muß einen solchen Drehsinn besitzen, daß durch die Reibung (an Gleitflächen oder Wasser) kein Lockern im Betrieb möglich ist.

Die Räder werden durch Fliehkräfte beansprucht.

Bei Zugrundelegung der Beanspruchung, die in einem mit der Umfangsgeschwindigkeit  $u$  umlaufenden Ring entsteht,

$$\sigma_u = \frac{\gamma}{g} u^2, \quad (1)$$

würde sich für Bronze mit einer zulässigen Zugbeanspruchung

$$\sigma_u = 600 \text{ kg/cm}^2, \quad \gamma = 0,0088 \text{ kg/cm}^3 *$$

als größtmögliche Umfangsgeschwindigkeit ergeben

$$u = \sqrt{\frac{g}{\gamma} \sigma_u} = \sqrt{\frac{981}{0,0088} 600} = 8200 \text{ cm/s} = 82 \text{ m/s}, \quad (2)$$

womit nach Gl. (44) des Abschn. 44 etwa eine Förderhöhe von 340 m durch ein Rad erreichbar sein würde.

Tatsächlich ist nun aber das Rad nicht so stark beansprucht wie ein freier mit gleicher Umfangsgeschwindigkeit umlaufender Ring, da der Belastungsfall dem einer vollen Scheibe nahekommt, welche durch die radialen, den Zentrifugalkräften entgegenwirkenden Spannungen gewissermaßen versteift wird. Allerdings bedingen diese radialen Spannungen insofern wieder eine gewisse Rücksichtnahme, als sie bei gleichbleibender Dicke der Wand nach der Achse hin stark anwachsen. Deshalb ist es bei hoher Umfangsgeschwindigkeit zweckmäßig, die Seitenwände am Umfang dünn zu machen und nach der Nabe hin zu verdicken, ähnlich wie es die Scheibe gleicher Festigkeit verlangt.

Umfangsgeschwindigkeiten von der Größenordnung, die ein näheres Eingehen auf diese Verhältnisse nötig machen, kommen aber im Kreiselpumpenbau kaum vor. Im Bedarfsfall ist von den bei Kreiselpumpen üblichen Rechenverfahren Gebrauch zu machen<sup>1</sup>.

Die Räder werden auf der Welle in der Regel mit Nut und Feder gesichert und durch eine gemeinsame Mutter zusammengehalten. Die Räder müssen so befestigt sein, daß ihre Ebene genau senkrecht auf der Wellenachse steht. Schiefe Stellung beeinträchtigt die Ruhe des Ganges und schafft eine Verdrängerwirkung des Rades gegenüber dem

\* Strenggenommen müßte die Entlastung infolge der Rotation der umgebenden Flüssigkeit durch einen entsprechenden Abzug von  $\gamma$  berücksichtigt werden, und zwar, wenn die mittlere Winkelgeschwindigkeit letzterer der  $\alpha$ -te Teil der Winkelgeschwindigkeit des Rades ist, durch Abzug von  $\frac{1}{\alpha^2} \gamma_w$ , wo  $\gamma_w$  das spezifische Gewicht der Förderflüssigkeit (S. 355).

<sup>1</sup> Vgl. Eck-Kearton: Turbogebälde und -kompressoren. Berlin: Julius Springer 1929.

in den Seitenräumen befindlichen Wasser, die den Kraftbedarf erheblich vergrößert. Da der Durchmesser der Nabe so klein wie möglich sein muß, um einen möglichst kleinen Eintrittsdurchmesser  $D_s$  zu erhalten, so sind flache Federn und Nuten am Platze, wie sie in DIN 270 festgelegt worden sind. Aus diesem Grunde werden vielfach zwei um  $180^\circ$  versetzte Nuten vorgesehen, wodurch außerdem ein Krummwerden der Welle beim Einfräsen der Nuten verhindert wird. Beachtenswert ist auch die im oberen Teil der Abb. 94 und in Abb. 109 ersichtliche Konstruktion, bei welcher die Feder an das Rad angegossen ist, um die Schwächung der Nabe und Zwischenbüchsen durch die Nute zu vermeiden und damit den Durchmesser  $d_n$  entsprechend verkleinern zu können.

Bei hohen Drehzahlen ist es notwendig, den Läufer vor dem Einbau auszuwuchten<sup>1</sup>, d. h. durch Anbringen oder Wegnehmen von Material zu erreichen, daß die Schwerpunkte der einzelnen Massen mit der Drehachse zusammenfallen. Beispielsweise würde eine einseitige Masse vom Gewicht 0,05 kg am Radius 100 mm bei 3000 U/min eine die Welle auf Biegung belastende Zentrifugalkraft von  $\frac{0,05}{9,81} \cdot 0,1 \cdot \left(\pi \frac{3000}{30}\right)^2 = 50$  kg erzeugen, die insbesondere auch wegen der dadurch bedingten Unruhe des Ganges schädlich wäre.

Eine sorgfältige Auswuchtung ist insbesondere auch deshalb notwendig, weil sonst die eintretenden Erschütterungen der Welle es unmöglich machen, die Spalte an den Laufrädern, Zwischendichtungen und der Ausgleichsvorrichtung so eng zu machen, wie es zur Erzielung eines geringen Spaltverlustes notwendig ist (S. 222 ff.).

### 103. Die Berechnung der Welle mit Rücksicht auf kritische Drehzahl.

Die Berechnung der Welle hat zunächst den Bedingungen genügender Festigkeit und der Vermeidung unzulässiger Formänderung zu genügen. Beide Untersuchungen unterscheiden sich kaum von der anderer Wellen. Als äußere Kräfte wirken neben dem Drehmoment und dem Eigengewicht (vermindert um den Auftrieb) noch der Achsschub, dessen Einfluß aber meist vernachlässigbar ist.

Bei der Wahl der zulässigen Beanspruchung ist die bereits S. 239 erwähnte Tatsache zu berücksichtigen, daß eine sog. Korrosionsermüdung besteht, d. h. die Bespülung der Welle mit Wasser eine Verringerung der Dauerfestigkeit zur Folge hat. Nach Versuchen von Hottenrott<sup>2</sup> im Wöhler-Institut der Techn. Hochsch. Braunschweig verringert sich die Dauerfestigkeit<sup>3</sup> ( $2 \cdot 10^6$  Lastwechsel) bei Bespülung

<sup>1</sup> Vgl. Stodola: Die Dampf- und Gasturbinen. 5. oder 6. Aufl.; Lehr: Z. Masch.-Bau 1922 Heft 10; 1930 Heft 21; Hort: Z. Masch.-Bau, Gestaltung 1922/23 Heft 25/26; Kruppsche Mh., Febr. 1925; v. Brauchitsch: Z. angew. Math. Mech. Bd. 3 (1923) Heft 2.

<sup>2</sup> Vgl. dessen demnächst erscheinende Dissertation.

<sup>3</sup> Wurde die Oberfläche der Stäbe gedrückt, so konnten erhebliche Verbesserungen erzielt werden, die bei Wasserbespülung größer waren als bei Luftberührung.

durch Wasserleitungswasser unter Luftabschluß gegenüber Luftberührung von 100 %

|     |            |                  |                 |             |
|-----|------------|------------------|-----------------|-------------|
| für | Weichstahl | C-Stahl vergütet | C-Stahl gegläht | Cr-Cu-Stahl |
| auf | 63 %       | 56 %             | 47 %            | 59 %        |

Die als zulässig betrachtete Durchbiegung durch das Eigengewicht muß im Einklang stehen mit den gewählten Spaltweiten und erheblich kleiner sein als diese (S. 226), sofern die Durchgangsbohrungen für die Welle nicht exzentrisch gelegt werden.

Die Bestimmung der Formänderung kann, wie im nachfolgenden noch näher ausgeführt wird, vereinigt werden mit einer dritten Untersuchung, die infolge der hohen Drehzahl der Kreiselpumpe hinzukommt, nämlich der Bestimmung der kritischen Drehzahl.

Auch bei sorgfältig ausgewuchertem Läufer bleibt ein kleines Übergewicht und damit eine freie Zentrifugalkraft zurück, die eine gewisse Verbiegung der Welle hervorruft. Dadurch vergrößert sich der Abstand des Schwerpunktes von der Achse noch mehr, so daß die in gleicher Weise wachsende Zentrifugalkraft die Welle schließlich bis zum Bruch verbiegen kann. Die hierüber folgenden Betrachtungen benutzen die sehr eingehenden Arbeiten von Stodola<sup>1</sup>, die ihrerseits wieder auf den Untersuchungen von Rankine, Reynolds, Dunkerley, Föppl u. a. aufgebaut sind.

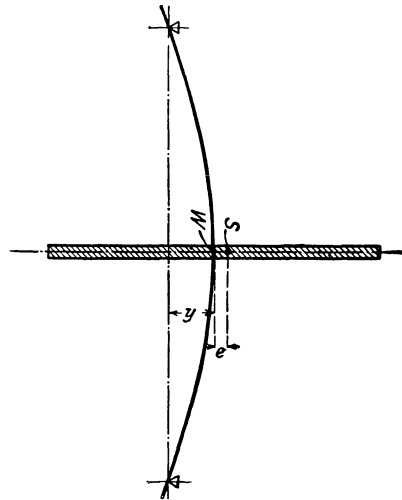


Abb. 234. Durchbiegung unter dem Einfluß der Zentrifugalkräfte, Gleichgewicht unterhalb der kritischen Drehzahl.

a) **Kritische Geschwindigkeit für ein einzelnes Rad auf gewichtloser Welle.** Ein Rad vom Gewicht  $G$  und der Masse  $m = G/g$  sei auf der gewichtlos gedachten senkrechten Welle so befestigt, daß sein Schwerpunkt  $S$  um den Betrag  $e$  exzentrisch liege (Abb. 234). Die entstehende Zentrifugalkraft wird demnach die Welle in der Richtung von  $e$  verbiegen, wobei angenommen sei, daß das Rad bei der Verbiegung sich selbst parallel bleibt. Ist die Durchbiegung der Welle im Befestigungspunkt  $W$  der Scheibe gleich  $y$ , so ist der Abstand des Schwerpunktes von der Drehachse  $y + e$  und die Zentrifugalkraft

$$P = m(y + e) \omega^2. \tag{3}$$

Da andererseits Proportionalität besteht zwischen belastender Kraft und Formänderung, so ist

$$P = \alpha y, \tag{3a}$$

<sup>1</sup> Vgl. die in Fußbem. 1 S. 350 erwähnte Arbeit.

wobei  $\alpha$  eine für einen bestimmten Belastungsfall unveränderliche Zahl ist, die aufgefaßt werden kann als die Kraft, die die Welle um die Längeneinheit verbiegt. Aus der Gleichheit beider Kräfte

$$m(y + e)\omega^2 = \alpha y \tag{3b}$$

folgt

$$y = \frac{m e \omega^2}{\alpha - m \omega^2}. \tag{4}$$

Steigert man  $\omega$ , bis der Nenner verschwindet, d. h. bis  $\omega$  den Wert

$$\omega_k = \sqrt{\frac{\alpha}{m}} \tag{5}$$

annimmt, so wird offenbar  $y$  unendlich groß, also die Welle wird bis zum Bruch verbogen. Diese Winkelgeschwindigkeit  $\omega_k$  bezeichnet man als die „kritische“ Geschwindigkeit. Ihr entspricht die kritische Drehzahl

$$n_k = \frac{30 \omega_k}{\pi} = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{981 \cdot \alpha}{G}} = 300 \sqrt{\frac{\alpha}{G}}, \tag{6}$$

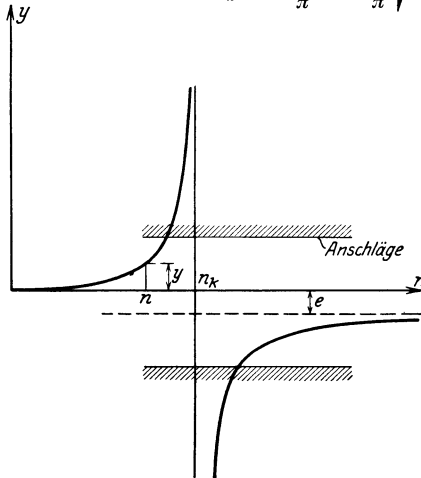


Abb. 235. Durchbiegung in Abhängigkeit der Drehzahl  $n$ .

sofern mit Zentimetern als Längeneinheit gerechnet wird<sup>1</sup> (Gleichung von A. Föppl).

Die Größe  $\alpha$  ist lediglich von den Wellenabmessungen und den Lagerverhältnissen abhängig. Ist beispielsweise  $J$  das äquatoriale Trägheitsmoment der überall gleich starken Welle,  $a$  und  $b$  die Entfernung der Scheibe von den Lagern,  $E$  der Elastizitätsmodul des Wellenmaterials, so wird für die frei aufliegende Welle

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{1}{3} \frac{P}{EJ} \frac{a^2 b^2}{a + b}, \\ \alpha &= \frac{3JE(a + b)}{a^2 b^2}. \end{aligned} \right\} \tag{7}$$

Setzen wir in Gl. (4) gemäß Gl. (5)  $\alpha = \omega_k^2 m$ , so wird

$$y = \frac{\omega^2}{\omega_k^2 - \omega^2} e = \frac{n^2}{n_k^2 - n^2} e. \tag{8}$$

Steigert man die Umlaufszahl über  $n_k$  hinaus (Abb. 235), so findet man, daß  $y$  zwar negativ wird, aber dem absoluten Werte nach abnimmt. Die Welle nähert sich also wieder der geraden Form. Mit  $n = \infty$  wird  $y = -e$ , d. h. der Schwerpunkt  $S$  befindet sich in der Drehachse; Befestigungspunkt  $W$  und Schwerpunkt  $S$  haben ihre Lage

<sup>1</sup> Bei großen Exzentrizitäten  $e$  ergibt sich nach E. Schwerin (Z. angew. Math. Mech. 1925 S. 101ff.) die kritische Drehzahl abnehmend mit wachsendem  $e$ .

vertauscht (Abb. 236). Die Schwungmasse  $m$  hat also oberhalb des kritischen Zustandes mit steigender Drehzahl das Bestreben, sich gewissermaßen selbst auszuwuchten, wobei eine Durchbiegung gleich der negativen Exzentrizität  $e$  zurückbleibt.

Ruhigen Gang kann man also erzielen, wenn man die Welle unter oder über der kritischen Drehzahl laufen läßt. Im letzteren Falle hat man nur darauf zu achten, daß bei der Inbetriebsetzung die Geschwindigkeit rasch durch den kritischen Punkt hindurchkommt und damit zur Entstehung größerer Durchbiegungen nicht die erforderliche Zeit vorhanden ist. Unter allen Umständen muß man verhindern, daß die Welle in der kritischen Drehzahl läuft.

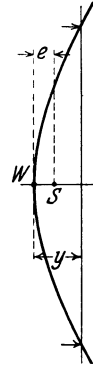


Abb. 236. Schwerpunktslage über der kritischen Drehzahl.

**Einfluß des Eigengewichts.** Ist die Welle waagrecht gelagert, so kommt die vom Eigengewicht  $G$  herrührende, stets nach abwärts gerichtete und von der Drehzahl unabhängige Durchbiegung  $y_0$  hinzu (Abb. 237). Der Schwerpunkt  $S$  der Scheibe beschreibt jetzt einen Kreis, dessen Mittelpunkt  $O$  nach abwärts um  $y_0$  gegen den Durchstoßpunkt  $O'$  der Verbindungslinie der beiden Lager verschoben ist, dessen Halbmesser aber unverändert gleich  $y + e$  ist. An dem Ergebnis der bisherigen Untersuchung ändert sich also nichts.

Eine gegebene Welle hat waagrecht oder senkrecht oder schief gestellt stets dieselbe kritische Geschwindigkeit<sup>1</sup>.

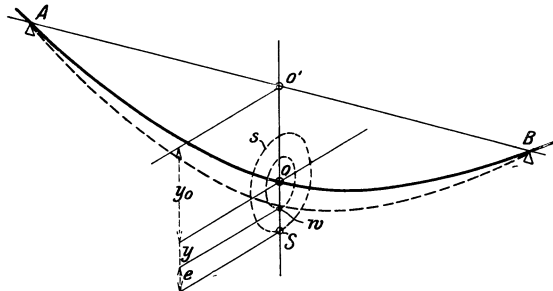


Abb. 237. Einfluß des Eigengewichts.

**Zusammenhang zwischen Formänderung durch Gewichtswirkung und kritischer Drehzahl.** Die Größe der Durchbiegung durch das Eigengewicht be-

trägt nach Gl. (3a), weil nach Gl. (5)  $\alpha = \omega_k^2 m = \omega_k^2 \frac{G}{g}$

$$y_0 = \frac{G}{\alpha} = \frac{Gg}{\omega_k^2 G} = \frac{g}{\omega_k^2}. \tag{9}$$

<sup>1</sup> Das abwechselnde Heben und Senken des Eigengewichts um den Durchmesser der Kreisbahn des Schwerpunktes ruft allerdings Geschwindigkeitsschwankungen und damit eine Störung der einfachen Kreisbahn hervor, die zu einem besonderen kritischen Zustand führen kann. Dieser tritt ein, wenn die Drehzahl die Hälfte der normalen kritischen Drehzahl erreicht hat. Er macht sich aber nur dann störend bemerkbar, wenn so erhebliche Exzentrizitäten vorliegen, wie man sie praktisch nicht zulassen wird (Stodola, 5. od. 6. Aufl. S. 931). Nach O. Föppl (Grundzüge der technischen Schwingungslehre, Berlin 1923) treten ähnliche Erscheinungen durch Drehzahlschwankungen, herrührend von ungleichmäßigem Antrieb, auf.

Durch die Annahme der kritischen Geschwindigkeit ist also gleichzeitig die Formänderung herrührend vom Eigengewicht bestimmt, unabhängig davon, welche Abmessungen die Welle im einzelnen besitzt. Dieses Ergebnis wird bei Wahl der der Berechnung der Welle zugrunde zu legenden kritischen Drehzahl beachtet werden müssen.

**Vollkommen ausgewuchtete Welle.** Wenn  $e = 0$  ist, also ein vollkommen ausgewuchteter Läufer vorliegt, wird nach Gl. (3b)

$$m y \omega^2 = \alpha y, \tag{10}$$

welche Gleichung aber, weil sie mit Gl. (5) übereinstimmt, nur für die kritische Geschwindigkeit, also  $\omega = \omega_k$ , erfüllt sein kann, falls  $y$  nicht Null ist. Demnach kann ausgesagt werden:

Eine vollkommen ausgeglichene Welle entwickelt im kritischen Zustand bei jeder Durchbiegung gerade die Fliehkräfte, die zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts nötig sind. Diese Feststellung gilt, ebenso wie die vorherige, für jeden Belastungszustand und bildet die Grundlage des nachher zu besprechenden Berechnungsverfahrens.

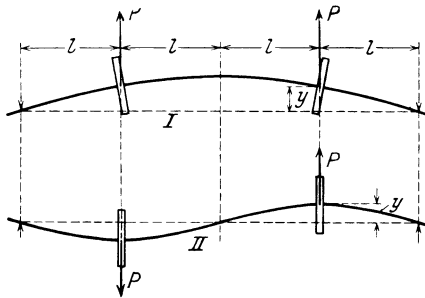


Abb. 238. Verschiedene mögliche Formen der elastischen Linie bei mehreren Einzelrädern.

**Biegungsschwingungen der ruhenden Welle und kritische Drehzahl.** Aus der kritischen Drehzahl  $n_k = \frac{30}{\pi} \omega_k$  ergibt sich als zugehörige sekundliche Umlaufzahl

$$n_{ks} = \frac{n_k}{60} = \frac{1}{2\pi} \omega_k = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\alpha}{m}}. \tag{11}$$

Dieser Ausdruck stimmt überein mit dem für die Eigenschwingungszahl der gleichen Welle bei Biegungsschwingungen gültigen<sup>1</sup>. Man könnte also die kritische Drehzahl durch Beobachtung der Eigenschwingungszahl ermitteln. Der kritische Zustand

ist demnach nichts anderes als eine Resonanzerscheinung zwischen den Eigenschwingungen der Welle und ihren Kreisschwingungen infolge der Umdrehung.

**b) Mehrere Einzelräder auf gewichtloser Welle.** Es werde folgender einfacher Fall betrachtet (Abb. 238): Eine glatte Welle von der Länge  $4l$  sei in den Abständen  $l$  von beiden Lagern durch zwei Räder gleicher Größe belastet. Hier sind offenbar die beiden gezeichneten Formen I und II der elastischen Linie möglich. Beiden Durchbiegungslinien entsprechen auch verschiedene Werte der Zahl  $\alpha$ . Infolge der symmetrischen Belastung können die früher für eine Scheibe entwickelten Gleichungen auch auf diesen Fall angewandt werden. Es ist

im Fall I:  $y = \frac{4}{3} \frac{Pl^3}{JE}, \quad \alpha_1 = \frac{3}{4} \frac{JE}{l^3}, \quad \omega_{k1} = \sqrt{\frac{\alpha_1}{m}}; \tag{12}$

im Fall II:  $y = \frac{1}{6} \frac{Pl^3}{JE}, \quad \alpha_2 = \frac{6JE}{l^3}, \quad \omega_{k2} = \sqrt{\frac{\alpha_2}{m}}; \tag{13}$

somit

$$\omega_{k2} = \sqrt{\frac{\alpha_2}{\alpha_1}} \cdot \omega_{k1} = \sqrt{8} \cdot \omega_{k1}. \tag{14}$$

<sup>1</sup> Die Beschleunigung der schwingenden Scheibe ist  $d^2y/dt^2$ , also ihr Trägheitswiderstand  $m \frac{d^2y}{dt^2}$ . Daraus folgt mit  $e = 0$ ,  $m \frac{d^2y}{dt^2} = \alpha y$ . Das Integral dieser Gleichung ist  $y = A \cos t\sqrt{\alpha/m} + B \sin t\sqrt{\alpha/m}$ , wobei  $A$  und  $B$  Integrationskonstante sind. Die Ausschwingung  $y$  ist also immer wieder dieselbe nach  $T = 2\pi\sqrt{m/\alpha}$  sec, woraus der oben angegebene Ausdruck für  $n_{ks} = 1/T$  folgt.

Bei zwei Rädern sind also zwei kritische Drehzahlen möglich, die sich in dem besprochenen Sonderfall wie  $1:\sqrt{8} = 1:2,83$  verhalten. Das Ergebnis bleibt das gleiche, wenn die Exzentrizitäten berücksichtigt werden und diese nicht in einer Ebene liegen, falls die Exzentrizitäten als klein gegenüber der Durchbiegung angesehen werden können. Sind die beiden Scheiben verschieden groß und beliebig angeordnet, so werden sich zwar die Zahlenwerte ändern, aber es wird sich ebenfalls eine kritische Drehzahl erster Ordnung und eine solche zweiter Ordnung ableiten lassen.

In entsprechender Weise würde man bei drei Rädern drei Werte, bei  $n$  Rädern  $n$  verschiedene Werte für die kritische Drehzahl erhalten.

Wird die Masse der Welle mitberücksichtigt, so ergibt sich wegen der dadurch bedingten stetigen Massenverteilung für jeden Läufer einer Kreiselpumpe eine unendliche Reihe von theoretisch möglichen kritischen Drehzahlen, von denen allerdings nur eine beschränkte Zahl tatsächlich wahrgenommen werden.

In diesen allgemeinen Fällen gelten die für die einfach belastete, gewichtlose Welle abgeleiteten Sätze hinsichtlich des Einflusses des Eigengewichts, Zusammenhangs zwischen Eigenschwingungszahl und kritischer Drehzahl, wie sich mathematisch nachweisen läßt, sinngemäß in gleicher Weise. Ferner nähern sich auch hier mit unbeschränkt gesteigerter Geschwindigkeit die Massenschwerpunkte unbegrenzt der Achse, so daß die Welle sich selbsttätig ausgleicht.

**e) Einfluß des umgebenden Mittels auf die kritische Drehzahl.** Da bei Kreiselpumpen der Läufer nahezu ganz im Wasser liegt, so sind die vorstehenden Ableitungen für diesen Fall nicht ganz zutreffend und eine Beeinflussung des Läufers durch das umgebende Wasser in zweifacher Beziehung zu erwarten.

Einerseits befindet sich das umgebende Wasser in einem gewissen Rotationszustand. Infolgedessen wird die die Welle belastende Zentrifugalkraft  $P$  um die Zentrifugalkraft der verdrängten Wassermasse verkleinert. Würde das Wasser genau die gleiche Winkelgeschwindigkeit besitzen wie das Rad, d. h. relativ zum Rad in Ruhe sein, so könnte man die Verringerung der Zentrifugalkraft einfach dadurch berücksichtigen, daß man die Masse des Läufers um die Masse des verdrängten Wassers kleiner in die Rechnung einführen würde. Gl. (5) zeigt, daß dann die kritische Geschwindigkeit  $\omega_k$  erhöht wird. Wenn nun auch infolge des von der gemachten Annahme abweichenden Bewegungszustandes des Wassers der wirkliche Vorgang nicht durch diese einfache Rechnung erfaßt werden kann, so ist doch der Schluß berechtigt, daß die kritische Geschwindigkeit durch die Rotation des umgebenden Mittels höher gelegt wird. Zu dem gleichen Ergebnis gelangt man, wenn man von der Eigenschwingungszahl des Läufers ausgeht, weil bei jeder Ausbiegung die Scheibe in eine Zone höheren Drucks gelangt, also zum Trägheitswiderstand ihrer Masse noch äußere Kräfte hinzukommen, die die Ausbiegung zu verkleinern suchen.

Würde man in Übereinstimmung mit dem früheren Vorgehen (Abschn. 72 und 98) annehmen, daß das den Läufer umgebende Wasser durchweg mit der halben Winkelgeschwindigkeit umlaufe wie der Läufer, so würde, weil die Zentrifugalkraft mit dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit wächst, offenbar nur ein Viertel der verdrängten Wassermasse in Abzug zu bringen sein. Bei einem mittleren spezifischen Gewicht des Läufermaterials von  $8 \text{ g/cm}^3$  und dem spezifischen Gewicht 1 des umgebenden Fördermittels würden also  $\frac{100}{4 \cdot 8} \approx 3\%$  des Läufergewichts in Fortfall kommen, also nach Gl. (5) eine Erhöhung der kritischen



Drehzahl um rund 1,5% eintreten. Eine genaue rechnerische Bestimmung stößt auf Schwierigkeiten, weil tatsächlich der Rotationszustand am Einlauf, an den Seitenwänden, im Innern und am Umfang des Rades verschieden ist, so daß nur Versuche, die aber vorläufig fehlen, zuverlässige Auskunft geben können.

In zweiter Linie übt das Wasser, wie schon im Abschn. 18 gezeigt wurde, Reibungskräfte aus. Diese erzeugen bei genau zentrischer Lage der Scheiben nur Drehmomente, die auf die Durchbiegung ohne Einfluß sind. Schwingt die Welle aber aus, so entstehen einseitig wirkende Reibungskräfte, die die Größe und Richtung der Durchbiegung ändern. Der Einfluß auf das Verhalten der Welle im kritischen Zustand besteht dann darin, daß die Durchbiegung im

kritischen Zustand endlich bleibt<sup>1</sup>. Dies folgt auch aus der Eigenschaft des kritischen Zustandes als Resonanzschwingung, weil ein Teil der Schwingungsenergie fortlaufend durch Reibung verzehrt wird.

Nach Mitteilung von Stodola<sup>1</sup> wurde durch die Firma Brown, Boveri & Cie. an den aus dem Schiffskörper tretenden, im Wasser frei umlaufenden Wellenteilen die Beobachtung gemacht, daß sie erschütterungsfrei blieben, auch wenn die Drehzahl einen der kritischen Beträge erreichte.

Die Firma unternahm Versuche zur Klärung dieser Sachlage, die in

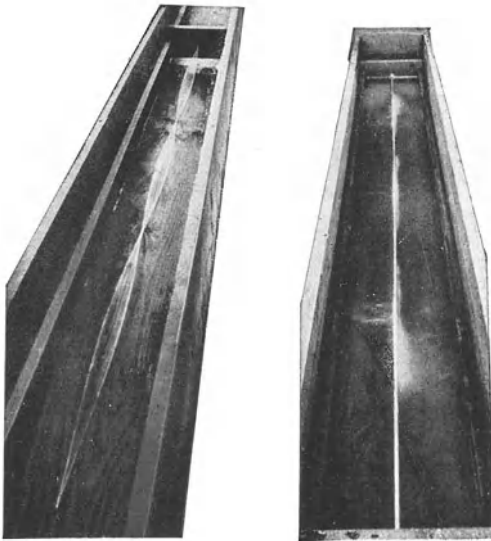


Abb. 239.

Abb. 239a.

Abb. 239 und 239a. Geringere kritische Ausschläge in Wasser als in Luft.

Abb. 239 und 239a veranschaulicht sind. Das erste Bild zeigt die Welle bei der kritischen Drehzahl dritter Ordnung in freier Luft. Nachdem der umgebende Trog mit Wasser so weit angefüllt war, daß die Welle davon ein wenig überdeckt wurde, nahm sie bei gleicher Drehzahl nach dem zweiten Bild eine fast geradlinige Form an. Wurde noch mehr Wasser nachgefüllt, so verschwand die Ausbiegung bis auf unmerkliche Reste. Bei 2400 mm Wellenlänge und Lagerung in festen Hülsen waren die drei aufeinanderfolgenden kritischen Drehzahlen der 7 mm starken Welle in der Luft 300, 820, 1700; im Wasser 310, 850, 1700. Die kritische Drehzahl ergab sich also auch schon bei dieser Versuchsanordnung im Wasser etwas höher als in der Luft, was nach den vorher gemachten Ausführungen auf den Einfluß des von der Welle

<sup>1</sup> Vgl. die in Fußbem. I S. 350 angegebene Arbeit von Stodola.

mitgerissenen und im Kreise herumgeschleppten Wassers zurückzuführen sein dürfte.

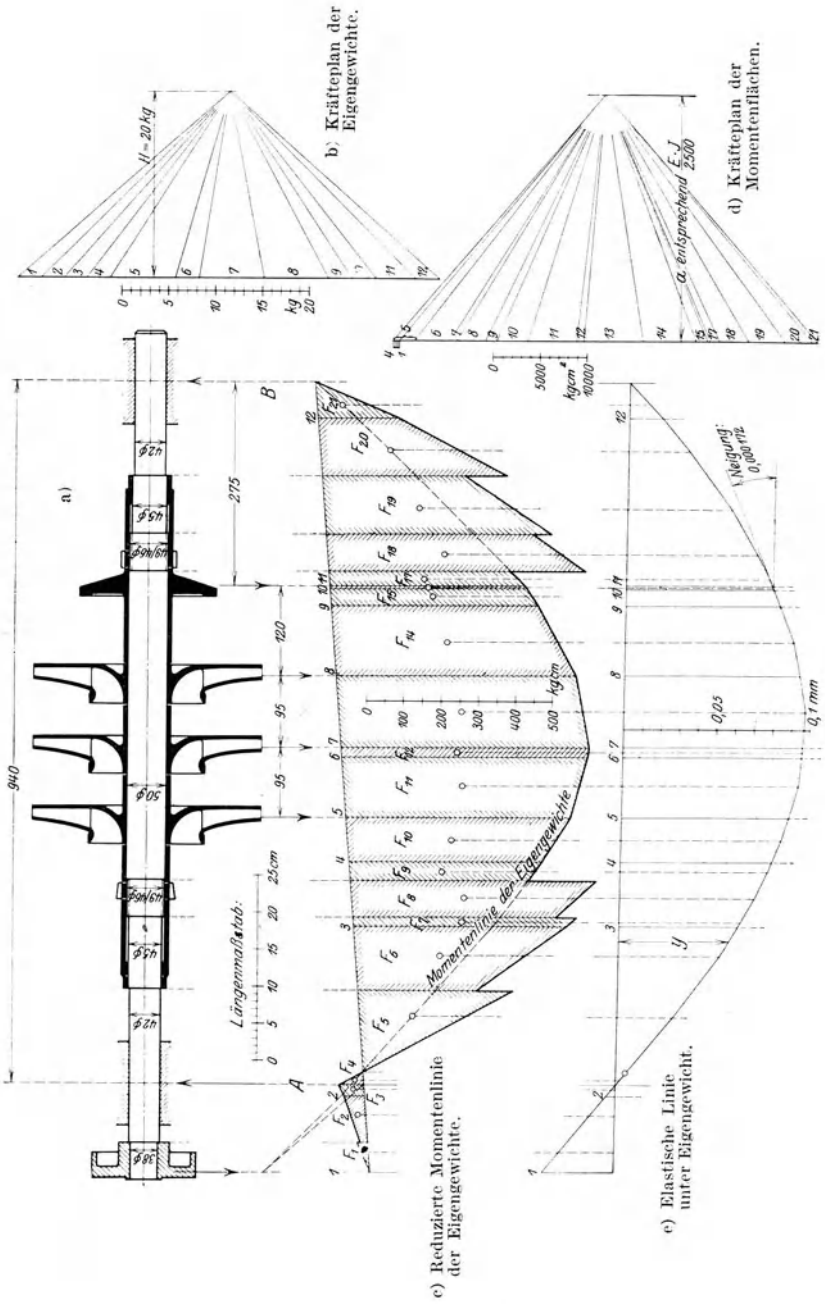
Die sehr starke Herabsetzung der Ausbiegung infolge des Einflusses der Reibung zeigt, daß bei Kreiselpumpen dem Auftreten der kritischen Drehzahl nicht die große Wichtigkeit zukommt, die sie beispielsweise bei Dampfturbinen und Turbokompressoren besitzt. Tatsächlich wird sie hier auch nur selten beobachtet. Dies dürfte ferner dadurch bedingt sein, daß die Spalte und Dichtungen der Welle zwischen den einzelnen Stufen infolge ihrer geringen Weite schon bei kleinen Ausschlägen der Welle wie Zwischenlager wirken. Immerhin muß als feststehend angesehen werden, daß sie vorhanden ist und es zur Vermeidung rascher Abnutzung der Zwischendichtungen und zur Ruhe des Ganges der Pumpe beiträgt, wenn sie im Betrieb vermieden wird. Deshalb ist ihre Beachtung bei der Wellenberechnung anzuraten.

Im folgenden bleibt der Einfluß des umgebenden Wassers auf die Höhe der kritischen Drehzahl unberücksichtigt.

**d) Graphische Ermittlung der kritischen Drehzahl einer beliebig belasteten Welle von beliebig veränderlichem Querschnitt.** Die rechnerische Behandlung dieses allgemeinen Falles ist undurchführbar. Wir lösen die Aufgabe auf graphischem Wege durch ein planmäßiges Annäherungsverfahren und gehen zu diesem Zwecke aus von dem S. 354 abgeleiteten Satz, daß die Welle im Zustand der kritischen Drehzahl sich bei jeder Durchbiegung im Gleichgewicht befindet, falls die Exzentrizitäten aller Massen im Wellenmittel liegen. Wir bestimmen also die kritische Drehzahl als diejenige Drehzahl, welche bei einer angenommenen elastischen Linie die Zentrifugalkräfte so groß werden läßt, daß die Welle sich gerade im Gleichgewicht befindet. Die angenommene Durchbiegungslinie ist allerdings nicht beliebig. Ist jedoch die Gleichgewichtsbedingung für eine bestimmte elastische Linie erfüllt, so trifft sie auch zu, wenn die Durchbiegungen  $y$  im gleichen Verhältnis vergrößert oder verkleinert werden, weil sowohl die inneren Kräfte als auch die Zentrifugalkräfte proportional mit der Durchbiegung wachsen.

Zweckmäßig ist es, von der Durchbiegungslinie der ruhenden Welle im Luftraum infolge der Gewichtsbelastungen auszugehen, da ihre Form meist von der endgültigen nicht sehr verschieden ist und die Bestimmung der Formänderung durch das Eigengewicht, die nach dem Mohrschen Satze erfolgt, sowieso zur Wellenuntersuchung gehört.

Sodann bestimmt man für die einzelnen Massen  $m$  (auf die auch die Masse der Welle aufzuteilen ist, da sie bei Kreiselpumpen einen verhältnismäßig großen Teil des Gesamtgewichts ausmacht) die infolge der zugehörigen Durchbiegungen  $y$  entstehenden Zentrifugalkräfte  $m y \omega_0^2$ , wobei  $\omega_0$  gleich einer runden Zahl, 10 oder 100, anzunehmen ist, und zeichnet wieder nach dem Mohrschen Satze die unter dem Einfluß dieser Zentrifugalkräfte entstehende elastische Linie. Die neuen Durchbiegungen  $y'$  können mit den angenommenen nun nicht übereinstimmen, weil die zugrunde gelegte Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  nicht die kritische war. Da die als Belastungen auftretenden Zentrifugalkräfte jedoch



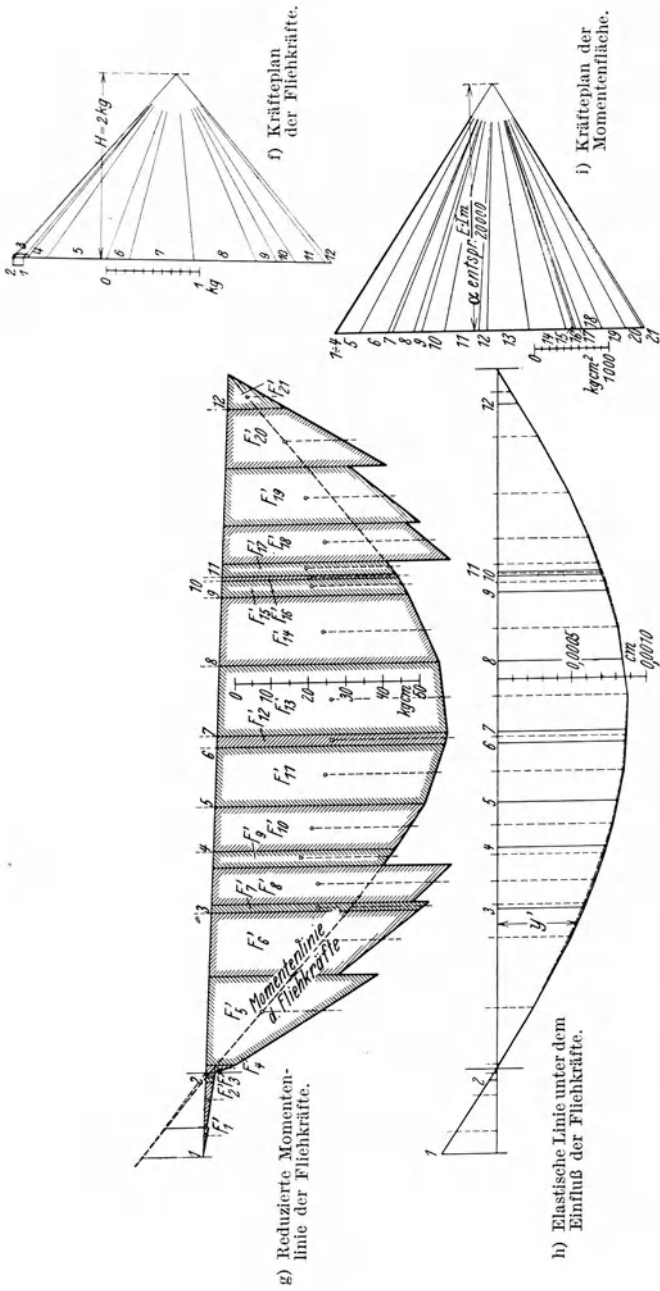


Abb. 240 a bis i. Graphische Bestimmung der Durchbiegung durch Eigengewicht und der kritischen Drehzahl für die Welle der Pumpe des Zahlenbeispiels I, Abschn. 45.

proportional sind einerseits dem Quadrat der Winkelgeschwindigkeit, andererseits den Durchbiegungen, so besteht die Gleichung

$$\omega_k^2 : \omega_0^2 = y : y',$$

also ist

$$\omega_k = \omega_0 \sqrt{\frac{y}{y'}}. \quad (15)$$

Das Verfahren ist in Abb. 240 für die Welle der in Abschn. 45 zuerst berechneten dreistufigen Pumpe durchgeführt. Bild a) stellt die Welle dar. In Bild b) bis e) ist die Bestimmung der elastischen Linie der Welle unter dem Einfluß der Eigengewichte durchgeführt. Das Gewicht des Läufers ist gemäß den Angaben der untenstehenden Zahlentafel in Einzelgewichte zerlegt, die in den Teilpunkten 1 bis 12 angreifen. Diese sind im Kräfteplan b) mit dem Polabstand  $H = 20$  kg aufgetragen. Die hiernach bestimmte Seillinie des Bildes c) stellt die Momentenlinie der Eigengewichte dar, und zwar erhält man die Biegemomente, wenn die aus der Zeichnung abgemessenen Ordinaten mit dem Polabstand  $H$  (im Kräftemaßstab gemessen) und dem reziproken Wert des Längenmaßstabes  $1 : m$  der Zeichnung, d. h. mit  $Hm$ , vervielfacht werden. Wird nun die Verschiedenheit der Wellendurchmesser dadurch berücksichtigt, daß man die Momente auf einen gemeinsamen Durchmesser — im vorliegenden Falle den des mittleren Wellenteils — im Verhältnis  $J_m/J$  reduziert, wo  $J_m$  und  $J$  die Trägheitsmomente des Querschnitts im mittleren Teil bzw. des jeweiligen Querschnitts bedeuten, so gibt die so erhaltene reduzierte Momentenfläche als neue Belastungsfläche eine Seillinie, die mit der elastischen Linie übereinstimmt, sofern der Polabstand (Horizontalzug) gleich  $J_m E$  ist, wo  $E$  den Elastizitätsmodul des Wellenmaterials bedeutet. Dementsprechend sind im Kräfteplan des Bildes d) die (anschräftigten) trapezförmigen Teilflächen  $F_1$  bis  $F_{21}$  des Bildes c) als Einzelkräfte in senkrechter Richtung aufgetragen. Der Polabstand ist aus zeichnerischen Gründen kleiner, und zwar gleich  $J_m E/2500$  gewählt, wo  $J_m = \pi 5^4/64 = 30,68 \text{ cm}^4$  und  $E = 21,5 \cdot 10^5 \text{ kg/cm}^2$  gesetzt ist. Hiernach ist in Bild e) eine neue Seillinie gezeichnet, die in einem auf folgende Weise zu bestimmenden Maßstab die elastische Linie der Welle unter dem Einfluß des Eigengewichts angibt.

Stellt im Kräfteplan d)  $1 \text{ cm} = k \text{ kg/cm}^2$  dar<sup>1</sup>, ist ferner der Polabstand gleich  $a$  in cm, so müssen die erhaltenen Durchbiegungen mit  $mka/(J_m E)$  vervielfacht werden, um die wirklichen Werte zu erhalten. Der so errechnete Maßstab ist in die Zeichnung eingetragen. Es ergibt sich eine größte Durchbiegung von 0,097 mm, ein Betrag, der mit Rücksicht auf die Dichtungsspalte bereits als reichlich anzusprechen ist, so daß eine Verstärkung der Welle erwogen werden müßte. Ferner ist von Wichtigkeit die Neigung der Welle an der Ausgleichsscheibe, die

<sup>1</sup> Wobei im Auge zu behalten ist, daß der Inhalt der trapezförmigen Teilflächen wegen des Maßstabs der Ordinaten und des Längenmaßstabs der Zeichnung mit  $Hm^2$  zu multiplizieren ist, um den entsprechenden Wert in  $\text{kg cm}^2$  zu erhalten.

mit  $\text{tg } \delta = 0,000172$  ebenfalls verhältnismäßig groß ist. Den Einfluß des Auftriebs im Wasser kann man nachträglich leicht berücksichtigen, wenn man diese Zahlenwerte mit dem Faktor  $(\gamma_m - 1)/\gamma_m$  multipliziert, wo  $\gamma_m$  den durchschnittlichen Wert des spezifischen Gewichts des Läufermaterials bedeutet. Der Wert  $\gamma_m$  dürfte etwa gleich 8 zu setzen sein.

Von der erhaltenen elastischen Linie e) ausgehend, ist nun die kritische Drehzahl der Welle berechnet, indem unter Annahme einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0 = 100/\text{s}$  die den Durchbiegungen entsprechenden Zentrifugalkräfte der einzelnen Massen gemäß folgender Zahlen-tafel errechnet werden und für diese Belastung der Welle eine neue elastische Linie auf genau die gleiche Weise wie vorher gezeichnet wird.

| Punkt   | 1      | 2      | 3      | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    | 11    | 12    |
|---|--------|--------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Konzentriertes Einzelgewicht $G$ kg                         | 2,5    | 2,5    | 2,5    | 2,5   | 7     | 2,5   | 7     | 7     | 2,5   | 2,5   | 4,2   | 2,5   |
| Durchbiegung durch das Eigen-gewicht $y$ cm $\cdot 10^{-3}$ | -3,8   | -5,0   | +6,4   | 8,1   | 9,0   | 9,6   | 9,6   | 9,4   | 8,3   | 8,0   | 7,9   | 1,8   |
| Fliehkraft $\frac{G}{g} y \omega_0^2$ kg                    | -0,097 | -0,013 | +0,163 | 0,206 | 0,643 | 0,245 | 0,686 | 0,672 | 0,212 | 0,204 | 0,338 | 0,046 |

Mittels des Kräfteplans f) ist die Momentenfläche in g) und nach dieser mittels des Kräfteplans h) die elastische Linie unter dem Einfluß der Fliehkräfte in gleicher Weise wie vorhin erhalten.

Nach dem eingetragenen Maßstab beträgt die neue Durchbiegung beispielsweise im Punkt 7  $y' = 0,88 \cdot 10^{-3}$  cm, womit, weil nach obiger Zahlentafel  $y = 0,0096$  cm, gemäß Gl. (15)  $\omega_k = 100 \sqrt{\frac{0,0096}{0,00088}} = 330/\text{s}$ , entsprechend  $n_k = \frac{\omega_k \cdot 30}{\pi} = 3150$ . Die kritische Drehzahl liegt also über der Betriebsdrehzahl von  $n = 1450$ , wie verlangt werden muß, so daß die Welle mit Rücksicht auf die kritische Drehzahl ausreichend bemessen sein würde.

Das Verhältnis  $y/y'$  müßte für alle Wellenpunkte das gleiche sein. Da aber die erste elastische Linie e) nur angenähert richtig sein kann, so ergeben sich Abweichungen. Sind diese zu groß, so ist, ausgehend von der zweiten elastischen Linie, eine neue Durchbiegungslinie zu zeichnen. Im vorliegenden Falle sind, wie der Vergleich der in *i* gestrichelt eingetragenen Linie der umgerechneten *y*-Werte mit der ausgezogenen Linie erkennen läßt, die Unterschiede so klein, daß eine Wiederholung nicht notwendig ist.

Bei der vorstehenden Untersuchung ist nicht berücksichtigt, daß der Einfluß des umgebenden Wassers eine Höherlegung der kritischen Drehzahl hervorruft, die aber nach der unter c) angestellten überschläglichen Rechnung wahrscheinlich nur gering ist. Ferner ist damit zu rechnen, daß die auf der Welle sitzenden Radnaben und Büchsen eine versteifende Wirkung ausüben, die um so größer ist, je enger der Sitz

und je länger die Bohrung ist. Sind die einzelnen Teile sehr stramm aufgezogen, so kann unter Umständen eine erhebliche Vergrößerung der kritischen Drehzahl eintreten<sup>1</sup>.

Die fliegend angeordneten Massen (Kupplung einschließlich Wellenstumpf) äußern sich bei der gewichtelastischen und fliehkraftelastischen Linie in entgegengesetztem Sinn. Sie beeinflussen aber das Ergebnis wegen der Nähe des Lagers so wenig, daß von ihrer Berücksichtigung in der Regel abgesehen werden kann.

Bei heißem Wasser ist die Abnahme des Elastizitätsmoduls  $E$  mit zunehmender Temperatur zu beachten, die besonders bei Kohlenstoffstählen erheblich zu sein scheint<sup>2</sup>.

Erwähnenswert ist auch das Näherungsverfahren von Kull<sup>3</sup>, das nur die Kenntnis der elastischen Linie unter dem Einfluß des Eigengewichts voraussetzt. Man bestimmt hier die gleichwertige Einzeldurchbiegung

$$y_0 = \frac{G_1 y_1^2 + G_2 y_2^2 + \dots}{G_1 y_1 + G_2 y_2 + \dots}, \quad (16)$$

worin  $G_1, G_2 \dots$  die auf der Welle sitzenden Lasten und  $y_1, y_2 \dots$  die Durchbiegungen an deren Angriffspunkt bedeuten, und erhält die kritische Drehzahl erster Ordnung aus Gl. (9). Der Fehler beträgt, wenn keine nennenswerten fliegenden Massen vorhanden sind, weit weniger als 1%.

Weitergehende Vereinfachung der Bestimmung der kritischen Drehzahl. Die der Untersuchung vorausgehende Bestimmung der elastischen Linie durch das Eigengewicht rechtfertigt sich auch deshalb, weil man aus der Größe der Durchbiegung bereits ziemlich sichere Schlüsse in bezug auf die Höhe der zu erwartenden kritischen Drehzahl ziehen kann.

Zwischen der Durchbiegung  $y_0$  durch das Eigengewicht und der kritischen Geschwindigkeit bestehen für eine bestimmte Massenverteilung und Wellenform ganz bestimmte Beziehungen, und zwar ist für den Fall der einzelnen Scheibe auf gewichtloser Welle gemäß Gl. (9)

$$\omega_k^2 = \frac{g}{y_0}. \quad (9)$$

In ähnlicher Weise findet Stodola für die glatte, frei aufliegende Welle unter dem Einfluß ihrer Eigenmasse, wenn  $y_0$  die größte Durchbiegung bedeutet,

$$\omega_k^2 = \frac{1,275 g}{y_0}. \quad (17)$$

Von K. Baumann stammt die mittels des eben erläuterten graphischen Verfahrens gewonnene Regel, daß für die bei Gleichdruck-Dampfturbinen vorkommende Massenverteilung und Wellenform

$$\omega_k^2 \approx \frac{1,07 g}{y_0} \quad (18)$$

<sup>1</sup> Vgl. auch Eck: Z. VDI Bd. 72 (1928) S. 51.

<sup>2</sup> Wewerka: Masch.-Bau Bd. 8 (1929) Heft 2 S. 42.

<sup>3</sup> Kull: Z. VDI Bd. 62 (1918) Heft 18/19; O. Föppl: Z. angew. Math. Mech. 1927 S. 72ff.

zu sein pflügt. Aus dem obigen Zahlenbeispiel ergibt sich, da  $y_0 = 0,0097$  cm,  $\omega_k = 330$  der Faktor,  $\frac{330^2 \cdot 0,0097}{981} = 1,08$ , also gilt für mehrstufige Pumpen mit nicht allzuviel Stufen

$$\omega_k^2 = \frac{1,08g}{y_0}. \quad (19)$$

Der Zahlenwert in den vorstehenden Ausdrücken ist um so größer zu erwarten, je gleichmäßiger die Massen verteilt sind, weil die Fliehkräfte der in der Nähe der Auflager befindlichen Massen nur einen kleinen Einfluß auf die Durchbiegung haben. Jedenfalls sind aber die zu erwartenden Schwankungen bei den in der Praxis hauptsächlich vorkommenden Läuferformen so gering, daß in vielen Fällen Gl. (19) überhaupt eine vollkommen ausreichende Genauigkeit liefert und also nur die elastische Linie durch das Eigengewicht bestimmt zu werden braucht.

Die vorstehenden Gleichungen zeigen auch, daß die Durchbiegung der Welle unter dem Eigengewicht um so größer ist, je kleiner die kritische Geschwindigkeit  $\omega_k$  ist. Daraus ergibt sich, daß es bei Kreiselpumpen wegen der Rücksicht auf die engen Spalte nicht unbedenklich sein würde, kleine kritische Drehzahlen zu wählen. Läßt man als größte Durchbiegung  $y_0 = 0,2$  mm zu, so erhält man für die kleinstmögliche kritische Geschwindigkeit einer Kreiselpumpe ganz unabhängig von den Längenabmessungen der Welle nach Gl. (19)

$$\omega_{k \min} = \sqrt{\frac{1,08 \cdot 981}{0,02}} = 230 \quad \text{entspr.} \quad n_{k \min} = \frac{230 \cdot 30}{\pi} = 2200. \quad (20)$$

Aus dieser Überlegung folgt auch als unbedingte Forderung, die kritische Drehzahl der Kreiselpumpen stets über die Betriebsdrehzahl zu legen, also eine sog. starre Welle zu nehmen. Da die Vergrößerung des Wellendurchmessers über eine von den Einlaufverhältnissen des Rades abhängige Grenze nicht möglich ist, so kann demnach auch die Wellenlänge nicht beliebig gesteigert werden. Man ist deshalb bei mehrstufigen Pumpen genötigt, die axiale Baulänge der einzelnen Stufe soweit wie möglich zu verkleinern. Man erkennt auch, daß die Rücksicht auf die Formänderung die Stufenzahl nach oben hin begrenzt.

Höhere kritische Drehzahlen sind demnach bei Kreiselpumpen ohne praktische Bedeutung. Ihre Bestimmung könnte auch nach dem vorstehenden Verfahren nicht erfolgen, weil dieses hierbei nicht mehr konvergent ist. Statt sich einer bestimmten Grenze zu nähern, entfernen sich bei den Wiederholungen die aufeinanderfolgenden Bieugungslinien von der richtigen Form immer mehr. Hinsichtlich ihrer Berechnung sei auf die Literatur verwiesen<sup>1</sup>.

Die vorstehenden Betrachtungen sind auf einstufige Pumpen mit fliegend angeordneten Rädern nicht anwendbar.

<sup>1</sup> Stodola: Die Dampf- und Gasturbinen. 5. oder 6. Aufl. S. 386; Koch: Verh. 2. internat. Kongr. Techn. Mech., S. 213ff. Zürich u. Leipzig 1927; Zerko-witz: Turb. u. Pump., März 1930.



e) **Sonstige Einflüsse.** Die vom Achsschub herrührende axiale Zugkraft, die zwischen dem Ausgleichsorgan bzw. einem Spurlager und den Laufrädern wirkt und sich von Rad zu Rad stufenweise verringert, kann nach Einführung der zugehörigen Biegemomente bei dem vorstehenden Verfahren leicht berücksichtigt werden<sup>1</sup>. Sie bewirkt ebenfalls eine Höherlegung der kritischen Drehzahl wie übrigens auch die Wellenverdrehung durch das Drehmoment<sup>2</sup>. Beide Veränderungen sind aber meist vernachlässigbar, zudem die Betriebsdrehzahl stets unter der ersten kritischen liegt und also die Sicherheit der Rechnung vergrößert wird.

Durch die Neigung der elastischen Linie der Welle werden auch die Räder schief zur Achse gestellt, so daß die Fliehkräfte der einzelnen Massenteilchen des Rades Kräftepaare erzeugen, die offenbar hemmend auf die Biegung, also erhöhend auf die kritische Drehzahl wirken. Bei Kreiselpumpen ist der Einfluß dieser Schiefstellung auf die kritische Drehzahl gering, weil die Laufräder in der Regel kleine Durchmesser im Vergleich zum Lagerabstand und somit ein kleines Trägheitsmoment besitzen. Ihre Berücksichtigung im Rechnungsbeispiel würde eine Erhöhung des Wertes der kritischen Geschwindigkeit um etwa 1% ergeben. Die Schiefstellung ruft aber eine verdrängende Wirkung auf das in den Seitenräumen befindliche Wasser und damit eine so wesentliche Erhöhung des Widerstands gegen die Ausschläge hervor, daß auch ohne die Reibung starke Störungen durch das Eintreten des kritischen Zustands bei Kreiselpumpen undenkbar sind.

Auch die Nachgiebigkeit des Ölpolsters in den Lagern kann nach Stodola zu kritischen Erscheinungen und damit zu unruhigem Gang der Welle führen<sup>3</sup>. Dieser Vorgang wird aber so selten wahrgenommen, daß ein näheres Eingehen nicht nötig ist.

Ist die Pumpenwelle mit der Antriebsmaschine beweglich gekuppelt, so wird letztere die kritische Drehzahl nicht wesentlich beeinflussen, sofern die Wellenmittel übereinstimmen. Liegt starre Kupplung vor, so müßte die gemeinsame Motor- und Pumpenwelle als Welle auf drei Lagern betrachtet und als solche berechnet werden<sup>4</sup>. Meist sind dem Pumpenkonstrukteur aber die Abmessungen der Motorwelle nicht bekannt; auch muß dafür gesorgt werden, daß jedes Modell für möglichst verschiedene Antriebsverhältnisse verwendbar ist. Ferner ist dieses Untersuchungsverfahren ziemlich zeitraubend. Da jedoch durch die starre Kupplung die kritische Drehzahl über die der Einzelwellen erhöht wird, so ist stets genügende Sicherheit vorhanden, wenn die kritischen Drehzahlen der frei aufliegenden Wellen über der Betriebsdrehzahl liegen.

<sup>1</sup> Melan: Z. öst. Ing.- u. Arch.-Ver. 1917 Heft 14/15; Karas: Ing.-Arch. 1929 Nr. 1.

<sup>2</sup> Grammel: Stodola-Festschr. S. 180. Zürich u. Leipzig 1929.

<sup>3</sup> Hummel: Forsch.-Arb. Ing.-Wes. Heft 287; Z. VDI 1927 S. 379; Stodola: Verh. 2. internat. Kongr. Techn. Mech. S. 201. Zürich u. Leipzig 1927. Eine vereinfachte Ableitung findet sich in Schweiz. Bauztg. v. 29. 1. 1927 S. 55.

<sup>4</sup> Vgl. Borowicz: Beiträge zur Berechnung der kritischen Geschwindigkeiten zwei- und mehrfach gelagerter Wellen. Dissert. München 1916, oder auch Stodola, 5. oder 6. Aufl. S. 389; ferner Zerkowitz: Turb. u. Pump., März 1930.

Bei beweglichen Kupplungen können infolge ungenauer Ausrichtung der beiderseitigen Kupplungshälften ebenfalls Störungen eintreten, weil dann die Kupplung die Wirkung eines Kreuzgelenkantriebs besitzt. Für diesen Fall entsteht eine weitere kritische Geschwindigkeit bei dem dritten Teil der normalen kritischen Geschwindigkeit<sup>1</sup>.

Der Zusammenbau von Motor und Pumpe sollte stets so erfolgen, daß die elastischen Linien der frei aufliegenden Wellen an der Kupplung eine gemeinsame Tangente besitzen, weil dann auch die beiderseitigen Kupplungsflanschen parallel sind. Dies bedingt, daß beim Zusammenbau von Motor und Pumpe die äußeren Lager gegenüber dem mittleren gehoben werden<sup>2</sup>. In Abb. 241 ist die Überhöhung der besseren Deutlichkeit halber übertrieben dargestellt. Diese Maßnahme entlastet die starre Kupplung von Biegekräften. Sie ist auch bei

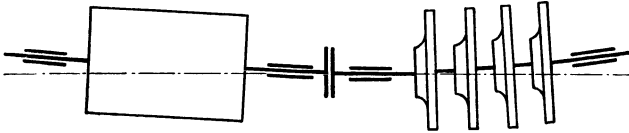


Abb. 241. Notwendigkeit der Überhöhung der Außenlager bei parallelen Kupplungsscheiben.

beweglicher Kupplung zu empfehlen, weil dann keine gegenseitige Bewegung der beiden Kupplungshälften eintritt, also die Abnutzung verringert wird.

In der Regel werden bei Kreiselpumpen bewegliche Kupplungen verwendet. Die an sich einfachere starre Kupplung ist nur dann am Platze, wenn die Motorwelle die selbsttätige Einstellung der Pumpenwelle auf Achsschubausgleich nicht stört.

## 104. Die Lager.

Es finden sowohl Gleit- als Kugellager Verwendung.

a) **Gleitlager**<sup>3</sup>. Wassergeschmierte Lager unterliegen im Kreiselpumpenbau der sog. halbflüssigen Reibung, bei der also die Schmierflüssigkeit nicht den ganzen Lagerdruck aufnehmen kann. Die Reibungsziffer  $\mu = 75 N_r / (Pv)$  bewegt sich hierbei zwischen 0,02 und 0,1, und zwar ist  $\mu$  um so größer, je größer die Kennziffer  $\eta \omega / p$ . Hierbei bezeichnet

$N_r$  die Reibungsarbeit des Lagers in PS,

$P$  die Lagerbelastung in kg,

$\omega$  die Winkelgeschwindigkeit,

$v$  die Geschwindigkeit der Gleitfläche in m/s,

$p$  die mittlere Lagerbelastung in kg/cm<sup>2</sup>,

$\eta$  die Zähigkeit der Schmierflüssigkeit in kg s/cm<sup>2</sup> (S. 23).

<sup>1</sup> Stodola, S. 933 5. oder 6. Aufl. oder O. Föppl: Z. VDI 1919 S. 866.

<sup>2</sup> Vgl. Kieser: Masch.-Bau 1922/23 Heft 10 S. 342.

<sup>3</sup> Gumbel-Everling: Reibung und Schmierung. Berlin 1925; Falz: Grundzüge der Schmiertechnik 2. Aufl. Berlin 1931. Falz: Zweckmäßige Schmieröle. Berlin: Beuth-Verlag; Stodola: Die Dampf- und Gasturbinen. 5. und 6. Aufl. Berlin.

Die Kennziffer  $\eta\omega/p$  ist dimensionslos und hat insofern für die Lager-schmierung eine ähnliche Bedeutung wie die Reynoldssche Zahl (S. 24) für die Strömung, als bei genau geometrisch ähnlichen Lagern und flüssiger Reibung die Reibungszahl  $\mu$  nur eine Funktion der erwähnten Kennziffer ist. Da die Zähigkeit von Öl bei 70° C etwa 70 mal so groß ist wie die von Wasser bei 20° C, so muß die Lagerbelastung  $p$  bei Wasserschmierung entsprechend klein sein, wenn gleich günstige Kennziffern, also gleich günstige Reibungs- und Abnutzungsverhältnisse vorhanden sein sollen wie bei Öl, also beispielsweise ebenfalls flüssige Reibung verlangt wird. Sofern es die Rücksicht auf die Reinheit des geförderten Wassers zuläßt, wird Fettschmierung zugesetzt. Die Lagerschalen bestehen aus Pockholz oder Metall mit oder ohne Weißmetallausguß. Für letzteren scheint Gittermetall besonders geeignet zu sein. Gittermetall ist ein nach patentiertem Verfahren mit Graphit legiertes Weißmetall, das nahezu selbstschmierend wirkt. Das zur Schmierung dienende Wasser muß naturgemäß rein sein.

Für sandhaltiges Wasser und genügend hohe Umfangsgeschwindigkeiten<sup>1</sup> ( $u > 2,5$  m/s) haben sich die Gummilager der Continental-Caoutchouc- und Gutta-Percha-Comp., Hannover, bewährt. Es sind dies Lagerbüchsen aus Bronze, die nach einem amerikanischen Verfahren mit einer elastischen Gummischicht ausgekleidet<sup>2</sup> und mit tiefen spiraligen Schmiernuten versehen sind. In diese elastische Fütterung betten sich die Sandkörner ein, bis sie durch die Spiralnuten wieder herausgeschwemmt werden. Die Gummilager sollen sich durch lange Lebensdauer, geringe Reibung und Dämpfungsfähigkeit gegen Schwingungen auszeichnen. Da das Eisen von dem einvulkanisierten Schwefel angegriffen wird, ist die Lauffläche der Welle durch Bronzehülsen zu schützen. Ferner müssen die Lager dauernd — auch im Stillstand — vom Wasser benetzt werden, weil trockener Gummi einer allmählichen Oxydation unterliegt und die Lager beim Anfahren wegen der hohen Reibungszahl trockenen Gummis sowie seiner geringen Wärmeleitfähigkeit vernichtet würden<sup>3</sup>.

Ölgeschmierte Lager unterliegen bei den im Kreiselpumpenbau üblichen hohen Drehzahlen der reinen Flüssigkeitsreibung, bei der die niedrigste Reibungsziffer  $\mu$  vorhanden ist und die Lagerabnutzung fortfällt. Notwendig ist aber eine reichliche Ölzufuhr zur Gleitfläche. Eine weitere Bedingung für die Entstehung der reinen Flüssigkeitsreibung ist, daß die Dicke der tragenden Ölschicht in der Bewegungsrichtung abnimmt (Abb. 241 a, 243). Die Zähigkeitskräfte üben dann eine Pumpwirkung aus und erzeugen in dem keiligen Ölpalt die zur Aufnahme des Lagerdrucks nötigen Flüssigkeitsdrücke mit Reibungsziffern  $\mu = 0,0015 \div 0,003$ .

1. Spurlager. Die Pumpwirkung wird hier nach dem Vorgang von Michell dadurch erzielt, daß die dem Wellenkamm gegenüberliegende ruhende Gleitfläche in keilförmig geneigte Flächen (Abb. 241 a) aufgeteilt werden, die durch breite Ölnuten getrennt sind. Der Öl-

<sup>1</sup> Z. VDI Bd. 76 (1932) S. 97.    <sup>2</sup> DRP. 381475.

<sup>3</sup> Schulz: Tiefbrunnen-Kreiselpumpen. Z. VDI Bd. 74 (1930) S. 237.

druck kann hier ein Vielfaches des beim gewöhnlichen Kammlager möglichen Wertes betragen, so daß stets nur ein Kamm erforderlich ist. Die Schräglage wird häufig durch pendelnde Lagerung in Verbindung mit einer geringen Exzentrizität hervorgerufen (Abb. 241 b). Ein solches „Einringdrucklager mit Klötzen“ oder Michell-Lager zeigt

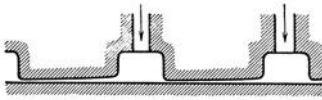


Abb. 241a. Spurlager mit unveränderlicher Neigung der Schalen.

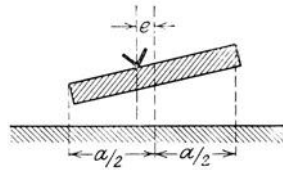


Abb. 242<sup>1</sup> nach einer Bauart der AEG für einseitigen Achsschub. Für einen Schub in entgegengesetzter Richtung ist nur eine feste Anlauffläche vorhanden. Die Klötze sind um eine radiale Kippkante  $g$  einstellbar, die etwa ein Zehntel der Klotzbreite hinter der Klotzmitte angeordnet ist. Damit alle Klötze gleichmäßig tragen, ist der Stützring kugelig gelagert. Das Öl wird von der Mitte aus zugeführt und durch die Fliehkraft nach außen geschleudert.

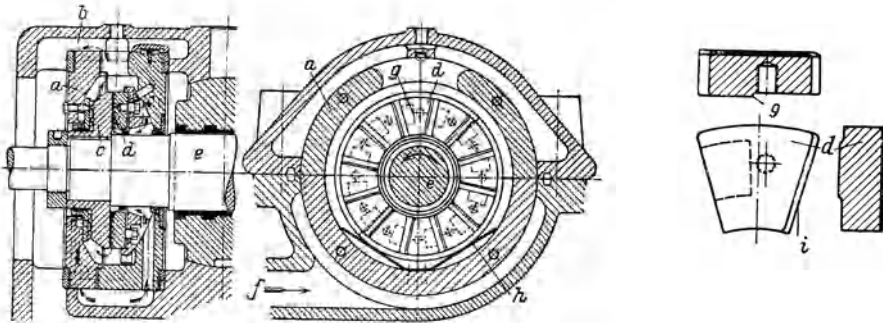


Abb. 242. AEG-Einring-Klotzdrucklager mit Linienstützung der Druckklötze (Kippkante) für eine Schubrichtung. Maßstab etwa 1:14.  $P = 10$  t;  $n = 3000$  U/min.  $a$  = Drucklagergehäuse,  $b$  = Ölfluß,  $c$  = Laufring,  $d$  = Druckklotz,  $e$  = Welle,  $f$  = Ölzufuß,  $g$  = Kippkante,  $h$  = Stützring,  $i$  = Öleintrittskante des Druckklotzes.

Die AEG verwendet solche Blockdrucklager mit künstlicher Kühlung bei ihren Dampfturbinen bis  $p = 30$  kg/cm<sup>2</sup>,  $v = 60$  m/s (auf Klotzmitte bezogen), ohne mit beiden Werten gleichzeitig bis an die Grenze zu gehen. Diese sehr leistungsfähige Bauart des Spurlagers verdient bei großen Kreiselpumpen weitgehende Beachtung, zumal die jetzt üblichen hydraulischen Ausgleichsvorrichtungen einen beträchtlichen Wasserverlust verursachen (S. 346) und einem starken Verschleiß unterliegen. Bei sehr hohen Förderdrücken wird man allerdings wegen der Notwendigkeit der Stopfbüchsentlastung auf die hydraulische Ausgleichsvorrichtung ungern verzichten.

<sup>1</sup> Kraft: Die neuzeitliche Dampfturbine. 2. Aufl., S. 66. Berlin: VDI-Verlag 1930.

2. Querlager. Hier entsteht der Ölkeil durch die exzentrische Einstellung des Zapfens im weiter gebohrten halbumschlossenen Lager und erzeugt eine Druckverteilung entsprechend der (radial aufgetragenen) Werte  $p$  (Abb. 243). Ein wichtiges Ergebnis ist, daß Schmiernuten in den tragenden Flächen nicht bloß nutzlos, sondern schädlich sind. Beispielsweise bewirkt die mittlere Nut bei  $A_2$ , daß der Druckverlauf nicht mehr der Kurve  $p$ , sondern den Linien  $p_1$  und  $p_2$  folgt, weil durch die Nut Öl nach der Seite abgeführt wird. Der Druck ist also bei  $A_2$  von  $p_0$  auf  $p'$  gesunken und die Tragfähigkeit des Lagers entsprechend verringert. Noch schädlicher ist die Anwendung von Kreuznuten, die man merkwürdigerweise heute noch bisweilen antrifft und die Entstehung des tragenden Öldrucks in sehr wirksamer Weise verhindern. Dagegen sind Schmiernuten zur Verteilung des Öls an nichttragenden Flächen durchaus zweckmäßig, insbesondere an der Einführungsstelle des Öls, die am Ort des kleinsten Drucks, also

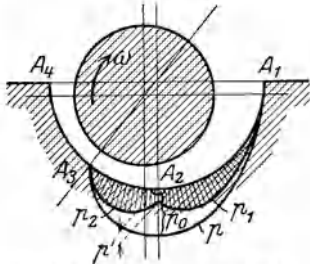


Abb. 243. Schädliche Druckflächenunterbrechung durch falsch angebrachte Schmiernuten.

nicht etwa an der Unterschale angeordnet werden sollte. Selbst bei der Zuführung des Öls unter Druck muß diese Stelle des kleinsten Drucks für den Eintritt ausgewählt werden. Bei den üblichen halbumschlossenen Lagern ist deshalb die Unterdrucksetzung ziemlich zwecklos. Das Spiel zwischen Zapfen und Lager wählt man bei dieser reinen Flüssigkeitsreibung verhältnismäßig groß, und zwar entsprechend dem weiten Laufsitz der DIN.

Beim ungekühlten Lager, welches die Regel bildet, können die Zapfenabmessungen unter Zugrundelegung einer Flächenpressung  $p \leq 6 \text{ kg/cm}^2$  und mit  $pv \leq 30$  berechnet werden, sofern für reichliche Ölzufuhr gesorgt wird (Ringschmierung). Bei Überschreitung dieses Produktes oder bei Zapfengeschwindigkeiten  $v$  von mehr als  $8 \text{ m/s}$  ist Übergang auf künstliche Kühlung notwendig. Im letzteren Fall wird das Öl durch eine besondere Pumpe den Lagerflächen im Kreislauf zugeführt und außerhalb des Lagers gereinigt und gekühlt. Üblich ist hierbei  $pv = 30 \div 190$ ,  $v = 8 \div 30 \text{ m/s}$ .

b) Wälzlager (Kugel- und Rollenlager). Neben den Gleitlagern hat sich das Wälzlager wegen seiner kleineren Eigenreibung, geringeren Raumbeanspruchung (besonders für Spurlager) Eingang verschafft, da es auch hinsichtlich Betriebssicherheit den Anforderungen mehr und mehr gerecht wird, mit wenigen Handgriffen ausgewechselt werden kann und ohne Einlaufen anwendbar ist. Unter den verschiedenen Bauarten sind diejenigen zu bevorzugen, die der Formänderung der Welle folgen und sich dementsprechend selbst einstellen können.

Die Rollenlager ertragen bei den gleichen Anschlußmaßen die doppelte Belastung wie Kugellager. Da aber die Querkräfte bei Kreiselpumpen gering sind, kommt man fast immer mit Kugellagern aus. Nur bei großen Pumpen oder fliegend angeordneten Schaufelrädern

oder beim Antrieb durch Riemenscheiben muß man gegebenenfalls auf ein Zylinderrollenlager zurückgreifen.

In axialer Richtung verträgt die größten Belastungen das eigentliche Längslager, bei dem die Kugeln nur axiale Kräfte aufzunehmen vermögen (Abb. 244). Wegen der auf die Kugeln wirkenden Fliehkräfte ist diese Bauart aber nur anwendbar, wenn die auf Rillenmitte bezogene Umfangsgeschwindigkeit eine gewisse Grenze nicht über-

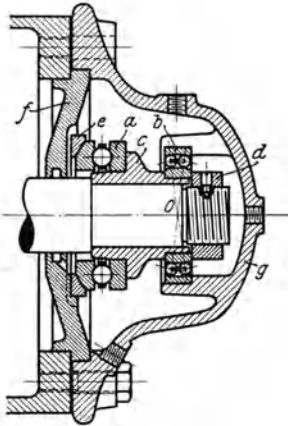


Abb. 244. Vereinigtes Hals- und Spurlager für einseitigen Druck.

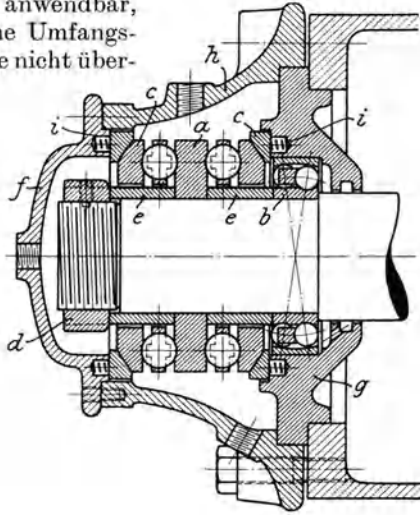


Abb. 245. Vereinigtes Hals- und Spurlager für wechselnden Druck.

schreitet. Diese beträgt bei dem für einseitigen Druck bestimmten einreihigen Längslager 9 bis 11 m/s (Abb. 244), bei dem für wechselnde Druckrichtung bestimmten zweireihigen Wechsellager (Abb. 245), bei dem immer eine Lagerhälfte unbelastet ist, nur 4 bis 6 m/s. Letzteres muß außerdem mit einer kleinen Vorspannung ausgerüstet sein, damit die Kugeln der nichtbelasteten Reihe nicht aus den Laufrielen rutschen. Bei größeren Geschwindigkeiten ist das betriebssicherste Spurlager ein Querkugellager, das durch größere Schulterhöhe für die Aufnahme bedeutender Achsschübe eingerichtet ist (Radiallager) und das naturgemäß auch gleichzeitig Querkräfte aufnehmen kann. Bei stärkerer Belastung muß man gemäß Abb. 246 neben diesem Axiallager *A*, das dann radial beweglich ist, ein besonderes Querlager *B* vorsehen, das in axialer Richtung Luft hat. Wenn nun die axiale Belastung die Tragfähigkeit eines oder mehrerer nebeneinander angeordneter Radial-

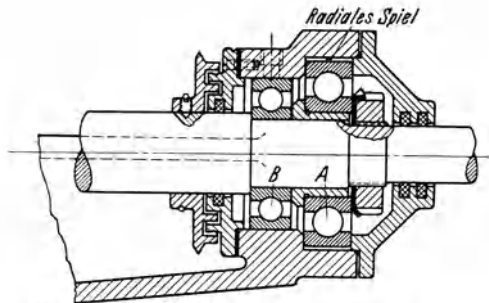


Abb. 246. Querkugellager *A* als Spurlager für hohe Drehzahlen.

lager auch gleichzeitig Querkräfte aufnehmen kann. Bei stärkerer Belastung muß man gemäß Abb. 246 neben diesem Axiallager *A*, das dann radial beweglich ist, ein besonderes Querlager *B* vorsehen, das in axialer Richtung Luft hat. Wenn nun die axiale Belastung die Tragfähigkeit eines oder mehrerer nebeneinander angeordneter Radial-

lager übersteigt, aber andererseits die Drehzahl für die Anwendung eines Längslagers nach Abb. 244 oder 245 zu groß ist, so sind die Sonderformen am Platz (Abb. 246a), bei denen die Drucklinie einen spitzen Winkel mit der Achse bildet. Die Radialkomponente des Kugeldrucks dient dann zur Aufnahme der Fliehkräfte der Kugeln. In der zu einer Tiefbrunnenpumpe gehörigen Abb. 246a haben (wie übrigens auch in Abb. 244) die Einstellkugeln des Längslagers *A* und des Querlagers *B* den gleichen Mittelpunkt *O*, so daß beide Lager der elastischen Linie der Welle leicht folgen können. Eine kleine unter dem Querlager angeordnete Spritzmulde *C* sorgt dafür, daß das heruntertropfende Fett wieder dem Querlager *B* zugeführt wird.

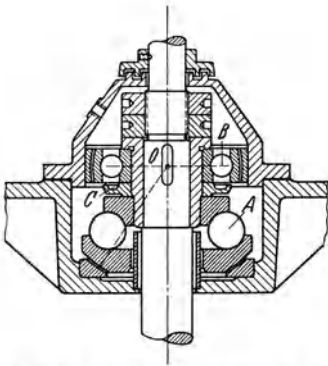


Abb. 246 a. Kugellager für hohe Drehzahl und große axiale Belastung.

Im einzelnen Fall hat die Auswahl der Gleitlager nach den in den Listen der Kugellagerfirmen für die zulässige Belastung gemachten Angaben zu erfolgen.

### 105. Die Stopfbüchsen.

Die Abdichtung der Stopfbüchsen wird fast durchweg mittels Weichpackung bewerkstelligt. Als Stopfbüchsenmaterial ist eine reine Baumwoll- oder Asbestpackung, nicht aber Hanf geeignet. Bei heißem Wasser wird auch Graphit-Baumwollpackung verwendet. Labyrinthstopfbüchsen sind — im Gegensatz zu der Gepflogenheit bei Dampfturbinen oder Turbokompressoren — nur vereinzelt zur Anwendung gelangt (Abb. 266 und 279)<sup>1</sup>. Dem Vorteil der geringen Reibung steht der Nachteil gegenüber, daß die Pumpe nach jedem Stillstand von neuem angefüllt werden muß, sofern das Wasser der Pumpe nicht zuläuft oder eine Zusatzstopfbüchse mit Weichpackung verwendet wird.

Auch mehrteilige Ringe aus Graphit, die durch Metallfedern gegen die Welle gepreßt werden, sind, wenigstens im Ausland, im Gebrauch<sup>2</sup>.

Die Stopfbüchse der Druckseite macht im allgemeinen weniger Schwierigkeiten als die der Saugseite, da geringes Austreten von Wasser zum Zweck der Kühlung erwünscht ist und hohe Überdrücke durch die Ausgleichsscheibe für den Achsschub, die in diesem Fall unentbehrlich ist, aufgenommen werden. Die Stopfbüchse hat dann eigentlich nur das Übertreten von Wasser zum Lager zu verhindern. Bei den Heißwasserpumpen dagegen verlangt die Ausbildung der Stopfbüchse der Druckseite besondere Aufmerksamkeit, wie S. 395 näher dargelegt werden wird.

Die Stopfbüchse der Saugseite stellt besondere Anforderungen deshalb, weil das Eindringen von Luft, auch wenn es sich nur um Spuren

<sup>1</sup> Vgl. auch Z. VDI 1910 S. 773.

<sup>2</sup> Vgl. Power v. 27. Mai 1924, Titelblatt.

handelt, auf keinen Fall zulässig ist (vgl. Abschn. 77). Um vollkommene Abdichtung gegen Luft mit der Vermeidung des Heißlaufens zu vereinen, ist es allgemein üblich, innerhalb der Stopfbüchse einen Ringraum anzuordnen, dem Druckwasser aus der Druckleitung oder einer Zwischenstufe zugeführt wird (vgl. die Abbildungen in Hauptabschn. P), so daß die Saugstopfbüchse gegen einen geringen Überdruck abzudichten hat. Die notwendige Kühlung wird sowohl bei der Saug- wie Druckstopfbüchse durch tropfenweises Austreten von Wasser ermöglicht, so daß also ein festes Anziehen nicht zulässig ist.

Wünschenswert ist, daß die Welle innerhalb der Stopfbüchse durch eine Büchse aus rostfreiem Material (Rotguß oder Bronze) geschützt wird.

Die Stopfbüchsen für heißes Wasser von mehr als  $100^{\circ}\text{C}$  und für Säuren oder Schmutzwasser sind in Abschn. 110 bzw. 113 behandelt.

### 106. Das Gehäuse.

Die verschiedenen Gehäuseformen werden bei der Besprechung der ausgeführten Pumpen im Hauptabschn. P behandelt. Hier sollen nur einige allgemeine Gesichtspunkte, insbesondere die Ausbildung des Einlauf- und Auslaufkanals erörtert werden. Bei allen Bauarten ist eine möglichst vielseitige Verwendbarkeit eines Modells anzustreben. Deshalb müssen die Rohrstützen so angeordnet werden, daß sie am Modell um die Achse beliebig gedreht werden können, also die Zu- und Abführung des Wassers in beliebiger Richtung möglich ist. Bei einstufigen Pumpen mit von der Drehrichtung abhängiger Stutzenstellung, z. B. mit Spiralgehäuse, gestaltet man zweckmäßig das Gehäuse in bezug auf die zur Achse senkrechte Mittelebene symmetrisch und die Deckel gegenseitig vertauschbar, weil dann eine Anpassung an die jeweilige Drehrichtung möglich ist.

In der Regel ist die Wassergeschwindigkeit in den anschließenden Rohrleitungen kleiner als im Zu- und Abführungskanal des Pumpengehäuses, d. h. im Saug- und Druckstutzen, weil einerseits die Absperrorgane kleine für die Bedienung bequeme Abmessungen erhalten, Gewicht und Platzbedarf der Pumpe selbst verringert werden, andererseits die Kanalreibung infolge der kurzen Wegstrecke nicht merkbar vergrößert wird. Kurz vor und hinter der Pumpe erfolgt die Verbindung mit der Rohrleitung durch konische Übergangsrohre. Die Geschwindigkeiten in den Außenleitungen wählt man für das Saugrohr 1 bis 2 m/s (S. 250), für das Druckrohr meist größer, weil hier nur auf die verhältnismäßig geringe Rohrreibung Rücksicht zu nehmen ist. Die Führung des Wassers vom Eintrittsstutzen bis zum Laufrad sollte mit Rücksicht auf die Erzielung einer großen Saughöhe (Abschn. 79) so sein, daß die Geschwindigkeit bis kurz vor dem Laufrad möglichst klein bleibt und dann auf die Eintrittsgeschwindigkeit  $c_s$  anwächst, um die Strömungswiderstände klein zu halten. Doppelte Umsetzung der Geschwindigkeit ist zu vermeiden.

Einige Schwierigkeit bietet die Ausbildung des Einlaufs, wenn das Wasser nicht, wie beispielsweise in Abb. 252, in axialer Richtung an



das Rad herangeführt werden kann, weil die hinzukommende Umlenkung um  $90^\circ$  die Saughöhe beeinträchtigt (S. 245) und die axiale Baulänge vergrößert. Der einfache Saugkrümmer (Abb. 253, 258, 272), der eigentlich die nächstliegende konstruktive Lösung bildet, erfordert in axialer Richtung viel Platz. Auch nimmt er nicht genügend Rücksicht auf die Strömungsbehinderung durch Welle und Stopfbüchse. Er stellt aber bei sehr großen Wassermengen die beste Lösung dar, insbesondere wenn noch eine Führungsschaufel längs der Krümmungsmittellinie (vgl. auch Abb. 299) eingelegt wird. Ähnlich günstige Bedingungen schafft ein Ringwulst nach Abb. 251 bzw. 265 oder der spiralförmig ausgebildete Einlaufkanal (vgl. Abb. 120a). Letzterer bringt aber eine — wegen der Drucksenkung nach der Achse hin — unerwünschte Eintrittsrotation des Wassers mit sich. Bei mehrstufigen Pumpen ist die Anordnung eines bis an den Flansch heraufgezogenen Ringraumes um den Radeinlauf aus Festigkeitsgründen gebräuchlich (Abb. 262ff.), weil dadurch der sehr stark belastete Deckelflansch verstärkt wird und auch der ganze Deckel die nötige Steifigkeit erhält. Wenn auch der dadurch entstehende Luftsack unbedenklich ist, so ist die Wasserführung ungünstig, da Wirbelbildung und ungleiche Geschwindigkeitsverteilung über den Saugmund des Rades eintreten werden,

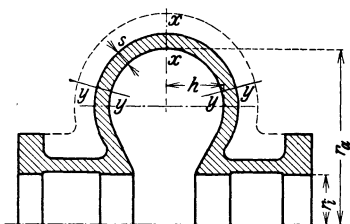


Abb. 247. Druckringwulst ohne Spannschaufeln.

die man in kritischen Fällen durch Vorschalten von Leitschaufeln oder Gleichrichtern beseitigen muß.

Die Festigkeitsberechnung des Gehäuses muß berücksichtigen, daß bei geschlossenem Schieber der Druck hinter der letzten Stufe erheblich höher als der Förderdruck ist.

Besonders ungünstig beansprucht ist der Ringwulst oder das Spiralarohr des Auslaufstutzens, falls sie nicht durch Anker oder eingegossene Rippen, die dann in Verlängerung der Leitschaufeln anzuordnen sind (Spannschaufeln, Abb. 288, 303a), versteift werden. In diesem Falle wird nicht der Querschnitt  $x-x$  (Abb. 247) am meisten beansprucht, sondern die Beanspruchung ist — ähnlich wie bei gewölbten Kesselböden — am größten an der Stelle  $y-y$ , also dort, wo die äußere Wölbung in eine Ebene senkrecht zur Achse übergeht. Um die durch die innere Formgebung und — bei mehrstufigen Pumpen durch die Ausgleichsscheibe — stattfindende Entlastung zu berücksichtigen, wird am besten die für Flammrohrböden abgeleitete Gleichung<sup>1</sup> benutzt, wonach die größte Beanspruchung beträgt

$$\sigma = 0,45 p \frac{r_a - r_i}{s^2} \left( r_a - r_i - 2e + \frac{5e^2}{h + 2e} \right). \quad (21)$$

Hierbei bezeichnet sinngemäß mit Bezug auf Abb. 247

<sup>1</sup> Vgl. Forsch.-Arb.Ing.-Wes. Heft 51/52 Anhang S. 89 und 105; Hütte, 23. oder 24. Aufl. 1. Bd., 4. Abschn. V.

- $p$  den Flüssigkeitsdruck im Ringwulst bzw. Spiralrohr,  
 $s$  die Wandstärke im Querschnitt  $y-y$ ,  
 $r_a, r_i$  den äußeren bzw. inneren Halbmesser des Wulstes. Im Fall der Spirale ist für  $r_a$  der größtmögliche Wert, d. h. die Hälfte der Strecke *IV—VIII* (Abb. 117b) zu nehmen, die aus der durch den Mittelpunkt und den Zungenanfang  $x$  gelegten Geraden abgeschnitten wird,  
 $h$  die Höhe der Wölbung,  
 $e$  bei Spiralen die Exzentrizität des Mittelpunktes der Strecke *IV bis VIII* (Abb. 117b).

Es empfiehlt sich, die Wandstärke  $s$  im gefährdeten Querschnitt  $y-y$  zu vergrößern. In besonders ungünstigen Fällen muß die Konstruktion durch die in Abb. 247 gestrichelt angegebenen äußeren Rippen verstärkt werden.

Zu der Beanspruchung nach Gl. (21) kommen häufig noch Montierungsbelastungen, die auch im Querschnitt  $y-y$  ihre größte Spannung hervorrufen.

Wird das Pumpengehäuse in der waagrechteten Mittelebene geteilt, was bei großen Ausführungen und bei beidseitiger Kupplung mit anderen Maschinen sich empfiehlt<sup>1</sup>, so müssen die Rohrleitungen am unteren Gehäuseteil anschließen, damit sie beim Abnehmen des Oberteils nicht gelöst zu werden brauchen (Abb. 300 bis 302).

Am höchsten Punkt der Pumpe sind Anschlüsse für die Entlüftung, am tiefsten Punkt solche für die Entwässerung vorzusehen, und zwar bei mehrstufigen Pumpen in jeder Stufe. Die Entlüftungshähne sind beim Anfüllen der Pumpe zu öffnen, während die Entwässerungshähne für den Fall des Ausbaues oder bei Frostgefahr zu betätigen sind. Die Anschlußstellen für Druckmessungen<sup>2</sup> befinden sich am Saug- und Druckflansch.

## P. Bauarten und Anlagen.

Die Ausführungsformen der Kreiselpumpen sind außerordentlich verschiedenartig und jedenfalls vielseitiger als bei anderen Kreiselmaschinen, beispielsweise den Wasser- oder Dampfturbinen, weil nicht bloß Durchflußmenge und Förderdruck in viel weiteren Grenzen wechseln wie dort, sondern auch die Art des Antriebs und des Einbaus sowie die chemische und physikalische Beschaffenheit der Förderflüssigkeit erheblichen Einfluß nehmen. Die nachfolgende Übersicht muß sich deshalb auf die Behandlung der wichtigsten Bauarten und deren grundsätzlichen Merkmale beschränken.

Man teilt die normalen Kreiselpumpen in Niederdruck-, Mitteldruck- und Hochdruckpumpen ein. Das Unterscheidungsmerkmal zwischen diesen Bauformen wird verschieden getroffen. Meist versteht man unter

<sup>1</sup> In USA. ist die waagerechte, aber kostspielige Gehäuseteilung auch bei kleinen Pumpen fast allgemein üblich.

<sup>2</sup> Vgl. Regeln für Leistungsversuche an Kreiselpumpen. Berlin: VDI-Verlag.

Niederdruckpumpen die einstufigen Ausführungen ohne Austrittsleitrad, unter Mitteldruckpumpen die einstufigen Bauarten mit Leitrad, unter Hochdruckpumpen die mehrstufigen Ausführungen. Ein weiteres Kennzeichen bildet die Schnellläufigkeit, d. h. die spezifische Drehzahl (vgl. Abschn. 81), die, wenn man von minderwertigen Ausführungen absieht, bei Niederdruckpumpen größer ist als bei Mitteldruckpumpen, und bei diesen größer als bei den Hochdruckpumpen.

### 107. Einstufige Pumpen ohne Leitrad (Niederdruckpumpen).

a) **Doppelseitiger Einlauf.** Der doppelseitige Einlauf des Wassers ist bei genügend großer Schnellläufigkeit günstiger wie der einseitige

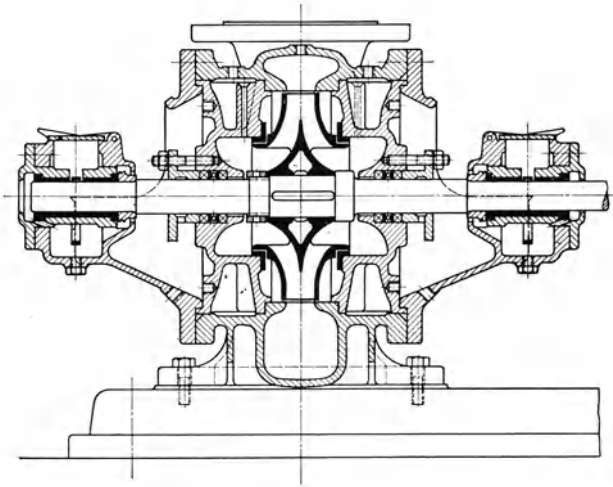


Abb. 248. Niederdruckkreiselpumpe mit doppelseitigem Einlauf (Maschinenfabrik Eßlingen).

Einlauf, weil der Eintrittsdurchmesser verkleinert und damit doppelte Schaufelkrümmung vermieden wird. Außerdem ist der Achsdruck bis auf geringe Reste ausgeglichen. Allerdings ergibt sich — wenigstens bei den kleinen und mittleren Leistungen — die Notwendigkeit, die Zuführungs Kanäle in das Gehäuse hereinzulegen und damit eine ungünstige auch in der Herstellung schwierige Kanalführung in Kauf zu nehmen, um die axiale Baulänge zu beschränken und den Ausbau der Pumpe ohne Abnahme der Saugleitung zu ermöglichen.

In Abb. 248 bis 250 ist eine solche Ausführung dargestellt. Das Leitrad ist durch ein am Radumfang angeordnetes Spiralgehäuse ersetzt. Der restliche Achsschub ist durch Stellringe, die mit Eindrehungen zum Abspritzen des Öls versehen sind, aufgenommen. Die Deckel sind mittels der Befestigungsflanschen der Lager festgehalten und durch Rundgummi abgedichtet. Das Gehäuse ist in bezug auf die Mittelebene vollkommen symmetrisch ausgebildet, so daß Anpassung an jede Drehrichtung möglich ist.

Die Führung der Saugkanäle durch Deckel und Gehäuse zwingt zu einer ziemlich scharfen Ablenkung des Wassers um  $90^\circ$  unmittelbar vor dem Radeintritt. Damit ist gemäß S. 245 eine Beschränkung der

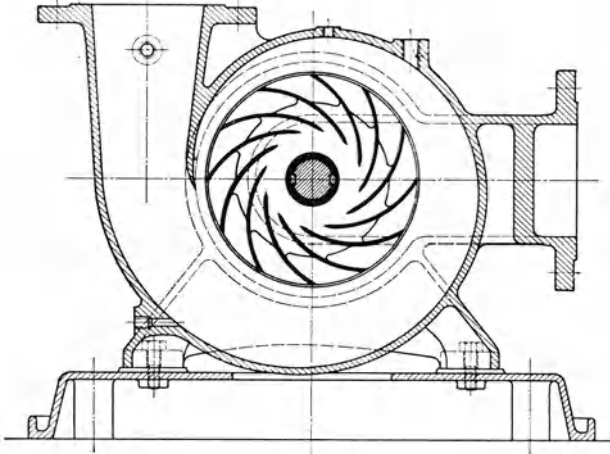


Abb. 249.  
Abb. 249.

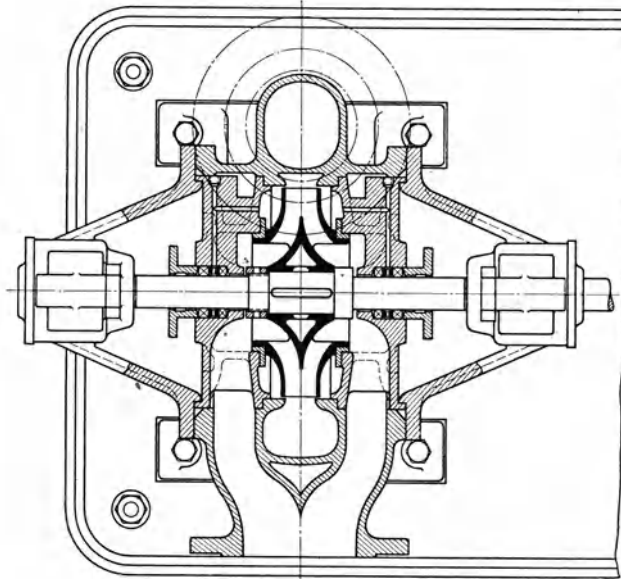


Abb. 250.

Abb. 249 und 250. Andere Darstellungen der Pumpe Abb. 248 (Maschinenfabrik Eßlingen).

Saughöhe verknüpft. Deshalb verwendet man bei großen Leistungen häufig den Rohrkrümmer (ähnlich Abb. 258), wodurch aber die Welle verlängert, mindestens ein weiterer Saugflansch hinzugenommen, und beim Ausbau die Saugleitung gelöst werden muß.

Abb. 251 zeigt den senkrechten Schnitt durch eine große Niederdruckpumpe ( $1,7 \text{ m}^3/\text{s}$  auf  $42 \text{ m}$  bei  $735 \text{ U}/\text{min}$ ), bei der aus den erwähnten Gründen möglichst große Krümmungshalbmesser am Radeintritt verwirklicht sind und deren Gehäuse in der waagrechtenebene geteilt ist. Ferner ist bemerkenswert, daß die äußeren Begrenzungswände  $A$  der Laufkanäle nicht mit dem Rad, sondern mit dem Gehäuse fest verbunden sind, so daß die (doppelt gekrümmten) Schaufeln mit kleinem Spiel  $x$  an diesen Wänden anlaufen. Nach Mittei-

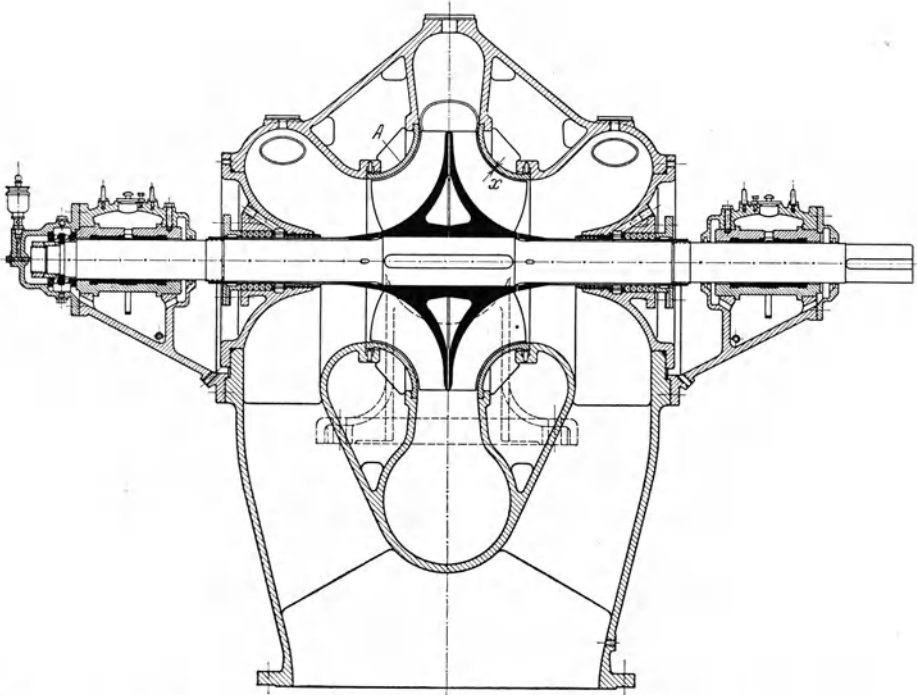


Abb. 251. Niederdruckpumpe großer Leistung mit waagrecht geteiltem Gehäuse und feststehenden seitlichen Begrenzungswänden  $A$  für das Laufrad (Borsig-Hall, G. m. b. H., Berlin).

lung der Herstellerin ist trotz der großen Förderhöhe bei Saughöhen bis zu  $5 \text{ m}$  Spaltkavitation in keinem Fall beobachtet worden.

**b) Einseitiger Einlauf.** Bei geringerer Schnellläufigkeit, also kleinerer Wassermenge für gleiche Förderhöhe und Drehzahl, werden die Kanäle des Doppelkreisels unter Umständen zu eng. Man verwendet dann den einseitigen Einlauf, der einfachere Bauformen liefert wie der doppelseitige Einlauf. Wird nämlich der Saugstutzen entgegengesetzt der Antriebseite angeordnet (Abb. 252), so ist es möglich, das Wasser unter Weglassung einer Stopfbüchse und Vermeidung jeder Krümmung dem Rade zuzuführen. Allerdings muß das Lager der Einlaufseite im Wasserraum untergebracht werden. Im Falle der Abb. 252 ist dieses mit Metallbüchsen versehen und erhält Fettschmierung. Bei kleinen Aus-

führungen findet man auch häufig fliegende Anordnung des Rades, wodurch ein vollkommen freier Einlauf erzielt wird<sup>1</sup>. Das ganze Pumpen-

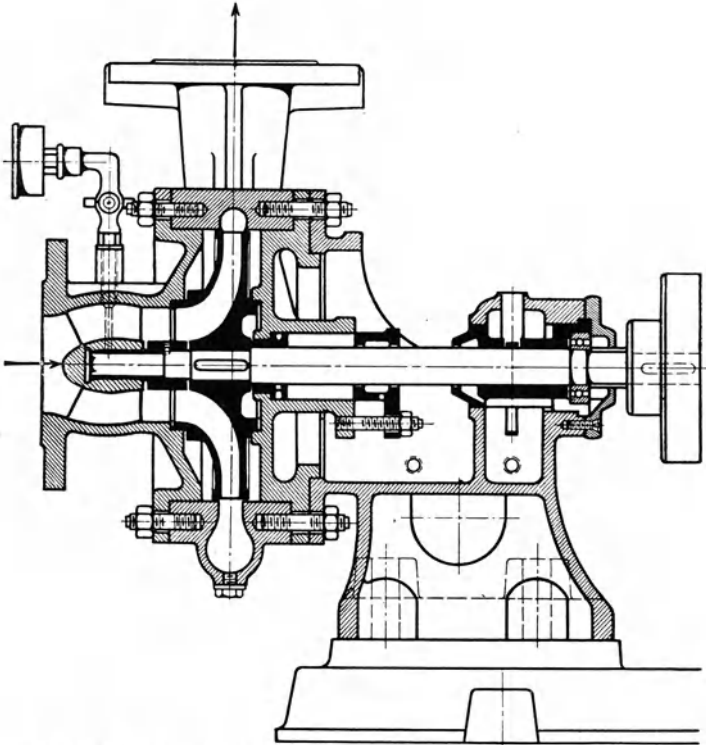


Abb. 252. Niederdruckpumpe mit einseitiger Einströmung (Weise Söhne, Halle).

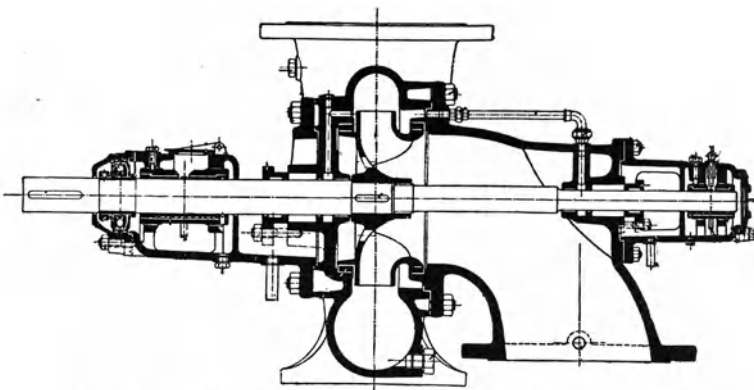


Abb. 253. Ausführung bei größerer Leistung (Klein, Schanzlin & Becker).

gehäuse ist fliegend an einen Tragbock angeschraubt, so daß der Druckstutzen nach allen Seiten gedreht werden kann. Auch hier ist das

<sup>1</sup> Vgl. Z. VDI 1923 S. 800; Z. VDI 1910 S. 2207.

Gehäuse vollkommen symmetrisch ausgebildet. Die Pumpe eignet sich gut für Massenfabrication. Der Achsschub wird durch (nicht gezeichnete) Löcher in der Radnabe oder durch Verbindungskanäle zwischen beiden Radseiten (vgl. Abb. 222 und 223) ausgeglichen. Der noch verbleibende Schub ist im Falle der Abb. 252 durch das am Kupplungsende vorhandene Kugellager aufgenommen.

Neben dieser Type wird auch die in Abb. 253 angegebene Ausführungsform angewendet, die sich durch bessere Lagerung auszeichnet und deshalb für größere Leistungen geeignet ist.

### 108. Einstufige Pumpen mit Leitrad (Mitteldruckpumpen).

Das Spiralgehäuse kann nur so lange das Leitrad ohne beträchtliche Einbuße an Wirkungsgrad ersetzen, als sich bei richtiger Durchbildung auf Grund der in Abschn. 52 und 53 angegebenen Rechnungsverfahren ein genügend großer Endquerschnitt des Spiralrohrs ergibt, der keine zu starke Erweiterung beim Übergang auf den Austritt benötigt. Dies setzt verhältnismäßig große Wassermengen bei nicht zu großen Förderhöhen, also eine ausreichend hohe Schnelläufigkeit, voraus. Ist die Wassermenge kleiner bzw. die Förderhöhe größer, als dieser Bedingung entspricht, so wird die Hinzunahme des Leitrades, d. h. der Übergang zur Mitteldruckpumpe, immer Vorteile bringen. Das Hinzukommen des Leitrades bedingt eine beträchtliche Vergrößerung des Gehäusedurchmessers.

a) **Doppelseitiger Einlauf.** Aus Abb. 254 und 255 ist eine derartige Ausführung ersichtlich. Hier ist an Stelle des Spiralgehäuses eine zur senkrechten Axialebene symmetrische Ausbildung des Gehäuses verwendet. Um gleiche Geschwindigkeiten in beiden Hälften des Druckringraums zu erzielen, sind die Enden der Leitschaufeln entsprechend umgebogen und Führungswände eingebaut. Abgesehen davon, daß die starke Umlenkung des Wassers auf der rechten Seite des Ringraums die Strömung in den Leitkanälen ungünstig beeinflusst, wird durch die Einbauten auch der Vorteil des Ringraums gegenüber dem Spiralgehäuse, von der Drehrichtung unabhängig zu sein, hinfällig. Deshalb ist auch das Gehäuse nach wie vor symmetrisch in bezug auf die zur Achse senkrechte Mittelebene ausgebildet.

Bei der in Abb. 256 und 257 gezeigten Ausführung ist der Ringraum am Leitradaustritt ebenfalls mit gleichbleibendem Querschnitt ausgerüstet, aber auf eingebaute Führungsschaufeln verzichtet, so daß die Gehäuseform von der Drehrichtung unabhängig bleibt. Deshalb kann auch der Gehäusedeckel der Antriebseite mit dem Gehäuse aus einem Stück bestehen, ohne daß die vielseitige Verwendungsmöglichkeit beeinträchtigt wird. Daß der Ringraumquerschnitt durch den Saugkanal stark eingengt ist, wirkt sich nur dann ungünstig aus, wenn Saug- und Drucköffnung sich nicht diametral gegenüberstehen. Bemerkenswert ist die von der üblichen stark abweichende Form des Laufrades, dessen Breite im mittleren Teil sehr groß ausgeführt ist und sich am Umfang ziemlich plötzlich auf den üblichen Betrag verengt. Hierdurch werden nach

Absehn. 34 b die Enden der Laufschaufeln wirkungsschwach oder wirkungsfrei gemacht und die Reibung im Laufkanal herabgesetzt. Die Wirkungs-

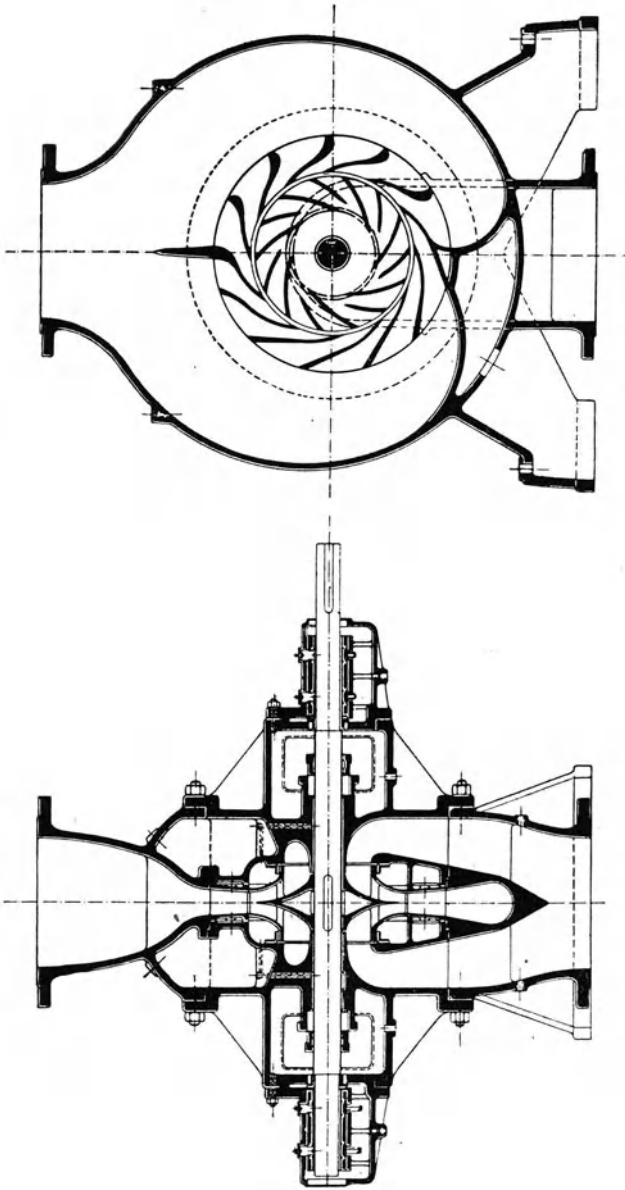


Abb. 254.  
Abb. 254 und 255, Mitteldruckpumpe von Otto Schwade & Co., Erfurt.  
Abb. 255.

freiheit dürfte Totraumbildung am Austritt verhindern und tangenciales Abströmen gewährleisten. Die starke Breitenänderung am Radaustritt bringt aber die Gefahr einer unzulässigen Strahleinschnürung mit sich.



Bei diesen einstufigen Pumpen ist jedoch ein richtig ausgebildetes Spiralgehäuse dem Ringraum gleichen Querschnitts vorzuziehen, was

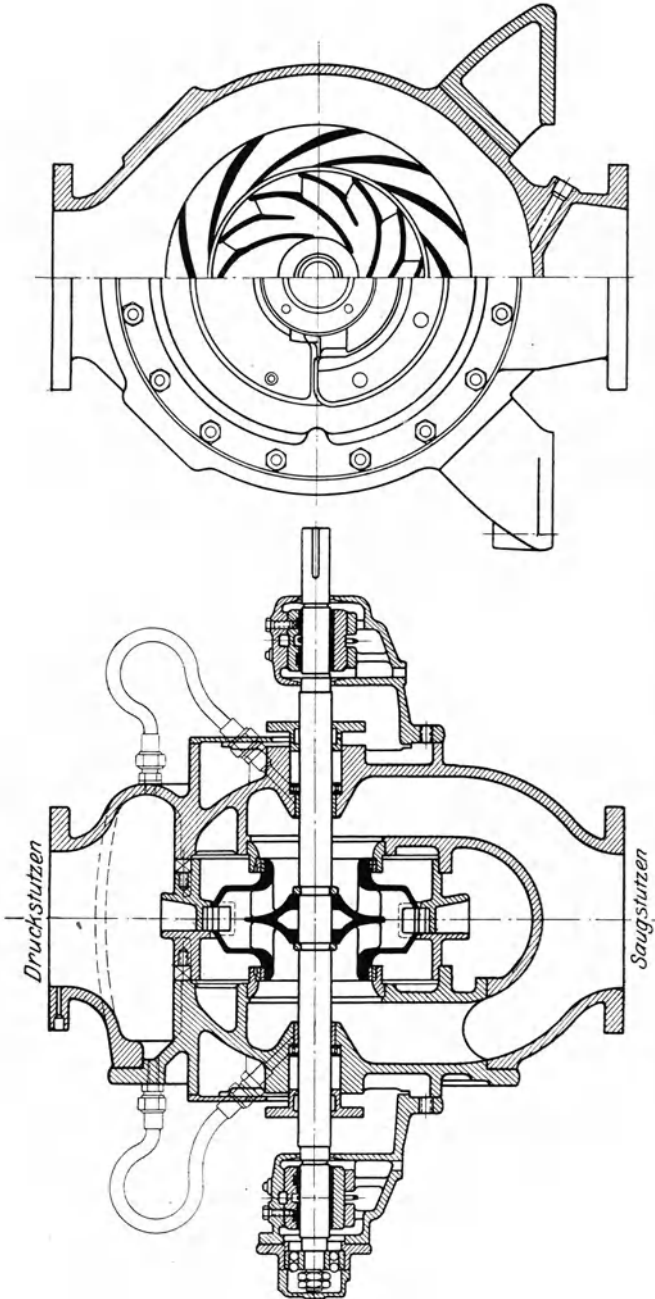


Abb. 256.  
Abb. 256 und 257. Mitteldruckpumpe der Rees Roturbo Mfg. Co. Ltd., Wolverhampton.

Abb. 257.

vor allem bei großen Ausführungen Beachtung verdient. Abb. 258 und 258a zeigen eine Pumpe des Hamburger Wasserwerks, die durch eine

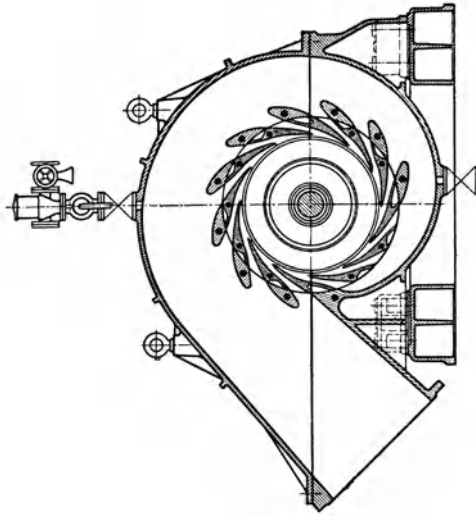


Abb. 258a.  
Dampfturbine im

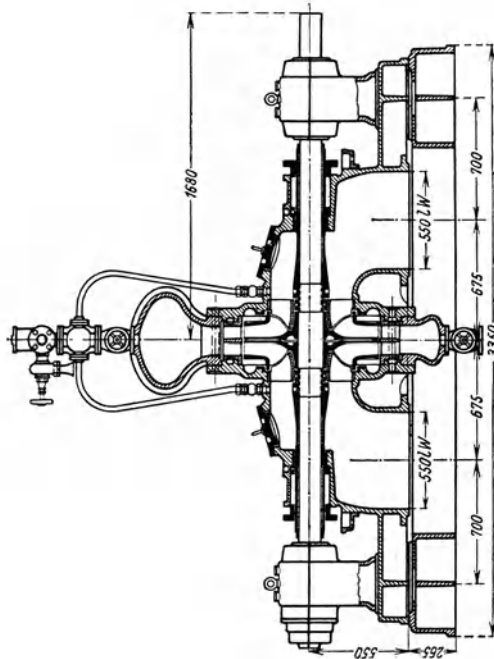


Abb. 258.

Abb. 258 und 258a. Wasserwerkspumpe für 4000 m<sup>3</sup>/h auf 60 m bei 855 U/min der Pumpe und 5400 U/min der Dampfturbine im Hamburger Wasserwerk (AMAG-Hilpert-Pegnitzhütte, Nürnberg).

Dampfturbine unter Vermittlung eines Zahnradgetriebes angetrieben wird (Abb. 314). Bemerkenswert ist die sorgfältige Wasserführung vor dem Rad, wobei noch ein Eintrittsleitapparat vorgeschaltet ist.

b) Einseitiger Einlauf. Die Bauweise entspricht im wesentlichen der bereits behandelten leitradlosen Ausführung, wie Abb. 259 und 259a erkennen läßt, bei welcher der restliche Achsschub durch ein beidseitig

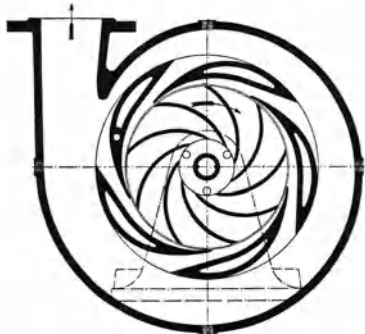


Abb. 259.

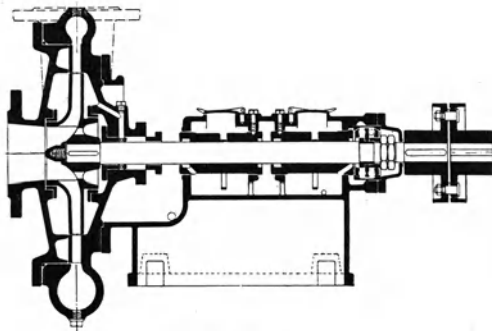


Abb. 259a.

Abb. 259 und 259a. Einstufige Pumpe mit Leitrad (Gebr. Sulzer AG., Ludwigshafen).

wirkendes Kugeldrucklager aufgenommen ist. Der kräftige Lagerbock trägt ähnlich Abb. 252 das um die waagrechte Achse drehbare Pumpengehäuse mit dem fliegend angeordneten Laufrad.

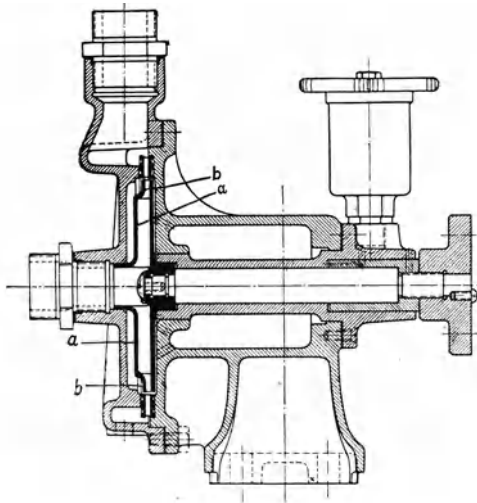


Abb. 260. Mikra-Hauswasserpumpe von Weise Söhne für 1 l/s auf 35 m bei 3000 U/min.

Eine für sehr kleine Wassermengen bestimmte Sonderausführung ist die in Abb. 260 dargestellte Hauswasserpumpe<sup>1</sup>, bei der das Laufrad wieder fliegend aufgesetzt ist. Der ungewöhnlich kleine Eintrittsdurchmesser ist durch die verhältnismäßig geringe Wassermenge bedingt, die eigentlich die mehrstufige Anordnung verlangen würde<sup>2</sup>. Trotz der zu erwartenden hohen Radreibung ist doch noch ein Wirkungsgrad bis 48% erzielt worden, weil sowohl Lauf- als Leitkanäle vollständig bearbeitet sind. Das Rad ist deshalb mit offener Wand gegossen. Um trotz der Kleinheit der Wassermenge zu enge Leit-

schaufeln zu vermeiden, ist die Radbreite am Austritt — ähnlich wie bei Abb. 68a und 256 — stark verkleinert. Der dadurch entstehende enge Kranz *b*, der noch mit Schaufeln versehen ist, ist auf den Radkörper *a*

<sup>1</sup> Vgl. Schmidt: Die Hauswasserversorgungsanlagen mit elektrischem Betrieb. Z. VDI 1916 S. 234.

<sup>2</sup> Vgl. Gl. (35) des Abschn. 74.

aufgezogen. Die Schaufeln sind radial gestellt, also von der Drehrichtung unabhängig. Der dadurch bedingte Eintrittsstoß kann wegen der Kleinheit des Eintrittsdurchmessers in Kauf genommen werden. Eine Stopfbüchse ist dadurch vermieden, daß das fettgeschmierte Lager zugleich zur Abdichtung benutzt wird. Die Löcher in der Gehäusewand auf der Rückseite des Kreisels sollen in dem das Lager umgebenden Ringraum eine die Kühlung fördernde Umlaufströmung hervorrufen.

### 109. Mehrstufige Pumpen.

Neben dem Ausgleich des Achsschubes, der bereits früher behandelt ist, bildet das wesentlichste Merkmal der verschiedenen Bauarten die Art und Weise, nach welcher die einzelnen Stufen unter sich zu einem

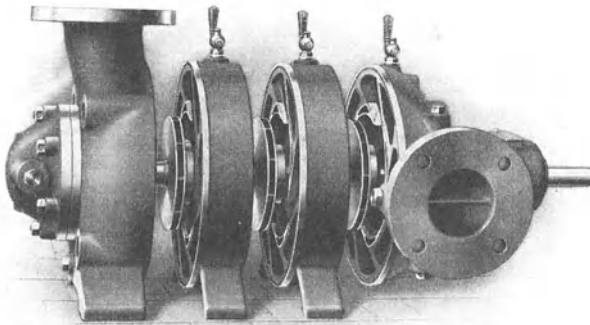


Abb. 261. Geöffnete Gliederpumpe (Jaeger & Co., Leipzig).

Ganzen vereinigt sind. Man unterscheidet zwei Ausführungsformen, die „Gehäusetype“ und „Ringtype“. Bei der ersteren, die die ältere ist, sind sämtliche Stufen, d. h. die Lauf- und Leiträder mit Umführungsstücken, in einem gemeinsamen Gehäuse untergebracht und durch die Gehäusedeckel zusammengehalten (Abb. 262 bis 264). Bei der Ringtype, die in Deutschland zuerst von C. H. Jaeger & Co., Leipzig, angewandt wurde und auch als „Gliederpumpe“ bezeichnet wird, besteht das Gehäuse aus einzelnen Ringen derart, daß jeder dieser Ringe eine Stufe umfaßt (Abb. 261). An diese Ringe sind die die Saug- und Druckstutzen enthaltenden Enden angeschlossen. Das Ganze wird in der Regel von durchgehenden Stahlbolzen zusammengehalten (Abb. 267 ff.).

Als Vor- und Nachteile beider Bauarten sind folgende Gesichtspunkte zu nennen.

Bei der Gehäusetype bleibt das Gehäuse nebst den anschließenden Rohrleitungen für den Fall des Auseinanderbaues unverändert stehen. Das hat einmal den Vorzug, daß auch bei nicht ganz fachmännischer Behandlung die Pumpe nach dem Zusammenbau wieder ausgerichtet sein wird. Ferner brauchen die schweren Rohrleitungen nicht gelöst und abgestützt zu werden; deshalb sind auch Undichtheiten der Flan-

sehen nicht zu befürchten. Ist jedoch das Gehäuse nicht in der waagrechteten Mittelebene geteilt, so besteht der Nachteil, daß das Loslösen der im Gehäuse zentrierten Teile, die hintereinander in axialer Richtung ausgebaut werden müssen, häufig recht schwierig ist, weil diese nach längerer Betriebszeit infolge chemischer Einwirkungen oder Schlammablagerungen mit dem Gehäuse gewissermaßen zusammengewachsen sind. Diese Verbindung kann man, soweit sie von Rostansatz herrührt, hindern, wenn man das Gehäuse oder die einzusetzenden Teile mit einem Bronzefutter versieht (Abb. 264) oder Eindrehungen an den Berührungsflächen anbringt, in die beim Ausbau Petroleum eingepreßt wird. Zweckmäßig ist ferner, die Größe der sich berührenden Flächen auf das Notwendigste zu beschränken (Abb. 264). Auf jeden Fall müssen in sämtlichen Teilen Gewindelöcher zum Einschrauben von Zugschrauben angebracht werden, mit deren Hilfe die einzelnen Stücke unter Benutzung eines geeigneten Widerlagers herausgezogen werden. Im Hinblick auf diese Schwierigkeiten wird heute recht häufig das Gehäuse in der waagrechteten Mittelebene geteilt. In den Vereinigten Staaten von Nordamerika hat sich diese Bauart fast allgemein — sogar auch bei den einstufigen Pumpen — eingebürgert.

Die Ringtype gestattet einen leichten Ausbau auch bei ungünstigen Wasserverhältnissen. Um ein Verbiegen der Welle beim Überschieben der einzelnen Gehäuseringe zu vermeiden, empfiehlt es sich, bei den großen Ausführungen jeden Ring mit Tragfüßen zu versehen und die Bearbeitungsleisten der Grundplatte zu verlängern, so daß die Ringe beim Herausziehen geführt sind. Da die Formgebung der Zwischenstücke für jede Stufe die gleiche ist, so ist ferner Reihenherstellung möglich. Auch kann nachträglich die Stufenzahl vergrößert werden, wenn weitere Ringe mit Lauf- und Leitrad zwischengeschaltet und die Welle ausgewechselt werden. Die Ringtype ist widerstandsfähig gegen Innendrücke, weil die mit den Ringen verbundenen Zwischenwände eine wirksame Versteifung bilden und Gußspannungen kaum zu befürchten sind. Allerdings ist jeder Ring besonders abzudichten, doch dürfte dies bei sachgemäßer Ausführung keine Schwierigkeit machen. Es scheint, daß dieser Nachteil ebenso wie die Notwendigkeit des Wiederausrichtens der Pumpe, der Wegnahme und Abstützung der Rohrleitung beim Ausbau gegenüber den erwähnten Vorteilen gern in Kauf genommen werden. Wenigstens haben alle deutschen Firmen des Kreiselpumpenbaus die Herstellung der Ringtype aufgenommen.

Die Rohranschlüsse sind bei den Pumpen mit besonderem Ausgleichsorgan für den Achsdruck stets so getroffen, daß das Ausgleichsorgan leicht zugänglich und deshalb am freien Ende der Pumpe angeordnet ist. Aus diesem Grunde sitzt hier stets der Saugstutzen an der Motorseite. Diese Anordnung wird auch bei Verwendung anderer Ausgleichsverfahren stets bevorzugt, falls die Gehäusetype vorliegt, weil dann beim Ausbau der Saugdeckel, an den die Saugleitung anschließt, nicht abgenommen zu werden braucht. Nur bei Anordnung eines Wasserlagers auf der Saugseite muß der Druckstutzen nach der Motorseite gelegt werden (Abb. 273).

Die Firma Gebr. Sulzer, Winterthur und Ludwigshafen a. Rh., hat auf dem europäischen Festlande als erste im Jahre 1897 den Bau mehrstufiger Kreiselpumpen aufgenommen. Zwar bot die Anordnung damals grundsätzlich nichts Neues<sup>1</sup>. Aber der Firma Sulzer gebührt das Verdienst, diese Pumpen in konstruktiver Beziehung wesentlich ver-

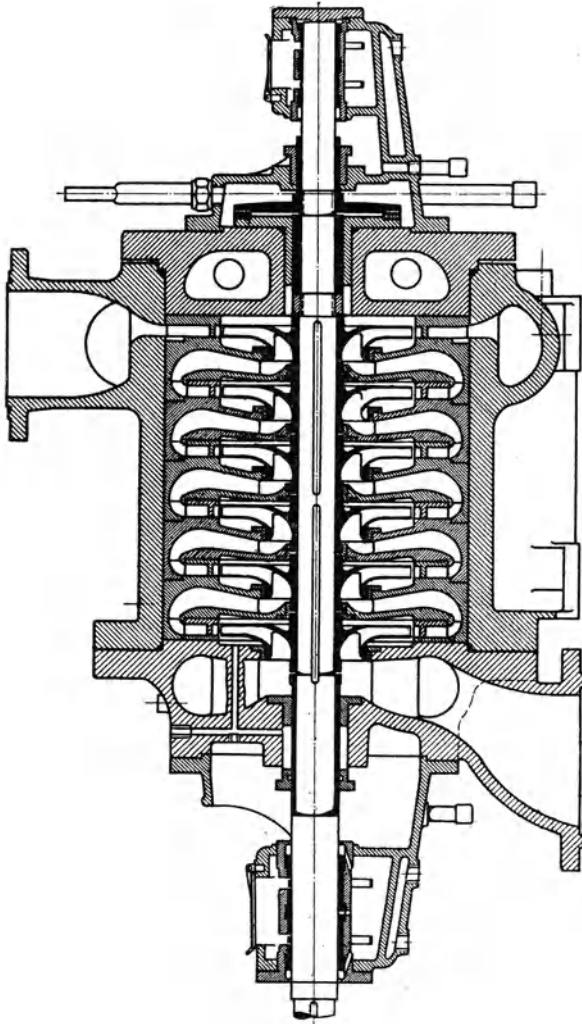


Abb. 262. Sechsstufige Sulzersche Kreiselpumpe.

<sup>1</sup> Nagel & Kaemp in Hamburg haben schon Ende der 60er Jahre Kreiselpumpen mit Leitapparaten ausgeführt, wobei größere Druckhöhen durch Hintereinanderschalten mehrerer Pumpen erreicht wurden (Dübel: Z. VDI 1904 S. 1003). Auch in England sind auf Grund der Patente des auf dem Gebiet der Hydraulik wohlbekannten Osborne Reynolds (vgl. Abschn. 9 und 10) schon 1887 von der Firma Mather & Platt mehrstufige Pumpen mit Leitrad ausgeführt worden (Z. ges. Turbinenwes. 1912 S. 390).

bessert zu haben. Bei der zuerst gewählten Bauart war der Achsschubausgleich nach dem Schema der Abb. 220 durchgeführt. Die im Anschluß an diese Abbildung angeführten Nachteile führten zum Übergang auf die in Abb. 262 angegebene Konstruktion mit gleicher Strömungsrichtung in allen Stufen und einem für alle Stufen gemeinsamen Ausgleichsorgan, wobei die kurze axiale Baulänge der einzelnen Stufen bemerkenswert ist. Die „Gehäusetype“ ist beibehalten. Doch führt die Firma daneben auch die Ringtype aus.

Bei Pumpen großer Leistung, wobei aber die Wassermenge so groß ist, daß die vorstehende Bauart nur eine, höchstens zwei Stufen er-

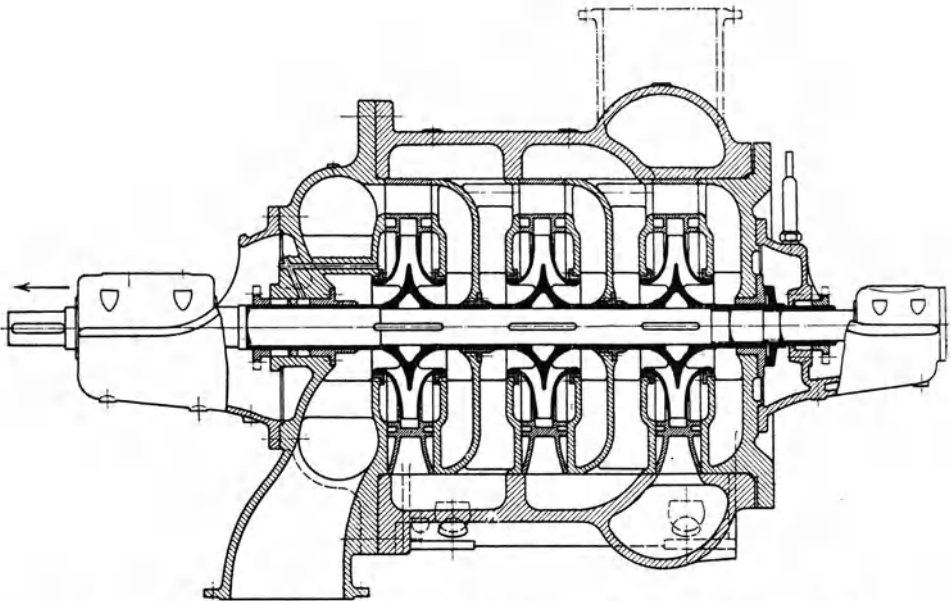


Abb. 263. Dreistufige Sulzersche Kreiselpumpe mit Doppelkreiseln für große Leistungen (20 m<sup>3</sup>/min auf 300 m bei 1250 U/min, 1800 PS).

geben würde, verwendet die Firma Sulzer die aus Abb. 263 ersichtliche Anordnung, bei der gleichzeitig eine Unterteilung der Wassermenge durch die Doppelkreisel und eine Unterteilung der Förderhöhe durch die Hintereinanderschaltung dieser Doppelräder, also zwei Maßnahmen von entgegengesetzter Wirkung hinsichtlich des Einflusses auf die Drehzahl verwendet sind. Die Unterteilung der Wassermenge ist erfolgt, um die Mehrstufenanordnung zu ermöglichen, die wegen der großen Förderhöhe zur Vermeidung von Kavitation (vgl. Abschn. 79) notwendig ist. Der kleine, nach der Saugseite gerichtete Schub wird durch die am Druckende vorhandene Ausgleichsscheibe aufgenommen<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Vgl. Heidebrock: Z. VDI 1923 S. 797. Aus dem gleichen Aufsatz sind auch die Abb. 288, 289 entnommen. Eine ähnliche Ausführung findet sich Z. VDI 1924 S. 1199.

Die Gehäusetype wird auch von Escher, Wyss & Cie., Zürich, in der Ausführung nach Abb. 264 gebaut, wobei der Achsschubausgleich nach der S. 341 im Anschluß an Abb. 230 beschriebenen Einrichtung durchgeführt ist. Abb. 265 und 265a zeigen eine zweistufige Ausführung dieser Firma, bei der wegen der großen (unter der Abbildung angegebenen) Leistung aus den zu Abb. 263 angeführten Gründen auch eine Unterteilung der Wassermenge in Form einer doppelseitigen Beaufschlagung nach dem Schema der Abb. 219a vorgenommen ist. Die

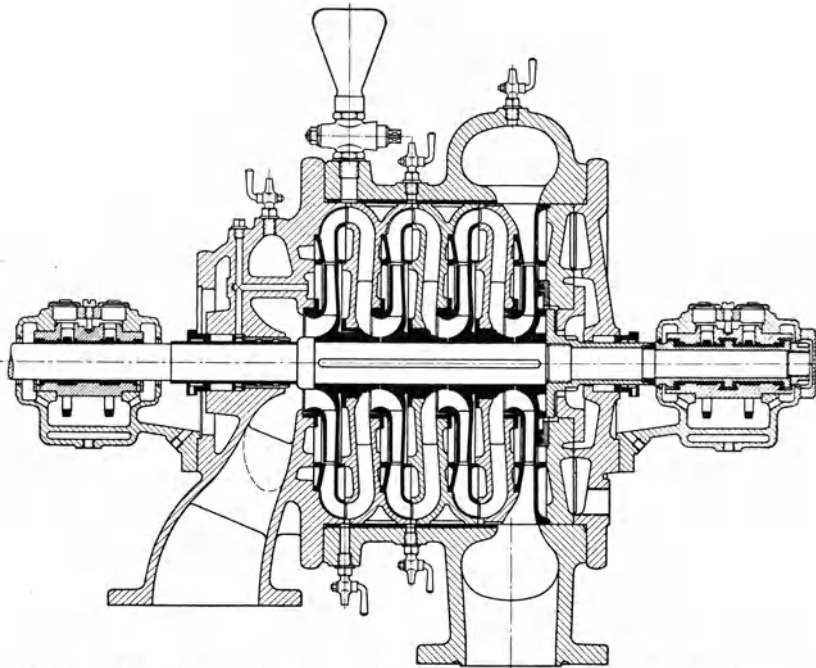


Abb. 264. Mehrstufige Kreiselpumpe von Escher, Wyss & Cie., Zürich und Ravensburg.

in der waagrechten Mittelebene geteilte Pumpe läuft als Speicherpumpe<sup>1</sup> im Schwarzenbachwerk der badischen Landes-Elektrizitäts-Versorgungs-AG. (Badenwerk) und besitzt bewegliche Leitschaufeln (S. 213), die von Stufe zu Stufe durch ihre Drehzapfen miteinander gekuppelt sind. Zu ihrer Verstellung dienen drehbare, außen sitzende Regulierringe, die mittels Laschen die auf den Drehzapfen sitzenden Hebel betätigen.

Aus den S. 214 erwähnten Gründen werden die Leitschaufeln bei mehrstufigen Pumpen nur noch in der letzten Stufe drehbar gemacht. Dies zeigt die in Abb. 266 dargestellte Speicherpumpe<sup>2</sup>, die die größte bis heute in Kreiselpumpen verwirklichte Wellenleistung besitzt. Diese

<sup>1</sup> Vgl. auch Z. VDI Bd. 73 (1929) Nr. 4 S. 29; Bd. 68 (1924) S. 1161f.; Escher Wyss Mitt. 1928 Nr. 2.

<sup>2</sup> Weitere Angaben finden sich in Z. VDI Bd. 74 (1930) S. 881ff.



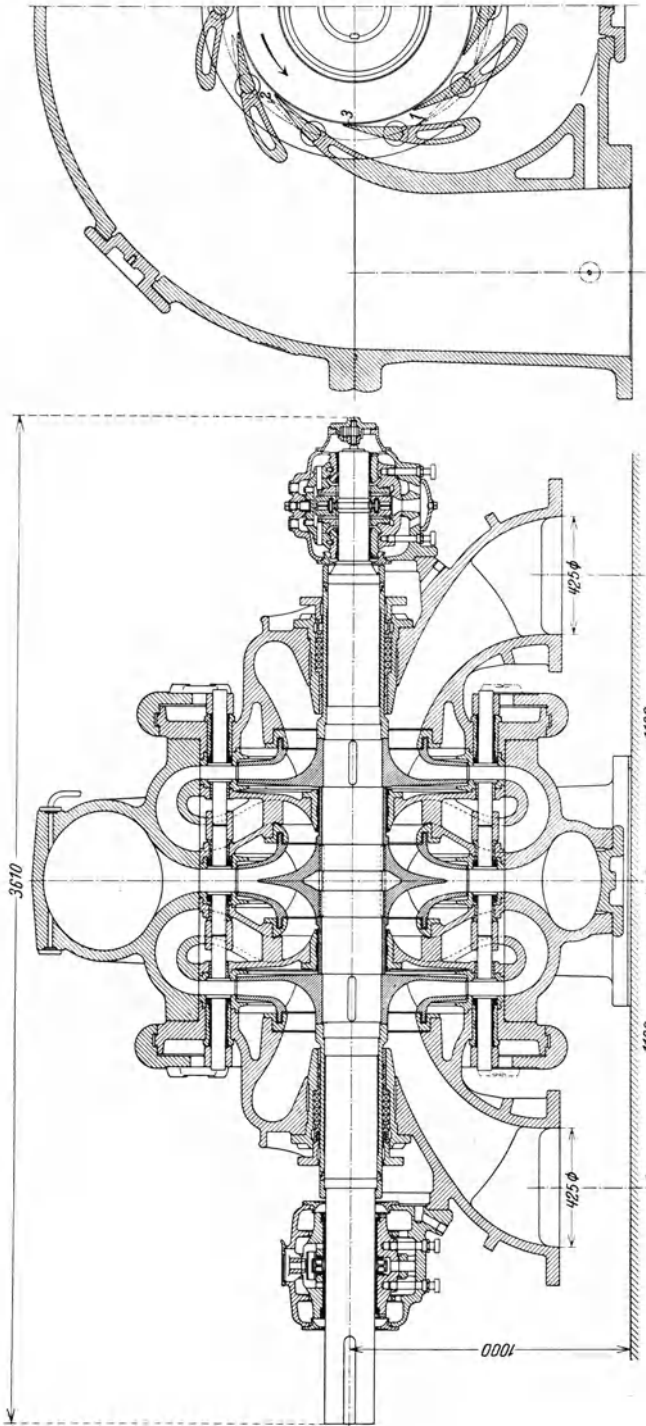


Abb. 265. Speicherpumpe des Schwarzenbachwerks für 1,1 m<sup>3</sup>/s auf 230 m bei 1000 U/min (Escher, Wyss & Cie.).

Abb. 265 a.

Ausführung ist auch deshalb bemerkenswert, weil die Räder ohne Nabe ausgeführt und unmittelbar an Wellenabsätzen angeflanscht sind, um

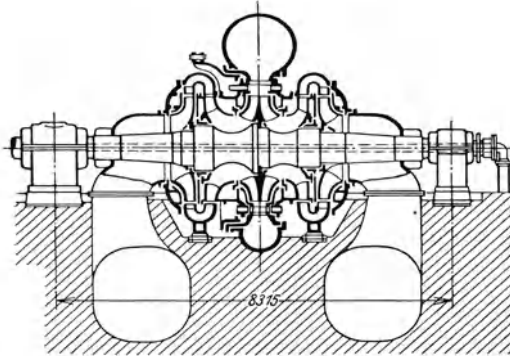


Abb. 266. Speicherpumpe der Anlage Herdecke für  $12 \text{ m}^3/\text{s}$  auf  $166 \text{ m}$  bei  $300 \text{ U}/\text{min}$ , Wellenleistung  $32500 \text{ PS}$ , gebaut von den Firmen Voith, Heidenheim, und Sulzer, Ludwigshafen (vgl. S. 429).

Abb. 266. Speicherpumpe der Anlage Herdecke für  $12 \text{ m}^3/\text{s}$  auf  $166 \text{ m}$  bei  $300 \text{ U}/\text{min}$ , Wellenleistung  $32500 \text{ PS}$ , gebaut von den Firmen Voith, Heidenheim, und Sulzer, Ludwigshafen (vgl. S. 429).

mit Rücksicht auf Kavitation die Schaufelspitzen möglichst nahe an die Achse heranzubringen. Aus dem gleichen Grunde ist auch die Welle vor dem Radeinlauf schwächer gehalten. Die Form der Saug-

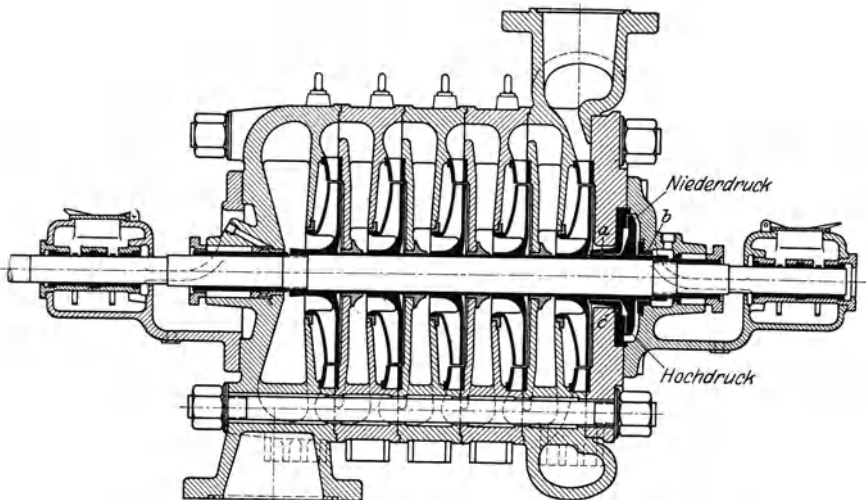


Abb. 267. Mehrstufige Bauart von C. H. Jaeger & Co., Leipzig.

krümmer ist an besonderen Modellversuchen ermittelt. Die Welle ist durch Labyrinthstopfbüchsen mit Wasserschmierung abgedichtet.

Mit der Entwicklung der Ringtype ist der Name der Firma C. H. Jaeger & Co., Leipzig, eng verknüpft, deren heutige Ausführung

(Abb. 267) auch durch die Entlastungsvorrichtung bemerkenswert ist insofern, als Drosselstellen *a* und *b* auf beiden Seiten der Ausgleichscheibe vorhanden sind. Da die Abdichtung der Gehäuseringe außer-

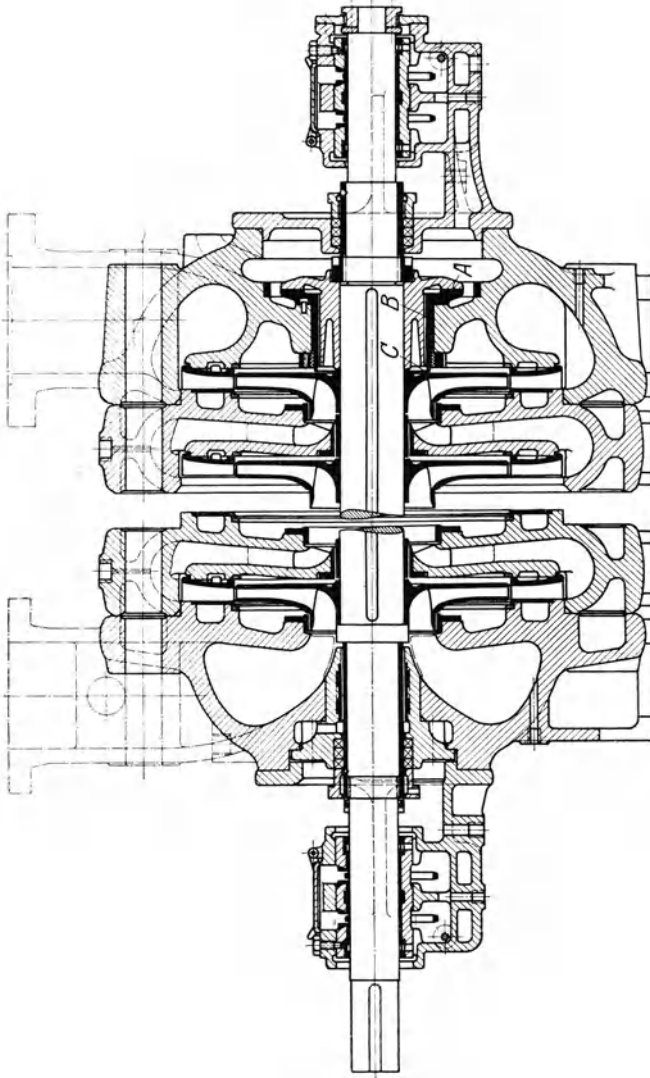


Abb. 268. Konstruktion der Maffei-Schwartzkopffwerke.

halb des Lochkreises für die Anker liegt, müssen letztere besonders abgedichtet werden.

Bei der Ausführung der Maffei-Schwartzkopffwerke (jetzt Ehrhardt & Sehmer AG., Saarbrücken) nach Abb. 268 liegen die Anker offenbar im Luftraum. Ferner ist an dieser Konstruktion der S. 342 besprochene Achsschubausgleich bemerkenswert.

In Abb. 269 und 270 ist die Bauart der Klein, Schanzlin & Becker AG., Frankenthal, wiedergegeben, bei der die Ausbildung der Saug- und Druckräume von den bisher behandelten Formen abweicht. Dabei ist im Auge zu behalten, daß nicht bloß strömungstechnische Gesichtspunkte, sondern nach S. 372 mindestens ebensowohl Festigkeitsrück­sichten maßgebend sind. Die Wülste für die Unterbringung der Gehäuseanker sind ähnlich Abb. 99 als Fortsetzung der Leit­schaufeln ausgebildet.

Bei der für eine Kesselspeisepumpe in Abb. 271, 271a angegebenen Konstruktion der Maschinenfabrik Eßlingen sind die Ankerwülste der Form des Leitkanals weitgehend angepaßt und dadurch eine Verkleinerung des Gehäuse­durchmessers erzielt. Allerdings entstehen zusätzliche Verluste durch den Spalt  $\alpha$ , der durch die Unmöglichkeit der Bearbeitung der Gehäusewand an dieser Stelle bedingt ist. Die Ausgleichseinrichtung für den Achsschub ist S. 342 und die Kühleinrichtung der Stopfbüchse S. 397 beschrieben.

In Abb. 272 ist eine große Wasserwerks­pumpe, die von Klein, Schanzlin & Becker für

die Landeswasserversorgung Württemberg geliefert ist und  $46 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $148 \text{ m}$  bei  $985 \text{ U}/\text{min}$  fördert, angegeben<sup>1</sup>. Der Saugelauf ist mit

<sup>1</sup> Eine Pumpe ähnlicher Größe, aber mit in der waagrechten Mittelebene geteiltem Gehäuse ist in Z. VDI Bd. 70 (1926) S. 1521 ff. beschrieben.

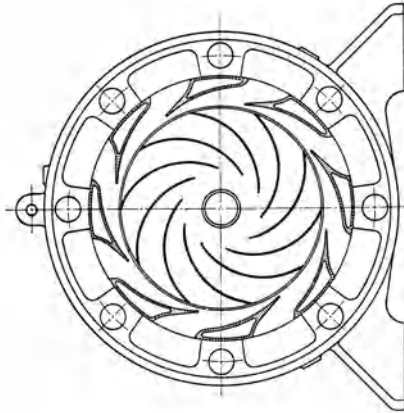


Abb. 270.

Abb. 269 und 270. Zweistufige Pumpe von Klein, Schanzlin & Becker AG., Frankenthal.

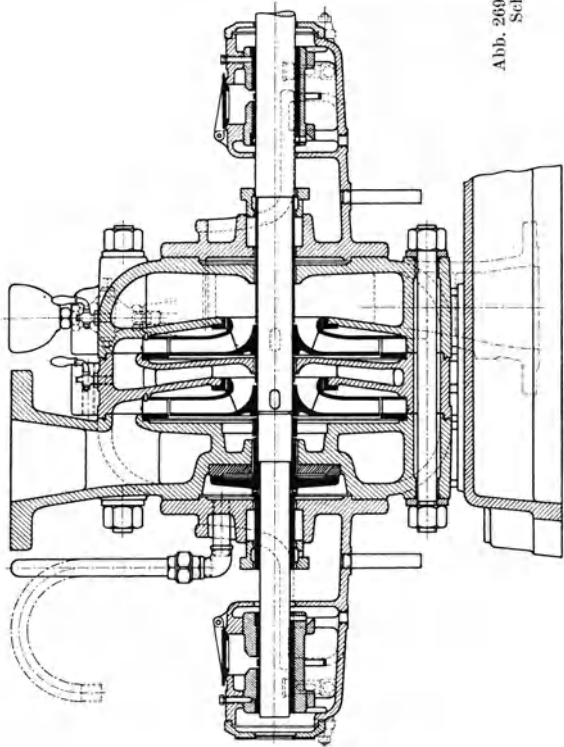


Abb. 269.

reichlichem Krümmungshalbmesser ausgebildet, um — auch im Hinblick auf die große Stufenförderhöhe — Kavitation zu vermeiden. Hervorzuheben ist noch die Verbindung der Entlastungseinrichtung mit der Lagerkühlung und dieser mit dem Wasserverschluß der Saugstopfbüchse. Das Laufrad der Saugseite ist trotz des Vorhandenseins einer Ausgleichsscheibe mit einem zweiten Dichtungsring und Löchern in der Radnabe versehen, weil sonst der Durchmesser der Scheibe zu groß geworden wäre. Die Leitschaufeln sind mit (nichtgezeichneten) Durchgangskanälen zur Herbeiführung gleichen Drucks auf beiden Radseiten versehen. Daher sind auch die inneren Gegenlagerwände für die Leiträder durchbrochen.

Abb. 273, 273a veranschaulichen eine als Handelpumpe gedachte Ausführung. Die Ge-

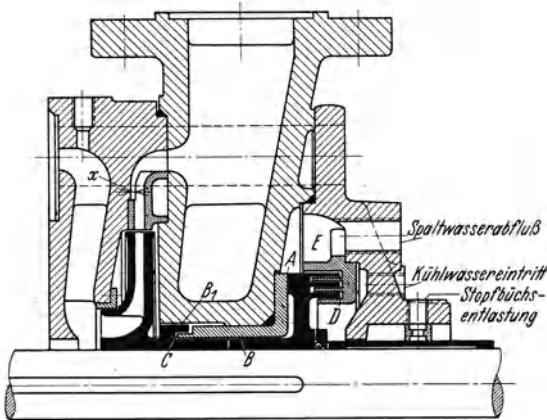


Abb. 271.

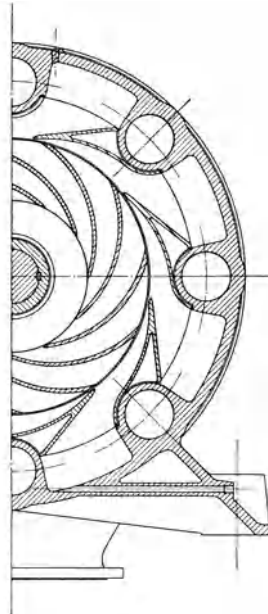


Abb. 271a.

Abb. 271 und 271a. Kesselspeisepumpe (Maschinenfabrik Eßlingen).

häuseringe sind durch die schaufellosen Umführungskanäle nochmals geteilt, so daß die entstehenden Stufenteile *a* und *b* kernlos, und zwar auf Formmaschinen hergestellt werden können. Die Zahl der Ankerbolzen zur Verbindung der Gehäuseringe ist auf vier beschränkt. Der Ausgleich des Achsschubs erfolgt mittels eines zweiten Dichtungsspalts *c* des letzten Rads und eines Verbindungskanals *d*, der von dem inneren Raum hinter dem letzten Rad zum Saugstutzen führt (Abb. 273a).

Eine von den bisher behandelten Ausführungen abweichende Bauart besitzt die Pumpe nach Abb. 274, bei der ähnliche Leitvorrichtungen verwandt sind, wie S. 155 im Anschluß an Abb. 112 besprochen wurden und in Abb. 275, 275a in perspektivischer Ansicht dargestellt sind. Das Wasser wird zunächst in dem eigentlichen Leitrad *a* radial nach auswärts geleitet. Die Kante *gf* der Abb. 275 liegt an der zylindrischen

Gehäusefläche an. Die Kante  $f/f_1$  bildet den Anfang der Schraubensfläche, die das Wasser in axialer Richtung weiter in die Rückführ-

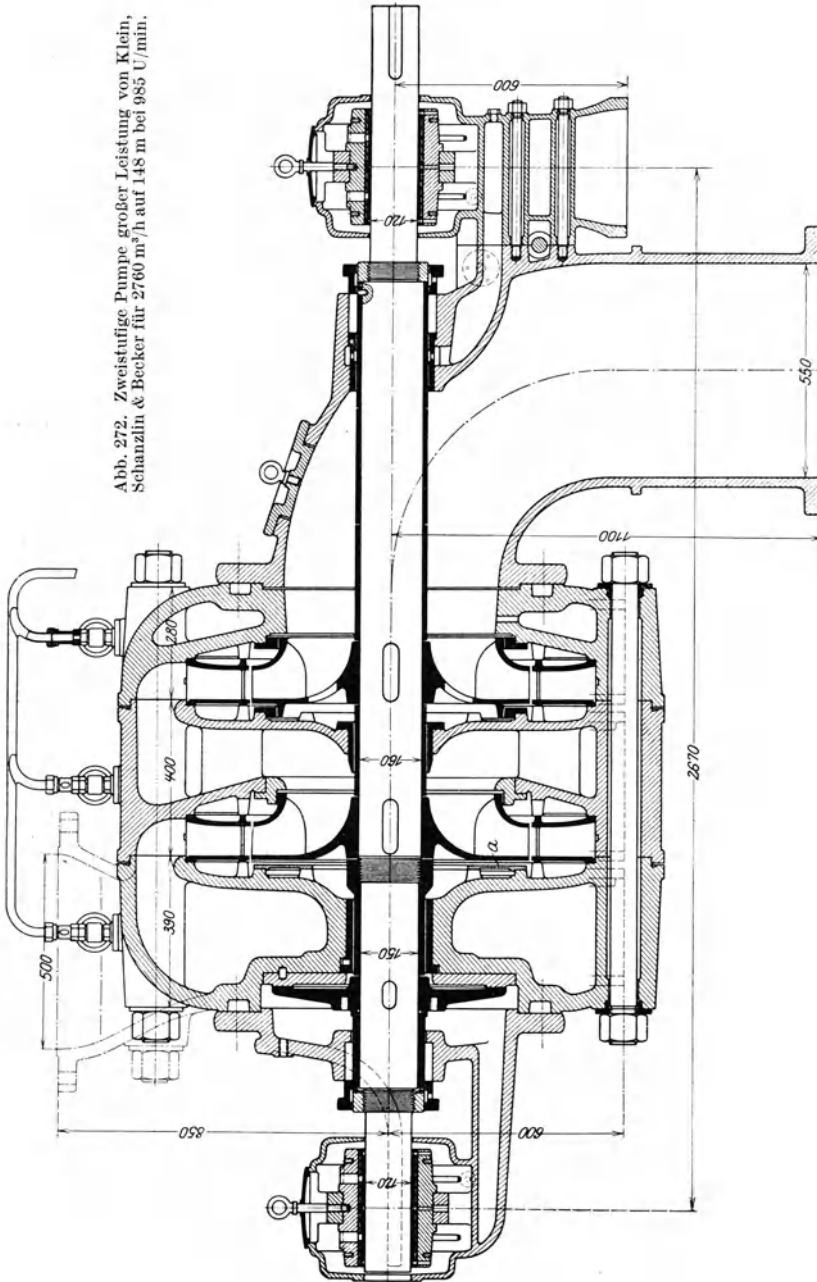


Abb. 272. Zweistufige Pumpe, großer Leistung von Klein, Schanzlin & Becker für 2760 m<sup>3</sup>/h auf 148 m bei 985 U/min.

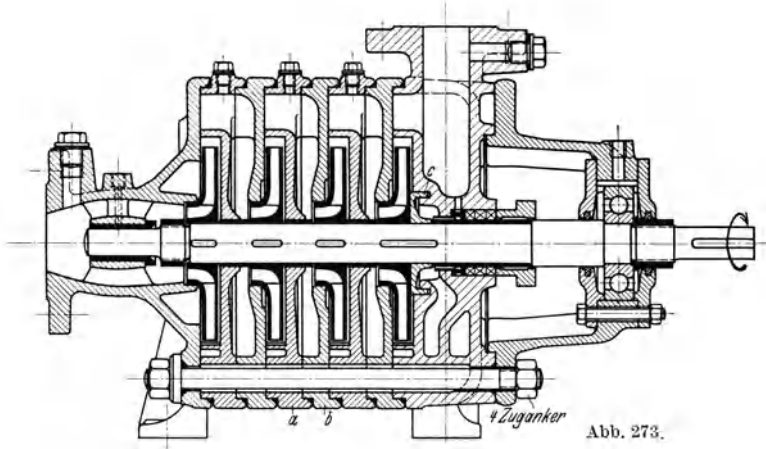


Abb. 273.

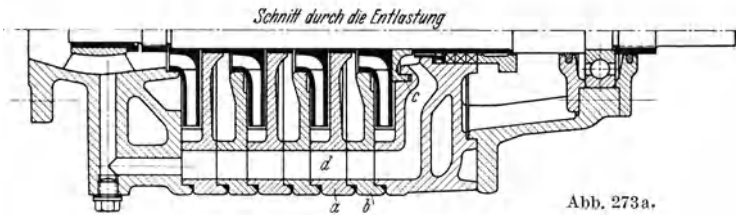


Abb. 273a.

Abb. 273 und 273a. Gliederpumpe mit unterteilten Zwischenstücken, Wasserlager auf Saugseite und Verbindungskanal *d* für den Achsschubausgleich (Borsig-Hall).

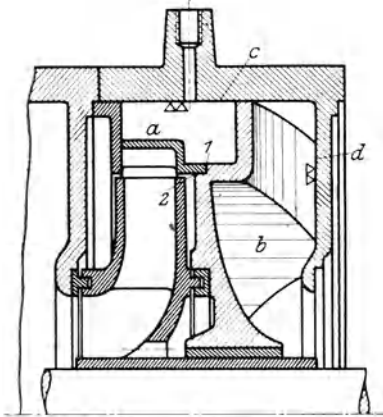


Abb. 274. Mehrstufige Pumpe von Ernst Vogel, Stockerau b. Wien.

Abb. 275.

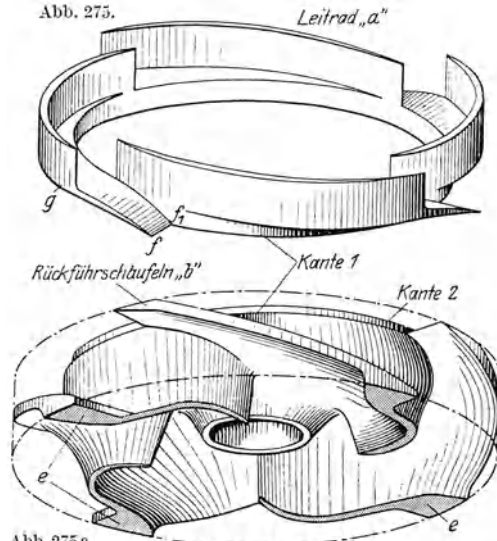


Abb. 275a.

Abb. 275 und 275a. Perspektivische Darstellung des Leitrades und der Umföhrung der Pumpe nach Abb. 274. Der in Abb. 275a strichpunktiert eingezeichnete Zylinder deutet die Bearbeitungsflächen an. Der Mantel des Zylinders liegt an der Fläche *c* des Gehäuses. Die Fußflächen *e* der Schaufeln liegen an der Fläche *d* des Gehäuses.

schaufeln *b* (Abb. 274) führt. Diese sind anfänglich ebenfalls nach einer Schraubenfläche geformt, biegen aber dann radial einwärts ab. Die zylindrischen und ebenen Anlageflächen am Gehäuse stellen gleichzeitig eine Begrenzungswand des Kanals dar, so daß dieser in allen Teilen zugänglich ist. Die Raumbeanspruchung in radialer Richtung ist gering, in axialer Richtung aber um so größer. Für die Wasserführung ungünstig ist die unregelmäßige Form der Kanalquerschnitte an einzelnen Stellen. Wirkungsgradkurven dieser Pumpen sind nicht veröffentlicht.

### 110. Heißwasserpumpen.

Eine besonders wichtige Ausführungsform der mehrstufigen Pumpen stellen die Heißwasserpumpen dar, deren Verhalten auch S. 74, 136 und 250 behandelt ist. Hat das

Wasser eine höhere Temperatur als  $100^\circ$ , so werden Undichtigkeiten der Stopfbüchsen sich in Dampfschwaden äußern, die zur Belästigung der Bedienung und Beschädigung der Einrichtungen des Maschinenraumes führen.

Deshalb ist bei Überschreitung von etwa  $100^\circ\text{C}$  die besondere Kühlung der Stopfbüchse eine Lebensfrage für die Pumpe. Diese kann mittels Oberflächen- oder Einspritzkühlung vorgenommen werden. Abb. 276<sup>1</sup> zeigt die Ausführung der Oberflächenkühlung von Weise Söhne, deren Grundgedanke übrigens auch von anderen Firmen des Kreiselpumpenbaues verwendet wird<sup>2</sup> und darin besteht, daß der vom Kühlwasser durchflossene Raum *a* die mit einer möglichst langen Drosselstrecke versehene Stopfbüchse umschließt, aber durch den Luftraum *b* vom Gehäuse getrennt ist,

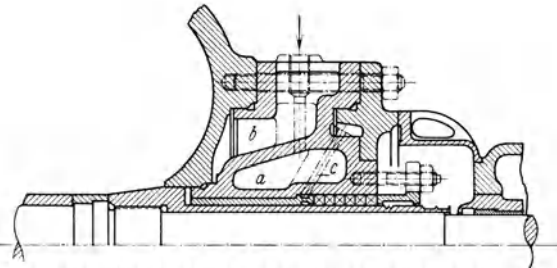


Abb. 276. Stopfbüchse mit Oberflächenkühlung für die Einlaufseite einer Heißwasserpumpe (Weise Söhne).

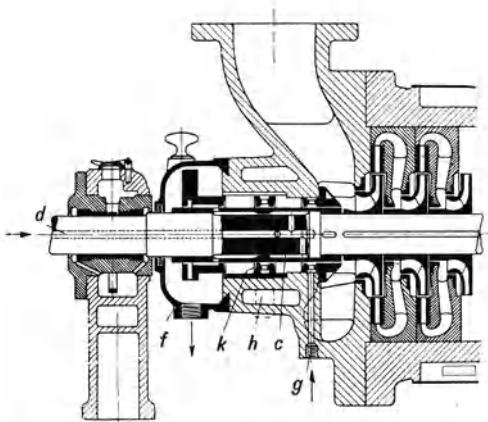


Abb. 277. Kühlwasserzufuhr durch die hohle Welle bei *d* und Sperrwasserzufuhr bei *g* (Sulzer).

<sup>1</sup> Vgl. Knörlein: Neue Turbo-Kesselspeisepumpen großer Leistung. Wärme 1928 Nr. 40 u. 41.

<sup>2</sup> Das DRP. 448231 benutzen die Firmen Klein, Schanzlin & Becker, Sulzer und Weise Söhne.



so daß unnötige Wärmeverluste vermieden werden. Der Luftraum  $b$  kann mit Isolierstoff ausgefüllt werden. Die Anzapfung  $c$  soll die Stopfbüchse entlasten. Bei der Anordnung nach Abb. 277<sup>1</sup> von Sulzer liegt eine Übergangsform zwischen Oberflächen- und Einspritzkühlung vor, und zwar wird das Kühlwasser durch die Bohrung  $d$  der Welle nach dem umlaufenden Kühlraum  $c$  geführt und gelangt von hier durch die Stopfbüchsenbrille in den Wasserfänger  $f$  und den Speisebehälter. Außerdem wird noch Kühlwasser bei  $g$  als Sperrwasser unmittelbar in den Stopfbüchsenraum geleitet, um den Durchtritt des heißen Förderwassers nach der Stopfbüchse überhaupt zu verhindern. Falls die Kühlwasserzufuhr durch die Wellenbohrung  $d$ , die übrigens auch das Lager kühlt, nicht möglich ist, erfolgt sie bei  $h$  nach dem Ringraum  $k$  als Einspritzkühlung.

Besondere Schwierigkeiten macht die Abdichtung der Druckseite, auch wenn eine Ausgleichsscheibe angeordnet ist. Zunächst ist dieses Ausgleichsorgan bei den vorliegenden hohen Temperaturen infolge seiner engen Spalte besonders empfindlich, da Dampfbildung eintreten kann. Sodann ist am Austritt der Pumpe meist auch die Wassertemperatur höher als am Eintritt, und zwar — ganz abgesehen vom Einfluß der erhöhten Zusammendrückbarkeit des Heißwassers und der Reibungswärme — entweder weil anfallendes Kondensat hoher Temperatur (z. B. von einem Zwischenüberhitzer) einer Zwischenstufe der Pumpe zugeführt worden ist<sup>2</sup> oder Zwischenvorwärmung durch Anzapfdampf oder im Ekonomiser vorliegt. Im letzteren Fall sind also gewissermaßen Vorwärm- und Kesselspeisepumpe miteinander vereinigt, wodurch insbesondere zwei Stopfbüchsen für heißes Wasser wegfallen. Man bevorzugt diese Zusammenlegung deshalb selbst dann, wenn sie nur durch eine Verringerung der Stufenzahl, also nach S. 231 durch eine Verschlechterung des Wirkungsgrades erreichbar ist. In Abb. 278 tritt das Wasser, nachdem es in den beiden ersten Stufen die für die Vorwärmung nötige Drucksteigerung erfahren hat, im Stutzen  $b$  aus und kehrt vom Vorwärmer am Stutzen  $c$  mit einem Druck zurück<sup>3</sup>, der noch über dem der vorhandenen Wassertemperatur entsprechenden Dampfdruck liegen muß.

Soll das Spaltwasser des Entlassungsorgans wieder in die Saugleitung der Pumpe zurückgeführt werden (was aber nicht unbedingt notwendig ist), so darf sich die Kühlung nicht bloß auf die Stopfbüchse beschränken, sondern muß auch das Spaltwasser so weit abkühlen, daß bei der Einführung in die Saugleitung keine Dampfbildung eintritt. Zu diesem Zweck wird in der Ausführung nach Abb. 278<sup>4</sup> das mäßig

<sup>1</sup> Vgl. Kissinger: Heißwasserpumpen. Wärme 1931 Nr. 10 S. 181; Z. VDI 1929 Nr. 12 S. 395.

<sup>2</sup> Die Einführung heißen Wassers muß in feinverteilter Zustand erfolgen, damit der sich bildende Dampf niedergeschlagen wird. Auch muß die Einführung aufhören, wenn die Pumpe stillgesetzt wird. Vgl. Z. VDI 1930 S. 467.

<sup>3</sup> Diese Anzapfung wird auch dazu verwendet, um von einer Pumpe Kessel verschiedenen Drucks zu speisen (Anzapfpumpe), wobei dann die ersten Stufen für eine entsprechend größere Wassermenge zu bemessen sind.

<sup>4</sup> Vgl. Weyland: Z. VDI Bd. 72 (1928) S. 317; Wärme 1930 Nr. 24.

vorgewärmte Kühlwasser dem Stutzen *b* der Vorpumpe entnommen und der neben dem Ausgleichsraum *e* liegenden Kammer zugeführt, von wo es durch kleine Öffnungen *f* dem heißen Spaltwasser zugesetzt wird.

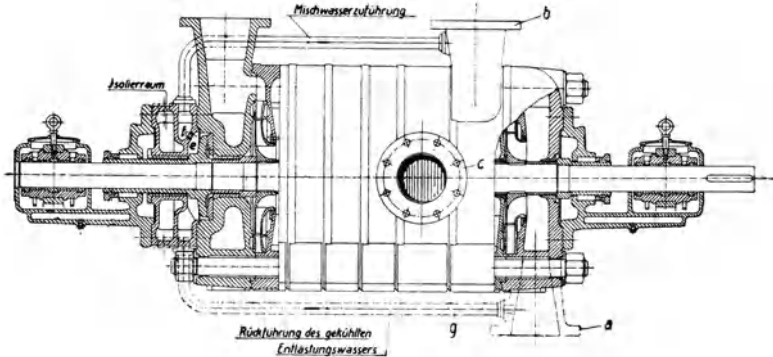


Abb. 278. Vereinigte Vorwärmer- und Hauptpumpe mit Einspritzkühlung des Spaltwassers bei *f* (Klein, Schanzlin & Becker).

Das Gemisch fließt dann durch ein Rohr *g* in den Zulaufstutzen oder den Speisewasserbehälter zurück.

Man kann aber erheblich an Kühlwasser sparen und gleichzeitig die Kühlwirkung vergrößern, wenn man auf die Kühlung des Entlastungswassers verzichtet, wobei dieses meist in den Speisewasserbehälter zurückgeführt werden muß. In der Ausführung nach Abb. 271 geschieht das durch Trennung des Ausgleichsraums *E* von der Stopfbüchse durch eine Labyrinthdichtung *D*. Die Stopfbüchse hat hier nur gegen das Kühlwasser abzudichten, steht aber immer noch unter einem Druck, der höher sein muß als der Druck im Raum *E*, was unter Umständen ins Gewicht fällt. Deshalb ist auch die Ausführung nach Abb. 278a bemerkenswert, bei der die Stopfbüchse durch ein Schleuderrädchen *R* entlastet wird und die Kühlung durch Oberflächenwirkung oder durch Einspritzung erfolgen kann.

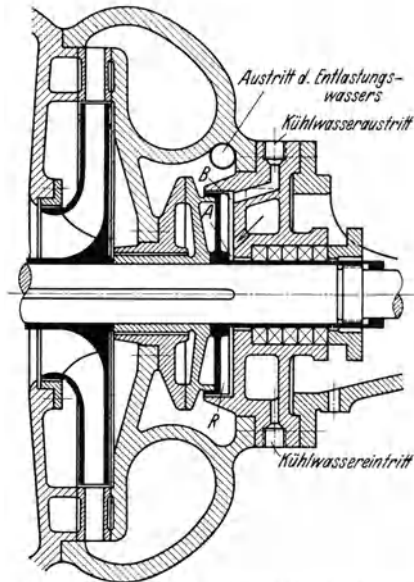


Abb. 278a. Heißwasserstopfbüchse von Ehrhardt und Sehmer.

Die Schwierigkeiten, die das Ausgleichsorgan für den Achsschub und die Hochdruckstopfbüchse verursachen kann, haben dazu geführt, daß einzelne Firmen beides durch Übergang auf die Anordnung mit gegenläufigen Rädern entsprechend Abb. 219a oder 221 (Abschn. 99)

vermeiden<sup>1</sup>. Auch die Anwendung des Ausgleichs nach dem Schema der Abb. 222 in Verbindung mit fliegender Lagerung oder einem Wasserlager auf der Druckseite ist im Gebrauch<sup>2</sup>. Escher, Wyss & Cie. schalten die gegenläufigen Räder<sup>3</sup> so hintereinander, daß die Druckstopfbüchse nur unter dem ersten Stufendruck steht.

Bei den hohen Drücken, wie sie für Kesselspeisung und für die Preßwassererzeugung<sup>4</sup> in Frage kommen, werden naturgemäß besonders hohe Anforderungen an das Material oder die Herstellung gestellt. Abb. 279 zeigt eine zweistufige Umwälzpumpe, die im Großkraftwerk Mannheim das Wasser der 100 at-Kessel während der Anheizperiode umzuwälzen und insbesondere die Überhitzerrohre durchzuspülen hat. Das umzuwälzende Wasser erreicht hierbei eine Temperatur von 310° C. Saug- und Druckdeckel ebenso das Zwischenstück sind deshalb aus dem vollen Stahlblock herausgearbeitet, was besonders aus der eigen-

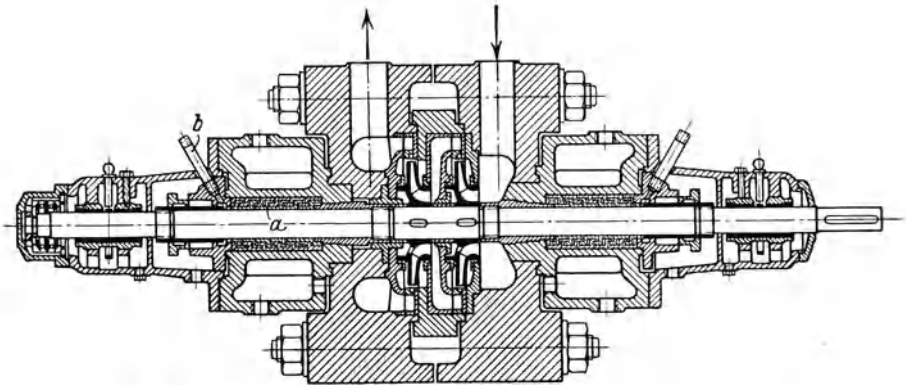


Abb. 279. Speisewasser-Umwälzpumpe im Großkraftwerk Mannheim für 100 at (Klein, Schanzlin & Becker).

artigen Form der Deckel hervorgeht. Die Leit- und Laufräder bestehen aus Elektrostahlguß<sup>5</sup>. Die wassergekühlten Stopfbüchsen besitzen innen Labyrinthdichtungen<sup>6</sup>, von deren äußerem Ende die Entlastungsleitung *b* nach dem Kondensator führt. Den äußeren Abschluß bildet eine Stopfbüchse mit Weichpackung.

Die hohen Temperaturen verlangen auch Rücksicht auf die Wärme-dehnung. Um das Wellenmittel in seiner Höhenlage zu sichern, wird die Auflagerfläche zwischen Pumpe und Grundplatte auf die Höhe der Pumpenmitte gelegt (Abb. 279 a) und bisweilen gegen die Grund-

<sup>1</sup> Knörlein: Wärme 1928 Nr. 40 u. 41.

<sup>2</sup> Beispielsweise seitens der Fa. Ernst Vogel, Stockerau b. Wien.

<sup>3</sup> Escher Wyss Mitt. 1930 Nr. 1; Wärme 1929 Nr. 17 S. 328; Z. VDI 1929 Nr. 6 S. 180.

<sup>4</sup> Vgl. Weyland: Hochdruckkreiselpumpen für große Förderhöhen. Turb. u. Pump. 1930 Heft 2.

<sup>5</sup> Auch Monelmetall wird in solchen Fällen verwendet.

<sup>6</sup> DRP. 433008.

platte isoliert. Da die Innenteile des Gehäuses eine höhere Temperatur annehmen wie der Mantel, so müssen Wärmespannungen durch Einbau elastischer Glieder ferngehalten werden.

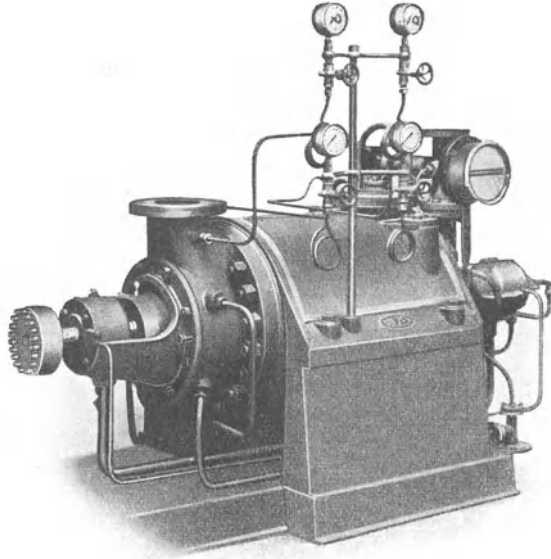


Abb. 279a. Heißwasserpumpe mit Abstützung in der Achsebene und Wärmeschutzmantel (Sulzer).

### 111. Pumpen mit senkrechter Welle.

Sofern reichlich Platz für die Aufstellung der Pumpe vorhanden ist, bleibt der grundsätzliche Aufbau der gleiche wie bei den waagrechten Pumpen. Abb. 280 zeigt eine einstufige Pumpe mit doppelseitigem Einlauf. Von besonderer Wichtigkeit ist das Spurlager, das hier auch das Gewicht des Läufers (abzüglich Wasserverdrängung) aufzunehmen hat, sofern nicht — etwa durch ungleiche Bemessung der Schleifringe — auch für einen hydraulischen Ausgleich der Gewichte gesorgt ist. Letzterer geht aber beim An- und Auslaufen verloren. In Abb. 280 ist das Spurlager als Kugellager ausgebildet und am unteren Wellenende angeordnet. Pumpen dieser Art finden als Kühlwasserpumpen für Kondensationen und als Brunnenpumpen Verwendung, die mit Rücksicht auf die örtlichen Verhältnisse tief aufgestellt werden müssen. Liegen sehr große Wassermengen vor, so ist bei der senkrechten Anordnung der einseitig beaufschlagte Kreisler wegen der erheblich einfacheren Wasserführung vorzuziehen (vgl. Abb. 233a, 288).

Die bei mehrstufigen Pumpen mit senkrechter Welle anwendbaren Ausgleichseinrichtungen für den Achsschub und ihr Einfluß auf den Bau der Pumpe sind schon in Abschn. 101a behandelt.

Bei der Anordnung im genügend geräumigen Brunnen-schacht kann die Zwischenwelle zwischen Motor und Pumpe an der Schachtwand mittels eingemauerter Trageisen oder im schmiedeeisernen Rahmen (Abb. 281) gelagert sein.

Da der Kostenaufwand für gemauerte Brunnen-schächte sehr ins Gewicht fällt, so gewinnt heute die Bohrloch- oder Tiefbrunnenpumpe mehr und mehr Bedeutung, bei der die Zwischenwelle in der Druckleitung gelagert ist. Letztere hängt

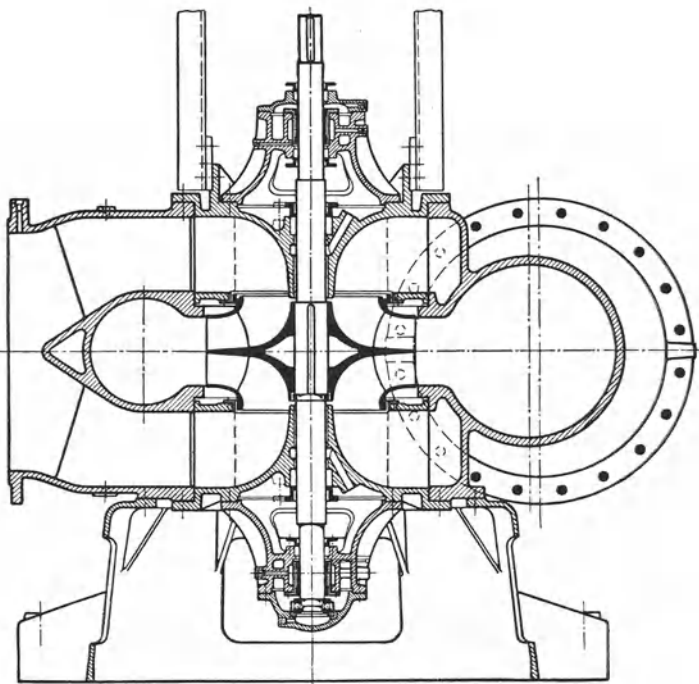


Abb. 280. Stehende Pumpe für 60 m<sup>3</sup>/min auf 11 m bei 490 U/min (Maffei-Schwartzkopffwerke).

frei am Motoruntersatz, trägt also auch das Gewicht des Pumpengehäuses und der Saugleitung. Die günstigsten Brunnenweiten liegen nach Schulz<sup>1</sup> zwischen 100 und 350 mm. Es kommt also darauf an, den Durchmesser des Pumpengehäuses entsprechend klein zu halten, während die Länge unbeschränkt ist. Die Bohrlochpumpen müssen ferner so gebaut sein, daß sie auch unter Wasser arbeiten können.

Die übliche Radialpumpe mit dem Durchmesser Verhältnis  $D_2/D_1 = 1,8 \div 2$  kommt aus den erwähnten Gründen nur noch für große Förderhöhen in Frage, da sie große Bohrloch-

<sup>1</sup> Schulz: Tiefbrunnen-Kreiselpumpen. Z. VDI Bd. 74 (1930) S. 235ff.

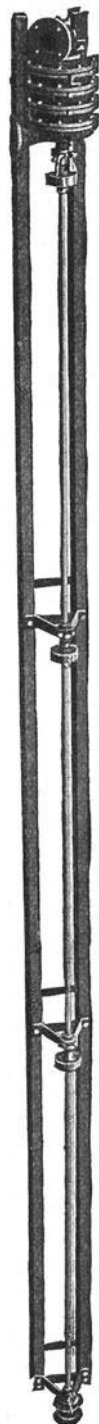


Abb. 281. Brunnenpumpe.

durchmesser verlangt. Abb. 281a zeigt eine solche Bauform der Firma Sulzer. Die gleiche Firma verwendet auch Doppelpäder, die — ähnlich Abb. 263 — einzeln oder gruppenweise hintereinander geschaltet sind<sup>1</sup>. Bei normalen Bohrloch-tiefen bevorzugt man heute die im Abschn. 91a behandelte konische Radform mit halbaxialer Wasserführung, wobei die Unterbringung einer genügenden Schaufellänge noch bei einem Verhältnis  $D_2/D_1 = 1,3$  gut möglich ist, ohne daß die Ausbildung der Leitschaukel erschwert würde. Auch die einfache Krümmung der Schaufel, d. h. ihre zur Achse parallele Erzeugende ist bei sinngemäßer Anwendung des in Abschn. 33 Gesagten möglich.

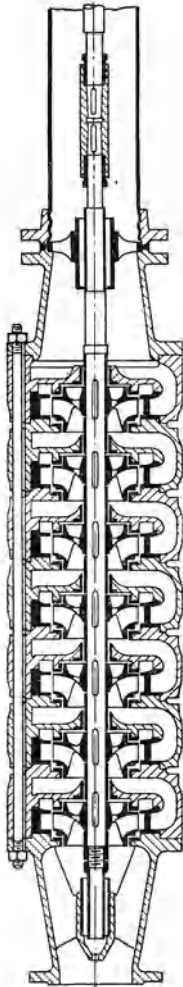


Abb. 281a. Bohrlochpumpe mit Radialrädern (Sulzer).

Die halbaxiale Bauweise ist in ihrer Gesamtanordnung durch Abb. 282 nach einer Ausführung von Klein, Schanzlin & Becker veranschaulicht<sup>2</sup>. Man erkennt, daß die Summe der Ablenkungswinkel des meridionalen Wasserstroms nur etwa halb so groß ist wie bei der radialen Beaufschlagung. Ferner ist die gute Führung der Welle in den Zwischenbüchsen jeder einzelnen Stufe zu erwähnen, die im Falle sandhaltigen Wassers aus den besonders geeigneten, allerdings auch wesentlich teureren Gummilagern bestehen (S. 366). Auf innenliegende Anker, die die

Wasserführung und die Abdichtung der Stufen erschweren, konnte verzichtet werden.

<sup>1</sup> Ahrens: Z. VDI 1913 S. 321.

<sup>2</sup> Weitere Angaben vgl. Schacht- und Bohrlochpumpen, Werbeschrift von Klein, Schanzlin & Becker AG., Frankenthal (Pfalz).

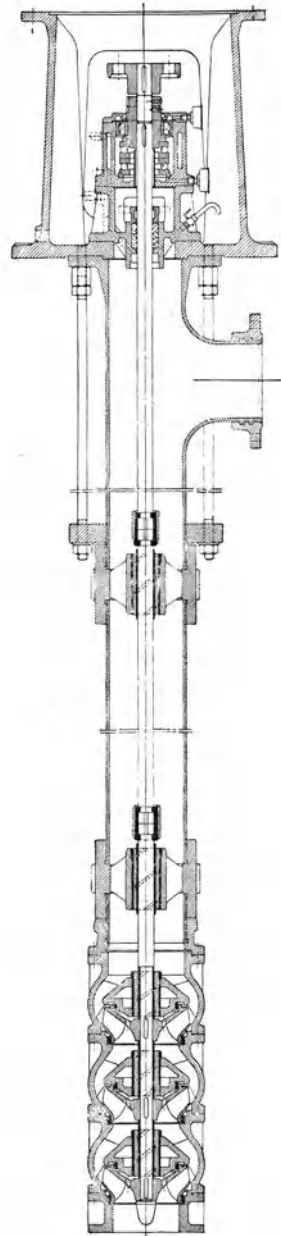


Abb. 282. Bohrlochpumpe mit halbaxialen Lauf- und axialen Leitern (Klein, Schanzlin & Becker).

Für sehr enge Brunnen mit großer Ergiebigkeit kommt der in Abschn. 94 bis 96 besprochene Propeller mit seiner rein axialen Wasserführung zur Anwendung (Abb. 283). Diese Bauart vermag nach Angabe der Firma Klein, Schanzlin & Becker aus Bohrlöchern von 100 mm l. W. noch 20 m<sup>3</sup>/h und aus solchen von 150 mm sogar über 100 m<sup>3</sup>/h zu fördern. Sie ermöglicht aber nur eine geringe Stufenförderhöhe, verlangt also unter Umständen große Stufenzahlen, obwohl der Durchmesser des Propellers größer als der des halbaxialen Rades (Abb. 282) genommen werden und auch die Nabe einen verhältnismäßig großen Durchmesser erhalten kann.

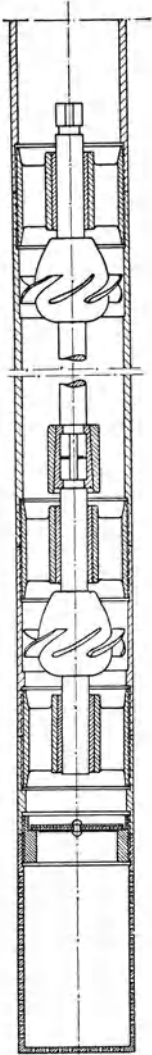


Abb. 283.  
Propeller-  
Bohrlochpumpe  
(Klein, Schanzlin  
& Becker).

Mit Rücksicht auf die mangelnde Zugänglichkeit der im Schacht eingebauten Pumpe schaltet man bei genügend großen Förderhöhen oder engen Bohrlöchern hinter die eigentliche Bohrlochpumpe eine über Tage aufgestellte Hauptpumpe, wobei dann die Bohrlochpumpe nur als Zubringerpumpe arbeitet. Man erreicht dadurch auch eine Entlastung der Steigleitung vom Förderdruck und insbesondere eine Beschränkung der Stufenzahl, da die Hauptpumpe mit größeren Raddurchmessern ausgeführt werden kann, als im Bohrloch möglich wären. Zu dieser Anordnung wird man insbesondere greifen, wenn im Schacht eine Propellerpumpe verwendet werden muß.

Sitzt der Motor über dem Bohrloch, so ist die lange Welle in so kurzen Abständen zu lagern, daß ihre Eigenschwingungszahl stets größer ist als die Betriebsdrehzahl (Abschn. 103). Die Kupplung der so entstehenden kurzen Wellenstücke ist zweiteilig und wird durch eine über ihren leicht konischen Mantel geschobene Hülse zusammengehalten. Bei reinem Förderwasser übernimmt dieses selbst die Schmierung der mit Gittermetall (S. 366) ausgekleideten Lager (Abb. 284). Bei sandhaltigem Wasser sind entweder Gummilager zu verwenden oder Welle und Lager sind durch ein übergeschobenes Rohr, das von der Pumpe bis zum Motoruntersatz geführt ist (Abb. 284a) und reines Wasser zuführt, vor dem Zutritt des Förderwassers zu schützen.

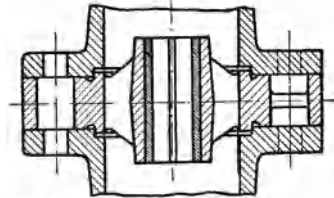


Abb. 284. Zwischenlager ohne  
Schutzrohr für reines Förderwasser.

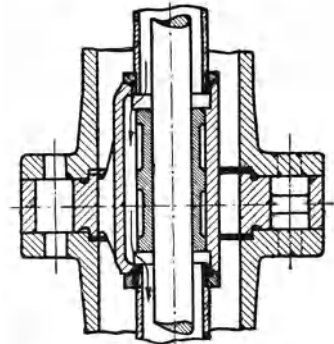


Abb. 284a. Zwischenlager mit  
Schutzrohr.

Der Flanschdurchmesser der Steigleitung muß kleiner als der Gehäusedurchmesser der Pumpe sein. Wenn gußeiserne Rohre der gedrängten Bauweise der Pumpe nicht anzupassen sind, müssen bisweilen Stahlflanschrohre oder — wie im Fall der Abb. 282, 283 — Stahlrohre mit Muffenverschraubung verwendet werden.

Da die Steigleitung an der Abzweigstelle der Druckleitung durch den seitlichen Stutzen geschwächt ist, aber dort ihr Eigengewicht, das Gewicht der Pumpe und den Wasserdruck aufzunehmen hat, ist sie bei großen Einhängetiefen an dieser Stelle durch Längsanker zu versteifen (Abb. 282). Diese Versteifung fällt weg, wenn die Abzweigung durch Vermittlung eines am Motoruntersatz angebrachten Formstücks geschieht.

Eine weitere wichtige Ausführungsform der Bohrlochpumpen stellen die Unterwasser- oder Tauchpumpen dar, bei denen der Motor unter Ausschaltung der langen Zwischenwelle unmittelbar mit der Pumpe gekuppelt, also im Bohrloch untergebracht ist und imstande sein muß, unter dem Saugwasserspiegel zu arbeiten. Die nackte Pumpe behält im wesentlichen die bisher behandelten Bauformen (Abb. 285).

Die eigentlichen Schwierigkeiten liegen offenbar beim Motor, dessen Wicklungen vor dem eindringenden Förderwasser zu schützen sind. Ein Abdichten durch Stopfbüchsen genügt offenbar nicht, zudem die Temperatur im Motor während des Betriebes höher ist als im Stillstand und ein gewisses „Atmen“ die Folge sein wird. Die ebenfalls versuchte Auffüllung des Motorgehäuses mit Öl führte zum Auswaschen der Isolation der Wicklungen, Verschmutzung des Förderwassers und zu Energieverlusten<sup>1</sup>. Einen gewissen Fortschritt brachte die Verwendung von Druckluft statt Öl, die — nach der Ausführung der Garvenswerke Hannover-Wülfel — von einem über Tage aufgestellten Kompressor durch Vermittlung einer Membran selbsttätig so zugesetzt wird, daß der Innendruck des Motors den Außendruck der Flüssigkeit um einen vorgeschriebenen kleinen Betrag übersteigt, auch wenn der Wasserspiegel im Bohrloch beliebig schwankt<sup>2</sup>. Die Möglichkeit des Versagens dieser Regelung bildet aber immer noch eine Quelle für Betriebsstörungen. Auch muß die Beschaffung und Überwachung der Druckluftanlage in Kauf genommen werden. Diese Nachteile werden nur wenig gemildert, wenn man gemäß einer Ausführung der Siemens-Schuckertwerke das im Motorinnern sich ansammelnde Wasser durch einen über Tage aufgestellten Druckluftkompressor, der mittels eines Schwimmerkontaktes eingeschaltet wird, oder durch eine in den Motor eingebaute Hilfspumpe entfernt, da dieser Schutz im Fall des Ausbleibens des elektrischen Stromes oder bei stillstehender Pumpe unrisikofähig wird<sup>3</sup>.

Man beseitigt nun die Abhängigkeit von irgendwelchen Hilfsorganen dadurch, daß man in den Spalt zwischen Läufer und Ständer einen Zylinder aus dünnem Blech hoher Festigkeit schiebt, so daß die Statorwicklung allseitig gegen die Außenflüssigkeit abgeschlossen ist (Abb. 285). Der Anker läuft in der Förderflüssigkeit, was bei den allein in Frage kommenden Drehstrom-Kurzschluß-Motoren ohne weiteres zulässig ist. Der elektrische Schutz ist jetzt beinahe ein absoluter. Man muß nur verhindern, daß Ablagerungen in den Spalt gelangen, was am einfachsten durch Auffüllen des Motors mit reinem Wasser vor dem Versenken in Verbindung mit einer einfachen Abdichtung ( $B$  und  $B_1$  in Abb. 285) oder einem engen Filter geschieht. Der Wirkungsgrad wird aber erheblich verschlechtert, einmal durch die Reibung des Läufers in der Flüssigkeit, sodann durch die elektrischen Verluste in dem Schutzzyylinder, der deshalb aus elektromagnetisch geeignetem Material und mit möglichst dünner Wandstärke (0,1 bis 0,3 mm) auszuführen ist. Bei der in Abb. 285 dargestellten Pumpe dieser Art befindet sich der Tauchmotor

<sup>1</sup> Plenger: Die Entwicklung der Unterwasserpumpen. Pumpen- u. Brunnenbau, Bohrtechn. 1930, Nr. 13.

<sup>2</sup> Sauveur: Unterwasserpumpen. Z. VDI Bd. 72 (1928) Nr. 13 S. 441; Bd. 74 (1930) Nr. 17 S. 530.

<sup>3</sup> Das gleiche gilt von der in Z. VDI Bd. 75 (1931) S. 225 beschriebenen „Wernert-Tauchpumpe“, bei der unter dem Motor ein geräumiger Hohlraum zur Aufnahme des eindringenden Wassers in Verbindung mit einer auf der Welle sitzenden Belüftungspumpe vorgesehen ist und das Förderwasser das Motorgehäuse umfließt.



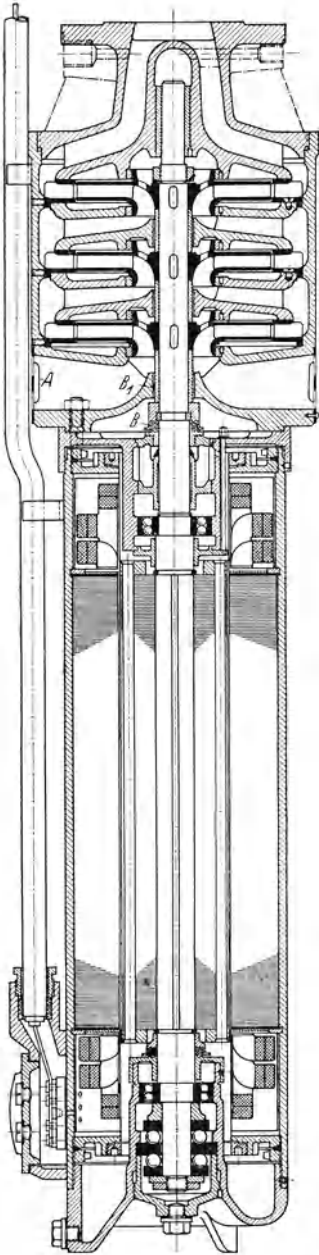


Abb. 285. Unterwasserpumpe (Klein, Schanzlin & Becker). Der unterhalb sitzende Tauchmotor (Garvens, Wien) besitzt eine Schutzhülse zwischen Läufer und Ständer.

unterhalb der Pumpe, um die Druckleitung nicht an dem Motorgehäuse vorbeiführen zu müssen. Die Ansaugstelle *A* liegt also über dem Motor. Bemerkenswert ist die Verwendung von nicht rostenden Kugellagern in vollständig abgeschlossenen Fettkammern, die durch eine Vorkammer und Sandglocke (*B*) gegen Verunreinigung geschützt sind. Die für ein reichlich weites Bohrloch bemessene Pumpe ist als „Gehäusetype“ gebaut.

Eine andere Möglichkeit, den Stator gegen das Wasser widerstandsfähig zu machen, besteht in der Anwendung des Niederspannungsmotors. Hierbei wird in einem über Tage aufgestellten oder besser mit der Pumpe zusammengebauten Transformator die Spannung auf einen solchen Wert herabgesetzt, bei dem eine einfache Imprägnierung der Wicklungen für die Isolation und den chemischen Angriff durch das Förderwasser genügt. Man kann dann die Schutzhülse und die damit verknüpften elektrischen Verluste vermeiden, muß aber den Transformator mit seinen Verlusten, seiner Raumbespruchung und seinen Eigenheiten in Kauf nehmen.

Wenn sonach die Entwicklung der Unterwasserpumpen noch nicht abgeschlossen ist, so scheint doch die Bauform mit Schutzhülse zwischen Läufer und Ständer sich für kleine Leistungen und für kleine Durchmesser durchzusetzen, während bei größeren Leistungen die erhebliche Verbesserung des Wirkungsgrades, die die Verwendung des Gasüberdrucks im Motorraum mit sich bringt, zur bevorzugten Anwendung dieser Überdruckpumpen zu führen scheint.

Bei engen Bohrlöchern, also kleinem Motordurchmesser, muß man die größtmögliche Drehzahl, also 3000, anwenden, um die verlangte Leistung zu verwirklichen. Aber auch hierbei stellt sich wegen der nötig werdenden Länge des Motors eine Leistungsgrenze ein, weil der Spalt zwischen Läufer und Ständer gefährdet ist. Für die Pumpe sind die hohen Drehzahlen wegen der Lager besonders bei sandhaltigem Wasser nicht erwünscht. Berücksichtigt man noch den hohen Preis und die geringere Betriebssicherheit des Unterwassermotors, so ergibt sich bei stationären Anlagen im allgemeinen erst mit Überschreitung einer Einbautiefe von 25 bis 30 m eine bessere Wirtschaftlichkeit als bei den „Wellenpumpen“ mit dem über Tage sitzenden normalen und leicht

zugänglichen Motor. In beiden Fällen muß aber mit der Möglichkeit gerechnet werden, daß die Einhängeleitung besonders beim Anfahren leicht in Schwingungen gerät.

Eine andere Bauart, die für die Entwässerung schwer zugänglicher Wasserspiegel geeignet ist, stellt die „Hydrokreiselpumpe“ dar, die gemäß Abb. 286 aus einer ein- oder mehrstufigen Wasserturbine und einer Kreiselpumpe besteht. Turbine und Pumpe sind in einem gemeinsamen Gehäuse auf gemeinsamer, kurzer Welle untergebracht. Das zum Betrieb der Turbine nötige Druckwasser wird durch eine über Tage stehende elektrisch oder mittels Dampf

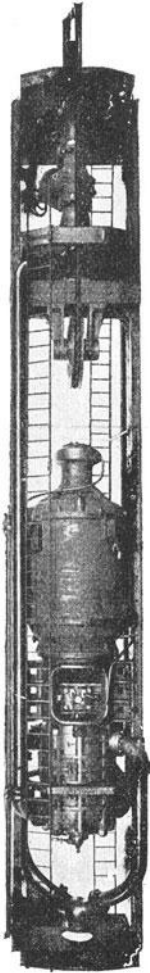


Abb. 287. Fünfstufige Abteufpumpe im Hängerahmen für  $6 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $380 \text{ m}$  bei  $1480 \text{ U}/\text{min}$ , gebaut von Ehrhardt & Schmer AG.

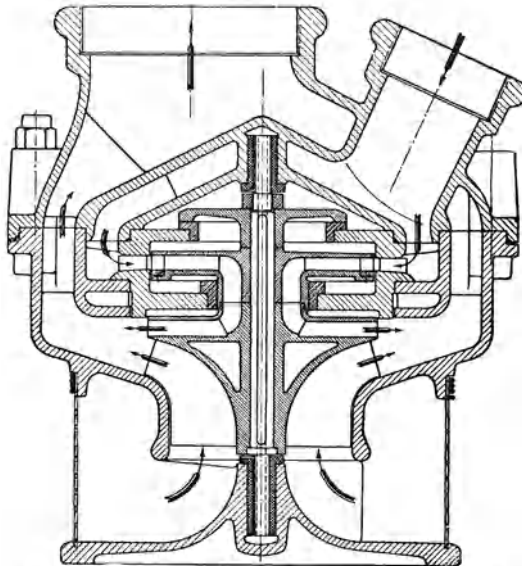


Abb. 286. Hydrokreiselpumpe von Borsig-Hall. Antrieb der einstufigen Pumpe durch eine mehrstufige Wasserturbine.



Abb. 287a. Fünfstufige Abteufpumpe im Hängerahmen von C. H. Jaeger & Co.

angetriebene Kreiselpumpe erzeugt und durch das enge Rohr der Wasserturbine zugeführt, von wo es zusammen mit dem Förderwasser nach oben fließt. Die Anordnung erspart die Verbindungswelle, hat aber einen hohen Leistungsbedarf.

Zum Trockenlegen von Schächten verwendet man die Senkpumpe. Es ist dies eine Kreiselpumpe im Hängerahmen (Abb. 287 und 287a), so daß sie mittels eines Seils in

den Schacht beliebig weit herabgelassen und als Abteufpumpe für Bergwerke verwendet werden kann. Damit die Pumpe gerade hängt, muß für Ausgleich der Gewichte Sorge getragen werden,

weshalb die Rohrleitungen innerhalb des Rahmens doppelseitig angeordnet sind.

Die durch Abb. 287 wiedergegebene Senkpumpe besitzt umgekehrte Stützenanordnung. Der dadurch bedingte Luftsack wird in Kauf genommen, weil der Achsschubausgleich erleichtert wird (vgl. Abschn. 101a). Dieser erfolgt mittels Löchern in der Radnabe und eines zweiten Dichtungsspaltes. Der verbleibende Achsdruck wird durch ein Einscheibendrucklager (Segmentlager) der in Abschn. 104 behandelten Art aufgenommen.

### 112. Pumpen höherer Schnellläufigkeit.

Da die antreibenden Maschinen, insbesondere die Dampfturbine, ebenso bis zu einer gewissen Grenze der Elektromotor, sich hinsichtlich

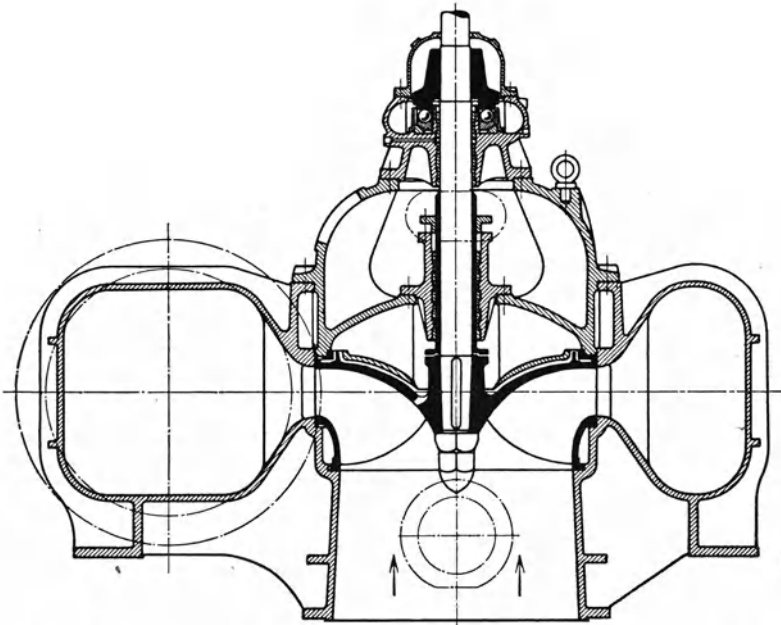


Abb. 288. Dockpumpe für 3 m<sup>3</sup>/s auf 7 m bei 290 U/min der Amag-Hilpert, Nürnberg.

ihres Wirkungsgrades, ihres Platzbedarfs und ihres Anschaffungspreises um so günstiger verhalten, je größer ihre Drehzahl ist, so sucht man auch die Kreiselpumpe diesem Bedürfnis gesteigerter Schnellläufigkeit anzupassen.

Ein in den Abschn. 84 bis 92 eingehend behandelter Weg der Steigerung der Drehzahl besteht im Übergang von der zylindrischen Schaufel auf die doppelt gekrümmte Schaufel mit annähernd axialem Einlauf, weil dadurch der Raddurchmesser erheblich verkleinert werden kann.



Verwaltungsgebäude des Werkes Heidenheim

Abb. 288 zeigt eine einseitig beaufschlagte Dockpumpe. Der Motor ist wie bei den Brunnenpumpen durch eine Zwischenwelle mit der Pumpe verbunden. Ein besonderes Leitrad ist nicht vorhanden, sondern nur einzelne leitschaufelähnliche Rippen zur Verstärkung des Gehäuses. Über dem Laufrad befindet sich ein doppelter Gehäuseboden mit Querrippen, durch den der Saugdruck in die Nähe des Umfangs übertragen werden soll, um den Achsdruck zu verkleinern. Den gleichen Zweck erreicht man vollkommener durch die S. 348 besprochene Anordnung nach Abb. 233a. Das als Kugellager ausgebildete Traglager läuft vollständig unter Öl.

Bei der Sulzerschen Konstruktion nach Abb. 289 ist Schrägstellung der Auslaßkante in Verbindung mit doppelseitigem Einlauf vorhanden.

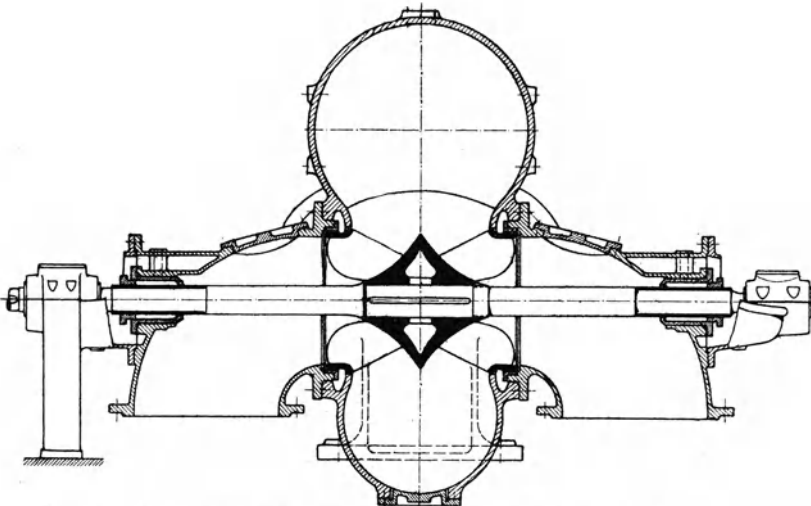


Abb. 289. Rasch laufende Niederdruckpumpe von Gebr. Sulzer, Winterthur.

Die Einlaufkanäle sind wegen der großen Wassermenge mit einer sanften Krümmung ausgebildet und damit die lange, starke Welle in Kauf genommen (vgl. S. 372). Die Kennlinien der Pumpe sind für verschiedene Drehzahlen in Abb. 290 angegeben, an denen die mit zunehmender Wassermenge abfallende Form der Drosselkurven und der Kurven des Kraftbedarfs, die auch für Axialpumpen kennzeichnend ist (vgl. S. 325), bereits auftritt. Die spezifische Drehzahl beträgt nach Gl. (2) S. 258  $n_s = 420$ .

Pumpen mit Lawaczek-Schaufeln, deren theoretische Grundlagen in Abschn. 87 behandelt sind, werden von der Firma Weise Söhne als Type „Myria“ gemäß Abb. 291 hergestellt. Die Leistungsverhältnisse sind aus Abb. 291a zu ersehen. Die spezifische Drehzahl errechnet sich zu  $n_s = 450$ , was in Anbetracht des einseitigen Einlaufs als recht beträchtlich anzusehen ist. Die Drosselkurven zeigen auch hier schon den stark abfallenden Verlauf. Auffallend ist die Verwendung des glatten Leittrings in dem als Rotationskörper ausgebildeten Gehäuse.

Der Ringraum ist möglichst nahe an die Achse herangezogen, um zu große Querschnitte zu vermeiden, weil die Geschwindigkeit gemäß dem Flächensatz nach innen wächst. Denn der Drall am Laufradaustritt  $r_2 c_{3u} = g H_{th} / \omega$  ist bei diesen Schnellläufern verhältnismäßig klein.

Ähnliche Pumpen werden auch von den anderen Firmen gebaut und als Schraubenpumpen bezeichnet, wobei dann die Austritts-

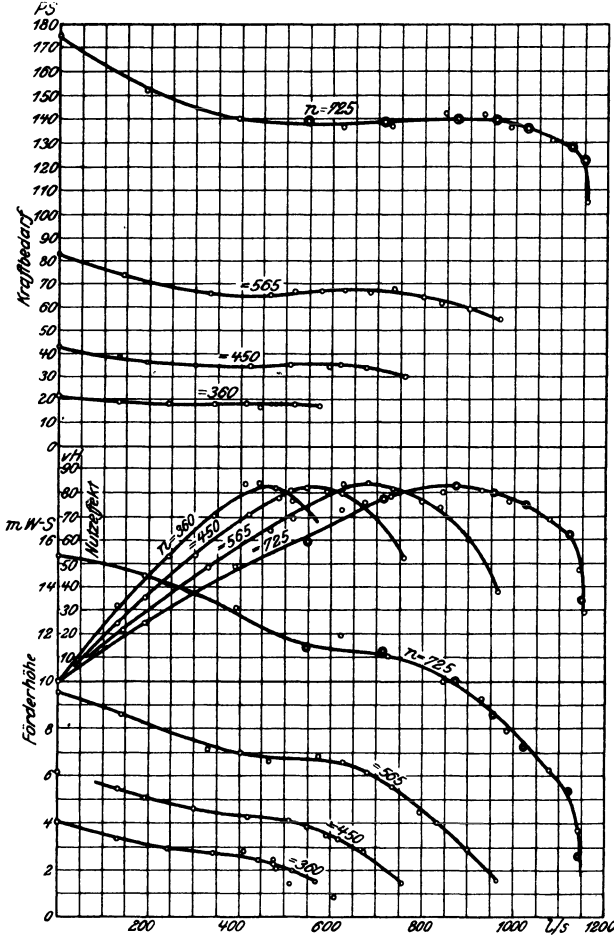


Abb. 290. Kennlinien der Pumpe nach Abb. 289.

kante der Schaufel im Meridianschnitt häufig schräg zur Achse gelegt und nach Abschn. 92 mit einem längs der Austrittskante sich ändernden Winkel  $\beta_2$  versehen ist. Die Schaufelformen sind je nach den Betriebsverhältnissen verschieden. Das in Abb. 292 gezeigte Rad dürfte wegen seiner großen tragenden Schaufelfläche für größere Förderhöhen von mehr als 12 m bzw. große Saughöhen am Platze sein und der

Abb. 197 oder 291 entsprechen. Dagegen ist das Rad der Abb. 293 wegen der geringen Zahl verhältnismäßig kurzer Schaufeln als ausgesprochener Schnellläufer zu betrachten, der in seinen Eigenschaften

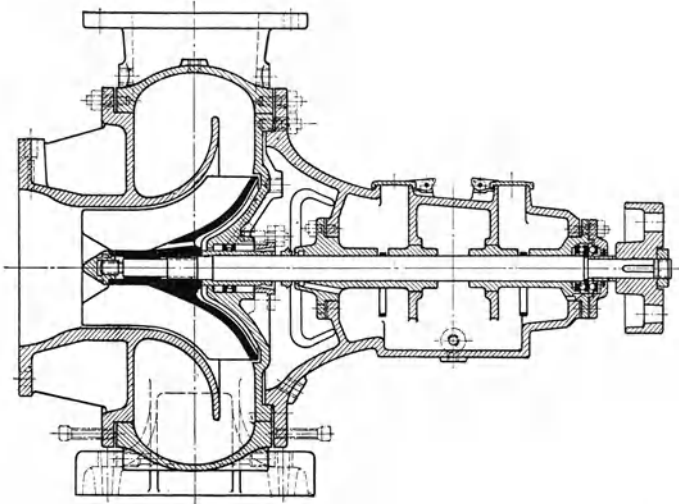


Abb. 291. Niederdruckpumpe Type Myria mit Lawaczek-Schauflung von Weise Söhne.

dem konischen Propeller (Abb. 200) nahekommt. Diese Räder haben aber gegenüber dem axialen Propeller immer noch den Vorteil, daß der Kraftbedarf mit abnehmender Last nicht ständig wächst<sup>1</sup>. Die Förderschneckenform der Räder Abb. 292 verleiht diesen langsam laufenden Typen auch unter gewissen Umständen (S. 447) Selbstaufgefähigkeit, besonders wenn die Schaufellänge auf Kosten der Schaufelzahl noch vergrößert wird. Sind hierbei die Laufkanäle genügend weit gehalten, also wenig Schaufeln verwandt, so ist die Pumpe als Schlamm- oder zur Förderung breiiger Flüssigkeiten (Papierstoff) geeignet, bei zwei Schaufeln auch für sehr grobe Verunreinigungen (Rübenschnitzel). Die Firma Weise Söhne versieht das Rad deshalb an seiner Außenwand mit sog. Rückschaufeln (Abb. 291), die die Unreinigkeiten von der Stopfbüchse fernhalten.

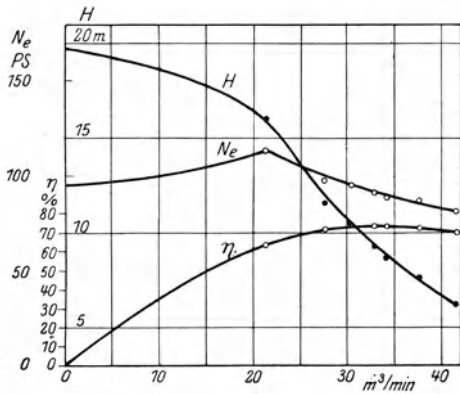


Abb. 291a. Kennlinien der Pumpe nach Abb. 291.

<sup>1</sup> Vgl. auch Z. VDI Bd. 73 (1929) S. 186 Abb. 23.

Bei großen Wassermengen, wie sie beispielsweise in Schöpfwerken vorliegen, würde die radiale Abführung des Wassers vom Laufrad zu große Spiralquer-

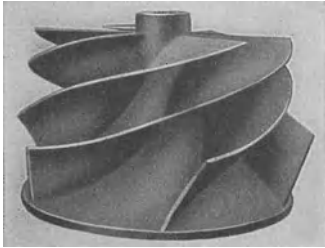


Abb. 292. Halbaxiales Kreisrad (Borsig-Hall).

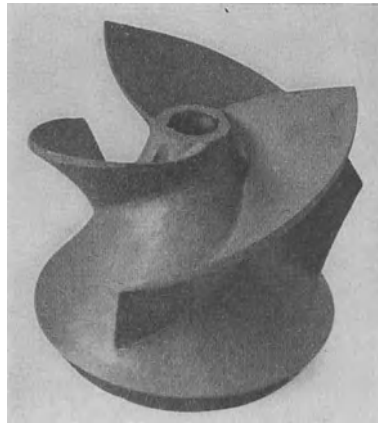


Abb. 293. Halbaxiales Schraubenrad (Sulzer).

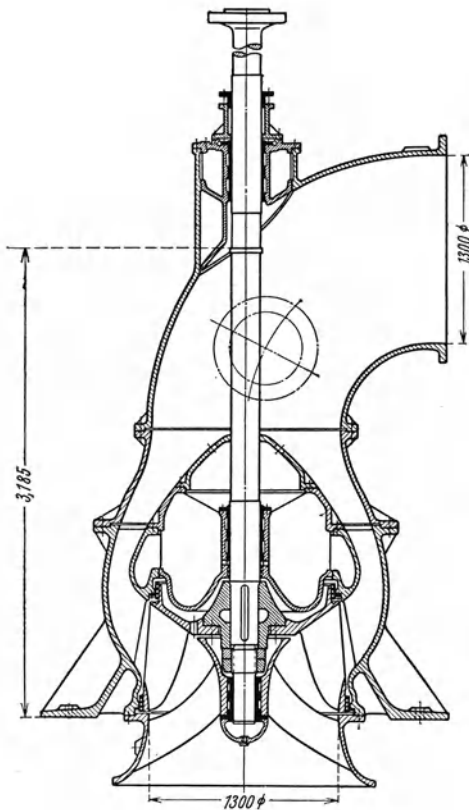


Abb. 294. Stehende Schöpfwerkspumpe mit halbaxialem Lauf- und axialem Leitrad (Bestenbostel & Sohn, Bremen).

schnitte und damit zu teure Ausführungen ergeben, zudem hier die Förderhöhe meist klein ist. Man greift deshalb zur axialen Leitvorrichtung und kommt damit von selbst zum Konuslaufrad in ähnlicher Anordnung, wie in Abschn. 91a, 92 und bei den Bohrlochpumpen besprochen worden ist. Abb. 294 zeigt eine stehende Pumpe dieser Art, die für eine Schleuse am Wesel-Datteln-Kanal bestimmt ist und  $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$  auf 10 bis 12 m bei 235 U/min leistet. Die Ausbildung von Lauf- und Leitrad entspricht vollkommen dem in Abschn. 91a behandelten Zahlenbeispiel, nur daß hier eine geringere Schnelligkeit vorliegt<sup>1</sup>. Bemerkenswert ist, daß die Nabe an das Laufrad angeschraubt ist, um die Schaufeln von Gußspannungen zu entlasten. Die Ausführung mit waag-

<sup>1</sup> Vgl. auch Z. VDI Bd. 74 (1930) S. 1228.



rechter Welle ist in Abb. 295 wiedergegeben, wobei das Gehäuse in der waagrechten Mittelebene geteilt ist. Die zugehörigen Kennlinien sind aus Abb. 295a zu ersehen.

Im allgemeinen wird man bei Förderhöhen unter 8 bis 10 m in Verbindung mit großen Wassermengen eine größere Schnellläufigkeit

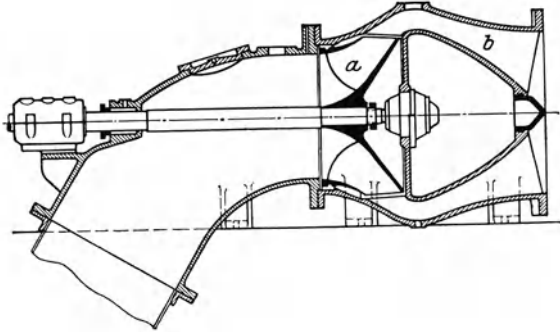


Abb. 295. Liegende Schöpfwerkspumpe (Maffei-Schwartzkopff-Werke).

zu verwirklichen suchen, als bei den vorstehenden Pumpenarten möglich ist, da hierdurch die Anlage verbilligt und der Wirkungsgrad des Antriebs verbessert wird. Hier gestattet das axiale Rad die größte Steigerungsfähigkeit. Eine Übergangsform ist die in Abb. 296 bis 298 dargestellte

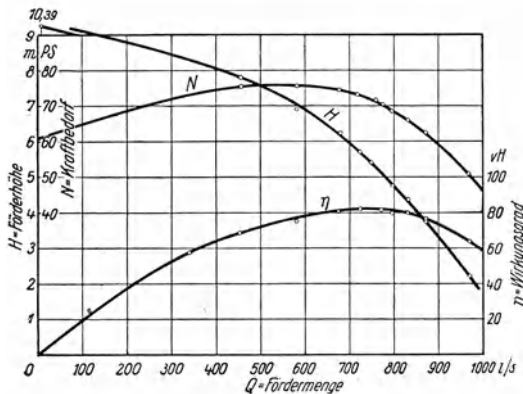


Abb. 295a. Kennlinien der Pumpe, Abb. 295.

Schraubenpumpe von Gebr. Stork, die mit waagrechter Welle angeordnet ist und die beträchtliche Wassermenge von  $950 \text{ m}^3/\text{min}$  auf 0,8 bis 1,3 m bei 53 U/min entsprechend einer spezifischen Drehzahl  $n = 770$  fördert. Die Wasserführung im Rad ist noch etwas konisch, ähnlich wie bei den vorher besprochenen Pumpen. Die Formgebung der Leit- und Laufschaufeln, die Abb. 298 nach einem Zylinderschnitt zeigt, läßt die große Schaufelzahl erkennen, die den Wirkungsgrad verschlechtert und eine gesteigerte Schnellläufigkeit wegen der Reibung an der großen

Schaufelfläche unmöglich macht. Die Firma Stork verwendet deshalb heute die im Abschn. 91a besprochene Bauart. Meist zieht man in solchen Fällen den in Abschn. 94 bis 96 eingehend behandelten Propeller vor. Abb. 299 gibt schematisch eine Propellerpumpe wieder<sup>1</sup>, die bemerkenswert ist einmal wegen der in den Krümmer eingebauten (auch in

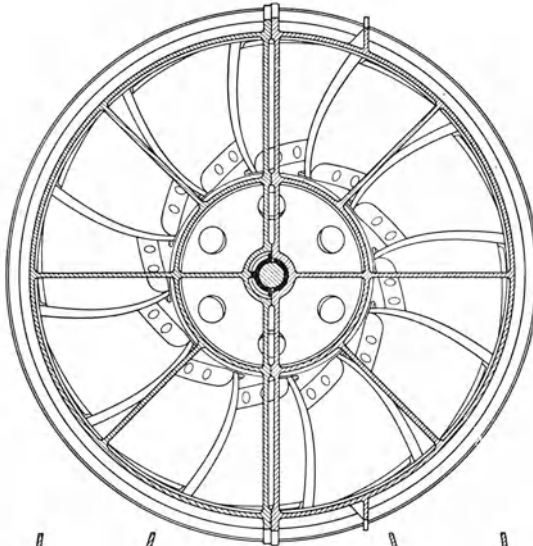


Abb. 297.

Abb. 296 bis 298. Axialpumpe für 950 m<sup>3</sup>/min auf 0,8 bis 1,3 m bei 53 U/min, gebaut als Entwässerungspumpe von Gebr. Stork & Co., Hengelo.

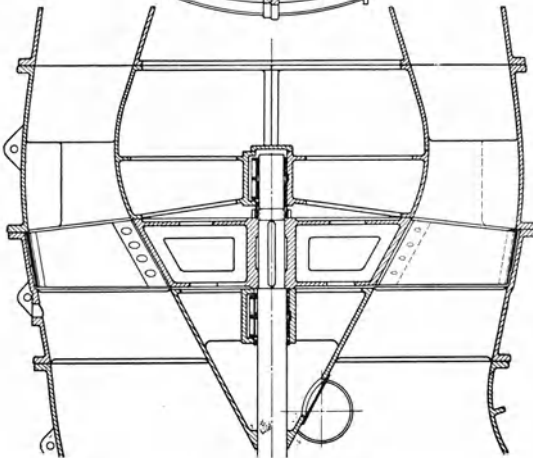


Abb. 296.



Abb. 298.

Deutschland verwendeten) Führungsschaufel (S. 37), sodann insbesondere wegen des im Saugraum angeordneten Führungskörpers C, der das Einsaugen von Wirbelfäden in das Laufrad, also unruhigen Gang erschwert. Solche Wirbelfäden können sich in der Achse des Saugrohrs (nach S. 246) bilden, wenn das zulaufende Wasser aus irgend-

<sup>1</sup> Entnommen aus Power, January 13, 1931 S. 62.

einem Grunde, z. B. infolge fehlender Symmetrie des Einlaufbeckens, in Rotation gerät. Bei der großen Weite des Saugrohrs erhält der Drall leicht den Wert, der zur Schlauchbildung und damit zur Kavitation nötig ist.

Hohe Schnellläufigkeit kann auch durch Mehrstromanordnung erzielt werden. Die spezifische Drehzahl wächst dann nach Gl. (2) Abschnitt 81 mit der Wurzel aus der Zahl der Teilströme.

In Abb. 300 ist eine Mehrstrompumpe der AEG mit zwei Doppelrädern gezeichnet, die einerseits mit der Dampfturbine, andererseits mit der vereinigten Luft- und Kondensatpumpe gekuppelt ist. Das in Abb. 301 bis 302a vollständig dargestellte Gehäuse besitzt einen spiralförmigen Auslauf und ist in der Mittelebene geteilt, weil der Ausbau nur in vertikaler Richtung möglich ist. Ein Leitapparat ist aus den S. 168 angegebenen Gründen nicht nötig. Die Stützung auf dem Fundament geschieht durch Lagerflanschen. Hervorzuheben ist die leichte Zugänglichkeit des Pumpeninnern durch Schaulöcher. Die Laufräder sind der leichteren Herstellbarkeit halber in der Mittelebene senkrecht zur Achse geteilt.

Will man die Mehrstrombauart für größere Förderhöhen und Leistungen verwenden, wie sie in Wasserversorgungsanlagen für Gemeinden vorliegen, so sind Leitschaufeln meist günstiger als das Spiralgehäuse. Man erhält damit die typische Form der mit der Dampfturbine unmittelbar gekuppelten Wasserwerkspumpe, entsprechend der Anlage Abb. 313. Abb. 303 und 303a zeigen eine solche Pumpe mit zwei Rädern, welche  $55 \text{ m}^3/\text{min}$  auf 30 m bei 730 U/min liefert und ein einteiliges Spiralgehäuse mit verlängerten, der Versteifung dienenden Leitschaufeln besitzt<sup>1</sup>.

Nach S. 245 besitzt aber die Mehrstrompumpe eine hohe Kavitationsempfindlichkeit infolge der scharfen Richtungsänderung um  $180^\circ$  vor dem Radeinlauf, die unvermeidlich ist, wenn man keine zu langen Wellen in Kauf

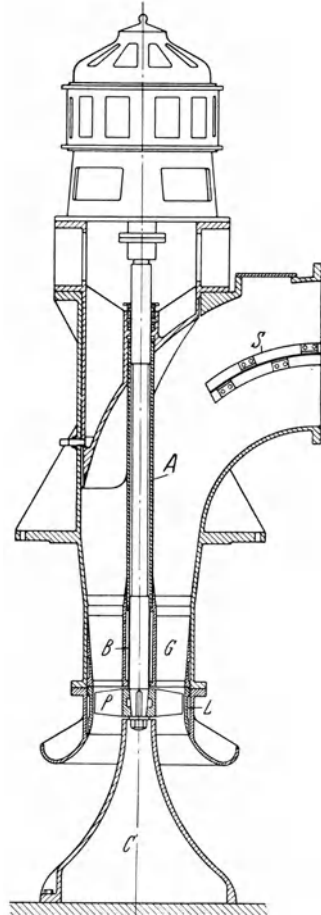


Abb. 299. Propellerpumpe (Westinghouse Elec. & Mfg.-Co.).  
*A* = Schutzrohr, *B* = wassergeschmiertes Gummilager, *C* = Führungskörper am Einlauf, *G* = Leitrad, *L* = Einsatzbüchse aus Bronze, *S* = Führungsschaufel.

<sup>1</sup> Vgl. Z. ges. Turbinenwes. 1912 S. 225. Andere Ausführungen dieser Art sind beschrieben von Brumann in Z. VDI 1913 S. 1858 oder Z. ges. Turbinenwesen 1914 S. 309, ferner von Schröter: Z. ges. Turbinenwes. 1912 S. 199, 222, 234.

nehmen will. Dies ist auch der Grund, warum heute zwischen den raschlaufenden Motor und die Pumpe in der Regel ein Rädergetriebe zur Herabsetzung der Pumpendrehzahl auf ein solches Maß geschaltet wird, daß die Einstrombauart (Abb. 272) oder die Anwendung eines

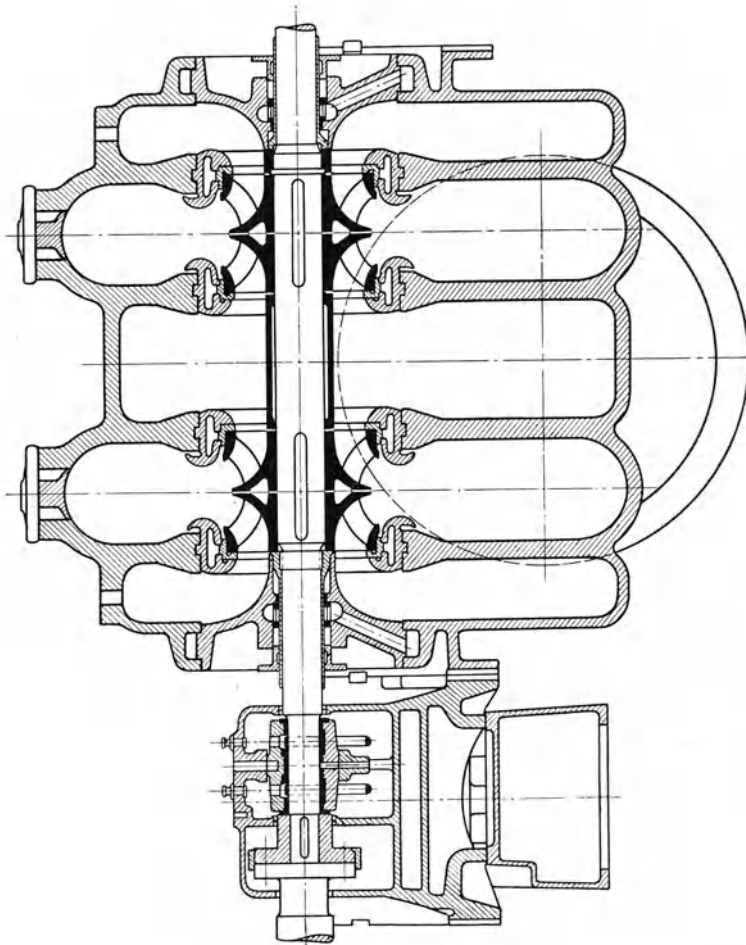


Abb. 300. Kühlwasserpumpe der AEG in Mehrstromanordnung.

Doppelrades (Abb. 258, 314) möglich wird. Hierdurch hat die Mehrstrompumpe in den letzten Jahren erheblich an Bedeutung verloren.

Den Gegensatz zu diesen Schnellläufern bilden die ausgesprochenen Langsamläufer. Es sind dies die Pumpen mit partieller Beaufschlagung des Rades, wobei das gleiche Rad auch mehrmals hintereinander beaufschlagt sein kann. Da diese Bauarten aber mit Vorteil durch die Kolbenpumpe ersetzt werden und nur sehr geringe Bedeutung haben, wird nicht näher darauf eingegangen.

113. Sonderbauarten.

a) **Schaltbare Pumpen.** Wie vielseitig die Verwendbarkeit der Kreiselpumpe ist, geht aus ihrer Anpassungsfähigkeit an die verschiedensten Sonderzwecke hervor. Der Eigenschaft der Kreiselpumpe, daß sie bei

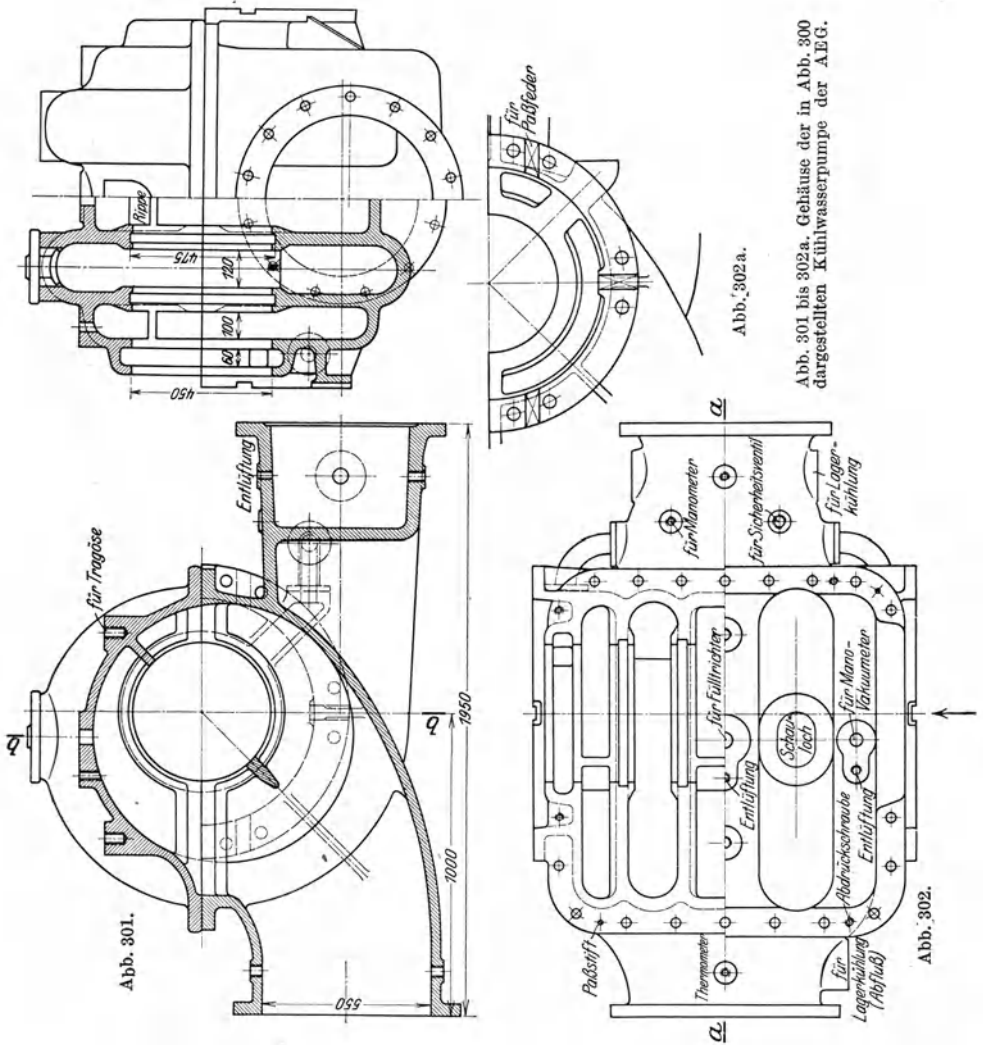


Abb. 301 bis 302a. Gehäuse der in Abb. 300 dargestellten Kühlwasserpumpe der A.E.G.

bestimmter Drehzahl nur eine beschränkte Änderung der Förderhöhe gestattet, wird durch Wechsel in der Schaltung der einzelnen Stufen Rechnung getragen. Diese Umschaltbarkeit ist vor allem im Feuerlöschwesen zweckmäßig. Abb. 304, 305 stellen eine schaltbare Pumpe von Gebr. Stork mit sehr weitgehender Anpassungsfähigkeit dar, da sämtliche Stufen einzeln oder in Gruppen parallel oder hintereinander

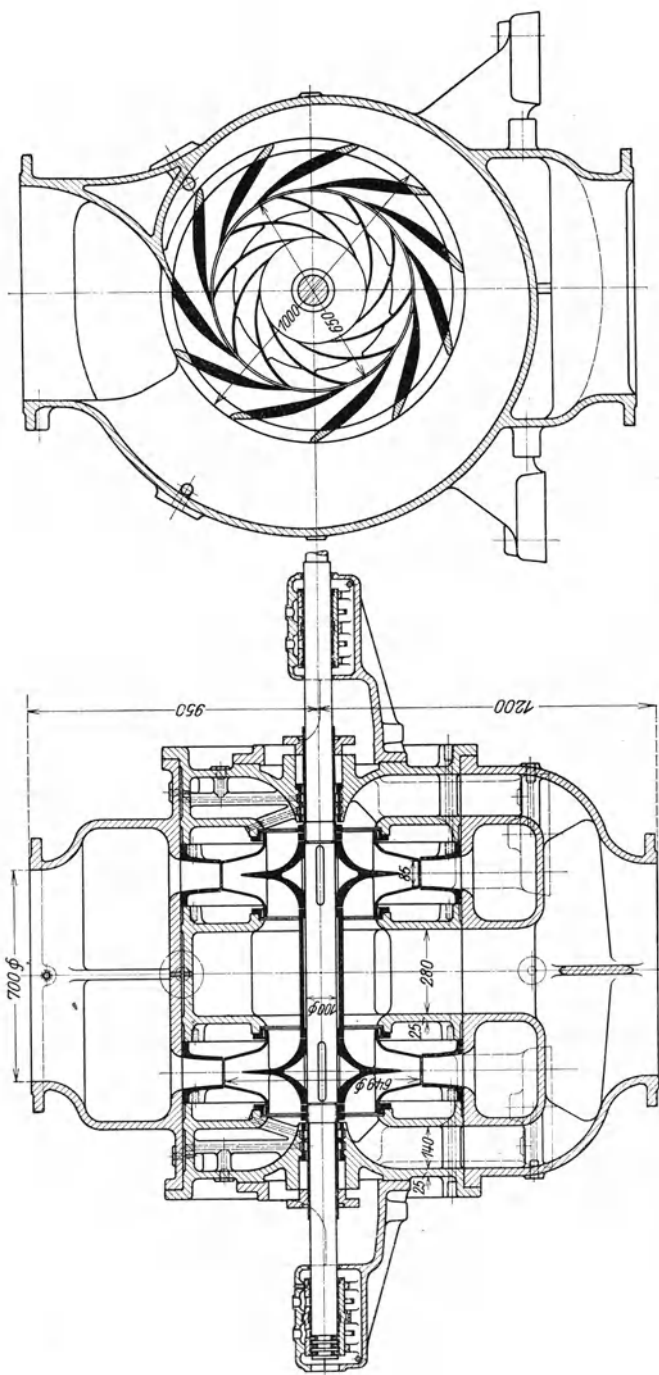


Abb. 303. Leitradpumpe mit Mehrstromanordnung von C. H. Jaeger & Co. für 55 m<sup>3</sup>/min auf 30 m bei 730 U/min.

Abb. 303a.

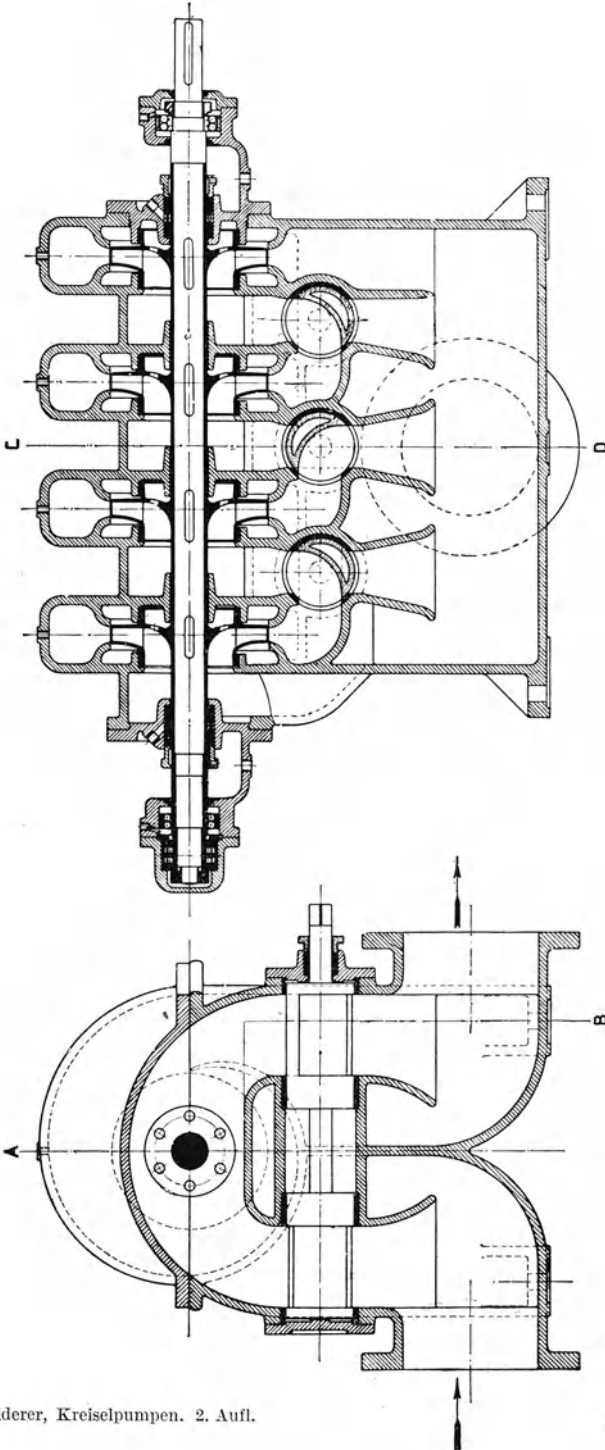


Abb. 304. In den einzelnen Stufen schaltbare Pumpen von Gebr. Stork-Hengelo.  
Abb. 305.

geschaltet werden können. Ist die Wassermenge eines Laufrades gleich  $Q$ , seine Förderhöhe gleich  $h$ , so erhält man mit einer 6stufigen Pumpe folgende Leistungsverhältnisse:

a) bei Hintereinanderschaltung sämtlicher Räder die Wassermenge  $Q$  und die Förderhöhe  $6h$ ;

b) bei zwei Gruppen zu je drei hintereinander geschalteten Rädern die Wassermenge  $2Q$  und die Förderhöhe  $3h$ ;

c) bei drei Gruppen zu je zwei hintereinander geschalteten Rädern die Wassermenge  $3Q$  und die Förderhöhe  $2h$ ;

d) bei Parallelschaltung sämtlicher Räder die Wassermenge  $6Q$  und die Förderhöhe  $h$ .

**b) Schmutzwasserpumpen.** Bei der Förderung von Schmutzwasser muß dafür gesorgt werden, daß den im Wasser vorhandenen größeren Fremdkörpern möglichst wenig Gelegenheit gegeben wird, sich in der Pumpe festzusetzen. Deshalb müssen die Querschnitte für den Wasserstrom möglichst groß, die

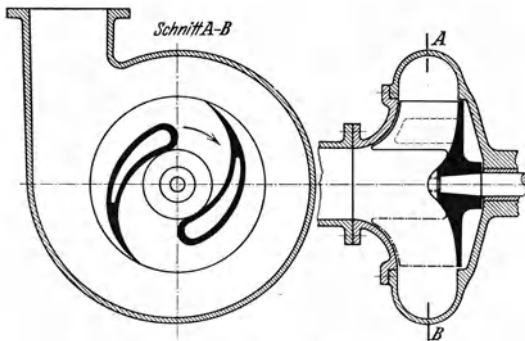


Abb. 306. Schmutzwasserpumpe.

Schaufelzahl also klein sein. Aus dem gleichen Grunde kommen Leitschaufeln nicht in Frage. Ebenso sind Mehrstufen- und Mehrstromanordnung möglichst zu vermeiden. Die Welle sollte mit dem Fördergut überhaupt nicht in Berührung kommen, weil sie entweder leicht verschlissen oder von faserigen Bestandteilen umwickelt wird. Deshalb wird auch das fliegende, einseitig beaufschlagte Rad bevorzugt. Läßt sich der doppelseitige Einlauf oder die doppelseitige Lagerung nicht vermeiden, so empfiehlt es sich, die Welle durch ein übergestecktes nicht an der Drehung teilnehmendes Rohr zu schützen.

Eine weitere wichtige Bedingung ist die leichte Zugänglichkeit aller Innenteile. Deshalb sind schnell bedienbare Reinigungsöffnungen vorzusehen.

Hinsichtlich des Schaufelanfangs ist die Beschaffenheit der Flüssigkeit insofern wichtig, als stumpfe Schaufeln sich weniger leicht abnutzen und also immer am Platze sind, wenn die Beimengungen eine starke mechanische oder chemische Einwirkung ausüben<sup>1</sup>. Bei der Förderung fadenförmiger Stoffe wird dicht vor die spitzen Schaufeln häufig ein scharfkantiger Abstreifer angebaut, an dem die hängenbleibenden Fäden zerschnitten werden. Im folgenden sollen nur die Bauformen behandelt werden, die von den normalen Pumpen weitgehend abweichen.

<sup>1</sup> Vgl. auch Z. VDI 1922 S. 350 Abb. 4 und 5; ferner Engineer 1924 S. 678; Prakt. Masch.-Konstr. 1926 S. 150ff.



Abb. 306 zeigt eine Abwasserpumpe mit zwei vorn stark verdickten und abgerundeten Schaufeln am offenen Rad im konzentrischen Gehäuse. Eine noch größere Sicherheit gegen das Hängenbleiben von Schnüren u. dgl. bietet die Vereinigung der beiden Schaufelkanäle zu

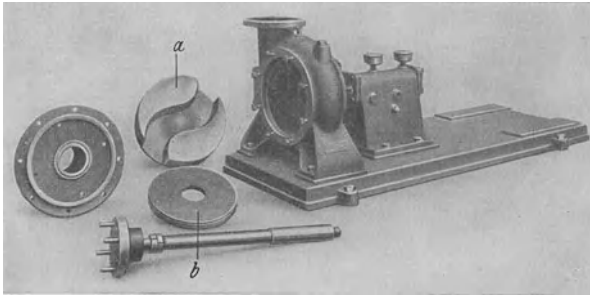


Abb. 307. Dickstoffkreiselpumpe (Masch.-F. Oddesse G. m. b. H., Oschersleben).

einem S-förmigen Kanal, wie das Laufrad *a* in Abb. 307 einer geöffneten Pumpe zeigt. Auf beiden Seiten des Laufrads sind Futterwände *b* eingesetzt, welche den Verschleiß vom Gehäuse fernzuhalten haben. Diese Maßnahme empfiehlt sich nur bei Förderflüssigkeiten,

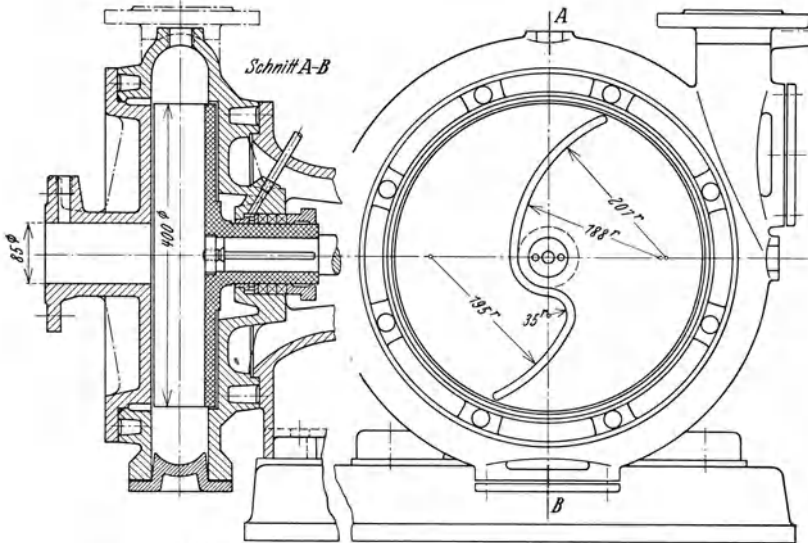


Abb. 308.

Abb. 308a.

Abb. 308 und 308a, Schmutzwasserpumpe (Borsig-Hall, Type „Relut“)

die eine starke mechanische Abnutzung verursachen, also beispielsweise bei Förderung von Asche, Schlacke, Sand, Kies usw.<sup>1</sup>. Der Stopfbüchse

<sup>1</sup> Literatur über Baggerpumpen vgl. Z. VDI 1906 S. 1972; 1908 S. 2004; 1913 S. 1854.

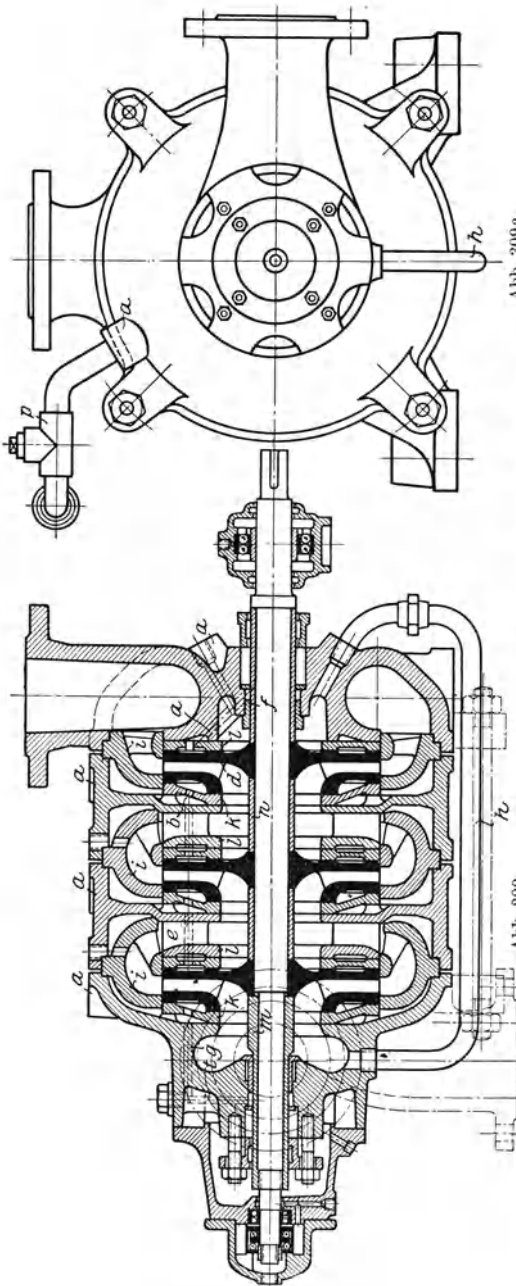


Abb. 309a.

Abb. 309 und 309a. Mehrstufige Kreiselpumpe für Aschenmehltrübe der Maschinenfabrik Andritz.

kann reines Wasser als Sperrflüssigkeit zugesetzt werden, sofern dies die örtlichen Verhältnisse zulassen.

Für sehr groben Schmutz verwendet die Firma Borsig-Hall die in Abb. 308, 308a angegebene Anordnung, bei der die S-förmige offene Schaufel kennzeichnend ist. Der in Abb. 308a eingestrichelte, die Schaufel berührende Kreis stellt die Öffnung des Saugstutzens dar, so daß also ein Hängenbleiben von Schmutzbestandteilen an der Schaufel ausgeschlossen ist.

Bei dickflüssigen Fördermitteln, z. B. Öl, Teer, Zuckersaft ist infolge der mit der hohen Zähigkeit verbundenen größeren Reibung die erreichbare Förderhöhe erheblich kleiner als bei Wasser<sup>1</sup>.

Die Maschinenfabrik Andritz<sup>2</sup> baut mehrstufige Pumpen nach Abb. 309, 309a zum Fördern von Aschenmehltrübe mit einem

Mischungsverhältnis zwischen zerkleinerter Schlacke und Asche zu Wasser im Verhältnis 1:15. Auch hier sind Verschleißwände aus be-

<sup>1</sup> Grün: Das Verhalten von Kreiselpumpen bei Förderung sehr zäher Flüssigkeiten. Fördertechn. 1932 Heft 7/8.

<sup>2</sup> AG. in Andritz (Steiermark). Vgl. Oesch: Z. ges. Turbinenwes. 1915 S. 124.

sonders zähem, hartem Stahl eingesetzt. Die Schleifränder der Kreisel, ebenso wie die Stopfbüchsen, erhalten besondere Wasserspülung. Das Spülwasser tritt bei  $a$  in die durch die Auskleidungen  $i$ ,  $k$  und  $l$  mit der Gehäusewand gebildeten Räume und von hier durch Bohrungen  $g$  bzw.  $f$  nach den Stopfbüchsen, durch Bohrungen  $e$ ,  $b$  nach den Spalträumen. Die Zahl und Abmessungen der Schleifflächen ist möglichst beschränkt. Die Achsschubentlastung ist dadurch angestrebt, daß mittels des Umföhrungsrohrs  $h$  die hintere Seite des letzten Rades mit dem Saugraum verbunden ist. Die dargestellte Pumpe liefert 660 l/min auf 25 m bei 950 U/min.

c) Säurepumpen<sup>1</sup>. Bei Förderung von Säuren handelt es sich darum, alle mit dem Fördermittel in Berührung kommenden Teile ein-

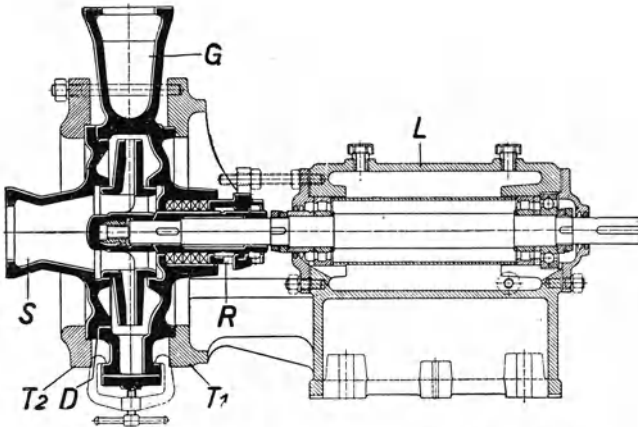


Abb. 310. Thermisilid-Säurepumpe (Amag-Hilpert-Pegnitzhütte).

schließlich Welle mit einem Material zu umkleiden, das nicht angegriffen wird. Hierfür wird beispielsweise Hartblei oder Gummi<sup>2</sup> verwendet. Vielfach wird das Pumpengehäuse einschließlich Laufrad ganz aus dem säurebeständigen Stoff hergestellt. Die Firma Amag-Hilpert baut derartige Pumpen aus einer Eisen-Silizium-Legierung, dem Thermisilid der Firma Krupp (Si-Gehalt bis 18%) gemäß Abb. 310, wobei nur der Lagerbock  $T_1$  und der Gegenflansch  $T_2$  aus Gußeisen hergestellt sind. Die dichtenden Flächen sind metallisch aufgeschliffen und die Stopfbüchse doppelt ausgebildet in der Weise, daß die aus der ersten Packung austretende Säure durch den zwischen beiden Packungen vorhandenen Ablauf  $R$  abgeführt wird. Da die Aufstellung meist so erfolgt, daß die Säure der Pumpe mit etwa 1 m Gefälle zuläuft, so wird die Stopfbüchse ferner von diesem Druck dadurch entlastet, daß die zum Ausgleich des Achsschubs dienenden Öffnungen in der Laufradnabe als Axialschaufeln ausgebildet sind, die auf der rechten Seite des Laufrads einen Unterdruck erzeugen.

<sup>1</sup> Vgl. auch Sulzer-Rundschau 1931 Nr. 4 S. 84 ff.

<sup>2</sup> Gummiwerk Ernst Kniepert, Löbau i. Sa.

Thermisilid ist sehr hart und spröde und nur durch Schleifen auf genaues Maß zu bringen. Deshalb verwenden die meisten Firmen heute vielfach auch die Kruppschen Legierungen V 2 A, V 4 A, V 6 A (Chrom-Nickel-Stähle), die besser zu bearbeiten und ebenfalls säurebeständig sind. Der geeignete Werkstoff muß in jedem einzelnen Fall der Art der Förderflüssigkeit angepaßt werden. Eine andere Säurepumpe ist

die der Rheinhütte G.m.b.H., Biebrich a. Rh.<sup>1</sup>.

Einen besonders hohen Grad von Säurebeständigkeit ermöglicht die Verwendung von Steinzeug, das gegen alle Säuren, ausgenommen Flußsäure, fest ist und mit der beachtlichen Druckfestigkeit von fast 7000 kg/cm<sup>2</sup> hergestellt werden kann<sup>2</sup>. Abb. 311 zeigt eine solche Ausführung der Deutschen Ton- und Steinzeugwerke AG., Berlin-Charlottenburg, wobei sämtliche Innenteile, und zwar auch Welle und Rad, aus Steinzeug bestehen. Das Gehäuse wird durch eine gußeiserne Umkleidung zusammengehalten. An der Rückseite der Laufräder sind (wie in

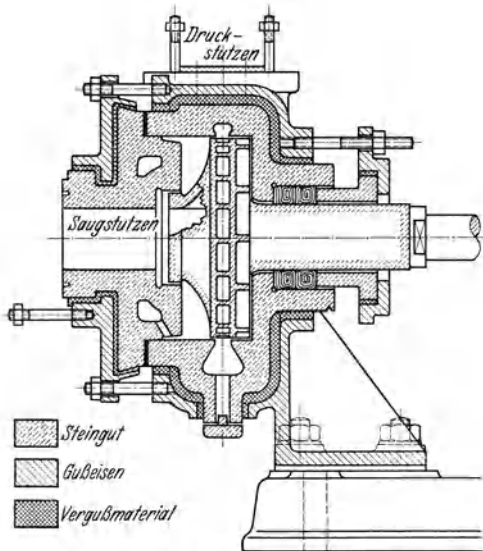


Abb. 311. Säurepumpe aus Steinzeug (Deutsche Ton- und Steinzeugwerke).

Abb. 291) Schaufeln zur Entlastung der Stopfbüchse angebracht, die auch einen stets nach der Lagerseite gerichteten Achsschub hervorrufen.

#### 114. Vergleich zwischen Kreiselpumpe und Kolbenpumpe.

Die Wirkungsgrade guter Kreiselpumpen betragen je nach den Betriebsverhältnissen 65 bis 88 %. Bei der Kolbenpumpe bietet es, wenn man von den kleinen Förderhöhen absieht, keine Schwierigkeit, unter den gleichen Verhältnissen 85 bis 90 % zu erreichen. Trotz des größeren Kraftverbrauchs der Kreiselpumpe gibt es aber zahlreiche Fälle, in denen sie wirtschaftlicher arbeitet als die Kolbenpumpe, und zwar aus folgenden Gründen.

Die gesamten Betriebskosten setzen sich zusammen aus:

1. den Kosten der Antriebskraft, beispielsweise für Strom, Kohlen usw.;
2. den Zinsen und den Tilgungsbeträgen des Anlagekapitals (feste Betriebskosten);
3. den Kosten für Bedienung, Schmiermaterial, Instandhaltung;
4. dem Verlust infolge Produktionsausfalls durch Betriebsstörungen.

<sup>1</sup> Vgl. Z. VDI Bd. 73 (1929) Nr. 6 S. 185.

<sup>2</sup> Z. VDI Bd. 71 (1927) S. 122, 1560.

Hiervon sind die unter 2 bis 4 erwähnten Anteile bei Kreiselpumpen im allgemeinen geringer als bei Kolbenpumpen.

Die festen Betriebskosten sind kleiner, weil zunächst die Kreiselpumpe selbst einschließlich des mit ihr unmittelbar gekuppelten Motors erheblich billiger ist als eine Kolbenpumpe mit dem meist umständlicheren Antrieb. Dies ist bedingt durch das wesentlich kleinere Gewicht der Kreiselpumpe infolge Wegfalls des Kurbeltriebs mit Rahmen, Schwungrad, des Windkessels und die geringeren Abmessungen des Motors. Hat der Antrieb elektrisch zu erfolgen, so beansprucht die Kolbenpumpe in der Regel noch ein Übersetzungsgetriebe, um die hohe Drehzahl des Elektromotors auf das für das Ventilspiel und die fortlaufende Beschleunigung und Verzögerung der Wassermassen zwischen den beiden Windkesseln erträgliche Maß herabzusetzen. Liegt Dampf-antrieb vor, so gestattet zwar die Kolbenpumpe die unmittelbare Kuppung mit der Kolbenstange der Dampfmaschine. Aber auch hier sind bei der mit der Dampfturbine gekuppelten Kreiselpumpe die Kosten für Maschinen einschließlich Gebäude und Fundamente günstiger. Wie stark der Unterschied im Raumbedarf ins Gewicht fällt, zeigt das in Abb. 312 und 312a dargestellte Pumpwerk.

An Bedienung erfordert die Kreiselpumpe nur die Beaufsichtigung der Lager von Pumpe und Motor. Auch die Instandhaltungskosten sind wesentlich kleiner.

Hieraus ergibt sich von selbst, daß mit Betriebsstörungen im ganzen auch weniger zu rechnen ist als bei Kolbenpumpen.

Da demnach die unter 2 bis 4 genannten Anteile der Betriebskosten bei Kreiselpumpen kleiner und nur der Kraftbedarf größer ist als bei Kolbenpumpen, so ist die Kreiselpumpe in allen den Fällen am Platze, wo die Kosten der Betriebskraft zurücktreten gegenüber den anderen Kosten, insbesondere für Verzinsung und Tilgung des Anlagekapitals. Das ist der Fall:

1. bei großen Wassermengen in Verbindung mit geringen Förderhöhen (Kühlwasserpumpen, Entwässerungspumpen, Dockpumpen usw.), weil hier die Kolbenpumpe ein im Vergleich zu dem kleinen Kraftbedarf sehr großes Hubvolumen, also einen schlechten Wirkungsgrad bei hohen Anschaffungskosten haben würde;

2. für jegliche andere Leistungsverhältnisse, sofern es sich um verhältnismäßig kurze Betriebsdauer handelt: Feuerlösch-, Hauswasser-, Reserveanlagen usw.

Außerdem ist die Kreiselpumpe im allgemeinen vorzuziehen wenn nur elektrischer Antrieb möglich ist, weil das Zwischenglied, also auch dessen Kraftverbrauch, wegfällt und der rasch laufende Antriebsmotor der Kreiselpumpe — wenigstens bei Drehstrom — einen besseren Wirkungsgrad besitzt als der langsam laufende der Kolbenpumpe und die Anwendung bedienungslosen Betriebes möglich ist.

Bei sehr großen Pumpenleistungen, wie sie die Wasserversorgung der großen Städte und der Großbetriebe erfordern, ist die Kreiselpumpe in Verbindung mit dem Dampf-antrieb heute auch hinsichtlich des Dampfverbrauchs der Kolbenpumpe gleichwertig, weil es durch die

Zwischenschaltung eines rasch laufenden Übersetzungsgetriebes möglich geworden ist, sowohl die Pumpe wie die Dampfturbine mit ihrer günstigsten Drehzahl zu betreiben<sup>1</sup>. Hierzu kommt die Ölfreiheit des Kondensats.

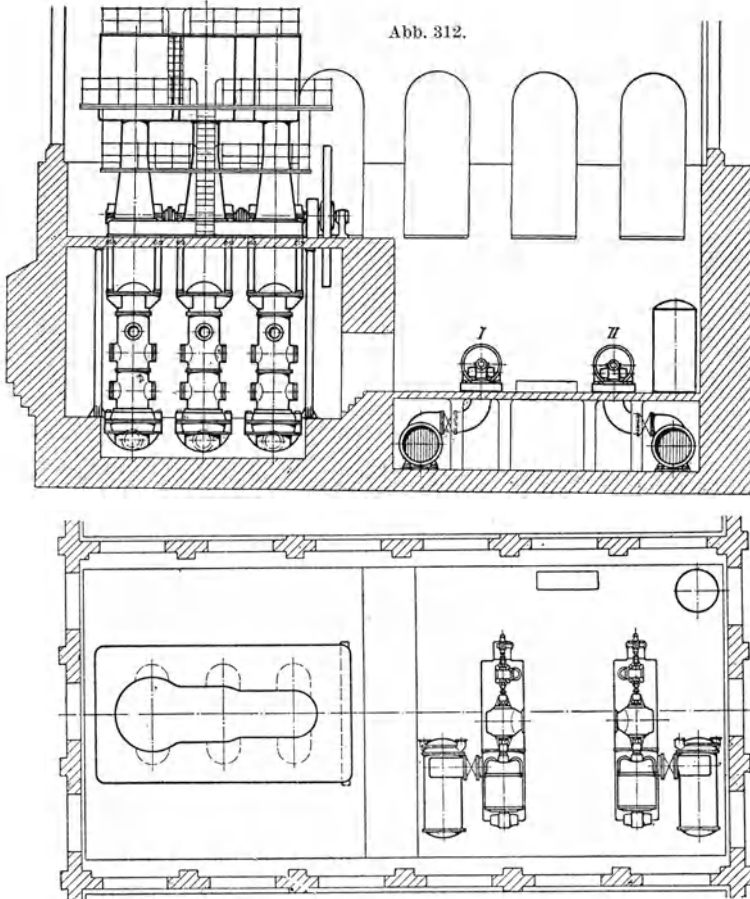


Abb. 312a.

Abb. 312 und 312a. Pumpwerk Spillenburg der Städtischen Wasserwerke Essen a. d. R. Jede Kreiselpumpe I und II hat die gleiche Wasserleistung wie die Kolbenpumpe<sup>2</sup>.

Dort, wo die Kreiselpumpe mit den schwungradlosen Dampfpumpen in Wettbewerb zu treten hat, wie bei der Kesselspeisung, ist sie hinsichtlich des Dampfverbrauchs der Kolbenpumpe auch bei mittleren

<sup>1</sup> Z. VDI 1929 S. 539ff.; ferner AEG-Mitt. 1925 Heft 4 S. 134 Heft 10 S. 319; 1929 Heft 4 S. 262; Hütte, 26. Aufl. Bd. 2 S. 631.

<sup>2</sup> Die Anschaffungskosten der beiden aufgestellten Pumpen einschließlich Rohrleitungen betragen 160000 M. Für die danebenstehende Kolbenpumpe, deren Leistung gleich der einer Turbinenpumpe ist, wurden 280000 M. gezahlt, so daß die Turbinenpumpen nur ungefähr den vierten Teil hiervon kosteten. Vgl. Brummann: Z. VDI 1913 S. 1901.

Leistungen gleichwertig, weil die schwungradlosen Dampfpumpen annähernd mit Vollfüllung arbeiten, also die Expansionskraft des Dampfes nicht oder nur unvollkommen ausnützen können. Nur bei kleinen Speiseleistungen ist die Kolbenpumpe auch heute nicht zu verdrängen, weil die Kreiselpumpe hierbei zu hohe Drehzahlen oder ungünstige Radformen bedingen würde (vgl. Abschn. 74).

Beim Entwurf jeder Pumpwerksanlage ist es angebracht, sich an Hand einer Wirtschaftlichkeitsrechnung, die die angegebenen vier Summanden berücksichtigt, Klarheit darüber zu verschaffen, welche Pumpenart billiger im Betrieb ist. Bei der Entscheidung wird man häufig der Kreiselpumpe den Vorzug auch dann geben, wenn die Gesamtkosten etwas höher sind, weil in der Rechnung ihre betrieblichen Vorzüge schwer zum Ausdruck gebracht werden können. Ein Schließen des Druckschiebers kann keinen Bruch der Maschine oder Leitung hervorrufen wie bei der Kolbenpumpe. Auch sind Stöße und Schwingungen in der Rohrleitung, wie sie bei der Kolbenpumpe infolge ungenügenden Luftinhalts der Windkessel leicht entstehen, nicht zu befürchten. Bei allen ortsbeweglichen Pumpen, wie Feuerlöschpumpen, Senkpumpen, Abteufpumpen entscheidet der Vorzug des geringen Gewichts und geringen Raumbedarfs.

### 115. Einige Beispiele größerer Anlagen.

a) **Wasserwerkspumpe mit Dampfantrieb.** Abb. 313, 313a veranschaulichen den Fall der unmittelbaren Kupplung von Dampfturbine und Pumpe, wobei die Pumpe bei der großen (unter der Abbildung angegebenen) Wassermenge und Drehzahl eine Mehrstrompumpe (S. 232, 413f.) sein muß<sup>1</sup>. Das Förderwasser der Pumpe ist zugleich das Kühlwasser für die Turbinenkondensation, d. h. der Oberflächenkondensator ist in die Saugleitung eingeschaltet. Da das Verhältnis zwischen Kühlwasser- und Dampfgewicht sehr groß ist, tritt nur eine geringe Erwärmung des Nutzwassers, nämlich um  $1,5^{\circ}\text{C}$ , ein, die in Kauf genommen werden kann, da die gesamte Anlage vereinfacht und verbilligt und der Dampfverbrauch durch die erhöhte Luftleere und den Wegfall der dampffressenden besonderen Kleinturbine für den Antrieb der Kühlwasserpumpe verbilligt wird. Mit der Hauptmaschine unmittelbar gekuppelt ist die rotierende Luftpumpe der Bauart Westinghouse-Leblanc. Die stehende Kondensatpumpe, der das Kondensat mit Gefälle zufließen muß und deren Aufstellungsort deshalb tief liegt, wird mittels Schraubenrädern und einer senkrechten Zwischenwelle von der Reglerwelle der Turbine angetrieben und ist (wegen der geringen Fördermenge) mehrstufig ausgebildet.

Diese mit Dampfturbinen angetriebenen Wasserwerkspumpen haben in den letzten Jahren durch die Vervollkommnung der rasch laufenden Zahnradgetriebe hinsichtlich des Dampfverbrauchs erheblich gewonnen, da sowohl Turbine wie Pumpe bei der günstigsten Drehzahl laufen können. Abb. 314 bis 315a geben einen Überblick über die Gesamt-

<sup>1</sup> Brumann: Z. VDI 1913 S. 1856ff.

anordnung und die Wasserführung bei einer solchen Anlage<sup>1</sup>. Die Pumpe, die in Abb. 258, 258a gesondert dargestellt ist, erhält im vorliegenden Fall ein einziges Doppelrad mit reichlichen Kanälen, ohne scharfe

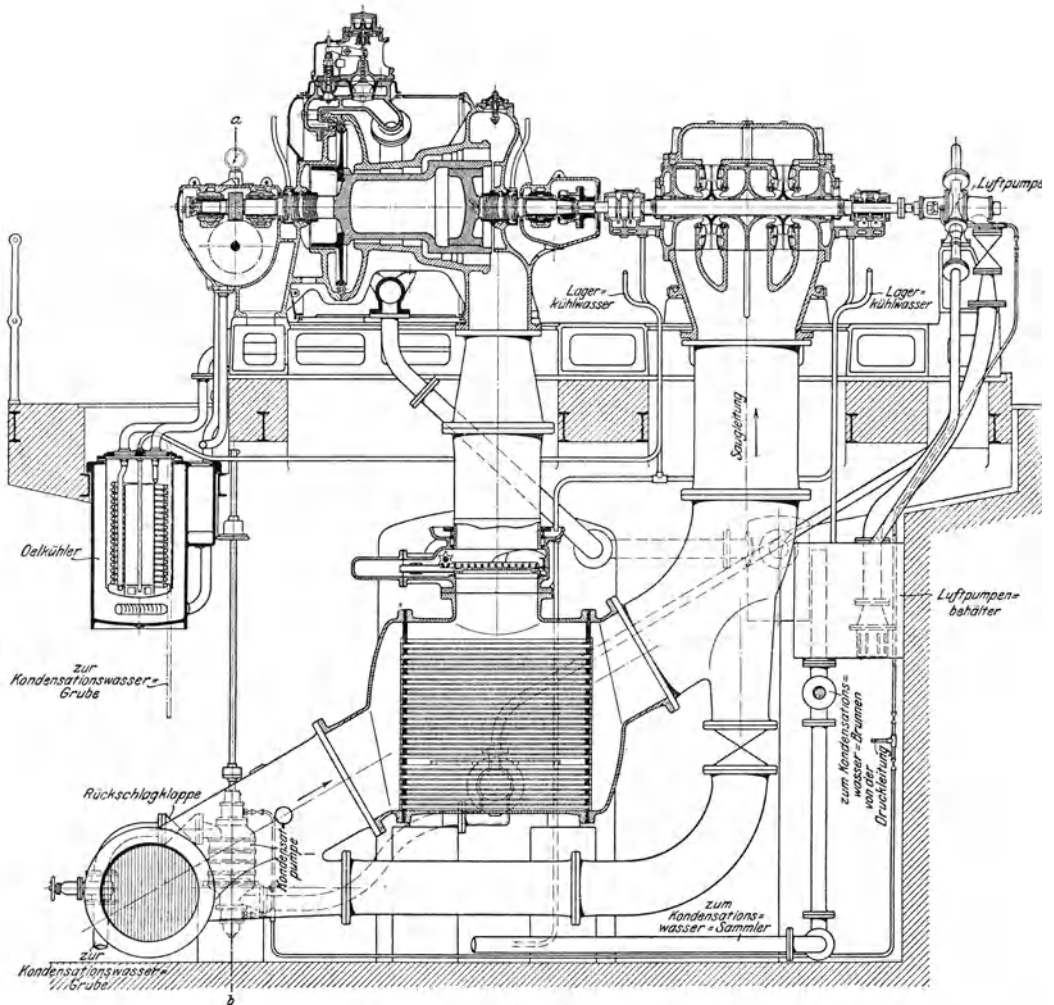


Abb. 313.

Abb. 313 und 313a. Pumpwerk mit Antrieb durch Dampfturbinen im Wasserwerk Charlottenburg geliefert von den Maffei-Schwartzkopff-Werken. Die

Krümmungen kurz vor dem Rade, so daß also hohe Wirkungsgrade und gute Saugfähigkeit erzielt werden. Während die zuerst beschriebene ältere Anlage nach Abb. 313 eine spezifische Förderarbeit von 45 mt

<sup>1</sup> Vgl. den Bericht von Holthman und Schröder in „Industrie-Bibliothek“, 4. Jahrg. Bd. 25 (1928) S. 45.



in gehobenem Wasser für 1 kg Dampf von 8 at Überdruck und 350° C ergab, was damals als recht gut anzusehen war, leistet im Hamburger Wasserwerk 1 kg Dampf von 15 at Überdruck und 350° C die Arbeit

von 60 mt, so daß der Dampfverbrauch dem der besten Kolbenmaschinen<sup>1</sup> entspricht. Bei größerer Förderhöhe wird man mit Rücksicht auf die Saughöhe die Pumpe mehrstufig<sup>2</sup> — etwa nach Art der Abb. 272 — ausführen.

Auch bei den dampfbetriebenen Kondensationspumpen für gewöhnliche Dampfturbinenanlagen wird heute vielfach ein Rädergetriebe zwischen Kühlwasserpumpe und die treibende Kleinturbine geschaltet, um Mehrstromanordnung zu vermeiden, während die Kondensat- und Aufschlagwasserpumpe unmittelbar gekuppelt werden können, da ihre Wasserlieferung in Vergleich zur Förderhöhe genügend klein ist. Hierbei ist in der Regel selbsttätige Umschaltbarkeit vom Dampf- auf den elektrischen Antrieb vorgesehen<sup>3</sup>.

Werden Wasserwerkspumpen elektrisch angetrieben, so gestattet die Einfachheit der Kreiselpumpe die Anwendung bedienungslosen Betriebs, wobei für kleine Leistungen sowohl das An- und Abstellen (vollselbsttätig), bei mittleren und großen Leistungen nur das Abstellen des Motors (halbselbsttätig) durch einen Schwimmer oder am Manometer veranlaßt wird<sup>4</sup>.

**b) Wasserhaltung in Bergwerken.** Die Förderhöhen, die bei der Entfernung des in die

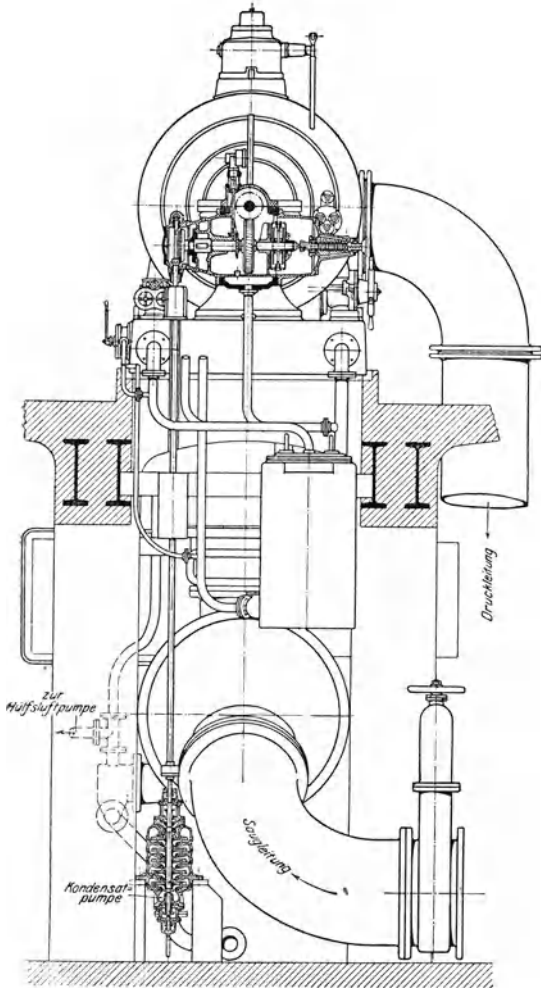


Abb. 313a.

(Jungfernheide) für 1440 m<sup>3</sup>/h auf 69 m bei 2700 U/min, Hauptpumpe ist gleichzeitig Kühlwasserpumpe.

<sup>1</sup> Z. VDI Bd. 73 (1929) S. 539 ff.

<sup>2</sup> Z. VDI Bd. 70 (1926) Nr. 46 S. 1521; AEG-Mitt. 1925 Heft 4, 10 u. 11.

<sup>3</sup> Vgl. AEG-Mitt. 1926 Heft 3 S. 66; 1929 Heft 2 S. 25; Gas- u. Wasserfach Bd. 68 (1925) S. 180.

<sup>4</sup> Brown Boveri Mitt. 1925 Heft 12 S. 251 ff.; AEG-Mitt. 1929 Heft 4 S. 300.

Grube eingedrungenen Wassers bewältigt werden müssen, sind meist sehr beträchtlich, in manchen Schächten 1000 m und mehr, so daß trotz der verhältnismäßig großen Wassermengen die Zahl der Stufen häufig zu groß ist, als daß sie in einem Gehäuse untergebracht werden können. In diesem Falle schaltet man zwei Pumpen, eine Niederdruck- und eine Hochdruckpumpe, hintereinander, die entweder, wie Abb. 316 zeigt, von einem gemeinsamen Motor angetrieben sein oder auch getrennten Antrieb besitzen können<sup>1</sup>. In letzterem Falle sind zwei Motoren je halber Leistung notwendig, die zwar etwas teurer sind als ein Motor für die

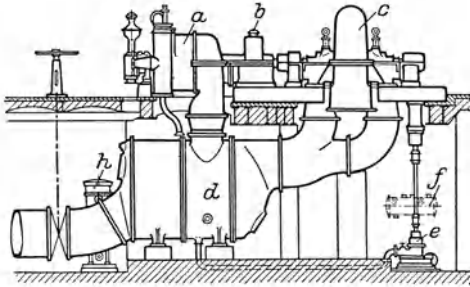


Abb. 314.

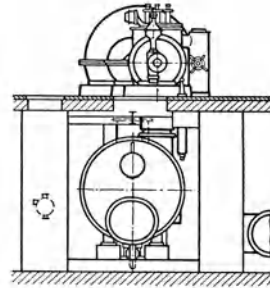


Abb. 315.

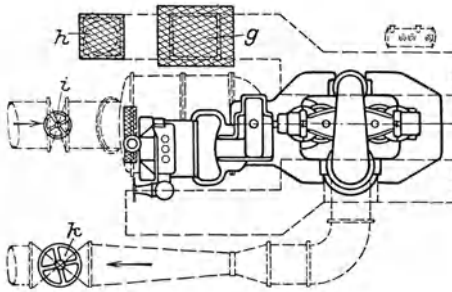


Abb. 315a.

Abb. 314 bis 315 a. Getriebe-Dampfturbopumpe für das Hamburger Wasserwerk (AEG) mit 855 U/min der Pumpe (Abb. 258) und 5400 U/min der Dampfturbine.

ganze Leistung. Aber man hat den Vorteil, daß als Reserve nur ein dritter gleicher Maschinensatz nötig ist, der dann je nach Bedarf die Hochdruck- oder Niederdruckpumpe zu ersetzen hat und also die Festigkeit der Hochdruckpumpe besitzen

muß. Das Gehäuse der Hochdruckpumpe ist in der Regel aus Stahlguß, das der Niederdruckpumpe aus Grauguß herzustellen, während alle übrigen Teile gleich ausgebildet sind. Auch bei Verwendung des gemeinsamen Motors muß jede Pumpenseite für sich vom Achsdruck entlastet werden.

**c) Hydraulische Kraftspeicherung.** Um zu verhindern, daß Wasserkräfte oder Dampfkraftwerke während der Zeiten schwacher Belastung des Kraftwerks schlecht ausgenützt bleiben, wird zu dem Mittel der hydraulischen Kraftspeicherung gegriffen, indem hochgelegene Speicherbecken aus niedriger gelegenen Becken durch Kreiselpumpen aufgefüllt werden. Der Wirkungsgrad dieser Anlagen ist gleich dem Produkt der

<sup>1</sup> Z. VDI 1914 S. 229.

Einzelwirkungsgrade von Motor, Pumpe einschließlich Druckleitung, Hochdruckturbine einschließlich Druckleitung und Stromerzeuger, also im allgemeinen nicht höher als 65%. Diese Speicheranlagen müssen als Hochdruckanlagen gebaut werden, denn je größer das Gefälle ist, um so geringer wird die Wassermenge und damit die Abmessungen der Rohrleitung, des Speicherbeckens und des Maschinenhauses. Eine Voraussetzung für die ausreichende Wirtschaftlichkeit ist also, daß das Gelände gebirgig ist, damit Höhenunterschiede von mindestens 100 m ohne lange Rohrleitungen erreicht werden.

Die erste Anlage dieser Art wurde von der Firma Sulzer im Jahre 1894 in Italien aufgestellt<sup>1</sup>. Seitdem sind solche Anlagen im In- und Ausland in steigender Zahl entstanden<sup>2</sup>. Abb. 317 zeigt Grund- und Seiten-

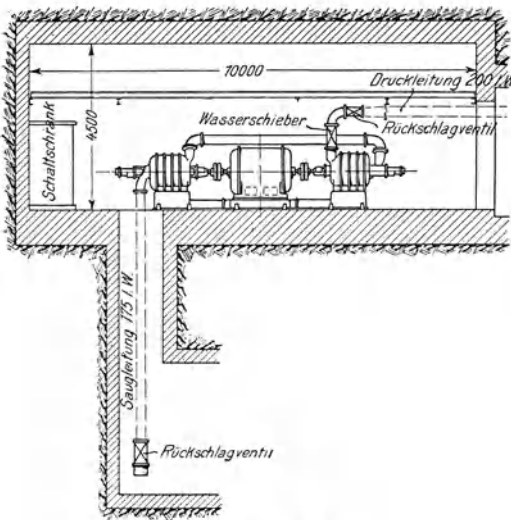


Abb. 316.

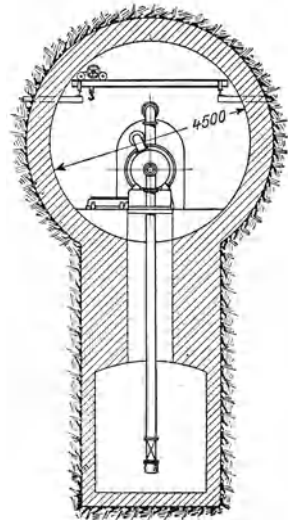


Abb. 316a.

Abb. 316 und 316a. Pumpenkammer für die Wasserhaltung eines Bergwerks;  $2 \times 4$ stufige Pumpe für  $4 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $385 \text{ m}$  bei  $1470 \text{ U}/\text{min}$ .

riß der Anlage Herdecke a. d. Ruhr, das vom Rheinisch-Westf. Elektrizitätswerk AG. im Jahr 1930 errichtet wurde und die Belastungsspitzen des Stromversorgungsgebietes dieser Gesellschaft aufzunehmen sowie als Augenblicksreserve bei unvorhergesehenem Ausfall eines Werkes zu dienen hat. Die Anordnung eines der drei aufgestellten Maschinensätze mit den in der Abb. 317 angegebenen bedeutenden Einzelleistungen ist aus Abb. 317a ersichtlich. Zwischen Turbine und Pumpe sitzt der Motorgenerator, der beim Turbinenbetrieb als Stromerzeuger, beim Pumpbetrieb als Motor arbeitet und durch eine während

<sup>1</sup> Vgl. Z. VDI Bd. 67 (1923) S. 827; Z. ges. Turbinenwes. Bd. 4 (1907) S. 329.

<sup>2</sup> Escher Wyss Mitt. 1930 Nr. 3 S. 52; 1928 Nr. 3; Z. VDI Bd. 68 (1924) S. 1161; Bd. 71 (1927) S. 937 u. 1169; Bd. 73 (1929) S. 129; Bd. 74 (1930) S. 409 u. 833; Dtsch. Wasserwirtsch. 1930 S. 118.

des Betriebs ein- und ausrückbare hydraulische Kupplung<sup>1</sup> mit der Pumpe verbunden ist. Die Pumpe ist bereits S. 389 im Anschluß an Abb. 266 beschrieben.

Infolge der großen Stufenförderhöhe zwingen die örtlichen Verhältnisse manchmal zur senkrechten Anordnung des Maschinensatzes, um

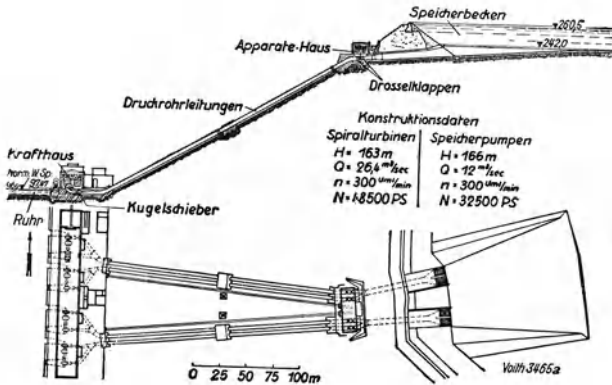


Abb. 317. Grund- und Seitenriß des Pumpspeicherwerks Herdecke a. d. Ruhr, gebaut von Voith-Heidenheim.

die Saughöhe zu verkleinern und damit [gemäß Gl. (16) Abschn. 80] Kavitation zu vermeiden (wie beispielsweise bei den Anlagen Hemfurth und Schluchsee). Hierbei ist dann naturgemäß die Pumpe unten, d. h. möglichst nahe am oder besser unter dem Saugwasserspiegel anzuordnen. Neben diesen Verbundanordnungen verwendet man auch

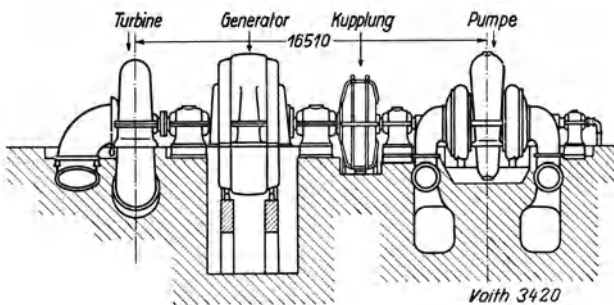


Abb. 317a. Waagerechte Verbundanordnung des Maschinensatzes (Anlage Herdecke).

getrennte Maschinensätze für Turbine und Pumpe, insbesondere bei kleineren Anlagen (z. B. beim Leitzachwerk der Stadt München).

Die bei der Verbundanordnung nötige Kupplung bildet ein sehr kostspieliges Glied der Anlage und kann bei großen Leistungen nicht als reine Reibkupplung ausgebildet werden. Es werden deshalb entweder elektromagnetische Kupplungen oder neuerdings die Vereinigung

<sup>1</sup> Z. VDI Bd. 74 (1930) Nr. 25 S. 881.

einer Reibkupplung mit einer hydraulischen Kupplung der Bauart Föttinger verwendet. Bei letzterer sitzt auf der Motorwelle ein Pumpenlaufrad, das seine Förderflüssigkeit an ein auf der Pumpenwelle aufgesetztes Turbinenlaufrad abgibt. Dieser hydraulische Teil der Kupplung beschleunigt beim Einschalten die Pumpenwelle auf etwa 97% der vollen Drehzahl und tritt nach dem Einschalten der Reibflächen des mechanischen Teils außer Wirkung. Es wird aber angestrebt, die Kupplung dadurch zu vermeiden, daß man die Pumpenlaufräder im Luftraum mit Spaltkühlung durch Wasser leer mitlaufen läßt. Auch die Verwendung der Turbinenlaufräder für den Pumpbetrieb ist, allerdings bisher ohne Erfolg, ins Auge gefaßt worden<sup>1</sup>.

**d) Kanalisationspumpwerk.** Können die Gebrauchswassermengen eines Stadtgebiets zusammen mit den oft recht erheblichen Niederschlagsmengen Flußläufen nicht unmittelbar zugeführt werden, so verwendet man besondere Abwasserpumpwerke. Um ein Verstopfen der Pumpe durch Schmutzbestandteile zu verhindern, werden hier die Räder fliegend auf die Welle gesetzt (S. 418), aber im übrigen die Bauart der normalen Niederdruckpumpen mit waagrechter oder senkrechter Welle verwendet. Mit Rücksicht auf die starken Schwankungen der Zuflußmengen verteilt man die Höchstleistung auf kleinere und größere Maschinensätze und bemißt die kleinen Pumpen für die normale Fördermenge. Abb. 318<sup>2</sup> zeigt das von der AEG für den Ruhrverband erstellte Pumpwerk Dahlhausen, bei dem wegen der geringen zur Verfügung stehenden Grundfläche senkrechte Pumpen verwendet sind. Dort gelangten zwei Pumpen für je 40 PS bei 1000 U/min, zwei weitere für je 100 PS bei 600 U/min zur Aufstellung, die insgesamt 1,2 m<sup>3</sup>/s bei 10 m Förderhöhe bewältigen. Bevor die Abwässer nach dem Saugbehälter des Pumpwerks gelangen, durchlaufen sie eine Kläranlage. Die Ein- und Ausschaltung der Pumpen, die wasserfrei angeordnet und mit den Motoren durch Zwischenwellen verbunden sind, geschieht durch Schwimm-

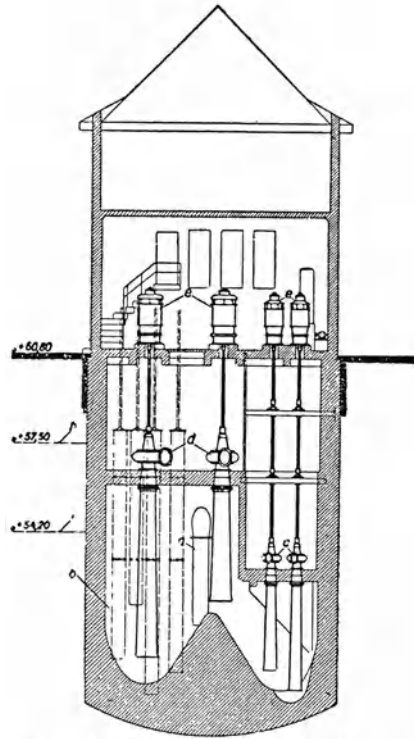


Abb. 318. Selbsttätig arbeitendes Abwasserpumpwerk Dahlhausen (AEG).

<sup>1</sup> Schmid, Albert: Eine umkehrbare Kreiselmaschine für Wasserkraftbetrieb. Dissert. Stuttgart 1926.

<sup>2</sup> Entnommen aus AEG-Mitt. 1931 Heft 10 S. 579.

merschalter und Selbstanlasser in Abhängigkeit des Wasserstandes im Saugbehälter. Die Saugöffnungen liegen demgemäß in verschiedenen

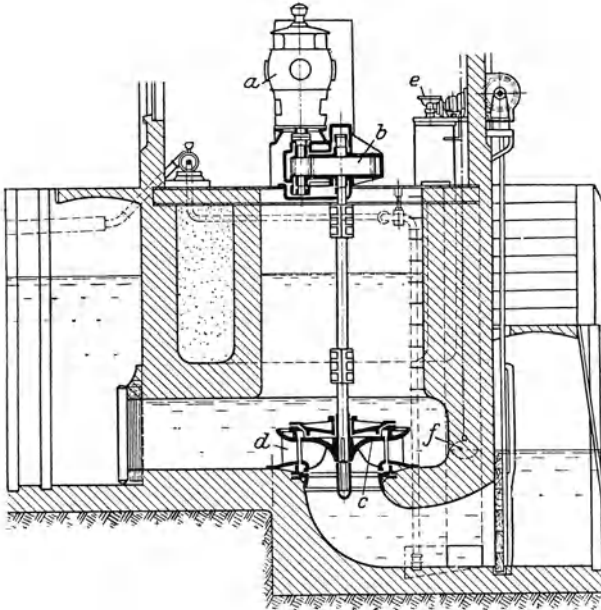


Abb. 319.

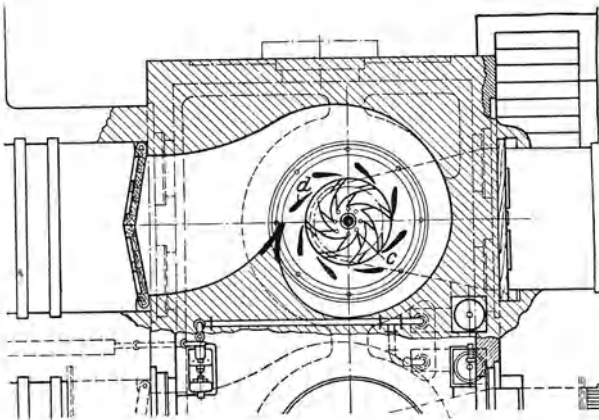


Abb. 319a.

Abb. 319 und 319a. Schöpfpumpwerk mit Radialrad (L. W. Bestenbostel & Sohn, Bremen).

Höhen, so daß auch trotz der Kleinheit der Grundfläche keine gegenseitige Störung des Einlaufs eintritt.

e) **Schöpfwerke.** Um sumpfige Niederungen der landwirtschaftlichen Ausnutzung zugänglich zu machen, errichtet man an der tiefsten Stelle Pumpwerke, die den Wasserüberschuß in einen Flußlauf des durch einen

Deich vom Entwässerungsgebiet abgetrennten Vorlandes befördern. Umgekehrt kann, besonders in den Tropen, auch die Notwendigkeit bestehen, trockenen Landstrichen zusätzliche Wassermengen zuzuführen. In beiden Fällen schwanken die jeweils anfallenden Förder-

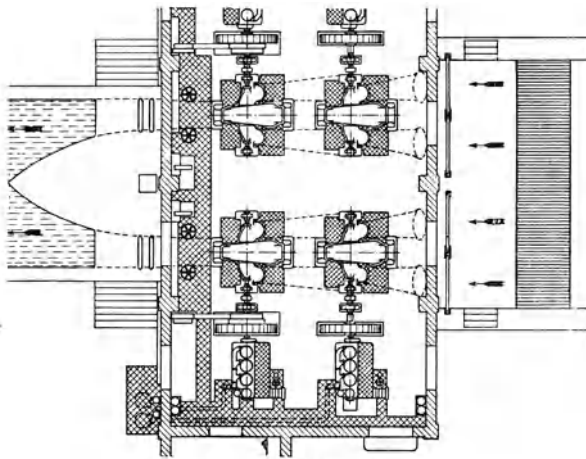
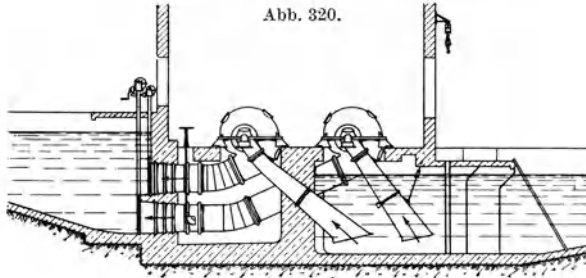


Abb. 320a.

Abb. 320 und 320a. Entwässerungsanlage mit Dieselantrieb und doppelseitig beaufschlagten Spiralgehäusepumpen (Sulzer) von je  $2,15 \text{ m}^3/\text{s}$  auf  $4 \text{ m}$  bei  $212 \text{ U}/\text{min}$  in Boseili, Unterägypten.

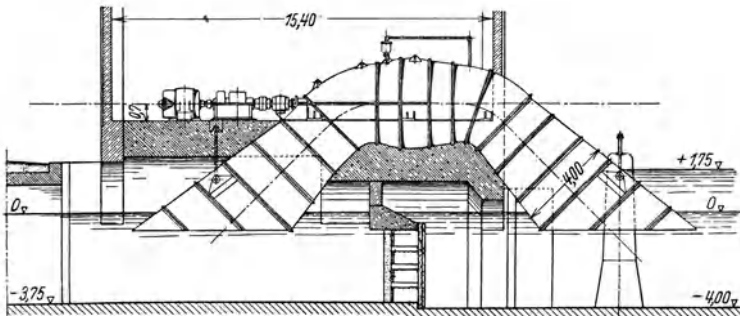


Abb. 321. Axialpumpe nach Abb. 296 in Heberanordnung. Größter Außendurchmesser des Schraubenrades  $3582 \text{ mm}$ , Drehzahl des Motors  $978$ , der Pumpe  $978 \cdot \frac{3}{16} \cdot \frac{3}{16} = 53$ . Leistung  $950 \text{ m}^3/\text{min}$  auf  $0,8$  bis  $1,3 \text{ m}$  Höhe, größte Förderhöhe  $1,75 \text{ m}$ .

mengen ebenso die Förderhöhen in Abhängigkeit von den atmosphärischen Einflüssen sehr stark<sup>1</sup>. Deshalb ist die Ermöglichung einer weitgehenden wirtschaftlichen Regelung sehr wichtig. Im Fall des Antriebs durch Drehstrom wird man wieder entweder die Gesamtleistung durch

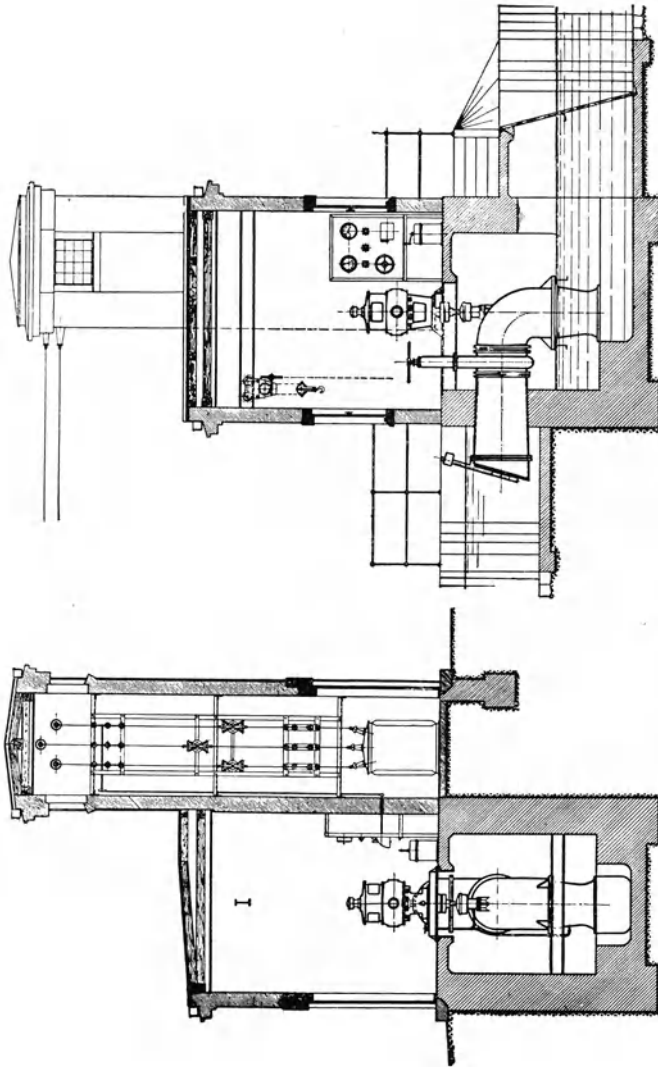


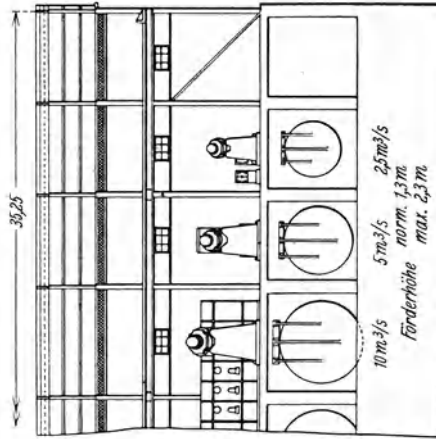
Abb. 322. Propellerpumpe in senkrechter Anordnung für  $1,2 \text{ m}^3/\text{s}$  auf  $1,6 \text{ m}$  bei  $585 \text{ U/min}$  (MAN).

eine entsprechende Zahl von Maschinensätzen unterteilen (Abb. 323) oder polumschaltbare Motore verwenden. Die Einstellung der jeweils erforderlichen Drehzahl erfolgt im letzteren Fall im Ruhezustand der Maschine mittels des Polumschalters.

<sup>1</sup> Vgl. E. Schulz: Z. VDI Bd. 74 (1930) S. 1228; ferner AEG-Mitt. 1926 Heft 5; 1931 Heft 10.



Besonders bevorzugt ist die Anordnung mit stehender Welle, um das Laufrad ins Unterwasser setzen zu können, also beim Anlassen das jeweilige Anfüllen überflüssig zu machen. Abb. 319, 319a zeigen eine solche Anlage von L. W. Bestenbostel & Sohn, Bremen. Die durch Vermittlung eines Zahnradgetriebes *b* mit dem Motor *a* verbundene Pumpenwelle ist unter- und oberhalb des mit eingegossenen Schaufeln versehenen Francis-Laufrades *c* in wassergeschmierten Weißmetallschalen geführt. Das Kugeldrucklager ist im Kasten des Rädergetriebes *b* untergebracht. Zum Einschalten des Motors dient ein Selbstanlasser *e*, der mittels eines Schwimmers *f* vom Saugwasserspiegel betätigt wird.



Das Radialrad zwingt zur Ausbildung einer geräumigen Pumpenspirale, die erhebliche Kosten verursacht, auch wenn sie wie im vorliegenden Fall in Beton ausgeführt ist<sup>1</sup>. Auch ist seine Schnellläufigkeit nicht ausreichend und deshalb die Zahnradübersetzung nötig. Die Drehzahl könnte durch Übergang auf die doppelseitige Beaufschlagung erhöht werden, die aber nur bei waagrechter Anordnung am Platze und nur für den Antrieb durch Dieselmotoren genügend schnellläufig ist. Abb. 320, 320a zeigt eine solche Anlage von Sulzer mit vier Maschinensätzen.

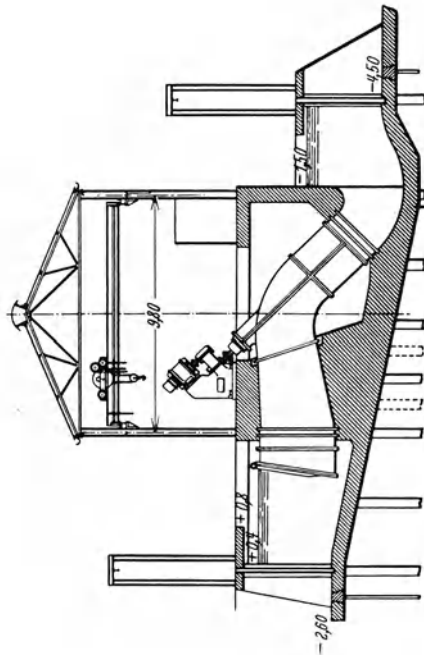


Abb. 323. Propellerpumpe in schräger Anordnung für das Nildelta. (Vickers-Armstrong Ltd., Barrow in Furness.)

Bei den vorliegenden Leistungsverhältnissen ermöglicht die axiale Pumpe, insbesondere der Propeller, den zweckmäßigsten Aufbau. In

<sup>1</sup> Dies zeigt auch die für die Entwässerung der Zuidersee verwendete und im Engineering Bd. 129 (1930) S. 655 ff. beschriebene Anordnung.

Abb. 321 ist die S. 411 besprochene Axialpumpe in Heberanordnung dargestellt, bei der die günstige Wasserführung in die Augen fällt. Die Anwendung der waagrechten Welle beim Propeller setzt aber große Vorsicht voraus, weil wegen der großen Saughöhe in Verbindung mit der erhöhten Schnellläufigkeit die Gefahr der Kavitation gegeben ist. Die Pumpe, die im Vakuum arbeitet, wird in solchen Fällen meist trocken angelassen und nach Erreichung der vollen Drehzahl entlüftet, um ein geringes Anfahrmoment zu haben (was bei Synchronmotoren wichtig ist) und um das Rückfließen des Wassers zu verhindern (falls eine Rückschlagklappe fehlt). Aus dem gleichen Grund bricht man das Vakuum vor dem Abstellen.

Abb. 322 veranschaulicht die senkrechte Anordnung nach einer Ausführung der MAN. Diese verlangt eine Mindestförderhöhe entsprechend dem axialen Raumbedarf des Krümmers, wenn nicht Heberwirkung in Kauf genommen werden soll. Um bei kleineren Förderhöhen nicht auf die waagrechte Anordnung übergehen zu müssen, ist der schräge Einbau nach Abb. 323 ins Auge zu fassen, der die gute Wasserführung der waagrechten Anordnung mit der steten Betriebsbereitschaft der senkrechten vereinigt und also ganz besonderer Beachtung wert ist. Die dargestellte Anlage ist für das Nildelta bestimmt, wo 68 Pumpen ähnlicher Größe in 15 Anlagen zur Aufstellung gelangten<sup>1</sup>.

Die Propellerpumpe ist nur bis zu einer Förderhöhe von 10 m ohne Gefährdung durch Kavitation anwendbar. Bei Überschreitung dieses Wertes kann man die unübertreffliche Einfachheit der Axialpumpe behalten, wenn man zur Mehrstufenanordnung übergeht<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup> Engineering 1931 S. 762ff.

<sup>2</sup> Vgl. die 1. Auflage dieses Buches Abb. 353, ferner F. Numachi: On Two-Stage Propeller-Pumps. Technol. Rep. Tôhoku Univ. Bd. 9 (1930) Nr. 2.

## Anhang.

# Selbstsaugende Kreiselpumpen.

### 116. Allgemeine Gesichtspunkte.

Die Kreiselpumpe steht in einem wichtigen Punkt hinter der Kolbenpumpe zurück. Sie kann nämlich bei der Inbetriebsetzung die Saugleitung nicht entlüften, also das Wasser selbst ansaugen, wie das die Kolbenpumpe tut, besonders wenn sich im Pumpenzylinder Wasser befindet. Man muß die Saugleitung und Pumpe vielmehr vor jeder Ingangsetzung mit Wasser anfüllen. Hierzu kommt noch eine größere Empfindlichkeit der Kreiselpumpe gegen Undichtheiten der Saugleitung und gegen Luftsäcke, die bei unsachgemäß verlegten Saugleitungen vorkommen und zum Abschnappen führen können, wenn ein Luftpolster vor das erste Laufrad gespült wird (S. 250).

Diese Mängel machen sich besonders geltend bei bedienungslosen Pumpwerken, die selbsttätig in Abhängigkeit eines Wasserspiegels oder eines Druckes an- und abgestellt werden; zwar kann die Saugleitung stets wassergefüllt gehalten werden, wenn man keine Rückschlagklappen hinter der Pumpe vorsieht, so daß also der Wasserdruck bis zum Fußventil der Saugleitung sich fortpflanzen kann. Aber bekanntlich sind diese Fußventile häufig nicht ganz dicht und jedenfalls schwerer zugänglich als eine am Druckstutzen sitzende Rückschlagklappe, die auch die Stopfbüchse der Pumpe entlastet. Ferner ist häufig — besonders wenn aus Brunnen gesaugt wird — mit einem Abfallen des Saugwasserspiegels bis in die Nähe der Saugöffnung zu rechnen, so daß Luft eingesaugt wird. Selbstsaugefähigkeit wird auch verlangt bei Pumpen, die jederzeit betriebsbereit sein müssen, z. B. Feuerlöschpumpen, Lenzpumpen u. dgl. Allgemein wird man sagen können, daß in den meisten Fällen die Selbstsaugefähigkeit eine Erhöhung der Betriebssicherheit bedeuten würde.

Im letzten Jahrzehnt ist von vielen Stellen an der Aufgabe, eine brauchbare selbstsaugende Pumpe zu schaffen, gearbeitet worden, und deshalb sind eine Reihe von Bauarten entstanden. Die Entwicklung ist zwar noch lange nicht abgeschlossen, trotzdem dürfte eine kurze Behandlung der wichtigsten Bauarten Interesse verdienen. Hierbei sollen die Einrichtungen ausscheiden, die lediglich ein selbsttätiges Auffüllen der Saugleitung samt Pumpe aus der Druckleitung bezwecken<sup>1</sup>, wobei also die Entlüftung nicht durch die Pumpe selbst geschieht. Das gleiche gilt für Zahnradschlepppumpen, Pumpen mit rotierendem Schieber, d. h. den trocken rotierenden Luftpumpen, die bisweilen auch als Kreiselpumpen bezeichnet werden.

Die ideale selbstsaugende Pumpe muß eine möglichst kurze Absaugezeit vereinigen mit einem guten Wirkungsgrad bei Wasserförderung, der gleich dem der gewöhnlichen Pumpe sein sollte. Die Absaugefähigkeit für Luft muß auch während der Wasserförderung bestehen bleiben, damit Luftpolster sicher entfernt werden.

### 117. Wasser- und Luftförderung im gleichen Rad.

Die in diesem Abschnitt behandelten Pumpen sind in der Regel sowohl als Wasser- wie als reine Luftpumpen verwendbar. Ihre wichtigsten Vertreter sind die Wasserringpumpen.

<sup>1</sup> DRP. 346690, 59 b 2.

a) **Wasserringpumpen mit gleichem Weg für Luft und Förderwasser. Schaufelarbeit teils positiv, teils negativ.** Diese den Kapselpumpen ähnlichen Vorrichtungen sind hauptsächlich von den Siemens-Schuckert-Werken zu einer betriebsbrauchbaren Form entwickelt worden. Ist ein sternförmiges Rad *b* (Abb. 324a) konzentrisch in einem zum Teil mit Wasser gefüllten Zylinder *a* angeordnet, so stellt sich beim Umlauf (Abb. 324b) ein Wasserring konzentrisch zur

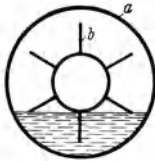


Abb. 324a.

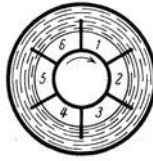


Abb. 324b.

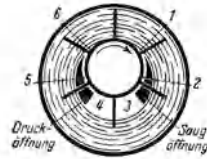


Abb. 324c.

Abb. 324a bis c. Wirkungsweise der Wasserringluftpumpe.

Drehachse ein und bildet gleich große Schaufelräume 1 bis 6. Erfolgt die Unterbringung des Rades aber exzentrisch (Abb. 324c), und zwar so, daß der Wasserring die Laufradnabe gerade berührt, so werden die Schaufelräume 1 bis 6 von der Berührungsstelle aus während einer halben Umdrehung, d. h. von 1 bis 3 sich vergrößern, wobei also eine Saugwirkung aus der schwarz angegebenen Öffnung entsteht, während sie sich auf der anderen Hälfte der Umdrehung von 4 bis 6 verkleinern, d. h. eine Verdichtung bzw. eine Förderung durch die eingetragene

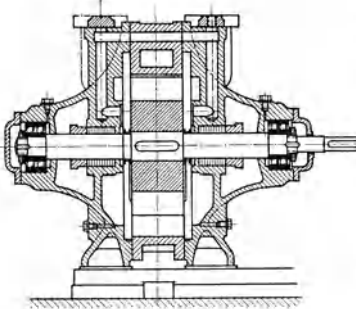


Abb. 325.

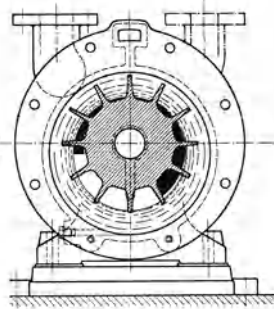


Abb. 325a.

Abb. 325 und 325a. Wasserringluftpumpe (Carl Hesse, Chemnitz).

Drucköffnung bewirken. Während sich die Saugöffnung zweckmäßig fast über die Hälfte einer Umdrehung erstreckt, wird man — bei gasförmiger Förderflüssigkeit — die Drucköffnung möglichst verkürzen, wie die in Abb. 325 und 325a ersichtliche Ausführung der Firma Carl Hesse, Chemnitz, zeigt, während bei Wasserförderung diese Verkürzung weniger stark ist. Wichtig ist offenbar gutes Abdichten der Stirnflächen des Rades gegen die seitlichen, ebenen Gehäusewände, in welchen die Saug- und Drucköffnung liegen, weil sonst starke Undichtheitsverluste auftreten. Dies ist auch der für den Betrieb empfindlichste Punkt der Konstruktion. Die Abdichtung am Umfang ist aber durch den Wasserring gewährleistet. Deshalb ist die Pumpe gegen Unreinigkeiten des Fördermittels im ganzen unempfindlicher als die Kapselpumpe mit rotierendem Verdränger und radial beweglichen Schiebern, welcher die Wirkungsweise weitgehend entspricht. Infolge der großen Spielräume am äußeren Umfang kann die Pumpe auch für Wasserförderung benutzt werden, da das Wasser am Umfang ausweichen kann. Sie kann also im Anschluß an die Entlüftung als wasserfördernde Kreiselpumpe arbeiten, wenn auch die Wirkungsweise eine andere und mit größeren Verlusten verknüpft ist wie dort. Bei breiten Pumpen wird es schwierig sein,

die Schaufelräume schnell genug auf die ganze axiale Länge zu entleeren und anzufüllen. Aus diesem Grunde ist es hier zweckmäßig, auf beiden Stirnseiten Saug- und Drucköffnungen vorzusehen (Abb. 325). Zu dem gleichen Zweck verwenden die SSW<sup>1</sup> eine von der Mitte nach außen sich verjüngende Nabe. Bei der Ausführung der Firma Sulzer<sup>2</sup> nach Abb. 325 b erfolgt die Zu- und Abführung der

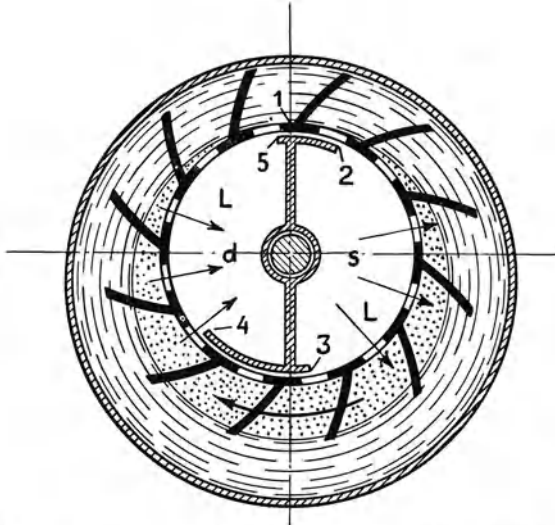


Abb. 325 b. Wasserringpumpe mit Luftzu- und -abführung durch die Nabe (Sulzer).

Förderflüssigkeit (ähnlich wie bei manchen Zahnradpumpen) durch Löcher  $L$  der Laufradnabe, wobei dann die Laufzellen seitlich abgeschlossen sein können. Undichtheitsverluste an den Stirnflächen werden also vermieden. Dafür entstehen solche längs der Spalte  $5-2$  und  $3-4$ .

Die umlaufende Hilfswassermenge  $Q_w$  in  $\text{m}^3/\text{s}$  ist gleich dem durch den Querschnitt  $AB$  (Abb. 326) geförderten Volumen, also (wenn der Wasserring die Radnabe gerade berührt) bei  $z$  Schaufeln von der mittleren Dicke  $s$  und der axialen Breite  $b$ , der minutlichen Drehzahl  $n$ , im übrigen mit den Bezeichnungen der Abb. 326:

$$Q_w = \left[ \frac{\pi}{4} (D_a^2 - D_i^2) - z l_1 s \right] b \frac{n}{60}. \quad (1)$$

Würden Undichtheiten an den seitlichen Stirnflächen der Nabe und der Flügel nicht bestehen, so müßte die mit genügender Umfangsgeschwindigkeit laufende Pumpe bei abgeschlossenem Saug- einlauf das theoretische Vakuum erreichen, d. h. die der Wasserdampfspannung entsprechende Luftleere. Weil aber dauernd Undichtheitsluft von der Drucköffnung zur Saugöffnung längs der Nabe und um die einzelnen Flügel herum zurückströmt, so ist die wirklich erreichbare Luftleere kleiner, und zwar um so mehr, je weniger sorgfältig die Werkstatt herstellung ist. Gute Ausführungen erreichen nach Angabe der SSW 99,5% des theoretischen Vakuums. Wegen dieser Undichtheiten bleibt auch das geförderte Luftvolumen, bezogen auf den Ansaugdruck, nicht unabhängig von dem erreichten Überdruck, wie das bei Betrachtung der Abb. 326 geschlossen werden müßte, sondern nimmt

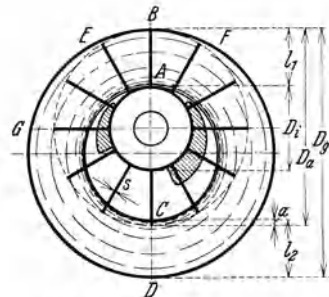


Abb. 326. Wasserringpumpe.

<sup>1</sup> DRP. 269531.    <sup>2</sup> Sulzer Rdsch. 1931 Nr. 3 S. 59.

tatsächlich mit zunehmender Luftleere ab, um schließlich den Wert Null zu erreichen. Ohne diese Undichtheitsverluste und ohne Strömungswiderstände beträgt das angesaugte Gasvolumen, falls am tiefsten Punkt des Rades noch eine Eintauchtiefe  $a$  der Schaufeln in den Wasserring zugelassen wird,

$$(V_g)_{\text{theor}} = \left[ \frac{\pi}{4} ((D_a - a)^2 - D_i^2) - z(l_1 - a)s \right] b \frac{n}{60}. \quad (2)$$

Mit  $a = 0$  ist nach Gl. (1) das umgewälzte Wasservolumen gleich dem angesaugten Gasvolumen. Berücksichtigt man die Undichtheiten und Ansaugewiderstände wie üblich durch Einführung des volumetrischen Wirkungsgrades  $\eta_v$ , so ist das wirkliche angesaugte Volumen  $V_g = \eta_v (V_g)_{\text{theor}}$ .

Wenn man die Wirkungsweise verstehen will, darf man die Wasserringpumpe aber nicht als eine Abart der Pumpen mit rotierendem Verdränger betrachten, sondern man muß berücksichtigen, daß die Veränderung der Kompressionsräume durch den Wasserring, also durch Wasserkolben geschieht und diese letzteren nur dann dem Überdruck standhalten können, wenn sie die nötige Geschwindigkeitsenergie besitzen. In dieser Hinsicht nähert sich die Pumpe stark den Strahlpumpen, nur daß eben die vollständige Vermischung zwischen Wasser und Luft glücklicherweise nicht notwendig ist. Auf der Saugseite der Pumpe wird das Hilfswasser beschleunigt, so daß die aus dem Rad tretenden Wasserteilchen bei Vernachlässigung der Auseinanderstellung der Schaufeln annähernd eine Geschwindigkeit gleich der Umfangsgeschwindigkeit  $u_a$  des Rades erhalten. Man kann deshalb die mittlere Wassergeschwindigkeit im Querschnitt  $CD$  etwa gleich  $u_a$  annehmen, während sie im Querschnitt  $AB$  gleich der Umfangsgeschwindigkeit in Schaufelmitte also kleiner ist. Deshalb wird offenbar  $l_2 < l_1$ , d. h. der Wasserring ist keineswegs ein Rotationskörper, sondern oben dicker als unten. Man kann unter der gemachten Voraussetzung  $l_2$  berechnen, indem man schreibt  $Q_w = b l_2 u_a$ , also nach Gl. (1) und mit  $u_a = \pi D_a n / 60$ ,

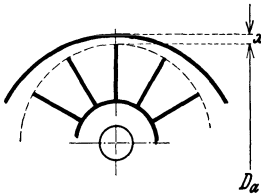


Abb. 326 a.

$$l_2 = \frac{Q_w}{b u_a} = \frac{1}{4 D_a} \left( D_a^2 - D_i^2 - \frac{4}{\pi} z l_1 s \right). \quad (3)$$

Damit ist auch der Gehäusedurchmesser gegeben durch  $D_g = D_a + l_2 - a = D_i + 2l_1 + l_2 - a$ , (4)

oder die Eintauchtiefe  $a$  durch

$$a = D_a + l_2 - D_g. \quad (5)$$

Obwohl es sowohl bei Wasser- wie Luftförderung vorteilhaft scheint, wenn der Laufradumfang am Gehäuse oben dicht anläuft, findet man trotzdem Ausführungen mit einem radialen Spiel  $x$  bei  $B$  (Abb. 326a). Dadurch ist ein teilweiser Druckausgleich zwischen der Zone hohen Drucks links und der Zone geringen Drucks rechts möglich. Aus dem gleichen Grund darf auch die Schaufelteilung nicht groß sein. Während Gl. (2) in diesem Fall bestehen bleibt, ändern sich Gl. (1) und (3), weil  $Q_w$  sich um die Undichtheitsmenge vermehrt. Bei geringem Spielraum  $x$  tritt die Wandreibung stark in die Erscheinung. Wird nun die mittlere Geschwindigkeit im Spalt kurzerhand gleich  $\varepsilon u_a$  geschätzt, wo  $\varepsilon$  eine Erfahrungszahl sei, so ist die Undichtheitsmenge  $b x \varepsilon u_a = \varepsilon b x \pi D_a n / 60$ , so daß an Stelle von Gl. (1), (3), (4) und (5) zu setzen ist:

$$Q_w = \left[ \frac{\pi}{4} (D_a^2 - D_i^2 + 4 \varepsilon x D_a) - 2l_1 s \right] b \frac{n}{60}, \quad (1a)$$

$$l_2 = \frac{1}{4 D_a} \left( D_a^2 - D_i^2 - \frac{4}{\pi} z l_1 s \right) + \varepsilon x, \quad (3a)$$

$$D_g = D_a + l_2 - a + x = D_i + 2l_1 + l_2 - a + x, \quad (4a)$$

$$a = D_a + l_2 + x - D_g. \quad (5a)$$

Die Strömungsenergie des Wasserrings im Querschnitt  $CD$  kommt auf der linken Radseite der Verdichtung zugute. Die allmähliche Drucksteigerung der

Luft auf der Innenseite des Wasserrings bedingt eine entsprechende Druckzunahme im äußeren Teil des Wasserrings. Im sichelförmigen Teil zwischen Laufrad und Gehäuse wird also eine entsprechende Verzögerung der Wassergeschwindigkeit eintreten, so daß auch rechts und links vom Rad keine Symmetrie des Wasserrings besteht. Vielmehr tritt links eine Verbreiterung des Rings ein, in der Weise, daß der Ring sich früher der Radnabe nähert, als der rechten Seite entspricht. Jedenfalls sollte im sichelförmigen Teil des Rings keine Stauung, d. h. Totraumbildung oder Rückströmen erfolgen. Dies ist zu vermeiden durch genügend hohe Umfangsgeschwindigkeiten des Laufrades.

Der Wasserdruck hat seinen Größtwert ungefähr an der Stelle  $E$  des Gehäuseumfangs (Abb. 326), die auf dem Radius des höchsten Punktes des Austrittskanals liegt. Bezeichnet man in Meter Wassersäule mit  $H'$ ,  $H''$  die Drücke an der Saug- und Drucköffnung,  $H_w$  den Reibungsverlust am äußeren Faden, so ist der Druck bei  $E$  in Meter Wassersäule einerseits

$$H_{\max} = H'' + \frac{u_a^2 - u_i^2}{2g}.$$

Andererseits wird vom Rad dem äußeren Faden bei  $F$ , wo die Laufzelle noch gefüllt ist, die Gesamtenergie (Summe aus Druck- und Geschwindigkeitsenergie)  $(u_a^2 - u_i^2)/(2g) + u_a^2/(2g)$  erteilt. Wenn nun die Geschwindigkeit bei  $E$  nicht bis auf Null sinken soll, also keine Stauung stattfindet, so muß nach der Bernoulli-Gleichung sein

$$\frac{u_a^2}{2g} + \frac{u_a^2 - u_i^2}{2g} + H' - H_w > H_{\max},$$

oder mit Bezug auf die vorhergehende Gleichung

$$u_a > \sqrt{2g(H'' - H' + H_w)}. \quad (6)$$

Die kleinstzulässige Drehzahl folgt damit, wenn  $u_a = \pi D_a n/60$  eingesetzt und die Zahlenwerte zusammengefaßt werden, aus

$$n_{\min} = \frac{85}{D_a} \sqrt{H'' - H' + H_w}. \quad (7)$$

Gl. (6) und (7) berücksichtigen nicht die Schleppwirkung, die das Rad auf das Wasser vermöge seiner Zähigkeit erfahrungsgemäß<sup>1</sup> ausübt. Dieser Anteil ist aber rechnerisch ebensowenig zu erfassen wie der S. 63 und 179 behandelte Impulsaustausch (Austauschverlust), der auf dem gleichen Vorgang beruht. Da im vorliegenden Fall der Abstand des Radumfangs von der zylindrischen Gehäusewand klein ist und sich im oberen linken Viertel allmählich verengt, so hat diese Schleppwirkung einen Druckanstieg von  $D$  über  $G$  nach  $E$  zur Folge, der sich über den oben eingeführten Druckabfall  $H_w$  lagert und sogar größer sein kann als dieser. Es ist also möglich, daß das Glied  $H_w$  in Gl. (6) und (7) negativ zu setzen ist, wenn man in ihm beide Einflüsse zusammenfaßt. Im folgenden soll  $H_w = 0$  genommen werden.

Abb. 327 zeigt die Leistungskurven einer kleinen Wasserringpumpe mit den Abmessungen  $D_a = 100$ ,  $D_i = 60$ ,  $l_1 = 20$ ,  $b = 10$ ,  $D_g = 115$ ,  $s = 3$ ,  $x = 1$  mm,  $z = 12$  bei 2800 U/min. Es sind in Abhängigkeit des absoluten Saugdruckes  $p'$  in kg/cm<sup>2</sup> aufgetragen: Das geförderte Luftgewicht  $G$  in kg/s, das Ansaugvolumen  $V_g = G RT/p'$ , der absolute Austrittsdruck  $p''$  in kg/cm<sup>2</sup>, die Wellenleistung  $N_w$  in kW, das zusätzlich geförderte Wassergewicht  $G_w$ , der Gesamtwirkungsgrad  $\eta_{is}$ , bezogen auf isothermische Verdichtung, und der volumetrische Wirkungsgrad  $\eta_{vol} = \bar{V}_g/(V_g)_{\text{theor}}$ , wobei  $(V_g)_{\text{theor}}$  aus Gl. (2) ermittelt wurde, nachdem  $l_2 = 14,7$  mm aus Gl. (3a) und  $a = 0,7$  mm aus Gl. (5a) mit  $\varepsilon = 1$  bestimmt worden war. Das angesaugte Volumen bleibt, wie zu erwarten, bis etwa 50% Luftleere konstant, um dann abzufallen. Der relativ hohe Wert von  $\eta_{vol}$  gegenüber  $\eta_{is}$  läßt erkennen, daß die Verluste nur zum kleinen Teil durch Undichtigkeiten bedingt sind, hauptsächlich also an Reibung und Wirbelung liegen. Die Zusatzwassermenge  $G_w$  ist gegenüber dem Fördervolumen  $V_g$  klein, so daß dadurch

<sup>1</sup> Vgl. S. 443 und 445, ferner S. 149.

$\eta_{vol}$  nicht merkbar geändert wird. Der Kraftbedarf steigt mit zunehmender Luftleere nur wenig an.

Gl. (7) liefert für diese Pumpe, wenn  $H'' - H' = 10$  m und  $H_w = 0$  gesetzt wird,

$$n_{min} = \frac{85}{0,1} \sqrt{10} = 2700,$$

so daß die verwendete Drehzahl ziemlich knapp ist. Damit ist das Zurückbiegen der  $V_g$ -Linie bei kleinen Ansaugdrücken, ferner die Unmöglichkeit, an die theoretische Luftleere heranzukommen, zu erklären.

Die zusätzliche Wasserförderung  $G_w$  ist nicht ganz zu vermeiden, weil die innere Oberfläche des Flüssigkeitsringes in der einzelnen Schaufelzelle infolge der von den Schaufeln ausgeübten Zwangsbeschleunigung von der Kreisform sehr stark

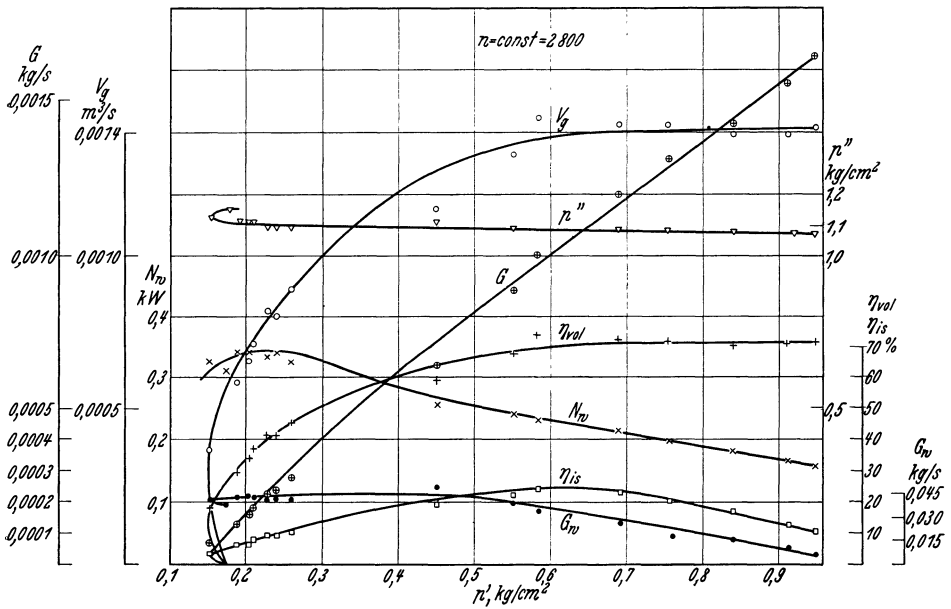


Abb. 327. Kennlinie einer Wasserringpumpe bei Luftförderung.

abweicht und deshalb Wasser in die Drucköffnung eintreten muß, falls der volumetrische Wirkungsgrad nicht zu stark abfallen soll. Die zugeführte Flüssigkeit dient gleichzeitig zur Kühlung und Abdichtung der Stopfbüchsen. Sie kann im Kreislauf verwendet werden.

Bei Wasserförderung ist der Vorgang dem Wesen nach der gleiche wie bei Luftförderung. Der Wirkungsgrad ist aber schlechter, weil die Nachgiebigkeit des Luftpolsters fehlt. Die Drucksteigerung tritt wie bei Kolbenpumpen plötzlich ein, die Verlangsamung des Wassers am Radumfang ist also nahezu stoßartig und mit den bei raschen Geschwindigkeitsänderungen auftretenden Verlusten verbunden. Anstauen und teilweises Rückströmen des Wassers in dem schaufelfreien, sichelförmigen Raum zwischen Radstern und Gehäuse dürfte deshalb unvermeidlich sein, so daß der volumetrische Wirkungsgrad sehr gering ist. Versuche zeigen, daß die Förderhöhe geringer als bei einer gewöhnlichen Kreiselpumpe gleicher Umfangsgeschwindigkeit und auch der Wirkungsgrad ganz erheblich schlechter ist. Dies rührt daher, daß der Pumpwirkung auf der Saugseite eine Turbinenwirkung auf der Druckseite gegenübersteht, die zwar eine Rückgabe von Arbeit an das Rad bedeutet, aber eine Förderhöhe nur insoweit entstehen läßt, als sie durch die erwähnte stoßartige Verzögerung des Wassers in



dem äußeren sichelförmigen Raum sowie durch die S. 441 und 445 behandelte Schleppwirkung bedingt ist. Die Drosselkurve verläuft ziemlich stabil und die Wellenleistung bleibt bei gleicher Drehzahl nahezu unabhängig von der Wasserlieferung. Die Pumpe wird von den SSW auch mehrstufig gebaut.

**b) Wasserringpumpen mit getrennter Abführung für Luft und Förderwasser. Schaufelarbeit bei Wasserförderung durchweg positiv.** Der schlechte Wirkungsgrad bei Wasserförderung hat die SSW veranlaßt, die Turbinenwirkung zu beseitigen, indem die Austrittsöffnung  $C$  für das Wasser am äußeren Gehäuseumfang angeschlossen wurde<sup>1</sup> (Abb. 328), so daß die Wasserförderung wie bei einer gewöhnlichen Kreiselpumpe geschieht. Die Austrittsöffnung  $h_1$  für die Luft muß aber innen, und zwar an der Stelle bleiben, wo der Wasserring durch den Gehäuseumfang gegen den Radeintritt gedrückt wird, weil sie wegen ihrer geringen Masse nicht nach außen gelangen kann, sondern sich am Schaufeleintritt ansammelt. Die Luft wird also getrennt vom Wasser durch das Rohr  $h$  abgeführt.

Das Rad wird partiell durch die Öffnung  $e$  beaufschlagt, die in dem verlängerten und mit dem Gehäusedeckel verbundenen Saugrohr angebracht ist. Bei Luftförderung muß der Druckstutzen abgeschlossen werden, damit das Hilfswasser nicht in das Druckrohr entweicht. Das Gehäuse hat offenbar die bei Niederdruckkreiselpumpen übliche Form mit dem Unterschied, daß die Begrenzung  $a$  über den größten Teil des Umfangs konzentrisch zum Laufrad verläuft. Die Versuche lieferten das bemerkenswerte Ergebnis, daß in diesem konzentrischen Teil der Spirale eine erhebliche Drucksteigerung eintrat, so daß die Förderhöhe sich bedeutend über das bei Kreiselpumpen mit gleicher Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades beobachtete Maß vergrößerte<sup>2</sup>. Dies ist nur durch eine starke Schleppwirkung des Rades infolge der Zähigkeit des Wassers zu erklären (vgl. S. 441).

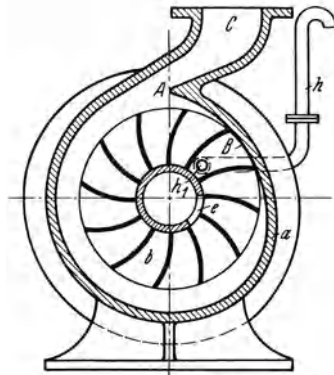


Abb. 328. Wasserringluftpumpe mit getrennter Abführung für Luft und Wasser.

Um den Wasserring in der Nähe der Austrittsöffnung  $h_1$  für die Luft zwangsläufig zu führen und dadurch die Luftförderung auch bei geringen Umfangsgeschwindigkeiten zu sichern, wurde der Berührungspunkt  $B$  des Laufrades vom Anfang  $A$  der Spirale weiter abgelegt und später sogar am tiefsten Punkt der Spirale angeordnet<sup>3</sup>. Dadurch kommt die durch Zähigkeitswirkungen bedingte, oben erwähnte Drucksteigerung besser zur Entwicklung, so daß höhere Verdichtungen möglich werden.

**c) Wasserringpumpen mit gemeinsamer Abführung für Luft und Förderwasser. Schaufelarbeit sowohl bei Luft- wie Wasserförderung positiv (SIHI-Pumpe).** Die unter b) behandelten Pumpen verlangen den Abschluß der Druckleitung während des Entlüftungsvorgangs. Diesen wesentlichen Mangel vermeiden die Konstruktionen der Firma Siemens & Hensch, Itzehoe, Holstein (SIHI) dadurch, daß das aus dem Rad geschleuderte Wasser durch einen ruhenden Leitkanal und nicht durch die Laufzellen in die Nähe der Austrittsöffnung für die Luft geführt wird. Zum Unterschied von den Ausführungen unter a) und b) ist also Turbinenwirkung sowohl bei Wasser- wie bei Luftförderung vermieden. Einen Vorläufer dieser Bauarten zeigt Abb. 329<sup>4</sup>. Das Laufrad  $b$  sitzt konzentrisch im Gehäuse. Bei Luftförderung wird das Hilfswasser in den am Gehäuseumfang befindlichen Kanal  $h$  geworfen, dessen Fortsetzung der gestrichelt gezeichnete

<sup>1</sup> DRP. 299 813, 59 b 2.

<sup>2</sup> Vgl. DRP. 295 850, 59 b 2, S. 1, Zeile 60 bis 69.

<sup>3</sup> Vgl. auch DRP. 313 262, 59 b 2.

<sup>4</sup> DRP. 413 435, 27 c 12. Weitere Patente der Firma Siemens & Hensch sind: 337 365, 59 b 4; 407 062, 59 b 2; 435 509, 59 b 2; 473 949, 59 b 2.

Leitkanal *f* bildet, so daß also der Wasserring die für das Ansaugen nötige innere Aussparung erhält und Luft durch die Öffnung *c* angesaugt wird. Der Wasserring gelangt unter Umgehung der Laufzellen durch den seitlichen Leitkanal *f* in nächste Nähe der bei der Radnabe liegenden Drucköffnung *d*, wobei ein allmähliches Auffüllen der leer gewordenen Radzellen durch den spiralförmigen Schlitz *g* herbeigeführt wird. Dadurch wird der Gesamtdruck des Wasserrings nach dem Druckschlitz *d* übertragen. Beim Übergang von *g* nach *d* durch die Laufzellen hindurch ist nur ein geringer Druckabfall in Kauf zu nehmen, der dem kurzen radialen Abstand der beiden Schlitze, also einer geringen Turbinenwirkung entspricht. Zwischen dem Druckschlitz *d* und Saugschlitz *c* schließt sich in der Drehrichtung der Wasserring abdichtend an die Nabe an, wobei der hohe Wasserdruck allmählich auf den Saugdruck abfällt. Bei Wasserförderung ist der Vorgang der gleiche.

Abb. 329. SIHI-Pumpe älterer Bauart (Leitkanal *f* getrennt vom Arbeitsraum des Rades).

Diese Bauweise ist später von SIHI in der Weise geändert worden, daß der Leitkanal *f* in die die Radkanäle begrenzenden Gehäusewände offen hineingelegt worden ist. Kanal *f* und Schlitz *g* der Abb. 329 fallen also zusammen. Die Abb. 330 und 331 zeigen diese neueste Ausführung im Schnitt und im Lichtbild. Der Leitkanal *c-d* liegt offen auf beiden Seiten des konzentrisch im Gehäuse sitzenden Rades.

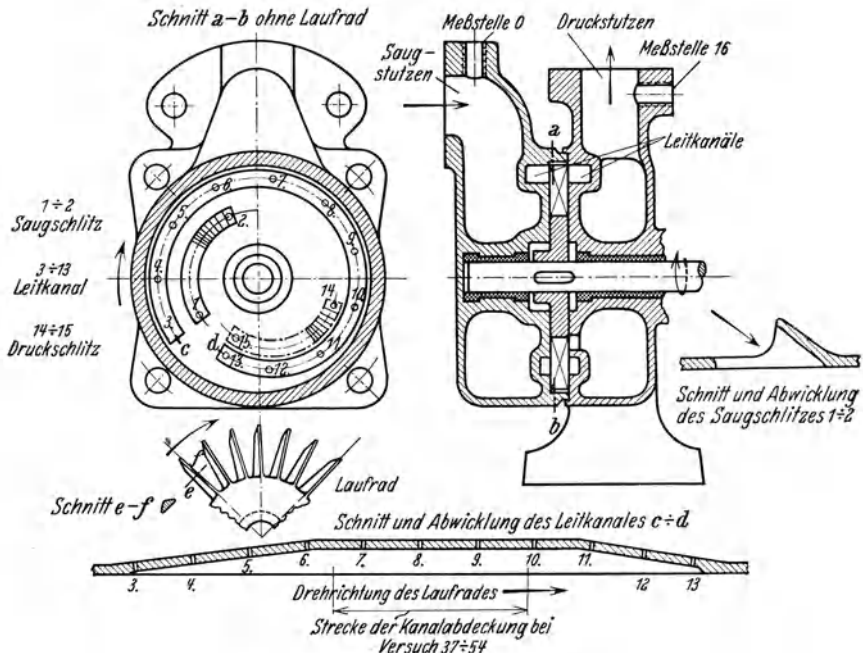
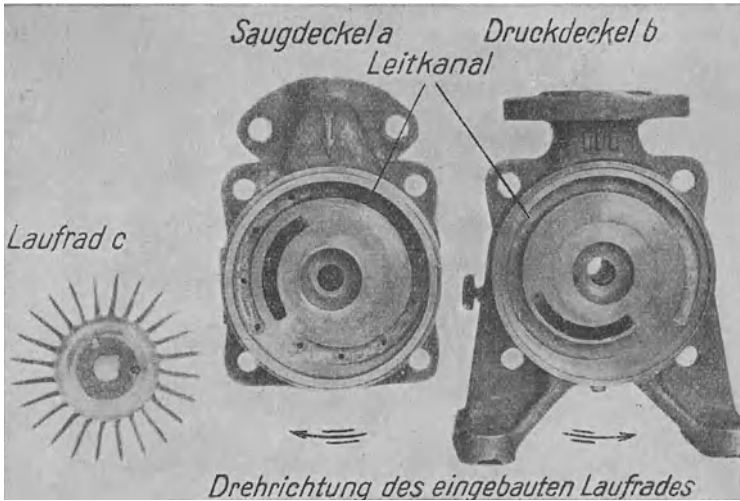


Abb. 330. Selbstsaugende Pumpe von SIHI. Die Bohrungen 1 bis 16 sind nur zur Durchführung der in Abb. 331a enthaltenen Messungen Ritters angebracht.

Er beginnt wieder über dem Saugschlitz 1—2, wobei er sich allmählich vertieft, und krümmt sich über dem Druckschlitz 14—15 wieder spiralförmig nach einwärts, um dort allmählich in die ebene Seitenwand überzugehen. Das aus dem beiderseitigen Leitkanal tretende Wasser muß hier wieder ein kurzes Stück radial einwärts durch die

Laufzellen strömen, um zum Druckschlitz zu gelangen. Die Saug- und Druckschlitz sind ferner so ausgebildet, daß ein stoßfreier Übertritt des Wassers möglich wird (Abb. 330 rechts). Im übrigen stimmt die Wirkungsweise vollkommen mit der oben besprochenen überein. Die erzielte Leistung ist aber wesentlich größer,



da in dem offenen Umföhrungskanal die S. 441 und 443 besprochene, von den SSW bereits beobachtete Schleppwirkung der Radschaufeln in verstärktem Maße sich betätigen kann. Diese Verhältnisse wurden von Ritter<sup>1</sup> näher untersucht.

Ritter hat die Drücke in den seitlichen Leitkanälen mittels der in Abb. 330 durch arabische Ziffern gekennzeichneten Meßbohrungen verfolgt und erhielt den

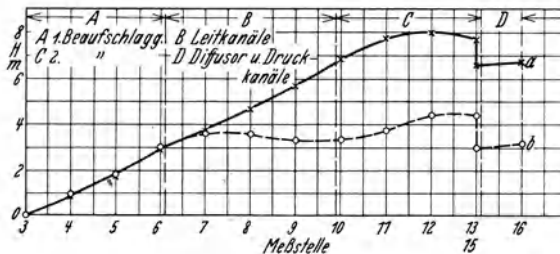


Abb. 331a. Druckverlauf, ermittelt in den aus Abb. 330 ersichtlichen Meßbohrungen.  
— offener Leitkanal, - - - abgedeckter Leitkanal.

in Abb. 331a angegebenen Verlauf der Drücke in Abhängigkeit der abgewickelten Kanallänge. Die Strecke A entspricht hierbei dem über dem Saugschlitz liegenden Kanalstück, die Strecke B dem eigentlichen Leitkanal, die Strecke C dem über dem Austrittsschlitz liegenden Kanalstück, die Strecke D dem Verlauf im Austrittskanal. Die Drucksteigerung ist der Länge des seitlichen Leitkanals pro-

<sup>1</sup> Ritter: Selbstansaugende Kreiselpumpen. Leipzig: Dr. Max Jänecke 1930. Dort sind auch die Abb. 330 bis 331a und 333 entnommen. Während der Drucklegung erschien die Dissertation von Schmiedchen, Untersuchungen über Kreiselpumpen mit seitlichem Ringkanal, Verlag R. Noske, Borna-Leipzig 1932.

portional und offenbar ganz erheblich. Wurde der Leitkanal auf die Länge  $B$  abgedeckt, so blieb die Druckzunahme, wie die gestrichelte Linie erkennen läßt, über dem abgedeckten Teil fast ganz aus, um anschließend wieder einzusetzen. Diese durch die Zähigkeit des Wassers bedingte Schleppwirkung wird offenbar gesteigert durch die doppelseitige Anordnung des Umföhrungskanals in Verbindung mit der geringen Kanaltiefe. Sie wird weiter noch gefördert durch die in Abb. 332 eingezeichnete Sekundärbewegung des Wassers, die eine wiederholte Arbeitsaufnahme aus dem Rad bedingt und ihre Ursache darin hat, daß am Umfang der Schaufelkanäle ein höherer Druck sich einstellt als in Höhe des inneren Randes des Leitkanals.

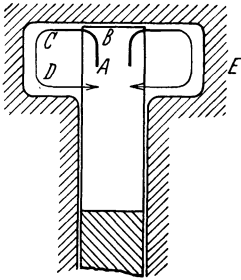


Abb. 332. Sekundärbewegung zwischen Lauf- und Leitkanal.

Infolge dieser neben der reinen Kreiselpumpe herlaufenden Schleppwirkung, deren hoher Betrag um so bemerkenswerter ist, als der Umföhrungskanal gleichbleibenden Querschnitt besitzt, erreicht diese SIHI-Pumpe wesentlich größere Förderhöhen, als sie bei normalen Kreiselpumpen mit gleicher Umfangsgeschwindigkeit des Laufrades beobachtet werden. Ritter erhält bei seiner Versuchspumpe die in Abb. 333 angegebenen Kennlinien mit einer Umfangsgeschwindigkeit  $u_{am} = 8,90$  m/s, bezogen auf den mittleren Durchmesser des Leitkanals  $d_m = 118$  mm. Bei einer gewöhnlichen Kreiselpumpe mit Leitschaukeln wäre hier nach Gl. (44) Abschn. 44 ein normaler Förderdruck von etwa  $u_{am}^2/2g = 3,17$  m zu erwarten, gegenüber dem Wert von 8 m, der sich im Punkt des besten Wirkungsgrades einstellt, also dem 2,5fachen Wert. Faßt man den Leerlaufdruck ins Auge, so wird das Verhältnis offenbar noch wesentlich größer, da die  $H$ -Linie stärker

ansteigt, als bei Kreiselpumpen üblich ist. Naturgemäß geht diese starke Drucksteigerung, da sie durch Mischungsbewegungen bedingt ist, die dem Gesetz des unelastischen Stoßes folgen, auf Kosten des Wirkungsgrades, der bei der Versuchspumpe 23% beträgt und bei anderen Ausführungen 30% nicht wesentlich übersteigt, während eine gewöhnliche Kreiselpumpe gleicher Leistung und guter Ausführung 50 bis 60% erreichen kann. Dabei sind jedoch die Stoßwirkungen beim Übertritt vom Umföhrungskanal durch das Rad in die Drucköffnung ebenfalls von Einfluß. Immerhin muß beachtet werden, daß bei den kleinen Liefermengen, für welche die vorliegenden Pumpen infolge der teilweisen Beaufschlagung des Rades ausschließlich in Betracht kommen, der Wirkungsgrad, d. h. die Stromkosten, häufig eine

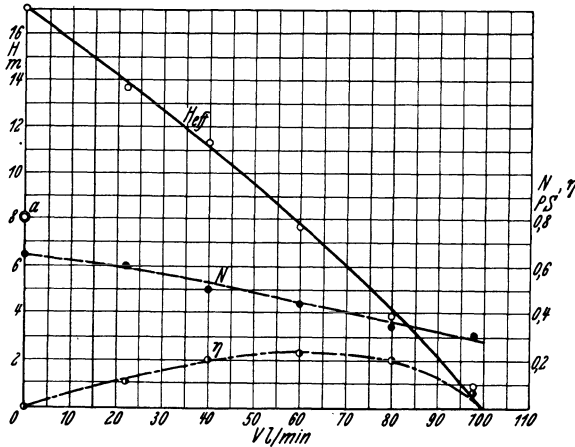


Abb. 333. Kennlinien der SIHI-Pumpe, Abb. 330, bei 1440 U/min.

ansteigt, als bei Kreiselpumpen üblich ist. Naturgemäß geht diese starke Drucksteigerung, da sie durch Mischungsbewegungen bedingt ist, die dem Gesetz des unelastischen Stoßes folgen, auf Kosten des Wirkungsgrades, der bei der Versuchspumpe 23% beträgt und bei anderen Ausführungen 30% nicht wesentlich übersteigt, während eine gewöhnliche Kreiselpumpe gleicher Leistung und guter Ausführung 50 bis 60% erreichen kann. Dabei sind jedoch die Stoßwirkungen beim Übertritt vom Umföhrungskanal durch das Rad in die Drucköffnung ebenfalls von Einfluß. Immerhin muß beachtet werden, daß bei den kleinen Liefermengen, für welche die vorliegenden Pumpen infolge der teilweisen Beaufschlagung des Rades ausschließlich in Betracht kommen, der Wirkungsgrad, d. h. die Stromkosten, häufig eine

geringere Rolle spielen als der Preis der Pumpe, der durch die einfache Herstellung und die große Stufenförderhöhe günstig beeinflusst wird, obwohl der Motor sich verteuert. Ritter hat ferner nachgewiesen, daß diese Pumpe dem für Kreiselpumpen gültigen Ähnlichkeitsgesetz folgt.

Die Luftleistung der Pumpe beim Ansaugen ist trotz der kleinen Umfangsgeschwindigkeit recht günstig.

Auf eine rechnerische Behandlung soll verzichtet werden, da die für die Rechnung schwer zugängliche Schleppwirkung den ganzen Vorgang beherrscht.

Aus Abb. 334 ist eine von Bargeboer angegebene neuere Formgebung des Leitkanals  $f$  ersichtlich, insofern als dieser spiralförmig nach innen gerichtete Abzweigungen  $g$  besitzt. Diese sollen wahrscheinlich die vorhin besprochene Druckerhöhung im Leitkanal  $f$  dadurch noch weiter treiben, daß sie den Leitkanaldruck nach Stellen kleinen Raddurchmessers übertragen, weil dann die Fliehkräfte unterstützend wirken. Im übrigen ist die Wirkung grundsätzlich die gleiche wie bei der SIHI-Pumpe. Der Einlaufschnitt  $c$  und Auslaufschnitt  $d$  liegen wieder nahe an der Nabe des konzentrisch zum Leitkanal und Gehäuse angeordneten sternförmigen Rades.

**d) Gemischpumpen.** Bei dieser nur durch die Patentliteratur in die Erscheinung getretenen Bauart soll die Luft mit der umlaufenden Hilfsflüssigkeit vor oder nach dem Eintritt in das Laufrad gemischt und das entstandene Wasser-Luftgemisch durch das Kreisellrad auf höheren Druck gebracht werden<sup>1</sup>.

Alle Entwürfe dieser Art sind mißglückt, weil das Luft-Wassergemisch im Rad infolge der durch die Schaufeln aufgezwungenen Richtungsänderung (wie in

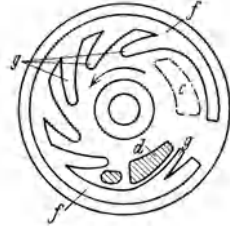


Abb. 334. Leitkanalform der selbstsaugenden Pumpe von Bargeboer.

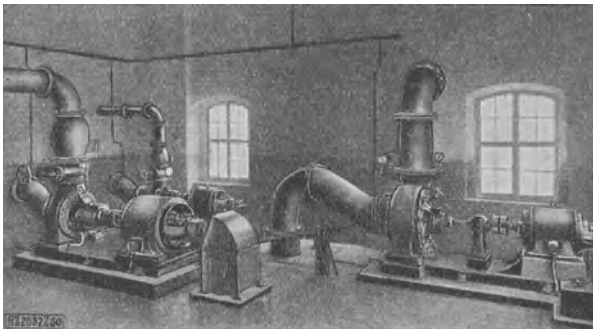


Abb. 335. Schraubenpumpen (Weise Söhne) in Selbstsaug-Anordnung.

einer Zentrifuge) sich in Wasser und Luft trennt, also die Luft größtenteils wieder zum Saugstutzen zurückgedrängt wird. Infolgedessen dürfte sich ein weiteres Eingehen auf diese Pumpenart erübrigen. Nur bei Rädern mit axialem Durchtritt kann ein beschränkter Erfolg erwartet werden, weil dort der von dem abgeschiedenen Wasser gebildete geschlossene Wasserring die Luft nicht entgegengesetzt zur Strömungsrichtung, sondern senkrecht dazu wegzudrücken sucht<sup>2</sup>.

**e) Schraubenpumpen.** Ist ein Schraubenrad mit wenigen und sehr langen Schaufeln ausgerüstet (Abb. 292), so bekommt das Rad die Form einer Förderschnecke und eignet sich als solche zum selbsttätigen Ansaugen des Wassers auf beschränkte Höhen (bis auf etwa 2 m). Naturgemäß muß durch eine entsprechende Führung der Saugleitung (Abb. 335) dafür gesorgt werden, daß immer eine reich-

<sup>1</sup> Vgl. z. B. DRP. 313812, 59 b 2.

<sup>2</sup> DRP. 448450, 474906, 59 b 2, Rudolf Siegel, Hamburg.

liche Wassermenge in der Pumpe zurückbleibt, damit die erforderliche Wasserkolbenbildung eintreten kann. Die erreichbare Saughöhe ist um so größer, je mehr Wasser in dem abfallenden Ast der Saugleitung zwischen deren höchsten Punkt und der Pumpe zurückgehalten wird, und ist ferner in hohem Maße abhängig von der Umfangsgeschwindigkeit des Rades.

### 118. Vorschalten eines hochgestellten Wasserbehälters.

Die gewöhnliche Pumpe *a* (Abb. 336) ist hier stets wassergefüllt, sofern das Vorschaltgefäß *b* gefüllt ist. Die in der Saugleitung *c* befindliche Luft wird nach dem Anlassen in das Vorschaltgefäß gesaugt, welches so groß sein muß, daß das auf den betriebsmäßigen Unterdruck sich ausdehnende Luftvolumen aufgenommen werden kann. Ist

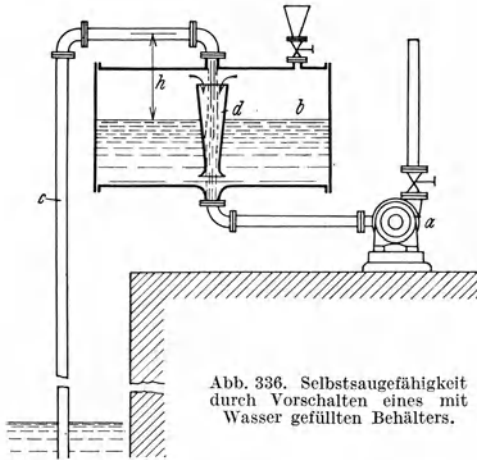


Abb. 336. Selbstsaugfähigkeit durch Vorschalten eines mit Wasser gefüllten Behälters.

*A* der Atmosphärendruck in Meter Wassersäule,

*H<sub>s</sub>* die größte vorkommende manometrische Saughöhe, gemessen im höchsten Punkt der Saugleitung in m,

*V* das Luftvolumen in der Saugleitung vor dem Anlassen in m<sup>3</sup>,

so muß das Gefäßvolumen *V<sub>g</sub>* der Bedingung genügen

$$V_g \geq \frac{A}{A - H_s} \cdot V.$$

Der Vorschaltbehälter wird also bei beträchtlicher Saughöhe *H<sub>s</sub>* sehr groß. Diese wird noch vermehrt durch die Höhe *h* (Abb. 336), welche außerdem einen Energieverlust bedeutet. Ferner muß der Vorschaltbehälter vor dem Anlassen ganz gefüllt sein. Schließlich ist zu beachten, daß das in den Vorschaltbehälter eintretende Wasser fortlaufend Luft abgibt.

Man hat versucht, diesen Schwierigkeiten Rechnung zu tragen durch Einbau eines injektorartig wirkenden Abfallrohres *d*, wodurch das herabfallende Wasser Luft aus dem Vorschaltbehälter absaugt und der Pumpe zuführt, also den Behälter selbsttätig wieder entlüftet. Wenn mit der Möglichkeit gerechnet wird, daß der Saugwasserspiegel unter die Mündung des Saugrohres absinkt, so wird eine völlige Entleerung des Vorbehälters verhindert, indem mittels eines Schwimmerventils Wasser aus der Druckleitung zugeführt wird, sobald der Wasserspiegel unter die zulässige untere Grenze sinkt<sup>1</sup>. Die Anwendung dieses Verfahrens scheint im Ausland üblich zu sein<sup>2</sup>.

### 119. Verwendung eines Strahlapparates.

a) **Anschluß an die Druckleitung.** Die auf der Anwendung eines Wasserings beruhenden Bauarten sind wegen der partiellen Beaufschlagung auf kleine Wassermengen beschränkt. Die hier behandelten Maßnahmen bedingen keine Änderung an der Pumpe selbst, gestatten also, jede Pumpe selbstsaugend zu machen. Die Pumpe muß ebenfalls stets mit Wasser gefüllt sein; die Saugleitung ist deshalb wie in Abb. 335 nach oben schwanenhalsförmig gekrümmt. Wird beim Anlassen der Druckschieber geschlossen, so kreist das geförderte Wasser durch den Strahlapparat, Entlüfter und Radeintritt. Das vom Entlüfter nach dem Radeintritt zurücktretende Wasser muß dann auf die steigende

<sup>1</sup> DRP. 431491.

<sup>2</sup> Vgl. Defeld: Pompes Centrifuges. Charleroi.

Luftleere der Saugleitung abgedrosselt werden<sup>1</sup>, falls man nicht vorzieht, die Saugleitung gegen die Pumpe durch eine Rückschlagklappe, die hinter dem höchsten Punkt des Saugeinlaufs angeordnet ist<sup>2</sup>, abzuschließen. Abdrosselung und Rückschlagklappe sind entbehrlich, wenn das Betriebswasser des Strahlapparates nicht in die Saugleitung, sondern hinter die erste Pumpenstufe geführt wird, welche dann die Rolle der Rückschlagklappe übernimmt. Der am Strahlapparat verfügbare Druck wird hierbei jedoch um den Förderdruck der ausgeschalteten ersten Stufe verringert. Doch dürfte diese Schaltung wegen ihrer Einfachheit den Vorzug vor den beiden vorerwähnten Anordnungen verdienen, da reichlich Absaugenergie zur Verfügung steht.

Wenn diese auf der Heranziehung des Strahlapparates beruhende Anordnung allen Anforderungen gerecht werden soll, muß der Übergang vom Entlüftungszum Förderbetrieb selbsttätig erfolgen, nachdem die Saugleitung mit Wasser angefüllt ist und umgekehrt, wenn sich wieder Luft ansammelt. Jede Schaltung bedingt die Betätigung des Absperrorgans der Druckleitung und die Aus- bzw. Einschaltung des Strahlapparates. Diese Aufgabe läßt sich mittels eines vom Wasserspiegel in der Saugleitung betätigten Schwimmers lösen. Um die eingeleitete Regelbewegung sicher zu Ende zu führen, empfiehlt es sich, einen kleinen Zusatzstrahlapparat, der vom Schwimmer nicht beeinflusst wird, dauernd in Tätigkeit zu lassen, weil im Augenblick des Förderbeginns die Luftleere plötzlich zunimmt, wodurch die Restluft sich ausdehnt und der Schwimmer wieder sinkt und umgekehrt.

**b) Vom Spaltwasser betriebener Strahlapparat.** Hier wird für die Absaugung eine Energiequelle benutzt, welche bei jeder Kreiselpumpe zur Verfügung steht, aber nicht verwertet wird, nämlich die Energie des durch die unvermeidlichen Spalte zwischen Rad und Gehäuse oder zwischen einer Ausgleichsscheibe und Gehäuse verloren gehenden Wassers<sup>3</sup>. Abb. 337 veranschaulicht den Fall der Verwendung der Vorrichtung für den Achsschubausgleich, und zwar ist der Hauptspalt *A* selbst als Eintrittsdüse eines Strahlapparates, aus der das treibende Spaltwasser als Wasserscheibe austritt, ausgebildet. Die abzusaugende Luft wird aus der Saugleitung bei *C* zugeführt und in der dem Spalt *A* gegenüberliegenden Fangdüse verdichtet. Das Luft-Wassergemisch wird anschließend — wie bei den unter a) beschriebenen Anordnungen — entlüftet, um dann dem Saugleinlauf oder einer Zwischenstufe wieder zugeführt zu werden.

Jede Ausgleichseinrichtung besteht nach S. 340 aus einem Hauptspalt *A* und einer meist unveränderlichen Zusatzdrosselstelle *B*. In Abb. 337a ist nun diese unveränderliche Zusatzdrosselstelle *B* als Strahlapparat ausgebildet, die jetzt dem Hauptspalt *A* nachgeschaltet ist. Die unveränderliche Drosselstelle *B* ist durch die Eintrittsdüse des Strahlapparates ersetzt, so daß also die verfügbare Druckenergie nicht abgedrosselt, sondern in Geschwindigkeit umgesetzt wird, die wieder die Absaugung der Luft und ihre Beförderung an die Atmosphäre durch die Fang-

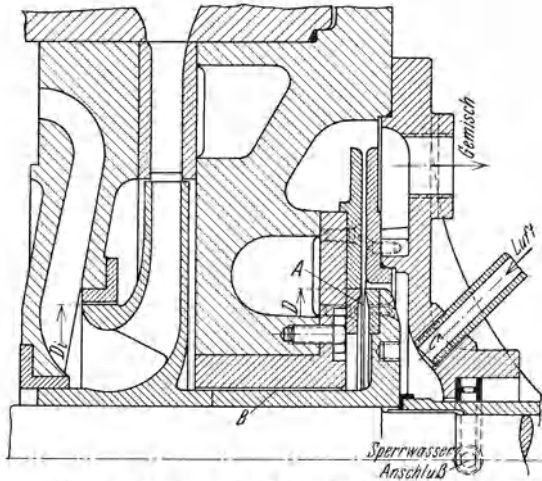


Abb. 337. Scheibenstrahl-Ejektor in Verbindung mit der Ausgleichsscheibe.

<sup>1</sup> DRP. 527764, 59b 2.    <sup>2</sup> DRP. 530119, 59b 2.

<sup>3</sup> Schweiz. P. 142539, 101b; Österr. P. 119391, 59b.

düse und den Entlüftungsbehälter herbeiführt. Der Achsschubausgleich wird durch diese Umkehrung in keiner Weise beeinträchtigt. Entsteht beispielsweise ein Achsschub nach rechts, so öffnet sich der Spalt *A*, und infolge der zusätzlichen Wirkung der Düse *B* steigt der Druck im Raum hinter *A*, so daß wieder Ausgleich eintritt.

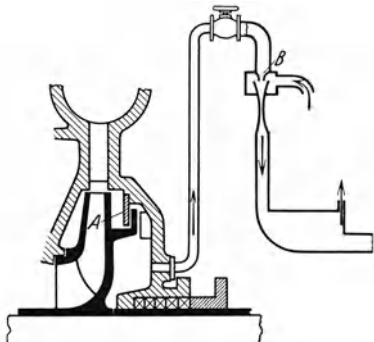


Abb. 337 a. Ausbildung der Zusatzdrosselstelle *B* der Ausgleichsvorrichtung für den Achsschub als Strahlpumpe.

c) **Strahlapparat von den Abgasen des Motors beaufschlagt.** Diese bei Antrieb durch Benzin- oder Ölmotor anwendbare Maßnahme besteht darin, daß beim Anlassen die Abgase des Motors oder ein Teil derselben mit einem gewissen Überdruck entnommen und zum Betrieb eines Strahlapparates verwendet werden. Die dadurch bedingte Leistungsminderung des Motors ist unbedenklich, da entweder die Pumpe abgeschaltet ist oder die Räder während der Entlüftung im Luftraum laufen. Diese Ausführung ist insbesondere bei Feuerlöschpumpen gebräuchlich (Maschinenbau-Aktiengesellschaft Balcke) und ermöglicht ausreichende Saughöhen bei genügend kurzer Entlüftungszeit.

## 120. Kreiselpumpen mit eingebauter Luftpumpe.

Hier sind zwei verschiedene Pumpen verwendet, die von einer gemeinsamen Welle betrieben werden und baulich zu einem Ganzen vereint sind. Da die Wirkungsweise der Kreiselpumpe sich hierbei von der einer gewöhnlichen Kreiselpumpe nicht unterscheidet, so soll auf diese Bauweise nur kurz eingegangen werden, obwohl sie sehr häufig Anwendung findet.

Ist die Entlüftungspumpe eine Trockenluftpumpe mit hin- und hergehendem oder kreisendem Verdränger (Kapselpumpe), so muß auf deren Empfindlichkeit gegen unreines Wasser Rücksicht genommen und deshalb die Pumpe nach erfolgter Entlüftung stillgesetzt werden, was auch selbsttätig durch den entstandenen Wasserdruck geschehen kann<sup>1</sup>. In die Luftsaugleitung ist aus dem gleichen Grunde ein Filtersieb eingeschaltet.

Diese Umständlichkeiten vermeidet man, wenn man eine mit einer Hilfsflüssigkeit arbeitende Luftpumpe verwendet, wobei dann ihr geringerer Wirkungsgrad, ihr verhältnismäßig hoher Kraftbedarf nach beendeter Entlüftung und schließlich die Möglichkeit des Einfrierens der Hilfsflüssigkeit (Feuerlöschpumpen) in Kauf zu nehmen ist. In der Regel<sup>2</sup> schaltet man die gewöhnliche Wasserringpumpe oder die SIHI-Pumpe vor, da hierbei Wasser und Luft sich nicht vermischen, also kein Entlüftungsbehälter mit seinem Zubehör für die Trennung beider nötig ist.

Abb. 338 zeigt eine hiernach ausgeführte Feuerlöschpumpe mit 3 Stufen, wobei eine Wasserringpumpe *LP* der SSW in das Saugstück eingebaut ist. Diese entlüftet über den Mehrwegehahn *St* den Saugraum und gießt durch das Rohr *A* aus. Der Raum *R* neben der Luftpumpe dient als Vorratsbehälter für das Hilfswasser der Luftpumpe, um das mit der Luft ausgestoßene Wasser zu ersetzen. Durch Drehen des Mehrwegehahns *St* kann die Wasserringpumpe vom Saugraum der Luftpumpe nach beendeter Entlüftung getrennt werden, wobei aber eine unzulässige Erwärmung des Wasserrings dadurch verhindert wird, daß dauernd etwas Kühlwasser angesaugt wird. Die Herstellerin empfiehlt deshalb die Luftpumpe stets in der Ansaugeschaltung zu belassen, weil dann auch bei undichter oder mit Luftsack verlegter Saugleitung kein Abschnappen der Pumpe eintreten kann.

<sup>1</sup> DRP. 332234, 59 b 2.

<sup>2</sup> Vgl. auch Neumann: Z. VDI Bd. 70 (1926) Nr. 47 S. 1573; Ritter: Fördertechn. Bd. 23 Heft 16 S. 323 ff.



Da das fortlaufende Austreten des von der Wasserringpumpe ausgestoßenen Wassers in manchen Fällen sehr lästig ist, verwendet die Firma AMAG-Hilpert-Pegnitzhütte ein Steuerorgan<sup>1</sup>, durch das der Auspuff mit dem Saugstutzen der Pumpe selbsttätig verbunden wird, sobald die Pumpe im Druckstutzen einen Überdruck erzeugt. Bei der Bauweise von Siemens & Henschel wird zum gleichen Zweck ein vom Pumpendruck gesteuertes Kugelrückschlagventil<sup>2</sup> verwendet.

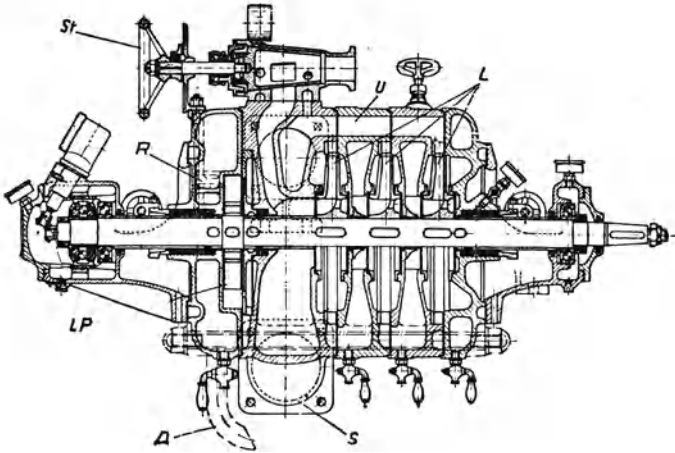


Abb. 338. Feuerlöschpumpe mit vorgeschalteter Wasserringluftpumpe *LP* (AMAG-Hilpert-Pegnitzhütte). *A* = Luftaustritt, *R* = Vorratsbehälter für das Hilfswasser, *S* = Saugstutzen, *U* = Verbindungskanal mit dem Druckstutzen.

Die durch eine besondere Kreiselpumpe beaufschlagte Strahlpumpe, ebenso die Vereinigung beider in Form der sog. rotierenden Luftpumpe (die früher bei Turbinenkondensatoren üblich war) konnten sich trotz wiederholten Anlaufs wegen ihrer größeren Umständlichkeit, die u. a. auch durch die vollkommene Vermischung der Hilfsflüssigkeit mit der Luft und der Schwierigkeit ihrer Trennung bedingt ist, nicht durchsetzen. Auch ist die Luftleistung geringer als bei der Wasserringluftpumpe.

<sup>1</sup> DRP. 465 192, 59 b 2.

<sup>2</sup> DRP. 473 949, 59 b 2.

# Sachverzeichnis.

Die Ziffern bedeuten die Seitenzahlen.

- Abbild, winkeltreues, für ebene Strömungen 15, 16, 328.  
— — für räumlich gekrümmte Stromlinien 275.  
Abteupumpe 405.  
Achsschub 332.  
— ausgleich 334, 339.  
Äquipotentiallinie s. u. Normallinie.  
Affinitätsgesetz 192.  
Ähnlichkeitsgesetz der Potentialströmung 15, 21.  
—, Reynoldssches 24.  
— für Kavitation 252.  
Anfahrwirbel 61.  
Anfressungen 237, 253ff.  
Anlagen 425.  
Anlaufstrecke 30.  
Auftriebszahlen 309, 310, 330.  
Austauschverlust 64, 70, 179.  
Austrittsablenkung, Laufrad 104, 115, 302.  
— Leitrad 146, 318.  
Axialpumpe 2, 300, 433; s. a. u. Propeller.
- Bandströmung 26.  
Baustoffe 238, 348.  
Beaufschlagung, partielle 76, 215, 231, 438, 443f.  
Berechnungsbeispiele s. u. Zahlenbeispiele.  
Bergwerkspumpen 427.  
Bernoulli, Satz von 8f.  
Betriebspunkt 203.  
Biot-Savartsches Gesetz 56.  
Bohrlochpumpen 400.
- Carnotscher Verlust 41.  
Clement-Thenardsches Phänomen 345.
- Dampfdruck des Wassers 6.  
Diffusor s. u. Leitring.  
Doppelt gekrümmte Schaufel 266—300.  
Drall 11.  
Drehbare Leitschaukel 212, 387.  
Drehmoment, das übertragene, eines Kreisrades 62.  
Drosselkurve 175.  
—, Konstruktion der 185.
- Drosselregelung 211.  
Druckwiderstand 37.  
Durchflußströmung 59, 102, 111.
- Eierkurven 195, 200.  
Eintrittsablenkung 105, 127, 303.  
Eintrittsleitvorrichtung 174, 255, 381.  
Einringlager 367, 406.  
Energiegleichung für die Relativströmung 99.  
Englergrad 24.  
Entlastungsscheibe 339.  
Erweiterter Kanal 18, 32—35, 39, 42 bis 46.
- Feuerlöschpumpe 450.  
Flächensatz 11, 56.  
—, erweiterter 44.  
Flechtströmung 28.  
Flügelgitter 311.  
Förderhöhe 49.  
Formwiderstand 37.  
Füllungsgrad 181.
- Gefrieren 7.  
Gehäuse 371, 383.  
Geschwindigkeitsdreieck 67, 74, 75, 113, 300, 302.  
Geschwindigkeitsmoment 11.  
Geschwindigkeitspotential 17.  
Gleichdruckpumpen 76.  
Grenzen der Anwendung der Kreiselpumpe 229.  
Grenzschicht 25, 28.  
Gummilager 366, 402, 413.
- Hauptgleichung 64, 74.  
Heißwasserpumpen 4, 136, 250, 362, 395.  
Hydraulischer Radius 32.  
— Wirkungsgrad 70.  
Hydrokreiselpumpe 405.
- Impulsatz 57.
- Joukowsky-Profil 309, 330.
- Kanalisationpumpe 431.  
Kanalwirbel 101, 111.

- Kavitation 235—257.  
 Kennlinie der Rohrleitung 52, 203.  
 Kennfläche 188.  
 Kesselspeisepumpe s. u. Heißwasser-  
 pumpe.  
 Kinematische Zähigkeit 23, 366.  
 Kniestück 41.  
 Kompressibilität des Wassers 4, 5.  
 Konformes Abbild s. u. Abbild.  
 Kongruenzgesetz 191.  
 Korrosion 237, 257.  
 Kraftbedarf s. u. Wellenleistung.  
 Kreisbogenschaukel 87, 303, 330.  
 Kreisdarstellung der Drosselkurve 201.  
 Kritische Drehzahl 350.  
 Krümmer 18, 36, 40.  
 Kugellager 368.  
 Kupplung 364.  
 Kutta-Joukowski-Satz 59.
- Labiler Arbeitsbereich 204.  
 Labyrinth 224.  
 Labyrinthstopfbüchse 370, 389, 398.  
 Lager 365, 402.  
 Laminare Strömung 26.  
 Lauftradberechnung 80, 130, 266, 281,  
 289, 294, 319.  
 Laufschaufelentwurf 86, 132, 268, 294,  
 319.  
 Lawaczek-Schaukel 279.  
 Leistungsabnahme s. Minderleistung.  
 Leittradberechnung 141, 145, 297, 322.  
 Leitring 156.  
 Logarithmische Spirale 19, 116, 121, 143.  
 — Darstellung der Kennlinien 202.  
 Luftgehalt des Wassers 7.
- Mehrstromanordnung 3, 234, 413, 414.  
 Mehrstufenanordnung 3, 232, 383.  
 Michell-Lager 366.  
 Minderleistung durch endliche Schaukel-  
 zahl 104, 115, 146, 302, 312ff.  
 Modellgesetze 257.  
 Muscheldiagramm 195, 200.  
 Myriapumpe 409.
- Normallinie 10, 17, 21.  
 Nutzleistung 74.
- Partielle Beaufschlagung s. u. Beauf-  
 schlagung.  
 Potential, Geschwindigkeits- 17.  
 Potentialströmung 8—22.  
 Potentialwirbel 12, 55.  
 Profile 309, 330.  
 Propellerpumpe 305f., 402, 413, 434ff.  
 Punktweise berechnete Laufschaufel 90,  
 272, 285.  
 — — Leitschaufel 149, 150, 153, 322.
- Radreibung 46, 221.  
 Raumeinheitsgewicht 4—6.  
 Reaktionsgrad 79.  
 Regelung 211.  
 Reibung im Rotationshohlraum 42—46.  
 — im Spiralgehäuse 164, 172.  
 Reibungswiderstand 29, 32, 37.  
 Relativgeschwindigkeit 66.  
 Reynoldssches Gesetz 24—26.  
 Ringraum, schaufelloser 154.  
 Rohrreibung 26.  
 Rücklaufdrehzahl 204.  
 Rückwärts gekrümmte Schaukel 77, 79.
- Saughöhe 239, 249f., 314.  
 Saugleitung 250.  
 Säurepumpe 421.  
 Schaltbare Pumpe 415, 417.  
 Schaufelarbeit, spezifische 64, 69, 175.  
 Schaufelberechnung s. u. Zahlenbei-  
 spiele.  
 Schaufeldruck 58, 100, 115.  
 Schaufelwinkel, Wahl der 77.  
 Schaufelzahl 83, 218.  
 Schmutzwasserpumpe 418.  
 Schnellläufigkeit s. u. Spez. Drehzahl.  
 Schöpfwerkspumpen 410, 432.  
 Schräglage der Austrittskante 292.  
 Schraubepumpe 294, 298, 409.  
 Schreinerschnitte 152, 274.  
 Selbstsaugende Pumpen 437.  
 Sihipumpe 443.  
 Spaltdichtung 222.  
 Spaltdruck 73, 76, 227.  
 Spaltschieber 180, 214.  
 Spaltverlust 226.  
 — Ellipse 228, 229.  
 Speicherpumpe 387, 388, 389, 429.  
 Spezifisches Gewicht s. u. Raumeinheits-  
 gewicht.  
 Spezifische Drehzahl 257.  
 Spiralgehäuse mit beliebigem Quer-  
 schnitt 161.  
 — mit kreisförmigem Querschnitt 171.  
 Stabile Drosselkurve 210.  
 Stokescher Satz 57.  
 Stopfbüchse 370.  
 — für Heißwasser 395.  
 Stoßverlust 40, 41, 183.  
 Strombild, Entwurf 13—16, 21.  
 Stromfunktion 17.
- Tiefbrunnenpumpe 400.  
 Tragflügel 305.  
 Totraumabildung 33, 38, 107.  
 Turbulente Strömung 28.
- Überdruckpumpen 76.  
 Übertreibung der Laufschaufel 106, 115,  
 303.

- Übertreibung der Leitschaufel 146, 318.  
 Unterwasserpumpe 403.
- V**erdrängungsströmung 102, 111.  
 Verluste 69, 218f.  
 Völligkeitsgrad 181, 210.  
 Vorwärts gekrümmte Laufschaufel 77,  
 79.
- W**asserringpumpen 438.  
 Wasserwerksanlage 425.  
 Welle, Berechnung 350.  
 Wellenleistung 196, 198.  
 Widerstandsziffer 34, 39—41, 306.  
 Winkeltreues Abbild 15, 16, 328; s. Ab-  
 bild.  
 Wirbel 38, 53.  
 Wirbelquelle 19.  
 Wirkungsgrade 69, 195, 315.  
 —, Bestimmung der 198.
- Z**ahlenbeispiele für Achsdruck 334, 346.  
 — für Kesselspeisepumpe 136.  
 — für kritische Drehzahl der Welle  
 357ff.  
 — für Leitschaufel 145, 151f., 297.  
 — für Propeller-Laufrad 319.  
 — für Propeller-Leitrad 322.  
 — für Radialschaufel 130, 136, 140.  
 — für Radialschaufel, doppelt ge-  
 krümmte 281, 290.  
 — für Schraubenrad (Konusschaufel)  
 294.  
 — für Spiralgehäuse 164, 166, 173.  
 Zähigkeit 23, 366.  
 Zirkulation 53, 59.  
 Zirkulationsströmung 59, 102, 112.
-

- \* **Kreiselpumpen.** Eine Einführung in Wesen, Bau und Berechnung von Kreisel- oder Zentrifugalpumpen. Von Dipl.-Ing. **L. Quantz**, Stettin. Dritte, umgeänderte und verbesserte Auflage. Mit 149 Textabbildungen. V, 115 Seiten. 1930. RM 5.50

Die vorliegende Neuauflage der Kreiselpumpen hat den günstigen Aufbau ihrer Vorgängerin beibehalten. Doch sind die neuerdings stark in Aufnahme gekommenen Schrauben- und Propellerpumpen für große Wassermengen und kleine Förderhöhen neu eingefügt und die Gliederpumpen mit Entlastungsscheibe als Vereinheitlichungstypen der Hochdruckpumpen herausgearbeitet worden. Der Leser wird in klarer Weise auf kürzeste Art in das Wesen der Kreiselpumpen und ihre Anlagen eingeführt.

---

- Die Pumpen.** Ein Leitfaden für höhere technische Lehranstalten und zum Selbstunterricht. Von Professor Dipl.-Ing. **H. Matthiessen**, Kiel, und Dipl.-Ing. **E. Fuchslocher**, Kiel. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 178 Textabbildungen. V, 106 Seiten. 1932. RM 3.30
- 

- \* **Die Zentrifugalpumpen** mit besonderer Berücksichtigung der Schaufelschnitte. Von Dipl.-Ing. **Fritz Neumann**. Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 221 Textfiguren und 7 lithographischen Tafeln. VIII, 252 Seiten. 1912. Unveränderter Neudruck 1922. Gebunden RM 10.—
- 

- \* **Die Kolbenpumpen** einschließlich der Flügel- und Rotationspumpen. Von Professor **H. Berg** †, Stuttgart. Dritte, durchgearbeitete und verbesserte Auflage. Mit 556 Textabbildungen und 12 Tafeln. VIII, 442 Seiten. 1926. Gebunden RM 27.90
- 

- \* **Kreiselläder als Pumpen und Turbinen.** Von Professor **Wilhelm Spannhake**, Karlsruhe. Erster Band: **Grundlagen und Grundzüge.** Mit 182 Textabbildungen. VIII, 320 Seiten. 1931. Gebunden RM 29.—
- 

- \* **Die selbsttätigen Pumpenventile in den letzten 50 Jahren.** Ihre Bewegung und Berechnung. Von Professor Dipl.-Ing. **R. Stückle**, Oberingenieur, Stuttgart. Mit 183 Textabbildungen und 8 Tafeln. II, 298 Seiten. 1925. RM 25.80; gebunden RM 27.30
- 

- \* **Kolben- und Turbo-Kompressoren.** Theorie und Konstruktion. Von Professor Dipl.-Ing. **P. Ostertag**, Winterthur. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 358 Textabbildungen. VI, 302 Seiten. 1923. Gebunden RM 20.—
- 

- \* **Dynamik der Leistungsregelung von Kolbenkompressoren und -pumpen** (einschließlich Selbstregelung und Parallelbetrieb). Von Dr.-Ing. **Leo Walther**, Nürnberg. Mit 44 Textabbildungen, 23 Diagrammen und 85 Zahlenbeispielen. VII, 149 Seiten. 1921. RM 4.60
-

Verlag von Julius Springer/Berlin und Wien

---

\***Turbo-Gebläse und Turbo-Kompressoren.** Von Dr.-Ing. **Bruno Eck**, ehem. Konstrukteur der Frankfurter Maschinenbau-Aktiengesellschaft vorm. Pokorny & Wittekind, und **W. J. Kearton**, M. Eng., A. M. I. Mech. E., A. M. Inst. N. A., Lecturer in Engineering, The University of Liverpool. Herausgegeben von Dr.-Ing. **Bruno Eck**. Mit 266 Textabbildungen. IX, 294 Seiten. 1929. Gebunden RM 28.—

---

\***Thermodynamische Grundlagen der Kolben- und Turbo-Kompressoren.** Graphische Darstellungen für die Berechnung und Untersuchung. Von Oberingenieur **Adolf Hinz**, Frankfurt a. M. Zweite, verbesserte Auflage. Mit 73 Abbildungen und 20 graphischen Berechnungstafeln sowie 19 Zahlentafeln. VI, 68 Seiten. 1927. Gebunden RM 25.—

---

\***Wasserkraftmaschinen.** Eine Einführung in Wesen, Bau und Berechnung von Wasserkraftmaschinen und Wasserkraftanlagen. Von Dipl.-Ing. **L. Quantz**, Stettin. Siebente, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 212 Abbildungen im Text. VII, 149 Seiten. 1929. RM 5.25

---

\***Die Theorie der Wasserturbinen.** Ein kurzes Lehrbuch von Professor **Rudolf Escher†**, Zürich. Dritte, vermehrte und verbesserte Auflage, herausgegeben von Oberingenieur **Robert Dubs**, Zürich. Mit 364 Textabbildungen und einer Tafel. XIV, 356 Seiten. 1924. Gebunden RM 13.50

---

**Theorie und Bau der Dampfturbinen.** Von Ingenieur Dr. **Herbert Melan**, Privatdozent an der Deutschen Technischen Hochschule in Prag. (Technische Praxis, Band XXIX.) Mit 3 Tafeln, 163 Abbildungen und mehreren Zahlentafeln. 288 Seiten. 1922. Gebunden RM 2.50

---

\***Bau und Berechnung der Dampfturbinen.** Eine kurze Einführung von Dipl.-Ing. **Franz Seufert**, Oberingenieur für Wärmewirtschaft. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 77 Abbildungen im Text und auf 2 Tafeln. IV, 100 Seiten. 1929. RM 3.60

---

\***Dampfturbinenschaukeln.** Profilformen, Werkstoffe, Herstellung und Erfahrungen. Von **Hans Krüger**, Zivil-Ingenieur. Mit 147 Textabbildungen. VI, 132 Seiten. 1930. RM 15.—; gebunden RM 16.50

---

\***Kreiselmaschinen.** Einführung in Eigenart und Berechnung der rotierenden Kraft- und Arbeitsmaschinen. Von Dipl.-Ing. **Hermann Schaefer**. Mit 150 Textabbildungen und vielen Beispielen. V, 132 Seiten. 1930. RM 7.50

---

\* Auf alle vor dem 1. Juli 1931 erschienenen Bücher des Verlages Julius Springer-Berlin wird ein Notnachlaß von 10% gewährt.

**Hydro- und Aeromechanik** nach Vorlesungen von L. Prandtl.

Von Dr. phil. O. Tietjens, Mitarbeiter am Forschungs-Institut der Westinghouse Electric and Manufacturing Co., Pittsburgh Pa., U. S. A. Mit einem Geleitwort von Professor Dr. L. Prandtl, Direktor des Kaiser-Wilhelm-Institutes für Strömungsforschung in Göttingen.

\* **Erster Band: Gleichgewicht und reibungslose Bewegung.** Mit 178 Textabbildungen. VIII, 238 Seiten. 1929. Gebunden RM 15.—

**Zweiter Band: Bewegung reibender Flüssigkeiten und technische Anwendungen.** Mit 237 Textabbildungen und 28 Tafeln. VIII, 299 Seiten. 1931. Gebunden RM 23.—

---

\* **Vorträge aus dem Gebiete der Hydro- und Aerodynamik (Innsbruck 1922).** Herausgegeben von Professor Th. v. Kármán, Aachen, und Professor T. Levi-Civita, Rom. Mit 98 Abbildungen im Text. IV, 251 Seiten. 1924. RM 18.—

---

\* **Vier Abhandlungen zur Hydrodynamik und Aerodynamik.** (Flüssigkeit mit kleiner Reibung; Tragflügeltheorie, I. und II. Mitteilung; Schraubenpropeller mit geringstem Energieverlust). Von L. Prandtl und A. Betz. Neudruck aus den Verhandlungen des III. Internationalen Mathematiker-Kongresses zu Heidelberg und aus den Nachrichten der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. Mit einer Literaturübersicht als Anhang. IV, 100 Seiten. 1927. RM 4.—

---

\* **Vorträge aus dem Gebiete der Aerodynamik und verwandten Gebieten (Aachen 1929).** Herausgegeben von A. Gilles, L. Hopf, Th. v. Kármán. Mit 137 Abbildungen im Text. IV, 221 Seiten. 1930. RM 18.50; gebunden RM 20.—

---

\* **Strömungsenergie und mechanische Arbeit.** Beiträge zur abstrakten Dynamik und ihre Anwendung auf Schiffspropeller, schnelllaufende Pumpen und Turbinen, Schiffswiderstand, Schiffssegel, Windturbinen, Trag- und Schlagflügel und Luftwiderstand von Geschossen. Von Oberingenieur Paul Wagner, Berlin. Mit 151 Textfiguren. XI, 252 Seiten. 1914. Gebunden RM 10.—

---

\* **Mathematische Strömungslehre.** Von Privatdozent Dr. Wilhelm Müller, Hannover. Mit 137 Textabbildungen. IX, 239 Seiten. 1928. RM 18.—; gebunden RM 19.50

---

\* **Von der Bewegung des Wassers und den dabei auftretenden Kräften.** Grundlagen zu einer praktischen Hydrodynamik für Bauingenieure. Nach Arbeiten von Staatsrat Professor Dr.-Ing. e. h. Alexander Koch, Darmstadt, herausgegeben von Dr.-Ing. e. h. Max Carstanjen. Nebst einer Auswahl von Versuchen Kochs im Wasserbau-Laboratorium der Darmstädter Technischen Hochschule zusammengestellt unter Mitwirkung von Studienrat Dipl.-Ing. L. Hainz. Mit 331 Abbildungen im Text und auf 2 Tafeln sowie einem Bildnis. XII, 228 Seiten. 1926. Gebunden RM 28.50

---

\* Auf alle vor dem 1. Juli 1931 erschienenen Bücher wird ein Notnachlaß von 10 % gewährt.

- \* **Grundlagen der Hydromechanik.** Von Leon Lichtenstein, o. ö. Professor der Mathematik an der Universität Leipzig. („Die Grundlagen der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen“, Band XXX.) Mit 54 Textfiguren. XVI, 507 Seiten. 1929.  
RM 38.—; gebunden RM 39.60
- 

- \* **Angewandte Hydromechanik.** Von Dr.-Ing. Walther Kaufmann, o. Professor der Mechanik an der Technischen Hochschule Hannover. Erster Band: **Einführung in die Lehre vom Gleichgewicht und von der Bewegung der Flüssigkeiten.** Mit 146 Textabbildungen. VIII, 232 Seiten. 1931.  
RM 12.50; gebunden RM 14.—
- 

- \* **Mechanik der flüssigen und gasförmigen Körper.** Bearbeitet von J. Ackeret, A. Betz, Ph. Forchheimer, A. Geymánt, L. Hopf, M. Lagally. Redigiert von R. Grammel. („Handbuch der Physik“, Band VII.) Mit 290 Abbildungen. XI, 413 Seiten. 1927.  
RM 34.50; gebunden RM 36.60

Ideale Flüssigkeiten. Von Professor Dr. M. Lagally, Dresden. — Zähle Flüssigkeiten. Von Professor Dr. L. Hopf, Aachen. — Wasserströmungen. Von Professor Dr. Ph. Forchheimer, Wien-Döbling. — Tragflügel und hydraulische Maschinen. Von Professor Dr. A. Betz, Göttingen. — Gasdynamik. Von Dr. J. Ackeret, Göttingen. — Kapillarität. Von Dr. A. Geymánt, Charlottenburg.

---

- \* **Technische Hydrodynamik.** Von Professor Dr. Franz Prášil, Zürich. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 109 Abbildungen im Text. IX, 303 Seiten. 1926. Gebunden RM 24.—
- 

- \* **Lehrbuch der Hydraulik** für Ingenieure und Physiker. Zum Gebrauche bei Vorlesungen und zum Selbststudium. Von Professor Dr.-Ing. Theodor Pöschl, Prag. Mit 148 Abbildungen. VI, 192 Seiten. 1924.  
Gebunden RM 9.90
- 

- \* **Angewandte Hydraulik.** Von Dr.-Ing. F. Bundschu. Mit 55 Abbildungen im Text. IV, 76 Seiten. 1929. RM 6.90
- 

- \* **Hydraulik in ihren Anwendungen.** Von Professor Dr.-Ing. Anton Staus. („Maschinenuntersuchungen“, Band I.) Zweite, neubearbeitete Auflage. Mit 131 Textabbildungen und 29 Zahlentafeln. X, 196 Seiten. 1926.  
RM 9.—; gebunden RM 10.50
-



### **Druckfehlerberichtigung.**

Seite 14, letzte Zeile: Setze  $\overline{BB'}$  statt  $BB'$ .

Seite 40, Fußnote 3: Setze Prandtl statt Prendtl.

Kopf von Seite 116, 118, 120, 122, 124, 126, 128: Setze Einfluß der endlichen Zahl statt Eintritt der endlichen Zahl.

Seite 211, Zeile 2 von oben: Setze  $b_2/b_1$  statt  $b_1/b_2$ .

Seite 359, Beschriftung der beiden unteren Figuren von Abb. 240: Vertausche die Zeichen i) und h).

Seite 365, Zeile 8 von unten: Setze  $\mu$  im Gebiet dieser halbflüssigen Reibung um so kleiner statt  $\mu$  um so größer.

Seite 366, Zeile 13/12 von unten: Setze eine niedrige statt die niedrigste.

Seite 370, Zeile 18 von oben: Setze Wälzlager statt Gleitlager.

### **Ergänzung der Druckfehlerberichtigung.**

Seite 134, Zahlentafel, senkrechte Spalte für  $\Delta f$ , dritte Zahl von oben setze 0,445 statt 0,419 und ändere die letzte und vorletzte senkrechte Spalte dementsprechend.

Seite 199, Gl. (37), setze in dem Ausdruck für  $k_2$  den Wert  $(\beta - \alpha)$  an Stelle von  $(\beta - 1)$ .

Seite 199, Gl. (40), letzter Ausdruck rechts setze  $(H - Q \operatorname{tg} \delta)$  statt  $(H + Q \operatorname{tg} \delta)$ .

Seite 258, Gl. (1), setze  $75\sqrt{H}$  statt  $\sqrt{H \cdot 75}$ .

Seite 282, Zeile 13 von oben und Seite 294, Zeile 15 von unten füge hinzu: Die Schaufelzahl  $z$  ermittelt man mittels Gl. (1), Seite 219.