

LEHRBUCH DER PHYSIK

IN ELEMENTARER DARSTELLUNG

VON

ARNOLD BERLINER



Springer

LEHRBUCH DER PHYSIK

IN ELEMENTARER DARSTELLUNG

VON

ARNOLD BERLINER

FÜNFTE AUFLAGE

MIT 847 ABBILDUNGEN



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1934

ISBN 978-3-662-27002-8

ISBN 978-3-662-28480-3 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-662-28480-3

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.

COPYRIGHT 1934 BY SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG
URSPRÜNGLICH ERSCHIENEN BEI JULIUS SPRINGER IN BERLIN 1934
SOFTCOVER REPRINT OF THE HARDCOVER 5TH EDITION 1934

WALTHER NERNST

ZUM SIEBZIGSTEN GEBURTSTAGE

AM 25. JUNI 1934

IN VEREHRUNG UND DANKBARKEIT

Vorwort zur fünften Auflage.

Ich habe den Weg zur Wissenschaft gemacht wie die Hunde, die mit ihrem Herrn spazieren gehen: hundert mal denselben vor- und rückwärts, und als ich ankam, war ich müde.

LICHTENBERG.

Das Buch hat seinen elementaren Charakter behalten, entsprechend seiner Bestimmung, den angehenden Physikern als Anfängerbuch zu dienen und allen denen als Lehrbuch, die die Physik als Hilfswissenschaft gebrauchen oder die sich aus andern Gründen über physikalische Dinge belehren wollen, soweit ein Buch dazu ausreicht. Die neue Auflage hat von so vielen Seiten her sachkundige Hilfe erfahren, daß der Verfasser nur einen die vielen freundschaftlichen Helfer umfassenden Dank aussprechen kann. Großen Dank schuldet der Verfasser MORITZ VON ROHR für das Namenverzeichnis und wie immer dem Verlage Julius Springer, nicht nur für die hier selbstverständliche Vortrefflichkeit der Buchherstellung, sondern ebenso sehr für die Hilfe, die er für allerlei große und kleine Sorgen bei der Drucklegung gefunden hat.

Neu geschrieben worden sind für die fünfte Auflage die geometrische Struktur des festen Körpers (von KARL WEISSENBERG), die Wärme, die Röntgenstrahlen und das Atom der Materie als Aggregat aus Atomen der Elektrizität. Verbesserungen und Ergänzungen enthält das Buch an vielen Stellen.

Das Buch schließt mit einem Kapitel, das in die Atomphysik einführen soll. Eigentlich gehört die Atomphysik nicht in ein Anfängerbuch. Daß ihr hier Platz eingeräumt worden ist, ist ein Zugeständnis an diejenigen Chemiker, die sich elementar darüber unterrichten wollen, wie die Atomphysik die Perioden in dem periodischen System der chemischen Elemente erklärt. Die Darstellung beschäftigt sich daher mit der Atomphysik nur, soweit sie anschaulich ist, d. h. mit dem RUTHERFORD-BOHRschen Atommodell. Es gibt auch bisher keine andere elementare Einführung in die Atomphysik. Wie der Zugang zu der Physik noch immer durch die klassische Mechanik führt, obwohl die mechanische Naturauffassung angeblich überwunden ist, so führt für den Anfänger der Zugang zur Atomphysik (trotz ihrer Weiterentwicklung durch Quantenmechanik und Wellenmechanik) noch immer durch das RUTHERFORD-BOHRsche Atommodell und PLANCKS Quantentheorie.

Berlin, im März 1934.

A. BERLINER.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Einleitung	1
Allgemeine Lehre von der Bewegung und der Kraft (Mechanik)	3
A. Vollkommen freie Bewegung des materiellen Punktes	3
B. Bewegung auf vorgeschriebener Bahn	44
1. Die Bewegung wird durch eine Ebene beschränkt	44
2. Die Bewegung wird durch eine Achse beschränkt	49
a) Der um eine feste Achse drehbare starre Körper in Ruhe	56
Der drehbare starre Körper als Maschine	65
b) Der um eine feste Achse drehbare starre Körper in Bewegung	71 u. 89
Planetenbewegung. — Allgemeine Massenanziehung	79
3. Drehung des starren Körpers um den einzigen an ihm festgehaltenen Punkt (Kreisel)	110
C. Allgemeine Prinzipie der Mechanik	115
D. Mechanische Eigenschaften der festen Stoffe	133
Geometrische Struktur des festen Körpers	139
Formänderung der festen Stoffe	154
Die unelastisch flüssigen Stoffe (tropfbare Flüssigkeiten) und die elastisch flüssigen (Gase)	161
A (1). Gleichgewicht der tropfbaren Flüssigkeiten	161
A (2). Gleichgewicht der Gase	175
B. Die Strömung der volumbeständigen Flüssigkeit und des als volumbeständig geltenden Gases	196
1. Der Druck in der Strömung	196
2. Die Formen der Strömung	206
C. Molekularwirkungen beim Zusammentreffen von Flüssigkeiten, Gasen und festen Stoffen	219
Die Wellenbewegung	232
Der Schall (Akustik)	251
A. Entstehung und Ausbreitung und Wahrnehmung des Schalles	251
B. Tonhöhe	260
C. Klangfarbe	266
D. Tonwerkzeuge	268
E. Interferenz und Schwebungen	281
Die Wärme	284
A. Grundbegriffe: Temperatur, Wärme	284
B. Umwandlung von Arbeit in Wärme und von Wärme in Arbeit	291
C. Temperaturabhängigkeit des Volumens der Stoffe	330
Thermometrie	337
D. Spezifische Wärme der Stoffe. Kalorimetrie	341
E. Änderung des Aggregatzustandes der Stoffe mit der Änderung ihres Wärmeinhalts	352
F. Wärmeausbreitung	378

	Seite
Die Elektrizität	386
A. Elektrostatik	386
B. Elektrokinetik	412
1. Der elektrische Strom	412
2. Wärmewirkung des elektrischen Stromes. — Elektromotorische Wirkung der Wärme	424
3. Elektrochemische Wirkungen des Stromes. — Elektromotorische Wirkung der Ionen	428
4. Durchgang der Elektrizität durch Gase (Gasentladungen und Ionisationsvorgänge). Radioaktivität	444 461
5. Elektromagnetismus und Magnetismus	469
6. Induktionsströme	486
7. Elektrische Schwingungen	502
Das Licht (Optik)	517
A. Geometrische Optik	517
1. Entstehung und Ausbreitung des Lichtes	517
2. Helligkeit	525
3. Spiegelung des Lichtes	531
a) Ebene Spiegel	531
b) Kugelspiegel	536
4. Brechung und Farbenzerstreuung des Lichtes	540
a) Lichtbrechung durch ebene Flächen	545
α) Einfache Brechung	545
β) Doppelbrechung	553
b) Lichtbrechung durch Kugelflächen	558
5. Die Abbildung und ihre Verwirklichung durch die optischen Instrumente	570
6. Die optischen Instrumente	588
B. Physikalische Optik	601
1. Die Interferenzerscheinungen und die Beugung des Lichtes	602
2. Die Polarisation des Lichtes	617
3. Absorption und Emission	629
4. Röntgenstrahlen	648
Das Atom der Materie als Aggregat von Atomen der Elektrizität	662
1. Das Kernatom	662
2. Die Elektronenhülle des Kernatoms, ihre Eigenschaften und ihr Bau	673
Namenverzeichnis	703
Sachverzeichnis	717

Einleitung.

HELMHOLTZ bezeichnet in der Abhandlung über die Erhaltung der Kraft als Aufgabe der physikalischen Naturwissenschaften die Aufsuchung der Gesetze, durch die die einzelnen Vorgänge in der Natur auf allgemeine Regeln zurückgeleitet und aus den Regeln wieder bestimmt werden können. — Um die einzelnen Vorgänge auf allgemeine Regeln zurückführen zu können, muß man sie unter möglichst vielfach abgeänderten Bedingungen beobachten. Die Beobachtung lehrt dann erstens, was sich *mit* der Veränderung der Bedingungen an den Erscheinungen ändert, zweitens was *trotzdem* an ihnen unverändert bleibt. Auf diese Weise lehrt die Erfahrung das Regelmäßige an den Erscheinungen kennen und ebenso das Regellose, Zufällige; die von GALILEI aufgestellten Gesetze¹ der Fallbewegung, die KEPLERSchen Gesetze der Planetenbewegung, das Prinzip von der Erhaltung der Energie, die Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie, sind derartige Regeln, die aus den Beobachtungen abgeleitet worden sind und die unter gegebenen Voraussetzungen zu bestimmten Voraussagen ermächtigen. Wo man die Zusammengehörigkeit von Vorgängen nicht vollkommen kennt, wie bei den meisten meteorologischen Erscheinungen, kann man keine Regel aufstellen und daher nicht voraussagen, was unter gegebenen Bedingungen geschehen wird. *Wenn* wir aber ein Gesetz erkannt haben, und „wenn wir uns vergewissern können, daß die Bedingungen eingetreten sind, unter denen das Gesetz zu wirken hat, so müssen wir auch den Erfolg eintreten sehen, ohne Willkür, ohne Wahl, ohne unser Zutun mit einer die Dinge der Außenwelt ebensogut wie unser Wahrnehmen zwingenden Notwendigkeit. So tritt uns das Gesetz als eine objektive Macht entgegen, und demgemäß nennen wir es *Kraft*. Wir objektivieren z. B. das Gesetz der Lichtbrechung als eine Lichtbrechungskraft der durchsichtigen Substanzen, das Gesetz der chemischen Wahlverwandtschaften als eine Verwandtschaftskraft der verschiedenen Stoffe zueinander“ (HELMHOLTZ).

„Die Gesetze aufsuchen“ bedeutet also schließlich „die Kräfte aufsuchen“, die die Erscheinung hervorrufen. Die Erscheinungen selbst aber, so verschieden sie auch sind, lassen sich *alle*, wenigstens theoretisch, auf *eine* Form zurückführen: auf *Bewegungserscheinungen*². Die Körperwelt, an der wir sie wahrnehmen, ist zwar aus den chemischen Elementen aufgebaut, und chemische Vorgänge haben scheinbar mit Bewegung nichts zu tun, aber wenn wir uns die Körperwelt in die chemischen Elemente aufgelöst denken, so sind einzig Umgruppierungen der

¹ Das Wort „Gesetz“ führt irre, ein Naturgesetz ist nur eine Formel, die das tatsächliche Verhalten der Natur beschreibt, nicht aber eine Anweisung, die ihr ein Verhalten vorschreibt.

² Die Ansicht, daß alle physikalischen Vorgänge sich auf Bewegungen unveränderlicher gleichartiger Massenpunkte zurückführen lassen, ist die *mechanische* Naturanschauung. Sie hat die Physik seit der Mitte des 19. Jahrhunderts am stärksten gefördert. In den letzten Jahrzehnten führt die Entwicklung hinweg von ihr (weil die Natur des Äthers mechanisch nicht zu begreifen ist und weil die elektrodynamischen Vorgänge im freien Äther aus einer einheitlichen mechanischen Hypothese nicht abzuleiten sind). Der Lernende findet aber an ihrem Grundgedanken einen so deutlichen Wegweiser, daß es unzweckmäßig wäre, ihn auf einem anderen Wege in die Physik einzuführen.

Elemente in ihr denkbar. Die Erscheinungen offenbaren sich dadurch unterschiedslos als Bewegungserscheinungen, die Gesetze als Bewegungsgesetze, die Kräfte als Bewegungskräfte.

Wenn nun damit auch das Ziel der Forschung bestimmt ist, so ist die Physik als Ganzes doch noch weit davon entfernt. Wo die Zurückführung auf Bewegungsvorgänge noch nicht gelungen ist, nehmen wir aber nicht an, daß sie unmöglich ist, sondern nur, daß sie *bei dem gegenwärtigen Stande* der Wissenschaft noch nicht möglich ist. Es ist ja auch erst im letzten Jahrhundert geglückt, den „Wärme-stoff“ zu beseitigen und zu beweisen, daß Wärme eine Art Bewegung ist. — Die einzelnen Gebiete der Physik sind desto vollkommener erschlossen, je mehr von den zu ihnen gehörenden Erscheinungen aus Bewegungsgesetzen begriffen werden konnten, wenn auch der mechanische Hergang nicht immer bis in die letzten Einzelheiten verfolgt werden kann. Wir wissen z. B., daß die Gruppierung derselben Massenteilchen im Eise anders ist als im Wasser. Wir wissen sogar, daß sie im Eise regelmäßiger ist. Wir wissen aber nicht, wie die Umgruppierung vor sich geht, die den Unterschied zwischen Wasser und Eis kennzeichnet, obwohl wir die Bedingungen für die Umwandlung von Wasser in Eis oder von Eis in Wasser gut kennen.

Dem Ziel am nächsten sind diejenigen Gebiete der Physik, in denen man die Vorgänge als Bewegungen *sehen* und messen kann — allen voran die Astro-nomie; die vollkommene Kenntnis eines Vorganges bezeichnet man geradezu als „astronomische“. Die Astronomie hat ihre Vollkommenheit nur allmählich erreicht durch die planmäßige Erforschung der weniger verwickelten Bewegungen am Himmel. Auch die „astronomische“ Kenntnis der anderen physikalischen Vorgänge ist, wenn überhaupt, nur durch die vorbereitende Kenntnis einfacher Bewegungen zu erreichen: aus der Beobachtung fallender Körper, hat GALILEI die grundlegenden Begriffe der Lehre von der Bewegung ursprünglich abgeleitet und die Grundlagen der strengen physikalischen Forschung erkannt. *Das Studium einfacher Bewegungen ist der natürliche Anfang für das Studium der Physik.*

Allgemeine Lehre von der Bewegung und der Kraft (Mechanik).

A. Vollkommen freie Bewegung des materiellen Punktes.

Was ist Bewegung? Ort eines materiellen Punktes relativ zu seiner Umgebung. Alle Dinge, die wir „in Bewegung“ sehen, sehen wir ihren Ort relativ zu ihrer Umgebung verändern. Wir definieren daher die Bewegung eines Dinges als den Vorgang, durch den es seinen Ort relativ zu seiner Umgebung ändert. Um die folgenden Betrachtungen zu vereinfachen, stellen wir uns vor, es gebe nur *einen* Körper, und er sei so klein, daß er als Punkt gelten darf. Man nennt ihn einen *materiellen* Punkt. Ehe man von der *Änderung* seines Ortes relativ zur Umgebung sprechen kann, muß man wissen, wodurch sein Ort überhaupt bestimmt ist, und wodurch man diesen Ort von einem anderen unterscheiden kann. — Wir können den Ort eines Punktes relativ zu seiner Umgebung nur dann eindeutig angeben, wenn wir uns dabei auf andere Punkte, Linien und Flächen *beziehen* können, die uns *bekannt* sind und die als unverrückbar gelten dürfen, wie z. B. wenn wir den geographischen Ort eines Punktes danach angeben, ob er nördlich oder südlich vom Äquator liegt, östlich oder westlich vom Nullmeridian, über oder unter dem Meeresspiegel. Hier bilden Äquator, Nullmeridian und Meeresspiegel ein *Bezugssystem*. Diese „relative“ Ortsbestimmung in ihm ist eindeutig. Die Erde bewegt sich zwar selbst, aber alles, was sich auf ihr befindet, macht ihre Bewegung mit¹, und daher bleibt der geographische Ort eines Punktes unverändert, d. h. sein Abstand vom Äquator, vom Nullmeridian, vom Meeresspiegel und auch von allen anderen Linien und Ebenen, die mit der Erde fest verbunden sind, also lediglich die Erdbewegung mitmachen.

Bei der Behandlung mathematischer und physikalischer Fragen bezieht man sich auf ein anderes System von Linien und Flächen. Handelt es sich um Punkte in einer Ebene, z. B. in dieser Druckseite, so zieht man (es ist nur eine von vielen Methoden) zwei zueinander senkrechte Gerade XX und YY (Abb. 1). Man nennt sie die Achsen, ihren Schnittpunkt den *Anfangspunkt* oder Nullpunkt des Systems, die Abstände der Punkte P von den Achsen — mit den Vorzeichen $+$ oder $-$, je nach ihrer Lage relativ zu den Achsen — ihre *Koordinaten* (Abszissen, Ordinaten), das Ganze ein *Koordinatensystem*. Man beschreibt die Lage eines Punktes P danach, ob er über oder unter XX , und gleichzeitig, ob er rechts oder links von YY liegt. Aber wie *weit* nach rechts oder links? Um das zu erfahren, müssen wir seinen Abstand von ihnen *messen* können.

Längenmessung. Längeneinheit. Jede Messung ist eine Vergleichung der zu messenden Größe mit einer als Grundmaß festgesetzten Größe derselben Art.

¹ Wir sprechen von *Sonnenaufgang*, *Sonnenuntergang*, *Durchgang der Sonne* durch den Meridian, obwohl wir die Bewegung der *Erde* als ihre Ursache bezeichnen. Daran sehen wir, wie wenig wir uns der Bewegung der Erde bewußt sind. Der Widerstand, den KOPERNIKUS zuerst gefunden hat, erklärt sich zum großen Teile daraus, wie schwer es ist, sich von dem *sinnlichen Eindruck* frei zu machen, daß die Erde stillstehe.

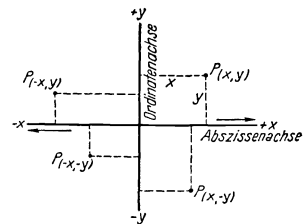


Abb. 1. Rechtwinkliges Koordinatensystem als Bezugssystem zur Angabe des Ortes eines Punktes P in der Ebene der Koordinatenachsen.

Für die Messung des geradlinigen Abstandes zweier Punkte voneinander hat man als Grundmaß international vereinbart: den geradlinigen gegenseitigen Abstand

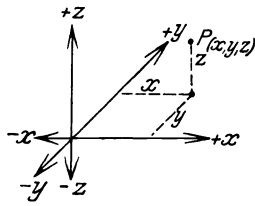


Abb. 2. Rechtwinkliges Koordinatensystem als Bezugssystem zur Angabe des Ortes eines Punktes P im Raume durch die Koordinaten $x y z$.

zwei Strichmarken auf dem Platiniridiumstabe, den das Bureau International des Poids et Mesures zu Paris als *Urnormale für Längenmessungen* aufbewahrt. Kurz: eine geradlinige Strecke *messen* heißt, den gegenseitigen Abstand ihrer zwei Endpunkte *vergleichen* mit dem gegenseitigen Abstände jener beiden Strichmarken. Hat der Stab die Temperatur des schmelzenden Eises, so repräsentiert der Abstand zwischen den Strichmarken annähernd den zehnmillionten Teil des Abstandes eines Erdpoles vom Äquator, längs dem Meridian gemessen: der Abstand heißt 1 Meter (m)¹. Das Meter (m) ist also ein willkürlich festgesetztes, durch Kopie der Urnormale als *Maßstab* herstellbares eindeutiges Längennormal. Der hundertste Teil des Meters, das Zentimeter (cm), wird für physikalische Messungen als *Längeneinheit* benützt.

Das Meter bezieht sich auf die Erddimensionen; wenn eine kosmische Revolution die Erde träge, würden sich ihre Dimensionen in unbekanntem Grade verändern. Aber die Wellenlänge des Lichtes bliebe unverändert, und das Meter wäre daraus rekonstruierbar. Man hat vorgeschlagen (zuerst BABINET, 1829), die Wellenlänge einer bestimmten Lichtart, z. B. die einer bestimmten FRAUNHOFER-Linie, als eine natürliche Längeneinheit anzunehmen. Nach MICHELSON (1895) enthält 1 m von dem roten Kadmiumlicht (Wellenlänge $\lambda = 643,85 \mu\mu$) 1553 163,5 Wellen; von dem blauen (Wellenlänge $\lambda = 480,00 \mu\mu$) 2083 372,1 Wellen. Die Anzahl ($\bar{\nu}$) Wellenlängen (λ) pro cm (im Vakuum), der Beziehung $\nu \lambda = 1$ entsprechend, nennt man die *Wellenzahl* von λ . Man mißt λ in 10^{-8} cm (Ångström-Einheit, Å.-E.). Der Wellenlänge $\lambda = 5000$ Å.-E. entspricht die Wellenzahl $\bar{\nu} = 20000 \text{ cm}^{-1}$.

Um zuverlässig zu sein, muß ein Maßstab des alltäglichen Gebrauchs von der Temperatur möglichst wenig abhängig sein und möglichst wenig von der Luftfeuchtigkeit. Materialien für bessere Maßstäbe sind — nach *zunehmender Brauchbarkeit* hinsichtlich der Wärmeausdehnung geordnet — Messing, Silber, Neusilber, Stahl, Glas, Nickelstahl (Invar). Für Maßstäbe gebräuchliche Hölzer sind — geordnet nach *zunehmender Brauchbarkeit* hinsichtlich der hygroskopischen Beschaffenheit — Pappel, Eiche, Mahagoni, Buche, Kiefer, Linde, Ahorn, Fichte. Unbrauchbar ist Nußbaum.

Nonius. Die kleinste Einheit, in die man die Maßstäbe für den alltäglichen Gebrauch einteilt, ist das Millimeter. Um an Präzisionsmaßstäben AB Bruchteile von Millimetern *genau*

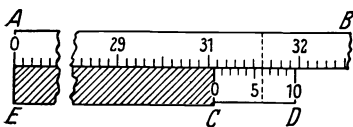


Abb. 3. Nonius (CD) zur Ermittlung der Zehntelmillimeter bei der Messung mit einem in Millimeter geteilten Maßstabe (AB).

ermitteln zu können, benützt man den Nonius CD (Abb. 3). Das ist ein Hilfsmaßstab, dessen kleinste Einheit um einen bestimmten Bruchteil kleiner ist als die kleinste Einheit des Hauptmaßstabes und der, an ihm befestigt, längs des Hauptmaßstabes verschiebbar ist. Um Zehntelmillimeter zu messen, benützt man einen Nonius, in dem 10 Intervalle gleich 9 mm sind, d. h. dessen kleinste Einheit $\frac{1}{10}$ mm kürzer ist als die der Hauptteilung. Bei der Messung läßt man den Nullstrich des Hauptmaßstabes AB mit dem einen Ende E der zu messenden Länge EC zusammenfallen; fällt ihr anderes Ende, C , *zwischen* zwei Millimeterstriche des Hauptmaßstabes hinein, so verschiebt man den Nonius längs des Hauptmaßstabes, bis *sein* Nullstrich mit diesem Ende C zusammenfällt, so daß also der Nonius-Nullstrich zwischen denselben zwei Millimeterstrichen liegt, wie das Ende C der zu messenden Länge EC . Die Zahl der ganzen Millimeter liest man dann am Hauptmaßstabe ab. Wieviel Zehntelmillimeter liegt nun der Nonius-Nullstrich von diesem abgelesenen Millimeterstrich (310) entfernt? Antwort: Man sucht denjenigen Teilstrich des Nonius, der mit einem Teilstrich der Hauptteilung zusammenfällt. In der Abb. 3 ist das der sechste. Das heißt: der Nullpunkt liegt um $\frac{6}{10}$ mm von dem Millimeterstrich 310 entfernt, EC ist also 310,6 mm lang. Denn da jedes Noniusintervall um $\frac{1}{10}$ mm kürzer ist als das Intervall des Hauptmaßstabes, so liegt der fünfte Noniusstrich um $\frac{1}{10}$ mm von dem ihm — auf C zu —

¹ Tatsächlich verkörpert das Meter des Bureau International die Definition nur annähernd; es hat nicht die Länge von $1 \cdot 10^{-7}$, sondern von $0,999914 \cdot 10^{-7}$ Erdquadrant. Aber für die praktische Anwendung ist die Abweichung belanglos, und für die Wissenschaft ist nur die *Konstanz* des Grundmaßes wichtig.

benachbarten Millimeterstrich der Hauptteilung entfernt, der vierte um $\frac{2}{10}$ von dem ihm benachbarten usw. und der nullte um $\frac{6}{10}$ von dem ihm benachbarten.

Kathetometer. Komparator. Einer der wichtigsten Längenmeßapparate für Präzisionsmessungen ist das Kathetometer (*καθῆτος* senkrecht; *μέτρον* Maß). Man mißt damit — wir beziehen uns auf Abb. 2. — den Längenunterschied der z-Koordinaten zweier Punkte, anders ausgedrückt: den vertikalen Abstand der zwei Horizontalebene, in denen die zwei Punkte liegen. Im wesentlichen ist es (Abb. 4) ein vertikal aufgestellter in Millimeter geteilter, mit Nonius versehener Maßstab, der um eine vertikale Achse drehbar ist und dem entlang ein horizontal gerichtetes Fernrohr verschiebbar ist. (Der Maßstab muß *genauestens* vertikal stehen, die Fernrohrachse *genauestens* horizontal und dergleichen mehr!) Man richtet das Fernrohr erst auf den *einen* Punkt, derart, daß zwei einander kreuzende gerade Linien (*Fadenkreuz* aus zwei Spinnwebfäden), die man gleichzeitig mit ihm im scharf eingestellten Fernrohr sieht, sich *in ihm* zu kreuzen scheinen und liest dann die Höhenlage des Fernrohrs über dem Nullpunkt des Maßstabes ab. Man dreht hierauf das Kathetometer um die vertikale Achse, bringt nun den *zweiten* Punkt scharf in den Kreuzungspunkt des Fadenkreuzes und liest die zweite Höhenlage des Fernrohrs ab. Die Differenz der beiden Ablesungen ist der gesuchte vertikale Abstand. DULONG und PETIT

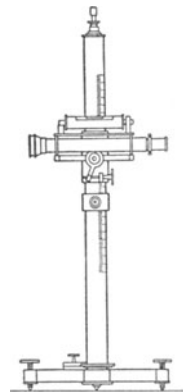
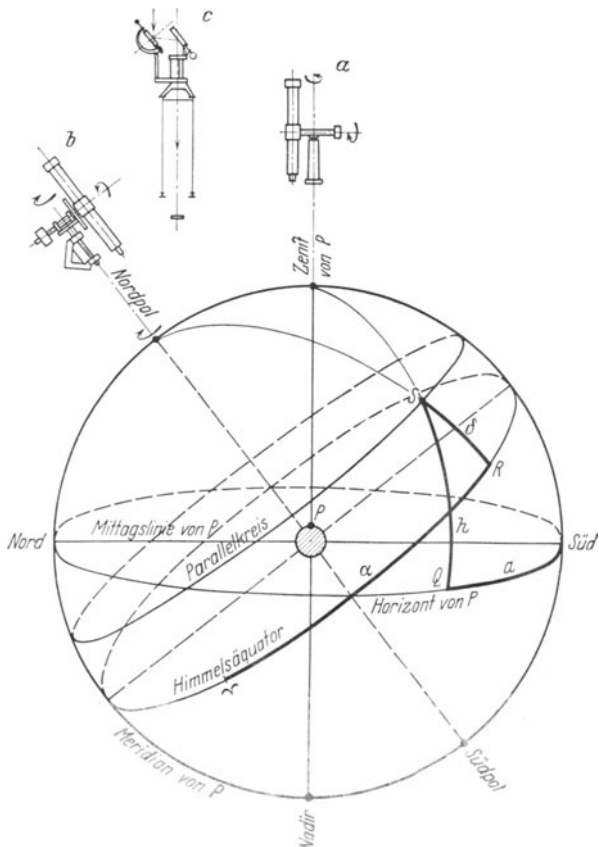


Abb. 4. Kathetometer.

haben (1816) das Kathetometer bei ihren Arbeiten über die Wärmeausdehnung des Quecksilbers erfunden, um den Höhenunterschied von zwei Quecksilbersäulen genau zu messen. Man hat es seitdem oft umkonstruiert und verfeinert. — Um die Teilung eines Maßstabes, z. B. eines Meterstabes, genau auf ihre Richtigkeit zu prüfen, vergleicht man den Meterstab mit einem als richtig *angenommenen* Normalmaßstab. Diesen und ähnlichen Arbeiten dient der *Komparator*. Es ist im wesentlichen ein horizontal festliegender Präzisionsmaßstab, an den man den damit zu vergleichenden seitlich anlegt. Wie an dem Kathetometer die Präzisionsmessung durch ein parallel mit sich (vertikal) verschiebbares Fernrohr geleistet wird, so im Komparator durch ein parallel mit sich (horizontal) verschiebbares Mikroskop, das man nacheinander auf die Endpunkte der zu vergleichenden Längen einstellt. — Kathetometer und Komparator gehören zu den lebensnotwendigen Vorrichtungen der Präzisionsmeßkunst und der Präzisionstechnik und erfordern zu ihrer sachgemäßen Handhabung sehr große Gewissenhaftigkeit und Erfahrung.

Himmelskoordinaten. Abb. 5 erklärt, wie man gewöhnlich den Ort eines Punktes im *Raume* durch drei aufeinander rechtwinklige Koordinaten beschreibt. Anders sind die Koordinaten, mit denen der Astronom die Punkte angibt, in denen er die Sterne im *Raume* sieht. Sie scheinen ihm an der Oberfläche einer Kugel (Sphäre) zu liegen, in deren Mittelpunkt er sich



Süd $Q = a$ $QS = h$ $\sqrt{1}$ $\delta = \delta$
 Abb. 5. Astronomische Koordinatensystem (Horizontalsystem (Horizontalsystem (Himmelsäquator, Fadenkreuz) und Äquator) in das Azimut α , im Äqu.-S. die Declination δ . Oben: a ein azimutal, tisch) montiertes Fernrohr, c obere

befindet. Er bezieht ihre Lage entweder auf seinen Horizont und einen bestimmten Meridian oder — das gewöhnliche — auf den Himmelsäquator und einen bestimmten Meridian. Die Lotlinie durch den Beobachtungsort P , Abb. 5, trifft das Himmelsgewölbe in dem senkrecht darüberliegenden *Zenit* und dem diametral gegenüberliegenden *Nadir*. Die durch den Erdmittelpunkt senkrecht zur Zenit-Nadirlinie und bis zum Himmelsgewölbe erweiterte Ebene heißt der *wahre* Horizont von P (die parallel dazu tangential durch x gelegte ebenso erweiterte Ebene der *scheinbare*). Eine Ebene, senkrecht auf dem Horizont stehend, die die Zenit-Nadirlinie und die Erdachse enthält, schneidet das Himmelsgewölbe in einem größten Kreise, der den Meridian von P bildet. Die Gerade, in der diese Ebene die Horizontebene schneidet, heißt die *Mittagslinie* von P . Deren Durchschnitte mit dem Himmelsgewölbe heißen Nordpunkt (unter dem Nordpol liegend) und Südpunkt (gegenüber). Der Südpunkt ist der Anfangspunkt des Systems. Größte Kreise senkrecht auf dem Horizont, also durch das Zenit gehende, heißen *Höhenkreise*, Kreise parallel zum Horizont *Azimutalkreise*. Die beiden Koordinaten eines Gestirnes S in diesem Bezugssystem sind seine *Höhe* und sein *Azimut*. Die Höhe zählt man vom Horizont nach dem Zenit bis 90° , das Azimut vom Südpunkte des Meridians durch West, Nord, Ost bis Süd von 0° bis 360° . (Statt der Höhe benützt man auch die Zenitdistanz, beide ergänzen einander zu 90° .)

Höhe und Azimut eines Sternes ändern sich infolge der Achsendrehung der Erde kontinuierlich. Der Astronom benützt deswegen ein anderes Bezugssystem, seine Koordinaten entsprechen der geographischen Länge und Breite eines Ortes auf der Erde: er benützt den Himmelsäquator — den an die Sphäre übertragenen Erdäquator — und einen Anfangsmeridian, der durch die beiden Himmelspole und die Nachtgleichenpunkte¹ geht, den Anfangspunkt bildet hier der Frühlingspunkt (\surd). Größte Kreise senkrecht zum Äquator (durch die Pole gehend) heißen Deklinationskreise, Kreise parallel zum Äquator (polwärts immer kleiner werdend) Parallelkreise. Der senkrechte Abstand eines Gestirnes vom Äquator (nordpolwärts bis 90° gezählt) heißt *Deklination* (der Höhe im Horizontsystem entsprechend), der Abstand vom ersten Meridian, vom Frühlingsnachtgleichenpunkt \surd aus von Westen durch Süd nach Ost bis 360° gezählt, heißt *Rektaszension*. (Statt der Deklination benützt man auch die Poldistanz.) Die Deklination eines Fixsternes gibt den konstanten Abstand des ihm zugehörigen Parallelkreises vom Äquator an, sie ist daher selber konstant, und auch die Rektaszension des Sternes ist konstant, weil der Frühlingspunkt auf dem Äquator eine feste Lage hat und die tägliche Drehung der Himmelskugel mitmacht.

Die Koordinaten eines Punktes in einem solchen Bezugssystem sind also Kreisbogen, ihre Ermittlung läuft auf Winkelmessungen hinaus. In der Astronomie leistet man sie durch Fernrohre, die mit entsprechend liegenden Teilkreisen versehen sind². Für *terrestrische* Arbeiten, z. B. bei der Landvermessung, wo es sich um Fixierung bestimmter Punkte im Raume handelt (Triangulationsmarken), bezieht man sich auf das Horizontsystem und benützt den *Theodolith*, ein kleines azimutal montiertes Fernrohr, das mit einem vertikal

¹ Die beiden Nachtgleichenpunkte sind die Punkte, in denen die Ekliptik (Erdbahn um die Sonne) den Himmelsäquator schneidet. Etwa am 21. März steht die Sonne in dem einen (Frühlingsnachtgleichenpunkt, Frühlingspunkt, Widderpunkt), etwa am 23. September im anderen.

² Fernrohraufstellung im Himmelskoordinatensystem. Es gibt zwei Anordnungen, in denen man ein Fernrohr aufstellt, um es auf ein Gestirn richten zu können. *Gemeinsam* ist beiden Aufstellungsarten, daß das Fernrohr um zwei aufeinander senkrechte Achsen (Achsenkreuz) drehbar ist (a. die Kreispeile Abb. 5a und b). *Verschieden* ist die Orientierung des Achsenkreuzes im Raum — der Verschiedenheit des Azimutal- und des Äquatorealsystems entsprechend. Für kleinere Fernrohre orientiert man das Achsenkreuz so, daß die eine Achse nach dem Zenit zeigt, die andere der Horizontebene parallel liegt (azimutale Orientierung); für große Fernrohre so, daß die eine Achse nach dem Pol zeigt (Pol-, Rektaszensions-, Stundenachse), die andere (Deklinationsachse) der Äquatorebene parallel liegt. Bei dieser Aufstellung des Fernrohres (FRÄUNHOFER) drehen sich die Gestirne (infolge der Achsendrehung der Erde) scheinbar um die Polachse, richtet man das Fernrohr (durch Drehung um die Deklinationsachse) auf ein Gestirn und dreht man es dann dauernd mit der Geschwindigkeit der Erddrehung (Uhrwerk) um die Polachse, so behält man das Gestirn dauernd im Gesichtsfeld — das Gesichtsfeld bewegt sich auf denselben Parallelkreise wie das Gestirn. (Wegen dieser anhaltenden Verschiebung des Fernrohres heißt die Aufstellung auch *parallaktische*.) Das azimutal montierte Fernrohr müßte man zu diesem Zweck dauernd um *beide* Achsen drehen und um jede *mal* der Geschwindigkeit; man verwendet es daher nur für *besondere* astronomische Zwecke (Standfernrohre). Statt den Gestirnen das Fernrohr nach in *HALB* in seinem vertikal stehenden *Turmteleskop* einen am Objektivende *real* montierten Planspiegel nach, dessen Spiegelebene der Erdachse parallel ist das von den Gestirnen kommende Licht auf einen zweiten *feststehenden* Neigung schräg, über dem Objektiv angebracht ist, dieser zweite wirft ³ Fernrohrachse entlang. Das Spiegelsystem heißt Zölostat (LIPPMANN).

und einem horizontal liegenden Teilkreis versehen ist. Man ermittelt mit ihm Höhe und Azimut der betreffenden Punkte.

Koordinaten-Transformation. Wir haben verschiedene Koordinatensysteme erwähnt: das aus Erdäquator, Nullmeridian und Meeresspiegel bestehende mit der Erde verbundene, das azimutale und das äquatorale System der Himmelskoordinaten, beide mit dem Himmelsgewölbe verbunden (Abb. 5), das ebene rechtwinklige (Abb. 1) und das räumliche rechtwinklige (Abb. 2), und so können wir beliebig Koordinatensysteme konstruieren — ein Koordinatensystem ist ja nur ein Mittel, um den Ort eines Punktes relativ zu einem anderen, oder die Lage eines Körpers relativ zu einem anderen zu beschreiben, und je nach der Zweckmäßigkeit wählen wir es anders. Zum Beispiel: dieselben Beobachtungen am Himmel bezieht die Kopernikanische Lehre auf ein mit der Sonne verbundenes System, die Ptolemäische auf ein mit der Erde verbundenes. „Richtig“ sind beide, aber das erste ist zweckmäßiger, denn es ist übersichtlicher; die am Himmel beobachteten Orte, die ein Planet nacheinander einnimmt, geben in dem mit der Sonne verbundenen System eine andere, übersichtlichere Bahn als in dem mit der Erde verbundenen. Wir sehen hieran, was es heißt, denselben Vorgang auf verschiedene Koordinatensysteme zu beziehen. Die rechnende und die beschreibende Physik muß das andauernd tun. Ersetzung eines Koordinatensystems durch ein

anderes (man sagt: Übergang von einem zum anderen) bedeutet aber *Änderung* der Koordinaten der einzelnen Punkte. Punkt P (Abb. 6) hat im xy -System andere Koordinaten (Abstände von den Achsen) als im $x'y'$ -System. Die Umrechnung

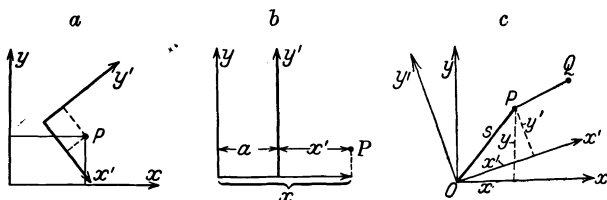


Abb. 6. Ersetzung eines Koordinatensystems (x, y) durch ein anderes (x', y') .

der einen Koordinaten in die anderen, man sagt: ihre *Transformation*, ist einfach, nur muß man, um die Formeln für die Umrechnung, die *Transformationsgleichungen*, aufstellen zu können, wissen, wie die Systeme zueinander liegen, d. h. wie weit ihre Anfangspunkte voneinander entfernt sind, und um welchen Winkel die Achsen gegeneinander gedreht sind. Ohne weiteres sieht man, daß in dem durch Abb. 6 b gegebenen Fall $x' = x - a$ und $y' = y$ ist. Das sind hier die *Transformationsgleichungen*. Für ein dreiaxsiges rechtwinkliges System, dessen Anfangspunkt gegen den eines anderen um a, b, c längs der x -, der y - und der z -Achse im positiven Sinne verschoben ist, heißen sie $x' = x - a$, $y' = y - b$, $z' = z - c$. Ähnliche Transformationsformeln, nur verwickelter, wenn sie auch Drehungen berücksichtigen müssen, gelten für *alle* Fälle.

Die Koordinaten eines Punktes bedeuten danach nichts Selbständiges, bedeuten vielmehr nur etwas als Abstände von den Achsen des *jeweiligen* Koordinatensystems und sind in *jedem* System anders. Ganz anders aber Größen, die eine *selbständige geometrische Bedeutung* haben: sie sind in allen Systemen dieselben, man sagt: sie sind *invariant* gegen die betreffende Koordinatentransformation. Z. B. der Abstand s des Punktes P vom Nullpunkt O der beiden gegeneinander gedrehten Systeme, Abb. 6 c, ist eine Invariante. Es ist $s^2 = x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2$ und so für jedes Koordinatensystem, das denselben Nullpunkt hat. Oder: der *gegenseitige* Abstand der Punkte P und Q bleibt derselbe, auch wenn wir die Systeme gegeneinander verschieben oder verdrehen, das ist rechnerisch und geometrisch gleich leicht einzusehen. Die Invarianten stellen also selbständige geometrische Verhältnisse dar, *ohne Beziehung* auf ein zufällig gewähltes Koordinatensystem.

Relativität der Bewegung. Mit einem Maßstabe versehen kann man den Ort eines Punktes in einem Bezugssystem stets geometrisch angeben und die Änderung seines Ortes relativ zu seiner Umgebung geometrisch beschreiben. Dadurch wird es möglich, die Bewegung mathematisch zu behandeln. Der Ort eines Punktes ist nur *relativ zu anderen* Punkten vorstellbar, daher auch die *Bewegung*; ohne Beziehung auf Dinge, relativ zu denen man von Veränderung des Ortes sprechen kann, verliert der Begriff „Bewegung“ sogar jeden Sinn. Man denke sich in einem Luftballon — ohne die Möglichkeit eines Blickes nach draußen, ohne Meßinstrument, ohne dem Luftzug ausgesetzt zu sein, oder einer Erschütterung oder einer anderen Einwirkung der etwaigen Bewegung des Ballons —, *woran* sollte man merken, ob der Ballon steigt oder fällt, ja ob er sich überhaupt bewegt und von der Erde entfernt hat? Nur „relativ“ zu anderen Punkten kann man also von Bewegung und von Ruhe sprechen¹. Der Gegensatz zu „relativ“ ist „absolut“, aber zwischen absoluter und relativer Bewegung zu unterscheiden ist zwecklos — sogar sinnlos. Wenn wir von einem Körper behaupten, er ruhe, so meinen wir das relativ zu einem ihn und uns umschließenden Raum, etwa einem Zimmer. Woran *erkennen* wir aber, ob dieses Zimmer ruht?

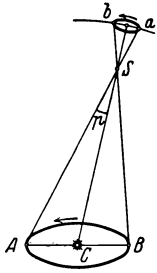


Abb. 7. Parallaxe und Aberration. Der Winkel p ist die Parallaxe von S . Dem mit der Erde A um die Sonne C bewegten Beobachter scheint der Stern S am Himmelsgewölbe die Bahn $a b$ zu beschreiben.

Wir werden sehen: selbst *wenn* ein Körper existiert, der *wirklich* ruht („absolut“ ruht), so haben wir doch kein Kriterium, an dem wir ihn als absolut ruhend *erkennen*. Ehe wir das verdeutlichen und begrifflich schärfer fassen können, müssen wir einige die Bewegung angehenden Begriffe erörtern, im besonderen die Richtung der Bewegung, die Geschwindigkeit u. dgl. m. Wir kommen daher erst später (S. 118) darauf zurück.

¹ **Parallaxe.** Man halte einen Finger aufrecht vor sein Gesicht und blicke ihn *abwechselnd* nur mit *einem* der beiden Augen an. Beim wechselnden Öffnen und Schließen des einen oder des anderen Auges sieht man den Finger sich vor dem Hintergrund seitlich verschieben — desto stärker, je näher er den Augen liegt. Verallgemeinert heißt das: Sieht man einen ruhenden Körper vor einem Hintergrund und verschiebt man den *Standort* (Blickpunkt), von dem aus man ihn anblickt, *seitlich* zu dem Körper, so verschiebt sich der Körper scheinbar seitlich auf dem Hintergrund in entgegengesetzter Richtung. Diese scheinbare Ortsveränderung eines Körpers infolge der Ortsveränderung eines den Körper anblickenden Beobachters nennt man seine *Parallaxe* von *parallaxáōōōōōō* verschieben. Ersetzt man den *einen* Beobachter, der *nacheinander* von *zwei* verschiedenen Standorten aus den Körper anblickt, durch *zwei* Beobachter, die *ruhend* ihn von diesen beiden Standorten aus anblicken, so ist die Parallaxe des Körpers der Winkel, unter dem die Blickrichtungen der beiden Beobachter einander schneiden; oder anders: der Winkel, unter dem *von dem Körper aus* gesehen, der Abstand der beiden Beobachter voneinander erscheint. Die Parallaxe des Mondes ist $57'$ (bezogen auf den Erdradius), die der Sonne $8,8''$ — das heißt: der Erdradius erscheint vom Mittelpunkt des Mondes aus gesehen unter einem Winkel von $57'$, vom Mittelpunkt der Sonne aus gesehen unter $8,8''$. Den Abstand, in dem ein Stern eine Parallaxe von $1''$ haben würde, nennt man eine Sternweite (auch Parsec). Sie entspricht einem Abstände von 206265 Erdbahnhälbmessern. — Die Fixsternparallaxe ist der Winkel, unter dem der Erdbahnhalmesser vom dem betreffenden Stern aus erscheint. — **Aberration.** Wohlgermerkt: *hier* beobachtet der Astronom *ruhend* nur von *zwei* weit voneinander getrennten Punkten aus. Beobachtet er aber, *während er die Erdbahn AB durchläuft*, den Fixstern S , so scheint auch dieser eine (auf die Sphäre projizierte) Bahn ab gleichsinnig mit der Erdbahn zu durchlaufen (Abb. 7): einen Kreis, wenn er nahe am Pol der Ekliptik steht, eine Gerade (hin und zurück), wenn er in der Erdbahn steht, eine Ellipse, wenn er wo anders steht. Die großen Halbachsen der Ellipsen liegen parallel zur Erdbahnebene (Ekliptik) und betragen im Winkelmaß $20'',47$. Diese scheinbare Verschiebung — man nennt sie jährliche *Aberration* der Fixsterne — erfolgt in *derselben* Richtung wie die des Beobachters. Sie hängt ab von der Geschwindigkeit (nach Größe und Richtung) des Beobachters in der Erdbahn und hängt mit der Geschwindigkeit des Lichtes zusammen, das der Stern uns zusendet, und das uns über seinen Ort am Himmel unterrichtet (BRADLEY, 1729).

Nur eines müssen wir noch erwähnen, um einem Einwand zuvorzukommen. Stillschweigend haben wir vorausgesetzt, daß die durch die Transformationsformeln (S. 7 m.) aufeinander bezogenen Systeme relativ zueinander ruhen. Aber nur in der Geometrie ist das der Fall, die Physik hat es mit gegeneinander *bewegten* Systemen zu tun. Ein Koordinatensystem, auf das wir im Laboratorium die Bewegungen beziehen, deren Gesetze wir suchen, ist stets *irgendwie* mit der Erde verbunden. Es verschiebt also dauernd seinen Anfangspunkt (längs der Erdbahn um die Sonne), und dreht sich dauernd. Haben dann die schließlich ermittelten Bewegungsgesetze selbständige Bedeutung? Antwort: „Ja. Ein mit der Erde fest verbundenes Koordinatensystem dürfen wir als *geradlinig* und *gleichförmig* (unt. u. S. 11) bewegt ansehen¹, auf ein solches bezogen, lauten die Gesetze der Mechanik aber genau so wie auf ein ruhendes System bezogen.“ Tatsächlich verlaufen alle mechanischen Vorgänge auf der Erde so, *wie wenn* die Erde ruhte. Wir merken unmittelbar nichts von der Vorwärtsbewegung der Erde, — von der Drehung sehen wir ab — wir merken auch nichts davon an den Bewegungen, die sich *auf* der Erde abspielen. Es ist genau so, wie in einem *geradlinig* und *gleichförmig* fahrenden Schiffe oder in einem ebenso fahrenden Eisenbahnwagen. In dem *fahrenden* Eisenbahnwagen fällt z. B. ein Körper vertikal herab, wie er in dem *ruhenden* Wagen oder draußen auf dem Bahnsteig herabfällt, und genau so ist es mit allen anderen mechanischen Vorgängen. Wir können diese Tatsache mit Hilfe des Invariantenbegriffes formulieren: Bewegt sich das $x'y'$ -System etwa parallel der x -Achse des anderen, so daß der Anfangspunkt jede Sekunde die Strecke v zurücklegt, und ist $a = v \cdot t$, so wird in der obigen (S. 7 m.) Transformationsformel $x' = x - vt$ $y' = y$. Ist es ein *dreiecksiges* System, dessen Nullpunkt sich längs der x -Achse mit der Geschwindigkeit v bewegt, so wird entsprechend $x' = x - vt$ $y' = y$ $z' = z$. (Man nennt diese Koordinatentransformation zu Ehren des Begründers der Mechanik eine GALILEI-Transformation.) Die Tatsache, daß die Gesetze der Mechanik auf ein *geradlinig* und *gleichförmig* bewegtes Koordinatensystem bezogen, genau so lauten wie auf ein ruhendes bezogen, können wir auch so fassen: Die Gesetze der Mechanik sind invariant gegen GALILEI-Transformationen (s. Relativitätstheorie). Die besondere Art des Koordinatensystems, auf das wir die Bewegungen im folgenden beziehen werden, ist danach belanglos.

Richtung der Bewegung. Liegt der materielle Punkt zuerst in A (Abb. 8) und später in B , so sagen wir, er hat sich von A nach B bewegt. Die Wege dazu sind unendlich mannigfaltig, aber gleichviel welchen er einschlägt: verläßt er A , so nimmt er zunächst einen Punkt a ein, der A unmittelbar benachbart ist, d. h. der A *unendlich nahe* liegt. Wir haben ihn uns auf I oder II oder irgendeiner anderen Linie, unendlich nahe bei A , zu denken. A und a bestimmen die Lage einer Geraden eindeutig, auf dieser hat sich der materielle Punkt von A nach a bewegt, und ebenso bewegt er sich von a zu einem a unmittelbar benachbarten Punkte auf einer Geraden usw. Kurz, die ganze Bahn, welche Form sie auch hat, besteht aus unendlich kurzen geraden Strecken (Streckenelementen), und der Endpunkt jeder einzelnen ist der Anfangspunkt jeder folgenden. Das ist allen Bahnen, die der materielle Punkt beschreiben kann, gemeinsam. Was sie voneinander *unterscheidet*, lehren zwei so verschiedene Bahnen wie Abb. 9 und 10. In der ersten liegt jedes Streckenelement in der Verlängerung, wir sagen „in der Rich-

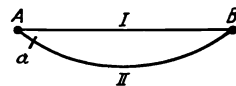


Abb. 8. Bewegung auf gerader und auf krummer Linie.

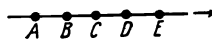


Abb. 9. Bewegung ohne Richtungsänderung.

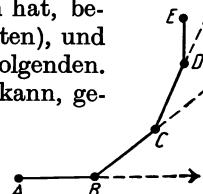


Abb. 10. Bewegung mit Richtungsänderung.

¹ Ein Punkt der Erdoberfläche beschreibt infolge der Achsendrehung der Erde (Rotation) in 30 min den 48. Teil eines Kreises, $7\frac{1}{2}^\circ$; infolge der Bewegung der Erde um die Sonne

„tung“ des unmittelbar vorhergehenden. In der zweiten hat jedes eine andere Richtung als das unmittelbar vorhergehende; es bildet mit ihm einen Winkel, wie es die punktierten Verlängerungen in Abb. 10 zeigen; *Winkel* bedeutet *Richtungsunterschied*. Die Richtung jedes einzelnen Streckenelementes wird durch die der geraden Linie angegeben, von der es selbst ein Teil ist. Diese Gerade, mit einer Pfeilspitze versehen, zeigt zugleich die Richtung, in der der materielle Punkt

das Element durchläuft. Bewegt sich der Punkt dauernd in *derselben* Geraden, so gibt diese Gerade dauernd die Richtung seiner Bewegung an; beschreibt er nacheinander verschiedene gerade Linien (eine gebrochene Gerade), so gibt jede einzelne, so lange er sie durchläuft, seine Richtung an.

Wie aber, wenn er eine Kurve (Abb. 11) beschreibt und z. B. gerade durch Punkt *C* geht? Diejenige Gerade gibt dann seine Richtung an, die durch *C* und den ihm (in der Richtung der Bewegung) unmittelbar benachbarten Punkt geht. Das ist aber die *Tangente* der Kurve in *C*.

Man gelangt zu der Vorstellung von der Tangente als einer Geraden, die durch zwei einander unendlich nahe Punkte einer Kurve geht, so: man zieht durch irgend zwei Punkte *C* und *D* der Kurve Abb. 11 die Sekante

und läßt dann *D* längs der Kurve an *C* rücken. Je näher *D* an *C* rückt, desto genauer gibt die Sekante die Richtung an, die die Kurve in *C* hat; und wenn *D* *unendlich* nahe an *C* gerückt ist, fällt die Richtung der Sekante mit der der Kurve zusammen: die Sekante in dieser Grenzlage, in der sie zwei *unendlich nahe* benachbarte Punkte mit der Kurve gemeinsam hat, *nennt* man *Tangente*¹.

(Revolution) wenig mehr als 1". Beide Bogen darf man daher durch die Sehnen ersetzen. Die Rotation ist gleichförmig, die Revolution während 30 min nahezu gleichförmig. Beide Bewegungen dürfen daher auf nicht allzu langen Strecken als geradlinig und gleichförmig gelten.

¹ „Diese Grenzlage der Sekante ist die Tangente, und daß tatsächlich eine solche bestimmte Grenzlage der Sekante existiert, ist gleichbedeutend mit der Annahme, daß die Kurve im Punkte *C* eine bestimmte Tangente oder eine bestimmte Richtung besitzt. (Das Wort „Annahme“ soll uns dabei andeuten, daß wirklich eine Voraussetzung zugrunde liegt, die selbst bei stetigen Kurven nicht immer erfüllt zu sein braucht — z. B. an jeder Ecke einer Kurve nicht.)

Sobald wir nun die Kurve durch eine Funktion $y = f(x)$ dargestellt haben, entsteht die Aufgabe, den geometrischen Grenzübergang analytisch mit Hilfe dieser Funktion $f(x)$ darzustellen. Verstehen wir unter dem Winkel, den die positive x -Achse mit einer Geraden bildet, denjenigen Winkel, um den man die positive x -Achse in positivem Sinne (d. h. in dem Sinne, bei welchem sie durch eine Drehung um 90° in die positive y -Achse übergeht) drehen muß, bis sie zum ersten Male der Geraden parallel wird, und bezeichnen wir den Winkel, den die Sekante in der Lage CP mit der positiven x -Achse bildet, mit α_1 , ferner den Winkel, den entsprechend die Tangente mit der positiven x -Achse bildet, mit α , dann wird offenbar in unmittelbar verständlicher Bezeichnung

$$\lim_{P \rightarrow C} \alpha_1 = \alpha.$$

Wenn $x, y = f(x)$ und $x_1, y_1 = f(x_1)$ die Koordinaten der Punkte *C* bzw. *P* bedeuten, so erhalten wir unmittelbar

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{y_1 - y}{x_1 - x} = \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x};$$

und somit stellt sich unser Grenzübergang durch die Gleichung

$$\lim_{x_1 \rightarrow x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \text{tg } \alpha$$

dar.

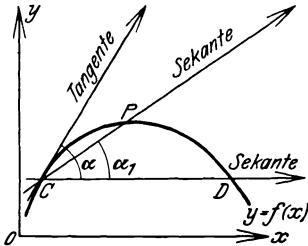


Abb. 11. Die Tangente an *C* zeigt die Richtung der Bewegung im Bahnpunkte *C*. Der Winkel α zwischen der Tangente und der Richtung der positiven x -Achse ist gegeben durch

$$\text{tg } \alpha = \frac{dy}{dx} \quad (\text{s. Fußnote 1}).$$

Ein materieller Punkt, der sich bewegt, bewegt sich also in jedem Moment in der Richtung einer bestimmten Geraden. Damit er in einem anderen Moment von ihr abweiche, d. h. die Richtung einer *anderen* Geraden einschlage, muß, wie wir in Übereinstimmung mit der Erfahrung annehmen, eine Ursache ihn zu dieser Änderung veranlassen¹. Da aber außer ihm im Raume nichts vorhanden sein soll, so kann auch keine Ursache vorhanden sein, die auf ihn einwirken kann. Wir dürfen daher von der Möglichkeit der Richtungsänderung absehen und ihn uns (Abb. 8) auf der Geraden von *A* nach *B* gehend vorstellen.

Zeiteinheit. Gleichförmige und ungleichförmige Bewegung. Er kann sich aber trotz dieser Einschränkung noch sehr verschiedenartig bewegen: entweder so, daß er in einander gleichen Zeitabschnitten gleichviel wie groß oder wie klein sie sind, stets einander gleiche Strecken zurücklegt, d. h. *gleichförmig*; oder so, daß er in einander gleichen Zeitabschnitten *nicht* stets einander gleiche Strecken zurücklegt, d. h. *ungleichförmig*. — Um Zeitabschnitte miteinander genau vergleichen zu können, müssen wir jeden einzelnen messen, d. h. mit einem Zeitabschnitt vergleichen können, dessen Größe als unveränderlich gilt. Wir benutzen dazu einen Zeitabschnitt, auf den uns die Drehung der Erde führt, und vergleichen den zu messenden Zeitabschnitt zwischen zwei Ereignissen mit demjenigen, den die Erde gebraucht, um sich einmal um ihre Achse zu drehen. Dieser Zeitabschnitt (23^h 56^m 4^s) heißt ein *Tag*, und zwar ein *Sterntag* (zum Unterschied vom *Sonnentag*). Er verläuft zwischen zwei unmittelbar aufeinanderfolgenden (Kulminationen, d. h.) Durchgängen eines — in der Zwischenzeit als unbewegt angenommenen — Fixsternes durch denselben Meridian. Der Sterntag ist die wahre Umdrehungszeit der Erde. Der 86400. Teil davon heißt eine *Sekunde* (sec); er gilt für physikalische Messungen als *Zeiteinheit*. Unter dem Zeitabschnitt von der Größe *t* verstehen wir *t* Zeiteinheiten, d. h. in dem üblichen Maßsystem *t* Sekunden. — Der Sonnentag ist die Zwischenzeit zwischen zwei unmittelbar aufeinander folgenden Kulminationen der Sonne. Seine Länge wechselt im Laufe des Jahres, weil die Geschwindigkeit wechselt, mit der die Erde ihre Bahn um die Sonne durchläuft; man kommt so zum *mittleren Sonnentage*. Im alltäglichen Leben, ja sogar in der Astronomie, rechnet man nach *Sonnenzeit*. Der Sterntag ist um etwa 3 min 56 sec kürzer als der Sonnentag.

Durchläuft der materielle Punkt nun in *irgendeiner* ganzen Sekunde eine ebenso große Strecke wie in *jeder* anderen ganzen Sekunde und in *irgendeinem* Bruchteil einer Sekunde eine ebenso große Strecke wie in jedem anderen gleich

Den Ausdruck

$$\frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \frac{y_1 - y}{x_1 - x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

bezeichnen wir als den *Differenzenquotienten* der Funktion $y = f(x)$, indem wir durch die Symbole Δy und Δx die Differenzen der Funktion $y = f(x)$ und der unabhängigen Variablen x bezeichnen. (Δ bedeutet also hier nicht einen Faktor, sondern eine Abkürzung für Differenz.) Es ist also der Tangens des Richtungswinkels der Kurve gleich dem Grenzwert des Differenzenquotienten unserer Funktion, den man erhält, wenn x_1 gegen x strebt.

Diesen Grenzwert nennen wir die *Ableitung* oder den *Differentialquotienten* der Funktion $y = f(x)$ an der Stelle x und bezeichnen ihn nach LAGRANGE durch das Symbol $y' = f'(x)$ oder nach LEIBNIZ durch das Symbol $\frac{dy}{dx}$.“ (R. COURANT, Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung, S. 69).

¹ Die Frage, wodurch er überhaupt eine Richtung empfangen hat, fällt zusammen mit der, wodurch er überhaupt Bewegung erhalten hat. Wir können uns Bewegung ohne Richtung nicht vorstellen. Wir betrachten hier nur den bereits in Bewegung befindlichen materiellen Punkt.

großen Bruchteil einer Sekunde, dann ist seine Bewegung gleichförmig. Durchläuft er aber z. B. zwar in jeder *ganzen* Sekunde 1 cm, dabei aber immer

in der 1. Viertelsekunde	$\frac{1}{16}$ cm,
„ „ 2.	„ $\frac{3}{16}$ „
„ „ 3.	„ $\frac{5}{16}$ „
„ „ 4.	„ $\frac{7}{16}$ „

so ist seine Bewegung ungleichförmig; er legt *nicht* in jeder beliebigen Viertelsekunde dieselbe Länge zurück. Z. B. ein Uhrpendel, das in einer Sekunde seinen Bogen beschreibt, legt auch in jeder *ganzen* Sekunde eine und dieselbe Strecke zurück, nämlich seine ganze Bahn, aber keineswegs in jeder 100stel Sekunde den 100. Teil oder in jeder 1000stel Sekunde den 1000. Teil seiner Bahn; seine Bewegung ist ungleichförmig.

Ein bewegter materieller Punkt durchläuft in einem bestimmten Zeitabschnitt — er sei so kurz, daß die Bewegung unterdes als gleichförmig gelten kann — eine gewisse Strecke. Damit er im nächstfolgenden *gleich* langen Zeitabschnitt eine andere (längere oder kürzere) Strecke zurücklegt, muß ihn, wie die Erfahrung lehrt, eine Ursache zu dieser Änderung veranlassen. Ist aber, wie vorausgesetzt, keine vorhanden, so bewegt er sich gleichförmig. Wir kommen zu dem Schluß: Ein bewegter materieller Punkt, auf den keine äußere Ursache einwirkt, bewegt sich geradlinig und gleichförmig; ändert sich sein Bewegungszustand, d. h. ändert die Bewegung ihre Richtung oder wird sie ungleichförmig, so muß eine Ursache auf ihn eingewirkt haben. Die Ursache einer *Änderung* des Bewegungszustandes nennt man **Kraft**.

Geschwindigkeit. Einheit der Geschwindigkeit. „Dimension“ der Geschwindigkeit. Wir haben hier angenommen, daß eine Ursache auf den Punkt nicht einwirkt, wir dürfen ihn uns daher (Abb. 8) in geradliniger und gleichförmiger Bewegung in der Richtung von *A* nach *B* vorstellen. Trotzdem kann seine Bewegung noch verschiedener Art sein, er kann sich schnell oder langsam bewegen, man sagt: große oder kleine *Geschwindigkeit* haben. Die Begriffe Gleichförmigkeit und Ungleichförmigkeit charakterisieren die in gleichen Zeitabschnitten zurückgelegten Strecken nur nach ihrer relativen Gleichheit oder Ungleichheit, der Begriff Geschwindigkeit wendet sich an ihre Größe. Man versteht unter Geschwindigkeit das Verhältnis der Größe der durchlaufenen Strecke zu der Zeitspanne, die zum Durchlaufen der Strecke verbraucht worden ist. Wird, wie bei der gleichförmigen Bewegung, in einem bestimmten Zeitabschnitte von bestimmter Größe stets eine Strecke von *derselben* Größe durchlaufen, z. B. in *t* sec stets eine Strecke *s* cm, so wird in dem Zeitabschnitt *2t* sec die Strecke *2s* cm durchlaufen, in *3t* sec die Strecke *3s* cm usw. Das Verhältnis der Weglänge zu der Zeit, die zum Durchlaufen des Weges nötig war, ist, gleichviel wie groß der Zeitabschnitt ist, für den man die Überlegung anstellt, stets dasselbe:

$$\frac{s}{t} = \frac{2s}{2t} = \frac{3s}{3t} = \dots \text{ also stets } \frac{s}{t}.$$

Bezeichnen wir das Verhältnis $\frac{s}{t}$, die *Geschwindigkeit*, mit *c*, so haben wir:

$$c = \frac{s}{t}.$$

Der Zähler des Bruches bedeutet eine Anzahl Zentimeter, der Nenner eine Anzahl Sekunden. Setzen wir *t* = 1, so bedeutet der Zähler *s* die in *einer* (beliebigen) Sekunde durchlaufene Strecke, und wir erfahren: Die gleichförmige Geschwindigkeit *c* wird angegeben durch die in 1 sec durchlaufene Strecke in Zentimeter. Von selbst ergibt sich so eine Maßeinheit für die gleichförmige Ge-

schwindigkeit. Da man eine Länge an der Längeneinheit (cm) und eine Zeitspanne an der Zeiteinheit (sec) mißt und der Begriff *gleichförmige Geschwindigkeit* nur die Begriffe Länge und Zeitspanne enthält, definiert man: Die Geschwindigkeitseinheit hat der materielle Punkt dann, wenn er in der Zeiteinheit die Längeneinheit zurücklegt, d. h. wenn er in 1 sec 1 cm zurücklegt. Er hat eine Geschwindigkeit von 10 Geschwindigkeitseinheiten (GE), wenn er in 1 sec 10 cm zurücklegt. — Die Längeneinheit und die Zeiteinheit (cm, sec) sind willkürlich festgesetzt, die Geschwindigkeitseinheit (1 cm/1 sec) ist aus den bereits festgesetzten Einheiten *abgeleitet*.

Wohlgemerkt: Der Bruch $\frac{s}{t}$ [cm/sec] verknüpft zwei *benannte* Zahlen rechnerisch miteinander, im Zähler stehen Zentimeter, im Nenner Sekunden. Ist das nicht, wie wenn man eine Anzahl Eier durch eine Anzahl Ziegelsteine dividieren wollte? Und ferner: Die durch den Bruch $\frac{\text{Längeneinheit}}{\text{Zeiteinheit}}$ = Geschwindigkeitseinheit definierte Einheit ist ungleichartig mit den Einheiten, aus denen sie abgeleitet ist, sie ist weder einer Zeit ähnlich noch einer Länge. Hat sie dann überhaupt einen Sinn? Antwort: Diese *rechnerische* Verknüpfung von Zentimetern und Sekunden *bekommt* einen Sinn für uns durch unsere Kenntnis des physikalischen Gesetzes, das sie *physisch* miteinander verknüpft und das zu jener rechnerischen Verknüpfung *geführt* hat; und die *Einheit der Geschwindigkeit* hat ihren guten Sinn, weil dieselbe besondere *physische* Verknüpfung zwischen den *Grundeinheiten* möglich ist, aus denen wir die neue Einheit *abgeleitet* haben. Zwischen Eiern und Ziegelsteinen kennen wir keine physische Verknüpfung, daher ist ihre rechnerische Verknüpfung für uns sinnlos. — Die Einheit der Geschwindigkeit ist definiert aus der Einheit der Länge und der Einheit der Zeit, man bezeichnet die erste mit [l], die zweite mit [t], die Einheit der Geschwindigkeit müssen wir also definieren durch [l]:[t]. Man bezeichnet sie durch das Symbol [l · t⁻¹], im besonderen, wenn man als Grundeinheiten Zentimeter und Sekunde benutzt, durch cm · sec⁻¹ oder cm/sec. Man beachte: In dieser Formel für die abgeleitete Einheit der Geschwindigkeit spricht sich wieder dasselbe Gesetz aus, das die *Grundeinheiten* der Länge und der Zeit physisch miteinander verknüpft. Der Ausdruck leistet aber noch etwas anderes — rein Gedankliches. Der „Begriff“ Geschwindigkeit — rein logisch genommen — enthält lediglich die Begriffe *Zeit* und *Länge* als Teile. Der Ausdruck [l · t⁻¹] gibt uns nun die Art der *Beziehung* an, der die Teile des Begriffes *zueinander* stehen und die die Teile logisch zu einem Ganzen *verbindet*. Insofern lehrt sie uns also die Struktur des zusammengesetzten Begriffes kennen; man kann sie geradezu als *Strukturformel* des Begriffes Geschwindigkeit bezeichnen. Man sagt, die Geschwindigkeit hat *hinsichtlich der Zeit* die Dimension — 1, *hinsichtlich der Länge* die Dimension + 1 und nennt [l · t⁻¹] ihre *Dimensionsformel* (FOURIER). Siehe S. 21. Die Formel macht es leicht, eine gegebene Anzahl Geschwindigkeitseinheiten, die sich auf ein gewisses System von Grundeinheiten bezieht, auf ein *anderes* System umzurechnen. Z. B.: die Geschwindigkeit eines Schiffes mißt man nach Knoten. 1 Knoten ist 1 Seemeile/Stunde¹. Wieviel cm/sec sind das? Antwort: da 1 Seemeile = 1852 m und 1 Std. = 3600 sec, so ist 1852 [m · Stunde⁻¹] = 1852 [100 cm · (3600 sec)⁻¹] = $\frac{1852}{36}$ [cm · sec⁻¹] = 51 [cm · sec⁻¹].

Weltlinie (MINKOWSKI 1908). Bewegt sich der materielle Punkt geradlinig und gleichförmig, und *kennen* wir die Gerade, auf der er sich bewegt, seine Richtung und seine Geschwindigkeit (die Strecke, um die er sich jede Sekunde weiterbewegt), so haben wir ein eindeutiges Bild seiner Bahn. Es zeigt uns, welche Raumstellen er nacheinander berührt hat, es sagt uns aber *nicht*, zu *welchem* Zeitpunkt er in einem *bestimmten* Raumpunkt gewesen ist (anders: welcher Bahnpunkt und welcher Zeitpunkt *zusammengehören*). Um das Bild in dieser Beziehung zu vervollständigen, markieren wir in einem Koordinatensystem längs der Abszissenachse die Raumpunkte, die der materielle Punkt in bestimmten Zeitpunkten nacheinander berührt, und längs der Ordinatenachse die zugehörigen *Zeitpunkte*. Ferner benützen wir den Anfangspunkt des Systems als den Nullpunkt, von dem aus wir längs der Zeitachse die verfllossene Zeit und längs der

¹ Die einzige Geschwindigkeitseinheit, die einen eignen Namen hat. Eine Seemeile ist $\frac{1}{60}$ eines mittleren Meridiangrades.

Abszissenachse die durchlaufenen Bahnstrecken messen. Dann finden wir für einen bestimmten von dem materiellen Punkt berührten *Bahn*punkt mit Hilfe seiner Raumkoordinate und der zugehörigen Zeitkoordinate den Raum-Zeitpunkt — MINKOWSKI sagt: den *Welt*punkt —, der den augenblicklichen Ort des materiellen Punktes *nicht nur im Raum*, sondern auch in der *Zeit* eindeutig festlegt.

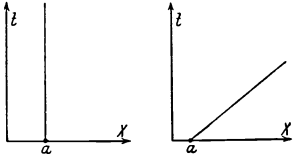


Abb. 12. Die Weltlinie eines Punktes a , der auf der x -Achse ruht, sich gleichförmig bewegt.

Führen wir das für die ganze Dauer der Bewegung aus, so erhalten wir eine Linie, in der jeder einzelne Punkt ein *Welt*punkt ist; man nennt sie die *Welt*linie des materiellen Punktes, es ist — nach MINKOWSKIS Ausdruck — der ewige Lebenslauf eines substantiellen Punktes. Z. B. die *Welt*linie des in Punkt a auf der Abszissenachse *ruhenden* materiellen Punktes (Abb. 12) ist eine zur *Zeit*achse (t) Parallele durch a , denn er behält, weil *ruhend*, dauernd seinen ursprünglichen Abstand vom Nullpunkt, seine Raumkoordinate; die

*Zeit*koordinate aber wächst stetig. Die *Welt*linie eines *im Nullpunkt ruhenden* materiellen Punktes fällt in die *Zeit*achse. Die *Welt*linie eines ursprünglich in a *ruhenden*, dann längs der x -Achse geradlinig gleichförmig bewegten materiellen Punktes ist eine zur x -Achse *geneigte* Gerade durch a .

*Welt*punkt und *Welt*linie verbildlichen die Tatsache: wir nehmen Orte und Zeiten immer nur miteinander *verbunden* war. Man nimmt einen Ort stets zu einer gewissen *Zeit* wahr, eine *Zeit* nur an einem gewissen Ort. (Die Mannigfaltigkeit aller denkbaren zusammengehörigen Wertsysteme $xyz t$ nennt MINKOWSKI die *Welt*.) Um Ort und *Zeit* eines „Ereignisses“, eines „Vorganges“ (z. B. Aufblitzen eines Lichtes auf einem Leuchtturm) anzugeben, müssen wir *drei* Raumkoordinaten angeben (weil der Raum drei Dimensionen hat) und eine *Zeit*koordinate (etwa die Anzahl der Sekunden, die seit einem als *Zeit*nullpunkt festgesetzten *Zeit*punkt verstrichen sind). Die Fixierung eines „Ereignisses“ erfordert also *vier* Zahlen¹. Das bedeutet es, wenn man sagt: *die Welt hat vier Dimensionen, sie ist vierdimensional*. Anschauen können wir nur drei Dimensionen, wir können daher nur Vorgänge, zu deren Darstellung schon zwei Raumkoordinaten genügen, *bildlich* (durch die *Welt*linie) wiedergeben, aber der *Rechnung* sind die *Welt*vorgänge stets zugänglich. — Bewegt sich ein materieller Punkt in der xy -Ebene in irgendeiner Kurve, so gibt uns die *gewöhnliche* Kurve zwar

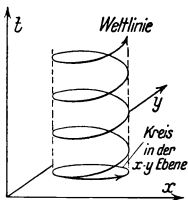


Abb. 13. Die *Welt*linie eines Punktes, der in der xy -Ebene mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen Kreis beschreibt.

die Gestalt seiner Bahn, aber weder seine Geschwindigkeit an den verschiedenen Punkten der Bahn, noch die *Zeit*punkte, in denen er sich an diesen Raumpunkten befindet. Nehmen wir aber die *Zeit* als dritte Koordinate hinzu, so wird *dieselbe* Bewegung durch die *Welt*linie (hier eine dreidimensionale Kurve) dargestellt, deren Gestalt seine Bewegung *vollständig* beschreibt, sie zeigt *unmittelbar*, welches t zu irgendeinem xy der Bahn gehört, und auch seine Geschwindigkeit zeigt sie an der *Neigung* seiner *Welt*linie gegen die xy -Ebene. Eine Kreisbewegung in der xy -Ebene (Abb. 13) wird durch eine schraubenförmige *Welt*linie in der xyt -Mannigfaltigkeit wiedergegeben. — Die *übliche* Bahnkurve eines

materiellen Punktes ist nur die Projektion seiner dreidimensionalen *Welt*linie auf die xy -Ebene. Bewegt sich der Punkt selber im dreidimensionalen Raume, so ist seine *Welt*linie eine Kurve in der vierdimensionalen Mannigfaltigkeit

¹ „Am 28. August 1749, mittags mit dem Glockenschlage zwölf, kam ich in Frankfurt am Main auf die Welt.“ Diese Fixierung des Ereignisses enthält die vier Zahlen: Frankfurt am Main als geographischer Raumpunkt liefert drei, die *Zeit*punktangabe eine.

$xyzt$, und an dieser kann man sämtliche Eigenschaften seiner Bewegung *rechnerisch* bequem verfolgen. Aber unserer *Anschauung* zugänglich ist nur seine dreidimensionale Bahnkurve: sie ist die Projektion seiner Weltlinie auf die Mannigfaltigkeit der xyz , sie stellt willkürlich und einseitig *einige* Eigenschaften seiner Bewegung dar, während die Weltlinie sie *alle* zusammenfaßt. — Ihre Hauptrolle spielen Weltpunkt, Weltlinie, Welt in der Relativitätstheorie, bei deren Entwicklung MNKOWSKI die Begriffe erfaßt hat.

Erstes NEWTONSches Bewegungsgesetz. Trägheitsvermögen. Gleichförmigkeit der Bewegung ist (S. 11) Bewegung ohne Änderung der Geschwindigkeit, wir können daher (unter gleichzeitiger Berücksichtigung des über die Richtungsänderung Gesagten) den Satz aufstellen: Ein bewogter materieller Punkt ändert weder seine Richtung, noch seine Geschwindigkeit, wenn ihn nicht eine äußere Ursache, d. i. eine Kraft, dazu veranlaßt. Umgekehrt schließen wir, daß eine äußere Einwirkung auf den Punkt stattfindet, wenn er sich *nicht* stets geradlinig und *nicht* stets mit derselben Geschwindigkeit bewegt. In der Wirklichkeit haben wir es *nicht* mit materiellen Punkten zu tun, sondern mit Körpern. Aber wir werden sehen, daß wir in derartigen Bewegungsvorgängen einen Körper durch einen materiellen Punkt ersetzt denken dürfen. Wir übertragen daher den soeben gefundenen Satz auf Körper und gelangen so zu *dem ersten NEWTONSchen Gesetze der Bewegung*: Jeder Körper verharrt in seinem Zustande der Ruhe oder dem der geradlinigen gleichförmigen Bewegung, außer wenn er durch äußere Kräfte zu einer Veränderung dieses Zustandes veranlaßt wird. — „Der experimentelle Nachweis der Wahrheit dieses Gesetzes liegt darin, daß wir jedesmal, wenn wir einer Veränderung in dem Bewegungszustande eines Körpers begegnen, diese Veränderung auf irgendeine Wirkung zwischen jenem Körper und einem anderen, d. h. auf eine äußere Kraft, zurückführen können“ (MAXWELL). Die Eigenschaft des Körpers, seinen Bewegungszustand unverändert beizubehalten, wenn nicht eine Kraft auf ihn einwirkt, nennt man sein *Beharrungsvermögen*, sein *Trägheitsvermögen*.

Das Trägheitsvermögen lernt man durch die alltägliche Erfahrung kennen: sitzt man z. B. in einem schnell fahrenden Wagen, und der Wagen hält plötzlich an, so fühlt der Oberkörper einen Ruck in der Fahrtrichtung; er bewegt sich nämlich *noch* in dieser Richtung, während der den Wagen unmittelbar berührende Unterkörper *bereits*, gleichzeitig mit dem Wagen, zur Ruhe gekommen ist. Fährt dagegen der Wagen plötzlich los, so fällt der Oberkörper entgegengesetzt der Fahrtrichtung zurück, weil er *noch* in Ruhe ist, der Unterkörper aber gleichzeitig mit dem Wagen in Bewegung gerät. Ein fahrender Eisenbahnzug bleibt noch einige Zeit in Bewegung, auch wenn der Dampf abgestellt wird, ein schnell fahrendes Zweirad, auch wenn der Fahrer nicht mehr tritt, ein fahrender Kahn, auch wenn er nicht mehr gerudert wird — alle, weil sie die einmal angenommene Bewegung noch eine Zeitlang beibehalten. Warum nur eine „Zeitlang“ und nicht dauernd, wie es das Gesetz fordert, darüber später (S. 29).

Geschwindigkeit bei ungleichförmiger Bewegung. Beschleunigung und Verzögerung. Die Körper der uns umgebenden Erscheinungswelt behalten, wie die Erfahrung lehrt, ihren Bewegungszustand *nicht* unverändert bei, sie ändern vielmehr ihre Geschwindigkeit und ihre Richtung, d. h. es wirken Kräfte auf sie. Wir suchen zunächst diese Änderungen des Bewegungszustandes näher kennenzulernen, sehen aber noch von der Richtungsänderung ab und stellen uns den materiellen Punkt wieder auf der Geraden von A nach B (Abb. 8) bewegt vor — jetzt aber ungleichförmig bewegt, so also, daß er in einander gleichen Zeitabschnitten Strecken zurücklegt, die untereinander *nicht* gleich groß sind. Sind später durchlaufene Strecken länger (kürzer) als früher durch-

laufene, so heißt die Bewegung *beschleunigt* (*verzögert*). Daß beides miteinander abwechselt, schließen wir aus.

In jedem Falle sind dann die in den einzelnen Sekunden zurückgelegten Strecken verschieden lang. Die Kenntnis der in *irgendeiner* Sekunde durchlaufenen Strecke verhilft also nicht dazu die Streckenlänge zu ermitteln, die der materielle Punkt in irgendeiner früheren Sekunde zurückgelegt hat oder in einer späteren zurücklegen wird. Die Streckenlänge ist eben jede Sekunde anders, und das heißt, die Geschwindigkeit ist jede Sekunde anders. Aber nicht nur von Sekunde zu Sekunde ändert sie sich — Sekunden sind ja willkürlich begrenzte Zeitabschnitte — sondern sie ändert sich jeden Moment. Wir können jetzt, streng genommen, nur von der Geschwindigkeit in einem bestimmten *Zeitpunkt* sprechen. Wenn die Geschwindigkeit von diesem Zeitpunkt an *gleichförmig würde*, so würde der materielle Punkt jede Sekunde eine Strecke von bestimmter, unveränderlicher Länge zurücklegen. Diese Größe — sie sei v cm/sec — bedeutet die Geschwindigkeit, die der materielle Punkt in jenem Zeitpunkt tatsächlich gehabt hat. Wir definieren: die Geschwindigkeit der ungleichförmigen Bewegung in einem bestimmten Zeitpunkt ist die Strecke v cm, die der Punkt jede Sekunde von diesem Moment an zurücklegen würde, wenn von ihm an die Bewegung gleichförmig würde. Zu jedem einzelnen Zeitpunkt gehört also ein v von anderer Größe; ist z. B. die Geschwindigkeit in dem Zeitpunkt t_1 so groß, daß, wenn sie von ihm an gleichförmig würde, der materielle Punkt jede Sekunde 10 cm zurücklegen würde, so ist für diesen Zeitpunkt $v = 10$ GE. Ist die Geschwindigkeit in dem Zeitpunkt t_2 so groß, daß, wenn sie von ihm an gleichförmig würde, der materielle Punkt jede Sekunde 15 cm zurücklegen würde, so ist für diesen Zeitpunkt $v = 15$ GE usw. Die Differenz 5 GE bedeutet die Geschwindigkeitsänderung. Ist der Zeitpunkt t_2 früher als t_1 , so bedeutet sie Abnahme, ist t_2 später als t_1 , Zunahme der Geschwindigkeit. Bei der dauernd beschleunigten Bewegung ist die Änderung stets eine Zunahme von einem früheren zu einem späteren Zeitpunkt; bei der dauernd verzögerten Bewegung stets eine Abnahme. Nimmt die Geschwindigkeit dabei in gleichen Zeiträumen immer um gleichviel zu (ab), so heißt die Bewegung *gleichförmig* beschleunigt (verzögert), sonst ungleichförmig beschleunigt (verzögert). Man braucht die beiden Formen der Bewegung nicht getrennt zu behandeln, man kann die Abnahme als negative Zunahme auffassen.

Daß sich die Geschwindigkeit ändert, läßt auf eine hinter dem Bewegungsvorgange verborgene Kraft schließen; daß sie sich *dauernd* ändert, auf das dauernde Wirken der Kraft. Aus der Art der Geschwindigkeitsänderung (Zu- oder Abnahme) schließen wir, daß die Kraft dauernd beschleunigend oder dauernd verzögernd wirkt, und aus der Größe der Geschwindigkeitsänderung werden wir auf die Größe der Kraft schließen dürfen. Woran soll man aber die Geschwindigkeitsänderung messen? Die Geschwindigkeit kann schnell oder langsam zunehmen. Der Begriff Gleichförmigkeit wendet sich nur an die *Gleichheit* der Zunahme, erst der Begriff *Beschleunigung* an ihre Größe. Man versteht darunter das Verhältnis, in dem die Größe der Geschwindigkeitszunahme zu der Länge der Zeit steht, in der sie erfolgt. Bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung (mit der allein haben wir es zu tun) ist dieses Verhältnis stets dasselbe. Denn bei ihr wächst ja die Geschwindigkeit in gleich großen Zeitabschnitten um gleichviel Geschwindigkeitseinheiten. Wächst sie in t sec um v [cm/sec], so wächst sie in $2t$ sec um $2v$ [cm/sec] usw. Das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zu der zugehörigen Zeitspanne ist stets dasselbe, ist

$$\frac{v}{t} = \frac{2v}{2t} = \frac{3v}{3t}, \text{ also stets } = \frac{v}{t} \left[\frac{\text{cm/sec}}{\text{sec}} \right].$$

Wir bezeichnen diesen Bruch, der die Größe der Beschleunigung (acceleratio) angibt, mit a , haben also $a = \frac{v}{t} \left[\frac{\text{cm/sec}}{\text{sec}} \right]$. Setzen wir $t = 1$, so bedeutet der Zähler v cm/sec die Geschwindigkeitszunahme während *einer* Sekunde, und wir haben $a = v$. Wir sehen: bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung ist die *Beschleunigung* der Geschwindigkeitszuwachs während einer Sekunde. Von selbst ergibt sich daraus die *Maßeinheit* für die gleichförmige Beschleunigung als diejenige, bei der die Geschwindigkeit in 1 sec um 1 [cm/sec] wächst. — Der Bruch v Geschwindigkeitseinheiten durch t Zeiteinheiten fordert dieselben Betrachtungen heraus wie der Bruch s Längeneinheiten durch t Zeiteinheiten auf S. 12. Naturgemäß ergibt sich die Dimension der Beschleunigung zu $\left[\frac{l/t}{t} \right] = [l] \cdot [t]^{-2}$. Wir bezeichnen sie mit $[lt^{-2}]$, und im besonderen mit [cm] und [sec] als Grundeinheiten, mit $[\text{cm sec}^{-2}]$ oder $[\text{cm/sec}^2]$. Die Strukturformel $[lt^{-1}] : [t]$ spiegelt das Gesetz wieder, das Geschwindigkeit und Zeit physikalisch zur Beschleunigung verknüpft und zugleich die Art der logischen Beziehung zwischen den Begriffen Geschwindigkeit und Zeit, die der Begriff „Beschleunigung“ als Teile umfaßt.

Geschwindigkeit und Beschleunigung bei krummliniger Bewegung. Bewegt sich der materielle Punkt auf einer Kurve, so fällt die *Richtung* seiner Geschwindigkeit in einem bestimmten Zeitpunkt in die Tangente an dem Kurvenpunkt, an dem er sich gerade befindet; seine Beschleunigung fällt *nicht* in die Richtung der Bahn, sie zerfällt — darüber später — in zwei Komponenten (S. 31 u.), nämlich in die Beschleunigung längs der Tangente des Bahnpunktes und in die dazu senkrechte (normale) Zentripetalbeschleunigung (S. 79), die gleich dem Quadrat der Geschwindigkeit dividiert durch den Krümmungsradius der Kurve in jenem Punkte ist. Bei der geradlinig beschleunigten Bewegung — das ist die Bewegung mit *gleichbleibender Richtung* — existiert nur die Tangentialbeschleunigung. Wohlgemerkt: jede, nicht geradlinige, obwohl *gleichförmige* Bewegung heißt *beschleunigt*, z. B. die Kreisbewegung mit konstanter Geschwindigkeit; hier ändert sich zwar nicht die *Größe*, wohl aber die *Richtung* der Geschwindigkeit.

Masse. Gleichheit von Massen. Die Beschleunigung, in [cm/sec] pro sec ausgedrückt, ist diejenige Zahlengröße, die eine gegebene geradlinige und gleichförmig beschleunigte Bewegung der Größe nach eindeutig bestimmt. Kennen wir sie, so gelangen wir zur Kenntnis des ganzen Bewegungsvorganges und zur Kenntnis der Größe der Kraft, als deren Wirkung sich die Beschleunigung darstellt. Wir zeigen zunächst das zweite, weil es hier das wichtigere ist.

Die Änderung des Bewegungszustandes, hier also die Beschleunigung, ist die Wirkung einer Kraft (S. 12). Kann man aus der *Größe* der Beschleunigung auf die *Größe* der Kraft schließen? Angenommen, wir sehen den materiellen Punkt in geradliniger gleichförmig beschleunigter Bewegung, das eine Mal mit der Beschleunigung n , ein anderes Mal mit der Beschleunigung $2n$, dann werden wir im zweiten Falle aus der doppelt so großen Wirkung auf eine doppelt so große Ursache, d. h. eine doppelt so große Kraft schließen. Sehen wir ihn dagegen auch in dem zweiten Falle mit der Beschleunigung n , so werden wir aus der gleich großen Wirkung auf eine gleich große Kraft schließen, weil gleiche Wirkungen unter den gleichen Bedingungen auf gleiche Ursachen schließen lassen. Die Gleichheit der Bedingungen ist hier erfüllt, weil es sich immer um *denselben* materiellen Punkt handelt. Den gesetzmäßigen Zusammenhang zwischen Ursache und Wirkung kann man aber nur erkennen, wenn man den Bewegungsvorgang unter *abgeänderten* Bedingungen beobachten kann. Die Abänderung kann sich nur auf den materiellen Punkt beziehen. Wir betrachten zu dem Zweck zwei voneinander getrennte materielle Punkte. Wenn sich jeder von ihnen geradlinig und gleichförmig beschleunigt bewegt und die Beschleunigung n hat (gegenseitige Beein-

flussung der Punkte schließen wir aus), so werden wir hinter *jedem* auf eine Kraft als Ursache der Beschleunigung schließen. Die Wirkung wird in beiden Fällen als Beschleunigung eines materiellen Punktes wahrgenommen, aber jedesmal an einem *anderen* materiellen Punkt. Nur wenn beide unterschiedslos gleich sind, ist die Gleichheit der Bedingungen erfüllt, die von gleichen Wirkungen auf gleiche Ursachen zu schließen berechtigt.

Inwiefern können die beiden materiellen Punkte überhaupt verschieden sein? Der *materielle Punkt* ist ein fingiertes Gebilde von unendlich kleinen Dimensionen ohne jegliche Eigenschaften. In der Wirklichkeit gibt es nur *Körper* von endlichen Dimensionen und mit unterschiedlichen Eigenschaften. Sie haben Form, Farbe, Gewicht, Härte, sind fest, flüssig oder gasförmig, bestehen aus verschiedenen Stoffen, wie Eisen, Glas, Wasser, kurz, sie haben „Eigenschaften“ und unterscheiden sich dadurch voneinander. Von allen diesen Eigenschaften sehen wir hier ab. Die Körper bestehen „aus irgend etwas“, wir nennen es *Substanz*, meist *Materie*. Für die abstrakte Lehre von der Bewegung ist ein Körper nur „ein abgegrenztes Quantum Materie“ oder moderner: ein Quantum *Masse*. Dadurch, daß wir von allen unterscheidenden Eigenschaften der Körper absehen, entkleiden wir die Materie selbst aller Eigenschaften. Nur *eine* lassen wir ihr, weil wir annehmen, daß sie von ihr untrennbar ist: die Eigenschaft, bewegbar zu sein. Für die Lehre von der Bewegung ist die Materie danach nur ein Etwas, das bewegbar ist¹. Das Charakteristische der aller ihrer Eigenschaften (bis auf die Bewegbarkeit) entkleideten Materie ist ihr *Widerstand gegen jede Veränderung*² ihres Bewegungszustandes. Man nennt diese Eigenschaft ihre *Trägheit* (spricht deswegen von *träger Masse*). Zwischen den zwei materiellen Punkten kann es dann auch keinen qualitativen, sondern nur einen quantitativen Unterschied geben: der eine kann *mehr* Masse enthalten als der andere. — Aber woran erkennt man, ob zwei materielle Punkte gleich große oder verschieden große Massenmengen enthalten? Wir können den Satz von den gleichen Ursachen und den gleichen Wirkungen auch so fassen: Wenn gleiche Ursachen gleiche Wirkungen hervorrufen, dann sind auch die Bedingungen gleiche. Die Gleichheit der Bedingungen ist hier erfüllt, wenn die beiden materiellen Punkte quantitativ gleich sind, d. h. wenn sie gleich viel Masse haben. Wir kommen also zu dem Schluß: erteilen zwei gleiche Kräfte zwei materiellen Punkten gleich große Beschleunigungen, so haben die Punkte gleiche Masse. (GALILEI definiert: Zwei Körper haben gleiche Masse, falls keiner den anderen überrennt, wenn man sie mit entgegengesetzt gleichen Geschwindigkeiten gegeneinander jagt. [Man stelle sich vor, daß sie beim Zusammenstoß aneinander haftenbleiben.])

Jetzt haben wir eine Beziehung zwischen gleichen Massen, gleichen Beschleunigungen und gleichen Kräften, aber wir wissen bisher nicht, wann *Kräfte* als gleich anzusehen sind. Benützen können wir daher die Definition der Massengleichheit nur dann, wenn wir über eine Kraft verfügen, die wir unverändert auf die eine oder auf die andere Masse wirken lassen können. Die Forderung „zwei gleiche Kräfte“ ist dann erfüllt durch *eine* unveränderliche Kraft, die zwei verschiedene Male in Tätigkeit tritt. Wenn dann zwei Massen, m_1 und m_2 , gegeben sind, und die Kraft in dem einen Falle der Masse m_1 die Beschleunigung a

¹ Die Frage „was ist Materie?“ verlangt eine *allgemeine* Antwort; eine nur auf die Lehre von der Bewegung bezogene genügt nicht (S. 134 u.).

² Der Lernende präge sich ein: Die *Veränderung* des Bewegungszustandes ist das Entscheidende, die Beschleunigung und die Verzögerung (also auch der Übergang aus der Ruhe zur Bewegung und umgekehrt). Das *Trägheitsvermögen* strebt den Bewegungszustand unverändert zu erhalten; ihn zu *verändern*, dazu gehört *Kraft*.

erteilt, in dem anderen Falle der Masse m_2 ebenfalls die Beschleunigung a , dann nennen wir m_1 und m_2 *gleich große Massen*. — Wie ist aber das Größenverhältnis der Massen zueinander zu beurteilen, wenn die Beschleunigungen verschieden groß sind? Wir wollen einmal annehmen: m_1 erfahre die Beschleunigung a , aber m_2 nur eine halb so große. m_2 beansprucht dann zur Erlangung einer Beschleunigung von gegebener Größe ebensoviel Kraft, wie sie für m_1 zu einer doppelt so großen ausreicht. Darum nennen wir m_2 doppelt so groß wie m_1 .

Zweites NEWTONSches Bewegungsgesetz. Die Größe einer Kraft offenbart sich also nicht allein an der Größe der *Beschleunigung* der Masse, sondern auch an der Größe der *Masse* selber. Und zwar muß man nach dem vorangehenden schließen: Ist eine Masse A m mal so groß wie eine Masse B , bewegt sie sich aber trotzdem mit *eben* so großer Beschleunigung wie B , so ist die Kraft, die A treibt, m mal so groß wie die Kraft, die B treibt; bewegt sich A aber — trotz des m mal so großen Masseninhaltes — mit einer a mal so großen Beschleunigung wie B , so ist die Kraft, die A treibt, $m \cdot a$ mal so groß wie die Kraft, die B treibt. Mit anderen Worten: *die Kraft*, die wir als Ursache der Beschleunigung a einer Masse m ansehen, ist sowohl der Masse wie der Beschleunigung proportional (*zweites NEWTONSches Bewegungsgesetz*).

Wie groß sie aber ist, wissen wir damit immer noch nicht, wir wissen ja nur, daß sie $m \cdot a$ mal so groß ist wie jene andere, wissen aber nicht, *wie* groß jene andere ist. Es fehlt uns das Maß, das für die Kraftmessung das ist, was das Zentimeter für die Längenmessung, und was die Sekunde für die Zeitmessung ist. Da wir die Kraft nach der Größe der Beschleunigung beurteilen müssen, die sie hervorgerufen hat, und nach der Größe der Masse, der sie diese Beschleunigung erteilt hat, so setzen wir fest: diejenige Kraft nennen wir die *Krafteinheit*, die der *Masseneinheit* die *Beschleunigungseinheit* erteilt.

Massenmessung. Masseneinheit. Aber was ist denn unter Masseneinheit zu verstehen? Man hat sie willkürlich festgesetzt wie die Längeneinheit und wie die Zeiteinheit und hat international vereinbart: als Masseneinheit gilt diejenige Menge Masse, die der Raum eines Kubikzentimeters (1 cm^3) enthält, wenn er mit destilliertem Wasser von 4° C gefüllt ist. Diese¹ Massenmenge nennt man ein Gramm (1 g). Wohlgemerkt: ein Gramm ist ein Quantum Masse, nicht ein Gewicht. Das *Gewicht*, das ein Gramm hat, ist die *Kraft*, mit der die Gramm Masse auf eine sie tragende Unterlage *drückt* oder hängend an einem Faden *zieht*. Diese *Kraft*, das *Gewicht* eines Grammes, hängt ab von dem Ort, an dem sich das Gramm befindet: es ist kleiner auf dem Gipfel als am Fuß eines Berges; es ist größer an den Polen der Erdkugel als am Äquator; es ist kleiner an der Oberfläche der Erde, als es an der der Sonne wäre; es ist größer in der Luft als im Wasser, und im leeren Raume größer als in der Luft. Die *Masse* 1 g aber, der Inhalt jenes mit Wasser ausgefüllten Raumes von 1 cm^3 , ist stets dieselbe. Beim Abwiegen mit Gewichten benutzen wir zwar die Tatsache, daß gleich große Massen an derselben Stelle der Erde gleiche Zugkräfte auf die Waage ausüben — wir sagen „gleiches Gewicht haben“ — und die Waage infolgedessen ins Gleichgewicht bringen, aber der Zweck der Wägung ist der Vergleich der „abzuwägenden“ *Masse* mit der bereits bekannten *Masse* der Gewichtsstücke. Bei dem Einkauf einer Ware „nach Gewicht“ ist uns in Wirklichkeit das *Gewicht* gleichgültig, d. h. die Größe der *Kraft*, mit der die Ware von der Erde angezogen wird; es kommt uns nur auf das Quantum *Masse* an. Das *Gewicht* eines Körpers interessiert uns im alltäg-

¹ Das Verhältnis des so definierten Gramms zu dem Platiniridium-Normalkilogramm des Bureau International wird *streng* wiedergegeben durch $1 \text{ kg} = 1,000027 \text{ dm}^3$ Wasser (s. S. 4 Fußn.).

lichen Leben nur bei der Anstrengung, die wir machen müssen, um den Körper zu *tragen*. Für den Sackträger hat das *Gewicht* des Getreides Bedeutung, für den Müller, der das Getreide zu Mehl verarbeitet und verkauft, nur das *Quantum Masse*, das das Getreide enthält. (Und so ist es auch mit dem Atomgewicht und dem Molekulargewicht, uns interessiert nur die *Atommasse* und die *Molekülmasse*.)

Größe einer Kraft. Da wir jetzt festgesetzt haben, was die *Masseneinheit* ist, können wir eine Kraft nach Maß und Zahl ausdrücken. Wenn ein materieller Punkt 1 Masseneinheit (g) enthält und sich geradlinig mit der gleichförmigen Beschleunigung 1 [cm/sec] pro sec bewegt, dann ist, wie wir (S. 18 m.) festgesetzt haben, die Kraft, die auf ihn wirkt, 1 Krafteinheit; sie wird 1 dyn genannt. Folglich ist die Kraft p , die einen Punkt von der Masse m Gramm mit der Beschleunigung a [cm/sec] pro sec treibt — die ja (nach S. 18 m.) $m \cdot a$ mal so groß sein sollte — gleich $m \cdot a$ Krafteinheiten (dyn). Oder in Worten: es ist

Kraft = Masse mal Beschleunigung, ausgedrückt in dyn.

Wenn ein Körper, der 50 g Masse enthält, eine Beschleunigung 100 besitzt, d. h. jede Sekunde um 100 [cm/sec] an Geschwindigkeit zunimmt, so ist $m = 50$, $a = 100$ und die Kraft, als deren Wirkung wie diese Beschleunigung ansehen, somit

$$p = 50 \cdot 100 = 5000 \text{ Krafteinheiten (5000 dyn).}$$

Die Beziehung zwischen der Kraft p , der Masse m und der Beschleunigung a können wir noch anders als durch $p = m \cdot a$ ausdrücken. Die Beschleunigung ist das Verhältnis des Geschwindigkeitszuwachses zu der Zeit, in der der Zuwachs erfolgt ist (S. 16 u.). Hat die Masse mit der Geschwindigkeit 0 begonnen und hat sie mit der Beschleunigung a in t Sekunden die Geschwindigkeit u erreicht, so ist $a = u/t$, also ist auch $p = m \cdot u/t$. Diese Gleichung gibt die Beziehung zwischen der Kraft, der Masse und der *Geschwindigkeit*, die die Kraft der ursprünglich ruhenden Masse in t Sekunden erteilt. Setzen wir hierin $t = 1$, so bedeutet u die Geschwindigkeit, die die ursprünglich ruhende Masse am Ende der 1. Sekunde erreicht hat. Wir wollen sie mit v_1 bezeichnen. Ist $m = 1$ und $v_1 = 1$, so wird $p = 1 \cdot 1/1 = 1$, also gleich der *Krafteinheit*. Wir können somit die Krafteinheit auch als diejenige Kraft definieren, die der ursprünglich ruhenden Masseneinheit, 1 [g], in der *Zeiteinheit*, 1 [sec], die Geschwindigkeitseinheit, 1 [cm/sec], erteilt. Diese Definition der Krafteinheit stimmt mit der S. 18 m. gegebenen überein, denn wenn eine Geschwindigkeit in einer Sekunde von 0 auf 1 [cm/sec] anwächst, so hat sie die Beschleunigung 1, sie wächst in dieser Sekunde um 1 [cm/sec].

Dimensionsformel. Die Einheit der Kraft ist aus der Einheit der Beschleunigung und der Einheit der Masse „abgeleitet“, wie die Einheit der Beschleunigung aus der Geschwindigkeitseinheit und der Zeiteinheit abgeleitet ist, und die Einheit der Geschwindigkeit aus den Grundeinheiten der Länge und der Zeit. Zu den Grundeinheiten der Länge [l] und der Zeit [t] ist nun noch die Einheit der Masse getreten, man bezeichnet sie mit [m]. Der Begriff Kraft enthält als *Teile* die Begriffe Beschleunigung und Masse, und zwar in der *Beziehung* Masse mal Beschleunigung. Die Dimensionsformel der Kraft wird daher [m] · [lt^{-2}], man bezeichnet sie mit [mlt^{-2}]. — Die „Ableitung“ von Maßeinheiten aus bereits vorhandenen erspart es uns in vielen Fällen, weitere Einheiten *willkürlich* festsetzen zu müssen. GAUSS und WEBER haben die bei ihren elektrischen und magnetischen Arbeiten notwendig werdenden Einheiten sämtlich auf die Einheiten von Länge, Masse und Zeit zurückgeführt. Die so entstehenden Maße nannten sie *absolute*. Man wählt als Grundeinheiten Zentimeter, Gramm und Sekunde, nennt die hierauf zurück-

geführten Einheiten cm-g-sec-Einheiten, auch c g s-Einheiten. Das (absolute) Maßsystem nennt man kurz das cgs-System.

Einige Dimensionsformeln und Maßeinheiten der Mechanik.

λ, μ, τ bedeuten die Potenzexponenten von l, m, t .

	λ	μ	τ	Dimensionsformel	Einheit
Winkel	0	0	0	$\varphi = [l^0]$	Der Winkel, dessen Bogen gleich dem Halbmesser ist; [Winkel von 57,296°.] Dimension = $l/l = 1$, d. h. von den Grundeinheiten unabhängig.
Länge	1	0	0		1 cm.
Fläche	2	0	0	$f = [l^2]$	1 cm ² .
Volumen	3	0	0	$v = [l^3]$	1 cm ³ ,
Masse	0	1	0		1 g.
Dichtigkeit	-3	1	0	$s = [l^{-3}m]$	Körper, der in 1 cm ³ die Masse 1 g hat.
Zeit	0	0	1		1 sec.
Geschwindigkeit	1	0	-1	$u = [l t^{-1}]$	Die Geschwindigkeit eines Punktes, der in 1 sec 1 cm zurücklegt.
Beschleunigung .	1	0	-2	$a = [l t^{-2}]$	Die Beschleunigung, bei welcher die Geschwindigkeit in 1 sec um 1 cm/sec wächst.
Kraft	1	1	-2	$k = [l m t^{-2}]$	Die Kraft, welche 1 g in 1 sec die Geschwindigkeit 1 cm/sec mitteilt.
Druck	-1	1	-2	$p = [l^{-1} m t^{-2}]$	Der Druck, bei welchem auf 1 cm ² die Kraft 1 dyn kommt.
Drehmoment . .	2	1	-2	$D = [l^2 m t^{-2}]$	Das Drehmoment, in dem die Kraft 1 dyn senkrecht am Hebelarm 1 cm angreift.
Trägheitsmoment	2	1	0	$K = [l^2 m]$	Die Masse 1 g im Abstände 1 cm von einer Drehachse.
Arbeit, Energie, lebendige Kraft	2	1	-2	$Q = [l^2 m t^{-2}]$	Die Arbeit, welche die Kraft 1 dyn verrichtet, wenn sich ihr Angriffspunkt nach ihrer Richtung um 1 cm verschiebt.

Man nennt (S. 3) die Formeln $[l t^{-1}]$, $[l t^{-2}]$, $[m l t^{-2}]$ die *Dimensionsformeln* der Geschwindigkeit, der Beschleunigung, der Kraft und nennt die Exponenten von l, m und t die *Dimension* des Begriffes mit Bezug auf die Länge, die Masse, die Zeit. Man sagt: die Kraft hat mit Bezug auf die Zeit die Dimension -2, Die Dimensionsformeln sind gleichsam Strukturformeln wie die Formeln der Chemiker, sie treten als international verständliche Zeichen an die Stelle eines Wortes, das einen bestimmten Begriff vertreten soll. Derselbe Begriff, der deutsch mit Geschwindigkeit, englisch mit velocity und in jeder Sprache anders bezeichnet wird, wird international durch das Symbol $l \cdot t^{-1}$ bezeichnet und international verstanden, wie die Formel H₂O für Wasser. — Die Dimensionsformel hat auch praktische Bedeutung, auch abgesehen von ihrer Nützlichkeit beim Übergang von einem System von Grundeinheiten zu einem anderen (S. 3 u.). Sie gestattet eine gewisse Kontrolle bei der Ableitung von Formeln, Gleichungen usw. Um schwerverständliche Allgemeinheiten zu vermeiden, erläutern wir das an einem Beispiel: Die Schwingungsdauer t eines mathematischen Pendels von der Länge l hängt der Theorie nach zusammen mit der Beschleunigung g (durch die Erdschwere) an dem Ort, an dem das Pendel schwingt. Theoretisch findet man (S. 100) die Gleichung $t = \pi \sqrt{l/g}$. Links steht eine *Zeit*, die Schwingungsdauer; die Formel ist offenbar falsch, wenn die *rechte* Seite nicht *auch* eine Zeit darstellt. Denn

Schwingungsdauer kann nichts anderes sein als *Zeit*. Was stellt die rechte Seite der Gleichung dar? Unter dem Wurzelzeichen steht eine Länge, dividiert durch eine Beschleunigung, d. h. $[L] : [L]/[t]^2$, also das Quadrat einer Zeit. Wir haben somit auf der rechten Seite π mal einer Zeit, d. h. tatsächlich eine Anzahl *Zeiteinheiten*. — Verallgemeinert heißt das: um „richtig“ zu sein, müssen die beiden Seiten einer Gleichung von *derselben* Größenart sein; man sagt *homogen* sein¹.

Impuls. Bewegungsgröße. Der Gesamteffekt einer Kraft auf eine frei bewegliche Masse ist sowohl proportional der Größe der Kraft wie auch proportional der Zeitdauer, während der die Kraft ununterbrochen wirkt. Bisweilen, wie z. B. beim Stoß (S. 54), wirkt eine Kraft nur so kurze Zeit — einen „Augenblick“, einen „Moment“ —, daß es sehr schwer ist, ihre Größe oder die Dauer ihrer Einwirkung zu bewerten. Eine so wirkende Kraft wollen wir (nur zur Abkürzung) Impulskraft nennen. Theoretisch könnte man die Impulskraft wie jede andere Kraft durch die von ihr in einer Sekunde erzeugte Geschwindigkeitszunahme messen, denn sie ist nichts anderes als eine Kraft, die in *sehr* kurzer Zeit eine *merkliche* Geschwindigkeit erzeugt. Man mißt sie aber aus praktischen Gründen durch die ganze von ihr erzeugte Geschwindigkeitszunahme, also, wenn die Masse vorher die Geschwindigkeit Null hatte, durch die ganze Geschwindigkeit, die sie der Masse erteilt. Die Erfahrung lehrt: der 2, 3 . . . n fach so großen Impulskraft entspricht die 2, 3 . . . n fach so große Geschwindigkeit. Wir kommen so zu dem Impulssatz: Die Geschwindigkeit, die eine Masse durch die Einwirkung einer Impulskraft erlangt, ist der Impulskraft direkt proportional. Das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit nennt man *Impuls*, auch *Bewegungsgröße*. (Der Impuls ist die Wirkung, die *Impulskraft* die Ursache.)

Man beachte die Dimension des Impulses. Der Impuls ist eine Masse mal einer Geschwindigkeit, demnach von der Dimension $m \cdot lt^{-1}$; die Kraft ist eine Masse mal einer Beschleunigung, also von der Dimension $m \cdot lt^{-2}$. Der Impuls ist also im eigentlichen Sinne eine Kraft mal einer Zeit ($mlt^{-2} \cdot t = mlt^{-1}$). — Statt t schreiben wir τ für die „momentane“ Wirkungsdauer der Kraft, wir haben dann $p\tau = mv$. Der Impuls hat dann eine sehr anschauliche Bedeutung: er stellt der Stärke und der Richtung nach den *Stoß* ($p \cdot \tau$) dar, den man der Masse (m) erteilen muß, um sie „augenblicklich“ von der Ruhe in ihren jetzigen Bewegungszustand (v) zu bringen oder auch denjenigen *Stoß* (mv), den die bewegte Masse ausüben würde, wenn sie „augenblicklich“ auf Ruhe abgebremst würde. [Die Impulskräfte sind charakteristisch für den *Stoß* der Körper gegeneinander. Die Begriffe Momentankraft, Impuls, Bewegungsgröße drängen sich der Vorstellung dabei unabweisbar auf. Hier wirken zwei Kräfte einander entgegengesetzt *ganz kurz*, aber gleich lange auf zwei Massen ein; ihre Wirkung offenbart sich unmittelbar als Aktion und Reaktion (S. 27 u.) der beiden Massen.]

Kenntnis der Beschleunigung führt zur (quantitativen) Kenntnis des ganzen Bewegungsvorganges. Bisher wissen wir von der Bewegung des Punktes nur, daß sie geradlinig ist und jede Sekunde um v [cm/sec] wächst. War der Punkt in Ruhe, als die Kraft zu wirken begann, so hat er am Ende der 1. Sekunde ihres Wirkens die Geschwindigkeit v . Wie groß ist der Weg, den er zurückgelegt hat, *während* seine Geschwindigkeit von 0 auf v gestiegen ist? Wir können uns das allmähliche Anwachsen seiner Geschwindigkeit so vorstellen: er behält jeden einzelnen Geschwindigkeitswert zwischen 0 und v wenigstens während eines sehr kleinen Zeitraumes, z. B. $\frac{1}{1000}$ sec, unverändert bei, erst mit dem Beginn des fol-

¹ Andererseits führt die Homogenität der beiden Seiten einer Gleichung gelegentlich zu einer neuen physikalischen Erkenntnis, so z. B. die Dimension der Gravitationskonstante, des PLANCKSchen Wirkungsquantums, der REYNOLDSschen Zahl.

genden Sekundentausendstel nimmt er den nächsthöheren Geschwindigkeitswert an. (Diese Vorstellung von der Geschwindigkeitsänderung ist analog unserer Vorstellung, daß die *Richtungsänderung* immer erst mit dem Betreten eines neuen Streckenelementes beginnt.) Mit jeder $\frac{1}{1000}$ Sekunde tritt ein größerer Geschwindigkeitswert ein; er heiße λ . Er gibt die Strecke an, die der materielle Punkt in einer ganzen Sekunde bei gleichförmiger Geschwindigkeit mit diesem Wert zurücklegen würde, von der er aber nur $\frac{1}{1000}$ zurücklegt. Da nun die Geschwindigkeit von jeder $\frac{1}{1000}$ Sekunde zur nächsten um *gleichviel* zunimmt, so ist jedes λ um *gleichviel* größer als das nächstvorhergehende bzw. kleiner als das nächstfolgende; also auch $\frac{1}{1000}$ jedes λ , d. h. jede während $\frac{1}{1000}$ Sekunde zurückgelegte Weglänge.

Die Weglängen wachsen also von jeder $\frac{1}{1000}$ Sekunde zur nächstfolgenden um die gleiche Länge. Die Wege während der einzelnen $\frac{1}{1000}$ Sekunden bilden somit eine arithmetische Reihe: Ihre Summe ist die Größe des Weges, den der materielle Punkt während der *ganzen* Sekunde zurückgelegt hat. Die *Summe* einer solchen Reihe ändert sich nicht, wenn an die Stelle *jedes* Postens derjenige tritt, der genau in der Mitte der Reihe steht. (Denn symmetrisch zur Mitte, d. h. gleich weit entfernt nach beiden Seiten von ihr, stehen je zwei Größen — die eine um ebensoviele *kleiner* als das Mittelglied, um so viel die andere *größer* ist —, von denen die kleinere also durch die Substitution des Mittelwertes um ebensoviele vergrößert wird, um so viel die größere verkleinert wird.) — In der Mitte steht offenbar die Weglänge, die der Punkt mit derjenigen Geschwindigkeit zurückgelegt hat, die er genau in der Mitte der Sekunde gehabt hat. Diese Geschwindigkeit ist leicht zu ermitteln: Da die Geschwindigkeit vom *Anfang* bis zum *Ende* der Sekunde in gleichen Bruchteilen der Sekunde um gleich viel zunimmt, so liegt sie in der *Mitte* der Sekunde genau in der Mitte zwischen 0 und v , ist also $= v/2$. Der Weg, den der Punkt während der 1. Sekunde zurücklegt, in der seine Geschwindigkeit von 0 bis v gestiegen ist, ist also so groß, wie wenn er sich während der *ganzen* 1. Sekunde gleichförmig mit der Geschwindigkeit $v/2$ bewegt hätte, ist also $v/2$.

Jetzt können wir auch den Weg während jeder *anderen* Sekunde berechnen. Am Anfang der 2. Sekunde hat er die Geschwindigkeit v (der Anfang der 2. fällt ja mit dem Ende der 1. Sekunde zusammen), am Ende der 2. Sekunde die Geschwindigkeit $2v$; sein Weg während der 2. Sekunde ist also so groß, wie wenn er sich während dieser Sekunde mit dem Mittelwert $3v/2$ gleichförmig bewegt hätte; sein Weg während der 2. Sekunde ist somit $3v/2$. So finden wir analog:

Es ist die Geschwindigkeit am Ende der 1. Sek.	v	der Weg in der 1. Sek.	$v/2$
„ „ „ „ „ „ „ „ 2. „	$2v$	„ „ „ „ 2. „	$3v/2$
„ „ „ „ „ „ „ „ 3. „	$3v$	„ „ „ „ 3. „	$5v/2$
„ „ „ „ „ „ „ „ t . „	tv	„ „ „ „ t . „	$(2t - 1)v/2$

Da wir jetzt den Weg während jeder einzelnen Sekunde kennen, können wir auch ausrechnen, welchen Weg der Punkt in *soundso viel* Sekunden zurücklegt.

Der Weg, den er in den ersten 2 Sekunden zurücklegt, ist	$v/2 + 3v/2$	$= 4v/2$
„ „ „ „ „ „ 3 „	„ „ $v/2 + 3v/2 + 5v/2$	$= 9v/2$
„ „ „ „ „ „ 4 „	„ „ „	$= 16v/2$
„ „ „ „ „ „ t „	„ „ „	$= t^2 v/2$

Jetzt kennen wir die Bewegung eines materiellen Punktes, der sich geradlinig mit der gleichförmigen Beschleunigung v bewegt.

Der freie Fall ohne Luftwiderstand (GALILEI 1604). Zu der soeben charakterisierten Art von Bewegungen gehört der freie Fall der Körper. Ein Körper, der weder unterstützt noch aufgehängt ist, fällt, wie die Erfahrung lehrt, zu Boden

(„frei“, nicht „auf vorgeschriebener Bahn“, wie z. B. längs einer schiefen Ebene, Abb. 28). Unter gewissen einschränkenden Bedingungen darf der freie Fall als geradlinig und gleichförmig beschleunigt gelten. Die einschränkenden Bedingungen sind: die Luft und die Drehung der Erde sind nicht vorhanden, und der Weg, den der Körper zurücklegt — wir denken ihn uns der Einfachheit halber in einem materiellen Punkt konzentriert —, verschwindet gegenüber den Dimensionen der Erdkugel. Die gerade Linie, auf der sich der fallende materielle Punkt bewegt, ist dann die durch ihn gehende Vertikale. Auf ihr bewegt er sich gleichförmig beschleunigt abwärts. Seine Beschleunigung — stets mit g bezeichnet — ist durch Versuche ermittelt worden. Sie ist etwa 980 Geschwindigkeitseinheiten pro Sekunde und ist für alle Massen *gleich* groß, da *alle* erfahrungsgemäß (GALILEI 1590) *gleich schnell fallen* (S. 25 m.).

Die 3 Formeln auf S. 23 u., in denen man nur v durch den Wert $g=980$ cm/sec zu ersetzen braucht¹, belehren über die Einzelheiten des freien Falles. Ein frei fallender Körper, der mit der Geschwindigkeit 0 beginnt, hat am Ende der 1. Sekunde 980 cm/sec Geschwindigkeit, am Ende der 10. Sekunde $10 \cdot 980 = 9800$ cm/sec, d. h. er würde, wenn von da an die Kraft auf ihn zu wirken aufhörte, jede Sekunde 98 m zurücklegen. Die in der t . Sekunde durchlaufene Bahn ist $(2t - 1) \cdot g/2$, die Weglänge beträgt also in der 1. Sekunde, da dann $t = 1$ und $g/2 = 490$ ist, 490 cm usw. Ebenso finden wir aus $s = t^2 \cdot g/2$, wie groß der Weg s ist, den der Körper in einer beliebigen Anzahl Sekunden, vom Beginn der Bewegung an gerechnet, durchfällt.

Er fällt in der 1. Sekunde	$(t = 1)$	1 · 490 cm
„ „ „ den ersten 2 Sekunden	$(t = 2)$	4 · 490 „
„ „ „ „ „ 10 „	$(t = 10)$	100 · 490 „ = 490 m.

Welche Geschwindigkeit hat ein Körper, der die Höhe h durchfallen hat? Da $h = t^2 \cdot g/2$ ist, der Körper also $t = \sqrt{2h/g}$ Sekunden gefallen ist, er nach t Sekunden aber die Geschwindigkeit $v = gt$ hat, so ist diese Geschwindigkeit $v = g \sqrt{2h/g} = \sqrt{g^2 \cdot 2h/g} = \sqrt{2gh}$. Eine Masse, die aus 10 m Höhe auf die Erde stürzt, kommt also unten an mit einer Geschwindigkeit $v = \sqrt{2 \cdot 980 \cdot 1000}$ cm/sec = 1400 cm/sec.

Schwerkraft. Gewicht. Daraus, daß die Fallbewegung dauernd beschleunigt ist und die Beschleunigung ihre Größe g beibehält, schließen wir, daß die Kraft dauernd und mit gleichbleibender Stärke wirkt. Daraus, daß die Bewegung zur Erde hin gerichtet ist, schließen wir, daß die Kraft zur Erde hin wirkt, und zwar stellen wir sie uns als eine Anziehung der Erde auf den fallenden Körper vor. Diese Kraft nennen wir *Schwerkraft*. Sie wirkt auf den Körper von der Masse m mit der Größe $m \cdot g$, wir nennen sie die Schwere oder das *Gewicht* von m . Mit anderen Worten: das Gewicht P eines Körpers ist gleich seiner Masse m , multipliziert mit der Beschleunigung g durch die Schwerkraft. Es ist die in dyn ausgedrückte Kraft $P = m \cdot g$, mit der das Schwerfeld (s. weiter unten) an m angreift, wenn es ihr die Beschleunigung g erteilt. Das Gewicht eines Körpers, der 1 g Masse enthält, ist 1 · 980 dyn, das Gewicht eines Körpers, der 1 kg enthält, ist 1000 · 980 dyn usw. (Man kann sich danach vorstellen, wie groß — oder besser: wie klein — die *Krafteinheit* ist. Da 980 dyn gleich dem Gewicht von 1 g sind, so ist 1 dyn gleich dem Gewicht von $\frac{1}{980}$ g, d. h. etwa gleich dem Gewicht von 1 mg.) Ist der Körper unterstützt oder ist er aufgehängt,

¹ Man lasse sich nicht dadurch beirren, daß wir die Geschwindigkeit v durch den Wert von g , der *Beschleunigung*, ersetzen: v ist die Geschwindigkeit am Ende der ersten Sekunde und g mit 980 cm/sec ist ebenfalls die *Geschwindigkeit* am Ende der ersten Sekunde, da bei deren *Beginn* die Geschwindigkeit Null ist.

so kann sich die Anziehung der Erde auf ihn, sein „Gewicht“, nicht darin äußern, daß er fällt, es äußert sich dann darin, daß er auf die Unterlage einen Druck, auf die Aufhängung einen Zug ausübt. Das Gewicht eines Körpers kann man also definieren als die Kraft, mit der die Erde seine Masse anzieht; oder auch als die Kraft, die sich im Fallen des Körpers äußert und ihn mit der Beschleunigung g vertikal nach unten bewegt, wenn er frei ist, und die sich als Druck bzw. als Zug des Körpers auf das Bewegungshindernis äußert, wenn er *nicht* frei ist.

Schwerefeld. Gleichheit der trägen und der schweren Masse¹. Die Einwirkung der Erde auf den fallenden Körper stellt man sich ähnlich vor wie seit FARADAY die des Magneten auf das von ihm angezogene Eisen. FARADAY stellt sich vor: der Magnet schafft in dem ihn umgebenden Raum einen charakteristischen physikalischen Zustand, ein „magnetisches Feld“, das Eisen befindet sich in diesem Feld, das Feld wirkt darauf ein und treibt es zu dem Magneten hin. Dem magnetischen Feld entsprechend stellt man sich ein *Schwerefeld (Gravitationsfeld)* in der Umgebung der Erde vor. Die besonderen Eigenschaften, die man ihm zuschreiben muß, erschließt man aus den durch die Gravitation verursachten Vorgängen in ihm, z. B. daraus, daß die Stärke der Einwirkung der Erde auf einen Körper in dem Felde nach einem bestimmten Gesetze abnimmt, wenn der Körper weiter und weiter von der Erde entfernt ist. Eine besondere Eigenschaft des Schwerefeldes zeigt sich darin, daß die Körper, die sich lediglich unter seiner Einwirkung in ihm bewegen, *alle die gleiche Beschleunigung zur Erde hin* erfahren, das heißt: daß *alle Körper gleich schnell „fallen“*. *Alle*, gleichviel, ob groß oder klein, ob „schwer“ oder „leicht“, ob aus Blei oder aus Glas oder woraus sonst. Die alltägliche Erfahrung scheint dem zu widersprechen, eine Flaumfeder fällt scheinbar langsamer als ein Wolleknäuel, und dieses langsamer als ein Stein. Aber in diesen Fällen wirkt die Luft als Widerstand, und zwar in allen dreien verschieden. Läßt man die drei Körper im *luftleeren* Raum fallen, wo kein Widerstand sie hemmt, so fallen sie gleich schnell.

Die Tatsache, daß alle Körper gleich schnell fallen, heißt nichts anderes als: das *Gewicht* jedes Körpers ist seiner Masse proportional. Wir sahen ja soeben, das Gewicht ist gleich $m \cdot g$, machen wir also $m = 1, 2, 3 \dots$, so wird auch P , das Gewicht, 1, 2, 3 ... mal so groß. Auf die doppelt so große Masse wirkt die doppelt so große Kraft (Schwere), auf die 3mal so große Masse die 3mal so große Kraft usw, daher ist die Wirkung auf *alle* Massen, d. h. ihre Beschleunigung (g), dieselbe, und das heißt eben: alle Körper *fallen* gleich schnell. Man hat das stets (seit der Entdeckung durch GALILEI) als Tatsache hingenommen, hat aber nicht erkannt, welche Bedeutung die Tatsache für die Grundlagen der Physik hat. Das hat erst EINSTEIN (1913) erkannt und ausgesprochen. Das Auffallende der Tatsache erkennt man durch die folgende Überlegung.

Um die Masse eines Körpers zu ermitteln, gehen wir so vor, wie S. 19 o. angedeutet. Wir lassen irgendeine Kraft auf den Körper wirken und ermitteln seine Beschleunigung. Wohlgemerkt: *irgendeine* Kraft, die ihn in Bewegung setzt, *gleichviel welchen physikalischen Ursprungs!* Wir finden *stets* die Beschleunigung so groß, daß die Größe der Kraft durch die Beschleunigung dividiert dieselbe Größe m für die Masse ergibt. Die so ermittelte Masse nennen wir die *träge* Masse des Körpers, denn das Charakteristikum der Masse ist ihre

¹ Es ist üblich, von Gleichheit der *trägen Masse* und der *schweren Masse* eines Körpers zu sprechen. Das verführt den Lernenden zu der Vorstellung, daß der Körper *eine Masse* hat, die *träge* ist, und *eine Masse*, die *schwer* ist. Tatsächlich handelt es sich um die aus der *Trägheit* des Körpers ermittelte Masse und die aus der *Schwere* des Körpers ermittelte Masse. Beide Ermittlungen führen auf den gleichen Zahlenwert für die Masse des Körpers.

Trägheit, der Widerstand, den sie einer Veränderung ihres Bewegungszustandes entgegensetzt. Die „träge“ Masse eines Körpers hat also *universelle* Bedeutung, sie bestimmt sein Verhalten gegenüber *allen* auf ihn einwirkenden Kräften. Sie ist dadurch als Attribut der Materie definiert, ohne Bezugnahme auf irgendwelche physikalischen Zustände außerhalb des Körpers. [Wir hatten zwar von allen unterscheidenden Merkmalen (S. 18 m.) der Materie abgesehen — bis auf die Bewegbarkeit und die davon untrennbare Trägheit. Aber die verschiedenen Stoffe auf der Erde unterscheiden sich schon durch die Größe ihrer Trägheit voneinander, z. B. eine Kugel aus Platin ist etwa 3mal so träge wie eine gleich große Kugel aus Eisen; es gehört eine 3mal so große Kraft dazu, ihr unter denselben Bedingungen dieselbe Geschwindigkeit zu erteilen wie einer Eisenkugel.]

In Wirklichkeit ermittelt man die Masse eines Körpers aber nicht (wie hier beschrieben) aus ihrer Trägheit (ihrer „Träge“), sondern mit der Waage aus ihrer Schwere (als „schwere Masse“). Auf der Waage, und zwar einer Balkenwaage (S. 68), vergleicht man die Kraft, mit der die Erdschwere diesen Körper nach unten zieht, mit der Kraft, mit der die Erdschwere die *Einheitsmasse* nach unten zieht. Das Resultat der Wägung nennt man die „schwere“ Masse des Körpers. (Mit der Waage finden wir auch, daß die „Schwere“ der Platinkugel rund 3mal so groß ist wie die „Schwere“ der Eisenkugel, d. h. daß die „Träge“ eines Körpers seiner Schwere proportional ist. Erfahrungsgemäß ist für *alle* Stoffe die Träge proportional der Schwere — erfahrungsgemäß: aus der Erfahrungstatsache, daß alle Körper gleich schnell fallen.)

Benutzt man aber eine Waage, die wirklich die *Kraft* im Schwerfeld zu messen gestattet (nicht bloß die Masse, wie die Balkenwaage), ein Dynamometer, wie die häufig als Briefwaage benutzte Federwaage (Abb. 169) eines ist, und dessen Skala in dyn geeicht ist, kennt man ferner die Beschleunigung im Schwerfeld und ermittelt man hieraus die „schwere“ Masse, so findet man sie genau gleich der „trägen“ Masse. Das heißt: die *Schwere* des Körpers, die doch nur *in bezug auf ein spezielles physikalisches Kraftfeld* definiert ist, nämlich auf das Gravitationsfeld der Erde, ist gleich der als Attribut der Materie *ohne Bezug auf irgendwelche physikalischen Zustände* außerhalb des Körpers definierten *Trägheit* des Körpers. Diese Gleichheit gehört zu den experimentell am genauesten ermittelten Tatsachen der Mechanik. NEWTON hat sie mit einer Genauigkeit von 1 : 1000 ermittelt, BESSEL mit einer Genauigkeit von 1 : 60000 und EÖRTVÖS (1894) mit einer Genauigkeit von 1 : 200 Millionen. Also: die Schwere und die Trägheit eines Körpers sind wirklich einander gleich. EINSTEIN sagt von diesem Satz: Die bisherige Mechanik hat diesen richtigen Satz zwar registriert, aber nicht interpretiert. Eine befriedigende Interpretation kann nur zustande kommen, wenn man einsieht: *dieselbe* Eigenschaft des Körpers *äußert* sich je nach den Umständen als „Trägheit“ oder als „Schwere“ (S. 30 u.).

Prüfung der ersten beiden NEWTONSchen Bewegungsgesetze am Versuch. Fallmaschine von ATWOOD (1784). Die Untersuchung der Fallbewegung (S. 24) ergibt: Kennt man die Beschleunigung einer Bewegung, so gelangt man zur Kenntnis des ganzen Bewegungsvorganges, und kennt man auch die Größe der bewegten Masse, so kennt man die Größe der Kraft, die als Ursache der Bewegung anzusehen ist. Aber Vertrauen zu der Richtigkeit unserer Schlüsse können wir nur dann haben, wenn wir z. B. eine Kraft von 1000 dyn auf eine Masse von 500 g wirken lassen und der Formel: Beschleunigung = Kraft/Masse entsprechend 2 Beschleunigungseinheiten finden, d. h. eine Beschleunigung, bei der die *Geschwindigkeit* um 2 GE pro Sekunde wächst. Fängt also die Geschwindigkeit mit 0 an, so muß am Ende der 1. Sekunde die Geschwindigkeit 2 cm/sec betragen, d. h. wenn die Kraft von da an zu wirken aufhört, muß die Masse jede Sekunde 2 cm zurücklegen, in der 1. Sekunde muß die Masse 1 cm zurücklegen, in der 2. Sekunde 3 cm, in den ersten 2 Sekunden zusammen 4 cm usw. — Man kann die Richtigkeit dieser Schlüsse experimentell beweisen. Gewöhnlich tut man es mit der Fallmaschine von Atwood (Ende des 18. Jahrhunderts Professor in Cambridge). Man benutzt als treibende Kraft die Schwerkraft in Gestalt des Gewichtes $m \cdot g$ einer bekannten Masse m .

Die Bewegung ist aber beim freien Fall viel zu schnell — schon in der 1. Sekunde durchfällt die Masse fast 5 m — als daß man sie in den uns gewöhnlich zur Verfügung stehenden Räumen messen könnte. Man verringert deshalb ihre Beschleunigung künstlich, und zwar dadurch, daß man — das ist der Kunstgriff der Vorrichtung — das Gewicht (die Kraft) $m \cdot g$ dazu benützt, außer der Masse m noch eine andere Masse, die man gleichsam gewichtslos macht, zu treiben.

Abb. 14 gibt nur die notwendigsten Teile des Apparates. A und B sind zwei *gleich* schwere Massen von je M Masseneinheiten. Sie sind durch eine Schnur ACB miteinander verbunden, die über das um die Welle D drehbare Rad gelegt ist. Da A und B gleich schwer sind, so bleibt das Rad in Ruhe, wie ein gleicharmiger Waagebalken, an dessen Enden gleiche Gewichte ziehen. (Das Gewicht der Schnur dürfen wir vernachlässigen.) Man legt, um die Massen zu bewegen, auf A ein „Übergewicht“, gewöhnlich ein stabförmiges Gewicht E (das ist unsere Masse m , deren Gewicht $m \cdot g$ die treibende Kraft). A mit dem Übergewicht E sinkt, und B steigt (von der Bewegung des Rades sehen wir ab). An dem Gestell HI ist ein verschiebbarer Ring F angebracht, der zwar A hindurchläßt, nicht aber das Stäbchen E . In dem Moment, in dem die Masse A durch den Ring tritt, wird sie daher des Übergewichtes beraubt, d. h. *die treibende Kraft hört zu wirken auf*. Die ganze bewegte Masse geht von diesem Moment an *nur infolge ihrer Trägheit* weiter. An HI ist ferner — ebenfalls verschiebbar — eine Platte G angebracht, auf die das Gewicht aufschlägt, um seine Ankunft an einem gegebenen Ort hörbar zu machen. HI ist in Millimeter geteilt. Die Zeitspannen, die gemessen werden sollen, werden mit einem Pendel K abgezählt, das Sekunden schlägt. — Nach den früheren Ableitungen ist die eintretende Beschleunigung gleich

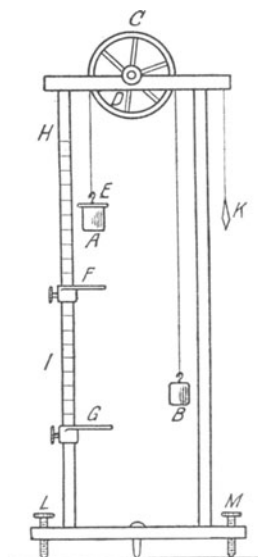


Abb. 14. Fallmaschine von Atwood.

Gewicht von E , d. i. $m g$

$$\frac{\text{Masse von } A(M) + \text{Masse von } B(M) + \text{Masse von } E(m)}{2M + m}, \text{ oder } \frac{m g}{2M + m},$$

also nur ein Bruchteil von g , den man durch geeignete Wahl von M und m beliebig klein machen kann. Machen wir z. B. $M = 495 \text{ g}$ und $m = 10 \text{ g}$, so ist die Beschleunigung

$$\frac{10 \cdot g}{990 + 10} = \frac{10}{1000} g = 9,80 \text{ cm.}$$

Also ist — wenn unsere früheren Ableitungen richtig sind — die Geschwindigkeit am Ende der t . Sekunde $= 9,8 \cdot t \text{ cm}$, der in der t . Sekunde durchlaufene Weg $= (2t - 1) \cdot 4,9 \text{ cm}$, der in t Sekunden durchlaufene Weg $= 4,9 \cdot t^2 \text{ cm}$. — Der Weg, den A in der ersten Sekunde durchläuft, müßte also gleich $9,8/2 = 4,9 \text{ cm}$ sein. Mit der Fallmaschine ist die Richtigkeit dieser Voraussagen beweisbar.

Drittes NEWTONSches Bewegungsgesetz (1687). Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung. Kennen wir eine Kraft ihrer Richtung und ihrer Größe nach, so kennen wir von ihr alles, was überhaupt von ihr bekannt sein kann. Daß sie Wirkungen hervorruft, nehmen wir wahr, nicht aber, *wie* sie sie hervorruft. Unser Kausalitätsbedürfnis verlangt aber wenigstens zu wissen, von *wo* die Kraft ausgeht, als deren Wirkung wir diese oder jene Erscheinung ansehen. Eine Einwirkung auf die Masse können wir uns zunächst nur als unmittelbaren Angriff auf sie vorstellen, als Stoß oder als Zug, der von etwas anderem Körperlichen ausgeübt wird. Zu einem Angriffe gehört aber ein Angriffspunkt. Solange nur ein materieller Punkt vorhanden ist, ist er natürlich der Angriffspunkt, aber sobald es sich um einen Körper handelt, ist jeder seiner Punkte als Angriffspunkt denkbar.

Erst wenn wir einen anderen Körper A als das Einwirkende erkannt haben und als ebenso unerlässlich zum Eintritt der Wirkung wie den Körper B , an dem wir die Erscheinung wahrnehmen, ist unser Kausalitätsbedürfnis befriedigt. Wir sagen dann: A übt auf B eine Kraft aus. Z. B. das Fallen eines Steines schreiben wir einer Kraft zu, die *die Erde* auf den Stein *ausübt*, ebenso sprechen wir von der Kraft, die *der Magnet A* auf das Eisen B *ausübt*; von der Zugkraft, die ein *Pferd A* auf einen Wagen B *ausübt* usw. Wir sehen dabei aber jeden Vor-

gang nur von der Seite derjenigen der Parteien *A* und *B* an, die uns *vorwiegend* beteiligt erscheint. Die Kräfte in der Natur wirken aber nicht einseitig, sondern sie wirken *wechselseitig zwischen* den Massen. Die Kraft wirkt *zwischen* der Erde und dem Stein, *zwischen* dem Magnet und dem Eisen, *zwischen* dem Pferde und dem Wagen. Wir müssen also schließen, daß die Kraft nicht nur den Stein zur Erde hin, sondern auch die Erde zu dem Stein hin bewegt, wenn auch mit einer Beschleunigung, die dem zweiten Bewegungsgesetz entsprechend wegen der ungeheuren Größe der Erdmasse so klein sein muß, daß sie nicht wahrnehmbar ist.

Das erste NEWTONSche Bewegungsgesetz spricht von dem Bewegungszustand eines Körpers, auf den *überhaupt* keine Kraft wirkt; das zweite von dem Bewegungszustande, den *eine* Kraft an einem Körper hervorruft. Zu beiden tritt nun, sie ergänzend und abschließend, das dritte Bewegungsgesetz, daß eine Kraft stets *zwischen zwei Körpern* wirkt (und zwar im Sinne des zweiten Bewegungsgesetzes): Zu jeder Wirkung (Aktion) gehört eine gleich große und entgegengesetzte Gegenwirkung (Reaktion); mit anderen Worten: die gegenseitigen Einwirkungen zweier Körper aufeinander sind gleich groß und einander entgegengesetzt gerichtet. — Was wir Wirkung und was Gegenwirkung nennen, hängt davon ab, von wo aus wir den Vorgang ansehen. Das Fallen eines Steines bezeichnen wir als Wirkung der Erde auf den Stein. Dann müssen wir die (freilich nicht wahrnehmbare) Bewegung der Erde zum Steine hin als Gegenwirkung bezeichnen, es hindert uns aber nichts, diese Bezeichnungen umzukehren. Gewöhnlich sagt man: die Erde übt auf den Stein eine Kraft aus, und der Stein auf die Erde eine gleich große und entgegengesetzt gerichtete *Reaktionskraft*.

Bei der Anziehung eines Magneten auf Eisen denken wir meist nur daran, daß der Magnet das Eisen anzieht, aber diese Vorstellung ist zu eng. Man befestige einen Magneten und davon getrennt ein Stück Eisen auf einer ihnen gemeinsamen Unterlage, etwa einem Brett, das man auf einer Flüssigkeit schwimmen läßt (Abb. 15). Da der Magnet *M* das Eisen *E* anzieht, so erfährt, da *E* mit dem Brett fest verbunden ist, das Ganze im Sinne der Pfeilrichtung einen Bewegungsantrieb. Wir erwarten also das Ganze in der Richtung des Pfeiles wegschwimmen zu sehen. Aber zu unrecht, es bleibt in Ruhe. Offenbar erfährt das System außer jenem Bewegungsantrieb einen zweiten, der den ersten aufhebt. Wir schließen daraus, daß das Eisen den Magneten ebenfalls anzieht, und zwar mit einer Kraft, die derjenigen gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet ist, mit der es selbst vom Magneten angezogen wird. Daß das richtig ist, sieht man, wenn man das Eisen auf *einem* Brettchen und den Magneten auf *einem* anderen befestigt und beide in einigem Abstand voneinander auf die Flüssigkeit setzt. Hält man dann das Brettchen, auf dem das Eisen befestigt ist, fest, so bewegt sich der Magnet zum Eisen hin.

Von der quantitativen *Gleichheit* der Wirkung und der Gegenwirkung haben wir eine deutliche Vorstellung bei dem Drucke und Gegendrucke, auch bei dem Zuge und Gegenzuge ruhender Körper. Ruht z. B. ein Körper auf einer horizontalen Tischplatte oder hängt er ruhend an einem Faden, so wissen wir, daß der Tisch einen Druck, der Faden einen Zug erfährt, gleich dem Gewichte des Körpers. Wenn der Körper auf unserer Hand ruht, oder wenn wir den Faden in der Hand halten, so empfinden wir den Druck oder den Zug in der Hand. Trotz der Einwirkung der Kraft bleibt der Körper in Ruhe, offenbar erfährt er von dem, was die Bewegung hindert, d. h. von der Tischplatte oder dem Faden, gleichzeitig einen Bewegungsantrieb, der dem ersten gleich groß aber entgegengesetzt gerichtet ist. Er muß gleich groß sein, denn wäre er kleiner, so würde er in die Tischplatte einsinken oder den Faden ausdehnen, wäre er größer, so würde die Tischplatte ihn in die Höhe heben oder der Faden ihn in die Höhe ziehen. — Am deutlichsten wird uns der von dem Bewegungshindernis ausgeübte Gegendruck oder Gegenzug, wenn unser eigener Körper infolge seines Gewichtes den Druck oder den Zug *ausübt* und infolgedessen den Gegendruck oder den Gegenzug *erfährt*. Wir fühlen den Gegendruck am eigenen Körper, wenn wir beim Liegen, Sitzen, Stehen, Knien usw. mit dem Körper selber einen Druck auf eine Unterlage ausüben; wenn wir uns auf den Barren stützen, mit den Händen fest zufassen, wenn wir



Abb. 15. Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung (s. Abb. 179).

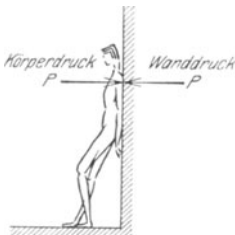


Abb. 15a. Zur Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung.

uns an ein Bewegungshindernis, z. B. eine Wand, anlehnen (Abb. 15a). Wir fühlen einen Zug nach oben, wenn wir am Reck hängen, fühlen aber, daß er in demselben Moment verschwindet, in dem wir das Reck loslassen, d. h. gleichzeitig mit dem von unserem Körper auf die Reckstange nach unten ausgeübten Zuge — ein überzeugender Beweis für das Gleichzeitige der Wirkung und der Gegenwirkung (S. 78 o. und Abb. 369, Wahrnehmung der Reaktionskraft als Zentrifugalkraft). Ganz besonders eindringlich erfährt man die Gegenwirkung am eigenen Körper, wenn man ein Gewehr abschießt, dessen Kolben man, wie man beim Zielen tut, gegen die Schulter legt: die Explosion des Pulvers treibt die Kugel zum Lauf hinaus, das Gewehr aber gleichzeitig mit der gleichen Kraft gegen den Körper des Schützen.

Nachweis der Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung an der Fallmaschine von POGGENDORFF (1853). Auch dem dritten NEWTONSchen Gesetze gegenüber wird das Kausalitätsbedürfnis erst dann befriedigt, wenn man sich von der Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung durch Versuch und Messung überzeugt. Man kann das mit der POGGENDORFFSchen Fallmaschine (Abb. 16), im Grunde genommen einem gleicharmigen Waagebalken, an dem man wie

bei der ATWOOD-Maschine mit zwei gleich großen Massen und einer dritten als Übergewicht hantiert. Der Faden, der die zwei gleichen Massen *A* und *B* verbindet, geht hier über zwei leicht drehbare Rollen *a* und *c*. Zunächst bringt man den Waagebalken durch Gewichte (in der Waagschale) ins Gleichgewicht. Legt man nun das Übergewicht auf *B*, so steigt *A*, aber gleich-

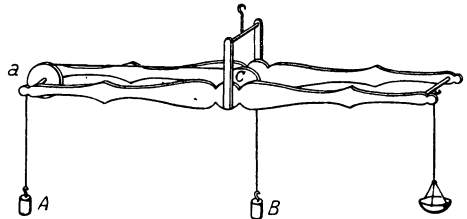


Abb. 16. Fallmaschine von POGGENDORFF.

zeitig *sinkt* die linke Balkenhälfte — das bedeutet: in dem Moment, in dem die Masse *A* einen Zug nach *oben erfährt*, übt sie selber einen nach unten aus. Legt man das Übergewicht auf *A*, so steigt *B*, und gleichzeitig schlägt die linke Balkenhälfte nach oben — das bedeutet: indem die Masse *A* einen Zug nach unten *ausübt*, erfährt sie selber einen nach oben. Ändert man die Belastung der Waagschale und stellt dadurch das Gleichgewicht des Waagebalkens her, so kann man sich von der *Gleichheit* der Wirkung und der Gegenwirkung überzeugen.

Scheinbarer Widerspruch zwischen den NEWTONSchen Bewegungsgesetzen und der Wirklichkeit. In der Maschine von ATWOOD sind die Voraussetzungen, unter denen die Bewegungsgesetze gelten, nahezu erfüllt, daher finden wir die Gesetze bestätigt. Die Bewegungen, die wir aus dem täglichen Leben kennen, scheinen dagegen nicht auf den ersten Blick mit den Bewegungsgesetzen im Einklang. Aber sind denn bei *ihnen* die Voraussetzungen erfüllt, unter denen wir jene Gesetze aufgestellt haben? In der Wirklichkeit haben wir es ja nicht mit materiellen Punkten zu tun, sondern mit Körpern, und zwar unter Verhältnissen, die ihre Bewegbarkeit durch allerhand Widerstände beeinträchtigen. Dazu gehört vor allem die Reibung. Sogar ein Körper, der eine vollkommen glatte Oberfläche zu haben scheint, wie eine polierte Glaskugel, und sich über eine ebenso glatte Oberfläche hinbewegt, wird in seiner Bewegbarkeit beeinträchtigt, weil er nicht *vollkommen glatt ist*, und auch die Fläche nicht, auf der er sich bewegt. Es sind stets Rauigkeiten vorhanden, wenn auch für uns nicht wahrnehmbare. Die Bedingung für die Geltung des ersten Bewegungsgesetzes sehen wir daher niemals vollkommen erfüllt. — Auch dem zweiten Bewegungsgesetz gegenüber muß man die Reibung berücksichtigen. Um der Masse *m* die Beschleunigung *a* zu erteilen, genügt die Kraft $m \cdot a$ dyn nur dann, wenn der Körper keine Reibung erfährt; unter *Berücksichtigung* der Reibung ist eine Kraft nötig, die um ebensoviel größer sein muß als $m \cdot a$ wie die Reibung zu ihrer Überwindung beansprucht. Wenn die Kraft $m \cdot a$ zu wirken aufhört, würde sich der Körper mit der Geschwindigkeit, die er gerade hat, *dauermä*, wie es das Bewegungsgesetz fordert, weiterbewegen, wenn nicht die Reibung wäre. Da aber mit dem Aufhören der Kraft $m \cdot a$ auch *die* Kraft verschwindet, die die Reibung überwinden hat, so kommt schließlich der Körper eben infolge der Reibung zur Ruhe. Aus diesem Grunde sehen wir z. B. einen von der Lokomotive schon losgehängten, aber noch rollenden Eisenbahnwagen immer langsamer werden und schließlich stillstehen, ebenso einen nicht mehr geruderten, aber noch gleitenden Kahn u. dgl. m. — Was von den ersten beiden Bewegungsgesetzen gilt, gilt auch von dem dritten. Wir können uns z. B. bei oberflächlicher Kenntnis des Gesetzes nicht erklären, daß ein Pferd einen Wagen hinter sich

herziehen kann, da doch angesichts der *Gleichheit* der Wirkung und der Gegenwirkung zwei aufeinander einwirkende Körper sich nur zueinander *hin* oder voneinander *weg* bewegen können. Das Pferd wird angeblich ebenso stark zu dem Wagen hingezogen, wie der Wagen zu dem Pferde hin. Es zieht aber trotzdem den Wagen hinter sich her: die Gegenkraft äußert sich hier im Rückstoß, den die Erde erleidet. Wir haben nicht bloß die Wirkung und die Gegenwirkung zwischen Pferd und *Wagen*, sondern auch zwischen Pferd und *Erdboden* und zwischen *Wagen* und Erdboden zu berücksichtigen. Die Wirkung zwischen Wagen und Erdboden äußert sich in der tangentialen Reibung am Erdboden, die bewegungshindernd auf den Wagen wirkt. Die Kraft, die das Pferd nach vorwärts auf den Wagen ausübt, soll den Wagen bewegen und seine Reibung überwinden. Die Gegenkraft, die der Wagen nach rückwärts ausübt, soll das Pferd bewegen und soll die Reibung überwinden, die das Pferd am Erdboden erleidet. Das Pferd aber stemmt sich gegen den Erdboden und empfängt einen Gegenstoß (nach vorwärts, genau wie wenn man sich mit einer Ruderstange vom Ufer abstößt). Wenn diese vom Erdboden ausgeübte horizontale Kraft nach vorwärts der vom Wagen auf das Pferd nach rückwärts ausgeübten Kraft gleich ist, dann zieht das Pferd den Wagen mit konstanter Geschwindigkeit hinter sich her; wenn nicht, dann gleitet es aus und fällt gegen den Wagen zurück. Für die Wegbewegung ist also notwendig, daß das Pferd einen kräftigen Stoß *gegen den Erdboden* ausüben kann, um jenen Gegenstoß zu erfahren. Dazu ist die Reibung zwischen dem Pferde und dem Erdboden erforderlich, d. h. eine gewisse Rauigkeit des Bodens.

Gemeinsames Wirken mehrerer Kräfte. Parallelogramm der Bewegungen und der Kräfte. Die scheinbare Abweichung der Bewegungen in der Wirklichkeit von denen, die wir den Bewegungsgesetzen nach *erwarten*, erklärt sich daraus, daß ein Körper in der Wirklichkeit niemals der Einwirkung von Kräften *ganz* entzogen ist, ja sogar stets der gleichzeitigen Einwirkung *mehrerer* Kräfte unterliegt. (Man denke z. B. an ein Segelschiff, auf das eine von Nord nach Süd gerichtete Strömung wirkt, gleichzeitig aber auch ein von Ost nach West gerichteter Wind.) Notwendig erhebt sich die Frage: wie bewegt sich ein materieller Punkt, auf den gleichzeitig mehrere Kräfte einwirken?

Wirken auf Punkt *A* gleichzeitig zwei Kräfte (Abb. 17 und 18), von denen

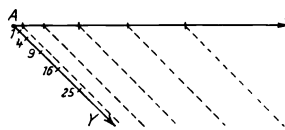
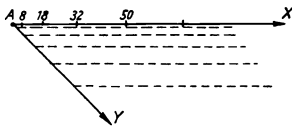


Abb. 17, 18. Zum Parallelogramm der Bewegungen und der Kräfte. Die Richtungen zweier Kräfte, die den materiellen Punkt gleichzeitig angreifen. Könnte er der *X*-Kraft allein folgen, so würde er am Ende der 2., 3., 4. Sekunde in Punkt 8, 18, 32 sein.

Könnte er der *Y*-Kraft allein folgen, so würde er am Ende der 2., 3., 4. Sekunde in Punkt 4, 9, 16 sein.

ihn die eine *allein* in der Richtung *AX*, die andere *allein* in der Richtung *AY* bewegen würde, so kann er sich, wenn beide gleichzeitig auf ihn wirken, weder längs *AX* noch längs *AY* bewegen, von *AX* lenkt ihn die *Y*-Kraft ab, von *AY* die *X*-Kraft.

Welchen Weg er tatsächlich einschlägt, ergibt sich so: angenommen, die *X*-Kraft allein würde ihn mit 4 Beschleunigungseinheiten bewegen, die nach *Y* gerichtete allein mit 2. Der Punkt würde dann, wenn er der *X*-Kraft allein folgen könnte, auf der Linie *AX* entsprechend der Formel $s = t^2 \cdot a/2$ (worin $a = 4$ zu setzen) vom Anfangspunkt *A* der Bewegung entfernt sein

am Ende der 1., 2., 3., 4., . . . , t . Sekunde um 2, 8, 18, 32, . . . , $t^2 \cdot 4/2$ cm.

Wenn er dagegen der *Y*-Kraft allein folgen könnte, so würde er (jetzt ist $a = 2$ zu setzen) längs der Linie *AY* vom Punkt *A* entfernt sein

am Ende der 1., 2., 3., 4., . . . , t . Sekunde um 1, 4, 9, 16, . . . , $t^2 \cdot 2/2$ cm.

Wir wollen uns nun vorstellen, daß sich der Punkt tatsächlich längs *AX* bewegt, aber (Abb. 17) die Gerade *AX* währenddessen parallel zu sich selbst in der Richtung *AY* verschoben wird, und zwar so, daß ihr mathematischer Anfangspunkt mit derselben Geschwindigkeit sich längs *AY* bewegt, mit der sich der materielle Punkt längs *AY* bewegt haben würde, wenn er der *Y*-Kraft allein hätte folgen können. Die Gerade *AX* geht dann allmählich aus der Lage *AX* in die

gestrichelten Parallelen der Abb. 17 über, während sich der materielle Punkt auf ihr entlang bewegt. D. h. der materielle Punkt befindet sich stets in einem gegebenen Moment auf einer Geraden, die parallel ist zur Richtung der X -Kraft und die durch denjenigen Punkt geht, in dem sich der materielle Punkt in demselben Moment befunden haben würde, wenn er der Y -Kraft allein hätte folgen können. Und durch eine analoge Überlegung finden wir (wo Y und X miteinander vertauscht sind): Der materielle Punkt befindet sich stets in einem gegebenen Moment auf einer Geraden, die (Abb. 18) parallel ist zur Richtung der Y -Kraft und die durch denjenigen Punkt geht, in dem sich der materielle Punkt in demselben Moment befunden haben würde, wenn er der X -Kraft allein hätte folgen können. Konstruiert man für einen beliebigen Zeitpunkt die sich hieraus ergebenden Lagen, die die Geraden AX und AY bei diesen Parallelverschiebungen gleichzeitig einnehmen, so sieht man, daß sich der materielle Punkt *stets* in der Ecke eines Parallelogramms befindet, deren Gegenecke der Punkt ist, von dem aus die Bewegung begonnen hat (Abb. 19). Der Punkt bewegt sich also dauernd auf der Diagonale AB des Parallelogramms, dessen Form durch die Richtungen AX und AY , d. h. von dem von ihnen eingeschlossenen Winkel, bestimmt ist. Diese Diagonale durchläuft er mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit. Man nennt die tatsächlich entstehende Bewegung *zusammengesetzt* aus den Bewegungen, die die Kräfte X und Y jede für sich allein hervorgebracht hätten. Man nennt jede dieser beiden Bewegungen die *Komponenten* der Bewegung, und die tatsächlich entstehende die *resultierende* Bewegung, und die graphische Zusammensetzung der Komponenten zu der resultierenden das *Parallelogramm* der Bewegungen.

Die Größe der Beschleunigung ρ läßt sich trigonometrisch berechnen. Sind ξ und η die Beschleunigungen der beiden nach X und Y gerichteten Bewegungen, φ der von ihnen eingeschlossene Winkel, so ist (nach dem verallgemeinerten pythagoreischen Lehrsatz) $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta \cos \varphi}$. Ist $\varphi = 0^\circ$, d. h. fallen die Beschleunigungen in *dieselbe* Richtung, so ist $\cos \varphi = 1$ und $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 + 2\xi\eta} = \xi + \eta$, die *resultierende Beschleunigung* ist dann gleich der *Summe der Komponenten*. Ist $\varphi = 180^\circ$, d. h. sind die Beschleunigungen einander diametral entgegengesetzt $y \leftarrow \bullet \rightarrow x$, so ist $\cos \varphi = -1$, also $\rho = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - 2\xi\eta} = \xi - \eta$ die *resultierende*, also gleich der *Differenz der Komponenten* und nach der Seite der Größeren gerichtet.

Die *Bewegungen* sind der Ausdruck der Betätigung von *Kräften*, und der materielle Punkt bewegt sich gerade so, wie wenn eine in der Diagonale gerichtete Kraft auf ihn gewirkt hätte. Deswegen überträgt man die ganze Vorstellung und Ausdrucksweise unmittelbar auf die Kräfte und nennt die nach X und Y gerichteten Kräfte die *Kraftkomponenten*, die in der Diagonale AB in Abb. 19 angenommene Kraft die *resultierende Kraft* und die graphische Zusammensetzung zweier Kraftkomponenten zu einer resultierenden Kraft das *Parallelogramm der Kräfte*.

Wäre (Abb. 19) der materielle Punkt der X -Kraft allein gefolgt, so wäre er zur Zeit $t = 4$ in 32, d. h. um den senkrechten Abstand h von der Richtung AY entfernt gewesen, wäre er der Y -Kraft allein gefolgt, so wäre er zur *selben* Zeit $t = 4$ in 16, d. h. um den senkrechten Abstand H von der Richtung AX entfernt gewesen. Er ist, während er der Einwirkung beider Kräfte gleichzeitig nachgegeben hat, zu der Zeit $t = 4$ *tatsächlich* in B , d. h. *sowohl* um h

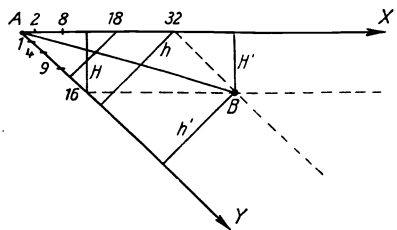


Abb. 19. Zum Parallelogramm der Bewegungen und der Kräfte. Zeigt die Wirkung jeder der beiden Kräfte 1. für sich, 2. neben der anderen.

von AY entfernt, *wie auch* um H von der Richtung AX entfernt. (Es ist $h = h'$ und $H = H'$ als Parallele zwischen Parallelen.) Er hat also *tatsächlich* zwei Bewegungen gleichzeitig ausgeführt, d. h. jede der beiden Bewegungen besteht gleichzeitig neben der anderen und unabhängig von ihr.

Das Ergebnis des Zusammenwirkens der beiden Kräfte ist genau so, wie wenn nur *eine* Kraft auf den materiellen Punkt wirkte, deren Richtung und Größe in der angegebenen Weise aus denen der *Komponenten* hervorgehen.

Wurf ohne Luftwiderstand. Solange *beide* Kräfte auf den materiellen Punkt wirken, kennen wir seine Bewegung vollkommen. Ebenso wenn *beide gleichzeitig* zu wirken *aufhören*, er bewegt sich dann infolge des Trägheitsvermögens geradlinig weiter in der Richtung und mit der Geschwindigkeit, die er im Moment des Aufhörens der Kräftewirkung gehabt hat. Wie aber; wenn nur *eine* der beiden Kräfte zu wirken aufhört? So ist es z. B. beim Wurf. Ein Körper, der geworfen wird, unterliegt der Kraft, die ihn nach der beabsichtigten Richtung schleudert, *und* der Schwerkraft, die ihn zur Erde hintreibt. In dem Moment, in dem der Körper die Schleuder verläßt, hört die schleudernde Kraft auf zu wirken, aber die Schwerkraft wirkt weiter. Die schleudernde Kraft erteilt dem Körper eine gewisse Richtung und eine gewisse Geschwindigkeit. Diese besitzt er in dem Moment, in dem er die Schleuder (Hand, Racket, Geschützlauf usw.) verläßt. Wenn keine Kraft sonst auf ihn wirkte, so würde er sich (infolge seiner Trägheit) von diesem Moment an dauernd in dieser Richtung und mit dieser Geschwindigkeit weiterbewegen. Aber die Schwerkraft wirkt ja auch auf ihn ein. Solange er noch von der Hand oder von dem Geschützlauf getragen wird, äußert sie sich nur als Druck des Körpers auf seine Unterlage, aber in dem Moment, in dem er sie verläßt, muß er, der Einwirkung der Schwerkraft folgend, zu fallen beginnen. Von dem Moment an, in dem die Schleuderkraft zu wirken aufhört, während die Schwerkraft weiterwirkt, besitzt der materielle Punkt also zwei Bewegungen: die eine (von der Schwerkraft herrührend) geradlinig mit *gleichförmig beschleunigter* Geschwindigkeit, die andere (Trägheitsbewegung) geradlinig mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit. Zu was für einer Bewegung setzen sich die beiden zusammen? Für den Winkel, den sie einschließen, läßt die Wurfbewegung alle denkbaren Fälle zu, je nach der Richtung, in der man den Körper wirft (horizontal oder schräg nach oben usw.). — Da der freie Fall nur mit gewissen Einschränkungen (S. 24 o.) als geradlinig und gleichförmig beschleunigt gelten darf, nehmen wir auch hier diese einschränkenden Bedingungen als erfüllt an. Namentlich das Vorhandensein der Luft erschwert die Ermittlung der Wurfbahn.

Am leichtesten zu übersehen ist die Bahn des *vertikal nach oben* geworfenen Körpers. Der Körper würde sich beim Verlassen der Schleuder, wenn er dem Trägheitsvermögen allein folgen könnte, *vertikal nach oben* bewegen. Er würde sich auch, wenn er beim Verlassen der Schleuder der Schwerkraft allein folgen könnte, *vertikal nach unten* bewegen. Seine Bahn liegt also dauernd in der Vertikalen, auf der er sich beim Verlassen der Schleuder befindet. Ist er vertikal nach oben geschleudert worden, und ist seine Geschwindigkeit beim Verlassen der Schleuder v_0 , so besitzt er t Sekunden, nachdem er sie verlassen hat, eine Geschwindigkeitskomponente v_0 vertikal nach oben und, da er ja gleichzeitig fällt, eine Geschwindigkeitskomponente $g \cdot t$ vertikal nach unten. Seine resultierende Geschwindigkeit nach oben ist also am Ende der t . Sekunde $v_0 - gt$, die Geschwindigkeit nach oben positiv, nach unten negativ gerechnet. Das Aufsteigen des Körpers wird also *verzögert*. Da nun das subtraktive Glied mit der Zeit t größer wird, so muß es irgendwann einmal, etwa t_1 Sekunden nach *Beginn* des Wurfes, gleich v_0 , also $v_0 - g t_1 = 0$ werden, d. h. die resultierende Geschwindigkeit vertikal nach oben ist dann Null; der Körper kann dann nicht weitersteigen, unterliegt vielmehr *nur* der Schwerkraft und fällt herab. Das tritt ein, wenn $v_0 = g t_1$ geworden ist, d. h. wenn die Zeit $t_1 = v_0/g$ verflossen ist, seit der Körper die Schleuder verlassen hat. — Wie hoch ist der Körper gestiegen? Könnte er beim Verlassen der Schleuder lediglich dem Trägheitsvermögen folgen, so würde er sich, wenn er vom Schleudern her die Geschwindigkeit v_0 cm pro sec vertikal nach oben hat, in t_1 Sekunden um $v_0 t_1$ cm über den

Anfangspunkt erheben. Da er aber während dieser t_1 Sekunden um $t_1^2 g/2$ cm fällt, so hat er sich nur um $(v_0 t_1 - t_1^2 \cdot g/2)$ cm darüber erhoben, also wenn wir für t_1 den Wert v_0/g einsetzen, um die Steighöhe $v_0^2/2g$. Aus dieser Höhe, wir nennen sie h , muß er wieder herabfallen. Um die Höhe h zu durchfallen, verbraucht er (S. 24 m.) die Zeit $t = \sqrt{2h/g}$, also um die Höhe $h = v_0^2/2g$ zu durchfallen, die Zeit $t = v_0/g$, d. h. er verbraucht gleich viel Zeit zum Fallen wie zum Steigen. Nach t Sekunden Fallzeit hat der Körper die Geschwindigkeit gt , nach v_0/g Sekunden also die Geschwindigkeit v_0 , d. h. er kommt mit derselben Geschwindigkeit unten an dem Ausgangspunkt an, mit der er ihn verlassen hat (s. unten, letzter Absatz!)

Ist der Körper vertikal nach unten geworfen worden, so ist seine Geschwindigkeit t Sekunden, nachdem er zu fallen begonnen hat, $v_0 + gt$, weil die beiden Komponenten der Bewegung dieselbe Richtung haben, und die Strecke, die er in den t Sekunden vertikal nach unten zurückgelegt hat, ist $v_0 t + g \cdot t^2/2$. Den vertikal nach unten oder oben gerichteten Wurf beschreiben also die beiden Gleichungen $v = v_0 \pm gt$ und $s = v_0 t \pm g \cdot t^2/2$.

Beim Wurf vertikal nach oben bilden Schleuderrichtung und Fallrichtung einen gestreckten Winkel, beim Wurf nach unten den Winkel Null. Hier war die Vertikale als Wurfbahn als selbstverständlich zu erwarten. Wie aber gestaltet sich die Wurfbahn, wenn Wurfrichtung und Fallrichtung einen anderen Winkel bilden, einen rechten (horizontaler Wurf) oder einen stumpfen (Wurf schräg nach oben) oder einen spitzen (Wurf schräg nach unten)? Um den Ort zu ermitteln, an dem sich der Körper dann befindet, erinnere man sich an das, was (Abb. 17, 18 und 19) über den Ort gesagt worden ist, an dem sich ein materieller Punkt befinden muß, der gleichzeitig zwei verschiedene Bewegungen ausführt. Abb. 20, die nach demselben Verfahren konstruiert ist wie Abb. 19 aus Abb. 17 und 18, gibt die Wurfbahn eines horizontal geschleuderten Körpers wieder. Je nach der Größe der horizontalen Schleuderkomponente entsteht die Parabel I oder BCD oder II. Sie ist ein Kegelschnitt: legt man durch einen Kegel (Abb. 21), dessen Querschnitt senkrecht zur Achse ein Kreis ist, eine Ebene, parallel zu einer Seite AC des Kegels (Seite ist

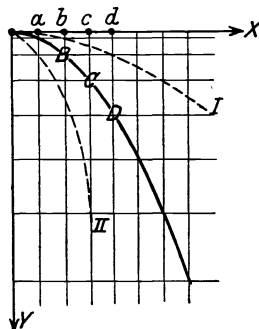


Abb. 20. Bahn eines horizontal geworfenen Körpers ein Parabelast (I, BCD ... II).

jede gerade Linie, die von der Spitze ausgeht und auf dem Kegelmantel liegt), so schneidet die Ebene den Mantel in einer Parabel. Sie besteht aus zwei symmetrischen Ästen, die vom Scheitel B ausgehen und sich dauernd voneinander entfernen. Bei horizontalem Wurf befindet sich der Körper beim Beginn seiner Bewegung auf dem höchsten Punkt, den er während der Bewegung überhaupt einnimmt; er befindet sich im Scheitel einer vertikal stehenden Parabel und bewegt sich auf dem einen Ast abwärts. — Beim Wurf schräg nach oben steigt der Körper auf dem einen Ast bis zum Scheitel, um dann längs des anderen Astes herabzufallen. Die Wurfbahn ist also eine nach unten offene Parabel mit lotrechter Achse. — Wir gehen nicht näher auf ihn ein, weil es sich dabei, soweit er elementar behandelt werden kann, nur um Rechnungen handelt. Wir geben aber die wichtigsten Formeln für ihn an. Nennen wir die Anfangsgeschwindigkeit v_0 und den Elevationswinkel gegen die Wage-rechte α , so ist die Wurfhöhe (Höhe des Parabelscheitels über dem Anfangspunkt) $h = \frac{v_0^2}{2g} \sin^2 \alpha$; die Wurfweite (Abstand des Anfangspunktes vom

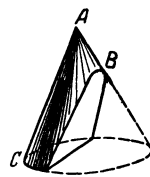


Abb. 21. Eine Ebene durch den Kegel parallel zu einer Seite (AC) schneidet den Mantel in einer Parabel (perspektivisch).

Treffpunkt auf der durch den Anfangspunkt gelegten wagerechten Ebene) $W = \frac{v_0^2}{g} \sin \alpha$ mit dem Höchstwert v^2/g bei der Elevation $\alpha = 45^\circ$; die Wurf-dauer (Zeitspanne bis zur Erreichung jenes Treffpunktes) $T = \frac{2v_0}{g} \sin \alpha$. Mit diesen Formeln läßt sich zeigen, daß man innerhalb des Wurfbereiches jedes Ziel bei vorgeschriebener Anfangsgeschwindigkeit durch zwei Werte des Elevationswinkels erreichen kann (Flachschuß und Steilschuß).

Der Luftwiderstand ändert alle diese Ergebnisse von Grund aus: die Wurfkurve ist dann keine Parabel, der absteigende Ast ist steiler als der aufsteigende; Wurfhöhe und Wurfweite sind nicht annähernd so groß wie die obigen Formeln angeben, zur größten Wurfweite gehört eine erheblich kleinere Elevation als 45° u. dgl. m. (Ballistisches Problem!)

Einwirkung der Erddrehung auf die Fallrichtung. Einen Sonderfall des horizontalen Wurfes erwähnen wir, weil er trotz der Besonderheit allgemeine Bedeutung hat. Ein frei fallender Körper fällt in der Wirklichkeit niemals unter den S. 24 o. vorausgesetzten Bedingungen. Wir hatten dort auch die Drehung

der Erde ausgeschlossen; gerade *die* wirkt aber stets. Die Erde dreht sich von West über Süd nach Ost und erteilt daher jedem mit ihr fest verbundenen Körper eine Geschwindigkeit von West nach Ost. Ein Körper, der von einem Turme frei herabfällt, ist daher, strenggenommen, ein nach Osten *geworfener* Körper. Die Tangentialgeschwindigkeit der Turmspitze ist etwas größer als die des vertikal darunterliegenden Punktes der Turmbasis. Die Erddrehung lenkt daher den von der Turmspitze fallenden Körper nach Osten ab (von der Turmbasis weg), er kommt nicht im Fußpunkt der Vertikalen an, die durch den Anfangspunkt der Fallbewegung geht, sondern östlich davon. — Die experimentellen Schwierigkeiten, vor allem die Schwierigkeit, den Lotpunkt genau zu ermitteln und den Körper, der fallen soll, störungsfrei auszulösen, sind ungeheuer groß, dabei beträgt die Ablenkung für 80 m Fallhöhe nur etwa 1 cm. Der Vergleich der Versuche von HALL (1902) mit 23 m Fallhöhe und der von FLAMMARION (1903) mit 68 m Fallhöhe, die 3,3 % resp. 22 % als mittleren Fehler ergeben haben, zeigt, daß man mit *kleinen* Fallhöhen bessere Ergebnisse erzielt. Der Theorie nach ist die östliche Ablenkung proportional dem Produkt aus Fallhöhe und Falldauer. Um trotz der Verkleinerung der Fallhöhe einen gut meßbaren Effekt zu erzielen, muß man daher die Falldauer möglichst vergrößern. J. G. HAGEN (1912) untersuchte deswegen die Einwirkung der Erddrehung auf den fallenden Körper an der ATWOODSchen Fallmaschine. Er fand bei 23 m Fallhöhe und einer Fallbeschleunigung von etwa $\frac{1}{25} g$ rund 0,9 mm Ablenkung, das stimmt mit der Theorie bis auf etwa 1 % überein. — Die Erddrehung lenkt auch die Geschosse aus der vertikalen Schußebene ab (siehe CORIOLISabweichung).

Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften. Bisher war nur von *zwei* gleichzeitigen Kräften und zwei gleichzeitigen Bewegungen die Rede. Wirken auf den materiellen Punkt drei Kräfte gleichzeitig ein, a , b und c (Abb. 22),

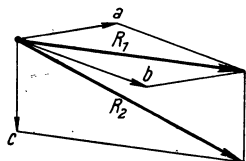


Abb. 22. Zusammensetzung dreier Kräfte (a , b , c) zu einer Resultierenden (R_2).

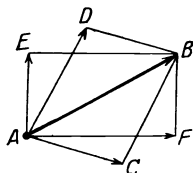


Abb. 23. Zerlegung einer Kraft (AB) in zwei Komponenten (AC und AD oder AE und AF).

so setzt sich die dritte Kraft c mit der Resultierenden R_1 der Kräfte a und b zu einer neuen Resultierenden R_2 zusammen. Ebenso setzt sich eine vierte Kraft mit der Resultierenden R_2 aus jenen dreien zusammen usw. (Kräftepolygon). Umgekehrt kann man sich eine Kraft, deren Größe und Richtung durch die Gerade AB veranschaulicht wird (Abb. 23), aus den Kräften AC und AD hervorgegangen denken, aber auch ebensogut aus AE und AF ; überhaupt aus zwei Kräften, aus denen ein Kräfteparallelogramm mit AB als Diagonale konstruierbar ist. Da jede Komponente selber als Resultierende aufgefaßt werden kann, so kann man sich jede Kraft durch beliebig viele andere ersetzt denken, die gleichzeitig wirken und sich nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammengesetzt haben.

Angenommen, es wirken n Kräfte auf den materiellen Punkt, und $(n - 1)$ davon haben eine Resultierende, die gerade so groß ist wie die letzte von den n Kräften, dieser aber *entgegengesetzt* gerichtet ist. Dann ist die Einwirkung der n Kräfte zusammen so, wie wenn *zwei gleich* große, aber einander entgegengesetzt gerichtete Kräfte auf den Punkt wirkten. Zwei solche Kräfte heben einander aber in ihrer Wirkung auf, weil sie den Punkt nach entgegengesetzten Richtungen mit gleich großer Beschleunigung zu bewegen streben. Es ist also genau so, wie wenn überhaupt keine Kraft auf den Punkt einwirkte. An dem Bewegungszustande des Punktes wird mithin durch die n Kräfte nichts geändert:

ist er in Ruhe, so *bleibt* er auch in Ruhe; bewegt er sich geradlinig und mit gleichförmiger Geschwindigkeit, so bleibt auch *das* bestehen. Wir sehen: unter gewissen Bedingungen kann trotz der Einwirkung von Kräften ein materieller Punkt seinen Bewegungszustand unverändert beibehalten. Und umgekehrt: ist ein materieller Punkt in Ruhe oder ist er in geradliniger gleichförmiger Bewegung, so folgt daraus noch nicht, daß keine Kraft auf ihn wirkt, sondern nur, daß die Kräfte, die etwa auf ihn wirken, einander in ihrer Wirkung aufheben. Jedes der drei Gewichte in Abb. 24 sucht den Punkt P nach einer anderen Richtung zu bewegen. Trotzdem bleibt P in Ruhe, und zwar weil, wie die Konstruktion des Parallelogramms der Kräfte zeigen würde, die aus A und B resultierende Kraft durch C aufgehoben wird. In diesem Falle sagt man von den Kräften: sie halten einander das Gleichgewicht. (Ein Eisenbahnzug bewegt sich, durch die *dauernd* wirkende Dampfkraft getrieben, mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit, *nicht* mit *beschleunigter*. Die von der Reibung herrührenden Kräfte sind die $(n - 1)$ Komponenten, die Dampfkraft die n te. Eine *Änderung* des Bewegungszustandes ist unmöglich, weil Gleichgewicht der Kräfte vorhanden ist.) Und umgekehrt: ist ein materieller Punkt der Einwirkung von Kräften unterworfen, soll aber trotzdem sein Bewegungszustand unverändert bleiben, so kann das nur dadurch geschehen, daß zu jenen Kräften *nach* eine Kraft tritt, die die Resultierende unwirksam macht, d. h. ihr gleich groß, aber ihr entgegengesetzt gerichtet ist, kurz: das Gleichgewicht *herstellt*.

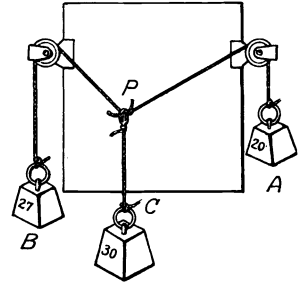


Abb. 24. Punkt P bleibt in Ruhe, weil die drei ihn angreifenden Kräfte einander aufheben.

Vektor. Skalar. Das Parallelogramm der Kräfte (und seine Verallgemeinerung) ist das Schulbeispiel für das Schema, nach dem man „gerichtete“ Größen, *Vektorgrößen*, zusammensetzt (und zerlegt). *Vektor* nennt man eine Größe, zu deren vollständiger Charakterisierung eine Zahl, eine Maßeinheit und eine *Richtung* gehören: Geschwindigkeit, Beschleunigung, Kraft sind Vektoren — sie sind *soundso* viel Einheiten groß und sind irgendwohin *gerichtet*. Man veranschaulicht sie durch Pfeile, deren Länge den Betrag und deren Spitze die Richtung der betreffenden Größe, also der Geschwindigkeit, der Beschleunigung, der Kraft angeben. Die Bezeichnung Vektor stammt von der einfachsten der „gerichteten“ Größen, dem Radiusvektor (oder Fahrstrahl), d. h. der von einem festen Punkt nach einem beweglichen Punkt gezogenen Geraden (S. 81 o.). Man nennt den Fahrstrahl einen *polaren* Vektor (Gegensatz: axialer Vektor, S. 75 u.). Eine Größe, die mit Richtung nichts zu tun hat, wie Temperatur, Masse, Dichte, ist schon durch eine Zahl und eine Maßeinheit, also ihren Betrag, vollständig charakterisiert. Man nennt sie *Skalar* (HAMILTON 1853), weil ihr Betrag, den man an einer in gewisse Einheiten eingeteilten Skala abmisst, sie schon völlig bestimmt.

Geometrische Zusammensetzung und Zerlegung von Vektorgrößen sind alltägliche physikalische Hilfsmittel, denn die meisten Naturvorgänge erweisen sich als zusammengesetzt. Sie spielen in der ganzen Physik eine große Rolle, z. B. auch in der Elektrizitätslehre, wo man die Wirkung mehrerer elektrischer Felder oder mehrerer magnetischer Felder im Vektorendiagramm addiert. Das Schema der geometrischen Addition zweier Vektoren wie 1 und 2 in Abb. 25 ist stets dieses: in den Endpunkt des einen Vektors (1) legt man den Anfangspunkt des zweiten (2) mit der ihm zukommenden Rich-

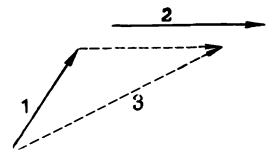


Abb. 25. Geometrische Addition der Vektoren 1 und 2. Ihre Summe der Vektor 3.

tung; die Seite 3, die vom Endpunkt des zweiten Vektors aus die beiden ersten zum Dreieck schließt, ist nach Größe und *entgegengesetzter* Richtung der gesuchte resultierende Vektor. Die Abbildung zeigt die Anwendung des Schemas auf die Zusammensetzung zweier Kräfte oder zweier Bewegungen (mit demselben Ergebnis wie die Parallelogrammkonstruktion). — Bei der Addition einer Vielheit von Kräften erhält man ein offenes räumliches Polygon, das man im Sinne

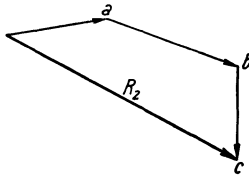


Abb. 26. Geometrische Addition der Vektoren a , b , c . Ihre Summe der Vektor R_2 . Die Vektoren vertreten die entsprechend bezeichneten Kräfte der Abb. 22.

der Richtung der einzelnen Vektoren durchläuft. Die Seite, welche dieses Polygon schließt, ist dann nach Größe und *entgegengesetzter* Richtung der gesuchte Vektor. Abb. 26 zeigt die Addition von drei (*nicht im Gleichgewicht* befindlichen) Kräften, sie führt zu demselben Ergebnis wie die aus der Parallelogrammkonstruktion hervorgegangene Abb. 22. Das *Gleichgewicht* von drei an einem Punkt angreifenden Kräften (Abb. 24) drückt sich in der Vektordarstellung darin aus, daß die drei Vektoren, zueinander addiert, sich zum Dreieck schließen, also zusammen die Resultante Null geben.

Gleichgewicht von Kräften. Statik. Dynamik. Die

Lehre vom Gleichgewicht der Kräfte ist der Gegenstand der *Statik*; die Lehre von der Bewegung mit besonderer Berücksichtigung der Kräfte, die die Bewegung hervorgerufen haben, der Gegenstand der *Dynamik*.

Die Erfahrung lehrt uns bei allen mechanischen Verrichtungen die Überwindung von Kräften durch andere Kräfte kennen, am deutlichsten dort, wo unsere Muskelkraft beteiligt ist. Wenn wir einen Körper als Ganzes verschieben, z. B. heben oder ziehen, so fühlen wir eine Anstrengung; ebenso wenn wir einen Körper zerteilen (zersägen, zerdrücken, zerschlagen usw.) oder wenn wir ihn umformen (dehnen, zusammendrücken, biegen usw.). Gleichviel, welche mechanische Verrichtung wir analysieren, überall finden wir zwei Kräfteparteien einander gegenüber, und als das Ziel aller mechanischen Verrichtungen: Änderungen der Lage eines Körpers. Dazu gehört auch die Verschiebung von *Körperteilchen* gegeneinander, wie z. B. beim Biegen oder bei sonstigem Umformen eines Körpers. Die Teilchen eines *umgeformten* Körpers sind ein System von Massenpunkten, die anders zueinanderliegen als *vor* der Umformung.

Von den zwei Kräfteparteien strebt die *eine*, gewisse Lagenveränderungen hervorzurufen — in dem angeführten Beispiel unsere Muskelkraft. Die *andere* widerstrebt ihnen — in den angeführten Beispielen die Schwerkraft, die Reibung, die Trägheit, die Festigkeit und andere zwischen den Körperteilchen wirksame Kräfte, die das Wesen der *Kohäsion* ausmachen. Um also die beabsichtigte Lagenveränderung herbeizuführen, muß man die Widerstand leistenden Kräfte wirkungslos machen. Ist das geschehen, so verhält sich der betreffende Körper so, wie wenn gar keine Kraft auf ihn wirkte.

Man vergegenwärtige sich z. B. die Wechselwirkung der Kräfte an einem Eisenbahnzuge, den man in Bewegung setzen und auf einer gewissen Geschwindigkeit erhalten soll. Beabsichtigt wird eine gleichförmige und, wie wir zur Vereinfachung annehmen wollen, geradlinige Bewegung. Die Kraft, mit der die beabsichtigte Lagenveränderung ausgeführt werden soll, ist die Dampfkraft. Stünde der Eisenbahnzug unter der Einwirkung gar keiner anderen Kraft, so würde die geringste Größe der Dampfkraft schon hinreichen, um ihn in Bewegung zu setzen und allmählich auf die beabsichtigte Geschwindigkeit zu bringen. Die Kraft wäre von diesem Moment an überflüssig, denn der Zug würde die erreichte Geschwindigkeit dauernd beibehalten infolge der Trägheit, die ja uneingeschränkt zur Geltung käme. Aber in der Wirklichkeit unterliegt der Zug außer der Dampfkraft noch anderen Kräften, und nur solchen, die der Dampfkraft *entgegengesetzt* wirken: die Reibung der Räder an den Schienen und an den Radachsen, der Widerstand der Luft usw., bilden ein Kräftesystem mit einer Resultierenden, die eine gewisse Größe und eine gewisse Richtung besitzt, und die die Bewegbarkeit des Zuges einschränkt. Man macht sie dadurch wirkungslos, daß man ihr eine Kraft von gleicher Größe (hier also eine Dampfkraft von gleicher Größe) entgegen-

setzt. Schon der geringste *Überschuß* an Dampfkraft genügt dann, den Zug durch das *An dauern* der Einwirkung zu beschleunigen und schließlich die beabsichtigte Geschwindigkeit erreichen zu lassen. *Ist* diese Geschwindigkeit erreicht, so kann die Dampfkraft wieder *um jenen Überschuß* verringert werden; dann wirken auf den Zug nur jene zwei Kräfte, die einander gerade aufheben. Die Geschwindigkeit erhält sich infolge der Trägheit, die dann uneingeschränkt zur Geltung kommt. — Was hier von der Dampfkraft und dem Eisenbahnzuge gilt, können wir an uns selber wahrnehmen, wenn wir eine Last in Bewegung setzen und dann in Bewegung erhalten, z. B. wenn wir etwas vor uns herschieben oder hinter uns herziehen; wir müssen uns mehr anstrengen, um die Bewegung einzuleiten (Trägheit und Reibung zu überwinden), als die Bewegung zu unterhalten (die Reibung allein zu überwinden). Dieselbe Ursache macht es für ein Pferd anstrengender, einen Wagen in Bewegung zu *bringen* als in Bewegung zu *erhalten*.

Arbeit. Wie hier, so geschehen bei *allen* mechanischen Verrichtungen Lagenveränderungen und stehen, wie hier, zwei Kräfteparteien einander gegenüber, von denen die *eine* die Lagenveränderung zu hindern sucht. Man nennt diese Partei *Widerstand* oder *Last*; die Überwindung des Widerstandes nennt man *Arbeit*. „Arbeit ist der Akt der Hervorbringung einer Veränderung in der Konfiguration eines Systems entgegen einer Kraft, die dieser Veränderung widerstrebt.“ (MAXWELL: Substanz und Bewegung.) Von einer Überwindung kann, strenggenommen, nur die Rede sein, wenn die eine Partei stärker ist als die andere. Ist dagegen ein Gleichgewichtszustand eingetreten, so ist keine der beiden Parteien die überwindende oder die überwundene im sprachgebräuchlichen Sinne. Die Kraft verhindert den Widerstand, die bereits erreichte Geschwindigkeit zu verringern, der Widerstand verhindert die Kraft, eben diese Geschwindigkeit zu vergrößern. Die Arbeit, die die Kraft leistet, nachdem die Bewegung eine Trägheitsbewegung geworden ist, besteht also in der Aufhebung des Widerstandes.

Der physikalische Begriff *Arbeit* ist von der Arbeit der Menschen und der Tiere hergenommen. Seine verallgemeinerte Bedeutung in der Physik und die Einzelheiten, nach denen man die Größe einer Arbeit beurteilen muß, versteht man leicht, wenn man an die Arbeit denkt, die die menschliche Muskelkraft leistet. Wenn man z. B. eine am Boden liegende Masse vermöge seiner Muskelkraft hebt, so *leistet* man *Arbeit*. Die Arbeit leistende Kraft ist die Muskelkraft; sie strebt, die Masse von der Erde zu entfernen, und ist beim Heben *vertikal nach oben* gerichtet. Die Widerstand leistende Kraft ist die Kraft, mit der die Erde die Masse anzieht und die *vertikal nach unten* gerichtet ist. Diese Kraft ist uns geläufig als das Gewicht der Masse. (Wir werden, um Mißverständnisse auszuschließen, das *Gewicht* eines Kilogramms mit 1 kg^* bezeichnen, die *Masse* eines Kilogramms mit 1 kg und entsprechend g^* , mg^* usw. schreiben.)

Die Größe der Kraft, die nötig ist, die Masse in gleichförmiger Bewegung vertikal nach oben zu erhalten, muß gleich der Kraft sein, mit der die Erde die Masse nach unten zieht. Will man also 1 kg Masse mit gleichförmiger Geschwindigkeit vertikal nach oben bewegen, so muß man darauf eine Kraft wirken lassen, die ebenso stark nach oben, wie ihr Gewicht nach unten wirkt, d. h. eine Kraft von der Größe des *Gewichtes* eines Kilogramms ($1000 \cdot g \text{ dyn}^1$). Um $m \text{ kg}$ Masse mit gleichförmiger Geschwindigkeit vertikal nach oben zu bewegen, ist eine nach oben wirkende Kraft von $m \text{ kg}^*$ erforderlich.

Einheit der Arbeit (Meter-Kilogramm). Hat man 1 kg Masse um 1 m gehoben, so hat man eine gewisse Arbeit geleistet. Will man es um ein zweites, ein drittes Meter usw. heben, so muß man dieselbe Arbeit für jedes *weitere* Meter *noch* einmal leisten; für die Hebung um $h \text{ m}$ also h mal so viel Arbeit wie für

¹ Man beachte: Der Buchstabe g bedeutet hier nicht Gramm (g), sondern die Schwerebeschleunigung.

die Hebung um *ein* Meter. (Die Erdschwere setzt der Hebung um jedes Meter denselben Widerstand entgegen für die hier in Frage kommenden Erhebungen über die Erdoberfläche.) Kurz: die bei der *Hebung* einer Masse geleistete Arbeit ist *proportional* der Höhe, um die die Masse gehoben worden ist, oder anders: sie ist proportional der Länge der Strecke, auf der die Last überwunden worden ist. Die Arbeit, die nötig ist, 1 kg* längs 1 m zu überwinden (wir sagen kurz: um 1 kg Masse 1 m zu „heben“), heißt ein *Meterkilogramm* (1 mkg*).

Bisher war nur von *einem* Kilogramm die Rede. Um ein zweites, ein drittes Kilogramm usw. um dieselbe Höhe zu heben, also denselben Widerstand ein zweites, ein drittes Mal zu überwinden, muß man dieselbe Arbeit für jedes weitere Kilogramm noch einmal leisten, für die Überwindung von p kg* (d. h. für die Überwindung eines p mal so großen Widerstandes) also p mal so viel Arbeit, wie für die Überwindung des Gewichtes *eines* Kilogramms längs derselben Höhenstrecke. Also: die Größe der beim Heben geleisteten Arbeit ist auch proportional dem *Gewicht* der gehobenen Masse, d. h. *proportional* der *Widerstand leistenden Kraft*, gegen die die Arbeit geleistet wird. Wir haben die Arbeit, die nötig ist, 1 kg um 1 m zu „heben“, = 1 gesetzt, nämlich = 1 mkg*, haben somit das *Meterkilogramm** als „Einheit“ für die Größe der Arbeit festgesetzt, wir müssen daher die Arbeit, die nötig ist, p kg um 1 m zu „heben“, = p mkg*, und die Arbeit, die nötig ist, p kg um h m zu „heben“, = $p \cdot h$ mkg* setzen. Kurz: p kg um h m hoch zu heben, erfordert eine Arbeit von $p \cdot h$ mkg*; mit anderen Worten: diese Arbeit ist gleich der *Größe des Widerstandes, der überwunden werden muß, multipliziert mit der Weglänge, auf der er überwunden werden muß.*

Wir haben nur vom *Widerstand* gesprochen und von der Strecke, längs deren er überwunden wird, haben also den Vorgang von der Seite des Widerstandes aus betrachtet. Wir können ihn aber auch von der Seite der arbeitleistenden *Kraft* aus betrachten; sie ist *gleich* der widerstandleistenden. Die Verschiebung der Masse um h m während der Arbeit bedeutet eine Verschiebung des *Angriffspunktes* der arbeitleistenden Kraft um h m. Wir können daher die Größe der Arbeit auch so angeben: *die Größe einer Arbeit ist gleich dem Produkt aus der arbeitleistenden Kraft und der Länge, um die sich ihr Angriffspunkt während der Arbeit verschiebt.*

Erg. Pferdekraft. Die Definition des Meterkilogramm* ist nicht scharf: das Gewicht 1 kg* ist verschieden, je nach dem Punkte der Erdoberfläche, an dem es sich befindet. Für die Technik ist diese Verschiedenheit belanglos, nicht aber für die strenge Physik. Sie definiert daher: die Einheit der Arbeit ist diejenige Arbeit, die die *Krafteinheit* (dyn) leistet, wenn sie den Angriffspunkt um eine *Längeneinheit* verschiebt. Diese Arbeitseinheit heißt: 1 erg. Eine Krafteinheit war ungefähr gleich dem Gewicht von 1 mg, also ist 1 erg ungefähr die Arbeit, die 1 mg um 1 cm hebt. — Da $1 \text{ g}^* = 980 \text{ dyn}$ ist, dort wo die Beschleunigung durch die Erdschwere 980 cm/sec^2 beträgt, so ist dort $1 \text{ kg}^* = 1000 \cdot 980 = 98 \cdot 10^4 \text{ dyn}$, und da $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ ist, so ist $1 \text{ mkg}^* = 98 \cdot 10^6 \text{ erg}$.

Die in der *Zeiteinheit* getane Arbeit nennt man *Leistung* — die *Einheit* der Leistung ist 1 erg/sec. Die Arbeit 10^7 erg heißt 1 Joule, die Leistung 10^7 erg/sec heißt 1 Watt. In der Technik bemißt man Leistungen nach *Pferdestärken*, man setzt 1 Pferdestärke (1 PS) gleich $75 \text{ mkg}^*/\text{sec}$, das sind $735 \cdot 10^7 \text{ erg/sec} = 735 \text{ Watt}$.

Warnung: Die Hebung einer Masse benutzen wir nur deswegen als Beispiel für die Arbeit, weil sie jedem bekannt ist. Man darf sie aber nicht für eine Arbeit besonderer Art ansehen. „Hebung einer Masse“ bedeutet nichts weiter als „Überwindung einer Kraft, von der die Masse nach einer gegebenen Richtung gezogen wird“. Hier wirkt diese Kraft

zufällig vertikal nach unten, und deswegen lassen wir die Muskelkraft vertikal nach oben wirken. Darin liegt aber gar nichts anderes, als wenn z. B. eine Kraft den Körper nach Norden zu treiben sucht, und wir unsere Muskelkraft aufwenden, um ihn nach Süden zu bewegen. Für die Größe der geleisteten Arbeit kommt lediglich in Frage die *Größe* der Widerstand leistenden Kraft und die *Länge* der Strecke, um die die Masse von der arbeitleistenden verschoben worden ist. Stets ist die geleistete Arbeit gleich der Größe der Kraft multipliziert mit der Größe der Verschiebung; man muß die Kraftgröße in dyn und die Verschiebung in Zentimeter ausdrücken, um die Arbeitsleistung in erg zu erhalten. Da $100000 \cdot g \text{ erg} = 1 \text{ mkg}^*$ sind, so kann man natürlich *jede* Arbeit, die man in erg kennt, auch in Meterkilogramm* ausdrücken und dadurch *veranschaulichen*, wieviel Kilogramm man mit dieser Arbeit z. B. um 1 m, hätte *heben* können.

Energie. Kinetische Energie. Potentielle Energie. Lebendige Kraft. Wir haben Arbeit geleistet. Was haben wir dafür eingetauscht? Vor dem Beginn der Arbeit lag die Masse am Boden, während der Arbeit ging sie in die Höhe, und nach Beendigung der Arbeit liegt sie um eine gewisse Strecke *über* dem Boden. Das Ergebnis der Arbeit ist die neue Lage der Masse relativ zum Boden. Dadurch, daß sie sich *über* dem Boden befindet, ist sie in der Lage, auch wieder fallen zu können. *Fallende* Massen (Wasser, Gewichte) können bekanntlich Arbeit leisten. Dadurch also, daß sich die Masse *über* dem Erdboden befindet, besitzt sie die *Fähigkeit, Arbeit zu leisten*: diese Fähigkeit nennt man (nach THOMAS YOUNG, 1807) *Energie*. Für unsere Arbeit haben wir also eingetauscht die Energie der gehobenen Masse, die *Arbeitsfähigkeit* der Masse. Aber nur *fallend* leistet sie Arbeit. Ein Rammblock, so schwer er sein und so hoch er gehoben sein mag, leistet nicht die geringste Arbeit, wenn er nicht fällt. Die *Fähigkeit, Arbeit zu leisten*, hat die Masse also in dem ersten wie in dem zweiten Zustande, aber sie muß aus dem der Ruhe in den der Bewegung übergehen, um die *Fähigkeit* zur Arbeitsleistung zu *verwirklichen*. Die Masse gleicht in dem ersten Zustande einem Arbeitsspeicher, aber einem Speicher, dessen Inhalt erst in dem zweiten Zustande verwertbar ist.

Nicht nur *fallende*, sondern jede irgendwie *bewegte* Masse kann erfahrungsgemäß Arbeit leisten: die bewegte Luft als Wind oder Sturm, ein fliegendes Geschloß, strömendes Wasser, ein fahrender Eisenbahnzug usw. Die *Arbeitsfähigkeit*, die die Masse infolge ihres *Bewegtseins* hat, heißt *kinetische* Energie. Die Energie, die sie vermöge ihrer *Lage* hat, wie die über den Erdboden gehobene und zu fallen *fähige* Masse, *potentielle* Energie. Woher kommt es, daß *Bewegtheit* der Masse *Arbeitsfähigkeit* der Masse verwirklicht? Man muß sich klar machen, daß die Bewegung einer Masse stets das Ergebnis einer Arbeitsleistung ist. Wo bisher von der Arbeit einer Kraft die Rede war, unterhielt die Kraft, obwohl sie dauernd wirkte, nur eine gleichförmige Bewegung der Masse. Die Beschleunigung wurde dadurch verhindert, daß der arbeitleistenden Kraft diametral entgegengesetzt eine andere Kraft als Widerstand wirkte. Die Arbeit bestand eben darin, jene andere Kraft nicht zur Wirkung kommen zu lassen. Wenn jene andere Kraft *nicht vorhanden* ist oder plötzlich zu wirken aufhört, so erteilt die arbeitleistende der Masse natürlich Beschleunigung — kann dann aber noch von einer *Arbeitsleistung* der bewegenden Kraft die Rede sein? Ja. Infolge ihrer Trägheit strebt die Masse ihren momentanen Bewegungszustand beizubehalten. Soll sie also *beschleunigt* bewegt werden, so muß ihre Trägheit (ihr Widerstand, den sie jeder Veränderung ihres Bewegungszustandes entgegengesetzt, S. 18) auf jedem Punkte der Bahn überwunden werden, also eine Arbeit dagegen geleistet werden. Auch bei *dieser* Arbeit wird die Masse um eine gewisse Strecke verschoben. Nennen wir die Arbeit leistende Kraft p , die Verschiebung der Masse in der Richtung dieser Kraft h , so ist die Größe der Arbeit, die die Kraft geleistet hat, $p \cdot h$ (erg, wenn p in dyn, h in Zentimeter gegeben ist.) — Die Leistung, die diese Arbeit $p \cdot h$ erzielt hat, besteht darin, daß sie

die Masse m mit Beschleunigung um die Strecke h cm verschoben hat. Als die Kraft zu wirken anfang, möge m die Geschwindigkeit 0 gehabt haben, und als sie sich um h verschoben hatte, die Geschwindigkeit v , die zum Durchlaufen der Strecke erforderlich gewesene Zeit sei t sec. Um die Arbeit auszurechnen, die erforderlich war, unter diesen Bedingungen m um h zu verschieben, müssen wir die Kraft und die Länge der Verschiebung h in bereits bekannten Größen ausdrücken. Wir wissen bereits (S. 23 m.) die während der Zeit t , d. h. während die Geschwindigkeit gleichförmig von 0 auf v stieg, zurückgelegte Strecke ist so groß, wie wenn sich m während der Zeit t mit der gleichförmigen Geschwindigkeit $v/2$ bewegt hätte, d. h. die Strecke h ist gleich $v/2 \cdot t$. Ferner wissen wir: die Geschwindigkeit ist in t sec gleichförmig um die Geschwindigkeit v gestiegen, also in 1 sec um v/t . D. h. die Beschleunigung ist v/t , und die Kraft, die auf m gewirkt hat, mithin $m \cdot v/t$. Die Arbeit, die nötig war, m den Geschwindigkeitszuwachs v zu erteilen, ist:

$$\text{Kraft} \cdot \text{Weg} = m \frac{v}{t} \cdot \frac{v}{2} t = \frac{1}{2} m v^2.$$

Diese Arbeit ist die bereits mit $p \cdot h$ bezeichnete: wir haben somit

$$p \cdot h = \frac{1}{2} m v^2.$$

Man nennt $\frac{1}{2} m v^2$ die lebendige Kraft der Masse m .

Prinzip der lebendigen Kraft. Erhaltung der lebendigen Kraft. Wir haben gefragt: Was haben wir für den Aufwand an Arbeit eingetauscht? Vor dem Beginn der Arbeit hat die Masse die Geschwindigkeit 0, am Ende die Geschwindigkeit v . Dem Arbeitsaufwand entspricht die Geschwindigkeitszunahme. Die Endgeschwindigkeit der Masse ist mithin als das Ergebnis der Arbeit anzusehen. Angenommen, der Kraft p , die der Masse m die Geschwindigkeit v erteilt hat, wirke eine Kraft q entgegen. q würde der Masse, wenn sie nicht in Bewegung wäre, eine gewisse Bewegung in *der* Richtung erteilen, nach der sie, q , selbst wirkt. Da aber m in Bewegung ist, so kann q nichts weiter tun, als diese Bewegung verzögern, aber die Masse wird sich zunächst noch in der alten Richtung weiterbewegen. Die Gegenkraft q stellt also einen Widerstand dar, den die bewegte Masse überwindet. Allmählich sinkt ihre Geschwindigkeit dabei auf Null, und dann, aber *erst* dann, ist ihre Arbeitsfähigkeit erschöpft. Die Arbeit, die die Kraft p an der Masse geleistet hat und die gewissermaßen wie in einem Speicher bis zu der Größe $\frac{1}{2} m v^2$ angesammelt worden war, wird dabei allmählich völlig ausgegeben.

Der Ausdruck $\frac{1}{2} m v^2$ gibt auch die Größe der Arbeit, die die Masse m vermöge ihrer Geschwindigkeit v leisten kann. Wir werfen z. B. die Masse m mit der Geschwindigkeit v in die Höhe. Sie besitzt dann anfangs die kinetische Energie $\frac{1}{2} m v^2$. Sie steigt bis zur Höhe $v^2/2g$ und überwindet die Schwerkraft auf dieser Strecke. Die Kraft, von der sie nach unten gezogen wird, ist ihr Gewicht mg . Die Masse *leistet* also vermöge ihrer Bewegung, bis sie die Geschwindigkeit 0 erreicht hat, die Arbeit: Weg \cdot Kraft $= \frac{v^2}{2g} \cdot mg = \frac{1}{2} m v^2$. Ihre kinetische Energie, die sie anfangs besitzt, ist also in der Tat so groß, wie die Arbeit, die sie vermöge ihrer Bewegung leisten kann. — Diese *von* der bewegten Masse geleistete Arbeit, während ihre Geschwindigkeit von v auf 0 sank, ist genau so groß wie die Arbeit, die man *an* ihr leisten muß, um ihr die Geschwindigkeit v zu erteilen. Die Masse hat, wenn sie fallend unten wieder ankommt, wieder die Geschwindigkeit v erreicht. Diese Geschwindigkeit ist das Ergebnis der Arbeit, die die Schwerkraft, mit der Größe mg auf die Masse m längs des Weges $v^2/2g$ einwirkend, geleistet hat; diese Arbeit ist

$$\text{Kraft} \cdot \text{Weg} = mg \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2} m v^2,$$

d. h. eine genau ebenso große Arbeit, wie sie die *Masse vermöge ihrer Geschwindigkeit* v leisten kann (wie vorhin gezeigt).

Zur Verdeutlichung der kinetischen Energie noch folgendes: Heben wir vermöge unserer Muskelkraft die Masse m Gramm, die das Gewicht mg dyn hat, vom Erdboden aus um h cm, so leisten wir eine Arbeit mgh erg. Lassen wir m aus der Höhe h wieder auf den Erdboden fallen, so kommt sie mit der Geschwindigkeit $\sqrt{2gh}$ an (S. 24), sie hat also die kinetische Energie $\frac{1}{2} m \cdot 2gh = mgh$, kann also vermöge dieser Geschwindigkeit eine Arbeit mgh erg leisten, eine Arbeit, die genau so groß ist, wie die, die wir auf die Masse verwendet hatten. Von der Arbeit, die wir auf die Masse verwendet haben, ist also nichts verlorengegangen; die Masse hat sie zurückerstattet, wenngleich in anderer Form. Ob wir die zurückerstattete Arbeit *nutzbringend verwerten* können oder nicht, ist belanglos. Wenn wir es könnten, so würden wir den verausgabten Arbeitsaufwand unverkürzt zurückerhalten.

Wir gehen zurück zu der Gleichung $p \cdot h = \frac{1}{2} m v^2$.

Sind $p, p', p'' \dots$ Gewichte, $m, m', m'' \dots$ die zugehörigen Massen, $h, h', h'' \dots$ die Falltiefen der Massen, $v, v', v'' \dots$ die erlangten Geschwindigkeiten, so ist

$$\sum p h = \frac{1}{2} \sum m v^2.$$

Wären die Anfangsgeschwindigkeiten nicht Null, sondern v_0, v_0', v_0'' , so würde sich der Summenausdruck auf den Zuwachs der lebendigen Kraft durch die geleistete Arbeit beziehen und lauten

$$\sum p h = \frac{1}{2} \sum m (v^2 - v_0^2).$$

Das ist auch dann richtig, wenn p *irgendwelche* konstanten Kräfte sind (nicht gerade Gewichte) und h *irgendwelche* im Sinne der Kräfte durchlaufenen Wege (nicht gerade *Fallhöhen*). Kennt man den *ganzen* von dem Körper während eines Bewegungsvorganges zurückgelegten *Weg* und für jedes Wegelement die Kraft, die die Arbeit leistet, so kann man die Gleichung für die Untersuchung dieses Bewegungsvorganges stets anwenden. Aber dieser Kenntnis bedarf es nicht immer: ist die Kraft eine *Zentralkraft* (S. 80 o.) — von einem ruhenden Massenpunkt als Zentrum ausgehend und auf einen *andern* Massenpunkt mit einer Größe wirkend, die *nur* von dem gegenseitigen Abstand abhängt —, dann genügt es zu wissen, welche Abstände der Anfangspunkt und der Endpunkt des durchlaufenen Weges vom Zentrum haben. Das ist so zu verstehen: wird (Abb. 27) ein Körper K gegen das feste Zentrum C hingezogen — nach irgendeinem gegebenen Gesetz —, so errechnet man aus diesem Gesetz den Zuwachs der lebendigen Kraft K bei *geradliniger Annäherung* an C aus dem Anfangsabstand r_0 und dem Endabstand r_1 . *Derselbe* Zuwachs ergibt sich aber auch, wenn K auf *irgendeinem* Wege (in der Abbildung *krümmelig* angedeutet) aus dem Abstand r_0 in den Abstand r_1 übergeht. Nur die *Annäherung* an das Zentrum, die radiale Verschiebung, erfordert Arbeit, die tangentielle Verschiebung (zwischen Punkten *gleichen* Abstandes vom Zentrum) erfordert keine Arbeit gegen die anziehende Kraft. — Die obige Gleichung, auf Zentralkräfte angewendet, nennt man das *Prinzip der lebendigen Kraft*.

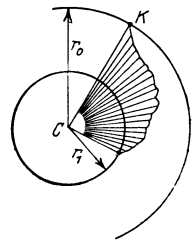


Abb. 27. Zum Prinzip der lebendigen Kraft.

Das Prinzip gilt, auf rein mechanische Vorgänge angewendet, nur für *reibungsfreie* Vorgänge; die Reibung ist keine Zentralkraft. Bei Vorgängen mit Reibung entsteht ein geringerer Betrag an lebendiger Kraft, als es der aufgewandten Arbeit nach sein müßte. Der Teil der arbeitleistenden Kraft, der für den *mechanischen Vorgang* verlorengeht, kommt als *Wärme* an den einander

reibenden Flächen zum Vorschein — das Problem ist dann kein rein mechanisches mehr, es greift über die Mechanik hinaus und fällt unter das Prinzip von der Erhaltung der Energie, das *sämtliche* physikalischen Vorgänge gemeinsam umfaßt. (Die Kräfte, deren Arbeit sich ganz in *mechanische* Energie umsetzt, oder anders gefaßt: deren mechanische Energie *erhalten* bleibt, nennt man *konservative* Kräfte.)

Prinzip der Erhaltung der Energie. Um die allgemeinen Begriffe zu verdeutlichen, die hier in Frage kommen, stellen wir eine ganz andere Arbeit neben das Heben eines Gewichtes und fragen, was beiden gemeinsam ist. Um mit einer Armbrust einen Bolzen abzuschießen, muß man zuerst die Sehne „spannen“. Dabei leisten wir Arbeit — um so mehr Arbeit, je „straffer“ die Sehne ist, und je weiter wir sie aus ihrer Anfangslage entfernen. Das *Resultat* der Arbeit ist die neue Form, die die Sehne angenommen hat, die neue Lage, in die sie übergegangen ist. Lassen wir sie wieder los, so schnellt sie in die Anfangslage zurück und erteilt dabei dem Bolzen Bewegung; sie leistet dabei an dem Bolzen Arbeit, da sie seine Trägheit überwinden muß, um ihm Geschwindigkeit zu erteilen. Wir sehen: wie wir die Arbeit, die das Gewicht im Fallen leisten kann, *vorher* auf das *Gewicht* durch Heben übertragen haben, genau so haben wir die Arbeit, die die Sehne im Zurückschnellen leisten kann, *vorher* auf die Sehne durch *Spannen* übertragen. Wie das *fallende* Gewicht seine Arbeitsfähigkeit von dem *zuvor gehobenen* hat, so hat die sich *entspannende* Sehne sie von der *zuvor gespannten* übernommen. Um die Arbeit leisten zu können, hat das Gewicht erst „in die Lage“ versetzt werden müssen, fallen zu können, die Sehne „in die Lage“, schnellen zu können. Der Ausdruck: „in der Lage“ sein, etwas zu leisten, entspricht dem physikalischen Hergange. Man nennt die Energie (Arbeitsfähigkeit), die ein Körper *vermöge seiner Lage* besitzt, seine *potentielle Energie*, auch *Energie der Lage*.

Die aus einer gegebenen Höhe fallende Masse kann ebensoviel Arbeit leisten, wie zu ihrer Hebung auf jene Höhe erforderlich war. Wir würden auch bei dem Spannen und dem Zurückschnellen der Sehne zu demselben Ergebnis gelangen, wenn wir beide ebenso vollkommen verfolgen könnten. Die Arbeit, die nötig war, um die Sehne zu spannen, wird vollkommen von der Sehne zurückerstattet, indem sie sich entspannt und so dem Bolzen eine Geschwindigkeit erteilt, die ihn befähigt, selbst so viel Arbeit zu *leisten*, wie *nötig* war, ihm jene Geschwindigkeit zu erteilen. Vermöge seiner Geschwindigkeit kann der Bolzen beträchtliche Widerstände überwinden. Wo sich die Überwindung der Widerstände in deren Zertrümmerung ausspricht, ist die Arbeitsleistung auch anschaulich. Aber wenn die zum Zertrümmern erforderliche Arbeit berechnet werden könnte, würde sie *nicht* ganz gleich der Arbeitsfähigkeit des Bolzens herauskommen, die er beim Auftreffen auf den Widerstand (etwa eine Wand) gehabt hat, sondern *kleiner*. Also ist ein Teil der Arbeit *doch* verlorengegangen? Nein. Eine weitere Untersuchung würde zeigen: das Einschlagen des Bolzens in jenen Widerstand hat neben der Zertrümmerung noch eine andere Wirkung hervorgerufen, eine *Temperaturerhöhung*, d. h. der Bolzen selbst und seine nächste Umgebung sind wärmer geworden — er hat also sichtbare *mechanische* Arbeit geleistet und außerdem Wärme erzeugt. Wir werden später sehen, daß man durch mechanische Arbeit Wärme planmäßig erzeugen kann, und daß eine *bestimmte* Menge Arbeit stets eine *bestimmte* Menge Wärme erzeugt. Die Arbeit ist der Aufwand, den man *leistet*, und die Wärme das, was man dafür eintauscht. Man sagt: die erzeugte Wärmemenge ist jener Arbeitsmenge *äquivalent*, oder: jene Menge aufgewandter (verschwundener) mechanischer Arbeit hat sich „in Wärme verwandelt“. Die Berücksichtigung dieser *Äquivalenz* zwischen Wärme und Arbeit

ergibt, daß von der Arbeitsfähigkeit des Bolzens nichts verlorengegangen ist, sondern daß die mechanische Arbeit des Zertrümmerns plus der zur Wärmeezeugung verwandten Arbeit des Bolzens *gleich* der ursprünglichen Arbeitsfähigkeit des Bolzens ist. Die potentielle Energie der gespannten Sehne ist verschwunden, dafür ist die kinetische des fliegenden Bolzens entstanden, und diese hat sich weiter umgesetzt in die kinetische Energie der auseinandergesprengten Stücke jenes Widerstandes und in eine Menge Wärme. Von der in das System beim Spannen des Bogens hineingelegten Energie ist *nichts* verlorengegangen; was an potentieller Energie verschwunden ist, ist als kinetische zum Vorschein gekommen. Nur *umgewandelt* hat sich eine Energieform in die andere — als Ganzes ist die Energie ungeschmälert erhalten geblieben.

Wir haben soeben die *Wärme* an Stelle einer Menge mechanischer Arbeit entstehen sehen, d. h. an der Stelle einer Menge Energie, die bestimmt *nicht Wärme* war, und konnten sagen: die Arbeit hat sich in Wärme *verwandelt*. Man nennt daher die Wärme eine *Energieform*. Es gibt noch andere *Energieformen*. Wie die Wärme, so stehen auch Licht, Magnetismus, Elektrizität, die chemischen Kräfte zu der mechanischen Energie in engster Beziehung. In der *gesamten Natur* ist ein gewisser Arbeitsvorrat vorhanden, der, gleichviel ob er sich als chemischer oder als thermischer oder als elektrischer Vorgang offenbart, zum Teil in kinetischer, zum Teil in potentieller Energie besteht. Wenn irgendwo eine Menge potentieller Energie *verschwindet*, so *tritt* dafür eine gleich große an kinetischer *auf*. Jede der beiden Energieformen kann sich zwar in beliebigen Mengen in die *andere Form verwandeln*, aber nicht die geringste Menge einer von beiden kann untergehen. „Aus einer . . . Untersuchung aller . . . bekannten physikalischen und chemischen Prozesse geht hervor, daß das Naturganze einen Vorrat wirkungsfähiger Kraft¹ besitzt, welcher in keiner Weise weder vermehrt noch vermindert werden kann, daß also die Quantität der wirkungsfähigen Kraft in der unorganischen Natur . . . ewig und unveränderlich ist“ . . . (HELMHOLTZ). Das ist *das Gesetz von der Erhaltung der Energie*. Die Möglichkeit seiner allgemeinen Gültigkeit sprach zuerst ein deutscher Arzt, Dr. JULIUS ROBERT MAYER in Heilbronn aus. (Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur, LIEBIGS Annalen 1842.) Seine Grundlage bildet die aus jahrhundertelangen Erfahrungen abgeleitete Erkenntnis, daß es auf keine Weise möglich ist, ein Perpetuum mobile zu bauen, d. h. eine Maschine, die, ohne daß sie aufgezogen würde, ohne daß man, um sie zu treiben, fallendes Wasser, Wind oder andere Naturkräfte anzuwenden brauchte, von selbst fort-dauernd in Bewegung bliebe, indem sie ihre Triebkraft unaufhörlich aus sich selbst erzeugte.

Aus dem Satze von der Erhaltung der Energie folgt, daß *genau so viel* Arbeit, wie eine Maschine *leisten* kann, der Maschine vorher in irgendeiner Form, z. B. als Energie des unter Druck stehenden Dampfes, *zugeführt* werden muß, weil eine Maschine Arbeit nur umwandeln und weitergeben, nicht *erzeugen* kann. Wirtschaftlich *verwertbar* ist aber *nicht* genau soviel, weil durch Reibung und sonstige Widerstände ein Teil davon in eine nicht *greifbare* Form übergeht, aber dieser Teil ist nicht etwa vernichtet worden, er ist nur *für uns* in diesem Falle *wertlos* geworden. „Die *Lehre* von der Erhaltung der Energie ist der große allgemeine Grundsatz, der in Übereinstimmung mit den Tatsachen nicht nur der Physik, sondern aller Wissenschaften steht. Einmal aufgefaßt, wird sie dem Physiker zum *Prinzip*, an das er alle übrigen bekannten Gesetze über physikalische Wirkungen anknüpft, und das ihn in die Lage versetzt, die gesetzmäßigen

¹ Was HELMHOLTZ hier wirkungsfähige Kraft nennt, nennen wir heute Energie.

Beziehungen solcher Wirkungen in neuen Zweigen seiner Wissenschaft zu entdecken. Aus diesen Gründen bezeichnet man jene *Lehre* allgemein als *Prinzip* der Erhaltung der Energie.“ (MAXWELL: Substanz und Bewegung, Art. 73.)

Der Satz von der Erhaltung der Energie hat auch die Frage erledigt, *warum* ein Perpetuum mobile unmöglich ist. Früher glaubte man in dem Leben der Menschen und der Tiere Beweise für die Möglichkeit eines Perpetuum mobile zu sehen; aber Menschen und Tiere bedürfen zu ihrer Erhaltung der Nahrung, und *Nahrungszufuhr* ist *Energiezufuhr*. Nahrungsmittel sind oxydierbare, d. h. verbrennbare¹ Stoffe. Der Tierkörper ist daher in der Art, wie er seine Arbeitsfähigkeit gewinnt, der Dampfmaschine ähnlich. Zucker, Fett und Stärkemehl leisten in ihm das, was die üblichen Brennstoffe in der Dampfmaschine leisten. Ohne ihre dauernde Zufuhr ist er lebensunfähig.

B. Bewegung auf vorgeschriebener Bahn (vgl. S. 3).

1. Die Bewegung wird durch eine Ebene beschränkt.

Schiefe Ebene. Bewegung auf der schiefen Ebene. Die schiefe Ebene als Maschine. Bei dem Heben einer Masse sind die Richtung der Bewegung (vertikal nach oben) und die Richtung der Last (Gewicht vertikal nach unten) einander diametral entgegengesetzt, sie bilden miteinander einen *gestreckten* Winkel, der eine Sonderstellung unter den Winkeln einnimmt. Im allgemeinen bilden sie einen Winkel von anderer Größe; dann wirkt nur ein *Bruchteil* der Last als Widerstand

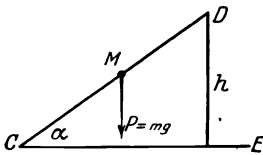


Abb. 28. Schiefe Ebene. CD ihre Länge, h ihre Höhe, α ihr Neigungswinkel.

gegen die Verschiebung, nur dieser Bruchteil braucht überwunden zu werden. Angenommen, die Masse befinde sich auf einer schiefen Ebene CD und solle durch eine Kraft bergan bewegt werden, die parallel CD wirkt. Eine schiefe Ebene ist eine gegen die Horizontalebene geneigte, z. B. eine bergan führende Straße (Abb. 28 und 29); für ihre Neigung ist der Neigungswinkel α maßgebend. Die Richtung der beabsichtigten Bewegung steht schief zu der Schwerkraftichtung MP . Was tut

die Masse, wenn sie sich selbst überlassen wird, d. h. ohne Reibung nur der Schwerkraft unterliegt? MP stellt die Schwerkraft der Größe und Richtung nach vor, sie erteilt der Masse einen Antrieb vertikal nach unten. In dieser Richtung kann sich die Masse nicht bewegen, sie übt daher auf die schiefe Ebene als das Bewegungshindernis — man denke sich darunter eine Tafel — einen Druck

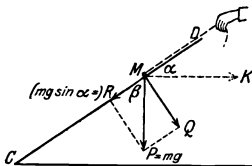


Abb. 29. Die schiefe Ebene als Maschine.

aus. Der Antrieb MP äußert sich zugleich darin, daß er die Masse *bewegt*, wenn auch in anderer Richtung, als es ohne die Tafel der Fall wäre. MP wird nämlich ersetzt durch die zwei gemeinsam wirkenden Kräfte MQ und MR (Abb. 29). Die Kraft MQ wirkt als Druck gegen die Tafel. Die Tafel widersteht ihm infolge ihrer Festigkeit und erwidert ihm mit einem gleich großen und entgegengesetzt gerichteten Druck und macht ihn dadurch unwirksam. Der Kraft MR kann die Masse folgen, da die

Tafel eine Bewegung längs ihrer Oberfläche nicht hindert („Fall längs der schiefen Ebene“). Sie muß von irgendeiner anderen Kraft aufgehoben werden, wenn die Bewegung verhindert werden soll. Da $MR/MP = \cos \beta$, so ist

¹ Verbrennbar sind von chemischen Verbindungen nur: 1. drei einfache Zucker, am wichtigsten der Traubenzucker, 2. vier Fette, 3. siebzehn Aminosäuren, Bausteine des Eiweiß.

$MR = MP \cdot \cos \beta$. Da MP das Gewicht der Masse ist, also $= mg$, und $\cos \beta = \sin \alpha$ ist, so haben wir $MR = mg \cdot \sin \alpha$. An der schiefen Ebene ist also die Kraft, die erforderlich ist, einer Last das Gleichgewicht zu halten, gleich der Last mal dem Sinus des Neigungswinkels, also *mal einem echten Bruch*, d. h. *kleiner* als die Last. Und nur so groß wie diese Komponente MR , aber ihr entgegengesetzt, d. h. *bergauf* gerichtet, braucht die gegenwirkende Kraft zu sein, um die Masse auf der schiefen Ebene in Ruhe (oder falls sie in Bewegung war, in gleichförmiger Bewegung) zu erhalten. — Soll aber die Kraft, die die Masse hindern soll, sich längs der schiefen Ebene hinabzubewegen, parallel der *Basis* der schiefen Ebene wirken (K in Abb. 29), dann muß sie größer sein als $mg \sin \alpha$. Denn von einer Kraft K , die parallel zur Basis gerichtet ist, fällt nur die Komponente $K \cos \alpha$ in die Länge der schiefen Ebene; damit $K \cos \alpha = mg \sin \alpha$ wird, muß daher $K = mg \operatorname{tg} \alpha$ werden.

Die Komponente, die als Druck auf die schiefe Ebene wirkt, wird durch deren Festigkeit wirkungslos gemacht. Die schiefe Ebene erweist sich somit als eine Vorrichtung, *unter deren Mitwirkung* man einer Kraft durch eine *kleinere* das Gleichgewicht halten kann. Vorrichtungen zu diesem Zweck heißen *Maschinen*.

Fall längs der schiefen Ebene. Hebt man die Komponente MR ($mg \cdot \sin \alpha$) *nicht* auf, so bewegt sich die Masse bergab; man sagt: sie fällt längs der schiefen Ebene. Ihre Beschleunigung folgt aus: Beschleunigung = $\frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}}$. Sie ist: $\frac{mg \cdot \sin \alpha}{m} = g \cdot \sin \alpha$. Wenn wir auf S. 23 u. in den Formeln v durch $g \cdot \sin \alpha$ ersetzen, können wir alle den Fall längs der schiefen Ebene betreffenden Fragen beantworten. Man findet z. B. die Geschwindigkeit am Ende der t^{ten} Sekunde: $v_t = g \cdot t \cdot \sin \alpha$ (beim freien Fall $g \cdot t$). Man kann also die Fallgeschwindigkeit beliebig klein machen, wenn man α klein genug macht, d. h. die Ebene nur sehr wenig gegen die Horizontalebene neigt (GALILEI, zum Beweise der Fallgesetz).

Die Geschwindigkeit einer *frei* fallenden Masse, die die Strecke s durchfallen hat, ist $v = \sqrt{2gs}$. Längs der schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel α ist sie $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot s}$. Wir lassen nun die Masse vom Punkte D aus (Abb. 28) auf die Horizontalebene, in der die Basis der schiefen Ebene liegt, herunterfallen, und zwar *einmal* frei längs h und ein zweites Mal längs der schiefen Ebene von der Länge $CD = l$ und fragen: Mit welcher Geschwindigkeit kommt die Masse unten an?

Im ersten Falle müssen wir s durch h ersetzen, also ist $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.

Im zweiten Falle müssen wir s durch l ersetzen, also ist $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot l}$, da aber $h/l = \sin \alpha$, also $l = h/\sin \alpha$ ist, so ist $v_1 = \sqrt{2g \sin \alpha \cdot h/\sin \alpha} = \sqrt{2g h} = v$, d. h. die Masse kommt mit derselben Geschwindigkeit auf der Horizontalebene an, gleichviel ob sie frei durch die *Höhe* der schiefen Ebene oder *längs* der schiefen Ebene herunterfällt.

Tautochrone. Der Fall längs der schiefen Ebene ist ein Fall auf einer *vorgeschriebenen* Bahn. Sehr merkwürdig ist er, wenn die vorgeschriebene Bahn die konkave Seite des Bogens einer Zyklode ist. Was ist eine Zyklode? Ein Punkt M eines Kreises C , der auf einer Geraden AB rollt, ohne zu gleiten, beschreibt (Abb. 30) eine Zyklode, z. B. jeder Punkt der Peripherie eines so rollenden Reifens oder Rades. Um längs der *schiefen Ebene* fallend den tiefsten Punkt zu erreichen, gebraucht der Massenpunkt die von s abhängige Zeitspanne

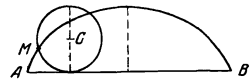


Abb. 30. Entstehung einer Zyklode.

$t = \sqrt{\frac{2s}{g \sin \alpha}}$, also eine längere, wenn er höher oben auf der schiefen Ebene, als wenn er tiefer unten zu fallen beginnt. Fällt er aber längs eines vertikal stehenden, nach oben konkaven *Zyklodenbogens*, so gebraucht er *stets dieselbe* Fallzeit bis zum tiefsten Punkt, gleichviel an welchem Punkt des Bogens er zu fallen beginnt (HUYGENS 1673). Man nennt die Zyklode deswegen auch *Tautochrone* (s. Zyklidenpendel, S. 100).

Maschinen. Die schiefe Ebene ist eine Vorrichtung, *unter deren Mitwirkung* man einer Kraft durch eine *kleinere* das Gleichgewicht halten kann. Befördern wir z. B. durch unsere Muskelkraft eine Last vom Boden auf einen Wagen, so brauchen wir uns weniger anzustrengen, wenn wir sie längs eines schräg an den Wagen gestellten Brettes hinaufschieben, als wenn wir sie (vertikal) frei in die Höhe heben. Je sanfter geneigt das Brett ist, desto kleiner ist die bergabtreibende Kraft, die dabei zu überwinden ist. Aber der *Weg*, den die Masse längs der schiefen Ebene zurückzulegen hat, ist in demselben Verhältnis *länger*, als wenn sie vertikal hinaufgelangt. Was wir an Kraft sparen, müssen wir also an *Arbeitsweg* opfern. Ist die Höhe h , der Neigungswinkel α , so ist die Länge der schiefen Ebene $l = h/\sin \alpha$. Während also die (größere) Kraft p ihren Angriffspunkt nur um die (kleinere) Länge h zu verschieben braucht, d. h. im ganzen die Arbeit $p \cdot h$ leistet, muß die kleinere Kraft $p \cdot \sin \alpha$ ihren Angriffspunkt um die größere Länge $l = h/\sin \alpha$ verschieben und die Arbeit $p \cdot \sin \alpha \cdot h/\sin \alpha = p \cdot h$ leisten wie vorher, d. h. an *Arbeit* ersparen wir nichts. Aber wir können unter Mitwirkung der schiefen Ebene eine Arbeit leisten, für die unsere Muskelkraft allein nicht hingereicht hätte, und können durch geeignete Neigung der schiefen Ebene die zur Arbeitsleistung nötige Kraft *beliebig klein* machen. Die schiefe Ebene charakterisiert sich dadurch als eine der Vorrichtungen, die wir Maschinen nennen, und zwar *einfache* Maschinen (im Gegensatz zu den aus den einfachen zusammengesetzten). Wir definieren eine *Maschine* allgemein als: eine *widerstandsfähige Vorrichtung, die es ermöglicht, einer Kraft von gegebener Größe durch eine kleinere Kraft das Gleichgewicht zu halten.* — Die Forderung der Widerstandsfähigkeit bedeutet: die Maschine darf selber durch die beiden Kräfteparteien nicht verändert werden, eine Kraft also nur *übertragen*, für sich selber aber davon nichts verbrauchen. Diese Forderung ist technisch nicht streng erfüllbar, namentlich wegen der Verformbarkeit der festen Körper und wegen der Reibung.

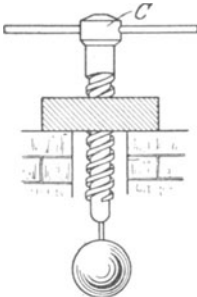


Abb. 31. Die Schraube als Maschine.

Jede schrägstehende Leiter ist eine schiefe Ebene, jede bergan führende Straße, jede Treppe. Ein unbegrenztes Anwendungsgebiet findet die schiefe Ebene als Grundlage für zwei andere einfache Maschinen: die Schraube und den Keil. Wir benutzen die Schraube in den Schraubenpressen (auch der primitiven Kopierpresse) und in Vorrichtungen, bei denen man mit Hilfe von Schrauben wie in Abb. 31, Lasten hebt. Den Keil (Abb. 32) benutzen wir an jedem schneidenden

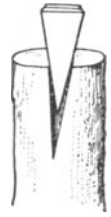


Abb. 32. Der Keil.

Werkzeug als Messer, Schere und Axt und in Fällen, in denen man ihn unter eine Last treibt, um sie zu heben.

Schraube. Keil. Daß die *Schraube* eine schiefe Ebene ist, lehrt Abb. 33: Ein rechtwinkliges Dreieck um einen Zylinder von kreisförmigem Querschnitt herumgelegt, so daß es ihn fest umschließt, beschreibt mit der Hypotenuse AB auf ihm eine Schraubenlinie. Ist die Länge CB gleich dem Zylinderumfang, so daß, nachdem das Dreieck ABC um den Zylinder herumgelegt worden ist, Punkt B auf Punkt C fällt, so heißt die Länge des Schraubengewindes ein *Schraubengang*. Die Linie AB ist offenbar eine schiefe Ebene mit AC als Höhe, AB als Länge und BC als Basis. Ein biegsamer Stab an Stelle von AB (z. B. von quadratischem Querschnitt), der bei der Umwindung die Schraubenlinie deckt, bildet auf dem Zylindermantel einen schraubenförmigen vorspringenden Rand, das *Schraubengewinde*. Die Schrauben haben stets mehrere Schraubengänge (Abb. 31), die alle in derselben Weise entstanden zu denken sind. — Kräfte übertragen kann die Schraube aber erst durch die

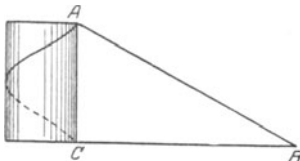


Abb. 33. Die schiefe Ebene als Schraube.

— Kräfte übertragen kann die Schraube aber erst durch die

Schraubenmutter: man schneidet in die Wand eines Hohlzylinders von kreisförmigem Querschnitt und dem Durchmesser des Zylinders der Abb. 31 dasselbe Gewinde, das auf dem Zylinder ein Hochrelief darstellt, als Tiefrelief ein. Das ist die Schraubenmutter. Wird die Schraube in die Schraubenmutter eingeführt, also die *eine* schiefe Ebene auf die *andere* gelegt (Abb. 31) und der Wirkung der Schwere überlassen, so gleitet sie mit ihrem Gewinde in dem Schraubengewinde der Mutter entlang. (Vorausgesetzt, daß keine Reibung zwischen beiden besteht. In der Praxis kann sie niemals vollkommen beseitigt werden.) Soll die Wirkung der Schwerkraft aufgehoben werden, so muß ihr, wie an der schiefen Ebene, eine Kraft entgegenwirken. Diese Kraft kann man hier an dem Umfange C der Schraube wirken lassen, d. h. wie in Abb. 29 parallel zur Basis der schiefen Ebene, aus der die Schraube hervorgegangen ist. Sie ist im selben Verhältnis kleiner als die, der das Gleichgewicht gehalten werden soll, wie wir es an der schiefen Ebene gefunden haben.

In ähnlichen Beziehungen zueinander stehen die Kräfte, die einander am *Keil* das Gleichgewicht halten. Der Keil ist ein dreiseitiges Prisma (Abb. 32), in dem der eine Körperwinkel im Vergleich mit den beiden anderen sehr spitz ist. Die beiden Ebenen, die den spitzen Winkel einschließen, heißen die *Seiten*, die dritte Ebene heißt der *Rücken* und die dem Rücken gegenüberliegende Kante die *Schneide* des Keiles. Hat der Keil einen Körper auseinandergetrieben, so üben die auseinandergepreßten Teile einen Druck auf ihn aus und treiben ihn, falls die Reibung zwischen ihm und den ihm anliegenden Körperteilen klein genug ist, wieder hinaus, sobald die Kraft zu wirken aufhört, die ihn *hineingetrieben* hat. Auch beim Keil spielt die Reibung eine große Rolle. Ein Beil, das man in einen Holzpflöck getrieben hat, wird, auch *ohne daß* eine Kraft auf den Rücken des Beiles wirkt, keineswegs aus dem Holzpflöck hinausgetrieben. Wenn aber die Reibung gänzlich (oder nahezu) ausgeschlossen werden könnte, so würde es infolge des Druckes, den die auseinandergetriebenen Holzteile auf seine Seiten ausüben, hinausgeschleudert werden. Um den Keil dann trotz dieses Druckes in seiner Lage zu erhalten, müßte auf seinen Rücken eine darauf abzielende Kraft wirken. Aber es genügt eine desto kleinere dazu, je schärfer der Keil ist. Alle schneidenden Instrumente, wie Messer, Meißel, Hobel usw. beruhen auf der Wirksamkeit des Keiles.

In welchem Verhältnis die Kräfte zueinanderstehen, die am Keil einander das Gleichgewicht halten, zeigen Abb. 34 und 35. Ein rechteckiger Keil ist unter einen Balken getrieben worden, der die Mauer stützen soll, um sie zu verhindern, nach rechts umzustürzen. Die Mauer drückt gegen den Balken, und dieser gegen den Keil, und würde, ihn parallel zum Erdboden hinausschleudern, wenn die Reibung das nicht verhinderte. Bestünde zwischen dem Keil und dem Erdboden keine Reibung, so müßte man gegen den Rücken des Keiles parallel zum Erdboden eine Kraft ausüben, um den Keil in Ruhe zu erhalten. Wie groß muß diese Kraft sein im Verhältnis zu dem Druck L des Balkens? Der Druck L wirkt senkrecht zu der Keilseite AB , aber nur die zu BC senkrechte Komponente l sucht den Keil hinauszutreiben. Die zum Erdboden senkrechte spielt für den Vorgang keine Rolle (der Widerstand des Erdbodens hebt sie auf). Die Kraft P , die man von außen senkrecht gegen den Keilrücken wirken lassen muß, muß man also gleich l machen. Die Abbildung zeigt, daß $l/L = BC/BA$ ist, daß also l desto kleiner ist, je niedriger die Kathete BC im Verhältnis zur Hypotenuse ist, d. h. je *spitzer* der Keil ist — wie die alltägliche Erfahrung bestätigt am Messer, Beil, Nadel, Nagel u. dgl., die desto leichter eindringen, je spitzer sie sind.

Die Reibung als Bewegungshindernis. Bei der Beantwortung der Frage: wie groß muß die Kraft sein, um *unter Mitwirkung der Maschine* einer Last von gegebener Größe das Gleichgewicht halten zu können? — haben wir bisher von der Reibung abgesehen. Aber sie macht ihren Einfluß *überall* geltend. Ein Körper auf einer schiefen Ebene gleitet keineswegs ohne weiteres herunter. Für gewöhnlich bleibt er liegen (außer wenn die schiefe Ebene ziemlich steil ist oder der

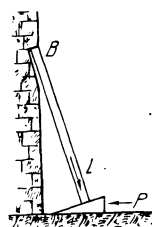


Abb. 34.
Eine Anwendung
des Keiles.

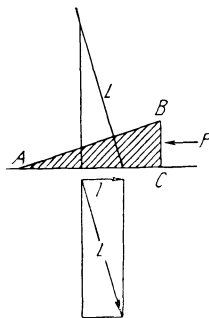


Abb. 35. Zur Bedingung,
unter der Kräfte am Keil
einander aufheben.

Körper eine entsprechende Form hat). Die *Reibung* hält ihn fest. Je vollkommener aber die Oberfläche ist, sowohl der schiefen Ebene wie des Körpers, desto weniger steil braucht die schiefe Ebene zu sein, auf der der Körper herabgleitet. Eine Methode, die *Reibung* zu messen, beruht geradezu darauf, den *Neigungswinkel* zu messen, bis zu dem man eine Ebene von der Horizontalebene abweichen lassen kann, ohne daß der darauf befindliche Körper heruntergleitet.

Versucht man, die Masse m (Abb. 36) an der Schraubenfeder auf der horizontalen Unterlage T entlangzuziehen, so muß man die Feder bis zu einem gewissen Grade spannen, ehe sich m zu bewegen anfängt. Die Größe dieser Spannung entspricht aber nicht dem zweiten NEWTONSchen Bewegungsgesetz, sondern sie ist größer. Man kann sie wie an der Briefwaage durch ein Gewicht messen. Ist m z. B. 1000 g und muß man dann das Gewicht von 600 g auf die Spannung der Feder wenden, ehe sich m bewegt, so heißt das: man muß $\frac{3}{5}$ der Kraft, mit der die Masse auf die Unterlage drückt, dazu aufwenden, um die Reibung von m an T zu überwinden, die Zahl $\frac{3}{5}$ heißt *Haftungskoeffizient* oder *Reibungskoeffizient der Ruhe*. Man findet dieselbe Zahl, wenn man m

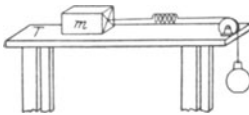


Abb. 36. Überwindung der Reibung durch ein Gewicht.

auf die schiefe Ebene legt und untersucht, welchen Neigungswinkel man der Ebene geben kann, ehe m herabzugleiten anfängt. (Von diesem Winkel hängt auch der *Haftungswinkel* [Böschungswinkel] ab, unter dem sich Sandhaufen, Haufen von Getreidekörnern u. dgl. stehend erhalten.) Um die in *Bewegung geratene Masse* m in Bewegung zu erhalten, reicht eine viel geringere Spannung der Feder aus, vielleicht $\frac{2}{5}$ des Gewichtes

von m . Diese Zahl, der *Reibungskoeffizient*, ist nicht nur für verschiedene Stoffpaare sehr verschieden, auch für dasselbe Stoffpaar ändert sie sich je nach der Beschaffenheit der Oberflächen, Schmiermittel zwischen den Flächen (Öl, Graphit, Fett u. dgl.) verkleinern sie wesentlich.

Von allen Bewegungsarten und -mechanismen findet das Rollen auf gut geschmierten Rädern den geringsten Reibungswiderstand. Der Reibungskoeffizient ist hier viel kleiner als beim Gleiten. Ein Wagenrad hat am Umfange

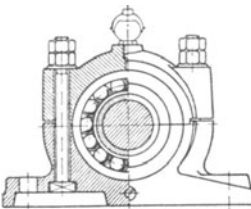


Abb. 37. Kugellager zur Einschränkung der Reibung.

rollende, an der Achse gleitende Reibung; um auch an ihr die Reibung in rollende zu verwandeln, verwendet man die *Kugellager* (Abb. 37). Preßt man aneinandergleitende Flächen stärker und stärker gegeneinander, so wird die Reibung wesentlich größer. Bewegung hervorzurufen erfordert dann viel größere Kraft, und im Gange befindliche Bewegung wird dadurch stark verlangsamt. Hierauf besonders beruht die Anwendung der *Bremse* an den Wagenrädern.

Man wendet die Reibung absichtlich und unabsichtlich auf Schritt und Tritt an. Man würde sich nicht bewegen können, nicht zu Fuß noch sonst wie, wenn nicht die Reibung verhinderte, daß man an Ort und Stelle ausgleitet, man würde auch nicht beim Sitzen oder Liegen oder Stehen in Ruhe bleiben können, wenn nicht die Reibung das Abgleiten an der Unterlage verhinderte. Die Entzündung des Streichholzes an der Reibfläche infolge seiner Erwärmung durch die Reibung — der Reibzylinder mit AUERSchem Cer-Eisen oder Cer-Magnesium — zählt schon zu den bewußt technischen Anwendungen. Die Technik wendet die Reibung in vielerlei Vorrichtungen an (Bremsdynamometer).

Bewegungen, die wir mit mechanischen Mitteln erzeugen können, und die sichtbar sind, bleiben, auch nachdem die bewegenden Kräfte zu wirken auf-

gehört haben, im allgemeinen noch eine Zeitlang sichtbar, aber man sieht sie *langsamer* werden und schließlich aufhören, z. B. die Bewegung eines von der Lokomotive losgehängten, aber noch rollenden Eisenbahnwagens, die Bewegung eines nicht mehr geruderten, aber noch gleitenden Kahnens usw. — Wirkungen der Reibung. Aber die Bewegung hat nur *sichtbar* zu sein aufgehört; in Wirklichkeit hat sie sich in eine *andre* Bewegung *verwandelt*, die zwar nicht *sichtbar*, aber an ihrer *Wirkung* wahrnehmbar ist: die aneinander geriebenen Flächen haben sich *erwärmt*. Der gewöhnlichen Vorstellung erscheint die *sichtbar* zu Ende gegangene Bewegung *vernichtet*.

Und im allgemeinen ist die Erwärmung auch nicht groß genug, um ohne weiteres wahrnehmbar zu sein. Aber unter Umständen ist sie es, z. B. wenn eine *sehr schnelle* Bewegung einer Masse *plötzlich* aufgehoben oder plötzlich stark verlangsamt wird. An einem Eisenbahnwagen, der gebremst wird, erhitzen sich die Bremsklötze an den Rädern und die Räder selbst so stark, daß die Erwärmung der betastenden Hand als „Temperaturerhöhung“ fühlbar wird; die Meteore, die aus dem luftleeren interstellaren Raum in die Atmosphäre der Erde schießen, erhitzen sich durch die Luftreibung an ihrer Oberfläche so stark, daß sie aufleuchten; ein fliegendes Geschloß, das ein Widerstand leistender Stoff hemmt, kann sich so stark erhitzen, daß es oberflächlich schmilzt u. a. m.

2. Die Bewegung wird durch eine Achse beschränkt (vgl. S. 44).

Die Untersuchung der Drehung um eine Achse ist unsere nächste Aufgabe; sie wird uns außer neuen Bewegungserscheinungen auch eine neue Klasse von Maschinen kennen lehren. Unsere Vorstellung von dem Körper, der nur aus einem materiellen Punkt besteht, reicht nun nicht mehr aus. Wir müssen jetzt den Körper einführen, der aus einer Vielheit von materiellen Punkten besteht.

Der starre Körper. Wir setzen bis auf weiteres das System materieller Punkte, kurz: den materiellen Körper, der nunmehr an die Stelle des einen materiellen Punktes in unseren Ausführungen tritt, als *starr*en Körper voraus. Wir verstehen darunter ein System von zusammengehörigen Massenpunkten, die dauernd denselben Abstand voneinander haben. Die Körper der Wirklichkeit sind nicht vollkommen starr, sie verändern unter dem Angriff einer Kraft ihre Form mehr oder weniger, aber für die folgenden Untersuchungen wollen wir die Starrheit als vollkommen voraussetzen. Um uns die Unveränderbarkeit der gegenseitigen Abstände zu veranschaulichen, denken wir uns die Punkte wie m_1 und m_2 untereinander durch starre gerade Linien verbunden; oder auch jeden Punkt (Abb. 38) von gleich großen und entgegengesetzt gerichteten Kräften angegriffen, deren Richtungen in die Verbindungsgerade der Punkte fallen, wie wenn die Punkte einander gleichzeitig und gleich stark anziehen und abstießen. Aus der Unveränderbarkeit der Abstände folgt unmittelbar, daß, wenn sich auch nur *ein* Massenpunkt des Körpers bewegt, sich *alle* bewegen, weil sie ihren Abstand voneinander, also auch von jenem bewegten Punkte, behalten sollen. Kurz: die einzelnen Massenteilchen können sich nicht gegeneinander verschieben, d. h. der Körper muß dauernd seine Form beibehalten — das unterscheidet den starren Körper von dem flüssigen und dem gasförmigen.

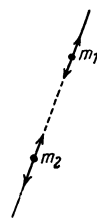


Abb. 38. Der gegenseitige Abstand der Massenpunkte m_1 und m_2 eines starren Körpers ist unveränderlich.

Bewegungsfreiheit und Bewegungsbeschränkung. Die schiefe Ebene interessiert uns jetzt nicht weiter als *Maschine*, aber sie interessiert uns aus einem anderen Grunde. Ein reibungsfreier Körper, den man auf die schiefe Ebene bringt und der Einwirkung der Schwerkraft überläßt, bewegt sich die Ebene bergab (mit der Beschleunigung $g \cdot \sin \alpha$). Wäre die schiefe Ebene nicht da gewesen, so hätte er sich ganz anders bewegt — vertikal nach unten (mit der

Beschleunigung g). Die schiefe Ebene hat ihm also eine Bahn vorgeschrieben, somit seine Bewegungsfreiheit eingeschränkt. [Zuwege bringt sie diese Einschränkung, indem sie von der auf den Körper einwirkenden Kraft (der Schwerkraft) eine Komponente auslöscht (die zur schiefen Ebene senkrechte Druckkomponente MQ , Abb. 29) und eine Komponente übrigläßt (die zur schiefen Ebene parallele bergab gerichtete Komponente MR), der der Körper nun folgt. Gerade dadurch, daß sie einen Teil jener Kraft aufhebt, kann sie als Maschine im Sinne der Definition (S. 46) mitwirken.] Die Bewegung war nur insofern beschränkt, als der Körper nicht jede beliebige Bahn einschlagen, sich vielmehr nur auf einer ihm vorgeschriebenen bewegen konnte. Aber er hat sich doch

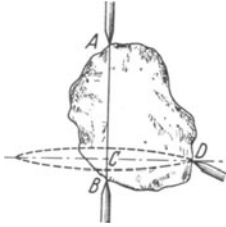


Abb. 39. Starrer Körper, an drei Punkten festgehalten, die nicht in gerader Linie liegen, daher unbewegbar. Werden nur A und B festgehalten, so ist er um AB als Achse drehbar. (Entsprechendes gilt für A und D , ebenso für B und D .)

als Ganzes weg bewegt, keiner seiner Punkte hat seinen ursprünglichen Ort relativ zu seiner Umgebung behalten. Die Bewegungsbeschränkung ist offenbar dann am größten, wenn alle Punkte des Körpers an ihrem Ort festgehalten werden. Um das zu erreichen, braucht man nur drei Punkte des Körpers, die nicht in gerader Linie liegen, festzuhalten, wie in Abb. 39 durch drei feststehende Spitzen; was für eine Kraft ihn auch angreift, sie wird durch die Befestigungsvorrichtungen aufgehoben, die das Bewegungshindernis bilden. Halten wir nur zwei Punkte fest, Abb. 46, so ist die Bewegung möglich, die wir *Drehung um eine feste Achse* nennen, wie die Drehung eines Windmühlenflügels, halten wir nur einen fest, Abb. 40—42, diejenige, die man *Drehung um einen festen Punkt* nennt (wie die Drehung eines Kreisels. Was man unter einem Kreisel versteht s. S. 111 u.).

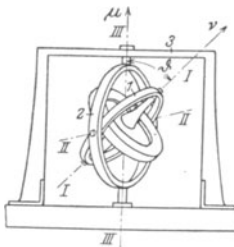


Abb. 42.

CARDANOSCHES GEHÄNGE. Man macht eine der drei durch den Schwerpunkt (S. 62) gelegten Achsen zum Durchmesser des inneren Ringes I; in dem Ring I kann sich der Körper um diesen Durchmesser (Achse I) drehen. Der Ring I kann sich um den zu I senkrechten Durchmesser (Achse II) im äußeren Ring 2 drehen, und der Ring wieder gegen das feste Gestell 3 um einen zur Achse II senkrechten Durchmesser (Achse III). Der in dem innersten Ringe befindliche Körper verhält sich dann, wie wenn er an einem einzigen Punkte, dem Schnittpunkte der Achsen I, II, III festgehalten würde, und kann jede beliebige Drehung um diesen Punkt ausführen.

gemeinsame (Schnitt-) Punkt ist er dann der *einzig* festgehaltene, dauernd ruhende Punkt des Körpers, und um diesen kann sich der Körper beliebig drehen. Wie

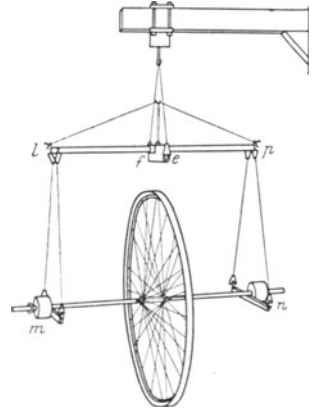


Abb. 40. Kreiselaufhängung nach PRANDTL.

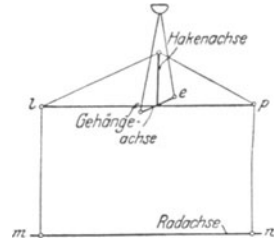


Abb. 41. Kreiselaufhängung nach PRANDTL. Durch die Parallelogrammführung $l m n p$ hängt das Kreisrad an dem Waagebalken $l p$, der selbst um die Achse ef drehbar ist und an einem um die Vertikale drehbaren Haken hängt. Die Aufhängung des Kreisels ist derart, daß der Mittelpunkt des Rades in Ruhe bleibt bei Drehungen um die Radachse, bei Drehungen der ganzen Vorrichtung um die Vertikale durch den Aufhängepunkt (die Hakenachse) und bei Drehungen um die dazu senkrechte Achse ef (die Gehängeachse). Ferner ist dafür gesorgt, daß der Kreisel der Schwerkraft entzogen ist. Auch bei Schwenkung des Kreisels um ef ist der Schwerpunkt (S. 62) des ganzen Systems in Ruhe, der Radmittelpunkt ist es zwar nicht streng, aber seine Verschiebungen sind bei den in Betracht kommenden Schwanckungen ganz unbedeutend.

verwirklicht man diesen Plan? Antwort: Man hängt den Körper z. B. so auf wie in Abb. 40 das Rad (Kräftefreie Kreiselaufhängung nach PRANDTL); der Körper kann sich um jede der in Abb. 41 bezeichneten drei Achsen *gleichzeitig* drehen, nur ihr gemeinsamer Schnittpunkt ist unbeweglich. Oder man bringt ihn in das CARDANOSCHE Gehänge (Abb. 47). Es besteht aus drei einander umschließenden Reifen (1, 2, 3 als Gestellrahmen) mit senkrecht aufeinanderstehenden Durchmessern (I, II, III) (rechtwinkligen Koordinatenachsen vergleichbar), jeder Reifen in dem ihm nach außen benachbarten um den Durchmesser als Achse drehbar. Die Massen der Ringe (1, 2) sind stets klein gegen die Masse des Kreisels.

Freiheitsgrad. Man spricht angesichts der Möglichkeit, die Bewegungsfreiheit mehr oder weniger einzuschränken, von dem *Freiheitsgrad* eines materiellen Punktes (auch eines zum starren Körper verbundenen *Systems* von materiellen Punkten). Der Ort eines materiellen Punktes im Raume ist durch drei Koordinaten xyz bestimmt. Ist er *frei* beweglich, so kann sich jede von ihnen unabhängig von den beiden andern verändern; man nennt unabhängig veränderliche Koordinaten „freie“ Koordinaten. Ein frei beweglicher Punkt hat also drei *freie* Koordinaten, man sagt: er hat *drei Freiheitsgrade*. Ist aber der materielle Punkt gezwungen, auf einer bestimmten Fläche, z. B. auf einer Kugelfläche, zu bleiben, dann müssen die Koordinaten xyz eine vorgeschriebene Gleichung erfüllen ($x^2 + y^2 + z^2 = r^2$). Diese macht *eine* von den drei Koordinaten von den zwei andern *abhängig* (unfrei). Der materielle Punkt hat dann nur noch zwei freie Koordinaten (zwei Freiheitsgrade). Diese zwei gestatten ihm *auf der Kugelfläche* jede beliebige Bewegung. Ist er aber gezwungen, sich nur längs einer vorgeschriebenen *Kurve* zu bewegen, z. B. längs des Äquators der Kugelfläche (in der xy -Ebene), so sind bereits zwei von seinen drei Koordinaten unfrei, die z -Koordinate ist ja dauernd Null, und zwischen den beiden andern besteht die Gleichung $x^2 + y^2 = r^2$, so daß auch von diesen eine unfrei ist; er hat nur noch *eine* freie Koordinate (*einen* Freiheitsgrad). Kann er sich überhaupt nicht bewegen, so hat er überhaupt keine freie Koordinate — sein Freiheitsgrad ist Null. Kurz: die Anzahl seiner Freiheitsgrade ist gleich der Anzahl seiner freien Koordinaten. — Was wir der Anschaulichkeit halber an einer Kugelfläche erläutern haben und an einem Kreise (ihrem Durchschnitt mit der xy -Ebene), gilt für jede Fläche und für jede Kurve.

Ein freier Körper hat sechs Freiheitsgrade, nämlich drei Verschiebungen und drei Drehungen (um Winkel von soundso viel Grad); zwingt man ihn auf einer Fläche (einer Kurve) zu bleiben, so verliert er einen (zwei) davon. Ein Körper, von dem man einen Punkt festhält (Abb. 42), hat nur drei Freiheitsgrade, die drei Drehungen; ein Körper, von dem man zwei Punkte festhält (Abb. 46), hat nur noch einen Freiheitsgrad, die Drehung um die durch sie bestimmte Gerade als Achse. Ein (*hantelförmiges*) Gebilde (Abb. 43) aus zwei starr miteinander verbundenen Massenpunkten — wir begegnen ihm später als zweiatomigem Molekül — kann fortschreiten mit drei Freiheitsgraden und rotieren um eine zur Verbindungsgeraden senkrechte Achse, hat daher noch zwei weitere, also im ganzen 5 Freiheitsgrade. Die Rotation um die Verbindungsgerade selber, die *Symmetrieachse*, scheidet aus, weil die Energie, die auf das so rotierende Gebilde entfällt, belanglos ist. Aus demselben Grunde ordnet man auch der Rotation des kugelförmigen Atoms nicht irgendwelche Freiheitsgrade zu.

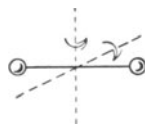


Abb. 43. Hantelförmiges Gebilde aus zwei starr miteinander verbundenen Massenpunkten.

Der auf je einen Freiheitsgrad der Bewegung entfallende Energiebetrag¹. Der Freiheitsgrad einer Bewegung spielt eine Hauptrolle in der statistischen Mechanik. Was versteht man darunter? Wir verweisen beispielsweise auf die leicht faßlichen statistischen Grundvorstellungen der kinetischen Gastheorie, die ein Gas auffaßt als einen Schwarm von Myriaden durcheinander wimmelnder kleinster Teilchen, und auf die hierauf fußende mechanische Begründung eines Gasgesetzes (S. 176 u.), das der alltäglichen Vorstellung nach mit Bewegung von Massenteilchen nichts zu tun zu haben scheint. Von der kinetischen Theorie der Gase aus hat sich die statistische Mechanik (GIBBS, MAXWELL, BOLZMANN) entwickelt: sie macht möglichst allgemeine Aussagen über das makroskopische Verhalten von Körpern, die aus sich bewegenden Molekülen bestehen, die selber den Gesetzen der Mechanik gehorchen. So ist z. B. der Molekulartheorie zufolge die Wärme nur eine besondere Form² der mechanischen Energie der kleinsten Teilchen der Körper, und die Wärmeeigenschaften der Gase werden in der kinetischen Gastheorie nur auf Grund der Molekulartheorie behandelt. Einer der Hauptsätze der statistischen Mechanik ist der Satz von der gleichmäßigen Verteilung der Energie. Wir gebrauchen ihn später. Er bedeutet auf ein Gas angewendet folgendes: ein Gas, wie es die kinetische Gastheorie sich vorstellt, ist (s. o.) ein Schwarm von Myriaden durcheinander wimmelnder kleinster Teilchen. Das Gas sei einatomig, d. h. jedes kleinste Gasteilchen enthalte nur ein Atom, das Gas hat irgendeine (absolute) Temperatur, die wir T nennen. (Wir verstehen hier unter Temperatur nur eine Zahl, die dem augenblicklichen Zustande des Gases zugeordnet ist.) Die gegeneinander prallenden Gasteilchen tauschen kinetische Energie miteinander aus und setzen sich so im Laufe der Zeit in ein statistisches Gleichgewicht: in jedem Kubikzentimeter bleibt das Mischungsverhältnis der verschieden schnellen Teilchen ständig dasselbe, weil ständig ebenso viele Teilchen das Kubikzentimeter verlassen wie darin eintreten. Der Satz von der gleichmäßigen Verteilung der kinetischen Energie sagt dann aus: im statistischen Gleichgewicht und bei der (absoluten) Temperatur T besitzt jeder Freiheitsgrad eines mechanischen Systems im Mittel die kinetische Energie $1/2 \cdot kT$. (Die Definition von k s. S. 180). Ein System von f Freiheitsgraden besitzt also bei der Temperatur T eine mittlere kinetische Energie $f \cdot 1/2 \cdot kT$. So ist z. B. das Atom eines einatomigen Gases (Argon) ein Gebilde von 3 Freiheitsgraden, wenn man es als „Massenpunkt“ betrachtet. Seine kinetische Energie bei der Temperatur T des Gases ist daher im Mittel gleich $3/2 \cdot kT$, unabhängig von seiner Masse und allein von T abhängig. („Im Mittel“ — sowohl wenn man ein einzelnes bestimmtes Atom längere Zeit verfolgt und das Mittel bildet, als auch, wenn man in einem bestimmten Moment eine zahlreiche Gesamtheit von Atomen erfaßt und das Mittel bildet.) Enthält das Gas N einatomige Moleküle, so enthält es hiernach bei der Temperatur T im Mittel die Energie $3/2 \cdot kT \cdot N$, enthält es N hantelförmige Moleküle (Abb. 43), so besitzt es im Mittel die Energie $5/2 \cdot N \cdot kT$ usw. Wir haben nur fortschreitende Bewegung und Rotation der kleinsten Teilchen berücksichtigt. Wie aber, wenn die kleinsten Teilchen auch um eine Ruhelage schwingen (wie Pendel)? Dann verteilt sich die Energie pro Freiheitsgrad ganz anders³.

Materieller Körper. System materieller Punkte. Erhaltung der Bewegungsgröße. Massenmittelpunkt. Die Verschiedenheit der mechanischen Eigenschaften der Körper, d. h. ihrer Art, auf äußere Eingriffe (von außen auf das System

¹ Der „Gleichverteilungssatz“ fügt sich logisch hier ein, wird aber erst viel später gebraucht (S. 343), und kann vorläufig übergangen werden.

² In diesem Sinne ist der berühmt gewordene Titel des Buches von TYNDALL zu verstehen: Heat, a mode of motion, die Wärme eine Form der Bewegung.

³ Hier greift die Quantentheorie ein. Sie bedeutet für den Aufbau der Energie, was die Atomtheorie für den Aufbau der Materie bedeutet. An die Stelle von kT tritt jetzt kT mal einem Bruch, der um so kleiner ist, je schneller das Teilchen schwingt (man sagt: je größer seine Schwingungszahl ν pro Sekunde ist) und je tiefer die Temperatur T ist, bei der das Gleichgewicht besteht. Für kleine ν und für große T nähert sich der Bruch der Eins, für große ν und für kleine T wird er verschwindend klein. Statt kT mal diesem Bruch schreiben wir:

$$\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$
 Die Bedeutung von h (PLANCKSche Konstante) lernen wir später kennen, ν ist die Schwingungszahl. Entwickelt man $e^{\frac{h\nu}{kT}}$

nach Potenzen von $h\nu/kT$ und vernachlässigt man die Glieder mit höheren Potenzen, so wird $e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 = \frac{h\nu}{kT}$ und es ergibt sich auch hier kT als mittlere Energie pro Freiheitsgrad. Ist $h\nu/kT$ sehr klein, T also sehr groß, dann darf man die höheren Potenzen vernachlässigen. Bei hoher Temperatur T ist also die mittlere Energie pro Freiheitsgrad nach der Quantentheorie ebenso groß wie nach der „klassischen“ Mechanik.

wirkende Kräfte) zu reagieren, erklären wir daraus, daß die einzelnen materiellen Punkte der verschiedenartigen Körper mit unterschiedlichen Kräften aufeinander (im *Innern* des Punktsystems!) wirken, die der starren anders als die der flüssigen oder der gasförmigen; die der harten Körper anders als die der weichen u. dgl. m. Zunächst setzen wir aber von diesen inneren Kräften nichts weiter voraus als: je zwei Massenpunkte wirken aufeinander mit *gleich* großen und einander entgegengesetzten Kräften, d. h.: wirkt Massenpunkt m_1 auf Massenpunkt m_2 mit der Kraft q , so wirkt m_2 auf m_1 mit $-q$. Die *inneren* Kräfte haben dann auf den Bewegungszustand des Punktsystems keinen Einfluß, ebensowenig wie die inneren Kräfte in dem durch Abb. 38 oder Abb. 15 veranschaulichten System. Nur *äußere* Kräfte — d. h. solche, die von Punkten *außerhalb* des Systems herrühren — haben Einfluß darauf.

Besteht das System aus zwei Massenpunkten m_1 und m_2 und wirken in der Richtung der sie verbindenden Geraden Kräfte, die von Massen *außerhalb* des Systems herrühren, so erhalten m_1 und m_2 in der Zeit t die Geschwindigkeiten v_1 und v_2 . Dann ist $p_1 t = m_1 v_1$ und $p_2 t = m_2 v_2$ und daher $(p_1 + p_2) t = m_1 v_1 + m_2 v_2$. Die Summe rechts heißt die *Bewegungsgröße* (auch die Impulsgröße) *des Systems*. Wirken auf m_1 und m_2 auch noch *innere* Kräfte, d. h. solche, die die Massen *gegenseitig* aufeinander ausüben, so sind diese Kräfte gleich und einander entgegengesetzt: q und $-q$. Die Summe der Antriebe ist dann $(p_1 + p_2 + q - q) t = (p_1 + p_2) t$, wie zuvor, und die Bewegungsgröße des Systems ist dieselbe. Also nur die *äußeren* Kräfte bestimmen die Bewegungsgröße des Systems, d. h. nur die von Massen außerhalb des Systems herrührenden. — Dieselbe Überlegung können wir für beliebig viele freie Massen $m_1 m_2 m_3 \dots$, Kräfte $p_1 p_2 p_3 \dots$, Geschwindigkeiten $v_1 v_2 v_3 \dots$ anstellen. Wir zerlegen die Kräfte und die Geschwindigkeiten nach drei zueinander senkrechten Richtungen xyz . Wirken zwischen den Massen paarweise gleiche und entgegengesetzte innere Kräfte q und $-q$, r und $-r$, s und $-s$, so geben diese nach jeder der drei Richtungen auch paarweise gleiche und entgegengesetzt gerichtete Komponenten und sind ohne Einfluß auf die Summe der Antriebe. Die Bewegungsgröße wird auch dann wieder nur durch die äußeren Kräfte bestimmt. Dieses Gesetz heißt: *das Gesetz von der Erhaltung der Bewegungsgröße des Systems*.

Eine andere Form bekommt das Gesetz, wenn wir den *Massenmittelpunkt* des Systems einführen, der die Gesamtheit der einzelnen Massenpunkte des Systems in gewissem Sinne vertritt (man nennt ihn auch — aber in *diesem* Falle hier nicht ganz korrekt — *Schwerpunkt*). Wir definieren den Massenmittelpunkt so:

Wenn wir im Raume zwei Punkte mit den Koordinaten $x_1 y_1 z_1$ und $x_2 y_2 z_2$ haben, dann sind die Koordinaten des Mittelpunktes der Verbindungslinie $x_0 = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2}$, $z_0 = \frac{z_1 + z_2}{2}$. Ganz allgemein findet man: sind n Punkte $x_i y_i z_i$ gegeben (i durchläuft alle ganzen Zahlen von 1 bis n), so hat der Mittelpunkt des Punktsystems die Koordinaten:

$$x_0 = \frac{\sum x_i}{n}, \quad y_0 = \frac{\sum y_i}{n}, \quad z_0 = \frac{\sum z_i}{n}.$$

Neben diesen *geometrischen* Mittelpunkt stellen wir nun den *Massenmittelpunkt*. Denken wir uns in den Punkten $x_i y_i z_i$ Massen m_i angebracht, dann wollen wir einen Punkt *definieren* durch

$$\xi = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}, \quad \eta = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}, \quad \zeta = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i}.$$

Setzen wir noch $\sum m_i = \mu$, dann haben wir:

$$\mu \xi = \sum m_i x_i, \quad \mu \eta = \sum m_i y_i, \quad \mu \zeta = \sum m_i z_i.$$

Den so definierten Punkt nennen wir Massenmittelpunkt. Diese Definition des Massenmittelpunktes scheint an ein bestimmtes Bezugssystem gebunden zu sein, *scheint* sich also mit dem System zu ändern, tut das aber tatsächlich *nicht*. (Den Beweis übergehen wir.) Die Gleichung $\mu \xi = \sum m_i x_i$ legt eine Beziehung des Massensystems relativ zur yz -Ebene fest und gilt für *jedes* System, also auch für *jede* yz -Ebene.

Legen wir den Anfangspunkt eines Koordinatensystems in den Massenmittelpunkt, so wird $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$, und da in den soeben hingeschriebenen Gleichungen für $\xi \eta \zeta$ der Nenner $\sum m_i$ *nicht* Null ist, so muß sein: $\sum m_i x_i = 0$, $\sum m_i y_i = 0$, $\sum m_i z_i = 0$. Die rechnerische Behandlung von Fragen, in denen der Schwerpunkt eine Rolle spielt, vereinfacht sich daher oft wesentlich, wenn man den Anfangspunkt des Koordinatensystems in den Schwerpunkt legt (S. 93 m.).

In den Ausdrücken für $\xi \eta \zeta$ können sich $x y z$ gleichförmig oder gleichförmig beschleunigt ändern, je nachdem auf die zugehörigen Massen eine Kraft wirkt oder nicht, und je nachdem bewegt sich der *Massenmittelpunkt* ($\xi \eta \zeta$) gleichförmig oder beschleunigt oder auch gar nicht. Kommen nun *innere* Kräfte hinzu, die zwischen je zwei Massen m_1 und m_2 wirken, so entstehen dadurch einander entgegengesetzte Verschiebungen und in den Ausdrücken für $\xi \eta \zeta$ daher nur solche Zusätze, die einander gegenseitig aufheben. Die Bewegung des Massenmittelpunktes (Schwerpunktes) eines Systems wird also nur durch die *äußeren* Kräfte bestimmt.

Sind $v_1 v_2 v_3 \dots$ die Geschwindigkeiten von $m_1 m_2 m_3 \dots$ nach irgendeiner Richtung und V die Geschwindigkeit des Massenmittelpunktes nach *derselben* Richtung, dann ist $V = \frac{\sum m v}{\sum m}$ und wenn wir $\sum m = M$ der Gesamtmasse setzen,

so ist $V M = \sum m v$. Das bedeutet: Der Impuls eines Systems (Körpers) berechnet sich so, wie wenn seine ganze Masse in seinem Massenmittelpunkt enthalten wäre. Sind $\varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \dots$ Beschleunigungen der Massenpunkte $m_1 m_2 m_3 \dots$ nach irgendeiner Richtung und Φ die Beschleunigung des Massenmittelpunktes nach *derselben* Richtung, so erhalten wir entsprechend $\Phi = \frac{\sum m \varphi}{M}$, wir erhalten also die

Beschleunigung des Massenmittelpunktes nach einer Richtung, wenn wir sämtliche Kraftkomponenten nach *derselben* Richtung summieren und durch die Gesamtmasse dividieren. Der Massenmittelpunkt bewegt sich so, wie wenn die Gesamtmasse in ihm vereinigt wäre und die Kräfte nur in ihm angriffen. Nur unter Einwirkung einer *äußeren* Kraft erfährt der Massenmittelpunkt Beschleunigung.

Stoß. Der Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße eines Systems bietet z. B. die Grundlage für die rechnerische Behandlung des Stoßes. Der Stoß besteht aus zwei Vorgängen, während des ersten *nähern* sich die Schwerpunkte der zusammenstoßenden Körper einander (weil die Körper bei ihrem Zusammenprall einander abplatteln, deformieren), während des zweiten entfernen sie sich wieder voneinander (weil die Deformation wieder zurückgeht). Der erste Vorgang heißt Kompression, der zweite Restitution. Geht während der Restitutionsperiode die *ganze* Deformation zurück und wird während des Stoßes auch *nichts* von der mechanischen Energie in eine andere Energieform (Wärme) verwandelt, so heißt der Stoß *elastisch*. *Fehlt* die Restitutionsperiode ganz, so heißt der Stoß *unelastisch*. Der in *Wirklichkeit* eintretende (*halb*-elastische) Stoß liegt *zwischen* beiden.

Eine strenge Theorie des Stoßes gibt es bisher nicht. Man begnügt sich damit, gewisse idealisierte Grenzfälle zu berechnen. Hier sprechen wir nur vom *zentralen, geraden* Stoß zweier Kugeln A und B , deren Mittelpunkte sich auf derselben Geraden bewegen. Der Stoß heißt *zentral* oder er heißt *exzentrisch*, je nachdem die Verbindungsgerade der Schwerpunkte (hier der Mittelpunkte) mit der Stoßnormalen zusammenfällt oder nicht (d. h. mit der im Berührungspunkt beider Oberflächen gemeinsamen Normalen). Der Stoß heißt *gerade*, wenn die Körper *vor* ihm *keine Drehbewegung* besitzen und sich relativ zueinander nur in der Stoßnormalen bewegen; sonst heißt er *schief*.

Die beiden Kugeln der Abb. 44a bilden das System, dessen Bewegungsgröße uns interessiert. Sie bewegen sich in *derselben* Richtung, aber B bewege sich schneller als A . Daher überträgt beim Zusammenstoß B von ihrer Geschwindigkeit auf A : diese Übertragung erfolgt *im Verlaufe* der Kompressionsperiode (also *nicht momentan* s. u.), A und B platten einander ab. Sie tun das so lange, bis ihre Geschwindigkeiten einander gleich sind. Hiermit endet die Kompressionsperiode und von *da* an verläuft der Vorgang verschieden, je nachdem ob der Stoß elastisch oder ob er unelastisch ist. Es seien m_1 und m_2 die beiden Massen, v_1 und v_2 ihre Geschwindigkeiten *vor* dem Stoß, w_1 und w_2 die Geschwindigkeiten *nach* dem Stoß (positiv zu rechnen im Sinne der positiven x -Koordinaten). Nennen wir die Geschwindigkeit des Systems, also des den Massen *gemeinsamen* Massenmittelpunktes u_1 , so haben wir für die Bewegungsgrößen vor dem Stoß $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u_1$. Äußere Kräfte wirken auf die Massen nicht ein, daher ändert sich während des Stoßes die Bewegung des Massenmittelpunktes nicht. Ist der Stoß *unelastisch*, so bleiben die Massen m_1 und m_2 miteinander in Berührung und gehen mit einer ihnen und dem Massenmittelpunkt *gemeinsamen* Geschwindigkeit weiter, also mit der Geschwindigkeit u_1 . Die den beiden Massen gemeinsame Geschwindigkeit ist daher $u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$.

Das ist bei weichen (vollkommen unelastischen) Körpern die ihnen gemeinsame Geschwindigkeit nach dem Stoße. Sie nehmen die Geschwindigkeit Null an, kommen also infolge des Stoßes zur Ruhe, wenn $m_1 v_1 + m_2 v_2 = 0$ ist, d. h. wenn die Bewegungsgrößen gleich sind, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Anders bei dem elastischen Stoße. *In* dem Zeitpunkt, in dem die Kompressionsperiode *beendet* ist, ist auch hier die *gemeinsame* Geschwindigkeit $u_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$. Die Masse m_1 hatte (aus der Richtung von C herkommend von ihrer Geschwindigkeit *abgegeben* (Aktion) und sie auf u_1 verkleinert, also *um* $(v_1 - u_1)$. In der Restitutionsperiode erfährt m_1 einen Impuls nach C *hin* (Reaktion). Ihrer Geschwindigkeit u_1 wird dadurch noch einmal derselbe Betrag an Geschwindigkeit *geraubt*, den sie vorher freiwillig *abgegeben* hatte. Ihre Geschwindigkeit sinkt dadurch auf $u_1 - (v_1 - u_1) = 2u_1 - v_1$. Das ist ihre Geschwindigkeit (w_1) *nach* dem Stoß. Ähnlich findet man die Geschwindigkeit von m_2 nach dem Stoß $w_2 = 2u_1 - v_2$. Setzen wir in die Formeln für w_1 und w_2 den Wert u_1 ein (s. o.), so finden wir:

$$w_1 = \frac{m_1 v_1 + m_2 (2v_2 - v_1)}{m_1 + m_2} \quad w_2 = \frac{m_2 v_2 + m_1 (2v_1 - v_2)}{m_1 + m_2}$$

Ist $m_1 = m_2$, so wird $w_1 = v_2$ und $w_2 = v_1$, d. h. die Körper tauschen infolge des Stoßes ihre Geschwindigkeiten an. War m_1 *vor* dem Stoß in Ruhe, so bleibt m_2 *nach* dem Stoß in Ruhe und m_1 nimmt die ursprüngliche Geschwindigkeit von m_2 an. Das kann man an zwei einander gleichen nebeneinander aufgehängten Elfenbeinkugeln zeigen, von denen man die eine gegen die andere *ruhende* fallen läßt (Abb. 44b).

Die Übertragung der Bewegung erfolgt während einer *Kompressionsdauer*, sie erfolgt also *nicht momentan*. Auch das läßt sich zeigen: läßt man (Abb. 44c) die erste Kugel aus einer gewissen Höhe gegen die ruhenden stoßen, so steigt die äußerste ruhende bis zu der Fallhöhe der ersten, *alle anderen bleiben in Ruhe*. Übertrüge sich beim Stoße der ersten Kugel gegen die zweite die Bewegung *unmittelbar* auf die ganze Masse, dann würde der Bewegungsvorgang so verlaufen, wie wenn die erste Kugel auf eine andere von sechsfacher Masse — es sind sechs gleiche Kugeln — gestoßen wäre. So aber gibt jede Kugel die von der ersten herrührende Ge-

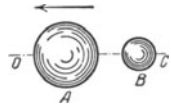


Abb. 44a. Zum zentralen geraden Stoß der Kugeln A und B .



Abb. 44b. Beim elastischen Stoß tauschen einander stoßende *gleich* große Massen ihre Geschwindigkeit aus.

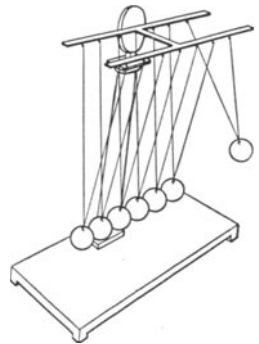


Abb. 44c. Die Übertragung der Bewegung beim Stoß erfolgt *nicht* „momentan“.

schwindigkeit an die in der Bewegungsrichtung nächste ab. — Daß sich die Bewegung von einem Körper auf einen anderen nicht „momentan“ überträgt, sieht man auch z. B. daran, daß eine Fensterscheibe, durch die man eine Kugel schießt, nicht zersplittert. — Auf der Anwendung der Gesetze vom unelastischen Stoß beruht das ballistische Pendel, mit dem man oft die Endgeschwindigkeit kleiner Geschosse mißt (S. 100 u.).

a) Der um eine feste Achse drehbare starre Körper in Ruhe (vgl. S. 49).

Werden A , B und D festgehalten (Abb. 39), so kann sich gar kein Punkt des Körpers bewegen. Werden nur A und B festgehalten, so kann sich D bewegen, aber nur so, daß er aus der Ebene der Zeichnung heraustritt (davor oder dahinter). Da sein Abstand von A und von B unveränderlich ist, also auch sein senkrechter Abstand CD von der Geraden AB , so kann er mit CD als Radius um C einen Kreis beschreiben (Abb. 45), der senkrecht auf AB steht, aber keine andere Bewegung ausführen. Was von D gilt, gilt von jedem Punkt außerhalb der Geraden AB . Da die Punkte sich nicht anders bewegen können als in Kreisen, deren Ebenen senkrecht auf AB stehen, können auch nur solche Kräfte Bewegung hervorrufen, deren Richtungen in Ebenen liegen, die senkrecht auf AB stehen. Die Kräfte müssen also graphisch durch gerade Linien in diesen Ebenen veranschaulicht werden können. Die Richtung einer Bewegung ist mit der der bewegendenden Kraft resp. Kraftkomponente identisch, die Richtung einer Kreisbewegung in jedem Punkte mit der der Tangente in dem Punkte (S. 10), daher müssen die Kräfte längs Tangenten an die bei der Bewegung möglichen Kreise wirken. Ihre Richtungsgeraden dürfen also in der zur Achse senkrechten Ebene nicht radial verlaufen, d. h. die Achse nicht schneiden. Andere Kräfte äußern sich zwar als Druck oder als Zug, werden aber, sei es durch

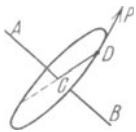


Abb. 45. Zur Drehung eines starren Körpers um eine festliegende Achse. AB Achse, P den Körper angreifende Kraft, D ein Punkt des Körpers.

die Starrheit des Körpers aufgehoben, sei es durch den Widerstand der Vorrichtung, die die Punkte A und B festhält. — Man nennt die Gerade AB eine Achse, die Punkte A und B ihre Pole, die Bewegung *Drehung* um die Achse und die dabei beschriebenen Kreise *Parallelkreise* (einander parallel, weil sie alle senkrecht auf derselben Geraden AB sind).

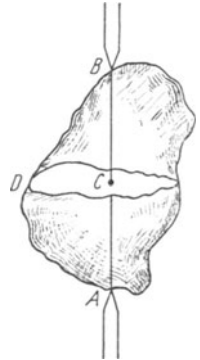


Abb. 46. Drehung des starren Körpers um eine festliegende Achse AB . D ein Punkt seiner Oberfläche. Durch D ein ebener Schnitt senkrecht zur Achse. Er schneidet sie in C .

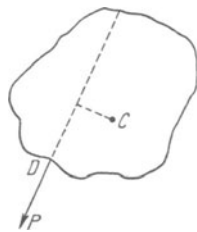


Abb. 47. Der Schnitt der Abb. 46 in die Zeichnungsebene gelegt. Kraft P fällt in diese Ebene.

Der Körper werde in den Punkten A und B von zwei unverrückbaren Spitzen festgehalten (Abb. 46) und sei um AB als Achse, die wir vertikal annehmen, drehbar — vertikal, weil dann die Schwerkraft parallel der Achse, also auf die Bewegung des Körpers ohne Einfluß ist. In D greife den Körper eine Kraft an. Wir legen durch D senkrecht zur Achse eine Ebene durch den Körper und legen sie in die Ebene der Zeichnung (Abb. 47). C bedeutet ihren Durchschnitt mit der Achse AB , B ist dann senkrecht über, A senkrecht unter C der Ebene der Abb. 47 zu denken. P sei die Komponente, deren Richtung in den durch D senkrecht zur Achse gelegten Schnitt fällt. Sie erzeugt Bewegung, weil sie in einer zur Drehachse senkrechten Ebene wirkt und die Achse nicht schneidet. Der Bewegungszustand des Körpers aber bleibt, infolge seiner Starrheit, derselbe — wir werden das sofort beweisen — ob wir P in D angreifen lassen oder ob wir P auf ihrer Richtungslinie verschieben, so daß ihr Angriffspunkt an einen anderen Punkt der

gelegten Schnitt fällt. Sie erzeugt Bewegung, weil sie in einer zur Drehachse senkrechten Ebene wirkt und die Achse nicht schneidet. Der Bewegungszustand des Körpers aber bleibt, infolge seiner Starrheit, derselbe — wir werden das sofort beweisen — ob wir P in D angreifen lassen oder ob wir P auf ihrer Richtungslinie verschieben, so daß ihr Angriffspunkt an einen anderen Punkt der

Richtungslinie fällt. Wir betrachten beide Fälle, um die Bedeutung des *statischen Momentes* daran hervortreten zu lassen, das für die Drehung eines Körpers wichtig ist.

Verlegung des Angriffspunktes einer Kraft. Seine Starrheit macht den Körper davon unabhängig, an welchem Punkte ihn eine Kraft angreift, *vorausgesetzt*, daß dieser Punkt auf der Richtungslinie der Kraft liegt. Es ist gleichgültig, ob (Abb. 48) die Kraft P in A oder in B auf der Geraden PC angreift. Wir können nämlich in B zwei Kräfte P_1 und P_2 wirken lassen, die einander gleich groß sind und einander entgegengesetzt gerichtet: sie heben einander auf. Machen wir nun jede gleich P und lassen wir sie längs der Geraden wirken, in der P wirkt, so können wir P und P_2 beseitigen, ohne an dem Zustand des Körpers etwas zu ändern, denn sie heben einander auf, weil sie A und B , die starr miteinander verbunden sind, d. h. die starre Gerade AB , nach entgegengesetzten Richtungen und gleich stark zu bewegen streben. Somit bleibt nur die Kraft P_1 im Punkte B bestehen, die dieselbe Richtung wie P hat, und dieselbe Größe, da wir P_1 gleich P gemacht haben. D. h. aber: P hat ihren Angriffspunkt auf ihrer Richtungslinie von A nach B verlegt. — Man denke sich unter dem starren Körper etwa einen auf Rädern fahrbaren Rahmen (in Abb. 49 von oben gesehen) und unter den Kräften P , P_1 , P_2 drei gleich starke Pferde: es ist gleichgültig, ob wir das Pferd P in A oder ob wir es in B anspannen.

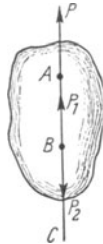


Abb. 48.

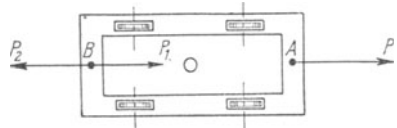


Abb. 49.

Man darf den Angriffspunkt einer Kraft, die einen starren Körper angreift, in der Kraftrichtung verschieben, den Angriffspunkt der Kraft P von A nach B .

Statisches Moment. Gleichgewicht zweier Kräfte am drehbaren Körper. Warum erzeugt P in D angreifend Bewegung? P ist (Abb. 50) in zwei Komponenten DR und DT zerlegbar. DR verläuft radial, erzeugt also keine Bewegung; sie könnte den Körper als Ganzes verschieben, aber das verhindert die Unverrückbarkeit von A und B (Abb. 46), oder sie könnte die Massenpunkte des Körpers gegeneinander verschieben, und das verhindert die Starrheit des Körpers. DT steht auf dem Radius CD senkrecht in D , ist also in D Tangente an die Kreisbahn, die D bei der Drehung des Körpers durchläuft. Sie erzeugt daher Bewegung des Punktes D und dadurch die Drehung des ganzen Körpers.

Wir hätten P nicht zu zerlegen brauchen, um das zu erkennen. Die Richtung von P ist Tangente an den Kreis, den man mit dem senkrechten Abstande CE als Radius um C beschreibt. Wird der Angriffspunkt der Kraft P von D nach E verlegt, so wirkt P am Punkte E in der Richtung der Bahn, die E bei der Drehung des Körpers um die Achse durchläuft; P muß daher Bewegung von E und somit Drehung des Körpers erzeugen. Die Wirkung der Kraft $DT (= T)$, die tangential in D angreift, ist gleich der Wirkung von P , die tangential in E angreift. Die Gleichheit erkennt man aus den rechtwinkligen Dreiecken CED und DTP . Sie sind einander ähnlich, weil ihre Winkel untereinander bezüglich gleich sind, und deswegen ist: $T/P = p/t$ oder $Tt = Pp$, d. h. die Produkte aus den Kräften und ihren senkrechten Abständen von der Achse sind einander gleich. Wir können also eine drehende Kraft, P , in ihrer Wirkung durch eine kleinere, T , ersetzen; nur müssen wir den Abstand der kleineren Kraft von der Achse in einem bestimmten Verhältnis größer machen, als den der größeren. In welchem Verhältnis, lehrt die Gleichung.

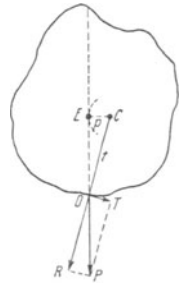


Abb. 50. Zum statischen Moment einer Kraft. Ebener Schnitt durch den Körper senkrecht zur Drehachse. C sein Durchschnitt mit ihr.

Die Produkte Tt und Pp heißen die *statischen Momente* oder *Drehmomente* von T und von P in bezug auf die Achse AB . Statisches Moment hat eine Kraft nur mit Bezug auf eine Drehachse. In bezug auf dieselbe Achse lassen sich Kräfte

d. h. wenn man LE und LG durch P und Q ersetzt, $P \cdot p = Q \cdot q$. Die Senkrechten p und q messen den Abstand der Kräfte P und Q von der Drehachse, die Produkte Pp und Qq bedeuten also die statischen Momente der Kräfte P und Q in bezug auf diese Drehachse.

Es ergibt sich also: Damit P und Q einander das Gleichgewicht halten, müssen sie *entgegengesetzten* Drehsinn und gleiche statische Momente in bezug auf die Drehachse haben. Pp hat denselben Zahlenwert wie Qq . Die Kräfte P und Q haben *einander entgegengesetzten* Drehsinn, die *Zahlen* P und Q sind daher zwei Zahlen mit entgegengesetzten Vorzeichen. p und q sind zwei Längen, die durch zwei Zahlen *ohne* Vorzeichen ausgedrückt werden. $P \cdot p$ und $Q \cdot q$ sind also zwei Zahlen, die gleich groß sind und entgegengesetztes Vorzeichen haben, ihre Summe ist also 0. Die Summe von Größen mit verschiedenen Vorzeichen nennt man eine „algebraische“ Summe. Die Gleichgewichtsbedingung $Pp = Qq$ oder $Pp - Qq = 0$ heißt daher: P und Q halten einander das Gleichgewicht, wenn die algebraische Summe ihrer statischen Momente in bezug auf die Drehachse Null ist.

Wenn beliebig viele Kräfte $P_1 P_2 P_3 \dots$ und $Q_1 Q_2 Q_3 \dots$ an dem Schnitt angreifen (Abb. 51) unter deren gleichzeitiger Einwirkung der Körper in Ruhe bleibt, und der Drehsinn der Kräfte $P \dots$ in den Abständen $p \dots$ von der Achse entgegengesetzt ist dem Drehsinn der Kräfte $Q \dots$ in den Abständen $q \dots$, so läßt sich beweisen, daß Gleichgewicht vorhanden ist, wenn $P_1 p_1 + P_2 p_2 \dots = Q_1 q_1 + Q_2 q_2 + \dots$, d. h. wenn die algebraische Summe der statischen Momente sämtlicher Kräfte Null ist.

Aus $P \cdot p = Q \cdot q$ folgt $Q/P = p/q$ und, je nachdem man diese Gleichung in der Form $\frac{n \cdot Q}{n \cdot P} = \frac{p}{q}$ oder in der Form $\frac{Q}{P} = \frac{n \cdot p}{n \cdot q}$ oder in der Form $nP \cdot \frac{p}{n} = \frac{P}{n} \cdot nq = nQ \cdot \frac{q}{n} = \frac{Q}{n} \cdot nq$ schreibt, folgt: 1. solange die Abstände p und q unverändert bleiben, dürfen, wenn der Körper in Ruhe bleiben soll, die Kräfte nur so verändert werden, daß wenn die eine verdoppelt, verdreifacht ... wird, auch die andere verdoppelt, verdreifacht ... werden muß; 2. solange die Kräfte P und Q ihrer Größe nach unverändert bleiben, dürfen, wenn der Körper in Ruhe bleiben soll, die senkrechten Abstände der Kräfte von der Achse nur so verändert werden, daß, wenn der Abstand der einen verdoppelt, verdreifacht ... wird, auch der der anderen verdoppelt, verdreifacht ... werden muß; 3. jede Kraft P oder Q darf durch ihren n^{ten} Teil ersetzt werden, wenn dieser n^{te} Teil in n mal so großem Abstände von der Achse wirkt usw. Das ist der Inhalt der Gleichung $P/Q = q/p$, der sich viel kürzer so fassen läßt: *Gleichgewicht ist vorhanden, wenn die Kräfte entgegengesetzten Drehsinn haben und sich ihrer Größe nach zueinander umgekehrt verhalten, wie ihre Abstände von der Achse.*

Beschreibt man mit p und q Kreise um C und legt man die Geraden, die die Kräfte P und Q darstellen, in irgendwelchen Punkten der zugehörigen Kreise als Tangenten an (Abb. 53), so verändert das weder den Achsenabstand, noch die Größe, noch den Drehungssinn der Kräfte, also auch nicht ihren Gleichgewichtszustand. Man kann sie so in die mannigfachsten Lagen zueinander bringen, z. B. sie so richten, daß C nicht mehr (wie bisher) *zwischen* ihnen liegt. Eine

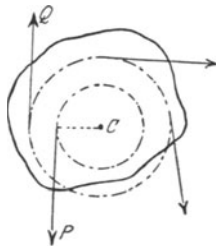


Abb. 53.

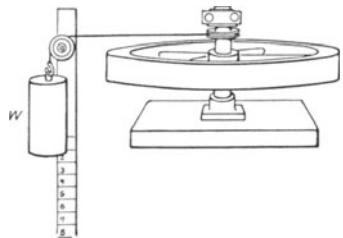


Abb. 54.

Richtung einer Kraft mit Hilfe einer drehbaren Scheibe geändert.

Scheibe, die um eine zu ihrer Ebene senkrechte Achse drehbar ist, ist daher eine bequeme Vorrichtung, um die Richtung einer Kraft zu ändern, wie z. B. in Abb. 54 die Scheibe, mit deren Hilfe der vertikal nach unten gerichtete Zug des Gewichtes W in einen horizontal gerichteten verwandelt wird.

Parallele gleichgerichtete Kräfte am drehbaren Körper. Auch *parallele* Kräfte können eine Resultante haben; das ist sehr bemerkenswert, denn *parallele* Kräfte haben, da ihnen *parallele* Geraden entsprechen, anscheinend keinen

gemeinsamen Angriffspunkt, an dem sie sich zu einer Resultierenden zusammensetzen können.

A und B seien (Abb. 55) zwei Punkte eines starren Körpers, die eine starre Gerade AB verbindet, P und Q zwei parallele Kräfte, AP und BQ liegen in derselben Ebene; wir machen sie zur Ebene der Zeichnung. Der Bewegungszustand von A und B bleibt derselbe, auch wenn man in A und in B je eine Kraft P' und Q' wirken läßt, deren Richtung in die starre Gerade AB fällt, und die beide gleich groß ($P' = Q'$), aber einander entgegengesetzt gerichtet sind. P und Q werden auf diese Weise durch R und R' ersetzt. Man kann R und R' , da sie nicht

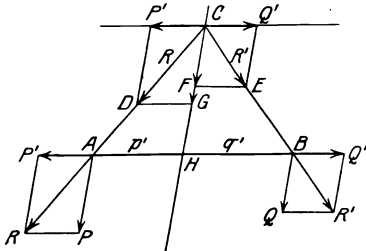


Abb. 55. Zusammensetzung paralleler Kräfte (P und Q) zu einer Resultierenden ($P + Q$).

parallel sind und in derselben Ebene liegen, auf ihren Richtungslinien verschieben, bis ihre Angriffspunkte in C zusammenfallen. CD und CE stellen dann die Kräfte R und R' dar, und von denen kann jede in dieselben Komponenten zerlegt werden, aus denen sie entstanden ist, d. h. R in P' und $P (= CG)$, R' in Q' und $Q (= CF)$. Die Kräfte P' und Q' heben einander auf, weil sie gleich groß und einander entgegengesetzt sind. P und Q fallen in dieselbe Richtung, summieren sich also zu $P + Q (= CG + CF)$. Die Kräfte R und R' sind auf diese Weise durch eine Kraft von der Größe $P + Q$ ersetzt, und da

R und R' der Ersatz für P und Q waren, so sind diese beiden durch die Kraft $P + Q$ ersetzt. CG ist, das geht aus der Konstruktion hervor, P und Q parallel. Auf ihr können wir nun die Resultierende $P + Q$ verschieben, so daß ihr Angriffspunkt nach H fällt.

Ist diese Kraft, deren Richtung mit der von P und Q parallel ist und durch H geht, tatsächlich die Resultante der beiden Kräfte, so muß die Wirkung von P und von Q aufgehoben werden, wenn man in H eine Kraft ($P + Q$) wirken läßt, die der Richtung von P und Q parallel ist, aber nach der entgegengesetzten Richtung wirkt (Abb. 56). Das ist in der Tat so:

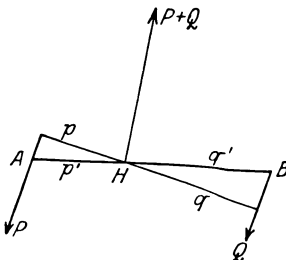


Abb. 56. Aufhebung der parallelen Kräfte P und Q .

Die Wirkung von P und von Q besteht 1. darin, daß sie die starre Gerade AB in der Ebene, in der sie wirken, als Ganzes fortzubewegen suchen. Das verhindert offenbar die Kraft ($P + Q$), denn sie ist gleich groß und entgegengesetzt gerichtet der Kraft, die den Punkt H nach der Richtung zu bewegen sucht, nach der P und Q selbst gerichtet sind; darum bleibt Punkt H in Ruhe, und deswegen kann sich 1. die Gerade nicht als Ganzes wegbewegen.

Die Wirkung von P und von Q besteht 2. darin, daß sie die Gerade in der Ebene der Zeichnung um den festgehaltenen Punkt H zu drehen streben, d. h. darin, daß sie die Gerade AB in der Ebene, in der sie wirken, um eine Achse zu drehen streben, die im Punkte H senkrecht durch die Ebene geht. Aber H teilt die Gerade AB in die Abschnitte p' und q' , und es läßt sich aus Abb. 55 beweisen (aus der Ähnlichkeit der Dreiecke CFE und CHB einerseits, der Ähnlichkeit der Dreiecke CGD und CHA andererseits und der Gleichheit von P' und Q'), daß $p'/q' = Q/P$. Ferner ist in den beiden rechtwinkligen Dreiecken der Abb. 56 $p'/q' = p/q$, also ist $Q/P = p/q$ und daher $Qq = Pp$. Die Längen p und q messen die senkrechten Abstände der Kräfte P und Q von der Drehachse. Die Produkte Pp und Qq sind also die statischen Momente von P und von Q

mit Bezug auf die Drehachse, und da die statischen Momente gleich sind, und die Kräfte P und Q entgegengesetzten Drehsinn haben, so *kommt 2. auch keine Drehung zustande*. Die Abb. 56 in H angreifende Kraft ($P + Q$) hebt also die Wirkung von P in A und von Q in B auf. Die Kraft $P + Q$, die in H angreift und der Richtung von P und Q nach derselben Richtung parallel ist, ist also tatsächlich die Resultante von P und Q . Man nennt sie *die Resultierende (Mittelkraft) der parallelen Kräfte* und ihren Angriffspunkt auch wohl *den Mittelpunkt der parallelen Kräfte*.

Parallele, entgegengesetzt gerichtete (antiparallele) Kräfte. Kräftepaar. Sind P und Q parallel, aber *einander entgegengesetzt* gerichtet, so findet man — vorausgesetzt, daß sie nicht etwa *gleich* groß sind — durch eine ähnliche Konstruktion, wie Abb. 55, daß auch sie einen Mittelpunkt und eine Mittelkraft haben, daß die Mittelkraft gleich der *Differenz* von P und Q ist, der Richtung von P und Q parallel ist und nach der Richtung der größeren von beiden gerichtet ist. Der Mittelpunkt der Kräfte liegt wieder so, daß, wenn man durch ihn senkrecht zur Ebene der Zeichnung eine Achse legt, die im Raume festgehalten wird, das ganze System in Ruhe bleibt. — Sind aber die *entgegengesetzt gerichteten*

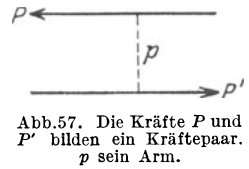


Abb. 57. Die Kräfte P und P' bilden ein Kräftepaar. p sein Arm.

Kräfte P und Q an Größe *einander gleich*, so haben sie *keine* Mittelkraft, also auch *keinen* Mittelpunkt, und es ist unmöglich, ihre Wirkung durch eine einzige Kraft aufzuheben. Man nennt (Abb. 57) diese Kombination von *gleich* großen, parallelen, *entgegengesetzt* gerichteten Kräften ein **Kräftepaar**, ihren senkrechten Abstand p den **Arm** des Paares, das Produkt Pp aus der Kraftgröße und dem Arm das **Moment** des Paares (POINSON, 1804). — Die an dem Drehwerk ziehenden Pferde in Abb. 58 bilden ein Kräftepaar.

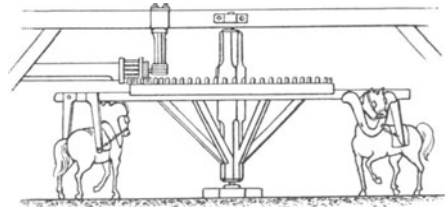


Abb. 58. Die Pferde am Göpel bilden ein Kräftepaar. Ihr (diametral gemessener) Abstand ist der Arm des Paares.

Parallele Verlegung einer Kraft. Wir brauchen auf die Kräftepaare nicht näher einzugehen, aber ihre Anwendung für das folgende ist wichtig: Der Bewegungszustand des Körpers (Abb. 59) unter Einwirkung der bei A angreifenden Kraft P bleibt unverändert, wenn man in irgendeinem anderen seiner Punkte B die zu P parallelen, *ihr gleichen* Kräfte P_1 und P_2 anbringt. P und P_2 bilden dann ein Kräftepaar, dessen Arm p ist, und P_1 ist offenbar die Kraft, deren Angriffspunkt von A nach B verlegt worden ist. Das bedeutet: man darf eine *Kraft*, die in einem Punkte A (Abb. 59) angreift, von diesem Angriffspunkt A wegnehmen und *parallel* mit sich zu einem anderen, B , verlegen, wenn man gleichzeitig ein *Kräftepaar* PP_2 an dem Körper anbringt, wie es sich aus der soeben angestellten Überlegung ergibt. Das Kräftepaar PP_2 strebt die Walze (Abb. 60) in der Vertikalebene herumdrehen, wird aber aufgehoben, weil die Welle in den Lagern festliegt.

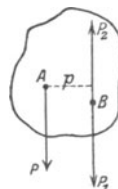


Abb. 59.

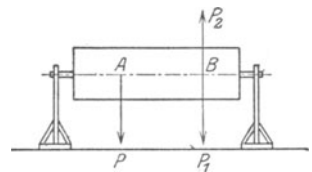


Abb. 60.

Verlegung einer Kraft AP parallel mit sich (nach BP_1). Vgl. Abb. 68.

Die Parallelverschiebung einer Kraft ist ein Seitenstück zu der mehrfach erwähnten Verlegung einer Kraft in ihrer Richtungslinie (Abb. 48). Die Berechtigung, Kräfte zu anderen Angriffspunkten desselben Körpers zu verschieben, ist für die Lösung gewisser Aufgaben der Mechanik wichtig. Man kann mit *allen* Kräften *dieselbe* Operation vornehmen. Das Resultat ist, daß schließlich alle Kräfte, die an beliebigen Punkten den Körper angegriffen haben, an einem einzigen Punkt angreifen, also zu einer *einzig*en *Resultante vereinigt werden können*, und außerdem ebenso viele Kräftepaare an dem Körper angreifen, wie ursprünglich Einzelkräfte an ihm angegriffen haben. Die Kräftepaare lassen sich (wir übergehen den Beweis dafür) ebenfalls zu einem einzigen *resultierenden* Kräftepaar vereinigen. An dem

Körper greift also schließlich nur *eine einzige Kraft* an, die ihn als Ganzes fortzubewegen strebt, und *ein einziges Kräftepaar*, das ihn zu drehen strebt. Um den Körper trotzdem in Ruhe zu erhalten, muß man jene Kraft durch eine gleich große Kraft und jenes Kräftepaar durch ein gleich großes Paar in der Wirkung aufheben. Dieses Paar muß ein gleich großes Moment wie jenes, aber entgegengesetzten Drehsinn haben.

Die Größe $(P + Q)$ der *Mittelkraft* hängt *nur* davon ab, wie *groß* P und Q sind, die *Lage ihres Angriffspunktes*, wie $p/q = Q/P$ zeigt, nur von dem *Verhältnis* der Größen P und Q . Die Größe der Mittelkraft und die Lage von H auf AB (Abb. 56) ändern sich daher nicht, wenn man P und Q in die Lagen P_1 und Q_1 oder P_2 und $Q_2 \dots$ dreht (Abb. 61), *wenn sie nur ihre Größe und den Parallelismus behalten*. Die *Richtung* der Mittelkraft wird zwar dabei anders, weil sie der Richtung der parallelen Kräfte parallel sein muß, aber *nicht* ihre Größe und *nicht* der Ort ihres Durchschnittpunktes mit der Geraden AB . Mit anderen Worten: die parallelen Kräfte P und Q haben eine Mittelkraft von *eindeutig bestimmter*

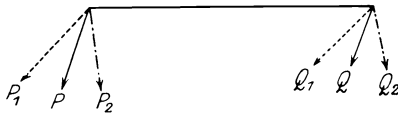


Abb. 61. Ort des Mittelpunktes paralleler Kräfte.

Größe und nur *einen* Mittelpunkt. Greift noch eine dritte parallele Kraft, S , an, so haben die Kräfte $P + Q$ und S eine Mittelkraft $P + Q + S$, ihr Angriffspunkt bestimmt sich aus der Bedingung, daß er auf der starren Geraden liegen muß und sein Abstand von H zum Abstand von S im um-

gekehrten Verhältnis von $P + Q$ und S stehen muß. Wieviele parallele Kräfte auch die starre Gerade angreifen, sie lassen sich durch eine Mittelkraft ersetzen. Um ihre Wirkung aufzuheben, muß in ihrem Mittelpunkt eine Kraft angreifen, die an Größe der Summe der Einzelkräfte gleich ist, und die den Kräften parallel, aber entgegengesetzt gerichtet ist.

Dieselben Folgerungen, die für *zwei* getrennte Punkte und dann für beliebig viele Punkte *einer starren Geraden* gelten, lassen sich auf beliebig viele Massenpunkte ausdehnen, die *beliebig zueinander* liegen; sie müssen nur zu einem *starr* Körper verbunden sein.

Der Schwerpunkt als Mittelpunkt paralleler Kräfte. Als Mittelkraft einer Vielheit von einander parallelen Kräften kann man das *Gewicht* eines starren Körpers auffassen. Jedes seiner Massenteilchen $m_1 m_2 m_3 \dots$ wird von der Schwerkraft zum Mittelpunkt der Erde hingezogen, die Dimensionen des Körpers sind im Verhältnis zu seinem Abstände vom Erdmittelpunkt verschwindend klein, daher dürfen die Richtungen der Kräfte $m_1 g m_2 g m_3 g \dots$ als parallel gelten. Die Wirkung *aller* dieser Kräfte wird ersetzt durch *eine* Kraft $m_1 g + m_2 g + m_3 g + \dots = g(m_1 + m_2 + m_3, \dots)$. Der Ausdruck in der Klammer ist die Masse M des Körpers, die Mittelkraft also gleich Mg , d. h. gleich dem Gewicht der Masse. Die Wirkung der Schwerkraft auf den Körper äußert sich danach gerade so, wie wenn seine Masse in *einem einzigen* materiellen Punkt, der die Masse M hat, dem *Schwerpunkt*, enthalten wäre, und nur dieser Punkt von der Schwerkraft angegriffen würde. (Aus diesem Grunde nennt man den Schwerpunkt auch *Massenmittelpunkt*.)

Größe und Richtung der Mittelkraft, die wir das Gewicht nennen, kennen wir. Wo liegt ihr *Angriffspunkt*, der Schwerpunkt? Man kann bei gewissen Körperformen die Form und die Massenverteilung darin durch eine Formel ausdrücken und die Koordinaten des Angriffspunktes berechnen. Aber auch durch den Versuch kann man den Schwerpunkt ermitteln gemäß der Vorstellung (s. oben), daß die ganze Masse des Körpers in ihm konzentriert ist. Hängen wir den Körper an einer Schnur auf (Abb. 62), so wird er stets eine solche Lage annehmen, daß der Schwerpunkt auf der vertikalen geraden Linie liegt, die die Schnur bildet.

Hängen wir ihn also nacheinander in zwei verschiedenen Lagen auf, so muß *beide Male* der Schwerpunkt auf derjenigen Geraden liegen, die als Verlängerung der gestreckten Schnur *durch den Körper* geht. Das ist aber nur dann möglich, wenn die beiden Geraden in derselben Ebene liegen und einander schneiden. Ihr Schnittpunkt ist dann mit dem Schwerpunkt identisch.

Erhaltung des Schwerpunktes. Der Begriff des Schwerpunktes ergab sich aus der Zusammenfassung sämtlicher Massenteilchen m , die den starren Körper bilden. Zerlegen wir den Körper durch eine Fläche in zwei Teile A_1 und A_2 , so hat A_1 einen Schwerpunkt und A_2 einen Schwerpunkt. Aber der Schwerpunkt von A_1 und A_2 zusammengenommen ist wieder der des *ganzen* starren Körpers. Dieselbe Überlegung gilt auch, wenn wir den Körper durch Flächen in *beliebig viele* Teile zerlegt denken: der ihnen gemeinsame Schwerpunkt ist der des starren Körpers, aus dem sie durch die Teilung hervorgegangen sind. Man stelle sich nun vor, der Körper *zerfalle* infolge einer in ihm selber liegenden Ursache (nicht durch eine von außen wirkende Kraft) tatsächlich in viele einzelne Teile, er „explodiere“ wie eine Granate: trotzdem bleibt der Schwerpunkt dieser Vielheit von Teilen derselbe, er bewegt sich, solange keiner der Teile durch *äußere* Kräfte beeinflußt wird, wie er sich auch dann bewegt haben würde, wenn der Körper *nicht* zerfallen wäre. Kurz: die inneren Kräfte des Systems haben auf den Bewegungszustand des Schwerpunktes keinen Einfluß. Man nennt das: *Erhaltung des Schwerpunktes*.

Daß zwei Massen nicht durch Wirkung *aufeinander* ihren gemeinsamen Schwerpunkt verschieben können, ist auch durch die Rechnung leicht einzusehen. In a und b befinden sich zwei Massen $2m$ und m , ihr gemeinsamer Schwerpunkt ist S , und es sei $bS = 2aS$. Die Massen sollen wechselseitig aufeinanderwirken und einander abstoßen, die Beschleunigungen, die sie einander gegenseitig erteilen, verhalten sich umgekehrt wie die Massen. Wenn also $2m$ den Weg ad zurücklegt, so legt m den Weg $bc = 2ad$ zurück. S bleibt dabei noch immer der Schwerpunkt, da $cS = 2dS$ ist. Berücksichtigt man mehrere irgendwie im Raume verteilte Massen, so erkennt man, wie je zwei und zwei solcher Massen ihren Schwerpunkt nicht verschieben können, d. h. der Schwerpunkt des *ganzen* Systems nicht durch die Wechselwirkung der Massen verschoben werden kann. Die Bewegung des Schwerpunktes eines Systemes wird danach nur durch die *äußeren* Kräfte bestimmt, die inneren Kräfte bringen nur solche Wirkungen hervor, die einander aufheben.

Die Beschleunigung des Schwerpunktes nach einer gegebenen Richtung erhalten wir, wenn wir sämtliche Kräfte, die nach derselben Richtung wirken, summieren und durch die Gesamtmasse dividieren. Der Schwerpunkt des Systems bewegt sich so, als ob alle Massen in ihm vereinigt wären und alle Kräfte in ihm angriffen. Wie eine Masse ohne eine *äußere* Kraft nicht beschleunigt wird, so auch nicht der Schwerpunkt eines *Systems* von Massenpunkten.

Stabiles, labiles, indifferentes Gleichgewicht. Um zu erfahren, wie die Schwerkraft den Bewegungszustand einer Masse beeinflußt, braucht man nur den Bewegungszustand ihres Schwerpunktes zu untersuchen. Wir denken uns dabei die Masse des Körpers im Schwerpunkt konzentriert. Wir wissen z. B.: *trotz der Einwirkung der Schwerkraft* bleibt ein Körper in Ruhe, wenn er horizontal unterstützt (oder vertikal aufgehängt) wird, weil er dann vertikal nach oben denselben Antrieb erfährt, den ihm die Schwerkraft vertikal nach unten erteilt. Der Körper ist im „Gleichgewicht“. Aber das Gleichgewicht kann verschiedener Art sein: In Abb. 64 bedeutet A den höchsten, B den tiefsten Punkt eines Kreis-

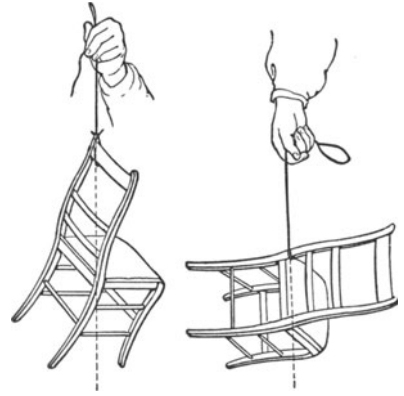
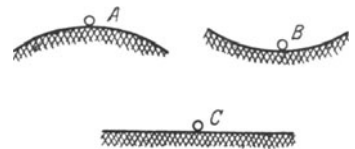


Abb. 62. Ermittlung des Schwerpunktes.



Abb. 63. Zur Erhaltung des Schwerpunktes.

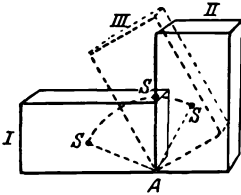
Abb. 64. Das Gleichgewicht in A labil, in B stabil, in C indifferent.

bogens, C einen Punkt der Horizontalebene. In jedem *kann* die Masse in Ruhe sein, denn in A und B hat der Kreisbogen dieselbe Richtung wie die *horizontale* Tangente. Entfernt man den Körper auch nur um ein Minimum — die Reibung sei verschwindend klein — längs des Bogens aus A , so fällt er ihm entlang herunter und kehrt nie wieder von selbst in die alte Gleichgewichtslage zurück. Entfernt man ihn aus B , so fällt er *auch* längs des Bogens, aber er sucht die alte Gleichgewichtslage zurückzugewinnen. Entfernt man ihn aus C , so bleibt er in Ruhe, wo er auch hingebacht wird. Sehr begreiflich: eine horizontale Unterlage, und nur eine solche, hebt die Wirkung der Schwerkraft vollkommen auf, auf der Kurve aber kann der Körper nur dort in Ruhe sein, wo die Tangente horizontal ist, also nur in A und B , an den anderen Punkten wird die Wirkung der Schwerkraft nur zum Teil aufgehoben, und dem nicht aufgehobenen folgt der Körper, bis er zum tiefsten Punkt gefallen ist, den er erreichen kann. Das Gleichgewicht in A nennt man *labil*, das in B *stabil*, das in C *indifferent*¹.

Ist eine Kugel vertikal *aufgehängt* wie ein Pendel und in Ruhe, so ist sie in stabilem Gleichgewicht; aus der Gleichgewichtslage entfernt und der Schwerkraft überlassen, strebt sie stets in die alte Gleichgewichtslage zurück, weil ihr Schwerpunkt dort am tiefsten liegt. Wird sie auf einer Spitze balanciert, so ist sie im labilen Gleichgewicht: bei der kleinsten Störung fällt sie herab. Ist sie, wie ein Globus, um eine festliegende Achse drehbar, die durch ihren Schwerpunkt geht (der in den Kugelmittelpunkt fällt), so ist sie im indifferenten Gleichgewicht, weil der Schwerpunkt im Raume festgehalten wird, also seine Lage nicht ändern kann; in welche Lage auch die Kugel gedreht wird, sie bleibt in jeder in Ruhe.

Die Stabilität der Gleichgewichtslage eines *unterstützten* Körpers (Abb. 65) ist verschiedener Grade fähig. Die Gleichgewichtslage des Balkens kann so sein, wie in I , oder so, wie in II . In beiden bedeute S den Schwerpunkt. Wird der Balken aus der Lage I um die durch A gehende horizontale Kante als Achse gedreht, so gelangt er bei III in die labile Gleichgewichtslage. Ebenso wenn er von II aus um diese Achse gedreht wird. Er gelangt aber *leichter* von II als von I aus in die labile Lage, d. h. II ist *weniger* stabil als I . Er wird schwerer aus I in II als aus II in I übergehen. Die Standfestigkeit ist also desto größer, je tiefer der Schwerpunkt liegt, d. h. je höher er gehoben werden muß, ehe der Körper die labile Gleichgewichtslage erreicht. Ein homogenes, schweres, dreiaxsiges Ellipsoid auf einer horizontalen Ebene ist, wenn es auf dem Endpunkt der kleinsten Achse ruht, im stabilen Gleichgewicht, denn jede Verschiebung *hebt* den Schwerpunkt; wenn es auf dem Endpunkt der großen Achse ruht, im labilen. Eine homogene Kugel, ein homogener Kreiszyylinder auf einer horizontalen Ebene sind im indifferenten Gleichgewicht.

Abb. 65. Grade der Stabilität.
 I ist stabiler als II .



Gleichgewicht eines bifilar aufgehängten Körpers. Stabil ist auch das Gleichgewicht eines bifilar aufgehängten Körpers. Hängt man einen Körper an zwei Fäden auf (Abb. 66), so ist der Körper im Gleichgewicht und in Ruhe, solange die Fäden in derselben *Vertikalebene* liegen und wenn die Verbindungsgeraden ihrer oberen (OO') und ihrer unteren Enden (UU') parallel sind. Ist das erste nicht erfüllt, so schwingt er wie eine bifilar aufgehängte Schaukel, ist das zweite nicht erfüllt, so führt er Drehschwingungen aus. Sein Schwerpunkt liegt *ruhend*, so tief er liegen *kann*. Dreht man den Körper um die Vertikale durch den Schwerpunkt, so *hebt* sich der Schwerpunkt, um so mehr, je weiter man den Körper aus der Ruhelage heraus-

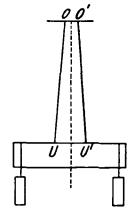


Abb. 66. Bifilar aufgehängter Körper
(s. Abb. 112).

¹ Für *bewegte* Körper versagt jedoch diese einfache Definition. Ein auf die Spitze gestellter nicht rotierender Spielkreisel ist *labil*, ein auf der Spitze tanzender dagegen hat *stabiles* Gleichgewicht.

dreht. Losgelassen strebt der Körper daher mit entsprechender Kraft in seine Ruhelage zurück, schießt darüber hinaus, wird langsamer, kommt zur Ruhe, kehrt um usw. — kurz, er *schwingt* um die Vertikale, die durch seinen Schwerpunkt in der Ruhelage geht, und kommt schließlich wieder in seiner ursprünglichen Lage zur Ruhe. Die bifilare Aufhängung hat also dem Körper ein ausgesprochen stabiles Gleichgewicht verschafft. Man verwendet sie z. B., wo man einen Magnetstab in der Horizontalebene um eine Vertikale drehend schwingen lassen will (Magnetometer) oder zur Aufhängung von Galvanometerspulen, wie z. B. im Elektrodynamometer von Wilh. WEBER. Je nach der beabsichtigten Empfindlichkeit des Instrumentes richtet man den Abstand der Aufhängefäden ein. Bei der bifilaren Aufhängung ruft die Schwerkraft die rückdrehende Kraft hervor, bei der unifilaren (Drehwaage) die Torsionselastizität (S. 157 u.) des Aufhängefadens.

Der drehbare starre Körper als Maschine (vgl. S. 56).

Die Rolle. Wir kehren zurück zu der Bedingung, S. 59 o., unter der zwei Kräfte an einem drehbaren starren Körper einander das Gleichgewicht halten. Wir werden den drehbaren starren Körper dabei als Maschine kennenlernen. Mit einer Scheibe, die um eine zu ihrer Ebene senkrechte Achse drehbar ist, kann man die Richtung einer Kraft ändern, besonders einfach mit einer kreisförmigen Scheibe, deren Drehachse durch den Mittelpunkt geht. Die Krafrichtung ist dann stets Tangente an den Kreis und der Abstand von der Drehachse stets gleich dem Radius des Kreises; das statische Moment der Kraft bleibt also unverändert. Eine Scheibe wie in Abb. 67 heißt eine *Rolle*, und zwar eine *feste*, weil ihre Achse festliegt. Es ist ein Rad *A*, in dessen Peripherie eine ringsumlaufende Nute eingeschnitten ist. Es ist drehbar um den Stift *e*, der senkrecht zur Radebene durch den Mittelpunkt geht. Die Nute der Rolle dient zur Aufnahme einer Schnur, an der die Kräfte wirken. Um den Zug der Hand durch den eines Gewichtes, *P*, zu ersetzen, muß man *P* so groß machen wie *Q*, weil Gleichgewicht nur dann vorhanden ist, wenn $Pp = Qq$ ist, *p* aber hier *gleich* *q* ist, beide gleich dem Radius der Kreisscheibe. Die feste Rolle kann also zwar zur Änderung der Krafrichtung dienen, *nicht* aber zur *Kraftersparnis*. Sie ist also keine Maschine im Sinne unserer Definition. Sie ist es nur deswegen nicht, weil an ihr alle Kräfte nur im *selben* Abstände von der Drehachse angreifen können.

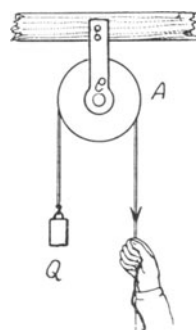


Abb. 67. Feste Rolle — keine Maschine.

Das Rad an der Welle. Befestigt man aber auf einem Zylinder *A*, der die Stelle der Rolle vertritt, eine zweite Rolle *B* (Abb. 68) derart, daß sich *A* und *B* nur *gemeinsam* drehen können, und gibt man *B* einen größeren Durchmesser, so kann der Kraft *Q* an der kleineren Rolle eine *kleinere* Kraft *P* an der größeren Rolle das Gleichgewicht halten. So wirkt das *Rad an der Welle* (Abb. 68). Aus $Pp = Qq$ folgt $P = q/p \cdot Q$; je größer man im Vergleich mit *q* den Abstand *p* von der Achse wählt, in dem *P* angreift, desto kleiner ist die Kraft *P*, die der Kraft *Q* das Gleichgewicht hält.

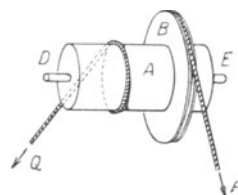


Abb. 68. Das Rad an der Welle als Maschine.

Die Kräfte *P* und *Q* wirken hier zwar nicht in derselben Ebene, aber wir dürfen (Abb. 59) jede parallel mit sich dahinein verlegen, wenn wir ein entsprechendes Kräftepaar hinzufügen. Der Drehsinn des dabei auftretenden Kräftepaars ist derart — es strebt die Welle *DE* um eine zu ihr senkrechte Achse zu drehen —, daß es durch die (bei *D* und *E* zu denkenden) Lager der Welle, wie in Abb. 60 wirkungslos gemacht wird.

Der Flaschenzug. Eine Rolle kann, wie in Abb. 54 oder in Abb. 67, nur die *Richtung* einer Kraft ändern, sie kann aber als *Maschine* wirken im Sinne der Definition (S. 46), wenn man sie als *Ganzes bewegbar* macht (*lose* Rolle, Abb. 69). Man denke sie sich an einer in die Nute gelegten Schnur von den Händen gehalten, so daß die beiden Schnurhälften parallel sind, und an der

Welle eine Kraft Q vertikal nach unten wirkend, z. B. ein Gewicht Q . Die Rolle selbst betrachten wir als ein geometrisches gewichtsloses Gebilde. Die Kraft Q können wir ersetzt denken durch zwei Kräfte, jede gleich $Q/2$ parallel zu Q und an der Peripherie der Rolle angreifend.

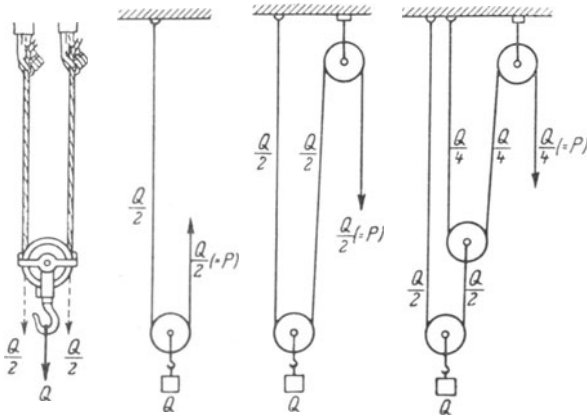


Abb. 69. Lose Rolle als Maschine.

Abb. 69a.

Abb. 70.

Abb. 70a. Potenzflaschenzug.

In jeder Schnurhälfte zieht dann das Gewicht mit der Kraft $Q/2$ nach unten. Um die Rolle im Gleichgewicht zu halten, muß also jede Hand in ihrer Schnurhälfte mit der Kraft $Q/2$ nach oben ziehen. Befestigt man das eine Ende statt an der Hand, so wie es Abb. 69a zeigt, so hat die andere Hand nur noch eine Kraft $Q/2$ nach oben zu leisten, d. h. am Umfange der Rolle wirkend, genügt die Kraft $Q/2$, um der Last Q an der Achse das Gleichgewicht zu halten. Führt man das freie Ende über eine feste Rolle, so erhält man den *Flaschenzug* (Abb. 70). Führt man es an die Welle einer zweiten losen Rolle, die, wie die erste von einem Seile getragen wird, so kann auch die Hälfte von $Q/2$, also $Q/4$, dadurch aufgehoben werden, daß das eine

Seilende befestigt wird. An dem freien Seilende der zweiten losen Rolle braucht dann nur $Q/4 = Q/2^2$ zu wirken, um der Last Q das Gleichgewicht zu halten. Führt man das freie Ende der zweiten losen Rolle zur Welle einer dritten, so genügt dann $Q/8 = Q/2^3$, wenn man n lose Rollen benutzt, so genügt am freien Seilende der n^{ten} Rolle die Kraft $Q/2^n$. Der Potenz wegen nennt man diesen Flaschenzug *Potenzflaschenzug* (Abb. 70 a).

Beträgt Q in Abb. 70 z. B. 200 kg, so genügen an dem freien Ende 100 kg zum Gleichgewicht des Flaschenzuges, man kann ihn dann leicht in Bewegung setzen, die Masse von 100 kg sinkt, die von 200 kg steigt. Aber wohlgermerkt: man muß die 100 kg um eine doppelt so lange Strecke herunterziehen, wie die 200 kg in die Höhe steigen. Und 100 kg · 1 m sind ebensogut 100 mkg wie 200 kg · $\frac{1}{2}$ m. Man spart also nichts an Arbeit. Auch der Flaschenzug *erleichtert* nur die zu leistende Arbeit, aber in demselben Maße, in dem er sie *erleichtert*, *verlängert* er sie — wie jede andere Maschine.

Gemeinsam ist allen Flaschenzügen die Verbindung von festen und losen Rollen. In dem *gemeinen* Flaschenzug (Abb. 71) sind die Rollen, hier je 3, zu einer *Flasche* verbunden. Bei Gleichgewicht des Flaschenzuges muß jede Rolle einzeln in Ruhe sein, mithin müssen, wenn man davon absieht, daß die Schnüre nicht genau parallel laufen, die zu beiden Seiten einer Rolle ziehenden Kräfte einander gleich sein, d. h. $Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = Q_6$. Kurz: der Zug, den Q nach unten ausübt, verteilt sich gleichmäßig auf sämtliche Seilabschnitte, und da ebensoviel Seilabschnitte wie Rollen da sind, ist die Kraft P , die der Last Q das Gleichgewicht hält, gleich Q/n .

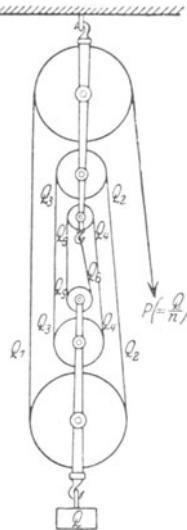


Abb. 71. Gemeiner Flaschenzug.

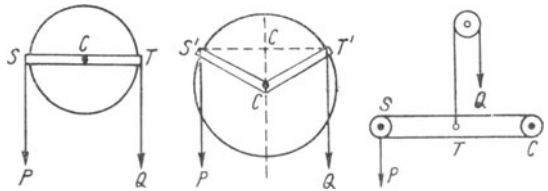


Abb. 72. Differentialflaschenzug.

— Am häufigsten benützt man den Differentialflaschenzug (Abb. 72). Die feste Rolle ist aus zwei verschieden großen Rollen zusammengesetzt; die Differenz ihrer Radien ist bestimmend für das Verhältnis von P zu Q (s. S. 117).

Der Hebel. Reduziert man die Scheibe (Abb. 67) auf den Stab SCT , so entsteht der *Hebel*, ein *gerader Hebel*, im Gegensatz zum *Winkelhebel* $S'C T'$ (Abb. 74). Der Abstand des Angriffspunktes (S, T) von der Achse heißt Hebelarm — beim geraden Hebel SC und TC , beim Winkelhebel $S'C$ und $T'C$ — der Hebel selbst heißt *zweiarmig*, wenn C , wie in Abb. 73 und 74, zwischen den An-

griffspunkten S und T liegt; sonst *einarmig* (Abb. 75). Die Gleichgewichtsbedingung ist dieselbe wie für jeden um eine feste Achse drehbaren starren Körper: die Kräfte müssen entgegengesetzten Drehsinn haben, und ihre statischen Momente müssen gleich sein, die Kräfte P und Q also wieder die Gleichung $Pp = Qq$ erfüllen. Den Stab ST nennt man einen *physischen Hebel*, im Gegensatz zu dem *mathematischen*. Denkt man sich den Stab ST durch eine starre gewichtlose Gerade ersetzt, so gelangt man zur Vorstellung des mathematischen Hebels. (Seine Einführung an Stelle des physischen gewährt gewisse Vorteile. Ein physischer Hebel ist der Schwerkraft unterworfen. Wir ersetzen daher notfalls den physischen Hebel durch den mathematischen.)



Die um eine festliegende Achse C drehbare Scheibe auf einen Stab reduziert.

Abb. 73. Zweiarmer gerader Hebel.

Abb. 74. Winkelhebel.

Abb. 75. Einarmiger Hebel.

Der Hebel als Werkzeug. Wir hätten die Scheibe ebensogut wie auf einen Stab (Abb. 73) auf eine andere Form reduzieren können. Im Grunde genommen wird jeder um eine Achse drehbare Körper, wenn er die für die beabsichtigte Arbeitsleistung geeignete Form hat, zum Hebel. In jeder wirkt er der Gleichung $Pp = Qq$ gemäß. Um in einem gegebenen Falle seine Wirkung zu übersehen, muß man fragen: wo liegt die Drehachse, an welchen Punkten greifen P und Q an, und nach welcher Richtung suchen sie den Hebel zu drehen? In Abb. 76 bildet der Hebel z. B. eine gerade unbiegsame Stange, die dazu dient, das Gewicht des Blockes zu überwinden; er wirkt als *Hebebaum*. Um der Kraft Q das Gleichgewicht zu halten, muß P in dem Sinne des Pfeiles wirken. Drehachse, Länge der Hebelarme und Drehsinn sind deutlich. Je länger der Hebebaum ist, desto kleiner kann P sein, um der Last Q das Gleichgewicht zu halten. — Die Karre Abb. 77 mit der Last Q ist ebenfalls ein Hebel, ein einarmiger. Die Drehachse ist die Radachse. Je länger die Handhaben sind, und je näher Q am Rade liegt, je kleiner also q ist, desto weniger Kraft gehört dazu, die Karre in die zum Wegschieben erforderliche Lage zu bringen. — Viele unserer Werkzeuge sind Hebel, sehr häufig Zusammensetzungen von mehreren. Aus zwei Hebeln zusammengesetzt ist die Zange (Abb. 78). Man braucht sich die Scheibe (Abb. 73), anstatt auf einen Winkel oder eine Stange nur auf eine der Zangenhälften reduziert zu denken, um die Wirksamkeit der Zange aus der Verbindung zweier Hebel zu verstehen. Die Pfeile zeigen die Richtung der Kräfte, ausgeübt von der die Zange zusammendrückenden Hand. — Die meisten der im Skelett aneinanderstoßenden Knochen sind durch Gelenke bewegbar miteinander zu Hebeln verbunden. Ihre Bewegungen relativ zueinander, z. B. die des Unterarmes relativ zum Oberarm (Abb. 79), wenn er sich im Ellenbogengelenk einer Türangel vergleichbar bewegt, sind durch die Form der Gelenke bedingt: es sind Drehungen. Die Drehachse ist die Achse des Gelenkes, und die um die Gelenkachse drehbaren Knochen sind Hebelarme. Hervorgerufen werden die Bewegungen der Knochen durch die Muskeln. Die Muskelfasern sind zwischen zwei voneinander unabhängigen Punkten gespannt, in Abb. 79 zwischen A und P . Indem sie sich zusammenziehen, drehen sie den Unterarm zu dem Oberarm hin. Man hat hier einen einarmigen Hebel vor sich; die Angriffspunkte der Last W und der Kraft P liegen beide auf derselben Seite der durch F gehenden Achse.

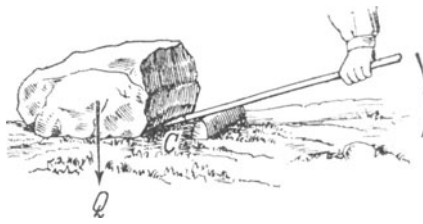


Abb. 76. Zweiarmer Hebel als Hebebaum.

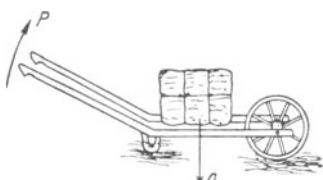


Abb. 77. Einarmiger Hebel an der Karre.

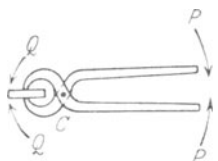


Abb. 78. Verbindung zweier zweiarmer Hebel zur Zange.

Die Pfeile zeigen die Richtung der Kräfte, ausgeübt von der die Zange zusammendrückenden Hand. — Die meisten der im Skelett aneinanderstoßenden Knochen sind durch Gelenke bewegbar miteinander zu Hebeln verbunden. Ihre Bewegungen relativ zueinander, z. B. die des Unterarmes relativ zum Oberarm (Abb. 79), wenn er sich im Ellenbogengelenk einer Türangel vergleichbar bewegt, sind durch die Form der Gelenke bedingt: es sind Drehungen. Die Drehachse ist die Achse des Gelenkes, und die um die Gelenkachse drehbaren Knochen sind Hebelarme. Hervorgerufen werden die Bewegungen der Knochen durch die Muskeln. Die Muskelfasern sind zwischen zwei voneinander unabhängigen Punkten gespannt, in Abb. 79 zwischen A und P . Indem sie sich zusammenziehen, drehen sie den Unterarm zu dem Oberarm hin. Man hat hier einen einarmigen Hebel vor sich; die Angriffspunkte der Last W und der Kraft P liegen beide auf derselben Seite der durch F gehenden Achse.

Der Hebel als Waage (Massenmesser). Auf der Wirksamkeit des Hebels beruht die Balkenwaage. Man kann mit ihr ermitteln, wie groß die Masse (*nicht* das Gewicht) eines Körpers ist, d. h. wieviel Gramm sie enthält, und vergleicht zu dem Zwecke die abzuwiegende Masse M_x mit einer Masse M , deren Grammzahl man *kennt*. Die Masse M entnimmt man einem Gewichtssatze, richtiger: Massensatze, der aus Massen von bekannter Größe, z. B. 50, 20, 10, 5, 2, 1 g besteht. Man vergleicht die unbekannte Masse M_x mit der bekannten M , indem man (Abb. 80) M_x an den einen und M an den anderen Arm eines zweiarmigen Hebels, des Waagebalkens, hängt, der um eine horizontale Achse drehbar ist. An dem einen Hebelarme zieht dann das Gewicht der Masse M_x , d. h. die Kraft $M_x \cdot g$, an dem anderen die Kraft $M \cdot g$. Hängen wir M_x um die Strecke l_x von der Achse entfernt auf, M um die Strecke l , so ist der Hebel im Gleichgewicht, wenn $M_x g \cdot l_x = M g \cdot l$. Hängen wir M_x und M *gleich* weit von der Achse auf, d. h. machen wir $l_x = l$, kurz, machen wir den Waagebalken *gleicharmig*, so reduziert sich die Gleichgewichtsbedingung auf $M_x = M$. Die abzuwiegende Masse ist dann so groß, wie die dem Gewichtssatz entnommene. — Macht man l_x

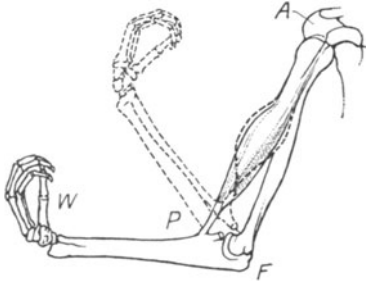


Abb. 79. Einarmiger Hebel als Unterarmknochen.

nicht gleich l , d. h. hängt man die beiden Massen *verschieden* weit von der Achse auf (Abb. 81), so ist die Gleichgewichtsbedingung $M_x \cdot l_x = M \cdot l$. Macht man z. B. $l = 10 l_x$, d. h. hängt man die bekannte Masse M 10mal so weit von der Achse auf wie die abzuwiegende M_x , so hat man $M_x \cdot l_x = M \cdot 10 l_x$, d. h. $M_x = 10 \cdot M$. Man kann also eine große Masse auch mit einem verhältnismäßig kleinen Gewicht abwiegen (siehe Brückenwaage).

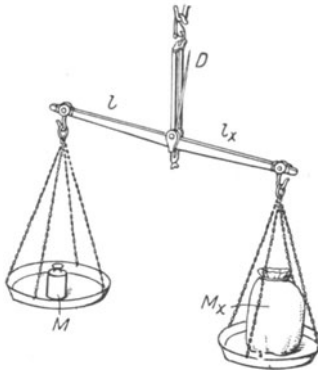


Abb. 80. Zweiarmiger Hebel als Krämerwaage.

Je nach dem Grade der Genauigkeit, je nach der Größe der abzuwiegenden Masse usw. wird die Waage anders gebaut. Das Prinzip der Hebelwaagen ist **aber** stets das gleiche: die Gleichheit der statischen Momente.

Zu Präzisionswägungen dient vor allem die Waage Abb. 82. Um zuverlässig zu sein, muß sie eine Reihe von Bedingungen erfüllen. 1. soll der Waagebalken, wenn er unbelastet ist, im Gleichgewicht sein, so daß der Zeiger Z auf Null steht. Die Balkenarme und die Schalen P und Q müssen daher in jeder Beziehung einander möglichst gleich sein, um gleiche statische Momente in bezug auf die Drehachse zu haben. Durch Drehen der Schraubenköpfe K und L , d. h. durch die dadurch bewirkte Änderung ihres Abstandes von der Achse, kann man die statischen Momente der Balkenhälften korrigieren. 2. sollen Gewichte, und zwar nicht zu kleine, die auf den Schalen einander das Gleichgewicht halten, miteinander vertauscht werden können, ohne den Ausschlag von Z zu verändern (ein Zeichen dafür, daß die Arme gleich lang sind). 3. soll der Waagebalken stabiles Gleichgewicht haben (S. 64 o.), d. h. er soll von selbst in seine Gleichgewichtslage zurückkehren, wenn man ihn daraus entfernt und dann sich selbst überläßt. Daher muß der Schwerpunkt des Balkens *senkrecht unter der Achse* liegen. (Läge er *darüber*, so würde der Waagebalken bei der geringsten Abweichung von der Gleichgewichtslage umschlagen. Läge er *in der Achse*, so würde der Balken, wenn beide Arme gleich belastet sind, in jeder Lage im Gleichgewicht sein, bei ungleicher Belastung aber nach der Seite der größeren hin gänzlich umschlagen, da er seinen Schwerpunkt möglichst tief zu legen sucht.) Die Stabilität soll aber nicht größer als irgend nötig sein, weil sie sonst die „Empfindlichkeit“ der Waage verkleinert, der Schwerpunkt soll deswegen möglichst nahe unter der Drehachse (Mittelschneide) liegen.

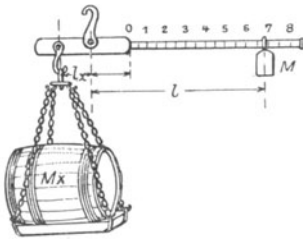


Abb. 81. Zweiarmiger Hebel als Schnellwaage.

Denn 4. soll die Waage „empfindlich“ sein, d. h. schon bei *geringer* Ungleichheit der Belastung weit ausschlagen. Empfindlichkeit einer Waage heißt der Winkel, um den sie — beiderseits gleich belastet — von der Gleichgewichtslage ausschlägt, wenn man die eine Schale (mit „Eins“) z. B. mit 1 mg mehr belastet; sie nimmt im allgemeinen mit steigender Belastung ab, außer bei den in Abb. 83 erfüllten Bedingungen. Die Empfindlichkeit ist — auf den Beweis gehen wir hier nicht ein — desto größer, je länger die Balkenarme sind, je

leichter sie sind, und je näher der Schwerpunkt des Balkens an der Drehachse liegt. (Die Schraubenmutter N dient dazu, ihr den Schwerpunkt mehr oder weniger zu nähern. Die Formel für die Empfindlichkeit (C) ist $C = \frac{L}{Ma + M'a'} \cdot \frac{z}{s}$. Hierin bedeutet M die Masse des Balkens, M' die Masse der Schalen und ihrer Belastungen, a den Abstand der Drehachse vom Schwerpunkt, a' den Abstand der Drehachse von der (Abb. 83) Ebene, in der die Endschnitten liegen, z die Länge des Zeigers, s die des Skalenteiles. 5. soll die Empfindlichkeit bei jeder Belastung der Waage die gleiche sein. Das ist nur dann erfüllbar, wenn (Abb. 83) die tragenden Kanten der drei Schnitten bac in derselben Ebene liegen. Nur dann geht die Resultierende aus den bei b und c wirkenden Kräften auch beim Ausschlag des Balkens durch die unverrückbar gelagerte tragende Kante der Schneide a und ist ohne Einfluß auf den Ausschlag des Balkens.

Neben der Empfindlichkeit ist die Symmetrie der beiden Hälften und die vollkommene Steifheit des Balkens einer gleicharmigen Waage das Haupterfordernis. Um einen etwaigen Mangel an Symmetrie der Balkenhälften und Waagschalen aus dem Wägungsergebnis auszuschließen, benützt man die (gewöhnlich nach BORDA benannte) *Methode der doppelten Wägung*: Der abzuwiegende Körper wird in die eine Waagschale gelegt, und in die andere Sand, Schrot od. dgl., bis Gleichgewicht herrscht. Hierauf wird der Körper durch Gewichtsstücke ersetzt. Die abzuwiegende Masse wird so mit den Gewichtsstücken an demselben Hebelarm und in derselben Waagschale verglichen, also unabhängig von der Symmetrie. — Die Forderung der vollkommenen Steifheit des Balkens verbietet erstens, ihn zu lang und zweitens ihn zu leicht zu machen. Die Präzisionswaagen von BUNGE verbessern deswegen das Verhältnis $\frac{\text{Balkenlänge}}{\text{Balkenmasse}}$ (und dadurch, S. 68 u. bei 4., die Empfindlichkeit der Waage) durch Verkürzung des Balkens und eine besondere Form des Balkens.

In der *Schnellwaage* (Abb. 81) verschiebt man das Gewicht M bis zum Gleichgewicht mit der an dem kurzen Hebelarm hängenden Last. In der *Neigungswaage* (Brief-, Sortier-) einer *automatischen* Waage (Abb. 84), in der das Gleichgewicht durch die Änderung der Neigung des Balkens hergestellt wird, hebt sich das Gewicht S durch das Auflegen der Last auf die Waagschale so lange und vergrößert dabei seinen Abstand von der durch die Achse gehenden Vertikalen so lange, bis sein statisches Moment gleich dem der Last ist. Das Resultat der Wägung liest man an einer Skala ab. — Eine Neigungswaage ist auch die Mikrowaage von NERNST. Der Balken ist ein hakenförmiger Quarzfaden, aufge kittet auf einen senkrecht zur Hakenebene liegenden Quarzfaden als Mittelschneide. Man kann 10^{-6} mg ablesen.

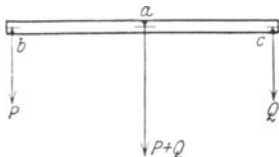


Abb. 83. Gleichgewichtsbedingung der Waage.

Brückenwaage (H. QUINTENZ, 1822).

Große Lasten wiegt man auf *Brückenwaagen*, Abb. 85 (*Dezimal- oder Zentesimalwaagen*). Um richtig zu wiegen, muß die Brückenwaage zwei Bedingungen erfüllen: 1. das Wägungsergebnis muß unabhängig davon sein, auf welcher Stelle der Brücke die Last liegt; 2. das Gewicht in der Waagschale muß zu der im Gleichgewicht erhaltenen Last auf der Brücke genau in dem vorgeschriebenen Verhältnisse stehen (bei der Dezimalwaage im Verhältnisse 1:10). Die Brückenwaage ist aus drei Hebeln zusammengesetzt, einem zweiarmigen ACD und den zwei einarmigen HK und EF . Der zweiarmige ist der Waagebalken: an ihm hängt bei A die Waagschale, bei B (unter Vermittlung der Stange BH) die *Brücke* HK , auf der die abzuwiegende Last liegt. Die *Brücke* HK ist der eine der einarmigen Hebel, seine Drehachse geht durch K . Sie liegt *nicht unverrückbar* fest, sondern sie liegt auf dem einarmigen Hebel EF , dessen Drehachse durch F geht und *unverrückbar* festliegt. Die Last L wird einzig von den Punkten H und K

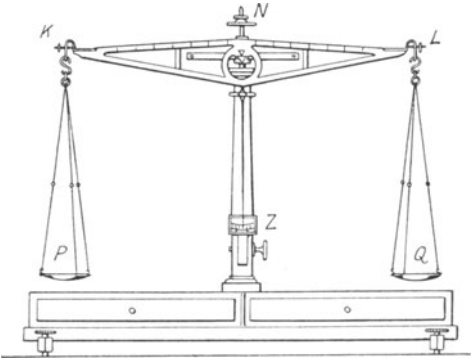


Abb. 82. Präzisionswaage (Laboratorium). Der lange (zur Verringerung der Masse) durchbrochene Balken ist durch die zwei vertikalen Stäben versteift.



Abb. 84. Zeigerwaage (automatische W.).

nisse stehen (bei der Dezimalwaage im Verhältnisse 1:10). Die Brückenwaage ist aus drei Hebeln zusammengesetzt, einem zweiarmigen ACD und den zwei einarmigen HK und EF . Der zweiarmige ist der Waagebalken: an ihm hängt bei A die Waagschale, bei B (unter Vermittlung der Stange BH) die *Brücke* HK , auf der die abzuwiegende Last liegt. Die *Brücke* HK ist der eine der einarmigen Hebel, seine Drehachse geht durch K . Sie liegt *nicht unverrückbar* fest, sondern sie liegt auf dem einarmigen Hebel EF , dessen Drehachse durch F geht und *unverrückbar* festliegt. Die Last L wird einzig von den Punkten H und K

aufgenommen, sie verteilt sich in irgendeiner Weise, die wir aber nicht zu kennen brauchen, auf diese beiden Punkte. Wir wollen den Anteil, mit dem sie auf beide (bei H ziehend und bei K drückend) wirkt, mit p und mit q bezeichnen (also $L = p + q$ setzen). Das Gewicht q im Punkte K , das am Hebelarm KF wirkt, können wir uns aber, wenn wir den Hebelarm $EF = n \cdot KF$ machen, durch ein Gewicht q/n im Punkte E ersetzt denken. Im Punkte E angebracht, wirkt es am Hebelarm CD des zweiarmigen Hebels. Machen wir den Hebelarm $CD = n \cdot CB$, so können wir das Gewicht q/n im Punkte E durch ein n mal so großes Gewicht q im Punkte B ersetzen — dann wirken aber p und q beide am selben Hebelarm CB . Die Last auf der Brücke wirkt also, *gleichviel wo sie liegt*, gerade so, wie wenn sie am Punkt B hinge. (Damit die Wägung unabhängig davon ist, auf welcher Stelle der Brücke die Last liegt, ist also erforderlich, daß, wenn $EF = n \cdot KF$ ist, auch $DC = n \cdot BC$ ist, kurz, daß $EF : KF = DC : BC$ ist.) — Machen wir dann noch $AC = 10 \cdot BC$, so ist auch die zweite Bedingung erfüllt, daß das Gewicht 10mal so weit von der Drehachse hängt wie die Last, und somit im Gleichgewichtszustande das Gewicht zur Last im Verhältnis 1 : 10 steht.

Die Hebelwaagen können nur die Masse des Körpers (Gramm) ermitteln, nicht aber das Gewicht (dyn): Die Bedingung für das Gleichgewicht der Hebelwaagen war $M_x g \cdot l_x = M g \cdot l$. Nun ist aber g am Äquator kleiner als am Pol, derselbe Körper M_x also am Äquator leichter als am Pol. Eine Masse, die unter

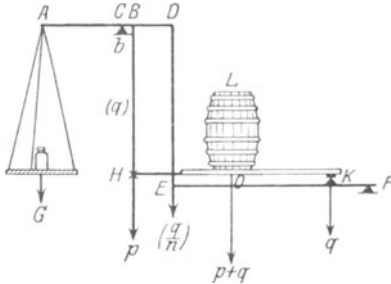


Abb. 85. Brückenwaage. Der einarmige Hebel, dessen Drehachse durch F geht, und der einarmige, dessen Drehachse durch K geht, übertragen zusammen die abzuwiegende Last auf den Arm CD des zweiarmigen Hebels ACD , an dessen Arm CA das ausgleichende Gewicht wirkt.

45° Breite genau 1 kg* wiegt, wiegt am Pol 2,6 g mehr, am Äquator 2,6 g weniger. Die Hebelwaage zeigt das aber nicht an, denn eine Veränderung von g verändert *beide* Seiten der Hebelwaagen in derselben Weise: $M_x g \cdot l_x$ genau so wie $M g \cdot l$; d. h. die drehenden Kräfte an *jedem* Punkte der Erdoberfläche gleich, wenn sie es an *einem* Punkt sind. Da die Hebelwaage also die *Veränderung* des Gewichtes nicht messen kann, so kann sie auch das Gewicht *selber* nicht messen. Um das Gewicht eines Körpers zu messen, d. h. die Anzahl Kräfteinheiten (dyn), mit denen die Erde ihn anzieht, kann man eine Federwaage benutzen (S. 158).

Die Hebelwaage als Kraftmesser (Bremsdynamometer, PRONYscher Zaum). Als Hebelwaage wirkt auch der PRONYsche Zaum, eine Vorrichtung, mit der der Ingenieur sehr oft die Leistung einer Arbeitsmaschine ermittelt. Man läßt die Maschine in dem Zaum einen meßbaren Widerstand (*Reibungswiderstand*) als einzige Arbeit überwinden und sorgt dafür, daß sie dabei die vorgeschriebene Drehzahl macht (d. h. man ersetzt die von der Maschine zu

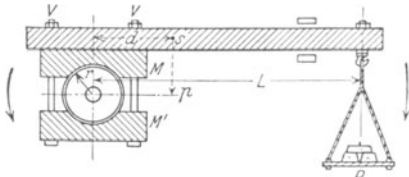


Abb. 86. Bremsdynamometer (PRONYscher Zaum).

leistende nützliche Arbeit hier durch die *berechenbare* Arbeit zur Überwindung eines meßbaren Reibungswiderstandes). Der Zaum soll also 1. die Maschine *belasten*, 2. die Belastung *messen*. Die beiden Funktionen sind *unabhängig* voneinander. — Der Zaum (Abb. 86) besteht aus zwei zur Welle symmetrischen Teilen M und M' , die man als Bremsbacken benützt, um die Maschine zu *belasten*. Man zieht zu dem Zweck die Schrauben V an, bis die beabsichtigte Drehzahl erreicht ist. Die Welle dreht sich dann mit starker Reibung zwischen den angepreßten Bremsbacken. Die zu ihrer Drehung aufgewendete Energie, die die Drehzahl n erzeugt, reicht gerade aus, die Reibung zu überwinden. (Würde man die Kraftzufuhr zur Maschine unterbrechen, so würde diese *sofort* stehenbleiben.) Der Hebelarm mit der Waagschale und den Gewichten P dient auch hier dazu, das statische Moment der rotierenden Welle zu *messen*. Man belastet zu diesem Zweck die Waagschale, bis der Hebelarm zwischen den beiden Anschlagklötzen im Gleichgewicht schwebt. Wodurch kommt das Gleichgewicht zustande? In jedem Punkt, in dem Welle und Zaum einander berühren, wirkt die Reibung.

Die Reibungskräfte rund um die Welle suchen den Zaum im Drehsinne \curvearrowright der Welle mitzunehmen, sie wirken alle in demselben Sinne. Wir können sie uns daher zueinander addiert denken und ihre Summe durch eine Kraft ersetzt, die an der oberen Bremsbacke angreift; nennen wir sie F und den Radius der Welle r , so ist Fr das statische Moment der Kraft, die den Zaum im Drehsinne der Scheibe zu drehen sucht. Das im entgegengesetzten Sinne \curvearrowleft ausgeübte statische Moment der Gewichte P in der Waagschale plus dem Eigengewicht p des Zaumes ist $PL + pd$ (wo d den Abstand des Schwerpunktes s des Zaumes [S. 62 u.] von der Achse der Welle ist). Da wir den Zaum ins Gleichgewicht gebracht haben, muß $Fr = PL + pd$ sein. Ist ω die Drehschnelle (S. 72 m.), so legt ein Punkt der Wellenoberfläche in 1 sec den Weg $r\omega$ zurück. Der ganze Wellenumfang überwindet die Reibungskraft F , die Last, auf dem Wege $r\omega$ und leistet hierbei die Arbeit $A = F \cdot r\omega = \omega(PL + pd)$ mkg*/sec, die Länge in m, die Belastung in kg gemessen. Ist n die Drehzahl pro Minute, so ist, da ω die Drehschnelle ist, $\omega = \frac{2\pi n}{60}$, also $A = \frac{2\pi n}{60}(PL + pd)$ mkg* oder $= \frac{2\pi n}{60 \cdot 75} \cdot (PL + pd)$ Pferdestärken. Man braucht die Größe P der Reibung zwischen Welle und Zaum gar nicht zu kennen, sie fällt bei der Berechnung heraus. Der PRONYSche Zaum ist ein Dynamometer (Kraftmesser) und gehört wegen seiner besonderen Wirkungsweise zu den Bremsdynamometern.

b) Der um eine feste Achse drehbare starre Körper in Bewegung

(vgl. S. 56).

Rotationsdauer. Winkelgeschwindigkeit oder Drehschnelle. Maß für die Größe des Winkels. Bahngeschwindigkeit. Der um eine feste Achse drehbare Körper bleibt nur dann in Ruhe, wenn die Resultante der ihn angreifenden Kräfte die Achse schneidet. Schneidet die Resultierende die Achse *nicht*, so versetzt sie den Körper in Drehung.

Beim Beginn der Drehung fangen *alle* seine Punkte *gleichzeitig* ihre Kreise zu durchlaufen an, und beim Aufhören der Drehung kommen *alle gleichzeitig* zur Ruhe. Wenn also auch nur *ein* Punkt des Körpers seinen Kreis einmal ganz durchlaufen hat, so ist der Körper schließlich wieder in derselben Lage wie beim Beginn der Drehung. Der Zeitabschnitt T zwischen Anfang und Ende einer vollen Umdrehung heißt *Rotationsdauer*. Je weiter ein Punkt von der Achse absteht, einen desto größeren Kreis beschreibt er während T ; daher hat er auch eine desto größere Geschwindigkeit. Die Wege und die Geschwindigkeiten der verschieden weit von der Achse entfernten Punkte werden aber dadurch, daß der Körper starr ist, in gesetzmäßigen Zusammenhang gebracht. Die Starrheit des Körpers zwingt z. B. Punkte, die *während der Ruhe* auf einer Geraden liegen, auch *während der Drehung* darauf zu bleiben.

Wenn (Abb. 87) bei der Drehung um die durch c senkrecht zur Bildebene gehende Achse z. B. Punkt f aus der Lage f_1 in die Lage f_2 übergegangen ist, und e , d und alle anderen Punkte, die mit f auf derselben senkrecht durch die Achse c gehenden Geraden liegen, gleichzeitig in e_2 , d_2 . . . übergegangen sind, dann liegen auch e_2 , d_2 . . . auf derselben Geraden, die durch f_2 und senkrecht durch die Achse geht. D. h.: für alle Punkte derselben Geraden ist der Winkel, den ihre senkrechten Achsenabstände f_1c , e_1c , d_1c , . . . während dieses Zeitraumes beschreiben, *derselbe*. Denselben Winkel beschreiben aber, weil der Körper starr ist, währenddessen auch die senkrechten Achsenabstände *aller anderen* Punkte, d. h.: der *ganze Körper* hat in diesem Zeitraum seine Lage um diesen Winkel gedreht. Die Geschwindigkeit, mit der er das tut, d. h. das Verhältnis der Größe eines Winkels zu der Zeit, in der er ihn beschreibt, heißt seine *Winkelgeschwindigkeit* oder *Drehschnelle*. Wir kommen darauf zurück.

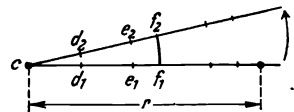


Abb. 87. Winkelmessung.

Die Größe eines *Winkels* (Abb. 87) mißt der zwischen den Schenkeln liegende um den Scheitel beschriebenen *Kreisbogen* im Verhältnis zur Länge des zugehörigen *Radius*:

hier das Verhältnis von $f_1 f_2$ zu $f_1 c$ oder $e_1 e_2$ zu $e_1 c$. Da $\frac{f_1 f_2}{f_1 c} = \frac{e_1 e_2}{e_1 c} = \dots$ ist, so hat dieses

Verhältnis für denselben Winkel einen eindeutigen Wert. Deswegen darf man es als Maß für die Winkelgröße benutzen. — In demselben Verhältnis, in dem $f_1 f_2$ zu $f_1 c$ usw. steht, steht auch die Bogenlänge, die der Radius 1 cm um c beschreibt, zu dem Radius 1 cm selbst.

Nennt man diese Bogenlänge φ , so ist $\frac{f_1 f_2}{f_1 c} = \dots = \frac{\varphi}{1} = \varphi$, d. h. die Größe des Winkels wird

durch die Länge des Kreisbogens gemessen, der, mit dem Radius 1 cm um den Scheitel beschrieben, zwischen den Schenkeln des Winkels liegt. Die Größe des Winkels von 360° also durch den ganzen Kreisumfang, der mit 1 cm Radius um den Scheitel beschrieben ist. Danach entspricht dem

Winkel 360° 180° 90° 45° ... der *Bogen* 2π π $\pi/2$, $\pi/4$...

Die Länge der Kreisbögen $f_1 f_2$, $e_1 e_2$ usw., auf diesen Bogen φ bezogen, ist: $f_1 f_2 = f_1 c \cdot \varphi$, $e_1 e_2 = e_1 c \cdot \varphi$ usw.

Der Weg, den ein Punkt m_r im Achsenabstand r durchläuft, ist r mal so groß wie der Weg φ , den ein Punkt m_1 im Achsenabstande 1 im selben Zeitabschnitt zurücklegt. Daher hat m_r eine r mal so große Geschwindigkeit wie m_1 . Die Geschwindigkeit des *Punktes* m_1 wird gemessen durch die Länge des von ihm durchlaufenen Bogens φ im Verhältnis zu der Zeit, die er dazu braucht. Dieser Bogen ist aber zugleich das Maß für den Winkel ω , um den sich der *Körper* während desselben Zeitabschnittes gedreht hat. Die Länge des Kreisbogens, den ein Punkt im Achsenabstande 1 durchläuft, im Verhältnis zu der Zeit, die er dazu verbraucht, ist also zugleich das Maß für die Geschwindigkeit, mit der der *ganze Körper* den Winkel beschrieben hat. Man nennt sie seine *Winkelgeschwindigkeit* oder kürzer: *Drehschnelle*.

Hat der Körper eine ganze Umdrehung gemacht, so hat er den Winkel 2π beschrieben (s. oben). Ist seine Rotationsdauer T sec, so beschreibt er also in 1 sec den Winkel $2\pi/T$. In 1 sec beschreibt er aber den Winkel ω — nach der Definition für seine Drehschnelle —, es ist also $\omega = 2\pi/T$. Macht er in 1 sec n Umdrehungen, ist also $T = 1/n$, so ist $\omega = 2\pi \cdot n$. Man nennt n seine *Drehzahl* (auch *Tourenzahl* oder *Periodenzahl*).

Nach den früheren Auseinandersetzungen über Gleichförmigkeit der Geschwindigkeit und der Beschleunigung ist klar, was mit Gleichförmigkeit der Winkelgeschwindigkeit und der Winkelbeschleunigung gemeint ist. Dieselben Betrachtungen, die für geradlinige Strecken gelten, gelten hier für Kreisbögen. Beschreibt der Punkt im Achsenabstande 1 cm mit gleichförmiger Winkelgeschwindigkeit in der *Zeiteinheit* immer den Bogen von der Länge ω , so ist ω die Drehschnelle des Körpers. Es ist zu unterscheiden zwischen der *Winkelgeschwindigkeit* und der *Bahngeschwindigkeit* eines Punktes. Die *Bahngeschwindigkeit* ist die Länge des durchlaufenen Bogens $r\varphi$ im Verhältnis zu der dazu verbrauchten Zeit t . Die Drehschnelle *irgendeines* Punktes stimmt in jedem Moment mit der Drehschnelle jedes anderen Punktes d. h. *des ganzen Körpers* überein. Die Bahngeschwindigkeit dagegen ist desto größer, je größer r ist, d. h. je weiter der Punkt von der Achse absteht. Ist die *Winkelgeschwindigkeit* des Körpers bekannt, so ist auch die *Bahngeschwindigkeit* jedes Punktes bekannt, dessen Achsenabstand bekannt ist, sie ist gleich dem Produkt aus ω und diesem Achsenabstand.

Hier interessieren uns die Punkte an der Oberfläche einer Kugel, die um einen ihrer Durchmesser rotiert, denn wir leben auf einer solchen Oberfläche — wenigstens darf man die Erde nahezu so auffassen. Die Erde dreht sich in einem Tage = 86400 sec um 360° (also nur halb so schnell wie der Stundenzeiger

einer Uhr), ihre Drehschnelle ω ist daher $\frac{360^\circ}{86400}$, d. h. nur $\frac{1}{4}$ Winkelminute/sec, also sehr klein (im Bogenmaß: $2\pi/86400 = 0,000073$). Die *Bahngeschwindigkeit* eines Punktes ihrer Oberfläche hängt (Abb. 127) von seiner geographischen Breite φ ab. Sie ist gleich $\omega \cdot r \cos \varphi$, wo $r = 6378388$ m den äquatorialen Erdradius bedeutet, beträgt also am Äquator $73 \cdot 10^{-6} \cdot 6378388 =$ rund 465 m, auf dem 50. Breitengrade 299 m. Punkte desselben Breitengrades haben dieselbe Bahngeschwindigkeit, aber von *einem* Breitenkreise zum *andern* wechselt sie.

Coriolisbewegung (1835). Daß die *Bahngeschwindigkeit* der verschieden weit von der Achse entfernten Oberflächenpunkte eines rotierenden Körpers verschieden ist, sieht man den Punkten selber nicht unmittelbar an [wenigstens denen des starren rotierenden Körpers nicht; der *nichtstarre* deformiert sich (S. 78 m.) — eine sichtbare Wirkung dieser Verschiedenheit]. Wohl aber sieht man es ihnen *mittelbar* an, wenn eine frei bewegliche Masse — sagen wir ein Massenpunkt — sich an der Oberfläche des rotierenden Körpers von *einem* Breitenkreise zu einem *anderen* bewegt. Infolge der Drehung des Körpers beschreibt der Massenpunkt dann *relativ zu den Punkten der Oberfläche* des Körpers einen anderen Weg, als er ihn beschreiben würde, wenn der Körper sich *nicht* drehte. Und an dieser *Abweichung* des Weges offenbart sich die Verschiedenheit der Bahngeschwindigkeit der Oberflächenpunkte auf den verschiedenen Breitenkreisen.

Auch das interessiert uns hauptsächlich deswegen, weil wir auf der Oberfläche einer rotierenden Kugel leben und weil sich z. B. die Wasserteilchen im Flusse, die Luftteilchen im Winde, auch die Geschosse der weittragenden Geschütze und dergleichen mehr, von einem Breitenkreise zu einem anderen bewegen; auch die Drehung der Ebene der Pendelschwingungen gehört hierher und die Abweichung frei fallender Körper von der Vertikalen — beides Wirkungen der Erdrotation. Auf der Erdoberfläche merkt man die Abweichungen nur dann, wenn die Bewegung des Massenpunktes sehr lange anhält oder wenn sie ungeheuer große Geschwindigkeit hat, denn — wie sich zeigen wird — spricht dabei das Produkt aus der Geschwindigkeit des Massenpunktes und der Drehschnelle des rotierenden Körpers mit, und die Drehschnelle der Erde ist ja sehr klein. Aber auf der Oberfläche eines Körpers, den wir schnell genug drehen können, sieht man die Abweichung sehr bald. — Nach ihrem Entdecker CORIOLIS nennt man die Abweichbewegung — es ist eine Beschleunigung — Coriolisbeschleunigung und die (Schein-) Kraft, als deren Wirkung man sie auffaßt, Corioliskraft.

Wie die Abweichung entsteht, zeigt ein leicht zu übersehender Sonderfall (Abb. 88). Eine Scheibe drehe sich (Pfeilrichtung) in der Horizontalebene (Bildebene) um eine durch ihren Mittelpunkt M gehende Vertikale als Achse, und auf ihr bewege sich ein Massenpunkt vom Mittelpunkt M aus. Der materielle Punkt soll sich *völlig reibungslos* über die Scheibe bewegen, also seiner Trägheit uneingeschränkt folgen. Deswegen denken wir ihn uns auf einer *dicht über* der Scheibe parallel zu ihr und radial verlaufenden *ruhenden* Geraden bewegt, wie auf einer idealen Schiene. Der materielle Punkt bewege sich von M aus mit der konstanten Geschwindigkeit c . Am Ende der Zeitspanne t_1 erreicht er denjenigen Punkt der Schiene, unter dem der Scheibenpunkt B *anfangs* lag, während der Zeitspanne t_1 hat sich die Scheibe aber um den Winkel α unter dem materiellen Punkt weggedreht, so daß der Scheibenpunkt, der sich *anfangs* in B

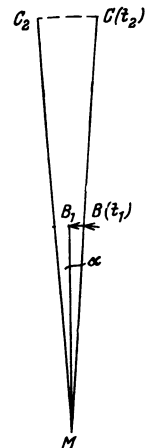


Abb. 88. Zur Coriolisbewegung.

befand, sich nun in B_1 befindet. Am Ende der nächsten (t_1 gleichen) Zeitspanne t_2 erreicht der materielle Punkt auf der Schiene denjenigen Punkt, unter dem *anfangs* der Scheibenpunkt C lag, während der Zeitspanne t_2 hat sich die Scheibe aber um denselben Winkel α weitergedreht, so daß der Scheibenpunkt, der sich *anfangs* in C befand, sich jetzt in C_2 befindet — und so fort. (Die sich drehende Scheibe und die ruhende Schiene verhalten sich zueinander wie Zifferblatt und Zeiger einer horizontal liegenden Taschenuhr, nur daß sich hier das Zifferblatt dreht und der Zeiger ruht.) Die seitliche Abweichung eines Scheibenpunktes von der Geraden, auf der sich der materielle Punkt bewegt, z. B. die Abweichung CC_2 des Scheibenpunktes C , ergibt sich als das Produkt des im Bogenmaß gemessenen Winkels CMC_2 und der Strecke MC . Der Winkel CMC_2 ist ωt und die Strecke MC gleich ct , die Ablenkung CC_2 ist also $s = c\omega t^2$ ($= \frac{2c\omega}{2} \cdot t^2$). Das aber ist offensichtlich

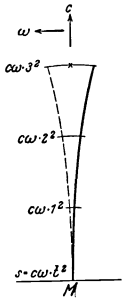


Abb. 89.
Zur Coriolisab-
weichung. In der
Ebene der Zeich-
nung dreht sich
mit konstanter
Drehachnelle ω
eine horizontal
liegende Scheibe
um die durch M
gehende Verti-
kale. Von M aus
fliegt radial ein
Geschöß nach
dem auf der
Scheibe festen
Ziel \times mit der
konstanten Ge-
schwindigkeit c .
Die Drehung der
Scheibe lenkt die
Scheibenpunkte,
die das Geschöß
überfliegt, und
das Ziel nach
links ab, so daß
das Geschöß
rechts vom Ziel
einschlägt. Ein
auf der Scheibe
ruhender Beob-
achter, also ein
Beobachter, der
die Bewegung
der Scheibe mit-
macht und nichts
davon merkt,
schließt: „eine
Kraft hat das Ge-
schöß nach rechts
abgelenkt“. Diese
scheinbar vorhandene
ablenkende
Kraft ist die Cori-
olisablenkung. — Die
ausgezogene
Kurve ist der
Weg des Geschößes
relativ zu der
ruhend gedachten
Scheibe, d. h. der
für einen mit der
Scheibe bewegten
Beobachter
scheinbare Weg
des Geschößes;
die punktierte
Kurve zeigt die
infolge der Dre-
hung während
des Geschößflu-
ges aus der Schuß-
ebene tatsächlich
abgelenkten
Scheibenpunkte.

ein Weg, der im Zeitabschnitt t mit der Beschleunigung $2c\omega$ durchlaufen worden ist (man braucht sich nur eine in der Zeitspanne t mit der Beschleunigung g durchfallene Strecke danebenzustellen, um das einzusehen). Die Scheibenpunkte weichen also in der Richtung der Scheibendrehung mit einer Geschwindigkeit ab, die senkrecht steht zu der Richtung der Geschwindigkeit c des materiellen Punktes und die die Beschleunigung $2c\omega$ hat.

So stellt sich der Vorgang dar für einen Beobachter auf der (ruhenden) Geraden, längs deren der materielle Punkt läuft. Ganz anders aber von der Scheibe aus gesehen für einen auf der Scheibe ruhenden Beobachter, der die Bewegung der Scheibe mitmacht, von der Drehung aber nichts merkt! (Das letzte ist zu beachten, man bedenke: wir machen die Drehung der Erde mit, ohne etwas davon zu merken!) Um sich sinnfällig vorzustellen, was dieser Beobachter sieht, denke man sich ein dicht über einer Ebene und parallel zu dieser vom Mittelpunkt aus geradlinig fliegendes Geschöß, die Ebene endlos nach allen Richtungen ausgedehnt, keinerlei Bezugskörper irgendwo, relativ zu denen man die Drehung der Ebene erkennen könnte. Einem auf dieser Ebene ruhenden Beobachter erscheint der Vorgang dann so, wie die Unterschrift unter Abb. 89 es beschreibt. Genau in der Lage dieses Beobachters sind wir selber (im Mittelpunkt der sich um uns drehenden Horizontalebene.)

Die Coriolisablenkung interessiert uns hauptsächlich deswegen, weil wir auf der Oberfläche einer rotierenden Kugel leben und sich Besonderheiten in der Richtung oder vielmehr in der Richtungsänderung gewisser geophysikalischer Vorgänge auf der Erdoberfläche daraus erklären lassen. Eine Masse, die sich längs der Erdoberfläche bewegt (die Luft im Winde, das Wasser im Flusse), bewegt sich zwar nicht reibungslos und die Zentrifugalkraft spricht daher ebenfalls mit. Beides aber tritt gegenüber der Coriolisablenkung so weit zurück, daß wir die Bedingung (die Reibungslosigkeit) als erfüllt ansehen dürfen, die wir bei unserer Ableitung benutzt haben. Aber eines muß man beachten: an einem Punkte der Erdoberfläche unter der geographischen Breite φ darf man von der Drehachse nur die Komponente $\omega \cdot \sin \varphi$ in Rechnung setzen (vgl. S. 76 u.). Zu den geophysikalischen Vorgängen, bei denen die Coriolisablenkung mitpricht, gehört vor allem die Ablenkung, die die Winde infolge der Erddrehung erfahren. Der ständige Unterschied zwischen der Wärmezufuhr in hohen und in niederen Breiten erzeugt eine Grundzirkula-

tion der Atmosphäre. Der Wärmeüberschuß, den der äquatorale Gürtel empfängt, leitet einen Kreislauf ein: in den oberen Schichten der Atmosphäre ziehen Winde vom Äquator *polwärts*, gleichzeitig ziehen in den unteren Schichten Winde vom Pol zum Äquator. Aber die Drehung der Erde verwickelt den Vorgang. Die obere, polwärts strömende Luft *nähert* sich allmählich der Erdoberfläche, gewinnt dadurch in den höheren Breiten immer mehr an Geschwindigkeit *relativ* zu den Punkten der Erdoberfläche, eilt diesen schließlich *voraus* und *erscheint* ihnen endlich als *Westwind*. Aus dem ähnlichen Grunde *erscheint* die untere zum Äquator strömende Luft (weil hinter den Punkten der Erdoberfläche zurückbleibend) in Breiten größerer Bahngeschwindigkeit *schließlich* als *Ostwind*. Das ist *im wesentlichen* die heutige grundsätzliche Vorstellung (seit FERREL 1860) von der Ursache der Ablenkung der Winde infolge der Erdrotation.

BAERSches Gesetz (1860). Aus der Coriolisablenkung hat K. E. v. BAER eine Besonderheit in der Uferbildung *meridional* verlaufender Flüsse in Rußland erklärt (BAERSches Gesetz): an vielen Niederungsflüssen ist dort das rechte Ufer auf lange Strecken steil und hoch (Bergufer), das linke niedrig und flach (Wiesenufer). v. BAER sieht die Ursache in dem (nach dem Bergufer zu) infolge der Erddrehung verstärkten Druck der Strömung, der den Fluß zwingt, sein Bett so lange nach rechts zu verlegen, bis höheres Gelände der Wanderung ein Ziel setzt.

Das fließende Wasser, das sich vom Äquator zu den Polen hin bewegt, bringt eine größere Bahngeschwindigkeit mit, als die höheren Breiten der Erdkugel haben, und drängt deshalb gegen die östlichen Ufer, weil die Drehbewegung nach Osten gerichtet ist, also auch dieser Überschuß, den das fließende Wasser aus niedrigen Breiten in höhere mitbringt. Umgekehrt wird ein fließendes Wasser, das sich mehr oder weniger von den Polen nach dem Äquator bewegt, mit kleinerer Bahngeschwindigkeit in niedrigeren Breiten ankommen, also gegen das Westufer drängen. In der nördlichen Erdhälfte ist aber für die Flüsse, die nach Norden fließen, das Ostufer das rechte und für Flüsse, die nach Süden fließen, das westliche das rechte. In der nördlichen Halbkugel muß also, an Flüssen die mehr oder weniger längs dem Meridian fließen, das rechte Ufer das angegriffene, steilere und höhere, das linke das überschwemmte und deshalb verflachte sein, und zwar in demselben Maße, in dem sie sich der Meridianrichtung nähern, so daß bei Flüssen oder Flußabschnitten, die fast ganz im Meridian verlaufen, andere störende Einflüsse, nur wenig, in solchen aber, die mit dem Meridian einen ansehnlichen Winkel machen, stärker hervortreten müssen. — Ist diese Erklärung richtig, so muß auf der südlichen Halbkugel das linke Ufer das hohe und das rechte das flache, überschwemmte sein, denn hier ist für Flüsse, die zum Pole gerichtet sind, das Ostufer das linke und für Flüsse, die zum Äquator strömen, das Westufer ebenfalls das linke. Und so ist es nach v. BAERS Angabe in der Tat.

Drehvektor. Auch die Drehung veranschaulicht man (S. 35 m.) durch eine gerichtete Strecke. Man legt sie in die Drehachse, macht ihre Länge gleich der Drehschnelle ω und gibt ihr eine Pfeilspitze nach derjenigen Richtung, die mit dem Drehungssinn zusammen eine *Rechtsschraube* bildet (Abb. 90). Pfeil und Drehsinn hängen dann zusammen wie Vorwärtsschub und Drehung des rechten Handgelenkes beim Bohren (Korkzieher). Dieser *Drehvektor* heißt ein axialer Vektor (Gegensatz: polarer Vektor, S. 35 m.). Von welchem Punkt O der Achse aus man den Vektor ω zieht, ist gleichgültig. — Auch der Zusammenhang der Bahngeschwindigkeit eines Punktes mit der Winkelgeschwindigkeit des Körpers läßt sich veranschaulichen. Ein Punkt P , der den Achsenabstand r_1 hat und dessen augenblickliche Lage der Fahrstrahl r von O nach P und der Winkel α mit dem Vektor ω kennzeichnen, hat die Bahngeschwindigkeit $v = \omega r_1 = \omega r \sin \alpha$.

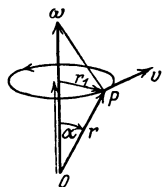


Abb. 90.
Zum Begriff Drehvektor.

Rechts steht der doppelte Inhalt des aus den Vektoren ω und r gebildeten Dreiecks. Man nennt es ihr *vektorielles Produkt* und stellt es durch die gerichtete Strecke v dar. Man macht den Betrag von v gleich dem doppelten Dreiecksinhalt und stellt sie auf die Dreiecksebene senkrecht *so* gerichtet, daß der Richtungspfeil und *diejenige* Drehung α eine Rechtsschraube bilden, die den Vektor ω auf dem *kürzesten* Wege in die Richtung des Vektors r bringt.

Bisweilen dreht sich ein Körper um *mehrere* Achsen gleichzeitig. Die Vektordarstellung der Drehung verhilft dann dazu, seine Drehungen um *mehrere* Achsen zu einer resultierenden Drehung um *eine resultierende* Achse zusammenzusetzen. Was heißt das: gleichzeitige Drehung eines Körpers um mehrere

Achsen? Man denke an den sich drehenden Kinderspielkreisel, dessen Stützpunkt (Spitze) an Ort und Stelle bleibt, Abb. 91: er dreht sich (1) um seine Symmetrieachse (Figurenachse) und gleichzeitig dreht sich *diese* (2) um die durch den Stützpunkt gehende Vertikale und beschreibt einen Kegelmantel um sie (die Kreiselspitze ist Kegelspitze, die Vertikale Kegelachse). Verlangsamt sich der Kreisel, so schwankt die Figurenachse außerdem zu der Vertikalen hin und von ihr weg, dreht sich also auch (3) um eine durch den Stützpunkt gehende Horizontale. Kurz: Jeder Massenpunkt des Körpers — nur der Stützpunkt nicht! — geht gleichzeitig um *mehrere* Achsen. Alle diese Drehungen kombinieren sich zu der Bewegung des taumelnden, mit dem Umfallen kämpfenden Kreisels. Die Figurenachse ist keineswegs mehr die bevorzugte Drehachse des Systems, sie ist nur *eine* der Achsen neben *anderen*.

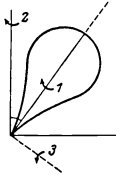


Abb. 91. Ein Körper, der sich gleichzeitig um mehrere Achsen dreht.

Wie setzt man die Drehungen zusammen? und wie findet man die resultierende Drehung und ihre Drehachse? Wir erwähnen nur die Grundregel, nach der man zwei Drehungen um zwei Achsen, die durch denselben Punkt gehen, zu einer resultierenden Drehung zusammensetzt (und wie man analog eine Drehung in zwei Komponenten zerlegt). Es seien u_1 und u_2 die beiden Vektoren (S. 75 u.) der beiden Drehungen. Jeder bestimmt Achse und Drehschnelle der betreffenden Drehung; jede dieser Drehungen erteilt jedem Massenpunkte des Körpers eine bestimmte Geschwindigkeit. Die Zusammensetzung der *Drehung* sagt uns, welche *Geschwindigkeiten* die Massenpunkte des Körpers annehmen, wenn sich die bei diesen beiden Drehungen entstehenden Geschwindigkeiten an ihnen zusammensetzen. Die Aussage lautet: 1. auch die resultierende Bewegung ist eine Drehung des Körpers um eine Achse; 2. Drehschnelle und Achsenrichtung der resultierenden Drehung ist gegeben durch den Drehungsvektor, der durch Addition der Vektoren u_1 und u_2 nach der Parallelogrammregel (S. 35 u.) entsteht.

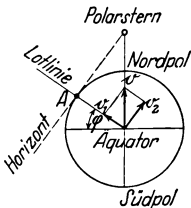


Abb. 92. Zerlegung der Achsendrehung der Erde in zwei gleichzeitige Drehungen um zwei verschiedene Achsen.

eines Tages.) Man zerlegt nun den Vektor σ durch die übliche Vektorzerlegung (S. 33 m.) in die zwei Komponenten σ_1 und σ_2 . Die erste Komponente bedeutet eine Drehung der Horizontalebene (Azimutaldrehung) eines unter der geographischen Breite φ gelegenen Beobachtungsortes A um dessen Lotlinie; sie hat die Drehschnelle $\omega_1 = \omega \sin \varphi$, sie verschwindet nur am Äquator ($\varphi = 0$) und stellt am Nordpol und am Südpol ($\varphi = 90$) die Gesamtdrehung dar. Die zweite Komponente (Vertikaldrehung) dreht den Horizont um eine durch den Erdmittelpunkt parallel zur Nordrichtung des Beobachtungsortes *gezogene* Achse mit der Drehschnelle $\omega_2 = \omega \cos \varphi$, sie verschwindet nur an den beiden Polen und stellt am Äquator die Gesamtdrehung dar. Diese Zerspaltung der Erddrehung macht es z. B. ohne weiteres anschaulich, warum das Pendel und der Isotomeograph an den Polen die Achsendrehung der Erde am deutlichsten zeigen, am Äquator aber überhaupt nicht (S. 96 m. und S. 103 o.).

Zentripetal- und Zentrifugalkraft. Dreht sich der Körper unter der Einwirkung einer Kraft, z. B. wie der Uhrzeiger, so dreht er sich auch, wenn die Kraft

zu wirken aufhört, in diesem Sinne weiter, und zwar mit der Drehschnelle, die er in dem Moment hat, in dem die Kraft zu wirken aufhört. Die Drehung mit gleichförmiger Drehschnelle ist also einer Trägheitsbewegung vergleichbar: der Körper behält seinen Bewegungszustand nach Drehsinn und Drehschnelle bei, wenn ihn nicht eine äußere Kraft daran hindert (was wir hier ausschließen). Aber diese Quasi-Trägheitsbewegung ist von der *wirklichen* Trägheitsbewegung verschieden: die einzelnen Massenpunkte bewegen sich zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit, aber sie bewegen sich *im Kreise*. Anders als geradlinig kann sich ein Punkt aber *nur* unter der Einwirkung einer Kraft bewegen. Wir müssen daher *annehmen*, daß auf jeden Massenpunkt, obwohl seine Geschwindigkeit *gleichförmig* ist, eine Kraft wirkt, die ihn von derjenigen Geraden ablenkt, die er beschrieben haben *würde*, wenn er seiner Trägheit hätte folgen dürfen — und zwar radial ablenkt zu dem Zentrum des von ihm beschriebenen Kreises *hin*; man sagt: *zentripetal*.

Dem Zwange dieser ablenkenden Kraft setzt der Punkt infolge seiner Trägheit einen Widerstand entgegen, diametral entgegengesetzt zu der ablenkenden Kraft: dieser Widerstand strebt, die Annäherung des Massenpunktes an den Mittelpunkt des Kreises zu verhindern; er wirkt *auch* radial, aber vom Zentrum *weg*; man sagt: *zentrifugal*. Die *Zentrifugalkraft* — so nennt man den Widerstand gegen die ablenkende Kraft — hat also nur Bedeutung relativ zu der gleichzeitig wirkenden *Zentripetalkraft*. Sie ist die Reaktion, wenn man die zentripetale als Aktion ansieht, sie ist wie stets bei der Aktion und der Reaktion immer gleichzeitig mit der zentripetalen, muß also gleichzeitig mit ihr auftreten und gleichzeitig mit ihr verschwinden und muß aus demselben Grunde auch gleich groß sein. Um zu erkennen, worin die Zentrifugalkraft sich äußert, muß man sich die Beziehungen eines Massenpunktes zu dem Zentrum seiner Bahn vergegenwärtigen. Abb. 93 bedeute eine Ebene senkrecht durch die Achse des Körpers, Punkt *C* ihren Schnittpunkt mit der Achse, der Kreis die Bahn eines Massenpunktes, der gebogene Pfeil den Drehsinn. Der *Massenpunkt* strebt, infolge seiner Trägheit auf der Tangente weiterzugehen, das *Zentrum*, als ein Punkt der *festliegenden* Achse, liegenzubleiben. Beide gehören zu demselben starren Körper und können daher ihren Abstand voneinander nicht ändern. Das Zentrum unterliegt so dem Zwange, *liegenzubleiben zu müssen* und seinen Abstand von dem Massenpunkt nicht ändern zu können, der Massenpunkt dem Zwange, seinen Abstand vom Zentrum nicht ändern zu können und doch *vorwärtsgehen zu müssen*. Der umlaufende Massenpunkt strebt daher, das Zentrum (unter Einhaltung seines ursprünglichen Abstandes von ihm) zu verschieben.

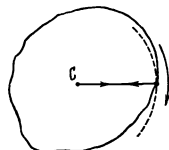


Abb. 93. Gleichzeitigkeit der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft.

Die Zentrifugalkraft strebt aber auch — man darf ja ihren Angriffspunkt an irgendeinen Punkt ihrer Richtung verlegt denken — die Massenpunkte, die *zwischen* dem umlaufenden Punkte und dem Zentrum liegen, von dem Zentrum zu entfernen. Sie tritt so in Wettbewerb mit den Kräften, die die Starrheit des Körpers ausmachen und seine *Kohäsion* bestimmen. Wäre der Körper vollkommen starr, so würde seine Starrheit die Zentrifugalkraft völlig wirkungslos machen, aber vollkommen starr ist *kein* Körper. Die Massenpunkte verschieben sich daher unter der Einwirkung einer *genügend großen* Zentrifugalkraft mehr oder weniger, d. h. der Körper gibt nach, er verzerrt sich, er kann sogar zerreißen. Wir können uns diese für die Drehung des starren Körpers wesentlichen Kräfte (Zentripetalkraft, Zentrifugalkraft, Angriff auf das Zentrum, Wettstreit mit den Kohäsionskräften) *sinnfällig* an einem Vorgang vergegenwärtigen, der zwar von der Starrheit absieht, aber die *wesentlichen* Punkte der Drehung verwirklicht. Schwingt man mit der Hand einen schweren Körper an einer Schnur im Kreise, Abb. 94,

so strafft sich die Schnur infolge des zentrifugalen Zuges, und die Hand fühlt einen Zug zu dem Körper hin. Sie muß ihn stark nach innen (zentripetal) ziehen, um nicht selber nach außen (zentrifugal) gerissen zu werden. Schwingt man den Körper schneller und schneller, macht man also die Zentripetalkraft größer und größer, so wird auch die Zentrifugalkraft immer größer. Der Zug, den die Hand spürt, wird immer größer, die Schnur immer straffer, endlich reißt sie, die Kreisbewegung und der Zug an der Hand enden im selben Moment, und der Körper fliegt davon.



Abb. 94. Gleichzeitigkeit der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft.

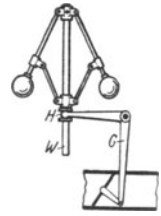


Abb. 95. Zentrifugalregulator einer Dampfmaschine.

Zur Veranschaulichung der Zentrifugalkraft.

Zwischen dem starren Körper, den die Zentrifugalkraft gar nicht verändert, und dem Körper, den sie zerreißt, steht der Körper, den sie nur auseinanderzerzt, deformiert. Ein gutes Beispiel dafür — wenigstens in den wesentlichen Punkten — bietet der Zentrifugalregulator der Dampfmaschine, den JAMES WATT (1784) erfunden hat, um den Dampfzufluß zu der Maschine zu regeln, Abb. 95. Der vertikal angeordneten Welle *W* sind mit leicht beweglichen Gelenken Arme angegliedert, die unten in schweren Kugeln enden; dreht sich die Welle mit angemessener Geschwindigkeit, so entfernen sich die Kugeln zentrifugal von ihr. Die sich hebenden Arme ziehen eine auf der Welle verschiebbare Hülse *H* mit sich und betätigen auf diese Weise das Dampfventil, das durch ein Gestänge *G* mit der Hülse verbunden ist. — Die Auseinanderzerrung durch die Zentrifugalkraft wird besonders anschaulich an einer Flüssigkeitskugel. Eine Flüssigkeit, die dem Einfluß der Schwerkraft entzogen ist und sich vollkommen in Ruhe und Gleichgewicht befindet, bildet eine Kugel (S. 162 u.). Läßt man sie um eine ihrer Achsen rotieren, z. B. eine Kugel aus Olivenöl, die (PLATEAUScher Versuch) in einem Gemisch aus Alkohol und Wasser schwebt, so verwandelt sich die Kugel in ein Ellipsoid. Die aus der Rotation entspringenden Zentrifugalkräfte treten in Wettbewerb mit den sehr geringen Kohäsionskräften, die die Flüssigkeit zusammenhalten, und bringen die Umformung zustande, indem sie die einzelnen Massenpunkte von der Achse weg nach außen treiben. Unter den Punkten, die auf einem Meridian liegen — jeder verwandelt sich während des Rotierens aus einem Kreise in eine Ellipse —

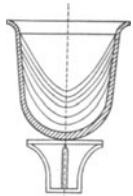


Abb. 96. Umformung der Oberfläche einer Flüssigkeit infolge ihrer Rotation

werden die am Äquator liegenden am weitesten nach außen getrieben, die an den Polen liegenden gar nicht, die zwischen Äquator und Pol liegenden je ihrem Abstände von der Achse entsprechend weit (das hängt mit der Größe der Zentrifugalkraft an den einzelnen Punkten zusammen). Die Kugel wird also senkrecht zur Achse auseinandergezerrt. Infolgedessen nähern sich die Pole einander, die Kugel plattet sich an den Polen ab und geht in das Rotationsellipsoid über (Erde, Mond, Planeten sind fast kugelförmig, aber an den Polen abgeplattet. Man schließt daraus, daß sie früher plastisch gewesen sind.) — Ähnlich erklärt sich die Umformung der Oberfläche einer Flüssigkeit in einem Gefäß, das um seine vertikale Achse rotiert, Abb. 96. Die ursprünglich horizontale freie Oberfläche der Flüssigkeit formt sich zu einem Paraboloid (mit der Drehachse als Symmetrieachse). Die Kraft, die jeden ihrer Punkte angreift, ist die Resultierende aus der Zentrifugalkraft und der Schwerkraft. Die Oberfläche muß sich so formen, daß sie in jedem ihrer Punkte senkrecht zu der sie dort angreifenden Kraft steht. Nur dann ist die Oberfläche beständig; hätte die Kraft eine dazu senkrechte Komponente (tangential), so würde die Flüssigkeit dieser folgen, so lange, bis die Oberfläche zu der herrschenden Kraft senkrecht steht.

Größe der Zentripetalkraft und der Zentrifugalkraft. Um zu berechnen, wie groß die Zentripetalkraft ist, geht man davon aus, daß (vgl. S. 77 o.) sie den Massenpunkt von derjenigen Geraden wegzieht, die er beschreiben würde, wenn er seiner Trägheit folgen könnte. Verschwände dieser Zug in dem Moment, in dem der Massenpunkt (Abb. 97) in *D* ankommt, so würde sich der Punkt von *D* aus auf der Tangente mit der Geschwindigkeit, die er in *D* hat, weiterbewegen. Aber der Zug besteht fort, lenkt den Massenpunkt von der Tangente weg und zwingt ihn, auf dem Kreise weiterzugehen. Aus der Größe seiner Ablenkung während einer Zeitspanne *t* kann man die Größe der Zentripetalkraft berechnen.

Die Drehschnelle sei gleichförmig und gleich ω , der Massenpunkt stehe von der Achse um r ab, seine Bahngeschwindigkeit ist dann $v = r \cdot \omega$, das ist dann die Geschwindigkeit, mit der er von D aus tangential gleichförmig weiterzugehen strebt. Geht er während des Zeitabschnittes t von D bis E , so ist DE gleich $t \cdot v$ (weil er in der Zeit t die Strecke v zurücklegt). Der Zeitabschnitt t sei so klein, daß der Bogen DE als mit der Sehne DE identisch gelten darf, dann ist die Sehne $DE = t \cdot v$. Die Abweichung von der Tangente während t ist die Strecke GE , oder auch, wenn man durch E eine Parallele zu GD zieht, DF ($= GE$). Die Kraft, die diese Abweichung bewirkt, sie heiße F , wirkt dauernd auf den Massenpunkt, also beschleunigend. Der Punkt habe die Masse m , er erfährt dann die Beschleunigung F/m , legt also während t die Strecke $\frac{1}{2} \cdot \frac{F}{m} \cdot t^2$ zurück. Das ist die GE gleiche Strecke DF . Nach einem bekannten Satze der Planimetrie ist $\overline{DE}^2 = 2r \cdot DF$, also $v^2 t^2 = 2r \cdot \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2$, also $F = m \frac{v^2}{r}$. Und da $v = r\omega$ ist, ist $F = m r \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} m r$ [wenn man, S. 72 m., die Umlaufdauer T einführt und bedenkt, daß ein Punkt im Achsenabstande r in der Zeit T den Weg $2\pi r$, in der Zeit t also den Weg $2\pi \frac{r}{T} t$ zurücklegt, der Weg in der Zeit t aber auch durch $r\omega$ angegeben wird, also $r\omega = 2\pi \frac{r}{T}$ ist]. Die Größe der Zentripetalkraft, die den Massenpunkt in der Kreisbahn erhält, hängt also von der Masse, dem Kreisradius, d. h. dem Achsenabstande, und der Bahngeschwindigkeit des Punktes ab, diese selbst aber von der Drehschnelle ω .

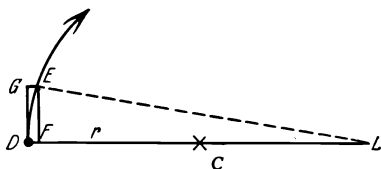


Abb. 97. Berechnung der Zentripetalbeschleunigung.

Hat die Schnur der Abb. 94 die Länge des Sekundenpendels (S. 104 m.) und umkreist der Körper die Hand zehnmal in der Sekunde, so wird die Schnur 400 mal so stark beansprucht, wie wenn der Körper ruhend an ihr hängt. Denn: die Zentrifugalkraft ist $F = 4\pi^2 \frac{r m}{T^2}$, ist die Länge des Sekundenpendels l , so ist $r = l$ zu setzen. Ist das Gewicht des Körpers P , so ist $m = P/g$ zu setzen, und da $g = \pi^2 l$ ist (nach der Pendelgleichung), ist $m = P/\pi^2 l$. Ist ferner $T = \frac{1}{10}$ Sekunde, so ist schließlich $F = 400 P$. Das unter den angegebenen Bedingungen erzeugte „Zentrifugalkraftfeld“ wirkt also 400 mal so stark auf den Körper wie das Schwerfeld der Erde. Es ist geglückt, Zentrifugalfelder zu erzeugen, deren Stärke das 100 000 fache der Stärke des Erdfeldes übersteigt (Ultrazentrifuge, THE SVEDBERG). Wird die Umlaufgeschwindigkeit groß genug, so wird die Zentrifugalkraft stets so groß werden, daß sie die Kohäsionskräfte des Körpers überwindet, d. h. ihn zerreißt.

Planetenbewegung. — Allgemeine Massenanziehung.

Zentralbewegung (Planetenbewegung). KOPERNIKUS UND KEPLER. Solange der um den Achsenpunkt C umlaufende Massenpunkt (Abb. 93) mit der Achse starr verbunden ist, kann er keine andere Bahn beschreiben als einen Kreis. Wird aber die Verbindung während er umläuft unterbrochen, so fliegt er in der Tangente davon wie der im Kreise geschwungene Stein (Abb. 94), wenn die Schnur reißt. Würde der Stein, obwohl sie zerrissen ist, fortfahren sich um die Hand zu bewegen, so würden wir die Ursache dafür in einer Kraft suchen, die ihn von der Tangente weg und zur Bewegung um die Hand zwingt. Hat er die Masse m und würde er einen Kreis vom Radius r mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Umlaufdauer T um sie beschreiben, so würden wir (s. oben) sagen, „der Stein bewegt sich, wie wenn die Hand eine Zentripetalkraft von der Größe $4\pi^2 r m / T^2$ auf ihn ausübte“. — Das würden wir aber nur dann sagen können, wenn der Stein einen Kreis beschrieb, und zwar mit gleichförmiger Geschwindigkeit.

Ohne eine starre Verbindung mit der Hand könnte er, wenn er sich überhaupt um sie bewege, irgendeine andere ebene Bahn beschreiben. Wir würden auch dann noch eine Kraft, eine *Zentralkraft*, zwischen ihm und ihr als Ursache seiner Bewegung um sie als Zentrum, seiner *Zentralbewegung*, ansehen. Um aber über Größe und Richtung der Kraft etwas sagen zu können, müßten wir erst die Form der Bahn kennen, die er beschreibt, und seine Geschwindigkeit oder seine Geschwindigkeitsänderung, während er sie durchläuft. Denn bisher kennen wir Größe und Richtung der Zentralkraft nur an der *gleichförmigen Kreisbewegung*.

Zentralbewegungen, d. h. Bewegungen von Körpern um einen anderen Körper als Zentrum, ohne daß eine sichtbare Verbindung mit ihm besteht, sind z. B. die Bewegungen der Planeten. KOPERNIKUS (1473—1543) erklärte die von der Erde aus täglich beobachtete Wanderung der Gestirne *um die Erde*, die beobachteten Bewegungen der Planeten gegeneinander und gegen die Sonne, den Auf- und den Untergang der Gestirne über und unter den Horizont u. a. m. als eine Folge der *Drehung der Erde* um einen ihrer Durchmesser als Achse (Rotation) und als eine Folge der *Bewegung der Erde* und der anderen Planeten *um die Sonne* als Zentrum (Revolution). Er hielt die Planetenbahnen für exzentrische Kreise um die Sonne. Aber KEPLER (1571—1630) entdeckte, gestützt auf TYCHO BRAHES (35 Jahre lang ausgeführte) Beobachtungen der Marsstellungen, daß die Marsbahn eine Ellipse sei, und daß in dem einen Brennpunkt der Ellipse die Sonne stehe.

Erstes KEPLERSches Gesetz. (Form der Planetenbahnen.) KEPLER fand, daß für die übrigen Planeten dasselbe gilt, nämlich: *Alle Planeten bewegen sich um die Sonne in Ellipsen; allen diesen Ellipsen ist ein Brennpunkt gemeinsam, und in diesem gemeinsamen Brennpunkt steht die Sonne.* (Erstes KEPLERSches Gesetz.)

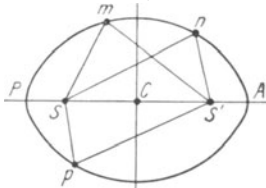


Abb. 98. Ellipse. Es ist $mS + mS' = nS + nS' = pS + pS'$ usw.
 $CS = CS' = e$ $CA = CP = a$

Die *Ellipse* (Abb. 98) ist eine ebene Kurve, die z. B. dann entsteht, wenn ein Kegel, dessen Querschnitt *senkrecht* zur Achse ein *Kreis* ist, *schief* zur Achse und zu den Seiten von einer Ebene durchschnitten wird (Abb. 99). Charakteristisch für die Ellipse ist die Beziehung jedes ihrer Punkte zu ihren zwei *Brennpunkten* (S und S'), zwei Punkten, die auf der längsten Ellipsensehne, der *großen Achse*, liegen, gleich weit von der Achsenmitte C , dem *Mittelpunkt der Ellipse*. Für jeden Punkt ($m, n, p \dots$) der Ellipse hat die Summe seiner Abstände von den Brennpunkten

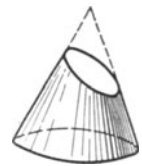


Abb. 99. Eine Ebene durch den Kreiskegel schief zur Achse und zu den Seiten schneidet den Mantel in einer Ellipse (perspektivisch vgl. Abb. 21).

dieselbe Größe (Abb. 98). Die ovale Form der Ellipse zeigt, daß bei der Bewegung in einer Ellipse der Planet der Sonne S bald näher, bald ferner steht, daß er in A , dem der Sonne ferneren Endpunkte der großen Achse, den größten Abstand (Aphel), an dem anderen, P , den kleinsten Abstand (Perihel) von der Sonne hat. Bedeutet a ($= CA = CP$) die *halbe* große Achse und e ($= CS = CS'$) den Abstand eines Brennpunktes, also auch den Abstand der Sonne S von C , der Achsenmitte, so ist der größte Abstand des Planeten von der Sonne $a + e$, der kleinste $a - e$, also der *mittlere* gleich a , d. h. gleich der halben großen Achse.

Der Abstand SC ($= S'C$) der Brennpunkte von C , die *lineare Exzentrizität*, bestimmt die Ovalität der Ellipse. Je kleiner er im Verhältnis zur halben großen Achse ist, also je kleiner e/a ist, die *numerische Exzentrizität*, desto ähnlicher ist sie dem Kreise und desto kleiner auch der Unterschied zwischen dem *größten* Abstände $a + e$ (resp. dem kleinsten $a - e$) und dem mittleren Abstand a der Planeten von der Sonne. Desto kleiner ist auch der Fehler, den man begeht, wenn man den (veränderlichen) Abstand eines Planeten von der Sonne stets durch seinen mittleren Abstand a ersetzt denkt, also den Planeten auf einem Kreise mit dem *mittleren* Abstand a als Radius um die Sonne als Zentrum gehend denkt. Die meisten Planetenbahnen weichen so wenig von Kreisen ab (am meisten die Merkurbahn, am wenigsten die Venusbahn), daß man sie, wenn es sich nicht um astronomische Rechnungen handelt, durch Kreise ersetzt denken darf. — Die Exzentrizität ist z. B. für Merkur: 0,2056; Venus: 0,0068; Erde: 0,0167. Das bedeutet: Der Abstand Brennpunkt—Mittelpunkt der Ellipse beträgt für Merkur 20 %; für Venus 0,6 %, für die Erde 1,67 % der halben großen Achse, oder auch: der Unter-

schied zwischen dem kleinsten und dem größten Abstand Planet—Sonne, ausgedrückt in Prozenten des mittleren Abstandes beträgt für Merkur 40 %, Venus 1,2 %, die Erde 3,34 %. Die mittleren Abstände Planet—Sonne betragen für Merkur 58, Venus 108, Erde 149 Millionen Kilometer.

Zweites KEPLERSches Gesetz. (Geschwindigkeit der Planeten.) Bei der Untersuchung, ob der Mars seine Bahn gleichförmig durchläuft d. h. ob er in gleich großen Zeitabschnitten gleich große Bogen beschreibt oder nicht, entdeckte KEPLER ein zweites Gesetz, das er später ebenfalls für alle Planeten geltend fand. Er fand (Abb. 100): Sind \widehat{AB} , \widehat{CD} , \widehat{EF} Bogen, die der Planet in gleich großen Zeitabschnitten durchläuft, dann ist der Sektor SAB gleich dem Sektor SCD gleich dem Sektor SEF usw. Das ist das *zweite KEPLERSche Gesetz*. In Worten: *In gleichen Zeitabschnitten überstreicht der Radiusvektor — die Gerade von der Sonne zu dem Planeten — gleiche Flächenstücke — die Ellipsensektoren*. Diese Tatsache beantwortet die Frage, ob der Planet die Ellipsenbahn mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchläuft oder nicht. Die Form der Ellipse zeigt, daß, wenn SEF an Fläche gleich SAB sein soll, \widehat{AB} größer sein muß als \widehat{EF} (weil SE und SF länger sind als SA und SB). Da nun der Planet der Beobachtung nach \widehat{EF} und \widehat{AB} in *gleichen* Zeitabschnitten durchlaufen hat, so muß er \widehat{AB} (er liegt der Sonne näher als \widehat{EF}) schneller durchlaufen haben als \widehat{EF} ; d. h. der Planet durchläuft seine Bahn mit *ungleichförmiger* Geschwindigkeit, mit desto *größerer*, je näher er der Sonne ist.

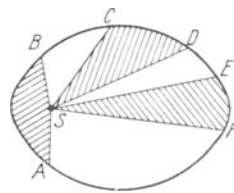


Abb. 100. Zum zweiten KEPLERSchen Gesetz (Flächensatz). Die Sektoren SAB , SCD , SEF einander gleich.

Gegenseitige „Anziehung“ der Sonne und der Planeten. Entstehung des Planetensystems. Denkt man sich die Ellipsenbahnen durch Kreise ersetzt (S. 80 u.), so treten an die Stelle der Ellipsensektoren *Kreis*sektoren. Zu gleich großen *Kreis*sektoren gehören aber stets gleich große *Kreis*bogen. Man muß dann also auch annehmen, daß der Planet in gleich großen Zeitintervallen gleich große *Kreis*bogen beschreibt, d. h. man muß die ungleichförmige Geschwindigkeit in der Ellipse durch eine gleichförmige in der fingierten *Kreis*bahn ersetzt denken. Die Planeten und die Sonne sind im Verhältnis zu ihren Abständen voneinander so klein, daß sie im Vergleich dazu wie Punkte erscheinen. (Der Durchmesser der Sonne ist rund der 108. Teil des mittleren Abstandes der Erde von ihr, und ihr Rauminhalt etwa 1300000mal so groß wie der der Erde.) Der Planet in der fingierten *Kreis*bahn um die Sonne ist dann *anzusehen* als ein materieller Punkt, der um einen anderen als Zentrum mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen Kreis beschreibt, — genau wie ein außerhalb der Achse liegender Punkt des rotierenden starren Körpers um sein Bahnzentrum. Wir ziehen daher aus der Bewegung der Planeten in einer *Kreis*bahn dieselben Schlüsse, die wir aus der gleichförmigen *Kreis*bewegung der Punkte eines rotierenden starren Körpers gezogen haben, d. h. wir schließen: 1. der Planet sucht sich tangential zur *Kreis*bahn vom Zentrum der *Kreis*bahn zu entfernen; 2. er wird daran verhindert, weil er von einer nach dem Zentrum gerichteten Kraft angegriffen wird; 3. dem Zwange, den diese nach dem Zentrum gerichtete Kraft auf ihn ausübt, setzt er eine gleich große und entgegengesetzt gerichtete Kraft entgegen. Woher er seine (tangentielle) Bewegung hat, wissen wir nicht. Die Nebularhypothese von der Entstehung des Planetensystems (KANT 1755, LAPLACE 1796) versucht die Frage zu beantworten.

Die *Nebularhypothese* folgert für die Glieder des Planetensystems einen einheitlichen Ursprung aus der Ähnlichkeit ihrer Bewegungen, aus der kleinen Exzentrizität ihrer Bahnen und aus den geringen Neigungen ihrer Bahnen gegeneinander — sowohl der Planeten wie ihrer Monde. Die Stoffe, die jetzt das Planetensystem bilden, be-

standen ihr zufolge (LAPLACE) als ein linsenförmiger Nebel aus sehr verdünntem Gas, der ursprünglich als Atmosphäre der Sonne noch über die (gegenwärtige) Bahn des fernsten Planeten hinausreichte. Dieser Nebel rotierte um eine auf den jetzigen Planetenbahnen senkrechte Achse. Das Gas kühlte sich *von der Oberfläche* aus ab: dadurch wurde es *in der Mitte* dichter. Infolge seiner Kontraktion stieg seine Drehgeschwindigkeit (nach dem Gesetz von der Erhaltung des Drehmomentes S. 95), und seine Randteile trennten sich von den der Achse näheren Teilen als ein Ring ab (S. 78 m., PLATEAUScher Versuch). Weitere Abkühlung bewirkte *weitere* Kontraktion, *noch* größere Drehgeschwindigkeit und die Lostrennung eines zweiten Ringes. Die Ringe zerrissen und ballten sich zu Planeten, während der zentrale Kern die Sonne bildete. Die Hypothese beruft sich zu ihrer Unterstützung auf die Ringe des Saturn und auf die Entstehung der Monde als Wiederholung des Sonnensystems im kleinen. Eine Entwicklung, die von der Nebularhypothese wesentlich abweicht, wird heute für wahrscheinlicher gehalten. Ein Haupteinwand gegen die Hypothese ist die Abweichung der Rotationsachse der Sonne von der zur Ebene der Planetenrotation Senkrechten.

Wir wissen auch nicht, wodurch die Kraft auf den Planeten übertragen wird, die ihn hindert, seiner Trägheit zu folgen. Aber wir müssen schließen¹, daß sie stets zur Sonne hin gerichtet ist, und darum sehen wir die Sonne als Ursache der Zentralbewegung der Planeten an, als den Sitz einer „anziehenden“ Kraft, die die Planeten hindert, sich ins Unendliche von ihr zu entfernen. Dann müssen wir auch in der Sonne den Angriffspunkt der von den Planeten auf das Zentrum (in dem ja die Sonne steht) ausgeübten Kraft annehmen. Das heißt, wir schließen aus der Zentralbewegung der Planeten um die Sonne auf eine *gegenseitige* „Anziehung“ der Sonne und der Planeten, die beiderseits gleich stark ist, der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft vergleichbar. NEWTON setzt die Größe der Kraft

$F = 4\pi^2 \cdot \frac{m a}{T^2}$, wenn T die Umlaufdauer (Dauer der Revolution), m die Masse, a (der mittlere Abstand, d. i. die halbe große Ellipsenachse) den Radius der Kreisbahn des Planeten bedeuten.

Drittes KEPLERSches Gesetz (Umlaufdauer der Planeten). Größe der Anziehungskraft der Sonne auf die Planeten. Die Größe der Kraft, die der Planet von der Sonne erfährt, hängt also, abgesehen von seiner Masse m und seinem Abstände a von der Sonne, *anscheinend* auch von seiner Umlaufdauer T ab. Aber von der Umlaufdauer (Dauer der Revolution) *nur scheinbar*. Wären die Planeten mit der Sonne starr verbunden, so müßten *alle* (S. 71 m.) ihre Bahnen in derselben Umlaufdauer T durchlaufen. Sie sind aber frei beweglich, und jeder hat eine andere Umlaufdauer; wie die astronomischen Beobachtungen lehren, eine desto größere, je größer sein mittlerer Abstand von der Sonne ist. In dem Ausdruck für F hat daher T für jeden Planeten einen anderen Wert.

Sind m_1 und m_2 die Massen, a_1 und a_2 die mittleren Abstände, T_1 und T_2 die Umlaufdauern zweier Planeten; die wir (1) und (2) nennen wollen, so wirkt auf (1) die Kraft $F_1 = 4\pi^2 \cdot \frac{m_1 a_1}{T_1^2}$ und auf (2) die Kraft $F_2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m_2 a_2}{T_2^2}$.

Wie sich F_1 und F_2 der Größe nach zueinander verhalten, ergibt die Division der ersten Gleichung durch die zweite. Es ist:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{a_1}{a_2} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2}.$$

Zwischen den Umlaufdauern T und den mittleren Abständen a entdeckte KEPLER

die Beziehung $\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{a_1^3}$, d. h. die Quadrate der Umlaufdauern verhalten sich

¹ Dieser Schluß folgt nicht nur unter der Annahme der Planetenbahn als Kreisbahn, sondern (NEWTON) auch für die (tatsächliche) Ellipsenbahn.

wie die Kuben der mittleren Abstände von der Sonne (drittes KEPLERSches Gesetz). Es besteht z. B. die Gleichung

$$\left(\frac{T_{\text{Erde}}}{T_{\text{Venus}}}\right)^2 = \left(\frac{a_{\text{Erde}}}{a_{\text{Venus}}}\right)^3.$$

Man darf also $\frac{T_2^2}{T_1^2}$ durch $\frac{a_2^3}{a_1^3}$ ersetzen und findet so $\frac{F_1}{F_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{a_2^3}{a_1^3}$, *unabhängig* von den Umlaufdauern T_1 und T_2 . Schreibt man diese Gleichung so:

$$\frac{F_1}{m_1} = \frac{F_2}{m_2} \cdot \frac{a_1^2}{a_2^2}$$

und bedenkt man, daß (1) und (2) zwei *beliebige* Planeten bedeuten, so sieht man, daß dieselbe Gleichung auch für je zwei *andere* beliebige Planeten gilt, also $F/\frac{m}{a^2}$ für *jeden* Planeten *dieselbe* Größe hat. Nennen wir sie μ , so ist

$$\frac{\text{Zentripetalkraft zur Sonne}}{\text{Masse des Planeten}} = \frac{F}{m} = \mu, \text{ also } F = \frac{m}{a^2} \cdot \mu,$$

Quadrat seines mittleren Abstandes $\frac{1}{a^2}$

wo μ für *alle* Planeten dieselbe Größe hat. Gäbe es einen Planeten von der Masse $m = 1$ im Abstand $a = 1$ von der Sonne (als Punkt gedacht), so wäre $F = \mu$. Das heißt: μ ist die Größe der Kraft, mit der die *Masseneinheit* angezogen wird, wenn sie um eine *Längeneinheit* von der Sonne absteht. Hätte jeder Planet die Masse m und den Abstand a , so wäre F für jeden gleich groß. Aber die m sind verschieden und ebenso die a . Für die 2-, 3-, ... m mal so große *Masse* ist F , der obigen Gleichung nach 2-, 3-, ... m mal so groß wie für die Masse 1 und beträgt in dem 2-, 3-, ... a mal so großen *Abstände* $1/4, 1/9, \dots 1/a^2$ der Kraft im Abstand 1. Kurz: Die anziehende Kraft der Sonne ist *proportional der Masse* des Planeten und *umgekehrt proportional dem Quadrat seines Abstandes* von der Sonne.

Auch die Bewegungen des Mondes um die Erde, der Jupitermonde um den Jupiter usw. sind Zentralbewegungen. NEWTON stellte daher die Hypothese auf, daß die Zentralbewegungen *aller* Gestirne Wirkungen einer und derselben Kraft seien, daß die Kraft, die die Erde auf den Mond ausübt, gleichartig ist mit der, die die Sonne auf die Planeten ausübt, daß dieselbe Kraft, die den Mond (von der Mondbahntangente weg) zur Erde hinzieht, gleichartig ist mit der Kraft, die die Körper in der Nähe der Erdoberfläche „zur Erde fallen“ macht, also schließlich die Schwere der Körper auf der Erde und die Zentralbewegung der Gestirne Betätigungen einer und derselben Kraft seien.

Die KEPLERSchen Gesetze sprechen nur von den Beziehungen der Planeten zu der Sonne. Aber jeder Planet wird auch von allen anderen Planeten angezogen. Die Anziehung der Sonne überwiegt freilich wegen ihrer großen Masse die Wechselwirkung mit den andern Planeten bei weitem und das machte die Aufstellung der KEPLERSchen Gesetze möglich. Aber die Gesetze können doch nur eine *Annäherung* an die Wirklichkeit darstellen. Und tatsächlich machen sich die Wechselwirkungen im Laufe vieler Jahre als Abweichungen von ihnen (man sagt: als *Störungen*) bemerkbar. Zu diesen Störungen gehört auch langsame Drehung der Achsen der Planetenbahnen (in deren Ebenen) und dadurch ihrer Perihelie relativ zum Fixsternsystem. Die *beobachteten* Perihelbewegungen stimmen mit den auf Grund der Störungstheorie *berechneten* bei allen größeren Planeten überein, dagegen liefern die Rechnungen beim Merkur einen um 43" pro Jahrhundert zu kleinen Wert. Die EINSTEINSche Gravitationstheorie erklärt den *bisher unerklärten Betrag* aus der Wirkung der Sonnengravitation, ohne andere Hypothesen zu Hilfe nehmen zu müssen. Beim Merkur ist die Abweichung von der NEWTONschen Theorie meßbar, nicht aber bei den der Sonne ferneren Planeten, die Abweichung nimmt mit wachsendem Abstände des Planeten von der Sonne stark ab, und wäre schon im Erdbestande unmerklich. Die Venusbahn weicht von einem Kreise so wenig ab, daß die Lage ihres Perihels nur sehr unsicher bekannt ist.

Der Umlauf des Mondes um die Erde. Der Mond wird von der Erde angezogen — warum fällt er nicht zu ihr hin? Er *fällt* zu ihr hin nach NEWTONS Ansicht,

aber nur den $60^2 = 3600^{\text{ten}}$ Teil so schnell wie z. B. ein Apfel vom Baume fällt, weil er 60mal so weit vom Erdmittelpunkt entfernt ist — 60 Erdhalbmesser, der Apfel aber nur *einen* — und daher nur den 3600^{ten} Teil so stark angezogen wird wie eine gleich große Masse an der Erdoberfläche.

Ist M die Masse des Mondes, v seine (gleichförmig angenommene) Geschwindigkeit in seiner (kreisförmig angenommenen) Bahn um die Erde, r der Radius seiner Bahn, so ist die Kraft F , mit der die Erde ihn von der Tangentenrichtung wegzieht, um ihn in seiner Bahn zu erhalten, $F = M \cdot \frac{v^2}{r}$. Die Kraft, mit der eine der Mondmasse M gleiche Masse auf der Erdoberfläche angezogen wird, ist ihr Gewicht P , also die Kraft $P = M \cdot g$. Wenn NEWTONS Ansicht richtig ist, muß ungefähr $P = 3600 \cdot F$ sein. Setzt man die bekannten Zahlenwerte für r , g und v ein in die Gleichung $\frac{P}{F} = \frac{r \cdot g}{v^2}$, so sieht man, daß das zutrifft.

Der Mond fällt also zur Erde hin, wenn auch nur den 3600^{ten} Teil so schnell wie ein Körper nahe der Erdoberfläche — in der ersten *Stunde* (3600 Sekunden) nur so weit wie dieser in der ersten *Minute*. Warum kommt er uns nicht schließlich näher? Weil er außer der Bewegung zur Erde *hin* eine Bewegung *senkrecht* dazu ausführt wie der im Kreise geschwungene Stein (Abb. 94), der zur Hand hingezogen wird und ihr doch nicht näher kommt, weil er sich auch *senkrecht* zu der Zugrichtung, seiner Trägheit gemäß, zu bewegen sucht. Denkt man sich in Abb. 97 in C die Erde und den Kreis als Mondbahn — die Schnur der Abb. 94 wird durch die Anziehung (Gravitation, s. u.) ersetzt — so versteht man, warum der Mond, obwohl er sich längs eines Radius seiner Bahn auf die Erde zu bewegt, ihr doch nicht näher kommt: er bewegt sich („fällt“) dauernd von derjenigen Geraden *weg*, auf die ihn diese zweite Bewegung, nämlich seine Trägheit verweist, *weg* zum Mittelpunkt der Erde hin; aber er fängt gleichsam jeden Moment von neuem zu fallen an längs eines anderen Radius seiner Bahn, sein Fallen hat nur das Ergebnis, daß er von der sich stetig anders richtenden Tangente senkrecht wegstrebt und sich auf dem Kreise erhält. Fiele er *nicht*, so würde er nicht etwa dauernd denselben Abstand von der Erde behalten, sondern im Gegenteil: seine Trägheit würde ihn auf der Tangente (an dem Punkte der Kreisbahn, in dem er sich gerade befindet) geradlinig von der Erde entfernen; er *behält* dauernd denselben Abstand von der Erde, weil er dauernd mit derselben Beschleunigung zu ihr hin *fällt*.

NEWTONSches Gravitationsgesetz. Allgemeine Massenanziehung. Gravitationskonstante. NEWTON verglich die Anziehung des Mondes durch die Erde mit der Anziehung der Körper an der Erdoberfläche durch die Erde, d. h. mit ihrer *Schwere* und schloß: *Die Schwere der irdischen Massen hat dieselbe Ursache wie die Erhaltung des Mondes in seiner Bahn um die Erde und wie die Erhaltung der Planeten in ihren Bahnen um die Sonne.* Schwere besitzen aber *alle* Körper auf der Erde — wieviel, hängt nur davon ab, *wieviel* Materie sie enthalten, nicht von deren besonderen, z. B. chemischen Eigenschaften. — *Schwere, d. h. die Fähigkeit, von der Erde angezogen zu werden, ist daher eine Eigenschaft der Materie.* Diese Anziehung ist aber *wechselseitig*. Die Materie muß daher die beiden Eigenschaften, die Erde anzuziehen und von ihr angezogen zu werden, in gleicher Stärke besitzen. Die Erde besteht aber aus derselben Materie wie die anderen Körper, folglich ist die Schwere eine Betätigung der *gegenseitigen Anziehung* von Materie. Die Schwere auf der Erde, die Anziehung zwischen Sonne und Planeten, die Anziehung zwischen Erde und Mond — sie alle sind Betätigungen einer und derselben Kraft. Hieraus schloß NEWTON auf die gegenseitige Massenanziehung, die *Gravitation* der Materie, *im ganzen Universum*. Er schloß: „Anziehung“ ist eine der Materie innewohnende Eigenschaft, d. h. je zwei Massenpunkte ziehen einander an, die anziehende Kraft f ist den einander anziehenden

Massen m und m' *direkt* proportional und *umgekehrt* proportional dem Quadrat ihres gegenseitigen Abstandes r , so daß $f = \frac{m \cdot m'}{r^2} \cdot K$ ist (NEWTONSches Gravitationsgesetz, 1683). Enthält jede der beiden Massen die *Masseneinheit*, d. h. ist $m = m' = 1$ g, und sind sie um eine *Längeneinheit*, d. h. um $r = 1$ cm voneinander entfernt, so ist $f = K$ dyn. Die Anziehungskraft zweier Massen von je 1 g aufeinander im gegenseitigen Abstand von 1 cm ist meßbar und ist gleich $6,68 \cdot 10^{-8}$ dyn gefunden worden. Die Zahl K heißt die *Gravitationskonstante*. Ihre Dimension ist, wie die Gleichung für f ergibt, $\text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{sec}^{-2}$.

Rechnet man mit $K = 6,68 \cdot 10^{-8} (\text{cm}^3 \text{g}^{-1} \text{sec}^{-2})$, so findet man z. B., daß zwei Massen von je 1 kg im Abstand von 10 cm einander mit einer Kraft anziehen, die dem Gewichte von 0,00068 mg* gleich ist.

Das Kraftfeld (FARADAY). Bei einer Betrachtung über die allgemeine Natur der physischen Kräfte, insbesondere derjenigen Kraftformen, die bei „Fernwirkungen“ in Frage kommen, sagt FARADAY (1855): „Daß die Schwere der Materie eingeboren, immanent und wesentlich sei, so daß ein Körper auf einen andern durch ein Vacuum in die Ferne wirken könne, ohne Vermittlung von irgend Etwas, vermöge dessen und durch welches ihre Wirkung und Kraft von dem einen auf den andern übertragen werde, ist, wie NEWTON sagt, eine große Ungereimtheit: Die Schwere muß beständig durch ein Agens nach gewissen Gesetzen bewirkt werden; ob dieses Agens jedoch materiell oder immateriell sei, überläßt er der Überlegung seiner Leser. . . . Diejenigen, welche NEWTON's Gesetz anerkennen, aber nicht weiter mit ihm gehen, verstehen unter der Schwerkraft dies, daß Materie Materie anzieht, und daß diese Anziehung umgekehrt proportional ist dem Quadrate des Abstandes. Denken wir uns nun eine materielle Masse (oder ein Molekel), nehmen wir als zu unserm Zwecke passend die Sonne, und denken uns eine Kugel von der Größe eines Planeten, etwa unsere Erde, entweder plötzlich entstanden oder aus großer Ferne an ihren wirklichen Ort in Beziehung zur Sonne gebracht, so wird die Gravitation ihre Anziehung äußern, und wir sagen, die Sonne ziehe die Erde, und die Erde zugleich die Sonne an. Wenn aber die Sonne die Erde anzieht, so muß diese Anziehungskraft entweder *in Folge* der Gegenwart der Erde in der Nähe der Sonne entstehen oder sie muß *vorher*, ehe die Erde da war, in der Sonne *existirt* haben. . . . Es bleibt demnach übrig, daß die Kraft ringsum die Sonne und durch den unendlichen Raum hin beständig existirt, gleichviel ob andere Körper, auf die die Gravitation ausgeübt werden kann, vorhanden sind oder nicht; aber nicht bloß um die Sonne, sondern um jedes vorhandene materielle Teilchen muß die Kraft existiren. Diese Auffassung, daß die Wirkungsfähigkeit im Raume eine beständige und nothwendige ist; auch wenn mit Bezug auf die Sonne die Erde *nicht* an ihrer Stelle ist, und daß eine gewisse Gravitationswirkung, wenn die Erde an ihrer Stelle *ist*, das Resultat jenes Zustandes ist, kann ich als mit der Erhaltung der Kraft im Einklang stehend begreifen, und diese Auffassung ist es wohl auch, die NEWTON von der Gravitation hatte, die in philosophischer Hinsicht die nämliche ist, wie die in Betreff des Lichtes, der Wärme und der Strahlungserscheinungen allgemein adoptirte Auffassung, und die (in einem noch allgemeineren und umfassenderen Sinne) nunmehr unsere Aufmerksamkeit in einer besonders zwingenden und lehrreichen Weise durch die Erscheinungen der Elektrizität und des Magnetismus, wegen deren Abhängigkeit von dualen Kraftformen, auf sich gezogen hat.“ . . . (Über einige Fragen zur Theorie des Magnetismus. *Experim. Res.* Bd. 3 S. 525, deutsche Ausgabe.)

Von *Kraftfeldern* spricht man dann, wenn die betreffende Kraft von Ort zu Ort stetig veränderlich ist und an jedem Ort durch den Wert einer Funktion

gegeben wird. Die Zentrifugalkräfte im Innern und an der Oberfläche eines rotierenden Körpers haben eine solche feldmäßige Verteilung über das ganze Volumen des Körpers, nichts verbietet, das Feld auch über die Oberfläche des Körpers hinaus fortgesetzt zu denken, z. B. über die Oberfläche der Erde hinaus in ihre Atmosphäre als „Zentrifugalfeld“ der Erde. Da die Zentrifugalkräfte nach den bisherigen Anschauungen nur durch die *Trägheit* der Körper bedingt sind und nicht durch ihre *Schwere*, so ist dieses Feld ein *Trägheitsfeld* im Gegensatz zum *Schwerefeld*, unter dessen Einfluß alle Körper, die nicht unterstützt oder aufgehängt sind, zur Erde hin „fallen“.

Auf der Erde überlagern sich demgemäß die Wirkungen mehrerer Kraftfelder: des *Schwerefeldes*, das von der Gravitation der Massenteilchen der Erde herrührt und dessen Kraftwirkung zum Erdzentrum gerichtet ist; des *Zentrifugalfeldes*, dessen Kraftwirkung den Breitenkreisen parallel nach außen gerichtet ist; schließlich des *Schwerefeldes* der Himmelskörper, in erster Linie der Sonne und des Mondes.

Prüfung des Gravitationsgesetzes an der Erfahrung. Dichte der Erde. Gewicht des Körpers unter und über der Erdoberfläche. NEWTON hat das Gesetz nur aus kosmischen Erscheinungen abgeleitet und auch nur an solchen geprüft (die KEPLERSchen Gesetze und Ebbe und Flut als Konsequenzen daraus erklärt). Erst CAVENDISH (1798) hat die gegenseitige Massenanziehung auch am Laboratoriumsversuch bewiesen und gemessen: (Abb. 101) im wesentlichen mit zwei kleinen Metallkugeln (je 730 g) an den Enden eines horizontalen, an einem Faden aufgehängten Holzstabes, denen zwei große Bleikugeln (von je 158 kg) auf einem drehbaren Gerüst beliebig nahe gebracht werden konnten. Sind die großen Kugeln (von oben gesehen) in der Lage *A A*, so bleiben die kleinen in Ruhe, weil sie mit gleich großer Stärke nach entgegengesetzten Richtungen gezogen werden. Bringt man aber die großen Kugeln z. B. in die Lage *B B*, so bewegen sich die kleinen zu ihnen hin. Die Ablenkung des Holzstabes dient zur Messung. — Aus den Messungen kann man auch berechnen, *wieviel Masse der Erdkörper* enthält. Hat die eine Kugel die Masse *m*, die andere die Masse *m'*, und ist *a* der Abstand der Mittelpunkte, die man (S. 87 m.) als die eigentlichen Anziehungspunkte an-

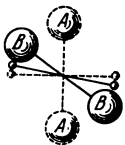


Abb. 101.
Zum CAVENDISH-
Versuch zur Prü-
fung des NEWTON-
schen Gesetzes der
Massenanziehung.
(Vertikal von
oben.)

sehen darf, so erleidet *m'* von *m* die Anziehung $f = \frac{m \cdot m'}{a^2} \cdot K$. Von der Erde, deren (unbekannte) Masse mit *M* und deren Radius mit *R* bezeichnet werde, erleidet *m'* die Anziehung $\frac{M \cdot m'}{R^2} \cdot K$. Die Anziehung, die *m'* von der Erde erfährt, wird aber auch durch das Gewicht von *m'*, d. h. durch *m'g* ausgedrückt. Also ist $m'g = \frac{M \cdot m'}{R^2} \cdot K$. Daraus folgt unmittelbar $\frac{f}{m'g} = \frac{m \cdot R^2}{M \cdot a^2}$.

Außer *f* und *M* sind sämtliche Größen bekannt, *f* ist aber aus den Versuchen von CAVENDISH bestimmbar, also die Erdmasse *M* berechenbar. Da außerdem das Volumen der Erde bekannt ist, läßt sich ihre Dichte berechnen: sie enthält etwa 5–6 mal so viel Masse wie ein gleich großes Volumen Wasser. — Aus derartigen Versuchen ergibt sich auch die Gravitationskonstante *K*.

Mit einer der JOLLYSchen Doppelwaage ähnlichen Anordnung (s. S. 87 oben), einer Balkenwaage, haben RICHARZ und KRIGAR-MENZEL (1898) die Erddichte zu 5,51 ermittelt; ihre Versuche gelten als die genauesten. Sie verglichen die Gewichte von zwei nahezu gleichen Kugeln miteinander, von denen die eine, *A*, an dem einen Arme *über* und die andere, *B*, an dem anderen Arme *unter* einer Bleimasse von 100000 kg hing (Abb. 102). Die anziehende Wirkung der Masse von 100000 kg vergrößerte das Gewicht von *A* um ebensoviel, wie sie das von *B* verkleinerte; der Ausschlag der Waage entsprach somit dem doppelten Betrage der Anziehung.

Nach der NEWTONSchen Hypothese ist die *Schwere* eines Körpers auf der Erde die Resultante der Anziehung eines jeden Massenpunktes der Erde auf jeden Massenpunkt des Körpers. Die Größe der Kraft, mit der die Erde einen Körper anzieht, d. h. das Gewicht des Körpers, muß also seiner Masse proportional sein, wie es ja auch der Fall ist. — Der NEWTONSchen Hypothese zufolge muß das Gewicht eines Körpers *abnehmen* — um eine berechenbare Größe — wenn der Körper über die Erdoberfläche gehoben wird, weil dadurch ihr gegenseitiger Ab-

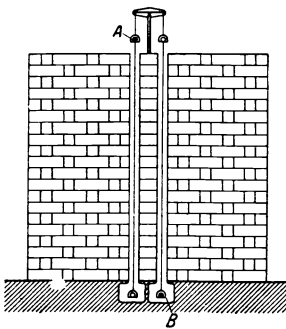


Abb. 102. Verfahren von RICHARZ
u. KRIGAR-MENZEL zur Messung
der Erddichte (Maßstab 1 : 40).

seiner Masse proportional sein, wie es ja auch der Fall ist. — Der NEWTONSchen Hypothese zufolge muß das Gewicht eines Körpers *abnehmen* — um eine berechenbare Größe — wenn der Körper über die Erdoberfläche gehoben wird, weil dadurch ihr gegenseitiger Ab-

stand größer wird. Auch das trifft zu: derselbe Körper wiegt hoch über der Erde weniger, als er dicht an der Erdoberfläche wiegt. In einem Turm wurde 25 m über der Basis eine Waage aufgestellt, an jeder Waagschale hing — 21 m unter ihr, also nahe der Basis des Turmes — noch eine Waagschale. Die Waage zeigte bei einer Belastung von 5 kg noch 0,01 mg an. Dieselben 5 kg Quecksilber wogen in der Höhe des Turmes 31,685 mg* weniger als an der Basis; die Theorie fordert 33,059 mg* (JOLLY).

Wie ändert sich das Gewicht des Körpers, wenn man ihn *unter* die Erdoberfläche, z. B. auf den Boden eines Schachtes, bringt? Zur Beantwortung benützen wir (ohne Beweis) zwei von NEWTON entdeckte Sätze. Man denke sich ein Quantum Materie zu einer *überaus dünnen* homogenen Kugelschale geformt, einer kugelförmigen homogenen *Massenhaut* oder Massenblase; wie stark zieht diese *Kugelschale* einen *Massenpunkt* an? Antwort: Liegt der Punkt *außerhalb* der Schale, so ist die Anziehung genau so groß, wie wenn die *ganze* Masse der Schale im *Mittelpunkt* der Kugel konzentriert wäre; liegt der Punkt im *Innern* der Kugelschale, so ist die Anziehung gleich *Null*. — Eine homogene (S. 143 o.) *Vollkugel* und ebenso eine homogene *dicke* Kugelschale, wie sie in der Wirklichkeit existieren, kann man sich nun aus lauter sehr dünnen konzentrischen homogenen *Kugelschalen* zusammengesetzt vorstellen. Man kommt daher zu dem Ergebnis: Eine homogene *Vollkugel* zieht einen außerhalb liegenden Punkt ebenso stark an, wie wenn ihre ganze Masse in ihrem *Mittelpunkt* konzentriert wäre; die Anziehung einer *Kugelschale* auf einen von ihr umschlossenen *Massenpunkt* ist Null.

Unter der Voraussetzung, daß die Erde eine *homogene* Kugel ist, kommt man so zu dem Ergebnis (Abb. 103): der Punkt *M* im Innern der Erdkugel erfährt von der Schale *MA* *gar keine* Anziehung, und von der Kugel mit dem Radius *OM* dieselbe Anziehung, wie wenn die Masse dieser Kugel im Erdmittelpunkte *O* konzentriert wäre. Die Rechnung ergibt, daß die Anziehung auf *M* dem Radius, d. h. dem Abstände vom Erdmittelpunkte proportional ist. Das heißt aber: das *Gewicht* der Masse ist an der *Erdoberfläche* am größten, nimmt nach dem *Mittelpunkt* hin ab (proportional der Annäherung an ihn) und ist im *Mittelpunkt Null*. Aber die Erdkugel ist nicht homogen. Die tieferen Erdschichten sind im allgemeinen wesentlich dichter als die Schichten unmittelbar an der Oberfläche. Tatsächlich ist *g* auf der Basis von tiefen Schächten größer als an der Erdoberfläche (Pendelversuche, s. S. 105).

Ebbe und Flut. An der Seeküste und an gewissen Flußmündungen sinkt das Wasser zweimal am Tage und steigt wieder — das nennt man *Ebbe und Flut*, beide zusammen *Gezeiten*. Der Zeitpunkt des Hochwassers — von dem einen zum nächsten vergehen im Mittel 12 Std. 25 Min. — steht in naher Beziehung zum Durchgange des Mondes durch den Meridian, und seine Höhe auch zu der Phase des Mondes, d. h. der gleichzeitigen Mondstellung relativ zu Erde und Sonne. Um die Zeiten des Voll- und des Neumondes, wo Sonne, Erde und Mond in gerader Linie liegen, ist der Unterschied zwischen dem höchsten und dem tiefsten Wasserstand am größten (*Springflut*, in Portsmouth z. B. etwa 4,1 m), beim ersten und beim letzten Viertel, wo Sonne und Mond mit der Erde als Scheitel einen rechten Winkel bilden, am kleinsten (*Nippflut*, in Portsmouth z. B. etwa 2,3 m). Die Theorie der fluterzeugenden Kraft stammt von NEWTON (1687), sie ist eine der stärksten Stützen der Gravitationstheorie, und alle nachfolgenden Arbeiten über Ebbe und Flut fußen auf ihr, weil sie die Gezeiten befriedigend aus der durch Mond und Sonne ausgeübten Anziehung erklärt. Zu ihrer Darlegung sehen wir vorläufig Erde und Mond als allein vorhanden an — die Entstehung der Sonnenflut erklärt sich von selbst, sobald die der Mondflut begriffen ist — und kehren zurück zu der Anziehung des Mondes durch die Erde.

Erde und Mond ziehen einander *gegenseitig* an: wie der Mond zur Erde hin strebt (S. 84 m.), so *strebt die Erde zum Monde hin*. Die Erde ist nicht etwa ein relativ zur Mondbahn ruhendes Zentrum, und der Mond kreist, streng genommen, nicht „um die Erde“, sondern Mond und Erde kreisen gemeinsam — in einem *Monat* ein ganzes Mal — um den ihnen gemeinsamen *Massenmittelpunkt* (S. 62). [Dieser Punkt liegt, da die Erde 80mal so viel Masse enthält wie der Mond, dem Mittelpunkt der Erde sehr nahe, nur um $\frac{3}{4}$ Erdradius von ihm entfernt, nahe genug, um uns zu berechtigen, den Umlauf der Erde um ihn sehr oft zu ignorieren und vom Umlaufe des Mondes „um die Erde“ wie um ein ruhendes Zentrum zu sprechen; für die *Entstehung der Gezeiten* spielt jedoch der Umlauf der Erde um diesen Punkt gerade die *Hauptrolle*, weil die *daraus* entspringenden Zentrifugalkräfte eine Komponente der fluterregenden Kraft liefern.] Auf diesen Punkt also strebt die Erde zu, wie der Mond von der entgegengesetzten Seite her auf ihn zustrebt, ohne ihm jedoch näher zu kommen (S. 84 m.). Ihre dem Monde zugewendeten nächstliegenden Teile (59 Erdradien von ihm entfernt) werden *stärker* zum Monde hingezogen als ihr *Mittelpunkt* (60 Erdradien von ihm entfernt), ihre dem Monde abgewendeten fernstliegenden Teile (61 Erdradien von ihm entfernt) *schwächer* als ihr *Mittelpunkt*; jene streben also schneller, diese dagegen langsamer zum Monde hin zu fallen als der *Mittelpunkt* ebendahin zu fallen strebt. Der *starre* Teil des Erdkörpers reagiert natürlich

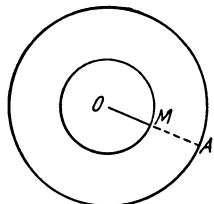


Abb. 103. Zur Anziehung der Erdkugel auf einen Punkt (*M*) im Innern.

nur als Ganzes auf die Anziehung — anders aber das Meer. Die Wasserteilchen geben jedes für sich der Anziehung nach. Der Mond M in Abb. 104 zieht das Wasser bei V mehr an als C , strebt es also von C wegzuziehen, d. h. das Meer über V zu erhöhen; zugleich zieht er C mehr an als das Wasser bei J , sucht also den Mittelpunkt der Erde von J wegzuziehen, d. h. das Meer unter J zu vertiefen, und entsprechend an den anderen Stellen das Meer umzuformen. Aber die Anziehung ist nicht die einzige Kraft, die auf das Wasser einwirkt. Auf jedes Wasserteilchen wirkt auch noch die Zentrifugalkraft, die aus dem Umlauf der Erde um das dem Mond und der Erde gemeinsame (Revolutions-) Zentrum entspringt. (Die aus der Achsendrehung der Erde entspringenden Zentrifugalkräfte lassen wir unberücksichtigt.) Die Resultierende aus diesen beiden Kräften (Mondanziehung und Zentrifugalkraft) verschiebt die Wasserteilchen, sie ist die fluterzeugende Kraft. Abb. 104, das Diagramm der fluterzeugenden Kräfte, zeigt sie an verschiedenen Punkten eines Meridians: der Kreis bedeutet den Durchschnitt der Erde in einem Meridian, DD sind die Pole, durch V und J geht der Äquator, der Mond steht in großem Abstände in der Richtung von M , die Pfeile geben durch ihre Richtung und ihre Größe die fluterzeugende Kraft nach Richtung und Größe wieder. Aber nur die horizontale Komponente, d. h. die der Erdoberfläche parallele Komponente kommt in Betracht, nur diese bringt das Wasser zum Fluten; die vertikale Komponente kann zwar das Wasser bei V und J etwas leichter und bei D etwas schwerer erscheinen lassen, aber sie ist nicht groß genug, um die Schwerkraft zu überwinden und zur Bewegung des Wassers beizutragen. Wir lassen daher aus dem Diagramm Abb. 104 die zur Erdoberfläche vertikalen Komponenten weg und bekommen so, wie Abb. 105 perspektivisch andeutet, über die Erde verteilt, das System von Kräften, die das Wasser horizontal nach den beiden Endpunkten V und J des Erddurchmessers zu treiben streben, in dessen Verlängerung der Mond steht.

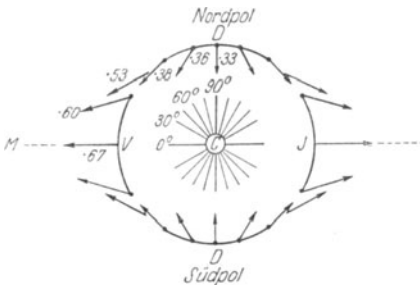


Abb. 104. Diagramm der fluterzeugenden Kraft.
(Aus G. H. DARWIN, Ebbe und Flut.)

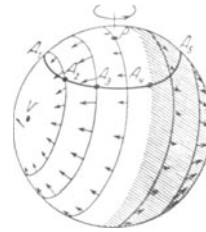


Abb. 105. Horizontalkomponente der fluterzeugenden Kraft. A_1, \dots, A_4 , ein Breitenkreis. (Perspektivisch.)

In V und J erhebt sich das Wasser über den umgebenden Ozean, und auf demjenigen Meridian durch DD , der senkrecht auf dem Durchmesser VJ steht, sinkt gleichzeitig rings um die ganze Erde das Meer unter das normale Niveau. (Man beachte: in den Punkten V und J selber, zu denen das Wasser hingetrieben wird und über denen die Flutwelle am höchsten ist, ist die horizontale Komponente Null und ebenso an den Polen D . Ferner: die Seite, die die Erde dem Monde zuwendet, wechselt infolge der Achsendrehung stetig, die Konfiguration, die Abb. 104 wiedergibt, verschiebt sich daher stetig.)

Man gewinnt so zwar eine deutliche Vorstellung von Ursprung, Größe und Richtung der fluterzeugenden Kraft, aber für eine Voraussage des Verlaufes von Ebbe und Flut, z. B. für die Vorhersage des Zeitpunktes, zu dem an einem gegebenen Punkt des Ozeans Hochwasser eintreten wird, ist damit nicht viel gewonnen: die Erdoberfläche ist ja nicht — wie hier stillschweigend angenommen — überall, und auch nicht gleich tief, vom Meere bedeckt, und vor allem kommt der Ozean nicht augenblicklich in diejenige dem Diagramm Abb. 104 entsprechende Gleichgewichtslage, die er annehmen würde, wenn den in Fluß gebrachten Wassermassen Zeit genug dazu gelassen würde. Trotzdem ist es geglückt, aus Theorie und Beobachtung für einen gegebenen Ort Gezeitentafeln zu berechnen, die die Zeit des Eintrittes und die Höhe der Flut sehr genau vorhersagen. Eine der erfolgreichsten Methoden dazu ist die *harmonische Analyse* der Gezeiten (WILLIAM THOMSON 1872): nicht nur der Mond, sondern auch die Sonne hat Anteil am Steigen und Fallen des Ozeans — die Höhe der Sonnenflut ist hoch so groß wie die der Mondflut — und auch noch andere periodisch wiederkehrende Vorgänge wirken darauf ein. Die Flutwelle, die zu einer gegebenen Zeit einen gegebenen Ort passiert, ist daher aus der Übereinanderlagerung mehrerer *Partialwellen* entstanden. Kennt man den Zeitpunkt des Hochwassers und die Höhe einer der Partialwellen an irgendeinem Tage an einem gegebenen Ort, so kann man die Wasserhöhe, soweit sie von dieser Welle allein herrührt, mit Gewißheit für jeden Zeitpunkt für diesen Ort voraussagen. „Für eine gegebene zusammengesetzte Welle gibt es keine Auswahl, sie kann nur auf eine Weise aufgebaut werden. Wir haben hier (s. Klangfarbe) eine vollkommene Analogie mit den musikalischen Klängen;

ein musikalischer Klang beliebiger Art baut sich aus dem Grundton und dessen „Obertönen“ Oktave, Duodezime usw., auf. Ebenso wird die unregelmäßig gewordene Flutwelle als aus einer Grundflut mit „Oberfluten“ von einer halben, einer drittel Wellenlänge usw. bestehend angesehen. Die Perioden dieser Oberfluten betragen ebenfalls die Hälfte und ein Drittel von derjenigen der Grundflut. — Die Vorhersage auf Grund der Vorstellung von den Oberflutwellen in den Gezeiten muß unvermeidlich fehlschlagen, wenn wir nicht auf die wahren Ursachen gestoßen sind, wenn z. B. die Oberflutwelle von bestimmter Periode nur in unserer Vorstellung lebt, ihr aber keine physikalische Wirklichkeit entspricht. Der *Erfolg* der Vorhersage ist daher eine Bürgschaft für die Wahrheit der Theorie. Wenn wir bedenken, daß die unaufhörliche Veränderung der Gezeitenkräfte, die verwickelten Umriss unserer Küsten, die Tiefe des Meeres und die Achsendrehung der Erde alle in dem Problem enthalten sind, so dürfen wir in einer *guten Vorbestimmung der Gezeiten einen der größten Triumphe der Theorie der allgemeinen Gravitation erblicken*“ (G. H. DARWIN: Ebbe und Flut).

b) Der um eine feste Achse drehbare starre Körper in Bewegung

(Fortsetzung von S. 71).

Der Einfluß der Massenverteilung des Körpers rings um die Achse. Was sich in dem (Abb. 93) senkrecht zur Drehachse durch C gelegten Schnitt an einem Massenpunkt abspielt, spielt sich an *jedem* ab; und in *jedem* Schnitt spielt es sich ab, an welchem Punkt man den Körper auch senkrecht zur Achse durchschneidet. Aber nur qualitativ spielt sich an jedem Massenpunkt dasselbe ab, quantitativ kann sich sehr verschiedenes ergeben, je nach der Art, wie die Masse des rotierenden Körpers um die Drehachse verteilt ist. Das ist so zu verstehen. Der Ausdruck $F = m\omega^2 r$ für die Zentrifugalkraft (S. 79 m.) zeigt: Massenpunkte, die gleich große Massen m und gleich große Achsenabstände r haben, entwickeln (ω ist ja für alle dasselbe) gleich große Zentrifugalkräfte und üben daher gleich große Zugkräfte auf die Achse aus. Liegen zwei gleiche Massenpunkte diametral zueinander, so heben ihre Zentrifugalkräfte einander auf und lassen die Achse unberührt. Ist die ganze Masse um die Achse derart symmetrisch verteilt, daß auf *jeder* Geraden senkrecht durch die Achse *jedem* Massenpunkt auf der *einen* Seite (von der Achse aus gerechnet) ein *gleich* großer im *gleichen* Abstände auf der *entgegengesetzten* Seite entspricht, so erfährt daher die Achse von den Zentrifugalkräften überhaupt keine Einwirkung. Wir sagen dann: *die Achse ist im Gleichgewicht*. So ist es z. B. an einer Kreisscheibe, die planparallel und homogen ist, und die sich um die senkrecht zu ihrer Ebene durch den Mittelpunkt gehende Achse dreht (Abb. 108). Ist aber die Scheibe *nicht* homogen, ist etwa der eine Halbkreis aus Holz, der andere aus Blei, so sind die von der Bleihälfte ausgeübten Zentrifugalkräfte ($m\omega^2 r$) größer als die von der Holzhälfte her ausgeübten, da ein Bleimassenpunkt mehr Masse (m) enthält als ein Holzmassenpunkt. Die in demselben Durchmesser wirkenden Zentrifugalkräfte heben einander dann *nicht* auf, die Achse ist dann *nicht* im Gleichgewicht, sie „schlägt“, und rüttelt an den Befestigungsstellen (Lagern). Form und Größe der Scheibe sind beidemal dieselbe, aber verschieden ist in beiden die Massenverteilung rings um die Achse, und hieraus entspringt die Verschiedenheit ihres Verhaltens gegenüber der Achse. — Wir haben die beiden Scheiben als Beispiel benutzt, weil sie deutlich zeigen, worauf es hier ankommt (die gegenseitige Kompensation oder Nicht-Kompensation der Zentrifugalkräfte um die Achse herum) und gehen jetzt wieder zu einem Schnitt senkrecht durch die Achse eines beliebigen rotierenden Körpers.

Wir haben bisher nur davon gesprochen, daß *zwei* Punkte einander in ihrer Zentrifugalwirkung auf die Achse aufheben können. Aber offenbar können die Zentrifugalkräfte, die *zwei* Punkte ausüben, *zusammen* einen dritten in seiner Zentrifugalwirkung aufheben. Jene zwei Punkte und der dritte müssen dann derartige Achsenabstände haben und so zueinander liegen, daß die Resultante aus den Zentrifugalkräften der ersten beiden die Zentrifugalkraft des dritten

aufhebt. Es ist eine mathematische Aufgabe, durch einen Körper von gegebener Form eine Gerade derart zu legen, daß die Zentrifugalwirkungen *in allen Schnitten zusammengenommen* — d. h. im ganzen Körper — um diese Gerade herum einander aufheben. Diese Gerade als Drehachse ist dann *im Gleichgewicht*. Die strenge Untersuchung lehrt: es gibt in jedem Körper drei solche Geraden, sie gehen durch den Schwerpunkt und stehen aufeinander senkrecht. Es sind die *Hauptträgheitsachsen des Schwerpunktes*. (Zentralachsen S. 93 u., Stabile Drehachsen S. 113 o.)

Ist die Drehachse aber *keine* solche Hauptachse, dann bleibt ein Teil der sie angreifenden Zentrifugalkräfte *unkompensiert* und daher „schlägt“ sie, sie rüttelt an ihren Lagern. Daß die Drehachse zugleich eine Hauptachse ist, ist nur ein *Sonderfall*. *Im allgemeinen* bleibt daher ein Teil der Zentrifugalkräfte unkompensiert. Dieser unkompensierte Teil sucht die Drehachse um den *Stützpunkt zu drehen*. (Wohlgemerkt: die *Achse* zu drehen, sie anders zu richten, wohl gar sie umzuwerfen!) Auch diese nur *beabsichtigte* Drehbewegung ist durch einen Drehvektor darstellbar, wir müssen ihn in die Drehachse der *beabsichtigten* Drehung gelegt denken (S. 75 u.), also in eine Gerade, die *auch* durch den unteren Stützpunkt geht. *Dieser* Vektor bildet also mit dem Vektor der bereits vorhandenen Drehung einen Winkel. Die nach der Parallelogrammregel gebildete Summe beider ergibt diejenige Achse, um die sich der Körper drehen *würde*, wenn er beide Drehungen *zugleich* ausführen könnte (d. h. wenn die obere Spitze ihn nicht hielte). *Diese* Drehachse bildet daher mit der tatsächlichen einen *Winkel*. Wir sehen also, und darauf allein kommt es uns hier an: ist die Drehachse *keine* Hauptachse, so entspringt aus der Drehung des Körpers *ein zur Drehachse senkrechter Stoß*, den die „Lager“ der Achse zwar unwirksam machen, dem aber *auch* ein Drehvektor zuzuordnen ist.

Diese Verschiedenartigkeit, mit der die Drehung eines und desselben Körpers verlaufen kann, zeigt, wie wichtig für den Drehvorgang die *Art der Massenverteilung* relativ zur Achse ist. *Verschiebt* sich ein Körper als Ganzes, dann spielen die Massenpunkte einzeln gar keine Rolle, nur ihre Gesamtmasse tut das — kennt man ihre Größe, so kann man aus ihr und aus der Beschleunigung des Körpers die bewegende Kraft ermitteln. *Dreht* sich aber derselbe Körper um eine Achse, so spielt *die Art, wie seine Masse um die Achse verteilt ist*, — anders ausgedrückt: die Verteilung der Achsenabstände der einzelnen Massenpunkte — eine ausschlaggebende Rolle. Mit dem Begriff Masse kommen wir dann nicht mehr aus; wir müssen einen neuen einführen: das Trägheitsmoment.

Trägheitsmoment. Die S. 72 besprochene Drehung des Körpers hatte gleichförmige Drehschnelle. Dreht sich der Körper aber unter der andauernden Wirkung einer Kraft, so wird seine Drehschnelle beschleunigt.

Wie wir S. 20 aus der Größe der Beschleunigung die der Kraft ermittelt haben — wir mußten dazu den Begriff Masse einführen — so fragen wir jetzt nach den Beziehungen zwischen der Drehbeschleunigung und der Größe der *drehenden* Kraft. Aus der Natur der Drehung entspringt dabei eine Schwierigkeit. Ist der starre Körper *frei* beweglich, so haben alle seine Punkte die gleiche Geschwindigkeit, ist er *um eine Achse drehbar*, dann hängt die Geschwindigkeit jedes seiner Punkte von seinem Abstand von der Achse ab. Wir dürfen keineswegs die ganze Masse

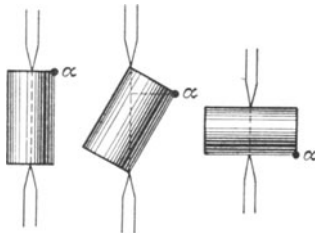


Abb. 106. Zum Trägheitsmoment. Dieselbe Masse, jedesmal um eine andere Achse drehbar, ist jedesmal anders um die Achse angeordnet.

mehr in einem beliebigen Punkt konzentriert denken, müssen vielmehr jeden Punkt berücksichtigen. Ferner: solange es sich um eine bestimmte Drehachse handelt, hat jeder Massenpunkt einen eindeutig bestimmten Achsenabstand. Eine Achse

ist aber eine Gerade, die durch irgend zwei festgehaltene Körperpunkte bestimmt wird. Halten wir das eine Mal diese, ein anderes Mal jene zwei Körperpunkte fest, so ist die Achse jedesmal eine andere, und jeder Massenpunkt (Punkt α in Abb. 106) hat jedes Mal einen *anderen* Achsenabstand. Kurz: Im rotierenden Körper muß man die Lage jedes einzelnen Massenpunktes relativ zur *jeweiligen* Drehachse berücksichtigen. *Deswegen* kommen wir mit dem Begriff der Masse hier nicht aus, und müssen einen neuen einführen, der für die Drehung dieselbe Rolle spielt wie die Masse für die Verschiebung (Translation). Dieser Begriff ist das *Trägheitsmoment* (die Bezeichnung stammt von EULER). Es ist eine physikalisch meßbare Größe und ist für einen Körper, der um eine gegebene Achse drehbar ist, charakteristisch. Da der Körper aber um unendlich viele Achsen drehbar gemacht werden kann, hat er unendlich viele Trägheitsmomente. Die Ermittlung ist — wie die der Masse durch Wägung — in jedem einzelnen Falle Sache eines experimentellen (hier nicht zu erörternden) Verfahrens. Für (homogene) Körper, deren Form sich mathematisch erfassen läßt, z. B. für den Zylinder, die Kugel, das Ellipsoid, kann man das Trägheitsmoment *berechnen*.

Wir kommen zu der Formel für Trägheitsmoment so: LM (Abb. 107) bedeute eine mathematische starre Gerade, die um eine vertikale Achse, also in der Horizontalebene, drehbar ist; $m_1 m_2 m_3$ bedeuten Massenpunkte auf ihr in unveränderbarem Abstand voneinander und in den Abständen $r_1 r_2 r_3$ von der Achse. LM habe durch irgendeine Ursache, von der Ruhelage aus, *am Ende der 1. Sekunde* bei gleichförmig beschleunigter Bewegung die Drehschnelle ω erreicht (habe also die *Drehbeschleunigung* ω) und werde dann sich selbst überlassen. Die 3 Punkte haben dann die Bahngeschwindigkeiten $r_1 \omega$, $r_2 \omega$, $r_3 \omega$, d. h. wenn sie in diesem Moment frei beweglich wären, würden sie sich mit diesen Geschwindigkeiten tangential zu den soeben beschriebenen Kreisbogen weiterbewegen. Da sie, mit der Geschwindigkeit Null beginnend, diese Geschwindigkeit am Ende der 1. Sekunde erreicht haben, so bedeuten $r_2 \omega$ usw. ihre Bahnbeschleunigungen, also bedeuten $m_1 \cdot r_1 \omega$, $m_2 \cdot r_2 \omega$, $m_3 \cdot r_3 \omega$ die Kräfte, die während dieser Sekunde auf sie gewirkt haben.

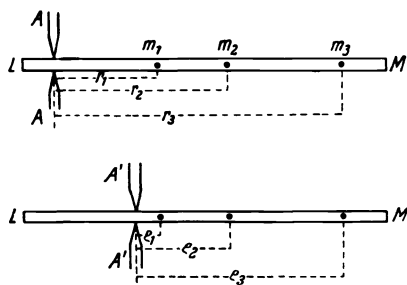


Abb. 107. Dieselben Massenpunkte m stehen von der *einen* Achse um r , von der *anderen* um e ab.

Die Kräfte $m_1 r_1 \omega$ usw. sind drehende. *Jede einzelne* kann in entsprechendem Achsenabstände (S. 57 u.) durch eine *andere* Kraft von beliebiger Größe ersetzt werden. Nun lassen sich aber — wir wollen es als bewiesen annehmen — auch *mehr* als zwei gleichzeitig und gleichsinnig drehende Kräfte durch *eine einzige* ersetzen, wenn das Drehmoment dieser einen gleich der Summe der Drehmomente jener mehreren ist. Die Summe der Drehmomente, um die es sich hier handelt, ist: $m_1 r_1 \omega \cdot r_1 + m_2 r_2 \omega \cdot r_2 + m_3 r_3 \omega \cdot r_3$, oder anders geschrieben: $\omega \cdot (m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2)$, oder noch anders:

$$\omega \cdot \sum_{n=1}^{n=3} m_n r_n^2.$$

Der Index n bedeutet jede einzelne Zahl der Reihe 1, 2, 3, 4 usw. von 1 bis zu der Zahl, die angibt, wieviel Massenpunkte m (und Abstände r von der Achse) vorhanden sind; er durchläuft *hier* die Zahlenreihe von $n = 1$ bis $n = 3$. Das Zeichen \sum bedeutet, daß die $m_n r_n^2$ summiert werden sollen.

Um diese *Summe* von Drehmomenten durch das Drehmoment *einer einzigen Kraft* R zu ersetzen, muß man R in einem solchen Abstände a von der Achse angreifen lassen, daß

$$R \cdot a = \omega \cdot \sum_{n=1}^{n=3} m_n r_n^2.$$

Wir wollen nun noch festsetzen, daß die Kraft im Abstände $a = 1$ cm von der Drehachse angreifen soll. Sie muß dann eine *diesem* Abstände entsprechende *andere* Größe, R_1 , haben. Wir kommen so zu dem Ergebnis: Damit die starre Gerade mit den 3 Massenpunkten $m_1 m_2 m_3$ am Ende der Zeiteinheit die Drehschnelle ω erreicht, *wenn sie sich um die Achse AA* dreht, muß im Abstände 1 cm von der Achse eine Kraft R_1 angreifen, deren Größe gegeben ist durch die Gleichung:

$$R_1 = \omega \cdot \sum_{n=1}^{n=3} m_n r_n^2.$$

Das ist die Beziehung zwischen der drehenden Kraft und der Drehbeschleunigung ω — *aber nur mit Bezug auf die Achse AA*.

Zu jeder Drehachse gehört ein Trägheitsmoment. Die Drehung dieser selben starren Geraden mit $m_1 m_2 m_3$ geschehe mit der Drehbeschleunigung ω nunmehr um die Achse $A'A'$. In bezug auf *diese* Achse haben $m_1 m_2 m_3$ die Abstände $\varrho_1 \varrho_2 \varrho_3$. Es ergibt sich dann analog: damit die starre Gerade mit $m_1 m_2 m_3$ am Ende der Zeiteinheit die Drehschnelle ω erreicht, *wenn sie sich um die Achse A'A' dreht*, muß im Abstände 1 cm von der Achse $A'A'$ eine Kraft P_1 angreifen, deren Größe gegeben ist durch die Gleichung:

$$P_1 = \omega \cdot \sum_{n=1}^{n=3} m_n \varrho_n^2.$$

Stellen wir die auf die Achsen A und A' bezüglichen Resultate nebeneinander, so sehen wir: die Verschiedenheit der beiden Bewegungsvorgänge spricht sich aus in der Verschiedenheit der Ausdrücke

$$\sum m_n r_n^2 \quad \text{und} \quad \sum m_n \varrho_n^2.$$

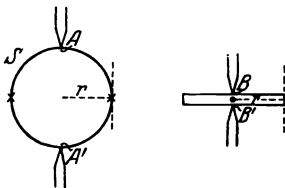
Es sind *dieselben* Massenpunkte m , die sich beide Male bewegen, aber jedesmal um eine andere Achse: sie haben das eine Mal die Achsenabstände r , das andere Mal die Achsenabstände ϱ . In der *Verschiedenheit dieser Summenausdrücke offenbart sich die Verschiedenheit der Gruppierung der Massenpunkte desselben Körpers mit Bezug auf verschiedene Drehachsen*. In der starren Geraden (Abb. 107) bezieht sich die Summe nur auf *drei* Massenpunkte, bei einem Körper

von *beliebigem* Masseninhalt muß man sie für *alle* Massenpunkte des Körpers bilden und *stets* für diejenige Achse, um die sich der Körper gerade dreht. Dieser Summenausdruck ist das Trägheitsmoment des Körpers *mit Bezug auf die jeweilige Drehachse*.

Ein Beispiel: Wollen wir die Scheibe S (Abb. 108) als Ganzes verschieben, so interessiert uns nur, *wieviele* Kilogramm Masse sie enthält. Wollen wir aber zwei Punkte davon *festhalten* und die Scheibe um die dadurch bestimmte Gerade als Achse drehen, so interessiert uns auch, *welche* zwei Punkte wir festhalten — mit anderen Worten: es interessiert uns auch, wie die M Kilogramm Masse um die Achse herum *verteilt* sind. Um die durch A und A' gegebene sind sie anders verteilt als um die durch B und B' gegebene. Ist

Abb. 108. Zum Trägheitsmoment *desselben* Körpers um (4) verschiedene Achsen. Die durch die Spitzen gegebenen gehen durch den Schwerpunkt, die durch die punktierten Geraden gegebenen parallel zu den Schwerpunktsachsen durch den Rand.

der Radius der Scheibe r cm, so ist z. B. beide Male der größte Abstand, den ein Massenpunkt von der Achse haben kann, r cm. Wenn AA' Achse ist, haben ihn — wir ignorieren die Dicke der Scheibe — nur zwei Punkte (**), aber wenn BB' Achse ist, haben ihn sämtliche Randpunkte der Scheibe; und während im ersten Falle so viele Massenpunkte



den Achsenabstand Null haben, also in Ruhe bleiben, wie ein Durchmesser ($2r$) der Scheibe enthält, bleiben im zweiten Falle sehr viel weniger Punkte in Ruhe. Kurz — hinsichtlich der Massenverteilung um die Achse ist die Scheibe im ersten Falle ein ganz anderer Körper als im zweiten. Das drückt sich darin aus, daß das Trägheitsmoment $\sum mr^2$ — wir übergehen

hier, wie man es ausrechnet — im ersten Falle $M \cdot \frac{r^2}{4}$ ist, im zweiten *doppelt* so groß: $M \cdot \frac{r^2}{2}$.

— Was bedeuten diese Zahlen? Antwort: Die Scheibe werde in Drehung versetzt dadurch, daß 1 cm von der Achse eine Kraft sie angreift; sie nimmt eine bestimmte Drehbeschleunigung an. Denkt man sich dann ihre Masse durch *einen einzigen Massenpunkt ersetzt* im Abstände 1 cm von der Achse, so muß man — damit die Kraft diesem *Massenpunkte* dieselbe Drehbeschleunigung erteilt, die sie der *Scheibe* erteilt hat — in diesem Punkte im ersten Falle $M \cdot \frac{r^2}{4}$ kg Masse konzentriert denken, im zweiten $M \cdot \frac{r^2}{2}$ kg; ist z. B.

$M = 5$ kg und $r = 5$ cm, im ersten Falle 31,25 kg, im zweiten 62,5 kg.

Parallelverschiebung der Drehachse. Das Trägheitsmoment um *jede* Achse steht in einfacher Beziehung zu dem Trägheitsmoment um die dazu *parallele* Achse durch den *Schwerpunkt*. Wir denken uns der Einfachheit halber den Körper als sehr dünne Scheibe (Abb. 109). Er drehe sich um die durch O senkrecht zur Abbildung gehende Achse. Die Abstände der Massenpunkte von ihr nennen wir ρ ; sein Trägheitsmoment in bezug auf sie ist dann $T_O = \sum m \rho^2$. Dreht er sich um die dazu *parallele* durch den Schwerpunkt S gehende Achse, und nennen wir die Abstände der Massenpunkte mit Bezug auf die Schwerpunktsachse r , so ist sein Trägheitsmoment in bezug auf sie $T_r = \sum m r^2$.

Der Figurenkonstruktion nach ist $\rho^2 = r^2 + a^2 + 2ax$, also $\sum m \rho^2 = \sum m r^2 + a^2 \sum m + 2a \sum m x$. Es ist aber $\sum m x = 0$, weil sich die Abstände x auf den Schwerpunkt beziehen und die Summe der linearen Momente $m x$ in bezug auf jede durch den Schwerpunkt gehende Ebene Null ist (S. 54 m.). Daher ist $T_O = T_r + M a^2$, d. h. das Trägheitsmoment um irgendeine Achse A ist gleich dem Trägheitsmoment um die dazu *parallele* Schwerpunktsachse, vermehrt um das Trägheitsmoment der im Schwerpunkt konzentrierten Gesamtmasse M um die Achse A (STEINER). Das Trägheitsmoment um die Schwerpunktsachse selber ist also am kleinsten. — Die Scheibe in Abb. 108 ist um eine Achse durch den Schwerpunkt drehbar.

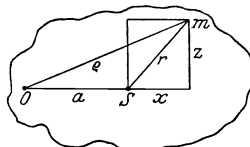


Abb. 109. Zur Beziehung des Trägheitsmoments um *irgendeine* (senkrecht zur Zeichnung durch O gehende) Achse zu der *parallel* dazu durch den Schwerpunkt (S) gehenden.

Denken wir uns die Achse in die punktiert gezeichneten Geraden verlegt, so vergrößert sich das Trägheitsmoment um $M r^2$, wird also im ersten Falle aus $M r^2/4$ zu $5 M r^2/4$, im zweiten aus $M r^2/2$ zu $3 M r^2/2$. Es vervielfacht sich im ersten und verdreifacht sich im zweiten.

Trägheitsellipsoid. Unter allen durch einen gegebenen Punkt gehenden Achsen ist *eine*, für die das Trägheitsmoment am größten, und *eine*, auf ihr senkrechte, für die es am kleinsten ist. Diese Achsen und eine dritte, auf beiden senkrechte, heißen *Hauptträgheitsachsen* des Körpers in bezug auf den gegebenen Punkt; die auf sie bezogenen Trägheitsmomente heißen die *Hauptträgheitsmomente*. Trägt man (POINSON) die reziproken Quadratwurzeln ($1/\sqrt{T}$) der Trägheitsmomente eines Körpers in bezug auf alle durch einen gegebenen Punkt gehenden Achsen von diesem Punkte aus als Strecken nach beiden Seiten auf die zugehörige Achse ab, so liegen die Endpunkte dieser Strecken auf einem Ellipsoid, man nennt es das *Trägheitsellipsoid* in bezug auf jenen Punkt als Mittelpunkt (Abb. 110). Das Trägheitsellipsoid, das den *Schwerpunkt* S zum Mittelpunkt hat, heißt *Zentralträgheitsellipsoid*, die Achsen und Momente heißen *Hauptträgheitsachsen* (Zentralachsen) und *Hauptträgheitsmomente* des Schwerpunktes. (Die Hauptträgheitsachsen des Schwerpunktes nennt man auch permanente Drehachsen.) Dem Satze von STEINER entsprechend, nach dem das Trägheitsmoment um eine Schwerpunktsachse unter allen dazu parallelen Achsen am kleinsten ist, ist der reziproke Wert $1/\sqrt{T}$ am größten, daher auch das Ellipsoid um ihn. Die Ellipsoide werden immer kleiner, je weiter die betreffenden Punkte, für die wir das Ellipsoid konstruieren, vom Schwerpunkt weg liegen (Abb. 110). — Es kann vorkommen, daß das irgendeinem Punkte entsprechende Ellipsoid ein Umdrehungsellipsoid ist; dann sind *alle* Geraden durch seinen Mittelpunkt, die auf der Umdrehungsachse des Ellipsoids senkrecht stehen, einander gleich, sie *alle* können dann als Hauptachsen gelten. — Ist das Trägheitsellipsoid zufällig eine Kugel, so ist *jede* Gerade durch den Mittelpunkt eine Hauptträgheitsachse. — Eine Hauptträgheitsachse des Schwerpunktes ist auch für jeden anderen auf ihr liegenden Körperpunkt eine Hauptträgheitsachse.

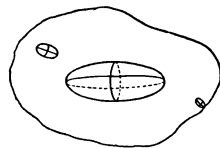


Abb. 110. Zum Trägheitsellipsoid.

Trägheitshalbmesser. Das Trägheitsmoment $\sum m r^2$ des Körpers von der Gesamtmasse $\sum m = M$ kann man ersetzt denken durch das Trägheitsmoment eines Ringes, der — mit

der Masse μ und dem Radius ρ — dasselbe Trägheitsmoment, auf dieselbe Achse bezogen, hat. Das Produkt $\mu\rho^2$ ist dann konstant $\sum mr^2$. Aber μ ist verschieden, je nachdem wir ρ wählen (und ρ anders, je nachdem wir μ wählen). Die für ein bestimmtes ρ sich ergebende Masse nennt man „reduzierte Masse“. Derjenige Wert von ρ , für den die reduzierte Masse gleich M ist, heißt *Trägheitshalbmesser*, wir bezeichnen ihn mit k . Es ist also stets: $\sum mr^2 = M \cdot k^2$. — Dieselbe Überlegung berechtigt uns auch, die Gesamtmasse in *einen Punkt* im Abstände k von der Achse vereinigt zu denken.

Bewegungsgleichung des rotierenden Körpers. An die Stelle der starren Geraden der Abb. 107 trete nun ein beliebiger, um *eine gegebene Achse* drehbarer Körper. Besitzt er in bezug auf *diese* Achse das Trägheitsmoment $\sum mr^2$ und soll er *in der Zeiteinheit bei gleichförmiger Beschleunigung* die Drehschnelle ω erhalten von einer Kraft R , die im Abstand a von der Drehachse angreift, so muß (S. 92 o.) die Bedingung erfüllt sein:

$$R \cdot a = \omega \sum mr^2.$$

Die Gleichung leistet für die Drehung das, was die Gleichung $P = M \cdot v$ für die Verschiebung leistet, und die Ähnlichkeit beider erklärt den Sinn des Trägheitsmomentes: Wenn die Kraft, die dem Körper die Drehbeschleunigung ω (um die Achse mit dem Trägheitsmoment $\sum mr^2$) erteilt hat, im Abstände l von der Achse angreift, so muß ihre Größe $R_1 = \omega \cdot \sum mr^2$ sein. Die Analogie mit der Formel $P = v \cdot M$ tritt nun schärfer hervor: R_1 und P bedeuten jede eine Kraft, ω und v jede eine Beschleunigung. Eine Kraft ist gleich *Masse* mal Beschleunigung, und die Formel $P = M \cdot v$ drückt das aus. Das zwingt uns auch, $\sum mr^2$ als *Symbol* für eine *Masse* von der Größe $\sum mr^2$ anzusehen. Wir nennen sie μ und haben dann $R_1 = \omega \cdot \mu$. Das heißt, die Kraft R_1 hat der Masse μ die *Bahngeschwindigkeit* ω *in der Zeiteinheit* (S. 20 m.) erteilt. Diese *Bahngeschwindigkeit* ω hat aber ein Massenpunkt nur, wenn er l cm von der Achse liegt. Wir müssen uns daher die Masse μ dort konzentriert denken und die Kraft R_1 dort angreifend, können also $\sum mr^2$ als den Ausdruck für eine Masse deuten, die, in einem Punkt konzentriert, l cm von der Achse absteht und starr mit ihr verbunden ist, s. S. 93 o. Das Symbol $\sum mr^2$ leistet für Drehungsprobleme denselben Dienst wie das Symbol $\sum m$ ihn für Verschiebungsprobleme leistet. — Die *Einheit* des Trägheitsmomentes um eine gegebene Achse hat die punktartige Masse 1 g in 1 cm Abstand von der Achse. Dimensionsformel: $[l^2 \cdot m]$.

Drehimpuls. Impulsmoment. Dieselben Überlegungen, die uns früher zur Bewegungsgröße und zum *Impuls* geführt haben, führen uns hier zum *Drehimpuls* und zum *Impulsmoment*. Unter der Drehbeschleunigung ω verstanden wir die am Ende einer Sekunde von Zustände der Ruhe aus erreichte Drehschnelle. Ersetzen wir ω durch das Verhältnis der in *irgendeinem* Zeitabschnitt τ erreichten Drehschnelle O zu der Länge dieses Zeitabschnittes, also durch O/τ , und denken wir uns τ von der Größenordnung eines „Augenblicks“, so heißt das: der drehbare Körper erhält einen momentanen Drehstoß oder Drehimpuls.

Impulsmoment eines Massenpunktes m um einen Bezugspunkt nennt man das Produkt aus dem Impulse mv und dem Hebelarm r des Impulsvektors (Lot vom Bezugspunkt auf die Richtungslinie des Impulsvektors). Impulsmoment eines Massensystems (Körpers) um einen Bezugspunkt nennt man die Summe der Impulsmomente aller seiner einzelnen Massenpunkte um diesen Bezugspunkt. Auf die Drehung des starren Körpers um eine durch den Bezugspunkt gehende Achse angewendet, nennt man das Impulsmoment gewöhnlich den Drehimpuls. Der Vektor des Drehimpulses bedeutet nach Achse, Drehsinn und Stärke den Drehstoß, den man dem Körper geben muß, um ihn augenblicklich von der

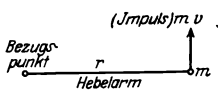


Abb. 111. Zum Impulsmoment eines Massenpunktes.

Ruhe auf seine jetzige Drehschnelle zu bringen (oder: den der Körper ausüben würde, wenn man ihn augenblicklich zur Ruhe abbremsen würde). Der Drehimpuls bedeutet den *Schwung*, der dem Körper innewohnt.

Die Impulskraft erteilt dem *frei beweglichen Massenpunkt* m in der sehr kurzen Zeit τ den Impuls (Bewegungsgröße) mv , dem um eine feste Achse drehbaren Massenpunkt m mit dem Achsenabstand r das Impulsmoment (den Drehimpuls) $mv \cdot r = mrv$ oder $mr\omega \cdot r = mr^2\omega$. Gehen wir von einem einzelnen Massenpunkt zu einem System von Massenpunkten, einem Körper der Masse M , über, so erhalten wir den Impuls Mv und das Impulsmoment (den Drehimpuls) $M'\omega$, wo M' das Trägheitsmoment des Körpers in bezug auf die Drehachse bedeutet. Der Impuls Mv kommt an der frei beweglichen Masse *ganz* als Geschwindigkeit zum Vorschein, der Drehimpuls $M'\omega$ an der um eine feste Achse drehbaren, nur dann *ganz*, wenn die Achse eine Zentralachse ist, andernfalls nur *zum Teil* als Drehung der Masse, zum andern Teil als Druck der Masse auf die Achse (S. 90 o.).

Erhaltung des Drehmoments. Flächensatz. Ein rotierender Körper, auf den keine äußere Kraft wirkt, dreht sich mit konstanter Drehschnelle, $\omega \sum mr^2$ bleibt also konstant (bei der Translation der Masse m bleibt das Produkt $v \cdot m$ konstant). Wie aber, wenn sich seine Massenpunkte gegeneinander verschieben, während er sich dreht? (Bei der Translation eines starren Körpers konnte sich diese Frage nicht erheben, die „Masse“ hing dort nur von der *Anzahl* der Massenpunkte ab, nicht von ihrer Lage zueinander.) Wenn sich Massenpunkte in dem rotierenden Körper gegeneinander verschieben, so ändern sie ihre Achsenabstände, ändern also sein Trägheitsmoment. Was folgt daraus für den rotierenden Körper? Den einfachsten Fall zeigt Abb. 100. Der Massenpunkt m läuft um ein Zentrum und ändert dabei seinen Zentralabstand r . Während er *diesen* ändert, ändert er zugleich seine Geschwindigkeit, und diese beiden Veränderungen hängen derart zusammen, daß er in jeder Zeiteinheit mit seinem Radiusvektor ein Flächenstück von konstanter Größe überstreicht. Man sagt: die *Flächengeschwindigkeit* des umlaufenden Massenpunktes bleibt konstant (Flächensatz, auch Satz von der Erhaltung des Drehmoments). Je näher der Massenpunkt dem Zentrum ist, desto schneller läuft er, je weiter er von ihm weg ist, desto langsamer — seine Drehschnelle ω ändert sich dabei derart, daß sie in jedem Moment *umgekehrt proportional* dem Quadrat (r^2) seines Abstandes vom Zentrum ist, so daß also, wenn zu r und r_1 als Abständen ω und ω_1 als Drehschnellen gehören: $\frac{\omega}{\omega_1} = \frac{r_1^2}{r^2}$ ist. Somit ist die Drehschnelle jeden Moment auch *umgekehrt proportional* seinem Trägheitsmoment mr^2 (die umlaufende Masse besteht nur aus diesem einen Massenpunkt). Nennen wir also wieder ω und ω_1 die Drehschnellen, die zu r und r_1 gehören, und m die Masse des umlaufenden Punktes, so ist $\omega \cdot mr^2 = \omega_1 \cdot mr_1^2$. Das Produkt aus der augenblicklichen Drehschnelle und dem zu dem augenblicklichen Abstände gehörigen Trägheitsmoment ist dann konstant. — Der *Flächensatz* ist der einfachste Fall des *Satzes von der Erhaltung des Drehmoments*, der im Grunde genommen für die Drehbewegung des Körpers das ist, was der Trägheitssatz für die Verschiebung des Körpers ist (s. S. 96 unten).

Was hier für den *einen* mit veränderlichem Abstand um ein Zentrum umlaufenden Massenpunkt gilt, läßt sich auch für ein ähnliches System von Massenpunkten beweisen. Seine Drehschnelle und sein Trägheitsmoment ändern sich *umgekehrt proportional* miteinander, so daß ihr Produkt *konstant* bleibt. Das zeigt sinnfällig der Isotomeograph: Ein symmetrischer Balken ist waagrecht bifilar aufgehängt, Abb. 112, an ihm entlang und symmetrisch zu

seiner Aufhängung sind zwei gleiche Zusatzmassen bewegbar, die sich beide gleichzeitig von den Balkenenden zur Mitte hin oder entgegengesetzt verschieben lassen. Der Balken hat, wenn er auch *relativ zu seiner Umgebung* ruht, dennoch Drehgeschwindigkeit, denn er nimmt ja, wie seine Umgebung, teil an der Achsendrehung der Erde. (Hinge er über dem Nordpol, fielen seine Aufhängung also in die Erdachse, so wäre seine Drehschnelle mit der der Erde identisch, unter einem Breitengrade φ stimmt sie nur mit der ihm entsprechenden *Komponente*, S. 76 u., überein.) Der Balken mit den Zusatzmassen an den Enden hänge zunächst in Ruhe. Seine Drehschnelle sei ω und sein Trägheitsmoment J , das Impulsmoment also $J\omega$. Die Massen werden nun plötzlich zur Balkenmitte hin verschoben, dann wird das Trägheitsmoment plötzlich zu J' . Die Drehschnelle wird dabei zu $\omega' = \frac{J}{J'}\omega$, da ja das Produkt aus Drehschnelle und Trägheitsmoment konstant $J\omega$ bleiben muß. Der Balken nimmt also plötzlich eine andere Drehschnelle an, als sie die Umgebung hat, und infolgedessen dreht er sich im ersten Augenblick deutlich wahrnehmbar *relativ gegen die Umgebung*. Die Drehung wird sofort von dem rücktreibenden Moment der bifilaren Aufhängevorrichtung beeinflusst und gibt zu horizontalen Drehschwingungen des Balkens Veranlassung (S. 64 u.). Diesen Apparat,

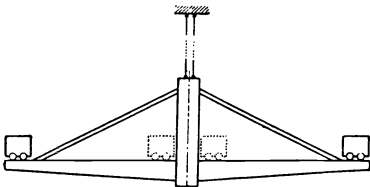


Abb. 112. Erhaltung des Drehmoments. Der Isotomeograph (bifilar aufgehängter Balken) im Zentrifugalfeld der Erde.

und nähert man die Gewichte seinem Körper (indem man die Arme beugt), so *fühlt* man die dann eintretende *Beschleunigung* der Drehung.

Die Gleichung: augenblickliche Drehschnelle \times augenblickliches Trägheitsmoment = const. für einen rotierenden Körper, auf den keine Kraft von außen wirkt, ist deutlich analog zu dem Satz von der Erhaltung der Bewegungsgröße (mv) einer Masse m , die sich, *lediglich ihrer Trägheit* folgend, mit ihrer augenblicklichen Geschwindigkeit verschiebt.

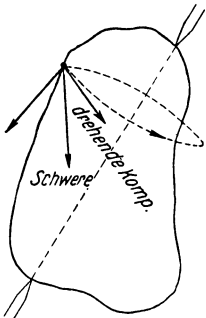


Abb. 113. Starrer Körper um eine nicht vertikale Achse drehbar.

Pendel. Mathematisches Pendel. Wir haben bisher den Einfluß der Schwerkraft auf den sich drehenden Körper ausgeschlossen, auf den um eine ruhende Achse drehbaren dadurch, daß wir die Achse *vertikal* stellten. Die Drehung des Körpers um eine ruhende *nicht vertikale Achse* ist bis zu einem gewissen Grade der elementaren Behandlung zugänglich. Ihr wenden wir uns jetzt zu. Steht die Achse schief (Abb. 113), so wirkt eine Komponente der Schwerkraft senkrecht zur Achse und kann den Körper drehen. Die Komponente ist um so größer, je mehr sich der Winkel zwischen der Achse und der Schwerkraftrichtung einem rechten nähert (s. Horizontalpendel). — Wir legen jetzt die Achse horizontal, so daß die ganze Schwerkraft senkrecht zur Achse wirkt. Sie kann *keine* Drehung hervorrufen, wenn sie die Achse schneidet, ihr Angriffspunkt, der Schwerpunkt S des Körpers, also *in* der Achse (Abb. 114a) oder senkrecht *unter* (b) oder senkrecht *über* (c) der Achse

Isotomeograph, hat J. G. HAGEN mit großem Erfolg (1910, 1919) zum Nachweis der Erdrotation benutzt. — In einer dem Isotomeographen ähnlichen Anordnung kann man *am eigenen Leibe* die Wirkung der Erhaltung des Drehimpulses wahrnehmen. Steht man mitten auf einer horizontal orientierten um die vertikale Achse gleichförmig rotierenden Scheibe, die Arme diametral vom Körper weggestreckt und mit Gewichten in den Händen,

liegt. Bei a ist die Gleichgewichtslage indifferent, bei c labil. In b liegt der Schwerpunkt senkrecht unter der Achse, also im tiefsten Punkt, in dem er hier überhaupt liegen kann (stabil). Ist der Körper dabei in Ruhe, und wirkt nur die Erdschwere auf ihn, so *bleibt* er in Ruhe. Die Erdschwere *allein* kann also die Drehung nicht einleiten. Wird der Körper aber durch eine *andere Kraft* zur Seite gedreht (punktiert angedeutet) und dann losgelassen, so unterliegt er der drehenden Wirkung der Schwerkraft, weil jetzt (punktiert angedeutet) die Schwerkraft die Achse nicht mehr schneidet. Der Schwerpunkt geht dadurch seiner tiefsten Lage wieder entgegen, erreicht sie mit einer gewissen Geschwindigkeit und geht infolge der Trägheit darüber hinaus, verliert dabei allmählich seine Geschwindigkeit, bleibt stehen, fällt wieder seiner Ruhelage entgegen, geht *wieder* darüber hinaus und so fort — er „pendelt“. Dasselbe tun auch die anderen Punkte des *Pendels* auf parallel liegenden Kreisbögen.

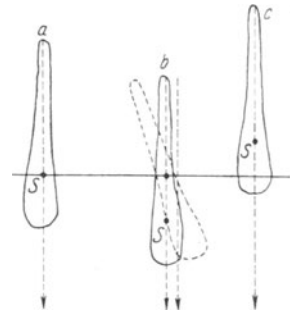


Abb. 114. Um eine horizontale feste Achse drehbarer starrer Körper als physisches Pendel (b).

Den um eine horizontale Achse unter dem Einfluß der Schwerkraft drehbar gemachten Körper (Abb. 114b) nennt man *physisches Pendel*, auch zusammengesetztes, im Gegensatz zum mathematischen oder einfachen, das nur mathematisch vorstellbar ist, aber dazu verhilft, das Gesetz zu formulieren, nach dem die wirklichen Pendel schwingen. Denkt man sich die Masse des physischen Pendels in *einen* Massenpunkt S konzentriert und diesen durch eine starre gewichtlose Gerade SC , die seinen senkrechten Achsenabstand darstellt, mit der Achse verbunden, so haben wir *das mathematische Pendel* (Abb. 115), es enthält *alle* für das Pendel charakteristischen Züge. Die starre Gerade SC weist dem Massenpunkt S seinen Abstand von der Achse an und zwingt ihn zur Kreisbewegung um die horizontal liegende Achse, d. h. zur Beschreibung eines *vertikal* stehenden *Kreisbogens*, dessen Radius SC ist. Wir können uns das einfache Pendel so vorstellen wie in Abb. 115, oder auch wie in Abb. 116, d. h. den Pendelkörper S in einer kreisförmigen Rinne vom Radius SC *reibungslos* hin und her rollend.

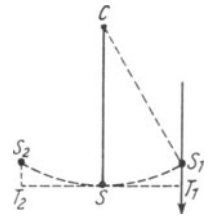


Abb. 115. Mathematisches Pendel.

Angenommen, der Pendelkörper sei bis S_1 gehoben und dann losgelassen worden. Er fällt in die Ruhelage zurück, kommt dort mit einer gewissen Geschwindigkeit an und schwingt infolgedessen auf dem Kreisbogen darüber hinaus. *Wie weit* darüber hinaus, d. h. *wie hoch* steigt er auf dem andern Kreisbogen? Das hängt offenbar von der Geschwindigkeit ab, mit der er in S ankommt. Auf dem Wege von S_1 nach S durchläuft er die einzelnen geradlinigen Kurvenelemente, aus denen man jede krumme Linie (S. 9 u.) bestehend denken kann; er bewegt sich also jeden Augenblick längs einer schiefen Ebene, deren Neigung gegen die Basis ST_1 durch die Tangente in dem Punkt angegeben wird, in dem er sich gerade befindet. Die Geschwindigkeit, mit der ein Körper auf der Basis einer schiefen Ebene ankommt, hängt nur von deren Höhe ab und ist gleich der Geschwindigkeit, mit der er, die Höhe frei durchfallend, in der Horizontalebene ankommt (S. 45 m.). Das Pendel durchläuft eine Reihe ineinander übergehender schiefer Ebenen, deren Gesamthöhe S_1T_1 ist. Die Geschwindigkeit, mit der es in S ankommt, ist also gleich der Geschwindigkeit, die es, frei durch

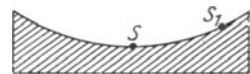


Abb. 116. Der Pendelkörper vergleichbar einem materiellen Punkt auf der konkaven Seite eines Kreisbogens.

$S_1 T_1$ fallend, erlangt haben würde. (Beim Übergange von der einen schiefen Ebene auf die nächste ändert sich zwar die Richtung, aber diese Richtungsänderung wird kontinuierlich durch die Zentripetalkraft bewirkt und ist darum auf die Geschwindigkeit des Pendels ohne Einfluß.) Und diese Geschwindigkeit reicht aus, es um die $S_1 T_1$ gleiche Strecke $S_2 T_2$ des linken Kreisbogens emporzuheben, so daß $SS_2 = SS_1$ ist. Das Pendel könnte also, wenn sich nicht die Reibung geltend machte, niemals zur Ruhe kommen. Die einzigen Punkte, in denen es in Ruhe bleiben könnte, sind der vertikal über der Achse liegende Punkt — den erreicht es aber nicht, da es auf der anderen Seite nicht höher steigen kann, als es auf der ersten herabgefallen ist — und der vertikal unter der Achse liegende Punkt — den erreicht es aber stets mit einer von 0 verschiedenen Geschwindigkeit, so daß es stets darüber hinausgehen muß. Aber ein reibungsloses Pendel ist nur ein mathematisches Bild.

Da das Pendel nach beiden Seiten gleich weit schwingt, d. h. seine Steighöhe gleich seiner Fallhöhe ist, ist auch seine Steigdauer gleich seiner Falldauer, d. h. es braucht ebensoviel Zeit, um von S_1 nach S zu kommen, wie von S nach S_2 oder von S_2 nach S oder von S nach S_1 . Der Weg zwischen den Umkehrpunkten S_1 und S_2 heißt die *Schwingungsweite* oder *Amplitude*, die Zeit, die das Pendel braucht, um einmal von S_1 nach S_2 oder umgekehrt zu gehen, die *Schwingungsdauer*. Da sie immer dieselbe Größe hat, dient sie zur Zeitmessung: man zählt, wievielmals während der zu messenden Zeit das Pendel seine Bahn zwischen seinen Umkehrpunkten zurücklegt. Aus der Anzahl der Schwingungen und der Dauer einer einzelnen ergibt sich dann, wieviel Zeit vom Beginn der ersten Schwingung bis zur Beendigung der letzten verfließen ist. — Um die zu messende Zeit in Sekunden ausdrücken zu können, muß man erst wissen, wie groß die Schwingungsdauer des Pendels ist. Ihre Berechnung ist die nächste Aufgabe.

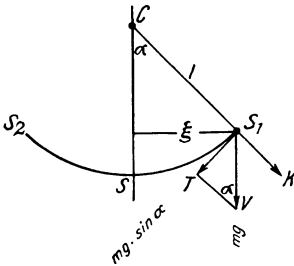


Abb. 117. Zur Schwingungsdauer des mathematischen Pendels.

Schwingungsdauer des Pendels. Wir gehen dazu

von der Gleichung $R = \frac{\omega \cdot \sum mr^2}{a}$ aus (S. 92 o.).

R ist die Größe der drehenden Kraft; wie groß ist sie hier? — Ist m die Masse des Pendelkörpers S , so ist die Kraft, mit der die Erdschwere sie angreift, gleich $m \cdot g$, in Abb. 117 die Gerade $S_1 V$. Ihre Radialkomponente $S_1 K$ vernichtet der Widerstand der Aufhängung, ihre Tangentialkomponente $S_1 T$ ist die drehende Kraft R . Aus $\triangle S_1 T V$ ergibt sich $S_1 T / S_1 V = \sin \alpha$, also $S_1 T = S_1 V \cdot \sin \alpha$, oder, wenn wir $S_1 T$ mit R bezeichnen und $S_1 V$ durch mg ersetzen, $R = mg \cdot \sin \alpha$, d. h. die Größe der m drehenden Kraft ist jeden Augenblick gleich dem Gewicht von m mal dem Sinus des Winkels, den das Pendel in dem Augenblick mit der Ruhelage bildet ($\alpha = \angle S_1 V T = \angle S_1 C S$). — Die Summe $\sum mr^2$ besteht, da nur ein Massenpunkt vorhanden ist, aus dem Produkt ml^2 , wo l die Pendellänge ist. Da nur ein Massenpunkt vorhanden ist, ist er auch der Schwerpunkt, also der Angriffspunkt der drehenden Kraft. Daher ist $a = l$ zu setzen, und die allgemeine Gleichung $R = \frac{\omega \cdot \sum mr^2}{a}$ geht über in $mg \cdot \sin \alpha = \frac{\omega \cdot ml^2}{l}$. (In dieser Gleichung steht links die schwere Masse, rechts die träge Masse von S , wir setzen sie einander gleich, s. S. 25.) Wir erhalten jetzt $\omega = \frac{g}{l} \cdot \sin \alpha$. Die Beschleunigung ω d. h. die Änderung der Pendelgeschwindigkeit in irgendeinem Punkte seiner Bahn, hängt somit von dem Sinus des Winkels ab, den es gerade mit der

Ruhelage SC bildet. Der Winkel α , also auch $\sin \alpha$, ändert sich aber von Moment zu Moment, *folglich auch die Beschleunigung* ω . Sie ist am größten, wenn α am größten ist, d. h. an einem Umkehrpunkt; sie ist am kleinsten, wenn α am kleinsten ist, d. h. wenn das Pendel durch die Ruhelage S geht. — Wohlgemerkt: die Beschleunigung, d. h. die *Änderung* der Geschwindigkeit, nicht die Geschwindigkeit *selbst*! Von dem Umkehrpunkt aus und mit 0 beginnend wächst die Geschwindigkeit des Pendels, während es nach S hin fällt, ständig. Der Zuwachs wird aber desto kleiner, je näher es S kommt, und in S selbst ändert sich die Geschwindigkeit überhaupt nicht. Da bis zur Ankunft in S die Geschwindigkeit fortwährend gewachsen ist, ist sie im Moment des Durchganges durch S am größten, entsprechend der Geschwindigkeit, die ein fallender Körper im *tieftsten* Punkt seines Falles hat. Von S an nimmt die Geschwindigkeit des Pendels wieder ab, da die Erdschwere es zurückzuziehen sucht, die Verzögerung erfolgt nun genau so, wie die Beschleunigung erfolgt war.

Bei der *Winkelbeschleunigung* ω hat der Pendelkörper im Achsenabstand l die *tangentiale Bahnbeschleunigung* $l\omega = g \sin \alpha$. Da $\sin \alpha = \frac{\xi}{l}$, so ist $l\omega = \frac{g}{l} \cdot \xi$. Die Beschleunigung g und die Pendellänge l sind aber konstant, nur der Abstand ξ des Pendelkörpers von der Ruhelage ändert sich. Die Beschleunigung $l\omega$ zur Ruhelage hin hängt also nur von dem Abstände ξ des Pendelkörpers von der Ruhelage SC ab und ist ihm proportional. (Von der Masse m des Pendels ist sie unabhängig, im Einklang mit der Tatsache, daß alle Körper gleich schnell fallen, d. h. die Anziehung durch die Erde allen Massen dieselbe Beschleunigung erteilt.)

Wir wissen jetzt: die Beschleunigung des Pendelkörpers, also auch die ihn treibende Kraft, ist proportional seinem senkrechten Abstände ξ von seiner Ruhelage, ändert also ihre Größe fortwährend. Die *Richtung* seiner Beschleunigung, folglich auch der ihn drehenden *Kraft*, wird in jedem Punkte seiner Bahn durch die Tangente an dem Punkt angegeben, ist also jeden Moment anders. Die Bewegung ist somit sehr verwickelt, und wir müssen, um die Schwingungsdauer des Pendels elementar berechnen zu können, zur Vereinfachung den Kreisbogen S_1S_2 so klein voraussetzen, daß er mit der Sehne als identisch gelten darf (den Winkel S_1CS_2 höchstens $8-9^\circ$). Die Bahn des Pendelkörpers darf dann als geradlinig gelten und die auf ihn wirkende Kraft stets in dieser Geraden nach demselben Punkt gerichtet. Die Abstände ξ messen wir alle *auf derselben Geraden* (Abb. 117), nämlich auf der Sehne, die wir (anstatt des Bogens) als Schwingungsbahn gelten lassen. Unter dieser Voraussetzung ergibt sich: *die Beschleunigung des Pendelkörpers*, folglich auch die auf ihn wirkende Kraft, ist *proportional seinem senkrechten Abstände* von seiner Ruhelage und stets nach demselben Punkte gerichtet.

Dieses Ergebnis gestattet, an ein S. 79 gefundenes anzuknüpfen. Ein Punkt P von der Masse m (Abb. 118), der einen Kreis vom Radius r mit der gleichförmigen Winkelgeschwindigkeit ω beschreibt, wird vom Zentrum mit der Kraft $F = m r \omega^2$ angezogen, erfährt also dauernd eine Beschleunigung $F/m = r \omega^2$ zum Zentrum hin. Wir zerlegen die Zentripetalbeschleunigung PV in die Komponenten PX und PY und berechnen $PX (= VY)$. Es ist

$$\frac{PX}{PV} = \frac{\xi}{r}, \text{ also } PX = \frac{PV}{r} \xi,$$

d. h. *die Beschleunigung von P zu Y_1Y_2 hin ist seinem Abstände von Y_1Y_2 proportional* — wie bei dem Pendelkörper. Wenn also P' , der Fußpunkt, jeden Moment eine seinem Abstände von Y_1Y_2 propor-

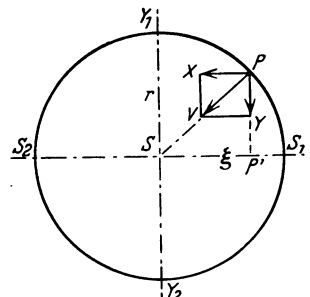


Abb. 118. Zur Schwingungsdauer des mathematischen Pendels.

tionale Beschleunigung hat, bleibt er dauernd auf dem Durchmesser S_1S_2 senkrecht unter P , er durchläuft dann den Durchmesser S_1S_2 hin, während gleichzeitig P den oberen Halbkreis durchläuft, und zurück, während gleichzeitig P den unteren Halbkreis durchläuft. Er durchläuft den Durchmesser also beide Male in gleichen Zeitspannen, da ja P gleichförmige Geschwindigkeit hat, d. h. beide Halbkreise in gleichen Zeitspannen durchläuft.

Der Pendelkörper S in Abb. 115 bewegt sich also genau so, wie sich P' bewegen muß, um dauernd senkrecht unter P zu bleiben. Wir können somit den Pendelkörper mit dem Fußpunkt P' identifizieren und schließen: der Pendelkörper braucht genau so viel Zeit, um geradlinig von S_1 durch S nach S_2 und zurückzuschwingen, wie ein Punkt P gebraucht, um die Peripherie des mit SS_1 als Radius um S geschlagenen Kreises einmal gleichförmig mit dem Pendelkörper als Fußpunkt zu umlaufen. Diese Umlaufdauer können wir berechnen. Wir hatten $PX = \frac{PV}{r} \cdot \xi$ gefunden. Für PX ist jetzt $\frac{g}{l} \cdot \xi$ zu setzen, das war ja die Beschleunigung des Pendelkörpers zur Ruhelage hin. Wir bekommen also

$$\frac{g}{l} \cdot \xi = \frac{PV}{r} \cdot \xi \text{ also } PV = \frac{g}{l} \cdot r.$$

PV ist die Beschleunigung von P zu dem Zentrum hin. Die ist aber auch (S. 79 m.) $4\pi^2 r/T^2$. Es ist daher

$$\frac{g}{l} \cdot r = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \text{ oder } \frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{l}{g}, \text{ also } T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

T ist die Zeit, in der Punkt P die Kreisperipherie einmal durchläuft, ist also auch die Zeit, in der sein Fußpunkt P' , der Pendelkörper, seine Bahn einmal hin und einmal zurück durchläuft. Die Schwingungsdauer des Pendels, d. h. die Zeit für einen Hingang oder für einen Rückgang, ist also $t = \pi \sqrt{l/g}$, hängt also lediglich von der Beschleunigung durch die Erdschwere g und von der Pendellänge l ab, nicht von der Masse des Pendelkörpers, nicht einmal von der Größe des Ausschlagswinkels, solange er (der einschränkenden Annahme gemäß) $8-9^\circ$ nicht übersteigt. Die völlige Unabhängigkeit vom Ausschlagwinkel besteht nur für unendlich kleine Schwingungen.

Zykloidenpendel. Ganz unabhängig vom Ausschlagwinkel (isochron) ist das Pendel, das man dazu zwingt, längs eines Zykloidenbogens zu schwingen, das *Zykloidenpendel* (HUYGENS). Man zwingt das Pendel, eine Zykloide zu beschreiben durch die in Abb. 119 wieder-

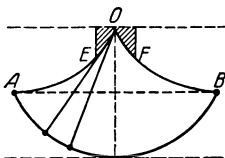


Abb. 119. Zykloidenpendel.

gegebene Anordnung (den Beweis übergehen wir): man hängt den Pendelkörper an einem biegsamen Faden zwischen zwei Körpern auf, die selber von Zykloidenbogen (OE, OF) begrenzt sind. OE und OF gehören zu den Hälften (OB, OA) von Zykloiden, die der Pendelbahn kongruent sind (und gegen diese parallel verschoben sind). Der Faden schmiegt sich beim Schwingen des Pendels an die Zykloidenform OE, OF an, die geometrischen Eigenschaften der Zykloide zwingen dadurch den Pendelkörper, selber eine Zykloide zu beschreiben, er schwingt dann *isochron*. Seine Schwingungsdauer ist $t = \pi \sqrt{2h/g}$, wo h die Höhe der Zykloide ist. Die Schwingungsdauer ist für kleine Amplituden ebenso groß wie die eines mathematischen Kreispendels von der Länge $2h$.

Ballistisches Pendel. Trifft den ruhenden Pendelkörper ein Stoß horizontal, so erhebt sich das Pendel bis zu einem gewissen Ausschlagwinkel α . Den Zusammenhang zwischen der Horizontalgeschwindigkeit, mit der das Pendel die Ruhelage verläßt, und der Höhe, bis zu der es sich erhebt, benützt man im ballistischen Pendel (Abb. 120), mit dem man oft die Endgeschwindigkeit kleinerer Geschosse ermittelt. (Der Pendelkörper ist ein mit Sand oder dergleichen gefüllter Kasten; er fängt das Geschöß derart auf, daß der Stoß unelastisch ist.) Wir behandeln das Pendel hier nur als mathematisches. Hat das Geschöß die Masse m und stößt es mit der Geschwindigkeit v gegen den Pendelkörper, hat dieser die Masse M , und haben M und m nach dem

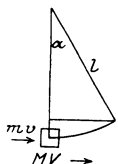


Abb. 120. Ballistisches Pendel.

Stoß die gemeinsame Geschwindigkeit V , so ist nach dem Gesetz des un-

elastischen Stoßes $mv = (M + m)V$. Ist m verglichen mit M sehr klein, so ist $v = \frac{M}{m}V$. Die gemeinsame Geschwindigkeit V ist die Horizontalgeschwindigkeit, mit der das Pendel die Ruhelage verläßt. Infolge dieser Geschwindigkeit schlägt das Pendel um den Winkel α aus, der Pendelkörper hebt sich dabei um die Höhe $h = l - l \cos \alpha = l(1 - \cos \alpha)$. Zwischen der Steighöhe h und der Geschwindigkeit V besteht nach S. 33 o. die Beziehung $h = V^2/2g$.

Da nun $\pi \sqrt{\frac{l}{g}} = t$ ist, also $\sqrt{l/g} = \frac{gt}{\pi}$, so erhalten wir $V = \sqrt{2gl(1 - \cos \alpha)} = g \frac{t}{\pi} \sqrt{2(1 - \cos \alpha)}$
 $= \frac{2}{\pi} gt \sin \frac{\alpha}{2}$. Wir erhalten also $v = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{M}{m} \cdot gt \cdot \sin \frac{\alpha}{2}$.

Diese Rechnung gilt nur, wenn man das ballistische Pendel als mathematisches behandelt. Behandelt man es als *physisches*, so berechnet man die lebendige Kraft, die das Pendel durch den Stoß erhält, und setzt diese gleich der Arbeit, die erforderlich ist, um es mit dem Ausschlagwinkel α auf die Höhe h über den Ruhepunkt zu erheben.

Dämpfung der Schwingungen. Logarithmisches Dekrement. Unsere Annahme, daß die Schwingungsweite (Amplitude) des Pendels konstant ist, ein schwingendes Pendel also nichts an Energie verliert, ist für das *physische* Pendel nicht zulässig. Bei jeder Schwingung verliert es an Energie (Luftreibung, Unvollkommenheit der Aufhängung), seine Amplitude wird daher allmählich kleiner — das nennt man *Dämpfung* der Schwingungen. Ist die Dämpfung so groß, daß die Amplitude schon nach einer Periode oder gar schon nach einer halben Null ist, so heißt die Schwingung *aperiodisch*. Die Dämpfung entspringt aus Widerständen, die in der Regel, und wie wir auch hier voraussetzen, der Geschwindigkeit proportional sind. Dann gilt der Satz, daß kleine Bogen in geometrischer Reihe abnehmen. Sind $\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \dots$ die einander folgenden Amplituden, so ist dann $\alpha_1/\alpha_2 = \alpha_2/\alpha_3 = \dots = \kappa$, wo κ eine Konstante ist; man nennt die Schwingungen dann *gleichförmig* gedämpft, κ ist ein unechter Bruch, da die größere Amplitude im Zähler steht. Der bequemeren Rechnung wegen benutzt man den *Logarithmus* des Dämpfungsverhältnisses $\lambda = \log \kappa$, also die Differenz der Logarithmen zweier einander folgender Amplituden. Man nennt $\log \kappa$ das *logarithmische Dekrement*.

Ist z. B. $\kappa = 1,25$, so ist $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} = \dots = 1,25 = \frac{125}{100}$, es

ist also α_2 um 20% kleiner als α_1 , und α_3 um 20% kleiner als α_2 und so fort; jede folgende Amplitude beträgt nur noch 80% der vorhergehenden (Abb. 121). Ferner ist $\lambda = \log \alpha_1 - \log \alpha_2 = \log \alpha_2 - \log \alpha_3 = \log 1,25 = 0,0969$. Die Logarithmen der Amplituden nehmen also in arithmetischer Reihe ab, in der die Differenz zweier Nachbarglieder konstant, hier $\lambda = 0,0969$ ist. (Natürliche Logarithmen oder Multiplikation des obigen λ mit 2,3026 liefern das *natürliche logarithmische Dekrement*.)



Abb. 121.
Gedämpfte Schwingung.

Da $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3} = \dots = \kappa$, so ist $\alpha_2 = \frac{1}{\kappa} \cdot \alpha_1$ $\alpha_3 = \frac{1}{\kappa} \cdot \alpha_2 = \frac{1}{\kappa^2} \cdot \alpha_1$ $\alpha_4 = \frac{1}{\kappa} \cdot \alpha_3 = \frac{1}{\kappa^3} \cdot \alpha_1$
 usw. Ist also α_p die p te Schwingung und α_q die q te so ist

$$\alpha_p = \frac{1}{\kappa^{p-1}} \cdot \alpha_1 \quad \text{und} \quad \alpha_q = \frac{1}{\kappa^{q-1}} \cdot \alpha_1.$$

Daher ist

$$\frac{\alpha_p}{\alpha_q} = \kappa^{q-p} \quad \text{und} \quad \kappa = \left(\frac{\alpha_p}{\alpha_q} \right)^{\frac{1}{q-p}} \quad \text{und} \quad \log \kappa = \frac{\log \alpha_p - \log \alpha_q}{q-p}.$$

Physisches Pendel. Schwingungspunkt. Reversionspendel. Die Formel $t = \pi \sqrt{l/g}$ gilt für das mathematische Pendel. In der Wirklichkeit giebt es nur physische, aus unendlich vielen Massenpunkten, von denen jeder einzelne die Berücksichtigung seines Achsenabstandes (am mathematischen Pendel mit l bezeichnet) erfordert. Jeder einzelne *für sich* betrachtet ist ein mathematisches Pendel. Aus $t = \pi \sqrt{l/g}$ folgt, daß er langsamer oder schneller schwingt, je nachdem er um mehr oder um weniger als um l von der Achse absteht. Das physische Pendel stellt also eine unendliche Anzahl von mathematischen Pendeln dar, die verschiedene Schwingungsdauer haben. Da sie aber demselben starren Körper angehören, *müssen* sie ihre Amplitude alle in derselben Zeit durchlaufen: Ein gegebenes *physisches* Pendel muß eine bestimmte Schwingungsdauer τ haben. Offenbar giebt es auch ein *mathematisches* Pendel, dessen Schwingungsdauer mit der Schwingungsdauer τ jenes physischen Pendels übereinstimmt. Es muß eine Länge λ haben,

die mit τ zusammen die Gleichung $\tau = \pi \sqrt{\frac{\lambda}{g}}$ erfüllt, also die Länge $\lambda = g \cdot \frac{\tau^2}{\pi^2}$. Man nennt λ die *reduzierte Pendellänge jenes physischen Pendels*.

Um sie zu berechnen, gehen wir von der Gleichung $R = \frac{\omega \cdot \sum m r^2}{a}$ aus. R ist durch $Mg \sin \alpha$ zu ersetzen (S. 98 u.), wo M die Gesamtmasse des physischen Pendels ist; wir denken uns M im Schwerpunkt, dem Angriffspunkte der Schwerkraft, konzentriert und wollen annehmen, daß er um s von der Achse abstehe, dann ist $a = s$ zu setzen. $\sum m r^2$ bedeutet das (als bekannt anzunehmende) Trägheitsmoment, wir nennen es θ und haben dann

$$Mg \sin \alpha = \frac{\omega \cdot \theta}{s} \quad \text{oder} \quad g \sin \alpha = \omega \frac{\theta}{s \cdot M}.$$

Die entsprechende Gleichung für das mathematische Pendel von der Länge λ ist (S. 98 u.):

$$g \sin \alpha = \omega \cdot \lambda.$$

Das bedeutet: Die Winkelbeschleunigung eines *physischen* Pendels vom Trägheitsmoment θ und der Masse M , dessen Schwerpunkt den Achsenabstand s hat, ist jeden Moment gleich der Winkelbeschleunigung eines (um denselben Winkel α von der Ruhelage abgelenkten) *mathematischen* Pendels von der Länge

$$\lambda = \frac{\theta}{s \cdot M}.$$

Derjenige Punkt des physischen Pendels, der um λ von der Achse absteht und in den sich die Masse des Pendels konzentrieren könnte, ohne die Schwingungsdauer τ zu ändern, heißt *Schwingungspunkt*, die zur Achse parallele Gerade durch ihn *Schwingungslinie*. Jeder auf ihr liegende Punkt des Pendels hat die Schwingungsdauer τ , dieselbe, die er auch dann haben würde, wenn er von den andern Punkten des Pendels isoliert in dem bisherigen Abstände (λ) von der Drehachse an einem gewichtslosen un-
ausdehnbaren Faden schwingen würde.

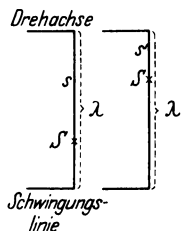


Abb. 122. Vertauschbarkeit von Drehachse und Schwingungslinie. Dreht man die linke Hälfte der Abbildung um 180° in der zur Zeichnung senkrechten Ebene, so entsteht die rechte Hälfte: die Gerade, die vorher Schwingungslinie (Drehachse) war, wird Drehachse (Schwingungslinie).

Die reduzierte Pendellänge λ ist größer als der Achsenabstand s des Schwerpunktes: denn legen wir durch den Schwerpunkt S eine Achse parallel zur Drehachse und nennen das Trägheitsmoment um die Schwerpunktsachse θ_s , dann ist $\theta = \theta_s + Ms^2$ (S. 93 m.), also $\theta > Ms^2$ und $\frac{\theta}{M \cdot s} > s$, d. h. $\lambda > s$, der *Schwingungspunkt* liegt also tiefer als der *Schwerpunkt*. Eine einfache Rechnung zeigt, daß $\lambda = s + \frac{k^2}{s}$,

wo s der Achsenabstand des Schwerpunktes ist und k der Trägheitsradius (S. 93 u.). Es ist $\theta = \sum m r^2 + Ms^2 = Mk^2 + Ms^2 = M(k^2 + s^2)$, also ist $\lambda = \frac{M(k^2 + s^2)}{sM} = \frac{k^2}{s} + s$, daher auch: $(\lambda - s)s = k^2$, also $ss' = k^2$, wenn wir $\lambda - s = s'$ setzen.

Aus $\lambda = s + \frac{k^2}{s}$ für den Abstand zwischen Drehachse und Schwingungslinie folgt etwas sehr Wichtiges und Interessantes: man kann die Schwingungslinie zur Drehachse machen, ohne daß die Schwingungsdauer des Pendels sich ändert; die Gerade, die Drehachse war, wird dabei zur Schwingungslinie (Abb. 122). Bezeichnet man nämlich die zu der *neuen* Schwingungsachse gehörige reduzierte Pendellänge mit λ' und den dazu gehörigen Schwerpunktabstand mit s' , so findet man $\lambda' = s' + \frac{k^2}{s'}$, und da $ss' = k^2$, so ist $\lambda' = \frac{k^2}{s} + s = \lambda$. Durch diese Beziehung bekommt auch der Trägheits-

radius k eine anschauliche Bedeutung: Wählt man in einer durch den Schwerpunkt gehenden Vertikalebene zwei Achsen derart, daß der abwechselnd um die eine oder die andere Achse schwingende Körper immer dieselbe Schwingungsdauer hat, so müssen beide Achsen (gleich weit vom Schwerpunkt oder) in Abständen liegen, deren Produkt gleich k^2 ist. Denn aus $s + \frac{k^2}{s} = s' + \frac{k^2}{s'}$ folgt $s - s' = \frac{k^2(s - s')}{s s'}$. Ist nun $s - s'$ von Null verschieden, so kann man beide Seiten dadurch dividieren und bekommt, wie oben, $ss' = k^2$. D. h. der Abstand der beiden Achsen ist die Länge des mit dem physischen Pendel *gleich* schnell schwingenden (synchrone) mathematischen Pendels. Das bietet ein praktisches Mittel, um diese Länge zu messen. Ein Pendel, das hierzu eingerichtet ist (Abb. 123), hat zwei prismatische Aufhängevorrichtungen: eine Kante oben als jeweilige Drehachse, eine Kante unten durch den Schwingungspunkt. Es hängt mit der Schneide des Prismas auf einer entsprechenden Unterlage. Man braucht es nur umzudrehen, d. h. nur oben in unten zu verwandeln, um die Drehachse zur Schwingungslinie zu machen, und den Schneidenabstand so lange zu variieren, bis das Pendel in beiden Lagen die gleiche Schwingungsdauer hat (*Reversionspendel*;

KATER, BOHNENBERGER). Es dient dazu, die Länge des *Sekundenpendels* zu ermitteln. Ein solches Pendel macht die Kenntnis seines Trägheitsmomentes unnötig, auch die seiner Massenverteilung; der gegenseitige Abstand der Schneiden ist allein maßgebend.

Pendelversuch von FOUCAULT. Wie die Massenpunkte aller Körper, die sich um eine Achse drehen (vgl. S. 77), so streben auch die des physischen *Pendels* infolge ihrer Trägheit, die Lage ihrer Kreisbahnen im Raum unverändert zu erhalten, also die Lage der Schwingungsebene, wenn nicht eine äußere Kraft eine Änderung erzwingt. In dieser *Erhaltung der Schwingungsebene* erkannte FOUCAULT die Grundlage eines Beweises für die Achsendrehung der Erde. Denkt man sich ein Pendel über dem Pol der Erde aufgehängt und z. B. über dem Nullmeridian schwingend, so wird ein Beobachter *im Nullmeridian* dort das Pendel *direkt auf sich zu kommen* und ebenso *von sich weg* gehen sehen. Nach einem Vierteltage, d. h. nachdem jeder Punkt auf der Erde ein Viertel seines Kreises um die Achse vollendet hat, ist der Beobachter in eine um 90° von der ersten verschiedene Stellung gekommen. Das Pendel aber schwingt, da nur die Schwerkraft darauf wirkt, unverändert in seiner ursprünglichen Schwingungsebene. Der Beobachter sieht es *jetzt von rechts nach links und von links nach rechts vor sich vorbeischwingen* und hat daher den *Eindruck*, daß die *Schwingungsebene* des Pendels sich gedreht hat. Er würde die *Schwingungsebene* sich in 24 Stunden einmal um die Ruhelage des Pendels, die am Pol mit der Lage der Erdachse identisch ist, drehen sehen. Die Erscheinung erklärt sich daraus, daß sich die *Erde* und *mit ihr* der Beobachter in 24 Stunden um die Achse, also um die Ruhelage des Pendels, dreht. Die scheinbare Drehung der Schwingungsebene an irgendeinem Punkt der Erdoberfläche ist dem Sinus seiner geographischen Breite proportional, daher desto kleiner, je näher dem Äquator der Punkt liegt; sie beträgt in Berlin in 24 Stunden nur $285^\circ 36'$, am Äquator Null. — FOUCAULT benützte (Paris 1851) eine 2 kg schwere Kupferkugel an einem 17 m



Abb. 123. Reversionspendel

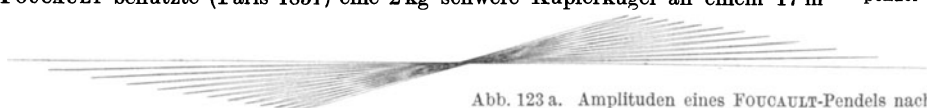


Abb. 123 a. Amplituden eines FOUCAULT-Pendels nach P. PIGOT, S. J., Seismograph. Stat. Sydney. Um die ineinander übergreifenden Ovale getrennt sichtbar zu machen, ist nur jede zehnte Schwingung aufgenommen.

langen Stahldraht mit einer Schwingungsdauer von $16,40''$. Der Pendelkörper darf keinerlei Anfangsgeschwindigkeit relativ zur Erde haben. Unter Beachtung bestimmter Vorsichtsmaßregeln sorgt man deswegen dafür, daß er aus seiner äußersten Lage völlig erschütterungsfrei zu schwingen anfängt. Das Pendel besitzt aber auch die Drehschnelle der Erde, d. h. es besitzt auch eine Bewegungskomponente senkrecht zur Schwingungsebene. Seine Bahn ist, auf die Horizontalebene projiziert, infolgedessen nicht geradlinig, sondern in ihrem Hin und Her ein äußerst schmales Oval, und dieses Oval verbreitert sich, wenn die Amplituden kürzer werden, Abb. 123 a.

Pendeluhr. Metronom. Sekundenpendel. Da das Pendel zu jeder Schwingung *gleich* viel Zeit verbraucht, dient es zur Zeitmessung. Gebraucht ein gegebenes Pendel z. B. 1 Sekunde für eine Schwingung und *zählt* man, *wieviel* Schwingungen es in dem Zeitabschnitt, der gemessen werden soll, macht, so gibt die gefundene Zahl die Länge dieses Zeitabschnittes in Sekunden. — Die *Pendeluhren* (HUYGENS, 1656) besitzen ebenfalls die *Gleichheit* der Pendelschwingungen, und zwar um die fortlaufende Bewegung eines Räderwerks nach *gleich* großen Zeitabschnitten immer für einen Moment zu hemmen. Die „Hemmung“ ist die Seele der Uhr (Abb. 124). Die Uhren haben die Aufgabe, einen Zeiger (wir denken hier nur an *einen*, etwa den Minutenzeiger) vor einem Zifferblatt in gleich großen Zeitabschnitten um gleich große Winkel zu drehen. An der Länge des von der Zeigerspitze zurückgelegten Bogens erkennt man die Länge der verflossenen Zeit. Der Zeiger sitzt auf der Welle eines hinter dem Zifferblatt befindlichen Rades *R*, er kann sich also nur dann in gleichen Zeiten um gleiche Winkel drehen, wenn das Rad es tut. Bewegt wird das Rad durch ein Gewicht (in der Abbildung weggelassen), das an einer um die Welle gewickelten Schnur hängt. Das Gewicht fällt und dreht dadurch das Rad und mit ihm den Zeiger. Säßen Rad und Zeiger ohne weitere Vorrichtung auf der Welle, so würde das Gewicht bis zu dem tiefsten erreichbaren Punkt fallen und dabei den Zeiger anfangs langsam, dann schneller und schneller vor dem Zifferblatt herumdrehen — eine Messung wäre unmög-

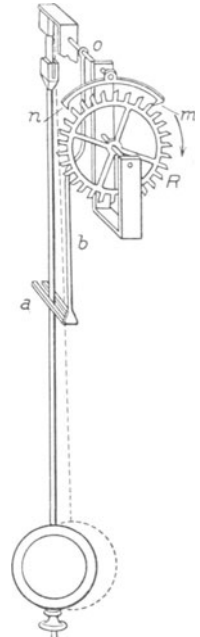


Abb. 124. Pendeluhr.

lich. Diese beschleunigte Bewegung des Rades verhindert man dadurch, daß man es, kurz nachdem die Drehung begonnen hat, also solange noch seine Geschwindigkeit sehr klein ist, wieder anhält („hemmt“), sofort wieder losläßt, wieder hemmt usw. D. h. man erlaubt ihm immer nach Ablauf eines kurzen Zeitabschnittes, und zwar eines *gleich großen*, die Drehung *von neuem* zu beginnen. Die *Gleichheit* der Zeitabschnitte, nach denen man das Rad hemmt, bewirkt in den *Pendeluhr* ein schwingendes Pendel: man macht das Rad zu einem *Zahnrad* (Steigrad) und versieht das Pendel mit einem Anker *nm*, der Hemmung, die, mit dem Pendel durch das Gestänge *abo* fest verbunden, dessen Schwingungen mitmacht. Sie greift abwechselnd mit den Klauen *n*, *m* zwischen die Zähne des Steigrades und hemmt dadurch seine Drehung und den Fall des Gewichtes. Bei jeder Schwingung, bald nachdem das Pendel durch die vertikale Lage gegangen ist, gibt die eine Klaue einen Zahn des Steigrades frei, so daß es sich drehen kann; dabei gleitet der Zahn an einer schrägen Fläche der Klaue hin und erteilt durch seinen Druck dem Pendel den nötigen Antrieb, um den durch Reibung und Luftwiderstand verursachten Energieverlust zu ersetzen. Gleich darauf fängt die andere Klaue einen andern Zahn ab und hemmt die weitere Drehung und den Fall des Gewichtes so lange, bis das Pendel auf seinem Rückwege dasselbe Spiel auslöst. Also nur während das Pendel aus der Vertikalen bis zu einem Umkehrpunkt geht, kann sich das Rad drehen. Es dreht sich dabei nur um *einen* Zahn weiter; *währenddessen* bewegt es sich zwar beschleunigt, aber diese Zeit ist so kurz, daß es sich *nahezu* gleichförmig, der Zeiger sich also auch *nahezu* gleichförmig bewegt, d. h. in gleichen Zeiten gleiche Winkel beschreibt. Die Gleichheit der Pendelschwingungen verwandelt also die durch den Fall des Gewichtes beschleunigte Bewegung des Räderwerks in eine *nahezu gleichförmige*.

In den Pendeluhrn *hört* man die Ankunft des Pendels in einem Umkehrpunkt durch das „Ticken“ der Hemmung. Man kann dadurch auch *mit dem Ohre* die Gleichheit von Zeitabschnitten auffassen. Bei der Uhr wird das (außer bei gewissen physikalischen Messungen) kaum beachtet, im *Metronom* dagegen ist es *Zweck* (MÄLZEL 1815). Das Metronom, das den „Takt schlägt“ und auf das sich der Musiker bisweilen bezieht, um für die Wiedergabe von Musikstücken ein Vortragstempo festzusetzen und notfalls durch eine Zahl auszu drücken, ist ein sehr laut tickendes Pendel, dessen Pendelkörper längs der Stange verschiebbar ist. Durch die Verschiebung ändert sich der Abstand seines Schwerpunktes von der Achse, also die Länge des reduzierten Pendels, das mit jenem physischen gleich schnell schwingt, d. h. die Schwingungsdauer des Metronoms, sein „Tempo“, ändert sich.

Die Länge des Pendels mit der Schwingungsdauer 1 Sekunde (Sekundenpendel) ist genau bekannt, daher ist aus $t = \pi\sqrt{l/g}$ auch g sehr genau meßbar. Ist das Sekundenpendel l_1 cm lang, so ist, da $t = 1$ Sekunde zu setzen ist: $1 = \pi\sqrt{l_1/g}$, und $g = \pi^2 \cdot l_1$ cm. Die Beschleunigung des Pendelkörpers durch die Erdschwere ist also unabhängig von seiner Masse; auch *das* heißt nur: alle Massen fallen gleich schnell. Die Identität von g für alle Massen ist experimentell, wie die Formel $g = \pi^2 \cdot l_1$ zeigt, erwiesen, da die Länge des Sekundenpendels — die reduzierte Pendellänge — für jeden Pendelkörper dieselbe bleibt. Durch Pendelbeobachtungen kann man daher die Identität der Erdschwere für alle Massen nachweisen; leichter als durch Fallversuche.

Horizontalpendel. Das Pendel reagiert bei besonderer Aufhängung leicht auf Erdbeben und ähnliche Erdbewegungen. Man benützt es daher im *Seismometer* ($\sigma\epsilon\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$ Erdbeben), wo es

Periode, Richtung und Amplitude der Erdbewegung anzeigen soll. Aber dazu muß man ihm eine möglichst große Schwingungsdauer verschaffen. Liegt die Achse, um die das Pendel schwingt, horizontal (wie bisher angenommen S. 96 u.), so wirkt die Schwere mit ihrem *ganzen* Betrage auf das Pendel, und seine Schwingungsdauer ist $t = \pi\sqrt{\lambda/g}$ (λ reduzierte Pendellänge). Um die Schwingungsdauer beliebig zu *vergrößern* muß man, da die Vergrößerung von λ durch die Raumverhältnisse begrenzt ist, die Einwirkung der Schwerkraft verkleinern, d. h. nur eine Komponente von g auf das Pendel wirken lassen. Das kann man, indem man die Drehachse gegen die Horizontalrichtung um einen gewissen Winkel neigt (Abb. 125). Der Arm QQ' — er ist mit dem Gestell G in o drehbar verbunden — trägt in Lagern bei D und

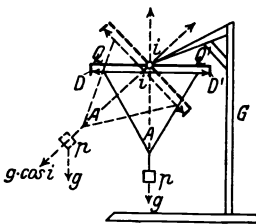


Abb. 125. Horizontalpendel (schematisch).

D' (durch Pfeilspitzen bezeichnet) einen dreieckigen Rahmen, an dessen Spitze A das Pendelgewicht p sitzt. Neigt man die Drehachse um den Winkel i gegen die Horizontale, so wirkt die Erdschwere nur mit der *Komponente* $g \cdot \cos i$ auf das Pendel und die Schwingungsdauer wird $t_i = \pi\sqrt{\lambda/g \cos i}$. Je größer man i macht, desto größer wird t_i . Macht man aber $i = 90^\circ$, so wird t_i unendlich groß, das Pendel mit senkrechter Schwingungsachse hat also eine indifferente Gleichgewichtslage. Das Pendelgewicht p darf daher nur in einer *beinahe* horizontalen Ebene schwingen, weswegen die von ZÖLLNER stammende Bezeichnung *Horizontalpendel* (Horizontalseismograph) nicht vollkommen zutrifft.

Abb. 126 zeigt das Horizontalpendel in einer Gebrauchsform. Seine Bewegung ähnelt der einer Tür, die sich an einem nicht *genau* vertikalen Türpfosten um die die Angeln verbindende Gerade dreht. Stehen die Angeln *genau* vertikal übereinander, so bleibt die Tür in *jeder* Lage stehen (das tritt ein, wenn $i = 90^\circ$ ist), andernfalls steht sie nur in *einer* bestimmten Lage still, oder sie *schwingt*, wenn die Reibung nicht zu groß ist, um diese Lage. Die Ruhelage ist dadurch charakterisiert, daß der Schwerpunkt in diejenige Ebene fällt, die man durch die Drehungsachse und die Schwererichtung legen kann. Neigt man den Türpfosten und somit die Drehachse in der *zur Ruhelage senkrechten* Ebene auch nur ganz wenig, so geht das Pendel in eine andere Ruhelage, die von der ersten um einen beträchtlichen Winkel abweicht. Ein Horizontalpendel zeigt daher schon *sehr* kleine Neigungsänderungen seiner Achse und ebenso Änderungen der Schwerkraftrichtung *stark vergrößert* an. Weicht die Drehachse des Horizontalpendels z. B. nur um $2'$ von der Vertikalen ab und neigt sich die Achse auch nur um $0,01''$ in der *zur Ruhelage senkrechten Ebene*, so geht das Pendel in eine neue Ruhelage, die mit der vorigen bereits einen Winkel von $17''$ bildet. Dieses Horizontalpendel entspricht in seiner Empfindlichkeit einem Vertikalpendel von ganz ungeheurer Länge. — In neuerer Zeit verwendet man statt der Aufhängung in Spitzen die ZÖLLNERSche: ein leichtes Metallrohr (etwa 25 cm lang) wird nahezu horizontal gehalten durch zwei dünne gespannte Drähte, die an dem Rohr angreifend oberhalb und unterhalb des Rohres an einem Gestell befestigt sind. Die Verbindungsgerade der beiden übereinander liegenden Befestigungspunkte ist die Drehachse. — Das Horizontalpendel hat als erster HENGLER (1833) beschrieben als „astronomische Pendelwaage“.

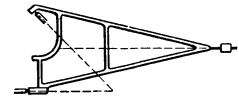


Abb. 126. Horizontalpendel auf Spitzen hängend.

Abhängigkeit des Gewichts von der Achsendrehung der Erde. Abplattung der Erde. Das Sekundenpendel hat nicht an allen Punkten der Erde dieselbe Länge. Es ist z. B.

am Äquator . . . 99,100 cm
 unter 45° Breite 99,357 „
 in Potsdam . . . 99,424 „

Daraus folgt: die Beschleunigung g ist

am Äquator . . . 978,06 cm/sec²
 unter 45° Breite . 980,61 „
 in Potsdam . . . 981,27 „

Die Beschleunigung g , also auch das Gewicht einer Masse wächst danach vom Äquator nach den Polen hin. Das erklärt sich so: Nicht die ganze Anziehungskraft der Erde auf die Masse kann sich als Druck der Masse auf ihre Unterlage äußern, einen Teil davon hebt die Zentrifugalkraft auf, die von der Achsendrehung der Erde herrührt. Die Zentrifugalbeschleunigung ist, wenn r den Radius der Erdkugel bezeichnet:

am Äquator (Breitengrad 0)

$$f_0 = \frac{4 \pi^2 r}{T^2}$$

im Breitengrade φ (mit $r \cdot \cos \varphi$ als Radius des Parallelkreises) $f_\varphi = \frac{4 \pi^2 r}{T^2} \cos \varphi = f_0 \cdot \cos \varphi$,

T bedeutet die Zeitdauer einer vollen Umdrehung der Erde um ihre Achse. Am Äquator (Abb. 127) fällt die ganze Beschleunigung f_0 in die Gerade, längs deren C eine Masse anzieht, im Breitengrade φ dagegen von f_φ nur die Komponente $f_\varphi \cdot \cos \varphi = f_0 \cos^2 \varphi$. Angenommen, die Erde stehe still und vorausgesetzt, daß sie eine *vollkommene* Kugel und ihre Anziehung auf jeden Punkt der Oberfläche gleich groß ist, ihre Anziehung auf eine Masse an ihrer Oberfläche betrage G . Während der Drehung wirken f_0 und $f_\varphi \cdot \cos \varphi$ verkleinernd auf G , da sie ja G entgegengesetzt gerichtet sind. Daher ist, wenn g_0 und g_φ die Beschleunigungen durch die Erdschwere während der Drehung bedeuten:

$$\begin{aligned} \text{am Äquator} \quad g_0 &= G - f_0, \\ \text{im Breitengrade } \varphi \quad g_\varphi &= G - f_0 \cdot \cos^2 \varphi. \end{aligned}$$

Die von der Erddrehung herrührende Zentrifugalkraft *verkleinert* G also am Äquator am stärksten; je größer φ wird — polwärts — immer weniger, und am Pol gar nicht. Deswegen ist g am Äquator am kleinsten und wächst polwärts, und ebenso mg , das Gewicht einer Masse m . Setzt man in $f_0 = \frac{4 \pi^2 r}{T^2}$ für r den Äquatorradius in Metern und für T die Rotationsdauer der Erde in Sekunden, so ergibt die Rechnung $f_0 = 34 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$ also $g_0 = G - 34 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$, d. h. am Äquator verkleinert sich die Beschleunigung (durch die Erdschwere) infolge der Zentrifugalkraft um $34 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$. Die Pendelbeobachtungen am Äquator geben $g_0 = 9,7806 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-2}$.

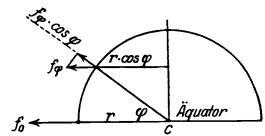


Abb. 127. Die Schwerkraft an einem Punkte der Erdoberfläche hängt ab von dessen geographischer Breite.

Da f_0/G sehr nahe $\frac{1}{289}$ ist, beträgt die Verminderung f_0 am Äquator $\frac{1}{289} \cdot G$; die anziehende Kraft der Erde auf eine Masse am Äquator wird also um $\frac{1}{289}$ des wahren Gewichts der Masse verkleinert. — Wäre die Verkleinerung 289 mal so groß, so wäre die Masse gewichtslos. Damit aber f_0 , d. h. die Zentrifugalbeschleunigung 289 mal so groß werden könnte, wie sie

wirklich ist, müßte, S. 79 m., das Quadrat der Drehschnelle der Erde 289 mal so groß sein, d. h. die Drehschnelle 17 mal so groß sein, wie sie wirklich ist, der „Tag“ also nur ca. 1 Stunde 25 Minuten unseres Zeitmaßes dauern.

Benutzt man $f_0/G = 1/289$, um zu berechnen, wie die Länge des Sekundenpendels sich mit der geographischen Breite ändert, so ergibt sich etwas anderes als beim Versuch. Aus den Pendelversuchen findet man Längen, die zu $f_0/G = 1/192$ führen (nicht $1/289$). Wir können diesen Unterschied so veranschaulichen: Wäre die Zentrifugalkraft *allein* die Ursache für die Veränderung der Schwere, so müßte g am Äquator um $34 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$ kleiner sein als an den Polen, aus den Pendelversuchen geht aber hervor, daß sie um $52 \text{ mm} \cdot \text{sec}^{-2}$ kleiner ist. Die Ursache für die Abweichung: die Erde ist keine vollkommene Kugel, sie ist an den Polen abgeplattet. Die Gradmessungen ergeben den Polardurchmesser um etwa $1/298$ kürzer als den Äquatorialdurchmesser. — Man erklärt die Vergrößerung des Äquatorialdurchmessers gegenüber dem Polardurchmesser ebenfalls daraus, daß die Zentrifugalkraft am Äquator größer ist als an den Punkten zwischen dem Äquator und dem Pol, und aus der Wirkung der Zentrifugalkraft auf die Erdmasse, als sie noch plastisch war und sich aus der Kugel in ein Rotationsellipsoid umwandeln konnte.

Niveaulflächen. Geoid. Änderung der Schwere. Auch ein Rotationsellipsoid ist die Erde nur *annähernd*, und die Schwere ändert sich an der Erdoberfläche nicht nur längs eines Meridians. Schon Berge und Gebirge beeinflussen die Ruhelage des Pendels und seine Schwingungsdauer. Ferner: Theoretisch müßten die Linien *gleicher* Schwerkraft (Isogammen) auf der Erdoberfläche wie die Breitenparallelen verlaufen. Aber das tun sie nicht, auf den ozeanischen Inseln z. B. ist das Sekundenpendel länger, die Schwerkraft also größer als an den Küsten oder im Innern des Festlandes, obwohl die Wassermassen um die Inseln nicht halb so dicht sind wie die Bodenschichten unter den Beobachtungsorten an den Küsten und auf dem Festlande. Daher kann die Erde auch ein Rotationsellipsoid nur *annähernd* sein. Die Erhebungen und Vertiefungen der *physischen* Erdoberfläche — Berge und Täler, Kontinente und Meere — sind im Vergleich zur Größe der Erde zwar so klein, daß die Erde im Verhältnis dazu glatt wie ein Apfel ist und man die physische Erdoberfläche mit großer Annäherung durch eine theoretische ersetzt denken darf. Aber durch eine Formel ist sie nicht zu fassen, man muß sie punktweise ermitteln. Als theoretische Erdoberfläche nimmt man eine solche an, die in jedem ihrer Punkte *senkrecht* auf der zugehörigen *Lotrichtung* ist. Man nennt eine solche Fläche eine *Niveaulfläche*. (Der Ausdruck ist von den Eigenschaften der Flüssigkeiten hergenommen. Die freie Oberfläche einer Flüssigkeit, die der Schwereanziehung und der Zentrifugalkraft unterliegt, stellt sich stets senkrecht zu der resultierenden Kraft. *Deswegen*: stünde die Resultierende schief dazu, so würde eine Komponente davon *in* die Oberfläche fallen und eine Strömung erzeugen, die so lange andauert, bis sich die Masse so verschoben hat, daß die seitliche Komponente schließlich verschwunden ist.)

Natürlich kann man auch in jeder Höhe *über* der Erdoberfläche Niveaulflächen konstruieren. Sie umschließen einander wie die Schalen einer Zwiebel. Wo die Erdschwere g größer ist, liegen sie enger beisammen, und wo g kleiner ist, treten sie weiter auseinander. Sie berühren einander nirgends. Die an einem gegebenen Punkt des Schwerfeldes herrschende Richtung der Schwerkraft ist *normal* zu der durch diesen Punkt gehenden Niveaulfläche. Wo die einander folgenden Flächen nicht parallel zueinander sind, wechselt daher die Normale ihre Richtung relativ zu ihrer Umgebung so, daß sie die Niveaulflächen *stets rechtwinklig* durchsetzt. Durch diese dauernde Richtungsänderung entsteht eine krumme Linie, die *in jedem ihrer Punkte* durch ihre Tangente die dort herrschende *Kraftrichtung* anzeigt. Sie heißt *Kraftlinie*. Abb. 434 zeigt die Niveaulflächen und die Kraftlinien in einem elektrischen Felde. Wir brauchen uns hier nicht näher damit zu beschäftigen.

Nehmen wir die Erde homogen an und sehen wir von ihrer Achsendrehung ab, so finden wir als Niveaulfläche der Erde die Kugel; berücksichtigen wir aber ihre Achsendrehung, so finden wir ein Rotationsellipsoid; berücksichtigen wir auch, daß sie *nicht* homogen ist und nach innen an Dichte stark zunimmt, so kommt man zu einer viel verwickelteren Fläche (Rotationsphäroid oder Niveausphäroid). Aber die *wirkliche* Erdoberfläche ist überhaupt in keine Flächenklasse einzuordnen, sie steht für sich allein; man nennt sie *Geoid*. Es ist diejenige unter den Niveaulflächen, die in ihren sichtbaren Teilen mit der Meeresoberfläche zusammenfällt. Wohlgedenkt: Die Niveaulflächen sagen an jedem ihrer Punkte nur etwas aus über die *Richtung* der Schwerkraft, nichts über deren *Größe*.

Drehwaage von Eötvös. Unter den Verfahren zur Ermittlung des Geoides stehen die Schweremessungen obenan. Auch die empfindlichsten Pendel stehen dabei zurück hinter der Drehwaage von Eötvös (Abb. 128 u. 129). Sie mißt nicht die Schwerkraft selbst, sondern den Unterschied der Schwerkraft*richtung* an zwei nahe (40 cm) beieinander liegenden Punkten. Sie ist von höchster Bedeutung für die *reine* Physik, denn ihre Empfindlichkeit gegen die Verschiedenheit der Schwerkraft*richtungen* hat es ermöglicht: 1. die Gleichheit der trägen und der schweren Masse mit einer Genauigkeit von $1:2 \cdot 10^9$ nachzuweisen und 2. die Unterschiede in der Richtung und der Größe der Schwerkraft an Punkten von einigen Dezimeter

gegenseitigem Abstand (Balkenlänge der Waage) zu ermitteln; ebenso für die angewandte Physik, denn durch ihre Empfindlichkeit gegen die Verschiedenheit der Schwerkraftrichtungen ist sie für den praktischen Geologen bei der Erforschung des Inneren der Erdrinde ein unentbehrliches Instrument geworden.

Um das Verhalten der Drehwaage von Eötvös (Abb. 128) im Schwerefeld zu verstehen, denke sich der Leser an ihrer Stelle hängend und gegen die Variation der Schwerkraft unendlich empfindlich, die Arme diametral waagrecht ausgestreckt, von dem äußersten Fingerende beiderseits je ein überaus empfindliches Senkel herabhängend — beide genau gleich lang. Jedes Senkel stellt sich in die an seinem Aufhängungspunkt herrschende Schwerkraftrichtung (es zeigt dadurch zugleich die Lage der auf ihm senkrechten Niveaufläche). Man vergegenwärtige sich nun die Vertikalebene, in der die ausgestreckten Arme und das eine der beiden Senkel liegen — wir nennen sie *Normalebene*. Liegt das andere Senkel dann *auch* in der Normalebene, so wirkt auch am Ende *dieses* Armes die ganze Schwerkraft in der Normalebene. Jede Hand fühlt dann einen Zug nach unten, abgesehen hiervon empfindet man *nichts*. Fällt das andere Senkel aber *nicht* in die Normalebene, sondern bildet sie einen Winkel mit ihr, so empfindet (dieser Winkel ist für die Empfindlichkeit maßgebend) diese Hand einen Zug *seitlich* (schräg) nach unten: nicht die ganze Schwerkraft fällt dann in die Normalebene, eine Komponente von ihr fällt vielmehr in die *Horizontalebene*, in der die ausgestreckten Arme liegen, zieht in *dieser Ebene senkrecht* zu den ausgestreckten Fingern, dreht den Beobachter (um den Aufhängedraht als Achse) aus der ursprünglichen Ruhelage heraus und tordiert den Aufhängedraht um einen gewissen Winkel. Je kleiner der Winkel der Schwerkraftrichtung mit der Normalebene ist, bei dem die Drehung um einen bestimmten Winkel eintritt, desto „empfindlicher“ nennt man diese Vorrichtung.

Die Drehwaage von Eötvös — der Form nach die von COULOMB für elektrostatische Untersuchungen benützte — ist ein Balken mit verhältnismäßig großem Trägheitsmoment, ein 40 cm langes Aluminiumrohr, an den Enden mit Stab-Gewichten von je etwa 30 g beschwert, horizontal aufgehängt an einem besonders vorbehandelten Platin-Iridiumdraht von 0,04 mm Durchmesser — der Draht ist die Seele des ganzen Instruments. Der Balken trägt den für die Skalablesung, bestimmten Spiegel. Seine Schwingungsdauer ist ca. $\frac{1}{2}$ Stunde. Welches ist der Gegenstand der eigentlichen Messung? Wir denken uns durch den Mittelpunkt des Balkens die Niveaufläche gelegt. Bringt man den Balken in einen *Hauptschnitt* der Niveaufläche — diesen Begriff können wir hier nicht erklären —, so bleibt er in Ruhe. Dreht man ihn aber in einen Winkel dazu, so tritt eine Komponente auf, die den Winkel zu verkleinern sucht. Dadurch wird der Draht um einen gewissen Winkel gedreht und *dieser Winkel mißt die Waage*. (Beobachtung der Schwingungen des Balkens mit Fernrohr, Spiegel und Skala, s. POGGENDORFF). — Die Drehwaage (Abb. 128) reagiert nur auf Unterschiede in der *Richtung* der Schwerkraft; in der Form der Abb. 129 — das eine Gewicht m_2 liegt (65 cm) tiefer als das andere — reagiert sie auch auf Unterschiede in der *Größe* der Schwerkraft. (Man muß sich über die Lage des Balkens und der Gewichte zu den Niveauflächen klar werden und sich den Sinn der Niveauflächen und der auf ihnen senkrechten Kraftlinien als *Richtungsanzeiger der Kraft* in den einzelnen Punkten vergegenwärtigen.) Wir beschreiben das Verhalten der so belasteten Waage wieder an dem im Schwerefeld hängenden Beobachter (s. oben). Wir hatten bestimmt: die beiden Senkel sollen gleich lang sein. Man denke zurück an den Fall, in dem die (gleich langen) Senkel *beide* in der Normalebene lagen. Daraus schlossen wir, daß die Schwerkraft dort keine Horizontalkomponente (*senkrecht* zur Normalebene) hat, sondern mit ihrer ganzen Größe *in* der Normalebene wirkt. Machen wir jetzt das Senkel viel länger, so daß das eine Gewicht viel tiefer als das andere liegt, dann spürt die Hand von dem längeren Senkel her wieder einen Zug *seitlich* (schräg) nach unten, und der Beobachter wird wieder aus der Ruhelage herausgedreht. An dem Orte des tiefer hängenden Gewichtes ist die Richtung der Schwerkraft etwas anders als an dem Ort des anderen. Die *Richtungsänderung* der auf die tiefer hängende Masse wirkenden Schwerkraft kann man durch die Vorstellung *deuten*, daß die an diesem Balkenende wirkende Kraft *größer*

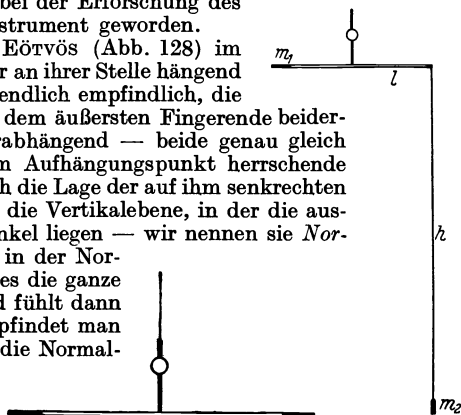


Abb. 128. Drehwaage von Eötvös.

Erste Form.

Zweite Form.

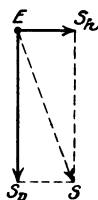


Abb. 130.

Die Kräfte an der Drehwaage von Eötvös. E das Balkenende (von einem Auge gesehen, das in der Verlängerung des Balkens liegt), ES_1 die Schwerkraftrichtung, die mit der Normalebene einen Winkel bildet (übertrieben), ES_2 ihre vertikale Komponente, die in die Normalebene fällt, ES ihre Horizontalkomponente, die den Balken senkrecht in der Horizontalalebene angreift und aus der Ruhelage herausdreht.

ist als am anderen — nämlich um eine Horizontalkomponente, die die Schwere an jenem Ende der Größe wie der Richtung nach ändert — und dadurch die Drehung bewirkt.

Die Drehwaage in der zweiten Form liefert Angaben darüber, wie sich die Schwerkraft in der Horizontalebene nordsüdwärts oder ostwestwärts ändert. Die Resultierende dieser beiden Daten ergibt Richtung und Größe der größten Änderung des *Gradienten*, das ist um wieviel dyn sich die Kraft ändert, wenn man sich in dieser Richtung in der Horizontalen um 1 cm vorwärts bewegt. Die Werte sind so klein, daß man sie in $1 \cdot 10^{-9}$ dyn ausdrückt.

In der ersten Form reagiert die Waage auf Unterschiede in der Schwerkraftichtung. Solche Unterschiede, wie sie z. B. schon daher kommen, daß die Niveauflächen des Schwerefeldes infolge der Rotation von der Kugel abweichen, werden im kleinen auch durch störende Massen (Berge, Gebirge) hervorgebracht; sie deformieren die Niveauflächen. Die Drehwaage in der ersten Form gibt daher ein Kriterium für die Gestalt der Niveauflächen und damit für das Vorhandensein störender Massen. In der zweiten Form gibt die Waage an, ob die störenden Massen leichter oder schwerer sind; am größten ist der horizontale Gradient am *Rande* einer störenden Masse (z. B. eines Salzhorstes unter der Erdoberfläche, die Grenzen eines solchen Horstes lassen sich horizontal auf etwa 50 m genau bestimmen).

Mit der Drehwaage in der ersten Form hat Eötvös die Gleichheit der Anziehung der Erde auf Stoffe sehr verschiedener Art geprüft. Er schloß so: Die *Schwere* an der Erdoberfläche resultiert aus der dort herrschenden Anziehung durch die Erde und der Zentrifugalkraft, einer *Trägheitskraft*. In Abb. 131 ist NF die Erdachse, APN ein Meridian, P ein Punkt der Erdoberfläche, PC die (übertrieben gezeichnete) Zentrifugalkraft, der Pfeil PG die Anziehungskraft auf Punkt P und Pg die Resultierende beider, die Schwere. Man sieht: unter dem Einfluß der Zentrifugalkraft weicht die Anziehungskraft aus ihrer ursprünglichen Richtung südwärts ab. (Man denke sich in P stehend mit dem Blick nach Norden N . Am Äquator und am Nordpol verschwindet die Abweichung, am größten ist sie unter 45° . In Budapest, $47^\circ 28'$, ist sie $5' 56''$.) Wirkt die Erdschwere auf verschiedene Stoffe bei P verschieden, so muß die aus der Anziehung durch die Erde herrührende Komponente verschieden sein, d. h. größer oder kleiner als PG . Sie sei etwa PG' , dann ist Pg' die Resultierende: ihre *Richtung* weicht von der *Richtung* Pg ab. Das bedeutet: wirkt die Anziehungskraft auf verschiedene Stoffe verschieden ein, so muß sich die *Richtung* der Schwerkraft ändern. Diese

Änderung müßte sich mit der Drehwaage nachweisen lassen. — Eötvös belastete das eine Ende des Balkens ständig mit einem Platingewicht, das andere mit dem zum Vergleich dienenden Stoff, z. B. einem Kupfergewicht. Man stellt zunächst den *Balken* ostwestlich senkrecht auf den Meridian; besäße die Schwere für Platin und für Kupfer eine verschiedene Richtung, so müßte, wenn man *das ganze Instrument* um 180° dreht, der Balken eine von der ersten verschiedene Lage haben. Die Richtung weicht nach Eötvös' Versuchen — falls überhaupt — sicherlich um weniger ab als um $\frac{1}{40000}$ Bogensekunde, das entspräche einer Abweichung in der Massenanziehung 1 : 2 $\cdot 10^8$.

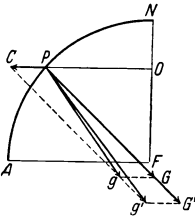


Abb. 131. Zum Beweise, daß die Schwere der trägen Masse proportional ist. Die Schwerkraft Pg resultiert aus der Anziehungskraft PG der Erde und der Zentrifugalkraft PC , einer *Trägheitskraft*. Zeigt die Drehwaage *konstante* Richtung der Schwere Pg an, so heißt das: selbst wenn sich PG geändert hat, so hat sich PC in *demselben* Verhältnis geändert; denn nur *dann* hat die Diagonale in dem neuen Parallelogramm dieser zwei Kräfte dieselbe Richtung wie in dem vorigen.

Gekoppelte Pendel (OBERBECK, 1888). Die Schwingung des physischen Pendels hängt nur von seinen individuellen Merkmalen (θ , M , s) und von der Erdschwere ab. Solange also keine andere Kraft als die Erdschwere darauf wirkt (von der Dämpfung sehen wir ab), ist seine Bewegung eine Schwingung, die man frei oder natürlich nennen kann. Ganz anders, wenn noch eine andere Kraft darauf wirkt — ein Fall von grundlegender Bedeutung für Theorie und Praxis. Wir besprechen darum eine eigenartige Pendelbewegung, die die Grundlage bildet für das Verständnis der *Schwingungen gekoppelter Systeme*. Sie sind von großer Bedeutung für mechanische, akustische und elektrische Vorgänge, besonders für die elektrischen Schwingungen der drahtlosen Telegraphie.

Anmerkung. Die Pendelschwingung ist das Schulbeispiel für diejenigen Bewegungen, die man unter dem Oberbegriff *Schwingungen* zusammenfaßt. Mit ihr beginnt das Studium der Bewegungsvorgänge, die z. B. zu der Wellenbildung führen, wie wir sie von den Wasserwellen her kennen und als Wellen *sehen* können. — Sie ermöglicht uns aber auch das Verständnis gewisser Erscheinungen, die wir aus Wellenbewegungen *erklären* können (das will sagen: die wir zwar nicht als Wellenbewegung *sehen* können wie die Wasserwellen, die wir aber als Wellenbewegung *deuten* können). Das ist der Fall bei akustischen, elektrischen,

optischen Erscheinungen, wo wir von Schallwellen, elektrischen Wellen, Lichtwellen sprechen können, und von Schallschwingungen, elektrischen Schwingungen usw. Die Einführung der „gekoppelten elektrischen Schwingungen“ in die Praxis der drahtlosen elektrischen Zeichenübertragung durch BRAUN (1893) hat die drahtlose Telegraphie auf sehr große Entfernungen überhaupt erst möglich gemacht.

Die beiden gleichartigen Pendel der Abb. 131a sind durch eine elastische Schraubenfeder miteinander verbunden, man sagt: *gekoppelt*. Wir lassen sie in der Ebene der Zeichnung schwingen und beschreiben zwei für dieses gekoppelte System charakteristische Bewegungserscheinungen: 1. Man hält II fest, versetzt I in Schwingung und läßt hierauf II los. Die Bewegung des Pendels I überträgt sich dann allmählich auf II, schließlich kommt I zur Ruhe und II schwingt allein. Darauf kehrt sich der Vorgang um: II überträgt jetzt seine Schwingung auf I, kommt allmählich zur Ruhe, und so fort, bis infolge der Dämpfung der ganze Vorgang endet. Abb. 131 b (1) zeigt (schematisch) seinen Verlauf. Das Anschwellen und Abschwellen der Amplituden nennt man *Schwebung* (wie in der Akustik, s. dort). Es ist die Wirkung der Übereinanderlagerung zweier Schwingungen, jedes der zwei Pendel macht nämlich *gleichzeitig zwei* Schwingungen (die sich übereinanderlagern) von verschiedener Schwingungsdauer und Dämpfung. — Man kann die Schwebungen schneller oder langsamer machen, je nachdem man die koppelnde Feder weiter unten oder weiter oben an den Pendeln anbringt; man sagt: je nachdem man die schwingenden Systeme *enger* oder *loser* koppelt. 2. Man hält wieder II fest, versetzt I in Schwingung und läßt hierauf II los (bis hierher alles wie bei dem vorigen Versuch), hält jetzt aber I in dem Augenblick *fest*, in dem es seine ganze Bewegung an II abgegeben hat. Dann schwingt II ungekoppelt weiter, denn von seiner Energie geht nichts mehr auf I zurück. Den Verlauf dieses Vorganges zeigt schematisch Abb. 131 b (2); ihm entspricht die „Stoßerregung“ elektrischer Schwingungen.

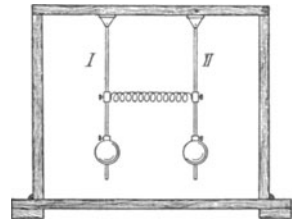
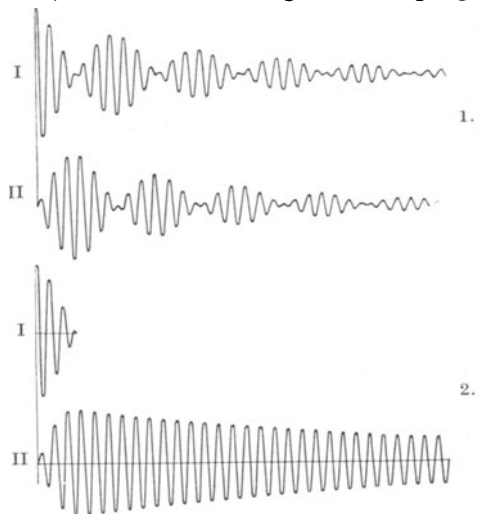


Abb. 131 a. Gekoppelte Pendel.

Technische Anwendung mechanisch gekoppelter Systeme (Schlingertank). Der Schiffbau benützt die Koppelung zweier schwingender Systeme dazu, die als „Rollen“ oder „Schlingern“ bezeichnete Seitenbewegung des Schiffes zu dämpfen (Schlingertank von FRAHM). Ein schwimmendes Schiff (l. schwingendes System) verhält sich wie ein Pendel, die Wellen liefern eine periodisch auf das Schiff wirkende Kraft und schaukeln es. Gleich dem Pendel hat jedes Schiff eine *Eigenperiode*. Erheblich „rollt“ es nur dann, wenn die Wogen es annähernd im Takte seiner Eigenperiode treffen — man sagt: wenn *Resonanz* zwischen ihnen und dem Schiffe besteht —, der „Schlinger“-Ausschlag wächst dann von Schwingung zu Schwingung. Die *Phase* der Schiffschwingungen bleibt aber gegen die der Wogenschwingung um 90° zurück, d. h. das Schiff erreicht seinen größten Ausschlag eine Viertelperiode *später*, als die Woge in ihrer Vorwärtsbewegung die größte Schräge zum Schiffe erreicht. Hieran knüpft der dem Schlingertank zugrunde liegende Gedanke an: Zur Dämpfung des Schlingerns dient das Wasser (2. schwingendes System) in einem Tank, der im Schiffe fest eingebaut ist. Der Tank (Abb. 131 c) besteht aus zwei (an den Seiten des Schiffes angeordneten) senkrechten Behältern und

Abb. 131 b.
Schwingungen gekoppelter Systeme (ZENNECK).

einem ihre unteren Enden verbindenden quer zum Schiff liegenden Kanal. Das Wasser füllt den Querkanal H ganz und die Seitenbehälter S etwa halb. Die oberen nur Luft enthaltenden Teile der Seitenbehälter verbindet ein (wie diese nur Luft enthaltendes) Rohr. Die Abmessungen des Tanks

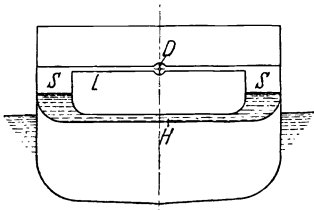


Abb. 131 c. Anwendung gekoppelter Schwingungen im Schlingertank.

sind derart berechnet, daß — *hierauf kommt es nach FRAHM an* — die Schwingungsperiode seines Wassers gleich der Eigenperiode des Schiffes ist. Bringt nämlich die Resonanz

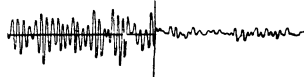


Abb. 131 d. Schlingerbewegung des Schiffes vor Einschaltung des Schlingertanks. nach

zwischen Schiff und Wellen das Schiff zu starkem Rollen, so überträgt sich das Rollen auch auf das Tankwasser. Hierbei bleibt die Phase seiner Schwingung um 90° gegen die der Schiffsschwingung zurück, so daß die Phase zwischen

Wogenimpuls und *Tankwasserschwingung* um 180° verschoben ist. Das Tankwasser wirkt daher den Wellenimpulsen *genau entgegengesetzt* und verhindert so das Anwachsen der Schlingerausläge. Ein Ventil D in dem oberen Verbindungsrohr gestattet die hin- und herströmende Luft mehr oder weniger zu drosseln und hierdurch die Bewegung des Tankwassers dem jeweiligen Seegang anzupassen. — Diese Erklärung der Wirkung des Tanks reicht nicht aus. Nach SCHÜLER ist das Wichtigste und Ausschlaggebende die Reibung zwischen dem Tankwasser und dem Schiff. Sie sind durch Reibung miteinander gekoppelt. Schiff und Tank dürfen nach dieser Ansicht nicht, wie oben beschrieben, aufeinander abgestimmt werden, sie müssen vielmehr um wenigstens 20 % verstimmt sein.

3. Drehung des starren Körpers um den einzigen an ihm festgehaltenen Punkt (Kreisel) (S. 50 und Abb. 42).

Kreisel. Poinsot-Bewegung. Wir stellen eine Hauptträgheitsachse (S. 93 u.) des Schwerpunktes (Zentralachse) eines Körpers vertikal und versetzen den Körper um sie in Drehung. Die Schwerkraft ist auf die Drehung ohne Einfluß (denn ihr Angriffspunkt, der Schwerpunkt, ist vertikal unterstützt) und die Zentrifugalwirkungen aller Massenpunkte zusammen rings um die Achse heben einander auf — das gerade charakterisiert ja die Zentralachse (S. 90 o.). Diese Drehachse verhält sich also wie wenn überhaupt keine Kraft auf sie wirkte. Die obere Spitze, die sie festlegt, ist daher überflüssig, entfernen wir sie, so berührt das die Achse gar nicht (*freie Achse*).

Dieser Zustand ist aber nicht *vollkommen* herstellbar, Reibung im Stützpunkt und Luftwiderstand entfernen die Achse bald aus der Vertikalen. Sie bleibt zwar auf dem Stützpunkt, beginnt aber eine merkwürdige kreisende Bewegung, durch die sie sich allmählich immer mehr von der Vertikalen entfernt, schließlich taumelt sie um den Stützpunkt hin und her und fällt um. Sehen wir davon ab, daß der Stützpunkt hier zufällig an der Oberfläche des Körpers liegt — *jeden* seiner Punkte kann man zum Stützpunkt machen (s. u.) — und auch davon, daß wir eine besondere Lage des Schwerpunktes relativ zum Stützpunkt (Schwerpunkt vertikal über dem Stützpunkt) vorausgesetzt hatten, so haben wir hier (1) einen *starr*en Körper vor uns, der (2) in einem *einzig*en Punkte, dem Stützpunkte, *festgehalten* wird, und der (3) sich um diesen Stützpunkt *irgendwie drehen* kann. Ein solcher Körper — er kann beliebig geformt sein — heißt ein *Kreisel*. (N. B. Der Kreisel der theoretischen Mechanik ist also etwas ganz anderes als der Kinderspielkreisel. Der Lernende darf hier gar nicht an ihn denken!) Elementar kann man die Drehung des Kreisels nur unter einschränkenden Bedingungen behandeln: erstens muß man seinen Schwerpunkt zum Stützpunkt machen, um ihn der Einwirkung der Schwerkraft zu entziehen, zweitens dürfen auch keine *anderen* Kräfte auf ihn wirken — in diesem Zustande heißt er ein *kräftefreier* Kreisel — drittens muß er ein Rotationskörper

sein, oder anders: er muß eine Symmetrieachse haben (*Figurenachse*) — er heißt dann ein kräftefreier *symmetrischer* Kreisel. Nur mit diesem beschäftigen wir uns.

Da nur *ein* Punkt des starren Körpers festliegt, so kann sich der Körper um *jede* durch *diesen* Punkt gehende Gerade als Achse drehen. Seine Drehung um den festen Punkt ist in Wirklichkeit die Resultante aus Drehungen, die er *gleichzeitig* um *mehrere Achsen* ausführt. — Man kann die Drehung des Körpers um einen festgehaltenen Punkt in jedem Augenblick daher als Drehung um eine *Achse* ansehen. Aber — hierauf kommt es an! — nur für einen *genügend klein gewählten Zeitabschnitt* darf man diese Achse als *ruhend* ansehen, von Zeitelement zu Zeitelement ändert sie ihre Lage, man nennt sie daher *Momentanachse*. Sie ändert ihre Richtung aber nicht nur relativ zu dem den Körper *umgebenden* Raume, sondern auch relativ zu dem von der Masse des Körpers *erfüllten* Raume — das will sagen, sie enthält jeden Augenblick (abgesehen von dem Massenpunkt, der im Stützpunkt liegt) *andere* Massenpunkte des Körpers als im Moment zuvor. Um die Lage eines sich derartig drehenden Körpers zu beschreiben, benützen wir (Abb. 132) *gleichzeitig* zwei rechtwinklige Koordinatensysteme, die *beide* den festgehaltenen Punkt *O* zum *Anfangspunkt* haben: das eine denken wir uns im Raume *festliegend*, das andere in dem *Körper* festliegend und *mit* ihm daher im Raume *beweglich* (in *O* drehbar wie in einem Kugelgelenk). Um die Bewegung des Körpers vollständig zu beschreiben, muß man für jeden Zeitpunkt die Lage der Momentanachse und die Drehschnelle um diese Achse angeben. Die Lage der Achse bezieht man auf die beiden Koordinatensysteme — auf das im Raume feste xyz und auf das im Körper feste $\xi\eta\zeta$. (Um die Bewegung des Körpers mathematisch zu beschreiben, müssen wir daher erstens die Winkel der Momentanachse mit den xyz -Achsen und zweitens ihre Winkel mit den $\xi\eta\zeta$ -Achsen kennen. — Die Lage des $\xi\eta\zeta$ -Systems relativ zu dem xyz -System wird angegeben durch die EULERSchen Winkel: ϑ zwischen ζ - und z -Achse, ψ zwischen ξ -Achse und Knotenlinie, φ zwischen x -Achse und Knotenlinie. Knotenlinie nennt man den Durchschnitt der xy -Ebene und der $\xi\eta$ -Ebene. (Der Astronom nennt den Schnitt der Ebene einer Planetenbahn mit der Ekliptik: Knotenlinie der Planetenbahn.)

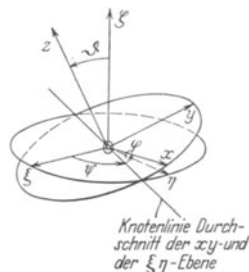


Abb. 132. EULERSche Winkel.

Ziehen wir durch *O* die sämtlichen Geraden, in die sich die Momentanachse im xyz -System nach und nach einstellt, so erhalten wir eine Schar von Geraden, die miteinander (Abb. 133) eine Art Kegelmantel K_1 mit der Spitze in *O* bilden. Dieser Kegelmantel liegt im Raume fest; wir nennen ihn Festkegel. (*Unter Umständen* ist es der Mantel eines *Kreis*kegels.) Tun wir dasselbe im $\xi\eta\zeta$ -System, so erhalten wir ebenfalls eine Art Kegelmantel K_2 mit der Spitze in *O*. Dieser zweite liegt im *Körper* fest, ist also im Raume (um *O*) beweglich; wir nennen ihn Laufkegel. Denken wir uns in *irgendeinem* Zeitpunkt die Bewegung für einen Moment gestoppt, so erkennen wir: die Gerade *PO* in Abb. 133, auf der in *diesem* Augenblick die Momentanachse liegt, gehört *beiden* Mänteln *gleichzeitig* an — es gibt ja doch nur *eine* Momentanachse. Das ist aber natürlich nur dann möglich, wenn die Mäntel in diesem Augenblick einander längs dieser Geraden *berühren*. Und diese Überlegung ist in *jedem* Augenblick richtig, gleichviel in *welchem* wir uns die Bewegung gestoppt denken! Das ist aber offenbar nur dann möglich, wenn der Laufkegel K_2 an dem anderen *rollt* (ohne zu gleiten), die in einem gegebenen Augenblick *beiden* Mänteln gemein-

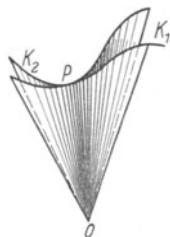


Abb. 133. Zur POINSOT-Bewegung. K_1 Festkegel, K_2 Laufkegel.

same Gerade *enthält* dann die Momentanachse. Die Bewegung des Körpers um den ruhenden Punkt O besteht also darin: der im Körper feste Kegel rollt an dem im Raume festen ab, die augenblickliche Berührungsgerade der beiden Kegel ruht, sie ist die Momentanachse. — Diese Beschreibung der Drehung eines starren Körpers um einen ruhenden Punkt stammt von POINROT (1834), man nennt die Bewegung daher auch POINROT-Bewegung.

Die Form der beiden Kegelmäntel ist im *allgemeinen* Fall der POINROT-Bewegung sehr verwickelt. Aber in dem *Sonderfalle* des kräftefreien symmetrischen Kreisels sind es *Kreis*kegelmäntel. Greift man *irgendeine* Schwerpunktsachse heraus, hält sie fest, erteilt dem Körper um diese Achse (*Schwungachse*) einen Drehstoß (Drehimpuls) und überläßt ihm dann sich selber, so entsteht eine Bewegung, deren wichtigste POINROT-Elemente in diesem Falle Abb. 134 zeigt. Die Abbildung sagt: Die allgemeine Bewegung des kräftefreien symmetrischen Kreisels besteht in einer gleichförmigen Drehung (ν) um die Figurenachsche, die Figurenachsche selber beschreibt (mit dem Drehsinn des Schwunges) mit unveränderlicher Geschwindigkeit μ einen Kreiskegel um die Schwungachsche θ . Die Figurenachsche ist die Achse des Laufkegels, die Schwungachsche die Achse des Festkegels. Die Momentanachsche ist die Gerade, längs deren der Laufkegel den Festkegel berührt, während er an ihm abrollt. Die Drehschnelle des Kreisels

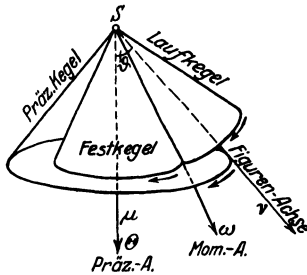


Abb. 134. Die Abbildung enthält von dem Kreisels nur den Schwerpunkt S . Man kann sich um die Figurenachsche den Kreiselskörper der Abb. 42 leicht vorstellen.

um die Momentanachsche ist ω , sie setzt sich zusammen aus der Drehschnelle ν des Kreisels um die Figurenachsche und der Drehschnelle μ , mit der die Figurenachsche selber einen Kreiskegel, den Präzessionskegel (s. u.) um die Schwungachsche beschreibt. (In Abb. 134 rollen die Kegel *außen* aneinander, in Abb. 133 innen.)

Man hüte sich davor, seine Vorstellungen an die Symmetrieachsche (Figurenachsche) zu heften, an die man beim Worte „Kreisels“ trotz aller Warnung immer wieder denkt! Die *Symmetrieachsche* ist nur *eine* der Achsen, um die sich der Kreisels dreht; die *Schwungachsche*, um die wir ihm den anfänglichen Drehimpuls erteilt haben, ist ebenso

wichtig, und zu beiden kommt die *Momentanachsche* hinzu.

Wir fassen den Inhalt der Abb. 134 in die Worte: Die allgemeine Bewegung des kräftefreien symmetrischen Kreisels besteht in einer gleichförmigen Drehung um die Figurenachsche, die mit unveränderlicher Geschwindigkeit einen Kreiskegel um die Schwungachsche mit dem Drehsinn des Schwunges beschreibt. Man nennt 1. diese Bewegung eine *reguläre Präzession*, 2. die Drehschnelle μ , mit der die Figurenachsche den Präzessionskegel beschreibt, die *Präzessionsgeschwindigkeit*. 3. die Drehschnelle ν um die Figurenachsche die *Eigendrehgeschwindigkeit*. Der Winkel ϑ heißt *Präzessionswinkel*, auch *Pendelungswinkel*. Wegen der Erhaltung des *Drehimpulses* bleibt die Präzessionsachsche als die *Achse des Drehimpulses* unverrückt erhalten. — Meist beschreibt die Figurenachsche nicht einen vollkommenen Kreiskegel (mit konstantem ϑ). Über die reguläre Präzession lagern sich vielmehr *Pendelungen*, *Nutationen*, von kleiner Amplitude, die die Figurenachsche gleichsam zittern machen, sie aber niemals weit von der reinen Präzessionsbewegung entfernen (*pseudoreguläre Präzession*).

Wir hatten eine *beliebige* Schwerpunktsachsche herausgegriffen und hatten dem Körper um sie den Drehstoß erteilt und hatten dabei die Präzessionsbewegung erhalten. Macht man aber die *Figurenachsche* zur anfänglichen Drehachsche, so schrumpfen der Festkegel und der Laufkegel der Abb. 134 auf die Figurenachsche

zusammen, die Figurenachse wird zur *permanenten stabilen Drehachse*, der Körper dreht sich, als ob die Achse fest wäre.

Grundgesetz der Kreiselwirkung. Kreiselmoment. Die einschränkenden Bedingungen, unter denen sich die Kreiselbewegung elementar behandeln läßt, waren Symmetrie des Körpers um eine Figurenachse und Kräftefreiheit. Wir haben nunmehr das Ergebnis: Machen wir die Symmetrieachse des kräftefreien symmetrischen Kreisels zur Schwungachse — anders: erteilen wir dem Kreisel um seine Symmetrieachse den Drehstoß —, dann dreht sich der Kreisel um sie, als ob sie *fest* wäre, wohl gemerkt: um eine *nicht* vertikal stehende freie Achse dreht er sich so. Er behauptet die Richtung seiner Figurenachse sogar einem Stoß gegenüber (Steifigkeit, Richtungssinn der Figurenachse). Ist er sehr massig und läuft er sehr schnell, so bringt selbst ein starker Schlag gegen die Achse diese nur zum Zittern. Dieses Zittern ist eine sehr rasche Präzessionsbewegung (mit sehr kleinem Präzessionswinkel) um eine von der *ursprünglichen* Drehimpulsachse, S. 112 m. — hier der Figurenachse — *etwas* abseitsliegende *neue*. Das erklärt sich so: Der Stoß gegen die Achse erteilt dem Kreisel *noch* einen Drehimpuls, und zwar um eine *andere* Schwerpunktsachse als die Figurenachse; dieser neue Drehimpuls addiert sich (nach der Parallelogrammregel) zu dem schon vorhandenen (dessen Vektor in der Figurenachse liegt, S. 75 u.) und ergibt mit diesem zusammen einen Drehimpuls um eine resultierende neue Drehimpulsachse; diese wird dann zur Präzessionsachse für die durch den Stoß eingeleitete Zitterbewegung. — Je größer der anfängliche Schwung ist, d. h. je schneller der Kreisel anfangs um seine Figurenachse lief, desto weniger wird die anfängliche Schwungachse durch einen Stoß von gegebener Stärke abgelenkt — die Schwungachse mit dem größeren Impulsmoment θ_2 durch denselben Stoß um einen kleineren Winkel als die Schwungachse mit dem kleineren Impulsmoment θ_1 , Abb. 135.

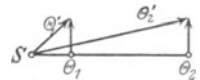


Abb. 135. Derselbe Stoß senkrecht gegen die Kreiselachse (θ) dreht die Schwungachse mit dem größeren Impulsmoment (θ_2) um einen kleineren Winkel (θ'_2).

Wirkt auf die Figurenachse eine Kraft *dauernd*, so bleibt es nicht beim Zittern der Achse, sondern sie ändert ihre Lage kontinuierlich. Abb. 136 zeigt die Einwirkung eines dauernd vertikal nach unten auf sie wirkenden Zuges: die Achse XX' dreht sich um die Vertikale ZZ' , sie *nähert* sich der Geraden YY' ! [Wohl gemerkt, der Körper dreht sich nicht etwa um YY' , wie er es infolge des Zuges durch das Gewicht getan haben würde, wenn er in Ruhe wäre, das Gewicht zwingt ihn zu einer ganz anderen Bewegung, weil er sich als *Kreisel dreht*.] Die Figurenachse sucht sich der Achse des neuen Drehmomentes anzupassen. Nach **FOUCAULT** sagt man: der Kreisel sucht seine Drehung in *gleichstimmigen Parallelismus* mit dem Drehsinn des Zusatzdrehmomentes zu bringen. Das Bestreben der Figurenachse, sich *in die Achse* der Zusatzdrehung einzustellen, ist das *Grundgesetz der Kreiselwirkung*.

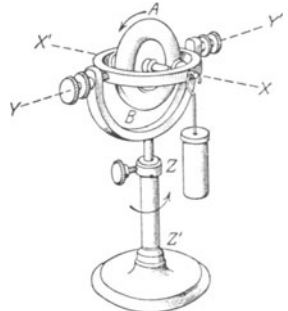


Abb. 136. Das Gewicht an der horizontal liegenden Figurenachse des Kreisels $A B$ bewirkt, daß sich die Achse um die Vertikale $Z Z'$ in der Horizontalebene dreht.

Das äußere Drehmoment spielt an dem rotierenden Kreisel eine ähnliche Rolle wie die Zentripetalkraft an einem im Kreise bewegten Massenpunkt: 1. die Zentripetalkraft kann die Kreisbewegung nur unterhalten, nicht aber einleiten, zuerst muß ein tangentialer Stoß auf ihn wirken, ehe er (unter der Einwirkung der Zentripetalkraft) die Kreisbewegung beginnen kann. Ebenso muß auf den zunächst sich nur um die Figurenachse drehenden Kreisel ein Drehstoß wirken, um den Schwungvektor aus der

Figurenachse in eine andere Lage zu bringen. 2. Hört die Zentripetalkraft zu wirken auf, so kommt der Massenpunkt nicht etwa zur Ruhe, sondern geht tangential geradlinig weiter. Hört das äußere Moment zu wirken auf, so bleibt die Figurenachse nicht stehen, sondern sie führt eine natürliche reguläre Präzession um die jetzt ruhende Schwungachse aus. 3. Der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung entsprechend wird durch das äußere Moment, das man dem Kreisel aufzuzwingen sucht, ganz wie sich zu der Zentripetalkraft als Reaktionskraft die Zentrifugalkraft einstellt — ihr gleich an Größe, aber entgegengesetzt an Richtung — in ihm ein Moment geweckt, das *Kreiselmoment*, das dem äußeren Moment an Größe gleich und dem Drehsinn nach entgegengesetzt ist. *Dieses Moment empfindet man als Störrigkeit des schnell rotierenden Kreisels*, wenn man in seine Bewegung irgendwie eingreift, ihm etwa eine neue Bewegung aufzuzwingen sucht, wie es das äußere Moment tut. Fast in allen praktischen Anwendungen des Kreisels spielt gerade das Kreiselmoment eine entscheidende Rolle.

Technische Anwendung des Kreisels. Kreiselmoment als Hypothese zur Erklärung gewisser physikalischer Erscheinungen. Die merkwürdigen Trägheitseigenschaften des sehr schnell rotierenden Kreisels, besonders sein Bestreben, die Richtung seiner Figurenachse im Raume festzuhalten, sind für viele technische Zwecke wertvoll. Wir erwähnen besonders den *Kreiselmkompaß* (ANSCHÜTZ). Man ersetzt die horizontale in der Horizontalebene drehbare Magnetafel — weil ihre Richtung von dem Eisen des Schiffes beeinflusst wird — durch die horizontal liegende, in der Horizontalebene (also um die vertikale Achse) drehbare Figurenachse eines sehr schnell rotierenden Kreisels. Die Erde überträgt ihre Drehung auch auf den Kreisel, übt auf ihn ein Drehmoment aus, das ihn um eine der Erdachse parallele Achse zu drehen sucht und zwingt ihn, die wagerechte Komponente $\omega \cos \varphi$ ihrer Drehschnelle ω mitzumachen (φ ist die geographische Breite). Die Figurenachse des Kreisels sucht sich der Achse des hinzutretenden Drehmoments parallel zu stellen, also in die Süd-Nord-Richtung (Abb. 137 u. 138). Da die Erddrehung dauernd wirkt, so erreicht die Figurenachse schließlich diese Lage und verharrt dauernd darin, ganz so wie die nordweisende Magnetafel. Man benützt als Kreisel (er wiegt etwa 5 kg) einen Drehstrommotor, seine Drehachse als wagerecht liegende Figurenachse, und gibt ihm etwa 25000 Umläufe in der Minute, um seinen Drehimpuls möglichst groß zu machen. Das Motorgehäuse hängt an einem Schwimmer, der auf Quecksilber ruht und der die Kompaßrose trägt. Die Quecksilberwanne hängt in CARDANOSCHEN Ringen.



Abb. 137. Zum Kreiselmkompaß. Die Figurenachse des rotierenden Kreisels auf dem Meridian stellt sich infolge der Achsendrehung der Erde in die Ebene des Meridians.

Wie auf den um die horizontale Achse umlaufenden Drehstrommotor des Kompaßkreisels, so wirkt die Erddrehung auf jedes um eine horizontale Drehachse umlaufende Rad — sei es das Schwungrad einer Dampfmaschine, das Curtisrad einer Dampfturbine u. dgl., sei es der Radsatz eines Zweirades, der Radsatz der Lokomotive u. ähnl. In diesem Sinne haben alle Schwungräder und Radsätze als Kreisel zu gelten. Das von der Erddrehung herrührende Drehmoment spielt bei diesen massigen Rädern zwar nur eine untergeordnete Rolle und hat fast nur theoretische Bedeutung, wenn es auch strenggenommen eine Pressung der Drehachse gegen die Lager hervorruft. Aber es lehrt den Lernenden, worauf er zu achten hat, wenn er hört, daß sich an sehr schnell rotierenden Massen Nebenwirkungen einstellen, die sich als *Kreiselmwirkungen* erklären. Eine Kreiselmwirkung tritt z. B. an dem Radsatz eines Eisenbahnwagens auf, den man durch die Schienen zwingt, eine Kurve zu durchfahren, oder an den Rädern einer Schiffsturbine, wenn man den Kurs des Schiffes ändert, oder an den Rädern

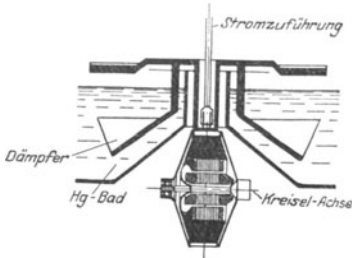


Abb. 138. Der Kreiselmkompaß und seine Aufhängung.

eines Zweirades, das man in eine Richtung *lenkt*, oder am Propeller eines Flugzeuges (dessen Schwung infolge der hohen Umlaufzahlen sehr groß ist) und namentlich bei Umlaufmotoren, deren Schwung dann noch hinzuzurechnen ist, bei Wendungen des Flugzeuges u. dgl. mehr. Diese Kreiselwirkungen dürfen eine gewisse Stärke nicht überschreiten, wenn sie nicht zu Gefahren werden sollen.

Im Kreiselkompaß dient die Trägheit des Kreisels nur dazu, eine Richtung *anzuzeigen*. Man kann sie aber auch dazu benutzen, um ein mechanisches System, in das man den Kreisel einbaut, in einer vorgeschriebenen Richtung, die man dem System erteilt hat, *festzuhalten*. In der Gestalt einer als Kreisel angetriebenen Turbine, in ein Schiff eingebaut (Schiffskreisel, SCHLICK), dient seine Trägheit dazu, die Rollbewegung des Schiffes zu verringern und sogar zu verhindern; in die Einschienenbahn eingebaut, um diese zu stabilisieren; in ein Torpedo eingebaut, um dessen Geradlauf in einer beabsichtigten Richtung zu gewährleisten. Wir können auf alles das nur hinweisen und erwähnen nur noch zwei Kreiselwirkungen, von denen die eine für die Astronomie, die andere für die Atomphysik von großer Bedeutung ist.

Die Erde, ein sehr schwach abgeplattetes Rotationsellipsoid, ist ein Kreisel, der sich um seine Figurenachse dreht (Abb. 139). Trotz kleiner Drehschnelle, S. 73 o., hat sie einen Schwung, der ungeheuer ist gegenüber den äußeren Einflüssen, denen sie ausgesetzt ist. Diese Einflüsse entspringen der Anziehung der Erde durch die übrigen Himmelskörper. In Betracht kommen nur der kleine aber sehr nahe Mond und die ferne aber sehr große Sonne. Ihre Einwirkung zwingt die Erdachse, einen Präzessionskegelmantel von 47° Öffnung um den Pol E der Ekliptik zu beschreiben, sie gebraucht hierzu 25700 Jahre. (Hierbei *rücken* die Sternbilder gegen den Frühlingspunkt *vor*. Daher stammt die Bezeichnung Präzession.)— Über die Präzession der Erdachse lagern sich Nutationen (S. 112 u.), die zwar äußerst klein (ca. $8''$), aber deutlich erkennbar sind. Während eines ganzen Präzessionsumlaufes der Erdachse 14000.

Ferner: Ein Atom mit einem um den positiven Atomkern planetenartig kreisenden Elektron hat in *elektromagnetischer* Beziehung die Eigenschaften eines geschlossenen elektrischen Stromes (AMPÈREScher Molekularstrom), in *mechanischer* Beziehung die Eigenschaften eines Kreisels. Ein solches System hat nämlich ein Impulsmoment, demzufolge strebt es, seine Orientierung im Raume *beizubehalten*, und, falls man ihm eine *Änderung* dieser Orientierung *aufzwingt*, gibt es Drehmomente nach außen ab. Es ist geglückt, auf dem Wege des Versuchs die Existenz des qualitativ und quantitativ angegebenen Drehmomentes (bis auf 10%) zu erweisen. EINSTEIN und DE HAAS haben die Kreiseigenschaften des Atoms dadurch nachgewiesen, daß sie die Bauelemente eines Magneten, die nach AMPÈRES Hypothese vorhandenen Molekularmagnete, plötzlich ummagnetisierten und die um den Atomkern kreisenden Elektronen zwingen, ihre Bahnen nun in entgegengesetzter Richtung als vorher zu durchlaufen. Damit kehrt sich auch der Vektor des inneren Schwunges plötzlich um, und die Folge ist ein Kreiselmoment, daß den entsprechend leicht beweglich aufgehängten Magneten stoßartig in Bewegung setzt. Daß Kreiselwirkungen der geschilderten Art vorhanden sind, steht jetzt fest und hiermit die Berechtigung, die AMPÈRESchen Molekularströme als wirklich vorhandenen anzusehen.

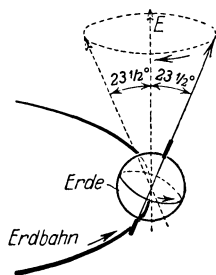
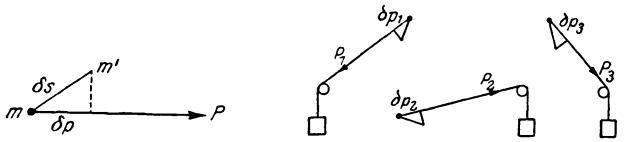


Abb. 139. Die Erdkugel als Kreisel. Die Präzession ihrer Achse.

C. Allgemeine Prinzipie der Mechanik.

Die höhere Mechanik untersucht den Bewegungszustand einer Vielheit von zusammengehörigen Massenpunkten: wenn 1. ihr Zusammengehörigkeit mathematisch formulierbar ist, d. h. das innere Band bekannt ist, das das System — wir wollen es stets als starr ansehen — zusammenhält, 2. die Bedingungen bekannt sind, die die Bewegbarkeit des Systems beschränken, 3. die Kräfte, die es angreifen. Die *Aufgabe der Statik* ist es, die Bedingungen aufzusuchen, denen die Kräfte genügen müssen, um einander das Gleichgewicht zu halten, d. h. das System in Ruhe zu erhalten; die *Aufgabe der Dynamik* ist es, die Bewegung des Systems zu untersuchen, die eintritt, wenn die Kräfte einander *nicht* das Gleichgewicht halten. Die Statik löst ihre Aufgabe durch das *Prinzip der virtuellen Verschiebungen*; die Dynamik durch das *Prinzip von d'ALEMBERT*.

Prinzip der virtuellen Verschiebungen (JOH. BERNOULLI, 1717). *Virtuelle Verschiebung* eines Punktsystems nennt man seinen Übergang aus einer Lage, die mit den Bedingungen für seine Bewegbarkeit *verträglich* ist, in eine zweite, der ersten *unendlich nahe* ebensolche Lage; eine Lage, die *möglich*, *virtuell* ist. (Zur Erläuterung dient, Abb. 142,



das Beispiel des Hebels.) Bei diesem Übergange (Abb. 140) legt jeder Punkt *m* des Systems einen *unendlich* kleinen und deshalb als geradlinig geltenden Weg δs zurück, seine *virtuelle Verschiebung*. Es handelt sich hier nicht darum, daß der Punkt diese Bewegung tatsächlich ausführt, sondern nur darum, daß er sie ausführen kann. (Die Vorstellung der *möglichen* Verschiebung macht den Einfluß anschaulich, welchen die die Bewegung *beschränkenden* Bedingungen und die *Zusammengehörigkeit* der Punkte des Systems auf den Bewegungsvorgang haben. Er wird an den Beispielen Abb. 142 u. 143 hervortreten.)

Abb. 140 und 141. Prinzip der virtuellen Verschiebungen. δs ist eine virtuelle Verschiebung des Massenpunktes *m* und δp ihre Projektion auf die Richtung der *m* angreifenden Kraft *P*.

Auf einen Massenpunkt *m* wirke die Kraft *P*, und δs ($= mm'$) sei eine virtuelle Verschiebung. Projizieren wir δs auf die Richtungslinie von *P*, und ist δp diese Projektion, so heißt $P \cdot \delta p$ das *virtuelle Moment* von *P* für die virtuelle Verschiebung δs . Das Prinzip der virtuellen Verschiebungen (JOH. BERNOULLI, 1717) lautet nun: *Enthält ein System n materielle Punkte m_i , und wirkt auf jeden eine Kraft P_i , so halten die Kräfte einander dann das Gleichgewicht, wenn die Summe der virtuellen Momente für alle virtuellen Verschiebungen des Systems verschwindet, d. h. wenn*

$$\sum_{i=1}^{i=n} P_i \delta p_i = 0 \text{ ist.}$$

Eigentlich beweisen kann man das Prinzip nicht; man kann es nur *auf gewisse Axiome zurückführen*. Seine Anschaulichkeit wächst erheblich, wenn man sich vergegenwärtigt, daß $P \cdot \delta p$ das Produkt aus einer *Kraft* und einem *Wege* ist, also eine *Arbeit*. Man stelle sich nun vor, daß *A, B, C ...* zusammengehörige materielle Punkte seien (worin sich die Zusammengehörigkeit offenbart, lassen wir dahingestellt). $P_1 P_2 P_3 \dots$ seien die angreifenden Kräfte, $\delta p_1 \delta p_2 \delta p_3 \dots$ die Projektionen unendlich kleiner miteinander *verträglicher* Verschiebungen. Für den Fall des Gleichgewichts ist dann: $P_1 \cdot \delta p_1 + P_2 \cdot \delta p_2 + P_3 \cdot \delta p_3 + \dots = 0$. Das ist nicht anschaulich. Aber nun denke man sich (Abb. 141) die Kräfte durch entsprechende Gewichte ersetzt, die über Rollen in der Richtung der Kräfte wirken, so sagt der Ausdruck: Der Schwerpunkt des ganzen Systems von Gewichten liegt so tief, als es mit den Bedingungen des Systems *verträglich* ist; in demselben Maße nämlich, in dem ein Teil der Gewichte tiefer sinken würde, würde ein anderer Teil entsprechend in die Höhe gehen (die algebraische Summe der $P \delta p$ bliebe Null), aber der Schwerpunkt bliebe in Ruhe.

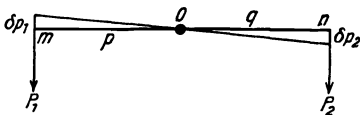


Abb. 142. Prinzip der virtuellen Verschiebungen erläutert am Hebel.

Die Anwendung des Prinzips läßt sich am einfachsten am Hebel erläutern. An den Endpunkten der starren Geraden *mn* (Abb. 142), die in der Ebene der Zeichnung um den Punkt *O*, der festgehalten wird, drehbar ist, wirken zwei parallele und gleichgerichtete Kräfte P_1 und P_2 senkrecht zu der Geraden: Wie formuliert man die Bedingung des Gleichgewichts? — „Mit den Bedingungen für die Bewegbarkeit des Systems *verträglich*“ sind hier nur *zwei* Verschiebungen. Die Bewegung kann ja nur eine *Drehung* sein, und zwar um den *festgehaltenen* Punkt *O*, und nur in der Ebene der Zeichnung. Möglich sind also nur eine *Drehung*

im Uhrzeigersinn und eine im entgegengesetzten Sinne. In dem durch Abb. 142 dargestellten Fall beschreibt m das Kreiselement δp_1 , n das Element δp_2 . Sie können als geradlinig gelten, ferner als mit der Richtung von P_1 resp. P_2 zusammenfallend — sie sind also auch identisch mit ihren Projektionen auf die Richtungen von P_1 und P_2 . Das virtuelle Moment von P_1 für die virtuelle Verschiebung δp_1 ist daher $- P_1 \delta p_1$; negativ, weil die Richtung der Kraft P_1 und die der Bewegung einander entgegengesetzt sind. Das virtuelle Moment von P_2 für die virtuelle Verschiebung δp_2 ist $+ P_2 \delta p_2$. Nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen halten sich P_1 und P_2 dann das Gleichgewicht, wenn

$$P_2 \delta p_2 - P_1 \delta p_1 = 0$$

ist. δp_1 und δp_2 sind aber infolge der Bedingungen für die Bewegbarkeit des Systems (*Drehung* um die feste Achse, *Starrheit* der Geraden) *abhängig* voneinander. Aus der Abbildung ergibt sich: $\delta p_1 / \delta p_2 = p/q$. Daher geht die Gleichung über in: $P_1 p = P_2 q$, *dasselbe Gesetz für das Gleichgewicht der Kräfte am Hebel, das wir früher auf ganz anderem Wege gefunden haben.*

Ein anderes Beispiel. Wie lautet die Gleichgewichtsbedingung für den Differentialflaschenzug (Abb. 143)? Die Kraft P_1 und die Last Q halten einander das Gleichgewicht; welche Bedingung besteht dann zwischen ihnen und den Abständen R und r ? Die Last Q verteilt sich gleichmäßig auf die beiden die lose Rolle haltenden Seile, sie liefert also die beiden gleichen Kräfte P_2 und P_3 ; die mit der Bewegbarkeit des Systems verträglichen Verschiebungen δp_2 und δp_3 ihrer Angriffspunkte zeigt die Abbildung. Das virtuelle Moment von P_3 für die Verschiebung δp_3 ist $- P_3 \delta p_3$; negativ, weil die Richtung der Kraft und die der virtuellen Bewegung einander entgegengesetzt sind. Nach dem Prinzip der virtuellen Verschiebungen ist daher:

Es ist aber
$$P_1 \delta p_1 + P_2 \delta p_2 - P_3 \delta p_3 = 0.$$

1. $\delta p_3 = \delta p_1$; 2. $\frac{\delta p_2}{\delta p_1} = \frac{r}{R}$, 3. $P_3 = P_2 (= Q/2)$.

Es ist daher

$$P_1 \delta p_1 + P_2 \frac{r}{R} \delta p_1 - P_2 \delta p_1 = 0,$$

$$P_1 = P_2 \left(1 - \frac{r}{R} \right),$$

und schließlich

$$P_1 = \frac{Q}{2R} (R - r).$$

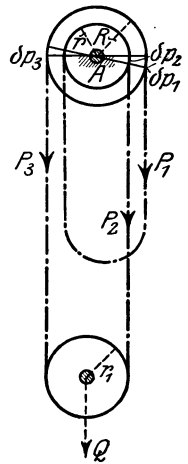


Abb. 143. Prinzip der virtuellen Verschiebungen erläutert am Differentialflaschenzuge.

Das Prinzip von d'ALEMBERT (1743). Das grundlegende Prinzip, mit dem die Dynamik an jede ihrer Aufgaben herangeht, ist das Prinzip von d'ALEMBERT:

es führt die Dynamik auf statische Beziehungen zurück — jedes bewegte System auf ein im Gleichgewicht befindliches. Das ist so zu verstehen: auf ein bewegbares System von zusammengehörigen Massenpunkten (starrten Körper) wirke die gegebene treibende (*eingeprägte*) Kraft E . Die Bewegbarkeit des Systems sei eingeschränkt durch irgendwelche gegebenen Bedingungen (*Führungen*). Die Einschränkungen werden durch eine gewisse Kraft verwirklicht, wir nennen sie die *Führungskraft* F (auch *Zwangskraft*). Die Bewegung des Punktsystems resultiert danach aus der gleichzeitigen Einwirkung der Kräfte E und F . Nennen wir ihre Resultante (E, F) , so können wir sagen: das System bewegt sich so, wie wenn es *frei* beweglich wäre und eine Kraft von der Größe und der Richtung der Kraft (E, F) — wir nennen sie *Effektivkraft* —

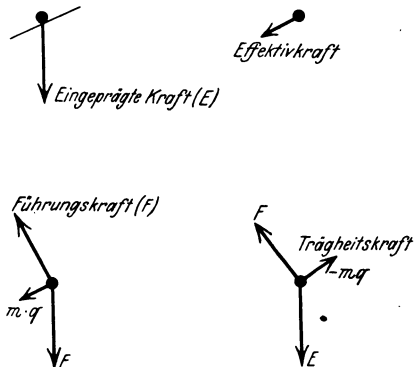


Abb. 144. Die Kräfte im Prinzip von d'ALEMBERT. E = eingeprägte Kraft, F = Führungskraft.

System bewegt sich so, wie wenn es *frei* beweglich wäre und eine Kraft von der Größe und der Richtung der Kraft (E, F) — wir nennen sie *Effektivkraft* —

darauf einwirkte. Diese Resultierende erteile dem bewegbaren System, das die Masse m habe, *tatsächlich* die Beschleunigung q . Dann bewegt sich m also so, *wie wenn* sie frei beweglich wäre und die Kraft mq auf sie wirkte. Um nun dieses *bewegte* System auf ein im *Gleichgewicht* befindliches zurückzuführen, denkt sich d'ALEMBERT (Abb. 144) zu den Kräften E und F eine Kraft hinzugefügt, die der aus ihnen Resultierenden (E, F) gleich groß, aber entgegengesetzt gerichtet ist, das heißt: er denkt sich die Kraft $-mq$ hinzugefügt, diese Kraft nennt er die *Trägheitskraft*. Man kann das Prinzip ausdrücken durch die Gleichung $(E, F) - mq = 0$. Die Klammergröße ist aus E und F zu berechnen, mq aus der *tatsächlich* eintretenden Beschleunigung des Systems und seiner Masse.

Wir erläutern das Prinzip an einer Masse m , die längs der schiefen Ebene (Neigungswinkel α) fällt. Die eingeprägte (treibende) Kraft ist hier die Schwere der Masse m , also ist $E = mg$. Die Führungs- oder Zwangskraft ist der von der schiefen Ebene auf die Masse ausgeübte senkrecht zur Ebene stehende Druck, also ist $F = mg \cdot \cos \alpha$. Die Masse m bewegt sich *tatsächlich* mit der uns noch unbekanntem Beschleunigung q die Ebene abwärts, so wie wenn sie *frei* wäre und in dieser Richtung eine Kraft von der Größe $m \cdot q$ auf sie wirkte. Nach dem Prinzip von d'ALEMBERT ist daher $(mg, mg \cos \alpha) - m \cdot q = 0$. Eine elementare planimetrische Konstruktion in Abb. 29 gibt uns den Klammersausdruck, und wir bekommen:

$\sqrt{(mg)^2 - (mg \cos \alpha)^2} - mq = 0$, also $mq = \sqrt{(mg)^2 \cdot \sin^2 \alpha} = mg \sin \alpha$, also $q = g \cdot \sin \alpha$ in Übereinstimmung mit dem bereits bekannten Ergebnis.

Wir wenden das Prinzip ferner auf den Bewegungsvorgang an der ARWOODSchen Fallvorrichtung an. Die beiden Massen (Abb. 14) seien m_1 und m_2 , und m_1 die Masse mit dem Übergewicht. Wir setzen voraus: der Faden, der m_1 mit m_2 verbindet, hat unveränderliche Länge, und gilt, ebenso die Rolle, nur als geometrisches (massenloses) Gebilde zur Fixierung der Kraftwirkung; außer der Schwerkraft wirke keine Kraft auf die Massen ein. Die eingepprägten (treibenden) Kräfte sind $m_1 g$ und $m_2 g$, die Resultierende der eingepprägten Kräfte ist $E = m_1 g - m_2 g$ (das Minuszeichen erklärt sich so: die erste Kraft wirkt nach unten, die zweite nach oben). Die Führungs- oder Zwangskräfte F haben hier die Resultierende Null: die Unveränderlichkeit des Fadens spricht sich ja darin aus, daß die Massen ihn nach entgegengesetzten Richtungen spannen und er den Kräften gleich große und entgegengesetzt gerichtete Kräfte entgegengesetzt, so daß sie einander alle aufheben. Die Kraft mq ergibt sich zu $m_1 x_1 - m_2 x_2$, wenn wir mit x_1 und x_2 die uns vorläufig noch unbekanntem Beschleunigungen der Massen m_1 und m_2 bezeichnen. Die Massen m_1 und m_2 behalten gegenseitigen konstanten Abstand voneinander, längs des Fadens gemessen (der Faden hat ja unserer Voraussetzung nach unveränderbare Länge), daher sind ihre *Geschwindigkeiten in jedem Moment*, also auch die Beschleunigungen x_1 und x_2 einander gleich. Da x_1 nach unten, x_2 nach oben gerichtet ist, muß man $x_2 = -x_1$ setzen. Es ist daher $mq = m_1 x_1 + m_2 x_1$. Wir haben daher schließlich:

$$\begin{aligned} [E, F] - mq &= 0 \\ [m_1 g - m_2 g, 0] - [m_1 x_1 + m_2 x_1] &= 0 \\ m_1 g - m_2 g - (m_1 x_1 + m_2 x_1) &= 0 \\ x_1 &= \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} \cdot g. \end{aligned}$$

Ersetzen wir m_1 durch $M + m$; und m_2 durch M , so erhalten wir denselben Ausdruck $x_1 = \frac{mg}{2M + m}$ wie früher.

Formulierung der Bewegungsgesetze unabhängig vom Bezugssystem: Relativitätsprinzip. Wir verlassen hier die Bewegungserscheinungen, soweit sie uns um ihrer Einzelheiten willen interessieren, und erörtern jetzt die bereits erwähnte (S. 8 und 9) Frage, ob die Gesetze der Mechanik vom Bewegungszustande des Bezugssystems abhängen. Wir nehmen die dort angedeutete Erörterung über Ruhe und Bewegung wieder auf und beschreiben zunächst einen leicht vorstellbaren Bewegungsvorgang.

Angenommen, ein Schiff laufe auf hoher See (d. h. in der Umwelt, die *nur* aus Himmel und Meer besteht) mit 1 m/sec von Nord nach Süd und ein Beobachter gehe auf dem Deck mit 1 m/sec von Süd nach Nord. Er bleibt dann

am selben Ort — aber nur relativ zur *Erdoberfläche* am selben Ort, denn mit der Erdoberfläche geht er um die Erdachse, und mit der Erde (mit 30 km/sec) um die Sonne, und mit der Sonne und dem Sonnensystem durch den Fixsternhimmel. Aber auf Vorgänge in dem Schiffe ist das ohne Einfluß, und die Änderung seines Abstandes von den Dingen auf dem Schiffe ist das einzige, was der auf dem Deck Gehende merkt. Liegt das Schiff vor Anker und ruht der Beobachter auf dem Deck, so macht er dennoch alle Bewegungen der Erde mit — aber ohne es zu merken. Wenn sich das Sonnensystem nach einem Punkte des Weltalls hin bewegte, der *absolut* in Ruhe ist, so würde der Beobachter mit demselben Rechte behaupten können, er sei in Ruhe und jener Punkt bewege sich auf das Sonnensystem zu, mit dem ein Beobachter an jenem Punkt von *sich* behaupten könnte, er sei in Ruhe und das Sonnensystem komme auf *ihn* zu. — Beobachten wir das Schiff selber relativ zum Wasser. Wenn es sich mit 1 m/sec durch das Wasser zu bewegen scheint, das *Wasser* sich aber gleichzeitig mit derselben Geschwindigkeit entgegengesetzt bewegt (etwa infolge der Flut), so bleibt das Schiff *relativ zu einem Ufer* in Ruhe, aber die Wechselwirkung zwischen dem Schiff und dem Wasser ist dieselbe, wie wenn das Wasser in Ruhe und das Schiff in Bewegung wäre. Das eine kann mit demselben Rechte behauptet werden wie das andere.

Diese Beispiele sollen nur zeigen, was man unter *Relativität* der Bewegung versteht. Um die Begriffe schärfer zu fassen, benutzen wir wieder (Abb. 145) einen materiellen Punkt und ein rechtwinkliges Koordinatensystem als Bezugssystem (anstatt des Schiffes oder anstatt des Wassers oder eines Ufers). *A* und *B* seien zwei materielle Punkte, die sich auf der durch sie gehenden Geraden zueinander hin bewegen mit der *gleichförmigen* Relativ-Geschwindigkeit *v*. Außer ihnen sei nichts im Raume vorhanden, aber in jedem sei ein Beobachter. Jeder von beiden sieht, daß sein Abstand von dem anderen abnimmt. Der Abstand im Zeitpunkt Null sei *a*, er verkleinert sich in dem Zeitabschnitt *t* um *vt*. Der Beobachter in *A* wird sagen: „ich ruhe, *B* bewegt sich auf mich zu“, und indem er seinen Ort als Anfangspunkt eines Koordinatensystems benützt und die Gerade, auf der er sich bewegt, als *X*-Achse, wird er die Bewegung von *B* beschreiben durch die Gleichung $x = a - vt$. Der Beobachter in *B* wird, indem er *seinen* Ort als Anfangspunkt eines Koordinatensystems benützt, *genau* dasselbe sagen (mit gleichem Recht): „ich ruhe, *A* bewegt sich auf mich zu“, und er wird die Bewegung von *A* beschreiben durch dieselbe Gleichung $x = a - vt$. Kurz: Die Gerade, von der die Strecke *a* ein Teil ist, kann als gemeinsame Abszissenachse zweier rechtwinkliger Koordinatensysteme dienen, zu denen die Achsen *Y* und *Y'* gehören; die Abszissenachsen *X* und *X'* fallen zusammen, die Achsen *Z* und *Z'* stehen senkrecht auf der Ebene der Zeichnung. Wir haben dann zwei Koordinatensysteme, deren Anfangspunkte sich *geradlinig* mit der *gleichförmigen* Geschwindigkeit *v* gegeneinander verschieben.

Die Bedingung *gradlinig* und *gleichförmig* ist entscheidend, der Lernende muß sie sich stets gegenwärtig halten. Er muß sich *vollkommene Gradlinigkeit* und *vollkommene Gleichförmigkeit vorzustellen* suchen. Aus der Erfahrung kennt er weder eine völlig gradlinige noch eine völlig gleichförmige Bewegung. Auch in dem ruhigsten Fahrzeuge *fühlt* er, daß er bewegt wird. Was er fühlt, sind die *Abweichungen* der Bewegung von der völligen Gradlinigkeit und der völligen Gleichförmigkeit. Mit anderen Worten: er *fühlt* die *Richtungsänderung* und die *Geschwindigkeitsänderung*. Wir kennen aus der Erfahrung

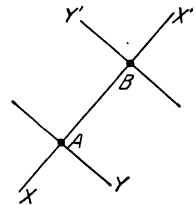


Abb. 145.
Zur Relativität der Bewegung.

nur *eine* Bewegung, die der Vollkommenheit (der hier gemeinten) so nahe ist, daß man ihre Abweichung davon nicht fühlt: die Bewegung der Erde.

Jeder der beiden Beobachter in seinem gradlinig und gleichförmig bewegten Koordinatensystem kann mit dem gleichen Rechte behaupten: „*Ich ruhe* mit-samt meinem Koordinatensystem, *die Dinge*, die ich ihren Ort verändern sehe, *bewegen sich*“ — und ob es nicht etwa umgekehrt ist, kann er gar nicht entscheiden.

Inertialsystem. Und nicht nur an *diesem* Bewegungsvorgange kann er es nicht entscheiden — an *keinem* kann er es. Welches auch der Ort des Beobachters ist, welcher Art der Bewegungsvorgang, den er wahrnimmt — *deuten* läßt sich jeder ebenso widerspruchlos durch die Vorstellung, daß *er ruht* und die Dinge ihren Ort verändern, wie durch die entgegengesetzte Annahme. *Irgendeinen* Standpunkt und *irgendein* Koordinatensystem müssen wir aber zugrunde legen, wenn wir einen Bewegungsvorgang beschreiben wollen — welchen Standpunkt und welches Koordinatensystem, das ist Willkür. Aber wir müssen ein Koordinatensystem wählen, *in dem das Trägheitsgesetz erfüllt ist*; denn nur in bezug auf ein solches gelten die Gesetze der klassischen Mechanik. Der Satz: „Ein sich selbst überlassener materieller Punkt bewegt sich gradlinig und gleichförmig“ *spricht* zwar nicht von Beziehung auf ein bestimmtes Koordinatensystem, aber dem *Sinne* nach enthält er sie. Man nennt ein Koordinatensystem, in dem das Trägheitsgesetz *erfüllt* ist, ein GALILEISCHES, auch ein *Inertialsystem*. Die Natur liefert uns kein Koordinatensystem, in bezug auf das eine *absolut* gradlinige gleichförmige Bewegung möglich wäre. Denn verbinden wir ein Koordinatensystem mit einem Körper (Erde, Sonne) — erst das gibt ihm physikalische Bedeutung —, so ist die Voraussetzung des Trägheitsgesetzes, das Freisein von äußeren Einflüssen nicht mehr erfüllt — wegen der Massenanziehung der Körper aufeinander. Die reine Trägheitsbewegung ist also eine Fiktion. Aber die Koordinatensysteme, die die klassische Mechanik benutzt, dürfen *nahezu* als „Inertialsysteme“ gelten. Existiert irgendwo im Weltraum, unendlich weit weg von irgendwelchen Massen ein materieller Punkt in einem Koordinatensystem frei von äußeren Einflüssen, so erfüllt der das Trägheitsgesetz. Dieses System ist ein Inertialsystem. Und auch jedes andere Koordinatensystem ist es, das sich *gradlinig und gleichförmig relativ zu diesem Inertialsystem bewegt*. Die Bewegung der Erde darf man für die Vorgänge, mit denen es die klassische Mechanik zu tun hat, als gradlinig und gleichförmig ansehen (s. o. und S. 9 Fußn., die auch den Einfluß der Erddrehung erwähnt); und daher darf ein mit der Erde fest verbundenes Koordinatensystem *annähernd* als Inertialsystem *gelten*. Auch die Tatsache, daß wir von der Translation der Erde an keinem Bewegungsvorgang etwas merken, spricht für die Berechtigung dieser Annahme.

Physikalische Gleichwertigkeit der Inertialsysteme. Aus den NEWTONSchen Gesetzen läßt sich beweisen, daß in allen Bezugssystemen, die sich gradlinig und gleichförmig gegeneinander bewegen, *alle mechanischen Vorgänge* qualitativ und quantitativ auf gleiche Weise verlaufen. Das ist das *Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik*. Die Koordinaten $x'y'z'$, die sich auf *ein bestimmtes* Koordinatensystem beziehen, muß man in die Koordinaten xyz des *anderen* Systems umrechnen. Für zwei Systeme, die sich mit konstanter Geschwindigkeit v längs der X -Achse gegeneinander verschieben, kann man das durch die *Transformationsformeln*

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t.$$

(Man beachte: Die Zeitkoordinate ist stets dieselbe, immer ist $t' = t$. Das bedeutet: Die Zeitmessung gilt als unabhängig von dem Bewegungszustande des Koordinatensystems des Beobachters.) Ersetzt man auf Grund der Trans-

formationsformeln die Koordinaten $xyzt$ durch $x'y'z't'$, d. h. geht man von einem Koordinatensystem XYZ zu einem anderen $X'Y'Z'$ über, so bleibt trotzdem die Form der NEWTONschen Bewegungsgleichungen unverändert. Und darin zeigt es sich, daß von zwei gleichförmig und geradlinig gegeneinander bewegten Koordinatensystemen keines von beiden vor dem anderen etwas voraus hat. Man kann von zwei so bewegten Systemen das eine als bewegt und das andere als ruhend ansehen; aber welches von beiden als das ruhende, das ist gleichgültig — gleichgültig im wirklichen Wortsinne, die eine Ansicht gilt genau soviel wie die andere, und die Mechanik hat kein Mittel, um zu entscheiden, welches System ruht oder welches sich gleichförmig bewegt.

Unzulänglichkeit des Relativitätsprinzips der klassischen Mechanik: Die Lichtgeschwindigkeit ist unabhängig von der Bewegung des Bezugssystems (Konstanz der Lichtgeschwindigkeit). Solange man glaubte, alle physikalischen Vorgänge durch die klassische Mechanik darstellen zu können, hielt man auch ihr Relativitätsprinzip für alle physikalischen Vorgänge für gültig. Aber das Prinzip versagte an den elektrodynamischen — auch den wesensgleichen optischen — Vorgängen in bewegten Körpern. Die Geschwindigkeit, mit der sie sich im Raume ausbreiten, wir sagen kurz: die Geschwindigkeit des Lichtes (c) hat es notwendig gemacht, das Relativitätsprinzip der klassischen Mechanik durch ein umfassenderes zu ersetzen (EINSTEIN 1905). Hierauf müssen wir eingehen.

Ein System XYZ und ein System $X'Y'Z'$ mögen sich relativ zueinander bewegen mit der geradlinigen gleichförmigen Geschwindigkeit v . Die Geschwindigkeit, mit der sich irgendein Vorgang abspielt, kommt bei der Messung, die man auf XYZ bezieht, infolge der Bewegung der Systeme anders heraus als bei der Messung, die man auf $X'Y'Z'$ bezieht. Von einem Vorgang, der unendlich schnell verläuft, nahm man freilich von vornherein an, daß seine Geschwindigkeit, auf jedes der beiden Systeme bezogen, mit dem gleichen Betrage herauskommen würde, nämlich unendlich groß — aber nur von einem solchen nahm man das an. Diese Annahme ist jedoch falsch: es gibt einen Vorgang, der mit endlicher Geschwindigkeit verläuft und trotzdem, auf jedes der beiden Systeme bezogen, mit dem gleichen Betrage herauskommt — die Ausbreitung des Lichtes. Ein berühmt gewordener Versuch von MICHELSON (Vergleich der Lichtgeschwindigkeit in der Richtung der Erdbewegung um die Sonne mit der Lichtgeschwindigkeit quer zur Richtung der Erdbewegung, zuerst 1881 in Potsdam) hat nämlich gezeigt: das Licht breitet sich auf der Erde nach allen Richtungen gleichförmig aus.

Die nach allen Richtungen gleichförmig mit der Geschwindigkeit c erfolgende Ausbreitung des Lichtes drückt sich im XYZ -System aus in der Gleichung $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$, d. h. der Gleichung einer Kugelfläche mit ct als Radius und dem Anfangspunkt des XYZ -Systems als Mittelpunkt, wenn das Licht von ihm ausgegangen ist; das Licht ist dann je nach t sec in jeder Richtung vom Anfangspunkt aus in dem von ct von ihm entfernten Punkt angekommen.

Vergleicht man die Zeitspanne, die das Licht gebraucht, um ein Wegstück in der Richtung der Erdverschiebung hin und zurück zu durchlaufen, mit der Zeitspanne, die das Licht gebraucht, ein gleich langes Wegstück ebenso zu durchlaufen, das senkrecht, überhaupt quer, dazu liegt, so zeigt sich keinerlei Unterschied. Das ist der Sinn des MICHELSON-Versuchs (S. 609), er lehrt: Das Licht breitet sich längs der Erdoberfläche nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit aus. (Sie ist im Vakuum rund $3 \cdot 10^{10}$ cm/sec.) Das bedeutet: die Geschwindigkeit der Lichtausbreitung längs der Erdoberfläche ist unabhängig von der Bewegung (relativ zum Äther), die aus der der Erde und der des Sonnensystems resultiert, in anderen Worten: eine Relativbewegung der Erde zum Lichtäther ist nicht nachweisbar. Dem MICHELSON-Versuch nach gilt also auch für

*optische*¹ Vorgänge in *bewegten* Körpern — man beachte, es handelt sich jetzt um Bewegung und Optik *gleichzeitig*; bisher nur um Bewegung! — ein Relativitätsprinzip, wohlgemerkt „ein“; ob es das der klassischen Mechanik ist, steht noch dahin. Er zwingt uns daher, die Vorstellung des substantiellen Äthers aufzugeben. Denn die Aussage: „der Äther ist eine Substanz“ bedeutet doch: er muß *irgendwie* unmittelbar oder mittelbar wahrnehmbar sein. Wenn er sich aber irgendwie bemerkbar machte, dann wäre ein Bezugssystem, das relativ zu ihm ruht, ausgezeichnet gegenüber einem, das sich relativ zu ihm bewegt. Das widerspräche *jedem* Relativitätsprinzip. *Gilt* aber ein solches, dann ist es aus mit dem substantiellen Äther, und von Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes *relativ zum Äther* zu sprechen, ist sinnlos.

Dem MICHELSON-Versuch nach verbreitet sich nun zwar das Licht einer irdischen², d. h. mit der Erde mitbewegten Lichtquelle nach allen Richtungen mit der gleichen Geschwindigkeit, und man könnte daran denken, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit auf die Lichtquelle zu beziehen, statt auf den ruhenden Äther. Aber (S. 521) die Beobachtung an Doppelsternen (DE SITTER 1913) zeigt: die Geschwindigkeit des Lichtes ist *unabhängig* von der Geschwindigkeit der Lichtquelle, nämlich der des Sternes, d. h.: *unabhängig* von der Bewegung des Bezugssystems, widerspricht also offensichtlich der üblichen Vorstellung des Relativitätsprinzips der Mechanik. In der Unabhängigkeit der Lichtgeschwindigkeit von dem Bewegungszustand der Lichtquelle sieht EINSTEIN ein Grundgesetz der Natur, und er stellt es als *Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit* neben die physikalische Gleichwertigkeit der Inertialsysteme (das spezielle Relativitätsprinzip).

Aber zwischen beiden klafft scheinbar ein Widerspruch. Wir verdeutlichen ihn so: Parallel zu einem unbegrenzten geradlinigen Bahndamm fährt ein Zug mit konstanter Geschwindigkeit, und in einem bestimmten Zeitpunkt blitzt ein Lichtsignal von der Mitte des Zuges auf. Wir fragen: wie groß ist die Geschwindigkeit, mit der sich das Signallicht ausbreitet, und zwar erstens *in dem fahrenden Zuge* gemessen, zweitens *von dem Fahrdamm* aus gemessen? Es ergibt sich folgendes: *Dem Relativitätsprinzip gemäß* verläuft im fahrenden Zuge alles ebenso wie im ruhenden, muß also auch, *im fahrenden Zuge gemessen*, die Lichtgeschwindigkeit nach vorwärts und nach rückwärts dieselbe Größe ergeben. *Nach dem Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit* muß aber, auch *vom Fahrdamm* aus gemessen, die Geschwindigkeit des Lichtes *in der Fahrtrichtung* und *entgegengesetzt* dazu mit derselben Größe herauskommen, sie soll ja vom Bewegungszustand der Lichtquelle unabhängig sein. Dieses zweite Meßergebnis ist vor der Hand unverständlich: denn vom Bahndamm gemessen müßte — wenn v die Geschwindigkeit des Zuges ist — die Geschwindigkeit des Signals *in der Fahrtrichtung* $c + v$ sein und *entgegengesetzt* dazu $c - v$. Hier liegt der Widerspruch. EINSTEIN hat ihn so beseitigt: Sowohl die Messung im fahrenden Zuge wie die Messung vom Fahrdamm aus enthält auch eine *Zeitmessung*, denn um Geschwindigkeiten zu ermitteln, muß man *Strecken und Zeiten* messen. Zur Ausführung der Messung befinde sich *auf dem Zuge* je ein Beobachter in der Mitte und an jedem Ende, und auch *dem Bahndamm entlang* stehen in abgemessenen Abständen Beobachter — alle mit vollkommen genauen Uhren ausgerüstet, alle Uhren vollkommen genau übereinstimmend, so daß jeder in dem Zuge fahrende

¹ Andere elektrodynamische Vorgänge, die zur Kontrolle des MICHELSON-Versuches untersucht wurden, auch solche, die mit der Lichtausbreitung nichts zu tun haben, haben den aus ihm folgenden Schluß bestätigt, namentlich der Versuch (TROUTON und NOBLE, 1903), ein Drehmoment an einem höchst empfindlich aufgehängten Plattenkondensator bei abwechselnder Ladung und Entladung nachzuweisen.

² Auch das eines Fixsternes, also einer *nicht*terrestrischen Lichtquelle (TOMASCHKE, 1924).

und jeder auf dem Bahndamm stehende Beobachter feststellen kann, wann das Signal bei ihm eingetroffen ist und jeder die seit der Abgabe des Signals verstrichene Zeitspanne ermitteln kann. Die Ermittlung eines Zeitpunktes, an dem ein Ereignis eintritt, ist aber — das ist der springende Punkt — die Ermittlung der *Gleichzeitigkeit des Ereignisses und der Zeigerstellung einer Uhr*. „Gleichzeitigkeit“ aber — der Begriff, auf dem so alle Zeitmessung beruht — ist, wie EINSTEIN entdeckt hat, etwas Relatives. Und das beseitigt den S. 122 m. erwähnten Widerspruch: Das Relativitätsprinzip *ist* mit dem Ausbreitungsgesetz des Lichtes vereinbar¹, und es gilt ein Relativitätsprinzip für *alle* Vorgänge (nicht: *eines* für mechanische und *eines* für elektrodynamische, zu denen die optischen gehören) — nur muß man dazu den Begriff „Gleichzeitigkeit“ widerspruchlos definieren und sich darüber klar werden, daß „Gleichzeitigkeit“ *für den messenden Physiker*² etwas Relatives ist.

Relativität der „Gleichzeitigkeit“. Der Begriff Gleichzeitigkeit bedarf keiner Definition, wenn es sich um das zeitliche Zusammenfallen zweier Ereignisse handelt, die sich (nahezu) am gleichen Ort abspielen. Jeder weiß ohne Definition, was es heißt: beide Arme „gleichzeitig“ ausstrecken, „gleichzeitig“ die Augen öffnen und den Mund schließen. Er *erlebt* den Sinn des Wortes. Wie aber, wenn die beiden Ereignisse, deren „Gleichzeitigkeit“ er beurteilen soll, räumlich *weit auseinanderliegen*? Was heißt das: an zwei *weit* voneinander liegenden Stellen *A* und *B* des *geradlinigen* Eisenbahndammes (Abb. 146) schlägt der Blitz „gleichzeitig“ ein? Für den *messenden Physiker*² existiert ein Begriff erst dann, wenn er in einem *konkreten* Fall entscheiden kann, ob die Merkmale, die er in *diesem* Falle beobachtet, solche sind, wie sie den *allgemeinen Begriff* ausmachen. Er fordert also eine *solche* Definition der Gleichzeitigkeit, die ihm ein Verfahren liefert, nach dem er im vorliegenden Falle aus den an Versuchen ermittelten Merkmalen entscheiden kann, ob beide Blitzschläge „gleichzeitig“ erfolgt sind oder nicht.

Zu einer ihn befriedigenden Definition kommt EINSTEIN so: die Strecke *AB* wird ausgemessen, in die Mitte



Abb. 146. Zur Analyse des Begriffes Gleichzeitigkeit.

M wird der Beobachter gestellt, mit einem optischen Instrument versehen, in dem er beide Orte *A* und *B* *nebeneinander* sieht. *Sieht* er dann die beiden Blitzschläge gleichzeitig, so *nennt* er sie gleichzeitig, so *sind* sie gleichzeitig — *für ihn* gleichzeitig. Wohlgermerkt: *für ihn*.

Und nun zur *Relativität* der Gleichzeitigkeit. Wir bleiben bei dem parallel zu dem Bahndamm mit gleichförmiger Geschwindigkeit fahrenden Zuge. Sind die beiden Blitzschläge, die *ein auf dem Bahndamm ruhender Beobachter* für gleichzeitig erklärt, auch für *einen Beobachter in dem fahrenden Zuge* gleichzeitig? Nein! Aus folgendem Grunde. „Die Blitzschläge *A* und *B* sind in bezug auf den Bahndamm gleichzeitig“ bedeutet: die von den Blitzorten *A* und *B* ausgehenden Lichtstrahlen begegnen einander im Mittelpunkt *M* der Bahndammstrecke *AB*. Nun sei *M'* der Mittelpunkt des Zuges. Im Augenblick der Blitzschläge fällt er — vom Fahrdamm aus beurteilt — mit dem Punkt *M* zusammen, er bewegt sich aber mit der Geschwindigkeit des Zuges *nach rechts*. Würde ein Beobachter bei *M'* diese Geschwindigkeit *nicht* haben, also dauernd in *M'* bleiben, dann würden die von den Blitzorten ausgehenden Lichtstrahlen

¹ Hier setzt seine Relativitätstheorie ein. Es gehört nicht zu den Aufgaben dieses Buches, sie darzustellen; nur das besprechen wir, was sie zur Klärung und zur Vertiefung gewisser Begriffe geleistet hat, die auch in der elementaren Mechanik grundlegende Bedeutung haben.

² Der philosophisch Ungeschulte weiß nicht, daß das Spiel seiner Phantasie auch Begriffe produziert, die auf die Wirklichkeit *nicht* angewendet werden können.

einander bei ihm begegnen, ihn „gleichzeitig“ erreichen. Fährt er aber in dem Zuge, so läuft er (vom Bahndamm aus beurteilt) dem von B kommenden entgegen und vor dem von A kommenden weg, er *sieht* daher das von B ausgehende Licht früher als das von A ausgehende, er *erklärt* daher den Blitz in B für früher, den in A für später, also anders als der auf dem Bahndamm bei M stillstehende Beobachter. Hierin offenbart sich die „Relativität der Gleichzeitigkeit“: Ereignisse, die *in bezug* auf den Bahndamm gleichzeitig sind, sind *in bezug* auf den fahrenden Zug *nicht* gleichzeitig — und umgekehrt. In diesem Sinne *hat jedes Bezugssystem seine besondere Zeit*. Berücksichtigt man das (wie das die Transformationsformeln von LORENTZ tun (S. 125 m.), so gilt ein Relativitätsprinzip für alle *geradlinig gleichförmigen* Bewegungen trotz der Konstanz der Vakuumlichtgeschwindigkeit. Das Prinzip *der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit* und die physikalische Gleichwertigkeit der Inertialsysteme bilden zusammen die Grundpfeiler der *speziellen Relativitätstheorie*.

EINSTEINS Definition der Gleichzeitigkeit führt auch zu einer Definition des „Zeitpunktes“ eines Ereignisses. Man denke sich in den Punkten A und B identisch hergestellte und identisch gehende Uhren und die Zeiger so gestellt, daß die Stellungen — im Sinne der obigen Definition — gleichzeitig dieselben sind. Dann versteht man unter der „Zeit“ eines Ereignisses die Zeitangabe (Zeigerstellung) derjenigen dieser Uhren, die dem Ereignis räumlich unmittelbar benachbart ist. Die Aussage: „Die Sonne geht an einer bestimmten Stelle der Erde um 5 Uhr 10 Min. 6 Sek. auf“ bedeutet danach: das Aufgehen der Sonne (oder: das Eintreffen der ersten Sonnenstrahlen) an einer bestimmten Stelle der Erde ist *gleichzeitig* mit dem Eintreten der Uhrzeigerstellung 5 Uhr 10 Min. 6 Sek. an jener Stelle der Erde. Kurz: Die Ermittlung des *Zeitpunktes* für das Eintreten eines Ereignisses ist die Ermittlung der *Gleichzeitigkeit* des Eintretens *zweier* Ereignisse, von denen das eine das Eintreten einer bestimmten Uhrzeigerstellung am Beobachtungsort ist. Der Begriff „Gleichzeitigkeit“ ist aber relativ und eine Angabe darüber, *ob* zwei Ereignisse gleichzeitig sind oder nicht, hat nur einen Sinn, wenn man die Angabe auf denselben Beobachter oder auf ein relativ zu ihm ruhendes Koordinatensystem bezieht. Dasselbe gilt also nun auch für die Angabe der „Zeit“ eines Ereignisses.

Geometrische Darstellung der Gleichzeitigkeit nach MINKOWSKI-EINSTEIN. Anschaulichen kann man den zur Erläuterung der Gleichzeitigkeit benützten Vorgang durch Weltlinien und Weltpunkte, als „Ereignis“ im Sinne MINKOWSKIS (S. 14 m.). Das „Ereignis“ spielt sich nur längs des Bahndammes ab. Benützen wir ihn als x -Achse, so kommen die y - und die z -Koordinate gar nicht darin vor. MINKOWSKIS „Welt“ — im allgemeinen der vierdimensionale $xyzt$ -Raum — beschränkt sich hier daher auf die zweidimensionale xt -Ebene. Wir legen, Abb. 147, die t -Achse senkrecht zur x -Achse (das ist aber unwesent-

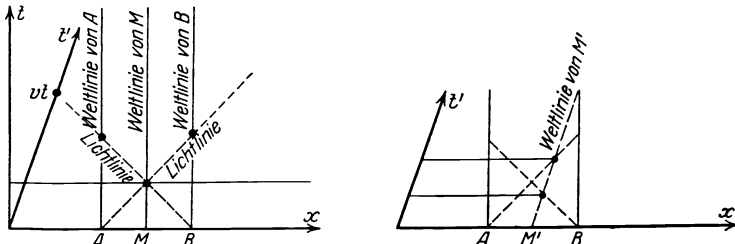


Abb. 147. Geometrische Darstellung der Gleichzeitigkeit nach MINKOWSKI.

lich, wie sich später zeigen wird). Den auf ihr ruhenden Punkten A, M, B entsprechen im xt -System (kurz mit S bezeichnet) dann die drei Senkrechten auf A, M und B als Weltlinien.

Zur Zeit $t = 0$ gehe je ein Lichtsignal von A und von B aus. Wann empfängt sie der in M ruhende Beobachter? Die Geschwindigkeit der Lichtsignale ist nach beiden Seiten längs der x -Achse *gleich* groß, den auf den Beobachter in M zulaufenden Signalen entsprechen dann zwei unter *gleichem* Winkel gegen die x -Achse geneigte Gerade als ihre Weltlinien — wir nennen sie *Lichtlinien* —, jede schneidet daher die Weltlinie M des Beobachters in demselben Punkte wie die andere. Zum Schnittpunkte einer jeden gehört daher *dieselbe* t -Koordinate (eine Parallele durch ihn zur x -Achse schneidet sie auf der t -Achse ab), die

Zeitpunkte, zu der die beiden Signale bei M eintreffen, fallen also zusammen. Das heißt: die beiden Ereignisse sind für den in M ruhenden Beobachter „gleichzeitig“.

Nun zu dem Beobachter, der im Eisenbahnwagen parallel zu dem Bahndamm mit gleichförmiger Geschwindigkeit in der Richtung auf B zu fährt. Er bezieht den Hergang auf ein mit dem Eisenbahnwagen fest verbundenes Koordinatensystem $x't'$ (kurz S' genannt), also auf ein System S' , das sich geradlinig und gleichförmig relativ zum System S bewegt. Wie sieht es aus? Wie liegt die x' -Achse? Messen wir im System S' die Zeitabschnitte mit demselben Maße wie im System S — gemäß NEWTONS Grundsatz von der absoluten Zeit, die gleichförmig und ohne Beziehung auf irgendeinen äußeren Gegenstand verfließt — dann ist stets $t' = t$, und daher fällt die x' -Achse, auf der in jedem Punkte $t' = 0$ ist, mit der x -Achse zusammen, auf der in jedem Punkte $t = 0$ ist. Wie liegt die t' -Achse relativ zu der x -Achse? Es ist die Weltlinie des Anfangspunktes von S' . Dieser bewegt sich mit der Geschwindigkeit v die x -Achse entlang, er hat daher im Zeitpunkt t die x -Koordinate vt , folglich geht seine Weltlinie durch Weltpunkt $x = vt$, d. h. sie hat die Richtung t' in der Abb. 147 (rechts). Auf dieses $x't'$ -System bezieht der Beobachter im Eisenbahnwagen den Hergang. Er selber ruht in dem $x't'$ -System, seine Weltlinie ist also parallel zur t' -Achse. Die Lichtsignale werden durch dieselben Lichtlinien wie vorher dargestellt, jede schneidet die Weltlinie des Beobachters daher in einem andern Punkte, zu jedem Schnittpunkt gehört daher eine andere t' -Koordinate, die Zeitpunkte, zu der die beiden Signale bei M' eintreffen, fallen also nicht zusammen, d. h. M' empfängt die Signale nicht gleichzeitig. (Die Ungleichheit der Längen, die die Parallele von der t - und der t' -Achse abschneidet, ist nur in der Abbildung wahrnehmbar — geometrisch wahrnehmbar, aber nicht *physikalisch*.)

Die Transformationsformeln von LORENTZ. Das spezielle Relativitätsprinzip von EINSTEIN. Um die physikalische Gleichwertigkeit der Inertialsysteme mit der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit c in Einklang zu bringen, sind andere Transformationsformeln als die der klassischen Mechanik erforderlich. Diese Formeln hat H. A. LORENTZ aufgestellt, aber nicht in solchem Sinne gedeutet. Übereinstimmend mit ihnen hat EINSTEIN dann das Relativitätsprinzip so formuliert: Zur Beschreibung aller Naturvorgänge sind gleichförmig geradlinig gegeneinander bewegte Systeme gleichwertig¹, d. h.: die Gesetze sind unabhängig davon, auf welches System sie bezogen werden (s. S. 9 o.). Die Transformationsgleichungen für den Übergang von den Koordinaten eines solchen Systems zu denen eines anderen lauten, wenn sich die Systeme parallel zu ihren X -Achsen mit der gleichförmigen Geschwindigkeit v bewegen

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (\text{LORENTZ}).$$

c ist die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum. Also sie lauten nicht mehr, wie S. 120 u.,

$$x' = x - vt \quad y' = y \quad z' = z \quad t' = t.$$

Die Beziehung zwischen den beiden Systemen von Transformationsformeln springt in die Augen: ist v so klein gegen c , daß man v^2/c^2 gegenüber den übrigen Gliedern vernachlässigen darf (man darf es in allen Fällen, mit denen es die klassische Mechanik zu tun hat), so gehen die Transformationsgleichungen von LORENTZ in die früheren über.

(Nur wenn die Geschwindigkeit v so ungeheuer groß ist, daß man sie der Lichtgeschwindigkeit gegenüber nicht vernachlässigen darf, sind die Unterschiede wahrnehmbar, die sich in der Verschiedenheit der früheren und der neuen Transformationsformeln aussprechen. So schnelle Bewegungen kennen wir nur an Elektronen, bei anderen Bewegungen sind die Abweichungen von den Gesetzen der klassischen Mechanik viel zu gering, um sich bemerkbar zu

¹ Es ist unbefriedigend, daß nicht alle Systeme als gleichwertig angesehen werden oder wenigstens eine Kausalbegründung für die Auszeichnung gewisser Systeme gegeben wird. Diesem Mangel hilft die allgemeine Relativitätstheorie ab. Vorläufig müssen wir uns auf die GALILEISCHEN Bezugssysteme beschränken, also auf die Relativität bei gleichförmigen Translationsbewegungen.

machen. Unsere Maßstäbe und Uhren bleiben davon unberührt; nur wenn sie sich mit einer Geschwindigkeit bewegen würden, die der des Lichtes nahe kommt, würden wir ihre Angaben den neuen Formeln anpassen müssen.)

Daß die LORENTZ-Formeln der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit gerecht werden, ist leicht zu sehen. Die nach allen Richtungen gleichförmig mit der Geschwindigkeit c erfolgende Ausbreitung des Lichtes drückt sich im $x'y'z'$ -System aus in der Gleichung $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$. Setzen wir für x' und t' die oben angegebenen Werte ein und $y' = y$ $z' = z$, so geht die Gleichung über in $x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$ wie vorher S. 121 u.

Notwendige Folgerungen aus der LORENTZ-Transformation. Eine Folge der Notwendigkeit, mit der LORENTZ-Transformation zu rechnen, ist die Erkenntnis: die *Dauer* eines Vorganges, den man auf das System S' bezieht, ist *nicht* identisch mit der Dauer *desselben* Vorganges, wenn man ihn auf S bezieht; und die *Länge* einer Strecke, die man auf S' bezieht, ist *nicht* identisch mit der Länge *derselben* Strecke, wenn man sie auf S bezieht. Das bedeutet: auch die Dauer 1 sec ist nur mit Bezug auf ein bestimmtes Koordinatensystem definierbar und ebenso die Länge 1 cm. Z. B.: Eine Uhr, die dauernd im Anfangspunkt von S' ruht, ticke nach je 1 sec; vom System S aus beurteilt, bewegt sie sich mit der Geschwindigkeit v ; von ihm aus beurteilt, vergeht daher zwischen zwei unmittelbar einander folgenden Schlägen nicht 1 sec, sondern $1/\sqrt{1-v^2/c^2}$ sec, also eine etwas größere Zeit. Die Uhr geht infolge ihrer Bewegung langsamer als im Zustande der Ruhe. Ferner: Ein Meterstab ruhe dauernd auf der x' -Achse; vom System S aus beurteilt, bewegt er sich mit der Geschwindigkeit v in seiner Längsrichtung; von S aus beurteilt ist seine Länge nur $\sqrt{1-v^2/c^2}$ m, also etwas kürzer als im Zustande der Ruhe. (Die Änderung der Zeitdauer berechnet sich aus der LORENTZ-Formel für t' , die der Länge aus der für x' .)

Von den beiden Beobachtern, von denen wir S. 119 m. gesprochen haben, konnte jeder mit dem gleichen Recht sagen: „*Ich ruhe mitsamt meinem Koordinatensystem, die Dinge, die ich ihren Ort verändern sehe, bewegen sich.*“ Um die Kenntnis der LORENTZ-Transformation bereichert, kann *jeder mit demselben Recht* hinzufügen: „*Meine Sekundenuhr zeigt wirkliche Sekunden, die im andern System zeigt sie verlängert, geht also nach; und mein Zentimetermaß zeigt wirkliche Zentimeter, das im andern System zeigt sie verkürzt.*“ Aber wohlgemerkt: jeder Beobachter würde das nur dann hinzufügen, *wenn die Geschwindigkeit v der Lichtgeschwindigkeit c nahe käme, denn nur dann würde er es wahrnehmen!*

Die Ungleichheit von t' und t zwingt uns auch, auf eine Frage zurückzukommen, die wir auf Grund der Gleichheit von t' und t entschieden hatten. Die von NEWTON unterstellte Gleichheit hatte dazu berechtigt, die x' -Achse mit der x -Achse zusammenfallen zu lassen, die von LORENTZ

errechnete Ungleichheit zeigt, daß das nicht angeht. Die *allgemeingültige* Konstruktion der zu einer gegebenen t' -Achse gehörigen x' -Achse ergibt sich aus einer analytisch-geometrischen Überlegung. Ihre Durchführung gehört hier nicht her. Ihr Ergebnis erläutern wir an einem Beispiel. Es führt zu einer Konstruktion der x' -Achse, die mit der aus jener allgemeinen Überlegung folgenden übereinstimmt:

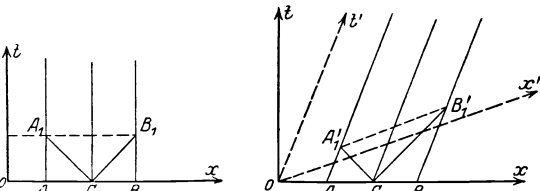


Abb. 148. Konstruktion der x' -Achse, die zu einer gegebenen t' -Achse gehört.

Auf der x -Achse des ruhenden rechtwinkligen xt -Systems ruhen (Abb. 148) drei Punkte A, C, B , ihre Weltlinien sind die drei Senkrechten auf der x -Achse. C liege in der Mitte von AB . Ein Beobachter in C gebe zur Zeit $t = 0$ ein Lichtsignal. Es geht nach beiden Seiten gleich schnell die x -Achse entlang; seine *Lichtlinien* (S. 124 u.) sind daher zu ihr *gleich* geneigt, schneiden die Weltlinien von A und B gleich weit von der x -Achse, die Schnittpunkte A_1 und B_1 liegen daher auf einer

Parallelen zur x -Achse und haben dieselbe t -Koordinate, d. h. sie sind *gleichzeitig*. Anders, wenn sich A , C und B gleichförmig und mit gleicher Geschwindigkeit v in der Richtung $A \rightarrow B$ bewegen. Der mitbewegte Beobachter bezieht die Bewegung dann auf ein mit ACB fest verbundenes System $x't'$, das sich mit der Geschwindigkeit v längs der x -Achse bewegt. Die t' -Achse des Systems ist die Weltlinie seines Anfangspunktes, ihre Lage ergibt sich so wie früher (S. 125 o.) ausgeführt. Die Weltlinien von A , C und B sind jetzt *geneigt* gegen die x -Achse, da sie sich ihr entlang bewegen, und *parallel* zur t' -Achse, da sie *in dem System S' ruhen*. Die Lichtlinien sind unverändert, aber ihre Schnittpunkte A'_1 und B'_1 mit den Weltlinien von A und B liegen jetzt *nicht* auf einer Parallelen zur x -Achse, sie sind also für einen im xt -System ruhenden Beobachter *nicht gleichzeitig*: für ihn ist B'_1 *später* als A'_1 . Aber der *mit dem System S' mitbewegte* Beobachter erklärt A'_1 und B'_1 mit Recht für gleichzeitig, denn er gebraucht das $x't'$ -System, in dem A'_1 und B'_1 auf einer Parallelen zur x' -Achse liegen. *Das mitbewegte System S'* wird also in der xt -Ebene durch ein schiefwinkliges System $x't'$ dargestellt, dessen *beide* Achsen gegen die ursprünglichen geneigt sind. Die allgemeine Vorschrift für die Konstruktion der x' -Achse zu einer gegebenen t' -Achse folgt aus den Transformationsgleichungen von LORENTZ. Auch hier tritt c , die Lichtgeschwindigkeit, bestimmend auf. Ihre ungeheure Größe bewirkt, daß die Unterschiede in der Richtung der x' -Achsen *praktisch* bedeutungslos sind oder anders: die Richtung *praktisch* konstant ist — so wie es in der gewöhnlichen Kinematik auch theoretisch der Fall ist.

Additionstheorem der Geschwindigkeiten. Zwei gleichgerichtete geradlinige gleichförmige Geschwindigkeiten v und w addieren sich nach S. 31 u. zu einer Geschwindigkeit $W = v + w$. Dasselbe W ergibt sich aus der GALILEI-Transformation: ein Punkt bewege sich längs der X' -Achse mit der gleichförmigen Geschwindigkeit w im Sinne wachsender x' . Dann ist $x' = wt'$ bezogen auf das System K' . Um die Geschwindigkeit auf K zu beziehen, längs dessen x -Achse sich der Anfangspunkt von K' (im Sinne zunehmender x) mit v bewegt, müssen wir x' und t' ersetzen durch $x - vt$ und t (vgl. S. 120 u.). Wir finden dann $x - vt = wt$ oder $x = (v + w)t$, also wie vorhin $W = v + w$.

Anders nach der LORENTZ-Transformation. In $x' = wt'$ müssen wir für x' und t'

die LORENTZschen Werte von S. 125 einsetzen. Dann folgt
$$\frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = w \cdot \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
 und

schließlich $x = \frac{w + v}{1 + \frac{vw}{c^2}} \cdot t$ also $W = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{c^2}}$. An einem wirklichen Vorgang prüfen können

wir diese Formel nur dann, wenn bei ihm vw/c^2 der Null nicht gar zu nahe liegt. So ist es bei der Fortpflanzung des Lichtes. In einer *ruhenden* Flüssigkeit pflanze sich das Licht mit der Geschwindigkeit w fort, die Flüssigkeit *ströme* nun in der Pfeilrichtung mit der Geschwindigkeit v durch die Röhre (Abb. 149). Wir fragen: welche Geschwindigkeit hat das Licht relativ zum Rohr R ? Relativ zur Flüssigkeit hat das Licht die Geschwindigkeit w , gleichviel ob die Flüssigkeit relativ zu andern Körpern ruht oder nicht. Wir kennen also die Geschwindigkeit des Lichtes relativ zur Flüssigkeit und die der Flüssigkeit relativ zum Rohr. Die Geschwindigkeit des Lichtes relativ zu dem Rohr läßt sich dann aus der obigen Formel *errechnen*. Der Versuch (FIZEAU) hat sehr genau *für die aus der LORENTZ-Transformation fließende* Formel entschieden. Nach den *Messungen* von ZEEMAN stellt die Formel den Einfluß der Strömungsgeschwindigkeit v auf die Lichtfortpflanzung genauer als auf 1% dar.

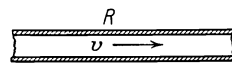


Abb. 149.

Der relativistische Begriff der Masse. Trägheit der Energie. Die neue Formulierung des Relativitätsprinzips hat auch zu einer neuen Formulierung des Massenbegriffs geführt. EINSTEIN bezeichnet das als „das wichtigste Ergebnis allgemeiner Art, zu dem die spezielle Relativitätstheorie geführt hat“. Wir müssen uns darauf beschränken, die Formeln anzugeben, auf die es ankommt. Die kinetische Energie eines materiellen Punktes der Masse m und der Geschwindigkeit v ist jetzt nicht mehr $\frac{mv^2}{2}$, sondern:
$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$
. (Dieser Ausdruck wird

unendlich, wenn v gleich der Lichtgeschwindigkeit c wird: v bleibt also offenbar

stets kleiner, wieviel Energie man auch auf die Beschleunigung verwendet. Die Lichtgeschwindigkeit spielt danach in der Natur die Rolle einer Grenzgeschwindigkeit.) Entwickelt man den Ausdruck in eine Reihe, so erhält man: $mc^2 + m \frac{v^2}{2} + \frac{3}{8} m \frac{v^4}{c^2} + \dots$ Schon das dritte Glied darf man für gewöhnlich vernachlässigen, das erste enthält v nicht, spricht also nicht mit in der Frage, wie die Energie des Massenpunktes von seiner Geschwindigkeit v abhängt. Was bedeutet es?

Die Entwicklung der Elektrodynamik (der Strahlungsdruck¹, LEBEDEV) führte zu der Erkenntnis: auch der Energie muß man Trägheit zuschreiben. Das ist so zu verstehen: Zwei Körper A und B sollen gleiche Masse haben (nach der gewöhnlichen Vorstellung), A aber soll *mehr Energie* besitzen als B , etwa in der Form von Wärme. Dann — das besagt die neue Erkenntnis — besitzt A auch *mehr Trägheit* als B . Oder auch: Ein Massenpunkt, der, ohne dabei seine Geschwindigkeit zu ändern, ihm zugestrahlte *Energie* (als Licht oder als Wärme) aufnimmt, oder der *Energie* ausstrahlt, gewinnt oder verliert dabei an *Trägheit*. Fliegt er mit der Geschwindigkeit v , hat er die Masse m und nimmt er etwa

die Energie E auf, so wird seine Energie zu $(m + \frac{E}{c^2}) c^2$. Er hat dann dieselbe

kinetische Energie wie ein mit der Geschwindigkeit v bewegter Körper von der Masse $m + \frac{E}{c^2}$. Nimmt also ein Körper die Energie E auf, so wächst seine träge Masse um E/c^2 : die träge Masse eines Körpers ist danach keine Konstante, sondern je nach seiner Energieänderung veränderlich. Schreibt man $(m + \frac{E}{c^2}) c^2$ in der Form $(mc^2 + E)$, so sieht man: mc^2 ist die Energie, die der Körper schon besaß — von einem mitbewegten Bezugssystem aus beurteilt —, ehe er die Energie E aufnahm. Die Energieänderung E , die wir einem ponderablen Körper erteilen können, ist nicht groß genug, um an der Änderung seiner trägen Masse wahrnehmbar zu sein. E/c^2 ist viel zu klein im Vergleich zur Masse m , die schon vorhanden war. Aber an *Elektronen* (s. d.) können wir die Abhängigkeit der Größe der Masse von ihrer Geschwindigkeit verfolgen (zuerst W. KAUFMANN 1906). Unter den β -Strahlen des Radiums gibt es solche, die fast Lichtgeschwindigkeit haben. Hier ergibt sich für die Masse ein um so größerer Wert, je größer die Geschwindigkeit der Teilchen ist. Bei der Steigerung ihrer Geschwindigkeit wächst ihre kinetische Energie nicht — wie es bei Konstanz der Masse sein müßte — proportional dem Geschwindigkeitsquadrat, sondern schneller. Der Erfahrungssatz von der Erhaltung der Masse fällt jetzt mit dem Satz von der Erhaltung der Energie zusammen. Daß man ihn überhaupt entdecken konnte und daß er erfahrungsgemäß stets zutrifft, hat seinen Grund darin, daß von ponderabler Masse die Energieänderung unnachweisbar klein ist im Verhältnis zur Masse m . Die Energie E des ruhenden Massenpunktes hängt mit seiner Ruhmasse m durch die Gleichung $m = \frac{E}{c^2}$ zusammen. Der aus der Relativitätstheorie folgende Satz, daß jede Energieänderung von Massenänderung begleitet ist, veranlaßt die Vorstellung, daß, wo Masse ist, auch die Möglichkeit zu Energiegewinn gegeben ist. Durch Vernichtung der Ruhmasse m müßte man die ungeheure Energie mc^2 gewinnen können.

¹ Die Strahlung führt Impuls mit sich, mv , wie ein materieller Körper; eine Strahlung von s erg drückt auf eine schwarze Fläche in der Strahlungsrichtung mit s/c .

Allgemeines Relativitätsprinzip. Trägheit als Wechselwirkung von Massen. Wir hatten (S. 8) gesagt: nur *relativ zu anderen* Körpern kann man von Bewegung und von Ruhe eines Körpers sprechen; von seiner *absoluten* Bewegung zu reden, d. h. von seiner Bewegung im absoluten Raume, in dem außer ihm „nichts vorhanden“ ist, ist ohne Sinn, denn sie wäre gar nicht wahrnehmbar. Aber wir haben ja bisher nur von gleichförmiger und geradliniger Bewegung gesprochen, wie steht es denn mit beschleunigter und mit rotierender? Angenommen, das vollkommen geradlinig und gleichförmig bewegte Fahrzeug, in dem wir sitzen (S. 8 o.) wäre allein da, d. h. es existierte nichts im Raume, *relativ zu dem* es sich bewegt, so daß wir von seiner Bewegung nichts wahrnehmen würden, so würden wir trotzdem — so nehmen wir wenigstens an — seine Beschleunigung, d. h. seine *Bewegungsänderung* merken, *wie wenn* es relativ zu einem Bezugssystem (Erde) beschleunigt würde, wie im Eisenbahnzug beim Anhalten. Aber man bedenke: gleichförmige geradlinige Bewegung im absoluten Raume ist nicht wahrnehmbar und (dem Relativitätsprinzip zufolge) sinnlos, aber die *Bewegungsänderung* im absoluten Raume soll merkbar sein! Das ist sicherlich sinnlos. Wo liegt der Denkfehler? Antwort: Wieder in der Unterstellung des „absoluten“ Raumes, in dem „nichts sonst vorhanden“ ist. Das, was wir tatsächlich an unserem Körper wahrnehmen bei einer Bewegungsänderung, z. B. den Ruck nach vorn im plötzlich anhaltenden Wagen, das sind die *Trägheitskräfte* (S. 5), und in der „Trägheit“, die wir unbedenklich als „Eigenschaft der Materie“ hingenommen haben, *offenbart sich* eben (MACH), daß außer der gegebenen Masse noch andere da sind, *offenbart sich* die Wechselwirkung zwischen dieser Masse und anderen irgendwo im Raume vorhandenen, wie uns das von der Schwere von jeher geläufig ist. Erst die Anwesenheit anderer Massen verleiht einem Körper die Fähigkeit, Trägheitskräfte auszuüben, verleiht ihm seine Eigenschaft, „träge Masse“ zu sein, genau wie erst die Anwesenheit *anderer* Massen einem Körper die Fähigkeit verleiht, „schwer“ zu sein. Wäre es *nicht* so, so bliebe die Gleichheit der trägen und der schweren Masse eines jeden Körpers, das wohl am sichersten festgestellte Naturgesetz, ein vollkommenes Rätsel.

Aus dieser Vorstellung von den Trägheitskräften erklärt sich nach MACH auch die Zentrifugalkraft und die Corioliskraft auf rotierenden Körpern: es sind Trägheitskräfte, die aus der Wechselwirkung zwischen dem rotierenden Körper und anderen irgendwo im Raume vorhandenen Körpern entstehen. Rein als Bewegung (kinematisch) unterscheidet sich die Rotation der Erde gar nicht von einer Translation, wir *beobachten* auch bei ihr nur Relativbewegungen gegen andere Körper, und wir können diese Relativbewegung ebensogut *deuten* als Rotation (in entgegengesetztem Sinn dieser anderen Körper *um die ruhende Erde*. Das Kopernikanische System läßt sich nicht *beweisen*, nur *rechtfertigen* durch seine Einfachheit und Widerspruchslosigkeit). MACH hat daher außer der kinematischen auch die *dynamische* Gleichwertigkeit beider Vorgänge behauptet. Das bedeutet: Die auf der rotierenden Erde auftretenden Zentrifugalkräfte würden auch dann auf der Erde auftreten, und zwar als Äußerung der *Massenanziehung*, wenn die Erde ruhte und die sämtlichen Körper des Weltalles *um die Erde* kreisen würden. Nach der bisherigen Auffassung (S. 77) werden die *Zentrifugalkräfte* durch die *Trägheit* des rotierenden Körpers hervorgerufen, genauer: der Massenpunkte des Körpers, die ihrer Trägheit zu folgen suchen, wird das Zentrifugalfeld also als *Trägheitsfeld* angesehen. Behaupten wir jetzt die Relativität der Rotation auch in *dynamischer* Hinsicht, nehmen wir also an, daß die Gesamtheit der den ruhenden Körper umkreisenden Massen durch ihre Gravitationswirkung auf ihn die *Zentrifugalkräfte* auslösen, so heißt das, wir fassen jetzt das *Zentrifugalfeld* als *Schwerfeld* auf. Berechtigt werden wir zu dieser Auf-

fassung durch die tatsächliche *Gleichheit* der trägen und der schweren Masse eines Körpers. Wir kommen darauf zurück.

Aus der Äquivalenz des Trägheitsfeldes mit dem Schwerfeld lassen sich nun auch die Trägheitskräfte deuten, die an dem geradlinig gleichförmig beschleunigten Fahrzeug auftreten: Der Beobachter braucht den Ruck nach vorn nicht auf eine Bewegungsänderung des *Fahrzeuges* zurückzuführen. Er kann sagen: „*Ich ruhe* mitsamt meinem Koordinatensystem (Fahrzeug), aber die *ursprüngliche rückwärtige* Geschwindigkeit des Bahndammes (samt der Erde)“ — er ist ja des Glaubens, daß nicht *er* sich nach vorn bewegt, sondern der Bahndamm nach *hinten* — „nimmt während des Bremsens immer mehr und mehr *ab*, es herrscht während des Bremsens ein nach *vorn* gerichtetes zeitlich veränderliches Schwerfeld“

Die Berechtigung dieser Auslegung (Trägheitsfeld äquivalent Schwerfeld) zeigt uns ein Gedankenexperiment (EINSTEIN): An einem Orte des leeren Weltraumes, an dem das Trägheitsgesetz in aller Strenge gilt, steht in einem allseitig abgeschlossenen Kasten ein Beobachter. Auf den Kasten wirkt eine Kraft, die ihn in der Richtung von den Füßen zum Kopf des Beobachters beschleunigt bewegt. Der Beobachter steht in dem Kasten wie sonst im Zimmer auf dem Fußboden und fühlt dessen Beschleunigung als Druck gegen seine Füße. Hält er einen Körper in der Hand, so überträgt sich auch auf diesen die Beschleunigung des Kastens, sobald er ihn aber losläßt, bewegt *er* sich *beschleunigt* zum Boden des Kastens hin. Der Beobachter findet diese Beschleunigung stets gleich groß, mit was für einem Stoff er auch den Versuch anstellt. Er wird daher, gestützt auf seine früheren Erfahrungen in einem Schwerfeld, behaupten, er befinde sich in einem konstanten Schwerfeld. Die Möglichkeit seiner Auffassung beruht auf der ihm bekannten Eigenschaft des Schwerfeldes, *allen* Körpern *dieselbe* Beschleunigung nach unten zu erteilen. Den Kasten *hält* er mit Recht für ruhend, obwohl dieser *tatsächlich* gegen den GALILEISCHEN Raum *beschleunigt* ist. Also auch eine beschleunigte Bewegung kann sich der Beobachtung entziehen und eine andere beschleunigte Bewegung kann *vorgetäuscht* werden.

Der von der Außenwelt abgeschlossene Beobachter in dem Kasten *kann* gar nicht entscheiden, ob er sich in einem Schwerfeld befindet oder ob die ihm wahrnehmbaren Erscheinungen durch Trägheitskräfte verursacht werden. Hängt er an der Kastendecke einen Körper an einer Schnur auf, so hängt die Schnur gespannt vertikal herab. Die Ursache der Spannung erklärt er, der Beobachter *im* Kasten, so: „Der aufgehängte Körper erfährt in dem Schwerfeld eine Kraft nach unten, sie hält der Schnurspannung das Gleichgewicht; maßgebend für die *Größe der Schnurspannung* ist die *Schwere des aufgehängten Körpers*.“ — Ein Beobachter aber *außerhalb* des Kastens, der die beschleunigte Bewegung des Kastens wahrnimmt, wird dagegen erklären: „die Schnur ist gezwungen, die beschleunigte Bewegung des Kastens mitzumachen und überträgt diese auf den an ihr befestigten Körper. Die Schnurspannung ist so groß, daß sie die Beschleunigung des Körpers gerade zu bewirken imstande ist: *maßgebend für die Größe der Schnurspannung* ist die *Trägheit des Körpers*.“ — Hier haben wir die Interpretation des Satzes von der Gleichheit der schweren und der trägen Masse des Körpers. Sie liegt darin, daß sich *dieselbe* Eigenschaft des Körpers *als Trägheit* oder *als Schwere* äußert, je nachdem, *von welchem Bezugssystem aus* man den Vorgang beurteilt. Die Unmöglichkeit für den im Kasten eingeschlossenen Mann auf irgendeine Weise eine Entscheidung zu treffen, veranlaßt EINSTEIN zu dem Postulat, daß ein Trägheitsfeld in jeder Beziehung einem Schwerfeld äquivalent sei. Diese Behauptung, er nennt sie *Äquivalenzprinzip* lautet so: eine etwaige Veränderung, die ein Beobachter im Ablauf eines Vorganges als Wirkung eines

Schwerefeldes wahrnimmt, würde er genau so wahrnehmen, wenn das Schwerefeld nicht vorhanden wäre, er — der Beobachter — aber sein Bezugssystem in die für die Schwere an seinem Beobachtungsorte charakteristische Beschleunigung versetzte. Oder auch so: In einem homogenen Schwerefeld verlaufen alle physikalischen Erscheinungen genau so wie in einem Trägheitsfeld, das durch eine geradlinige konstante Beschleunigung erzeugt wird. Aber wohlgemerkt: es läßt sich nicht jedes beliebige Gravitationsfeld *in seiner ganzen Ausdehnung* durch ein beschleunigtes Koordinatensystem ersetzen, für ein hinreichend kleines Raum-Zeitgebiet jedoch ist es stets möglich.

Es ist nunmehr unerläßlich, das Relativitätsprinzip auszudehnen auf relativ zueinander beschleunigte Bezugssysteme. Bisher sind die dem Inertialsystem gleichwertigen Systeme bevorzugt, nur für die relativ zu ihm *geradlinig gleichförmig* bewegten gilt das Relativitätsprinzip (daher die Bezeichnung *spezielles* Relativitätsprinzip). Jetzt erweitert es EINSTEIN zu dem *allgemeinen* Relativitätsprinzip: *alle* Bezugssysteme, unabhängig von deren Bewegungszustand, sind gleichwertig für die Formulierung der allgemeinen Naturgesetze (allgemeine Kovarianz der Bewegungsgleichungen). Gestützt auf den Satz von der Gleichheit der trägen und der schweren Masse eines Körpers und auf die physikalische Gleichwertigkeit aller Bezugssysteme (das allgemeine Relativitätsprinzip) lautet er eine neue Bewegungslehre auf, die als wesentliche Forderung die Gültigkeit der speziellen Relativitätstheorie im Unendlichkleinen enthält.

Die neue Mechanik führt notwendig auch zu einer Gravitationstheorie, sie versucht aber nicht etwa, das Wesen der Gravitation zu „erklären“. EINSTEIN sieht die Gravitation als etwas an, das nicht auf etwas *Ein-facheres* zurückführbar ist, an dessen Stelle man vielmehr stets nur Verwickelteres setzen würde, wenn man es aus einem anderen physikalischen Vorgang oder an einem Modell „erklären“ wollte. Das Wesentliche an der neuen Gravitationstheorie ist, *wie sie die Bahn deutet*, die ein Körper in dem Raum beschreibt, der auch noch andere Massen enthält. Entscheidend ist hier eine geometrische Eigenschaft des Raumes, die er *durch die Anwesenheit von Massen* erhält: sie bestimmen seine „Krümmung“. (Daß wir die Krümmung eines Raumes nicht sehen können, wie wir die Krümmung einer Kurve und die Krümmung einer Fläche sehen, hindert nicht, daß sie wirklich ist. Unabhängig von Anschaulichkeit ist „Krümmung des Raumes“ ein **mathematischer Ausdruck**, der für den Raum dasselbe bedeutet wie ein analog gebauter Ausdruck für die Krümmung einer Kurve oder ein anderer analoger für die Krümmung einer Fläche.) Die Krümmung dieses Raumes *bestimmt* nun die Bahn, die ein Massenpunkt in ihm beschreibt: er beschreibt eine *geodätische Linie*. Das ist so zu verstehen: In der *Ebene* ist zwischen zwei gegebenen Punkten die kürzeste Linie die sie verbindende Gerade (es gibt nur *eine*), auf einer *krummen Fläche* ist zwischen zwei Punkten eine gerade Linie zu ziehen unmöglich, wohl aber eine kürzeste. Unter den vielen auf der Fläche konstruierbaren Kurven, durch die man die Punkte verbinden kann, ist nämlich *eine* von ihnen die *kürzeste*. Diese nennt man *geodätische Linie* (auch: die *geradeste*) zwischen den zwei Punkten. Mit den Begriffen Krümmung und geodätische Linie spricht man die EINSTEINSche Gravitationstheorie nunmehr so aus: Die vorhandenen gravitierenden (schweren) Massen krümmen den vierdimensionalen Raum, die MINKOWSKI-Welt, in mathematisch (durch die *Feldgleichungen*) bestimmter Weise; die Weltlinien der Körper in der so gekrümmten MINKOWSKI-Welt sind geodätische Linien. Zum Beispiel die elliptischen Bahnen der Planeten um die Sonne sind in der vierdimensionalen Welt solche geodätische (geradeste) Linien: sie werden den Planeten aufgezwungen durch die von der Sonne ausgehende Weltkrümmung.

Die Gravitationstheorie ist hier nur erwähnt als Abschluß, zu dem der Gedankengang von dem speziellen Relativitätsprinzip über die Äquivalenzhypothese und das allgemeine Relativitätsprinzip führt, und der die Gleichheit der trägen und der schweren Masse zu neuer Grundlegung für die Mechanik benutzt. Die Herleitung des Gravitationsgesetzes fordert mathematische Hilfsmittel, die auch an den theoretischen Physiker die höchsten Ansprüche stellen. Um dem Lernenden aber den Sinn des Gesetzes näherzubringen, zitieren wir ein Gleichnis, das EDDINGTON in seinem Buche „Raum, Zeit und Schwere“ (Deutsche Übertragung von W. GORDON, S. 98/99, VIEWEG 1923) zu diesem Zwecke benutzt. Er sagt: Der Leser wird sich wahrscheinlich gefragt haben, warum man es Gravitationsgesetz nennen soll? Es könnte wohl als ein Naturgesetz angesehen werden; was hat aber der Krümmungsgrad des Raum-Zeitlichen mit Anziehungskräften, mögen sie nun wirklich oder scheinbar sein, zu tun? „Es lebte einst in einem zweidimensionalen Meere eine Art Plattfische. Sie beobachteten, wie die Fische im allgemeinen längs Geraden schwammen, solange offenbar nichts ihre freie Bahn störte. Das kam ihnen sehr verständlich vor. Aber es gab eine Gegend, wo alle Fische wie verhext waren; einige durchquerten diese Gegend unter Änderung ihrer Schwimmrichtung, andere schwammen unaufhörlich ringsherum. Ein Fisch stellte eine Wirbeltheorie auf, nach der es in dieser Gegend Strudel geben sollte, die alles in Drehbewegung versetzen. Nach und nach kam man auf eine bessere Idee; man stellte sich vor, daß alle Fische von einer Anziehungskraft ergriffen würden, die nach einem besonders großen Fisch — einem Sonnenfisch — hin gerichtet sei. Dieser Fisch ruhte schlafend inmitten dieser Gegend. So sollte die Ablenkung der Bahnen der Fische zustande kommen. Diese Theorie wird den Fischen vielleicht zuerst nicht gerade sehr einleuchtend erschienen sein, aber sie wurde mit einer ans Wunderbare grenzenden Genauigkeit durch die verschiedensten experimentellen Versuche bestätigt. Es stellte sich heraus, daß alle Fische mit dieser anziehenden Kraft im Verhältnis zu ihrer Größe begabt waren; das Anziehungsgesetz war außerordentlich einfach und erklärte doch alle Bewegungen mit einer Genauigkeit, wie sie vorher bei keiner wissenschaftlichen Untersuchung erzielt worden war. Ein Teil der Fische brummte so etwas wie von einer unbegreiflichen Fernwirkung; doch im allgemeinen war man der Ansicht, daß die Wirkung durch das Meer übertragen würde, und daß man dies alles besser verstehen könnte, wenn mehr über die Natur des Wassers bekannt wäre. Beinahe jeder Fisch, der die Anziehung erklären wollte, legte daher seiner Erklärung irgendeinen Übertragungsmechanismus dieser Anziehung durch das Wasser zugrunde.

Es gab aber einen Fisch, der hatte sich eine ganz andere Theorie ausgedacht. Ihm fiel es auf, daß die großen und die kleinen Fische immer denselben Weg einschlugen, obwohl natürlich ein größerer Fisch von einer stärkeren Kraft abgelenkt sein mußte. Er richtete daher seine Aufmerksamkeit mehr auf die Bahnen der Fische als auf die Kräfte. Und so wurde er zu einer überraschenden Erklärung der ganzen Geschichte geführt. Die Stelle, an der der Sonnenfisch lag, war von einem Wall umgeben. Die Flachfische konnten ihn wegen ihrer Zweidimensionalität nicht unmittelbar wahrnehmen; wenn aber ein Fisch über die Abhänge des Walles schwamm, so wurde er, so sehr er sich auch Mühe gab geradeaus zu schwimmen, ein wenig abgedreht. Darin bestand das Geheimnis der wunderbaren Anziehung oder Bahnkrümmung, die man in dieser Gegend beobachtet hatte.

Das Gleichnis trifft nicht ganz den Kern der Sache, weil es nur von einem räumlichen Hügel spricht, während wir es mit raum-zeitlichen Hügeln zu tun haben. Doch wird man so einen Begriff davon bekommen, wieso eine Krümmung der Welt, in der wir leben, eine Anziehungskraft vortäuschen und sich tatsächlich nur durch eine derartige Wirkung bemerkbar machen kann.“

Die EINSTEINSche Gravitationstheorie hat drei physikalische Tatsachen vorausgesagt, die alle an der Erfahrung geprüft werden können: 1. die Drehung der Planetenbahnen in ihrer Ebene, somit Bewegung ihres Perihels. Die Berechnung ergab für den Merkur die von den Astronomen bereits gemessenen 43 Bogensekunden im Jahrhundert (S. 83 u.). 2. die Krümmung der Lichtstrahlen im Gravitationsfeld. Ihr zufolge werden die Lichtstrahlen von Fixsternen, die wir nahe bei der Sonne stehen sehen (bei einer Sonnenfinsternis), d. h. deren Licht, um zu uns zu gelangen, nahe am Sonnenrande vorbeigehen muß, zu dem Sonnenrande hingebogen, so daß wir den Stern an einer anderen Stelle des Himmels sehen, als er (berechenbar) tatsächlich steht. 3. die Rotverschiebung der Spektrallinien, d. h. daß z. B. die Eisenlinien im Sonnenspektrum im Vergleich mit den Eisenlinien einer irdischen Lichtquelle nach dem roten Ende hin verschoben sind. Der Theorie nach beträgt diese Verschiebung für Linien von $400\text{ m}\mu$ $0,008$ Ängström-Einheiten.

Der gegenwärtige Stand der Prüfung der Theorie an der Erfahrung ist dieser:
 ad 1. Merkurperihel-Bewegung: Nach EINSTEINS Theorie ist sie $43''$ pro Jahrhundert kleiner als nach NEWTONS Theorie. Fast genau $43''$ hat auch NEWCOMB aus den Merkurdurchgängen (bis 1881) gefunden. Dieses Ergebnis wird beanstandet, weil die *Meridianbeobachtungen* des Planeten stark abweichende und schwankende Werte für die anomale Perihelbewegung ergeben. Man kann sagen: NEWCOMBS Wert aus den Durchgängen ist zwar dem aus den Meridianbeobachtungen berechneten weit überlegen, ist aber beträchtlich unsicherer als bis auf $\pm 3''$, wie NEWCOMB geschätzt hat. Eine einheitliche Bearbeitung *aller* Merkurbeobachtungen mit Einschluß der seit NEWCOMB gemachten dürfte die Lage klären.

ad 2. Die Lichtablenkung im Schwerfeld der Sonne ist sicher gestellt durch die Sonnenfinsternis-Beobachtungen von DYSON-EDDINGTON-DAVIDSON im Jahre 1919, von CAMPBELL-TRUMPLER im Jahre 1922 und E. FREUNDLICH-V. KLÜBER-V. BRUNN im Jahre 1929. Wie weit die Ablenkung ihrem Betrage nach, also $1''75$ am Sonnenrand, und ihrem Verlauf mit wachsendem Abstand von der Sonne der von der Theorie vorausgesagten Gesetzmäßigkeit genügt, ist noch nicht endgültig entschieden.

ad 3. Daß die FRAUNHOFERSchen Linien im Sonnenspektrum die von der Theorie vorausgesagte generelle Rotverschiebung von etwa $\Delta\lambda/\lambda = 2 \cdot 10^{-6}$ zeigen, scheint durch St. JOHN, EVERSHED u. a. erwiesen. Da aber die Wellenlängen längs der Sonnenscheibe systematisch um Beträge schwanken, die von der Größenordnung der gesuchten Rotverschiebung sind, diese Schwankung aber noch nicht aufgeklärt ist, ist die Frage der Rotverschiebung noch nicht endgültig zu beantworten.

Die Zusammenhänge, die die Relativitätstheorie aufgedeckt hat, und die Folgerungen aus ihr, faßt das folgende Schema (EINSTEIN) zusammen:

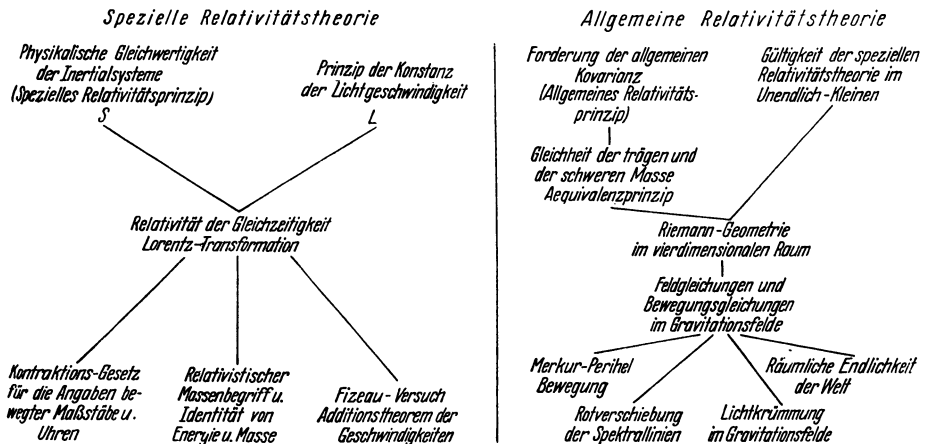


Abb. 150.

S psychologisch bedingt durch vergleichliche Versuche des experimentellen Nachweises der Erdbewegung (durch Versuche auf der Erde, besonders auch MICHELSON-Versuch).

L nahegelegt durch MAXWELLS elektromagnetische Lichttheorie, FIZEAUSchen Versuch, Aberration sowie Unabhängigkeit des *c* von der Lichtquelle (Doppelsterne, DE SITTER).

Allgemeines Relativitätsprinzip, abgesehen vom Grunde logischer Natürlichkeit, durch Gleichheit von träger und schwerer Masse nahegelegt. Die ersten drei Konsequenzen sind *qualitativ* sicher, quantitativ aber ziemlich unsicher (wegen Kleinheit) bestätigt.

D. Mechanische Eigenschaften der festen Stoffe.

Was versteht man unter Eigenschaften der Materie? Wir haben bisher angenommen, daß ein Körper aus „Materie“ besteht und „starr“ ist, weiter aber nichts. Nur in der abstrakten Dynamik ist das zulässig. In der Wirklichkeit

gibt es keine Körper, die im Sinne der Definition starr sind, und wir kennen die Materie nur aus dem, was wir ihre „Eigenschaften“ nennen, und was wir mit Eigenschaftswörtern belegen, wie: fest, flüssig, gasförmig, hart, weich, zähe, spröde, elastisch usw.

Man kann als *Eigenschaften der Materie* bezeichnen: ihre *Fähigkeit*, unter gegebenen Bedingungen gewisse Wirkungen auf andere Naturobjekte auszuüben. Wir nennen die Wirkungen Eigenschaften, wenn wir jene Bedingungen als selbstverständlich — oder besser: als bekannt — voraussetzen und deswegen unausgesprochen lassen. Wir nennen z. B. einen Körper *elastisch* und verstehen unter seiner *Elastizität* seine Fähigkeit, seine Form zu verändern, wenn er verdrückt oder verzerrt wird, aber die ursprüngliche Form wieder anzunehmen, wenn der Druck oder die Zerung aufhört; wir nennen einen Körper *schwer* und verstehen unter seiner *Schwere* seine Fähigkeit, infolge seiner Anziehung durch die Erde auf eine Unterlage zu drücken oder an einer Aufhängung zu ziehen. Das Einwirken formändernder Kräfte in dem einen Falle, die Anziehung des Körpers durch die Erde im anderen sind die Bedingungen, unter denen sich die Eigenschaften Elastizität und Schwere entfalten, ohne daß man sie aber erwähnt, wenn man einen Körper elastisch und schwer nennt. Wir können die *Eigenschaften der Materie* auch bezeichnen als: *ihre Fähigkeit*, auf gegebene Kräfte in charakteristischer Weise zu *reagieren*; z. B. — wie oben — auf formändernde Kräfte und auf die Anziehung durch die Erde. So analysiert, zeigen sich die Eigenschaften der Materie als so abhängig voneinander, daß man die Unmöglichkeit einsieht, eine *einzelne* erschöpfend zu beschreiben, ohne ihre Beziehungen zu den anderen zu berücksichtigen. Beschreiben kann man eine *einzelne* Eigenschaft daher immer nur oberflächlich und nur in *besonders* charakteristischen Fällen. Außerdem muß unserer Definition nach, die *Zahl der Eigenschaften der Materie unbegrenzt sein*, und die Entdeckung einer unbekannt gewesenen Kraft stets auch neue, d. h. uns unbekannt gewesene Eigenschaften der Materie kennen lehren. So war es ja auch bei der Entdeckung der Röntgenstrahlen und bei der Entdeckung der radioaktiven Stoffe. Kurz: es ist uns unmöglich, die so verschiedenenartigen Eigenschaften der Materie einwandfrei in Gruppen einzuteilen.

Was ist Materie? Die Frage: Was ist Materie? erfordert zu ihrer Erörterung die Kenntnis der ganzen Physik, man kann sie hier daher nur eben erwähnen, um dem Lernenden zu sagen, daß sie ein physikalisches Hauptproblem ist. Man glaubte ursprünglich, daß das, was wir *Eigenschaften* der Materie nennen, einem substantiellen Träger anhaftet. Aber ein solcher mit sich selber stets identischer Träger existiert nicht. Die *Substanzidee* ist schon deswegen unhaltbar, weil (nach der Relativitätstheorie) die *Masse* eines Körpers *nicht* gleich dem *Substanzquantum* ist. Wir wissen heute mit Bestimmtheit, daß die *Masse* überhaupt nicht unveränderlich ist, obgleich das Gesetz von der Erhaltung der Masse gewöhnlich mit sehr großer Annäherung gilt. Heute sieht die Physik das Wesen der Substanz in Kräften (*dynamische Theorie der Materie*). Aber um wirken zu können, muß die Kraft *übertragen* werden auf das, worauf sie wirken soll. Diese Kraftübertragung vollzieht sich im kontinuierlichen *Felde* (s. S. 85) durch Ausbreitung von Energie und Impuls. Die Feldtheorie und die dynamische Theorie zusammen geben heute die relativ am meisten befriedigende Antwort auf die Frage: Was ist Materie? „Auf die sinnliche Erfahrung kann man sich jedenfalls nicht berufen, um die Substanzvorstellung zu legitimieren. Unsere Sinne greifen überhaupt nicht in die Ferne, sich des substantiellen „*Dinges*“ bemächtigend, sondern für die psychophysische Wechselwirkung gilt so gut wie für die rein physische das *Prinzip der Kontinuität*, der unmittelbaren Nahewirkung: Meine Gesichtswahrnehmungen sind bestimmt durch die auf der Netzhaut auftreffenden Lichtstrahlen, also durch den Zustand des optischen oder elektromagnetischen

Feldes in der unmittelbaren Nachbarschaft mit dem Sinnesleib jenes rätselhaften Realen, des Ich, dem eine gegenständliche Welt bildmäßig „erscheint“; und zwar ist hier vor allem der Energiestrom — seine Richtung für die Richtung, in der ich Gegenstände erblicke, seine periodische Veränderlichkeit für die Farbe — maßgebend. Fasse ich ein Stück Eis an, so nehme ich den an der Berührungsstelle zwischen jenem Körper und meinem Sinnesleib fließenden Energiestrom als Wärme, den Impulsstrom als Druck (Widerstand) wahr. So kann man sagen, daß die Energie-Impuls-Größen des Feldes dasjenige sind, wovon ich direkt durch meine Sinne Kunde erhalte. . . . Statt die Qualitäten durch einen substantiellen Träger zusammenzuhalten, gilt es allein ihre funktionalen Beziehungen zu erfassen“ (HERMANN WEYL, Was ist Materie?). Aber trotz dieser philosophischen Einsicht in das Wesen der Materie *sprechen* wir dennoch von ihren Eigenschaften stets so, wie *wenn* sie einem substantiellen Träger anhafteten. Wir sprechen von ihrer Ausgedehntheit, ihrer Teilbarkeit, ihrem atomistischen Aufbau, ihren Aggregatzuständen u. dgl. m.

Atomistischer Aufbau der Materie. Da die Materie den *Raum* erfüllt, so besitzt sie, wie der Raum selbst, *Ausdehnung*, jeder Körper ist nach drei Dimensionen ausgedehnt, besitzt endliche, nach Maß und Zahl angebbare Länge, Breite und Tiefe. Sie ist *teilbar*, d. h. man kann jeden Körper in kleinere zerlegen. Der *Atomtheorie der Materie* zufolge gelangt man bei der fortgesetzten Teilung der Materie schließlich zu den *Atomen*, den kleinsten Teilchen Materie, denen selbständige Existenz zuzuschreiben ist, und die als Bauelemente der Materie anzusehen sind¹. Überlegungen, die an die kinetische Gastheorie und an gewisse optische Erscheinungen anknüpfen, zeigen, daß etwa 10 Millionen Atome, dicht aneinandergereiht, eine Länge von 1 mm ausmachen würden.

Chemisch analysiert erweisen sich die Körper als zusammengesetzt aus gewissen *Grundstoffen*, den Elementen, z. B. Eisen, Zink, Sauerstoff (die Chemie kennt ungefähr 90), die wir als „einfache“ ansehen, da wir sie chemisch nicht noch weiter zerlegen können. Nicht jedes Element verbindet sich mit jedem anderen zu einem neuen Stoffe. Und *wenn* sich zwei Elemente miteinander verbinden, so tun sie das nur in *bestimmten Mengenverhältnissen*. Wasserstoff z. B. verbindet sich mit Chlor zur Chlorwasserstoff, mit Brom zu Bromwasserstoff, mit Jod zu Jodwasserstoff, mit Fluor zu Fluorwasserstoff. Verbindet sich 1 g Wasserstoff mit Chlor, so verbindet es sich *stets* mit 35,5 g Chlor, verbindet es sich aber mit Brom oder mit Jod oder mit Fluor, so verbindet es sich *stets* mit 80 g Brom oder mit 127 g Jod oder mit 19 g Fluor. Ähnliches gilt für die Verbindung von je zwei anderen Elementen. Die Verbindung mit einem Element vollzieht sich also stets in einem *anderen*, aber stets ebenfalls in einem für *dieses* Element charakteristischen *konstanten* Verhältnis. Das ist das chemische Grundgesetz der konstanten Proportionen, das DALTON (1808) gleichzeitig mit einem ähnlichen anderen entdeckt hat. Es führt auch auf die chemisch definierten Begriffe Atom und Molekül und bildet insofern den Beginn der modernen Atomistik²: denn daß sich je zwei Elemente nur in einem bestimmt *abgegrenzten* Mengen-

¹ Siehe hierzu S. 662: Das Atom der Materie als Aggregat von Atomen der Elektrizität.

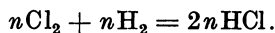
² Weiter entwickelt hat sich die Atomvorstellung aber lediglich an *physikalischen* Problemen (AVOGADRO, FARADAY, MAXWELL, HELMHOLTZ, v. LAUE). Die theoretische Behandlung rein physikalischer Erscheinungen hat zur Quantentheorie (1900) geführt und deren Entwicklung zur *Quantenmechanik* (1926). Der Quantentheorie verdankt der atomistische Gedanke seine stärkste Förderung, sie war zunächst eine Theorie des *Aufbaus des einzelnen Atoms*, die *Quantenmechanik* aber behandelt die *gegenseitige Kraftwirkung mehrerer Atome* aufeinander, d. h. die chemische Bindung. — Der von DEMOKRIT stammende Atombegriff ist lediglich erkenntnistheoretischer Natur und ist keineswegs ein Vorläufer des Grundbegriffes der modernen Atomistik.

verhältnis verbinden, das weist auf eine Begrenzung der kleinsten Teilchen hin, die in eine Verbindung eintreten können und führt von der Chemie her zu den Begriffen Atom und Molekül. Wir erläutern das an einem durch die Lehre von den Gasen (kinetische Gastheorie) gerechtfertigten Satze von AVOGADRO (1811), dem zufolge *alle* Gase in *gleich* großen Raumteilen *gleich* viel Molekeln (Gasteilchen) enthalten, vorausgesetzt, daß sie unter *gleichem* Druck stehen (Barometerstand) und die *gleiche* Temperatur haben. Danach enthält unter gleichen Bedingungen z. B. 1 l Wasserstoff ebensoviel Molekeln, wie 1 l Sauerstoff oder wie 1 l Chlorwasserstoff. Der Chlorwasserstoff geht aber aus der chemischen *Verbindung* von Wasserstoff und Chlor hervor. Nehmen wir an — das einfachste —, daß sich je *eine* Molekel Chlor mit je *einer* Molekel Wasserstoff zu *einer* Molekel Chlorwasserstoff verbindet, und nennen wir die Anzahl der Molekeln in 1 l Gas unter einem gegebenen Druck und bei einer gegebenen Temperatur *n*, so können wir dieses *gemutmaßte* Verbindungsverhältnis ausdrücken durch die Gleichung:



in der das +-Zeichen eine Vereinigung der Molekeln zu einer *chemischen Verbindung* andeuten soll. Verliefe der Vorgang so, dann würden sich also *n Molekeln* Chlor mit *n Molekeln* Wasserstoff zu *n Molekeln* Chlorwasserstoff *verbinden*. Diese *n Molekeln* würden dann 1 l Chlorwasserstoff geben.

Aber die Erfahrung lehrt etwas anderes: Verbinden sich 1 l Wasserstoff und 1 l Chlor zu Chlorwasserstoff, so entstehen *tatsächlich* 2 l Chlorwasserstoff. Das heißt aber: *n Molekeln* Wasserstoff + *n Molekeln* Chlor geben *2n Molekeln* Chlorwasserstoff (*2n* weil ja *jedes* Liter Chlorwasserstoff *n Molekeln* enthält, also 2 l nach dem AVOGADRO-Satze *2n Molekeln* enthalten). Dann ist also die Annahme, daß je 1 Molekel Chlor und je 1 Molekel Wasserstoff sich zu *einer* Molekel Chlorwasserstoff verbinden, falsch. Wir müssen vielmehr annehmen: aus 1 Molekel Chlor und 1 Molekel Wasserstoff bilden sich *2 Molekeln* Chlorwasserstoff, und jede Molekel Chlor und jede Molekel Wasserstoff besteht aus *zwei gleichartigen* Teilen. Man ist somit zu der weiteren Annahme gezwungen: es besteht ein Unterschied zwischen der kleinsten Stoffmenge, die *frei bestehen* kann, und der kleinsten Stoffmenge, die sich *chemisch verbinden* kann. Die erste Menge nennt man „Molekül“, die zweite „Atom“. Man muß das Molekül also aus *mehreren* Atomen bestehend annehmen. Denken wir uns das Wasserstoffmolekül aus 2 Wasserstoffatomen bestehend und das Chlormolekül aus 2 Chloratomen, so müssen wir uns vorstellen, daß bei der Vereinigung des Wasserstoffes und des Chlors zu Chlorwasserstoff die Moleküle sich in die Atome spalten, und je ein *Atom* Chlor sich mit je einem *Atom* Wasserstoff zu einem *Molekül* Chlorwasserstoff verbindet. Man drückt das aus durch die Gleichung:



Hier bedeutet Cl ein *Atom* Chlor, Cl₂ das aus 2 Atomen Chlor bestehende *Molekül* Chlor, H und H₂ bedeuten entsprechendes für Wasserstoff, ferner HCl, das aus einem Atom H und einem Atom Cl bestehende *Molekül* Chlorwasserstoff. Folgerichtig muß man dem zweiatomigen *Molekül* doppelt soviel Masse zuschreiben wie dem *Atom*, kurz die Atommasse gleich der Hälfte der Molekülmasse setzen. Man bezieht die Atom- und die Molekülmasse aller Elemente auf die Atom- und die Molekülmasse des Sauerstoffes. Die Atommasse des Sauerstoffes setzt man gleich 16, seine Molekülmasse infolgedessen gleich 32. Man sagt statt Atommasse und Molekülmasse gewöhnlich, aber weniger korrekt, *Atomgewicht* und *Molekulargewicht*. Haben zwei Stoffe die Atomgewichte A₁ und A₂, so enthalten *diejenigen* Mengen der Stoffe gleich viel (N) Atome oder gleich viel Moleküle,

die sich wie $NA_1:NA_2$, d. h. wie $A_1:A_2$ verhalten, also z. B. 108 g Silber und 16 g Sauerstoff (man sagt: 1 g-Atom Silber und 1 g-Atom Sauerstoff). Und entsprechend nennt man z. B. 32 g Sauerstoff 1 g-Molekül Sauerstoff, man sagt: 1 Mol Sauerstoff. Jedes Grammatom (jedes Mol) enthält danach die gleiche Zahl N von Atomen (Molekülen). Allgemein anerkanntes Prinzip der Forschung wurde der atomistische Aufbau der Materie, als es glückte (LOSCHMIDT 1865), die Zahl der in einem Mol wirklich vorhandenen Moleküle auf mehreren *ganz verschiedenen Wegen* zu ermitteln, und die Ergebnisse alle übereinstimmten: als wahrscheinlichster Wert gilt $N = 6,06 \cdot 10^{23}$ (LOSCHMIDTSche Zahl).

Die Ergebnisse der chemischen Analyse der Stoffe zwingen uns zu der Annahme, daß es so viel verschiedene Arten von Atomen gibt, wie es verschiedene Arten von chemisch unteilbaren einfachen Stoffen gibt. Das soll aber nicht heißen, daß die Atome selbst nicht weiter teilbar sind. Es wäre z. B. wohl denkbar, daß sich ein Goldatom zerteilen läßt, aber die *Teile* können dann nicht mehr als Gold angesprochen werden. Die Naturforscher haben sich stets mit der Frage beschäftigt, ob nicht die Atome der verschiedenen Elemente aus *einem einzigen* Stoff — einer Art Urmaterie — aufgebaut sind. Die Entdeckung der Radioaktivität und der Röntgenstrahlen (Ende der neunziger Jahre des 19. Jahrhunderts) hat Licht auf diese Fragen geworfen und ein neues Forschungsgebiet — die Atomphysik — eröffnet. Diese lehrt uns, daß die Atome aller Elemente aus zwei Urbestandteilen elektrischer Art aufgebaut sind, den negativ geladenen *Elektronen* und den positiv geladenen *Wasserstoffkernen* (Protonen). In den Atomen sind diese Urbestandteile in verschiedener Zahl und Anordnung zu ungeheuer festen Gebilden zusammengefügt, die auch den stärksten physikalischen und chemischen Kräften widerstehen¹. Die zahlreichen Eigenschaften der verschiedenen Elemente sind schließlich nur Unterschiede, die durch die Zahl und die besondere Anordnung der Kerne und Elektronen in den Atomen bedingt sind. Trotz der Festigkeit ihres Gefüges dürfen wir uns in den Atomen die Urbestandteile nicht etwa dicht zusammengepackt vorstellen. Das, was wir ein Atom nennen, ist nur zum kleinsten Teil mit Kernen und Elektronen erfüllt; diese bewegen sich dauernd mit großer Geschwindigkeit gegeneinander und grenzen so einen relativ großen Raum, das Atomvolumen ab, etwa in derselben Weise, wie ein in rascher Rotation befindliches Schwungrad einen Raum einnimmt, der erheblich größer ist als das Volumen der Metallmasse. Wie das Schwungrad durch seine Rotation andere Körper verhindert in den Raum zwischen seinen Speichen einzudringen, so grenzen die an der Peripherie des Atoms *umlaufenden* Elektronen ein bestimmtes Volumen ab. Der Atomdurchmesser ist daher nur ein Maß für die Grenze des äußersten Wirkungsbereichs aller von dem Atom ausgehenden elektrischen Kräfte. Trotz der Leere der Atome bleibt daher die Undurchdringlichkeit der Materie bestehen, die uns ja auch von der Erfahrung täglich gelehrt wird. Wir kennen keine Kräfte, die imstande wären, zwei Atome trotz ihres weitmaschigen Gefüges so gegeneinander zu drücken, daß sie ineinander eindringen. Sollte es aber doch möglich werden — und die neueste Atomforschung hat uns solche Möglichkeit eröffnet —, so würde es zu einer Katastrophe für die Atome führen, wie ein ähnliches Unternehmen für das Schwungrad. Während aber hier Eisentrümmer die Folge des Ineinanderdringens wären, wären es dort Elektronen und Kerne, d. h. das Atom wäre zerstört oder in ein anderes umgewandelt.

In diesem Sinne nennt man die Materie *undurchdringbar*. Die Aussage: ein Körper dringt „in einen *anderen*“ ein, ist falsch, der eindringende Körper dringt in den *Raum* ein, aus dem er den ersten verdrängt, ein Beil z. B. in den

¹ Von der Atomzertrümmerung (s. d.) sehen wir hier ab.

Raum, der *vor* seinem Eindringen von Holz ausgefüllt war. Die Undurchdringbarkeit ist eine Kraft, mit der ein Körper den von ihm besetzten Raum gegen das Eindringen eines *anderen* Körpers in eben diesen Raum schützt, also eine abstoßende Kraft, die an der Grenze des Körpers wirkt.

Kohäsion. Aggregatzustände. Daß die Atome miteinander zusammenhängen und Körper bilden, können wir uns nur aus einer Kraft erklären, die zwischen den Atomen als Anziehung wirkt, und die einer gewaltsamen Trennung der Atome voneinander (d. h. einer Zerteilung des Körpers) Widerstand leistet. Diese Kraft ist bedingt durch die Anziehung zwischen den *elektrischen* Bestandteilen der einzelnen Atome. Man bezeichnet sie allgemein als *Kohäsion* und erklärt aus den verschiedenen Graden ihrer Stärke die *Aggregatzustände* fest, flüssig, gasförmig. Die Kleinheit der in den Atomen befindlichen Elektronen und Kerne macht es begreiflich, daß die Anziehung zwischen Atomen *nur* in unmittelbarer Nähe der Atomperipherie wirksam sein kann und daß sie längst erloschen ist, wenn der Abstand eine sinnlich wahrnehmbare Größe erreicht hat. Nicht einmal zwei polierte Glasstücke kann man in so vollkommene Berührung miteinander (so *nahe* aneinander) bringen, daß sie wie *ein* Körper zusammenhalten. Feste und flüssige Körper lassen sich nur ganz wenig zusammendrücken; die Atome liegen in ihnen so nahe beieinander, daß die elektrischen Kräfte, welche die Atome aneinanderketten, sich jeder weiteren Annäherung auf das stärkste widersetzen.

Wäre alle Kohäsion derart, wie wir sie bei der Definition des starren Körpers vorausgesetzt haben, so gäbe es *nur* starre Körper: sie besitzt aber die verschiedensten Grade und verursacht dadurch jene Unterschiede, die uns veranlassen, die Körper *fest*, *flüssig* oder *gasförmig* zu nennen. Eine scharfe Abgrenzung dieser Begriffe ist nicht möglich, weil sich von der Festigkeit bis zur Gasförmigkeit alle *Abstufungen* der Kohäsion in ganz allmählichem Übergange vorfinden.

Dichte und spezifisches Gewicht. Die drei Aggregatzustände unterscheiden sich handgreiflich dadurch, wie die Massenteilchen der Festkörper, der Flüssigkeiten, der Gase zusammenhängen. Diese Verschiedenheit zeigt sich auch in der Verschiedenheit ihrer *Dichte*. Je nachdem ein Stoff mehr oder weniger Gramm pro Kubikzentimeter enthält, nennt man ihn mehr oder weniger *dicht*. Die Dichte der Stoffe ist aber nicht nur zwischen Stoffen der *verschiedenen* Aggregatzustände handgreiflich verschieden, sondern auch zwischen Stoffen desselben Aggregatzustandes. Man denke an Aluminium und Gold, an Wasser und Quecksilber, an Wasserstoff und Kohlensäure.

Von dem Begriff *Dichte* ist ganz verschieden der Begriff *spezifisches Gewicht*. Das spezifische Gewicht eines Stoffes ist das Verhältnis *seiner* Dichte zu der des *Wassers*. Die Aussage: „Das spezifische Gewicht des Hg ist etwa 13,6“ bedeutet: ein Volumen Hg enthält etwa 13,6 mal so viele Masse wie ein *gleiches* Volumen *Wasser*. Und diese Tatsache ist unabhängig davon, in welchen Einheiten wir die Masse und das Volumen (Kubikzoll, Kubikzentimeter) der Flüssigkeit messen. Bedeuten *s* und *d* spezifisches Gewicht und Dichte eines Stoffes, *d_w* die Dichte des Wassers, so ist $s = d/d_w$. Die Dichte *d_w* des Wassers (seine in 1 cm³ enthaltene Masse von 4 °C) setzen wir gleich 1, woraus folgt: $s = d$. Das auf *Wasser* bezogene *spezifische Gewicht* eines Stoffes ist also dem *Zahlenwert* nach gleich seiner Dichte. In der Tabelle bedeuten die Zahlen ebensogut Dichte wie spezifisches Gewicht (bezogen auf Wasser). Aber nur die Zahlenwerte sind dieselben, nicht die beiden Begriffe!

Die Zahlen der Tabelle sind nur angenähert richtig, selbst wenn z. B. Kupfer, Silber, Gold chemisch rein sind, kann ihre Dichte anders sein, je nach der mechanischen Behandlung (durch Gießen, Hämmern, Walzen u. dgl.), die sie erfahren haben. Wo es auf große Genauigkeit ankommt, muß man die Dichte

Wasserstoff	0,00089	Quarz	2,65
Wasserdampf	0,0006	Aluminium	2,67
Stickstoff	0,00125	Granit, Marmor, Schiefer	2,7
Luft	0,00129	Glas	2,7—4,5
Sauerstoff	0,00143	Basalt	2,9
Kohlensäure	0,00198	Brom	3,0
Kork	0,24	Zink	7,2
Lithium	0,59	Zinn	7,3
Äthylalkohol	0,791 (bei 18°)	Eisen	7,8
Petroleum	0,8	Nickel	8,7
Kalzium	0,86	Kupfer	8,9
Benzol	0,881	Silber	10,6
Rizinusöl	0,961	Blei	11,3
Guttapercha	0,98	Quecksilber	13,6
Wasser	1,00	Gold	19,4
Essigsäure	1,053	Platin	21,5
Schwefelkohlenstoff	1,265	Iridium	22,4
Magnesium	1,75		

eines vorliegenden Stückes Kupfer oder Silber oder Gold von Fall zu Fall ermitteln. — Für die Flüssigkeiten muß man die Temperatur angeben, bei der sie die ermittelte Dichte haben, für die Gase die Temperatur und den Druck, unter dem sie bei der Messung gestanden haben. — Die Tabelle zeigt: es gibt Stoffe, die, obgleich sie bei gewöhnlicher Temperatur flüssig sind, dichter sind als die meisten festen Stoffe (Quecksilber, Brom). Der Druck von einigen hundert Atmosphären würde Luft und Sauerstoff, ohne sie zu verflüssigen, dichter machen als viele der festen Stoffe. Das Verhältnis der Dichten von Iridium und Wasserstoff ist etwa 250000 : 1. Mit Hilfe einer Luftpumpe können wir die Dichte des Wasserstoffs beliebig weit verkleinern, wir können also Stoffarten nebeneinander haben, die sich in der Dichte wie Milliarden zu Eins verhalten.

Geometrische Struktur des festen Körpers.

Symmetrie. Besteht ein Zusammenhang zwischen innerem Bau und äußerer Form eines festen Körpers? Ein materieller Körper besteht aus einer Vielheit von materiellen *Punkten*, der Raum, den er einnimmt, ist also nicht von etwas stetig Zusammenhängendem ausgefüllt, sondern von punktartigen Massen, die durch Zwischenräume getrennt sind. Nach unseren Erfahrungen (Physik, Chemie, Kristallographie) gilt das sogar für eine im Mikroskop stetig erscheinende Masse. In gewissen Körpern liegen die Teilchen in „*idealer Unordnung*“ durcheinander — man nennt sie *amorph*, auch *strukturlos* — in anderen streng gesetzmäßig — das sind die Körper mit Struktur¹. Der Unterschied zwischen Körpern mit Struktur und Körpern ohne Struktur — besser: ohne *uns unmittelbar erkennbare* Struktur — drängt sich schon durch die Verschiedenheit ihres Aussehens auf. Ursprünglich bedeutete *Symmetrie* eine bestimmte Regelmäßigkeit in der äußeren Gestalt eines Körpers (morphologische Symmetrie). Körper, die von zwei oder mehr Seiten betrachtet, gleich aussahen, nannte man symmetrisch, solche, die von jeder Seite anders aussahen, unsymmetrisch. Als höchste Symmetrie galt daher die der Kugel, als niederste die eines ungleichseitigen Tetraeders, dazwischen konnten alle übrigen eingereiht werden, z. B. die regulären Prismen, Pyramiden und Polyeder u. a. m. — Um die Symmetrie eines Körpers, z. B. eines Würfels, *streng* festzustellen, müssen wir ihn von *allen* Seiten betrachten, jede Beobachtung in einem Bilde festhalten und dann ermitteln, welche Bilder einander gleich sind. Zu

¹ Wir sehen hier ab von der chemischen Struktur der *Moleküle*, z. B. des Wassermoleküls H₂O, der Moleküle, die die atmosphärische Luft zusammensetzen, Gase usw. (Makrostandpunkt).

diesem Zwecke denken wir uns in jedem Raumpunkt einen Beobachter, der von seinem Standpunkt aus den Körper (Würfel) photographiert. Eine einfache Photographie genügt allerdings nicht, da sie zweidimensional ist, die Körpergestalt aber dreidimensional. Man muß vielmehr jeden Beobachter mit einem räumlichen Koordinatensystem ausrüsten, auf dessen drei Ebenen er den Körper projizieren kann; die drei Projektionen (Grundriß, Aufriß, Seitenriß) zusammen geben erst das „räumliche Bild“ und damit das notwendigste Beobachtungsmaterial. Denkt man sich schließlich die Koordinatenachsen als Maßstäbe ausgebildet und dementsprechend etwa in Millimeter geteilt, so kann man die drei Projektionen (und damit das räumliche Bild ausmessen, mit den anderen vergleichen und so zahlenmäßig feststellen, welche gleich sind. Ein solcher quantitativer Vergleich hat aber nur dann einen Sinn, wenn alle von den verschiedenen Beobachtern verwendeten Koordinatensysteme untereinander metrisch gleich sind, d. h. wenn bei den Koordinatensystemen die Winkel- und Streckenabmessungen, also die Achsenwinkel und die Maßstabteilungen, gleich sind. Metrisch gleiche Koordinatensysteme nennt man zueinander *symmetrisch* (syn-metrisch = gleichmessend); die Überführung eines Koordinatensystems in ein zu ihm metrisch gleiches, heißt eine *Symmetrie-* oder *Deckoperation*. Bevor wir die Symmetrie eines *Körpers* besprechen, müssen wir also erst die der Koordinatensysteme klären.

Einen Überblick über die im leeren euklidischen Raum möglichen Symmetrioperationen erhält man, wenn man nach allen Operationen fragt, die man mit einem Koordinatensystem ausführen kann ohne seine als Maßstäbe ausgebildeten Achsen zu verbiegen oder zu verzerren (ohne seine *Metrik* zu ändern). Ohne Verbiegungen und Verzerrungen kann man es 1. durch Parallelverschiebungen an alle Punkte des Raumes bringen, 2. durch Drehung in jedem Punkt in alle Richtungen einstellen, 3. an einem ebenen Spiegel spiegeln, und schließlich kann man die genannten Operationen beliebig kombinieren und auch wiederholen. Andere Symmetrioperationen sind, ohne das System zu verbiegen oder zu verzerren, nicht ausführbar. Man hat also drei und nur drei Arten von möglichen Symmetrioperationen:

1. die Translation (parallele Verschiebung des Koordinatensystems von einem Raumpunkt zu einem beliebigen anderen),

2. die Drehung (Richtung der Koordinatenachsen im Raume),

3. die Spiegelung an einer Ebene

und schließlich deren Kombinationen: die Schraubung (Translation-Drehung), die Gleitspiegelung (Translation-Spiegelung) und die Drehspiegelung (Drehung-Spiegelung).

Auch jede Wiederholung (*Potenz*) einer Symmetrioperation ist eine Symmetrioperation, da die Metrik ungeändert bleibt; man faßt eine Symmetrioperation und alle ihre Potenzen zusammen und veranschaulicht die Gesamtheit durch ein *Symmetrieelement*. So entsteht aus einer Translation das Symmetrieelement: *Translationskette* (durch eine unbegrenzte Gerade dargestellt, auf der eine äquidistante Punktreihe eingezeichnet ist, Abb.154), aus einer Drehung um einen Winkel $\frac{360^\circ}{n}$ das Symmetrieelement: *n-zählige Drehachse* (durch eine Gerade, Drehachse, veranschaulicht mit einem regulären *n*-Eck als Index, als Hinweis darauf, daß um sie nur Drehungen von $\frac{360^\circ}{n}$ und deren ganzzahlige Multipla zulässig sind, *n* als ganze Zahl gedacht). Aus der Spiegelung kommt man durch Wiederholung der Spiegelung zur Anfangslage zurück und man kann hier das Symmetrieelement durch eine *Spiegelebene* veranschaulichen. Ein Be-

obachter, der im Nullpunkt des Koordinatensystems auf der XY -Ebene steht (die $+Z$ -Achse tritt durch seine Füße ein) und die $+X$ -Achse entlang blickt, hat die $+Y$ -Richtung entweder rechter Hand oder linker Hand. Dementsprechend unterscheiden wir Rechts- und Linkskoordinatensysteme. Ein Koordinatensystem wird durch jede Spiegelung sowie durch jede mit einer Spiegelung zusammengesetzte Symmetrieoperation (Dreh- oder Gleitspiegelung) stets in ein zu ihm metrisch gleiches, aber in bezug auf Rechts und Links gegensätzliches Koordinatensystem übergeführt (Abb. 151). Zwei derart gegensätzlich gleiche Koordinatensysteme nennt man zueinander *enantiomorph* (*ἐναντίος* = entgegengesetzt). Die übrigen Symmetrieoperationen, also Translationen, Drehungen und Schraubungen führen jedes Koordinatensystem in ein metrisch und auch bezüglich seines Rechts-Linkscharakters gleiches Koordinatensystem über.

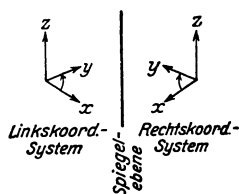


Abb. 151. Zum Begriff: Enantiomorph.

Wir kehren nach diesem Überblick über die Symmetrieoperationen an Koordinatensystemen zurück zu der Bestimmung der Symmetrie einer gegebenen Körpergestalt und folgen dabei dem Gedankengange und den Bezeichnungen von K. WEISSENBERG. Wir kennen durch die obigen Überlegungen alle im Raum möglichen Symmetrieoperationen. Wir können jetzt den Beobachter und sein Koordinatensystem im Raum festhalten, dagegen den Körper durch die nunmehr bekannten Symmetrieoperationen im Raum bewegen (ihn verschieben, drehen und spiegeln usw.), ihn so von allen Seiten betrachten und die räumlichen Bilder ausmessen. So ergibt sich folgende Definition der Symmetrie.

Symmetrie oder auch *Symmetriegruppe* eines Körpers nennt man die Gesamtheit derjenigen Symmetrieoperationen (Translationen, Drehungen, Spiegelungen und deren Kombinationen), die den Körper aus seiner Anfangslage in alle diejenigen Lagen überführt, welche, von einem festgehaltenen Koordinatensystem aus vermessen, *ununterscheidbar* sind. Anschaulich wird die Symmetriegruppe eines Körpers durch seine Symmetrieelemente (Translationsketten, Drehachsen und Spiegelebenen, die ein „Gerüst“ bilden, Abb. 156, 3. Reihe). Verwirklicht man jetzt z. B. eine Drehung an dem Körper und macht dabei von dem ruhenden Koordinatensystem aus laufend die zugehörigen räumlichen Bilder, so kann man beobachten, wie oft und in welchen Lagen der gedrehte Körper das *gleiche* Bild bietet, während er eine Umdrehung von 360° um eine bestimmte Achse macht. Je nachdem, ob dabei das gleiche Bild 1, 2, 3 . . . n mal auftritt, sagen wir, die Drehachse ist eine 1, 2, 3 . . . n -zählige Symmetrieachse. Prüft man auf diese Weise jede durch den Körper gelegte Achse, so kann man die Symmetrie des Körpers, soweit es sich um Drehungen handelt, feststellen¹. Dreht man z. B. eine 3, 4, 5 . . . seitige reguläre Pyramide um ihre Achse (Gerade durch die Spitze und den Mittelpunkt der regulären Basis) und beobachtet von einem beliebigen Koordinatensystem aus, so findet man je Umdrehung 3, 4, 5 . . . mal dieselbe Bildfolge und sagt daher, die Pyramidenachse ist eine 3, 4, 5 . . . zählige Symmetrieachse. Analog stellt man das Vorhandensein der anderen Symmetriearten fest und findet so als Symmetriegruppe eines Körpers ein Gerüst von Dreh- und Drehspiegelachsen, Schraubenachsen und Gleitspiegelebenen. (Für eine endlich begrenzte Körperform sind nur Dreh- und Drehspiegelachsen als Symmetrie-

¹ Die einzählige Schraubenachse (Drehung um $\frac{360^\circ}{1}$ und Translation) entspricht der Translationskette, die einzählige Drehspiegelachse (Drehung um $\frac{360^\circ}{1}$ und Spiegelung) der Spiegelebene, und die zweizählige Drehspiegelachse (Drehung um $\frac{360^\circ}{2} = 180^\circ$ und Spiegelung) dem Symmetriezentrum.

elemente möglich¹, während Translationsketten sowie alle mit Translation kombinierten Symmetrieelemente nur bei unbegrenzt großen Gebilden vorkommen können. So würde z. B. eine unbegrenzt lange gerade Reihe von gleichen Bäumen die Symmetrie einer Translationskette haben, wenn die Bäume in gleichem Abstand voneinander stehen.)

Erweiterung des Begriffes Symmetrie. Wir haben bisher nur an die *sichtbare* Symmetrie gedacht. Aber der Begriff Symmetrie reicht weiter. Von der sichtbaren Regelmäßigkeit der Körperoberfläche ausgehend, finden wir die entsprechende Regelmäßigkeit in den physikalischen und chemischen *Eigenschaften* des Körper*innern* wieder. Die Kristalle zeigen in äußerlich symmetrisch erscheinenden Richtungen gleiche Wachstumsgeschwindigkeit, gleiche Festigkeit und gleiches Verhalten gegenüber chemischen und physikalischen Angriffen. Auch der Bau des Körper*innern* zeigt oft die *äußerlich* sichtbare Symmetrie und man konnte vermuten, daß die Regelmäßigkeit des inneren Baues sowohl die Regelmäßigkeit der äußeren *Gestalt*, als auch das gleiche *Verhalten* in symmetrischen Richtungen *verursacht*. Die Untersuchung biologischer Objekte ergab die äußerlich sichtbare Symmetrie zwar auch in der Grobstruktur ihres inneren Aufbaus, nicht aber im Feinbau; das Skelet zeigt im allgemeinen dieselbe Symmetrie wie die äußere Gestalt, nicht aber der Bau der Weichteile der Körper. Dagegen ergab die Untersuchung der Kristalle *bis in die Feinheiten des atomaren Aufbaues und des interatomaren Feldes* dieselbe Symmetrie, wie die äußere Gestalt sie hat. Um diesen Symmetriebegriff streng zu fassen, denken wir uns außer der äußeren Gestalt auch alle physikalischen Eigenschaften und schließlich die Atomkonfiguration und das interatomare Kraftfeld *gemessen*. Eigenschaften, wie die Dichte, sind in *jedem* Punkt durch eine einzige Zahl (Skalar) gegeben. In diesem Fall kann man von dem fixierten Punkt aus nach allen Richtungen dieselbe Strecke als Maß der Dichte abtragen und erhält so eine Kugelfläche als Gesamtheit der Endpunkte der Strecken. Aber Eigenschaften, wie die Leitfähigkeit für Wärme, lassen sich im allgemeinen für ein und denselben Materialpunkt *nicht* durch eine einzige Zahl ausdrücken, da sie im allgemeinen in jeder Richtung verschieden sind. Man kann von jedem Punkt aus die Leitfähigkeit als einen Vektor einzeichnen und erhält dann um jeden Punkt herum als Endpunkte der Vektoren eine mehr oder minder umständliche Fläche anstatt einer Kugel (Abb. 158). Denkt man sich nun die physikalischen Eigenschaften in dieser Weise in das räumliche Bild eingetragen, so kann man die Symmetrie dieser Flächen und damit die Symmetrie der physikalischen Eigenschaften in gleicher Weise ermitteln, wie die einer äußeren Körpergestalt. Will man die Symmetrie einer Atomanordnung ermitteln, so denkt man sich zweckmäßig die Atome als materielle Punkte und verfährt im übrigen wie oben beschrieben.

Wir werden den Begriff Symmetrie schlechthin stets in diesem erweiterten Sinne verwenden, also von jeder Symmetrieeoperation des Körpers verlangen, daß sie ihn nicht nur bezüglich seiner *äußeren* Gestalt in eine von der Anfangslage *ununterscheidbare* andere Lage überführt, sondern auch bezüglich seiner Atomkonfiguration und seines interatomaren Kraftfeldes, somit auch bezüglich all seiner physikalischen und chemischen Eigenschaften. — Nun können wir die einzelnen Arten der Symmetrie näher erläutern und physikalisch anschaulich machen.

Homogenität. Isotropie. Orthomorphie. Entsprechend den drei Arten von Symmetrieeoperationen unterscheiden wir drei Arten von Symmetrie. Je nachdem

¹ Symmetrisch und unsymmetrisch sind danach keine Gegensätze, sondern die „Unsymmetrie“ ist nur der niederste Grad der Symmetrie, nämlich charakterisiert durch die einzählige Drehachse. In der Tat kommt ja *jeder* Körper bei Drehung um $\frac{360^\circ}{1}$ mit sich selbst zur Deckung.

die Symmetriegruppe eines Körpers Translationen, Drehungen oder Spiegelungen enthält, sprechen wir von Homogenität, Isotropie oder Orthomorphie. Im *leeren Raum* kann man die „starren“ Maßstäbe (Metrik) beliebig verschieben, drehen und spiegeln, ohne sie dabei zu verbiegen oder zu verzerren, also ohne die Metrik zu ändern. Daher sagt man, die Metrik des leeren euklidischen Raumes, oder kurz, der leere Raum ist vollkommen homogen, isotrop und orthomorph; seine Symmetriegruppe enthält die Gesamtheit der S. 140 unter 1, 2 und 3 genannten Symmetrieeoperationen sowie deren Kombinationen. Bei den *materiellen Körpern* beziehen wir die Symmetrie, mithin auch die Homogenität, Isotropie, Orthomorphie in *strengem* Sinne, stets auf seinen Feinbau (d. h. auf Atomkonfiguration und interatomares Kraftfeld).

Homogen oder inhomogen nennt man einen Körper, je nachdem seine Symmetriegruppe *Translationen* enthält oder nicht, d. h. je nachdem er durch Translationen in eine Lage kommt, die von der Anfangslage physikalisch ununterscheidbar ist oder nicht. Da man von einem Punkt des Körpers zu einem beliebigen anderen stets durch eine Parallelverschiebung des Koordinatensystems übergehen kann, so sind in einem vollkommen homogenen Körper alle Punkte ununterscheidbar. *Vollkommen* homogen also *kontinuierlich* homogen ist nur der „leere“ (d. h. materie- und feldlose) euklidische Raum oder genauer gesagt, seine Metrik. Hingegen kann ein materieller Körper, genauer gesagt sein Feinbau, nicht kontinuierlich homogen sein, da er infolge seiner diskontinuierlichen Struktur stets unterscheidbare Punkte enthält z. B. solche mit und solche ohne Materie (die Zwischenräume zwischen den Atomen). Diese Inhomogenitäten bestehen aber notwendigerweise nur in atomaren Abmessungen. Sie widersprechen also nur der *kontinuierlichen* Homogenität, nicht aber der Homogenität überhaupt. Der Feinbau kann nämlich z. B. so regelmäßig sein, daß er sich in allen drei Dimensionen periodisch und translatorisch wiederholt, also seine Symmetriegruppe endliche Translationen enthält; ein so regelmäßig gebauter Körper heißt *räumlich periodisch* homogen oder kurz: homogen. Er verhält sich bezüglich der kleinen Parallelepipede, die aus den Translationsperioden als Kanten gebildet werden, genau so homogen wie der leere Raum bezüglich der einzelnen Punkte; die Eckpunkte der Parallelepipede bilden ein Raumgitter und man erkennt, daß der Körper in eine physikalisch ununterscheidbare Lage kommt, wenn man ihn parallel zu sich um beliebige Multipla der Kanten des Parallelepipedes verschiebt. Die Kristalle sind solche periodisch homogene Diskontinua (s. später). Die meisten physikalischen Untersuchungsmethoden messen die Eigenschaften des Stoffes nur als Mittelwert über einen (im Verhältnis zu den Atomabständen) großen Bereich, nicht in einem einzelnen Punkt. Ändert sich innerhalb eines solchen Bereiches der Feinbau statistisch ungeordnet im Raum, so wird an jedem Punkt nur ein Mittelwert gemessen und der Stoff erscheint je nach der Untersuchungsmethode *homogen* (genauer: *statistisch* homogen) oder *heterogen*, je nachdem dieser Mittelwert von Punkt zu Punkt derselbe bleibt oder sich ändert. Eine geometrische Gerade ist ein streng homogenes Kontinuum; mit lauter gleichen statistisch ungeordneten *Atomen* besetzt wird sie zum Diskontinuum, aber zu einem *statistisch* homogenen (weil in einem endlichen angebbaren Intervall statistisch die gleiche Atomzahl liegt). Gase und Flüssigkeiten sind statistisch homogen; im Mikroskop untersucht zeigen sie keinerlei Struktur, sie haben also an jedem Punkt dieselbe Lichtdurchlässigkeit und sind daher *optisch* homogen, untersucht man ihre Dichte, ihre mechanischen Eigenschaften usw., so findet man sie bei allen *hinreichend groben* physikalischen Untersuchungen homogen. Bei der *Röntgendurchleuchtung* zeigen sich aber die in ihnen vorhandenen Inhomogenitäten der Atomanordnung. Zeigt

ein Körper im Mikroskop eine Struktur, so bedeutet das: er hat an verschiedenen Punkten verschiedene Lichtdurchlässigkeit, er ist *optisch* inhomogen, heterogen. Für die meisten Zwecke können viele Stoffe als homogen *gelten* (z. B. Wasser, Glas), aber *vollkommen* homogen ist keiner, wie z. B. die Farbenzerstreuung des Lichtes beweist.

Wir halten Wasser für vollkommen homogen. Aber wenn die Wassermenge, die das Volumen eines Fußballes auszufüllen ausreicht, auf eine Kugel von der Größe des Erdballes verteilt würde — anders ausgedrückt: eine Wasserkugel von der Größe eines Fußballes zur Größe der Erdkugel erweitert würde — dann würde sich die Inhomogenität darin zeigen, daß die einzelnen Wassermolekeln durch Zwischenräume voneinander getrennt sind, die zwischen dem Durchmesser der feinsten Schrotkugeln und dem eines Fußballes wechseln. (WILLIAM THOMSON.)

Isotrop oder anisotrop nennen wir einen Körper in einem Punkt, je nachdem er bei *jeder Drehung* um diesen Punkt in eine (für die jeweilige Untersuchungsmethode) ununterscheidbare Lage kommt oder nicht. Bei einem isotropen Körper sind also alle *Richtungen* im untersuchten Punkt ununterscheidbar. Der leere Raum ist vollkommen isotrop, also kontinuierlich isotrop. Im Bau wirklicher Körper hingegen kann die vollkommene, d. h. kontinuierliche Isotropie ebensowenig verwirklicht sein, wie die vollkommen kontinuierliche Homogenität; nur endliche Drehungen entsprechend den endlichen Translationen, sind mit dem diskontinuierlichen Feinbau der Materie verträglich. Wenn mit den zur Verfügung stehenden Mitteln ein Unterschied zwischen den Richtungen nicht nachweisbar ist, so nennt man den Körper (trotz dessen Feinbau-Anisotropie) *statistisch* isotrop.

Bei statistisch homogenen Körpern (Gasen, Flüssigkeiten) wird der Richtungsunterschied von Punkt zu Punkt statistisch ungeordnet wechseln, so daß im Mittel statistische Isotropie entsteht. In der Luft, im Wasser, im Glase aber ist keine Richtung vor der anderen bevorzugt. Denken wir uns in irgendeinem Punkt eines von Luft erfüllten Raumes versetzt und gehen wir von diesem Punkte aus, gleichviel nach welcher Richtung, so finden wir immer dieselben Verhältnisse — qualitativ und quantitativ: dieselbe Kohäsion der Teilchen, dieselbe Elastizität, dieselbe Leitfähigkeit für Wärme usw. — kurz, eine Gleichheit in jeder Beziehung. Einen solchen Stoff nennt man isotrop. — Ganz anders ein Kristall. Gehen wir von einem Punkt des Innern eines Kristalls aus, so finden wir im allgemeinen in jeder anderen Richtung einen anderen Feinbau und bei hinreichendem Unterscheidungsvermögen der Untersuchungsmethode auch andere Kohäsion der Teilchen, andere Leitfähigkeit für Elektrizität usw. Solche Körper heißen anisotrop¹. Kurz: anisotrop oder isotrop nennt man einen Körper, je nachdem er Richtungsunterschiede in dem eben geschilderten Sinne erkennen läßt oder nichtvektorielle Eigenschaften hat oder skalare (S. 35). [Aber die Anisotropie, das Charakteristikum der Kristalle, ist nicht auf den festen Zustand beschränkt, es gibt auch *flüssige* Kristalle (OTTO LEHMANN, 1889). Wir beschränken uns darauf, sie zu erwähnen.] Eine spezielle Form der Anisotropie ist die Polarität, bei ihr sind Richtung und Gegenrichtung verschieden.

Orthomorph oder enantiomorph nennen wir (Abb. 152) einen Körper, je nachdem er durch eine Spiegelung oder eine mit einer Spiegelung zusammen-

¹ Vorschlag von TAMMANN, isotrop und anisotrop als Aggregatzustände zu unterscheiden (nicht: gasförmig, flüssig, fest): Glasarten, Flüssigkeiten, Gase einerseits (isotrop), Kristalle andererseits (anisotrop). (Glas gilt als unterkühlte Flüssigkeit mit besonders großer innerer Reibung, der *alle* Flüssigkeiten mit sinkender Temperatur zustreben.) TAMMANN'S besondere Begründung: *isotrope* Zustände sind stets irgendwie *stetig* ineinander umwandelbar (wie die isotrope Flüssigkeit durch Abkühlung in das amorphe Glas, *nicht* aber die andern (gerade das letzte gilt aber nicht als völlig sicher).

gesetzte Symmetrioperation in eine für die jeweilige Untersuchungsmethode ununterscheidbare Lage gebracht werden kann oder nicht — je nachdem also seine Symmetriegruppe eine Drehspiegelachse enthält oder nicht. Auch die äußere Gestalt eines Körpers kann ortho- oder enantiomorph sein. Orthomorph sind z. B. alle ebenen Figuren. Abb. 153 (rechts) zeigt das an einem Dreieck, das in der XY -Ebene des XYZ -Systems liegt, ferner (links) an einem Dreieck, das in einer die drei Achsen schief schneidenden Ebene liegt. Die Ausführung der Konstruktion besteht darin, daß man das XYZ -System an der Ebene der ebenen Figur (des Dreiecks) spiegelt, dadurch ergibt sich das $X'Y'Z'$ -System. Kugeln, Zylinder, Kegel sind orthomorph, d. h. mit ihrem Spiegelbild identisch, ein ungleichseitiges Tetraeder hingegen ist enantiomorph. Ein unsymmetrischer Körper ist daher immer enantiomorph, aber auch ein symmetrischer Körper kann enantiomorph sein, nämlich dann, wenn seine Symmetriegruppe nur Dreh- und Schraubenachsen, aber keine Drehspiegelachsen enthält. So ist z. B. eine gerade Pyramide, deren Basis ein allgemeines, d. h. nicht gleichseitiges und nicht rechtwinkliges Parallelogramm ist, enantiomorph und hat die Symmetrie einer zweizähligen Drehachse. Körper mit enantiomorpher Symmetrie können, analog wie die Koordinatensysteme, in zwei zueinander enantiomorph gleichen Formen vorkommen (Abb. 152).

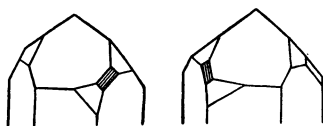


Abb. 152. Enantiomorphe Kristalle. (ἐν-αντιος = entgegengesetzt.)

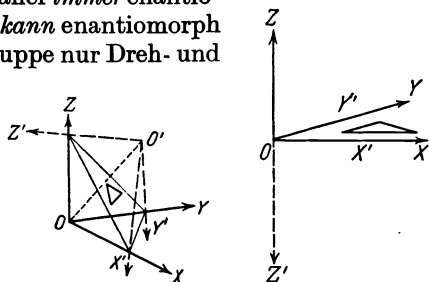


Abb. 153. Zwei ein gegebenes Dreieck identisch beschreibende Koordinatensysteme in Spiegelbildstellung zur Ebene des Dreiecks.

In jedem Kristallsystem (S. 147 m.)

gibt es Kristallklassen mit und ohne Spiegelung. Zu denen mit Spiegelung gehören alle diejenigen Kristalle, die beim völlig ungestörten Auskristallisieren Formen ergeben, die von ihren Spiegelbildern ununterscheidbar sind, wie Würfel, Oktaeder, reguläres Tetraeder usw. Zu den Kristallklassen ohne Spiegelung — *enantiomorphe* Kristallklassen — gehören alle Kristalle mit Formen, die von ihrem Spiegelbild *verschieden* sind, wie ungleichseitige Tetraeder usw. Der *einzelne* enantiomorphe Kristall hat für sich allein *keine* Spiegelsymmetrie (wie z. B. die rechte Hand für sich allein keine hat; nur mit der linken zusammen, das *Händepaar*, hat Spiegelsymmetrie). Es gibt aber stets einen anderen Kristall desselben Stoffes, der sich zu ihm verhält wie die linke Hand zur rechten. Jeder Stoff, der überhaupt enantiomorph auskristallisiert, ergibt also stets 2 Kristallformen, die zueinander enantiomorph sind, sich also wie Bild zu Spiegelbild verhalten.

Die Symmetrie der Kristalle. Unter einem Kristall versteht man nach SCHÖNFLIES und v. FEDOROW einen festen Körper, dessen Feinbau (Atomkonfiguration und interatomares Kraftfeld) so regelmäßig ist, daß er eine Symmetriegruppe mit einem Translationsgitter enthält¹. Das Vorhandensein der Symmetriegruppe ist hier besonders hervorzuheben. Deswegen: Morphologie, Physik und Chemie der Kristalle erscheinen zunächst als drei verschiedene, wenn auch zusammenhängende Gebiete. Die Symmetrielehre jedoch verschmilzt sie zu einem einzigen, und die (zum Teil empirischen) Grundgesetze der drei Gebiete, besonders die Rationalitätsgesetze (das morphologische, das v. LAUESCHE der Röntgeninterferenzen, das chemisch-stöchiometrische von DALTON und schließlich das WEISSENBERGSche Analogon zum AVOGADROSchen Gesetz), erweisen sich als verschiedene Formulierungen *desselben* Symmetriegesetzes, das alle Kristalle beherrscht. Ehe wir auf Morphologie, Physik und Chemie der Kristalle eingehen können, müssen wir das Translationsgitter als den wichtigsten Teil der Kristallsymmetrie behandeln.

Die Gittertheorie der Kristalle (BRAVAIS 1848, SOHNCKE 1879, SCHÖNFLIES 1891, v. FEDOROW 1894, v. LAUE 1912, WEISSENBERG 1925). Das Translationsgitter können wir

¹ Materielle Körper, die *streng* homogene Diskontinua sind, nennt man Idealkristalle.

uns in drei Schritten entstanden denken: Wir lassen einen materiellen Punkt eine Translation a ausführen und stellen durch Wiederholung der Translation eine *Punkt-kette* her. Wir lassen diese dann eine Translation b ausführen und stellen ein *Punkt-netz* her. Schließt sich eine Translation c an, so entsteht ein *Punkt-gitter*. Die Gesamtheit der Translationen (S. 140 m.) einer Punkt-kette, eines Punktnetzes, eines Punktgitters bilden eine *Translationskette*, ein *Translations-netz*, das erwähnte *Translationsgitter* (Abb. 154). Wählt man ein Koordinatensystem S so, daß sein Nullpunkt ein Gitterpunkt ist und seine drei Achsen, in den Richtungen der Translationen a, b, c liegend, als Maßstabteilung die aus a, b, c gebildeten Translationsketten A, B, C tragen, so ist das „räumliche Bild“ des Gitters (d. h. sein Grund-, Auf- und Seitenriß) durch die drei aus a, b, c , aus b, c, a gebildeten Netze gegeben. Damit ist das Raumgitter grundsätzlich auf ebene Netze zurückgeführt. Als Stammfiguren der Netze verwendet man *nur* Parallelegramme und das reguläre Sechseck, denn *nur* mit ihnen kann man durch periodisch wiederholte Translation eine Ebene periodisch homogen und vollständig bedecken. Da andere Figuren, besonders 5-, 7- und mehrzählige reguläre n -Ecke, das *nicht* können, so sind auch 5-, 7- und mehrzählige Symmetrieachsen mit einer Netzstruktur unvereinbar.

Diese Überlegungen, auf das Gitter angewendet, ergeben erstens 5, 7 und mehrzählige Symmetrieachsen auch mit der Gitterstruktur als unvereinbar, und zweitens nur Parallelepipede und das reguläre sechsseitige Prisma als Stammfiguren der Gitter und somit der Kristalle. Diese Stammfiguren *können* — wie sich hier nicht näher begründen läßt — 7 und nur 7 voneinander verschiedene Symmetrien haben. Dementsprechend ordnet man die Gitter und die Kristalle in diese sieben Symmetriegruppen ein (*Kristallsysteme*). Das sind die 7 *makroskopisch* unterscheidbaren Symmetrien von Translationsgittern, aber hiermit sind die Symmetriemöglichkeiten der Gitter nicht erschöpft. Die Gesamtheit der möglichen Gitter ergibt sich so:

Die Scharen von parallelen Translationsketten (g) und (h) zerlegen (Abb. 155) die Ebene in kongruente Parallelegramme; deren sämtliche Ecken bilden ein Punktnetz N ; dasselbe Netz kann man auch durch die Scharen (g) und (d) erzeugen. Auch die Scharen (d) und (e) erzeugen ein Netz; es enthält alle Punkte von N (denn in jedem Punkt von N schneidet sich eine d - und eine e -Linie), aber es enthält *noch mehr* Punkte — nämlich die Flächenmitten der Parallelegramme

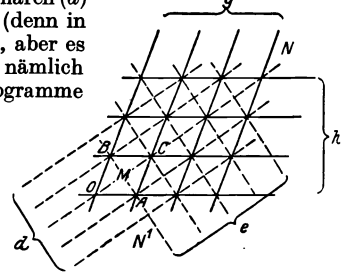
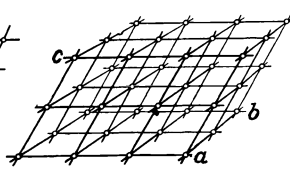
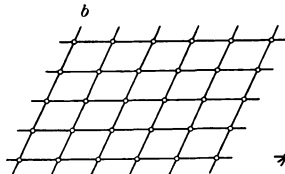


Abb. 154. Anordnung von Punkten und Translationen a, b, c im Kristall: in a die Ketten-, in $a b$ die Netz-, in $a b c$ die Gitteranordnung. Die Punkte durch Kreise angedeutet, die Translationen durch Gerade.

Abb. 155. Anordnung der Translationsnetze N und N' im Punkt-netz eines Kristalles.

von N . Es ist also durch (e) und (d) ein neues Netz N' entstanden; man kann es aus N erzeugen, indem man die Mittelpunkte M der durch (g) und (h) gebildeten Parallelegramme hinzufügt, d. h. das ursprüngliche Parallelegramm als Stammfigur von N zentriert. Dies, auf die Gitter angewendet, ergibt: Man kann aus den Stammfiguren 7 Translationsgitter dadurch ableiten, daß man die 3 in einer Ecke zusammenstoßenden Kanten als gittererzeugende Translationen ansieht (s. Abb. 156, 4. Reihe). Dabei bleiben die Stammfiguren der Gitter (*Elementarkörper*) unzentriert, ausgenommen das sechsseitige Prisma, dessen Grund- und Deckfläche dabei zentriert wird (bei der Translation des Sechsecks um eine Seitenlänge trifft eine Ecke des Sechsecks in den Mittelpunkt der Anfangslage). Aus diesen 7 Gittern kann man durch weitere Zentrierung der Stammfiguren in den Raum- und Flächenmitten weitere Gitter ableiten, und zwar (nach BRAVAIS) noch weitere 7, insgesamt also 14, und zwar nur 14. [Man kommt zu drei Gattungen zentrierter Gitter: 1. Man zentriert nur ein Paar von Seitenflächen der Stammfigur, dann entsteht das *einfach flächenzentrierte Gitter*. 2. Man zentriert zwei in einer Ecke zusammenstoßende Seitenflächen der Stammfigur, die Zentrierung der dritten dort zusammenstoßenden stellt sich dann von selbst ein. Es entsteht das *dreifach flächenzentrierte* oder kürzer, das *flächenzentrierte Gitter*. 3. Man zentriert die Körpermitte der Stammfigur, es entsteht das *körperzentrierte* oder kürzer, das *zentrierte Gitter*, s. Abb. 156 die letzten drei Gitter des rhombischen Systems.] Abb. 156 (S. 149) zeigt sie alle, in der obersten Reihe die einfachen und darunter die zentrierten Gitter. Die so untereinander stehenden Gitter stimmen in der Gesamtheit der Richtungen möglicher Gittergeraden und -ebenen überein und unterscheiden sich nur in der Menge der Gitterpunkte.

Das *Rationalitätsgesetz des Translationsgitters* von SCHOENFLIES. Das Translationsgitter als ein Teil der Kristallsymmetrie ist der Ausdruck für die periodische Homogenität des Kristallfeinbaus. Jedes Gitterelement (Gitterpunkt, Gittergerade, Netzebene)

muß daher gleichfalls periodisch homogen im Raum wiederkehren, es wiederholt sich parallel zu sich selbst periodisch im Raum und kann daher stets durch ganzzahlige Multipla der gegebenen Grundperioden a, b, c (S. 146, Z. 8) gekennzeichnet werden, man sagt: *rational indiziert* werden. Die mathematische Formulierung dafür ergibt das Rationalitätsgesetz des Kristallgitters als eines rein geometrischen Begriffes. Es ist die allgemeinste Formulierung aller empirischen Rationalitätsgesetze, die sich aus der Morphologie der Kristalle, der Kristallphysik und der Kristallchemie ableiten lassen. Wir führen das Gesetz für Punkte, Gerade und Ebenen unter 1, 2, 3 getrennt an. — Durch Projektion der Gitterelemente auf die Koordinatenebenen und Achsen ergibt sich:

1. Die drei Koordinaten x, y, z jedes *Gitterpunktes* sind ganzzahlige Multipla von a, b, c .

2. Die drei Projektionen α, β, γ jeder Translation einer *Gittergeraden* auf drei Achsen sind ganzzahlige Multipla von a, b, c , also gleich ha und kb und lc . Durch ihr Verhältnis $\alpha:\beta:\gamma = ha:kb:lc$ ist ihre *Richtung* im Gitter bestimmt; h, k, l heißen *Indizes* der Geraden.

3. Die drei Projektionen jedes Translationsparallelogrammes einer *Netzebene* auf die drei Koordinatenebenen sind ganzzahlige Multipla der aus ab und bc und ca gebildeten Parallelogramme in den Achsenebenen, also gleich wab und ubc und vca . Durch ihr Verhältnis ist die Richtung der Netzebene im Gitter bestimmt. Die uvw sind ganze Zahlen, die Indizes der Ebene.

Die Richtung einer Ebene im Raum kann auch noch bestimmt werden durch die Richtung ihres Lotes, d. h. durch das Verhältnis $\lambda:\mu:\nu$ seiner 3 Projektionen auf die Achsen, oder durch das Verhältnis $A:B:C$ der Strecken (vom Nullpunkt aus gerechnet), die sie von den Achsen abschneidet. Es gilt die Beziehung

$$abc:vca:wab = \lambda:\mu:\nu = \frac{1}{A} : \frac{1}{B} : \frac{1}{C} = \frac{u}{a} : \frac{v}{b} : \frac{w}{c}.$$

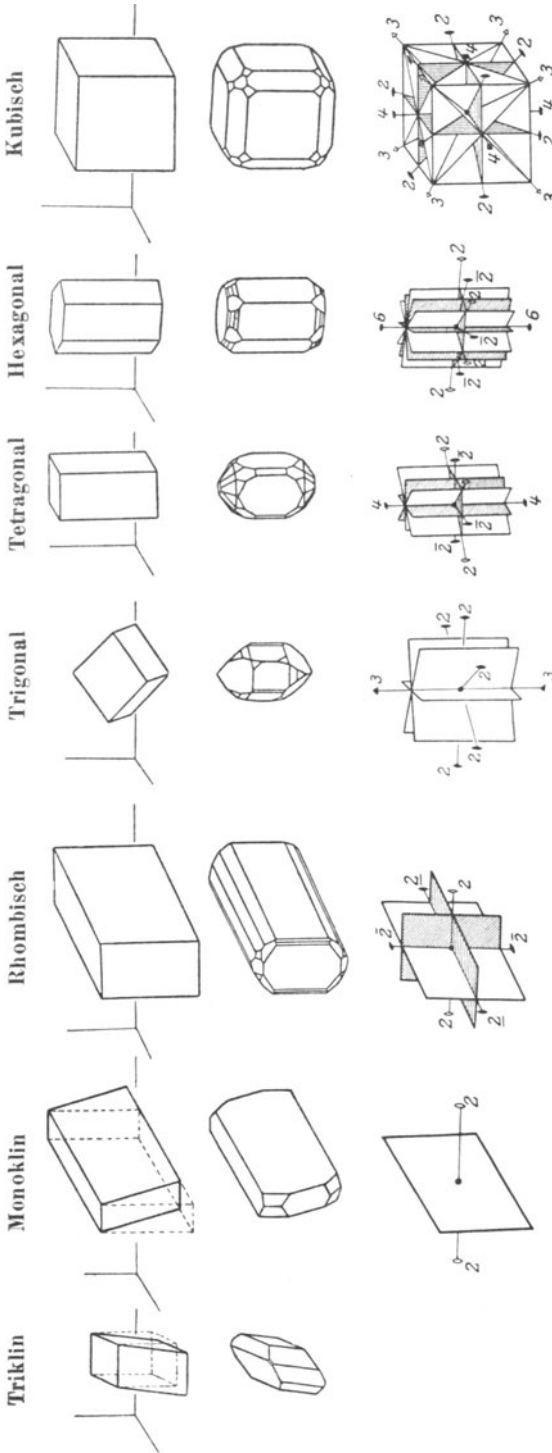
Kristallsysteme, Kristallklassen und Raumgruppen. Den 7 Symmetrien der Stammfiguren entsprechend haben wir die Kristalle in 7 *Kristallsysteme* eingereiht. Für eine noch feinere Unterscheidung der Kristallgitter fragt man zunächst nach allen Symmetriegruppen, welche sich *makroskopisch* unterscheiden lassen und mit der Gitterstruktur verträglich sind. Makroskopisch betrachtet müssen die Translationen des Kristalles als verschwindend klein gelten. Daher verschwindet der Unterschied zwischen Schrauben- und Drehachsen sowie der zwischen Spiegel- und Gleitspiegelebene. Wir finden die gesuchten Symmetriegruppen, indem wir alle räumlichen Kombinationen der 1-, 2-, 3-, 4- und 6zähligen Dreh- und Drehspiegelachsen herstellen. Man erhält so 32 Symmetriegruppen (darunter natürlich auch die 7 Symmetriegruppen der Kristallsysteme), die 32 *Kristallklassen*.

Werden alle Symmetriegruppen aufgesucht, welche mit einem Gitter verträglich sind (also alle Kombinationen 1-, 2-, 3-, 4- und 6zähliger Drehschrauben- und Drehspiegelachsen sowie Gleitspiegelungen), so entstehen 230 verschiedene Symmetriegruppen, die *Raumgruppen*, die feinste mögliche Unterscheidung (SCHOENFLIES und FEDOROW). Vernachlässigt man bei ihnen die Translationen, so erhält man aus ihnen die obengenannten 32 Symmetrieklassen.

Morphologie der Kristalle. Jeder Kristall kann nur die seinen Translationen entsprechenden ebenen und gradlinigen Begrenzungen haben; die dabei auftretenden regelmäßigen Polyeder haben verschiedene Form, je nachdem er aus Dampf, Schmelze oder Lösung stammt. Sorgt man dafür, daß bei dem Versuch keine Raumrichtung (relativ zum Kristall) bevorzugt ist, läßt man den Kristall möglichst frei schwebend in Dampf, Lösung oder Schmelze wachsen, so haben alle diese Formen dieselbe Symmetriegruppe. Die Symmetriegruppe eines Kristalls ist also von dessen Entstehungsgeschichte unabhängig und gilt nicht nur für eine zufällige Form, sondern für alle möglichen Begrenzungsformen (*Kristalltrachten*). Wie die einzelne Symmetriegruppe sämtliche Formen eines Kristalls beherrscht, so beherrscht die Gesamtheit aller Kristallsymmetriegruppen die sämtlichen möglichen Begrenzungsformen aller Kristalle. HAÜY und FRANZ NEUMANN entdeckten zunächst *empirisch* als *Grundgesetz der Kristallmorphologie* das Gesetz der rationalen Indices der Kanten und Flächen und HESSEL fand, daß als Kristallsymmetrien 2-, 3-, 4- und 6zählige Drehachsen häufig auftreten, während 5-, 7- und alle höherzähligen Drehachsen niemals als Kristallsymmetrien beobachtet wurden; dieses Fehlen war um so auffälliger, als bei den biologischen Strukturen des Tier- und Pflanzenreiches z. B. 5zählige Symmetrien sehr häufig sind. Vom Standpunkt der Gittertheorie ergibt sich: Die natürlichen¹ Wachstums- und Auflösungsformen der Kristalle sind zunächst durch das Translationsgitter bestimmt; die Kristallkanten und -flächen entstehen nämlich — zufolge der scharf ausgeprägten Anisotropie der Wachstums- und Lösungsgeschwindigkeit — parallel zu den mit Materie dichtest belegten Translationsketten

¹ Man kann den Kristallen durch Schleifen, Pressen oder andere mechanische Bearbeitung eine willkürlich vorgegebene Gestalt aufzwingen, läßt man sie dann jedoch ohne Anwendung äußerer Kräfte wachsen oder sich auflösen, so nehmen sie eine ihrem innern Feinbau entsprechende „natürliche“ regelmäßige äußere Gestalt an.

Abb. 156. Die sieben Kristallsysteme und die Elementarkörper ihrer vierzehn Translationsgitter.





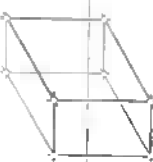




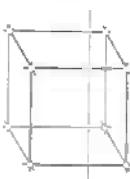
Die obere Reihe zeigt die einfachsten, d. h. flächenärmsten Kristallformen, die noch die volle Symmetrie des (oben benannten) Kristallsystems besitzen. Die natürlichen Kristallformen (Kristalltrachten) leiten sich aus ihnen dadurch ab, daß noch andere Ebenen als Begrenzungen auftreten können, deren Lagen sich in einfachster Weise, z. B. als Diagonalebene, aus den gezeichneten ergeben. Die zweite Reihe zeigt derartige Begrenzungsformen (Kristalltrachten) natürlicher Kristalle.

Die dritte Reihe zeigt die für die einzelnen Kristallsysteme charakteristischen Symmetriegruppen in symbolischer Darstellung als Symmetriegerüst: die *Drehachsen* je nach ihrer Zähligkeit mit den Ziffern 2, 3, 4 und 6 — die im Kristall ungleichwertigen zweizähligen Achsen voneinander unterschieden durch 2 , $\bar{2}$ und $\bar{3}$;

die *Spiegelebene* in der geometrisch üblichen Darstellung einer Ebene — die im Kristall verschiedenen Spiegelebene der Deutlichkeit halber durch entsprechende Schraffierung gekennzeichnet;

das *Symmetriezentrum* als

Die Elementarkörper der Punkt- und Translationsgitter.

TRIKLIN	MONOKLIN	RHOMBISCH	TETRAGON	TRIGONAL	TRIGONAL	TRIGONAL	KUBISCH
							
Drei schiefwinklige Achsen, <i>ein</i> Translationsgitter. (Borsäure, Kupferulfat, Traubensäure.)	Zwei schiefwinklige Achsen und eine auf deren Ebene senkrechte, alle ungleich, zwei Translationsgitter. (Blutlaugen-salz, Eisensulfat, Gips, Glaubersalz, Glimmer, Milch-zucker, Rohrzucker, Schwefel, Soda, Wein-säure.)	Drei ungleiche, aufeinander senkrechte Achsen, vier Translationsgitter. (Bittersalz, Kalisalpeter, <small>Trig. System I, V, A</small>)	Drei gleiche Achsen unter gleichen Winkeln, zwei Translationsgitter. (Ammon, Arsen, Eis, Graphit, Kalisalpeter, Quarz, Wismut, Zinnober.)	Drei gleiche Achsen und zwei auf ihr und aufeinander senkrechte, gleiche Nebenachsen, zwei Translationsgitter. (Bor, Zinn, Zirkon.)	Eine Hauptachse und drei auf ihr senkrechte gleiche Nebenachsen, Winkel von 60° miteinander bildend, <i>ein</i> Translationsgitter. (Beryll, Zink.)	Eine Hauptachse und drei auf ihr senkrechte gleiche Nebenachsen, Winkel von 60° miteinander bildend, <i>ein</i> Translationsgitter. (Beryll, Zink.)	Drei aufeinander senkrechte gleiche Achsen, <i>drei</i> Translationsgitter. (Alaun, Blei, Diamant, Eisen, Gold, Granat, Kupfer, Platin, Quecksilber, Salznatrium, Silber, Steinsalz, Sylvit.)

Die Elementarkörper sind die kleinsten und dabei die einfachsten (d. h. flächenärmsten) Parallelepipede des Punktgitters, die noch die volle Symmetrie des obengenannten Kristallsystems besitzen. Die Richtungen ihrer Kanten werden als kristallographische Achsen gewählt. Nach den drei Dimensionen parallel mit sich wiederholt (unbegrenzt) wie in Abb. 154, ergibt jeder Elementarkörper das entsprechende Translationsgitter.

1 Das aus dem zweiten Elementarkörper abgeleitete Gitter ist identisch mit dem aus dem hexagonalen abgeleiteten.

und -netzen. Die Größe der Kristallkanten und -flächen hängt von den zufälligen Wachstums- resp. Lösungsbedingungen ab, die Größe der Winkel jedoch, welche sie miteinander einschließen, ist davon abhängig, da sich das Gitter beim Wachsen und bei der Auflösung des Kristalls ohne Richtungsänderung nur vergrößert und verkleinert. Jeder Kristall ist daher zunächst durch seine für ihn charakteristischen Winkel zwischen seinen Begrenzungsflächen und -kanten bestimmt (ROMÉ DE L'ISLE 1783).

Für die Begrenzungsflächen und -kanten gilt das aus dem rein geometrischen Gitter für die Richtungen der Translationsketten und -netze abgeleitete Rationalitätsgesetz (HAÜY, FRANZ NEUMANN). Für die *makroskopisch* beobachteten Kristallformen besagt es: Man wähle die Richtungen von 3 Kristallkanten als Koordinatenachsen. Es läßt sich dann stets ein Verhältnis der Maßeinheiten der 3 Achsen (Achsenverhältnis) $a:b:c$ (S. 146, Z. 8) so *ermitteln*, daß das Verhältnis der 3 Projektionen $\alpha:\beta:\gamma$ jeder Kristallkante, sowie das Verhältnis der 3 reziproken Achsenschnitte $A:B:C$ jeder Kristallebene, und somit auch das Verhältnis $\lambda:\mu:\nu$ der 3 Projektionen eines Lotes der Kristallebenen, rational, d. h. durch je drei ganze Zahlen aus dem Achsenverhältnis, abgeleitet werden kann. Mit anderen Worten: es ergibt sich dann an dem *Kristall* wie vorher an dem *Translationsgitter* (S. 147 Z. 13)

$$ha : kb : lc = \alpha : \beta : \gamma,$$

$$\frac{u}{a} : \frac{v}{b} : \frac{w}{c} = \frac{1}{A} : \frac{1}{B} : \frac{1}{C} = \lambda : \mu : \nu.$$

Für die praktische Auswertung vereinfacht man das Achsenverhältnis, indem man $a:b:c$ durch b durchdividiert, also statt $a:b:c$ schreibt

$$\frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} = a' : 1 : c'.$$

Es folgt dann

$$ha' : k : lc' = \alpha : \beta : \gamma,$$

$$\frac{u}{a'} : v : \frac{w}{c'} = \frac{1}{A} : \frac{1}{B} : \frac{1}{C} = \lambda : \mu : \nu.$$

Mißt man die Projektionen resp. Achsenschnitte aller Kristallkanten resp. -flächen eines Kristalls, so kann man aus den obigen Gleichungen zuerst a' und c' (also das Achsenverhältnis) und dann die ganzen Zahlen hkl resp. uvw , also die Indizes aller Kanten und Flächen, ermitteln. Auf diese Weise indiziert man die Kristallkanten und -flächen ganzzahlig. Man wählt das Koordinatensystem, d. h. die drei Kristallkanten, so, daß alle am Kristall auftretenden Kanten und Flächen durch möglichst *kleine* ganze Zahlen indiziert werden. Die Systematik der Kristallformen vom Standpunkt der 7 Kristallsysteme und des Rationalitätsgesetzes gibt Abb. 156.

Die Kristallsysteme treffen die Unterscheidung nur bezüglich der Kristallwinkel und ihres Rationalitätsgesetzes. Man kommt zu einer feineren Unterscheidung, wenn man die Kristalle unter idealen Bedingungen wachsen läßt, so daß beim Wachsen keine Raumrichtung bevorzugt ist¹; dann bilden sich nicht nur die Winkel, sondern auch die Flächen- und Kantengrößen der Symmetrie des Kristallfeinbaues entsprechend regelmäßig aus. Bei solchen Kristallformen können grundsätzlich alle 32 Kristallklassen unterschieden werden, da Richtung und Gegenrichtung sowie Links- und Rechtsformen nunmehr unterscheidbar sind, während eine solche Unterscheidung weder bei den Stammfiguren noch bei den Translationsgittern, noch bei dem Rationalitätsgesetz möglich war. Kommt jede Kristallfläche in allen Lagen gleich groß entwickelt vor, die nach der Symmetrie des Kristallsystems zu erwarten sind, so spricht man von Holoedrie (Vollflächigkeit). Entsprechend bezeichnet Hemiedrie (Abb. 157) resp. Tetartoedrie eine Ausbildungsform bei der nur die Hälfte resp. der vierte Teil der nach dem Kristallsystem zu erwartenden Flächen voll ausgebildet ist.

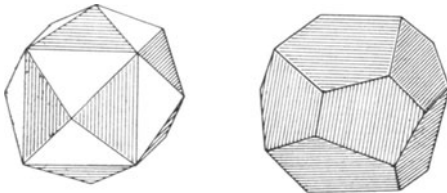


Abb. 157. Der Fünfeck-Zwölfflächner, die hemiedrische Form des Vierundzwanzigflächners.

¹ Die Bevorzugung einer bestimmten Richtung, in der ein Kristall wächst, macht es möglich, einen Metallkristall, der in der Schmelze wächst (Wolfram, Wismut, Zink, Zinn, Blei, Kadmium, Aluminium), so zu beeinflussen, daß er nur nach *einer* Dimension wächst: In der sich abkühlenden Schmelze bilden sich Kristallisationskerne. Die Kerne wachsen dadurch, daß sich Moleküle an sie anlagern, zu Körnern. Zieht man ein Kristallkorn aus der Schmelze heraus *mit derselben Geschwindigkeit*, mit der es sich durch Anlagerung von Molekülen vergrößert, so wächst der Kristall nur in der Richtung dieser Bewegung fort. Man nennt einen solchen eindimensional gewachsenen Metallkristall einen *Einkristalldraht*. (Verfahren zur Herstellung von Wolframdrähten für Glühlampen.)

Kristallphysik. Aus der Gittersymmetrie des Kristallfeinbaues (der Atomanordnung und der interatomaren Kraftfelder im Kristall) folgen die allgemeinen physikalischen Symmetrieeigenschaften der Kristalle, die wir entsprechend den drei Arten der Symmetrie (S. 140 m.) in drei Abschnitten erörtern.

1. *Die Homogenität der Kristalle.* Um nicht durch die an jeder Grenzfläche auftretende Inhomogenität gestört zu werden, denken wir uns den Kristall unbegrenzt groß. Entsprechend dem Translationsgitter des Kristallfeinbaues haben wir dann zu erwarten, daß jeder Kristall in eine für *alle* Untersuchungsmethoden ununterscheidbare Lage kommt, wenn man ihn um beliebige Multipla seiner Translation (die etwa 10^{-10} cm groß sind) verschiebt. Da die physikalischen Untersuchungen nicht an einem unendlich kleinen Punkt oder einer unendlich dünnen Geraden resp. einer Ebene des Kristalls durchgeführt werden können, sondern stets nur in einem (gegenüber den Translationsabständen) großen Bereich, so ist jede Parallelverschiebung des Kristalls innerhalb der Genauigkeitsgrenzen der physikalischen Untersuchungsmethoden ein Multiplum einer Translation und mithin eine Symmetrieeoperation. Der Kristall erscheint dadurch *kontinuierlich* homogen und seine physikalischen Eigenschaften, z. B. die Festigkeit, Wachstums- und Auflösungsgeschwindigkeit, Wärmeleitfähigkeit usw., sind an allen seinen „Punkten“ und in parallelen Richtungen identisch. Die *periodische* Homogenität wird erst merkbar und meßbar, wenn man (M. v. LAUE, 1912) Röntgenstrahlen benutzt, ihre Wellenlänge ist ungefähr so klein wie eine Translationsperiode im Kristall.

Im leeren Raum breiten sich die Wellen der Röntgenstrahlen mit Lichtgeschwindigkeit geradlinig und gleichförmig aus. Stößt aber¹ ein Bündel paralleler Röntgenstrahlen auf ein Kristallblättchen, so geht ein Teil der Strahlung geradlinig hindurch und markiert sich auf einer dahinter angebrachten photographischen Platte als „Durchstoßpunkt“; ein anderer Teil wird zerstreut (Sekundärstrahlung). Diese Sekundärstrahlen verlassen den Kristall nur in bestimmten Richtungen, sie sind unabhängig von der äußeren Begrenzung des Kristalls und lediglich durch die Lage des Kristallgitters zum einfallenden Strahl gegeben. Beim Auftreffen auf die photographische Platte markieren sie sich durch „Interferenzpunkte“. Diese Punkte kann man als eine bestimmte Projektion des Kristallgitters auf die photographische Platte deuten, so daß für sie dasselbe Rationalitätsgesetz gilt wie für das Gitter; aus der Lage der Interferenzpunkte und der Wellenlänge λ der Röntgenstrahlen berechnet man die Translationen a, b, c des Kristallgitters, und zwar gilt das v. LAUESche Rationalitätsgesetz². Die Untersuchung der Kristalle mit Röntgenstrahlen haben die SCHOENFLIESsche Definition der Kristalle (S. 145 u.) im vollen Umfang bestätigt. Das Rationalitätsgesetz der Translationen und Netzebenen im Gitter, das wir in der Kristallmorphologie als das der Kristallkanten und -ebenen kennengelernt haben, offenbart sich in der Kristallphysik als Rationalitätsgesetz der Röntgeninterferenzen. Die Homogenität der Kristalle offenbart sich also in allen physikalischen Eigenschaften. Je nach dem Unterscheidungsvermögen der Untersuchungsmethoden erscheint dabei der Kristall *kontinuierlich* homogen oder — erkennbar und meßbar — *periodisch* homogen.

2. *Die Anisotropie der Kristalle.* Die Gitterstruktur hat zur Folge Richtungsunterschiede, schließt daher Isotropie des Kristallfeinbaus aus. Die Kristalle sind also im Feinbau stets *anisotrop*, ihre physikalischen Eigenschaften (S. 142 m.) daher nicht durch Kugelflächen darstellbar. Festigkeit, Wachstumsgeschwindigkeit, Leitvermögen usw. sind im allgemeinen in jeder Richtung anders. Das Ergebnis der Untersuchung hängt allerdings wieder von dem Unterscheidungsvermögen des Verfahrens ab. Die gewöhnlichen optischen, elektrischen, thermischen usw. Verfahren können bei kubischen Kristallen die Anisotropie (Abweichung der Würfelsymmetrie von der der Kugel) *nicht* erkennbar machen und so erscheinen kubische Kristalle in den optischen usw. Eigenschaften kugelsymmetrisch; mißt man aber die *mechanischen* Eigenschaften, z. B. die Festigkeit, oder durchleuchtet man statt mit Licht mit Röntgenstrahlen, so zeigt sich die Anisotropie auch hier.

Spaltbarkeit. Das Volumen des Stammparallelepipedes des Raumgitters ist eine für den Körper charakteristische Konstante Ω . Liegen die Partikeln (Moleküle, Atome, Ionen) in einer Netzebene sehr nahe beieinander, ist das Stammparallelogramm σ also sehr klein, so ist der Abstand d von der nächsten Ebene verhältnismäßig größer, damit $\sigma d = \Omega$ bestehen bleibt. Die molekularen Kräfte nehmen aber mit der Zunahme des Abstandes sehr schnell ab, daher kann man die beiden Ebenen leicht trennen. So erklärt sich in den Kristallen das Vorhandensein von *Ebenen bevorzugter Spaltbarkeit*, die einander bei einer gegebenen Substanz unter konstantem Winkel, im Kalkspat z. B. unter $105^\circ 5'$, schneiden, das Stammparallelepiped des Raumgitters bildet also ein Rhomboeder mit diesem Winkel.

¹ Siehe S. 651.

²

$$\left. \begin{array}{l} \text{a) } (\cos \alpha_n - \cos \alpha_0) = h\lambda \\ \text{b) } (\cos \beta_n - \cos \beta_0) = k\lambda \\ \text{c) } (\cos \gamma_n - \cos \gamma_0) = l\lambda \end{array} \right\}$$

$\alpha_0, \beta_0, \gamma_0$ resp. $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ sind die Winkel zwischen den Translationen und den einfallenden resp. abgebeugten Strahlen.

Elastizität¹ der Kristalle. Den *physikalischen* Eigenschaften nach reduziert sich die Anzahl der Kristallklassen (32) und der Systeme (7) beträchtlich. Besonders interessieren uns die elastischen Eigenschaften der Kristalle, denn der kristalline Zustand ist der *gewöhnliche* Zustand der festen Stoffe. Der Elastizitätsmodul eines Kristalles ist nach den verschiedenen Richtungen von irgendeinem Punkt des Kristalls aus verschieden groß. Stellt man ihn durch

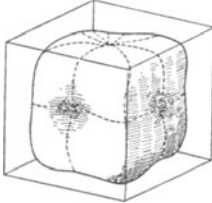


Abb. 158. Steinsalz. Die Fläche veranschaulicht die Verschiedenheit des Elastizitätsmoduls eines Kristalles in den verschiedenen Richtungen.

Vektoren von dem Punkt aus dar, so erhält man daher keine Kugel, sondern eine andere Fläche, z. B. für Steinsalz, Abb. 158. Um die elastischen Eigenschaften eines Kristalles zu charakterisieren, genügen daher nicht, wie beim isotropen Körper, 2 Elastizitätskonstanten (Dehnungsmodul, Schubmodul). Je weniger symmetrisch das Kristallsystem ist, desto mehr Konstanten erfordert es. Schon das kubische System fordert 3, das triklone 21. Die Elastizität der Kristalle bestimmt auch ihr optisches Verhalten. Charakteristisch für die Kristalle und besonders für ihr *physikalisch* verschiedenes Verhalten längs der *geometrisch* verschiedenen Richtungen in ihnen ist ihr Verhalten hindurchgehendem Licht gegenüber. Die wesentliche Ursache für die merkwürdigen kristalloptischen Erscheinungen — wir können sie nur andeutend erwähnen — liegt darin, daß das Licht sich in den Kristallen in verschiedenen Richtungen verschieden schnell fortpflanzt. Es gibt drei *Hauptlichtgeschwindigkeiten*: die Geschwindigkeiten längs den Achsen. Im kubischen System sind die Hauptlichtgeschwindigkeiten alle drei einander gleich, in den Kristallen des tetragonalen und des

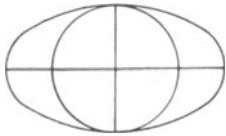


Abb. 159. Durchschnitt durch die Strahlenfläche eines optisch (negativ) einachsigen Kristalles (beim positiven umschließt der Kreis die Ellipse).

hexagonalen Systems nur zwei, die dritte entspricht derjenigen Symmetrieachse, nach der der Kristall *optisch-einachsig* heißt, in den anderen Kristallen (*optisch-zweiachsig*) sind alle drei verschieden. Markiert man die Geschwindigkeit der von einem Punkt im Innern nach allen Richtungen ausgehenden Strahlen wieder durch Vektoren, so bilden ihre Endpunkte eine Fläche, die *Strahlenfläche*. In isotropen Körpern ist (weil die Lichtgeschwindigkeiten einander gleich sind) keine Richtung von der anderen unterschieden, hier ist die Strahlenfläche daher eine Kugel. Auch in Kristallen des kubischen Systems ist sie eine Kugel, man nennt diese Kristalle daher *optisch-isotrop*.

Anders in den optisch-anisotropen Kristallen, den optisch-einachsigen und den optisch-zweiachsigen. In ihnen pflanzen sich in *jeder* Richtung (ausgenommen sind nur die optischen Achsen selber) zwei Strahlen fort, die physikalisch völlig verschieden sind, sie heißen der *ordentlichen* und der *außerordentlichen* Strahl. Alle ordentlichen Strahlen laufen gleich schnell, die außerordentlichen verschieden schnell. Die Strahlenfläche eines optisch-anisotropen Kristalles besteht daher stets aus zwei Schalen, die eine Schale ist den ordentlichen, die andere den außerordentlichen zugeordnet. In den optisch-einachsigen ist den ordentlichen Strahlen eine Kugel zugeordnet, den außerordentlichen ein dazu konzentrisches Rotationsellipsoid, dessen Rotationsachse in die kristallographische Hauptachse fällt. Abb. 159. In zweiachsigen Kristallen ist die Strahlenfläche überaus verwickelt. Abb. 160 zeigt die Hauptschnitte: in zwei Hauptschnitten sind Kreis und Ellipse ohne Berührung miteinander, im dritten schneiden sie einander. Die Kreispunkte, deren Tangenten zugleich die Ellipse tangieren, sind die Durchstoßungspunkte der optischen Achsen. Der Winkel der optischen Achsen ist für jeden optisch-zweiachsigen Kristall charakteristisch. Optisch-einachsigen sind z. B. Beryll, Eis, Kalkspat, Korund, Natriumnitrat, Quarz, Turmalin, Zinnober, Zirkon.

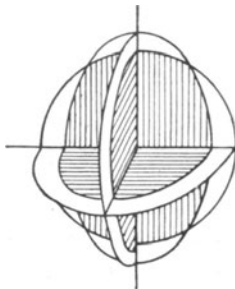


Abb. 160. Die drei Hauptschnitte durch die Strahlenfläche eines optisch zweiachsigen Kristalles.

Optisch-zweiachsigen sind: Borax, chloresaures Kali, Eisenvitriol, essigsaures Blei, Gips, Glimmer, kohlen-saures Natron, Kupfersulfat, Rohrzucker, salpetersaures Silber.

3. *Orthomorphie und Enantiomorphie der Kristalle.* Mit der SCHÖENFLLESSCHEN Definition (S. 145 u.) sind orthomorphe wie enantiomorphe Kristalle verträglich. Da der leere Raum orthomorph ist, so sind die Bedingungen für die Entstehung *beider* Arten a priori gleich günstig. Die enantiomorphen Kristalle sind für die Physik (Drehung der Polarisationsebene) wie für die Chemie (Stereochemie) wichtig. Sind schon die Moleküle eines Stoffes enantiomorph (konstitutive Enantiomorphie), etwa wie ein ungleichseitiges oder ein ungleichschenkliges Tetraeder gebaut, so haben wir die zueinander enantiomorphen Formen

¹ Siehe S. 154, 158, 159.

als Links- resp. Rechtsmolekül zu unterscheiden. Beim Auskristallisieren können dann grundsätzlich 3 Formen auftreten; die zueinander enantiomorphen Formen (Linkskristall und Rechtskristall), die nur aus Links- resp. Rechtsmolekülen aufgebaut sind, und eine orthomorphe Form (*Racemkristall*¹), mit gleich viel Links- und Rechtsmolekülen im Elementarkörper und somit in der makroskopischen Volumeinheit. Überführt man einen Rechtskristall eines konstitutiv enantiomorphen Stoffes in eine amorphe Phase, d. h. in Dampf, Lösung oder Schmelze, so erhält man *aus* diesen Phasen beim Auskristallisieren immer Rechtskristalle; Analoges gilt für die Linkskristalle, so daß man zwischen der kristallisierten und der amorphen Phase hin und her gehn kann, ohne die Enantiomorphie zu ändern (PASTEUR).

Kristallechemie. Die Röntgenphysik der Kristalle hat es ermöglicht, auch den Elementarkörper des Gitters auszumessen. Die reine Gittertheorie sagt nichts über den materiellen Inhalt des Elementarkörpers, sie sagt aber, daß der ganze Kristall aus untereinander *identischen* Elementarkörpern besteht; mit anderen Worten: die stöchiometrischen Verhältnisse (Verhältnis der Anzahl von verschiedenen Atomarten) im Elementarkörper sind dieselben wie im ganzen Kristall. Der Elementarkörper ist nur wenige Atomabstände groß, er kann also nur wenige Atome enthalten. Hieraus folgt das DALTONSche Gesetz in der Form: Treten verschiedene Atomarten zu *kristallisierten* chemischen Verbindungen zusammen, so müssen die Verhältniszahlen kleine ganze Zahlen sein. — Man kann nun, über das DALTONSche Gesetz hinaus, eine strenge Molekulartheorie der Kristalle entwickeln. Die ersten Ansätze dazu stammen von NERNST. Er hat den Wärmehalt eines Kristalls (gemäß der kinetischen Theorie der Wärme) dargestellt durch die Energie von Schwingungen der Atome um Gleichgewichtslagen im Kristall. Bei hohen Temperaturen schwingen alle Atome gegeneinander; mit sinkender Temperatur erstarren die stärkeren Bindungen zwischen den Atomen rascher als die schwächeren, bei hinreichend tiefen Temperaturen schwingen daher nur mehr die verhältnismäßig locker aneinander gebundenen *Moleküle* gegeneinander, dagegen sind die inneren Schwingungen der *Atome* in je einem Molekül „eingefroren“. Den Abfall der Schwingungsenergie mit sinkender Temperatur kann man an dem Abfall der spezifischen Wärme des Kristalls messen, und daraus hat NERNST die größten Atomgruppen berechnet, die bei hinreichend tiefer Temperatur einheitlich schwingen — also im kinetischen Sinn als Moleküle des Kristalls anzusehen sind.

Man muß zwei extreme Fälle unterscheiden:

1. Die verschiedenen zum Kristall zusammentretenden Atomarten bilden zunächst lauter gleiche Moleküle (d. h. fest zusammenhängende Gruppen von Atomen) und diese treten dann erst mit verhältnismäßig schwachen Kräften zum Kristall zusammen, dann hat man ein *Molekülgitter*. Dieser Fall ist besonders bei den organischen Verbindungen häufig, wo die Moleküle schon in den amorphen Phasen (Dampf, Lösung, Schmelze) vorgebildet sind, beim Auskristallisieren zum Kristallverband zusammentreten und sich beim Verdampfen, Lösen und Schmelzen wieder voneinander trennen, ohne daß der Molekülverband dabei verloren geht.

Man könnte nun meinen — und BRAVAIS Anschauungen über den Kristallbau entsprachen dem ungefähr — der Kristall komme hier dadurch zustande, daß die Moleküle in einander parallelen Lagen periodisch nach den drei Raumrichtungen zum Kristallgitter zusammengesetzt werden, so daß die Schwerpunkte der Moleküle ein BRAVAISSches Translationsgitter bilden und die kleinste Translationszelle stets ein Molekül enthält, entsprechend der Formel $Vs = 1 \cdot (M)$ mit V als Volumen der Translationszelle, s als Dichte des Kristalls, (M) als Gewicht eines Moleküls. Der Kristall wird aber nur ausnahmsweise so einfach gebaut sein. Die Moleküle können ja (außer durch die Wirkung von 3 Translationsketten, BRAVAIS) auch durch die Wirkung von 3 mit einer Translation zusammengesetzten Symmetrieelementen (Schraubenachse, Gleitspiegelung) zu einer Gitterstruktur und damit zu einem Kristall zusammengestellt werden. Sucht man alle diese Gitter auf, so erhält man eine erschöpfende Systematik der möglichen Anordnungen von Molekülschwerpunkten im Kristall, *einfache Gittertypen* (WEISSENBERG). Die Anzahl der Moleküle in der Translationszelle ergibt sich so: Da durch eine 1-, 2-, 3-, 4-, 6zählige Schraubenachse ein Molekül 1-, 2-, 3-, 4-, 6mal vervielfältigt wird, bis eine volle Umdrehung und Verschiebung um eine Translation vollendet ist, so liegen innerhalb jeder Translation und damit auch innerhalb der Translationszelle 1, 2, 3, 4, 6 Moleküle, wenn die Symmetriegruppe des Kristalls eine 1-, 2-, 3-, 4-, 6zählige Schraubenachse enthält; die einzählige Schraubenachse entspricht, wie S. 141 Fußnote erwähnt, einer Translationskette, so daß die BRAVAISSchen Translationsgitter Sonderfälle der einfachen Gittertypen darstellen. Die Anzahl der Moleküle in der Translationszelle richtet sich also hier nur nach der Zähligkeit der Schraubenachsen, d. h. nach der Symmetrie des Gitters, und nicht nach dem chemischen Bau der Moleküle.

2. Die verschiedenen Atomarten treten unmittelbar, ohne Molekülbildung, zum Kristall zusammen, es entsteht ein *Radikalgitter*. Zu diesem Typus gehören die meisten anorganischen

¹ racemus = Traube; die Traubensäure führte zu der Entdeckung.

Salze. Im einfachsten Fall, z. B. NaCl, in dem nur zwei verschiedene Atomarten da sind, umgibt sich jedes Atom der einen Art symmetrisch mit 6 Atomen der anderen Art, ohne daß eine festere Bindung zwischen einem Na- und einem Cl-Atom entsteht, Abb. 161. Analog wie oben können auch hier die Gittertypen abgeleitet werden; nur sind den verschiedenen Radikalen entsprechend *zusammengesetzte Gittertypen* zu erwarten.

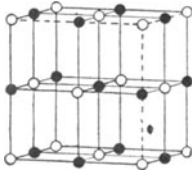


Abb. 161. Das Raumgitter des NaCl-Kristalls (Radikalgitter). ● Cl-Ionen. ○ Na-Ionen. Zwei ineinandergestellte kubische Gitter, flächenzentriert und um eine halbe Würfelkante gegeneinander verschoben. Die Punkte des einen die Na-Atome, die des andern die Cl-Atome. Ihr gegenseitiger Abstand $2,8 \cdot 10^{-8}$ cm.

Aus den Gittertypen ergibt sich das folgende Gesetz (WEISSENBERG): Die Anzahl der Kristallmoleküle resp. der gleichen Radikale im Elementarkörper ist von der chemischen Konstitution unabhängig und durch die Symmetriegruppe (Raumgruppe) des Kristalls gegeben. Dividiert man also das Gewicht des Elementarkörpers (Volumen \times Dichte) durch diese für jede Symmetriegruppe ein für allemal, also universell gegebene Zahl, so erhält man das Molekulargewicht resp. das Gewicht der stöchiometrischen Bruttoformel der kristallisierten Substanz.

Gitterkonstante. Die Gruppierung der Atome (Atomstruktur) und ihren kleinsten gegenseitigen Abstand (Gitterkonstante) kennt man bei vielen Kristallen aus deren Strukturanalyse mit Hilfe der Röntgenphysik, so z. B. am Steinsalz, NaCl, Abb. 161 (BRAGG). Den kleinsten Atomabstand (Kante des Elementarwürfels) findet man so: er sei d cm und die Dichte des Steinsalzes $\Delta (= 2,164)$, dann ist die Masse des Elementarwürfels $M = d^3 \Delta g$. Wir denken uns nun den Kristall durch Ebenen parallel zu den Gitterebenen in Würfelchen geteilt, in deren *Mittelpunkt* je eines der Atome sitzt, dann ist¹ die Masse eines Na-Würfels $= 23 \cdot 1,65 \cdot 10^{-24} = 3,80 \cdot 10^{-23}$ g, und das eines Cl-Würfels $= 35,5 \cdot 1,65 \cdot 10^{-24} = 5,86 \cdot 10^{-23}$ g — im *Mittel* hat also jeder Würfel die Masse $\frac{3,80 + 5,86}{2} \cdot 10^{-23} = 4,83 \cdot 10^{-23}$ g. Setzen wir diese aus den Atomgewichten des Natriums und des Chlors und aus der Masse des H-Atoms gefundene Masse des Würfels gleich der aus der Dichte des NaCl-Kristalls gefundenen, so ist: $4,83 \cdot 10^{-23} = 2,164 \cdot d^3$ und daher $d = 2,814 \cdot 10^{-8}$ cm. Von dieser Größenordnung sind alle bisher gemessenen Gitterkonstanten anderer Kristalle, z. B.

Diamant	$1,540 \cdot 10^{-8}$ cm
Kalkspat	$3,029 \cdot 10^{-8}$ cm
Gips	$7,578 \cdot 10^{-8}$ cm

An den Gitterkonstanten mißt man die Wellenlängen der Röntgenstrahlung.

Die Kristallstrukturanalyse der anorganischen Salze führt bei den meisten zu Tatsachen, die der klassischen Valenztheorie der Chemie widersprechen. Zum Beispiel: die Struktur des Steinsalzes (Abb. 161) zeigt jedes Na-Atom von 6 Cl-Atomen umgeben und jedes Cl-Atom von 6 Na-Atomen. Da aber Na und Cl beide einwertig sind, so ist es unmöglich, den Aufbau des NaCl-Kristalls rein valenzmäßig im klassischen Sinne zu deuten. Um solche Kristallstrukturen chemisch zu deuten, muß man die Koordinationslehre von WERNER heranziehen (PFEIFFER).

Formänderung der festen Stoffe.

Elastizität. Festigkeit. Die Verschiebbarkeit der Massenteilchen gegeneinander ist in den festen Stoffen am geringsten, aber vorhanden ist sie. Ein fester Körper der Wirklichkeit entspricht keineswegs der Definition des starren Körpers der theoretischen Mechanik. Die Kräfte, die das Wesen seiner Kohäsion ausmachen, können überwunden werden, und *wenn* sie überwunden

¹ Das Atomgewicht des Natriums ist 23, das des Chlors 35,5 und die Masse eines Wasserstoffatoms $1,65 \cdot 10^{-24}$ g.

sind, so zerfällt der feste Körper, er zerreißt, zerbricht od. dgl. Den Widerstand, den er dem entgegensetzt, nennt man *Festigkeit*. Der Körper zerfällt auch nicht plötzlich, wenn seine Kohäsionskräfte nachgeben, sondern er ändert vorher seine Form. Die Kohäsionskräfte streben das zu verhindern — sie stellen infolgedessen die Form so weit wie möglich wieder her, wenn die formändernden Ursachen zu wirken aufgehört haben. Aber das gelingt nur mehr oder weniger vollkommen: *fast* vollkommen — *fast*, wir kommen darauf zurück — aber auch nur dann, wenn die *Formänderung* eine gewisse Grenze noch nicht überschritten hatte, sonst nur *unvollkommen*, d. h. die Formänderung bleibt dann zum Teil bestehen. Die Eigenschaft, vermöge deren sich ein Körper von der Formänderung wieder erholt, nennt man *Elastizität*¹. (Bei Flüssigkeiten und Gasen geht nur die Volumänderung zurück; sie haben nur „Volumelastizität“. Feste Körper haben außerdem „Gestaltelastizität“.) Die Praxis des Alltags benützt die Elastizität der verschiedensten Stoffe (Metall, Holz, Leder, Gummi usw.) ausgiebig. Jene Grenze der Formänderung, die bei festen Körpern nicht überschritten werden darf, nennt man die *Elastizitätsgrenze*. Die Körper werden für Beanspruchungen *bis* zu dieser Grenze *vollkommen elastisch*, für Beanspruchungen *darüber* hinaus *unvollkommen elastisch* genannt. — Die Elastizitätsgrenze ist keine endgültige mathematische Größe, weil ihr Zahlenwert von der Genauigkeit der Messung der bleibenden Veränderung abhängt. Könnte man jede *noch* so kleine Veränderung feststellen, so würde man sie vielleicht schon nach der *kleinsten* Beanspruchung *bleibend* finden. In der Praxis ersetzt man die Elastizitätsgrenze daher durch die besser ausgeprägte *Streckgrenze*, das ist die Beanspruchung, bei der man zuerst erhebliche Formänderung ohne nennenswerte Kraftsteigerung erhält.

Elastische Hysteresis. Elastische Nachwirkung. Relaxation. Ein elastischer Körper, den man belastet und dann allmählich wieder entlastet, müßte, wäre er *vollkommen* elastisch, die Reihe von Formen, die er bei der Belastung und dann rückläufig bei der Entlastung annimmt, immer identisch durchlaufen: unter einer gegebenen Last müßte er stets dieselbe Form annehmen. Das tut er aber nicht, der Vorgang ist *irreversibel*; denselben Lasten entsprechen während der Entlastung stets größere Deformationen als bei der Belastung. Es bleibt also ein Deformationsrest zurück. Ein Teil davon verschwindet allmählich, wenn man ihm Zeit genug läßt. Die Verzögerung des Rückganges dieses Teiles der Deformation nennt man *elastische Nachwirkung*. Der andere — oft sehr beträchtliche — Teil des Deformationsrestes aber bleibt bestehen: die Verschiedenheit der Gleichgewichtsdeformation bei Belastung und Entlastung nennt man nach **WARBURG** *Hysteresis*². Der irreversible Vorgang umfaßt somit zwei Erscheinungen. Ihre Wirkungen sind praktisch sehr schwer zu trennen, weil die nachwirkende Deformation sehr langsam vor sich geht und bisweilen noch nach Wochen zu merken ist. — Man hat das mit der inneren Reibung der einzelnen Teilchen erklären wollen. Dieser Deutung widersprechen aber die Erscheinungen der *Relaxation*. Man versteht darunter folgendes: Man halte einen Draht, der mit dem einen Ende irgendwie festgeklummt ist, mit einer bestimmten Dehnung gespannt und messe die Kraft, die notwendig ist, die Dehnung *konstant* zu halten. Dann beobachtet man: Um diesen Dehnungszustand aufrechtzuerhalten, ist im ersten Moment eine gewisse Kraft notwendig; bei konstant gehaltener Dehnung nimmt der Kraftbedarf allmählich ab, der Draht „entspannt sich“ ohne sich zu rühren. Und daher paßt die Relaxation nicht zur inneren Reibung; denn zur Erklärung der verzögerten Deformation muß man annehmen, daß die innere Reibung

¹ *ελαύνω* = treibe.² *ὑστερέω* = bleibe zurück.

lediglich von der *Deformationsgeschwindigkeit* abhängt. — Eine befriedigende Theorie der Nachwirkungserscheinungen existiert noch nicht. — Die übrigbleibenden Formänderungen fallen bei der Verwendung der festen Körper im Bau- und im Maschinenwesen schwer ins Gewicht, da es sich hier immer um dauernde Beanspruchung handelt.

Die verschiedenen Formen der Elastizität. Die Gestalt der *Formänderung* hängt außer von der ursprünglichen *Form* des Körpers davon ab, ob die formändernde Ursache danach strebt, den Körper *zusammenzudrücken* oder *auseinanderzuziehen*, oder zu *verbiegen* oder zu *verdrehen* od. dgl. Je nachdem spricht man daher von *Druckelastizität*, *Biegungselastizität* usw. und ebenso von *Druckfestigkeit*, *Zugfestigkeit*, *Biegungsfestigkeit* usw. — Ein und derselbe Körper kann *gleichzeitig verschiedenen* formändernden Ursachen unterworfen sein. Wir nehmen hier aber an, daß er immer nur der Einwirkung *einer* dieser Ursachen unterliegt und beschränken uns auf die Betrachtung eines prismatischen oder eines zylindrischen Stabes.

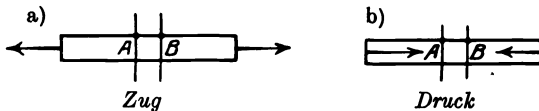


Abb. 162. Beanspruchung eines Körpers durch Druck und Zug.

sein Widerstand dagegen heißt *Zugelastizität* und *Zugfestigkeit*.

2. Der Körper wird von Kräften angegriffen, die, nach innen *drückend* (Abb. 162 b), danach streben, ihn zu verkürzen und schließlich zu zerdrücken: sein Widerstand dagegen heißt *Druckelastizität* und *Druckfestigkeit*, auch rückwirkende Festigkeit. — Legt man zwei Querschnitte *A* und *B* senkrecht zur Längsachse durch den Stab, so erkennt man, daß die Formänderung des Stabes durch Zug jene beiden Querschnitte voneinander entfernt, durch Druck sie einander nähert.

3. Der Körper wird von Kräften angegriffen, die (Abb. 163, 164) danach streben, einen Teil von ihm über den anderen Teil *hinwegzuschieben*. Der Widerstand dagegen heißt *Schubelastizität* und *Schubfestigkeit* (auch Scher-, Gleit-, elastizität und -festigkeit).

Wie der Körper sich dabei umformt, veranschaulicht man sich, wenn man sich ihn aus einzelnen sehr dünnen, parallelen Schichten zusammengesetzt denkt, man denke an einen prismaförmigen Stoß Briefbogen od. dgl. (Abb. 163), die nur, mit der gewöhnlich vorhandenen Reibung aneinanderhaften. Man wandelt den Stoß in die punktiert angedeutete Form um, wenn man die Hand auf ihn drückt und dann parallel zur Basis bewegt, d. h. eine Kraft in der Richtung des Pfeiles ausübt. Jedes einzelne Blatt verschiebt sich gegen jedes andere — parallel mit ihm bleibend — in der Richtung der umformenden Kraft, und zwar um so mehr, je weiter es von der Basis entfernt ist. Der Stoß *Papierblätter* behält die umgeformte Gestalt, auch nachdem man die Hand wieder entfernt hat. Benützt man aber ein Prisma aus *Gummi*, das an seiner Basis auf dem Tisch befestigt ist, so erfolgt die Umformung genau in der beschriebenen Weise, d. h. jeder Querschnitt wird gegen jeden anderen verschoben, wenn auch um eine *sehr* kleine Größe, geht aber wieder *zurück*, wenn das Gummiprisma losgelassen wird, weil eben Gummi *elastisch* ist.

Schubelastizität und Schubfestigkeit spielen z. B. eine Rolle, wo man mit einer Schere schneidet (Abb. 164). Die Klappen *s* und *s'* schieben, indem man sie einander zu nähern sucht, die eine Körperhälfte über die andere hinweg. Sehr deutlich zeigt das die Blechschere (Abb. 165) der Blechbearbeitungsindustrie. Die kreisrunden, schwach konischen Scheiben *S* und *S'* berühren einander mit den messerartig zugeschärften Rändern und vertreten die Klappen einer Schere. Man dreht sie, einander entgegengesetzt, und führt das Blech zwischen ihren Rändern hindurch. Die obere Scheibe drückt nach unten, die untere nach oben auf das Blech, so wie Abb. 164 die Schere, beide zusammen durchschneiden es an der Stelle, an der die beiden Drucke angreifen. Bei vielen Arbeiten in der Maschinentechnik beansprucht man die Stoffe auf Schubfestigkeit (Scherfestigkeit), z. B. wenn man Löcher in Bleche stanzt oder bohrt.

4. Der Körper wird von Kräften angegriffen, die danach streben (Abb. 166), ihn zu *verbiegen* und schließlich zu zerbrechen. Sein Widerstand dagegen heißt *Biegungselastizität* und Biegezugfestigkeit. — Die beiden Querschnitte (Abb. 162)

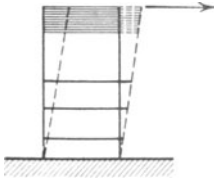


Abb. 163.

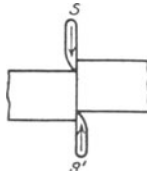
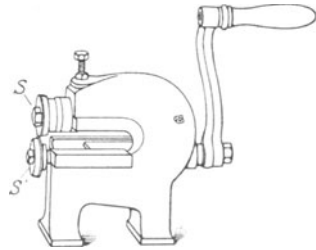
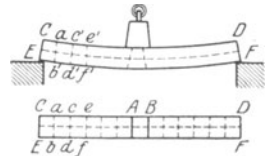
Abb. 164.
Beanspruchung eines Körpers durch Schub.

Abb. 165.

A und B (senkrecht zur Längsachse durch den noch nicht deformierten Körper) sind *nach* der Deformation nicht mehr parallel, sie haben sich in gewissen Punkten einander genähert, in anderen voneinander entfernt. Auf dem undeformierten Stabe seien in (Abb. 166, unten) parallel zu A und B die Geraden ab, cd, \dots gezogen und Querschnitte hindurchgelegt: *nach* der Deformation haben sie die Lagen $a'b', c'd'$ usw. Die Abstände ac, ce, \dots haben sich verkürzt, die Abstände bd, dj, \dots verlängert; d. h. die dem Krümmungsmittelpunkt zugewendeten Fasern des Stabes werden gedrückt, die äußeren werden gezogen. Zwischen CD und EF muß es eine Schicht geben, die sich weder verkürzt noch ausgedehnt hat, die also lediglich ihr Form verändert hat, die „neutrale Schicht“. Sie geht in jedem Querschnitt des Stabes, den sie durchschneidet, durch den Schwerpunkt des Querschnittes.

Abb. 166.
Biegung eines Körpers.

5. Der Körper wird von Kräften P und Q angegriffen, die (Abb. 167) ihn nacheinander entgegengesetzten Richtungen drehen, um ihn zu *verdrehen* und schließlich zu *zerdrehen*. Sein Widerstand dagegen heißt *Drehungselastizität* und Drehzugfestigkeit (meist *Torsionselastizität* und Torsionsfestigkeit). Die beiden Querschnitte A und B (senkrecht zur Längsachse durch den Körper) sind *nach* der Deformation zwar noch parallel, haben sich aber gegeneinander verdreht; jeder hat sich ein wenig um die Längsachse des Stabes gedreht, der eine im *Sinne* des Uhrzeigers, der andere *entgegengesetzt*. — Die Formänderung dabei beschreibt man noch deutlicher (Abb. 168) so: ein Zylinder aus Gummi, dessen Basis festliegt, erfahre an seinem oberen Ende parallel zur Basis eine Drehung. Sie überträgt sich durch den Gummizylinder bis zu der Basis. Daher verdreht sich der ganze Zylinder um seine Achse: Schnitte, die *vor* der Formänderung parallel zur Basis waren, sind es auch *nachher*. Die Basis dreht sich gar nicht, das obere Ende des Zylinders am meisten, jeder Querschnitt in dem Verhältnis seines Abstandes von der Basis. Das heißt: Ist die Drehung im Abstände l cm von der Basis φ , so ist sie 2 cm davon 2φ usw. — Erkennbar wird die Drehung auf dem Zylindermantel daran, daß Punkte, die *vor* der Formänderung auf einer Geraden parallel zur Achse gelegen haben, *nach* der Formänderung auf einer Schraubenlinie um die Achse liegen.

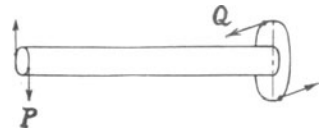
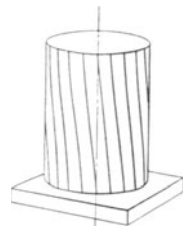


Abb. 167. Torsion eines Körpers.

Abb. 168.
Torsion eines Körpers.

Gesetz von HOOKE über Formänderung und formändernde Kraft. Den Zusammenhang zwischen der Größe der umformenden Kraft und der Größe der

hervorgerufenen Umformung formuliert *innerhalb der Elastizitätsgrenze* (S. 155 m.) das Gesetz: Die Größe der *Deformation* ist der Größe der *deformierenden Ursache proportional* (ut tensio sic vis. ROBERT HOOKE, 1676). Anders: Bewirkt eine Kraft von gegebener Größe eine gewisse Verlängerung (oder Verkürzung oder Verdrehung), so bewirkt eine *doppelt* so große Kraft eine *doppelt* so große Verlängerung (oder Verkürzung oder Verdrehung) — immer vorausgesetzt, daß die Formänderungen die Elastizitätsgrenze *nicht* erreichen. Das Gesetz macht es möglich, die Beziehung zwischen der Kraft und der Formänderung zu *messen* und an dem *Elastizitätskoeffizienten* ein Maß für die Elastizität abzuleiten.

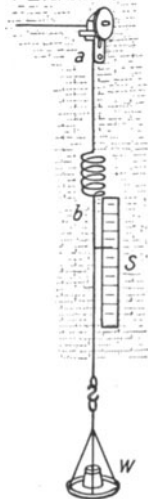


Abb. 169. Die Federwaage, ein Dynamometer.

Das Gesetz von HOOKE kann man benützen, um an der Deformation eines elastischen Körpers die deformierende *Kraft* zu messen. Ein Instrument hierzu ist z. B. schon die gewöhnliche Federwaage (Briefwaage), die das *Gewicht* eines Körpers ermittelt, d. h. die *Kraft* mit der die Erde seine Masse anzieht (Abb. 169). Man benützt dazu eine Sprungfeder (Schraubenfeder), deren eines Ende *a* festliegt, das andere Ende *b* bewegbar ist. Eine solche Feder verlängert (oder verkürzt) sich, wenn in der Richtung *ab* ein Zug (oder ein Druck) auf sie wirkt, und zwar um so mehr, je größer der Zug (oder der Druck) ist, und nimmt wieder die ursprüngliche Form an, sobald die Kraft zu wirken aufhört. Hängt man daher eine Masse *W* an sie, so geht *b* nach unten, und zwar desto tiefer, je schwerer die Masse ist — unter dem Zug *derselben* Masse am Äquator also weniger tief als am Pol oder als an einem Ort zwischen beiden, weil *g*, also auch $M \cdot g$ vom Äquator nach dem Pol hin wächst. Bewegt sich dabei ein Zeiger an einer Skala *S* entlang, während man Massen von bekannter Größe aus einem Gewichtssatz anhängt, und kennt man *g* für den Ort, an dem man die Eichung vornimmt, so kann man sich für das Abwiegen eine nach dyn geeichte Skala schaffen. — Eine derartige Vorrichtung (mit entsprechender Abänderung) kann jeden Zug und jeden Druck messen, z. B. den Zug eines Pferdes am Wagen, wenn man sie zwischen Strang und Wagen einschaltet, so daß sie einen Teil des Stranges bildet. Solche Instrumente heißen, da sie Kräfte messen, *Dynamometer*.

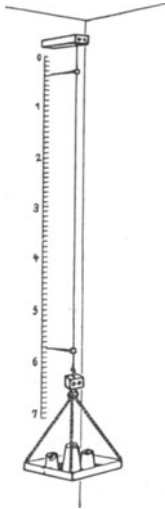


Abb. 170. Messung des Elastizitätskoeffizienten eines Drahtes.

Abweichungen vom HOOKESchen Gesetz. Dem HOOKESchen Gesetz widerstreitet die elastische Nachwirkung: sie zeigt, daß überhaupt keine eindeutige und wechselseitige Beziehung zwischen Kraftwirkung und Deformation besteht. Verschwindet die Spannung, so verschwindet die Deformation eben *nicht* gleichzeitig, sie durchläuft den Bereich bis zum ursprünglichen Nullwert nach einem bisher unbekanntem Gesetz. Auch die rein elastischen Formänderungen gehorchen dem HOOKESchen Gesetz nur annähernd, wie die fortschreitende Verfeinerung der Beobachtungs- und Meßkunst gelehrt hat. — Beträchtlich sind die Abweichungen bei Gußeisen, bei vielen Gesteinen, bei den technisch wichtigen Bindemitteln (Zement, Beton).

Elastizitätskoeffizient. Elastizitätsmodul. Innerhalb der Elastizitätsgrenze ist die Längenzunahme eines Drahtes durch Dehnung der Belastung proportional. Von vielen Stoffen ist die Elastizitätsgrenze aber annähernd bekannt. Ein gezogener, nicht ausgeglüheter Silberdraht von 1 mm^2 Querschnitt z. B. kann mit $11,2 \text{ kg}^*$ belastet werden (Abb. 170), ehe er die Elastizitätsgrenze erreicht. Ein Draht von 1 m Länge verlängert sich, so belastet,

um $1,5 \text{ mm}$; mit 1 kg^* belastet, also um $\frac{1,5}{11,2} = 0,134 \text{ mm}$, d. h.

etwa um $1/7400$ seiner *ursprünglichen* Länge (1 m).

Dieser Bruch $1/7400$ heißt der *Elastizitätskoeffizient* des Silbers. Wir definieren: Der *Elastizitätskoeffizient* (α) ist der Bruchteil, um den sich ein Draht von

1 mm² Querschnitt bei der Dehnungsbeanspruchung durch das Gewicht von 1 kg* verlängert.

Das ist für alle Stoffe nur ein sehr kleiner Bruch; es ist deshalb bequemer, für Zahlenangaben den Elastizitätsmodul (Dehnungsmodul, YOUNG'Scher Modul) zu benutzen, den folgendes Beispiel erklärt. Der Silberdraht wird durch 1 kg* um $\frac{1}{7400}$ m ausgedehnt, 7400 kg* würden ihn also, wenn die Elastizitätsgrenze weit genug entfernt läge (das HOOKE'Sche Gesetz so weit reichte), um 1 m ausdehnen, d. h. seine Länge verdoppeln. Die 7400 kg*, den reziproken Wert von $\frac{1}{7400}$, nennt man den Elastizitätsmodul. Wir definieren: Der *Elastizitätsmodul* ($E = 1/\alpha$) gibt die Anzahl Kilogramm* an, deren Gewicht einen Draht von 1 mm² Querschnitt um seine eigene Länge ausdehnen würde, wenn das HOOKE'Sche Gesetz für die ganze Deformation gültig wäre (und der Stoff diese Beanspruchung aushielte).

Elastizitätskonstanten. Kompressionsmodul. Die elastische Dehnung ist stets mit einer Kontraktion senkrecht dazu verbunden, der Querkontraktion; sie ist der Dehnung proportional. Hat ein Stab die Länge l und den Durchmesser d und dehnt er sich um die Länge λ — man nennt λ/l die relative Dehnung — so erfährt sein Durchmesser die relative Verkürzung δ/d . Die Erfahrung lehrt, daß: $\frac{\delta}{d} = \nu \cdot \frac{\lambda}{l}$ ist, wo ν , die *Elastizitätszahl*, für jeden Stoff eine Konstante ist (POISSON), sie liegt erfahrungsgemäß zwischen 0,2 und 0,5.

Innerhalb der Elastizitätsgrenze ist die Deformation der Belastung proportional. Nach der Mannigfaltigkeit der Deformationsmöglichkeiten erwartet man sehr viele Proportionalitätsfaktoren zu finden — man nennt sie im allgemeinen Elastizitätskonstanten. Aber für isotrope Stoffe (S. 144 m.), d. h. solche, bei denen alle Richtungen gleichwertig sind, kann der Theorie nach ihre Anzahl nicht größer als 2 sein. Diese zwei sind der *Dehnungskoeffizient* α und der *Schiebungskoeffizient* β . Zwischen α , β und ν besteht aber die Beziehung $\alpha = \frac{\beta}{2(1+\nu)}$. Ein isotroper Körper hat daher nur zwei unabhängige Elastizitätskoeffizienten. (Ein Kristall des triklinen Systems, der vollkommen anisotrope Körper, hat 21.)

Neben den Dehnungsmodul $E = 1/\alpha$ und den Gleitmodul $G = 1/\beta (= \mu)$ tritt der Kompressionsmodul. Hat man es mit einem allseitig gleichen Druckzustand zu tun und nennt man den allseitigen Druck p und die spezifische Volumänderung $\frac{\Delta V}{V}$, so wird $p = \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right) \frac{\Delta V}{V}$. Der Faktor $\lambda + \frac{2}{3}\mu$ heißt der Kompressibilitätsmodul K , und $k = \frac{1}{K}$ die Kompressibilität. Es ist $K = \frac{1}{3} \frac{E}{1-2\nu}$, woraus man auf $0 < \nu < 0,5$ schließt. Wäre $\nu > 0,5$, dann wäre K negativ, d. h. der Körper würde sich durch Zug zusammenziehen, durch Druck ausdehnen, was der Erfahrung widerspricht.

Festigkeit. Wird die Elastizitätsgrenze überschritten, so bleibt die Gestalt verändert. Je nach der Natur des Stoffes und der Art seiner Beanspruchung ist die bleibende Änderung sehr verschieden nach Form und Größe¹, schließlich erreicht sie eine Grenze, bei der der Körper zerreißt, zerbricht usw., kurz —

¹ Elastizität und Festigkeit der Metalle zeigen sich in merkwürdiger Form an den Einkristalldrähten (S. 150 Fußn.). Ein Teil des Kristallgitters schiebt sich als Ganzes auf dem Rest entlang, ohne inneren Zerfall und ohne den Zusammenhalt des Drahtes zu vernichten; und zwar geschieht das an bestimmten *Gleitebenen* und — in diesen — in bestimmten *Gleitrichtungen*. Die Unstetigkeiten in dem Diagramm (Abb. 171) entsprechen dem Übergang des Drahtes durch Gleitung in einen neuen Gleichgewichtszustand. Der „Draht“ deformiert sich dabei zum „Band“; mit Dehnungen bis zu mehreren 100%, ehe der Draht reißt.

zerfällt. In dem Gebiete zwischen der Elastizitätsgrenze und der Grenze, bei der sie zerfallen, offenbaren die Stoffe die Eigenschaften, derentwegen wir sie dehnbar, hämmerbar, walzbar, spröde, bröcklig, hart, weich usw. nennen — die Eigenschaften, für die es weder eindeutige Definitionen noch genaue Maße gibt.

In der Praxis prüft man die Stoffe insbesondere auf *Zugfestigkeit* und auf *Druckfestigkeit*. Was versteht man darunter? Die Belastung, bei der der Körper im Zug- oder im Druckversuch zerbricht, nennt man *Bruchlast*. Auf die *Flächeneinheit* bezogen gibt sie die *Bruchgrenzen* des Stoffes. Die Bruchgrenze, des Zug- und des Druckversuches nennt man *Zugfestigkeit* und *Druckfestigkeit*.

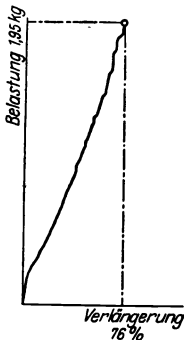


Abb. 171. Dehnungs-elastizität eines Einkristalldrahtes.

	Zugfestigkeit kg*/cm ²	Druckfestigkeit kg*/cm ²
Nickelstahl . . .	5600—7500	—
Stahlguß . . .	3500—7000	—
Gußeisen	1200—3200	7000—8500
Granit	40—80	1000—2000
Marmor	20—60	500—1500
Glas	300—900	6000—12000

Lange Stäbe unter Druck können weit unter der Druckfestigkeit durch *Ausknicken* zerstört werden. Bei einer gewissen Belastung wird das Gleichgewicht des gedrückten Stabes labil. Die dieser kritischen Belastung entsprechende Spannung nennt man *Knickfestigkeit*.

Die Biegung erzeugt in dem Stoff namentlich Zug- und Druckspannung. Stäbe aus zähen Stoffen lassen sich ohne Bruch sehr stark verbiegen, z. B. ein gerader Stab aus Flußeisen oder aus Stahl um eine scharfe Ecke mit möglichst kleinem Krümmungshalbmesser ohne Riß um 180°. Bei spröden Stoffen interessiert weniger die Durchbiegung als die Bruchlast. —

Wechsel der Belastung beeinflusst die Festigkeit der Stoffe sehr stark. Wiederholt man die Belastung sehr oft, so kann der Stoff brechen, auch wenn die größte Belastung weit unter seiner Bruchgrenze liegt. (Die Bruchgefahr hängt mit dem kristallinen Aufbau der Stoffe und den mikroskopischen Gleitflächen innerhalb der Kriställchen zusammen.) Unterhalb einer gewissen Belastung scheint aber auch *beliebig* oft wiederholte Beanspruchung keinen Bruch herbeizuführen z. B. die Beanspruchung einer Chronometerunruhe, die jährlich über 150 Millionen Wiederholungen der Belastung aushält. Auch die *Geschwindigkeit* der Belastung beeinflusst die Festigkeit. Ein zäher Stoff kann bei stoßartiger Belastung vollkommen spröde erscheinen. Pech z. B. verhält sich, *langsam* belastet, wie eine zähe Flüssigkeit, unter einem Stoß zerbricht es wie ein spröder Stoff. Ähnlich ist es bei Metallen. (Vorschlag, die Brauchbarkeit von Steinen zum Wegebau durch die Anzahl der zum Bruch erforderlichen gleich starken Stöße zu prüfen.)

Härte. Unter der *Härte* eines Stoffes versteht man den Widerstand, den der Stoff einem fremden in ihn eindringenden Körper entgegensetzt — einer in ihn eingedrückten Kugel, einer Spitze, einer Schneide. Der Mineraloge vergleicht zwei Stoffe (der *Reihenfolge* ihrer Härte nach) dadurch, daß er mit scharfen Ecken des einen Stoffes den andern zu „ritzen“ versucht. Den ritzenden nennt er den härteren. Er ordnet eine Reihe *bekannt*er Mineralien, die als Normalstoffe beim Vergleich mit anderen dienen, zu einer *Härteskala*. Die meist benützte ist noch immer die von MOHS (1812): 1. Talk, 2. Gips, 3. Kalkspat, 4. Flußspat, 5. Apatit, 6. Feldspat, 7. Quarz, 8. Topas, 9. Korund, 10. Diamant. Man beurteilt

die Härte eines andern Stoffes danach, zwischen welche zwei Nachbarglieder der Skala er durch Ritzproben einzureihen ist. So tritt z. B. das weichste Glas, ein Bleiglas, zwischen Flußspat und Apatit, das härteste, ein Borosilikat, übertrifft den Quarz; das Eis tritt zwischen Talk und Gips. Zur ungefähren *quantitativen* Härtebestimmung dient das Ritzverfahren im Sklerometer (A. SEEBECK 1833), eine Spitze aus Diamant oder aus gehärtetem Stahl ritzt unter einer *meßbaren Belastung* den Prüfstoff, den man unter der Spitze vorbeischiebt; als Härtemaß dient die Belastung, die zum Ritzen nötig ist, oder auch bei konstanter Belastung die Ritzbreite oder die Ritztiefe. Technisch prüft man die Härte der Stoffe durch die Kugeldruckprobe (BRINELL 1900): man preßt mit einer Maschine eine gehärtete Stahlkugel von einigen Millimeter Durchmesser in eine ebene polierte Fläche des Stoffes und mißt den Durchmesser des infolge der Pressung zurückbleibenden Kreises.

Die unelastisch flüssigen Stoffe (tropfbare Flüssigkeiten) und die elastisch flüssigen (Gase).

A (1). Gleichgewicht der tropfbaren Flüssigkeiten.

Festkörper und Flüssigkeit. Wir unterscheiden an den Stoffen die Aggregatformen: Festigkeit, Flüssigkeit, Gasform nach der handgreiflichen Verschiedenheit des Zusammenhanges (Kohäsion) ihrer Teilchen. Aber *scharf* ist die Grenze zwischen Festigkeit und Flüssigkeit *nicht*: zwischen beiden finden sich alle denkbaren Abstufungen der Kohäsion. Daß auch die Flüssigkeiten Kohäsion haben, beweisen sie schon dadurch, daß sie Tropfen bilden. Das scheidet sie von den festen wie von den gasförmigen Stoffen, und man nennt sie deswegen *tropfbar* flüssig (die Gase *elastisch* flüssig). Selbst die „festen (starr)“ Körper sind nicht *vollkommen* starr, sie verändern ihre Form, wenn Kräfte sie angreifen. Wenn die Änderung jedoch die Elastizitätsgrenze nicht überschreitet, ist sie bald *beendet*, auch wenn die Kraft weiterwirkt. In diesem deformierten Zustande kann der „feste“ Körper daher, solange *nur diese* Kraft auf ihn wirkt, als vollkommen starr gelten. Ein Körper jedoch, der durch eine Kraft eine Formänderung erfährt, die mit der Zeit fortschreitet, ist nicht starr; man nennt ihn *zähe*. Aber (und das unterscheidet flüssige Stoffe von festen), wenn zu der fortschreitenden Formänderung schon die *kleinste* Kraft genügt, falls sie nur *lange* genug wirkt, dann nennt man ihn eine zähe *Flüssigkeit*, wie hart er auch erscheint. Wenn aber die dazu erforderliche Kraft eine gewisse Größe haben muß (nicht, jede *beliebig* kleine Kraft ausreicht), dann nennt man ihn immer noch „fest“, wenn er auch sehr *weich* ist.

Ein Talglicht ist viel weicher als eine Siegellackstange. Aber wenn man beide horizontal hinlegt und nur an den Enden unterstützt, so biegt sich im Sommer die Siegellackstange in einigen Wochen infolge ihres Gewichtes, das Talglicht bleibt gerade. Das Talglicht ist daher ein fester Stoff, wenn auch ein weicher, der Siegellack eine Flüssigkeit, wenn auch eine sehr zähe. — Die Form eines weichen festen Körpers dauernd zu ändern, erfordert eine *große* Kraft, sie ruft ihre Wirkung *sofort* hervor. Handelt es sich aber um eine zähe Flüssigkeit, so ist nur Zeit erforderlich; schon die kleinste Kraft ruft eine merkbare Wirkung an ihr hervor, wenn ihr Zeit genug gelassen wird — und zwar eine Wirkung, zu der eine sehr große Kraft erforderlich ist, wenn sie nur ganz kurz wirkt. Ein Block Pech kann so hart sein, daß man keinen Eindruck macht, wenn man mit den Fingerknöcheln dagegen schlägt, und doch plattet er sich *im Laufe der Zeit* durch sein Gewicht ab und breitet sich aus wie Wasser. Die Einordnung von Pech und ähnlichen Stoffen unter die Flüssigkeiten rechtfertigt der folgende Versuch (OBERMEYER, 1877): Legt man ein Stück Pech in eine Rinne, auf deren Boden

(unter dem Pech) ein Kork liegt, und auf das Pech einen Stein, so ist nach einigen Tagen das Pech in die Rinne geflossen und hat sich ihr vollständig angeschmiegt; der Stein aber liegt in der Rinne und der Kork oben auf dem Pech.

Ideale und wirkliche Flüssigkeiten. An was für eine Flüssigkeit soll man aber denken, wenn man schlechtweg von „Flüssigkeit“ spricht? An eine, die so zähe ist wie Pech, oder an eine, die es so wenig ist, daß sie mit Zähigkeit nichts zu tun zu haben scheint, wie Wasser oder Alkohol? Das „zähe“ kennzeichnet bereits eine „Eigenschaft“ der Flüssigkeit. Denkbar ist also auch eine Flüssigkeit ohne Zähigkeit. Wir haben gesagt: schon die kleinste Kraft ruft eine merkbare Wirkung an einer zähen Flüssigkeit hervor, wenn ihr *Zeit genug* gelassen wird. Frei von Zähigkeit, d. h. eine *ideale* Flüssigkeit, ist mithin diejenige, die auf eine beliebig kleine Kraft *sofort* mit einer Formänderung reagiert, deren Teilchen also zu ihrer Verschiebung *keine Arbeit erfordern*. (Auf *diesen* Punkt kommen wir zurück S. 164 u.) In der Wirklichkeit ist die Beweglichkeit aber stets durch die Reibung — die *innere Reibung*, die *Zähigkeit* — der Flüssigkeitsteilchen beeinträchtigt. Aus ihr erklärt sich z. B. das Verhalten einer Flüssigkeit, die man in einem Gefäß in Drehung versetzt und dann sich selbst überläßt: die Flüssigkeit dreht sich *allmählich* langsamer und kommt schließlich an der Wand des Gefäßes (infolge der Reibung an der Gefäßwand) und später auch im Innern des Gefäßes zur Ruhe.

Wir setzen zunächst eine ideale, d. h. vollkommen reibungslose Flüssigkeit voraus. Die Reibung beeinflusst nur die *bewegte* Flüssigkeit, wir haben es bis auf weiteres aber nur mit der ruhenden zu tun.

Die *ideale* Flüssigkeit ändert also ihre Gestalt, wenn auch nur die *kleinste* Kraft kurze Zeit auf sie wirkt. Ihre andere charakteristische Eigenschaft ist: sie läßt sich nicht zusammendrücken. Das Wasser — dieses meinen wir, wenn wir von Flüssigkeit schlechtweg sprechen; daher auch die Bezeichnung *Hydrostatik* und *Hydrodynamik* für die Mechanik der *flüssigen* Körper — ist zwar elastisch und unter sehr hohem Druck komprimierbar, aber selbst bei dem höchst erreichbaren so wenig, daß wir davon absehen dürfen. Wir dürfen deshalb die ideale Flüssigkeit als inkompressibel ansehen — als *volumbeständig*.

Gleichgewicht einer ruhenden Flüssigkeit. Wieso können die Flüssigkeiten überhaupt in Ruhe sein, wo doch die *Schwerkraft* immer und überall wirkt? Daß sie es sein können, lehrt jeder ruhende Wasserspiegel und jeder ruhende Wassertropfen.

Man stelle sich vor (Abb. 172), *A* sei eine flüssige Masse und in Ruhe, obwohl eine Kraft auf sie wirkt, und *P* sei die Kraft, die ein Teilchen der Oberfläche angreift. Eine *parallel* zur Oberfläche wirkende Kraft würde das Flüssigkeitsteilchen *in* der Oberfläche verschieben. Damit es in Ruhe sein kann, darf also die Kraft *P* keine zur Oberfläche parallele Komponente haben, muß also senkrecht zur Oberfläche wirken, denn *nur* dann hat sie keine zu ihr parallele Komponente (*Q*). Kurz: Die *Oberfläche* einer ruhenden Flüssigkeit muß in jedem Punkte *senkrecht* zu der Richtung der dort wirkenden *Kraft* sein. Und in der Tat: die freie (nicht mit einer Gefäßwand zusammenfallende) Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit (in einem Gefäß, einem Teich), die nur der Wirkung der Schwere unterliegt, ist horizontal, d. h. senkrecht zur Schwerkraft; ruhende Flüssigkeitsmassen, die man der Schwerkraft entzieht, bilden vollkommene Kugeln; im PLATEAUSCHEN Versuch (S. 78) bis 10 cm im Durchmesser.



Abb. 172. Zur Bedingung der Ruhe einer Flüssigkeit.

Druckfortpflanzung im Innern einer Flüssigkeit. Infolge der eminenten Beweglichkeit ihrer Teilchen übertragen die Flüssigkeiten den Druck, der irgendwo auf sie wirkt, von hier aus nach allen Richtungen in gleicher Stärke auf die ein-

zelen Flüssigkeitsteilchen, so daß diese sich verschieben, wo nicht ein gleich großer Gegendruck den Druck aufhebt. Diese Art der *Druckfortpflanzung* unterscheidet die Flüssigkeiten von den festen Stoffen ebenso deutlich, wie es die Freiheit der *Beweglichkeit* ihrer Massenteilchen tut: Drückt z. B. ein Gewicht auf das obere Ende eines *starr*en zylindrischen Körpers, so pflanzt sich der Druck von Schicht zu Schicht zwar auf die Basis fort und zeigt sich als Gewichtsvergrößerung an, aber eine *seitliche* Wirkung auf den Zylindermantel wird nicht wahrnehmbar. Anders schon, wenn der Körper aus lose zusammengehäuften Körnern (Schrot, Sand) besteht, die ein zylindrischer Mantel wie ein Gefäß zusammenhält. Die dem Gewicht benachbarten Körner suchen dem von oben wirkenden Drucke auszuweichen, schieben sich zwischen ihre Nachbarn, übertragen dabei den Druck auf sie, diese wieder auf andere, und so pflanzt sich der Druck nach allen Richtungen fort, von Teilchen zu Teilchen bis zur Gefäßwand und von da wieder zurück. Ist die Gefäßwand elastisch, so wölbt sie sich und zeigt dadurch den Druck auf sie, wird sie irgendwo durchbohrt, so zeigt sie ihn noch deutlicher dadurch, daß die Körner durch die Öffnung hinausgeschleudert werden. — Was von den festen Körnern gilt, gilt erst recht von den vollkommen frei beweglichen Flüssigkeitsteilchen. Der Druck, den daher eine Stelle der Gefäßwand (Abb. 173) von innen her oder eine Stelle im Innern der Flüssigkeit erleidet, ist natürlich um so größer, je größer sie selber ist, weil sie dann dem Andrängen einer um so größeren Anzahl von Teilchen zu widerstehen hat. Der Innendruck ist offenbar an *gleich* großen Stellen gleich groß, an *verschieden* großen der Größe der gedrückten Stelle proportional; im übrigen ist er der Größe des von außen her wirkenden Druckes proportional (Prinzip von PASCAL 1663). Man *mißt* den Druck durch die *senkrecht* auf 1 cm^2 wirkende Kraft. Belastet man den bewegbaren Kolben P von 1 cm^2 Querschnitt (Abb. 174) mit 1 kg^* , so kann man den Kolben P' von 100 cm^2 Querschnitt nur durch 100 kg^* in Ruhe halten. Beträgt das Gewicht weniger, so wird P' durch den von P her ausgeübten Überdruck gehoben.

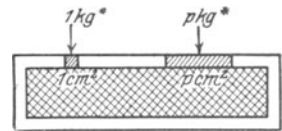


Abb. 173. Allseitige Druckfortpflanzung in einer Flüssigkeit.

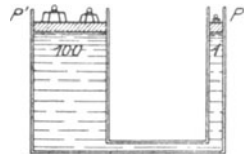


Abb. 174. Prinzip der hydraulischen Presse.

Hydraulische Presse. Das Prinzip der Druckfortpflanzung wird technisch verwertet in der hydraulischen Presse, Abb. 175 (erfunden von PASCAL; verbessert, durch Verbesserung der Kolbendichtung, von BRAMA, 1795): Den kleinen Kolben A drückt man mit dem einarmigen Hebel O auf das Wasser in dem Stiefel A , der Druck pflanzt sich durch das Wasser in dem punktiert gezeichneten Rohr auf den großen Kolben C fort und schiebt ihn in die Höhe bis an ein Widerlager. Ein Sicherheitsventil S hindert den Druck, in dem Rohr die zulässige Grenze zu überschreiten. C erfährt nach oben einen Druck, der sich zu dem auf a verhält wie der Querschnitt von C zu dem von a . Wirken z. B. an O 2 kg^* , und ist der lange Hebelarm zehnmal so lang wie der kurze, so wird a mit 20 kg^* nach unten gedrückt. Ist der Querschnitt von C dabei zehnmal so groß, wie der von a , so erfährt C eine Kraft von 200 kg^* . Die hydraulische Presse dient zur Erzeugung sehr hoher Drucke, zum Heben extrem schwerer Lasten, als Schmiedepresse, zum Auspressen des Öles und des Zuckersaftes in Ölmühlen und in Rübenzuckerfabriken, auch zum Pressen von Metallstücken, die man sonst durch Gießen hergestellt hat, und für viele Zwecke der Lebensmittelindustrie (Herstellung von Makkaroni, Auspressen der Kakaobohnen u. dgl.).

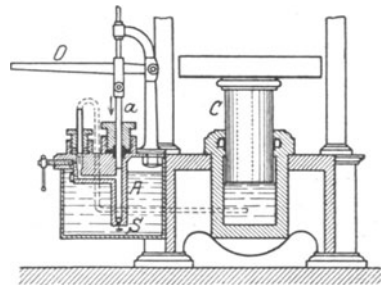


Abb. 175. Hydraulische Presse.

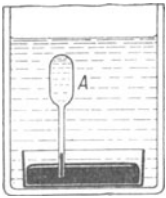


Abb. 176. Zusammendrückbarkeit des Wassers.

das Quecksilber und durch dieses auf das Wasser in A, und soweit er es zusammendrücken kann, treibt er Quecksilber in die Kapillare; sein Volumen verschwindet fast gegenüber dem des Wassers, darin zeigt sich, wie klein die Zusammendrückbarkeit des Wassers ist.

Druck im Innern der Flüssigkeit. Solange eine ideale Flüssigkeit in Ruhe ist, behält auch jedes ihrer Teilchen seinen Ort relativ zu den anderen. Hierin verhält sie sich wie ein starrer Körper, und Kräfte, die von außen auf sie wirken,

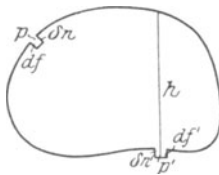


Abb. 177. Berechnung des Druckes in der Flüssigkeit.

müssen daher, um im Gleichgewicht zu sein, den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen für Kräfte am starren Körper genügen. Aber sie müssen noch eine Bedingung erfüllen, die für den flüssigen Körper charakteristisch ist. Wir erklären sie an Abb. 177. Wir grenzen aus der Flüssigkeitsmasse einen Teil durch eine geschlossene Fläche ab, die wir uns als unendlich dünne starre Wand vorstellen. Nur die Flächenelemente df und df' seien in der zu ihnen normalen Richtung verschiebbar, so daß sie sich wie in einem Kanal vom Querschnitt df resp. df' senkrecht zur Wand verschieben können. Das Element df' liege horizontal, das vereinfacht eine spätere anzustellende Überlegung, ohne den Vorgang zu verändern; das Element df sei irgendwie im Raume orientiert. Das Flächenelement df werde nun um δn nach innen gedrängt, während df' gleichzeitig so weit nach außen tritt — die Flüssigkeit ist ja inkompressibel —, daß $df \cdot \delta n = df' \cdot \delta n'$ ist. Das sind „mit den Bedingungen des Systems verträgliche“ Bewegungen, virtuelle, die ausführbar sind, wenn sie auch nicht ausgeführt werden. Nach S. 162 o. erfordert die ideale Flüssigkeit zu einer Gestaltsänderung durch äußere Kräfte keine Arbeit. Daher ist die Summe der Arbeitsleistungen der äußeren Kräfte für alle virtuellen Bewegungen Null. Die Änderung der Konfiguration der zu der Flüssigkeitsmasse vereinigten Massenpunkte besteht lediglich darin, daß sich an den Stellen df und df' die Grenzen der Flüssigkeitsmasse verschieben; im Innern wird jedes Flüssigkeitsteilchen durch ein anderes gleichwertiges ersetzt. Wir brauchen also nur den Vorgang bei df und df' ins Auge zu fassen.

Nach Abb. 172 muß die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit in jedem Punkte senkrecht zur Richtung der dort wirkenden Kraft sein. Nennen wir p die Kraft auf die Flächeneinheit von df und p' die Kraft, die wir auf die Flächeneinheit von df' wirken lassen müssen, um das Gleichgewicht zu erhalten, dann sind die virtuellen Arbeiten der beiden Kräfte $p df \cdot \delta n$ und $-p' df' \cdot \delta n'$ (negativ, weil $\delta n'$ und p' einander entgegengesetzte Richtung haben). Wäre die Flüssigkeit dem Einfluß der Schwere entzogen — man kann eine Flüssigkeit „schwerelos“ machen (S. 78 m.) — dann würden wir fortfahren: da die Summe der virtuellen Arbeiten Null sein soll, muß $p df \cdot \delta n = p' df' \cdot \delta n'$ sein, und da $df \delta n = df' \delta n'$ ist, so muß $p' = p$ sein. — Aber außer p und p' wirkt gewöhnlich noch die

Schwere der Flüssigkeit. Liegt über df' eine Flüssigkeitssäule von der Höhe h und ist die Schwere der Volumeneinheit, gleich γ , so übt die Schwerkraft auf df' den Druck $h\gamma$ vertikal nach unten aus, ihre virtuelle Arbeit an df' ist $h\gamma df' \delta n'$, und wir haben die Gleichung $pd\delta n + h\gamma df' \delta n' - p'df' \delta n' = 0$, und da $d\delta n = df' \delta n'$ ist, so ist $p' = p + h\gamma$. Die Richtung der Flüssigkeitselemente df und df' kommt dabei gar nicht ins Spiel. Es ergibt sich: 1. der Druck auf ein Flächenelement an einem gegebenen Punkte in der Flüssigkeit ist unabhängig von der Orientierung des Flächenelementes im Raume, 2. der Druck ist an allen Punkten einer Horizontalebene durch die Flüssigkeit, d. h. in gleicher Tiefe, der selbe und wächst mit zunehmender Tiefe proportional dem Tiefenunterschied.

Auftrieb. Die Fähigkeit eine Druckwirkung von der Druckstelle aus gleichmäßig fortzupflanzen, ist von den Flüssigkeiten untrennbar (S. 162 u.). Auch wenn die Flüssigkeit nur der Einwirkung der Schwerkraft überlassen ist und die oberen Schichten durch ihr Gewicht auf die unteren drücken, muß sich der Druck, den ein horizontaler Querschnitt der Flüssigkeit vertikal von oben erfährt, nach allen Richtungen und mit der gleichen Stärke fortpflanzen. Trotzdem wird an keiner Stelle der Flüssigkeit das Gleichgewicht gestört. Der Druck wird daher offenbar überall durch einen gleich großen und ihm entgegengesetzt, d. h. vertikal nach oben gerichteten Druck, den *Auftrieb*, aufgehoben. Man kann den *Auftrieb* gemäß Abb. 178 veranschaulichen. B ist ein beiderseits offenes Glasrohr. Um sein unteres Ende durch die Platte CD zu verschließen, muß man die Platte dagegen drücken, indem man den Faden straff zieht. Senkt man aber das Rohr mit der angedrückten Platte tief genug in das Wasser, so bleibt sie auch ohne diesen Zug angedrückt. Man kann das aus ihr und dem Rohre gebildete Gefäß fast bis zum Niveau EF mit Wasser füllen, ehe sie abfällt. Sie fällt erst, wenn das Gewicht der Wassersäule über ihr und ihr eigenes Gewicht zusammen größer sind als der gegen sie wirkende Auftrieb.

Der Druck pflanzt sich auch auf die Gefäßwand fort, und wird durch einen Gegendruck von ihr erwidert und in seiner Wirkung aufgehoben — vorausgesetzt, daß das Gefäß fest genug ist. (Andernfalls wird seine Festigkeit von dem Flüssigkeitsdruck überwunden, und es platzt auseinander, wie die Tonne, die PASCAL (1647) mit Hilfe eines dünnen, aber 10 m hohen Rohres durch Wasserdruck zersprengt hat.) *Wahrnehmbar* machen kann man den Druck auf die Gefäßwand immer dort, wo man den *Gegendruck* der Wand aufhebt, indem man sie öffnet z. B. bei D (Abb. 179). Die Flüssigkeit wird dann aus der Öffnung hinaus-

geschleudert. Wäre kein Druck vorhanden, so würde sie, wie bei einem überlaufenden Gefäße, an der Wand herabirinnen. Die gleichzeitig in der diametral entgegengesetzten Richtung bei d auf die Wand ausgeübte Wirkung wird gleichzeitig wahrnehmbar dadurch, daß sie das ganze Gefäß in Bewegung setzt, vorausgesetzt, daß es leicht genug beweglich ist, z. B. auf einem Schwimmer ruht oder pendelartig aufgehängt ist, diese Bewegung ist die Wirkung der jetzt sinnfällig werdenden *Reaktionskraft*. Angewendet wird diese Art, Bewegung hervorzurufen, in dem rotierenden Gartensprengapparat.

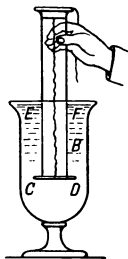


Abb. 178.
Auftriebs.

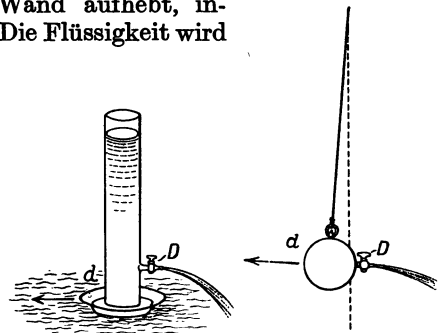


Abb. 179.
Wirkung des Gegendrucks.

Bodendruck. Wenn sich der Druck¹ nur in der Richtung der ihn erzeugenden Kraft, d. h. der Schwerkraft, fortpflanzte, so würde jede Fläche nur den Druck des Gewichtes der vertikal über ihr liegenden Flüssigkeit erfahren, also z. B. in dem Horizontalschnitt HH (Abb. 180) die Stelle a den Druck des Gewichtes

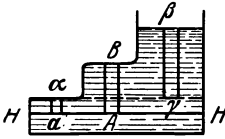


Abb. 180. Druck in einer ruhenden Flüssigkeit.

der Säule $a\alpha$, die Stelle A den des Gewichtes der Säule AB usw. Aber die obere Endfläche der Säule $a\alpha$ erfährt *auch* einen Druck vertikal von oben, obwohl über ihr keine Flüssigkeit steht. Denn auf jede Flächeneinheit der Flüssigkeitsebene, von der α ja doch ein Teil ist, wirkt der Druck vom Gewicht der auf γ stehenden Flüssigkeitssäule $\gamma\beta$, und dieser pflanzt sich auch auf die Stelle α fort. Die Basis a erfährt also außer dem Drucke des Gewichtes der Säule $a\alpha$ noch einen Druck, wie wenn auf α eine Säule von der Höhe $\gamma\beta$ stände, d. h. wie wenn auf ihr selbst, auf a , eine Flüssigkeitssäule stände, die von ihr bis zum Flüssigkeitsspiegel hinaufreicht. Daraus folgt:

1. Der Druck an einem Punkt der Flüssigkeit hängt nur davon ab, wie tief der Punkt unter dem druckfreien Flüssigkeitsspiegel liegt (vom Luftdruck abgesehen), der Druck nimmt mit der Tiefe zu und ist auf dem Boden am größten.

2. Punkte, die gleich tief unter dem druckfreien Flüssigkeitsspiegel liegen, erfahren gleich großen Druck; ein Horizontalschnitt der Flüssigkeit erfährt also eine Gesamtkraft, die gleich ist der Kraft auf 1 cm^2 mal der Anzahl seiner Quadratzentimeter.

Ist (Abb. 180) die Flüssigkeit Wasser, liegt der Querschnitt HH 50 cm unter dem Flüssigkeitsspiegel und enthält er 800 cm^2 , so ist die Kraft auf 1 cm^2 gleich dem Gewicht von 50 cm^3 Wasser, d. h. 50 g^* , und die Kraft auf den ganzen Querschnitt ist $50 \text{ g}^* \cdot 800 = 40 \text{ kg}^*$. Ist die Flüssigkeit Quecksilber, so ist die Kraft auf 1 cm^2 $50 \cdot 13,59 \text{ g}^*$ und auf den ganzen Querschnitt $50 \cdot 13,59 \cdot 800 \text{ g}^* = 543,6 \text{ kg}^*$. — Die Kraft ist also so groß, wie wenn der ganze Querschnitt eine vertikale Flüssigkeitssäule zu tragen hätte, die bis zum Flüssigkeitsspiegel reicht und überall denselben horizontalen Querschnitt hat. Bestimmend für die Größe der Kraft auf den Querschnitt ist danach nur die Größe des Querschnittes, das spezifische Gewicht, d. h. das Gewicht von 1 cm^3 der Flüssigkeit, und die Tiefe des Querschnittes unter dem Flüssigkeitsspiegel — aber nicht die Menge der über dem Querschnitt tatsächlich vorhandenen Flüssigkeit. Das gilt auch von dem Druck auf den waagerechten Boden eines Gefäßes, dem *Bodendruck*. In allen 3 Fällen der Abb. 181 wirkt auf den ganzen Boden — das spezifische Gewicht, die Bodengröße und die Flüssigkeitstiefe immer als dieselben vorausgesetzt — eine Kraft vom Gewichte der Flüssigkeitssäule $ABCD$.

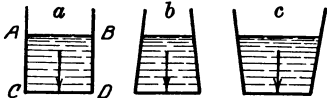


Abb. 181. Bodendruck. Trotz Gleichheit der Böden und Gleichheit der Tiefen der Gefäßfüllung ist der Bodendruck in a , b und c verschieden. (Druck ist die Kraft pro Flächeneinheit.)

Hydrostatisches Paradoxon (STEVIN, 1587). Die Bodenkraft ist also im zweiten Falle *größer*, im dritten *kleiner* als das Gewicht der vorhandenen Flüssigkeit, und ist nur dann ihm *gleich*, wenn die Seitenwände vertikal sind. Es erscheint paradox, daß eine ruhende Flüssigkeit, auf die nur die

Schwerkraft wirkt, auf den Boden des Gefäßes eine andere Kraft ausüben kann als ihr Gewicht erwarten läßt, und daß trotzdem eine gewöhnliche Waage das Gewicht des Gefäßes mit der Flüssigkeit stets richtig angibt.

¹ Man mißt den *Druck* durch die Kraft, die senkrecht auf die *Flächeneinheit* wirkt. Wo man von „Bodendruck“ kurzweg spricht, aber die auf den *ganzen* Boden wirkende Kraft meint, drückt man sich ungenau aus.

Aber man bedenke, daß sich auf die Waagschale nicht nur die Bodenkraft überträgt, sondern auch die Komponenten der Kräfte, die die mit dem Boden starr verbundenen Seitenwände in Richtung der Schwerkraft erfahren. Der Druck auf die *Seitenwände* liefert in dem nach unten verengten Gefäß *c* eine (additive) Komponente nach unten; in dem nach oben verengten Gefäß *b* liefert er eine (subtraktive) Komponente nach oben. Die auf die *Waagschale* wirkende Kraft, die aus Bodenkraft *und* Seitenkraft *resultiert*, wird dadurch dem Gewicht der Flüssigkeit stets *gleich*.

Bleiben Bodenfläche, Flüssigkeitstiefe und spezifisches Gewicht unverändert, so ist die Bodenkraft in der Tat stets dieselbe, und zwar gleich dem Gewicht der Flüssigkeit, die senkrecht über dem Boden steht. Das ist beweisbar. Das in Abb. 182 dargestellte Gefäß hat einen horizontalen Boden *a*, der mit den Seitenwänden nicht starr verbunden ist, sondern nur gegen den unteren Rand der Wandung angepreßt wird, nämlich durch den von dem Gewicht auf der Waagschale her nach oben wirkenden Druck. Man verfügt also über ein Gefäß, dessen Festigkeit man je nach der Größe des Gewichtes auf der Waagschale beliebig ändern kann.

Solange das Gewicht dasselbe bleibt, muß man das Gefäß, gleichviel ob *M* oder *P* oder *Q*, stets bis zur selben Höhe *o* füllen, ehe der Boden abgedrückt wird, wenn er nur immer denselben Flächeninhalt hat. An einem Gefäß mit vertikalen Seitenwänden, das überall einen dem Boden kongruenten Horizontalschnitt hat, findet man, daß die Bodenkraft gleich dem Gewicht der Flüssigkeit in diesem Gefäß ist. Natürlich muß man dieses Gewicht auf einer Waage ermitteln. Die Anordnung Abb. 182 kann man nur dann als Waage benutzen, wenn man den Boden mit dem Gefäß starr verbindet und das Gefäß als Waagschale an dem Waagebalken aufhängt (*mit ihm* beweglich macht).

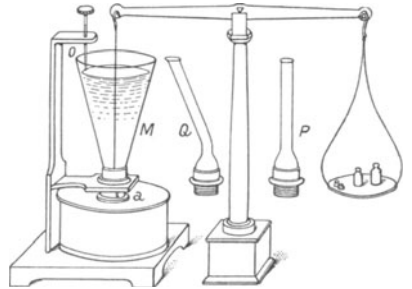


Abb. 182. Wägung der Bodenkraft.

Flüssigkeitsstand in kommunizierenden Gefäßen. In Gefäßen (Abb. 183), die durch Kanäle unter der Oberfläche der Flüssigkeit miteinander verbunden sind (*kommunizieren*), steht die Flüssigkeit in allen gleich hoch, falls sie dieselbe Flüssigkeit enthalten. Warum? Die lediglich unter der Einwirkung der Schwerkraft befindliche Flüssigkeit fordert zum Gleichgewicht nur, daß der Druck auf alle Flächen (dyn/cm^2) desselben Horizontalschnittes gleich groß ist. Die Größe der Kraft auf ein einzelnes cm^2 hängt aber nur davon ab, wie *tief* es unter der freien Oberfläche liegt (S. 166 m). Mit anderen Worten: das, was über das Gleichgewicht entscheidet, ist von der Anzahl der cm^2 , d. h. der Weite und der Form des Gefäßes unabhängig (von kapillaren Röhren ist hier abzusehen, s. d.). Auf jedes cm^2 desselben Horizontalschnittes muß nur *dieselbe* Kraft wirken, z. B. bei *AB* wie bei *CD* wie bei *EF* usw. Dieser Druck ist numerisch gleich dem Produkt aus 1 cm^2 , Höhe in cm und spezifischem Gewicht ($1 \cdot h \cdot s$). Das spezifische Gewicht ist aber in allen Gefäßen dasselbe, daher kann $1 \cdot h \cdot s$ nur dann immer dieselbe Größe haben, wenn auch *h* immer dieselbe Größe hat, d. h. die Flüssigkeit über jedem cm^2 des Querschnittes, also in *allen* Gefäßen gleich hoch steht. Die miteinander verbundenen Gefäße bilden also, im Grunde genommen, nur ein einziges Gefäß; ihre freien Oberflächen liegen in derselben Horizontalebene.

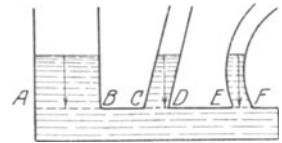


Abb. 183.
Flüssigkeiten vom *selben* spezifischen Gewicht stehen gleich hoch in kommunizierenden Gefäßen.

Darauf beruht die Verwendbarkeit der Wasserstandgläser an den Dampfkesseln. Das Wasserstandglas ist ein mit dem Kessel kommunizierendes Glasrohr; die Höhe des Wasserstandes in dem Glasrohr zeigt die Höhe des Wasserstandes im Kessel an. Darauf beruht ferner die Verwendbarkeit zweier kommunizierenden, mit derselben Flüssigkeit gefüllten

Gefäße als Visierinstrument (Kanalwaage der Feldmesser), mit dem man Punkte (in Abb. 184 Punkt M) fixiert, die außerhalb des Instrumentes in der den freien Oberflächen D und E gemeinsamen Horizontalebene liegen. Man kann mit der Kanalwaage und einem Maßstabe Höhenunterschiede messen.

Aber die freien Oberflächen liegen *nicht* in derselben Horizontalebene, sondern *verschieden* hoch, mit anderen Worten: die kommunizierenden Gefäße können *nicht* als ein Gefäß gelten, wenn die freien Oberflächen zu Flüssigkeiten von *verschiedenem* spezifischen Gewicht gehören; und zwar liegt eine Oberfläche desto niedriger relativ zu der anderen, je größer das spezifische Gewicht

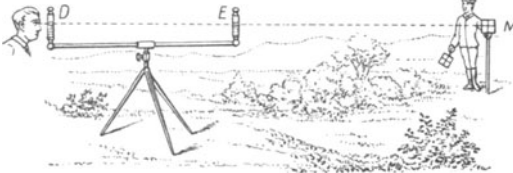


Abb. 184. Kommunizierende Gefäße als Visierinstrument.

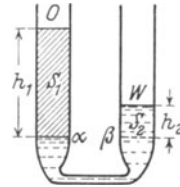


Abb. 185. Flüssigkeiten von verschiedenem spezifischen Gewicht in kommunizierenden Gefäßen.

der von ihr begrenzten Flüssigkeit ist. Man gieße (Abb. 185) in ein U-förmiges Rohr (seine Schenkel S_1 und S_2 bilden kommunizierende Gefäße) Wasser und dann in S_1 auf die freie Oberfläche eine Flüssigkeit, die leichter ist als Wasser und sich mit ihm nicht mischt, z. B. Öl. In dem Querschnitt α berühren beide einander. Die freie Oberfläche in S_2 begrenzt dann Wasser, in S_1 Öl, und das Ölniveau O liegt höher als das Wasserniveau W . Da Gleichgewicht herrscht, ist der Druck (dyn/cm^2) bei α gleich dem Druck bei β . Der Druck der Ölsäule (ihre Höhe ist h_1 , ihr spezifisches Gewicht s_1) bei α ist $h_1 \cdot s_1$, der Druck der Wassersäule (h_2 und s_2) bei β ist $h_2 \cdot s_2$; also muß $h_1 \cdot s_1 = h_2 \cdot s_2$, d. h. $\frac{h_1}{h_2} = \frac{s_2}{s_1}$ sein. Die Höhen über der Horizontalebene, in der die Trennungsebene liegt, verhalten sich also umgekehrt zueinander wie die spezifischen Gewichte. Man kann das benützen, um spezifische Gewichte miteinander zu vergleichen. DULONG und PETIT haben so das spezifische Gewicht des Quecksilbers bei sehr verschiedenen Temperaturen gemessen.

Seitendruck. Wie groß ist der Druck auf ein ebenes *nicht* horizontales Flächenstück, der *Seitendruck*? Jeder Punkt des Flächenstückes erfährt denjenigen Druck, den ein Punkt erfährt, der auf demselben horizontalen Querschnitt liegt. Auf das Flächenstück wirkt also eine Vielheit von verschieden großen, parallel und gleich gerichteten Kräften, deren Größen und deren Angriffspunkte bekannt sind. Die Aufgabe lautet also: aus den bekannten parallelen Einzelkräften sind Größe und Angriffspunkt ihrer Resultierenden zu berechnen (S. 60).

Wir verdeutlichen den Sinn der Aufgabe, namentlich die Frage nach dem Angriffspunkt an einem Beispiel. Ein Hohlwürfel (Abb. 186) ist bis zum Rande mit Wasser gefüllt.

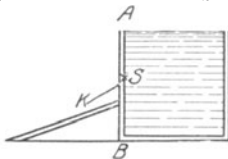


Abb. 186. Seitendruck einer ruhenden Flüssigkeit.

Wir fragen: Wie groß ist der Flüssigkeitsdruck auf die vertikale Seitenwand AB , und in welchem Punkte muß man von außen gegen die Wand drücken, um sie, falls sie frei beweglich ist (nicht mit dem Boden und den Seitenwänden starr verbunden), dem von innen her wirkenden Druck entgegen in ihrer Lage zu erhalten? — Die Rechnung ergibt: Die Größe der Resultierenden, das ist der Druck auf das (*nicht* horizontale!) Flächenstück, ist gleich dem Drucke, den es dann erfahren würde, wenn es horizontal läge, und zwar in demjenigen Horizontalschnitt der Flüssigkeit, in dem bei seiner tatsächlichen Stellung sein *Schwerpunkt* liegt. — Der Angriffspunkt der Resultierenden liegt

tiefen als der Schwerpunkt des Flächenstückes, sein Ort muß besonders berechnet werden. Er kann nicht identisch sein mit dem Schwerpunkt, denn der Schwerpunkt ist der Mittel-

punkt *gleich* großer paralleler Kräfte; hier sind aber die Kräfte *nicht* gleich groß (S. 166 bei 1.). Die Lösung der an Abb. 186 gestellten Aufgabe ist: Da die Wand ein Quadrat ist, so erleidet sie denselben Druck wie der Horizontalquerschnitt durch ihren Mittelpunkt S — der ist ja *gleich* der Größe der Wand, weil das Gefäß ein Würfel ist — also der das Gefäß horizontal halbiert, und auf den von oben die Hälfte der Flüssigkeit drückt. Die *Größe* der Druckkraft ist somit gleich dem halben Flüssigkeitsgewicht. — Der Angriffspunkt K der Druckkraft liegt vertikal unter der Mitte der Wand, sein Abstand von dem Boden ist ein Drittel der Kantenlänge. Dort also muß man die Wand von außen andrücken.

Archimedisches Prinzip. Grundlegend für die Physik der Flüssigkeiten ist der Auftrieb (S. 165). Aus ihm erklärt sich z. B. das *natürliche* Schwimmen der Körper, der Bewegungszustand von Körpern, die von einer *ruhenden* Flüssigkeit getragen werden. (*Natürliches!* Das Schwimmen durch *Schwimmbewegungen* ist künstlich. Es ist, wie das Schwimmen eines lebenden Menschen, ein dauernder Kampf gegen das Untersinken. Ruder, Segel und Schrauben (Propeller) sind Mittel, um natürlich schwimmende Körper zu verschieben. — *Ruhend!* Ein Körper kann auch von einem nach oben schießenden Wasserstrahl getragen werden. Er „schwimmt“ dann aber nicht, er „tanzt“ auf dem Strahl.) Ein Körper, der in einer ruhenden Flüssigkeit frei beweglich ist, wird von der Schwerkraft vertikal nach unten gezogen und von dem Auftrieb vertikal nach oben gestoßen. Sein Verhalten hängt von dem Größenverhältnisse beider ab. Ist sein Gewicht größer als der Auftrieb, dann fällt er, er sinkt unter; ist es kleiner, dann steigt er; ist es ihm *gleich*, dann kann er weder steigen noch fallen, er schwimmt (schwebt).

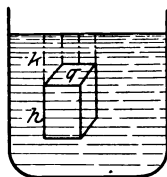


Abb. 187.
Zum Archimedisches Prinzip.

Wir nehmen zur Vereinfachung an, der Körper (Abb. 187) sei ein vierkantiges, rechteckiges Prisma und seine Grundflächen liegen horizontal, dem Flüssigkeitsspiegel parallel. (Die Behandlung beliebig geformter und beliebig liegender Körper ist nur mit der Infinitesimalrechnung möglich.) *Jeder* Punkt der Prismenoberfläche erleidet einen Druck, der seiner Tiefe unter dem Spiegel entspricht. Aber der Druck auf die Seitenwände ist wirkungslos, weil in demselben Horizontalschnitt die Druckkräfte gleich groß sind und jede einzelne durch eine ihr entgegengesetzt gerichtete aufgehoben wird. Nur die Drucke auf die Horizontalflächen kommen in Frage. Der Druck auf die obere Endfläche ist $q \cdot k \cdot s$, der auf die untere $q \cdot (k + h) \cdot s$, das Gewicht des Körpers $q \cdot h \cdot S$ — wenn q der Querschnitt des Prismas ist, h die Höhe, k die Tiefe der oberen Grundfläche unter dem Flüssigkeitsspiegel, s das Gewicht der Volumeneinheit (sp. G.) der Flüssigkeit und S das Gewicht der Volumeneinheit (sp. G.) des Prismas. Also treten in Wechselwirkung vertikal nach unten die Kraft $q \cdot k \cdot s + q \cdot h \cdot S$ und vertikal nach oben die Kraft $q \cdot (k + h) \cdot s$. Das Ergebnis hängt davon ab, ob $(q \cdot k \cdot s + q \cdot h \cdot S) \geq q \cdot (k + h) \cdot s$, d. h. ob $q \cdot h \cdot S \geq q \cdot h \cdot s$ ist. Es ist $q \cdot h \cdot S$ das Gewicht des Prismas, $q \cdot h \cdot s$ das Gewicht eines Körpers, der das *Volumen* ($q \cdot h$) des Prismas, aber das *spezifische Gewicht* der Flüssigkeit hat, d. h. $q \cdot h \cdot s$ ist das Gewicht eines Volumens *Flüssigkeit*, das gleich dem Volumen des *Prismas* ist. Das Prisma mußte aber, um den Platz in der Flüssigkeit einzunehmen zu können, ein seinem eigenen Volumen gleich großes Volumen Flüssigkeit von diesem Platze verdrängen: qhs ist also das Gewicht der durch den eingetauchten Körper verdrängten Flüssigkeit. $qhs \geq qhs$ heißt danach: Gewicht des eingetauchten Körpers \geq Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit. Ein *diesem* Flüssigkeitsgewicht *gleicher* Druck wirkt somit als *Auftrieb* dem Körpergewicht entgegen, infolgedessen verliert der Körper in der Flüssigkeit an Gewicht

so viel, wie die von ihm verdrängte Flüssigkeit wiegt (*Archimedisches Prinzip*). — Wir haben ein rechtwinkliges Prisma gewählt, weil wir an einer einfachen Körperform das Prinzip am einfachsten veranschaulichen können. Es läßt sich aber

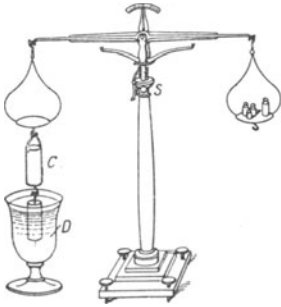


Abb. 188. Hydrostatische Waage.
Vgl. Abb. 208.

theoretisch und experimentell zeigen, daß es für ganz beliebig geformte Körper gilt, wir können unter $q \cdot h = V$ das Volumen irgendeines Körpers verstehen.

Hydrostatische Waage. Zum Beweise des Archimedisches Prinzips dient eine gleicharmige Balkenwaage besonderer Form, die hydrostatische Waage (Abb. 188). Der abzuwiegende Körper hängt unter der Waagschale und taucht vollständig in die Flüssigkeit ein, in der man seinen Gewichtsverlust ermitteln will. *C* ist ein Hohlzylinder, dessen Hohlraum genau gleich dem Volumen des Vollzylinders *D* ist. Man bringt zunächst die Waage ins Gleichgewicht, während *D* von Luft umgeben und *C* leer ist. Stellt man dann das Gefäß mit Flüssigkeit unter *D*, so daß *D* vollkommen eintaucht, so schlägt die Waage nach rechts aus, d. h. *D* hat an Gewicht verloren. Füllt man dann *C* bis zum Rande mit derselben Flüssigkeit, in der sich *D* befindet, so stellt sich das Gleichgewicht wieder her. Der Gewichtsverlust wird also aufgewogen durch das Gewicht eines Volumens Flüssigkeit, das gleich dem Volumen des Zylinders *D* ist. Das aber ist das Volumen der Flüssigkeit, die *D* verdrängt hat, um sich an ihren Platz zu setzen.

Ist $qhS > qhs$, der Körper also schwerer als die von ihm verdrängte Flüssigkeit, so überwiegt die nach unten wirkende Kraft: der Körper sinkt unter.

Ist $qhS = qhs$, der Körper also ebenso schwer wie die von ihm verdrängte Flüssigkeit, so sind die beiden Kräfte einander gleich: der Körper *schwebt* in der Flüssigkeit.

Ist $qhS < qhs$, der Körper also leichter als die von ihm verdrängte Flüssigkeit, so überwiegt die nach oben wirkende Kraft: der Körper steigt empor, ragt schließlich zum Teil aus der Flüssigkeit heraus und verdrängt dann weniger Flüssigkeit als vorher, wo er ganz eingetaucht war. Um das Volumen des herausragenden Körperteiles vermindert sich das Volumen, folglich auch das Gewicht der verdrängten Flüssigkeit, kurz: der Auftrieb qhS . Und wenn schließlich so viel von dem Körper herausragt, daß schon die von seinem eintauchenden Teil verdrängte Flüssigkeit ebensoviel wiegt wie der ganze Körper, dann wird er nicht weiter nach oben getrieben; er *schwimmt an* der Oberfläche.

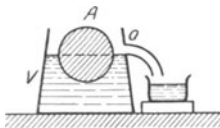


Abb. 189.
Die vom schwimmenden Körper verdrängte Flüssigkeitsmenge.

Um zu zeigen, daß die von dem eintauchenden Körperteil verdrängte Flüssigkeit ebensoviel wiegt wie der ganze schwimmende Körper, füllt man das Gefäß *V* (Abb. 189) bis zur Öffnung *o* mit Flüssigkeit und bringt dann einen Körper *A* in das Gefäß, der auf der Flüssigkeit schwimmt. Durch Wägung überzeugt man sich, daß die durch den Körper verdrängte (übergelaufene) Flüssigkeit und der Körper gleich viel wiegen.

Aus der Dichte des Körpers und der Dichte der Flüssigkeit ergibt sich, *wieviel* von dem Körpervolumen eintaucht und *wieviel* herausragt, so z. B. bei einem im Meere schwimmenden Eis-

berg¹. Süßwasser hat bei 0° die Dichte 0,9167, Meerwasser im Salzgehalt bei 0° die Dichte 1,0273. Nennen wir das Volumen des Eisberges *V*, so ist sein Gewicht $V \cdot 0,9167 \cdot g$, wo *g* die Beschleunigung durch die Erdschwere ist. Nennen wir $V \cdot x$ den eintauchenden Teil des Eisberges, wo *x* ein echter Bruch ist, so ist das Gewicht des verdrängten Meerwassers $V \cdot x \cdot 1,0273 \cdot g$. Aus der Gleichheit der beiden Gewichte folgt $x = \frac{0,9167}{1,0273} = \text{rund } \frac{9}{10}$

Also nur $\frac{1}{10}$ des Eisbergvolumens ragt über die Meeresoberfläche. Herausragen wird aber der schlankere, weniger massige Teil des Volumens, der breitere, massigere wird eintauchen, denn der Eisberg wird (durch Tieferlegung des Schwerpunktes) stets die maximal mögliche Standfestigkeit haben (S. 172 u.). Man schätzt den *sichtbaren* Eisberg auf $\frac{1}{7} - \frac{1}{8}$ der *Gesamthöhe* (oft 40 bis 60 m).

¹ Eisberge sind die abgebrochenen und von Winden und Strömungen weit verfrachteten Enden derjenigen Gletscher (Süßwasser), die an den Abdachungen polarer Festländer und Inseln bis zur See herabfließen (Inlandeis).

Schwimmen. Man kann sogar einen Stoff, der spezifisch schwerer ist als die Flüssigkeit, zum natürlichen Schwimmen bringen, wenn man ihm die geeignete Form gibt. Zum Beispiel: Eine massive Eisenplatte schwimmt auf Wasser nicht, weil, selbst wenn man sie ganz eintaucht, das von ihr verdrängte Wasser weniger wiegt, als sie selber wiegt. Aber zu einem Schiffskörper geformt, schwimmt sie, weil schon der eintauchende *Teil* des Schiffsrumpfes infolge seiner Wölbung ein Wasservolumen verdrängt (Displacement), dessen Gewicht gleich dem des *ganzen* Schiffes ist. Höchst merkwürdig verhält sich in dieser Beziehung eine *schwimmende elastische* Platte, die durch ein in der Mitte aufgelegtes Gewicht elastisch durchgebogen ist (HEINRICH HERTZ 1884). Die Rechnung ergibt den *Auftrieb*, den das Wasser auf die Platte infolge ihrer Deformation ausübt, *gleich dem belastenden Gewicht*.

HERTZ sagt hierüber: Wie groß also auch das Gewicht, es wird immer getragen, auf den Auftrieb, welchen die ebene unbelastete Platte erfährt, kommt es nicht an. Legt man eine nicht zu kleine runde Scheibe steifen Papieres aufs Wasser, so kann man die Mitte derselben mit mehreren hundert Gramm belasten, während doch der Auftrieb des Papieres kaum einige Gramm beträgt. Schwimmt also ein Mensch auf einer ausgedehnten Eisplatte, so ist es, genau genommen, korrekter, zu sagen, er schwimme, weil er das Eis durch sein Gewicht zu einem sehr flachen Bote gewölbt habe, als zu sagen, er schwimme, weil das Eis leicht genug sei, ihn neben dem eigenen Gewichte zu tragen. Denn er würde ebensogut schwimmen, wenn das Eis auch gar nicht leichter wäre, als das Wasser; und wenn man statt des Menschen beliebig große Gewichte auf das Eis stellte, so könnten dieselben wohl einbrechen durch das Eis, niemals aber versinken mit dem Eise. Die Grenze der Belastung hängt von der Festigkeit, aber nicht von der Leichtigkeit des Eises ab. Die Sache verhält sich anders, wenn Personen oder Gewichte gleichmäßig über die Fläche verteilt sind. (Gesammelte Werke, 1, 292.)

Der *lebende* Mensch wiegt mehr als das von ihm verdrängte Wasser (von seinen Hohlräumen kann man absehen), er sinkt deshalb im Wasser unter¹. Er kompensiert sein Sinken durch *Schwimmbewegungen*, mit denen er einen Druck nach unten ausübt und infolge des Widerstandes des Wassers gegen diesen Druck den Körper hebt; er schwimmt somit *künstlich* (S. 169 o.). Der *tote* Mensch ist, hauptsächlich durch die Fäulnisgase in den Hohlräumen, spezifisch leichter als Wasser und schwimmt *natürlich*. — Vögel schwimmen in ihrer aus Federn und Luft bestehenden Bekleidung *natürlich*. — Das Schweben der Fische ist *künstlich*: der Muskeldruck auf die Schwimmblase ist dazu — ebenso zum Aufsteigen und Niedersteigen — notwendig, wie daraus hervorgeht, daß tote Fische (auch noch *nicht* verwesende) an der Oberfläche des Wassers *natürlich* schwimmen. Es gibt Fische, die schwerer sind als das Wasser (die Fische ohne Schwimmblase, vor allem Haie und Rochen) und Fische, deren Gewicht dem der verdrängten Wassermasse gleich ist, weil sie das Übergewicht des Körpers durch die luftgefüllte Schwimmblase ausgleichen (die überwiegende Mehrzahl der Knochenfische)². Die ersten, z. B. die Haie, sinken unter, wenn sie sich nicht von der Stelle bewegen (wie ein Flugzeug), die zweiten können stillstehen, z. B. ein Goldfisch, ein Karpfen (wie ein Luftschiff). Ein Knochenfisch kann beliebig langsam schwimmen, ein Hai braucht eine Mindestgeschwindigkeit, um einen Wasserwiderstand gegen seine Unterfläche zu erzeugen, dessen aufwärtsgerichtete Komponente sein Übergewicht ausgleicht und ihn so zu tragen vermag — dieselben Unterschiede wie zwischen Luftschiff und Flugzeug (HESSE).

Standfestigkeit des schwimmenden Körpers. Metazentrum. Eigengewicht und Auftrieb wirken auf den schwimmenden Körper andauernd. Der Körper unterliegt also dauernd der Einwirkung von zwei Kräften, die gleich groß und einander entgegengesetzt

¹ Außer im Toten Meer, dessen Salzgehalt von etwa 25 % das Wasser dazu zu schwer macht (im Mittel enthält Seewasser 3,5 %). Aber ertrinken kann er trotzdem darin, denn normales Schwimmen ist darin unmöglich, da die Beine nicht untertauchen können, und er die Lage seines Körpers nicht in der Gewalt hat.

² *Knochenfische* heißt: mit völlig verknöchertem Skelet.

gerichtet sind. Ihre Gleichheit macht nur Verschiebung (nach oben oder nach unten) unmöglich, läßt aber Drehung zu. Damit er *in Ruhe bleibt*, müssen die Kräfte *noch* eine Bedingung erfüllen. Wir erläutern sie an einem Beispiel (Abb. 190 und 191).

Das Gewicht des schwimmenden Körpers ist durch eine Kraft Gt ersetzt, die an Größe (in dyn) gleich dem Gewicht des Körpers ist, in seinem Schwerpunkt G angreift und *vertikal nach unten* gerichtet ist. Der Auftrieb ist an Größe *gleich* dem Gewicht der Flüssigkeit, die der eintauchende Körperteil verdrängt hat. Dieses Gewicht können wir uns durch eine entsprechende Kraft ersetzt denken. Liegt der Schwerpunkt der Flüssigkeit, die vorher die Stelle des eintauchenden Körperteils eingenommen hat, in A , so wird der schwimmende Körper gleichzeitig in A von einer Kraft $AB (= Gt)$ angegriffen, die *vertikal nach oben* gerichtet ist. Damit er trotzdem in Ruhe bleibt, müssen die Kräfte AB und Gt in dieselbe Gerade fallen; mit anderen Worten, der Schwerpunkt des schwimmenden Körpers und der Angriffspunkt des Auftriebs müssen vertikal übereinander liegen (Abb. 190a und Abb. 191a), sonst bilden Gewicht und Auftrieb ein Kräftepaar (S. 61) und suchen den Körper zu drehen.

Denken wir ihn uns aus einer Ruhelage, etwa durch einen momentanen Windstoß, in die Lage Abb. 190 b oder 191 b gebracht, dann liegen G und A nicht mehr vertikal übereinander. Der Schwerpunkt G behält mit Bezug auf den Körper seine Lage selbstverständlich bei, der Angriffspunkt des Auftriebs aber nicht. Denn in der neuen Lage des Körpers hat der eintauchende Körperteil ja eine andere Form als vorher — infolgedessen ist auch die Form der verdrängten Flüssigkeitsmasse anders (ihr Gewicht ist natürlich dasselbe, da das ja immer gleich dem Gewicht des schwimmenden Körpers sein muß), also auch die Lage ihres Schwerpunktes anders als vorher. Er liege jetzt in A' . Die Kräfte Gt und $A'B'$ bilden dann je ein Kräftepaar und suchen den Körper zu drehen. Die beiden Fälle Abb. 190 b und 191 b sind ganz verschieden voneinander. Im zweiten Falle sucht das Kräftepaar den Körper

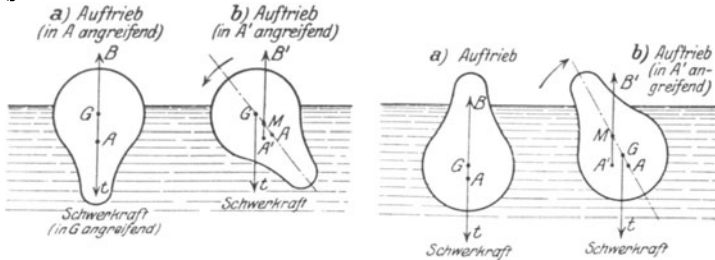


Abb. 190 und 191. Standfestigkeit des schwimmenden Körpers. Abhängig von der gegenseitigen Lage des Schwerpunktes des Körpers und des Schwerpunktes des verdrängten Flüssigkeitsvolumens (Angriffspunkt des Auftriebes), G Schwerpunkt, A oder A' Angriffspunkt des Auftriebs, M Metazentrum.

in die Ruhelage zurückzudrehen, d. h. wieder aufzurichten, im ersten noch weiter davon zu entfernen d. h. umzuwerfen. Im ersten ist somit das Gleichgewicht labil, im anderen stabil (S. 63). Schwämme ein Schiff labil, wie Abb. 190 a, so würde es der leiseste Windstoß umwerfen (zum „Kentern“ bringen). Wir fordern aber, daß es stabil schwimmt, wie Abb. 191 a.

Die Bedingung dafür, daß ein Körper stabil schwimmt, läßt sich so formulieren: Man lege in dem aus der Ruhelage abgelenkten Körper (Abb. 190 b und 191 b) durch den Schwerpunkt G und durch den früheren Angriffspunkt A des Auftriebs eine Gerade. Sie schneidet (im abgelenkten Körper) die Richtungslinie des Auftriebs in M , dem *Metazentrum* (BOUGUER 1746). Bei stabilem Gleichgewicht liegt der Schwerpunkt des Körpers tiefer, bei labilem höher als das Metazentrum. Um ein Schiff möglichst stabil schwimmend zu machen, muß man daher seinen Schwerpunkt möglichst tief legen (z. B. durch Ballast), damit er auch bei sehr schiefer Lage des Schiffes tiefer liegt als das Metazentrum.

Hydrostatisches Gleichgewicht der Erdrinde (Isostasie). Zwei *gleich* schwere auf einer Flüssigkeit *schwimmende* massive Zylinder verdrängen zwei *gleich* schwere Zylinder der Flüssigkeit. Haben diese Flüssigkeitszylinder gleichen Querschnitt, so sind sie auch gleich hoch, d. h. die massiven Zylinder tauchen *gleich* tief ein. Haben die gleich schweren massiven Zylinder *verschiedenes* spezifisches Gewicht, so ragen sie über die Flüssigkeit im umgekehrten Verhältnis ihrer spezifischen Gewichte heraus. Eine *Reihe* *gleich* schwerer Zylinder von *gleichem* Querschnitt, aber von *verschiedenem* spezifischen Gewicht nebeneinander in einer sie tragenden Flüssigkeit würden ein Bild geben wie Abb. 192. Diese Folgerung erläutert ein Grundproblem der Geophysik: Das Erdinnere ist höchstwahrscheinlich bis zu einem gewissen Grade plastisch, so daß die festen Schollen der Erdoberfläche auf den unteren Schichten gleichsam schwimmen. Die unteren Schichten müssen also *größeres* spezifisches Gewicht haben. (Die Geologen unterscheiden zwei Schichten in der Erdkruste; die obere, Sal, vorwiegend aus Gesteinen mit Silizium und Aluminium, die untere, Sima, aus Ge-

steinen mit Silizium und Magnesium. Sal schwimmt auf Sima.) Dadurch, daß der eintauchende Teil der leichteren Masse die schwerere verdrängt, entsteht *unter* dem herausragenden Teil ein „Massendefekt“. Danach entsprechen den sichtbaren Erhebungen der Massen über der Erdoberfläche *unterirdische* Massendefekte (AMY). Die sichtbaren Erhebungen sind dem Archimedischen Prinzip zufolge gleich dem, was unten fehlt (anders: die Massendefekte gleich den sichtbaren Massen, sie *kompensieren* also einander). Die Gesamtheit der unterirdischen Massen, deren Defekte die *Gesamtheit* der Erhebungen kompensiert, ist von einer Fläche begrenzt, die der gemeinsamen Eintauchtiefe der Abb. 192 entspricht. Man nennt sie *Ausgleichsfläche*, sie ist dadurch definiert, daß auf jeder ihrer Flächeneinheiten die *gleiche* Masse lastet. Man nennt (nach DUTTON) diesen Gleichgewichtszustand der Massen: *Isostasie*. Die Ausgleichsfläche liegt *höchstwahrscheinlich* 118 km unter der Erdoberfläche. Sie ist als Niveaufläche (S. 106) aufzufassen: in dem plastischen Erdinnern gleichen sich mit der Zeit alle Druckunterschiede aus, es tritt hydrostatisches Gleichgewicht in ihm ein. Die Flächen gleicher Dichte koinzidieren dann mit den Niveauflächen — *nur in den obersten Schichten der Erde nicht*, mit ihrem Durcheinander von Massen der verschiedensten Formen und Dichten. *Eine* Niveaufläche wird also die letzte sein (von innen nach außen gerechnet), die dem hydrostatischen Gleichgewicht entspricht, sie muß die Eigenschaft haben, daß auf jeder ihrer Flächeneinheiten der gleiche Druck lastet — das Charakteristikum der Ausgleichsfläche. Die geologischen Vorgänge (Gebirgsbildung, Vulkanismus, Bruchbildung) spielen sich *über* ihr ab, in der Erdkruste.

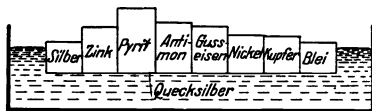


Abb. 192. Gleich schwere Zylinder von gleichem Querschnitt aber *verschiedenem* spezifischen Gewicht, in einer sie tragenden Flüssigkeit schwimmend.

Dichtemessung fester Stoffe nach dem Archimedischen Prinzip: Man nennt *Dichte* eines Körpers (S. 138 m.) das Verhältnis seiner Masse zu seinem Volumen (Dimensionsformel: $m \cdot l^{-3}$), im cm-g-sec-System also das Verhältnis g/cm^3 . Um seine Dichte zu ermitteln, muß man also 1. seine Masse in Gramm ermitteln, 2. sein Volumen in Kubikzentimeter, 3. seine Grammzahl durch seine Kubikzentimeterzahl dividieren. Seine Masse in Gramm bestimmt man, indem man ihn wägt; sein Volumen, falls es nicht aus seinen Abmessungen zu ermitteln ist, auf einem Umwege: Man ermittelt, wieviel er an Gewicht verliert, wenn er ganz in Flüssigkeit taucht (Abb. 188). Zum Beispiel:

Wiegt ein Stück Kupfer (in der Luft) 11,378 g, in destilliertem Wasser von 4° C aber 10,100 g, so ist sein Gewichtsverlust in dem Wasser 1,278 g. Es hat also 1,278 g Wasser von 4° C, d. h. 1,278 cm³ Wasser verdrängt, hat also selbst ein Volumen von 1,278 cm³. Die 1,278 cm³ Kupfer enthalten 11,387 g, 1 cm³ Kupfer somit $11,378/1,278 = 8,903$ g. Die Zahl 8,903 g/cm³ ist die Dichte des Kupfers.



Abb. 193. Federwaage (JOLLY).

Die Verfahren, die Dichte eines festen Stoffes zu messen, unterscheiden sich im wesentlichen darin voneinander, wie man den Gewichtsverlust des Körpers in der Flüssigkeit mißt, mit anderen Worten: wie man sein Volumen ermittelt. Man benützt dazu entweder eine hydrostatische Waage oder eine Senkwaage (Gewichtsäräometer) oder ein Pyknometer (Gefäßäräometer).

1. Mit der hydrostatischen Waage (Abb. 188) ermittelt man den Gewichtsverlust, indem man den Körper einmal wie gewöhnlich wiegt, und einmal, während er ganz in die Flüssigkeit taucht. — Auch die Federwaage von JOLLY (Abb. 193) ist eine hydrostatische, eine Federwaage, an deren Schale eine

zweite hängt, sie taucht in die Flüssigkeit, in der man den Körper wiegt. Das untere Ende der Feder trägt eine Marke, die sich bei der Wägung längs einer Skala verschiebt. Legt man den Körper in die obere Waagschale, so rückt die Marke vor eine gewisse Skalenstelle. Man ermittelt hierauf 1. wieviel Gramm anstatt des Körpers man in die obere Schale legen muß, um die Marke vor *dieselbe* Skalenstelle zu bringen — dadurch erfährt man, wieviel Gramm der Körper in der Luft wiegt — und 2. um wieviel Gramm *mehr* man hineinlegen muß, wenn der Körper in der *unteren* Schale liegt, also durch den Auftrieb an Gewicht verloren hat.

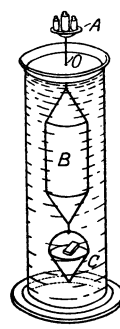


Abb. 194. Gewichtsäräometer (NICHOLSON).

2. Das Gewichtsaräometer¹ (Abb. 194) ist ein Schwimmer *B* aus zwei starr miteinander verbundenen Waagschalen *A* und *C* vertikal übereinander, die untere (wie bei der Federwaage von JOLLY) in der Flüssigkeit, die obere in der Luft. Die Marke *O*, die man durch Belastung des Schwimmers gerade in das Niveau der Flüssigkeit bringt, befindet sich zwischen *A* und *B*. Die beiden Wägungen verlaufen wie mit der Waage von JOLLY.

3. Das Pyknometer² (Gefäßaräometer) ist ein Fläschchen, das man bis zum Rande mit der Flüssigkeit füllt. Bringt man den (sehr kleinen) Körper dann hinein, so drängt er ein Volumen Flüssigkeit heraus, das seinem eigenen gleich ist. Macht man also 1. eine Wägung, bei der das Pyknometer bis zum Rande Flüssigkeit enthält und der Körper *daneben* auf derselben Waagschale liegt, 2. eine Wägung, bei der es bis zum Rande Flüssigkeit enthält, aber der Körper sich *darin* befindet, so erfährt man aus dem Unterschied der beiden Wägungen, wieviel Gramm Flüssigkeit der Körper verdrängt hat. Aus der Grammzahl der verdrängten Flüssigkeit erfährt man ihr Volumen, also auch das Volumen des Körpers, ferner durch eine gewöhnliche Wägung das Gewicht des Körpers.

Dichtemessung von Flüssigkeiten (MOHRsche Waage, Skalenaräometer). Um die Dichte einer Flüssigkeit zu messen, ermittelt man den Gewichtsverlust eines festen Körpers erst in Wasser, dann in der betreffenden Flüssigkeit. Sein Gewichtsverlust im Wasser ergibt sein Volumen (S. 173 m). Sein Gewichtsverlust in der Flüssigkeit, der ja gleich dem Gewicht der verdrängten Flüssigkeit ist, ergibt daher das Gewicht eines (durch die erste Messung)

bekanntem Volumens dieser Flüssigkeit. Man kann stets denselben Körper benutzen (in Abb. 195 und 196 ein kleines Glasgefäß, das Quecksilber enthält), braucht also seinen Gewichtsverlust in Wasser, d. h. sein Volumen, nur einmal zu bestimmen, um das Volumen der bei der zweiten Messung verdrängten Flüssigkeit ein für allemal zu kennen. Die Messung der Dichte einer Flüssigkeit reduziert sich so auf die Ermittlung des Gewichtsverlustes des Glaskörpers in ihr. Man benützt auch hier eine hydrostatische Waage oder die Federwaage von JOLLY oder ein Gewichtsaräometer, auch Skalenaräometer.

Eine hydrostatische Waage hierzu ist die MOHRsche Waage (Abb. 195). Die Wägung des Glaskörpers zur Bestimmung seines Gewichtsverlustes

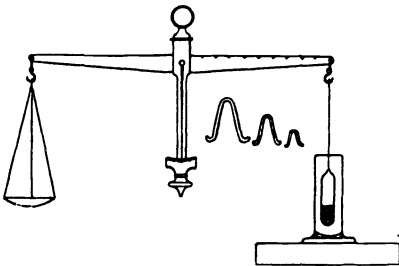


Abb. 195. Waage zur Bestimmung der Dichte von Flüssigkeiten. (MOHR.)

geschieht durch die Verschiebung von Reitergewichten auf dem in 10 gleiche Teile geteilten Hebelarm.

Ein Gewichtsaräometer ist das Aräometer von FAHRENHEIT (Abb. 196), ein Schwimmer aus Hohlglas, der (anstatt der unteren Waagschale mit der bei allen Wägungen identischen Belastung) eine Quecksilbermasse trägt, meist die Kugel eines Thermometers, da man die Temperatur der Flüssigkeit berücksichtigen muß. Das Instrument wird bei jeder Messung so belastet, daß es bis zu einer bestimmten Marke am Halse eintaucht. Wiegt es in der Luft P g und muß es, im Wasser schwimmend, noch mit p g belastet werden, um bis zur Marke einzutauchen, so erleidet es im Wasser, da das verdrängte Wasservolumen ebenso schwer ist wie der schwimmende Körper, einen Auftrieb von $(P + p)$ g, verdrängt also $(P + p)$ g, d. h. $(P + p)$ cm³ Wasser, taucht also mit einem Volumen von $(P + p)$ cm³ ein. Muß es in der zu messenden Flüssigkeit schwimmend mit p' g belastet werden, um bis zur Marke — also wieder mit einem Volumen von $(P + p)$ cm³ — einzutauchen, so verdrängt es $(P + p')$ g der Flüssigkeit. $(P + p)$ cm³ enthalten also $(P + p')$ g

$$\text{der Flüssigkeit; } 1 \text{ cm}^3 \text{ enthält demnach } \frac{P + p'}{P + p} \text{ g.}$$

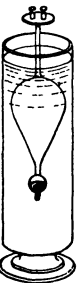


Abb. 196. Gewichtsaräometer (FAHRENHEIT).

Die Skalenaräometer unterscheiden sich von den Gewichtsaräometern ungefähr so, wie die automatischen Waagen von den nicht-automatischen: sie erfordern nur die Ablesung einer Skala. Ein Skalenaräometer (Abb. 197) — immer ein thermometerförmiger Schwimmer — ist ein Aräometer mit einer empirisch geteilten und bezifferten

Skala. Man läßt es in der zu messenden Flüssigkeit schwimmen und liest die Ziffer bei dem Skalenstrich ab, bis zu dem es infolge seines Gewichtes eintaucht. (Also das gleiche Gewicht Flüssigkeit wird verdrängt.) — Die an der Skala abgelesene Ziffer bedeutet aber nicht immer die Dichte. Ihre Bedeutung hängt von dem Zweck ab, für den das Aräometer geeicht ist. Skalenaräometer werden z. B. geeicht als Alkoholometer zur Bestimmung

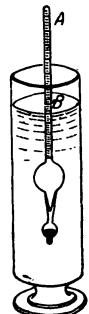


Abb. 197. Skalenaräometer.

¹ ἀραιός = dünn.

² πυκνός = dicht.

der *Gewichtsprocente* an absolutem Alkohol in einem Gemisch von Alkohol und Wasser (Spiritus, Branntwein); als Alkoholometer zur Bestimmung der in einem Alkoholgemisch enthaltenen *Volumprocente* an absolutem Alkohol (GAY-LUSSACSches Aräometer), als *Alkali-meter* zur Bestimmung des Alkaligehaltes in Laugen, als *Laktometer* zur Bestimmung des Wassergehaltes in Milch usw.

Es gibt auch Skalenaräometer mit willkürlicher Teilung, wie das von BAUMÉ. Die konzentrierte Schwefelsäure soll 66° B. haben, d. h. ihre Dichte soll so sein, daß das BAUMÉsche Aräometer in ihr bis zum Teilstrich 66 einsinkt; die Dichte der Salpetersäure des Handels soll 36° B. entsprechen. Um „Grade B“ in Dichte zu übersetzen, muß man eine Tabelle benutzen. Bedeutet n die Anzahl Grade und d die Dichte, so ist, je nachdem die Flüssigkeit (bei 12,5° C) schwerer oder leichter als Wasser ist: $d = 146/(146 - n)$ und $d = 146/(146 + n)$.

A (2). Gleichgewicht der Gase (s. S. 161).

Ausdehnungsbestreben. Zusammendrückbarkeit. Gesetz von BOYLE-MARIOTTE. Die Beweglichkeit der Gasteilchen ist so viel größer als die der Flüssigkeitsteilchen, daß sich die unmittelbar aus der Beweglichkeit folgenden Grundeigenschaften, die allseitig gleichmäßige Druckfortpflanzung und der Auftrieb, hier ganz anders äußern. Die Gasteilchen verbreiten sich vermöge der Bewegung, die sie stets haben, in dem ganzen Behälter, in dem sie sich gerade befinden. Dieses *Expansionsbestreben* zwingt uns, den Behälter, in dem wir ein Gas aufbewahren wollen, allseitig zu begrenzen. (Die Flüssigkeiten haben dieses Bestreben nicht, die Gefäße für sie können oben offen sein.) Das Expansionsbestreben der Gase kennt jeder von der Verbreitung des ausströmenden, aber nicht angezündeten Leuchtgases in einem Zimmer, oder von dem Duft eines anderen Riechstoffes, der an jedem Punkte des Zimmers durch den Geruch wahrnehmbar ist. Wir sehen schon hier: ein Gas kann sich in einem Behälter ausbreiten, in dem bereits ein anderes, hier die Luft, vorhanden ist. (*Diffusion* der Gase.)

Noch mehr unterscheiden sich die Gase von den Flüssigkeiten durch ihre *Zusammendrückbarkeit*. Man kann die Volumenveränderlichkeit geradezu eine Grundeigenschaft der Gase nennen.

Der Apparat Abb. 198 erlaubt die gesetzmäßigen Beziehungen zwischen Druck und Volumen der Gase bei Drucken zwischen 1 und 2 Atmosphären (Atm, s. d.) zu untersuchen. Der oben durch einen Hahn verschließbare Schenkel S — er ist durch den Hahn H sowohl gegen den Schenkel s wie auch gegen die Atmosphäre verschließbar — wird mit dem Gase gefüllt, der Schenkel s mit Quecksilber, durch sein Gewicht erzeugt es den Druck unter dem man das Gas in S setzen will. Verbindet man S und s durch den Hahn H , so erfüllt das Quecksilber zum Teil auch den Schenkel S und drückt durch sein Gewicht das Gas zusammen. Die Größe des von s her ausgeübten Druckes und die des dabei in S vorhandenen Gasvolumens werden an den Gipfeln der Quecksilbersäulen in den entsprechend kalibrierten Röhren abgelesen. Der Apparat wird, um dieselbe Temperatur zu behalten, von Wasser umspült.

Den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen der Gase formuliert das BOYLE-MARIOTTESche Gesetz¹. Ist v_0 das Volumen des Gases unter dem Drucke p_0 , erfährt darauf das Gas den Druck p_1 , und wird sein Volumen dann v_1 , so ist

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{p_0}{p_1} \quad \text{oder} \quad v_1 p_1 = v_0 p_0 \quad \text{oder} \quad \frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} = 1.$$

Macht man z. B. $p_1 = 2 p_0$, d. h. verdoppelt man den ursprünglichen Druck, so wird $v_1 = 1/2 \cdot v_0$, d. h. das ursprüngliche Volumen wird halbiert — *jedoch nur dann, wenn das Gas unter p_1 dieselbe Temperatur hat, die es unter p_0 gehabt*

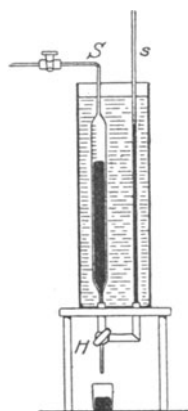


Abb. 198. Zusammenhang zwischen Druck und Volumen eines Gases.

¹ BOYLE (1662) ist der Entdecker des Gesetzes, nicht MARIOTTE (1679).

hat. Kompression des Gases ist aber stets mit Temperatursteigerung verbunden. Erst nachdem die Temperatur des komprimierten Gases wieder auf die ursprüngliche gesunken ist, besteht die Beziehung.

Das Verhalten eines Gases, das weit genug vom Verflüssigungspunkt entfernt ist, *und dessen Temperatur konstant gehalten wird*, beschreibt man darum so: Die Volumina v_0 und v_1 , die dasselbe Gas unter den Drucken p_0 und p_1 einnimmt, verhalten sich umgekehrt zueinander wie die Drucke. Da $v_0 p_0 = v_1 p_1 \dots = v_n p_n$ ist, also einen konstanten Wert C hat, so ist $v = C \cdot \frac{1}{p}$. Wir können

daher auch sagen: Das Volumen eines Gases ist dem Druck, unter dem es steht, umgekehrt proportional. — Der Druck ändert nur das Volumen des Gases, nicht die Anzahl seiner Teilchen. Die Drucksteigerung ist daher von einer Vergrößerung der Dichte begleitet, die Druckverminderung von einer Verdünnung des Gases. Einer Verdoppelung, Verdreifachung usw. des Druckes folgt eine Verdoppelung, Verdreifachung usw. der Dichte. Die Dichte wächst also

dem Drucke proportional, d. h. es ist $d_1 : d_2 = p_1 : p_2$. Auch dieser Satz gilt nur so weit wie das BOYLE-MARIOTTESCHE Gesetz und (s. oben) bei konstanter Temperatur.

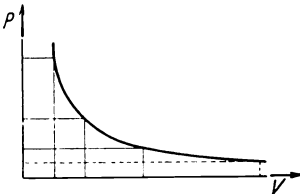


Abb. 199. Das Gesetz (Gasvolumen \times Gasdruck) $p \cdot v = \text{konst}$ graphisch dargestellt.

Das Gesetz $p v = \text{konst}$ läßt sich geometrisch darstellen. Macht man in einem rechtwinkligen Koordinatensystem von je zwei zusammengehörigen Werten p und v das v zur Abszisse, p zur Ordinate, so hat das aus ihnen gebildete Rechteck stets denselben Flächeninhalt. Die Gleichung $p v = \text{konst}$ stellt eine gleichseitige Hyperbel dar (Abb. 199).

Abweichung vom $p \cdot v$ -Gesetz. Bestände das Gesetz in aller Strenge, so würden zusammengehörige Drucke und Volumina die Gleichung $\frac{v_0 p_0}{v_1 p_1} = 1$ streng erfüllen. Aber der Bruch ist (für $p_1 > p_0$) bis zu sehr hohen Drucken bei mittlerer Temperatur größer als 1 für alle Gase außer Wasserstoff und Helium. Er ist kleiner als 1 für Wasserstoff und für Helium, für diese ist also $v_1 p_1$ größer als $v_0 p_0$, d. h. v_1 größer als es wäre, wenn das Gesetz in aller Strenge bestände. Wasserstoff und Helium sind danach weniger zusammendrückbar, als es das Gesetz fordert, alle anderen Gase sind es mehr. Und zwar sind sie es, wie die Erfahrung lehrt, desto mehr, d. h. der Bruch weicht immer mehr von 1 ab, je näher sie durch den Druck dem Punkte kommen, in dem sie flüssig werden. Er beträgt für $p_1 - p_0 = 1$ Atm bei kleinem Druck und bei 0° für:

Helium	0,99955	Stickoxyd	1,00117
Wasserstoff	0,99922	Chlorwasserstoff	1,00737
Stickstoff	1,00074	Ammoniak	1,01499
Sauerstoff	1,00097	Schweflige Säure	1,02341

Die Abweichung von 1 ist so gering, daß man sie gewöhnlich vernachlässigen kann.

Mechanische Begründung des $p \cdot v$ -Gesetzes. Kinetische Gastheorie. Das Gesetz läßt sich aus der Hypothese erklären, daß Gase keine wahrnehmbare Kohäsion besitzen, und daß die Gasteilchen mit großer Geschwindigkeit geradlinig durch den Raum schießen. Die auf dieser Hypothese aufgebaute Theorie nennt man die *kinetische* Theorie der Gase (KRÖNIG, CLAUSIUS, MAXWELL, O. E. MEYER, BOLTZMANN). Was unter dem Druck eines Gases zu verstehen ist, erklärt sie so: Die Gasteilchen stoßen gegen jedes Hindernis auf ihrem Wege, stoßen gegeneinander, prallen voneinander ab, schlagen eine neue Bahn ein, bis zum nächsten Anprall und so fort. Sie stoßen natürlich auch gegen die Wand des sie einschließenden Behälters, und die Gesamtheit ihrer Stöße gegen sie äußert sich als Druck des Gases gegen die Wand. Mit Hilfe einiger vereinfachender Annahmen läßt sich aus dieser Vorstellung das BOYLESche Gesetz ableiten: Das Gas sei in einem Würfel von der Kanten-

länge a (dem Volumen a^3) enthalten, und seine „molekulare“ Geschwindigkeit sei so groß, daß ein Gasteilchen, das sich parallel zu einer Würfelkante bewegt, pro Sekunde zwischen zwei gegenüberliegenden Wänden n -mal hin und n -mal zurück fährt, jede stößt dann pro Sekunde n -mal an dieselbe Wand. (Wir sehen ab vom Zusammenprall der Gasteilchen miteinander und nehmen an, daß die Gasteilchen nur zwischen je zwei einander gegenüberliegenden Wänden hin und her fahren, und senkrecht zu ihnen — Annahmen, die zwar nicht erfüllt sind, die aber nicht widersinnig sind.) Der Würfel werde nun zusammengedrückt, so, daß ein Würfel von der Kantenlänge $a/2$ (dem Volumen $a^3/8$) entsteht. Die molekulare Geschwindigkeit reicht jetzt zu $2n$ -maligem Hingange und zu $2n$ -maligem Hergange in der Sekunde aus. Jede Wand erfährt daher doppelt so viele Stöße wie vorher, sie hat jetzt aber nur ein Viertel der ursprünglichen Fläche. Das Bombardement richtet sich jetzt also gegen eine viermal kleinere Wand als vorher und wiederholt sich *doppelt* so oft, ist also pro cm^2 achtmal so intensiv wie vorher, d. h. die Wand hat jetzt einen achtmal so großen Druck auszuhalten. Der Raum aber ist nur ein Achtel des anfänglichen Raumes. Das Ergebnis entspricht also dem BOYLESchen Gesetz, vorausgesetzt, daß die unveränderte Geschwindigkeit der Moleküle einer unveränderten Temperatur entspricht.

Die Gastheorie verschafft uns Einblick in das Wesen der Gase, wenn wir den Begriff Temperatur einführen, und zwar die absolute Temperatur T . Wir benutzen den Temperaturbegriff hier nur so weit, wie er jedem vom Quecksilberthermometer her als Alltagsbegriff bekannt ist. Zu der *absoluten* Temperatur (AMONTONS) kommt man so:

Die meisten Stoffe nehmen an Volumen zu (ab), während sie Wärme aufnehmen (abgeben). Die Gase zeichnen sich dadurch aus, daß alle um gleich viel zunehmen: für je 1°C um $0,003665 = 1/273$ ihres Volumens, das sie bei 0°C haben. Ein Volumen Gas, das bei 0° gleich 1 ist, hat bei 100° also das Volumen $1 + 100 \cdot 0,003665 = 1,3665$. Diese Gleichförmigkeit der Ausdehnung für jeden Temperaturgrad und die Genauigkeit, mit der sie bekannt ist, gestatten es, die Gase selber als thermometrische Substanz zu verwenden, (ähnlich wie wir in dem Alltagsthermometer das Quecksilber als thermometrische Substanz verwenden). Um zu erklären, was es mit der *absoluten* Temperatur auf sich hat, benutzen wir als thermometrische Substanz Luft. Wir beziehen uns dabei — einer Darstellung von MAXWELL folgend — auf das Luftthermometer, schematisiert, Abb. 200, in seiner primitivsten Form: ein geradliniges, zylindrisches langes Rohr, das oben offen und unten geschlossen ist, die im unteren Teil enthaltene Luft durch einen Quecksilbertropfen von der äußeren Luft abgesperrt. Bei Wärmeaufnahme und -abgabe durch die im unteren Teile enthaltene Luft bewegt sich der Quecksilbertropfen infolge der Volumenänderung der Luft auf und ab und zeigt durch seine jeweilige Stellung die Temperatur an — vorausgesetzt wird, daß der Druck auf irgendeine Weise konstant erhalten wird. Bei der Temperatur des schmelzenden Eises stehe der Quecksilbertropfen bei dem mit 0°C bezeichneten Punkte. Von hier aus konstruieren wir nach beiden Seiten die Skala, der Ausdehnung der Luft entsprechend (s. oben)

für jeden Grad $1/273$ ihres Volumens bei 0°C . Setzen wir die Graduierung nach unten weit genug fort, so erreichen wir schließlich das geschlossene Ende des Rohres. Was steht dort für eine Zahl? Wir wissen, der Abstand des Gefrierpunktes vom Rohrende verhält sich zum Abstände des Siedepunktes (100°) vom

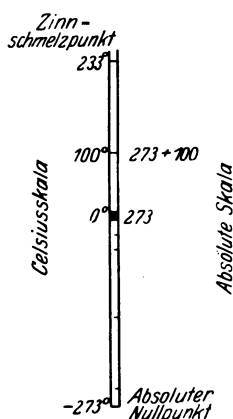


Abb. 200. Luftthermometer, schematisch (MAXWELL).

Rohrende wie 1:1,3665, denn so verhalten sich ja die von dem Quecksilbertropfen begrenzten Luftvolumina bei dem Gefrierpunkt und bei dem Siedepunkt des Wassers zueinander. Nennen wir die Zahl der Grade vom Gefrierpunkte bis zum Rohrende x , so ist die Anzahl der Grade vom Siedepunkte bis zum Rohrende $x + 100$. Es ist daher

$$(x + 100) : x = 1,3665 : 1, \text{ also} \\ x = 272,85, \text{ rund } 273 \text{ (genau: } 273,20).$$

Das heißt: am Boden des Rohres steht -273° C.

Wir lassen es dahingestellt, wie weit dieses Rechnungsergebnis der Wirklichkeit nahe kommt, benutzen aber, um die Darstellung zu vereinfachen, in vielen Fällen den Temperaturpunkt -273° C als Nullpunkt des Luftthermometers. Man nennt diesen Temperaturpunkt den *absoluten Nullpunkt der Temperatur* und eine auf ihn bezogene Temperaturmessung die *absolute Temperatur*. Der Nullpunkt der Celsius-Skala heißt, auf die Luftthermometer-Skala bezogen, dann 273, und t° C heißen $(273 + t)^{\circ}$. Für $(273 + t)$ schreibt man T , d. h. man bezeichnet die absolute Temperatur des Körpers mit T° (Näheres S. 288).

Um aber hier für unsere Zwecke Nutzen von ihr zu haben, müssen wir über ihr Wesen eine Annahme machen — die durch die Bestätigung der aus ihr gezogenen Folgerungen später gerechtfertigt wird — die Annahme: die kinetische Energie $\frac{1}{2} mc^2$ (m Masse, c Geschwindigkeit) der Gasteilchen ist der *absoluten Temperatur* T des Gases *proportional*. Da jedes Gasteilchen seine Geschwindigkeit fortwährend wechselt, und da in dem Gase alle möglichen Geschwindigkeiten *gleichzeitig* vertreten sind, so setzen wir, genauer ausgedrückt, den *Mittelwert* der kinetischen Energien aller Gasteilchen der absoluten Temperatur proportional.

Das ideale Gas. Ein rechtwinkliges Prisma mit den Kantenlängen x, y, z , also dem Volumen $V = x \cdot y \cdot z$, enthalte N gleiche Gasteilchen, jedes habe die Masse m , die in V enthaltene Gesamtmasse ist also Nm und ihre Dichte $\rho = \frac{Nm}{V}$.

In Wirklichkeit wechseln alle Gasteilchen ständig ihre Geschwindigkeit nach Richtung und nach Größe. Um die Darstellung zu vereinfachen, nehmen wir an (eine strenge Rechnung zeigt diese Annahme als ohne Einfluß auf das Ergebnis): Von den N Gasteilchen bewege sich je $1/3$ parallel zu je einer der drei Prismenkanten und alle Gasteilchen mit der gleichen Geschwindigkeit c . Ferner nehmen wir an, das Gas ist ein *ideales*, d. h. seine Gasteilchen sind punktiert, elastisch und beeinflussen einander nicht durch irgendwelche Kräfte. Prallt ein Gasteilchen auf die Prismenwand $x \cdot y$, so ändert sich seine Bewegungsgröße mc um $2mc$, denn bei dem Stoß ändert die Geschwindigkeit ihre *Richtung um* 180° , und war die Bewegungsgröße *vor* dem Stoß $+ mc$, so ist sie *nach* dem Stoß $- mc$. Jedes der $N/3$ Gasteilchen, die parallel der Kante z senkrecht auf die Wand xy auftreffen, macht den Weg $2z$ zwischen zwei aufeinanderfolgenden Stößen gegen dieselbe Fläche in $2z/c$ Sekunden. Das heißt: Jedes der $N/3$ -Gasteilchen trifft in 1 sec $c/2z$ mal auf die Wand und überträgt auf sie die Bewegungsgröße $2mc$. Im ganzen ändert sich also an der Wand in 1 sec die Bewegungsenergie um $\frac{c}{2z} \cdot \frac{N}{3} \cdot 2mc = \frac{N}{3} \frac{mc^2}{z}$. Das ist aber die auf die *ganze* Wand xy wirkende Kraft. Der *Druck* auf die Wand (die Kraft auf die *Flächeneinheit*) ist also

$$p = \frac{N}{3} \frac{mc^2}{z} \cdot \frac{1}{xy} = \frac{N}{3} \frac{mc^2}{V}. \quad \text{Somit ist} \quad pV = \frac{N}{3} mc^2. \quad (1)$$

Die kinetische Energie des einzelnen Gasteilchens ist $\frac{1}{2} mc^2$. Das ist bei unseren vereinfachenden Annahmen (s. o.) zugleich der *Mittelwert* für die kinetische Energie *aller* Gasteilchen, den wir der absoluten Temperatur T des Gases propor-

tional gesetzt haben. Nennt man den Proportionalitätsfaktor $\frac{3}{2} k$, so ist

$$\frac{m}{2} c^2 = \frac{3}{2} k T \quad (2) \quad \text{und} \quad p V = N \cdot k \cdot T. \quad (3)$$

Der Nullpunkt dieser Temperatur T liegt aber nicht am Schmelzpunkt des Eises, sondern 273° tiefer, dort, wo die Körper keine Bewegungsenergie mehr enthalten.

Gleichung (3) enthält die wichtigsten *Gasgesetze*. Sie sind alle empirisch ermittelt worden. Sie gelten nur *angenähert*, aber um so genauer, je verdünnter die Gase sind. Sehr verdünnt ist ein Gas (mechanisch betrachtet) dann, wenn der Raum, in dem es sich befindet, so wenig Gasteilchen enthält, daß die gegenseitigen Gasteilchenabstände im Mittel sehr groß sind gegen die Gasteilchen selber. Dann dürfen die Gasteilchen als punktiert gelten. Aber auch die zweite Bedingung des idealen Gases, daß die Gasteilchen aufeinander keine Kräfte ausüben, kann dann als erfüllt gelten, da bei großem gegenseitigen Abstand von Massenpunkten ihre Einwirkung aufeinander (S. 85 o.) äußerst klein ist.

Eine *richtige* Theorie des idealen Gases *muß* auf die *Gasgesetze* führen. Gleichung $p V = N k T$ enthält keine Beziehung auf ein *bestimmtes* Gas; die Masse m des Gasteilchens, die wir anfangs eingeführt hatten, und die für jedes Gas anders ist, ist ja bei Einführung der Temperatur verschwunden. Die Gleichung gilt also für *jedes* ideale Gas, gleichviel von welchem Gasteilchengewicht m . Sie besagt: Alle idealen Gase befolgen bei konstanter Temperatur T das BOYLE-MARIOTTEsche Gesetz $p V = \text{konst.}$ Ist der *Druck* p konstant, so wächst (Gesetz von GAY-LUSSAC [S. 335]) das *Volumen* des Gases proportional der Temperatur T . Ist dagegen das *Volumen* V konstant, so wächst (Gesetz von CHARLES [S. 335]) der *Druck* proportional der Temperatur T . Gleichung (3) enthält auch die AVOGADROsche Regel (S. 136 o.): Ein gegebenes Volumen V irgendeines Gases enthält bei gegebenem Druck p und gegebener Temperatur T *stets dieselbe Anzahl Moleküle*. Das bedeutet: Der Raum eines Liters enthält z. B. bei 0°C und 1 Atm dieselbe Anzahl Moleküle, gleichviel, ob er Wasserstoff oder Sauerstoff oder Stickstoff oder was sonst für ein Gas enthält. 1 Atmosphäre (Atm) nennt man den Druck, den eine 76 cm hohe Hg-Säule auf 1 cm^2 ausübt (S. 186 m.).

Gaskonstante. LOSCHMIDTSCHE ZAHL. Die Größen p , V und T sind meßbar, $N \cdot k$ also berechenbar. Man nennt $N \cdot k$ die *Gaskonstante* (R), wenn N so groß ist, daß die gesamte Masse $N \cdot m = M$ der Moleküle, in Gramm gemessen, gleich der Molekulargewichtszahl des Gases ist. Man nennt (S. 137 o.) die Masse (M) ein Mol. Unter 1 Mol Wasserstoff versteht man danach 2 g Wasserstoff, unter 1 Mol Sauerstoff 32 g Sauerstoff usw. Die Beziehung $M = N m$ zeigt: die Molmassen der chemischen Elemente verhalten sich zueinander wie die Massen ihrer einzelnen Moleküle. Daher ist N , die Zahl der Moleküle im Mol, für *alle* Elemente *dieselbe* Größe. Gleichung (3) besagt danach: Bei gegebenem Druck p und gegebener Temperatur T ist *das Volumen* V , *das 1 Mol enthält*, für alle Gase das gleiche. 2 g Wasserstoff erfüllen bei 0°C und 1 Atm 22,41 l, und dasselbe Volumen, das *Molvolumen*, erfüllen unter denselben Bedingungen 32 g Sauerstoff usw. $N (= 6,06 \cdot 10^{23})$ heißt die LOSCHMIDT-Zahl (S. 137 o.). Die bereits in (2) eingeführte Konstante k ist

$$k = R/N \quad (4)$$

(BOLTZMANN-Konstante), d. h. gleich Gaskonstante durch LOSCHMIDT-Zahl. Wie N so hat auch R für alle Gase denselben Wert. Führt man R in Gleichung (3) ein, so erhält man

$$p V = R T. \quad (5)$$

Das ist die *allgemeine Gasgleichung* für den Fall, daß V ein Mol des Gases enthält. Für den Eispunkt ist $T = T_0 = 273,20$ (S. 178 o.). Somit erhält man nach

Einsetzung des für diese Temperatur und den Druck $p = 1 \text{ Atm}$ gültigen Wertes von V

$$R = \frac{pV}{T} = \frac{1 \cdot 22,41}{273,2} = 0,0820 \text{ Literatmosphären pro Grad}$$

oder allgemein

$$pV = 0,0820 \cdot T \text{ Literatmosphären.}$$

1 Literatmosphäre ist eine Arbeit, wie 1 Meterkilogramm es ist. Es ist die Arbeit, die man z. B. leisten muß, um einen Stempel von 1 dm^2 Querschnitt, der in einem Zylinder verschiebbar ist und auf den 1 Atm. drückt, *gegen* diesen Druck um 1 dm zu verschieben, die man also leisten muß, um den Druck von 1 Atm. über den Raum von 1 Liter zu überwinden.

Man kann die Literatmosphäre auch durch jede andere Arbeitseinheit ersetzen, z. B. durch das erg oder sein 10^7 faches, das Joule (s. d.). Der Druck 1 Atm ist gleich dem Gewicht einer 76 cm hohen Quecksilbersäule auf 1 cm^2 , also gleich $76 \cdot 13,596 \cdot 980,6 = 1013200 = 0,10132 \cdot 10^7 \text{ dyn/cm}^2$. Daher ist 1 Literatmosphäre = $1000 \cdot 0,10132 \cdot 10^7 = 101,32 \cdot 10^7 \text{ erg} = 101,32 \text{ Joule}$. Somit ist die Gas-konstante $R = 0,0820 \cdot 101,32 \cdot 10^7 = 8,313 \cdot 10^7 \text{ erg/Grad} = 8,313 \text{ Joule/Grad}$.

Ergänzung des pV -Gesetzes (VAN DER WAALS, 1873). Auch die Abweichungen von dem BOYLE-Gesetze erklärt die kinetische Gastheorie. Den Gasteilchen steht für ihr Hin- und Herfahren nicht der ganze Raum des Behälters zur Verfügung, sie nehmen ja selber Raum ein. Bei Drucken, die die Dichte der Gase nicht über eine gewisse Grenze steigern, macht sich das nicht fühlbar — wohl aber, wenn der Druck den Gesamttraum sehr stark einengt. Das hat VAN DER WAALS berücksichtigt; auch, daß die Gasteilchen einander anziehen. Er hat für die Abhängigkeit des Volumens v von dem Druck eines Gases eine Formel aufgestellt, die für den gasförmigen *und* den flüssigen Zustand gilt. Die aus ihr berechneten Zahlen nähern sich den gemessenen befriedigend. Die

Formel heißt: $\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$. Hierin ist b die *Volumkorrektion*, a berücksichtigt die Gasteilchenanziehung. Man kann aus den Konstanten a und b der VAN DER WAALSSchen Gleichung berechnen, bei welcher Temperatur ein bestimmtes Gas dem BOYLE-Gesetz *genau* folgt (BOYLE-Punkt).

Geschwindigkeit der Gasteilchen. Freie Weglänge. Innere Reibung. Größe der Gasteilchen. Aus (S. 178 u. $pV = N/3 \cdot m c^2$) und $Nm/V = \rho$ (Dichte) folgt $c^2 = \frac{3p}{\rho}$. Mißt

man p in dyn/cm^2 (der Druck 1 Atm. = $1,0132 \cdot 10^6 \text{ dyn/cm}^2$) und ρ in g/cm^3 , so erhält man c in m/sec. Setzt man die für ρ gefundenen Zahlen ein, so findet man bei 0° und 1 Atm. für

Stickstoff	$\overset{c}{492}$	$\overset{G}{(425)}$	Wasserstoff	$\overset{c}{1844}$	$\overset{G}{(1692)}$
Sauerstoff	461	(454)	Helium	1303	(1204)

Die Zahlen für c sind die Quadratwurzeln aus den Mittelwerten der Geschwindigkeitsquadrate; sie stimmen mit den Mittelwerten G der Geschwindigkeit selbst nicht ganz überein. Die Geschwindigkeit der Gasmoleküle kommt also der der Geschosse aus den neuzeitlichen Feuerwaffen gleich. Trotz ihrer großen Geschwindigkeit durchlaufen die Moleküle in derselben Richtung nur ganz kurze Wege. Sie prallen unablässig mit Nachbarmolekülen zusammen und werden von ihrem Weg abgelenkt. Die Anzahl z der Stöße, die ein Molekül im Mittel pro Sekunde erleidet, also auch die Strecke $l = G/z$, die *mittlere freie Weglänge*, die es im Mittel ohne anzustoßen in einer bestimmten Richtung zurücklegt, läßt sich aus der Diffusion, der Wärmeleitung oder der Reibung der Gase berechnen. [*Diffusion* ist die Ausbreitung eines Gases in einem anderen (S. 182 o.). Die Geschwindigkeit der Diffusion ist proportional der Wegstrecke, die die Gasteilchen zurücklegen können, ohne vom Wege abgelenkt zu werden, d. h. sie ist der mittleren freien Weglänge proportional. — Die *Wärmeleitung* kann man auffassen als Diffusion zweier Volumina Gas derselben Art, aber verschiedener Temperatur. Das kältere Gas breitet sich in dem wärmeren aus und umgekehrt. Daher muß sich die Wärme mit einer Geschwindigkeit übertragen, die der mittleren freien Weglänge l proportional ist.]

Die *Reibung* betrachten wir etwas näher. Stellt man eine ruhenden Scheibe eine bewegbare ihr parallel dicht gegenüber, so erfordert es eine größere Kraft, die bewegliche Scheibe zu bewegen (parallel zur ersten), wenn der Zwischenraum zwischen beiden Gas

enthält, als wenn er leer ist. Das Gas hemmt die Bewegung wie bei einem grob mechanischen Reibungsvorgang, und die Stärke der Hemmung durch die *Gasreibung* hängt von der Art des Gases ab. Das Material der Scheiben ist belanglos, denn beide bedeckt eine Gashaut, die die Bewegung der Scheiben mitmacht, die Reibung geschieht also nur zwischen Gasschichten, die sich relativ zueinander verschieben. Der *Reibungskoeffizient* η des Gases hängt mit den molekularen Eigenschaften des Gases zusammen; nämlich so: benachbarte horizontale Schichten, die sich horizontal zueinander verschieben, tauschen Moleküle miteinander aus, die benachbarten Schichten verzahnen sich gewissermaßen miteinander, sie suchen einander zu hemmen. Die kinetische Theorie ergibt für den Reibungskoeffizienten η die Beziehung $\eta = 0,350 \cdot \rho \cdot G \cdot l$. Reibungskoeffizient η und Dichte ρ sind meßbar, G ist bereits berechnet, die mittlere freie Weglänge l also errechenbar. Aus der Division der mittleren Molekulargeschwindigkeit G durch die mittlere freie Weglänge l folgt dann die Anzahl z ($= G/l$) der Stöße, die die Moleküle im Mittel pro Sekunde erfahren. Man findet bei 0° und 1 Atm. für

	Mittlere freie Weglänge l	Stoßzahl pro Sekunde z
Stickstoff	95,5 · 10 ⁻⁷ cm	4,8 · 10 ⁹
Sauerstoff	102 · 10 ⁻⁷ „	4,2 · 10 ⁹
Wasserstoff	180 · 10 ⁻⁷ „	9,4 · 10 ⁹
Helium	283 · 10 ⁻⁷ „	4,3 · 10 ⁹

Die freie Weglänge rechnet also nach hunderttausendstel cm, die Stoßzahl nach Milliarden pro sec.

Mit der Stoßzahl und der mittleren freien Weglänge kann man den Durchmesser der Gasteilchen, sowie ihre Anzahl im Mol in Zusammenhang bringen. Zwei Moleküle vom Durchmesser σ stoßen zusammen, wenn ihre Mittelpunkte sich bis auf σ einander nähern. Durchläuft der Mittelpunkt eines Moleküls in 1 sec die Strecke G (korrekter: wenn der Mittelpunkt des Moleküls 1 sec lang seine Richtung beibehält, also die ganze Strecke G durchläuft usw.), so überstreicht das Molekül, da sein Wirkungsquerschnitt $\sigma^2 \pi$ ist, den Raum $G \cdot \sigma^2 \pi$. Innerhalb dieses Raumes stößt das Molekül mit jedem andern darin vorhandenen zusammen. Kennt man die Anzahl der A Moleküle in diesem Raume, so ergibt sich die gesuchte Stoßzahl zu $z = A$. Das Molvolumen V enthält N Moleküle, der Raum $G \cdot \sigma^2 \pi$, daher $A = G \cdot \sigma^2 \pi \cdot N/V$. Das ist also auch die Stoßzahl z . Die genaue Rechnung ergibt:

$$z = \sqrt{2} \frac{N}{V} \cdot G \cdot \sigma^2 \pi \quad \text{und} \quad l = \frac{G}{z} = \frac{V}{N} \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sigma^2 \pi} \tag{6}$$

Das Gesamtvolumen b der N kugelförmigen Moleküle im Mol ist

$$b = N \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{\sigma}{2} \right)^3 \quad \text{oder} \quad b = N \cdot \frac{1}{6} \cdot \pi \sigma^3.$$

Man kann daher schreiben $l = \frac{V \cdot \sigma}{6 \cdot b \sqrt{2}}$. Daraus folgt der Moleküldurchmesser

$$\sigma = \frac{6 \cdot b \sqrt{2} \cdot l}{V}.$$

Da für 0° und 1 Atm. Druck l bereits bekannt ist, so ist nur noch nötig, unter denselben Bedingungen auch die Raumerfüllung b/V der Moleküle zu ermitteln. Man weiß: Sauerstoff von 0° und 1 Atm. Druck hat im cm³ 0,001429 g Masse. Ferner haben gewisse Messungen ergeben: Sauerstoff hat im Augenblick der Erstarrung, also in einem Zustand, in dem seine Moleküle schon sehr dicht beinanderliegen, die Dichte 1,27. Die 0,001429 g erfüllen dann das Volumen $\frac{0,001429}{1,27} = 0,001124$ cm³. In Wirklichkeit wird das Eigenvolumen der Moleküle noch kleiner sein, daher darf $b/V = 0,001124$ cm³ nur als obere Grenze gelten. Mit $l = 102 \cdot 10^{-7}$ cm für Sauerstoff (s.o.) ergibt sich für seinen Moleküldurchmesser als obere Grenze $\sigma = 0,97 \cdot 10^{-7}$ cm. Eine strengere Theorie der Raumerfüllung liefert $\sigma = 0,29 \cdot 10^{-7}$ cm. — Für andere Gase ergeben sich Moleküldurchmesser derselben Größenordnung, d. h. alle einige hundertmal kleiner als die mittlere freie Weglänge bei 0° und 1 Atm. Druck.

Kennt man die mittlere freie Weglänge l und den Moleküldurchmesser σ , so ergibt Gleichung (6) die Anzahl N der Moleküle im Mol zu

$$N = \frac{V}{l} \cdot \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \sigma^2 \pi}.$$

Bei 0° und 1 Atm. Druck ist (S. 179 u.) $V = 22410$ cm³. Für Sauerstoff z. B. ist daher (mit Benutzung der für l und für σ gefundenen Zahlen) $N = 59 \cdot 10^{22}$. Als wahrscheinlichste Zahl gilt zur Zeit $N = 60,6 \cdot 10^{22}$. Sie ist auf etwa 1 % genau.

Aus Gleichung (4) kann man die BOLTZMANN-Konstante k berechnen. Setzt man für die Gaskonstante R ihren Wert in erg/Grad ein, so erhält man

$$k = \frac{8,313 \cdot 10^7}{60,6 \cdot 10^{22}} = 1,37 \cdot 10^{-16} \text{ erg/Grad.}$$

Diffusion der Gase. Partialdruck. Aus der molekularen Bewegung der Gasteilchen erklärt sich auch die *Diffusion* der Gase: der Vorgang, durch den zwei Gase, die einander berühren, sich allmählich vollkommen miteinander vermischen, *selbst wenn beide denselben Druck haben*. Man fülle ein Gefäß mit Kohlensäure, ein zweites mit Wasserstoff, jedes unter demselben Druck, und verbinde beide wie es Abb. 201 andeutet (DALTON). Man findet nach einer gewissen Zeit 1.: jedes Gefäß enthält ebensoviele Wasserstoff und ebensoviele Kohlensäure wie das andere, die Gase haben sich also vollständig miteinander gemischt — gleichviel ob die Kohlensäure, die 22mal schwerer ist als Wasserstoff, anfangs im oberen oder im unteren Gefäß gewesen ist. [Der *vollkommenen* Vermischung der Gase durch Diffusion verdankt die atmosphärische Luft (abgesehen von extremen Höhen) *überall* die *gleiche* Zusammensetzung, obwohl die Gase, aus deren Gemisch die Atmosphäre besteht, verschiedenen schwer sind.] Wir finden 2. in jedem Gefäße am Ende des Vorganges denselben Druck wie am Anfang. Das heißt:

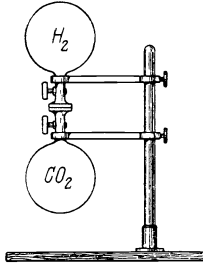


Abb. 201.
Diffusion der Gase.

jedes der beiden Gase hat sich in dem ganzen Raum ausgebreitet, wie wenn das andere nicht vorhanden wäre. Natürlich ist der damit verbundenen Volumenvergrößerung entsprechend der Druck jedes *einzelnen* Gases gesunken.

Man nennt ihn *Partialdruck*. Aber der Druck beider Gase *zusammen* ist, wie die Erfahrung lehrt, so groß, wie der Druck jedes einzelnen Gases am Anfang war. Dasselbe gilt für die Mischung beliebig vieler chemisch gegeneinander indifferenten Gase.

Verallgemeinert heißt dies: Mischen sich mehrere ideale und gegenseitig indifferente Gase gleicher Temperatur, die unter demselben Druck p stehen und die Volumina $v_1, v_2, v_3 \dots$ einnehmen, miteinander, so bleibt der Druck p ungeändert und die Mischung nimmt das Volumen $V = v_1 + v_2 + v_3 + \dots$ ein. Jedes einzelne Gas breitet sich in dem ganzen Volumen V aus und gelangt dabei unter einen entsprechend geringeren Partialdruck. Unter Anwendung des BOYLE-MARIOTTESchen Gesetzes folgt hieraus das DALTONSche Gesetz: die Partialdrucke der Gase in der Mischung sind $p_1 = p \frac{v_1}{V}$, $p_2 = p \frac{v_2}{V}$, $p_3 = p \frac{v_3}{V}$, ... und die Summe der Partialdrucke ist gleich dem Gesamtdruck p .

Zum Beispiel: Läßt man 21 Raumteile Sauerstoff und 79 Raumteile Stickstoff, die sich unter gleicher Temperatur t und gleichem Druck p befinden, ineinander diffundieren, während Temperatur und Druck unverändert bleiben, so ist mit großer Näherung der Partialdruck des Sauerstoffes $p_1 = \frac{21}{100} \cdot p$ und der Partialdruck des Stickstoffs $p_2 = \frac{79}{100} \cdot p$.

In der von Wasserdampf befreiten atmosphärischen Luft beträgt in Prozenten des Gesamtdruckes der Partialdruck von

Sauerstoff . .	20,90	Kohlensäure .	0,03
Stickstoff . .	78,03	Neon	0,001
Argon	0,95	Helium	0,0004

Der Partialdruck des Wasserdampfes in der Luft beträgt bei $t = -20^\circ$ bis zu 0,1 %, bei $t = 0^\circ$ bis zu 0,6 %, bei $t = +20^\circ$ bis zu 2,3 % des Gesamtdruckes.

Natürlich reicht das Gesetz von DALTON nur so weit wie das von BOYLE.

Mit der Molekulargeschwindigkeit der Luft von ca. 485 m/sec scheint es unvereinbar, daß sich eine Rauchwolke (Zigarrenrauch im Zimmer), und der Geruch eines Gases in ruhiger Luft (Windstille) nur sehr langsam durch Diffusion verbreiten. Aber die Gasmolekeln prallen fortwährend zusammen und lenken

einander ab. Daher dauert es sehr lange, bis eine einzelne Molekel den Raum durchlaufen hat und zur Verbreitung des Gases merkbar beitragen kann.

Gewicht der Gase. Daß sich die Erdatmosphäre trotz der großen Geschwindigkeit der Luftteilchen nicht von der Erde entfernt und im Weltraum verteilt, ist der Anziehung der Erde auf die Gasteilchen der Atmosphäre, d. h. ihrem Gewicht zuzuschreiben. Die Luft hat, und so *jedes* Gas, Gewicht wie jeder andere Körper. Das kann man mit der Waage beweisen. Ein hermetisch verschließbares Gefäß wiegt *luftleer* weniger als wenn es Luft oder sonst ein Gas enthält. Die Gase sind daher ihrer Masse nach durch Wägung miteinander vergleichbar. Wieviel Masse, d. h. wieviel Gramm ein mit Gas gefülltes Gefäß in jedem einzelnen Falle einschließt, hängt wesentlich von Druck und Temperatur des Gases ab. Die Wägungen müssen daher, um vergleichbar zu sein, stets auf eine Normaltemperatur und einen Normaldruck bezogen werden. Bei 0° C und 760 mm Quecksilberdruck (S. 164 o.) enthält

1 Liter atmosphärische Luft . . .	1,293 g
1 „ Wasserstoff	0,0898 g
1 „ Sauerstoff	1,429 g
1 „ Kohlensäure	1,977 g

Man kann die großen Unterschiede im Gewicht der Gase nach FARADAY so zeigen: man hängt zwei Bechergläser *A* und *B*, das eine aufrecht, das andere umgekehrt, an eine Waage, und bringt sie ins Gleichgewicht, dann kann man in das erste die Kohlensäure von oben, in das zweite den Wasserstoff von unten eingießen. Beide Male schlägt die Waage im Sinne des Pfeiles aus (Abb. 202).

1 cm³ Luft enthält 0,001293 g, die Zahl 0,001293 gibt somit die Dichte der Luft an (wie immer) auf Wasser bezogen. Um die unbequem kleinen Zahlen zu vermeiden, bezieht man die *Dichte der Gase* gewöhnlich auf Wasserstoff, das leichteste Gas, oder auf atmosphärische Luft *von der Temperatur und dem Druck des betreffenden Gases*. Die Dichte eines Gases, auf Wasserstoff (oder Luft) bezogen, gibt also nicht die in 1 cm³ enthaltenen Gramm an, sondern sie gibt an, *wievielmals* soviel Gramm in 1 cm³ dieses Gases enthalten sind, wie in 1 cm³ Wasserstoff (oder Luft) bei gleichem Druck und bei gleicher Temperatur.

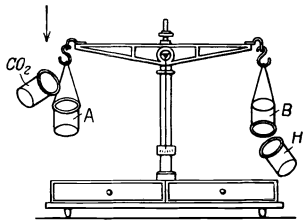


Abb. 202. Verschiedenheit des Gewichtes von Kohlensäure (CO₂) und von Wasserstoff (H₂).

Dichte bei 0° C und 1 Atm. von	Bezogen auf Wasser	Bezogen auf Luft	Bezogen auf Wasserstoff
Luft	0,001 293	1,000	14,445
Wasserstoff	0,000 089	0,069	1,000
Sauerstoff	0,001 429	1,105	15,964
Kohlensäure	0,001 977	1,529	21,95

Die Dichte der Gase kann man durch Wägung eines abgemessenen Gasvolumens bestimmen, auch nach einem anderen von BUNSEN stammenden Verfahren (S. 204).

Auftrieb. Da die Gase Gewicht haben, oben liegende Gasmassen somit auf unten liegende drücken, und da die Gase mit den tropfbaren Flüssigkeiten die allseitige Druckfortpflanzung gemein haben, so haben sie auch den *Auftrieb* mit ihnen gemein. Uns interessiert nur der Auftrieb der uns umgebenden Atmosphäre. Wie (S. 165 m.) bei der Besprechung des Auftriebes in tropfbaren Flüssigkeiten, kommen wir auch hier zu dem Schluß: Jeder Körper verliert in der Luft so viel Gewicht, wie die von ihm verdrängte Luft wiegt.

Das zeigt drastisch ein Seitenstück zur hydrostatischen Waage (Baroskop von SCHOENTJES). Ein teleskopartig ausziehbarer Tubus *A*, beiderseits, geschlossen bis auf eine kleine durch einen Stöpsel *B* verschließbare Öffnung, hat, ganz zusammengesoben (kurz), das halbe Volumen wie ganz ausgezogen (lang). Kurz ist er mit dem Gewicht *C* im Gleichgewicht, lang aber wiegt er weniger — um das bei seiner Verlängerung verdrängte Luftvolumen. Das

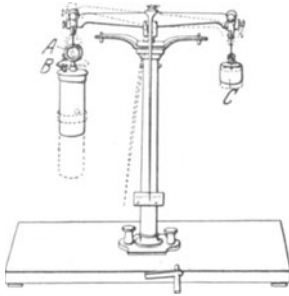


Abb. 203. Luftauftriebwaage.

Verlängern hat sein Volumen verdoppelt, die Luftmenge pro Kubikzentimeter also halbiert. (Eine Sperrvorrichtung hindert den Luftdruck, die Zylinder zusammenzuschieben.) Öffnet man jetzt die durch den Stöpsel verschlossene Öffnung, so dringt die Luft in den Tubus — *genau so viel, wie die Verlängerung außen verdrängt hat* und bringt die Waage wieder ins Gleichgewicht.

Aus dem Vorhandensein dieses Auftriebes folgt: 1. derselbe Körper ist in der Luft leichter als im luftleeren Raum, 2. zwei Körper, die in der Luft *gleich schwer, aber ungleich groß* sind, sind im luftleeren Raum *verschieden* schwer. Eine große Kugel und eine kleine Kugel, die in der Luft *gleich* viel wiegen, halten im luftleeren Raum (Glocke einer Luftpumpe) an einer empfindlichen Waage einander

nicht das Gleichgewicht. Denn im Vakuum wiegt die große Kugel um das Gewicht eines großen Luftvolumens mehr als in der Luft, die kleine Kugel um das Gewicht eines kleineren Luftvolumens; der Waagebalken sinkt daher nach der Seite der großen Kugel.

Einfluß des Auftriebes auf das Gewicht eines Körpers, Reduktion der Wägung auf den leeren Raum. Die in der Luft vorgenommenen Wägungen erfordern, wenn sie wissenschaftlichen Wert haben sollen, eine Korrektion, die den Gewichtsverlust (durch den Auftrieb) berücksichtigt. Für gewöhnliche Wägungen ist sie belanglos. Nennt man *m* das scheinbare Gewicht des Körpers (die Gewichtsstücke, die ihn in der Luft äquilibrieren); λ die Dichte der Luft ($\lambda = 0,0012$ im Mittel); *s* die Dichte des Körpers; σ die Dichte der Gewichtsstücke (Messing = 8,4), so ist das Gewicht *M* im leeren Raume

$$M = m \left(1 + \frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{\sigma} \right).$$
 Zu dem scheinbaren Gewicht *m* ist also hinzuzufügen $m\lambda(1/s - 1/\sigma)$.

So beträgt die Korrektion des scheinbaren Gewichtes *w* einer mit Messinggewichten ($\sigma = 8,4$) gewogenen Wassermenge: $w \cdot 0,0012 (1/1 - 1/8,4) = w \cdot 0,00106$, d. h. 1,06 mg sind auf jedes Gramm hinzuzufügen.

Luftballon. Luftschiff. Wie in den Flüssigkeiten, so bestimmt auch in der Luft das Verhältnis der Stärke des Auftriebes zum Körpergewicht den Bewegungszustand eines frei beweglichen Körpers relativ zur Umgebung. Ist der Auftrieb auf den Körper größer als sein Gewicht, so steigt der Körper in der Luft in die Höhe. Auf der Verwirklichung dieses Gedankens beruht der *Luftballon*.

Die Steigfähigkeit des Ballons ist um so größer, je größer sein Volumen und je kleiner sein Gewicht ist. Um sein Gewicht möglichst klein zu machen, füllt man ihn mit Wasserstoff. Unter gewöhnlichen Temperatur- und Druckverhältnissen wiegt 1 m^3 *Luft* etwa $1,29 \text{ kg}^*$ und 1 m^3 *Wasserstoff* etwa $0,09 \text{ kg}^*$. Ein mit Wasserstoff gefüllter Ballon von 100 m^3 Inhalt erfährt also einen Auftrieb von $129 - 9 = 120 \text{ kg}^*$, ein 5000 m^3 Ballon rund 6000 kg^* . Einen Teil davon braucht man, um die Ballonausrüstung zu heben (Hülle, Netzwerk, Gondel usw.). Das Gewicht von Hülle und Netzwerk wächst proportional der Oberfläche des Ballons, annähernd auch das der Gondel, daher ist *ceteris paribus* hinsichtlich der Tragfähigkeit ein großer Ballon praktischer als ein kleiner, weil das tote Gewicht dann nur einen kleineren Teil des Gesamtauftriebes ausmacht. Durch die Hülle (doppeltes Baumwollstoffgewebe mit Gummischicht dazwischen) diffundiert das Gas dauernd, wenn auch langsam, da kein Stoff völlig gasdicht ist; die Tragfähigkeit sinkt also allmählich. Auch hierin ist ein großer Ballon einem kleinen überlegen: ein Kugelballon, der zweimal so großen Durchmesser hat wie ein anderer, enthält achtmal soviel Gas, erleidet aber nur den vierfachen Gasverlust wie jener, da seine Oberfläche nur viermal so groß ist. — Kommt der Ballon in Luftschichten von geringerem Druck, so dehnt sich sein Gas aus. Um die Hülle vor dem Zerreißen zu schützen, läßt man den schlauchartigen Füllansatz unten am Ballon offen. (Wie die Druckabnahme wirkt die Erwärmung durch die Sonnenstrahlen.) In der Höhe wiegt die verdrängte Luft weniger als in

der Tiefe, während er steigt verliert also der Ballon an Auftrieb, und schließlich ist sein Auftrieb nur noch *gleich* seinem Gewicht — er schwebt dann im Gleichgewicht. Um ihn weitersteigen zu machen, muß man „Ballast“ auswerfen, gewöhnlich in Säcken mitgeführten Sand. — Um *lenkbar* zu werden, ein *Luftschiff*, muß der Ballon eine Eigenbewegung bekommen (sonst wird er nur vom Winde mitgenommen), und zwar eine Eigengeschwindigkeit größer als die Strömungsgeschwindigkeit der Luft, wenn er dagegen anfahren noch vorwärtskommen soll. Die Frage nach der Lenkbarkeit fällt also im wesentlichen mit der Frage zusammen, ob man über eine Maschine verfügt, deren Leistung für die erforderliche Propellerbewegung *groß* genug ist und deren Gewicht dabei *klein* genug ist, um für einen Luftballon von praktisch möglichen Dimensionen verwendbar zu sein. Die Einführung des Benzinmotors (DAIMLER, 1883) und die Verbilligung des Aluminiums (1890) zeigten die Wege für die Lösung der Aufgabe: es gibt jetzt brauchbare Motoren, bei denen auf 1 PS knapp 2 kg* Material kommen¹. Wichtig für die Lenkbarkeit des Ballons ist seine Form. In der Fahrtrichtung soll der Widerstand, den der bewegte Ballon hervorruft, möglichst klein sein; man gibt ihm deswegen Zigarrenform.

Der Luftballon steigt wie jede Gasblase durch den Auftrieb. Am Erdboden muß man ihn mit Gewalt festhalten, um ihn am Steigen zu verhindern, und wäre seine Hülle völlig gasdicht, so würde er, oben angekommen, dauernd oben bleiben (aerostatischer Auftrieb). Das Schweben des Ballons entspricht dem *natürlichen Schwimmen* (s. S. 169 und 171). Wie es ein *künstliches Schwimmen* gibt, das ein dauernder Kampf gegen das Untersinken ist, und das nur durch *Schwimmbewegungen* möglich ist, so gibt es auch ein *künstliches Fliegen*: auch dieses ist ein dauernder Kampf gegen das Untersinken, d. h. gegen das Herunterstürzen, und ist nur durch *Flugbewegungen* möglich. Im Fluge von einem Geschoß getroffen und an der Flügelbewegung verhindert, fällt ein Vogel wie jeder andere schwere Körper. Nur durch *Arbeit* kommt er vom Erdboden los und in die Höhe und hält er sich oben (aerodynamischer Auftrieb.)

Wasserwaage (Libelle). Eine Gasblase in einer Flüssigkeit steigt wie ein Luftballon infolge des Auftriebes. Ist die Flüssigkeit allseitig von einer festen Wand begrenzt, so kann die Blase die Flüssigkeit nicht verlassen. Sie bleibt mit der Flüssigkeit und der Wand in Berührung, paßt sich der Form der sie begrenzenden Flächen (Wand, Flüssigkeit) an und nimmt dabei, welche Lage man auch dem Behälter gibt, die ihr mögliche höchste Lage darin ein. Auf eine Veränderung in der Lage des Flüssigkeitsbehälters reagiert sie *höchst* empfindlich mit einer deutlich sichtbaren und meßbaren Verschiebung. Diese nützt man in der Wasserwaage aus (THÉVENOT, 1661), um eine Ebene horizontal zu legen oder auch eine Achse vertikal zu richten. Die Libelle (Abb. 204) ist ein sehr schwach gebogenes Glasrohr, das bis auf eine kleine Luftblase mit einer möglichst leicht beweglichen Flüssigkeit (Alkohol, Äther) gefüllt ist. Das Rohr ist auf einer Metallplatte derart befestigt, daß, wenn diese *genau horizontal* ist, die Blase *oo* in der Mitte *aa'* der Skala steht.



Abb. 204. Wasserwaage (Libelle).

Druck der Atmosphäre. Versuch von TORRICELLI. Da die Luft Gewicht hat, so drückt sie auf die Erdoberfläche und alles darauf befindliche. Als Schulbeweis dafür benutzt man stets den von TORRICELLI (1643) stammenden: Man füllt ein geradliniges Glasrohr, etwa 80 cm lang und am einen Ende geschlossen, *ganz* mit Quecksilber (so daß es keine Luft enthält), verschließt es dann auch an dem anderen Ende, taucht es mit diesem Ende aufrecht in ein Gefäß, das ebenfalls mit Quecksilber gefüllt ist und öffnet dieses Rohrende. Dann fällt das Quecksilber in dem Rohre zwar, bleibt aber stehen, sobald das obere Ende der



Abb. 205. Versuch von TORRICELLI.

¹ Am 4. und 5. August 1908 machte Graf FERDINAND VON ZEPPELIN die erste große Luftfahrt von Friedrichshafen nach Mainz. Der Tragkörper des Luftschiffes faßte 15000 m³, es enthielt zwei DAIMLER-Motoren von je 110 PS im Gewicht von 560 kg*. Das von ECKENER vom 12. bis 15. Okt. 1924 in 81 h 17 min von Friedrichshafen nach Lakehurst (USA.) geführte Zeppelinschiff hatte: Länge 200 m, Durchmesser 27,64 m, Gesamtvolumen 70000 m³, Gesamtauftrieb bei 0° und 760 mm 84,5 t, Leergewicht 42 t, daher Tragfähigkeit 42,5 t zu je 1000 kg, Motoren 5 zu je 400 PS bei 1400 Umdrehungen/Minute (Besatzung mit Effekten 4,5 t). Das größte bisher gebaute Zeppelinluftschiff (Graf Zeppelin) hat: Länge 236 m, größter Durchmesser 30 m, Gasinhalt des Tragkörpers 105000 m³, 5 Maybach-Motoren von je 530 PS, Eigengeschwindigkeit bei größter Maschinenkraft 128 km/h, bei normaler Dauerleistung 117 km/h.

Säule zwischen 70 und 80 cm über dem Quecksilberniveau des Gefäßes liegt. (Abb. 205). — Man erkennt die Bedeutung des Vorganges, wenn man ihn mit dem Verhalten zweier Flüssigkeiten vergleicht, deren spezifische Gewichte verschieden sind und die in kommunizierenden Gefäßen stehen (S. 168 o.). Die beiden Flüssigkeiten sind hier Quecksilber und Luft; die ihnen gemeinsame Trennungsebene ist der Quecksilberspiegel *S* (Abb. 206), den kommunizierenden Gefäßen entsprechen das Rohr und die freie Atmosphäre. Über der gemeinsamen Trennungsebene *S* steht erstens die Quecksilbersäule, die eine meßbare Höhe hat, und zweitens die Luftsäule, deren Höhe zwar nicht mit dem Maßstab meßbar ist, von der wir aber wissen, daß sie bis zur *Grenze* der Atmosphäre reicht. Die Luftsäule erfährt also von oben keinen Druck, denn über ihr existiert *nichts*. Und die Quecksilbersäule? Der Raum über dem Quecksilber in dem Rohre

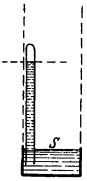


Abb. 206.
Zur Erklärung
des Versuches
von TOR-
RICELLI.

war ursprünglich *auch* mit Quecksilber ausgefüllt, *nur* mit Quecksilber. Das Quecksilber hat den Raum aber verlassen und ihn leer zurückgelassen, als ein *Vakuum*, einen Raum, in dem sich *nichts* befindet. Auch der Druck auf die Quecksilbersäule ist daher Null. Die Luftsäule von der Höhe der Atmosphäre und jene Quecksilbersäule von meßbarer Höhe halten somit einander das Gleichgewicht, d. h. der Druck der *Luftsäule* auf *S* ist gleich dem Druck der *Quecksilbersäule* auf *S*. (Man sagt geradezu: Der Luftdruck „beträgt“ soundso viel „Zentimeter Quecksilber.“) — Die Luft drückt demnach z. B. auf 1 cm^2 , wenn die Quecksilbersäule h cm hoch ist, mit dem Gewicht von $h \text{ cm}^3$ Quecksilber; also wenn ρ die Dichte des Quecksilbers ist, mit $h \cdot \rho \cdot g \text{ g}^*$. Den

Druck, den eine 76 cm hohe Quecksilbersäule bei 0°C im Meeresniveau unter 45°n. Br. auf 1 cm^2 ausübt, nennt man „eine Atmosphäre“. Da die Dichte des Quecksilbers bei 0°C 13,596 und die Erdbeschleunigung g unter 45°n. Br. 980,62 ist, so entspricht „eine Atmosphäre“ einem Druck von $1,033 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$. Die Lufthülle der Erde hat im Mittel etwa diesen Druck im Meeresniveau — daher der Ausdruck.

Diesen Druck nennt man 1 *physikalische* Atmosphäre — abgekürzt 1 Atm. Die technischen Druckmesser eicht man in kg^*/cm^2 (nicht $1,033 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$), diesen

Druck nennt man 1 *technische* Atmosphäre — abgekürzt 1 at. Die Praxis nimmt beide als gleichbedeutend an. Die uns umgebende Atmosphäre drückt auf 1 cm^2 mit etwa $1,033 \text{ kg}^*$; auf die Oberfläche des erwachsenen Menschen, die nach RUBNER etwa $1\frac{3}{4}$ — 2 m^2 ist, mit etwa $1,75 \cdot 10^4$ — $2 \cdot 10^4 \text{ kg}$. Wir fühlen von dem Druck für gewöhnlich nichts, weil er, in welcher Richtung er auch wirkt, zugleich auch in der *entgegengesetzten* Richtung mit derselben Stärke wirkt. (Im Innern einer Flüssigkeit, die nur der Schwere ausgesetzt ist, stört der Druck der Flüssigkeit das Gleichgewicht ja auch nicht; aus derselben Ursache.) Aber eine *plötzliche*, sehr starke Änderung des Luftdruckes, und besonders eine *einseitige* fühlen wir, z. B. die einseitige Druckvergrößerung durch eine Explosionswelle.

Ändert sich der Luftdruck, so zeigt die Quecksilbersäule das dadurch an, daß sie ihre Länge ändert.

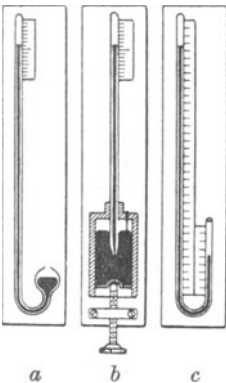


Abb. 207. a Phloren-, b Gefäß-, c Heber-Barometer.

Der Luftdruck sei z. B. so groß, daß ihm 76 cm Quecksilber das Gleichgewicht halten. Steigt er, so reicht das Gewicht der 76 cm hohen Säule nicht mehr hin, um den größeren Druck aufzuwiegen, der Überdruck der Luft treibt daher das Quecksilber in dem Rohr in die Höhe. Sinkt dagegen der Luftdruck, so reicht er nicht hin, dem Gewicht des in dem Rohre stehenden Quecksilbers

das Gleichgewicht zu halten, das Quecksilber fällt daher in der Röhre. Die TORRICELLI-Anordnung bildet so die Grundlage für den Bau der Geräte, die den Druck im Luftmeer messen, der *Barometer*, und zwar der *Quecksilberbarometer*.

Barometer. Die wesentlichsten Formen der Quecksilberbarometer zeigen die Abb. 207 a, b, c. Ihre Verschiedenheit wird durch die Verschiedenheit der Genauigkeit bedingt, mit der man die Höhe der Säule über dem äußeren Quecksilberspiegel messen will. Ändert sich nämlich die Höhe der Quecksilbersäule, so verschiebt sich auch das Niveau des unteren Spiegels, und zwar um so stärker, je enger das Gefäß im Verhältnis zu dem Rohr ist. In dem *Phiolenbarometer a* berücksichtigt man das nicht, wohl aber in dem *Gefäßbarometer b* und in dem *Heberbarometer c*. In dem Gefäßbarometer dadurch, daß man, ehe man die Skala abliest, durch eine (leicht zu bewerkstellende) Formänderung des Gefäßes den Quecksilberspiegel bis zum Nullpunkt der Skala verschiebt; im Heberbarometer dadurch, daß man die *Skala* der Quecksilbersäule entlang verschiebt, bis ihr *Nullpunkt* im Niveau des unteren Quecksilbermeniskus liegt. — Um ganz genau zu messen, muß man die Zahl berichtigen, die man als Höhe der Quecksilbersäule abliest, z. B. berücksichtigen, wieviel von der Länge der Quecksilbersäule der Temperatur zuzuschreiben ist, die soundso viel Grad über oder unter 0° liegt. So muß man, wenn man 760 mm abliest, die Temperatur aber 20° C beträgt, ca. 2,5 mm abziehen. Ferner: der Raum über der Quecksilbersäule enthält etwas Quecksilberdampf, der auf die Säule drückt und sie etwas niedriger (bei 20° C etwa 0,003 mm) macht, als sie wäre, wenn der Raum ganz leer wäre, usw. Ein Quecksilberbarometer ist daher nicht leicht zu behandeln. Für weniger genaue Messungen genügt (auch im Flugzeug) das als Zimmerbarometer bekannte *Aneroidbarometer* (VIDIE, 1847, α = nicht, $\nu\eta\rho\sigma$ = feucht). Sein wesentlichster Teil ist ein luftdicht geschlossener, dünnwandiger Hohlkörper aus Metall, der luftleer gemacht ist, gewöhnlich eine ganz flache Dose oder ein gebogenes Rohr (Abb. 208 bei r). Mit dem Luftdruck ändert sich der Druck auf den Hohlkörper. Die dabei eintretende Bewegung seiner Wand überträgt sich (durch einen Hebel vergrößert) auf einen Zeiger, der sich vor einer Skala im Kreise dreht. Man eicht die Skala, indem man das Aneroidbarometer mit einem Quecksilberbarometer vergleicht.

Barometrische Höhenmessung. Der Luftdruck ist nicht konstant, das Barometer steht an demselben Ort bald höher, bald tiefer (wir sagen: es ist gestiegen oder ist gefallen). Im Meeresniveau beträgt der mittlere Druck in unseren Breitengraden ca. 760 mm. Ferner: Das Barometer steht verschieden hoch, je nach der Höhe des Beobachtungsortes über dem Meeresspiegel. Die Luftsäule zwischen dem Quecksilberspiegel *S* der Abb. 206 und der Grenze der Atmosphäre ist verschieden hoch, je nachdem sich der Quecksilberspiegel *S* am Meeresstrande oder darüber befindet — allgemein: je nach der Höhe des Quecksilberspiegels über dem Meeresspiegel. Die Luftsäule ist am höchsten vom Meeresspiegel aus, ist gleich Null an der oberen Grenze der Atmosphäre und hat, von irgendeiner anderen Stelle des Luftmeeres an gemessen, eine andere Höhe, also auch ein anderes Gewicht, fordert also auch zu ihrer Äquilibration eine Quecksilbersäule von anderer Höhe. Die Quecksilbersäule der TORRICELLISCHEN Versuchsanordnung steht auf dem Dache eines Hauses niedriger als im Keller. Im Tiefland muß man das Barometer bei 0° rund um 11 m heben, damit es um 1 mm sinkt; in 3000 m Höhe um etwa 15 m.

Der Höhenunterschied der Beobachtungsorte und der Längenunterschied der Quecksilbersäulen hängen (HALLEY, 1686) so zusammen: *wachsen* die Höhen in arithmetrischer Reihe, so *fallen* die Luftdrucke in geometrischer. Das erläutern die folgenden Beobachtungsergebnisse (mit korrigierter Barometerablesung):

Höhe üb. d. Meere in m	0	100	200	300
Hg-Säule in mm	760	$750,5 = 760 \left(\frac{750,5}{760}\right)^1$	$741,1 = 760 \left(\frac{750,5}{760}\right)^2$	$731,9 = 760 \left(\frac{750,5}{760}\right)^3$



Abb. 208.
Aneroidbarometer.

Mathematisch formuliert: bedeuten h_1 und h_2 allgemein die Höhen über dem Meeresspiegel, B_1 und B_2 die Barometerstände in dem unteren und dem oberen Beobachtungsort und k eine noch zu ermittelnde Konstante, so ist

$$h_2 - h_1 = k (\log \text{nat } B_1 - \log \text{nat } B_2).$$

Man hat $k = 7991$ m gefunden. Mit BRIGGSchen Logarithmen und dieser Konstante (und unter Berücksichtigung der Mitteltemperatur t zwischen oben und unten) wird die Grundformel der barometrischen Höhenmessung: $h_2 - h_1 = 18400 (\log B_1 - \log B_2) (1 + \alpha t)$. Diese Grundformel fordert noch Korrekturen für die Feuchtigkeit der Luft und für die Abhängigkeit der Schwere von der geographischen Breite und von der Höhe über dem Meeresspiegel. Die Konstante $k = 7991$ m ist die *reduzierte Höhe der Atmosphäre*, das heißt: die Höhe einer fingierten *homogenen* Atmosphäre, die einer 760 mm hohen Quecksilbersäule das Gleichgewicht hält. Bei windstillem Wetter — starker Wind kann die Messungen fast wertlos machen — ist die barometrische Höhenmessung ebenso genau wie die geodätische. In sehr vielen Fällen ist sie allein anwendbar.

Submarine barometrische Tiefenmessung. Das Barometer kann (in der Taucherglocke) auch die Tiefe eines Punktes *unter dem Meeresspiegel* messen. Eine Taucherglocke im Wasser veranschaulicht man sich an einem Trinkglas, das man, mit der Mündung nach unten, vertikal in das Wasser taucht. Wie tief man es auch nach unten drückt — das Wasser füllt es niemals ganz, es bleibt immer ein Luftraum übrig. Das Wasser kann nur so weit eindringen, soweit es die Luft durch seinen Druck (das Gewicht der Wassersäule, die bis zum Meeresspiegel hinaufreicht) zusammenpressen kann. Wie in dem Trinkglase verhält sich die Luft in der Taucherglocke. Der Druck der Wassersäule verkleinert ihr Volumen, erhöht dadurch ihren Druck und bringt dadurch ein Barometer in der Taucherglocke zum Steigen, desto höher, je tiefer die Glocke unter den Meeresspiegel sinkt. Ist das Barometer, wenn es vom Meeresspiegel aus in der (unbekannten) Tiefe T angelangt ist, um h cm gestiegen, bedeutet ρ die Dichte des Quecksilbers, σ die des Seewassers (sie ist größer als 1 infolge des Salzgehaltes), so ergibt eine einfache Rechnung $T = h \cdot \rho / \sigma$.

Quecksilberluftpumpe (GEISSLER, 1857). Der TORRICELLI-Versuch beweist, daß es möglich ist, einen Raum luftleer zu machen. Bis zur Entdeckung dieser Tatsache hatte man einen *leeren* Raum für unmöglich gehalten, da die Natur den *horror vacui* habe. Die Möglichkeit, einen Raum luftleer zu machen, oder auch nur den Luftdruck in einem Raume beliebig weit unter den der Atmosphäre herabzusetzen, ist für viele wissenschaftliche und technische Dinge von größter Bedeutung, z. B. für so verschiedenartige Dinge wie die elektrische Glühlampe, die Vakuumbremse, die Thermosflasche, den Kondensator der Dampfmaschine, die Elektronenröhre.

Der TORRICELLI-Versuch bildet selber die Grundlage einer der wirksamsten Methoden, einen Raum luftleer zu machen: Man erzeugt in einem Raum A über einer Quecksilbersäule Vakuum (ähnlich wie im TORRICELLI-Versuch), dann verbindet man den Raum B , den man „evakuieren“ will, mit A (durch einen Hahn),

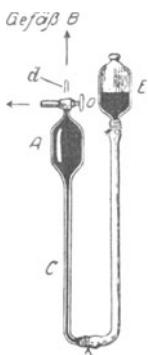


Abb. 209. Prinzip der Quecksilberluftpumpe von GEISSLER.

so daß die Luft, die vorher auf den Raum B beschränkt war, sich auf den Raum $A + B$ ausbreitet, sich also verdünnt. Hierauf trennt man A und B wieder voneinander, treibt das in A enthaltene Gas hinaus und beginnt von neuem, d. h. man stellt *wieder* das Vakuum in A her, verbindet dann *wieder* B mit A und so fort. Der zu entleerende Raum B wird immer aufs neue mit dem leer gemachten Raum A verbunden. Man kann so die Luft in B so weit *verdünnen*, daß man B schließlich „luftleer“ nennen kann. — Dieses Prinzip hat die früheste Quecksilberluftpumpe verwirklicht. Sie hat jetzt nur noch historische Bedeutung, sie ist aber für die Entwicklung der Vakuumtechnik von grundlegender und unvergeßbarer Bedeutung gewesen. Abb. 209 zeigt nur ihre wesentlichsten Teile: Das Rohr C mit der Erweiterung A ist ca. 80—90 cm lang; es entspricht dem Barometerrohr der TORRICELLI-Anordnung. Unten ist es durch einen Schlauch mit dem Quecksilberbehälter E verbunden, oben

mit einem Hahn o versehen, der, je nachdem man ihn stellt, das Gefäß A entweder (durch das Rohr d) mit dem zu entleerenden Gefäß B oder mit der

äußeren Luft verbindet oder gegen beide gleichzeitig absperirt. Um das Gefäß B leer zu pumpen, verfährt man so: Man stellt den Hahn o so, daß A mit der Atmosphäre verbunden ist, hebt den Behälter E so hoch, daß das Quecksilber in C und in A in die Höhe steigt, alle Luft daraus (durch den Hahn o ins Freie) verdrängt und schließlich den Hahn o selbst erreicht, wie es Abb. 209 zeigt. Darauf schließt man den Hahn und senkt das Gefäß E . Das Quecksilber im Rohr C fällt dann, wie beim TORRICELLI-Versuch, so tief herunter, wie es dem Barometerstande entspricht; über der Quecksilbersäule befindet sich dann ein luftleerer Raum A von ansehnlicher Größe. Hierauf dreht man den Hahn o so, daß B , der zu entleerende, und A , der bereits leere Raum, miteinander verbunden sind. Die bisher auf B beschränkte Luft verbreitet sich nun auch in den Raum A und das Rohr C und drückt das Quecksilber, dem dadurch eintretenden Druck entsprechend, herunter. Darauf dreht man den Hahn so, daß A von B wieder getrennt, dagegen mit der Atmosphäre verbunden ist, hebt das Gefäß E von neuem, treibt die Luft aufs neue aus A ins Freie, stellt durch Senken des Gefäßes E das Vakuum aufs neue her — kurz, wiederholt den ganzen Hergang, und zwar andauernd. Die Verdünnung in B wächst natürlich desto schneller, je kleiner B und je größer A ist.

Wie schnell wächst die Verdünnung in B ? Anfangs hat die Luft in B denselben Druck wie die umgebende Atmosphäre, er sei p_0 , wie der augenblickliche Barometerstand. Wird B mit dem leer gemachten Raum A verbunden, so verbreitet sich die bisher auf B beschränkte Luft auf den Raum $A + B$ und verdünnt sich. Nennen wir den Druck, den sie dann hat, p_1 , so ist nach dem BOYLESchen Gesetz

$$\frac{p_1}{p_0} = \frac{B}{A+B} \quad \text{und daher} \quad p_1 = \frac{B}{A+B} \cdot p_0.$$

p_1 ist der Druck im Raume B , nachdem wir ihn das erstmal mit A verbunden hatten. Ist nach dem zweitenmal der Druck auf p_2 gesunken, so ist

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{B}{A+B} \quad \text{und daher} \quad p_2 = \frac{B}{A+B} \cdot p_1 = \left(\frac{B}{A+B}\right)^2 \cdot p_0.$$

Nach dem n^{ten} mal ist der Druck gesunken auf

$$p_n = \left(\frac{B}{A+B}\right)^n \cdot p_0.$$

Die GEISSLER-Pumpe war der Ausgangspunkt für eine Unzahl ähnlicher Pumpen, auch für die TÖPLER-Pumpe, die an der Stelle des Hahnes o ein selbsttätiges Ventil besaß. Alle auf dem TORRICELLI-Prinzip beruhenden Quecksilberpumpen hat die rotierende Quecksilberpumpe von GAEDE verdrängt.

Quecksilberluftpumpe (GAEDE, 1905). Die rotierende Quecksilberpumpe von GAEDE besitzt weder Hähne noch Ventile. Wie GEISSLER so füllt auch GAEDE ein Gefäß zunächst ganz mit Quecksilber, läßt das eintretende Quecksilber die Luft aus dem Gefäß hinausdrängen — es ist nur wenig, der Hauptanteil ist vorher durch eine Hilfspumpe entfernt worden — und entleert es hierauf wieder, um es — luftleer — mit dem auszupumpenden Rezipienten zu verbinden; und wiederholt dieses Spiel so oft, bis der Rezipient leer ist. Nur ist es bei der GAEDE-Pumpe nicht immer dasselbe Gefäß, das sich abwechselnd füllt und entleert, sondern es sind drei, die abwechselnd an derselben Stelle in Aktion treten, ungefähr wie wenn in Abb. 209 nicht bloß ein Gefäß A vorhanden wäre, sondern drei da wären, die im Winkel von 120° wie Windmühlenflügel aneinandersäßen und abwechselnd zwischen das Rohr C und den Rezipienten träten. Und das Quecksilber wird auch nicht so, wie dort angedeutet, eingefüllt und wieder entleert: das Gefäß ist vielmehr einem Eimer vergleichbar, der sich — fast wie bei einer Baggermaschine — vollschöpft und wieder ausgießt, aber so ausgießt, daß zu-

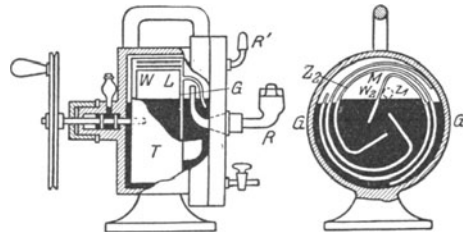


Abb. 210. Rotierende Quecksilberpumpe von GAEDE.
Vertikalschnitt
(längs) durch die Drehachse rechtwinklig zum vorigen.

erst der Raum *am Boden* des Eimers leer wird und der vom Quecksilber verlassene, also leere Raum nun mit dem Rezipienten in Verbindung treten kann. Das Herz der GAEDE-Pumpe (Abb. 210) ist die Trommel *T* (Porzellan, Stahl), die in drei Kammern *W* geteilt ist, und die um ihre horizontale Achse in dem Quecksilber rotiert (ca. 30 Touren in der Minute). Beim Rotieren füllen und entleeren sich die Kammern zyklisch durch die spaltförmigen Kanäle *Z* und kommen zyklisch durch die Öffnungen *L* mit dem vom Rezipienten kommenden Rohr *R* in Verbindung. Durch die Spalten *Z* drückt das (aus den Kammern ausfließende) Quecksilber die dem Rezipienten entzogene Luft in das vorher mit einer Hilfspumpe evakuierte Gehäuse *G*, aus dem es durch *R'* von der Hilfspumpe entfernt wird. — Die Pumpe gehört zu den besten überhaupt existierenden, aber GAEDE hat sie selber durch andere Luftpumpen eigener Bauart (Molekularluftpumpe, Diffusionspumpe), die auf anderen physikalischen Vorgängen beruhen, weit überflügelt.

Kolbenluftpumpe (OTTO v. GUERICKE, um 1650). Die Quecksilberluftpumpe ist nur eine Sonderbauart unter den Luftpumpen. Das Urbild der „Luftpumpe“ schlechtweg — und der Luftpumpe der Großindustrie zur Bewältigung *großer* Luftmassen — ist die Kolbenluftpumpe. Ihr wesentlichster Teil ist ein Zylinder *S*, der Stiefel, in dem sich der luftdicht eingepaßte Kolben *K* verschieben läßt. Der Stiefel vertritt das Barometerrohr der Quecksilberpumpe und der Kolben das Quecksilber. Das Schema Abb. 211 erläutert das Wesen einer Kolbenluftpumpe: Wie bei der Quecksilberluftpumpe (Abb. 209) das Gefäß *A*, so verbindet und trennt man abwechselnd bei der Kolbenluftpumpe den Stiefel *S* und das zu entleerende Gefäß, entweder durch einen *Dreiweghahn*, wie den Hahn *o* bei der GEISLER-Pumpe und *H* in Abb. 198 oder durch ein Ventil oder einen *Schieber*. Je nachdem heißt die Pumpe *Hahn-* oder *Ventil-* oder *Schieberluftpumpe*. Mit der Hahnluftpumpe Abb. 211 hantiert man so: Man stellt den Hahn, daß der Stiefel mit der äußeren Luft verbunden ist, und schiebt den Kolben in die Stellung *I*; dadurch drängt man die Luft aus dem Stiefel ins Freie. Darauf schließt man den Hahn und bringt den Kolben in die Stellung *II*; dadurch entsteht

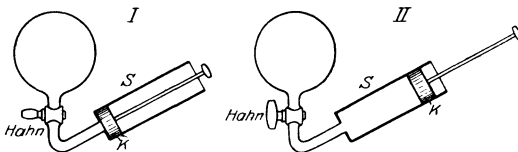


Abb. 211. Kolbenluftpumpe (schematisch).

zwischen dem Kolben und dem Zylinderboden ein *annähernd* (wir kommen darauf zurück) leerer Raum. Jetzt verbindet man das zu entleerende Gefäß durch den Hahn mit dem Stiefel; dadurch verbreitet sich die vorher auf das Gefäß beschränkte Luft auch in den luftleeren Stiefel — sie verdünnt sich daher. Darauf schließt man das Gefäß durch den Hahn gegen den Stiefel, verbindet den Stiefel mit der Atmosphäre und bringt den Kolben wieder in die Stellung *I* — kurz, man wiederholt den Vorgang. Die bereits verdünnte Luft des Gefäßes verdünnt sich dann weiter. — Von der Sorgfalt, mit der die einzelnen Teile der Pumpe gearbeitet sind (Kolbenwand, Kolben, Hähne, Ventile, Kolbendichtung usw.) hängt es ab, wie nahe die *Verdünnung* der *Luftleere* kommt. Niemals aber kann eine „trockene“ Luftpumpe eine Quecksilberpumpe erreichen. Der Grund: In beiden entleert sich das zu entleerende Gefäß zeitweilig in einen angeblich leeren Raum. In der Quecksilberpumpe ist er *wirklich* leer (bis auf Spuren von Quecksilberdampf), in der Kolbenluftpumpe aber nicht. Das Quecksilber füllt, nämlich den Raum, in den es (wie der Kolben einer Kolbenluftpumpe, und zwar wie ein mit dem Stiefelraum *kongruenter* Kolben) hineingetrieben wird, *in allen Fugen* aus und läßt *daher*, wenn es zurückgeht, einen vollkommen leeren Raum zurück — nicht so der Kolben. Zwischen Kolben und Stiefelboden bleibt ein „schädlicher Raum“. Geht der Kolben zurück, so füllt sich der Stiefel daher mit der Luft, die vorher auf den schädlichen Raum beschränkt war. Je kleiner dieser im Verhältnis zum ganzen Stiefelraum ist, desto mehr nähert sich die dadurch bewirkte *Verdünnung* der Luft des schädlichen Raumes der *Luftleere*.

Von der Kleinheit des schädlichen Raumes hängt zum großen Teil die Leistungsfähigkeit der Luftpumpe ab. Die besten trockensten (Schieber-) Luftpumpen erreichen eine Verdünnung von $\frac{1}{2}$ mm Quecksilber (am luftdicht verschlossenen Saugstutzen gemessen). Am kleinsten ist der schädliche Raum in den *Ölpumpen*, Kolbenpumpen (meist mit Ventilen), in denen der Kolben eine dünne (nicht verdampfende) Ölschicht mit sich schleppt, so daß er, von ihr umgeben, sich der Zylinderwand und dem Zylinderboden sehr vollkommen anschmiegt. Verdünnungen von 0,01 mm Quecksilber sind hier als normal anzusehen. Die mit der Quecksilberpumpe erreichbare Verdünnung rechnet nach Hunderttausendsteln eines Millimeters und weniger.

Verdichtungspumpe (Kompressor). Die Kolbenluftpumpen können auch Gase *verdichten*. Die Verdichtungspumpen werden zwar anders gebaut als die Vakuumpumpen, schon weil sie große Drucke (oft Hunderte von Atmosphären) aushalten müssen. Aber auch ihre Wirkungsart ist aus Abb. 211 zu ersehen. Um die Luft in dem Gefäß zu verdichten, dreht man, wenn der Kolben die Stellung II hat, den Hahn so, daß der Weg nach außen geschlossen ist und der in das Gefäß führende offen; bringt man den Kolben dann in die Stellung I, so preßt er die Luft aus dem Stiefel in das Gefäß. Hierauf dreht man den Hahn so, daß der Stiefel von dem Gefäß getrennt ist und mit der Atmosphäre kommuniziert. Führt man dann den Kolben nach II zurück, so strömt durch den Hahn Luft in den Stiefel und so fort. Die Möglichkeit, den Druck der Luft in einem abgegrenzten Raume beliebig zu verkleinern oder zu vergrößern (gegenüber dem Druck der Atmosphäre auf die einschließenden Wände), erlaubt mit ihm planmäßig Arbeit zu leisten. Alle Vorrichtungen dazu wirken stets so: In einem zylindrischen Rohre *RR* (Abb. 212) ist ein Kolben *K* der Rohrwand entlang luftdicht verschiebbar. *Verdünn*t man in dem Raum *B* die Luft, läßt den Raum *A* aber mit der Atmosphäre verbunden, so erfährt *K* von *A* her Überdruck und verschiebt sich daher in der Richtung des Pfeiles. *Verdichtet* man dagegen in *B* die Luft, während *A* mit der Atmosphäre verbunden bleibt, so erfährt *K* von *B* her einen Überdruck und bewegt sich in entgegengesetzter Richtung. Im ersten Falle wird schon der normale Atmosphärendruck zum Überdruck, man spricht dann von *Saugwirkung* (infolge der Verdünnung), im anderen Falle von einer *Druckwirkung* (infolge der Verdichtung); oft werden beide Wirkungen miteinander kombiniert.

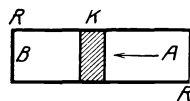


Abb. 212. Zur Arbeitsleistung mit Hilfe des Luftdruckes.

Verdichtete Luft treibt z. B. (ein Beispiel unter hunderten) die Rohrpost: in einem zylindrischen Rohr von einigen Zentimeter Durchmesser befinden sich zylindrische wie Kolben luftdicht gleitende Büchsen mit den Briefen. An dem einen Ende des Rohres wird die Luft verdichtet, so daß der Briefbehälter Überdruck erfährt und das Rohr entlang gleitet. — Das Gas, das ein Eisenbahnzug zu seiner Beleuchtung in Gasbehältern mit sich führen mußte, verdichtete man, um es in einem möglichst kleinen Raum unterzubringen. Verdichtete Kohlensäure wird zum Betriebe der Bierdruckapparate benutzt, komprimierter Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoff dienen zu mannigfachen technischen Vorrichtungen.

Manometer. Verdichtung und Verdünnung der Gase (im besonderen der Luft) mißt man relativ zu dem Druck der uns umgebenden Atmosphäre, d. h. man mißt, um wieviel der Druck der *verdichteten* Gase *über* und der der *verdünnten* Gase *unter* dem der Atmosphäre liegt. Aber der Druck der Atmosphäre (Barometerstand) schwankt. Man muß daher einen *bestimmten* Atmosphärendruck als „Normaldruck“ festsetzen. Man benützt dazu den Druck der Atmosphäre bei einem Barometerstande von 760 mm Quecksilber und 0°. ($1,033 \text{ kg}^*/\text{cm}^2$. S. 186 m.). Man nennt den Normaldruck kurzweg „eine Atmosphäre“ und sagt zum Beispiel: „Das Gas in dem Behälter hat einen Druck von 2 Atmosphären“, und meint damit: Je 1 cm^2 der Wand des Behälters erfährt einen Druck, wie wenn es mit $2 \cdot 1,033 \text{ kg}^*$ belastet wäre. — Ein Dampfkessel ist auf 15 Atmosphären geprüft, heißt: Er ist darauf geprüft, ob er pro cm^2 der Wand einen Druck aushält, der dem Gewicht einer $15 \cdot 76 \text{ cm}$ hohen Quecksilbersäule von 1 cm^2 Querschnitt gleichkommt, d. h. $15 \cdot 1,033 \text{ kg}^*$ usw. Ein Druck von $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$ Atmosphäre usw. bedeutet Entsprechendes für Verdünnung.

Die Instrumente für diese Messungen heißen *Manometer*¹. Man benützt besondere für Verdichtungen und besondere für Verdünnungen. Die Manometer, mit denen man nur nach *einer* Richtung vom Normaldruck aus messen kann, entsprechen Thermometern, mit denen man nur Temperaturen über Null oder Temperaturen unter Null messen könnte. Aber das gewöhnliche Barometer gibt die nur wenige Zentimeter zählenden *Schwankungen* des Normaldruckes an und steht daher bald über, bald unter 760 mm.

In der einfachsten Form ist ein Manometer für Verdichtungen ein vertikalstehendes U-förmiges, an beiden Enden offenes Glasrohr, das bis zu einer gewissen Höhe Quecksilber (oder, für sehr geringe Drucke, Wasser oder Schwefelsäure oder Glycerin) enthält. Das eine Ende verbindet man mit dem Gefäß in dem der Druck gemessen werden soll, das andere mit der Atmosphäre, so daß also auf das Quecksilber in dem einen Schenkel das Gas, in dem

¹ *μανόμετρον* = dünn.

anderen die Luft drückt. Hat das Gas denselben Druck wie die Luft, 1 Atm., so steht das Quecksilber in beiden Schenkeln gleich hoch; ist der Druck im Gasbehälter höher, so treibt es das Quecksilber in dem mit ihm verbundenen Schenkel hinunter, in dem anderen in die Höhe. Die Höhe der Säule, um die es in dem offenen Schenkel schließlich höher steht als in dem mit dem Gasbehälter verbundenen, gibt an, um wieviel der Gasdruck den Luftdruck übersteigt. Steht das Quecksilber im offenen Schenkel um 1 · 76 cm oder um 2 · 76 cm usw. höher als in dem anderen, so heißt das: der Gasdruck übertrifft den Luftdruck um 1, 2 . . . Atmosphären, beträgt also 2, 3 . . . Atmosphären. In beiden Schenkeln drücken 2, 3 . . . Atmosphären auf das Quecksilber: in dem mit dem Gasbehälter verbundenen 2, 3 . . . Atmosphären Gasdruck, und im offenen 1 Atmosphäre Luftdruck, vermehrt um den Druck von 1, 2 . . .

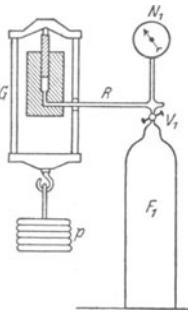


Abb. 213. Druckwaage. Der in F_1 herrschende Druck wird kompensiert durch das Gewicht p , das an dem Gehänge G auf den kleinen Kolben drückt.

Quecksilbersäulen von je 76 cm Länge. Dieses Manometer muß, um auch nur für wenige Atmosphären auszureichen, sehr lang sein. Um das zu vermeiden, verschließt man den nach der Luft zu offenen Schenkel. Dann verdichtet das in dem geschlossenen Schenkel aufsteigende Quecksilber die über ihm befindliche Luft, erfährt dadurch einen Gegendruck und steigt nur so lange, bis dieser Gegendruck plus dem Druck, der durch die Höhendifferenz der Quecksilbersäule gemessen wird, gleich dem (zu messenden) Gasdruck ist. Man kommt so mit einem Rohr von 60—80 cm Länge aus. Beide Manometer sind nur Laboratoriumsinstrumente, für technische Zwecke verwendet man andere: man läßt den Gasdruck wie im Aneroidbarometer auf einen elastischen Körper wirken und macht seine Formänderung mit einem Zeiger vor einer Skala sichtbar.

Eine Meßvorrichtung für extrem hohe Drucke (Tausende von Atmosphären) ist die *Druckwaage*: man überträgt den in F_1 zu messenden Druck durch eine Rohrleitung R in einen Zylinder, dort auf einen darin verschiebbaren (sorgfältigst eingepaßten) Kolben von *bekanntem* Querschnitt (q) und belastet diesen durch *Gewichte* (p), bis N_1 Gleichgewicht anzeigt. Abb. 213 zeigt die Druckwaage an einer (mit komprimiertem Gase gefüllt zu denkenden) Flasche F_1 . Für den Kolbenquerschnitt q ergibt sich der Druck p/q .

Vakuummeter.

Den Druck *verdünnter* Gase mißt man mit Manometern, die den Barometern ähnlich sind (meist Quecksilber, aber auch Glyzerin). Da es sich um niedrigen Druck handelt, so ist die Quecksilbersäule, die dem Druck das Gleichgewicht hält, viel niedriger,

als es der *Barometerhöhe* entspricht. In Wirklichkeit ist ein solches *Vakuummeter* ein *verkürztes* Barometer (Abb. 214 a). Die Verkürzung erklärt sich so: Man denke sich an einem gewöhnlichen Barometer bei Barometerstande 76 cm das Glasrohr *unmittelbar* über der Quecksilberkuppe zugeschmolzen, so daß das Quecksilber die Glaswand oben gerade berührt. Das Barometer kann dann zwar keinen Druck *über*, wohl aber jeden *unter* 76 cm messen. Ist aber der größte Druck, den es messen soll, noch nicht einmal $\frac{1}{4}$ Atm., dann sind 76 cm unnötig,

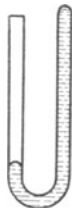


Abb. 214a. Verkürztes Barometer.

denn verbindet man den offenen Schenkel mit einem Gefäß, in dem ein Druck von $\frac{1}{4}$ Atm. herrscht, so fällt das Quecksilber im geschlossenen Schenkel so weit herunter, daß es nur um 19 cm höher steht als in dem anderen. Schmilzt man jetzt das geschlossene Rohr dicht über der Quecksilbersäule ab, so daß es also bei einem Druck von $\frac{1}{4}$ Atm. die Glaskuppe gerade berührt, so kann es zwar keinen Druck *über*, wohl aber jeden *unter* $\frac{1}{4}$ Atm. messen. An einer Millimeterskala liest man die Höhendifferenz zwischen den Säulen ab. Man kann sie leicht in Bruchteile einer Atmosphäre umrechnen. (Ein verkürztes Barometer ist, da es nur von einem bestimmten Druck an mißt, einem Fieberthermometer vergleichbar, das auch verkürzt ist und erst von einer bestimmten Temperatur an mißt.)

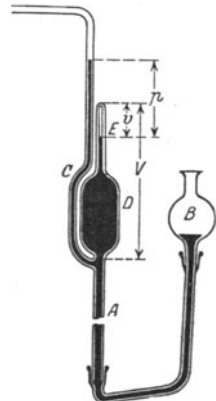


Abb. 214. McLEOD-Vakuummeter.

Eines der gebräuchlichsten Vakuumanometer (McLEOD 1874) benützt *unmittelbar* das *BOYLESche* Gesetz: man grenzt damit von dem Gase, dessen Druck p_x man messen will, ein *bekanntes* Volumen V ab, komprimiert es auf ein bequem meßbares Volumen v , erhöht dadurch p_x auf den ablesbaren Druck p und findet $p_x = \frac{v}{V} \cdot p$. Das Vakuummeter ent-

hält nur das Gas und Quecksilber. Die Abb. 214 zeigt es im Moment der Ablesung von v und p : durch Heben des Quecksilberbehälters B hat man das Gasvolumen V von dem übrigen Gase abgegrenzt — es ist der Raum D mit der Kapillare E , der von der Apparatur abzweigt; sein Inhalt ist vorher *ausgemessen* — und hat das Gas in die kalibrierte Kapil-

lare E gedrängt und auf das Volumen v zusammengedrückt, die Höhendifferenz der Quecksilbersäulen in C und E gibt den Druck p , unter dem v steht, an.

Wassersaugpumpe. Wasserdruckpumpe. Die uns vertrauesten Saugwirkungen und Druckwirkungen sind diejenigen, für die die uns umgebende Atmosphäre den Überdruck liefert. Eine Saugwirkung ist es z. B., durch die man eine Flüssigkeit durch ein Rohr emporzieht, wie es Abb. 215 zeigt. Das Rohr BC vertritt den Stiefel, die Flüssigkeitssäule AC darin den Kolben des Schemas Abb. 211. Man umschließt das Ende B des Rohres fest mit den Lippen und erweitert den Brustkasten, wie beim Atemholen (ohne durch die Nase zu atmen). Die Luft, die bis dahin den Teil AB des Rohres einnahm, verbreitet sich dann durch die Mundhöhle zum Brustkasten hin und verdünnt sich dadurch. Das Ende A der Säule AC erfährt daher einen Druck, der kleiner ist als der Atmosphärendruck, das untere C dagegen den Druck der Atmosphäre, also Überdruck, dieser treibt die Flüssigkeit in dem Rohr in die Höhe.

Ganz ähnlich ist es in der Wassersaugpumpe (Abb. 216). Das Grundwasser T vertritt das Wasser in dem Gefäß der Abb. 215, das Steigrohr CB und der Stiefel L , in den das Steigrohr mündet (von dem es aber zeitweilig die nur nach oben drehbare Klappe S trennt), das Saugrohr BC der Abb. 215 und den Brustkasten; das Erweitern des Brustkastens ist hier ersetzt durch das Heben des Kolbens O . Die Pumpe wirkt so: Anfangs steht das Grundwasser im Steigrohr bis A und der Kolben auf dem Boden des Stiefels. Hebt man ihn, so verdünnt sich die Luft unter ihm und verkleinert den Druck auf die Klappe S . Diese erfährt daher von unten einen stärkeren Druck als von oben und hebt sich. Die bisher auf AB beschränkte Luft verbreitet sich dadurch in den Stiefel und verdünnt sich. Jetzt erfährt das Wasser AC im Steigrohr von oben einen geringeren Druck als das Grundwasser bei T , der Überdruck treibt es daher in dem Rohr in die Höhe, bis der Druck der dadurch entstehenden Säule plus dem Druck der noch in dem Rohr und dem Stiefel stehenden Luft gleich ist dem Atmosphärendruck bei T . Über der Wassersäule herrscht dann bis zum Kolben überall der gleiche Druck; die Klappe fällt daher infolge ihres Gewichts und schließt das Steigrohr. (Aber das Wasser braucht noch nicht bis in den Stiefel gelangt zu sein.) Drückt man den Kolben nun hinunter, so wird die Luft zwischen ihm und der (wieder geschlossenen) Klappe S zusammengedrückt. Ihr Druck öffnet das in dem Kolben befindliche, sich nach oben öffnende Ventil (ebenfalls eine Klappe), und die Luft strömt in die Atmosphäre. Jetzt beginnt das Spiel der Pumpe von neuem. Die Luft, die sich noch über der Wassersäule im Rohr befindet, wird noch weiter verdünnt und das Wasser durch den Überdruck der Atmosphäre weiter in die Höhe getrieben, bis es schließlich in den Stiefel gelangt. Wird dann der Kolben niedergedrückt, so drückt das Wasser die Klappe, die die Kolbendurchbohrung oben abschließt, in die Höhe, gelangt auf die obere Seite des Kolbens, wird bis zum Ausflußrohr emporgehoben und läuft ab.

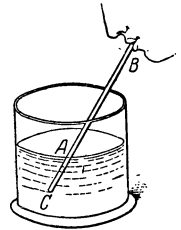


Abb. 215. Physikalische Erklärung des physiologischen Saugvorganges.

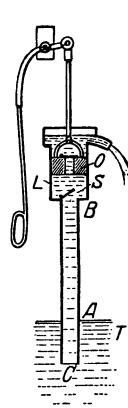


Abb. 216. Wassersaugpumpe.

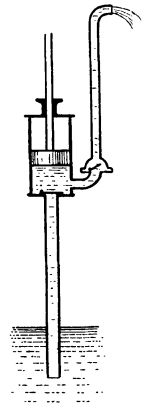


Abb. 217. Wasser- und -druckpumpe.

Wie hoch über den Grundwasserspiegel T kann man das Wasser saugen? Der Druck der Atmosphäre hält einer Quecksilbersäule von 76 cm das Gleichgewicht, also einer Wassersäule von rund $13,6 \cdot 76 \text{ cm} = 10 \text{ m}$.

Er kann das Wasser also nur um 10 m über den Grundwasserspiegel heben. Die Saugpumpen sind aber nicht sorgfältig genug gebaut, um 10 m zu erreichen, sie heben nur um etwa 8 m. Wo das Grundwasser tiefer liegt, hebt man das Wasser mit einer Saugpumpe so hoch es geht, und richtet das Ausflußrohr der Saugpumpe nach oben (Abb. 217). In dieses Rohr drängt man immer mehr Wasser mit dem Kolben hinein, bis es das Abflußrohr oben erreicht. Zurückfallen kann es nicht, denn zwischen Rohr und Stiefel sitzt eine Klappe, die sich nach dem Rohre zu öffnet, nach dem Stiefel zu schließt.

Heronball. Feuerspritze. Der Druck der Luft leistet hier nicht mehr als in den gewöhnlichen Saugpumpen: die größere Höhe erreicht das Wasser nur dadurch, daß der Kolben es schiebt. Anders in der *Feuerspritze*. Hier treibt tatsächlich der Druck der Luft das Wasser zu Höhen, die viel größer sind als 8 m. Aber die Luft ist vorher zusammengepreßt und auf einen Druck gebracht worden, der weit über dem der Atmosphäre liegt, und deswegen kann sie das Wasser so hoch schleudern. Der wesentlichste Teil der Feuerspritze ist der *Windkessel*. Er beruht auf demselben Prinzip wie der Heronsball (Abb. 218). Dieser wirkt so: man fülle eine Flasche zum Teil mit Flüssigkeit, verschließe sie luftdicht mit einem Stopfen und führe durch ihn luftdicht ein Rohr bis unter den Flüssigkeitsspiegel. Der Spiegel wird so in zwei Teile zerlegt, den (größeren) EC — er ist mit der Luft in Berührung, die in der Flasche eingeschlossen ist — und den (kleineren) a — er begrenzt die Flüssigkeitssäule in dem Rohre und ist mit der Außenluft in Berührung. Der Heronsball tritt in Tätigkeit, d. h. er schleudert wie ein Springbrunnen die Flüssigkeit durch das Rohr hinaus, wenn die Luft über EC auf die von ihr berührte Flüssigkeit erheblich stärker drückt als die Atmosphäre auf die von ihr berührte Flüssigkeit in dem Rohr ab . Man kann diesen Druckunterschied dadurch hervorrufen, daß man durch das Rohr hindurch

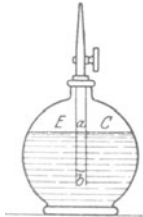


Abb. 218.
Heronball.

Luft von außen in den Raum über EC treibt. Auf diese Weise wird der Druck der dort bereits befindlichen Luft vergrößert. Hört man mit der gewaltsamen Luftentreibung auf und gibt man das Rohr wieder frei, so treibt der Druck auf EC , weil er jetzt größer ist als der der Atmosphäre, die Flüssigkeit durch das Rohr in die Höhe und so lange aus dem



Abb. 219.
Der Heronsball als
Spritzflasche.

Gefäß hinaus, bis die in dem Gefäß enthaltene Luft einen so großen Raum einnimmt, daß ihr Druck bis auf den Atmosphärendruck gesunken ist, also auf denselben Druck, der von außen auf die Flüssigkeitssäule in dem Rohr wirkt. — Ein Heronsball ist z. B. die Siphonflasche für moussierende Getränke. Der Druck der entweichenden Kohlensäure, die sich über der Flüssigkeit sammelt, ist stärker als der Druck der Atmosphäre. Öffnet man den Verschuß des in die Flüssigkeit hinabreichenden Rohres, so treibt er daher die Flüssigkeit hinaus. Auch die Spritzflasche der Chemiker (Abb. 219) ist ein Heronsball, in den man aber die Luft durch ein besonderes Rohr, das über dem Flüssigkeitsspiegel endet, hineintreibt.

Einen Heronsball benützt man auch in der Feuerspritze. Nur vergrößert man den Druck in ihm, dem *Windkessel*, dadurch, daß man Wasser hineinpumpt und so die in ihm enthaltene Luft zusammenpreßt. Den Windkessel bedienen zwei zusammengehörige Pumpen, die gleichzeitig arbeiten und zwar so, daß, während der eine Kolben steigt, der andere sinkt, so daß das Wasser ununterbrochen ausströmt — nicht stoßweise, wie bei einer gewöhnlichen Wasserpumpe nur beim Heben oder nur beim Senken des Kolbens.

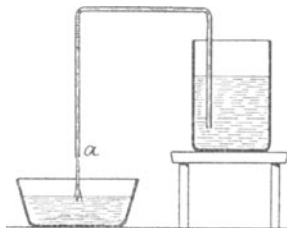


Abb. 220. Der Heber.

Heber. Eine einzigartige Saugpumpe, ohne Klappen, Ventile oder dgl. ist der *Heber* (Abb. 220), nichts weiter als ein Rohr, das einen Winkel mit ungleich langen Schenkeln bildet, und auch aus einem Schlauch bestehen kann. Abb. 220 zeigt ihn, den kürzeren Schenkel — er vertritt das Saugrohr der Saugpumpe — in dem mit Flüssigkeit gefüllten Gefäß, dessen Spiegel den Grundwasserspiegel vertritt. Aber die gewöhnliche Saugpumpe wirft das gehobene Wasser über dem Grundwasserspiegel T aus, der Heber dagegen arbeitet

nur dann, wenn die Ausflußöffnung a unter dem Grundwasserspiegel liegt. Um den Heber in Tätigkeit zu setzen, saugt man bei a die Flüssigkeit an —

ungefährliche etwa mit dem Munde, gefährliche durch ein seitliches Ansatzrohr (Giftheber) — bis das ganze Rohr bis a hin gefüllt ist. Überläßt man das Rohr dann sich selbst, so läuft die Flüssigkeit bei a in einem Strahl ab. Wie lange, darüber später. — Den Vorgang versteht man am besten, wenn man den Heber vor seinen Augen entstehen läßt: Die Gefäße (Abb. 221) A und B enthalten Wasser bis zum Spiegel α bzw. β . Unerläßlich ist — warum, wird später begründet —, daß der eine Spiegel (hier α) höher liegt. Über den Spiegel ragt, von einem oben geschlossenen Rohr begrenzt und vom Luftdruck getragen, die Wassersäule a bzw. b empor — beide kürzer, als es der Luftdruck gestatten würde, also kürzer als 10 m (Quecksilbersäulen würden wir kürzer als 76 cm wählen). Um sie frei von Luft im Wasser aufzurichten, verfährt man wie beim TORRICELLI-Versuch (S. 185 u.). Die beiden Röhren werden nachher die Schenkel des Hebers bilden, müssen daher miteinander verbunden werden. Zu diesem Zweck werden wir ihre Wände später bei c und d durchbohren und durch eine vollkommen mit Wasser gefüllte, von Luft freie Röhre e verbinden. Zunächst aber: Wie groß ist der Druck, den die Flüssigkeit an den Punkten c und d auf die Rohrwand ausübt?

Der Druck, den die Flüssigkeitssäulen in der Ebene des Flüssigkeitsspiegels auf die Rohrwand ausüben, ist gleich dem Atmosphärendruck p . An einem Punkte darüber ist er kleiner, und zwar um den Druck der Flüssigkeitssäule zwischen der Höhe dieses Punktes und dem Flüssigkeitsspiegel. Bei c ist er daher gleich p minus dem Druck der Säule a , und bei d gleich p minus dem *größeren* Druck der (*höheren*) Säule b . Bei c herrscht also gegen d ein Überdruck, und *dieser* setzt den Heber in Tätigkeit. Sind c und d durch die mit Wasser gefüllte Röhre e verbunden, so erfährt dieses Wasser den Überdruck von c nach d , bewegt sich in dieser Richtung und schiebt sich und das vor ihm in b befindliche Wasser hinaus: der Heber arbeitet. In dem Moment, in dem der Überdruck das Wasser von c wegschiebt, tritt aus a Wasser bei c ein, getrieben von dem auf α wirkenden Druck der Atmosphäre. Die Druckdifferenz zwischen c und d bleibt daher und der Heber arbeitet *dauernd*. Während er arbeitet, schafft er Wasser aus A nach B . Daher sinkt der Spiegel in A und steigt in B . Der Druckunterschied zwischen c und d fällt daher stetig. Sinkt der Spiegel (Abb. 221) *unter* die Rohröffnung α , so tritt Luft in den Saugschenkel und treibt die ganze Flüssigkeit hinaus. Der Ausflussschenkel braucht nicht in einem mit Flüssigkeit gefüllten Gefäß (B) zu münden (wir haben das, um die Darstellung zu vereinfachen, angenommen), er kann frei in die Atmosphäre (Abb. 220) münden, nur muß man ihn (durch Ansaugen von der Mündung her) bis *unter* das Niveau des Gefäßes A anfüllen, damit der Heber zu arbeiten beginnt. — Der Druck, der das Wasser aus dem Heber hinaustreibt, hängt von dem Längenunterschied der Flüssigkeitssäulen a und b ab, dieser Unterschied wird aber in dem Maße kleiner, in dem der Flüssigkeitsspiegel α sinkt und β steigt. Daher verkleinert sich der Druck und daher auch die Ausflugeschwindigkeit des Hebers, während der Spiegel

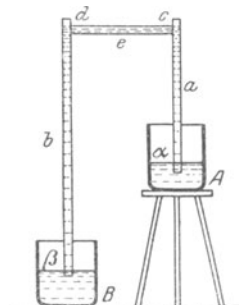


Abb. 221. Zur Erklärung der Hebertätigkeit.

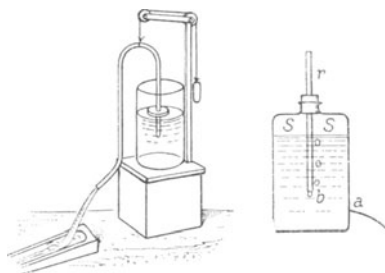


Abb. 222. Konstanz der Ausflugeschwindigkeit aus dem (mit der Flüssigkeit sinkenden) Heber.

Abb. 223. Konstanz der Ausflugeschwindigkeit aus einem (MARIOTTE'schen) Gefäß.

sinkt. Man kann sie trotzdem konstant halten, wenn man den Heber *mit* dem Spiegel sinken, ihn z. B. mit Hilfe der Vorrichtung Abb. 222 auf dem Spiegel schwimmen läßt.

Gefäß von MARIOTTE. Pipette. Auch das MARIOTTE-Gefäß (Abb. 223) erhält die Ausflußgeschwindigkeit konstant (Laboratoriumgerät). Es entsteht, wenn man am Heronsball (Abb. 218) in der Wand eine Öffnung *a* anbringt, die *tiefer* liegt als das untere Rohrende. Wird *a* geöffnet, so tritt die Flüssigkeit aus, denn von außen wirkt bei *a* nur der Druck der Luft, von innen aber der Druck der Luft über dem Flüssigkeitsspiegel, vermehrt um den

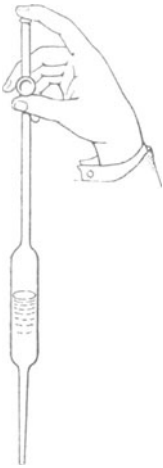


Abb. 224.
Gleichgewicht der angesaugten Flüssigkeit in der Pipette.

Druck der Flüssigkeit zwischen *S* und *a*. Infolge der Verminderung der Flüssigkeit in der Flasche kann sich die darin vorhandene Luft ausdehnen, und ihr Druck sinkt. Wenn er so weit gesunken ist, daß er und der Druck der von *S* bis zum Niveau von *b* (der Rohrmündung) reichenden Wassersäule zusammen von dem (Atmosphären-)Druck der *in dem Rohr* stehenden Luft übertroffen werden, so tritt bei *b* dauernd Luft ein und steigt durch die Flüssigkeit hinauf über den Spiegel. Bei *b* herrscht infolgedessen *dauernd* der Druck der Atmosphäre, d. h. derselbe wie bei *a*. Der Überdruck, unter dem die Flüssigkeit abfließt, ist also der Druck der Flüssigkeit zwischen dem Niveau von *b* und dem von *a*. Er bleibt *konstant*, bis die Flüssigkeit auf das Niveau von *b* gesunken ist, also auch die *Ausflußgeschwindigkeit* bleibt bis dahin *konstant*. Man kann diesen Druck vergrößern oder verkleinern, wenn man das Rohr hinauf- oder hinunterschiebt und so die Säule verlängert oder verkürzt. Schiebt man das Rohr bis auf das Niveau der Ausflußöffnung hinab, so hört das Fließen auf, da die Höhe der Säule dadurch gleich Null wird. — Das Abfließen hört auch dann auf, wenn man das Rohr oben verschließt und so das Eintreten der Luft verhindert, der von innen auf *a* wirkende Druck ist dann bald um so viel kleiner als der von außen auf *a* wirkende Atmosphärendruck, daß das Ausfließen unmöglich wird. Die MARIOTTE-Flasche verhält sich in diesem Zustande wie eine Pipette (Abb. 224), die man durch Ansaugen zum Teil gefüllt und dann verschlossen hat. Auch hier wird das Ausfließen dadurch verhindert, daß der von innen nach außen wirkende Druck der (durch das Saugen) verdünnten Luft und der Flüssigkeitssäule zusammen den von außen wirkenden Luftdruck nicht übersteigt.

B. Die Strömung der volumbeständigen Flüssigkeit und des als volumbeständig geltenden Gases.

Die *Volumbeständigkeit* der Flüssigkeiten auf der einen, die *Volumveränderlichkeit* der Gase auf der anderen Seite haben uns veranlaßt, die Fragen des *Gleichgewichts* für die Flüssigkeiten und für die Gase getrennt zu behandeln. Die *Strömung* der Flüssigkeiten und die Strömung der Gase kann man aber zusammen behandeln: auch ein Gas kann als volumbeständig *gelten*, solange seine Strömungsgeschwindigkeit *unter* einer gewissen Grenze bleibt (klein gegenüber der Schallgeschwindigkeit in dem betreffenden Gase). Seine Volumenänderung beträgt weniger als 0,5% und ist praktisch belanglos, wenn die Geschwindigkeit unter 0,1 der Schallgeschwindigkeit bleibt, seine Bewegung unterscheidet sich dann in keinem wesentlichen Punkte von der einer volumbeständigen Flüssigkeit (PRANDTL). Wir setzen darum für die Folge die Geschwindigkeit des Gases *unter* dieser Grenze voraus.

1. Der Druck in der Strömung.

Bisher hatten wir es mit dem Druck der *ruhenden* Flüssigkeit zu tun. Sobald der Druck der ruhenden Masse sich in Beschleunigung der Masse umsetzt, die Flüssigkeit *strömt*, hängt der Druck an einer bestimmten Stelle von der dort herrschenden Geschwindigkeit ab: er *wächst*, wenn die Geschwindigkeit *abnimmt*; er nimmt ab, wenn sie wächst. Ihm wenden wir uns jetzt zu. — Zunächst aber: wie verfolgen wir die Strömung? Ein einzelnes Flüssigkeitsteilchen kann man schwer verfolgen, wir wollen daher nur untersuchen, wie sich Geschwindig-

keit und Druck an einem gegebenen Raumpunkt in der Flüssigkeit mit der Zeit ändern. Man findet an jedem Raumpunkt eine Geschwindigkeit von bestimmter Größe und Richtung, und im allgemeinen an jedem eine andere. Man stellt sie dar durch die *Stromlinien*: das sind Kurven, deren Tangenten in jedem Punkte die Richtung der Geschwindigkeit bezeichnen. Eine schlauchartig zusammenhängende Fläche, die nur aus Stromlinien besteht, nennt man eine *Stromröhre*, ihren Flüssigkeitsinhalt einen *Stromfaden*. Der Stromfaden fließt in der Stromröhre wie in einem von festen Wänden begrenzten Kanal — die Flüssigkeit geht ja nur *längs* der Stromlinien, nicht quer dazu. Tritt durch jeden Querschnitt der Röhre in *jedem* Moment gleich viel Flüssigkeit ein und aus, d. h. hängt die Geschwindigkeit an keiner Stelle von der Zeit ab, dann nennt man die Strömung *stationär*. Die *Stromstärke* — die pro Sekunde durch einen Querschnitt gehende Flüssigkeitsmenge — ist dann dem Faden entlang an jedem Querschnitt dieselbe, daher verhalten sich an verschiedenen Stellen des Fadens die Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Querschnitte: je kleiner der Querschnitt, desto größer im selben Verhältnis die Geschwindigkeit.

Denkt man sich den Flüssigkeitsraum in sehr dünne Stromröhren geteilt, so hat man ein Momentbild der Strömung; freilich kann es fortwährend wechseln. Nur bei der *stationären* Bewegung ist das Strömungsbild unabhängig von der Zeit, behalten also die Stromröhren ihre Gestalt. Bei der elementaren Behandlung muß man sich im allgemeinen auf einen einzelnen Stromfaden beschränken: entweder man behandelt einen, der mittlere Verhältnisse aufweist, oder man betrachtet die ganze Strömung als Faden und bewertet dann die Ergebnisse als Mittelwerte. Die Dichteänderungen kann man vernachlässigen, da die Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit viel zu klein ist, um ins Gewicht zu fallen. Die Reibung der Flüssigkeit muß man bei der elementaren Behandlung ignorieren, aber das Wasser hat eine so kleine Reibung, daß man für die elementare Darstellung auch dann die gefundenen Ergebnisse auf die Wirklichkeit übertragen kann.

Gleichung von DANIEL BERNOULLI (1738). Was können wir über den Druck in der *stationär* strömenden Flüssigkeit ermitteln? In dem Stromfaden (Abb. 225), den wir uns wie in einem Kanal bergabgleitend vorstellen, betrachten wir die Flüssigkeit zwischen den Querschnitten A und B und folgen ihr während einer Zeitspanne dt ; der Querschnitt A soll dabei nach A' , der Querschnitt B nach B' gelangen. Der Flächeninhalt von A sei f_A , die Geschwindigkeit in ihm v_A ; für B entsprechend f_B und v_B . Da die Strömung *stationär* ist, ist dann $f_A \cdot v_A = f_B \cdot v_B$. Wir fragen nun: um wieviel ändert sich ihre lebendige Kraft während dt ? Diese Änderung ist (S. 41 m.) *gleich* der während dt an ihr geleisteten Arbeit derjenigen Kraft, unter deren Einwirkung sich die Flüssigkeitsmenge bewegt.

Wir suchen zunächst nach dem Ausdruck für die Änderung der lebendigen Kraft der Flüssigkeitsmenge und machen folgende — angenähert sicherlich zulässige — Hypothese: alle Teilchen, die in einem bestimmten Zeitpunkt zwischen einander sehr nahen Querschnitten (A und B) des Stromfadens liegen, liegen auch in einer beliebigen späteren Zeitspanne zwischen zwei solchen Querschnitten (A' und B'). Während dt gelangt, dieser Annahme nach, die anfangs zwischen A und B befindliche Menge in den Raum zwischen A' und B' ; in dem Raum zwischen A' und B ändert sich während dt gar nichts, jedes Flüssigkeitsteilchen wird nur durch ein anderes *ersetzt*, das dessen Geschwindigkeit annimmt, nach *außen* aber wirkt die Flüssigkeit zwischen A' und B nicht mit. (Durch die obige Hypo-

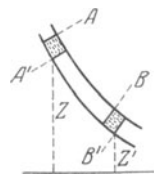


Abb. 225.
Stromfaden zur
Ableitung der
Gleichung von
BERNOULLI.

these erreicht man also, daß man *nur* die Vorgänge *an jenen Querschnitten* zu berücksichtigen braucht.) Die Änderung der lebendigen Kraft während dt zeigt sich an der Änderung der Geschwindigkeit (von v_A zu v_B) der während dt durch die Querschnitte A und B tretenden Flüssigkeitsmenge. Hat der Querschnitt A den Flächeninhalt f_A und ist die Geschwindigkeit in ihm v_A , so passiert ihn während dt das Volumen $f_A v_A dt$ mit der Masse $\frac{\sigma}{g} f_A v_A dt$ (mit σ als Gewicht der Volumeneinheit) und mit der lebendigen Kraft $\frac{\sigma}{g} f_A v_A dt \frac{v_A^2}{2}$. Am Querschnitt B ist der entsprechende Ausdruck $\frac{\sigma}{g} f_B v_B dt \frac{v_B^2}{2}$. Die lebendige Kraft der anfangs zwischen A und B liegenden Flüssigkeitsmenge *ändert sich* während dt also um $\frac{\sigma}{g} f_B v_B \frac{v_B^2}{2} - \frac{\sigma}{g} f_A v_A \frac{v_A^2}{2}$.

Nun zu der während dt an ihr geleisteten Arbeit. Sie besteht in der Arbeit, die die *Schwerkraft* und der *Druck* an der Flüssigkeit leisten. Um sie zu berechnen, brauchen wir wieder nur die Vorgänge an den Querschnitten A und B zu beachten. An einem Teilchen vom Gewicht q , das von der Höhe z (über der horizontalen Bezugsebene) auf die Höhe z' sinkt, leistet die Schwerkraft die Arbeit $q(z - z')$. Die Arbeit an der gesamten Flüssigkeitsmenge ist demnach $\sum q(z - z')$, wo die Summe über *sämtliche* Flüssigkeitsteilchen zu erstrecken ist. Die zwischen A' und B liegenden Teilchen treten aber nach außen gar nicht in Wirkung (S. 197 u.), wir brauchen die Summe daher nur über die durch die Querschnitte A und B während dt tretenden Flüssigkeitsteilchen zu erstrecken. Verstehen wir unter z_A und z_B die Höhen der Schwerpunkte der durch A und durch B während dt gegangenen Flüssigkeitsmenge und unter q_A und q_B diese Flüssigkeitsmengen, so wird $\sum qz - \sum qz' = q_A z_A - q_B z_B$. Die von der *Schwere* während dt geleistete Arbeit ist also: $\sigma \cdot f_A v_A dt \cdot z_A - \sigma \cdot f_B v_B dt \cdot z_B$. Die Arbeit des *Druckes* während dt ist, wenn wir mit p_A und p_B den in A und in B herrschenden Druck pro Flächeneinheit bezeichnen und berücksichtigen, daß der Druck bei B dem bei A entgegengesetzt gerichtet ist: $p_A f_A \cdot v_A dt - p_B f_B \cdot v_B dt$. Wir erhalten also schließlich die Gleichung:

$$\frac{\sigma}{g} \cdot f_B v_B dt \cdot \frac{v_B^2}{2} - \frac{\sigma}{g} \cdot f_A v_A dt \cdot \frac{v_A^2}{2} = \sigma \cdot f_A v_A dt \cdot z_A - \sigma \cdot f_B v_B dt \cdot z_B + p_A f_A \cdot v_A dt - p_B f_B \cdot v_B dt.$$

Jedes Glied enthält dt und $f_B v_B$ oder $f_A v_A$, die einander *gleich* sind (S. 197 u.), dividieren wir ferner überall mit σ und bringen wir die Glieder mit negativem Vorzeichen auf die andere Seite, so erhalten wir:

$$\frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{\sigma} + z_B = \frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{\sigma} + z_A \quad \text{oder kurz} \quad \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\sigma} + z = \text{konst.}$$

Setzen wir $\sigma = \rho g$, wo ρ die Masse der Volumeinheit bedeutet, so erhalten wir: $\rho \frac{v^2}{2} + \rho g z + p = \text{konst.}$ die Form, in der wir die Gleichung oft benützen werden. Dies ist die BERNOULLI-Gleichung (auch *Druckgleichung* genannt), sie ist für die Hydrodynamik grundlegend.

Man nennt $\frac{v^2}{2g}$ die *Geschwindigkeitshöhe*, weil es genau die Höhe ist, die ein Körper frei durchfällt, bis er die Geschwindigkeit v bekommt; p/σ die *Druckhöhe*, die Höhe einer Flüssigkeitssäule, die durch ihr Gewicht den hydrostatischen Druck p erzeugt; z die *Ortshöhe*, die Höhe des betrachteten Punktes der Flüssigkeit über einer als Bezugsebene festgesetzten Horizontalebene. Die BERNOULLI'sche Gleichung sagt also aus: Die Summe von Geschwindigkeitshöhe, Druckhöhe und Ortshöhe ist an jedem Punkte längs eines Stromfadens *dieselbe*. Die technische Praxis rechnet

mit dieser Beziehung nicht nur für einzelne Stromfäden, sondern für Stromröhren mit endlichem Querschnitt, indem sie für die drei Höhen Mittelwerte bildet.

Man kann auf die durch *A* und *B* begrenzte Flüssigkeitsströmung Abb. 225 den Impulssatz der Mechanik anwenden und die Änderung der Bewegungsgröße untersuchen, die die stationär bewegte in dem abgegrenzten Raum ursprünglich enthaltene Flüssigkeitsmenge während der Zeiteinheit erfährt. Man braucht auch hier nur an den Querschnitten *A* und *B* die Änderung der Bewegungsgröße zu berücksichtigen und kommt zu dem *Impulssatz der Hydrodynamik*: Die Resultierende der auf einen abgegrenzten Flüssigkeitsraum einwirkenden Kräfte ist nach Größe und Richtung gleich dem Überschuß der aus dem Raum austretenden über den in ihn eintretenden Impuls in der Zeiteinheit. Besonders über die Kräfte, die die Flüssigkeit auf feste Körper ausübt, lassen sich dann wichtige Aussagen machen, ohne daß man die Geschwindigkeitsverteilung im einzelnen zu kennen braucht. So läßt sich z. B. die Kraft berechnen, die die Flüssigkeit auf einen eingetauchten und gegen die Flüssigkeit bewegten Körper ausübt und dergleichen mehr — Aufgaben, die der elementaren Behandlung zu große Schwierigkeiten bieten. Wir gehen auf den Impulssatz nicht ein und wenden uns den Fragen nach Druck und Geschwindigkeit in strömender Flüssigkeit zu. Ihre Behandlung ist auf Grund der BERNOULLISCHEN Gleichung möglich und hat wissenschaftlich und technisch großes Interesse.

Folgerungen und Anwendungen der BERNOULLISCHEN Gleichung (Druck und Geschwindigkeit in der Strömung). Durch jeden Querschnitt der stationären Strömung geht in jedem Zeitpunkt gleich viel Flüssigkeit, die pro Sekunde durch einen Querschnitt strömende Menge ist daher dem Querschnitt umgekehrt proportional. Wie steht es nun mit dem Druck in den verschiedenen Querschnitten?

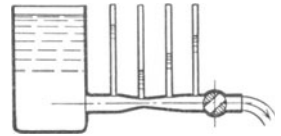


Abb. 225 a. Zusammenhang zwischen Druck und Querschnitt der Strömung.

Aus der BERNOULLI-Gleichung, die man für zwei Querschnitte *f* und *f₀* aufstellt, zu denen die Werte *p* und *v* und *z*, resp. *p₀* und *v₀* und *z₀* gehören — die Höhen *z* und *z₀* von irgendeiner Bezugsebene gemessen — folgt die Gleichung

$$p - p_0 + \rho g(z - z_0) + \frac{\rho}{2}(v^2 - v_0^2) = 0.$$

Da *fv = f₀v₀* ist, kann man die Querschnitte in die Gleichung einführen. Die Rechnung führt (Abb. 225 a) zu dem Schluß: im {kleineren} Querschnitt — also dort, {größerer} wo die Geschwindigkeit {größer} ist — ist der Druck {kleiner}. Aber auch ohne Rechnung kann man das einsehen: Durch das sich nach rechts verengende horizontale Rohr (Abb. 226 a) ströme stationär nach rechts die Flüssigkeit inkompressibel und reibungslos. Durch jeden Querschnitt muß pro sec dieselbe Flüssigkeitsmenge strömen. Ihre Geschwindigkeit wird daher an den

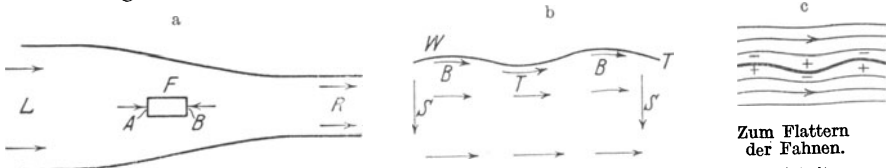


Abb. 226. Zusammenhang des Druckes und der Geschwindigkeit in strömender Flüssigkeit.

Stellen größeren Querschnitts am kleinsten, an den Stellen kleinsten Querschnitts am größten. Die *Geschwindigkeit* der Flüssigkeitsteilchen ist also bei *L* am kleinsten und wächst *gegen R hin stetig*. Diese Beschleunigung können die Flüssigkeitsteilchen nur durch die auf sie wirkenden Druckkräfte erfahren. Damit die momentan zylindrische Flüssigkeitsmenge *F* nach rechts beschleunigt sei, muß auf ihre Rückfläche ein größerer Druck wirken als auf ihre Vorderfläche, der *Druck* in *B* also kleiner sein als der in *A*. Durch Wiederholung dieses Schlusses ergibt sich, daß in dem Rohre der Druck von *L nach R hin stetig abnimmt*. [Wir

Zum Flattern der Fahnen.

finden dieselbe Druckverteilung (Abnahme des Druckes von L nach R) durch analoge Betrachtung auch bei umgekehrter Strömung der Flüssigkeit. Das Flüssigkeitsteilchen F geht dann *verzögert* von R nach L .] Das Flüssigkeitsteilchen kann eine Beschleunigung also nur erlangen, wenn es sich von Punkten höheren zu Punkten niedrigeren Druckes bewegt, kurz: wenn im Bewegungssinne der Druck abnimmt.

Flattern der Fahnen. Ist die Wand, an der die Strömung entlang geht, wellenförmig gekrümmt (Abb. 226 b), so ist der *Querschnitt* der Strömung an den Stellen B größer als an den Stellen T , die Strömung ist daher in den Querschnitten durch B *langsamer* als in denen durch T und erzeugt bei B *Über-* und bei T *Unterdruck*. Der Druck auf die Wand ist an allen Stellen also derart gerichtet, daß sich an jeder die dort vorhandene Durchbiegung noch vergrößern würde, wenn die Wand nachgeben könnte. Sehr charakteristisch verhält sich daher eine schwach gewellte dünne wirklich nachgiebige Wand, deren *beide* Seiten beströmt werden (Abb. 226 c): Über- und Unterdruck zu beiden Seiten derselben Wandstelle *unterstützen* einander. Hieraus erklärt sich das Flattern der Fahnen im Winde, die Entstehung der Wellen auf einer Wasserfläche, über die der Wind mit einer gewissen Geschwindigkeit fährt u. a. m.

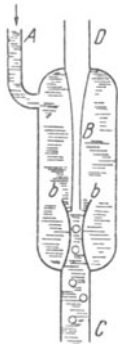


Abb. 227. Wasserluftpumpe von BUNSEN. Ihre Saugwirkung beruht auf der plötzlichen Verkleinerung (bei b) des Querschnitts des Wasserstromes.

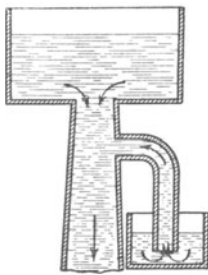


Abb. 228. Schema der Entwässerung eines Sumpfes durch die Saugwirkung des Abflusses aus einem hochliegenden See (VENTURI).



Abb. 229. Saugwirkung eines Gasstromes im Bunsenbrenner.

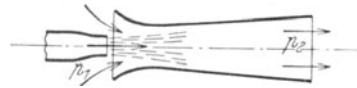


Abb. 230. Dampfstrahl-Blasrohr (Injektor).

Man sieht die aus der BERNOULLI-Gleichung folgende Druckverteilung an einem Rohr (Abb. 225 a) mit *schlank* (warum *schlank*, s. S. 212 m.) zulaufenden Verengungen und Erweiterungen, wenn in dessen engere und wei-

tere Querschnitte Manometerröhrchen eingefügt sind: die kürzere oder längere Flüssigkeitssäule in ihnen zeigt dann den dort herrschenden kleineren oder größeren Druck an. Ein sich erweiterndes durchströmtes Rohr verwendet man in den Wasserstrahl-, Dampfstrahl- und Gasstrahlapparaten. An dem engeren Querschnitt (Abb. 230) wirkt die Strömung ansaugend, z. B. auf Luft, und durch die Drucksteigerung in dem sich erweiternden Rohre schafft sie die angesaugte Luft weg. Hierher gehört z. B. die BUNSENSCHE Wasserstrahl-Luftpumpe, auch die durch Abb. 228 veranschaulichte Sauganlage, ferner der Bunsenbrenner (Abb. 229), in dem der bei A austretende Gasstrahl durch die Öffnungen L die Luft ansaugt, mit der er sich vermischt, ehe er entzündet wird, auch der Flüssigkeitszerstäuber (Inhalationsapparat) und eine große Zahl technischer Apparate wie die (Injektoren genannten) Dampfstrahlpumpen.

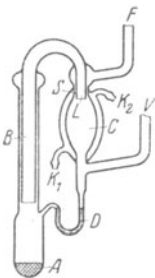


Abb. 231. Quecksilberdampfstrahl-Luftpumpe.

Quecksilberdampfstrahl-Luftpumpe. Auf der Saugwirkung eines Quecksilberdampfstrahles beruht die Luftpumpe von LANGMUIR (1916), die an Sauggeschwindigkeit alle bis dahin gebauten Pumpen weit übertrifft (Abb. 231). Aus dem angeheizten Quecksilber A steigt der Dampfstrom durch das Rohr B und saugt durch den ringförmigen Spalt S um die Austrittsstelle L die Luft aus dem bei F angeschlossenen Rezipienten ab, die abgesaugte Luft strömt in dem Dampfstrom davon. Man pumpt zunächst mit einer Hilfspumpe (Vorvakuumpumpe)

die Luft aus dem Rezipienten, bis der Druck nur etwa 0,05—0,1 mm Quecksilber beträgt, und läßt dann die Dampfstrahlpumpe in Tätigkeit treten. Der bei L in den Vorvakuumraum C austretende Dampfstrahl verbreitert sich büschelartig. Er würde — falls man nicht Vorkehrungen dagegen trifft — bald die Wand des Rohres, in das er eintritt, treffen und durch Ablagerung von Quecksilbertröpfchen, die dann wieder verdampfen, seine Saugwirkung einbüßen. LANGMUIR verhindert das durch energische Kondensation (Kühlwasserstrom durch K_1, K_2) der in der Nähe der Wand gelangten Teilchen, besondere Formung des Vorvakuumraumes C und schnellste Abführung der Kondenswärme. Nach LANGMUIR ist das das Wichtigste, daher die Bezeichnung *Kondensationspumpe*. Die Pumpe saugt 1500—3000 cm³/sec.

Messung von Druck und Geschwindigkeit der Strömung. Die BERNOULLI-Gleichung zwischen Druck und Geschwindigkeit der Strömung erlaubt, 1. die *Geschwindigkeit* zu berechnen, wenn man den Druck messen kann, und 2. den *Druck* zu berechnen, wenn man die Geschwindigkeit messen kann. Befindet sich in einer gleichförmigen Flüssigkeitsströmung (Geschwindigkeit v_0) ein Hindernis, dann bildet sich an seiner Vorderseite eine „Stauung“ der Flüssigkeitsteilchen, innerhalb deren sich die Strömung nach allen Richtungen verteilt (Abb. 232). In der Mitte der Stauung, dem *Staupunkt*, ist die Geschwindigkeit (v) gleich Null.

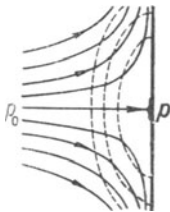


Abb. 232. Staudruck.



Abb. 233. PITOT-Rohr zur Messung des Gesamtdruckes in der Strömung

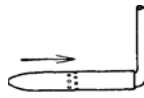


Abb. 234. Sonde zur Messung des statischen Druckes in der Strömung.

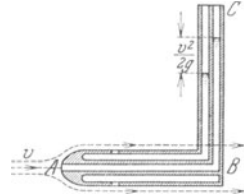


Abb. 235. Staugerät (PRANDTL) zur Messung der Geschwindigkeit in der Strömung (aus dem Staudruck).

Die BERNOULLI-Gleichung führt für den Druck p im Staupunkt auf $p = p_0 + v_0^2 \cdot \rho / 2$, hier ist p_0 der ungestörte Druck in derselben Horizontalebene. Die Druckerhöhung $p - p_0$ nennt man *Staudruck*, auch Geschwindigkeitsdruck, auch dynamischen Druck. Den *Gesamtdruck* p mißt man mit dem (nach seinem Erfinder, 1732, benannten) PITOT-Rohr, Abb. 233, den einen Schenkel stellt man antiparallel zur Strömung, den anderen vertikal nach oben. In dem antiparallel zur Strömung liegenden kommt die Strömung zur Ruhe, daher steigt hier der Druck. Das mit v herankommende Wasser drückt die Wassersäule in ihm über den Wasserspiegel um die Höhe Δ empor, die mit der Geschwindigkeitshöhe $v^2/2g$ in der BERNOULLI-Gleichung übereinstimmt. Den Druck p_0 , den *statischen* Druck, mißt man mit einer *Drucksonde*, Abb. 234; in den seitlichen Einschnitten, deren Öffnungen *parallel* zur Strömung liegen, und im Innern der Sonde herrscht praktisch Ruhe. Der Druck in ihr ist, da er in dem ruhenden Teil konstant ist und in der

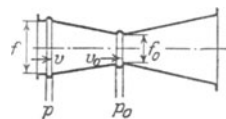


Abb. 236. VENTURI-Düse in der Rohrleitung, in der die Strömungsgeschwindigkeit gemessen werden soll.

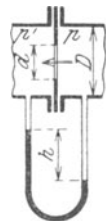


Abb. 237. Stauscheibe zur Messung der Strömungsgeschwindigkeit. Sie hat eine scharfkantige, kreisförmige Öffnung. Der Druckabfall von p auf p' wird durch die Höhe der Wassersäule gemessen.

Trennungsfläche stetig in den der strömenden Flüssigkeit übergehen muß, gleich dem Druck in der strömenden Flüssigkeit. Den Staudruck $p - p_0$ mißt man mit einem Staugerät (PRANDTL), das PITOT-Rohr und Drucksonde vereinigt enthält, Abb. 235). Um die Ablesung

der (gewöhnlich kleinen) Höhendifferenz Δ , die unmittelbar über dem Wasserspiegel sehr un bequem wäre, zu erleichtern, saugt man in beiden Röhren gleichzeitig die Flüssigkeit in eine zur Ablesung bequeme Augenhöhe.

Die Strömungsgeschwindigkeit (Wasser, Luft) in einer Rohrleitung mißt man mit der Stauscheibe (Drosselscheibe), Abb. 236, wie es die Unterschrift beschreibt. Auch mit der VENTURI-Düse mißt man sie, Abb. 237, man mißt (manometrisch) die Differenz zwischen dem (Unter-) Druck an der engsten Stelle f_0 , der infolge der Geschwindigkeitszunahme dort entsteht, und dem Druck an der unverengten vorderen Öffnung f .

Ausflußgeschwindigkeit (Gesetz von TORRICELLI). Ausflußmenge. Die BERNOULLI-Gleichung führt auch auf den theoretischen Ausdruck für die Geschwindigkeit, mit der die Flüssigkeit durch den unteren Querschnitt eines oben offenen Gefäßes (Abb. 238) austritt, wenn die konstante Höhe ($z - z_0$) und

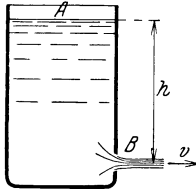


Abb. 238. Zur Formel $v = \sqrt{2gh}$ für die Ausflußgeschwindigkeit einer Flüssigkeit.

$$\rho gh - v^2 \cdot \rho / 2 = 0 \quad \text{und} \quad v = \sqrt{2gh},$$

was schon TORRICELLI (1641) gefunden hat: Die Flüssigkeit fließt unten so schnell aus, wie wenn sie vom Spiegel an die Höhe h frei durchfallen

hätte. Die Geschwindigkeit hängt nur von der Höhe h ab, also auch nicht von der Richtung, in der der Strahl austritt. — Sind p und p_0 nicht gleich groß, sondern ist $p - p_0$ ein Überdruck auf den Wasserspiegel und ist v_0 die mittlere Geschwindigkeit des Wasserspiegels, so finden wir

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2 \left(gh + \frac{p - p_0}{\rho} \right)}.$$

Ein vertikal nach unten aus einer kreisförmigen Ausflußöffnung tretender Strahl (die Form der Öffnung beeinflusst die Form des Strahles) gleicht dicht hinter dem kleinsten Querschnitt einem massiven, durchsichtigen Zylinder; weiter davon weg wird er trübe und zeigt abwechselnd Einschnürungen und Anschwellungen. Diese *Knoten und Bäuche* (SAVART) sind nachweisbar eine optische Täuschung: der Strahl bildet dort kein zusammenhängendes Gefüge mehr, er zerfällt infolge der immer größer werdenden Fallgeschwindigkeit in Tropfen, und diese ändern im Fallen fortwährend ihre Form, sie pendeln um die Kugelform (Abb. 239). Das bloße Auge kann die einander sehr schnell folgenden Tropfen und Formen nicht voneinander unterscheiden und *sieht* Knoten und Bäuche.

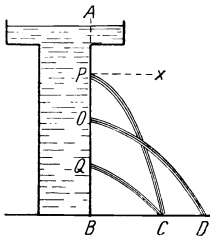


Abb 240. Zur Prüfung der Formel $v = \sqrt{2gh}$. Man mißt ($h =$) PA, OA, QA , berechnet hieraus v und vergleicht die hieraus berechneten Parabelwurfbahnen mit den experimentell ermittelten (PC, OD, QC).

Die Unabhängigkeit der Ausflußgeschwindigkeit von der Richtung führt zu einer Versuchsanordnung, um die Formel $v = \sqrt{2gh}$ an der Erfahrung zu prüfen. Man läßt die Flüssigkeit horizontal aus dem Gefäße (Abb. 240) austreten. An Wassersäulen von 2—6 m Höhe hat man die beobachtete Ausflußgeschwindigkeit sehr nahe gleich der berechneten gefunden, aber stets etwas kleiner infolge der Reibung der Flüssigkeit an der Gefäßwand und an der Luft und infolge der inneren Reibung der Flüssigkeit.

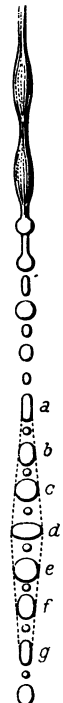


Abb. 239. Der Anblick eines Flüssigkeitsstrahles (Knoten u. Bäuche) und seine wahre Beschaffenheit (Tropfen, die periodisch ihre Form ändern); a bis g Phasen der Form.

Der Formel $v = \sqrt{2gh}$ nach hängt v nur von h ab, fließen also alle Flüssigkeiten aus dieser Öffnung gleich schnell aus, wenn h immer dieselbe Größe

hat (wie alle Körper gleich schnell fallen, also beim Durchfallen derselben Höhe alle dieselbe Geschwindigkeit erreichen). Das tun die Flüssigkeiten aber nicht. Wir hatten nämlich stillschweigend angenommen, daß sich die Arbeit, die die Schwerkraft an der abfließenden Flüssigkeit leistet, *ganz* in kinetische Energie der Flüssigkeit verwandelt, haben also nicht berücksichtigt, daß die Flüssigkeitsteilchen sich sowohl an der Gefäßwand als auch aneinander reiben, und ihre Bewegung dadurch hemmen. Je zäher aber eine Flüssigkeit ist, desto größer ist die Hemmung, und desto größer muß h sein, damit v denselben Wert erreicht (desto kleiner ist v , wenn h immer denselben Wert behält). Daher weicht die wirkliche Ausflußgeschwindigkeit von der theoretischen desto mehr ab, je dicker die Flüssigkeit ist, z. B. bei Rizinusöl mehr als bei Alkohol.

Wenn man *mißt*, wieviel Gramm Flüssigkeit z. B. in 1 Sekunde ausfließen, und wieviel der Geschwindigkeit $v = \sqrt{2gh}$, der Größe der Öffnung und dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeit nach ausfließen *sollten*, so findet man im Mittel nur etwa zwei Drittel davon. Bei der Berechnung nimmt man nämlich an, daß der Strahl (Abb. 241) überall so dick ist, wie die Öffnung $a b$ weit ist. Tatsächlich aber zieht er sich dicht hinter der Öffnung zusammen; sein kleinster Querschnitt bei $c d$ ist nur etwa 0,6 des Querschnittes in der Öffnung (Vena contracta). Die Flüssigkeit strömt nämlich von allen Seiten zur Öffnung hin (wie experimentell leicht zu veranschaulichen). Die einzelnen Stromfäden werden erst in einem gewissen Abstand von der Öffnung parallel. — [Eine bemerkenswerte Rolle spielt bei diesem Vorgange die Oberflächenspannung (S. 225). Die äußerste Schicht Wasserteilchen wirkt wie ein elastischer Ring um den Strahl an der Ausflußstelle. Der Einfluß der Oberflächenspannung zeigt sich z. B. wenn man in der Nähe des Strahles Alkohol oder Äther verdampft. Die Ausflußgeschwindigkeit wächst dann merklich, weil sich die Oberflächenspannung verkleinert.]

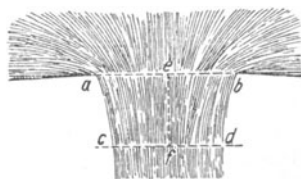


Abb. 241. Vena contracta.

Ein Ansatzstutzen an der Ausflußöffnung (Abb. 242) verändert die Form des Strahles und die Ausflußmenge *wesentlich*, ein Zylinder verhindert den Strahl, sich zusammenzuziehen, und macht die Ausflußmenge fast gleich der berechneten. Beeinflußt schon ein Ansatzstutzen das Ausfließen, so noch mehr ein langes Rohr. Die TORRICELLISCHE Formel versagt dann ganz, man ist völlig auf die Erfahrung angewiesen. Vor allem macht sich da der Reibungswiderstand geltend: er ist größer, je größer die Wandfläche des Rohres ist, und je schneller die Flüssigkeit ausströmt.

Ein Teil des Druckes, unter dem die Flüssigkeit steht, geht hin auf Überwindung dieses Widerstandes. Daher ist die Ausflußgeschwindigkeit kleiner als sie gewesen wäre, wenn der *ganze* Druck Geschwindigkeit erzeugt hätte. Wenn Wasser z. B. aus einem Gefäß durch ein langes Rohr ausströmt, so tritt es mit viel kleinerer Geschwindigkeit aus, als der Druckhöhe entspricht, man sieht das an der Parabel, die es beim Austritt aus der Rohrmündung beschreibt. — Der Druck, unter dem das fließende Wasser



Abb. 242.
Ein Stutzen an der Ausflußöffnung beeinflusst die Ausflußmenge.

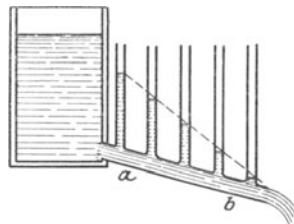


Abb. 243. Druckänderung im Ausflußrohr mit dem Abstände von der Ausflußöffnung.

steht, ist an einer gegebenen Stelle des Rohres desto kleiner, je weiter die Stelle von dem Gefäße absteht. Man sieht das, wenn man das Rohr ab mit vertikalen Röhren versieht (Abb. 243). Solange b geschlossen ist, steht das Wasser in allen gleich hoch — so hoch wie in dem Gefäß selber; sobald man b öffnet, geschieht das, was die Abbildung veranschaulicht.

Ausströmung eines Gases unter Überdruck. Solange in einem gaserfüllten Raume der Druck überall gleich groß ist, gibt es natürlich keine *Strömung* von einem Punkte zum anderen. In einem Gase herrscht (nach der kinetischen Theorie) zwar keine Ruhe, aber ein Gleichgewichtszustand: durch eine Ebene, die man sich durch den Gasraum gelegt denkt, gehen pro sec ebensoviel Teilchen von A nach B (Abb. 244), wie von B nach A , so daß sich an keiner Stelle die Gas-molekeln auf Kosten einer anderen anhäufen: der Schwerpunkt der Gesamtheit

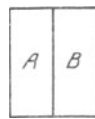


Abb. 244.

der Teilchen bleibt in Ruhe. Das alles stimmt, solange in dem Raum Druckgleichheit herrscht. Ist aber aus irgendeiner Ursache der Druck in A größer als in B , so erfährt eine Scheidewand (an Stelle der geometrischen Ebene) von A her einen Überdruck. Durchbohrt man sie, so strömt Gas von A nach B , bis der Druck auf ihre beide Seiten gleich groß ist. Das vermehrt in B den Gasinhalt auf Kosten von A , es treten mehr Gasteile von A nach B als von B nach A : der Schwerpunkt des Gases verschiebt sich ebenfalls von A nach B .

Die Geschwindigkeit v , mit der das Gas aus einem Raum ausströmt, mißt man an dem Volumen, das während einer gegebenen Zeit aus einer Öffnung von gegebener Größe austritt; v hängt von der Dichte ρ des Gases ab und von dem Überdruck $p - p_0$, unter dem es strömt. Hier ist p der Druck in dem Gefäß, aus dem es ausströmt, und p_0 der Druck in dem es einströmt.

Sind p und p_0 nur wenig voneinander verschieden, so ist $v = \sqrt{2 \frac{p - p_0}{\rho}}$. Die Gleichung gilt nur, wenn der Überdruck $p - p_0$ sehr klein ist und die Ausflußöffnung im Verhältnis zum Gasbehälter sehr klein ist, und auch dann gibt sie die Ausflußgeschwindigkeit nur annähernd wieder. Sie ist trotzdem wertvoll: Die Beziehung zwischen der Ausflußgeschwindigkeit v und der Gasdichte ρ erlaubt, die Dichte zu messen, ohne daß man die Ausflußgeschwindigkeit zu kennen braucht.

Messung der Dichte der Gase an ihrer Ausflußgeschwindigkeit (BUNSEN). Ist v die Geschwindigkeit, mit der ein Gas von der Dichte σ unter dem Überdruck $p - p_0 = P$ aus dem Gefäß ausfließt, und v_1 die Geschwindigkeit, mit der ein anderes Gas von der Dichte σ_1 unter denselben Bedingungen ausfließt, so hat man

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\sigma}} \quad \text{und} \quad v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot P}{\sigma_1}} \quad \text{und daher} \quad \frac{v^2}{v_1^2} = \frac{\sigma_1}{\sigma},$$

d. h. die Gasdichten verhalten sich zueinander umgekehrt wie die Quadrate ihrer Ausströmgeschwindigkeiten. Ist z. B. $v_1 = 2v$, so ist $\sigma_1 = \frac{\sigma}{4}$. Das heißt: das Gas, das doppelt so schnell ausfließt, wie ein anderes (unter sonst gleichen Bedingungen), hat ein Viertel von dessen spezifischem Gewicht. GRAHAM hat den Satz aus der Erfahrung abgeleitet, und BUNSEN hat darauf ein Verfahren gegründet, das spezifische Gewicht eines Gases zu messen, er mißt (mit einer besonderen Vorrichtung) aber nicht die Ausflußgeschwindigkeit, sondern die Zeit, die ein gegebenes (für beide Gase gleich großes) Gasquantum gebraucht, um auszuströmen. Da das Gas mit der doppelt so großen Ausströmgeschwindigkeit nur halb soviel Zeit zum Ausströmen gebraucht wie das andere, so folgt: die Gasdichten verhalten sich zueinander wie die Quadrate der Zeitabschnitte, t und t_1 , in denen gleich große Volumina ausströmen:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma} = \frac{t^2}{t_1^2}.$$

Braucht z. B. ein Quantum Luft (Dichte σ) die Zeit $t = 36,9$ Sekunden, und ein gleich großes Volumen Kohlensäure (Dichte σ_1) unter denselben Bedingungen die Zeit $t_1 = 45,3$ Sekunden, so ist

$$\frac{\sigma_1}{\sigma} = \left(\frac{45,3}{36,9}\right)^2 = 1,507,$$

d. h. die Dichte der Kohlensäure σ_1 ist 1,507 mal so groß wie die der Luft. Die Methode ist zuverlässig und beansprucht nur wenige cm^3 Gas, ein Vorteil, der für gasometrische Arbeiten wertvoll ist. Sie ist besonders bequem für technische Zwecke (Messung der Dichte des Leuchtgases).

Diffusion von Gasen durch poröse Körper. Die Geschwindigkeit, mit der Gas aus einem Gefäß strömt, hängt wesentlich auch von der Ausflußöffnung ab. Zu den Bedingungen, unter denen die obigen Formeln gelten, tritt noch die, daß die Öffnung sich in einer sehr dünnen Wand befindet, also das Gas wirklich nur durch eine *Öffnung* strömt, nicht durch einen Kanal. (In dem BUNSENSchen Apparat strömt es durch ein Loch in einem *dünnen* Platinblech.) — Fließt das Gas durch ein Kapillarrohr (Transpiration), so gilt die Formel überhaupt nicht mehr; eine neue Gesetzmäßigkeit tritt ein (O. E. MEYER), wenn die Länge des Kapillarrohres ungefähr das 4000fache des Durchmessers beträgt. Ist ein Teil der Gefäßwand eine poröse Platte (Graphit, unglasierter Ton), so daß das Gas durch eine große Anzahl kapillarer Kanäle

gehen kann, dann *diffundiert* es durch die Platte. Durch eine poröse Platte als Scheidewand zwischen zwei Gasen (Abb. 244) treten die Gase ineinander über, ohne daß eine Druckdifferenz zwischen ihnen zu bestehen braucht.

Gesetz der Diffusionsgeschwindigkeit von GRAHAM. Die Geschwindigkeit, mit der ein Gas durch eine poröse Platte geht, ist (S. 204 m.) *ceteris paribus* der Quadratwurzel aus der Dichte umgekehrt proportional (GRAHAM, 1830), sie beträgt z. B. für Sauerstoff, der 16 mal so dicht ist wie Wasserstoff, nur den 4. Teil der Geschwindigkeit des Wasserstoffs. — Den Unterschied in der Diffusionsgeschwindigkeit zwischen *Luft* und Wasserstoff kann man an einer unglasierten Tonzelle (Abb. 245) zeigen: Man leitet Wasserstoff durch die (luftdicht eingesetzte) Röhre und die Tonzelle, bis die Luft vollkommen verdrängt ist, und schließt dann den Hahn. Die Tonwand grenzt innen an Wasserstoff, außen an Luft; der Wasserstoff diffundiert sehr viel schneller heraus, als Luft hineindiffundiert, daher sinkt innen der Druck, wie das Steigen der Flüssigkeit zeigt. — Die Verschiedenheit der Diffusionsgeschwindigkeit kann auch zwei *vermischte* Gase voneinander *trennen*, wenn die Gase in der Dichte verschieden sind. So kann man die atmosphärische Luft, im wesentlichen ein Gemisch von 21 % Sauerstoff und etwa 79 % Stickstoff, deren Dichten sich wie 16 : 14 verhalten, an Stickstoff dadurch ärmer machen, daß man sie in einem unglasierten Tonrohr durch einen luftleeren Raum (Abb. 246) leitet (Atmolyse). — Dieses Ver-

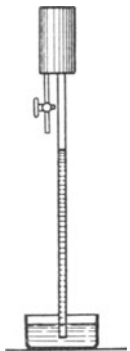


Abb. 245. Zum Nachweis des Unterschiedes der Diffusionsgeschwindigkeit von Luft und Wasserstoff.

fahren, dem Zwecke entsprechend verändert und verstärkt, hat es ermöglicht, die Isotopen des Neons voneinander zu trennen (HERTZ 1932).

Diffusionspumpe (GAEDE). Auf Diffusion beruht die von GAEDE (1913) gebaute Quecksilberdampf-Luftpumpe, von der die Pumpen der modernen Hochvakuumtechnik ausgegangen sind. GAEDE läßt die zu evakuierende Luft und Quecksilberdampf ineinander diffundieren und kondensiert den in die Luft (in den Vakuumraum) tretenden Quecksilberdampf schnellstens. Im Prinzip (Abb. 247) wirkt die Pumpe so: *C* ist eine Wand aus porösem Ton, sie berührt links den Quecksilberdampf (der durch das Rohr *A B* strömt), rechts die zu evakuierende Luft (die durch das Rohr *E* mit dem Rezipienten kommuniziert). Den Druck im Rezipienten erniedrigt man zunächst mit einer Hilfspumpe auf 0,1 mm Quecksilbersäule (Vorvakuum). Die Luft diffundiert von rechts nach links durch *C* und strömt im Dampfstrahl *A B* davon, der Quecksilberdampf diffundiert von links nach rechts hindurch und wird sofort niedergeschlagen, indem man die Gasfalle *D* in flüssige Luft taucht. Dies der Grundgedanke. In der Pumpe (Abb. 248) benutzt GAEDE anstatt einer Tonwand mit ihren Poren ein Stahlrohr *C*, durch das er den Quecksilberdampf strömen läßt, mit einem Spalt *S*

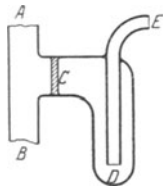


Abb. 247. Prinzip der Diffusionspumpe (GAEDE).

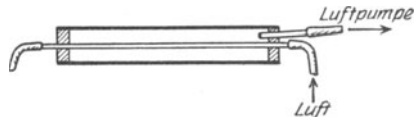


Abb. 246. Zur Erhöhung des Sauerstoffgehaltes der Luft durch Anwendung der Verschiedenheit der Diffusionsgeschwindigkeit von Stickstoff und Sauerstoff.

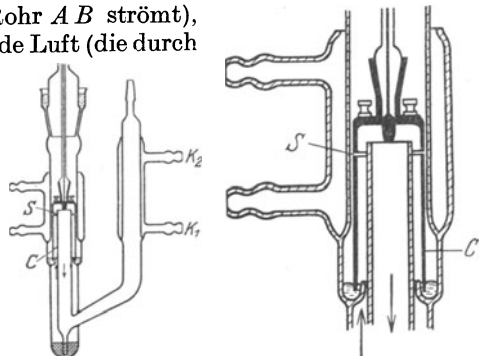


Abb. 248. Diffusionspumpe (GAEDE).

In der Pumpe (Abb. 248) benutzt GAEDE anstatt einer Tonwand mit ihren Poren ein Stahlrohr *C*, durch das er den Quecksilberdampf strömen läßt, mit einem Spalt *S*

von der Weite der Poren — das ist etwa die *mittlere Weglänge* der Moleküle. Durch den Spalt diffundiert von außen nach innen (in den Dampfstrahl) die Luft — sie strömt im Dampfstrahl weg — und von innen nach außen (in den Vakuumraum) der Quecksilberdampf, die Kühlvorrichtung $K_1 K_2$ schlägt ihn sofort nieder. Der Druck im Rezipienten erreicht schließlich 10^{-6} bis 10^{-8} mm Quecksilber (rotierende GAEDE-Pumpe $7 \cdot 10^{-5}$), theoretisch existiert keine untere Grenze für das erreichbare Vakuum. Die höchste Sauggeschwindigkeit der Pumpe beträgt $80 \text{ cm}^3/\text{sec}$ (rotierende GAEDE-Pumpe 130), sie bleibt auch bei den niedrigsten Drucken konstant. Wesentlich höher ist sie in der Quecksilberdampfstrahl-Kondensationspumpe (S. 200).

2. Die Formen der Strömung (s. S. 196).

Die verschiedenen Strömungsformen veranschaulicht durch Stromlinienbilder. Bisher hat uns an der strömenden Flüssigkeit nur der Druck in ihr beschäftigt. Um ein deutliches Bild von der Strömung selber zu bekommen, müßte man die Flüssigkeitsteilchen auf ihren Bahnen verfolgen; oder verfolgen, was sich an einem bestimmten Raumpunkt im Laufe der Zeit abspielt. Die Frage nach Geschwindigkeit und Druck in der Strömung in einem gegebenen Zeitpunkt gehört zu den verwickeltesten mathematischen Aufgaben. Die ganz großen

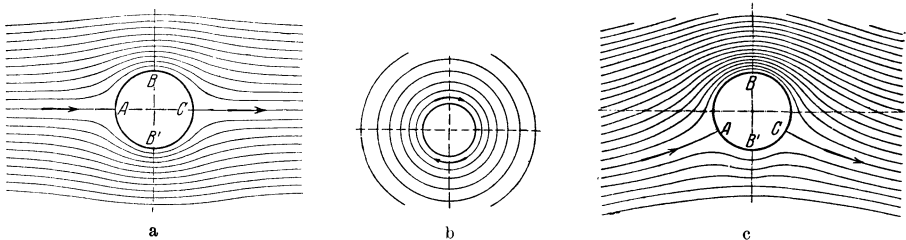


Abb. 249. Stromlinien (um einen ruhenden Kreiszyylinder) von drei verschiedenen Strömungsformen.

Fortschritte knüpfen sich hier an die Namen EULER, LAGRANGE, HELMHOLTZ, WILLIAM THOMSON. Die elementare Darstellung muß sich darauf beschränken, einige Formen der Strömung zu *beschreiben*. Die Abbildungen (Abb. 249) tun das durch Stromlinien — man kann sie in der Flüssigkeit sichtbar machen dadurch, daß man Farbkörnchen beimischt oder Aluminiumflitterchen od. dgl. zusetzt.

Drehungsfreie Strömung (Potentialströmung). Diejenige Bewegung, die durch Druckwirkung aus der Ruhe heraus zunächst entsteht, ist die durch das Stromlinienbild 249a beschriebene Strömung. Einer bestimmten mathematischen Eigenschaft wegen nennt man sie Potentialströmung¹. Ihre Stromlinien umgeben einen angeströmten Körper symmetrisch und schließen sich hinter ihm wieder zusammen, Druck und Geschwindigkeit ist zu beiden Seiten gleich. (Für eine andere Form der Strömung ist es charakteristisch, daß ihre Stromlinien *in sich* zurücklaufen, Abb. 249b, man nennt sie Zirkulation.) Vollständig zutreffend ist das Strömungsbild der Potentialströmung nur für ideale (reibunglose) Flüssigkeiten. Die wirklichen Flüssigkeiten wie Wasser und Luft haben aber nur sehr geringe innere Reibung, so daß in vielen Fällen eine Aussage über die Bewegungsart einer idealen Flüssigkeit auch angenähert für eine wirkliche Flüssigkeit zutrifft.

Besonders interessiert uns das Verhalten eines Körpers in einer Strömung, in der sich der Vorgang der Abb. 249a mit dem der Abb. 249b zu dem der Abb. 249c *vereinigt*. Wo das Zusammendrängen der Stromlinien das Maximum der Geschwindigkeit anzeigt (die Geschwindigkeiten der beiden Strömungen sich addieren), ist der Druck am kleinsten. Wo sie am meisten auseinandertreten, ist die Geschwindigkeit am kleinsten und der Druck daher am größten. Der Körper erfährt daher von der einen Seite her Überdruck. So ist es z. B. an Tennisbällen, am base ball u. dgl., wenn man ihnen eine sehr schnelle Rotation um eine zur Wurfrichtung *senkrechte* Richtung gibt, das lenkt sie beim Flug durch die Luft seitlich stark ab. Ein entsprechend angeschlagener Ball kann durch den Auftrieb,

¹ Für den der Differentialrechnung Kundigen heißt das: Es gibt eine Funktion $f(xyz)$, deren erste partielle Differentialquotienten nach den Variablen die Komponenten längs der Achsen $X Y Z$ ergeben.

den er dadurch bekommt, die Schwere auf eine erhebliche Strecke überwinden. — Auf der Übereinanderlagerung von der Strömungsformen Abb. 249 a und 249 b beruht der Magnus-effekt (S. 215).



Abb. 250 a. Strömung ohne Zirkulation. Abb. 250 b. Zirkulation um einen Flugzeugtragflügel. Abb. 250 c. Strömung mit Zirkulation.

Flugzeugtragflügel. Erteilt man einem Drachen eine Geschwindigkeit relativ zu der über den Erdboden streichenden Luft, indem man mit ihm gegen den Wind läuft, und gibt man ihm dabei die passende Stellung schräg dazu, so wird er nach oben gedrückt. Ist seine Fläche groß genug, so kann er dabei ein beträchtliches Gewicht heben. [OTTO LILIENTHAL, der Begründer der Segelflugtechnik, der erste Mensch, der wirklich geflogen ist, fand, mit einer Drachenfläche einen Abhang gegen den Wind hinablaufend, daß etwa 14 m² Fläche ausreichen, um einen Menschen von mittlerem Körpergewicht zu heben. Um den Apparat handlicher und stabiler zu machen, zerlegte er die Fläche in zwei übereinanderliegende Flächen, d. h. einen *Doppeldecker*, der später, namentlich durch die Brüder WRIGHT, zur *Flugmaschine* geworden ist (Abb. 251). Sie wird in der Luft durch Propeller, die von Motoren in Rotation versetzt werden, vorwärtsgetrieben.]

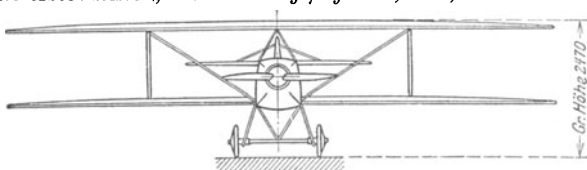


Abb. 251. Doppeldecker-Flugzeug.

Abb. 250 c zeigt den Vorgang, durch den der Auftrieb des Flugzeugtragflügels entsteht. Im ersten Moment der Bewegung hat man eine Strömung nach Abb. 250 a, aber gleich darauf beginnt an der Hinterkante des Flügels die Bildung eines Wirbels nach Abb. 250 b. Durch die Bildung dieses Wirbels an der Hinterkante des Flügels verwandelt sich die ursprünglich auftriebsfreie Strömung, Abb. 250 a in die mit Auftrieb verbundene Abb. 250 c. (Nach seiner Ausbildung wandert der Wirbel mit der Strömung vom Flügel ab, es bleibt nur die Strömung nach Abb. 250 c bestehen.) Die von unten nach oben wirkende Kraft steht annähernd senkrecht zu der Fläche. Wir können sie in zwei zueinander senkrechte Komponenten zerlegen, eine in die Stromrichtung fallende, die den Widerstand darstellt, die andere, senkrecht zur Stromrichtung stehende, die den Auftrieb darstellt. Flugtechnisch gut ist der Tragflügel eines Flugzeuges dann, wenn seine Form, sein Profil, dafür sorgt, daß der Auftrieb möglichst groß und der Widerstand möglichst klein ausfällt. Theorie und Erfahrung haben zu Flügelprofilen geführt, an denen der Widerstand etwa 4% des Auftriebes beträgt. Auftrieb und Widerstand an einem Flügel hängen aber auch wesentlich vom *Anstellwinkel* ab, d. h. jenem Winkel, den die Sehne des Flügelprofils mit der Windrichtung bildet (bei waagrechttem Flug zwischen 1 1/2 und 4°).

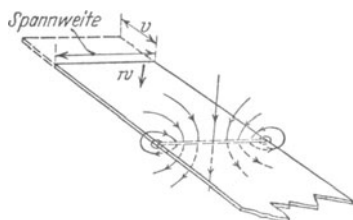


Abb. 252. Die Luftwirbel an den seitlichen Enden der Flugzeugtragflügel.

Die Luft vor dem Flügel und seitlich davon bleibt im wesentlichen unbeeinflusst; nur eine Gasse, durch welche der Flügel gekommen ist, hat Abwärtsgeschwindigkeit. Man erhält ein ziemlich richtiges Bild von der Bewegung, wenn man sich (Abb. 252) ein Brett von der Breite der Flügelspannweite denkt, das sich vom Flügel aus nach rückwärts erstreckt und nach vorne zu mit der Zeit immer länger wächst, so daß es stets bis an den Flügel, der ja vorwärts schreitet, heranreicht. Wenn wir nun dieses hypothetische Brett nach abwärts bewegen, so stellt die Strömung um dasselbe mit ziemlich guter Annäherung den Vorgang dar, wie er sich beim Flügel abspielt (BERTZ). Durch die Ermittlung der kinetischen Energie, die auf solche Weise in der Luft zurückgelassen wird, gelangt man zu einem Wert für den kleinsten Widerstand, den jedes fliegende Objekt unabhängig von allen Reibungswiderständen und dergleichen, haben muß, um seine Aufgabe, ein Gewicht *G* zu tragen, zu erfüllen. Ist *v* die Fluggeschwindigkeit, *b* die Spannweite und ρ die Luftdichte, so ist dieser Widerstand $W_{\min} = \frac{2G}{\pi \rho v^2 b^2}$. Jedes fliegende Geschöpf muß also mindestens eine Leistung pro sec = $W_{\min} \cdot v = \frac{2G}{\pi \rho v b^2}$ aufbringen. In der aerodynamischen Theorie heißt dieser Widerstandsanteil der *induzierte Widerstand*.

Reibung der Flüssigkeiten. Gesetz von POISEUILLE (1846). Starken Einfluß auf die Form der Flüssigkeitsbewegung hat die Reibung der Flüssigkeitsteilchen aneinander (innere Reibung) und an den Wänden des Behälters (äußere Reibung); oft so großen, daß wenn man sie außer acht ließe, Theorie und Erfahrung unvereinbar wären. Die innere Reibung kann man sich so vorstellen: Man denke sich die Flüssigkeit zwischen zwei horizontalen Grenzflächen in Bewegung, und ihnen parallel in horizontale Schichten geteilt (*Laminarbewegung*, von *lamina*, die Schicht, zum Unterschied von der *Turbulenz*, S. 210). Nun nehme man an: die Flüssigkeitsteilchen *derselben* Schicht haben alle die *gleiche* Bewegung. *Verschieben* kann sich dann nur eine ganze *Schicht* von Flüssigkeitsteilchen relativ zu darüber- und darunterliegenden *Schichten*. Drei Schichten a, a_1, a_2 sollen im Zeitpunkt t_1 die Lage 1 haben (Abb. 253) und sich von links nach rechts mit ungleicher Geschwindigkeit bewegen, und zwar so, daß sie im Zeitpunkt t_2 die Lage 2 haben. Auf a_1 wirkt a hemmend, a_2 fortziehend, beides Äußerungen der *Reibung*. Die Größe ihrer Wirkung nehmen wir am einfachsten proportional dem Geschwindigkeitsunterschiede an und proportional der Fläche der aneinander vorbeigleitenden Schichten. (Die Erfahrung rechtfertigt die

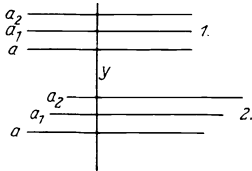


Abb. 253. Zur inneren Reibung der Flüssigkeiten. Laminarbewegung.

Annahme.) Ist du der Geschwindigkeitsunterschied zweier um dy voneinander entfernten Schichten, so ändert sich die Geschwindigkeit auf der Längeneinheit um du/dy . Diesem *Geschwindigkeitsgefälle* und der Fläche s der aneinander vorbeigleitenden Schichten setzen wir unserer Annahme gemäß die Kraft τ — es ist eine Schubspannung (S. 156 u.), die die Schichten aufeinander übertragen —

proportional, d. h. wir setzen $\tau = \mu \cdot s \cdot \frac{du}{dy}$, wo μ ein Proportionalitätsfaktor ist. Er heißt *Koeffizient der inneren Reibung*, auch *Zähigkeitskoeffizient*. Er ist gleich der Kraft, die der Bewegung einer Flüssigkeitsschicht von der Flächeneinheit entgegenwirkt, wenn die Schicht sich mit der stationären Geschwindigkeit l im Abstände l vor einer ruhenden Schicht parallel vorbeibewegt. Seine Dimension ist

$$\mu = \frac{\tau}{s \cdot \frac{du}{dy}} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Fläche} \times \text{Geschwindigkeit/Länge}} = \frac{mlt^{-2}}{l^2 \cdot l^{-1}l} = l^{-1}mt^{-1}, \text{ also } [cm^{-1}g \text{ sec}^{-1}].$$

Der Reibungskoeffizient nimmt mit steigender Temperatur stark ab, mit steigendem Druck im allgemeinen etwas zu. Bei 18° ist für

Wasser	$\mu = 0,0105 \text{ cm}^{-1} \text{ g sec}^{-1}$,
Äthylalkohol	124
Quecksilber	156
Glyzerin (86proz.)	9,7100

Grundlegend sind hier die Arbeiten von POISEUILLE (1846) über die Bewegung von Flüssigkeiten in langen engen zylindrischen Röhren (bis 0,6 mm Durchmesser). Für das in der Zeiteinheit durch solche Röhren fließende Volumen fand er das Gesetz: Die Durchflußmenge Q ist dem Druckgefälle pro Längeneinheit $\frac{p_1 - p_2}{l}$ und der vierten Potenz des Rohrhalmessers r proportional. Es ist $Q = \frac{\pi r^4}{8\mu} \cdot \frac{p_1 - p_2}{l}$. Diese Beziehung liefert die genauesten Zahlen für den Reibungskoeffizienten. Die Bewegung in dem Röhren ist eine Laminarbewegung, und daß die Flüssigkeit an der Rohrwand haftet, an ihr *ruht*, ist als mit *aller Genauigkeit erwiesen* anzusehen.

Das POISEUILLE-Gesetz gilt aber für alle praktisch erreichbaren Geschwindigkeiten nur für enge Röhren, in weiteren ändert sich plötzlich bei einer be-

stimmten Geschwindigkeit die Bewegungsform (der bis dahin klare Strahl wird plötzlich milchig trübe) und nun hört die Zulässigkeit der Annahme auf, daß die Flüssigkeitsteilchen sich nur parallel der Röhrenachse bewegen. Die Strömung hört auf, Laminarbewegung zu sein, sie wird wirblich, *turbulent*. Der Umschlag zeigt sich auch daran: Wasser ströme durch ein Rohr mit erwärmter Wand. In dem Moment, in dem die Turbulenz einsetzt, setzt auch starke Mitführung der Wärme (S. 382) von der Wand zum Innern ein und daher Verstärkung des Wärmeüberganges, ein Thermometer hinter der erwärmten Stelle steigt erheblich (bei laminarer Strömung spricht nur die *Wärmeleitung* mit). Die kritische Geschwindigkeit für den Eintritt der Turbulenz wird charakterisiert in Röhren von kreisförmigem Querschnitt (Radius r , mittlere Geschwindigkeit v) durch eine bestimmte Größe der REYNOLDSSchen Zahl. Was bedeutet die REYNOLDSSche Zahl?

REYNOLDSSche Zahl. Angenommen, man verfüge über ein betriebsfähiges Modell eines Unterseebootes, das in einem Versuchsbassin erprobt worden ist, und man wolle nach dem Modell das Boot bauen. Gelten die an dem Modell gemachten Beobachtungen und Messungen, z. B. betreffend Energieaufwand und erzielte Geschwindigkeit, ohne weiteres auch für das Boot? Nein. Selbst wenn man die *geometrischen* Abmessungen des Modells durchweg in dem vorgeschriebenen Maßstab vergrößert hat, und selbst wenn das Modell aus denselben Werkstoffen hergestellt ist wie das Boot, so sind doch die *physikalischen* Verhältnisse, unter denen sich das Modell in dem Versuchsbassin bewegt, ganz andere als die entsprechenden am Schiff im Meere. Geschwindigkeit, Tiefe unter dem Wasserspiegel, Temperatur und Dichte des Wassers, die von dem Boot aufgeworfenen Wellen sind anders — kurzum, viele Bedingungen, in denen der Tankversuch von dem Betrieb in der Wirklichkeit notgedrungen mehr oder weniger weit abweichen *muß*. Alles wirkt zusammen, die Trägheitskräfte und die Reibungskräfte, die an dem Boot und an dem Modell wirksam sind, entscheidend zu beeinflussen. Und hier erhebt sich die Frage: Das Boot und das Modell sind einander *geometrisch* ähnlich; unter welchen Umständen sind die physikalischen *Vorgänge* an ihnen *mechanisch* ähnlich? Die Antwort lautet: Die Vorgänge sind dann mechanisch ähnlich, wenn die Trägheitskräfte zu den Reibungskräften an dem Modell in *demselben* Verhältnis stehen, wie an dem Boot; wenn (auf das Modell und auf das Boot bezogen) das Verhältnis $\frac{\text{Trägheitskräfte}}{\text{Reibungskräfte}} = \text{konst}$ ist. Eine Überlegung, die an die Dimensionsformeln der Trägheitskräfte und der Reibungskräfte anknüpft, gibt Aufschluß darüber, wie die für die beiden Kräftegruppen maßgebenden Faktoren: der Reibungskoeffizient μ , die Dichte ρ , die Geschwindigkeit v und die Länge l (irgendeine *charakteristische* Länge der Anordnung) *zusammentreten* müssen, um eine unbenannte, d. h. eine dimensionslose Zahl zu ergeben. Aus μ , ρ , v und l läßt sich eine dimensionslose Zahl bilden, und nur in *einer einzigen* Weise, nämlich durch den Ausdruck $\rho v l / \mu$. Sie heißt nach ihrem Entdecker die REYNOLDSSche Zahl oder kurz die *Kennzahl* der Flüssigkeitsbewegung. Die Dimension von $\frac{\rho v l}{\mu}$ ist $\frac{m l^{-3} \cdot l t^{-1} \cdot l}{l^{-1} m t^{-1}}$, es ist also in der Tat eine unbenannte Zahl.

Wohlgermerkt: das REYNOLDSSche Gesetz gilt nur für Bewegungen in allseitig umgebender Flüssigkeit. Bei der Bewegung *an der Oberfläche* einer Flüssigkeit kommt die Schwerkraft hinzu als bestimmende physikalische Größe, dann gelten andere Gesetze (FROUDE). Bei einer Bewegung in Luft und auch bei einer Bewegung in Wasser ganz unter der Oberfläche ist die Schwerkraft durch den Auftrieb, den jedes Flüssigkeitsteilchen von seinen Nachbarn erfährt, völlig ausgeglichen und daher ohne Bedeutung für die Bewegung.

Wir können die Kennzahl nun kurz so charakterisieren: Von einem Versuch unter bestimmten hydrodynamischen Verhältnissen darf man *dann* und *nur* dann auf einen mechanisch ähnlichen Fall schließen, wenn die Kennzahl beide Male dieselbe ist. Auf den Modellversuch angewandt heißt das: man darf von dem Modell auf das Unterseeboot schließen, wenn man entweder das Modell mit einer um so viel höheren Geschwindigkeit bewegt, als der Verkleinerung des Maßstabes entspricht, oder wenn man die Versuche in einer Flüssigkeit von kleinem kinematischen Reibungskoeffizienten — so nennt man μ/ρ , das ist Zähigkeit/Dichte — anstellt, wobei eine kleinere Geschwindigkeit zur völligen Anpassung an den wirklichen Bewegungsvorgang genügt. — Zur Ergänzung noch folgendes: Es ist auch dasselbe, ob man einen bestimmten Versuch in Luft oder in Wasser oder in einer anderen Flüssigkeit anstellt, wenn man nur die Abmessung oder die Geschwindigkeit so ändert, daß die REYNOLDSSche Zahl wieder dieselbe wird. Die einzige Materialkonstante, die vorkommt, ist der kinematische Reibungskoeffizient $\mu/\rho = \nu$. Er ist z. B. für Luft etwa 14mal so groß wie für Wasser. Ein im Wasser angestellter Versuch gibt darum einen streng richtigen Aufschluß über einen Vorgang in der Luft, wenn etwa in der Luft die Körperabmessung das Doppelte, die Geschwindigkeit das Siebenfache der im Wasser verwendeten beträgt.

Und nun zurück zu der turbulenten Strömung (S. 209 o.) in dem engen zylindrischen Rohre.

Turbulente Strömung. Bei einer kritischen Geschwindigkeit verwandelt sich die laminare Strömung in turbulente. Dient für ein Rohr mit Kreisquerschnitt der Ausdruck $v d/\nu$ als Kennzahl (v mittlere Geschwindigkeit, d Rohrdurchmesser), so endet die Gültigkeit des POISEUILLE-Gesetzes etwa bei der Kennzahl $R = 2000$, hier tritt die Turbulenz ein. In einem Rohr von 1 cm Durchmesser, durch das Wasser von 10°C strömt, gehört zu $R = 2000$ eine mittlere Geschwindigkeit von 26 cm/sec. Eine langsamere — schleichende — Strömung in diesem Rohr, wie jede Strömung mit kleinerer Kennzahl, verläuft laminar (geschichtet). Steigt die Geschwindigkeit bis zu diesem Wert oder erreicht man ihn durch Vergrößerung des Rohrdurchmessers oder durch Erwärmung des Wassers (Verkleinerung von μ), so tritt der Umschlag ein. Die Durchflußmenge bei gegebenem Druckgefälle wird dann kleiner als es der Formel von POISEUILLE entspricht, der Strömungswiderstand wird also größer. Die Ursachen der Turbulenz sind noch nicht völlig bekannt.

Hemmung fester Körper durch Flüssigkeitsreibung. Ist die REYNOLDSSche Zahl *sehr klein*, so heißt das: Die Reibungskräfte überwiegen die Trägheitskräfte bei weitem. So ist es, wenn eine sehr kleine schwere Kugel in einer Flüssigkeit fällt. Die beschleunigende Wirkung der Schwere wird durch die Reibung bald kompensiert, und von da an fällt die Kugel mit der *konstanten* Geschwindigkeit (STOKES) $v = \frac{2}{9} \cdot \frac{\rho_1 - \rho}{\mu} \cdot r^2 g$. Hierin ist v die Geschwindigkeit, r der Radius, ρ_1 die Dichte der Kugel, ρ die der Flüssigkeit, g die Beschleunigung durch die Schwere, μ der Reibungskoeffizient. Die Formel gilt nur für REYNOLDSSche Zahlen, die klein gegen 1 sind. Für Wassertropfen in Luft ist $v = 1,3 \cdot 10^{-6} \cdot r^2$, wo r in cm einzusetzen ist; die Formel gilt für Tröpfchen, deren Radius kleiner als 0,02 mm ist. — Die Reibungskräfte überwiegen die Trägheitskräfte bei weitem auch bei der Bewegung des Schmiermittels zwischen einer rotierenden Welle und ihrem Lager. Das Schmieröl ist in einer der POISEUILLE-Strömung verwandten Bewegung, weil die Welle die ihr anhaftende Flüssigkeitsschicht mitnimmt, das Lager die ihm anhaftende zur Ruhe zwingt. Die Reibung in der Flüssigkeit überträgt eine gewisse Schubspannung vom Lager auf die Welle. Die innere Reibung des Öles

wirkt zwar der Bewegung entgegen, aber sie ist sehr viel kleiner als die Reibung der Welle unmittelbar an dem Lager wäre. Auf der Verkleinerung dieser Reibung beruht die Wirkung des Schmiermittels.

Eine *sehr große* REYNOLDSSche Zahl bedeutet dagegen: die Reibungskräfte treten ganz zurück. Aber nur dort tun sie das, wo die Flüssigkeit keine Wand berührt. An einer Wand *haftet* die Flüssigkeit. Von hier aus bildet sich unter dem Einfluß der Reibung eine „Grenzschicht“ aus — eine desto dünnere, je kleiner die Reibung ist. Unter bestimmten Bedingungen lösen sich Teile der Grenzschicht von der Wand los, schieben sich als Trennungsschichten in die freie Flüssigkeit hinaus und veranlassen die Ablösung der Strömung von der Wand und die Entstehung von Wirbeln. Die Grenzschichten sind für die ganze Hydrodynamik von grundlegender Bedeutung (PRANDTL). Wir müssen darum näher auf sie eingehen.

Grenzschichttheorie (PRANDTL 1904). Wenn man eine Flüssigkeit durch Druckunterschiede in der Stromrichtung in Bewegung setzt, so geht *in ihrem Innern* nirgends mechanische Energie verloren, es setzt sich überall nur Bewegungsenergie in Druck um und umgekehrt. Aber an den *Grenzen* der Flüssigkeit, besonders dort, wo sie an einer festen Wand entlang strömt, sind die Voraussetzungen für die verlustlose Strömung nicht mehr erfüllt. Strömt die Flüssigkeit an einer festen Wand entlang, so werden die wandnahen Teilchen durch Reibung an der Wand langsamer. Dabei ist die Schicht, in der sich der in Abb. 254 beschriebene Übergang abspielt, oft so dünn, daß die Strömung außerhalb der *Grenzschicht* kaum merklich verändert wird. (*Grenzschicht* heißt die wandnahe Schicht, in der die Strömungsgeschwindigkeit von einem durch Flüssigkeitsreibung *nicht* beeinflussten Werte steil zu Null abfällt.) Auch der Druck innerhalb der dünnen Schicht unterscheidet sich nicht merklich von dem Druck der Umgebung. Er ist daher an jeder Stelle der Wand durch die Strömung außerhalb der Grenzschicht bestimmt.

Strömt die Flüssigkeit in einem Rohre, und erweitert oder verengt sich das Rohr, so nimmt die Geschwindigkeit in der Stromrichtung ab oder zu. Geschwindigkeit mal Querschnitt ist ja die Durchflußmenge pro Sekunde und diese ist für jeden Querschnitt dieselbe), und zugleich ändert sich auch der Druck (entsprechend der BERNOULLISchen Beziehung $p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{konst.}$). In den weiten Rohrteilen ist daher die Geschwindigkeit kleiner und der Druck größer als in den engen Teilen. Wie verhält sich nun ein Teilchen der Grenzschicht bei einer Druckänderung? Beim Übergang von Gebieten größeren in solche kleineren Druckes zeigt sich kein wesentlicher Unterschied gegenüber der ungestörten Strömung; nur sind die Geschwindigkeiten kleiner, da ständig kinetische Energie durch Reibung an der Körperoberfläche verlorengeht. Anders, wenn der Druck in der Bewegungsrichtung *wächst*! Infolge ihrer verminderten kinetischen Energie sind nämlich die Teilchen der Grenzschicht nicht mehr imstande, in das Gebiet erhöhten Druckes einzudringen. Sie werden zwar von der schnelleren äußeren Strömung durch Reibung noch etwas mitgenommen, aber da bei dem Druckanstieg auch die Geschwindigkeit der ungestörten Strömung unter Umständen stark abnimmt, so reicht diese Hilfe vielfach nicht aus, um die Grenzschichtteilchen bis zur Stelle höchsten Druckes zu befördern. Die Grenzschicht fließt daher bei zu rasch ansteigendem Druck nur ein Stück weit der Körperoberfläche entlang und wird nach Aufzehrung ihrer kinetischen Energie *zur Umkehr gebracht*; während

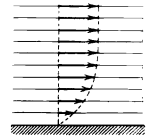


Abb. 254. Geschwindigkeitsabnahme der Strömung in der Nähe einer Wand. Die Pfeile geben Richtung und Größe der Geschwindigkeit. Die Teilchen unmittelbar an der Wand werden festgehalten, haben also die Geschwindigkeit Null; je weiter sie von der Wand entfernt sind, desto größer ist ihre Geschwindigkeit, allmählich erreicht sie die Geschwindigkeit der ungestörten Strömung.

also die mit größerer Energie versehene äußere Strömung weiter vorwärts fließt, entsteht jetzt an der Wand eine *Rückströmung*. Das immer neu zuströmende Grenzschichtmaterial staut sich auf, die Grenzschicht wird hier immer dicker, so daß sich der rückläufige Strom rasch verbreitert und die äußere Strömung mehr und mehr von der Wand *abhebt*, sie von ihr „ablöst“. Die so entstandene *Trennungsschicht* rollt sich nun in einem Wirbel zusammen, und schließlich bilden sich mehr und mehr Wirbel, die eine Umbildung der ganzen Strömung bewirken. Es entsteht ein von Wirbeln durchsetztes Gebiet, in dem sehr viel mechanische Energie verlorengeht.

Will man die kinetische Energie strömender Flüssigkeit in Druck verwandeln, so kann man sie durch ein sich *langsam erweiterndes* Rohr (Diffusor) strömen lassen, in dem sich dann die Geschwindigkeit verlangsamt und dabei (je nach den auftretenden Verlusten) mehr oder weniger in Druck umsetzt. Macht man die Erweiterung hinreichend schlank, so daß der Druck nur langsam ansteigt, so wird die Grenzschicht durch die äußere Strömung mitgerissen, sie löst sich nicht von

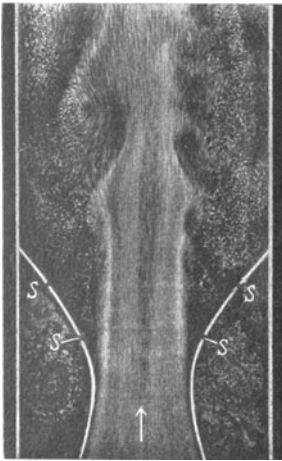


Abb. 255.



Abb. 256.

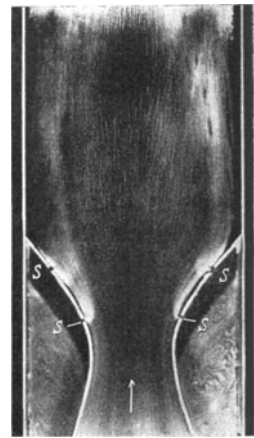


Abb. 257.

Abb. 255—257. Das Wasser strömt durch einen sich verbreiternden Kanal. Durch die Schlitze *S* in den Wänden kann man die Grenzschicht abfließen lassen. In Abb. 255 sind sie geschlossen, infolge der ziemlich raschen Erweiterung löst sich die Grenzschicht sehr bald von den Wänden ab, und links und rechts von der mittleren Strömung liegen zwei große, von Wirbeln durchsetzte Totwassergebiete. In Abb. 257 wird durch beide Schlitze abgesaugt, die Totwassergebiete sind verschwunden, die Strömung breitet sich gleichmäßig über den vergrößerten Querschnitt aus. In Abb. 256 sind die Schlitze links offen, rechts geschlossen.

der Wand ab, sie wird nur dicker. Geht man mit dem Erweiterungswinkel des Rohres über eine gewisse Größe (etwa 10°) hinaus, so tritt Ablösung und damit Energieverlust auf. Durch *Absaugen der Grenzschicht* kann man hier eine wesentliche Verbesserung schaffen. Abb. 255—257 zeigen die Wirkung der Absaugung an einem Versuchserinne.

Die *Struktur der Grenzschicht* ist dadurch verwickelt, daß sie sehr häufig turbulent ist. Bei REYNOLDSSchen Zahlen unter 2320 ist die Strömung stets laminar, wenn sie nicht ständig künstlich gestört wird. Bei mehr als 2320 kann sie laminar sein, wenn Störungen sorgfältig vermieden werden. Wenn sie aber einmal turbulent ist, bleibt sie turbulent; je größer die REYNOLDSSche Zahl, um so kleinere Störungen genügen, um die Strömung turbulent zu machen, praktisch sind fast stets so viel Störungen vorhanden, daß die Strömung bei $R > \text{ca } 3000$ fast immer turbulent ist.

Mit der Strömungsform (laminar oder turbulent) ändert sich auch das Gesetz, dem der Druckverlust im Rohr (der Rohrwiderstand) folgt. Während bei laminarer Strömung der Druckabfall in einem glatten geraden Rohr von konstantem Querschnitt proportional der mittleren Durchflußgeschwindigkeit ist, ist er bei turbulenter Strömung proportional der 1,75ten Potenz der Geschwindigkeit. Außerdem ändert sich auch die Geschwindigkeitsverteilung im Rohr. Trägt man die Geschwindigkeiten für die verschiedenen Punkte eines Durchmessers als Ordinaten über den Durchmesser auf, so erhält man bei laminarer Strömung eine Parabel (Abb. 254). Bei turbulenter Strömung ist die Geschwindigkeit für jeden Punkt schwankend.

Wirbel. Wirbelfaden. Wirbelröhre. Nicht jede drehende Bewegung einer Flüssigkeit ist eine wirbelnde, so z. B. nicht die Bewegung einer Flüssigkeit, die als Ganzes um eine Achse rotiert (S. 78, Abb. 96), weil der Flüssigkeitsbehälter es tut; auch nicht die Bewegung einer Flüssigkeit, die durch einen kreisförmigen Kanal fließt. Bei diesen Bewegungen rotiert nicht *jedes einzelne* Flüssigkeitselement um eine *eigene* Achse (es wendet der *gemeinsamen* Drehachse nicht stets *dieselbe* Körperhälfte zu, wie z. B. der Mond bei seinem Lauf um die Erde es tut, weil er, während er einmal *um die Erde* geht, sich einmal *um seine Achse* dreht). Bei der *Wirbelbewegung* dagegen rotiert *jedes* an ihr beteiligte Flüssigkeitselement um eine *eigene* Achse.

Man kann sich die Wirbelbewegung der Flüssigkeit so veranschaulichen: Man ermittelt für jede Stelle die Richtung der Achse und behandelt sie als Tangente einer Kurve (wie bei den Stromlinien). Diese Kurven, die die Flüssigkeit so durchziehen, daß ihre Richtung überall mit der der augenblicklichen Achse der auf ihnen liegenden Wasserteilchen zusammenfällt, heißen *Wirbellinien*.

Legt man durch alle Punkte des Umfanges eines Flächenelementes die entsprechenden Wirbellinien, so bildet die so herausgeschnittene Wassermasse eine *Wirbelröhre*, ihr Inhalt einen *Wirbelfaden* oder kurz einen *Wirbel* (Abb. 258). Den Wirbellinien und den Wirbelfäden verleiht die Bewegung der sie konstituierenden Teilchen höchst merkwürdige Eigenschaften, und diese machen sie zu Gebilden von großer und (angesichts des Stoffes, aus dem sie bestehen) sonderbarer Beständigkeit.

Das erste Bemerkenswerte ist: eine Wirbellinie besteht, Reibungslosigkeit vorausgesetzt, stets aus *denselben* Wasserteilchen, auch wenn sie ihren Ort wechselt, wegschwimmt. Es ist ein „Individuum“, es kann einem Schlauch vergleichbar seine Lage ändern, seine Form, nicht aber seine materielle Zusammensetzung. Vor allem behält es *die* Eigenschaft, die es als Wirbellinie charakterisiert: die Tangente an irgendeinem Punkt ist identisch mit der Drehachse der dort befindlichen Teilchen. Ferner: Verändert ein Wasserteilchen seinen Abstand von seinen Nachbarn in der Wirbellinie, rücken die Teilchen z. B. auseinander, so wächst die Wirbelgeschwindigkeit in demselben Verhältnisse, in dem jener Abstand wächst. — Das kann man noch anschaulicher so beschreiben: Wir legen durch alle Punkte des Umfanges einer unendlich kleinen Fläche Wirbellinien, erhalten so einen unendlich dünnen *Wirbelfaden* und achten auf ein unendlich kurzes Stück davon. Das Volumen dieses Stückes, das (s. oben) immer von denselben Teilchen erfüllt ist, muß (auch bei der Translation) konstant bleiben, sein Querschnitt sich also im umgekehrten Verhältnis wie seine Länge ändern. Danach kann man auch sagen: Das Produkt aus Wirbelgeschwindigkeit und Querschnitt eines Wirbelfadens bleibt konstant. — Dazu tritt ergänzend der Satz: Das Produkt aus der Wirbelgeschwindigkeit und dem



Abb. 258. Wirbelfaden.

Querschnitt — das „Moment“ des Wirbelfadens — ist in der ganzen Länge desselben Wirbelfadens konstant. Und ferner: Ein Wirbelfaden *endet* niemals *innerhalb* der Flüssigkeit, sondern er reicht entweder bis an ihre Grenzen oder er läuft ringartig in sich zurück.

Diese Eigenschaften der Wirbelbewegung folgert — wenigstens für die bildliche Vorstellung — die Theorie aus den Grundgleichungen der Hydrodynamik für *völlig reibungslose* elastische Flüssigkeiten. Aber die in der Natur vorkommenden Flüssigkeiten sind nicht völlig reibungslos. Daher verläuft die Wirbelbewegung in der Wirklichkeit nicht ganz so wie in der Theorie. Nach HELMHOLTZ, der (1858) die Wirbelbewegung zuerst bahnbrechend behandelt hat, ist der *Theorie* zufolge nicht nur die Wirbelintensität (Wirbelgeschwindigkeit mal Fadenquerschnitt) eine unveränderliche und unzerstörbare Eigenschaft des Wirbels, sondern der Wirbel ist überhaupt unzerstörbar; er ist entweder stets vorhanden oder niemals. In der *Wirklichkeit* aber ist die Wirbelintensität nicht unveränderlich und vor allem können — und zwar als Wirkung der Reibung — Wirbel entstehen und vergehen.

Die beiden wichtigsten Formen der Wirbelbewegung sind der geradlinige Wirbelfaden und der Wirbelring. (Man beachte: In der Hydrodynamik ist *Wirbel* etwas anderes, als was man alltäglich so nennt. Was wir durch „Umrühren“ in einer Flüssigkeit erzeugen, ist *Zirkulation um einen Wirbel*. Den *Wirbel* bilden nur die *in der Achse* dem Rührer anliegenden Teilchen.)

Wirbelring. Ein einzelner gerader Wirbelfaden erteilt sich selber keine fortschreitende Bewegung, er bleibt an seinem Ort. *Zwei* parallele Fäden rotieren mit gemeinschaftlicher Drehschnelle in konstantem Abstand um ihren „Schwerpunkt“. Wirbeln sie gleichsinnig, so liegt der Schwerpunkt *zwischen* ihnen, wirbeln sie entgegengesetzt, so liegt er außerhalb auf der Seite des Fadens mit dem größeren Moment. Ihre gemeinschaftliche Drehung erfolgt im Sinne des Wirbelfadens mit dem größeren Moment. Sind die Momente einander gleich und entgegengesetzt, so rückt der „Schwerpunkt“ ins Unendliche, die Drehschnelle der gemeinsamen Rotation wird 0, und die beiden Wirbelfäden bewegen sich zusammen in der Richtung der zwischen ihnen hindurchgehenden Stromlinien. — In einem Wirbelfaden vom Radius r und der überall gleichförmigen Drehschnelle ξ (auch zeitlich konstant) rotiert die Flüssigkeit mit der Drehschnelle ξ wie ein starrer Körper. An der Oberfläche, wo die wirbelnde an die wirbelfreie Flüssigkeit grenzt, verhält sich die Geschwindigkeit durchaus stetig. Hier hat sie ein Maximum, sie fällt nach innen und nach außen zu Null ab. Der Druck im äußeren wirbelfreien Flüssigkeitsraume nimmt mit Annäherung an den Wirbel ab, und nimmt weiter ab von der Wirbeloberfläche bis zur Mitte, wo er am kleinsten ist (Abb. 259).

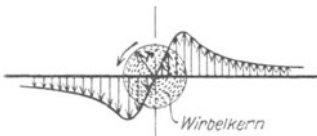


Abb. 259. Geschwindigkeitsfeld eines geradlinigen *physikalischen* Wirbels mit kreissymmetrischer Verteilung der Wirbelintensität über den Kernquerschnitt. Die Pfeile zeigen die Größe der Geschwindigkeit in den verschiedenen Abständen vom Mittelpunkt. (*Physikalischer* Wirbel im Gegensatz zur *Wirbellinie*.)

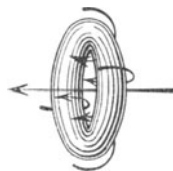


Abb. 260. Wirbelring (Rauchring).

Ein einzelner geradliniger Wirbelfaden bleibt an seinem Ort, aber ein zum Ringe geschlossener, ein *Wirbelring* (Abb. 260), schwebt weg, in der Richtung rechtwinklig zu seiner Ebene, im Sinne der durch seine Mitte gehenden Stromlinien — desto schneller, je enger er ist und je

schneller er wirbelt. Gehen zwei einander parallele Wirbelringe, etwa gleich große und von gleichem Moment, konaxial hintereinander her, so wirken sie aufeinander ein: die Wirbelemente des einen Ringes werden von den Stromlinien beeinflusst,

die der andere erzeugt. Der vorangehende Ring erweitert sich infolgedessen und wird langsamer, der nachfolgende verengt sich, wird schneller, holt den ersten ein und wird durch ihn hindurchgezogen. Dann kehrt sich der Vorgang um: der durchgeschlüpfte Ring erweitert sich und verlangsamt sich wieder, der zurückgebliebene verengt sich wieder, bis schließlich beide wieder gleich groß sind und der Abstand derselbe geworden ist und so fort.

Im Wasser entstehen Wirbelfäden z. B. hinter einem langen zylindrischen Stab, den man mit geradliniger, gleichförmiger Geschwindigkeit durch ruhendes Wasser führt. Aus dem entstehenden Wirbelsystem spalten sich rechts und links Wirbel ab, die dem Stabe folgen.

Magnuseffekt. Die Vorgänge in einer Grenzschicht erklären den — nach seinem Entdecker (1852) benannten — *Magnuseffekt*, der durch einen Versuch, ihn zum Schiffsantrieb zu benutzen (1924), allgemeiner bekannt geworden ist. *BA'B'C* in Abb. 249a sei der Querschnitt eines vertikal stehenden Kreiszylinders. Er befinde sich in einem kräftigen Luftstrom, einer Potentialströmung, die senkrecht zu seiner Achse gerichtet ist. Abb. 249a gibt also das Stromlinienbild um *jeden* zur Achse senkrechten Schnitt. Wir lassen den Zylinder jetzt sehr rasch um seine Achse rotieren. Die ihn unmittelbar begrenzende Schicht haftet an ihm. Die nächsten Schichten schieben sich bei der Drehung übereinander hinweg, so daß jede ihm fernere Schicht eine größere Geschwindigkeit hat als eine ihm nähere. Der Zylinder ist also von einer Zone umhüllt, eben der *Grenzschicht*, in der die Geschwindigkeit von Null (relativ zum Zylindermantel) bis zu der von der Reibung unbeeinflussten freien Strömung wächst — diesen Übergang vermitteln die *Reibungskräfte*. Die Vorgänge in der *Reibungszone* verursachen *Wirbel*, die sich lösen, und gestalten die Strömung um den Zylinder vollständig um, so daß sich über die Potentialströmung eine Zirkulation lagert. *Dadurch entsteht die Druckdifferenz*, die in der Querschnittfigur 249c durch die Häufung der Stromlinien auf der einen und ihre Vereinzelung auf der anderen Seite des Zylinders angedeutet ist. Diese Druckdifferenz, der *Quertrieb*, wirkt an *jedem* Querschnitt den *ganzen* Zylinder entlang. Man kann ihn so groß machen, daß sich der (genügend leicht beweglich gemachte) Zylinder in der Richtung des Quertriebes verschiebt — wohlgermerkt: *senkrecht* zur Richtung des gegen ihn gerichteten Luftstromes und senkrecht zur Zylinderachse und immer nach derjenigen Seite hin, auf der die Drehrichtung mit dem Luftstrom *gleichgerichtet* ist. — Eine technische Anwendung des Magnuseffektes ist der Versuch, rotierende Zylinder an der Stelle der Segel zu verwenden (FLETTNER).

Luftwiderstand. Entscheidenden Einfluß hat die Reibung auch auf den Widerstand, den eine Flüssigkeit der Bewegung eines in ihr befindlichen Körpers vermöge ihrer Trägheit entgegensetzt. Der Luftwiderstand besteht aus den bei der Umströmung des Körpers entstehenden Druckdifferenzen und Reibungskräften.

Wir können das Luftwiderstandsgesetz schreiben: $W = c \cdot f \cdot \rho \frac{v^2}{2}$. Der Widerstand ist danach proportional der Flächenausdehnung f des Körpers quer zur Bewegungsrichtung, der Dichte der Flüssigkeit ρ (hier Luft) und dem Quadrat der Geschwindigkeit v . Aber wohlgermerkt: die „Widerstandszahl“ c ist *nicht* konstant, sie hängt von der REYNOLDSSchen Zahl ab, wenn sie auch, wie z. B. bei kantigen Körpern, in einem größeren Bereiche konstant sein kann. Theorie und Versuch (PRANDTL) ergeben: *Die eigentlichen Widerstandsvorgänge spielen sich hinter dem Körper ab*, weil auch hier Wirbel entstehen, ähnlich wie S. 207 beschrieben. In *ihnen* steckt die verlorengegangene mechanische Energie. Bei der Formung der rückwärtigen Teile des bewegten Körpers muß man das besonders beachten. Den *kleinsten* Widerstand haben die Formen, die *hinten sehr schlank* zulaufen

(vorne dürfen sie zugespitzt sein, eine eirunde Gestalt ist aber ebensogut und häufig besser). Abb. 261 a zeigt einen Körper „auf Luftwiderstand verkleidet“. Unverkleidet hat er den Widerstand 1, der Kegelaufsatz vermindert den Widerstand je nach dem Kegelwinkel auf $\frac{1}{2}$ bis auf $\frac{1}{4}$, der Granatenformaufsatz

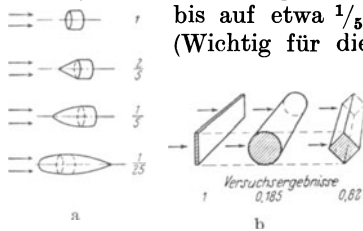


Abb. 261. Abhängigkeit des Widerstandes, den ein Körper in strömender Luft findet, von seiner Form.

bis auf etwa $\frac{1}{5}$, die Verkleidung zur Fischform aber auf $\frac{1}{25}$. (Wichtig für die Form der Luftfahrzeuge und die der Automobile.) — Hierher gehört auch der Druck auf angeblasene Körper, z. B. der Winddruck. Der gesamte Widerstand eines Bauteiles hängt wesentlich von der Form ab (Abb. 261 b). Ein runder Schornstein z. B. ist im Sturm widerstandsfähiger als ein viereckiger.

Der Widerstand, den der allseitig von Flüssigkeit umgebene bewegte Körper findet, läßt sich immer in zwei Teile zerlegen. Denn jede von der Flüssigkeit auf den Körper übertragene Kraftwirkung läßt sich in eine Normal- und eine Tangentialkomponente zerlegen. Die ersten zusammen genommen bilden den Druckwiderstand (Formwiderstand), die zweiten den Reibungswiderstand (Oberflächenwiderstand). Bei Körpern, die sich an der freien Oberfläche der Flüssigkeit bewegen, kommt noch der *Wellenwiderstand* hinzu, den die von dem Körper erzeugten Wellen verursachen. Hier gilt ein anderes als das REYNOLDSsche Ähnlichkeitsgesetz, das von FROUDE. Die Kennzahl enthält zwar auch hier die Geschwindigkeit v und eine charakteristische Länge l , hinzu tritt aber die Beschleunigung g , da sich die Wellen unter dem Einfluß der Erdschwere bilden. Die drei Größen bilden zusammen die dimensionslose Zahl v^2/gl , die FROUDEsche Zahl.

Wasserwellen. Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Wie eine *Welle* entsteht, beschreiben wir erst später (S. 232) ausführlich; hier bringen wir nur das augenblicklich Notwendige. Stört man eine ruhende Wasseroberfläche durch einen hineingeworfenen Körper, so laufen „Wellen“, sich nach außen kreisförmig erweiternd, von der gestörten Stelle aus über den Spiegel. Der Wellenkreis wird immer größer, während der Mittelpunkt schon wieder in Ruhe ist; die Wellen werden dabei immer niedriger, und verschwinden schließlich. Die jeweilig höchsten Stellen des Wellenzuges nennt man Wellenberge, die tiefsten Wellentäler, den Abstand je zweier Nachbargipfel (auch zweier Nachbartäler) *Wellenlänge*. Die Wasserteilchen, die die Welle bilden, laufen nicht etwa mit der Welle weg, sie laufen um ihren ursprünglichen Ort in ganz engen vertikalen Kreisen, die sich ganz wenig vorschieben. Was sich als „Welle“ wegbewegt, ist nur eine *Form der Oberfläche*, eine Form, die sich andauernd aus anderen Wasserteilchen bildet.

Die Länge der Wasserwellen ist — von Wellenberg zu Wellenberg gemessen — sehr verschieden. Von den Wellen an, die ein fallender Tropfen erzeugt, bis zu den Kielwellen eines Ozeandampfers und den Meereswogen kommt jede Länge vor. Nach der Tiefe zu nimmt die Bewegung sehr rasch ab, schon in der Tiefe einer halben Wellenlänge ist sie (bis auf etwa 4%) so gut wie beendet.

Die Theorie führt für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c der Wellen, falls man auch die Wirkung der Oberflächenspannung (S. 225) berücksichtigt, auf

den Ausdruck $c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi} + \frac{T \cdot 2\pi}{\rho\lambda}}$. Das zweite Glied bezieht sich auf die Oberflächenspannung. T ist die Kapillaritätskonstante, darf man sie vernachlässigen, so wird das Glied Null. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c der Oberflächenwellen hängt also in bestimmter Weise von der Wellenlänge λ ab. Bei großen

Wellenlängen darf man von der Kapillarität (s. d.) absehen, dann ist $c = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$,

die Geschwindigkeit also der Wurzel aus der Wellenlänge proportional, d. h. die langen Wellen laufen schneller als die kurzen. Berücksichtigt man auch die Kapillarität, so überwiegt für große λ das erste, für kurze das zweite Glied. Durch das Zusammenwirken von Kapillarität und Schwere kann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nicht *unter* einen Minimalwert (c_{\min}) sinken. Für $\lambda_{\min} = 2\pi \sqrt{\frac{T}{g\varrho}}$ hat die Geschwindigkeit den kleinsten Wert $c_{\min} = \sqrt[4]{\frac{4gT}{\varrho}}$. Bei Wasser mit freier Oberfläche wird $c_{\min} = 23,2$ cm/sec und $\lambda_{\min} = 1,73$ cm. Wellen, die länger sind als λ_{\min} , heißen *Schwerewellen*, die kürzer sind *Kapillarwellen*. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängt auch von der Tiefe der Flüssigkeit ab. (Wir haben den darauf bezüglichen Faktor des zweiten Gliedes unter dem Wurzelzeichen weggelassen.) Ist diese aber groß gegenüber der Wellenlänge, so verschwindet ihr Einfluß, und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist, wenn wir von der Kapillarität absehen dürfen, einfach proportional der Wurzel aus der Wellenlänge, und daran halten wir uns für das Folgende.

Bei der Störung der Wasseroberfläche, die zur Entstehung der Wellen führt, entstehen *gleichzeitig* Wellen sehr verschiedener Länge. Die langen laufen schneller als die kurzen, daher trennen sie sich voneinander. Man nennt diese Trennung *Dispersion* und die Formel für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit *Dispersionsformel*. Man sieht außen die langen Wellen, innen die kurzen über den Wasserspiegel laufen; die Kapillarwellen sind kaum wahrnehmbar, so schnell verschwinden sie infolge der Reibung. Sind die Wellen alle sehr lang im Vergleich zur Tiefe h des Gewässers, so ist die Dispersion klein, und sind sie sehr viel länger, als das Gewässer tief ist, so verschwindet sie ganz, die Wellen laufen dann alle mit der Geschwindigkeit \sqrt{gh} , der Geschwindigkeit, die eine Masse hat, wenn sie eine Strecke gleich der halben Tiefe durchfallen hat. (Seicht oder tief ist ein Gewässer nur im Verhältnis zu der Länge der sich darauf fortpflanzenden Welle; für die durch Ebbe und Flut entstehende ist der Ozean seicht.)

Wellengruppe. Schiffswellen. Die langen Wellen lassen also die kürzeren hinter sich. Die kürzeren folgen nach — je kürzer, desto langsamer, und die Wellenprozession, wie wir diese *Gruppe* von zusammen erzeugten Wellen nennen wollen, verlängert sich auf eine gewisse Strecke in der Fortpflanzungsrichtung. Vor ihrer Front und hinter ihrem Ende ist die Flüssigkeitsoberfläche in Ruhe. Die Prozession rückt als Ganzes vorwärts. Die Geschwindigkeit der *Wellengruppe* ist also wohl zu unterscheiden von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer einzelnen Welle. Das „Vorrücken“ kommt dadurch zustande, daß vorn Wellen entstehen, hinten Wellen verschwinden. Die Wellengruppe als Ganzes enthält die Energie, die zu ihrer Erzeugung aufgewendet worden ist. Unter der Geschwindigkeit der *Gruppe* hat man also die Geschwindigkeit zu verstehen, mit der die *Energie* fortschreitet. Es läßt sich beweisen, daß die Gruppengeschwindigkeit der Schwerewellen halb so groß ist wie die Geschwindigkeit der Einzelwelle. Auf der Theorie der Geschwindigkeit von Wellengruppen beruht im wesentlichen die Erklärung des Wellenwiderstandes gegen ein in Fahrt befindliches Schiff, gleichviel ob in einem Kanal oder auf der See. Dem Schiffe A folgt eine immer länger werdende Prozession von Wellen. Auf offener See ist das von den sich übereinanderlagernden (interferierenden) Wellen gebildete Muster durch zwei gerade Linien AD und AB begrenzt (Abb. 262), die vom Vorderteil des Schiffes ausgehen und beiderseits um $19^{\circ} 28'$ gegen die Kiellinie AC geneigt sind. Der Theorie nach ist zwar eine Störung der Wasseroberfläche auch *vor* dem Schiff und *seitlich* nach allen Rich-

tungen vorhanden, sie ist aber belanglos und nicht wahrnehmbar. — Einem Schiffe im Kanal folgt ebenfalls die Wellenprozeption. Ihr Ende bewegt sich mit der Hälfte der Geschwindigkeit des Schiffes, wenn das Wasser sehr tief ist (die Tiefe wenigstens der Länge einer Welle gleich ist); oder anders ausgedrückt: die Prozeption verlängert sich relativ zum Schiffe nach rückwärts mit der Hälfte der Schiffsgeschwindigkeit. Ein beträchtlicher Teil der Energie, die zur Bewegung des Schiffes erforderlich ist, steckt in dieser Wellengruppe, und so lange das Schiff von ihr begleitet ist, geht ein beträchtlicher Teil dieser Energie andauernd auf die Unterhaltung der Gruppe hin. Nach einer Entdeckung von SCOTT RUSSELL verschwindet sie bei einer bestimmten Geschwindigkeit. Die Wellen vernichten einander

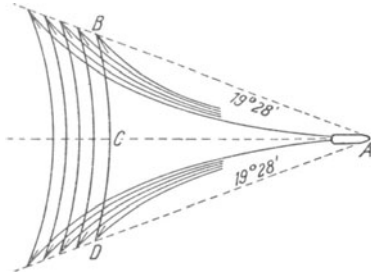


Abb. 262. Wellengruppe hinter einem Schiffe.

dann durch Interferenz. Nähert sich die Geschwindigkeit dem Werte \sqrt{gh} , wo h die Kanaltiefe ist, so wird die Prozeption immer kürzer, die Wellen aber werden immer höher, und bei einer noch etwas größeren Geschwindigkeit verschwinden die Wellen, der Widerstand sinkt auf ein Minimum, und das Boot behält bei einem geringen Aufwande von Energie eine beträchtliche Geschwindigkeit (Gleitboot).

Wasserkräfte. Wasserrad. Wasserturbine. Durch strömendes Wasser Arbeit zu leisten, ist eine der wichtigsten Aufgaben der Technik. Von größter praktischer Bedeutung ist daher die Bewegung des *Wassers* in Flüssen und Kanälen, Aquädukten und Röhren. Der Schwerkraft folgend, bewegt es sich in einer gegen den Horizont geneigten Leitung. Welche große Arbeit bewegtes Wasser leisten kann, zeigen die Zerstörungen bei Überschwemmungen und beim Eisgange. Die Energie, die ihm vermöge seines Bewegtseins innewohnt, leistet die Arbeit. Die Geschwindigkeit bekommt es dadurch, daß es fällt, eine um so größere, in je größere Tiefe es fällt. Um fallen zu können, muß es vorher gehoben worden sein. Wer hat es gehoben? Die meteorologischen Vorgänge. Von der Oberfläche der Meere, Seen und Flüsse verdunstet es dauernd, gelangt als Wasserdampf in die Atmosphäre, verwandelt sich in Wasser zurück und fällt als Nebel, Regen, Schnee herunter. Sammeln sich diese Niederschläge auf der Höhe eines Berges, so bilden sie einen Vorrat an potentieller Energie; man verwendet ihn zur Arbeit, indem man das Wasser auf vorgeschriebenem Wege herablaufen läßt, d. h. die potentielle Energie der Quelle als solche ausnützt (Wasserrad) oder in kinetische des Wasserlaufs verwandelt (Turbine).

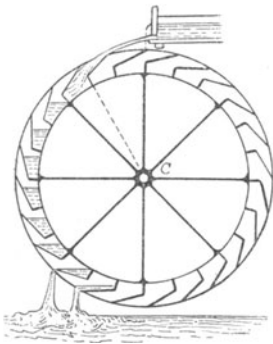


Abb. 263. Oberschlächtiges Wasserrad. Das Wasser bewegt das Rad durch einseitige Belastung.

Um die Energie des fallenden Wassers zur Arbeit auszunützen, läßt man das *Gewicht* des Wassers und, genau genommen, auch noch den *Stoß* des schnellfließenden Wassers ein Rad um eine festliegende Welle drehen, von dem aus man die Energie überträgt (wie von dem Schwungrad einer Dampfmaschine). Früher verwendete man bei Wasserkraftanlagen ausschließlich *Wasserräder*. Heute sind sie nur noch bei den allerkleinsten Anlagen berechtigt, wir erwähnen sie nur der Vollständigkeit halber. Das Gewicht des Wassers benützt man in den *oberschlächtigen* (eigentlich: ober-schlägigen) Wasserrädern (Abb. 263). Das Wasser fällt aus einer Leitung auf das Rad in diejenigen Kästen, deren augenblickliche Stellung das zuläßt. Die Belastung der Kästen dreht das Rad, bringt andere Kästen unter die Mündung der Leitung, während die ersten in Stellungen kommen, bei denen sie das Wasser ausgießen. Ein solches Wasserrad ist nur

dort anwendbar, wo ein *Gefälle* vorhanden ist, dessen Höhe etwas größer als der Durchmesser des Rades ist. Ist das Gefälle nicht groß genug, aber die Menge des Wassers groß genug, so ist ein *unterschlächtiges* Wasserrad verwendbar (Abb. 264). Gut gebaute überschlächlige Wasserräder nützen die ihnen zugeführte Energie bis 80 % aus, unterschlächtige bis 60 %. Das Wasser hat, wenn es das Rad verläßt, immer noch eine gewisse Geschwindigkeit, das Rad hat ihm also nicht die ganze kinetische Energie abgenommen, sehr viel Wasser spritzt überdies vorbei usw. Die Turbinen und die Wassermotoren der modernen Maschinenteknik nützen die Energie der Wasserkraft bis 90 % aus. — In den Wassersäulenmaschinen läßt man den Druck einer Wassersäule durch eine Steuervorrichtung abwechselnd auf die eine und die andere Seite eines Kolbens wirken, der in einem Zylinder sehr langsam (30—50 cm/sec) hin und her geht.

Eine Wasserturbine besteht aus einem meist um eine vertikale Welle drehbaren Laufrad und einem feststehenden Leitapparat. Bei der für mittlere Gefälle (bis 150 m) viel verwendeten FRANCIS-Turbine, Abb. 265, besteht der Leitapparat aus einer Reihe von Leitschaufeln, die das Laufrad umkränzen. Die Kanäle zwischen den Schaufeln sind so geformt, daß sich in ihnen die zur Verfügung stehende Gefällenergie des Wassers zum größten Teil in Geschwindigkeitsenergie umsetzt. Das Wasser tritt mit hoher Geschwindigkeit radial, also waagrecht, in das drehbare Laufrad und wird hier durch die gekrümmten Laufschaufeln aus seiner Bahn abgelenkt. Dadurch gibt es seine Geschwindigkeitsenergie an das Laufrad ab, d. h. die Geschwindigkeitsenergie setzt sich um in Energie, die man von der Turbinenwelle selber abnehmen, oder (wie meist) durch eine Dynamomaschine in elektrische Energie verwandeln kann. Das Wasser tritt unten aus dem Laufrad der Turbine nahezu in der Richtung der Turbinenachse aus. In dem sich trichterförmig erweiternden Saugrohr wird die beim Austritt aus dem Laufrad noch vorhandene Wassergeschwindigkeit allmählich verringert, so daß das Wasser ohne Stoß in den Unterwassergraben tritt. Die Leitschaufeln sind jede für sich um eine Achse drehbar und gestatten so den Durchtrittsquerschnitt des Leitapparates der vorhandenen Wassermenge anzupassen. — Die Turbinen können einen Wirkungsgrad von 85—90 %, so z. B. bei der Erzeugung elektrischer Energie, erreichen (Walchensee-Kraftwerk, Niagara).

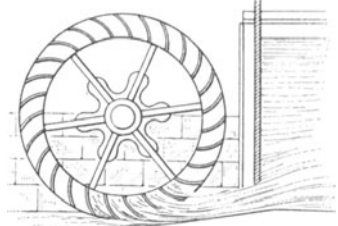


Abb. 264. Unterschlächtiges Wasserrad. Das Wasser bewegt das Rad durch horizontalen Stoß.

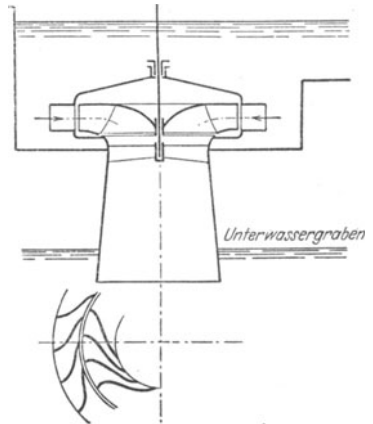


Abb. 265. FRANCIS-Turbine. Links unten: die Leitschaufeln (außen), die das Laufrad umkränzen, von oben gesehen.

C. Molekularwirkungen beim Zusammentreffen von Flüssigkeiten, Gasen und festen Stoffen.

Schüttelt man Öl mit Wasser kräftig durcheinander und überläßt das Gemisch dann sich selbst, so trennt die Schwerkraft sie in zwei Schichten, das Wasser am Boden und das leichtere Öl darüber, und ähnlich, wenn man dasselbe mit feinem Sand und mit Wasser tut. Das sind *mechanische* Gemische: das eine Mal einer Flüssigkeit mit einer Flüssigkeit, das andere Mal einer Flüssigkeit

mit einem festen Körper, man kann ihre Komponenten mit dem Auge unterscheiden, sie auch mechanisch wieder voneinander trennen. — Mischt man dagegen z. B. Essigsäure mit Wasser, oder Teer mit Terpentinöl, oder Zucker mit Wasser, so entsteht, ein *physikalisches* Gemisch, eine *Lösung*, aus der sich die Teile *mechanisch* nicht absondern lassen: die Stoffe haben sich *molekular* vermischt. Solche Gemische lassen sich aber nicht aus zwei beliebigen Flüssigkeiten oder aus jeder beliebigen Flüssigkeit und jedem beliebigen festen Stoffe herstellen, vielmehr ist das *Lösungsvermögen* einer Flüssigkeit sowohl für andere Flüssigkeiten wie für feste Stoffe beschränkt. (Aber zwei einander berührende Gase vermischen sich *stets* molekular miteinander.) Die lösende Flüssigkeit nennen wir das *Lösungsmittel*, die gelöste Flüssigkeit und den gelösten festen Stoff *löslich*. Das Lösungsvermögen einer Flüssigkeit wächst mit der Temperatur, ist aber für jede Temperatur begrenzt. Die Flüssigkeit nimmt dabei von einem bestimmten Stoffe eine bestimmte maximale Menge auf. Hat die Lösung diesen Zustand erreicht, so heißt sie *gesättigt*, sonst *verdünnt*. — Der Unterschied zwischen einem mechanischen Gemisch und einem physikalischen, einer Lösung, zeigt sich in den Mitteln, die nötig sind, um das Gemisch wieder in seine Bestandteile zu zerlegen. Der gelöste feste Stoff trennt sich von dem Lösungsmittel, wenn man die Lösung erhitzt; dann verdampft die Flüssigkeit, und der feste Stoff bleibt zurück; oder wenn man die Lösung abkühlt bis *unter* die Temperatur, bei der sie mit der vorhandenen Menge gelöster Substanz gesättigt ist — bei der niedrigeren Temperatur ist sie dann *übersättigt*, sie behält daher nur so viel in sich gelöst, daß sie bei dieser Temperatur gesättigt ist, das übrige scheidet sie als Kristalle aus. — Bisweilen erfolgt die Abscheidung nicht sofort, d. h. die Lösung scheidet nichts aus, obwohl sie übersättigt ist, aber so verhält sie sich nur, wenn sie vollkommen in Ruhe ist. Wird die Ruhe gestört, sei es, daß selbst nur ein Stäubchen hineinfällt od. dgl., so erfolgt die Ausscheidung ganz plötzlich, und die Flüssigkeit erwärmt sich dabei. Das Abdampfen erfordert verhältnismäßig viel Energie. Die Lösungen beanspruchen zur Zerlegung in ihre Bestandteile größere Arbeitsleistungen als die Gemische.

Das Verhalten verdünnter Lösungen behandelt die „physikalische Chemie“. Wir besprechen nur zwei der wichtigsten Erscheinungen in ihnen: die Diffusion und die Osmose. Es ist dabei immer von wässrigen Lösungen und reinem Wasser die Rede, aber die Erscheinungen sind im wesentlichen dieselben für alle miteinander physikalisch mischbaren Flüssigkeiten.

Diffusion. Bringt man auf eine wässrige Lösung von Kaliumbichromat Wasser, so daß in dem Gefäß unten eine Schicht Salzlösung und auf ihr, sie berührend, das Wasser liegt, so steigt das Salz die Schwerkraft überwindend allmählich hinauf in das Wasser; man kann das deutlich sehen, weil die Salzlösung gelbrot ist, und das Wasser von Tag zu Tag mehr ihre Farbe annimmt. Die ursprüngliche Lösung verdünnt sich dabei so lange, bis das Salz in der gesamten Flüssigkeit gleichmäßig verteilt ist (man sagt: bis die Lösung überall dieselbe *Konzentration* hat). Die beiden Flüssigkeiten (Lösung und Wasser) haben einander molekular durchdrungen, sind ineinander *diffundiert*. Die *Diffusion* ist also ein Transport von Molekeln. Verläuft er zwischen zwei *ruhenden* Flüssigkeiten, so ist er sehr langsam; sehr schnell dagegen, wenn man die Flüssigkeiten durcheinanderwirbelt. Der Zucker süßt vom Boden eines Glases Wasser aus den ganzen Inhalt — aber nur allmählich; sehr schnell dagegen, wenn man umrührt. Denn dadurch vermehrt und vergrößert man die Flächen, längs deren die Diffusion stattfindet.

Durch Diffusion nimmt unser Körper die Nährstoffe wirklich *auf*, die wir beim Verzehren der Speisen an ihn *heranbringen*. Der Aufnahme dient ein System von sehr dünn-

wandigen Kapillaren, das den ganzen tierischen Organismus durchzieht. Die Kapillaren gehen einerseits in die Arterien, andererseits in die Venen über. Beim Blutkreislauf treibt das Herz das Blut stoßweise in die Arterien (Schlagadern) und aus diesen in die Kapillaren, aus den Kapillaren kehrt das Blut durch die Venen in das Herz zurück. Aus dem Verdauungskanal tritt die Flüssigkeit, die die nahrhaften Bestandteile vom Verdauungsprozeß her enthält, durch das die Wand des Verdauungskanals bekleidende Gewebe an die Kapillaren, die in ungeheurer Zahl in der Wand des Verdauungskanals verlaufen, und diffundiert durch die Kapillarwand in das Blut, gelangt mit dem Strom des Kreislaufes in das Herz und wird von hier aus zu den Organen des Körpers getrieben. Aus den Organen nimmt das Kapillarsystem deren verbrauchte Stoffe auf, die sich früher oder später in Wasser, Kohlensäure und Harnstoff verwandeln. — Der arbeitende Muskel verbraucht Sauerstoff. Der Sauerstoff wird den Muskelfasern von dem Blut geliefert, das in den das Gewebe durchziehenden Kapillaren läuft. *Somit vermitteln die Kapillaren den Gas- und den Stoffaustausch zwischen dem Blut und den Geweben.* — Die Kapillaren sind in *enormer* Zahl vorhanden und sehr regelmäßig zwischen den Muskelfasern verteilt. „Rechnen wir das Muskelgewicht eines Menschen mit 50 kg und seine Kapillanzahl mit 1000 pro mm², so haben alle diese Röhrchen aneinandergelagert eine Gesamtlänge von 100000 km oder 2¹/₂ mal den Erdumfang und eine Gesamtoberfläche von 6300 m². Man sieht, welch großer Stoffaustausch in kurzer Zeit durch solche enorme Oberflächen stattfinden kann.“ (КРОГН.)

Diffusionsgeschwindigkeit. Kristalloide. Kolloide. Eine gewisse Menge Salzsäure gebrauche zur Diffusion in Wasser (bei 10⁰ C) die Zeitspanne 1, dann beträgt die Zeitspanne zur Diffusion gleich großer Mengen Kochsalz 2,33, Zucker 7, Magnesiumsulfat 7 (GRAHAM). — Die in Lösung befindlichen Stoffe zerfallen in zwei Gruppen. Sie unterscheiden sich dadurch voneinander, daß die der einen Gruppe sehr langsam diffundieren, so Eiweiß und Karamel mit den Diffusionszeiten 49 und 98. Zur Klasse der schnell diffundierenden Stoffe gehören die leicht kristallisierenden — die *Kristalloide*; zur zweiten die, die nicht oder so gut wie gar nicht kristallisieren — GRAHAM nannte sie nach dem Hauptvertreter der Gruppe, dem Leim (colla), *Kolloide*. Zu ihnen gehören z. B. Stärkemehl, Dextrin, Gummi, Tannin, ferner Kieselsäure, Eisenoxyd und viele andere Metalloxyde. Ein wesentlicher Unterschied zwischen den *Lösungen* der Kolloide und der Kristalloide besteht nicht. (Früher hielt man eine kolloide Lösung nicht für eine wirkliche Lösung.) Aber die Langsamkeit der Diffusion der Kolloide läßt auf kleinen osmotischen Druck schließen — mit Recht, wie PFEFFER durch Messungen gezeigt hat — und auf großen Widerstand, den die Moleküle bei ihrer Bewegung im Wasser erfahren. Beides läßt sich aus der Annahme erklären, daß die Kolloide ungewöhnlich hohes Molekulargewicht haben.

Osmose. Osmotischer Druck. Bei der Diffusion einer Salzlösung in Wasser geht das Salz so lange aus der Lösung in das Wasser, bis es überall gleichmäßig verteilt ist. Es überwindet dabei den Widerstand, den die Flüssigkeit seiner Bewegung entgegengesetzt, es besitzt also Energie. Wo sie sich nicht als Bewegung äußern kann, tut sie es als Druck. Man kann ihn nachweisen, wenn man die Bewegung des Salzes vollständig hemmt, z. B. so: ein bis zum Rande mit konzentrierter Salzlösung gefülltes Gefäß, mit einer Membran aus Schweinsblase luftdicht abgeschlossen, so daß die Membran die Lösung berührt, versenkt man aufrecht in reines Wasser. Dann wölbt sich die Membran allmählich wie eine Kuppel (Abb. 266). In ihre Poren tritt nämlich von der einen Seite her das reine Lösungsmittel, von der anderen die Lösung. In den Poren treten sie in Wechselwirkung, die wir uns als Anziehung vorstellen können, resultierend aus dem Bestreben der festen Teilchen, sich mit dem Lösungsmittel zu vereinigen. Die Membran ist aber nur *halbdurchlässig* (semipermeabel) — d. h.: sie läßt zwar das Lösungsmittel durch ihre Poren hindurch, nicht aber den gelösten Stoff. Die gegenseitige Anziehung der festen und der flüssigen Teilchen äußert sich von der



Abb. 266. Wirkung des osmotischen Druckes.

Seite der festen Teilchen daher als Druck gegen die Membran. Der Druck wölbt sie, da sie elastisch ist, nach außen und vergrößert den Raum, in dem sich die Lösung befindet. In den erweiterten Raum tritt nun durch die Poren neues Lösungsmittel. Also durch die trennende Membran hindurch hat Diffusion stattgefunden. Man nennt sie *Osmose*, und den Druck, den der gelöste Stoff ausübt, den *osmotischen* Druck.

Entdeckt wurde die Osmose (ABBÉ NOLLET, 1748) an einem bis zum Rande mit Alkohol gefüllten und mit Schweinsblase verschlossenen Gefäß, das einige Stunden unter Wasser gestanden hatte (zum Schutze des Alkohols gegen den Zutritt der Luft). Die Blase hatte das Wasser in das Gefäß hinein-, aber nur sehr wenig Alkohol hinausgelassen. Als Wasser und Alkohol miteinander vertauscht wurden, d. h. das mit Schweinsblase verschlossene Gefäß Wasser enthielt und unter Alkohol stand, wölbt sich die Schweinsblase konvex nach dem Innern des Wassergefäßes. Sie hatte das Wasser hinaus- und nur sehr wenig Alkohol hineingelassen. — Besonderes Interesse hat die physikalische Chemie an osmotischen Vorgängen in verdünnten Lösungen, d. h. an der Osmose durch eine Scheidewand, deren eine Seite an eine verdünnte Lösung und deren andere Seite an das reine Lösungsmittel grenzt.

Die beschriebenen Vorgänge (Salzlösung und Wasser, Alkohol und Wasser) erläutern zwar, was man unter Osmose und osmotischem Druck versteht, klären aber nicht über die Größe des Druckes auf. Unerlässlich ist dazu eine Membran, die das Lösungsmittel durch ihre Poren hindurchläßt, den gelösten Stoff aber *ganz* zurückhält. Eine tierische Haut, wie Schweinsblase, ist nicht *vollkommen* halbdurchlässig (semipermeabel). Bei dem Versuch geht auch tatsächlich etwas Salz durch die Poren hindurch. Aber man kennt vollkommen halbdurchlässige Scheidewände, natürliche und künstliche, vor allem die TRAUBESCHE (1867) Membran aus Ferrozyankupfer, die als Niederschlag entsteht an der Grenzfläche zwischen einer Lösung von gelbem Blutlaugensalz und einer Lösung von Kupfervitriol. Sie ist durchlässig für Wasser, aber undurchlässig für viele in Wasser lösliche Stoffe, z. B. für Rohrzucker. PFEFFER (1877) hat damit den osmotischen Druck gemessen (Abb. 267). Er benützte eine Zelle *Z* aus ungebranntem Ton, erzeugte den Ferrozyankupfer-Niederschlag in den Poren der Wandung, indem er die Zelle mit Kupfervitriollösung füllte und in eine Lösung von gelbem Blutlaugensalz tauchte, füllte die Zelle ganz mit Rohrzuckerlösung, versah sie mit einem Quecksilberbarometer *M* und senkte das Ganze, fest verschlossen, in Wasser. Das Quecksilber des Manometers fiel allmählich in dem einen Schenkel und stieg in dem anderen, weil von außen Wasser durch die Membran in das Gefäß drang. Nach einigen Wochen hatte das Quecksilber seine maximale Höhe erreicht. Der manometrische Höhenunterschied gab ein Maß für den osmotischen Druck in Atmosphären.

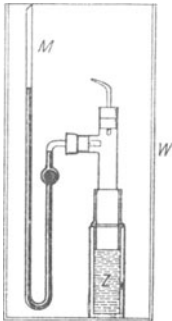


Abb. 267.
Der osmotische
Druck am Mano-
meter (PFEFFER).

Eine von VAN'T HOFF stammende Darstellung (Abb. 268) veranschaulicht die Wirkung des osmotischen Druckes so: *AB* ist ein Rohr, *M* eine *vollkommen* semipermeable Membran, die, dicht an die Wandung anschließend, in dem Rohr ohne Reibung verschiebbar ist, *L* eine Zucker-

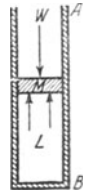


Abb. 268. Zur
Wirkung des
osmotischen
Druckes.

lösung, *W* reines Wasser. Wäre der Druck der Wassersäule *W* auf *M* größer als der nach oben gerichtete osmotische Druck von *L*, so würde *M* sinken, die Lösung also konzentrierter werden (da ja Wasser aus der Lösung durch die Poren auf die obere Seite von *M* gelangen würde). Wäre der Druck von *W* kleiner als der von *L*, so würde *M* steigen, also Wasser von oben nach der unteren Seite von *M* gelangen und *L* sich verdünnen. In beiden Fällen würde sich *M* so lange verschieben, bis der osmotische Druck und der Wassersäulendruck einander das Gleichgewicht halten.

Bei der Osmose zeigt sich der Unterschied in der Diffusionsgeschwindigkeit der Kristalloide und der Kolloide. Pergamentpapier läßt Kristalloide in hinreichend langer Zeit hindurch, hält aber Kolloide fast ganz zurück. Man kann Kolloide und Kristalloide durch *Dialyse* trennen (GRAHAM). Bringt man ein Gemisch beider auf einen mit Pergamentpapier bespannten Rahmen (*Dialysator*) und läßt ihn auf Wasser schwimmen, so diffundieren die Kristalloide in hinreichend

langer Zeit durch das Pergamentpapier in das Wasser, die Kolloide bleiben zurück. — Die Osmose durch halbdurchlässige Wände beherrscht viele physiologische Vorgänge, pflanzenphysiologische wie tierphysiologische; der Säftedurchtritt durch die Wände der Zellen und der Blutgefäße geschieht durch Osmose.

Die Gesetze des osmotischen Druckes bilden einen Hauptabschnitt der physikalischen Chemie. Sie betreffen die Fragen, wie der osmotische Druck abhängt; 1. von der Konzentration der Lösung, 2. von der Temperatur, 3. von der Natur des gelösten Stoffes, 4. von der Natur des Lösungsmittels — Fragen, die nur die Erfahrung beantworten kann. Die große Anzahl von Messungen unter den mannigfachsten Bedingungen hat ergeben (VAN'T HOFF): Der osmotische Druck ist unabhängig von der Natur des Lösungsmittels und gehorcht im übrigen den Gasgesetzen. Das heißt: Der osmotische Druck einer Lösung ist derselbe wie der Druck, den die Molekeln ausüben würden, wenn das Lösungsmittel *nicht* da wäre, sondern der Raum, den es einnimmt, jenen *Molekeln* im Gaszustande zur Verfügung stünde.

Der osmotische Druck verdünnter Lösungen und die Gasgleichung. Die *Analogie* zwischen dem *osmotischen* Druck und dem Druck eines Gases ist aber *nicht etwa nur äußerlich*. Der aufgelöste Stoff ist in Molekeln gespalten (VAN'T HOFF). Um zu zeigen, worauf sich diese Anschauung stützt, erinnern wir noch einmal an das von BOYLE und GAY-LUSSAC aufgestellte Gesetz für die Beziehung zwischen Volumen, Druck und Temperatur eines Gases, und zwar in der bequemen Form (S. 180 o.): $pV = 0,0820 T$ Liter-Atmosphären. Dieselbe Gleichung gilt (VAN'T HOFF) *auch für die Lösungen*, wenn man für p den osmotischen Druck setzt (in Atmosphären), für T die absolute Temperatur der Lösung und für v dasjenige Volumen der Lösung (in Liter), das bei der herrschenden Konzentration *eine* Gramm-Molekel gelöster Substanz enthält. Formuliert die Gleichung *wirklich* die Beziehung zwischen Konzentration, Temperatur und osmotischem Druck, so läßt sich der osmotische Druck *berechnen*, wenn Konzentration und Temperatur einer Lösung bekannt sind. Er läßt sich aber auch *messen*. Die Übereinstimmung der Messung mit der Rechnung ist nahezu vollkommen. VAN'T HOFF schließt aus jener Beziehung zwischen osmotischem Druck und Konzentration der Lösung: der osmotische Druck ist gleich dem Druck (z. B. gegen eine Membran), den die Molekeln als *Gas*molekeln ausüben würden, wenn bei der herrschenden Konzentration aus dem Raum, den die Lösung einnimmt, das *Lösungsmittel entfernt* wäre und die Molekeln des gelösten festen Körpers den Raum als *Gas*molekeln erfüllen würden.

Diese Theorie ruht auf dem für die *Gase* aufgestellten AVOGADRO-Satz — die Gleichung $pV = 0,0820 T$ wurzelt ja in ihm —, der AVOGADRO-Satz erweist sich also *auch für die Lösungen gültig*. Den verschiedenen Gasen entsprechen die verschiedenen *löslichen Stoffe*, dem *Volumen* der Gase das *Volumen der Lösung*. Wenn wir also verschiedene Lösungen haben — alle mit demselben *Lösungsmittel* — so führt die Anschauung von VAN'T HOFF zu dem Resultat: *Gleich* große Volumina dieser *verschiedenen* Lösungen enthalten bei *gleichem* osmotischen Druck und bei *gleicher* Temperatur *gleichviel* Molekeln. Wir sehen also im besonderen, daß die Größe des osmotischen Druckes nicht von der *chemischen Art* des gelösten Stoffes abhängt, sondern nur von der Anzahl der gelösten Molekeln (aber immer das *gleiche Lösungsmittel* vorausgesetzt). Dieser Satz wird gewöhnlich so formuliert: *Äquimolekulare* Lösungen, die mit *gleichen* Raumteilen *desselben* Lösungsmittels hergestellt sind, haben bei *gleicher* Temperatur *gleichen* osmotischen Druck. (Wohlgemerkt: die Massen, deren Grammzahl durch die Molekulargewichtszahl angegeben wird, enthalten *gleich* viel Molekeln, sie sind *äquimolekular*.)

Löslichkeit der Gase (Gesetz von HENRY). Daß ein in Lösung befindlicher Stoff auf eine halbdurchlässige Wand (M in Abb. 268) ebenso stark drückt, wie er bei gleicher Temperatur und gleicher Konzentration *als Gas* auf eine gewöhnliche Wand drücken würde, bestätigt sich durch die tatsächlichen Beziehungen zwischen der Löslichkeit eines Gases in einer Flüssigkeit und seinem Druck. Grenzt ein Gas an eine *Flüssigkeit*, so wird stets ein Teil des Gases gelöst. Wieviel, das hängt von der Natur beider ab, besonders aber von dem Druck, unter dem das Gas steht. Hat die Flüssigkeit von dem Gase so viel aufgenommen, wie sie bei dem Druck, unter dem das Gas auf ihre Oberfläche drückt, davon aufnehmen *kann* — anders: besteht Gleichgewicht zwischen der Lösung

und dem Gase über ihr — so gilt das (von W. HENRY 1803 entdeckte) Gesetz: Die pro 1 cm³ der Flüssigkeit gelöste Menge Gas ist dem Druck des Gases proportional. Kohlensäure drücke z. B. auf Wasser (einer bestimmten Temperatur). Drückt sie auf das Wasser im Gleichgewichtszustand mit 2, 3, . . . n Atm., so sagt das Gesetz: Das Wasser enthält 2, 3, . . . n mal so viel Gramm Kohlensäure gelöst, als wenn der Druck nur 1 Atm. betrüge. Das *Volumen* Kohlensäure (in cm³), das das Wasser aufgelöst enthält, ist demnach im Gleichgewicht beider *stets* dasselbe. Denn nach dem Gesetz von BOYLE nimmt die unter dem Druck *einer* Atmosphäre stehende Menge Kohlensäure dasselbe Volumen ein wie die n mal so große (die bei n Atm. gelöst wird) unter dem Druck von n Atm. Aus der Tatsache, daß ein Gas, das in einer Flüssigkeit löslich ist, sich in einer seinem Druck auf die Flüssigkeit proportionalen Menge löst, folgt *Proportionalität zwischen dem Druck des gelösten Gases und der Konzentration der Lösung* und demgemäß auch dem *osmotischen Druck* der Lösung. Aus thermodynamischen Erwägungen (auf die wir hier nicht eingehen können) folgt dann weiter, daß der Druck des gelösten Gases dem osmotischen Druck der Lösung *gleich* ist. Das gilt für alle Gase und Dämpfe, die sich in einem beliebigen Lösungsmittel ihrem Druck proportional lösen, d. h. dem HENRYschen Absorptionsgesetz folgen (VAN'T HOFF, 1885). Aus der Strenge, mit der das Absorptionsgesetz gilt, folgt, daß auch der osmotische Druck den Gasgesetzen genau gehorcht.

Das Volumen (in cm³) Gas, das in 1 cm³ der Flüssigkeit löslich ist, heißt nach BUNSEN der *Absorptionskoeffizient*. Er ist für

	in Wasser (20° C) (25° C)		
Stickstoff	0,01545	0,01434	} mit steigender Temperatur nehmen die Zahlen schnell ab.
Sauerstoff	0,03103	0,02845	
Kohlensäure	0,878	0,759	
Schwefelwasserstoff	2,582	2,282	
Schweflige Säure	39,374	32,786	
Chlorwasserstoff	442,00	426,00	
Ammoniak	702,00	629,00	

Die unter einem bestimmten Druck gelöste Menge Gas bleibt nur so lange in der Lösung, solange dieser Druck besteht. Wird er verringert, so entweicht solange Gas aus der Lösung, bis sich das Gleichgewicht wiederhergestellt hat, d. h. bis die in der Lösung zurückbleibende Gasmenge dem neuen (kleineren) Gasdruck entspricht. Öffnet man eine Flasche Selterswasser, so lastet auf der Oberfläche des Wassers nur der atmosphärische Druck. Die Kohlensäure ist aber unter viel größerem Druck in dem Wasser aufgelöst und in der geschlossenen Flasche in Lösung erhalten worden. Deswegen entweicht sie unter stürmischem Aufbrausen der Flüssigkeit, sobald die Flasche geöffnet wird.

1 cm³ der Flüssigkeit löst von einem bestimmten Gase bei bestimmter Temperatur und unter bestimmtem Druck stets dieselbe Menge, *gleichviel, ob noch ein anderes Gas in der Lösung vorhanden ist* oder nicht. Berührt ein *Gasgemisch* die Flüssigkeit, so nimmt die Flüssigkeit von jedem einzelnen Gase ebensoviel auf, wie wenn das andere nicht da wäre (DALTON, 1807). Aber sie nimmt auch nicht *mehr* auf; nur so viel, wie seinem Absorptionskoeffizienten entspricht. Hat z. B. Wasser bei einem *gewissen* Druck so viel Kohlensäure gelöst, als es *dabei* lösen kann, und vergrößert man dann den Druck dadurch, daß man ein anderes Gas, etwa Luft, in den Raum über der Lösung zu der dort befindlichen Kohlensäure preßt, so löst das Wasser doch nichts weiter von der Kohlensäure auf, sondern nur die in der Luft enthaltenen Gase ihren Koeffizienten entsprechend. Denn der Druck der Kohlensäure ist derselbe geblieben, der Druckzuwachs nur durch die Luft verursacht worden. — Wasser löst doppelt

so viel Sauerstoff wie Stickstoff. Im Wasser aufgelöst ist Luft daher verhältnismäßig reicher an Sauerstoff als für gewöhnlich. (Für die im Wasser durch Kiemen atmenden Tiere wichtig.) — Die Auflösung eines Gases in einer Flüssigkeit hat etwas von dem Charakter eines chemischen Vorganges. Daraus erklärt sich zum Teil, daß dasselbe Gas unter sonst gleichen Bedingungen in verschiedenen Flüssigkeiten verschieden stark löslich ist, z. B. Kohlensäure in Alkohol dreimal so stark wie in Wasser.

Verdichtung der Gase an festen Stoffen. Als Gegenstück zu der Auflösung der Gase in Flüssigkeiten kann deren Adsorption an der Oberfläche fester Stoffe gelten. Die Gase werden an ihnen *verdichtet* (am meisten diejenigen, die sich am leichtesten im Wasser lösen) und bilden eine darauf festhaftende Haut. Je ausgedehnter die Oberfläche ist, desto mehr Gas adsorbiert sie. Am stärksten adsorbieren daher die porösen Stoffe, denn auch die Innenwände der Poren gehören zur Oberfläche und machen diese im Verhältnis zum Rauminhalt ungeheuer groß. Besonders stark adsorbiert frisch ausgeglühte *Holzkohle* (Buchsbau, Kokosnuß), 1 cm³ verdichtet bei gewöhnlicher Temperatur:

Ammoniak	Salzsäure	Kohlensäure	Wasserstoff
90 cm ³	85 cm ³	35 cm ³	1,75 cm ³

Sehr stark adsorbiert *Platinmoor* (feinstes Platinpulver). Es verdichtet namentlich Wasserstoff so energisch, daß es sich zum Glühen erhitzt und den Wasserstoff entzündet (DÖBEREINER-Feuerzeug). Ähnlich wirkt die Zündpille der Gasselbstzünder.

Porosität der Oberfläche ist nicht unbedingt notwendig zur Adsorption des Gases: Glas läßt selbst im Vakuum und stark erhitzt ihm anhaftendes Gas nur sehr schwer los. — Gewisse Stoffe adsorbieren aus der Luft namentlich den *Wasserdampf* und nehmen ihn in sich auf (hygroskopische Stoffe), so Phosphorsäureanhydrid, Pottasche, Chlorcalcium, konzentrierte Schwefelsäure. — Platin, in Wasserstoff erhitzt, *okkludiert* (GRAHAM) große Mengen davon und hält sie sogar im Vakuum fest. Noch mehr okkludiert Palladium. Nach GRAHAM adsorbiert es geschmiedet pro 1 cm³ bei gewöhnlicher Temperatur 376 cm³ Gas. Schmiedeeisen, Gußeisen und Stahl enthalten im Innern stets Gase, die sie sogar im Vakuum erst bei etwa 800° C abgeben.

Spannung in der Grenzfläche einer Flüssigkeit (Oberflächenspannung). Auflösung, Diffusion und Osmose beruhen wesentlich darauf, daß die einander berührenden Stoffe einander vollkommen (molekular) zu durchdringen suchen. Auf dem diametral entgegengesetzten Streben beruhen die *Oberflächenspannung* der Flüssigkeiten und die Kapillarvorgänge, die aus der Oberflächenspannung entspringen. Die Stoffe, die dabei mitwirken, *berühren* einander zwar in einer gemeinsamen Grenzfläche, mischen sich aber nicht, so Wasser und Öl oder Wasser und Quecksilber oder Wasser und Luft, ja sie trennen sich sofort wieder, wenn man sie durcheinander geschüttelt hat und sie sich dann selber überläßt. Die scharfen Trennungsflächen sind die *conditio sine qua non* für die Spannung in den Grenzflächen. Die weiter weg von der Grenzfläche liegenden Molekeln haben *ringsum* Nachbarn desselben Stoffes, die in der Grenzfläche aber nicht (Abb. 274). Das versetzt die Grenzoberfläche in einen besonderen Zustand, und dieser äußert sich in charakteristischen Wirkungen. Etliche davon sind jedem aus der Erfahrung bekannt, z. B. daß eine Metallnadel, leicht eingefettet (um nicht benetzt zu werden), vorsichtig auf Wasser gelegt, darauf liegenbleibt (Abb. 269), daß manche Insekten (weil ihre



Abb. 269.
Zur Tragfähigkeit der
Oberflächenspannung einer
Flüssigkeit.

Beine mit einer Fettschicht bedeckt sind) auf Wasser laufen können, ohne die Wasseroberfläche zu durchbrechen, daß sich eine Wasserhaut zu einer großen Kugel formen läßt — einer Seifenblase. An diese knüpfen wir an.

Eine Seifenblase ist eine sehr dünne Haut aus Wasser (durch gelöste Seife etwas zähe gemacht). Sie hänge an dem einen Ende eines Röhrchens, verschließt man das andere Ende, dann bleibt sie stehen; öffnet man es, so zieht sie sich zusammen und treibt die Luft mit wahrnehmbarem Druck aus dem Rohre hinaus (Abb. 270). Die Wasserhaut — sie grenzt auf beiden Seiten an Luft — ist also gespannt, besitzt somit potentielle Energie. Nicht etwa die Kugelform der Seifenblase ist die Ursache der Spannung, auch in der ebenen Wasserhaut ist sie vorhanden.

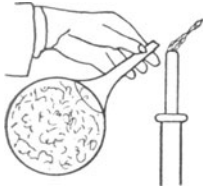


Abb. 270. Wirkung der Oberflächenspannung einer sich zusammenziehenden Seifenblase.

Man kann (Abb. 271) das sehen: AA_1, BB_1 ist ein vertikalstehendes Drahtgestell, DC ein leicht verschiebbarer Drahtbügel. Erzeugt man zwischen AB und DC eine Haut aus Seifenwasser, so kann man an DC pro cm etwa 70 Milligramm hängen, ehe die Haut zerreißt. Erhöht man die Belastung vorsichtig, so kann man dasjenige Gewicht finden, das der in der Haut vorhandenen Spannung gerade das Gleichgewicht hält. Die Spannung in der Haut ist an jeder Stelle und nach allen Richtungen *gleich groß*, auch das kann man *sehen*: taucht man z. B. den ebenen Drahtrahmen (Abb. 272) in Seifenwasser, dann umschließt er, herausgezogen, eine ebene Flüssigkeitshaut.

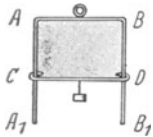


Abb. 271. Oberflächenspannung, durch ein Gewicht ausgleichbar.

Legt man eine Schlinge aus einem mit dem Seifenwasser angefeuchteten Seidenfaden darauf, so bildet sie irgendeine Kurve. Durchsticht man aber die Haut innerhalb der Kurve, so bildet die Schlinge einen Kreis — die Flüssigkeitshaut übt also (I) rings um den Faden einen Zug aus und dieser ist (II) an jedem Punkt, in dem der Faden die Flüssigkeit berührt, *gleich stark* (VAN DER MENSBRUGGHE).

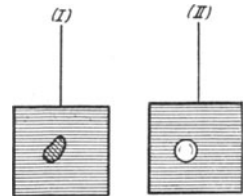


Abb. 272. Nachweis der Spannung in der ebenen Flüssigkeitshaut.

Auch in einer *konkaven* Grenzoberfläche ist die Spannung vorhanden — kurz in der Grenzoberfläche überhaupt. Denken wir uns in der ebenen Oberfläche eine Gerade gezogen, so erkennen wir: von beiden Seiten wirkt senkrecht zu ihr ein Zug, dessen Stärke F konstant ist. Diesen konstanten Wert, ausgedrückt in Kräfteinheiten (dyn) — man erinnere sich: 1 dyn ist etwa gleich 1 mg* — und bezogen auf 1 cm Länge, benützen wir als Einheit der *Oberflächenspannung*. Man kann die Größe der Oberflächenspannung nach verschiedenen Verfahren ermitteln, z. B. indem man die Belastung in Milligrammgewicht ermittelt wie in Abb. 271, bei der die Haut eben zerreißt. Man findet (bei Zimmertemperatur):

Für	dyn/cm	
Quecksilber	500	} (größer als bei anderen Flüssigkeiten abgesehen vom Quecksilber).
Wasser	72,8	
Glyzerin	66	
Olivenöl	33	
Chloroform	27	
Absol. Alkohol	22	
Äther	17	

Wohlgedenkt: diese Werte gelten nur, wenn die Flüssigkeit an *Luft* grenzt (was wir stets voraussetzen, wenn wir nicht etwas anderes darüber sagen). So findet man z. B.

Für	dyn/cm
Quecksilber — Wasser	418
Quecksilber — Alkohol	399
Quecksilber — Olivenöl	335
Wasser — Olivenöl	21
Alkohol — Olivenöl	2,3

Die Oberflächenspannung ist am größten bei der Gefriertemperatur, fällt schnell beim Ansteigen der Temperatur und verschwindet bei derjenigen, bei der der flüssige und der gasförmige Zustand ineinander übergehen (kritische Temperatur S. 371).

Aus der Verkleinerung der Oberflächenspannung mit der Temperaturerhöhung erklärt es sich, daß ein Fettfleck aus einem Tuch verschwindet, wenn man *auf* den Fleck ein heißes Bügeleisen setzt und *unter* den Fleck einen porösen Stoff (Löschpapier) legt: die Oberflächenspannung des Fettes der heißen Seite sinkt beträchtlich, das Fett wird daher zu der kälteren Seite gezogen und tritt allmählich in das Löschpapier.

Die Auffassung, daß in der Oberfläche Energie aufgespeichert ist, ist durchaus berechtigt, denn um der Wasserhaut einen Flächeninhalt von einer gewissen Größe zu verschaffen, muß man, um die Oberflächenspannung zu überwinden, Arbeit aufwenden, um so mehr je größer die Oberfläche werden soll (Abb. 273). Angenommen AB und CD hätten — mit Seifenwasser be-

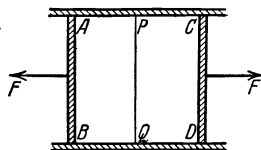


Abb. 273. Zur Ermittlung der Größe der Oberflächenspannung.

deckt — einander ursprünglich berührt und um sie (längs AC und BD) zur Oberfläche $ABCD$ auseinanderzuziehen — wobei sich die Seifenhaut zwischen ihnen bildet — sei die Wirkung der Kraft F erforderlich, dann ist zur Erzeugung der Oberfläche $ABCD$ die Arbeit $F \cdot AC$ aufgewendet worden. $F \cdot AC$ stellt also den Energiegehalt der Oberfläche dar. Man schreibt daher der molekularen Oberflächenschicht der Flüssigkeit eine besondere Form der Energie zu, man sagt: sie besitzt *Oberflächenenergie* und mißt sie an ihrer Größe pro Flächeneinheit, ihre

Dimensionsformel ergibt sich danach aus $\frac{\text{Energie}}{\text{Fläche}} = \frac{lm t^{-2} \cdot l}{l^2} = [m \cdot t^{-2}]$. Ist S die Oberflächenenergie pro Flächeneinheit, dann ist der Energieinhalt der Oberfläche $S \cdot AB \cdot AC$. Also ist $S \cdot AB \cdot AC = F \cdot AC$. Die Kraft F ist offenbar ebenso groß wie die Kraft, mit der sich die Haut quer zu der Geraden PQ zusammenzuziehen sucht, d. h. gleich PQ mal der — pro Längeneinheit gemessenen — Oberflächenspannung T , also gleich $T \cdot PQ$. Es ist daher $S \cdot AB \cdot AC = T \cdot PQ \cdot AC$ oder, da $PQ = AB$ ist, $S = T$. Das bedeutet: dem numerischen Wert nach ist die Oberflächenspannung pro Längeneinheit gleich der Oberflächenenergie pro Flächeneinheit. Die Spannung in einer Flüssigkeitshaut hängt somit gar nicht von ihrer Ausdehnung ab, denn pro Flächeneinheit bleibt die Oberflächenenergie dieselbe, die Oberflächenenergie ist der Oberfläche direkt proportional. Die Flüssigkeitshaut verhält sich also ganz anders als eine gedehnte Gummimembran, deren Spannung ja davon abhängt, wie weit man sie gedehnt hat. Obendrein ist in der Flüssigkeitshaut die Spannung an jedem Punkt und nach jeder Richtung gleich groß, also ganz anders als in der Gummimembran.

Zusammenhang zwischen Oberflächenspannung und Molekularvolumen einer Flüssigkeit (Gesetz von EÖTVÖS). Die Oberflächenspannung, ihrem Wesen nach eine Molekularkraft, steht in einer bemerkenswerten Beziehung zum Molekularvolumen der Flüssigkeit. Ihr Molekularvolumen v ist der von einem Mol eingenommene Raum. Nennen wir α_1 und α_2 die Oberflächenspannungen bei den Temperaturen t_1 und t_2 und nennen wir v_1 und v_2 das zu diesen Temperaturen gehörige Molekularvolumen, so ist (Eötvös, 1886)

$$\frac{\alpha_1 v_1^{2/3} - \alpha_2 v_2^{2/3}}{t_2 - t_1} = \alpha, \text{ wo } \alpha \text{ eine Konstante ist.}$$

Das bedeutet: die molekulare Oberflächenenergie ändert sich unabhängig von der Natur der Flüssigkeit proportional mit der Temperatur. Man vergegenwärtige sich, daß wenn v das Volumen ist, $(\sqrt[3]{v})^2 = v^{2/3}$ seine Oberfläche ist, $\alpha v^{2/3}$ also seine molekulare Oberflächenenergie. Eötvös hat sein Gesetz noch anders formuliert. Nennt man T_0 die absolute Temperatur,

bei der $\alpha v^{2/3} = 0$, also bei der die Oberflächenspannung gleich Null ist, so kann man das Gesetz schreiben: $\alpha v^{2/3} = \kappa (T_0 - T) = 0,227 (T_0 - T)$. Die Temperatur T_0 fällt nahezu mit der kritischen Temperatur S. 371 zusammen.

Das Gesetz von Eötvös spielt eine wichtige Rolle in der physikalischen Chemie. Zieht man den Zusammenhang zwischen Molekularvolumen v und Molekulargewicht μ in Betracht, $v = \mu/s$, wo s die Dichte der Flüssigkeit bedeutet, so führt das Gesetz auf ein Verfahren, aus Kapillarbeobachtungen bei verschiedener Temperatur das Molekulargewicht zu ermitteln. — Um die Flüssigkeitsoberflächen vor Veränderung durch Verunreinigungen irgendwelcher Art zu schützen, arbeitete Eötvös nur mit zugeschmolzenen Glasgefäßen und nach einer eigenartigen optischen Beobachtungsmethode, er konnte so bei Temperaturen über den Siedepunkt hinaus bis zur kritischen Temperatur beobachten und messen. Die molekulare Oberflächenenergie der Flüssigkeiten erwies sich in der Tat nur von der Temperatur abhängig.

Grenzschicht einer Flüssigkeit. Ihr Binnendruck abhängig von ihrer Krümmung. Vorhanden ist die Oberflächenspannung in jeder Grenzfläche, gleichviel welche Form sie hat, aber von ihrer Form — genauer: von ihrer Krümmung — hängt es ab, ob sie eine zu der Oberfläche senkrechte Komponente hat oder nicht und wie groß der Druck ist, den sie auf die von ihr begrenzte Flüssigkeit ausübt.

Worin unterscheiden sich physikalisch eine nach oben konkave und eine nach oben konvexe Flüssigkeitsoberfläche gegenüber der Ebene? Wir gehen von der

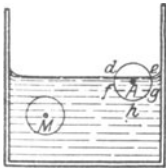


Abb. 274. Erklärung des Binnendruckes.

Annahme aus, daß sich nur zwischen Nachbarpartikeln die gegenseitige Anziehung äußert, und daß jedes Teilchen dabei von allen Nachbarn gleich stark angezogen wird. Den Abstand, bis zu dem von einem bestimmten Teilchen aus die Anziehung wirkt, nennt man den *Radius der molekularen Wirkungssphäre*. (Er ist für alle Stoffe ungefähr gleich groß, etwa $1/20000$ mm.) — Um ein Teilchen M in der Flüssigkeit sei als Zentrum eine Kugelfläche vom Radius der Wirkungssphäre dargestellt (Abb. 274).

M hat nach allen Richtungen hin Nachbarn; je zwei ihm diametral entgegengesetzt benachbarte Teilchen, quasi Antipoden, ziehen es nach diametral entgegengesetzten Richtungen gleich stark, es verhält sich daher, wie wenn gar keine Kraft darauf wirkte. Anders die Teilchen in der Grenzschicht! Die Wirkungssphäre des Teilchens A , das um *weniger* als den *Radius* der molekularen Wirkungssphäre von der Oberfläche absteht, reicht über sie *hinaus*, ist also nicht ganz von Flüssigkeitsteilchen ausgefüllt. Den Teilchen in dem Abschnitt fg fehlen die Antipoden, die Anziehung dieser Teilchen auf A erzeugt daher einen nach dem Innern der Flüssigkeit gerichteten Druck. Das gilt für jedes Teilchen, dessen Abstand von der Oberfläche kleiner ist als der Radius seiner Wirkungssphäre, die ganze aus ihnen bestehende Flüssigkeitsschicht dicht unter der Oberfläche, die *Grenzschicht*, muß also einen Druck auf die Flüssigkeit ausüben. — Dieser Druck und der Anteil, den die Teilchen *in* der Oberfläche daran haben, ist (Abb. 275), je nach der Form der Oberfläche, verschieden. Ist die Oberfläche eben, $d_1 l_1$, so fehlen in der Wirkungssphäre eines Teilchens einer gewissen Anzahl Teilchen die Antipoden, nämlich die, die in dem außen-

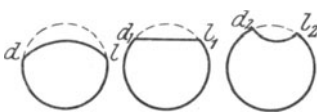


Abb. 275. Zur molekularen Wirkungssphäre.

liegenden Kugelsegment Platz hätten; ist die Oberfläche nach außen konvex, $d_1 l_1$, so fehlen sie einer größeren Anzahl, und das veranlaßt einen größeren Druck nach innen; ist sie dagegen nach außen konkav, $d_2 l_2$, so fehlen sie einer kleineren Anzahl, und das veranlaßt einen kleineren Druck nach innen als bei $d_1 l_1$. Kurz: der Druck einer Grenzschicht auf die von ihr umschlossene Flüssigkeit ist dort, wo sie nach außen konvex ist, größer, dort, wo sie nach außen konkav ist, kleiner als dort, wo sie eben ist. Die Grenzschicht erzeugt also auf

alle Fälle einen *Binnendruck*, wie sie auch gekrümmt ist. Aber die (tangentielle) *Oberflächenspannung* trägt nicht überall zu ihm bei. Sie hat dort, wo die Oberfläche *eben* ist, natürlich *keine* dazu senkrechte Komponente, aber wo sie nach außen *konvex* (*konkav*) ist, eine nach *innen* (*außen*) gerichtete.

Wie groß ist in einer gekrümmten Oberfläche der Normaldruck nach innen? Wir beantworten (Abb. 276) die Frage, ohne auf den Beweis einzugehen. Es sei O ein Punkt der Oberfläche und ON die Normale in ihm, R und R' seien die Radien der durch O gehenden Kreise der größten und der kleinsten Krümmung, dann ist der längs ON wirkende Druck

(N) in O , auf die Flächeneinheit bezogen, $N = F \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)$, worin F die Oberflächenspannung bedeutet. (Auf diese Beziehung lassen sich alle Kapillarvorgänge zurückführen!) Der Überdruck im Innern einer Seifenblase (Abb. 270) ist nach dieser Formel $N = 4F/R$ (die Blasenhaut hat ja *zwei* Flächen und bei der Kugel ist $R = R'$).

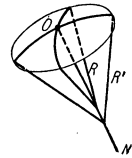


Abb. 276. Zum Normaldruck in einer gekrümmten Oberflächenhaut einer Flüssigkeit.

Die Gleichung $N = F \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} \right)$ zeigt, welche Form die Oberfläche einer ruhenden Flüssigkeit hat, die sich allein überlassen ist, so daß nur ihre Molekularkräfte auf sie wirken, sie also auch dem Einfluß der Schwere entzogen ist: in jedem Punkt ihrer Oberfläche muß der Druck senkrecht dazu stehen und gleich groß sein. Das schließt in sich, daß $\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \text{konst}$ ist.

Diese Gleichung erfüllen alle Flächen von konstanter mittlerer Krümmung z. B. die Kugel, die Ebene, der Kreiszyylinder. Dem Einfluß der Schwere entzieht man die zu untersuchende Flüssigkeit, wenn man sie in eine zweite Flüssigkeit vom selben spezifischen Gewicht bringt. PLATEAU brachte Olivenöl in ein entsprechendes Gemisch von Wasser und Alkohol und erhielt Kugeln bis zu 10 cm Durchmesser. An solchen Kugeln zeigte er (1843) Rotationserscheinungen (S. 78 m.) ähnlich denen, die nach der Hypothese von KANT und von LAPLACE die Entstehung des Planetensystems erklären sollten, z. B. die Abplattung an den Polen und auch die Entstehung des Saturnringes. Stellt man in das Wasser-Alkohol-Gemisch mit Öl benetzte Drahtgerüste und sorgt man dafür, daß die Grenzfläche (Öl) durch bestimmte Punkte von ihnen geht, so kann man auch andere Gleichgewichtsformen erzielen, die der Gleichung $\frac{1}{R} + \frac{1}{R'} = \text{konst}$ entsprechen. — Flüssigkeitsmengen, die sehr klein sind, bilden kugelförmige Tröpfchen, wie die alltägliche Erfahrung lehrt. Nur darf die Flüssigkeit die Unterlage nicht benetzen und die Masse muß so klein sein, daß die Molekularkräfte die Schwerkraft überwiegen; die Oberflächenspannung wirkt dann uneingeschränkt und macht die Oberfläche so *klein*, wie es bei dem gegebenen Rauminhalt der begrenzenden Masse überhaupt möglich ist, d. h. sie bildet eine Kugelfläche. *Den strengsten Beweis für die vollkommene Kugelform der von äußeren Kräften freien Tröpfchen* liefert der Regenbogen: die geringste Abweichung von der vollkommenen Kugelgestalt der Tropfen würde sein Aussehen völlig verändern, größere Abweichungen würden ihn überhaupt unmöglich machen.

Wird die Oberfläche eines Quecksilbertropfens elektrisch polarisiert (s. d.), so ändert sich ihre Spannung und infolgedessen die Form des Tropfens. Dieser Vorgang ist die Grundlage eines sehr empfindlichen Elektrometers (Kapillarelektrometer LIPPMANN, 1873.)

Zusammentreffen von drei Grenzflächen. Der Größenunterschied in der Oberflächenspannung, wie ihn die Zahlen auf S. 226 zeigen, offenbart sich in sehr charakteristischer Weise, wenn Grenzflächen von so verschiedener Oberflächenspannung zusammentreffen. Berühren zwei Flüssigkeiten einander, die zu-

gleich auch an Luft grenzen, wir denken z. B. an einen Tropfen Öl auf einer von Luft berührten Wasserfläche (Abb. 277), dann haben wir *drei* Stoffe, von denen jeder den andern berührt, und drei Grenzflächen: Wasser-Luft, Wasser-Öl, Öl-Luft. Sie treffen auf dem Wasser zusammen längs des den Öltropfen umrandenden Kreises, in *jedem* Kreispunkte greifen daher drei Kräfte an: die Oberflächenspannungen T_{ab} , T_{bc} , T_{ca} ,

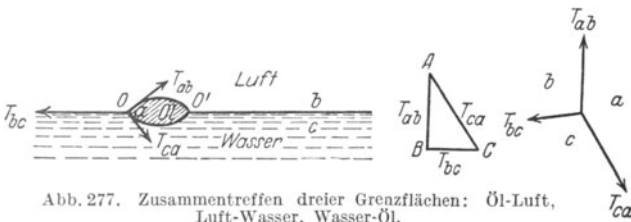


Abb. 277. Zusammentreffen dreier Grenzflächen: Öl-Luft, Luft-Wasser, Wasser-Öl.

wenn wir Öl, Luft, Wasser mit a , b , c bezeichnen. Die Abb. 277 gibt einen *Moment*-Vertikalschnitt durch die Anordnung und zeigt die Punkte O und O' , in denen er den Kreis durch-

schneidet. Damit z. B. die drei in O angreifenden Kräfte T im Gleichgewicht sein können, muß je *eine* von ihnen die beiden andern zusammen aufheben, so wie es jede der drei Kräfte in Abb. 24 (S. 35) tut. Ist aber schon *eine* von ihnen *größer* als die beiden andern zusammen, so ist das Gleichgewicht unmöglich. Und hier *ist* es unmöglich. $T_{\text{Wasser-Luft}} = 0,073$ ist größer als $T_{\text{Wasser-Öl}} = 0,021$ plus $T_{\text{Öl-Luft}} = 0,033$. Infolgedessen zieht die Grenzfläche Wasser-Luft den Öltropfen auseinander und breitet ihn über die Wasseroberfläche aus. Der Randwinkel des Tropfens wird dabei immer spitzer und nähert sich immer mehr dem Winkel 0° . Das kann, wenn die Wasserfläche groß genug ist, so lange fortgehen, bis die Dicke der Ölschicht den Radius der molekularen Wirkungssphäre erreicht, dann zerfällt sie und ist nicht mehr als Flüssigkeit anzusehen. Die durch das Übergewicht der einen Grenzspannung bewirkte Bewegung läßt sich allgemein so charakterisieren: die eine Flüssigkeit schiebt sich *zwischen* die beiden andern und trennt sie voneinander. Ist die trennende Flüssigkeit Luft (*hier* ist es Öl), so bildet von den beiden übrigen die *eine* Tropfen, und diese Tropfen stehen auf der andern Flüssigkeit (z. B. Wasser auf Fett), *ohne sie zu benetzen*, die trennende Lufthaut *verhindert* die Tropfen, die Flüssigkeit zu berühren.

Das Übergewicht der *einen* Grenzspannung über die *Summe* der zwei andern erklärt es auch, warum kein Gleichgewicht besteht, wenn c ein fester Körper, eine völlig reine Glastafel, und a ein Tropfen Flüssigkeit ist: ist a z. B. reines Wasser, so wird es über die ganze Oberfläche ausgebreitet, und es drängt dadurch die Luft von dem Glase weg. Ist a reines Quecksilber, so zieht es sich von dem Glase *vollständig* zurück, es bildet einen kugeligen Tropfen darauf, die Luft breitet sich ganz über die Glasplatte aus und das Quecksilber benetzt das Glas nicht; eine Lufthaut zwischen dem Tropfen und dem Glase trennt beide (wie zwischen den Regentropfen und einem gegen die Berührung mit Wasser imprägnierten Stoff).

Sind die Kräfte T miteinander im Gleichgewicht, so läßt sich aus den Vektoren T ein Dreieck konstruieren, Abb. 277. *Nur* dann läßt es sich konstruieren — das will sagen: nur dann *schließen* sich die Vektoren zu einem Dreieck, wenn die Summe je zweier Seiten *größer* ist als die dritte Seite (zwei der Vektoren T zusammen größer sind als der dritte). Andernfalls ist das Dreieck unmöglich — und das Gleichgewicht unmöglich, wie bei dem Zusammentreffen von Wasser, Öl und Luft. (Die Außenwinkel der Dreieckswinkel geben die Winkel, in denen die drei Grenzflächen zusammenstoßen. Man findet $T_{bc}/\sin A = T_{ca}/\sin B = T_{ab}/\sin C$. Die Winkel zwischen den Trennungsebenen hängen also nur von den Oberflächenspannungen ab. Die Grenzflächen der *selben* drei Flüssigkeiten, die miteinander *im Gleichgewicht* sind, bilden also stets die *selben* Winkel miteinander.)

Bemerkenswert ist der Fall, in dem eine Flüssigkeit und ein fester Körper aneinandergrenzen, so wie in Abb. 278 die Flüssigkeit *zum Teil* an einen festen Körper grenzt, zum Teil — man sagt: mit ihrer freien Oberfläche — an ein Gas, z. B. die atmosphärische Luft. Sind *a, b, c* Wasser, Luft und Glas, so wirken $T_{\text{Glas-Luft}}$ und $T_{\text{Glas-Wasser}}$ längs der Wand nach einander entgegengesetzten Richtungen, die Spannung $T_{\text{Wasser-Luft}}$ wirkt längs *OP*. Das Gleichgewicht jenes Teiles der Flüssigkeit tangential zu der festen Wand hängt ab von den Oberflächenspannungen T_{ab}, T_{bc}, T_{ca} . Die Erfahrung lehrt nämlich, daß *OP* schließlich eine solche Richtung hat, daß die Komponente *OQ* der Oberflächenspannung die Differenz $T_{bc} - T_{ca}$ aufhebt (die Komponente senkrecht zur Wand wird von der Wand unwirksam gemacht). Es wird also $T_{ab} \cos \alpha = T_{bc} - T_{ca}$. Der durch $\cos \alpha = \frac{T_{bc} - T_{ca}}{T_{ab}}$ definierte Winkel α heißt der *Randwinkel* ($\sphericalangle POQ$). Er ist spitz, wenn $T_{bc} > T_{ca}$, stumpf falls $T_{ca} > T_{bc}$ ist. Stumpf ist er z. B. (Winkel *ABC*), wenn die Flüssigkeit *a* Quecksilber ist (Abb. 279). Er beträgt dann $128^\circ 52'$ (QUINCKE). Für Wasser an einer vollkommen reinen Glasfläche verschwindet der Winkel gänzlich, weil dann T_{bc} größer ist als $T_{ab} + T_{ca}$, das Wasser breitet sich über die ganze Wand aus und drängt die Luft weg, dadurch wird der Randwinkel allmählich zu Null. Ist die Glasfläche nicht vollkommen rein, so kann der Winkel bis 90° und darüber wachsen.

Kapillarwirkung. Das Verhalten der Grenzoberfläche je nach ihrer Krümmung erklärt die Kapillarwirkungen. Man versteht darunter die im folgenden beschriebenen Erscheinungen.

AB in Abb. 280 sei eine ruhende Wasseroberfläche, *CD* eine ruhende Quecksilberoberfläche; beide sind, weil in Ruhe, horizontal. *E* und *F* seien zwei enge zylindrische Glasrohre, 1—2 mm weit und an beiden Enden offen. Taucht man sie mit dem einen Ende ein, so steigt das Wasser darin über das ursprüngliche Niveau und ist oben von einem *Meniscus*¹, begrenzt, der nach oben *konkav* ist; das Quecksilber dagegen sinkt in dem Rohre *unter* das ursprüngliche Niveau und ist oben von einem *Meniscus* begrenzt, der nach oben *konvex* ist. — Die beiden Vorgänge erklären sich in folgender Weise: Berührt das Wasser die Glaswand, so werden die Teilchen der Grenzschicht an der Wand in die Höhe gezogen, und die ursprünglich ebene Grenzfläche wird umgeformt in eine nach oben konkave Fläche. (Die Krümmung ist sichtbar desto stärker, je enger das Rohr ist.) Das ist die erste Wirkung; das Steigen des Wassers ist erst die Wirkung dieser Umformung. Und analog: bei der Berührung des Quecksilbers mit der Glaswand formt sich das Quecksilber im Rohre oben wie zu einem Tropfen und formt dabei die ursprünglich horizontale Quecksilberebene in eine nach oben konvexe Fläche um. Auch hier ist die Umformung die primäre Wirkung, das Sinken des Quecksilbers in dem Rohre erst die Wirkung der Umformung. Der Druckunterschied (zwischen der ebenen Grenzschicht außen und der gekrümmten in dem Kapillarrohre, Abb. 280) treibt das Wasser in dem einen Rohr hinauf und das Quecksilber in dem anderen hinab. Der Höhenunterschied innen und außen ist, wenn die Bewegung zu Ende ist, desto größer, je enger das Kapillarrohr ist (je enger das Rohr, desto stärker die Krümmung der umschlossenen Fläche, desto größer also der Druckunter-

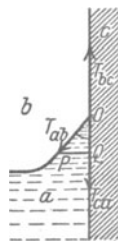


Abb. 278. Zur Gleichgewichtsbedingung beim Zusammenreffen von drei Grenzflächen.

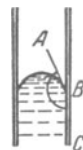


Abb. 279. Zum Begriff Randwinkel.

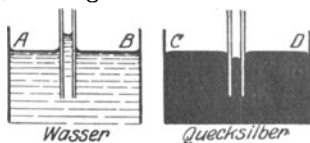


Abb. 280. Kapillaritätswirkung.

¹ $\mu\eta\eta$ = Mond.

schied zwischen innen und außen). Man nennt die engen Rohre Kapillarrohre (*capilla* = Haar) und die Erscheinungen daher Kapillarerscheinungen. Kapillarwirkung ist z. B. das Aufsteigen von Flüssigkeit in porösen Körpern, so im Zucker, im Schwamm, im Löschpapier, im Lampendocht.

Benetzt eine Flüssigkeit die (reine!) Oberfläche eines Körpers *vollkommen*, so ist diese *vollständig* von einer Flüssigkeitshaut bedeckt, wenn man den Körper in die Flüssigkeit eintaucht und wieder herauszieht. Der feste Körper dient der Flüssigkeitshaut hier nur als Stütze, spielt sonst aber keine Rolle. Steht eine Flüssigkeit in einem von ihr benetzten Rohre (wie Wasser in Abb. 280), so berührt sie also nicht das Glas, sondern eine aus ihrer *eigenen* Substanz bestehende Flüssigkeitshaut. Die Haut zieht die freie Oberfläche der in dem Rohre stehenden Flüssigkeitssäule nach oben (der Randwinkel wird *Null*, da die Benetzung vollkommen ist), die Oberfläche der Säule wird dadurch *konkav* nach oben und dem von außen, d. h. von dem ebenen Teil der Flüssigkeitsoberfläche her, nach innen wirkenden Überdruck entsprechend steigt die Flüssigkeit in dem Rohre in die Höhe; sie steigt so lange, bis das Gewicht der über das Niveau des äußeren Flüssigkeitsspiegels emporragenden Säule gleich dem nach oben gerichteten Zuge geworden ist, den die konkave Flüssigkeitshaut nach oben ausübt. Es ist daher: $Hs = \alpha \cdot 2/r$, wenn H die Höhe der Säule über dem äußeren Niveau bedeutet — die Unterschiede in dem Meniskus darf man vernachlässigen — s die Dichte der Flüssigkeit, α die *Kapillarkonstante*, r der Radius des kreisförmigen Rohres, also auch des Meniskus, der eine Halbkugel vom Radius r bildet (der Randwinkel ist ja Null!). Die Beziehung $\alpha = 1/2 \cdot r H s$ erlaubt, die Kapillarkonstante α sehr genau zu messen. α ist die S. 226 u. mit g bezeichnete Zugkraft.

Wir sehen: für *dieselbe* Flüssigkeit verhalten sich die Steighöhen H *umgekehrt* wie die Radien r der Röhren (JURIN 1718). In einem Rohre von 1 mm Durchmesser beträgt (bei 8,5° C) die kapillare Erhebung von destilliertem Wasser 30,05 mm, in einem Rohr von einigen μ ($= 0,001$ mm) mehrere Meter. (Hieraus erklärt es sich z. B., daß in den Gefäßen der Pflanzen — ihr Durchmesser liegt zwischen 20 μ und 1 μ — das Wasser hoch hinaufsteigt, auch daß Mauern, die auf nassem Boden stehen, bis oben hin feucht werden, wenn man nicht die oberen Schichten von den unteren angemessen isoliert.) Die Erhebung *außen* an einem benetzten Zylinder kommt ebenso zustande wie *in* einem Rohr (das beeinträchtigt z. B. die Genauigkeit der Skalenaräometer erheblich) und ebenso zwischen zwei parallelen einander genügend nahen Platten. Die Erhebung ist hier *halb* so hoch wie in einem Kapillarrohr, dessen Durchmesser gleich dem Plattenabstand ist. — An einer frei stehenden vertikalen benetzten Ebene beträgt die Erhebung der Theorie nach $h = \sqrt{2\alpha/s}$.

Die Wellenbewegung.

Schwingung. Ein fester elastischer Körper, dessen Form sich unter der Einwirkung einer Kraft verändert hat, geht in seine ursprüngliche Gestalt zurück, wenn die formändernde Kraft zu wirken aufhört und seine Formänderung die Elastizitätsgrenze nicht überschritten hat (S. 155). Er kann aber auf sehr verschiedene Weise zurückgehen. Was das heißt, erläutert ein Gleichnis: Eine ruhende Flüssigkeit in einem ruhenden Gefäß hat die Form des Gefäßes und als freie Oberfläche eine Horizontalebene. Wird das Gefäß gekippt und dann festgehalten, so nimmt die Flüssigkeit eine *neue* Form an, und wird das Gefäß in seine Anfangslage zurückgekippt, so folgt die Flüssigkeit nach und nimmt schließ-

lich wieder ihre frühere Form an. Aber Änderung und Zurückveränderung der Form geschehen, auch wenn die Bedingungen gleiche sind, bei dünnflüssigen fast gleichzeitig mit der Änderung der Gefäßstellung, dagegen sehr langsam bei zähen und dickflüssigen. Diese Verschiedenheit zeigt sich noch deutlicher so: Eine sehr zähe Flüssigkeit kommt mit kaum merkbarer Geschwindigkeit in ihrer ursprünglichen Ruhelage wieder an, und dort angekommen, *bleibt* sie in Ruhe; eine dünnflüssige dagegen kommt mit großer Geschwindigkeit wieder dort an, schießt darüber hinaus, kehrt ebenso zurück — kurz, sie *schaukelt* in allmählich kleiner werdenden *Schwingungen* um die Gleichgewichtslage, bis sich ihre Geschwindigkeit (infolge der Reibung) erschöpft hat und sie schließlich wieder zur Ruhe kommt.

Änderung und Zurückveränderung der Form sind für die elastischen Körper charakteristisch. Die deformierten elastischen Körper führen, wenn sie (nach Beseitigung der deformierenden Ursache) in ihre ursprüngliche Form zurückgehen, Bewegungen aus, die in dem Schaukeln der dünnen Flüssigkeiten, wie in dem Kriechen der zähen ihr Seitenstück haben. Wird eine schwere Masse M an einer Sprungfeder B (Abb. 281) vertikal herabgezogen und dann losgelassen, so kehrt sie nicht unmittelbar in die Ruhelage zurück, sondern die Masse „schwingt“ auf und ab, um erst nach einer Reihe von Schwingungen um die Ruhelage, die allmählich kleiner werden, die Ruhelage wieder dauernd einzunehmen: ein Beweis, daß die *Feder* bei ihrer ursprünglichen *Formänderung* in einen Bewegungszustand gerät, bei dem sie sich abwechselnd verlängert und verkürzt und „Schwingungen“ um ihren Gleichgewichtszustand ausführt, ehe sie wieder zur Ruhe kommt. In den Schwingungen haben wir das Seitenstück zu dem Verhalten der *leichtbeweglichen* Flüssigkeiten, dem Schaukeln. (Das Seitenstück zum Verhalten der zähflüssigen ist die elastische Nachwirkung S. 155.)

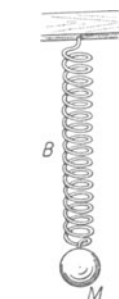


Abb. 281.
Schwingungs-
fähiger Körper.

Schwingungen einer Reihe elastisch verbundener Punkte. Die Schwingungen, die von elastischen Kräften unterhalten werden, lehren uns das Wesen der *Wellenbewegung* verstehen und aus der Wellenbewegung große Gruppen physikalischer Vorgänge in Akustik, Optik, Wärme und Elektrizität. (Man darf hier bei „Welle“ nicht an die Wasserwelle oder dgl. denken, von ihr ist der *Name* entlehnt.) Zum Studium der Wellenbewegung gehen wir von ruhenden, elastisch miteinander verbundenen Massenpunkten aus, die dicht nebeneinander in *gerader* Linie *gleichweit* voneinanderliegen (Abb. 282). Kräfte zwischen je zwei Nachbarn — so nehmen wir an — erhalten Ruhe und Gleichgewicht der Punktreihe aufrecht. Wir müssen dann aber weiter annehmen, daß je zwei Nachbarn einander *sowohl anziehen, wie abstoßen*, und daß, wenn die Punktreihe *in Ruhe* ist, Anziehung und Abstoßung *gleich* groß sind, weil ja der Abstand dann *weder* größer noch kleiner wird. Die *Stärke* der gegenseitigen Einwirkung zweier Nachbarn — Anziehung wie Abstoßung — hängt von der Größe des gegenseitigen *Abstandes* ab: sie wächst, wenn er kleiner, und fällt, wenn er größer wird. Aber die *Abstoßung* wächst offenbar viel *schneller* als die *Anziehung*, wenn der Abstand *kleiner* wird, und nimmt sehr viel *schneller ab* als die Anziehung, wenn er größer wird. — Zu dieser *Annahme* zwingt die Beobachtung: Im *nicht* deformierten elastischen Körper (im Gleichgewichtszustande) sind jene Kräfte offenbar einander *gleich*. Beim Zusammendrücken des Körpers (bei gegenseitiger Annäherung der Massenpunkte) wachsen *beide*; aber da der zusammengedrückte Körper, sich selbst überlassen, in seine ursprüngliche Form zurückkehrt (die gegenseitige Annäherung wieder rückgängig macht), so ist im *zusammengedrückten* Körper die

Abstoßung größer als die Anziehung, hat also beim Zusammendrücken um *mehr* zugenommen als die Anziehung. Die analoge Überlegung lehrt: Im ausgedehnten Körper überwiegt die Anziehung, die *Abstoßung* hat also um *mehr* abgenommen als die Anziehung.

Diese Kräfte erhalten die Punktreihe im Gleichgewicht. Wird aber auch nur *ein einziger* Punkt aus seiner Gleichgewichtslage entfernt, also sein Abstand von seinem Nachbar geändert, so treten Anziehung und *Abstoßung* in Tätigkeit, und die Änderung der Lage dieses *einen* Punktes stört zunächst die Gleichgewichtslage seines Nachbarn und schließlich nacheinander die *aller* anderen Punkte der Reihe.

Angenommen, irgendeine Ursache habe Punkt α *senkrecht* zur Punktreihe nach α' verschoben. (Wir werden S. 236 m. von der Annahme ausgehen, er sei in der Richtung der Punktreihe zu β *hin* verschoben worden.) Die Vergrößerung seines Abstandes von β verkleinert die zwischen beiden wirkenden Kräfte, aber die *Anziehung* um *weniger* als die *Abstoßung*, in der neuen Lage überwiegt daher die *Anziehung*. Infolgedessen wird β nach α' *hingezogen*, so daß β ebenfalls aus der Geraden *heraustritt*. In der Richtung $\alpha' \beta$ kann sich β aber nicht verschieben, denn es wird ja auch von γ *angezogen* (richtiger: *mehr angezogen* als *abgestoßen*, da sich ja auch sein Abstand von γ dabei *vergrößert*). Der Punkt β muß sich daher in der

Abb. 282. Zur Entstehung einer Welle in einer Punktreihe.

Richtung der Resultante bewegen, d. h. nahezu *in derselben Weise* wie α nach *unten*. So wird schließlich *jeder* einzelne Punkt der Reihe durch seine Nachbarn zu derselben Bewegung wie α *veranlaßt*. Jeder beginnt *etwas* später als der vorhergehende, aber diese *Verspätung* ist der ganzen Punktreihe entlang für je zwei Nachbarn *gleich* groß. Um ein Bild von der dabei eintretenden Bewegung der Reihe zu gewinnen, müssen wir zunächst die Bewegung eines *einzelnen* ihrer Punkte kennenlernen.

Die Bewegungen werden durch elastische Deformationen verursacht, und zwar durch solche, die weit unter der Elastizitätsgrenze liegen, also in dem Bereich, in dem das Gesetz von Hooke gilt (S. 157 u.). Der aus seiner Ruhelage entfernte Punkt wird daher in jedem Moment zu dieser zurückgezogen mit einer Kraft, die seinem *Abstande* von ihr *proportional* ist. Die Kraft, mit der der Punkt von irgendeiner Lage aus in die Ruhelage *zurückstrebt*, ist ja derjenigen gleich, die nötig ist, ihn in der neuen Lage *in Ruhe zu halten*. Diese Kraft ist aber der Deformation, d. h. dem *Abstande* von der Ruhelage, *proportional*. (Genau so wie die Kraft, mit der ein deformierter elastischer Körper seiner ursprünglichen Form wieder *zustrebt*, *gleich* der Kraft ist, die ihn in der *deformierten* Gestalt *erhält*.) Der Punkt wird daher von einer nach der Ruhelage hin gerichteten Kraft *angegriffen*, deren Größe sich nach demselben Gesetz ändert, nach dem sich die Kraft ändert, mit dem ein aus seiner Ruhelage *um einen sehr kleinen Winkel* abgelenktes Pendel nach seiner Ruhelage zurückgetrieben wird. Er „pendelt“, „schwingt“ um seine Ruhelage, wie in Abb. 118 Punkt P' auf der durch S gehenden Geraden $S_1 S_2$.

Angenommen, Punkt α in Abb. 283 (1) verlasse infolge eines Stoßes seine Ruhelage mit einer gewissen Geschwindigkeit v in der Richtung nach A . Von dem Moment an, in dem er die Ruhelage verläßt, sucht ihn eine Kraft dahin zurückzuziehen, seine Geschwindigkeit wird also kleiner und schließlich Null. Er sei, wenn seine Geschwindigkeit Null geworden ist, in A *angelangt*. Unter dem Einfluß derselben Kraft geht er nun zurück, *denselben Weg*. Er *gewinnt* jetzt an jedem Punkt des Weges *ebensoviel* an Geschwindigkeit, wie er vorher an dem-

selben Punkt verloren hat. Daher wächst seine Geschwindigkeit, bis er in der Ruhelage wieder ankommt, zu derselben Größe v , mit der er sie verlassen hatte. Infolge dieser Geschwindigkeit geht er über die Ruhelage hinaus; und nun wiederholt sich der Vorgang qualitativ und quantitativ in der Richtung aA' , der sich vorher in der Richtung aA abgespielt hat. Die Strecke aA' , die er zurücklegt, ist genau so groß wie aA . Er hat in jedem Punkt dieser Strecke *dieselbe* Geschwindigkeit, die er in dem *ebensoweit* von a entfernten Punkt der Strecke aA gehabt hat, nur ist die Geschwindigkeit jetzt nach A' hin gerichtet.

Die ganze Bewegung nennt man eine *Schwingung*, den Abstand AA' der Umkehrpunkte die *Schwingungsweite* (Amplitude), die Zeit, die der Punkt gebraucht, den ganzen Weg einmal hin und zurück zu durchlaufen, die *Schwingungsdauer*. Der Zustand des schwingenden Punktes, der durch seinen augenblicklichen Abstand von der Ruhelage, seine *Geschwindigkeit* und seine *Richtung* charakterisiert ist, heißt seine *Phase*. Die um eine *halbe* Schwingungsdauer auseinanderliegenden Phasen heißen *entgegengesetzte*, weil der Punkt in beiden zwar denselben Abstand von der Ruhelage hat, aber auf entgegengesetzten Seiten der Ruhelage, und dieselbe Geschwindigkeit hat, aber nach entgegengesetzter Richtung. — Den Bewegungsvorgang kann man in eine *Formel* bringen, die Ort, Geschwindigkeit und Richtung des Punktes *in jedem Moment* angibt. Wir ziehen es vor, ein anschauliches Bild von der Bewegung der Punktreihe zu geben.

Schwingungen einer Reihe elastisch verbundener Punkte *senkrecht* zur Punktreihe: **Transversalwelle (Querwelle)**. Um dieses Bild zu bekommen, fragen wir: Wie sieht die Punktreihe aus, nachdem der Punkt a eine ganze Schwingung gemacht hat? Wir zerlegen die Schwingung in vier Teile und untersuchen die Form der Punktreihe, nachdem sich a :

1. von 0 bis A , 2. von A zurück bis 0, 3. von 0 bis A' , 4. von A' zurück bis 0 bewegt hat. — Dadurch, daß sich a nach unten bewegt, verschiebt sich ein Punkt nach dem andern nach unten — unter denselben Bedingungen und nach demselben Bewegungsgesetz wie a . Wenn a im Umkehrpunkt A angekommen ist, möge sich die Störung bis zum Punkt d fortgepflanzt haben, d. h. d seine Bewegung nach unten anfangen. Die Reihe sieht dann so aus wie Abb. 283 (2): a ist im Umkehrpunkte A und im Begriff, seine Bewegung *nach oben* wieder anzutreten; die Punkte *zwischen* a und d sind sämtlich in Bewegung *nach unten*, in allen denkbaren Abständen zwischen der Ruhelage und der äußersten Abweichung davon nach unten (eine *Sinuskurve* bildend).

Während sich a zu seiner Ruhelage hin zurückbewegt, erreichen die Punkte zwischen a und d einer nach dem andern ihre tiefste Lage, von der aus sie wieder ihrer Ruhelage zustreben. Wenn a in seiner Ruhelage wieder *angekommen* ist, muß d gerade im größten Abstände von seiner Ruhelage, dem Umkehrpunkt D , angekommen sein, denn d ist ja in seiner Be-

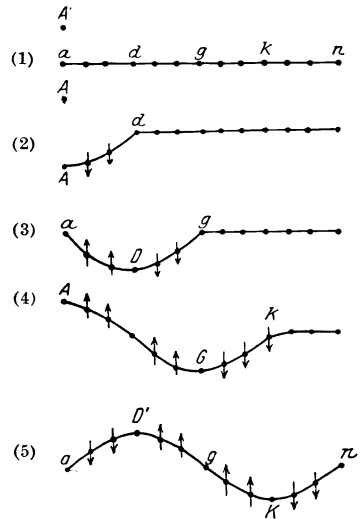


Abb. 283. Entstehung einer Transversalwelle (Querwelle) an einer Reihe von elastisch verbundenen, senkrecht zu der Reihe schwingenden Punkten. (2) Punktreihe nach $\frac{1}{4}$, (3) nach $\frac{1}{2}$, (4) nach $\frac{3}{4}$, (5) nach $\frac{4}{4}$ der Schwingungsdauer von Punkt a .

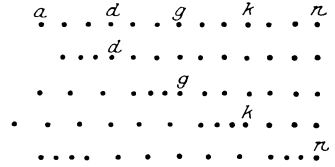
wegung um $\frac{1}{4}$ einer vollen Schwingungsdauer hinter der Bewegung von a zurück (seine Bewegung fing ja erst an, als a schon in A angekommen war, also $\frac{1}{4}$ seiner Schwingungsweite zurückgelegt hat), und die Bewegung hat dann bereits den Punkt g ergriffen, der von d ebensoweit entfernt ist, wie d von a (in seiner Ruhelage) entfernt war. Die Punkte *zwischen* a und d sind also in der Bewegung *nach oben* begriffen, d ist im Umkehrpunkte D angelangt, die zwischen d und g liegenden Punkte sind *bereits in Bewegung* nach unten, während g im Begriff ist, seine Bewegung nach unten zu *beginnen* [Abb. 283 (3)].

Wenn a in seinem zweiten Umkehrpunkte A' angekommen ist, passiert d gerade seine ursprüngliche Ruhelage in der Richtung *nach oben*; g ist in seinem tiefsten Punkt G angelangt, da er um eine halbe Schwingungsdauer hinter a und eine viertel hinter d zurück ist, und die Bewegung ergreift eben den Punkt k , der ebensoweit von g entfernt ist, wie g von d und wie d von a in der Ruhelage entfernt war. Die Punkte zwischen a und d gehen nach oben ihrem zweiten Umkehrpunkt entgegen, die zwischen d und g nach oben, um die Ruhelage zum ersten Male wieder zu erreichen, die zwischen g und k nach unten ihrem ersten Umkehrpunkte entgegen, während a sich anschickt, seine Bewegung wieder nach unten anzutreten [Abb. 283 (4)].

Wenn a wieder in der Ruhelage angekommen ist, also seine Schwingung *einmal vollendet* hat, hat die Punktreihe die Form der Abb. 283 (5); es ist nach dem, was wir über die ersten drei Viertel der Schwingungsdauer gesagt haben, ohne weiteres verständlich. Man nennt diese Form eine *Welle*, ihre beiden symmetrischen Hälften *Wellenberg* und *Wellental*.

Schwingungen einer Reihe elastisch verbundener Punkte in der Punktreihe: Longitudinalwelle (Längswelle). Eine „Welle“, wenn auch nur in übertragenem Sinne des alltäglichen Ausdruckes, bildet die Punktreihe Abb. 282 auch dann, wenn (wie bereits S. 234, oben angedeutet) der Punkt α in der Richtung der Punktreihe zu β hin verschoben wird. Der Antrieb, dessen Richtung *in* die Punktreihe fällt, nähert den ersten Punkt seinem Nachbarn und stört dadurch das Gleichgewicht der Anziehungs- und Abstoßungskräfte zwischen den Punkten. Die Störung überträgt sich von Punkt zu Punkt und bringt die *ganze* Reihe in Bewegung. Jeder einzelne Punkt muß um seine Ruhelage pendeln (wie S. 234, unten beschrieben). Denn er wird aus seiner Ruhelage gebracht und ebendahin zurückgezogen mit einer Kraft, die seinem Abstände von der Ruhelage proportional ist; er muß sich also *genau* so bewegen, wie jeder einzelne Punkt in der bereits beschriebenen Wellenbewegung — nur muß er, der *Richtung* seines Antriebes entsprechend, in der Punktreihe pendeln, während die Punkte der zuerst beschriebenen Welle *senkrecht* zu ihr pendeln. Selbstverständlich können die Punkte bei dieser Bewegungsrichtung niemals ein der Abb. 283 ähnliches Bild geben; sie können nur „zueinander hin“ und „voneinander weg“, d. h. *zusammen-* und wieder *auseinanderrücken*. Abb. 284 zeigt die Punktreihe in dieser Schwingungsform nach je $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer, nachdem der *erste* Punkt seine Bewegung begonnen hat: Anhäufung und Vereinzelung der Punkte — man sagt „Verdichtung“ und „Verdünnung“ — wechseln periodisch; die Punktreihe sieht nicht aus wie eine Welle, trotzdem nennt man auch diese Bewegung eine *Welle*, eine *Longitudinalwelle* (Längswelle). Aus folgendem Grunde: Man vergegenwärtige sich die gegenseitige Lage der Punkte z. B. in dem Moment, in dem der erste Punkt gerade eine Schwingung vollendet hat (Abb. 284, letzte Reihe), und vergleiche sie mit der *ursprünglichen Ruhelage* (Abb. 284, erste Reihe): der erste Punkt ist in seiner Ruhelage; der Punkt, der $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer später (als

der erste Punkt) zu schwingen angefangen hat, ist im Maximum seiner Abweichung von der Ruhelage; *der* Punkt, der $\frac{1}{2}$ Schwingungsdauer später begonnen hat, ist in der Ruhelage usw. Der *Abstand* jedes einzelnen Punktes *seitlich* von seiner Ruhelage (longitudinal) ist genau so groß, wie er ihn bei der früher beschriebenen Wellenbewegung *nach oben* gehabt hat (transversal). Die Pendelbewegung hier ist dieselbe wie dort, nur ihre *Richtung* zur Ruhelage der Punktreihe ist verschieden.



In dem Moment, wo der *erste* Punkt *eine* Schwingung *vollendet* hat, markiere man senkrecht *über* jedem Punkt der ruhenden Reihe den Abstand, den er *seitlich* von der Ruhelage am Ende dieser Schwingungsdauer hat. Dann bilden jene *Markierungen* die Wellenlinie der Abb. 283. Man beachte: Bei dieser graphischen Umwandlung der Longitudinalwelle entsprechen das *Maximum* der Verdichtung und das *Maximum* der Verdünnung der Lage nach den Punkten, in denen die Transversalwelle durch die *Ruhelage* geht [Abb. 283 (5) *g* und *n*].

Abb. 284. Entstehung der Longitudinalwelle (Längswelle).

Phasen-Fortpflanzungsgeschwindigkeit. Die Strecke, um die sich die Wellenbewegung (der *Antrieb* zur Schwingung) während der *Schwingungsdauer* (T) eines ihrer Punkte fortpflanzt, heißt *Wellenlänge* (λ); in Abb. 283 (1) *a—n*. Schwingt ein Punkt in 1 sec n mal hin und her, so ist $T = 1/n$ sec. In 1 sec pflanzt sich der Antrieb also um n Wellenlängen $= n\lambda$ fort. Man nennt diese Strecke die *Fortpflanzungsgeschwindigkeit* (v) der Welle. Es ist also $v = n\lambda$; mit $T = 1/n$ folgt $v = \lambda/T$. Man bedenke: an *derselben* Stelle der Punktreihe wiederholt sich *dieselbe* Phase (Richtung und Geschwindigkeit) stets nach T sec, und *dieselbe* Phase hat nach T sec der von jener Stelle um λ entfernte Punkt der Reihe. Man kann also sagen: die *Phase* pflanzt sich mit der Geschwindigkeit v fort, und nennt daher $v = \lambda/T$ die *Phasengeschwindigkeit* (s. *Gruppengeschwindigkeit*).

Entstehung einer Welle aus kreisenden Punkten. Die einzelnen Punkte beschreiben hier (Abb. 283 und 284) gerade Linien. Aber eine Wellenlinie bilden die Teilchen auch *kreisend*, wenn jedes einzelne seine Kreisbewegung etwas später beginnt als das vorgehende (Abb. 285). Die Punktreihe *a* bis *n* sei eine Reihe wie die der Abb. 283, nur sollen die Punkte in der Richtung des Pfeiles *Kreise* beschreiben mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit — wir kommen hierauf besonders zurück (S. 238 m.). Jeder Punkt soll seine Bahn *etwas*

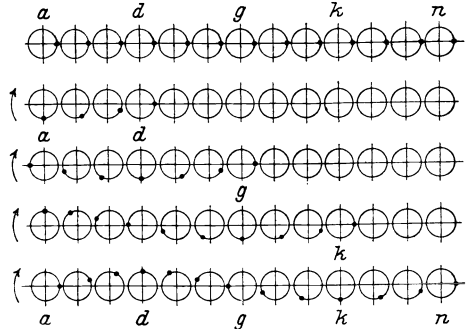


Abb. 285. Entstehung einer Welle aus kreisenden Punkten.

später beginnen als sein Vorgänger, und diese Verspätung soll die ganze Punktreihe entlang gleich groß sein — sie betrage $\frac{1}{12}$ der Zeit, die ein Teilchen braucht, um seinen Kreis *einmal* zu durchlaufen. Nach $\frac{1}{4}$ der Umlaufzeit beginnt dann Punkt *d* seine Bewegung, nach $\frac{1}{2}$ der Umlaufzeit Punkt *g*, nach $\frac{3}{4}$ der Umlaufzeit Punkt *k*, und wenn Punkt *a* auf seiner alten Stelle angekommen ist, beginnt *n* seine Bewegung. Wie die Punktreihe währenddessen aussieht, zeigt Abb. 285. —

Es gibt noch ganz andere Arten von Wellen, aber gemeinsam ist allen: die *Teilchen*, die die Welle bilden, bewegen sich nur in engen Grenzen um ihre Ruhelage, die *Welle* aber — das geometrische Momentbild der *Gesamtheit* der

Teilchen — rückt im Raume fort. Das, was sich im Raume *fortpflanzt*, ist also nur die Störung, d. h. der Antrieb zu der periodischen Bewegung der Teilchen, zu einer bestimmten *Form* ihrer Bewegung. Die Welle überträgt niemals *Masse* durch den Raum, sondern nur *Energie*. Man spricht z. B. von einer *Erdbebenwelle*. Auch in ihr bleiben die erschütterten Massen dicht bei ihrer ursprünglichen Ruhelage. „Die Erschütterung“, heißt es, „wurde um die und die Zeit in *A*, 20 Sekunden später in *B* wahrgenommen.“ Was sich fortgepflanzt hat, ist der *Antrieb zur Bewegung*. Aus jener Zeitangabe und dem Abstand der beiden Orte berechnet man dann die *Fortpflanzungsgeschwindigkeit* der Welle. Das heißt aber nur: Die Geschwindigkeit, mit der sich die *Erschütterung* (das Beben) fortpflanzt. — Ein wogendes Ährenfeld, über das der Wind streicht, lehrt dasselbe. Die Ähren pendeln *an Ort und Stelle* um ihre Ruhelage, das *Feld* aber macht den Eindruck einer *fortschreitenden* Bewegung. Es ist eben lediglich der Antrieb zur Bewegung, was sich fortpflanzt. — Die Teilchen, die eine Wasserwelle bilden, laufen in ganz engen Kreisen um ihren ursprünglichen Ort. Die Bewegung haben ERNST HEINRICH WEBER und WILHELM WEBER in einem langen schmalen Troge (mit Seitenwänden aus Glas) *sichtbar* gemacht, an Bernsteinstücken, die im Wasser schweben (das spezifische Gewicht des Bernsteins ist gleich dem des Wassers). Man sieht die einzelnen Teilchen in den oberen Schichten Kreise beschreiben, in den tieferliegenden Ellipsen und nur in den untersten gerade Linien.

Die gleichförmige Kreisbewegung in zwei gleichzeitige Pendelschwingungen zerlegbar. Die Wasserwelle an sich interessiert uns hier nicht, wohl aber die

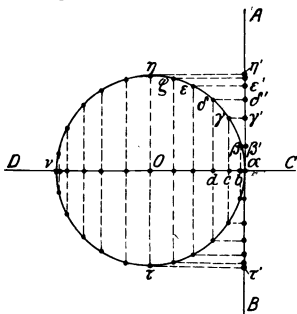


Abb. 286. Zusammenwirken eines longitudinalen und eines transversalen Antriebes.

Kreisbewegung ihrer Teilchen. Ein Massenteilchen beschreibe (Abb. 286) von α ausgehend mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen Kreis um O . Wir projizieren seinen Ort — in der Abbildung nach je $\frac{1}{24}$ seiner Umlaufsdauer — auf die beiden durch α gehenden Senkrechten AB und αD . Ist es von α ausgehend in $\beta, \gamma \dots$ angekommen, so hat es sich senkrecht zu αD um $\alpha\beta', \alpha\gamma', \alpha\delta' \dots$ entfernt („nach oben“ von der Ruhelage α aus). Es hat sich aber gleichzeitig um $\alpha b, \alpha c, \alpha d$ parallel zu αD von AB weg verschoben („nach der Seite“ von der Ruhelage aus). Die Abbildung zeigt uns dann, wie der *Bogenabstand* des kreisenden Massenpunktes von α (längs des Kreises gemessen) mit seiner vertikalen *Erhebung* über α (längs AB gemessen) zusammenhängt. Zu gleich großen Bogen, um die er sich von α auf η zu entfernt, gehören immer *kleiner* werdende Strecken, um die er sich über α auf η' zu erhebt. Und zu denselben gleich großen Bogen, die er von η an auf ν zu durchläuft, gehören immer *größer* werdende Strecken, um die er wieder sinkt — er sinkt ja von η' auf α zu rückläufig um *dieselben* Strecken, um die er vorher gestiegen ist. Genau dasselbe wiederholt sich, wenn er von ν nach τ und von τ nach α zurückkehrt. Die Abbildung zeigt uns auch, wie der Bogenabstand des kreisenden Massenpunktes von α mit seiner *seitlichen* Entfernung von α (längs DC gemessen) zusammenhängt.

Die mathematische Analyse der auf AB und der auf CD projizierten Bewegung des Massenpunktes ergibt beide als Pendelbewegung (vgl. S. 99 und Abb. 118), aber in der Phase gegeneinander verschoben. Um das zu zeigen, zeichnen wir Abb. 286 in anderer Form. Wir benutzen als Abszissen die längs des Kreises gemessenen Abstände des Massenteilchens von α und als Ordinaten das eine Mal (Kurve I), die auf AB gemessenen zugehörigen Erhebungen über α ,

das andere Mal (Kurve II), die auf CD gemessenen zugehörigen seitlichen Abstände von α . Wir erhalten dann (Abb. 287) je eine Sinuskurve, aber um $2\pi/4 = 90^\circ$ gegeneinander verschoben (um $1/4$ Periode). Man darf also die gleichförmige Kreisbewegung des Massenteilchens auffassen als Resultante zweier Pendelschwingungen, die es gleichzeitig ausführt, senkrecht zueinander und einander vollkommen gleich, nur daß es die eine um $1/4$ Schwingungsdauer später beginnt als die andere. — Setzt man zwei derartige Antriebe experimentell zusammen, so entsteht tatsächlich eine gleichförmige Kreisbewegung: Man lenke ein Pendel (Abb. 288) aus seiner Ruhelage A ab und halte es im Umkehrpunkt B fest. Läßt man es wieder los, so unterliegt es nur dem Antriebe, der es nach A zurückführt und zum Pendeln zwischen B und B' veranlaßt. Gibt man ihm aber in B , also nach $1/4$ seiner Schwingungsdauer, gleichzeitig *rechtwinklig* zu seiner Schwingungsebene (in der Richtung b) einen zweiten Antrieb von geeigneter Stärke, so beschreibt es mit gleichförmiger Geschwindigkeit einen Kreis um A als Mittelpunkt.

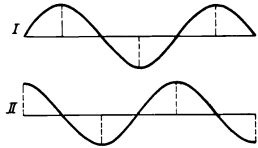
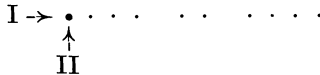


Abb. 287. Zwei um $1/4$ Periode gegeneinander verschobene Sinuskurven.

Der kreisende Punkt der Abb. 286 entspricht dem Pendel der Abb. 288. Anfangs ist er in O . Er wird nach α abgelenkt. Dort erfährt er einen Antrieb *senkrecht* zur Schwingungsbahn CD , der demjenigen gleich ist, den er bereits *längs* CD erfahren hat. Von nun an muß er beiden Antrieben folgen, er geht daher von α aus im Kreise mit gleichförmiger Geschwindigkeit um O als Zentrum. Die Schwingung längs CD ist der Schwingung längs AB um $1/4$ Schwingungsdauer voraus!

Für die ganze Punktreihe der Abb. 283 (1) kann man sich den bisher an einem einzelnen Punkt erläuterten Hergang etwa so vorstellen: Ein Punkt der Reihe hat einen Stoß I zu seinem Nachbar hin erhalten



und, im Maximum seiner Abweichung angekommen — also nachdem er $1/4$ Schwingung vollendet hatte, hat er einen Stoß II *senkrecht* zur Punktreihe erhalten. Wenn sich beide *gleichzeitig* in derselben Punktreihe fortpflanzen, nimmt die Punktreihe die Wellenform Abb. 285 an: aus dem Zusammenwirken zweier voneinander unabhängiger Wellen kann also eine neue entstehen. Das erklärt sich ungezwungen aus der Zusammensetzung im Parallelogramm der Bewegungen. Jeder einzelne Punkt erfährt gleichzeitig *zwei* Antriebe, nimmt also eine aus beiden resultierende Bewegung an; jeder genau wie sein Vorgänger, nur etwas später, wobei die Verspätung wieder der ganzen Reihe entlang gleich groß ist für je zwei Nachbarpunkte.

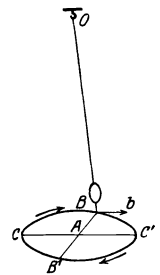


Abb. 288. Pendel, das um die Ruhelage A einen Kreis beschreibt.

Magnetisches Drehfeld. Die sinusartige Pendelschwingung und die Zusammensetzung von zwei solchen um $1/4$ Periode verschiedenen Schwingungen, zu einer *gleichförmigen Kreisbewegung* des Pendels hat ein Seitenstück in dem Magnetfeld, das ein sinusartiger Wechselstrom erzeugt, und der Zusammensetzung von zwei solchen Feldern zu einem *kreisenden*, einem *Drehfelde* (FERRARIS, 1888). Die Analogie ist so deutlich, daß die Abbildungen, die die Kreisbewegung des Pendels und ihre Entstehung erläutert haben, auch das Drehfeld und seine Entstehung aus zwei sinusförmigen Wechselströmen erläutern. Ein elektrischer Strom erzeugt in seiner Umgebung ein magnetisches Feld, ein im Kreise fließender ein Feld, dem wir eine bestimmte Richtung und eine bestimmte Größe zusprechen können, wie wir das von einem Stabmagneten können, den wir irgendwo im Raume festlegen. Ist der Strom ein Wechselstrom, dessen Stärke so steigt und fällt, wie es eine Halbwelle der Abb. 287 veranschaulicht und der seine Richtung periodisch um 180° umkehrt, wie es die Lage der Halbwellen über und unter der Achse andeutet, so pulsiert die Feldstärke der Stromstärke entsprechend und ändert perio-

disch ihre Richtung um 180° . Wir können sagen: das Feld pendelt. Stellen wir es durch einen Vektor dar, so ist das ein Pfeil, dessen Länge sich in demselben Rhythmus ändert, wie der Abstand eines Pendelkörpers von der Ruhelage, und der beim Durchgange durch Null seine Pfeilspitze um 180° umkehrt. Lassen wir jetzt auf dieses Feld einen zweiten Wechselstrom wirken, der mit dem ersten *außer in der Phase* — er ist gegen den ersten um $\frac{1}{4}$ Periode verschoben (Abb. 287) — völlig übereinstimmt und der ein Feld erzeugt, das *senkrecht* zum ersten gerichtet ist. Ein dem vorhin verfolgten Gedankengange gleicher führt zu der Einsicht, daß das Feld dann konstante Stärke hat, aber seine Richtung stetig ändert, sich dreht wie das im Kreise umlaufende Pendel (Abb. 288). Der Vektor, der es darstellt, ist ein Pfeil von konstanter Länge, der sich, wie eine Magnetnadel auf ihrer Pinne, mit gleichförmiger Geschwindigkeit dreht. Versieht man einen Eisenring (Abb. 289) mit zwei Spulenpaaren, *aa* und *bb*, durch die zwei um $\frac{1}{4}$ Periode gegeneinander versetzte sonst aber einander gleiche Wechselströme gehen, so entsteht im Innern des Ringes ein *Drehfeld*. Eine frei in dem Ringe befindliche Magnetnadel rotiert synchron mit dem Felde. Je nach der Verwendung von zwei um 90° oder von drei um 120° in der Phase gegeneinander verschobenen Strömen unterscheidet man zweiphasigen oder dreiphasigen *Drehstrom*. Der Drehstrom spielt in der Elektrotechnik seit etwa 1895 eine Hauptrolle.

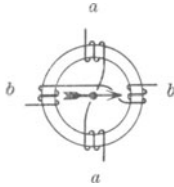


Abb. 289. Zum magnetischen Drehfelde.

Zusammenwirken zweier Transversalschwingungen. Wie sich eine Längs- und eine Querwelle gleichzeitig die Punktreihe entlang fortpflanzen können (S. 239 u.), so auch zwei Querwellen. (Eine aus zwei Querwellen entstehende Welle spielt in der Optik eine große Rolle.) Um die dabei auftretenden Bewegungsrichtungen kurz



Abb. 290. Oben: Ruhelage einer Punktreihe. Darunter: Dieselben Punkte in einer Phase der Longitudinalwellenbewegung. Daneben: Querprojektion.

und klar bezeichnen zu können, beziehen wir sie *auf ein Auge* in der Punktreihe, das *an ihr entlang* sieht (Abb. 290/1/2).

Erhält der erste Punkt der Reihe einen Antrieb *senkrecht* zur Punktreihe, so daß er vertikal auf und ab schwingt, so entsteht eine Querwelle, deren Ebene *vertikal* steht; d. h. Bild und Lage der Punktreihe werden wiedergegeben durch Abb. 283 (5), wenn wir die Buchseite 240 vertikal stellen. Erhält der Punkt dagegen den Antrieb zwar auch senkrecht zur Punktreihe, aber so, daß er *horizontal*

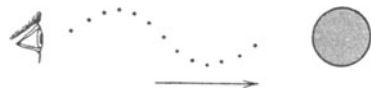


Abb. 291. Transversalwelle. Daneben: Querprojektion der Transversalwelle des natürlichen (*nicht polarisierten*) Lichtes.

schwingt, so entsteht eine Querwelle, deren Ebene *horizontal* liegt; d. h. Bild und Lage der Punktreihe werden dann wiedergegeben durch Abb. 283 (5), wenn wir die Buchseite horizontal legen.

Diese beiden Querwellen sollen sich nun *gleichzeitig* in der Punktreihe fortpflanzen. Angenommen, der erste Punkt erfahre im *selben* Moment einen Antrieb nach oben und einen nach rechts (die Richtungen bezogen auf das beobachtende Auge in der Punktreihe), und zwar (um die Darstellung zu vereinfachen) beide *gleich stark*. Der Punkt beschreibt dann eine Gerade (schräg nach rechts oben und zurück nach links unten), die aus dem Parallelogramm der Bewegungen hervorgeht. Die *zwei geradlinigen* Schwingungen kombinieren sich also zu *einer* geradlinigen Schwingung. Es resultiert *eine Querwelle*, die, der *Art* nach mit jeder der beiden einzelnen Querwellen übereinstimmt, die jeder der beiden Antriebe für sich allein erzeugt haben würde. Nur die Lage der Schwingungsebene und auch die Amplitude ist anders als die der zusammenwirkenden Querwellen. Wie aber, wenn die beiden Wellen *nicht gleichzeitig* miteinander beginnen?

Besonders wichtig (für die Deutung gewisser optischer Erscheinungen) ist es, wenn der Punkt den zweiten Antrieb — er sei wieder der horizontale — erst empfängt, wenn er $\frac{1}{4}$ seiner vertikalen Schwingung vollendet hat, wenn er also,

oben im Umkehrpunkte angekommen, die Geschwindigkeit 0 hat und im Begriff ist, nach unten zu schwingen. Unter diesen Verhältnissen hat sich bereits ein Viertel der vertikalen Querwelle ausgebildet, wenn die horizontale erst anfängt. (Man sagt: die beiden Wellen haben eine Phasendifferenz von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge.) In dem Moment, in dem der schwingende Punkt umkehrt, hat er zwei Geschwindigkeiten — die eine vertikal nach unten, die andere horizontal nach rechts. Die erste ist Null, und die zweite hat den maximalen Anfangswert. Beide Geschwindigkeiten ändern sich: die vertikale nimmt von 0 bis zu ihrem Maximalwert zu, die andere nimmt gleichzeitig von demselben Maximalwert bis zu Null ab. Vermöge der einen Geschwindigkeitskomponente sucht der Punkt sich seiner ursprünglichen Ruhelage zu nähern, aber die andere entfernt ihn um ebensoviele davon, so daß er immer gleich weit davon entfernt bleibt und von jenem Umkehrpunkt aus im Kreise um die Ruhelage herumgeht. Bei den hier angenommenen Richtungen durchläuft er (für das beobachtende Auge in der Punktreihe) den Kreis im Sinne des Uhrzeigers. Das tut jeder Punkt der Reihe, jeder jedoch etwas später anfangend als der vorhergehende. Die Kreise liegen auf einem Zylinder, dessen Achse die Gerade ist, in der die Punktreihe anfangs gelegen hat, und dessen Querschnitt senkrecht zur Achse ein Kreis ist von den Dimensionen der Punktbahnen. Das Bild, das die Punktreihe in dem Moment bietet, in dem der erste Punkt seinen Kreis einmal vollendet hat, ist eine Schraubenlinie, die sich um den Zylinder zieht, Abb. 292. Ein von der Seite her beobachtendes Auge sieht die bewegte Punktreihe sich wie eine Schlange an dem Zylinder entlang winden. (Man erhält das Momentbild der entstehenden Welle aus dem der Wasserwellen Abb. 285, wenn man das Buch vertikal auf die kurze Kante stellt, die Kreise dieser Abbildung um ihre vertikale Achse gedreht denkt, so daß sie wie die Münzen einer horizontal gehaltenen Geldrolle zueinanderliegen, und daran entlang sieht. Der Unterschied in der Entstehungsart der beiden Wellen liegt ja nur darin, daß der horizontale Antrieb — wieder auf das Auge in der Punktreihe bezogen — im ersten Falle der Reihe entlang gerichtet war, im zweiten aber nach rechts. Im ersten Falle mußten daher Kreise entstehen, die in der Blicklinie rotieren, im zweiten solche, die um sie rotieren.)

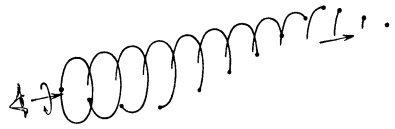


Abb. 292. Lage der Punkte im rechts zirkular polarisierten Strahl nach Verlauf einer ganzen Periode.

Was heißt „polarisiert“? Längs, d. h. in der Punktreihe gibt es nur eine Schwingungsrichtung, aber senkrecht zur Punktreihe gibt es unendlich viele. Aus dieser unendlichfachen Möglichkeit entspringt ein grundsätzlicher Unterschied zwischen Querwellen und Längswellen (der mancherlei Verschiedenheiten von Licht und Schall erklärt). Wir besprechen diesen Unterschied schon hier aus Gründen der Denkökonomie — zu wissen notwendig ist der Unterschied allerdings erst bei der Polarisation des Lichtes. — Was heißt „polarisiert“?

Wir knüpfen an die Longitudinalwelle an. Gegeben ist eine geradlinige Reihe von Teilchen, die (Abb. 290) longitudinal schwingen. Die entstehende Längswelle pflanzt sich in der Pfeilrichtung fort. Sieht man in dieser Richtung die Molekelreihe entlang (die Blicklinie fällt in die Molekelreihe), so sieht man keine der Molekeln aus der Pfeilrichtung heraustreten. Die Projektion der Gesamtheit der schwingenden Molekeln auf eine zur Fortpflanzungsrichtung der Welle senkrechte Ebene, die Querprojektion, ist in jedem Moment ein Punkt.

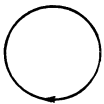
Ganz anders die Transversalwelle (Abb. 291). „Senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung“ sind rings um die Blicklinie unendlich viel Richtungen. Denken wir uns die Blicklinie als Achse, senkrecht durch das Zifferblatt einer Uhr gehend,

nach dem das Auge hinblickt, so gibt jede mögliche Lage des Zeigers eine solche Richtung an, denn in *jeder* steht er senkrecht auf der Blicklinie. In der transversal schwingenden Molekelreihe ist jetzt *jede* dieser *möglichen* Schwingungsrichtungen vertreten — wie sieht das Auge dann in *einem gegebenen Moment* die Molekeln angeordnet? Man vergegenwärtige sich: in *jedem* Moment ist *jede* Schwingungsrichtung vertreten und *jeder* Abstand von der Blicklinie, den innerhalb der Amplitude eine Molekel erreichen kann. Man bedenke ferner: es sind unendlich viele Molekeln, die *gleichzeitig* schwingen, und die das Auge *gleichzeitig* auf das Zifferblatt projiziert sieht. Man erkennt dann: in *jedem* Moment sieht das Auge als Querprojektion der Gesamtheit der Molekeln eine Kreisscheibe vom Radius der Schwingungsamplitude und *jeden* Punkt der Scheibe von einer Molekel besetzt. So wie hier beschrieben und durch die Querprojektion (Abb. 291) erläutert, stellt man sich (nach der Wellenhypothese) die Schwingungen in einem gewöhnlichen — man sagt: *natürlichen* Lichtstrahl vor. Der *Strahl* ist die Gerade, längs deren die Welle fortrückt, es wäre daher richtiger, von *natürlicher* und von *polarisierter Welle* zu sprechen. Es ist aber nicht üblich.

Und nun zum *geradlinig polarisierten* Lichtstrahl. Wir denken uns von den unendlich vielen möglichen Schwingungsrichtungen nur eine einzige vertreten (nur *eine* Lage des Uhrzeigers). Alle Schwingungen geschehen dann *beständig* demselben Durchmesser der Kreisscheibe parallel, und sie verlaufen daher alle in *einer* Ebene. Die Querprojektion der Welle *reduziert sich auf einen einzigen Durchmesser* des Kreises. Man kann dann von *Seiten* des Strahles sprechen — was bei der Longitudinalwelle sinnlos ist. Man sieht: nach gewissen Seiten gehen keine Schwingungen. Die Schwingungen werden auf einer bestimmten Geraden festgehalten, gradeso wie die mit zwei Polen versehene Magnetnadel. Von diesem Analogon rührt die Bezeichnung *polarisiert* her. — Die an der Abb. 283 beschriebene Welle gehört danach zu einem *geradlinig polarisierten* Lichtstrahl. Seine *Polarisationsebene* ist die Ebene der Zeichnung.

Man kann den Unterschied zwischen einem natürlichen (gewöhnlichen) und einem *geradlinig polarisierten* Strahl auch so erläutern: Man denke sich einen Kompaß, einen Lichtstrahl vertikal durch die Mitte (Aufhängung) der Kompaßnadel gehend und die Molekeln *stets nur längs der Nadel* hin und her schwingend. Steht die Nadel still, so schwingen die Molekeln nur nach *einer* Richtung und der ihr entgegengesetzten, z. B. nur von Nord nach Süd und von Süd nach Nord. *Dadurch* entsteht ein *geradlinig polarisierter* Lichtstrahl, seine *Schwingungsebene* ist eine Vertikalebene in der Nord-Südrichtung. (Man kann von einer Ost- und einer Westseite der Ebene sprechen.) *Dreht* man die Kompaßnadel, so dreht sich auch die Schwingungsebene. Dreht sich die Nadel *andauernd*, und zwar so schnell, daß sie die Windrose millionenmal in der Sekunde durchläuft, so wechselt auch die Schwingungsrichtung entsprechend schnell, und die Molekeln schwingen in dieser Zeit nach allen möglichen Richtungen der Windrose senkrecht zum Strahl — genau der Vorgang, wie wir ihn uns in einem *gewöhnlichen* Lichtstrahl vorstellen. Durch einen entsprechenden Versuch (an einem genügend schnell rotierenden Kalkspat) hat Dove gezeigt, daß die Wirklichkeit diese Vorstellung rechtfertigt.

Abb. 293. Querprojektion der zirkular polarisierten Welle.



Die Molekeln in einem *polarisierten* Strahl schwingen *nicht stets* auf einer Geraden, der Zusatz „geradlinig“ ist also notwendig. Die Punkte können auch Kreise beschreiben (Abb. 292). Seine Querprojektion ist dann eine Kreislinie aus den die Fortpflanzungsrichtung umkreisenden Punkten (Abb. 293). Der Strahl heißt *zirkular polarisiert* — *rechts zirkular* oder *links zirkular* je nach dem Umlaufsinne. Die *Kreisbahn* kommt dadurch zustande, daß *zwei* *geradlinig polarisierte* Transversalwellen

sich gleichzeitig an der Molekelreihe entlang fortpflanzen, deren Phase um ein Viertel Wellenlänge verschieden ist. Liegt dieser Phasenunterschied zwischen Null und ein Viertel Wellenlänge, so entsteht eine Ellipse. Der Strahl heißt dann *elliptisch polarisiert*. Die um die ursprüngliche Gerade laufenden Teilchen bilden dann zusammen eine Schraubenlinie um einen unsichtbaren Zylinder, der elliptischen Querschnitt hat, und an dem entlang sie sich in der Fortpflanzungsrichtung der Welle weiterwindet. Das Auge, dessen Blicklinie in die ursprüngliche Ruhelage der Molekeln fällt, sieht eine Ellipse aus den um die Ruhelage herumlaufenden Teilchen. Anders als geradlinig, zirkular oder elliptisch polarisiertes Licht ist uns nicht bekannt.

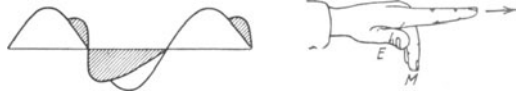


Abb. 294. Zur Veranschaulichung der elektromagnetischen Welle. Hilfsmittel zur Erinnerung an die Richtung der elektrischen Kraft E und die der magnetischen Kraft M in einer elektromagnetischen Welle in Verbindung mit deren Fortpflanzungsrichtung (\longrightarrow).

Elektromagnetische Welle. Eine Welle ähnlicher und doch besonderer Art ist die Welle (Abb. 294), die nach der elektromagnetischen Theorie von MAXWELL das Licht fortpflanzt (und die man dazu benützt, Sprache und Schrift drahtlos zu übermitteln). Auch sie enthält als Komponenten zwei Querwellen, die sich gleichzeitig längs derselben Geraden fortpflanzen und die in senkrecht zueinanderstehenden Ebenen schwingen. Aber jede besteht in ihrer Form *unbeeinflusst von der anderen* weiter — bisher kombinierten sich die Formen der Komponenten zu einer *neuen*. Hier bedeutet jede physikalisch etwas anderes: die eine, die pendelartige Pulsation *elektrischer* Kräfte, die andere, die pendelartige Pulsation *magnetischer* Kräfte, sie bilden zusammen, in der Phase übereinstimmend, die *elektromagnetische Welle*. Bedeutet der ausgestreckte linke Zeigefinger die Fortpflanzungsrichtung der Welle, der abgespreizte Daumen E die Richtung der elektrischen Kraft an irgendeiner Stelle der Welle, so gibt der eingeschlagene Mittelfinger M die Richtung der magnetischen Kraft an.

Übereinanderlagerung von Schwingungen (Superposition). In den bisherigen Zusammensetzungen bilden die Antriebe einen *Winkel*: der eine Antrieb ist horizontal, der andere vertikal. Viel einfacher, wenn die Antriebe *dieselbe* oder *einander entgegengesetzte* Richtung haben! Erfährt der erste Punkt der Reihe den Antrieb nach *unten*, der die Querwelle Abb. 283 erzeugt, und erfährt er $\frac{1}{2}$ oder $\frac{3}{2}$ oder $\frac{5}{2}$ usw. Schwingungsdauer später, wo er wieder mit seiner Anfangsgeschwindigkeit durch seine Anfangslage nach *oben* geht, denselben Antrieb nach *unten*, so kommt er offenbar zur Ruhe und schließlich — jeder Punkt etwas später als der vorangehende — die ganze Punktreihe. Denn (Abb. 295) dieser zweite Antrieb bildet eine Welle II aus, durch die jedes Teilchen einen Antrieb erhält, der *gleich* groß und *entgegengesetzt* gerichtet ist dem, den es von der Welle I her besitzt.

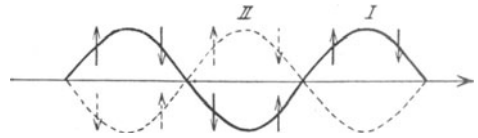


Abb. 295. Übereinanderlagerung von zwei einander aufhebenden Querwellen.

Wäre der zweite Antrieb nach *oben* gerichtet gewesen, als der Punkt nach *oben* durch die Ruhelage ging, so würde er sich zu dem ersten addiert und eine Welle erzeugt haben, die jedem Teilchen einen Antrieb erteilt, ebenso groß und *ebenso* gerichtet wie der, den es von der ersten Welle her schon hatte. Die Kurve II in Abb. 296 läge dann an derselben Stelle wie I, das Ergebnis der Addition ist die Kurve III. Die beiden Wellen haben gleiche Wellenlänge, gleiche Amplitude — und *gleiche Phase*. Der Sinn der Abb. 353, S. 283, erklärt sich danach von selbst. Die beiden unteren Kurven bedeuten die *Wellenkomponenten*, die oberste Kurve

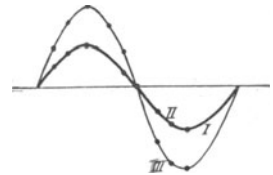


Abb. 296. Übereinanderlagerung von zwei gleichen Transversalwellen.

bedeutet die zugehörige *Wellenresultante*. Die nach *derselben* Seite gerichteten Abstände von der Ruhelage sind durch *Addition*, die einander *entgegengesetzten* durch *Subtraktion* zusammengefaßt.

Eine technische Anwendung von höchster Bedeutung findet die Übereinanderlagerung von Schwingungen in der drahtlosen Telephonie (S. 514). Die Schallschwingung der Tonquelle verwandelt sich im Mikrophon in einen Wechselstrom. Bei der gewöhnlichen Telephonie überträgt ein Draht (Telephonleitung) diesen Wechselstrom zu dem Hörer. Bei der *drahtlosen* Telephonie *überlagert* man den aus dem Mikrophon kommenden Wechselstrom der (von einem besonderen Generator erzeugten und) von einer Antenne ausgestrahlten elektrischen Schwingung. Mit anderen Worten: man zwingt der aus der Antenne kommenden elektrischen Schwingung die *in elektrische Schwingung umgewandelte* Schallschwingung auf — man nennt das: *Modulation* der Schwingung — und macht so die Antennenschwingung zur Überträgerin des Mikrophonwechselstroms (also *indirekt* zur Überträgerin der Schallschwingung). Die von der Antenne kommende Schwingung ist in *dieser* Form für einen Hörer unverständlich, denn sie würde — in Schallschwingung zurückverwandelt — einen *jenseits* der Hörbarkeitsgrenze liegenden Ton geben. Darüber, wie man ihn hörbar *macht*, s. Schwebungen.

Daß die Bewegung eines von *mehreren* Wellen erfaßten Teilchens aus dem *Zusammenwirken* der darauf gerichteten Antriebe hervorgehen muß, ist logisch überzeugend. Aber die *sinnliche Anschauung* des Vorganges fehlt uns bisher. Wir haben sie erst, wenn wir zwei einander kreuzende Wellen mit dem Auge verfolgen

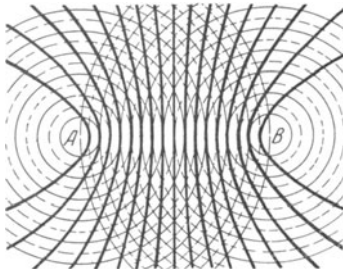


Abb. 297. Interferenz zweier Wellensysteme (mit A und B als Mittelpunkten) auf der Oberfläche einer Flüssigkeit.

können, wie die gleichzeitig über einen Wasserspiegel laufenden Wellen in Abb. 297. Hier bedeuten die konzentrischen Kreise um A und um B die Wellenringe (etwa durch eine bei A und eine gleichzeitig bei B erfolgte Störung erregt). Bedeuten der 1., 3., 5., 7. . . Kreis um A bzw. B — in einem gegebenen Moment — die maximalen Hebungen (Wellenberge), so bedeuten der 2., 4., 6., 8. . . im selben Moment die maximalen Senkungen (Wellentäler). Die Punkte, in denen ein Kreis um A einen um B *schneidet*, bedeuten die Punkte, die *gleichzeitig* von den Wellen um A und denen um B ergriffen worden sind. Wo zwei ungeradzahlige (geradzahlige) Kreise einander schnei-

den, treffen zwei Erhebungen (Senkungen) zusammen. Hier *summieren* sich gleichgerichtete Antriebe dem Auge erkennbar und erzeugen *höhere* Wellenberge und *tiefer* Wellentäler, als sie jedes Wellensystem *einzel*n hervorruft. Wo ein ungeradzahliger Kreis und ein geradzahliger einander schneiden, treffen eine Hebung und eine Senkung zusammen. Hier *subtrahieren* sich gleich große, aber entgegengesetzt gerichtete Antriebe. In diesen Punkten muß Ruhe herrschen, und tatsächlich *sieht* man ein System von Linien, in denen das Wasser annähernd in Ruhe bleibt.

Man nennt dieses Zusammenwirken zweier Wellensysteme *Interferenz* der Wellen. *Verändert* wird keines der Wellensysteme dabei. Jedes geht durch das andere hindurch, ohne gestört zu werden. Kurz: das eine Wellensystem lagert sich über das andere (Prinzip der *Superposition*). Man sieht das an zahlreichen Erscheinungen auf einem bewegten Wasserspiegel. Man verfolge die Wellen, die vom Kiel eines Ruderbootes in den Wellen des Flusses erzeugt werden, und die sich selber mit anderen Wellen kreuzen: selbst, *während* sie einander kreuzen, sind sie *einzel*n sichtbar, und sie setzen nachher ihren Weg fort, ohne eine Störung erkennen zu lassen.

Stehende Wellen. Schwingungsknoten und Schwingungsbäuche. Durch Interferenz entsteht auch eine Wellenform besonderer Art, der wir oft begegnen

werden, die *stehende* Welle. Sie entsteht durch das Ineinandergreifen von zwei Wellen *gleicher* Amplitude, *gleicher* Wellenlänge, aber *entgegengesetzter* Fortpflanzungsrichtung. (Bei den Interferenzen in Abb. 296 entstehen *beide* Wellen an *demselben* Ende der Punktreihe und pflanzen sich in *derselben* Richtung fort.)

Legt man durch den Wasserspiegel (Abb. 297) einen vertikalen, ebenen Schnitt durch die A und B verbindende Gerade, so sieht man längs AB zwei Wellen sich fortpflanzen, eine von A nach B , die andere von B nach A . Beide *beginnen* zur *selben* Zeit, und da sie sich unter gleichen Bedingungen fortpflanzen, treffen sie einander in der *Mitte* C . Wird der Abstand AB durch *zwei* Wellenlängen ausgefüllt, so sieht die *Punktreihe* — wir gehen der Übersichtlichkeit wegen zu ihr zurück — im Moment des Zusammenstreffens so aus wie Abb. 298 *a*.

Die von B ausgehende Welle allein würde der Punktreihe das Aussehen der *gestrichelten* Kurve I geben, die von A ausgehende allein das Aussehen der *punktierten* Kurve II . Jede folgende Abbildung (b, c, d, e) zeigt die Punktreihe um je $\frac{1}{4}$ Schwingungsdauer später als die vorhergehende, d. h. jede der zwei Wellen um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge weiter in ihrer Richtung vorgeschoben. (Die Viertelwellenlängen werden in der Abb. 298 durch je zwei aufeinanderfolgende vertikale Parallelen abgeteilt, in jeder der Abbildungen b, c, d, e ist also die Bewegung um den Abstand zweier aufeinanderfolgender Parallelen weiter vorgerückt.) Man kann beide Wellen, die punktierte und die gestrichelte, einzeln verfolgen und erkennt ihre Interferenz an der stark ausgezogenen Kurve, der resultierenden Welle.

Die Abbildungen a bis e zeigen: 1. Gewisse Punkte bleiben *stets* in Ruhe. Nämlich die um je eine *halbe* Wellenlänge voneinander entfernten Punkte O, P, Q, R (auf den Geraden K) die *Knotenpunkte*. Die beiden interferierenden Wellen gehen *stets gleichzeitig* mit einander entgegengesetzten Phasen hindurch, in ihnen heben also *stets* zwei gleich große und *entgegengesetzt* gerichtete Bewegungen einander auf.

2. Die Abbildungen c und e zeigen nach je einer *halben* Schwingungsdauer *sämtliche* Punkte in gerader Linie, zeigen also, daß *sämtliche* Punkte *gleichzeitig* durch die Ruhelage gehen, also eine Viertelschwingungsdauer später *gleichzeitig* umkehren — *gleichzeitig!* nicht wie bei den bisher beschriebenen Wellen *nacheinander*. Die Abb. 298 b, d , die die Punkte eine Viertelschwingungsdauer *nach* dem Durchgange durch die Ruhelage, d. h. in ihrem äußersten Abstände davon zeigen, zeigen erstens, daß alle Punkte *desselben* Abschnittes, z. B. des Abschnittes OP zwischen den Knotenpunkten O und P , von der Ruhelage aus *dieselbe* Bewegungsrichtung haben, je zwei *aufeinanderfolgende* Abschnitte *entgegengesetzte*. Sie beweisen ferner, daß die *Schwingungsweite* der einzelnen Punkte verschieden groß ist (in den *bisher* beschriebenen, *fortlaufenden* Wellen hatten alle Punkte dieselbe Amplitude!): in der Mitte zwischen je zwei Knotenpunkten *am größten*, nach den Knotenpunkten zu *kleiner*, in den Knotenpunkten *Null*. Sie ist in der Mitte gleich der Summe der Amplituden der beiden interferierenden Wellen, weil die beiden Wellen dort, und zwar *nur* dort, *stets* (wie *sämtliche* Abbildungen zeigen) mit gleicher Phase zusammentreffen. Die Punkte O', P', Q' , die voneinander um je eine halbe Wellenlänge abstehen, heißen *Schwingungsbäuche*;

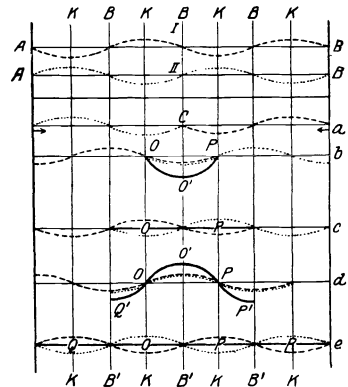


Abb. 298. Zur Entstehung einer stehenden Welle.

sie gehen stets auf derselben Geraden in der Mitte zwischen den Knoten auf und ab (auf den Geraden B'). Da die einzelnen Punkte *verschieden* lange Schwingungsbahnen haben, aber die Bahnen alle in *derselben* Zeit durchlaufen, so ist ihre *Geschwindigkeit verschieden*: in den Bäuchen am größten, nach den Knotenpunkten zu kleiner, in den Knotenpunkten selbst Null.

Die hier entstehende Welle weicht von den bisher beschriebenen wesentlich ab: Charakteristisch für sie ist, daß gewisse Punkte der Reihe feststehen, die *Knotenpunkte*, daß die anderen *alle gleichzeitig* durch die Ruhelage gehen und alle auch gleichzeitig umkehren. Je zwei Nachbarknoten teilen die Punktreihe in Abschnitte, jeder Abschnitt schwingt *gleichsam wie* ein zusammenhängendes Ganzes um die Ruhelage, dabei die Wellenform bildend (*ähnlich* der als *wirklich* zusammenhängendes Ganzes schwingenden Saite der Abb. 304), jeder Abschnitt schwingt in entgegengesetzter Richtung wie die beiden ihm unmittelbar benachbarten. Da man an derselben Stelle des Raumes stets *dieselbe* Form der Bewegung sieht, *steht* die Welle *scheinbar fest*. Sie heißt daher *stehende Welle*.

Es gibt auch *stehende Längswellen*. Sie entstehen, wenn an die Stelle der Querwellen Längswellen treten. Auch hier entstehen *Knotenpunkte*, in denen die Bewegung stets Null ist, und *Bäuche*, in denen sie dauernd am stärksten ist. Die Knoten und die Bäuche der stehenden Längswellen liegen aber *nicht* an denselben Stellen, an denen die Knoten und die Bäuche der stehenden Querwellen liegen. Geht von A und von B aus je eine *Längswelle* an der Punktreihe entlang — beide im selben Moment unter gleichen Bedingungen entstehend —, so treffen auch sie in der Mitte zusammen. Sie erteilen aber dem Punkt in der Mitte *entgegengesetzte* $\rightarrow \bullet \leftarrow$ Antriebe, hier bildet sich also ein *Knoten*. (Die beiden interferierenden *Querwellen* erteilen dem Punkte *gleichgerichtete* \uparrow Antriebe, daher bildet sich hier ein *Bauch*.) Verfolgen wir diesen Vorgang weiter, so finden wir, daß die Knoten der stehenden Längswellen an den früher von den Bäuchen der stehenden Querwellen eingenommenen Stellen liegen.

Wenn man die Abbildungen betrachtet und sich vergegenwärtigt (S. 237 m.), daß Verdichtungen und Verdünnungen der Längswellen mit denjenigen Punkten korrespondieren, in denen bei gleicher Wellenlänge die Querwellenkurve die Gerade schneidet, so erkennt man, daß die Knoten der stehenden Längswelle die Punkte sind, an denen Verdichtung und Verdünnung abwechseln und die *in Ruhe sind*, die Bäuche aber die Punkte mit konstanter mittlerer Dichte und *stärkster Bewegung*.

Die Knoten und die Bäuche sind, *geometrisch* betrachtet, einzigartige Punkte der ganzen Punktreihe. Auch *physikalisch* betrachtet sind sie es. Sehen wir in einer stehenden Welle lediglich eine Form der *Bewegung*, so sehen wir in den Knoten und den Bäuchen lediglich die Stellen, in denen die Geschwindigkeit der schwingenden Punkte Null und am größten ist. Ist die stehende Welle aber z. B. eine *Schallwelle*, so sind die Knoten die Stellen, in denen die Dichte der Luft periodisch am stärksten, die Bäuche die Stellen, in denen sie überhaupt nicht wechselt. Ist die stehende Welle eine *elektromagnetische*, so sind die Bäuche die Stellen, an denen die Stärke des elektrischen Feldes am stärksten wechselt, ein *HERTZscher Resonator* (S. 503) daher am stärksten durch Funkenbildung reagiert, die Knoten dagegen die Stellen, an denen diese Wirkung ausbleibt. Ist die stehende Welle eine *Lichtwelle* (WIENER, 1890), so sind die Bäuche die Stellen stärkster, die Knoten die Stellen schwächster Lichtwirkung¹.

¹ WIENERS Grundgedanke zur Demonstration stehender Lichtwellen (Abb. 299): Auf einen ebenen Metallspiegel S fällt senkrecht einfarbiges Licht. Die auffallenden und die vom Spiegel

Jeder schwingende Punkt der Anfangspunkt einer Welle. Prinzip von HUYGENS. Wellenfläche. Bisher haben wir stillschweigend vorausgesetzt, daß jeder Punkt nur zwei (mit ihm in gerader Linie liegende) Nachbarn hat — die sämtlichen Punkte sollten ja nur auf einer *Geraden* liegen (S. 233 u.). In der *Wirklichkeit* hat aber jeder Punkt um sich herum unendlich viele Nachbarn, man denke sich ihn als Mittelpunkt einer Kugel, also als unendlich vielen Geraden *gleichzeitig* angehörnd. Wird er Anfangspunkt einer Wellenbewegung, so überträgt er seine Schwingungen auf *alle* Nachbarn und wird so zum Anfangspunkt *unendlich vieler* Wellen. Aber auch jeder andere Punkt wird, wenn die Bewegung ihn erfaßt, zum Anfangspunkt einer Wellenbewegung. Daher müssen unendlich viele Wellen entstehen, die miteinander interferieren. Eine Gesetzmäßigkeit läßt sich nicht a priori voraussehen. Für *Lichtwellen* (der Lernende kann sich nicht früh genug damit bekannt machen!) hat das Prinzip von HUYGENS zur Erkenntnis einer Gesetzmäßigkeit verholfen. Zur Belehrung darüber, was das *Licht mit Wellen* zu tun hat, genügt hier folgendes: die Wellentheorie des Lichtes von HUYGENS sieht die Lichtquelle als Anfangspunkt von Schwingungen an, die sich in Querwellen ausbreiten — in Wellen, die dadurch entstehen, daß die Teilchen eines unendlich elastischen Stoffes (des Lichtäthers) so schwingen, wie Abb. 283, S. 235, es beschreibt. Wenn diese Wellen unsere Augen treffen, so erregen sie die *Lichtempfindung*. Die Wellenlänge beträgt nur wenige Zehntausendstel eines Millimeters. Mehr zu wissen, ist im Augenblick nicht nötig.

Die im Zeitpunkt Null in *O* beginnende Schwingung (Abb. 300) pflanzt sich, da *O* ringsherum Nachbarn hat, nach allen Richtungen mit derselben Geschwindigkeit fort. Die durch die Schwingung von *O* entstehende Wellenbewegung erreicht daher alle Punkte, die gleichen Abstand von *O* haben — sie bilden eine Kugelfläche um *O* als Mittelpunkt — gleichzeitig. Mit anderen Worten: Es gibt in *jedem* Augenblick eine Kugelfläche (mit *O* als Mittelpunkt), an deren Punkten die Wellenbewegung gerade *ankommt*, deren Punkte also sämtlich ihre Schwingungen in diesem Augenblick *beginnen* und, da sie sich *alle* in *derselben* Weise bewegen, dauernd in der Phase ihrer Bewegung untereinander übereinstimmen, d. h. in der Größe und in der Richtung der Geschwindigkeit. Eine Fläche, deren Punkte dadurch charakterisiert sind, heißt *Wellenfläche*. (In homogenen, isotropen Stoffen ist sie eine *Kugel*, in den meisten

zurückgeworfenen Wellen pflanzen sich in einander entgegengesetzter Richtung fort, erzeugen daher stehende Wellen, teilen also den Raum vor dem Spiegel in gewisse Abschnitte. In einer zu dem Spiegel *parallelen* Ebene herrscht überall der *gleiche* Schwingungszustand, die Bäuche und die Knoten (mit *B* und *K* bezeichnet) erfüllen daher zwei Scharen zu ihm paralleler Ebenen, der Abstand zweier Nachbarbenen *derselben* Schar ist eine halbe Wellenlänge (er wird von einer Ebene der *andern* Schar halbiert). Dieses System von stehenden Wellen werde von einer auf der Ebene der Zeichnung senkrechtstehenden Ebene (*E*) durchsetzt. Die beiden Scharen von *B*-Ebenen und *K*-Ebenen schneiden dann *E* in zwei Scharen von äquidistanten Geraden, *B*-Gerade und *K*-Gerade miteinander abwechselnd (sie stehen senkrecht auf der Ebene der Zeichnung). Der gegenseitige Abstand zweier dieser Nachbargeraden hängt ab von dem Winkel zwischen *E* und dem Spiegel. Ist er 90° , so ist der Abstand so winzig wie der der entsprechenden schneidenden Ebenen (wie die Wellenlänge des Lichtes), macht man ihn kleiner und kleiner, so treten die *B*-Geraden und die *K*-Geraden weiter und weiter auseinander. WIENER hat den Winkel nahezu Null gemacht und die Streifen auf einem *lichtempfindlichen* Häutchen (von etwa $\frac{1}{30}$ Wellenlänge Dicke) als ein System von abwechselnd hellen und dunklen Streifen dem unbewaffneten Auge sichtbar gemacht. (Auch in einer dünnen mit Fluoreszein versetzten Gelatineschicht nach DRUDE und NERNST sichtbar, die Schicht fluoresziert in äquidistanten grünen Streifchen.)

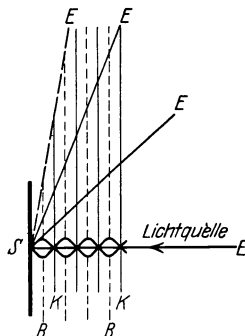


Abb. 299. Zum Nachweise stehender Lichtwellen.

Kristallen ist sie keine Kugel, in manchen Fällen ein Ellipsoid, in anderen eine noch verwickeltere Fläche.) Der Radius dieser Kugel wächst mit dem Fortschreiten der Wellenbewegung. Man spricht in diesem Sinne von *Kugelwellen*.

Ein sehr kleines Stück einer Kugel kann als eben gelten, in diesem Sinne spricht man von *ebenen Wellen*.

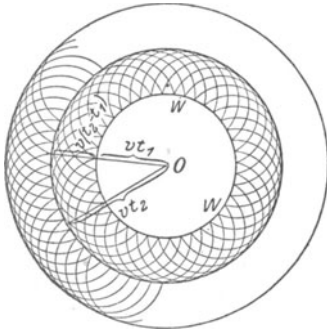


Abb. 300. Zur Veranschaulichung der Wellenfläche und der Ausbreitung einer Kugelwelle nach dem Prinzip von HUYGENS.

Pflanzt sich die Wellenbewegung nach allen Richtungen mit der Geschwindigkeit v cm/sec fort, so ist sie im Zeitpunkt t_1 , d. h. nach t_1 Sekunden von O bis zur Kugelfläche vom Radius vt_1 und im späteren Zeitpunkte t_2 bis zur Kugelfläche vom Radius vt_2 vorgerückt. In der Zwischenzeit von $(t_2 - t_1)$ Sekunden ist sie von der ersten Kugelfläche aus auf jedem Radius um die Strecke $v(t_2 - t_1)$ vorgerückt. Man kann sich die Ausbreitung der Wellenbewegung veranschaulichen durch das kontinuierliche Größerwerden einer Kugel mit O als Zentrum, deren Radius jeden Moment gleich der Strecke ist, die die Welle bis zu diesem Moment

zurückgelegt hat, oder auch durch eine kontinuierliche Aufeinanderfolge von konzentrischen Kugelflächen, deren äußerste (größte) die Grenze angibt, bis zu der die Wellenbewegung gerade vorgerückt ist; je um eine ganze Wellenlänge voneinander abtastende Kugelflächen entsprechen den Orten *gleicher Phase*.

Diese ganze Überlegung berücksichtigt zwar, daß O nach allen Richtungen Nachbarn hat, nicht aber, daß jeder Punkt *selbst Anfangspunkt einer Welle* wird. Gerade das berücksichtigt nun das von HUYGENS (1690) aufgestellte Prinzip (Abb. 300) Zu dem Zeitpunkt t_1 gehört die Kugelfläche W mit dem Radius vt_1 . Wir fragen: bis wohin pflanzt sich die Wellenbewegung im Zeitabschnitt $(t_2 - t_1)$ fort, wenn jeder Punkt von W *selbst* ein Erschütterungszentrum ist, also selbständig eine Wellenbewegung veranlaßt? Aus jedem Punkte der Kugelfläche W entspringt eine Wellenbewegung, die sich nach allen Richtungen mit der Geschwindigkeit v ausbreitet. Um jeden bildet sich daher eine „Elementarwelle“, eine Kugelwelle, deren Radius in der Zeitspanne $t_2 - t_1$ die Größe $v(t_2 - t_1)$ erreicht. Abb. 300 zeigt einen Teil dieser Elementarwellen. Sie werden *sämtlich* von einer Kugelfläche berührt — „eingehüllt“ — die mit der Kugel vom Radius vt_2 zusammenfällt, d. h. die Punkte der *Kugelwelle* vom Radius vt_2 fallen sämtlich mit Punkten der Elementarwellen zusammen.

In dieser Art breiten sich die Lichtwellen von der Lichtquelle aus und ebenso (bis auf Unterschiede, die hier belanglos sind) die Schallwellen. Aber von der Lichtquelle aus kommt das Licht nur in geraden Linien zu uns (biegt nicht „um die Ecke“) im Gegensatz zum Schall. Warum biegen die Lichtwellen nicht auch um alle Hindernisse herum, wie die Schallwellen? Gerade die Analogie des Lichtes mit dem Schall als einer Wellenbewegung führt hier auf einen Widerspruch: die *geradlinige* Ausbreitung des Lichtes und die Entstehung des *Schattens* waren unerklärlich.

Um sie zu erklären, hat HUYGENS angenommen: jeder von einer Lichtwelle erfaßte Punkt P wird selbst zum Ausgangspunkt von Kugelwellen, aber diese Elementarwellen *erzeugen nur auf der sie einhüllenden Fläche eine merkliche Wirkung*. Wenn daher Q eine punkthafte Lichtquelle ist und ein ebener undurchsichtiger Schirm $S_1 S_2$ ihr Licht nur durch die Öffnung $A_1 A_2$ hindurchläßt, so ist zu einem gewissen Zeitpunkt t die Lichtwirkung von Q aus auf einer Wellenfläche angelangt, die wir so finden können, wie es Abb. 301 zeigt. Man findet

als einhüllende Fläche der Elementarwellen eine Kugelfläche um Q , die nur *innerhalb* des durch Q und den Öffnungsrand A_1A_2 bestimmten Kegels liegt: *innerhalb* dieses Kegels breitet sich von Q aus das Licht so aus, als ob der Schirm S_1S_2 gar nicht da wäre, *außerhalb* dieses Kegels aber überhaupt nicht.

HUYGENS Satz erklärt also die geradlinige Ausbreitung des Lichtes ganz zwanglos. Aber er läßt zwei Einwände unbeantwortet: 1. die Elementarwellen um die Punkte A , haben auch in dem Raum *zwischen Schirm- und Lichtquelle* eine einhüllende Fläche (C_1C_2), es müßte sich also *auch nach rückwärts* stets Licht ausbreiten — was tatsächlich nicht vorkommt. 2. Die durch die Abb. 301 veranschaulichte Konstruktion versagt, d. h. die Ausbreitung geschieht *nicht* in gerader Linie, wenn die Öffnung A_1A_2 sehr klein wird — *dann* biegt das Licht „um die Ecke“ und erzeugt *Beugungsbilder*.

Erst FRESNEL (1824) hat die Lösung gefunden. HUYGENS hatte angenommen, *nur auf der einhüllenden Fläche der Elementarwellen* ist die Lichtwirkung merklich. FRESNEL ersetzte diese Annahme durch den Grundsatz: die Elementarwellen beeinflussen einander bei ihrem Durchkreuzen gemäß dem Interferenzprinzip; *überall dort tritt Licht auf, wo sie einander verstärken*, dagegen Dunkelheit dort, wo sie einander vernichten. Dieses FRESNEL-HUYGENSSCHE Prinzip erklärt sowohl die geradlinige Ausbreitung des Lichtes wie auch die Beugung. FRESNEL berechnet die Lichtwirkung im Punkt P (Abb. 302), die von der Lichtquelle Q herkommt. (Zwischen Q und P ist zunächst kein Schirm vorhanden!) Er geht dazu von einer Kugelfläche um Q (mit a als Radius) aus, die er als Wellenfläche auffaßt, er teilt sie in ringförmige Zonen ein, deren Mittelpunkte auf der Geraden QP liegen und schreibt deren Flächeninhalt durch folgende Bestimmung vor: die 1. Zone (Zentralzone) reicht bis zu dem Punkt M_1 , der sich daraus bestimmt, daß $M_1P - M_0P = \lambda/2$, unter λ die Wellenlänge verstanden; die 2. Zone reicht bis zu dem Punkt M_2 , der sich daraus bestimmt, daß $M_2P - M_1P = \lambda/2$, und so fort. Jede dieser Zonen der Wellenfläche trägt zur Wirkung auf P bei. Die Rechnung ergibt, daß je zwei Nachbarzonen das mit einander entgegengesetztem Vorzeichen tun, und FRESNEL kommt zu dem Ergebnis: die Lichtwirkung in P ist so, als ob sie allein von der Wirkung der Elementarwellen *der halben Zentralzone* herrührte.

Stellt man einen kreisförmigen Schirm, dessen Mittelpunkt in M_0 liegt, zwischen Q und P (rechtwinklig zu QP), so hängt die Lichtwirkung in P wesentlich davon ab, ob der Schirm die Zentralzone und die nächstbenachbarten frei läßt oder nicht. Man sollte meinen, daß, wenn der Schirm die halbe Zentralzone verdeckt, die Lichtwirkung in P Null ist. Keineswegs! Man kann dann die Zoneneinteilung *vom Rande* des Schirmes aus (d. h. von seiner Projektion auf die Kugelfläche aus) beginnen, und *wieder bleibt der Rechnung nach* dann die Wirkung der *halben* ersten (am Schirm liegenden) Zone übrig. Auf der Geraden M_0P kann dann in *keinem Punkte Dunkelheit* herrschen. *Die Erfahrung bestätigt diesen Schluß der Theorie.*

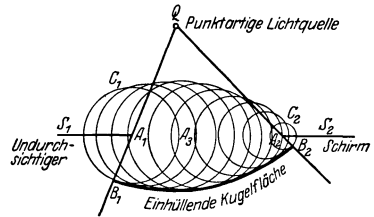


Abb. 301. Zur Erklärung der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes von Q aus nach dem Prinzip von HUYGENS. Jeder Punkt, der wie A_1 in der Ebene der Schirmöffnung liegt, wird Mittelpunkt eines Systems von Elementarwellen; er wird es um so früher, je näher er an Q liegt. In einem gegebenen Zeitpunkt t ist der Radius der Wellenfläche der z. B. von A_1 ausgehenden Elementarwellen daher entsprechend größer als der von A_1 oder der von A_2 ausgehenden. Für *alle* Elementarwellensysteme muß im Zeitpunkt t der Radius plus Abstand des Mittelpunktes von Q denselben Wert haben. Auf diese Weise erhält man, als einhüllende Fläche dieser Elementarwellen, eine um Q beschriebene Kugelfläche.

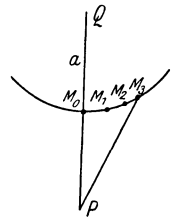


Abb. 302. Zur Berechnung der Lichtwirkung einer von Q ausgehenden Kugelfläche auf den Punkt P .

Aber für Schirme, die, verglichen mit der Wellenlänge, *sehr groß* und dabei, verglichen mit dem Abstand M_0P *nicht klein* sind, ist die Lichtwirkung in P gering; ferner auch, wenn in M_0 ein nicht genau kreisförmiger Schirm mit dem Zentrum M_0 steht, der viele Wellenlängen groß ist. Im allgemeinen ist bei unregelmäßiger Gestalt des Schirmes bei M_0 die Lichtwirkung in P unendlich klein. Man kann daher von geradliniger Ausbreitung des Lichtes sprechen, indem man durch genügend große Schirme von unregelmäßiger Gestalt, die in der Geraden QP liegen, Dunkelheit in P herbeiführt.

Steht zwischen P und Q ein Schirm mit *kreisumrandeter Öffnung* mit dem Mittelpunkt M_0 , so ist die Lichtwirkung in P je nach der Größe dieser Öffnung sehr verschieden. Läßt sie nur die halbe Zentralzone frei, so ist der Rechnung nach die Wirkung in P dieselbe, wie wenn der Schirm nicht da wäre (natürliche Intensität). Ist die Öffnung doppelt so groß, so daß die ganze Zentralzone frei bleibt, so ist die Wirkung doppelt so groß; wird die Öffnung wiederum verdoppelt, so daß die *beiden ersten* Zentralzonen frei bleiben, so ist die Wirkung nahezu Null, und so fort. Auch diese Schlüsse hat die Beobachtung bestätigt. Anstatt Schirme und Öffnungen wechselnder Größe zu wählen, braucht man nur den Beobachtungspunkt P auf der Geraden QM_0 zu verschieben.

FRESNELS Abänderung des Prinzips von HUYGENS erklärt somit nicht nur die geradlinige Ausbreitung des Lichtes, sondern auch die Abweichungen von diesem Gesetz, die Beugungserscheinungen. Aber auch sie läßt noch zwei Einwände unbeantwortet. Erstens erklärt auch sie nicht, warum sich von einer Wellenfläche aus das Licht nur in *einem* Sinne ausbreitet, nicht auch nach rückwärts (zur Lichtquelle hin). Und zweitens führt FRESNELS Berechnung auf eine nicht zutreffende *Phase* der Lichterregung in P . Diese Unvollkommenheiten der Theorie hat erst KIRCHHOFF beseitigt (1882).

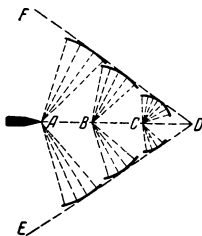


Abb. 303. Kopfwelle vor einem Geschoss.

Eine Einhüllfläche von Kugelwellen im Sinne des HUYGENS-Prinzips ist auch die vor einem fliegenden Geschoss unter bestimmten Bedingungen entstehende *Kopfwelle*. Der Stoß des Geschosses auf die vor ihm liegenden Luftteilchen erzeugt Verdichtungen. Von jedem Verdichtungsknoten breitet sich eine Kugelwelle mit *Schallgeschwindigkeit* aus. Ist die *Geschosßgeschwindigkeit kleiner*, so zerstreuen sich die Kugelwellen im Raume, die Störung erfüllt dann einen sich dauernd vergrößernden Raum um das Geschoss herum. Ist die Geschosßgeschwindigkeit *größer*, so bildet die gemeinsame Einhüllfläche sämtlicher von der Geschosßspitze A ausgehenden Kugelwellen einen Kegelmantel EDF aus verdichteter Luft, man nennt ihn *Kopfwelle* (Abb. 303). Auf Einzelheiten gehen wir nicht ein. Hinter der ersten

Kopfwelle gehen von anderen vorspringenden Teilen des Geschosses ebenfalls Verdichtungen aus, so daß das Geschoss von mehreren Kegelmänteln umhüllt ist (photographisch nachweisbar). Die Kopfwelle wird als *Kopfwellenknall* hörbar. Bei Geschossen mit Überschallgeschwindigkeit hört man außer dem Kopfwellenknall noch den Abschußknall des Geschützes und den Detonationsknall des Geschosses. Die Kopfwelle haftet vorn am Geschoss, solange die Geschosßgeschwindigkeit größer ist als die Schallgeschwindigkeit, löst sich aber von ihm ab, sobald die Geschosßgeschwindigkeit unter die normale Schallgeschwindigkeit gesunken ist, und geht mit der normalen Schallgeschwindigkeit weiter.

Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung. Mit welcher Geschwindigkeit breitet sich die Wellenbewegung aus? Die exakte Herleitung der Formel dafür überschreitet die Grenzen einer elementaren Darstellung. Wir beschränken uns daher auf die notwendigsten Angaben. Die Wellenbewegung ist nur durch das „Elastischsein“ des Stoffes möglich, daher muß ihre Fortpflanzungsgeschwindigkeit vor allem von der Elastizität des Stoffes abhängen. Sie hängt ferner von der Größe der Masse ab, die in Schwingung versetzt wird. Die Elastizität wird durch den Elastizitätskoeffizienten e gemessen, die Masse durch die

Dichte d . Die Abhängigkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v von beiden spricht sich in $v = \sqrt{e/d}$ aus. Aber diese einfache Beziehung gilt nur, wenn die Wellenbewegung nicht etwa Temperaturveränderungen in dem Stoffe und *dadurch* eine Änderung seines Elastizitätskoeffizienten hervorruft, die — eine Aufgabe der Thermodynamik — veranschlagt werden muß (S. 253 u.).

Die Geschwindigkeit v hängt *nicht* davon ab, ob die Wellenlänge, noch davon ob die Amplitude groß oder klein ist. Lange Wellen und kurze Wellen, Wellen mit großer und Wellen mit kleiner Schwingungsweite pflanzen sich gleich schnell fort (S. 253 m.). Aber *eines* ist zu beachten. Bei der *Längswelle* ist e der Koeffizient der *Druckelastizität* (S. 156 [2.]), bei der *Querwelle* der *Schubelastizität* (S. 156 [3.]). Flüssigkeiten und Gase haben aber *nur Druckelastizität*. In *ihnen* können also auch nur *Längswellen* entstehen, elastische *Querwellen* nur in *festen* Körpern. Selbstverständlich entstehen in festen Körpern auch *Längswellen*, denn sie haben auch *Druckelastizität*. Ihr Koeffizient ist größer als der der *Schubelastizität*. In einer Wellenbewegung, die eine *Längs-* und eine *Quer-*komponente hat, eilt daher die *Längswelle* der *Querwelle* voraus. (So ist es bei den *Erdbebenwellen*. *Längs* der *Erdoberfläche* ist der gebräuchlichste Mittelwert für v_{long} 7,2 km/sec, für v_{trans} 5,0 km/sec.) Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit nur von der Dichte und der Elastizität abhängt, so breitet sich die Welle in den *isotropen* Stoffen (S. 144) nach *allen* Richtungen *gleich* schnell aus, als *Kugelwelle*. Aber in den *anisotropen*, z. B. in gewissen *Kristallen*, hat die Wellenfläche eine sehr verwickelte Form.

Zurückwerfung der Wellen (Reflexion). Andere Erscheinungen der Wellenbewegung beschreiben wir erst dort, wo der Gang der Darstellung es fordert. Die *Zurückwerfung* (*Reflexion*) der Wellen kennt jeder von den *Wasserwellen* her: treffen die Wellen auf ein *Hindernis* AB (Abb. 306), z. B. ein *Ufer*, das ihre weitere Ausbreitung hindert und sie „zurückwirft“, so breiten sich die *zurückgeworfenen* Wellen scheinbar um ein *Zentrum* a' aus, das ebensoweit *hinter* der *Uferwand* liegt, wie das tatsächlich vorhandene *Zentrum* a *davor* liegt, es *erscheint* als selbständiges neues *Erschütterungszentrum*. Die von a aus zu der *Wand* *hingehenden* und die von ihr *zurückgeworfenen* Wellen *interferieren* miteinander.

Der Schall (Akustik).

A. Entstehung und Ausbreitung und Wahrnehmung des Schalles.

Physiologische Akustik. Physikalische Akustik. Die Lehre vom Schall gehört außer zur *Physiologie* auch zur *Physik*, weil die *Ursache*, die unter *normalen* Bedingungen die *Schallempfindung* hervorruft, auf eine besondere Art *Bewegung* zurückführbar ist und deren Erforschung für die Erkenntnis des *Wesens* der *Tonempfindungen* unerlässlich ist. Die *Schallempfindung* entsteht *dadurch*, daß der *Gehörnerv* „gereizt“ wird. *Jede* Reizung des *Gehörnerven* ruft sie hervor, sie ist geradezu „die dem *Ohre* eigentümliche *Reaktionsweise* gegen äußere *Reizmittel*“ (HELMHOLTZ). Der *Reiz*, der als der *normale* anzusehen ist, entsteht durch *Schwingungen* einer *elastischen* *Membran* (des *Trommelfells*), die das *innere* Ende des *Gehörganges* abschließt. Mit Hilfe der ihr *anliegenden* „*Gehörknöchelchen*“ und des *Labyrinthwassers* (in dem sich die *Enden* des *Gehörnerven* ausbreiten) wirkt sie *schwingend* auf den *Gehörnerven* ein. *Diese* *Reizung* des *Nerven* erzeugt die *Schallempfindung*. In *Schwingungen* gerät das *Trommelfell* durch die *Schwingungen* der *Luft* im *Gehörgange* und diese durch *Schwingungen* des *Körpers*, den wir als *Schallquelle* ansehen. *Übertragen* werden die

Schwingungen der Schallquelle auf die Luft im Gehörgänge durch die Luft, die sich zwischen beiden befindet, und die selber unter der Einwirkung der Schallquelle in Schwingungen gerät. Diesem Vorgange entsprechend müssen wir die Schwingungen, die von der Schallquelle ausgehen, sich dann der Luft zwischen Schallquelle und Ohr mitteilen und schließlich zum Trommelfell gelangen, als die *Ursache* ansehen, die die Schallempfindung hervorruft. *Diese* Schwingungsbewegung ist es, was wir als Schallbewegung oder auch kurzweg als Schall im physikalischen Sinne bezeichnen. — Wir unterscheiden daher zwar in der Lehre vom Schalle zwei Gebiete: die *physiologische* Akustik, die sich mit den *Tonempfindungen*, und die *physikalische* Akustik, die sich mit der *Schallbewegung* beschäftigt. Eine strenge Scheidung beider ist aber unmöglich, weil das Ohr das natürliche, wenn auch nicht das einzige Hilfsmittel bei der Untersuchung dieser Bewegung abgibt.

Geräusch und musikalischer Klang. Die Erfahrung lehrt uns so verschiedene Schallempfindungen kennen, wie Geräusch und musikalischen Klang. Ihre Verschiedenheit ist so groß, daß wir auf einen großen Unterschied ihrer physikalischen Grundlagen schließen müssen. Man kann das Geräusch aus musikalischen Klängen *erzeugen*: das gleichzeitige „Stimmen“ der Instrumente in einem Orchester erzeugt eine Schallempfindung, die als die Grenze zwischen Geräusch und musikalischem Klang gelten darf. Tatsächlich offenbaren uns die Resonatoren (S. 257) jedes Geräusch als ein Gewirr von musikalischen Klängen. Wir sehen daher den musikalischen Klang als die einfachere der zwei Schallempfindungen an. Daß Geräusch und musikalischer Klang trotz des gemeinsamen Ursprungs (aus Schallschwingungen) objektiv ganz verschieden sind, zeigt der Phonograph von SCOTT (er ähnelt dem Phonographen von EDISON), der die Form der Schwingungen als Bild wiedergibt. Er enthält als wesentlichsten Teil eine Membran (wie unser Trommelfell), an der ein Schreibstift befestigt ist (eine Borste), und eine Walze, mit berußtem Papier überzogen, gegen die die Spitze der Borste mit sanftem Druck anliegt. Die Walze ist um ihre Welle drehbar und verschiebt sich bei der Drehung wie eine Schraubenmutter an der Welle entlang. Schwingt die Membran unter dem Einfluß einer Schallquelle, so zeichnet die Borste auf die Rußschicht eine Kurve, die die Schwingungen der Membran veranschaulicht. Die Schwingungen eines musikalisch tönenden Körpers zeigen sich der Form nach einander alle gleich, den Schwingungen eines Pendels vergleichbar, bei den Geräuschen ist das *nicht* der Fall. Das Geräusch bietet zu wenig Greifbares, um uns zu interessieren.

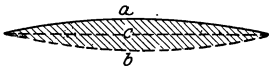


Abb. 304. Schwingende Saite.

Ein tönender Körper, ein schwingender Körper. Daß die tönenden Körper tatsächlich schwingen, ist in vielen Fällen leicht wahrzunehmen. Die Schwingungen einer tönenden Saite kann man zwar nicht *einzelnen* sehen, man sieht aber, daß die Saite während des Tönens so aussieht wie Abb. 304, also zwischen den Bögen *a* und *b* hin- und hergeht. Das Bild wird allmählich flacher und flacher, bis es in das geradlinige der ruhenden stummen Seite *c* übergeht. — Daß ein *tönender* Körper sich *bewegt*, erkennt man schon daraus, daß man ihn — eine tönende Saite, eine Glocke, eine Stimmgabel — zum Schweigen bringt, wenn man ihn berührt. Man kann auch die *einzelnen* Schwingungen (*mittelbar*) sichtbar machen: man kann eine tönende Stimmgabel ihre Schwingungen aufzeichnen lassen, die Schwingungen einer tönenden Saite photographisch wiedergeben, die Schwingungen der Luft in einer tönenden Orgelpfeife mit Hilfe einer Flamme (S. 275) erkennbar machen usw. Meist trägt uns die Luft die Schwingungen des tönenden Körpers zu, aber es kommen auch Schallwahrnehmungen vor, bei denen sie *keine* Rolle spielt. Man kann eine angeschlagene Stimmgabel oder eine tickende Taschen-

uhr hören, wenn man sie mit den *Zähnen* festhält; man kann, wenn man sich mit dem Ohr gegen den *Erdboden* legt, das Geräusch eines Eisenbahnzuges, Hufschläge u. a. aus weiterer Ferne hören, als es normaler Weise möglich wäre. Im ersten Falle werden dem Ohr die Schwingungen durch die Schädelknochen, im zweiten durch den Erdboden zugeführt. Überhaupt übertragen den Schall alle Körper, in denen elastische Schwingungen unterhalten und fortgeleitet werden können — feste, flüssige und gasförmige. Aber unter alltäglichen Bedingungen überträgt ihn die Luft. Von ihrer Mitwirkung dabei überzeugt man sich, wenn man eine elektrische Klingel in der Glocke einer Luftpumpe in Tätigkeit setzt und dann die Luft daraus entfernt: der Schall wird leiser und erlischt schließlich.

Ausbreitung des Schalles in der Luft. Erzeugt und ausgebreitet wird der Schall durch die Luft in Längswellen (S. 236), die der schwingende Körper veranlaßt. Die Verdichtungen und Verdünnungen der Luft (S. 237 m.) kann man photographisch wiedergeben (BOYS, MACH, SALCHER). Abb. 305 zeigt ungefähr, wie man sich Schallwellen vorstellt, die sich um das Erschütterungszentrum ausbreiten.



Abb. 305. Ausbreitung des Schalles durch Kugelwellen (Verdichtung und Verdünnung durch Schattierung angedeutet).

Der Vorgang ist nicht so einfach, wie dort geschildert. Dort hatten wir (Abb. 284) eine einzige Gerade von Massenteilchen und ursprünglich *ruhende* Massenteilchen. Hier handelt es sich um den Luftraum rings um die Schallquelle und um *bewegte* Teilchen. Aber unsere Vorstellungen müssen im ganzen trotzdem richtig sein, denn die Beobachtungen stimmen mit den Folgerungen aus der Theorie im wesentlichen überein.

Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles durch einen Stoff hängt $v = \sqrt{e/d}$ gemäß (S. 251), nur von der Dichte d und von der Elastizität e des Stoffes ab. Sie muß danach von der Wellenlänge unabhängig sein, d. h. in derselben Substanz für *alle* Wellenlängen *gleich* groß. Die Erfahrung bestätigt diese Folgerung ebenfalls: der Zusammenklang mehrerer sich gleichzeitig fortplanzender Töne, der Klang eines Akkordes, klingt unverändert, gleichviel in welchem Abstände von der Schallquelle man ihn hört. Zu tiefen Tönen gehören aber längere Wellen als zu hohen Tönen; wenn sich lange und kurze Wellen *verschieden* schnell fortplanzten, so könnten die verschiedenen hohen Töne des Akkordes nicht *gleichzeitig* bei uns ankommen. Wir würden dann die Töne *nacheinander*, den Akkord also gebrochen hören.

Auch sonst lehrt die Formel $v = \sqrt{e/d}$, daß unsere theoretischen Vorstellungen berechtigt sind. Setzt man für e und für d die Zahlen, die sich auf einen bestimmten Stoff beziehen, so ergibt sich die Schallgeschwindigkeit in ihm. In *festen* und *flüssigen* stimmt die so berechnete Geschwindigkeit mit der experimentell ermittelten gut überein; so gut, daß man die beobachtete Geschwindigkeit v zusammen mit der bekannten Dichte d benutzen kann, die Messung des Elastizitätskoeffizienten e zu kontrollieren. In *Gasen* ist die Übereinstimmung nicht ohne weiteres vorhanden. Die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft bei 0°C ist 331 m/sec, *sollte* nach $v = \sqrt{e/d}$ aber 279,4 m sein. Diese Unstimmigkeit ist nur scheinbar (LAPLACE, 1818): Die Elastizität der Luft wird durch Temperaturänderungen beeinflusst, die die Schallwelle selbst durch die wechselnden Verdichtungen und Verdünnungen hervorruft. Jede Verdichtung erhöht die Temperatur an der verdichteten Stelle, jede Verdünnung erniedrigt sie. Die Temperaturunterschiede können sich nicht so schnell ausgleichen, wie die Schwingungen erfolgen, und vergrößern die Druckunterschiede, d. h. die elastischen Kräfte, auf denen die Fortpflanzung der Welle beruht. LAPLACE hat das in Rechnung gestellt und auch für die *Gase* die Theorie der Schallfortpflanzung mit der Wirklichkeit in Übereinstimmung gebracht. Nach seiner Theorie ist $v = \sqrt{e/d}$ mit dem Faktor $\sqrt{c_p/c_v}$ (wenn c_p und c_v die spezifische Wärme des Gases bei konstantem Druck und bei konstantem Volumen bedeuten) zu multiplizieren.

Zurückwerfung (Reflexion) der Schallwellen. Entstehen auf einer Wasserfläche (Abb. 306) Wellen um a und treffen sie die Wand AB , die ihre weitere Ausbreitung hindert, so werden sie von der Wand zurückgeworfen, *reflektiert*. Es entsteht ein neues Wellensystem, das sich gleichsam aus ihr heraus entwickelt.

Es ist dem ersten vollkommen gleich und breitet sich nach *der* Seite aus, von der jenes hergekommen ist. Ein Erregungszentrum hat das zurückgeworfene System im physikalischen Sinne nicht, aber im geometrischen Sinne so deutlich, daß es wie von einem Erregungszentrum a' ausgegangen erscheint. Das von der Wand AB zurückgeworfene Wellensystem breitet sich um dieses *ideelle* Zentrum a' genau so aus wie das erste System um sein *wirkliches*.

Genau wie die Wasserwellen verhalten sich die Luftwellen: sie werden von jedem Hindernis zurückgeworfen (dabei erweist sich manches als Hindernis, was man nicht a priori dafür halten würde, z. B. eine Wolke!) und bilden ein zurücklaufendes Wellensystem, das sich genau so verhält wie das erste, dem es seine Entstehung verdankt. Auch dieses zurückgeworfene Wellensystem hat keinen wirklichen Erregungsmittelpunkt, aber sein Eindruck auf das Ohr entspricht dem, den das reflektierte Wasserwellensystem auf das Auge macht. Wie dort das Auge das Erregungszentrum a' konstruiert, so hier das Ohr: es unterstellt eine neue Schallquelle, die hinter dem Hindernis zu liegen scheint.

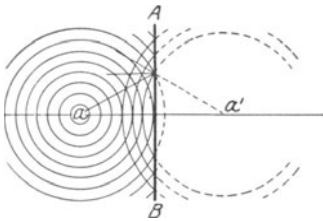


Abb. 306. Zurückwerfung der von a ausgehenden Schallwellen an einer Wand AB und scheinbare Entstehung einer neuen Schallquelle a' (Echo).

Die gewöhnlichen Reflexionserscheinungen des Schalles sind der Widerhall und das Echo¹. Der *Widerhall* entsteht stets in jedem geschlossenen Raume. Zum Bewußtsein kommt er uns aber nur, wenn er uns stört, z. B. wenn der von den Wänden zurückkommende Schall die gesprochenen Worte verlängert und dadurch undeutlich macht. Die „Akustik“ eines Raumes hängt wesentlich von

dem Widerhall ab, aber die *vielen* Zurückwerfungen des Schalles — von einer Wand zur anderen, von Gegenständen in dem Raum usw. — machen die Erzielung einer „guten Akustik“ sehr stark vom Zufall abhängig. Am meisten stört der Widerhall in großen Räumen mit krummlinigem Grundriß und glatten, undurchbrochenen Wänden. In Konzert- und Theaterräumen tragen Bogen, Brüstungen usw. dazu bei, die Störungen zu mildern. Man darf aber mit den Wanddurchbrechungen auch nicht zu weit gehen; denn der Widerhall ist *nötig*, um den Schall zu unterstützen, man erkennt das daran, daß es einem Redner viel schwerer ist, sich im Freien, wo der Ton „verhallt“, verständlich zu machen, als im geschlossenen Raume.

Unterstützen, d. h. verstärken kann der von den Wänden zurückgeworfene Schall den ersten Ton nur dann, wenn er die Tonquelle wieder erreicht hat, ehe sie aufgehört hat zu tönen. (Der Abstand der Wände von der Tonquelle im Verhältnis zur Schallgeschwindigkeit und die Dauer des ersten Tones sprechen hierbei mit.) Erreicht er die Tonquelle erst wieder, wenn der erste Ton bereits zu Ende ist, so kann er diesen natürlich nicht verstärken — aber er kann seine *Zeitdauer verdoppeln*, und wenn er von ihm deutlich getrennt gehört wird, ihn *wiederholen*. Diese deutlich hörbare Wiederholung eines Tones durch seinen Widerhall nennt man *Echo*. Das Echo macht, im Gegensatz zum Widerhall, wirklich den Eindruck einer zweiten Tonquelle, namentlich dann, wenn es eine Reihe von Silben oder von musikalischen Tönen wiedergibt. Aber es kann sich dabei nur um eine *kurze* Reihe von Worten oder von Tönen handeln, weil der Abstand zwischen Tonquelle und Wand ihrer Wiedergabe eine Grenze setzt — und ferner nur um sehr *laute* Töne, weil der Ton bei der großen Strecke, die er hin und her durchlaufen muß, sonst unhörbar würde. Ganz anders aber, wenn diese beiden Momente unberücksichtigt bleiben können, wie z. B., wenn der

¹ ἤχων = Schall; κατηχέω = töne entgegen, unterrichte; Katechismus.

Schall von Hohlspiegelflächen reflektiert wird, die zueinander so liegen wie in Abb. 307. Das Ticken einer Uhr verschwindet meist in 1—2 m Abstand, ist aber noch in viel größerem Abstände hörbar, wenn man die Uhr in den „Brennpunkt“ *A* des einen Hohlspiegels (s. d.) bringt und das Ohr — oder besser: das Ende eines Hörrohres — in *B*, den Brennpunkt des anderen Spiegels. Der reflektierte Schall geht dann nicht zu der Tonquelle *A* zurück, kann also den ursprünglichen nicht stören. Die von der Tonquelle ausgehende Tonreihe kann daher unbegrenzt sein — wie das Ticken der Uhr —, ohne mit dem durch Reflex gehörten Ton zu kollidieren. *Sämtliche* Wege des Schalles von der Uhr zu dem Spiegel und von da zurück, gehen durch *B*, der *ganze* reflektierte Schall gelangt nach *B*. Daher ist der Ton in *B* immer noch hörbar, selbst wenn er bei *A* so leise ist wie das Ticken einer Uhr. — Genau so gelangt in Gewölben von elliptischem Querschnitt (Flüstergewölbe) der Schall aus dem einen Brennpunkte der Ellipse in den anderen; selbst ganz leise Worte, die von dem einen Brennpunkt ausgehen, sind in dem anderen deutlich verständlich — nicht aber an Punkten dazwischen.

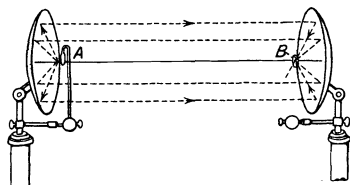


Abb. 307. Zurückwerfung der von der Schallquelle *A* (Taschenuhr) ausgehenden Schallwellen an Hohlspiegelflächen.

Mit reflektierten Schallwellen mißt man in der Schifffahrt seit einigen Jahren die Gewassertiefe, in der Ozeanographie sogar die Meerestiefe. Das *Echolot* (BEHM) ermittelt zu diesem Zweck die Sekundenzahl zwischen der Abgabe eines Knallsignals unter Wasser und der Ankunft seines vom Meeresboden zurückgeworfenen Echos. Aus der beobachteten Zeitdauer und der bekannten Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles im Wasser (im Süßwasser z. B. bei 8°C 1435 m/sec) berechnet man die Gewässertiefe. Das Verfahren bedeutet namentlich für Tiefseelotungen einen ungeheuren Fortschritt gegenüber den früheren Meßmethoden.

Tonwerkzeuge. Hervorrufen kann man longitudinale Schwingungen in jedem Stoffe, transversale in jedem festen (S. 251 m.). Um musikalische Töne zu erzeugen (andere interessieren uns hier nicht), verwendet man *feste* Körper fast nur in der Form von Saiten (Darm, Metall); bisweilen verwendet man auch Stäbe (Triangel, Stimmgabel), Glocken, Platten (Becken, Tam-Tam) und Membranen (Pauken, Trommeln), aber im Vergleich mit den Saiten nur nebenher. Die Töne durch Schwingungen von *Flüssigkeitssäulen* (mit Sirenen und Orgelpfeifen) haben keine praktische Bedeutung. Um so größere die Schwingungen von *Luftsäulen* als Tonerzeuger in sämtlichen Blasinstrumenten, der Orgel und dem Kehlkopf. Wie man verfährt, um in den verschiedenen Tonwerkzeugen die Schwingungen hervorzurufen, ist so charakteristisch für die Instrumente selber, daß HELMHOLTZ sie sogar danach einteilt.

Er teilt sie ein in solche, die zum Tönen kommen:

1. entweder durch Anschlag (Fortepiano, Harfe, Gitarre, das Pizzicato der Streichinstrumente),
2. oder durch Streichen mit dem Bogen (Streichinstrumente),
3. oder durch Blasen gegen eine scharfe Kante (Flöten und Flötenwerke der Orgel),
4. oder durch Blasen gegen elastische Zungen (alle übrigen Blasinstrumente, die Zungenpfeifen der Orgel und unser Kehlkopf).

Wie das Anschlagen und das Streichen der Instrumente geschieht, ist bekannt. Das „Anblasen“ der Luftsäulen beschreiben wir später (S. 276). Ohne weiteres ist jedoch verständlich, daß eine Luftsäule auf andere Art zum Schwingen kommt als ein fester Körper, den man mit einer sicht- und lenkbaren mechanischen Vorrichtung (Bogen, Hammer, Finger) erfassen und bewegen kann. Aber

wie verschieden an Material und an Form die Tonwerkzeuge auch sind — eine Anregungsart ist ihnen *allen* gemeinsam: sie kommen sämtlich durch *Resonanz* d. h. durch *Mitschwingen* zum Tönen.

Resonanz. Durch Resonanz schwingt ein Körper dann, wenn er von *Wellen* geschaukelt wird, die von einem anderen *schwingenden* Körper ausgehen. Wie ein im Wasser schwimmender Körper von Wasserwellen, die bei ihm ankommen, geschaukelt wird, so auch ein Körper im Luftmeer, bei dem Schallwellen ankommen. Der Vergleich deckt aber nicht *alle* Einzelheiten des Mitschwingens. — Damit ein in der Luft befindlicher Körper von Luftwellen in Schwingung versetzt werden kann, muß, weil jede nur sehr geringe Energie besitzt, *eine* Bedingung erfüllt sein. Wir erläutern sie durch einen Vergleich: Einen schweren Körper, der wie ein Pendel aufgehängt ist, eine Schaukel, kann schon ein sehr schwacher Anstoß in Schwingungen versetzen. Die Schwingungen sind anfangs sehr klein. Wiederholt man aber den Anstoß immer dann, wenn die Schaukel beim Schwingen wieder *die* Richtung hat, die sie von dem *ersten* Anstoß erhalten hat, kurz: erfolgen die Anstöße im selben Sinne und im selben Tempo wie die Schwingungen der Schaukel, so addieren sich die Wirkungen der Stöße, und die Schwingungen werden größer. Sogar ein Kind kann eine schwere Schaukel so in starke Schwingung versetzen. Die Schwingungen können aber offenbar *nicht* größer werden, wenn Schwingungsrichtung und Anstoßrichtung nicht übereinstimmen. — Ferner: Stimmt die Richtung der Stöße mit der Richtung der Schwingung überein, dann genügt es auch, wenn das Tempo der Stöße die Hälfte oder ein Drittel oder ein Viertel vom Tempo der Schaukelschwingungen beträgt, nur bekommt die Schaukel dann erst nach jeder zweiten oder nach jeder dritten Schwingung einen neuen Anstoß.

Die Anwendung des Vergleiches auf das Schwingen elastischer Körper liegt auf der Hand. Die Schaukel ist der Körper, der zum Tönen kommen soll, etwa eine Saite. Die Stöße sind die ankommenden Luftwellen, die der schwingende Körper, etwa eine tönende Orgelpfeife, zu der Saite sendet. Das Tempo, in dem sie einander folgen, ihre Anzahl pro Sekunde (Hertzzahl), bedeutet die Schwingungszahl des Tones, die *Tonhöhe* der Pfeife (S. 260). Damit die Saite auf die beschriebene Weise in Schwingungen geraten kann, ist also erforderlich, daß sie selbst in demselben Tempo schwingen kann, in dem die Luftwellen auf sie auftreffen, d. h. daß der Ton, den sie geben *kann*, gerade so hoch ist wie der Ton der erregenden Schallquelle oder [daß ihr Ton ein *Oberton* (S. 267 u.) ist zu dem Ton der Schallquelle, d. h.] daß sie doppelt, dreimal . . . so schnell schwingt wie die Tonquelle, so daß sie bei jeder zweiten, dritten . . . Schwingung einen Anstoß erhält. — *Das* ist die Bedingung für das Ertönen einer Tonquelle durch „Mitschwingen“. Sind zwei Saiten auf denselben Ton gestimmt, und wird die eine gestrichen, so ertönt auch die andere. Hebt man von einer Klaviersaite den Dämpfer ab (indem man die Taste langsam niederdrückt), so daß sie frei schwingen kann, und singt man den Ton, den sie beim Anschlagen geben würde, in das Klavier hinein, so singt auch sie diesen Ton. Schlägt man von zwei Stimmgabeln, die beide denselben Ton geben, die eine an, so tönt auch die andere. Hält man eine tönende Stimmgabel oder eine tönende Glocke über eine Luftsäule, z. B. eine Orgelpfeife, die beim Anblasen denselben Ton geben würde, so tönt auch die Pfeife.

Hier *erzeugt* die Welle einen Ton, bisher *übertrag* sie ihn nur. Der Unterschied kommt daher: hier wird die Welle aufgefangen, gleichsam verschluckt, und sie aufersteht wieder als Ton der resonierenden Tonquelle, während sie sich bisher völlig frei ausbreiten konnte. Es kann auch sein, daß die Schallschwingung verschluckt wird, *ohne* als Ton wieder neu zu erscheinen, dann wird sie *wirklich* verschluckt und ihre Energie verwandelt sich in Wärme. Wir werden ein Seiten-

stück dazu in der Lehre vom Licht kennenlernen: das Licht kann, wenn es verschluckt wird, unter besonderen Umständen, als neues Licht wieder erstehen oder auch nur in Wärme verwandelt werden, aber auch hier beides nur, wenn es an seiner Ausbreitung durch einen Körper gehemmt wird.

Natürlich werden *leicht* bewegbare Körper schon durch eine kleinere Zahl von Stößen, d. h. einen Ton von kürzerer Dauer, zum Mitschwingen gebracht als *schwer* bewegbare Körper; eine Saite, eine Membran, eine Luftsäule viel leichter als eine Glocke, eine Platte, eine Stimmgabel. Handgreifliche Gegensätze bilden auf der einen Seite eine gespannte Membran, ein Körper von sehr geringer Masse, der fast gleichzeitig mit dem erregenden Tone seine Schwingungen beginnt, — auf der anderen Seite eine Stimmgabel, ein Körper von großer Masse, der, um mitzuschwingen, einen lang ausgehaltenen Ton fordert. Dieser Unterschied in der Masse hat einen anderen zur Folge: Je *weniger* Masse der schwingende Körper enthält, desto weniger Energie besitzt er beim Schwingen, desto *schneller* verliert er sie aber auch (durch Reibung an der ihn umgebenden Luft und durch innere Reibung), d. h. desto schneller verliert er seine eigenen Schwingungen, nachdem der erregende Ton verstummt ist. Wenn aber ein Körper die Schwingungen, die ihm ein Stoß erteilt hat, schon nach *sehr* kurzer Zeit, etwa bereits nach einigen Schwingungen, wieder ganz verliert, so *verkleinert* sich die Amplitude schon nach der ersten Schwingung merklich. Er wird daher auch von solchen Stößen in Schwingung erhalten, die im Tempo nicht ganz mit dem Tempo seiner Eigenschwingungen übereinstimmen. Sollten daher die einzelnen aufeinanderfolgenden Stöße auch von dem Tempo der Eigenschwingungen des Körpers *etwas* abweichen, so kollidieren sie doch mit diesen nicht *merkbar*. Mit anderen Worten: Die Eigenschwingungen spielen dann keine *wesentliche* Rolle, der Körper kann dann noch durch *andere* Töne in Schwingungen versetzt werden. — Eine ähnliche Betrachtung gilt für die Körper, die *schwer* in Schwingungen geraten und ihre Eigenschwingungen *lange* beibehalten: sie müssen *genau* auf den Ton abgestimmt sein, dessen Schallwellen bei ihnen ankommen. — Die beiden Extreme sind die Membran in den KÖNIGSchen Apparaten (S. 275) und die Stimmgabel: die erste schwingt auf *jeden* Ton mit, die zweite nur auf den Stimmgabelton, aber auch *das* nicht mehr, wenn der erregende Ton vom Stimmgabelton um *einige* Schwingungen pro Sekunde abweicht. — Grundsätzlich wichtig ist für unseren Gehörapparat die Eigenschaft der schwachgespannten Membran, auf *jeden* Ton mitzuschwingen, gleichzeitig mit ihm zu beginnen und mit ihm zu enden. Das Trommelfell entspricht in dieser Beziehung der Membran im KÖNIGSchen Apparat. Daher kollidieren seine Schwingungen auch nicht mit den Schwingungen, die ihm die Tonquelle zusendet, es paßt sich *jedem* Ton an.

Planmäßig benützt man das Mitschwingen in den Resonanzkästen und Resonanzböden der Seiteninstrumente (S. 269 m.).

Resonatoren. Unentbehrlich für die Klanganalyse (S. 268) ist der von HELMHOLTZ eingeführte *Resonator*. Es ist eine Hohlkugel aus Glas oder aus Messing, mit zwei Öffnungen an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen (Abb. 308). Die Luft in der Kugel soll in Schwingungen versetzt werden und soll ihre Schwingungen möglichst unmittelbar dem Trommelfell des Ohres mitteilen. Zu dem Zwecke sind die Ränder der einen Öffnung zu einem Zylinder geformt, den man der ankommenden Welle zuwendet, die Ränder der anderen zu einem Trichter, den man fest in den Gehörgang drückt. Eine solche Kugel hat einen Eigenton, dessen Höhe von ihrer Größe abhängt (bei 70 mm Durchmesser das c_2). Dringen Wellen eines Tones hinein, der dieselbe Höhe hat wie ihr Eigenton, so schmettert die Kugel „resonierend“ ihn in das Ohr: der ankomm-

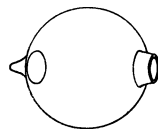


Abb. 308. HELMHOLTZ - Resonator zur Klanganalyse.

mende Ton wird dadurch verstärkt, daß er die Luftmasse des Resonators in Schwingungen versetzt und nun *unmittelbar* ins Ohr dringt. Und nun die Hauptsache: der Resonator läßt nur diesen *einen* Ton für das Ohr erklingen. Falls ein Klanggemisch diesen Ton enthält, tönt der Resonator, sonst bleibt er stumm. Grobmechanisch gesprochen: er filtert *nur diesen einen* Ton aus dem Klanggemisch ab und leitet ihn ins Ohr. (Er leistet für das Ohr, was ein farbiges Glas für das Auge leistet. Ein Glas von bestimmter roter Farbe läßt nur Licht *dieser* Farbe hindurch, kein anderes. Hält man es zwischen Auge und Lichtquelle, so empfängt das Auge nur dann Licht, wenn Licht *dieser* Farbe von der Lichtquelle ausstrahlt.)

Die Resonatoren ermöglichen es daher, Klänge zu analysieren und festzustellen, ob in einem gegebenen Klange ein bestimmter Ton enthalten ist oder nicht.

„Hat man sich das eine Ohr verstopft und setzt an das andere einen solchen Resonator, so hört man die meisten Töne, welche in der Umgebung hervorgebracht werden, viel gedämpfter als sonst; wird dagegen der Eigenton des Resonators angegeben, so schmettert dieser mit gewaltiger Stärke in das Ohr hinein. Es wird dadurch jedermann, auch selbst mit musikalisch ganz ungebütem oder harthörigem Ohr, in den Stand gesetzt, den betreffenden Ton, selbst wenn er ziemlich schwach ist, aus einer größeren Anzahl von Tönen herauszuhören, ja man bemerkt den Ton des Resonators zuweilen im Sausen des Windes, im Rasseln der Wagenräder, im Rauschen des Wassers auftauchend“ (HELMHOLTZ).

Empfindliche Flammen. Sehr empfindliche Resonatoren sind die *empfindlichen Flammen*, Gasflammen, die ihre Form ändern, wenn sie von den Wellen gewisser Töne getroffen werden. Um empfindlich zu sein, stellen sie gewisse Bedingungen an den Gasdruck, die Form des Brenners, die Weite der Zuleitungsröhre u. a. m. Unter diesen Bedingungen nimmt z. B. die Flamme Abb. 309 a die Form *b* an, wenn in einiger Entfernung von ihr etwa eine Pfeife ertönt oder ein Hammer auf einen Amboß schlägt. Die *Vokalflamme* (von TYNDALL so genannt, weil die verschiedenen Vokale verschieden auf sie einwirken), eine Flamme, die unter den erforderlichen Bedingungen etwa 60 cm lang ist, fällt beim leisesten Hammerschlag auf einen Amboß auf etwa 17,5 cm herunter, zieht sich beim Klappern eines Schlüsselsbundes zusammen und reagiert auf das leiseste Ticken einer Uhr.

Abb. 309. Schall-empfindliche Flamme (a) und ihre Formänderung (b) als Reaktion auf den Schall.

Gehör. Die Kenntnis des Resonanzphänomens vermittelt uns die Erkenntnis des Wesens unserer Tonempfindungen: die Wirklichkeit unseres Gehörorgans wird geradezu auf die Resonanz zurückgeführt. Das nach seinem Entdecker CORTI (1852) benannte Organ im Innern des Ohres (in der *Schnecke*) erinnert an ein Musikinstrument, das wie das Klavier für jeden Ton je eine Saite besitzt — die Membrana basilaris, eine Membran aus Tausenden von parallelen, ihrer Länge nach straff gespannten, den Klaviersaiten vergleichbaren Fasern, die seitlich untereinander nicht sehr eng zusammenhängen, so daß infolge ihrer Spannung jede einzeln für sich schwingen kann. Auf der Membrana basilaris (Grundmembran) stehen fest verbunden mit ihr die CORTISCHEN Bögen. „Daß das CORTISCHE Organ ein Apparat sei, geeignet, die Schwingungen der Grundmembran aufzunehmen und selbst in Schwingung zu geraten, darüber kann die ganze Anordnung keinen Zweifel lassen, aber es läßt sich mit unseren gegenwärtigen Kenntnissen noch nicht sicher bestimmen, in welcher Weise die Schwingungen vor sich gehen“ (HELMHOLTZ). An die CORTISCHEN Bögen treten die Enden der Hörnervenfasern heran. „Das wesentliche Ergebnis unserer Beschreibung des Ohres fassen wir demnach dahin zusammen, daß wir die Hörnerven überall mit besonderen, teils elastischen, teils festen Hilfsapparaten verbunden gefunden haben, welche unter dem Einflusse äußerer Schwingungen in Mitschwingung versetzt werden können und dann wahrscheinlich die Nervenmasse erschüttern und erregen“ (HELMHOLTZ). Man nimmt an, daß die CORTISCHEN Bögen durch ihre Verbindung mit den zugehörigen Fasern der Grundmembran gleichsam auf die einzelnen, verschieden hohen Töne abgestimmt sind und durch

Resonanz auf diese Töne in Schwingungen geraten. Nach dieser Hypothese wird jeder einfache Ton durch eine besondere Nervenfasern empfunden, und erregen umgekehrt verschiedene hohe Töne verschiedene Nervenfasern; ein Klang, der Obertöne enthält, *erregt* danach, da die Obertöne ja verschiedene Höhe haben, gleichzeitig mehrere *verschiedene* Nervenfasern, wird also durch verschiedene Nervenfasern auch *empfunden*, d. h. als ein *Gemisch* von *verschieden hohen*, aber einfachen Tönen. Diese Hypothese liefert danach eine annehmbare Erklärung für die Zerlegung eines Klanges durch das Ohr in einfache Töne.

Phonograph (EDISON 1877). Auch die Schwingungen der Membran im Telephon, im Phonographen, im Grammophon, im Phonautographen sind *Mischschwingungen* von Membranen, die auf *jeden* Ton ansprechen und daher auch *jeden* Ton übertragen und wiedergeben, wenn auch nicht jeden mit der gleichen Klarheit. Der Phonograph beruht auf demselben Gedanken wie der Phonautograph, aber er ist viel mehr. Wie dieser, zeichnet er (S. 252) Schwingungskurven auf, aber er kann außerdem — und das ist das entscheidende Merkmal — aus ihnen die Töne aufs neue erzeugen, er wird dadurch zu einer Sprech- und Singmaschine. Der Phonograph (Abb. 310) verdankt alles Entscheidende Edison. Seine wesentlichsten Teile sind: erstens eine zylindrische Walze, deren Oberfläche von einer besonders zubereiteten, vollkommen gleichmäßigen wachsartigen Schicht *C* bedeckt ist, und zweitens eine Membran *m*, an der der Walze zugewendeten Seite mit einer Saphirspitze versehen, die an der Schicht anliegt. Die Walze ist um eine Welle mit gleichförmiger Geschwindigkeit drehbar und verschiebt sich dabei wie eine Schraubenmutter an ihr entlang. Drückt die Membran die Spitze gegen die Wachsschicht und dreht sich die Walze, so schneidet die Spitze eine um die Walze laufende Schraubenfurche von einer gewissen Tiefe ein. Schwingt die Membran unter dem Einfluß einer Schallquelle, so dringt die Spitze mit wechselnder Tiefe in das Wachs, und das entstehende Furchenprofil (Abb. 311) gibt ein Abbild des Schwingungszustandes. Bis hierher, d. h. solange die Membran unter dem Einflusse der Schallquelle vibriert, ist der Phonograph ein Schallempfänger und ein Schallaufzeichner. Bringt man aber, nachdem die Schallquelle beseitigt worden ist, die Walze an ihren Ausgangspunkt zurück, bringt dann die Saphirspitze wieder in die Furche hinein und dreht die Walze aufs neue, so gleitet die Spitze die Erhöhungen und Vertiefungen in der Furche entlang und versetzt dabei die Membran, an der sie ja festsetzt, in dieselben Schwingungen, die die Membran ausführte, als sie, durch den Schall bewegt, die Spitze zum Hervorbringen des Furchenprofils zwang. Dadurch wird der Ton der Schallquelle, die jenes Furchenprofil *produziert* hat, *reproduziert*. Im Grammophon benützt man Kreisplatten an Stelle der Zylinderwalzen.

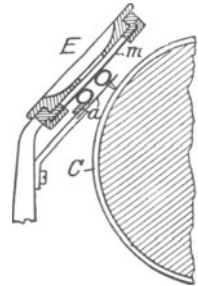


Abb. 310. Phonograph.

Abb. 311.
Phonographenschrift.

Tonstärke. Tonhöhe. Klangfarbe. Die Töne unterscheiden sich voneinander in ihrer Stärke, ihrer Höhe und ihrer Klangfarbe. Was man Stärke und Höhe des Tones nennt, weiß jeder. Klangfarbe nennt man die Eigenart des Klanges, durch die das Ohr z. B. eine Violine von einer Orgel oder einer menschlichen Stimme — auch ein „Organ“ von einem anderen — unterscheidet. Wodurch unterscheiden sich die *Schwingungen* eines *starken* Tones von denen eines *schwachen*? Die Erfahrung lehrt: wir hören einen Ton, der sich ungehindert ausbreitet, stärker oder schwächer, je nachdem wir der Schallquelle näher oder ferner sind, wir hören ihn dabei aber in unveränderter Höhe und in unveränderter Klangfarbe. Also *nur* auf die Stärke des Tones hat unser Abstand von der Schallquelle Einfluß. Das Toninstrument ist die Quelle der Schwingungen, die sich bis zu unserem Trommelfell fortpflanzen. *Fern* von der Quelle sind die Schwingungen aber kleiner als nahe dabei — gradeso wie Wasserwellen immer niedriger werden, je weiter sie sich ausbreiten. Die physikalische Ursache für die Abschwächung der Schallempfindung in größerem Abstände von der Schallquelle ist also in der Abnahme der Schwingungsweite zu suchen. Daß die Tonstärke in der Tat von der Schwingungsweite (Amplitude) abhängt, kann man an einer schwingenden Saiten (Abb. 304) hören und sehen. Man kann zwar die Schwingungen nicht *einzeln*

sehen, denn die Saite erscheint als verschwommenes, in der Mitte verbreitertes *Band*; man *hört* aber den Ton desto leiser werden, je schmaler das Band wird.

Wir müssen unterscheiden zwischen der Stärke der Schallempfindung und der Stärke der Schallbewegung. Das erste ist ein psychischer, das zweite ein physikalischer Vorgang. Die Erforschung ihres Zusammenhanges ist Sache der Physiologie (psycho-physisches Grundgesetz, WEBER, FECHNER). Die Stärke der Schallempfindung wächst natürlich mit der Stärke der Schallbewegung. Wir beschäftigen uns nur mit dieser, d. h. der physikalischen Stärke des Schalles.

Wie sich die Schallstärke mit dem Abstände von der Schallquelle in einem homogenen und isotropen Medium wie der Luft ändern muß, ergibt sich so: Die Schallquelle gibt die kinetische Energie ihrer Schwingungen (diese ist das physikalische Maß für die Schallstärke) an ihre unmittelbare Umgebung ab, und die Wellenbewegung verbreitet sie durch den Raum in Kugelwellen (S. 253), die in der Schallquelle den Mittelpunkt haben. (Wir wollen annehmen, daß von der Energie der Schallquelle nichts verlorengeht, also die *ganze* Energie auf einer solchen Kugelfläche ankommt.) Je größer die Kugelfläche ist, auf die sich die Energie verteilt, desto weniger kommt auf die Flächeneinheit. Die Kugelfläche mit dem Radius 2, 3 . . . n hat 4, 9 . . . n^2 mal soviel Flächeneinheiten wie die Kugelfläche mit dem Radius 1. Infolgedessen erhält also ein Flächenstück von 1 cm², das von den Schallwellen senkrecht getroffen wird, im Abstände 2, 3 . . . n Meter nur 1/4, 1/9 . . . 1/ n^2 der Energie, die es im Abstände 1 Meter erhalten würde. Kurz: die Schallstärke in einem Punkte ist umgekehrt proportional dem Quadrat seines Abstandes von der Schallquelle.

Messen kann man die Schallstärke (z. B. von Lautsprechern, E. MEYER) mit der RAYLEIGHschen Scheibe: eine sehr kleine, sehr dünne, kreisrunde Scheibe an einem sehr dünnen Faden hängend, vor Luftzug geschützt aufgehängt (Glimmerblatt ca. 5 mm Durchmesser, 0,05 mm stark; an Wollastendraht 10 cm lang, 3–5 μ Durchmesser) und *schräg* zur Schallrichtung gestellt, sucht sich, sobald Schallwellen sie treffen, *senkrecht* zur Schallrichtung zu stellen (Messung mit Fernrohr, Spiegel und Skala). Das Drehmoment an der Scheibe ist der Schallstärke proportional. Man berechnet daraus die Amplitude der Druckschwankung der Wellen in dyn/cm². — Zur Messung der Amplitude dient auch die Verbindung einer Aneroidmembran mit einem Resonator (Vibrationsmanometer, M. WERN). Die trichterförmige Öffnung des Resonators, Abb. 308, ist erweitert und durch die Membran luftdicht abgeschlossen, diese vertritt das Trommelfell. Ihre Schwingungen werden an einem mit ihr verbundenen Spiegel sichtbar, er zieht das Bild einer Lichtlinie zu einem Bande auseinander, seine Breite ist der Druckamplitude proportional; ihr Quadrat gibt ein Maß der Schallstärke.

Die Umwandlung des Schalls in eine andere Energieform (thermische, elektrische) ermöglicht es, falls der Umformungsbergang quantitativ bekannt ist, die Schallstärke indirekt zu messen.

B. Tonhöhe.

Schwingungszahl eines Tones. Sirene. Wodurch unterscheiden sich die Schwingungen eines hohen Tones von denen eines tiefen? Antwort: Durch ihre Geschwindigkeit; um einen hohen Ton zu geben, muß der tönende Körper in einer Sekunde *öfter* schwingen, als um einen tiefen Ton zu geben. Diese und damit zusammenhängende Fragen beantwortet experimentell die *Sirene* (CAGNIARD DE LA TOUR, 1819), ein Instrument, mit dem man 1. Töne von *vorgeschriebener* Schwingungszahl erzeugen kann, 2. die Schwingungen, die ein tönender Körper ausführt, unmittelbar *zählen* kann. Der wesentlichste Teil einer Sirene (es gibt verschiedene Bauarten) ist eine Kreisscheibe aus Blech, Pappe oder dgl., die wie ein Rad drehbar und mit Löchern versehen ist, die gleich weit voneinander entfernt auf einem zum Rande der Scheibe konzentrischen Kreise liegen. Gewöhnlich hat die Scheibe (Abb. 312) mehrere Lochreihen, die sich durch die Anzahl der Löcher unterscheiden (A. SEEBECK). Wird durch ein Röhrchen ein kräftiger Luftstrom gegen eine Lochreihe geblasen und die Scheibe schnell und

gleichmäßig gedreht, so entsteht bei genügend großer Drehgeschwindigkeit ein Ton. Woher der Ton? Solange die Scheibe stillsteht, tritt der Luftstrom *dauernd* gleichförmig aus dem Röhrchen aus. Dreht sie sich, so tritt ein stärkerer Luftstrom aus, wenn eine Öffnung vor der Mündung des Röhrchens vorbeigeht. Der Luftstrom wird aber abgeschwächt, wenn ein zwischen zwei Öffnungen liegendes Scheibenstück die Mündung des Röhrchens abdeckt.

Kurz: er tritt dann stoßweise aus und wirkt als ein sich in gleich langen Zwischenräumen wiederholender Anstoß, der Longitudinalwellen und, wenn er oft genug in 1 sec erfolgt, einen Ton erzeugt. Bläst man auf der Sirene mit zwei Lochreihen (Abb. 312) — die äußere hat mehr Löcher als die innere — die äußere hat mehr Löcher an, so zerlegt man bei jeder Drehung den Luftstrom in mehr Stöße, als wenn man die innere Reihe anbläst. Und dabei hört man die äußere Reihe einen höheren Ton geben als die innere, die *größere* Stoßzahl also den *höheren* Ton hervorrufen. Die Drehzahl pro 1 sec und die Anzahl der Öffnungen einer Lochreihe geben die Stoßzahl in 1 sec, d. h. die Schwingungszahl pro Sekunde des Tones. Hat die innere Reihe 8 Löcher und macht die Scheibe 30 Umdrehungen in 1 sec, so entstehen pro Sekunde 240 Stöße, der dadurch erzeugte Ton macht also 240 Schwingungen/sec, man sagt: 240 Hertz. Man kann so mit einer einzigen Lochreihe die Hertzzahl irgendeines Tones ermitteln: man läßt die Sirene so schnell laufen, daß sie beim Anblasen einen *gleich hohen* Ton gibt; die Anzahl der Löcher multipliziert mit der Anzahl der Umdrehungen in 1 sec gibt die Hertzzahl.

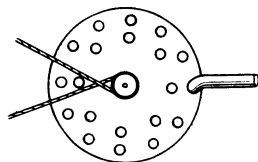


Abb. 312. Scheibe einer Sirene.

Intervall. Gibt man der Scheibe mehrere Löcherreihen (die Sirene von Dove hat gewöhnlich vier mit 16, 12, 10 und 8 Löchern), so kann man bei derselben Drehzahl Töne mit verschiedenen großen Hertzzahlen hervorrufen. Man kann dann untersuchen, wie sich die Höhe eines Tones ändert, wenn sich seine Hertzzahl ändert. Man erfährt dann zunächst, daß zwei Töne, t_1 und t_2 , für das Ohr denselben Höhenunterschied haben wie die Töne T_1 und T_2 (man sagt: „um dasselbe Intervall auseinanderliegen“), wenn die Hertzahlen von t_1 und von t_2 sich zueinander verhalten wie die von T_1 und von T_2 . Die Reihe mit 8 Löchern gibt angeblasen z. B. bei 30 Umdrehungen in 1 sec einen Ton von $8 \cdot 30$ Hertz. Die Reihe mit 16 Löchern gibt bei derselben Drehzahl einen Ton von $16 \cdot 30$ Hertz — er ist höher als der erste. Das Intervall, um das er uns höher klingt, nennen wir die *Oktave*. Wir sagen: er liegt eine Oktave höher als der erste, und nennen den tieferen den Grundton, den höheren „seine Oktave“. Läuft die Sirene langsamer, etwa nur mit 25 Umdrehungen in 1 sec, so ändert zwar *jeder* der beiden Töne seine Höhe, jeder wird tiefer, aber ihr Höhenunterschied bleibt derselbe — bleibt eine Oktave. Läuft die Sirene schneller, etwa mit 35 Umdrehungen in 1 sec, so werden beide Töne *höher*, aber auch dann bleibt ihr Höhenunterschied derselbe — eine Oktave. Das, was trotz der Verschiedenheit der Drehzahl (25—30—35) unverändert geblieben ist, ist das *Verhältnis* 1 : 2, in dem die Hertzzahl des tieferen Tones ($8 \cdot 25$, $8 \cdot 30$, $8 \cdot 35$) zu der des höheren ($16 \cdot 25$, $16 \cdot 30$, $16 \cdot 35$) steht. Stets macht der tiefere Ton halb so viele Schwingungen wie der um eine Oktave höhere. Und *stets*, aber auch *nur* wenn dieses Verhältnis 1 : 2 zwischen den Hertzahlen zweier Töne herrscht, wird ihr Höhenunterschied als Oktave *empfunden*. Das Gleichbleiben der physiologisch empfundenen *Höhendifferenz* offenbart sich somit in dem Gleichbleiben eines *Zahlenverhältnisses*.

Tonleiter. Der Höhenunterschied zwischen Grundton und Oktave ist ziemlich groß. Aber wie sich der Zwischenraum zwischen 1 und 2 durch Brüche ($1^1/3$, $1^1/2$,

$1\frac{2}{3}$ usw.) ausfüllen läßt, so auch der zwischen Grundton und Oktave durch eine unendliche Reihe kleinerer Intervalle. *Denkbar* ist eine unendlich große Zahl von Intervallen, aber uns interessieren nur die in der Musik gebräuchlichen — eine verhältnismäßig kleine Zahl.

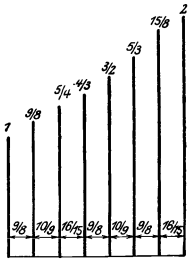


Abb. 313. Das Verhältnis der Hertzzahl von Sekunde, Terz, ... Oktave zu der des Grundtones (obere Zahlen) und zu der des tieferen Nachbartones (untere Zahlen).

Sie teilt zunächst — hierin liegt eine Willkür¹ — den Abstand zwischen Grundton und Oktave in sieben Stufen, schaltet also zwischen beide sechs Töne. Diese Aufeinanderfolge von Tönen nennt man eine *Tonleiter*. Die einzelnen Töne heißen: Grundton (oder Tonika), Sekunde, Terz, Quarte, Quinte (oder Dominante), Sexte, Septime, Oktave. — Das Verhältnis, in dem die Hertzzahl jedes dieser Töne zu der Hertzzahl des Grundtones steht, zeigt die Abb. 313. Die Hertzzahl des Grundtones entspricht der Länge der ersten der acht Geraden. Die bei den anderen Geraden stehenden Brüche geben das Verhältnis der Hertzzahl des betreffenden Tones zu der Hertzzahl des Grundtones. Die Quinte macht $3/2$, die Quarte $4/3$ mal soviel Schwingungen wie der Grundton, wohlgemerkt, wie der *Grundton*! Jene Zahlen geben das Intervall zwischen dem *Grundton* und dem betreffenden Ton der Tonleiter an.

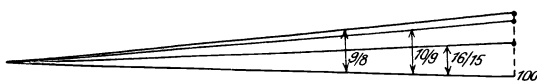
Wie steht es nun mit dem Intervall zwischen je zwei Nachbartönen? Das Intervall zwischen Grundton und Oktave ist in sieben Intervalle (Stufen) zerlegt. Aber diese Stufen sind nicht gleich hoch. Die Sekunde schwingt $9/8$ mal so oft wie ihr tieferer Nachbar, aber es schwingt keineswegs jeder Ton der Tonleiter $9/8$ mal so oft wie sein tieferer Nachbar. Bringt man die Brüche auf gleichen Nenner, so sieht man das. Die Hertzahlen der Tonleiter sind dann

24, 27, 30, 32, 36, 40, 45, 48.

Um das Intervall zwischen zwei Nachbartönen zu finden, muß man mit der Hertzzahl des tieferen Tones in die des höheren dividieren. Man findet dann als Intervalle $9/8$, $10/9$, $16/15$, $9/8$, $10/9$, $9/8$, $16/15$.

Dementsprechend empfindet auch *das Ohr* das Intervall zwischen je zwei Nachbartönen verschieden.

Die Verschiedenheit der Intervalle kann man sich durch ein Bild veranschaulichen. Die Sekunde z. B. macht $9/8$ mal soviel Schwingungen wie ihr tieferer Nachbar. Auf 100 Schwingungen des Grundtones kommen also 112,5 der Sekunde: das Intervall $9/8$ bedeutet somit eine Erhöhung um 12,5 % über den tieferen Ton. Das Intervall $10/9$ bedeutet eine Erhöhung um 11,1 %, das Intervall $16/15$ um 6,67 % über den tieferen Ton. Mißt man diese Erhöhung wie die Steigung einer bergan führenden Straße, die man in soundso viel Meter Erhebung auf 100 m horizontaler Grundlinie angibt, nur daß man hier Schwingungen statt Meter setzt, so erhält man Abb. 314. Der Winkel zwischen den bergan führenden Linien und der Horizontalen gibt die einzelnen Intervalle an. Das Intervall $9/8$ oder $10/9$ nennt man einen ganzen Ton, das Intervall $16/15$ einen halben Ton.



Steigung 12,5 : 100 — Intervall $9/8$
 „ 11,1 : 100 — „ $10/9$
 „ 6,67 : 100 — „ $16/15$

Abb. 314. Die Tonleitersteigung (Intervall) mit einer Straßensteigung (Winkel) verglichen.

ton ansieht, und geht man von ihr aus in denselben Intervallen weiter, in denen die Töne in der *ersten* Tonreihe aufeinanderfolgen, so erhält man eine ebensolche Tonreihe. Jeder Ton der neuen steht zu dem neuen Grundton in demselben Verhältnis, in dem der entsprechende Ton der vorigen zu deren Grundton steht. Und da der Grundton der neuen doppelt so

Tonleiter: diatonische, Dur- und Moll-, chromatische, temperierte. Geht man über die Oktave hinaus, indem man sie als den *Grund-*

¹ Wir werden uns der Willkür nicht bewußt, weil uns die Melodie der Tonleiter so in Fleisch und Blut übergegangen ist, daß wir sie als „selbstverständlich“ empfinden. Aber man vergegenwärtige sich, daß man im Bereich *derselben* Oktave eine Dur- und ein Moll-Tonleiter (und schließlich noch die chromatische) geschaffen hat.

viele Schwingungen macht wie der vorigen, so macht jeder einzelne Ton dieser neuen Tonreihe doppelt so viele Schwingungen wie der entsprechende der vorigen und klingt daher um eine Oktave höher. In derselben Weise kann man die neue „Oktave“ — so nennt man die Reihe von acht aufeinanderfolgenden Tönen — nach oben bis zur *oberen* Grenze der wahrnehmbaren Töne fortsetzen. Man kann aber auch die zuerst beschriebene Oktave nach unten fortsetzen und so Oktave an Oktave reihen, bis man die *untere* Grenze der wahrnehmbaren Töne erreicht. — Man nennt die so entstandene Tonleiter: diatonische¹ Tonleiter.

Benützt man als Grundton, von dem man ausgeht, den Ton von 261 Hertz — in der üblichen Schreibweise mit c_1 bezeichnet und das „eingestrichene“ c genannt — und reiht man nach oben wie nach unten Oktave an Oktave, so erhält man die C-dur-Tonleiter. Sie entspricht — mit einer für den Augenblick belanglosen Einschränkung, auf die wir zurückkommen — der Reihenfolge von Tönen, wie sie das Klavier gibt, wenn man die nebeneinanderliegenden weißen Tasten eine nach der anderen anschlägt. Man bezeichnet sie in deutschsprechenden Ländern mit *cdefgabc*, in den anderen mit *ut re mi fa sol la si ut*².

Sie heißt Dur-Tonleiter im Gegensatz zur Moll-Tonleiter. Die Moll-Tonleiter unterscheidet sich von der Dur-Tonleiter physikalisch dadurch, daß die Reihenfolge der Intervalle anders ist. Die Intervalle der Dur-Tonleiter sind:

9/8 10/9 16/15 9/8 10/9 9/8 16/15 (s. Abb. 313 u.),

die der Moll-Tonleiter:

9/8 16/15 10/9 9/8 16/15 9/8 10/9.

Ihr Klang ist daher auch wesentlich von dem der Dur-Tonleiter verschieden. In der Moll-Tonleiter verhalten sich die Hertzszahlen der Nachbaröne innerhalb einer Oktave zu der des Grundtones wie die Zahlen $1:9/8:6/5:4/3:3/2:8/5:9/5:2$. Als Dreiklang bezeichnet man die Tonfolge Grundton, Terz, Quinte. Dem Durdreiklang entspricht das Verhältnis der Schwingungszahlen $1:5/4:3/2$ oder $4:5:6$, dem Molldreiklang das Verhältnis $1:6/5:3/2$ oder $10:12:15$. Wir gehen auf die Moll-Tonleiter nicht weiter ein³.

Die C-dur-Tonleiter reicht für die Musik nicht aus, sie enthält zwischen Grundton und Oktave viel zu wenig Töne. Der Musiker verlangt, daß er jeden Ton als Grundton benützen und von ihm aus in den Intervallen Sekunde, Terz, Quarte usw. weitergehen kann. In der beschriebenen Tonleiter ist das aber unmöglich. Wenn er z. B. auf einem Klavier, das nur die weißen Tasten hat, also nur die C-dur-Tonleiter wiedergibt, eine Melodie spielen will, die mit den Intervallen Sekunde, Terz, Quarte anfängt, so muß, mit welchem Tone man die Melodie auch anfängt, auf den ersten Ton zuerst ein Ton im Intervall 9/8, auf dieses das Intervall 10/9 und auf dieses das Intervall 16/15 folgen, wenn die Melodie richtig herauskommen soll; nur dann ist die Reihenfolge Sekunde, Terz, Quarte vorhanden. Will man aber nicht von dem c_1 , sondern beispielsweise von dem nächsthöheren Ton, er heißt d_1 als Grundton ausgehen (die Melodie um einen ganzen Ton nach oben „transponieren“), so erkennt man die Unzulänglichkeit der Tonleiter. Denn auf das d_1 folgt in unserer Tonleiter, Abb. 313, das Intervall 10/9, auf dieses 16/15 und auf dieses 9/8 — ganz andere Töne als wir brauchen können. Die Töne, die tatsächlich vorhanden sind, haben die Hertzszahlen 261, 294, 326, 348, $391\frac{1}{2}$. Wenn wir aber nicht von dem c_1 mit 261 Hertz ausgehen wollen, sondern von dem d_1 mit 294 Hertz, so muß unbedingt auf dieses d_1 als Grundton die Sekunde mit $9/8 \cdot 294 = 331$ Hertz folgen, auf dieses die Terz mit $10/9 \cdot 331 = 368$ Hertz, und auf dieses die Quarte mit $16/15 \cdot 368 = 392$ Hertz. Auch nicht *einer* dieser drei Töne ist in unserer Tonleiter vorhanden. Die Einschaltung von 6 Tönen zwischen Grundton und Oktave genügt also nicht. — Wenn man die Forderung des Musikers, jeden Ton als Grundton zu benützen und von ihm aus stets in reinen Intervallen (*mathematisch* genauen) weitergehen zu können, *ganz* erfüllen wollte, so müßte man zwischen Grundton und Oktave 29 Töne einschalten (für die Dur- und Moll-Tonleiter zusammen), das Klavier würde also vom Grundton bis zur Oktave (diese eingeschlossen) in jeder Oktave 30 Tasten haben müssen (HELMHOLTZ). Von diesen vielen Tönen liegen einige so dicht beieinander, daß man ihr Intervall vernachlässigen kann. Man ersetzt daher gewisse Gruppen, deren Glieder sich nur *sehr* wenig voneinander unterscheiden, durch je *einen* Ton und fügt diesen in die unvollkommene Tonleiter (Abb. 313) ein. In die bereits vorhandenen sieben Stufen zwischen Grundton und Oktave hat man so noch fünf eingefügt, und zwar in die großen Intervalle 9/8 und 10/9, d. h. zwischen Grundton und Sekunde, Sekunde und Terz, Quarte und Quinte, Quinte und Sexte, Sexte und Septime (die schwarzen Tasten des Klaviers).

¹ *διαισίνων* ausstrecken.

² Angeblich die Anfangssilben der Halbzeilen eines Johanneshymnus: *ut queant laxis resonare fibris mira gestorum famuli tuorum, solve polluti labii reatum, sancte Ioannes* (GUIDO von Arezzo 1029). ³ Die Namen Dur und Moll haben nichts mit dem harten oder weichen Charakter der darin sich bewegenden Tonstücke zu tun, sondern beziehen sich nur auf die eckige und runde Form der Zeichen \sharp für unseren Ton h und \flat für unseren Ton b , das *B durum* und *molle* der mittelalterlichen Notenschrift (HELMHOLTZ).

Man hat dadurch die Oktave in 12 Stufen geteilt und die „chromatische“ Tonleiter¹ geschaffen.

c'	c'	c'
h		h
$a's$	b	
b		a
a		a
$g's$	$a's$	
$a's$		g
g	g	g
$f's$		
$g's$	f	f
f	f	f
e		e
$a's$	$a's$	
$a's$		a
a	a	a
$c's$		
$a's$		c
c	c	c

chro-moll dur
malisch

Abb. 315.
Relative Lage
und Bezeich-
nung der Töne
einer Oktave.

Aber man ist noch einen Schritt weitergegangen, man hat die zwölf Stufen *gleich groß* gemacht, d. h. man hat eine Tonleiter geschaffen, in der das Intervall zwischen je zwei Nachbartönen durchweg dasselbe ist (ANDREAS WERCKMEISTER, Orgelbaumeister, 1645—1706). An der Forderung, daß das Intervall zwischen Grundton und Oktave durch das Verhältnis 1 : 2 gegeben ist, hat man aber streng festgehalten. Man kann daher leicht berechnen, wie groß das Intervall zweier Nachbartöne in dieser zwölfstufigen Tonleiter ist: Wir bezeichnen die Hertzzahl des Grundtones mit β . Wir suchen die Zahl, mit der wir sie multiplizieren müssen, um die des höheren Nachbartones zu finden. Wir bezeichnen sie mit x . Die Hertzzahl des ersten Tones hinter dem Grundton ist dann $\beta \cdot x$, die des zweiten, der ja ebenfalls x mal soviel Schwingungen machen soll wie sein Nachbar, ist $\beta \cdot x^2$, die des dritten $\beta \cdot x^3$, die des zwölften Tones $\beta \cdot x^{12}$. Der zwölfte Ton hinter dem Grundton ist die Oktave, und die macht 2β Hertz, da der Grundton β macht. Infolgedessen ist

$$\beta \cdot x^{12} = 2 \cdot \beta, \text{ d. h. } x^{12} = 2, \text{ also } x = \sqrt[12]{2} = 1,0595.$$

Das ist das Intervall zwischen zwei Nachbartönen der neuen Skala, sie heißt die gleichmäßig *temperierte*, auch Skala „mit gleichschwebender Temperatur“. Unter Temperatur versteht man die Ausgleichung der (bisher verschiedenen) Intervalle untereinander. „Wohltemperiertes“ Klavier!

Dieses Intervall ist noch etwas kleiner als das Intervall $16/15 = 1,067$, der Anstieg von einem Ton der Skala zum nächst höheren, also noch etwas sanfter, als selbst beim kleinsten Intervall der früheren Tonleiter (Abb. 314); er beträgt nur 5,95 % von der Hertzzahl des Nachbartones. — Dadurch, daß dieses neue Intervall aber mit keinem der früheren (S. 262) übereinstimmt, wird die Tonleiter vollkommen anders. Nur das Verhältnis zwischen Grundton und Oktave bleibt bestehen, sonst kein einziges Intervall. Wenn wir die Hertzahlen der *reinen* Tonleiter darstellen durch

240 270 300 320 360 400 450 480.

so haben die entsprechenden Töne in der *temperierten* Skala die Zahlen

240 269,38 302,38 320,37 359,60 403,63 453,05 480.

Hinzu treten in der temperierten Skala noch die Töne mit den Hertzahlen

254,27 285,42 339,40 380,97 427,63.

Die temperierte Skala ist in der Musik die herrschende; aber *vollkommen rein* ist sie nur in den Oktaven. Abb. 315 enthält die Namen der Töne für die Dur- und die Moll-Tonleiter sowie für die temperierte Skala. Den einzelnen Tönen entsprechen horizontale Striche, ihre vertikalen Abstände sind durch die Größe der akustischen Intervalle bestimmt.

Kammerton. Bisher haben uns hauptsächlich die Intervalle interessiert, d. h. die Höhenunterschiede und das Verhältnis, in dem die Hertzahlen der zwei Töne stehen, die das Intervall bilden. Die absolute Höhe des einzelnen Tones und die absolute Größe seiner Hertzzahl haben wir bisher kaum berücksichtigt. (Vergleichen wir die beiden Töne mit Berggipfeln, so ist bisher nur berücksichtigt die relative Höhe des einen Gipfels über dem anderen und die Steigung des Weges von dem einen zum anderen, nicht aber die absolute Höhe der Gipfel über dem Meeresspiegel.) — Wir können nur die Hertzzahl eines einzigen Tones *beliebig* fixieren, mit *dieser* Hertzzahl (und Tonhöhe) ist auch die jedes anderen Tones der Tonleiter festgelegt. Denn sämtliche Intervalle, die auf diesen Ton bezogen werden, bestimmen sich ja durch Multiplikation (oder Division) der Hertzzahl des betreffenden Tones mit den Zahlen, die die Intervalle kennzeichnen. Wenn man es nur mit *einem* Musikinstrument zu tun hätte, z. B. *einem* Klavier oder *einer* Singstimme, so käme es auf die absolute Höhe des Grundtones nicht an; er würde dann eben etwas höher oder tiefer sein. Das Tonwerkzeug brauchte nur mit Bezug auf den einmal fixierten Anfangston *in sich selber*, d. h. in seinen *Intervallen*, richtig zu sein. Das allein genügt aber *nicht* mehr, wenn mehrere Instrumente zusammenwirken. Abgesehen davon, daß selbstverständlich jedes der Instrumente in sich richtig sein muß, muß auch der Grundton auf dem einen Instrument mit dem des anderen in der Höhe übereinstimmen, weil sonst das eine Instrument gegen das andere verstimmt ist — im Vergleich mit dem anderen „zu hoch (oder zu tief) steht“. — Die Festlegung eines allgemein gültigen Grundtones für die Übereinstimmung der einzelnen Tonwerkzeuge berührt den technischen Musikbetrieb (Oper) und wurde deswegen eine internationale Angelegenheit: Als *Normalton* gilt (seit der Wiener Stimmtonkonferenz, 1885) der Ton einer Stimmgabel (S. 271), die 435 ganze (d. h. 870 einfache) Schwingungen in der Sekunde (man sagt jetzt: 435 Hertz) macht. Dieser Ton ist das eingestrichene *a* (bezeichnet: a_1); er heißt *Kammerton* (Kammertonpfeife!). Legt man ihn zugrunde und *berechnet*

¹ *χρωμα*, Farbe; chromatisch, weil man anfangs die Noten für die eingeschobenen Töne farbig schrieb und druckte.

man dann die C-dur-Tonleiter in der *reinen* Stimmung (mit den Intervallen 10/9, 9/8, 16/15), so erhält man für die zwei aufeinanderfolgenden Oktaven vom eingestrichenen *c* bis zum zwei-gestrichenen *h* die Zahlen unter I, und für dieselben zwei Oktaven in der Stimmung mit gleichschwebender Temperatur (mit dem Intervall $\sqrt[12]{2}$ berechnet) die unter II angegebenen.

I		II	
$c_1 - h_1$	$c_2 - h_2$	$c_1 - h_1$	$c_2 - h_2$
261	522	258,65	517,30
293,625	587,25	290,33	580,66
326,25	652,5	325,88	651,76
348	696	345,26	690,52
391,5	783	387,55	775,10
435	870	435,00	870,00
489,375	978,75	488,27	976,54

Man kann die Tabelle nach beiden Seiten beliebig weit durch Rechnung fortsetzen. Aber der unbegrenzten berechenbaren Zahlenreihe entspricht keineswegs auch eine unbegrenzte hörbare Tonreihe.

Grenze der Tonhöhe für Hörbarkeit und für musikalische Verwendbarkeit. Die Grenzen der Hörbarkeit sind in der Jugend weiter gesteckt als im Alter. Im Mittel dürften sie nach unten etwa bei 16—20, nach oben etwa bei 20000—25000 Hertz liegen. Musikalisch verwendet werden nur Töne zwischen 40 und 5000; als Grenzen bezeichnet HELMHOLTZ das *E* des Kontrabasses mit 41 und das *d*₅ der Piccoloflöte mit 4702. — Da wir die Hertzzahl *n*, die zu einem gegebenen Ton gehört, kennen, können wir auch die zu ihm gehörige Wellenlänge berechnen. Wir wissen (S. 237 m.), daß $\lambda = v/n$ ist. Da *v*, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in der Luft für alle Schwingungszahlen, 342 m (bei 15° C) ist, so ist die zum Kammerton gehörige Welle = $342/435 = 0,786$ m. — Für die Grenzen der musikalisch verwendeten Töne mit 41 und 4702 Hertz ergeben sich die Längen von 8,4 m und 7,3 cm.

Prinzip von DOPPLER (1842). Die Höhe eines Tones hängt von seiner Hertzzahl *n* ab, d. h. von der Anzahl *n* der Wellen, die das Ohr in 1 sec treffen. Füllen diese *n* Wellen die Strecke *AB* ($= ab = aA = b'A$) aus (Abb. 316), so nimmt das Ohr, solange sein Abstand von der Tonquelle unverändert bleibt, jede Sekunde diese Wellenstrecke *AB* auf. Anders, sobald man sich der Tonquelle *sehr schnell* nähert oder sich *sehr schnell* davon entfernt! Während man sich ihr nähert, den zu dem Ohre herlaufenden Wellen *entgegen* geht, z. B. 1 sec lang, empfängt das Ohr natürlich *mehr* Wellen, als es vorher

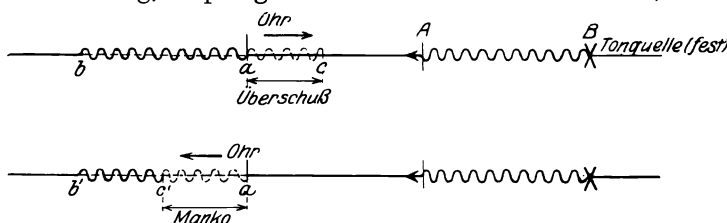


Abb. 316. Zum DOPPLER-Prinzip.

in der gleichen Zeit empfangen hat. Angenommen, es sei in 1 sec bis zum Punkte *c* gelangt. Anstatt uns aber den Hörenden während dieser Sekunde mit *gleichförmiger* Geschwindigkeit bis *c* bewegt zu denken, wollen wir uns vorstellen, er werde erst im letzten Moment dieser Sekunde, wenn das Ende der Wellenstrecke *ab* gerade bei ihm ankommt, *plötzlich* nach *c*, also in der Richtung zur Tonquelle hin versetzt; er *holt* sich dann zu den *n* Wellen, die zu ihm hergelaufen sind, *noch* alle die Wellen, die die Strecke zwischen *a* und *c* ausfüllen und die, wenn er auf sie *ruhend gewartet* hätte, erst in der nächsten Sekunde bei ihm eingetroffen wären. Was wir hier auf den letzten Moment zusammengedrängt *angenommen* haben, verteilt sich *tatsächlich* gleichförmig auf jene ganze Sekunde. Während dieser Sekunde hat das Ohr mehr Wellen empfangen, d. h. einen Ton von größerer Hertzzahl gehört, als es ruhend gehört hätte. Kurz: der Ton erhöht sich für das Ohr, *solange man sich* der Tonquelle *sehr schnell* entgegen

bewegt. — Eine analoge Betrachtung lehrt, daß, solange man sich von der Tonquelle sehr schnell *entfernt*, der Ton tiefer klingt: Angenommen, der Hörende würde, wenn er sich 1 sec lang von der Tonquelle *gleichförmig wegbewegt*, bis c' gelangen. Er werde aber schon im *ersten* Moment dieser Sekunde, wenn der Anfang der Wellenstrecke AB bei ihm ankommt, *plötzlich* nach c' versetzt. Die während dieser Sekunde bei a (wo das Ohr *zuerst* war) eintreffende Wellenstrecke der n Wellen reicht bis b' , somit sind in c' (wo es *jetzt* ist) nur die zwischen c' und b' liegenden Wellen eingetroffen; die zwischen c' und a liegenden Wellen haben aber am Ende dieser Sekunde das Ohr *noch nicht eingeholt*. Während dieser Sekunde — was wir auf einen Moment zusammengedrängt angenommen haben, hat sich tatsächlich ja im Laufe einer Sekunde abgespielt — hat also das Ohr tatsächlich *weniger* Wellen empfangen, d. h. einen Ton von kleinerer Hertzzahl gehört, als es ruhend gehört hätte — der Ton hat sich für den Hörenden, solange er sich bewegte, *vertieft*. — Zu denselben Ergebnissen gelangt man, wenn sich die Tonquelle bewegt. Die Rechnung ergibt: Nähert sich die Tonquelle mit 21 m/sec dem Ohr, so erhöht sich ihr Ton um einen halben Ton. Der Versuch stimmt mit der Theorie — sie wird das DOPPLER-Prinzip genannt — vollkommen überein. Man hört die Höhenänderung deutlich an dem Pfeifen einer schnellfahrenden, sich nähernden oder sich entfernenden Lokomotive.

Aus der obigen elementaren Überlegung ergibt sich: Nennen wir n die Hertzzahl der (ruhenden) Tonquelle, λ die zugehörige Wellenlänge, v die Geschwindigkeit des Schalles, v_b die des Beobachters, so erreichen den Beobachter, wenn er ruht, pro sec $n = v/\lambda$ Wellen; wenn er sich aber zur Schallquelle hinbewegt v_b/λ Wellen mehr. Es erreichen ihn $n' = n + v_b/\lambda = n(1 + v_b/v)$. Das heißt: der Ton erhöht sich im Verhältnis 1 : $(1 + v_b/v)$. Entfernt sich der Beobachter von der Tonquelle, so erniedrigt sich der Ton für ihn im Verhältnis 1 : $(1 - v_b/v)$.

C. Klangfarbe.

Klangfarbe. Von den drei physiologischen (subjektiven) Merkmalen Stärke, Höhe, Klangfarbe zeigt sich physikalisch (objektiv) das erste in der *Weite*, das zweite in der *Geschwindigkeit* der Schwingungen. Worin zeigt sich die Klangfarbe objektiv? Antwort: In der *Form* der Schwingungen. Man kann einen tönenden Körper dazu bringen, seine Schwingungen aufzuzeichnen: die tönende Stimmgabel, indem man sie mit einer Spitze versieht und dann an der Spitze eine berußte Platte vorbeigleiten läßt, so daß die Spitze eine Furche in den Ruß zeichnen kann; die tönende Saite, indem man eine kleine Stelle davon (in einem sonst vollkommen dunklen Raum) scharf beleuchtet und photographiert (die Platte dabei seitlich zur Schwingungsrichtung des Punktes schnell verschiebt) usw. — Ein allgemein anwendbares Mittel ist die Membran des Phonautographen von SCOTT (S. 252 m.) und des Phonographen von EDISON. Die Kurven der Abb. 317 sind mit dem Phonautographen aufgenommen.

Die Membran im Phonautographen entspricht dem Trommelfell und eine bestimmte Kurvenform auf der Membran einer bestimmten Empfindung des

Ohres: dem Eindrucke einer *eindeutig* bestimmten Klangfarbe. Wo ist das Band zwischen der charakteristischen Form der Kurve und der charakteristischen Klangfarbe? Die Kurven der Abb. 317 sind verwickelter als die vorbildliche Wellenform, und doch hängen sie mit ihr sehr einfach zusammen. Wir wissen von der *Übereinanderlagerung* von Wellenbewegungen (S. 243 m.), daß sich mehrere Schwingungsantriebe, die gleichzeitig auf denselben Punkt

wirken, zueinander addieren oder voneinander subtrahieren, je nachdem sie in dieselbe Richtung fallen oder nicht, und daß so aus mehreren Schwingungen, von denen jede einzeln eine einfache ist, eine sehr verwickelte Bewegungsform hervorgehen kann, Abb. 318 und Abb. 353.



Abb. 317. Vom Schallschreiber (Phonautograph) gezeichnete Schwingungsbilder.

Satz von FOURIER. Gesetz von OHM (1843). Wie FOURIER bewiesen hat, läßt sich jede beliebige periodische Schwingungsform — also auch jede der Formen der Abb. 317 in eine Anzahl *einfacher* Schwingungsformen zerlegen, und zwar nur in einer einzigen Weise; die Schwingungszahlen (pro Sekunde) dieser Schwingungen verhalten sich zueinander wie die Zahlen 1, 2, 3 . . .

Wie sich in Abb. 318 die Kurve *d* in die Kurven *a*, *b*, *c* der typischen Wellenform zerlegen läßt — genau so die von dem Phonautographen wiedergegebenen Kurven der Abb. 317. Man vergegenwärtige sich nun: jede Teilkurve bedeutet einen *Ton*, die Hertzzahl seine *Höhe*, die Amplitude seine *Stärke*. Dann sagen die von den Schallquellen herrührenden verwickelten Kurven (im Sinne des FOURIER-Satzes): die Schallquellen geben nicht *einen einzelnen* Ton, sondern ein *Gemisch von Tönen*, die sich durch ihre *Höhe* und ihre *Stärke* unterscheiden, aber sonst durch nichts. Vergegenwärtigt man sich ferner, daß die Membran des Phonautographen dem Trommelfell des Ohres und eine Kurve des Phonautographen einer bestimmten Schallempfindung entspricht, so kann man den FOURIER-Satz so (HELMHOLTZ) aussprechen: „Jede Schwingungsbewegung der Luft im Gehörgange, welche einem musikalischen Klange entspricht, kann immer (und jedesmal nur in einer einzigen Weise) dargestellt werden als die Summe einer Anzahl *einfacher* schwingender Bewegungen, welche Teiltönen dieses Klanges entsprechen.“ — Diese Teiltöne sind aber keineswegs nur Hypothese, sie sind wirklich hörbar. G. S. OHM hat den Satz aufgestellt, daß das Ohr nur eine *pendelartige*, in unserem Sinne also eine *einfache* Schwingung als einheitlichen Ton empfindet, jede *nicht-pendelartige* Schwingung aber in eine *Reihe* von pendelartigen Schwingungen *zerlegt*, von denen es jede einzelne empfindet (perzipiert). Daß wir sie für gewöhnlich nicht *heraus hören* (apperzipieren), sondern nur bei Übung des Gehörs oder unter Anwendung besonderer Hilfsmittel — kommt daher, daß sie in der Regel an Stärke hinter dem Grundton zurücktreten¹. Das Ohr faßt daher diesen mit der ihm zukommenden Höhe und Stärke auf, schreibt dem *ganzen* Klanggebilde die Höhe des Grundtones zu und glaubt *einen* einheitlichen Ton zu hören. Es *täuscht* sich aber. Nach HELMHOLTZ (1863) hören wir die verschiedenen Tonwerkzeuge *deswegen* in verschiedener Klangfarbe, weil sie neben dem Grundton „Obertöne“ — so nennt man die *Teiltöne* (Partialtöne), die 2-, 3-, 4mal soviel Schwingungen machen wie der Grundton — in verschiedener Höhe und verschiedener Stärke hören lassen. — Wenn die Obertöne nicht wären, also nur der Grundton ertönte, oder wenn alle Instrumente *dieselben* Obertöne hätten, so hätten alle *denselben* Klang. *Stimmgabel* und *Zungenpfeife* sind in der Höhe des 5-gestrichenen *c* nicht unterscheidbar (PREYER), die Obertöne zu diesem Grundton liegen in der 7- und 8-gestrichenen Oktave, also unhörbar hoch (S. 265 m.).

Man muß darum in der Akustik zwischen *Klang* und *Ton* unterscheiden: *Klang* ist der Eindruck einer periodischen Luftbewegung überhaupt, *Ton* der Eindruck einer einfachen Schwingung. *Tonhöhe* kann nur einem einzelnen Tone zukommen, einem Klange sind strenggenommen verschiedene Tonhöhen zuzuschreiben, seinen verschiedenen Teiltönen entsprechend. Wir sprechen vom

¹ In allen natürlichen und musikalisch brauchbaren Klängen nehmen die Teiltöne nach der Höhe hin an Stärke ab, aber in einigen der besten musikalischen Klangfarben gibt die Stärke der unteren Obertöne der des Grundtones nicht viel nach. Bei den Klavierklängen der mittleren und tieferen Oktaven ist der Grundton schwächer als der erste oder selbst als die beiden ersten Obertöne (HELMHOLTZ).

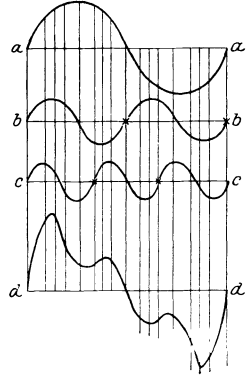


Abb. 318. Drei pendelartige Schwingungen (*a*, *b*, *c*) zu einer nicht-pendelartigen (*d*) übereinander-gelagert.

Zusammenklang verschiedener Instrumente, aber *jeder* Klang, der Obertöne unterscheiden läßt, ist bereits ein *Zusammenklang* verschiedener Töne.

Analyse und Synthese der Klangfarbe (HELMHOLTZ 1863). HELMHOLTZ hat die Richtigkeit seiner Ansicht analytisch und synthetisch bewiesen. Er hat nachgewiesen, daß die Klänge der einzelnen Musikinstrumente eine bestimmte Mischung von Obertönen enthalten. Mit abgestimmten Resonatoren hat er die Schallquellen analysiert und ermittelt, *welche* Obertöne außer dem Grundton in einem gegebenen Klange vorhanden sind. Die Verschiedenheit der Klangfarben konnte er dann darauf zurückführen, daß in den verschiedenen Klängen verschiedene Obertöne in *verschiedener Stärke* vorhanden sind. Am überzeugendsten aber hat er die Richtigkeit seiner Ansicht von dem Wesen der Klangfarbe synthetisch bewiesen. Beruht die Klangfarbe eines Instrumentes wirklich darin, daß man außer dem Grundton noch Töne hört, deren Schwingungszahlen 2-, 3- . . . mal so groß sind wie die Schwingungszahl des Grundtones, und deren Stärke in einem gewissen Verhältnis zu der des Grundtones steht, so muß man die Klangfarbe des Instrumentes dadurch *nachahmen* können, daß man den Grundton und jene anderen Töne einzeln *erzeugt*, sie in das richtige Stärkeverhältnis bringt und dann *miteinander* mischt. Das hat HELMHOLTZ getan. Er hat die einfachen (obertonfreien) Töne erzeugt mit schwingenden Luftsäulen, die er durch Resonanz (S. 257) mit Stimmgabeln zum Tönen brachte. Mit einer Reihe abgestimmter *Stimmgabeln* hat er so die Vokale der *menschlichen Stimme* nachgeahmt, ferner die Töne von *Orgelpfeifen* verschiedener Register, auch „das Näselerde der Klarinette durch eine Reihe ungerader Obertöne und die weicheren Klänge des Horns durch den vollen Chor sämtlicher Gabeln“. Auf die Möglichkeit, beliebige Klangfarben mit elektro-akustischen Mitteln zu erzeugen, wie NERNST sie z. B. in seinem Klavier (S. 269) anwendet, können wir hier nur hinweisen.

Verschiebt man die Kurven *c* und *b* (Abb. 318) gegen *a* in ihrer *Phase*, so entsteht eine ganz andere Kurve, obwohl die Teilkurven, die Obertöne, dieselben geblieben sind. Entspricht diese andere Schwingungsform einer anderen Klangfarbe, d. h. bedeutet die Phasenverschiebung der Obertöne eine Änderung der Klangfarbe? HELMHOLTZ hat die Frage verneint.

D. Tonwerkzeuge.

Saiten. Die Saite ist ein fadenförmiger elastischer Körper (Darm, Metall), der durch *Spannung* geradlinig ausgestreckt ist und dessen Punkte, ausgenommen die Endpunkte, beweglich sind. Aus ihrer Ruhelage entfernt (durch Anschlagen mit dem Hammer, Streichen mit dem Bogen, Zupfen mit dem Finger) und losgelassen, schnellte sie zurück, geht über die Ruhelage hinaus, kehrt wieder zurück und so fort. Ist ihre Schwingungszahl in der Sekunde dabei groß genug, so tönt die Saite. Das Gesetz, das die Schwingungen beherrscht, läßt sich durch das *Monochord* erläutern (Abb. 319), im wesentlichen eine Saite, deren Länge und deren Spannung man um meßbare Größen verändern kann, und die selber durch eine andere Saite ersetzbar ist. Gespannt wird die Saite durch Gewichte, die Länge des schwingenden Teils wird begrenzt durch die Klemmen *N* und *U*. Der Ton ist nur schwach, da kein Resonanzboden vorhanden ist, aber dafür ist das Monochord frei von Unklarheiten, die ein Resonanzboden mit sich bringt. Man findet die Schwingungszahl/sec abhängig von dem Material, den Dimensionen und der Spannung der Saite. Sie ist desto größer, der Ton also desto höher, je kürzer und je dünner die Saite ist, je spezifisch leichter das Material ist und je größer ihre Spannung ist. Den Zusammenhang der Hertzszahl *n* mit diesen Faktoren gibt die Formel von TAYLOR (1713):

$$n = \frac{1}{d \cdot l} \sqrt{g \cdot m}.$$

Es ist: *d* der Durchmesser, *l* die Länge, *p* das spezifische Gewicht der Saite, *g · m* das die Spannung hervorruftende Gewicht der Masse *m* und *π* die Zahl 3,14.

Die Formel ist mit dem Monochord als richtig beweisbar — bis auf Abweichungen, die wesentlich daher stammen, daß sie für eine Reihe von *einzelnen* Massenpunkten, nicht für eine Saite, abgeleitet ist, und daher, daß sie nur die Dehnungselastizität der Saite berücksichtigt, nicht auch die Biegungselastizität. Sie lehrt: 1. Wird *l* verkleinert, d. h. die Saite verkürzt, sonst aber nichts geändert, so vergrößert sich die Hertzszahl *n*, d. h. der Ton wird höher; und zwar wird *n*, wenn man die Saite auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$. . . verkürzt, 2-, 3-, 4- . . . mal so groß, d. h. die Saite gibt nacheinander die Reihe der harmonischen „Obertöne“ zum Grundton

mit n Schwingungen: die Oktave, die Quinte der Oktave, die doppelte Oktave usw. 2. Dasselbe ergibt sich, wenn man $g \cdot m$, die Spannung, 4-, 9-, 16-... mal so groß nimmt, als die Hertzzahl n sie erfordert, alles übrige aber unverändert läßt. 3. Dasselbe ergibt sich, wenn d kleiner, d. h. die Saite entsprechend dünner ist. 4. Die Schwingungszahlen/sec sind unter sonst gleichen Verhältnissen größer, die Töne also höher, mit einem spezifisch leichteren Material (kleinerem p), z. B. mit einer Darmsaite größer als mit einer Stahlsaite usw.

Alles das gebraucht man für die Musikinstrumente: Die Saiteninstrumente bekommen für die hohen Töne dünnere und kürzere Saiten als für die tieferen (Klavier, Cembalo, die Streichinstrumente, Harfe, Gitarre, Zither); auf den Streichinstrumenten, sie haben nur vier Saiten, erzeugt man die höheren Töne, für die keine besonderen Saiten vorhanden sind, dadurch, daß man eine Saite mit dem Finger gegen das Griffbrett drückt und so ihren schwingenden Teil verkürzt.

— Die Saiten für die tiefsten Töne des Klaviers und des Cembalos sind aus Kupfer, das spezifisch schwerer ist als Stahl usw. — Die Saiten der Saiteninstrumente stimmt man durch Veränderung ihrer Spannung höher oder tiefer (durch stärkeres Anziehen oder Lösen von *Wirbeln*, um die ihr eines Ende geschlungen ist). Die Saiten setzen beim Schwingen nur sehr geringe Luftmengen in Bewegung und geben daher so schwache Töne, daß sie praktisch nicht verwendbar wären, wenn sich die von ihnen hervorgerufene Luftbewegung nicht verstärken ließe. Man verstärkt sie, indem man die Saiten über sehr elastischen Holzflächen, Resonanzböden, oder über Holzkästen aus sehr dünnen elastischen Wandungen, Resonanzkästen, schwingen läßt. Damit die Resonanzböden und die Resonanzkästen, in denen die Luft mitschwingt, auf *alle* Töne mitschwingen, müssen sie gewisse Bedingungen erfüllen, die — man denke an die seltsame Form der Streichinstrumente — sich mehr aus der Erfahrung als der Theorie ergeben.

Den Resonanzboden des Klaviers umgeht NERNST dadurch, daß er die Saitenschwingungen von Mikrofonen aufnehmen läßt und deren Schwingungen, durch *Elektronenröhren verstärkt*, einem Lautsprecher zuführt. Dadurch umgeht er auch die unharmonischen Obertöne im Baß, und er verbessert den Diskant, weil er das dort besonders störende Hammergeräusch unterdrückt, die Dämpfung verringert und die Abklingdauer verlängert.

Flageolettöne. Die Saite schwingt, wenn sie ihren Grundton allein, ohne einen „Ober-ton“, gibt, zwischen den beiden Grenzlagen (Abb. 320 a). *Alle* ihre Punkte schwingen gleichzeitig nach derselben Richtung, wie in der stehenden transversalen Welle (S. 245 u.). Die beiden Befestigungsstellen der Saite sind die Knoten, der mittlere Teil ist der Bauch. Man kann auch die Schwingungsformen Abb. 320 b c d hervorrufen: Die Punkte β, γ, δ sind dann *Knoten*, und die Saite schwingt in zwei Hälften, drei Dritteln, vier Vierteln; sämtliche Punkte der Saite gehen *gleichzeitig* durch die Ruhelage, aber die Punkte von je zwei benachbarten Abteilungen der Saite schwingen in einander entgegengesetzter Richtung (wie bei der stehenden Welle eingehend beschrieben). Die Saite gibt dann die Oktave (b), die Quinte der Oktave (c), die nächste Oktave (d) — wie wenn man sie auf $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots$ verkürzt hätte. Daß die Knotenpunkte in Ruhe sind, sieht man, wenn man auf die Saite \wedge -förmige Papierreiter setzt; sie werden überall außer an den Knotenpunkten abgeworfen. — Man kann *diese* Schwingungsformen dadurch erzwingen, daß man die Saite auf einen Resonanzkasten spannt und auf diesen eine tönende Stimmgabel setzt, die dieselbe Höhe hat, wie sie die Saite bei der betreffenden Form hat. Die Saite gerät dann auf den Stimmgabelton in Mitschwingung. Man kann die Töne auch dadurch hervorrufen, daß man die Saite in einem Punkte berührt, der um $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ vom Ende der Saite entfernt ist, und sie anstreicht. Man nennt die Töne *Flageolettöne*, weil ihr Klang an den einer Flöte erinnert. Die Klänge ähneln einander, weil beide von Obertönen frei sind (S. 267 u.).

Aber *diese* Formen sind nur Ausnahmeformen. Für *gewöhnlich* schwingt die Saite eines „Saiteninstrumentes“ keineswegs so einfach. Eine am Punkt A (Abb. 321) gezupfte Saite (Cembalo, Harfe, Gitarre, Zither, Pizzicato der Streichinstrumente) nimmt nach HELMHOLTZ nacheinander die Formen I—7 der Abb. 322 an. Sie hat im Moment, in dem sie losgelassen wird, die Form aAc ; sie schwingt dann aber nicht zwischen den Grenzlagen aAc und $a'A'c$ einfach hin und her, sondern schwingt zwischen den Lagen I und 7, d. h. der

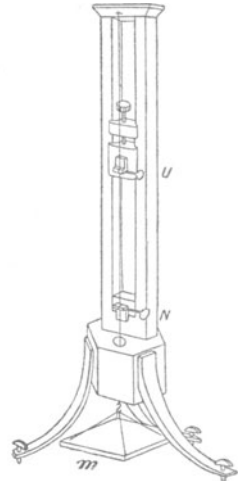


Abb. 319. Monochord (W. WEBER) zum Studium der Saitenschwingungen.

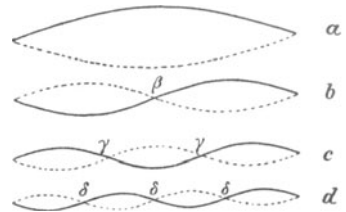


Abb. 320. Schwingungsbild des Grundtones (a) und der drei ersten Obertöne (b, c, d).

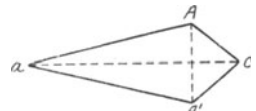


Abb. 321. Gezupfte Saite.

Fußpunkt der von A auf die Ruhelage ac gefällten Senkrechten läuft längs ac hin und her; bei der Schwingung Abb. 321 würde er immer an derselben Stelle von ac bleiben. Ganz ähnlich verhält sich die gestrichene und die angeschlagene Saite. — Aus dem bei der Besprechung der Klangfarbe Gesagten (S. 266—268) ist verständlich, daß diese Schwingungsform die *Klangfarbe* der Streichinstrumente *charakterisiert*. Die Zacken und feinen Kräuselungen des Schwingungsbildes einer *gestrichenen* Saite (Abb. 323) können nur entstehen, wenn sich kleine Wellen über die anderen lagern, d. h. wenn Obertöne, die verhältnißmäßig hoch sind, zum Grundton treten. Schon diese Abbildung zeigt, wie eine zackige Schwingungsform entsteht, wir können uns leicht vorstellen, wie aus der Über-einanderlagerung kleiner Wellen die Form immer zackiger werden kann. — Die Form der schwingenden Saite ist ganz verschieden, je nachdem die Saite gezupft oder angeschlagen oder gestrichen worden ist; sie ist auch verschieden, je nach der *Stelle*, an der die Saite dabei angefaßt worden ist. Man kann sie während des Schwingens beobachten (HELMHOLTZ) mit dem *Vibrationsmikroskop*, und sie photographisch (RAPS und KRIGAR-MENZEL) festhalten.

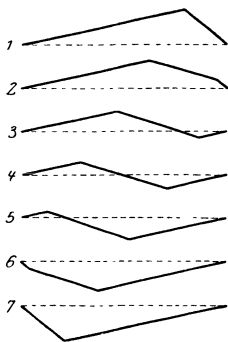


Abb. 322. Aufeinanderfolgende Bilder einer gezupften schwingenden Saite (HELMHOLTZ).

interessieren uns hier nur als schwingende, nicht als tönende Körper. Die Theorie ihrer Schwingungen ist sehr entwickelt, wir beschreiben nur die wichtigsten Tatsachen.

Stäbe können longitudinal und transversal schwingen: longitudinal, wenn man sie



Abb. 323. Schwingungsbild einer gestrichenen Saite (HELMHOLTZ).

mit einem rau (Kolophonium) gemachten Tuche der Länge nach reibt; transversal, wenn man sie wie Violinsaiten streicht oder wie Klaviersaiten anschlägt. Wo man sie in der Musik verwendet, läßt man sie transversal schwingen (Spieldose, Triangel, Celesta). Ihre Schwingungszahl hängt wie die der Saiten von ihrem Material ab und von ihren Dimensionen, ferner (wohlgemerkt!) von ihrer *Befestigungsart*, d. h. davon, wie und wo sie, während sie schwingen, festgehalten werden. Die Schwingungszahl/sec bei transversalen

Schwingungen ist der Dicke des Stabes in der Schwingungsebene proportional und dem *Quadrat der Länge* umgekehrt proportional — bei den Saiten ist sie der *Länge* umgekehrt proportional. Um durch Längenänderung die Schwingungszahl zu verdoppeln, verdreifachen, vervierfachen, braucht man also den Stab, wenn sonst alles ungeändert bleibt, nicht wie bei den Saiten auf $1/2$, $1/3$, $1/4$ zu verkürzen, sondern nur auf $1/\sqrt{2}$, $1/\sqrt{3}$, $1/\sqrt{4}$. Man muß eine Saite, die 1000 mm lang ist, auf 500 oder 333,3 oder 250 mm verkürzen, um die ersten drei Obertöne zu dem Grundton der ganzen Saite zu bekommen, einen 1000 mm langen Stab braucht man dazu nur auf 707—577—500 mm zu verkürzen.

Derselbe Stab gibt je nach seiner Befestigungsart einen anderen Grundton: den tiefsten, wenn eines der Enden *fest eingeklemmt* (Schraubstock), das andere frei beweglich ist (fest-freier Stab), den höchsten

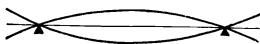


Abb. 324. Schwingungsform eines an beiden Enden freien (frei-freien) transversal schwingenden Stabes. Seine zwei Knotenpunkte.

(nahezu die dritte Oktave des vorigen), wenn *beide* Enden festgeklemmt (fest-fest), aber auch wenn beide frei sind (frei-frei). Sind sie *festgeklemmt*, so schwingt er in der Form einer Saite, die ihren Grundton gibt; sind sie frei, so schwingt er in der Form Abb. 324. Es bilden sich zwei Knotenlinien (*Linen*), weil der Stab gewissermaßen eine Vielheit von nebeneinanderliegenden Saiten repräsentiert, etwa um $1/5$ der Stablänge von den Enden entfernt. In der Abb. 324 ist der Stab in ihnen unterstützt. Der Stab kann aber auch einen Grundton geben, der *zwischen* den eben erwähnten liegt, nämlich dann, wenn die beiden Enden nur *unterstützt* sind, und *noch* einen anderen, wenn das eine Ende fest, das andere aber ganz frei ist oder auch nur unterstützt ist. In allen diesen Fällen schwingt der Stab als Ganzes, d. h. er gibt einen Grundton. Man kann ihn aber dazu bringen (wie bei einer Saite), indem man gewisse Stellen berührt, so daß sie in Ruhe bleiben müssen, sich in selbständig schwingende Teile zu zerlegen, die voneinander durch Knotenlinien getrennt sind. Auch dabei tritt etwas Merkwürdiges ein: die Teile sind *ungleich*, die Knoten daher *nicht* gleich weit voneinander entfernt (ganz anders als bei den Saiten). Nur wenn beide Enden festgeklemmt sind, der Stab also in der Form einer Saite schwingt, liegen die Knoten *gleich* weit voneinander. Man macht die Knotenlinien dadurch sichtbar (CHLADNI), daß man auf den Stab (man benützt dazu einen von rechteckigem Querschnitt) feinen trockenen Sand streut; er rollt von den schwingenden Teilen herunter und sammelt sich in den Knotenlinien.

Stimmgabel. Der Stab ist kein eigentliches Musikinstrument, nur im Glockenspiel (Stahlharmonika) und im Xylophon (Holzharmonika oder Strohfidel) und als Triangel benutzt man ihn. Aber als Stimmgabel (erfunden 1711 von einem englischen Stabtrompeter) ist er das einfachste und zuverlässigste Gerät, Abb. 325, um angeschlagen einen Ton von bekannter Höhe anzugeben. Als *Normalstimmgabel*, auf das Kammerton-*a* abgestimmt, ist er ein unentbehrliches akustisches *Hilfsinstrument* zum Einstimmen der Musikinstrumente (S. 264 und S. 283 m.) und der Singstimmen. (In diesem Sinne bedeutet die international vereinbarte Normalstimmgabel für die „Stimmung“ etwas Ähnliches wie der international vereinbarte Normalmaßstab [Meterstab] für die Längenmessung.) — Die Stimmgabel entsteht aus einem an beiden Enden freien Stabe. Ein solcher Stab hat (s. oben), wenn er den Grundton gibt, zwei Knotenpunkte, jeden um etwas mehr als ein Fünftel der Stablänge vom Ende entfernt. Biegt man ihn, so rücken die Knotenpunkte immer näher aneinander, in der Gabel begrenzen sie den Bogen. Die Zinken schwingen (etwa wie zwei fest-freie Stäbe) zueinander hin und voneinander weg. Der Bogen zwischen den Knoten der Gabel *verändert* dabei infolge

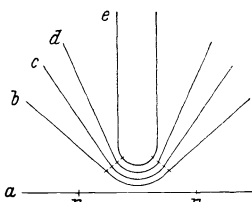


Abb. 325. Der frei-freie transversal schwingende Stab *a*, zur Gabel *e* gebogen als Stimmgabel. Die zwei Knotenpunkte der schwingenden Stimmgabel.

seiner Elastizität seine *Krümmung* und *schwingt* daher in der Richtung der Längsachse der Gabel, und dasselbe tut ein an ihm befestigter Stiel. Mit dem Stiel fest auf einen Resonanzboden gesetzt, zwingt die tönende Stimmgabel daher den Resonanzboden, kräftig mitzuschwingen und ihren Ton zu verstärken. — Die Schwingungszahl einer Stimmgabel hängt sehr verwickelt von Länge und Dicke der Zinken und von Dichte und Elastizität des Materiales ab (meist Stahl); und mit steigender Temperatur nimmt sie etwas ab (ca. um 0,0001 pro Grad). Die Physikalisch-Technische Reichsanstalt stimmt die Normalstimmgabel auf das Kammerton-*a* von 435 Hertz bei 15° ab.

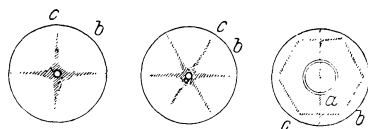


Abb. 326. Schwingende Platte. Die Knotenlinien durch Sand sichtbar gemacht. (CHLADNISCHE Klangfiguren.)

Platten und Membranen. Platten und Membranen schwingen stets transversal, wir müssen streng genommen sorgfältig zwischen beiden unterscheiden¹. Sie stehen einander gegenüber wie Stäbe und Saiten: Die Platten (und die Stäbe) besitzen Elastizität schon durch ihre Festigkeit, so in dem Becken und dem Tamtam. Die Membranen (und die Saiten) erhalten Elastizität erst durch Spannung, so in der Pauke, der Trommel, dem Tamburin; so auch unser Trommelfell, das den äußeren Gehörgang abschließt. (Es ist ein sehr flacher Trichter; weil unregelmäßig gebaut und ungleichmäßig gespannt, resoniert es auf alle möglichen Schwingungen, aber *gut gedämpft* durch die mit ihm verbundenen Gehörknöchelchen. Wäre das *nicht*, so würden wir schnell aufeinander folgende Töne ineinander verschwimmend hören.)

Theoretisch interessant sind die Schwingungen von Platten (Metall, Holz, Glas), die in einem Punkt unterstützt sind. Sie schwingen, wenn man sie mit einem Violinbogen streicht (CHLADNI, 1787). Wie bei den Stäben, hängt auch bei ihnen die Schwingungszahl davon ab, wie sie festgehalten werden, und wie der festgehaltene Punkt und die Anstrichstelle zueinanderliegen. Daher kann dieselbe Scheibe verschiedene Grundtöne geben, da man dieses Verhältnis mannigfach abändern kann. Dabei schwingt aber die Platte nie als Ganzes, sondern immer nur in Teilen, die durch Knotenlinien getrennt sind. Die Mannigfaltigkeit der möglichen Schwingungszustände wird noch größer, wenn man *noch* einen Punkt der Platte am Schwingen verhindert, etwa dadurch, daß man ihn berührt. Da dieser Punkt dann in Ruhe bleibt, muß er eine Knotenlinie durch sich hindurchleiten. — CHLADNI hat die Knotenlinien sichtbar gemacht, indem er die in horizontaler Lage unterstützte Platte mit feinem trockenen Sande bestreute. Der Sand rollt von den schwingenden Teilen herunter und bleibt in den Knotenlinien, da diese ja in Ruhe sind, liegen. So entstehen die CHLADNISCHEN *Klangfiguren*. Abb. 326 zeigt eine und dieselbe Scheibe; *b* bedeutet jedesmal die Anstrichstelle, *c* die Stelle, an der die Platte festgehalten worden ist, *a* die Stelle, in der sie berührt worden ist. — Man kann auch die Schwingungsbäuche auf den Platten sichtbar machen (SAVART, 1827), wenn man anstatt des Sandes sehr feines leichtes Pulver, am besten Lykopolium (Bärlappsamen) anwendet (Abb. 327). Die starke Aufwärtsbewegung der Bäuche stößt (FARADAYS Erklärung) die Luft und mit ihr den leichten Samen in die Höhe, beim Herunterschwingen der Platte verdünnt sich die Luft

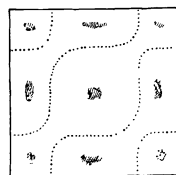


Abb. 327. Schwingende Platte. Die Bäuche durch Lykopolium sichtbar gemacht (SAVART), die Knotenlinien durch Sand (CHLADNI).

¹ Der Sprachgebrauch ist hier unscharf, man nennt auch eine sehr dünne blattähnliche Platte oft Membran.

über dieser Stelle, so daß von allen Seiten die Luft zu ihr hinstromt und den Samen auf ihr zusammenhäuft.

Die technisch wichtigsten Platten sind die blattartig dünnen im Mikrophon, im Telefon und in dem ihm ähnlichen Lautsprecher. Dabei ist es ein großer Unterschied, ob eine Platte normal zu ihrer Ebene als Ganzes hin und her geht, ohne sich zu deformieren, so wie ein Kolben hin und her geht (*Kolbenmembran*), oder ob sie sich beim Schwingen durchbiegt (deformiert). Die Scheiben in der schematischen Abb. 569 o. stellen Kolbenmembranen dar. Die wirklichen Telefon- und Mikrophonmembranen der Leitungstelephonie deformieren sich, sie neigen daher zu *Eigenschwingungen* und verfälschen dadurch den übertragenen Klang. Die Membranen der Rundfunktelephonie und -mikrophone, *Kondensatortelephon* und -mikrophon, sind fast frei davon und überliefern den Klang naturgetreu, sie geben aber nur sehr schwache Sprechströme, deren Verstärkung unerlässlich ist. Das Kondensatortelephon ist gewöhnlich ein Plattenkondensator (S. 402), dessen eine Platte als dünne Telephonmembran ausgebildet ist. Sie gerät in Schwingungen durch die Wechsellspannung an dem Kondensator, die durch Induktion von Sprechströmen hervorgerufen werden. Kondensatortelephone, die an Stelle von Mikrophonen, also an der Sprechseite benutzt werden, nennt man *Kondensatormikrophone*. Der gewöhnliche Fernsprechbetrieb benutzt wegen ihrer größeren Widerstandsfähigkeit ausschließlich die *Körnermikrophone* (s. d.). Das elektromagnetische Posttelephon der Leitungstelephonie hat eine kreisförmige Platte aus Eisen, etwa 0,2—0,4 mm dick, etwa 50 mm im Durchmesser (die Schallöffnung ist etwa 10 mm im Durchmesser).

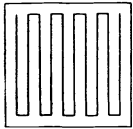


Abb. 325.

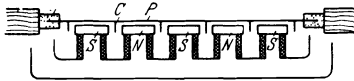


Abb. 329.

Elektrodynamischer Lautsprecher (RIEGGER).
S, N Magnete, P schwingende Platte (in Abb. 328 von unten gesehen), C hochkant stehendes Mäanderband der Abb. 328.

Der gewöhnliche Fernsprechbetrieb benutzt wegen ihrer größeren Widerstandsfähigkeit ausschließlich die *Körnermikrophone* (s. d.). Das elektromagnetische Posttelephon der Leitungstelephonie hat eine kreisförmige Platte aus Eisen, etwa 0,2—0,4 mm dick, etwa 50 mm im Durchmesser (die Schallöffnung ist etwa 10 mm im Durchmesser). Der *Blatthaller* genannte (elektrodynamische) Lautsprecher von RIEGGER hat eine quadratische, äußerst dünne Platte aus gewelltem Duraluminium von 20×20 cm bis 50×50 cm und mehr. Er beruht (Abb. 328 und 329) auf der Wechselwirkung zwischen einem Magnetfeld und einem von Wechselstrom durchflossenen Leiter: ein mäanderförmig geführtes hochkant gestelltes leitendes von Wechselstrom-

schwingungen durchströmtes Band schwingt in einem entsprechend angeordneten Magnet-system und *mit ihm* schwingt das auf ihm befestigte Blatt. Das Blatt ist zwischen Filzstreifen leicht beweglich gelagert, es verkörpert eine Kolbenmembran. Ein glockenförmiger Körper schwingt ähnlich wie eine Platte, eine Glocke von der Form der Kirchenglocken ähnlich wie eine kreisförmige, im Mittelpunkt festgehaltene. Eine solche Platte gibt den tiefsten Ton, wenn zwei ihrer Durchmesser Knotenlinien bilden, d. h. wenn sie in vier Quadranten schwingt — ebenso eine Glocke, wenn sich vier Knotenlinien auf ihr bilden, die von ihrer Haube aus an ihr herunter nach dem Rande laufen, so daß der Glockenkörper auch in vier Quadranten schwingt; der zweite Oberton tritt auf, wenn er sich in sechs, der dritte, wenn er sich in acht schwingende Teile zerlegt.

Longitudinal schwingende feste Körper. *Saiten* kann man in longitudinale Schwingungen versetzen, indem man sie der Länge nach mit einem durch Kolophonium rauh gemachten Tuche reibt, oder wenn man sie mit dem Bogen unter sehr spitzem Winkel streicht. Die Töne sind schrill und viel höher als die durch transversale Schwingungen derselben Saite erzeugten. Sie haben nur theoretisches Interesse, für die Musik nur das praktische, daß man sie vermeiden muß. Daher muß man den Bogen möglichst genau *rechtwinklig* zur Saite führen.

Auch die Longitudinalschwingungen der *Stäbe* haben nur theoretische Bedeutung, sie sind wichtig für die Messung der Schallgeschwindigkeit in festen Stoffen, nämlich in dem Stoff, aus dem der Stab besteht, und für die Berechnung seines Elastizitätskoeffizienten. Man erzeugt sie, indem man die Stäbe der Länge nach reibt — Metall- und Holzstäbe mit einem durch Kolophonium rauh gemachten Tuche, Glasstäbe mit einem nassen Tuche oder mit angefeuchteten Fingern — oder indem man sie longitudinal mit einem Hammer *anschlägt*. Auch bei den longitudinalen Schwingungen ist der Schwingungszustand des Stabes verschieden, je nachdem seine Enden frei beweglich sind oder nicht.

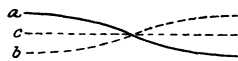


Abb. 336.
Abweichung der Teilchen aus der Ruhelage im longitudinal schwingenden Stabe.

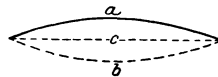


Abb. 331.
Abweichung der Teilchen aus der Ruhelage in der transversal schwingenden Saite.

Angenommen, der an beiden Enden freie Stab gibt seinen Grundton: er schwingt dann als Ganzes, wie eine Saite als Ganzes schwingt, wenn sie ihren Grundton gibt. Aber zwischen beiden besteht ein großer Unterschied: weil die Saite *transversal* schwingt, der Stab longitudinal. Man vergegenwärtige sich: schlägt man den Stab an dem einen Ende longitudinal an, so läuft von diesem Ende aus eine Längswelle den Stab entlang, wird am anderen Ende zurückgeworfen und interferiert, während sie zurückläuft, mit der

ihr entgegenkommenden. So entsteht eine stehende Längswelle (S. 246 m.). Die *Mitte* muß ein Ruhepunkt, ein *Knoten*, werden, an den Enden je ein Bauch entstehen; um die Mitte herrscht also die schwächste Bewegung, dafür aber abwechselnd Verdichtung und Verdünnung — an den Enden zwar starke Bewegung, aber keine Änderung der Dichte. Durch sein Aussehen kann der Stab unserer Anschauung dabei nicht zu Hilfe kommen, weil wir das Hin und Her seiner Punkte nicht sehen können, wie wir das Auf und Ab der Saite sehen konnten. Aber wenn wir die Strecken, um die die einzelnen Punkte longitudinal von ihrer Ruhelage abweichen, wie S. 237 o., *transversal* zur Ruhelage des Stabes aufzeichnen, so bekommen wir das Bild einer Welle und übersehen den Vorgang. Die Abb. 330 *a, b, c* geben die Abweichungen der einzelnen Punkte des Stabes in dieser graphischen Umdeutung wieder: *a* und *b* in dem Moment, in dem die Punkte sämtlich gleichzeitig umkehren, *c* in dem Moment, in dem sie, ebenfalls gleichzeitig, durch die Ruhelage gehen. Die Abb. 331 *a, b, c* zeigen entsprechend eine Saite, die ihren Grundton gibt. — Man sieht: der Stab bildet, wenn er seinen Grundton hören läßt, mit seiner ganzen Länge die halbe Wellenlänge seines Grundtones. Mißt man seine Länge und ermittelt man die Höhe des Grundtones, so kann man die Geschwindigkeit bestimmen, mit der sich die longitudinale Welle durch ihn fortpflanzt. Es ist ja (S. 237 m.)

$$v = \frac{\lambda}{t} = \frac{\text{Wellenlänge}}{\text{Schwingungsdauer}}.$$

λ , die Wellenlänge, ist gleich der doppelten Stablänge, und t , die Schwingungsdauer, ergibt sich aus der Beziehung $n \cdot t = 1$, worin n die Hertzszahl des Tones ist, so daß also auch $v = \lambda \cdot n$ ist. Ermittelt man die Höhe des Stabtones, so ergibt sich n , also auch t . MELDE erhielt von einem *Stahlstabe* von 1400 mm Länge einen Grundton, dessen Höhe (mit einem Monochord gemessen) 1872 Hertz entsprach: daraus ergibt sich $v = 2800 \text{ mm} \cdot 1872 = 5242 \text{ m}$, von einem *Glasstabe* von 1574 mm Länge einen Grundton mit 1696 Schwingungen, daraus ergibt sich $v = 5339 \text{ m}$.

Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v mit dem Elastizitätsmodul e durch $v = \sqrt{e/d}$ zusammenhängt, so kann man aus der so ermittelten Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der bekannten Dichte den Elastizitätsmodul ermitteln.

Der fest-freie Stab muß sich anders verhalten, als der frei-freie. Denn an dem festen Ende kann nur ein *Knoten* entstehen, am freien ein *Bauch*. Gibt der fest-freie Stab seinen Grundton, schwingt er also als Ganzes, so bildet die Gesamtheit aller Stabpunkte eine *Viertelwelle*, denn ein *Bauch* und der nächste *Knoten* sind stets eine *Viertelwelle* voneinander entfernt. Er gibt dann einen Grundton, der um eine Oktave tiefer ist als der frei-freie Stab.

Luftsäulen. Den longitudinalen Schwingungen der Stäbe vergleichbar sind die der Luftsäulen in Röhren, die an beiden Enden offen sind, oder auch an einem Ende offen, am anderen geschlossen — „gedackt“, das Seitenstück zu den an einem Ende festgehaltenen Stäben. Enthalten die Röhren Vorrichtungen, durch die man die Luft zum Schwingen bringen kann, so nennt man sie Pfeifen, *offene* oder *gedeckte*. Neben den Saiteninstrumenten sind sie die verbreitetsten Musikinstrumente: sie umfassen sämtliche Blasinstrumente und die Orgel, außerdem den Kehlkopf.

Die Luft gerät in dem Rohr parallel der Längsachse in *stehende Längsschwingungen*. Die stehende Welle bildet sich wie in dem longitudinal angeschlagenen Stabe: Eine Welle läuft von dem einen Ende aus das Rohr entlang, wird am anderen Ende reflektiert, und interferiert mit einer ihr entgegenkommenden. Wo liegen die *Knoten* und die *Bäuche*?

In den *Bäuchen* ist starke Bewegung (S. 246 m.), aber weder Verdichtung noch Verdünnung, in dem *Knoten* dagegen ist Ruhe, dafür aber starker Druckwechsel. Bildet sich eine stehende Welle in einem Röhre, so muß sich also der Schwingungsvorgang am *Ende* des Rohres anders gestalten, wenn es offen ist, als wenn es gedeckt ist. Am *offenen* Ende grenzt die Rohrluft direkt an die äußere; jede Druckdifferenz muß sich dort sofort ausgleichen — an dem *offenen* Ende des Rohres muß daher ein *Bauch* liegen. An einem *verschlossenen* Ende aber kann die Luft nicht in longitudinaler Bewegung sein — dort muß ein *Knoten* liegen. Daraus folgt: Eine stehende Welle in einem Röhre muß an einem offenen Ende stets einen *Bauch*, an einem geschlossenen Ende stets einen *Knoten* haben, in einem *beiderseits* offenen Röhre also an *jedem* Ende einen *Bauch* — in dem einseitig verschlossenen Röhre an dem einen Ende einen *Bauch*, an dem anderen einen *Knoten*. Abb. 332 und 333 zeigen zwei gleich lange Röhre, das eine offen, das andere gedeckt, daneben das transversal umgeformte Bild der darin stehenden Längswelle. Abbildung *a* gibt die Bewegung an, wenn in dem offenen Röhre nur die beiden Endbäuche vorhanden sind (in der Mitte zwischen beiden ein *Knoten*) und in dem gedeckten nur der *Bauch* an dem einen Ende, der *Knoten* an dem anderen. Denkbar sind aber auch mehr *Knoten* und *Bäuche* in dem Röhre, denn die Bedingung, daß an den beiden *Enden* des offenen Rohres *Bäuche* sind, ist ja auch dann erfüllt, wenn die Schwingung so vor sich geht, wie sie eine der Abbildungen *b, c, d* darstellt — d. h. zwischen den beiden Endbäuchen auch *Bäuche* im

Innern des Rohres liegen. Was bedeutet die Vermehrung der Bäuche (und der Knoten)? Je zwei benachbarte, d. h. nur durch *einen* Knoten getrennte Bäuche grenzen stets die Hälfte

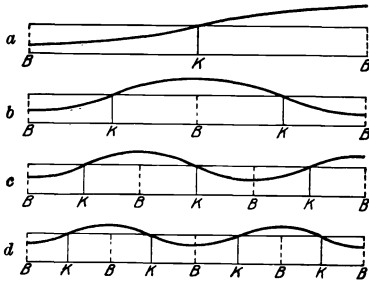


Abb. 332.

Knoten und Bäuche in einer schwingenden Luftsäule
offen.

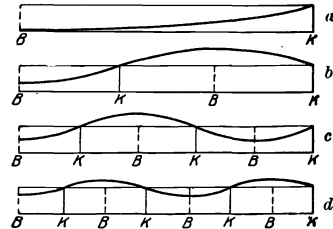


Abb. 333.

gedeckt.

einer Wellenlänge ab, eine Halbwellenlänge. Sind die beiden Endbäuche *allein* vorhanden, so bedeutet das: die Schwingung in dem Rohr bildet eine Halbwellenlänge, deren Länge gleich der Rohrlänge ist — offenbar die längste Halbwellenlänge, die in dem Rohre entstehen kann. Der zu dieser Welle gehörige Ton ist somit der tiefste, den das Rohr geben kann, der *Grundton*. (Da man [S. 265 u.] die Wellenlängen der einzelnen Töne kennt, kann man daher voraussagen, wie lang das offene Rohr sein muß, das einen vorgeschriebenen Grundton geben soll: es muß halb so lang sein wie diese Welle.) Die Einschiebung *eines* Bauches zwischen die beiden Endbäuche (Abb. 332 b) bedeutet: Umwandlung jener längsten Halbwellenlänge in *zwei*, deren jede nur halb so lang ist wie die des Grundtones. Die Einschiebung von *zwei* Bäuchen zwischen die Endbäuche (Abb. 332 c) bedeutet Umwandlung jener längsten Halbwellenlänge in drei Halbwellen, deren jede nur ein Drittel so lang ist wie die des Grundtones usw. Die Rohr-Halbwellenlänge (Abb. 332 a), die den Grundton gibt, wird geteilt, genau so wie die Saiten-Halbwellenlänge (Abb. 320 a), die den Grundton gibt, *auch* durch Knoten geteilt worden ist. Und wie die Saite, wenn sie *ungeteilt* schwingt, den Grundton angibt, aber wenn sie sich in 2, 3 . . . n Abteilungen zerlegt, einen Ton mit 2-, 3- . . . n mal so großer Schwingungszahl (die Reihe der harmonischen Obertöne) — genau so das offene Rohr. Das *offene* Rohr kann außer dem Grundton auch die *gesamte Reihe der harmonischen Obertöne* geben.

Anders das *gedeckte* Rohr! An dem geschlossenen Ende muß stets ein Knoten liegen, an dem offenen Ende ein Bauch. Ist *nur* der Endbauch vorhanden, und *nur* der Endknoten, so entspricht der stehenden Längsschwingung in dem Rohre die Abb. 333 a (quer umgeformt, S. 237 o.). *Denkbar* sind aber auch in dem geschlossenen Rohre noch mehr Knoten und noch mehr Bäuche, denn die Bedingung, daß an dem geschlossenen Ende ein Knoten liegt und an dem offenen ein Bauch, ist auch dann erfüllt, wenn die Schwingung so vor sich geht, wie sie eine der Abb. 333 b, c, d darstellt, d. h. *zwischen* dem Endbauch und dem Endknoten noch Knoten und Bäuche liegen. Was bedeutet die Vermehrung der Bäuche und der Knoten in dem *geschlossenen* Rohre? Ein Knoten und ein ihm benachbarter Bauch grenzen stets ein *Viertel* einer Wellenlänge ab, eine Viertelwellenlänge. Ist außer dem Endknoten und dem Endbauch kein anderer Bauch und kein anderer Knoten in dem Rohre vorhanden, so bedeutet das: die Schwingung in dem Rohre geht so vor sich, daß sie eine Viertelwellenlänge bildet, deren Länge gerade gleich der Rohrlänge ist — offenbar die *längste* Viertelwellenlänge, die in dem Rohre entstehen kann. Der zu dieser Viertelwellenlänge gehörende Ton ist also der Grundton. Man kann somit wie bei dem beiderseits offenen Rohre voraussagen, wie lang das einseitig geschlossene Rohr sein muß, um einen vorgeschriebenen Grundton zu geben: es muß den vierten Teil so lang sein wie die Welle dieses Tones. Wohl gemerkt, das gedeckte Rohr nur den *vierten Teil*, das offene die *Hälfte*! Das gedeckte Rohr, das denselben Grundton geben soll wie ein offenes Rohr von gegebener Länge, ist demnach nur halb so lang wie jenes offene Rohr. Daraus folgt: Ein offenes Rohr, das man in der Mitte durch eine Querwand, Abb. 334, *deckt*, verändert seinen Grundton nicht. Und das ist in der Tat, wie der Versuch lehrt, der Fall [der Ton wird nur weicher, milder] — sehr begreiflich, da ja die Scheidewand an die Stelle eines Knotens tritt, d. h. eine Stelle, die bewegungslos ist, die sich also genau so verhält wie das gedeckte Ende eines gedeckten Rohres. — Die Einschiebung *eines* Bauches und eines Knotens zwischen die beiden Enden (Abb. 333 b) bedeutet: Umwandlung jener längsten Viertelwellenlänge in drei, deren jede $\frac{1}{3}$ so lang ist wie die des Grundtones — die Schwingungszahl wird also verdreifacht. Die Einschiebung von *zwei* Bäuchen und zwei Knoten bedeutet (Abb. 333 c): Umwandlung jener längsten



Abb. 334.
Offene Lippenpfeife; in der Mitte zu decken.

die des Grundtones — die Schwingungszahl wird also verdreifacht. Die Einschiebung von *zwei* Bäuchen und zwei Knoten bedeutet (Abb. 333 c): Umwandlung jener längsten

Viertelwelle in fünf, von denen jede $\frac{1}{5}$ so lang ist wie die des Grundtones — die Schwingungszahl wird also *verfünffacht*, usw. Also auch die gedeckte Luftsäule kann entweder als Ganzes oder durch Knoten abgeteilt schwingen. Aber während in dem offenen Rohre *jedes* ganzzahlige Vielfache der Schwingungszahl des Grundtones erzielt werden kann, kann in dem gedeckten nur *jedes ungeradzahlige* Vielfache (1-, 3-, 5- . . . fache) hervorgerufen werden, d. h. nur die ungeradzahligen Obertöne des Grundtones. Sehr natürlich, denn das 2-, 4-, 6fache würde Wellen fordern von einer, zwei, drei Halbwellen in dem Rohre, d. h. Wellen, die an *beiden* Rohrenden Bäuche haben — was im einseitig gedeckten Rohr unmöglich ist.

Manometrische Untersuchung schwingender Luftsäulen (RUDOLF KÖNIG 1862).

Wo Knoten und wo Bäuche in einer tönenden Luftsäule liegen, kann man durch verschiedene Methoden sichtbar machen: vor allem durch die *manometrischen Flammen* (RUDOLF KÖNIG, 1862). Ihre Anwendbarkeit beruht auf der manometrischen Kapsel (Abb. 335), einer allseitig von Wänden begrenzten Kammer *a*, deren Rauminhalt sich vergrößern und verkleinern kann. Durch das Rohr *b* strömt Gas in sie ein, durch das Rohr *c* aus. Die Wand *AB* ist eine äußerst feine Gummimembran. Wird die Luft außerhalb der Kammer (links von *AB*) verdichtet, so wird die Membran nach innen gewölbt, wird sie verdünnt, nach außen. Mit anderen Worten: Verdichtung der Außenluft verkleinert das Volumen der Kammer *a*, Verdünnung vergrößert es. Der Druck, mit dem das Gas aus der Kammer austritt, wird im ersten Fall vergrößert, im anderen verkleinert, die Flamme *c* infolgedessen verlängert oder verkürzt. Wechselt Verdichtung mit Verdünnung ab, so *zuckt* die Flamme auf und ab. Singt man durch ein Sprachrohr (Abb. 336) gegen die Membran, so sieht man die Flamme, die anfangs klein und kaum sichtbar war, lang werden, *aber nicht wieder kurz werden*. Die langen und die kurzen Flammenbilder wechseln so rasch, daß das Auge sie nicht voneinander trennen kann. Um ihm trotzdem die Unterscheidung zu ermöglichen, zeigt man ihm die zeitlich einander folgenden Flammenbilder *in einem Spiegel* und bewegt (dreht) diesen *so schnell*, daß jedes neu entstehende Flammenbild auf einer *anderen* Stelle des Spiegels gesehen wird, also die Flammenbilder zwar *gleichzeitig*, aber *nebeneinander*, d. h. getrennt voneinander, gesehen werden (WHEATSTONE, 1834). Man benützt als Spiegel die spiegelnd gemachte Oberfläche eines Prismas, Abb. 336, das um eine vertikale Achse drehbar ist. Dreht man den Spiegel mit der erforderlichen Geschwindigkeit, so sieht man in ihm, solange die Membran in Ruhe ist, ein Lichtband, dessen Höhe gleich der Flammenhöhe ist, sobald aber die Membran ein Ton trifft, eine regelmäßig gezacktes Band — die einzelnen Zacken bedeuten die Flammenbilder (Abb. 337).

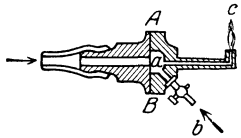


Abb. 335. Manometrische Flamme.

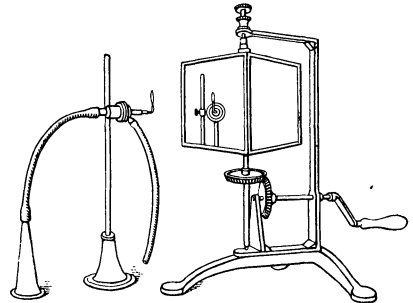


Abb. 336. Zu RUD. KÖNIGS Verfahren, Schall-schwingungen in Zuckungen eines Flämmchens umzusetzen und die Lichtzuckungen an einem rotierenden Spiegel in ein Band auszubreiten.

Mit dieser Methode kann man die Schwingung in den Pfeifen *sichtbar* machen, man kann zeigen, daß die Dichtigkeit der Luft sich an den Knoten stark, an den Bäuchen dagegen gar nicht ändert; daß die Knoten ihren Ort ändern (Abb. 332 und 333), je nachdem eine Luftsäule ihren Grundton oder einen Oberton gibt. Man benützt dazu, nach KÖNIG, gewöhnlich eine offene Orgelpfeife (Abb. 338), die man das eine Mal so

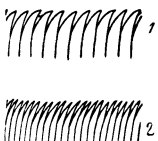


Abb. 337. Flammenzackenbilder (RUD. KÖNIG) von Grundton (1) und Oktave (2).

anbläst, daß sie ihren Grundton angibt, das andere Mal so, daß sie die Oktave des Grundtones gibt. Im ersten Falle (Abb. 332 a) ist nur *ein* Knoten vorhanden — in der Mitte des Rohres. Hier fügt man deswegen eine Kapsel *a* in die Rohrwand ein, man durchbohrt die Rohrwand und setzt die Kapsel auf, so daß die Membran das Bohrloch luftdicht abschließt. Im zweiten Fall (Abb. 332 b), d. h. wenn die Pfeife die Oktave des Grundtones gibt, sind zwei Knoten vorhanden, die je um ein Viertel der Rohrlänge von den Enden des Rohres entfernt sind: an diesen beiden Stellen setzt man ebenfalls je eine Kapsel ein, *b* und *c*. Mit Gas versehen werden die Kapseln sämtlich aus der Kammer *d*. Zündet man die Flammen an und bläst dann die Pfeife so an, daß sie ihren *Grundton* gibt, so sieht man die mittlere Flamme (an einem Knoten) sich stark verlängern, die beiden anderen (zwischen einem Knoten und

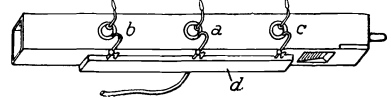


Abb. 338. Manometrische Flammen, in $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ der Länge einer offenen Pfeife, um Knoten und Bäuche anzuzeigen.

an diesen beiden Stellen setzt man ebenfalls je eine Kapsel ein, *b* und *c*. Mit Gas versehen werden die Kapseln sämtlich aus der Kammer *d*. Zündet man die Flammen an und bläst dann die Pfeife so an, daß sie ihren *Grundton* gibt, so sieht man die mittlere Flamme (an einem Knoten) sich stark verlängern, die beiden anderen (zwischen einem Knoten und

einem Bauche) sich nur sehr schwach bewegen. Bläst man dagegen die Pfeife so an, daß sie die *Oktave* ihres Grundtones gibt, so bleibt die mittlere, die sich ja nun an einem Bauche befindet, fast vollkommen ruhig, während die beiden anderen, die dann in Knoten liegen, sich stark bewegen. — Beobachtet man die Flammenbilder dabei im rotierenden Spiegel, so sieht man die gezackten Lichtbänder der Abb. 337. Da der Grundton (1) nur halb soviel Schwingungen macht wie die Oktave (2), so entstehen im ersten Falle nur halb so viele Zacken wie im zweiten. Die Zwischenräume zwischen den Zacken bedeuten die Stellen, an denen die Flamme klein und fast unsichtbar ist. — Der schnell rotierende Spiegel ist auch für die Untersuchung von Klangfarben, von Interferenzerscheinungen, von Schwebungen usw. unentbehrlich. Auch für die Untersuchung anderer rapide verlaufender Vorgänge, so für die Untersuchung der Struktur des elektrischen Funkens (zuerst FEDDERSEN, 1857): im rotierenden Spiegel sieht man den *anscheinend* einfachen „Funken“ als ein Hin und Her von *Blitzen*, die einander in minimalen Bruchteilen einer Sekunde folgen.

Staubfiguren (KUNDT) erzeugt in schwingenden Luftsäulen. Ein anderes Verfahren, die Schwingung in Luftsäulen zu untersuchen, stammt von KUNDT: es macht die Knoten sichtbar und macht es dadurch möglich, die Wellenlänge in dem Rohr zu messen, und dadurch auch möglich, Schallgeschwindigkeiten und Elastizitätsmoduln zu messen. In Abb. 339 bedeutet *G* ein (mindestens 25 mm weites) Glasrohr, in dem der Kolben *H* luftdicht abschließend verschiebbar ist. In dem Rohre ist seiner Länge nach etwas Lykopodiumpulver oder etwas Korkpulver möglichst gleichmäßig ausgebreitet. Ein Stab *S* ragt hinein, der in seiner Mitte festgehalten wird; er gibt, longitudinal gerieben (S. 272), seinen Grundton.

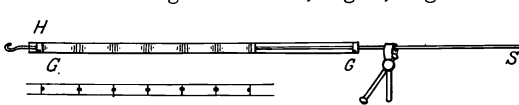


Abb. 339. Verfahren von KUNDT, in einer schwingenden Luftsäule die Knoten sichtbar zu machen.

Durch Verschieben von *H* ändert man die Länge der Luftsäule so, daß sie auf diesen Stabton kräftig resoniert. (Um die Schwingungen des Stabes auf die Luftsäule möglichst kräftig zu übertragen, verbreitert man das Stabende durch eine Korkscheibe.) Das Pulver bildet dann die KUNDTschen *Staubfiguren*, Abb. 339 (ein Seitenstück zu den CHLADNischen) in Form von Querrippen und sternartigen Figuren, die Sternchen in den Knotenpunkten. Da je zwei Nachbarknoten eine Halbwelle abgrenzen, so kann man die Wellenlänge messen. — Man kann daher auch messen, in welchem Verhältnis die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in dem Stabe zu der in der Luft steht; auch zu der eines anderen Gases, wenn das Rohr ein anderes als Luft enthält. Es ist $v = \lambda \cdot n$ (S. 237 m.). Wir haben hier zwei solche Gleichungen:

$$v_{\text{Stab}} = \lambda_{\text{Stab}} \cdot n, \quad v_{\text{Luft}} = \lambda_{\text{Luft}} \cdot n, \quad \text{daraus ergibt sich } \frac{v_{\text{Stab}}}{v_{\text{Luft}}} = \frac{\lambda_{\text{Stab}}}{\lambda_{\text{Luft}}}.$$

n hebt sich heraus, weil der Luftsäulenton und der Stabton gleich hoch sind. Die Wellenlänge in der Luft ist bekannt: sie ist in dem KUNDTschen Rohr direkt meßbar; die Wellenlänge in dem Stabe auch: sie ist gleich der doppelten Stablänge (Abb. 330). Wir erfahren so das Verhältnis der beiden Geschwindigkeiten v in dem Material des Stabes und der Luft zueinander, die Geschwindigkeit in der Luft ist bekannt, somit ergibt sich die Geschwindigkeit in dem Stabmaterial.

Die Anregung der Luftsäulen. Lippenpfeifen. Zungenpfeifen. Luftsäulen kann man natürlich nicht mit denselben Vorrichtungen zum Schwingen bringen wie Körper, die faßbare Angriffspunkte bieten. *Tatsächlich tönen sie fast immer durch Resonanz* (S. 256). Hält man eine tönende Stimmgabel vor die Öffnung eines Rohres, dessen Länge in dem erforderlichen Verhältnis zur Wellenlänge des Gabeltones steht, so tönt die Luftsäule. Der Kammer-ton a_1 entspricht einer Welle von 786 mm; ein offenes Rohr, das halb so lang (393 mm) ist, und ein gedecktes von 196,5 mm haben a_1 als Grundton (S. 265 und 274), jedes von beiden gibt ihn, sobald man eine tönende Normalstimmgabel an das offene Ende hält. — Dieselbe Gabel bringt auch ein 2-, 3-, 4-... mal so langes, offenes und ebenso ein 3-, 5-, 7-... mal so langes, gedecktes Rohr zum Tönen, ruft aber dann den entsprechenden *Oberton* zu dem betreffenden Grundton hervor (s. S. 275 o. über die Obertöne des offenen und des gedeckten Rohres). — Das Verhältnis der tönenden Luftsäulenlänge zur Wellenlänge des Stimmgabeltones zeigt sich deutlich, wenn man die tönende Stimmgabel über einen Meßzylinder hält und die Länge der in ihm enthaltenen Luftsäule dadurch ändert, daß man das Niveau einer in ihm enthaltenen Flüssigkeit ändert. Bei einer bestimmten Länge der Luftsäule hört man den Ton deutlich hervortreten. — Sehr bequem kann man die Länge der Luftsäule dadurch ändern, daß man ein beiderseits offenes, genügend langes (etwa 4 cm weites) Rohr vertikal in einen Wasserbehälter taucht und, während man die tönende Stimmgabel über das herausragende Ende des Rohres hält, das Rohr in dem Wasser vertikal auf und ab bewegt. Bei dem Wechsel von Ver-

längung und Verkürzung gibt die Luftsäule ihren Resonanzton in dem Moment, in dem sie die ihm entsprechende Länge hat.

Man kann Luftsäulen ferner durch „Anblasen“ zum Schwingen bringen, aber auch *dann* ist ihr Schwingen Resonanz. Das Anblasen ist die übliche Art, die Luftsäule in einem *Blasinstrument* (Flöte, Oboe usw.) anzuregen. Man versieht das Rohr zu diesem Zwecke mit einem *Mundstück*; man nennt das Rohr dann *Pfeife*, je nach der Art des Mundstückes *Lippenpfeife* oder *Zungenpfeife*. Als Vertreterin der Lippenpfeifen — zu ihnen gehören die Flöten und die Mehrzahl der Orgelpfeifen — darf die Lippenpfeife der *Orgel* gelten. Abb. 340 stellt eine viereckige Orgelpfeife durchschnitten dar. „Angeblasen“ wird die in dem Rohre befindliche Luftsäule, indem ein Luftstrom durch den Kanal *h* getrieben wird, in der Orgel mit einem Blasebalg, in der Flöte mit dem Munde. Der Luftstrom gelangt in die Kammer *K* und entweicht bandförmig daraus durch den Spalt *s*. (Von der Bandform, die ein Spalt einem hindurchgehenden Gasstrom gibt, und zwar auf eine ziemlich weite Strecke hin, kann man sich überzeugen, wenn man aus einem Bunsenbrenner das Gas durch einen Spalt austreten läßt und anzündet.) Das Luftband stößt gegen die Kante der zum Spalt parallelen *Lippe* und schwingt — der neuesten Theorie zufolge (WACHSMUTH) — einer pendelnden Zunge (Abb. 341) vergleichbar um die Lippe hin und her (die Pendelung zusammenhängend mit periodischer Wirbelbildung an den Seiten der Lamelle [KRÜGER]). Nach der früheren, angeblich überwundenen Theorie (STROUHAL) ruft das Luftband durch Reibung an der Lippe ein schwirrendes Geräusch hervor; es besteht aus einem Gewirr von verschiedenen hohen Tönen, unter ihnen *auch* der Grundton der Orgelpfeife, durch Resonanz auf *diesen* Ton spricht die Orgelpfeife an.

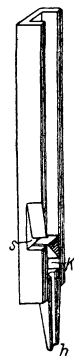


Abb. 340. Lippenpfeife der Orgel.

Lippenpfeifen sind unter den Musikinstrumenten nur die Flöten — ihr Mundstück ähnelt dem der Orgelpfeife — und ein Teil der Orgelpfeifen, der *größte* Teil. Ihre Bauart erfordert es, daß man ihre *Tonstärke fast gar nicht ändert*. Treibt man den Anblase-Luftstrom stärker durch den Spalt, so wird ihr Ton *höher*. Im wesentlichen deswegen, weil die höheren Obertöne dann schärfer hervortreten und den Grundton übertönen. Man kann also den Orgelton nicht dadurch verstärken oder abschwächen, daß man die Blasebälge mehr oder weniger stark beansprucht, sondern nur dadurch, daß man die *Anzahl* der tönenden Pfeifen (zu Gruppen zusammengefaßt, *Register*) vermehrt oder vermindert (durch die *Registerzüge*) und Pfeifen benützt, die schärfer oder weicher in der Klangfarbe sind.

In den *Zungenpfeifen* ist die Pfeife, d. h. das Rohr, genau genommen, Nebensache, das Wirksame ist die *Zunge*. Wie eine Sirene zerschneidet sie den Anblase-Luftstrom in *Luftstöße*, die einander in gleich großen, sehr kleinen Zwischenräumen folgen. Aber sie tut es *anders* als die Sirene. In den Zungenwerken strömt die Luft immer durch *dieselbe* Öffnung, und diese Öffnung wird für den Luftstrom abwechselnd geöffnet und geschlossen durch einen pendelnden Streifen, die Zunge, die wie eine einflügelige Tür in der Öffnung angebracht ist. Die Zunge ist eine sehr dünne, elastische Lamelle, die, aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht, vermöge ihrer Elastizität schwingt. Ihre einfachste Form zeigt Abb. 341, die Zunge der Orgelzungenpfeife, der Harmonika, des Harmoniums, der Kamertonpfeife. (Sie selbst gibt einen kaum hörbaren Ton, z. B. mit einem Violinbogen angestrichen — ein Beweis, daß es nicht die

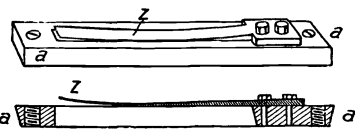


Abb. 341. Die Zunge der Orgelzungenpfeife, der Harmonika, der Kamertonpfeife.

Schwingungen der *Zunge* sind, die man in den Zungenwerken hört.) Die Platte *aa* durchbricht ein rechteckiger Spalt. Durch ihn hindurch strömt die Luft; die Zunge stimmt in ihren Abmessungen mit ihm überein, so daß sie ihn beim Hineinschwingen, in einer bestimmten Lage angekommen, vollkommen verschließt. In ihrer Ruhelage läßt die Zunge, weil sie etwas aufgebogen ist, den Spalt offen. Treibt man durch diese Vorrichtung einen Luftstrom, indem man sie zwischen die Lippen nimmt — das aufgebogene Ende der Zunge der Mundhöhle zugewendet und hineinbläst, so hört man einen Ton, den der Klangfarbe nach jeder von der Mundharmonika her kennt. (Man erhält den Ton auch, wenn man die Zunge zwischen die Lippen nimmt — das aufgebogene Ende nach außen — und die Luft hindurchsaugt. Beide Stellungen *gleichzeitig* benützt man in der Mundharmonika und in der Ziehharmonika.) Wenn der Luftstrom gegen die Zunge stößt, bringt er sie aus der Gleichgewichtslage und durch ihre Elastizität zum Schwingen. Da die Zunge den Spalt dabei in einer bestimmten Stellung vollständig absperrt, so zerschneidet sie den Luftstrom in Stöße, die einander im Tempo der Zungenschwingungen folgen. Diese Luftstöße erzeugen die Tonempfindung. Die Zunge ist gewöhnlich ein Metallstreifen oder (Klarinette, Oboe, Fagott) ein sehr elastischer Holzstreifen.

In den Blasinstrumenten tritt der Luftstrom durch die Zunge — den wesentlichen Teil des Mundstückes — in ein Rohr, das *Ansatzrohr*, und versetzt dadurch, daß er stoßweise eintritt, die Luft darin in Schwingungen, so in allen Holz- und allen Blechblasinstrumenten

des Orchesters (außer der Flöte, die eine *Lippenpfeife* ist). Einige Instrumente benützen die Zungen *ohne* Ansatzrohr, so das Harmonium, die Harmonika, die Kammertonpfeife. Das Ansatzrohr verwickelt die Schwingungsverhältnisse. Es enthält eine Luftsäule; eine Luftsäule aber gibt, angeblasen, einen Grundton und gewisse Obertöne, deren Höhe von der Rohrlänge abhängt. Diese Luftsäule wird *jetzt* durch ein Mundstück angeblasen, in dem eine Zunge sitzt; die Zunge aber schwingt vermöge ihrer *eigenen* Elastizität, hat also ein eigenes Schwingungstempo. Stimmt es mit dem der Luftsäule von vornherein überein, d. h. stimmt der Eigenton der Zunge mit dem Grundton oder mit einem Oberton des Rohres überein — man braucht ja nur das Rohr dem Eigenton der Zunge entsprechend lang zu machen (S. 274) — so gibt die Pfeife beim Anblasen diesen Ton. Sind die beiden Tempi verschieden, so schließen Zungenschwingung und Luftschwingung einen Kompromiß, allerdings ist die Zunge dabei maßgebend. Nur darf es nicht gerade eine Metallzunge sein, wie in der Orgel und im Harmonium. Das Tempo dieser verhältnismäßig schweren und steifen Zungen wird von der schwingenden Luftsäule so gut wie gar nicht beeinflusst. Man benützt sie daher nur dort, wo man *jedem* Ton eine Zunge gibt (wie man beim Klavier jedem Ton eine Saite gibt), und zwar entweder wie im Harmonium ohne Ansatzrohr, oder wie in der Orgel mit einem Ansatzrohr, dessen Länge man dem Zungenton anpaßt. Abb. 342 zeigt eine Orgelzungenpfeife. Der Luftstrom tritt aus dem Blasebalg durch das Rohr *h* in die Kammer *K*, aus der er nur durch den Spalt zwischen der Zunge *z* und der Rinne *r* entweichen kann. Die Zunge *z* gerät dabei in Schwingungen und schließt und öffnet dadurch abwechselnd den Spalt. —

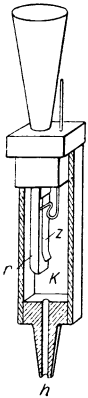


Abb. 342.
Zungen-
pfeife der
Orgel.

Eine Zungenpfeife mit einer Zunge, die zur Erzeugung *einer ganzen Reihe* von Tönen dient, stellt Abb. 343 dar, das Mundstück einer *Klarinette*, *z* bedeutet die Zunge. Zwischen ihr und der Rohrwand *rs* bleibt ein kleiner Spalt, durch den die Luft aus dem Munde des Blasenenden in das Rohr tritt. Je nachdem die Luftsäule als Ganzes schwingt, oder, indem man eines der Seitenlöcher öffnet, in Unterabteilungen, gibt das Rohr einen anderen Ton. Die Zunge ist so nachgiebig, daß sie ihr Schwingungstempo stets dem der Luftsäule anpaßt.

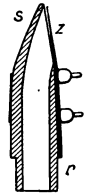


Abb. 343.
Mundstück
der Klari-
nette.
Zunge *z* ein
sehr elastischer Holz-
streifen.

Singende Flamme. Man kann die Luft in einem offenen Rohre auch durch Einwirkung von Wärme zum Tönen bringen, im besonderen durch eine Wasserstoffflamme (auch Leuchtgas) in dem Rohre, Abb. 344 — bei entsprechender Dimensionierung des Rohres und der Flamme sogar sehr stark (singende Flamme, HIGGINS, 1777). — Nach TYNDALL ist die Ursache des Tönens in erster Linie die Reibung, die das Gas beim Ausströmen am Brennerrande erfährt, und das damit verbundene Reibungsgeräusch.

Das Tönen des Rohres ist dann wie bei den Lippenpfeifen, eine Resonanzerscheinung. (Gas, das aus einer engen Öffnung, namentlich unter einigermaßen erhöhtem Druck, ausströmt, rauscht. Man kann das an ausströmendem Leuchtgas leicht wahrnehmen.) — In dem rotierenden Spiegel (Abb. 336) sieht man die Flamme, während das Rohr tönt, stark vibrieren. Da die Vibration offenbar von den Schwingungen der Luftsäule, oder besser, von dem durch die Verdichtungen und Verdünnungen hervorgerufenen Druckwechsel untrennbar ist, so liegt die Vermutung nahe, daß der Ton nicht entsteht, wenn die Flamme sich an einem Bauch der schwingenden Luftsäule befindet, wo der Druck nicht wechselt. Und wirklich entsteht der Ton nicht, wenn die Flamme an einem *Ende* des Rohres steht (wo ja stets ein Bauch liegt), vielmehr erst dann, wenn sie *in* dem Rohr steht. — Es gelingt außer dem Grundton der Luftsäule auch die ersten Obertöne hervorzurufen. Die Flamme muß ihr Schwingungstempo naturgemäß dem der Luftschwingungen anbequemen. Sie verhält sich in dieser Beziehung wie eine sehr nachgiebige Zunge und wie eine KÖNIGSche Membran.

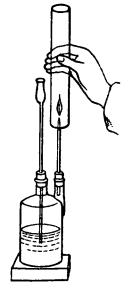


Abb. 344.
Singende
Flamme
(Wasser-
stoff).

Kehlkopf. Stimme („Organ“). Eine Zungenpfeife besonderer Art ist der Kehlkopf, ihre Zunge ist eine membranöse Doppelzunge. Ihre einfachste Form zeigt Abb. 345: zwei Kautschukmembranen, prall über die abgeschrägten Enden eines Rohres *b* gespannt, so daß sie einen feinen Spalt *ss* zwischen sich lassen. Treibt man durch den Spalt einen Luftstrom, so schwingen sie gleichzeitig nach außen und dann gleichzeitig nach innen. Schwingen sie nach außen, so erweitern sie den Spalt, schwingen sie nach innen, so verengen sie ihn und verschließen ihn zuletzt. Die Vibration der membranösen Zungen zerschneidet so, weil sie den Spalt periodisch schließt und wieder öffnet, den hindurchtretenden Luftstrom wie

bei der Sirene in Luftstöße, die einander so schnell folgen, daß sie einen Ton geben.

Die Zungen unseres *Kehlkopfes* bilden die *Stimmbänder*. Sie schließen die Luftröhre ab, die dem Rohre *b* der Abb. 345 entspricht. Die Luft wird aus der Lunge durch die Luftröhre und den Kehlkopf gestoßen. Die Verschiedenheit der Tonhöhe bringt der Kehlkopf dadurch hervor, daß er die Spannung der Stimmbänder und die Stärke des Luftstromes ändert. Der Spalt zwischen den Stimmbändern heißt die *Stimmritze*. Bei jeder Stimmgebung nähern sich die Stimmbänder einander bis fast zum Verschlusse (sie schließen sich völlig luftdicht beim Husten). Die Stimmritze ist beim erwachsenen Mann 2,0—2,4 cm lang und öffnet sich im Maximum bis zu 1,4 cm Weite. Im Kehlkopfspiegel (GARCIA) kann man Erweiterung und Verengerung deutlich sehen. Die Stimmbänder sind im Mittel 1,5 cm lang beim Manne.

Der von der Lunge gelieferte Luftstrom bläst den Kehlkopf an und tritt in das aus Mundraum und Nasenraum bestehende Ansatzrohr. Von den Lauten, die wir mit Hilfe von Kehlkopf und Ansatzrohr erzeugen, gehen wir nur auf die Vokale ein.

Nach HELMHOLTZ Versuchen (1863) behalten die Vokale für unser Ohr ihren charakteristischen Unterschied, selbst wenn sie *derselbe Mund* in *derselben* Höhe und mit *derselben* Stärke singt — der Unterschied kann also nur in der *Klangfarbe* liegen. Die Analyse hat in der Tat ergeben, daß die verschiedenen Vokale, auf einen Ton von bestimmter Höhe gesungen, neben dem Grundton die „Obertöne“ in verschiedener Anzahl und in verschiedener Stärke enthalten. Entscheidend für den Klang eines Vokals ist, daß er aus dem *Zusammenwirken* des Kehlkopfes und der ihm vorgelagerten *Mundhöhle* entspringt. Die Mundhöhle (zusammen mit Nasen- und Rachenhöhle) wirkt als *Resonator* und verstärkt von dem aus dem Kehlkopf kommenden Gemisch von Grundton und Obertönen diejenigen, die ihrem — der Mundhöhle — Eigenton am nächsten liegen, und diese tönen dann stark aus der Mundhöhle hervor. Für jeden Vokal formt man aber seine Mundhöhle *anders*, weil man für jeden den Mund mehr oder weniger öffnet, und weil man Zunge, Gaumen und Lippen anders zueinanderstellt. Für jeden ist es also ein *anderer* Resonator — anders der Form und der Geräumigkeit nach — der auswählend und verstärkend auf das Tongemisch wirkt. Daher kommt jeder Vokal mit einer anderen Klangfarbe aus der Mundhöhle. Die beim Intonieren der verschiedenen Vokale entstehenden verschiedenen Formen der Mundhöhle (Abb. 346 zeigt sie für a, u und i) sind für jeden einzelnen Menschen konstant und charakteristisch. Sie geben seinem Munde die ihn kennzeichnende Klangfarbe, die wir sein „Organ“ nennen; es verändert sich sogar in vielen Jahren weniger als sein Gesicht und macht ihn unserem Ohre so bekannt wie seine Gesichtszüge unserem Auge. Die Menschen haben aber nicht alle *dasselbe* „Organ“. Die Obertöne, die z. B. den Vokal a der Person X kenn-

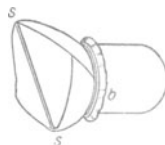


Abb. 345. Membranöse Zungen. Die Luft geht durch den Spalt s.

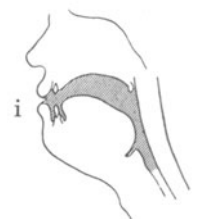
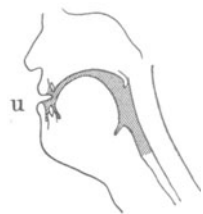
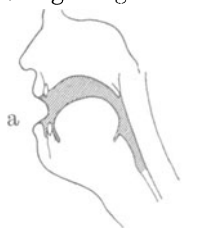


Abb. 346. Zur Entstehung der Vokale. Der von dem Kehlkopf angeblasene Resonator (aus Mund-, Nasen-, Rachenhöhle zusammengesetzt) bekommt für jeden Vokal infolge der Änderung der Stellung von Lippen, Zunge und Gaumen eine andere (schraffierte) Form und Größe.

zeichnen, haben daher nicht ganz dieselbe Hertzzahl wie diejenigen, die den Vokal a der Person Z charakterisieren. Die einen Vokal kennzeichnenden Obertöne, die Formanten (HERMANN), liegen daher innerhalb eines gewissen Schwingungsbereichs. Deutlich zeigt das Abb. 348 für die Obertöne des von zwei verschiedenen Personen gesprochenen Vokales a. Die Ordinaten auf der Frequenzkala zeigen die Stärke (Amplitude) der Teiltöne. Die beiden Klangbilder sind verschieden, weil die zwei Personen verschiedene „Organe“ haben. Gemeinsam aber haben sie eine Verstärkungszone zwischen 800 und 1000 Hertz. Klangbilder wie die der Abb. 348 ergeben sich auch für Konsonanten und für Geräusche aller Art aus der automatischen Klanganalyse von GRÜTZMACHER

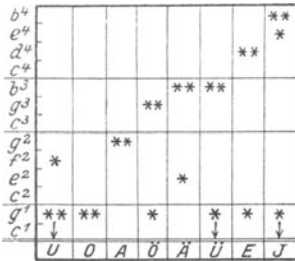


Abb. 347.
Die Lagen der Formanten.
(Nach STUMPF.)

(1927), einem Verfahren, das mit dem ganzen Rüstzeug der neuen elektroakustischen Technik arbeitet (Mikrophon, Gleichrichter, Drosselkette, Verstärker usw.). — Die Tabelle (Abb. 347) zeigt die charakteristischen Formantenbereiche für a, e, i, o, u.

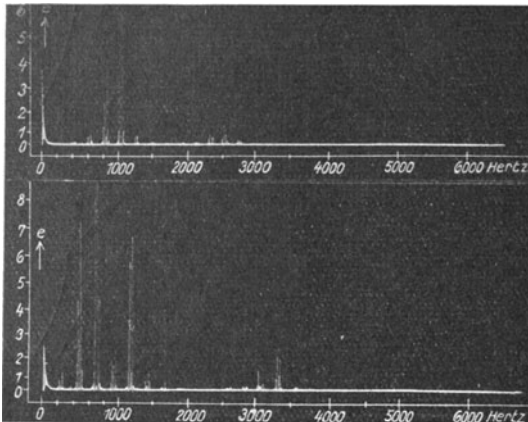


Abb. 348. A = Schwingungsamplitude, f = Frequenz, Teiltöne des Vokals a, von zwei verschiedenen Personen gesprochen. (Nach GRÜTZMACHER.)

Die von einer bestimmten Mundhöhle verstärkten Obertöne sind für einen bestimmten Vokal also stets dieselben. Die Höhe der Obertöne, die die Klangfarbe eines Vokales charakterisieren, hängen danach nicht von der Höhe des Grundtones ab, sie haben vielmehr eine absolute Tonhöhe. Ändert man bei der Intonation den Grundton, so ändert sich wohl die Ordnungszahl eines solchen Obertones, aber nicht seine Höhe. Das faßt HELMHOLTZ so: „Die Vokalklänge unter-

scheiden sich von den Klängen der meisten anderen Musikinstrumente also wesentlich dadurch, daß die Stärke ihrer Obertöne nicht nur von der Ordnungszahl derselben, sondern überwiegend von deren absoluten Tonhöhe abhängt. Wenn ich z. B. den Vokal A auf die Note Es singe, ist der verstärkte Ton b'' der 12. des Klanges, und wenn ich denselben Vokal auf die Note b' singe, ist es der 2. Ton des Klanges, der verstärkt wird.“

Als Zungen können wir auch unsere Lippen wirken lassen, indem wir sie fest aufeinanderpressen und Luft aus der Mundhöhle zwischen ihnen hindurchtreiben. Sie sind dabei gespannt, wie man deutlich fühlt. Wird der Druck im Munde so stark, daß er die Spannung überwindet, so öffnet er die Lippen ein wenig. Dann tritt Luft hindurch, der Druck in der Mundhöhle sinkt, und die Spannung der Lippen verschließt die Mundhöhle wieder. Das Spiel wiederholt sich dauernd, so daß der Luftstrom in Stöße zerlegt wird. Man fühlt das dabei eintretende Schwirren der Lippen als Kitzel. Die Lippen wirken auch als Zungen, wenn man man die Blechblasinstrumente anbläst: die Trompeten, Posaunen und Hörner. Ähnlich bilden sie den Ton, wenn man mit dem Munde pfeift; freilich sind dabei auch die Zunge und die Zähne beteiligt.

E. Interferenz und Schwebungen.

Interferenz. Die *Wellenform* der Schallbewegung erklärt gewisse Schallercheinungen als Wirkung der Übereinanderlagerung *zweier* Schallvorgänge. Wie auf dem Wasser zwei Wellensysteme unter gewissen Bedingungen einander verstärken oder schwächen, ja sogar aufheben (Abb. 297), so auch zwei Schallwellensysteme: ein *Ton*, der zu einem zweiten hinzutritt, kann *Stille* hervorrufen. Das Befremdende daran schwindet, wenn man von der Schallempfindung absieht und nur an die zwei *Bewegungen* denkt, die einander unterstützen oder schwächen können.

Wird die Luft im Gehörgänge von einer Schwingung ergriffen, die der Kurve *a*, Abb. 349, entspricht, und gleichzeitig von einer zweiten, *b*, die in jedem Moment mit

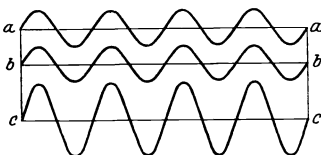


Abb. 349. Zwei Schwingungen, die ihre Wirkung gegenseitig dauernd verstärken.

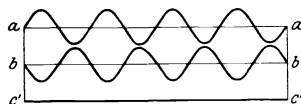


Abb. 350. Zwei Schwingungen, die ihre Wirkung gegenseitig dauernd vernichten.

a übereinstimmt, so hört das Ohr *einen* verstärkten Ton und das Ergebnis der gemeinsamen Einwirkung wird durch die Kurve *c* dargestellt. Kommt aber der zweite Ton mit einer Phase an, die um eine halbe Wellenlänge gegen den ersten Ton verschoben ist, sucht er also eine Schwingung hervorzurufen, die in jedem Moment der ersten entgegengesetzt ist (Kurve *b* der Abb. 350), so wird die gemeinsame Wirkung durch *c'*, eine Gerade, dargestellt, das Ohr hört dann überhaupt keinen Ton. — Die Erscheinung gehört keineswegs zu den alltäglichen. Damit zwei gleiche Schallwellen einander auslöschen können, müssen sie *genau* mit einander entgegengesetzter Phase im Ohr zusammentreffen; und das ereignet sich bei den mancherlei Zurückwerfungen, die der Schall auf dem Wege zum Ohr gewöhnlich erfährt, nur zufällig und auch dann nur für einen Moment. Man kann aber die beiden durch die Abb. 349/350 dargestellten Fälle z. B. mit einer von RUD. KÖNIG konstruierten Vorrichtung (Abb. 351) verwirklichen. Anstatt *zweier* räumlich getrennter, *gleicher* Schallquellen benutzt man nur *eine* — eine Stimmgabel, deren Ton ein Resonator verstärkt — und führt den Schall dem Ohre auf zwei verschiedenen Wegen (durch Rohre) zu, zerlegt also die Schallquelle gleichsam in zwei Hälften. Die Länge des einen Weges, in der Abbildung des linken, kann man (wie bei der Zugposaune) verändern, so daß man beide Wege gleich oder ungleich lang machen kann. Macht man sie gleich lang, so treffen die Wellen auf beiden Wegen in jedem Moment mit derselben Phase im Ohr ein: man hört die Stimmgabel (der Fall Abb. 349c); ebenso, wenn man den variablen Weg um 1, 2 *n* ganze Wellenlängen länger macht als den anderen. Macht man aber den Weg um 1, 3 *n* halbe Wellenlängen (wo *n* eine ungerade Zahl ist) länger, d. h. verwirklicht man den Fall Abb. 350 *c'*, so treffen die Wellen in jedem Moment mit einander *entgegengesetzten* Phasen im Ohre ein: man hört nichts. (Mit den

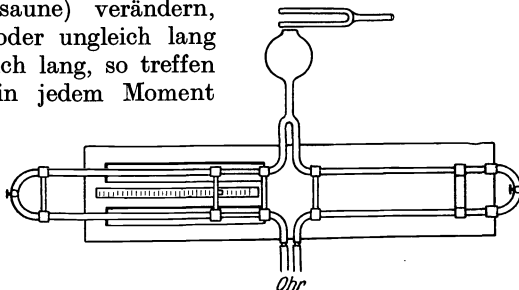


Abb. 351. Zur Erzeugung von Interferenzen von Schall-schwingungen.

manometrischen Flammen und dem rotierenden Spiegel nachweisbar: löschen die Töne einander aus, so sieht man das einfache Flammenband, sonst das gezackte.)

Die Stimmgabel gibt eine merkwürdige Interferenzerscheinung (WEBER), die davon herrührt, daß die beiden Zinken sich gleichzeitig zueinander hin und gleichzeitig voneinander weg bewegen. Dreht man eine vor das Ohr aufrecht gehaltene, angeschlagene Stimmgabel um ihre Längsachse, so hört man sie in vier bestimmten Stellungen deutlich: dann, wenn bei der Drehung der Gabel (Abb. 352) die Linie ab oder die Linie df in der Richtung des Gehörganges liegt. Zwischen diesen vier Stellungen ist sie an vier Stellen unhörbar: dann, wenn die Linien ki oder gh in der Richtung des Gehörganges liegen. Bringt man die Stimmgabel in eine dieser Stellungen, und schiebt man ein Röhrchen über eine der Zinken, aber ohne sie in ihrer Schwingung zu stören, so wird der Schall sofort hörbar, da dann die Einwirkung der anderen Zinke ungestört zum Ohre gelangt. — Eine auffallende Interferenzerscheinung geben zwei gleich hohe gedeckte Lippenpfeifen (Orgelpfeifen) auf demselben Gebläse: sie löschen einander fast vollkommen aus: sie passen sich einander so an, daß, während die Luft in die eine einströmt, sie aus der anderen ausströmt, infolgedessen im Ohre

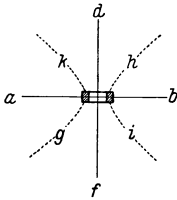


Abb. 352. Zur Interferenz der Schwingungen der zwei Stimmgabelzinken.

zwei Wellen mit entgegengesetzter Phase eintreffen. An dem rotierenden Spiegel nachweisbar. (Zwei offene Lippenpfeifen oder zwei Zungenpfeifen von gleichem Bau und gleicher Stimmung verhalten sich unter denselben Bedingungen anders, weil sie andere Obertöne haben. Sie schlagen in die höhere Oktave um.)

Schwebungen. Sind die beiden interferierenden Töne zwar nicht vollkommen, aber beinahe gleich hoch (ihre Schwingungszahlen beinahe dieselben), so sind auch ihre Wellenlängen nur ganz wenig verschieden — in dem höheren Tone folgen zwei Wellenberge in etwas kürzerem Abstände aufeinander, als in dem tieferen. Weder der Fall Abb. 349 *c*, noch der Fall Abb. 350 *c'* kann dann eintreten. Es tritt etwas Neues ein: man hört einen Ton, der abwechselnd stärker und schwächer wird: *Schwebungen*. Abb. 353 (Seitenstück zu den Abb. 349/50) zeigt, wie das gegenseitige Verstärken und Schwächen zustande kommt: a und b stellen zwei einfache Töne (ohne Obertöne) dar, a macht 27 Schwingungen, während b 30 macht; c gibt das Bild der resultierenden Schwingungen: die Amplitude der Schwingung wächst durch die Übereinanderlagerung beider Schwingungen allmählich, sinkt wieder und so fort. Zu- und Abnahme der Amplitude bedeutet aber Zu- und Abnahme der Tonstärke.

Am stärksten ist der Interferenztone dann, wenn zwei Wellenberge zusammentreffen. Wie oft geschieht das in 1 sec? In dem Moment, in dem beide Töne zusammen beginnen, fällt Berg auf Berg, und man hört den Interferenztone stark. Der höhere Ton eilt dem tieferen voraus; macht er $(n + 1)$ Schwingungen, während der andere n macht, so heißt das, der $(n + 1)^{\text{te}}$ Berg des höheren Tones trifft mit dem n^{ten} Berg des tieferen zusammen. Dann hört man den Interferenztone wieder stark. Man hört also so oft eine Schwebung, so oft der höhere Ton dem tieferen gerade um eine Schwingung voraus ist. (Genau in der Mitte zwischen zwei Schwebungen, natürlich nur für einen Moment, verschwindet der Interferenztone, da ein Berg des einen Tones mit einem Tal des anderen zusammenfällt.) Macht der tiefere Ton r , der höhere s Hertz (Schwingungen in 1 sec), wieviel Schwebungen hört man dann in 1 sec? Angenommen, man höre in 1 sec x Schwebungen, so hört man nach jeder $1/x$ sec eine Schwebung; das heißt, nach jeder $1/x$ sec beträgt die Differenz der von den beiden Tönen ausgeführten Schwingungen 1. In $1/x$ sec macht aber der tiefe Ton r/x , der hohe s/x Schwingungen, also muß $s/x - r/x = 1$, d. h. $x = s - r$ sein, d. h. die Anzahl der Schwebungen in 1 sec ist gleich der Differenz der Hertzahlen der interferierenden Töne. Daß das so ist, läßt sich mit der HELMHOLTZschen Doppelsirene (im wesentlichen eine Verbindung von zwei DOVE-Sirenen) nachweisen.

Hervorrufen kann man Schwebungen mit *allen* Tonwerkzeugen, sehr deutlich mit solchen, die keine oder nur sehr schwache Obertöne haben, besonders mit Stimmgabeln und mit gedeckten Pfeifen; mit zwei Stimmgabeln, die den gleichen Ton geben, z. B. schon dadurch, daß man die eine etwas verstimmt, etwa durch ein angeklebtes Wachskügelchen. Bei solchen Tonwerkzeugen verschwindet der Interferenzton in der *Mitte* zwischen je zwei Maximums (man nennt sie *Stöße*). Das ist der Moment, in dem ein Berg und ein Tal zusammenfallen. Das Steigen und Fallen der Stärke des Interferenztones wird dadurch sehr deutlich. — Bei Tonwerkzeugen mit lauten Obertönen erlischt zwar *der Grundton* zwischen je zwei Schlägen, aber dafür tritt der erste Oberton so stark hervor, daß der Ton in die Oktave umschlägt. — Man kann die Schwebungen auch sichtbar machen, ein Beweis, daß sie auch unabhängig von dem Ohr bestehen, Abb. 353 gibt eine Aufnahme mit dem Phonautographen. — Man benützt die Schwebungen als Hilfsmittel, wenn man eine Stimmgabel oder eine Klaviersaite auf einen beabsichtigten Ton *stimmt*; das Auftreten oder Ausbleiben der Schwebungen zwischen einer Normalstimmgabel und der zu stimmenden Gabel (der zu stimmenden Klaviersaite) zeigt an, ob die beabsichtigte Tonhöhe erreicht ist oder nicht.

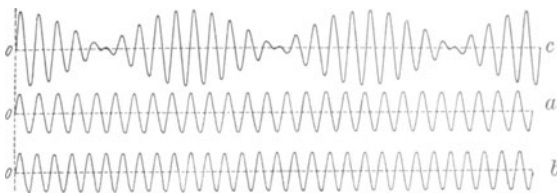


Abb. 353. Zur Entstehung der Schwebungen (c) aus zwei Tönen (a und b), deren Hertzzahlen *etwas* verschieden sind.

Eine technische Anwendung von höchster Bedeutung findet die planmäßige Erzeugung von Schwebungen im Telephonhörer der drahtlosen Telephonie. Die Hörbarkeitsgrenze der Töne liegt bei 20—25 tausend Hertz, die Hertzzahl der von der Antenne kommenden modulierten Schwingungen aber beträgt Hunderttausende, schon bei einer elektrischen Welle von 1 km Länge 300 000. Um den in der Form elektrischer Schwingung hierin enthaltenen im Ohr ankommenden Ton abzusondern und auf eine *hörbare* Hertzzahl zu bringen, sendet man durch den Telephonhörer gleichzeitig eine zweite — von einem besonderen Generator erzeugte — Schwingung (Hilfsschwingung), z. B. von 301 000 Hertz. Dann interferieren beide Schwingungen, geben 1000 Schwebungen in der Sekunde und geben dadurch einen hörbaren Ton (Schwebungsempfang).

Eine technische Anwendung von höchster Bedeutung findet die planmäßige Erzeugung von Schwebungen im Telephonhörer der drahtlosen Telephonie. Die Hörbarkeitsgrenze der Töne liegt bei 20—25 tausend Hertz, die Hertzzahl der von der Antenne kommenden modulierten Schwingungen aber beträgt Hunderttausende, schon bei einer elektrischen Welle von 1 km Länge 300 000. Um den in der Form elektrischer Schwingung hierin enthaltenen im Ohr ankommenden Ton abzusondern und auf eine *hörbare* Hertzzahl zu bringen, sendet man durch den Telephonhörer gleichzeitig eine zweite — von einem besonderen Generator erzeugte — Schwingung (Hilfsschwingung), z. B. von 301 000 Hertz. Dann interferieren beide Schwingungen, geben 1000 Schwebungen in der Sekunde und geben dadurch einen hörbaren Ton (Schwebungsempfang).

Konsonanz und Dissonanz. Ob wir den Zusammenklang zweier Töne (obertonfreier) als Dissonanz oder als Konsonanz empfinden, hängt *wesentlich* damit zusammen, *wieviele* Schwebungen in der Sekunde die Töne miteinander bilden. (Ihre Zahl, S. 282 u., ist gleich der Differenz der Hertzahlen der beiden Töne.) Die Schwebungen geben dem Zusammenklang etwas Schwirrendes — HELMHOLTZ sagt: eine gewisse *Rauhigkeit* — ja, bei einer gewissen Anzahl etwas Knarrendes. Das *stört* den Zusammenklang nicht erheblich, solange die Töne höchstens 4—6 Schwebungen in 1 sec bilden. Die Störung wächst mit der Zahl der Schwebungen, erreicht nach HELMHOLTZ bei 33 ihr Maximum, sinkt dann und verschwindet bei 132. So viele Schwebungen in 1 sec sind nicht *zählbar*, aber sie erzeugen bei dieser Häufigkeit eine bestimmte *Empfindung*. (Der „rauhe“, knarrende Ton im Ohr ist dem Eindruck vergleichbar, den flackerndes Licht im *Auge* hervorruft. *Zählen* können wir die Zuckungen im flackernden Licht *auch* nicht, wir *empfinden* aber das Flackern ganz anders als die *zählbar* langsam aufeinanderfolgenden Zuckungen.) Hängt der Grad der Konsonanz wirklich von der Anzahl der Schwebungen ab, so muß *dasselbe* Intervall im hohen Teil der Skala einen anderen Grad der Konsonanz haben als im tiefen, denn es verursacht im hohen Teile der Skala mehr Schwebungen als im tiefen. Und in der Tat: z. B. das Intervall $h_1 - c_2$ mit $489 - 522 = 33$ Schwebungen klingt als schneidende Dis-

sonanz, dasselbe Intervall $H - c$ mit $61 - 65 = 4$ Schwebungen weit weniger grell. Andererseits kann dasselbe Intervall in der Höhe eine Konsonanz, in der Tiefe eine Dissonanz sein — nämlich dann, wenn in der Höhe die Schwebungen mehr als 132 in 1 sec betragen, also nicht mehr wahrnehmbar sind, in der Tiefe dagegen ihre Zahl im Bereiche der Hörbarkeit liegt. So ist es z. B. mit der großen Terz: in der Höhe ist sie eine Konsonanz, in der Tiefe nähert sie sich nicht unbedeutend der Dissonanz.

Die Anzahl der Schwebungen ist jedoch nicht die einzige Ursache für die Rauhnigkeit des Zusammenklanges, sonst müßten z. B. die Intervalle

$G97 - c130$	$c130 - e163$	$e163 - g196$	$c_1261 - d_1294$	$h_1489 - c_2522$
33	33	33	33	33

mit derselben Anzahl Schwebungen (33) dieselbe Rauhnigkeit haben. Aber die tieferen Intervalle, die größeren, klingen *weniger* rauh. Das heißt: auch die *Größe des Intervalles* beeinflusst die Rauhnigkeit des Zusammenklanges. *Ein und derselbe* CORTISCHE Bogen, so erklärt es HELMHOLTZ, oder ein und dieselbe Nervenfasern reagiert *gleichzeitig* auf zwei verschiedene Töne, wenn sie als Intervall nahe genug beieinander liegen, um dieselbe Faser der *Membrana basilaris* erregen zu können — andernfalls wirkt der zu weit entfernte Ton nur so schwach mit, daß die Schwebungen zu schwach ausfallen, um *wahrnehmbar* zu sein.

Kombinationstöne. Erklingen gleichzeitig zwei verschieden hohe Töne anhaltend sehr kräftig und gleichmäßig stark, so treten (bei geeignetem Intervall und passender Stärke dieser Töne) *Kombinationstöne* auf: die *Differenztöne* (von dem Hamburger Organisten SORGE 1740 entdeckt, auch TARTINISCHE Töne genannt), ihre Schwingungszahlen sind gleich der Differenz der Schwingungszahlen jener beiden Töne, und die *Summationstöne* — ihre Schwingungszahlen sind gleich der entsprechenden Summe. Namentlich der Differenzton kann sehr stark werden. Nach der von HELMHOLTZ entwickelten mathematischen Theorie müssen Luftschwingungen, deren Anzahl der Höhe der Kombinationstöne entspricht, *dann* entstehen, wenn die beiden primären Töne einen elastischen Körper gleichzeitig so stark in Bewegung setzen, daß seine Schwingungen nicht mehr als unendlich klein gelten können. Nach R. KÖNIG spricht die Existenz der Kombinationstöne gegen die Richtigkeit der Resonanztheorie des Hörens. HELMHOLTZ erklärte ihre Entstehung aus Abweichungen von dem Prinzip der ungestörten Überlagerung der Primärtonschwingungen, nach seiner Auffassung entstehen sie nicht außerhalb des Ohres, sondern erst im Trommelfell. WAETZMANN hat aber auch außerhalb des Ohres sehr starke Kombinationstöne erzeugt (mit einer Amplitude, die ein Mehrfaches der Primärtöne ist) und hat die Theorie durch eine Erweiterung der HELMHOLTZschen Vorstellungen und einen Kompromiß zwischen HELMHOLTZ und KÖNIG zu einem gewissen Abschluß gebracht.

Die Wärme.

A. Grundbegriffe: Temperatur, Wärme.

Wärmeempfindung und Wärmezustand. Wo wir vom Wärmezustand eines Körpers *unmittelbar* etwas wahrnehmen, geschieht es durch unsere Haut¹, und je nach ihrer *Empfindung* nennen wir den Körper heiß, warm, lau, kühl usw. Daß sich der Wärmezustand uns *unmittelbar nur* durch das *Wärmegefühl* oder *Kältegefühl* wahrnehmbar macht, verleitet uns, dieser physiologischen Wärmewirkung

¹ Die Haut ist *nicht als Ganzes* wärmeempfindlich, sondern nur an bestimmten Punkten (Wärmepunkte, Kältepunkte), in denen auf Wärmereiz reagierende Nervenendorgane liegen. Den auf diese Punkte ausgeübten Reiz leiten die Nerven von dem Endorgan aus über das Rückenmark zur Großhirnrinde. Die Ankunft des Reizes hier *empfinden* wir als Wärme oder als Kälte.

entscheidende Bedeutung beizulegen. Aber die Angaben unserer Hand sind für die Beurteilung des Wärmezustandes des Körpers in Wirklichkeit unbrauchbar, denn sie hängen von dem *augenblicklichen Zustande* unseres eigenen Körpers ab. *Denselben* Gegenstand findet die ihn betastende Hand warm oder kalt, je nachdem sie selber *vor* der Berührung mit ihm kälter oder wärmer war: war sie kälter, so findet sie ihn warm, weil sie sich an ihm erwärmt, war sie wärmer, so findet sie ihn kalt, weil sie sich an ihm abkühlt. Obendrein *erscheinen* unter Umständen der Hand Körper, die *gleiche* „Temperatur“ haben, *verschieden warm*: ein *metallener* Gegenstand bei Zimmertemperatur kälter als ein *hölzerner* unter sonst gleichen Bedingungen (die Klinge eines Messers kälter als das anstoßende hölzerne Heft), weil das Metall *der Hand* ihre Wärme *schneller entzieht*, als es das Holz tut. Die Wärmeempfindung ist auch um so stärker, je größer die gereizte Hautstelle ist; sie ist ferner *ceteris paribus* z. B. im Nacken sehr viel größer als an den Händen und in der Mundhöhle. Die physiologischen Wärmewirkungen eines gegebenen Körpers sind daher nicht imstande, seinen Wärmezustand *eindeutig* zu beschreiben; um z. B. anzuzeigen, ob und wann er *denselben* Wärmezustand hat, den er früher einmal gehabt hat. Wir fordern aber ein *eindeutiges* physikalisches Merkmal für den Wärmezustand eines gegebenen Körpers. Wir finden es so: die Erfahrung lehrt, daß die meisten Stoffe ihr Volumen vergrößern (verkleinern), wenn sie Wärme aufnehmen (abgeben) — die gasförmigen am meisten, die festen am wenigsten —, und sie lehrt ferner, daß von zwei *verschieden* warmen Körpern, die einander *berühren*, der wärmere Wärme abgibt (sich abkühlt), der kältere Wärme aufnimmt (sich erwärmt), und daß sich schließlich zwischen beiden „Wärmegleichgewicht“ herstellt. Das Wärmegleichgewicht stellt sich erfahrungsgemäß auch dann her, wenn *beliebig viele* verschieden warme Körper einander lange genug berühren. Verbinden wir (Abb. 354) drei Körper *A, B, C* zu einem Ringe, so besteht schließlich an der Berührungsstelle *AB* Wärmegleichgewicht und ebenso an der Berührungsstelle *BC*. Infolgedessen muß auch an der Berührungsstelle *AC* Wärmegleichgewicht bestehen; das Wärmegleichgewicht in dem Ringe könnte sonst kein *allgemeines* sein — das aber widerspräche der Voraussetzung. — Die Volumenänderung durch die Wärme und das Wärmegleichgewicht zusammen machen es uns möglich, den Wärmezustand irgendzweier Körper *A* und *B* miteinander zu vergleichen, ohne daß wir sie *miteinander* in Berührung bringen. Wir müssen nur den Körper *A* mit einem dritten Körper *C* in Berührung bringen und beobachten, ob und evtl. wie sich sein Volumen dabei verändert, bis das Wärmegleichgewicht eingetreten ist, und müssen dann dasselbe mit den Körpern *B* und *C* tun. (Der Körper *C* vertritt die Stelle eines Thermometers oder besser Thermoskops — was hier nur heißen soll: die Stelle eines Körpers, dessen Volumenänderung bei der Herstellung des Wärmegleichgewichtes in die Augen springt.) Jedem einzelnen thermoskopischen Volumen, das der Körper *C* hat, wenn er im Wärmegleichgewicht mit einem anderen ist, ordnen wir eine bestimmte Zahl zu — wie dem größeren oder dem kleineren Quecksilbervolumen an der Thermometerskala, — und diese Zahl *nennen* wir seine jeweilige Temperatur¹. Dieselbe Zahl ordnen wir auch dem mit ihm im Wärmegleichgewicht befindlichen Körper als *seine* Temperatur zu.

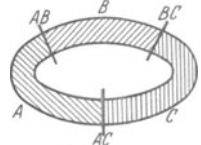


Abb. 354. Zum Wärmegleichgewicht dreier Stoffe *A, B* und *C*.

¹ Es gibt *Wärmezustände* in der Natur, aber der Begriff *Temperatur* existiert nur durch unsere willkürliche *Definition*. Die Temperatur *kennzeichnet* den Wärmezustand durch eine Zahl. Diese *Temperaturzahl* hat lediglich die Eigenschaft einer *Inventarnummer*, vermöge welcher man denselben Wärmezustand wieder erkennen und, wenn es nötig ist, aufsuchen und wiederherstellen kann (MACHE).

Hier haben wir nun das physikalische Merkmal, das uns eindeutig über den Wärmezustand eines Körpers unterrichtet. Bringen wir den Körper C zunächst mit A so lange in Berührung, bis C sein Volumen nicht mehr *verändert*, dann *sehen* wir, daß zwischen A und C Wärmeleichgewicht besteht, und wir erfahren, welche Zahl wir A in diesem Zustande als Temperatur zuordnen müssen. Auf dem entsprechenden Wege erfahren wir, welche Zahl wir B als Temperatur zuordnen müssen. Ergibt sich hierbei *dieselbe* Zahl für A und für B , und bringen wir dann A und B miteinander in Berührung, so verliert und gewinnt keiner von ihnen an Wärme, sie sind im Wärmeleichgewicht. Durch die Ermittlung der *Temperaturzahl* — der Zahl, die einem bestimmten Volumen von C zugeordnet ist — erfahren wir also, ohne A und B in Berührung zu bringen, ob ihr *Wärmezustand* gleich oder ob er verschieden ist und, falls er verschieden ist, welcher von beiden an den anderen Wärme abgeben würde, wenn wir sie in Berührung miteinander brächten. Der Satz: „Körper, deren Temperaturen gleich der Temperatur eines dritten sind, haben selber gleiche Temperatur“ und das Zuordnungsprinzip, nach dem wir einem bestimmten thermoskopischen Volumen eine bestimmte Zahl, die Temperaturzahl (Grad), zuordnen — diese beiden zusammen bilden die Grundlage der *Temperaturmessung* (Thermometrie).

Definition der Temperatur. Jede Eigenschaft der Materie, die man mit der Temperatur in quantitative Beziehung setzen kann, eignet sich zur Definition der Temperatur, so die Länge eines Körpers, die mit der Temperatur im allgemeinen wächst. Aber nicht alle Stoffe dehnen sich gleich stark bei gleichem Temperaturanstieg aus¹, man muß deswegen den Stoff, den man zur Definition benutzen will, willkürlich wählen. Nach welchem Zuordnungsprinzip gelangt man aber zu Zahlenwerten für die Temperatur? Zunächst muß man einen Anfangspunkt festsetzen, den *Nullpunkt*, von dem *aus* man zählt. Man benützt dazu im Alltagsleben *die Temperatur des* unter dem Druck von 1 Atm. *schmelzenden Eises*. (Der Druck beeinflusst die Schmelztemperatur des Eises so wenig, daß man die Angabe seiner augenblicklichen Größe gewöhnlich unterläßt.) Ferner muß man die Größe, *ein Grad*, festsetzen, d. h. angeben, wieviel Grad man zwischen dem Nullpunkt und einem zweiten willkürlich festgelegten Temperaturpunkt (Festpunkt) annehmen will. CELSIUS (1742) nahm als zweiten Festpunkt die *Temperatur des* unter dem Druck von 1 Atm. *siedenden Wassers*, genauer: die Temperatur des dabei aus ihm aufsteigenden Dampfes. (Der Siedepunkt hängt auffallend von dem Druck ab, man muß daher den gerade herrschenden Luftdruck messen und die beobachtete Temperatur auf den *normalen* Druck von 1 Atm. umrechnen. Zur Umrechnung ist die Siedetemperatur pro 1 mm Quecksilber über oder unter 1 Atm um $0,037^{\circ}$ zu erniedrigen oder zu erhöhen.) Von CELSIUS stammt auch die Festsetzung „100 Grad“ als Temperaturunterschied zwischen Siede- und Eispunkt des Wassers.

Es bleibt noch festzusetzen — willkürlich —, nach welcher Regel man die Temperaturen *zwischen* den beiden Festpunkten und jenseits der Festpunkte messen soll. Am einfachsten legt man eine lineare Beziehung zwischen der betreffenden Körpereigenschaft (hier der Länge des thermometrischen Körpers) und der Temperatur zugrunde. Bezeichnet man seine Länge bei 0° mit l_0 , bei 100° mit l_1 , ferner die Länge bei der gesuchten Temperatur t mit l_t , so ist bei einer linearen Beziehung zwischen Länge und Temperatur

¹ Zwischen dem Eispunkt und dem Siedepunkt des Wassers dehnt sich ein Gas rund um $\frac{1}{3}$ aus, Wasser um $\frac{1}{25}$, Quecksilber um $\frac{1}{50}$, Blei um $\frac{1}{100}$, Glas um $\frac{1}{500}$.

$$l_t = a + bt. \quad (1)$$

Für $t = 0^\circ$ und $t = 100^\circ$ ist daher $l_0 = a$ und $l_1 = a + b \cdot 100$ und hieraus folgt $a = l_0$

$$b = \frac{l_1 - l_0}{100}, \quad (2)$$

so daß (1) übergeht in:

$$l_t = l_0 + \frac{l_1 - l_0}{100} \cdot t \quad (3)$$

oder

$$t = \frac{l_t - l_0}{l_1 - l_0} \cdot 100. \quad (4)$$

Kurz: man definiert die Temperatur t durch die Gleichung (4).

Neben der 100-Grad-Einteilung (CELSIUS) zwischen Eis- und Siedepunkt des Wassers existiert noch die 80-Grad-Einteilung (RÉAUMUR) und die Skala von FAHRENHEIT (Abb. 355). Für wissenschaftliche Angaben benutzt man die Celsiusskala, nur in England und in Amerika auch die Fahrenheitskala, die Réaumurskala nur bei Zimmer- und Badethermometern¹. Die Vorzeichen + und — bezeichnen nicht etwa einen Gegensatz von Wärmegraden und Kältegraden, sie bezeichnen nur die Lage der betreffenden Temperatur mit Bezug auf eine *andere* Temperatur, die Temperatur des schmelzenden Eises. Sie sind auch weder additiv noch subtraktiv gemeint. Die Temperatur von 30° ist auch nicht etwa doppelt so hoch wie die von 15° . Der Nullpunkt ist lediglich ein willkürlich gewählter Temperaturpunkt, *von dem an* wir zählen, und den wir Null *nennen* — ein relativer Nullpunkt. Wir können, um an Ähnliches zu erinnern, einen Soldaten, der nach der früher üblichen Bezeichnung der Soldatenlänge „10 Zoll“ hat, ja auch nicht doppelt so lang nennen, wie einen, der nur 5 Zoll hat; hier ist der Punkt, der 5 Fuß über den Fußsohlen liegt, der willkürlich festgesetzte Punkt, von dem an gezählt wird. Die Temperatursohle — um in dem Bilde zu bleiben — ist der *absolute Nullpunkt* der Temperatur (s. unten).

Lange hat man auch für wissenschaftliche Zwecke die Temperatur nach Gleichung (4) bestimmt, indem man für l die Länge des Fadens im Quecksilberthermometer setzte. Da sich aber mit steigender Temperatur auch das Glasrohr ausdehnt, so beruht hier die Messung auf der Ausdehnungsverschiedenheit von Quecksilber und Glas, sie hängt sogar von der Art des Glases ab. Die Messung von Temperaturen unter dem Erstarrungspunkte des Quecksilbers und nahe seinem Siedepunkte fordern überdies eine andere Thermometersubstanz. Man benutzt für strenge Messungen die *Gase*; als Normalthermometer fast stets ein Gasthermometer von konstantem Volumen, in dem der *Druck* mit steigender Temperatur dem Gesetz von CHARLES (S. 179 m.) entsprechend wächst. Nach Gleichung (4) ist dann nach demselben Zuordnungsprinzip zu setzen

$$t = \frac{p_t - p_0}{p_1 - p_0} \cdot 100. \quad (5)$$

Hier spielt die Ausdehnung des Gefäßes eine sehr geringe Rolle, und *alle Gase* führen mit Gleichung (5) sehr nahe zu gleichen Zahlen — und praktisch zu *völlig* gleichen, wenn die Gase sehr verdünnt sind, d. h. nahezu ideale Gase.

Absoluter Nullpunkt. Nach Gleichung $pV = NkT$ (S. 179 o.) ist für ein Gasthermometer konstanten Volumens der Druck p proportional der Temperatur T . Nennt man den Proportionalitätsfaktor A , so darf man $p_t = AT$ setzen, und mit Gleichung (5) erhält man

$$t = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} \cdot 100. \quad (6)$$

¹ Ein deutsches Reichsgesetz vom 7. August 1924 untersagt, im geschäftlichen Verkehr, insbesondere bei Ausübung eines Berufes oder Gewerbes, andere Thermometer als solche der 100teiligen Skala zu benutzen.

C	R	F	abs
120	96	248	393
110	88	230	383
100	80	212	373
90	72	194	368
80	64	176	363
70	56	158	353
60	48	140	343
50	40	122	333
40	32	104	323
30	24	86	303
20	16	68	293
10	8	50	283
0	0	32	273
-10	-8	14	263
-20	-16	-4	253
-30	-24	-22	243

Abb. 355. Temperaturskalen.

Da $T_1 - T_0$, die Differenz zwischen den Temperaturen des Wassersiedepunktes und des Eispunktes, gleich 100 zu setzen ist, so ist

$$7) \quad t = T - T_0,$$

Hier bedeutet T_0 die Temperatur des Eispunktes in der T -Skala. Den Zahlenwert von T_0 findet man, wenn man wieder p proportional mit T , also $p_0 = AT_0$ und $p_1 = AT_1$ setzt, aus der Beziehung $\frac{T_0}{T_1 - T_0} = \frac{p_0}{p_1 - p_0}$. Hieraus folgt $T_0 = 100 \frac{p_0}{p_1 - p_0}$. Die Messungen (HENNING und HEUSE, 1921) der Drucke p_0 beim Eispunkt und p_1 beim Wassersiedepunkt ergeben für Gase unter geringem Druck:

$$(8) \quad T_0 = 273,20^\circ.$$

Man nennt T die *absolute Temperatur*; ihren Nullpunkt, bei dem die kinetische Energie der Moleküle verschwindet¹, den *absoluten Nullpunkt*; die Temperatur $T_0 = 273,20^\circ$, die mit dem Nullpunkt der Celsiusskala (t) zusammenfällt, die *absolute Temperatur des Eispunktes*. Der Zusammenhang der beiden Skalen ist nach (7) $T = 273,20 + t$.

Wärme, eine Form der Energie. Brownsche Bewegung. Bis zum Beginn des 19. Jahrhunderts herrschte die Ansicht: „Wärme“ ist ein Stoff (Phlogiston), Erwärmung eines Körpers besteht im Aufnehmen, Abkühlung im Abgeben des Wärmestoffes, der Gehalt daran bestimmt die Temperatur des Körpers, und da der Körper trotz der Veränderung seines Gehaltes an Wärmestoff sein Gewicht nicht ändert, ist der Wärmestoff selber gewichtlos. Diese Ansicht wurde unhaltbar durch die Entdeckung (RUMFORD 1798), daß beliebig viel *Wärme* „durch Arbeit“ erzeugbar ist. RUMFORD benutzte beim Ausbohren eines Geschützrohres die Wärme, die bei der *Reibung* des Bohrers an der Rohrwand entstand, dazu, Wasser zu erhitzen und zu verdampfen. Durch beliebig lange (mit abgestumpftem Bohrer) fortgesetzte Arbeit konnte er beliebig viel Wasser verdampfen. Daraus schloß er: Ein Stoff kann Wärme unmöglich sein, denn Rohr und Bohrer sind *begrenzte* Massen, können also nicht Wärmestoff in *unbegrenzter* Menge *enthalten* und abgeben; der in das Wasser tretende Wärmestoff muß daher *erzeugt* worden sein, *Materie* kann man aber nicht *erzeugen*. Dagegen wird auf Bohrer und Rohr fortwährend *Bewegung übertragen* und die Wärme so lange erzeugt, solange die Übertragung der Bewegung dauert, die Wärme kann daher selbst nur eine Wirkung der Bewegung, muß also *selbst* Bewegung sein, eine durch Reibung erzeugte Bewegung der *Molekeln* der Körper. (Genauer: auf Bohrer und Rohr wird *Energie* übertragen, die Wärme kann daher nur eine Form der *Energie* sein, der Energie, wie sie *jede* Masse, also auch eine Molekel, *infolge* ihrer Bewegung besitzt.) RUMFORDS Ansichten wurden durch viele Erfahrungen gestützt, namentlich dadurch (DAVY), daß Eisstücke, die aneinander gerieben werden, ohne äußere Wärmezufuhr schmelzen.

Die bei der Verwandlung in Wärme *scheinbar* vernichtete Bewegung (S. 49 o.) ist nicht vernichtet, sie ist nur auf die Moleküle und Atome übergegangen. Diese sind nicht unmittelbar wahrnehmbar, aber mittelbar sind sie es an dem unaufhörlichen, unzerstörbaren, mikroskopischen Zittern von mikroskopischen in Flüssigkeit suspendierten Teilchen (entdeckt 1827 von ROBERT BROWN an Blütenstaub in Wasser). Gummigutt z. B. löst sich in Wasser zu einer lebhaft gelben Emulsion.

¹ *Nullpunktenergie.* Wie groß ist die Energie im absoluten Nullpunkt? Der *klassischen* Molekulartheorie der Wärme nach ist dort völlige Ruhe, die Energie daher Null. Das ideale Gas, dessen Moleküle sich nur verschieben (nicht auch rotieren), und dessen molare Energie $3/2 \cdot RT$ ist, hat daher für $T = 0$ die Energie Null. In der *Quantentheorie* ist es nicht selbstverständlich, daß die Energie für $T = 0$ verschwindet; die Frage ist nicht völlig geklärt.

In ihr sind Moleküle (1000 und mehr) zu mikroskopischen kugligen Gebilden geballt. Diese Gebilde zittern mikroskopisch, man darf sagen: ewig und „von selber“. Sie zittern schneller, je kleiner sie sind, je fluidier die Flüssigkeit und je höher deren Temperatur ist, sie zittern unabhängig von äußeren mechanischen Einwirkungen (Erschütterungsfreiheit des Gefäßes), von der Dicke der Flüssigkeitsschicht (zwischen zwei Deckgläsern), von der Beleuchtungsstärke und sofort (ebenso zittern die mikroskopischen Tröpfchen und die Gasbläschen in den mit Flüssigkeit gefüllten Hohlräumen gewisser Mineralien). Äußere Energiequellen als Ursache scheinen ausgeschlossen zu sein; man hält die BROWNSCHE *Bewegung* für identisch mit den theoretisch vorauszusehenden Molekularbewegungen und die innere Wärmemenge für das eigentliche Agens (SMOLUCHOWSKI, EINSTEIN). Die Moleküle des Wassers stoßen ständig gegen die festen Teilchen, diese geraten in Bewegung, wenn sie in *einer* Richtung *besonders* stark gestoßen werden. Während einer *Zeitspanne* bekommt ein Teilchen zwar *im Mittel* ebenso viel Bewegungsgröße z. B. von rechts nach links wie von links nach rechts, in einem *Zeitpunkt* aber bald von links, bald von rechts mehr. Je kleiner die Teilchen sind, um so wahrscheinlicher ist es, daß *eine* Stoßrichtung überwiegt und sie sich dann stark bewegen. Denn ist eine Fläche so klein, daß nur wenige Moleküle gleichzeitig auf sie treffen können, so werden einzelne besonders starke oder schwache Stöße weniger leicht ausgeglichen, als wenn die Fläche so groß ist, daß viele sie gleichzeitig treffen können. Das Ergebnis dieser Unregelmäßigkeit ist die BROWNSCHE Bewegung. Das einzelne Teilchen kann man nicht sehen, denn das ändert pro Sekunde milliardenmal seine Bewegungsrichtung. Was man *sieht*, ist sein mittlerer Weg. Im Zittern beschreibt es einen Zickzackweg von atomaren Teilstrecken. Nur, weil ihre Summe im Laufe der Zeit eine merkliche Größe erlangt, bemerken wir überhaupt seine Verschiebung.

Die Wassermoleküle werden auch *miteinander* Stöße austauschen und dadurch in völlig ungeordnete Bewegung geraten. Ein einzelnes Molekül beschreibt sicherlich infolge des Zusammenstoßes mit anderen Molekülen eine Zickzackbahn aus atomaren Strecken, die es mit wechselnder Geschwindigkeit durchläuft; eine bestimmte Stelle der Flüssigkeit wird in *wechselnder* Richtung von Molekülen *wechselnder* Geschwindigkeit durchlaufen — keine Richtung ist bevorzugt, es herrscht *ideale Unordnung*. Eine der BROWNSCHEN Bewegung in Flüssigkeiten analoge Molekularbewegung in Gasen hat EHRENHAFT festgestellt (1907). Für die Theorie der *Gase* hat sich die Vorstellung von der molekularen Wärmebewegung der Moleküle besonders fruchtbar erwiesen, und die theoretischen Voraussagen und die Messungen stimmen (besonders für sehr verdünnte Gase) so gut überein, daß man auch ohne Kenntnis der BROWNSCHEN Bewegung an der Richtigkeit der kinetischen Auffassung der Wärme nicht zweifeln kann. Die Moleküle der *festen* Stoffe können sich — anders als in Flüssigkeiten und in Gasen — nicht ganz frei bewegen, sie sind an bestimmte Ruhelagen gebunden, um die sie nur *schwingen* können.

Verhältnis von Wärme und Temperatur. Nimmt ein Körper Energie in der Form von *Wärme* auf, so verteilt sich diese im Laufe der Zeit auf alle Moleküle. Die kinetische Energie eines Moleküls wird im Durchschnitt um so größer, je größer die aufgenommene Wärmemenge ist und je weniger Moleküle vorhanden sind. Das Maß für die *durchschnittliche* kinetische Energie ist die *Temperatur* des Körpers. Tritt also die *gegebene Wärmemenge* in einen Körper mit vielen (wenigen) Molekülen ein, so kommt auf jedes einzelne verhältnismäßig wenig (viel) Energie, und die *Temperatur* bleibt verhältnismäßig niedrig (wächst verhältnismäßig stark). Man sagt: Der Körper besitzt ein großes oder ein kleines Fassungsvermögen für Wärme (Wärmekapazität).

Die Wärmekapazität ist das Bindeglied zwischen Temperatur und Wärmegehalt eines Körpers, je *größer* sie ist, desto *weniger* erhöht sich die Temperatur des Körpers, wenn er eine bestimmte Wärmemenge aufnimmt. Aber z. B. während der *Verdampfung* von Wasser erhöht sich trotz Wärmeaufnahme die Temperatur des Wassers *nicht*. Es wäre falsch, daraus zu schließen: das Wasser besitzt dann unendlich große Wärmekapazität. Vielmehr dient die Wärme hier und bei ähnlichen Vorgängen dazu, den Aggregatzustand zu ändern. Da sie sich hier nicht durch Erhöhung der Temperatur des Körpers bemerkbar macht, nennt man sie hier „latent“.

Berühren einander zwei Körper von verschiedener Temperatur, so gleichen sich die Bewegungsenergien zwischen den Molekülen beider aus, ein Wärmestrom fließt von dem höher temperierten zu dem niedriger temperierten Körper. Die Richtung des Stromes hängt nur von der *Temperatur* der Körper ab, die sie vor ihrer Berührung besaßen, nicht von der *Wärmemenge*.

Das Verhältnis von Wärme und Temperatur läßt sich an einem mit Wasser gefüllten Gefäß veranschaulichen. Die Wassermenge entspricht der Wärmemenge, die Standhöhe des Wassers im Gefäß der Temperatur. Dieselbe Wassermenge steht in einem engen Gefäß höher als in einem weiten, wie dieselbe Wärmemenge einen Körper von kleiner Wärmekapazität auf höhere Temperatur bringt als einen von großer Wärmekapazität. Verbindet man wie in Abb. 183 Gefäße, in denen das Wasser verschieden hoch steht, miteinander, so fließt das Wasser so lange von den Gefäßen mit dem höheren Wasserstand zu dem anderen, bis es in allen gleich hoch steht, geradeso, wie der Wärmeausgleich zwischen verschieden temperierten Körpern so lange anhält, bis sie alle gleiche Temperatur haben. — Aber der Vergleich versagt in einer Beziehung. Die Wärme ist nicht einer unzerstörbaren Masse vergleichbar wie das Wasser, sie ist eine Energieform, die aus einer anderen Energieform entstehen und sich in eine andere Energieform verwandeln kann.

Maßeinheit der Wärme. Als *Einheit der Wärme* hat man die *Kalorie* festgesetzt, diejenige Wärmemenge (cal), die nötig ist, um 1 g reinen Wassers von 14,5 auf 15,5° zu erwärmen. Eine Wärmemenge beträgt k cal, wenn sie ausreicht, k g Wasser von 14,5 auf 15,5° zu erwärmen. Da nun die Wärmemenge, die nötig ist, die Temperatur einer gegebenen Wassermenge um 1° zu erhöhen, erfahrungsgemäß für jede Temperatur nahezu die gleiche ist, so genügt es fast immer, eine Wärmemenge k dadurch zu messen, daß man feststellt, *um wieviel* Grad Δt sich m g Wasser durch sie erwärmen lassen. Es ist dann $k = m \cdot \Delta t$ cal. Die Technik rechnet meist mit der 1000fachen Wärmemenge der Grammkalorie, der Kilogrammkalorie (kcal). 1 kcal ist diejenige Wärmemenge, die 1 kg Wasser um 1°, genauer von 14,5 auf 15,5°, erwärmt.

Man beachte: 1 g *Wasser* erfordert 1 cal zu seiner Temperatursteigerung um 1° C; jeder andere Stoff erfordert dazu eine andere Wärmemenge, z. B. Aluminium 0,214 cal, Quecksilber 0,033 cal. Man nennt diese Wärmemengen die *spezifische Wärme* des Stoffes. Zur strengen Definition der spezifischen Wärme gehört zunächst die Definition der *Wärmekapazität eines Körpers*. Man versteht darunter die Anzahl Wärmeeinheiten, die erforderlich ist, die Temperatur des Körpers um 1° zu erhöhen. Hieran schließt sich die Definition der spezifischen Wärme des Körpers: man versteht darunter das *Verhältnis* der Wärmemenge, die erforderlich ist, die Temperatur des Körpers um 1° zu erhöhen, zu der Wärmemenge, die das *gleiche* Gewicht *Wasser* um 1° erhöht. Die spezifische Wärme ist danach das *Verhältnis* von zwei Größen derselben Art, unabhängig von den Maßeinheiten und der Temperaturskala.

Besonders beachte man: ein Gas hat eine andere spezifische Wärme, je nachdem ob sich das Gas bei der Wärmeaufnahme ausdehnt oder ob es an der Ausdehnung verhindert ist. Die erste spezifische Wärme nennt man spezifische Wärme bei konstantem Druck. Man bezeichnet sie mit c_p . Die andere nennt man spezifische Wärme bei konstantem Volumen c_v . Es ist $c_p > c_v$, denn bei der

Ausdehnung leistet das Gas Arbeit, verbraucht also zur gleichen Temperaturerhöhung mehr Wärme, als wenn es sich *nicht* ausdehnt.

Molekulare Wärmetheorie. Thermodynamik. Endgültig beseitigt wurde die Wärmestofftheorie erst Mitte des 19. Jahrhunderts durch die Beweise, daß eine *bestimmte Menge Arbeit stets dieselbe Menge Wärme erzeugt*, und daß umgekehrt diese Menge Wärme eine ebenso große *Arbeit leisten* kann; kurz, als die *Äquivalenz von Wärme und Arbeit* bewiesen war. Man nennt die Anschauung, nach der Wärme eine Form der Energie ist, die *mechanische Wärmetheorie*.

Die molekulare Wärmetheorie führt uns in den *Mikrokosmos* der Molekülbewegungen und lehrt die Wärmevorgänge als *mechanische* verstehen. Die Molekülbewegungen sind aber nur an ihren *Wirkungen* erkennbar. Das Ganze der *ungeordneten Bewegungen* der unendlich vielen Moleküle erkennen wir nicht als Bewegung, sondern als Wärme; die *Gesamtheit* der Stöße der Gasteilchen gegen eine Wand erkennen wir nicht als Stoß und Rückstoß der *einzelnen* Teilchen, sondern als *Druck* auf die *Wand*. Der Raum, in dem sich die Moleküle bewegen, das *Volumen* des Körpers, ist für das Verhalten der *Gesamtheit* der Moleküle wichtig, spielt aber für das *einzelne* Molekül keine Rolle. *Temperatur* ist ein Begriff, der nur für die *makroskopische Gesamtheit* da ist, auf ein Molekül aber gar nicht anwendbar ist, nur der Mittelwert der kinetischen Energie *aller* Moleküle bestimmt ihn, auf den ständig wechselnden Momentanwert der kinetischen Energie eines Moleküls kann man ihn gar nicht beziehen. — Die Theorie der Wärme als einer Energieform, d. h. die *Thermodynamik* geht von *makroskopischen* Erscheinungen aus. Sie stellt an ihre Spitze die drei *Hauptsätze der Thermodynamik*, die in der Erfahrung wurzeln und die alle Erscheinungen in der kürzesten Form beschreiben; alle thermodynamischen Vorgänge lassen sich aus ihnen ableiten. Die molekulare Wärmelehre sucht die Hauptsätze aus den Gesetzen der Mechanik zu *beweisen*. Für den 1. Hauptsatz — das Gesetz von der Erhaltung der Energie angewendet auf die Wärmelehre — ist der Beweis bald geführt. Der Beweis des 2. Hauptsatzes aber — er bestimmt die *Richtung* einer thermodynamischen Umwandlung (Arbeit in Wärme oder Wärme in Arbeit) — erfordert die Ergänzung der gewöhnlichen Mechanik durch die *statistische*. Dem 3. Hauptsatz gegenüber — er handelt von den thermodynamischen Eigenschaften der Materie, wenn ihr Gehalt an kinetischer Energie sehr gering ist — versagt die klassische Mechanik, sie muß durch die Quantentheorie ergänzt werden. Die drei Hauptsätze beherrschen die ganze Wärmelehre, ihr Sinn ist schon an relativ einfach zu beschreibenden Wärmeerscheinungen begreiflich zu machen. Wir stellen sie daher voran.

B. Umwandlung von Arbeit in Wärme und von Wärme in Arbeit.

Der erste Hauptsatz. Unmöglichkeit des Perpetuum mobile. Der erste Hauptsatz der Thermodynamik umfaßt die Erfahrungstatsachen, die sich auf die *Größe* der umgewandelten Energie beziehen, sei es die Umwandlung von mechanischer Arbeit in Wärme, sei es die Umwandlung der *Wärme* in eine andere Energieform. Man kann ihn in verschiedenen Formen aussprechen, zum Beispiel so: Ein bestimmter Betrag mechanischer Arbeit liefert, in Wärme umgesetzt, stets dieselbe Menge Wärme, und eine bestimmte Menge Wärme liefert, in mechanische Arbeit umgesetzt, stets den gleichen Betrag an mechanischer Arbeit. Einer bestimmten Arbeitsgröße ist somit stets dieselbe Menge Wärme „äquivalent“ und umgekehrt.

Nach Zahl und Maß kann man die Beziehung zwischen Wärme und Arbeit oder zwischen Wärme und einer anderen Energieform angeben, wenn man festsetzt, in welchen Einheiten man die Energien mißt. Die Einheiten für die mechanische Energie sind Erg und Meterkilogramm*, auch das 10^7 fache des Erg, das

Joule, die „Wattsekunde“. Für die Wärme ist die Einheit die Kalorie. Die Anzahl Einheiten *mechanischer Energie*, die einer Kalorie *äquivalent* sind, heißt das *mechanische Wärmeäquivalent*.

Wie groß ist nun die Wärmemenge, die durch ein Meterkilogramm* Arbeit erzeugt wird? Eines der frühesten Meßverfahren (Joule 1847, 1879) benutzt die erzeugte Wärme dazu, die Temperatur einer in Kilogramm *gemessenen Menge Wasser* um eine *meßbare Anzahl Grad* zu steigern. Die *Arbeit* wird unmittelbar in Meterkilogramm* gemessen.

Das Wasser befindet sich (Abb. 356) in dem zylindrischen Gefäß *A*, in dem Wasser eine Welle *a* mit Schaufelarmen *b*; sie wird durch einen Schnurlauf, an dem ein Gewicht *G* hängt, in Rotation versetzt. Damit die Schaufeln das Wasser nicht vor sich herschieben, sondern sich mit möglichst viel *Reibung hindurcharbeiten*, sind in das Gefäß radial Scheidewände eingesetzt mit Einschnitten, durch die die Schaufeln mit geringem Spielraum hindurchgehen. Das Gewicht *G* fällt und dreht die Welle. Ist es so weit gefallen, wie es die Schnur zuläßt, dann hat es die gesamte Arbeit, die es leisten *konnte*, geleistet; es kann von neuem Arbeit leisten, wenn es wieder aufgezogen wird. Man kann so beliebig viel Arbeit auf das Schaufelwerk und das Wasser übertragen.

Die Reibung zwischen den Schaufeln und dem Wasser erzeugt Wärme und erhöht so die Wassertemperatur; um wieviel, zeigt das Thermometer. (Die Erwärmung des Apparates und der Wärmeverlust nach außen werden bei Berechnung

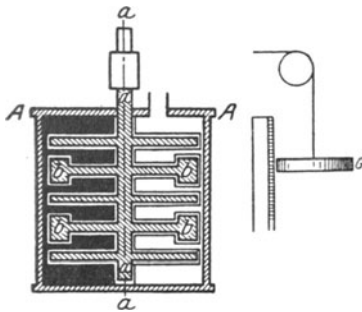


Abb. 356. JoulEs rotierende Schaufelvorrichtung (*b*) zur Umwandlung mechanischer Arbeit in Wärme. Längsschnitt durch die Drehachse (*a*).

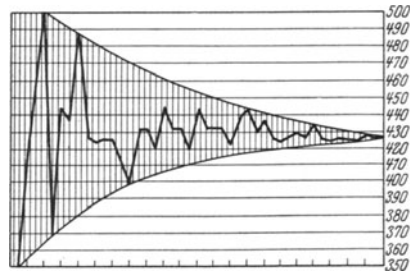


Abb. 357. Zur Geschichte der Ermittlung des mechanischen Wärmeäquivalents seit der Mitte des 19. Jahrh. Die Wendepunkte der Kurve bedeuten mkg^* , die Abzissenpunkte darunter Jahreszahlen (Auerbach, Physik in graphischer Darstellung).

der erzeugten Wärmemenge berücksichtigt.) Das fallende Gewicht in Kilogramm* mal Fallhöhe in Meter gibt die zur Drehung der Schaufeln aufgewendete Arbeit in Meterkilogramm*. Bei der Aufwendung von 427 mkg^* Arbeit wurde 1 kcal erzeugt, d. h. die *Arbeit* von 427 mkg^* hat, auf das Wasser übertragen, dasselbe bewirkt, was die Aufnahme einer *Wärmemenge* von 1 kcal Wärme bewirkt haben würde. Es ist daher die Arbeit von 427 mkg^* „äquivalent“ 1 kcal. — Diese Zahl, welche angibt, wieviel Meterkilogramm* (Arbeit) 1 kcal äquivalent sind, nennt man *das mechanische Äquivalent der Wärme*; sie ist immer und immer wieder nach vielen Methoden ermittelt worden (Abb. 357). Joule z. B. hat sie auch ermittelt (1843) aus der Arbeit, die nötig war, Wasser durch Kapillarrohre zu pressen, und aus der infolge der Reibung dabei eintretenden Erhöhung der Wassertemperatur; ferner aus der Arbeit, die nötig war, die Luft in einem Behälter bis zu einem bestimmten Druck zu verdichten und aus der dabei eintretenden Erhöhung der Lufttemperatur; Julius Robert Mayer (1842) aus der Ausdehnung eines erwärmten Gases: *dies ist das erste überhaupt zur Berechnung benutzte Verfahren*; Quintus Icilius (1857) aus der elektrischen Stromwärme. Gleichviel auf welchem Wege — immer hat sich für das mechanische Wärmeäquivalent annähernd dieselbe Zahl von Meterkilogramm* ergeben. Als wahrscheinlichster Wert gilt heute $426,9 \text{ mkg}^*$ (Jaeger und Steinwehr, Elektrische Heizung, 1915).

Da $1 \text{ kcal} = 426,9 \text{ mkg}^*$ und $1 \text{ mkg}^* = 9,81 \cdot 10^7 \text{ erg} = 9,81 \text{ Joule}$, so ist $1 \text{ cal} = 4,186 \cdot 10^7 \text{ erg} = 4,186 \text{ Joule}$ und ferner $10^7 \text{ erg} = 0,239 \text{ cal}$. Früher (S. 180 o.) fanden wir die Gaskonstante $R = 8,313 \cdot 10^7 \text{ erg/Grad}$. Ersetzen wir hierin das mechanische Arbeitsmaß durch das Wärmemaß, so finden wir $R = 8,313 \cdot 0,239 \text{ cal/Grad} = 1,98 \text{ cal/Grad}$.

Daß man Wärme durch Arbeit erzeugen kann, weiß jeder, wäre es auch nur von dem Reiben des Streichholzes an der Reibfläche her, an der sich die Streichholzkuppe bis zur Entzündungstemperatur erwärmt. Bei jeder mechanischen Arbeit, wie Drehen, Bohren, Feilen, erwärmen sich der bearbeitete und der arbeitende Teil. Jeder Maschinenteil, der sich bewegt, erwärmt sich an seinen Lagern und an sonstigen Reibungsflächen; die so erzeugte Wärme entspricht nutzloser Arbeit. Man sucht sie daher durch Schmiermittel zwischen den Reibungsflächen möglichst einzuschränken. — Daß man *Arbeit in Wärme* verwandeln kann, ist also leicht wahrzunehmen. Auch daß mechanische Energie *verschwindet*, wenn sie Wärme erzeugt, zeigt z. B. der Fall des Gewichtes in JOULES Versuchen. Das Gewicht, das bis zu dem tiefsten ihm erreichbaren Punkte gefallen ist, hat keinen Arbeitsvorrat mehr. — Wie steht es nun umgekehrt mit der Verwandlung von *Wärme in Arbeit*? Daß Wärme Arbeit *leisten* kann, beweist die Dampfmaschine. Aber *verschwindet* sie dabei? Hört sie auf, als Wärme zu existieren? Der Kolmarer Ingenieur HIRN hat gezeigt (1865), daß Wasserdampf, der unmittelbar in den Kondensator einer Dampfmaschine strömt, *mehr* Wärme abgibt, als wenn er unter sonst gleichen Bedingungen vorher den Kolben der Dampfmaschine bewegt, also Arbeit geleistet hat. Er ermittelte ferner an einer Versuchsperson in einem völlig abgeschlossenen Raum die von ihr verbrauchte Menge Sauerstoff und die von ihr erzeugte Wärme. In völliger Ruhe entwickelte die Versuchsperson pro Gramm verbrauchten Sauerstoff 5,2 kcal. Stieg sie ein Tretrad hinauf, *leistete* sie also Arbeit, die einen Teil der Oxydationswärme *verbraucht*, so sank die Zahl auf 2 kcal.

Die Gleichwertigkeit von Wärme und Arbeit hat zuerst (S. 43 u.) der Arzt JULIUS ROBERT MAYER aus Heilbronn (1842) behauptet. Er hatte in Java beobachtet (bei Aderlässen), daß das venöse Blut dort hellrot ist, während es in mittleren Breiten infolge beträchtlichen Gehaltes an Kohlensäure dunkelrot ist. Man wußte, daß die tierische Wärme (ähnlich der Wärme einer Verbrennung) bei der Oxydation der Nahrungsmittel entsteht, und daß dabei auch Kohlensäure entsteht. Hiervon ausgehend, erklärte MAYER seine Beobachtung so: der menschliche Körper braucht, um seine Temperatur auf gleicher Höhe zu erhalten, in dem heißen Klima, in dem er weniger Wärme abgibt, auch weniger Wärme zu *entwickeln*, und entwickelt daher auch weniger Kohlensäure. Ihm verdanken wir auch die Vorstellung, daß sich die Oxydationswärme der Nahrungsmittel¹ in *mechanische Energie umwandelt*. HELMHOLTZ hat (1847) unabhängig von MAYER die Gleichwertigkeit von Wärme und Arbeit in ganz allgemeiner Form aus-

¹ Deswegen bemißt man den Nährwert der Nahrungsmittel nach Kalorien. Die *Verwertung* der dem Organismus zugeführten Kalorien hängt ab von der Verdauung der Nahrungsmittel und anderen Stoffwechselvorgängen. Kohlenhydrate (Zucker, Stärke), Fette, Eiweißkörper sind im allgemeinen die drei Hauptnahrungsmittel der Nahrungsmittel. Die Umwandlungswärme (Wärmetönung, s. d.) von je 1 g ist für Rohrzucker 4,0 kcal, für Fett 9,3 kcal, für Kasein 5,9 kcal. Jeder Nahrungsstoff kann Energiequelle für die Muskelarbeit sein, vorzugsweise aber sind es die Kohlenhydrate. Das tägliche „Kostmaß“ (VOIT 1875) für den Erwachsenen von 67 kg bei mittlerer Arbeitsleistung (Schreiner, Maurer) sieht vor: 118 g Eiweiß, 56 g Fett, 500 g Kohlenhydrate = 3055 kcal. — Von den ca. 3000 kcal verbraucht das Herz etwa 150, d. h. 5% (HÖBER, Lehrb. d. Physiol. d. Menschen, 1920). Es leistet nämlich bei 70 Puls/min in 24 Stunden ca. 21 000 mkg*, das Äquivalent von ca. 50 kcal. Tatsächlich verbraucht der Herzmuskel aber etwa das Dreifache, da er ähnlich wie eine kalorische Maschine die von ihm verbrauchte chemische Energie nur zu etwa $\frac{1}{3}$ in Arbeit umsetzen kann. Die Leistung des Herzens (mkg*/sec) beträgt ca. $\frac{1}{300}$ PS.

gesprochen und in seiner Abhandlung *Über die Erhaltung der Kraft* mathematisch formuliert. Die in der Natur überall vorhandene, von menschlichen Festsetzungen und besonderen Arbeitsformen unabhängige Äquivalenz von Wärme und Arbeit beweist deren *innere Verwandtschaft* und berechtigt die Auffassung, daß beide nur verschiedene *Formen desselben* Etwas sind, der *Energie*.

Eine andere Form des ersten Hauptsatzes besagt: Der gesamte Energieinhalt U eines Körpers ist eindeutig durch den *Zustand* des Körpers bestimmt. Der gesamte Energieinhalt ist die Energie, die der Körper, z. B. in Form von Wärme, abgeben würde, wenn man ihn auf den absoluten Nullpunkt abkühlen und dabei dem Druck Null aussetzen könnte. Ein Körper hat je nach seinem *Zustande* anderen Energieinhalt, z. B. 1 g *Dampf* von 100° anderen als 1 g *Wasser* von 100°. Den Zustand eines Körpers charakterisiert aber nicht schon sein *Aggregatzustand* (gasförmig, flüssig, fest); auch seine Temperatur, seinen Druck und seine Dichte muß man dazu kennen.

Zustand eines Körpers. Zustandsgleichung. Der Zustand eines Körpers — wir meinen einen homogenen isotropen Körper von gegebener chemischer Eigenart, von gleichmäßiger Temperatur und gleichmäßigem Druck im Innern — ist bestimmt durch seine Masse m , sein Volumen v und seine Temperatur t . Alle seine anderen Eigenschaften in diesem Zustande hängen von m , v und t ab. Im besonderen hängt der *Druck* außer von der Temperatur t nur von m/v ab, der Dichte, oder anders: von v/m , dem Volumen der *Masseneinheit*, dem *spezifischen* Volumen des Körpers. Die Funktion $p = f(v, t)$ nennt man die *Zustandsgleichung* der Substanz. Sie beantwortet alle Fragen nach dem Verhalten der Substanz gegenüber beliebigen Änderungen der Temperatur, des Volumens und des Druckes¹.

Am einfachsten ist die Zustandsgleichung für ideale Gase. Aus dem p - v -Gesetz von BOYLE-MARIOTTE und dem Gesetze von GAY LUSSAC über die Temperaturabhängigkeit von p ergibt sich $p v = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$. Diese Gleichung beantwortet alle Fragen nach dem Verhalten der idealen Gase bei Änderungen des Volumens, des Druckes und der Temperatur. Nähern sich die Gase ihrer Verflüssigung, entfernen sie sich also immer weiter von dem idealen Zustande, dann ändert sich ihre Zustandsgleichung. Grundlegend wird dann die Gleichung $(p + \frac{a}{v^2})(v - b) = R T$. In dieser Zustandsgleichung (VAN DER WAALS 1873) bezeichnen p v T Druck, Volumen und absolute Temperatur, R die Gaskonstante, a und b Konstanten, die von der Eigenart des Gases abhängen; b ist die Volumkorrektur, a berücksichtigt die gegenseitige Anziehung der Gasteilchen (S. 180 m.). Für große v geht die Gleichung über in die Zustandsgleichung des idealen Gases, für kleine v und entsprechende t ist sie die Zustandsgleichung der tropfbaren Flüssigkeit. Die Gleichung umfaßt also den idealen Gaszustand und den flüssigen Zustand als Sonderfälle (auch den Übergang aus dem einen Zustand in den anderen, d. h. die Kondensation, und auch den *kritischen* Punkt, oberhalb dessen Kondensation unmöglich ist). — Messen wir den Druck in Bruchteilen des kritischen Druckes, das Volumen in Bruchteilen des kritischen Volumens, die Temperatur in Bruchteilen der kritischen Temperatur, so wird (nach einer algebraischen Umformung) die Zustandsgleichung für alle Stoffe identisch. Sie enthält nichts, was die *Eigenart* eines Stoffes (einen *bestimmten* Stoff) kennzeichnet. Zwei willkürlich gewählte Stoffe ergeben vollkommen übereinstimmende Zustandsdiagramme, nur muß

¹ Für den der Differentialrechnung Kundigen heißt das: durch Differentiation der Zustandsgleichung nach den Variablen p , v , t gelangt man zur Definition des Ausdehnungskoeffizienten $\partial v / \partial t$ (bei konstantem Druck), des Spannungskoeffizienten $\partial p / \partial t$ (bei konstantem Volumen), des Elastizitätskoeffizienten $\partial p / \partial v$ (bei konstanter Temperatur).

man eben Druck, Volumen, Temperatur in der angegebenen Weise — man sagt: in *übereinstimmenden Zuständen* — vergleichen. Das Gesetz der übereinstimmenden Zustände gestattet (nach einem Ausdruck von ZEE MAN), soweit es das thermische Verhalten betrifft, in jedem Stoffe die Kopie eines anderen, wenn auch in verändertem Maßstabe zu sehen. — Eine Zustandsgleichung, die alle drei Aggregatzustände gleichzeitig umfaßt, gibt es bisher für keine Substanz.

Der erste Hauptsatz in der Form $U_2 - U_1 = Q + A$. Auch mathematisch formulieren (PLANCK) kann man den ersten Hauptsatz, wenn man von dem Energieinhalt eines Körpers in zwei verschiedenen Zuständen 1 und 2 ausgeht, denen die Energien U_1 und U_2 zugehören. Ist U_2 der größere Wert, so ist $U_2 - U_1$ die Energiezunahme beim Übergang vom Zustand 1 zum Zustand 2. Die Energie kann dadurch zunehmen, daß der Körper eine *Wärmemenge* Q und gleichzeitig eine Energiemenge A *anderer* Form, die wir kurz als Arbeit bezeichnen, aufnimmt; die Energie A kann mechanische, elektrische, chemische sein. Im ganzen ist dann $U_2 - U_1 = Q + A$.

Kreisprozeß. Mit dem Zustand des Körpers ist zugleich sein Energieinhalt bestimmt. Macht z. B. ein abgemessenes Volumen Gas irgendeine Zustandsänderungen durch, Veränderungen von Temperatur und Druck, und kommt es zum Schluß wieder in den Anfangszustand, d. h. zu der Anfangstemperatur und dem Anfangsdruck, so ist sein Energieinhalt schließlich derselbe wie er zu Anfang war. Einen solchen Prozeß, der zum Anfangszustand zurückkehrt — unterwegs aber beliebig verlaufen kann — nennt man *Kreisprozeß*. Wir können den ersten Hauptsatz nun auch so aussprechen: Durchläuft ein Körper einen Kreisprozeß, so besitzt er zum Schluß die gleiche Energie wie am Anfang, die Energieabgaben und die Energieeinnahmen *während* des Kreisprozesses heben einander auf. — *Daher die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile!* Die Hoffnung auf das Perpetuum mobile beruht nämlich auf der Annahme, daß man, ohne selber Energie *aufzuwenden* (entgegen dem ersten Hauptsatz), andauernd Energie *gewinnen*, kann, wenn man einen Körper oder ein System von Körpern gewisse zyklische Veränderungen derart durchlaufen läßt, daß nach gewissen Zeiten immer wieder der *Anfangszustand* vorhanden ist, kurz: wenn man Kreisprozesse aneinanderreicht. Aber bei einem Kreisprozeß ist, wie gesagt, ein *Gewinn* an Arbeit unmöglich. Beim Kreisprozeß ist Zustand 1 gleich Zustand 2 und demzufolge $U_2 = U_1$. Dann ist aber $Q + A = 0$, d. h. beim Kreisprozeß ist die Summe der aufgenommenen Wärme und der verbrauchten Arbeit Null.

Anwendung des ersten Hauptsatzes auf den Zustand eines idealen Gases. Die *Änderung* des Energieinhaltes eines Körpers ist besonders übersichtlich, wenn der Körper ein Gas ist. Ist es als Ganzes in Ruhe, so besteht seine Energie nur in seiner *inneren* Energie U . Bringen wir es also aus einem Zustande U_1 in einen anderen U_2 , und *messen* wir die damit verbundenen *äußeren* Wirkungen ($Q + A$), dann zeigt uns die Gleichung $U_2 - U_1 = Q + A$ die Größe der Energieänderung an und ob die Energie zu- oder ob sie abgenommen hat. Die erforderlichen Versuchsbedingungen sind leicht erfüllbar in der von JOULE (1845) stammenden Anordnung (Abb. 358). R und E sind zwei durch ein Rohr D verbundene allseitig geschlossene Metallgefäße mit mechanisch unnachgiebigen Wänden, ein Hahn in dem Rohr kann sie verbinden oder trennen. Sie tauchen vollständig in Wasser. R enthält anfangs auf 20 Atm. zusammengedrückte Luft, E ist anfangs luftleer. Der Versuch besteht in folgendem: die Temperatur des Wassers wird genauestens ermittelt, der Hahn zwischen den Gefäßen wird dann ge-

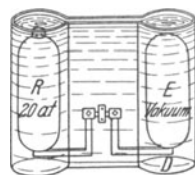


Abb. 358. Zum Überströmungsversuche von JOULE (JOULE: Scientif. Papers). R enthält anfangs auf 20 Atm. zusammengedrückte Luft, E ist anfangs luftleer. D Rohrleitung.

öffnet, worauf die Luft aus R nach E strömt, bis in beiden derselbe Druck herrscht; nach einiger Zeit wird die Temperatur aufs neue ermittelt. Das Ergebnis: die Temperatur des Wassers ist *unverändert*. Hieraus folgt: die auf 20 Atm zusammengedrückte Luft hat sich (ohne äußere mechanische Arbeit zu leisten) auf das doppelte Volumen ausgedehnt, *ohne ihre Temperatur wahrnehmbar zu ändern*. Noch genauere Messungen haben zwar eine geringe Abkühlung ergeben, aber für die „permanenten“ Gase (S. 372) ist die Wirkung minimal, und sie ist *noch* kleiner, wenn sich das Gas mit steigender Temperatur oder abnehmendem Druck dem Zustande des *idealen* Gases nähert. Nach der Gleichung $U_2 - U_1 = Q + A$ ist also das Ergebnis des Versuches: es ist $U_2 - U_1 = 0$ (da weder thermische noch mechanische äußere Wirkungen hier im Spiele sind), also $U_2 = U_1$. Die Temperatur ist konstant geblieben, obwohl sich das Volumen verdoppelt hat. Mit anderen Worten: die innere Energie des *idealen* Gases bleibt trotz starker Veränderung des *Volumens* konstant, hängt also nur von seiner *Temperatur* und nicht von seinem Volumen ab.

Aber die Versuchsanordnung Abb. 358 ist nicht empfindlich genug. Eine etwaige Temperaturänderung der Luft müßte schon *sehr* groß sein, um an der großen Metallmasse und an der großen Wassermasse bemerkbar zu werden, sie konnte einer nachträglichen Rechnung zufolge unter den Versuchsbedingungen aber nur $\frac{1}{200}^{\circ}$ betragen (POLLITZER). Sehr viel empfindlicher ist eine von

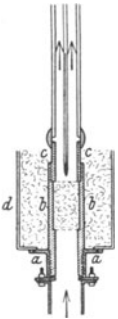


Abb. 359. Zum Überströmungsversuche von JOULE und THOMSON (JOULE: Scientif. Papers). b ein poröser Pflöpfen, c d a Wärmeschutz gegen die Umgebung. Die Pfeile geben die Richtung der Luftströmung.

W. THOMSON erdachte und zu Messungen (mit JOULE) benützte Anordnung (Abb. 359): durch ein langes Rohr — dessen Temperaturkonstanz gesichert ist — treibt eine Pumpe gleichmäßig Luft. Das Rohr ist an einer gegen Wärmeleitung besonders geschützten Stelle durch einen Pflöpfen von zusammengepreßter Wolle, Seide oder dergleichen verstopft. Durch seine Poren strömt die Luft mit Reibung gleichmäßig hindurch. Sie hat vor dem Pflöpfen höheren Druck als dahinter. Unmittelbar dahinter befinden sich ein empfindliches Thermometer (jetzt Thermoelement oder Platinthermometer). Unter niedrigem Druck strömt die Luft langsam und gleichmäßig (ohne merkliche lebendige Kraft) weiter. Bei der Anordnung (Abb. 358) stürzt eine begrenzte Luftmasse in das Vakuum, bei der Anordnung (Abb. 359) fließt ein unbegrenzter Luftstrom langsam und stetig aus dem Raum höheren Druckes in den Raum niederen Druckes, die Luft geht durch künstliche Verlangsamung des Ausfließens unmittelbar in den zweiten Zustand über und zeigt seine Temperatur *unmittelbar* an. Das Ergebnis: auch hier sind die Temperaturänderungen der Gase so geringfügig, daß man für *ideale* Gase auf Temperaturkonstanz schließen kann, also endgültig sagen darf: die innere Energie eines idealen Gases hängt nur von seiner Temperatur ab, nicht von seinem Volumen.

JOULE-THOMSON-Effekt. Der JOULE-THOMSON-Versuch beschäftigt uns hier nur im Hinblick auf die Eigenschaften idealer Gase; für die *wirklichen* Gase ist er von großer technischer Bedeutung (S. 373). Es lagern sich hier zwei Vorgänge übereinander, 1. äußere, 2. innere Arbeit. 1. Das Gas durch die Drosselstelle zu pressen, *fordert* Arbeit, andererseits *leistet* das Gas hinter der Drosselstelle Arbeit, indem es andere Gasmengen vor sich herschiebt. Die Differenz dieser Arbeitsleistungen heißt die *äußere* Arbeit des Gases. Sie wird durch den Unterschied der Produkte $p v$ (Druck mal spezifischem Volumen) hinter und vor der Drosselstelle gemessen, für beide Produkte ist, falls es sich um differential kleine Druckänderung ($d p$) handelt, dieselbe (Versuchs-)Temperatur anzusetzen. 2. Über die *äußere* Arbeit lagert sich die *innere* des Gases zur Überwindung der molekularen Anziehungskräfte. Sie ist stets positiv und besonders groß bei tiefen Temperaturen und hier stets größer als die äußere Arbeit. Der *Effekt* hängt der Größe und dem Vorzeichen nach von der Temperatur des verdichteten Gases ab: bei Zimmertemperatur und tiefer *kühlen sich alle Gase dabei ab*, nur Wasserstoff und Helium erwärmen sich; bei genügend hoher Temperatur erwärmen sich

alle Gase, andererseits kühlt sich auch Wasserstoff ab, wenn er auf wenigstens -80°C vorgekühlt ist. Dieser Vorzeichenwechsel heißt *Inversion*, die zugehörige Temperatur die *Inversionstemperatur* des JOULE-THOMSON-Effektes. Nur wenn die Temperatur des Gases *darunter* liegt, kann es sich auf diesem Wege noch weiter abkühlen. C. VON LINDE hat den JOULE-THOMSON-Effekt zur Grundlage seiner Luftverflüssigungsmaschine gemacht (S. 374).

Der erste Hauptsatz in der Form $dQ = dU + p dV$. Eine andere Form (CLAUSIUS) des ersten Hauptsatzes erhalten wir so: wir führen in das System die unendlich kleine Wärmemenge dQ ein und fragen: was bewirkt sie und was wird aus ihr? Sie vermehrt die innere Energie U des Körpers um die unendlich kleine Energie dU . Aber die Zunahme dU ist nicht *gleich* dQ , denn ein Teil von dQ wird dazu verbraucht, die Arbeit zu leisten, die mit der Volumenvergrößerung des Körpers *infolge* der Wärmeaufnahme verbunden ist. Um diese Arbeit — wir setzen voraus, daß *nur* Volumenarbeit geleistet wird — verkleinert sich die Energiezunahme. Wie groß ist diese Volumenarbeit? Wir nehmen an, die einzige äußere zu berücksichtigende Kraft sei ein auf die Oberfläche wirkender Druck, der — was besonders oft vorkommt — an allen Punkten senkrecht zu ihr und gleich stark wirkt. Um die zur Überwindung dieser Kraft erforderliche Arbeit zu berechnen, braucht man nur die Volumenänderung des Körpers *im ganzen* zu betrachten (nicht seine Veränderung nach den einzelnen Richtungen). Die Volumenänderung sei dV , der Druck p . Die Rechnung ergibt dann — wir können nur das Ergebnis anführen — die Volumenarbeit ist $p \cdot dV$. Wir erhalten daher für die Änderung der inneren Energie $dU = dQ - p dV$ oder $dQ = dU + p dV$. Diese Gleichung ist eine der gebräuchlichsten mathematischen Formen des ersten Hauptsatzes. Wir erhalten sie aus $U_2 - U_1 = Q + A$, wenn wir $U_2 - U_1$ so klein annehmen, daß wir ihren Unterschied dU nennen können, ferner die von außen zugeführte Wärme dQ nennen und $A = -p dV$ setzen; negativ, weil hier die Arbeit *von dem System* geleistet wird (nicht wie S. 295 o. von außen *auf* das System übertragen wird). Diese Form des ersten Hauptsatzes für die weitere Darstellung auszunutzen, ist hier zwar nicht möglich, da das die Anwendung der Differential- und Integralrechnung erfordert, aber ihre Kenntnis ist für den der Differentialrechnung Kundigen wichtig, weil sie die rechnerische Grundlage für viele theoretischen Voraussagen der Thermodynamik bildet. Sie führt zu verschiedenen Gleichungen mit beobachtbaren Größen und ermöglicht dadurch die Prüfung des ersten Hauptsatzes an der Erfahrung.

Von $dQ = dU + p dV$ ausgehend und mit Benutzung des Satzes, daß die innere Energie eines idealen Gases nur von der Temperatur abhängt, kommt man (durch einfache Rechnungen der Differential- und Integralrechnung) zu wichtigen thermischen Eigenschaften der Gase: Sind c_p und c_v die spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen, so ist für jedes Gas $c_p - c_v = R/m$. Hierin ist R die Gaskonstante und m das Molgewicht. Die Differenz der spezifischen Wärmen eines idealen Gases ist also konstant, die Differenz der Molwärmen $C_v = m c_v$ und $C_p = m c_p$ ist sogar für *alle Gase dieselbe*: $m c_p - m c_v = R$. — Ferner zeigt die Rechnung, daß auch c_v und c_p nur von der Temperatur abhängen, nicht vom Volumen, und die Messungen (zuerst REGNAULT) haben das bestätigt. Aber auch von der Temperatur ist c_p den Messungen zufolge in weitem Meßbereich unabhängig. Dann muß das aber in demselben Bereich auch für c_v gelten (da $c_p - c_v = \text{konst}$). PLANCK ergänzt deswegen die Definition des *idealen* Gases durch die Forderung, daß sein c_p und sein c_v *völlig* unabhängig von Temperatur und Volumen sind. — Aus der Rechnung folgt auch Zunahme der Temperatur des Gases bei seiner *adiabatischen* Zusammendrückung und Abnahme bei seiner adiabatischen Ausdehnung. (*Adiabatisch*¹ nennt man die Volumen-

¹ α , $\delta\alpha$, $\beta\alpha\iota\nu\omega$ = gehe; (Wärme) nicht hindurchgehend.

änderung, die ohne Wärmeaufnahme und ohne Wärmeabgabe vor sich geht, also bei Konstanz des *Wärmeinhaltes*; *isotherm* nennt man die Volumenänderung, die bei konstanter *Temperatur* verläuft, also mit Wärmeaufnahme und mit Wärmeabgabe.) Ferner folgt (als Seitenstück zu $p v = \text{konst.}$ bei *isothermer* Volumenänderung) $p \cdot v^\gamma = \text{konst.}$, wo $\gamma = c_p/c_v$ ist, bei *adiabatischer* Volumenänderung. Der Vergleich dieser Gleichung mit $p v = \text{konst.}$ zeigt, daß das Gas adiabatisch zusammengedrückt *langsamer* an Volumen abnimmt (infolge seiner Temperaturzunahme) als isotherm zusammengedrückt. Die adiabatischen (nach GIBBS *isentropischen*, S. 308) Kurven in der $p v$ -Ebene fallen daher *steiler* zur v -Achse ab als die Isothermen (Hyperbeln) (Abb. 360).

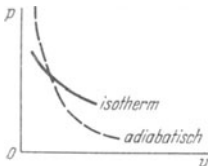


Abb. 360. Vergleich der Steilheit von Isothermen und Adiabaten.

Die adiabatische Verdichtung und Verdünnung eines Gases spielt eine entscheidende Rolle bei der Fortpflanzung des Schalles in dem Gase. Uns interessiert in diesem Zusammenhange nur die Luft. Verdichtung und Verdünnung geschehen in der Schallwelle jede Sekunde hunderte, ja tausende von Malen. Die dabei eben so schnell erfolgenden Erwärmungen und Abkühlungen der Luft können sich schon wegen der *Rapidität* dieses Wechsels nicht ausgleichen, ganz abgesehen davon, daß die Luft die Wärme dazu viel zu schlecht leitet. Verdichtung und Verdünnung geschehen daher in der Schallwelle adiabatisch. Die Formel $v = \sqrt{p/d}$ für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von Längswellen in einem Gase enthält die Elastizität p des Gases. Aber ein Gas hat zweierlei Elastizität, je nachdem es isotherm oder adiabatisch zusammengedrückt wird. Die adiabatisch gemessene ist größer als die isotherm gemessene, und zwar im Verhältnis der spezifischen Wärmen $c_p/c_v = \kappa$. Deswegen ist für die Schallgeschwindigkeit, in der die adiabatisch gemessene auftritt, $v = \sqrt{\kappa \cdot p/d}$ (LAPLACE 1816). Mit dieser Korrektur an der von NEWTON stammenden Formel $v = \sqrt{p/d}$ stimmt die errechnete Schallgeschwindigkeit mit der gemessenen überein (s. S. 253).

Der zweite Hauptsatz. Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art.

Nach dem ersten Hauptsatze sind in allen Naturvorgängen nur *Umwandlungen* von Energie möglich (niemals ihre Erzeugung oder Vernichtung). Der zweite Hauptsatz handelt insbesondere von der *Richtung*, in der die Umwandlung verläuft, d. h. davon, ob sich unter gegebenen Bedingungen Arbeit in Wärme oder ob sich Wärme in Arbeit verwandelt und ob vollständig oder nicht. Ehe wir ihn formulieren, besprechen wir die Umwandlung von Wärme und mechanischer Arbeit an einem leicht übersehbaren Vorgange (Abb. 361).

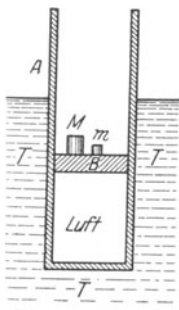


Abb. 361. Zum zweiten Hauptsatze der Wärmetheorie.

Zylinder *A*, ein guter Wärmeleiter, enthält ein Gas, z. B. Luft. Sie ist nach außen durch den luftdicht eingepaßten Kolben *B* abgeschlossen und tauscht durch die Wand hindurch Wärme aus mit einem den Zylinder umschließenden *unbegrenzten* Wärmebehälter (Warmwasserbehälter). Dessen Temperatur *T* bleibt konstant, wieviel Wärme er auch aufnimmt oder abgibt. Das Gewicht des Kolbens und der Massen *M*, *m* hält dem Druck des Gases, das die Temperatur *T* des Behälters hat, das Gleichgewicht. Nehmen wir *m* weg, so dehnt sich das Gas aus und *hebt* den Kolben und die Masse *M*. Die dieser Arbeit (nach dem ersten Hauptsatze) entsprechende *Wärmemenge* nimmt das Gas zunächst aus seinem *eigenen* Wärmeverrat. Es würde sich dabei abkühlen, wenn es nicht durch die wärmeleitende Wand hindurch mit dem Wärmebehälter

Wärme austauschte (s. o.). So bleibt ihm die Temperatur T erhalten (*isotherme* Ausdehnung). Die der Arbeitsleistung entsprechende Wärmemenge wird dem *Wärmebehälter* entzogen. Es hat sich also (1) eine gewisse *Wärmemenge* bei der Temperatur T *in Arbeit* umgesetzt. Dabei hat sich der Arbeitsstoff, das Gas, in gewissem Sinne *verändert*, er hat sein Volumen vergrößert. (Daß sich der Arbeitsstoff *verändert*, ist für das Verständnis des Folgenden grundlegend!) Ist das Gewicht M unterteilt, so daß wir es Teil um Teil wegnehmen können, so kann das Gas nach und nach immer mehr Arbeit leisten, während der Warmwasserbehälter stets eine äquivalente Wärmemenge hergibt. Gleichzeitig verändert sich der Zustand des Gases immer stärker, sein Volumen nimmt ständig zu, seine Dichte ständig ab.

Setzen wir die Gewichte Teil um Teil wieder auf den Kolben, so drücken sie beim Heruntersinken das Gas zusammen. Sie leisten an ihm Arbeit, und es *entsteht* eine entsprechende Menge Wärme in ihm. Sie würde seine Temperatur erhöhen, wenn nicht der Wärmeaustausch mit dem Behälter wäre; so aber strömt sie in den Wasserbehälter, und die Temperatur T des Gases bleibt bestehen (*isotherme* Zusammendrückung). Ist schließlich der Kolben wie zu Anfang belastet, so ist das Gas wieder im Anfangszustand angelangt: es hat einen *Kreisprozeß* durchlaufen.

Hat der zweite Teil, der rückläufige des Vorganges, *ebensoviel* Arbeit (zur Verdichtung des Gases) verbraucht, wie das Gas beim ersten Teil des Vorganges (bei seiner Ausdehnung) geleistet hat? Ferner: Besitzt der Warmwasserbehälter am Ende des Kreisprozesses dieselbe Menge Wärme wie am Anfang? Die Erfahrung lehrt: Im allgemeinen erfordert der rückläufige Vorgang *mehr* Arbeit, als der erste Teil des Vorganges geliefert hat, die Durchführung des Kreisprozesses erfordert also einen *Arbeitsaufwand*, und die diesem Arbeitsaufwand entsprechende Wärmemenge strömt dem Wasserbehälter zu, wir haben somit schließlich (2) *Arbeit in Wärme* verwandelt. — Der Theorie zufolge ist ein Grenzfall denkbar, bei dem der *Arbeitgewinn gleich* dem *Arbeitsaufwand* ist und der Wasserbehälter am Schluß des Kreisprozesses die *gleiche* Wärmemenge wie am Anfang besitzt. Dieser Grenzfall tritt ein, *wenn* der Kolben sich *völlig reibungslos* bewegt und *wenn* das Gas sich *so langsam* ausdehnt und *so langsam* zusammengedrückt wird, daß *keine* Druck- und *keine* Temperaturdifferenzen in ihm entstehen.

Unter Berücksichtigung der *ausführbaren*, gegenüber den ideal denkbaren, Verhältnissen können wir schließen, daß *bei der Versuchsanordnung* der Abb. 361 *niemals* Arbeit auf Kosten von Wärme zu *gewinnen* ist. Arbeit läßt sich damit nur dann auf Kosten von Wärme gewinnen, wenn *das arbeitende System* eine *Zustandsänderung* erleidet. Diese Erkenntnis verallgemeinernd sagen wir: „Es ist unmöglich, durch einen Kreisprozeß oder durch mehrere aneinandergereihte Kreisprozesse (oder was auf dasselbe herauskommt: durch einen periodisch verlaufenden Vorgang) dadurch Arbeit zu gewinnen, daß man lediglich einem Behälter gegebener Temperatur Wärme entzieht.“ (Auf Kosten der Wärme eines Behälters kann man nur dann Arbeit gewinnen, wenn in dem Arbeit leistenden Körper oder in seiner Umgebung eine Zustandsänderung zurückbleibt.)

Diesen Satz — wohlgermerkt: er wurzelt in der Erfahrung — stellt PLANCK an die Spitze seiner Betrachtungen über den zweiten Hauptsatz, und aus ihm leitet er *alle* Tatsachen her, die unter den zweiten Hauptsatz fallen. Aus ihm folgt sofort, daß es unmöglich ist, einen Motor zu bauen, der nichts weiter täte, als *andauernd* dem Meere oder der Atmosphäre oder der Erde Wärme zu entziehen und in Arbeit zu verwandeln. — Eine solche hypothetische Maschine widerspräche keineswegs dem ersten Hauptsatz und würde kostenlos beliebig viel Arbeit leisten, hätte daher praktisch den Wert des Perpetuum mobile und heißt darum (OSTWALD) *Perpetuum mobile zweiter Art*. Der zweite Hauptsatz heißt daher auch: der Satz von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art.

Der CARNOT-Kreisprozeß (SADI CARNOT 1824). Es ist unmöglich, durch den bisher beschriebenen Kreisprozeß fortgesetzt Wärme in Arbeit zu verwandeln. Aber wir kennen andere Kreisprozesse, mit denen es möglich ist. Das praktisch wichtigste Beispiel dafür bietet die Dampfmaschine, und besonders übersichtlich die Kondensationsmaschine (Abb. 362). Das Wasser wird im Kessel *A* in Dampf verwandelt, der Dampf leistet infolge seiner Ausdehnung Arbeit am Kolben *B* der Maschine und wird schließlich im Kondensator *C* wieder in Wasser verwandelt. Der grundsätzliche Unterschied gegen den vorhin beschriebenen Kreisprozeß ist:

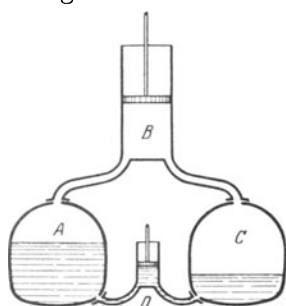


Abb. 362. Schema einer Dampfmaschine mit Kondensation als Kreisprozesses zur Verwandlung von Wärme in Arbeit (CLAUSIUS: Mech. Wärmetheorie). *A* Dampfkessel, *B* Kolben im Dampfzylinder, *C* Kondensator. Die Pumpe *D* schafft das Kondensat in den Kessel zurück, um den Kreisprozeß abzuschließen; ihr Gang wird entsprechend reguliert.

es sind *zwei* Wärmebehälter vorhanden, mit denen der Arbeitstoff der Dampfmaschine (das Wasser, der Dampf) Wärme austauscht; *zwei* Wärmebehälter, und zwar von verschiedener Temperatur — der Dampfkessel *A* mit der Temperatur T_1 und das Kühlwasser im Kondensator *C* mit der Temperatur T_2 .

Der Übersichtlichkeit halber idealisieren wir den Vorgang zu dem nach CARNOT benannten Kreisprozeß. (Er vermeidet die Entstehung von Reibungswärme und die Wegleitung von Wärme auf tiefere Temperatur ohne Arbeitsleistung.) Wir benutzen wieder einen Zylinder mit einem luftdicht eingepaßten Kolben und einem Gase als Arbeitstoff, ähnlich wie in dem an Abb. 361 beschriebenen Vorgange, benutzen aber jetzt, Abb. 363, *zwei* (unbegrenzt große) Wärmebehälter mit den (daher) *unveränderlichen* Temperaturen T_1 und T_2 . Den Wärmeaustausch zwischen dem Arbeitstoff, dem Gase, und den Wärmebehältern vermitteln zwei Ventile im Boden des Zylinders, sie

können jeden der Behälter mit dem Inneren des Zylinders entweder verbinden oder dagegen absperren. Wir nennen die Wärmebehälter nach ihren Temperaturen kurz T_1 und T_2 , nehmen T_1 größer als T_2 an und bezeichnen manchmal T_1 als Wärmequelle und T_2 als Kühler — entsprechend dem Dampfkessel *A* und dem Kondensator *C* in Abb. 362. Wodurch sich die Ventile öffnen und schließen, ist gleichgültig, man kann sich an jedem einen „MAXWELLSchen Dämon“ denken, der dafür sorgt.

Ehe wir den Prozeß beschreiben, noch eine Bemerkung von grundsätzlicher Bedeutung: Wir lassen den Vorgang *ganz langsam* ablaufen! Wir lassen den Arbeitstoff, das Gas, sich *so langsam* ausdehnen und lassen es durch den sinkenden Kolben *so langsam* zusammendrücken, daß nur *unendlich kleine* Druckdifferenzen zwischen ihm und dem äußeren Druck entstehen. Wir brauchen dazu den äußeren Druck nur äußerst wenig kleiner oder größer als den Druck des Gases zu machen und begehen dann nur einen belanglosen Fehler, wenn wir (rechnerisch) den Druck des Gases *gleich* dem äußeren Druck setzen. Die Kleinheit der Druckdifferenz, die sich bei diesem langsamen Verfahren einstellt, bietet den Vorteil, daß wir den Vorgang auch *umkehren* können, wir brauchen dazu nur die an sich belanglose Druckdifferenz umzukehren. — Ähnliches gilt für den Wärmeübergang: Lassen wir den Prozeß so langsam verlaufen, dann braucht der Arbeitsstoff gegenüber dem damit verbundenen Wärmebehälter nur eine ganze kleine Temperaturdifferenz zu haben, um Wärme aus ihm aufzunehmen oder um Wärme an ihn abzugeben. Auch hier begehen wir nur einen belanglosen Fehler, wenn wir (rechnerisch) die Temperatur des Gases *gleich* der des Wärmebehälters setzen, und auch hier können wir die Richtung der Wärmeströmung umkehren, wenn wir die an sich belanglose Temperaturdifferenz umkehren. Wir können also jeden

genügend langsamen (man sagt: unendlich langsamen) Prozeß auch in *entgegengesetzter* Richtung ausgeführt denken.

Und nun zur Beschreibung des CARNOT-Prozesses. Er verläuft in vier Takten. 1. Takt, Abb. 363 A (1): Das Gas habe anfangs das Volumen und den Druck, den in dem p, v -Koordinatensystem Abb. 363 C Punkt a bezeichnet, und die Temperatur T_1 . Wir verkleinern nun das den Kolben belastende Gewicht. Dann dehnt sich das Gas aus und hebt den Kolben. Es dehne sich aus, bis es den p, v -Punkt b erreicht hat, und zwar isotherm, also unter Aufnahme einer gewissen Wärmemenge Q_1 aus dem Wärmebehälter T_1 . Die Arbeit, die das Gas dabei leistet (Heben des Kolbens), gibt das Flächenstück Abb. 363 B (1) an; wir rechnen sie positiv.

2. Takt, Abb. 363 A (2): Wir beseitigen den Rest des den Kolben belastenden Gewichtes. Dann dehnt sich das Gas von dem p, v -Punkt b an weiter aus und hebt den Kolben weiter. Es dehne sich aus, bis es (Abb. 363 C) in den p, v -Punkt c gelangt, und zwar adiabatisch. Die zu der Ausdehnung zwischen b und c nötige Arbeit muß das Gas aus seinem eigenen Wärmevorrat nehmen. Dabei kühlt es sich ab und seine Temperatur sinke auf T_2 . Die Arbeit, die es zwischen den p, v -Punkten b und c leistet (Heben des Kolbens), gibt das Flächenstück Abb. 363 B (2) an; wir rechnen es ebenfalls positiv.

3. Takt, Abb. 363 A (3): Wir belasten den Kolben mit einem Teil des früheren Gewichtes. Dann sinkt der Kolben, er drücke das Gas zusammen, und zwar isotherm, bis es (Abb. 363 C) in den p, v -Punkt d gelangt. Die Wärme Q_2 , die dabei entsteht, wird dem Behälter T_2 zugeführt. Die Arbeit, die zwischen den p, v -Punkten c und d an dem Gase geleistet wird, gibt das Flächenstück Abb. 363 B (3) an. Wir müssen sie — im Gegensatz zu der von ihm geleisteten — negativ rechnen.

4. Takt, Abb. 363 A (4): Wir belasten den Kolben so, wie er im Anfang belastet war. Er drückt dann das Gas noch weiter zusammen. Diese Kompression geschehe adiabatisch, bis das Gas den p, v -Zustand a erreicht hat (Abb. 363 C). Während der Kompression längs da steige die Temperatur des Gases von T_2 auf T_1 . Damit ist der Kreisprozeß beendet, der Arbeitsstoff, das Gas, im gleichen Zustand wie zu Anfang. Die Arbeit, die zwischen den p, v -Punkten d und a an dem Gase geleistet wird, müssen wir negativ rechnen, Abb. 363 B (4).

Nun das Ergebnis: Der wärmere Behälter T_1 hat die Wärmemenge Q_1 abgegeben, der kältere Behälter T_2 hat die Wärmemenge Q_2 aufgenommen, der Arbeitsstoff hat eine Arbeit A geleistet (das Gewicht gehoben, das wir zu seiner Kompression verwendet hatten). Diese Arbeit ergibt sich in graphischer Darstellung als die algebraische Summe der vier Flächenstücke, die die Arbeiten während der einzelnen Takte darstellen. Die Zusammenfügung der beiden positiv zu rechnenden Flächenstücke mit den zwei negativ zu rechnenden ergibt das, Abb. 363 c, zwischen den beiden Isothermen und den beiden Adiabaten eingeschlossene Flächenstück $abcd$, es entspricht der Arbeit A . Dem ersten Hauptsatz gemäß muß $A = Q_1 - Q_2$ sein und, wenn A von Null verschieden sein soll, $Q_1 > Q_2$.

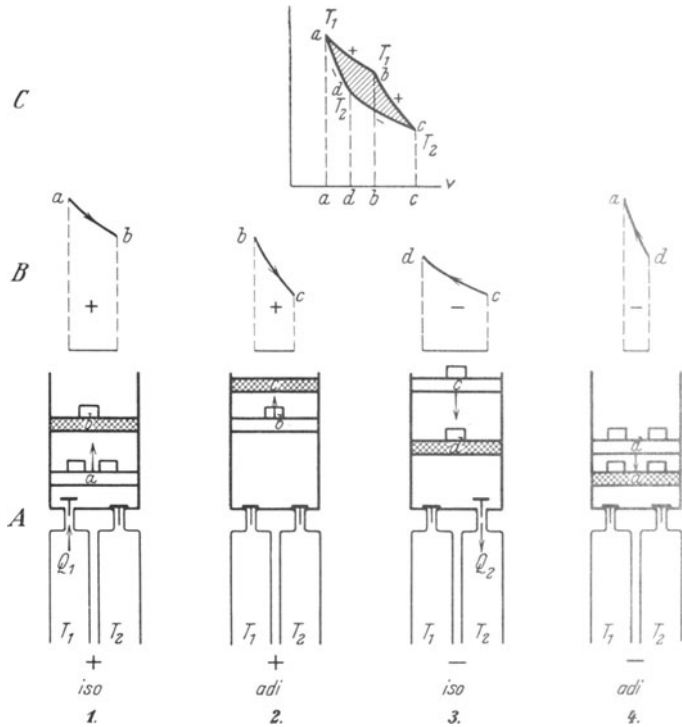


Abb. 363. CARNOT-Kreisprozeß als Viertakt-Vorgang. Das arbeitende System ist zum Schluß A (4) im selben Zustand wie am Anfang A (1). Als Veränderung bleibt zurück: eine gewisse Wärmemenge ist aus einem Wärmebehälter höherer Temperatur T_1 in einen solchen tieferer T_2 übergegangen. Die Behälter T sind unbegrenzt groß zu denken.

Der Nutzeffekt des umkehrbaren Vorganges. Wir kehren jetzt jeden der Teilvorgänge um, der ganze Kreisprozeß verläuft dann umgekehrt. Läßt man den Prozeß langsam genug gehen, so kann man die Temperaturunterschiede in beliebig enge Grenzen einschließen, so daß der CARNOT-Kreisprozeß theoretisch als streng umkehrbar gelten kann. Der umgekehrte Verlauf entzieht dem *kälteren Körper* T_2 eine Wärmemenge Q_2 und führt dem *wärmeren Körper* T_1 eine Wärmemenge Q_1 , die größer ist, zu, und zwar *auf Kosten* einer Arbeit, deren Größe die Fläche $a b c d$ mißt, die also auch die Wärmemenge mißt, in die sich die Arbeit während des Vorganges verwandelt hat. Die Umkehr des CARNOTSchen Kreisprozesses zeigt also: es ist möglich, Wärme *von* einem kälteren (!) Körper *auf* einen wärmeren (!) zu übertragen, *aber nur auf Kosten mechanischer Arbeit von einer gewissen Größe*.

Der umkehrbare Kreisprozeß führt uns nun zu einer neuen physikalischen Erkenntnis von größter Bedeutung. Er führt notwendig zu der Folgerung: Verläuft ein gegebener umkehrbarer Kreisprozeß zwischen der oberen Temperatur T_1 und der unteren T_2 , während er die Wärmemenge Q_1 bei der oberen Temperatur aufnimmt und mechanische Arbeit von der Größe A leistet, dann kann keine Maschine, gleichviel welcher Bauart, mit *derselben* Wärmemenge und zwischen *denselben* Temperaturgrenzen *mehr* Arbeit leisten. Mit anderen Worten: Der *Nutzeffekt* einer *umkehrbaren* Maschine ist der größte, der sich mit einer gegebenen Temperaturdifferenz erzielen läßt — unter Nutzeffekt der Maschine verstanden der Bruch A/Q_1 (beide mechanisch gemessen). Der Grund ist dieser: Angenommen, es gäbe eine Maschine M , die, zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 arbeitend, einen *größeren* Nutzeffekt als eine umkehrbare Maschine N hätte. Dann verbinden wir M und N derartig, daß M durch ihre direkte Wirkung die Maschine N in der *entgegengesetzten* Richtung treibt. Bei jedem Hub dieser *Verbundmaschine*, wie wir sie nennen wollen, nimmt N aus dem kälteren Körper T_2 die Wärme Q_2 auf und führt durch den Aufwand an Arbeit A dem wärmeren Körper T_1 die Wärmemenge Q_1 zu. Die Maschine M wird diese Wärmemenge aufnehmen und *unserer Annahme nach* mehr Arbeit leisten, während sie sie T_2 zuführt, als erforderlich ist, um die Maschine N zu treiben. Die Verbundmaschine leistet also bei jedem Hub einen *Überschuß* an nutzbarer Arbeit.

Das verstößt nicht etwa gegen das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Denn wenn M mehr *Arbeit* leistet, als N leisten würde, so verwandelt sie bei jedem Hub auch mehr *Wärme in Arbeit*, und daher gibt M dem kalten Körper eine kleinere Wärmemenge zurück, als N ihm entzieht. Unsere Annahme zwingt uns also zu dem Schlusse: Die Verbundmaschine verwandelt die Wärme des kalten Körpers in Arbeit und wird *schließlich* seine *ganze* Wärme in Arbeit verwandeln. Das aber widerspricht handgreiflich der Erfahrung und wir müssen daher schließen: unsere Annahme ist irrig, zwischen gegebenen Temperaturgrenzen hat die *umkehrbare* Maschine den *größten* Nutzeffekt.

Die Frage, wie sich der Nutzeffekt des CARNOT-Prozesses aus seiner Abhängigkeit von den Temperaturgrenzen berechnet, führt zu einer neuen Temperaturskala, die es besser als die uns bisher bekanntgewordenen Skalen möglich macht, die Bilanz des Vorganges zu übersehen und mathematisch zu fassen.

Thermodynamische Temperaturskala (WILLIAM THOMSON 1854)¹. Die Temperaturskalen von Celsius u. a. hängen ab von der Eigenart des zur Temperaturanzeige gewählten Stoffes (Quecksilber, Wasserstoff, Platin) und sind deswegen nach unten und nach oben begrenzt (durch Gefrieren, Verdampfen, Kondensieren der Thermometersubstanz). Die *strenge* Thermometrie fordert aber

¹ Die Darstellung folgt MAXWELLS Theory of Heat.

eine von zufälliger Stoffeigenart unabhängige Temperaturskala. Der zweite Hauptsatz führt zu einer solchen, sie heißt die *thermodynamische Temperaturskala*. Sie ist zunächst nur theoretisch definiert. Praktisch verwendet man sie insofern, als man die Angabe der Gasthermometerskala auf sie *umrechnet*. Dazu kann jede aus dem zweiten Hauptsatz abgeleitete Gleichung zwischen meßbaren Größen dienen, so z. B. die Gleichung von CLAPEYRON-CLAUSIUS (S. 353 o.), der JOULE-THOMSON-Effekt (S. 296), der CARNOT-Kreisprozeß. An diesem letzten veranschaulichen wir den Grundgedanken der thermodynamischen Skala: $\mathcal{J}\mathcal{J}$ in Abb. 364 sei für einen gewissen Stoff die Isotherme, die zur (Celsius-)Temperatur \mathcal{J} gehört. Von dem Zustande an, in dem sein Volumen und sein Druck Punkt a entsprechen, dehne ersich unter Wärmeaufnahme aus, immer bei der Temperatur \mathcal{J} , bis er die Wärmemenge Q aufgenommen hat. Sein Zustand werde dann durch Punkt b bezeichnet. Er dehne sich dann weiter aus, immer bei der Temperatur \mathcal{J} , bis er eine *gleiche* Wärmemenge Q aufgenommen hat. Sein Zustand werde dann durch c angezeigt, und so fort längs der Isotherme $\mathcal{J}\mathcal{J}$, je zwei markierte Nachbarpunkte seien bestimmt durch die zwischen ihnen erfolgende Ausdehnung des Stoffes bei der Aufnahme der Wärmemenge Q . Hierauf ziehen wir durch $a, b, c \dots$ die zu ihnen gehörigen Adiabaten $a\alpha, b\beta, c\gamma \dots$, die die Beziehung zwischen Druck und Volumen wiedergeben, wenn der Stoff sich von $a, b, c \dots$ an ausdehnt, *ohne* Wärme von außen aufzunehmen, $\mathcal{J}_1\mathcal{J}_1$ und $\mathcal{J}_2\mathcal{J}_2$ seien Isothermen, die den Temperaturen \mathcal{J}_1 und \mathcal{J}_2 entsprechen.

Bei einem CARNOT-Kreisprozeß, der zwischen den Temperaturen \mathcal{J} und \mathcal{J}_1 verläuft, verwandelt sich die Wärmemenge Q , die aus irgendeiner Wärmequelle stammt, in die Arbeit A , ihre Größe hängt nur von \mathcal{J} und \mathcal{J}_1 ab. Die Strecken $a b$ und $b c$ entsprechen nun aber *gleich* großen Wärmemengen Q , daher *müssen* die Flächen 1 und I, die die entsprechende Arbeit darstellen, *gleich groß* sein. Dasselbe gilt für die Flächen, die die Adiabaten zwischen einem anderen Paar von Isothermen ausschneiden. Zieht man daher, wie in Abb. 364, eine Reihe von Adiabaten so, daß die Punkte, in denen sie eine Isotherme schneiden, aufeinander folgenden *gleich* großen Wärmezuwüchsen in dem Arbeit leistenden Stoffe bei dieser Temperatur entsprechen, dann schneiden diese Adiabaten eine Reihe von *gleich* großen Flächen von dem Streifen ab, der von irgendwelchen zwei Isothermen begrenzt ist.

THOMSON kommt nun zu einer Temperaturskala so: er *wählt* die Punkte $a a_1 a_2$, von denen aus er eine Reihe Isothermen zieht, *derartig*, daß die Fläche 1 zwischen zwei Nachbarisothermen $\mathcal{J}\mathcal{J}$ und $\mathcal{J}_1\mathcal{J}_1$ *gleich* wird der Fläche 2, 3 . . . zwischen jedem andern Paar Nachbarisothermen $\mathcal{J}_1\mathcal{J}_1$ und $\mathcal{J}_2\mathcal{J}_2$. Es kommt darauf hinaus, daß er die Anzahl *Grad* zwischen den Temperaturen \mathcal{J} und \mathcal{J}_2 der Fläche $a b b_2 a_2$ proportional rechnet. Willkürlich bleiben noch Nullpunkt und Gradeinheit der neuen Skala. THOMSON wählt sie so, daß die neue Skala bei zwei Festpunkten mit irgendeiner der *gewöhnlichen* Skalen (Gasthermometer) übereinstimmt. Damit ist dann auch jede andere Temperatur festgelegt — unabhängig von der Eigenart eines Stoffes, und durch ein Verfahren, das mit *jedem* Stoff dasselbe ergibt.

Wir ziehen nun Isothermen und Adiabaten so: die zu einer Temperatur \mathcal{J} gehörige Isotherme lassen wir von den Adiabaten an solchen Punkten schneiden, daß die Strecke zwischen je zwei Nachbaradiabaten der Ausdehnung des Stoffes bei

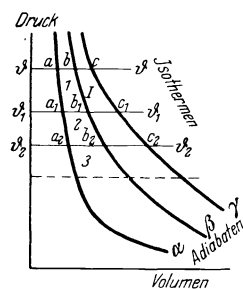


Abb. 364 (nach MAXWELL). Grundlage der thermodynamischen Temperaturskala. Ihre Gradingteilung durch ein Netz aus Isothermen und Adiabaten, die der CARNOT-Kreisprozeß einander zuordnet. Die Isothermen sind zur Vereinfachung horizontal angenommen, wie sie es wirklich sind, wenn der Wärmeträger zum Teil gasförmig, zum Teil flüssig ist. *Sachlich* ist das belanglos.

der Aufnahme stets derselben Wärmemenge Q entspricht. Das legt die Reihe der Adiabaten fest. — Die Isothermen ziehen wir so, daß benachbarte von dem Streifen zwischen dem Adiatenpaar $a\alpha$ und $b\beta$ gleich große Flächen 1, 2 usw. abschneiden. Die so bestimmten Isothermen schneiden auch mit jedem anderen Paar Adiabaten gleiche Flächen aus. (Die zwei Systeme von Linien bilden also ein Netz, dessen Maschen alle gleich große Flächen haben.) Somit geben die Isothermen in Abb. 364 jetzt eine Gradeinteilung auf Grund eines Verfahrens, das lediglich auf einem allgemeinen thermodynamischen Prinzip beruht, und das von der Eigenart des Arbeitstoffes nicht abhängt. Durch etwa notwendige Änderung des Abstandes zwischen den Isothermen und der als Nulllinie gewählten können wir offenbar die Gradeinteilung mit den zwei Festpunkten einer gewöhnlichen Skala zusammenfallen lassen (s. S. 305 o. und 338 u.).

Und nun zu dem Nutzeffekt des Kreisprozesses, dem Verhältnis der aufgenommenen Wärme zur geleisteten Arbeit, gemessen an der neuen Temperaturskala. Wir nennen der Kürze halber den wärmeren Wärmebehälter die Wärmequelle (W) und den kälteren Wärmebehälter den Kühler (K). Ist ϑ die (Celsius-) Temperatur von (W), und nimmt der Arbeitstoff die Wärmemenge Q bei dieser Temperatur auf, dann hängt die Größe der Arbeit, die Q leistet, nur noch von der Temperatur von (K) ab. Sie sei ϑ_2 . Die von Q geleistete Arbeit wird dann dargestellt durch den Flächeninhalt von $a b b_2 a_2$. Mit der Aufnahme der Wärmemenge Q ist ja die Ausdehnung von a bis b verbunden, die Arbeit wird also dargestellt durch die Fläche zwischen den Adiabaten $a\alpha$ und $b\beta$ und zwischen den Isothermen $\vartheta\vartheta$ und $\vartheta_2\vartheta_2$. Die Differenz ($\vartheta - \vartheta_2$) ist die Anzahl Einheitsflächen zwischen ihnen längs den Adiabaten $a\alpha$ und $b\beta$. Die Vierecke zwischen benachbarten Isothermen und benachbarten Adiabaten sind gleich groß. Nennen wir die Fläche eines Einheitsvierecks $Q \cdot C$, dann ist die von Q geleistete Arbeit $QC(\vartheta - \vartheta_2)$. — Das hiermit eingeführte Produkt $Q \cdot C$ ist eine Konstante, aber nur das Produkt ist konstant, nicht die Faktoren, die Wärmemenge ist anders, je nach der Isotherme, längs deren der Prozeß verläuft, und C hängt von der Temperatur ab. Zum Beispiel die Flächen 1 und 2 sind gleich groß, aber in die Größe der Fläche 1 geht Q als Wärmemenge ein, in die der Fläche 2 aber Q_1 .

Ist die Temperatur von (W) nicht ϑ , sondern ϑ_1 , dann verändert der Arbeitstoff seinen Zustand längs der Isotherme $\vartheta_1\vartheta_1$. Zwischen den Zustandspunkten a_1 und b_1 nehme er die Wärmemenge Q_1 auf. Die von ihr geleistete Arbeit sei A , sie wird dargestellt durch das Flächenstück 2 und ist (s. oben) gleich $QC(\vartheta_1 - \vartheta_2)$.

Der Nutzeffekt dieses Prozesses ist A/Q_1 . Wir haben also: $A/Q_1 = \frac{QC(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{Q_1}$.

Nach dem ersten Hauptsatze ist $Q_1 = Q - a b b_1 a_1$, die Wärme mechanisch gemessen, oder $Q_1 = Q - QC(\vartheta - \vartheta_1)$, daher ist der Nutzeffekt des zwischen ϑ_1 und ϑ_2 verlaufenden CARNOT-Prozesses

$$\frac{A}{Q_1} = \frac{QC(\vartheta_1 - \vartheta_2)}{Q - QC(\vartheta - \vartheta_1)} = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\frac{1}{C} + \vartheta_1 - \vartheta}$$

Der Nutzeffekt ist um so größer, ein je größerer Teil von Q_1 sich in Arbeit verwandelt. Könnte man es dahin bringen, daß Q_1 sich in die ihr mechanisch äquivalente Arbeit verwandelte, daß also Q_1 (mechanisch gemessen) gleich A würde, dann wäre der denkbar höchste Nutzeffekt erreicht. In diesem — fingierten

— Falle hätten wir: $1 = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{\frac{1}{C} + \vartheta_1 - \vartheta}$, woraus $\vartheta_2 = \vartheta - \frac{1}{C}$ als Temperatur

folgen würde. Das heißt: der Kühler müßte dazu die Temperatur $\vartheta_2 = \vartheta - \frac{1}{C}$ haben. Diese Temperatur wäre die tiefste physikalisch mögliche, man darf sie

daher den *absoluten* Nullpunkt der Temperatur nennen und $\vartheta_2 = 0$ setzen. Die tiefste physikalisch mögliche ist aber die, bei der ein ideales Gas das Volumen Null hat; d. h. die Temperatur, die an der Celsiuskala $-273,2^{\circ}$ ist. Dadurch, daß wir diese Zahl *benutzen, bestimmen* wir: die Celsiusstemperatur Null ist absolut $273,2 = T_0$, und es ist $\vartheta_{100} = 273,2^{\circ} + 100^{\circ} = T_{100}$ zu setzen. Hiermit sind die Festpunkte der *thermodynamischen absoluten* Skala mit denen der Celsiuskala in Übereinstimmung gebracht, es ist damit aber nichts von der sonstigen Übereinstimmung der Skalen gesagt. Zugleich ergibt sich $1/C = 273,2$ oder $C = 1/273,2$. Wir haben hier die Größe 273,2 als bekannt vorausgesetzt, weil sie aus den Gasgesetzen genauer ermittelt worden ist, als mit Hilfe des CARNOT-Prozesses möglich wäre. (Man beachte: die am *Luft*thermometer definierte absolute Temperatur hatten wir eingeführt, um die Gasgesetze bequem formulieren zu können. Die jetzt thermodynamisch definierte hat nichts mit einem bestimmten Stoffe zu tun. *Zufällig* ist der Unterschied zwischen den beiden Skalen sehr klein.) Um die auf eine gewöhnliche Skala bezogene Temperatur in die absolute zu verwandeln, müssen wir der Gleichung $\vartheta = \vartheta_2 + 1/C$ zufolge zu der gewöhnlichen Temperaturzahl eine konstante Zahl von Graden addieren; diese Konstante ist die *absolute Temperatur des Skalennullpunktes*.

Mathematisch einfachste Form des zweiten Hauptsatzes für umkehrbare Kreisprozesse. Um den Nutzeffekt A/Q auf die neue Skala beziehen zu können, müssen wir die Temperaturen ϑ dementsprechend bezeichnen und für $1/c \rightarrow \vartheta$ (im Nenner) Null setzen. Nennen wir die absolute Temperatur der Wärmequelle T_1 , die absolute Temperatur des Kühlers T_2 . Wir haben dann $\frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$. Die an den kälteren Körper bei der absoluten Temperatur T_2 abgeführte Wärme Q_2 ist $= Q_1 - A$. Setzen wir für A den Wert, der aus der ersten Gleichung folgt: $Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)$, so ergibt sich $Q_2 = Q_1 \cdot \frac{T_2}{T_1}$. Hieraus folgt $\frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2}$ oder $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{T_1}{T_2}$. Das heißt: in einer umkehrbaren Maschine ist das Verhältnis der aufgenommenen zu der an den Kühler abgeführten Wärme gleich dem Verhältnis der *absoluten Temperaturen* der Wärmequelle und des Kühlers. Rechnen wir die Wärme Q positiv, wenn sie in den Kreisprozeß eintritt, und negativ, wenn sie austritt, dann erhalten wir $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0$ als mathematisch einfachste Formulierung des zweiten Hauptsatzes für **umkehrbare** Kreisprozesse.

CLAUSIUS hat den Satz verallgemeinert für Kreisprozesse, in denen Aufnahme und Abgabe von Wärme bei mehr als zwei Temperaturen stattfindet. Man kann z. B. einen Kreisprozeß mit drei Austauschtemperaturen zerlegen in zwei Kreisprozesse mit je zwei Aufnahmetemperaturen und kommt schließlich zu $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_3}{T_3} = 0$. Die Verallgemeinerung dieses Verfahrens führt für den Kreisprozeß mit beliebig vielen Austauschtemperaturen zu der Form $\sum \frac{Q}{T} = 0$.

Wir haben jetzt zwei Beziehungen, die die Arbeit A und auch die Wärmemengen Q_1 und Q_2 mit den Temperaturen T_1 und T_2 verbinden. Sie lauten:

$$A = Q_1 \frac{T_1 - T_2}{T_1} = Q_1 \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) \quad \text{und} \quad \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0.$$

Bei gegebenen Werten von T_1 , T_2 und Q_1 haben die Arbeit A und die bei der Temperatur T_2 abgegebene Wärme Q_2 *stets* die gleichen Werte, gleichviel ob der Arbeitstoff des CARNOT-Prozesses gasförmig oder flüssig oder fest ist. Daher gelten die beiden Beziehungen für *jeden* Stoff. Die gewonnene Arbeit A wächst mit der aufgenommenen Wärmemenge Q_1 und ist um so größer, je größer die Temperaturdifferenz $T_1 - T_2$ ist. Wir sehen: Von der Wärme Q_1 verwandelt sich nur ein

Bruchteil in Arbeit. Die entstehende Arbeit A ist gleich Q_1 mal dem echten Bruch η , dem *Nutzeffekt* des Prozesses. Es ist

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}.$$

Ist z. B. die höhere Temperatur $\vartheta_1 = 200^\circ \text{C}$, die tiefere $\vartheta_2 = 50^\circ \text{C}$, so ist $T_1 = 200 + 273 = 473^\circ$ und $T_2 = 50 + 273 = 323^\circ$ und $\eta = 0,32$, d. h. nur 32% der aufgenommenen Wärme Q_1 werden in Arbeit verwandelt. Der Rest $Q_1 - A = Q_2 = 68\%$ fließt dem Behälter tieferer Temperatur als Wärme zu und geht für die Arbeitsleistung verloren. Dasselbe folgt auch aus der zweiten Hauptgleichung in der Form $Q_2 = Q_1 \cdot T_2/T_1$.

Rückblick. Der Kreisprozeß (S. 298), der nur *einen* Wärmebehälter benützte, bestand aus zwei Teilen, der zweite war die genaue Umkehr des ersten. Anders beim CARNOT-Kreisprozeß. Der Arbeitstoff durchläuft von a über b bis c andere Zustände als auf dem Rückwege von c über d nach a . Wir können aber *an diesen* Prozeß, wir nennen ihn den positiven, einen zweiten genau entgegengesetzt gerichteten von a über d , c , b nach a zurücklaufenden, negativen *anschließen*. Bei diesem negativen Kreisprozeß wird infolge der Ausdehnung des Arbeitstoffes von d bis c und der damit verbundenen Arbeit eine Wärmemenge Q'_2 aus dem Wärmebehälter von der tieferen Temperatur T_2 aufgenommen und entsprechend eine Wärme Q'_1 an den Wärmebehälter der höheren Temperatur T_1 abgegeben. Wie hier die *Wärmemengen* das entgegengesetzte Vorzeichen haben als bei dem positiven Prozeß, so auch die Arbeit: der negative Prozeß *leistet* keine Arbeit, er *verbraucht* vielmehr eine Arbeit A' . Die Theorie lehrt, daß im übrigen dieselben Beziehungen gelten wie für den positiven Prozeß, daß nämlich

$$A' = Q'_2 \frac{T_1 - T_2}{T_1} \quad \text{und} \quad \frac{Q'_1}{T_1} - \frac{Q'_2}{T_2} = 0 \text{ ist.}$$

Ferner lehrt die Theorie: A' und A , Q'_1 und Q_1 sowie Q'_2 und Q_2 sind einander entgegengesetzt gleich, so daß der negative CARNOT-Prozeß die genaue Umkehr des positiven bildet. Während der positive Prozeß Wärme von höherer Temperatur zu tieferer überführt und Arbeit *leistet*, überführt der negative Prozeß Wärme von tieferer Temperatur zu höherer und *verbraucht* Arbeit.

Durch einen positiven CARNOT-Prozeß ist *nur ein Teil* der verfügbaren Wärme in Arbeit verwandelbar, der Rest sinkt auf ein tieferes Temperaturniveau und *bleibt* Wärme. Durch einen negativen CARNOT-Prozeß kann Wärme von einem tieferen auf ein höheres Temperaturniveau gelangen, jedoch *nur unter Aufwendung von Arbeit* (s. S. 314 u. Kältemaschine).

Idealisierte und wirkliche Vorgänge (umkehrbare und nichtumkehrbare). Die bisher angewendeten Vorgänge waren alle idealisiert. Wie unterscheiden sich *wirkliche* von idealisierten? Antwort: *Wirklich* ist z. B. die Schwingung des *physischen* Pendels, *idealisiert* die des mathematischen; *wirklich* ist die *mit Reibung* an der Zylinderwand verlaufende Gleitung eines Kolbens, *idealisiert* die *reibungslose*; *wirklich* ist der *mit Wärmeverlust* durch Leitung und Strahlung verbundene Gang einer Dampfmaschine, *idealisiert* der *verlustlose* u. dgl. m. Ist der an Abb. 361 beschriebene Vorgang ein wirklicher, so verwendet das Gas einen *Teil* seiner Arbeit dazu, die Reibung des Kolbens an der Zylinderwand zu überwinden. Es leistet also *weniger* *Nutzarbeit* (hebt den Kolben weniger hoch), als es der verbrauchten Wärmemenge entspricht. Und um es zusammenzudrücken, müssen wir aus der gleichen Ursache mehr Arbeit aufwenden, als es der von ihm an den Behälter abgegebenen Wärmemenge entspricht. Der Vorgang leistet also, wenn Reibung ins Spiel kommt, während der Ausdehnung des Gases *weniger* Arbeit, als der *Arbeitsaufwand* zur Verdichtung des Gases beträgt. — Und ähnlich ist es bei *jedem wirklichen* Arbeitsvorgange: die Reibung verzehrt einen Teil der

Nutzarbeit. Das Endergebnis ist also: ein Teil der Arbeit ist zu Reibungswärme geworden.

Eine zweite unvermeidliche Verlustquelle für die wirklichen Vorgänge, in denen Temperaturunterschiede auftreten, ist die Wärmeleitung. Sie senkt Wärme *ohne Leistung von Arbeit* von einem höheren auf ein tieferes Temperaturniveau, es ist so, wie wenn fallendes Wasser an dem Wasserrade *vorbeifiele*. Während die Reibung nutzbare *Arbeit* zerstört, vernichtet die Wärmeleitung eine *Arbeitsmöglichkeit*, *deswegen* wirft jeder wirkliche Vorgang stets einen geringeren Arbeitsgewinn ab als ein idealisierter.

Die idealisierten Vorgänge sind als Grenzfälle der wirklichen anzusehen; *sie leisten ceteris paribus* mehr Arbeit als die wirklichen. Um wirkliche Vorgänge *vollständig* rückgängig zu machen, müssen *wir* ein gewisses Mehr an Arbeit leisten, denn die wirklichen Vorgänge sind *stets* von Reibung und Wärmeleistung begleitet. — Aus dem Prinzip von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art läßt sich beweisen, daß es *ohne Arbeitsaufwand* unmöglich ist, Wärme von *tieferer* Temperatur auf höhere zu bringen (Kältemaschine), und daß man *Reibungswärme* nicht in Arbeit verwandeln kann, ohne daß irgendeine Zustandsänderung in einem dabei beteiligten Körper zurückbleibt. Während also bei der Reibung Arbeit in Wärme sozusagen „von selbst“ übergeht, d. h. ohne daß irgendein Körper gleichzeitig eine Zustandsänderung erleidet, ist die Umkehrung dieses Vorganges stets mit einer Zustandsänderung verbunden. Die Reibung ist also ein Vorgang, den man nicht rückgängig machen kann, ohne daß irgendwelche Änderungen übrigbleiben. Ein solcher Vorgang heißt nichtumkehrbar, *irreversibel*. Nichtumkehrbar ist auch die Ausbreitung von Wärme durch Leitung oder durch Strahlung: die *Ausbreitung* geschieht *ohne* Arbeitsleistung, aber das *Sammeln* von Wärme auf eine höhere Temperatur *erfordert* Arbeit. Ferner: strömt ein Gas in ein Vakuum, so dehnt es sich aus ohne Arbeit zu leisten, man muß aber Arbeit aufwenden, um es wieder zu verdichten. Ferner: zwei Gase mischen sich miteinander, und ein Stoff breitet sich in seinem Lösungsmittel aus, ohne Arbeit zu leisten, wohl aber fordert es Arbeit, die Gase wieder voneinander zu trennen und den gelösten Körper aus der Lösung wieder auszuscheiden.

Wir fassen zusammen: Ohne andere Veränderungen in der Natur zu hinterlassen, läßt sich durch Reibung Arbeit in Wärme verwandeln, und ohne Aufwand von Arbeit läßt sich Wärme von höherer zu tieferer Temperatur (Leitung, Strahlung) oder Masse von einem kleinen in ein größeres Volumen überführen (Diffusion), aber die entgegengesetzt gerichteten Vorgänge hinterlassen Zustandsänderungen oder fordern Arbeit. Reibungswärme entsteht bei jeder Gelegenheit außerhalb des an den Vorgängen beteiligten Systems „von selbst“, ebenso wie sich Wärme und Masse überall ohne Einwirkung von außen auszubreiten streben. Die Natur *bevorzugt diese* Richtung der Vorgänge und setzt ihrer *völligen* Umkehr einen unüberwindlichen Widerstand entgegen. Reibung, Wärmeleitung, Diffusion sind Vorgänge, deren Spuren niemals wieder ganz zu verwischen sind. Jeder Vorgang in der Natur läuft also stets in dem Sinne ab, daß mehr Arbeit in Wärme verwandelt wird als umgekehrt, daß mehr Wärme auf tiefere Temperatur als auf höhere Temperatur befördert wird, und daß die Masse in höherem Maße der Ausbreitung als dem Gegenteil unterliegt. Stets sind die „nichtumkehrbaren“ Vorgänge im Übergewicht.

Den irreversiblen Vorgängen stehen die *reversiblen* gegenüber, die Vorgänge, die zu ihrer Umkehrung kein Mehr an Arbeit erfordern. So ist es z. B. bei dem Hin und Zurück des *mathematischen* Pendels, dessen Amplituden beim Steigen wie beim Fallen dieselbe Größe behalten. Alle *völlig* umkehrbaren Vorgänge sind idealisiert, alle wirklichen in irgendeiner Weise mit nichtumkehrbaren *verbunden*

(auch die Pendelbewegung), alle daher *mehr* oder *weniger* irreversibel, sie unterscheiden sich nur durch ihren *Grad* der Nichtumkehrbarkeit voneinander.

Entropie (CLAUSIUS 1865). Man kann den Grad der Nichtumkehrbarkeit eines Vorganges berechnen mit Hilfe einer mathematischen Funktion, der *Entropie*¹. Bei jedem nichtumkehrbaren Vorgang *wächst* die Entropie des Systems. Sie kann niemals abnehmen; allenfalls konstant bleiben, aber nur bei einem idealen umkehrbaren Vorgange. Ein einzelner Körper oder eine Gruppe von Körpern, die nur einen *Teil* des Systems bilden, kann sehr wohl an Entropie abnehmen; indessen müssen dann gleichzeitig andere Teile des Systems um so *stärker* an Entropie zunehmen, so daß die *Summe aller Entropieänderungen* in dem System eine Zunahme ist. Wir haben die Entropie eine mathematische Funktion genannt — was ist sie denn physikalisch? Jeder Körper hat in seinem augenblicklichen Zustand eine gewisse Entropie, wie er eine gewisse Temperatur, ein gewisses Volumen, einen gewissen Druck hat. MAXWELL rechnet die Entropie eines Körpers daher zu dessen physikalischen Eigenschaften. Unter einer physikalischen Eigenschaft eines Körpers verstehen wir seine Fähigkeit, unter gegebenen Bedingungen gewisse Wirkungen zu entfalten. Welche Art Bedingungen kommt hier in Frage? Und welche Art Wirkungen charakterisiert die Entropie? Die Bedingung ist: man bringt den Körper von seinem augenblicklichen Zustand aus, soweit Druck p und Temperatur \mathcal{F} ihn kennzeichnen, in einen Normalzustand (p_0, \mathcal{F}_0) , und zwar *adiabatisch* auf die Normaltemperatur \mathcal{F}_0 , dann *isothermisch* auf den Normaldruck p_0 . Die Wirkung besteht darin, daß er dabei Wärme entweder abgibt oder aufnimmt. *Gibt* er die Wärmemenge Q ab, so war seine Entropie S im ursprünglichen Zustand um Q/\mathcal{F}_0 größer als im Normalzustand. Die Entropie im Normalzustand benutzen wir als konventionellen Nullpunkt der Entropie, daher ist seine Entropie im ursprünglichen Zustand S gleich Q/\mathcal{F}_0 . *Nimmt* der Körper, um in den Normalzustand zu kommen, die Wärmemenge Q auf, so war seine ursprüngliche Entropie $-Q/\mathcal{F}_0$. Die Entropie eines Körpers in einem gegebenen Zustand ist um so größer, je größer seine Masse ist. Man bezieht die Entropie deshalb auf die *Masseneinheit*, mißt sie also in $\frac{\text{Wärmemenge/Grad}}{\text{Masse}}$. Die Entropie ist daher dimensionslos, sie ist (m.grad/grad)/m. — Die Entropie eines Systems von Körpern ist gleich der Summe der Entropien der einzelnen Körper.

Es läßt sich beweisen, daß für beliebige Körper stets eine mathematische Funktion mit den Eigenschaften der Entropie existiert. Für einen beliebigen Körper kann man den Ausdruck für die Entropie im allgemeinen nicht als Gleichung hinschreiben, weil die Zustandsgleichung nicht allgemein bekannt ist. Aber für die Entropie eines idealen Gases kann man es, weil man dessen Zustandsgleichung kennt. Seine Entropie, auf die Masseneinheit bezogen, ist $s = c_v \log T + \frac{R}{m} \log v + \text{konst}$, m ist das Molgewicht. — Zwei Zustände (1) und (2) eines Körpers können sich sowohl durch die Energie wie durch die Entropie unterscheiden, z. B. die Energie und die Entropie eines vollkommenen Gases. Steigt die Temperatur von T_1 auf T_2 , so ist, auf die Masseneinheit bezogen, der Energiezuwachs $u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1)$, der Entropiezuwachs $s_2 - s_1 = c_v \log \frac{T_2}{T_1} + \frac{R}{m} \log \frac{v_2}{v_1}$. Der Energiezuwachs läßt sich daraus berechnen, daß die Energie des idealen Gases nur von der Temperatur abhängt (S. 296).

Der mathematische Ausdruck für die Entropieänderung hat eine besonders einfache Form, falls die Volumenänderungen, die etwa vorkommen, umkehrbar erfolgen, z. B. ohne Diffusion. Dann ist die Entropiezunahme während eines Zeit-

¹ $\epsilon\rho\sigma\pi\acute{\eta}$ = Verwandlung. Entropie = Verwandlungsinhalt.

abschnittes, in dem der Körper die absolute Temperatur T besitzt und in dem er die Wärmemenge Q aufnimmt, durch Q/T gegeben. Ändert sich die Temperatur, so ist die Entropiezunahme gleich der Summe über die zu den einzelnen Zeitabschnitten gehörigen Quotienten Q/T .

Beim positiven CARNOT-Kreisprozeß nimmt der arbeitende Körper bei der Temperatur T_1 die Wärme Q_1 auf und gibt bei der Temperatur T_2 die Wärme Q_2 ab, oder auch: er nimmt die Wärme $-Q_2$ auf. Seine Entropiezunahme ist also $\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$. Da dieser Ausdruck aber (S. 305 u.) Null ist, so hat sich im ganzen *seine* Entropie nicht geändert, wohl aber die der beiden Wärmebehälter. Die Entropie des Behälters der höheren Temperatur T_1 , der die Wärme Q_1 an den arbeitenden Körper abgegeben hat, hat um Q_1/T_1 abgenommen, die Entropie des Wärmebehälters der tieferen Temperatur T_2 , der den Wärmezuwachs Q_2 erhalten hat, hat um Q_2/T_2 zugenommen. Die beiden Quotienten sind entgegengesetzt gleich, sie erfüllen daher die Forderung: bei umkehrbaren Prozessen soll die Entropie in dem gesamten System (arbeitender Körper und die beiden Wärmebehälter) konstant bleiben.

Ist der Kreisprozeß nichtumkehrbar, so sind die Verwandlungen von Arbeit in Wärme und von Wärme höherer in solche niederer Temperatur im Überschuß vorhanden, und es besteht daher für jeden Kreisprozeß die Gleichung $\sum \frac{dQ}{T} \geq 0$.

Das Zeichen d bedeutet die jeweilige *sehr kleine* Änderung der Entropie, das Ungleichheitszeichen gilt für die nichtumkehrbaren Vorgänge. Und nichtumkehrbar sind die *wirklichen* Vorgänge alle! Man bedenke: der CARNOT-Kreisprozeß ist *idealisiert*. Der wirklich umkehrbare Vorgang verlangt, daß alle an ihm beteiligten Körper am *Ende* wieder im *Anfangszustand* sein sollen. Damit das *wirklich* der Fall ist, muß dem Wärmebehälter T_1 , der die Wärme Q_1 abgibt, von anderswoher Wärme zufließen, und der Behälter T_2 , der Q_2 aufnimmt, sie anderswohin abgeben, und wir dürfen auch Druck und Gegendruck am Kolben nicht *vollständig* gleich setzen. Berücksichtigen wir das, so ist auch dieser Prozeß nicht umkehrbar.

BOLTZMANN hat den Begriff Entropie durch molekulartheoretische Betrachtungen dem Verständnis näher gebracht: Besteht die Wärmeenergie eines Körpers in der Summe der kinetischen Energie aller seiner Moleküle, die bei ihrem ständigen Zusammenprall ihre Energie miteinander ausgleichen, so muß der Energieaustausch so lange anhalten, bis alle Moleküle die *gleiche* mittlere kinetische Energie haben — d. h. die Temperatur in dem Körper an allen Punkten die gleiche ist. Wollte man in einem anfangs gleichmäßig temperierten Körper Temperaturunterschiede hervorrufen, so müßte man gewissen Molekülgruppen einen Teil ihrer Energie wegnehmen und anderen Molekülgruppen *geben*. „Von selber“ kann das nicht eintreten, die Molekularbewegung wirkt im Sinne eines *Energieausgleiches*, nicht einer örtlichen *Energieanhäufung*. Hier setzt nun eine in der Wahrscheinlichkeitsrechnung übliche Betrachtung ein: Die Moleküle können in dem ihnen zugewiesenen Raum verschieden dicht verteilt sein und können verschieden große Energie besitzen. Man spricht daher von der „Wahrscheinlichkeit einer *bestimmten Gruppierung*“ und von der „Wahrscheinlichkeit eines *bestimmten Zustandes*“. Der wahrscheinlichste Zustand ist stets derjenige, in dem der Ausgleich soweit wie möglich verwirklicht ist. *Ändert* ein System seinen Zustand „von selbst“, so geht es aus einem *weniger wahrscheinlichen* in einen *wahrscheinlicheren* Zustand über, *vergrößert* also die Wahrscheinlichkeit des Zustandes: *Die Wahrscheinlichkeit des Zustandes ist das Maß für die Entropie*, je größer sie ist, desto größer ist die Entropie. Sie hat ihr Maximum erreicht, wenn der Ausgleich voll-

kommen ist. (Bis auf eine additive Konstante ist die Entropie gleich dem natürlichen Logarithmus der Wahrscheinlichkeit des Zustandes.) Anschaulich wird die Vorstellung, wenn man „wahrscheinlich“ durch „haltbar“ oder „dauerhaft“ ersetzt. Wie die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile erster Art zum ersten Hauptsatz, dem *Prinzip* der Erhaltung der Energie, führt, so hat uns die Unmöglichkeit des Perpetuum mobile zweiter Art zum zweiten Hauptsatz geführt, den wir daher passend als *Prinzip von der Vermehrung der Entropie* bezeichnen (PLANCK).

Technische Bedeutung der Entropie. Stets, selbst im Idealfalle, im CARNOT-Prozeß, scheidet bei der Umwandlung von Wärme in mechanische Arbeit die Wärmemenge $Q_2 = \frac{Q_1}{T_1} \cdot T_2$ aus dem Kreislauf als wertlos aus. Daher ist die Wärme, obwohl sie der mechanischen Arbeit physikalisch *äquivalent* ist, technisch, d. h. wirtschaftlich, *weniger* wert. (In diesem Sinne spricht man von geringwertiger Energie; hochwertig ist die mechanische Energie und die elektrische, geringwertig ist die Wärme.) Ein Gedankenexperiment zeigt das: Der Eigentümer einer Dampfmaschinenanlage habe einem Mitbenützer gegen Entgelt pro Sekunde 427 mkg* zu liefern. Sein Dampfkessel steht unter 2 Atm., enthält also Wasser von 120° C. Er hat das Wasser von Zimmertemperatur (20°) auf 120° erhitzt, er hat also pro Liter 100 kcal hineingesteckt und liefert dem Mitbenützer die ausbedungenen 42700 mkg* pro 100 Sekunden in der Gestalt von Wärme in je 1 l Wasser von 120° C. *Theoretisch* sind sie 427 mkg*/sec äquivalent, *technisch* aber nicht. Denn wenn der Empfänger die Wärme in Arbeit umwandelt, erhält er selbst im (unerreichbaren) Idealfalle höchstens 25%; d. h. 75 % der Wärme sind für ihn wertlos. Hätte er alle 100 Sekunden je 1 l Wasser von 150° C erhalten, so wären etwa 69 % wertlos gewesen. Je niedriger das Temperaturniveau der ihm gelieferten Wärme ist, desto weniger ist sie, in mechanische Arbeit umgesetzt, wert. In diesem Sinne schreiben wir jeder Wärmemenge eine gewisse Temperatur zu, die Temperatur ihres Behälters. Bei ihrer Umwandlung in Arbeit fällt die Wärme von dem höheren Temperaturniveau T_1 auf das tiefere T_2 . Von einem je höheren Niveau sie herabfällt, und auf ein je tieferes sie fällt, ein desto *größerer* Bruchteil von ihr *verwandelt* sich dabei in Arbeit (ein desto kleinerer bleibt nutzlose Wärme, auf dem niedrigen Temperaturniveau).

Geben wir einem Wärmeträger (Wasserdampf, Gas, Heizöl) in einer dafür gebauten Maschinenanlage — wir meinen damit das ganze System der an dem Vorgang beteiligten Vorrichtungen, wie Kessel, Maschine, Leitung und alles Zubehör — Gelegenheit, seine Entropie zu vergrößern (durch Verringerung seines Druckes, seiner Temperatur), so wandelt er einen Teil seines Wärmeinhaltes, und zwar den wesentlich kleineren, in mechanische Arbeit. (Wir sagen: in die Arbeit der *Maschine*, aber es ist *seine* Arbeit: *er treibt* die Maschine, daher der Ausdruck Treibmittel.) Der größere Teil aber bleibt Wärme auf einem niedrigeren Temperaturniveau. Für die mechanische Arbeit, die er leistet, zahlt er der Natur auf Kosten seines Wärmeinhaltes eine hohe Steuer. Das ist eine Tatsache der Erfahrung. Für die Größe der als wertlos ausscheidenden Wärmemenge $Q_2 \left(= \frac{Q_1}{T_1} T_2 \right)$ gibt der Faktor Q_1/T_1 , die Ent-

ropie, den Ausschlag. An T_2 ist nicht viel zu ändern, es ist die Zimmertemperatur oder die Temperatur des Kondensators einer Dampfmaschine od. dgl. Je größer die Entropie, desto größer ist also die Menge dieser Abfallwärme, die wir als *Arbeitsverlust* buchen müssen, desto schlechter daher der Nutzeffekt des Arbeit leistenden Systems. Um ihn zu verbessern, müssen wir offenbar T_1 möglichst groß machen (T_2 möglichst klein, das Ideal dafür liegt am absoluten Nullpunkt, wir müssen uns aber mit einer um etwa 300° höheren Temperatur begnügen), und tatsächlich arbeitet die Dampfmaschinentechnik seit langem darauf hin (S. 313 u.).

Die Kenntnis der Entropie ist also für den Einblick in den technischen Prozeß von grundlegender Bedeutung. Die Entropie des Wasserdampfes — als Wärmeträger ist er das Lebensprinzip der Dampfmaschine, mit welchem Nutzeffekt er sie treibt, hängt von seinem Energieinhalt ab *und von seiner Entropie* — hat man mit Hilfe einer empirischen Zustandsgleichung berechnet und für alle die Technik interessierenden Drucke und Temperaturen und in ihrem Zusammenhange mit anderen, den Wärmezustand charakterisierenden variablen Größen (Verdampfungswärme, Sättigungstemperatur, spezifisches Gewicht) in Tabellen und Diagrammen zusammengefaßt. Wie man die geleistete *Arbeit* im Druckvolumendiagramm (*p*-*v*-Diagramm) als Fläche darstellen kann, ebenso kann man die dabei aufgewendete *Wärme* im *Temperatur-Entropiediagramm* (*TS*-Diagramm) als Fläche darstellen. Die während der Volumenänderung *dv* beim Druck *p* durch 1 kg eines Körpers geleistete *mechanische* Energie ist $dL = p \cdot dv$ mkg*. Die hierbei erfolgte Änderung der *Wärmeenergie* dQ bei der Temperatur *T* ist $dQ = TdS$ kcal. Isothermische Zustandsänderungen verlaufen im *TS*-Diagramm auf einer Parallelen zur Entropie-, adiabatische auf einer Parallelen zur Temperaturachse. Abb. 365 gibt ein ungefähres Bild von dem *TS*-Diagramm.

soll, und als *Ausführungskanal* für den *abgearbeiteten* Dampf, der aus dem Zylinder — und durch den *Ausführungskanal*, dessen Mündung man bei *o* sieht — hinausgeführt werden soll. Während der eine als *Einführungskanal* für den *Frischdampf* dient, dient der andere *gleichzeitig* als *Ausführungskanal* für den *Abdampf*. Der aus dem Kessel kommende Dampf findet in *d* stets nur *einen* offen (in Abb. 366 den Kanal *b*). Er strömt durch diesen in den Zylinder und schiebt den Kolben in die Höhe. Der andere Kanal kommuniziert unterdessen mit dem bei *o* mündenden *Ausführungskanal*, so daß der sich aufwärtsbewegende Kolben den *Abdampf* aus dem Zylinder verdrängen kann (durch den Kanal *a* und durch die Kanalöffnung *o*). Während aber der *Kolben* nach *oben* geht, geht der *Schieber* *y* nach *unten*, und wenn der Kolben oben angekommen ist, steht der *Schieber* so, daß der Kanal *a* für den *Frischdampf* offen und der Kanal *b* mit dem bei *o* mündenden *Ausführungskanal* verbunden ist. Jetzt strömt der *Frischdampf* *oben* ein, und der Kolben geht nach *unten*; der *Abdampf* strömt *unten* aus, und der *Schieber* geht mittlerweile wieder nach *oben* usw. (Einströmen zwischen Kolben und Zylinderboden kann der *Frischdampf* aber erst dann, wenn der Kolben die *Dampfkanalmündung* nicht mehr versperrt, sich von dem Zylinderboden also etwas entfernt hat. Von selber kann er das nicht, er steht ganz am Ende des Zylinders auf dem „*toten Punkt*“ — das *Trägheitsvermögen* des mit ihm verbundenen rotierenden Schwungrades bringt ihn über die *Tollage* hinweg.)

Die Kraft, die den Kolben schiebt, hängt ab von der Differenz zwischen dem Druck des *Frischdampfes* und dem des *Abdampfes*. Läßt man den *Abdampf* ins Freie gehen (*Auspuffmaschine*), so wirkt auf die *Abdampfseite* des Kolbens der Druck der Außenluft mit 1 *Atm.* Drückt der *Frischdampf* z. B. mit 2 *Atm.*, so beträgt der *Überdruck* dann nur 1 *Atm.* Um den *Überdruck* zu *vergrößern*, läßt man daher den Dampf nicht ins Freie gehen, sondern in einen Raum, in dem er durch *Abkühlung* zu Wasser wird. Dadurch wird auf der *Abdampfseite* des Kolbens der Druck so niedrig, daß der *Überdruck* des *Frischdampfes* fast um 1 *Atm.* größer wird (*Kondensationsmaschine*).

Um die *Arbeitsfähigkeit* des Dampfes gut auszunützen, läßt man ihn nicht während des *ganzen* Kolbenhubes in den Zylinder strömen, sondern man *unterbricht* den *Dampfzufluß*, wenn der Kolben einen Teil des Hubes zurückgelegt hat, und läßt den Kolben den Rest des Hubes unter dem Drucke des sich ausdehnenden Dampfes zurücklegen (*Expansionsmaschine*). Am besten nutzt man den Dampf aus, wenn man hohen Druck im Kessel und niedrige *Expansionsendspannung* anwendet. Die *Endspannung* der *Auspuffmaschine* ist der Druck der atmosphärischen Außenluft, d. h. 1 *Atm.*, die der *Kondensationsmaschine* der Druck im *Kondensator*, d. h. nur 0,15—0,20 *Atm.* Oft verteilt man das ganze *Druckgefälle* des Dampfes zwischen *Kesseldruck* und *Endspannung* auf *mehrere* Zylinder, deren Kolben gemeinsam *eine* Kurbelwelle drehen. In einer solchen *Verbundmaschine* (*Compoundmaschine*, *Zweifach-* oder *Mehrfachexpansionsmaschine*) strömt der Dampf zunächst in einen *Hochdruckzylinder*, bei seinem Austritt aus diesem in den *Mitteldruck-* und endlich in den *Niederdruckzylinder*. Entsprechend dem Anwachsen des *Dampfolumens* bei sinkendem Druck ist der *Hochdruckzylinder* der kleinste, der *Niederdruckzylinder* der größte. Man hat *Kolbendampfmaschinen* bis 20000 *PS* gebaut.

Indikator, Indikator diagramm (WATT 1772). Die zusammengehörenden Wertepaare *p, v* eines unter veränderlichem Drucke stehenden Gases gibt die Kurve (Abb. 368) wieder, die aus der *Zustandsgleichung* errechnet ist. Diese Kurve ist *idealisiert*, die der *Wirklichkeit* entsprechende finden wir, wenn wir den *Gasraum* seine *Volumenänderung* selbst aufzeichnen lassen. Man denke an die *manometrische Kapsel* von R. KÖNIG, die ihre *Volumenänderung* (mit Hilfe einer *elastischen Membran*) sichtbar macht. Etwas Ähnliches tut der *Indikator*, den WATT zur *Untersuchung* der *Arbeitsleistung* der *Dampfmaschine* erfunden hat, und der noch heute dazu dient (Abb. 367). Der Kapsel entspricht ein *Metallzylinder A*, der dem Dampf darin zur *Verfügung* stehende Raum ändert sich durch die *Verschiebung* eines in den Zylinder *dampfdicht* eingepaßten Kolbens *B*. Der *Elastizität* der *Membranwand* entspricht die *Elastizität* einer *Schraubenfeder C*, die sich — unter *Vermittlung* des an ihr befestigten Kolbens — jeden Moment unter dem *Drucke* des Dampfes entsprechend einstellt und die *Schreibspitze D* entsprechend auf und ab bewegt. Auf einer *Registriertrommel E*, gegen die die *Schreibspitze* drückt, und die man hin und her dreht (etwa wie die *Uhr* in einer *Taschenuhr*), zeichnet die *Schreibspitze* ein *Indikator diagramm F*, das ungefähr so aussieht wie Abb. 368. Der *Flächeninhalt* ist *proportional* der *Arbeit*, die der Kolben während eines *Hin- und Herganges* leistet. Die aus dem *Indikator diagramm* *berechnete* Leistung (in *Pferdestärken*) nennt man die *indizierte* Lei-

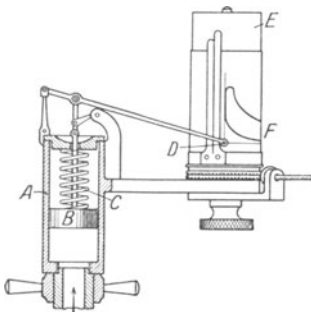


Abb. 367. Indikator der Leistung einer Dampfmaschine (WATT).

Abb. 367. Indikator der Leistung einer Dampfmaschine (WATT). Die Abbildung zeigt zwei Ansichten: links eine Draufsicht auf den Zylinder mit Kolben und Federmechanismus, rechts eine Seitenansicht des Indikators mit der Registriertrommel und der Schreibspitze. Beschriftungen A bis F sind im Diagramm zu sehen.

stung der Maschine, die mit dem Bremsdynamometer (PRONY-Zaum) gemessene ihre effektive Leistung.

Dampfturbine (PARSONS 1884, LAVAL 1887). Die Umwandlung des Hin und Her des Kolbens in die Drehung des Schwungrades verursacht allerlei Nachteile: Ungleichförmigkeit des Ganges, infolgedessen Vibrationen, deren Milderung schwere Schwunräder und Fundamente und daher sehr großen Raum bei einigermaßen großer Leistung fordert u. dgl. Diese Nachteile sind vermindert, ja zum Teil vermieden, in der *Dampfturbine*: hier gibt es kein Hin und Her, sondern *nur* Drehung. Das erweist sich besonders nützlich, wenn die Turbine eine Dynamomaschine (Turbodynamo) treiben soll. Die Vermeidung hin und her gehender Maschinenteile hat der Dampfturbine im Kraftmaschinenbau heute wohl die erste Stelle verschafft. Es gibt bereits Turbodynamos von 75000 PS. — In der Dampfmaschine geschieht die Umwandlung der inneren Energie des Dampfes durch Druck auf die Kolbenfläche, in der Dampfturbine dadurch, daß sich die Druckenergie in Geschwindigkeitsenergie eines Schaufelrades, Abb. 370, verwandelt, *ähnlich* wie in dem durch Abb. 369 dargestellten Falle. Die Geschwindigkeit bekommt der Dampf dadurch, daß er als Dampf höherer Spannung, z. B. 20 Atm., durch eine Düse von bestimmter Form in einen Raum niedriger Spannung, z. B. 0,05 Atm. — im Kondensator mit 95 % Vakuum — strömt. Die Form der Düse bestimmt sich dadurch, daß sie sich bis zu der Stelle verengt, an der der Dampf die „kritische“ Geschwindigkeit erreicht hat (d. i. die Geschwindigkeit des Schalles in dem betreffenden Medium, hier: im Dampf), und sich dann, entsprechend seiner Druckabnahme und seiner Geschwindigkeitszunahme, erweitert. Die in der Düse erzielbare Geschwindigkeit hängt ab von der Temperatur des Dampfes vor der Düse und dem Verhältnis des Druckes vor zu dem hinter der Düse. Die in den Schaufeln ausgenützte Energie ist um so größer, mit je kleinerer Geschwindigkeit der Dampf die Turbine verläßt. Um die Auslaßenergie möglichst klein zu machen, kann man den aus einem Schaufelrad (Laufrad) austretenden Dampf in einem feststehenden (an dem Gehäuse befestigten) Schaufelkranz (Leitapparat) auffangen und so umlenken (Abb. 370 r.), daß er dieselbe Richtung bekommt wie bei seiner *Einströmung* in das erste Schaufelrad, und dann den Rest seiner Geschwindigkeitsenergie in einem zweiten, dritten, vierten Rade stufenweise an die Schaufeln abgibt.

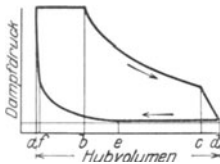


Abb. 368. Indikatordiaragramm. Solange der Kolben der Maschine von *a* nach *b* geht, strömt Dampf in den Zylinder; bei *b* schließt sich der Dampf einlaßkanal, der Dampf expandiert jetzt und bringt den Kolben bis *c*, hier öffnet sich der Dampf auslaß, er bleibt auch beim Rückgange (bei *a*) des Kolbens offen, bis er *e* erreicht. Der Dampf wird jetzt komprimiert (Ein- u. Auslaß sind geschlossen), bis sich bei seiner Ankunft in *f* der Einlaß wieder öffnet u. wieder Frischdampf eintritt.

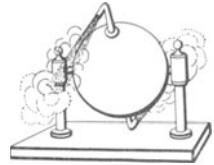


Abb. 369. Umsetzung von Druckenergie in Geschwindigkeitsenergie.

Der thermische Wirkungsgrad einer Wärmekraftmaschine ist (der Theorie wie der Erfahrung nach) desto größer, mit je höherer Temperatur das Treibmittel in die Maschine eintritt. Die Eintrittstemperatur des Wasserdampfes kann man erhöhen durch Erhöhung des Siededruckes im Dampfkessel. Das geschieht im BENSON-Verfahren, das bis zur kritischen Temperatur des Wasserdampfes geht, d. h. bis zu 374° C. Bei dieser Temperatur ist der (kritische) Druck 225 Atm. Um trotz sehr hoher Temperatur mit *niedrigem* Druck zu arbeiten, benutzt EMMET (Gen. El. Co., Schenectady) statt Wasserdampf Quecksilber, dessen Dampfdruck nur einen kleinen Bruchteil von dem des Wassers beträgt: die Feuer gasen heizen einen Quecksilberkessel und erzeugen gesättigten Hg-Dampf von rund 5 Atm. und 470° C; er treibt eine einstufige Turbine und wird im Kondensator niedergeschlagen bei rund 0,032 Atm., entsprechend einer Sättigungstemperatur von rund 230° C. Als Kühlmittel dient Wasser, es verdampft dabei und treibt eine zweite Turbine. Der thermische Wirkungsgrad dieser *Zweistoffturbine* beträgt nahezu 34 %.

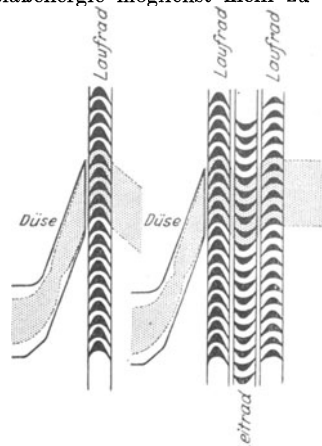


Abb. 370. Laufrad einer Dampfturbine.

Verbrennungskraftmaschine (Gas-, Ölmaschine). In der Dampfmaschine *leitet* man die zur Umwandlung in mechanische Arbeit bestimmte Wärme in den Zylinder (im Dampf als Wärmeträger). In der Verbrennungskraftmaschine *erzeugt* man sie erst im Zylinder. Der Wärmeträger ist hier das Verbrennungsprodukt eines explosiven Gemisches aus Luft mit Kraftgas (Gasmaschine, Otto 1876) oder mit einem durch Vergaser fein zerstäubten Mineralöl (Leichtöle: Bezin, Benzol; Schweröle: Steinkohlenteeröl, Erdöl) [Ölmaschine]. Dadurch

vermeidet man gewisse beim Dampfbetrieb auftretende Verluste des Wärmeträgers und man erreicht infolge der hohen Verbrennungstemperatur einen großen Nutzeffekt, bis zu 36 % in den DIESEL-Motoren. Die hohen Gastemperaturen erfordern ausgiebige Luft- oder Wasserkühlung des Zylinders. Man erhöht ihre Wirtschaftlichkeit durch Verwertung der Abwärme ihrer Auspuffgase und des Kühlwassers. In den Leichtölmotoren (DAIMLER 1883) wird das explosive Gemisch in einem Vergaser erzeugt, von der Maschine angesaugt und durch den elektrischen Funken entzündet. Für die Schwerölmotoren ist die Selbstzündung fein zerstäubten flüssigen Brennstoffes in hochverdichteter Luft charakteristisch (DIESEL 1893). Der Arbeitsvorgang einer Dieselmachine, Abb. 371, vollzieht sich so:

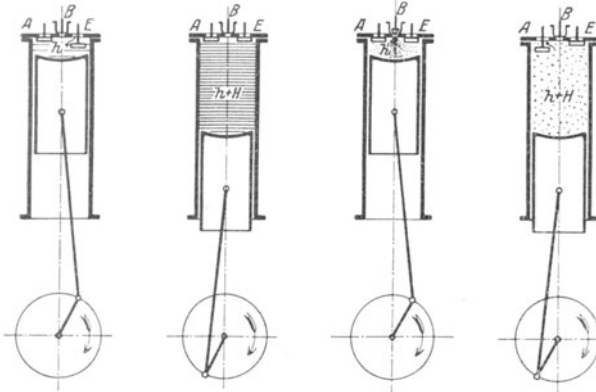


Abb. 371. Schema der Arbeitsweise einer Viertakt-Dieselmachine.

E Einlaßventil, *A* Auspuffventil, *B* Brennstoffventil.

er die Luft auf etwa 35 at (Volumen h), sie erhitzt sich dabei so hoch, daß sich der nachher in sie eingeführte Brennstoff entzündet.

3. Die Ventile *A* und *E* sind geschlossen, das Brennstoffventil *B* ist offen. Der Brennstoff tritt, von Preßluft (50—70 at) getrieben, durch den Zerstäuber in den Zylinder, fein zerstäubt entzündet er sich, *B* schließt sich, der Pleuellager gelangt wieder in die Stellung II.

4. Bei geschlossenem Einlaß- und offenem Auslaßventil geht der Pleuellager infolge der im Schwungrad gespeicherten Energie zurück nach I und treibt durch das Auslaßventil die Gase aus. Nach Vollendung des vierten Pleuellagerweges (Takt) ist der gleiche Zustand wie beim Beginn des ersten wiederhergestellt und das Pleuellager wiederholt sich. Man nennt einen solchen Motor Viertaktmotor.

Diesem Verfahren, bei dem nur bei jeder zweiten Pleuellagerdrehung Verbrennung und Nutzleistung erfolgt, steht das Zweitaktverfahren gegenüber. Hierbei wird, während der Pleuellager von Stellung I nach Stellung II geht, das Gemisch angesaugt, beim Rückgang verdichtet und entzündet, beim nächsten Takt das verbrannte Gemisch durch Kanäle in der Pleuellagerwandung, die der Pleuellager steuert, entfernt und neues angesaugt. Im Pleuellagerzylinder erfolgt also auf jede Pleuellagerdrehung Verbrennung und Nutzleistung. Dieses Verfahren ist bei einigen Pleuellagermaschinen und neuerdings im steigenden Maße bei Ölmotoren (z. B. Dieselmotoren für den Schiffsbetrieb) in Anwendung. Während Pleuellagerkraftmaschinen im allgemeinen einfachwirkend ausgeführt werden, d. h. in den Motor das Gasgemisch nur an einem und demselben Ende einströmt, stets auf dieselbe Seite des Pleuellagers wirkend, werden liegende große Zweitaktmaschinen und größere Viertaktmotore auch doppelt wirkend gebaut.

Die gegenwärtige Leistungsgrenze für eine Pleuellagerseite beträgt bei Viertaktmotoren ca. 800, bei Zweitaktmaschinen ca. 1000 PS. Um höhere Leistung zu erreichen, vermehrt man die Pleuellagerzylinder. Die Pleuellagerkraftmaschinen spielen in der Pleuellagerwirtschaft eine ungeheure Rolle, z. B. als Leichtölmotoren für Pleuellagerfahrzeuge, Pleuellagerluftschiffe und Pleuellagerflugzeuge, als Pleuellagermaschinen in elektrischen Zentralen der Hüttenwerke und Kokereien, als Schweröl-Dieselmotoren im Schiffsbetrieb.

Kältemaschine (Kaldampfmaschine). Der negative CARNOT-Prozeß überführt Wärme auf Kosten von Arbeit von einem kälteren auf einen wärmeren Körper (S. 306). Man sieht das an Abb. 363, wenn man sie von rechts nach links durchläuft, d. h. in der Taktfolge 4, 3, 2, 1. In Wirklichkeit tut das die Kältemaschine, und insofern kann man den negativen CARNOT-Prozeß ihre Idealisierung nennen. Als Kältemaschine schlechtweg — sie verdankt ihre strenge thermodynamische Durchbildung, auch die praktische, CARL LINDE (von 1870 an) — gilt heute der doppelt wirkende Ammoniakkompressor der Gesellschaft Linde. Der Arbeitsvorgang ist dieser: die Wärme, die dem abzukühlenden Körper (Salzsole) entzogen werden soll, nimmt ein vermittelnder Körper, ein „Kälteträger“ (Ammoniak, bisweilen schweflige Säure oder Kohlensäure) bei tiefer Temperatur auf. Auf diese Temperatur steigt der Kälte-

träger dadurch hinab, daß er sich ausdehnt und dabei Arbeit leistet (vorwiegend innere), auf ihn überträgt man die Wärme des abzukühlenden Körpers durch Leitung. Zur oberen Temperatur (Kühlwasser) bringt man ihn dadurch zurück, daß man ihn komprimiert, und dabei wird das Äquivalent der aufgewendeten Arbeit wiederum als Wärme frei. Der Kälte Träger bewegt sich zwischen den beiden Temperaturen (der Salzsole und des Kühlwassers) dauernd auf und ab.

Abb. 372 zeigt schematisch, wie die Technik diesen Arbeitsgedanken verwirklicht. In den Kompressor *C* mündet beiderseits eine in sich geschlossene Rohrleitung, die an zwei Stellen *K* und *V* zu je einem besonderen Rohrsystem geformt ist — das eine, *K*, der Verflüssiger, das andere, *V*, der Verdampfer genannt.

Der Kompressor treibt das Kältemittel (Ammoniak, NH_3) dauernd im Kreise durch sich hindurch. Er schickt es verdichtet zu dem Verflüssiger *K* hin und saugt es wieder in sich ein von dem Verdampfer her. Der Verdampfer *V* enthält flüssiges Ammoniak unter einem Drucke, der es bei etwa -10°C sieden läßt. An dieser Stelle spielt sich die Kälte Wirkung ab (genauer: in der Flüssigkeit, die das Ammoniak enthaltende Rohr an dieser Stelle umgibt), deren Zweck die Kälteanlage ist; in den Flüssigkeitsbehälter münden Anfang und Ende eines Rohrsystems, das den abzukühlenden Raum (z. B. das Kühlhaus eines Schlachthofes) durchzieht, und das eine Salzsole von etwa -5°C durchströmt (von einer Pumpe getrieben). Sie hat durch die Luftzirkulation in dem Kühlraum (durch Leitung und Strahlung) die Wärme aus der Luft aufgenommen und strömt mit dieser Wärme beladen zurück durch den Verdampfer. Hier gibt sie diese Wärme durch Leitung an

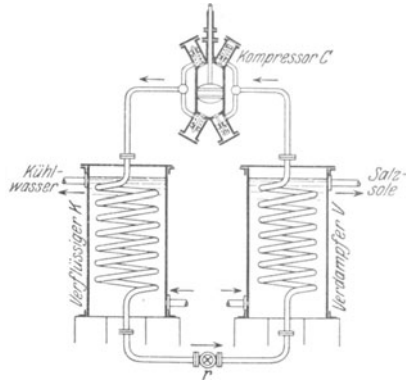


Abb. 372. Schema einer Kältemaschine (doppelt wirkender Ammoniakkompressor, LINDE). Das Rohr im Verdampfer *V* enthält flüssiges Ammoniak und wird umspült von der aus dem Kühlraume kommenden mit Wärme beladenen Salzsole. Das Rohr im Verflüssiger *K* enthält verdichtetes gasförmiges Ammoniak und wird umspült von Kühlwasser.

das unter -10° siedende Ammoniak ab und kehrt wieder abgekühlt in den Kühlraum zurück. Durch die der Sole entzogene Wärme verdampft eine bestimmte Menge NH_3 . Diese Dämpfe saugt der Kompressor ab, so daß ein konstanter Druck und daher auch die Temperatur -10° im Verdampfer erhalten bleibt. Der Kompressor drückt die abgesaugten Dämpfe zusammen und treibt sie in den von Kühlwasser umströmten Verflüssiger (Kondensator). Der Druck in dem Verflüssiger wird so reguliert, daß bei der in ihm herrschenden Temperatur der Sättigungsdruck herrscht, der unter diesem Drucke stetig nachgelieferte Dampf sich also verflüssigt. Das verflüssigte Gas gelangt nun durch ein Regulierventil *r* in den Verdampfer, wobei sein Druck von dem Kondensatordruck auf den Verdampferdruck sinkt. Es verdampft hier wieder unter Kälteerzeugung und der Kreislauf beginnt von neuem.

Auch Eis kann man mit dem Ammoniakkompressor im großen erzeugen: man füllt das Gefrierwasser in Metallbehälter und hängt sie in die Salzlösung. Die Hauptanwendung finden die Kältemaschinen zur Luftkühlung in geschlossenen Räumen, wie in den Kühlhäusern der Schlachthöfe ($2-4^\circ \text{C}$), Proviandräumen der Ozeandampfer ($0-8^\circ \text{C}$), Gär- und Lagerkellern der Bierbrauereien ($0-4^\circ \text{C}$), und auch zum Einfrieren von Fleisch (-10 bis -20°C , Südamerika, Australien, Neuseeland). — Ferner ist zu erwähnen die Eiszeugung für künstliche Eisbahnen und vor allem die Gefrieranlagen für Schachtateufung im schwimmenden Gebirge (POERSCH 1880): Salzsole von -15 bis -20°C zirkuliert in den den Schacht umgebenden Röhren mit doppelten Wänden und vereist die umgebende wasserhaltige Schicht.

Wir haben hier Kälte erzeugt auf Kosten mechanischer Arbeit (Kompressor), wir können sie aber auch auf Kosten anderer Energieformen erzeugen. So z. B. bei der Auflösung eines Salzes in Wasser von gleicher Temperatur, das negative Lösungswärme hat (einer Reaktion mit negativer Wirkung entsprechend). Man muß der Lösung Wärme zuführen, um sie auf ihrer Anfangstemperatur zu erhalten, andernfalls sinkt die Temperatur bei der Auflösung. Auf dieser Wirkung beruhen die Kältemischungen, ihre Wirkung ist besonders stark, wenn Eis die eine Komponente der Mischung bildet. — Man kann einen Kühlprozess aber auch durch Zufuhr von Wärme durchführen. In den dafür eingerichteten Maschinen läßt man das Kühlmedium (Ammoniak) von einer Flüssigkeit (Wasser) verschlucken, um es dann wieder aus ihr zu verdampfen. Diese Absorptionskältemaschinen wirken so: man bringt die Ammoniaklösung unter erhöhtem Druck zum Kochen. Das dadurch ausgetriebene Ammoniak strömt in einen gekühlten Behälter (Kondensator) und wird dort unter dem eigenen Druck verflüssigt. (Der Sättigungsdruck des Ammoniaks in dem Behälter muß dazu natürlich geringer sein als der Siededruck im Kocher.) Das flüssige Ammoniak tritt aus dem Kondensator

sator durch ein Reduzierventil in einen Raum geringeren Druckes und verdampft dort *unter starker Kälteerzeugung*. Mit diesem Kälte erzeugenden Verdampfer steht eine Salzlösung in Wärmeaustausch. Man läßt das aus dem Verdampfer entweichende Ammoniak wieder von Wasser verschlucken und befördert es durch eine Pumpe in den Kocher zurück. Der Kreislauf beginnt dann von neuem.

Wärmepumpe. Die Arbeit der Kältemaschine ist zwar in ihrer Endwirkung darauf gerichtet, einem Körper Wärme zu entziehen, aber auf dem Wege zu diesem Ziel führt sie einem *anderen* Körper Wärme zu, verrichtet insofern an diesem anderen Körper eine Heizwirkung, aber praktische Bedeutung hat das nicht. Anders die Wärmepumpe, die ebenfalls mechanische Arbeit in Wärme verwandelt. Sie erhöht die Temperatur eines Dampfes, indem sie ihn adiabatisch zusammendrückt, und benutzt so die erzeugte Wärme zum Heizen. Das Verfahren ist technisch wichtig, weil es an Brennstoffen spart. Es ist anwendbar beim Eindampfen von Lösungen, Laugen u. dgl. der chemischen Großindustrie. Die in dem

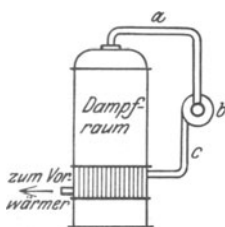


Abb. 373. Wärmepumpe (schematisch).

Kessel, Abb. 373, befindliche Lösung wird angeheizt und zum Sieden gebracht. Der über der Lösung befindliche unter dem Druck von 1 at entwickelte Dampf wird durch das Rohr *a* von dem Kompressor *b* angesaugt, in diesem zusammengedrückt und durch das Rohr *c* in die Heizschlange desselben Kessels gedrückt. Die Kompression erfolgt auf so hohen Druck, daß der Dampf sich bei der Temperatur der siedenden Lösung in der Heizschlange kondensiert und die Lösung dadurch (d. h. durch seine freiwerdende latente [s. d.] Wärme) verdampft. Die „Brühdampf“-Kompression verbraucht nur einen Bruchteil an Energie des sonst ausgeübten Verfahrens: in einem ersten Kessel wird die Lösung bei T_1 von frischem Heizdampf verdampft, das abfließende Kondenswasser wärmt die zuströmende Lauge vor. Der Dampf über der Lösung wird in einen

zweiten Kessel geleitet und dient dort als Heizdampf — das Eindampfen geht hier mit $T_2 < T_1$ vor sich — und so fort bis zu Fünffachverdampfung.

Die physikalisch-chemische Umwandlung eines Stoffes und ihr Wärmeäquivalent (Wärmetönung). Bei der Umwandlung von Arbeit in Wärme und von Wärme in Arbeit haben wir bisher unter „Arbeit“, ausgesprochen oder stillschweigend, *mechanische* Arbeit verstanden, die sich an greifbaren Massen abspielt. Es ist die sinnfälligste und die uns aus der Erfahrung des Alltags vertrauteste Arbeit — daher unsere unwillkürliche Erinnerung an sie, wenn schlechtweg von „Arbeit“ die Rede ist. Aber der *Begriff* Arbeit enthält viel mehr: die Definition S. 37 spricht allgemein von der „Konfiguration eines Systems“, in der die Arbeit eine „Veränderung“ hervorbringt. *Dieselben* Atome und Moleküle bauen das feste Eis auf, das flüssige Wasser und den gasförmigen Wasserdampf, aber ihre „Konfiguration“ ist in jedem anders. Auch die Veränderung einer *solchen* Konfiguration erfordert Arbeit, und jede dieser Arbeiten leistet die aufgenommenen Wärme. Wie das Schmelzen und das Verdampfen so gehören hierher auch alle anderen Veränderungen, die wir an dem Körpergefüge bewirken können, sei es durch sublimieren, dissoziieren, auflösen, umwandeln „allotroper“ Modifikationen (z. B. graues Zinn in weißes) und dergleichen mehr. Hierher gehören auch die Veränderungen, die wir an dem Körpergefüge bewirken können, wenn wir es in Wechselwirkung bringen mit einem *ändern* Körpergefüge, auf das es *chemisch* reagiert, oder, anders ausgedrückt, mit dem es sich chemisch *umsetzt*, wodurch es eine neue Gruppierung der Atome bewirkt, die nach dem Ablauf der Reaktion ganz anders ist, als sie vor dem Beginn der Reaktion war. Welch ungeheure Wärmemengen bei derartigen chemischen Umsetzungen auftreten und verschwinden, zeigt die Verbrennung unserer Heizstoffe; wir erfahren zugleich, welche ungeheure Mengen an potentieller Energie die chemischen Verwandtschaftskräfte enthalten, die, in Gang gebracht, als Oxydation eben diese ungeheuren Wärmemengen entwickeln. So gibt ein Kilogramm reinste Kohle, verbrannt, so viel Wärme, um rund 8100 kg Wasser um 1°C zu erwärmen. Und welche ungeheure Arbeit, die sich in Atomen und Molekülen abspielen, auf Kosten von Wärme geleistet wird, zeigen, abgesehen von den Vorgängen in der unbelebten Natur, wie

sie sich etwa beim Schmelzen der Schnee- und Gletschermassen zeigen, die Vorgänge in der belebten Natur, wo sich alle Entwicklung und alle Reifung unter dem Einfluß der Sonnenwärme abspielt. Das sind grundsätzlich ebenso Arbeiten, wie die, die sich an greifbaren Massen abspielen und wir wenden die Hauptsätze der Thermodynamik auch auf sie an. Daher ist das Gebiet der physikalischen Chemie praktisch das Hauptanwendungsgebiet der Thermodynamik. Wir werden dabei wiederholt zwei Gleichungen begegnen, die sich aus den beiden Hauptsätzen herleiten lassen und, auf molekulare Arbeiten angewendet, von besonderer Wichtigkeit sind, der Gleichung von CLAPEYRON-CLAUSIUS und der Gleichung von HELMHOLTZ. Hier wurzelt auch das NERNSTsche Wärmethorem, der dritte Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie, ein thermodynamisches Prinzip von völliger Allgemeinheit wie die beiden anderen Hauptsätze, das sich bei der Behandlung physikalisch-chemischer Fragen als besonders fruchtbar erwiesen hat.

Der erste Hauptsatz in der Form $U_2 - U_1 = Q + A$, auf einen chemischen Vorgang angewendet, verhilft uns zu einem Einblick in dessen Energiebilanz. Ein chemischer Vorgang, der mit der Bildung einer chemischen Verbindung endet, läuft stets darauf hinaus, daß die an ihm beteiligten Stoffe einander atomar durchdringen und nach dem Ablaufe des Vorganges andere Stoffe mit anderen Eigenschaften, d. h. mit anderem *Energieinhalt* (U) bilden, als sie vorher gebildet haben. Zum Beispiel: Vermengt man feinstes Eisen- (Fe-) Pulver und feinstes Schwefel- (S-) Pulver innigst, so sind die Eisenteilchen von den Schwefelteilchen (notfalls unter dem Mikroskop) unterscheidbar und auch mechanisch wieder trennbar. Sie bilden ein *mechanisches Gemenge*. Verbinden sie sich aber vermöge ihrer chemischen Verwandtschaft (Affinität) zu Schwefeleisen (FeS), so ist in dieser *chemischen Verbindung* selbst im Mikroskop weder von Eisen noch von Schwefel etwas wahrzunehmen, und der neue Stoff hat Eigenschaften, die weder die des Eisens noch die des Schwefels sind. Man bezeichnet den Energieinhalt von einem Grammatom (56 g) Eisen, einem Grammatom (32 g) Schwefel, einem Grammolekül (88 g) der chemischen Verbindung Schwefeleisen nach JULIUS THOMSEN mit $[Fe]$, $[S]$, $[FeS]$. Die $[\]$ deutet den *festen* Aggregatzustand an. $[H_2O]$, (H_2O) , $\{H_2O\}$ bedeutet die Energie von 1 Mol Wasser als Eis, Flüssigkeit, Dampf. Der Energie des mechanischen Gemisches $[Fe] + [S]$ entspricht die Größe U_1 auf der linken Seite der Gleichung $U_2 - U_1 = Q + A$; der Energie der chemischen Verbindung $[FeS]$ entspricht die Größe U_2 . Die linke Seite der Gleichung heißt in diesem Falle also: $[FeS] - [Fe] - [S]$.

Die meisten chemischen Vorgänge erhöhen die Temperatur der aufeinander wirkenden Stoffe. Die Stoffe müssen daher, um ihre Anfangstemperatur zu behalten, Wärme (Q) nach außen abgeben und, um den Anfangsdruck zu behalten, müssen sie ihr Volumen vergrößern, d. h. Arbeit leisten. Diese Arbeit (A) ist aber meist belanglos gegenüber dem Wärmeumsatz und ist bei festen und flüssigen Stoffen praktisch gleich Null. Verbinden sich $[Fe]$ und $[S]$ zu $[FeS]$, so geben sie 23800 cal ab, um die Anfangstemperatur zu behalten. Wir setzen in $U_2 - U_1 = Q + A$ deswegen $A = 0$ und $Q = -23800$; negativ, weil die Stoffe die Wärme nach außen abgeben. Wir erhalten

$$[FeS] - [Fe] - [S] = -23800 \text{ cal oder in der üblichen Schreibweise}$$

$$[Fe] + [S] - [FeS] = 23800 \text{ cal}$$

oder auch, wenn man den Zustand U_1 als Nullzustand ansieht, also

$$[Fe] + [S] = 0 \text{ setzt, } [FeS] = -23800 \text{ cal.}$$

Diese *thermochemische Gleichung* zeigt, daß 1 Grammatom Eisen und 1 Grammatom Schwefel als mechanisches Gemenge um 23800 cal mehr Energie haben als chemisch zu Schwefeleisen verbunden (bei der gleichen Temperatur). Die

Bildung von Jodwasserstoff aus Jod und Wasserstoff dagegen verläuft nach der Gleichung $[J_2] + \{H_2\} - [2HJ] = -6000 \text{ cal}$. Das heißt: die *Verbindung* HJ hat 6000 cal *mehr* Energie als das mechanische Gemenge von festem Jod und Wasserstoff.

Die zur Erhaltung der Anfangstemperatur mit der Umgebung auszutauschende Wärmemenge nennt man nach JULIUS THOMSEN *Wärmetönung*¹ — *positive*, wenn die Wärme nach außen abgegeben wird wie die 23800 cal bei der Bildung von FeS (exotherme Reaktion), *negative*, wenn die Wärme von außen aufgenommen wird wie bei der Bildung von Jodwasserstoff (endotherme Reaktion). So auch bei der Schmelzung, der Verdampfung, der Dissoziation, der Sublimation u. a.

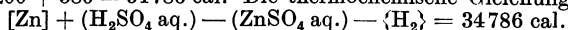
Die äußere Arbeit ist, wie schon erwähnt, meist belanglos, aber strenggenommen leistet jeder chemische Vorgang, der nicht in einem engbegrenzten fest abgeschlossenen Raum verläuft (kalorimetrische Bombe) äußere mechanische Arbeit. Auch diese muß man, wenn es auf große Genauigkeit ankommt, in die äquivalente Wärmemenge umgerechnet, in die Wärmebilanz des Vorganges einsetzen. Fast immer besteht sie in der Überwindung des Atmosphärendruckes, zählt also nach Liter-Atmosphären. Die Arbeit 1 Liter-Atmosphäre ist 24,20 cal äquivalent. Durch Multiplikation mit 24,20 kann man daher die Arbeit der in Liter gemessenen Volumenänderung in Kalorien umrechnen. Man muß also, strenggenommen, unterscheiden zwischen Wärmetönung bei konstantem Volumen, W_v , und Wärmetönung bei konstantem Druck, W_p . Ihr Unterschied im Zahlenwert ist aber meist nur wenige Prozent des Gesamtwertes beider Größen. Beachtenswert ist er nur bei Reaktionen, an denen Gase beteiligt sind. Die Volumenänderungen der festen und der flüssigen Stoffe darf man vernachlässigen, und man darf daher Volumenänderung des ganzen Systems gleichsetzen der Volumenänderung der *gasförmigen Stoffe*.

Verläuft der Vorgang bei konstantem Druck p und sind V_1 und V_2 die Volumina des Systems am Anfang und am Ende des Vorganges, so *leistet* das System gegen den äußeren Druck Arbeit, indem es sein Volumen von V_1 auf V_2 vergrößert. Diese Arbeit ist $A = p(V_2 - V_1)$ in Liter-Atmosphären gemessen. In die Gleichung $U_2 - U_1 = Q + A$ geht diese Arbeit mit negativem Vorzeichen ein, denn wir hatten die dem System von außen *zugeführte* Arbeit mit dem *positiven* Vorzeichen versehen. Es ergibt sich also $U_2 - U_1 = Q - p(V_2 - V_1)$ oder $(U_2 + pV_2) - (U_1 + pV_1) = Q$. Das bedeutet: auch bei den unter konstantem Druck verlaufenden Vorgängen hängt die Wärmetönung Q nur von Anfangs- und Endzustand des Systems ab. Aber während W_v gleich der Differenz des Energieinhaltes U am Anfang und am Ende ist, ist W_p gleich der Differenz der Werte, die der Ausdruck $U + pV$ am Anfang und am Ende des Vorganges hat. Die Größe $W = U + pV$ heißt nach GIBBS die *Wärmefunktion bei konstantem Druck*.

Ein Beispiel: Löst man 1 g-Atom Zink (65,4 g) in verdünnter Schwefelsäure (H_2SO_4 aq.) — die Anfangstemperatur sei $20^\circ C$ —, so entstehen schwefelsaures Zink und 1 Mol Wasserstoff (2 g). Dabei werden 34200 cal nach außen abgegeben. 1 Mol Wasserstoff erfüllt (S. 179) bei 0° und 760 mm Druck 22,41 l, bei der abs. Temperatur T also $22,41 \cdot T/273$ l, es leistet

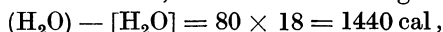
¹ Das entsprechende dänische (vorher nicht benützte) Wort Varmetoning gebraucht THOMSEN schon in seiner ersten Arbeit in den Schritten der Kopenhagener Akademie von 1852. Er führt es ein, um für Wärmeentwicklung und Wärmeverbrauch ein gemeinsames Wort zu haben. Mit derselben Begründung gebraucht er das Wort Wärmetönung in der deutschen Bearbeitung der Abhandlung (Annalen der Physik und Chemie 1853.) Vermutlich ist Wärmetönung ursprünglich eine nicht glückliche Übersetzung des Wortes Varmetoning. — Das Dänische hat ein Wort Fremtoning, das Erscheinung bedeutet. Das hat THOMSEN wohl veranlaßt, das Wort „Varmetoning“ zu bilden. Für erscheinen kann man sowohl „fremtone“ wie „tone frem“ sagen. (Nach einer Mitteilung von Herrn NIELS BOHR.)

somit bei einer Ausdehnung gegen die Atmosphäre eine Arbeit von $22,41 T/273 = 0,0821 T$ Liter-Atmosphären oder (S. 80 und 293) rund $2 T$ cal. Da hier $T = (273 + 20)^\circ \text{C}$, so leistet der Wasserstoff $2(273 + 20) = 586$ cal Arbeit. Die Wärmetönung der Reaktion beträgt also $34200 + 586 = 34786$ cal. Die thermochemische Gleichung ist daher



Trotz der *sehr* großen Volumenänderung (infolge der Gasentwicklung) beträgt die äußere Arbeit nur $1\frac{2}{3}\%$ der Gesamtänderung der Energie des Systems.

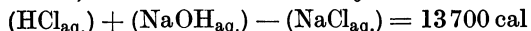
Die Wärmetönung chemischer Umsetzungen, die *Reaktions-* oder *Bildungswärme*, ist nur das Schulbeispiel, an dem man den Begriff Wärmetönung und die thermochemische Gleichung gewöhnlich erläutert. Aber sie ist eben nur die Wärmetönung eines Sonderfalles. Unter Wärmetönung verstehen wir ganz allgemein: die von einem System bei irgendeiner Veränderung seiner physikalisch-chemischen Beschaffenheit abgegebene oder aufgenommene Wärmemenge. Wärmetönung ist darnach auch die Schmelz-, Verdampfungs-, Sublimations- und Dissoziationswärme, die Lösungs-, Mischungs- und Verdünnungswärme und ebenso die Umwandlungswärme beim „allotropen“ Übergang einer Sonderart eines Stoffes in eine andere (des rhombischen Schwefels in monoklinen, des grauen Zinns in weißes, des Graphits in Diamant), und jede dieser Veränderungen können wir durch Gleichungen beschreiben, ähnlich den oben angeführten. Die Gleichung



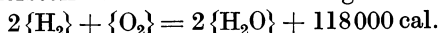
die für das *Schmelzen* von 1 Mol Eis bei 0° den Wärmeumsatz angibt, die Gleichung



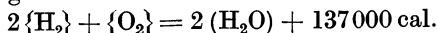
die bedeutet, daß beim *Auflösen* eines Mols Schwefelsäure in 5 Molen Wasser 13100 cal frei werden, entsprechen den Gleichungen für die chemischen Umsetzungen, die wir oben angeführt haben, und die Wärmemengen, die als Schmelzwärme und als Lösungswärme auftreten, der Reaktionswärme der chemischen Umsetzung. Gleichung $\langle \text{H}_2\text{O} \rangle - (\text{H}_2\text{O}) = (536,4 \times 18) - (2 \times 373) = 8910$ cal bedeutet die Energiedifferenz zwischen Wasserdampf von 100° und Wasser von 100° , weil die Verdampfungswärme von 1 g Wasser 536,4 cal beträgt und die äußere Arbeit pro Mol $2 T = 746$ cal ist. — Die Energiedifferenz zwischen 1 g-Atom rhombischen und 1 g-Atom monoklinen Schwefels ist bei 0° $[S_r] - [S_m] = 32 \times 2,40 = 76,8$ cal. — Den Energieinhalt eines in *viel Wasser* gelösten Stoffes A bezeichnet man durch $(A_{\text{aq.}})$. Die Gleichung $U = (A) - (A_{\text{aq.}})$ entspricht der Wärmemenge, die beim Lösen von 1 Mol A in *viel Wasser* entsteht, der *molekularen Lösungswärme*. Die Gleichung



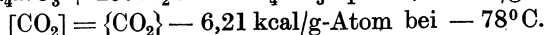
bedeutet, daß bei der Neutralisation eines Äquivalents Salzsäure durch ein Äquivalent Natronlauge in *verdünnter Lösung* 13700 cal entwickelt werden. Die *Neutralisationswärme aller* starken Säuren und Basen hat *dieselbe* Größe, weil bei allen der Vorgang derselbe ist: Wasserbildung. — Für die Wasserbildung aus Wasserstoff und Sauerstoff erhält man: 1. Bildung von Wasserdampf



2. Bildung von flüssigem Wasser



Die Differenz 19000 cal entspricht der Verdampfungswärme, die bei der *Kondensation* von 2 Molen Wasserdampf zu 2 Molen flüssigem Wasser entwickelt wird. Nach dem Vorausgehenden erklären sich von selber Gleichungen wie die beiden folgenden



Temperaturabhängigkeit der Wärmetönung. Die Wärmetönung ist der Gleichung $U_2 - U_1 = Q + A$ zufolge die Differenz der Energieinhalte U_1 und

U_2 . Der Energieinhalt *jedes* Systems hängt aber von seiner augenblicklichen Temperatur ab. Daher muß auch die Wärmetönung von der Temperatur abhängen, bei der U_1 in U_2 übergeht. Die Form der Abhängigkeit zeigt NERNST mit Hilfe eines Kreisprozesses so: derselbe Vorgang habe, wenn er bei der Temperatur t_1 abläuft, die Wärmetönung W_1 , wenn er bei t_2 abläuft die Wärmetönung W_2 . Wir lassen ihn nun bei t_1 ablaufen. Hierauf erhöhen wir die Temperatur des Systems auf t_2 . (Die *entstandenen* Stoffe haben die spezifische Wärme c_1 .) Dabei nimmt das System die Wärmemenge $(t_2 - t_1) c_1$ auf. [Das System hat also W_1 abgegeben und $(t_2 - t_1) c_1$ aufgenommen.] Jetzt lassen wir bei t_2 die Reaktion im entgegengesetzten Sinne ablaufen (s. chemisches Gleichgewicht). Endlich kühlen wir das System auf t_1 ab. (Die *reagierenden* Stoffe haben die spezifische Wärme c_2 .) Dabei wird die Wärmemenge W_2 gebunden und die Wärmemenge $(t_2 - t_1) c_2$ abgegeben und das System ist wieder im Anfangszustande. [Im zweiten Teile des Kreisprozesses hat das System W_2 aufgenommen und $(t_2 - t_1) c_2$ abgegeben.] Bei diesem Kreisprozeß hat das System ebensoviel Wärme aufgenommen wie abgegeben. Die Wärmebilanz ergibt also:

$$W_2 + (t_2 - t_1) c_1 = W_1 + (t_2 - t_1) c_2$$

$$\frac{W_2 - W_1}{t_2 - t_1} = c_2 - c_1.$$

Die Zunahme der Wärmetönung pro Grad Temperaturerhöhung ist also gleich dem Überschuß der spezifischen Wärme der reagierenden über die der entstehenden Stoffe. Der Temperaturkoeffizient der Wärmetönung (dW/dt) läßt sich auf diesem indirekten Wege (Messung der spezifischen Wärme) viel genauer bestimmen, als es durch unmittelbare Messung der Wärmetönung bei zwei verschiedenen Temperaturen möglich wäre. Ein Beispiel: Die Temperaturabhängigkeit der Wärmetönung steht im Mittelpunkt des Wärmesatzes von NERNST (dritter Hauptsatz). Nennen wir U_0 die Wärmetönung bei der Temperatur Null und U die Wärmetönung bei irgendeiner Temperatur T , dann ist nach NERNST $U = U_0 + \beta T^2$. Als Beispiel diene die Wärmetönung der Umwandlung von monoklinem in rhombischen Schwefel (Abb. 156 auf S. 148). Ihre Temperaturabhängigkeit spricht sich aus in der Gleichung (BROENSTEDT): $U = 1,57 + 1,15 \cdot 10^{-5} T^2$. Ihr Temperaturkoeffizient (oben mit dW/dt bezeichnet) errechnet sich hieraus zu $2,30 \cdot 10^{-5} T$, und das muß (s. o.) gleich $c_2 - c_1$ sein; der Differenz der spezifischen Wärmen der beiden Modifikationen des Schwefels (vorausgesetzt ist hierbei, daß $c_2 - c_1$ der absoluten Temperatur proportional zunimmt). Die *Messungen* der spezifischen Wärmen bei verschiedenen Temperaturen stimmen hiermit gut überein.

Gesetz der konstanten Wärmesummen (HESS 1840). Die Wärmetönung einer chemischen Reaktion ist im Kalorimeter meßbar — man benützt meist ein Wasserkalorimeter — ohne weiteres jedoch nur, wenn die Reaktion erstens so schnell verläuft, daß die (unkontrollierbaren) Wärmeverluste unerheblich sind, und zweitens vollständig und einfach verläuft (ohne unkontrollierbare Nebenreaktionen). Diese zweite Bedingung erfüllen nur sehr wenige Reaktionen von vornherein. Man kann sie aber fast immer herbeiführen, wenn man die Reaktionen auf einem *Umwege* von dem Anfangszustand zu dem Endzustand der reagierenden Stoffe verlaufen läßt, d. h. wenn man *zwischen* die beiden Zustände, deren Energiedifferenz man messen will, gewisse andere Reaktionen einschaltet.

So ist es uns nicht möglich, die Energiedifferenz zwischen Graphit und Diamant direkt zu bestimmen, weil eben die Überführung der einen Modifikation in die andere sich nicht bewerkstelligen läßt. Verwandeln wir aber Graphit und Diamant mit Hinzuziehung eines Zwischenkörpers in die gleiche Verbindung, so liefert die Differenz dieser beiden Wärmemengen den Wärmewert der Umwandlung aus der einen Modifikation in die andere. Ein derartiger, sehr häufig benutzter Zwischenkörper ist der Sauerstoff; als z. B. die verschie-

denen Modifikationen des Kohlenstoffes verbrannt wurden (in der kalorimetrischen Bombe), ergab sich für

	cal	Differenz
Graphit	94272	
Diamant	94428	—156

Es würden somit beim Übergang von 12 g Graphit in Diamant 156 cal absorbiert werden (NERNST).

Aus den Wärmetönungen der *Zwischenreaktionen* kann man die Wärmetönung der *unmittelbaren* Reaktion *berechnen*; denn die Energiedifferenz zwischen zwei gleichen Zuständen des Systems muß die gleiche sein, unabhängig davon, auf welchem Wege (anders: mit welcher Zwischenreaktion) es von dem einen in den anderen Zustand übergeht. Das ist das Gesetz der konstanten Wärmesummen. Seine Gültigkeit folgt aus dem ersten Hauptsatz; denn bestünde es *nicht*, so könnte man Energie aus *nichts* gewinnen, wenn man das System auf irgendeinem Wege mit größerer *Wärmeentwicklung* in einen gewissen Endzustand überführte und auf einem Wege mit kleinerem *Wärmeverbrauch* in den Anfangszustand zurückbrächte¹.

Verbrennungswärme. Eine schnelle, vollständige und einfache Zwischenreaktion ist (s. o.) die Verbrennung im Sauerstoff (Oxydation). Daher ist es wichtig, die *Verbrennungswärme* der Stoffe zu ermitteln, d. h. zu ermitteln, wieviel Kalorien sie pro Gramm bei vollständiger Oxydation entwickeln. Zur Ausführung der Verbrennung dient die kalorimetrische Bombe (BERTHELOT-MAHLER), ein innen emailliertes Eisengefäß, auch aus nichtrostendem Stahl, von 0,3—0,4 l Inhalt, das auf ca. 25 at verdichteten Sauerstoff und den zu verbrennenden Stoff enthält, und das ganz in das Kalorimeterwasser eintaucht. Man entzündet durch einen galvanisch erhitzten, etwa 0,1 mm starken Draht (Pt, Ni, Fe), der durch den zu einer Pastille geformten zu verbrennenden Stoff hindurchführt. Da in der kalorimetrischen Bombe keine äußere Arbeit geleistet wird, so erscheint die ganze Energiedifferenz $U_2 - U_1$ in Form von Wärme. Für die Chemie gehören die Verbrennungswärmen zu den weitaus wichtigsten Wärmetönungen. Die organische Elementaranalyse, die zur Kenntnis der Bauformel der Stoffe führt, ist zum großen Teil darauf begründet. Die Verbrennungswärme und die Bildungswärme der organischen Verbindungen hängt ab von Zahl und Natur der das Molekül aufbauenden Atome und (besonders wichtig!) von der Art ihrer Bindung. *Isomere* Verbindungen, wie Azeton, Allylalkohol und Propionaldehyd, haben die gleiche Anzahl von Kohlenstoff-, Wasserstoff-, Sauerstoffatomen im Molekül, aber sie haben verschiedene Verbrennungswärmen. Der Einfluß der Bindung einzelner Atome und Atomgruppen auf die Verbrennungswärme der Moleküle äußert sich in gewissen Gesetzmäßigkeiten. Jeder der Gruppen CH_3 , CH_2 , CH usw. kommt eine bestimmte Zahl zu, die *thermochemische Konstante*, aus denen sich die Verbrennungswärme *errechnen* läßt. Man kann daher aus der Verbrennungswärme auf den Bauplan der Verbindung und namentlich auf das Vorhandensein mehrfacher Bindungen schließen. Die Verbrennungswärme beträgt für je 1 g

	Verbrennungswärme für je 1 g	Endprodukt	Thermochemische Gleichung
Wasserstoff $\{\text{H}_2\}$	34,26 kcal	(H_2O)	$\{\text{H}_2\} + \frac{1}{2}\{\text{O}_2\} = (\text{H}_2\text{O})$
Kohlenstoff $\{\text{C}\}$ (Graphit) . .	7,86 „	$\{\text{CO}_2\}$	$\{\text{C}\} + \{\text{O}_2\} = \{\text{CO}_2\}$
Schwefel $\{\text{S}\}$ (rhombisch) . .	2,22 „	$\{\text{SO}_2\}$	$\{\text{S}\} + \{\text{O}_2\} = \{\text{SO}_2\}$
Phosphor $\{\text{P}\}$ (weiß)	5,96 „	$[\text{P}_2\text{O}_5]$	$[\text{P}] + \frac{5}{2}\{\text{O}_2\} = \frac{1}{2}[\text{P}_2\text{O}_5]$

¹ Das Gesetz der konstanten Wärmesummen gilt auch für den tierischen Organismus (RUBNER). Thermisch ist es z. B. dasselbe, ob Zucker in der kalorimetrischen Bombe zu Kohlensäure und Wasser verbrennt, oder ob er in unserem Körper katalytisch erst in Milchsäure gespalten und *diese* dann zu Kohlensäure und Wasser oxydiert wird.

Hierher gehören auch die Verbrennungswärmen der technischen Heizstoffe, die größtenteils aus Verbindungen von Kohlenstoff und Wasserstoff bestehen. Kalorimetrisch ergibt die Verbrennung von

1 kg Tannenholz (mit 12 % Wasser)	ca.	4400 kcal
1 „ gute Braunkohle	„	6000 „
1 „ Koks	„	7100 „
1 „ Holz- und Steinkohle	„	7—8000 „
1 „ Petroleum (raffiniert, amerikanisches)	„	11400 „
1 „ Gasöl (Diesel)	„	10000 „
1 m ³ Leuchtgas (gereinigt)	„	5200 „
1 „ Leuchtgas (ungereinigt)	„	5600 „

Aber von der kalorimetrisch vorhandenen Verbrennungswärme geht in den *Heizungsanlagen* ungeheuer viel verloren. Um die Verbrennung zu unterhalten, muß dauernd Sauerstoff, also frische Luft, dem auf dem Rost ausgebreiteten Brennstoff zuströmen und die des Sauerstoffes beraubte Luft davon wegströmen. Zur Wegführung dient der Schornstein (Kamin). Die heiße Luft steigt in ihm auf und saugt die frische Luft von unten heran. Diese vermischt sich, durch den Rost tretend, mit dem Brennstoff. Sie ist relativ kalt und verbraucht von den hier entwickelten Kalorien einen beträchtlichen Anteil zu ihrer Erwärmung. Auch die mit den Verbrennungsgasen aufsteigende Luft führt sehr viel Wärme weg. Überdies muß viel mehr frische Luft zuströmen, als ihrem Sauerstoffgehalt nach nötig erscheint; man darf nur $\frac{2}{3}$ davon verbrauchen, der Stickstoff der Luft schädigt sonst die Verbrennung durch Wärmeentziehung gar zu sehr. Um 1 kg Sauerstoff zur Verbrennung zu liefern, sind wenigstens 6,5 kg, d. h. 5 m³ Luft nötig. Wie aber zu geringe Luftzufuhr die Verbrennung schädigt, ebenso eine zu starke, weil sie den Brennstoff und den Ofen zu stark abkühlt¹. — Die *technischen Heizungsanlagen* verlieren auch durch die Ausstrahlung der Herdwärme und die Wegführung der erwärmten Luft zu der kälteren Umgebung (in den Öfen der *Wohnräume* gerade der *Zweck* der Heizung!). Alle diese Verluste verschlechtern die Ausnützung der Verbrennungswärme: 1 kg Steinkohle, vollständig verbrannt, liefert ca. 8000 kcal, würde, vollständig ausgenutzt, etwa 13 kg Wasser verdampfen, verdampft aber auch in den besten Dampfkesseln nur etwa 8—9 kg.

Technisch höchst wichtig ist die Verbrennung von Eisen und einigen andern (hoch *vorerhitzten*) Metallen im *reinen Sauerstoffstrom* wegen der dabei entstehenden ungeheuren Wärmemengen — „ungeheuer“ im Verhältnis zur *Volumeneinheit* des Metalles, bei Eisen rund 12900 cal/l gegen $2\frac{1}{2}$ cal/l Wasserstoff. Ein stark verdichteter scharfer Sauerstoffstrahl, der eine Platte aus Schmiedeeisen oder aus Stahl an einer auf rund 1350° erhitzten Stelle trifft, verbrennt das Eisen an dieser Stelle zu Eisenoxyd und bläst das Oxyd weg. Die Wärmetönung der Verbrennung erhitzt und verbrennt die Nachbartheile, die in der Richtung des Gasstrahles liegenden Stellen machen denselben Prozeß durch, und da sich das in der Richtung des Strahles dauernd fortsetzt, so kann man mit dem Sauerstoffstrahl tiefe Furchen in die Eisenplatte ziehen und sie schließlich durchschneiden (*autogen*). Autogen schneidbar ist nur ein Metall, dessen Temperatur der lebhaften *Verbrennung* und dessen Oxydschmelzpunkt *unter* seiner *Schmelztemperatur* liegen. Deswegen lassen sich Gußeisen, Kupfer, Aluminium u. a. nicht *durchschneiden*, nur *durchschmelzen*. Die Verbrennung von Aluminium zu Aluminiumoxyd (Al₂O₃) bildet die Grundlage der Aluminothermie (H. GOLDSCHMIDT, 1899), die zur Erzeugung hoher Temperaturen, insbesondere zum Schweißen, dient (Schienenverbindungen, große Maschinenteile), aber hier stammt der Sauerstoff aus der Wechselwirkung des Aluminiums mit Eisenoxyd. Bei der Umsetzung von 1 kg *Thermitmischung* aus rund 3 Teilen Fe₂O₃ und 1 Teil Al entstehen etwa 850 kcal. Die ungeheure Wärmetönung

¹ **Regenerativgasofen** (FRIEDR. SIEMENS 1885). Relativ klein ist der Wärmeverlust im Regenerativgasofen von SIEMENS: die Hitze des *aus* ihm *abziehenden* Abgases wird dazu benützt, das *in* ihm *einströmende* Frischgas möglichst hoch zu erhitzen, ehe es in den Verbrennungsraum tritt. Man läßt deswegen das Abgas auf seinem Wege zum Schornstein eine Kammer aus feuerfesten Ziegeln und ein darin aufgestelltes Fachwerk aus Ziegeln durchstreichen. Es gibt dabei einen großen Teil seiner Wärme an die Wände der Kammer und an das Fachwerk ab, die dadurch einen Wärmespeicher großer Kapazität bilden. Der Ofen enthält *zwei* solche voneinander getrennte Kammern. Während das Frischgas auf dem Wege *zum* Verbrennungsraum die eine durchstreicht, durchstreicht das Abgas auf seinem Wege *von* dem Verbrennungsraum zum Schornstein die andere. Jede der zwei Kammern wird in Perioden von einigen Stunden abwechselnd in den Weg des Abgases oder in den des Frischgases eingeschaltet, das erste, um dem Abgase die Wärme wegzunehmen (den Wärmespeicher zu füllen), das zweite, um die gerettete Wärme an das Frischgas abzugeben (den Wärmespeicher zu entleeren). Der Ofen spielt eine Hauptrolle in der Stahlindustrie und der Glasindustrie.

der Reaktion entspringt ihrem rapiden Verlauf von wenigen Sekunden, die Maximaltemperatur wird auf 3000° geschätzt.

Reaktionsgeschwindigkeit. Explosion. Die Verbrennung eines entzündlichen Gasgemisches verläuft anders, je nachdem sie mit *offener Flamme* oder — in einer eingeschlossenen Gasmasse — mit *eingeschlossener Flamme* verläuft. Man nennt die erste eine *langsame* Verbrennung, die zweite eine *Explosion*. Gemeinsam ist beiden, daß das Gemisch von Brennstoff und Sauerstoff bei Zimmertemperatur chemisch indifferent ist — oder doch so *erscheint*; denn die Teile reagieren zwar aufeinander, aber bei Zimmertemperatur mit unwahrnehmbar kleiner *Reaktionsgeschwindigkeit*, mit wachsender Temperatur aber zum Endergebnis der Reaktion hin, dem *chemischen Gleichgewichte* (S. 325) hin, mit immer größer werdender. Zur *Einleitung* der Verbrennung eines entzündlichen Gasgemisches — gleichviel ob einer langsamen oder einer stürmischen — ist also eine gewisse Reaktionsgeschwindigkeit und somit eine gewisse Anfangstemperatur erforderlich; zur *Unterhaltung* der Verbrennung mindestens die Unterhaltung der Anfangstemperatur. Je nach dem Grade der Entzündlichkeit des Brennstoffes ist sie anders. Unter den festen Stoffen hat die niedrigste Phosphor, dann folgen Schwefel, Talg, Holz, Holzkohle, Steinkohle, Anthrazit; eine ähnliche Reihe bilden: Phosphorwasserstoff, Wasserstoff, ölbildendes Gas, Schwefelwasserstoff, Kohlenoxyd, Grubengas.

Um die Verbrennung einzuleiten, erhitzt man (Flamme, elektrischer Funken) einen Teil des brennbaren Gemenges bis zur Entzündung. Dadurch steigt die Reaktionsgeschwindigkeit in diesem Teil enorm: hier ist energische Reaktion und Erzeugung von Wärme, die die noch reaktionslosen Nachbarteile auf die Entzündungstemperatur erhitzt. Jetzt kommt es auch in den Nachbarteilen zu Reaktion und Wärmeezeugung — und so fort von einer Nachbarschicht zur andern durch das ganze Gemisch. — Die Verbrennung pflanzt sich bei der langsamen Verbrennung ganz anders fort als bei der *Explosion*: bei der *langsamen* Verbrennung verbreitet sich die zur Erzielung der Entflammungstemperatur nötige Wärme durch *Leitung* von Punkt zu Punkt; die Geschwindigkeit, mit der sich die Verbrennung ausbreitet, hängt also 1. von der Größe der Wärmeleitung ab, und 2. davon, wie schnell die Reaktionsgeschwindigkeit des Gemisches mit seiner Temperatur steigt. Bei der explosiven Verbrennung spielt aber für ihre Fortpflanzung die mit der Verbrennung verbundene *Drucksteigerung* (in der am Ausweichen behinderten, weil eingeschlossenen Gasmasse) die Hauptrolle: ganz im Anfang geht die Wärme wie bei der langsamen Verbrennung durch Leitung auf die Nachbarschicht über. Die Verbrennung erhöht aber, da die Gasmasse eingeschlossen ist, den Druck ungeheuer, die noch unverbrannte Nachbarschicht wird durch die Kompression erwärmt, und dadurch wächst die Reaktionsgeschwindigkeit noch schneller, als wenn die Schicht, *ohne* verdichtet worden zu sein, auf die gleiche Temperatur erhitzt worden wäre. Daher werden die nächsten Nachbarschichten *noch* stärker komprimiert und ihre Reaktionsgeschwindigkeit wird *noch* stärker beschleunigt als in der vorhergehenden — und so läuft eine Kompressionswelle mit immer steigender Geschwindigkeit — im Wasserstoff nach BERTHOLLET mit 2820 m/sec — schließlich unter fast gleichzeitiger Entflammung von Schicht zu Schicht. Ein Gemisch von Wasserstoff und Sauerstoff, $2\text{H}_2 + \text{O}_2$, entzündet sich von selbst bei einer ohne Wärmeverlust (adiabatisch) verlaufenden, d. h. sehr raschen Kompression von 1 at auf 30–40 at. Die mit der Explosion verbundene Wärmeentwicklung treibt die Temperatur auf 2000° bis 3000°, und der *maximale Druck* der Explosion beträgt dann weit über 100 at.

Die Flamme. Flammen sind glühende Gasmassen, die von einer dünnen Reaktionszone ihre Wärme empfangen. Das einfachste Beispiel liefert die Flamme eines brennenden Gases, z. B. des reinen Wasserstoffs, die aus einer

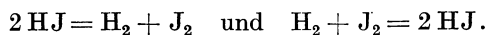
runden Öffnung brennt (Einlochbrenner). Die bei ganz reinem Wasserstoff in Luft kaum sichtbare Leuchterscheinung hat die Gestalt eines Doppelkegels, die eine Spitze liegt in der Brennermündung, die andere ist die Flammenspitze. Die Verbrennung erfolgt in einer äußerst dünnen Zone, deren Lage durch eine stöchiometrische Bedingung definiert ist: Die Verbrennungszone ist die Gesamtheit der Punkte, an denen sich der brennbare Wasserstoff mit dem Luftsauerstoff in stöchiometrischem Verhältnis ($2\text{H}_2:1\text{O}_2$) begegnet. Im Innern der Gasmasse erfolgt keine Verbrennung, sondern lediglich eine allmähliche Erhitzung des Wasserstoffs durch den Wärmestrom, der von der Brennfläche gegen die Brennermündung hin fließt. Ist das Gas nicht wärmebeständig, so wird es durch diesen Wärmestrom auf dem Wege zur Brennfläche zersetzt. Diese Zersetzung führt bei Kohlenwasserstoffen bis zur Bildung hochmolekularer fester Kohle in feinsten Verteilung, die in dem hochoverhitzten Gasstrom vor der Erreichung der Verbrennungszone zum Glühen kommt. *Das ist die Ursache für das bekannte gelbweiße Leuchten einer Leuchtgasflamme.* Die glühenden Kohlenpartikelchen finden, da sie nicht Moleküle, sondern gröbere Teilchen sind, unter Umständen nicht Zeit, bei dem schnellen Durchtritt durch die dünne Verbrennungszone zu CO_2 (und H_2O) zu verbrennen. In diesem Falle rußt die Flamme, wie man bei der Verbrennung von brennendem Benzoldampf leicht sieht. — Stoffe, die nicht selber gasförmig sind, aber durch Wärme vergast werden, liefern Flammen, die den Gasflammen in jeder Beziehung gleichen, wenn man ihnen den flüssigen Brennstoff in geeigneter Form darbietet. Das Beispiel einer solchen Flamme bietet das Nachtlämpchen, das durch den Docht den regelmäßigen kapillaren Anstieg einer kleinen Ölmenge bis in die Mitte der Flamme vermittelt, wo die zufließende Wärme die Verdampfung des Öles herbeiführt. Geeignete feste Brennstoffe verwendet man in Form von Kerzen, bei denen der flüssige Zustand des Brennstoffes durch Zuleitung und Zustrahlung der Schmelzwärme von der Flamme her erzeugt wird. Docht und Kerze sind in diesem Falle nach der Erfahrung so gewählt, daß das Schmelzen beim Brennen der Kerze nur einen kleinen Bruchteil der Masse erfaßt, der als Flüssigkeit den sich beckenartig aushöhlenden obersten Teil der Kerze erfüllt. Der Docht ist so gewählt, daß er sich durch Verkohlung und Abbrand im Maße des Verbrauchs der Kerze selber verzehrt.

Bunsenflamme. Die vorstehend beschriebenen Flammen haben zum Kennzeichen, daß das brennbare Gas mit der Luft nur längs der äußeren Hülle in Berührung tritt. Luft und brennbares Gas sind bei diesen Flammen vertauschbar. Man kann ebenso Leuchtgas in Luft, wie Luft in Leuchtgas verbrennen. Dabei auftretende Verschiedenheiten finden ihre Erklärung darin, daß die zur Brennermündung fließende Wärme bei zersetzlichen Gasen chemische Veränderungen bewirkt, während die Luft solche nicht erfährt. Eine besondere Abart stellen die Flammen dar, bei denen die Verbrennung von Luft in brennbarem Gas und die von brennbarem Gas in Luft *gleichzeitig* in Erscheinung treten. Ihr Typus ist die *Bunsenflamme*. Sie zeigt einen auf der Brennermündung aufsitzenden Kegel, in dem Luftsauerstoff in überschüssigem Leuchtgas verbrennt. Dieser Kegel, *Innenkegel*, liefert als Verbrennungsprodukte (etwa 1550°C) ein Gemenge von Luftstickstoff mit den vier Gasen Kohlenoxyd, Wasserdampf, Kohlensäure und Wasserstoff. Diese heiße Gasmasse steigt empor und breitet sich aus bis zu dem Außenkegel, in dem dieselbe stöchiometrische Bedingung erfüllt ist, die wir bei den einfachen Flammen beschrieben haben. Es ist nämlich die von der einen Seite pro Zeiteinheit zutretende Menge brennbarer Bestandteile, Kohlenoxyd und Wasserstoff, stöchiometrisch äquivalent der von der andern Seite zutretenden Menge des Luftsauerstoffs (maximal 1800°C). Die Lage des Innenkegels hingegen ist durch eine vollständig abweichende Bedingung bestimmt: der Innenkegel ist nämlich

eine stehende Explosion, bei der die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entzündung an jedem Punkte des Kegelmantels, in dem die Verbrennung erfolgt, der Zuströmungsgeschwindigkeit der Gas-Luft-Mischung entgegengesetzt gleich ist.

Die *chemischen* Wirkungen der Bunsenflamme spielen bei vielen Anwendungen eine wichtige Rolle. Sie sind ausgeprägte Reduktionswirkungen, wenn der eingebrachte Gegenstand vom Innenkegel erhitzt und gleichzeitig vom Frischgas berührt wird; sie sind ausgeprägte Oxydationswirkungen, wenn er vom Außenkegel erhitzt und gleichzeitig von dem Luftüberschuß außerhalb desselben oxydiert wird. Ist der Gegenstand völlig in dem Raum zwischen beiden Kegeln eingetaucht, so entscheidet die Richtung seiner chemischen Veränderung das thermodynamische Gleichgewicht des erhitzten Stoffes mit den zuvor genannten Gasen, die dem Innenkegel entsteigen. Die chemischen Veränderungen in diesem Raume sind naturgemäß weniger ausgeprägt als bei der Einwirkung des Frischgases oder der überschüssigen Luft. Deshalb unterscheidet man dieses Gebiet als den Schmelzraum von den zuvor erläuterten oxydierenden und reduzierenden Flammenpartien. Von den *optischen* und *elektrischen* Erscheinungen in der Bunsenflamme ist wichtig, daß sich der Innenkegel durch eine deutliche Farbverschiedenheit des ausgestrahlten Lichtes und hohe Ionisation (s. d.) von den Gasen abhebt, die daraus hervorgehen. Das Bandenspektrum des Innenkegels entstammt den angeregten freien Radikalen Dikarbon (Swanspektrum), Methin (CH) und Hydroxyl (OH) (BONHOEFFER und HABER 1928), die Ionisation wesentlich (HABER und QUASEBARTH 1928) der bevorzugten Ionisierbarkeit des Dikarbons. Die Lebensdauer der erregten Moleküle ist so kurz, daß zwischen dem Innenkegel und dem daraus hervorgehenden Gas eine nahezu scharfe Grenze für das Auge besteht. Auch das Abklingen der Ionisation folgt so schnell, daß die Leitfähigkeit scheinbar sprunghaft zurückgeht. Obwohl die Erscheinungen im Außenkegel grundsätzlich gleichartig sind, treten sie doch viel weniger auffallend in Erscheinung. Die starke Verdünnung der im Außenkegel verbrennenden Gase durch Kohlensäure, Wasserdampf und Stickstoff mildern die Heftigkeit des Reaktionsvorganges, und die geringere Straffheit des Außenkegels macht die Erscheinungen minder deutlich.

Chemisches Gleichgewicht. Die chemische Umsetzung aufeinander einwirkender Stoffe ist nach Ablauf genügend langer Zeit *in gewissem Sinne*, d. h. bei der gerade herrschenden Temperatur und dem gerade herrschenden Druck, beendet. *Alle* in der Reaktionsgleichung vorkommenden Stoffe (Elemente, Verbindungen) sind dann in endlichen (bisweilen *sehr* kleinen) Konzentrationen vorhanden und sind im chemischen Gleichgewicht miteinander. *Chemisches Gleichgewicht* bedeutet folgendes: Erhitzt man z. B. chemisch äquivalente Mengen Jod und Wasserstoff miteinander in einem geschlossenen Gefäß etwa auf 500°, dann wirken sie aufeinander ein und *bilden* Jodwasserstoff. Der Vorgang endet aber nicht damit, daß der eine oder der andere Reaktionsteilnehmer schließlich verschwunden, *aufgebraucht* ist. Man sieht das daran, daß die Farbe des Jodampfes nicht verschwindet, wie lange man auch erhitzt. Und nun die Hauptsache: *Erhitzt* man *Jodwasserstoff* auf *dieselbe* Temperatur, dann *zerfällt* er in Jod und Wasserstoff. Auch hier endet der Vorgang nur in dem soeben angedeuteten Sinne. Beide Tatsachen zusammen sagen aus: bei *derselben* Temperatur (500° C) besteht *gleichzeitig* die Neigung zu den einander *entgegengesetzten* Reaktionen



Diese Reaktionen müssen also unter gewissen Bedingungen zu einem Gleichgewicht führen. Man deutet das an durch: $\text{H}_2 + \text{J}_2 \rightleftharpoons 2 \text{HJ}$. Ein anderes Beispiel: Erhitzt man Eisenoxyduloxyd in Wasserstoff, so wird es zu Eisen *reduziert*,

entsprechend der Gleichung $\text{Fe}_3\text{O}_4 + 4\text{H}_2 = 4\text{H}_2\text{O} + 3\text{Fe}$. Erhitzt man aber Eisen in Wasserdampf, so wird es zu Eisenoxyduloxyd *oxydiert* entsprechend der Gleichung $3\text{Fe} + 4\text{H}_2\text{O} = \text{Fe}_3\text{O}_4 + 4\text{H}_2$. Auch diese Reaktion muß unter gewissen Bedingungen zu einem Gleichgewicht führen. Man deutet das an durch $\text{Fe}_3\text{O}_4 + 4\text{H}_2 \rightleftharpoons 3\text{Fe} + 4\text{H}_2\text{O}$.

Hat sich das Gleichgewicht schließlich eingestellt, so ist damit aber die chemische Umsetzung nicht beendet; sie verläuft vielmehr *gleichzeitig* — auf die Gleichungen bezogen — von links nach rechts *und* von rechts nach links, *ohne das Gleichgewicht zu stören*: für jedes (von rechts nach links) *zerfallende* Mol HJ *entsteht* ein neues (von links nach rechts), und für jedes durch Reduktion verschwindende Mol Eisenoxyduloxyd entsteht ein neues durch Oxydation. Man nennt das chemische Gleichgewicht daher ein *dynamisches* Gleichgewicht. Im Gleichgewicht eines chemischen Vorganges ist jeder Reaktionsteilnehmer mit einer gewissen „Konzentration“ (das bedeutet: Mol/Liter) vorhanden. Mit den Konzentrationen der einen Seite und denen der andern Seite der Gleichung führt das Massenwirkungsgesetz (das wir nur erwähnen) auf einen Bruch — eine Konstante, die *Gleichgewichtskonstante* K . Sie spielt in der physikalischen Chemie eine große Rolle¹. Man stellt die Konzentrationen der unter Wärmebildung entstehenden Stoffe in den Nenner des Bruches K , der Zähler entspricht also der *linken* Seite der Reaktionsgleichung. Die Reaktionsgleichung schreibt man so, daß rechts eine positive Wärmetönung auftritt.

Im allgemeinen besteht das chemische Gleichgewicht eines gegebenen Systems nur bei bestimmtem Druck und bei bestimmter Temperatur, ändern sich diese, so ist es aus mit dem Gleichgewicht, und die Umsetzung kommt aufs neue in Gang — zugunsten der einen oder der andern Seite der Reaktionsgleichung, bis sich das Gleichgewicht bei dem neuen Druck und der neuen Temperatur aufs neue einstellt. Die Änderung von Druck und Temperatur kann die *Richtung* der chemischen Umsetzung auch *umkehren*.

Der Eintritt des chemischen Gleichgewichtes ist oft schwer zu erkennen. Die unmittelbare Beobachtung reicht häufig nicht dazu hin. Zum Beispiel: Wasserstoff und Sauerstoff können in einem zugeschmolzenen Glasgefäß jahrelang nebeneinander bestehen, ohne eine Vereinigung zu Wasser zu zeigen. Trotzdem sind die Gase nicht im Gleichgewicht. Aber die Reaktion ist bei Zimmertemperatur so langsam, daß sie in einem der *Beobachtung zugänglichen* Zeitraum nicht *nachweisbar* ist. — Auch bei der Bildung von Jodwasserstoff ist die Reaktion von Jod und Wasserstoff bei Zimmertemperatur so langsam, daß sie indifferent gegeneinander scheinen. Mit der Temperatur wächst aber die Geschwindigkeit der Einwirkung gewaltig; bei 265° (Ölbad) zählt die Zeit bis zum Eintritt des Gleichgewichtes nach Monaten, bei 350° (siedendes Quecksilber) nach Tagen, bei 440° (siedender Schwefel) nach Stunden. Mit zunehmendem Drucke steigt die Geschwindigkeit ebenfalls.

Freie Energie und maximale Arbeit eines chemischen Vorganges. Affinität. Die chemischen Vorgänge erzeugen oder verbrauchen Energie sowohl in der Form von Wärme wie auch in der Form unbeschränkt verwandelbarer Arbeit (eine Wärmemenge ist nach dem 2. Hauptsatze *nicht* unbeschränkt in andere Wärmeäquivalente verwandelbar). *Wärme* erzeugen die meisten. Es gibt aber auch

¹ Der Gleichgewichtskoeffizient K ist bei gegebener Temperatur konstant, d. h. unabhängig von dem Massenverhältnis der reagierenden Stoffe; seine Änderung mit der Temperatur (nach NERNST: die *Reaktionsisochore*) wird bestimmt durch die Gleichung $\frac{d \ln K}{dT} = \frac{U}{RT^2}$. Hierin ist \ln der natürliche Logarithmus, U die Wärmetönung der Reaktion, gemessen bei der absoluten Temperatur T , und R die Gaskonstante.

solche, die als chemische Triebkräfte galvanischer Elemente *elektrischen Strom* erzeugen, oder solche, die dadurch, daß sie eine sich ausdehnende Verbindung erzeugen, *mechanische Arbeit* leisten. Nach HELMHOLTZ unterscheidet man deswegen bei den chemischen Vorgängen zwischen demjenigen Teil ihrer Verwandtschaftskräfte, der freier Verwandlung in andere Arbeitsformen fähig ist, und dem *nur* als Wärme erzeugbaren Teile. HELMHOLTZ nennt (1882) den ersten Teil freie Energie, den zweiten gebundene.

Das chemisch veränderbare Stoffsystem habe die gemeinsame Temperatur T . Es ändere seinen Zustand isotherm und umkehrbar, und U_1 sei seine Gesamtenergie *vor*, U_2 die *nach* der Änderung, dann ist nach dem 1. Hauptsatz $U_2 - U_1 = Q + A$, wenn Q die *Wärmemenge* ist, die das System während der Zustandsänderung von außen aufnimmt, und A die von außen gegen das System geleistete Arbeit ist (umständlicher, aber deutlicher: A die in *anderer* Form als Wärme in das System eintretende Energie — mechanische, elektrische, chemische). Nach dem 2. Hauptsatz ändert sich dabei die Entropie S des Systems, wenn seine Temperatur T ist, um $S_2 - S_1 = \frac{Q}{T}$. Aus den Gleichungen zusammen folgt

$$U_2 - U_1 = T(S_2 - S_1) + A,$$

und hieraus

$$(U_2 - TS_2) - (U_1 - TS_1) = A.$$

Setzen wir $U - TS = F$, so ist $A = F_2 - F_1$. Es ergibt sich also: ändert das System seinen Zustand isotherm und umkehrbar, dann ist die von ihm $\left\{ \begin{array}{l} \text{geleistete} \\ \text{verbrauchte} \end{array} \right\}$ Arbeit gleich der $\left\{ \begin{array}{l} \text{Abnahme} \\ \text{Zunahme} \end{array} \right\}$ seines F , die Größe der Arbeit A hängt also nur ab von Anfangs- und Endzustand des Systems. Bei einem Kreisprozeß ist $F_1 = F_2$, daher $A = 0$.

Der Vergleich von $F_2 - F_1 = A$ mit $U_2 - U_1 = Q + A$ zeigt: die Funktion F steht zu der Arbeit A in derselben Beziehung wie die Energie U zu der *Summe* von Arbeit A und Wärme Q . Die Funktion F ist die von HELMHOLTZ so benannte *freie Energie* des Systems, U die Gesamtenergie, $U - F = TS$ die gebundene Energie; die Änderung von TS mißt bei dem umkehrbaren isothermen Vorgange die von außen aufgenommene *Wärme*. (Wir werden später sehen: die von selbst eintretenden und sich von selbst unterhaltenden isothermen Vorgänge geschehen nur in derjenigen Richtung, in der die freie Energie *abnimmt*.)

Die Thermodynamik der physikalisch-chemischen Vorgänge beschäftigt sich mit dem Arbeit- und Wärmeumsatz bei *allen* Stoffumwandlungen, in denen die *Affinität* die treibende Kraft ist — unter Affinität nicht nur die „chemische Verwandtschaft“ verstanden, vielmehr allgemein: das Streben zu *jeder physikalisch-chemischen Veränderung* des Systems, also außer der chemischen Reaktion auch zu allotroper Umwandlung, Erstarrung, Schmelzung, Dissoziation, Kristallwasseraufnahme, Erzeugung elektromotorischer Kraft u. dgl. m. Die Affinität strebt darnach, das der Stoffveränderung fähige System in das chemische Gleichgewicht zu setzen (wie die Spannung in einer deformierten Feder). Da dieses Streben *in* dem System herrscht, können wir sagen, daß das System „freiwillig“, „von selber“ dem Gleichgewichtszustande zustrebt. Dieses Streben ist um so stärker, je weiter vom Gleichgewicht entfernt das System ist, je größer also die bis zur Herstellung des Gleichgewichtes zu leistende Arbeit ist. Freiwillige Vorgänge in dem System vergrößern aber dessen Entropie, daher ist $S_2 - S_1 > 0$, in $U - TS = F$ also TS positiv. Das System ist überdies in sich abgeschlossen, es nimmt von außen weder Wärme noch andere Energie auf. Daher ist $U_2 - U_1 = 0$, in $U - TS = F$ also $U = 0$. Mit anderen Worten: $F_2 - F_1$ ist negativ. Das bedeutet: ein von der Affinität bewirkter Vorgang *verkleinert* die freie Energie

des Systems — um so *mehr*, je *weiter* das System vom Gleichgewicht entfernt ist, je größer also die bis zur Herstellung des Gleichgewichtes zu leistende Arbeit ist. Deswegen benützt man (VAN'T HOFF) diese Arbeit als *Maß der Affinität*, identifiziert die Affinität mit der bis zur Herstellung des Gleichgewichtes zu leistenden Arbeit (*maximale Arbeit*) und setzt dementsprechend die Affinität eines Vorganges *gleich* der dabei eintretenden Abnahme der freien Energie. Da die Einstellung des Gleichgewichtes von der Temperatur der Reaktionsteilnehmer abhängt, springt die Temperaturabhängigkeit auch der maximalen Arbeit in die Augen. [Zum Beispiel: vereinigen sich 2 Mole H_2 von der Konzentration 1 mit 1 Mol O_2 von der Konzentration 1 zu 2 Molen H_2O von der Konzentration 1, so ist die Affinität der Wasserdampfbildung (im Wärmemaß) bei

500°	1000°	1500°	2000° abs.
108 600	100 900	92 400	83 500 cal.]

Man kann die maximale Arbeit in einigen Fällen¹ experimentell ermitteln, aber meist muß man sie berechnen. Man kann dazu von der Beziehung $F = U - TS$ ausgehen. Ein umkehrbar geleiteter Vorgang, der die freie Energie tatsächlich ganz in Arbeit verwandelt, so daß man die maximale Arbeit des Vorganges gewinnt, liefert $-F = A$ (mit negativem Vorzeichen, weil die Arbeit gleich der Abnahme der freien Energie ist), so daß $U + A = TS$ wird. Die Gesamtenergie U finden wir als Wärmetönung, wenn wir den Vorgang sich in der kalorimetrischen Bombe abspielen lassen. Und eine Beziehung zwischen A und U folgt aus der Verbindung des ersten und des zweiten Hauptsatzes. Es folgt — wir übergehen die Ableitung — die Gleichung (HELMHOLTZ) $A - U = T \cdot \frac{dA^*}{dT}$. Aus ihr folgt jedoch nicht *ohne weiteres* das zu einem gegebenen U gehörige A . Ist nämlich die U -Kurve abhängig von T , so erfüllt jede einzelne von unendlich vielen A -Kurven den *mathematischen* in der HELMHOLTZschen Gleichung ausgesprochenen Zusammenhang zwischen A und U , wie das Abb. 374 andeutet. Aber nur *eine* kann die eindeutige *physikalische* Lösung enthalten. Diese Lösung hat NERNST (1906) gefunden, sie bildet den Kern seines Wärmethorems.

Wärmethorem von NERNST (Der dritte Hauptsatz). Das Wärmethorem von NERNST beruht wie die beiden ersten Hauptsätze auf der Erfahrung. Es ist wie jene ein allgemeines thermodynamisches Prinzip, ist aber besonders ergiebig für die Berechnung der *Affinität* — wir sagen jetzt: der maximalen Arbeit — physikalisch-chemischer Vorgänge im Zusammenhange mit ihrer Wärmetönung.

Bei allen untersuchten chemischen Umsetzungen, an denen nur feste und flüssige Stoffe (man sagt: kondensierte Systeme) teilnehmen, sind die Wärmetönung U und die maximale Arbeit A , in denselben Energieeinheiten ausgedrückt, ihrem Betrage nach bei derselben Temperatur im allgemeinen verschieden. Aber schon bei Zimmertemperatur sind sie nicht sehr weit voneinander entfernt, und sie sind es um so weniger, bei je tieferer Temperatur T der Vorgang verläuft. NERNST vermutete, daß sie bei sinkender Temperatur einander immer näher kommen und schon oberhalb des absoluten Nullpunktes noch bei zugänglichen Temperaturen *zusammenfallen*. Für $A = U$ ist (der HELMHOLTZschen Gleichung nach) aber dA/dT gleich Null, d. h. die A -Kurve verläuft so, daß, wenn A den Wert U hat, die Tangente der Kurve in diesem Punkte (beim absoluten Null-

¹ Am einfachsten, wenn sich die Reaktion als stromliefernder Vorgang in einem galvanischen Elemente verwenden läßt, wie die Vereinigung von Ag und J zu AgJ (15715 cal), Pb und J_2 zu PbJ_2 (41220 cal) u. a.

* Für das Verständnis der Bedeutung von dA/dT und von dU/dT genügt hier das S. 10 in der Fußnote Gesagte.

punkte) parallel zur T -Achse verläuft. NERNST nahm an, daß die Kurven von A und U sich nicht nur beim absoluten Nullpunkt vereinigen, sondern — die charakteristische Forderung des Theorems! — sich vor dem Einmünden in ihn *asymptotisch berühren*. Aus der Annahme über die asymptotische Berührung in der beiden Kurven folgt aber auch für die U -Kurve, daß, wenn $U = A$ wird, dU/dT Null wird und daher für die Tangente an diesen Punkt dasselbe gilt wie für die A -Kurve. Das entscheidet nun darüber, welche von den A -Kurven zu der gegebenen U -Kurve gehört, denn nur *eine* von ihnen erfüllt die Bedingung, daß ihre Neigung zur T -Achse im absoluten Nullpunkt verschwindet ($dA/dT = 0$ wird). In Abb. 374 ist es die mit \textcircled{A} bezeichnete Kurve. Die NERNSTsche Formulierung der Lösung ist an vielem experimentell gefundenen Material auf ihre Berechtigung geprüft und stets zutreffend gefunden worden.

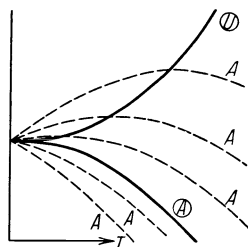


Abb. 374. Zum Wärmethorem von NERNST.

Bisher war nur von flüssigen und festen Stoffen die Rede. Ist an der Reaktion ein Gas beteiligt, dann hängt die maximale Arbeit A von den Partialdrücken ab, und man kann A berechnen, wenn man die sämtlichen in Frage kommenden Anfangs- und Endpartialdrücke kennt. Die Rechnung führt für A zu einem Ausdruck, dessen Vorzeichen anzeigt, in welcher Richtung die Reaktion verläuft, d. h. ob im Sinne des Aufbaues einer Verbindung oder im Sinne einer Zerlegung. Entscheidend für das Vorzeichen ist, ob ein in dem Ausdruck für A auftretender aus den Partialdrücken gebildeter Bruch größer oder kleiner ist als die in dem Ausdruck für A ebenfalls auftretende Gleichgewichtskonstante K , die die Grenze zeigt, bis zu der der Aufbau oder die Zerlegung der Verbindung fortgeht.

Das Anwendungsgebiet des Wärmethorems ist ungeheuer groß. Die Berechnung elektromotorischer Kräfte lediglich aus thermischen Größen (der maximalen Arbeit des stromliefernden chemischen Vorganges) ist durch das Wärmethorem möglich geworden. So errechnet sich z. B. die EMK des galvanischen Elementes Blei, Jod zu 0,906 Volt, die Messung ergibt 0,890 Volt. Gerade durch *Messungen* elektromotorischer Kräfte, die nach dem Theorem vorausberechnet waren, hat sich dessen Gültigkeit besonders genau prüfen lassen. Ein anderes Anwendungsgebiet ist die Berechnung von Umwandlungstemperaturen: die Wärmetönung der Umwandlung des rhombischen Schwefels in monoklinen läßt sich den Versuchen zufolge (BROENSTED) wiedergeben durch $U = 1,57 + 1,15 \cdot 10^{-5} T^2$ in Kalorien pro Gramm. Nach dem Theorem von NERNST folgt hieraus die Affinität zu $A = 1,57 - 1,15 \cdot 10^{-5} T^2$. Hieraus errechnet sich die Umwandlungstemperatur T_0 , bei der $A = 0$ wird, zu $T_0 = 369^\circ$ abs. oder $t = 369 - 273 = 96^\circ$ C. Die Messungen haben das bestätigt.

Sehr wichtig ist das Theorem für die Vorausberechnung des chemischen Gleichgewichtes (lediglich aus thermischen Daten und den aus Dampfdruckmessungen erschlossenen sogenannten chemischen Konstanten). So erlaubt das Theorem z. B. auszurechnen, wie viel Ammoniak aus Wasserstoff und Stickstoff entsteht, wenn die Stickstoff-Wasserstoff-Mischung (3 Vol. H_2 und 1 Vol. N_2) bei gegebenem Druck so lange einer gegebenen Temperatur ausgesetzt wird, bis Gleichgewicht zwischen dem Ammoniak und der Stickstoff-Wasserstoff-Mischung eingetreten ist.

Der dritte Hauptsatz bezieht sich dem Grundgedanken und der Formulierung nach (s. oben) unmittelbar nur auf den absoluten Nullpunkt, sein Anwendungsgebiet erstreckt sich jedoch, wie die Beispiele zeigen, auf erreichbare Tempera-

turen. Aber sehr wichtige Schlüsse auf die Eigenschaften der Materie dicht am absoluten Nullpunkt vermittelt er. Die mathematische Formulierung des Theorems in der von PLANCK stammenden Fassung gestattet Schlüsse auf das thermodynamische Verhalten fester und flüssiger Stoffe bei tiefen Temperaturen, z. B. den Schluß: die spezifische Wärme c_p , auch der Ausdehnungskoeffizient, jedes chemisch homogenen festen oder flüssigen Stoffes nähert sich bei unbegrenzt abnehmender Temperatur unbegrenzt dem Werte Null. Die Messungen haben beide Schlüsse bestätigt. Ferner: der Ausdehnungskoeffizient bei tiefen Temperaturen steht zur spezifischen Wärme in einem von der Temperatur unabhängigen bestimmten endlichen Verhältnis (von DEBYE theoretisch, von GRÜNEISEN empirisch abgeleitet).

Von rein physikalischen Folgerungen aus dem dritten Hauptsatze nennen wir noch: Ausdehnung und Druckzunahme beim Erwärmen eines Gases werden in der Nähe des Nullpunktes Null, oder anders: Volumen und Druck eines Gases werden dort von der Temperatur unabhängig; daher das völlige Versagen der Gasgesetze dicht beim absoluten Nullpunkt (Entartung der Gase). Aber auch die spezifische Wärme fester und flüssiger Stoffe, die Thermokraft und der Peltier-effekt eines Metallpaares (S. 426 u.), kurzum: *sämtliche* Eigenschaften der Materie, werden in der Nähe des absoluten Nullpunktes von der Temperatur unabhängig. Selbst wenn man den absoluten Nullpunkt erreicht, gibt es kein thermometrisches Kennzeichen dafür, daß man ihn erreicht hat. Aber das ist belanglos, eine andere Folgerung des dritten Wärmesatzes zeigt, daß es ebenso unmöglich ist, einen Körper bis zum absoluten Nullpunkt abzukühlen, wie es unmöglich ist, ein Perpetuum mobile erster oder eines zweiter Art herzustellen.

C. Temperaturabhängigkeit des Volumens der Stoffe.

Temperaturabhängigkeit des Volumens der festen Stoffe. Die Stoffe verändern ihr Volumen, wenn sich ihre Temperatur ändert. Hieran zeigt es sich deutlich, daß sich ihr *Zustand* — besser: ihre *innere Energie* — ändert, wenn sie Wärme aufnehmen oder Wärme abgeben. Wärmeaufnahme vergrößert die lebendige Kraft der kleinsten Teilchen der Stoffe (Molekeln), sie beschreiben daher weitere Bahnen um ihre Gleichgewichtslage und vergrößern dadurch den von ihnen in Anspruch genommenen Raum, d. h. den Körper. Die Kohäsion der Stoffe hat darauf wesentlichen Einfluß. Die Gase dehnen sich am stärksten aus, weil sie fast ohne Kohäsion sind, die Flüssigkeiten viel weniger, die festen Stoffe am wenigsten; die Gase alle nahezu gleich stark, weil in allen die Kohäsion nahezu Null ist, nicht so die Flüssigkeiten und die festen Stoffe (S. 286, Fußnote).

Von dem Energieprinzip ausgehend kann die Theorie die Vergrößerung (die *räumliche* — die eindimensionale setzt man gleich ein Drittel davon) berechnen und in eine Formel fassen. Den Messungen zufolge scheint die Ausdehnung der kubischen Kristalle und auch die von einigen andern Kristallen der theoretischen Formel (GRÜNEISEN) zu folgen. Aber man benutzt meist die bequemeren empirisch begründeten Formeln, die in begrenzten Temperaturgebieten die *Länge* als Funktion der Temperatur oft genauer darstellen. Für die meisten Stoffe ist man auf die empirischen Formeln sogar angewiesen (Legierungen, nichtkubische Kristalle, Glas u. a.). — Man unterscheidet zwischen absoluter und relativer Ausdehnungsmessung. Bei der absoluten wird nur der zu messende Körper (Probekörper) auf verschiedene Temperaturen gebracht und bei jeder gemessen; bei der relativen, der einfacheren, wird der Probekörper zusammen mit einem Vergleichskörper, dessen Ausdehnung in dem Temperaturbereich bekannt und möglichst klein ist (am besten Quarzglas), so behandelt und der Unterschied ihrer *Längenänderung* gemessen.

Ein geradliniger Metallstab ist bei 100° länger als bei 0° . Um zu untersuchen, nach welchem Gesetz sich seine Länge mit seiner Temperatur ändert, mißt man die Längen l_t bei verschiedenen Temperaturen t und vergleicht sie mit der Länge l_0 bei 0° . Den Bruch $\left(\frac{l_t - l_0}{l_0}\right)$ — d. i. die Verlängerung während der Temperaturzunahme um t° im Verhältnis zur Länge bei 0° — findet man empirisch in erster Näherung t proportional. Bezeichnet man den Bruch $\frac{l_t - l_0}{l_0}$ für die Temperaturzunahme von 0° auf t° mit α , so ist $\frac{l_t - l_0}{l_0} = \alpha \cdot t$, oder $l_t = l_0 \cdot \alpha \cdot t$. Die Länge bei t° ist um $l_0 \cdot t \cdot \alpha$ größer als die bei 0° . Man nennt α den linearen *Ausdehnungskoeffizienten* (*linear*, weil er die lineare, nicht die *räumliche* Ausdehnung, die *Volumenzunahme*, mißt). Ein Platinstab, der bei 0° 1 m lang ist, ist bei 100° C um 0,9 mm länger, ein Kupferstab um 1,65 mm, ein Zinnstab um 2,30 mm. Das gilt für 100° Temperaturzunahme; für 1° ist die Ausdehnung nur $\frac{1}{100}$ davon. Die Ausdehnungskoeffizienten zwischen 0° und 100° sind daher für

Platin	0,0000090 = $9 \cdot 10^{-6}$
Kupfer	0,0000165 16,5
Zinn	0,0000230 23
Invar	0,0000012 1,2

Die Division mit hundert gibt nur *annähernd* genaue Werte von α , weil nicht *durchweg* Proportionalität zwischen Temperaturzunahme und Verlängerung besteht. Bei hohen Temperaturen wird α für wachsende Temperaturzunahme langsam *größer*. — Unter den festen Stoffen hat *Eis* einen besonders großen Ausdehnungskoeffizienten: von -189° bis 0° nach DEWAR 0,000027. Einen besonders kleinen hat Quarzglas: 15×10^{-7} , Jenaer Thermometerglas 59^{III} hat 177×10^{-7} .

Die Ausdehnung der festen Stoffe ist stets so gering, daß man sie nur bei Präzisionsmessungen zu berücksichtigen braucht, oder bei technischen Rücksichten auf Körper, die bereits bei 0° so lang sind, daß ihre Längenänderung schon bei normalen Temperaturschwankungen erhebliche Verschiebungen hervorruft. Ein Meter (S. 4) ist der Abstand der zwei Marken auf dem als Urnormale dienenden Platiniridiumstabe *bei der Temperatur des schmelzenden Eises*, bei 100° C ist er um 0,8 mm länger. Hintereinander verlegte Eisenbahnschienen fordern an den benachbarten Enden einen gewissen Spielraum zwischeneinander, da sie sonst bei ihrer Ausdehnung einander verbiegen; den Endpunkten eiserner Brückenbögen muß man eine gewisse Bewegungsfreiheit auf ihrer Auflagerungsstelle geben (die Enden werden auf eiserne Rollen gelegt).

Ein Körper, der erwärmt wird, dehnt sich nach *allen* Richtungen aus: ein *isotroper* fester nach *allen* gleich stark (Blei, Gold, Silber, Kupfer, ganz langsam abgekühltes Glas, die Kristalle des kubischen Systems, wie Diamant, Steinsalz, Bleiglanz), ein *anisotroper* nach verschiedenen Richtungen verschieden stark. In den isotropen Stoffen ist der räumliche (*kubische*) Ausdehnungskoeffizient dreimal so groß wie der lineare. Man denke sich aus einem isotropen Körper einen Würfel geschnitten, dessen Kante bei 0° die Länge l hat. Er hat bei 0° das Volumen $v = l^3$. Ist α der lineare Ausdehnungskoeffizient, so ist bei t° die Kantenlänge $l(1 + \alpha t)$ und das Volumen des Würfels

$$v_t = [l(1 + \alpha t)]^3 = l^3 \cdot (1 + \alpha t)^3 = l^3 \cdot (1 + 3\alpha t + 3\alpha^2 t^2 + \alpha^3 t^3).$$

Die Glieder mit α^2 und α^3 verschwinden gegen die andern Glieder. Daher ist $v_t = l^3(1 + 3\alpha t) = v_0(1 + 3\alpha t)$. Für das Volumen des Würfels bedeutet also 3α das, was α für die Länge seiner Kante bedeutet. Aber das gilt *nur* für isotrope Stoffe, eine verhältnismäßig kleine Gruppe. Einige Kristalle, namentlich isländischer Doppelspat und gewisse Marmorarten, können sich in gewissen Richtungen weder zusammenziehen noch ausdehnen. (Vorschlag von BREWSTER, einen

Zylinder in dieser Richtung aus dem Marmor zu schneiden, um ihn als voraussichtlich *unveränderliches Pendel* zu benützen.) Kautschuk und Jodsilber ziehen sich zusammen bei Temperaturzunahme, auch Quarzglas in tiefen Temperaturen.

Die Übereinstimmung des Ausdehnungskoeffizienten von gewissen *Glassorten* und *Platin*, auch von *gewissen Glassorten* (SCHOTT) und *Eisen* (auch besonderen Legierungen) ermöglicht es, Metalldrähte luftdicht in Glas einzuschmelzen. Das ist überall dort erforderlich, wo elektrischer Strom durch die Wand eines gasdichten Glasgefäßes fließen soll, wie in Glühlampen, Röntgenröhren, Quecksilberlampen, Quecksilber-Wechselstromgleichrichtern. Die Verbindungsstelle hält, sorgfältig hergestellt, große Temperaturänderungen und beträchtlichen Druck aus, ohne undicht zu werden. Ungleiche Ausdehnung sprengt das Glas an der Einschmelzstelle. Auch die der Temperaturabnahme parallel gehende Zusammenziehung benützt die Technik, z. B. wenn ein eiserner Radreifen heiß um den Radkranz gelegt wird, um nach der Abkühlung desto fester zu haften. Sogar ein Glasrohr und ein muffenartig darüber geschobenes Stahlrohr kann man auf diese Weise luftdicht verbinden.

Kompensationspendel. In den Pendeluhrn muß man die Temperaturabhängigkeit der Pendellänge unschädlich machen, sonst gehen sie falsch. Eine Uhr mit einer Pendelstange aus Stahl, die bei 15° richtig geht, würde bei 25° C täglich 5 sec nachbleiben, bei 5° C ebensoviel voreilen. Die Kompensation kann man z. B. durch Quecksilber herbeiführen (GRAHAM 1715). Die Ausdehnung der stählernen Pendelstange (Abb. 375) senkt den Schwingungspunkt des

Pendels, das Quecksilber aber, da es infolge seiner Ausdehnung einen größeren des Teil Glasgefäßes anfüllt, hebt seinen Schwerpunkt und dadurch auch den Schwingungspunkt des Pendels. Recht gut kompensiert das *Rostpendel* (HARRISON): Eine rostähnliche Vorrichtung verbindet die Pendelstange mit dem Uhrwerk (Abb. 376). Die Linien *S* bedeuten Stahlstangen, *Z* Zinkstangen (oder Messingstangen), die Roststangen sind unten durch die Leiste *EF*, der Punkt *A* mit den Zinkstangen durch die Leiste *GH* fest verbunden.

Die Stahlstangen streben bei ihrer Verlängerung die Linse *L* zu senken; das verhindern die Zinkstangen, deren obere Enden sich samt der Querleiste, also auch den Punkt *A*, heben können. Da Zink sich fast doppelt so stark ausdehnt wie Stahl, so kann man die Längen der Stahl- und der Zinkstangen so herstellen, daß sich der Schwingungspunkt *nicht* verschiebt.

Am vollkommensten kompensiert das *Rieflerpendel* aus Nickelstahl: 35,7 % Ni, 64,3 % Stahl (Invar, GUILLAUME). Es besteht (Abb. 377) aus dem Nickelstahlstab *S*, dem Linsenkörper *L*, dem lose auf dem Pendelstab sitzenden Kompensationskörper *CC*₁ und den Regulierungsmuttern *M* und *M'*. Die Auflagefläche *A*, mit der die Linse *L* auf dem Kompensationsrohr *C*₁ ruht, geht genau durch den Mittelpunkt von *L*. Den Körper *CC*₁

macht man, um seine Kompensationswirkung in relativ weiten Grenzen verändern zu können (den voneinander verschiedenen Pendelstangen entsprechend), aus zwei Röhren von verschiedenem Metall, deren Ausdehnungskoeffizienten erheblich voneinander abweichen. Bei den Sekundenpendeln ist das untere *C* aus vernickeltem Messing, das obere *C*₁ aus Stahl, zusammen sind sie 10 cm lang. Der etwa noch zurückbleibende Fehler der erstklassigen Pendel beträgt für 1° C ± 0,005 sec täglich, der der zweitklassigen ± 0,02 sec.

Kompensationsunruhe. In den Chronometern vertritt die *Unruhe* das Pendel und die *Elastizität* einer Feder die Schwerkraft. Eine *nicht* kompensierte Unruhe schwingt *langsamer* bei hoher Temperatur als bei niedriger, weil die Feder an Elastizität einbüßt, und weil der Durchmesser der Unruhe größer wird. Die Vergrößerung des Durchmessers vergrößert den Abstand der einzelnen Massenpunkte von der Drehachse, vergrößert also das Trägheitsmoment (vgl. S. 90) der Unruhe und zwingt daher zur Vergrößerung des *Kraftaufwandes*, wenn die Geschwindigkeit der Unruhe konstant bleiben soll; die Elastizität der Feder wird aber mit der Temperaturzunahme sogar *geringer*, man muß deswegen dafür sorgen, daß das *Trägheitsmoment* mit wachsender Temperatur *kleiner* wird. Das tut die Chronometerunruhe von EARNSHAW: Legt man zwei gleich lange Metallstreifen von *verschiedenen* Ausdehnungskoeffizienten, z. B. Messing und Stahl, zu einem Doppelbande aufeinander und verbindet sie fest miteinander (genietet oder gelötet), so ruft Erwärmung eine *Gestaltveränderung* des Bandes hervor. Die *eine* Hälfte (Messing) dehnt sich stärker aus als die *andere* (Stahl), und infolgedessen krümmt sich das Band so, daß der sich stärker ausdehnende Streifen (Messing) auf der konvexen, der längeren Seite liegt; bildete das Doppelband vor

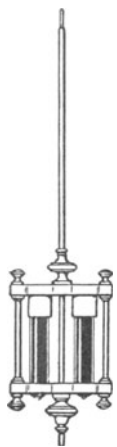


Abb. 375.
GRAHAM.



Abb. 376.
HARRISON.

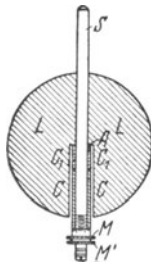


Abb. 377.
RIEFLER.

Kompensationspendel mit Vorrichtung zur Aufhebung des Temperatureinflusses.

der Erwärmung einen Bogen, so wird *infolge* der Erwärmung die Krümmung noch *schräfer*. Das hat EARNSHAW benützt. Der Ring der Unruhe wird aus Messing und Stahl hergestellt — das Messing außen — und an zwei diametral gegenüberliegenden Stellen (Abb. 378) durchgeschnitten. Bei der Temperaturerhöhung wird der Durchmesser *ab* länger, und die den Punkten *a* und *b* zunächstliegenden Massen *vergrößern* ihren Abstand von der Drehungsachse, vergrößern also das Trägheitsmoment. Aber *infolge* der stärkeren Ausdehnung der Außenseite wird die *Krümmung* jedes der beiden Segmente stärker, so daß sich die Enden der Segmente samt den in ihrer Nähe liegenden Massen der Achse nähern und so das Trägheitsmoment wieder *verkleinern*. Die *Feder* der Unruhe aus zwei Metallen von ungleichen Ausdehnungskoeffizienten, um die *Elastizität* der Feder von der Temperatur unabhängig zu machen, erreicht eine noch bessere Gleichförmigkeit des Ganges. Die beste Kompensation neuerdings durch den 45proz. Ni-Stahl (Elinvar, GUILLAUME).

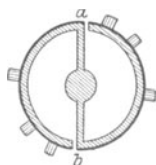


Abb. 378. Chronometerunruhe mit Vorrichtung zur Aufhebung d. Temperatureinflusses.

Temperaturabhängigkeit des Volumens der Flüssigkeiten. An den tropfbaren Flüssigkeiten interessiert uns nur ihre *räumliche* Ausdehnung. Sie ist, wie bei den festen Stoffen, der Temperaturzunahme im allgemeinen proportional, aber *infolge* der geringen Kohäsion der Flüssigkeiten viel größer. Die stärkst ausdehnbaren Flüssigkeiten sind die, die nur unter starkem Druck *flüssig* bleiben: flüssige schweflige Säure, flüssige Kohlensäure usw. (s. krit. Temp.). Der Ausdehnungskoeffizient für Kohlensäure, die unter dem Druck von 63 Atm. flüssig ist, ist bei 20° ungefähr 0,015 — beträchtlich größer als der der Luft unter gleichen Bedingungen. Der Ausdehnungskoeffizient der Flüssigkeiten wächst, vom Quecksilber abgesehen, stark an, mit der Temperatur, im allgemeinen desto mehr, je näher die Temperatur dem Siedepunkte kommt. Bezeichnet man das Volumen bei 0° und Atmosphärendruck mit 10000, so ist es

	für Quecksilber	Wasser	Alkohol	Äther
bei 30°	10055	10042	10295	10492
„ 80°	10146	10289	10959	—
„ 100°	10183	10433	—	—

Auf der Skala des Alkoholthermometers stehen daher die Gradstriche zwischen 30° und 80° weiter auseinander als zwischen 0° und 30°; auf der des Quecksilberthermometers stehen sie überall nahezu gleich weit. (Ausdehnung des Glases beachten!)

Ganz anders als andere Flüssigkeiten verhält sich *das Wasser*. Von 0° bis 4° zieht es sich zusammen, hat also bei 4° sein *kleinstes spezifisches Volumen* (Volumen pro Masseneinheit), mithin seine *größte Dichte*; von 4° an aufwärts dehnt es sich aus, derart, daß es etwa bei 8° dieselbe Dichte wie bei 0° hat. Ein aräometerartiger Schwimmer in dem Wasser *steigt*, während die Temperatur von 0° bis 4° steigt, und sinkt bei weiterer Temperaturzunahme.

Die Änderung der Dichte und ihre Wirkungen zeigen sich, wenn man eine vertikale Wassersäule, deren Temperatur *über 4°* liegt, von der Mitte aus nach oben und nach unten *gleichzeitig* abkühlt (Abb. 379) und ihre Temperatur am Boden und am oberen Ende gleichzeitig mißt (HOPE). Das obere Thermometer zeigt zunächst keine wesentliche Temperaturänderung an, das untere fällt stetig bis 4°, dann bleibt es stehen. Erst dann beginnt das *obere* zu fallen, es bleibt aber erst bei 0° stehen. Der Grund: Die Abkühlung *bis 4°* vergrößert das spezifische Gewicht des Wassers, und infolgedessen sinkt das abgekühlte Wasser zu Boden. Die unteren Schichten werden dadurch schnell abgekühlt. Auf den *Boden* gelangt aber *nur* Wasser von 4°, deswegen bleibt das Thermometer bei 4° stehen. Das *unter 4°* abgekühlte Wasser steigt *infolge* der Verringerung seines spezifischen Gewichts *auf* und beschleunigt die Temperaturerniedrigung der oberen Schichten. *Am leichtesten ist jetzt das Wasser* von 0°, es steigt deswegen am *höchsten*, und daher kann das obere Thermometer erst bei 0° stehenbleiben.

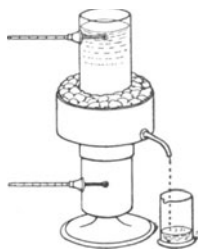


Abb. 379. Zur Veranschaulichung der Schwere des Wassers bei 4° C u. bei 0° C.

Aus der Abnahme des spezifischen Gewichts mit der Abnahme der Temperatur des Wasser erklärt sich, daß *stehende* Gewässer *oben* zufrieren, aber unten

relativ hohe *Bodentemperatur* haben können. Die geringe Wärmeleitfähigkeit der Eisdecke und des Wassers schützt den Boden vor weiterer Abkühlung (auch die im Wasser lebenden Tiere). In *fließendem* Gewässer kann dort, wo die Geschwindigkeit nicht sehr groß ist und unterkühltes (s. d.) Wasser durch Wirbel nach unten kommt, eine weitere Abkühlung des Wassers am Boden und schließlich Grundeisbildung eintreten. Das spezifische Gewicht des Eises ist kleiner als das des Wassers, daher steigt das Grundeis schließlich auf und *schwimmt* oben. — Das Wasser dehnt sich, während es gefriert, noch weiter aus (um etwa 10%) und kann dabei große Widerstände überwinden, Rohrleitungen und Flaschen, die es anfüllt, zerreißen, feuchtes Mauerwerk, in dessen Spalten es gefriert, zersprengen u. a. m.

Den Ausdehnungskoeffizienten einer Flüssigkeit kann man mit einem kalibrierten Thermometerförmigen Glasgefäß ermitteln. Man füllt es ganz, erwärmt es um eine bestimmte Anzahl Grad, wobei die Flüssigkeit infolge ihrer Ausdehnung zum Teil aus der kalibrierten Kapillare ausfließt, und kühlt es wieder auf die ursprüngliche Temperatur ab. Die Flüssigkeit füllt dann die Kapillare nicht mehr *ganz* an, und der unausgefüllte Raum zeigt, um wieviel sich die ursprünglich vorhandene Flüssigkeit während der Temperatursteigerung ausgedehnt hat. Man muß die Ausdehnung des *Glasgefäßes* dabei berücksichtigen. Bei plötzlicher starker Erhitzung sinkt die Flüssigkeit zuerst infolge der *Gefäßausdehnung*, ehe sie infolge ihrer eigenen Temperaturerhöhung zu steigen beginnt.

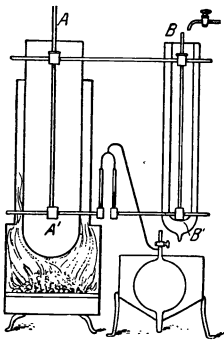


Abb. 380a.

Messung der Ausdehnung des Quecksilbers durch die Wärme nach dem Verfahren von DULONG und PETIT in der Anordnung von REGNAULT.

Messung der Ausdehnung des Quecksilbers und des Wassers.

Die Ausdehnung des Gefäßes ist ohne Einfluß bei dem Verfahren von DULONG und PETIT (von REGNAULT 1847 verbessert, Abb. 380a). Säulen *derselben* Flüssigkeit in einem Rohr von der Form $AA'B'B'$ werden auf verschiedene hohe Temperatur gebracht — die eine ist mit schmelzendem Eise, die andere mit einem heizbaren Ölbad umgeben — und werden am Temperatureaustausche durch die Luftschicht bb' gehindert (Abb. 380b). Solange sie dieselbe Temperatur haben, haben sie gleiches spezifisches Gewicht und stehen so, daß a und a' in derselben Horizontalebene, ebenso b und b' in derselben Horizontalebene liegen. Ein Temperaturunterschied zwischen beiden macht die spezifischen Gewichte ungleich und verschiebt die Flüssigkeitsspiegel gegeneinander. Der Satz von den Flüssigkeiten, die in kommunizierenden Röhren stehen und *verschiedenes* spezifisches Gewicht haben, bietet die Grundlage für die Rechnung. DULONG und PETIT (1818) haben so den Ausdehnungskoeffizienten des Quecksilbers zwischen

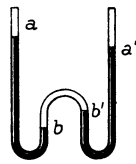


Abb. 380b.

0° und 100° im Mittel zu etwa $1/5500$ für je 1° Temperaturzunahme ermittelt. Der mittlere Ausdehnungskoeffizient zwischen 0° und ϑ° C ist: $\bar{\alpha}_0^{\vartheta} = \left\{ 0,18182 + 0,00078 \cdot \frac{\vartheta}{100} \right\} 10^{-3}$ gültig von 0° bis 100° C (THIESEN, SCHEEL, SELL 1896). Dasselbe Verfahren zur Messung der Ausdehnung des Wassers zwischen 0° und 40° durch THIESEN, SCHEEL, DIESSELHORST (1900).

Temperaturabhängigkeit des Volumens der Gase. Bei der Volumenänderung der Gase infolge der Temperaturänderung muß man den *Druck* berücksichtigen, unter dem das Gas steht. Bei den festen und den flüssigen Stoffen ist das *unnötig*, weil — außer in *so* besonderen Fällen, wie der flüssigen schwefligen Säure oder der flüssigen Kohlensäure — der äußere Druck keinen leicht wahrnehmbaren Einfluß auf das Volumen hat. Hat ein *Eisenstab* bei 0° das Volumen v_0 und bei 100° das Volumen v_{100} , so hat er unter *denselben* Temperaturverhältnissen bei *jedem* Druck sehr nahe dasselbe Volumen. Hat aber *Luft* bei 0° das Volumen v_0 und bei 100° das Volumen v_{100} , so können wir gar nicht sagen, was für ein Volumen sie unter denselben Temperaturverhältnissen das nächste Mal annehmen wird, denn das Volumen eines Gases hängt wesentlich von dem Druck ab, unter dem es steht.

Das Nächstliegende ist, den Druck *konstant* zu halten und *dann* zu untersuchen, wie sich das Volumen bei einer bestimmten Temperaturzunahme vergrößert. Bei den festen Stoffen und den Flüssigkeiten konnte man das ohne weiteres, denn die bei Temperaturerhöhung eintretende Vergrößerung der lebendigen Kräfte der Molekeln war immer groß genug, den äußeren Druck zu überwinden und die Volumenbegrenzungen zu verschieben. Anders bei den Gasen. Die *festen* Wände eines Gasbehälters werden infolge der Erhitzung eher weich werden und schmelzen, als der von dem Gase dabei angestrebten Volumenvergrößerung nachgeben. In einem Gefäß mit *festen* Wänden vergrößert sich daher der *Druck*, den das Gas auf die Wände ausübt, und den die Wände erwidern. Aus dem Druck, der meßbar ist, kann man das Volumen nach dem BOYLE-Gesetze *berechnen*, das das Gas einnehmen würde, wenn es unter dem Anfangsdruck stünde — dem Druck *vor* der Temperatursteigerung.

Wenn die Temperatur des Gases zunimmt, können wir also entweder die Volumenzunahme des Gases bei konstantem Druck messen oder seine Druckzunahme bei konstantem Volumen. Die Erfahrung lehrt (CHARLES, 1787, dann genauer GAY-LUSSAC, 1802¹): Unter konstantem Druck dehnen sich alle Gase für je 1° Temperaturzunahme annähernd um $\alpha = 1/273 = 0,00366$ ihres Volumens *bei 0°* aus — *alle!* *Alle* haben denselben Ausdehnungskoeffizienten! (Das ist nur *nahezu* richtig, aber *so nahe*, daß es hier als *vollkommen* richtig gelten darf.) Ist bei 0° und unter dem Drucke p_0 (wir verstehen darunter den Druck der Atmosphäre) das Volumen des Gases v_0 , so geht das Volumen *unter konstant gehaltenem Druck* über bei 1° 2° ... t^0 in $v_0 + v_0 \cdot \alpha \cdot 1$ $v_0 + v_0 \cdot \alpha \cdot 2$... $v_0 + v_0 \cdot \alpha \cdot t$. Wir haben also *bei konstantem Druck* $v = v_0(1 + \alpha t)$, unter v_0 das Volumen des Gases bei 0° verstanden. Ist aber der Druck aus p_0 in p übergegangen, so macht sich die Druckänderung neben der Temperaturänderung geltend. Bei dem Druck p_0 hat das Volumen bei t^0 die Größe $(1 + \alpha t)$, bei dem Druck p und der Temperatur t hat es die Größe v , die aus der Gleichung (BOYLE)

$$p_0 \cdot v_0(1 + \alpha t) = p \cdot v \text{ folgt. Es ist also } v = \frac{p_0 \cdot v_0}{p} (1 + \alpha t).$$

Aus dieser Beziehung kann man das Volumen eines Gases unter *jedem* Druck p und bei *jeder* Temperatur t *berechnen*, wenn man es bei *einer* bestimmten Temperatur unter *einem* bestimmten Drucke *kennt*. Als Normaldruck p_0 gilt der Druck von 1 Atm. und als Normaltemperatur 0°.

Die Gleichung $p v = p_0 v_0(1 + \alpha t)$, die Zustandsgleichung des idealen Gases, zeigt auch, wie sich der Druck des Gases ändert, wenn *trotz* der Temperaturänderung sein *Volumen* konstant gehalten wird, also v mit v_0 identisch ist. Die Gleichung geht dann über in:

$$p = p_0(1 + \alpha t) = p_0 + p_0 \cdot \alpha \cdot t,$$

d. h. der Druckzuwachs ist proportional der Temperaturzunahme, er wächst für je 1° Temperaturzunahme um 1/273 des Druckes bei 0°. Hier heißt α der *Spannungskoeffizient*.

Die Gleichungen $v = v_0(1 + \alpha t)$ und $p = p_0(1 + \alpha t)$, in denen wir den Ausdehnungs- und den Spannungskoeffizienten als gleich groß ansehen, drücken beide das Gesetz von GAY-LUSSAC aus: $p v = p_0 v_0(1 + \alpha t)$. Das proportionale Anwachsen des Volumens mit der absoluten Temperatur kann man durch eine

¹ Der erste Entdecker des Gesetzes scheint VOLTA zu sein. Seine Arbeit (veröffentlicht in den Annali di Chimica von BRUGNATELLI, 1793) heißt: Della uniforme dilatazione dell' aria per ogni grado di calore, cominciando sotto la temperatura del ghiaccio, fin sopra della dell' ebollizione dell' acqua e di ciò, che sovente fa parer non equabile tal dilatazione, entrando ad accrescere a dismisura il volume dell' aria.

Gerade darstellen. Da $\alpha = 1/273,2$ ist, so würde die Gerade, wenn sich das Gas *unbegrenzt diesem Gesetz entsprechend* verhielte, bei $t = -273,2$ die Temperaturachse schneiden, Abb. 381, bei dem absoluten Nullpunkt also keine Ausdehnung haben. Ähnliches gilt für die lineare Abhängigkeit des Druckes von der Temperatur. — Die bei konstant gehaltener Temperatur zusammengehörigen Werte p und v haben wir bereits in einer Kurve zusammengefaßt. Jetzt können wir die Zusammengehörigkeit von p , v und t für ein ideales Gas graphisch darstellen, nämlich in einer Fläche, die in der Zustandsgleichung $p v = p_0 v_0 (1 + \alpha t)$ enthalten ist. Fügen wir zu dem ebenen Koordinatensystem der Abb. 199, S. 176, die die bei konstantem t zusammengehörigen p und v zusammengefaßt,

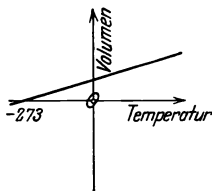


Abb. 381.

eine auf der p, v -Ebene senkrechte Achse für die Temperatur hinzu, und registrieren wir in diesem dreiachsigen System die zusammengehörigen Werte p , v , t durch Punkte, so liegen diese auf einer Fläche, Abb. 382. Ein bestimmter Punkt der Fläche bezeichnet einen bestimmten Zustand des Gases, bestimmt durch seinen Druck, sein Volumen und seine Temperatur. Wir nennen sie daher *Zustandsfläche* des Gases (nach der ihr zugrunde liegenden *Zustandsgleichung* zwischen p , v , t). Sie ist durch folgendes gekennzeichnet: eine Ebene, parallel zur p, v -Ebene (deren Punkte alle dasselbe t haben), schneidet die Zustandsfläche in einer gleichseitigen Hyperbel (Isotherme) SR , auch NM ; eine Ebene, parallel zur p, t -Ebene (deren Punkte alle dasselbe v haben), schneidet sie in einer auf die negative Temperaturachse zu geneigten Geraden (Isochore) cc ; eine Ebene, parallel zur v, t -Ebene (deren Punkte alle dasselbe p haben), schneidet sie ebenfalls in einer auf die negative Temperaturachse zu geneigten Geraden (Isobare) bb .

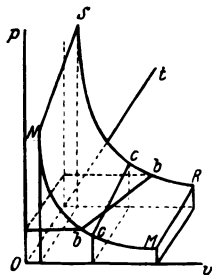


Abb. 382. Idealisierte Zustandsfläche eines sehr verdünnten Gases. Graph. Darstellung der in der Zustandsgleichung zusammengefaßten Funktionsbeziehung zwischen Druck, Volumen und Temperatur (p , v , t) eines Gases.

Die für bestimmte einzelne Temperaturpunkte geltenden Isothermen erhält man auf der Zustandsfläche, wenn man durch diese Punkte der Temperaturachse Ebenen parallel zur p, v -Ebene legt. Man sieht die Isothermen dann auf den hintereinanderliegenden Parallelebenen. Sie werden auf der Zustandsfläche

nach hinten zu (relativ zum Anfangspunkt des Koordinatensystems) immer flacher. Projiziert man sie alle nach vorn auf die p, v -Ebene, so geben sie die Abb. 383.

Wir stellen die bei t^0 zusammengehörigen Drucke und Volumina eines Gases, das bei 0^0 und dem Druck p_0 das Volumen v_0 hat, zusammen, und zwar unter der Voraussetzung, daß das eine Mal das Volumen konstant erhalten wird, das zweite Mal der Druck, das dritte Mal Druck

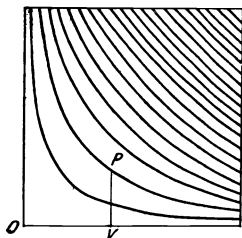


Abb. 383. Isothermen eines sehr verdünnten Gases.

Temperatur	Druck	Volumen
0^0	p_0	v_0
t^0	$p_0(1 + \alpha t)$	v_0 konstant
t^0	p_0 konstant	$v_0(1 + \alpha t)$
t^0	p	$v_0(1 + \alpha t) \frac{p_0}{p}$
t^0	$p_0(1 + \alpha t) \frac{v_0}{v}$	v

und Volumen in p und v übergegangen sind. — Beides: *Volumenzunahme* bei konstantem Druck und *Druckzunahme* bei konstantem Volumen erlaubt den Wert von α zu ermitteln.

Geltungsbereich des $p \cdot v$ -Gesetzes. Die Zustandsfläche ist idealisiert, denn kein Gas befolgt das BOYLE-MARIOTTE-Gesetz oder das GAY-LUSSAC-Gesetz in der ihr zugrunde gelegten Vollkommenheit. Die Gesetze erleiden Abweichungen, die um so größer werden, je größer der Druck und je niedriger die Temperatur ist. Um übersehen zu können, wie sich $p \cdot v$ mit p ändert, macht man $p \cdot v$ zur Ordinate, p zur Abszisse eines Koordinatensystems [$(p \cdot v)$, p -Diagramm], hält die Temperatur konstant und zeichnet den Verlauf der für diese Temperatur geltenden Isotherme. Das tut man für eine Anzahl von Temperaturen. Man erhält dann ein System von Isothermen (Abb. 384). Jede Isotherme — oberhalb einer bestimmten Temperatur — durchläuft ein Minimum. In der Sprache der Differentialrechnung heißt das: die Tangente an diesem Punkt der Isotherme ist *parallel* zur p -Achse, *dicht* bei ihm gehört zu *jedem* p praktisch *dasselbe* $p \cdot v$, dort ist $p \cdot v$ *unabhängig* von p , gilt also das Gesetz *streng*. Man nennt diesen Punkt **BOYLE-Punkt**. Die BOYLE-Punkte der sämtlichen Isothermen bilden die (parabelförmige) **BOYLE-Kurve**. Die Kurve schneidet in irgendeinem Punkte die $(p \cdot v)$ -Achse. Dieser Punkt gehört zu dem Druck $p = 0$, d. h. zu unendlicher Verdünnung. Die Temperatur der durch diesen Punkt gehenden Isotherme heißt die **BOYLE-Temperatur**. [Sie spielt für die Verflüssigung der Gase eine wichtige Rolle, die Verflüssigung nach dem JOULE-THOMSON-Verfahren wird erst dann möglich, wenn das Gas wenigstens bis auf die BOYLE-Temperatur vorgekühlt ist.]

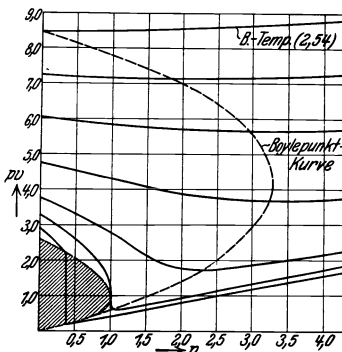


Abb. 384. Abhängigkeit des $p \cdot v$ -Gesetzes vom Druck p . Bedeutung des BOYLE-Punktes.

Zusammenfassend kann man sagen: Das $p \cdot v$ -Gesetz gilt zwar nicht genau, aber für viele Gase sehr angenähert innerhalb weiter Grenzen. Es gilt um so strenger, je kleiner der Druck wird, und gilt völlig streng für das „unendlich verdünnte“ Gas, d. h. für einen *Grenzzustand*. Bis zu höheren Drucken hinauf als sonst gilt es streng bei der BOYLE-Temperatur. Auch hat nur das „unendlich verdünnte“ Gas bei allen Temperaturen denselben Temperaturkoeffizienten und denselben Spannungskoeffizienten, nämlich $\alpha = 0,0036604 = 1/273,2$ (HENNING und HEUSE).

Thermometrie.

Das Gasthermometer. Das Gasgesetz von GAY-LUSSAC $p_T V_T = p_0 V_0 \cdot \alpha T$ zusammen mit der Konstante $\alpha = 1/273,2$ ist das Fundament der Temperaturskala. Alle Thermometrie gründet sich auf das Gasthermometer (S. 287). Seine Wirksamkeit beruht darauf, daß das Gas dem hier formulierten Gesetz entsprechend bei gleichbleibendem Volumen um so stärker auf die Wand seines Behälters drückt, je höher seine Temperatur ist. Man setzt die Temperatursteigerung proportional der Zunahme des Gasdruckes; dem Druck bei der Temperatur des schmelzenden Eises ordnet man die Gradzahl 0 zu und dem Druck bei der Temperatur des (unter normalem Druck) siedenden Wassers die Gradzahl 100. Abb. 385 zeigt ein Gasthermometer für genaue Messungen. Die Formeln für die Temperaturmessung mit dem dadurch beschriebenen Gasthermometer (S. 287) gelten nur, wenn *alle* Teile des Gases die zu messende Temperatur angenommen haben und das Volumen des Gases wirklich konstant bleibt. Keine dieser Bedingungen ist in der Praxis streng erfüllbar. Der größte Teil der Kapillare K und der Gasraum über der Kuppe bei der Marke M sind stets auf der Zimmertemperatur. Dieser „schädliche Raum“ des Gasthermometers erfordert

eine Berichtigung der einfachen Formeln. Die Bedingung konstanten Volumens ist deshalb nicht streng erfüllbar, weil das Gefäß G sein Volumen mit der Temperatur verändert. Für Messungen von den tiefsten Temperaturen bis zu etwa 450° verwendet man gewöhnlich Glasgefäße (Jenaer Glas 59 III), bei höheren Temperaturen bis etwa 1700° Platiniridium, darüber hinaus Wolfram, das erst bei 3300° schmilzt. Die Grenze für die Feuerfestigkeit und die Undurchlässigkeit des Gefäßmaterials ist auch die obere Grenze für die Gasthermometrie.

Absoluter Nullpunkt der Temperatur. Hat das Gas bei der Temperatur des schmelzenden Eises den Druck 1000 mm Quecksilber, so hat es — abgesehen von den Berichtigungen wegen des schädlichen Raumes und der Gefäßausdehnung — bei 100° den Druck 1366 mm. Jedem Grad entsprechen also 3,66 mm. Berechnet man hieraus, welche Temperatur man dem Druck Null zuordnen muß, so findet man bei Beibehaltung des Gradwertes ($3,66 \text{ mm Hg pro Grad}$) — $\frac{1000}{3,66} = -273,2$. Diese Temperatur, der *absolute Nullpunkt*, ist mit dem Gasthermometer nicht meßbar, da jedes Gas bei sinkender Temperatur sich dem Punkt nähert, in dem es flüssig wird, und einen geringeren Druck hat, als ein ideales Gas bei derselben Temperatur haben würde. Daher zeigt das Gasthermometer den Druck Null schon *über* dem absoluten Nullpunkt an.

Die verschiedenen Gasthermometer (Luft, Wasserstoff) stimmen nur dann überein, wenn die Gase sehr verdünnt sind. Mit sehr verdünnten Gasen zu messen, ist aber schwierig, weil die zu messenden Gasdrücke dann un bequem klein sind. Die Temperaturangaben weniger verdünnter Gase weichen jedoch bis zu mehreren Zehntel Grad voneinander ab, je nach der Natur des Gases und nach seiner Verdünnung. Für die alltägliche Praxis ist das meist belanglos, aber nicht für die Präzisionsmessung. Man hat daher (international) ein Wasserstoffthermometer konstanten Volumens, das am Eisschmelzpunkt einen Druck von 1000 mm Quecksilber besitzt, als Normalthermometer festgelegt (1886) und im internationalen Bureau zu Paris vier Quecksilberthermometer zwischen 0 und 100° aufs genaueste mit ihm verglichen und sie korrigiert, um sie in volle Übereinstimmung mit dem Wasserstoffthermometer zu bringen. Diese vier Quecksilberthermometer stellen die eigentliche internationale Wasserstoffskala dar. Für sehr tiefe und sehr hohe Temperatur ist sie aber nicht verwendbar, weil Wasserstoff bei hoher Temperatur jedes Gefäßmaterial angreift oder durchdringt und bei sehr tiefer Temperatur flüssig wird. Helium würde die Schwierigkeiten nur etwas hinausschieben. Endgültig ist die Frage der Temperaturskala und ihrer Verwirklichung nur durch die Thermodynamik im Anschluß an den zweiten Hauptsatz lösbar und durch Zurückführung der Angaben der Gebrauchsthermometer auf die thermodynamische Skala (S. 302).

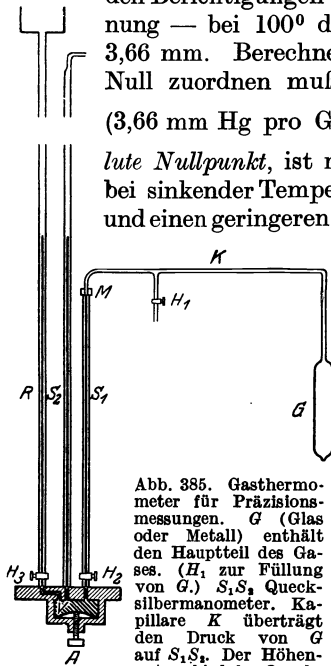


Abb. 385. Gasthermometer für Präzisionsmessungen. G (Glas oder Metall) enthält den Hauptteil des Gases. (H_1 zur Füllung von G .) S_1, S_2 Quecksilbermanometer. Kapillare K überträgt den Druck von G auf S_1, S_2 . Der Höhenunterschied der Quecksilberkuppen in S_1 und S_2 mißt ihn. Der Raum über der Kuppe in S_2 ist luftleer, das Manometer ist dadurch vom Luftdruck unabhängig. Um das Gas stets auf dasselbe Volumen zu bringen, hebt man das Quecksilber in S_1 vor jeder Druckablesung bis zur Marke M . Hierzu läßt man durch R und H_2 aus einem hochliegenden Reservoir Quecksilber in den Raum V treten. Stahlplatte und Schraube A dienen zur endgültigen Feineinstellung.

Verwirklichung der thermodynamischen Skala. Zur Verwirklichung der thermodynamischen Skala viel geeigneter als der CARNOT-Prozeß ist der JOULE-THOMSON-Effekt (S. 296). Statt die Wärmemenge zu messen, die ein Stoff bei isothermer Ausdehnung von außen aufnimmt, mißt man bequemer die Temperaturänderung eines langsam durch die Drosselstelle strömenden Gases. Die Anwendung des zweiten Hauptsatzes auf den JOULE-THOMSON-Effekt ergibt eine Beziehung zwischen der gasthermometrischen und der thermodynamischen Temperatur. Mit ihr kann man ermitteln, wie man die Angaben eines Gasthermometers (konstanten Druckes) korrigieren muß, um sie in die der thermodynamischen

Skala zu verwandeln. Die Grade der thermodynamischen Skala nennt man $^{\circ}\text{K}$ (Grad KELVIN). — Es läßt sich beweisen, daß die Skala des Gasthermometers konstanten Volumens wie auch die konstanten Druckes mit der thermodynamischen Skala völlig übereinstimmt, wenn das Füllgas ein ideales ist. Molekulartheoretisch ist ein *ideales* Gas ein Gas, dessen Teilchen weder Ausdehnung noch gegenseitige Anziehungskraft besitzen. Dieses Ideal erfüllt nahezu ein wirkliches Gas von sehr geringer Dichte. Je größeres Volumen eine Gasmasse hat, um so mehr verschwindet ihm gegenüber das Volumen seiner Teilchen, und mit zunehmendem Abstände der Teilchen voneinander (infolge der Verdünnung) wirken die gegenseitigen Anziehungskräfte immer schwächer. Ein *unendlich* verdünntes wirkliches Gas stimmt als *Thermometersubstanz* völlig mit einem idealen Gas überein.

Ganz allgemein weichen die Gasthermometer zwischen 0° und 100°C um geringe Bruchteile eines Grades von der thermodynamischen Skala ab, das Heliumthermometer am wenigsten. Ein Heliumthermometer konstanten Volumens mit einem Eisdruck von $p_0 \leq 1000$ mm verwirklicht bis zur oberen Grenze seiner Brauchbarkeit (in einem Platiniridiumgefäß bis 1600°) die thermodynamische Skala aufs beste. Für die Zwecke der Temperaturskala ist es unerlässlich, gasthermometrisch bis etwa 1100°C zu messen. Darüber hinaus im Bereich der Glühtemperaturen benutzt man optische Strahlungsmesser.

Quecksilberthermometer (für verschiedene Zwecke). Das Alltagsthermometer ist das Quecksilberthermometer der bekannten Form. Sein Gebrauch beruht darauf, daß das Quecksilber sich bei Wärmeaufnahme ausdehnt und bei Wärmeabgabe zusammenzieht, und schließlich mehr oder weniger hoch in der Kapillare steht. Bei der Herstellung des Thermometers muß man das Quecksilber und die Innenwand des Glases *völlig* von Luft befreien, damit die Kapillare des fertigen Thermometers *nur* Quecksilber und eine Spur Quecksilberdampf enthält (TORRICELLI-Vakuum). Bei jedem Thermometer muß man den Punkt aufsuchen, bis zu dem der Quecksilberfaden reicht, wenn der Quecksilberbehälter ganz von *schmelzendem* Eise bedeckt ist, ferner den Punkt, bis zu dem er reicht, wenn (wie in Abb. 401, S. 359) das Thermometer ganz *von dem Dampf* (nicht dem Wasser!) *umgeben* ist, der aus *siedendem Wasser* entweicht; diesen Punkt, den *Siedepunkt*, muß man ermitteln unter Berücksichtigung des augenblicklichen Barometerstandes, da die Temperatur des Siedens von ihm abhängt; sie ändert sich um etwa $0,03^{\circ}$ pro mm Hg. — Um Temperaturen *zwischen* Siedepunkt und *Gefrierpunkt* bezeichnen zu können, hat man den Abstand beider in gleiche Teile geteilt und jeden Teilstrich beziffert; die Teilung wird in gleich großen Stufen über den Siedepunkt und unter den Gefrierpunkt fortgesetzt (S. 287). Die Angaben der Quecksilberthermometer stimmen dann sehr nahe mit denen des Gasthermometers überein. (Für *große* Genauigkeit Korrekturen erforderlich!) Der Meßbereich des gewöhnlichen Quecksilberthermometers wird begrenzt durch den Gefrierpunkt des Quecksilbers bei $-38,87^{\circ}\text{C}$ und den normalen Siedepunkt bei $+356^{\circ}\text{C}$. Für Temperaturen von -35 bis -100°C dient meist *Alkohol* als Thermometerflüssigkeit, da er erst bei -130°C gefriert. Thermometer für Temperaturen *über* 350°C füllt man über dem Quecksilber mit Stickstoff (oder mit Kohlensäure). Das aufsteigende Quecksilber verdichtet das Gas, erfährt dadurch einen hohen Gegendruck und wird am Sieden verhindert. Ein solches Quecksilberthermometer (aus genügend widerstandsfähigem Glas) reicht bis 500° , aus Quarzglas sogar bis 750° . *Noch* höhere Temperaturen mißt man mit elektrischen Thermometern (Platinthermometer) oder mit einem Strahlungs-pyrometer. — *Maximum-* und *Minimumthermometer* markieren durch ein zurückbleibendes Zeichen die höchste und die niedrigste Temperatur im Verlauf einer gewissen Messungsdauer. Man benutzt z. B. (Abb. 387) Quecksilber, das bei der Ausdehnung einen Eisenstift bis zur Stelle des Maximums vor sich herschiebt und bei der Zusammenziehung dort liegenläßt, und im Minimumthermometer Alkohol, der bei der Zusammenziehung durch seine Oberflächenhaut einen Glasstift bis zur Minimumstelle mitnimmt und bei der



Abb. 386.
Fieberthermometer.



Abb. 387. Maximum- und Minimumthermometer.

Ausdehnung dort liegenläßt. — Diese Thermometer markieren nur die *Temperaturgrenzen*; die *Thermographen* registrieren den *Temperaturverlauf*, sie zeichnen *Temperaturkurven*. — Ein Maximumthermometer ist auch das *Fieberthermometer* (Abb. 386) zur Messung der Kör-

per Temperatur des Menschen. Es ist ein Quecksilberthermometer, dessen Faden an einer (durch einen hineinragenden Glasfaden) verengten Stelle der Kapillare abreißt, sobald er aus der Maximumstellung zurückzugehen strebt. Der abgerissene Faden bleibt bei der Abkühlung dort liegen, wo er bei der maximalen Temperatur gelegen hat. Da die Körpertemperatur normal bei 37°C liegt, und es sich nur um wenige Grade bei der Messung handelt, ist die Skala gewöhnlich nur von $35\text{--}42^{\circ}$ in Zehntelgrade geteilt. — Durch einen derart abgerissenen Quecksilber-



Abb. 388.
BECK-
MANN'SCHES
Thermo-
meter.

faden markiert auch das Tiefseethermometer (RICHTER) die in der Tiefe gemessene, aber erst an Bord ablesbare Temperatur. Unten angekommen wird das Thermometer umgekehrt (Umkip- oder Umkehrthermometer), der Quecksilberfaden reißt an der verengten Stelle der Kapillare infolgedessen ab und fällt in den leeren unteren Teil der jetzt auf dem Kopf stehenden Kapillare. Die Fadenslänge ergibt die Temperatur in der Tiefe, die Kapillare ist deswegen für die umgekehrte Stellung geeicht. Die Thermometer erfordern besonderen Schutz gegen den ungeheuren Druck in der Tiefe (je 10 m rund 1 at).

Um eine Gefrierpunktniedrigung oder eine Siedepunkterhöhung zu messen — also nicht absolute Temperaturen, sondern relative, ganz wenige Grad betragende Temperaturänderungen möglichst genau zu messen, benutzt man das BECKMANN-Thermometer. Die zur Temperaturmessung verwendete Quecksilbermenge in ihm kann man aus einem Behälter, in den die Kapillare oben mündet, vermehren, oder man kann sie durch Ausgießen in ihn verringern (Abb. 388). Man kann so z. B. den tiefsten Temperaturgrad, von dem aus man bei der Siedepunkterhöhung mißt, auf den Nullpunkt verlegen und von hier aus jede höhere Temperatur messen, die in dem Bereiche der Skala liegt. Die Skala umfaßt nur ganz wenige Grad, in $0,01^{\circ}$ unterteilt, man kann $0,001^{\circ}$ abschätzen.

Auch die Temperaturabhängigkeit der Länge fester Körper benutzt man bisweilen zur Thermometrie, so (BRÉGUET) in dem Metallbandthermometer (Abb. 389). Wie in der Chronometerunruhe liegen zwei oder, um die Empfindlichkeit noch zu steigern, drei gleich lange Metallbänder aufeinander, ein dreifaches Band aus Silber, Gold und Platin bildend, das goldene in der Mitte, weil sein Ausdehnungskoeffizient zwischen dem der beiden andern liegt; die (aus diesem Bande) hergestellte Schraubenfeder deformiert sich infolge der Temperaturänderung und dreht einen Zeiger vor einer thermometrisch geeichten Skala.

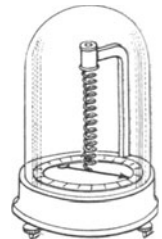


Abb. 389. Metall-
bandthermometer.

Platinthermometer. (Elektrische Temperaturmessung.) Das Hg-Thermometer ist am bequemsten zu handhaben, aber zuverlässiger ist das Platindraht-Widerstandsthermometer: es ist zwischen -200° und $+650^{\circ}$ das wichtigste Temperaturmeßgerät für wissenschaftliche Zwecke, z. B. bei Explosionsversuchen oder bei adiabatischer Volumenänderung von Gasen, zur Ermittlung des Sättigungsdruckes des Wasserdampfes (die Physikalisch-Technische Reichsanstalt benutzt es als Normalinstrument), und auch technisch ist es wichtig, z. B. als

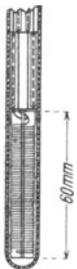


Abb. 390.
Platinther-
mometer.

Fernthermometer. Ein Widerstandsthermometer beruht darauf: Der elektrische Widerstand (S. 418) eines Drahtes steigt und fällt mit seiner Temperatur. Kennt man die Formel für den Zusammenhang zwischen beiden und mißt man den Widerstand des Thermometerdrahtes bei der jeweiligen Temperatur, so folgt die (unbekannte) Temperatur aus der Formel. Am besten eignet sich Platin (Grundgedanke WERNER SIEMENS, 1870, Formel CALLENDAR, 1886): es ändert sich an der Luft nicht, hat einen sehr hohen Schmelzpunkt, seine Widerstandsformel ist oberhalb -40° streng quadratisch $R_t = R_0(1 + at + bt^2)$, man braucht daher nur an drei Festpunkten den Widerstand zu messen (man benutzt den Schmelzpunkt des Eises, den Siedepunkt des Wassers und den Siedepunkt des Schwefels [$444,6^{\circ}$ bei 1 Atm.]), um die Konstanten R_0 , a , b zu ermitteln und die Formel benutzen zu können. Eine für wissenschaftliche Zwecke geeignete Form der Thermometergefäße im Pt-Thermometer zeigt Abb. 390: Ein Pt-Draht von 0,1 mm Durchmesser und etwa 10 Ohm Widerstand ist schraubenartig auf einen im Querschnitt +förmigen isolierenden Stab (Hartbrandporzellan oder Glimmer) aufgewickelt, so daß er ihn nur an wenigen Punkten berührt.

Man handhabt es (von einem Schutzrohr umgeben) wie ein Hg-Thermometer. Aus dem Rohr heraus führen Drähte zu einer Widerstand-Meßvorrichtung. — In extrem tiefen Temperaturen übertrifft das Bleidrahtthermometer (NERNST) das Pt-Thermometer: nahe der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs wird der Temperaturkoeffizient vieler Metalle sehr klein, daher ihre thermometrische Empfindlichkeit zu klein. Hierin übertrifft Pb das Pt bei weitem.

Ein Widerstandsthermometer besonderer Art ist das Bolometer (LANGLEY, 1881). Es besteht (Abb. 391) im wesentlichen aus einem oder aus mehreren (Linear- oder Flächen-

bolometer) Platinstreifen von weniger als 1μ Dicke (mit Platinmoor geschwärzt). Es mißt die Energie von ihm verschluckter *Strahlung* durch die Änderung seines elektrischen Widerstandes, die der Änderung seiner Temperatur proportional ist. Um diese zu messen, schaltet man es in einen Zweig einer WHEATSTONESchen Brücke (S. 422). Das Galvanometer — vor der Bestrahlung des Bolometers auf Null gebracht — gibt Ausschläge, die der verschluckten Energie proportional sind. Das Bolometer war lange Zeit das meist gebrauchte, weil empfindlichste Instrument zur Strahlungsmessung (am empfindlichsten im Vakuumgefäß), aber es stellt gar zu große Ansprüche an den Benutzer (Fehlerquellen!) und steht jetzt zurück gegen andere mittlerweile erheblich verbesserte Strahlungsmesser.

Zur Messung der Temperaturen in Hochöfen, Glasöfen u. dgl. benutzt man optische Pyrometer (S. 639 o.), über Thermolemente als Thermometer s. S. 427 u.

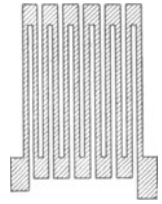


Abb. 391.
Streifenbolometer.

D. Spezifische Wärme der Stoffe. Kalorimetrie.

Spezifische Wärme (BLACK 1760). Wir fragen jetzt: Wie hängt die Temperaturzunahme eines Stoffes von der *Wärmeaufnahme* durch ihn ab? Wieviel Wärme ist nötig, um seine *Temperatur* um eine vorgeschriebene Anzahl Grad zu erhöhen? — Als *Wärmeeinheit*, mit der wir Wärmemengen messen, gilt diejenige Wärmemenge (S. 290), die die Temperatur von 1 g *destilliertem Wasser* von $14,5^{\circ} \text{C}$ um 1°C erhöht. Man nennt sie Kalorie (cal), Grammkalorie, auch kleine Kalorie; ihr Tausendfaches: Kilogrammkalorie (kcal). Die nächste Frage ist: Gehört ebensoviel Wärme (1 cal) dazu, die Temperatur von *ein g* eines *anderen* Stoffes um 1°C zu erhöhen, wie dazu gehört, die Temperatur von 1 g *Wasser* so zu erhöhen? Nein. Für Quecksilber reicht etwa der 30. Teil von 1 cal aus, genau 0,033 cal, für Kupfer 0,091; für Blei 0,031, für Eisen 0,111, für Alkohol ca. 0,58 usw. oder anders: eine Menge Wärme, die nur für *ein g* Wasser zur Temperaturerhöhung um 1°C ausreicht, würde ausreichen für etwa 30,3 g Quecksilber oder 11,0 g Kupfer oder 32,3 g Blei oder 9,02 g Eisen oder 1,72 g Alkohol usw., oder noch anders: eine Menge Wärme, die die Temperatur von 1 g Wasser um *ein* $^{\circ} \text{C}$ erhöht, würde die Temperatur von 1 g Quecksilber etwa um $30,3^{\circ} \text{C}$ erhöhen usw. Wir sehen: Die Wärmemenge, die ein Stoff für eine bestimmte Temperatursteigerung fordert, hängt nicht nur von der *Menge* seiner Masse ab, sondern auch von seiner *chemischen* Eigenart; man nennt die Menge Wärme, die nötig ist, die Temperatur von 1 g eines Stoffes um 1°C zu erhöhen, seine *spezifische Wärme*.

Die spezifische Wärme, streng: ihr Mittelwert für Temperaturen zwischen 0° und 100° , beträgt für

Aluminium	0,214	Zinn	0,054
Schwefel	0,175	Jod	0,054
Eisen	0,111	Antimon	0,050
Zink	0,092	Quecksilber	0,033
Kupfer	0,091	Platin	0,032
Silber	0,055	Blei	0,031
Alkohol	0,58	Benzol	0,407
Glyzerin	0,58	Chloroform	0,234
Wasserstoff	3,410	Stickstoff	0,2438
Sauerstoff	0,220	Luft	0,2404

Wasser (mit 1) hat von allen flüssigen und festen Stoffen die *größte* spezifische Wärme; *Eis* hat 0,505, *Wasserdampf* 0,462. Wasser hat also dampfförmig und fest nahezu *dieselbe* spezifische Wärme, und zwar nur halb so große wie im flüssigen Zustande.

Gewisse Beziehungen zwischen den spezifischen Wärmen der verschiedenen Stoffe werden deutlicher, wenn man die zur Temperaturerhöhung um 1° nötige

Wärmemenge statt auf gleiche *Massen* (1 g) auf gleich viel Atome oder auf gleich viel Moleküle bezieht. Man bezieht sie deswegen auf das *Grammatom* oder auf das *Grammolekül* und nennt sie Atomwärme und Molwärme; sie ist gleich dem Produkt des Atom- oder des Molekulargewichtes mit der auf 1 g bezogenen spezifischen Wärme. Diese Definition der spezifischen Wärme berücksichtigt aber nicht die mit der Wärmeaufnahme verbundene Volumenänderung der Stoffe. Bleibt der äußere Druck *unverändert*, dann geht ein Teil der aufgenommenen Wärme darauf hin, das Volumen des Körpers zu vergrößern, nur der Rest erhöht die Temperatur, ist also die *wahre* spezifische Wärme. Auch jener erste Teil würde als spezifische Wärme gemessen werden, wenn infolge genügender *Erhöhung* des äußeren Druckes das Volumen konstant bliebe. Man nennt die Differenz aus der gemessenen spezifischen Wärme und der „Volumenänderungswärme“ die *spezifische Wärme bei konstantem Volumen*, und den wirklich gemessenen Wert die *spezifische Wärme bei konstantem Druck*. Man bezeichnet die erste mit c_v , die zweite mit c_p , die Atom- und die Molwärme mit C_v und C_p . Bei festen Stoffen und Flüssigkeiten ist der Unterschied wegen der geringen Volumenänderung belanglos, aber bei den Gasen ist sie groß (in der Atom- und Molwärme ca. 2 cal), weil die äußere Arbeit wegen der großen Volumenänderung groß ist.

Die Wärmemenge, um die c_p größer ist als c_v , ist, in mechanischem Maß gleich der Arbeit, die das Gas leistet, während es sich, den Druck überwindend, ausdehnt. Wir wollen die Rechnung für 1 Mol durchführen: Um 1 Mol vom Molekulargewicht M , also M g Gas, um 1° zu erwärmen, das eine Mal bei konstantem Druck, das andere Mal bei konstantem Volumen, gebrauchen wird das erste Mal $M c_p = C_p$, das zweite Mal $M c_v = C_v$ cal. Die Ausdehnungsarbeit des Mols ist also $C_p - C_v$ cal. Wir können diese Arbeit noch anders berechnen: Das Volumen des Mols vor der Erwärmung sei v und seine Temperatur 0° C, also absolut $T = 273^\circ$. Erwärmen wir das Mol bei konstantem Druck um 1° , so dehnt es sich um $v\alpha$ (wo $\alpha = 1/273$) aus, d. h. um v/T . Während der Ausdehnung überwindet es den konstanten Druck p , es leistet also die Arbeit $p v/T$. Wir haben also $C_p - C_v = p v/T$. Es ist aber (S. 180 o. u. 293 o.) $p v = 1,986 \cdot T$ cal, also $C_p - C_v = 1,986$ cal.

Gesetz der Atomwärme von DULONG und PETIT (1818). Die Atomwärme der festen Elemente liegt bei Zimmertemperatur, wie DULONG und PETIT zuerst gefunden haben, im Mittel bei $6,4$ cal/ $^\circ$ C. Das Gesetz ist nicht streng erfüllt. Die Metalloide mit kleinem Atomgewicht haben schon bei Zimmertemperatur viel kleinere Atomwärme, bei tiefer Temperatur häufen sich die Ausnahmen. Am weitesten (nach unten) weichen Bor, Beryllium, Kohlenstoff und Silizium ab mit $2,7 - 3,7 - 1,8 - 3,8$; aber ihre Atomwärme nähert sich mit steigender Temperatur dem Werte $6,4$. Für Kohlenstoff ist die Atomwärme bei 980° C etwa $5,5$; etwa 7 mal so groß wie bei -50° (hierüber s. 348 o.). Am genauesten ist das Gesetz für die Metalle erfüllt. Würde man die Arbeit der Volumenänderung berechnen und von C_p abziehen, so würden die C_v alle um $6,0$ liegen. Das bedeutet: zur Temperaturerhöhung eines Stoffes um 1° ohne Volumenänderung muß man jedem Atom, gleichviel von welchem Stoff, immer die gleiche Wärmemenge zuführen. — Für chemische Verbindungen gilt das Gesetz (NEUMANN): die Molwärme der Verbindung ist gleich der Summe der Atomwärmen der einzelnen Elemente. Es gilt natürlich nur so weit, wie das Gesetz von DULONG-PETIT.

Klassische Theorie der Atomwärme (GIBBS, BOLZMANN). Aufnahme von Wärme durch den Körper heißt: Aufnahme molekularer Bewegungsenergie, die sich in dem Körper auf die Moleküle und Atome verteilt. Aber: der Wärmehalt eines Körpers besteht nicht nur in kinetischer Energie. Nicht einmal in den Gasen (außer in denen, deren Molekül nur ein Atom enthält), denn das Molekül besteht im allgemeinen aus mehreren Atomen, und diese können in dem Molekül rotieren und auch schwingen und ein Teil der Schwingungsenergie ist stets potentielle Energie (S. 99 o.). Um die Schwingungsenergie bei Temperatursteigerung zu erhöhen, muß man jedem Stoff daher mehr Energie in Form von Wärme zuführen

als der bloßen Erhöhung der mittleren kinetischen Energie der Schwingung entsprechen würde. Und nun gar der *festen* Körper! Gegenseitig wirkende Anziehungskräfte halten sein Atomgefüge zusammen. Jedes Atom wird dadurch trotz seiner Wärmebewegung in der Nähe eines mittleren Ortes festgehalten, um den es *nur schwingen* kann. Ein fester Körper mit gleichmäßiger Temperaturverteilung hat daher einen bestimmten Betrag mechanischer Energie — kinetischer und potentieller — und auf jedes Atom wird im Durchschnitt ein bestimmter Betrag von beiden entfallen. Nun lehren die Gesetze von DULONG-PETTIT und von NEUMANN: dieser bei einer bestimmten Temperatur durchschnittlich pro Atom vorhandene Energiebetrag *wächst* bei Erhöhung um 1°C für alle Atome in beliebigen festen Elementen und Verbindungen um *gleich viel*. Das hat zu der Vermutung geführt: nicht nur die *Änderung* der Atomenergie ist bei einer bestimmten Temperatur in allen Festkörpern und für alle Atome dieselbe, sondern die *Atomenergie selber* ist dieselbe. Wenn nun zwischen zwei verschieden temperierten Körpern Wärme übergeht, dann wird nach dieser Auffassung im *Wärmegleichgewicht* die gesamte Wärmeenergie nach dem Verhältnis der Atomzahlen auf beide Körper verteilt sein. Theoretisch begründet hat dieses Ergebnis BOLTZMANN durch den *Gleichverteilungssatz*: die gesamte Bewegungsenergie zweier beliebiger in Wechselwirkung stehender mechanischer Systeme verteilt sich auf diese im Mittel nach der Zahl ihrer Freiheitsgrade. (S. was S. 51/52 über die Freiheitsgrade gesagt worden ist.)

Von $pV = \frac{N}{3}mv^2$ [Gleichung (1) auf S. 178] ausgehend, läßt¹ sich zeigen: die kinetische Energie pro *Freiheitsgrad* ist bei einem Gase aus starren Molekülen (eiatomiges Gas) bei der Temperatur T gleich $\frac{1}{2} \frac{R}{N} T$, wo R die Gaskonstante ist und N die Anzahl Moleküle im Mol. Im Festkörper ist sie *doppelt* so groß, also $\frac{R}{N} T$ (kinetische und potentielle Energie, beide als gleich angenommen). Mit $R/N = k$ können wir $1/2 \cdot kT$ und kT schreiben. Einem kugelförmigen Molekül, das sich frei nach allen drei Dimensionen bewegen kann, schreibt man drei Freiheitsgrade zu. Es besitzt daher bei der absoluten Temperatur T im Mittel die Energie $3/2 \cdot kT$. Enthält ein Gas N eiatomige kugelförmige Moleküle, so enthält es hiernach bei der Temperatur T die Energie $3/2 \cdot NkT$ und verlangt den Energiezuwachs $3/2 \cdot N \cdot k \cdot \Delta T$, um seine Temperatur um ΔT Grad zu erhöhen. Ein Molekül aus *zwei starr* miteinander verbundenen Atomen hat (S. 51) fünf Freiheitsgrade und besitzt bei der Temperatur T im Mittel die Energie $5/2 \cdot kT$. Enthält ein Mol eines zweiatomigen Gases, wie Wasserstoff oder Sauerstoff, N Moleküle von je fünf Freiheitsgraden, dann ist die Energie, die man aufwenden muß, um das Mol um 1° zu erwärmen (ohne daß es äußere Arbeit leistet), gleich $5/2 \cdot kN$. Das ist die Molwärme C_v . Da aber (S. 179 u., 182 o.) $kN = R$ ist (Gaskonstante), so erhält man für C_v bei 5 Freiheitsgraden pro Molekül $5/2 \cdot R$ und bei n Freiheitsgraden pro Molekül $n/2 \cdot R$. Mit jedem neuen Freiheitsgrad wächst die spezifische Wärme um $1/2 \cdot R$. Andererseits kann sich hiernach die spezi-

¹ Gleichung (1) schreiben wir: $pV = \frac{2N}{3} \cdot \frac{mv^2}{2} = \frac{2N}{3} \times$ mittlere kinetische Energie jedes Moleküls oder auch $\frac{2N}{3} \times$ mittlere kinetische Energie von 3 Freiheitsgraden, diese ist nach dem BOLTZMANNschen Theorem eine universelle Funktion der Temperatur: $f(T)$ pro Freiheitsgrad. Dann ist $\frac{mv^2}{2} = 3f(T)$ und es wird $pV = 2Nf(T)$. Das ist die allgemeine Zustandsgleichung für 1 Mol Gas. Die haben wir S. 179 schon in der Form $pV = RT$ [Gleichung (5)] gefunden. Aus beiden zusammen folgt: $f(T) = \frac{1}{2} \frac{R}{N} T \equiv \frac{1}{2} kT$.

fische Wärme eines Körpers *nur dann* ändern, *wenn* sich die Zahl der Freiheitsgrade verändert. Das heißt aber: die spezifische Wärme darf nie sprunghaft um ganze Vielfache von $1/2 \cdot R$ wachsen und abnehmen, oder sie muß konstant bleiben. Sie kann sich also *nicht kontinuierlich* mit der Temperatur ändern. Gerade im Gegensatz hierzu stehen aber die Beobachtungen.

Trotz dieses Widerspruches hat sich die klassische Theorie bei der Berechnung der spezifischen Wärme der *einfachen Gase* glänzend bewährt; ebenso bei der Berechnung der spezifischen Wärme der *einatomigen festen Stoffe*, bei denen neben der kinetischen Energie (wie bei einatomigen Gasen) auch potentielle in Frage kommt. Die Mittelwerte beider Energien nimmt man einander gleich an. Die *gesamte* Energie ist dann gleich der doppelten kinetischen anzusetzen. Da bei einatomigen Stoffen mit frei beweglichen Atomen drei Freiheitsgrade in Betracht kommen, so beträgt die Gesamtenergie des Atoms eines festen Stoffes $2 \cdot 3/2 \cdot RT$, die Molwärme C_v also $3R = 5,958$ cal/Grad in naher Übereinstimmung mit der Regel von DULONG und PETIT. Die *gemessenen* Molwärmen der festen Stoffe sind im allgemeinen etwas größer, denn der theoretische Wert bezieht sich auf c_v , der gemessene auf c_p .

Die *einatomigen Gase* erfordern besonderes Interesse. Die Kenntnis von c_p und $c_p/c_v (= \kappa)$ verhilft zu einem Einblick in den Bau der Gasmolekel: die Molekeln sind in linearer Bewegung, prallen aneinander und an die Gefäßwand, wobei sie ihre Geschwindigkeit und ihre Richtung fortwährend ändern. Das Molekül besteht aus Atomen, diese können *im* Molekül um den gemeinschaftlichen Schwerpunkt schwingen und *in* dem Molekül auch rotieren. Die Moleküle können daher außer der Translationsenergie auch Schwingungs- und Rotationsenergie besitzen. Wir nennen die Energie der Translation die *äußere* Energie K , die Schwingungs- und Rotationsenergie die *innere*, beide zusammen ergeben die Gesamtenergie H . Wieviel von der *Gesamtenergie* entfällt auf die *äußere* Energie? CLAUSIUS fand $\frac{K}{H} = \frac{3/2(c_p - c_v)}{c_v}$. Mit $\frac{c_p}{c_v} = \kappa$ wird $\frac{K}{H} = \frac{3}{2}(\kappa - 1)$. Für Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Stickoxyd und Kohlenoxyd, die jedes zwei Atome im Molekül enthalten, ist $\kappa = 1,40$, also $\frac{K}{H} = \frac{3}{2} \cdot 0,40 = 0,6$. Somit sind 60% ihrer Gesamtenergie Translationsenergie. Daß die *Gesamtenergie* Translationsenergie ist, das Molekül also keinerlei *innere* Energie hat, ist natürlich nur von einem *einatomigen Gase* denkbar. Dann muß $K = H$ sein, also $1 = 3/2(\kappa - 1)$ oder $\kappa = 1,66$. Diesen ungewöhnlichen Wert haben, außer Antimon und Wismut, tatsächlich die Metalldämpfe (zuerst von KUNDT und WARBURG am Quecksilberdampf gefunden) und die Edelgase Argon, Helium, Neon usw. (LORD RAYLEIGH).

Die S. 297 u. errechnete Volumenänderungsarbeit der Gase $C_p - C_v = R$ wird durch die Erfahrung sehr angenähert bestätigt, mittelbar auch durch die Messungen (PIER) am Argon. Argon ist *einatomig*. Für die *einatomigen Gase* ist $C_p/C_v = 1,66$. Wenn wirklich $C_p - C_v = R$ ist, dann ist darnach $C_v \cdot (1,66 - 1) = R$ oder $C_v \cdot 2/3 = R$, also $C_v = 3R/2$ — und das ergeben die Messungen tatsächlich. Der Wert stimmt auch überein mit dem von dem BOLTZMANNschen Satze geforderten. Für die Molwärme C_v der *einatomigen Gase* folgt aus dem Gleichverteilungssatz für N Moleküle

$$C_v = \frac{3}{2} \cdot \frac{R}{N} \cdot T \cdot N = \frac{3R}{2} = 3 \text{ cal}^\circ \text{ C},$$

wie es Argon (2,979) von Zimmertemperatur an bis 2350° tatsächlich hat. Zugleich zeigt das, daß sich die Atome tatsächlich wie Massenpunkte mit drei Freiheitsgraden verhalten.

Von zweiatomigen Gasen müssen wir bei mittleren Temperaturen zwei Gruppen unterscheiden. Die erste, zu der Cl_2 , Br_2 , J_2 gehören, haben $C_v = 3R = 5,95 \text{ cal/}^\circ\text{C}$, also die doppelte der einatomigen Gase, was theoretisch nicht vollkommen geklärt ist. Eine zweite Gruppe, zu der H_2 , O_2 , N_2 gehören, hat als C_v nur $5/2R = 4,96 \text{ cal/}^\circ\text{C}$. Vielleicht sind hier die beiden Atome des Moleküls durch extrem starke Richtkräfte verbunden, so daß sie bei mittleren Temperaturen überhaupt nicht gegeneinander schwingen und sich Schwingungen erst bei *sehr* hohen Temperaturen als Beitrag zur Wärmebewegung und zu C_v geltend machen. In der Tat nehmen die C_v von H_2 und von N_2 entsprechend zu: von 5 cal bei Zimmertemperatur geht H_2 auf 5,72 bei 2500° und N_2 auf 5,93 bei 2550° . Der Anteil der Wärme, der bei mehratomigen Gasen von den Freiheitsgraden der *Rotation* herrührt, muß bei genügend tiefer Temperatur verschwinden, und jedes mehratomige Gas muß daher in tiefer Temperatur die Molwärme eines *ein*-atomigen Gases besitzen, nämlich $C_v = 3/2 \cdot R = 2,979$. Durchaus bestätigt wird diese theoretische Voraussage durch die Messungen der spezifischen Wärme des Wasserstoffs (EUCKEN, 1912). Sie ergeben bei

$t =$	— 233	— 183	— 76	0°C
$C_v =$	2,98	3,25	4,38	4,83.

Wasserstoff ist also seiner spezifischen Wärme nach bereits bei -233° einatomig, und schon bei 0° ist seine spezifische Wärme deutlich kleiner, als es die klassische Theorie für ein zweiatomiges Gas ($C_v = 5/2 \cdot R = 4,965$) fordert.

Die Verkleinerung der spezifischen Wärme der Gase wird erst bei Temperaturen bemerkbar, bei denen die Gase bereits kondensiert sind, wenn man ihren Druck nicht extrem klein macht. Wasserstoff zeigt die Erscheinung darum am deutlichsten, weil er sich ohne zu kondensieren weiter abkühlen läßt als die anderen zweiatomigen Gase.

Quantentheorie der Atomwärme (EINSTEIN 1907, NERNST-LINDEMANN, DEBYE, BORN-V. KÁRMÁN). Der Gleichverteilungssatz *und die vereinfachende Annahme*, daß die potentielle Energie *gleich* der kinetischen ist, führen also zu einer Begründung der Gesetze von DULONG-PETIT und von NEUMANN. Aber doch nur zur Erklärung ihres *allgemeinen Charakters!* Unerklärbar bleibt, daß C_v für einige Stoffe mit kleinem Atomgewicht viel zu klein ist (namentlich Kohlenstoff), daß die C_v der übrigen Stoffe nicht *genau* gleich sind, wie es die Theorie verlangt, und vor allem daß C_v mit der Temperatur veränderlich ist (Diamant hat z. B. bei -253°C praktisch die spezifische Wärme Null) — ja, daß bei *sehr* tiefer Temperatur *alle* Körper sich so verhalten wie Kohlenstoff, also ein viel zu kleines C_v haben.

Alle diese Schwierigkeiten verschwinden, wenn man (zuerst EINSTEIN) auf die Wärmeschwingung der Festkörper die von PLANCK (1900) für die Wärmestrahlung aufgestellte Quantentheorie anwendet. Der Grundgedanke der Quantentheorie ist dieser: Vor PLANCK bezweifelte niemand, daß die Veränderungen in der Natur *stetig* verlaufen, es galt als selbstverständlich, daß z. B. ein Körper, dessen Energieinhalt abnimmt, *alle* Werte der Energie zwischen Anfangs- und Endwert *stetig* durchläuft — etwa wie eine Kugel, die eine schiefe Ebene herabrollt, *alle* Punkte zwischen der Anfangs- und der Endhöhe *stetig* durchläuft. PLANCK aber sah sich bei den Untersuchungen über die Strahlung zu der Annahme gezwungen, daß die (submikroskopischen) Träger der Schwingungen nur *sprungweise* ihren Energieinhalt ändern können unter Sprüngen von immer gleicher Größe, so wie — in das Submikroskopische übertragen — eine Kugel es tut, die eine Treppe von Stufe zu Stufe abwärts *springt*, oder wie das fallende Gewicht an der Pendeluhr, das seine potentielle Energie *in Sprüngen* ausgibt,

deren Größe von der Teilung des Steigrades abhängt¹. PLANCK geht dementsprechend von der Vorstellung aus: eine Energiemenge baut sich auf aus sehr kleinen, aber endlichen Elementen, den *Energiequanten*, *ähnlich* wie sich eine Masse aus Atomen aufbaut. Nimmt ein Körper Energie auf, so nimmt er wenigstens *ein* Quant auf oder *zwei* Quanten oder ein anderes *ganzes* Vielfaches eines Quant. Man stelle sich vor, die (vergleichsweise erwähnte) Kugel solle Stufe für Stufe eine Treppe hinaufgehoben werden. Reicht die verfügbare Energie nicht hin, sie um eine *ganze* Stufe zu heben, so offenbart sich die aufgewendete Energie überhaupt nicht. Nur die Überwindung *ganzer* Stufen wird wahrnehmbar. Läuft die Kugel treppab, so gibt sie ihre Energie sprungweise ab, jeder Sprung entspricht dem Höhenunterschied zweier Nachbarstufen. Eine Energiemenge, die kleiner ist, als sie der Höhe einer Stufe entspricht, offenbart sich auch hier nicht. Dieses Gedankenexperiment vermittelt auch zwischen Quantentheorie und klassischer Theorie: Denken wir uns die Stufen niedriger und niedriger, dafür aber, um einen endlichen Höhenunterschied längs der Treppe auszumachen, ihre Zahl im umgekehrten Verhältnis größer und größer, dann gelangen wir zu der *beliebig* weit fortgesetzten Unterteilung der Energie, mit der *vor* PLANCK die Physik allein gerechnet hat. Die Stufenhöhe ε ist — um in dem Bilde zu bleiben — von Treppe zu Treppe verschieden je nach der Schwingungszahl ν des schwingenden Gebildes². Sie ist ihr nach PLANCK proportional zu setzen. Mit dem Proportionalitätsfaktor h , er heißt PLANCKSche *Konstante*, wird $\varepsilon = h \cdot \nu$. Die Stufenhöhe ε ist ihrer Dimension nach eine Energie, daher muß es auch $h \cdot \nu$ sein. Nun ist ν eine Schwingungszahl pro Sekunde, also eine *reziproke* Schwingungsdauer ($1/\tau$). Somit ist $h = \varepsilon \cdot \tau$, also *Energie* \times *Zeit*, eine *Wirkung* — daher nennt man die PLANCKSche Konstante auch das *elementare Wirkungsquantum*.

Nicht also die Energieelemente ε sind das Konstante im „atomistischen“ Aufbau der Energie, sondern die $\varepsilon \tau$, die Produkte der Energieelemente ε und der Zeit τ , während der diese Energie umgesetzt wird. Nur wenn ν konstant ist, können wir von konstanten Energieelementen sprechen, so in den Schwingungen des einfarbigen (homogenen) Lichtes (S. 543), aber auch den Atomschwingungen in einem festen Körper (S. 343 o.). Um sich die Größe der Energiequanten vorstellen zu können, muß man die Konstante h kennen. Man kennt sie auf etwa ein Tausendstel ihres Betrages genau zu $h = 6,55 \cdot 10^{-27}$ erg.sec. Im grünen Licht (λ 5000, $\nu = 6 \cdot 10^{14}$) faßt das Energieelement nur $4 \cdot 10^{-12}$ erg. Die Röntgenstrahlen besitzen die größten uns bekannten Frequenzen — 1000 mal größere als das violette Licht — dementsprechend auch die größten uns bekannten Energieelemente. Je geringer die Frequenz, d. h. je größer die Wellenlänge, um so kleiner die Quanten. Bei sehr langsamen Schwingungen nähern sie sich der Energie von praktisch beliebiger Teilbarkeit, wie die klassische Physik sie annimmt.

Die Energieverteilung pro Freiheitsgrad ist nach der Quantentheorie *anders*, als der Gleichverteilungssatz (S. 52) es ausspricht, sie hängt ab von der Schwingungszahl ν . Ein Freiheitsgrad des Festkörpers nimmt im Gleichgewicht nicht durchschnittlich die Energie $k \cdot T$ auf, sondern nur einen Bruchteil davon — und zwar einen um so kleineren, je größer die Schwingungszahl ν und je tiefer die Temperatur T ist, bei der das Gleichgewicht besteht: für große T oder kleine ν nähert sich der Bruchteil der Einheit, für kleine T oder große ν wird er verschwindend

¹ Oder wie das CORTISCHE Organ, das uns das *glissando* eines Sturmgeheuls vom tiefsten bis zum höchsten Ton *stetig empfinden* läßt, obwohl es infolge der Abstufung der Länge seiner Fasern nur abgestuft erregt wird (quantenhaft, gequantelt).

² Damit ist zugleich gesagt, daß die Quantentheorie zunächst nur auf periodische Bewegungen anwendbar ist, wie auf die Schwingungen der Moleküle eines festen Körpers oder die Rotation der Moleküle.

klein. Der Bruch, mit dem $k \cdot T$ zu multiplizieren ist, wenn ν die Schwingungszahl und T die Temperatur ist, lautet $\frac{h\nu/kT}{e^{kT} - 1}$ (in der Folge mit σ bezeichnet).

Den Gedanken, der PLANCK zum Strahlungsgesetz geführt hat, hat EINSTEIN auf die Wärmeschwingung der Festkörper angewendet. Er nahm an: den *schwingenden Atomen der Festkörper* kommt nur die Energie $k \cdot T \cdot \sigma$ pro Freiheitsgrad zu (in der Erwartung, so die abnorm kleinen spezifischen Wärmen der Elemente mit kleinem Atomgewicht erklären zu können; bei gleichen elastischen Kräften muß das leichtere Atom ja rascher schwingen, also weiter hinter dem Gleichverteilungswert kT zurückbleiben.) An die Stelle von kT tritt dann gemäß der *Quantentheorie* $\frac{h\nu}{e^{kT} - 1}$ (e die Basis der natürlichen Logarithmen). Entwickelt

man aber e^{kT} nach Potenzen von $h\nu/kT$ und vernachlässigt schon das quadratische Glied, so ergibt sich $\frac{h\nu}{h\nu/kT}$, also auch hier kT als Energie pro Freiheitsgrad des Festkörpers. Wenn ν sehr klein oder T sehr groß ist, darf man bei der Reihenentwicklung die höheren Potenzen von $h\nu/kT$ vernachlässigen. *Bei hoher Temperatur ist also die Energie pro Freiheitsgrad nach der klassischen Theorie dieselbe wie nach der Quantentheorie.* Zur Vereinfachung unterstellte EINSTEIN eine einzige für jedes einzelne Element *charakteristische* Schwingungszahl ν . Der Wärmehalt der

3 N -Freiheitsgrade eines Grammatoms wird dann $3N \cdot \frac{h\nu}{e^{kT} - 1}$ und die Molwärme $C'_v = 3R \cdot \left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \cdot \left(\frac{h\nu}{e^{kT} - 1}\right)^2$ (C_v nach der klassischen, C'_v nach der Quantentheorie).

Hiernach ist die Atomwärme der festen Stoffe keine Konstante, wie das DULONG-PETTIT-Gesetz es behauptet, sondern abhängig von ν/T , also für ein vorgeschriebenes ν , d. h. für einen bestimmten Stoff, abhängig von dessen Temperatur T . Für $T = 0$ ist die Atomwärme selber Null, sie steigt mit wachsender Temperatur allmählich und nähert sich für hohe Temperaturen asymptotisch dem klassischen Wert $3R$. Das Gesetz ist also ein *Grenzesetz*, das nur für kleine Werte von $h\nu/kT$, d. h. langsame Atomschwingungen oder hohe Temperaturen erfüllt ist. Die Kurve E der Abb. 392 gibt den Verlauf von C'_v wieder. Ordinate ist $C'_v/3R$, Abszisse ist $\frac{kT}{h\nu}$, d. h. $\frac{T}{\theta}$, wo $\theta = \frac{h\nu}{k}$ ist. $\theta = \frac{N}{R} \cdot h\nu$, wo N die LOSCHMIDTSche Zahl

und R die Gaskonstante ist, ändert sich nur mit der charakteristischen Schwingungszahl ν , ist also nur von Element zu Element verschieden. Der Verlauf von C'_v wird für alle Elemente gleich, wenn man ihn als Funktion von T/θ wiedergibt, d. h. T in Bruchteilen von θ mißt. Man nennt θ die für das energetische Verhalten des Körpers *charakteristische Temperatur*. Die Abb. 392 zeigt: bei sehr tiefen Temperaturen (tief im Vergleich mit der charakteristischen) sinkt die Atomwärme weit unter den Wert nach DULONG-PETTIT, bei hohen wächst sie ihm stetig entgegen. Ist z. B. die Temperatur die Hälfte der charakteristischen ($T/\theta = 0,5$), dann ist die Atomwärme 0,7 des DULONG-PETTIT-Wertes, also etwas über $4 \text{ cal}^\circ\text{C}$. — Wir kommen zu dem Ergebnis: Die klassische Theorie fordert für die Molwärme $C_v = 3R$. Die Quanten-

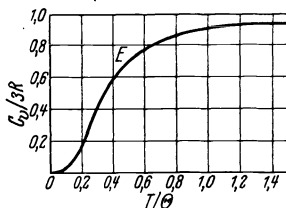


Abb. 392.
Zur spezifischen Wärme bei sehr tiefer Temperatur.

theorie führt zu dem von EINSTEIN gefundenen Wert C'_v . Beide Theorien führen zum selben Wert, wenn ν/T sehr klein ist, d. h. für kleine Schwingungszahlen oder für hohe Temperaturen. Ist dagegen ν/T sehr groß, so unterscheiden sich die Ergebnisse der beiden Theorien wesentlich voneinander. Denn im Grenzfall für $\nu/T = \infty$ wird $C'_v = 0$ (Abb. 392). C'_v muß mit sinkender Temperatur abnehmen, falls ν konstant bleibt.

Daß z. B. Kohlenstoff bei gewöhnlicher Temperatur abnorm niedrige Atomwärme hat, erklärt sich nach dieser Auffassung dadurch, daß sein ν und daher auch sein θ besonders groß ist. Bei genügender Temperaturerhöhung müßte seine Atomwärme sich dem DULONG-PÉTTIT-Wert $3R = 6 \text{ cal/}^\circ\text{C}$ nähern. Und so ist es in der Tat. Die Atomwärme des Diamanten ist bei 222° abs nur $0,76 \text{ cal/}^\circ\text{C}$, bei mittleren Temperaturen etwa $1,7 \text{ cal/}^\circ\text{C}$, bei 1258° aber $5,5 \text{ cal/}^\circ\text{C}$ (H. F. WEBER).

Es ist jetzt auch verständlich, warum man die Freiheitsgrade derjenigen Drehachsen nicht zählt, um die eine Drehung erfolgen kann, ohne daß sich die Lage des Moleküls im Raum ändert. Das *Trägheitsmoment* ist in diesem Falle sehr klein und daher auch die *entsprechende Schwingungsdauer*, die der Quadratwurzel des Trägheitsmomentes proportional ist, sehr klein, die zugehörige Schwingungszahl ν also sehr groß. Falls nun die Temperatur nicht extrem hoch ist, ist auch T/ν klein und folglich nach der Quantentheorie der Anteil der zu jener Rotation gehörigen spezifischen Wärme sehr gering. In erster Näherung kann dieser Betrag darum vernachlässigt werden.

Eine besondere Stütze für die Quantentheorie der spezifischen Wärme ist die Molwärme des Diamanten (kristallisierter Kohlenstoff), die sprichwörtliche *Ausnahme* von der DULONG-PÉTTIT-Regel. Diamant hat bei Zimmertemperatur die Molwärme 1,4, bei -183° nur 0,03 und bei -230° ist sie praktisch Null (NERNST-LINDEMANN). Bei allen anderen festen Stoffen zeigt sich der Abfall der spezifischen Wärme erst bei viel tieferen Temperaturen: Die charakteristische Temperatur von Diamant liegt eben besonders hoch, sie ist 1860° ; für Aluminium z. B. ist sie 400° , für Silber 210° , für Blei 90° .

Der Bruch $\frac{h}{k}$ ist $\frac{6,55 \cdot 10^{-27}}{1,37 \cdot 10^{-16}} = 4,78 \cdot 10^{-11}$, so daß $\nu_{\text{Diamant}} = 3,9 \cdot 10^{13}$ und $\nu_{\text{Blei}} = 1,9 \cdot 10^{12}$ ist. (Die Schwingungszahl der kürzesten Lichtwelle ist etwa 9×10^{14} , die der längsten Wärmewelle 5×10^{12} .)

Die *charakteristische* Schwingungszahl ν hängt wesentlich von den Kräften *zwischen den Atomen* ab, sie wächst, wenn jene wachsen, d. h. wenn die gegenseitige Bindung fester wird. Das führt auf eine Beziehung zwischen ν und der Schmelztemperatur des Stoffes. Die Atome entfernen sich offenbar um so leichter aus dem gegenseitigen Anziehungsbereich, gehen also auch um so leichter vom festen in den flüssigen Zustand über, je weniger fest sie aneinander gebunden sind.

Dieser Überlegung (LINDEMANN, 1910) entstammt die Beziehung $\nu = 2,8 \cdot 10^{12} \sqrt{\frac{T_s}{a \cdot V^{2/3}}}$ als Näherungswert von ν . Hierin ist T_s die (absolute) Schmelztemperatur des Stoffes, a sein Atomgewicht, V sein Atomvolumen. Hiernach hat der Diamant (auch Bor und Silizium) seiner spezifischen Wärme nach deswegen eine Sonderstellung unter den Elementen, weil er bei verhältnismäßig kleinem Atomgewicht und großer Dichte einen besonders hohen Schmelzpunkt hat.

Es genügt aber nicht, nur mit *einer* Schwingungszahl zu rechnen (S. 347 m.). Die Kraft, die ein Atom in Schwingungen versetzt, rührt von den Nachbaratomen her, die ja *selber* schwingen. Die Schwingungen eines Atoms werden daher hervorgehen aus einer Überlagerung einer Vielheit von Schwingungen. Diese Vielheit — dieses „Spektrum“ — von Schwingungen berücksichtigt die Theorie von DEBYE. (Sie kommt zu einer Formel, die mit einer von NERNST und LINDEMANN aus ganz anderen Überlegungen heraus auf-

gestellten nahezu übereinstimmt.) DEBYE betrachtet den Festkörper als *Kontinuum* im Sinne der Elastizitätstheorie und behandelt die Wärmebewegung als Übereinanderlagerung aller möglichen elastischen Eigenschwingungen. Mit Rücksicht auf die Atomstruktur erstreckt er aber das „elastische Spektrum“ nach oben nur so weit, daß auf ein Grammatom $3N$ Eigenschwingungen entfallen. So gelangt auch er zu einer für den Körper charakteristischen Grenzschwingungszahl ν_m , die eine ähnliche Rolle spielt wie in der EINSTEINschen Theorie die Atomschwingungszahl ν . Auch hier zeigt sich eine charakteristische Temperatur θ_m . *Besonders wichtig* ist: ν_m und θ_m lassen sich aus den elastischen und den Dichteigenschaften berechnen. Für Al, Cu, Ag, Pb stimmen die aus der Atomwärme und die aus den Elastizitätskonstanten berechneten charakteristischen Temperaturen sehr gut überein; die Auffassung, daß Wärmeschwingungen und elastische Schwingungen identisch sind, wird dadurch gerechtfertigt. Für sehr tiefe Temperaturen ergibt sich die Atomwärme direkt proportional der 3. Potenz von T/θ_m , sie fällt in Übereinstimmung mit der Erfahrung bei tiefen Temperaturen langsamer ab als nach der Theorie von EINSTEIN. — Die Raumgittertheorie der spezifischen Wärme von BORN und v. KÁRMÁN entwickelt — entgegengesetzt zu der *Kontinuumtheorie* von DEBYE — eine streng *atomistische* Theorie des Festkörpers und berechnet aus dem Raumgittermodell einerseits das elastische Verhalten, andererseits — als Überlagerung der Eigenschwingungen dieses Punktgitters — das thermische Verhalten. Die Endformel ist ähnlich der von NERNST-LINDEMANN. Von besonderer Bedeutung ist die bei einigen Stoffen (Steinsalz, Sylvin, Flußspat) deutlich hervortretende Beziehung zwischen dem *optischen* und dem thermischen Verhalten. Auch diese allgemeine Gittertheorie kommt zu der Proportionalität der Atomwärme mit der 3. Potenz der absoluten Temperatur bei tiefsten Temperaturen.

Allgemeine Charakteristik kalorimetrischer Verfahren zur Messung der spezifischen Wärme. Die hier beschriebenen Verfahren und die Geräte zu deren Ausführung sind willkürlich ausgewählt aus einer fast unübersehbar großen Menge anderer und ähnlicher. Der Lernende soll nur eine Vorstellung von den allgemeinen Grundsätzen der Kalorimetrie bekommen. Die Notwendigkeit, Wärmemengen zu messen, erhebt sich bei der Behandlung der verschiedensten Aufgaben, nicht nur bei der Messung spezifischer Wärmen. So beispielsweise bei der Ermittlung der Schmelzwärme, der Verdampfungswärme, der Verbrennungswärme, der Absorptionswärme von Gasen, der Wärmetönung chemischer Vorgänge u. dgl. m.

Um die Wärmemenge zu ermitteln, die ein Körper fordert, um seine Temperatur um 1°C zu erhöhen, bringt man ihn entweder durch Wärmezufuhr auf eine vorgeschriebene Temperatur t_1^0 und läßt ihn dann Wärme im Kalorimeter *abgeben*, bis er sich auf die Temperatur t_2^0 abgekühlt hat, oder man heizt ihn durch eine gegebene Wärmemenge und mißt den hierbei erfolgenden *Temperaturanstieg*.

Ist die Wärmemenge, die er bei der *Abkühlung* von t_1^0 auf t_2^0 abgibt, ebenso groß wie die, die er bei der *Erwärmung* von t_2^0 auf t_1^0 *aufgenommen* hat? Ja — *vorausgesetzt*, daß der Körper bei der Abkühlung *dieselben* Veränderungen abwärts durchmacht, die er bei der Erwärmung aufwärts durchgemacht hat (folgt auch aus dem zweiten Hauptsatz). Wir nehmen diese Voraussetzung als erfüllt an. Die im Kalorimeter dabei abgegebene Wärme dient bei dem einen Verfahren dazu, Eis zu *schmelzen* (Eisschmelzverfahren), bei einem anderen dazu, Wasser zu *erwärmen* (Mischungsverfahren). Das, was man mißt, ist bei dem Eisschmelzverfahren, *wieviel Gramm Eis* geschmolzen sind, bei dem Mischungsverfahren, *um wieviel Grad* die Temperatur einer gewogenen Wassermenge gestiegen ist, während deren Abgebung sich der Körper um *soundso viel* (am Thermometer abgelesene) Grad *abgekühlt* hat. Ist die spezifische Wärme bei *jeder* Temperatur die *gleiche* (so beim Quecksilber und nahezu beim Wasser), dann ist die kalorimetrisch ermittelte spezifische Wärme die *wahre*, die spezifische Wärme *bei* einer Temperatur, ist sie aber von der Temperatur *abhängig*, dann ist sie die *mittlere* spezifische Wärme.

Eisschmelzverfahren. Bei der von LAVOISIER (1780) stammenden Anordnung des *Eisschmelzverfahrens* (Abb. 393) besteht das Kalorimeter aus drei einander umschließenden Blechgefäßen. Das innerste, siebartige, *M*, enthält den auf eine bekannte Temperatur t_1^0 erwärmten Körper, der Wärme an seine Umgebung abgeben und dadurch Eis schmelzen soll; das mittlere, *A*, enthält das Eis; das äußere, *B*, schützt das Eis, das ja lediglich von dem Untersuchungsstoff kommende Wärme aufnehmen soll, vor jeder von außen kommenden Wärme und ist zu dem Zweck selber mit Eis gefüllt. Von außen kommende Wärme schmilzt zwar das Eis in *B*, kann aber die Temperatur des Raumes nicht über Null bringen, ehe nicht *alles* Eis in *B* geschmolzen ist, kann also auch nicht eher auf das Eis in *A* wirken; dadurch bleibt die Umgebung des Körpers *M* *dauernd auf Null*, und der Körper kühlt sich von der Anfangstemperatur t_1^0 bis 0° ab. Das bei *D* abgelassene Schmelzwasser wird ge-

wogen, und da man aus anderen Messungen weiß, daß zum Schmelzen von 1 g Eis 79,67 cal gehören, erfährt man, wieviel Grammkalorien der Körper abgegeben hat, um bei seiner Abkühlung um t_1^0 die gewogene Menge Schmelzwasser zu liefern. — Die (veraltete) Methode ist ungenau, weil das Schmelzwasser zum Teil am Eise haften bleibt.

Das Eiskalorimeter von BUNSEN (1870) vermeidet das. Wieviel Gramm Eis geschmolzen sind, ermittelt man hier durch Raummessung. 1 g Eis nimmt 1,0908 cm³ ein, 1 g Wasser von 0° nur 1,0001 cm³. Schmilzt 1 g Eis, verkleinert es also sein Volumen um 0,0907 cm³.

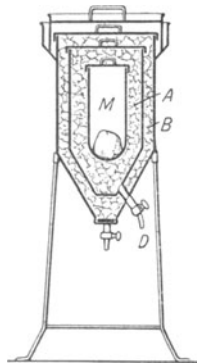


Abb. 393.
Eiskalorimeter
(LAVOISIER).

Kalorimetrie durch Eisschmelzung.

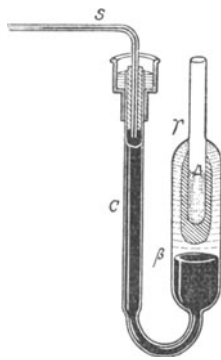


Abb. 394.
Eiskalorimeter
(BUNSEN).

Die gemessene Volumenabnahme schmelzenden Eises zeigt an, wieviel Gramm geschmolzen sind. Und da man weiß, wieviel Wärmeinheiten 1 g Eis aufnehmen muß, um zu schmelzen, so erfährt man aus der Volumenabnahme, wie viel Wärmeinheiten das Eis aufgenommen hat. Die Form des ganz aus Glas geblasenen Instrumentes zeigt Abb. 394. Das U-Rohr C, dessen weiterer Teil gamma oben mit einem Probierröhrchen A für den Untersuchungskörper abschließt, enthält über beta Wasser und Eis (als einen an A haftenden Mantel), von beta an bis in die kalibrierte Kapillare S hinein Quecksilber. Das Instrument wird zum Schutz gegen Wärmeeinwirkung von außen in eine Mischung von Wasser und Eis eingebaut. Man bringt den auf t^0 erwärmten Körper in das mit Wasser (von 0°) gefüllte Röhrchen. Der Körper gibt seine Wärme an das Wasser ab und durch

dieses an das Eis; das Eis schmilzt, der von Eis und Wasser eingenommene Raum verkleinert sein Volumen dadurch und erlaubt dem Quecksilber, über beta emporzusteigen. Wieviel Kubikzentimeter Quecksilber über beta emporgestiegen sind, zeigt die Verschiebung des Quecksilberfadens in S. Der Volumenabnahme um 1 cm³ entsprechen 11,03 g geschmolzenes Eis. — Das BUNSEN-Kalorimeter ermöglicht sehr genaue Messungen und erfordert nur wenige Gramm des Untersuchungskörpers zur Messung, erfordert aber die strenge Beachtung einiger umständlicher Vorschriften (z. B. für die Herstellung des Eismantels).

Mischungsverfahren. Benützt man die von dem Untersuchungskörper abgegebene Wärme dazu, Wasser zu erwärmen, so taucht man den auf eine bestimmte Temperatur erwärmten Körper in eine abgemessene Wassermenge von bestimmter Temperatur (*Mischungsmethode*) und mißt die Temperaturänderung des Wassers. Das *Wasserkalorimeter* von REGNAULT (1840) besteht daher (Abb. 395) aus zwei Teilen: einer durch Dampf geheizten Kammer B, die den Untersuchungskörper A (in einem Körbchen) erwärmt, und dem eigentlichen Kalorimetergefäß D, in dessen Wasser man den Körper nachher hinabläßt. dd ist eine isolierende Wasserschicht zwischen B und D. Hat der Körper zuerst t_1^0 und das Wasser die (niedrigere) Temperatur t_2^0 , so gibt der Körper so lange Wärme an das Wasser ab, bis beide dieselbe Temperatur t_3^0 haben. Das Wasser hat sich dann um $(t_3 - t_2)^0$ erwärmt, der Körper um $(t_1 - t_3)^0$ abgekühlt. Beträgt die Wassermenge m g, so hat sie $m(t_3 - t_2)$ cal aufgenommen (jedes Gramm für jeden Grad Temperaturerhöhung 1 cal). Diese Wärme hat das Wasser von dem Körper erhalten, daraus folgt, daß, wenn sich der Körper um $(t_1 - t_3)^0$ abkühlt, er $m(t_3 - t_2)$ cal abgibt. Eine ebenso große Menge Wärme muß er also aufnehmen, um sich um $(t_1 - t_3)^0$ zu erwärmen (vgl. S. 349 m). Beträgt die Masse des Körpers M g, so hat die Beobachtung demzufolge ergeben:

Um M g des Körpers um $(t_1 - t_3)^0$ zu erwärmen, sind $m(t_3 - t_2)$ cal erforderlich; um 1 g davon um 1° zu erwärmen, sind daher $\frac{m(t_3 - t_2)}{M(t_1 - t_3)}$ cal erforderlich. Diese Zahl ist seine *spezifische Wärme*.

Die Gefäßwände und das Thermometer erwärmen sich auch, und durch den Wärmeaustausch des Kalorimeters mit seiner Umgebung geht Wärme verloren. Um das zu berichtigen, muß man den *Wasserwert* des Kalorimeters und den des Thermometers ermitteln, und auch den Wärmeverlust nach außen muß man veranschlagen.

Der obige Ausdruck für die spezifische Wärme ergibt auch die Mischtemperatur x, wenn man verschiedene Wassermengen von *verschiedener* Temperatur *miteinander* mischt.

Man denke sich den Untersuchungskörper durch Wasser ersetzt. Da die spezifische Wärme des Wassers 1 ist und die vorher mit t_3 bezeichnete, jetzt unbekannte Mischtemperatur x ist, so hat man die Gleichung

$$1 = \frac{m(x - t_2)}{M(t_1 - x)} \quad \text{oder} \quad x = \frac{Mt_1 + mt_2}{M + m} \text{ Grad.}$$

Mischt man z. B. 10 g Wasser von 30° mit 8 g Wasser von 20°, so erhält man 18 g Wasser mit

$$x = \frac{(10 \cdot 30) + (8 \cdot 20)}{10 + 8} = 25,5^\circ.$$

Die Formel heißt *die RICHMANNsche Regel*. Sie ist allgemein auf die Mischung von Stoffen gleicher spezifischer Wärme anwendbar.

Metallblockkalorimeter zur Messung spezifischer Wärme bei sehr tiefer Temperatur (NERNST 1911). Um die spezifische Wärme bei sehr tiefen Temperaturen zu messen, erwärmt man die Substanz, als massiven Block (schlechter leitende Stoffe in einem mit Wasserstoff gefüllten Silbergefäß luftdicht eingeschlossen), durch einen dünnen Platindraht elektrisch. Man berechnet die zugeführte Wärme aus der Stromstärke und dem Leitungswiderstand des Drahtes. Der Draht dient nach Abstellung der Heizung als hochempfindliches Widerstandsthermometer, um die Temperaturerhöhung zu ermitteln. Bei der Messung hängt die Substanz oder das gefüllte Silbergefäß in einem möglichst gut evakuierten Glasgefäß (Abb. 396), das von flüssiger Luft oder von flüsigem Wasserstoff umgeben ist. Die Abwesenheit von Gas, also auch der Wärmemitführung (S. 382), und das fast völlige Fehlen der Strahlung bei der tiefen Temperatur ermöglichen überaus genaue Messungen der *wahren* (nicht: mittleren!) spezifischen Wärme. — Bei höheren Temperaturen benutzt NERNST ein Kupferkalorimeter (Abb. 397) aus einem Block von etwa 400 g Gewicht, der eine längliche Höhlung zur Aufnahme der Substanz besitzt. Die gute Wärmeleitfähigkeit verschafft dem Kupferblock *K* überall die gleiche Temperatur. Zum Wärmeausschluß der Umgebung ist er in das DEWAR-Gefäß *D* eingebaut (s. S. 375).

Messung der spezifischen Wärme der Gase. Man kann zwar c_v experimentell ermitteln, mißt aber meist c_p , weil es einfacher ist. Die Theorie

ergibt $c_p - c_v$ und auch c_p/c_v , so daß man c_v berechnen kann. Um c_p zu messen, erwärmt man früher (REGNAULT) ein abgemessenes Volumen des Gases zunächst auf eine bestimmte Anfangstemperatur — man leitete es durch ein Schlangenrohr in einem Bade von dieser (konstanten) Temperatur — und leitete es dann durch ein Schlangenrohr in einem Wasserkalorimeter. Aus dem Volumen des Gases, seiner Anfangs- und Endtemperatur und aus der Temperaturerhöhung des Kalorimeterwassers ergibt sich c_p . — Ebenso genau wie die besten anderen Verfahren, vielleicht sogar ihnen überlegen (EUCKEN) ist das Verfahren des stationären elektrisch geheizten Gasstromes (im Prinzip von CALLENDAR zur Messung der spezifischen Wärme von Flüssigkeiten angewendet, 1902). Präzisionsmessungen werden gegenwärtig fast allein mit ihm ausgeführt: In dem Gasstrom liegt ein gegen Wärmeverlust geschützter elektrischer Heizkörper. Die Temperatur wird dicht davor und dicht da-



Abb. 396. Vakuumkalorimeter (NERNST).

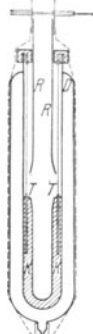


Abb. 397. Kupferkalorimeter (NERNST).

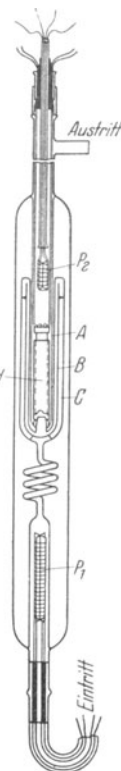


Abb. 398. Zur Messung der spezifischen Wärme der Gase.

hinter mit Pt-Thermometern ermittelt. Aus der Temperaturdifferenz, der Gasgeschwindigkeit (cm^3/sec) und der elektrischen Leistung folgt unmittelbar c_p . Abb. 398 zeigt den (bis auf den Heizkörper *H*) aus Glas hergestellten Apparat. *A*, *B*, *C* sind Mäntel zum Schutz gegen Wärmeverluste, P_1 und P_2 die Thermometer. Die Grenzen, bei denen das Verfahren bisher verwendet wurde, liegen bei -180°C (SCHEEL) und $+500^\circ\text{C}$ (HABER). Bei Zimmertemperatur und 1 Atm. ist c_p für

Luft	0,241	Wasserstoff	3,41
Sauerstoff	0,218	Chlor	0,124
Stickstoff	0,249	Helium	1,25

Den Bruch $c_p/c_v = \alpha$ kann man auf Grund theoretischer Überlegungen aus einfachen Versuchen ermitteln. Für Luft folgt aus der Schallgeschwindigkeit $\alpha = 1,40$, und an-

nähernd dasselbe aus den Messungen nach einer von CLÉMENT und DÉSORMES stammenden *experimentellen* Methode. Ihre spezifische Wärme bei konstantem *Volumen* ist danach: $\frac{0,241}{c_v} = 1,40$, also $c_v = 0,172$, d. h. erheblich kleiner als bei konstantem *Druck*. Das α für Sauerstoff, Wasserstoff und Stickstoff stimmt mit dem für Luft nahezu überein, das der meisten *zusammengesetzten* Gase weicht erheblich davon ab. Es ist z. B. für:

Kohlensäure	1,30
Stickoxydul	1,28
Schwefelwasserstoff	1,34

E. Änderung des Aggregatzustandes der Stoffe mit der Änderung ihres Wärmeinhalts.

Die Änderung des Aggregatzustandes der Stoffe und die Gleichung von CLAPEYRON-CLAUSIUS. Der Temperaturerhöhung durch Wärmeaufnahme parallel geht die *Volumenvergrößerung* der Stoffe. Die Moleküle vergrößern ihren gegenseitigen Abstand, die *Dichte* wird kleiner (s. aber S. 333 u.). Je weiter die Temperatur steigt, desto mehr lockert sich der Zusammenhang der Molekeln. Schließlich erreicht die Lockerung einen Punkt, in dem sie sich charakteristisch offenbart: Die festen Stoffe werden flüssig (*schmelzen*) oder werden gasförmig (*sublimieren*), die flüssigen werden gasförmig (*sieden*) und die mehratomigen gasförmigen zerfallen in ihre chemischen Bestandteile (*dissoziieren*). Ein Stoff, der auf der Temperatur des Schmelzpunktes anlangt, wird durch weitere Wärmeaufnahme zunächst nicht heißer (aber man muß für gleichmäßige Wärmeausbreitung in ihm sorgen, um *Temperaturunterschiede* in ihm zu verhüten!) sondern wird zunächst ganz und gar flüssig — *erst dann* steigt wieder seine Temperatur. Was ist aus der Wärme geworden, die er aufgenommen hat von dem Zeitpunkt an, in dem er den Schmelzpunkt *erreicht* hat, bis zu dem, in dem die Temperatur der Schmelze über ihn *hinaus* zu steigen beginnt? Antwort: Sie hat Arbeit geleistet; sie hat die Kohäsion der Molekeln so weit überwunden, daß sie den festen Aggregatzustand in den flüssigen verwandelt hat. Das ist eine Arbeit ungefähr wie die, die einen festen Stoff zermahlt. Aber auch im feinsten Pulver sind die kleinsten Teile ungeheuer groß im Vergleich mit den Flüssigkeitsteilchen und unendlich weit voneinander entfernt im Vergleich mit den früheren gegenseitigen Abständen. Den festen Stoff in den flüssigen zu verwandeln, erfordert verhältnismäßig mehr Arbeit.

Ganz Ähnliches gilt vom Verdampfen (S. 358 o.): ist die Temperatur der Flüssigkeit auf den Siedepunkt gelangt, so steigt sie trotz weiterer Wärmeaufnahme nicht weiter, sondern die Flüssigkeit verwandelt sich ganz und gar in Dampf. Auch hier erhebt sich die Frage: was ist aus der Wärme geworden, die die Flüssigkeit aufgenommen hat von dem Zeitpunkt an, in dem sie den Siedepunkt erreicht hat, bis zu dem, in dem die Flüssigkeit sich ganz in Dampf verwandelt hat? Und wieder lautet die Antwort: sie hat Arbeit geleistet, um die Kohäsion der Moleküle noch weiter zu überwinden.

Sei es beim Schmelzen oder beim Verdampfen oder beim Sublimieren eines Stoffes oder beim Umwandeln von zwei allotropen Formen desselben Stoffes ineinander, wie des weißen Zinns in graues oder umgekehrt, des monoklinen Schwefels in rhombischen oder umgekehrt — immer verwandelt sich dabei Wärme in Arbeit. Der Stoff befindet sich beim Druck p und der Temperatur T zum Teil in dem einen, zum Teil in dem andern Aggregatzustande, sein Gesamtvolumen setzt sich demnach aus zwei deutlich voneinander verschiedenen Teilen zusammen. Der im Aggregatzustand (2) befindliche Anteil habe pro Masseneinheit das (spezifische) Volumen v_2 , der im Zustande (1) befindliche entsprechend v_1 .

Von diesem Zustand aus durchlaufe der Stoff einen CARNOT-Prozeß — ähnlich dem S. 300 beschriebenen — wieder zurück zum Anfangszustand. Mit Hilfe der beiden Hauptsätze kommt man dann zu der Gleichung¹ von CLAPEYRON-CLAUSIUS $\lambda = T(v_2 - v_1) \frac{dp}{dT}$. Hierin ist λ die Wärmemenge, die nötig ist, 1 g des Stoffes aus dem Aggregatzustand (1) in den Aggregatzustand (2) zu bringen, p und T der Druck und die Temperatur, bei denen das geschieht, v_1 und v_2 das spezifische Volumen (von 1 g) des Stoffes in den Aggregatzuständen (1) und (2). Die Gleichung gilt für die Schmelzwärme, die Verdampfungswärme oder die Sublimationswärme (auch für die Umwandlungswärme), je nachdem (2) und (1) den flüssigen, und den festen Aggregatzustand bedeuten, oder den dampfförmigen und den flüssigen oder den dampfförmigen und den festen. (dT und dp bedeuten unendlich kleine *Änderungen* der Temperatur und des Druckes. Aus dem Bruch dp/dT , für dessen geometrische Bedeutung wir auf die Ausführungen zu Abb. 11 verweisen, kann man T in seiner Abhängigkeit von p berechnen — d. h. berechnen, wie sich die Schmelztemperatur T oder die Siedetemperatur T ändert, wenn sich der Druck p ändert, unter dem der schmelzende oder der siedende Stoff steht.)

Schmelztemperatur und Schmelzwärme. Die molekulare Veränderung, die die festen und die flüssigen Stoffe infolge der Wärmeaufnahme erleiden, macht sich oft schon, ehe sie den neuen Aggregatzustand angenommen haben, bemerkbar: das Eisen wird bei hoher Temperatur leicht hämmerbar und schweißbar, die zähen Flüssigkeiten werden dünnflüssiger u. a. m. Die Temperatur, bei der ein fester Stoff flüssig wird, heißt der *Schmelzpunkt* (streng: bei der die feste und die flüssige „Phase“ unter Atmosphärendruck *gleichzeitig* und *dauernd* bestehen). Er hängt wesentlich nur von der chemischen Art des Stoffes ab; von dem *Druck*, unter dem er steht (S. 354) nur wenig. Wo nichts anderes gesagt wird, bedeutet der Schmelzpunkt die Temperatur, bei der der Stoff unter dem Druck von 1 Atm schmilzt. Da die Wärme, die die Schmelzarbeit leistet, als *Wärme verschwindet*, nennt man sie *latent*, latente *Schmelzwärme*. Man versteht unter latenter Schmelzwärme eines Stoffes schlechtweg die Zahl *Kalorien*, die nötig ist, 1 g bei der *Temperatur des Schmelzpunktes* und dem Druck von 1 Atm zu verflüssigen.

Schmelzpunkte in °C, Schmelzpunktverschiebung ΔT für 100 Atm und Schmelzwärmen in cal/g.

	°C	$\frac{\Delta T}{100 \text{ Atm}}$	cal/g		°C	ΔT	cal/g
Quecksilber .	33,87		2,8	Zink	419,45		23,0
Eis	0	—0,76	79,7	Antimon . .	630,5		39
Benzol	5,5	2,90	30,4	Silber	960,5		26
Eisessig . . .	6,6		45	Gold	1063		15,9
Schwefel				Kupfer	1083		41
(monoklin)	119			Gußstahl . .	ca. 1400		
Zinn	231,85	0,328	13,8	Eisen	1530		49
Wismut	271	—0,356	10,2	Platin	1770		27
Kadmium . . .	320,95	0,629	10,8	Iridium . . .	2340		
Blei	327,4	0,803	5,5	Tantal	2850		
				Wolfram . . .	3380		

Das Eis hat die *größte* latente Schmelzwärme (Wasser die *größte spezifische Wärme*) von *allen* Stoffen. Zur Ermittlung ihrer Größe übergießt man (ein Vorlesungsversuch) 1 kg Eis mit 1 kg Wasser von 80° C, mischt das Ganze sorgfältig und schützt es gegen Wärmeaustausch mit der Umgebung. Zum Schluß ist das Eis verschwunden, und 2 kg Wasser von 0° C sind vorhanden. Die 80 kcal, die das Kilogramm Wasser bei seiner

¹ Im Anschluß an die Arbeiten von SADI CARNOT aufgestellt von CLAPEYRON 1834, streng begründet von CLAUDIUS.

Abkühlung von 80° auf 0° abgegeben hat, haben das Kilogramm Eis von 0° in Wasser verwandelt, und da das Wasser 0° hat, so sind die 80 kcal *nur zur Schmelzung* des Eises verwendet worden. Die latente Schmelzwärme des Wassers beträgt also, im Sinne der Definition, rund 80 cal.

Druckabhängigkeit der Schmelztemperatur. Beim Schmelzen ändert der Stoff sein Volumen — daher der Einfluß des *Druckes* auf das Schmelzen. Wächst das Volumen dabei, so *erschwert* die Druckzunahme das Schmelzen und erhöht daher die zum Schmelzen nötige Temperatur (auch die dazu nötige *Wärmemenge*), *verkleinert* sich das Volumen aber, was bei einigen Stoffen vorkommt (s. u.), so erleichtert die Druckzunahme das Schmelzen und senkt daher die zum Schmelzen nötige Temperatur (und die dazu nötige *Wärmemenge*); beides um so mehr, je größer die Druckzunahme ist. Den Zusammenhang zwischen Druckzunahme und Schmelztemperatur ergibt die Gleichung von CLAUDIUS-CLAPEYRON. Wir schreiben sie hier in etwas anderer Form als vorher: $\pi = (v_2 - v_1) T / \lambda$. Hier ist π die mit der Druckänderung verbundene Änderung der Schmelztemperatur in Grad/Atm (dT/dp), v_2 das spezifische Volumen der Schmelze, v_1 das des festen Stoffes in cm^3/g , λ die Schmelzwärme in cal/g, T die Schmelztemperatur (absolut).

Ist also das spezifische Volumen der Schmelze $\left\{ \begin{array}{l} \text{größer} \\ \text{kleiner} \end{array} \right\}$ als das des festen Stoffes, so $\left\{ \begin{array}{l} \text{steigt } (\pi > 0) \\ \text{sinkt } (\pi < 0) \end{array} \right\}$ die Schmelztemperatur mit steigendem Druck. So

ist der Schmelzpunkt des Wachses unter 800 Atm um 15,5° (HOPKINS), der des Paraffins unter 100 Atm um 3,5° (BUNSEN) höher als unter 1 Atm. Den Schmelzpunkt des Quecksilbers kann man durch Druckerhöhung (15000 Atm) von — 39° auf + 10° bringen. Aus dem ungeheuren Druck, den die Schichten im Innern der Erde von den darüberliegenden erfahren, folgerte W. THOMSON, daß trotz der hohen Temperatur dort Gesteine *fest* sein können, die bei *derselben* Temperatur im *Schmelzofen* unter Atmosphärendruck schmelzen. — Die *Schmelzkurve*, die die Abhängigkeit der Schmelztemperatur von dem Druck zusammenfaßt, läßt sich in einem gewissen Gebiete durch eine Interpolationsformel darstellen, sie durchläuft nach TAMMANN'S Ansicht stets ein Maximum des Schmelzdruckes und der Schmelztemperatur. Dem widersprechen aber die Schmelzkurve des Heliums (SIMON), die bis zu 42° abs. und 5600 kg/cm^2 festgelegt ist, und die Schmelzkurven von Wasserstoff, Neon, Stickstoff und Argon.

Im Gegensatz zu fast allen anderen Stoffen hat *Wasser* im flüssigen Zustand kleineres spezifisches Volumen als im festen. Daraus erklärt sich, daß beim Schmelzen das *Eis auf dem Wasser schwimmt*. Stoffe dagegen, die sich beim Schmelzen *ausdehnen*, d. h. flüssig kleineres spezifisches Gewicht haben als fest, *sinken* in ihrer Schmelze *unter*. Je nachdem ein Stoff in seiner Schmelze *untersinkt* oder darauf *schwimmt*, zeigt er also, ob er sich beim Schmelzen *ausdehnt* oder *zusammenzieht*, und daran wieder, ob Drucksteigerung seinen Schmelzpunkt *erhöht* oder *erniedrigt*. Auch Gußeisen, Letternmetall, Wismut *kontrahieren* sich beim Schmelzen. Eis von 0° hat das spezifische Gewicht 0,9168, Wasser von 0° das spezifische Gewicht 0,9999. Die spezifischen Volumina sind: für Eis $v_2 = 1,0908$, für Wasser $v_1 = 1,001 \text{ cm}^3$. Da $T = 273,2$ und $\lambda = 79,7$ ist, so folgt $\pi = -0,0075$, d. h. bei einem Druckzuwachs von je 1 Atm sinkt der Eisschmelzpunkt um je 0,0075° C unter Null. Beobachtet wurde: bei 8,1 Atm 0,059° C Temperaturabnahme, bei 18,8 Atm 0,129° C; berechnet war 0,059° und 0,123° (JAMES und WILLIAM THOMSON 1849). Durch einen auf 13000 Atm geschätzten Druck hat MOUSSON Eis, das dauernd auf — 18° bis — 20° erhalten wurde, zum Schmelzen gebracht (Angabe von CLAUDIUS).

Regelation des Eises. Unter *erhöhtem* Druck schmilzt Eis also bei *niedrigerer* Temperatur als 0°. Die Erniedrigung 0,0075/Atm ist natürlich viel zu klein, um sich für gewöhn-

lich bemerkbar zu machen. Aber an der *Regelation des Eises* (FARADAY), die auf der Erniedrigung des Eisschmelzpunktes durch Druckerhöhung beruht, zeigt sie sich schon bei geringen Druckänderungen. Preßt man zwei Eisstücke von 0° , deren Oberflächen bereits feucht sind, aneinander, so verursacht der Überdruck Schmelzung an den einander berührenden Punkten der Oberflächen. Das so entstehende unter 0° abgekühlte Wasser weicht dem Überdruck aus, kommt dadurch unter den normalen Atmosphärendruck, wird wieder fest (Regelation) und verbindet dadurch die beiden Stücke. Ist die Berührungsfläche zwischen ihnen sehr klein, so genügt für ihre Vereinigung eine geringere Belastung, als wenn sie groß ist. Bei allen Erscheinungen, die mit der Regelation des Eises zusammenhängen, bedenke man, daß es auf den Druck ankommt, d. h. die Kraft pro Quadratcentimeter, die Wirkung also um so auffälliger ist, je kleiner bei gegebener Belastung die Fläche ist, auf die sie wirkt. So auch beim Schlittschuhlaufen! Das Gewicht des Läufers ruht nur auf der Schlittschuh-schneide, an dieser schmilzt das Eis daher. Die Wasserhaut zwischen Schneide und Eis verkleinert als „Schmiermittel“ die Reibung zwischen ihnen auf ein Minimum — daher die Möglichkeit des Gleitens des Schlittschuhs. — Die Regelation erklärt, daß man Schnee von 0° durch Pressen mit der Hand zu festen Eisstücken ballen kann, was bekanntlich bei Schnee von tieferer Temperatur nicht gelingt. An Schnee von -1° müßte man schon $1/0,0075 = 134$ Atm aufwenden, um den Schmelzprozeß einzuleiten. Aus der Regelation erklärt sich auch, daß Schnee unter den Tritten der Fußgänger und unter dem Drucke der Wagenräder allmählich in zusammenhängendes Eis übergeht, daß jenseits der Grenze des ewigen Schnees der Schnee in seinen unteren Schichten von der darüberliegenden Last in Eis verwandelt wird (Entstehung der Gletscher), daß ferner die unten liegenden Eisschichten durch den Druck der daraufliegenden zum Teil geschmolzen werden, und daß, da das Wasser dem Drucke ausweicht, die oben liegenden Schichten die unten liegenden verschieben und das Wandern der Gletscher hervorgerufen; daß man Eis unter genügend großem Druck in jede beliebige Form pressen kann (s. aber S. 357 u., Rekristallisation).

Temperaturabhängigkeit der Schmelzwärme. Die Schmelzwärme kann man von $dQ = dU + dA$ ausgehend berechnen; dQ bedeutet die von dem Körper zum Schmelzen aufgenommene Wärmemenge (gesamte Schmelzwärme), dU die Änderung seiner inneren Energie beim Schmelzen („innere“ Schmelzwärme), dA seine Arbeit beim Schmelzen. Diese von ihm geleistete Arbeit ist gleich dem Druck mal seiner Volumenänderung, $p \times (v_{fl.} - v_{fest})$. Gegen die gesamte Schmelzwärme ist sie im allgemeinen belanglos, weil die Volumenänderung klein ist. Sie beträgt z. B. beim Schmelzen von 1 g Eis 0,0022 cal gegen 80 cal Gesamtschmelzwärme. Auch die zum Schmelzen erforderliche Wärmemenge ändert sich, wenn sich die Schmelztemperatur infolge der Druckzunahme ändert. Wir bezeichnen das Verhältnis der sehr kleinen Wärmezunahme dw zu der sehr kleinen Temperaturzunahme dT durch den Bruch dw/dT . Nach CLAU-SIUS ist $dw/dT = c_{fl.} - c_{fest} + w/T$. Die spezifischen Wärmen c des flüssigen und des festen Stoffes sind aber diejenigen unter dem veränderten Druck — sie müssen besonders ermittelt werden. CLAU-SIUS fand für schmelzendes Eis bei 0° und Atmosphärendruck $dw/dT = 0,603$, d. h. wenn sich der Schmelzpunkt des Eises durch entsprechende Druckerhöhung um 1° erniedrigt, nimmt die Schmelzwärme um 0,603 cal ab.

Erstarrung. Der Verflüssigung fester Stoffe durch Wärmeaufnahme (Schmelzen) steht gegenüber die Erstarrung geschmolzener durch Wärmeabgabe oder durch Druckerhöhung (gemäß der Gleichung von CLAPEYRON-CLAUSIUS). Nicht alle Schmelzen erstarren sofort bei Erniedrigung ihrer Temperatur unter ihre Schmelztemperatur oder bei Erhöhung des Druckes über den Schmelzdruck: man nennt sie in diesem Zustande *unterkühlt*. Aber die Schmelzen der verschiedenen Stoffe vertragen die Unterkühlung nur mit großen Unterschieden und verhalten sich, wenn sie schließlich erstarren, auch in der Art der Erstarrung sehr verschieden — schon je nach der Abkühlungsgeschwindigkeit. In den glasigen Aggregatzustand hat man niemals eine Metallschmelze überführen können (S. 144 Fußnote), und in den amorphen Zustand von Metalloidschmelzen nur die des Selens und die des Schwefels. Alle übrigen Elemente erstarren kristallin (röntgenspektroskopisch), selbst Bor, Kohlenstoff und Silizium. Aber gewisse ge-

schmolzene *Verbindungen* lassen sich in den glasartigen Aggregatzustand überführen; vor allem Borsäure, Kieselsäure, Phosphorsäure (B_2O_3 , SiO_2 , P_2O_5) und gewisse ihrer Salze (Borate, Silikate, Phosphate). Auch langsam abgekühlt kristallisieren sie nicht, sie bleiben vollkommen klar und durchsichtig, und *eben deswegen sind sie die Grundstoffe der Glaserzeugung* — der Silikatglasarten von jeher, der Borat- und der Phosphatglasarten seit SCHOTT, 1886 (S. 570).

Die Kristallisation unterkühlter Schmelzen beginnt an einzelnen Punkten (Keim, Kern) und verläuft von dort in den verschiedenen kristallographischen Achsenrichtungen verschieden schnell. Das *Verhältnis* dieser verschiedenen Geschwindigkeiten bestimmt die Form des entstehenden Kristalles, denn die einzelnen Kristallflächen wachsen dabei verschieden schnell. Mit sinkender Temperatur treten die Richtungen des *schnelleren* Wachstums *immer* mehr in den Vordergrund, und der Kristall wird dadurch flächenärmer. Die lineare Kristallisationsgeschwindigkeit liegt zwischen einigen wenigen und etlichen Hundert mm/min. Aus dem Verfahren zur Herstellung von Einkristallen ergaben sich für Zink, Zinn, Blei zwischen 90 und 140 mm/min. Ob eine Schmelze bei der Unterkühlung kristallisiert, oder ob sie zum amorphen Glase wird, hängt wesentlich von der pro Sekunde und Quadratcentimeter entstehenden Kernzahl und der Kristallisationsgeschwindigkeit ab. Entstehen die Kerne erst bei tieferen Temperaturen, dann wachsen sie unmerklich langsam, und die Schmelze läßt sich bei genügend schneller Abkühlung zum Glase unterkühlen. Ist die Schmelze bis jenseits der Temperatur der merklichen Kernbildung zum Glase unterkühlt, so bleibt sie für lange Zeit beständig. Etwa nachträglich entstehende Kerne sind unbemerkbar, weil sie zu langsam wachsen. Aber Erwärmen kann ihr Wachsen beschleunigen und sie bemerkbar machen. Hierin zeigt sich das *Entglasen* lange lagernder Gläser: die wachsenden Kerne erzeugen Spannungen und können das Glas zersprengen.

Grundsätzlich verschieden sind die isotrop und die anisotrop erstarrten Schmelzen gerade in denjenigen Eigenschaften (Elastizität, Festigkeit), die über sie als Werkstoffe entscheiden. Man denke an die Härte und die Sprödigkeit der Glasarten und dagegen an die Elastizität und die Geschmeidigkeit der Metalle, deren Fähigkeit zur Formänderung (Plastizität) bei einigen so groß ist, daß ein genügend hoher Druck sie schon bei Zimmertemperatur durch eine enge Düse preßt. Wenn man das Metall bei Zimmertemperatur deformiert (verformt) — der technische Ausdruck lautet: kalt *reckt* — indem man es zieht, preßt, walzt, stanzt u. dgl. — so ändern sich seine physikalischen und seine chemischen Eigenschaften nur wenig, sehr erheblich aber seine technologischen

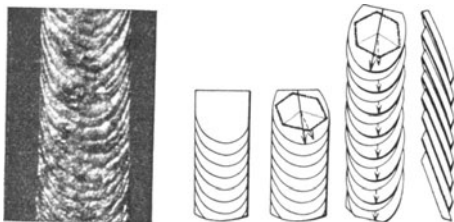


Abb. 399. Zur inneren kristallinischen Gleitung.

(Elastizitätsgrenze, Zerreißfähigkeit, Härte, Dehnbarkeit). Das Metall wird fester, aber seine Plastizität nimmt ab. Die Verformung geschieht durch innere kristallinische Gleitung: die Kristalle verschieben sich, Abb. 399, längs bestimmten kristallographischen *Gleitebenen* und *in* diesen in bestimmten Richtungen um endliche Strecken, aber ohne ihren Zusammenhang zu lösen. Man spricht in diesem Sinne vom

„Fließen“ eines kristallinen Stoffes. Danach unterscheidet sich das Fließen eines amorphen von dem eines kristallinen Stoffes grundsätzlich. Die Bahnen der Moleküle des amorphen sind krummlinig, die des kristallinen sind gebrochene Linien, die aus annähernd geradlinigen Strecken der einzelnen Gleitvorgänge bestehen. Die ganze amorphe Masse fließt gleichmäßig. Im Kristall vollziehen sich die Verschiebungen

nur längs einzelner Gleitflächen, während die dazwischen liegende Masse sich ohne innere Formveränderung als Ganzes bewegt. Die Kristallite nehmen eine gestreckte Gestalt an. Auch nach den stärksten Verformungen zeigt das Röntgenbild im kalt gereckten Metall (DEBYE, SCHERRER) genau dasselbe Raumgitter. Da die plastische Verformung der Metalle durch Gleitung erfolgt und die Verfestigung eine Erschwerung der plastischen Verformung bedeutet, ist sie auf eine Hemmung des Gleitvorganges zurückzuführen, deren Ursache aber noch nicht festgestellt ist.

Rekristallisation. Wird das gereckte Metall erhitzt, so tritt in dem Kristallgefüge eine allgemeine Änderung ein — die Rekristallisation —, und die durch Reckung hervorgerufenen Änderungen der technischen Eigenschaften gehen zurück. An Stelle des gestreckten Gefüges des kalt gereckten Metalles (Abb. 400 a)

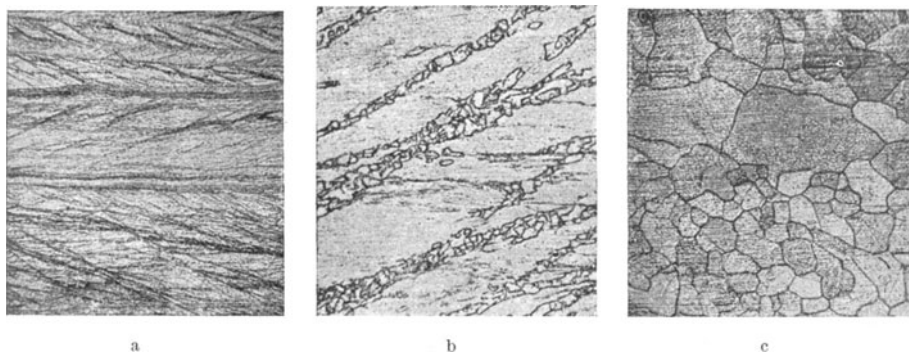


Abb. 400. Zur Rekristallisation.

tritt fortschreitend ein neues, erst feinkörniges Kristallgefüge auf (Abb. 400 b, c), das nach Erhitzung auf höhere Temperaturen gröber wird. Grobes Gefüge ist oft technisch ungünstig. Die Korngröße hängt von der Erhitzungstemperatur und von der gesamten Vorbehandlung ab.

Preßkörper, elektrolytisch niedergeschlagene Metalle und solche, die in festem Zustande Umwandlungen des Gefüges erleiden, rekristallisieren ebenfalls. Es ist deshalb nicht sicher, daß die Rekristallisation allgemein auf der Beseitigung eines Zwangszustandes beruht. Die technische Bearbeitung der meisten Metalle (gleichviel ob für Glühlampendrähte, Kesselbleche oder Maschinenteile oder wofür sonst) erfordert abwechselnde Reckungen und Erhitzungen, so daß die bearbeiteten Teile wiederholt rekristallisieren, was sie bei abnormem Verlaufe der Rekristallisation schwer schädigen kann. Die Natur der Reckung und der Rekristallisation ist nicht vollkommen erkannt und ist eine der Hauptfragen der Metallkunde. Die Rekristallisation spricht auch in der Keramik mit, aber auch in ganz anderen Gebieten, so (TAMMANN) bei der Entstehung des Gletscherkorns, dem Wandern der Gletscher und der Verformung des Eises überhaupt, sie erklären sich nach TAMMANN also anders als durch Regulation; ferner in der Geologie bei der Marmorisierung von Kalksteinen und bei der Entstehung der kristallinen Schiefer (Gneis, Glimmerschiefer), die ihrer Struktur nach zwischen den aus Schmelzen entstandenen Gesteinen (plutonischen, wie Granit, Porphyr, Basalt) und den Sedimentgesteinen (neptunischen, wie Ton, Kalk, Gips) stehen.

Verwandlung des flüssigen Zustandes in den gasförmigen. Grundsätzlich unterscheidet sich der Übergang des flüssigen Zustandes in den gasförmigen von dem Übergange des festen in den flüssigen insofern, als der erste (bei gegebenem Druck) nicht nur bei einer bestimmten Temperatur geschieht, sondern bei jeder

Temperatur — allerdings nur an der *Oberfläche* und nicht ohne weiteres wahrnehmbar: die Flüssigkeit „verdunstet“. Aber wenn die Verdunstung *lange* genug anhält, verschwindet die *ganze* vorhandene Flüssigkeit. (Die Verdunstung *fester* Stoffe, Sublimation, s. S. 363). Diejenige Temperatur, bei der die Flüssigkeit nicht nur an der Oberfläche, sondern auch *im Innern* gasförmig wird, derart, daß der Dampfdruck der Flüssigkeit den von außen auf ihr lastenden Druck überwindet, nennt man ihren *Siedepunkt*. Ist die Temperatur der Flüssigkeit auf dem Siedepunkt angelangt, so steigt sie trotz weiterer Wärmezufuhr nicht weiter, sondern die Wärme wird als *latente Verdampfungswärme* ganz und gar zur *Verwandlung* der Flüssigkeit in Dampf verwendet. Wie die Schmelztemperatur, so hängt auch die Siedetemperatur nicht nur von der chemischen Art der Flüssigkeit ab, sondern auch (S. 359) von dem Druck auf die Flüssigkeit. (Wo vom Sieden, vom Dampfdruck einer Flüssigkeit usw. die Rede ist, ist hier immer eine einheitliche chemisch *reine* Flüssigkeit gemeint, ohne jeden Gehalt an Stoffen, die etwa darin löslich sind.) Der Druck auf die Flüssigkeit hemmt die Verdampfung; je *höher* er ist, desto *mehr* Wärme muß man der Flüssigkeit zuführen und desto höher die Temperatur steigern, um das Sieden einzuleiten. Erhöhung des Druckes bewirkt also bei allen Flüssigkeiten Erhöhung der Siedetemperatur. Unter der Siedetemperatur und unter der latenten Verdampfungswärme schlechtweg versteht man ihre Zahlenwerte bei dem Drucke *einer* Atmosphäre: die latente Verdampfungswärme gibt man dabei für 1 g der zu verdampfenden Substanz in cal an.

Sieden. Wir sprechen im folgenden hauptsächlich von *Wasser* und *Wasserdampf*, weil ihr Verhalten das der Flüssigkeiten und der Dämpfe überhaupt kennzeichnet, und weil sie die für uns wichtigsten sind.

Die Zuführung von Wärme zu Wasser von unten her (bei dem gewöhnlichen Kochen) bewirkt zunächst, daß sich die *unteren* Schichten erwärmen, dadurch ausdehnen und so ihr spezifisches Gewicht verkleinern. Infolgedessen steigen andauernd die untersten Schichten auf und bewirken eine andauernde Bewegung im Wasser, die zur Gleichmäßigkeit der Temperatursteigerung in der ganzen Wassermasse beiträgt. Allmählich bilden sich am Boden des Gefäßes Blasen; sie sind von *Wasserdampf* erfüllt, und *das* bedeutet: die Wärme hat die Kohäsion der Wasserteilchen zum Teil überwunden. Sobald sich eine Blase gebildet hat, wird sie schnell größer, und schließlich steigt sie empor; *das* bedeutet: sie hat den auf ihr lastenden Druck der über ihr stehenden Wassersäule und der auf die Oberfläche drückenden Atmosphäre überwunden. — In den oberen Schichten ist aber die Temperatur niedriger als in der Dampfblase; infolgedessen *kondensiert* sich der Dampf dort wieder zu *Wasser* (kondensiert erfüllt der Blaseninhalt aber einen kleineren Raum als zuvor, in den *frei* gewordenen Raum stürzen die durch die Blase getrennt gewesenen Wasserteilchen, dabei schlagen sie zusammen und rufen das „Singen“ hervor, das dem Kochen vorausgeht). Bei der Kondensation gibt die Dampfblase ihre latent gewesene Verdampfungswärme an das Wasser ab. Sie befördert *dadurch* die weitere Erwärmung der oberen Wasserschichten. Am Ende sind alle Schichten heiß genug, um die aufsteigenden Dampfblasen passieren und durch die Oberfläche treten zu lassen. Die Dampfblase in Blasen geht dann in der ganzen Masse unter „brodelnder“ Bewegung vor sich: das Wasser *siedet*. Die Dampfblasen zerplatzen und entleeren ihren Inhalt in die Luft, aber der Dampf ist unsichtbar. Erst in *einigem Abstände über dem siedenden Wasser* bildet sich ein Nebel. Er entsteht durch Kondensation des Dampfes (zu feinen Wassertröpfchen), weil die Temperatur dort nicht mehr hoch genug ist. Der sichtbare Nebel ist also Wasser; allmählich vermischt er sich mit der Luft und wird unsichtbar.

Die Dampfblasen müssen, um aufsteigen zu können, den *ganzen* auf ihnen lastenden Druck überwinden. Daher hängt die Siedetemperatur der *Flüssigkeit*

nicht nur von dem Druck auf die Oberfläche der Flüssigkeit ab, sondern auch von der Höhe der Wassersäule, deren Druck die aufsteigenden Blasen ja *auch* überwinden müssen. Sie hängt aber auch noch von anderem ab, namentlich von dem Dasein oder dem Fehlen von Luftbläschen¹ und von der Beschaffenheit der Gefäßwände. Die Temperatur des *Dampfes* aber, der aus der *siedenden* Flüssigkeit aufsteigt, ist erfahrungsgemäß — bei gleichem Luftdruck auf die Oberfläche — immer dieselbe und von Nebenumständen viel unabhängiger als die Temperatur der siedenden *Flüssigkeit*, und stimmt im allgemeinen mit dieser *nicht* überein. Man definiert daher: Siedepunkt der *Flüssigkeit* ist die Temperatur des *Dampfes* der siedenden Flüssigkeit, wie ein Thermometer in dem *Dampfstrom* sie anzeigt. Den Siedepunkt des Wassers auf den Thermometerskalen fixiert man, während das Thermometergefäß [nicht in das siedende *Wasser* taucht, sondern] ganz von dem *Dampf* umspült wird, der aus dem siedenden Wasser aufsteigt. Aber die Angabe der Siedetemperatur ist wertlos ohne die Angabe des gleichzeitigen Barometerstandes, denn der Atmosphärendruck ist von entscheidendem Einflusse darauf. Siedet am Meeresspiegel das Wasser bei 100°, so siedet es z. B. auf dem St. Gotthard bei 92,9°. Dem niedrigeren Atmosphärendruck entspricht die niedrigere Siedetemperatur².

Druckabhängigkeit des Siedepunktes. Siedepunkt einer Flüssigkeit schlechtweg ist die Temperatur des Dampfes, der aus der siedenden Flüssigkeit unter dem Druck von 760 mm Quecksilber aufsteigt. Eine unter anderem Druck ermittelte Siedetemperatur muß man entsprechend berichtigen: dazu muß man aber die *Abhängigkeit* der Siedetemperatur von dem Druck *kennen*. — Verkleinern wir den Luftdruck auf das Wasser unter der Glocke einer Luftpumpe, dann können wir es bei *jeder* Temperatur *ohne* Wärmezufuhr zum Sieden bringen — lediglich dadurch, daß wir die auf die Oberfläche drückende Luft *weit genug verdünnen*. Hat das Wasser 10° C, so *siedet* es, wenn der Druck auf 9,21 mm Quecksilber gesunken ist. Sperrt man die Glocke gegen die Luftpumpe ab, so kocht das Wasser eine Zeitlang weiter. Dadurch *steigt* der Druck in der Glocke wieder, denn zu dem Drucke der noch vorhandenen *Luft* kommt der des *Wasserdampfes*; und schließlich, wenn der Druck eine gewisse Höhe erreicht hat, hört das Sieden auf. (Auf

¹ **Siedeverzug.** Enthält eine Flüssigkeit gar kein Gas und wird sie in einem Gefäß erhitzt, an dessen Wänden sie stark adhärirt, so *verzögert* sich die Entstehung von Dampfblasen sehr lange. Ihre Temperatur kann dann *weit über* den normalen Siedepunkt steigen, ohne daß sie zu sieden beginnt (*Siedeverzug*). Beginnt es schließlich, so geschieht es plötzlich, stürmisch, unter starkem „Stoßen“ der Flüssigkeit. Jede Verbesserung in den Vorkehrungen, Wasser zu entgasen, hat es ermöglicht, es auf immer höhere Temperatur zu bringen, Wassertropfen, die auf einem Gemisch von Nelkenöl und Leinöl schwimmen, unter Atmosphärendruck auf 180° C (MAXWELL).

² **Thermometrisch-barometrische Höhenmessung (Thermohypsometrie).** Den Sättigungsdruck des Wasserdampfes hat man in einem großen Temperaturbereich genau gemessen; Tabellen ergeben den zu einer *beobachteten* Siedetemperatur gehörigen Druck. Er ist *gleich* dem Druck auf die Wasseroberfläche, zeigt daher zugleich den Barometerstand an. Kocht also Wasser in einem offenen Gefäß, und *mißt* man die Siedetemperatur, so kann man mit den Tabellen das Thermometer als *Barometer* benutzen. Siedet Wasser z. B. am Fuße eines Berges bei 98° und ergibt eine gleichzeitige Beobachtung auf dem Gipfel 95°, so findet man in den Tabellen die entsprechenden Angaben, die man zur barometrischen Höhenmessung des Berges braucht. Die *Hypsothermometer* haben im wesentlichen die in Abb. 401 dargestellte Form. Sie sind meist nur von 90°—102° in zehntel oder sogar hundertstel Grad geteilt; die Tabellen enthalten die Dampfspannung für jedes Zehntel eines Grades. Die Abnahme der Siedetemperatur um 1° entspricht ungefähr einer Druckabnahme um 27 mm und an der Erdoberfläche einer vertikalen Erhebung *etwa* um 297 m.

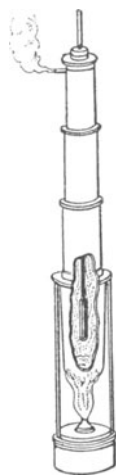


Abb. 401.
Thermometer zur Höhenmessung (Hypsothermometer).

der Möglichkeit, Wasser durch Verkleinerung des auf ihm lastenden Druckes zu verdampfen, beruht die Wirksamkeit des Dampfspeichers, S. 365 m.) Die Luft in der Glocke hat keinen Einfluß auf die Menge des Dampfes, der sich entwickelt, und der schließlich, wenn das Sieden wieder aufhört, in der Glocke vorhanden ist. Auch die Anwesenheit eines anderen Gases als Luft ändert hieran nichts, wenn nicht eine chemische Einwirkung mitspielt, die wir aber ausschließen (DALTON).

Die Größe des Druckes, den der Dampf schließlich ausübt, wenn das Sieden aufgehört hat, hängt nur von seiner Temperatur ab; weder Verkleinerung noch Vergrößerung des Dampfraumes hat darauf Einfluß. Verkleinert man ihn, so steigt nicht etwa der Dampfdruck (wie das bei einem Gase der Fall sein würde), sondern die Menge des Dampfes verringert sich, indem sich ein Teil davon zu Wasser „kondensiert“; vergrößert man ihn, so sinkt nicht etwa der Druck, sondern ein Teil der Flüssigkeit verdampft noch und vermehrt die Menge des Dampfes, aber sein Druck bleibt unverändert. Nur muß man die Temperatur konstant halten: die durch die Kondensation frei gewordene (latent gewesene) Wärme entfernen oder die zur Verdampfung (bei der Raumvergrößerung) nötige Wärme von außen zuführen. Sonst wird im ersten Falle die Wärme an die Flüssigkeit abgegeben, die Temperatur also erhöht, im zweiten der Flüssigkeit entzogen, die Temperatur der Flüssigkeit also erniedrigt.

Sättigungsdruck. Mit anderen Worten: Der Raum, in den hinein die Flüssigkeit verdampfen kann, nimmt bei der gerade herrschenden Temperatur, solange der Dampf noch mit Flüssigkeit in Berührung ist, eine bestimmte Menge Dampf auf — nicht mehr und nicht weniger. Er „sättigt“ sich damit, solange noch Flüssigkeit vorhanden ist. Verkleinert man den Druck auf die Flüssigkeit, indem man den Dampfraum für einen Augenblick wieder mit der Luftpumpe verbindet, so beginnt das Kochen von neuem und hält an, bis der frühere Dampfdruck erreicht ist, der Raum sich also aufs neue mit Dampf gesättigt hat. Dampf und Flüssigkeit sind also „im Gleichgewicht“, solange der Raum außerhalb der Flüssigkeit mit Dampf gesättigt ist: der Dampf den „Sättigungsdruck“ hat. Schon die geringste Störung verwandelt Flüssigkeit in Dampf oder verwandelt Dampf in Flüssigkeit. Der Dampf selbst, der im Gleichgewichtszustand den Raum erfüllt, heißt gesättigter Dampf. Nach der molekularen Theorie der Verdampfung geht trotz der Sättigung die Dampfbildung weiter, aber gleichzeitig mit ihr Kondensation, so daß die Menge der Flüssigkeit sich nicht ändert, etwa wie in einem See, in den es regnet, während gleichzeitig eine gleiche Menge Wasser verdunstet.

Für jede Temperatur hat der Sättigungsdruck eine bestimmte Größe.

Damit der Dampf aus einer Flüssigkeit in Blasen — in denen er natürlich gesättigt ist — austreten kann, mit anderen Worten: die Flüssigkeit sieden kann, darf der Druck auf die Flüssigkeit offenbar nicht größer sein, als der Druck des ge-

Siedepunkte (1 Atm):			
	°C		°C
Helium	—268,9	Alkohol	78
Wasserstoff	—252,8	Benzol	80
Stickstoff	—195,8	Wasser	100,00
Sauerstoff	—183,00	Terpentinöl	159
Stickoxydul	— 90	Anilin	184
Kohlensäure	— 78,51	Naphthalin	217,96
Ammoniak	— 33,36	Benzophenon	320,95
Schweflige Säure	— 10	Quecksilber	357
Äther	34,5	Schwefel	445,6
Schwefelkohlenst.	46	Zink	906
Chloroform	62	Kupfer	2300

Sättigungsdruck von Wasserdampf	
0°	0,006 Atm
10°	0,012 „
20°	0,023 „
30°	0,042 „
40°	0,073 „
50°	0,122 „
60°	0,197 „
70°	0,307 „
80°	0,467 „
90°	0,692 „
100°	1,000 „

sättigten Dampfes bei dieser Temperatur ist, und der Raum außerhalb darf nicht schon *vorher* mit Dampf *gesättigt* sein. Bei der als Beispiel gewählten Temperatur von 10° ist der Sättigungsdruck 0,012 Atm oder 9,21 mm Quecksilber; solange der Druck auf die Flüssigkeit *größer* war, konnte der Dampf nicht Blasen bilden und nicht durch die Oberfläche austreten; erst bei 9,21 mm Druck wurde das möglich. Wir sehen also eine scharf ausgeprägte Beziehung zwischen der *Siedetemperatur* (bei einem bestimmten Druck) auf der einen Seite und dem *Druck* des *gesättigten* Dampfes auf der anderen. Wir *definieren* daher die *Siedetemperatur* so: Siedepunkt einer *Flüssigkeit* unter einem bestimmten Druck ist die Temperatur, bei der ihr *gesättigter Dampf* denselben Druck hat, unter dem die Flüssigkeit steht.

Dampfdruckerniedrigung. Siedepunkterhöhung. Gefrierpunkterniedrigung der verdünnten Lösungen. Dampfdruck, Siedetemperatur und Gefrierpunkt einer Flüssigkeit ändern sich, wenn die Flüssigkeit *irgendeinen* Stoff auflöst. 1. Der gesättigte Dampf über der *Lösung* hat einen *geringeren* Druck als der gesättigte Dampf bei gleicher Temperatur über dem reinen *Lösungsmittel*; 2. die Lösung siedet erst bei einer *höheren* Temperatur, und 3. sie erstarrt erst bei einer *niedrigeren* Temperatur als das *reine* Lösungsmittel. Diese Veränderungen hängen quantitativ von der in Lösung befindlichen Menge des Stoffes — kurz, der *Konzentration* der Lösung ab. Nach einem von RAOULT (1888) aufgefundenen Gesetze ist die relative Dampfdruckerniedrigung der Lösung eines nicht merklich flüchtigen Stoffes unabhängig von dessen chemischer Natur sowie der des Lösungsmittels und bei allen Temperaturen gleich dem Verhältnis der gelösten Molekeln zu den insgesamt vorhandenen. (*Relative* Dampfdruckerniedrigung heißt: Dampfdrucksenkung dividiert durch den ursprünglichen Dampfdruck.) Im allgemeinen ist die Siedepunkterhöhung und ebenso die Gefrierpunkterniedrigung (wenigstens bei nicht sehr starken Lösungen) der Konzentration proportional, z. B. bei einer 2proz. Zuckerlösung doppelt so groß wie bei einer 1proz. unter sonst gleichen Verhältnissen. — Beim Sieden einer Lösung verdampft im allgemeinen nur das *Lösungsmittel*, und beim Gefrieren friert im allgemeinen nur das *Lösungsmittel* aus. Die Lösung wird also in dem Maße, in dem Lösungsmittel durch Verdampfen oder durch Erstarren verschwindet, *konzentrierter*; die Molekeln des gelösten Körpers werden daher auf eine kleinere Flüssigkeitsmenge beschränkt, d. h. auf einen kleineren Raum *zusammengedrängt*, und dem setzen sie einen Widerstand entgegen, dessen Überwindung Arbeit — hier: Wärme — erfordert. Der Widerstand, den sie ihrer Einengung entgegensetzen, ist dem Druck eines Gases vergleichbar, das auf einen kleineren Raum beschränkt wird und dessen Überwindung Arbeit, hier also Wärme, verbraucht — ein Verbrauch, der beim Versieden und beim Ausfrieren des *reinen* Lösungsmittels nicht in Frage kam.

Die physikalischen Eigenschaften der *verdünnten* Lösungen — d. h. der Lösungen, in denen die Konzentration des *Lösungsmittels* alle übrigen Komponenten der Lösung weit überwiegt — unterscheiden sich nur wenig von denen des reinen Lösungsmittels; die thermischen stehen mit der Dampfdruckerniedrigung der Lösung in einfachen thermodynamischen Beziehungen. Die eingehende Behandlung des Gegenstandes gehört in die physikalische Chemie. An dem folgenden Beispiele zeigen wir eines der praktisch wichtigsten Ergebnisse.

Ermittlung des Molekulargewichtes nach RAOULT. Das Molekulargewicht eines Stoffes, der sich beim Verdampfen zersetzt, ist mit den sonst gebräuchlichen Methoden nicht bestimmbar, wohl aber nach RAOULT aus der Erniedrigung des Gefrierpunktes, den der Stoff bei der Auflösung in einem Lösungsmittel hervorruft. Die Methode ist jetzt eine der meist angewendeten. Nur *verdünnte* Lösungen sind anwendbar und nur solche Lösungsmittel, die den Stoff chemisch nicht verändern, d. h. ihn nur so auflösen, wie Wasser Zucker auflöst. (*Nicht* anwendbar ist die Methode auf „Elektrolyte“ [Salze, Alkalien und Säuren], deren Moleküle sich im *Lösungsmittel* spalten.) Zwischen der Menge des aufgelösten Stoffes, der Menge des Lösungsmittels, der Gefrierpunkterniedrigung und dem *Molekulargewicht* des Stoffes besteht eine (von RAOULT empirisch gefundene) Beziehung. Sie gründet sich auf das Folgende:

Die Gefrierpunkterniedrigung einer Lösung ist *proportional* der Menge des aufgelösten Stoffes; z. B. in 100 g Lösungsmittel ruft 1 g eine doppelt so große Erniedrigung hervor wie 0,5 g. Ferner: Die Erniedrigung ist *umgekehrt* proportional der Menge des angewendeten Lösungsmittels; z. B. 1 g der Substanz in 100 g Lösungsmittel ruft eine *doppelt* so große Erniedrigung hervor wie in 200 g. Diese Beziehungen machen es nebensächlich, *wie große* Mengen man im einzelnen Fall anwendet — wenn sie nur ihrer Größe nach überhaupt *bekannt* sind — und ermöglichen die Umrechnung der *beobachteten* Gefrierpunkterniedrigung auf diejenige, die beobachtet worden *wäre*, wenn z. B. mit 0,5 g Substanz in 100 g Lösungsmittel gearbeitet worden wäre. Die auf 1 g Substanz und 100 g Lösungsmittel umgerechnete

Erniedrigung nennt RAOULT die *reduzierte Gefrierpunkterniedrigung*; seine Methode gründet sich nun auf die Beziehung zwischen der *reduzierten* Gefrierpunkterniedrigung und dem Molekulargewicht der gelösten Stoffe. Der Kern des Verfahrens liegt in dem von RAOULT und COPPEL empirisch gefundenen Satze: Wenn *gleich große Mengen desselben Lösungsmittels* angewendet werden, z. B. jedesmal (wir beschränken uns auf zwei Fälle) 100 g, und wenn in je einer der beiden Flüssigkeitsmengen je ein anderer Stoff aufgelöst wird und die aufgelösten *Gewichtsmengen* der zwei Stoffe im Verhältnisse ihrer *Molekulargewichte* stehen, dann erfährt jede der beiden Lösungen die *gleiche* Gefrierpunkterniedrigung. Hat also z. B. die eine Substanz das Molekulargewicht M und löst man M g von ihr auf, hat die andere das Molekulargewicht m und löst man m g von ihr auf, so erfährt jede der beiden Lösungen die *gleiche* Gefrierpunkterniedrigung. Sie werde τ genannt. Da nun M g die Erniedrigung τ hervorrufen, so würde 1 g die Erniedrigung $\tau_M = \tau/M$ hervorrufen und 1 g der anderen Substanz die Erniedrigung $\tau_m = \tau/m$. Das heißt: die reduzierten Gefrierpunkterniedrigungen, die zwei Substanzen in demselben Lösungsmittel unter sonst gleichen Verhältnissen hervorrufen, stehen im umgekehrten Verhältnisse des Molekulargewichts der beiden Stoffe zueinander: $\frac{\tau_M}{\tau_m} = \frac{m}{M}$. Kennt man also die reduzierte Gefrierpunkt-

erniedrigung τ_m , die eine Substanz von *bekanntem* Molekulargewicht m in einem bestimmten Lösungsmittel hervorrufft, so kann man die bisher unbekanntem Molekulargewichte M_1, M_2, \dots anderer Substanzen ermitteln, indem man die reduzierten Gefrierpunkterniedrigungen τ_{M_1}, τ_{M_2} mißt, die *diese* Stoffe in *demselben* Lösungsmittel hervorrufen. Man hat dann zur Berechnung der Molekulargewichte M_1, M_2, \dots die Gleichungen:

$$M_1 = \frac{m \cdot \tau_m}{\tau_{M_1}}, \quad M_2 = \frac{m \cdot \tau_m}{\tau_{M_2}} \text{ usw.}$$

Die Größe $m \cdot \tau_m$, die reduzierte Gefrierpunkterniedrigung mal dem Molekulargewicht *desselben* Stoffes in *demselben* Lösungsmittel, ist für das *betreffende* Lösungsmittel eine Konstante. Sie muß für jedes Lösungsmittel mit Stoffen von *bekanntem* Molekulargewicht ermittelt werden. Sie beträgt bei 100 g Lösungsmittel für Wasser 18,5, Benzol 51, Eisessig 39, Ameisensäure 28. Nennt man sie C , so heißt die Beziehung zwischen dem Molekulargewicht des Stoffes und der durch ihn hervorgerufenen reduzierten Gefrierpunkterniedrigung $M \cdot \tau_m = C$.

Lösungskälte. Um einen festen Stoff in einem Lösungsmittel aufzulösen, ist Wärme, *latente*, erforderlich, *Lösungswärme*. Der Stoff nimmt sie aus dem Lösungsmittel und aus seinem eigenen Wärmevorrat. Dadurch sinkt die Temperatur des Gemisches unter die Anfangstemperatur des Lösungsmittels und des zu lösenden Stoffes, während die Lösung vor sich geht.

Löst sich salpetersaures Ammoniak (NH_4NO_3) im gleichen Gewicht Wasser, so sinkt, wenn die Anfangstemperatur beider 10°C war, die Temperatur der Lösung ungefähr auf -15°C . Ähnlich wirken Gemische von festen Stoffen, die *infolge* ihrer Mischung flüssig werden: Eis, mit Kochsalz gemischt (oder bestreut), schmilzt. Das Salz löst sich in dem Schmelzwasser. Die Salzlösung gefriert erst bei sehr viel niedrigerer Temperatur als das reine Wasser. (Anwendung zum Auftauen von Eis und Schnee auf den Straßenbahnschienen.) Ebenso wirken Schnee und Chlorkalium. Die Mischung hat wesentlich drei Bestandteile: Eis, wässrige Lösung des Salzes und ungelöstes Salz. Die Mischung ist bei 0° *nicht* im Gleichgewicht. Bei 0° nämlich verdampft das Eis viel stärker als das Wasser aus der Lösung, so daß sich Eis in Wasser umwandeln muß. Die hierzu nötige Wärme wird der ganzen Lösung entzogen. Sie kühlt sich so lange ab, bis sie eine Temperatur erreicht hat, bei der Eis und Lösung gleich stark verdampfen. Dann ist Gleichgewicht vorhanden. Würde die ganze Mischung auf eine noch tiefere Temperatur gebracht, so würde die Lösung stärker verdampfen als das Eis, und es müßte schließlich die ganze Mischung unter Wärmeentwicklung und gleichzeitigem Temperaturanstieg erstarren.

Beim Auskristallisieren eines gelöst gewesenen Stoffes wird die beim Auflösen latent gewordene Wärme wieder frei. Am leichtesten ist das nachweisbar an *übersättigten* Lösungen. Ein Salz, das im Wasser löslich ist — am besten schwefelsaures Natron oder essigsäures Natron — ist in *heißem* Wasser in größeren Mengen *löslich* als in kaltem. Löst man so viel Salz in dem heißen Wasser, wie es aufnehmen *kann* — man sagt: bis die Lösung *gesättigt* ist — und kühlt man die Lösung ab, so ist sie *kalt übersättigt*. Es gelingt, wenn man Erschütterungen vermeidet, den übersättigten Zustand aufrechtzuerhalten, d. h. zu verhindern, daß das Salz bei der *allmählichen* Abkühlung *allmählich* auskristallisiert. Erfährt aber die

übersättigte Lösung auch nur die geringste Erschütterung, so kristallisiert *plötzlich* die ganze Masse unter starker Temperatursteigerung. — Die Übersättigung einer Lösung findet ihr Seitenstück in der *Unterkühlung einer Flüssigkeit*: Man kann unter gewissen Vorsichtsmaßregeln Wasser bis -15° abkühlen, ohne daß es gefriert. Wenn es dann plötzlich gefriert, z. B. bei Erschütterung des Gefäßes, so gefriert *nicht die ganze Masse*, sondern nur ein Teil, der Rest wird durch die frei werdende, latent gewesene Wärme des erstarrten Teils auf 0° erwärmt und wird flüssig erhalten — für BLACK der deutlichste Beweis, daß nicht die bloße Abkühlung „unter 0° , sondern die Abgabe einer bestimmten Wärmemenge die Bedingung des Festwerdens ist“ (MACH).

Sublimation. Solange der Dampfdruck einer Flüssigkeit kleiner ist als der von außen auf sie wirkende Druck, verdampft sie nur an der Oberfläche und ohne wahrnehmbare Bewegung der Oberfläche, sie „verdunstet“ und der entstehende Dampf diffundiert in die Luft. Auch die *festen* Stoffe in Berührung mit der freien Atmosphäre verdunsten (oft nur in minimalen Mengen) allmählich an der Oberfläche; jedem bekannt vom Moschus, Kampher, Naphthalin, Salmiak durch den Geruch, ferner vom Eise, das sich auch bei strengster Kälte an der Luft verflüchtigt. Auch jeder feste Stoff hat daher einen bestimmten Dampfdruck (häufig allerdings einen so kleinen, daß er nur indirekt meßbar ist). Die Verdampfung eines festen Stoffes und die Verfestigung des Dampfes, *ohne* daß der feste Stoff oder der Dampf den *flüssigen Zustand durchläuft*, nennt man Sublimation. Ganz langsam sublimiert *jeder* feste Stoff an der Atmosphäre, stürmisch dagegen, wenn der *Sublimationsdruck* den atmosphärischen Druck übersteigt. Liegt der (dem *Siedepunkt flüssiger* Stoffe vergleichbare) *Sublimationspunkt* unter dem Schmelzpunkt des festen Stoffes, so *sublimiert* der Stoff, wenn man ihn erhitzt; um ihn bis zum *Schmelzen* erhitzen zu können, muß man ihn in einem geschlossenen Gefäß erhitzen. Gewöhnlich aber liegt der Sublimationsdruck fester Stoffe beim Schmelzpunkt weit unter dem Atmosphärendruck. Die Wärmemenge, die 1 g eines Stoffes zur Sublimierung verbraucht, nennt man die *Sublimationswärme*, beim Schmelzpunkt ist sie dem Energieprinzip entsprechend gleich der Schmelzwärme plus der Verdampfungswärme des geschmolzenen Stoffes. Zur Aufrechterhaltung des *thermodynamischen Gleichgewichtes* zwischen dem festen und dem geschmolzenen Anteil des Stoffes muß beim Schmelzpunkt (der Theorie nach) der Stoff fest und geschmolzen den *gleichen* Dampfdruck haben. Theorie und Messung (am Benzol und am Wasser) stimmen befriedigend überein.

Verdampfungswärme. Die Gleichung von CLAUDIUS-CLAPEYRON, gilt auch für die Verdampfung. Die Symbole $\lambda T p v$ sind dann sinngemäß auf den Verdampfungsvorgang zu übertragen, die Verdampfungswärme ist also für eine beliebige Temperatur berechenbar, wenn man die spezifischen Volumina des gesättigten Dampfes und der Flüssigkeit kennt und die Abhängigkeit des Druckes des gesättigten Dampfes von der Temperatur (dp/dT). So ergibt sich für die Verdampfungswärme des Wassers beim normalen Siedepunkt (mit $v_1 = 1674 \text{ cm}^3$ als Volumen von 1 g gesättigtem Wasserdampf bei 100° C und $dp/dT = 27,12 \text{ mm Hg pro Grad}$) 539 cal; die Messung ergab 538,7 (HENNING). — Eine *ungefähre* Abschätzung der Verdampfungswärme in cal/Mol erlaubt die von PICTET stammende, nach dem Wiederentdecker TROUTON benannte Regel: in erster Annäherung ist die Verdampfungswärme eines Mol beim normalen Siedepunkt proportional der absoluten Siedetemperatur T_s und zwar gilt $V = \text{ca. } 21 T_s$. Die Regel ist aber nur für Stoffe, die etwa zwischen 0 und 100° C siedend, einigermaßen erfüllt.

Verdampfungswärme am normalen Siedepunkt in cal/g:

Alkohol	Äther	Benzol	Schwefelkohlenstoff	Quecksilber	Wasser
202	90	94	85	68	539

Um die Verdampfungswärme zu messen, kann man den Dampf in einem Schlangenrohr durch das Wasser eines Kalorimeters schicken, wo er seine latente Wärme an das Wasser abgibt, dessen Temperatur erhöht und sich dabei kondensiert. Aus der Menge des Kalorimeterwassers und seiner Temperaturerhöhung ergibt sich die ihm zugeführte Wärmemenge, aus der Menge des Kondensates die Menge des durch das Kalorimeter geleiteten Dampfes. Zuverlässigere Zahlen erzielt man, indem man die Heizenergie, die nötig ist, eine bestimmte Flüssigkeitsmenge in Dampf zu verwandeln, aus elektrischem Strom erzeugt und hieran mißt. Die Verdampfungswärme (λ) aller Flüssigkeiten sinkt mit steigender Temperatur (t). Bei der kritischen Temperatur (bei Wasser 374°) ist die Verdampfungswärme stets Null. Als die genauesten Messungen am Wasser gelten die der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt:

Für	$t = 30$	60	100	140	180 °C
ist	$\lambda = 579,8$	563,4	539,1	511,4	482,7 cal.

Dampfdruckmessung. Man unterscheidet das dynamische und das statische Verfahren zur Bestimmung des Sättigungsdruckes. Bei dem dynamischen heizt man die unter gegebenem Druck stehende Flüssigkeit so hoch, daß der Dampf in Blasen aus ihr aufsteigt, sie also regelrecht siedet, und mißt die Temperatur. Bei dem statischen Verfahren bringt man die Flüssigkeit in einen Raum gegebener Temperatur, der keinerlei andere Substanz enthält, so daß der in ihm herrschende Druck lediglich von dem Dampf der Flüssigkeit herrührt, und mißt den Druck. Da zu jeder Temperatur ein bestimmter Sättigungsdruck und zu jedem Sättigungsdruck eine bestimmte Temperatur gehört, müssen beide Verfahren dasselbe ergeben. — Ein Beispiel des statischen Verfahrens ist das von DALTON. Man bringt (Abb. 402) etwas von der zu untersuchenden Flüssigkeit in das Vakuum einer TORRICELLI-Röhre *A*, indem man sie in das Quecksilber mit einer gebogenen Pipette einführt und darin aufsteigen läßt. In dem Raum über dem Quecksilber verdampft so viel davon, wie zu seiner Sättigung nötig ist. Der Dampf drückt das Quecksilber (und die übrigbleibende Flüssigkeit) in dem Rohre hinab. Die Anzahl Millimeter, die er es hinabdrückt, gibt den Sättigungsdruck des Dampfes in Millimeter Quecksilber an bei der Temperatur, die das Thermometer *T* anzeigt. *B* ist ein Barometer. Bei 10° sinkt die Quecksilbersäule durch: Wasser um 9,2 mm, Alkohol um 24,4 mm, Äther um 433,0 mm.

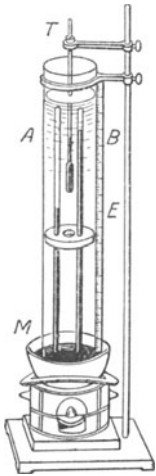


Abb. 402. Zur Messung d. Druckes d. gesättigten Wasserdampfes bei Temperaturen unter 100° C.

Um den Dampfdruck bei verschiedenen Temperaturen zu messen, umgibt man (REGNAULT) den oberen Teil des Rohres mit einem Bade. Je nach dessen Temperatur entsteht über dem Quecksilber die der Sättigung entsprechende Dampfmenge mit dem dieser Temperatur entsprechenden Sättigungsdruck. Bei der Siedetemperatur — der Definition nach der Temperatur, bei der der Sättigungsdruck *gleich* dem Atmosphärendruck ist — drückt der Dampf die Säule bis zum Spiegel des Quecksilbers außerhalb des Rohres hinab. (Für Temperaturen *über* dem Siedepunkt versagt das Verfahren also.) Der Dampf hält dann einer Quecksilbersäule von derselben Höhe (760 mm) das Gleichgewicht, der der Atmosphärendruck das Gleichgewicht hält, man sagt darum: Wasserdampf von 100° hat den Druck *einer Atmosphäre* (1 Atm oder at). Entsprechend nennt man einen Dampfdruck von 1520 mm einen Druck von 2 Atm usw. — REGNAULT maß den Dampfdruck bis 230° C mit einer Anordnung, die ein Gegenstück ist zu einem früher (S. 359 m.) beschriebenen Versuch: er erzeugte mit einer Druckpumpe einen manometrisch *abgemessenen* Druck auf die Wasseroberfläche (dy-

namisches Verfahren) und maß die *Temperatur* des Dampfes, der aus dem unter diesem Druck siedenden Wasser aufstieg. Das Manometer war U-förmig und mit Quecksilber gefüllt; das Quecksilber des *einen* Schenkels stand unter dem Druck der atmosphärischen Luft, das des anderen unter demselben Drucke wie das Wasser. Bei 760 mm Höhenunterschied liegt der Siedepunkt bei 100°, bei 1520 mm bei 120,5°. Das heißt: Der gesättigte Wasserdampf von 120,5° hält einer 1520 mm hohen Quecksilbersäule das Gleichgewicht, übt also einen Druck von 2 Atm aus. Einen höheren Druck als 760 mm gibt man gewöhnlich in „Atmosphären“ an, nicht in „mm Quecksilbersäule“.

Temperatur °C	Sättig.-Dr. at	Temperatur °C	Sättig.-Dr. at	Temperatur °C	Sättig.-Dr. at
100	1,00	200	15,34	300	84,80
120	1,96	220	22,89	320	111,46
140	3,57	240	33,03	340	144,24
160	6,10	260	46,31	360	184,13
180	9,90	280	63,31	374 ¹	224,20

Von dem Druck, unter dem das Wasser siedet, hängt mit der *Siedetemperatur* auch der Nutzen ab, den das Wasser *siedend* für solche Vorgänge hat, die eine *bestimmte Temperatur* fordern, wie die Auslaugung von Pflanzen- und Tierstoffen (Tee, Kaffee, Leim u. dgl.), das Garkochen von Nahrungsmitteln usw. Um seinen Siededruck und somit seine Siedetemperatur zu erhöhen, benützt man den PAPIN-Dampfkoctopf, ein druckfestes dicht verschließbares Gefäß, in dem man es *unter dem Druck seines gesättigten Dampfes* auf die beabsichtigte Temperatur bringen kann.

Speicherung von Arbeit in heißem Wasser (RUTHS-Speicher). Hat man Wasser in einem allseitig geschlossenen Behälter unter hohem Druck auf den Siedepunkt erhitzt und läßt man den über ihm befindlichen Dampf entweichen, setzt es also unter geringeren Druck, so entwickelt sich aus ihm so lange Dampf, bis sich der Gleichgewichtszustand wieder hergestellt hat. Auf dieser Methode, aus einer unter hohem Druck (20 Atm) stehenden, hoch erhitzten Wassermenge durch Druckabsenkung Dampf zu entwickeln, beruht die Möglichkeit, Arbeit in Wärmespeichern anzusammeln, um sie im Falle sehr großen plötzlichen Bedarfs (Spitzenleistung) ohne erneute Wärmezufuhr zur Verfügung zu haben, so der RUTHS-Speicher der großindustriellen Betriebe mit schwankendem Dampfbedarf. Er besteht im wesentlichen aus einem großen druckfesten, zu etwa 90 % mit Wasser gefüllten Kessel, in dem überschüssiger Dampf kondensiert und zum Erwärmen des Wasserinhaltes benutzt wird².

Dampfdruckformel. Die Gleichung von CLAPEYRON-CLAUSIUS zeigt einen Zusammenhang zwischen dem Druck p des gesättigten Dampfes und seiner Temperatur T , und wenn man die Größen λ (Verdampfungswärme) und v (Sättigungsvolumen des Dampfes und Flüssigkeitsvolumen) in ihrer Abhängigkeit von T kennen würde, so könnte man eine allgemeine Dampfdruckkurve aus ihr ableiten. Tatsächlich kann man das aber nicht, man muß sich mit empirischen Formeln begnügen, die mehr oder weniger theoretisch unterbaut sind. Um der

¹ Jenseits 374° kann Wasser selbst unter höchstem Druck nicht als Flüssigkeit bestehen. Darum kann es keinen Siedepunkt des Wassers über 374° geben (kritische Temperatur).

² Hiermit im Zusammenhange interessiert ein Versuch von WATT: in einem *offenen* PAPIN-Topf verkocht beispielsweise in einer halben Stunde 25 mm Wasser. Wird dieses wieder nachgefüllt, das Wasser abermals zum Kochen gebracht, bei Beginn des Siedens verschlossen und nach einer halben Stunde wieder geöffnet, so strömt der Dampf zwei Minuten lang aus, wobei 25 mm Wasser verschwinden. Die Wärmemenge, die das schon auf 100° erhitzte Wasser in einer halben Stunde noch weiter aufnimmt, genügt also, allmählich *während* der Aufnahme oder *nachher* schnell 25 mm Wasser zu verdampfen. (MACH: Die Prinzipien der Wärmelehre.)

von NERNST eingeführten *chemischen Konstante* willen, die darin auftritt, erwähnen wir die von ihm aufgestellte Dampfdruckformel

$$\log p = -\frac{\lambda_0}{4,571 T} + 1,75 \log T \frac{\epsilon}{4,571 T} + i.$$

Man nennt i die chemische Konstante, weil sie für die Berechnung von chemischen Gleichgewichten von Bedeutung ist. Für einatomige Stoffe ergibt die Theorie $i = -1,587 + 1,5 \log A$, wo A das Atomgewicht ist. Aus dem NERNSTschen Wärmesatz (S. 328) folgt, daß der Zahlenwert der chemischen Konstante eines Stoffes für jeden Aggregatzustand derselbe ist. Man kann i auch empirisch ermitteln, also die Formel auf ihre Richtigkeit prüfen. Beobachtung und Berechnung stimmen gut überein.

Die Dampfdruckkurve (Abb. 403) zeigt den Zusammenhang zwischen Druck und Temperatur des gesättigten Dampfes, aber sie hat noch einen andern Sinn: Punkt M bedeutet, daß bei *dieser* Temperatur (t -Koordinate) und *diesem* Druck (p -Koordinate) Wasser und Dampf im Gleichgewicht sind (weder Verdampfung noch Kondensation stattfindet), zeigt also die andauernde *Gleichzeitigkeit* des Vorhandenseins von Wasser und Dampf. Erhöht man bei *konstantem* Druck die Temperatur von M auf M' , so ist es aus mit dem Gleichgewicht, es *verdampft* Wasser, und Gleichgewicht herrscht erst dann wieder, wenn *alles* Wasser verdampft ist; erniedrigt man dagegen die Temperatur von M auf M'' , so *kondensiert* (aus derselben Ursache) der gesamte Dampf. Ferner: erniedrigt man bei *konstanter* Temperatur den Druck auf M'_1 , so verdampft allmählich *alles* Wasser, erhöht man ihn auf M''_1 , so kondensiert allmählich *aller* Dampf.

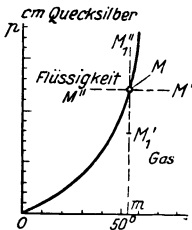


Abb. 403. Dampfdruckkurve. Zusammenhang zwischen Druck und Temperatur des gesättigten Wasserdampfes.

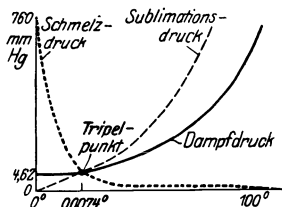


Abb. 404. Zur Erläuterung des Tripelpunktes.

Die Punkte M' und M'_1 charakterisieren also Zustände, in denen *nur Dampf* vorhanden ist, die Punkte M''_1 und M'' Zustände, in denen *nur Wasser* vorhanden ist. Die

Dampfdruckkurve belehrt uns also über den Gleichgewichtszustand der „Phasen“ Wasser und Dampf: die Punkte auf der Kurve entsprechen Zuständen, in denen beide Phasen im Gleichgewicht nebeneinander bestehen, und die Kurve scheidet die *lediglich flüssige* Phase von der *lediglich gasförmigen*. Das Seitenstück zur Dampfdruckkurve ist die Schmelzdruckkurve (Abb. 404): die einzelnen Punkte der Kurve sind die Zustandspunkte (Temperatur, Druck), bei denen die flüssige und die feste Phase, hier Wasser und Eis, einander berührend im Gleichgewicht sind, d. h. weder das Eis schmilzt noch das Wasser gefriert (das geschieht unter 760 mm Druck bei 0°; unter 4,62 mm Druck bei 0,0074°). Sie ist zugleich die Grenze zwischen der lediglich festen und der lediglich flüssigen Phase. Der Punkt, in dem die Dampfdruckkurve und die Schmelzdruckkurve einander schneiden, markiert somit denjenigen Zustand, in dem alle drei Phasen einander berührend im Gleichgewicht sind: er heißt daher Tripelpunkt. Die drei Aggregatzustände können also nur bei einer ganz bestimmten Temperatur und einem ganz bestimmten Druck (Fundamentaltemperatur und -druck) nebeneinander im Gleichgewicht bestehen. Für Wasser liegt er bei $t' = +0,0074^\circ \text{C}$ und $p' = 4,62 \text{ mm Druck}$, für Kohlensäure bei $t' = -79^\circ \text{C}$ und $p' = 5,1 \text{ Atm}$. Steigert man t bei konstantem p , so geht der feste Stoff nur dann durch den flüssigen Zustand zum gasförmigen, wenn $p > p'$. Ist $p < p'$, dann *sublimiert* er. Daher kann CO_2 nur oberhalb 5,1 Atm flüssig bestehen. — Es gibt auch eine Sublimationsdruckkurve, auch sie geht durch den Tripelpunkt.

Überhitzter Dampf. Bisher war von *gesättigtem* Dampf die Rede, der Dampf war mit seiner Flüssigkeit im Gleichgewicht oder anders: stets war Flüssigkeit im Überschuß vorhanden, so daß bei weiterer Wärmezufuhr sich noch mehr Dampf entwickeln konnte. Aber was geschieht, wenn z. B. bei dem Dampfdruckversuch, der im TORRICELLI-Vakuum verläuft (Abb. 402), so wenig Wasser in das Vakuum gelangt, daß die Temperatur ausreicht, es *ganz* zu verdampfen? — Wenn das Wasser *gerade ausgereicht* hat, den Raum mit Dampf zu sättigen, und nun Wärme zugeführt wird, dann steigt die *Temperatur des Dampfes*, er dehnt sich aus und drückt die Quecksilbersäule weiter herunter. Der Raum über der Säule ist nun *größer* als zu der Zeit, da der Dampf ihn noch gerade sättigte; um den größeren Raum zu *sättigen*, bedürfte es *noch* einer gewissen Menge Flüssigkeit (die aber nicht vorhanden ist). Der Raum enthält daher weniger Dampf als er fassen kann, ist also *nicht gesättigt*. Den Druck, den der Dampf ausübt, um diesen Raum einnehmen zu können, übt er nur infolge seiner höheren Temperatur aus, als *gesättigter* Dampf würde er denselben Druck schon bei *geringerer* Temperatur ausüben — in dem Zustande, in dem er den größeren Raum infolge seiner höheren Temperatur einnimmt, nennt man ihn darum *überhitzt*. Als überhitzter Dampf befolgt er das BOYLE-Gesetz: sein Druck steigt (sinkt), wenn der Raum, den er einnimmt, verkleinert (vergrößert) wird. Wird der Raum aber *so* klein, daß der Dampf ihn schließlich *sättigt* — immer Konstanthaltung der Temperatur vorausgesetzt — so kondensiert der Dampf, und sein Druck bleibt dann auch trotz weiterer Raumverkleinerung konstant, da er dann wieder mit Flüssigkeit in Berührung und wieder gesättigt ist. Wir schließen hieraus: *die Gase sind überhitzte Dämpfe*.

Eine graphische Darstellung, Abb. 405, wird das deutlicher machen. Der überhitzte Dampf erfüllt ein zylindrisches Rohr, das am Ende *O* durch eine feste Wand, am anderen Ende durch den gasdicht eingepaßten verschiebbaren Kolben *K* abgeschlossen ist. Wir halten den Zylinder auf konstanter Temperatur, schieben den Kolben allmählich hinein, um das Dampfvolumen zu verkleinern, benützen den Abstand des Kolbenbodens von *O* als Abszisse, den Druck, der zur jeweiligen Stellung des Kolbens gehört, als Ordinate. Wir beobachten dann: die zusammengehörigen Werte *p*, *v* für Druck und Volumen bilden (nahezu) eine gleichseitige Hyperbel *PQR* wie in Abb. 199, bis der Dampfraum und der dazugehörige Druck eine bestimmte Größe haben (Kolbenstellung bei *M*). Von hier an bleibt der Druck trotz weiterer Volumverkleinerung konstant: der Dampf kondensiert sich, bis der Kolben bei *T* angelangt und *nur noch Flüssigkeit* in dem Rohr vorhanden ist. Jetzt steigt schon bei der kleinsten weiteren Verschiebung des Kolbens der Druck stark an, der geringen Zusammendrückbarkeit der Flüssigkeit entsprechend. Die Zustandskurve *PQRS* entspricht einer hier gewählten besonderen Temperatur, wiederholt man den Versuch bei *höherer* Temperatur, so erhält man eine andere, aber ähnliche Kurve. Nur *verkürzt* sich das geradlinige Stück, denn die Verflüssigung beginnt dann erst bei *höherem* Druck und höherer Dichte (kleinerem Volumen) des Dampfes.

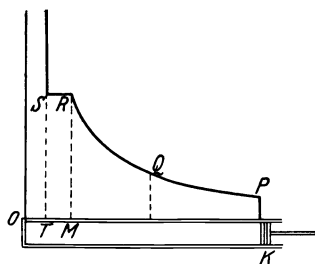


Abb. 405. Zum Unterschiede des Verhaltens von gesättigtem und von überhitztem Dampf.

Dampfdichte. Ein Vergleich der Zahlen für die latente *Schmelzwärme* mit denen für die latente *Verdampfungswärme* lehrt, daß die Verwandlung der Flüssigkeit in Dampf im allgemeinen *viel* mehr Wärme erfordert als die Verwandlung des entsprechenden festen Körpers in die Flüssigkeit. Sehr begreiflich. Die latente Wärme bedeutet *Arbeit*. Bei der Verdampfung besteht sie in der gänzlichen Trennung der Flüssigkeitsteilchen voneinander. Wenn auch ihre *Kohäsion* gering ist im Vergleich mit der der Teilchen des *festen* Körpers (die beim Schmelzen zu überwinden ist), so erfordert dafür die Verwandlung in *Dampf*, daß die mittleren *Abstände* der Flüssigkeitsmolekeln so groß gemacht werden, die gegenseitigen

Anziehungen also so klein, daß ihre Wiedervereinigung verhindert wird. Während die Wärme das Gefüge beim Schmelzen gleichsam nur auflockert, sprengt sie es beim Verdampfen *auseinander*. Das zeigt sich in der geringen Dichte der Dämpfe, im Vergleich zu der der Flüssigkeiten. So ist z. B. die Dichte, auf Wasser von 4° bezogen, für:

festes	Quecksilber am Schmelzpunkt (−39°)	14,38
flüssiges	„ „ „	13,69
flüssiges	„ „ Siedepunkt (+358°)	12,83
dampfförmiges	„ „ „	0,00378

Hier ist die *Dichte* des Dampfes auf *Wasser* bezogen. Häufig wird sie auf Luft bezogen. Da aber die Dichte der Luft verschieden ist, je nach ihrer Temperatur und dem Druck, unter dem sie steht, und da dasselbe von den Dämpfen gilt, so versteht man unter *Dampfdichte* die Zahl, die angibt, wievielmals mehr Masse ein Volumen *Dampf* bei bestimmtem Druck und bestimmter Temperatur enthält als ein *gleich* großes Volumen *Luft* bei *demselben* Druck und *derselben* Temperatur.

Das Verhältnis der in der Volumeneinheit enthaltenen Massen zueinander würde auch bei Änderung des Volumens durch Druck oder Temperatur unverändert bleiben, wenn die Dämpfe — gleichviel ob gesättigt oder überhitzt — den Gesetzen von BOYLE und GAY-LUSSAC folgten. Es würde dann genügen, die Masse (in Gramm) eines gegebenen Volumens *Dampf* bei *einem* bestimmten Druck und *einer* bestimmten Temperatur zu messen und mit der bekannten Masse (in Gramm) eines bei *demselben* Druck und *derselben* Temperatur gleichen Volumens *Luft* zu vergleichen. Aber nur *stark überhitzte* Dämpfe folgen dem BOYLE-Gesetz; je näher der Sättigung, desto mehr weichen sie davon ab. Daher hat die Dampfdichte, auf Luft bezogen, nur für stark überhitzte Dämpfe eine konstante Größe.

Messung der Dampfdichte. Die Dampfdichte dient in der Chemie dazu, das Molekulargewicht und die Konstitutionsformel von Verbindungen zu ermitteln. Wie mißt man sie?

Wir erinnern daran, wieviel Gramm ein Luftvolumen von v cm³ bei dem Druck von p mm Quecksilber und der Temperatur t^0 enthält. Bei 760 mm Druck und 0° C enthält 1 cm³ Luft 0,0012932 g. Bei t^0 nimmt das Volumen, das bei 0° 1 cm³ einnahm, $(1 + \alpha t)$ cm³ ein, und wenn der Druck nicht 760 mm ist, sondern p mm, den Raum $\frac{760}{p}(1 + \alpha t)$ cm³. Die 0,0012932 g *Luft* sind dann also in $\frac{760}{p}(1 + \alpha t)$ cm³ enthalten. Somit enthält 1 cm³ *Luft*

bei t^0 und dem Druck p mm: $\frac{0,0012932 \cdot p}{760(1 + \alpha t)} = m_0$ g. Also v cm³ *Luft* von t^0 und bei dem Druck p mm enthalten: $v \cdot m_0 = m_1$ g. Enthält nun das *gleiche* Volumen bei *demselben* Druck und *derselben* Temperatur m g *Dampf*, so ist die *Dampfdichte*, bezogen auf *Luft*, $D = m/m_1$, wo m_1 die soeben berechnete Luftmasse ist. Also ist

$$D = \frac{m}{\frac{0,0012932 \cdot p \cdot v}{760(1 + \alpha t)}} \quad \text{d. h.} \quad = \frac{m \cdot 760 \cdot (1 + \alpha t)}{0,0012932 \cdot p \cdot v}$$

Um die Dampfdichte zu ermitteln, muß man also messen: den Druck p , das Volumen v , die Temperatur t und die Masse m des Dampfes.

Wägung eines bekannten Dampfvolomens. Bei der von DUMAS (1827) stammenden Methode verdampft man eine kleine Menge Flüssigkeit in einem (offenen, in eine Spitze auslaufenden) Ballon von bekanntem Volumen v (0,1—0,25 l) bei dem *momentan* herrschenden, also bekannten Atmosphärendruck p , und zwar unter Anwendung eines Flüssigkeitsbades, dessen Temperatur höher (um 15—20°) sein muß als der Siedepunkt der zu untersuchenden Flüssigkeit (weil ja, siehe oben, der Dampf *überhitzt* werden muß). Das Thermometer gibt die Temperatur t des Bades, also auch des Dampfes t im Ballon an; nachdem die Flüssigkeit verdampft und der Dampf überhitzt worden ist, wird der Ballon (an der Spitze) zugeschmolzen und gewogen. Die Gewichts Differenz gegenüber dem Gewichte des leeren Ballons gibt die Masse m des Dampfes an. Damit sind die zur Berechnung der Dampfdichte notwendigen Größen bekannt.

Messung des Dampfvolmens einer abgewogenen Flüssigkeitsmenge. Bei der von GAY-LUSSAC (1812) stammenden und von HOFMANN (1867) verbesserten Methode (Abb. 406) bringt man eine abgewogene Menge m der zu verdampfenden Flüssigkeit in das Vakuum eines graduierten TORRICELLI-Rohres B , und zwar in einem verstopften Fläschchen g , das man in dem Quecksilber aufsteigen läßt. Das TORRICELLI-Rohr ist von einem Rohre M umgeben, durch das Dampf von bekannter Temperatur streicht. Bei der Erhitzung durch den Dampf wird der Stöpsel aus dem Fläschchen geschleudert; die Flüssigkeit verdampft, wird überhitzt und drückt die Quecksilbersäule herunter. Die Länge der Säule h gibt den Druck p mm, die Graduierung des Rohres B das Volumen v , die Temperatur des Dampfes im Rohre M , die ja auch die des Dampfes im Rohre B ist, die Temperatur t ; so sind wieder alle zur Berechnung der Dampfdichte erforderlichen Daten bekannt. Die Methode ist unbrauchbar für Stoffe, die das Quecksilber angreifen.

Messung des Dampfvolmens durch Luftverdrängung. Bei der von VICTOR MEYER (1878) stammenden (gebräuchlichsten) Methode wiegt man die zu verdampfende Flüssigkeit (Masse m) und bringt sie in den unten beschriebenen Apparat (Abb. 407). Beim Verdampfen verdrängt sie ein gewisses Volumen Luft aus dem Apparat, und das ist gleich dem Volumen des entwickelten Dampfes, dem es bei demselben Druck und derselben Temperatur Platz machen mußte. Dieses Luftvolumen mißt man, indem man die Luft bei ihrer Verdrängung aus dem Dampfraum in einem Meßzylinder auffängt (über Wasser). Aus diesem Luftvolumen und der Masse m ist also die Dampfdichte berechenbar, ohne daß die Temperatur des Dampfes gemessen zu werden braucht, weil eben der Dampf eine Luftmenge verdrängt hat, die unter gleichen Verhältnissen aus seinem Volumen gleiches Volumen besaß.

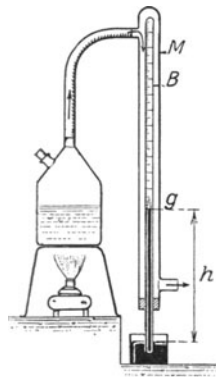


Abb. 406.
Zur Messung der Dampfdichte (A. W. HOFMANN).

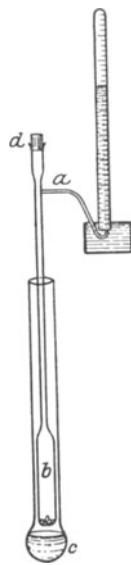


Abb. 407.
Zur Messung der Dampfdichte (V. MEYER).

Abb. 407 zeigt den Apparat. (Im Anfang steht der Meßzylinder noch nicht über dem von b herkommenden Gasentbindungsrohre a .) Sobald die Temperatur in dem Rohre b , das von dem Flüssigkeitsbade c aus (Wasser, Anilin, Schwefel u. a.) erwärmt wird, stationär geworden ist — wenn nämlich aus a keine Luftblasen mehr im Wasser aufsteigen, die Luft in b sich also nicht mehr ausdehnt — wird d geöffnet, die gewogene Flüssigkeit (in einem geschlossenen kleinen Gefäß) in die Röhre gebracht und d rasch wieder geschlossen. Jetzt schiebt man den Meßzylinder über das Gasentbindungsrohr a , um die sofort bei dem Beginn der Verdampfung austretende Luft aufzufangen. An der Graduierung des Meßzylinders liest man das vom Dampf verdrängte Luftvolumen v ab; die Luft steht unter Zimmertemperatur t und dem Barometerdruck, der um den (auf Quecksilberhöhe umzurechnenden) Druck der unter ihr stehenden Wassersäule vermindert ist. Man hat also alle Daten, um das Gewicht des Luftvolumens zu berechnen, das gleich dem Dampfvolmen bei dem Druck und der Temperatur der Verdampfung ist; das Gewicht des Dampfvolmens selbst ist durch die Wägung der Masse m bekannt.

Beziehung zwischen Dampfdichte und Molekulargewicht. Wieso führt die Kenntnis der Dampfdichte zur Kenntnis des Molekulargewichtes? Nach dem (durch die kinetische Gastheorie gerechtfertigten) Satze von AVOGADRO enthalten alle Gase, vorausgesetzt, daß sie unter gleichem Druck stehen und die gleiche Temperatur haben, in gleich großen Raumteilen gleich viel Moleküle. Enthalten aber gleiche Gasvolumina (v cm³) gleich viel Moleküle, so verhalten sich die Massen gleicher Gasvolumina zueinander wie die Massen der Gasmoleküle, man sagt: wie die Molekulargewichte der Gase. Das Verhältnis der Masse von v cm³ des Gases, dessen Molekulargewicht man sucht, zu der Masse von v cm³ Sauerstoff ist somit:

$$\frac{\text{Masse von } v \text{ cm}^3 \text{ Gas}}{\text{Masse von } v \text{ cm}^3 \text{ Sauerstoff}} = \frac{\text{Molekulargewicht des Gases}}{\text{Molekulargewicht des Sauerstoffes}}$$

Dividiert man links Zähler und Nenner gleichzeitig mit „Masse von v cm³ Luft“, so erhält man:

$$\frac{\frac{\text{Masse von } v \text{ cm}^3 \text{ Gas}}{\text{Masse von } v \text{ cm}^3 \text{ Luft}}}{\text{Masse von } v \text{ cm}^3 \text{ Sauerstoff}} = \frac{\text{Molekulargewicht des Gases}}{\text{Molekulargewicht des Sauerstoffes}}$$

Der Zähler des Bruches links ist die auf Luft bezogene Dampfdichte D des Stoffes (nach einem der drei beschriebenen Verfahren ermittelt), der Nenner die auf Luft bezogene Dichte des Sauerstoffes 1,1042. Also erhalten wir:

$$\frac{D}{1,1042} = \frac{M}{32}, \text{ also } M = \frac{32 \cdot D}{1,1042} = 28,98 \cdot D.$$

M , das gesuchte Molekulargewicht des Gases, ist also rund gleich $29 \cdot D$.

Mißt man die Dampfdichte, so kann man daher summarisch die Richtigkeit chemischer Formeln prüfen. Unterscheidet sich die gemessene Dampfdichte von der theoretisch berechneten sehr stark, so wird man auf chemische Vorgänge aufmerksam, die man sonst kaum entdecken könnte, wie z. B., daß im Gegensatz zu den Dämpfen der meisten Nichtmetalle alle Metalldämpfe einatomig sind (außer Sb und Bi), daß der Schwefeldampf bei ca. 1000° nicht 2, sondern 6 Atome im Molekül enthält u. a. m.

Bezieht man die Dampfdichte statt auf Luft wieder auf Wasser, so muß man die für D abgeleiteten Zahlen mit der Dichte der Luft multiplizieren. Man findet die Dichte eines Gases bei 0° und dem Druck 1 Atm zu $d = D \cdot 0,0012932 \text{ g/cm}^3$, d. h. $d = \frac{M}{32} 1,1042 \cdot 0,0012932 = \frac{M}{22417} \text{ g/cm}^3$. Das spez. Volumen, d. h. das Volumen von 1 g Masse, folgt hieraus zu $v = \frac{1}{d} = \frac{22417}{M} \text{ cm}^3/\text{g}$. Das Volumen von M g Masse, d. h. also der durch das Molekulargewicht bestimmten Masse, ein Mol, ist für jedes Gas dieselbe Zahl, und ergibt sich, wenn man die meist sehr geringe Abweichung vom BOYLE-MARIOTTE-Gesetz berücksichtigt, zu 22415 cm³ oder 22,415 l. Dieses auf 0° und den Druck 1 Atm, d. h. auf die Normalbedingungen bezogene Volumen heißt das *normale Molvolumen*.

Dissoziation. Die Verwandlung des flüssigen Aggregatzustandes in den gasförmigen ist nicht die letzte Veränderung, die ein Stoff durch Wärmeaufnahme erfahren kann. Ist die gesamte Flüssigkeit in einem geschlossenen Gefäß in Dampf verwandelt, so bewirkt die weitere Wärmeaufnahme *zunächst* nur Temperaturerhöhung des Dampfes, schließlich aber etwas ganz Neues: *Zerlegung* der Moleküle (*Dissoziation*). Hat sich z. B. eine Menge Wasser durch Wärmeaufnahme ganz in Dampf verwandelt, so zerfällt bei weiterer Wärmeaufnahme die gasförmige Wasserstoffsubstanz schließlich in ihre Bestandteile Sauerstoff und Wasserstoff. Die aufgenommene Wärme wird dabei zu der Arbeit verbraucht, die nötig ist, um die (vermöge ihrer *Affinität* bestehende) „chemische Verbindung“ des Sauerstoffes und des Wasserstoffes aufzuheben. Ein Gas hat aber nicht etwa eine bestimmte *Dissoziationstemperatur* wie eine Flüssigkeit eine bestimmte Siedetemperatur hat, sondern die Dissoziation beginnt bei einer gewissen *Anfangstemperatur*, verläuft immer stärker bis zu einer mittleren *Zersetzungstemperatur* (Dissoziationstemperatur), bei der sie am lebhaftesten ist, um dann allmählich abzunehmen, bis sie bei der *Endtemperatur* aufhört. Die Bezeichnung Anfangs- und Endtemperatur bedeuten nur ungefähre Temperaturgrenzen der *deutlich wahrnehmbaren* Dissoziation. Nach NERNST sind unter dem Druck 1 Atm bei 1700° etwa 0,6%, bei 2200° etwa 4% aller Wassermoleküle dissoziiert. Nach der kinetischen Gastheorie stellen wir uns die Dissoziation so vor: Prallt ein Molekül an ein anderes oder an die Gefäßwand, dann wird es in seine Atome zertrümmert. Je höher nun die Temperatur eines Gases ist, um so mehr Moleküle werden diejenige kinetische Energie erreichen, die zur Zertrümmerung nötig ist. Hiermit steht im Einklang, daß die Dissoziation mit steigender Temperatur zunimmt. *Einzelne* Moleküle können auch schon bei verhältnismäßig tiefer Temperatur so große Geschwindigkeit und kinetische Energie erreichen und daher zerfallen; die wirklich vorkommende kinetische Energie der einzelnen Moleküle gehorcht nämlich den Gesetzen des Zufalls, nur der *Mittelwert* der kinetischen Energie *aller* Moleküle wird eindeutig durch die Temperatur bestimmt. Von n -Gasmolekülen ist bei der Temperatur t und bei dem Druck p stets ein bestimmter Bruchteil x dissoziiert. Im Wasserdampf z. B. sind von n Molekülen H₂O bei der Temperatur t und dem Druck p im ganzen $n \cdot x$ Moleküle dissoziiert, d. h. es sind nur $n - n \cdot x = n(1 - x)$

Moleküle H_2O vorhanden, ferner nx Moleküle H_2 und nx Atome O, die sofort $n/2 \cdot x$ Moleküle O_2 bilden. Statt der ursprünglichen n Moleküle sind nach der Dissoziation also $n(1-x) + nx + n/2 \cdot x = n(1+x/2)$ Moleküle vorhanden. Die Größe x heißt der *Dissoziationsgrad*. Nachdem sich in dem Gasgemisch von H_2O , H_2 und O_2 ein bestimmter Dissoziationsgrad eingestellt hat, sind aber die chemischen Umsetzungen keineswegs zu Ende. Auch dann zerfällt jedes Wassermolekül, das einen genügend wuchtigen Stoß bekommt, in seine Atome. Gleichzeitig aber, wenn zwei Wasserstoffmoleküle und ein Sauerstoffmolekül mit genügender Wucht zusammentreffen, verbinden sie sich zu Wasser. Im *Gleichgewichtszustand* zerfallen pro Sekunde *ebensoviel* Moleküle, wie sich von neuem bilden. — Wie man nach der kinetischen Theorie erwarten muß, daß sich bereits bei Zimmertemperatur einige, wenn auch sehr wenige Wassermoleküle spalten, so muß man auch schließen, daß sich bereits bei Zimmertemperatur Wassermoleküle *bilden* müssen. Der endgültige Gleichgewichtszustand zwischen diesen drei Gasen ist bei Zimmertemperatur sogar nur dann möglich, wenn sich Wasserstoff und Sauerstoff nahezu restlos zu Wasser vereinigt haben. Dem scheint die Tatsache zu widersprechen, daß sich ein Gemisch von Sauerstoff und Wasserstoff *unter gewöhnlichen Umständen* keineswegs in Wasser verwandelt. Der Grund: bei Zimmertemperatur geht die Verbindung sehr langsam vorstatten; die *Reaktionsgeschwindigkeit* ist sehr klein. (Durch einen elektrischen Funken kann man das Gasgemisch explosionsartig in Wasser umwandeln.) — Den Verlauf der Dissoziation eines Stoffes kann man *indirekt* durch die Messung seiner Dampfdichte verfolgen. Die Dampfdichte hängt ja von dem mittleren Molekulargewicht aller Moleküle ab, und das mittlere Molekulargewicht ändert sich infolge der Zersetzung der Substanz. — Geben die im Gleichgewicht befindlichen Spaltungsprodukte die Wärme nach außen wieder ab, so vereinigen sie sich wieder. Salmiak, der in einem geschlossenen Gefäße durch Erhitzung dissoziiert wird, zerlegt sich in Ammoniakgas und Chlorwasserstoffgas; wird den Gasen die Wärme wieder entzogen, so vereinigen sie sich wieder zu Salmiak. Die durch Dissoziation des Wasserdampfes voneinander getrennten Gase Wasserstoff und Sauerstoff vereinigen sich beim (langsamen) Erkalten wieder zu Wasser.

Wegen des spontanen Rückganges ist die Dissoziation nicht leicht wahrnehmbar. (Erste Beobachtung GROVE, 1847, erste eingehende Untersuchung ST. CLAIRE DEVILLE, 1857.) Man kann sie aber nachweisen, wenn man die Dissoziationsprodukte durch eine poröse Scheidewand diffundieren läßt: infolge der Verschiedenheit ihrer Molekulargewichte, also auch ihrer Dichte, diffundieren sie verschieden schnell (S. 205 m.) und trennen sich dadurch insofern voneinander, als nach einer gewissen Zeit der auf der einen Seite der porösen Platte befindliche Anteil mehr von dem weniger dichten (schnelleren) Dissoziationsprodukt enthält, der auf der anderen mehr von dem dichteren (langsameren). Bei der Dissoziation des Salmiak z. B. sieht man das daran, daß der eine Teil alkalisch reagiert (der an NH_3 reichere), der andere sauer (der an HCl reichere).

Verflüssigung der Gase. Kritische Temperatur. Wenn die Gase überhitzte Dämpfe sind, dann müssen sie in den flüssigen Zustand überführbar sein, sobald man sie durch Abkühlung oder durch Druck zu *gesättigten* Dämpfen macht. Und das ist in der Tat so. Wasserdampf verwandelt sich in Wasser (S 360 o.), sobald sein Volumen kleiner wird als der Raum ist, den er bei der herrschenden Temperatur gerade sättigen kann. Diese Volumenverkleinerung konnte man durch Zusammendrücken des Dampfes oder durch Erniedrigung seiner Temperatur bewirken. Ist ein Dampf *gesättigt*, so beginnt die Verflüssigung dabei *sofort*, ist er überhitzt, so muß man ihn entweder abkühlen, damit er sich zusammenzieht und der Sättigungsgrenze näher kommt, oder ihn gewaltsam zusammendrücken,

bis er einen Raum einnimmt, der kleiner als der ist, den er gerade sättigen kann, *Gase*, wie Wasserstoff, Luft usw., sind bei Zimmertemperatur nie gesättigt, müssen also erst auf eine tiefere Temperatur gebracht werden, ehe sie flüssig werden können. Es ist bei allen Gasen schließlich gelungen, sie zu verflüssigen, selbst bei den (bis um 1880) für „unbezwingbar“, für „permanent“ geltenden Gasen Helium, Luft, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Stickoxyd, Kohlenoxyd, Sumpfgas. Um überhitzten *Wasserdampf* in den flüssigen Zustand zurückzuführen, genügt es, ihn abzukühlen oder ihn zusammenzudrücken. (Wenigstens bei den Temperaturen, die gewöhnlich in Frage kommen; es kann auch anders sein.) Auch für viele Gase genügt das eine oder das andere. FARADAY hat bei einem Druck, der sogar kleiner war als der atmosphärische, *lediglich durch Abkühlung* bis auf -110° flüssig erhalten: Chlor, Cyan, Ammoniak, Schwefel-, Jod-, Bromwasserstoff, Stickoxydul und Kohlensäure; und *lediglich durch Druckerhöhung* hat er bei Temperaturen, die wenig unter 0° liegen, ölbildendes Gas, Kohlensäure, Stickoxydul, Chlorwasserstoff, Schwefelwasserstoff, Arsenwasserstoff verflüssigt.

Aber man kann nicht irgendein Gas bei *beliebiger* Temperatur verflüssigen, wenn man den *Druck* nur *hoch* genug treibt. Eine Anzahl „permanenter“ Gase haben selbst 3600 Atm widerstanden (NATTERER), obwohl sie bereits bei viel kleinerem Drucke flüssig werden (CAILLETET, PICTET, WRUBLEWSKI, OLSZEWSKI), falls man sie bei einer Temperatur zusammendrückt, die *unter ihrer kritischen* liegt (ANDREWS, 1869). Es gibt nämlich für jeden *Dampf* eine kritische Grenztemperatur, *oberhalb* deren er nicht als *gesättigter* Dampf bestehen kann, gleichviel unter einem wie großen Druck er steht, oberhalb deren ein gasförmiger Stoff also nur als *überhitzter* Dampf, als *Gas*, bestehen kann. Dämpfe aber, deren Temperatur die kritische *nicht übersteigt*, kann man stets auf einen Raum zusammendrücken, den sie bei dieser Temperatur *sättigen*. Der Sättigungsdruck bei der kritischen Temperatur heißt der *kritische Druck*, der Zustand des gasförmigen Stoffes bei der kritischen Temperatur und unter dem kritischen Druck der *kritische Zustand*.

Bei je tieferer (höherer) Temperatur wir den durch Abb. 405 beschriebenen Versuch anstellen, desto länger (kürzer) ist das geradlinige Stück der Zustandskurve. *Bei einer bestimmten Temperatur verschwindet er*, die Zustandskurve verläuft dann stetig und beginnt sich der Hyperbelform zu nähern. *Diese Temperatur ist die kritische*. Abb. 408 gibt die Zustandskurven für Kohlensäure bei verschiedenen Temperaturen. Die punktierte Linie ist die obere Grenze des Gebietes, in dem die Kohlensäure zum Teil gasförmig, zum Teil flüssig bestehen kann, die Koordinaten des höchsten Punktes bezeichnen den kritischen Druck und das kritische Volumen.

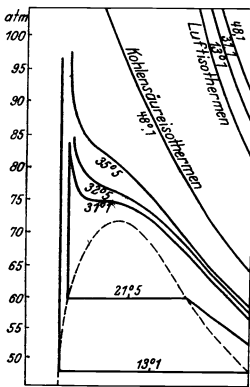


Abb. 408. Zustandskurven für Kohlensäure bei verschiedenen Temperaturen.

Für Kohlensäure ist die kritische Temperatur 31°C , der Sättigungsdruck etwa 73 at. Die kritische Temperatur der schwefligen Säure liegt bei $+157^{\circ}$, die Säure, die bei gewöhnlicher Temperatur gasförmig ist (Siedepunkt: -10°C), kann bei gewöhnlicher Temperatur bereits durch 1–2 at Druck flüssig werden. Die kritische Temperatur ist für

Helium	Wasserstoff	Sauerstoff	Stickstoff
-268°	-240°	-119°	-147°

Wasserdampf kann man noch bei sehr hohen Temperaturen lediglich durch Druck sättigen und in Wasser verwandeln. Seine *kritische Temperatur* liegt bei 374°C , sein kritischer Druck bei 224,2 at. — Neuerdings ist es geglückt, das Verhalten des Wassers im kritischen Punkt technisch zur Erzeugung von Hochdruckdampf von 100 at und darüber auszunutzen (BENSON-Verfahren): BENSON setzt das Wasser unter etwa 224,2 at mittels einer Druckpumpe. Der Dampfessel besteht aus einem System von Rohrstrahlen, durch die das

Wasser hindurchströmt. Die Wärmezufuhr durch die Rohrwand erhitzt das unter dem kritischen Druck hindurchströmende Wasser auf 374° C. Bei dieser Temperatur geht es *ohne Aufkochen* bei fortschreitender Raumzunahme in Dampf über. Man spart also — einer der großen Vorteile des Verfahrens — die Verdampfungswärme. Man muß in das Rohr eine bestimmte Wassermenge fördern und die Wärmezufuhr mit der Verdampfung sorgfältig in Einklang bringen. Dicht vor dem kritischen Punkt ist der Dampf in einem labilen Zustand, eine kleine Drosselung würde sofort 40—50 % Wasser abscheiden. Deswegen überhitzt man den Dampf auf 400° und drosselt ihn dann bis auf die Gebrauchsspannung (100—200 at).

Um Gase zu verflüssigen, bedarf es besonderer Hilfsmittel zur Druckerhöhung und Temperaturniedrigung. CAGNIARD DE LA TOUR und auch FARADAY entwickelten die Gase, die verflüssigt werden sollten, auf chemischem Wege in starkwandigen Glasröhren; die Gase gelangten dabei unter sehr großen Druck und wurden schließlich flüssig. Sehr hohe Drucke erzeugt man mit Kompressionspumpen; um flüssige und feste Kohlensäure für technische Zwecke herzustellen, wird das Gas in eine schmiedeeiserne, starkwandige Bombe gepumpt. Ist der Sättigungsdruck erreicht (bei 15° etwa 50 at, bei 20° 57 at), so wird der Überschuß von Kohlensäure, der dann noch in die Bombe hineingepreßt wird, verflüssigt, *weil* der Raum gesättigt ist. Wird die Bombe von der Kompressionspumpe getrennt und geöffnet, die flüssige Kohlensäure also lediglich dem Druck der Atmosphäre ausgesetzt, so verdampft sie so rapide, daß sie zum Teil *fest* wird, weil sie die zum Verdampfen erforderliche Wärme aus ihrem eigenen Wärmeverrat entnimmt. Läßt man sie dabei durch ein siebartiges Gefäß gehen, so sammelt sich die feste Kohlensäure in ihm an. Es ist eine schneeweiße Masse, die flüssige Kohlensäure eine wasserhelle Flüssigkeit (bei 15° spez. Gew. 0,86). Die feste Kohlensäure (Siedepunkt: —78,5° C) verdampft an der Luft nur langsam; mit Äther von Zimmertemperatur übergossen verdampft sie unter Abkühlung der Flüssigkeit stark. Wird der Dampf durch die Luftpumpe beseitigt und die Verdampfung dadurch beschleunigt, so fällt die Temperatur auf ca. —115° C.

CAILLETET (1877) hat durch einen *ähnlichen* Kunstgriff, wie man ihn anwendet, um flüssige Kohlensäure in feste zu verwandeln, sogar Sauerstoff, Kohlenoxyd, Stickstoff, Luft und Wasserstoff verflüssigt. Er komprimierte sie auf 200 bis 300 at und setzte sie dann plötzlich nur dem Atmosphärendruck aus. Bei der dabei erfolgenden ungeheuren Volumenvergrößerung und Arbeitsleistung kühlten sie sich so stark ab, daß sie flüssig wurden. Noch weiter kam PICTET (1878) durch seine Kaskadenmethode: ein durch Druck und Kälte verflüssigtes Gas (SO₂) vorkühlt ein zweites *schwerer* kondensierbares (CO₂), das bei seiner Verflüssigung durch Druck und Kälte eine erheblich tiefere Temperatur annimmt (—140°) als die Verflüssigungstemperatur des ersten Gases (—65°). Das verflüssigte zweite Gas vorkühlt ein drittes *noch* schwerer kondensierbares Gas usw. Aber alle diese Verfahren haben nur nach Kubikzentimetern zählende Flüssigkeitsmengen ergeben.

Gasverflüssigung durch Drosselungskühlung (C. v. LINDE 1895). Ganz anders das Verfahren von C. v. LINDE, Luft in großer Menge (0,75—100 l/h) zu verflüssigen; es benutzt den JOULE-THOMSON-Effekt (S. 296). Drosselt man atmosphärische Luft, wie beschrieben, ab, und geht man dabei vom Anfangsdruck p_1 und von der Anfangstemperatur T_1 aus und läßt man die Luft hinter der Drosselstelle sich auf Atmosphärendruck entspannen, so ist ihre Abkühlung ΔT so groß, wie sie die nachstehende Tabelle angibt (LINDE-

T_1	t_1 (° C)	ΔT bei $p_1 =$		
		50 at	100 at	200 at
288°	+ 15° C	11,6°	22,5°	39,0°
253°	— 20° C	16,0°	30,8°	55,0°
223°	— 50° C	21,4°	42,7°	71,5°

Jubiläumsschrift 1929). Den Zusammenhang zwischen der Abkühlung ΔT einerseits und der Anfangstemperatur T_1 und der Druckdifferenz vor und hinter dem Drosselventil andererseits haben erst die für die Gasverflüssigung nötigen Untersuchungen völlig geklärt. Er ist viel verwickelter, als es die von JOULE und THOMSON aufgestellte Formel ausdrückt.

Würde man der Tabelle nach bei Zimmertemperatur (15°C) von 200 at aus auf Atmosphärendruck abdrosseln, so wäre die hierdurch erzielte Abkühlung von 39° ohne ein weiteres Hilfsmittel für die Verflüssigung der Luft also belanglos. Durch Anwendung des in Abb. 409 angedeuteten Gegenströmers (deutlicher: des Wärmeaustausches zwischen zwei in entgegengesetzter Richtung aneinander vorbeigeführten Luftströmen) kam C. v. LINDE zum Ziel. Der Gegenströmer wirkt so: die verdichtete Luft wird auf ihrem Wege zum Drosselventil durch die im Gegenstrom an ihr vorbeigeführte entspannte kalte Luft abgekühlt, daher beginnt ihre Entspannung schon mit tieferer Anfangstemperatur. Auch die Temperatur hinter dem Entspannungsventil wird hierdurch weiter erniedrigt, und das hat eine erneute stärkere Abkühlung der verdichteten Luft zur Folge. Die Temperaturen vor und hinter dem Entspannungsventil müssen somit immer weiter sinken, bis sich schließlich die Luft bei der Entspannung teilweise verflüssigt. Die einfachste Anordnung zur Durchführung des

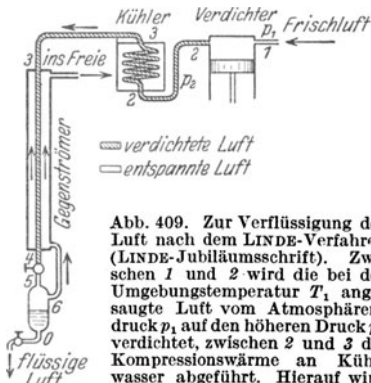


Abb. 409. Zur Verflüssigung der Luft nach dem LINDE-Verfahren (LINDE-Jubiläumsschrift). Zwischen 1 und 2 wird die bei der Umgebungstemperatur T_1 angesaugte Luft vom Atmosphärendruck p_1 auf den höheren Druck p_2 verdichtet, zwischen 2 und 3 die Kompressionswärme an Kühlwasser abgeführt. Hierauf wird die verdichtete Luft im Gegenströmer abgekühlt und zwischen 4 und 5 durch Drosselung wieder auf den Anfangsdruck p_1 entspannt. Bei 6 wird der hierdurch verflüssigte Teil der Luft entnommen, der dampfförmig gebliebene Rest tritt bei 7 wieder in den Gegenströmer zurück.

LINDESchen Verflüssigungsverfahrens zeigt Abb. 409. Bis die Verflüssigung beginnt, zirkuliert immer dieselbe Luft durch das Röhrensystem; von da an wird (von einer zweiten Pumpe) frische komprimierte Luft zugeführt, um den verflüssigten Teil zu ersetzen. Nach einiger Zeit stellt sich ein stationärer Zustand her, weil der durch die Expansion herbeigeführten Temperaturerniedrigung durch unvermeidliche Wärmeaufnahme von außen und durch die Wärmeentbindung bei der Verflüssigung schließlich das Gleichgewicht gehalten wird. In diesem stationären Zustande sammelt sich in O fortlaufend die flüssige Luft in Mengen an, die von der Größe der Maschine abhängen (zwischen 0,75 l/h und 100 l/h). Den Arbeitsaufwand — günstigsten Falles (LINDE-Jubiläumsschrift) 2,86 PS h/kg flüssige Luft bei 15°C und Entspannung von 200 auf 1 at — verringern zwei Mittel: 1. Die Kälteleistung ist angenähert der Druckdifferenz $p_2 - p_1$ bei der Drosselung proportional, der Arbeitsaufwand hängt dagegen nur von p_2/p_1 ab. Daraus folgt: die Kälteleistung ist nahezu die gleiche, ob man von 150 auf 1 at oder von 200 auf 50 at drosselt (Hochdruckkreislauf), der Arbeitsaufwand vermindert sich aber auf 28 % des Wertes im ersten Fall. Durch Erhöhung des

unteren Druckes p_1 kann man also den Arbeitsaufwand pro Kilogramm flüssiger Luft erheblich herabsetzen. [Mit dem Hochdruckkreislauf kommt man auf 1,53 PS h/kg flüssige Luft.] 2. Der THOMSON-JOULE-Effekt nimmt zu mit sinkender Temperatur. Zu einer Vergrößerung der Kälteleistung kann man das ausnützen, indem man mit einer Kältemaschine die Eintrittstemperatur in den Gegenströmer erniedrigt, d. h. die Luft vorkühlt. Kühlt man auf -50°C vor, so ist der THOMSON-JOULE-Effekt und die Kälteleistung etwa doppelt so groß wie bei der Eintrittstemperatur von $+15^\circ\text{C}$. [Mit der einfachen Entspannung (200 at auf 1 at) und der Vorkühlung auf -50°C beträgt der Arbeitsaufwand 1,378 PS h/kg flüssige Luft. Mit dem Hochdruckkreislauf (zwischen 200 und 50 at) und der Verköhlung 0,905 PS h/kg.]

Nach dem LINDE-Verfahren kann man Luft verflüssigen, ohne sie vorzukühlen, nicht aber Wasserstoff, dieser erwärmt sich im JOULE-THOMSON-Prozess bei gewöhnlicher Temperatur (Inversionstemperatur -80°C). Seine Verflüssigung (DEWAR 1898) gelingt erst, wenn man ihn nach der Kompression vor der Entspannung durch flüssige Luft vorgekühlt hat. Der flüssige Wasserstoff siedet an der Atmosphäre bei -253° . Vermindert man den Druck auf ihn, so kann man Temperaturen von -264° erreichen. Auch Helium kann man nach dem LINDESchen Verfahren nur verflüssigen, wenn man es stark vorgekühlt hat, da es sich bei Zimmertemperatur und sogar noch bei der Temperatur der flüssigen Luft (-190°C) im JOULE-THOMSON-Prozess erwärmt (Inversionstemperatur -243°C). Zur Überführung in den flüssigen Aggregatzustand (KAMERLINGH ONNES, 1908) muß es durch flüssigen Wasserstoff vorgekühlt werden. Helium siedet an der Atmosphäre bei -269° . Durch Verminderung seines Dampfdruckes konnte KAMERLINGH ONNES $-272,38^\circ$ erreichen. [Die tiefste bisher (DE HAAS, Juli 1933), auf anderem Wege erzeugte Temperatur ist nur $0,085^\circ\text{K}$ vom absoluten Nullpunkt entfernt.]

Die verflüssigten Gase verwahrt man in doppelwandigen Gefäßen (Abb. 410) aus Glas oder Metall (WEINHOLD, DEWAR). Der Raum zwischen den Wänden ist luftleer, und die

Wände sind verspiegelt, um Wärmeaustausch durch Leitung (S. 378) und durch Strahlung zwischen der Flüssigkeit und der Umgebung auszuschließen. In diesen Gefäßen, deren enger Hals der Verdampfung nicht günstig ist, bleibt die flüssige Luft auch unter dem Atmosphärendruck und, obwohl sie -190°C Temperatur hat, stundenlang flüssig. Aus der in offener Flasche stehenden flüssigen Luft verdunstet mehr Stickstoff (Siedep. -196°) als Sauerstoff (Siedep. -183°), die flüssige Luft wird dadurch allmählich reicher an Sauerstoff. In 100 % des Verdampfungsrückstandes sind 23 % Sauerstoff enthalten, in 90 % dagegen 37,5 %, in 10 % sogar 77 % Sauerstoff. Man trennt die Bestandteile der verflüssigten Luft planmäßig voneinander durch verschiedene auf dem physikalischen Verhalten von flüssigen Gemischen beruhende Verfahren (Rektifikation, fraktionierte Verdampfung, fraktionierte Kondensation). Flüssige Luft, flüssigen Sauerstoff, flüssigen Stickstoff benützt man um ihrer tiefen Temperatur willen. Dann aber sucht man der Edelgase habhaft zu werden (von RAMSAY und RAYLEIGH 1895 entdeckt). 1 m³ Luft enthält an Argon 9,3 l, Neon 15 cm³, Helium 5 cm³, Krypton 50 mm³, Xenon 6 mm³. Argon, Neon, Helium lassen sich in genügenden Mengen gewinnen. Argon verwendet man jetzt in beträchtlicher Menge in Glühlampen, um die Zerstäubung des Fadens einzuschränken, Neon in Leuchtröhren (S. 451 o.).

Destillieren. Da sich die Flüssigkeiten durch *Wärmeaufnahme* in *Dämpfe* verwandeln und die *Dämpfe* durch *Wärmeabgabe* in *Flüssigkeiten* zurückverwandeln können, kann man durch genügende Wärmezufuhr Flüssigkeiten von festen Stoffen trennen, z. B. solchen, die in ihnen aufgelöst sind (wie Salz in Wasser); und da ferner die verschiedenen Flüssigkeiten im allgemeinen bei *verschiedenen* Temperaturen sieden, ist es möglich, durch Wärmezufuhr die in einem Flüssigkeitsgemenge enthaltenen *Flüssigkeiten* voneinander zu trennen, indem zuerst die am frühesten siedenden Flüssigkeiten zu Dampf werden und die schwer verdampfbareren je nach der Höhe ihres Siedepunktes nachfolgen. Der Vorgang, der diese Trennung herbeiführt, heißt *Destillation*. Seine Ausführung erfordert im wesentlichen drei Teile (Abb. 411): 1. über einer Wärmequelle ein Gefäß *A* zur Aufnahme des Gemisches, die *Retorte*; 2. ein Gefäß *B* zur Aufnahme der abdestillierten Flüssigkeit, die *Vorlage*; 3. ein Verbindungsrohr *C*, in dem die aus der Retorte aufsteigenden Dämpfe zu der Vorlage strömen und in dem sie durch Abkühlung von außen flüssig werden, der *Kühler*.

Die Temperatur eines *Flüssigkeitsgemenges* (einer Lösung), die zur Einleitung der Destillation erforderlich ist, hängt von der Natur der Flüssigkeiten und von ihrem Mischungsverhältnis in dem Gemenge ab (der *Konzentration* der Lösung). Ein Gemisch von Wasser und Alkohol kocht bereits bei 83° , wenn es 66 % Alkohol enthält, und erst bei 90° , wenn es nur 10 % enthält. Wasser mit 8 % Kochsalz kocht bei 101° und mit 40 % erst bei 108° usw. Während des Destillierens verändert sich die Zusammensetzung der Flüssigkeit in der Retorte: Eine Lösung wird im allgemeinen konzentrierter und ein Gemenge immer ärmer an leichter verdampfbarer Flüssigkeit, die Temperatur, bei der das Destillieren vor sich geht, steigt daher. — Bei der Destillation eines Gemenges verdampfen die einzelnen Bestandteile verschieden schnell, so daß das Destillat zwar hauptsächlich aus der flüchtigeren Flüssigkeit besteht, aber auch viel von der schwerer verdampfbareren enthalten kann. Durch wiederholtes Destillieren kann man die Trennung vervollständigen. — Wichtig ist die Destillation für die Spiritusfabrikation, die Teerindustrie u. a., deren Destillierapparate besondere Bauart erfordern (Kolonnenapparate).

Wie das Destillieren, so dient auch das Sublimieren als chemische Arbeitsmethode, aber mit dem Unterschiede, daß sich zum Sublimieren (unter gewöhnlichem Druck) nur solche Stoffe eignen, die schon unter ihrer Schmelztemperatur beträchtliche Dampfdrucke haben. Man benützt das Sublimieren, um *feste* Stoffe verschiedener *Flüchtigkeit* voneinander zu trennen, vielfach daher, um Stoffe zu reinigen. Die Apparatur dafür ist von der für die Destillation verschieden, da das Sublimat (Kondensat) sich als fester Stoff niederschlägt.

Technische Anwendungen der Verflüssigungswärme und der Verdunstungskälte. Die Verflüssigungswärme des Wasserdampfes benützt man technisch oft zum Kochen. Dampf von 100° , der in kälteres Wasser tritt, kondensiert sich; die dabei frei werdende Wärme erwärmt das Wasser, bis seine Temperatur gleich der des Dampfes geworden ist; dann tritt der Dampf aus. — Ebenso in dem *Vorwärmer* des Dampfkessels: der Dampf, der die Dampfmaschine verläßt, strömt (wenn die Maschine nicht mit Kondensation arbeitet) in das Wasser des Vorwärmers und erwärmt es, ehe es in den Dampfkessel gelangt. — Die *Dampfheizung* nützt die bei der Kondensation in den Rohren freiwerdende Wärme aus. Um die Fläche, von der die Wärme ausstrahlt, zu vergrößern, verbindet man die Rohren mit Rippenkörpern. — Die beim *Verdunsten* eintretende *Temperaturerniedrigung* benützt man in



Abb. 410. Vakuummantelflasche (Thermosflasche).

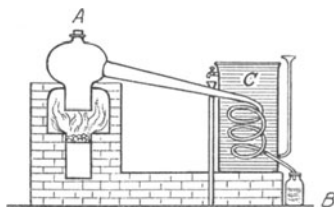


Abb. 411. Destilliervorrichtung.

porösen Tongefäßen (Alkarazzas); sie werden außen feucht, und die Verdunstung von der infolge ihrer Porosität großen Oberfläche aus erhält das Gefäß und das Wasser darin kühl. —

Die Abkühlung der mit Schweiß oder mit Wasser, Äther u. dgl. bedeckten und durch Verdunstung trocknenden Haut, die Abkühlung der Atmosphäre nach dem Regen usw. erklären sich ebenso. Die Verdunstung wird beschleunigt und dabei die Abkühlung verstärkt, wenn man die bei der Verdunstung *gesättigte*, also nicht mehr aufnahmefähige Luft durch *frische* ersetzt; daher die abkühlende Wirkung des „Fächelns“, des Luftstromes, den man über eine abzukühlende Flüssigkeit bläst u. a. m.

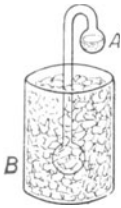


Abb. 412. Zur Eisbildung durch sehr schnelle Verdunstung des Wassers (Kryophor).

Verdampfendes Wasser verbraucht so viel Wärme (latente), daß man es in Eis verwandeln kann, wenn man es unter der Glocke der Luftpumpe zum Sieden bringt und den Wasserdampf sofort von Schwefelsäure absorbieren läßt, um die Sättigung des Dampfraumes zu verhindern. Auch in dem (WOLLASTON) *Kryophor* kann man es zum Gefrieren bringen (Abb. 412). Der Apparat enthält nur (luftfreies) Wasser und Wasserdampf. Wird die eine Kugel (B) ganz von Wasser entleert und dann mit einer Kältemischung umgeben, so kondensiert sich der Dampf zu Wasser; der Raum B enthält daher weniger Dampf, als er aufnehmen kann, und das Wasser in A verdunstet so schnell, um ihn zu sättigen, daß es bei der dadurch entstehenden Abkühlung gefriert.

Atmosphärische Niederschläge. Verflüssigung des Wasserdampfes in der Atmosphäre verursacht die Niederschläge, die sich entweder an der Erdoberfläche und den festen Gegenständen dort absetzen (Tau, Reif, Raufrost, Glatteis) oder sich in der Luft bilden und zu Boden fallen (Regen, Schnee, Graupeln, Hagel). Von dem Wasser auf der Erde steigt infolge dauernder Verdunstung Wasserdampf in die Atmosphäre. Wasserdampf bildet daher stets einen ihrer Bestandteile, und je nach den herrschenden Druck- und Temperaturverhältnissen und je nach dem herrschenden Winde, der zur Verteilung des Dampfes beiträgt, ist er an einer bestimmten Stelle in wechselnder Menge vorhanden. Der vom Barometer angezeigte Druck ist daher der Druck, den die Luft *und* der Wasserdampf zusammen ausüben. Solange er an einer Stelle des Luftmeeres als *Dampf* bestehen kann, kann es dort keine Niederschläge geben. Im allgemeinen ist er als *überhitzter* Dampf in der Atmosphäre, d. h. jene Stelle des Luftmeeres *könnte* bei der dort herrschenden Temperatur *mehr* Dampf enthalten, als sie tatsächlich enthält. Sinkt aber ihre Temperatur weit genug, so nähert sie sich der Temperatur, bei der sie durch den vorhandenen Wasserdampf *gesättigt* ist, und die geringste Abkühlung *darunter* verflüssigt dann den Wasserdampf. Der Temperaturpunkt, bei dem das *beginnt*, heißt *Taupunkt*. Je nach der Menge des vorhandenen Wasserdampfes und je nach der Schnelligkeit, mit der er sich verflüssigt, haben die Niederschläge andere Form. — Eine der *Ursachen für die Abkühlung* ist die Berührung des Wasserdampfes mit kalten Gegenständen; so entstehen *Tau* und *Reif* während der Nacht (genau so, wie wenn blanke Glas- oder blanke Metallflächen „anlaufen“, „beschlagen“, wenn man sie aus einem kalten Raum in einen warmen bringt). Die Ursache der *Wolken-* und Niederschlagsbildung ist fast ausschließlich die adiabatische Abkühlung der Luft beim Aufsteigen. *Nebel*

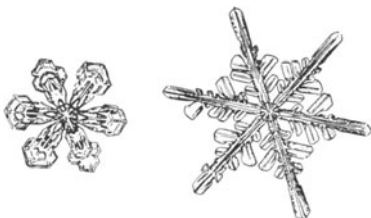


Abb. 413. Schneekristalle (nach HELLMANN).

entsteht da, wo warme Luft über kalten Boden streicht, sich abkühlt und dadurch Verflüssigung herbeiführt. Sobald die Stärke des aufsteigenden Luftstromes nicht mehr ausreicht, um die Wassertröpfchen der Wolken schwebend zu erhalten, fallen sie als *Regentropfen* (ihr Durchmesser kann 0,5 bis 7 mm betragen), mit einer Geschwindigkeit von 0,5 bis 8 m/sec zu Boden.

Verflüssigt sich der Wasserdampf unter 0° , so entstehen *Reif* und *Schnee* in trigonalen Eiskriställchen, im Schnee sternartig (Abb. 413) gruppiert. Der an einer bestimmten Stelle des Luftmeeres vorhandene Wasserdampfgehalt hat also dort offenbar

Einfluß auf das *Wetter*. Die Meteorologie mißt daher den Wasserdampfgehalt der Luft, um zu erfahren, wie weit die augenblickliche Temperatur vom „Taupunkt“ (s. o.) entfernt ist. Da überdies die klimatischen Verhältnisse eines Ortes von seiner Luftfeuchtigkeit abhängen und ferner die Luftfeuchtigkeit für den tierischen Organismus lebenswichtig ist, so ist ihre *Messung*, die *Hygrometrie*, auch für die *Hygiene* wichtig.

Hygrometrie. Worauf kommt es bei der *Hygrometrie* an? Die Luft in einem Zimmer empfinden wir, ohne daß sich ihr Gehalt an Wasserdampf *ändert*, trocken oder feucht, je nachdem die Zimmertemperatur hoch oder niedrig ist. Der physikalische Unterschied liegt darin: der Raum beansprucht bei hoher Temperatur mehr Wasserdampf, um *gesättigt* zu sein, als bei niedriger Temperatur, *beide* Male steht ihm aber nur *dieselbe* Menge Wasserdampf zur Verfügung. Mit anderen Worten: der Raum ist mit dieser Menge Wasserdampf bei hoher Temperatur *weiter* vom *Sättigungszustande* entfernt als bei niedriger Temperatur. Und dieser größere oder geringere Abstand des *herrschenden* Zustandes von dem der *Sättigung* erzeugt den Eindruck der Trockenheit oder der Feuchtigkeit. — Bei 20° kann die Luft maximal, d. h. um gesättigt zu sein, 17,13 g Wasserdampf pro 1 m³ enthalten, bei 9° nur 8,8 g. Enthält sie aber *tatsächlich* bei 20° nur z. B. 10 g, bei 9° aber 8 g, so ist die Luft von 20° *trocken* im Vergleich mit der Luft von 9°, obwohl sie im ersten Falle *absolut mehr* Wasserdampf enthält. Im ersten Falle fehlen ihr zur Sättigung 42 %, im zweiten nur 9 %. Die Feuchtigkeit der Luft in einem gegebenen Raume darf man also nur danach beurteilen, ob der vorhandenen Menge Dampf viel oder wenig zur *Sättigung* des Raumes fehlt. Das Ziel der Messung ist, die *relative Feuchtigkeit* zu ermitteln, d. h.: in welchem Verhältnisse steht die zur Zeit der Beobachtung *tatsächlich* vorhandene Dampfmenge *f* zu der im selben Raume bei derselben Temperatur maximal *möglichen* (bei der Sättigung) Dampfmenge *f*₀? Man kann *f* ermitteln, indem man eine abgemessene Menge Luft, z. B. 1 m³, mit einem Aspirator durch ein Rohr saugt, das Chlorkalzium oder Phosphorsäureanhydrid oder konzentrierte Schwefelsäure enthält, und dann die *Gewichtszunahme* der das Wasser absorbierenden Substanz bestimmt. Die Wägung ergibt die zur Zeit der Beobachtung in dem Kubikmeter enthaltene Menge von Wasserdampf *f* in Gramm; die bei derselben Temperatur im *Sättigungszustande* in 1 m³ enthaltene Menge *f*₀ ist aus Tabellen ersichtlich.

Dieses Verfahren ist sehr genau, aber sehr zeitraubend. Man braucht *f* aber gar nicht direkt zu messen: das Verhältnis der momentan vorhandenen *Dampfmenge* zu der bei der *Sättigung* vorhandenen ist nämlich geradezu gleich dem Verhältnis des momentan herrschenden *Dampfdruckes* zu dem bei der *Sättigung* und derselben Temperatur herrschenden, d. h. der Bruch f/f_0 ist gleich d/d_0 , wo *d* und *d*₀ die entsprechenden Werte für den Dampfdruck bedeuten; der Dampfdruck ist viel einfacher zu ermitteln als die *Dampfmenge*. Den Dampfdruck *d*₀, d. h. den *Sättigungsdruck* des Wasserdampfes bei der gegebenen Beobachtungstemperatur *t* geben wieder die Tabellen (sie enthalten meist auch die zugehörige Dampfmenge *f*); und der Dampfdruck *d*, d. h. der *momentan* herrschende Dampfdruck wird gemessen, indem man untersucht, bis zu welcher Temperatur man den Raum abkühlen muß, damit die gerade vorhandene Dampfmenge zu seiner *Sättigung* eben hinreicht, jede weitere Abkühlung aber Wasser niederschlägt. Die Tabellen geben den Druck des Dampfes an, der bei *dieser* Temperatur, dem Taupunkt, gesättigt ist. Man findet auf diese Weise den Dampfdruck bei der *ursprünglichen* Temperatur des Raumes. — Die *Hygrometer*, die auf diesem Prinzip beruhen, heißen *Taupunkt-* oder *Kondensationshygrometer*.

Die Grundform der Taupunkthygrometer zeigt das von DANIELL (Abb. 414). *A* und *B* sind zwei durch ein Rohr luftdicht verbundene Glaskugeln, *A* ist etwa zur Hälfte mit Äther gefüllt. Das Thermometer *C* gibt die *Lufttemperatur*, das Thermometer in *A* die Temperatur des Äthers. Das Instrument enthält *nur* den Äther und Ätherdampf. Bei der Messung kühlt man die Kugel *B* durch aufgetropften und an ihrer Oberfläche verdunstenden Äther ab (um die Verdunstungsfläche zu vergrößern und den Prozeß zu beschleunigen, umhüllt man sie mit Musselin), dann kondensiert sich der Ätherdampf in *B*, der Dampfdruck im Inneren sinkt, und der Äther in *A* beginnt zu verdampfen und nach *B* zu destillieren. Dadurch kühlt sich der Äther in *A* und mit ihm die Kugel ab; schließlich ist die Kugel *A* so kühl, daß sich der Wasserdampf aus der Luft darauf niederschlagen beginnt. Die Temperatur (an *A* abgelesen), bei der die Kondensation *beginnt*, ist der Taupunkt, d. h. die Temperatur (s. S. 360 m.), bei der die vorhandene Dampfmenge eben zur Sättigung des Raumes, in dem sie sich befindet, hinreicht — die Genauigkeit der Messung hängt davon ab, daß schon der *geringste* Hauch auf der Kugel *A* sichtbar wird. Sie ist deshalb zum Teil vergoldet. (Das DANIELL-Instrument hat nur noch historisches Interesse. REGNAULT und ALLUARD haben

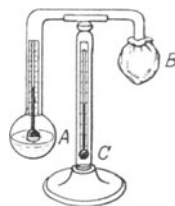


Abb. 414. Taupunkthygrometer (veraltete Form).

es wesentlich verbessert.) Die Benutzung der gefundenen Zahlen ist nach den Ausführungen im vorigen Absatz verständlich. Ist die Lufttemperatur z. B. 15° , und zeigt das Hygrometer den Taupunkt bei 5° , so findet man in den Tabellen: gesättigter Wasserdampf von 5° hat 6,543 mm Druck, gesättigter Wasserdampf von 15° hat 12,788 mm.

Der Bruch $\frac{d}{d_0}$ ist also $\frac{6,543}{12,788} = 0,5117$.

(Wir erinnern: d/d_0 , das Verhältnis der Drucke, mißt die Feuchtigkeit der Luft, weil $d/d_0 = f/f_0$, d. h. gleich dem Verhältnis der wirklich vorhandenen zu der unter den herrschenden Temperaturverhältnissen maximal möglichen Dampfmenge.)

Da man die vorhandene Dampfmenge im Verhältnis zu der maximal möglichen angeben soll, drückt man sie in Prozenten davon aus, d. h. man nennt die maximal mögliche 100 und findet dann aus

$$\frac{d}{d_0} = \frac{f}{f_0} = \frac{x}{100} \quad x = 100 \cdot \frac{d}{d_0} = 100 \cdot \frac{f}{f_0}.$$

In dem obigen Beispiel enthält die Luft 51,17 % der maximal möglichen Dampfmenge. Das am meisten benützte Hygrometer ist das *Psychrometer* von AUGUST (1825), das auf einem ähnlichen Prinzip beruht: ein feuchter Körper verdunstet an seiner Oberfläche um so schneller, kühlt sich also um so stärker ab im Vergleich mit der herrschenden Lufttemperatur, je *trockener* die umgebende Luft ist. Das

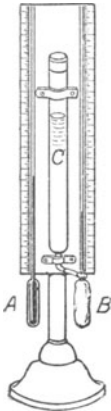


Abb. 415.
Psychrometer von
AUGUST.

Psychrometer (Abb. 415) besteht aus zwei zusammengehörigen Thermometern (in Zehntelgrade geteilt), die in jeder Beziehung möglichst übereinstimmen. Das Gefäß des einen, B, ist in Musselin eingehüllt, den man feucht erhält, indem man ihm aus dem Behälter C durch einen Docht destilliertes Wasser zuführt. Infolge der Verdunstung des Wassers zeigt B stets eine *niedrigere* Temperatur an als A, das die Lufttemperatur anzeigt, und zwar ist die „psychrometrische“ *Differenz* desto größer, je *weiter* die Luft von ihrem *Sättigungszustande* entfernt ist. Die Abkühlung geht so lange fort, bis der Sättigungsdruck des verdampfenden Wassers und der Dampfdruck der Luft im Gleichgewicht sind, d. h. das feuchte Thermometer stellt sich auf diejenige Temperatur ein, bei der der Wasserdampf der Luft gerade kondensieren muß. Aus den beiden Temperaturen wird der Feuchtigkeitsgrad der Luft ähnlich, wie oben angegeben, berechnet. Das AUGUST-Psychrometer hat ASSMANN verbessert, er hat die Aspiration hinzugefügt (S. 384 u.) und eine Einrichtung, die den Einfluß der Strahlung ausschließt.

Die Wirksamkeit gewisser anderer Hygrometer beruht auf den hygroskopischen Eigenschaften organischer Gebilde, wie entfetteter Haare, Darmsaiten u. dgl., die bei der Absorption von Wasserdampf sich *verlängern*. In dem Haarhygrometer (SAUSSURE, 1783), Abb. 416, wird die je nach dem Feuchtigkeitsgehalt der Luft eintretende Längenänderung eines entfetteten blonden Menschenhaares *h* dazu benützt, einen Zeiger vor einer empirisch geteilten Skala zu bewegen. Das Haar wirkt hygrometrisch infolge des Diffusionsgleichgewichtes zwischen seinem Gehalt an Wasser und dem Gehalt seiner Umgebung an Wasserdampf.

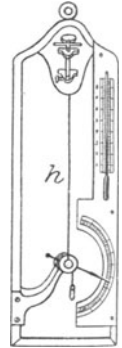


Abb. 416.
Haarhygrometer.

F. Wärmeausbreitung. \

Ausbreitung der Wärme durch Leitung. Die Wärmeausbreitung von einer Stelle des Raumes aus zu einer andern geschieht durch *Wärmeleitung*, durch *Wärmemitführung* und durch *Wärmestrahlung*. Durch Leitung kommt die Wärme zu uns, die unsere Hand spürt, wenn sie das eine Ende eines eisernen Schürhakens anfaßt, dessen anderes Ende im Ofenfeuer liegt. Durch Mitführung (Konvektion) kommt die Hitze der „Hitzewelle“ zu uns, die in der Verfrachtung erhitzter Luftmassen besteht, durch Strahlung die Sonnenwärme, die wir selbst bei einer Lufttemperatur unter 0° als Wärme empfinden.

Die Wirkungen der Wärmezufuhr lehren, daß die Wärme sich *in* den Körpern *ausbreitet*, sich also nicht an der Eintrittsstelle anhäuft. Das Thermometer würde eine Temperaturänderung der Umgebung nicht anzeigen, wenn die Wärme zwar die *Oberfläche* des Quecksilberbehälters auf die Temperatur der Umgebung brächte, sich aber nicht durch die Glaswand hindurch in das Quecksilber *hinein*

fortpflanzte und dort *ausbreitete*. (Gießt man heißes Wasser auf ein Thermometer mit sehr *großem* Quecksilberbehälter, so *füllt* das Quecksilber, *ehe* es die Temperatursteigerung anzeigt; die Wärme teilt sich zunächst dem Gefäß mit und dehnt es aus, ehe sie das Quecksilber erreicht und ausdehnt.) — Die Wärme fließt bei ihrer Ausbreitung von den Punkten höherer zu denen niedrigerer Temperatur. Taucht man in eine heiße Flüssigkeit einen kalten Metallöffel, so nimmt zuerst der eingetauchte Teil die Temperatur der Flüssigkeit an; erst dann steigt die Temperatur des herausragenden Teiles, die Wärme fließt zuerst in die der Flüssigkeit nächstliegenden Teile des Löffels und erhöht deren Temperatur, bis sie, weiterfließend, schließlich den Griff erreicht. Die Temperatur des Löffelgriffes wird aber niemals *gleich* der der Flüssigkeit, weil er von seiner Wärme an die ihn umgebende Luft abgibt. — Es vergeht Zeit, bis sich die Wärme aus der Flüssigkeit zu dem ihr fernsten Teil des Löffels fortgepflanzt hat. Am frühesten erreicht die Wärme den Griff, wenn der Löffel aus Silber ist; später (in der hier angegebenen Reihenfolge), wenn er aus Kupfer, Gold, Messing, Zinn, Eisen, Palladium, Stahl, Blei, Wismut ist. Ist er aus Holz, Horn oder Elfenbein, so ist die Temperaturzunahme nicht unmittelbar wahrnehmbar. Diese Verschiedenheit der *Leitfähigkeit* für die Wärme unterscheidet die Stoffe als gute oder schlechte *Wärmeleiter*. Allen weit voran stehen die Metalle, dann folgen die Gesteine. Organische Stoffe, wie Wolle, Federn, Stroh, ferner die Flüssigkeiten und die Gase leiten sehr schlecht.

Maß der Wärmeleitfähigkeit. Wärmeleitzahl und Wärmeübergangszahl. Die Wärmeleitfähigkeit eines Stoffes mißt man an der Wärmemenge, die in dem Stoff *unter vorgeschriebenen Bedingungen* von Punkten höherer Temperatur zu Punkten niedrigerer Temperatur strömt. Man denke sich eine planparallele Platte von 1 cm Dicke in ihm abgegrenzt. Man mißt dann die Wärmemenge (in cal), die in 1 sec durch je 1 cm² der Platte hindurchgeht, während man die Grenzebenen auf der *Temperaturdifferenz* 1° C erhält. Die Temperatur *jeder* Grenzebene *für sich* ist an jedem Punkt *gleich* groß anzunehmen, der Wärmestrom daher *senkrecht* zu den Platten; die Bedingungen sind praktisch nicht leicht erfüllbar. Diese Wärmeleitfähigkeit in cal · cm⁻¹ · sec⁻¹ · Grad⁻¹, die *Wärmeleitzahl*, ist für

Silber	1,01	Platin	0,17
Kupfer	0,90	Neusilber	0,07—0,09
Gold	0,70	Wismut	0,019
Messing	0,15—0,30	Ziegelstein	0,001
Zink	0,27	Seide	0,00012
Zinn	0,15	Wasser	0,0016
Eisen	0,14—0,17	Luft	0,000067
Blei	0,08	Wasserstoff	0,00040

Die hier gemeinte Leitfähigkeit ist die im *Innern* eines Körpers. Das *äußere* Leitvermögen, nach der älteren Bezeichnung, die *Wärmeübergangszahl* der Technik beim Wärmeübergang von Körper zu Körper, mißt man an den Kalorien, die ein Körper bei dem Temperaturüberschuß von 1° über die Umgebung durch je 1 cm² Oberfläche in je 1 *Secunde* nach außen abgibt. Abb. 417 zeigt die Temperaturverteilung (bei stationärer Wärmeströmung) in einem Metallstabe, dessen eines Ende auf einer hohen *konstanten* Temperatur bleibt, der im übrigen aber von der Luft umgeben ist, sich also abkühlt. Abb. 418 zeigt den Temperaturabfall einer Stange Silber, Messing, Eisen, Wismut, Glas unter den in Abb. 417 genannten Bedingungen (WIEDEMANN und FRANZ). Die Geschwindigkeit, mit der sich die

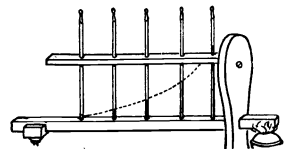


Abb. 417. Axiales Temperaturgefälle in einem Stabe, dessen eines Ende konstante höhere Temperatur hat als die Umgebung, und der so dünn ist, daß ein Querschnitt in jedem Punkt die gleiche Temperatur hat, und der so lang ist, daß das andre Ende praktisch die Temperatur der Umgebung hat.

Wärme in einem Stoffe verbreitet, hängt wesentlich auch von dessen spezifischer Wärme ab. Deutlich zeigt das (TYNDALL) ein Versuch: Zwei gleich große Stäbchen aus Wismut und aus Eisen, jedes an dem einen Ende mit Wachs überzogen, stellt man *gleichzeitig* nebeneinander auf dieselbe heiße Unterlage, das Wachs nach oben. Das Wachs auf dem Wismut schmilzt dann *zuerst*, obwohl Wismut *schlechter*

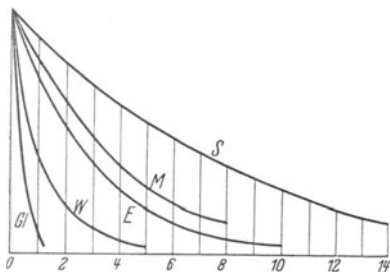


Abb. 418. Temperaturabfall (nach WIEDEMANN und FRANZ) einer Stange Silber, Messing, Eisen, Wismut, Glas, wenn das *eine* Ende aller Stangen die gleiche Temperatur hat.

leitet als Eisen. Ehe nämlich das *Ende* der Stäbe die Schmelztemperatur des Wachses erreicht hat, müssen die Schichten *zwischen* der Wärmequelle und dem mit Wachs überzogenen Ende entsprechend warm sein, dazu fordert das Eisen mehr Wärme als Wismut, weil seine spezifische Wärme etwa viermal größer ist. Die Eisenmasse zwischen Wachs und Wärmequelle fordert daher bei gleicher Wärmezufuhr mehr *Zeit* zu ihrer Erwärmung als die entsprechende Wismutmasse. Im Wismutstab findet der schnellere Ausgleich statt, deswegen wird bei fortdauernder Wärmezufuhr die Wärmeströmung in ihm auch früher stationär als die

in dem Eisenstabe. — Den Quotienten aus der Wärmeleitzahl und dem Produkt aus der Dichte mit der spezifischen Wärme eines Stoffes, nennt man seine Temperaturleitfähigkeit oder *Temperaturleitzahl*. Sie ist überall dort von Interesse, wo es sich nicht um stationäre, sondern um wechselnde Wärmeströmungen, besonders um die Aufspeicherung von Wärme handelt; so bei der Frage, wie tief die jährlichen Temperaturschwankungen in den Erdboden eindringen (s. S. 381 u.).

Die Wärmeleitfähigkeit ist in den isotropen Stoffen von einem gegebenen Punkte aus nach allen Richtungen *gleich* groß, nicht aber in den anisotropen. Dafür ein Beweis (SENAR-MONT): Eine dünne, planparallele Platte aus dem zu untersuchenden Stoffe wird mit Wachs überzogen und in der Mitte senkrecht zu den Grenzebenen durchbohrt. Durch das Loch wird ein Draht gezogen, der fest an der Platte anliegt, hierauf wird der Draht erhitzt (die Platte gegen die direkte Einwirkung der Wärmequelle geschützt). Ist die Platte aus einem *isotropen* Stoffe, so schmilzt das Wachs in einem *Kreise* um die Durchtrittsstelle des Drahtes, ist



Abb. 419. Zur Wärmeleitfähigkeit in Kristallen.

es aus einem anisotropen, z. B. einem Kristall, gewöhnlich in einer Ellipse. Hier kommt es aber darauf an, in welcher Richtung zu den Kristallachsen die Platte geschnitten worden ist. Abb. 419a zeigt das an einer Quarzplatte, die *senkrecht* zur Hauptachse, Abb. 419b an einer Platte, die *parallel* zur Hauptachse geschnitten ist.

Wärmeleitvermögen und elektrisches Leitvermögen der Metalle (WIEDEMANN-FRANZ, 1853). Nach ihrer Wärmeleitzahl geordnet haben die reinen Metalle dieselbe Reihenfolge wie nach ihrer Fähigkeit, die Elektrizität zu leiten, geordnet (S. 418). Das Verhältnis des Wärmeleitvermögens zum elektrischen Leitvermögen ist für viele Metalle nahezu dasselbe. Es hängt von der Temperatur ab und wächst im allgemeinen *proportional* der absoluten Temperatur (L. LORENZ, 1881). Aber diese Regel gilt nicht streng, besonders nicht für sehr tiefe Temperaturen. — Bei vielen Metallen verläuft das elektrische Leitvermögen der Größenordnung nach *umgekehrt* proportional mit der absoluten Temperatur, daher besagt die LORENZ-Regel, daß das Wärmeleitvermögen sich viel weniger mit der Temperatur ändert als das elektrische Leitvermögen. Im allgemeinen wächst auch das Wärmeleitvermögen mit abnehmender Temperatur. So leitet sehr reines Kupfer bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffes die Wärme 4,5 mal und die Elektrizität 400mal so gut wie bei Zimmertemperatur. — Der Parallelismus zwischen den Fähigkeiten der Metalle, Wärme und Elektrizität zu leiten, läßt vermuten, sie seien wesensverwandt. Man hat versucht, beide durch die Bewegung

von Elektronen (S. 457 o.) zu erklären, die in einem Metall ähnlichen Gesetzen gehorchen soll wie die Bewegung der Moleküle eines Gases. Die Theorie von SOMMERFELD (1927) führt gerade bei der Ableitung des Gesetzes von WIEDEMANN-FRANZ zu sehr befriedigender Übereinstimmung mit der Beobachtung (an vielen Metallen). Aber auch die elektrischen Isolatoren leiten die Wärme, und ihr Mechanismus der Wärmeleitung scheint anders zu sein als der der Metalle.

Technische Anwendungen der guten und der schlechten Wärmeleiter. Für die Bedürfnisse des Alltags ist die *Wärmedurchgangszahl* der Stoffe viel wichtiger als ihre *Wärmeleitfähigkeit*, ihre *Wärmeübergangszahl*, ihre *Temperaturleitfähigkeit*. *Wärmedurchgang* ist z. B. der Wärmetransport durch die uns bedeckende Kleidung¹ *hindurch* zwischen unserem Körper und der Außenluft oder der Wärmetransport durch die Wände eines Hauses *hindurch* zwischen der Luft im Gebäude und der Außenluft oder der Wärmetransport durch die Wärmeisolierung eines Dampfrohres *hindurch* zwischen dem Dampf und der Außenluft u. dgl. m. — Die *Wärmedurchgangszahl* ist daher überall dort wichtig, wo man die Gegenstände mit guten oder mit schlechten Wärmeleitern umgibt, je nachdem sie ihre Wärme abgeben oder behalten sollen. Wir bedecken unseren Körper mit schlecht leitenden Stoffen, wie Wolle, Pelzwerk, Federbetten, um ihn gegen Abkühlung zu schützen; Pflanzen, um sie vor dem Erfrieren zu schützen, mit Stroh, d. h. mit porösen Hüllen, in deren Räumen die sehr *schlecht leitende Luft* stillsteht. Die schlecht leitende Luftschicht zwischen Doppelfenstern schützt die Zimmer gegen Kälte; die Doppelwände der „feuersicheren“ Geldschränke trennt man zum Schutz gegen die Wärme durch Asche voneinander; Metallgefäßen für heiße Flüssigkeiten gibt man Handgriffe aus Holz, Horn, Glas oder ähnlich schlecht leitenden Stoffen. Aus der Kleinheit des Leitvermögens von Schnee und Eis erklärt sich der Schutz, den die Schneedecke den Pflanzen gewährt.

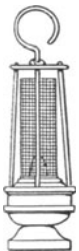


Abb. 420.
Gruben-
lampe von
DAVY.

Auf der großen Schnelligkeit, mit der die Metalle die Wärme weg-
leiten, beruht die *Sicherheits-Grubenlampe* von DAVY (1815), den Schutz
gewährt ein feinmaschiges Drahtnetz rings um die Flamme (Abb. 420).
Drückt man ein solches Drahtnetz auf eine Flamme (Abb. 421), so
grenzt es die Flamme ab, obwohl die brennbaren *Gase hindurchgehen*
(Abb. 422). Die Gase müssen nämlich eine gewisse *Entzündungstemperatur*
haben, um zu brennen. Das Netz leitet aber so viel Wärme aus ihnen ab,
daß sie jenseits des Netzes nicht mehr heiß genug sind, um sich zu entzünden.
— Die Nutzenanwendung auf die Lampe: Gase (*schlagende Wetter*), die durch die Drahthaube
zu der Lampenflamme gelangen, entzünden



Abb. 421.

Abb. 422.

Schutzwirkung des Drahtnetzes
in der Grubenlampe.

sich zwar an ihr, aber ihre Flamme reicht nur *bis* zur Haube, nicht bis zu dem Gas draußen im Schacht.

Temperaturleitung der Erdrinde. Zu den Problemen der Wärmeleitung gehören zwei Fragen der Geophysik: Wieweit beeinflußt die Wärme des Erdinneren durch Leitung die Temperatur an der Oberfläche? und: Wieweit und wie pflanzen sich die Temperaturschwankungen, die den Wechsel der *Tageszeiten* und den Wechsel der *Jahreszeiten* an der Erdoberfläche begleiten, *unter* der Erdoberfläche fort? Die Fragen kann man nur unter vereinfachenden Voraussetzungen beantworten. Die Antwort der Theorie (W. THOMSON) auf die erste Frage ist im wesentlichen: Ein stationärer Temperaturzustand nahe der Erd-

¹ Den reziproken Wert der Wärmedurchgangszahl nennt man *Wärmewiderstandszahl*. Nach einer von TYNDALL mitgeteilten (von RUMFORD stammenden) Reihe von Messungen des Leitvermögens von Bekleidungsstoffen ordnen sich die Stoffe der Wärmewiderstandszahl nach so: Hasenhaar, Eiderdaunen, Biberfell, rohe Seide, Taft, Schafwolle, Baumwolle, feiner Flachs, gesponnene Seide.

oberfläche, den die Wärme des Erdinneren aufrechterhält, bedingt eine gleichförmige Temperaturzunahme für jedes Meter abwärts von der Oberfläche zum Mittelpunkte hin, wenn die verschiedenen Schichten alle dasselbe Leitungsvermögen haben. Die Temperaturmessungen bei Bohrversuchen haben je nach der Örtlichkeit zwar verschiedene Zahlen ergeben, im Durchschnitt aber ungefähr 1°C für je 33 m (mittlere *geothermische Tiefenstufe*).

Die Antwort auf die zweite Frage geben am besten die Beobachtungen des Observatoriums zu Edinburgh (seit 1837 dauernd). Vier Thermometer sind in einen Porphyrfelsen eingelassen, je in 0,97 m, 1,94 m, 3,88 m, 7,76 m Tiefe. Im Mittel über viele Jahre zeigt das erste das Temperaturmaximum am 19. August, das zweite am 8. September, das dritte am 19. Oktober, das vierte am 6. Januar. Man hat daraus berechnet, daß sich die *Temperaturwelle* der von den Jahreszeiten hervorgerufenen Schwankungen mit 17,81 m/Jahr fortplanzt. — Der verschiedenen Tiefe, in der die Thermometer eingebettet sind, entsprechen nicht nur die verschieden hohen *mittleren* Temperaturen, die sie anzeigen, sondern auch verschieden hohe *Temperaturschwankungen*. Das der Erdoberfläche nächste Thermometer zeigt Schwankungen von $8,2^{\circ}$, das der Erdoberfläche fernste nur von $0,7^{\circ}\text{C}$, die zwei mittleren $5,6^{\circ}$ und $2,7^{\circ}$. Die Unterschiede erklären sich so: je tiefer die Schicht ist, die die Wärme zu durchdringen hat, desto mehr Wärme halten die oberen Schichten zurück zu ihrer Temperaturerhöhung, desto weniger gelangt also zu den tiefer liegenden.

Wärmeleitfähigkeit der Flüssigkeiten und der Gase. Die Wärmeleitfähigkeit des Wassers ist etwa 700 mal, die der Luft etwa 20000 mal kleiner als die des Kupfers; die des Wasserstoffes — des besten Wärmeleiters unter den Gasen — nur etwa 7 mal so groß wie die der Luft. (Versuch Wasserstoff als Kühlmittel für Dynamomaschinen zu verwenden.) Die noch von RUMFORD vertretene Ansicht, Flüssigkeiten und Gase leiten die Wärme überhaupt nicht, ist mit der mechanischen Wärmetheorie unvereinbar; bei andauernder Bewegung müssen die Molekeln, aneinanderprallend, die Energie aufeinander übertragen. Die Wärmeleitung der Flüssigkeiten und der Gase ist aus der Theorie gefolgert und später experimentell auch bestätigt worden.

Aus der Kleinheit des Wärmeleitvermögens der Dämpfe erklärt sich im wesentlichen die nach LEIDENFROST (1756) benannte Tatsache, daß ein Wassertropfen auf einer heißen glatten Metallfläche (Bügeleisen) nicht sofort versiedet, sondern sich als abgeplattete Kugel erhält und langsam, ohne zu sieden, verdampft. Charakteristisch ist, daß der Tropfen die Platte, solange sie heiß genug ist, *nicht berührt* (Abb. 423), und daß seine Temperatur dauernd *unter* der Siedetemperatur liegt. Zwischen dem Tropfen und der Platte entsteht eine *Dampfschicht*, die wie ein Kissen den Tropfen trägt, ihn gegen die Berührung mit der Platte schützt und ihm infolge der Kleinheit ihres Wärmeleitvermögens nur wenig Wärme zuführt.



Abb. 423. LEIDENFROST-Phänomen. Der sphäroide Tropfen berührt die Platte nicht.

Kühlt sich aber die Platte, während der Tropfen noch besteht, weit genug ab, so berührt der Tropfen sie und verdampft dann plötzlich, umherspritzend. (An diesen Hergang erinnern jene Dampfkesselexplosionen, die eintreten, wenn infolge Wassermangels die Kesselwand zu heiß geworden ist und dann Wasser in den Kessel tritt: das einströmende Wasser berührt die Wand *sofort*, sondern erst, wenn ihre Temperatur zwar weit genug gesunken, aber noch immer hoch genug ist, um dann eine übermäßige Dampfentwicklung zu veranlassen.) Die für den Vorgang erforderliche Temperatur der Platte hängt von der Natur der Flüssigkeit ab und ist desto höher, je höher der Siedepunkt ist; die Temperatur der Flüssigkeit in diesem Zustande — *sphäroidaler Zustand* (nach BOUÏGNY) — bleibt stets unter dem Siedepunkt und beträgt für Wasser ca. 97° . FARADAY brachte in einem *glühenden* Platintiegel ein Gemisch von fester Kohlensäure und Äther in den sphäroidalen Zustand, stellte in das Gemisch einen zweiten Tiegel und brachte in ihm Quecksilber zum Gefrieren.

Ausbreitung der Wärme durch Mitführung (Konvektion). Obwohl Flüssigkeiten und Gase die Wärme sehr schlecht *leiten*, können sie sie doch in anderer Weise gut ausbreiten. Erhitzt man Wasser wie beim Kochen von unten, so werden die untersten Schichten *zuerst* warm. Infolge der Abnahme ihrer Dichte (bei ihrer durch die Wärmeaufnahme erfolgenden *Ausdehnung*) steigen sie auf und machen anderen Schichten Platz. So entsteht eine energische Bewegung im Wasser, die die Wärme schnell verbreitet. [So auch bei dem HOPE-Versuch

(S. 333); die Schichten, die ursprünglich in der Mitte des Gefäßes liegen, sinken infolge der Zunahme ihrer Dichte (bei ihrer durch *Wärmeabgabe* erfolgenden *Zusammenziehung*) zu Boden und die unter 4° abgekühlten Schichten steigen auf.] Ebenso ist es in den *Gasen* bei Wärmezufuhr. Kurz: die erhitzten *Massen* verschieben sich zu anderen Massen hin, mit denen sie sich *mischen* und denen sie ihre Wärme so übertragen. Man nennt das: Fortpflanzung der Wärme durch Mitführung (*Konvektion*). In Flüssigkeiten *verhindert* man sie, wenn man sie von *oben* her erwärmt, die Wärme also nur *von oben nach unten* weggeleitet werden kann. Technisch angewendet wird die Wärmeverbreitung durch Mitführung z. B. in der Zentralwasserheizung. Die *Luftzirkulation*, der „Zug“, der entsteht, wenn erhitzte Luft aufsteigt, dient in den *Schornsteinen* dazu, dem Brennmaterial dauernd Sauerstoff in der unten heranströmenden Luft zuzuführen. Je höher der Schornstein ist, desto besser „zieht“ er. (Anwendung zur Ventilation.)

Die Wärmemitführung in Winden und in Meeresströmungen. Die Wärmemitführung in Gasen und in Flüssigkeiten ist grundlegend für die Meteorologie. Die Grundzirkulation der Atmosphäre entsteht im wesentlichen dadurch, daß in den Tropen die erhitzte Luft aufsteigt, und infolgedessen die kältere Luft von höheren Breiten her unten an der Erdoberfläche zum Äquator strömt. Die äquatorwärts gerichteten Winde werden durch die Drehung der Erde beeinflusst (S. 74/75) und werden zum Nordost-Passat auf der nördlichen, zum Südost-Passat auf der südlichen Halbkugel (die mittlere Breite jedes Passatgürtels beträgt über den Ozeanen etwa 23°). Der aufgestiegene heiße Luftstrom nimmt in der Höhe seine Richtung schließlich *zu den Polen* hin (Antipassat). Die Passate sind Winde beständiger Richtung. Es gibt aber auch Konvektionsströmungen, deren Richtung täglich, und auch solche, deren Richtung jahreszeitlich diametral umkehrt. Periodisch eintägig tun das an den Meeresküsten bei schönem Wetter *Landwind* und *Seewind*. Der Wind ist am Tage, weil die Luft über dem Lande stärker erwärmt wird und emporsteigt, vom Meer zum Lande gerichtet: *Seewind*, am Abend entgegengesetzt gerichtet: *Landwind*. Jahreszeitlich wechseln die Monsune (aus dem Arabischen entlehntes Wort MAUSIM = Frühling) zwischen dem Meer und den Kontinenten. Sie entstehen ähnlich wie Land- und Seewind, beherrschen aber viel größere Erdgebiete.

Die Meeresströmungen sind für den Wärmehaushalt der Erde von größter Bedeutung, weil sie ungeheure warme Wassermassen aus niederen in höhere Breiten und kaltes Wasser und polares Treibeis in niedere Breiten schaffen. Ihre allererste Ursache sind die Winde (ZÖPFRITZ) — nicht die einzelnen, örtlich und zeitlich in großem Wechsel auftretenden, sondern die großen Systeme der atmosphärischen Zirkulation. Von größter Bedeutung für die klimatischen Verhältnisse der nördlichsten Teile von Westeuropa ist der Golfstrom (nach dem Golf von Mexiko, aus dem er zum Teil stammt) oder Atlantische Strom (der größere Teil stammt aus dem offenen Ozean). Je weiter nach Osten und Norden der Strom kommt, desto deutlicher ist sein *klimatischer Einfluß*. G. SCHOTT (Physische Meereskunde) sagt hierüber:

„An der norwegischen Küste hält der Atlantische Strom alle Fjorde auch im Winter eisfrei, und sogar die Spitzbergischen Gewässer werden, wenigstens auf der Westseite der Inseln, noch unter 80° n. Br. fast in jedem Sommer befahrbar. Diese Warmwasserheizung der nördlichsten Teile von Westeuropa stellt die gewaltigste klimatische Begünstigung dar, die irgendwo auf der Erde zu finden ist; auf derselben geographischen Breite, auf der in Norwegen noch Gerste gebaut wird, ging in Amerika die FRANKLINSche Expedition in ewigem Schnee und Eis zugrunde! . . . Daß eine warme oder eine kalte Strömung einen entsprechenden Einfluß auf das Klima der von ihr bespülten festen Länder, insonderheit des Küstengürtels ausübt, erscheint so selbstverständlich, daß man nur selten die richtige Antwort hört, auf welchem Wege dieser Einfluß wirklich zustande kommt. Die Strömungen sind nur dann von klimatischer Bedeutung für das feste Land, wenn die warme oder kalte

Luft, die über der betreffenden Strömung lagert und in ihrem Gefolge zieht, auch wirklich in das Land hineingeführt wird. *Die vielgerühmte und in der Tat für Europa unschätzbare Golfströmung würde uns gar nichts nützen, wenn nicht zugleich die in unseren Breiten vorherrschenden SW- und W-Winde die warme Golfstromluft in das westliche Europa hineintrügen.* Der beste Beweis dafür ist die Ostküste der Vereinigten Staaten von Nordamerika im Winter: der nahe vorbeifließende Golfstrom vermag den selbst in den Südstaaten strengen Winter gar nicht zu mildern, weil die Richtung der vorwiegenden Winde in dieser Jahreszeit aus dem Lande heraus (NW) ist. Die Westküste Norwegens würde, wenn sie statt der Westwinde vorherrschend Ostwinde hätte, an dem eiskalten schwedisch-russischen Winter teilhaben; zugleich würde eben infolge dieser Ostwinde der Golfstrom wahrscheinlich sich etwas von der Küste entfernen, entsprechend den Verhältnissen an der amerikanischen Ostküste. Christiania hat, weil es tiefer im skandinavischen Festlande liegt und deshalb an dem Klima Schwedens teilnimmt, einen meist strengen Winter mit Eis und Schnee; in Bergen dagegen ist trotz der nördlicheren Lage im Winter das Wetter meist regnerisch, windig, trübe und mild, weil die Westwinde die laue Golfstromluft heranbringen.“

Ausbreitung der Wärme durch Strahlung. Die Wärme einer Wärmequelle (Ofen, Lampe) empfinden wir, auch wenn wir sie nicht berühren, die Wärme also nicht durch *Leitung* zu uns kommt, und auch, wenn wir uns nicht *darüber* befinden, die Wärme also auch nicht durch *Mitführung* zu uns kommt. Hält man einen heißen Teekessel *über* die Hand, ohne sie damit zu berühren, so empfindet man in der dem Kessel zugewendeten Handfläche die Wärme *sofort*. Würde die Wärme durch Leitung übertragen, so wäre sie nicht *sofort* wahrnehmbar, dazu leitet die Luft viel zu schlecht, und Mitführung kommt nicht in Frage, weil die erhitzte Luft nur *aufsteigt*. Man nennt die Wärmeübertragung, die weder Leitung noch Mitführung ist, *Wärmestrahlung*, weil sie im wesentlichen übereinstimmt mit der Lichtübertragung, und man spricht von *Wärmestrahlen*, wie man von *Lichtstrahlen* spricht. Die Wärmeübertragung durch Leitung und durch Mitführung unterscheidet sich charakteristisch von der durch Strahlung: Die Wärmeübertragung durch Leitung und durch Mitführung ist auf die *Erwärmung* der Zwischenschicht *angewiesen*, nicht aber die Übertragung durch Strahlung. Freilich liegt meist zwischen dem Wärmestrahler und dem bestrahlten Körper Materie in irgendeiner Form. Aber für den Mechanismus der Wärmeübertragung ist das belanglos. Die Zwischenschicht läßt die Strahlung nur nicht *ganz* ungehindert hindurch, sie verschluckt einen Teil davon, d. h. sie erwärmt sich.

Je nach dem Grade der „Durchlässigkeit für Wärmestrahlen“ nennt man die Stoffe *diatherman* oder *atherman* — diatherman, wenn sie die Strahlung so gut wie ungehindert durchlassen, atherman, wenn sie sie teilweise verschlucken und sich selbst dabei erwärmen. Diatherman sind z. B. Luft, Steinsalz; atherman Glas für lange Wellen ($> 4 \mu$), die Metalle und Lampenschwarz. Wir empfinden die Wirkung der Sonnenstrahlen als Wärme selbst bei einer Lufttemperatur unter 0° ; und das Thermometer zeigt, von der Sonne bestrahlt, eine viel höhere Temperatur, als sie die Luft hat. Das erklärt sich so: Wir empfinden die Wirkung der Sonnenstrahlen als Wärme, weil *unsere Haut* die Strahlung verschluckt, und die Luft bleibt *kalt*, weil sie die Strahlen *durchläßt*. Ebenso erklärt sich die Verschiedenheit zwischen der Temperatur des *Thermometers* und der *Lufttemperatur*.

Wärmestrahlung und Diathermanität der Luft zwingen zu Vorsichtsmaßnahmen, wenn man die *wahre* Lufttemperatur im Freien messen will. JOULE schloß das Thermometer in ein langes Kupferrohr ein, um das Thermometergefäß dem Einflusse der Strahlung zu entziehen und die Wärme nur durch Mitführung (infolge der sich in dem Rohre einstellenden Luftzirkulation) daran gelangen zu lassen. Ganz vermeiden kann man die Fehler, wenn man (ASSMANN) die zu messende Luft durch das Schutzrohr saugt und mit 2—3 m/sec an dem Thermometergefäß vorbeiführt.

Im wesentlichen stimmt die Wärmestrahlung mit der Lichtstrahlung überein: auch die Wärme „strahlt“ in geraden Linien, die Wärmestrahlen befolgen die-

selben Gesetze der Spiegelung und der Brechung usw. Man sieht daher in dem Träger der Lichtstrahlung auch den der Wärmestrahlung. Wir behandeln die Wärmestrahlung erst bei der Lehre vom Licht.

Die Wärme ausstrahlende Sonne als kosmische Wärmequelle. Die Ausbreitung der Wärme durch Strahlung hat für den Wärmehaushalt der Erde entscheidende Bedeutung. Die thermochemischen Vorgänge mit Wärmeabgabe wie die Oxydation bei der Verbrennung unserer Brennstoffe (S. 322) bedeuten eine mächtige Wärmequelle. Für die technische Erzeugung von Wärme benützt man sie fast allein. Unsere Brennstoffe stammen aber von den Pflanzen und haben sich im Sonnenlicht und in der Sonnenwärme zu den Formen entwickelt, in denen sie zur Wärmeerzeugung dienen, die Wärme unserer technischen Wärmequellen stammt also aus der Sonnenwärme. Die mechanische Energie, die man zur Arbeitsleistung benützt, ist teils organischen Ursprungs, wie die Energie der Menschen und der Tiere, teils anorganischen, wie die Energie des fallenden Wassers und des Windes. Die Energie der Menschen und der Tiere, ihre Fähigkeit, Arbeit zu leisten, wird lediglich durch Nahrungsaufnahme aufrecht erhalten. Die Nahrung stammt aber lediglich aus dem Pflanzenreiche. „Denn nur Pflanzenstoffe oder das Fleisch pflanzenfressender Tiere können als Nahrungsmittel verbraucht werden. Die pflanzenfressenden Tiere bilden nur eine Zwischenstufe, welche den Fleischfressern, denen wir hier auch den Menschen beigesellen müssen, Nahrung aus solchen Pflanzenstoffen zubereitet, die jene nicht selbst unmittelbar als Nahrung gebrauchen können“ (HELMHOLTZ). Entwicklung und Reifung der Vegetabilien haben Sonnenlicht und Sonnenwärme erfordert. Als Quelle der Energie, soweit sie organischer Natur ist, ist also die Sonne anzusehen. Aber auch die Energie von Wind und Wasser entstammt der Sonnenwärme als ursprünglicher Quelle. Um fallen zu können, mußte das Wasser erst gehoben werden — gehoben bei der Verdunstung, die infolge der Sonnenwärme an der Oberfläche des Meeres und der Erde dauernd ist; und die Winde entstehen aus den Luftströmungen infolge der Erwärmung der Luft durch die Sonne an der Erdoberfläche. Die Sonnenwärme unterhält somit alle meteorologischen, klimatischen, geologischen und organischen Vorgänge der Erde. *Woher stammt sie?* Nahe liegt die Vermutung: aus chemischen Vorgängen zwischen den Elementen, die die Sonne enthält (s. Spektralanalyse). Aber selbst, wenn sie ganz aus Wasserstoff und Sauerstoff bestände, den Stoffen, deren chemische Vereinigung die größten Wärmemengen erzeugt, so hätte sie nur etwa 3000 Jahre (HELMHOLTZ) Wärme und Licht in dem jetzt vorhandenen Betrage ausstrahlen können. Der radioaktive Zerfall der in Uran- und Thormineralien vorkommenden Elemente Uran und Thor weist aber darauf hin, daß die Erde wenigstens 15×10^8 Jahre alt ist. Man ist heute der Ansicht, daß der Hauptteil der Sonnenwärme von *subatomaren* Prozessen herrührt (Radioaktivität, Umwandlung von Materie in Strahlung). — Die Wärmemenge, die die Erde von der Sonne erhält, wird mit einer Art Wasserkalorimeter bestimmt (*Pyrheliometer*). Berücksichtigt man den Energieverlust, den die Strahlung in der Lufthülle der Erde erleidet, so findet man an der Grenze der Lufthülle die Energie, die 1 cm^2 einer schwarzen Fläche pro Minute bei senkrechter Einstrahlung und dem mittleren Abstände Erde—Sonne empfängt, gleich $1,93 \text{ cal}$ (Solarkonstante). Die während eines Jahres auf die Erde gesendete Wärmemenge könnte, gleichmäßig über die Oberfläche verteilt, eine sie bedeckende 31 m dicke Eisschicht abschmelzen (wenn die Atmosphäre nicht wäre, die fast die Hälfte der der Erde zugestrahlten Wärme verschluckt). Das ist aber nur die Wärmemenge, die in der Richtung zur Erde hin strahlt, also nur ein kleiner Teil der gesamten Ausstrahlung der Sonne. Die Temperatur der Sonnenoberfläche nimmt man heute mit 6000° an.

Die Elektrizität.

A. Elektrostatik.

Elektrisierung bei der Reibung zweier Körper aneinander. Die am längsten bekannte Erscheinung, die man elektrisch nennt, nimmt man bei der Reibung zweier Stoffe aneinander wahr. Von ihr gehen wir aus. Aber wohlgemerkt: Nicht die Reibung ist das Entscheidende, sondern die gegenseitige Berührung der Stoffe und die bei der Reibung eintretende Vermehrung und Vergrößerung der einander berührenden Stellen. Der Mechanismus der Entstehung der Reibungselektrizität ist unbekannt.

Reibt man ein Stück (trockenes!) Glas kräftig mit (trockener!) Seide, so bleibt die Seide, auch nachdem man sie losgelassen hat, an dem Glase haften. Trennt man sie von dem Glase, läßt sie aber in seiner unmittelbaren Nähe wieder los, so hängt sie sich aufs neue daran fest, wie sich eine Stahlfeder an einen Magneten hängt. Kurz: *das Glas zieht die Seide an*, nachdem sich beide aneinander gerieben haben. Die Anziehung wirkt *gegenseitig*, auch *die Seide zieht das Glas an* (Wirkung und Gegenwirkung). Was von Glas und Seide gilt, gilt auch von vielen anderen Stoffen, die aneinander gerieben werden, sogar auch von Flüssigkeiten und von Gasen; aber man muß (namentlich bei Metallen) gewisse Vorsichtsmaßregeln beobachten, um die Erscheinung wahrzunehmen. Man nennt nach dem Bernstein, *ἤλεκτρον*, elektron, an dem sie am frühesten beobachtet worden sind, diese Erscheinungen *elektrische*, ihre Ursache *Elektrizität*, die Körper mit Elektrizität *geladen* oder auch *elektrisiert* und ihre Umgebung das *elektrische Feld*.

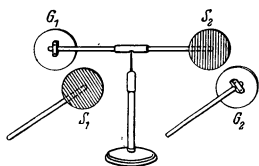
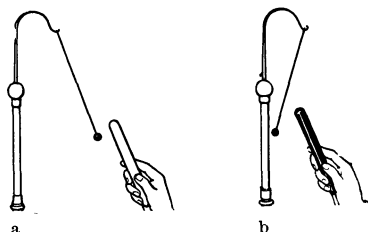


Abb. 424. Elektrische Ladung eines Körpers offenbart sich in dem einen (●) oder dem anderen (○) von zwei einander entgegengesetzten Zuständen des Körpers.

Zunächst erweitern wir unsere Kenntnis des Vorganges durch einen Versuch. G_1 und G_2 (durch ○ bezeichnet) seien zwei kleine Glasscheiben (Glaswolle), S_1 und S_2 (durch ● bezeichnet) zwei kleine Seidenscheiben. Wir reiben O_1 und \bullet_1 aneinander (und zwar so, daß dabei möglichst viele Punkte der beiden Oberflächen miteinander in Berührung kommen), trennen sie dann voneinander und befestigen O_1 an dem einen Ende der Hartgummindel einer kompaßähnlichen Vorrichtung und \bullet_1 ebenfalls an einem Hartgummistäbchen, Abb. 424. Dasselbe machen wir mit O_2 und \bullet_2 . Wenn wir nun \bullet_1 dem O_1

nähern, so bewegt sich O_1 (die Nadel drehend) zu \bullet_1 hin — in Übereinstimmung mit dem, was der erste Versuch uns gelehrt hat, und ebenso ist es mit O_2 und \bullet_2 . Die Erfahrung lehrt nun aber weiter: Wir können die *Glasscheiben miteinander* vertauschen (O_2 an die Stelle von O_1 bringen) oder die *Seidenscheiben miteinander* vertauschen (\bullet_1 an die Stelle von \bullet_2 bringen), ohne daß sich sonst etwas ändert, woraus folgt: auch O_1 und \bullet_2 ziehen einander an, und ebenso \bullet_1 und O_2 . Aber wenn wir eine *Glasscheibe* mit einer *Seidenscheibe* vertauschen, also \bullet_1 und O_2 miteinander oder \bullet_2 und O_1 miteinander, so *stoßen die Partner einander* ab. Daran, daß \bullet_1 und \bullet_2 einander ersetzen können, erkennen wir, daß ihr elektrischer Zustand derselbe ist; daran, daß O_2 und \bullet_1 einander *nicht* ersetzen können — anstatt der Anziehung eine Abstoßung eintritt —, daß ihr elektrischer Zustand *nicht* derselbe ist. Wir nennen den Zustand von \bullet_2 dem von O_2 *entgegengesetzt*, weil Anziehung und Abstoßung (durch die allein sich die Verschiedenartigkeit der elektrischen Zustände ankündigt) für uns *Gegensätze* sind; ebenso nennen wir die Zustände von O_1 und O_2 gleich, die von O_1 und \bullet_2 einander entgegengesetzt. Wir sehen also: die beiden *entgegengesetzt* elektrisierten Körper *ziehen einander an*, die beiden *gleichsinnig* elektrisierten *stoßen einander ab*.

Denselben Gegensatz wie Glas und Seide zeigen auch viele andere Stoffe, nachdem man sie paarweise aneinander gerieben hat: stets entspricht der eine Partner dann dem geriebenen Glase, der andere der geriebenen Seide. Auf ein als Pendel aufgehängtes, mit Seide geriebenes Glaskügelchen wirkt der dem Glase (der Seide) entsprechende Partner stets *abstoßend* (anziehend). Mit Hilfe eines solchen Pendels (Abb. 425) kann man eine gewisse Reihenfolge der Stoffe festlegen, in der jeder Stoff, mit einem ihm in der Reihe folgenden (vorangehenden) gerieben, den Zustand des Glases (der Seide) annimmt. Diese Reibungselektrische Reihe lautet *ungefähr*: Glas, Fell, Papier, Baumwolle, Seide, Metalle, Hartgummi, Harze, Schwefel. Die Reihenfolge



ist aber ganz unsicher. Die Stellung eines Stoffes in der Reihe hängt von unkontrollierbaren Umständen ab, so von der Art der Oberfläche des Körpers, von der Art des Reibens, falls sie die Oberfläche verändern kann, u. a. m.

Erfahrungsgemäß ist für Glas das wirksamste Reibzeug Seide, für Harze Flanell. Häufig nennt man, da Glas und Harz an den Enden der Reihe stehen, die eine Elektrizität *Glas-*, die andere *Harzelektrizität*.

Beide Arten Elektrizität entstehen gleichzeitig. Beide Ladungszustände treten *gleichzeitig* auf, der eine an dem einen, der andere an dem anderen Stoffe, und sie sind *einander entgegengesetzt*. Jeder der beiden aneinander geriebenen Körper zieht je nach seinem Ladungszustande ein *elektrisches Pendel* an oder stößt es ab — *aber erst, nachdem* man ihn von seinem Reibungspartner *getrennt* hat. Beide Körper, *miteinander in Berührung*, wirken auf das Pendel gar nicht ein.

Ein Schellackstab und eine Flanellkappe auf einem seiner Enden zeigen, einzeln oder gemeinsam, keine Spur von Elektrizität an, wenn sie nicht gerieben worden sind. Auch wenn man die Kappe auf dem Schellackstab mit Reibung herumdreht, *aber sie an ihrem Platze läßt*, weist das System keine Anzeichen von Elektrizität auf. *Trennt* man sie jedoch, so zeigen sie sich stark und einander entgegengesetzt elektrisch (FARADAY).

Die beiden *gleichzeitig entstandenen* Elektrizitäten heben also *zusammen* einander in ihrer Wirkung auf. Daraus schließen wir: sie sind zwar der *Wirkung* nach einander *entgegengesetzt*, aber an *Menge* einander *gleich*, stehen einander also gegenüber wie zwei Größen $+E$ und $-E$. Man sagt: beide Körper *zusammen* bilden einen *unelektrischen* (neutralen) Körper. Wir können uns den Vorgang der Elektrisierung durch einen Vergleich näherbringen: Wenn man aus einem geschlossenen Gefäß (unter Atmosphärendruck) Luft auspumpt und dieselbe Luft in ein zweites geschlossenes Gefäß (unter Atmosphärendruck) befördert, so nimmt man dem einen Gefäß ebensoviel Luft weg, wie man dem anderen zuführt, und in *jedem* einzelnen erzeugt man *der äußeren Atmosphäre gegenüber* einen veränderten Druckzustand. *Verbindet* man beide Gefäße wieder miteinander, so zeigen sie *zusammen* keinen Unterschied, weder gegeneinander noch gegen die Umgebung. Entsprechendes gilt für die einander berührenden, entgegengesetzt elektrisierten Körper (den Schellackstab und die Flanellkappe). Die Elektrizität verhält sich in *dieser Beziehung* wie die Luft, sie wird nicht erzeugt und wird nicht vernichtet, sie wird nur verschoben, d. h. von einem Körper auf den anderen *übertragen*¹.

¹ Die Elektrizität ist tatsächlich etwas Körperliches, es gibt positive und negative Elektrizitätsteilchen (Elementarteilchen). Sie unterscheiden sich nicht nur durch das Vorzeichen sondern sie sind so verschieden wie zwei verschiedene chemische Elemente. Sie sind in *jedem* Teilchen Materie vorhanden. Enthält das materielle Teilchen *gleich* viel positive und negative Elementarteilchen, so ist es ungeladen. Entzieht man ihm positive, so daß die negativen

Das, was der Vergleich klarmachen soll, und was die Erfahrung immer aufs neue lehrt, ist die Tatsache: es ist unmöglich, den *einen* Ladungszustand zu erzeugen, ohne gleichzeitig einen gleich großen *entgegengesetzten* hervorzurufen. Man drückt den Gegensatz der beiden Ladungszustände dadurch aus, daß man den einen positiv, den anderen negativ nennt und entsprechend mit + und mit — bezeichnet. Es ist üblich, die *Glaselektrizität* „*positiv*“ und daher die *Harzelektrizität* „*negativ*“ zu nennen.

Wir fassen die bisherigen Erfahrungen zusammen:

1. Zwei Stoffe, die aneinander gerieben werden, werden elektrisch.
2. Es gibt zwei Arten von Elektrizität, Glaselektrizität und Harzelektrizität, positive und negative Elektrizität benannt¹.
3. Stets entstehen beide Arten von Elektrizität gleichzeitig und in gleicher Menge, der eine Körper trägt die positive, der andere die negative. Bekannt ist ein Gesetz (COEHN), dem das *Vorzeichen* der Ladung gehorcht. Wir können nur darauf hinweisen, weil es den erst später zu erläuternden Begriff Dielektrizitätskonstante (D.-K.) enthält: Stoffe von größerer D.-K. laden sich + bei der Berührung mit Stoffen von kleinerer D.-K.
4. Alle paarweise aneinander geriebenen Körper verhalten sich hierin vollkommen gleich.
5. Elektrizitäten verschiedenen Vorzeichens ziehen einander an, solche gleichen Vorzeichens stoßen einander ab.

Wasserfall-, Pyro-, Piezo-, Lufterlektrizität. Auch andere Vorgänge als Reibung können Elektrizität erzeugen. Fallen Wassertropfen auf Wasser, so ist die an der Aufprallstelle ausweichende Luft negativ geladen, das Wasser positiv. Wasserfälle laden daher die sie umgebende Luft, namentlich am Fuße des Falles, wo die Wassermassen untereinander und mit dem nassen Gestein zusammenschlagen (Wasserfallelektrizität, LENARD). Erhitzt man Turmalin, so läßt sich seine Oberfläche an dem einen Achsenende positiv, am anderen negativ (bei Abkühlung umgekehrt), und ebenso verhalten sich andere hemimorphe (*nur* solche) Kristalle (Pyroelektrizität). Gewisse Kristalle — namentlich Quarz — laden sich unter Druck und unter Zug an ihrer Oberfläche (Piezoelektrizität)². Aber die anders als durch Reibung erzeugte Elektrizität unterscheidet sich von der durch Reibung entstandenen in nichts (FARADAY, 1833), daher gelten

überwiegen, so erscheint es negativ *geladen* (andernfalls positiv geladen). Wir müssen uns danach vorstellen: beim Reiben des Glases mit der Seide haben sich Elementarteilchen voneinander getrennt, positive haften auf dem Glase, negative auf der Seide.

¹ Ein Unterschied zwischen positiver und negativer Ladung zeigt sich in den elektrischen Figuren, Abb. 426, die man an geladenen Stellen eines Isolators (s. d.) erzeugen kann, und die auf positiv geladenen Stellen anders ausfallen als auf negativen (LICHTENBERG 1777). Bestäubt man die geladenen Stellen mit einem Gemisch aus Schwefelblumen und Menninge, in dem man es durch ein Baumwollstückchen hindurchsiebt — hierbei läßt sich das Schwefelpulver negativ, das Menningpulver positiv — so werden die positiv geladenen Stellen gelb, die negativen rot, und zwar bilden die positiven sternförmig verästelte Figuren, die negativen kreisförmige, die in zahlreiche Sektoren zerfallen.

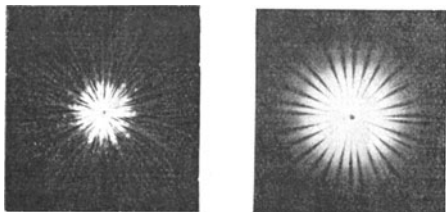


Abb. 426. LICHTENBERGSche Figuren.

Die polaren Unterschiede der Figurescheinen zusammenzuhängen mit dem Gegensatz zwischen dem positiven Ion und dem negativen Elektron (s. d.).

² Die in einem hochfrequenten elektrischen Wechselfelde piezoelektrisch erzeugten Schwingungen von Quarzblättchen spielen seit einigen Jahren für die drahtlose Telegraphie und Telephonie eine Hauptrolle.

die an Reibungselektrizität gewonnenen Erfahrungen für *irgendwie* erzeugte Elektrizität.

Für gewöhnlich besteht bei heiterem Wetter ein elektrisches (zeitlich und örtlich) veränderliches Feld über der Erdoberfläche, die der Atmosphäre zugewandte Erdoberfläche ist negativ elektrisch. Die Atmosphäre aber enthält in den untersten Kilometern (Beobachtung im Freiballon) bei heiterem Himmel positiv geladene Massen, freie *Raumladung*. Ein in der Luft emporgehobener Leiter (Drache mit Schnur oder ein isoliert ausgespannter Draht) lädt sich bei heiterem Himmel positiv elektrisch gegen die Erde. Unter einer nicht regnenden Wolke ist im allgemeinen das elektrische Feld von derselben Art wie bei wolkenlosem Himmel, nur schwächer. Atmosphärische Niederschläge — ihren Höhepunkt bilden die Gewitter — sind stets mit Elektrizität beladen. Die *Elektrizitätsentwicklung* steht in Verbindung mit der Bildung und der Bewegung der *Niederschlagsteilchen*. Je plötzlicher sich der Wasserdampf kondensiert, desto stärker sind die Ladungen. (Über den Ursprung der atmosphärischen Elektrizität, s. Ionisation der Gase.)

Leiter und Nichtleiter. Reiben wir Glas und Seide aneinander, so sind nachher *nur* diejenigen Stellen mit Elektrizität „geladen“, die während der Reibung einander tatsächlich berührt haben. Ersetzt man aber das Glas durch *Metall* — wie man es dann anzufassen hat, s. S. 390 o. — so ist zwar auf der *Seide* wieder nur die geriebene Stelle geladen, auf der *Metallkugel* aber die ganze Oberfläche. Auf der Seide bleibt die Elektrizität an der Stelle, an der sie entsteht, auf dem Metall breitet sie sich aus. Man sagt deshalb: das Metall *leitet* die Elektrizität, die Seide leitet sie *nicht*. Und man nennt einen Stoff, je nachdem er sich wie das Metall oder wie die Seide verhält, einen *Leiter* oder einen *Nichtleiter* (Isolator). Leiter sind z. B. Metalle, Kohle, verdünnte Säuren, lebende Pflanzen und Tiere, Nichtleiter z. B. Luft, Harze, Glas, Seide. Ein Beispiel (Abb. 427) wird den Unterschied zwischen Leitern und Nichtleitern klarmachen: es sei *A* eine *Metallkugel* auf einem (trockenen!) *Glasstabe B*, der wie ein Pfahl in die *Erde* gerammt ist; das Ganze im Freien, von *Luft* umgeben. *A* sei durch Reiben elektrisiert worden, die Ladung somit, da die Kugel aus Metall ist, über die ganze Oberfläche verbreitet. Wir haben es hier mit Metall, Luft, Glas und Erdboden zu tun. Der Erdboden ist, das lehrt die Erfahrung, ein guter Leiter. Die Luft umspült den Erdboden und die Metallkugel. Wäre sie ein Leiter, so würde sie die Elektrizität weggleiten, auch zum Erdboden und die Ladung über den ganzen Erdball ausbreiten, d. h. der Kugel die Elektrizität so gut wie vollkommen entziehen. Die Luft ist aber ein *Nichtleiter*, sie entzieht daher der Kugel keine Elektrizität. Auch der Glasstab ist ein Nichtleiter. Wäre er ein Leiter, so würde sich die Elektrizität von der Metallkugel über ihn und von ihm aus über den Erdball verbreiten. Aber er läßt der Metallkugel ihre ganze Ladung. Die Elektrizität bleibt auf sie beschränkt — *isoliert*. Die Luft, das Glas und Stoffe, die sich ähnlich verhalten, z. B. Schellack, Harz, Paraffin, Hartgummi, nennt man *Isolatoren*.

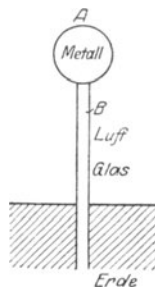


Abb. 427. Zur Veranschaulichung von Leitern (Metall, Erde) u. Nichtleitern (Glas, Luft).

Mit Hilfe eines Isolators (Glasstab) kann man also die Elektrizität auf einen gegebenen Ort (Metallkugel) beschränken, mit Hilfe eines Leiters dagegen (Metallstab) weggleiten und auf andere Körper (Erde) übertragen. Ebenso wie der Metallstab verhält sich der tierische Körper. Nimmt man die Metallkugel in die bloßen Hände und tritt mit bloßen Füßen oder mit der gewöhnlichen Fußbekleidung auf den Erdboden, so verbreitet sich die Ladung von der Metallkugel über den Körper und von da über die Erdkugel. Man sagt: die Ladung *fließt* durch den

Körper zur Erde ab; oder auch: die Kugel wird durch den Körper zur Erde *abgeleitet* (geerdet), oder auch: *entladen*. Faßt man aber die Kugel mit Gummihandschuhen an, so behält sie die Ladung. Nimmt man sie in die bloßen Hände, tritt man aber auf *Gummi*sohlen, so verbreitet sich die Ladung zwar auch über den ganzen Körper, ohne aber in die Erde abzufließen. (Will man einen *Leiter* durch Reiben elektrisch machen, so darf man ihn nicht mit bloßen Händen anfassen, sondern muß zwischen die Hände und ihn einen Nichtleiter bringen, z. B. Gummihandschuhe.)

Der menschliche Körper ist nun zwar ein Leiter wie das Metall, und der Gummi ein Isolator wie die Luft und wie das Glas, aber das *Leitvermögen* der verschiedenen Leiter ist sehr verschieden und ebenso das *Isoliervermögen* der Isolatoren. Man nennt den Teil der Elektrizitätslehre, der sich mit der ruhenden Elektrizität beschäftigt, *Elektrostatik*. *Nur die Tatsache, daß es Nichtleiter gibt, macht die elektrostatischen Erscheinungen überhaupt möglich*. Von der *Leitung* der Elektrizität wird vorläufig nur nebenher die Rede sein, nur als Mittel z. B. um dem elektrischen Pendel Elektrizität zuzuführen oder um Ladungen „zur Erde“ abzuleiten.

Elektroskop und Elektrometer. Als wahrnehmbare Wirkung, durch die sich uns Elektrizität ankündigt, kennen wir bisher nur gegenseitige Anziehung und Abstoßung von Körpern. Um Elektrizität wahrzunehmen und um die Kräfte zu messen, die elektrisierte Körper aufeinander ausüben, können wir zunächst also nur diese Wirkung anwenden. Die Kräfte sind dabei gewöhnlich sehr klein. Man muß daher die Körper, die bewegt werden sollen, genügend *leicht* beweglich machen, d. h. die Instrumente zum Wahrnehmen und zum Messen elektrostatischer Kräfte sehr empfindlich machen. Die Instrumente sind deswegen, und auch weil sie sehr sachkundige Behandlung verlangen, im wesentlichen Laboratoriumsinstrumente. Ist das Instrument so eingerichtet, daß man damit *messen* kann, so nennt man es *Elektrometer*; zeigt es nur das *Vorhandensein* von Elektrizität an, so nennt man es *Elektroskop*.

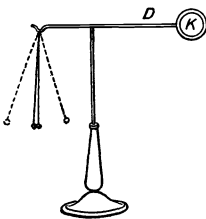


Abb. 428. Zwei pendelartig aufgehängte Körper zeigen durch ihre gegenseitige Abstoßung Ladung der Körper an.

Ein für viele Zwecke genügend empfindliches Elektroskop zeigt Abb. 428, zwei pendelartig aufgehängte, sehr leichte kleine Kugeln mit leitender Oberfläche (meist aus Holundermark mit vergoldeter Oberfläche) an leitenden Fäden, z. B. leinenen. Verbindet man sie durch einen Metalldraht mit einem geladenen Körper *K*, so geht die Elektrizität von *K* aus durch *D* und die Leinenfäden auf sie über und läßt beide im selben Sinne, sie stoßen daher einander ab. Der Ausschlag der Kugeln ist das Zeichen dafür, daß der Körper, mit dem sie leitend verbunden worden sind, geladen ist. — Man kann aber auch erfahren, ob er positiv oder negativ geladen ist. Hält man einen geladenen Körper, dessen Ladungszustand *bekannt* ist, z. B. einen *positiv* geladenen (Glasstab mit Seide geriebenen), zwischen die Pendel, so *vergrößert* sich ihr gegenseitiger Abstand noch, wenn sie *auch* positiv geladen sind; er *verkleinert* sich, wenn sie *negativ* geladen sind.

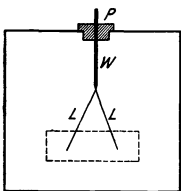


Abb. 429. Goldblattelektroskop.

Auf demselben Gedanken beruht das *Goldblattelektroskop* (Abb. 429). Zwei Blättchen *L* aus Rauschgold, die leitend miteinander und mit dem Stabe *W* verbunden sind, nehmen die Stelle der Pendel ein. Um sie vor Bewegung durch Luftzug oder vor ungewollter elektrischer Beeinflussung zu schützen, schließt man sie in ein (mit Fenstern versehenes) Metallgehäuse ein. Die obere Seite des Gehäuses ist in der Mitte durchbohrt und die Bohrung durch ein Bernstein-

oder Schwefelstück p verschlossen, das den Stab W hält und gegen das Gehäuse isoliert. (Um die Elektrizität zu verhindern, über den Isolator zum Gehäuse entlang zu kriechen, muß man ihn trocken und staubfrei halten.) Ist der Stab W ungeladen, so hängen die Blättchen frei nebeneinander herab, wird er geladen, so spreizen sie sich auseinander, je nach der Größe der Ladung mehr oder weniger stark. Man kann ein solches Elektroskop zu Messungen verwenden, als *Elektrometer*, wenn man die Blättchen sich vor einem Gradbogen bewegen läßt, wie in Abb. 430. Hier ist das eine Goldblatt durch einen feststehenden Metallstab D ersetzt, das andere durch einen sehr leicht beweglichen Aluminiumstreifen E (BRAUN).

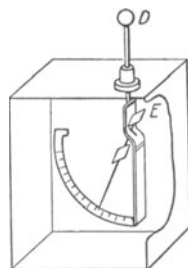


Abb. 430. Elektrometer nach BRAUN.

In den beschriebenen Instrumenten hält der abstoßenden Kraft, die auf den Pendelkörper (Holundermarkkugel, Goldblatt usw.) wirkt, die *Schwerkraft* das Gleichgewicht: Der Pendelkörper hebt sich wie bei der Briefwaage, Abb. 84, so lange, bis die (tangential zur Bahn des Pendelkörpers wirkende) zur ursprünglichen Ruhelage *hin* gerichtete Schwerkraftkomponente so groß geworden ist, daß sie der von der Ruhelage *weg* wirkenden elektrischen Kraft gleich ist. Die elektrische Kraft wird also an der Schwerkraft gemessen. — Unmittelbar mit der Schwerkraft durch *Gewichte* verglichen wird diese Kraft in dem *absoluten Waageelektrometer* (WILLIAM THOMSON). Abb. 431 veranschaulicht sein Prinzip (HARRIS, 1834). Die unbewegliche Metallplatte A und die bewegliche Metallplatte B wirken, geladen, anziehend oder abstoßend aufeinander und bringen die Waage aus dem Gleichgewicht; das Gewicht, das nötig ist — auch bei sehr großen elektrischen Kräften nur wenige Gramm —, um es wieder herzustellen, mißt die Größe der anziehenden oder der abstoßenden Kraft. Die Platte B ist von einem Ringe D umgeben, der mit ihr leitend verbunden ist und mit B zusammen eine der Platte A gleich große Platte bildet.

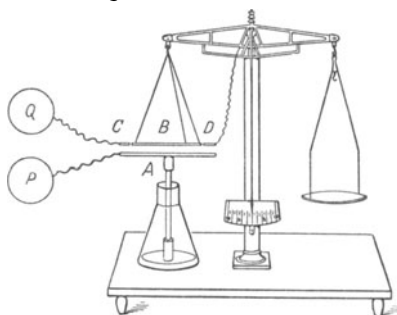


Abb. 431. Prinzip des absoluten Waageelektrometers.

Viel empfindlicher sind diejenigen Elektrometer, in denen der bewegliche Körper an einem Faden hängt und (angezogen oder abgestoßen) sich um diesen Faden als Achse dreht und ihn tordiert, bis die Torsionselastizität, die ihn *zurück*zudrehen strebt, der drehenden elektrischen Kraft das Gleichgewicht hält. Das älteste derartige Instrument ist die *Drehwaage* (COULOMB). Sie ist ein für praktische Messungen wenig geeignetes Instrument, das heutzutage nur mehr historische Bedeutung besitzt, weil COULOMB an ihr das Grundgesetz (S. 393) entdeckt hat, das die gegenseitige Anziehung und Abstoßung elektrischer Körper beherrscht. In der Drehwaage (Abb. 432) sind die beiden elektrisierten Körper zwei kleine leitende Kugeln, die eine m unbeweglich, die andere n an dem einen Ende eines Schellackstäbchens p , das an einem feinen Draht d in der Horizontalebene drehbar aufgehängt ist. Die gegenseitige Abstoßung der beiden gleichnamig geladenen Kugeln tordiert den am oberen Ende festgeklammerten Draht. Der Drehungswinkel wird an einem Gradbogen oc abgelesen und bildet die Grundlage für die Rechnung, Um den störenden Einfluß des Gehäuses zu vermeiden, sind dieselben Vorsichtsmaßregeln erforderlich wie bei dem Elektroskop Abb. 429. Außerdem muß man das Gehäuse „erden“, d. h. es mit der Erde verbinden, um die auf ihm befindliche Elektrizität abzuleiten.

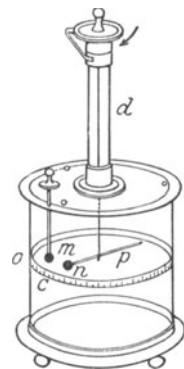


Abb. 432. Drehwaage nach COULOMB.

Quadrantelektrometer. Ein sehr empfindliches Instrument von großer praktischer Bedeutung ist das Quadrantelektrometer von WILLIAM THOMSON. Der bewegliche Körper, die *Nadel*, ist ein dünnes Aluminiumblatt von Biskuitform, das an einem sehr feinen Platindraht (ca. 0,01 mm) hängt. Die Nadel befindet sich *in der Mitte* einer feststehenden flachen zylindrischen Trommel, parallel zu

deren ebenen Begrenzungen (Abb. 433). Die Trommel ist durch zwei ebene Schnitte, die durch die Zylinderachse und rechtwinklig zueinander geführt sind, in vier isolierte (auf Bernsteinfüßen ruhende) Quadranten zerlegt. Die Symmetrielinie der Nadel ist in der Ruhelage der Nadel parallel zu einem der beiden Schnitte. Die Nadel selbst lädt man, indem man ihr durch den Aufhängedraht Elektrizität zuführt. Diese Hilfsladung, die an sich noch keine Drehung der Nadel hervorrufen kann, macht das Instrument erst gebrauchsfertig. Die Drehung der Nadel erfolgt dadurch, daß den Quadranten die zu messende Ladung zugeführt wird. Die Quadranten sind zu diesem Zweck paarweise über Kreuz leitend

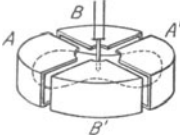


Abb. 433. Die Sektoren und die Nadel des Quadrantenelektrometers.

verbunden, A mit A' und B mit B' . Das eine Quadrantenpaar AA' wird dauernd zur Erde abgeleitet, das andere BB' empfängt die zu messende Ladung. Ist sie negativ und die Nadel ebenfalls negativ geladen, dann wird diese sowohl von B wie von B' abgestoßen, so daß sie sich in das geerdete Quadrantenpaar AA' hineindreht. Ist dagegen die zu messende Ladung positiv, so wird die Nadel in das Quadrantenpaar BB' hineingezogen. Beide Male wird sie desto stärker gedreht, je größer die zu messende Ladung ist. Der Drehungswinkel gibt also ein Maß für die Größe der Ladung, und der Drehungssinn gibt ihr Vorzeichen an. Man mißt die Drehung der Nadel mit Spiegel und Skala.

COULOMBSches Gesetz. Die gegenseitige Anziehung und Abstoßung von elektrisch geladenen Massen erlauben die Kräfte zu messen, die die elektrischen Ladungen ausüben. Wir wenden uns dazu noch einmal zum Anfang unserer Betrachtungen zurück.

Glas und Seide haften aneinander, nachdem wir sie aneinander gerieben haben. Um sie voneinander zu trennen, muß man Arbeit leisten. Infolgedessen bilden sie, wenn sie voneinander getrennt sind, ein System, das ähnlich einer gespannten Feder eine gewisse potentielle Energie besitzt. Ihr Betrag ist gleich der Arbeit, die wir aufwenden mußten, um das System aus der ursprünglichen Lage in die neue überzuführen (die Feder zu „spannen“); diesen selben Betrag erstattet das System zurück, wenn die voneinander getrennten Körper, ihrer gegenseitigen Anziehung folgend, in die ursprüngliche Lage zurückgehen (wie die Feder, wenn sie sich „entspannt“). Wie groß dieser Betrag ist, hängt von der Größe der Ladung beider Körper sowie von ihrem gegenseitigen Abstand ab. Wir müssen daher zunächst nach den Kräften fragen, die zwei geladene Körper aufeinander ausüben. Hierzu müßten wir aber Elektrizitätsmengen messen können, also eine *Einheit* der Elektrizitätsmenge festsetzen.

Angenommen, wir hätten zwei vollkommen gleiche punktförmige Körperchen, die um 1 cm voneinander abstehen. Der Raum, in dem sie sich befinden, sei luftleer (es macht keinen *erheblichen* Unterschied, wenn Luft zugegen ist, S. 407 o.). Die Körperchen seien *gleich* stark geladen, und so, daß die Kraft, mit der sie einander abstoßen, gleich einer Krafteinheit (1 dyn) ist, also so, daß man, um ihren Abstand 1 cm unverändert zu erhalten, 1 dyn aufwenden muß. Von jedem dieser beiden Körperchen sagt man: es enthält eine *Einheit* der Elektrizitätsmenge.

Eine Vorstellung von ihrer Größe gibt das folgende: Sind in Abb. 428 die Holundermarkkugeln je 10 mg schwer, sind die fast gewichtslosen Fäden 50 cm lang, und werden die Kugeln so geladen, daß sie sich um 10 cm voneinander entfernen, so trägt jedes zehn Einheiten. Auf einer Glasstange, die man mit Seide reibt, sammeln sich viele Hunderte. Wir können durch verschieden starkes Reiben Ladungen verschiedener Größe erzeugen.

Die Frage nach der Kraft, die zwei geladene Körper aufeinander, ausüben, hat zuerst COULOMB experimentell beantwortet. Er benutzte dazu die Drehwaage (Abb. 432) und fand das für die Elektrizitätslehre fundamentale Gesetz: Enthält

der eine Körper e_1 Einheiten, der andere e_2 , und ist ihr gegenseitiger Abstand r cm, so ist die Kraft, mit der sie, nur durch Luft (genauer: durch einen luftleeren Raum) getrennt, einander abstoßen (oder anziehen): $f = \frac{e_1 \cdot e_2}{r^2}$. Hier fehlt ein Proportionalitätsfaktor, der der Gravitationskonstante K im NEWTONSchen Gravitationsgesetz entspricht (S. 85 o.), oder vielmehr: wir haben ihn für Luft (genauer: den luftleeren Raum) gleich 1 gesetzt.

Das COULOMB-Gesetz sagt aus: Die Kraft, mit der zwei punkartige, mit Elektrizität geladene Massen einander abstoßen oder anziehen, in Krafteinheiten ausgedrückt, ist gleich dem Produkt aus der Anzahl Ladungseinheiten, dividiert durch das Quadrat des gegenseitigen Abstandes in Zentimeter. Enthält jeder Körper 10 Einheiten, und ist ihr gegenseitiger Abstand 1 cm, so ist die Kraft, mit der sie einander abstoßen (oder anziehen) $f = 10 \cdot 10/1^2 = 100$ dyn; ist der Abstand 2 cm, so ist $f = 10 \cdot 10/2^2 = 25$ dyn. Abstoßung und Anziehung bezeichnet man durch die Vorzeichen + und -: die Abstoßung durch das + - Zeichen. Das Gesetz gilt nur für ruhende Elektrizitätsmengen (statische Ladungen). — Die Dimension der Elektrizitätsmenge ist dem COULOMBSchen Anziehungsgesetz zufolge $[e] = [\text{Länge} \cdot \sqrt{\text{Kraft}}] = [m^{1/2} l^{3/2} t^{-1}]$

Wir haben der Einfachheit halber die Elektrizitätsmengen auf punkartigen Körpern angenommen, aber die Wirklichkeit kennt nur ausgedehnte, und an solchen hat COULOMB das Gesetz auch entdeckt. Die Arbeit mit der Drehwaage wird durch viele Störungen erschwert, die die Beweiskraft des experimentellen Ergebnisses beeinträchtigen. Aber streng bewiesen wird die Richtigkeit des Gesetzes durch mathematische Überlegungen, die an eine andere Tatsache anknüpfen (S. 405, Eimerversuch von FARADAY).

Ist von den beiden Körpern nur einer punkartig, der andere ausgedehnt, so muß nach der COULOMB-Formel berechnet werden, wie groß die Kraft ist, die jeder Punkt dieses zweiten durch seine Ladung auf den punkartigen ausübt. — Ist eine leitende Kugelfläche gleichmäßig mit der Elektrizitätsmenge e geladen, d. h. so, daß an jedem ihrer Punkte die Ladung gleich groß ist, so wirkt sie auf einen mit 1 El.-Einheit geladenen Punkt im Abstand a cm vom Mittelpunkt (außerhalb) gerade so, wie wenn ihre ganze Ladung in ihrem Mittelpunkt konzentriert wäre, also mit e/a^2 dyn. Nehmen wir die Ladung der Kugel gleich 12 Einheiten an und den Kugelradius gleich 1 cm, so erfährt der geladene Punkt in 10 cm Abstand vom Kugelmittelpunkt die Einwirkung $e/a^2 = 12/100 = 0,12$ dyn. Ebenso finden wir: hat der Punkt vom Kugelmittelpunkt den Abstand 9, 8 . . . 2, 1 cm, so erfährt er die Einwirkung $12/9^2 = 0,15$, $12/8^2 = 0,19$. . . $12/2^2 = 3$, $12/1^2 = 12$ dyn. An Abb. 436 sind diese Werte durch eine Kurve (die untere) zusammengefaßt: die mit 10, 9, 8 . . . bezeichneten Punkte der Geraden 1—10 bedeuten den mit der Einheit geladenen Punkt in 10, 9, 8 . . . cm Abstand vom Mittelpunkt, die in ihnen senkrecht errichteten Strecken geben durch ihre Länge die dyn (0,12, 0,15, 0,19 . . . 12) an, die die Kugel auf den Punkt in dem jeweiligen Abstände ausübt.

Elektrisches Potential. Um die Energie (Arbeitsfähigkeit) ruhender elektrischer Ladungen zu berechnen, unterstellen wir einen Körper K , der positiv geladen, in Ruhe und isoliert irgendwo vorhanden sei, weit weg von anderen Körpern. Wir bringen einen zweiten Körper K' , der + 1 El.-Einh.¹ trage, in seine Nähe. Das erfordert Arbeit, denn K stößt K' ab, da beide gleichnamig elektrisch sind. Diese Arbeit ist gleich dem Produkt aus der abstoßenden Kraft und der Länge des Weges, längs deren man sie überwinden muß. Wir können sie berechnen, da wir aus dem COULOMB-Gesetz die Kraft ermitteln können. Solche Berechnungen sind im allgemeinen sehr schwierig, da diese Kraft sich dauernd ändert, wenn K' an K immer näher herankommt. Wir werden uns daher zunächst auf Betrachtungen allgemeiner Art (von grundsätzlicher Bedeutung!) beschränken und erst später zeigen, wie in Einzelfällen eine Berechnung der Kraft durchführbar ist. — Die positive Elektrizitätseinheit sei anfangs unendlich weit von

¹ Das bedeutet: eine Einheit positiver Elektrizität.

dem Körper entfernt (so weit, daß die abstoßende Kraft, die sie von ihm her erfährt, gleich 0 oder so gut wie 0 ist. Für die Praxis kann dieser Abstand als „unendlich“ gelten.) Nun bringe man sie auf irgendeinem Wege in einen Punkt P des elektrischen Feldes: das erfordert die Arbeit A . Überläßt man dann im Punkte P die Einheit sich selbst, oder vielmehr der ungehinderten Einwirkung des abstoßenden Körpers, so wird sie von dem Körper bis in unendlichen Abstand abgestoßen werden. Dabei kann sie denselben Betrag A an Arbeit *leisten*, den man vorher aufgewendet hat. Dadurch, daß man sie aus dem unendlichen Abstände in den Punkt P — eine *neue* Lage relativ zu dem sie abstoßenden Körper — gebracht hat, hat man ihr somit einen gewissen Betrag an *potentieller* Energie verschafft. Man benutzt diese in Beziehung zum Punkte P stehende Arbeitsgröße dazu, den Punkt P des Feldes zu *charakterisieren* und sagt: im Punkte P des elektrischen Feldes herrscht das *Potential* A . Man nennt also *Potential eines Punktes* die Arbeit, die man leisten muß, um die $+1$ El.-Einheit aus unendlichem Abstand an diesen Punkt in dem Felde des positiv geladenen Körpers zu bringen.

Man mache sich klar: man muß stets die *gleiche* Arbeit leisten, um die Einheit aus unendlichem Abstand nach P zu bringen, *gleichgültig auf welchem Wege*. Wäre diese Arbeit nämlich auf einem Wege W_1 größer als auf einem anderen, W_2 , so würde die El.-Einheit, wenn sie den Weg W_1 zurückginge, auch mehr Arbeit zurückerstatten, als wenn sie den Weg W_2 zurückginge. Würde man sie also über W_2 *hinfördern* und über W_1 *zurückgehen* lassen, so würde man mehr Arbeit zurückerhalten, als man aufgewendet hat. Das verstieße aber gegen das Gesetz von der Erhaltung der Energie. Die Arbeit kann danach nicht von dem *Wege* nach P abhängen, sondern nur von dem *Orte* P . Das heißt: in einem bestimmten *Punkte* P des elektrischen Feldes hat das Potential stets einen *bestimmten* Wert und nur *diesen einen*.

Man kann die *Ladungseinheit* — wir verstehen darunter stets eine mit $+1$ El.-Einheit geladene Molekel¹ — dem geladenen Körper aus der Unendlichkeit von unendlich vielen Seiten her nähern. In Abb. 434 bedeute die innerste Kurve die Begrenzung des geladenen Körpers, und die auf sie zulaufenden Linien seien Wege, auf denen die Ladungseinheit herangeführt werden kann.

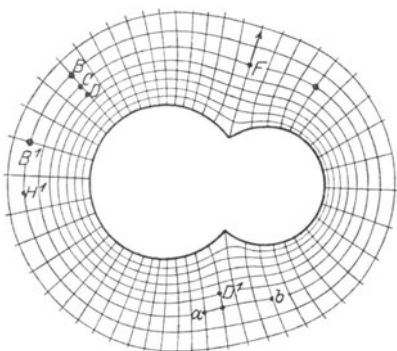


Abb. 434. Niveaulinien und Kraftlinien im Felde eines geladenen Körpers.

Bringt man sie etwa nach B , so muß man eine gewisse Arbeit P leisten. Das heißt: in B herrscht ein Potential von der Größe P . Nähert man sie dem Körper noch mehr, etwa bis C , so muß man eine noch größere Arbeit leisten, und eine *noch* größere, um sie nach D zu bringen. Das heißt: das Potential von C ist größer als das von B , und das von D noch größer als das von C . Lassen wir die Ladungseinheit, wenn wir sie nach C gebracht haben, los, so unterliegt sie lediglich der abstoßenden Kraft des geladenen Körpers, sie *entfernt* sich daher wieder von ihm.

Ersetzt man den positiv geladenen Körper — wir nennen ihn K — durch einen *negativ* geladenen K' und bringt man dann wieder eine *positive* geladene Molekel an den Rand des Feldes, so zieht K' die Molekel zu sich heran. Dabei verstehen wir unter dem Rand des Feldes die Grenze, an der

¹ Es ist damit hier wie auch im folgenden ein Probekörper gemeint, etwa ein winziges Kügelchen.

die Wirkung des Körpers K' *praktisch erloschen* ist, bleiben uns dabei aber bewußt, daß sich das Feld *in Wirklichkeit* bis in die Unendlichkeit erstreckt. Wenn die geladene Molekel ungehindert der Kraft folgen kann, die K' auf sie ausübt, so bewegt sie sich jetzt vom Rande des Feldes nach dem *Innern* (vorher: von dem Innern des Feldes nach dem *Rande*). Um sie von einem Punkte P des Feldes *zum Rande zurückzuschaffen*, müssen wir also die anziehende Kraft überwinden, die K' auf sie ausübt; wir müssen dazu eine Arbeit leisten, und zwar eine um so größere, je größer der Abstand jenes Punktes vom Rande ist. Diese Arbeit ist, wenn die Molekel wieder mit $+1$ El.-Einheit geladen ist, genau so groß wie diejenige Arbeit, die wir würden leisten müssen, um die Molekel *vom Rande aus* nach dem Punkte P hinzuschaffen, wenn K' *positiv* geladen wäre, und die wir das Potential des Punktes genannt haben. Der Gegensatz zwischen den Arbeiten, die wir in den beiden Fällen leisten, ist derselbe, wie wenn wir das eine Mal (wo wir *Abstoßung* zwischen dem Körper K und der Molekel überwinden) eine Sprungfeder zusammendrücken, das andere Mal (wo wir *Anziehung* überwinden) eine Sprungfeder auseinanderzerren. Die geladene Molekel offenbart den Gegensatz zwischen den beiden Fällen dadurch, daß sie, an einem Punkte P des Feldes sich selbst überlassen, im ersten Falle von P aus die Richtung zum Rande des Feldes hin einschlägt, im zweiten Falle die entgegengesetzte. Mit Bezug auf den Feldpunkt P drücken wir den Gegensatz dadurch aus, daß wir sein Potential im ersten Falle positiv nennen, im zweiten Falle negativ.

Aber zwischen $+$ und $-$ liegt irgendwo die Null. Was bedeutet das *Potential Null*? Antwort: das Potential der *Erde*. Die Erde ist ein Leiter. Wird ihr Elektrizität zugeführt, so lädt sie sich, sie muß also, wie *jeder* geladene Körper, andere geladene Körper anziehen oder abstoßen, muß also ein Potential haben. Da sie eine ungeheure Ausdehnung hat, bleibt ihr Potential ungeändert, wieviel Elektrizität sie auch aufnimmt oder abgibt — einem Wärmebehälter von ungeheurer Größe vergleichbar, dessen Temperatur sich nicht ändert, gleichviel, wieviel Wärme er aufnimmt oder abgibt. Darum benützt man ihr Potential als „Nullpunkt“, wie man die Temperatur des schmelzenden Eises als Nullpunkt benützt, ohne aber damit sagen zu wollen, daß das schmelzende Eis überhaupt keine Temperatur oder die Erde überhaupt kein Potential hat. Wir benützen das Potential der Erde als *Potentialmarkstein*: wir *nennen* ein Potential positiv, wenn es *darüber*, und negativ, wenn es *darunter* liegt.

Wie *erfahren* wir, ob das Potential eines Punktes über oder unter dem der Erde liegt? Ähnlich, wie wir erfahren, ob die Temperatur einer Wärmequelle über oder unter der des schmelzenden Eises liegt. Bringt man eine Metallkugel, die man daraufhin untersuchen will, in ein Quecksilberbad, das die Temperatur des schmelzenden Eises hat, und fließt Wärme *von der Kugel* zum Quecksilber (was man aus dem Steigen eines Thermometers in dem Bade folgert), so liegt die Temperatur der Kugel *über* 0° . Fließt Wärme *vom Quecksilber* zur Kugel, so liegt die Temperatur *unter* 0° , und findet *kein* Wärmetransport statt, so ist die Temperatur der Kugel *gleich* der des schmelzenden Eises. Ganz ähnlich ist es mit der Elektrizität: sie fließt von selber nur vom höheren zum niedrigeren Potential, und darauf gründet sich unsere Untersuchung, ob ein Potential über oder unter dem der Erde liegt. Wir besitzen Instrumente, die anzeigen, ob in einem Draht, der zwei Punkte leitend verbindet, die Elektrizität fließt oder nicht, können also erkennen, ob das Potential der beiden Punkte verschieden ist oder nicht; auch die *Richtung* des Fließens zeigen die Instrumente an, sie zeigen also, *welcher* Punkt das höhere Potential hat. Ein solches Hilfsmittel zeigt uns, ob das Potential eines geladenen Körpers oder eines Feldpunktes über oder unter dem der Erde liegt. Das Potential eines gegebenen Körpers interessiert uns aber nur ausnahmsweise mit Bezug auf das der *Erde*, gewöhnlich mit Bezug auf das eines anderen Körpers oder Punktes des *elektrischen Feldes*, es handelt sich ja immer um Wechselwirkungen zwischen *irgend* zwei geladenen Körpern, und nur ausnahmsweise ist einer davon die Erde. Bei einer solchen Messung benutzt man also das Potential des einen der beiden Körper als Nullpunkt, und man mißt, wie hoch oder wie tief unter ihm das Potential des anderen liegt. Es ist etwa so, wie wenn uns nur die Temperaturdifferenz zweier Körper *gegeneinander*, nicht die jedes einzelnen *gegen schmelzendes Eis* interessierte.

Die Temperatur eines Zimmers interessiert uns gewöhnlich nur relativ zu der unseres Körpers, d. h., nur die Temperaturdifferenz zwischen dem Zimmer und unserem Körper interessiert uns. Wir erfahren sie ziffernmäßig nur auf dem Umwege in ihrer beider Beziehung zu 0° , denn die Thermometer sind so eingerichtet. Aber Potentialdifferenzen zwischen zwei Punkten kann man direkt messen, indem man die Punkte durch ein Elektrometer miteinander verbindet. Man erfährt so die Differenz der Potentiale, die sie relativ zu dem der Erde haben. Man sagt statt Potentialdifferenz auch Spannungsdifferenz, oder Spannung schlechthin, oder auch, sofern sie die Elektrizität in Bewegung setzt, elektromotorische Kraft.

Einheit der Potentialdifferenz. Um nach Maß und Zahl anzugeben, wie weit über oder unter dem Potential der Erde das Potential eines gegebenen Punktes liegt, benutzt man die Potentialeinheit. Sie ist für Potentialmessungen das, was „ein Grad“ für Temperaturmessungen ist. Das Potential ist eine Arbeit und die Arbeit mißt man in erg (S. 38). Mit Hilfe des Arbeitsbegriffes definieren wir nun die Einheit des elektrostatischen Potentials so: Irgendwo befinde sich ein isolierter geladener Körper; erfordert es die Arbeit 1 erg, um eine mit der Elektrizitätseinheit geladene Molekel von der Erde aus auf diesen Körper zu schaffen, so liegt das Potential des Körpers um eine elektrostatische Potentialeinheit über dem der Erde; der Körper hat dann „das Potential Eins“. Man benützt zur Messung der in der Praxis vorkommenden Potentiale und Potentialdifferenzen $1/300$ dieser Einheit, man nennt ihn 1 Volt, definiert also: 1 Volt = $1/300$ elektrostatische Potentialeinheit.

Beispiele aus der Praxis: Die Potentialdifferenz (elektromotorische Kraft, EMK) zwischen den Polen eines galvanischen Elements beträgt 1—2 Volt. Um elektrische Glühlampen zum Leuchten zu bringen, muß man die Endpunkte ihres Fadens auf eine gewisse Potentialdifferenz bringen: die an die Elektrizitätswerke angeschlossenen Lampen sind meist so gebaut, daß sie zum normalen Leuchten eine Potentialdifferenz zwischen 200 und 240 Volt beanspruchen. Um Straßenbahnwagen elektrisch zu betreiben, muß man die Schienen und den über dem Wagen mit den Schienen parallel gezogenen Draht, den Fahrdraht, auf eine gewisse Potentialdifferenz bringen, man benützt dazu gewöhnlich etwa 500 Volt.

Alle Instrumente zur Messung von Potentialdifferenzen und unmittelbaren Anzeige der Voltzahl heißen Voltmeter. Manche von ihnen benutzen die elektrostatische Anziehung oder Abstoßung zwischen geladenen Körpern wie die S. 391 besprochenen Elektrometer. Auch das Quadrantelektrometer wird zum Voltmeter, wenn man seine Skala in Volt eicht. Wie man sie eicht, wollen wir ungefähr angeben: Zwei entgegengesetzt geladene, benachbarte Körper ziehen einander an. Die Größe der anziehenden Kraft hängt von der Größe der Potentialdifferenz zwischen beiden ab, von ihrer Form, ihrer Größe und ihrer Lage zueinander. Sind es zwei einander parallele Platten wie *A* und *B* in Abb. 431, und sind ihre Größe und ihr Abstand voneinander bekannt, so kennt man (aus der Theorie) den Zusammenhang der anziehenden Kraft mit den anderen Größen. Es sei *B* gleich 100 cm^2 , und der Abstand zwischen *A* und *B* in der Ruhelage der Waage sei 0,5 cm. Lädt man dann *A* und *B* derart, daß *B* sinkt und sind dann 721 mg* auf der rechten Wagschale erforderlich, um die Waage wieder ins Gleichgewicht zu bringen, so besteht zwischen *A* und *B* eine Potentialdifferenz von 2000 Volt. Um nun die Skala des Elektrometers zu eichen, verbindet man das Gehäuse mit der einen, das Aluminiumblatt mit der anderen der beiden parallelen Platten und verzeichnet auf der Skala 2000 Volt, wenn die Waage Gleichgewicht anzeigt.

Flächen gleichen Potentials. Kraftlinien. Ganz so wie man ermittelt, ob das Potential eines Punktes über oder unter dem der Erde liegt, findet man, daß viele Punkte in dem Felde (Abb. 434) dasselbe Potential haben wie der Punkt *B*, also viele für die positive Einheit mit dem Arbeitsaufwand *P* zu erreichen sind. Sucht man diese Punkte alle auf, so findet man, daß sie eine Fläche bilden, die den Leiter wie eine Schale umgibt; ebenso findet man eine Fläche, deren Punkte alle dasselbe Potential haben, das *C* hat, usw. Jede solche Fläche heißt äquipotentielle Fläche oder Niveaufläche. Auch die Oberfläche des isolierten Leiters ist eine Niveaufläche. Die Elektrizität ist ja unserer Annahme nach (S. 393 u.) auf ihm in Ruhe. Die Punkte seiner Oberfläche müssen also alle dasselbe Potential haben, denn sonst würde die Elektrizität von den Punkten höheren Potentials zu denen niedrigeren Potentials fließen.

Die Niveauflächen umschließen einander und den Leiter wie die Schalen einer Zwiebel, es sind nur mathematische Gebilde, aber wir übersehen mit ihrer Hilfe gewisse Vorgänge im Felde besser, als es ohne sie möglich wäre — zunächst einige *allgemeine geometrische* Eigenschaften über Richtung und Stärke der elektrischen Kraft. Der punktartige geladene Körper werde in D' (Abb. 434) sich selbst überlassen. Er geht dann (S. 395 m.) zu einem Punkt kleineren Potentials, verläßt also die durch D' gehende Niveaufläche vom Leiter *weg* randwärts. Aber in welcher Richtung? Er steuert auf irgendeinen Punkt derjenigen Niveaufläche C , die randwärts der durch D' gehenden unmittelbar benachbart ist (in der Zeichnung der Anschaulichkeit halber von der durch D' beträchtlich getrennt). Aber auf *welchen* Punkt steuert er zu? Auf a oder auf b oder auf welchen sonst? Da er frei beweglich ist, geht er natürlich *in der Richtung* der Kraft, die in D' auf ihn wirkt. Diese Kraft wirkt nur zwischen Punkten *ungleichen* Potentials. Wirksam kann sie daher nur *senkrecht* zur Niveaufläche sein. Eine schief dazu gerichtete Kraft hätte eine Komponente, die *in* die Niveaufläche fällt, tangential dazu (die also Punkte *gleichen* Potentials verbindet) und eine, die senkrecht dazu gerichtet ist — *diese allein ist wirksam*. Kurz: der Weg des punktartigen Körpers ist in jedem Punkte *senkrecht* zu der *Niveaufläche*, durch die er gerade hindurchtritt. Abb. 434 zeigt solche Bahnkurven. Jede gibt zugleich in jedem ihrer Punkte (durch die Tangente) die Richtung der elektrischen *Kraft* in dem betreffenden Feldpunkte, sie heißt daher *Kraftlinie*. Man kann die Kraftlinien sogar *sichtbar* machen; wir beschreiben das an einem Beispiel auf S. 398 u.

Wie *groß* ist nun die elektrische Kraft senkrecht zu einer Potentialfläche? Um die Kraft zu finden, die die geladene Molekel von D nach C treibt, gehen wir auf die Definition des Potentials zurück. P_C sei die Arbeit, die wir leisten müssen, um eine mit der Elektrizitätseinheit geladene Molekel aus unendlichem Abstände (einfacher: vom Rande des Feldes) nach C zu schaffen. P_D die größere Arbeit, um sie vom Feldrande nach D zu schaffen. (P_C und P_D sind also die Potentiale in C und in D .) Um sie, in C angelangt, noch nach D zu schaffen, müssen *wir* also zu der bereits geleisteten Arbeit P_C noch so viel Arbeit leisten, daß P_C auf P_D anwächst, d. h. um sie von C nach D zu schaffen, müssen *wir* die Arbeit $P_D - P_C$ leisten; der Weg, auf dem es geschieht, ist gleichgültig (S. 394 o.). Dieselbe Arbeit $P_D - P_C$ *leistet* nun die elektrische Kraft an der mit einer Elektrizitätseinheit geladenen *Molekel*, wenn sie diese von D nach C treibt. Enthält sie e Einheiten, so ist die Arbeit, die die elektrische Kraft leistet, wenn sie die Molekel von einem Orte mit dem Potential P_D zu einem solchen mit dem Potential P_C überführt, *emal* so groß, also $e \cdot (P_D - P_C)$.

Sind für das ganze Feld die Niveauflächen und die Kraftlinien ermittelt, wie in der Abb. 434, so ist das Feld gleichsam topographisch aufgenommen. Für Punkt F z. B. gibt die Richtung der durch ihn gehenden *Kraftlinie* die Richtung an, in der sich das geladene Körperchen bewegt. Und weiter: Denken wir uns die *Niveauflächen* der Abb. 434 so aufgenommen, daß die Potentialwerte von einer Fläche zur nächsten um gleich viel verschieden sind, so erkennt man, daß dieses Körperchen, um dieselbe Potentialdifferenz zu durchlaufen, nahe am Leiter nur kürzere Strecken zu durchlaufen braucht, als fern von ihm. Auf einer Landkarte würde das bedeuten, daß das *Gefälle* an den verschiedenen Stellen verschieden ist. — Vergleicht man den geladenen Leiter mit einer Wärmequelle, so haben die Niveauflächen ihr Seitenstück in den Flächen gleicher Temperatur, die die Wärmequelle umgeben: zu jeder Fläche gehört eine *bestimmte* Temperatur, für jeden ihrer Punkte dieselbe, aber von Fläche zu Fläche ist die Temperatur verschieden; auf Flächen, die der Wärmequelle näher liegen, ist sie größer als auf entfernteren; Linien, die auf jeder Fläche senkrecht stehen, geben an

jeder Stelle die *Richtung* des Wärmestromes an, und der Abstand je zweier (längs dieser Linie gemessen), zwischen denen 1^0 Temperaturunterschied herrscht, mißt das Gefälle des Wärmestromes.

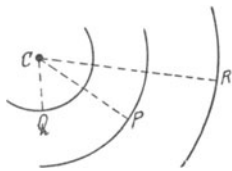


Abb. 435. Niveaulinien und Kraftlinien im Felde einer geladenen Kugel.

Beispiele für Kraftlinien. Niveaulinien und Kraftlinien in speziellen Fällen zu ermitteln, ist schwierig. Nur an zwei einfachen Beispielen wollen wir ihre Form erläutern.

Der Leiter sei eine positiv geladene Kugel (Abb. 435), und das Feld erstrecke sich um ihn ins Unendliche. Wir nähern ihm die positiv geladene Molekel auf dem Wege, der durch einen Radius der Kugel gegeben ist, etwa bis P. Dazu müssen wir eine Arbeit leisten, deren Größe durch das Potential im Punkte P gemessen wird. Wir hätten eine ebenso große Arbeit leisten müssen, wenn wir die Molekel dem Leiter auf einem anderen Radius bis auf denselben Abstand genähert hätten. Das heißt: dasselbe Potential, das in P herrscht, herrscht in allen Punkten, die denselben Abstand, radial gemessen, von der Kugel haben wie P, also auf der Kugelfläche mit dem Radius CP um C. Diese Kugelfläche ist also eine *äquipotentielle Fläche* oder *Niveauläche*. Offenbar ist das jede Kugelfläche um C. Aber auf jeder ist das Potential anders: auf der Fläche R kleiner als auf der Fläche P, auf der Fläche Q aber größer als auf der Fläche P, da eine kleinere Arbeit nötig ist, die Molekel nur bis auf den Abstand CR, als bis auf den kleineren CQ an die Kugel heranzubringen. Ebenso übersichtlich wie die Form der Niveaulinien ist hier die der Kraftlinien: die Kraftlinien stehen senkrecht zu den Niveaulinien, das sind hier aber Kugelflächen; die Kraftlinien sind also hier die Radien der Kugelflächen.

Wie groß ist das Potential in einem gegebenen Punkte?

Es seien e Elektrizitätseinheiten gleichmäßig über die Kugeloberfläche verteilt. Die Rechnung lehrt dann, daß das Potential in einem Feldpunkte, der um die Strecke a , die größer ist als der Kugelradius vom Kugelzentrum absteht, gleich e/a ist. Der Sinn dieser Zahl ist: um die mit der positiven Elektrizitätseinheit geladene Molekel aus unendlichem Abstände der mit der positiven Elektrizitätsmenge e geladenen Kugel bis auf a cm vom Mittelpunkt zu nähern, ist die Arbeit e/a erg nötig. Ist (wie auf S. 393 m.) die Ladung $e = 12$ Elektrizitätseinheiten und der Kugelradius 1 cm, so muß man, um die Molekel der Kugel bis auf 10 cm Abstand vom *Mittelpunkt* zu nähern, die Arbeit $12/10$ erg leisten, d. h. der Punkt in 10 cm Abstand vom Kugelmittelpunkt hat das Potential 1,2. Ebenso finden wir: der Punkt hat

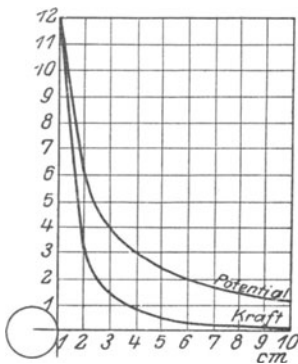


Abb. 436. Verlauf des Potentials in einem gegebenen Felde.

im Abstand	9	8	6	4	3	2	1 cm vom Kugelmittelpunkt
das Potential	1,33	1,50	2,00	3,00	4,00	6,00	12,00.

Besonders interessieren zwei gleich stark und *entgegengesetzt* geladene Körper A und B, deren Felder *ineinandergreifen* (Abb. 421). Ist die Elektrizitätsmenge bekannt, mit der jeder geladen ist, so kann man für jeden Feldpunkt, dessen Abstand von A und B gegeben ist, sein Potential auf A und auf B berechnen und daraus das Potential, das er in dem aus beiden Feldern *zusammengesetzten* Felde hat. Diese Rechnung sei durchgeführt, und daraus seien die Potentialflächen konstruiert. Wir legen nun eine Horizontalebene durch A und B, in Abb. 437 die Ebene der Zeichnung. Sie durchschneidet das Feld und somit die Potentialflächen, und so entstehen gewisse Kurven — die stark ausgezogenen Kurven 1, 2, 3 usw. Die Punkte von 1 haben alle dasselbe Potential, ebenso die von 2 untereinander usw. Gehen von dem positiv geladenen A elektrisch geladenen Molekeln aus, so werden sie sich von A, dem Punkte des höchsten Potentials hin, weg bewegen zu Punkten niedrigeren Potentials hin, bis sie den Punkt des tiefsten Potentials erreicht haben, Punkt B, sie bewegen sich dabei längs den *Kraftlinien*, den *punktierten* Kurven der Abbildung (sie durchschneiden die einzelnen Kurven gleichen Potentials sämtlich unter einem rechten Winkel).

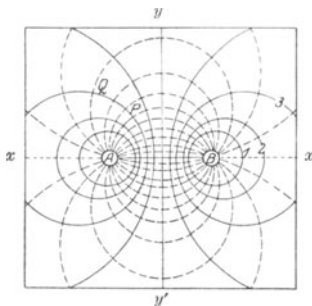


Abb. 437. Das Feld zweier benachbarter gleich starker, entgegengesetzter Ladungen A u. B.

Man kann diese Kraftlinien *sichtbar* machen. A und B seien Stahlkugeln, in eine Spiegelglasplatte (sauberster und trockenster Beschaffenheit!) eingefügt und mit den Polen

einer Elektrisiermaschine verbunden. Man lädt sie auf eine entsprechend hohe Potentialdifferenz und bestäubt die Platte mit feinstem, trockenstem Gipspulver. Erhüttert man dann das Pulver durch sanftes Klopfen gegen die Glasplatte, so ordnen sich die Gipskriställchen den gestrichelten Kurven ähnlich (s. magnetische Kraftlinien).

Wir haben nur von *positiv* geladenen Molekeln gesprochen, aber eine negativ geladene, die von *B* ausgeht, oder die man an irgendeinen Punkt des Feldes bringt und dann sich selbst überläßt, bewegt sich natürlich auf denselben Kraftlinien, nur in der Richtung, die der Bewegung der positiv geladenen Molekel *entgegengesetzt* ist; für die negativ geladene Molekel liegt das größte Potential in dem negativ geladenen Körper *B*, und es nimmt den Kraftlinien entlang in der Richtung auf *A* hin ab.

Da sich ein geladener Körper stets vom höheren zum niederen Potential („bergab“) bewegt, erkennt man auch die Bedingung, unter der zwei geladene Körper zueinander hin- oder voneinander weggehen. *A* und *B* der Abb. 437 seien wieder zwei punktartige gleich stark und in *gleichem* Sinne, etwa positiv, geladene Körper. Um eine mit $+1$ El.-Einheit geladene Molekel dem Körper zu nähern, muß man offenbar, wenn man das von *y* oder *y'* her tut, mehr Arbeit leisten als von *x* oder *x'* her. Das heißt folgendes: Das Potential ist zwischen *A* und *B* am größten, es *wächst* in der Richtung von *x* und *x'* her nach den beiden Körpern hin. Macht man *A* und *B* genügend leicht beweglich und überläßt sie sich selbst, so bewegen sie sich, da sie sich dann „bergab“ bewegen, nach *x* und *x'* hin, sie entfernen sich also voneinander — wir *sagen*: sie stoßen einander ab. Sind *A* und *B* *entgegengesetzt* geladen, so nehmen die Potentialwerte beider Felder rings um *A* und *B* ab, beide Felder aber am stärksten nach der Mitte von *A* und *B* hin; auf der Linie *yy'* ist das Potential 0. Das heißt: die Felder fallen *nach dieser Linie* hin viel stärker ab als nach außen. Macht man *A* und *B* wieder genügend beweglich, so bewegen sie sich beide dort hin, wir *sagen*: sie ziehen einander an. — *A* und *B* verhalten sich wie zwei Massen, die man (Abb. 438a und b) auf eine gekrümmte Bahn bringt und dann der Wirkung der Schwere überläßt: bergab fallen sie beide Male, aber das eine Mal voneinander weg, das andere Mal zueinander hin.



Abb. 438.

Elektrisierung durch Induktion. (Influenz.) Daß sich zwei Körper infolge ihrer Elektrisierung zueinander hin- oder voneinander weg bewegen, hielt man bis FARADAY für eine „Wirkung in die Ferne“, bei der das Medium *zwischen* den beiden Körpern gar nicht *mitwirkt*. Unterstützt wurde diese Ansicht durch die Tatsache, daß man sogar einem *noch nicht elektrisierten* leicht bewegbaren Körper, z. B. einem pendelartig aufgehängten, einen elektrisierten nur zu *nähern* braucht, um ihn zu bewegen. Die Beobachtung (THALES), daß Bernstein, mit einem trocknen Tuche gerieben, leichte Körperchen, wie Korkschnitzel, zu sich heranzieht, wird sogar als die am längsten bekannte elektrische Erscheinung genannt. — Danach *scheint* (S. 85 u.) ein elektrischer Körper sogar auch auf einen *nicht* elektrisierten *in die Ferne* einzuwirken. Tatsächlich kommt aber die Bewegung *so* zustande: der unelektrisierte Körper wird zunächst *auch* elektrisiert, nämlich durch die *Annäherung* des elektrisierten — man sagt durch *Induktion* (oder *Influenz*) geladen —, und *dann* ziehen beide einander an. Wir haben danach: erst *Elektrisierung* als Wirkung „in die Ferne“ und dann *Massenbewegung* als Wirkung „in die Ferne“. Abb. 439 zeigt einen Fundamentalversuch. Ein ungeladener isolierter Leiter *A*, ein Messingzylinder auf einem Glasfuß — an den Enden mit elektrischen Pendelpaaren versehen — wird der geladenen Kugel *B* genähert. Man beobachtet dann:

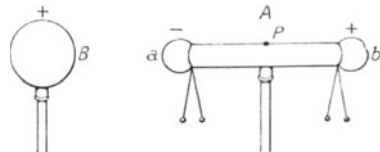


Abb. 439. Zum Nachweise der Elektrisierung durch Influenz.

1. Jedes Pendelpaar schlägt aus, *beide* Enden des Leiters *A* sind also geladen.

2. Das der Kugel *fernere* Pendelpaar zeigt (bei der S. 390 u. besprochenen Untersuchung) *dasselbe* Ladungsvorzeichen an wie die Kugel, das der Kugel *nähere* entgegengesetztes. Kurz: der Leiter *A* ist an den entgegengesetzten Enden entgegengesetzt geladen.

3. Der Ausschlag der Pendelpaare wird kleiner, je mehr man sie nach der Mitte des Zylinders rückt, und ist an gewissen Punkten des Zylinders Null. Die Gesamtheit dieser Punkte ohne Ladung, ungefähr in der Mitte des Zylinders, bildet die *neutrale Linie*.

4. Entfernt oder entlädt man die Kugel, so fallen die Pendel zusammen, der Zylinder wird wieder unelektrisch; die beiden entgegengesetzten Ladungen waren also gleich groß.

5. Leitet man den Zylinder zur Erde ab, gleichviel an welchem Ende, so fällt das Pendelpaar *b* zusammen, d. h. es *verschwindet* die der Kugelladung *gleichsinnige* Ladung. Die andere Ladung bleibt bestehen; sie wird von der *induzierenden* Elektrizität *gebunden*.

6. Entfernt man die Kugel erst, nachdem man den Zylinder abgeleitet hat, so schlägt auch das Pendelpaar *b* wieder aus, und zwar mit derselben Ladung wie das Pendelpaar *a*. Jetzt ist also die *ganze* Oberfläche des Zylinders der Kugel entgegengesetzt geladen.

7. Stehen mehrere Leiter hintereinander, Abb. 440, so verhält sich jeder wie der der Kugel nächste.

Induktion erfolgt auch dann, wenn wir (Abb. 441) zwischen den induzierenden Körper *e* und den induzierten *ab* eine Glasplatte *d* bringen. Sie erfolgt überhaupt durch jeden isolierten Körper hindurch — er sei fest, flüssig oder gasförmig, also auch durch die atmosphärische Luft hindurch.

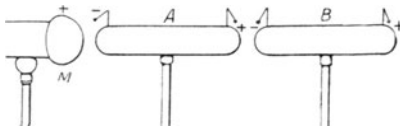


Abb. 440.

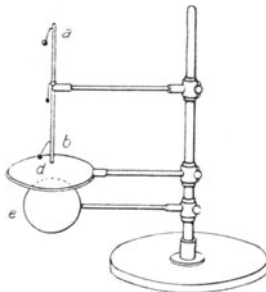


Abb. 441.

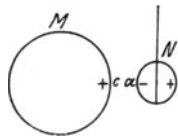


Abb. 442.

Abb. 440–442. Elektrisierung durch Influenz.

Macht man (Abb. 442) eine Glaskugel *M* $+$ -elektrisch und nähert man sie dann einem unelektrischen, leicht beweglich aufgehängten Körperchen *N*, so wird dieses zunächst durch Induktion elektrisch. Die Ladung der Glaskugel zieht die negative *a* des induzierten Körpers wegen des kürzeren Abstandes von ihr stärker *an*, als sie die weiter entfernte positive *b* *abstößt*; deswegen *zieht* das Glas *den Körper an*. Bei der nun eintretenden Berührung macht ein entsprechendes Quantum der $+$ -Ladung der Glaskugel die $-$ -Ladung des Körpers unwirksam. Die auf dem Glase im Überschuß befindliche $+$ -Ladung hat es nun allein mit der $+$ -Ladung des induzierten Körpers zu tun, d. h. sie *stößt* infolgedessen *den Körper ab*. Man sieht diese Anziehung und die bald darauf erfolgende Abstoßung, wenn man Siegellack oder Hartgummi mit Wolle reibt und dann Papierschnitzeln oder ähnlichen leicht beweglichen Körpern nähert.

Dichte der Elektrizität. Daß das elektrische Pendel *nicht* (s. o. unter 3.) an allen Punkten des Zylinders *gleich* stark ausschlägt, zeigt, daß nicht an allen Punkten die Ladung gleich groß ist. Sie ist an den Enden des Zylinders am größten, auf der neutralen Linie Null und hat mittlere Werte an Punkten zwischen der neutralen Linie und den Enden. In diesem Sinne spricht man von *Dichte* der Elektrizität in einem Punkte. Trotz der Verschiedenheit der Dichte ist die Elektrizität auf der Oberfläche des Zylinders in Ruhe, nachdem sich die positive und die negative Elektrizität geschieden haben, ein Beweis, daß an allen Punkten der Oberfläche das *Potential gleich* groß ist. Das befremdet zunächst: der Punkt *P* (Abb. 439) z. B. soll, obwohl in ihm die *Dichte* der Elektrizität Null ist, doch ein von Null verschiedenes *Potential* haben, d. h. es soll Arbeit dazu gehören, ihm, der keine Ladung enthält, eine mit der positiven Elektrizitätseinheit ge-

ladene Molekel zu nähern. Aber man bedenke, daß seine Nachbarn geladen sind, daher die Molekel abstoßen und *ihrerseits* zur Annäherung der Molekel an jenen Punkt Arbeit fordern.

Auch auf einem alleinstehenden geladenen Körper ist die Dichte der Elektrizität an den verschiedenen Punkten seiner Oberfläche im allgemeinen verschieden. Ihre Form ist darauf von Einfluß: Eine Kugel hat an der Oberfläche überall die gleiche Dichte, ein Zylinder an den Enden größere als in der Mitte, eine Scheibe an den Rändern stärkere als in der Mitte der Oberfläche, ein Kegel am Rande des Mantels stärkere als an den Seiten, die stärkste aber an der Spitze. Allgemein gilt: Die Dichte der Elektrizität auf einem Körper ist dort am größten, wo er am stärksten gekrümmt ist.

Eine Spitze nimmt hier eine Sonderstellung ein. Infolge der großen Dichte der Elektrizität in einer Spitze wird die Luft dort *leitend*, infolgedessen geht die Elektrizität direkt auf die Luftmolekeln über, die nun, von der gleichnamig geladenen Spitze abgestoßen, sich entfernen. An ihre Stelle treten andere und andere, so daß die Spitze andauernd Elektrizität abgibt und eine andauernde Luftbewegung um sich herum unterhält. Die Luftbewegung



Abb. 443a.

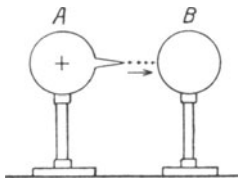


Abb. 443b.

Wirkung einer geladenen Spitze.

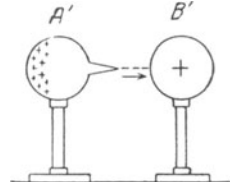


Abb. 443c.

kann sich bis zu einem deutlichen Winde steigern (Abb. 443a). Die Spitze wirkt aber auch *ladend*. Bringt man einen spitzen geladenen Körper *A* (Abb. 443b) einem ungeladenen *B* sehr nahe, so führt dieser Luftstrom die Ladung auf den ungeladenen, so daß sich *A* entlädt und *B* lädt. — Bringt man dagegen (Abb. 443c) einen ungeladenen spitzen Körper *A'* einem geladenen nahe, so wird in *A'* durch Induktion negative und positive Elektrizität erzeugt. Die negative fließt aus der Spitze zu dem Körper *B'* und entlädt ihn allmählich, und auf *A'* bleibt allein positive Elektrizität übrig. Es ist also, wie wenn die Ladung von *B'* einfach auf *A'* übertragen worden wäre. Man sagt: die Spitze hat diese Ladung *aufgesaugt*. Die aufsaugende Wirkung der Spitze unterstützt auch die Wirkung des Blitzableiters (S. 450). Die Saugwirkung ist so stark, daß man sie bisweilen technisch ausnutzt. Zum Beispiel so: mit der durch Reiben auf einer Glasfläche erzeugten Elektrizität kann man einen anderen Körper laden, wenn man die Elektrizität, sobald sie entsteht, von dem Glase weg und dem Körper zuführt. Dazu eignet sich gut eine von TYN-DALL empfohlene Anordnung (Abb. 444). An dem Seidenlappen *R*, dem *Reibzeug*, sitzt ein schmaler Streifen *P* dünnen Bleches aus Kupfer oder Messing. Er ist an der einen Seite (beim Reiben, Abb. 445, dem Glase zugewendet) mit feinen Nadelspitzen besetzt, umschließt also das Glasrohr, wenn das Reibzeug darum liegt, mit einem Stachelkranz. Beim Reiben mit dem Seidenlappen gleitet der Stachelkranz dauernd an dem Teile des Rohres hin und her, der von der Seide berührt gewesen und soeben davon getrennt, also positiv elektrisch geworden ist. Die Stacheln saugen die positive Elektrizität auf, und von ihnen gelangen sie durch den Draht *W* zu *B*. (Anwendung in den Elektrisiermaschinen, s. S. 409/11.)

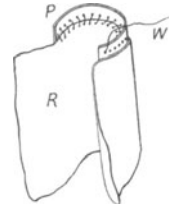


Abb. 444. Reibzeug mit Metallspitzen, die die Ladung aufsaugen.

Bindung und Rückbindung der Elektrizität durch Influenz. Dem *ersten Anschein* nach ist auch Elektrisierung durch Induktion (Influenz) eine Wirkung „in die Ferne“. Aber wenn die auf *B* befindliche

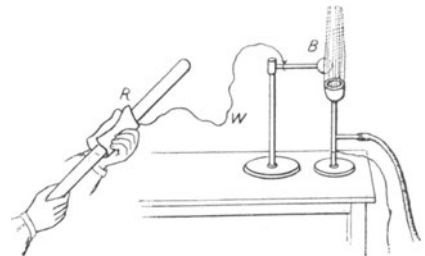


Abb. 445. Das Reibzeug der Abb. 444 zur Gasfernzündung durch den elektrischen Funken (S. 409 o.).

Ladung (Abb. 439) auf *A* wirklich „unvermittelt“ einwirkte, *A* also lüde, ohne daß etwas anderes dabei im Spiele wäre als *A* und *B*, dann müßte es gleichgültig sein, womit der Zwischenraum zwischen ihnen ausgefüllt ist. Aber die Zwischensubstanz spielt eine wichtige Rolle. Um das zu übersehen, kehren wir zu dem S. 400 unter 5. beschriebenen Vorgange zurück.

Die von der positiv geladenen Kugel *B* auf den Körper *A* induzierte negative Ladung ist so stark gebunden, daß sie auch dann nicht abfließt, wenn man *A* zur Erde ableitet; nur die positive Elektrizität fließt ab. Dieser Bindung von Elektrizität durch Induktion wenden wir jetzt unsere Aufmerksamkeit zu.

„Bindung“ ist stets *wechselseitig*. Die *induzierte* Elektrizität hat daher Einfluß auf die *induzierende*: sie *bindet* einen Teil davon (*Rückbindung*) und macht ihn dadurch nach außen wirkungslos. Die Kraft, die der induzierende Leiter nach *außen* ausübt, z. B. die Abstoßung auf $+1$ El.-Einheit, die man ihm nähert, wird dadurch viel schwächer, als sie vorher war. Mit anderen Worten: sein Potential ist gesunken. Er muß aufs neue Elektrizität aufnehmen, ehe sein Potential die

frühere Größe hat; er wird dadurch zu einem *Ansammlungsapparat* (Kondensator): Eine Quelle positiver Elektrizität werde, auch wenn sie Elektrizität abgibt (durch irgendeine Vorkehrung), andauernd auf konstantem Potential erhalten. Wir verbinden (Abb. 446) den Leiter *A* mit ihr; dann strömt so lange positive Elektrizität durch die leitende Verbindung nach *A*, bis *A* dasselbe Potential hat wie die Elektrizitätsquelle. Jetzt nähern wir *A* dem Leiter *B*. Die positive Elektrizität auf *A* bindet die negative auf *B*, die positive leiten wir zur Erde ab. Dadurch, daß ein Teil der positiven Ladung auf *A* *rückgebunden* ist, sinkt das Potential von *A*, und es kann aufs neue positive Elektrizität auf *A* einströmen. Durch die neueingeströmte Elektrizität wird in *B* aufs neue

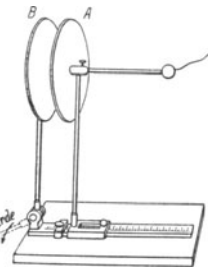


Abb. 446. Ansammlungsapparat (Kondensator der Elektrizität) von RIESS.

negative Elektrizität nach der einen Seite gezogen, positive nach der anderen abgestoßen. Wird diese abgestoßene Elektrizität wieder zur Erde abgeleitet, so wiederholt sich der Vorgang der Bindung und der Rückbindung. Das Potential von *A* sinkt aufs neue, und *A* muß aufs neue Elektrizität aufnehmen, um sein Potential auf die frühere Höhe zu bringen.

Das geht aber nicht ins Unendliche fort. Nicht alle Elektrizität auf *A* wird durch Rückbindung nach außen wirkungslos, nur ein Teil. Der Rest bleibt frei, und daher wächst bei jeder neuen Verbindung von *A* mit der Elektrizitätsquelle der Betrag an *freier* Elektrizität auf *A*, und schließlich erreicht *A* sein früheres Potential, *obwohl* er die Elektrizität von *B* gebunden hält. *A* enthält dann mehr *Elektrizität* als vorher, obwohl sein *Potential* dasselbe ist. Entfernt man *B* wieder, so wird die bisher gebundene (oder besser: *rückgebundene*) Elektrizität frei, und das Potential von *A* steigt. Man kann einen Leiter so auf ein

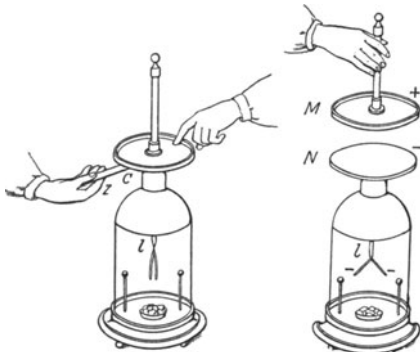


Abb. 447. Bindung und Rückbindung der Elektrizität.

viel höheres Potential aufladen, als die Elektrizitätsquelle besitzt, durch die die Ladung erfolgt.

Dieses Verfahren gebraucht man, um z. B. in dem Goldblattelektroskop (Abb. 447) ein Potential zu verstärken, das sonst gar nicht oder nur undeutlich angezeigt werden würde.

Man befestigt auf dem die Goldblättchen tragenden Stabe l eine Metallplatte N , bedeckt sie oben mit einer Firnissschicht und setzt darauf eine zweite Metallplatte M mit einem isolierenden Handgriff. N verbindet man dann mit der Elektrizitätsquelle, M mit der Erde (Abb. 447 links). Wir haben dann die in Abb. 446 zur Erläuterung der Bindung und der Ansammlung der Elektrizität benützte Anordnung. N entspricht dem Leiter A , der mit der Elektrizitätsquelle verbunden ist, M dem Leiter B , in dem die Elektrizität durch Influenz erzeugt und, trotz seiner Ableitung zur Erde, gebunden wird, die Firnissschicht zwischen N und M der Luftschicht zwischen A und B . Trennt man nun N von der Elektrizitätsquelle, und entfernt man M , so wird die ganze in N gebundene Elektrizität frei und übt auf die Goldblättchen eine Wirkung aus, die um so größer ist, je größer die Fläche der beiden Metallplatten und je dünner die Firnissschicht ist.

Das Dielektrikum als Träger des elektrischen Feldes. Lädt sich die Platte A (Abb. 446) zu einem gegebenen Potential V , während nur *Luft* sie von B trennt, so nimmt sie eine gewisse Menge Elektrizität auf. Füllt man dann den Zwischenraum zwischen ihr und B durch Paraffin oder durch Glas oder durch einen anderen isolierenden Stoff aus, so nimmt sie eine größere Elektrizitätsmenge als vorher auf, um dasselbe Potential zu erreichen. Diese Beobachtungen haben FARADAY von der „Fernwirkung“ elektrischer Kräfte weg zu neuen Anschauungen über das Wesen der Induktion geführt, die auch heute noch ihre grundsätzliche Bedeutung haben. FARADAY geht davon aus, daß ein magnetisierter Stahlstab, den man in zwei Stücke bricht, stets zwei neue Magnete liefert, *jeder* mit einem Nordpol und einem Südpol (Abb. 448). Man kann sich den

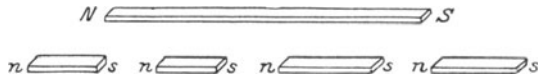


Abb. 448. Zur Beschaffenheit des Magneten.

ganzen Magnetstab NS aus kleinen Magneten ns hergestellt denken, die Magnetisierung des Stahlstückes also schließlich auf die Magnetisierung der *Molekeln* zurückführen. FARADAY nimmt nun an, daß infolge der Elektrisierung des Leiters in dem angrenzenden Isolator — er nennt ihn *Dielektrikum* — ein elektrischer Spannungszustand entsteht, indem sich ähnlich in den Molekeln des Isolators positive und negative Pole ausbilden, die ihrerseits auf die angrenzenden Leiter einwirken (Abb. 449).

Es sei A ein positiv, B ein negativ geladener Leiter und ab eine von A zu B reichende Molekelreihe des Isolators. Haben sich in den Molekeln die Pole ausgebildet — FARADAY nennt diesen Zustand *dielektrische Polarisation* —, dann wenden je zwei Nachbarmolekeln derselben Reihe einander entgegengesetzte Pole zu und ziehen einander an, und die Enden a und b der Reihe ziehen A und B an. Die Molekelreihe ab bildet also infolge ihrer Polarisation gleichsam ein Band, das sich zusammenzuziehen und die elektrisierten Körper A und B einander zu nähern strebt; dasselbe tut jede andere Molekelreihe, die von A nach B hinüberreicht. In der Richtung AB herrscht somit ein Kontraktionsbestreben.

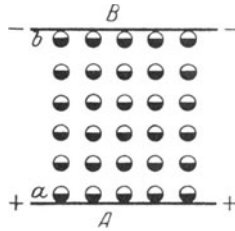


Abb. 449. Zur dielektrischen Polarisation.

Der Spannungszustand, in den der Isolator gerät, ist eine Haupteigenschaft des elektrischen Feldes. Die Linien, denen entlang die polarisierten Moleküle des Isolators einander anziehen, sind nichts anderes als die Kraftlinien, längs deren sich eine frei bewegliche, geladene Molekel im elektrischen Felde bewegt. Diese Kraftlinien werden im allgemeinen nicht geradlinig verlaufen, sondern mehr oder weniger stark gekrümmt. Dabei ist es im wesentlichen gleichgültig, ob der Zwischenraum zwischen den beiden Leitern mit Luft gefüllt ist, oder mit einem anderen (festen, flüssigen oder gasartigen) Isolator. Alles das brachte FARADAY von der Vorstellung einer unmittelbaren Fernwirkung elektrischer Kräfte ab; er ersetzte diese Vorstellung durch eine Theorie, nach der die Kraft-

wirkung durch die dielektrische Polarisation des Zwischenmediums übertragen wird. Er selbst sagt hierüber:

„Unter den Folgerungen aus der Vorstellung, daß Induktion ein molekularer Vorgang sei, ist die vermutete Wirkung in *krummen* Linien für jetzt die wichtigste. Denn wenn diese sich unzweideutig dartun ließe, so sehe ich nicht, wie die alte Theorie einer nur in geraden Linien erfolgenden Wirkung in die Ferne bestehen könne, oder wie man den Schluß, daß gewöhnliche Induktion eine Wirkung aneinandergrenzender Teilchen sei, abweisen könne.“ Und an anderer Stelle: „Die von einem elektrischen Körper ausgehende und in die Ferne sich äußernde Kraft, kann man sich unter dem Bilde von Kraftlinien vorstellen. Diese Linien oder die durch sie repräsentierten Kräfte bleiben erhalten, solange sie sich in einem isolierenden Medium befinden oder dasselbe durchsetzen. Sie setzen sich so lange fort, bis sie auf leitende Substanz treffen, auf der sie einen den ihres Ursprungsortes entgegengesetzten Zustand von äquivalentem Grade erregen, und so findet ihre Isolation eine Grenze, oder sie setzen, wenn ein solcher Körper nicht vorhanden ist, ihren Lauf fort.“

FARADAY beweist immer wieder durch neue Tatsachen: bei der Polarisation ist das Dielektrikum das Entscheidende, der Leiter spielt nur als *Begrenzung des Dielektrikums* eine Rolle. Im *Innern* des Dielektrikums neutralisiert die positive Ladung der einen Molekel die negative ihres Nachbarn auf der Kraftlinie. Nur wo das Dielektrikum an den Leiter grenzt, nehmen wir die *Ladung* wahr — die *Ladung des Leiters*. In einer Kraftlinie, z. B. der Molekelreihe *ab* (Abb. 449), bedeuten der Anfangspunkt auf dem Leiter *A* und ihr Endpunkt auf dem Leiter *B* *Ladungen*, und zwar *zusammengehörige* (korrespondierende) Punkte.

Moderne Vorstellung vom Wesen der dielektrischen Polarisation. Heute sehen wir (auf Grund unserer seit FARADAY wesentlich erweiterten Kenntnis der elektrischen Vorgänge) die Elektrizität als etwas Körperliches an, wir schreiben ihr atomistische Struktur zu und nehmen die Existenz positiver und negativer Elementarteilchen von bestimmter Größe an. Positive (bzw. negative) „Ladung“ des Leiters *A* (bzw. *B*) ist nach dieser Auffassung identisch mit einer Schicht positiver (resp. negativer) Elementarteilchen auf der Oberfläche des Leiters *A* (bzw. *B*). Die Endpunkte der Kraftlinien, die entgegengesetzte Ladungen miteinander verbinden, tragen danach positive Teilchen einerseits und negative andererseits. Die Elementarteilchen können als zwei Elemente — wir bezeichnen sie mit \oplus und \ominus — gelten, mit denen sich die anderen Elemente *verbinden* können (gewisse mit den \oplus , andere mit den \ominus , man nennt z. B. die Verbindungen $H\oplus$ oder $K\oplus$ ein Wasserstoffion, ein Kaliumion, die Verbindungen $Cl\ominus$ ein Chlorion und schreibt sie zum Unterschied von *nicht* geladenen Atomen H^+ K^+ , Cl^- usw.), die sich aber auch *miteinander* verbinden können zu $\oplus\ominus$, einem *neutralen* Teilchen.

Nach der heutigen Vorstellung vom Aufbau der Materie sind ihre Atome aus positiven und aus negativen Elementarteilchen aufgebaut, ein Atom ist *ungeladen*, wenn die Summe der positiven Elementarladungen gleich der Summe der negativen ist. Werden aber die Teilchen so voneinander getrennt wie es Abb. 449 andeutet (Dipole), dann tritt im Innern des Dielektrikums jener Spannungszustand ein, den wir vorhin beschrieben haben, und an der Grenzschicht bildet sich freie Ladung aus. —

Noch ein Punkt ist zu beachten: Die Endpunkte einer *elektrischen* Kraftlinie sind physikalisch vollkommen verschieden voneinander, die positiven Elementarteilchen sind etwas ganz anderes als die negativen. Nicht so bei den *magnetischen* Kraftlinien, die wir später kennenlernen werden! Ihre Endpunkte, der positive und der negative Magnetpol, sind nur insofern voneinander verschieden, als sich die *Wirkungen*, die sie ausüben, im *Vorzeichen* voneinander unterscheiden.

Nur die Oberfläche von Leitern enthält Ladung. Sind die korrespondierenden Punkte auf der Oberfläche der Leiter *wirklich* Anfang und Ende der Kraftlinien?

Entspringt die Kraftlinie nicht vielleicht im *Inneren* des einen Leiters und endet im *Inneren* des anderen? Zur Beantwortung dient die Tatsache, daß ein Leiter, auf dem die Elektrizität in Ruhe ist, nur an seiner Oberfläche geladen ist, aber nicht im Innern. Sehr anschaulich zeigt das eine von CAVENDISH stammende Versuchsanordnung (Abb. 450). *M* ist eine isolierte geladene Metallkugel, *N* und *N'* sind an isolierenden Griffen befestigte Kugelschalen, die aneinandergefügt eine Hohlkugel bilden, in die *M* genau hineinpaßt. Setzt man *N* und *N'* über *M* aneinander, so daß das Ganze eine Kugel mit einer aufgelegten Metallhaut bildet, und entfernt man dann *N* und *N'* wieder, so ist *M* entladen, und die Ladung von *N* und *N'* zusammen ist gleich der vorherigen Ladung von *M*. Abb. 451 zeigt eine ähnliche Anordnung. Nur wird hier die Kugel nicht auf ihrer ganzen Oberfläche von der umschließenden Metallhaut berührt, sondern sie steht mit ihr nur an dem *einen* Punkte in Verbindung, an dem der Draht *M* sie mit ihr verbindet; aber der Erfolg ist der gleiche. — FARADAY machte einen Versuch in großem Maßstabe. Er baute einen Hohlwürfel von 12 Fuß Kantenlänge, bedeckte die Seiten mit gut leitendem Material, isolierte ihn vom Boden und lud ihn sehr stark.

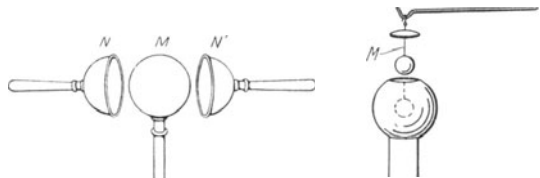


Abb. 450. Zum Beweise, daß ein geladener Leiter nur *Oberflächenladung* hat.

„Ich stellte ein empfindliches Goldblatt-Elektrometer in den Würfel und lud das System mehrmals hintereinander durch eine äußere Zuleitung sehr stark; allein weder während der Ladung noch nach der Entladung zeigte das Elektrometer oder die Luft im Innern die geringste Spur von Elektrizität. . . Ich begab mich in den Würfel und verweilte darin mit brennenden Kerzen, Elektrometern und allen anderen zur Prüfung elektrischer Zustände dienenden Mitteln, ohne den geringsten Einfluß auf sie, noch irgendeine besondere Erscheinung an ihnen wahrnehmen zu können, obschon während der ganzen Zeit die Außenseite des Würfels stark geladen war und große Funken und Büschel aus allen Teilen seiner Außenfläche hervorschossen.“ (Exper. Res. 1173, 1174.)

FARADAYS Eimerversuch. Elektrische Schirmwirkung. Besonders überzeugend wirkt der *Eimerversuch* von FARADAY (Abb. 452). *A* sei ein isoliertes elektritätsfreies Metallgefäß, ein Eimer, *B* ein darauf passender, an einer isolierenden Schnur hängender Metalldeckel, *E* ein Goldblattelektroskop und *C* eine isoliert an *B* hängende Metallkugel. Man lädt *C* z. B. positiv. Setzt man dann den Deckel auf das Gefäß, so daß sich *C* in einem geschlossenen Raum befindet, aber ohne dessen Wände zu berühren, so lädt sich das Gefäß *A* durch Influenz mit Elektrizität, das Elektroskop zeigt positive an. Leitet man die Außenseite ab, so fallen die Elektroskopblättchen zusammen; zieht man aber die Kugel heraus, so schlagen sie wieder aus, jetzt mit negativer Elektrizität, und zwar ebenso stark wie vorher mit positiver — ein Beweis, daß die beiden auf *A* durch Influenz erzeugten Ladungen gleich stark waren. Entfernt man nun auch *diese* Ladung und setzt den Deckel mit der Kugel auf das Gefäß, so daß *E* wieder positive Elektrizität anzeigt, läßt aber nun die Kugel *C* (an dem Faden, der durch eine Öffnung im Deckel hindurchgeht) bis auf den Boden des Eimers herab, so daß sie *durch Leitung* Elektrizität an das Gefäß abgibt, so zeigt sie sich, wenn man sie herauszieht, *vollkommen entladen*. — Während die Kugel den Eimerboden berührt, ist aber — und *darauf* kommt es hier an — der Ausschlag der Elektroskopblättchen unverändert geblieben. Die negative Ladung der Innenseite ist also der positiven der Kugel an Menge gleich — die positive Ladung der Außen-

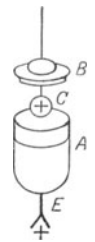


Abb. 452. Zum Beweise, daß ein Leiter nur auf der *Oberfläche* geladen ist.

seite war aber an Menge auch gleich der negativen der Innenseite, sie ist also auch an Menge gleich der der Kugel. Man kann somit die auf der Außenseite von *A* befindliche Ladung geradezu als die ursprüngliche auf der Kugel *C* befindliche ansehen. Durch die Berührung der Kugel mit dem Eimerboden ist somit die *ganze* Ladung der Kugel auf die äußere Oberfläche des Gefäßes übergegangen, und das Innere des Gefäßes ist vollkommen frei von Elektrizität.

Da nun ein geladener Leiter nur an der *Oberfläche* geladen ist, so kann eine Kraftlinie *nur dort* entspringen bzw. enden. Hier haben wir die Antwort auf die vorhin (S. 404 u.) gestellte Frage. — Aber die zusammengehörigen Enden einer Kraftlinie können niemals auf *demselben* Leiter liegen, auf dem die Elektrizität in Ruhe ist, denn längs einer Kraftlinie hat ja das Potential von Punkt zu Punkt einen anderen Wert, könnte also die Elektrizität nicht in Ruhe sein. Ein Leiter, den man in das elektrische Feld so bringt, wie z. B. die Kugel *K* (Abb. 453), unterbricht geradezu die Linien, die das Feld durchziehen. Ist es eine *Hohlkugel*, so ist ein Körper in ihrem Innern vor der Einwirkung des Feldes geschützt, man sagt: *beschirmt* (Schirmwirkung eines Leiters).

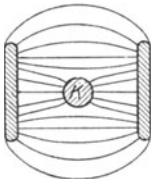


Abb. 453.
Schirmwirkung
eines Leiters im
elektrischen
Felde.

Aus der Tatsache, daß ein Leiter *nur auf der Oberfläche* Ladung trägt, läßt sich das *COULOMBS*che Gesetz, das experimentell nur sehr schwer beweisbar ist, mathematisch streng ableiten: Würde nämlich die Kraft, welche zwei elektrische Ladungen aufeinander ausüben, nicht proportional mit dem Quadrat ihres gegenseitigen Abstandes abnehmen, sondern proportional einer anderen Potenz des Abstandes, so wäre eine ausschließliche Verteilung der Ladung auf der Oberfläche nicht möglich. Selbst wenn diese Potenz nur um einen winzigen Bruchteil eines Prozentes von 2 abweiche, ließe sich dies durch Versuche der beschriebenen Art leicht nachweisen.

Dielektrizitätskonstante. Das Dielektrikum *vermittelt* also durch seine Polarisation die Einwirkung zweier geladener Leiter aufeinander. In *FARADAYS* Sinne interpretiert, durchsetzt das *elektrische Feld* das *Dielektrikum*, das im Innern polarisiert und an den Grenzen geladen ist. Je dünner die Schicht des Dielektrikums ist, desto enger sind die Ladungen *aneinander* gebunden und desto geringer ihre Wirkung nach *außen*. Wenn man z. B. Glas und Seide aneinander reibt und *miteinander in Berührung* läßt, wirken sie auf ein Elektroskop überhaupt nicht; erst wenn man sie *trennt*, wirkt jedes von beiden auf das Elektroskop und um so stärker, je weiter man den entgegengesetzt geladenen Körper von ihm entfernt.

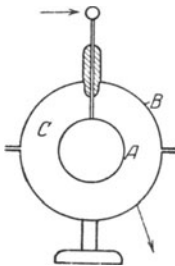


Abb. 454.
Kondensator der
Elektrizität.

Man versteht die Rolle des Dielektrikums in dem Ladungsvorgange, wenn man die aufeinanderwirkenden Körper wie in Abb. 446 anordnet, dann den Zwischenraum bald größer, bald kleiner macht und statt mit Luft mit einem anderen Dielektrikum ausfüllt. *FARADAY* hat als erster den Einfluß verschiedener Dielektrika auf die Ladung gemessen. Er benutzte zwei konzentrische metallene Kugelschalen, verband (Abb. 454) die innere *A* mit der Elektrizitätsquelle, die äußere *B* mit der Erde. Er füllte den Zwischenraum *C* mit dem zu untersuchenden Stoff (Isolator) und maß jedesmal die Elektrizitätsmenge, die nötig war, um die innere Kugelschale *A* auf dasselbe Potential zu laden. Die folgenden Zahlen geben an, wievielfach größer die Elektrizitätsmenge ist, die *A* bei gleichem Potential aufnimmt, wenn man die Luft in *C* durch einen anderen Isolator ersetzt, sie heißen die *Dielektrizitätskonstanten* der betreffenden Stoffe. Die Dielektrizitätskonstante der Luft ist willkürlich gleich 1 gesetzt.

Luft	Paraffin	Schellack	Porzellan	Glas	Alkohol	Wasser
1	1,8—2,3	3,0—3,7	6	5—10	26	81

Welche Elektrizitätsmenge kann der Apparat aufnehmen, wenn der Zwischenraum *C luftleer* ist? Der Versuch ergibt nur einen verschwindend kleinen Unterschied zwischen Luft und Luftleere. Setzt man die Dielektrizitätskonstante des Vakuums gleich 1, so beträgt sie für Luft 1,0006. Viel wichtiger ist die bei diesem Versuch gewonnene Erfahrung, daß die elektrischen Kräfte *auch durch das Vakuum hindurch* wirken. Eine unvermittelte Fernwirkung widerspricht unserem physikalischen Denken. Wir nehmen daher die Existenz eines Mediums, des Äthers, an, der sogar auch im luftleeren Raum vorhanden ist. Auf sein Vorhandensein können wir auch aus anderen physikalischen Tatsachen schließen, vor allem aus der Fortpflanzung des Lichtes durch den leeren Raum hindurch. Nach FARADAY vermittelt der Äther durch seine Polarisation die scheinbare Fernwirkung, und das Zwischenmedium spielt nur insofern eine Rolle, als es den Äther verschieden stark beeinflusst. Daraus erklärt er, daß die Dielektrizitätskonstante für verschiedene Stoffe verschieden groß ist.

Kondensatoren. Der Apparat der Abb. 446 ist ein Ansammlungsapparat oder *Kondensator*. Für praktische Zwecke (namentlich für die drahtlose Telegraphie und Telephonie) formt man den Kondensator so, daß er eine möglichst große Elektrizitätsmenge aufnehmen kann; am besten, indem man zwei Leiter von großer Oberfläche auf möglichst kleinen gegenseitigen Abstand bringt. Auch die Natur der isolierenden Zwischenschicht ist von erheblichem Einfluß. Die Abb. 446 und 455 zeigen zwei Formen von Ansammlungsapparaten, Abb. 446 den Ansammlungsapparat von RIESS und Abb. 455 die Leidener Flasche. In beiden verbindet man, um

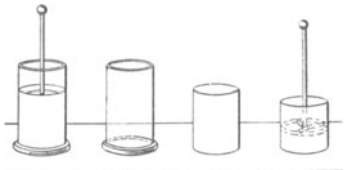


Abb. 455. Leidener Flasche.

ihn zu laden, den einen Leiter mit einer Elektrizitätsquelle, den anderen mit der Erde. In beiden sind die Leiter verhältnismäßig dünne Metallplatten. Der Apparat von RIESS und die Leidener Flasche unterscheiden sich dadurch voneinander, daß in dem ersten die Leiter durch Luft, in der zweiten durch Glas voneinander getrennt sind. In der Leidener Flasche ist überdies das Glas zu einem Becher geformt, dem sich die beiden Leiter auf das vollständigste anschmiegen. (Man muß bei der Herstellung der Flasche einen ziemlich breiten Rand des Glases frei lassen, weil die Ladungen sonst am Glase entlang kriechen und sich miteinander vereinigen.) Um einen Kondensator von großer Kapazität

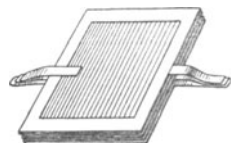


Abb. 456. Verbindung von mehreren kleineren Kondensatoren zu einem größeren.

(S. 408) zu schaffen, verbindet man mehrere Kondensatoren miteinander: man schichtet z. B. gleich große Glastafeln aufeinander und legt *zwischen* je zwei ein kleineres Stanniolblatt, um einen genügend breiten isolierenden Glasrand frei zu lassen. Schließlich verbindet man die Stanniolblätter wechselweise nach dem Schema der Abb. 456. Statt des Glases (als des Dielektrikums) benützt man auch gut paraffiniertes Papier oder sehr dünne Glimmerscheiben, oft auch die atmosphärische Luft. So z. B. in dem Kondensator von variabler Kapazität; seine Tafeln bestehen aus

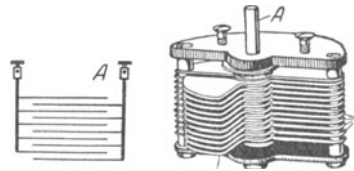


Abb. 457. Kondensator veränderbarer Kapazität (links schematisch).

halbkreisförmigen Blechen. Das eine System (in Abb. 457 etwa das linke) ist fest aufgestellt, das andere ist um die Achse *A* drehbar, so daß man die Bleche des bewegbaren Systems durch Drehung beliebig weit in die Zwischenräume des ersten hineinschieben kann. Je weiter man sie hineindreht, desto größer wird die Kapazität.

Elektrostatische Kapazität. Die Kondensatoren bestehen alle aus zwei *nahe* beieinanderliegenden *Leitern*, die eine *isolierende* Zwischenschicht voneinander trennt. Zwei Leiter mit einer zwischen ihnen liegenden Isolierschicht müssen daher stets als Kondensatoren *wirken*, so z. B. auch die *Kabel* (Abb. 458) der submarinen Telegraphie. Der wesentliche Teil des Kabels, die Kupferseele *A* ist mit Isoliermaterial *B* umkleidet und das Isoliermaterial zum Schutze gegen mechanische Angriffe mit einer Metallarmatur *C*. Der *Leiter C* umschließt also den *Leiter A* ganz und gar und ist von ihm durch die *Isolierschicht B* getrennt. *A*, *B* und *C* entsprechen somit in ihrer Anordnung einer sehr langen Leidener Flasche, bei der *A* den inneren, mit der Elektrizitätsquelle verbundenen Leiter bildet, *C* den äußeren, zur Erde abgeleiteten und *B* die Isolierschicht. Die Kupferseele soll die telegraphischen Zeichen übertragen, man verbindet sie daher mit der Elektrizitätsquelle: die äußere Metallhülle ist zur Erde abgeleitet, da sie ja auf der Erde oder im Wasser liegt.

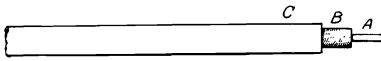


Abb. 458. Das Kabel ein Kondensator.

Nicht *alle* Elektrizität, die in *A* — bei der Verbindung mit der Elektrizitätsquelle — eintritt, gelangt an ihren Bestimmungsort; denn die einströmende Elektrizität lädt durch Influenz die Armatur *C* und bindet die Ladung, wird aber dadurch zum Teil selber gebunden. Das heißt: das Kabel *lädt* zunächst sich selber auf. Erst *dann* kommt auf der Empfangsstation Elektrizität an. Das Zeichen kommt deswegen dort später an als es sollte (auf einem atlantischen Kabel um ca. $\frac{3}{4}$ Sekunden). Die Verzögerung tritt bei *jedem* Zeichen ein. Die Ladungszeit hängt davon ab, wieviel Elektrizität die Kupferseele fordert, um auf das Potential der mit ihr verbundenen Elektrizitätsquelle zu kommen, hängt also ab von dem Verhältnis dieser Elektrizitätsmenge zu dem durch sie auf der Kupferseele hervorgerufenen Potential. Dieses Verhältnis nennt man die *Kapazität des Kabels*. Allgemein versteht man unter der *Kapazität c* eines Kondensators das Verhältnis der Elektrizitätsmenge e auf dem einen Leiter zu dessen Potential V , während der andere Leiter geerdet ist (das Potential Null hat). Man definiert:

$$\text{Kapazität} = \frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Potential}} \quad \text{oder} \quad c = \frac{e}{V}.$$

Wenn wir von Kapazität eines Kondensators sprechen, so meinen wir damit eigentlich die Kapazität des einen Leiters, der eine bestimmte Lage zu dem zweiten Leiter hat. Entfernen wir den zweiten Leiter auf unendlichen Abstand, so wird die auf dem ersten Leiter (dem Kondensator) gebunden gewesene (rückgebundene) Elektrizität frei. Dadurch steigt ihr Potential (S. 402). In dem Bruch $\frac{\text{Elektrizitätsmenge}}{\text{Potential}}$ wird dann der Nenner größer, der Bruch

wird also kleiner, d. h. die Kapazität des Leiters wird dadurch, daß wir den „geerdeten“ Leiter von ihm entfernen, kleiner. Dieselbe Elektrizitätsquelle befördert also mehr oder weniger Elektrizität in den Leiter, je nach dessen Umgebung. Oder anders: *dieselbe Elektrizitätsmenge* erzeugt auf dem Leiter ein anderes Potential, je nachdem in seiner Nähe ein Leiter steht oder nicht. Sein Potential ist am größten, d. h. seine Kapazität am kleinsten, wenn er allein für sich steht; es ist am kleinsten, d. h. seine Kapazität am größten, wenn ein zur Erde abgeleiteter Leiter dicht bei ihm steht, und sie liegt zwischen diesen beiden Werten, wenn der induzierbare Leiter zwar in seiner Nähe steht, aber nicht geerdet ist. Man ersieht daraus, daß nicht nur die eigentlichen Kondensatoren, sondern überhaupt alle Leiter Kapazität besitzen. Bei den Kondensatoren ist nur die Kapazität im allgemeinen erheblich größer als bei gewöhnlichen Leitern. Je nach der Dielektrizitätskonstante ist die Kapazität unter sonst gleichen Bedingungen anders (S. 406 u.).

Um Kapazitäten *messen* zu können, muß man 1. ein Maß für die Kapazität besitzen und 2. Methoden, um mit diesem Maße zu messen, d. h. die Kapazität des zu untersuchenden Kondensators mit der als „Einheit“ angenommenen zu vergleichen. Die Kapazität eines Leiters ist (s. oben) gegeben durch das Verhältnis der auf ihm vorhandenen Elektrizitätsmenge zu dem Potential, das er durch diese Elektrizitätsmenge erhält, während seine Umgebung das Potential Null hat. Man nennt daher die Kapazität desjenigen Kondensators *Bins*, den die *Einheit* der Elektrizitätsmenge auf die *Einheit* des Potentials lädt, während seine Umgebung das Potential Null hat.

Diese Kapazität hat — wir übergehen den Beweis — eine isoliert in Luft befindliche Kugel vom Radius 1 cm. Für Messungen benützt man eine 900000mal größere Einheit, das *Mikrofarad*. Sie ist selber der millionste Teil des Farad. Man gibt z. B. die Kapazität eines Kabels oder irgendeines Leiters in *soundso viel Mikrofarad* an. Das ist ein verhältnismäßig großes Einheitsmaß: Ein Kondensator der Form Abb. 446, dessen Platten 1 cm voneinander abstehen, und der 1 Mikrofarad Kapazität hat, müßte Platten von 1131 m² haben; ein Kabelstück der Form Abb. 458, das diese Kapazität hat, ist ungefähr 5 km lang. Eine Kugel vom Durchmesser der Erdkugel hat 700 Mikrofarad Kapazität. — In einigen Fällen kann man die Kapazität berechnen, z. B. die Kapazität eines Kugulkondensators (Abb. 454) aus den Radien der beiden Kugeln, die eines Zylinderkondensators aus der Länge des Zylinders

ders und den beiden Zylinderradien. Im übrigen muß man die Kapazität messen, indem man sie mit einem *Meßkondensator* vergleicht, einem seiner Kapazität nach *bekanntem* Kondensator, der die Stelle eines Maßstabes vertritt. Man unterteilt einen Meßkondensator in Bruchteile des Mikrofarad.

Funkenentladung. Das Dielektrikum zwischen zwei *entgegengesetzt* geladenen Leitern befindet sich (S. 403 u.) in einem Zustande der Spannung. Die Spannung läßt sich (durch Erhöhung der Ladung) nicht beliebig weit steigern. Wird nämlich die Ladung weiter und weiter getrieben, so fährt schließlich von dem einen Leiter zum anderen ein Blitzstrahl, von einem Knall begleitet, durch das Dielektrikum und im selben Augenblick verschwinden Ladung und Spannung (Näheres S. 448 o.). Die Rückkehr der Teilchen des Dielektrikums aus dem Spannungszustand in den natürlichen nennt man Spannungsausgleich oder Entspannung, die blitzartige Erscheinung den elektrischen *Funken* und dementsprechend die *Art* der dabei eintretenden Entladung *Funkenentladung*. Wir können das Dielektrikum zwischen den Leitern mit einer elastischen Scheidewand zwischen zwei Räumen *A* und *B* vergleichen, die ursprünglich *beide* Luft unter Atmosphärendruck enthalten. Saugt man Luft aus *A* und befördert sie nach *B*, so erfährt die Wand einen Überdruck von *B* nach *A*. Treibt man den Prozeß immer weiter, so zerreißt die Wand plötzlich, und gleichzeitig stellt sich in beiden Räumen wieder der gleiche Druck wie im Anfang her.

„Der Vorgang scheint analog dem Zerreißen eines festen Körpers, der eine stetig zunehmende Beanspruchung erfährt. Die Analogie ist so vollkommen, daß wir, wenn wir das Verhalten von Stoffen unter der Einwirkung elektromotorischer Kraft beschreiben, dieselben Ausdrücke gebrauchen können, wie wir sie auf Körper unter der Einwirkung mechanischer Beanspruchung anwenden. So entsprechen elektromotorische Kraft und elektrische Verschiebung gewöhnlicher Kraft und gewöhnlicher Verschiebung. Die elektromotorische Kraft, die disruptive Entladung hervorruft, entspricht der Bruchbelastung.“ (MAXWELL.)

Ist das Dielektrikum ein fester Stoff, z. B. Glas oder Harz, so wird es bei der Funkenentladung von einem fadenartigen Kanal durchbohrt, und die den Funken begleitende Wärme hinterläßt ihre Spuren an dem Körper durch Schmelzung, Verbrennung oder Dampfentwicklung. Ist das Dielektrikum flüssig, z. B. Öl, oder ein Gas, so schließt sich der Weg, den der Funke genommen hat, wieder, und das Dielektrikum nimmt wieder seinen früheren Zustand an. Deswegen ist eine Flüssigkeit oder auch Luft in vielen Fällen einem festen Isolator überlegen.

Man kann *stets* eine Funkenentladung herbeiführen, wenn man die Spannung weit genug anwachsen läßt. *Wann* sie eintritt, d. h. wie hoch die Potentialdifferenz zwischen den das Dielektrikum begrenzenden Leitern dazu steigen muß, das hängt von der Natur des Dielektrikums ab, von seinen Dimensionen, ferner von der Form des Leiters (Spitzenwirkung), der Glätte bzw. der Rauhgigkeit seiner Oberfläche u. dgl. Die Entladung kann noch andere und ganz verschiedene Formen annehmen. Die Entladung einer Spitze (S. 401) im Dunkeln begleitet ein schwaches bläulichrotes Leuchten, und aus der Spitze strahlt ein Büschel leuchtender Linien (Büschelentladung, Büschellicht), so auch beim Elmsfeuer (S. 449 o.). Ähnliches (Glimmentladung, Glimmlicht) zeigen im Dunkeln stark gekrümmte Stellen der Leiter. Besonderer Art ist die Entladung in verdünnten Gasen, je nach dem Grade der Verdünnung und nach der Art des Gases ist sie anders (S. 450 u.).

Reibungselektrisiermaschine. Um Elektrizität zu erzeugen, kennen wir bisher kein anderes Mittel, als die Reibung zweier Körper aneinander und die Induktion (Influenz). Um sie in größerer Menge zu erzeugen und die aneinander reibenden Teile dabei bequemer handhaben zu können, vereinigt man diese

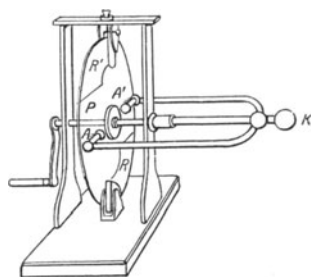


Abb. 459. Reibungselektrisiermaschine.

zu der Elektrisiermaschine. (Ihre Erfindung wird auf OTTO VON GUERICKE zurückgeführt, 1660.) Eine ihrer einfachsten Formen zeigt Abb. 459. Die Glasscheibe P und ein Reibzeug R und R' aus Leder, dessen Reibfläche ein Amalgam aus Quecksilber, Zink und Zinn bedeckt, sind die der Elektrizitätserzeugung dienenden Teile. Anstatt das Glas festzuhalten und das Reibzeug zu bewegen, dreht man die Scheibe mit Hilfe der Kurbel zwischen den fest an die Scheibe gepreßten Reiblappen. Die durch das Reibzeug positiv geladene Glasscheibe nähert sich bei der Drehung den Kämmen A und A' , die aus vielen feinen, bis dicht an die Glasscheibe heranreichenden Metallspitzen bestehen. Die positive Elektrizität wird von den Spitzen aufgesogen (S. 401) und dem Knopfe K (und von hier eventuell einem zu ladenden Körper) zugeführt. Das sich negativ ladende Reibzeug verbindet man entweder auch mit einem zu ladenden Körper, oder man leitet es zur Erde ab. Zum größten Teile wird die Arbeit, die man aufwendet, um die Scheibe zu drehen, in Wärme verwandelt. Die Dreharbeit überwindet erstens die Bremsung der Scheibe an dem Reibzeug. Dieser Teil der Arbeit wird dort, wo die Reibung stattfindet, in Wärme umgesetzt. Zweitens überwindet sie die Anziehung des negativ gewordenen Reibzeuges auf die positiv gewordene Glasplatte, die ebenfalls bremsend wirkt. Das negativ geladene Reibzeug R sucht nämlich (Abb. 460) den Teil A der positiv geladenen Glasplatte, der es soeben verläßt und der noch seine ganze Ladung hat, zurückzudrehen (Pfeil A). Das Reibzeug zieht zwar den Teil B (der das meiste seiner Ladung an die Spitzen abgegeben hat und der sich ihm schon wieder nähert) im Drehungsinne der Scheibe an (Pfeil B).

Abb. 460.
Die Ladung
der Scheibe
bremst
deren
Drehung.

Es zieht aber A sehr viel stärker an, weil A noch seine ganze Ladung hat, B aber fast alles abgegeben hat. Es bleibt also ein Überschuß an bremsender Wirkung von der Elektrisierung her übrig. Nur ein verschwindend kleiner Teil der aufgewendeten Arbeit wird daher in der Reibungselektrisierungsmaschine nutzbar gemacht.

Der Elektrophor.

Den Reibungselektrisierungsmaschinen sind die *Influenzmaschinen* weit überlegen. Als ihr, allerdings unvollkommener, Vorläufer kann der *Elektrophor* gelten (VOLTA), im wesentlichen ein Isolator I , eine Harzplatte, Ebonitplatte od. dgl., und eine bewegliche Metallplatte P , die man an dem isolierenden Griffe R handhabt (Abb. 461). Benutzt wird er so: Die Oberfläche der Harzplatte I macht man durch Reiben negativ elektrisch. Nähert man ihr den Metalldeckel P , so wirkt die negative Elektrizität auf den bisher unelektrischen Deckel induzierend, zieht die positive Elektrizität an die der Platte zugewendete Seite von P und bindet sie hier. Leitet man die negative aus dem Deckel ab, während er auf der Platte liegt (indem man den Deckel dann aus dem Anziehungsbereich der Harzplatte, so wird die gebundene positive Elektrizität frei.

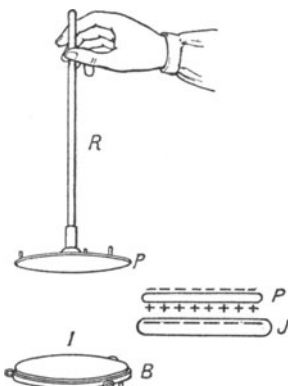


Abb. 461. Elektrophor.

Der Deckel ist jetzt positiv elektrisch geladen, kann seine Ladung nun einem anderen Leiter abgeben und kann aufs neue positiv geladen werden, indem man ihn der Harzplatte wieder nahe bringt usw. Der Vorrat an negativer Elektrizität auf der Harzplatte I bleibt dabei *unangetastet*. Man kann daher die Elektrisierung des Deckels durch die Harzplatte beliebig oft wiederholen und die Ladung des Körpers steigern. Die Harzplatte lädt durch Influenz die Metallform B , die

negative Elektrizität fließt zur Erde, die positive bindet aber die negative der Harzplatte und schützt sie vor Zerstreung und vor Ableitung auf den sie berührenden Deckel. Tatsächlich bleibt der Deckel, wenn man ihn auf die Harzplatte setzt und wieder abnimmt, ohne ihn zu berühren, ohne Ladung.

Influenzelektrisiermaschinen. Sehr wirksam als Elektrizitätsquelle ist die *Influenzelektrisiermaschine*. Wir beschreiben eine Maschine (KUNDT), die den Übergang vom Elektrophor zu ihr vermittelt, wenn sie auch keine Influenzmaschine dem üblichen Gebrauche des Wortes nach ist. Sie (Abb. 462) besteht im wesentlichen aus einer drehbaren Glasscheibe *A*, einem isolierten, geladenen Körper *B* dicht vor der Scheibe, der stark induzierend auf sie wirkt, und — auf der anderen Seite der Scheibe — zwei diametral gegenübergestellten Metallkämme *C* und *D* zum Ausströmen und Aufsaugen von Elektrizität (Spitzenwirkung). Der negativ elektrisierte Körper *B* wirkt (durch die Scheibe hindurch) induzierend auf den Kamm *C* und zieht die positive Elektrizität in seine Zinken, während die negative sich in *C'* sammelt. Die positive Elektrizität strömt aus dem Kamm auf die Scheibe, gelangt mit der rotierenden Scheibe vor den Kamm *D*, und dieser saugt (S. 463) die positive Elektrizität auf.



Abb. 462. Influenzelektrisiermaschine nach KUNDT (von oben).

Das Diagramm Abb. 462 erläutert die Maschine noch einmal. Die Scheibe *A* der Abb. 401 ist hier durch eine zum Ringe gebogene (im Pfeilsinne drehbare) Glasstange *A* ersetzt. Man kann dadurch die ganze Anordnung mit unwesentlichen Abänderungen in der Ebene der Zeichnung wiedergeben. *B* an der Außenseite des Ringes bedeutet den negativ geladenen Körper (Harzplatte), *C* und *D* innen in dem Ringe die Kämme.

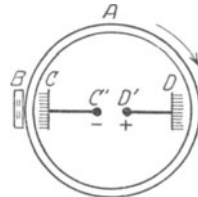


Abb. 463.

Übersicht über den Vorgang in der Influenzelektrisiermaschine von KUNDT.

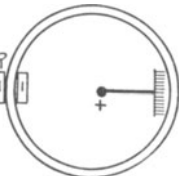


Abb. 464.

Übersicht über den Vorgang in der Reibungselektrisiermaschine.

— Um ein Mißverständnis des Diagrammes auszuschließen, gibt Abb. 464 das entsprechende Diagramm für die Reibungselektrisiermaschine (Abb. 459). „Vor“ und „hinter“ der Scheibe verwandelt sich hier in „innerhalb“ und „außerhalb“ des Ringes.

Die Glasscheibe spielt hier die Rolle, die beim Elektrophor der Deckel *P* spielt. Aber der Vorgang ist dem im Elektrophor weit überlegen. Da die Scheibe schnell rotiert, so liegen in jedem Moment andere Punkte der Scheibe vor dem Induktor *B* und vor dem Kämme. Also fließt in jedem Moment Elektrizität in die Kämme, und in jedem Moment sowohl positive wie auch negative.

Die Maschine von KUNDT hat einen viel besseren Wirkungsgrad als die Reibungselektrisiermaschine, aber als Elektrisiermaschine ist sie sehr mangelhaft. Erstens kann man sie nur so lange benutzen, als *B* seine Ladung behält, und zweitens hängt die mit ihr erreichbare Leistung davon ab, wie groß das Potential von *B* ist. Ist es klein, so ist auch die Leistung der Maschine entsprechend klein. Von diesen Rücksichten unabhängig sind die Influenzmaschinen im eigentlichen Sinn (HOLTZ). Zur Beschreibung ihres Prinzips knüpfen wir an die KUNDTsche Maschine an. Auch die dem Induktor *B* zugewendete Seite der Scheibe wird positiv elektrisch, freilich nur schwach (die äußere Seite des Ringes in Abb. 463). Symmetrisch zu *B*, dem Kämme *D* gegenüber, werde ein Körper *B'* angebracht (Abb. 465), der unelektrisch ist, aber eine Spitze hat: er saugt die mit der rotierenden Scheibe bei ihm ankommende positive Elektrizität auf. Sobald er einen gewissen Betrag aufgenommen hat, wirkt er der Scheibe und dem Kämme *D* gegenüber genau so wie *B*, nur schafft er *negative*

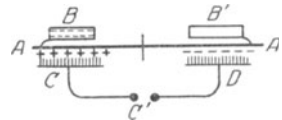


Abb. 465. Zum Aufbau der HOLTZschen Influenzelektrisiermaschine.

Elektrizität nach D und induziert auf der ihm zugewendeten Scheibenseite *negative* Elektrizität. Bei der Drehung der Scheibe kommt nun die negative Elektrizität der Scheibenseite, die B' zugewendet ist, bei B an. Hat auch B eine Spitze, so saugt B diese negative Elektrizität auf, *vermehrt* also — die Hauptsache bei der Influenzmaschine! — seine *eigene* Ladung und wirkt infolgedessen *noch stärker* induzierend. Bei der weiteren Drehung der Scheibe saugt auch B' von neuem Elektrizität auf, verstärkt dadurch seine Ladung und wirkt *seinerseits noch stärker* induzierend usw. So verstärken die Wirkungen einander wechselseitig bis zu einer von den Isolationsverhältnissen der Maschine abhängigen Grenze.

B. Elektrokinetik.

1. Der elektrische Strom.

Entladung durch Leitung. Elektrischer Strom. Mit der Elektrisiermaschine kann man zwei voneinander isolierte Körper auf verschieden hohe Potentiale laden. Verbindet man sie dann leitend miteinander, so geht Elektrizität von dem Körper höheren Potentials zu dem anderen über, solange die Potentiale verschieden sind (d. h. *elektromotorische* Kraft zwischen ihnen wirkt). Sorgt man dafür, daß sie es *bleiben* (trotz des Abströmens der Elektrizität aus dem einen Körper und des Zuströmens zu dem anderen), so geht sie *andauernd* über.

Das Analogon zu dem Vorgange: Zwei durch ein Rohr verbundene Wasserbehälter, die verschieden hoch liegen, und in denen trotz des Abfließens des Wassers aus dem höheren und des Zufließens in den niedrigeren der Höhenunterschied zwischen den Wasserspiegeln erhalten bleibt durch ein Pumpwerk, das das aus dem unteren abfließende Wasser sofort wieder in das höhere hebt. Die Elektrisiermaschine entspricht dem Pumpwerk, das die Niveaudifferenz zwischen den beiden Wasserspiegeln unverändert erhält.

Man nennt diesen Übergang von Elektrizität *elektrischen Strom*. Der elektrische Strom, der andauernd Elektrizität an einem Leiter entlang transportiert, und die dielektrische Polarisierung der Isolatoren, die die Elektrizitäten in den einzelnen Molekeln scheidet (Abb. 449), sind Vorgänge derselben Art. Der Unterschied zwischen beiden ist nur ein quantitativer, er ist an den Unterschied zwischen Isolatoren und Leitern gebunden. In beiden Fällen wird Elektrizität verschoben, aber in den *Isolatoren* ist die Verschiebung sehr bald beendet. In den *Leitern* dagegen geht die Verschiebung nie zu Ende, der Polarisationszustand der Teilchen dauert nicht an, sondern er erneuert sich fortlaufend, ohne je zu Ende zu kommen.

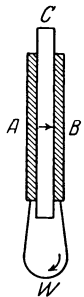


Abb. 466.
Zum Ver-
schiebungs-
strom.

Der einzige Unterschied zwischen elektrischer Verschiebung in einem Dielektrikum und elektrischer Strömung in einem Leiter besteht darin, daß jene gegen einen Widerstand zu kämpfen hat, der sich mit dem Widerstand vergleichen läßt, den elastische Körper einer Verschiebung ihrer Teilchen entgegensetzen, so daß die Elektrizität sich sofort zurückbewegt, sobald die elektromotorische Kraft zu wirken aufgehört hat. Bei dieser dagegen gibt die elektrische Elastizität fortdauernd nach, und die Elektrizität wird sofort von Ort zu Ort weggeleitet (MAXWELL).

Charakteristisch für die in Bewegung befindliche Elektrizität ist, daß sie sich in gewissem Sinne wie eine Flüssigkeit verhält: In einem Kondensator (Abb. 466) seien die Platten A und B einerseits durch das Dielektrikum C voneinander isoliert, andererseits durch den Draht W leitend miteinander verbunden. Wir befördern *durch den Draht W* mit Hilfe einer elektromotorischen Kraft eine gewisse Menge Q *positiver* Elektrizität von B nach A ; auf B erscheint dann die gleiche Menge *negativer* Elektrizität (S. 387). Die Ladungen auf A und B üben dann zusammen eine elektromotorische Kraft aus, die *durch das Dielektrikum* eine elektrische Verschiebung von A nach B hervorruft. Die Elektrizitätsmenge, die dabei durch jeden Querschnitt des Dielektrikums in der Richtung

$A-B$ hindurchgeht, ist dann *gleich* der Elektrizitätsmenge Q , die gleichzeitig *durch den Leiter W* in der Richtung $B-A$ befördert worden ist. In diesem Sinne „folgt die Bewegung der Elektrizität demselben Gesetze wie die einer nicht zusammendrückbaren Flüssigkeit, vermöge dessen in einen abgeschlossenen Raum genau so viel Elektrizität eintreten muß, als aus ihm herausfließt. Ein elektrischer Strom läuft also stets in sich zurück“ (MAXWELL). Und in diesem Sinne nennt man die Bahn eines elektrischen Stromes einen *Stromkreis*. Während die Elektrizität durch die Leitung fließt — bildlich gesprochen: „bergab“, vom höheren Potential zum niederen — müssen wir, wenn wir trotz des Abfließens die Potentialdifferenz auf ihrer alten Höhe erhalten wollen, die Elektrisiermaschine dauernd drehen, d. h. wir können den Strom nur durch Arbeit unterhalten, die wir an der Maschine leisten. Wir verausgaben die Energie unserer Muskeln an die Maschine und tauschen dafür Strom ein. Wir müssen daher den Strom als eine Form der *Energie* ansehen, d. h. als ein Etwas, das selber Arbeit leisten kann. Das Wasser, das durch die Leitung von dem höheren zum niedrigeren Wasserspiegel fließt, ist eine fallende Masse und leistet durch sein *Fallen* Arbeit. Genau so ist es mit der auf ein niedrigeres Potential abfließenden Elektrizität. Verbinden wir also eine Influenzmaschine, die wir drehen, durch einen leitenden Draht mit einer zweiten, so daß die Elektrizität durch die Kämme C und D auf die drehbare Scheibe fließen kann, so gerät die Scheibe in Drehung infolge der Anziehung, die die feststehenden Belegungen B und B' auf sie ausüben (Abb. 465). Wir können also mechanische Energie in elektrische Energie verwandeln, dann diese als elektrischen Strom durch einen Leiter weggleiten — man sagt: „übertragen“ — und schließlich an dem Orte, zu dem sie hinströmt, in mechanische Energie zurückverwandeln. Man nennt diesen Vorgang *elektrische Übertragung der Energie*, oder auch, weniger korrekt, *elektrische Kraftübertragung*. Man kann alle möglichen Bewegungen hervorbringen, wenn man die Apparate entsprechend einrichtet, durch die der Strom hindurchfließt. Die elektrische Klingel, der elektrische Schreibtelegraph usw. sind mechanische Vorrichtungen, in denen der Strom gewisse bewegliche Teile in Bewegung setzt. Die *Energieform*, die sie aufnehmen, ist in allen dieselbe, der elektrische Strom; aber welche Art Arbeit die *zurückverwandelte* Energie leistet, das hängt von dem Endapparat ab (Klingel, Telegraphenapparat usw.), der sie aufnimmt. Ein Seitenstück dazu bietet unser eigener Körper. Durch einen Nerven fließt elektrischer Strom wie durch einen Telegraphendraht. Endet der Nerv im Auge, so erzeugt der Strom Lichtempfindung, endet er im Ohr, Gehörempfindung, endet er in einem Muskel, eine Zuckung.

Unterbricht man die Strombahn, zerreißt man z. B. den Draht, so überbrückt der Strom einen Moment die Bruchstelle in der Form eines Funkens und erhitzt die Drahtenden. Aber nicht nur dort, wo er als Funke übergeht, sondern in der ganzen Leitung erzeugt er Wärme. Das zeigt das *Luftthermometer* von RIESS deutlich (Abb. 467). Durch den Platindraht H in dem Glasgefäß fließt Strom, der Draht wird heiß und erhitzt die ihn umgebende Luft, die sich nun ausdehnt und dabei die Flüssigkeit in dem kalibrierten Rohr verschiebt. Von F. BRAUN als Hitzdraht-Strommesser (Laboratoriumsinstrument) in die Praxis der drahtlosen Telegraphie eingeführt.

Das *OHMSche Gesetz* (G. S. OHM 1827). Ehe wir die Arbeitsfähigkeit der strömenden Elektrizität und ihre Wandelbarkeit in andere Energieformen weiter

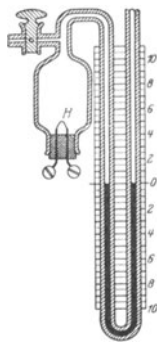


Abb. 467.
RIESS'sches Luft-
thermometer in
moderner Form.

verfolgen können, müssen wir uns mit einem *Grundgesetz* des elektrischen Stroms vertraut machen. Wir vergleichen zu dem Zweck (S. 412 m.) den elektrischen Strom mit einem Wasserstrom, die zwei geladenen Körper, die verschieden hohes Potential haben, mit zwei Wasserbehältern, deren Wasserspiegel verschieden hoch liegen, und den Leiter, der die geladenen Körper verbindet, mit einem Rohr, das die Wasserbehälter verbindet. Wir benutzen diesen Vergleich zunächst, um den Begriff *Stromstärke* zu erklären.

Wie schnell das Wasser aus dem Behälter mit dem höher liegenden Spiegel durch das Rohr in den mit dem niedrigeren fließt, d. h. wieviel Liter pro Sekunde einen in das Rohr eingefügten Wassermesser passieren (oder einen gegebenen Querschnitt des Rohres), das hängt von der Weite des Rohres ab, und ferner davon, wie groß der Höhenunterschied der Wasserspiegel ist, also die Differenz der Drucke an den Enden des Rohres. Je weiter das Rohr ist und je größer der *Unterschied* in der Höhenlage der Wasserspiegel, desto schneller läuft das Wasser, d. h. um so mehr Liter pro Sekunde passieren den Wassermesser. Ähnliches gilt für den elektrischen Strom. Je dicker der verbindende Draht ist und je größer der *Unterschied* in den Potentialen (die elektromotorische Kraft), desto mehr Elektrizität passiert pro Sekunde irgendeinen Querschnitt des Leiters oder auch einen in die Leitung eingefügten *Elektrizitätszähler*, das Seitenstück zum Wassermesser. In diesem Sinne sprechen wir von *Stromstärke*. Wir verstehen darunter die Elektrizitätsmenge, die pro Sekunde den Querschnitt des Leiters passiert. Wir wollen annehmen, wir hätten sie bereits gemessen und gleich I gefunden, und die Potentialdifferenz, die wir ja schon zu messen gelernt haben, sei E . Das Grundgesetz, auf das wir hier hinauswollen und das nach seinem Entdecker (G. S. OHM, 1827) das *OHMSche Gesetz* heißt, sagt dann aus: Verdoppelt, verdreifacht, . . . ver- n -facht man die Potentialdifferenz, so verdoppelt, verdreifacht, . . . ver- n -facht sich auch die Stromstärke. Hat also ursprünglich die Potentialdifferenz die Größe E und die dazugehörige Stromstärke die Größe I , so gehört zur Potentialdifferenz $2E$, $3E$, . . . nE die Stromstärke $2I$, $3I$, . . . nI , oder anders ausgedrückt, das Verhältnis der Potentialdifferenz zur Stromstärke wird¹ durch eine Konstante, wir nennen sie W , wiedergegeben:

$$\frac{2E}{2I} = \frac{3E}{3I} = \dots = \frac{nE}{nI} = \dots = \frac{E}{I} = W.$$

Wie groß W in einem bestimmten Falle ist, hängt von den Dimensionen des Leiters ab, d. h. seiner Länge und Dicke, und von seiner chemischen Beschaffenheit. Das letzte ist sehr bemerkenswert, es bedeutet: ersetzt man den Leiter in einem gegebenen Falle durch einen anderen, der *dieselben Dimensionen* hat, aber aus einem *anderen Stoffe* besteht, z. B. aus Silber, während jener aus Eisen war, dann ist W verschieden groß (für Eisen mehreremal so groß wie für Silber). Was das bedeutet, erkennt man, wenn man $E/I = W$ so schreibt: $I = E \cdot 1/W$, aber erst dann erkennt man es, wenn man sich mit dem Begriff *Stromstärke* vertraut gemacht hat. Wir knüpfen dazu wieder an das Beispiel des Wasserleitungsrohres an. Die Stromstärke beurteilen wir hier nach der Wassermenge, die einen Querschnitt in einer gegebenen Zeit passiert, z. B. danach, wieviel Liter in 1 Minute durch den Querschnitt am Ende des Rohres ablaufen. Wir erhalten dieselbe Zahl, wenn wir an irgendeinem anderen Querschnitt die durchfließenden Liter Wasser zählen, gleichviel wie weit er ist, denn da das Rohr andauernd voll ist und seine Wände starr sind, sein Volumen also stets das gleiche ist, so läuft an dem einen Ende genau so viel ab, wie am anderen Ende zuläuft;

¹ Die Beziehung zwischen E und I ist nicht mehr so einfach, wenn der Strom ein Wechselstrom (S. 497) ist.

und das bleibt ungeändert, gleichviel wo man das Rohr durchschneidet. Pro Sekunde geht also durch *jeden* Querschnitt dieselbe Wassermenge, man nennt deswegen die Strömung *stationär*. (Technisch mißt man die Wassermenge durch Wassermesser, die man, wie *mutatis mutandis* die Gasmesser, irgendwo in die Wasserleitung einschaltet, so daß das Wasser hindurch muß.) Wir können also sagen: *Stromstärke* in dem Wasserrohre ist die *Wassermenge* in Liter, die pro Sekunde einen Querschnitt des Rohres passiert. Derselbe Gedankengang führt uns zur Stromstärke des elektrischen Stroms. Wir kennen schon die *Elektrizitätsmenge* und die *Elektrizitätseinheit*: die Elektrizitätsmenge ist das Seitenstück zur Wassermenge, die Elektrizitätseinheit zum Liter und der Querschnitt des Elektrizitätsleiters zu dem des Wasserrohres. Wir definieren daher die *Stromstärke* als *die Menge Elektrizität, in Elektrizitätseinheiten ausgedrückt, die in der Sekunde einen Querschnitt des Leiters passiert*. Stillschweigend haben wir damit schon ausgesprochen, *wie es die Erfahrung tatsächlich lehrt*, daß die Stromstärke an *allen* Querschnitten desselben Leiters gleich groß ist, daß sich also die Elektrizität in einem Leiter in dieser Beziehung so verhält, wie eine nicht zusammendrückbare Flüssigkeit in einem unelastischen Rohre.

Aus dieser Definition der Stromstärke folgt mit Hilfe der Elektrizitätseinheit (S. 392 u.) auch ein *Maß* für die Stromstärke. Wir setzen denjenigen Strom als *Einheit* der Stromstärke fest, der *in der Sekunde eine Elektrizitätseinheit* durch den Querschnitt des Leiters befördert. Dieser Strom ist so klein, daß auch die *schwächsten* Stromstärken der Praxis, z. B. im Telegraphendraht, Millionen dieser Einheit betragen. Die Praxis benutzt daher eine 3 Milliarden mal so große Stromstärke als Einheit (S. 434).

Die Größe I in der Gleichung $I = E \cdot 1/W$ bedeutet also soundso viel *Elektrizitätseinheiten* pro Sekunde. Die Erfahrung lehrt nun: Die Stromstärke I hängt nicht allein von E ab, mit anderen Worten: die Konstanz von E verbürgt nicht auch die Konstanz von I . Vielmehr beeinflußt der als Stromleiter benützte Körper I in hohem Grade: seine Dimensionen (Länge und Dicke), seine chemische Beschaffenheit und gewisse physikalische Eigenschaften, z. B. die Temperatur, sprechen dabei mit. Um den Einfluß seiner Dimensionen zu übersehen, denken wir ihn uns als geradlinigen zylindrischen Draht. Die Erfahrung lehrt: Verändern wir nur seine *Länge*, nehmen wir einen Draht von dem 2-, 3- . . . l fachen der ursprünglichen Länge, so wird der Strom gleich $1/2$, $1/3$. . . $1/l$ der ursprünglichen Stromstärke. Nennen wir I_1 die Stromstärke, die durch den Draht geht, wenn er 1 m lang ist, so ist sie $I_1/2$, $I_1/3$, . . . I_1/l , wenn er 2, 3 . . . l m lang ist. Und weiter: Verändern wir nur den *Querschnitt* des Leiters, nehmen wir einen Draht der einen 2-, 3- . . . q mal so großen Querschnitt hat wie zuerst, so beträgt der Strom das 2-, 3- . . . q fache der ursprünglichen Stromstärke. Nennen wir I'_1 die ursprüngliche Stromstärke, die durch den Draht geht, wenn er 1 mm^2 Querschnitt hat, so ist der Strom, wenn der Draht 2, 3 . . . $q \text{ mm}^2$ Querschnitt hat, $2I'_1$, $3I'_1$. . . qI'_1 . (Dabei ist es dasselbe, ob wir z. B. *einen* Draht vom 5 mm^2 Querschnitt nehmen [Abb. 468] oder 5 Drähte von je 1 mm^2 Querschnitt, die wir zu einem einzigen durch Zusammendrillen oder wie in Abb. 469 vereinigen.)



Abb. 468. Ein Draht von fünfmaligem Querschnitt.



Abb. 469. Fünf Drähte von einfachem Querschnitt.

Nennen wir also $I_{1,1}$ die Stromstärke, wenn der Draht 1 m lang ist und 1 mm^2 Querschnitt hat, und $I_{l,q}$ die Stromstärke, wenn er l m lang ist und $q \text{ mm}^2$ Querschnitt hat, so lehrt die Erfahrung, daß $I_{l,q} = I_{1,1} \cdot \frac{q}{l}$.

Daher bleibt die Stromstärke unverändert, wenn man Länge und Dicke des Drahtes *gleichzeitig* ändert und so ändert, daß die Änderung der Länge den Strom ebenso sehr schwächt, wie die des Querschnittes ihn verstärkt. Macht man z. B. die Leitung das eine Mal aus einem Draht von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt, das andere Mal aus einem von 5 m Länge und 5 mm² Querschnitt, so ist die Stromstärke beide Male dieselbe; denn $I_{1,1}$ wird im zweiten Falle mit 5 gleichzeitig dividiert und multipliziert. Wir führen die Indizes l und q auch in die Gleichung des OHMSchen Gesetzes ein und schreiben

$$\frac{E}{I_{l,q}} = W_{l,q}, \quad \text{oder auch} \quad I_{l,q} = E \cdot \frac{1}{W_{l,q}}.$$

Hat die Leitung 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt, so schreiben wir

$$\frac{E}{I_{1,1}} = \sigma \quad \text{oder auch} \quad I_{1,1} = E \cdot \frac{1}{\sigma},$$

d. h. wir setzen $W_{1,1} = \sigma$. Wir setzen bis auf weiteres fest: die Leitung soll 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt haben. So viel über den Einfluß der Dimensionen des Leiters auf die Stromstärke.

Leitungswiderstand eines Stromleiters. Die Erfahrung lehrt: Selbst wenn die Potentialdifferenz E und die Dimensionen der Leitung dieselben bleiben, hat die Stromstärke I eine andere Größe, je nach dem Stoff, aus dem die Leitung besteht. Sie ist *größer* (es passieren *mehr* Elektrizitätseinheiten pro Sekunde den Elektrizitätszähler), wenn die Leitung aus Silber, als wenn sie aus Eisen ist; sie ist *kleiner*, wenn die Leitung aus Stahl, als wenn sie aus Eisen ist. Wir sagen daher: Silber *leitet besser* als Eisen, Eisen *leitet besser* als Stahl und sprechen von der *Leitfähigkeit* des Silbers, des Eisens, des Stahles. Nun ist (s. oben) nach dem OHMSchen Gesetz: $I_{1,1} = E \cdot 1/\sigma$, die Stromstärke also bei gleicher Potentialdifferenz um so größer (kleiner), je größer (kleiner) $1/\sigma$ ist. Wie groß die pro Sekunde durch den Zähler fließende Anzahl Elektrizitätseinheiten ist, das hängt daher, wenn man die Potentialdifferenz E und die Dimensionen der Leitung, kurz *alles* sonst unverändert läßt, nur von der Größe $1/\sigma$ ab. Dieser Bruch *mißt* die Leitfähigkeit. Die *Vergroßerung* von σ verringert die Leitfähigkeit $1/\sigma$, daher bedeutet σ einen Widerstand gegen das Strömen der Elektrizität.

Wohlgemerkt: σ ist der Widerstand einer Leitung von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt. Wie groß der Widerstand einer Leitung von l m Länge und q mm² Querschnitt ist, das folgt aus dem OHMSchen Gesetz. Es ist ja

$$I_{1,1} = E \cdot \frac{1}{\sigma} \quad \text{und} \quad I_{l,q} = E \cdot \frac{1}{W_{l,q}}.$$

Die Größen $1/W_{l,q}$ und $W_{l,q}$ sind also für die l m lange Leitung von q mm² Querschnitt das, was $1/\sigma$ und σ für die 1 m lange Leitung von 1 mm² Querschnitt sind. Nun ist aber $\frac{I_{1,1}}{I_{l,q}} = \frac{1/\sigma}{1/W_{l,q}} = \frac{W_{l,q}}{\sigma}$, andererseits ist (S. 415 u.) $\frac{I_{1,1}}{I_{l,q}} = \frac{l}{q}$, also ist $W_{l,q} = \sigma \cdot \frac{l}{q}$.

Man nennt daher $W_{l,q}$ den Widerstand der Leitung von l m Länge und q mm² Querschnitt, er hängt also davon ab, wie groß σ ist, der Widerstand einer Leitung von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt. Die Größen l und q haben nur *arithmetische* Bedeutung, σ ist charakteristisch für den Stoff, aus dem die Leitung besteht. Das OHMSche Gesetz offenbart in der elektrischen *Leitfähigkeit der Stoffe ein neues Bindeglied zwischen Elektrizität und Materie* — es lehrt eine *uns bisher unbekannte Eigenschaft der Materie* kennen und $1/\sigma$ als Maß für sie.

Nach der Leitfähigkeit geordnet folgen aufeinander: Silber, Kupfer, Gold, Aluminium, Magnesium, Zink, Kadmium, Nickel, Eisen, Platin, Blei, Quecksilber (fest), Stahl.

Um die Leitfähigkeit eines Metalles zu ermitteln, *mißt* man an einem Drahtstück Widerstand, Länge und Querschnitt und *berechnet* hieraus den Widerstand, den ein Draht von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt haben muß. (Die Beziehung $\sigma = W_{l,q} \cdot q/l$ ergibt die Größen σ und $1/\sigma$.) Um aber den Widerstand einer Leitung *messen* zu können, muß man erst eine Widerstandseinheit festsetzen, die für die Messung von Widerständen das ist, was das Zentimeter für Längenmessungen ist, und muß Methoden kennen, nach denen man einen unbekanntem Widerstand mit jener Einheit vergleicht, also in „Widerstandseinheiten“ *mißt*.

Wie groß der Widerstand ist, den wir als *Einheit* ansehen müssen, zeigt das OHMSche Gesetz: die Einheit der Potentialdifferenz (S. 396 m.) und die Einheit der Stromstärke (S. 415 m.) haben wir bereits festgesetzt. Machen wir nun die Potentialdifferenz zwischen den Endpunkten eines Leiters gleich 1 und wählen wir den Leiter derartig, daß die Stromstärke 1 durch ihn hindurchgeht, so ist in der auf diesen Leiter angewendeten Gleichung $E/I = W$ jetzt $E = 1$ und $I = 1$ zu setzen, und es wird $W = 1$, d. h. wir müssen den Widerstand *dieses* Leiters mit 1 bezeichnen. Mit anderen Worten: Den Widerstand 1 hat derjenige Leiter, durch den die Einheit der Stromstärke *dann* fließt, wenn zwischen seinen Endpunkten die Einheit der Potentialdifferenz herrscht, oder kurz:

$$\text{Widerstandseinheit} = \frac{\text{Einheit der Potentialdifferenz}}{\text{Einheit der Stromstärke}}.$$

Potentialdifferenz, Stromstärke und Widerstand spielen eine maßgebende Rolle überall, wo elektrische Ströme auftreten, also auch für den Handel. Deswegen hat man die Maßeinheiten für sie *gesetzlich* festgelegt. Die technische Einheit der Potentialdifferenz ist das *Volt*, die der Stromstärke das *Ampere*, die des Widerstandes das *Ohm*. (Deutsches Reichsgesetz vom 1. Juni 1898.)

Das Volt ist 1/300 der S. 396 m. definierten Einheit des elektrostatischen Potentials und das Ampere der Strom, bei dem 3000 Millionen (1 Coulomb) = $3 \cdot 10^9$ der S. 392 u. definierten Elektrizitätseinheiten in der Sekunde durch den Querschnitt fließen, der also 3000 Millionen mal so stark ist, wie die S. 415 m. definierte Einheit der Stromstärke¹. Wir haben also die Beziehungen

1 Volt = 1/300 der elektrostatisch gemessenen Einheit des Potentials,
 1 Ampere = $3 \cdot 10^9$ elektrostatisch gemessene Einheiten der Stromstärke.
 1 Ohm = Widerstand derjenigen Leitung, durch die 1 Ampere fließt, wenn zwischen ihren Enden 1 Volt herrscht.

Den Widerstand 1 Ohm hat eine zylindrische Quecksilbersäule von 106,3 cm Länge und 1 mm² Querschnitt und zwar — das ist wichtig — bei 0° C. (Wie man mit diesem Widerstandsmaßstab andere Widerstände vergleicht, d. h. *mißt*, s. S. 422.)

Das Ohm ist für Widerstandsmessungen das, was das Meter für Längenmessungen ist. Die Angabe „1 km Leitung aus Eisendraht von 4 mm Durchmesser hat $10^{1/2}$ Ohm“ bedeutet: die Leitung hat denselben Widerstand wie eine Quecksilbersäule von $10^{1/2} \times 106,3$ cm Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0° C. Die Temperatur (0° C) muß man angeben, weil die Leitfähigkeit *aller* Stoffe von

¹ Durch *diese* Verhältniszahlen brachte man die im Jahre 1881 international vereinbarten technischen Einheiten Volt und Ohm den *bis dahin* gebräuchlichen (1 Daniell und 1 Siemens) am nächsten.

deren Temperatur abhängt. Eine Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt hat bei 0° nur 0,94 Ohm, sie müßte 1063 mm lang sein, um bei 0° 1 Ohm zu haben; aber sie hat 1 Ohm bei etwa 83° C. Jeder Leiter hat einen *spezifischen* Widerstand ρ . So nennt man den Widerstand eines Würfels von 1 cm Kantenlänge. Der Widerstand eines Drahtes von 1 m Länge und 1 mm²

	Widerstand in Ohm bei 18° C für 1 m Länge bei 1 mm ² Querschnitt (10 ⁴ · ρ_{18})	Temperatur- koeffizient des Widerstandes, multi- pliziert mit 1000. $\left(10 \cdot \frac{\rho_{100} - \rho_0}{\rho_0}\right)$
Silber	0,016	4,1
Kupfer	17	3
Gold	23	0
Aluminium	29	4
Wolfram	56	6
Zink	60	2
Nickel	70	6,7
Eisen	86	6,6
Platin	0,107	3,8
Zinn	113	4,6
Tantal	12	3,5
Blei	21	4,2
Quecksilber	0,958	0,99
Konstantan	50	±0,05
Manganin	43	±0,02
Messing	08	+1,5
Stahl, weich	0,1—0,2	+5
Stahl, gehärtet	0,4—0,5	1,5
Bogenlampenkohle	etwa 60	0,2—0,8
Schiefer	1 · 10 ⁸	
Glas	5 · 10 ¹⁸	2,5

Querschnitt ist daher 10⁴ · ρ (abgekürzt: σ), den reziproken Wert von ρ nennt man das *Leitvermögen* ($\alpha = 1/\rho$). Die Zahlen der Tabelle geben den Wert 10⁴ · ρ_{18} , d. h. bei der Temperatur von 18° C.

Hat ein Leiter bei den Temperaturen t und t' die Widerstände R und R' , so nennt man *Temperaturkoeffizient des Widerstandes* zwischen t und t' den Faktor α in der Gleichung $R' = R [1 + \alpha (t' - t)]$. Messen wir R' und R bei 100° und bei 0°, so erhalten wir $\alpha = \frac{1}{100} \cdot \frac{\rho_{100} - \rho_0}{\rho_0}$. Die Tabelle gibt das 1000fache von α .

Supraleitfähigkeit. Wohlgermerkt: *Alle* Stoffe ändern ihre Leitfähigkeit mit der Temperatur, Eisen und Nickel sehr stark, gewisse Legierungen wie Konstantan (60 Cu, 40 Ni) und Manganin (84 Cu, 4 Ni, 12 Mn) äußerst wenig. Je reiner das Metall, um so kleiner ist im allgemeinen sein spezifischer Widerstand und um so größer sein Temperaturkoeffizient. „Anlassen“ auf eine bestimmte Temperatur bringt den ersten auf ein Minimum, den zweiten auf ein Maximum. Verunreinigungen erzeugen einen von der Temperatur wenig abhängigen Zusatzwiderstand, mit sinkender Temperatur fällt der Widerstand des angelassenen reinen Metalles rasch und wird so klein, daß der Widerstand der Fremdstoffe überwiegt; das Leitvermögen in sehr tiefer Temperatur ist ein Maß für die Reinheit des Metalles. — Wie verhält sich der Widerstand in der Nähe des absoluten Nullpunktes? KAMERLINGH ONNES hat (1911) diese Frage experimentell mit Hilfe des flüssigen Heliums behandelt und dabei den *supraleitenden* Zustand entdeckt, den Zustand der anscheinend unendlich großen Leitfähigkeit. Der Widerstand eines Quecksilberfadens, der bei 0° 172,7 Ohm hatte, war bei der Heliumtemperatur unmeßbar klein. Dicht unter 4,2° abs. sprang der Widerstand von einem noch meßbaren Betrage zu einem, den man gleich Null setzen durfte (Springpunkttemperatur), ihn zu messen, war nicht mehr möglich. Die Springpunkttemperatur von Zinn liegt bei 3,78° abs., die von Blei zu hoch, um in flüssigem Helium meßbar zu sein (wahrscheinlich bei 6° abs.). Platin hatte im ganzen Temperaturgebiet unterhalb 4,3° abs. konstanten Widerstand, ebenso Gold, Kadmium und Kupfer (wahrscheinlich Restwiderstand von Beimengungen), Manganin und Konstantan hatten einen ausreichenden Temperaturkoeffizienten, um noch für Widerstandsthermometer für tiefste Temperaturen in Frage zu kommen. Durch einen supraleitenden Quecksilberdraht konnte man einen Strom von 1200 Ampere pro mm², durch einen eben solchen Bleidraht einen von 560 Ampere schicken, ohne daß sich Joulewärme (S. 424 u.) entwickelte. (CROMMELIN.)

Elektrolytische und metallische Leitung. Es gibt Stoffe, deren Leitvermögen wächst, wenn ihre Temperatur wächst, und solche, deren Leitvermögen dabei abnimmt. Teilt man die Stoffe von diesem Gesichtspunkt aus in zwei Gruppen

so findet man in der ersten diejenigen, die der elektrische Strom *zersetzt*, vor allem die Säuren, Basen und Salze in wässriger Lösung. Man nennt sie *Elektrolyte* oder *elektrolytisch leitend*. Zu der zweiten Gruppe gehören die metallisch leitenden Stoffe, die der Strom *nicht zersetzt*. Die Erfahrung lehrt: Mit steigender Temperatur nimmt die Leitfähigkeit der *metallisch* leitenden Stoffe ab, die der *Elektrolyte* zu. Wohlgermerkt: Das OHMSche Gesetz gilt auch für die Elektrolyte.

Zu den Elektrolyten gehören auch gewisse Stoffe, die der Strom nicht so handgreiflich verändert wie die Säuren, Basen und Salze in wässriger Lösung; so Glas und Porzellan. Bei gewöhnlicher Temperatur isolieren sie gut, bei hoher leiten sie gut. Vor allem aber die Oxyde der seltenen Erden. Bei gewöhnlicher Temperatur sind es Isolatoren, in der Glühhitze gute Leiter, so gute, daß man sie in gewissen Fällen dort benützt, wo nur ein Leiter brauchbar ist, z. B. in der Form von Stäbchen als Ersatz des Fadens der elektrischen Glühlampe (NERNST). Besonders merkwürdig verhält sich der *metallisierte*¹ Kohlenfaden (Glühlampe): anfangs steigt seine Leitfähigkeit (wie die des *gewöhnlichen* Kohlenfadens) bei steigender Temperatur bis zu einer bestimmten Temperatur, von da an *fällt sie rapide*. — Außer der Wärme wirken noch andere physikalische Vorgänge auf die Leitfähigkeit, z. B. der Übergang in einen anderen Aggregatzustand ändert die Leitfähigkeit oft sprunghaft. So leiten die Stoffe in Gas- oder Dampfzustand alle sehr schlecht, auch die Gase der Metalle, verhältnismäßig am besten die Dämpfe von Quecksilber und Zinn. — Im Felde eines Magneten wächst oder fällt die Leitfähigkeit von Eisen, Nickel, Kobalt, je nach ihrer Lage zu den Kraftlinien. — Sehr merkwürdig verhält sich Selen, seine an sich sehr geringe Leitfähigkeit kann durch starke *Belichtung* auf das Zehn- bis Zwanzigfache steigen. Ähnlich verhält sich (BRANLY 1890) trockenes, grobes, lose gehäuftes Metallpulver (Körnchen, Feilicht): zwischen zwei Metallelektroden E_1 und E_2 (in einer Glasröhre) hat es in normalem Zustande fast unendlich großen Widerstand, durch elektrische Wellen bestrahlt, fällt sein Widerstand auf einige tausend (bisweilen auf einige 100) Ohm, und er bleibt auch *nach* der Bestrahlung so. In diesem Zustand *schließt* es den Stromkreis. Erschüttern des Rohres stellt den normalen Zustand des Pulvers wieder her. Die Funkentelegraphie hat diese Vorrichtung, den Kohärer (LODGE), jahrelang als Wellenanzeiger (Detektor) benutzt, Abb. 470. Am erstaunlichsten ändert sich die Leitfähigkeit eines Stoffes, der im Wasser aufgelöst wird. Destilliertes Wasser ist ein fast vollkommener Isolator (eine Säule von 1 mm Höhe hat ebensoviel Widerstand wie 40 Mill. km Kupferdraht von gleichem Querschnitt), und ebenso sind die Salze an und für sich Nichtleiter. Wenn aber ein Salz, z. B. Chlorkalium, in Wasser aufgelöst wird — also das *nichtleitende* feste Salz in dem *nichtleitenden* destillierten Wasser —, so entsteht eine *Lösung*, die den Strom leitet. Ihre Leitfähigkeit hängt *cet. par.* von der Konzentration der Lösung ab.

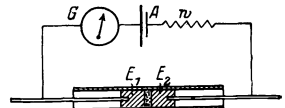


Abb. 470. Kohärer (BRANLY).

Leitfähigkeit abhängig von der Stromrichtung (Elektrische Ventile). Die Leitfähigkeit kann von der Stromrichtung abhängen, d. h. derselbe Körper kann den —> Strom hindurchlassen, den <— Strom *nicht*. Wir nennen ein solches Gebilde ein elektrisches Ventil; je nach den besonderen Bedingungen, unter denen es steht, ist es offen oder geschlossen, d. h. strömt Elektrizität hindurch oder nicht (streng: *so gut* wie nicht). Macht man z. B. eine Lösung von borsäurem Kalium wie in Abb. 490 zu einem Teil eines Stromkreises, macht A aus Aluminiumblech und B aus Bleiblech und legt an das *Aluminium* den *negativen* Pol einer Spannung, so leitet die Vorrichtung gut. Legen wir den *positiven* Pol an das Aluminium, so leitet sie überhaupt nicht (elektrochemische Vorgänge überziehen das Aluminium mit einer es von der Flüssigkeit völlig isolierenden Gashaut). Die Vorrichtung ist also nur für die *eine Richtung* des Stromes ein Leiter, für die entgegengesetzte ein Isolator. Ähnlich wirkt die Vorrichtung Abb. 471: ein im Vakuum glühender Draht K , der Elektronen (S. 457) aussendet, und ihm gegenüber eine gewöhnliche Elektrode A (so nennt man die Stromzuführungen A und B in Abb. 490 und die entsprechenden in Abb. 471). Legt man an die geheizte Elektrode K den —-Pol einer Stromquelle, so ist die Vorrichtung ein Leiter, legt man den +-Pol an K , so ist sie ein vollkommener Isolator. (Die Ursache: die Elektronen sind negative Elementarteilchen und kommen nur aus der geheizten Elektrode. Ist A mit dem

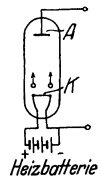


Abb. 471. Hochvakuumrohr mit Glühelktrode als elektrisches Ventil.

¹ Man nennt ihn so, weil er sich so *verhält* wie ein Metallfaden, es ist ein Faden aus Kohle besonderer Art (Gen. El. Co, Schenectady).

+ -Pol verbunden, so wirkt das elektrische Feld im Innern des Rohres in der Richtung von A nach K . Auf die negativ geladenen Teilchen wirkt also eine Kraft nach A hin, und sie bewegen sich daher von K bis zu A , es fließt also Strom durch das Rohr. Liegt dagegen an A der negative Pol, so ist das Feld im Innern der Röhre von K nach A gerichtet. Auf die negativ geladenen Teilchen wirkt daher die Kraft von A nach K , sie werden zum Glühfaden zurückgetrieben und können nicht nach A gelangen und der Stromkreis bleibt offen.) Das Hochvakuumrohr ist mit der Glühkathode daher ein elektrisches Ventil, es ist nur für die eine Richtung des Stromes ein Leiter, für die entgegengesetzte ein Isolator. — Von den zahlreichen Arten von elektrischen Ventilen nennen wir noch die von BRAUN in die Funkentelegraphie eingeführte Kombination eines Plättchens aus Bleiglanz mit einem ganz leicht dagegen drückenden zugespitzten Graphitstäbchen: der Widerstand an der Berührungsstelle ist für den Stromdurchgang in der einen Richtung sehr viel größer als in der andern. — Die elektrischen Ventile dienen im wesentlichen praktischen Zwecken, im besonderen der Verwandlung von Wechselstrom (S. 497) in Gleichstrom, ferner spielen sie in der drahtlosen Telegraphie eine große Rolle als *Detektoren* elektrischer Wellen.

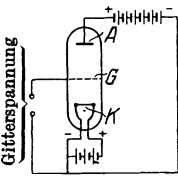


Abb. 472. Elektrisches Ventil zur Verstärkung der Ströme der drahtlosen Telephonie.

Die Elektronen, die der Metallfaden beim Glühen aussendet, waren schon vorher in ihm vorhanden. Zwischen den Atomen des Metalles beweglich, bewegen sie sich auch unter dem Einfluß eines elektrischen Feldes, das man längs des Fadens durch eine daran gelegte Potentialdifferenz erzeugt. Vermutlich besteht der Strom in den Metallen überhaupt in der Bewegung der Elektronen. In dem Hochvakuumrohr mit der Heizkathode sind die Elektronen offensichtlich die Träger des Stromes, seine Ventilwirkung erklärt sich widerspruchlos daraus. — Die Einheitlichkeit der Elektronen — alle sind negativ — gestattet es nun, das Ventil durch einen einfachen

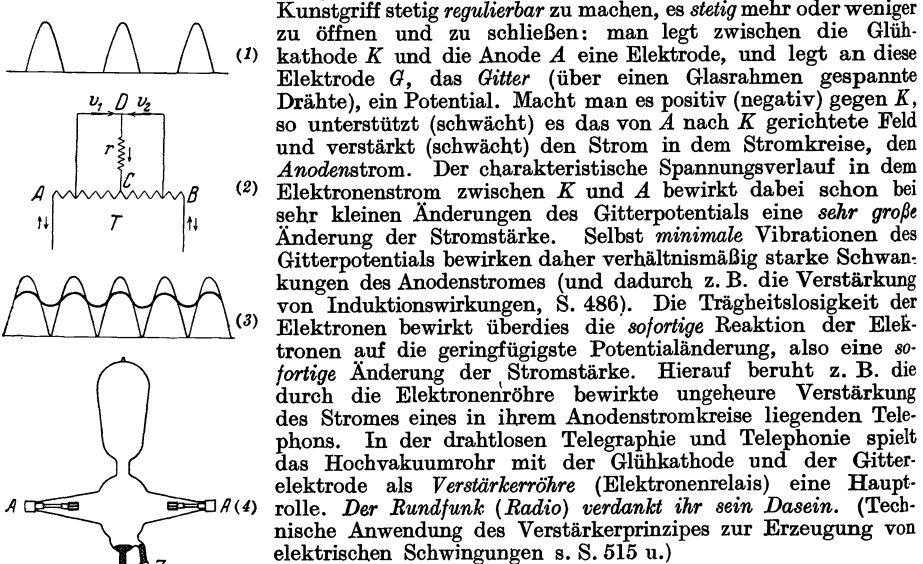


Abb. 473. Verbindung von zwei elektrischen Ventilen zur Verwandlung von Wechselstrom in Gleichstrom.

Kunstgriff stetig regulierbar zu machen, es stetig mehr oder weniger zu öffnen und zu schließen: man legt zwischen die Glühkathode K und die Anode A eine Elektrode, und legt an diese Elektrode G , das Gitter (über einen Glasrahmen gespannte Drähte), ein Potential. Macht man es positiv (negativ) gegen K , so unterstützt (schwächt) es das von A nach K gerichtete Feld und verstärkt (schwächt) den Strom in dem Stromkreise, den Anodenstrom. Der charakteristische Spannungsverlauf in dem Elektronenstrom zwischen K und A bewirkt dabei schon bei sehr kleinen Änderungen des Gitterpotentials eine sehr große Änderung der Stromstärke. Selbst minimale Vibrations des Gitterpotentials bewirken daher verhältnismäßig starke Schwankungen des Anodenstromes (und dadurch z. B. die Verstärkung von Induktionswirkungen, S. 486). Die Trägheitslosigkeit der Elektronen bewirkt überdies die sofortige Reaktion der Elektronen auf die geringfügigste Potentialänderung, also eine sofortige Änderung der Stromstärke. Hierauf beruht z. B. die durch die Elektronenröhre bewirkte ungeheure Verstärkung des Stromes eines in ihrem Anodenstromkreise liegenden Telefons. In der drahtlosen Telegraphie und Telephonie spielt das Hochvakuumrohr mit der Glühkathode und der Gitterelektrode als *Verstärkerröhre* (Elektronenrelais) eine Hauptrolle. Der Rundfunk (Radio) verdankt ihr sein Dasein. (Technische Anwendung des Verstärkerprinzips zur Erzeugung von elektrischen Schwingungen s. S. 515 u.)

Um große Gebiete mit elektrischer Energie zu versorgen, erzeugt man in einem Elektrizitätswerk (Überlandzentrale) Wechselstrom niedriger (weil gefahrloser) Spannung, transformiert ihn auf hohe Spannung, leitet ihn (in dünnen und daher wohlfeilen Drähten) zu den Verbrauchsstellen und transformiert ihn dort wieder auf niedrige Spannung. (Gleichstrom läßt sich nicht so transformieren.) Aber gewisse Arbeiten sind nur mit Gleichstrom ausführbar (der Betrieb von Akkumulatoren, von elektrolytischen Bädern, von Quecksilberlampen). Man muß den Wechselstrom daher an der Verbrauchsstelle in Gleichstrom verwandeln. Man könnte ihn hierzu in einen Wechselstrommotor leiten und den Motor eine Gleichstrommaschine treiben lassen. Aber das ist unökonomisch, es gibt einfachere Mittel. Strömt Wechselstrom durch ein elektrisches Ventil, so läßt das Ventil nur diejenige Periodenhälfte hindurch, für deren Richtung es ein Leiter ist, und unterdrückt die andere, es verwandelt den wellenförmigen Wechselstrom (Abb. 497) in pulsierenden Gleichstrom der Form Abb. 473 (1). Leitet man den Strom durch zwei Ventile v_1 und v_2 (Abb. 473[2]), so kann man seine beiden Richtungen nutzbar machen, in der

Leitung CD entsteht ein Strom der Form Abb. 473(3) (schwach gezogene Kurve). Die Drosselspule r (S. 498 u.) verhindert, daß der Strom ganz auf Null fällt, so entsteht in der Leitung des gleichgerichteten Stromes die (stark gezogene) Stromkurve (3), die den meisten Ansprüchen genügt. — Der Wechselstromgleichrichter der Elektrotechnik (Abb. 473[4]) ist eine Verbindung zweier Ventile (COOPER HEWITT). Die Ventilwirkung kommt an der Grenze zwischen einem heißen Metall und dem kalten (*relativ kalten!*) umgebenden Raum zustande. Zwei als Anoden benützte Elektroden aus Eisen (oder Graphit) und eine als Kathode benützte Elektrode aus Hg in einem hochevakuierten Gefäß (Glas) bilden die beiden Ventile. Eine besondere Zündvorrichtung z erhitzt das Quecksilber und veranlaßt den Elektronenausritt, dadurch kommt der Strom von den Anoden zur Kathode in Gang. (Infolge der sehr großen Temperatur verdampft das Quecksilber stürmisch, es kondensiert sich an der sehr großen Oberfläche des Glasgefäßes und fließt zu der Kathode zurück.) Die Drosselspule (S. 498 u.) in der Gleichstromleitung (WEINTRAUB) ist hier unerläßlich; fällt der Strom (von einer Anode zur Kathode) auch nur für einen minimalen Bruchteil einer Sekunde unter 2,5 Amp., so erlischt der Quecksilberdampfbogen und kommt nicht von selber wieder in Gang. Die Drosselspule verhindert das Sinken des Stromes. Der Hg-Dampf-Gleichrichter gehört zu den wichtigsten Vorrichtungen der Wechselstromtechnik.

KIRCHHOFFSche Sätze (Erweiterung des OHMSchen Gesetzes). Wir haben bei der Ableitung des OHMSchen Gesetzes nur mit *einer* Quelle der elektromotorischen Kraft gerechnet (Abb. 474), der Potentialdifferenz zwischen A und B , und als Leitung von A nach B nur mit *einem* Wege, dem Glühlampenfaden w . (Die punktierte Linie von B nach A deutet den Weg an, auf dem die Elektrizität vom Punkte niedrigeren Potentials durch Arbeit auf den Punkt höheren Potentials zur Aufrechterhaltung der Potentialdifferenz gehoben wird.) Wie aber, wenn die Elektrizität auf *mehreren* Wegen (Abb. 475) von A nach B strömen kann? Wie groß ist dann die Stromstärke auf jedem einzelnen Wege? Und ferner: Wie groß ist die Stromstärke, wenn sich (Abb. 476) *mehrere* Elektrizitätsquellen gleichzeitig durch einen Leitungsweg entladen oder gar durch mehrere Leitungswege?

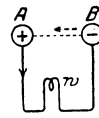


Abb. 474.

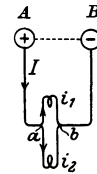


Abb. 475.

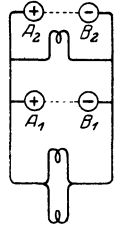


Abb. 476.

Zur Erläuterung der KIRCHHOFFSchen Sätze.

Diese Fragen beantworten zwei von KIRCHHOFF aufgestellte Sätze. Der *erste* lehrt: An einem Verzweigungspunkt ist die algebraische Summe der Stromstärken Null, d. h. rechnet man die Stärke jedes Stromes, der in Abb. 475 zu a *hingehet*, positiv, die Stärke jedes von a *weggehenden* Stromes negativ, so ist in a $I + (-i_1) + (-i_2) = 0$, oder $I - i_1 - i_2 = 0$. Das folgt unmittelbar daraus, daß sich die strömende Elektrizität an keiner Stelle der Strombahn anhäuft (durch jeden Querschnitt der Leitung jeden Augenblick gleichviel ein- und austritt).

Dadurch erfahren wir nun zwar, daß $i_1 + i_2 = I$ sein muß, d. h. die Summe der Stromstärken in beiden Glühlampenfäden *zusammen* gleich I sein muß, aber wir erfahren nicht, wie sich I auf die *einzelnen* Zweige *verteilt*. Das erfahren wir durch den *zweiten* KIRCHHOFFSchen Satz: In jeder *verzweigten* Strombahn ist für jeden *geschlossenen* Weg die Summe der elektromotorischen Kräfte gleich der Summe der Produkte aus Stromstärke und Widerstand für jeden Leitungsteil. Ein geschlossener Weg ist in Abb. 476 der Weg Aa_1bBA , der Weg Aa_2bBA , der Weg a_1b_1a . Elektromotorische Kraft ist da vorhanden, wo eine Potentialdifferenz entsteht, ihre Größe wird durch die Potentialdifferenz gemessen; wir bezeichnen sie eben so wie diese mit E . Nach dem zweiten KIRCHHOFFSchen Satz ist also $\sum E = \sum WI$. Die elektromotorischen Kräfte und Stromstärken sind mit entsprechenden Vorzeichen zu versehen. Wie verteilt sich danach die Stromstärke I auf die Wege a_1b und a_2b ? Hat a_1b den Widerstand W_1 und a_2b den Widerstand W_2 , so ist nach dem zweiten

KIRCHHOFFSchen Gesetz, da in keinem der beiden Wege eine elektromotorische Kraft herrscht, also $\sum E$ durch Null zu ersetzen ist: $0 = i_1 W_1 - i_2 W_2$, also $\frac{i_1}{i_2} = \frac{W_2}{W_1}$, d. h. die Stromstärken verteilen sich auf die Strombahnen im umgekehrten Verhältnisse ihrer Widerstände. Nach dem ersten KIRCHHOFFSchen Gesetz ist $i_1 + i_2 = I$. Daher ist, wie die Ausrechnung ergibt: $i_1 = I \cdot \frac{W_2}{W_1 + W_2}$ und $i_2 = I \cdot \frac{W_1}{W_1 + W_2}$. Man kann mit den KIRCHHOFFSchen Regeln die Stromstärke in jedem Punkt eines gegebenen Systems von beliebig verzweigten Stromleitern berechnen, wenn in jedem der geschlossenen Wege die elektromotorische Kraft und der Widerstand bekannt sind. Man kann, ihnen folgend, auch Stromleiter planmäßig miteinander verbinden, auch von einem gegebenen Strom (Abb. 477) einen Teil (adc) von vorgeschriebener Stromstärke abzweigen (Nebenschluß, SHUNT).

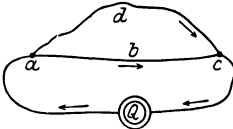


Abb. 477. Verzweigung elektrischer Ströme.

Eines der meist benützten Verzweigungssysteme ist ein Viereck von vier Leitern — in Abb. 478 $W_1 W_2 W_3 W_4$ — in dessen eine Diagonale $D_2 D_2$ man eine Stromquelle, und in dessen andere Diagonale $D_1 D_1$ (die Brücke) man ein stromanzeigendes Instrument einschaltet. Durch Abänderung der Widerstände kann man die Diagonale $D_1 D_1$, also den Stromzeiger, stromlos machen. Die Widerstände haben dann, wie die Rechnung lehrt, solche Größen, daß $W_1 : W_2 = W_3 : W_4$ ist. Ist also W_1 nur halb so groß wie W_2 , so ist auch W_3 nur halb so groß wie W_4 .

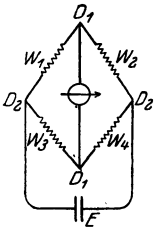


Abb. 478. WHEATSTONE-Brücke zur Messung von Widerständen (D_1, D_2 Brücke mit stromanzeigendem Instrument).

Diese Leiterkombination, die WHEATSTONESche Brücke, ist eine der gebräuchlichsten Vorrichtungen, um den Widerstand eines Leiters zu messen. Macht man den unbekanntem Widerstand etwa zur Seite W_4 , und stellt man die anderen drei Seiten aus Leitern her, deren Widerstände man bereits kennt; mißt man ferner diese Widerstände derart, daß die Brücke stromlos wird, so ergibt die obige Gleichung, daß der zu messende Widerstand

$$W_4 = \frac{W_2}{W_1} \cdot W_3 \text{ ist.}$$

Energie der elektrischen Ladung. Die strömende Elektrizität kann (S. 413) Arbeit leisten. Wie groß ist sie? Die Elektrizität muß von einem höheren Potentialniveau auf ein niedrigeres fließen, damit sie Arbeit leisten kann. Sie muß also vorher auf ein gewisses Niveau gehoben worden sein, herabfallend leistet sie genau so viel Arbeit, wie wir haben leisten müssen, um sie hinaufzuheben. — Welche Arbeit müssen wir leisten, um die Elektrizitätsmenge e von dem Potentialniveau 0 auf das Potentialniveau V zu heben? Wir bringen die Elektrizitätsmenge e nicht als Ganzes auf den zu ladenden Körper, sondern teilen sie in gleich große sehr kleine Mengen e_1, e_2, \dots, e_n und bringen diese nacheinander hinauf. Um e_1 hinaufzubringen, ist so gut wie gar keine Arbeit erforderlich, denn der Körper ist ja noch ungeladen, hat also selber noch das Potential 0. Nachdem er mit e_1 geladen worden ist, hat er ein gewisses, sehr kleines Potential, es sei v . Um e_2 von dem Potentialniveau 0 auf den Körper zu schaffen, ist jetzt schon mehr Arbeit erforderlich, nämlich $e_2 \cdot v$ (S. 397), denn da der Körper das Potential v hat, so gehört die Arbeit v dazu, um die Elektrizitätsmenge 1 vom Rande des Feldes — dies hat ja das Potential Null — also z. B. von der Erde, hinaufzuschaffen; um e_2 hinaufzuschaffen, ist somit die Arbeit $e_2 \cdot v$ erforderlich. Nachdem er auch mit e_2 geladen worden ist, ist sein Potential, das bisher v war, auf

$2v$ gestiegen. Die Menge e_3 beansprucht daher zur Überführung auf den Körper die Arbeit $e_3 \cdot 2v$; sie bringt das Potential auf $3v$ usw. Bevor wir die letzte Teilladung e_n auf den Körper bringen, ist sein Potential $(n-1)v$ und steigt dann auf nv , was gleichbedeutend mit V ist. Beim Summieren ist zu beachten: Die Ladungen e_1, e_2, \dots, e_n sind einander gleich, wir können die Gesamtarbeit $e_2 v + e_3 2v + e_4 3v + \dots + e_n (n-1)v$ daher auch in der Form $ev [1 + 2 + 3 + \dots + (n-1)]$ oder $ev n(n-1)/2$ schreiben, die Summe der ersten $(n-1)$ -Zahlen ist ja gleich $n(n-1)/2$. Nun ist aber $ne = e$ und $nv = V$, und unser Ausdruck wird $e \frac{v(n-1)}{2}$ oder $\frac{e}{2} (V-v)$. Das Teilpotential v ist sehr klein gegenüber dem Endpotential V . Die Betrachtungsweise gewinnt aber mit zunehmender Unterteilung an Genauigkeit, so daß es berechtigt ist, im obigen Ausdruck v gegenüber V zu vernachlässigen und die Größe $eV/2$ als den genauen Wert der Arbeit anzusehen, die geleistet werden muß, wenn der Körper mit der Elektrizitätsmenge e beladen werden soll.

Ein Beispiel: Ein unelektrischer Körper — seine Ladung ist $e = 0$, und daher sein Potential $V = 0$ — werde durch eine Elektrisiermaschine zu dem Potential $V = 5000$ Volt geladen (5000/300 Einheiten des elektrostatischen Potentials), und seine Kapazität erfordere dazu $e = 6 \cdot 10^6$ Elektrizitätseinheiten. (Diese Zahlen sind mit guten Elektrisiermaschinen erzielbar. $6 \cdot 10^6$ Einheiten führt ein Strom von 0,002 Ampere pro Sekunde durch den Querschnitt der Leitung.) Wie groß ist der Energievorrat des Körpers in diesem Ladungszustand oder wieviel Arbeit leistet diese Ladung, wenn man den Körper durch eine metallene Leitung zur Erde ableitet und ihn vollkommen entlädt? Diese Arbeit ist (s. oben) $W = \frac{1}{2} e V$ erg, d. h. wenn wir $V = 50/3$ und $e = 6 \cdot 10^6$ einsetzen: $W = 1/2 \cdot 50/3 \cdot 6 \cdot 10^6$ erg = $500 \cdot 10^5$ erg. Da nun $981 \cdot 10^5$ erg = 1 mkg*, so ist $W = 500/981$ mkg* = 0,51 mkg*. Das heißt: wir müssen, um diese Ladung auszuführen, eine Arbeit von 0,51 mkg* an der Maschine aufwenden (so viel, wie wir leisten, wenn wir $\frac{1}{2}$ kg* um 1 m heben), vorausgesetzt, daß die Arbeit ganz zu elektrischer Energie wird. Wir müssen tatsächlich mehr als 0,51 mkg* leisten, da wir ja auch die in der Maschine durch Reibung auftretenden Energieverluste ersetzen müssen. Aber von der im ganzen aufgewendeten Energie werden 0,51 mkg* zum *Laden* verwendet. Oder anders ausgedrückt, der Körper ist imstande, wenn er sich entlädt, eine mechanische Arbeit von 0,51 mkg* zu leisten (also so viel Arbeit, wie 1 kg* leisten kann, wenn es um 0,51 m sinkt), vorausgesetzt, daß die ganze in ihm aufgespeicherte Energie zu mechanischer Arbeit wird. Tatsächlich wird sie zum Teil in Wärme umgesetzt.

Arbeitsleistung des elektrischen Stromes. Die Arbeitsleistung bei der Entladung verteilt sich über die ganze Zeit, die die Elektrizität zum Abströmen gebraucht — aber ungleichmäßig. Vom Beginn des Abströmens an sinkt das Potential des Körpers, also die Potentialdifferenz zwischen ihm und der Erde. Daher wird die Stromstärke immer kleiner; sie sinkt mit der Potentialdifferenz (im Verhältnis zu ihr) auf Null. Genau so die Arbeitsleistung. *Erhält* man aber den Körper auf seinem Potential, führt man ihm aus einer Elektrizitätsquelle dauernd so viel Elektrizität zu, wie er abgibt, so wird der *Strom stationär*. Entströmen ihm pro sec e Elektrizitätseinheiten, so muß man ihm, damit er das Potential V behält, auch pro sec eV erg leisten und genau soviel Arbeit leistet der Strom, der zur Erde abfließt und jede Sekunde e Elektrizitätseinheiten durch den Querschnitt führt.

Wir haben hier der Einfachheit halber immer nur von dem Potential V des Körpers gesprochen und haben die Ladung zur Erde auf das Potential Null ab-

fließen lassen. Die Ladung kann ebensogut auf ein *anderes* Potential V_0 abfließen, nur muß $V_0 < V$ sein. Der stationäre Zustand ist immer dann erreicht, wenn die Elektrizitätsquelle die Potentialdifferenz $V - V_0$ aufrechterhält. Bezeichnen wir diese Potentialdifferenz — man nennt sie die *elektromotorische Kraft der Elektrizitätsquelle* (abgekürzt: EMK) — mit E und bedenken wir, daß die Stromstärke I die Zahl der pro sec den Leiter durchfließenden Elektrizitätseinheiten ist, so können wir die auf 1 sec bezogene Arbeit L eines stationären Stromes durch $L = IE$ erg darstellen. Die von einem elektrischen Strom auf seinem ganzen Weg pro sec geleistete Arbeit ist also gleich der Stromstärke mal der elektromotorischen Kraft der Elektrizitätsquelle. Aus dem OHMSchen Gesetz folgt $E = WI$. Also ist $L = I^2W$, d. h. die von dem Strom pro sec entwickelte Energie ist auch direkt proportional dem Quadrat der Stromstärke und dem Widerstande. ($L = E \cdot I$ und $L = I^2 \cdot W$ gelten natürlich für *jede* Art Arbeit, die der Strom leistet.)

Die Formel $L = EI$ zeigt, wieviel Arbeit in erg die *Elektrizitätsquelle* pro sec leisten muß, um E konstant zu erhalten, wenn pro sec I Elektrizitätseinheiten durch den Querschnitt der Leitung von dem höheren Potential zu dem niedrigeren abfließen. Z. B. in einer Kohlenfaden-Glühlampe für 100 Volt und 50 Watt fließen pro sec 1500 Millionen Elektrizitätseinheiten durch den Querschnitt, und die Endpunkte des leuchtenden Fadens müssen dabei auf einer Potentialdifferenz von 100 Volt, also von 100/300 Einheiten des elektrostatischen Potentials bleiben. Um dies zu erreichen, muß die Elektrizitätsquelle pro sec $L = EI = 100/300 \cdot 1500 \cdot 10^6$ erg leisten, etwas mehr als $1/15$ Pferdestärke (S 38 u.). Die Größe EI gibt auch die Arbeit an, die die *strömende Elektrizität* leisten kann. Um sie in mechanische Einheiten umzurechnen, erinnern wir an folgendes: Es ist 1 Volt = 1/300 elektrostatische Potentialeinheit, und die Stromstärke 1 Ampere führt in 1 Sekunde $3 \cdot 10^9$ elektrostatische Ladungseinheiten durch die Leitung. Wenn also 1 Ampere durch einen Leiter fließt, zwischen dessen Enden die Potentialdifferenz 1 Volt besteht, leistet er während 1 Sekunde eine Arbeit: 1 Volt \cdot 1 Ampere = $1/300 \cdot 3 \cdot 10^9 = 10^7$ erg = 1 Joule (S. 38 u.). Die *Leistung* dieses Stromes, 1 Joule pro Sekunde, heißt 1 Watt. (Daher kann man 1 Watt = 1 Volt \cdot 1 Ampere setzen, das Produkt nennt man 1 Voltampere [VA]. Man definiert: 1000 VA = 1 Kilowatt.) Fließt bei einer Potentialdifferenz von E Volt ein Strom von I Ampere während t Sekunden, so leistet er $EI \cdot t$ Wattsekunden.

2. Wärmewirkung des elektrischen Stromes. — Elektromotorische Wirkung der Wärme.

JOULESche Wärme. Worin besteht nun die Arbeit, die der Strom leisten kann? Sie kann *mechanischer* Art sein, d. h. er kann greifbare Massen bewegen. Aber nicht der *ganze* Betrag von EI erg läßt sich in mechanische Arbeit umsetzen, die Erfahrung lehrt, daß jeder vom Strome durchflossene Leiter sich *erwärmt* (JOULESche Wärme). Angenommen, wir könnten die *ganze* Arbeitsfähigkeit des Stromes in Wärme umwandeln; wieviel Kalorien würden entstehen? Die Antwort folgt unmittelbar aus dem Vorhergehenden. 1 Joule ist (S. 293 o.) äquivalent 0,24 cal; $EI \cdot t$ Joule sind also der Wärmemenge $Q = 0,24 \cdot EI \cdot t$ cal äquivalent. Das heißt: ein Strom von EI Watt entwickelt pro sec $0,24 \cdot EI$ cal, falls seine *ganze* Energie zu Wärme wird.

Die Gleichung $Q = 0,24 \cdot EI \cdot t$ cal (JOULE 1841) kann man mit $I = E/W$ auch schreiben: $Q = 0,24 I^2 W t$. Hier ist W der Widerstand der ganzen Stromleitung. Diese Gleichung gilt auch für jeden abgegrenzten *Teil* der Leitung. Es sei eine Leitung von der Länge L gegeben, durch die der Strom I fließt, und

die den Widerstand W hat. Teilen wir sie in n Teile, $l_1 \dots l_n$, mit den Widerständen $w_1 \dots w_n$, so ist

$$W = w_1 + w_2 + \dots + w_n, \quad \text{also}$$

$$c \cdot I^2 W = c \cdot I^2 (w_1 + w_2 + \dots + w_n) = c \cdot I^2 w_1 + c \cdot I^2 w_2 + \dots + c \cdot I^2 w_n.$$

Für die Länge l_1 mit dem Widerstande w_1 bedeutet $c \cdot I^2 w_1$ das, was $c \cdot I^2 W$ für die Leitung L mit dem Widerstande W bedeutet, nämlich die in l_1 entwickelte Wärme; und analog für die anderen Stücke der Leitung. Die in L entwickelte Wärme verteilt sich also auf die Teile l ihren Widerständen entsprechend. Haben die Längen l_1 bis l_n jede den gleichen Widerstand, so entwickelt sich in jeder die gleiche Wärmemenge. Besteht die ganze Leitung aus demselben Material, und hat sie an allen Punkten denselben Querschnitt, dann haben gleiche Abschnitte davon auch gleichen Widerstand. Eine solche Leitung heißt *homogen*. In einer homogenen Leitung ist somit die in ihr im ganzen entwickelte Wärmemenge gleichmäßig verteilt.

Mit homogenen Leitungen hat man es aber nie oder *fast* nie zu tun. Will man z. B. den Strom fern von der Erzeugungsstelle in eine andere Energieform verwandeln, so sucht man es zu hindern, daß sich in den *Leitungen* zu der Verbrauchsstelle hin viel davon in Wärme umwandelt. Man macht die Leitungen daher aus gut leitendem Stoff (Kupfer), macht sie sehr dick und so kurz, wie es der Abstand der Erzeugungsstelle von der Verbrauchsstelle zuläßt; so z. B. die *Speiseleitungen*, die von dem Elektrizitätswerke zu den Verbrauchsstellen führen. — Ebenso die Telegraphenleitungen: den Strom, den man zum Telegraphieren benutzen will, will man erst in der Empfangsstation in *mechanische Energie* umwandeln, aber nicht *unterwegs* in den Telegraphendrähten in *Wärme*. Man machte sie früher der Billigkeit halber aus Eisen, machte sie aber, da Eisen sehr viel schlechter leitet als z. B. Kupfer, entsprechend dicker.

Auf der Wärmeentwicklung durch den Strom beruht die *elektrische Beleuchtung*. Der wesentliche Teil jeder dafür bestimmten Lampe ist ein Leiterstück, das beim Hindurchfließen des Stromes so heiß wird, daß es glüht und dadurch leuchtet. In den *Glühlampen* (Abb. 479) ist es ein sehr dünner Faden, früher aus „verkohlter“ Zellulose, jetzt aus einem schwer schmelzbaren Metall (Wolfram); um ihn vor dem Verbrennen zu schützen,



Abb. 479.
Kohlen-
fadenglühlampe.



Abb. 480.
Brenner einer
NERNST-Lampe
(A-Lampe).



Abb. 481.
Der leuchtende
Teil der Bogen-
lampe.

schließt man ihn in eine Glasglocke ein und macht diese luftleer oder füllt sie mit einem neutralen Gase. In den *NERNSTlampen* (Abb. 480) ist der Leiter ein Stäbchen aus seltenen Erden (Zirkonoxyd und Yttererden). Es muß erhitzt werden, um zu leiten; dazu genügt eine Flamme, man benützt aber eine elektrisch betriebene Heizvorrichtung, einen mit Kaolin bedeckten Platindraht S , der den NERNSTstift schraubenartig umgibt. In den *Bogenlampen* besteht der Leiter aus den einander fast berührenden Enden zweier Kohlenstäbe (Abb. 481) und einer sie verbindenden Brücke von glühenden Kohlenteilchen. Die Brücke entsteht so: Ohne Strom berühren die Kohlen einander, erst der Strom trennt sie (durch einen von ihm betriebenen Mechanismus). Dabei wird er aber

nicht unterbrochen, sondern er erzeugt zwischen den Kohlen durch Erhitzung und Verdampfung der Kohlen eine glühende Gasschicht, die die Gestalt einer Mondsichel annimmt, den Lichtbogen (daher der Name *Bogenlampe*). Die Leitung wird durch die stark erhitzte und ionisierte Luft (S. 444) zwischen den Kohlen unterhalten. Das Licht kommt von den zur Weißglut erhitzten Kohlenenden, namentlich (bei Verwendung von Gleichstrom) von der oberen positiven Kohle, die sich kraterförmig aushöhlt.

In den elektrischen Lampen ist die Wärme nur Mittel zum Zweck. Alle Verbesserungen daran zielen danach, möglichst viel Licht bei möglichst schwacher Wärmeentwicklung zu erzeugen. In den *elektrischen Heizapparaten* dagegen ist die Wärmeentwicklung Zweck. Sie sind im Prinzip entweder wie die Glühlampen oder wie die Bogenlampen gebaut. Nach dem ersten Prinzip wirkt z. B. die Heizvorrichtung der NERNST-Lampe, eine Spirale (S in Abb. 480)

aus sehr dünnem Platindraht, die den Leuchtkörper umgibt, und die durch den Strom für kurze Zeit zum Glühen erhitzt wird; ähnlich werden elektrische Bügeleisen, Kochherde usw. durch eingebaute dünne Drähte erhitzt. Nach dem zweiten Prinzip, nach dem ein „Lichtbogen“ die Heizquelle bildet, wirkt z. B. der Ofen Abb. 482, der in der Metallurgie eine große Rolle spielt. Zwischen die Enden der Kohlenstäbe *A* und *B* bringt man das Material, auf das der Lichtbogen mit seiner mehrere Tausend Grad betragenden Temperatur einwirken soll.

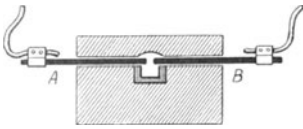


Abb. 482. Elektrischer Ofen mit Lichtbogenheizung.

Thermoelektrizität. Elektrische Energie läßt sich in Wärme umwandeln; umgekehrt kann unter gewissen Bedingungen Wärme unmittelbar elektromotorisch wirken (Th. I. SEEBECK, 1821). Man nennt die unmittelbar aus Wärme hervorgegangene Elektrizität *Thermoelektrizität*.

Wie entstehen thermoelektrische Ströme? Man verbinde zwei Drähte aus *verschiedenen* Metallen, z. B. Eisen und Kupfer, miteinander, indem man die Enden zusammendrillt (Abb. 483), und bringe die Verbindungsstelle *A* mit einer Flamme auf eine *andere* Temperatur als die Verbindungsstelle *B* (Zimmertemperatur). Dann geht ein elektrischer Strom durch die *heiße* Verbindungsstelle in der (Pfeil-) Richtung vom Kupfer zum Eisen. Erhitzt man *B* und erhält *A* auf der niedrigeren Temperatur, so geht der Strom dem Pfeile entgegengesetzt, also wieder durch die *heiße* Verbindungsstelle vom Kupfer zum Eisen.

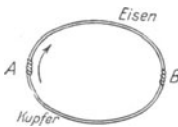


Abb. 483. (Zwei Metalle.)

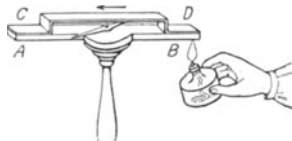


Abb. 484. (Zwei Metalle.)
Zum thermoelektrischen Fundamentaversuch.

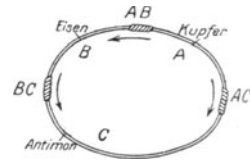


Abb. 485. (Drei Metalle.)

Man zeigt das mit dem in Abb. 484 dargestellten Apparat. *AB* bedeutet einen *Wismutstab*, *CD* einen darauf gelegten *Kupferbügel*, zwischen beiden befindet sich eine leicht drehbare Magnetnadel. Erhitzt man die Verbindungsstelle *DB*, so *dreht* sich die Magnetnadel, ein Beweis dafür, daß ein elektrischer Strom sie umkreist. Erhitzt man *CA*, so dreht sich die Nadel entgegengesetzt, ein Beweis, daß der Strom sie jetzt in entgegengesetzter Richtung umkreist. Die Temperaturerhöhung erzeugt zunächst eine EMK¹, und der Strom hängt von ihrer Größe ab und von dem Widerstande im Stromkreise.

Erhitzt man beide Verbindungsstellen (Abb. 483 *A* und *B*) auf *dieselbe* Temperatur, so entsteht der Strom nicht; offenbar entsteht dann an jeder eine EMK, die der an der anderen an Größe *gleich*, aber *entgegengesetzt gerichtet* ist. — Auch wenn man mehr als zwei Metalle miteinander verbindet, z. B. Kupfer, Eisen, Antimon (Abb. 485) und alle Verbindungsstellen auf gleicher Temperatur erhält, entsteht kein Strom. Offenbar ist die EMK an *AC* gleich groß und entgegengesetzt der aus der Summe der beiden anderen hervorgehenden, d. h. $AC = AB + BC$.

Schickt man einen Strom durch einen Leitungskreis Wismut-Antimon, so entsteht — abgesehen davon, daß sich der Leiter seinem Widerstand entsprechend erwärmt — an der Lötstelle (PELTIER, 1834) eine besondere Wärmewirkung proportional der Zeit des Stromdurchganges und proportional der Stromstärke. Je nach der Stromrichtung ist sie *Wärmeerzeugung* oder *Wärmeverbrauch*: Erzeugung, wenn die Stromrichtung der des Thermostromes (der bei *äußerer* Erwärmung der Lötstelle entsteht) entgegengesetzt ist; Verbrauch

¹ Abkürzung für elektromotorische Kraft (S. 424 o.).

(also Abkühlung der Lötstelle), wenn die Stromrichtung mit der des Thermostromes übereinstimmt. Zeigen kann man den PELTIER-Effekt mit einem dem Luftthermometer (Abb. 467) ähnlichen Apparat, wenn man den Draht durch einen Wismut-Antimonstreifen ersetzt.

Thermoelement. Erhitzt man, Abb. 485, gleichzeitig zwei Verbindungsstellen auf dieselbe Temperatur, erhält die dritte aber auf Zimmertemperatur, so entsteht dieselbe EMK, wie wenn das Metall zwischen den beiden gleich warmen Verbindungsstellen *gar nicht vorhanden wäre*, also die beiden *gleich* warmen Verbindungsstellen nur *eine* bildeten. Darum darf man zwei Metalle durch ein drittes verlöten, ihre Enden und das sie verbindende Lot haben ja dieselbe Temperatur. So ist es im *Thermoelement*. Abb. 486 zeigt eines aus den Metallen M_1 und M_2 . Die Endpunkte A sind unmittelbar miteinander verbunden (Hauptlötstelle), die Endpunkte B und C (Nebenlötstelle) *auf dem Umwege* über den äußeren Stromkreis S . Erhält man sie aber beide auf gleicher Temperatur, so verhalten sie sich wie wenn sie unmittelbar miteinander verbunden wären.

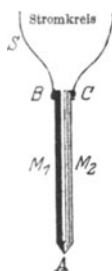


Abb. 486.
Thermoelement.

Die EMK eines einzelnen Thermoelementes ist sehr klein (das wirksamste Paar, *Antimon-Wismut*, gibt bei 100°C Temperaturdifferenz 0,01 Volt), sie

wächst zwar der Temperaturdifferenz nahezu proportional, aber jenseits einer gewissen Grenze sinkt sie wieder, wechselt sogar schließlich ihre Richtung. Sehr hohe Temperaturen fordern daher andere Metallpaare als niedrigere. Für Temperaturen zwischen -200° und $+600^{\circ}$ verwendet man hauptsächlich das Element Konstantan-Eisen (Konstantan eine Kupfer-Nickel-Legierung), bis 1500° dann das Element Platin-Platinrhodium (10% Rh).

Verbindet man eine Reihe von Thermoelementen wie in Abb. 487, so entsteht eine *Thermosäule*, Abb. 488, von größerer EMK. Erwärmt man alle Ecken der einen Seite des Zickzacks, während man die anderen auf Zimmertemperatur hält oder sogar abkühlt, so wird die EMK an den freien Enden der Säule gleich der Summe der EMK der einzelnen Thermoelemente. Die Thermosäule setzt die Energie der *Wärme* zwar unmittelbar in die *des elektrischen Stromes* um, ist aber als Stromquelle unbrauchbar, selbst wenn die Zahl der Thermoelemente sehr groß ist.

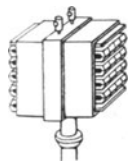


Abb. 488.
Thermosäule aus Wismut und Antimon nach MELONI. Veraltet.

Aber als Thermometer sind die Thermoelemente und -säulen wertvoll; die Lötstelle des Thermoelementes, Abb. 486, wird der zu messenden Temperatur ausgesetzt (nicht den Flammgasen!), die Lötstellen B und C werden auf Zimmertemperatur erhalten. Die Zuleitungsdrähte verbindet man mit einem strommessenden Instrument (Galvanometer). Mit Hilfe bekannter Temperaturen, bekannter Schmelzpunkte, Siedepunkte u. dgl. kann man ermitteln, welche Spannung zu einer bestimmten Temperatur gehört, und kann, wenn man die Lötstelle z. B. in ein schmelzendes Metall taucht, aus der beobachteten Spannung die Temperatur der Lötstelle ermitteln, d. h. die Schmelztemperatur messen. — Ein *Hauptvorteil* des Thermoelementes ist: seine Lötstelle kann auch an sonst kaum zugängliche Stellen (z. B. in enge Öffnungen) gebracht werden, und seine Wärmekapazität ist klein. Für viele Zwecke genügt ein Element (z. B. in dem Pyrometer für Porzellanöfen, Regenerativöfen der Glashütten u. dgl.), meist aus Platin und Platinrhodium (LE CHATELIER). Für andere ist eine *Säule* erforderlich, die RUBENSsche (Abb. 489) aus Eisen und Konstantan wird viel benutzt. Die Lötstellen ihrer thermoelektrisch wirksamen Drähte liegen in einer Geraden, so daß man sie z. B. mit einer linearen Wärmequelle zusammenfallen lassen kann (für Strahlungsmessungen im Spektrum wichtig). Ihre Wärmekapazität ist so klein, daß das Galvanometer sich *sofort* einstellt.

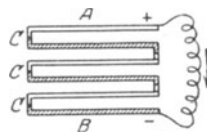


Abb. 487. Drei einander unterstützende Thermoelemente (Thermosäule).

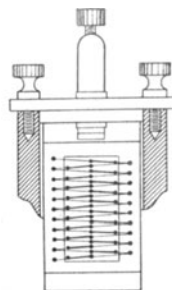


Abb. 489.
Thermosäule aus Eisen und Konstantan nach RUBENS.

3. Elektrochemische Wirkungen des Stromes. — Elektromotorische Wirkung der Ionen.

Elektrolyse. Verbinden sich zwei Stoffe chemisch, die starke Verwandtschaft zueinander haben, so entsteht eine große Wärmemenge, das Äquivalent einer großen Arbeit. Verbinden sich Wasserstoff und Sauerstoff gerade zu 1 kg Wasser, so entsteht so viel Wärme, daß sie das Kilogramm 1600 km heben könnte, wenn eine Dampfmaschine sie ganz in mechanische Arbeit verwandeln könnte. Das lehrt: Sauerstoff und Wasserstoff enthalten, solange sie *jeder für sich* bestehen, in ihrer chemischen Verwandtschaft einen gewissen Vorrat von Energie. Sind sie aber miteinander verbunden, so ziehen sie *einander* zwar weiter an, aber ohne Arbeit leisten zu können. Um sie wieder arbeitsfähig zu machen, muß man sie wieder voneinander trennen, und das *fordert* Arbeit.

Auch Arbeit *dieser* Art kann der elektrische Strom leisten, d. h. er kann die Komponenten chemisch zusammengesetzter Stoffe voneinander trennen — der Vorgang heißt deswegen *Elektrolyse* (FARADAY 1834) — und in den arbeitsfähigen Zustand zurückversetzen. *Diese* Arbeit leistet er nur, während er durch die Stoffe *hindurchfließt*. Die Stoffe, die der Strom chemisch zerlegen kann, sind also *Leiter*. Sie heißen *Elektrolyte*, auch *Leiter zweiter Klasse*, im Gegensatz zu denen erster Klasse, den Metallen. — (Wie der Begriff „Leiter“ nur relativ ist, so auch der Begriff Elektrolyt. Es gibt Elektrolyte, die den Strom kaum wahrnehmbar leiten, so daß ihre Zersetzungsprodukte mit den gewöhnlichen Hilfsmitteln der chemischen Analyse unauffindbar sind; es gibt auch Elektrolyte, die bei gewöhnlicher Temperatur nicht leiten, aber bei hoher.) Am leichtesten zerlegbar sind die *Säuren*, die *Basen* und die *Salze*. Sie sind an und für sich *Nichtleiter*, leiten aber, sobald sie in Wasser *gelöst* sind, so z. B. Salzsäuregas, Ammoniak, Kupfervitriol, auch, wenn sie geschmolzen sind, z. B. Zinkchlorid, Bleichlorid, Kaliumhydroxyd.

Wir machen eine solche Lösung oder eine solche Schmelze zu einem Teil eines Stromkreises (Abb. 490). Die Stellen *A* und *B*, an denen der *metallische* Leiter unterbrochen ist, die aber der *flüssige* Leiter verbindet, heißen *Elektroden* ($\delta\delta\acute{o}\varsigma$ = Weg). Auch die bestleitende Flüssigkeit leitet schlecht im Vergleich mit einem Metall, deswegen macht man die Elektroden im Verhältnis zum

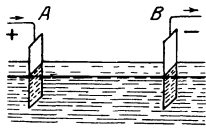


Abb. 490. Eine Flüssigkeit als Teil eines Stromkreises.

übrigen Leitungsquerschnitt groß, indem man die Enden der Leitung mit Metallplatten versieht. Man nennt zwar die ganze Platte Elektrode — die eine die positive, die andere die negative —, aber Elektrode im eigentlichen Sinne, d. h. Eintritts- oder Austritts-

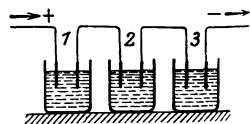


Abb. 491. Flüssigkeiten als Teile eines Stromkreises.

stelle des Stromes, ist nur derjenige Teil der Platte, der in die Flüssigkeit taucht. — Man kann natürlich denselben metallischen Leiter an mehreren Stellen zugleich unterbrechen — in Abb. 491 bei 1, 2, 3 — und an jeder mit Hilfe von Elektroden eine Zelle mit leitender Flüssigkeit, eine *Zersetzungszone*, einschalten. Durch alle geht dann derselbe Strom zu gleicher Zeit. Man nennt die so angeordneten Zellen — die negative Elektrode der einen Zelle ist mit der positiven der nächsten leitend verbunden — *hintereinandergeschaltet*. — An den Elektroden, und *nur* an ihnen, nicht auch im Innern der Flüssigkeit, scheiden sich die Zersetzungsprodukte ab. Man sieht das, wenn man einen Stoff zerlegt, dessen Komponenten Gase sind (Salzsäure). Die Gase steigen nur an den Elektroden auf. (Um Verwicklungen zu vermeiden, die aus der chemischen Angreifbarkeit der Elektroden entstehen können, seien diese aus Platin oder aus Kohle hergestellt.) Zuerst

lernen wir: Gleichviel woraus der flüssige Leiter besteht, stets scheidet sich an der *negativen* Elektrode derjenige Teil von ihm ab, den die Chemie die *Base* nennt, an der *positiven* Elektrode die *Säure* oder der Teil, der zur Bildung einer Säure wesentlich ist. Ob der Leiter Zinkchlorid ist oder Salzsäure oder Ammoniak — Chlor und Stickstoff erscheinen an der positiven Elektrode, Zink und Wasserstoff an der negativen (deswegen kann man mit dem Polreagenzpapier ermitteln, welches von zwei Leitungsenden positiv und welches negativ ist).

Da die Zersetzungsprodukte nur an den Elektroden auftreten, müssen sie sich zu ihnen hinbewegt haben. FARADAY nannte sie dieser Bewegung wegen¹ *Ionen*: das Ion, das zur *positiven* Elektrode „bergauf“ geht, nannte er das *Anion* (Chlor, Stickstoff, die Säure) und das zur *negativen*, „bergab“ gehende, das *Kation* (Wasserstoff, Zink). Die *Enden* des flüssigen Leiters, d. h. die Stellen, an denen Anion und Kation aus ihm austreten, nannte er *Anode* und *Kathode*. Der Sprachgebrauch identifiziert die Enden des flüssigen Leiters mit den anliegenden Enden des metallischen, den Elektroden, und nennt die positive Elektrode *Anode*, die negative *Kathode*.

Gewisse Konzentrationsänderungen nahe bei den Elektroden haben gelehrt (HITTORF), daß zwei Ionen, die miteinander verbunden waren, nach ihrer Trennung *nicht* mit der *gleichen* Geschwindigkeit zu ihrer Elektrode hinwandern. Wird z. B. Salzsäure, HCl, elektrolysiert, so wandert — *ceteris paribus* — das H-Ion fünfmal schneller als das Cl-Ion (*Überföhrungszahlen*). Jedes Ion in sehr verdünnter Lösung hat eine *bestimmte* Geschwindigkeit im Einheitsfeld (von den Kationen hat Wasserstoff die größte, von den Anionen die Hydroxylgruppe OH), *gleichgültig*, mit welchem Ion es verbunden war, und *unabhängig* davon, ob noch andere Ionen in derselben oder in entgegengesetzter Richtung die Flüssigkeit durchwandern. An dieses Gesetz von der *Unabhängigkeit der Ionenwanderung* (KOHLEAUSCH, 1879) knüpft ARRHENIUS seine Theorie der elektrolytischen Dissoziation, es lehrt außerdem die Leitfähigkeit sehr verdünnter Lösungen berechnen.

Elektrolytische Dissoziation (ARRHENIUS, 1886/87). Wie kommt die Abscheidung der Komponenten des Elektrolyten an den Elektroden zustande? Erklärlich wird sie durch die Theorie der *elektrolytischen Dissoziation*. In gewissen wässerigen Lösungen ist der osmotische Druck (S. 221) *größer*, als es der Konzentration der Lösung und dem Molekulargewicht des gelösten Stoffes entspricht, mithin die Anzahl der gelösten Teilchen offenbar größer, als man erwartet. Daraus schließt man, daß die Moleküle des gelösten Stoffes zum Teil „dissoziiert“, in Komponenten gespalten sind. Die Erfahrung lehrt nun: 1. diese mutmaßlich dissoziierten Lösungen sind dieselben, die auch den Strom leiten und durch ihn zerlegt werden, und 2. jene Abweichung des osmotischen Druckes von dem berechneten, also die Anzahl der mutmaßlich gespaltenen Moleküle wird bis zu einem gewissen Grenzwert größer, wenn man die Lösung *verdünnt*. Man schließt daher: die Vermehrung der gespaltenen Moleküle *bewirkt* die Vergrößerung der Leitfähigkeit, und der Auflösvorgang selber ruft beides gleichzeitig *hervor*. Man stellt sich daher die Stromleitung in dem Elektrolyten und die Abscheidung seiner Komponenten *so* vor: Der Elektrolyt, z. B. Chlorkalium (KCl), wird, *indem das Wasser ihn auflöst*, in die Komponenten Kalium (K) und Chlor (Cl) gespalten — also nicht erst der *Strom* spaltet ihn. An den Elektroden scheidet sich die Komponenten *deswegen* aus, weil — so nimmt man an — die eine (Kalium) mit *positiver* Elektrizität geladen ist, die andere (Chlor) mit negativer, und daher die eine von der *negativen* Elektrode angezogen wird, die andere von der positiven (Abb. 492). Woher die Ionen Kalium und Chlor — man bezeichnet sie mit K^+ und Cl^- — ihre Ladungen haben, lassen wir dahingestellt; ferner auch, was wir

¹) *ión, íónτος* = gehend.

uns unter der Ladung der Ionen zu denken haben. Abb. 492 zeigt: die Ionen transportieren die Elektrizität durch die Flüssigkeit hindurch, die an und für sich nicht leitet, und bilden dabei das, was wir den elektrischen Strom nennen. Die nicht gespaltenen Moleküle Chlorkalium — man muß sie sich mit gleich

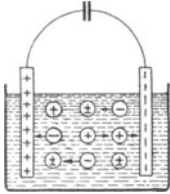


Abb. 492.
Mechanismus der
Stromleitung durch
einen Elektrolyten.

großen Mengen positiver und negativer Elektrizität gleichzeitig geladen denken — beteiligen sich nicht an der Leitung des Stromes. — Aus der Spaltung der Moleküle erklärt sich auch, daß jede noch so kleine Stromstärke die Komponenten an den Elektroden abscheidet: sie sind schon voneinander getrennt, sie werden nur zu den Elektroden hin verschoben, und dazu genügt jede beliebig kleine Kraft, wenn sie nur lange genug wirkt.

Zerfallen bei der Auflösung des Elektrolyten alle seine Moleküle in Ionen oder zerfällt nur ein Teil? Man spricht in diesem Sinne von dem Dissoziationsgrade des Elektrolyten und versteht darunter das Verhältnis der Zahl der elektrolytisch gespaltenen Moleküle zur Gesamtzahl der Moleküle. Den Dissoziationsgrad kann man berechnen aus den Veränderungen des Gefrierpunktes und des Siedepunktes, aus der Leitfähigkeit, aus der EMK zwischen einem Metall und der Lösung eines seiner Salze und noch aus anderen überwiegend chemischen Vorgängen. Bei der Berechnung des Dissoziationsgrades (α) scheiden sich die Elektrolyte in wässriger Lösung in starke und in schwache. Die starken haben in verdünnter Lösung einen Wert α , der nahe bei 1 liegt und mit steigender Konzentration nur langsam fällt. Hierzu gehören die meisten Neutralsalze, ferner „starke“ Mineralsäuren und Basen wie HCl, HNO₃, H₂SO₄, NaOH, KOH usw. Die schwachen Elektrolyte haben einen mit der Konzentration sehr veränderlichen Dissoziationsgrad, aber selbst bei sehr großer Verdünnung ist die Ionenbildung noch sehr unvollständig. Hierzu gehören die meisten organischen Säuren, Kohlensäure, Schwefelwasserstoff und andere „schwache“ Säuren, ferner Ammoniak und viele organische Basen.

Es handelt sich danach bei der elektrolytischen Dissoziation um ein mit der Konzentration der Lösung veränderliches Gleichgewicht zwischen Ionen und undissoziierten Moleküle. Eine entscheidende Rolle spielt dabei eine Dissoziationskonstante k , die mit der Konzentration c und dem Dissoziationsgrade α durch die Gleichung $\frac{\alpha^2}{1-\alpha} \cdot c = k$ verknüpft ist. Aber bei den starken Elektrolyten (Neutralsalzen, starken Mineralsäuren, Alkalilaugen) versagt dieses „Verdünnungsgesetz“; der Ausdruck links erweist sich nicht als konstant, er wächst in den meisten Fällen mit wachsender Konzentration merklich.

Der Versuch, diese Anomalie der starken Elektrolyte zu erklären, ist der Anlaß zur neuesten Entwicklung der Dissoziationstheorie. Diese Entwicklung leitet der Grundgedanke: die starken Elektrolyte sind in ihren gut leitenden Lösungen stets völlig in Ionen zerfallen, der Dissoziationsgrad also, unabhängig von der Konzentration, immer = 1. Die Abnahme der Leitfähigkeit, der osmotischen und der chemischen Wirksamkeit mit steigender Konzentration erklärt sich durch die gegenseitige elektrostatistische Beeinflussung der Ionen, die ihre freie Beweglichkeit einschränkt.

Die Theorie der elektrolytischen Dissoziation hat eine neue Art von Molekülen, die elektrisch geladenen Ionen und deren chemische Reaktionsfähigkeit, kennen gelehrt. Sie hat dadurch der Theorie der chemischen Reaktionen neue fruchtbare Anschauungen zugeführt. Wir sehen: derselbe Stoff kann je nach den Umständen elektrolytisch zerfallen oder sich in unelektrische Moleküle spalten. Löst man Salmiak in viel Wasser auf, so dissoziiert er sich fast völlig im Sinne der Gleichung

$\overset{+}{\text{N}}\overset{-}{\text{H}}_4\overset{+}{\text{Cl}} = \overset{+}{\text{N}}\overset{-}{\text{H}}_4 + \overset{-}{\text{Cl}}$ elektrolytisch; vergasen wir ihn unter hinreichend kleinem Druck, so zerfällt er im Sinne der Gleichung $\text{NH}_4\text{Cl} = \text{NH}_3 + \text{HCl}$ in unelektrische Moleküle.

Die elektrolytische Dissoziation unterscheidet sich von der rein chemischen aber nicht allein dadurch, daß die Komponenten elektrisch geladen sind, sondern auch dadurch, daß die Komponenten sich chemisch ganz anders verhalten. Die Ionen Kalium und Chlor z. B. wirken chemisch ganz anders als das *neutrale* Kalium und das *neutrale* Chlor. Das in der Lösung befindliche freie Chlorion ist geruchlos, und das Kaliumion reagiert nicht auf Wasser. Der Unterschied erklärt sich so: das Kaliumion und das Chlorion enthalten andere Energiemengen als das *neutrale* Chlor und das *neutrale* Kalium.

Damit im Einklang ist auch das Folgende: Um die Produkte der *gewöhnlichen* Dissoziation voneinander zu trennen, bedarf es keiner andern Arbeit weiter als um die Komponenten eines Gemisches überhaupt zu trennen; bei den Produkten der *elektrolytischen* Dissoziation ist *außerdem* noch die ungeheuer viel größere Arbeit gegen die elektrischen Anziehungskräfte der entgegengesetzt geladenen Ionen zu leisten.

Gespalten hat den Elektrolyten der Lösungsprozeß, worin besteht die Arbeit des Stromes? — Die Ionen gehen, von den Elektroden angezogen, die einen stromauf, die andern stromab — natürlich mit großer Reibung — durch die Flüssigkeit: ihre Überwindung ist der *eine* Teil der Stromarbeit. Sind die Ionen an der Elektrode angekommen, so muß ihnen ihre Ladung entrissen werden: die Verwandlung des Ions in ein neutrales Atom ist der *andere* Teil der Stromarbeit.

Wie groß sind die *Mengen der Zersetzungsprodukte*, die gleichzeitig an den beiden Elektroden auftreten? Die Erfahrung lehrt: sie stehen in *dem* Verhältnisse zueinander, das die Formel der Verbindung ausspricht: in der Salzsäure HCl ist je 1 Atom Wasserstoff mit je 1 Atom Chlor verbunden, je 1 mg Wasserstoff mit 35,5 mg Chlor, und ebenso entstehen für je 1 mg Wasserstoff an der Kathode gleichzeitig 35,5 mg Chlor an der Anode.

Die *absolute* Menge der ausgeschiedenen Komponenten *wächst* der Stromstärke und der Durchströmungsdauer proportional. Ein Strom von 1 Ampere scheidet aus salpetersaurem Silber in 1 sec 1,118 mg Silber aus, ein Strom von 2 Ampere in 1 sec $2 \cdot 1,118$ mg Silber und in 2 sec $2 \cdot 2 \cdot 1,118$ mg usw. Aber das Mengenverhältnis der ausgeschiedenen Komponenten zueinander ist immer *dasselbe* — unabhängig von der Stromstärke und der Durchströmungsdauer, von der Größe und der Form der Zersetzungsstellen, von der Größe und dem gegenseitigen Abstände der Elektroden.

Elektrochemisches Äquivalentgesetz von FARADAY. Bisher war nur von *einer* Zelle die Rede. Wie aber, wenn der Strom durch mehrere hintereinander geschaltete Zellen (Abb. 491) geht? In jeder Zelle entstehen dann die Komponenten entsprechend der chemischen Formel des jeweilig darin vorhandenen Elektrolyten. In einer mit Zinkchlorid, ZnCl_2 , gefüllten Zelle scheiden sich für je 65,4 mg Zink gleichzeitig 71 mg Chlor aus, in einer mit Salzsäure, HCl, gefüllten für 1 mg Wasserstoff gleichzeitig 35,5 mg Chlor usw. Die Erfahrung führt nun auf ein Gesetz, das den Vorgang in allen hintereinandergeschalteten Zellen umfaßt: *eines der wichtigsten Gesetze* (FARADAY) der gesamten Elektrizitätslehre, eines der Fundamente der modernen Theorie (HELMHOLTZ) der Elektrizität. Um es kurz zu formulieren, benützt man den Begriff der *Wertigkeit* (Valenz).

Wir erläutern den Valenzbegriff an Beispielen. Kupfervitriol CuSO_4 und Eisenvitriol FeSO_4 unterscheiden sich der Formel nach dadurch, daß Kupfer, Cu, und Eisen, Fe, durcheinander ersetzt sind, *ein* Atom Kupfer durch *ein* Atom Eisen; die Soda Na_2CO_3 und Pottasche K_2CO_3 dadurch, daß Kalium, K, und Natrium, Na, durcheinander ersetzt sind, *zwei* Atome

Kalium durch zwei Atome Natrium. Man nennt deswegen das Kupferatom dem Eisenatom, das Kaliumatom dem Natriumatom *gleichwertig*. Aber Kupfer und Eisen auf der einen Seite und Kalium und Natrium auf der anderen sind einander *nicht* gleichwertig. Zwei Verbindungen wie Kupfervitriol, CuSO_4 , und Glaubersalz, Na_2SO_4 , zeigen das. Natrium und Kupfer ersetzen einander zwar, aber zwei Atome Na sind erforderlich, um ein Atom Cu zu vertreten. Man nennt daher Kupfer *mehrwertig* als Natrium. — Man kann die Elemente in Gruppen teilen: Elemente derselben Gruppe sind einander gleichwertig, aber die Elemente verschiedener Gruppen einander ungleichwertig. Nun gibt es kein Element, im Vergleich mit dem der Wasserstoff *mehrwertig* ist, man schreibt daher dem Wasserstoffatom die niedrigste Wertigkeit zu (1 Valenz) und nennt Wasserstoff und die ihm gleichwertigen Elemente (Kalium, Natrium usw.) *einwertig*. Entsprechend nennt man ein Element, von dem ein Atom genügt, um zwei einwertige Atome zu ersetzen, z. B. Cu, Zn, Hg, *zweiwertig*, und man spricht ihm 2 Valenzen zu usw. — Für die Formulierung des Gesetzes von FARADAY brauchbar wird die Wertigkeit der Atome und Atomgruppen durch folgende Überlegung: Ein 2-wertiges Atom, z. B. das Zinkatom, ist 2 Wasserstoffatomen gleichwertig. Da Zink das Atomgewicht 65,4 hat und Wasserstoff das Atomgewicht 1, so heißt das: 65,4 Gewichtsteile Zink sind 2 Gewichtsteilen Wasserstoff gleichwertig, also z. B. 65,4 g Zink 2 g Wasserstoff und daher $65,4/2$ g Zink 1 g Wasserstoff. Das *Atomgewicht des Elementes* dividiert durch die *Wertigkeit des Elementes* heißt Äquivalentgewicht (auch Valenz) des Stoffes. Das Äquivalentgewicht der 1-wertigen ist gleich dem Atomgewicht, das der 2, 3 ... *n*-wertigen gleich dem $2, 3 \dots n$ ten Teil des Atomgewichts.

HELMHOLTZ hat das Gesetz von FARADAY so formuliert: *Dieselbe Menge Elektrizität macht, wenn sie durch einen Elektrolyten fließt, immer dieselbe Anzahl Valenzen an den beiden Elektroden frei.* Geht also derselbe Strom durch mehrere Zellen hintereinander, und scheidet er an der Kathode der ersten Wasserstoff, der zweiten Silber, der dritten Gold, der vierten Zink aus, so entsteht für je 1 g Wasserstoff in der ersten Zelle: $107,88/1 = 107,88$ g Silber in der zweiten; $197/3 = 65,7$ g Gold in der dritten; $65,4/2 = 32,7$ g Zink in der vierten Zelle. Welche Elektrizitätsmenge gehört dazu, um an einer Elektrode 1 g Wasserstoff oder das *Äquivalentgewicht* irgendeines Elementes, z. B. 107,88 g Silber oder 32,7 g Zink, abzuscheiden? Die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb, z. B. ein Strom von 1 Ampere Stärke und 1 sec Dauer, schlägt 0,001118 g Silber an der Kathode nieder. Daraus folgt: die Abscheidung von 107,88 g Silber (oder von 32,7 g Zink oder von 65,7 g Gold) erfordert $107,88/0,001118 = 96494$ Coulomb.

Wenn aber dieselbe Elektrizitätsmenge immer gleichviel Valenzen an den Elektroden *freimacht*, so muß dort für je *eine* Valenz eine *bestimmte* Elektrizitätsmenge verfügbar sein, wenn sie deren Ladung *neutralisieren* soll. Wir müssen daher schließen: jedes Ion enthält, solange es sich in der Flüssigkeit befindet, für je *eine* seiner *Valenzen* ein entsprechend großes Quantum *Elektrizität als Ladung*, und Ionen mit gleichviel Valenzen (das Kalium-, das Silber-, das Wasserstoffion) tragen alle die gleiche Ladung. An einer Elektrode angelangt, beansprucht danach ein Kaliumion, damit seine Ladung neutralisiert und es wieder ein *neutrales* Atom werde, dieselbe Elektrizitätsmenge wie ein Silberion oder wie ein Wasserstoffion. Aber nur die *Ladungsmenge* ist auf allen dieselbe, sehr verschieden ist dagegen die *Zähigkeit*, mit der sie ihre Ladung *festhalten* (Haftintensität). Die Erfahrung lehrt: Um ein Ion zu neutralisieren, kommt es nicht allein auf die Elektrizitätsmenge an, die an der Elektrode zur Verfügung stehen muß, sondern auch auf den *Potentialsprung* an der Elektrode. Um dem Kaliumion seine Ladung zu entreißen, ist eine größere EMK nötig, als um dem Silberion seine Ladung zu entreißen. Das spricht sich aus in der *Zersetzungsspannung* (oder: *Polarisationsspannung*), die man an den Elektroden aufrechterhalten muß, je nachdem, welches Element man elektrolytisch abscheiden will. Man erklärt die Verschiedenheit in der chemischen Aktivität der Elemente (ein Element ist „stärker positiv“ als das andere) aus der Verschiedenheit der Haftintensität der elektrischen Ladung.

Die kleinste Ladung, in Elektrizitätseinheiten, haben offenbar die Ionen mit einer Valenz, das Wasserstoffion, das Kaliumion usw. Nun ist „ein Atom“ die kleinste Masse, die *selbständig* existiert, die *Ladung* eines einwertigen Atoms daher die kleinste Elektrizitätsmenge, der wir eine *selbständige* Existenz zuschreiben können. Das führt zu dem Schlusse: die Elektrizität, positive wie negative, ist in bestimmte elementare Quanta geteilt, die sich *wie Atome der Elektrizität* verhalten (HELMHOLTZ). Die Ladung eines einwertigen Atoms können wir berechnen: gewissen elektrolytischen Ergebnissen zufolge ist 1 mg Wasserstoff mit 96,49 Coulomb beladen (1 Coulomb = $3 \cdot 10^9$ elektrost. Einheiten, S. 417 m.), und der kinetischen Gastheorie nach enthält 1 mg Wasserstoff ungefähr 10^{21} Atome. Danach sind 10^{21} Atome mit rund 100 Coulomb beladen, auf ein Atom entfallen also 10^{-19} Coulomb (das sind $3 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten). Diese an ein einwertiges Ion gebundene Elektrizitätsmenge heißt *elektrisches Elementarquant* oder *Elementarladung*. Es ist also 1 Elementarladung = $3 \cdot 10^{-10}$ elektrost. Einh., daher eine elektrost. Einh. = rd. $3 \cdot 10^9$ Elementarladungen. Die Elementarladung ist unvorstellbar winzig: die früher (S. 392 u.) durch einen mechanischen Vorgang erläuterte absolute elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge ist etwa drei Milliarden mal so groß. Auf das *Sauerstoffatomgewicht*, als Einheit der Atomgewichte umgerechnet, ist das elektrische Elementarquant $96,50 : 1,008 = 95,73$ Coulomb.

Da jedes einzelne einwertige Ion die gleiche Elektrizitätsmenge als Ladung trägt, so muß das Verhältnis *Ladung e*: *Masse m* stets dasselbe sein, sowohl für eine wägbare Menge solcher Ionen wie für ein einzelnes Ion derselben Art. Wir können daher aus den Beobachtungen an wägbaren Stoffmengen auf gewisse Eigenschaften einzelner Atome schließen. So wissen wir, daß e/m — die *spezifische Ladung* — für Wasserstoff 96494 Coulomb/Gramm beträgt, was 9649, d. h. rund 10^4 absoluten elektromagnetischen Einheiten (s. d.) entspricht. Ebenso groß ist dann natürlich auch die *spezifische Ladung* des *einzelnen Wasserstoffions*. Für jedes andere Element als Wasserstoff ist sie kleiner, da ja Wasserstoff einwertig ist und das kleinste Atomgewicht hat. Für Silber, das einwertig, aber 107,88 mal so schwer als Wasserstoff ist, ist sie $10^4/107,88$, und für Zink, das zweiwertig, aber 65,4 mal schwerer als Wasserstoff ist, $2 \cdot 10^4/65,4$. Der Zahlenwert e/m ist also für jedes Element im Verhältnis *Wertigkeit*: *Atomgewicht* kleiner als für Wasserstoff.

Als die *Atome* der Elektrizität sind die Elektronen anzusehen (S. 456), deren *spezifische Ladung* e/m etwa 1800 mal größer ist als die des Wasserstoffs, deren *absolute* (negative) *Ladung e* aber *gleich* der des Wasserstoffions ist: das Elektron besitzt eine im Vergleich mit dem Wasserstoffatom verschwindend kleine Masse.

Elektrolyse des Wassers. Gewöhnlich verlaufen an den Elektroden *chemische* Umsetzungen (sekundäre Prozesse) zwischen den Ionen und der Elektrode oder zwischen den Ionen und dem Lösungsmittel usw. Die an den Elektroden ausgeschiedenen Stoffe sind daher nicht immer mit den Ionen des Elektrolyten identisch. Wenn man Wasser, das so gut wie gar nicht leitet, mit Schwefelsäure ansäuert und zwischen Platinelektroden zersetzt (Abb. 493), so scheiden sich der Formel H_2O gemäß Wasserstoff (H) und Sauerstoff (O) im Verhältnis 2 : 1 aus. Aber diese sog. Elektrolyse des *Wassers* ist tatsächlich Elektrolyse der im Wasser dissoziierten *Schwefelsäure*. Der Vorgang verläuft so: H_2SO_4 zerfällt in H_2^+ und SO_4^- . Das Ion H_2^+ wird frei, aber das Ion SO_4^- ergänzt sich auf Kosten des Wassers wieder zu H_2SO_4 , und dadurch wird Sauerstoff frei.

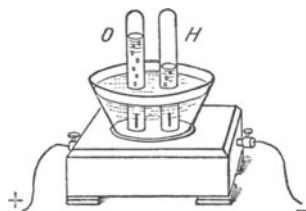


Abb. 493. Elektrolyse des Wassers.

Anwendungen der Elektrolyse. Metalle, die sich an den Elektroden abscheiden, überziehen diese meist als feste Schichten. Das benützt man zum Verkupfern, Versilbern usw. (Galvanostegie¹). Man hängt die zu überziehenden Körper — ihre Oberfläche muß leitend *sein* oder (z. B. mit Graphit eingerieben) leitend *gemacht werden* — in die Lösung des Metallsalzes und verbindet sie leitend mit der Kathode. Man kann auch Niederschläge herstellen, die sich von der Elektrode ablösen (Galvanoplastik) und als Metallabdruck benützen lassen (Klischee). Die Metallurgie benützt die Elektrolyse zur Gewinnung von Aluminium und Aluminiumbronze, von Kupfer, von Gold, auch die Bleicherei und die Gerberei benützen sie.

Mit Hilfe der Elektrolyse kann man die *Stärke eines elektrischen Stromes messen*. Das Gesetz von der Proportionalität zwischen Stromstärke und Durchströmungsdauer einerseits und Niederschlagsmenge andererseits ist so streng erfüllt, daß man die Stromstärke 1 Ampere danach *definiert*: das *Ampere* ist die *Einheit* der elektrischen Stromstärke; es wird dargestellt durch den unveränderlichen elektrischen Strom, der beim Durchgange durch eine wässrige Lösung von Silbernitrat in einer Sekunde 0,001118 g Silber niederschlägt (das elektrochemische Äquivalent des Silbers). Nunmehr kann man jede Stromstärke in

Ampere *ermitteln*: man leitet den zu messenden Strom eine gemessene Anzahl Sekunden durch eine Lösung von salpetersaurem Silber, AgNO_3 , und wiegt dann die ausgeschiedene Menge Silber. Aus der Anzahl Milligramm und aus der Zahl Sekunden folgt die Stromstärke in Ampere. —

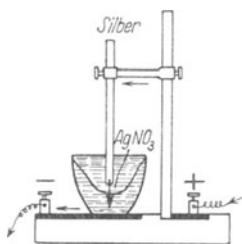


Abb. 494. Silbervoltameter.

Man nennt eine für Strommessung eingerichtete Zersetzungszelle ein *Voltmeter*, je nach dem Elektrolyten *Silber-, Kupfer-, Wasservoltmeter* usw. Sachverständiger behandelt ist das Silbervoltmeter das zuverlässigste (Abb. 494). Kathode ist ein Platintiegel (oder Silbertiegel), der die Lösung enthält (20—40 proz. Lösung von AgNO_3 in destill. Wasser), Anode ein Silberstab. Der Strom scheidet in dem Tiegel metallisches Silber aus; an dem Silberstab scheidet er den Salpetersäurerest aus, der das Silber in Silbernitrat verwandelt. — Im Wasservoltmeter (KOHLEBRAUSCH) zersetzt man 10—20 proz. reine Schwefelsäure zwischen blanken Platinelektroden. Man liest die entstandene Knallgasmenge in cm^3 direkt ab, muß aber Barometerstand und Temperatur berücksichtigen.

Das Voltmeter erfordert viel Zeit, Mühe und Sachkenntnis; man benützt es daher nur, um die Skala von Strommessern (*Amperemetern*) in Ampere zu eichen. Man schaltet es mit dem betreffenden Instrument hintereinander, so daß der Strom in beiden derselbe ist. Der Zeiger des Amperemeters steht dann vor derselben Stelle der Skala, solange der Strom unverändert bleibt. Mit dem Voltmeter ermittelt man, wieviel Ampere dieser Strom beträgt.

Das Voltmeter dient auch als Elektrizitätsmesser (Elektrizitätszähler), d. h. als Seitenteil zur Gasuhr (Gasmesser). Eine Gasuhr zeigt, wieviel Kubikmeter Gas im Laufe einer längeren Zeit durch die Leitung geströmt sind. Das entsprechende zeigt für die Elektrizität das Voltmeter in *Elektrizitätseinheiten*. Wir wissen: je 1,118 mg Silber im Voltmeter zeigen an, daß 1 Ampere 1 Sekunde lang hindurchgeflossen ist, oder auch 2 Ampere $\frac{1}{2}$ Sekunde oder auch $\frac{1}{2}$ Ampere 2 Sekunden usw. Die Elektrizitätsmenge, die 1 Ampere in 1 Sekunde durch den Querschnitt des Leiters führt, man nennt sie 1 *Ampere-Sekunde*, beträgt $3 \cdot 10^9$ elektrost. gemessene Einheiten — „1 Coulomb“. Also je 1,118 mg Silber im Voltmeter entsprechen 1 Coulomb. Finden wir z. B. 1118 mg Silber im Voltmeter, so sind 1000 Coulomb Elektrizität, oder, was dasselbe ist, 1000 Ampere-Sekunden durch die Leitung geströmt; wir erfahren zwar nicht, ob 1000 Ampere 1 Sekunde lang oder 1 Ampere 1000 Sekunden lang, das ist aber gleichgültig, denn die *Elektrizitätsmenge* ist die gleiche. — Am meisten verbreitet ist ein elektrolytischer Zähler, in dem der Strom an der Kathode Quecksilber ausscheidet (SCHOTT), das sich in einem geeichten Meßrohr sammelt und hier die Amperestundenzahl anzeigt (Stia-Zähler). Elektrolytische Zähler sind nur für Gleichstrom brauchbar.

¹ στέγω = bedecke.

Elektromotorische Wirksamkeit von Ionen (NERNST, 1888/1889). Die Ionen sind Träger elektrischer Ladungen, sogar *ungeheuer* großer: ein einwertiges Grammion, z. B. 1 g Wasserstoff, trägt so viel Elektrizitätseinheiten, wie etwa 27 Ampere in 1 Stunde durch den Querschnitt eines Leiters führen. *Dieser Besitz an Elektrizität macht die Ionen unter entsprechenden Bedingungen zur Quelle elektromotorischer Kräfte.* Z. B. so: ein Gefäß (Abb. 495) mit stark dissoziierter Lösung von Chlorwasserstoffgas in Wasser enthält positiv geladene Wasserstoffionen und negativ geladene Chlorionen. Könnten wir alle H^+ an das eine Ende des Rohres bringen und alle Cl^- an das andere, so würde die Flüssigkeitssäule an dem einen Ende positiv und an dem anderen negativ geladen sein. Durch einen Leitungsdraht, der sie miteinander verbände, müßte Strom gehen. Wir können das nicht *ganz* verwirklichen, aber doch so weit, daß man sich von der Richtigkeit des Schlusses überzeugen kann. Bringt man eine stark und eine schwächer konzentrierte HCl-Lösung miteinander in Berührung, so diffundieren sie ineinander. Aber die H^+ wandern *schneller* als die Cl^- , daher sammeln sich an dem einen Ende des Rohres mehr H^+ an, an dem anderen mehr Cl^- . Bringt man in die beiden Enden je eine geeignete Elektrode, so kann man die Potentialdifferenz wahrnehmen.

Ionen können aber auch noch anders entstehen als durch Auflösung eines Salzes, einer Base oder einer Säure in Wasser. Taucht ein Metall, z. B. ein Zinkstab, in Wasser, so löst (!) sich *etwas* davon auf, *viel* zu wenig, um wägbare, aber genug, um auf anderem Wege erkennbar zu sein — an der Potentialdifferenz, die seltsamerweise zwischen dem Zink und dem Wasser entsteht. Diese Potentialdifferenz *erklärt* NERNST so:

Nach der osmotischen Theorie der Lösung (S. 223) ist der Vorgang der Auflösung dem der Verdampfung analog. *Jeder* Stoff, sei er noch so schwer verdampfbare, verdampft von seiner Oberfläche aus Molekeln, so lange, bis der Druck, den die *verdampften* Molekeln auf ihn ausüben, gleich seinem eigenen Verdampfungsbestreben ist, d. h. gleich dem Druck, mit dem er die Molekeln in den ihn umgebenden Raum treibt. Ganz ähnlich sendet ein von Flüssigkeit umgebener Körper von seiner Oberfläche Molekeln aus. In die Flüssigkeit gelangt, üben die Molekeln osmotischen Druck aus, drücken also auch auf den sich lösenden Körper. Der Körper löst sich daher nur so lange, bis der osmotische Druck der in die Flüssigkeit gelangten Molekeln dem Lösungsdruck das Gleichgewicht hält, mit dem der Körper die Molekeln in die Flüssigkeit befördert.

Genau so muß man sich den Vorgang vorstellen, wenn sich *ein Metall* in Wasser löst. Ein *Metall* in *Wasser* „löslich“?! Jeder meint, „Auflösung“ müsse sinnlich *unmittelbar* wahrnehmbar sein; er müsse *sehen*, daß der Körper sich auflöst, müsse ihn dabei an Volumen abnehmen *sehen*, oder er müsse es an der Lösung *schmecken* können usw. Das ist aber falsch. Unsere Sinneswahrnehmungen sind begrenzt, *sehr eng* im Vergleich mit dem, was physikalische Instrumente leisten. Die physikalischen Instrumente sind Mittel zur *Erweiterung* unserer Sinne. Eine Menge von $\frac{1}{300\,000}$ mg Kochsalz können wir mit der *Zunge* nicht wahrnehmen; wohl aber mit dem *Spektralapparat* (S. 641). Bei der Auflösung des Metalls in Wasser handelt es sich gar um Mengen, auf die nicht einmal der Spektralapparat reagiert. Aber das *Elektrometer* reagiert darauf. Wir entdecken *mit dem Elektrometer* zwischen dem Zink und dem Wasser eine *Potentialdifferenz*. Ihr Auftreten ist nach NERNST verständlich, sobald man sie als eine Wirkung der Auflösung von Zink in Wasser *deutet*, d. h. als ein Zeichen für die Auflösung *ansieht*. NERNST nimmt an: die Molekeln, die das Zink in das Wasser



Abb. 495. Elektromotorische Wirksamkeit der Ionen H^+ und Cl^- .

schickt, gehen als *Ionen* hinein, und zwar — das ist das Besondere, was die Auflösung der Metalle kennzeichnet — als *positive*; die negative Elektrizität, die gleichzeitig mit der positiven entsteht, läßt den *Zinkstab negativ*. Der Zinkstab und die Flüssigkeit bilden also eine *Doppelschicht* elektrischer Ladung aus; zwischen beiden entsteht daher eine Potentialdifferenz. Der *negativ* geladene Stab und die *positiven* Ionen ziehen *einander* an. Die Ionen drücken daher auf den Stab, und zwar mit ungeheurer Kraft, denn die elektrostatische gegenseitige Anziehung ist infolge der großen Ladung der Ionen ungeheuer. Die beiden Elektrizitäten, mit denen die Ionen von 1 mg Wasser beladen sind, müßten, wenn sie getrennt und auf zwei Kugeln 1 km voneinander entfernt übertragen wären, eine Anziehungskraft zwischen beiden hervorbringen, die ungefähr 100000 kg* gleich wäre (HELMHOLTZ, FARADAY-Rede). Infolgedessen hört das Zink *fast augenblicklich* wieder auf, sich zu lösen; noch ehe die in die Lösung geschickten Ionen zahlreich genug sind, um auch nur spektroskopisch, geschweige denn mit der Waage oder gar mit unseren Sinnen unmittelbar wahrnehmbar zu sein.

Elektrolytischer Lösungsdruck. Man nennt den Druck, mit dem ein Stoff seine Molekeln in ein Lösungsmittel zu schicken strebt, *Lösungsdruck*; im besonderen den eines Metalles *elektrolytischen Lösungsdruck* (NERNST), weil seine Molekeln als Ionen in die Lösung gehen. Wir können also kurz sagen: das Metall sendet so lange Ionen in die Lösung, bis der Druck, den sie infolge ihrer Ladung auf das Metall ausüben, die Größe seines elektrolytischen *Lösungsdruckes* erreicht hat. Ist das Lösungsmittel reines Wasser, so ist der elektrostatische Druck der Ionen der *einzig*e Druck, der dem Lösungsdruck entgegenwirkt. Enthält aber das Wasser einen Elektrolyten gelöst — andere lösliche Stoffe interessieren uns hier nicht —, dann herrscht in dem Wasser ein osmotischer Druck. Er wirkt dem Lösungsdrucke des Metalls entgegengesetzt, sucht also dessen Auflösung zu hindern oder doch zu verringern. Der Lösungsdruck wirkt in der Richtung Metall \rightarrow Lösung, der elektrostatische Druck der Ionen und der osmotische Druck wirken in der Richtung Metall \leftarrow Lösung. Metall und Lösungsmittel sind nur dann im Gleichgewicht, wenn

Lösungsdruck = elektrostatischer Druck + osmotischer Druck.

Entscheidend ist, wie groß der osmotische Druck im Vergleich mit dem Lösungsdruck ist. 1. Ist er *gerade so* groß, so kann das Metall überhaupt keine Ionen in die Lösung schicken; es entsteht dann auch *keine Potentialdifferenz* zwischen Metall und Flüssigkeit. 2. Ist er *kleiner*, so fängt das *Metall* an, sich zu lösen, schickt positive Ionen in die Flüssigkeit und läßt sich *negativ*. Aber es kann nicht so viele Ionen in die Lösung schicken wie in reines Wasser, da ihm der osmotische Druck entgegenwirkt. Die Potentialdifferenz zwischen Metall und Lösung wird daher etwas kleiner als zwischen Metall und *reinem* Wasser. 3. Ist der osmotische Druck *größer als der Lösungsdruck*, so verhindert dieser Überdruck das Metall daran, *irgend* etwas in die Lösung zu schicken. Ja noch mehr. Das von dem Elektrolyten umgebene Metall ist dann (Lösung und Verdampfung sind ja analoge Vorgänge) etwa in der Lage einer von übersättigtem Dampf berührten Flüssigkeit. Von den Kationen in der Lösung schlagen sich einige auf dem Metall nieder (der Kondensation der überschüssigen Dampfmolekeln vergleichbar), geben dabei, da sie in den neutralen Zustand übergehen, ihre Ladung an das *Metall* ab, laden es also *positiv*, während die *Lösung* sich dabei *negativ* läßt. Dieser Vorgang findet sein Ende, sobald das positiv geladene Metall noch weiter hinzutretende Ionen abstößt und durch die Abstoßung mit dem elektrolytischen Lösungsdruck zusammen dem osmotischen Druck das Gleichgewicht hält. Auch dieser Vorgang kündigt sich (wie der entsprechende

der Lösung) nur durch eine Potentialdifferenz zwischen dem Metall und der Lösung an, das Elektrometer schlägt entgegengesetzt aus wie zuerst. Der erste Fall (Metall —, Lösung +) tritt z. B. ein, wenn Zink in eine Lösung von Zinksulfat taucht, der zweite (Metall +, Lösung —), wenn Kupfer in eine Lösung von Kupfersulfat taucht. Wir *schließen* daraus: der Lösungsdruck des Zinks ist größer (des Kupfers kleiner) als der osmotische Druck der Zinkionen (Kupferionen). — Hieraus folgt unmittelbar weiter: da der *osmotische* Druck der Zinksulfatlösung *gleich* ist dem einer äquimolekularen Lösung von Kupfersulfat, so ist der *Lösungsdruck* des Zinks größer als der des Kupfers.

Mechanismus des galvanischen Elements nach NERNST. Wir können somit Metalle durch Berührung mit Elektrolyten positiv oder negativ laden, können also mit Metallen und Elektrolyten Potentialdifferenzen erzeugen. Diesen Gedanken verwirklicht das *galvanische Element*. Ein Zinkstab taucht in die Lösung eines Zinksalzes, z. B. $ZnSO_4$, und ein Kupferstab in die Lösung eines Kupfersalzes, z. B. $CuSO_4$ (Abb. 496). Im Moment des Eintauchens lädt sich das *Zink negativ* und die umgebende Lösung positiv, das *Kupfer positiv* und die umgebende Lösung negativ; nach NERNST — wir wiederholen es — deswegen, weil die *Lösungstension des Zinks* den osmotischen Druck der Zinksulfatlösung *überwiegt* und daher positive Zinkionen in die Lösung befördert, andererseits der *osmotische Druck der Kupfersulfatlösung* den Lösungsdruck des Kupfers *überwiegt* und daher positive Kupferionen auf dem Kupferstab niederschlägt. Das Lösen und das Niederschlagen enden infolge der elektrostatischen Wirkungen zwischen den Metallen und den Lösungen, ehe noch die gelösten und die niedergeschlagenen Mengen eine wägbare Größe erreicht haben. Zugleich endet aber auch der Elektrizitätstransport vom Zink in die Zinksulfatlösung und von der Kupfersulfatlösung zu dem Kupfer. Verbindet man aber (Abb. 497, punktiert) die Metallstäbe leitend, so gleichen sie ihre Ladungen gegenseitig aus; und ebenso die beiden Lösungen, wenn man sie durch eine poröse Wand verbindet, die zwar die unmittelbare *Vermischung* hindert, aber durch ihre Poren eine zur Leitung ausreichende *Berührung* der Lösungen zuläßt. Dann verschwinden die elektrostatischen Wirkungen, das Zink kann aufs neue Ionen in die Lösung senden, die Kupfersulfatlösung Ionen auf dem Kupferstab niederschlagen, d. h. der Zinkstab und der Kupferstab laden sich aufs neue, der erste negativ, der zweite positiv. Bleiben sie *dauernd* verbunden, so spielen sich diese einzelnen Vorgänge *dauernd* ab, und es fließt *dauernd* in dem Leitungsdraht positive Elektrizität vom Kupfer zum Zink und in der Flüssigkeit (als Ladung der Zink- und der Kupferionen) vom Zink durch die Lösungen zum Kupfer. Die Gruppe: Zink, Zinksulfat, Kupfersulfat, Kupfer liefert dann dauernd einen elektrischen Strom. Dabei verbindet sich das in die Lösung geschickte Zn -Ion mit dem SO_4 -Ion, das durch die Ausscheidung des Cu -Ions frei geworden ist. Dadurch wächst die Konzentration der $ZnSO_4$ -Lösung und sinkt die der $CuSO_4$ -Lösung; die Zinkelektrode löst sich auf, und die Kupferelektrode nimmt an Masse zu. — Die ganze Vorrichtung heißt *ein galvanisches Element*, in dem Zustande Abb. 497 geschlossen, und wenn der verbindende Draht fehlt, *offen*. Das Kupfer und das Zink heißen die Elektroden oder auch die Pole, der eine der positive, der andere der negative.

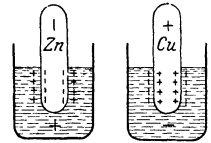


Abb. 496. Elektromotorische Wirksamkeit der Ionen.

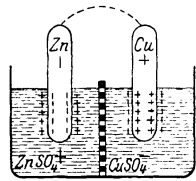


Abb. 497. Mechanismus des galvanischen Elements nach NERNST.

Das galvanische Element ist in Wirklichkeit nicht, wie hier dargestellt, aus der planmäßigen Anwendung der NERNSTschen Anschauung hervorgegangen; es ist vielmehr das älteste Mittel zur Stromerzeugung. Daß Metalle und leitende

Flüssigkeiten, miteinander in Berührung, sich entgegengesetzt laden (Berührungselektrizität), hat (1794) VOLTA entdeckt und ist seitdem die Grundlage für den Bau der galvanischen Elemente. Aber die Ursache ihrer EMK hat erst NERNST (1889) befriedigend erklärt. Den Anstoß zu VOLTAS Entdeckung gab eine zufällige Beobachtung des Anatomen GALVANI in Bologna (1786) bei physiologischen Untersuchungen an einem Froschschenkel. Nach GALVANI nennt man die Physik der Berührungselektrizität auch *Galvanismus*.

Nach NERNST sind also der elektrolytische Lösungsdruck des Zinks und der osmotische Druck der Kupfersulfatlösung die Ursachen der Potentialdifferenz zwischen dem Kupfer und dem Zink. Offenbar kann sich der Lösungsdruck des Zinks um so energischer entfalten, je kleiner der ihm entgegenarbeitende osmotische Druck ist, d. h. je *weniger* konzentriert die *Zinksulfatlösung* ist. Und der osmotische Druck der *Kupfersulfatlösung* ist um so stärker, je *konzentrierter* die Lösung ist. Kurz — die Potentialdifferenz zwischen dem Kupferstab und dem Zinkstab des Elementes muß *wachsen*, wenn man die Zinksulfatlösung verdünnt und die Kupfersulfatlösung konzentriert. Die Erfahrung hat diesen Schluß bestätigt. Die Theorie von NERNST erlaubt auch, die Potentialdifferenzen zu berechnen, und das Ergebnis der Rechnung stimmt mit dem der Messung vollkommen überein.

Wie groß der Lösungsdruck eines Metalles ist, und ob größer oder kleiner als der osmotische der Lösung, sieht man an der Größe der Potentialdifferenz und daran, nach welcher Seite das Elektrometer ausschlägt. Die Metalle, nach fallenden Werten dieser Potentialdifferenz geordnet, bilden die *elektrische Spannungsreihe*. Das Vorzeichen zeigt, ob der Lösungsdruck des Metalles größer (+) oder kleiner ist als der osmotische Druck.

Potentialdifferenz	
zwischen	Volt
Mg und MgSO ₄	+1,243
Zn „ ZnSO ₄	+0,521
Cd „ CdSO ₄	+0,158
Fe „ FeSO ₄	+0,078
Pb „ Pb acet.	—0,089
Cu „ CuSO ₄	—0,582
Hg „ Hg ₂ SO ₄	—0,990
Ag „ Ag ₂ SO ₄	—1,024

Lösungsdruck	
Metall	in Atmosphären
Mg	0,115 · 10 ⁴⁴
Zn	1,786 · 10 ¹⁹
Cd	0,599 · 10 ⁷
Fe	1,068 · 10 ⁴
Pb	1,950 · 10 ⁻²
Cu	2,228 · 10 ⁻¹⁹
Hg	2,178 · 10 ⁻¹⁶
Ag	0,567 · 10 ⁻¹⁸

Die galvanischen Elemente. Das in Abb. 497 schematisch dargestellte Element (DANIELL) ist eines der gebräuchlichsten. Man gibt ihm meist die Form

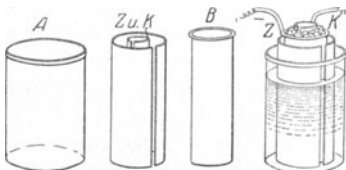


Abb. 498. DANIELL-Element: Zink, Zinksulfat, Kupfersulfat, Kupfer.

Abb. 498. Ein Glasgefäß A enthält verdünnte Zinksulfatlösung, ein poröses Tongefäß B konzentrierte Kupfersulfatlösung. Das Zink und das Kupfer, als Hohlzylinder Z und K, stehen in den Gefäßen A und B. Den Tonzylinder stellt man in den Glaszylinder. Die Wand B zwischen den Lösungen verhindert das Kupfersulfat, an das Zink heranzukommen und Umsetzungen herbeizuführen, die das Element bald

unbrauchbar machen würden. Die Porosität der Wand vermittelt die leitende Verbindung zwischen den Lösungen. — Um den Weg des Kupfersulfats zum Zink möglichst zu verlängern, brachte HELMHOLTZ das Kupfer (als flache Drahtspirale) und das Kupfersulfat auf den Boden eines hohen Glaszylinders, der im übrigen mit Zinksulfatlösung gefüllt war, das Zink befestigte er an

einem den Zylinder abschließenden Deckel. Erst in Wochen diffundiert das Kupfersulfat bis zu dem Zinkzylinder hinauf. Aber gleichviel, welches Mittel man auch anwendet, schließlich erreicht das Kupfersulfat ihn *doch* und führt zu Umsetzungen, die das Element unbrauchbar machen.

Es gibt noch viele Elemente (die wichtigsten beschreibt die Tabelle). Alle Abänderungen ihrer Zusammensetzung bezwecken, ihre EMK möglichst groß zu machen und während ihrer Tätigkeit möglichst konstant zu erhalten. Je nachdem die Größe oder die Konstanz der EMK im gegebenen Fall wichtiger ist, und je nach der Wohlfeilheit wählt man unter den Elementen aus. Die EMK des DANIELL-Elements ist zwar kleiner als die der anderen, aber länger konstant. Technischen Zwecken dienen sie jetzt nur noch in der Telegraphie und in der Telephonie, außerdem in der Haustelegographie (Klingeln u. dgl.). Im übrigen hat sie der Akkumulator verdrängt.

Die Elemente unterscheiden sich zwar durch ihren chemischen Aufbau. Aber *gemeinsam* ist ihnen: jedes hat zwei verschiedene Metalle oder ein Metall und Kohle als Elektroden und hat zwischen beiden einen Elektrolyten. Der Elektrolyt ist unerlässlich: die Fähigkeit, mit zwei verschiedenen Metallen als Elektroden ein Element zu bilden, ist geradezu ein *Merkmal* dafür, ob ein Stoff ein *Elektrolyt* ist oder nicht. Sogar Glas ist ein Elektrolyt.

Element	Elektroden		Elektrolyt	Depolarisator	EMK etwa Volt
	positiv	negativ			
DANIELL	Cu	Zn amalgamiert	H ₂ SO ₄ verd.	CuSO ₄ konz. oder Cu(NO ₃) ₂ konz.	1
GROVE	Pt	„	„	HNO ₃ fum.	1,9
BUNSEN	C	„	„	„	1,95
BUNSEN (Tauchelement)	„	„	„	K ₂ Cr ₂ O ₇	2—2,2
LECLANCHÉ	„	Zn	NH ₄ Cl konz.	MnO ₂	1,4

Zusammenschaltung mehrerer Elemente. Die EMK eines Elementes ist nur 1—2 Volt. Meistens braucht man aber, um den Widerstand des Stromkreises zu überwinden und die erforderliche Stromstärke zu erzeugen, sehr viel mehr Volt. Mit einem *einzelnen* Element ist dann nichts anzufangen. Man kann aber die EMK von Elementen addieren (Abb. 499).

„Die Potentialdifferenz zwischen den Polen Zn₁ und Cu₁ beträgt 1 Volt“ heißt: das Potential des Pols Cu₁ liegt um 1 Volt höher als das Potential des Pols Zn₁. Oder in einer Gleichung:

$$\text{Pot. Cu}_1 = \text{Pot. Zn}_1 + 1 \text{ Volt und analog:}$$

$$\text{Pot. Cu}_2 = \text{Pot. Zn}_2 + 1 \text{ Volt usw.}$$

Verbindet man nun Cu₁ unmittelbar mit Zn₂, so nehmen beide dasselbe Potential an, d. h.

$$\text{Pot. Zn}_2 = \text{Pot. Cu}_1.$$

Infolgedessen ist:

$$\text{Pot. Cu}_2 = \text{Pot. Cu}_1 + 1 \text{ Volt}$$

$$= \text{Pot. Zn}_1 + 1 \text{ Volt} + 1 \text{ Volt,}$$

d. h. das Potential von Cu₂ ist um 2 Volt höher als das Potential von Zn₁. Verbinden wir nun Cu₂ mit Zn₃, so stellt sich auf beiden dasselbe Potential her, und zwischen dem Kupferpole der dritten Zelle und dem Zinkpole der ersten besteht dann eine Potentialdifferenz von 3 Volt — d. h. diese drei Elemente leisten jetzt an EMK soviel wie ein Element von der dreifachen EMK. Man nennt diese Vielheit von Elementen eine galvanische *Batterie* und die Elemente *hintereinandergeschaltet*.

Auch die *Stromstärke*, die man mit einem einzelnen Element erzielen kann, ist begrenzt. Das Element besitzt einen *inneren* Widerstand an dem Widerstand des Elektrolyten, und da die EMK 1—2 Volt beträgt, so ist die maximale Stromstärke bestimmt, die das Element liefern kann. Vorausgesetzt ist dabei, daß der Widerstand des äußeren Stromkreises Null (das Element *kurz geschlossen*) ist, die Pole z. B. durch einen dicken Kupferstab miteinander

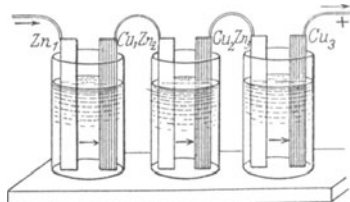


Abb. 499.
Hintereinandergeschaltete Elemente.

verbunden sind. In der Praxis ist aber stets ein äußerer Widerstand vorhanden, die erreichbare Stromstärke also *noch* kleiner. Um sie zu vergrößern, muß man den *inneren* Widerstand des Elementes verringern, also die Kupfer- und die Zinkplatten und dadurch den wirksamen Querschnitt des Elektrolyten möglichst groß machen.

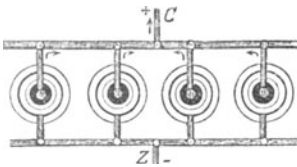


Abb. 500.
Parallel geschaltete Elemente.

Abb. 501 zeigt eine Batterie, deren Elemente zum Teil hintereinander, zum Teil parallel geschaltet sind — das erste im Interesse der zu erreichenden Spannung, das zweite im Interesse der zu erreichenden Stromstärke.

In der trockenen Säule von ZAMBONI, Abb. 502, liegen zwischen sehr dünnen Metallblättern als Elektroden (Zinnfolie und Kupferfolie) dünne Papierblättchen *P*, die den Elektrolyten ersetzen und daher nicht *völlig* trocken sein dürfen. Die Metallfolien und die Papierblättchen werden zu Tausenden aufeinander gestapelt und bilden so eine Batterie hintereinander geschalteter Elemente, deren Gesamtspannung viele Hunderte von Volt betragen kann. Freilich ist der innere Widerstand einer solchen Batterie oder Säule außerordentlich groß, so daß sie *nur elektrostatisch*, z. B. in Verbindung mit einem Quadrantelektrometer, verwendbar ist.



Abb. 502.
Trockene Säule (ZAMBONI).

Normalelemente. Die gewöhnlichen Elemente verlieren im Laufe der Zeit alle an EMK (das DANIELLSche an langsamsten). Man kann aber auch Elemente herstellen, die richtig gehandhabt ihre EMK nahezu unverändert behalten. Sie dienen, nachdem ihre EMK in Volt einmal ermittelt worden ist, geradezu als *Normalelemente*:

sie sind für Spannungsmessungen das, was Meterstäbe für Längenmessungen sind. Die gebräuchlichsten (Abb. 503) sind das CLARK-Element (Quecksilber, schwefelsaures Quecksilberoxydul, Zinksulfat, Zink) mit 1,432 Volt bei 15° C, und das WESTON-Element (wie das vorige, nur Cadmium an Stelle von Zink) mit 1,0185 Volt bei 15° C. Die EMK des WESTON-Elements ist von der Temperatur fast unabhängig, die des CLARK-Elements sinkt mit wachsender Temperatur merklich. Bei Spannungsmessungen mit Normalelementen darf dem Element *kein Strom* entnommen werden, sonst bleibt seine Spannung nicht konstant (Kompensationsmethode).

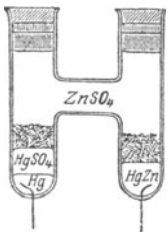


Abb. 503.
Normalelement.

Galvanische Polarisation. Wir kehren zur Elektrolyse zurück, um einiges nachzutragen, was an anderer Stelle den Gang der Darstellung unterbrochen hätte.

Die Arbeit des Stromes bei der Elektrolyse besteht zum größten Teil darin, daß er den Ionen ihre Ladungen entreißt. Den Zeitpunkt, in dem die Ionen sie loslassen, erkennt man daran, daß sie an den Elektroden aufzutreten beginnen. Erst von da an geht Strom durch die Zersetzungszelle. Aber um den Elektrolyten dahin zu bringen, muß man zwischen den Elektroden eine bestimmte Potentialdifferenz erzeugen: die *Zersetzungsspannung* des Elektrolyten (LE BLANC). Eine kleinere EMK treibt nur einen *Stromstoß* durch die Zelle. Ein Galvanometer

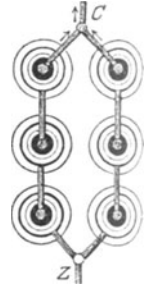


Abb. 501.
Zwei parallel geschaltete Reihen von je drei hintereinandergeschalteten Elementen.

in dem Stromkreis schlägt beim Einschalten der Zelle zwar aus, geht aber sofort wieder fast auf Null. Vergrößert man die Potentialdifferenz, so schlägt es zwar stärker aus, aber zunächst nur wenig; schließlich erreicht man eine Potentialdifferenz, bei der es plötzlich *stark* ausschlägt und stehenbleibt — jetzt ist die Zersetzungsspannung erreicht, und Stromdurchgang und Zersetzung dauern an.

Die Zersetzungszelle verhält sich also, *wie wenn* sie einen Widerstand besäße, der zwar anfangs überwunden wird, so daß der Stromstoß eintritt, dann aber zunimmt, und zwar zu einem Widerstande, den erst die Zersetzungsspannung überwindet. — Aber tatsächlich ist es so: vom Moment des Stromstoßes an wirkt die Zelle als *galvanisches Element* und sucht einen Strom zu erzeugen, der dem *elektrolysierenden Strom entgegengesetzt* gerichtet ist. Oder anders: vom Moment des Stromstoßes an entwickelt die Zelle eine elektromotorische *Gegenkraft* (gegen die EMK, die den elektrolysierenden Strom treibt). Daß die Gegenkraft wirklich da ist, lehrt ein Versuch (RITTER, 1803): Wenn man angesäuertes Wasser zwischen Platinelektroden *A* als Anode und *K* als Kathode zersetzt (Abb. 504), dann den Strom unterbricht und die Elektroden *K* und *A* außerhalb der Zelle leitend miteinander verbindet, *so wirkt die Zelle wie ein galvanisches Element*. Ein Galvanometer in der Leitung zeigt einen Strom an, der im Wasser von *K* nach *A* fließt, also im Wasser dem elektrolysierenden Strom *entgegengesetzt* gerichtet ist. Die Elektrode, die Kathode war, ist jetzt — Pol, die Elektrode, die Anode war, + Pol. Man nennt den Strom von *K* nach *A* im Wasser den *sekundären*, den Zustand, in den der *primäre* Strom die Elektroden versetzt hat, nennt man *Polarisation*, die Elektroden *polarisiert* und den sekundären Strom (weil er die Polarisation wieder aufhebt) den *depolarisierenden*, die EMK zwischen den polarisierten Elektroden die *elektromotorische Gegenkraft der Polarisation*.

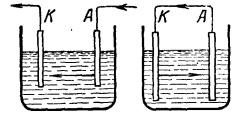


Abb. 504. Zum Nachweis der polarisierenden Wirkung des Stromes.

Elektrolyse ist *stets* von Polarisation begleitet, der depolarisierende Strom ist daher ein Mittel, auch die geringste Spur *vorangegangener* Zersetzung anzukündigen; nur dürfen die durch die Elektrolyse erzeugten geringen Mengen der Zersetzungsprodukte nicht durch den Sauerstoff, der sich stets im Wasser gelöst vorfindet, vernichtet worden sein. HELMHOLTZ (FARADAY-Rede) hat mit einer besonders hergerichteten Zelle gefunden, „daß man die Polarisation beobachten kann, welche in wenigen Sekunden ein Strom erzeugt, der ein Jahrhundert brauchen würde, um 1 mg Wasser zu zersetzen“.

Die Gegenkraft der Polarisation entwickelt sich *immer* dann, und *nur* dann, wenn die Elektrolyse die Elektroden an ihrer Oberfläche physikalisch oder chemisch verändert oder den Elektrolyten dicht an den Elektroden verändert. Sie bleibt aus, wenn sich CuSO_4 zwischen Cu-Elektroden oder ZnSO_4 zwischen Zn-Elektroden zersetzt. Hierbei verändern sich die Elektroden chemisch nicht (unpolarisierbar), an der Kathode schlägt sich dasselbe Metall nieder, das sich an der Anode aufgelöst hat, es wandert nur von der Anode zu der Kathode. Auch die Konzentration des Elektrolyten ändert sich nicht, wenn der Strom nicht etwa *sehr* stark ist und nicht *sehr* lange durch die Zelle geht.

Eine Elektrode polarisiert sich schon, wenn sie sich mit Gas bedeckt, wie die Elektrolyse des Wassers (Abb. 504) ja lehrt. Das ist für die galvanischen Elemente wichtig; diejenigen Elemente, deren Tätigkeit Wasserstoff an der einen Elektrode entwickelt, würden bald unbrauchbar sein, wenn man ihn nicht durch Oxydationsmittel (Chromsäure, Salpetersäure u. a.) unschädlich machen, die Polarisation also verhindern könnte (*Depolarisatoren* der Tabelle auf S. 439).

Wie die elektromotorische Gegenkraft in der Zersetzungszelle entsteht, wird verständlich, wenn man den Begriff Lösungsdruck auf den Vorgang in der Zersetzungszelle anwendet. Der Kern der Theorie (LE BLANC) ist dieser: Metalle in Berührung mit einem Elektrolyten streben danach, sich zu ionisieren (als Ionen in Lösung zu gehen, S. 436). Sind sie ionisiert, so streben sie, es zu bleiben. Auch die Ionen in der Zersetzungszelle streben, Ionen zu bleiben,

also sich *nicht* an den Elektroden auszuschcheiden, sich nicht zu *entionisieren*. Bei der Elektrolyse treten daher an einer Elektrode zwei Kräfte einander gegenüber: 1. die elektrostatische Anziehung der Elektrode auf die Ionen — sie strebt, ihnen ihre Ladung zu entreißen und sie neutralisiert niederzuschlagen; 2. der Lösungsdruck des Metalles, dessen gelöste Moleküle bestrebt sind, Ionen zu bleiben, also in der Lösung zu bleiben. Die erste Kraft ist zur Elektrode *hin-*, die zweite von ihr *weggerichtet*. Von dem *Größenverhältnis* beider hängt es ab, was geschehen wird. Aber die Größe des Lösungsdruckes ist begrenzt, und die Größe der elektrostatischen Anziehung können *wir* beliebig steigern, wir können also stets die Ausscheidung *erzwingen*.

Die Ionen — irgendwelche Metallionen — werden an die Kathode herangezogen und legen sich zunächst an sie an. Es schlagen sich auch einige nieder, weil die EMK hierzu so lange ausreicht, bis die Kationen eine zusammenhängende Schicht von einer gewissen minimalen Dicke bilden. Sobald aber etwas Metall ausgeschieden ist, wirkt *sein* Lösungsdruck der elektrostatischen Anziehung *entgegen*, und man muß die EMK an den Elektroden steigern, um den Lösungsdruck zu *überwinden* und *mehr* Metall auszuschcheiden. Mit der weiteren Ausscheidung steigt aber auch der Lösungsdruck wieder, und dieser Kampf geht weiter, bis das Metall eine Schichtdicke auf der Elektrode erreicht hat (jene „Konzentration“), bei der die Schicht denselben Lösungsdruck hat, den die Elektrode haben würde, wenn sie ganz aus dem betreffenden Metall bestünde. Von da an steigt der Lösungsdruck nicht weiter, und die geringste Steigerung der EMK an den Elektroden reicht aus, um die Ausscheidung *dauernd* zu bewirken. Dann ist die Zersetzungsspannung erreicht und der elektrolytische Lösungsdruck von der elektrostatischen Anziehung endgültig überwunden.

Die EMK der Zersetzungszelle erklärt sich danach ebenfalls aus dem Lösungsdruck der Metalle. Die Zersetzungsspannung läßt sich daher auch — wie die EMK eines Elementes — *berechnen* aus der Potentialdifferenz der polarisierbaren Elektrode gegenüber einer entsprechenden Lösung des Elektrolyten, in die man sie taucht, d. h. aus der Potentialdifferenz, die für den Lösungsdruck charakteristisch ist. Die Zersetzungsspannungen normaler Konzentrationen (in Volt) sind z. B. für: ZnSO_4 : 2,64, CuSO_4 : 2,24, HCl : 1,31, H_2SO_4 : 1,67.

Der Akkumulator. Die EMK der Polarisation zwingt uns, mehr Arbeit zu leisten, als sonst nötig wäre, den Elektrolyten zu zersetzen. Polarisation *scheint* also ein

Energieverlust. Aber diescheinbar verlorene Energie ist nur in eine andere Form *verwandelt* worden. Sie erscheint wieder, wenn man die Zersetzungszelle wie ein galvanisches Element benützt. Man nennt ein Element, das seine EMK der Polarisation verdankt, ein *Sekundärelement*, meist einen *Akkumulator* oder *Sammler*, weil es Energie aufspeichert. Unter den galvanischen Elementen kommen als technische Stromquellen nur die Akkumulatoren in Frage. Aber nicht jede Zersetzungszelle ist dazu brauchbar; im allgemeinen nimmt der depolarisierende Strom sehr schnell

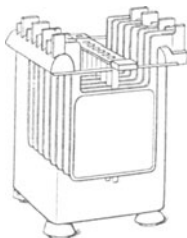


Abb. 505.
Akkumulator
(Sammelbatterie).

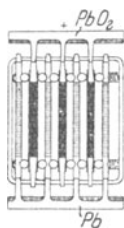
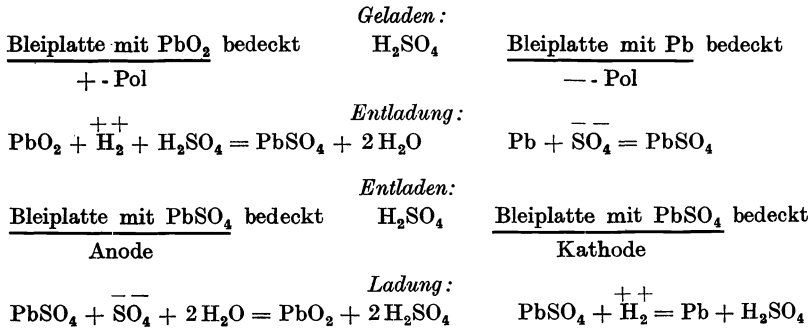


Abb. 506. Akkumulator
(Horizontaler
Querschnitt).

an Stärke ab, denn, indem er durch die Zelle fließt, *zerstört* er die Veränderungen an den Elektroden und in dem Elektrolyten, denen er sein Dasein verdankt. Der technisch wichtigste Akkumulator ist der *Bleiakkumulator*. (Das Aufspeicherungsprinzip Bleisuperoxyd, Blei und Schwefelsäure hat SINSTEDEN entdeckt, 1854. PLANTÉ hat 1859 den ersten praktisch benutzbaren Bleiakkumulator gebaut, FAURE hat 1882 eine verbesserte Ausführung vorgeschlagen.) Eine Bleiplatte, mit Bleisuperoxyd bedeckt, und eine Bleiplatte, mit besonders hergestelltem „schwammigem“ Blei bedeckt, dienen als Elektroden in verdünnter Schwefelsäure (Abb. 505/6). In diesem Zustande (S. 443, Tabelle) sind die Platten geladen, polarisiert. Die Zelle dient als *Element*, die Platte mit dem Bleisuperoxyd als $+$ -Pol, die Platte mit dem schwammigen Blei als $-$ -Pol. Bei der Stromabgabe bedecken sich *beide* Platten allmählich mit schwefelsaurem Blei. Ist die Bedeckung vollständig, so kann die Zelle nicht weiter als *Element* dienen, sie ist *entladen*. Um sie wieder zu *laden*, behandelt man sie als *Zersetzungszelle*, macht die Platte, die vorher $+$ -Pol war, zur Anode, die andere zur Kathode und *schickt* Strom hindurch. Die Elektrolyse verwandelt das

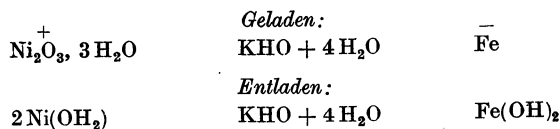
schwefelsaure Blei an der Anode in Bleisuperoxyd zurück und reduziert es an der Kathode zu Blei. Die Zelle kann dann wieder als Element dienen.



Die mit + und - versehenen chemischen Symbole bedeuten die Ionen, die sich beim Stromdurchgang abspalten und an der chemischen Umsetzung beteiligen.

Der Akkumulator wirkt so: Er *verbraucht* die Energie des Ladestromes und erfährt dabei eine chemische Veränderung, die seinen Energieinhalt *vergrößert*. Sie befähigt ihn, Strom zu liefern, Arbeit *zu leisten*. Während er das tut, sich *entlädt*, gehen die chemischen Veränderungen wieder zurück, und wenn sie *vollkommen* zurückgegangen sind, ist seine elektromotorische Wirksamkeit zu Ende. — Der Akkumulator ist somit ein Energiespeicher, ein sehr geräumiger, wenn man seine Elektrodenplatten groß genug macht. Zu dem Zweck verbindet man eine größere Zahl von Platten miteinander, man schaltet sie parallel. Abb. 506 zeigt das im Grundriß. Man benützt den Akkumulator als Speicher, dem man die elektrische Energie nach Bedarf zuführen und entnehmen kann. Beansprucht man eine Dynamomaschine am Tage weniger, am Abend mehr als sie leisten kann, so benützt man den tagsüber vorhandenen Überschuß an Energie, um Akkumulatoren zu laden, und entlädt sie am Abend, um die Maschine zu unterstützen. Man benützt Akkumulatoren, die am Tage geladen worden sind, nachts an Stelle der Maschine u. dgl. m. Da sie transportabel sind, dienen sie zum Betrieb und zur Beleuchtung elektrisch bewegter Fahrzeuge (Automobile, Bahnen, Boote). Jede Zelle verlangt zur *Ladung* 2,65—2,75 Volt, man kann daher mit 120 Volt 45 hintereinandergeschaltete Zellen laden. Bei der *Entladung* gibt eine Zelle zuerst 2 Volt, sie fällt sehr schnell auf ca 1,95 Volt, dann langsamer auf 1,8 Volt und muß dann wieder geladen werden. Bei langsamer Entnahme des Stromes kann man auf etwa 20 Amperestunden für je 1 kg Elektrodenmaterial rechnen. Der Akkumulator verlangt sorgfältige Behandlung.

Um Blei als Werkstoff zu vermeiden (seiner mechanischen Eigenschaften wegen), hat man andere Akkumulatoren gebaut. Durchgesetzt hat sich nur der Nickel-Eisen-Akkumulator von EDISON(1903). Die aktiven Massen sind Nickelsuperoxyd (Ni₂O₃) als + - Pol und feinverteiltes Eisen in Kalilauge (vom spezifischen Gewicht 1,2) als - - Pol. Das Plattengerüst ist bester vernickelter Stahl. Der geladene ausgeruhte Akkumulator hat 1,36 Volt bei 18°, also viel weniger als der Bleiakkumulator, aber er hat ihm gegenüber in bezug auf Wartung und auf Empfindlichkeit mancherlei Vorteile, namentlich zum Fahrzeugbetrieb.



4. Durchgang der Elektrizität durch Gase. (Gasentladungen und Ionisationsvorgänge.)

Ionisation der Gase. Luft isoliert im allgemeinen vorzüglich: die Goldblättchen eines Elektroskopes (Abb. 429), durch Ladung zum Spreizen gebracht, behalten viele Stunden den Ausschlag fast unverändert. Ihre Ladung fließt also nicht oder nur ganz langsam durch die Luft zu dem geerdeten Gehäuse. Das hohe Isolationsvermögen der Luft läßt sich aber sehr vermindern: setzt man z. B. nicht weit vom Elektroskop eine Röntgenröhre in Gang, oder bringt man ein Radiumpräparat in die Nähe, so fallen die Blättchen in kurzer Zeit zusammen. Sobald man die Röhre ausschaltet oder das Radiumpräparat entfernt, hat die Luft wieder ihre alte Isolierfähigkeit.

Um eine Vorstellung davon zu gewinnen, wodurch die Luft aus einem Isolator zu einem Leiter wird, knüpfen wir an einen Versuch an (C. T. R. WILSON): kühlen wir ein großes, mit Wasserdampf gesättigtes Luftvolumen ab, so scheidet sich Wasser ab, die Luft kann abgekühlt nicht so viel Wasserdampf tragen wie vorher. Im allgemeinen geht der Überschuß als Nebel nieder, die Staubteilchen in der Luft leiten die Kondensation ein und werden zu Trägern der Wassertröpfchen. Ist die Luft staubfrei und kühlt sie sich sehr rasch ab, z. B. durch eine adiabatische Expansion, so kann sie sich mit Wasserdampf übersättigen. Expandiert enthält die Luft dann mehr Wasserdampf in Gasform beigemengt, als ihrer Temperatur entspricht. Dieser Überschuß befindet sich in einem labilen Zustand; bringt man daher auch nur Spuren von Staub in den Raum, so setzt die Kondensation in Form von Wassertröpfchen sofort ein. Merkwürdigerweise bildet sich der Nebel auch dann, wenn Röntgen- oder Radiumstrahlen auf die Luft wirken. Der Nebel ist dann so fein, daß er sich lange schwebend hält. Er unterscheidet sich von dem an Staubkernen gebildeten aber auch dadurch, daß jedes Tröpfchen elektrisch geladen ist: läßt man ein elektrisches Feld auf den Nebel einwirken (man taucht etwa zwei parallele, mit den Polen einer Batterie verbundene Platten in das Gefäß), so sieht man die Tröpfchen halb zur positiven, halb zur negativen Platte wandern. Wir werden an die elektrolytischen Vorgänge erinnert, bei denen ebenfalls kleinste elektrisch geladene Teilchen — die Ionen — den Strom tragen. In der Tat sind die Vorgänge im elektrisch leitenden Gase ganz ähnlich, doch springt ein Unterschied in die Augen. Im Elektrolyten sind die Ionen schon vorhanden, im Gase muß man sie erst erzeugen. Die Ionenbildung in Gasen nennt man *Ionisation*, das Gas selbst im Zustand der Leitfähigkeit *ionisiert*, die Hilfsmittel, die ionenbildend wirken, Ionisatoren. (Ionisation durch ultraviolettes Licht, Röntgenstrahlen, radioaktive Strahlen, glühende Metalle, Flammengase, Elektronenstoß.)

Das Elektroskop verliert (s. oben) seine Ladung unter der Wirkung von Röntgenstrahlen: der Röntgenstrahl spaltet auf seinem Wege durch das Elektroskop einzelne Luftmoleküle in positive und negative Ionen (S. 448 u.) und diese wandern unter dem Einfluß des elektrischen Feldes teils zu den Goldblättchen, teils zum Gehäuse. Sind die Blättchen z. B. positiv geladen, so wandern die negativen Ionen dorthin und geben ihre Ladung an sie ab, so daß die Blättchen zusammenfallen.

Messung von Ionisationsströmen. Wie schnell bei dem obenerwähnten Elektroskopversuch die Goldblättchen zusammenfallen, hängt ganz von der Stärke der Ionisierung ab. Zählt man daher, wieviel Striche sie pro Minute an der Skala eines Okularmikrometers durchlaufen, so erhält man ein Maß für die Leitfähigkeit der Luft und somit für die Intensität der wirksamen Strahlung. Das Elektroskop ist damit zum Elektrometer geworden. — Um die Vorgänge in ionisierten Gasen näher

zu untersuchen, benutzt man besser den Plattenkondensator (Abb. 507). Ein zur Erde abgeleitetes Blechgehäuse K enthält zwei Platten P und P' im gegenseitigen Abstand von einigen Zentimetern, ihre Haltestifte sind bei I und I' isoliert nach außen geführt. Die Platten werden mit den Polen einer Akkumulatorenbatterie von etwa 100 Volt verbunden; der eine Pol wird außerdem mit dem Gehäuse verbunden; also zur Erde abgeleitet. Werden in dem Luftraum zwischen den beiden Platten (etwa durch Röntgenstrahlen) ständig Ionen erzeugt, so wandern ununterbrochen $+$ -Ionen zu der negativen Platte P und $-$ -Ionen zur positiven (geerdeten) Platte P' . Beiden Platten fließt also aus dem Gasraum ständig Elektrizität zu: diese wird aber durch Zufluß entgegengesetzter Ladung aus der Batterie dauernd neutralisiert, das Potential der Elektroden wird also durch die Batterie dauernd aufrechterhalten. Wird das Gas stark genug ionisiert, so fließt pro Sekunde den Platten von der Batterie so viel Ladung zu, daß ein empfindliches Galvanometer G zwischen der Platte P' und dem positiven Batteriepol dauernd ausschlägt. Meist sind jedoch die Ionsationsströme zu schwach für ein Galvanometer. Man verwendet dann ein Quadrantelektrometer (Abb. 433), dessen eines Quadrantenpaar mit der Platte P' , das andere mit der Erde verbunden wird. Die der Platte P' zufließende Ladung lädt nunmehr das eine Quadrantenpaar allmählich auf, was sich an dem langsamen und gleichmäßigen Wandern der Elektrometernadel zeigt. Die Wanderungsgeschwindigkeit ist dem Strom durch das Gas proportional.

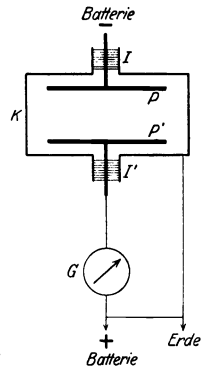


Abb. 507. Zur Messung von Ionsationsströmen.

Rekombination und Geschwindigkeit der Ionen. Legt man in der *Ionisationskammer* der Abb. 507 auch die Platte P an Erde, so wächst die Zahl der Ionen in der Kammer K , da ja das Feld dann fehlt, das sie vorher aus dem Gasraum herausgezogen hat. Hält der Ionisationsprozeß so lange an, bis sämtliche Gasmoleküle in Ionen gespalten sind, oder werden andere Vorgänge dies verhindern? Zunächst ist zu erwarten, daß einzelne Ionen allein durch Diffusion an die Platten P , P' und das Gehäuse herankommen und *dabei* ihre Ladung abgeben. Das geschieht auch, aber die Zahl der dadurch ausgemerzten Ionen ist im allgemeinen sehr klein gegenüber der unmittelbaren Wiedervereinigung (Rekombination) von Ionen *im Gasraum* als Wirkung der zwischen den entgegengesetzt geladenen Ionen herrschenden Anziehungskräfte. Die Wiedervereinigung geschieht offenbar desto rascher, je mehr positive und negative Ionen im Gase vorhanden sind. Faßt man daher ein bestimmtes negatives Ion ins Auge, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß es binnen einer Sekunde durch Wiedervereinigung mit einem positiven Ion verschwindet, der Zahl N_+ der vorhandenen positiven Ionen proportional; Entsprechendes gilt für ein positives Ion. Die Häufigkeit der Wiedervereinigungen in einem Gase ist also gleich kN_+N_- oder gleich kN^2 , da ja im allgemeinen gleichviel positive und negative Ionen vorhanden sind. k ist ein Proportionalitätsfaktor, der je nach dem Zustand des Gases verschieden ist. Die Anzahl der Wiedervereinigungen wächst also quadratisch mit der Ionendichte. Ein stark ionisiertes Gas entionisiert sich also von selbst sehr schnell, wenn nicht ein äußeres Mittel dauernd neue Ionen erzeugt. Man kann die Wiedervereinigung der Ionen in einem stark ionisierten Gase messend verfolgen: RUTHERFORD hat z. B. gefunden, daß von 1000000 pro cm^3 anfangs vorhandenen Ionen die Hälfte nach 0,7 sec und 90% nach 6 sec verschwunden sind. Auch unter der Wirkung eines sehr starken Ionisators bleibt die Zahl der in einem (von elektrischen Feldern freien) Gasraum sich anhäufenden Ionen sehr klein gegenüber der Zahl der vorhandenen Gasmoleküle.

Bei dem Versuch Abb. 507 war angenommen, daß die Ionen beim Einschalten des elektrischen Feldes *sofort* zu den Platten getrieben werden. In Wirklichkeit ist dies nicht der Fall. Ihre Geschwindigkeit ist der Stärke des elektrischen Feldes proportional und beträgt in Luft bei einem Potentialgradienten von 1 Volt auf 1 cm Entfernung für die positiven Ionen 1,3, für die negativen 1,8 cm/sec, in dem spezifisch leichteren Wasserstoff dagegen 6,0 bzw. 7,7 cm/sec. — Die Geschwindigkeit eines Ions in einem Gase ist also außerordentlich viel größer als die entsprechende Geschwindigkeit in einem Elektrolyten. H-Ionen bewegen sich in reinem Wasser nur mit 1,08 cm/Stunde bei einem Gradienten von 1 Volt/cm, so daß also das H-Ion im Wasserstoff rund 25000mal schneller wandert als in Wasser.

Sättigungsstrom. Kann ein starkes elektrisches Feld die frischgebildeten Ionen dem Gase so rasch entziehen, daß *gar keine* Wiedervereinigung eintritt? Ein Versuch mit dem Plattenkondensator (Abb. 507) entscheidet die Frage.

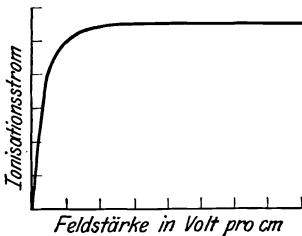


Abb. 508. Sättigungsstromkurve.

Wir ionisieren das Gas mit einem dauernd eingeschalteten Röntgenrohr und steigern, von Null aus, das Feld zwischen P und P' immer mehr, indem wir an P zuerst einen, dann zwei, dann drei usw. Akkumulatoren anlegen. Für jeden Feldwert messen wir mit G den durch das Gas fließenden Strom. Tragen wir (Abb. 508) die Ionisationsstromstärke als Funktion der Feldstärke auf, so entsteht eine Kurve, die nach steilem, nahezu geradlinigem Anstieg immer flacher und schließlich zur Abszisse parallel wird. Dieser Verlauf ist leicht zu verstehen.

Im *schwachen* Felde wandern die Ionen nur langsam; sie bleiben also relativ lange im Gasraum und finden daher auch leicht *entgegengesetzte* Ionen zur Wiedervereinigung. Je größer die Geschwindigkeit wird, um so geringer ist die Wahrscheinlichkeit der Wiedervereinigung. Die Zahl der Ionen, die die Platte erreichen, und damit die Stromstärke, wächst also mit wachsender Feldstärke bis zu einem Stromwert, bei dem die Ionen so schnell durch das Gas laufen, daß Wiedervereinigungen in merklicher Zahl nicht eintreten können. Eine weitere Vergrößerung der Spannung kann jetzt keine Stromzunahme mehr bewirken; denn *alle* entstehenden Ionen werden den Platten P und P' zugeführt. Der maximale Stromwert heißt *Sättigungsstrom*, die zu ihm gehörige Spannung *Sättigungsspannung*. — Der Sättigungsstrom mißt unmittelbar die Zahl der in der Zeiteinheit erzeugten Ionen und damit auch die Stärke des Ionisators. Entstehen pro sec N Ionenpaare im Gasraum und trägt jedes Ion eine Ladung e , so gilt für den Strom I die Beziehung $I = eN$; denn der Strom ist ja nichts anderes als die Ladung, die pro Sekunde den Querschnitt des Leiters durchfließt.

Elektrische Ladung des Ions. Elementarladung. Die bisher beschriebenen Versuche geben zwar Aufschluß über das *Verhältnis* von Ladung zu Masse an Elektronen (S. 433 u.) wie an elektrolytischen und gasförmigen Ionen; sie bieten aber keine Möglichkeit, den *Absolutwert der Ladung* zu bestimmen.

Die erste hierzu ausgedachte Methode stützt sich auf die Eigenschaft der Ionen, als Kondensationskerne für Wasserdampf zu wirken (S. 444 m.). Die Kondensation gelingt im allgemeinen desto besser, je rascher das mit Wasserdampf gesättigte Gas abgekühlt wird; am besten durch eine adiabatische (S. 297 u.) Expansion, die ja stets mit einer Temperaturerniedrigung verbunden ist. Expandiert man das Luftvolumen auf mehr als das 1,3fache, so wirken sowohl die positiven wie die negativen Ionen als Kerne; bleibt man unter dem 1,3fachen, so tritt die Kondensation nur an den negativen Ionen ein. Ein Versuch nach der von C. T. R.

WILSON erdachten und von J. J. THOMSON verfeinerten Methode verläuft im wesentlichen so: Ein mit Wasserdampf gesättigtes Luftvolumen wird durch Röntgenstrahlen ionisiert und dann auf etwas weniger als das 1,3fache expandiert, so daß sich die Wassertröpfchen nur an den negativen Ionen bilden. Nun wird erstens die Zahl N der Tröpfchen mikroskopisch ausgezählt, zweitens die Gesamtladung E aller Tröpfchen gemessen, indem man sie durch ein elektrisches Feld zu einer Platte treibt, die mit einem Elektrometer verbunden ist. Das Verhältnis E/N gibt die Ladung eines einzelnen Ions. (In Wirklichkeit mißt man N und E nicht so unmittelbar, sondern auf indirekten Wegen, die sicherer zum Ziele führen.)

Ein von EHRENHAFT (1910) bekannt gegebenes Verfahren hat MILLIKAN (1913) zu einer Meßanordnung entwickelt: er benützt ein winziges geladenes Öltröpfchen und beobachtet seine Fallgeschwindigkeit im Erdfeld sowie in einem dem Erdfeld entgegengesetzt wirkenden elektrischen Felde. Bei der Auswertung der Beobachtungen spielt ein in das Gebiet der Hydrodynamik fallendes Problem eine wesentliche Rolle (S. 210 u.). Bedeutet r den Halbmesser eines Tropfens, d und μ Dichte und Viskosität der Luft, und g die Erdbeschleunigung, so ist die Fallgeschwindigkeit v gegeben durch:

$$v = \frac{1}{6r\pi\mu} \left[\frac{4}{3} r^3 \pi d g \right].$$

Der Ausdruck in der Klammer ist Tropfenmasse \times Erdbeschleunigung, ist also gleich der auf den Tropfen wirkenden Schwere. Diese Kraft verringert sich um eF , wenn das Schwerefeld überlagert wird von einem elektrischen Felde der Stärke F , das den mit der Ladung e behafteten Tropfen zu *heben* sucht. Denn die von dem Felde auf eine Ladung ausgeübte Kraft ist durch das Produkt aus dieser Ladung und der Feldstärke gegeben. Für die Geschwindigkeit des Tropfens bei *gleichzeitiger* Wirkung beider Felder ergibt sich also:

$$v' = \frac{1}{6r\pi\mu} \left[\frac{4}{3} r^3 \pi d g - eF \right].$$

Ist die vom Erdfeld herrührende Kraft *gleich* der elektrischen Kraft, so bleibt der Tropfen stehen, ist sie kleiner, so *steigt* er.

Ermittelt man durch Versuche die Geschwindigkeiten v und v' , so kann man aus beiden Gleichungen den unbekanntem und schwer meßbaren Tropfenradius eliminieren und erhält für die Ladung e einen Ausdruck mit lauter bekannten Größen. MILLIKAN benutzt keine Wassertröpfchen, da diese zu rasch verdampfen, sondern winzige, durch Zerstäubung gewonnene Öltröpfchen, die in einem ionisierten Gas durch Anlagerung eines Ions eine Einheitsladung aufnehmen können. Ein solches Tröpfchen läßt man zwischen zwei horizontalen Metallplatten, die zunächst geerdet sind, langsam herabfallen. Bevor es noch die untere Platte erreicht hat, wird zwischen beide Platten ein elektrisches Feld geschaltet, das stark genug ist, um das Tröpfchen wieder zu heben. Das Tröpfchen selbst wird von der Seite her beleuchtet, wie ein Staubkorn im Sonnenstrahl erscheint es als helleuchtendes Pünktchen auf dunklem Hintergrund im Gesichtsfeld des (horizontal liegenden) Mikroskops. Zur Geschwindigkeitsmessung sind im Okular des Mikroskops zwei horizontale, sehr feine Fäden ausgespannt, die gleichzeitig mit dem Tropfen scharf im Gesichtsfeld erscheinen. Man notiert die Zeitpunkte, in denen der Tropfen beim Fallen die beiden Fäden passiert. Da man leicht ermitteln kann, welcher wirklichen Fallstrecke der Fadenabstand entspricht, so findet man die Geschwindigkeit v im Erdfeld als Verhältnis von Fallstrecke zu Falldauer. Nach Anlegen des elektrischen Feldes passiert der Tropfen wieder beide Fäden, aber in umgekehrter Richtung, so daß man in derselben Weise

die Steiggeschwindigkeit ermitteln kann. Da der Öltropfen nur sehr langsam verdampft, kann man ihn beliebig oft im Erdfeld fallen lassen und im elektrischen Feld wieder heben und so sehr zuverlässige Werte für v und v' ermitteln. Zahlreiche und vielfach variierte Versuche ergaben die Elementarladung zu $4,77 \cdot 10^{-10}$ elektrostatischen Einheiten.

Stoßionisation. Wir knüpfen an die S. 445 beschriebene Anordnung zur Messung des Sättigungsstroms an, machen aber den Gasdruck in der Ionisationskammer nicht gleich dem Atmosphärendruck, sondern etwa $\frac{1}{100}$ davon. Wieder ionisieren wir das Gas durch Röntgenstrahlen und messen den Ionisationsstrom bei verschiedenen großen Feldstärken. Da die Ionen bei geringem Gasdruck viel seltener zusammenstoßen als bei hohem Druck, so ist die Anzahl der Wiedervereinigungen klein, und Sättigung tritt schon bei sehr schwachen Feldern ein. Der Strom erreicht also bei wachsender Feldstärke sehr bald seinen Sättigungswert und dürfte sich nach unseren bisherigen Erfahrungen nicht mehr ändern, wie hoch wir auch die Feldstärke steigern. In der Tat kann man die Spannung auf den zehnfachen, ja hundertfachen Wert der Sättigungsspannung bringen,

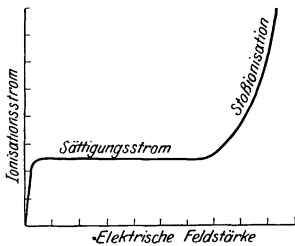


Abb. 509. Anstieg des Stromes mit der Spannung bei tiefen Drucken (Stoßionisation).

ohne daß der Strom sich ändert. Man sollte erwarten, daß sich die Verhältnisse erst mit dem Einsetzen der selbständigen Entladung (Funken) ändern. Überraschenderweise steigt aber der Strom schon weit unterhalb der dafür erforderlichen Spannung wieder an, und zwar recht beträchtlich (Abb. 509). In einem Gase treten also bei tiefen Drucken und großen Feldstärken *neue* Ionen auf, deren Entstehung man nicht unmittelbar auf das Ionisierungsmittel zurückführen kann. — Zur Erklärung ihrer Entstehung müssen wir auf den Ionisierungsvorgang selbst zurückgehen: durch äußere Einwirkung (z. B. durch Röntgenstrahlen) wird von einem Gasmolekül (oder Atom) ein Elektron abgetrennt, dadurch wird das Molekül zu einem *positiv* geladenen Ion. Das abgetrennte Elektron wird sich unter *normalen Verhältnissen*, wie sie etwa der Abb. 508 zugrunde lagen, alsbald an ein Gasmolekül anhängen; denn frei können Elektronen in einem dichten Gase nur sehr schwer bestehen. Das Molekül mit dem überzähligen Elektron bildet dann ein *negatives* Ion und bleibt es, bis es die Elektrode erreicht oder bis es sich mit einem positiven Ion rekombiniert, wodurch beide Moleküle wieder in den normalen Zustand zurückgehen.

Bei *geringen* Gasdrucken und *starken* elektrischen Feldern aber gewinnen die frisch abgetrennten Elektronen sofort große Geschwindigkeit und können daher beim Zusammenstoß mit einem neutralen Molekül sich nicht an dieses anhängen, sondern sie können im Gegenteil es selbst wieder *ionisieren*. So kann ein einzelnes Elektron eine große Zahl neuer Elektronen *infolge seiner Geschwindigkeit* auslösen, und jedes einzelne der neugebildeten Elektronen betätigt sich im selben Sinne und steigert so den Gesamteffekt. Diese Vorgänge, die vor allem TOWNSEND geklärt hat, nennt man Stoßionisation. — Auch die positiven *Ionen* können durch Stoß ionisieren, doch erfordert dies wegen der größeren Masse der Ionen auch erheblich stärkere Felder. Man kann die Stoßionisation dazu ausnutzen, um Ionisationsströme, die an sich zur Messung zu schwach sind, auf das Tausend-, ja Hunderttausendfache zu vergrößern und so der Messung zugänglich zu machen.

Aus der Stoßionisation erklärt sich nach JOFFÉ der Durchschlag guter fester Isolatoren bei übermäßiger Spannung (S. 409). Isolatoren, die aus abwechselnden Schichten besser

und schlechter leitender Stoffe aufgebaut sind, ertragen, falls die schlechter leitenden Schichten dünner als 5—10 μ sind, viel höhere Spannungen als gleich dicke homogene Isolatoren aus dem schlechteren Leiter. Denn die Dicke von 5—10 μ reicht dann nicht aus, um eine Ionenlawine entstehen zu lassen, und die *besser* leitenden Schichten verhindern die Bildung von Ionenlawinen ganz ähnlich, wie die bekannten kleinen Steinmauern im Gebirge die Bildung von Schneelawinen verhindern. — Aus der Stoßionisation erklärt sich die leuchtende Hülle (Korona), die man im Dunkeln an Hochspannungsleitungen sieht. Die Feldstärke dicht an der Leitung (*nur dort!*) ist so groß, daß sie die Luft dort ionisiert und zum Leuchten anregt. Von Stoßionisation kommt auch das Elmsfeuer, eine leuchtende elektrische Entladung, die bei besonders hohem atmosphärischen Potentialgefälle an spitz über die Erdoberfläche ragenden Gegenständen leicht eintreten kann, wie auf Blitzableitern, Turmspitzen, Mastbäumen: an den Spitzen ist wegen der hohen Feldstärke die Geschwindigkeit der Ionen so groß, daß sie beim Zusammenstoß mit Luftmolekülen diese ionisieren. Die Stromstärke wird bei büschelförmigem Elmsfeuer auf 0,1—2,0 Milliampere/cm² geschätzt (TOEPLER). — Technisch verwertet man (COTTRELL, 1911) die an einer Hochspannungsleitung auftretende Stoßionisation als *Elektrofilter*, um Abgase von mitgerissenen Teilchen zu befreien — sei es um die Gase zu reinigen (Hochofengichtgase, Ventilationsluft), sei es um die Teilchen zurück zu halten (Metall, Kohle, Zement). Man erzeugt in dem Raum, durch den man das Abgas leitet, zwischen zwei besonders geformten Elektroden mit einer Hochspannungsgleichstromquelle (ca. 80000 Volt) das erforderliche Feld. Die eine Elektrode (Sprühelektrode, meist gitterförmig) ionisiert das sie berührende Gas und erzeugt so die Ladungsträger, die sich an die Schwebeteilchen anlagern und sie aufladen. Die andere (Niederschlagslektrode, Wellblech oder Drahtsieb) ist geerdet und zieht die geladenen Teilchen an, diese setzen sich dort ab, bis sie von selbst oder unter der Einwirkung einer Schüttelvorrichtung abfallen.

Ionisationszustand der Atmosphäre. Auch die Erdatmosphäre ist ein ionisiertes Gas. Die Träger der Ladungen sind hier die Moleküle der Luft, aber auch Tröpfchen und Staubteilchen. In den unteren 10 km (Troposphäre)¹ sind im Verhältnis zu den Gasmolekülen nur sehr wenige Ionen vorhanden, sie bewegen sich hier mit starker Reibung; im elektrischen Felde von 1 Volt/cm mit etwa 1,5 cm/sec. (Das erdmagnetische Feld spielt hier gar keine Rolle; wohl aber in der oberen Atmosphäre [100 km Höhe]. Die stark verdünnten ionisierten und daher leitenden oberen Lufträume [80—100 km] nennt man HEAVISIDE-Schicht nach dem Entdecker ihres Einflusses [als oberer Begrenzung] auf elektromagnetische Wellen, die sich über die Erdoberfläche ausbreiten.) — Die positiven Luftionen wandern in der Richtung des normalen elektrischen Feldes abwärts: als ein Leitungsstrom. Die Leitfähigkeit der Atmosphäre ist bei klarem Wetter am größten, bei dunstigem am kleinsten. Außer dem Ionenleitungsstrom tritt ein Konvektionsstrom auf: vertikale Luftbewegung und Niederschläge, wie Regen und Schnee, führen Elektrizität mit sich.

Die Erde hat also negative Oberflächenladung (S. 389 o.), die Atmosphäre in den untersten Kilometern positive Ladung, genügend, um die Oberflächenladung zu kompensieren. Der Leitungsstrom — er führt annähernd konstant überall 3×10^{-16} Amp./cm² nach unten — müßte sie schnellstens vernichten. Trotzdem bleibt sie im Mittel konstant, es muß also ein dem Abwärtsstrom *entgegengesetzter gleich großer* vorhanden sein. Die Frage, was die Potentialdifferenz zwischen Erdkörper und Atmosphäre im ganzen stationär erhält trotz unausgesetzten Elektrizitätsflusses, ist das Grundproblem bei der Erforschung der normalen atmosphärischen Elektrizität, es ist noch ganz ungeklärt. — Auch die Ursachen der Ionisation der Atmosphäre sind nicht vollkommen geklärt. Als hauptsächliche Ionisatoren der niederen Atmosphärenschichten (Troposphäre) kommen in Betracht: Die Strahlen der radioaktiven Stoffe der obersten Bodenschichten und ihre Zerfallsprodukte, die als Emanationen in die bodennahen Luftschichten eintreten; ferner die durchdringende Höhenstrahlung (HESS, KOLHÖRSTER), eine Strahlung von ungewöhnlich hohem Durchdringungsvermögen, die Wasserschichten bis zu 50 m Dicke durchsetzt. Sie wächst mit Erhebung vom Boden zunächst langsam, dann über 4000 m immer stärker an und erreicht in 9000 m

¹ Das darüberliegende Gebiet der Atmosphäre heißt Stratosphäre.

Höhe etwa den 50fachen Betrag des Bodenwertes ($1,5 \text{ Ionen cm}^{-3} \text{ sek}^{-1}$). Sie ist nach KOLHÖRSTER eine Gammastrahlung (S. 466 m.) und besitzt als solche eine so große Energiekonzentration (Wirkungsquant), daß nicht einmal die bekannten radioaktiven Stoffe als Strahlungsquelle in Betracht kommen können. Vielmehr muß man für ihr Auftreten Energieänderungen voraussetzen, wie sie vielleicht bei der Entstehung neuer Atome zu erwarten sind (NERNST). Sie stammt also wahrscheinlich aus dem Kosmos wie das Licht der Fixsterne; Mond, Sonne und Planeten jedoch erweisen sich als wirkungslos.

Blitz. Eine Form der elektrischen Entladung in den unteren Schichten der Atmosphäre ist der *Blitz* (der übliche Ausdruck für den *Funken-* oder *Linienblitz* der Meteorologie, man unterscheidet auch *Flächenblitz* und *Kugelblitz*). Er kann nur entstehen, wenn das elektrische Feld so stark geworden ist, daß Ionisierung durch Ionenstoß möglich wird. Er bildet den Potentialausgleich zwischen zwei verschiedenen geladenen Wolken oder zwischen einer Wolke und der Erde in Form von mehreren einander schnell folgenden Teilentladungen je von etwa $1/1000$ Sekunde Dauer, er rechnet im ganzen nach Zehntelsekunden. Die Farbe, meist weißlich, rötlich oder bläulich, kommt vom Leuchten der Gase in der Blitzbahn (Stickstoff, Sauerstoff, Wasserstoff, Edelgase). Nach ELSTER und GEITEL ist bei rötlichen Blitzen die Stromrichtung Erde—Wolke, bei bläulichen umgekehrt. Die maximale Stromstärke liegt angeblich (POCKELS) zwischen 9000 und 20000 Ampere. — Der *Blitzableiter* leitet die Ladung der Wolke in unschädlicher Form zur Erde. Die hoch hinauftragende Stange drängt die Niveauflächen des Erdfeldes über ihrer Spitze nahe aneinander, infolgedessen wird der Potentialgradient dort am größten und die selbständige Entladung beginnt daher wesentlich an diesen Stellen. Die Entladung geht dann den Weg des kleinsten elektrischen Widerstandes, d. h. durch die Eisenstange und die damit verbundene gute metallische Leitung zur Erde, eine größere Kupferplatte im feuchten Boden bildet das Ende der Erdleitung.

Formen der Gasentladung bei verschiedenen Drucken. Um die Erscheinungen beim Durchgange der Elektrizität durch Gase niedrigeren Druckes zunächst in großen Zügen kennenzulernen, benutzen wir ein gläsernes Entladungsrohr etwa 4 cm weit und 20 cm lang (Abb. 510) mit zwei Metallscheiben

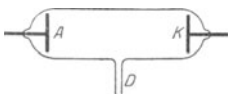


Abb. 510. Entladungsrohr.

A und K als Elektroden und mit luftdicht in die Glaswand eingeschmolzenen Drähten, die ihnen den Strom zuführen. Durch das Rohr D pumpen wir die Luft bis zu beliebiger Verdünnung aus. A verbinden wir mit dem positiven, K mit dem negativen Pol einer Elektrisiermaschine. Bei Atmosphärendruck gehen dann blitzähnliche Entladungen zwischen A und K über. Erniedrigen wir den Druck, so wird die Entladung ruhiger; es entsteht ein Lichtfaden zwischen den Elektroden, der sich mit abnehmendem Druck verstärkt (Abb. 511 a). Allmählich zeigen sich durch Form und Farbe unterscheidbare Lichtgebilde, desto deutlicher, je mehr die Entladung mit sinkendem Druck den ganzen Querschnitt des Rohres einnimmt. Abb. 511 b zeigt sie in Luft bei 2 mm Quecksilberdruck. Dicht vor der Kathode liegt eine bläuliche Lichtscheibe, das *negative Glimmlicht*; von der Anode aus reicht ein ziemlich heller, rötlicher Lichtwulst weit in das Rohr. Getrennt sind Lichtscheibe und Lichtwulst durch den „dunklen Raum“ (FARADAY).

Sinkt der Druck auf einige Zehntel Millimeter, so wächst das negative Glimmlicht, und das positive Licht zerfällt in Schichten, jede Schicht ist nach der Kathode zu scharf begrenzt, nach der Anode zu verwaschen (Abb. 511 c). Besonders fällt das helle Licht auf, das die positive Säule, geschichtet wie ungeschichtet, ausstrahlt. Seine Farbe wechselt sehr, je nach der Gasart und den besonderen Bedingungen der Entladung. Stickstoff leuchtet in engen Röhren bläulich, in weiten rötlich bis gelblich; Helium sattgelb, Wasserstoff bald purpurrot, bald weißlich. — Die Glimmlicht-Leuchtröhren (Neon: rot;

Abb. 511.
Form der Entladung bei verschiedenem Druck.

Sinkt der Druck auf einige Zehntel Millimeter, so wächst das negative Glimmlicht, und das positive Licht zerfällt in Schichten, jede Schicht ist nach der Kathode zu scharf begrenzt, nach der Anode zu verwaschen (Abb. 511 c). Besonders fällt das helle Licht auf, das die positive Säule, geschichtet wie ungeschichtet, ausstrahlt. Seine Farbe wechselt sehr, je nach der Gasart und den besonderen Bedingungen der Entladung. Stickstoff leuchtet in engen Röhren bläulich, in weiten rötlich bis gelblich; Helium sattgelb, Wasserstoff bald purpurrot, bald weißlich. — Die Glimmlicht-Leuchtröhren (Neon: rot;

Quecksilberdampf und Argon: blau, in grünem Glase blaugrün) und die Moor-Röhren für Reklamebeleuchtung (Stickstoff, Kohlensäure) nützen die Helligkeit des positiven Lichtes technisch aus, die Neonglimmlampen (Notbeleuchtung, Signal) mit einem Helium-Neongemisch die des negativen Lichtes.

Sinkt der Druck auf einige Hundertstel Millimeter Quecksilber, so werden die Leuchterscheinungen immer schwächer. Die positive Säule verschwindet die negative Glimmlichtsäule verlängert sich und füllt schließlich das ganze Rohr. Sie löst sich dabei von der Kathode ab und ist von ihr durch einen sehr lichtschwachen Raum getrennt (HITTORFScher Dunkelraum, Abb. 511d). Bei dieser Form der Entladung treten aus der Kathode bläuliche Strahlen aus: die *Kathodenstrahlen* (von PLÜCKER 1858 entdeckt). Sie gehen geradlinig fort, bis sie auf die Anode oder auf die Glaswand treffen, wobei das Glas grünlich fluoresziert.

Bei weiterer Druckverminderung werden die Kathodenstrahlen intensiver; das grüne Leuchten verbreitet sich über die ganze Glaswand, so daß die schwachen Lichtgebilde der Entladung im Inneren der Röhre nicht mehr erkennbar sind. Gleichzeitig treten die von RÖNTGEN (1895) entdeckten nach ihm benannten Strahlen auf (S. 648).

Um Röntgenstrahlen planmäßig zu erzeugen, benutzt man (Abb. 512) ein kugelförmiges Entladungsgefäß aus Glas von 20—30 cm Durchmesser¹ und läßt die Kathodenstrahlen auf eine mit der Anode leitend verbundene Elektrode, die *Antikathode*, fallen, deren inneres Ende ein Schwermetallstück (meist Wolfram) bildet: dieses Metallstück wird dadurch zur Quelle der Röntgenstrahlen. Je größer die Spannung ist, mit der das Rohr betrieben wird, desto schneller sind die Kathodenstrahlen und desto durchdringender („härter“) die Röntgenstrahlen. Bei 100 000 Volt Induktorspannung können die Elektronen über $\frac{1}{2}$ der Lichtgeschwindigkeit erreichen. Mit dieser Geschwindigkeit prallen sie auf die Antikathode. Eine gute Röhre läßt sich dauernd mit 50 000 Volt und 5 Milliampere betreiben. Den Strom bilden die *positiv* geladenen Gasatome (durch Abspaltung von Elektronen ionisiert) und die *negativen* Elektronen. Die hohlspiegelförmige Kathode drängt die Kathodenstrahlen so zusammen, daß sie, wenn auch nicht gerade einen Brennpunkt, so doch einen nur *wenige Quadratmillimeter* umfassenden Brennfleck auf der Antikathode erzeugen. Nur 1—2⁰/₁₀₀ der Kathodenstrahlenergie verwandelt sich in Röntgenstrahlung, alles andere in Wärme, so daß man die Antikathode künstlich kühlen muß, um sie vor Zerstörung zu schützen. Die Röntgenstrahlen breiten sich von ihr nach allen Richtungen geradlinig aus und erzeugen überall, wo sie die Glaswand treffen Fluoreszenz.

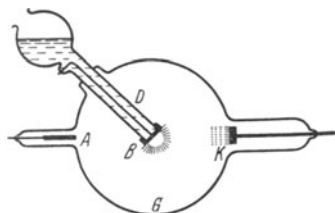


Abb. 512. Röntgenrohr für ärztliche Zwecke. In die evakuierte Glaskugel G ragt die Anode A, die Kathode K und die Antikathode B. Die Kathode K hat Hohlspiegelform, um die an ihr entstehenden Kathodenstrahlen auf die Antikathode B zu konzentrieren.

der Ionenstoß gegen die Kathode, er zerstäubt das Kathodenmaterial, das zerstäubte Metall überzieht die Glaswand, verschluckt (adsorbiert) die Gasfüllung und erhöht all-

¹ Gemeint ist die Röntgenröhre des Arztes, die des Physikers ist ganz anders. Abbildung 513 zeigt eine ihrer vielen Formen (SIEGBAHN). Sie ist ganz aus Metall hergestellt mit Ausnahme eines Porzellanisolators für die Zuführung der Kathode. Die Antikathode, mit einem Schliff eingesetzt und gedichtet, ist auswechselbar. Die Strahlung tritt durch ein Fenster aus (rechts unten), das aus einem nur wenig absorbierenden Stoffe besteht (Aluminiumfolie, Glimmerblättchen, Goldschlägerhaut).

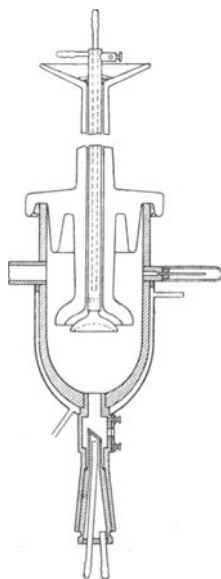


Abb. 513. Röntgenrohr für physikalische Untersuchungen nach SIEGBAHN.

mählich das Vakuum derart, daß schließlich keine Entladung mehr durch die Röhre hindurchgeht. Diese Fehler lassen sich in gewissen Grenzen aufheben (Regeneriervorrichtungen), machen aber die Röhre doch früher oder später unbrauchbar. Alle diese Schwierigkeiten vermeidet die COOLIDGE-Röhre, die Elektronenröhre S. 459.

Spannungsverteilung in der geschichteten Entladung. Mit dem Wechsel der Leuchterscheinungen ändert sich sowohl die Gesamtspannung, die zwischen Anode und Kathode liegt, als auch ihre *Verteilung* im Rohre. Um die Entladungsform der Abb. 511 a aufrechtzuerhalten, sind etwa 5000 Volt zwischen den Elektroden nötig. Sinkt der Gasdruck, so sinkt die zur Erhaltung des Stromes nötige Spannung und erreicht bei Drucken zwischen 1 und 0,1 mm einen Minimalwert von einigen hundert Volt. Bei noch weiterer Druckverminderung steigt die Spannung im Rohre rasch an, unter Umständen bis 100 000 Volt und darüber.

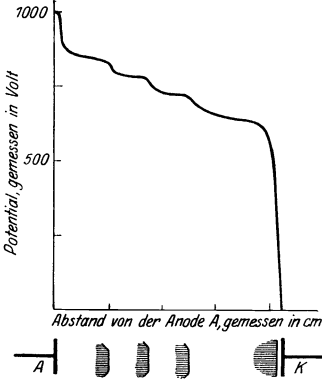


Abb. 514. Spannungsverteilung einer geschichteten Entladung. (Die Anode A mit dem + -Pol einer Batterie verbunden, der - -Pol und die Kathode K zur Erde abgeleitet.)

Die *Verteilung* der Spannung im Rohr kann man ermitteln, wenn man senkrecht zur Rohrachse und in Abständen von etwa 1 cm dünne Platindrähte, *Sonden*, luftdicht nach außen geführt, einsetzt und sie nacheinander mit einem Quadrantelektrometer (S. 391) verbindet. Man erhält so das Potential an verschiedenen Stellen des Gases (Abb. 514). Der Hauptabfall der Spannung liegt dicht an der Kathode, er heißt *Kathodenfall*; im Dunkelraum ist der Abfall gering, er bleibt es auch in der positiven Säule, wo er den Schichten entsprechend regelmäßig schwankt. Erst an der Anode erfolgt wieder ein starker Abfall, der *Anodenfall*. Bei tieferen Drucken

wächst der Kathodenfall außerordentlich an, im übrigen ändert sich die Spannungsverteilung wenig. In einem hochevakuierten Rohr, z. B. einem Röntgenrohr, wird praktisch die ganze Betriebsspannung im Kathodenfall verbraucht.

Es ist nicht möglich, die quantitativen Verhältnisse hier im einzelnen darzustellen, sie sind zum Teil auch noch nicht ganz geklärt. In großen Zügen ist aber der Verlauf des Gradienten deutbar. Der durch das Gas fließende Strom von Elektronen und Ionen beeinflusst das Potentialgefälle zwischen den Elektroden durch *Raumladungen* (S. 453); die Änderung des Gradienten wirkt wieder auf die Ionisationsverhältnisse und somit auf die Stromstärke zurück. Die den Strom transportierenden Ionen und Elektronen entstehen — und zwar in gleicher Zahl — im Gasraum, zum Teil auch an den Elektroden, durch Elektronen- und Ionenstoß. Alle positiven Ionen fließen durch die Fläche der Kathode, alle Elektronen und negativen Ionen durch die Anode. Daher entsteht vor der Kathode eine *positive* Raumladung und vor der Anode eine *negative*. Die (positiven) Ionen laufen wegen der Größe ihrer Masse langsamer als die (negativen) Elektronen, daher wird die positive Raumladung vor der Kathode groß, die negative vor der Anode klein. Die positive Raumladung schirmt die negative Ladung der Kathode gegen den Innenraum ab, ebenso die negative Raumladung die positive Ladung der Anode; daher ist der Potentialgradient im mittleren Teil der Entladung wesentlich schwächer als er im stromlosen Zustande wäre. Entsprechend muß der Gradient im Raum nahe bei den Elektroden verstärkt sein, da ja die Elektrodenspannung aufrecht erhalten wird. Die starke positive Raumladung um die Kathode ergibt den starken Kathodenfall, die schwache negative um die Anode den kleinen Anodenfall. Der Kathodenfall erstreckt sich von der Kathode durch den ersten Dunkelraum bis an die Grenze des negativen Glimmsaumes;

ähnlich der Anodenfall an der Anode. Die *Ionisationsverhältnisse* entsprechen der Potentialverteilung. Die hauptsächlich im Glimmsaume gebildeten positiven Ionen treffen durch den Kathodenfall beschleunigt auf die Kathode und lösen von ihr Elektronen ab; diese, ebenfalls durch den Kathodenfall beschleunigt, zerlegen (auf Kosten ihrer kinetischen Energie) bei Zusammenstoßen im Glimmsaume Moleküle in positive Ionen und Elektronen. In der positiven Säule genügt der Gradient gerade, um die abfließenden Elektronen so zu beschleunigen, daß sie das Gas zum Leuchten bringen und den Verlust von Ladungsträgern (durch Diffusion an die Wand und durch Wiedervereinigung) durch Neubildung mittels Stoßionisation decken. Für das Auftreten der Entladung ist die positive Säule unwichtig, sie kann unter gewissen Bedingungen unterdrückt werden. Da der Anodenfall, wie erwähnt, klein ist, gegenüber dem Kathodenfall, so ist die Mindestspannung zur Unterhaltung der Glimmentladung praktisch *gleich* dem Kathodenfall. Hierin liegt seine große Bedeutung (erste Messung durch WARBURG 1887). Er hängt von der Gasart und dem Elektrodenmetall ab; in Edelgasen ist er klein, besonders an elektropositivem Elektrodenmetall (für die Anwendung edelgasgefüllter Leuchtröhren wichtig).

Raumladung. Unter Raumladung versteht man die in einem *Raume verteilte Ladung* der Ionen und Elektronen, die als wandernde Ladungsträger einen (diesen Raum durchfließenden) *Konvektionstrom* bilden und die die Elektrizität durch den Raum transportieren — die negative zur Anode, die positive zur Kathode. Der Konvektionsstrom ist einem Flüssigkeitsstrom vergleichbar, der sich als ein gleichmäßig von Ladungsträgern (Elektronen, Ionen) erfüllter Zylinder verschiebt. Bewegen sich z. B. Elektronen mit derselben Geschwindigkeit v geradlinig und parallel durch den Raum und gehen in 1 sec v Elektronen durch die zur Bewegungsrichtung senkrechte Flächeneinheit, so schiebt sich der Zylinder in 1 sec um ein Stück von der Länge v vor, es enthält v Elektronen mit der Gesamtladung $v e$. Die *Dichte* ρ der *Raumladung* ist die in der *Volumeneinheit* vorhandene Ladung, also gleich $v e/v$. Nun ist aber $v e$ gleich der in 1 sec durch die Flächeneinheit fließenden Ladungsmenge, d. h. gleich der *Stromdichte* j des Konvektionsstromes, daher ist $\rho = j/v$. Diese Überlegung gilt nur den in *einer* Richtung sich bewegendem Ladungsträgern. Strömen v_- Träger mit der Ladung e_- und der Geschwindigkeit v_- in der *einen* Richtung, und v_+ Träger mit der Ladung e_+ und der Geschwindigkeit v_+ in der entgegengesetzten Richtung, so ist die Dichte des gesamten *Konvektionsstromes* $j = j_+ + j_- = v_+ e_+ + v_- e_-$, die Dichte der *Raumladung* aber $\rho = \rho_+ - \rho_- = v_+ e_+/v_+ - v_- e_-/v_- = j_+/v_+ - j_-/v_-$. Die Raumladung setzt sich ja aus den Teilladungen algebraisch zusammen, der Gesamtstrom durch Addition der Absolutwerte der Teilströme. Die Raumladungsdichte *kann* deswegen Null sein, obwohl ein starker Konvektionsstrom fließt, nämlich dann, wenn sich die Teilstromdichten verhalten wie die Strömungsgeschwindigkeiten der entsprechenden Träger.

Eigenschaften und Natur der Kathodenstrahlen. Kathoden- und Lichtstrahlen sind in ihrem innersten Wesen ganz verschieden, wenn auch manche Eigenschaften der Kathodenstrahlen an die des Lichtes erinnern.

1. Die Kathodenstrahlen erregen viele Stoffe zur Fluoreszenz und Phosphoreszenz: ein Rubin strahlt leuchtend rot; Zinksulfid und Schwefelkalzium leuchten bläulichgrün, die Glaswand des Entladungsrohres fluoresziert hellgrün, wo Kathodenstrahlen sie treffen (gerade das hat zur Entdeckung der Strahlen geführt und ihr Studium erleichtert).

2. Die Kathodenstrahlen breiten sich geradlinig aus. Ein Metall, das Kreuz in Abb. 515, wirft einen Schatten, weil es (s. 4.) die Kathodenstrahlen von der Wand abhält, an den übrigen Stellen fluoresziert die Wand unter ihrem Aufprall.

3. Die Kathodenstrahlen treten senkrecht zur Oberfläche der Kathode aus. Formt man diese wie einen Hohlspiegel, so laufen die Strahlen in einem Brennpunkt zusammen. Ein phosphoreszierender Stoff strahlt dort in hellstem Licht.

4. Metallfolien von $\frac{1}{1000}$ bis $\frac{1}{100}$ mm Dicke, die das Licht gar nicht durchlassen, lassen schnelle Kathodenstrahlen durch, aber dickere Schichten, gleichviel welcher Stoffe — auch die Glaswand des Rohres — lassen sie nicht hindurch. LENARD ersetzte (1894) eine Stelle der Glaswand gegenüber der Kathode durch eine Aluminiumfolie und leitete die Strahlen durch das Aluminiumfenster aus dem Rohr heraus (Abb. 516). Von COOLIDGE (1926) technisch entwickelt zu einem Fenster von 80 mm Durchmesser in einem Rohr von $1\frac{1}{2}$ m Länge mit ungeheuren Wirkungen der Strahlen unter Spannungen bis 350 000 Volt.

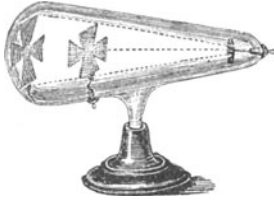


Abb. 515. Geradlinige Ausbreitung der Kathodenstrahlen; Schattenbildung.

5. Durchsetzen die Kathodenstrahlen irgendwelche Stoffe, z. B. Luft, so werden sie diffus zerstreut, ähnlich wie Lichtstrahlen

in milchigem Wasser. Streifen sie, aus dem Aluminiumfenster austretend, an einer mit phosphoreszierendem Stoff belegten Fläche entlang, so entsteht ein Büschel (Abb. 517), das sich mit der Entfernung vom Fenster immer mehr verbreitert. (Die punktierten Linien begrenzen das bei ungestörter geradliniger Ausbreitung zu erwartende Strahlenbündel.)

6. Absorbiert erzeugen Kathodenstrahlen beträchtliche Wärme. Das LENARDsche Fenster, das ja einen Teil der Strahlung absorbiert, kann sich unter Umständen bis zum Schmelzen erwärmen. In dem Brennpunkt einer hohlspiegelförmigen Kathode kann man schwer schmelzbare Metalle zur Weißglut erhitzen und verdampfen.

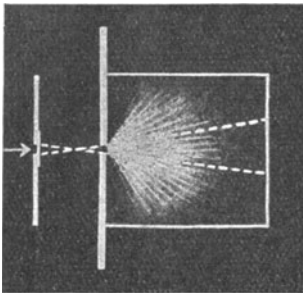


Abb. 517. Zerstreung der Kathodenstrahlen in Luft.

7. Magnetische und elektrische Felder lenken die Kathodenstrahlen ab. Z. B. Annäherung eines Magneten verschiebt das Schattenbild des Kreuzes in Abb. 515. Eine positiv geladene Platte zieht sie an, eine negativ geladene stößt sie ab; die Kathodenstrahlen tragen also eine negative Ladung. Die Messungen der elektrischen und der magnetischen Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen geben Aufschluß über die Natur der Strahlen.

Ablenkung der Kathodenstrahlen im magnetischen Felde (HITTORF, 1869). Die Kathodenstrahlen bestehen aus schnellfliegenden elektrisch geladenen Teilchen (Elektronen), die durch sehr große Geschwindigkeit Strahlen vortäuschen, sie erzeugen wie jede andere elektrische Strömung ein magnetisches Feld. Dagegen zwingt ein äußeres Magnetfeld die Teilchen in kreis- oder schraubenförmige Bahnen, so wie ein Magnet einem biegsamen Stromleiter Schraubenform aufzuzwingen sucht (S. 470 o.). Aber die Kathodenstrahlen zeigen die Erscheinung viel reiner, da hier die Elektrizitätsträger *allein* auftreten, ohne einen materiellen Stromleiter, dessen Steifigkeit sie überwinden müssen.

Die Kraftwirkung zwischen Magnetfeld und Kathodenstrahl läßt sich leicht berechnen, wenn wir das magnetische Feld überall konstant annehmen und seine Kraftlinien senkrecht zur Flugrichtung der Kathodenstrahlen. Hat das Feld die Stärke H , so ist die Kraft, die es auf ein Kathodenstrahlteilchen von der

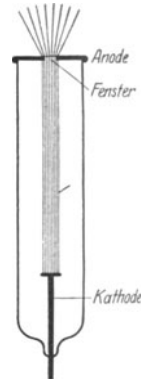


Abb. 516. Kathodenstrahlrohr mit LENARD-Fenster.

Ladung e und der Geschwindigkeit v ausübt, nach den elektrodynamischen Grundgesetzen gleich $H \cdot e \cdot v$. Diese Kraft wirkt senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes und senkrecht zur Flugrichtung des Teilchens, so daß dieses aus seiner geradlinigen Bahn in eine gekrümmte, aber überall zum Kraftfeld senkrechte Bahn abgedrängt wird. Infolge der Krümmung seiner Bahn erfährt es eine zentrifugale Beschleunigung v^2/r und somit (S. 79 m.) eine Kraft $m \cdot v^2/r$, worin m die Masse des Teilchens und r den Krümmungsradius der Bahn an der betreffenden Stelle bedeutet. Das Teilchen wird sich auf eine solche Bahn einstellen, in der magnetische Kraft und Zentrifugalkraft einander die Waage halten, bei der also

$$Hev = mv^2/r \quad \text{oder} \quad He = mv/r. \quad (1)$$

Die Gleichung gilt zunächst nur für ein kleines Bahnelement. Nun sind aber nicht nur H , e und m konstant, sondern auch die Geschwindigkeit v bleibt ungeändert, da die auf das Teilchen wirkenden beschleunigenden Kräfte einander aufheben. Mithin ist auch der Krümmungsradius r konstant, d. h. das Teilchen bewegt sich in einem homogenen und senkrecht zur Bewegungsrichtung verlaufenden Magnetfeld in einer Kreisbahn vom Radius r (Abb. 518). Je kleiner die Geschwindigkeit ist, desto kleiner ist der Radius des Kreises. Tritt der Kathodenstrahl unter schieferm Winkel in das Magnetfeld, so wird die Bahn schraubenförmig.

Ablenkung der Kathodenstrahlen im elektrischen Felde (GOLDSTEIN, 1876, H. HERTZ, 1883). Abb. 519 zeigt ein Entladungsrohr, das außer der Kathode K und der mit einer feinen Öffnung versehenen Anode A zwei einander parallele Metallplatten F_1, F_2 enthält, die eine mit dem — die andere mit dem + -Pol einer Akkumulatorenbatterie verbunden. Der Kathodenstrahl verlaufe zunächst (von K bis A) parallel zu den Platten, also senkrecht zu den Kraftlinien des Feldes. Das Feld erteilt dem Teilchen konstante Beschleunigung in der Richtung der Kraftlinien, beeinflußt es also geradeso wie die vertikal nach unten gerichtete Schwerkraft einen horizontal geworfenen Körper. Angenommen, der Strahl verlaufe im feldfreien Raum (d. h. wenn die Platten geerdet sind) genau in der Mittelebene der Platten: um welche Strecke s ist der Strahl beim Austritt aus dem Feld gegen die ursprüngliche Richtung versetzt, wenn das Feld die Stärke F und die Länge a hat? Herrschte statt des elektrischen Feldes das Gravitationsfeld, so würde s aus $s = \frac{1}{2}gt^2$ folgen, worin t die Zeitspanne ist, während der das Schwerefeld auf den Körper wirkt, hier also die Zeitspanne zwischen Ein- und Austritt aus dem elektrischen Felde. Durchläuft der Strahl das a cm lange Feld mit der Geschwindigkeit v , so ist $t = a/v$. Ferner ist die Kraft, die im elektrischen Felde auf das Kathodenstrahlteilchen wirkt, gegeben durch die Gleichung $mg = eF$. Also ist im elektrischen Felde die Beschleunigung $g = eF/m$. Setzt man die Werte von t und g in die ursprüngliche Gleichung ein, so wird $s = \frac{1}{2} \frac{eF}{m} \frac{a^2}{v^2} \dots (2)$

Es ist zu beachten, daß im elektrischen Feld im Gegensatz zum Magnetfeld die Geschwindigkeit des Kathodenstrahls sich dauernd ändert. Allerdings ist bei einem Strahlenverlauf, wie in Abb. 519, der Geschwindigkeitsunterschied bei Ein- und Austritt aus dem Felde nur gering.

Man verwendet die elektrische Ablenkung von Kathodenstrahlen in dem nach BRAUN benannten Rohr, um rasch veränderliche Spannungen zu messen (Abb. 519). Aus den von der Kathode K ausgehenden Strahlen blendet die mit einem Loch versehene Anode A ein feines Bündel aus, das zwischen den Platten F_1, F_2 hindurchlaufend, schließlich den Leucht-



Abb. 518. Kathodenstrahlen im Magnetfeld.

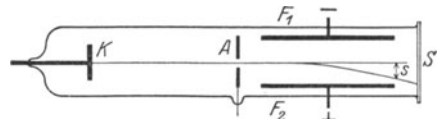


Abb. 519. Kathodenstrahlen im elektrischen Feld. BRAUNSches Rohr.

schirm S trifft und dort einen hellen Lichtfleck hervorruft. Entlädt man z. B. eine Leidener Flasche, deren Belegungen mit F_1 und F_2 verbunden sind, so bewirken die dabei auftretenden elektrischen Schwingungen (S. 502) entsprechende Schwingungen des Feldes F_1, F_2 , denen die Kathodenstrahlen folgen; der Lichtfleck auf dem Schirm schwingt daher mit derselben Frequenz wie die Flaschenentladung. Man beobachtet den Lichtfleck im rotierenden Spiegel (S. 275), in dem man die rapide verlaufenden Schwingungen, Abb. 520, *nebeneinander* sieht (Oszillograph).

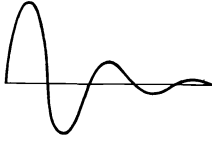


Abb. 520.
Elektrische Schwingungen,
aufgenommen mit dem
BRAUNschen Rohr
(Oszillogramm).

Folgerungen aus der magnetischen und elektrischen Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen. In einem Kathodenstrahlrohr werde Gasdruck und Entladungsspannung konstant gehalten. Auf das Kathodenstrahlbündel wirke zunächst ein magnetisches Feld von der Stärke H , das Bündel beschreibe eine Kreisbahn mit dem Krümmungsradius r ; wir leiten dann das Bündel in ein elektrisches Feld von der Stärke F , es entstehe die Ablenkung s . Wir setzen die gefundenen Werte in die Gleichungen (1) und (2) ein und messen *alle* Größen im *selben* Maßsystem, also z. B. in elektromagnetischen *CGS*-Einheiten. Die zwei Gleichungen enthalten *drei* Unbekannte: die Geschwindigkeit, die Ladung und die Masse eines Teilchens. In Ermangelung einer dritten unabhängigen Gleichung behelfen wir uns damit, daß wir die Geschwindigkeit als die eine Unbekannte, das *Verhältnis* von Ladung zu Masse (e/m) — die *spezifische Ladung* — als die zweite Unbekannte betrachten. Dies ist möglich, da in beiden Gleichungen e und m nur in der Verbindung e/m auftreten. Wie wir die Versuche auch gestalten, welche Elektroden, welche Gasfüllung, welchen Gasdruck wir wählen: *stets* finden wir für die *spezifische Ladung* e/m des Kathodenstrahlteilchens: $1,76 \cdot 10^7$ elektromagnetische (s. d.) Einheiten¹. — Ein Vergleich dieser Zahl mit der *spezifischen Ladung* des Wasserstoffions (S. 433 m.) führt zu einer neuen Erkenntnis von grundlegender Bedeutung. Eine Elektrizitätsmenge von 95730 Coulomb (gleich 9573 elektromagnetischen Einheiten des *CGS*-Systems) muß durch den Elektrolyten hindurchgehen, um gerade 1 g Wasserstoff abzuscheiden. Diese Elektrizitätsmenge muß ganz an den Wasserstoffatomen, d. h. an den H-Ionen, haften, da sonst die durch den Strom abgeschiedenen Stoffmengen unmöglich den Atomgewichten proportional sein könnten, wie das FARADAYSche Gesetz es verlangt. Daraus folgt aber, daß das Verhältnis zwischen der *gesamten* durch den Elektrolyten fließenden Elektrizitätsmenge E zu der gesamten dabei abgeschiedenen Stoffmenge (1 g H_2) ebenso groß ist wie das Verhältnis der an einem *einzelnen* H-Ion haftenden Ladung e_H zu der *Masse* m_H dieses Ions, d. h. es ist $\frac{E}{1} = \frac{e_H}{m_H} = 9573$ elektromagnetische Einheiten. Für das *Wasserstoffatom* ist also das Verhältnis e/m 1839 mal kleiner als, s. oben, das entsprechende für das *Kathodenstrahlteilchen*. Die *Ladung* eines H-Ions ist aber *ebenso* groß wie die eines einzelnen Kathodenstrahlteilchens. Der Unterschied kann somit nur auf der Verschiedenheit der *Masse* beruhen. Der Wasserstoff besitzt aber von allen bekannten Elementen die *kleinste* Masse. Das Kathodenstrahlteilchen, dessen Masse nach dem obigen *1839 mal kleiner sein muß als die des Wasserstoffatoms* — somit die Ansicht *widerlegt*, daß die Atome die *kleinsten* Bausteine der Materie sind —, kann also nicht aus dem Atom eines der bekannten Elemente bestehen, muß vielmehr ein bislang unbekanntes, nahezu massefreies Gebilde sein, und zwar ein Gebilde universeller Art, denn diese Teilchen sind *stets derselben* Art, welches Gas das Entladungsrohr auch enthält oder woraus die Elektroden auch bestehen. Nicht die Masse, sondern *die elektrische Ladung macht das Wesen dieser Teilchen aus*; sie sind

¹ Wir sehen dabei ab von den Abweichungen, welche bei hohen Entladungsspannungen auftreten.

Atome der negativen Elektrizität. Man nennt sie nach dem Vorschlag von JOHNSTON STONEY (1891) Elektronen. Ein selbständiges positives Elektrizitätsatom ist bisher nur unter besonderen Versuchsbedingungen gefunden worden. Positive Elektrizität ist für gewöhnlich an Masse gebunden. Die *kleinste* ist das H^+ , das *Proton*.

Elektronen verschiedenen Ursprungs. Elektronen entstehen nicht nur in Form von Kathodenstrahlen, sondern auch bei vielen anderen physikalischen (und auch bei chemischen) Vorgängen. So gehen Elektronen von vielen Stoffen aus, die von kurzwelligem Licht getroffen werden, vor allem von Metallen und Metalllegierungen (lichtelektrische Elektronenemission oder kürzer: *Photoeffekt*). Die Funkenschlagweite eines Induktors wird größer, wenn man den negativen Pol mit ultravioletttem Licht bestrahlt. Diese Beobachtung führte zu der Entdeckung (HALLWACHS 1888), daß eine reine Zinkplatte bei Bestrahlung mit einer Bogenlampe sich positiv auflädt; wird die Platte im voraus negativ geladen, so verliert sie ihre Ladung bei der Bestrahlung. Daß der Effekt nur durch den ultravioletten Teil des Lichtes hervorgerufen wird, zeigt man durch Zwischenschaltung einer Glasscheibe zwischen Lichtbogen und Platte. Die Glasscheibe absorbiert das ultraviolette Licht, und die Aufladung hört auf.

Eine einfache Anordnung zur Messung des Photoeffekts zeigt Abb. 521. Ultraviolettes Licht fällt durch das für diese Strahlen besonders durchlässige Quarzfenster F in ein hochevakuiertes Glasrohr G und dort auf eine Platte A aus Zink. Das mit A verbundene Elektrometer zeigt alsbald positive Ladung an, woraus hervorgeht, daß negative Elektrizität von dort entweicht. Daß es sich hierbei um *Elektronen* handelte, zeigte LENARD, indem er mit der durchbohrten Gegenplatte B ein enges Strahlenbündel aussonderte. Das Bündel trifft die Platte a , welche die von dem Bündel mitgebrachte Ladung sammelt und dadurch die Existenz der Strahlung an einem mit a verbundenen Elektrometer anzeigt. Nähert man nun der Röhre in geeigneter Weise einen Magneten, so findet man die Ladung auf der Platte b statt auf a ; ein Zeichen, daß der unsichtbare Strahl auch wirklich vom Magneten abgelenkt wird, und zwar in einem den Kathodenstrahlen entsprechenden Sinne. Die quantitative Durchführung des Versuches ergibt für e/m denselben Wert wie für Kathodenstrahlen, ein Beweis dafür, daß es wirklich Elektronen sind, die das ultraviolette Licht an A auslöst. Wir lernen daraus gleichzeitig, daß die Zinkatome Elektronen enthalten, die so schwach an die Atome gebunden sind, daß sie das auffallende Licht abtrennt. Wir werden zeigen, daß die Elektronen fundamentale Bestandteile *aller* Atome sind (S. 660).

Bei dem zuerst beschriebenen Versuch erreicht die positive Aufladung der Platte A ein Ende, sobald das an A geschaltete Elektrometer einige Volt anzeigt. Die Anfangsgeschwindigkeiten der Elektronen sind nämlich so gering, daß die positive Ladung von einigen Volt genügt, um sie zu der belichteten Platte zurückzuziehen. Um *schnelle* Strahlen zu erhalten, brauchen wir nur der Platte B eine starke positive Ladung zu erteilen. Die Elektronen werden dann in dem zwischen A und B herrschenden elektrischen Felde beschleunigt. Durch Änderung der Stärke des Feldes haben wir es in der Hand, die Geschwindigkeit der Strahlen beliebig zu regulieren. — Zwei sehr bemerkenswerte Gesetze wurden ermittelt:

1. Die Geschwindigkeit der emittierten Elektronen ist unabhängig von der Stärke des erregenden Lichtes, ist aber desto größer, je kürzer dessen Wellenlänge ist. Die

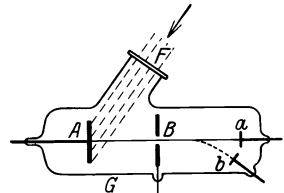


Abb. 521. Auslösung von Photoelektronen durch ultraviolettes Licht (LENARD).

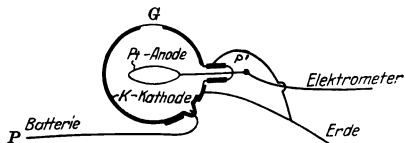


Abb. 522. Photozelle von ELSTER und GEITEL.

extrem kurzwelligem Röntgenstrahlen lösen z. B. Photoelektronen aus, deren Geschwindigkeit so groß ist wie die der Kathodenstrahlen in einem mit hoher Spannung betriebenen Entladungsrohr. Die Beziehung zwischen der erregenden Wellenlänge und der Geschwindigkeit der Elektronen ist ein mathematisch streng formulierbares Gesetz, das für die Entwicklung der Quantentheorie von größter Bedeutung war.

2. Die Zahl der lichtelektrisch ausgelösten Elektronen ist der Stärke des erregenden Lichtes genau proportional. Die strenge Gültigkeit dieses Gesetzes hat zur Konstruktion von *Photozellen* geführt, die in Verbindung mit Elektrometern sehr empfindliche Photometer — z. B. bei der Sternphotometrie — bilden (ELSTER und GEITEL). Eine Photozelle (lichtelektrische Zelle) besteht aus einem Glasgefäß G (Abb. 522) von einigen Zentimetern Durchmesser, seine innere Oberfläche ist zum Teil mit dem auch im sichtbaren Spektralgebiet lichtelektrisch empfindlichen Kalium belegt. Ein die Glaswand luftdicht durchsetzender Platindraht verbindet die Kaliumfläche mit dem negativen Pol einer Akkumulatorenatterie, ein zweiter, weit in die Kugel hineinreichender als Anode dienender Platindraht P' führt zum Elektrometer. Das Licht, dessen Stärke gemessen werden soll, fällt durch das Fenster G auf die als Kathode dienende Kaliumfläche K und löst dort Elektronen aus. Die Elektronen werden unter der Wirkung des zwischen K und P' herrschenden elektrischen Feldes zu dem Draht P' getrieben, so daß das Elektrometer sich auflädt. Die Aufladung ist der Lichtintensität genau proportional. Um die Empfindlichkeit der Zelle zu erhöhen, vergrößert man die dem Elektrometer zufließende Ladung nach dem S. 448 u. erörterten Prinzip der Stoßionisation. Zu diesem Zweck werden die Zellen mit einem Gas, meist Argon, gefüllt.

Elektronenemission bei hoher Temperatur. Daß Flammen elektrisch leiten und daß glühende Körper leicht elektrische Ladung abgeben, ist seit langem bekannt. Die Elektronentheorie erklärt diese und andere damit zusammenhängende Beobachtungen befriedigend. Glühend senden nämlich die Metalle, die Kohle und vor allem die Oxyde der alkalischen Erden (Barium, Strontium, Kalzium) Elektronen in großer Zahl aus; ihre Geschwindigkeit ist allerdings sehr gering. Benutzt man (WEHNELT) als Kathode einen Platindraht, der mit einem solchen Oxyd bedeckt ist und den man zum Glühen bringt (durch eine Batterie von wenigen Akkumulatoren), so kann man schon mit 100—200 Volt Entladungsspannung, also etwa mit einer Lichtleitung, Ströme bis zu mehreren Ampere durch das Entladungsrohr schicken. Dies wird dadurch möglich, daß infolge der hohen Elektronenemission des Glühdrahtes der Kathodenfall nahezu ganz verschwindet. Ist die Kathode kalt, so müssen die für den Stromdurchgang erforderlichen Elektronen erst durch das starke elektrische Feld in der Nähe der Kathode (Kathodenfall) erzeugt werden. Der Strom setzt daher erst bei viel höherer Spannung ein und erreicht auch nur eine Stärke von wenigen Milliampere. Glüht man den Draht nur schwach, so daß sich an ihm infolge der verminderten Elektronenemission ein geringer Kathodenfall ausbildet, so entstehen Kathodenstrahlen von großer Intensität, aber geringer Geschwindigkeit, die leicht durch elektrische oder magnetische Felder abgelenkt werden können (Abb. 518).

Der Austritt von Elektronen aus glühenden Stoffen ist (RICHARDSON) der Verdampfung vergleichbar. Zwischen den austretenden und den zurückgebliebenen Elektronen tritt ein statisches Gleichgewicht ein, wie zwischen dem Wasserdampf und dem verdampfenden Wasser.

Auf der Elektronenemission glühender Drähte beruht das Röntgenrohr von COOLIDGE (Abb. 523). Die zum Betrieb nötigen Elektronen kommen ausschließlich aus einem glühenden Wolframdraht, der durch einen eigenen Stromkreis (Akkumulatoren) glühend erhalten wird. Alle Bestandteile der Röhre sind auf

das vollkommenste entgast, und die Röhre selber wird auf das höchste erreichbare Vakuum gebracht, so daß auch bei höchster Spannung zwischen dem kalten stromlosen Wolframdraht und der Anode kein Strom übergeht. Da die Anzahl der Elektronen mit der Temperatur steigt, so kann man die Elektronenausendung beliebig variieren und damit jeden beliebigen Härtegrad erzeugen, d. h. man kann bei gegebener Spannung die Strahlenhärte durch den Glühgrad regulieren.



Abb. 523. Röntgenrohr nach COOLIDGE.

Verstärkerröhre (ROB. v. LIEBEN, 1906). Eine wichtige praktische Anwendung findet die Elektronenemission glühender Metalle in den Verstärkerröhren (Elektronenröhren, Glühkathodenröhren). Diese Röhren (bereits als elektrische Ventile erwähnt) dienen dazu, elektrische Ströme erheblich zu verstärken, die an sich so schwach sind, daß auch empfindliche Meßinstrumente sie nicht anzeigen. In Abb. 524 bedeutet E ein sehr gut evakuiertes Glasrohr mit vier Zuleitungen; die erste führt zu einer scheibenförmigen Anode A , die zweite zu einem Drahtnetz (Gitter) G , die beiden letzten zu einer Kathode K , die in ihrem dem Gitter benachbarten Teil aus einem dünnen Draht besteht, der durch den Akkumulator B_1 zum Glühen gebracht werden kann. Man verbinde nun die Anode A mit dem $+$ -Pol, und die (zunächst kalte) Kathode K mit dem $-$ -Pol einer Batterie B_2 von etwa 50 Volt. Die Kathode K sei gleichzeitig zur Erde abgeleitet, so daß an A eine positive Spannung von 50 Volt liegt. Ein empfindliches Galvanometer F in dem Stromkreise zeigt keinen Ausschlag, da eine Spannung von 50 Volt nicht ausreicht, um durch das gut evakuierte Rohr eine Entladung zu treiben. Bringen wir aber die Kathode langsam zu immer stärkerem Glühen, so bemerken wir bald einen Ausschlag am Galvanometer, der mit wachsender Temperatur der Kathode immer mehr zunimmt. Wie kommt dieser Strom zustande? Wir wissen bereits, daß ein elektrischer Strom durch ein gasgefülltes oder auch gasfreies Rohr nur dann möglich ist, wenn elektrische Ladungen als Träger dieses Stromes vorhanden sind. Nun liefert aber ein glühender Draht und somit auch unsere Kathode solche elektrische Ladungen, nämlich Elektronen, in großer Zahl. Die Elektronen werden von dem elektrischen Felde, das die Batterie B_2 zwischen A und K aufrechterhält, erfaßt und wandern im wesentlichen den Kraftlinien folgend, von der Kathode durch die Maschen des Gitters hindurch zur Anode. Durch diese Elektronenverschiebung gelangt negative Ladung von der Kathode zur Anode, das heißt: es fließt ein elektrischer Strom durch das Rohr. Dieser Strom, den das Galvanometer F messen kann, heißt Anodenstrom.

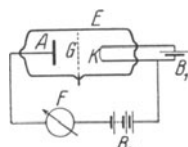


Abb. 524. Verstärkerröhre.

Wir erläutern nun den Zweck des Gitters, über dessen elektrischen Spannungszustand wir bisher noch nichts ausgesagt haben. Geben wir dem Gitter beispielsweise eine *negative* Spannung von 10 Volt, so werden die Elektronen, die vorher zur Anode gingen, durch die abstoßende Wirkung des Gitters nach der Kathode hin *zurückgetrieben*; es treten also keine Elektronen mehr durch das Gitter hindurch und der Anodenstrom verschwindet. Geben wir andererseits dem Gitter eine *positive* Spannung von 10 Volt, so *unterstützt* das Gitter die Anode in ihrer Wirkung auf die Elektronen und der Anodenstrom wird verstärkt. Im einzelnen zeigt Abb. 525, wie sich der Anodenstrom

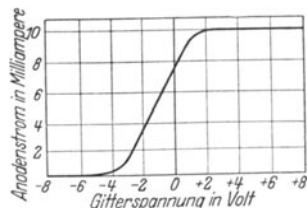


Abb. 525. Charakteristik einer Verstärkerröhre.

ändert, wenn wir bei einer bestimmten Röhre dem Gitter verschiedene Spannungen erteilen. Als Abszissen sind die Gitterspannungen aufgetragen, und zwar rechts vom Nullpunkt die positiven Spannungswerte, links die negativen. Die Ordinaten bedeuten die zu der jeweiligen Gitterspannung gehörenden Werte des Anodenstromes, die am Galvanometer F abgelesen werden. Wir erkennen zunächst in Übereinstimmung mit den eben angestellten Betrachtungen, daß für größere negative Gitterspannungen der Anodenstrom ganz verschwindet und daß er andererseits für größere positive Spannungen einen maximalen Wert erreicht (der auch bei Erhöhung der Gitterspannung nicht weitersteigt, weil die Glühkathode bei gegebener Temperatur nur eine bestimmte Zahl von Elektronen pro Sekunde zu liefern vermag). Zwischen den Extremwerten des Anodenstromes liegt ein Gebiet, in dem selbst eine geringe Änderung der Gitterspannung eine *beträchtliche* Änderung des Anodenstromes bewirkt: Ändern wir die Gitterspannung von -1 Volt in $+1$ Volt, so steigt der Anodenstrom von 5,5 auf 9,5 Milliampere an! Diese Abhängigkeit des Anodenstromes von der Gitterspannung kann man zur *Verstärkung* eines Stromes ausnützen.

Zwischen zwei Polklemmen liege z. B. eine Wechselfspannung von 50 Perioden. Um das Vorhandensein dieser Wechselfspannung nachzuweisen, ist es das nächstliegende, daß wir ein Telephon an die beiden Polklemmen anschließen. Ist die Wechselfspannung imstande, einen merkbaren Strom durch das Telephon zu liefern, so wird das ansprechen und einen für die Frequenz 50 charakteristischen Ton geben. Es kann aber auch sein — und das tritt bei dem drahtlosen Empfang elektrischer Wellen häufig ein — daß zwar die Wechselfspannung vorhanden ist, daß sie aber sofort zu einem unmeßbar kleinen Wert absinkt, wenn man einen Meßapparat, z. B. ein Telephon, damit betreiben will. Hier greift das Verstärkerrohr helfend ein. Wir verbinden die beiden Polklemmen mit Kathode und Gitter und erreichen so, daß die Gitterspannung 100mal in der Sekunde zwischen zwei extremen Spannungswerten etwa zwischen -1 und $+1$ Volt pendelt. Diese wechselnde Gitterspannung „steuert“ nun den Anodenstrom in demselben Rhythmus; jedesmal wenn die Gitterspannung negativ wird sinkt der Anodenstrom, und er wächst wieder an, wenn die Gitterspannung zu positiven Werten ansteigt. Ein Telephon, das wir an Stelle des Galvanometers F in den Anodenstromkreis einschalten, spricht sofort an, da ja jetzt ein Wechselstrom ausreichender Stärke hindurchfließt. Dieser Strom wird von der Batterie B_2 und nicht mehr von der an den Polklemmen liegenden Wechselfspannung geliefert. Von dieser Wechselfspannung verlangen wir nur, daß sie sich auch auf das Gitter überträgt. Die hierzu erforderliche Energie ist verschwindend klein und würde bei weitem nicht ausreichen, um das Telephon unmittelbar zu betreiben. Dies gelingt uns eben nur durch Einschaltung der Verstärkeröhre, die von der Wechselfspannung gesteuert den für das Telephon nötigen Strom liefert.

Die Verstärkeröhren werden je nach dem besonderen Verwendungszweck mit sehr verschiedener Anordnung und Gestalt der inneren Elektroden gebaut. Je nach der Bauart der Röhre fällt die *Charakteristik* der Röhre anders aus, d. h. die Kurve, welche den Anodenstrom in Abhängigkeit von der Gitterspannung wiedergibt. Verstärkeröhren werden in der physikalischen Technik, auch in anderer Weise als hier beschrieben, verwendet, vor allem in der drahtlosen Telegraphie zur Erzeugung ungedämpfter elektrischer Wellen beliebiger Frequenz (S. 515 u.).

Kanalstrahlen (GOLDSTEIN, 1886). Geht durch ein Entladungsrohr, dessen Kathode (Abb. 526) *durchbohrt* ist, ein Strom, so tritt bei



Abb. 526.

Entstehung von Kanalstrahlen.

einem Gasdruck von ca. 0,05 mm Hg in der den Kathodenstrahlen entgegengesetzten Richtung aus der Bohrung ein Strahlenbündel S , das in Luft gelblich, in Wasserstoff rosa ist. Nach GOLDSTEIN, der diese

Strahlen an einer mit vielen Kanälen versehenen Kathode entdeckt hat, heißen die Strahlen *Kanalstrahlen*. In einem elektrischen oder einem magnetischen Felde werden die Kanalstrahlen *entgegengesetzt* wie die Kathodenstrahlen abgelenkt, sie tragen also eine *positive* Ladung. Ferner: die Kathodenstrahlen krümmen schon die Annäherung eines einfachen Hufeisenmagneten sichtbar, Ablenkung der Kanalstrahlen ist nur durch viel stärkere Felder (Elektromagneten) erreichbar. Dies rührt daher: die Kanalstrahlen bestehen aus elektrisch geladenen *Atomen* des im Entladungsrohr vorhandenen Gases, besitzen also im Gegensatz zu den Kathodenstrahlen erhebliche Masse.

Wie entstehen die Kanalstrahlen? Das neutrale Gasatom verliert durch den Entladungsvorgang ein Elektron. Als positives Ion folgt es nunmehr den elektrischen Kraftlinien und wird im Kathodenfall in entgegengesetzter Richtung wie die Kathodenstrahlen beschleunigt. Schließlich trifft es auf die Kathode und wird dort absorbiert, falls es nicht durch Löcher als Kanalstrahl an der Rückseite der Kathode austreten kann. Obwohl also der Kanalstrahl durch *dasselbe* elektrische Feld beschleunigt wird wie der Kathodenstrahl, ist seine Geschwindigkeit doch erheblich kleiner. Die Ladung des Teilchens ist zwar beide Male gleich groß, daher ist auch die beschleunigende Kraft dieselbe; im Kanalstrahl aber ist die zu beschleunigende Masse groß, im Kathodenstrahl klein.

Man spricht von Wasserstoffkanalstrahlen, Heliumkanalstrahlen usw., je nach der Atomart, aus der die Strahlen bestehen. Außer den Atomstrahlen treten unter Umständen auch Molekülstrahlen, z. B. H_2 , O_2 , CO , CO_2 , auf, und diese können einfache oder auch mehrfache Ladungen tragen, entsprechend dem Verlust von einem oder mehreren Elektronen. Merkwürdigerweise gibt es aber auch Kanalstrahlen *ohne* Ladungen und solche mit *negativen* Ladungen; doch sind das sekundäre Erscheinungen, die auf die Zusammenstöße der Kanalstrahlteilchen mit Gasmolekülen zurückzuführen sind. Bei diesen Zusammenstößen kann nämlich das Kanalstrahlteilchen Elektronen aufnehmen oder abspalten und so seine Ladung neutralisieren und im Vorzeichen umkehren. Wenn der Gasdruck im Rohr nicht äußerst gering ist, wechselt ein Kanalstrahlteilchen auf seinem Flug sehr oft seine Ladung in dieser Weise (Umladung).

Leitet man ein feines Kanalstrahlenbündel, das Teilchen verschiedener Masse, aber gleicher Ladung und gleicher Geschwindigkeit enthält, in ein magnetisches oder ein elektrisches Feld, so wird es fächerartig auseinandergebreitet, weil die leichtesten Atome am weitesten, die schwersten am wenigsten aus der ursprünglichen Bahn abgelenkt werden. Man kann dadurch Atomgewichte bestimmen. Erschwerend wirkt die wechselnde Ladung und die dadurch bedingte ungleichmäßige Geschwindigkeit der Teilchen. J. J. THOMSON und W. WIEN waren hier bahnbrechend und schufen die Grundlagen für Arbeiten (ASTON), die unsere Vorstellungen über die Beschaffenheit der chemischen Elemente in neue Bahnen gelenkt haben (S. 660).

Radioaktivität.

Grundlegende Beobachtungen. Im Jahre 1896 entdeckte der französische Forscher BECQUEREL, daß das Uran und alle seine Verbindungen dauernd und von selber (spontan) Strahlen aussenden, die durch Stoffe *aller* Art hindurchgehen. Diese Strahlen schwärzten die photographische Platte und ionisierten die Luft. Die Stärke der Strahlung hing nur von der Menge Uran in der Verbindung ab, und die chemische Bindung spielt keine Rolle. Das Strahlungsvermögen mußte also eine Eigenschaft des Urans selbst, d. h. des Uranatoms, sein. Frau CURIE fand bei einigen natürlichen *Uranerzen* (der Pechblende von Johanngeorgenstadt

in Sachsen und der Pechblende von Joachimstal in Böhmen) ein Strahlungsvermögen, das viel stärker war, als dem Urangehalt entsprach. Sie zog hieraus den kühnen Schluß, daß beide Erze eine neue Atomart, also ein bisher unbekanntes chemisches Element, enthielten, das stärker strahle als das Uran selbst. In der Tat gelang es ihr, das neue Element abzutrennen, das „Radium“, das viele millionenmal stärker strahlt als Uran. Man hat noch einige andere Elemente mit ähnlichen Eigenschaften aufgefunden: das Thor, das Actinium, das Polonium. Alle diese Stoffe, die ähnlich dem Uran und Radium strahlen, nennt man *radioaktiv*. Ihr Verhalten im einzelnen ist aber sehr verschieden. Während man bei einigen Elementen ein unveränderliches Strahlungsvermögen beobachtete, konnte man aus der Pechblende auch Stoffe abtrennen, deren Strahlungsvermögen nicht konstant blieb, bei manchen verschwand es schon im Laufe von Stunden oder Tagen völlig. Es gab auch Fälle, wo eine anfangs sehr schwache Radioaktivität mit der Zeit beträchtlich zunahm. Alle diese in ihrer Vielfältigkeit anfangs unübersehbaren Erscheinungen erklärt die Zerfallstheorie (RUTHERFORD und SODDY, 1902).

Zerfallstheorie. Diese Theorie geht von der Vorstellung aus, daß jedes Atom eines radioaktiven Elementes früher oder später spontan explosionsartig zerfällt, wobei entweder ein Heliumatom (α -Strahl) oder ein Elektron (β -Strahl) mit hoher Geschwindigkeit ausgesandt wird. Der zurückbleibende Hauptbestandteil des Atoms hat andere physikalische und chemische Eigenschaften als das ursprüngliche Atom, d. h. er stellt eine neue Atomart dar, ein neues Element. Im Laufe der Zeit verwandelt sich auch dieses unter Aussendung von α - oder β -Strahlen in ein drittes Element usw., bis ein Element entstanden ist, das keine radioaktiven Eigenschaften mehr zeigt.

Betrachten wir das Radium als typisches Beispiel: Seine chemischen und physikalischen Eigenschaften sind ebensogut definiert und bekannt, wie die irgendeines anderen (inaktiven) Elementes. Während aber die Atome inaktiver Elemente stabil sind und unseres Wissens niemals Veränderungen erleiden, ist dies bei Radium anders. Ein Radiumatom lebt im Mittel nur etwa 2000 Jahre, dann wandelt es sich explosionsartig um und hört auf als Radiumatom zu existieren. Die neuen Atome bilden in ihrer Gesamtheit die *Radiumemanation*, ein radioaktives Gas, das sich ständig aus Radiumpräparaten entwickelt, und das sich seinerseits in ein festes Radioelement verwandelt.

Alles Radium wäre von der Erde längst verschwunden, wenn nicht seine Muttersubstanz, das Ionium, es dauernd neu bildete. Aber auch das Ionium hat

Elemente der Uran-Radiumreihe.

Name des Radioelements	Emittierte Strahlung	Halbwertszeit
Uran I	α	10 ⁹ Jahre
Uran X ₁	β	24 Tage
Uran X ₂	β	1,1 Min.
Uran II	α	10 ⁸ Jahre
Ionium	α	10 ⁵ Jahre
Radium	α	1640 Jahre
Emanation	α	3,8 Tage
Radium A	α	3,0 Min.
⋮		
Polonium	α	136 Tage
Blei	—	—

Vorfahren, wir können sie bis zum Stammvater, dem Uran, zurückverfolgen. Vom Uran wissen wir nur, daß es äußerst langsam zerfällt, millionenmal langsamer als Radium, aber eine Quelle, aus der es entsteht, kennen wir nicht.

Die Tabelle zeigt die wichtigsten Glieder der Uran-Radium-Reihe in genetischer Folge. Aus dem Uran, hier als Uran I bezeichnet, entsteht Uran X₁, hieraus Uran X₂ usw. Am Ende der Reihe finden wir das stabile Blei, das keine radioaktiven Eigenschaften mehr besitzt. Für jedes Element gibt die Tabelle die beim

Zerfall emittierte Strahlenart und die Halbwertszeit. Diese mißt die Schnelligkeit, mit der das betreffende Radioelement zerfällt (S. 463 m.).

Außer der Uran-Radiumreihe gibt es noch zwei radioaktive Reihen, die Actiniumreihe und die Thorreihe. Unter den Gliedern der Thorreihe spielt das von HAHN (1907) entdeckte Mesothor eine besondere Rolle. Es wird ebenso wie das Radium in der Medizin viel verwandt, ist aber viel kurzlebiger.

Die verschiedenen radioaktiven Stoffe zerfallen sehr verschieden schnell, manche erst im Verlaufe von Milliarden von Jahren, andere in einem Bruchteil einer Sekunde. In keinem Falle hat sich die Zerfallsgeschwindigkeit durch äußere Kräfte beeinflussen lassen, weder durch die höchsten erreichbaren Temperaturen und Drucke, noch durch die Abkühlung auf die Temperatur des flüssigen Sauerstoffs oder durch ein intensives Magnetfeld. Die Radioaktivität hat ihren Sitz im innersten Teil der Atome, den Atomkernen, während physikalische und chemische Kräfte nur auf die weiter außen liegenden Atomteile, die Elektronen, einwirken können. Um welch enorme Kräfte es sich bei dem radioaktiven Zerfall handelt, zeigt folgender Vergleich: Das beim Zerfall aus dem Atomkern als α -Strahl austretende Heliumatom hat eine Geschwindigkeit von 20000 km/sec; um in Heliumgas dieselbe mittlere Geschwindigkeit der Atome durch Temperatursteigerung zu erzielen, sind $6\,500\,000^\circ\text{C}$ erforderlich. Die Temperatur an der Oberfläche der Sonne beträgt etwa 6000°C .

Halbwertszeit und Zerfallskonstante. Um den fortschreitenden Zerfall einer radioaktiven Substanz zu verfolgen, läßt man die ausgesandte Strahlung in ein Goldblattelektrometer (Abb. 429) treten und ermittelt die Stärke der dort erzeugten Ionisation. Denn die Ionisation ist ein Maß für die Zahl der von dem Präparat ausgehenden Strahlen und dadurch auch ein Maß für die Radioaktivität, d. h. für die Zahl der in einer Sekunde zerfallenden Atome. Untersucht man ein Präparat, das nur Atome eines einzigen radioaktiven Stoffes enthält, so findet man, daß die Aktivität immer in gleichen Zeiten auf den gleichen Bruchteil abnimmt. Zeigt z. B. ein Präparat zu einem beliebigen Zeitpunkt eine Aktivität 100 und eine Stunde später eine Aktivität 90, so beträgt sie nach Ablauf je einer weiteren Stunde $0,9 \cdot 90 = 81$; $0,9 \cdot 81 = 72,9$ usw. Fällt im besonderen die Aktivität innerhalb T Stunden auf den halben ursprünglichen Wert, so fällt sie auch weiterhin jedesmal in T Stunden auf die Hälfte ab. Dabei ist es ganz gleichgültig, von welchem Zeitpunkt an man rechnet. Die so definierte Zeit T heißt Zerfallszeit oder Halbwertszeit.

Wir betrachten als Beispiel die Aktivitätsabnahme von Uran X_1 . Setzt man einer Lösung von Urannitrat feinverteilte Kohle zu und filtriert sie nach kurzem Kochen wieder ab, so besitzt sie eine erhebliche Aktivität. Dies rührt daher, daß das in der Urannitratlösung vorhandene Uran X_1 sehr leicht von der Tierkohle absorbiert wird. Ein solches Uran X_1 -Präparat werde Tag für Tag gemessen und seine Aktivität in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen (Abb. 527). Die Anfangsaktivität ist gleich 100 gesetzt. Der Kurve A zufolge ist die Aktivität in genau 24 Tagen auf die Hälfte, in 48 Tagen auf ein Viertel, in 72 Tagen auf ein Achtel des Anfangswertes gesunken; die Halbwertszeit des Uran X_1 beträgt also 24 Tage.

Ein Abfallsgesetz, das dadurch charakterisiert ist, daß die Aktivität und also auch die Zahl der zerfallenden Atome sich in gleichen Zeiten immer um den gleichen Bruchteil vermindert, heißt exponentiell. Es wird mathematisch durch die

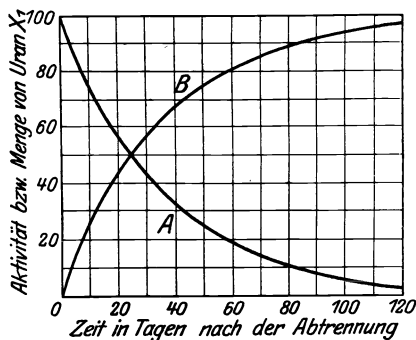


Abb. 527. Abfall und Anstieg von Uran X_1 .

Gleichung $n_t = n_0 e^{-\lambda t}$ dargestellt, wobei n_0 und n_t die Zahl der anfangs und zur Zeit t in einer Sekunde zerfallenden Atome und e die Basis der natürlichen Logarithmen (2,718...) bedeuten. Die Konstante λ ist eine für die betreffende radioaktive Substanz charakteristische Größe. Sie ist mit der uns bereits bekannten Halbwertszeit T durch die Beziehung $\lambda \cdot T = \log \text{nat } 2$ verknüpft und bedeutet den Bruchteil der vorhandenen Atome, der in der Zeiteinheit zerfällt. Als Zeiteinheit wird gewöhnlich die Sekunde gewählt; wenn also beispielsweise λ für Uran X_1 den Wert $3,3 \cdot 10^{-7}$ besitzt, so heißt das: in jeder Sekunde zerfällt gerade dieser Bruchteil der vorhandenen Uran X_1 -Atome. Ist also N die Zahl der vorhandenen Atome, so ist die Zahl n der pro Sekunde zerfallenden Atome gegeben durch $n = \lambda \cdot N$.

Da die Zahl der zerfallenden Atome jederzeit der Zahl der noch nicht zersetzten Atome proportional ist, so läßt sich die obige Gleichung auch in der Form $N_t = N_0 e^{-\lambda t}$ schreiben, wobei jetzt unter N_0 bzw. N_t die Zahl der anfänglich bzw. zur Zeit t noch vorhandenen unzersetzten Atome bedeutet. Bei einer einheitlichen radioaktiven Substanz klingen also die Strahlung und die Atomzahl nach demselben Exponentialgesetz ab.

Radioaktives Gleichgewicht. Es ist nicht möglich, im Laboratorium die Umwandlung des Urans bis zum Endglied, dem Blei, zu verfolgen, denn viele zwischen ihnen liegende Elemente sind so langlebig, daß die Umwandlungsprodukte sich erst in Jahrtausenden in meßbarer Menge ansammeln. In *Uranmineralien* dagegen ist die Umwandlung schon seit undenklichen Zeiten im Gange, und ein Gleichgewichtszustand ist erreicht: jedes Element ist in solcher Menge vorhanden, daß es durch den Zerfall des vorhergehenden Elements dauernd ebenso viele neue Atome empfängt, als es durch seinen eigenen Zerfall verliert. Wenn man also an einem Uranmineral, das ja alle Elemente der Tabelle S. 462 enthält, abzählen würde, wieviele Atome von jedem Element pro Sekunde zerfallen, so würde sich für jedes ein und dieselbe Zahl ergeben. Bezeichnen wir die Zahl der Atome, welche von den einzelnen Elementen, Uran I , Uran X_1 usw., in dem Mineral vorhanden sind, mit N_1, N_2, N_3, \dots usw. und die zugehörigen Zerfallskonstanten mit $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots$, so zerfallen von diesen Elementen in jeder Sekunde $\lambda_1 N_1, \lambda_2 N_2, \lambda_3 N_3, \dots$ Atome, denn λ bedeutet ja den in einer Sekunde zerfallenden Bruchteil der vorhandenen Atome (s. oben). Bei radioaktivem Gleichgewicht zerfällt in der Sekunde von jedem Element dieselbe Zahl von Atomen; es ist also $\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2 = \lambda_3 N_3 = \dots$, d. h. die vorhandenen Mengen N_1, N_2, N_3, \dots verhalten sich umgekehrt wie die Zerfallskonstanten. So findet man, daß in einem Uranmineral immer auf jedes Gramm Uran 0,00000034 g Radium treffen. Von 0,00000034 g Radium zerfallen daher in der gleichen Zeit ebenso viele Atome wie von 1 g Uran: im Mittel 12000 Atome in jeder Sekunde.

Wird das radioaktive Gleichgewicht durch einen äußeren Eingriff gestört, so stellt es sich allmählich von selbst wieder her. Trennt man z. B. aus dem Mineral die Hälfte des Radiums ab, so werden jetzt in dem Mineral nur noch 6000 Radiumatome in jeder Sekunde zerfallen, andererseits aber immer noch, wie früher, 12000 aus der Muttersubstanz entstehen. Dadurch wird die Radiummenge anwachsen, und zwar so lange, bis Nachbildung und Zerfall sich wieder das Gleichgewicht halten.

Anders bei dem stabilen Endglied der Uran-Radiumreihe, dem Blei. Je älter (an Jahrtausenden) ein radioaktives Mineral ist, desto mehr Blei hat sich in ihm angesammelt. Für jedes zerfallene Uranatom findet sich in ihm schließlich ein Bleiatom vor. Wie bei einer Sanduhr die sich unten sammelnde Sandmenge die Zeitspanne mißt, während der die Uhr im Gange ist, so mißt die Bleimenge in einem Uranmineral sein geologisches Alter. Ein zehntel Gramm Blei

auf 1 g Uran bedeutet ein Alter von 800 Millionen Jahren. Die Bestimmung des Bleigehalts eines radioaktiven Minerals ist daher ein wichtiges Mittel, sein geologisches Alter zu bestimmen (S. 385 u.).

Bildung einer radioaktiven Substanz aus der Muttersubstanz. Während das aus dem Uransalz abgetrennte Uran X_1 nach Kurve *A* der Abb. 527 allmählich abklingt, sammelt sich in dem Salz durch den Zerfall des Uran *I* wieder frisches Uran X_1 an. War, wie wir annehmen, das Uran X_1 vor der Abtrennung im Gleichgewichtsbetrage vorhanden, so wurden in der Zeiteinheit ebenso viele Uran X_1 -Atome neu gebildet, als zerfielen. Die Neubildung des Urans X_1 aus dem Uran geht natürlich auch nach der Abtrennung in derselben Weise wie vorher weiter. Wenn daher, wie Kurve *A* zeigt, in einem Tage 3% der vorhandenen Uran X_1 -Menge zerfallen, so muß sich in derselben Zeit auch dieselbe Uran X_1 -Menge in dem Uransalz aufs neue bilden. Ist das abgetrennte Uran X_1 nach 24 Tagen auf die Hälfte abgeklungen, so findet sich nach dieser Zeit in dem Uransalz auch gerade die Hälfte des Gleichgewichtsbetrages wieder vor. Man kann sich leicht davon überzeugen, indem man 24 Tage nach der ersten Trennung das Uran X_1 erneut abscheidet. Man findet dann eine Aktivität, die genau halb so groß ist wie die Aktivität bei der ersten Abtrennung.

Kurve *B* in Abb. 527 zeigt das Gesetz für die Nachbildung des Uran X_1 in dem Uransalz. Die Kurve *B* ist komplementär zur Kurve *A*, d. h. die Aktivitätssumme des abgetrennten und des nachgebildeten Uran X_1 und also auch die Summe der beiden Substanzmengen hat zu allen Zeiten denselben Wert. Man lese aus der Abbildung die beiden Werte für beliebige Zeiten ab, immer ist ihre Summe gleich 100. Nach etwa 6 Monaten ist das abgetrennte Uran X_1 ganz verschwunden, während sich im Uransalz die Gleichgewichtsmenge von Uran X_1 wieder vorfindet.

Dieses an dem Beispiel Uran—Uran X_1 erläuterte Gesetz gilt für *alle* Radioelemente, wenn die Muttersubstanz langlebig ist im Vergleich mit der ihr folgenden Substanz. Trifft diese Voraussetzung nicht zu, so sind die Verhältnisse weniger übersichtlich.

Die verschiedenen Strahlenarten eines radioaktiven Stoffes. Die Erfahrungen an Kathodenstrahlen legen es nahe, die von einem radioaktiven Präparat ausgehende Strahlung einem starken Magnetfeld zu unterwerfen. Abb. 528 zeigt eine Anordnung dazu: Die radioaktive Substanz *R* befindet sich in einem Kästchen *P* aus Blei, das die Strahlen durch einen engen Spalt nach oben austreten läßt. Das austretende Bündel wird durch ein magnetisches Feld, dessen Kraftlinien senkrecht zur Ebene des Papiers verlaufen (davor ein Südpol, dahinter ein Nordpol), so zerlegt: Ein Teil, die α -Strahlung, wird in demselben Sinne wie positiv geladene Teilchen (Kanalstrahlen) abgelenkt; ein zweiter Teil, die β -Strahlung, erheblich stärker, aber in entgegengesetzter Richtung. Ein dritter Teil, die γ -Strahlung, bleibt vom magnetischen Feld unbeeinflusst; er stellt also Strahlen ohne elektrische Ladung dar. — Die Haupteigenschaften der drei Strahlenarten:

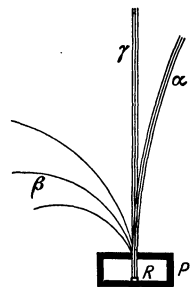


Abb. 528. Ablenkbarkeit der Radiumstrahlen in einem Magnetfeld.

1. Die α -Strahlen sind Heliumkerne mit etwa $\frac{1}{20}$ Lichtgeschwindigkeit. Sie tragen eine positive Ladung, die genau doppelt so groß ist wie die eines Elektrons. Sie können dünne Metallfolien durchsetzen oder auch Luft von Atmosphärendruck mehrere Zentimeter geradlinig durchlaufen. Diese Strecke heißt *Reichweite*; sie ist für das jeweilige Radioelement eine charakteristische Größe. Von den Elementen der Uran-Radiumreihe haben die α -Strahlen von

Bleiblech wird einige Stunden in dieser Lage belassen, dann in einem Gefäß geschmolzen und dabei von den okkludierten Gasen befreit. Diese Gase zeigen wieder das Heliumspektrum. Die α -Teilchen waren also durch das Glas hindurch in das Blei geschossen und beim Schmelzen wieder befreit worden.

In radioaktiven Mineralien, die so dicht sind, daß aus ihrem Innern keine Gase entweichen können, hat sich Helium im Laufe geologischer Zeiträume in erheblichen Mengen angesammelt. Man hat Mineralien gefunden, die pro Gramm bis 20 cm^3 Helium enthielten. Wahrscheinlich ist dies Helium durch den Zerfall radioaktiver Elemente entstanden. Aus dem Heliumgehalt läßt sich daher das geologische Alter radioaktiver Mineralien ebenso abschätzen wie aus dem Blei-gehalt (S. 465 o.).

Die große Energie der α -Strahlen zeigt sich auch in ihrer Wärmewirkung. Bei einem Radiumpräparat, das in der üblichen Weise in ein Glasröhrchen eingeschlossen ist, werden alle α -Strahlen von der aktiven Substanz selbst oder von der Glashülle absorbiert. Die Absorption äußert sich in merklicher Erwärmung des Präparats. 1 g Radium entwickelt (einschließlich seiner Zerfallsprodukte bis RaC) bei Absorption aller seiner Strahlen *in der Stunde* 140 cal (MEYER u. HESS, 1912). Die *gesamte* Wärmemenge, die 1 g Radium bis zum vollständigen Zerfall in das stabile Endprodukt Blei entwickelt, entspricht der Verbrennungswärme von 5000 kg Kohle. Aber die Kohle stellt diesen Energievorrat sofort zur Verfügung, die im Radium aufgespeicherte Energie dagegen könnte nur ganz allmählich, d. h. im Laufe von Jahrtausenden ausgenutzt werden. Daß es einmal gelingen könnte, den Zerfall zu beschleunigen und so die Wärmeentwicklung radioaktiver Stoffe praktisch nutzbar zu machen, erscheint zur Zeit fast ausgeschlossen.

Obwohl die radioaktiven Stoffe in der Erdkruste nur spärlich vertreten sind — auf etwa 1 g Erds substanz kommen 10^{-12} g Radium —, spielen sie bei der Erhaltung und Verteilung der inneren Erdwärme eine große Rolle. Der Wärmeverlust der Erde durch Ausstrahlung in den Weltraum wird schon dann gedeckt, wenn die Erdrinde bis zu etwa 20 km Tiefe radioaktive Substanzen im angegebenen Betrag enthält.

Zählung von α -Teilchen. Zwei Methoden sind bekannt, einzelne α -Teilchen zu zählen, eine elektrische und eine optische. Beide Methoden haben unsere Kenntnis vom Wesen der α -Strahlen und vom Bau der Atome wesentlich vertieft.

Der elektrische Zähler (GEIGER 1913), der sich bereits zu einem einfachen Meßinstrument entwickelt hat, beruht auf dem Prinzip, den an sich kleinen Ionisationseffekt eines α -Teilchens durch Stoßionisation (S. 448 u.) zu vergrößern. In das etwa 2 cm weite Messingrohr *A* (Abb. 530) ist durch den Hartgummistopfen *E* ein spitz zulaufender Draht *D* axial eingeführt. Die Spitze liegt etwa 1 cm vor der Scheibe *B*, die das Rohr *A* abschließt. Durch eine Öffnung *O* in der Mitte der Scheibe können die zu zählenden Strahlen in den Ionisierungsraum eintreten. Das Messingrohr wird mit dem negativen Pol einer Akkumulatorenbatterie von etwa 1200 Volt leitend verbunden, der Draht *D* führt zu einem Fadenelektrometer, das ähnlich wie ein Goldblattelektrometer konstruiert ist. Führt man dem Faden elektrische Ladung zu, so wird er von einer benachbarten Platte angezogen. Diese Bewegung kann man entweder direkt im Mikroskop beobachten oder auch photographisch registrieren. (Das Fadenelektrometer hat vor dem Goldblatt- und dem Quadrantelektrometer den Vorzug, daß es sich sehr rasch einstellt, was für den vorliegenden Zweck wichtig ist.)

Tritt durch *O* ein α -Teilchen in den Zähler, so erzeugt es dort eine kleine Zahl von positiven und negativen Ionen. Die negativen Ionen wandern auf die

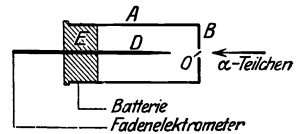


Abb. 530. Zählung von α -Teilchen.

Spitze zu und werden dabei sehr stark beschleunigt, da die elektrische Feldstärke in der Nähe einer Spitze sehr hohe Werte erreicht. Jedes einzelne Ion erzeugt daher auf seinem Weg zur Spitze beim Zusammenstoß mit den Gasmolekülen viele Hunderte von neuen Ionen, und auch diese vermehren sich in derselben Weise weiter. Man kann so die an sich sehr kleine primäre Ionisation eines α -Teilchens auf das Millionenfache vergrößern, so daß über die Spitze D dem Elektrometer eine Ladung zufließt, die groß genug ist, um einen deutlichen Ausschlag des Fadens hervorzurufen. Damit nach dem Eintritt eines α -Teilchens in den Zähler der Faden wieder in die Nullage zurückkehrt, ist er dauernd durch einen sehr hohen Widerstand zur Erde abgeleitet, durch den die Ladung abfließt.

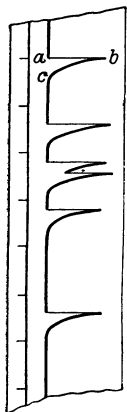


Abb. 531.
Photographische Registrierung einer α -Strahlung.

Abb. 531 zeigt eine photographische Registrierung einer α -Strahlung. Der Registrierstreifen lief gleichförmig von unten nach oben und wurde beim Vorbeigleiten an dem Elektrometer belichtet. Traten keine α -Teilchen in den Zähler ein, so markierte sich der Elektrometerfaden als ein parallel zum Rande des Streifens verlaufender Strich. Bei Eintritt eines α -Teilchens sprang der Faden nach rechts ($a \rightarrow b$) und glitt dann entsprechend dem Ladungsabfluß durch den Widerstand in seine normale Lage zurück ($b \rightarrow c$). Die linke Seite des Streifens zeigt Sekundenmarken. Man ersieht, wie unregelmäßig die einzelnen α -Teilchen einander folgen. Nach längerer Pause erscheinen oft zwei oder drei Teilchen dicht nacheinander — sehr begreiflich, da die Atome unabhängig voneinander zerfallen. Die Angabe, 1 mg Uran sendet pro Minute 1380 α -Teilchen aus, ist als statistischer Mittelwert aufzufassen. Die tatsächliche Zahl der Teilchen während einer einzelnen Minute kann erheblich vom Mittelwert abweichen. Nur Zählungen über lange Zeit geben zuverlässige Mittelwerte.

Nun zur optischen Zählmethode (REGENER 1909). Nähert man ein radioaktives Präparat, das α -Strahlen aussendet, bis auf einige Zentimeter einem Schirm, der mit phosphoreszierendem Zinksulfid bedeckt ist, so leuchtet er hell auf. Das Leuchten ist nicht gleichmäßig, es besteht, wie man mit der Lupe erkennt, aus kurzen Lichtblitzen (Szintillationen). Diese in dauerndem Wechsel aufblitzenden Szintillationen gleichen in ihrer Gesamtheit einem wogenden Sternenmeer. Die ausgeschleuderten Atome erregen durch die Wucht ihres Aufpralls die Kristalle zu blitzartigem Aufleuchten. Man kann das an jeder mit *Leuchtziffern* versehenen Uhr beobachten. Denn diese Ziffern bestehen aus Zinksulfid, dem eine winzige Menge radioaktiver Substanz, meist Radiothor, beigemischt ist. Viele Tausende von Lichtpünktchen sieht man aufblitzen, und jedes einzelne gibt Kunde von dem Zerfall eines Atoms und der Bildung eines neuen Atoms. Und wie sie bald hier, bald dort sich häufen, spiegeln sie die Schwankungen wider, denen der radioaktive Zerfall unterworfen ist. Die Zählung von Szintillationen bietet durch ihre Einfachheit ein wichtiges Hilfsmittel zur Erforschung der Natur der α -Strahlen.

Halbwertszeit des Radiums. Von vielen radioaktiven Substanzen kann man die Halbwertszeit durch Messung ihrer Aktivitätsabnahme ermitteln (S. 463), bei anderen, z. B. beim Radium, ist dieser Weg nicht gangbar, da der Zerfall viel zu langsam vor sich geht, mit den Zählmethoden aber kommt man zum Ziele. An dem einen Ende eines langen Rohres R (Abb. 562) befestigt man eine genau abgewogene Menge M reines Radium, an dem andern Ende den Zähler Z . Damit die von M ausgehenden α -Teilchen in den Zähler gelangen können, muß das Rohr R luftleer sein. Da aber der Zähler Z nur wirksam ist, wenn er Luft enthält, ist die Eintrittsöffnung O mit einem ganz dünnen Glimmerblättchen über-

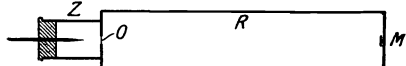


Abb. 532. Zählung der von 1 g Radium in jeder Sekunde ausgesandten α -Teilchen.

gewogene Menge M reines Radium, an dem andern Ende den Zähler Z . Damit die von M ausgehenden α -Teilchen in den Zähler gelangen können, muß das Rohr R luftleer sein. Da aber der Zähler Z nur wirksam ist, wenn er Luft enthält, ist die Eintrittsöffnung O mit einem ganz dünnen Glimmerblättchen über-

klebt, das einen luftdichten Abschluß zwischen R und Z herstellt, aber die α -Teilchen ungehindert hindurchtreten läßt. Beträgt die Oberfläche der Öffnung $a \text{ cm}^2$ und ihr Abstand vom Präparat $r \text{ cm}$, so ist die Zahl der pro Sekunde in den Zähler eintretenden α -Teilchen gleich $N \cdot a / 4r^2\pi$, wenn mit N die Gesamtzahl der in der Sekunde von dem Präparat ausgehenden α -Teilchen bezeichnet wird. Denn durch 1 cm^2 senkrecht zur Strahlrichtung und im Abstand r vom Präparat gehen pro Sekunde $N / 4r^2\pi$ α -Teilchen, da ja bei ungehinderter Strahlenbahn die Gesamtzahl N der emittierten Teilchen sich gleichmäßig über die ganze Kugeloberfläche um M als Mittelpunkt verteilen muß. Zählt man also die pro Sekunde durch O in den Zähler eintretenden α -Teilchen, so kann man hieraus die Gesamtzahl N aller von dem Präparat ausgesandten α -Teilchen ableiten.

Aus Versuchen dieser Art fanden RUTHERFORD und GEIGER (1908), daß 1 g Radium in reinstem Zustand und frei von allen seinen Zerfallsprodukten, Emanation, Radium A usw., jede Sekunde $3,6 \cdot 10^{10}$ α -Teilchen aussendet. (Ebenso groß ist die Zahl der Atome, die sich in 1 g Radium in jeder Sekunde umwandeln.) Hieraus ergibt sich die Halbwertszeit: wir wissen, 1 g Wasserstoff enthält $6,06 \cdot 10^{23}$ Atome (S. 137 o.). Radium hat aber ein 226 mal größeres Atomgewicht als Wasserstoff, daher enthält 1 g Radium $\frac{1}{226} \cdot 6,06 \cdot 10^{23} = 2,68 \cdot 10^{21}$ Atome. In jeder Sekunde zerfallen $3,6 \cdot 10^{10}$ Atome, das ist der $1,34 \cdot 10^{-11}$ te Teil der Gesamtmenge. Aus dieser Zahl ergibt sich, daß 1640 Jahre verstreichen, bis 0,5 g Radium zerfallen ist. Die Halbwertszeit von Radium beträgt also 1640 Jahre.

5. Elektromagnetismus und Magnetismus.

Wechselwirkung zwischen Magnet und stromdurchflossenem Leiter. Die Wärmewirkungen und die chemischen Wirkungen des elektrischen Stromes spielen sich *in der Strombahn* ab. Wir kommen jetzt zu Wirkungen *außerhalb der Strombahn*. Wie die ruhende Elektrizität ihr elektrisches Feld hat, so auch die bewegte; die *Umgebung* eines stromdurchflossenen Leiters übt scheinbare Fernwirkungen aus: so ganz besonders auf benachbarte Magnetnadeln. Die Magnetnadel (S. 473 m.) hat an jedem Punkte der Erdoberfläche eine bestimmte Richtung (in einem bestimmten *magnetischen Meridian*), und wenn man sie gewaltsam in eine andere dreht und dann losläßt, kehrt sie stets in die ursprüngliche zurück. Offenbar hält eine Kraft (der Erdmagnetismus, S. 475 u.) die Nadel im magnetischen Meridian; sie daraus abzulenken, erfordert daher Arbeit. Arbeit dieser Art kann der elektrische Strom leisten: er lenkt die Nadel ab (entdeckt 1820 von OERSTEDT), leistet somit das, was sonst nur ein Magnet leistet — kurz: strömende Elektrizität *übt magnetische Kräfte* aus. Für die *Richtung*, in die der Strom die Nadel dreht, gilt folgende Regel: Man denke sich in dem Stromleiter schwimmend, *mit dem Strome*, den Kopf *voran*, das Gesicht *zur Nadel* gewendet; man hat dann den Nordpol der abgelenkten Nadel zur *linken Hand* (Schwimmregel nach AMPÈRE). Kompensiert man den Einfluß des Erdmagnetismus dadurch, daß man einen anderen in bestimmter Weise gerichteten Magneten in die Nähe der Nadel bringt, so gehorcht sie der ablenkenden Kraft des Stromes uneingeschränkt. Trägt man sie um den Stromleiter herum, so stellt sie sich stets quer zu ihm, den Nordpol voran, wie es die Schwimmregel beschreibt. Abb. 533 zeigt das für einen auf der Ebene der Zeichnung senkrechten Leiter, L ist sein Durchschnitt mit ihr.

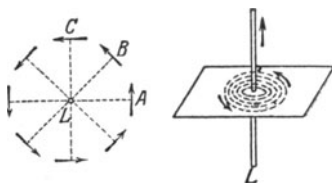


Abb. 533. Kraftfeld des elektrischen Stromes.

Der Nordpol der Nadel (die Pfeilspitze) erfährt also einen Antrieb zum Umlauf um den Stromleiter; ebenso der *Südpol*, aber in der Richtung, die der Umlaufrichtung des Nordpols entgegengesetzt ist. Ist der Stromleiter sehr biegsam, etwa ein langer schmaler Streifen Rauschgold, der neben einem vertikalstehenden Magnetstab hängt, so windet sich, wenn man den Strom schließt, der Streifen um den Magneten, die *Enden* des Streifens nach *einander entgegengesetzter* Richtung den entgegengesetzten Polen entsprechend. Jeder Pol wirkt also *für sich* und nicht nur, weil er mit dem entgegengesetzten verbunden ist, auf den stromdurchflossenen Leiter. — Dem Satz von der Gleichheit der Wirkung und der Gegenwirkung entsprechend, muß auch der Magnet *auf den Strom* wirken. Der Pol strebt, den Stromleiter im Kreise um sich herumzuführen, wie der Stromleiter es mit ihm getan hat: in der Anordnung Abb. 534 *b* steht der Magnet fest, und der *Stromleiter ist beweglich* (FARADAY).

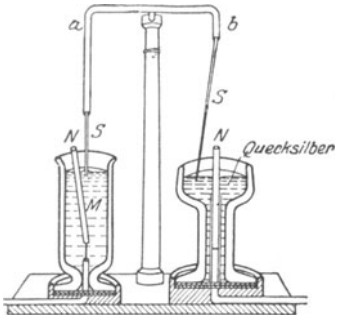


Abb. 534. Apparat von FARADAY zum Nachweise der a) Rotation eines Magneten M um einen stromführenden Leiter S, b) Rotation eines stromführenden Leiters S um einen Magneten N.

Schließt man den Strom, so beschreibt der Leiter um den Magnetpol einen Kegelmantel. In der Anordnung Abb. 534 *a*, in der M den Magneten bedeutet und S und das Quecksilber den Stromleiter bilden, kreist der Nordpol N — der Südpol liegt fest — in der der Schwimmregel entsprechenden Richtung um S.



Abb. 535. Gegenseitige elektrodynamische Einwirkung zweier stromführender Leiter.

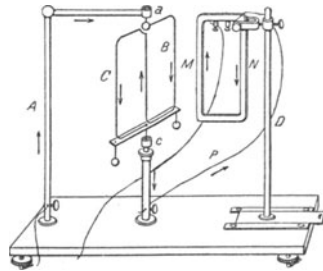


Abb. 537. Ampèresgestell (CB).

Wechselwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern. Das volle Verständnis für die Wechselwirkung zwischen Magneten und elektrischen Strömen gewinnen wir erst, wenn wir die gegenseitige Einwirkung *zweier Ströme* aufeinander untersuchen (AMPÈRE, 1820). Elektrische Ströme wirken anziehend oder abstoßend aufeinander (*elektrodynamisch*) je nach ihrer Richtung zueinander (Abb. 535): parallele Ströme *gleicher* Richtung ziehen einander an; *antiparallele* Ströme stoßen einander ab. Der als AMPÈRESCHES Gestell bezeichnete Apparat zeigt das gut (Abb. 537): ein in den Lagern *a* und *c* drehbarer Rahmen *BC* wird im Sinne der Pfeile vom Strom durchflossen. Ein zweiter, ebenfalls stromdurchflossener Rahmen *MN* ist in seiner Nähe parallel zu ihm fest aufgestellt. Dreht man den beweglichen Rahmen so, daß *B* und *M* einander nahekomen, so beobachtet man Abstoßung, zwischen *C* und *N* findet man Anziehung.

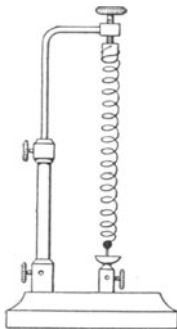


Abb. 538. Die Windungen einer stromführenden Schraubfeder ziehen einander an.

Daß *gleichgerichtete* Ströme einander *anziehen*, zeigt Abb. 538, eine sehr dünne, elastische, stromdurchflossene, vertikal hängende Schraubfeder, deren unteres Ende — durch ein Gewicht beschwert, um die Feder zu spannen — frei beweglich in Quecksilber taucht. Feder und Quecksilber bilden einen Stromkreis. In allen Windungen ist die Stromrichtung

dieselbe, die Windungen ziehen daher einander an, die Spirale verkürzt sich, zieht das bewegbare Ende trotz der Belastung aus dem Quecksilber heraus und unterbricht den Strom. Die Spirale folgt nun dem Zuge des Gewichtes, taucht wieder in das Quecksilber, und das Spiel beginnt aufs neue.

Stromführende Leiter, die einander kreuzen, Abb. 536, ziehen einander an, wenn sie *beide* zu dem Kreuzungspunkte *hin-* oder *beide* von ihm *weggehen*. Geht der eine zu ihm hin, der andere davon weg, so stoßen sie einander ab.

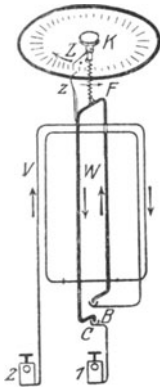


Abb. 539.
Elektrodynamometer
zur Strommessung.

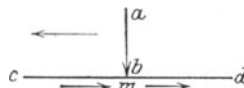


Abb. 540.
Bewegung eines stromführenden beweglichen Leiters längs eines feststehenden.

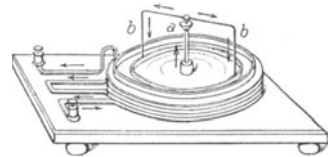


Abb. 541.

der elektrodynamischen Wirkung zwischen den Rahmen das Gleichgewicht hält. Ein mit *W* verbundener Zeiger *z* gibt die Stromstärke auf einer empirisch geeichten Skala an. Die Ausschlagsrichtung bleibt auch bei Änderung der Stromrichtung dieselbe, daher eignen sich diese Instrumente für Messungen an Wechselströmen (WERNER SIEMENS).

Ein beweglicher Stromleiter kann sich auch an einem feststehenden *entlang* verschieben (Abb. 540). Die Teile des Stromleiters rechts von *m* müssen den Stromleiter *ab* abstoßen, die links von *m* ihn anziehen, daher muß er sich längs *cd* nach *c* hin verschieben. Der bewegliche Bügel *b* (Abb. 541) rotiert deshalb, d. h. er schiebt sich an dem feststehenden, das Quecksilbergefäß umgebenden Stromleiter entlang.

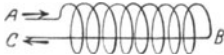


Abb. 542. Solenoid.

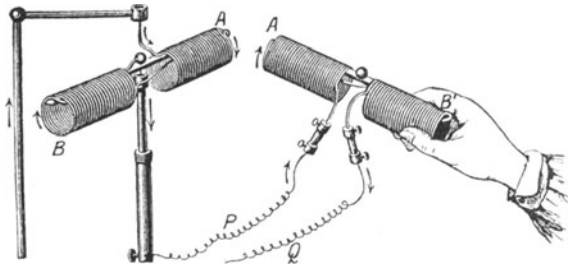


Abb. 543. Stromführendes Solenoid als Magnet.

Solenoid. Elektromagnet. Die *Umgebung eines elektrischen Stromes* wirkt also wie die eines Magneten. Besonders deutlich, wenn der Leiter ein *Solenoid*¹ bildet, einen Schraubendraht, dessen Windungen einander in ihrer Wirkung unterstützen (Abb. 542). Ein Solenoid, dessen Windungsachse um eine Vertikale drehbar ist (Abb. 543,) stellt sich wie eine Magnetnadel ein, die Windungsfläche rechtwinklig zum magnetischen Meridian. Seine Achse entspricht der einer Magnetnadel, der *Südpol B* liegt nach derjenigen Seite, von der aus gesehen der Strom im Sinne des deutsch *geschrieben* großen \mathcal{J} , d. h. im Uhrzeigersinne, die Achse umfließt. — Zwei Solenoide verhalten sich gegeneinander wie zwei Magnete gleichnamige Enden stoßen einander ab, ungleichnamige ziehen einander an — sehr begreiflich, denn liegen zwei Solenoide mit den gleichnamigen (ungleichnamigen) Enden

¹ σωλήν = Röhre.

A und A' beieinander (Abb. 543), so liegen Leiterteile nebeneinander, in denen die Ströme einander entgegengesetzt (gleich) gerichtet sind, also einander abstoßen (anziehen). Ein Solenoid verhält sich auch einem *Magneten* gegenüber ebenso, wie sich ein Magnet einem anderen gegenüber verhält; der Nordpol des Magneten zieht den Südpol des Solenoids an und stößt den Nordpol des Solenoids ab. AMPÈRE schloß daher auf eine Ähnlichkeit des Magneten mit einem Solenoid. Nach seiner Hypothese, sollte auch das von magnetisierten Körpern ausgehende magnetische Feld von Strömen erzeugt sein, die im Innern der Molekeln verlaufen, den AMPÈRESCHEN Molekularströmen. Ihr Vorhandensein

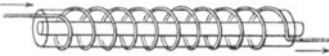


Abb. 544. Magnetisierung eines Eisenstabes durch elektrischen Strom.

ist experimentell nachweisbar (EINSTEIN und DE HAAS, 1915). Sie machen es verständlich, daß ein *unmagnetischer* Eisenstab, um den man einen Solenoidstrom schiebt (Abb. 544), zum *Magneten*, ein *Elektromagnet* wird: sie werden durch den Solenoid-

strom parallel und gleichsinnig gerichtet und erzeugen so das äußere Magnetfeld.

Der Elektromagnet ist die Grundlage zahlloser Apparate, die von einem beliebig weit weg liegenden Punkte aus (an dem man einen Stromkreis schließt) mit Hilfe des Stromes in Tätigkeit gesetzt werden, um mechanische Arbeit zu leisten. Dahin gehört z. B. die Regulierung weit voneinander entfernter Uhren von der Normaluhr einer Sternwarte aus, die Betätigung eines Signalläutewerkes mitten auf einer Bahnstrecke von der Station aus oder der Betrieb des elektrischen Schreibtelegraphen von einem fernen Orte aus. Überall verrichtet die Erregung eines Elektromagneten die Arbeit: das eine Mal greift der von ihm betätigte Mechanismus in ein Uhrwerk ein, das andere Mal schwingt er einen Hammer periodisch gegen eine Glocke, das dritte Mal setzt er einen Schreibmechanismus in Bewegung.

Der gebräuchliche Telegraphenapparat war bis um 1900 der MORSE-Schreiber, Abb. 545 (1844). E ist der Elektromagnet, den der ankommende Strom erregt. So oft und so lange er erregt wird, zieht er den Anker A an und drückt durch den Winkelhebel CID den Papierstreifen hp gegen die mit Schreibfarbe bedeckte Rolle c . Je nachdem er nur kurze oder längere Zeit erregt wird, ruft er so auf dem Papier die Punkte oder

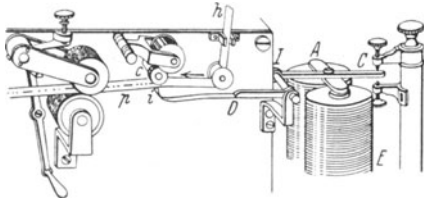


Abb. 545. Elektromagnetischer Schreibtelegraph. E der Magnet, c die Schreibwalze, gegen die der Stift i den Papierstreifen hp andrückt.

Striche hervor, die das *Morsealphabet* bilden, z. B. $\cdot - - = a$; $- \dots = b$ usw. In dem Rhythmus, in dem der Telegraphierende mit dem Taster den Stromkreis schließt und wieder öffnet, schreibt der Morseapparat Punkte und Striche in den verschiedenen Kombinationen nieder. An die Stelle des Schreibapparates trat allmählich der *Typendrucker* (HUGHES). Die Untersee-telegraphie benützt ein sehr empfindliches Galvanometer (WILLIAM THOMSON), in dem ein feines Glasröhrchen nach links und nach rechts abgelenkt wird, das Tintentröpfchen in sehr feinem Strahl auf den Papierstreifen spritzt, Abb. 546, neuerdings aber auch den Druckapparat.

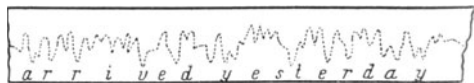


Abb. 546. Schriftzeichen des WILLIAM THOMSON-Galvanometers für unterseeische Telegraphie.

Striche hervor, die das *Morsealphabet* bilden, z. B. $\cdot - - = a$; $- \dots = b$ usw. In dem Rhythmus, in dem der Telegraphierende mit dem Taster den Stromkreis schließt und wieder öffnet, schreibt der Morseapparat Punkte und Striche in den verschiedenen Kombinationen nieder. An die Stelle des Schreibapparates trat allmählich der *Typendrucker* (HUGHES). Die Untersee-telegraphie benützt ein sehr empfindliches Galvanometer (WILLIAM THOMSON), in dem ein feines Glasröhrchen nach links und nach rechts abgelenkt wird, das Tintentröpfchen in sehr feinem Strahl auf den Papierstreifen spritzt, Abb. 546, neuerdings aber auch den Druckapparat.

Magnetismus. Die Elektromagnete sind künstliche Magnete. Es gibt auch natürliche — der Magneteisenstein, ein Eisenerz, besitzt die bekannten „magnetischen“ Eigenschaften, Eisen und Stahl anzuziehen —, aber an den natürlichen Magneten interessiert uns nur die Tatsache ihrer Existenz. Ihre magnetischen Wirkungen verschwinden gegenüber den Kräften, die künstliche Magnete ausüben können, seitdem man durch *Elektromagnete* (s. o.) sehr starken Magnetismus erzeugen kann, ein Elektromagnet, der das Gewicht eines Menschen tragen kann, hat noch mäßige Dimensionen. Die von einem Magneten angezo-

genen Eisenstücke werden durch Berührung mit ihm und noch mehr, wenn man sie mit dem Magneten immer in derselben Richtung bestreicht, selber magnetisch: sie werden ebenfalls zu künstlichen Magneten.

Ein stabförmiger Magnet ist an den Enden am stärksten magnetisch, nach der Mitte zu schwächer und in der Mitte unmagnetisch. Das beweist z. B. sein Aussehen (Abb. 547), nachdem er in Eisenfeilspäne eingetaucht und dann herausgezogen worden ist. Je länger er ist im Verhältnis zu seinem Querdurchmesser, d. h. je mehr sich seine Form der Nadelform nähert, desto mehr scheint dies Maximum seiner Fähigkeit, Eisen anzuziehen, in zwei Punkten zu liegen, seinen *Polen* (bei stabförmigen Magneten ungefähr um $\frac{1}{12}$ der Stablänge von den Enden entfernt). Die Gerade, auf der die Pole liegen, nennt man die *Achse* des Magneten. Unterstützt man einen nadelförmigen Magnet derart



Abb. 547. Natürlicher Magnet (mit Eisenfeilspänen).

(Abb. 548), daß sich seine Achse in der Horizontalebene frei drehen kann, so stellt er sich in eine bestimmte Richtung. Wenn man ihn gewaltsam daraus entfernt und wieder losläßt, kehrt er immer wieder dahin zurück. Ja sogar, wenn man ihn zwar in diese Richtung bringt, aber dasjenige Ende nach vorn, das vorher nach hinten gezeigt hat, dreht er sich, losgelassen, in die frühere Lage (um 180°). Die Richtung ist *annähernd* Nord-Süd. Man nennt deswegen den einen Pol, den nordsuchenden, kurz: den Nordpol, den andern den Südpol. Die Drehkraft, die die Nadel in die frühere Richtung zurückdreht, entspringt der Einwirkung des *Erdmagnetismus*. Daß wirklich nur Drehkräfte auftreten, folgt z. B. daraus, daß ein Magnet, der auf Wasser schwimmt (Abb. 549), nur in den magnetischen Meridian *gedreht*, aber nicht nach dem Rande des Gefäßes *gezogen* wird. Seiner richtungsuchenden Eigenschaft wegen dient der Magnet als *Kompaß*, in der Form der auf einer Spitze (Pinne) schwebenden in der Horizontalebene drehbaren, mit einer Kreisteilung verbundenen *Magnetnadel* (Abb. 548).



Abb. 548. Magnetnadel (um vertikale Achse drehbar).

Seetüchtig ist nur die mit der Kreisteilung, der Rose, fest verbundene Magnetnadel, die Rose bleibt fest im Raum, das Schiff bewegt sich um sie, der Kompaßkessel besitzt in der Kiellinie eine Marke, deren Stellung am Rand der Rose unmittelbar den augenblicklichen Schiffkurs angibt. Um den Schiffsschwankungen entzogen zu sein, ist der Kompaß kardanisch aufgehängt. In dem auf dem Lande gebrauchten Dosenkompaß (Bussola) bewegt sich die Nadel wie ein Zeiger über einer am Rande der Dose angebrachten Teilung.

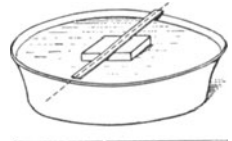


Abb. 549. In der Horizontalebene frei beweglicher Magnet (früheste Kompaßform).

Grundgesetz der Kraftwirkung zwischen zwei Magneten. Nord- und Südpol verhalten sich in gewissem Sinne ähnlich zueinander wie positive und negative Elektrizität. Bringt man zwei Magnetnadeln unmittelbar nebeneinander, so stoßen die gleichnamigen Pole einander ab (der Nordpol den Nordpol, der Südpol den Südpol), die ungleichnamigen, Nordpol und Südpol, ziehen einander an. Man erinnere sich nun an das, was S. 386 über die gegenseitige Einwirkung gleichnamiger und ungleichnamiger Elektrizitäten gesagt worden ist, und denke sich für Elektrizität Magnetismus gesetzt und den Nordmagnetismus als Seitenstück zur positiven Elektrizität, den Südmagnetismus zur negativen. Man versteht dann ohne weiteres den Sinn des *Grundgesetzes* (COULOMB, 1785), das sich in der Formel ausspricht: $K = \pm \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$. Das Gesetz sagt aus: Zwei Pole, die die Magnetismen m_1 und m_2 enthalten, wirken mit einer Kraft K aufeinander, die den Magnetismen direkt proportional und dem Quadrat des

gegenseitigen Abstandes umgekehrt proportional ist — abstoßend oder anziehend, je nachdem ihre Magnetismuserarten gleichnamig oder ungleichnamig sind. Die *Einheit* der Magnetismusmenge finden wir so: gegeben seien zwei einander gleich starke Pole im Abstand von 1 cm voneinander; wirken sie mit der Kraft 1 aufeinander, d. h. mit 1 dyn, so schreiben wir jedem von beiden die Einheit der Magnetismusmenge zu (Einheitspol). Die magnetische Kraft an irgendeiner Stelle wird gemessen durch die Zahl der Kräfteinheiten (dyn), mit der sie auf einen an dieser Stelle befindlichen Einheitspol einwirkt. Ist m die Magnetismusmenge in jedem der Pole eines Stabmagneten, l der gegenseitige Abstand der Pole, so ist sein *magnetisches Moment* $m \cdot l$; es entspricht dem Moment eines Kräftepaares.

Man kann (zur Prüfung des Gesetzes) natürlich nicht zwei einzelne Pole schaffen, wie man zwei einzelne elektrisch geladene Körper schaffen kann. Man erreicht aber nahezu dasselbe mit zwei sehr langen und sehr dünnen Magnetstäben (COULOMB). Ihre magnetische Wirkung konzentriert sich auf das äußerste Ende, die übrige Länge ist nahezu indifferent. Man kann z. B. die Südpole der beiden Magnete einander nähern und ihre Wechselwirkung untersuchen, ohne daß dabei die (infolge der großen Stablänge weit entfernten) Nordpole stören.

Magnetische Kraftlinien. Das Grundgesetz der Kraftwirkung zwischen zwei Magnetpolen hat genau die Form wie das entsprechende Gesetz (S. 393 o.) für die elektrischen Ladungen. Durch Überlegungen, die früher (S. 393/95) angestellten analog sind, kommen wir daher auch hier zum *magnetischen Potential*, der Niveaufläche des *magnetischen Potentials* und vor allem zu den *magnetischen Kraftlinien* (FARADAY). Die Kraft-

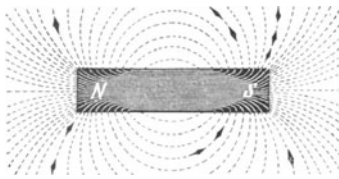


Abb. 550a.

Die Kraftlinien im Felde eines Magneten.

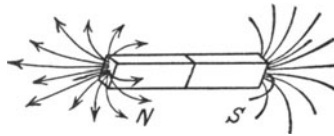


Abb. 550b.

linien in ihrer Gesamtheit charakterisieren das magnetische Feld. Mit dessen Eigenschaften werden wir uns zunächst beschäftigen.

Bringt man einen kleinen Magnetpol als Prüfkörper an irgendeine Stelle im Felde, so wirkt eine gewisse Kraft auf ihn: ihre Richtung wird durch die *Richtung* der Kraftlinien anschaulich gemacht, ihre Größe durch die *Dichte* der Kraftlinien an jener Stelle des Feldes. Die Kraftlinien sind nur Gebilde unserer Vorstellung, trotzdem kann man sie sichtbar machen. *NS* sei ein Stabmagnet, und in seiner Nähe eine kleine Magnetnadel, beide in der Ebene der Zeichnung (Abb. 550a). Die Pole des Magneten und die Pole der Nadel wirken aufeinander, und die Nadel stellt sich in die Richtung der resultierenden Kraft, die auf sie wirkt, diese Richtung ist die Richtung der Kraftlinie an jener Stelle. Ist das ganze Feld mit Magnetnadeln besetzt, so übersehen wir den Verlauf der Kraftlinien mit einem Blick. (Wir sehen hierbei ab von der Wechselwirkung der Nadeln *aufeinander*.)

Um die Kraftlinien sichtbar zu machen, benützt man Eisenfeilspäne, sie werden unter dem Einfluß des Magneten selber magnetisch und ordnen sich dann ähnlich an wie die Magnetnadeln. Man legt z. B. ein Blatt Papier auf den Magneten und bestreut es mit Hilfe eines Siebes mit Eisenfeilspänen, während man sanft auf das Blatt klopft.

Man muß bedenken, daß solche Kraftlinien nach *allen* Richtungen in den Raum treten (Abb. 550b), eine Kraftlinienzeichnung, wie Abb. 550a, uns also nur über die Krafrichtungen in derjenigen Ebene unterrichtet, die wir als Zeichnungsebene durch das Feld des Magneten gelegt haben.

Magnetische Feldstärke, gemessen an der Dichte der Kraftlinien. Abb. 550a zeigt, daß dicht bei dem Magneten, also dort, wo die Kraft am größten ist, die Kraftlinien am dichtesten, weiter ab, wo die Kraft schwächer ist, weniger dicht beieinanderliegen. Die *Dichte* der Kraftlinien an einer Feldstelle kann als Maß für die Kraft an dieser Stelle dienen; unter *Dichte*

die Anzahl Kraftlinien verstanden, die durch einen *senkrecht* zur Kraftlinienrichtung gelegten Querschnitt von der Größe 1 cm^2 hindurchgeht. (Man darf in diesen Kraftlinien nicht etwa irgendwelche reellen Gebilde sehen. Die Kraft um einen Magnetpol ist immer gleichmäßig — strenger: stetig — verteilt und keineswegs auf irgendwelche Linien konzentriert. Nur die Anschaulichkeit, die dem Kraftlinienbild innewohnt, rechtfertigt es, das stetige Kraftfeld in der Vorstellung durch das unstetige Linienfeld zu ersetzen.)

Wir können die Feldstärke an einer gegebenen Stelle mit Hilfe der Kraftlinienzahl ausdrücken: Rings um einen Einheitspol herrscht im Abstand 1 cm von ihm überall die Kraft 1 dyn . Die Kugelfläche mit dem Radius 1 cm um den Einheitspol als Mittelpunkt hat eine Größe von $4\pi \cdot 1^2 = 4\pi \text{ cm}^2$. Teilen wir nun die vom *Einheitspol* ausgehenden Kraftlinien in 4π Büschel (Induktionsröhren nennt sie FARADAY) so trifft auf jedes cm^2 im Abstand 1 cm ein Kraftlinienbüschel. Der Anschaulichkeit halber denkt man sich nun jedes einzelne Büschel durch die in seiner Mitte verlaufende Kraftlinie vertreten¹. Im Abstand 1 cm vom Einheitspol geht dann also gerade *eine* Kraftlinie durch eine senkrecht zu ihrer Richtung gelegte Fläche von 1 cm^2 . Von einem Pol der Stärke m sollen $4\pi m$ Linien ausgehen. Im Abstand 1 von diesem Pol gehen dann m Linien durch 1 cm^2 in Übereinstimmung mit dem COULOMBSchen Gesetz, nach dem an dieser Stelle eine Kraft von $m \text{ dyn}$ herrscht. Denken wir uns nun auch im Abstand 2 cm eine Kugelfläche um den Pol gelegt, so hat diese eine Größe von $4\pi \cdot 2^2 \text{ cm}^2$. Durch jedes cm^2 dieser Fläche gehen von den $4\pi \cdot m$ Linien nunmehr $\frac{4\pi \cdot m}{4\pi \cdot 2^2} = \frac{m}{4}$ Linien, d. h. im Abstand 2 cm ist die Liniendichte auf $\frac{1}{4}$ gesunken oder allgemeiner im Abstand r auf $1/r^2$. Im selben Verhältnis hat aber auch die Kraft nach dem COULOMBSchen Gesetz in diesem Abstand abgenommen.

Wir können also folgendes sagen: Wenn von einem Pol, der die Stärke m hat, $4\pi m$ Kraftlinien ausgehen, so ist an allen Stellen des Feldes die Kraft numerisch gleich der Zahl der Kraftlinien, die dort eine senkrecht zum Linienlauf gestellte Fläche von 1 cm^2 durchsetzen. Die Kraftliniendichte ist also ein Maß für die Feldstärke. Für die Einheit der Feldstärke hat man die Bezeichnung Gauß eingeführt. „Ein Feld von 100 Gauß “ besagt, daß an dieser Stelle 100 Kraftlinien senkrecht durch 1 cm^2 hindurchgehen oder: auf den Einheitspol eine Kraft von 100 dyn wirkt.

Ist die Stärke eines Poles $m = 1000$ Magnetismuseinheiten, und ist $r = 10 \text{ cm}$, so ist die Zahl der von diesem Pol ausgehenden Kraftlinien $n = 4\pi \cdot m = 4 \cdot 3,14 \cdot 1000 = 12560$, also die Kraftliniendichte B in 10 cm Abstand

$$B = \frac{n}{4\pi r^2} = \frac{12560}{1256} = 10,$$

d. h. auf 1 cm^2 jener Feldstelle treffen 10 Linien. Ebenso ist die Kraft nach dem COULOMBschen Gesetz an jener Stelle:

$$\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = \frac{1000 \cdot 1}{10^2} = 10 \text{ dyn}.$$

Das Feld hat also in 10 cm Abstand die Stärke von 10 Gauß .

Wir haben diese Betrachtung nur für das Feld eines punktförmigen Poles durchgeführt. Sie läßt sich aber auf beliebig gestaltete Magnete und auf beliebige Felder ausdehnen. Verlaufen insbesondere die Kraftlinien parallel und in gleichen Abständen voneinander, so nennt man das Feld *homogen*. Das Erdfeld z. B. kann innerhalb der für Messungen in Betracht kommenden Räume als homogen gelten. Die *Horizontalkomponente des erdmagnetischen Feldes*, die bei vielen Messungen eine große Rolle spielt, beträgt im mittleren Europa etwa $0,2 \text{ Gauß}$ (in Berlin $0,18$). Mit Elektromagneten hat man (KAPITZA 1927) Felder von etwa 320000 Gauß erreicht (in einem Raum von 2 cm^3).

Erdmagnetismus. Elemente des Erdmagnetismus (Deklination, Inklination, Horizontalintensität). Die Magnetnadel zeigt nicht *genau* nach Norden, sie weicht um einige Grad, den *Deklinationswinkel*, vom geographischen Meridian ab, an gewissen Orten nach Westen (in Berlin zur Zeit etwa 9°), an anderen Orten nach Osten. Die Ebene durch den Erdmittelpunkt und die Nadelrichtung heißt *magnetischer Meridian*. Derjenige Punkt der Erdkugel, auf den die Kompaßnadeln mit ihrem Nordpol zeigen, liegt im arktischen Nord-Amerika ($69^\circ 18' \text{ n. Br. } 95^\circ 27' \text{ w. L. Gr.}$), der entsprechende der südlichen Halbkugel in der Südsee südlich von Australien ($72^\circ 25' \text{ s. Br. } 154^\circ \text{ ö. L. Gr.}$). Diese beiden Punkte heißen die magnetischen Pole der Erde.

¹ Unter $4\pi = 12,56$ Kraftlinien hat man natürlich 1256 Kraftlinien auf je 100 cm^2 zu verstehen.

Hängt man eine Magnetnadel im magnetischen Meridian auf, drehbar um eine horizontale Achse durch ihren Schwerpunkt, so bildet (Abb. 551) die magnetische Achse *ab* mit dem Horizont einen schiefen Winkel; nach *unten* zeigt auf der nördlichen Halbkugel der Nordpol, auf der südlichen der Südpol. Der spitze Winkel zwischen dem nach *unten* geneigten Teile *a* der magnetischen Achse und der Horizontalebene heißt *Inklinationswinkel*. In Berlin ist die Inklination ca. 66° . Sie ändert sich (wie auch die Deklination) mit der Zeit. In nächster Nähe der magnetischen Pole der Erde steht die Nadel vertikal: die Inklination ist 90° .

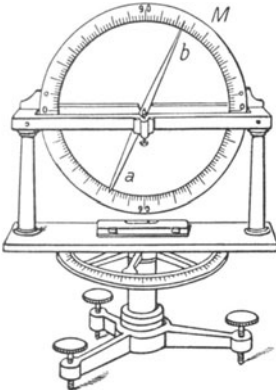


Abb. 551. Inklinationsapparat (Magnetnadel um horizontale Achse drehbar).

Der Deklinations- und der Inklinationswinkel an einem Punkt der Erdoberfläche geben die Richtung der dort herrschenden Kraft des Erdmagnetismus. In dieser Richtung zieht der Erdmagnetismus den einen Pol ebenso stark an, wie er den andern abstößt. *Totalintensität* (*T*) des Erdmagnetismus an dieser Stelle nennt man die Stärke, mit der er dort auf denjenigen Magneten einwirkt, der das magnetische Moment *I* hat (S. 474 o.). Zerlegt man die Kraft *T* in drei aufeinander rechtwinklige Komponenten, die eine vertikal nach unten gerichtet, die beiden andern senkrecht dazu in der Horizontalebene — die eine davon in der Richtung Süd-Nord, die andere in der Richtung West-Ost — so bestimmt die erste die Vertikalintensität, die beiden andern *zusammen* bestimmen die *Horizontalintensität* (*H*) des Erdmagnetismus. Deklination, Inklination und Horizontalintensität nennt man die Elemente des Erdmagnetismus.

Erdmagnetismus im mittleren Europa für 1910,0. (Aufstellung der deutschen Seewarte.)
Horizontalintensität in Gauß.

Nördliche Breite	Länge östlich von Greenwich										
	2°	4°	6°	8°	10°	12°	14°	16°	18°	20°	22°
45°	0,217	0,218	0,220	0,221	0,222	0,224	0,226	0,227	0,228	0,230	0,231

Mittlere jährliche Änderung: Horizontalintensität + 0,00014 bis 0,00034 CGS.

Westliche Deklination.

Nördliche Breite	Länge östlich von Greenwich												
	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°	11°	12°
45°	14,3	13,9	13,5	13,1	12,7	12,2	11,8	11,4	11,1	10,7	10,3	9,9	9,5

Mittlere jährliche Änderung der Deklination im Mittel für das Gebiet — 0,07°.

Nördliche Inklination.

Östlich von Greenwich	Nördliche Breite										
	45°	46°	47°	48°	49°	50°	51°	52°	53°	54°	55°
5	61,2	62,2	63,0	63,8	64,6	65,3	65,9	66,5	67,1	67,7	68,3

Mittlere jährliche Änderung der Inklination — 0,02 bis — 0,05°.

Verbindet man auf der Landkarte, Abb. 552, je zwei Nachbarpunkte, in denen *eines* jener Elemente *dieselbe* Größe hat, z. B. die Horizontalintensität 0,2 Gauß beträgt, so erhält man gewisse Kurven (isomagnetische Linien), die die ganze Erdkarte durchziehen. Die wichtigsten sind: die Linien gleicher Deklination (Isogonen), gleicher Inklination (Isoklinen), gleicher Totalintensität (Isodynamen), gleicher Horizontalintensität (Horizontalisodynamen).

Die an Tausenden von Punkten der Erdoberfläche ermittelten Zahlenwerte der erdmagnetischen Elemente führen zu dem Schluß: die Erde kann als ein Magnet gelten, dessen Achse gegen die Drehachse der Erde um etwa 12° geneigt ist. Auch ein *magnetischer Äquator* ist vorhanden, auf ihm ist die Inklination Null. Die Gebiete westlicher und östlicher Deklination

sind durch die Isogonen von 0° getrennt, die *Agonen*; es gibt gegenwärtig zwei. Die Zahlenwerte der erdmagnetischen Elemente sind *nicht* konstant, sie schwanken im Laufe der Zeit stetig (säkular, jährlich, ja sogar täglich): ausnahmsweise ändern sie sich sprunghaft, stür-

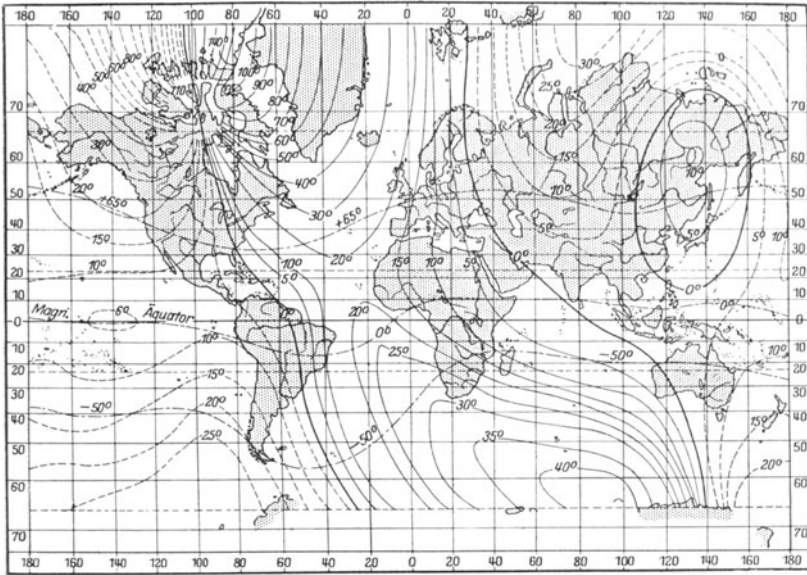


Abb. 552. ——— Linien gleicher westlicher, - - - - - gleicher östlicher Deklination, - · - · - gleicher Inklination. Die Reisen der CARNEGIE-Institution und der deutschen Südpolarexpedition haben gezeigt, daß diese Karte, namentlich auf den Ozeanen, recht erheblicher Berichtigungen bedarf.

misch (magnetische Gewitter, zusammenfallend mit stürmischen Vorgängen auf der Sonne, mit dem Erdmagnetismus hängen auch die Erdströme und die Polarlichter zusammen). Die Ermittlung der Elemente des Erdmagnetismus — anders: die planmäßige magnetische Vermessung der Erde — knüpft sich hauptsächlich an die Namen A. v. HUMBOLDT, GAUSS, v. NEUMAYER und L. A. BAUER. Der erste hat angeregt, magnetische Observatorien zu errichten, der zweite hat für die Genauigkeit der erdmagnetischen Messungen gesorgt, der dritte hat den Erdmagnetismus zu einem unerläßlichen Teil des Arbeitsplanes aller erdwissenschaftlichen Reisen gemacht, der vierte hat im Dienste des Carnegie-Instituts 20 Jahre lang auf einem völlig eisenfreien Schiffe vor allem die Weltmeere magnetisch vermessen, er hat viele Lücken in den erdmagnetischen Karten ausgefüllt und sehr viele Messungen alten Datums als fehlerhaft nachgewiesen und sie berichtigt.

Absolutes (erdmagnetisches) Maß der Stromstärke. Das vom Erdmagnetismus herrührende Feld läßt sich in absoluten Einheiten (c , g , s) messen, das von einem Strome herrührende Feld muß sich also ebenso messen lassen, wenn wir es mit dem erdmagnetischen *vergleichen*, d. h. *an ihm* messen können. Wir müssen auf diesem Wege zu einer *absoluten* Einheit der Stromstärke kommen (neben der technischen, die wir mit dem Silbervoltmeter definiert haben).

Die Grundlage für die absolute Strommessung bietet die Tangentenbussole (Abb. 553), ein kreisförmiger Stromleiter, dessen Ebene vertikal steht, und der eine sehr kurze in der Horizontalebene drehbare Magnetnadel umgibt. Die vertikale Drehachse der Nadel fällt mit dem vertikalen Durchmesser des Kreises zusammen, und die Drehebene der Nadel mit der Horizontalebene durch den Mittelpunkt des Kreises. Man stellt die Kreisebene des Stromleiters in den magne-

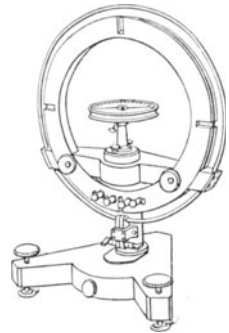


Abb. 553.
Tangentenbussole.

tischen Meridian. Die Nadel steht dann, solange der Leiter stromlos ist, auf dem horizontalen Durchmesser des Kreises. Wirkt aber außer dem Erdfelde auch ein Strom auf sie ein, so dreht sie sich in die Richtung der resultierenden Kraft, die aus der *gleichzeitigen* Wirkung des Erdfeldes und des Stromfeldes entspringt. Das Erdfeld wirkt nur mit seiner *Horizontalkomponente* H . Sie wirkt (S. 474 o.) auf den Einheitspol mit H dyn, auf jeden der Nadelpole von der Magnetismusmenge m also mit $m \cdot H$ dyn. Der Hebelarm (Abb. 554), an dem sie wirkt, ist, nachdem sich die Nadel NS um den Winkel α aus dem magnetischen Meridian heraus in die Lage $N'S'$ gedreht hat, die Länge p , also $l/2 \cdot \sin \alpha$ (der Polabstand $= l$ gesetzt; bei der Lage $N''S''$ wäre der Hebelarm $= l/2$), das von der Erde herrührende Drehmoment an der Nadel ist also: $m \cdot H \cdot l \sin \alpha$. Der Ausdruck ml ist *das magnetische Moment der Nadel*.

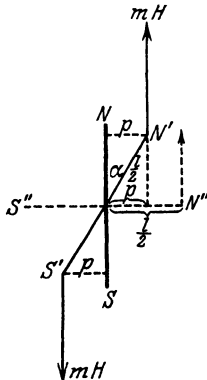


Abb. 554.
Zur Tangentenbussole
(von oben gesehen).

Und nun zu der magnetischen Kraft des Stromes. Wir berechnen sie auf Grund eines aus vielen Versuchen gewonnenen Gesetzes (BIOT u. SAVART), das uns sagt, wie groß die Kraft ist, die ein stromdurchflossenes kurzes Leiterstück — ein *Stromelement* — auf einen in beliebigem Abstand davon befindlichen Magnetpol ausübt. Es sei l (Abb. 555) ein kurzes Stück eines Leiters, i die Stromstärke darin, m ein Magnetpol mit der Magnetismusmenge m im Abstände L von l ; der Winkel zwischen den Richtungen von l und L sei φ . Die Kraft, die l auf m ausübt, ist dann proportional der Größe $\sin \varphi \cdot i \cdot m \cdot l / L^2$. Steht L senkrecht auf l , ist also $\sin \varphi = 1$, so wird die Kraft proportional $i m l / L^2$. Sie sucht (S. 469, Abb. 533) m um l im Kreise herumzuführen, wirkt also senkrecht zu der Richtung L . Abb. 555 (unten) zeigt l senkrecht zur Ebene der Zeichnung, der Pfeil gibt die Richtung

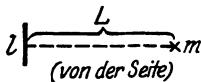


Abb. 555. Wechselwirkung zwischen Stromelement (l) u. Magnetpol (m).

an, in der der Strom auf den Pol wirkt. Uns interessiert hier nur die Wirkung eines *Kreisstromes*, und zwar auf einen Pol in der Mitte des Kreises. Der Radius des Kreises sei r , die Stromstärke i , die Magnetismusmenge des Poles m . Man findet dann die Kraft, die der Strom auf den Pol ausübt, proportional $i \cdot m \cdot 2\pi r / r^2$ (es ist ja $l = 2\pi r$ und $L = r$), d. h. proportional $i \cdot m \cdot 2\pi / r$. Ist der Pol ein Einheitspol — an der Wirkung auf ihn wollen wir ja die Feldstärke messen —, so ist die Stärke im Mittelpunkt proportional der Größe $2\pi \cdot i / r$. Mit anderen Worten, die Feldstärke wächst in demselben Verhältnis, in dem die Stromstärke i wächst, und in dem man r verkleinert, d. h. in einem je kleineren Kreis man den Strom um den Pol herumleitet.

Dieser Zusammenhang führt dazu (W. WEBER), die *absolute Einheit der Stromstärke* zu definieren. Man denke sich einen Kreis vom Radius 1 cm und auf ihm einen Bogen von 1 cm abgegrenzt und im Mittelpunkt des Kreises den Einheitspol. Denjenigen Strom in dem Leiter nennt WEBER die *Stromeinheit*, der so stark ist, daß das Leiterstück auf den Pol eine *Krafteinheit* ausübt, oder — wenn man die Wirkung des ganzen Kreises berücksichtigt — der, wenn er den Einheitspol als Mittelpunkt im Kreise von 1 cm Radius umfließt, auf den Pol eine Kraft von 2π dyn ausübt (gleich dem Gewicht von rund 6,4 mg). Dieser Strom ist *die absolute Einheit der Stromstärke, elektromagnetisch gemessen* (elektrostatisch gemessen S. 417). Leiten wir eine absolute Stromeinheit durch ein Silbervoltameter, so scheidet sie jede Sekunde 11,18 mg Silber aus. Die Technik benützt aber nicht „die absolute Einheit“ als Einheit, sondern den zehnten Teil davon. Man nennt $1/10$ absolute Einheit der Stromstärke 1 Ampere (durch das Reichsgesetz als praktische Einheit der Stromstärke festgelegt).

Die Definition der Stromstärke legt den bisher unbestimmten Proportionalitätsfaktor im BIOT-SAVART-Gesetz fest. Auf jeden *Pol* vom Magnetismus m

der Magnetnadel im Mittelpunkt des Kreisstromes, dessen Radius r ist, übt nun der Strom von i absoluten Einheiten der Stromstärke die Kraft $m \cdot 2\pi \cdot i/r$ dyn aus. Der Abstand dieser Kraft von der Drehungsachse der Nadel ist die Länge q (Abb. 556) $= \cos \alpha \cdot l/2$, also das Drehmoment, das die magnetische Kraft des Stromes auf die Nadel ausübt: $l \cdot \cos \alpha \cdot 2\pi i \cdot m/r$ oder (da wir $ml = M$ gesetzt haben) $\cos \alpha \cdot 2\pi i M/r$. Da die Nadel in der Lage $N'S'$ unter der Einwirkung der beiden Kräfte (Strom, Erdmagnetismus) in Ruhe ist, so sind die Drehmomente der beiden Kräfte einander

gleich, also $M \cdot \frac{2\pi i}{r} \cdot \cos \alpha = M \cdot H \cdot \sin \alpha$,

daher $i = H \cdot \frac{r}{2\pi} \cdot \operatorname{tg} \alpha$. Um i in absoluten Einheiten auszudrücken, muß man die

Horizontalkomponente H des Erdmagnetismus kennen¹. Verändern wir die Stromstärke, so verändert sich auch der Winkel α , den die Magnetnadel mit der magnetischen Ebene des Meridians bildet. Alles andere bleibt unverändert. Nennen wir die neue Stromstärke i_1 und den

neuen Winkel α_1 , so ist $i_1 = H \cdot \frac{r}{2\pi} \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$. Aus den beiden Gleichungen

folgt: $\frac{i}{i_1} = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_1}$, d. h. die Stromstärken verhalten sich zueinander wie die trigonometrischen Tangenten der Ablenkungswinkel der Nadel (daher der Name *Tangentenbussole*).

Die Konstante $H \cdot r/2\pi$ heißt der *Reduktionsfaktor* der Tangentenbussole.

Galvanometer. Es gibt außer der Tangentenbussole viele ähnlich wirkende Instrumente. Ist ein solches Instrument zur genauen Messung von Strömen eingerichtet, so nennt man es *Galvanometer*, soll es nur das Vorhandensein eines Stromes anzeigen, *Galvanoskop*. Um die Empfindlichkeit der Instrumente möglichst zu steigern, benutzt man statt einer einzigen Drahtwindung eine enge Spule aus vielen Drahtwindungen, dann erzeugt auch schon ein schwacher Strom ein starkes Feld (Multiplikator). Außerdem ersetzt man die auf einer Spitze (Pinne) drehbare Nadel durch einen kleinen, an einem feinen Faden aufgehängten Magneten, dessen Drehungswinkel man durch ein eigenartiges Verfahren genau bestimmen kann. Ferner erhöht man die Empfindlichkeit, wenn man die erdmagnetische Kraft abschwächt, die die Nadel in den Meridian zurückdrehen sucht. Das erreicht man durch einen Magneten, den man in der Nähe des Instrumentes so anbringt, daß seine Kraftlinien die des Erdfeldes zum größten Teil aufheben. Man erreicht es auch dadurch, daß man das Instrument statt mit einer einfachen Nadel mit einem astatischen² Nadelpaar versieht, einer Doppelnadel aus zwei starr miteinander verbundenen möglichst *gleich* starken Nadeln, die parallel übereinander liegen und mit ihren Polen entgegengesetzt gerichtet sind (Abb. 557). Die Richtkraft, die das Erdfeld auf ein solches Paar ausübt, ist gering, da es ja die beiden Magnete in entgegengesetztem Sinne zu drehen sucht. Wären die Magnete genau gleich stark, so würde das Erdfeld überhaupt keine Richtkraft ausüben können. In Wirklichkeit sind die Magnete immer etwas verschieden stark, so daß eine gewisse, wenn auch sehr schwache Richtung durch das Erdfeld eintritt. Es hätte wenig Sinn, ein astatisches Nadelpaar in einer Spule anzubringen, da diese ja auf eine so schwache Nadel nur wenig einwirken könnte. Man darf vielmehr nur den *einen* Magneten des Paares in die Spule legen (Abb. 558). Das Stromfeld kann dann auf die volle Polstärke des einen Magneten einwirken, während für das Erdfeld nur die Differenz der Polstärken der beiden Magnete in Betracht kommt.

Alle Instrumente der beschriebenen Art werden durch magnetische Streufelder, wie sie Starkstromleitungen, Straßenbahnen usw. leicht verursachen, empfindlich gestört. Man

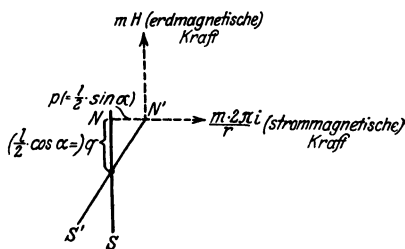


Abb. 556. Zur absoluten Strommessung.



Abb. 557. Magnetnadel, d. Einfluß des Erdmagnetismus entzogen (astatisiert).

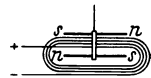


Abb. 558. Multiplikator. Astatisierte Magnetnadel in einer Drahtspule.

¹ Im mittleren Europa beträgt sie etwa 0,2 Einheiten der magnetischen Feldstärke, d. h. im mittleren Europa greift das erdmagnetische Feld den Einheitspol mit einer Kraft an, die etwa 0,2 dyn beträgt.

² α priv. und $\sigma\delta\alpha\sigma\sigma$ = Stand.

baut daher auch Galvanometer nach einem ganz anderen Prinzip, indem man im Felde eines sehr starken permanenten Magneten eine Spule drehbar aufhängt. Abb. 559 zeigt ein *Drehspulengalvanometer* (D'ARSONVAL) „für Spiegelablesung“. N und S sind die Pole eines kräftigen Hufeisenmagneten und C ein zwischen ihnen liegender Eisenzylinder, durch den die Kraftlinien von N nach S hindurchgehen. Der ringförmige Spalt zwischen den Polen und dem Eisenzylinder dient zur Aufnahme der beweglichen Spule. Diese besteht aus einem Rahmen, auf den der Draht in mehrfachen Windungen gewickelt ist. Die Stromzuführung erfolgt durch den Aufhängedraht A , die Ableitung durch den feinen Schraubenfederdraht M . Ist die Spule stromlos, so stellt sie sich infolge der Direktionskraft der Aufhängung in die Ebene des Magneten. Der Stromdurchgang erzeugt in ihr ein Feld, dessen Kraftlinien senkrecht zur Windungsfläche verlaufen. Die Wechselwirkung zwischen diesem Feld und dem Hufeisenmagneten zeigt sich an der Drehung der Spule. Wie man den Drehwinkel mißt, s. S. 535 u. Da die Spule sich immer in einem starken Magnetfeld befindet, werden die Ablesungen weder durch das Erdfeld noch durch irgendwelche Streufelder unbekannter Herkunft merklich gestört.

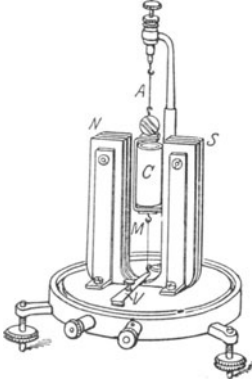


Abb. 559. Spiegelgalvanometer (D'ARSONVAL).

Dasselbe Prinzip benutzen die für technische und wissenschaftliche Zwecke gleich wertvollen Strom- und Spannungsmesser von WESTON (Abb. 560). Zwischen den Polen N und S eines feststehenden starken permanenten Magneten ist die Stromspule P drehbar. Eine Spiralfeder F gibt ihr eine bestimmte Lage zu den Kraftlinien des Feldes. Geht der Strom durch die Spule, so dreht sie sich so weit, bis die ablenkende Kraft des Magnetfeldes der Torsion der Feder das Gleichgewicht hält. Wird der Strom unterbrochen, so geht P in die alte Lage zurück. Die Spule ist mit einem Zeiger verbunden, der sich über einer Skala bewegt, und die Skala ist, je nachdem das Instrument für

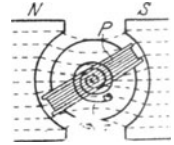


Abb. 560. Technischer Strom- oder Spannungsmesser (WESTON).

Spannungsmessungen oder für Strommessungen eingerichtet ist, nach Volt oder nach Ampere geeicht (Voltmeter und Amperemeter). Aus praktischen Gründen gibt man der Spule eines Amperemeters einen sehr kleinen, dem Voltmeter aber einen sehr großen Widerstand.

Magnetismus eine allgemeine Eigenschaft der Materie. Paramagnetismus. Diamagnetismus. Permeabilität. Wir haben uns bisher nur für die Kräfte in der *Umgebung* eines Magneten, sein *Feld*, interessiert und wenden uns nun zu ihm selber. Kommt die Fähigkeit, magnetisch zu werden, nur dem Eisen zu oder auch anderen Stoffen? Die Stoffe lassen sich in zwei Klassen teilen nach einem

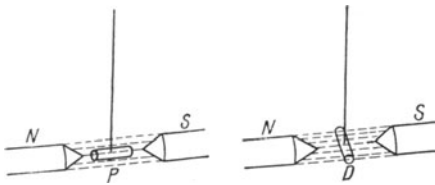


Abb. 561. Paramagnetischer Stoff im Magnetfelde. Diamagnetischer Stoff im Magnetfelde.

Prinzip (FARADAY 1846), das der folgende Versuch erläutert: In Abb. 561 bedeuten N und S die Pole eines starken Magneten, die punktierten Linien Kraftlinien. Zwei der Form nach gleiche Stäbchen, P aus Chrom, D aus Wismut, werden pendelartig und symmetrisch zwischen den Polen aufgehängt und dann sich selbst überlassen. Das Chromstäbchen P stellt sich dann *in* die Richtung der Kraftlinien (axial), das Wismutstäbchen D *quer* dazu (äquatorial). Die Stoffe, die sich so einstellen wie P , nennt FARADAY *paramagnetisch*, die anderen — die meisten — *diamagnetisch*. Zu den paramagnetischen gehören z. B. Eisen, Nickel, Kobalt, Chrom, Palladium, Platin, Osmium und viele wässrigen Lösungen von Metallsalzen, zu den diamagnetischen z. B. Wismut, Quecksilber, Phosphor, Schwefel, Wasser, Alkohol und viele Gase.

Anschaulich wird der Unterschied zwischen para- und diamagnetischen Stoffen durch die Kraftlinien. Abb. 562 stelle ein Magnetfeld vor, das ursprünglich gleichförmig ist, d. h. dessen Linien parallele äquidistante Geraden sind. Bringt man einen paramagnetischen Stoff in das Feld, so rücken

die Kraftlinien an der Stelle, die dann von dem paramagnetischen Stoff ausgefüllt ist, *dichter zusammen*. Bringt man einen diamagnetischen Stoff *D*, etwa Wismut, in das Feld (Abb. 562), so rücken die Linien an der Stelle, die dann von Wismut ausgefüllt ist, *weiter auseinander*. Man kann auch sagen, die Kraftlinien werden bei ihrem Eintritt in das Chrom und in das Wismut von ihrer Bahn abgelenkt, sie ziehen den Weg durch das Chrom dem durch die Luft vor (Abb. 562, links), dagegen den Weg durch Luft dem durch Wismut (Abb. 562, rechts). Es ist, wie wenn das Chrom die Kraftlinien leichter hindurchlässe, als die Luft sie hindurchläßt, und andererseits die Luft leichter als das Wismut. Nahezu ebenso wie die Luft verhält sich der *luftleere* Raum. Man nennt dieses Verhalten der Stoffe: ihre *magnetische Permeabilität*¹ (W. THOMSON). Die Permeabilität (μ) mißt, um wieviel mehr Kraftlinien den Raum durchziehen, wenn er von dem betreffenden Stoffe erfüllt ist, als wenn er luftleer ist. Wir definieren: paramagnetisch sind diejenigen Stoffe, die permeabler sind als der *leere Raum*, diamagnetisch diejenigen, die weniger permeabel sind. Ob sich ein Körper axial oder äquatorial einstellt, hängt danach nicht nur davon ab, woraus er besteht, sondern auch von der magnetischen Beschaffenheit seiner *Umgebung*. Sehr stark diamagnetisch ist kein einziger Stoff; am stärksten Wismut. Die Permeabilität der Luft verhält sich aber sogar zu der des Wismutes nur wie 1 : 0,99982.

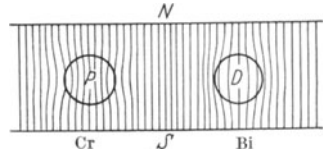


Abb. 562.
Paramagnetischer Stoff im Kraftlinienflusse. Diamagnetischer Stoff im Kraftlinienflusse.

Wir definieren: paramagnetisch sind diejenigen Stoffe, die permeabler sind als der *leere Raum*, diamagnetisch diejenigen, die weniger permeabel sind. Ob sich ein Körper axial oder äquatorial einstellt, hängt danach nicht nur davon ab, woraus er besteht, sondern auch von der magnetischen Beschaffenheit seiner *Umgebung*. Sehr stark diamagnetisch ist kein einziger Stoff; am stärksten Wismut. Die Permeabilität der Luft verhält sich aber sogar zu der des Wismutes nur wie 1 : 0,99982.

Es ist $\mu = 1 + 4\pi\kappa$, eine reine Zahl, deren Einheit der Luft (strenger: dem Vakuum) zukommt. Die Größe κ ist die *Suszeptibilität*, sie mißt die Abhängigkeit der Magnetisierung (magnetisches Moment) von der Feldstärke, während μ die Abhängigkeit der magnetischen Induktion von der Feldstärke mißt. Nur die Permeabilität der *ferromagnetischen* Stoffe hängt von der Feldstärke ab — hier aber außerordentlich. Je größer die Permeabilität einer Eisensorte, desto besser ist sie elektrotechnisch, bei gewöhnlichem Material zwischen 2000 und 5000, bei außergewöhnlichem bis 20000. Die viele tausendmal größere Permeabilität des Eisens benutzt man, um empfindliche Apparate vor der Einwirkung eines magnetischen Feldes zu schützen (magnetische Schirmwirkung). Man umgibt sie mit Eisenhüllen, die die Kraftlinien durch sich hindurchleiten und so von dem Apparat abhalten, so z. B. im Panzergalvanometer (DU BOIS und RUBENS), dessen äußerst leichtes Magnetsystem von mehreren geschlossenen Eisenpanzern umgeben ist. Wir stellen die Formeln für Permeabilität und für Suszeptibilität zur Übersicht nebeneinander. Es ist

Permeabilität

$$\mu = \frac{\text{Magnetische Induktion}}{\text{Magnetische Feldstärke}} = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}$$

Suszeptibilität

$$\kappa = \frac{\text{Magnetisierungsstärke}}{\text{Magnetische Feldstärke}} = \frac{\mathfrak{J}}{\mathfrak{H}}$$

Molekulartheorie des Magnetismus. Der Ferromagnetismus ist nach dem Vorausgehenden nur ein Sonderfall. Zur Erforschung des Mechanismus, der sich uns als Magnetismus offenbart, müßten wir also von jedem beliebigen Stoff ausgehen können. Wir gehen aber von dem Stahlmagneten aus, da er die charakteristischen Erscheinungen, auf die es uns ankommt, am stärksten zeigt, beziehen uns der Übersichtlichkeit halber auf einen Stabmagneten (Abb. 448) und erinnern daran, daß jeder Magnet zwei Pole hat. Zerbricht man den Magneten, gleichviel wie oft, so ist jedes

¹ Das magnetische Gegenstück zur Dielektrizitätskonstante. Beide haben im Vakuum den Wert 1. Es fehlt das elektrische Analogon zum Diamagnetismus. Dielektrika, deren D.-K. < 1 ist, gibt es nicht.

Bruchstück ebenfalls ein Magnet. An der Bruchstelle hat jedes einen Pol, an Stärke gleich und dem Zeichen nach entgegengesetzt dem Pol, den an derselben Bruchstelle das Nachbarstück besitzt. Pressen wir die Stücke in der ursprünglichen Lage wieder aneinander, so hat der wiederhergestellte Magnet dieselben Eigenschaften wie vorher. Dies führt zu der Vorstellung: auch die kleinsten Teilchen des Magneten, die Molekeln, sind Magnete (magnetische Dipole), auch im Innern des Magneten herrscht demnach eine von Pol zu Pol gerichtete Kraft (inneres Feld). Vergleichen wir die Molekularmagnete mit Kompaßnadeln, die, aneinandergereiht, von Pol zu Pol reichen, so zeigen sich die Kraftlinien (Abb. 550a) als *geschlossene* Linien: von einem Pol zum anderen gehend, verlaufen sie zum Teil außerhalb, zum Teil innerhalb des Magneten.

Die Erfahrung lehrt: Berührung mit einem Magneten macht unmagnetisches Eisen magnetisch — bloße Berührung nur schwach, gegenseitige Bestreichung der einander berührenden Stücke schon wesentlich stärker. Ja, schon bloße Annäherung eines Magneten (das *Feld* eines Magneten) macht Eisen magnetisch, und zwar erzeugt ein Magnetpol in seiner Nähe einen ihm *ungleichnamigen* Pol. Die Theorie (WILH. WEBER) erklärt das so: auch unmagnetisches Eisen besteht aus Molekularmagneten, aber ihre Achsen liegen regellos durcheinander, die Gesamtheit der Molekularmagnete, d. i. das Eisenstück, ist daher ohne Polarität. Eine magnetische Einwirkung von außen aber *richtet* die Molekularmagnete wie Magnetnadeln, die Nordpole alle nach der einen, die Südpole nach der entgegengesetzten Richtung, das Eisenstück bekommt dadurch Nord- und Südmagnetismus. Wird die magnetische Einwirkung wieder beseitigt, so verschwindet dieser *induzierte* magnetische Zustand des Eisens *nicht vollständig*. Den zurückbleibenden Teil nennt man *remanenten* Magnetismus, und die Fähigkeit des Eisens, ihn festzuhalten, *Koerzitivkraft*. — Daß die wesentlichsten Eigentümlichkeiten des Magnetismus so zu erklären sind, hat EWING mit Hilfe von vielen dicht nebeneinandergestellten kleinen Magnetnadelchen gezeigt.

Die Molekularmagnete deutete AMPÈRE (1820) als *Elektromagnete*, er dachte sich jedes Eisenmolekül von einem elektrischen Strom umkreist. Aber wo ist die elektromotorische Kraft, die die Ströme dauernd unterhält? Und warum entwickelt sich nicht dauernd JOULESche Wärme in der Strombahn? Ströme, denen das Charakteristikum der Strombahn, der elektrische Widerstand, fehlt, kennen wir nicht. Diese Fragen läßt auch die Atomtheorie von BOHR (S. 673) offen, obwohl auch sie auf die Molekularströme führt. Aber *vorhanden* sind die Molekularströme in ferromagnetischen Stoffen, sie sind experimentell sogar nachweisbar (BARNETT, 1915, EINSTEIN und DE HAAS, 1915) auf Grund von Überlegungen, die an die Theorie der Kreisbewegung anknüpfen (S. 115 m.).

Mit steigender Temperatur nimmt die Magnetisierbarkeit stetig ab und bei einer bestimmten Temperatur (Umwandlungstemperatur) — nach ihrem Entdecker CURIE-Punkt genannt — verschwindet sie nahezu ganz — für Eisen bei etwa 765°, für Nickel bei etwa 360°. Das ist mit der Theorie der Molekularmagnete ganz im Einklang: das äußere magnetische Feld sucht die magnetischen Achsen der Moleküle einheitlich zu *ordnen*, die Wärme aber strebt die ideale *Unordnung* der Moleküle an, kommt dem Ziele mit steigender Temperatur immer näher und überwindet schließlich die Einwirkung des Feldes. Jenseits der Umwandlungstemperatur sind daher auch die ferromagnetischen Stoffe nur noch stark paramagnetisch. Im CURIE-Punkt ändert sich die spezifische Wärme des betreffenden Stoffes sprunghaft.

Magneton. Aus dem Elektronenbau des Atoms (nach LENARD, RUTHERFORD, BOHR) läßt es sich erklären, daß *alle* Stoffe, gleichviel welcher Atomart, auf ein äußeres magnetisches Feld reagieren: die Reaktion entspringt der Einwirkung des Feldes auf die den Atomkern umkreisenden Elektronen — die

Elektronenbewegung stellt ja einen Ampèreschen Molekularstrom dar, dessen magnetische Wirkung der eines Stabmagneten äquivalent ist. Die unausbleibliche Wirkung des magnetischen Feldes auf die Elektronenbahnen besteht zunächst darin, diese zu deformieren. Aber die Art, wie das Atom als Ganzes auf das Feld reagiert, hängt davon ab, ob die Elektronenbahnen in dem Atom derart angeordnet sind, daß die aus ihnen einzeln sich ergebenden magnetischen Momente einander gegenseitig aufheben, oder ob sie sich zu einem Gesamtmoment zusammensetzen. Heben sie einander auf, so ist das Atom an sich unmagnetisch und reagiert auf das äußere Feld *diamagnetisch*, es sei denn, daß das äußere Feld die gegenseitige *Kompensation aufhebt* und das Atom dadurch ein *induziertes* magnetisches Moment bekommt. Setzen sie sich zu einem Gesamtmoment zusammen, so ist das Atom *paramagnetisch* und reagiert auch dementsprechend.

Wir haben hier immer von den magnetischen Eigenschaften der Materie im *allgemeinen* gesprochen, ohne den Ferromagnetismus besonders zu erwähnen. Der Ferromagnetismus bildet in Wirklichkeit nur einen Sonderfall und zwar wahrscheinlich der Kristallphysik, nicht der Atomphysik. Die heutige Forschung aber sucht die magnetischen Eigenschaften als atomistischen Elementarvorgang zu erkennen. Den Weg dazu gibt die Atomtheorie von BOHR an. Sie identifiziert die kreisenden Elektronen mit den Ampèreschen Molekularströmen und führt dabei — das wichtigste! — auf eine atomare Einheit des magnetischen Moments, gewissermaßen ein *Elementarquantum des magnetischen Moments*, das *Magneton* (nach dem Ausdruck von P. WEISS, der, ohne wie BOHR von theoretischen Überlegungen auszugehen, schon früher empirisch darauf geführt worden war). Nach BOHR wird das kleinste atomare magnetische Moment (BOHRsches Magneton) durch ein Elektron erzeugt, das auf „einquantiger“ Bahn um einen positiven Kern kreist, es berechnet sich zu $m = 9,21 \cdot 10^{-21}$, oder auf das Mol bezogen $m \cdot N$ (wo N die LOSCHMIDT'sche Zahl $6,06 \times 10^{23}$ ist), $M = 5548$ Gauß · cm. Das WEISS'sche Magneton beträgt ein Fünftel davon, widerspricht also der Quantentheorie.

Richtungsquantelung. Eine der wichtigsten Voraussagen (SOMMERFELD, DEBYE) der Quantentheorie über das Verhalten der Atommagneten in einem Magnetfelde bezieht sich auf die Richtung, die der Vektor des magnetischen Moments relativ zur Richtung der Kraftlinien einnehmen wird. Die Theorie

sagt voraus: In einem Felde werden die Magnetonenachsen nicht jede beliebige Richtung, nicht alle denkbaren Winkel relativ zu den Kraftlinien einnehmen — die Richtungen werden also nicht nach dem Zufall verteilt sein — sondern sie werden mit ihnen nur *gewisse* Winkel bilden, diese hängen von dem Magnetonenmoment ab, aber nicht von der Feldstärke. Hat das Atom ein Moment von *einem* Magneton — der einfachste Fall! — so muß es sich nach der Richtungsquantelungs-Theorie so einstellen, daß die Momentachse in die Richtung des äußeren Feldes fällt. Dieser *mechanisch eindeutigen* Richtungsangabe entsprechen bezüglich der

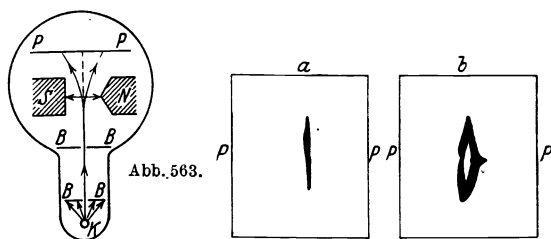


Abb. 563.

Zur Reaktion einzelner Atome auf ein Magnetfeld. Versuch von GERLACH und STERN an verdampfendem (im Vakuum) Silber im Felde eines Elektromagneten. K ist ein Silberkügelchen, aus dem von ihm ausgehenden „Atomstrahlen“ (der Verdampfungstemperatur entsprechend mit einigen Hundert m/sec.) isolieren die Blenden BB ein rechteckiges Bündel ($0,5 \times 0,05$ mm² Querschnitt). Es schießt zwischen den Polschuhen N, S hindurch und schlägt sich auf der Platte PP nieder, in der Form a , der Form und der Lage des Blendenspaltes entsprechend, solange der Elektromagnet *nicht* erregt ist, in der Form b , wenn er erregt ist, d. h. in zwei Hälften gespalten, von denen die eine zum schneidelförmigen Polschuh hinbiegt, die andere von ihm wegbiegt. Die *Aufteilung* in zwei Hälften ist um so *deutlicher*, je stärker die *Inhomogenität* des Feldes ist.

magnetischen Richtung des Atoms

zwei Möglichkeiten: das Atom als Elementarmagnet gedacht kann so stehen, daß seine magnetische Richtung, d. h. die Richtung $+$ — — in die magnetische Richtung des äußeren Feldes fällt oder ihr entgegengesetzt ist (parallele und antiparallele Einstellung der Momentachse zum äußeren Feld). Mit dem ferromagnetischen Problem konnte die Richtungsquantelungs-Theorie bisher nicht verbunden werden. STERN und GERLACH haben an Silberatomen experimentell die räumliche Quantelung der Richtungen *sichtbar* gemacht, sie haben dadurch die atomistische Theorie des magnetischen Moments *bewiesen*, indem sie als Elementarquantum des magnetischen Moments das BOHRsche Magneton fanden. Das normale Silberatom kann sich der Theorie nach parallel oder antiparallel zu den Kraftlinien stellen, im inhomogenen Felde spaltet sich die Gesamtheit der Atome dementsprechend in zwei Teile — das haben STERN und GERLACH an Strahlen von Silberatomen experimentell geprüft und bestätigt gefunden (Abb. 563).

Ferromagnetismus. Magnetische Hysteresis. Remanenz und Koerzitivkraft.

Eisen, Nickel und Kobalt (und die HEUSLERSchen Legierungen, z. B. 55% Kupfer, 30% Mangan, 15% Aluminium, die den ferromagnetischen Charakter dem Mangan verdanken) unterscheiden sich von allen anderen paramagnetischen Körpern da-

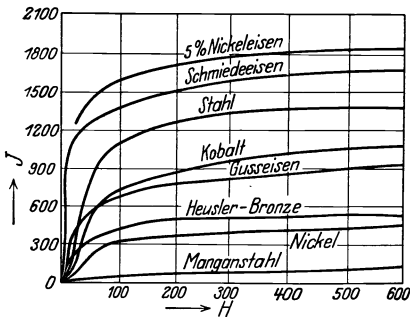


Abb. 564. Magnetisierungskurven der wichtigsten ferromagnetischen Stoffe.

durch, daß sie unter dem Einflusse magnetischer Kräfte selber wirkliche Magnete werden, d. h. permanente Magnete. Ihr Magnetismus nimmt zwar allmählich ab, z. B. durch Temperatursteigerung und gewisse mechanische Behandlungen, verschwindet aber nie ganz. Sie bilden die *ferromagnetische Gruppe der Metalle* (Abb. 564). Nickel und Kobalt, als Magnete betrachtet, haben keine praktische Bedeutung, um so größere aber das Eisen für die Elektrotechnik.

1881). Ein unmagnetischer Eisenstab (ursprünglich magnetisches Eisen muß man durch „Ummagnetisierung“ in einem Solenoid unmagnetisch machen), nimmt, in

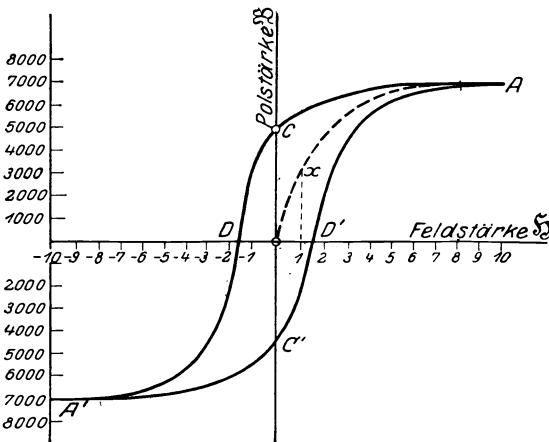


Abb. 565. Zur Magnetisierung und Entmagnetisierung von Eisen.

Entscheidend charakterisiert den Ferromagnetismus die *Hysteresis* (WARBURG, ein magnetisches Feld gebracht, Magnetismus von einer gewissen Stärke an. Entfernen wir ihn wieder aus dem Felde, so behält er einen Teil zurück. Bringen wir ihn darauf in ein Feld von *anderer* Stärke, so hängt die Magnetisierung, die er dann annimmt, außer von der Stärke dieses Feldes auch von der Menge des (remanenten) Magnetismus ab, den er von der früheren Magnetisierung her hat (*magnetische Vorgeschichte des Eisens*).

Wir benützen um das Feld zu erzeugen ein Solenoid, schieben den zu untersuchenden Eisenstab hinein und magneti-

sieren ihn nun durch Einschalten und allmähliche Verstärkung des Stromes, kehren dann die Stromrichtung um und entmagnetisieren ihn wieder. (Das Feld ist nahezu gleichförmig, seine Stärke ξ aus den Abmessungen des Solenoids und aus der Stromstärke berechenbar). Die Kurve OA (Abb. 564) zeigt nun, wie die Polstärke des Eisenstabes mit der Stärke des Feldes wächst. Abszisse ist die auf den Stab wirkende Feldstärke ξ , Ordinate die zugehörige Polstärke \mathfrak{B} des Stabes. Bevor der Strom eingeschaltet wird, für $\xi = 0$ (Anfangspunkt), hat der Stab die Polstärke $\mathfrak{B} = 0$. Läßt man die Stromstärke im Solenoid wachsen, so nimmt die Feldstärke ξ zu und in erhöhtem Maße die Polstärke \mathfrak{B} des Stabes. Ist ξ gleich 1 geworden, so hat die Polstärke \mathfrak{B} den Wert 3000 erreicht (Punkt x). Ungefähr bei der Feldstärke $\xi = 8$ ist der Stab gesättigt, seine Polstärke wächst nicht weiter, selbst wenn wir das Feld noch stärker machen. Schwächen wir das Feld wieder ab, dann nimmt auch die Polstärke des Stabes ab, *aber nicht so*, daß bei den früheren Werten der Feldstärke, z. B. $\xi = 1$, sich auch die frühere Polstärke ($\mathfrak{B} = 3000$) wieder einstellt. *Es entsteht eine neue Kurve AC* : zu denselben Zahlen ξ gehören jetzt durchweg *größere* Werte \mathfrak{B} . Zum Werte $\xi = 1$ gehört jetzt $\mathfrak{B} = 5800$. Und ist wieder $\xi = 0$ geworden, so ist \mathfrak{B} noch gleich 5000 (Punkt C); so stark ist der *remanente Magnetismus*. Sein Betrag wechselt mit der Eisensorte.

Abb. 564 zeigt: Bei einer gegebenen Feldstärke ξ hat der Stab, solange er *magnetisiert* wird, eine *kleinere* Polstärke (\mathfrak{B} -Werte des zu A aufsteigenden Astes), als während er *entmagnetisiert* wird (\mathfrak{B} -Werte des von A zu D absteigenden Astes). Der Unterschied zwischen den zwei \mathfrak{B} -Werten wird desto kleiner, je näher die Feldstärke ξ dem Sättigungswert kommt, und verschwindet bei diesem Wert. Schicken wir den Strom nun in entgegengesetzter Richtung durch das Solenoid, wodurch wir die Richtung des magnetischen Feldes umkehren ($\xi = -1$ usw.), so nimmt die Polstärke des Magneten immer mehr ab und wird bei etwa $\xi = -2$ Null (Punkt D), das Eisen ist also wieder unmagnetisch. Gehen wir zu größeren negativen ξ -Werten, so polt sich das Eisen um. Schließlich erreichen wir für $\xi = -8$ wieder Sättigung, aber bei vertauschten Polen (Punkt A'). Wenn wir jetzt das Feld wieder abschwächen, so machen wir dieselben Erfahrungen wie im oberen Teil der Kurve. Die Polstärke geht nicht entlang $A'D$, sondern entlang einer anfänglich viel flacheren Kurve $A'C'D'$ zurück. Bei der Feldstärke $\xi = 0$ ist auch diesmal noch ein sehr beträchtlicher Magnetismus vorhanden (Punkt C'); erst der Übergang zu positiven Feldstärken hebt ihn auf (Punkt D'). Man kann also sagen, daß das Eisen stets den magnetischen Zustand, den es *erworben hat, zu behalten* strebt. Es widersetzt sich gleichsam der Änderung, die die Veränderung des Feldes ihm aufzuzwingen sucht. Die Änderungen der Polstärke bleiben hinter den Änderungen der Feldstärke zurück. Deswegen nennt man dieses Verhalten *magnetische Hysteresis* ($\upsilon\sigma\tau\epsilon\acute{\rho}\epsilon\omega$ = ich bleibe zurück). Durch die Hysteresis unterscheiden sich die ferromagnetischen Stoffe grundsätzlich von allen anderen. Nur Eisen, Kobalt und Nickel sowie einige ihrer Legierungen und Verbindungen zeigen magnetische Hysteresis.

Die Länge OC , d. h. die Polstärke, die der Stab hat, obwohl die Feldstärke 0 ist, zeigt seinen *remanenten Magnetismus* (die *Remanenz*). Die Länge OD , die Feldstärke, die nötig ist, $\mathfrak{B} = 0$, d. h. ihn wieder unmagnetisch zu machen, nachdem er vorher in der entgegengesetzten Richtung magnetisch war, gibt das Maß für die Kraft, mit der er den erworbenen Magnetismus festhält (*Koerzitivkraft*). Die einzelnen Eisensorten sind an Remanenz und an Koerzitivkraft sehr verschieden und müssen daher durch Aufnahme von Magnetisierungskurven für die jeweilige technische Verwendung ausgewählt werden. Das weiche Eisen (schwedisches Holzkohleneisen) hat die größte Remanenz, aber die kleinste

Koerzitivkraft. Wird es magnetisiert, so ist es sehr bald gesättigt, und wird die magnetisierende Kraft wieder beseitigt, so behält es sehr viel Magnetismus zurück; aber die geringste entmagnetisierende Kraft genügt, ihm den Magnetismus wieder zu entreißen. Der *Stahl* dagegen behält im gleichen Falle nur sehr wenig Magnetismus zurück, hält dieses Wenige aber so fest, daß nur eine *sehr* große, entgegengesetzt magnetisierende Kraft es ihm entreißen kann. Daher kann man Stahl sehr gut zu einem permanenten Magneten machen, wenn man eine genügend große magnetisierende Kraft auf ihn wirken läßt; weiches Eisen aber ist dazu unbrauchbar.

Das Eisen ist dank seiner Eigenschaft sehr schnell magnetisiert und entmagnetisiert werden können, die Seele der Elektrotechnik. In gewissen Apparaten und Maschinen verläuft der magnetische *Kreisprozeß* fast genau der Abb. 565 entsprechend jede Sekunde 50- bis 60 mal. Diesen Hin- und Hermagnetisierungen setzt das Eisen Widerstand entgegen, eine magnetische Reibung, die sich als Hysterese äußert und deren Überwindung Arbeit erfordert. Diese ist aber *vergeudet*, sie wird in Wärme umgesetzt und erhitzt das Eisen nutzlos. Aus dem Flächeninhalt der Hysteresisschleife kann man den vergeudeten Energiebetrag berechnen. Er beträgt für eine Tonne weiches Eisen, das man 100 Magnetisierungszyklen in der Sekunde unterwirft, 17—18 Pferdestärken (EWING).

6. Induktionsströme (FARADAY 1831).

Induktion einer EMK durch einen bewegten Magneten. Der elektrische Strom erzeugt Magnetismus. Auch der umgekehrte Prozeß ist möglich: *Stromerzeugung durch* Magnetismus. Wir beschreiben den Grundversuch: ein von jeder EMK freier Stromkreis enthält eine Spule *A* und ein Galvanometer *G* (Abb. 566). Wir schieben einen Stahlmagneten *E* *rasch* in die Spule. Hierbei geschieht etwas Unerwartetes: die Nadel schlägt, *während* der Magnet sich bewegt, kräftig aus, kehrt aber sofort in die Ruhelage zurück. Es muß also ein Strom durch den Kreis geflossen sein. Ein Strom hat aber immer eine EMK zur Voraussetzung, der Magnet hat also offenbar *beim Eindringen* in die Spule eine EMK in dieser erzeugt. Ziehen wir jetzt den Magneten aus der Spule heraus, so ereignet sich ähnliches: *während* der Bewegung — *nur* solange sie *anhält* — fließt wieder Strom durch das Galvanometer, aber diesmal in entgegengesetzter Richtung wie das erste Mal. Der Versuch mißlingt, wenn man statt des Magneten ein unmagnetisches Stück Eisen benutzt. Der Magnetismus spielt hier also eine wesentliche Rolle.

Der Galvanometerausschlag wird um so kräftiger, verschwindet aber auch um so schneller, je rascher die Bewegung des Magneten erfolgt. Schieben wir den Magneten langsam in die Spule oder ziehen wir ihn langsam heraus, so werden die Ausschläge kleiner, halten aber desto länger an. Ist das Galvanometer empfindlich genug, so erkennen wir leicht, daß Strom *immer* dann, aber auch *nur* dann, vorhanden ist, wenn der Magnet überhaupt *bewegt* wird. Kurz wir können sagen: *Bewegter* Magnetismus erzeugt in einer benachbarten Spule, überhaupt in jedem benachbarten *Leiter*, eine EMK. Man nennt sie induzierte EMK und den Strom, den sie hervorruft, den Induktionsstrom. Die elektrischen Ströme der Elektrizitätswerke sind Induktionsströme.

Voltainduktion. Auch hier kann (S. 471 u.) ein stromdurchflossenes Solenoid den Magnetstab ersetzen. Beim Einsenken einer stromumflossenen Spule *A* (Abb. 567) wie

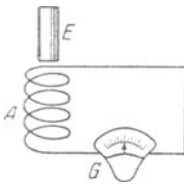


Abb. 566.
Erzeugung eines Induktionsstromes.

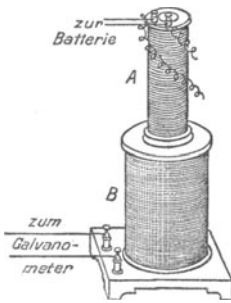


Abb. 567. Erzeugung eines Induktionsstromes (Voltainduktion).

beim Herausziehen wird in *B* ein Strom induziert (*Voltainduktion*), das eine Mal *entgegengesetzt* der Richtung des *primären* Stromes, das zweite Mal *in* seiner Richtung. Man nennt den bereits bestehenden Strom den *primären* und den induzierten Strom den *sekundären*. Aber nicht nur wenn man die stromumflossene Spule *A* in die Spule *B* hineinschiebt, werden in *B* Ströme induziert. Auch wenn man *A* in *B* stecken läßt und dann den Strom durch *A* abwechselnd *schließt* und wieder *öffnet*, wird jedesmal in *B* ein Strom induziert; beim Schließen entsteht er entgegengesetzt der Richtung des primären Stromes (Schließungsstrom), beim Öffnen in der Richtung des primären Stromes (Öffnungsstrom). — Ja noch mehr. Wenn man den Strom in *A* dauernd geschlossen hält, ihn aber abwechselnd *verstärkt* und *schwächt*, wird, sooft das geschieht, in *B* ein Strom in der einen und dann in der anderen Richtung erzeugt (s. Mikrophon). Die stromumflossene Spule braucht auch nicht in der anderen zu stecken, um Strom zu induzieren, es genügt, daß sie *in deren Nähe* steht. Ja es bedarf nicht einmal eines Solenoids, jeder geradlinige Leiter (Abb. 568) *A* induziert in dem anderen *B* einen Strom, sooft in ihm ein Strom entsteht oder vergeht, resp. zunimmt oder abnimmt. Und weiter: man braucht gar nicht einen Magnetstab in die Spule hineinstecken oder aus ihr herauszunehmen, man braucht nur Magnetismus in ihrer Nähe entstehen oder verschwinden zu lassen, ja sogar nur zu verstärken oder zu schwächen, um die Ströme in ihr zu induzieren.

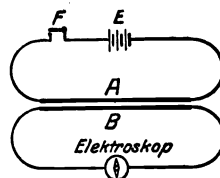


Abb. 568. Induktion zwischen geradlinigen Leitern.

Telephon (BELL 1877) und Mikrophon (HUGHES 1878). In der Spule *S* wird (Abb. 569 o.) auch dann ein Strom induziert, wenn sich das magnetische Feld, in dem sie sich befindet, dadurch verändert, daß sich dem Magneten *NS* eine dünne Eisenplatte *P* nähert oder sich von ihm entfernt. Selbst wenn sie, Abb. 569 u., wie ein Trommelfell vor ihm hin und her schwingt, also sich nur zu ihm hin- und von ihm *wegbiegt*, werden kurzdauernde Ströme in der Spule induziert. Ihr periodisches Entstehen und Vergehen fällt mit der periodischen Bewegung der Platte zusammen.

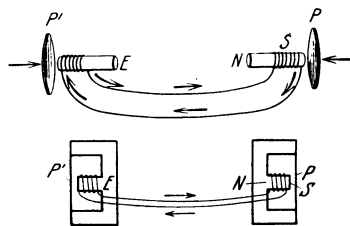


Abb. 569. Telephon (schematisch).

Diese Tatsache bildet die Grundlage für die Einrichtung des Telefons. Leitet man die in der Spule *NS* erzeugten Ströme um einen Eisenstab *E*, so wird der Stab in eben dem Rhythmus, in dem die Eisenplatte *P* schwingt, magnetisch und wieder unmagnetisch. Steht ihm selber eine etwa 0,5 mm starke Eisenplatte *P'* gegenüber, so versetzt er sie daher in demselben Rhythmus in Schwingung, in dem *P* schwingt. Gerät *P* durch Resonanz (S. 256) auf einen bestimmten Ton in Schwingungen, so schwingt sie in der Sekunde eine bestimmte Anzahl von Malen, der Höhe jenes Tones entsprechend, und in demselben Tempo schwingt dann *P'*, d. h. *P'* reproduziert diesen Ton. Die Anordnung Abb. 569 kann also Töne in die Ferne tragen, als *Telephon* dienen. — Das Telephon ist eine Vorrichtung zur *Umwandlung* und zur *Übertragung* von *Energie*: Die Energie der Schallwellen, die auf *P* treffen, setzt sich um in die Energie der Schwingungen von *P*. Diese setzt sich um in die Energie des induzierten Stromes, der Strom fließt durch die Leitung zu *E* hin, und hier leistet seine Energie die zur Magnetisierung des Eisenkerns nötige Arbeit. Er versetzt dadurch die Platte *P'* in Schwingungen, und die Energie der Schwingungen von *P'* setzt sich wieder in die Energie von Schwingungen um, die der Hörende als Ton wahrnimmt. Dadurch, daß die Energie der *Schallwellen* sich in elektrischen Strom verwandelt, den der Draht wegleitet und *zusammenhält*, überträgt das Telephon den Schall über große Strecken.

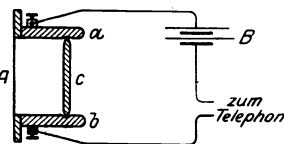


Abb. 570. Ursprüngliche Anordnung des Mikrophons.

Abb. 569 o. gibt nur das Prinzip des Telefons. In Wirklichkeit benützt man auch bei *E* einen Magneten (er wird von den ankommenden Strömen abwechselnd verstärkt und geschwächt), denn-sonst würde man bei *P'* nur Töne reproduzieren, also fernhören, aber nicht auch Schallenergie in Stromenergie umwandeln, fernsprechen können. Ferner benützt man einen Hufeisenmagneten — um mit beiden Polen auf die Platte zu wirken. Die durch die Anordnung Abb. 569 erzeugten Ströme sind wegen des Widerstandes der Telephonleitung

sehr schwach, die Töne daher nur auf etliche hundert Meter deutlich. Man benützt deswegen das Telephon nur zum Fernhören. Zum Fernsprechen benützt man eine andere Vorrichtung, das *Mikrophon* (Abb. 570). Es wirkt dadurch induzierend, daß es einen bereits vorhandenen Strom periodisch verstärkt und schwächt. Ein Brett trägt zwei Kohlenbacken *a* und *b*, zwischen ihnen einen runden Kohlestab *c* lose ruhend. Von der Batterie *B* geht der Strom durch *a*, *c* und *b* zum Telephon. Schützt man die Kohlenbacken gegen Erschütterung, so bleibt der Strom konstant, und das Telephon schweigt. Erfährt aber die Schallplatte *A* auch nur die leiseste Erschütterung (Ticks einer Taschenuhr), so ändern sich im selben Rhythmus die Übergangswiderstände der Kontakte *ca* und *cb*. Dadurch erfährt auch der Strom synchrone Schwankungen, die dann im Telephon hörbar werden. Um die (recht große) Empfindlichkeit des Mikrophons noch zu steigern, verbindet man

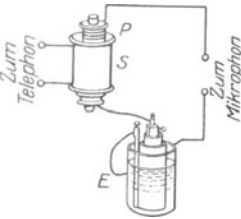


Abb. 571. Telephon und Mikrophon mit Induktor.

Mikrophon, Telephon und Element nach Abb. 571. Man benützt einen Induktor *PS*, verbindet das Mikrophon und das Element *E* mit der Primärspule *P* und das Telephon durch die Telephonleitung mit der Sekundärspule *S*. Jede Station bekommt ein Mikrophon zum Sprechen und ein Telephon zum Hören.

Die Kontakte der Kohlenstäbchen leiden bei stärkerem Gebrauch des Mikrophons durch Erhitzung. Man vermehrt daher die Kontakte entweder durch Vermehrung der Kohlestäbe *c* (Walzenmikrophon) oder — das jetzt übliche — man bringt zwischen die (schwingende) Schallplatte und eine ihr gegenüberstehende feste Platte eine größere Anzahl Kohlenkügelchen (0,5—3 mm), die beide Platten berühren (Körnermikrophon). Die Vermehrung der Kontakte vermindert ihre Erwärmung und — die Hauptsache — steigert die Wirkung des Mikrophons.

Funkeninduktor (Induktionsapparat). Auf Voltainduktion beruht auch der Induktionsapparat oder Funkeninduktor; er verwandelt einen Strom von niedriger Spannung aber großer Stärke in einen Strom von hoher Spannung aber kleiner Stärke. Seine im wesentlichen durch RÜHMKORFF¹ eingeführte Form (Abb. 572) unterscheidet sich nicht erheblich von der zur Erläuterung der Voltainduktion (Abb. 567) benutzten Anordnung. Durch die innere Spule *p*, die primäre, geht der induzierende Strom der Batterie *E*. Die Spule enthält zur Verstärkung der Induktion einen Eisenstab *S* (genauer: ein Bündel gefirnifßter Eisendrähte). Man schließt und öffnet den Stromkreis *E* fortwährend mit einem automatischen Unterbrecher. Jedesmal, wenn der Strom geschlossen oder geöffnet wird, entsteht in der sekundären Spule EMK, die abwechselnd die eine oder die entgegengesetzte Richtung hat, je nachdem sie durch die Schließung oder die Öffnung des primären Stromes entsteht. Ihre Größe hängt davon ab, wievielmahl mehr Windungen die sekundäre Spule als die primäre besitzt. Denn jede einzelne Primärwindung wirkt induzierend auf alle Sekundärwindungen. Die in den einzelnen Sekundärwindungen induzierten EMK addieren sich und erzeugen zwischen den an die Metallstäbe *A* und *B* angeschlossenen Spulenenden eine sehr große Spannungsdifferenz. Sie kann so groß werden, daß sie Luftstrecken von 1 m und mehr durchbricht. Parallel zum Unterbrecher schaltet man (FIZEAU) einen Kondensator *K*, der den bei der Stromöffnung entstehenden Funken möglichst vermindern soll, um dadurch einen möglichst jähen Abfall des Primärstromes zu sichern (S. 495). — Der Funkeninduktor dient z. B. dazu, den Durchgang der Elektrizität durch sehr verdünnte Gase zu erzwingen, was große EMK erfordert — dann entstehen die Kathoden- und die Röntgenstrahlen. Mit der Röntgentechnik hat sich auch der Induktor vervollkommenet, namentlich der *Unterbrecher*. Eine seiner üblichsten

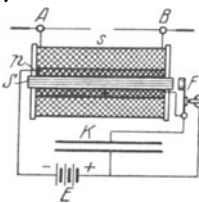


Abb. 572. Funkeninduktor nach RÜHMKORFF.

Formen ist der Hammerunterbrecher (Abb. 572, rechts). Der Stromschluß zieht den Hammerkopf zu dem Eisenkern *S* in der primären Spule hin, trennt den Hammerstiel von dem Kontakt *F* und unterbricht dadurch den Strom. Der Kern *S* wird daher wieder unmagnetisch, und der Hammerstiel, eine Feder, geht infolge seiner Elastizität in seine alte Lage zurück, schließt also den Strom wieder und das Spiel beginnt von neuem. — Die Röntgentechnik fordert viel schnellere Unterbrechungen (einige Tausend pro sec) und Unterbrechung viel größerer Energiemengen, als der Hammer bewältigen kann. Beides leisten der Quecksilberstrahlunterbrecher (BOAS 1896) und der Elektrolytunterbrecher (WEHNELT 1899). In dem ersten saugt eine sehr schnell rotierende turbinenartige Vorrichtung (von einem Elektromotor angetrieben) Quecksilber vertikal in die Höhe und schleudert es horizontal als einen (uhrzeigerartig) sehr schnell rotierenden Strahl gegen die Innenseite eines Kranzes der aus

¹ HEINRICH DANIEL RÜHMKORFF (ü, nicht v) geb. 15. 1. 1803 in Hannover, gest. 20. 12. 77 in Paris.

schmalen Segmenten, leitende und isolierende miteinander abwechselnd, besteht. Der Strom fließt von dem Quecksilbervorratgefäß durch den Strahl zu dem Segmentenkranz. — Der Elektrolytunterbrecher ist eine Zersetzungszelle mit 30 prozentiger Schwefelsäure als Leiter, einer großen Bleiplatte als Kathode und einem Platindraht von wenigen Millimeter als Anode. Elektrolytische Knallgasbildung und Verdampfung der Säure an der Anode (infolge der großen Stromdichte an dem Drähtchen) unterbrechen den Strom momentan. Die dadurch jäh einsetzende Extraspannung (S. 495) durchschlägt die Dampf- und Gasschicht als Funke, schleudert sie auseinander, die Säure schließt den Strom wieder und das Spiel beginnt aufs neue.

Spannungsumwandler für Wechselstrom (Transformator). Den Induktoren ähnlich wirken die Transformatoren der Elektrotechnik. Man verwandelt in ihnen Wechselstrom (s. d.) von niedriger Spannung in solchen von hoher oder umgekehrt — das erste um elektrische Energie möglichst ökonomisch von der *Erzeugungsstelle* des Stromes (Elektrizitätswerk) zu sehr weit davon entfernten *Verbrauchsstellen* übertragen zu können, das zweite um an der Verbrauchsstelle die gefährliche hohe Spannung wieder in ungefährliche niedrige zurückzuverwandeln. Die Transformatoren bedürfen zu dieser Umwandlung keines Unterbrechers, der Wechselstrom wirkt schon durch seine *Pulsation* induzierend. Der Transformator soll die Energie dabei möglichst verlustlos umwandeln. Das erreicht man im wesentlichen mit geschlossenen Eisenringen als Kernen, sie halten die magnetischen Kraftlinien zusammen und steigern dadurch die Induktion. Abb. 573 zeigt einen Transformator einfachster Bauart. Die Primärspule *A* und die Sekundärspule *B* sind getrennt voneinander auf einen Ring aus weichem Eisen (hohe Permeabilität, geringe Koerzitivkraft) gewickelt. Wie beim Induktor besteht die Primärwicklung aus wenigen Windungen dicken Drahtes und die Sekundärwicklung aus vielen Windungen relativ viel dünneren Drahtes. Die Stromschwankungen in *A* rufen einen beständigen Wechsel der Kraftliniendichte im Eisenring hervor, und induzieren so (s. u.) elektromotorische Kräfte in *B*. Je mehr Windungen die Spule *B* hat im Vergleich zur Spule *A*, desto größer ist die induzierte EMK, desto kleiner aber der Strom, der an der Spule *B* entnommen werden kann. Der Bruch Zahl der Primärwindungen/Zahl der Sekundärwindungen heißt das *Übersetzungsverhältnis* des Transformators. Ist es z. B. gleich 100, so wird im Idealfalle die mittlere effektive Spannung (S. 497 u.) auf das 100fache gesteigert, die Stromstärke, die an der Sekundärspule entnommen werden kann, auf $\frac{1}{100}$ des durch die Primärspule fließenden Stromes herabgesetzt. Bedeuten also V_1 und I_1 effektive Spannung und Stromstärke an der Primärspule, so ist bei einem Übersetzungsverhältnis 100 im Idealfalle die sekundäre Spannung $V_2 = 100 V_1$ und $I_2 = \frac{1}{100} I_1$. Es ist also $V_1 I_1 = V_2 I_2$, wie zu erwarten, da in beiden Fällen das Produkt aus Spannung und Stromstärke das Maß für die elektrische Energie darstellt, denn einem verlustlos arbeitenden Transformator kann die primär aufgewandte elektrische Energie sekundär wieder restlos entnommen werden. In Wirklichkeit geht ein kleiner Teil der Energie stets verloren, er verwandelt sich vor allem in Wärme.

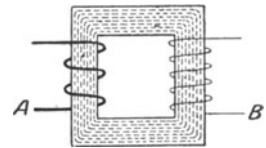


Abb. 573. Prinzip des Wechselstromtransformators.

Wie die Ströme einer Wechselstrommaschine (50—60 pro sec), so lassen sich auch die Ströme der sich in Schwingungen entladenden Leidener Flasche (Millionen pro sec) auf höhere Spannung transformieren (TESLA 1893). Der dazu erforderliche Transformator unterscheidet sich von dem für kleine Wechselzahl bestimmten wesentlich: er enthält *kein* Eisen, die Primärspule besteht aus wenigen Windungen dicken Kupferdrahtes, die Sekundärspule — sie ist hier die innere — aus sehr vielen dünnen Windungen auf einem gut isolierenden Material. Beide sind in gut isolierendes Öl versenkt, da die Isolation der Spulen voneinander sonst nicht groß genug ist, Entladungen zwischen ihnen hindern zu können. Die Spannung, die ein TESLA-Transformator liefert, ist ungeheuer hoch (physiologisch übrigens gefahrlos!) und führt zu höchst charakteristischen Wirkungen (Leuchterscheinungen in elektrodensen luftleeren Glasgefäßen). Sie haben nur theoretische Bedeutung.

Kraftlinienbedingung für die Induktion von EMK. Die mannigfaltigen Bedingungen, unter denen Induktionsströme entstehen, haben *eine* Wurzel. Um sie zu finden, wenden wir uns zu dem magnetischen Feld und seinen *Kraftlinien*. In der Anordnung Abb. 574 bedeuten *N* und *S* die Pole eines Magneten, *K* einen geschlossenen Rahmen oder Ring aus Draht. Das Feld sei gleichförmig, seine Stärke ist durch die Zahl Kraftlinien bestimmt, die eine *senkrecht* zu den Linien gelegte Fläche von 1 cm^2 durchsetzen. Liegt der Rahmen *K* den Linien parallel, so gehen *gar keine* Kraftlinien (0) hindurch, steht er senkrecht dazu, so geht die *größtmögliche* Zahl von Linien durch ihn (Maximum), in jeder anderen Stellung eine Zahl zwischen 0 und dem Maximum. Solange der Winkel zwischen der Ebene des Rahmens und

der Kraftlinienrichtung derselbe ist, ist auch diese Kraftlinienzahl unverändert. Während wir den Rahmen aus *einer* Lage in eine *andere* bringen, ändert sich im allgemeinen die Kraftlinienzahl, die ihn durchsetzt; nur wenn wir ihn *in seiner Ebene verschieben*, bleibt die Zahl unverändert, weil dabei der Winkel zwischen dieser Ebene und der Kraftlinienrichtung derselbe bleibt.

Nunmehr fassen wir das Induktionsgesetz so: Bewegt man den Rahmen so, daß die Zahl der Kraftlinien, die er umschließt, sich ändert, so entsteht während der Bewegung eine EMK in ihm; bleibt die Kraftlinienzahl ungeändert, so entsteht keine EMK. Statt den Rahmen in dem Magnetfeld zu bewegen, können wir das Magnetfeld bewegen und den Rahmen festhalten, auch können wir beide Teile, Rahmen und Magneten, in Ruhe halten und die Kraftlinienzahl dadurch ändern, daß wir das magnetische Feld schwächen und verstärken. Beides bewirkt, daß den Rahmen bald mehr, bald weniger Kraftlinien durchsetzen. Wir können daher das Induktionsgesetz besser so fassen: Solange die den Rahmen durchsetzende Kraftlinienzahl sich *ändert*, entsteht in ihm eine EMK.

Wir überlegen jetzt, ob es bei dem Induktionsversuch wesentlich ist, daß der Draht einen Rahmen bildet. Wir denken uns den Rahmen sehr groß, so daß nur ein kleiner Teil davon, etwa die eine kurze Seite, in das Magnetfeld taucht, während die anderen Seiten weit außerhalb des wirksamen Feldes liegen. Verschieben wir jetzt den Rahmen in beliebiger Richtung — nur nicht gerade *parallel* zu den Kraftlinien! —, so treffen alle unsere Voraussetzungen für das Auftreten einer EMK zu; denn die Bewegung bewirkt ja auch jetzt noch eine Änderung der den Rahmen durchsetzenden Linienzahl. Die EMK wird aber jetzt nicht mehr wie früher in dem ganzen Rahmen induziert, sondern nur in dem Teil, der in das Magnetfeld taucht. Der Rahmen selbst spielt also nur eine unwesentliche Rolle; zur Erzeugung der EMK ist nur ein in das Feld tauchendes *Leiterstück* erforderlich. Wir können also die Fassung des Induktionsgesetzes noch weiter verallgemeinern und sagen: in jedem *Leiter* wird eine EMK induziert, während er Kraftlinien durchfährt oder während er von Kraftlinien durchfahren wird.

Richtung des induzierten Stromes (LENZsche Regel 1834). Wir kehren zu Abb. 574 zurück. Drehen wir den Rahmen um seine Achse, so verändern wir dauernd die Kraftlinienzahl, die ihn durchsetzt. Infolgedessen wird fortwährend eine EMK induziert. Im *geschlossenen* Rahmen ruft sie einen Strom hervor. Wir durchschneiden jetzt eine Seite des Rahmens, löten an die durch den Schnitt voneinander getrennten Stellen je einen Leitungsdraht und führen die Drahtenden entlang der Achse aus dem Feld heraus. An diese Enden schalten wir jetzt ein Voltmeter, mit dem wir die induzierte



Abb. 574. Drehbarer Drahtrahmen in einem Magnetfelde.

EMK messen, während wir den Rahmen drehen — schnell oder langsam, im Uhrzeigersinn oder entgegengesetzt. Zuerst fragen wir nach der Richtung der EMK, d. h. nach der Richtung, in der der Strom das Voltmeter durchfließt, wenn wir den Rahmen im Sinne des gebogenen Pfeiles drehen. Diese Frage beantwortet die *Lenzsche Regel*, und zwar in einer sehr allgemeinen Form, die auf alle Induktionsvorgänge anwendbar ist. Die Regel besagt: *Der induzierte Strom ist stets so gerichtet, daß er durch seine magnetische Wirkung auf das vorhandene Feld die Bewegung zu hemmen sucht, der er seine Entstehung verdankt.*

Der Rahmen (Abb. 574) werde z. B. im Sinne des gebogenen Pfeiles etwa um 90° gedreht. Durch den Rahmen wird dann ein Strom fließen, den wir uns seiner magnetischen Wirkung nach durch einen kleinen, senkrecht zur Rahmen-ebene gerichteten Magneten ersetzt denken können. Nach der *LENZschen Regel* hat der Strom eine solche Richtung, daß er die Bewegung des Rahmens zu *hemmen*

sucht. Das heißt aber: der kleine Magnet muß so gerichtet sein, daß sein Nordpol dem Südpol S in Abb. 574, sein Südpol dem Nordpol N des *erregenden Magneten* zugewandt ist, denn nur so sucht er die ihm aufgezwungene Bewegung aufzuhalten. Der Strom muß also (S. 471 u.) im Sinne des in der unteren Rahmenseite eingezeichneten Pfeiles fließen. — Ein weiteres Beispiel bietet Abb. 566. Schieben wir den Magneten E , mit seinem Nordpol voran, ein kleines Stück in die Spule *hinein*, so wird in der Spule ein Strom induziert, der so gerichtet sein muß, daß das obere *Spulenende* ein Nordpol wird, denn nur so wird die Bewegung des Magneten gehemmt. Wenn wir den Magneten wieder *herausziehen*, so muß jetzt am oberen *Spulenende* ein Südpol entstehen, der den Nordpol des Magneten festzuhalten sucht und dadurch die Bewegung hemmt.

Die mechanische Arbeit, die man leisten muß, um die Hemmung zu überwinden, geht nicht verloren, sie tritt als Energie des induzierten Stromes wieder in Erscheinung. Wenn der Spulenstromkreis (Abb. 566) oder der Rahmen (Abb. 574) nicht metallisch geschlossen ist, so vermag die induzierte EMK keine Arbeit zu leisten, da ja kein Strom zustande kommen kann. In diesem Falle ist auch keine Hemmung des bewegten Leiters oder Magneten zu bemerken.

Aus dem im Magnetfelde rotierenden Drahtrahmen, Abb. 574, hat sich schrittweise die Dynamomaschine entwickelt, genauer: der *Anker* der Dynamomaschine. Wir nennen wegen ihrer geschichtlichen Bedeutung den Doppel- T -Anker von WERNER SIEMENS (1857), den nach GRAMME (1868) benannten Ringanker (bereits 1860 erfunden von PACINOTTI) und den aus dem Doppel- T -Anker entwickelten Trommelanker von HEFNER-ALTENECK (1872). In dem ersten, Abb. 575, besteht der Drahtrahmen aus einer *Spule* isolierten Drahtes, auf einem langen Eisenzylinder von \mathbf{J} -förmigem Querschnitt aufgewickelt, der Zylinderachse parallel in die Nuten eingebettet. Im GRAMME-Ring, Abb. 576, besteht der Rahmen oder vielmehr das Rahmensystem aus einer großen Anzahl von Spulen, die leitend miteinander verbunden sind; auf einen Eisenring gewickelt rotieren sie mit ihm in dem Felde. Der Trommelanker, Abb. 577,

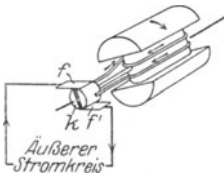


Abb. 575.
Doppel- T -Anker (SIEMENS).

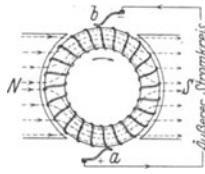


Abb. 576.
GRAMME-Ring.

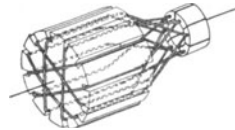


Abb. 577.
Trommelanker (HEFNER-Alteneck).

vermeidet, wie der GRAMME-Ring, die starke Pulsation der EMK des T -Ankers und nützt jede Spule *gleichmäßig* für die Induktion aus: die Spulen sind auf eine zylindrische Eisentrommel gewickelt, parallel zur Zylinderachse und wie beim Doppel- T -Anker in Nuten eingebettet (im GRAMME-Ring kommt die auf der Innenseite des Ringes liegende Hälfte der Spulen weniger zur Wirkung als die dicht an den Polen vorbeirotierende Hälfte der Außenseite). Den verschiedenen Formen der Anker entsprechend hat man die Feldmagnete in den Dynamomaschinen geformt, die Eisenkerne, auf die die Ankerspulen gewickelt sind, verstärken die Einwirkung des Feldes auf die Spulen. Der Doppel- T -Anker hat nur noch für technische Dinge einfachster Art Bedeutung (Signalwerke), der GRAMME-Ring ist nur noch historisch von Bedeutung, von ihm ist der Bau der Dynamomaschine tatsächlich ausgegangen. Der Trommelanker ist im wesentlichen auch heute noch der Anker der Dynamomaschine.

Größe der induzierten EMK. Wir fragen jetzt nach der Größe der induzierten EMK und untersuchen zunächst, ob ein Unterschied besteht, wenn wir Leiter verschiedener Dicke und aus verschiedenen Stoffen (Kupfer, Eisen usw.) benutzen. Wir stellen zu dem Zweck gleich große Rahmen aus verschiedenen Drahtsorten her und bringen sie nacheinander in der in Abb. 574 gezeichneten Weise in das Magnetfeld. Wir drehen den Rahmen jedesmal mit derselben Geschwindigkeit um denselben Winkel und messen gleichzeitig

mit dem Voltmeter die induzierte EMK. Wir finden dadurch: Drahtdicke und Drahtmaterial sind ohne Einfluß. Diese Unabhängigkeit der Induktion von der Beschaffenheit des Leiters hat schon FARADAY nachgewiesen; sie gilt natürlich nur für die EMK; der Strom würde in einem geschlossenen Rahmen, je nach dessen Leitungswiderstand, verschieden groß sein.

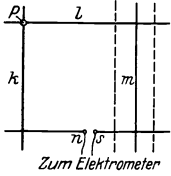


Abb. 578. Ein Drahtrahmen (von vorn gesehen), Seite m längs der sie begrenzenden Seiten parallel mit sich verschiebbar.

Wir fragen weiter: wie ändert sich die induzierte EMK mit der Feldstärke H und welchen Einfluß hat es, wenn der Leiter von der Länge l die Kraftlinien unter dem Winkel ψ mit der Geschwindigkeit u durchschneidet? Worauf es ankommt, übersieht man an der folgenden Versuchsanordnung. In ein gleichförmiges Magnetfeld (seine Kraftlinien sind geradlinig, parallel und äquidistant) bringen wir einen ebenen, rechteckigen Rahmen aus Metallschienen, $klmn$, Abb. 578, einem Fensterrahmen vergleichbar. Der Stab m ist längs l und n parallel mit sich verschiebbar, so daß man die Länge l verändern kann. In einer bestimmte Lage stelle man m fest, so daß l konstant ist. Der Stab l ist selber längs k und m verschiebbar; es ist der Leiter, den wir bei dem Versuch bewegen werden. Bei s ist ein Elektrometer eingeschaltet, das durch die leitenden Schienen k und m die Spannung an den Enden von l mißt. — Diesen Rahmen stellen wir so in das Feld, daß die Kraftlinien, die horizontal verlaufen mögen, senkrecht auf ihm stehen (Abb. 579 a u. b). Solange l stillsteht, schlägt das Elektrometer nicht aus. Verschieben wir l aber in der Richtung des (von P ausgehenden) Pfeiles (Abb. 579 b), so daß es die Kraftlinien senkrecht durchschneidet, so schlägt das Elektrometer aus, d. h. es wird eine EMK in l induziert.

Wie groß wird die EMK unter diesen speziellen Bedingungen? Die Feldstärke sei H , die Länge des Leiters l , seine Geschwindigkeit u . Der Versuch lehrt: die induzierte EMK ist proportional $H \cdot l \cdot u$. Verdoppeln wir also l , lassen aber

Der Versuch lehrt: die induzierte EMK ist proportional $H \cdot l \cdot u$. Verdoppeln wir also l , lassen aber

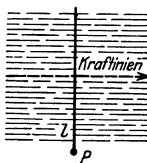


Abb. 579a.

vertikal von oben gesehen.

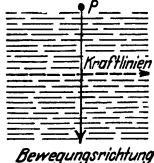


Abb. 579b.

horizontal von der Seite gesehen.

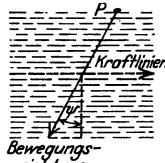


Abb. 579c.

von der Seite gesehen.



Abb. 579d.

von oben gesehen.

H und u ungeändert, so wird auch die EMK doppelt so groß. Verdoppeln wir außer l auch u , lassen also nur H ungeändert, so wird sie viermal so groß; und verdoppeln wir auch H noch, so wird sie achtmal so groß. — Aber die EMK hängt nicht allein von H , l und u ab! Bei der Versuchsanordnung ist die Bewegung des Leiters und die Lage des Leiters rechtwinklig zu den Kraftlinien. Stellt man den Rahmen aber so in das Feld, daß zwar l zu den Kraftlinien rechtwinklig steht (Abb. 579c), die Ebene des Rahmens aber schief dazu, l sich also schräg (etwa von rechts oben nach links unten) bewegt, so kommt nicht die ganze Geschwindigkeit u zur Geltung, sondern nur ihre Projektion auf die gerade Linie (punktirt), längs der sich l vorhin bewegte. Ist ψ der Winkel zwischen der jetzigen Bewegung und jener Geraden, so beträgt die Projektion darauf $u \cos \psi$, der Ausdruck $H \cdot l \cdot u$ geht über in $H \cdot l \cdot u \cos \psi$.

Stellen wir den Rahmen wieder aufrecht, drehen wir ihn aber um seine Vertikalachse, so daß er, von oben gesehen, wie in Abb. 579d zur Kraftlinien-

richtung steht, so kommt nicht die ganze Länge l des Leiters zur Geltung, sondern nur die Projektion von l auf diejenige Gerade (punktiert), in der er sich vorher befand (Abb. 579a). Ist der Winkel zwischen dem Leiter und den Kraftlinien φ , so ist diese Projektion $l \sin \varphi$, und $H \cdot l \cdot u$ geht über in $H \cdot l \sin \varphi \cdot u$. Bewegen wir nun den Rahmen so, daß er von der ersten Versuchsanordnung (Abb. 579a) sowohl in der durch den Winkel φ wie auch in der durch den Winkel ψ charakterisierten Richtung abweicht, so findet man den allgemeinsten Ausdruck für die induzierte EMK: sie ist proportional $H \cdot l \sin \varphi \cdot u \cos \psi$. Sie ist also Null, wenn $\sin \varphi$ oder $\cos \psi$ Null ist, d. h. wenn $\varphi = 0^\circ$ oder wenn $\psi = 90^\circ$ ist, also l parallel zu den Kraftlinien *liegt* oder sich parallel zu den Kraftlinien *bewegt*. Sie ist am größten, wenn $\sin \varphi = 1$ und $\cos \psi = 1$ ist, d. h. wenn φ ein rechter Winkel ist und ψ gleich 0° ist, d. h. wenn der durch Abb. 579b wiedergegebene Fall verwirklicht wird. An diesen allein werden wir uns halten.

Der Ausdruck $H \cdot l \sin \varphi \cdot u \cos \psi$, dem die induzierte EMK proportional ist, ist gleich der Anzahl Kraftlinien (S. 475), die l durchschnitten hat. Z. B. für $\varphi = 90^\circ$, $\psi = 0^\circ$ ist $l \cdot u$ (cm²) das Rechteck, das l (cm) bestreicht, während er sich um die Strecke u (cm) verschiebt. Da die Feldstärke gleich H ist, so kommen auf 1 cm² H Kraftlinien, auf $l \cdot u$ cm² also $l \cdot u \cdot H$ Kraftlinien; diese Kraftlinienzahl ist tatsächlich gleich der Zahl, der die induzierte EMK in diesem Fall proportional ist.

Einheit der elektromotorischen Kraft. Bewegt sich l rechtwinklig zu den Kraftlinien und zu seiner Längsrichtung mit der Geschwindigkeit u und ist H die Feldstärke, so entsteht in l eine EMK, die $H \cdot l \cdot u$ proportional ist. H , l und u kann man in cm, g, sec ausdrücken, also auch die EMK, d. h. wir können sie in *absolutem Maße* messen (wie die Stromstärke [S. 477]). Das Feld habe nun die Stärke $H = 1$ Gauß, der Leiter die Länge $l = 1$ cm und die Geschwindigkeit sei 1 cm/sec in der Richtung $\varphi = 90^\circ$ und $\psi = 0^\circ$. Die Größe der EMK, die dann in ihm entsteht, nennen wir die *absolute Einheit der EMK*. — Sie ist so klein, daß z. B. die EMK eines DANIELL-Elementes gleich 107 Millionen solcher Einheiten ist. In der Praxis mit ihr zu messen, wäre so, wie wenn man Abstände, die nach Kilometer zählen, in hundertstel Millimeter ausdrücken würde. Daher hat man das 100-Millionenfache dieser *absoluten* Einheit als praktische Einheit eingeführt, man nennt sie 1 Volt. Man definiert: *ein Volt ist gleich 10^8 absolute Einheiten der EMK*. Nach diesen Festsetzungen ist also die (unter den vorhin festgesetzten Bedingungen) induzierte EMK $E = H \cdot l \cdot u$ absolute Einheiten oder gleich $H \cdot l \cdot u \cdot 10^{-8}$ Volt, und es ist 1 absolute Einheit der EMK = 10^{-8} Volt.

Das Volt ist auch die reichsgesetzliche Einheit für die EMK. Man würde aber auf fast unüberwindliche Schwierigkeiten stoßen, wenn man in der Praxis den genauen Wert der Volteinheit aus Induktionsmessungen herleiten wollte. Deswegen hat man die gesetzliche Definition auf eine ganz andere Grundlage gestellt. Man benutzt die Beziehung, die nach dem OHMSchen Gesetz zwischen den drei Einheiten für Strom, Spannung und Widerstand besteht. Die Stromeinheit, 1 Ampere, und die Widerstandseinheit, 1 Ohm, sind relativ leicht zu verwirklichende Größen, man hat deswegen das Volt so definiert: Das Volt ist die EMK, die in einem Leiter von 1 Ohm Widerstand einen Strom von 1 Ampere hervorruft. — Und nun zu der Widerstandseinheit, die ebenfalls zur Verwirklichung der Volteinheit erforderlich ist.

Elektrische Widerstände und Widerstandsmessungen. Die absolute Einheit des Widerstandes hat ein Leiter dann, wenn die absolute Einheit der EMK (s. oben) in ihm die absolute Einheit des Stromes (S. 478 u.) erzeugt. Die so definierte Einheit ist im Vergleich zu den Widerständen der Praxis minimal. Man hat deswegen einen 10^9 mal so großen Widerstand — das Ohm — zur praktischen Einheit gemacht. Um aber bei der Kontrolle der in der Praxis benutzten Ohm-Normalen absolute Spannungs- und Strommessungen zu vermeiden, die erheb-

liche experimentelle Anforderungen stellen, hat man gesetzlich das Ohm so definiert: *Der Widerstand einer Quecksilbersäule von 106,3 cm Länge und 1 mm² Querschnitt bei 0° C heißt ein Ohm.* (Die Länge 106,3 cm bringt die gesetzliche Einheit, dem 10⁹ fachen der absoluten Einheit möglichst nahe, s. Fußnote S. 417.)

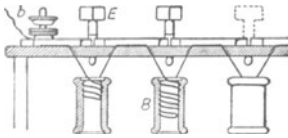


Abb. 580. Zusammensetzung von Widerstandsspulen zu einem Widerstandsatz.

Die Ermittlung des elektrischen Widerstandes eines Leiters in Ohm gehört zu den alltäglichen elektrischen Messungen: man vergleicht ihn mit einem Widerstand, dessen Größe in Ohm man *kennt*. Man benutzt dazu einen *Widerstandsatz*, analog dem Gewichtssatz, den man zum Vergleich von Massen, d. h. zum *Widerstand*, gebraucht. Bifilar (s. u.) gewickelte, Abb. 582, Spulen *B* aus Drähten, so dimensioniert, daß sie einen vorgeschriebenen Widerstand haben, z. B. 10 Ohm, 5 Ohm usw. sind leitend miteinander verbunden (Abb. 580). Mit Hilfe dieses Satzes von Widerständen kann man beliebig viel Widerstand in einen Stromkreis *b* einschalten, in Abb. 581 z. B. 1275 Ohm, indem man die Stöpsel *E* bei 1000, bei 200, bei 50, bei 20 und bei 5 herauszieht und alle anderen stecken läßt (alle andern Spulen „kurzschließt“). Der Strom geht überall durch die dicken Schienen, außer an den Stellen, an denen die Stöpsel *E* herausgezogen sind und an denen er daher durch die dünnen Drähte gehen *muß*.

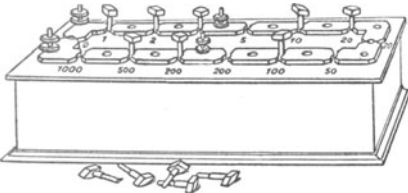


Abb. 581. Widerstandsatz (Widerstandskasten).

Selbstinduktion. Extrastrom. Ein vom Strom durchflossener Leiter liegt stets in einem magnetischen Felde — dem Felde, das der Strom *selber* erzeugt. Jede *Änderung* der Stromstärke — wozu besonders Einschalten und Ausschalten gehören — verändert dieses Feld, und die Veränderung des Kraftfeldes wirkt nun auf den durchströmten *Leiter*, sie induziert eine EMK in ihm (FARADAY). Diese Induktion nennt man, da sie auf den Leiter *zurückwirkt*, Induktion des Leiters auf sich selbst, *Selbstinduktion*, und den dabei auftretenden Strom *Extrastrom*.

Der Extrastrom ist stets so gerichtet, daß er die *Stromänderung* zu hemmen sucht, der er selber seine Entstehung verdankt (LENZsche Regel). Schließt man z. B. einen Strom oder verstärkt man ihn, so erreicht der Strom nicht *sofort* seine volle Stärke, sondern nur allmählich, der Extrastrom *verzögert* sein Anwachsen; *unterbricht* man die Leitung, so verschwindet der Strom *nicht* im Augenblick der Unterbrechung, bei genügender Stärke überbrückt er die Unterbrechungsstelle als ein starker Funken — der Extrastrom verzögert also auch das Verschwinden des Stromes. Am stärksten wird die Selbstinduktion, wenn der Leiter viele dicht beieinanderliegende Windungen bildet, die alle in derselben Richtung auf das äußere Feld einwirken, wie in einem Solenoid (Abb. 542) und besonders, wenn das Solenoid einen Eisenstab umschließt, wie im Funkeninduktor (Abb. 572), weil *das* das Kraftlinienfeld besonders stark verändert. Man unterdrückt die Selbstinduktion einer Spule, wenn man den Draht so aufwickelt, wie es Abb. 582 zeigt: *bifilar*. Je zwei Nachbarwindungen leiten dann den Strom in entgegengesetztem Sinn, so daß ihre magnetischen Felder einander aufheben. Bei Spulen mit großen Widerständen stört aber trotzdem ihre Ladungskapazität. Um diese möglichst klein zu machen, wickelt man Spulen von



Abb. 582. Bifilare Wicklung.

500 Ohm aufwärts nach CHAPERON: man wickelt schmale Schichten von wenigen Windungen und kehrt nach jeder Schicht die Windungsrichtung um (Abb. 583).



Abb. 583. CHAPERON-Wicklung.

500 Ohm aufwärts nach CHAPERON: man wickelt schmale Schichten von wenigen Windungen und kehrt nach jeder Schicht die Windungsrichtung um (Abb. 583).

Auch bei der *Selbstinduktion* hängt die Größe der in der Zeiteinheit induzierten *EMK* von der Anzahl Kraftlinien ab, die der induzierte Leiter in der Zeiteinheit durchschneidet. Sie hängt somit davon ab, wie *schnell* sich die Stromstärke ändert; denn mit der Stromstärke ändert sich ja die Anzahl der Kraftlinien. Daher wird sie beim Öffnen eines Stromkreises (Öffnungsextrastrom) viel größer als beim Schließen (Schließungsextrastrom). Denn beim Schließen wird der *entstehende* Strom durch die *EMK* der Selbstinduktion gehemmt, er steigt nur allmählich von Null zur vollen Größe an, er hat zwar *im Moment* vor der Schließung die Stärke Null, aber *im Moment danach* nicht etwa die volle Stärke. Anders beim Öffnen. Unmittelbar *davor* hat er noch seine volle Stärke, *im Moment danach* ist er Null. Daher wird die *EMK* des Öffnungsstromes sehr vielmal größer als die des Schließungsstromes bisweilen — so groß, daß sie die Öffnungsstelle durch einen Funken überbrückt, in dem die beim Öffnen getrennten Leiterenden schmelzen. — Die Überbrückung *verlängert* die Dauer des Primärstromes, macht seinen Abfall (zu Null) weniger steil und verkleinert dadurch die Induktionsspannung der Stromöffnung. Aus diesem Grunde läßt man in dem Funkeninduktor (S. 488 m.), die Elektrizität, die sich beim Öffnen in dem Funken entladen würde, in den Kondensator strömen, aus dem sie beim nächsten Stromschluß in den Stromkreis fließt.

Außerdem ist die *Form* des Leiters von größtem Einfluß. Benutzt man denselben Draht *eine* Mal geradlinig gespannt, *das andere* Mal als Solenoid, und ändert man beide Male den Strom gleich schnell, so kann das Solenoid eine hundert-, ja tausendmal größere Selbstinduktion als der geradlinige Draht haben. Wickelt man aber den Draht bifilar zu einer Spule, so ist er induktionsfrei. Jede Spule, überhaupt jeder Leiter, ist in dieser Hinsicht charakterisiert durch das Verhältnis, in dem die *EMK* des Extrastromes zu der *Änderungsgeschwindigkeit* des Stromes steht. Dieses Verhältnis heißt der *Selbstinduktionskoeffizient*; man definiert ihn als diejenige *EMK*, die in dem Leiter selbst induziert wird, wenn sich der in ihm fließende Strom in der Zeiteinheit um die *Stromeinheit* ändert. Ändert er sich in 1 Sekunde um 1 Ampere, und ist die Spule so beschaffen (nach Form, Länge, Querschnitt und Windungszahl), daß die *EMK* des Extrastromes 1 Volt ist, so sagt man: der Selbstinduktionskoeffizient dieser Spule ist *Eins*, 1 *Henry*. Dieses Maß ist ungeheuer groß; in der Praxis rechnet man nach tausendstel Henry.

Die Selbstinduktionsnormale der Reichsanstalt, deren Sollwert 1 Henry ist, ist unifilar auf einen Marmorzylinder von 89 mm Durchmesser und 33 mm Höhe gewickelt. Ihre Drahtdicke ist 0,5 mm, ihre Windungszahl 2894, ihr Durchmesser innen 89 mm, außen 155 mm, ihre Höhe 33 mm, ihr Widerstand 94 Ohm.

Das Drahtmaterial ist wie auf die Induktion (S. 491 u.), so auch auf die Selbstinduktion ohne Einfluß, nur darf es nicht ferromagnetisch sein, d. h. Eisen, Nickel, Kobalt.

Wirbelströme. Bisher haben wir nur von *Drähten* gesprochen. Aber was für *Drähte* gilt, gilt auch für *Bleche* und für andere Metallstücke. Die Richtung der induzierten Ströme entspricht stets der *LENZschen* Regel. Da *Bleche* unbegrenzt viele geschlossene Strombahnen enthalten, so rufen die induzierten *EMK* in ihnen stets *Ströme* verschiedenster Richtung und Stärke hervor (*Wirbelströme*). Ihre Energie setzt sich in Wärme um, die die Leiter erhitzt. Z. B. die Primärspule eines Funkeninduktors wird in raschem Wechsel ein- und ausgeschaltet. Um die in dem Magnetkern dabei entstehenden *Wirbelströme* (*FOUCAULTsche* Ströme) möglichst einzuschränken, benützt man als Kern nicht einen massiven Stab, sondern ein Bündel dünner *Drähte*, die man mit *Firn*is überzieht, um sie *voneinander zu isolieren*. Bisweilen setzt man *Maschinenteile*, obwohl sie aus einem Stück her-

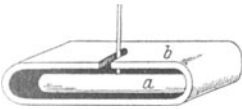


Abb. 584. Zur Bremsung durch Wirbelströme.

gestellt werden könnten, aus aufeinandergeschichteten Blechen zusammen, um durch die Zerteilung des Metalls die Wirbelströme zu vermeiden. Man teilt den Körper so, daß die Trennungsflächen, z. B. die der Bleche, senkrecht auf der Richtung stehen, in der die Ströme verlaufen würden.

Umgibt man (Abb. 584) einen waagrecht aufgehängten, in der Horizontalebene drehbaren Magnetstab *a* mit einem feststehenden dicken, nicht unterteilten Metallgehäuse *b*, z. B. aus Kupfer, und versetzt man ihn in drehende

Schwingungen, so induziert er in den Wänden des Gehäuses Ströme, die nach der LENZschen Regel die Bewegung des Magneten hemmen. Man *dämpft* auf diese Weise die Schwingung der Magnetnadel in den Galvanometern, um zu bewirken, daß die Nadel, ohne zu schwingen (*aperiodisch*), ihre neue Ruhelage einnimmt. — Bewegt man zwischen den Polen eines sehr starken Magneten ein Metallblech hin und her, so *fühlt* man die Wechselwirkung des Magneten mit den Wirbelströmen in dem Bleche als Bremswirkung. Diese Bremswirkung erzeugt man planmäßig in der *Wirbelstrombremse*, einem Dynamometer, das demselben Zweck dient wie der PRONYSche Zaum: an die Stelle der mechanischen Reibung tritt hier der durch die Wirbelströme erzeugte Widerstand. Man läßt eine massive Metallscheibe (etwa das Schwungrad) mit ihrer Peripherie an einem kräftigen Elektromagneten vorbeiräteln, um diesen Widerstand zu erzeugen. Die erzielte Belastung mißt man genau wie beim PRONYSchen Zaum.

Dynamomaschine und Elektromotor. Die Ströme der Elektrotechnik (Beleuchtung, Energieübertragung, Metallurgie) sind stets Induktionsströme. Man erzeugt sie in einer Dynamomaschine. Die Grundlage jeder Dynamomaschine ist im Prinzip (wenn auch in sehr veränderlicher Ausführung) ein System von Leitern, das sich in einem ruhenden Magnetfeld so dreht, wie es Abb. 574, S. 490 veranschaulicht — oder auch ein ruhendes derartiges Leiter-system, um das sich ein Magnetfeld dreht. Eine Dynamomaschine ist danach im Prinzip eine Vorrichtung, die mit Hilfe der rotierenden Relativbewegung von zwei induktiv verketteten Systemen — man nennt sie Stator und Rotor — mechanische Energie in elektrische verwandelt. — Grundsätzlich wichtig ist, daß auf dem durch Abb. 574 veranschaulichten Wege eine periodische *Wechselspannung* entsteht (S. 497 m.), die Urform der Dynamomaschine also die Wechselstrommaschine ist. Man kann aber mit Hilfe einer Schaltvorrichtung in der Maschine, dem Kommutator *k*, auf dem zwei mit den Enden der Ankerwicklung verbundene Kontaktplatten *f* und *f'* (Bürsten) schleifen, dem Strom stets dieselbe Richtung aufzwingen (Abb. 575), die Maschine also zu einer Gleichstrommaschine machen. — Das Feld erzeugt man stets mit Elektromagneten, es erfordert zu seiner Erzeugung also Gleichstrom. Die Gleichstrommaschine kann ihr Feld *selber* erzeugen. Nach WERNER SIEMENS Entdeckung (Elektrodynamisches Prinzip, 1867) besitzt *jedes* Eisen von Natur genug Magnetismus, um einen — wenn auch nur schwachen — Strom zu induzieren. Benützt man diesen Strom zunächst dazu, den von Natur vorhandenen Magnetismus des Eisens zu verstärken und durch den verstärkten Magnetismus stärkeren Strom zu induzieren und setzt man diese wechselseitige Wirkung fort, so bringt man das Eisen allmählich bis zur magnetischen Sättigung und erhält dann induzierten Strom im großen. Das Feld der *Wechselstrommaschine* muß man mit einer *besonderen Gleichstrommaschine* erregen. — Nach den Ausführungen in S. 492 ff. hängt die Größe der induzierten EMK von der Stärke des Feldes ab, von der Länge des Leiters in dem Felde, seiner Geschwindigkeit und der Geschwindigkeit, mit der sich die ihn durchschneidende Kraftlinienzahl ändert. Die Vervollkommenung dieser Einzelheiten sind rein technische Aufgaben.

Anfangs beherrschte die Gleichstrommaschine die Elektrotechnik, weil die Bogenlampen und die Energieübertragung das zu fordern schienen. Seit 1900 etwa herrscht die Wechselstrommaschine, weil für sehr große Leistungen und namentlich weil für hohe Spannungen ihr Bau einfacher ist, und weil die Beleuchtung durch Bogenlampen seitdem keine Schwierigkeit mehr bietet und die Transformierbarkeit den Wechselstrom für Fernleitung geeignet macht. Die Schwierigkeiten bei der Energieübertragung hat vor allem der Drehstrommotor überwunden, der alle anderen Motoren an Leistungsfähigkeit und Ökonomie weit übertrifft. Das physikalische Prinzip, auf dem er beruht, ist das Drehfeld (FERRARIS), ein rotierendes magnetisches Feld, das man durch *Kombination* von mehreren Wechselströmen erzeugen kann, die in bestimmter Weise in ihrer Phase gegeneinander verschoben sind (S. 240 o.).

Der Elektromotor. Dreht man den Anker einer stromlosen Dynamomaschine (ohne angeschlossenen Stromkreis), so erfordert die Unterhaltung der Drehung viel weniger Energie, als wenn Strom durch die Maschine fließt. Das entspricht dem Gesetz von der Erhaltung der Energie. Im *geschlossenen* Stromkreise entstehen die Induktionsströme in den Ankerwicklungen, die infolge ihrer elektrodynamischen Wirkung die *Bewegung* des Ankers im Magnetfeld zu *hemmen* suchen (LENZsche Regel). Diesen Widerstand gegen die Bewegung kann man nur durch Verstärkung der Drehkräfte an der Ankerwelle überwinden. Nach dieser Auffassung muß der (stillstehende) Anker, wenn man in seine Wicklung einen *Strom* schickt (aus einer andern Elektrizitätsquelle), im Magnetfeld *in Drehung geraten*, und zwar in einem Sinne, der, bei gleicher Stromrichtung, der Drehung des Ankers der Dynamomaschine *entgegengesetzt* ist. Das ist der Grundgedanke des Elektromotors. (Dynamomaschinen verwandeln mechanische Energie in elektrische, Elektromotoren elektrische Energie in mechanische.)

Während sich der Anker des Elektromotors dreht, wirkt dessen Magnetfeld auf ihn wie bei der Dynamomaschine, d. h. es induziert in ihm einen Strom, der dem in den Motor hineingesandten entgegengesetzt gerichtet ist. Auch diese hemmende Wirkung wird durch das Gesetz von der Erhaltung der Energie gefordert. Führt man aus einer Batterie von der EMK E die Stromstärke J dem Motor zu, während man seinen Anker festhält, und läßt man den Anker dann los, so sinkt der Strom, wenn der Anker seine volle Geschwindigkeit besitzt, etwa auf J_0 . Der Energieverlust $E(J - J_0)$ ist die Energie des induzierten Gegenstromes. Da vor Beginn der Rotation die Stromstärke viel höher ist als nachher ($J - J_0$), darf man beim Einschalten des Motors nicht sofort die volle Stromstärke einsetzen, da sonst die Spulen überlastet werden. Man darf die Stromstärke nur nach und nach, je nach der zunehmenden Geschwindigkeit der Drehbewegung, auf den maximalen Wert bringen (mit einem Vorschaltwiderstand, *Anlasser*).

Wechselstrom. *Wechselstrom* nennt man einen Strom, dessen Stärke und Richtung sich ständig nach gleich großen Zeitabschnitten in gleicher Weise ändern derart, daß er, graphisch veranschaulicht, eine mehr oder weniger ausgeprägte Wellenform hat (Abb. 585, 592 o.). Der Zeitabschnitt T , nach dessen Ablauf die Stromstärke wieder die gleiche Größe, ihre Richtung den gleichen Sinn hat, heißt die *Periode*. Die zeitliche Änderung des Stromes entspricht im einfachsten Falle der Sinusfunktion. In Abb. 585 ist der Augenblickswert i eines einwelligen Sinusstromes als Ordinate, die Zeit t als Abszisse aufgetragen, die Gleichung der Kurve heißt: $i = J_m \sin \omega t$. Es ist J_m der *Höchstwert*, Scheitelwert, die *Amplitude* des Stromes, ω eine Konstante. Sie bedeutet folgendes: am Ende der Periode T muß i wieder die gleiche Größe und die gleiche Richtung haben wie am Anfang von T . Nach der Gleichung für i trifft das zu, wenn $\omega T = 2\pi$, also $\omega = 2\pi/T$ ist. Die Zahl $1/T$ ist die Anzahl der Perioden *während* 1 sec, man nennt sie *Frequenz* und bezeichnet sie mit n , man hat also $1/T = n$ und $\omega = 2\pi n$. Man nennt ω die *Kreisfrequenz*; es ist die Anzahl der Perioden in 2π Sekunden. Unter der Stromstärke (*effektive* Stromstärke) versteht man die

Quadratwurzel aus dem *Mittel* der i^2 -Werte. Für den durch die Sinuskurve dargestellten Strom ist die effektive Stromstärke $J_\varepsilon = J_m/\sqrt{2} = 0,707 \cdot J_m$. Die Spannung ändert sich ebenso periodisch wie der Strom, die *effektive* Spannung ist $E_\varepsilon = E_m/\sqrt{2} = 0,707 \cdot E_m$. Graphisch veranschaulicht man den nach der Gleichung für i entstehenden Wechselstrom durch Abb. 585: man läßt die Gerade von der Länge J_m in der Ebene der Zeichnung als Radius um den Mittelpunkt des Kreises rotieren und projiziert den Radius in jeder Winkelstellung so auf die Vertikale, wie es die Abbildung zeigt. Die entstehende Kurve entspricht dann der Gleichung $i = J_m \sin \omega t$. Die Winkelgröße $\omega t = 2\pi nt$ nennt man die *Phase* des Stromes oder der Spannung.

Enthält der Stromkreis nur OHMSchen Widerstand, d. h. den Widerstand, wie ihn geradlinige Drahtleitungen haben, dann stimmen Strom und Spannung

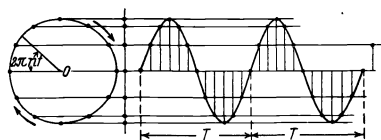


Abb. 585. Sinuswechselstrom. Der um O kreisende Radius vertritt den Scheitelwert J_m der Stromstärke (auch den Scheitelwert E_m der Spannung). Die Abszissen der Sinuskurve geben die Zeit, die einzelnen Punkte entsprechen dem Winkel $2\pi nt$. Die Ordinaten (Projektionen des Radius auf die Vertikale) geben die zugehörigen Stromstärken i (Spannungen e). Der jeweilige Winkel des Radius mit der Abszissenachse gibt die *Phase* des Stromes oder der Spannung an (Phasenwinkel).

in der *Phase* überein, sie erreichen gleichzeitig ihren Scheitelwert, gehen gleichzeitig durch Null, kehren also auch gleichzeitig ihre Richtung um, so wie es Abb. 586 zeigt. Anders aber, wenn die Leitung eine Drahtspule mit Selbstinduktion enthält. Die periodische Änderung des Wechselstromes induziert dann in der Spule einen Sekundärstrom. Dieser wirkt in der dem primären Strome *entgegen-*

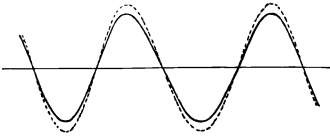


Abb. 586.
Strom und Spannung in der Phase
übereinstimmend.

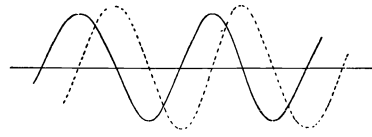


Abb. 587.
Strom und Spannung in der Phase *nicht* übereinstimmend; um einen Phasenwinkel (s. Abb. 585) gegeneinander verschoben.

gesetzten Richtung, die Selbstinduktion verhindert daher, daß der Strom, *gleichzeitig* mit der Spannung, seinen Höchstwert erreicht und *gleichzeitig* mit ihr durch Null geht — sie *verzögert* ihn, und die Spannung eilt ihm um einen bestimmten Winkel, den *Phasenwinkel* φ , voraus, wie es Abb. 587 zeigt. Diesen Winkel bildet der *Stromvektor* mit dem *Spannungsvektor*, wenn wir dasselbe Diagramm dazu benutzen, um die Kurven für Strom und Spannung *gleichzeitig* aufzuzeichnen; φ zeigt, um wieviel die Kurven gegeneinander *verschoben* sind.

Wie groß ist die Effektivspannung, die in einem Stromkreise von R Ohm Widerstand und von L Henry Induktivität einen Effektivstrom von J_e Ampere erzeugt? Diese Spannung ist: $E_e = J_e \sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}$ Volt. Der Phasenwinkel φ ist gegeben durch $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$. Ist $R = 0$, so wird $\operatorname{tg} \varphi = \infty$ oder $\varphi = \frac{\pi}{2}$, das heißt die Stromphase bleibt hinter der Spannung um 90° zurück. Das ist bei hoher Wechselzahl *annähernd* der Fall in Spulen mit sehr hoher Induktivität und sehr kleinem Widerstand.

Das OHMSche Gesetz gilt also für Wechselstrom nur dann, wenn $L = 0$ ist, denn nur dann ist $J = E/R$ (und nur dann ist $\varphi = 0$, d. h. der Strom mit der Spannung in Phase). Die Selbstinduktion wirkt selber wie ein Widerstand. Sie drückt die Stromstärke unter die nach dem OHMSchen Gesetz zu erwartende Größe, Selbst wenn der OHMSche Widerstand Null wäre ($R = 0$), wäre der Strom nicht, wie es bei Gleichstrom der Fall wäre, unendlich groß (Kurzschluß), sondern gleich $E/\omega L$. Man nennt $L\omega$ den *induktiven Widerstand* des Leiters, auch *Induktanz* oder *Reaktanz*.

Daß Selbstinduktion wie ein Widerstand wirkt, kann man z. B. an einer Glühlampe sehen, die hinter eine Spule geschaltet ist und hell leuchtet. Sie wird dunkel, wenn man die Selbstinduktion der Spule vergrößert, indem man einen Eisenkern hineinschiebt. Dieser widerstandsartigen Wirkung wegen benützt die Elektrotechnik (um in Wechselstromkreisen die Stromstärke zu verkleinern) anstatt induktionsfreier Widerstände *Drosselspulen* von großer Induktivität und kleinem OHMSchen Widerstand. Sie schwächen den Strom durch die in ihnen entstehende elektromotorische Gegenkraft, verbrauchen aber selbst fast gar keine Energie, weil ihr OHMScher Widerstand so klein ist, daß die in ihnen erzeugte JOULESche Wärme belanglos ist. Sie verbrauchen nur so viel Energie, wie die Ummagnetisierung der Eisenkerne in ihnen erfordert. — Die Phasenverschiebung des Stromes gegen die Spannung verwickelt die Berechnung der *Leistung* des Wechselstromes. Man findet sie, wenn man die in Ampere und in Volt gemessenen Effektivwerte der Stromstärke und der Spannung miteinander und außerdem mit $\cos \varphi$ multipliziert, sie ist $U = E_e \cdot J_e \cdot \cos \varphi$, wo φ bestimmt ist durch

$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L}{R}$. — Also je nach der Größe von $\cos \varphi$, dem *Leistungsfaktor*, leistet der Strom in gegebener Zeit verschieden viel Arbeit. Ist $\varphi = 90^\circ$ und $\cos \varphi = 0$ (in der Wirklichkeit ist φ niemals ganz 90°), sind also die Kurven für Strom und Spannung um 90° gegeneinander verschoben, Abb. 587, so haben Strom und Spannung in der 1. Viertelperiode gleiches Vorzeichen, in der 2. entgegengesetztes, in der 3. wieder gleiches und so fort; die Arbeitsleistung jeder folgenden Viertelperiode macht daher die der vorhergehenden zu Null — der Mittelwert $E_e J_e$ ist jede Viertelperiode gleich groß, aber abwechselnd positiv und negativ, jeder folgende hebt den vorhergehenden auf. In diesem Falle leistet der Strom keine Arbeit (wattloser Strom): die Arbeit, die er während einer Viertelperiode dem Stromerzeuger entzogen hat, gibt er in der nächsten Viertelperiode dem Stromkreise wieder zurück. Wattlos ist z. B. der Wechselstrom, der durch eine eisenfreie Selbstinduktionsspule von minimalem OHMSchen Widerstand fließt. (Deswegen verzehrt eine dickdrahtige Drosselspule auch bei großer elektromotorischer Kraft der Wechselstromquelle keine Energie, obwohl sie den Strom schwächt.)

Eine Phasenverschiebung von Strom und Spannung tritt im Wechselstromkreise auch dann ein, wenn wir anstatt der Selbstinduktionsspule einen Kondensator einschalten. Der Kondensator lädt sich, entlädt sich dann, lädt sich darauf in entgegengesetzter Richtung und so fort: es fließt also ein Strom in dem Kreise (im Gleichstromkreise kann der Kondensator *keinen* Strom unterhalten), der Kondensator bildet gleichsam eine sekundäre Stromquelle in dem Wechselstromkreise. Wir erhalten wieder zwei gegeneinander verschobene Kurven, aber hier bleibt die *Spannung* hinter dem *Strom* zurück: sie erreicht ihr Maximum später, geht später durch Null als der Strom, sie ist während eines Teiles der Periode dem Strom entgegengesetzt, während des anderen Teiles ihm gleichgerichtet. Hat der Kondensator die Kapazität C , so ist die Effektivspannung $E_e = E_m \sqrt{R^2 + 1/\omega^2 C^2}$. Der Phasenwinkel φ ist gegeben durch $\operatorname{tg} \varphi = -1/\omega C R$. Für $R = 0$ wird $\operatorname{tg} \varphi = -\infty$ oder $\varphi = -\pi/2$, d. h. die Stromphase eilt der Spannung am Kondensator um 90° voraus. (Bei guten Luftkondensatoren ist diese Beziehung streng erfüllt.)

Enthält der Wechselstromkreis *gleichzeitig*, Abb. 588, die Induktivität L und die Kapazität C , dann ist der Phasenwinkel φ gegeben durch $\operatorname{tg} \varphi = \frac{1}{R} \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)$. Falls $\omega L = 1/\omega C$, somit

$\omega = \sqrt{1/LC}$ ist, falls also die Periode der Wechselstromquelle *in dieser besonderen Beziehung* zu der Induktivität und der Kapazität des Stromkreises steht, tritt ein bemerkenswerter Vorgang ein. Um ihn zu verdeutlichen, halten wir uns an die *Stromarbeit* in einem Leiter, in dem Strom und Spannung außer Phase sind. In unserem besonderen Fall ist $\operatorname{tg} \varphi = 0$, also sind Strom und Spannung genau *um eine Viertelperiode* außer Phase: Der Strom ist *daher* wattlos, d. h. er gibt die Arbeit, die er während irgendeiner Viertelperiode verbraucht, in der nächsten Viertelperiode wieder zurück. Spule und Kondensator sind gleichsam während *einer* Viertelperiode *Energienehmer*, während der *nächsten* *Energiegeber* und so fort. Das Wichtigste ist: *die Spule* (der Kondensator) *nimmt*, während der Kondensator (die Spule) *gibt*, denn Spannung und Strom sind ja in der Spule und dem Kondensator nach *entgegengesetzten* Seiten ($+\pi/2$ und $-\pi/2$) außer Phase. Kondensator und Spule werfen abwechselnd einander gleichsam die Energie zu: während der *einen* Viertelperiode verbraucht die Spule die vom Kondensator zurückgegebene Energie, während der nächsten verbraucht der Kondensator die von der Spule zurückgegebene und so fort: die elektrische

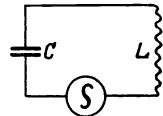


Abb. 588. Induktion L und Kapazität C in einem Wechselstromkreise hintereinandergeschaltet.

Energie strömt zwischen ihnen hin und her — man sagt: sie *schwingt*, und in diesem Sinne spricht man von *elektrischen Schwingungen*. Die elektrische Schwingung besteht in einer periodischen Verwandlung und Rückverwandlung der elektromagnetischen Energie aus der einen Form in die andere: die elektromagnetische Energie, die in dem Stromkreise vorhanden ist, befindet sich in einem bestimmten Zeitpunkt ganz in der *Spule* als Energie ihres *magnetischen* Feldes, eine Viertelperiode später ganz in dem *Kondensator* als Energie seines *elektrischen* Feldes, wieder eine Viertelperiode später wieder ganz und gar in der Spule und so fort.

Ist $1/\omega C = \omega L$, dann ist die Energiebilanz von Spule und Kondensator gleich groß, jeder nimmt so viel wie der andere gibt, es ist keine Differenz zwischen der mittleren Spulenergie und der mittleren Kondensatorenergie vorhanden. Nur so viel wird von der elektrischen Energie in Wärme verwandelt, wie es dem OHMSchen Widerstand des Kreises entspricht — sonst geht nichts davon verloren. Machen wir also den OHMSchen Widerstand praktisch gleich Null, so ist die Stromquelle nicht mehr erforderlich, um den Strom zu *unterhalten*. Ist er einmal in Gang gebracht, so darf man sie beseitigen, ohne daß die Energie zwischen Kondensator und Spule hin und her zu gehen aufhört — wie ein Pendel, das *völlig reibungsfrei* schwingt, niemals zu pendeln aufhört, ohne eines Antriebes von außen zu bedürfen. (Das ist nicht *vollkommen* realisierbar, es gibt weder einen völlig widerstandslosen Stromkreis, noch ein völlig reibungsfreies Pendel.) Beseitigt man die Stromquelle nicht, so wächst die Energiemenge in dem Stromkreise andauernd, da sich die in ihm bereits enthaltene unvermindert erhält, die Stromquelle aber andauernd neue hinein liefert. Das führt zu einer die Leiter gefährdenden Überlastung, gegen die Schutzvorrichtungen erforderlich sind.

Das Besondere des Falles $\omega L = 1/\omega C$ liegt in der Beziehung zwischen den Größen L und C , die den Stromkreis charakterisieren, einerseits und der Größe ω , die die Stromquelle charakterisiert, auf der anderen Seite. Einerseits ist $\omega^2 = 1/LC$, andererseits ist $\omega = 2\pi/T$, wo T die Periode der Wechselstromquelle ist, also $T = 2\pi\sqrt{LC}$ Sekunden, falls L in Henry und C in Farad gemessen ist. Wir kommen also zu dem Ergebnis: hat der Strom die Periode $T = 2\pi\sqrt{LC}$ sec (die Periodenzahl $1/2\pi\sqrt{LC}$), so strömt die in den Stromkreis enthaltene Energie zwischen dem Kondensator von C Farad Kapazität und der Spule von L Henry Induktivität in $T = 2\pi\sqrt{LC}$ sec einmal hin und her, d. h. sie verwandelt sich einmal ganz in die magnetische Energie der Spule und wieder in die elektrische des Kondensators. Man nennt $2\pi\sqrt{LC}$ sec die *Schwingungsperiode* der elektromagnetischen Energie, und zwar der *Eigenschwingungen* dieses durch L Henry und C Farad charakterisierten Stromkreises. Mit dieser Periode, die in diesem besonderen Falle auch die der Wechselstromquelle ist, pendelt die Energie zwischen Kondensator und Spule. Die Wechselstromquelle ist aber an der Erhaltung der Schwingung unbeteiligt (daher *Eigenschwingung* und *Eigenperiode* des Kreises); auch wenn sie abgeschaltet wird, pendelt die Energie in dem aus Spule und Kondensator bestehenden Stromkreise weiter. Man sagt daher: der Stromkreis ist *in Resonanz* mit dem Generator. Er verhält sich wie eine Stimmgabel, die durch Resonanz zum Tönen kommt und forttönt, auch wenn die erste Tonquelle nicht mehr wirkt. Der Ausdruck *Resonanz* ist um so mehr gerechtfertigt, als der aus der Induktivität L Henry und der Kapazität C Farad bestehende Leiterkreis sogar nur *in dem Felde* der Wechselstromquelle von der Periode $T = 2\pi\sqrt{LC}$ sec zu liegen braucht, *ohne mit ihr leitend verbunden* zu sein, um so zu schwingen.

Aber nur, wenn der OHMSche Widerstand R des Stromkreises *unter* einem gewissen Grenzwert liegt, *schwingt* die Energie. Andernfalls ist die Schwingung

a-periodisch (wie die eines Pendels in einer sehr zähen Flüssigkeit). Die strenge Rechnung zeigt

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}} = 2\pi\sqrt{LC} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{R^2 C}{4L}}}$$

Für $R = 0$ wird $T = 2\pi\sqrt{LC}$. Wo also der OHMSche Widerstand R belanglos ist, gilt die einfache Formel. Andernfalls kommt es darauf an, ob $\frac{R^2}{4L^2} \geq \frac{1}{LC}$, also $R \geq 2\sqrt{L/C}$ (dann hat T keinen endlichen Wert, es entsteht überhaupt keine Schwingung) oder ob $R < 2\sqrt{L/C}$ (dann entsteht eine Schwingung mit der von dem Widerstand abhängigen Schwingungsdauer). Ist der Widerstand R gegenüber $2\sqrt{L/C}$ nicht belanglos, so vergrößert er die Schwingungsdauer.

Die Dämpfung ist von den elektrischen Schwingungen untrennbar, um die Schwingungen zu unterhalten, muß die durch Dämpfung verlorene Energie dauernd ersetzt werden, sonst erlöschen sie. Auch um Resonanzschwingungen zu unterhalten, ist die Wechselstromquelle, mit der Spule und Kondensator einen Stromkreis bilden, erforderlich; freilich braucht sie nur soviel Energie nachzuliefern, wie durch Dämpfung verlorengeht.

Andererseits pendelt die Energie zwischen Spule und Kondensator, auch wenn $\omega L \geq 1/\omega C$ ist. Nur sind das dem Kreise *aufgezwungene* Schwingungen (nicht *Eigenschwingungen*), zu deren Unterhaltung erst recht die Stromquelle unerlässlich ist — der Kreis verhält sich wie ein Pendel, das nicht lediglich infolge der Erdanziehung (frei) schwingt, sondern von einer andern Kraft zu anderen als den ihm eigenen Schwingungen gezwungen wird.

Die meisten Wechselstromquellen geben Ströme, die aus einer Grundschwingung und harmonischen Oberschwingungen bestehen. Man kann aber die Oberschwingungen — alle oder ausgewählte — von dem Stromkreise abhalten, wenn man Induktionsspulen und Kondensatoren bestimmter Abmessung in einer bestimmten Weise in ihn einschaltet (K. W. WAGNER). Die Abb. 589, 590, 591 zeigen eine *Drosselkette*, eine *Kondensatorkette* und eine *Siebkette*: die erste unterdrückt alle Schwingungen für die $R > 1/\sqrt{LC}$, die zweite unter-

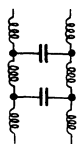


Abb. 589.
Drosselkette.

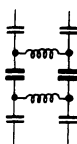


Abb. 590.
Kondensatorkette.

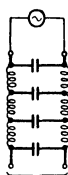


Abb. 591.
Siebkette.

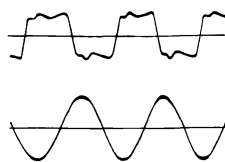


Abb. 592. Unterdrückung von Oberschwingungen eines Wechselstromes durch eine Drosselkette.

drückt alle für die $R < 1/\sqrt{LC}$, die erste befreit einen Wechselstrom von Oberschwingungen, die zweite befreit eine höhere Frequenz von einer tieferen, die dritte läßt nur einen bestimmten nach oben und nach unten begrenzten Frequenzbereich hindurch. Die von K. W. WAGNER angegebenen Siebketten dienen als *Tonsiebe* in einer aus Mikrophon und Lautsprecher bestehenden elektroakustischen Übertragung. Abb. 592 (unten) zeigt die frappante Wirkung einer Drosselkette zur Unterdrückung der Oberschwingungen (oben) einer Stromquelle mit verzerrter Spannungscurve (oder einer zusammengesetzten Klangkurve).

PUPIN-Spule. KRARUP-Kabel. Die telephonische Verständigung auf große Entfernungen wird durch die elektrischen Eigenschaften der Leitungen beeinträchtigt. Der Wechselstrom, den das Mikrophon in die Leitung schickt, erfährt eine mit der Länge der Leitung zunehmende *Dämpfung*. Man kann sie verkleinern, wenn man den Widerstand der Leitung verkleinert, d. h. die Leitung verstärkt, aber die ausreichende Verstärkung langer Leitungen wird durch die Kostspieligkeit unmöglich gemacht. Man kann aber auf einem ganz anderen Wege die Dämp-

fung verkleinern. Die Theorie ergibt für die Dämpfung einen Ausdruck, in dem ein Glied $(R/2)\sqrt{C/L}$ den Ausschlag gibt und auf dessen Verkleinerung es ankommt. R ist der Widerstand der Leitung, C die Kapazität, L die Selbstinduktion (in Henry). Der Bau der Leitungen bringt es mit sich, daß sie bei verhältnismäßig großer Kapazität kleine Selbstinduktion haben. Man muß also, um $\sqrt{C/L}$ zu verkleinern, die Selbstinduktion L vergrößern. Auf oberirdischen Leitungen tut man das nach dem Verfahren von PUPIN (1900): man schaltet Spulen mit großer Selbstinduktion in gewissen *genau berechneten* Abständen in die Leitungen; auf Kabeln benützt man außer PUPIN-Spulen auch das Verfahren von KRARUP (1902): man erhöht ihre Selbstinduktion durch gleichmäßige Umspinnung des Leiters mit einer Lage feinen Eisendrahtes. Erst die PUPIN-Spule und das KRARUP-Kabel haben den Welttelephonverkehr ermöglicht.

7. Elektrische Schwingungen.

Die übliche Wechselstrommaschine hat eine Periode von 0,02 sec, sie kann die *Eigenschwingung* eines Kreises also nur dann erregen, wenn in ihm $2\pi\sqrt{LC} = 0,02$ sec ist. Kapazität und Induktivität eines solchen Kreises sind ungeheuer groß — auch seine Schwingungsdauer. Uns interessieren aber nur Schwingungen von Millionen mal kürzerer Periode (S. 505 m. und S. 509). Schon ein Kreis aus einer Leidener Flasche gewöhnlicher Größe (0,001 Mikrofarad Kapazität, also $C = 10^{-9}$ Farad) und einem Schließungsdraht von etwa 1 m Länge (etwa $L = 10^{-6}$ Henry) hat die Eigenperiode $T = 2\pi\sqrt{10^{-9} \cdot 10^{-6}} = \text{etwa } \frac{1}{5 \cdot 10^6}$ sec.



Abb. 593. Elektrischer Funke, im rapid rotierenden Spiegel gesehen. (Zu beachten: Einer hellen Stelle am linken Rande liegt gegenüber eine dunkle am rechten und vice versa.)

Wie kann man sie erregen? Antwort: dadurch, daß man den Kreis sich über eine Funkenstrecke entladen läßt. Die Funkenentladung ist nämlich nicht ein einmaliger Stromstoß, sondern ein Hin und Her schnell aufeinanderfolgender, kurz dauernder Ströme von *einander entgegengesetzter* Richtung, oder mit HEINRICH HERTZ' Worten: Er setzt sich zusammen, ähnlich dem Schlage einer Glocke, aus einer großen Zahl von *Schwingungen*, das heißt *hin* und *her* gehenden Entladungen, die sich in genau gleichen Perioden folgen. Und daraus erklärt es sich auch, daß die Funkenentladung zwar wie ein stationärer

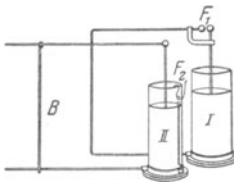


Abb. 594. Zur Resonanz auf elektrische Schwingungen. Flasche I entlädt sich über die Funkenstrecke F_1 . Sie entspricht einer tönenden Stimmgabel, die Flasche II dem Resonator; zwischen den Belegungen von II liegt die Funkenstrecke F_2 . Man stimmt den Stromkreis II auf d. Stromkreis I ab, indem man die Brücke B verschiebt und so die Länge des Stromkreises II ändert. Läßt man I sich über F_1 entladen, so entstehen bei einer bestimmten Stellung von B auch in F_2 Funken, verschiebt man die Brücke aus dieser Stellung, so bleiben die Funken aus, ein Beweis, daß die in II durch I induzierten Ströme je nach der Abstimmung ihres Stromkreises einander dauernd unterstützen oder nicht, wie bei der akustischen Resonanz.

Strom wirkt, elektrolysierend, magnetisierend und induzierend, daß sich aber bei der Elektrolyse des Wassers (WOLLASTON) *beide* Gase — Wasserstoff und Sauerstoff — an *beiden* Elektroden entwickeln, und bei der Magnetisierung einer Nadel, um die herum man die Entladung leitet, die Nadel zum Schlusse den Nordpol bald an dem einen Ende, bald an dem andern hat (J. HENRY 1842). Daß die Funkenentladung ein *oszillierender* Vorgang sein müsse, hat HELMHOLTZ aus dem Satze von der Erhaltung der Energie gefolgert (1847) und hat zuerst FEDDERSEN (1857) experimentell gezeigt. (In der mit einem schnell rotierenden Spiegel aufgenommenen Abb. 593 wechseln [nebeneinander und gleichzeitig einander gegenüber] hellere mit weniger hellen Stellen ab. Die *helleren* bedeuten die von der *Anode* ausgehenden Entladungen; man sieht daraus, daß die Elektroden ihre Polarität dauernd wechseln.) Den stärksten Beweis aber dafür, daß sich der Entladungsschlag einer Leidener Flasche aus *Schwingungen* zusammensetzt, liefert die Tatsache: der Stromkreis einer sich entladenden Leidener Flasche erzeugt in einem ihm ähnlichen (Abb. 594), auf den er *induzierend* wirkt, unter bestimmten Bedingungen eine der Reso-

nanz (S. 256) ähnliche Erscheinung. Läßt man ihn auf einen andern Stromkreis wirken, der seiner Induktivität und seiner Kapazität nach nahezu gleiche Schwingungsdauer haben muß, und ändert man die Kapazität C oder die Induktivität L , also auch die Schwingungsdauer $T = 2\pi\sqrt{LC}$ einer der beiden Stromkreise stetig ab, so muß sich *Resonanz* darin äußern, daß für *bestimmte* Werte von C und von L die Induktionswirkung des einen auf den andern viel stärker ist als für *andere* Werte von C und L . Und so ist es wirklich.

Die *Resonanz* auf elektrische Schwingungen liefert für den *Nachweis* von (mutmaßlich vorhandenen) elektrischen Schwingungen ein ebenso einfaches wie empfindliches Hilfsmittel. Der Resonator, den HERTZ benützte (Abb. 595), ist ein zum Kreise oder zum Rechteck gebogener Draht, den eine sehr kleine Funkenstrecke f unterbricht. Ist der induzierende Stromkreis, der Strahler, in Tätigkeit, so sieht man unter gewissen Bedingungen — sie beziehen sich auf die Lage des Drahtrahmens relativ zu dem induzierenden Stromkreis (seinen Abstand und die Orientierung seiner Ebene im Raum) — bei f kleine Funken. Die Funken deuten auf eine Resonanzwirkung hin, ähnlich der durch Abb. 594 beschriebenen. Sie erklären sich daraus, daß von dem induzierenden Stromkreis ausgehende Schwingungen in dem Drahtrahmen elektromotorische Kräfte induzieren, die groß genug sind, sich über die Funkenstrecke hinweg auszugleichen. Ein gewöhnlicher Wechselstrom könnte in dem Resonator eine solche Wirkung niemals hervorrufen, die von ihm ausgehende Induktion auf einen einfachen Draht, überdies auf großen Abstand hin, ist dazu viel zu klein. In dem HERTZschen induzierenden Stromkreis dagegen, Abb. 596, wechselt die Stromrichtung viele Zehntausendmal schneller, und *das* macht die induzierte EMK so groß, es kommt ja nur auf die *Änderungsgeschwindigkeit* des induzierenden Stromes an.

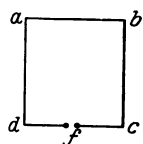


Abb. 595. Drahtrahmen zum Nachweis elektrischer Wellen. (HERTZ.)

Das Hin und Her der Entladung ist eine *Wirkung der Selbstinduktion* (s. S. 494). Die bei der Entladung verschobene Elektrizitätsmenge und die Schnelligkeit, mit der die Spannung (und mit ihr die Stromstärke) sinkt, hängt auch von der Kapazität der sich entladenden Leiter ab. Der Theorie (W. THOMSON) zufolge ist auch hier die Schwingungsdauer (ein Hingang und ein Rückgang) $T = 2\pi\sqrt{L\bar{C}}$, wo \bar{C} die Kapazität der sich entladenden Leiter und L der Selbstinduktionskoeffizient ist. Daß dabei die elektrische Ladung wirklich so schnell hin und her fließt, zeigt S. 456 das BRAUNsche Rohr (Abb. 519), wenn man die Belegungen einer Leidener Flasche mit den Platten FF verbindet. Der Kathodenstrahl wird dann je nach der augenblicklichen Richtung der elektrischen Entladung abgelenkt, die Bewegung des Phosphoreszenzfleckes gibt daher ein Bild der Schwingung (Abb. 520).

Wesensgleichheit zwischen elektrischen Schwingungen und Licht. Versuche über den Einfluß des Dielektrikums, in dem der induzierende und der induzierte Stromkreis eingebettet sind, auf die Induktionserscheinungen führten FARADAY zu der Anschauung, daß die Felder, welche elektrische Ladungen und magnetische Pole im umgebenden Medium hervorrufen, eine gewisse Zeit zu ihrer Ausbreitung bedürfen. Könnten wir an einer Stelle des Raumes plötzlich einen magnetischen Pol erzeugen, so würde die Einwirkung dieses Poles auf eine ferne Magnetnadel nicht im *selben* Augenblick erfolgen, sondern es würde eine gewisse (wenn auch sehr kurze) Zeit verstreichen, bis die Nadel auf den neu entstandenen Pol anspricht. Das zu dem Pol gehörige magnetische Feld braucht eben eine gewisse Zeit, um bis zu der Magnetnadel hinzugelangen. Ganz dasselbe gilt von dem elektrischen Feld, das zu einer elektrischen Ladung gehört.

FARADAYS Zeitgenossen glaubten an eine *unvermittelte* Fernwirkung der elektrischen und magnetischen Kräfte. Erst MAXWELL vermochte den neuen Ideen zu folgen und — weit über FARADAY hinausgehend — sie mathematisch zu formulieren. Die MAXWELLSchen Gleichungen (1864), die Grundlage der neuen Theorie, bringen die Wechselwirkung zwischen magnetischem und elektrischem Felde zum Ausdruck: Wo immer das *magnetische* Kraftfeld eine zeitliche Änderung erfährt — verschwindet oder entsteht — ist *dadurch* in der Umgebung eine bestimmte Verteilung des *elektrischen* Kraftfeldes bedingt, und umgekehrt, wenn das *elektrische* Kraftfeld sich zeitlich ändert, so bedingt dies eine bestimmte Verteilung des *magnetischen* Kraftfeldes. Aus den Gleichungen hat MAXWELL rechnerisch eine Reihe grundlegender Behauptungen gefolgert, die der experimentellen Prüfung zugänglich waren. Sie gipfelten in dem Ergebnis, daß die magnetischen und elektrischen Feldänderungen sich durch den leeren Raum *mit derselben Geschwindigkeit ausbreiten wie die Lichtwellen*. Dies Ergebnis legte die Möglichkeit nahe, die elektrischen Wellen, die ja nach ihrer Entstehungsart aus elektrischen und magnetischen Feldern bestehen mußten, könnten den Wellen ähneln, die eine Lichtquelle aussendet. Die Transversalität der Schwingungen und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von 300 000 km/sec war beiden Wellenarten gemeinsam. Aber erst wenn es gelang, mit elektrischen Wellen diejenigen Vorgänge *herbeizuführen*, die beim Licht als beweiskräftig für seine Wellennatur gelten, und die die Wellenlängen zu messen gestatten, konnten alle Zweifel behoben werden. Das hat HEINRICH HERTZ geleistet.

Bevor wir seine Versuche besprechen (S. 505 f.), suchen wir ein Bild von einer elektromagnetischen Welle zu gewinnen. Wir müssen uns dazu über die Kräfte klar werden, die im Funken das Hin und Her der Ladungen bewirken, und fragen zunächst: warum erfolgt der Ladungsausgleich nicht einfach in der Weise, daß die Elektrizität durch die Funkenstrecke von der einen Kondensatorbelegung zur anderen so lange überfließt, bis die Spannung beiderseits dieselbe ist? Wir ziehen das schwingende Pendel zum Vergleich heran. Das gehobene Pendel fällt, losgelassen, in die Gleichgewichtslage, d. h. seine tiefste Lage, zurück; dort besitzt es infolge des Falles eine große kinetische Energie, und infolge seiner Trägheit steigt es auf der anderen Seite wieder. Sorgen wir dafür, daß der Vorgang völlig reibungslos abläuft, so steigt das Pendel ebenso hoch, wie es gefallen war, und wiederholt das dauernd in derselben Weise. Die anfänglich rein potentielle Energie des Pendels verwandelt sich beim Fall in kinetische Energie, beim Durchgang durch den tiefsten Punkt hat sie ihren Höchstwert erreicht. Beim Steigen des Pendels verwandelt sich die Energie zurück und im Augenblick der Umkehr ist sie rein potentiell. Im Pendel verwandelt sich also ein gewisser konstanter Energiebetrag in bestimmtem Rhythmus abwechselnd aus potentieller in kinetische und aus kinetischer in potentielle Form.

Auch in einer elektrischen Schwingung, die ohne Verlust, d. h. ohne Wärmeentwicklung und ohne Ausstrahlung, vor sich geht, haben wir einen Energiebetrag, der unverändert erhalten bleibt, aber sich in *seiner* Art dauernd in bestimmtem Rhythmus ändert. Dem Wechsel zwischen potentieller und kinetischer Energie im Pendel entspricht der Wechsel zwischen magnetischer und elektrischer Feldenergie in der elektrischen Schwingung. Im Augenblick, in dem der Funke einsetzt, ist die ganze Energie offensichtlich elektrischer Art, sie besteht aus der Ladung des Kondensators. Durch den Funken entlädt sich der Kondensator: es entsteht ein Strom, und dieser *erzeugt ein magnetisches Feld*. Der Strom kann aber nicht plötzlich aufhören in dem Augenblick, wo die Spannung ausgeglichen ist, das abklingende magnetische Feld führt ja jetzt den Strom weiter. Diese Erscheinung ist nichts anderes als die Selbstinduktion. Wir

haben (S. 494) gelernt, daß der elektrische Strom beim Ausschalten nicht plötzlich abbricht, sondern allmählich abklingt (Extrastrom). In einem Stromkreis ohne Kondensator verbraucht sich dieser Extrastrom in der Erwärmung der Leitungsdrähte. Aber beim Oszillator dient er vor allem dazu, den Kondensator wieder aufzuladen, natürlich entgegengesetzt dem ursprünglichen Sinne. Sind keine Energieverluste eingetreten, so erreicht auch der Kondensator bis auf das Vorzeichen *denselben* Ladungszustand wie anfänglich, und das Spiel beginnt von neuem, der Strom fließt jetzt in *entgegengesetzter* Richtung durch die Funkenstrecke. Der Strom besitzt also, wie das Pendel, beim Durchgang durch die Gleichgewichtslage (d. h. im Augenblick des Spannungsausgleichs) Trägheit, die die vorhandene Bewegung der Elektrizität weiterführt. Die Trägheit ist bedingt durch das magnetische Feld, das immer mit strömender Elektrizität verbunden ist, und das beim Aufhören des Stromes einen gleichgerichteten Strom erzeugt — den von FARADAY Extrastrom genannten.

Planmäßige Erzeugung möglichst schneller elektrischer Schwingungen (HERTZ 1887). Für die Prüfung der FARADAY-MAXWELLSchen Theorie (S. 504) an der Erfahrung — eine der wichtigsten Aufgaben der experimentellen Physik — schwingen selbst die Entladungen von Leidener Flaschen viel zu langsam, dazu bedarf es wenigstens 1000mal schnellerer Schwingungen. Hier setzen die Arbeiten von HEINRICH HERTZ ein: er hat (1887) entdeckt, wie man ganz kurze metallische Leiter zu Eigenschwingungen anregt und hat Schwingungen von der Größenordnung 10^{-9} sec erzeugt. Er hat an ihnen die FARADAY-MAXWELLSche Theorie bestätigt, und dadurch die „Fernkräfte“ aus der Lehre von der Elektrizität beseitigt, er hat (1888) bewiesen, daß die elektrische Kraft sich im Raume genau so ausbreitet wie das Licht, und hat dadurch die *Hypothese*, daß *das Licht eine elektrische Erscheinung* sei, zur Gewißheit erhoben. Der physikalischen Technik hat er durch seine Entdeckung die Grundlage für die drahtlose Telegraphie und Telephonie gegeben.

Welches ist nun der springende Punkt bei der Erzeugung so schneller elektrischer Schwingungen? Um T möglichst klein zu machen, muß man gemäß $T = 2\pi\sqrt{LC}$ die Kapazität C möglichst klein machen. Macht man aber die Kapazität der Leiter — die sich über die Funkenstrecke hinweg entladen sollen — *sehr* klein, so reicht die in ihnen aufgespeicherte Energie nicht dazu aus, die Funkenstrecke zu durchbrechen. (*Beliebig* klein darf die Strecke erfahrungsgemäß *nicht* sein [S. 506 o.].) Das ist der springende Punkt: „Ist die Kapazität der Leitungsenden sehr groß, sind es etwa die Belegungen einer Batterie, so vermag der Entladungsstrom dieser Kapazitäten selber den Widerstand der Funkenstrecke hinreichend herabzusetzen; bei *kleinen Kapazitäten* aber muß diese Funktion von einer fremden Entladung übernommen werden“ (HERTZ). Diese *fremde* Entladung hat HERTZ von einem Funkeninduktor leisten lassen, Abb. 596. Der Induktor A lädt zunächst die Kapazitäten C und C' und die Leiter L und L' (sie stellen die Induktivität des Kreises vor.) Ist die Entladungsspannung des Induktors erreicht, so springt bei F ein Funke über und schließt den Kreis. Dieser Induktorfunke — hierauf kommt es an! — erhitzt und ionisiert die Luft¹

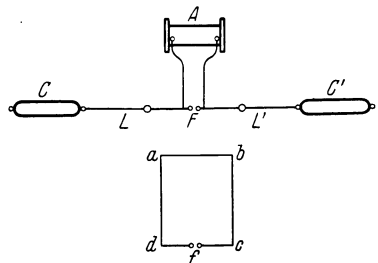


Abb. 596. HERTZscher Oszillator.

¹ Diese Ionisierung tritt bei Luft von Atmosphärendruck z. B. ein, wenn das Feld Beträge von der ungefähren Größe 35 000 Volt/cm übersteigt.

der Funkenstrecke und bringt sie dadurch auf einen niedrigen Widerstand herunter, und *jetzt* entlädt sich der Kondensatorenkreis *schwingend*. Die Energie *schwingt* in dem Kreise ja nur dann, wenn sein OHMScher Widerstand $R < 2\sqrt{L/C}$ Ohm ist, S. 501 o.

Die Luftstrecke wirkt wie ein Momentverschluß, der den Ladungen auf C und C' den Weg zueinander versperrt oder öffnet. Man muß den Verschluß 1. *blitzartig* öffnen und schließen und muß ihn 2. *weit* genug aufreißen. Das heißt: der Funke muß 1. urplötzlich, jäh einsetzen und aufhören, und 2. seine Stromdichte muß groß sein. Das *erste* ist nötig, damit die Entladung *auch* jäh einsetze, denn das erhöht die Selbstinduktion (*Blitzartigkeit* des Funkens ist ja maximale Stromstärkenänderung *pro Zeiteinheit*) und begünstigt daher das *Oszillieren* der Entladung. Das *zweite* ist nötig, damit der Widerstand *sofort* und *weit* genug sinke (unter den Grenzwert $2\sqrt{L/C}$) und während der oszillierenden Entladung unten *bleibe*. Die Funkenstrecke hat pro mm einen erheblichen Widerstand, der Funke darf aber *erfahrungsgemäß* (HERTZ) nicht zu kurz sein. Die Luftstrecke darf also einen gewissen Widerstand nicht überschreiten, doch aber eine gewisse Länge nicht unterschreiten. Ist der Funke erloschen, so strebt die Luft sofort wieder ihrem Anfangszustande zu. — Nicht jede Art von Funken leistet das alles, aber die Entladung eines kräftigen Rühmkorffinduktors tut es; sie übernimmt (bei F in Abb. 596) nach HERTZ' Ansicht daher folgende Funktionen: sie lädt den Kondensator auf ein hohes Potential, sie führt einen jäh einsetzenden Funken herbei, und sie hält nach Einleitung der Entladung den Widerstand der Luftstrecke unter dem kritischen Wert. So macht sie es dem Kondensator möglich, sich schwingend zu entladen, auch wenn seine Kapazität *sehr* klein ist.

Entstehung und Ausbreitung der elektromagnetischen Welle. Die Energie verwandelt sich in dem Oszillator periodisch aus der des elektrischen in die des magnetischen Feldes und umgekehrt. Wie kommen nun die elektromagnetischen *Wellen* zustande, in denen sich die Schwingungen von dem Oszillator aus im Raume ausbreiten? Zunächst: Wie gelangt die Schwingung aus dem Oszillator hinaus?

Während der periodischen Umwandlung der Energie im Oszillator entwickeln sich magnetische Induktionslinien, die die Leiter ringförmig umgeben, und elektrische Kraftlinien, die von einer Kondensatorhälfte zur andern ziehen (die korrespondierenden Ladungen miteinander verbindend).

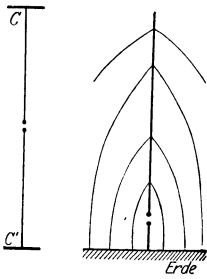
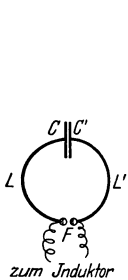


Abb. 597. Geschlossener und offener Schwingungskreis.

Das gilt für den geschlossenen wie für den offenen Schwingungskreis, Abb. 597. Der geschlossene Kreis ist hauptsächlich ein *magnetischer* Oszillator, nur *infolge* seiner magnetischen Oszillationen wirkt er auch elektrisch erregend. Der offene Kreis dagegen ist *der* elektrische Oszillator. Die von ihm aus weit in den Raum hinausreichenden *elektrischen* Kraftlinien geben ihm seinen Charakter: durch sie erregt er den Äther elektrisch. Nach einer Viertel Schwingungsdauer sind die elektrostatischen Ladungen seiner Kondensatorhälften — und damit auch seine elektrischen Kraftlinien — verschwunden,

die EMK also Null; dafür ist aber dann der elektrische Strom mit den die Leiter ringförmig umgebenden magnetischen Induktionslinien zur größten Stärke entwickelt. Die EMK und die magnetisierende Kraft sind nach

HERTZ im Oszillator also um eine Viertelperiode gegeneinander verschoben, die eine im Maximum, während die andere Null ist. Gerade dadurch kam ja die „Schwingung“ zustande. Aber außer Phase sind die elektrische und die magnetische Kraft (nach HERTZ) nur *in* dem Oszillator und *nahe bei* dem Oszillator — an den Punkten, die um eine Viertelwellenlänge und mehr vom Oszillator abstehen, sind die elektrische Feldstärke und die magnetische Feldstärke *in Phase*, und sie bleiben es auch: beide erreichen von da an gleichzeitig ihr Maximum und gehen gleichzeitig durch Null, beide kehren also *gleichzeitig* ihre Richtung um. Aber nur *zeitlich* ist diese Koinzidenz vorhanden, nicht auch *örtlich* (außer dort, wo beide durch Null gehen), denn die Schwingungen der elektrischen Feldstärke und die der magnetischen geschehen in zwei *verschiedenen* Ebenen, die senkrecht zueinanderstehen; Abb. 294 S. 243 zeigt, wie beide Feldintensitäten gleichzeitig miteinander zu- und abnehmen und gleichzeitig ihre Richtung umkehren.

Das „*in Phase*“ oder „*außer Phase*“ der elektrischen und der magnetischen Kraft entscheidet darüber, *wie* sich die Energie im elektromagnetischen Felde *bewegt*, d. h. ob sie schwingt (vgl. S. 500 o.), wie in einem Pendel, oder ob sie strömt wie in einem Flusse. POYNTING (1884) berechnet die Änderung des Energieinhaltes eines Raumes unter der Annahme, die Energie trete *nach Art einer Substanz* durch die den Raum umgrenzende Oberfläche. Nach POYNTING „fließt“ die Energie in einem variablen elektromagnetischen Felde in einer Richtung, die auf den Richtungen der elektrischen und der magnetischen Kraft senkrecht steht; sie kehrt die Richtung ihres Fließens *um*, wenn nur *eine* von beiden ihre Richtung umkehrt, sie behält aber ihre Strömungsrichtung *bei*, wenn beide Kräfte gleichzeitig ihre Richtung umkehren. *In* und *dicht bei* dem Oszillator „fließt“ die Energie (nach HERTZ) ganz anders als an den Punkten, die um $\lambda/4$ und mehr von ihm abstehen. In dem Bezirk, dessen Punkte um *weniger* als $\lambda/4$ von ihm abstehen, sind die elektrische Feldstärke und die magnetische Feldstärke an manchen Punkten *in Phase*, an manchen *außer Phase*, an manchen einander sogar diametral entgegengesetzt. An manchen Punkten kehrt nur *eine* von beiden ihre Richtung um, an anderen kehren *beide* ihre Richtung *gleichzeitig* um, und daher *schwingt* die Energie nur *zum Teil* in diesem Raumbezirk, geht aber zum andern Teil, und zwar zum größeren, nach außen. Nach HERTZ erklärt sich das daraus, daß die entstehende Welle nicht lediglich den Vorgängen im Oszillator selber ihre Entstehung verdankt, sondern aus den Zuständen des ganzen ihn umgebenden Raumes hervorgeht, und dieser *der eigentliche Sitz der Energie ist*. — Jenseits jenes Bezirkes (der Kugel von $\lambda/4$ Radius) wachsen und fallen die elektrischen und die magnetischen Feldstärken an jedem Punkte gleichzeitig: kehrt die eine ihre Richtung um, so tut es auch die andere und daher ist der Energiefluß von jener Grenze an beständig nach außen gerichtet — *nichts* kehrt mehr zurück, *alles* geht als *Strahlung* in den Raum hinaus.

Sieht man den Oszillator als den Anfangspunkt der *magnetischen* Welle an, so sieht es also so aus, wie wenn der Anfangspunkt der *elektrischen* Welle eine Viertelwellenlänge *davor* läge, so daß die magnetische Welle ihn erst eine Viertelperiode nach ihrer Entstehung passiert, und wie wenn von *diesem* Punkte an beide Wellen *in Phase* zusammen weitergingen, um die Energie hinauszutragen, das *Strahlungszentrum* der elektromagnetischen Welle also $\lambda/4$ vom Oszillator entfernt läge. — Ob es viel oder wenig ist, was von dieser Grenze an nach außen wegstrahlt und für den Oszillator verlorengeht, ist eine Frage der Wellenlänge. Bei langen Wellen liegt das um eine Viertelwellenlänge abstehende Strahlungszentrum weit weg vom Oszillator, und die Störung ist daher dort nur geringfügig; der größte Teil der Energie kehrt in diesem Falle zum Oszillator zurück, und seine Dämpfung wird nur von dem Ohmschen Widerstande bestimmt.

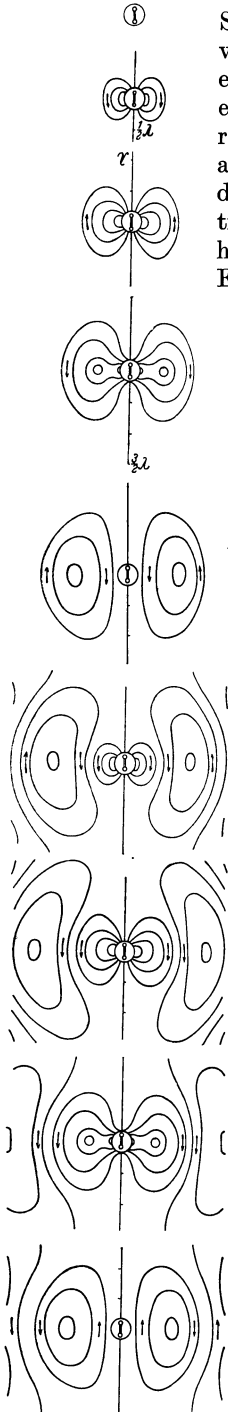


Abb. 598. Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle im Raume (nach HERTZ).

So ist es z. B. bei einer gewöhnlichen Wechselstrommaschine von 50 Perioden, deren Viertelwelle 750 km lang ist. Aber ein kleiner HERTZ-Oszillator, dessen Viertelwellenlänge nur einige Zentimeter lang ist, strahlt ungeheuer stark, und das rapide Erlöschen seiner Schwingungen (infolge der Energieabgabe während der Zeitdauer eines Funkens) ist fast ganz dieser Ursache zuzuschreiben. Um die erregten Schwingungen trotz der Ausstrahlung dauernd auf der gleichen Intensität zu halten, muß man den Strahlungsverlust durch fortwährende Energiezufuhr zum Oszillator aufwiegen.

Die elektrische Schwingung des Strahlers wirkt induzierend auf dessen Nachbarschaft. Die dadurch erzeugte Störung schreitet von Punkt zu Punkt in dem den Strahler umgebenden Raume fort, unter Mitwirkung der wechselseitigen elektrischen und magnetischen Erregungen des Äthers. In Form einer frei im Raume fortschreitenden Welle breitet sie sich aus *mit der Geschwindigkeit des Lichtes*. Um den Mechanismus der Wellenentstehung im Bilde darzustellen, hat HERTZ für einen besonderen Fall die dabei auftretenden Kräfte berechnet und die Kraftverteilung schematisch wiedergegeben. Die Kurven der Abb. 598 bedeuten die elektrischen Kraftlinien, ihre jeweilige Dichte entspricht der Feldstärke in Volt/cm. Die Kraftlinien treten aus den Polen des Oszillators aus und dehnen sich in den ihn umgebenden Raum hin aus. Ihre Anzahl wächst bis zu einem Maximum, von da an beginnen sie sich wieder in den schwingenden Leiter zurückzuziehen. Als *elektrische* Kraftlinien verschwinden sie dort, aber ihre Energie wandelt sich dort in *magnetische* Energie um. Hierbei geschieht etwas sehr Merkwürdiges: die Kraftlinien, die sich am weitesten von ihrem Ursprung entfernt haben, biegen sich, während sie sich zusammenziehen, seitlich ein, die Einbiegung wächst und schließlich schnürt sich von jeder der äußeren Kraftlinien eine *in sich geschlossene Kraftlinie* ab, die selbständig im Raume wandert. Der Rest der Kraftlinie tritt in den schwingenden Leiter zurück. (Die Zahl der zurückkehrenden Kraftlinien ist also *ebenso* groß, wie die Zahl der ausgegangenen, ihre *Energie* aber ist um die der abgeschnürten Teile vermindert. Dieser Energieverlust entspricht der Ausstrahlung in den Raum.)

Weit weg von dem Strahler ist die Welle eine reine Kugelwelle, die radial fortschreitet wie z. B. die Schallwelle (Seite 253). Aber die Energieverteilung auf die einzelnen Punkte ist ganz anders: die Schallwelle enthält in jedem Punkte derselben Kugelfläche *gleich* große Energie, d. h. die Energie in irgendeinem Punkte hängt *nur* von dessen *Abstand* von der Schallquelle ab. Anders in der elektromagnetischen Kugelwelle: hier hängt die Energie in einem gegebenen Punkte von dessen *Abstand* vom Strahler ab *und außerdem* vom Azimut und von der

Höhe des Punktes, bezogen auf den Strahler als Mittelpunkt. In der Äquator-ebene des Senders ist sie am größten, mit der Annäherung an die Richtung des Senders nimmt sie zu Null ab. Abb. 599 zeigt das schematisch an einem Quadranten einer Meridianebene, die Kraftliniendichte ist ein Maximum senkrecht zum Strahler, in der Richtung des Strahlers Null.

Experimenteller Beweis für die Wesensgleichheit der elektromagnetischen Wellen und der Lichtwellen. Daß sich die Induktion im Luftraum tatsächlich *wellenförmig* ausbreitet, wird durch Erscheinungen bewiesen (HERTZ), die sich zwanglos aus der Annahme erklären, daß sich (durch Interferenz) *stehende Wellen* im Luftraum ausbilden — in Optik und Akustik die stärksten Argumente für die *Wellennatur* des Lichtes und des Schalles. Stehende Wellen bilden sich ja immer dann aus, wenn zwei Wellenzüge interferieren, die gleiche Wellenlänge und Schwingungsamplitude haben und die sich in einander entgegengesetzter Richtung fortpflanzen. Auch stehende *elektrische* Wellen mit *Knoten und Bäuchen* können sich so ausbilden: Die Funkenstrecke F des Induktors (Abb. 600) sendet die Wellen aus. Senkrecht zur Verbindungslinie bF von Oszillator und Resonator (links am Ende zwischen bb sichtbar) stehe ein großer Blechschirm A . Der Abstand zwischen Oszillator und Schirm sei fest, der Resonator längs bF verschiebbar. Bringt man den Resonator dicht an A , so zeigt er keine Funken, entfernt man ihn längs bF allmählich von dem Schirm, so treten Funken auf, die sich stetig verstärken, bis sie von einer bestimmten Stelle an wieder schwächer werden. Ab- und Zunahme des Funkenspiels wiederholt sich in regel-

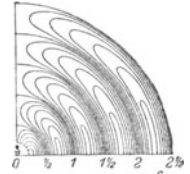


Abb. 599. Zur Ausbreitung einer elektromagnetischen Welle.

mäßigen Abständen wiederholt sich in regelmäßigen Abständen von dem Schirm (Maxima bei den Punkten a , Minima bei den Punkten b). Das läßt in der Tat auf Interferenz schließen: die von dem Oszillator mutmaßlich ausgehenden Wellen treffen den Schirm und werden von ihm reflektiert; die ankommende und die reflektierte Welle interferieren dann, wobei sich ähnlich wie Abb. 298 S. 245 Schwingungsbäuche und -knoten ausbilden. Während aber in einer Orgelpfeife oder im KUNDTschen Rohr die Luft, also Materie schwingt, sind es bei den elektromagnetischen Wellen die magnetischen und elektrischen *Kraftfelder*, die durch ihren raschen *Wechsel* das Wesen der Schwingungen ausmachen. Und: während beim Schall die Bewegungsrichtung der Luftteilchen mit der Fortpflanzungsrichtung der Welle zusammenfällt, ist bei der elektrischen Welle die Richtung der Kraftfelder *senkrecht* zur Fortpflanzungsrichtung, Abb. 294 S. 243.

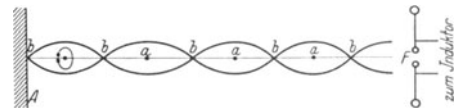


Abb. 600. Stehende elektrische Welle.

Nachdem HERTZ gesehen hatte, daß Metallflächen die elektrischen Wellen reflektieren, lag der Versuch nahe, die Wellen durch einen parabolisch gekrümmten Hohlspiegel zu konzentrieren und dadurch parallel verlaufende „Strahlen elektrischer Kraft“ herzustellen. In dem Parabolspiegel in Abb. 601 (aus Blech gebogen), ist der Oszillator derart eingebaut, daß seine Funkenstrecke mit der Brennnlinie zusammenfällt. Die von ihm ausgehenden Schwingungen werden in der aus der Abbildung ersichtlichen Weise reflektiert und bilden einen Wellenzug, den ein zweiter gleichartiger Parabolspiegel auffangen kann. Sind die Spiegel, wie A und B , einander zugekehrt, so spricht der Resonator R in der Brennnlinie von B auch bei großem gegenseitigen Abstand der Spiegel lebhaft an. Bringt man aber B nach B' , so erlöschen die Funken im Resonator R' , ein Beweis,



Abb. 601. Reflexion elektrischer Wellen an Parabolspiegeln.

Das Experiment zeigt, daß die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen in der Natur der Ausbreitung Lichtwellen entspricht. Die Wellen sind transversal, d.h. die Schwingungsebene steht senkrecht auf der Ausbreitungsrichtung. Die Wellenlänge ist durch die Distanz zwischen zwei aufeinanderfolgenden Bäuchen (a) oder Knoten (b) gegeben. Die Wellen sind durch Interferenz von zwei entgegengesetzt gerichteten Wellen entstanden. Die Wellen sind durch die Reflexion an den Parabolspiegeln konzentriert worden. Die Wellen sind durch die Reflexion an den Parabolspiegeln konzentriert worden. Die Wellen sind durch die Reflexion an den Parabolspiegeln konzentriert worden.

daß die elektrischen Wellen durch geeignete Reflektoren in parallelen Strahlenbündeln zusammengehalten werden können.

Mit demselben Versuchsaufbau konnte HERTZ noch andere grundlegende Eigenschaften der elektrischen Wellen feststellen: die Funken in R erloschen, sobald man einen Metallschirm in den Strahlengang brachte, aber ein Brett oder eine Glasplatte hatte keinen derartigen Einfluß. Metalle absorbieren bzw. reflektieren also die elektrischen Wellen, Isolatoren aber lassen sie hindurchtreten, beides im Einklang mit der MAXWELLSchen Theorie.

Ein Elementarversuch der Optik zeigt, daß Lichtstrahlen beim Durchgang durch ein Prisma aus ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt, gebrochen werden. HERTZ hat einen ähnlichen Versuch mit elektrischen Wellen ausgeführt. In den Strahlengang des Oszillators O (Abb. 602) schaltete er ein Prisma P (etwa

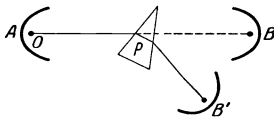


Abb. 602. Brechung elektrischer Wellen in einem Asphaltprisma.

1 m Kantenlänge) ein, aus Asphalt, der elektrische Wellen gut durchläßt. Der Resonator sprach *nicht* an, wenn er sich bei B in der Achse des Hohlspiegels A befand, sondern erst dann, wenn er um einen erheblichen Winkel aus dieser Richtung herausgedreht war (Stellung B'): das bedeutet auch bei elektrischen Wellen eine Strahlenbrechung wie bei Lichtwellen.

Erfolgreiche Versuche über die Beugung und die Polarisation der elektrischen Wellen haben auch die letzten Zweifel behoben, ob elektrische Wellen und Lichtwellen wesensgleich sind. Nur die Wellenlänge unterscheidet sie voneinander: die HERTZschen Wellen messen nach Meter, die Lichtwellen nach zehntausendstel Millimeter. — HERTZ' Arbeiten haben zahllose Versuche veranlaßt, immer schnellere elektrische Schwingungen zu erzeugen, immer kürzere elektrische Wellen. Die kürzeste dürfte die von NICHOLS und TEAR erzeugte von 0,22 mm Länge sein.

Drahtwellen. Die Knoten und die Bäuche, ferner die Übereinstimmung der Feldrichtung an Punkten derselben Halbwelle und die Gegensätzlichkeit benachbarter Halbwellen sind mit der Anordnung Abb. 600 sinnlich am Resonator wahrnehmbar. HERTZ hat daran überhaupt *entdeckt*,



Abb. 603. Anordnung von LECHER zur Erzeugung elektromagnetischer Wellen (Drahtwellen).

daß die Wirkung der primären Schwingung vom Oszillator aus sich *von Punkt zu Punkt* fortpflanzt: er hat sie an einem Draht vom Oszillator weggeleitet und dabei längs des Drahtes die Bäuche und Knoten mit seinem Resonator entdeckt. Man

benutzt jetzt zu ihrem Nachweis gewöhnlich die von LECHER (1890) stammende Anordnung (Abb. 603) mit zwei Platten C_1 und C_2 , die in einigen Zentimeter Abstand den Platten B_1 und B_2 gegenüberstehen, und mit den zwei von ihnen ausgehenden parallelen etwa 20 cm voneinander abstehenden, 7—8 m langen blanken Drähten; ein Drahtbügel D , der sie verbindet und an ihnen entlang verschiebbar ist, erlaubt beliebig lange Strecken auf ihnen abzugrenzen ($D_1D_2D_3$). Die Drähte C_1 und C_2 laden sich, wie die mit ihnen verbundenen Platten, abwechselnd positiv und negativ. Verbreitete sich die Wirkung der Schwingung *momentan*, so würden sämtliche Punkte desselben Drahtes *gleichzeitig* dasselbe Potential haben wie die mit ihm verbundene Platte, und das elektrische Feld zwischen den Drähten würde als *Ganzes* schwingen. Zwischen je zwei gegenüberliegenden Punkten längs der Drähte würde in einem gegebenen Moment überall dieselbe Spannungsdifferenz wie zwischen den *Platten* herrschen. Es tritt aber etwas ganz andres ein. Das zeigt ein GEISSLER-Rohr, mit dem man (LECHER) die Drähte überbrückt — es leuchtet auf, aber an verschiedenen Stellen der Drähte verschieden hell, an manchen stark, an manchen

gar nicht oder doch so gut wie gar nicht. Es markiert dadurch die Bäuche und die Knoten der stehenden elektrischen Welle. Umgibt man (ARONS) die Drähte mit einem Glasrohr, das man luftdicht abschließt und wie ein GEISSLER-Rohr evakuiert, so leuchtet der ganze Zwischenraum zwischen C_1 und C_2 gleichzeitig, und zwar mit ähnlichen Helligkeitsabstufungen.

Das erinnert uns an die schwingende Luftsäule und die Stellen des maximalen und des minimalen Aufleuchtens der KÖNIGSchen Flamme (Abb. 337), ja sogar an die offene und die gedackte Pfeife (Abb. 332 und 333), je nachdem der Drahtzwischenraum am Ende offen oder leitend geschlossen ist: die Orte des maximalen und des minimalen Aufleuchtens liegen beide Male anders. Die Punkte des stärksten Aufleuchtens sind diejenigen, zwischen denen die Spannungsdifferenz am stärksten schwankt, dort liegen die elektrischen Schwingungsbäuche; längs der Drähte finden sich mehrere. In der Mitte zwischen zwei Nachbarbäuchen liegt ein Schwingungsknoten, er entsteht aus der Interferenz zweier Wellen: einer von dem Strahler kommenden und einer am Ende des Drahtsystems reflektierten. Verbindet man zwei einander gegenüberliegende Punkte durch eine Drahtbrücke (Kurzschluß), so bleibt die Polarisation des Feldes dort aus, es entsteht ein Knoten. Verbindet man die *Enden* der Drähte unmittelbar miteinander (kurz), so erzwingt man dort einen Knoten, enden die Drähte frei, so liegt am Ende ein Bauch. Legt man zwischen die Brücke und das kurzgeschlossene Ende des Drahtsystems quer über die Drähte ein GEISSLER-Rohr und verschiebt man die Brücke, so findet man diejenigen Stellen des Drahtzwischenraumes, bei deren Kurzschließung die Röhre am *stärksten* leuchtet, an denen also ein Schwingungsbauch liegt. Durch Verschieben der Brücke wird der zu dem Schwingungskreis des Oszillators gehörige Teil des Drahtsystems verlängert (verkürzt) und der hinter der Brücke liegende Teil verkürzt (verlängert). Man kann so das Drahtsystem in Resonanz mit dem Erreger bringen. Es hat eine Eigenschwingung, die von seiner Länge abhängt, und die durch Änderung seiner Länge mit dem Oszillator in Resonanz gebracht werden kann und die infolge der Kleinheit der Induktivität und der Kapazität von sehr kurzer Periode ist. (Durch die Brücke ist dieser Kreis mit dem Oszillator *gekoppelt*, man sagt: *galvanisch* gekoppelt, zum Unterschied gegen die *induktive* Koppelung, bei der nur Kraftlinien zwei Kreise miteinander verbinden.) Der Abstand von zwei benachbarten Knotenpunkten ist die Hälfte einer Wellenlänge, man kann also mit Hilfe eines GEISSLER-Rohrs *an den Drähten die Wellenlänge abmessen*.

Die Drahtwellen sind von großer Bedeutung für den Ausbau der FARADAY-MAXWELLSchen Theorie. Das Drahtsystem zeigt unmittelbar die Länge λ der elektrischen Welle, ermittelt man daneben die Schwingungsdauer T , sei es durch Rechnung (HERTZ), sei es mit der LECHER-Anordnung (MERCIER 1922), so gibt λ/T die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Welle: sie ergab sich auf diese Weise gleich der Lichtgeschwindigkeit in der Luft ($v = 299\,790 \pm 20$ km/sec).

Leitet ein Draht die Wirkung der primären Schwingung in die Ferne, wie in Abb. 603, so erfährt das *Innere* des Drahtes *nichts* davon, alle die Welle ausmachenden Veränderungen spielen sich in seiner Umgebung und nur an seiner Oberfläche ab. In ihn *hinein* dringt die Wirkung kaum tiefer als das Licht, das auf seine Oberfläche fällt und reflektiert wird. Das ist eine Wirkung der Selbstinduktion: ein *konstanter* Strom in einem zylindrischen Draht erfüllt jeden Teil des Querschnittes mit gleicher Stärke, ein veränderlicher bevorzugt die *Randgebiete*, ein *Wechselstrom* um so mehr, je größer seine Wechselzahl ist. Der Theorie nach muß diese Bevorzugung schon bei einigen hundert Wechseln pro Sekunde merklich sein und mit der Zahl der Wechsel sehr rasch wachsen. Bei

vielen Millionen pro Sekunde muß sich die Strömung auf die Oberfläche des Drahtes beschränken (skin-Effekt). HERTZ hat diese Theorie bestätigt: die schnellen Schwingungen seines Erregers gleichen hier fast statischen Ladungen. Wie diese, so befinden auch sie sich nur auf der Oberfläche der Leiter: sie erzeugen sogar ein elektrodynamisches Seitenstück zu FARADAYS elektrostatischem Käfigversuch (S. 405).

Die MAXWELLSche Beziehung $n^2 = \epsilon$ (1860). Elektromagnetische Wellen pflanzen sich nicht *in dem Leiter* fort, sondern gleiten in dem Dielektrikum *an dem Leiter entlang* (S. 511 u.). Dann kann aber die Fortpflanzungsgeschwindigkeit auch nur von der Natur des Dielektrikums abhängen, nicht von dem Leitermaterial. Und so ist es in der Tat. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit hängt offenbar davon ab, welchen Widerstand der Stoff seiner dielektrischen Polarisierung entgegensezt, d. h. den elektrischen und den magnetischen Verschiebungen. Diesen Widerstand charakterisieren die Dielektrizitätskonstante ϵ und die magnetische Permeabilität μ . Nennen wir die Geschwindigkeit der Welle im *leeren Raume*, im „Äther“, c cm/sec und ihre Geschwindigkeit in dem durch ϵ und μ charakterisierten Stoffe v cm/sec, so ist nach MAXWELL $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \cdot \mu}}$ cm/sec. Die Zahl μ ist für alle Stoffe

nahezu gleich 1, es ist daher $v = c/\sqrt{\epsilon}$ cm/sec. Die Richtigkeit der Gleichung $v = c/\sqrt{\epsilon}$ erweist sich durch die Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektrischen Wellen in der Luft, deren Dielektrizitätskonstante (D.-K.) ja 1 ist: sie ist gleich der Lichtgeschwindigkeit gefunden worden (S. 511 u.).

Trifft eine Welle, die sich in einem Isolator von der D.-K. ϵ_1 ausbreitet, auf einen Isolator von der D.-K. ϵ_2 , etwa eine ebene Wand aus diesem Isolator, so ändert sich ihre Geschwindigkeit aus $v_1 = c/\sqrt{\epsilon_1}$ in $v_2 = c/\sqrt{\epsilon_2}$. Trifft sie dabei schief auf die Trennungsebene, so ändert sie zugleich ihre Fortpflanzungsrichtung, sie wird *gebrochen*. Zwischen ihren Fortpflanzungsrichtungen vor und nach der Brechung einerseits und den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 andererseits besteht eine Beziehung von grundsätzlicher Bedeutung (MAXWELL). Abb. 604 ist ein senkrechter Schnitt

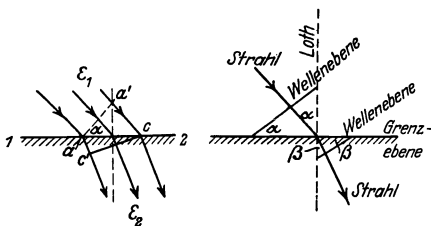


Abb. 604.

Brechung elektromagnetischer Wellen.

Abb. 605.

Abb. 604 ist ein senkrechter Schnitt durch die Grenzfläche 1, 2 zwischen den beiden Dielektrizis und durch eine ebene Welle (S. 248 o.), die aus ϵ_1 kommt und schief auf die Grenzfläche trifft. (Wir können uns aa' , den Schnitt senkrecht zur Zeichnungsebene und zur Fortpflanzungsrichtung der Welle, als lineare Welle denken, an zwei Drähten entlang gehend, die in der Ebene der Zeichnung liegen und schief auf 1, 2 treffen.) Während die elektromagnetische Störung in ϵ_1 noch $a'c$ zurücklegt, rückt in ϵ_2 die Störung schon um ac' vor — dabei verhält sich ac' zu $a'c$ wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Störung in ϵ_2 zu der in ϵ_1 , d. h. es ist $\frac{a'c}{ac'} = \frac{v_1}{v_2}$, und in demselben Verhältnis rückt sie von den zwischen a und c liegenden Punkten aus vor. Bis also in ϵ_1 die Störung den Punkt c erreicht, ist sie in ϵ_2 bereits bis zu einer Ebene vorgerückt, die senkrecht auf der Zeichnungsebene stehend, diese in $c'c$ schneidet. Es ist dann in ϵ_2 eine ebene Welle vorhanden, die mit 1, 2 den Winkel β bildet, Abb. 606. Das heißt aber: tritt die ebene Welle aus ϵ_1 in ϵ_2 , so ändert sie ihre Richtung, indem der Neigungswinkel α in den Neigungswinkel β übergeht. Man nennt α den *Einfallswinkel* und β den *Brechungswinkel*. Zwischen diesen beiden

einerseits und den Fortpflanzungsgeschwindigkeiten andererseits besteht eine wichtige Beziehung. Es ist $\sin \alpha = \frac{a'c}{ac}$ und $\sin \beta = \frac{ac'}{ac}$, also $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{a'c}{ac'}$. Ferner ist (s. o.) $\frac{a'c}{ac'} = \frac{v_1}{v_2}$. Also ist $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}}$ (da ja $v = c/\sqrt{\epsilon}$).

Dieses *Verhältnis* ist für die beiden durch die Konstanten ϵ_1 und ϵ_2 charakterisierten Stoffe selber eine Konstante (n). Gleichviel wie groß der Einfallswinkel ist — der dazugehörige Brechungswinkel ist gegeben durch:

$$\frac{\sin \text{Einfallswinkel}}{\sin \text{Brechungswinkel}} = \frac{\sqrt{\epsilon_2}}{\sqrt{\epsilon_1}} = n.$$

Diese *Beziehung* ist eine der *Hauptstützen* der *elektromagnetischen Theorie des Lichtes*, denn sie gilt auch für Lichtwellen: wir denken uns an Stelle der elektrischen Welle eine Lichtwelle, die Stoffe 1 und 2 durchsichtig und 1, 2 als ihre Grenzebene; n ist dann der Lichtbrechungsquotient, die *Brechungszahl* (S. 520 u.). Befindet sich einerseits der Grenzebene der leere Raum oder die Luft, andererseits irgendein anderer Stoff, dessen D.-K. ϵ ist, so haben wir für die elektromagnetische Welle $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \sqrt{\epsilon}$ und für die Lichtwelle $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n$, woraus folgt $n^2 = \epsilon$ (wo ϵ für ϵ_2 steht), die übliche Formulierung für die MAXWELLSche Beziehung.

Aber ein Stoff hat *viele* Lichtbrechungsquotienten n (für jede Farbe einen anderen), dagegen nur *eine* Dielektrizitätskonstante nach der Definition (S. 406 u.). Mit welchem n sollen wir das so definierte $\sqrt{\epsilon}$ vergleichen? Die Beziehung $n^2 = \epsilon$ besteht *nahezu* für Gase (atm. Luft, Wasserstoff, Kohlensäure, Kohlenoxyd, Stickoxydul), deren Brechungsquotient sich mit der Farbe nur wenig ändert, auch für einige Kohlenwasserstoffe, z. B. Benzol, Petroleum, Schwefelkohlenstoff. Aber im allgemeinen ist $\sqrt{\epsilon}$ viel größer als n . So ist z. B. für Wasser $\sqrt{\epsilon} = 9$, für Methylalkohol 5,7, für Äthylalkohol 5,0, während ihr n , auf gelbes Licht bezogen, 1,33 — 1,34 — 1,36 ist.

Der Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung verschwindet, wenn man die Theorie — die ja bisher nur den leeren Raum (*Äther*) berücksichtigt hat — durch gewisse Annahmen erweitert, die auch die *Materie* berücksichtigen. Diese Erweiterung der Theorie (HELMHOLTZ) erklärt die Brechung aus einer Wechselwirkung zwischen dem Äther und den Molekülen der Stoffe, oder viel mehr dem Äther und den mit den Molekülen verbundenen Elektronen, also aus einem Einfluß der Moleküle auf die Ätherschwingung. Diese Wechselwirkung zeigt sich nicht nur an den optischen Brechungsquotienten n , sondern auch an der D.-K. ϵ . Die D.-K. mißt die Verschiebung der Elektrizitätsmenge in dem Stoffe, wenn er in einem *elektrostatischen* Felde dielektrisch polarisiert wird. Bei dieser Definition (S. 406 u.) der D.-K. ist das Feld als unveränderlich vorausgesetzt. Wenn aber elektromagnetische Wellen es durchziehen, wechselt es periodisch. Ist seine Wechselperiode so verschieden von der Eigenperiode der Ionenmolekeln, daß die Molekeln *nicht* mitschwingen, so hat diese Änderung auf die dielektrische Verschiebung, also auch auf die D.-K., keinen Einfluß. Bringt seine Wechselperiode aber die Ionen zum Mitschwingen, so wird dadurch die bei der dielektrischen Polarisation verschobene Elektrizitätsmenge beeinflusst und die D.-K. dadurch *abhängig* von der den Feldwechsel hervorrufenden *Wellenlänge*. — Bei der elektrostatischen Messung der D.-K., benützt man ein konstantes Feld, also ein Feld, das sich *unendlich langsam* ändert. Es entspricht einem Felde, das von einer *unendlich langsamen* Schwingung, d. h. einer Welle von *unendlich großer* Länge durchzogen wird. Die elektrostatisch gemessene D.-K. ϵ bezieht sich somit gleichsam auf unendlich große Wellenlänge.

Wir gehen nun wieder zu der Beziehung $n^2 = \varepsilon$ zurück. Die D.-K. ε ist elektrostatisch (mit dem Elektrometer) gemessen, sie gilt quasi für unendlich lange elektromagnetische Wellen. Der Brechungsquotient n aber ist optisch (mit dem Spektrometer, S. 551) aus Winkeln zwischen Lichtstrahlen gemessen, d. h. an elektromagnetischen Wellen, die nach zehntausendstel Millimeter rechnen, gilt also nur für minimal kurze Wellen. Für das so gemessene n ist, wie wir sahen, die MAXWELLSche Beziehung im allgemeinen *nicht* erfüllt. Wo die MAXWELLSche Beziehung nur *angenähert* besteht, liegt eine berechnete Erklärung für die Abweichung in der Verschiedenheit der Wellenlängen, mit denen wir optisch auf der einen und elektrisch auf der andern Seite operieren. Seit HERTZ' Entdeckungen können wir aber elektromagnetische Wellen erzeugen, die im Vergleich mit Lichtwellen als *unendlich lang* gelten können, die aber doch so kurz sind, daß wir mit ihnen wie mit Lichtwellen operieren können. (Eine 50 cm lange HERTZ-Welle verhält sich zu einer grünen Lichtwelle von ca. 0,0005 mm etwa wie 1 km zu 1 mm.) Messen wir n direkt (wie in Abb. 602, wo ein Prisma aus Pech an den HERTZschen Wellen dasselbe leistet, was ein Glasprisma an Lichtwellen leistet) aus der Ablenkung gebrochener elektromagnetischer Strahlen, also mit Hilfe von elektromagnetischen Wellen, die als unendlich lange *Lichtwellen* angesehen werden dürfen, so erhalten wir z. B. für Wasser $n = 9$, also $n^2 = 81$; nach den genauesten elektrometrischen Messungen ist $\varepsilon = 80$. Elektrischen Wellen gegenüber, die überaus lang sind im Vergleich mit den *Lichtwellen* (aus denen allein n früher, vor HERTZ ermittelt werden konnte) *gehört* Wasser also der MAXWELLSchen Beziehung, und ebenso jeder andere Stoff, dessen Brechungsquotient aus elektrischen Wellen ermittelt wird.

Diese Messungen mit besonders „kurzen“ elektrischen Wellen beweisen die MAXWELLSche Beziehung gleichsam von der *elektrischen* Seite her. Von der *optischen* Seite her erkennt man ihr Bestehen an Messungen mit *Reststrahlen*, besonders „langen“ Lichtwellen, so langen, daß sie nachweislich (DUBOIS und RUBENS) die Eigenschaften der elektrisch erzeugten Ätherwellen haben. Die Wellenlänge $\lambda = 56 \mu$ (von RUBENS und ASCHKINASS aus dem Auerbrenner isoliert) ist 112mal so lang wie die des mittleren Grün und immer noch 70mal so lang wie die des äußersten sichtbaren Rot. Für diese Welle hat Quarz den unerwartet großen Brechungsquotienten $n = 2,18$, also $n^2 = 4,75$; seine D.-K. ist 4,55 bis 4,73. Für das mittlere Grün ($\lambda = 0,5350 \mu$) ist $n = 1,5466$, also $n^2 = 2,39$, für das äußerste sichtbare Rot ($\lambda = 0,7682 \mu$) ist $n = 1,539$, also $n^2 = 2,37$, d. h. *kaum halb so groß wie die D.-K.* Die von LODGE kurz und klar formulierte Voraussage hat sich durchaus erfüllt: „Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen zutreffend zu vergleichen, müssen wir lernen entweder die elektrischen Wellen zu verkürzen, oder die Lichtwellen zu verlängern, oder beides, und dann beide miteinander vergleichen, wenn sie dieselbe Länge haben. Es kann nicht ernstlich bezweifelt werden, daß sie sich als identisch herausstellen werden.“

Drahtlose Telegraphie und Telephonie. Die von HERTZ gebrauchte Anordnung (Abb. 596) enthält die Möglichkeit, Zeichen in die Ferne zu senden und dort wahrnehmbar zu machen, und bildet dadurch die Grundlage der drahtlosen Telegraphie. Aber nur die prinzipielle Grundlage. Die Einzelheiten bedürften großer Verbesserungen, um technisch verwendbar zu sein. Die Wellentelegraphie hat vier Aufgaben zu lösen. Sie muß 1. hochfrequente Schwingungen im *Sender herstellen*, 2. elektrische Wellen durch den Sender *ausstrahlen*, 3. die elektrischen Wellen durch den *Empfänger* aufnehmen, 4. die empfangenen Schwingungen *wahrnehmbar* machen. (Vom Sender zum Empfänger breiten sich die Wellen von selber aus, die Wellentelegraphie greift nur als *Richtungstelegraphie* in den Vorgang ein.) Vor allem hat sich die Notwendigkeit ergeben, den Sender in zwei getrennte Teile zu zerlegen: einen, in dem die *Schwingungen* entstehen, und einen,

der sie in den umgebenden Raum ausstrahlt und dadurch die Entstehung der elektrischen *Wellen* in dem Raume veranlaßt. Bei HERTZ sind diese beiden Funktionen (Schwingungserzeugung, Ausstrahlung) in *einem* Schwingungskreise vereinigt, ebenso noch bei MARCONI. Erst BRAUN verteilte sie auf zwei (miteinander *gekoppelte*) Kreise. Aber der zweite Kreis wirkt auf den ersten *zurück*, es kommt zu Kollisionen zwischen beiden, wie die Abb. 131 b (1) andeutet. MAX WIEN glückte es, den Fehler zu umgehen durch eine Funkenvorrichtung, die so wirkt, wie Abb. 131 b (2) es zeigt. Aber von den *Funken* ist die *Dämpfung* der Wellen untrennbar, und die Dämpfung beeinträchtigt die Resonanzscharfe des Empfängers d. h. die Möglichkeit, den Empfänger scharf auf den Sender abzustimmen. Deswegen suchte man *unge-dämpfte* Wellen herzustellen, Wellen, deren Amplitude konstant bleibt. Das glückt mit dem Lichtbogen, mit der Hochfrequenz-Wechselstrommaschine (FESSENDEN, GOLDSCHMIDT, VON ARCO), und vor allem mit der Elektronenröhre.

NB! Eine elektrische Schwingung, die man sich selber überläßt, ist *stets* gedämpft. Die Amplitude der Schwingung, die bei der Entladung über eine Funkenstrecke entsteht, sinkt schnell auf Null, weil nach Beginn der Entladung des Kondensators die Energiezufuhr zu Ende ist. Die Schwingung gleicht der eines physischen Pendels, das einmal angestoßen und dann sich selbst überlassen wird und infolge von Lagerreibung und Luftreibung schließlich zur Ruhe kommt. Die *unge-dämpfte* elektrische Schwingung dagegen gleicht der eines physischen Pendels, dessen Reibungsverlust (wie an einem Uhrpendel durch Gewichts- oder durch Federantrieb) dauernd *kompensiert* wird. „Ungedämpft“ ist sie also nur deswegen, weil man durch *andauernde Energiezufuhr* die Schwingungs-amplitude an der Abnahme verhindert.

Die Entladung über eine Funkenstrecke ist nicht das einzige Verfahren, um einen Schwingungskreis großer Frequenz zu Eigenschwingungen zu veranlassen. Ein Gleichstromlichtbogen kann die Funkenstrecke ersetzen (DUDELL). Je nach der Größe von Stromstärke und Widerstand einerseits, Kapazität und Induktivität andererseits entstehen verschiedene Arten von Schwingungen.

Die Schwingungen „erster Art“ sind Sinuswellen, die sich dem Gleichstrom überlagern, die Strom-amplitude im Schwingungskreise (effektive Stromstärke) ist kleiner als der Bogenlampengleichstrom und der Lichtbogen erlischt niemals. Die Schwingungen „zweiter Art“ hat die Form Abb. 606, jede

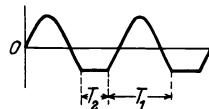


Abb. 606.
Schwingungen „zweiter Art“
eines Lichtbogens.

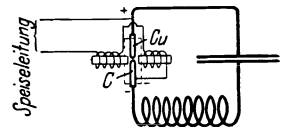


Abb. 607.
POULSEN-Lichtbogen.

Periode besteht aus der Entladungsdauer T_1 , während der der Lichtbogen brennt, und der Ladedauer T_2 , während der sich der Kondensator auflädt und der Lichtbogen erloschen ist. Nur die Schwingungen zweiter Art kann man mit praktisch genügender Energie beladen (drahtlose Telegraphie). Man sucht die Ladedauer möglichst abzukürzen, und die Zündspannung möglichst rasch anwachsen zu lassen, und dazu ist es erforderlich, das Gas zwischen den Elektroden schnellstens zu entionisieren. Um wirksam abzukühlen, erzeugt POULSEN den Bogen in Wasserstoff und zwar zwischen Kupferanode und Kohlenkathode und läßt während des Stromdurchganges ein magnetisches Gebläse das Gas aus der engsten Stelle zwischen den Elektroden, wo der Bogen am leichtesten wieder zünden würde, hinaustreiben, Abb. 607. Der gewöhnliche Lichtbogen (DUDELL) ist wegen der geringen Energie seiner Schwingungen für die drahtlosen Nachrichtenübertragung nicht brauchbar, wohl aber der POULSEN-Bogen; er ist für die drahtlose Telegraphie von großer Bedeutung: seine Schwingungen sind ungedämpft.

Weder eine Funkenstrecke noch ein Lichtbogen schließt den Schwingungskreis L_1RC (Abb. 608) in dem Anodenstromkreise der Elektronenröhre. Er ist durch *Rückkopplung* (zwischen L_1 und L_2) mit dem Gitterkreise in Wechselwirkung. Man sagt: er kommt durch *Rückkopplung* in Schwingung (MEISSNER). Beim Schließen des Anodenstromkreises induziert der entstehende Strom eine EMK in der Spule L_1 ,

sie erzeugt einen Wechselstrom in dem Kreise L_1RC , der infolge des Energieverbrauches in dem Kreise sofort abklingt, wenn ihm nicht von außen Energie zugeführt wird. Er induziert in L_2 und daher auch zwischen Gitter und Kathode eine Wechselfspannung von seiner eigenen Frequenz. Diese Gitterwechselfspannung veranlaßt Schwankungen in der Anodenleitung und diese erzeugen nun ihrerseits

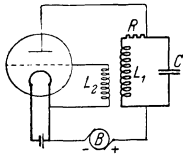


Abb. 608. Zur Erzeugung von elektromagnetischen Schwingungen durch Rückkopplung (MEISSNER).

mittels der Spule L_1 in L_1RC eine EMK derselben Frequenz. Gibt man den Spulen L_1 und L_2 den richtigen Wicklungssinn, so ist diese EMK in Phase mit dem in L_1RC schon vorhandenen Wechselstrom, führt also dem Kreise Energie zu. Die Amplitude des Wechselstromes klingt daher nicht nur nicht ab, sie steigt vielmehr an, und schließlich stellt sie sich auf einen konstanten Wert ein: es entsteht in dem Kreise eine ungedämpfte Schwingung — eine sich selber steigernde Wirkung, ähnlich wie bei der Selbsterregung nach dem dynamoelektrischen Prinzip. (Schaltet man in den Kreis ein Telephon,

so hört man einen Ton von konstanter Höhe und Stärke, ein Beweis, daß der Kreis tatsächlich schwingt und in unveränderter Stärke und Frequenz schwingt.) Durch passende Wahl der Kapazität C und der Induktivität L kann man der THOMSONSchen Formel gemäß jede beliebige Frequenz der Schwingungen erzeugen. Das Verfahren, durch Rückkopplung Schwingungen zu erzeugen, ist für die Technik von der größten Bedeutung für die Erzeugung ungedämpfter Schwingungen.

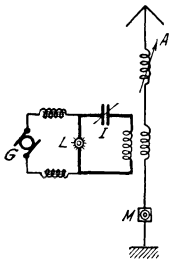


Abb. 609. Zur Erzeugung ungedämpfter Schwingungen. L = Lichtbogen, I = Schwingungskreis, G = Gleichstrommaschine für etwa 500 Volt, die Schwingungen werden durch induktive Kopplung auf die Antenne A übertragen und durch das Mikrophon M von der Sprache beeinflusst.

Die im Sender erzeugten Schwingungen werden auf die mit ihm verbundene Antenne übertragen und von ihr in den umgebenden Raum ausgestrahlt. Dadurch entstehen in ihm elektromagnetische Wellen, sie pflanzen sich nach allen Richtungen fort, also auch zu der Empfangsstation, dort erzeugen sie in einer Antenne hochfrequente Schwingungen und diese macht man in einem Empfänger durch gewisse Kunstgriffe wahrnehmbar. Man verwandelt sie durch besondere Vorkehrungen (Detektoren) in Gleichstrom oder vielmehr in Gleichstromstöße, die man soweit nötig durch Elektronenröhren verstärkt und entweder mit einem Telephon abhört oder einem Schreib- oder Druckapparat zuführt. Die technischen Einzelheiten gehören nicht hierher.

Auch für Telephonie kann man die in einem Sender erzeugten Schwingungen und die Ausbreitung der von ihm ausgehenden elektrischen Wellen benutzen. Für die Übertragung des Schalles eignen sich nur ungedämpfte kontinuierliche Schwingungen. Überlagert man diesen die Stromschwankungen, die in einem Mikrophon entstehen, so werden auch diese Hochfrequenzschallschwankungen durch die Strahlung über die Erdoberfläche hinweg übertragen und werden von jedem gewöhnlichen drahtlosen Empfänger (Antenne mit Detektor) quantitativ richtig wiedergegeben und hörbar gemacht. Abb. 609 zeigt das Prinzipielle der einfachsten und ältesten Anordnung zur drahtlosen Telephonie.

Die Erzeugung der Schwingungen und ihre Beeinflussung durch Sprache und Musik ist technisch vollkommen im Röhrensender. Der Telefunktöhrensender hat den Rundfunk (Radio) möglich gemacht (Einführung des Röhrensenders und des Rückkopplungsprinzips in die Radiotechnik durch A. MEISSNER, 1913). — Erwähnt sei noch die Hochfrequenztelephonie längs Leitungen: auf derselben Fernsprechleitung können (neben dem gewöhnlichen Ferngespräch) noch

eine ganze Reihe von Gesprächen *gleichzeitig* geführt werden, wenn sie aus Röhrenden kommen. Man hat es dann mit Hochfrequenzwechselströmen zu tun, kann daher an den Empfangsstellen durch Resonanzkreise die verschiedenen in einem Draht gleichzeitig vorhandenen Wechselströme und somit die einzelnen Gespräche trennen. Die Hochfrequenz-Mehrfachtelephonie gestattet dadurch, ein Telephonnetz mit viel mehr Anschlüssen zu belasten, als es sonst zulässig wäre.

Das Licht (Optik).

A. Geometrische Optik.

1. Entstehung und Ausbreitung des Lichtes.

Lichtempfindung und Licht. Den Unterschied zwischen hell und finster kennt jeder aus Empfindungen im Auge. Auch im Hellen können wir uns die eine oder die andere verschaffen, indem wir die Augen schließen oder öffnen. Wir sagen, wenn sie offen sind, daß „Licht“ hineinfällt. Wir sprechen also von „Licht“ als einer *Ursache*, die in uns „Licht“-*Empfindung* hervorrufen kann, und erkennen das Auge als den Vermittler. Gelegentlich aber empfinden wir Helligkeit auch im geschlossenen Auge und auch im Finstern, z. B. bei einem Schlag auf das Auge, oder wenn ein elektrischer Strom in bestimmter Richtung durch den Kopf fließt, überhaupt bei jedem „Reiz“ auf den vom Auge zum Gehirn führenden Sehnerven. Man kann, ähnlich der Definition der Schallempfindung, die *Lichtempfindung* definieren als: *die dem Auge eigentümliche Reaktionsweise gegen äußere Reizmittel*. Gegen alle äußeren Reizmittel! Das Reizmittel, das als der *normale* Erreger der Lichtempfindung gilt, *nennen* wir „Licht“. Diese Bezeichnung, die von einer besonderen Empfindung abgeleitet ist, ist zu eng, denn dasselbe Erregungsmittel erzeugt, wenn es unsere Hautnerven erregt, Wärmeempfindung und kann auch Vorgänge herbeiführen (photographische), die mit Empfindungen nichts zu tun haben.

Hier beschäftigt es uns lediglich als das Etwas, das die Lichtempfindung hervorrufen kann.

Entstehung und Ausbreitung des Lichtes. Die normale Ursache der Lichtempfindung ist eine *Lichtquelle*. Die einfachste Vorstellung davon, *wie* sich das Licht von ihr aus *verbreitet*, schien die zu sein, daß die Lichtquelle Körperchen, *Korpuskeln*, aussendet, die, wenn sie das Auge treffen, die Lichtempfindung hervorrufen. Diese *Korpuskulartheorie*, *Emissionstheorie* (NEWTON 1672), nach der das Licht ein Stoff wäre, hatte etwa seit 1830 bis zum Beginn dieses Jahrhunderts nur noch geschichtliche Bedeutung. Einige ihrer Folgerungen widersprachen der Erfahrung, sie kann auch — und das entschied damals über ihr Schicksal — die Interferenzerscheinungen des Lichtes nicht erklären. — Was versteht man darunter? Man vergegenwärtige sich den durch Abb. 351, S. 281 erläuterten Vorgang: Schallwellen aus *derselben* Schallquelle gelangen dort auf zwei *verschiedenen* Wegen *gleichzeitig* in das Ohr, und unter gewissen (dort angegebenen) Bedingungen ist der Schall trotzdem *nicht* wahrnehmbar. Man denke sich das Ohr durch das Auge ersetzt, die Schallquelle durch eine Lichtquelle und die dort für die Schalleitung bestimmte Vorrichtung durch eine, die dem gleichen Zwecke für das Licht dient. Man versteht dann, was mit Interferenzerscheinungen des Lichtes gemeint ist, wenn wir sagen: es sind *Lichterscheinungen*, bei denen *Licht* zu *Licht hinzugefügt* unter gewissen Bedingungen *Dunkelheit* erzeugt. Wir können uns nicht vorstellen, daß, wenn *Licht ein Stoff* ist und *Helligkeit* erzeugt, *wie* es möglich sein soll, durch *Hinzufügung desselben* Stoffes zu jenem Stoff *Dunkelheit*

zu erzeugen¹. Wir können aber die Interferenzerscheinungen befriedigend erklären, wenn wir das Licht als *Wellenbewegung* deuten, d. h. ähnlich wie den Schall. Die *Wellentheorie des Lichtes* (HUYGENS, YOUNG, FRESNEL) nimmt an, daß gewisse Teilchen in dem leuchtenden Körper sehr schnell schwingen, daß diese Schwingungen sich von dem Körper aus im Raume ausbreiten und, wenn sie unseren Sehnerven treffen, in ihm die Lichtempfindung hervorrufen. Gewisse Erscheinungen zwingen zu der Annahme, daß die Schwingungen *senkrecht* zu ihrer Fortpflanzungsrichtung erfolgen (Abb. 283), nicht wie bei den Schallschwingungen *in* der Fortpflanzungsrichtung (Abb. 284). Sofort erhebt sich die Frage: Wie gelangen die Schwingungen der Lichtquelle zum Auge? Den Schall übertragen die Schwingungen der zwischen Schallquelle und Ohr liegenden Materie — der festen, der flüssigen, der gasartigen, für gewöhnlich der Luft. Das Licht aber geht auch durch den *leeren* Raum. Materie kann es also nicht sein, was die Schwingungen von der Lichtquelle aus verbreitet. Die Wellentheorie nimmt an, daß es der *Äther* ist. Sie schreibt ihm zunächst nur die Eigenschaft zu, daß er *überall* vorhanden ist, an *jedem Punkte* auch im leeren Raume, und daß er schwingen und dabei Energie übertragen kann. Die Übertragung des Lichtes von der Lichtquelle zum Auge haben wir uns dann so vorzustellen: zunächst gerät der Äther dicht an der Lichtquelle in Schwingungen, die Schwingungen teilen sich dem Äther zwischen Lichtquelle und Auge mit und versetzen schließlich den *an die Netzhaut des Auges grenzenden Äther* in Bewegung, und dessen Schwingungen üben den Reiz aus, der die Lichtempfindung hervorruft.

Diese Theorie des Lichtes ist ein Seitenstück zu der des Schalles. Man hat sie seit ihrer allgemeinen Anerkennung (vor rund hundert Jahren) beträchtlich ändern oder vielmehr: erweitern müssen. Die Vorstellung von der Ausbreitung durch Wellen, *Querwellen*, ist zwar geblieben; aber die Vorstellung davon, wie sie entstehen, und das *Bild*, das man sich von der Lichtwelle gemacht hatte, hat man ändern müssen. Ursprünglich hatte man angenommen: die Ätherteilchen schwingen *infolge der elastischen Kräfte*, die zwischen ihnen wirken, und bilden dabei die *Querwellen*. Aber Querschwingungen können sich an einer Punktreihe (Abb. 283) nur dann fortpflanzen, wenn die zwischen den Punkten wirkende elastische Kraft Schubelastizität (S. 156f. und 251) ist. Aber Schubfestigkeit (Scherfestigkeit) besitzen nur *feste* Stoffe; man mußte daher dem Äther die charakteristische Eigenschaft eines *festen* Stoffes zuschreiben. Aber die Weltkörper, die sich dauernd durch den Äther hindurch bewegen, behalten ihre Geschwindigkeit unverändert, werden also von dem Äther gar nicht gehemmt; man mußte dem der Annahme nach *festen* Stoff daher die Eigenschaft eines reibungsfreien *Gases* zuschreiben — ein unerträglicher Widerspruch! Diesen Widerspruch vermeidet (S. 504) die *elektromagnetische Theorie des Lichtes* von MAXWELL (1864): die Wellen entstehen ihr zufolge durch elektrische und magnetische Vorgänge im Äther, die sich an jedem Ätherteilchen periodisch wiederholen und auf seine Nachbarn übertragen. Eine Lichtwelle

¹ Aber als „Lichtquantentheorie“ (S. 655 u.) gewinnt die Emissionstheorie neues Interesse; die neueste Forschung hat gezeigt, daß die Korpuskelttheorie und die Wellentheorie einander nicht ausschließen, sondern in einer höheren Einheit verschmelzen. In dieser neuen Theorie der Quantenmechanik und Quantenelektrodynamik wird nicht nur für das Licht, sondern auch für die Materie selbst, sowohl die Vorstellung von Teilchen (Atomen, Elektronen-Lichtquanten) als auch die von Wellen zugelassen als anschauliche Umschreibungen der tatsächlichen, aber der Anschauung unzugänglichen Vorgänge; die Anwendbarkeit des einen oder des andern Bildes hängt von den Versuchsbedingungen ab und es wird gezeigt, daß dabei niemals Widersprüche entstehen können. Die Wellennatur der Materie ist durch Interferenzversuche mit Elektronen (Kathodenstrahlen) einwandfrei nachgewiesen worden (S. 655).

ist danach eine räumlich und zeitlich periodische Veränderung des elektromagnetischen Feldes. Eine „Welle“ ist *diese* periodische Veränderung im Äther in demselben Sinne, in dem der Wechsel zwischen Verdichtung und Verdünnung bei der Ausbreitung des Schalles im Luftmeer eine „Welle“ ist, d. h. in bildlicher *Umdeutung*: die Kurve, die die Zustandsänderung des elektromagnetischen Feldes darstellt, hat Wellenform, Abb. 294. — Auch diese Theorie hat erweitert werden müssen, weil sie die Farbenzerstreuung des Lichtes nicht erklären konnte, während die auf LORENTZ Vorstellungen gegründete Elektronentheorie der Dispersion mit der Erfahrung gut übereinstimmt. Ferner hat die Relativitätstheorie die Vorstellung eines materiellen Äthers unmöglich gemacht, aber das elektromagnetische Feld wird als empirisch gegeben angenommen. — Für die folgende Darstellung ist es belanglos, ob wir die Schwingungen durch elastische oder durch elektromagnetische Kräfte hervorgerufen denken. Wir beziehen uns deswegen stets auf die der Anschauung leichter zugänglichen elastischen Wellen.

Ausbreitungsgeschwindigkeit des Lichtes. Die Frage: Wieviel Zeit vergeht, ehe das von einer Lichtquelle ausgehende Licht in unser Auge gelangt? scheint der alltäglichen Erfahrung gegenüber sinnlos, denn wir haben stets den Eindruck, daß das Anzünden einer Lampe (einer elektrischen durch Fernschalter), sei sie noch so fern, und die dadurch in uns hervorgerufene Empfindung *gleichzeitig* sind. Aber dieser Eindruck entsteht nur, weil die Geschwindigkeit der Lichtwellen ungeheuer groß ist. Sie durchlaufen die Strecken zwischen den *irdischen* Lichtquellen und dem Auge in winzigen Bruchteilen einer Sekunde. Eine so kleine Zeitspanne ist nur mit besonderen Hilfsmitteln wahrnehmbar. Solcher Mittel bedarf es daher auch, um die Lichtgeschwindigkeit an irdischen Abständen zu *messen*. Daß das Licht überhaupt Zeit gebraucht, um eine Strecke zu durchlaufen, hat OLAF RÖMER (1676) entdeckt an den Verfinsterungen der Jupitermonde: die Verfinsterungen lassen sich voraus berechnen, und RÖMER fand zwischen den berechneten und den beobachteten Zeitpunkten eine jährliche Abweichung. Die Verfinsterungen ereigneten sich, wenn die Erde dem Jupiter am fernsten war, um 16 min 22 sec später, als wenn sie ihm am nächsten war. RÖMER erklärte diese Abweichung daraus, daß das Licht Zeit gebraucht, um den Erdbahndurchmesser zu durchlaufen. Nimmt man diesen mit 3×10^8 km an und die verbrauchte Zeit mit rund 1000 sec (statt 982), so ergeben sich für die Geschwindigkeit des Lichtes rund 3×10^5 km/sec. Einen ähnlichen Wert fand BRADLEY (1728) aus der von ihm entdeckten Aberration der Fixsterne — ein Beweis, daß das Licht selbständiger Lichtquellen (Fixsterne) sich ebenso schnell ausbreitet wie das unselbständiger (Planeten). Die astronomischen Verfahren zur Messung der Lichtgeschwindigkeit haben heute nur noch geschichtliche Bedeutung. An ihre Stelle sind terrestrische getreten, die viel genauer sind, weil sich die von dem Lichte durchlaufenen Strecken hier viel genauer messen lassen. Die ältesten Verfahren stammen von FIZEAU und von FOUCAULT (1854).

Wir beschreiben (Abb. 610) das jüngste Verfahren, mit dem MICHELSON in den Jahren 1921—1926 die Lichtgeschwindigkeit gemessen hat. Die Lichtquelle ist der Spalt *S*, von dem das Licht einer Bogenlampe ausgeht. Das Licht fällt auf eine der Ebenen *a* eines vertikal stehenden achtkantigen Prismas, dessen Ebenen Spiegel sind, und gelangt über die Spiegel auf dem Wege *abcDEfEDcb₁a* in das Auge des Beobachters *O*. Alles steht fest, nur das achtkantige Spiegelprisma *rotiert* um seine vertikale Symmetrieachse. Das auf *a* auftreffende Licht kommt daher nur unter *einer* Bedingung in das Auge des Beobachters: da immer nach $\frac{1}{8}$ Umdrehung des Spiegelprismas der in der Abbildung angegebene Strahlenweg wiederhergestellt ist (auf dem *allein* bei *dieser* Anordnung des Ganzen das Licht von *S* nach *O* gelangt), so muß der Spiegel in derselben Zeitspanne $\frac{1}{8}$ Umdrehung

machen, die das Licht gebraucht, um von a über $bcDEfEDcb_1$ nach a' zu gelangen. Ist das erfüllt, dann *sieht* der Beobachter in O die Lichtquelle *andauernd*. Die Strecke, die das Licht dabei durchlaufen mußte, betrug annähernd 71 km, die dazu erforderliche Zeit daher (mit der Zahl $3 \cdot 10^5$ km/sec) rund 0,00023 sec.

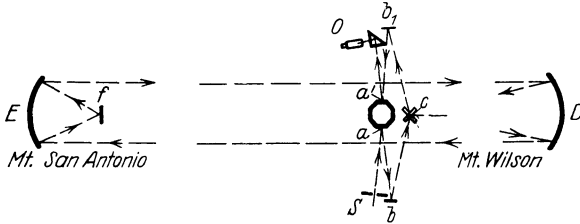


Abb. 610. Zur Messung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes (MICHELSON).

Lichtweg: $S a b c D E f E D c b_1 a' O$.

1 cm auf 5–10 km, zu $2 \times 35373,21$ m. Hieraus (nach Hunderten von Beobachtungen) ergibt sich die Lichtgeschwindigkeit zu 299796 ± 4 km/sec.

Wie der Schall, so ist auch das Licht in der Geschwindigkeit seiner Fortpflanzung von seiner Stärke unabhängig. Anders ist es mit der Abhängigkeit von der Wellenlänge. Wir nehmen folgendes vorweg: Wie es kürzere und längere Schallwellen gibt, so auch kürzere und längere Lichtwellen. Wie den Schallwellen von unterschiedlicher Länge Töne von unterscheidbarer Höhe entsprechen, so den Lichtwellen von unterschiedlicher Länge Lichtarten von unterscheidbarer *Farbe*: Rot entspricht den längsten Wellen, Grün mittellangen, Violett den kürzesten. Wie wir früher gefragt haben: Pflanzen sich *Töne* von *verschiedener Höhe* gleich schnell fort? so fragen wir jetzt: Pflanzen sich *Lichtarten* von *verschiedener Farbe* gleich schnell fort? Würden sich hohe und tiefe Töne *verschieden* schnell fortpflanzen, dann würden wir *verschieden* hohe Töne, die weit weg von uns gleichzeitig entstehen, einen nach dem anderen bei uns ankommen hören, ein Akkord würde als „gebrochener“ ankommen. Und analog: Das Licht, das von einem Stern zu uns gelangt, etwa einem der so oft bei seiner Verfinsternung beobachteten Jupitermonde, ist zusammengesetzt aus allen möglichen Farben, d. h. es enthält Licht von allen möglichen Wellenlängen. Würden sich diese *verschieden* schnell fortpflanzen, so müßten wir den Stern bei seinem Wiedererscheinen alle möglichen Farben durchlaufen und erst zuletzt, im Zusammenklange *aller* Farben, in seinem natürlichen Lichte sehen. Dem widerspricht die Erfahrung: *im leeren Raum* pflanzen sich lange und kurze Lichtwellen gleich schnell fort. — Ganz anders in den wägbaren Stoffen. Hier werden wir die Auflösung des Lichtes in einen gebrochenen Farbenakkord, ein *Spektrum*, infolge der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit *verschieden* langer Lichtwellen, kennenlernen. In den meisten Gasen freilich, z. B. der Luft, ist der *Unterschied* für die verschiedenfarbigen Lichtarten *so klein*, daß sich die Atmosphäre dem Licht gegenüber praktisch wie der leere Raum verhält.

Die astronomischen Verfahren messen die Lichtgeschwindigkeit im leeren Weltraum, die terrestrischen diejenige in Luft. Mit einem terrestrischen Verfahren kann man daher auch ermitteln, ob das Licht, wenn es andere Stoffe als Luft durchläuft, andere Geschwindigkeit hat: es geht z. B. 1,33mal *schneller durch die Luft als durch Wasser*. Die Zahl, die angibt, wie sich die Lichtgeschwindigkeit in einem andern Stoff zu der in Luft verhält, nennt man *Lichtbrechungsquotient* (Brechungsanzahl n) des Stoffes *gegen Luft*.

Daraus ergab sich die Drehzahl, die man dem Spiegel *ungefähr* geben muß, um die obengenannte Bedingung zu erfüllen. Die Messung beschränkt sich also auf die *genaue* Ermittlung der Drehzahl des Spiegels und auf die *genaue* Ermittlung des Lichtweges. Die Drehzahl ergab sich zu 528, der Lichtweg, mit einer Genauigkeit von

Wellengruppengeschwindigkeit. Die Brechungszahl n eines Stoffes, also auch das *Verhältnis* der soeben erwähnten Ausbreitungsgeschwindigkeiten des Lichts, kann man aber viel einfacher refraktometrisch ermitteln (S. 551). Für Wasser kommt dabei (für eine mittlere Wellenlänge) ebenfalls sehr nahe 1,33 heraus, aber für Schwefelkohlenstoff z. B. nur 1,64, während sich aus den gemessenen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten 1,75 ergibt. Die Ursache für die Abweichung fand Lord RAYLEIGH (1877): eine Lichtquelle sendet Lichtarten von *verschiedenen* Wellenlängen aus. Sind es selbst nur *zwei* von so kleinem Unterschied wie in Abb. 353, S. 283 die Wellen a und b , so überlagern sie sich zu einem Wellengebilde c , einer *Wellengruppe*, und — darauf kommt es an — die Geschwindigkeit der Wellengruppe ist *nicht* dieselbe wie die der einzelnen Welle (Phasengeschwindigkeit), *außer in einem Stoff ohne oder mit belangloser Dispersion* (Vakuum, Wasser, Luft). Unter Geschwindigkeit der Gruppe versteht man die Geschwindigkeit, mit der sich das Maximum (auch das Minimum) der Amplitude fortpflanzt. Messen wir die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, so messen wir die *Gruppengeschwindigkeit*. Ermittelt man aber die Brechungszahl refraktometrisch, so arbeitet man nur mit (homogenem) Licht von *einer* Wellenlänge, die so ermittelte Brechungszahl ist also der Quotient aus der *Phasengeschwindigkeit* des Lichtes im Vakuum und derjenigen in dem Stoff. In *nicht* oder belanglos dispergierenden Stoffen sind Gruppengeschwindigkeit und Phasengeschwindigkeit dem Zahlenwerte nach einander gleich. In stark dispergierenden Stoffen aber pflanzt sich eine *Wellengruppe* langsamer (w) fort als die *einzelne* Welle, deren Geschwindigkeit (v) sich aus dem ihr zugehörigen refraktometrisch ermittelten n berechnet. Aus folgendem Grunde: es ist zwar $c/v = n$, aber es ist $c/w = n$ minus einer Größe, die aus Wellenlänge mal der *Änderung* der Wellenlänge mit dem Brechungsquotienten besteht. Für Vakuum, Wasser, Luft u. a. ist das subtraktive Glied belanglos und darum stimmt das aus n berechnete v mit dem unmittelbar gemessenen w praktisch überein, aber bei stark dispergierenden Stoffen, wie Schwefelkohlenstoff, wird der Unterschied offenbar.

Die Lichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle unabhängig (DE SITTER 1913). Hat die *Bewegung* einer Lichtquelle Einfluß auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit des von ihr ausgehenden Lichtes? *Überträgt* sich die etwaige Bewegung der Lichtquelle auf das von ihr ausgesendete Licht? Aus Beobachtungen an spektroskopischen Doppelsternen folgt die Antwort: nein. *Doppelsterne* sind Fixsternsysteme — man kennt etwa 20000 — aus zwei zusammengehörigen Sternen, die einander umkreisen; *spektroskopische* Doppelsterne sind solche, zu deren sichtbarer Trennung zwar nicht das Fernrohr ausreicht, die aber das Spektroskop an der periodischen Linienverschiebung im Spektrum (S. 641, Dopplerprinzip) als einander umkreisend erkennen läßt; manchmal sogar an der *Trennung* der Linien der beiden Komponenten. Der Gang der Beweisführung ist so: A und B (Abb. 611) sind die Komponenten des Doppelsterns. Die Bewegung von A , sei, verglichen mit der von B , so klein, daß A als ruhend gelten kann; B umkreist ihn entgegengesetzt dem Uhrzeigersinn. Im Abstände d liege in der Bahnebene des Doppelsterns die Erde. Wir nennen c die Lichtgeschwindigkeit, u die Bahngeschwindigkeit, $2T$ die Umlaufszeit von B . Wir wenden unsere Aufmerksamkeit nur denjenigen Zeitpunkten zu, in denen sich B mit seiner *ganzen* Bahngeschwindigkeit entweder von der Erde weg oder auf die Erde zu bewegt, in denen er also gerade durch α oder durch β geht. Es sind die Zeitpunkte $t = 0, 2T, 4T \dots$
 $t = T, 3T \dots$

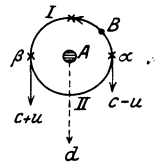


Abb. 611. Zur Unabhängigkeit d. Vakuumlichtgeschwindigkeit von der Bewegung der Lichtquelle (B).

Nach der von RITZ stammenden Theorie verkleinert (vergrößert) sich die Lichtgeschwindigkeit c um die Bahngeschwindigkeit u in α (β). Das führt aber zu folgendem Schluß: Im Zeitpunkte $t = 0$ sendet B ein Lichtsignal mit der Geschwindigkeit $c - u$ aus, das nach $\frac{d}{c - u}$ sec, also im Zeitpunkte $t = \frac{d}{c - u}$ die Erde erreicht. Der Stern durchläuft von α aus den Halbkreis I. Im Zeitpunkt $t = T$ sendet der Stern ein Lichtsignal mit der Geschwindigkeit $c + u$ aus, das die Erde nach $\frac{d}{c + u}$ sec erreicht, d. h. im Zeitpunkte $T + \frac{d}{c + u}$; für den Beobachter auf der Erde hat B zum Durchlaufen des Halbkreises I daher die Zeit-

$$\text{spanne} \quad T + \frac{d}{c + u} - \frac{d}{c - u} = T - \frac{2ud}{c^2 - u^2} = T - \frac{2ud}{c^2} \text{ sec}$$

verbraucht. (Man kann u^2 gegenüber c^2 vernachlässigen.) Im Zeitpunkt $t = 2T$ sendet B wieder das Signal mit der Geschwindigkeit $c - u$ aus, das die Erde im Zeitpunkte $t = 2T + \frac{d}{c - u}$ erreicht. Zum Durchlaufen des Halbkreises II hat also für den Beobachter auf der Erde der Stern die Zeitspanne $T + \frac{2ud}{c^2}$ sec verbraucht. Der Beobachter würde also, wenn die Annahme von RITZ zuträfe, den Eindruck haben, daß B den Stern A in dem einen Halbkreise in einer anderen Zeit durchläuft als in dem anderen, und zwar könnte der Wert $T - \frac{2ud}{c^2}$ schon bei durchaus zulässig gewählten Größen von T , u , d zu Null werden. Das würde in dem Spektroskop eine bestimmte Anomalie der Linienverschiebung (dem Dopplerprinzip nach) herbeiführen. Diese Anomalie ist niemals beobachtet worden, hätte aber, falls sie vorhanden wäre, der Beobachtung nicht entgehen können. Die Lichtsignale, die der Stern B zur Erde sendet, müssen also zu den Zeitpunkten, in denen er sich auf die Erde zu bewegt, dieselbe Geschwindigkeit haben wie in denen, in denen er sich von der Erde weg bewegt, mit anderen Worten: die Lichtgeschwindigkeit ist von der Bewegung der Lichtquelle unabhängig. Diese Tatsache heißt das *Prinzip der Unabhängigkeit der Vakuumlichtgeschwindigkeit* von der Bewegung der Lichtquelle. Sie bildet einen der Grundpfeiler der Relativitätstheorie.

Geradlinige Ausbreitung des Lichtes. Solange sich Licht und Schall ungestört ausbreiten, macht sich kein grundsätzlicher Unterschied in der Art der Ausbreitung zwischen ihnen geltend. Wohl aber, sobald sie auf eine Wand treffen, die ihre Ausbreitung hindert, und die eine Öffnung enthält, durch die sie hindurch müssen, um sich jenseits der Wand weiter ausbreiten zu können. Der Unterschied kündigt sich durch die Tatsache an, daß man nicht „um die Ecke“ sehen, wohl aber um die Ecke hören kann. Hiervon gehen wir aus, um eines der Grundgesetze der Lehre vom Licht zu erläutern.

Daß man nicht „um die Ecke“ sehen kann, heißt: man kann einen Punkt, eine punkartige Lichtquelle, etwa einen Fixstern, nur dann sehen, wenn eine gerade Linie, die „Luftlinie“, *ununterbrochen* von dem Punkt zu dem Auge führt, also keinen Gegenstand irgendwelcher Art durchschneidet (wir schließen auch die durchsichtigen Körper aus und jede optische Vorrichtung). *Für den Schall besteht keine ähnliche einschränkende Bedingung.* Man beschreibt das mit den Worten: das Licht breitet sich nur in *gerader* Linie aus. Wenn man das von einer punkartige Lichtquelle L ausgehende Licht durch eine Wand WW aufhält (Abb. 612) und nur durch eine Öffnung AB darin weitergehen und auf eine Tafel W_1W_1 fallen läßt, so erscheint auf dieser — im übrigen dunklen — Tafel ein Lichtfleck, dessen Begrenzung man findet, wenn man die von

L zu den Randpunkten AB gezogenen Geraden bis zur Tafel verlängert. Ist, wie hier angenommen, die Tafel parallel zur Öffnung, so ist die Form des Lichtfleckes der Öffnung geometrisch ähnlich. — Man nennt die geraden Linien *Strahlen*, den Lichtkegel LCD ein *Lichtbündel*. Ein Auge würde von der Tafel W_1W_1 aus L nur dann sehen, wenn es sich innerhalb des Lichtfleckes befände, also eine von ihm zu L gezogene Gerade durch die Öffnung AB ginge. (Wäre L eine Schallquelle, so würde ein Ohr von der Tafel aus den Schall hören, gleichviel ob eine von ihm zu der Schallquelle gezogene Gerade durch die Öffnung ginge oder die Wand irgendwo anders schnitte.)

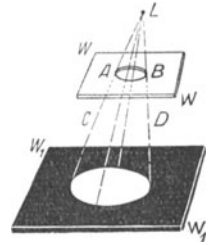


Abb. 612. Geradlinigkeit der Ausbreitung des Lichtes.

Das Gesetz der Ausbreitung des Lichtes in geraden Strahlen ist ebensowenig wie eines der anderen Grundgesetze der Physik, aus einzelnen eigens hierzu angestellten Beobachtungen geschlossen worden. . . Es nimmt seine Gewißheit aus der Übereinstimmung der aus ihm gezogenen Folgerungen mit der Erfahrung. Überall im gewöhnlichen Leben, und in aller Strenge in der praktischen Astronomie und Geodäsie, wird auf die unbedingte Gültigkeit dieses Gesetzes gebaut; . . . und stets haben sich die hieraus weiter gezogenen Schlüsse mit der ursprünglichen Annahme vollkommen vereinigen lassen. Diese zahllosen, zum Teil so kritischen Bestätigungen des Gesetzes haben demselben eine Sicherung und allgemeine Annahme verschafft, wie kaum einem anderen Naturgesetze (CZAPSKI).

Gälte das Gesetz *unbedingt*, so müßte *erstens* die Grenze zwischen dem hellen und dem dunklen Teil der Tafel W_1W_1 *scharf* sein. Sie ist aber verwaschen. An der Grenze des Lichtbündels, dort, wo es scharf am Rande AB vorbeigeht, weicht also das Licht von der Geraden ab. (Freilich ist die Abweichung winzig, und die Menge des abweichenden Lichtes verschwindet gegenüber dem geradlinig fortgepflanzten, so daß es für gewöhnlich unberücksichtigt bleiben kann.) *Zweitens* müßte die Begrenzung des hellen Fleckes *stets*, gleichviel wie eng oder wie weit AB ist, gegeben sein durch die von L aus nach den Randpunkten von AB gezogenen und bis W_1W_1 verlängerten Geraden. Auch das trifft nicht zu. Verkleinert man die Öffnung mehr und mehr, so wird die Grenzkurve immer verwaschener, verliert in der Form schließlich jede Ähnlichkeit mit der Öffnung, und der Lichtfleck wird viel größer als er bei geradliniger Fortpflanzung des Lichtes sein könnte. Wird die Öffnung p schließlich punktförmig, so verbreitet sich das Licht so über die Tafel MN , wie es Abb. 613 zeigt, die Öffnung p verhält sich dann, *wie wenn das Licht von ihr ausginge*. Durch eine so enge Öffnung breitet sich also das Licht genau so aus, wie wir das vom Schall her gewöhnt sind.

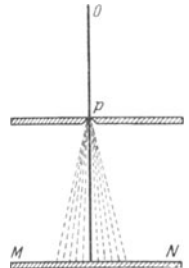


Abb. 613. Ablenkung des Lichtes von der geraden Linie beim Durchtritt durch eine punktförmige Öffnung („Beugung“ des Lichtes).

Der grundsätzliche Unterschied in der Ausbreitung des Schalles und der des Lichtes hängt mit der Größe der Öffnung zusammen, durch die hindurch sie sich fortpflanzen. Nehmen wir den Begriff der Lichtwellenlänge hier vorweg, so können wir das Ergebnis einer dahin zielenden Untersuchung kurz angeben.

Entscheidend für die Art, wie sich eine Wellenbewegung durch eine Öffnung hindurch ausbreitet, ist die Länge der Welle im Verhältnis zur Weite der Öffnung. Ist die Öffnung so groß oder die Welle so kurz, daß im Verhältnis zur Weite der Öffnung die Wellenlänge als *verschwindend klein* gelten kann, so ergreift die Wellenbewegung nur solche Punkte jenseits der Wand, die in schnurgerader Linie mit einem Punkte der Öffnung und dem Erregungsmittelpunkt der Wellenbewegung liegen — so ist es beim sichtbaren Licht, weil seine Wellenlängen winzig sind (0,0004—0,0008 mm). Ist aber die Welle so lang oder die Öffnung so klein, daß die Öffnung *nicht* praktisch *unendlich* groß ist im Verhältnis zur Wellenlänge — der gewöhnliche Fall beim Schall (die musikalisch verwendbaren Wellenlängen liegen zwischen 7 cm und 8 m) und unter den vorhin angegebenen Bedingungen beim Licht —, so verhält sich die Wellenbewegung genau so, wie wenn das Wellenzentrum *in der Öffnung* läge, sie pflanzt sich dann von der Öffnung aus nach allen Seiten hin fort (s. Beugung des Lichtes).

Solange die Öffnung AB (Abb. 612) eine gewisse Weite hat, können wir, indem wir sie kleiner machen, kleinere und kleinere Lichtkegel aus der Strahlenkugel um die Lichtquelle absondern, ohne daß der Lichtfleck — abgesehen von der belanglosen Unschärfe der Grenzkurve — an Form und Größe von dem gesetzmäßig zu erwartenden abweiche. Wir dürfen daher sagen: ein Lichtkegel ist in kleinere voneinander unabhängige Lichtbündel spaltbar. Aber das dürfen wir nur, solange die Öffnung AB nicht *unter eine gewisse Größe* sinkt. Verengt sie sich zu einem Punkt (Abb. 613), so ist es keineswegs möglich, einen Lichtfleck von der Größe eines *Punktes* zu erzielen; *einzelne* Strahlen gibt es also nicht.

Man darf daher *nur mit Einschränkung* sagen, daß sich das Licht „in geraden Strahlen“ ausbreitet. Trotzdem darf man an dieser Aussage festhalten. Denn selbst die strenge Theorie des Lichtes, die die *abweichenden* Erscheinungen völlig erklärt, zeigt übereinstimmend mit der Erfahrung, daß sich Lichtbündel von endlichem (das will sagen: *nicht-punktartigem*) Querschnitt in vielen Beziehungen *so verhalten, als ob* sie aus einzelnen Strahlen beständen, die *unabhängig* voneinander sind und denen entlang sich das Licht fortbewegt. Nur in den Erscheinungen der *Interferenz* und der *Beugung* des Lichtes (S. 602 ff.), und auch da oft nur mit besonderen Hilfsmitteln, sind die Ausnahmen von dieser Regel wahrzunehmen, obwohl die Regel in *voller* Strenge *niemals* gilt. Auch an der *Grenze* von Bündeln *endlichen* Querschnitts verhält sich das Licht abweichend von dieser Regel, aber die Menge des abweichenden Lichtes verschwindet dann gegenüber der des regulär fortgepflanzten. Wenn es sich also nicht gerade um *Interferenz* und um *Beugung* handelt, so darf man die viel einfacheren (und der Alltagserfahrung zugänglicheren) Annahmen, als die strenge Theorie sie zuläßt, festhalten, und man kann dann einen großen Teil der Ergebnisse der Theorie mit viel einfacheren Mitteln ableiten und doch mit hinreichender Annäherung an die Wirklichkeit. Wir schließen daher bis auf weiteres jene Ausnahmefälle aus und stützen uns auf die geradlinige Ausbreitung des Lichtes und die Unabhängigkeit der Teile eines Lichtbündels voneinander als auf Tatsachen.

Schatten. Der Unterschied zwischen der geradlinigen Ausbreitung des Lichtes und der *nicht* geradlinigen des Schalles hängt also wesentlich mit der *Länge der Wellen* zusammen. Aus derselben Verschiedenheit erklärt sich auch einerseits die Entstehung des *Schattens* beim Licht, andererseits das Fehlen (strenger: das an

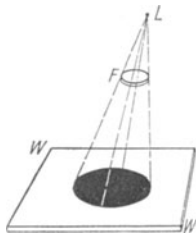


Abb. 614.
Zur Geradlinigkeit der Ausbreitung des Lichtes.

besondere Bedingungen geknüpfte Eintreten) einer analogen Erscheinung beim Schall. Bringt man (Abb. 614) zwischen die Lichtquelle L und die Wand WW eine Tafel F , durch die das Licht nicht hindurchgehen kann, so entsteht auf der im übrigen erleuchteten Wand WW ein Schattenfleck, dessen Begrenzung geradeso gefunden wird wie die Begrenzungskurve des Lichtfleckes in Abb. 612, und dessen Form, wenn F parallel WW ist, der Form des schattenwerfenden Körpers ähnlich ist. Ein in dem Schattenfleck befindliches Auge kann L nicht sehen, ein ebendort befindliches Ohr aber könnte eine an die Stelle von L gebrachte Tonquelle hören. Auch hier ist die Grenzkurve des Schattens verwaschen und wird immer verwaschener, je kleiner die schattenwerfende Tafel F wird. Der Fleck verliert jede Ähnlichkeit mit der Form der Tafel und wird viel kleiner, als er bei streng geradliniger Fortpflanzung des Lichtes sein könnte. Wird der schattenwerfende Körper noch kleiner, so wirft er schließlich überhaupt keinen Schatten mehr — die Lichtwellen verhalten sich ihm gegenüber dann genau so, wie sich die Schallwellen dem in ihrem Wege stehenden Körper gegenüber für gewöhnlich verhalten. Sie gehen um ihn herum.

Kann man den Schall *veranlassen*, sich durch eine Öffnung in einer Wand geradlinig wie das Licht fortzupflanzen? Man müßte dazu die Öffnung in der Wand so groß machen, daß die Wellenlänge des Schalles dagegen verschwindet. Dann beständen für den Schall dieselben Bedingungen, unter denen das Licht *für gewöhnlich* durch eine Öffnung geht. Wir müßten da mit Dimensionen operieren, die mindestens das Zwei- bis Dreimillionenfache der bei den Lichterscheinungen in Frage kommenden betragen müßten. Einer Millimeteröffnung für den Lichtdurchgang entspräche eine Kilometeröffnung für den Schalldurchgang. Unter den alltäglichen Bedingungen, unter denen wir hören, sind daher die Öffnungen, durch die der Schall geht, nicht weit *genug* im Vergleich zu seiner Wellenlänge, um ihn zu *veranlassen*, sich geradlinig auszubreiten. Aber *ausnahmsweise* beobachtet man *Schallschatten*:

Eine Pulverexplosion auf dem Mersey (an dessen Mündung Liverpool liegt) wurde in der Richtung des Pfeiles, Abb. 615, viele Meilen von der Explosionsstelle *E* gehört, nicht aber an der ziemlich nahe bei *E* hinter einer Anhöhe liegenden Stelle *X*. Der Schall ging gerade gegenüber der Explosionsstelle durch eine Mulde (in der Anhöhe), eine Öffnung, die unendlich groß war, verglichen mit der Welle des Knalles. Er pflanzte sich also *geradlinig* von *E* aus durch die Öffnung fort, und die Stelle *X* lag im *Schallschatten*.

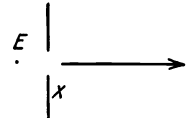


Abb. 615.
Zur Entstehung des Schallschattens.

2. Helligkeit.

Durchsichtigkeit und Undurchsichtigkeit. Licht, das sich ausbreitet, ohne ein Hindernis zu treffen (auch die Netzhaut wäre eines), ist un wahrnehmbar. Trifft es auf ein Hindernis, etwa eine Wand, so wird es wahrnehmbar an Erscheinungen, die je nach der Art der Wand verschieden sind. Die Wand kann das Licht mehr oder weniger vollkommen hindurchlassen. Wir nennen die „für Licht durchlässige“ Wand dann, die Erscheinung auf unser *Auge* beziehend, *durchsichtig*. Je *vollkommener* durchsichtig sie ist, desto schwerer ist es, sie zu *sehen*. Es ist oft schwer, zu erkennen, ob eine Öffnung, durch die man hindurchsieht, durch eine Glasscheibe abgeschlossen ist oder nicht. Ist das Glas besonders klar und farblos und trifft kein „Reflex“ das Auge, so ist ihm die Entscheidung darüber unmöglich. Zur *Sichtbarkeit* gehört ein gewisser Grad von *Undurchsichtigkeit*, darum wäre eine *Klarglasscheibe* in einer Kamera an Stelle einer *Mattscheibe* sinnlos.

Läßt die Wand das Licht nicht hindurch, so heißt sie *undurchsichtig*. Zwischen Durchsichtigkeit und Undurchsichtigkeit liegen zahllose Übergangsstufen. Wir nennen einen Stoff, den wir weder durchsichtig noch undurchsichtig nennen können, *durchscheinend* (diaphan). Der Grad der Durchsichtigkeit hängt davon ab, woraus die Wand besteht, *und* davon, wie dick sie ist. Macht man sie dünn *genug*, so läßt sie Licht hindurch, selbst wenn der Stoff schon in Papierstärke undurchsichtig ist wie Silber oder Gold. Es gibt völlig durchsichtige Metallfolien aus Nickel, Gold, Platin, Silber, Eisen, manche von ihnen nur $1 \cdot 10^{-6}$ cm, d. h. etwa 25 Atomschichten stark (KARL MÜLLER, Physikalisch-Technische Reichsanstalt). Dagegen werden Stoffe, die man gewöhnlich durchsichtig kennt, nur durchscheinend, ja undurchsichtig als Wand von genügender Dicke — Durchsichtigkeit ist relativ wie Undurchsichtigkeit.

Die Wellentheorie nimmt an, daß die undurchsichtigen Stoffe die Energie der in sie eindringenden Ätherwellen verschlucken, oder vielmehr in eine andere Energieform, die *nicht* Licht ist, etwa in Wärme, umwandeln, die durchsichtigen dagegen die Lichtwellen hindurchlassen. Der größere oder geringere Grad von

Durchsichtigkeit eines Stoffes erklärt sich hiernach aus dem Grade, in dem er die eindringenden Lichtwellen verschluckt.

Zurückwerfung des Lichts. Das Licht kann von der Wand (s. o.) durchgelassen werden, oder es kann von ihr verschluckt werden. Aber es ist noch ein Drittes möglich. Die meisten Dinge, die wir sehen, sind nicht selber Lichtquellen, sondern erfordern, um sichtbar zu sein, die *Mitwirkung* einer Lichtquelle. Die Dinge, die wir in einem durch eine Lampe erhellten Raume sehen, werden uns unsichtbar, sobald die Lampe erlischt. Wir sehen sie, *sobald* und *solange* die Lampe leuchtet. Sie senden also, obwohl sie keine Lichtquellen sind, Licht aus, *sobald und so lange Licht auf sie fällt*. Wir nennen sie *beleuchtet*, sagen von ihnen, daß sie das Licht „zurückwerfen“, und nennen sie je nach der Stärke ihres Eindruckes auf unser Auge mehr oder weniger *hell* beleuchtet.

Die Erscheinung, durch die sich uns Licht als *zurückgeworfen* ankündigt, kann sehr verschieden sein, z. B. so, wie sie ein *Spiegel* vermittelt, oder so, wie sie ein weißes Tuch vermittelt, das man über den Spiegel deckt. Der Spiegel wirft das Licht, das aus einer bestimmten Richtung her auf ihn fällt, nach *einer* bestimmten Richtung in gesetzmäßiger, einfacher Weise zurück; das Tuch aber unregelmäßig, nach *allen* Seiten. Das vom Spiegel kommende Licht ändert sich für unser Auge, wenn wir uns vor ihm hin- und herbewegen und immer in anderer Richtung auf ihn blicken. Das weiße Tuch aber sieht unverändert aus, von woher das Auge auch Licht von ihm empfängt. Wir sehen bei dem Spiegel aber auch nicht die spiegelnde *Fläche*, sondern die *Bilder*. Eine Fläche *sehen* wir nur, wenn sie das Licht derartig zurückwirft wie das weiße Tuch; so verhalten sich nur Stoffe, die weder ganz durchsichtig noch ganz spiegelnd sind. Wir können geradezu sagen: um *beleuchtbar*, *erleuchtbar* und dadurch *sichtbar* zu sein, muß die Wand bis zu einem gewissen Grade *undurchsichtig* und *matt* sein. — Die Lichtempfindung, die uns ein Körper vermittelt, der wie das weiße Tuch undurchsichtig ist und das Licht „diffus“ zurückwirft, ist lediglich *Helligkeit* — die einfachste Lichtempfindung überhaupt. Andere Eindrücke, die uns das Auge sonst noch verschafft, wie Form und Größe, fallen dabei weg.

Helligkeit. Unter Helligkeit verstehen wir hier die *Lichtempfindung*, die unter diesem Namen jeder kennt. Mit dieser physiologischen Helligkeit, z. B. einer Fläche, darf man aber nicht die *physikalische* verwechseln, d. h. den *Zustand* einer Fläche, auf die das Licht einer Lichtquelle fällt. Die Lichtquelle hat eine gewisse *Lichtstärke*, sendet einen *Lichtstrom* nach allen Richtungen aus, erzeugt auf der Fläche eine *Beleuchtungsstärke* (kurz: Beleuchtung) — alles physikalische Zustände, die an vereinbarten Einheiten meßbar sind — und diese Fläche *erscheint* uns in einer gewissen *Helligkeit*.

Die *Lichtstärke* (J) gilt als grundlegende Größe, weil sich ihre Einheit durch eine Lichtquelle verkörpern läßt (die HEFNER-Kerze, S. 530 u.). Die *punktartige* Lichtquelle, als *Mittelpunkt* einer Kugel, schickt den *Lichtstrom* (Φ) nach allen Richtungen aus. Er verbreitet sich in Kugelwellen im Raume und erzeugt auf einer Kugelfläche eine gleichmäßig darüber verbreitete *Beleuchtungsstärke* (E). Diese ist umgekehrt proportional dem Quadrat des Kugelradius (also umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes der be-

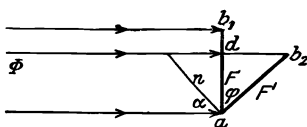


Abb. 616. Zum photometrischen Grundgesetz von LAMBERT.

leuchteten Fläche von der punktartigen Lichtquelle). Denn die Kugeln mit den Radien $r_1 \dots r_n$ haben $r_1^2 \dots r_n^2$ mal so viel Fläche wie die Kugel mit dem Radius 1. Erzeugt der Lichtstrom auf dieser pro cm^2 die Beleuchtungsstärke E_1 , so erzeugt er auf Kugelflächen mit den Radien $r_1 \dots r_n$

daher pro cm^2 die Beleuchtungsstärke $\frac{E_1}{r_1^2} \dots \frac{E_n}{r_n^2}$ (wobei wir die *Beleuchtungsstärke* so definieren, daß ihr Zahlenwert gleich dem Zahlenwert der *Lichtstärke* ist, falls der senkrechte Abstand zwischen Lichtquelle und beleuchteter Fläche 1 cm ist).

In Wirklichkeit fallen aber die Lichtstrahlen nicht wie die Radien einer Kugelfläche immer senkrecht auf die bestrahlte Fläche. Steht die bestrahlte Fläche schief (F') zu dem Lichtstrom (Abb. 616), so wird das Flächenstück ab_2 von einem dünneren Strahlenbündel getroffen, als wenn sie senkrecht (F) dazu steht. Wenn F um den Winkel φ von der zu dem Bündel senkrechten Lage abweicht, so empfängt das Flächenstück ab_2 nur ebensoviele Strahlen, wie wenn es senkrecht stehend nur die Größe $ad = ab_2 \cdot \cos \varphi$ hätte. Der Winkel ist gleich dem *Einfallswinkel* α , den die Strahlen mit dem Lot n auf ab_2 bilden. Daher das photometrische Grundgesetz (LAMBERT): die Beleuchtungsstärke E ist proportional dem Kosinus des Einfallswinkels der Strahlen und umgekehrt proportional dem Quadrat des Abstandes von der Lichtquelle.

Für eine punktförmige Lichtquelle ist also $E = J \cos \varphi / r^2$. — Ebenso maßgebend ist der Winkel der Strahlen mit der Flächennormale, wenn das Flächenelement Lichtquelle ist, und die Strahlen aussendet, (ein glühendes Platinblech). Man spricht dann von *Leuchtdichte*, früher *Flächenhelle* (e). Strahlt (Abb. 617) das Flächenelement σ unter dem Winkel φ (gegen die Normale) die Lichtstärke J aus, so versteht man unter Flächenhelle in dieser Richtung die Größe $e = J / \sigma \cos \varphi$.

Der Nenner gibt die Projektion des Flächenelements σ auf die zur Ausstrahlungsrichtung senkrechte Ebene. Die Lichtstärke ist dementsprechend in dieser Richtung $J = e \sigma \cos \varphi$. — *Senkrecht* zu σ ist die Flächenhelle $e = J / \sigma$.

Von der Wichtigkeit des Winkels φ für die Beleuchtungs- und Helligkeitsverhältnisse überzeugt man sich leicht. Ohne es zu wissen, berücksichtigt man ihn, wenn man, bei dem Lichte einer entfernten und feststehenden Lampe lesend, das Blatt so neigt, daß man es möglichst hell sieht.

Unter *Helligkeit* der kleinen gleichmäßig leuchtenden Fläche σ versteht man (Abb. 618) das Verhältnis des von σ auf die Pupille gestrahlten und weiter auf das Netzhautbild geleiteten Lichtstromes Φ zu der Größe σ' dieses Bildes, also die Beleuchtung der Netzhaut am Orte des Bildes, $h = \Phi / \sigma'$. Die Helligkeit h von σ ergibt sich *rechnerisch* als unabhängig von seinem Augenabstand und proportional der Flächenhelle e in der Visierichtung. Und in der Tat erscheint ein gleichmäßig leuchtender Körper, z. B. ein rotglühendes Platinblech, gleich hell, welche Lage zur Blickrichtung und welchen Abstand vom Auge es auch hat, und ist, wenn es gekrümmt ist, nicht von einem ebenen Blech zu unterscheiden. Ein rotglühender Metallzylinder ist daher auch nicht von einem flachen Stabe noch eine ebenso leuchtende Kugel von einer Scheibe zu unterscheiden. (Ähnliches gilt für die Wärmestrahlung und ist für das Gesetz vom Wärmeaustausch wichtig.)

Für die photometrischen Begriffe Lichtstärke, Lichtstrom, Beleuchtungsstärke und Flächenhelle (Leuchtdichte) haben die deutschen Beleuchtungstechniker die Namen vereinbart, die Zeichen (J , Φ , E , e), ferner die Einheiten und die Zeichen dafür.

Die Einheit der Lichtstärke (J) hat die Hefnerkerze (HK); es ist die horizontale Lichtstärke der mit Amylacetat gespeisten Hefnerlampe (S. 530 u.) bei einer Flammenhöhe von 40 mm.

Die Einheit des Lichtstromes (Φ) ist der Lichtstrom, den eine nach allen Richtungen mit 1 HK leuchtende punktförmige Lichtquelle in den Raumwinkel 1 aussendet. Diese Einheit heißt 1 Lumen (Lm). [Der Raumwinkel 1 ist der Winkel an der Spitze eines Kegels, den man

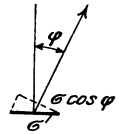


Abb. 617. Zur Definition der Flächenhelle.

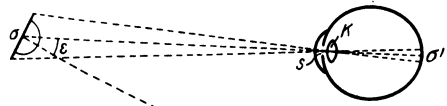


Abb. 618. Zur Definition der Helligkeit.

aus einer Kugel vom Radius 1 m derart herausschneidet, daß das zugehörige Kugelflächenstück 1 m^2 ist.] Eine Lichtquelle, die nach allen Seiten mit der Lichtstärke J leuchtet, strahlt also den Gesamtlichtstrom $\Phi_0 = 4\pi L$ aus; für $J = 20 \text{ HK}$ wird $\Phi = 251,3$ Lumen.

Die Einheit der Beleuchtungsstärke (kurz: Beleuchtung) hat eine Fläche, die von 1 HK im Abstand von 1 m (gemäß der Formel $E = J \cos \varphi / r^2$) senkrecht beleuchtet ist. Die Einheit heißt 1 Lux (Lx). Eine Lichtquelle $J = 25 \text{ HK}$ erzeugt also auf einer 2 m entfernten Fläche für $\varphi = 0$ die Beleuchtung $E = 25/4 = 6,25 \text{ Lx}$, für $\varphi = 60^\circ$ die Beleuchtung $E = 3,125 \text{ Lx}$ (da $\cos 60^\circ = 0,5$).

Die Einheit der Flächenhelle (e) hat gemäß der Formel $e = J/\sigma \cos \varphi$ eine Fläche, die pro cm^2 senkrecht ($\varphi = 0$) die Lichtstärke 1 HK ausstrahlt. — Die Flächenhelle in Kerzen pro cm^2 beträgt für die Petroleumlampe etwa 1, die Gasglühlichtlampe 5—6, die Kohlenfadenlampe (4 Watt pro HK) 48, die Metallfadenlampe (1,1 Watt pro HK, zickzackförmiger Draht im Vakuum) etwa 150, den Bogenlampenkrater etwa 18000.

Lichtstärkemessung (Photometrie). Das Auge kann zwar nicht beurteilen, wievielmal heller ihm eine Fläche erscheint als eine andere, aber es beurteilt sehr entschieden, ob zwei aneinanderstoßende Flächen *gleich* hell sind. Die Genauigkeit mit der es das tut, hängt von der Größe der Flächenhelligkeit selber ab und ist am größten, wenn die Helligkeit der zu vergleichenden Flächen etwa gleich der

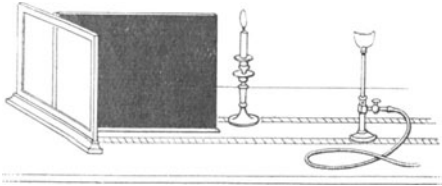


Abb. 619. Photometer einfachster Gestalt (BOUGUER, 1727).

des „diffusen Tageslichtes“ ist. Es erkennt dann die Flächen, wenn sie mit Licht von gleicher Farbe bestrahlt sind, schon als verschieden hell, wenn der Unterschied auch nur $\frac{2}{3}$ Prozent der Helligkeit ausmacht. — Aus der Gleichheit der Helligkeit von zwei beleuchteten Flächen schließen wir auf die Gleichheit der Beleuchtungsstärken,

und aus den Abständen, die die Lichtquellen von jenen Flächen haben müssen, um die beobachteten Helligkeiten hervorzurufen, berechnen wir nach dem Gesetz $E = J \cos \varphi / r^2$ die Stärken der Lichtquellen. Dem Wettbewerb der verschiedenen technischen Beleuchtungsarten ist es zu danken, daß sich die Lichtstärkemessung (Photometrie) und die Instrumente dazu, die Photometer, vervollkommen haben.

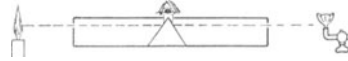


Abb. 620. Photometer von RITCHIE.

Ob zwei Lichtquellen gleich „hell“ sind, kann unmittelbar nur das Auge entscheiden. Die Lichtwellen wirken aber auch thermisch, elektrisch und chemisch. Fast alle diese Wirkungen benutzt man in Sonderfällen zur objektiven Photometrie. Der Photoeffekt (S. 457) der Alkali-

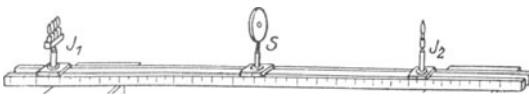


Abb. 621. Photometer von BUNSEN in einfacher Form.

Zelle wird zur Photometrie der Glühlampen benutzt, da die „Helligkeit“ dem photoelektrischen Strom streng proportional ist; angeblich stimmen die optische und die photoelektrische Messung bis auf 1% überein. — Hier interessiert uns nur die subjektive Photometrie.

Im wesentlichen geht man im optischen Photometer darauf aus, dem Auge zwei aneinanderstoßende Ebenen zu zeigen, von denen die eine lediglich von der einen Lichtquelle, die andere lediglich von der anderen Licht empfängt, wie es Abb. 619 sehr primitiv zeigt. Man muß dafür sorgen, daß beide Flächen unter demselben Winkel bestrahlt werden, denn (S. 527 o.) die Beleuchtungsstärke hängt ja wesentlich davon ab, unter welchem Winkel die Strahlen auftreffen. Abb. 620 zeigt, wie das Photometer von RITCHIE diese Forderung erfüllt, es bedarf außer der Abbildung keiner Erläuterung. Das Einfachste ist: man läßt die Strahlen auf beide

Flächen *senkrecht* fallen, indem man (Abb. 621) die zu vergleichenden Lichtquellen I_1 und I_2 zu beiden Seiten einer *undurchsichtigen* weißen Tafel S so aufstellt, daß eine Gerade, die beide Lichtquellen verbindet, senkrecht durch die Mitte der Tafel geht. Verändert man dann die Abstände r_1 und r_2 der Lichtquellen von ihr, so kann man es leicht erreichen, daß beide Seiten der Tafel gleich hell erscheinen. Aus dieser Gleichheit schließt man, daß auch die Lichtstärken gleich groß sind, also daß

$$\frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2}, \quad \text{somit} \quad \frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}$$

ist, d. h. daß die Stärken der beiden Lichtquellen sich zueinander verhalten wie die Quadrate ihrer Abstände von der beleuchteten Tafel.

Man wird einwenden: „Die Beleuchtung ist nur dann gleich I/r^2 , wenn I zu einer *punktartigen* Lichtquelle gehört und die Lichtquelle eine *Kugelfläche* beleuchtet, zu der r als Radius gehört, in der Wirklichkeit ist aber die Lichtquelle eine leuchtende *Fläche*, und die Fläche, die im Photometer beleuchtet wird, ist eine *Ebene*.“ Der Fehler ist schon dann belanglos, wenn der Abstand der Lichtquellen etwa zehnmal so groß ist wie ihre größte Abmessung, und wenn die Gerade durch die Mitten der Lichtquellen ungefähr durch die Mitte der beleuchteten Fläche geht.

Man muß dafür sorgen, daß das Auge die beiden beleuchteten Flächen unter *demselben Winkel* sieht wie beim RICHIE-Photometer, weil (§. 527 o.) die Helligkeit einer Fläche von dem Winkel abhängt, unter dem wir sie ansehen. Um beide *nebeneinander* zu sehen, stellt man die Tafel in den Winkel eines Winkelspiegels. — Man handhabt das Photometer so: Man stellt die Lichtquellen zu beiden Seiten der zu beleuchtenden Ebene, des Photometerschirmes S , auf eine Bank (Abb. 621), so daß die Gerade, die die Mitten der beiden Lichtquellen verbindet, senkrecht durch die Mitte des Schirmes geht, macht den Abstand der Lichtquellen von dem Schirm so groß, daß seine beiden Seiten gleich hell erscheinen, und mißt die Abstände. Sind sie a_1 und a_2 , und nennt man die Stärken der Lichtquellen I_1

und I_2 , so ist $\frac{I_1}{I_2} = \frac{a_1^2}{a_2^2}$. Ist z. B. $a_1 = 100$ cm und $a_2 = 141,4$ cm, so ist $\frac{a_1^2}{a_2^2} = \left(\frac{1}{1,414}\right)^2 = \frac{1}{2}$, daher $I_2 = 2I_1$.

BUNSEN-Photometer (1843). Dieses Photometerprinzip ist die Grundlage des am meisten benutzten Photometers (BUNSEN). Der (veraltete) BUNSENSCHE Photometerschirm, zu dessen Seiten man die Lichtquellen aufstellt, ist ein Blatt weißen Papiers mit einem (kreisrandigen) Fettfleck in der Mitte. Die gefettete Stelle läßt mehr Licht hindurch als das übrige Papier, sie sieht, *weil* sie sich hierin anders verhält als ihre Umgebung, je nach der Beleuchtung sehr charakteristisch aus. Betrachtet man einen Fettfleck auf einem Blatt Papier, während sich das Auge und die Lichtquelle, etwa das Fenster, auf *derselben* Seite des Blattes befinden, d. h. betrachtet man das Blatt „im auffallenden Licht“, so erscheint der Fleck bekanntlich *dunkler* als seine Umgebung. Betrachtet man ihn aber, während sich Auge und Fenster auf *entgegengesetzten* Seiten befinden (das Blatt *zwischen* Auge und Fenster), d. h. betrachtet man das Blatt im *durchfallenden* Lichte, so erscheint der Fleck *heller* als seine Umgebung. Warum? Nur *eine* Seite des Papiers empfängt Licht (das von den Wänden des Zimmers diffus zurückgeworfene Tageslicht können wir unbeachtet lassen, es trifft überdies *beide* Seiten des Papiers). Das *nicht* gefettete Papier läßt so gut wie nichts hindurch, es wirft das Licht diffus zurück und nach der Seite hin, von der es gekommen ist, der Fettfleck aber läßt Licht nach der anderen Seite *hindurch* und wirft nur sehr wenig *zurück*. Liegt das Auge auf der Seite der Lichtquelle, so bekommt es daher sehr viel Licht von der Umgebung des Fettfleckes, aber verhältnismäßig wenig von dem Fettfleck selbst, deswegen sieht es den Fettfleck dunkel auf hellem Grunde. Liegt das Auge auf der anderen Seite, so bekommt es verhältnismäßig *viel* Licht von dem durchlässigen *Fettfleck*, aber wenig von dem fast undurchlässigen Papier, es sieht daher den Fettfleck hell auf dunklem Grunde. — Werden *beide* Seiten des Papiers *gleich* hell beleuchtet, so kann sich der Fleck von seiner Umgebung nicht abheben, er wird unsichtbar. (Tatsächlich wird er nicht *ganz* unsichtbar; er behält ein Minimum der Sichtbarkeit, aber das Minimum erscheint gleich stark an beiden Seiten.) Um beide Seiten *nebeneinander* zu sehen, stellt man hinter den Schirm einen Winkelspiegel, so daß der Schirm symmetrisch zu den beiden Spiegeln liegt. Man verändert die Abstände der zu vergleichenden Lichtquellen von ihm

so lange, bis der Fettfleck beiderseits dieses Minimum der Sichtbarkeit hat. Aus den Abständen berechnet man dann das Verhältnis der Stärken der beiden Lichtquellen. — Man benützt (seit 1889) an Stelle des BUNSENSCHEN Photometerschirmes eine von LUMMER und BRODHUN konstruierte Vorrichtung, die den Fettfleck ersetzt und die noch genauere Messungen ermöglicht. Wir besprechen sie, da sie die *totale Reflexion* benützt, erst später (S. 549).

Kugelphotometer. Nur eine punkthafte Lichtquelle gibt nach jeder Richtung die gleiche Lichtstärke, erfordert also nur *eine* Messung auf der Photometerbank. Jede andere erfordert nach jeder Richtung eine neue Messung, wenn man ihre Lichtverteilung im Raum kennen will.

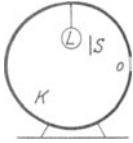


Abb. 622.
Kugelphotometer
(ULBRICHT).

Das verbietet sich aber aus technischen Gründen. Man bewertet daher jede technische Lichtquelle nach dem Lichtstrom $\Phi = 4\pi J_0$ (wo J_0 die mittlere räumliche Lichtstärke bedeutet). Man findet ihn durch eine einzige Messung in dem Kugelphotometer (ULBRICHT). Die zu messende Lampe L hängt (Abb. 622) in einer mattweiß gestrichenen Hohlkugel K . Ein mattweißer Schirm S schützt die Beobachtungsstelle o — eine durch Milchglasplatte verschlossene Öffnung in K — vor der direkten Beleuchtung durch L . Folgt die Reflexion der Anstrichfläche dem LAMBERTSchen Gesetz, so ist die Beleuchtung in o , also die indirekte, von der Kugelwand ausgehende Beleuchtung durch L , proportional dem Gesamtlichtstrom

von L . Ist Φ der gesuchte Gesamtlichtstrom von L , und E die Beleuchtung in o , so ist $\Phi = KE$, wo K die Kugelkonstante ist, die man durch Austausch von L gegen eine Normallampe findet. Man kann die Beleuchtung in o messen, indem man die Lichtstärke der Milchglasplatte mit einem Bankphotometer bestimmt.

Lichtstärkeneinheit. Normalkerze. Man kann mit dem Photometer messen, ob zwei gegebene Lichtquellen *gleich* hell sind, oder *wievielmals* so hell die eine ist wie die andere. Aber man weiß damit noch von keiner, *wie* hell sie ist. Es fehlt noch die *Lichteinheit*, die man der Lichtmessung zugrunde legen muß, wie man das Zentimeter einer Längenmessung zugrunde legt. Diese Lichteinheit hat man willkürlich festsetzen müssen. In Deutschland¹ gilt als Lichteinheit die HEFNER-Kerze (Normalkerze), die Lichtstärke der von HEFNER-ALTENECK eingeführten Amylacetatlampe (A in Abb. 623). Die Dimensionen der Lampe und des Docthes sind genau vorgeschrieben; ist die Lampe mit chemisch reinem Amylacetat gefüllt, und brennt sie (unter den unerlässlichen Vorsichtsmaßregeln, die sich auf die Ruhe der Luft, die Reinheit der Luft usw. beziehen) mit einer 40 mm hohen Flamme, so ist ihre Lichtstärke 1 Kerze. Eine elektrische Glühlampe hat 16 „Kerzen“, heißt: sie ist 16 mal so hell wie eine HEFNER-Kerze (HK). — Bringt man eine HEFNER-Lampe A an das eine Ende der Photometerbank, Abb. 623, die Lichtquelle L , deren Lichtstärke man messen soll, an das andere, verschiebt man dann den Photometerkopf P zwischen beiden, bis der Schirm darin auf beiden Seiten gleich hell aussieht, so findet man (S. 525 m.), wieviel HEFNER-Kerzen L hat. Für technische Messungen benützt man statt der HEFNER-Lampe stärkere Lichtquellen, deren Stärke man vorher in HEFNER-Kerzen gemessen hat, besonders elektrische Glühlampen.

Wichtig für die Beleuchtungstechnik ist die Frage, wie groß an *einer gegebenen Stelle* die Beleuchtungsstärke ist. Als Maß für sie gilt die Beleuchtung, die eine Kerze in 1 m Abstand bei senkrecht einfallendem Licht erzeugt. Eine solche „Beleuchtungseinheit“ (1 Lux, Meterkerze) ist unerlässlich für die Vorschrift, wie hell ein Arbeitsplatz sein muß, um vorgeschriebene Arbeiten (Lesen, Zeichnen, Nähen) zu ermöglichen. Als künstliche Beleuchtung, bei der man ebenso schnell wie im Tageslicht lesen kann, reichen 60 Lux aus, für die Beleuchtung eines Arbeitsplatzes sind wenigstens 12 Lux erforderlich (HERM. COHN). — Die Beleuchtungsstärke mißt man mit besonders dafür gebauten Photometern (WEBER, BECHSTEIN).

Helligkeit der Sterne (scheinbare). Man teilt die Sterne nach ihrer Helligkeit in *Größenklassen* („Größe“ — abgekürzt m , von *magnitudo* — photometrisch gemeint, nicht räumlich!) und hat festgesetzt²: eine ganze photometrische Größenklasse trennt zwei

¹ Die Lichtstärkeneinheit in Amerika, England, Frankreich ist die *internationale Kerze* (= 0,9 HK).

² Innerhalb eines großen Bereiches der Helligkeit entsprechen die kleinsten wahrnehmbaren Differenzen dE (der subjektiven Lichtempfindung E) nahezu konstanten Bruchteilen dH/H (der objektiven Helligkeit H). Diese Art, wie das Auge Helligkeiten mißt, hat

Sterne voneinander, deren Helligkeiten sich wie 1 : 2,5 verhalten (*streng* wie 1 : 2,512, der bequemeren Logarithmenrechnung wegen; $\log 2,512$ ist 0,4). Nach dieser Definition ist $J_1 = 2,512 \times J_2, J_2 = 2,512 \times J_3 \dots$, also z. B. $J_1 = 2,512^4 \times J_5$. Haben zwei Sterne die Helligkeiten J_p und J_q und die Klassengrößen m_p und m_q , so ist nach dieser Festsetzung

$$\frac{J_p}{J_q} = 2,512^{q-p} \quad \text{also} \quad q - p = \frac{\log J_p - \log J_q}{0,4}.$$

Für $q - p = 5$ (Größenklassen) hat man z. B. $5 \times 0,4 = \log \frac{J_p}{J_q}$ oder $\frac{J_p}{J_q} = 100$. Ein Stern erster (p) Klasse ist also 100 mal so hell wie ein Stern sechster (q) Klasse. (Der Nullpunkt der visuellen Skala des Harvard Observatoriums ist dadurch definiert, daß der Polarstern + 2,12^m ist.) Die obige Definition führt nicht nur auf Bruchteile von Größenklassen, sondern auch auf negative Zahlen. Die hellsten Sterne, Sirius und Canopus, haben die Größe — 1,6 und — 0,9, die Sonne — 26,5. Die schwächsten dem bloßen Auge sichtbaren Sterne sind 6ter, mit den besten Fernrohren sichtbaren 17ter, photographisch wahrnehmbaren 20ster Klasse.

Man *mißt* die Sternhelligkeit am Eindruck auf das Auge (nach ZÖLLNER) durch Einstellung auf gleiche Helligkeit mit einem „künstlichen“ Stern, dessen Helligkeit man meßbar verändern kann, nach WILSON durch Auslöschung durch eine meßbar veränderliche Schicht eines Licht verschluckenden Mittels) oder am Eindruck auf die photographische Platte oder am Eindruck auf die lichtelektrische Zelle. Die Ergebnisse dieser Eindrücke sind aber nicht identisch, weil jeder durch einen *anderen* Ausschnitt aus dem Spektrum (s. d.) erzeugt wird. Den Unterschied der so ermittelten Helligkeiten desselben Sternes — besonders den Unterschied zwischen der photographisch und der visuell ermittelten Helligkeit nennt man den *Farbenindex*. — Zwei Sterne können dem Auge gleich hell erscheinen, photographisch aber um etwa zwei Größenklassen auseinanderliegen, da ein roter Stern chemisch schwächer wirkt. Der Farbenindex kennzeichnet demnach die spektrale Intensitätsverteilung und damit die Temperatur, er steht in enger Beziehung zum *Spektraltypus* (s. d.). — Um die visuelle und die photographische Größenskala in Übereinstimmung zu bringen, hat man international vereinbart: für die Sterne 5,5 bis 6,5ter Größe vom Spektraltyp *Ao* (Sirius) sind die photographische und die visuelle Größe als gleich anzusehen.

Man unterscheidet *scheinbare* und *absolute* Helligkeit — scheinbar ist die, die der Beobachter empfindet, absolut die, die er *im Abstand Eins* von dem Stern empfinden würde — Abstand Eins entspricht der Parallaxe 0,1". Z. B. die Sonne erscheint rund 6×10^{10} mal so hell wie Capella (26,9 Größenklassen heller); nimmt man die Parallaxe von Capella zu 0,08" an, so ergibt die Rechnung, da die scheinbare Helligkeit im quadratischen Verhältnis des Abstandes abnimmt, daß uns die Sonne *im selben Abstände* wie Capella nur als ein Stern der Größenklasse 5,4 erscheinen würde. — Der Begriff absolute Helligkeit wird im allgemeinen nur auf selbstleuchtende Körper (Fixsterne) angewendet. Ist M die absolute Größe, m die scheinbare, π die Parallaxe, so ist $M = m + 5 + 5 \log \pi$.

3. Spiegelung des Lichtes.

a) Ebene Spiegel.

Spiegelgesetz. Bisher sollte die Wand, auf ~~das~~ die die Lichtwellen fallen, das Licht gleichmäßig nach *allen* Richtungen, „diffus“, zurückwerfen (S. 525 m.). Man denke sich die Wand als Fußboden eines Raumes (Abb. 624), in den nur durch eine kleine Öffnung im Fensterladen Sonnenstrahlen fallen. Das Strahlenbündel trifft den Fußboden in *B*. In welcher Richtung der Beobachter auch nach *B* hinsieht, er sieht die Stelle „beleuchtet“. Das ist richtig, solange der Fußboden das Licht nach *allen* Richtungen zurückwirft, wie jede Fläche, die rauh ist und uns matt und glanzlos erscheint. Ist aber in *B* eine ruhende Quecksilberoberfläche, dann sieht der Beobachter die Stelle *B* so gut wie gar nicht erleuchtet. Aber er sieht bei *C* (Abb. 625) einen hellen Fleck,

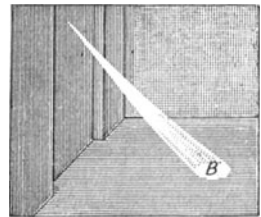


Abb. 624. Diffuse Zurückwerfung des Lichtes von *B* aus.

(nach FECHNER, dem Urheber des psycho-physischen Grundgesetzes $dE = k \frac{dH}{H}$, das sich auch in anderen Gebieten der Sinnensempfindung bewährt) auch die Numerierung der Sterngrößen mitbestimmt. Man hat, ohne die objektive Lichtmenge zu messen, die Größenklassen nach dem *Eindrucke* bestimmt, den die Sterne auf das bloße Auge machen, nannte die hellsten 1. Größe, die nächsthellen 2. Größe und schließlich die dem bloßen Auge gerade noch wahrnehmbaren 6. Größe.

weil die Wand dort von einem Strahlenbündel getroffen wird, das von B ausgeht. Bringt er sein Auge in dessen Richtung, so sieht er auf B (nicht die Quecksilberoberfläche, sondern) die Lichtquelle, die die Strahlen in das Zimmer wirft, hier die Sonne.

Man nennt das Zurückwerfung des Lichtes, *Spiegelung*, Reflexion; die Quecksilberoberfläche einen *Spiegel*; den Strahl AB (Abb. 625) den *einfallenden*, BC den *zurückgeworfenen* oder reflektierten Strahl; BN das *Einfallslot*; Winkel ABN den *Einfallswinkel*; Winkel NBC den *Reflexionswinkel*; die Ebene, in der der einfallende Strahl und das Einfallslot liegen, die *Einfallsebene*. (Hier ist die Einfallsebene mit der Ebene der Zeichnung identisch.)

Die Beziehungen zwischen dem einfallenden und dem gespiegelten Strahl lauten: Auch der gespiegelte Strahl liegt in der Einfallsebene, auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslotes wie der einfallende Strahl, und bildet mit dem Einfallslot denselben Winkel wie der einfallende Strahl. Kurz: *Einfallswinkel und Reflexionswinkel liegen in derselben Ebene und sind einander gleich* ($\angle ABN = \angle NBC$).

Dieses Grundgesetz entstammt der Erfahrung, läßt sich aber auch (zuerst HUYGENS, später FRESNEL) aus der Wellentheorie ableiten. Daß es gilt, beweisen am genauesten astronomische Beobachtungen: Die horizontale Oberfläche eines Teiches gibt ein Spiegelbild des gestirnten Himmels. Beobachtet man einen bestimmten Stern, so sieht man ihn einmal am Himmel und ein zweites Mal tief unten im Teiche. Blickt man ihn mit einem Fernrohre an, so richtet man daher das Fernrohr das eine Mal schräg nach oben, das andere Mal schräg nach unten.

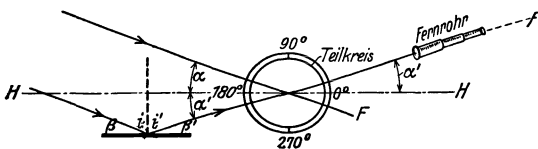


Abb. 626. Zur Prüfung des Spiegelgesetzes an der Erfahrung.

an, so richtet man daher das Fernrohr das eine Mal schräg nach oben, das andere Mal schräg nach unten. Bildet die Fernrohrachse F in jeder Lage den Durchmesser eines vertikal stehenden, in Grade eingeteilten Kreises (Abb. 626), so sieht man an der Teilung, daß $\alpha = \alpha'$ ist, also die Achse beide Male denselben Winkel mit der

Horizontalen HH bildet, die parallel zur Teichoberfläche ist. Da die Strahlen von einem als unendlich fern anzusehenden Punkt herkommen, so sind sie parallel. Infolgedessen ist:

$$\alpha = \beta \quad (\text{Winkel mit paarweise parallelen und gleichgerichteten Schenkeln}).$$

Ferner ist: $\alpha' = \beta'$ (aus demselben Grunde),

$$\text{also} \quad \alpha = \beta' \quad (\text{da } \alpha = \alpha').$$

Daher ist: $i = i'$ (jedem fehlt gleich viel zu 90° , dem einen β , dem anderen β').

Wir haben nur von einem auffallenden und einem reflektierten Strahl gesprochen, sehen aber jeden als Repräsentanten eines Bündels von parallelen Strahlen an, da es einzelne Strahlen nicht gibt.

Spiegelbild. Virtuelles, reelles Bild. Der Spiegel kann bekanntlich *Bilder* erzeugen. Die durch ein „Spiegelbild“ hervorgerufene Täuschung kann so groß sein, daß das *Bild* von dem abgebildeten *Gegenstande* nur schwer unterscheidbar ist. Wie entsteht die Täuschung? Beim Spiegel, Abb. 627, muß man die Strahlen rückwärts hinter den Spiegel verlängern, um den Schnittpunkt (Bildpunkt) zu erreichen; bei den durch eine photographische Linse (Abb. 694) entstehenden optischen Bildern schneiden sie einander wirklich. Daher kann man im zweiten Falle das Bild auf einem Schirme (Mattscheibe) auffangen, während man das im ersten Falle *nicht* kann, das Bild vielmehr nur subjektiv beobachten kann. Die zweite Art Bilder nennt man *zugänglich, auffangbar, reell*, die andere *unzugänglich, virtuell*. — Auch bei einer Linse kann das Bild unzugänglich sein (eine Lupe, eine Brille kann nur zum Hindurchsehen dienen, nicht zum Auffangen des Bildes). Bei einem zugänglichen Bilde laufen die Strahlen hinter der Linse zusammen (konvergieren), bei einem unzugänglichen laufen sie auseinander (divergieren). Wird ein zugängliches Bild entworfen, so kann man zwischen Linse und Bild ein weiteres

optisches Instrument einschalten. Diesem wird dann ein Bündel von Strahlen dargeboten, das nach einem Punkte hin zusammenläuft, den man als *nichtwirklichen* virtuellen, *Gegenstand* bezeichnet. Von einem *wirklichen* Gegenstande geht dagegen ein auseinanderlaufendes Strahlenbündel aus. *Hinter* dem Bildpunkte wirken auch unzugängliche Bilder und zugängliche wie wirkliche Gegenstände.

Ein leuchtender Punkt sendet Strahlen aus; gelangen davon genug in unser Auge, so *sehen* wir ihn. Die Gradlinigkeit, mit der sich das Licht von seiner Quelle aus fortpflanzt, ist uns als Erfahrungstatsache so in Fleisch und Blut übergegangen, daß das Auge den Punkt, den es für die Lichtquelle hält, stets in die von ihm weg gerichtete Verlängerung des Strahles verlegt, von dem es getroffen wird: es sieht daher L_1 und L_2 der Abb. 627 als Lichtquellen an. Die Täuschung entsteht ähnlich wie beim Echo, wo das Ohr eine Schallquelle konstruiert, und wie bei der Reflexion der Wasserwellen Abb. 306, wo das Auge den Mittelpunkt des reflektierten Wellensystems konstruiert. Es ist in Wirklichkeit kein neues (reelles) Wellenzentrum vorhanden, das Auge hat aber den Eindruck, *wie wenn* eines vorhanden wäre; es ist ein *virtuelles*.

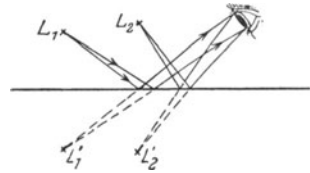


Abb. 627. Konstruktion des Spiegelbildes durch das Auge.

Die rückwärtigen Verlängerungen (Abb. 628) der gespiegelten Strahlen *müssen* durch einen allen gemeinsamen Punkt gehen; denn sie haben *dieselben* geometrischen Lagenbeziehungen zueinander und zu der Geraden HH , die die einfallenden Strahlen zueinander und zu HH haben, und *diese* gehen alle tatsächlich durch einen allen gemeinsamen Punkt O . Aus der Symmetrie der einfallenden Strahlen und der rückwärtigen Verlängerungen zu HH ergibt sich auch, daß die *Abstände* der Treffpunkte $0, 1, 2, 3$ vom Objekt O und dem Bilde B gleich groß sind. — Auch der von O *senkrecht* auffallende und reflektierte Strahl OO muß durch B hindurch: es ist also auch $OO = BO$, d. h. der Bildpunkt liegt auf der entgegengesetzten Seite des Spiegels und gleich weit weg davon wie der Objektpunkt.

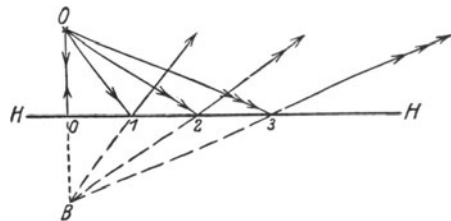


Abb. 628. Dingpunkt O und Bildpunkt B liegen gleich weit von dem Spiegel.

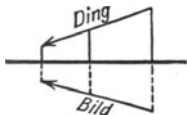


Abb. 629. Im Spiegelbild ist „rechts“, was in dem Dinge „links“ ist (demgegenwärtige Abbildung).

Das erlaubt, zu einem Objekte sein Spiegelbild zu *konstruieren*: man fällt von jedem spiegelbaren Objektpunkt eine Senkrechte auf den Spiegel und verlängert sie darüber hinaus um

den Abstand des Objektpunktes vom Spiegel. Der Endpunkt der Verlängerung ist der Bildpunkt (Abb. 629). Diese *Konstruktion* des Bildes verbürgt aber noch nicht seine *Sichtbarkeit*. Die *Sichtbarkeit* erfordert nicht, daß *bestimmte* Strahlen, z. B. die zur Konstruktion verwendeten, den Spiegel treffen und reflektiert ins Auge gelangen; es genügen *irgendwelche* Strahlen. Aber sie müssen den Spiegel *wirklich treffen* und dann *wirklich ins Auge* gelangen. Das zeigt Abb. 630 an der Wand W , die fast bis zum Spiegel reicht, so daß sie viele von O ausgehende Strahlen vom Spiegel und viele reflektierte Strahlen vom Auge abhält. Nur der Strahlenkegel BOc macht das Bild B' sichtbar: Oc und OB sind die Grenzstrahlen, und nur solange das Auge im Kegel $B'B'c$

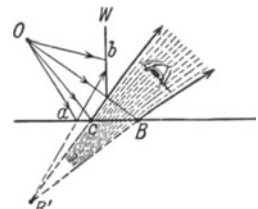


Abb. 630. Bedingung für die Sichtbarkeit des Spiegelbildes.

liegt, sieht es B' . Strahlen wie Ob gelangen nicht zum Spiegel und Strahlen wie Oa gelangen, obwohl gespiegelt, nicht ins Auge. Die wirksamen Strahlen bilden also nur einen Teil der von O insgesamt ausgehenden, sie verlaufen innerhalb eines beschränkten Raumes. Man nennt das *Strahlenbegrenzung*. In den optischen *abbildenden* Geräten wie Lupe, Mikroskop, Fernrohr, Photographenlinse, sondert man durch Begrenzung (Blenden) einen Teil der von den einzelnen Objektpunkten ausgehenden Strahlen aus und läßt nur diesen an der Abbildung teilnehmen, man verbessert, ja man ermöglicht erst hierdurch die Entstehung optischer Bilder.

Winkelspiegel. Fallen die von einem Spiegel zurückgeworfenen Strahlen auf einen zweiten, so werden sie auch von diesem zurückgeworfen; sorgt man dafür, daß sie dann wieder auf den ersten fallen, dann wieder auf den zweiten usw., so sieht man zahlreiche Bilder — an Zahl und Lage zueinander verschieden, je nach der Größe des Winkels, den die Spiegel miteinander bilden. Besonderes leistet der 90° -Winkelspiegel (Abb. 631). Bekanntlich vertauscht ein gewöhnlicher Spiegel rechts und links miteinander. Neige ich, vor einem solchen Spiegel stehend, z. B. den Kopf nach meiner rechten Schulter, so neigt das *Spiegelbild* den Kopf nach seiner *linken* Schulter. Ganz anders der 90° -Winkelspiegel. Neige ich vor einem *solchen* Spiegel den Kopf nach meiner rechten Schulter, so neigt auch das Spiegelbild seinen Kopf nach seiner rechten Schulter. Das, was für uns nach rechts liegt, liegt auch für das *mittlere*, von der Kante (Spiegelachse) durchschnitene, Spiegelbild nach rechts. (Anwendung im Zeiss-Prismenfernrohr, S. 600.) Abb. 632 erklärt das: die Ebene der Zeichnung stehe senkrecht auf der Kante des Winkelspiegels (Spiegelachse), A sei ihr Durchschnitt mit der Kante, AB und AC ihre Durchschnitte mit den Spiegeln. Die Ebene der Zeichnung sei zugleich die Einfallsebene (also auch die Reflexionsebene), O ein Punkt in ihr, der Strahlen in den Winkelspiegel schickt. Seine Spiegelung an AB erzeugt das Bild O_1 , die Spiegelung an AC bringt es von O_1 nach O_2 , die zweimalige Spiegelung zeigt also den Punkt O in O_2 , d. h. sie dreht ihn (mit seinem Abstand OA von der Kante) um den Winkel AO_2 um die Spiegelachse. Der *Drehungswinkel* AO_2 ist das *Doppelte* des *Spiegelwinkels* BAC . Denn es ist:

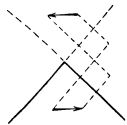


Abb. 631. Der 90° -Winkelspiegel. Das durch zweimalige Spiegelung entstand. mittlere Spiegelbild ist um $2 \times 90^\circ = 180^\circ$ um die Spiegelachse gedreht und daher rechtswendig; was im Objekte „rechts“ ist, ist auch im Bilde „rechts“ (siehe Abb. 629 das gegenwärtige Bild). $\frac{1}{2}$

es von O_1 nach O_2 , die zweimalige Spiegelung zeigt also den Punkt O in O_2 , d. h. sie dreht ihn (mit seinem Abstand OA von der Kante) um den Winkel AO_2 um die Spiegelachse. Der *Drehungswinkel* AO_2 ist das *Doppelte* des *Spiegelwinkels* BAC . Denn es ist:

$$\begin{aligned} \angle OAO_1 &= 2O_1AB \\ \angle O_1AO_2 &= 2O_1AC \\ \hline \angle O_1AO_2 - OAO_1 &= \angle OAO_2 = 2(O_1AC - O_1AB) = 2CAB. \end{aligned}$$

In einem Winkelspiegel gespiegelt beschreibt ein *zweimal gespiegelter Punkt* also einen *Bogen vom Doppelten des Spiegelwinkels*. Der 90° -Winkelspiegel dreht daher jeden zweimal gespiegelten Punkt um 180° und daher hat der horizontale Rechts-Pfeil der Abbildung 632 einen horizontalen Links-Pfeil als Spiegelbild.

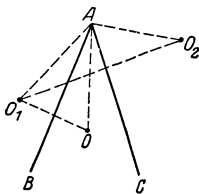


Abb. 632. Zur Wirkung des Winkelspiegels.

Anwendung der Spiegel zur Winkelmessung. Sehr mannigfaltig ist die Anwendbarkeit des Spiegels für physikalische Messungen, z. B. für das Messen von Winkeln. Die Kenntnis der Winkelgröße ist der Zweck der Messung z. B. in der Kristallographie, oft aber ist sie nur der Umweg zur Kenntnis anderer physikalischer Größen. Um z. B. den Winkel α bei c zu messen (Abb. 633), den zwei *spiegelnde* Prismenflächen einschließen, verfährt man so: T in Abb. 635 (und 636) ist ein kreisrunder Tisch (vertikal von oben gesehen), dessen Umfang in Winkelgrade geteilt ist. Die Tischplatte ist drehbar um die Vertikalachse, die durch die Mitte der Tischplatte geht. Man stellt den Körper ungefähr in die Mitte und so, daß die Kante EF vertikal steht; sieht man über den Tisch hinweg längs einer vorgeschriebenen Richtung RR , die durch die Mitte der Tischplatte geht und senkrecht auf der Drehungsachse des Tisches steht, und dreht man die Tischplatte, bis man sein Auge in der Prismenseite cb gespiegelt sieht, so zeigt das, daß ein längs RR von dem Auge zu der Seite c laufender Strahl zu dem Auge zurückkehrt („in sich“ zurückkehrt). Seite cb ist dann senkrecht zur Blickrichtung, Winkel W (Abb. 634) also ein Rechter. Dreht man dann den Tisch weiter, bis man, immer längs RR blickend, sein Auge in der Seite ca gespiegelt sieht, bis nach B , so ist Winkel V in Abb. 634 ein Rechter. Den Winkel, um den man die Tischplatte gedreht

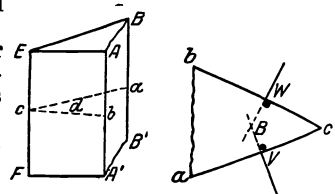


Abb. 633 und 634. Brechender Winkel (c) eines Prismas.

physikalischer Größen. Um z. B. den Winkel α bei c zu messen (Abb. 633), den zwei *spiegelnde* Prismenflächen einschließen, verfährt man so: T in Abb. 635 (und 636) ist ein kreisrunder Tisch (vertikal von oben gesehen), dessen Umfang in Winkelgrade geteilt ist. Die Tischplatte ist drehbar um die Vertikalachse, die durch die Mitte der Tischplatte geht. Man stellt den Körper ungefähr in die Mitte und so, daß die Kante EF vertikal steht; sieht man über den Tisch hinweg längs einer vorgeschriebenen Richtung RR , die durch die Mitte der Tischplatte geht und senkrecht auf der Drehungsachse des Tisches steht, und dreht man die Tischplatte, bis man sein Auge in der Prismenseite cb gespiegelt sieht, so zeigt das, daß ein längs RR von dem Auge zu der Seite c laufender Strahl zu dem Auge zurückkehrt („in sich“ zurückkehrt). Seite cb ist dann senkrecht zur Blickrichtung, Winkel W (Abb. 634) also ein Rechter. Dreht man dann den Tisch weiter, bis man, immer längs RR blickend, sein Auge in der Seite ca gespiegelt sieht, bis nach B , so ist Winkel V in Abb. 634 ein Rechter. Den Winkel, um den man die Tischplatte gedreht

dann festgehalten. Wie groß ist der Winkel? — Man befestigt an dem Körper ein Spiegelchen S , seine Ebene parallel zur Drehachse, es macht die Drehung des Körpers dann mit, AA ist seine Lage vor der Drehung, EE nach der Drehung, ECA somit der zu messende Winkel α . Um ihn zu messen, stellt man einen Maßstab (in Millimeter geteilt und beziffert) etwa 2—4 m vor dem

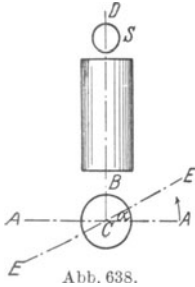


Abb. 638.

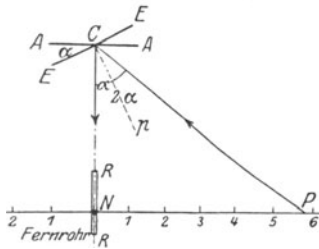


Abb. 639.

Messung eines Winkels (ACE) mit Spiegel (A) und Skala nach POGGENDORFF.

Spiegel A auf, parallel zur Anfangslage AA (Abb. 639), und zwar so, daß der „Nullpunkt“ N der Skala, von dem aus die Teilung nach beiden Seiten geht, dem Spiegel senkrecht (RR) gegenüberliegt. Sieht man in der senkrechten Richtung RR dicht unter dem Nullpunkt zum Spiegel hin (durch ein Fernrohr), so sieht das Auge immer den Punkt der Skala im Spiegel, dessen Strahlen so auf den Spiegel fallen, daß sie in der Richtung RR zurückgeworfen werden. In der Ruhelage AA sieht es daher den Nullpunkt N (mit der Ziffer 0), in der Endlage EE den Punkt P (mit

einer Skalenziffer). Während sich der Spiegel dreht, hat das Auge den Eindruck, daß sich die Skala von N bis P vor ihm vorbeischiebt. Die Kenntnis der Länge NP ist es, worauf es bei der Messung ankommt; man liest hier die Skalenziffer bei P ab, mißt NC mit einem Maßstab und findet den Winkel PCN aus $\frac{NP}{NC} = \text{tg } PCN$. Winkel PCN ist gleich 2α , denn die zur Spiegellage EE Senkrechte pC halbiert den Winkel PCN , (weil $pCN = pCP$ nach dem Reflexionsgesetz), ferner ist $pCN = \alpha$ (weil pCN und ACE denselben Winkel ECN zu 90° ergänzen). Daher ist: $\frac{NP}{NC} = \text{tg } 2\alpha$, also $\alpha = \frac{1}{2} \text{arc tg } \frac{NP}{NC}$.

b) Kugelspiegel.

Hohlspiegel. Die Wand, die die Ausbreitung der Lichtwellen verhindert (S. 525 m.), sollte eben sein, ein Planspiegel, und regelmäßig (nicht „diffus“) zurückwerfen. Aber wie, wenn sie gekrümmt ist? Die Frage erfordert zur vollkommenen Behandlung umfangreiche mathematische Hilfsmittel. Wir beschäftigen uns daher nur mit dem einfachsten gekrümmten Spiegel, der Kugelfläche; spiegelt die konkave Seite, so heißt der Spiegel *Konkavspiegel*, sonst *Konvexspiegel*.

Zunächst der Konkavspiegel (Abb. 640). Man nennt den Punkt O den *Scheitel*, den Kugelmittelpunkt C den *Mittelpunkt*, die durch beide gehende Gerade OC die *Hauptachse*. Den Winkel $N'CN$ nennt man *Öffnung* (Apertur) des Spiegels (in der Abbildung zur Verdeutlichung übertrieben); wir setzen ihn für die Folge als *sehr* klein voraus ($8-9^\circ$).

Punkt L , von dem die Strahlen ausgehen, liege auf der Hauptachse. Was geschieht dem Strahl LS , der auf den Spiegel fällt? Eine krumme Fläche kann als aus *unendlich* kleinen Ebenen bestehend gelten, und die Kugelfläche in der Nähe des

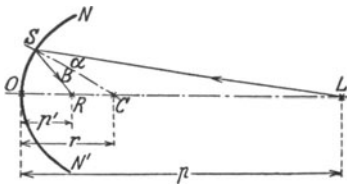


Abb. 640. Relative Lage von Ding (L) und Bild (R) am Konkavspiegel.

Auffallpunktes O kann durch ihre Tangentialebene ersetzt werden. Daher finden wir die Richtung des in S gespiegelten Strahles aus dem Spiegelungsgesetz für *ebene* Spiegel. Senkrecht auf der Kugelfläche in S steht Radius CS , er ist das Einfallslot, Winkel α daher der Einfallswinkel. Machen wir $\angle B = \angle \alpha$, so ist SR der reflektierte Strahl; er schneidet die Achse in R . Er *muß* sie schneiden, denn er liegt mit dem einfallenden

Strahl LS und dem Lot SC in derselben Ebene, der Ebene des Dreiecks SLC , in dem CL eine Seite ist. (Denkt man sich die Zeichnung um die Hauptachse rotierend, so erkennt man, daß das, was von LS gilt, von jedem Strahl

gilt, der auf dem durch die Rotation entstandenen Kegelmantel liegt; *alle* gehen durch R .)

Um den Ort von R in bezug auf L und O zu finden, halten wir uns an $\triangle RLS$. Sein Winkel bei S wird durch SC halbiert, daher ist $\frac{CR}{CL} = \frac{RS}{LS}$. Zur Vereinfachung nehmen wir S so nahe bei O an, daß wir O für S schreiben können (wir kommen sofort darauf zurück). Dann heißt die Gleichung:

$$\frac{CR}{CL} = \frac{RO}{LO} \quad \text{oder} \quad \frac{r-p'}{p-r} = \frac{p'}{p},$$

$$\text{umgeformt: } \frac{r-p'}{p'} = \frac{p-r}{p}, \quad \frac{r}{p'} - 1 = 1 - \frac{r}{p} \quad \text{oder} \quad \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{r}.$$

Der Abstand OS sollte als verschwindend klein gelten, d. h. die *Öffnung* des Strahlenbündels als so klein, daß seine *sämtlichen* Strahlen nahezu *senkrecht* auf den Spiegel fallen. Unter dieser Annahme gilt die einfache Formel. Sie besagt, daß dann *jeder* Strahl des Bündels durch R geht (nicht nur die des Kegelmantels). Die *homozentrischen* Strahlen — so nennt man die von *demselben* Punkte, hier L , ausgehenden Strahlen — werden dann durch die Spiegelung wieder homozentrisch vereinigt. Diese Art der Strahlenvereinigung ermöglicht die physische Erzeugung eines Bildpunktes. Ferner: man kann p' und p miteinander vertauschen, ohne daß sich die Gleichung ändert, d. h. ist R der leuchtende Punkt, so schneiden sich die gespiegelten Strahlen in L . Man nennt R und L *konjugierte Punkte*.

Der Inhalt der Gleichung $\frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = \frac{2}{r}$ wird anschaulich, wenn der leuchtende Punkt sich aus unendlichem Abstände dem Spiegel nähert, und wir ermitteln, wie sich dabei sein Bild relativ zum Spiegel bewegt (Abb. 641). Kommt der *Objektpunkt* aus unendlichem ($p = \infty$) Abstand (I) bis zum Kugelmittelpunkt C (2), d. h. bis $p = r$, so geht das *Bild* aus (I) dem *Brennpunkt* H , hier ist $p' = r/2$, bis zu (II) *eben diesem* Mittelpunkt C , d. h. es wird $p' = r$. Rückt der Objektpunkt dem Spiegel noch näher, bis zum Brennpunkt (3), d. h. wird $p = r/2$, so entfernt sich das Bild noch weiter vom Spiegel, die gespiegelten Strahlen werden schließlich einander parallel, und das Bild rückt ins Unendliche (III), d. h. es wird $p' = \infty$. Wenn der leuchtende Punkt um mehr als den Radius vom Spiegel absteht, $p > r$ ist, dann liegt das Bild zwischen Brennpunkt und Kugelmittelpunkt, es ist dann $r/2 < p' < r$ usw. — Zusammengefaßt heißt das: ist in der Gleichung $\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = \frac{2}{r}$

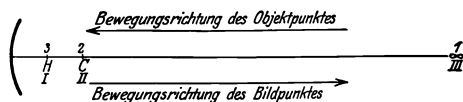


Abb. 641. Zur Formel für den Konkavspiegel.

$p = \infty$,	so wird $p' = r/2$, die <i>Brennweite</i>
$> r$	$> r/2$, aber $< r$
$= r$	$= r$ (Bild im Kugelmittelpunkt)
$< r$, aber $> r/2$	$> r$
$= r/2$	$= \infty$ (Bild im Unendlichen).

Was geschieht aber, wenn $p < r/2$ wird, d. h. der Objektpunkt dem Spiegel *noch* näher rückt? Abb. 642 gibt die Antwort: die gespiegelten Strahlen schneiden einander dann nicht *vor* dem Spiegel, aber ihre rückwärtigen Verlängerungen schneiden einander wie beim ebenen Spiegel (in R): ein Bild entwirft der Spiegel von dem leuchtenden Punkte also nur *für ein Auge*, das in den Spiegel hineinsieht, oder ein photographisches Objektiv, mit dem man das Spiegelbild aufnimmt (virtuelles Bild). Wir können nun die Tabelle noch erweitern, indem wir hinzufügen: für $p < r/2$ wird $p' < 0$, z. B. für $p = r/4$ wird $p' = -r/2$. Das negative Vorzeichen drückt aus, daß der Vereinigungspunkt der gespiegelten Strahlen nicht auf *derselben* Seite des Spiegels liegt wie der Kugelmittelpunkt, der um $+r$ vom Spiegel entfernt liegt, sondern auf der *entgegengesetzten* Seite. Die Vorzeichen $+$ und $-$ (man läßt das Zeichen $+$ gewöhnlich weg) bedeuten hier also nur Richtungsgegensätze, etwa wie beim Thermometer, wo man vom Nullpunkt aus nach entgegengesetzten Seiten \pm zählt.

Selbst wenn die einschränkenden Voraussetzungen (S. 536 u.) über die Spiegelöffnung und den nahezu senkrechten Strahleneinfall *erfüllt* sind, haben die von dem leuchtenden Punkte herkommenden Strahlen nach der Spiegelung *doch* keinen gemeinsamen Schnittpunkt,

man spricht dann von der *Kugelabweichung* des Brennpunktes. Läßt man ganz große Öffnungen zu, so ist das Bild des leuchtenden Punktes dann über eine *Fläche*, eine *Brennfläche* ausgebreitet. Eine Vorstellung von der Form einer solchen für einen bestimmten Fall gibt Abb. 643: Ein Bündel Strahlen fällt hier parallel zur Achse auf den *weit* geöffneten Spiegel. Zeichnet man zu den einfallenden Strahlen die gespiegelten und sucht die Punkte auf, in denen

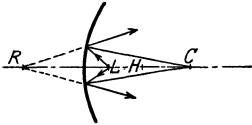


Abb. 642. Entstehung eines virtuellen Bildes (*R*) im Hohlspiegel.

je zwei unmittelbar benachbarte einander schneiden, so findet man die Kurve *BB*. Was für den Kreisbogen in der Ebene der Zeichnung gilt, muß man sich für den ganzen Spiegelraum ausgeführt denken. Man muß sich dazu die Abbildung um die Spiegelachse ein ganzes Mal herumgedreht denken. Die entstehende Fläche ist die Brennfläche für den hier besprochenen Fall.

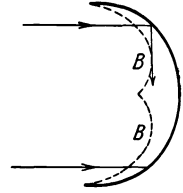


Abb. 643. Entstehung einer Brennfläche vor dem Hohlspiegel.

Nicht einmal die *dicht* um die Achse, d. h. nahezu senkrecht auffallenden Strahlen schneiden einander genau im Brennpunkt — sie schneiden einander vielmehr *auch* in einer Brennfläche, nur ist sie sehr klein: es ist die *Spitze* der Brennfläche *BB* in Abb. 643. Um einigermaßen scharfe Bilder zu bekommen, d. h. Bilder, in denen jeder *Punkt* dem zugehörigen Objektpunkt entspricht, müssen wir an jenen einschränkenden Voraussetzungen festhalten.

Die Abbildung ausgedehnter, aus einer Vielheit von Punkten bestehender Dinge durch Hohlspiegel unterscheidet sich nicht von der Abbildung durch Linsen (S. 562). Wir erwähnen nur folgende Ergebnisse: Zu einer auf der Achse senkrechten, *unendlich kleinen* Ebene als Objekt gehört als Bild ebenfalls eine auf der Achse senkrechte Ebene; die Verkleinerung resp. Vergrößerung (Objekt und Bild können ihre Plätze miteinander vertauschen, S. 537 m.) ist für jede gerade Linie des Gegenstandes dieselbe: Objekt und Bild verhalten sich zueinander der Größe nach wie die Abstände ihrer Ebenen vom Scheitel des Spiegels. Liegt das Objekt dem Spiegel ferner als der *Brennpunkt* ($p > r/2$), so schneiden die gespiegelten Strahlen einander *vor* dem Spiegel. Dadurch entsteht ein Bild, das man auffangen kann (*Mattscheibe*). Man kann es auch mit dem Auge auffangen, wenn man das Auge in den Strahlenweg bringt; man sieht es dann in der Luft schweben. Liegt das Objekt dem Spiegel aber *näher* als der Brennpunkt ($p < r/2$), so schneiden (Abb. 642) nur die rückwärtigen Verlängerungen der Strahlen einander, *hinter* dem Spiegel: er entwirft dann von dem Objekt ein Bild wie der ebene Spiegel, ein *virtuelles* Bild (S. 532 u.).

Die *virtuellen* Bilder greifbarer Gegenstände im Konkavspiegel sind aufrecht und stets größer als das Objekt, darum heißt der Konkavspiegel auch *Vergrößerungsspiegel*. Die Bilder sind desto stärker vergrößert, je näher das Objekt dem Brennpunkt liegt; geht es dem Spiegel entgegen, so kommt auch sein Bild dem Spiegel immer näher und wird dabei immer kleiner, bis es, am Spiegel angekommen, dem Objekt an Größe *gleich* wird. (Geometrisch und aus der Formel beweisbar.) Die *reellen* Bilder greifbarer Gegenstände dagegen sind umgekehrt, und kleiner *oder* größer als das Objekt, je nachdem das Objekt (von der Spiegelfläche aus gesehen) jenseits oder diesseits des Mittelpunktes *C* liegt.

Anwendungen der Hohlspiegel. Gekrümmte spiegelnde Flächen, und zwar konkave, benützt man viel seltener, um *Bilder* zu erzeugen (bisweilen als vergrößernde Toilettenspiegel, konvexe als verkleinernde), als um von einer Lichtquelle aus nach einer vorgeschriebenen Richtung hin *mehr Licht* zu werfen, als es sonst möglich wäre. Hier kommt es nicht auf sehr große Genauigkeit der spiegelnden Flächen an. Sie reflektieren die Strahlen so, daß sie als *Sammelspiegel* wirken, indem sie die Strahlen zur Achse hinlenken, also *zusammenhalten*, so bei den *Reflektoren* in den Lokomotivlampen, Wagenlaternen, Blendlaternen, Lampenschirmen, die das Licht einer (vor) unter ihnen angebrachten Lampe soviel wie möglich *nach* (vorn) unten werfen. Bisweilen sollen die Spiegel zwar auch als Strahlenrichter (nicht als Bildentwerfer) wirken, aber trotzdem großen Anforderungen an Genauigkeit entsprechen. Das gilt von den *Scheinwerfern* für Leuchttürme, für militärische Zwecke usw.

Die wertvollste Anwendung erfährt der Kugelhohlspiegel als Augenspiegel (HELMHOLTZ, 1851). Man muß, um das Innere des Auges untersuchen zu können, das Innere sehen. Durch die Pupille kann man zwar in das Auge hineinsehen, wie man von draußen durch ein Fenster in ein Zimmer sehen kann; man sieht aber nur das schwarze Fenster des Auges, jedoch nichts dahinter. Warum? Sehen können wir das Innere des Auges nur dann, wenn Licht von ihm ausgeht und in unser Auge gelangt. Licht fällt zwar immer in das beobachtete Auge und wird auch von den Wänden, auf die es fällt, zurückgeworfen und geht auch wieder durch die Pupille nach außen. Aber dieses Licht gelangt ohne besondere Hilfsmittel nicht in das Auge des Beobachters. Wir gehen hier nicht näher auf die Ursache ein; es genügt folgendes zu wissen: Um das Innere des zu beobachtenden Auges B erleuchtet zu sehen, muß man zunächst Licht hineinwerfen und dann sein eigenes Auge, A , in den Weg der aus dem Auge B zurückkehrenden Strahlen bringen. (Um das Innere in einem scharfen Bilde zu sehen, benutzt man eine Linse.) Um das Licht ins Auge B hineinzuworfen, benutzt man einen Spiegel (HELMHOLTZ), und zwar, um möglichst große Helligkeit zu erzielen, einen Konkavspiegel (RUETE), auf den man das Licht einer Lampe L fallen läßt (Abb. 644). Um das aus dem Auge B zurückkommende Licht in das Auge A des Beobachters zu führen, durchbohrt

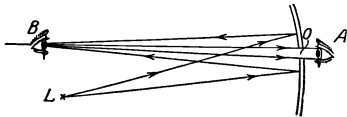


Abb. 644. Der Hohlspiegel als Augenspiegel (B das untersuchte Auge, L Lichtquelle, A Beobachter).

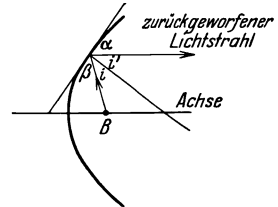


Abb. 645. Parabolspiegel mit Lichtquelle im Brennpunkt B als (Scheinwerfer).

man den Spiegel an einer Stelle o . Die auf die Öffnung treffenden Strahlen gehen durch den Spiegel hindurch und in das Auge des Beobachters, der nun das Innere des Auges B hellerleuchtet sieht.

Parabolspiegel. Wichtig als Spiegel ist, Abb. 645, die konkave Fläche des Paraboloides, das aus der Rotation eines Parabelbogens um die Parabelachse hervorgeht. Die Tangente an einem Punkte der Parabel bildet gleiche Winkel α und β mit der zur Achse parallelen Geraden durch jenen Punkt und mit der Geraden durch ihn und den Brennpunkt der Parabel. Infolgedessen sind auch die Winkel i und i' einander gleich, die die Normale in jenem Punkt mit den beiden Geraden bildet. Hieraus folgt nun für das Paraboloid als Spiegel und die beiden Geraden als Lichtstrahlen 1. die von einer punktförmigen Lichtquelle im Brennpunkt kommenden auf den Spiegel fallenden Strahlen werden alle parallel zur Achse gespiegelt. Der Spiegel hält sie zusammen und wirkt daher als Scheinwerfer. 2. Fallen Lichtstrahlen von einer fernen Lichtquelle her parallel zur Achse auf den Spiegel, so gehen sie gespiegelt alle durch den Brennpunkt. Der Parabolspiegel gibt daher von sehr fernen Objekten viel schärfere Bilder als der Kugelspiegel.

ad 1. Als Scheinwerfer spielt der Parabolspiegel eine große Rolle, so z. B. als Scheinwerfer von SCHUCKERT, eine Glasschale von zwei Rotationsparaboloiden begrenzt, die Rückseite versilbert, ferner als Automobilscheinwerfer und als telegraphisches Blinkgerät. Zum Bau der Scheinwerfer größter Reichweite und der militärischen Lichtsignalgeräte dient der Glasparabolspiegel von R. STRAUBEL mit einer vorderen parabolischen und einer hinteren (versilberten) parabolähnlichen Fläche. ad 2. Man benutzt den Parabolspiegel wegen der Schärfe der mit ihm möglichen Abbildung im Spiegelteleskop (auf der Vorderfläche versilberter Glasspiegel); man benutzt ihn ausschließlich, die Abbildung durch sphärische Spiegel ist ungenügend. Das Prinzip des ersten derartigen Fernrohrs (GREGORY, 1663) zeigt Abb. 646. — Die Spiegelteleskope wurden vielfach (NEWTON, CASSEGRAIN) verbessert. Sie stehen zwar den Linsenfernrohren an Ausdehnung der scharfen Bilder nach, sind ihnen aber für gewisse astrophysikalische Untersuchungen überlegen. Der größte Reflektor ist der des Mount Wilson-Observatoriums (Kalifornien) mit 250 cm Durchmesser.

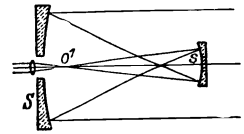


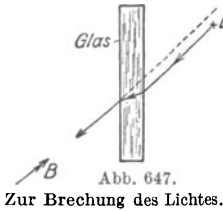
Abb. 646. Spiegelfernrohr (GREGORY). S ist der das Bild erzeugende parabolische Hauptspiegel. Die parallel zur Rohrachse einfallenden Strahlen erzeugen das Bild im Brennpunkt. Es entsteht vor dem parabolischen Nebenspiegel s , und zwar innerhalb seiner Brennweite so, daß ein durch die Öffnung im Spiegel S sehendes Auge im Spiegel s bei o' ein virtuelles, aufrechtes, vergrößertes Bild des an S erzeugten reellen Bildes sieht.

Konvexspiegel. Die Zurückwerfung des Lichtes an konvexen, spiegelnden Flächen — wir denken nur an kugelige — wird ebenso behandelt wie die an konkaven. Man muß dabei die S. 537 u. gemachte Bemerkung über das negative Vorzeichen beachten, weil Krümmungsmittelpunkt, Objekt und Bild nicht auf derselben Seite des Spiegels liegen. Man findet dieselbe Gleichung wie für den Konkavspiegel, nur steht rechts $-2/r$. Die Untersuchung, experimentelle wie mathematische, lehrt: der sphärische Konvexspiegel gibt virtuelle, aufrechtstehende, verkleinerte Bilder, wenn die Strahlen parallel oder wenn sie divergierend auf ihn auffallen, reelle Bilder nur dann, wenn die Strahlen, ehe sie auf den Spiegel treffen genügend stark konvergent gemacht worden sind.

Spiegel in der Form von *Zylinder-* und *Kegelmänteln* geben karikaturartig verzerrte Bilder. Hyperbolische Spiegel werden häufig als Nebenspiegel der Spiegelteleskope benutzt, weil man dadurch eine Verlängerung der Brennweite erreicht.

4. Brechung und Farbenzerstreuung des Lichtes.

Brechung. Das Licht sollte auf eine Wand treffen (S. 525 m.) und diese sollte seine Ausbreitung hindern. Sie sollte aber dabei das Licht nicht verschlucken, sondern zurückwerfen. Wir setzen jetzt eine Wand voraus, die das Licht voll-



Zur Brechung des Lichtes.

Abb. 647.

kommen hindurchläßt, d. h. die vollkommen durchsichtig ist. (In Wirklichkeit ist Vollkommenheit hierin nicht erreichbar, das ist hier nebensächlich.) Ferner soll die Wand isotrop (S. 144 o.) sein — warum, wird die Besprechung der *Doppelbrechung* zeigen.

Was tritt ein, wenn das Licht an diese Wand gelangt? Die Wand sei eine sehr dicke planparallele vertikal aufgestellte Glasplatte. Auf der einen Seite sei die punktarartige Lichtquelle *L*, auf der anderen ein Beobachter *B*. Angenommen, der Beobachter solle *L* durch einen Schuß treffen. Zielt er dorthin, wo er die Lichtquelle sieht, so schießt er darüber hinweg (Abb. 647) — das ist eine Tatsache. Ihre Begründung: der Zielende bringt die Waffe in die Richtung des Pfeiles *B*, weil er den Punkt, von dem das Licht *herkommt*, auf der rückwärtigen Verlängerung (vgl. S. 533 o.) der Strahlen sucht, die in sein Auge treten. Diese Blicklinie geht aber an *L* vorbei. Die Abbildung zeigt warum: trifft der von *L* kommende Strahl auf das Glas, d. h. tritt er aus der *Luft* in *Glas* ein, so ändert er seine *Richtung*. Er behält die neue Richtung, solange er das Glas durchläuft,

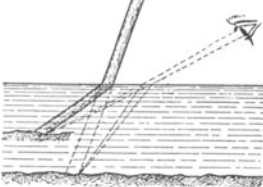


Abb. 648. Optische Täuschungen als Wirkungen der Lichtbrechung.

ändert sie aber wieder, wenn er es wieder verläßt, d. h. aus *Glas* in *Luft* eintritt. Der Strahl geht in dem hier angenommenen Falle schließlich zwar parallel zur ursprünglichen Richtung weiter, aber der neue Weg ist nicht die *Verlängerung* des ursprünglichen und *dadurch* täuscht er über den Ort der Lichtquelle. Man beschreibt den Vorgang so: Der Lichtstrahl wird *gebrochen*, wenn er aus *Luft* in *Glas* tritt, und dann wieder, wenn er aus *Glas* in *Luft* tritt. Die von *L* ausgehende geknickte Gerade veranschaulicht seine Brechung. (Vorausgesetzt ist hier aber, daß die Blicklinie, wie in Abb. 647, *schräg* durch die Glasscheibe geht. Steht sie senkrecht darauf, so wird der Strahl *nicht* versetzt.)

Aus demselben durch Abb. 647 erläuterten Grunde scheint uns ein Körper, den wir auf dem Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes sehen (Abb. 648), *höher* zu liegen, als er

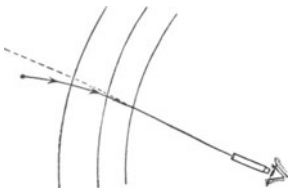


Abb. 649. Optische Täuschung als Wirkung der Lichtbrechung durch die den Beobachter umgebende Lufthülle.

wirklich liegt; scheint uns der Boden des Gefäßes selber höher zu liegen, das Wasser also weniger tief zu sein, als es wirklich ist; scheinen die unter dem Wasser liegenden Punkte eines senkrecht im Wasser stehenden Stabes höher zu liegen, scheint der Stab also verkürzt zu sein; scheinen die unter dem Wasser liegenden Punkte eines schief gestellten Stabes (Abb. 648) *gehoben*, scheint der Stab also geknickt zu sein usw. — Eine ähnliche Täuschung ruft die *atmosphärische Strahlenbrechung* hervor. Um von einem Gestirn zur Erde zu gelangen, muß das Licht aus dem luftleeren Raum in die Lufthülle der Erde eintreten und die von oben nach unten an Dichte zunehmende Luftschicht durchlaufen. Beim Übergang aus einer Schicht in eine dichtere wird das Licht zu dem Einfallslot (S. 545 u.) *hingebrochen* (Abb. 649). Deswegen *erscheint* das Gestirn höher über dem Horizont, als es tatsächlich steht.

— Daß die atmosphärische Luft infolge der Verschiedenheit ihrer Dichte den Beobachter über den Ort eines Gegenstandes täuscht, davon überzeugt man sich, wenn man über eine Flamme hinwegsieht (einen Bunsenbrenner, eine Lampe mit offener Flamme). Man sieht dann die

Gegenstände flimmern: die von der Flamme erhitzte und dadurch leichter gemachte Luft steigt auf und vermischt dadurch verschieden dichte Luftschichten. Die Lichtstrahlen, die von den Gegenständen her durch diese Luftschicht hindurch müssen, um in unser Auge zu kommen, ändern — infolge des fortwährenden Wechsels der Dichte in dem Luftgemisch — fortwährend ihre Richtung. Infolgedessen glaubt man die Gegenstände sich rasch hin und her schieben, also zittern zu sehen. Aus der Übereinanderlagerung verschieden brechender Luftschichten erklärt sich die Fata Morgana, die dem Wüstenwanderer Dinge, die in Wirklichkeit sehr weit wegliegen, in viel kleinerem Abstände zeigt.

Farbenzerstreuung (Dispersion). Mit der *Brechung des Lichtes* ist ein anderer Vorgang eng verbunden. Sind die Grenzebenen des durchsichtigen Körpers zwischen Beobachter und Lichtquelle nicht parallel, sondern gegeneinander geneigt (Abb. 650), so sieht der Beobachter die Lichtquelle auseinandergezogen und *farbig* umsäumt: *es entsteht Farbe, ohne daß ein färbender Stoff vorhanden ist.*



Abb. 650.

Den Hergang veranschaulicht die folgende Versuchsanordnung: in den Raum (Abb. 651) tritt horizontal gerichtetes Licht durch eine kleine kreisrunde Öffnung. Um die gegenüberliegende Wand zu erreichen, muß es durch ein Glasprisma *P* hindurch. Die „brechende“ Kante des Prismas liege horizontal und senkrecht zu dem einfallenden *Lichtbündel*. Daß das Prisma das Licht *ablenkt* (bricht), wissen wir schon, wir erwarten den kreisförmigen Fleck, den wir, wenn das Prisma nicht da wäre, bei *a* finden würden, anderswo zu finden. Wir finden aber tatsächlich einen vertikalen *länglichen Streifen* *rv*, bei *r* und bei *v* halbkreisförmig begrenzt und — die Hauptsache — bei *r* rot, bei *v* violett. Die Mitte ist nahezu weiß, geht aber durch allmähliche Farbenabstufungen einerseits in das Rot, andererseits in das Violett über (NEWTON, 1666).

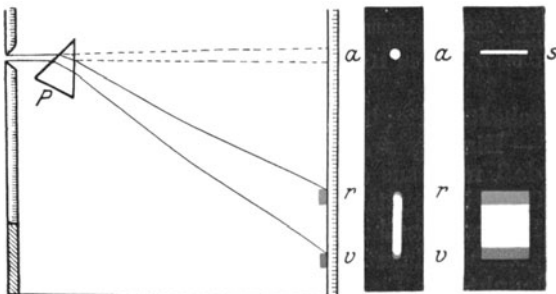


Abb. 651.
Zerlegung des weißen Sonnenlichtes in seine farbigen Bestandteile.

Gedeutet wird die Erscheinung so: Das *weiße* Licht der Sonne besteht aus einer großen Zahl von *farbigen* Lichtarten. Die Hauptfarben sind nach der alten etwas willkürlichen Zerlegung: rot, orange, gelb, grün, blau, indigo, violett. Diese Lichtarten werden *verschieden stark* gebrochen. Das Rot allein würde einen roten Lichtkreis bei *r* erzeugen, das Violett einen violetten bei *v*, Orange, Gelb usw. einen orangefarbenen, einen gelben usw. *zwischen* den beiden. In der Mitte zwischen *r* und *v* fallen die Flecken, falls die Öffnung groß genug ist, aufeinander, dort summieren sich die Farben und erzeugen durch ihr „Zusammen“ den Eindruck des „Weiß“, den die Lichtquelle selber infolge des „Zusammen“ der in ihr enthaltenen farbigen Lichtarten erzeugt. Am Rande aber, wo sie nur zum Teil, oder auch *gar* nicht ineinandergreifen wie am Ende bei *r* und bei *v*, kommt der *farbige* Lichtfleck zum Vorschein. — Der rote (violette) Fleck liegt dem Punkt *a* am nächsten (fernsten), ist also am wenigsten (weitesten) von ihm abgelenkt worden, man nennt daher die roten (violetten) Strahlen am schwächsten (stärksten) brechbar.

Spektrum. Man nennt das: die *Farbenzerstreuung (Dispersion)* des Lichtes. Das Farbenband nennt man das *Spektrum*¹ der Lichtquelle. So, wie es Abb. 651

¹ Das Wort Spektrum, das NEWTON im englischen Text braucht, und das zur Sonderbezeichnung des Farbenbandes geworden ist, bedeutet eine (unkörperliche) Erscheinung, es kommt schon im klassischen Latein vor, wurde im 17. Jahrhundert für Nebensonnen, aber auch für Gespenstererscheinungen gebraucht.

links zeigt, ist es „unrein“, weil die einzelnen Farbenflecke zum Teil aufeinanderfallen. Sorgt man dafür, daß sie nur *dicht nebeneinander* fallen, z. B. indem man sie so schmal macht, daß höchstens zwei unmittelbar benachbarte mit den äußersten Rändern ineinandergreifen, so wird das Spektrum *rein* und bildet ein von Rot bis Violett sanft abgestuftes Farbenband (Abb. 652). Dabei ändert sich die Wellenlänge, durch die sich die verschiedenen Farben physikalisch scharf unterscheiden, ganz allmählich. Für das äußerste Violett, das wir noch eben empfinden (HELMHOLTZ), ist die Wellenlänge $\lambda = 0,000396$ mm, für das äußerste Rot ist $\lambda = 0,000760$ mm. Um eine Farbe schärfer zu definieren als durch die Eigen-

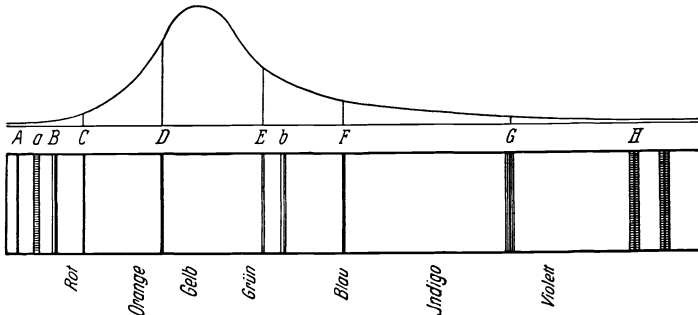


Abb. 652. Spektrum der Sonne (FRAUNHOFERSche Linien). Darüber: FRAUNHOFERSche Kurve der Helligkeit der Spektralfarben. Als Vertreter unter den Farbstoffen nennt HELMHOLTZ bis etwa C den Zinnober; von C bis D erst die Mennige, dann die Bleiglätte; von D bis b Chromgelb, dann SCHEELSches Grün; E bis F Berlinerblau; F bis G Ultramarin.

schaftsworte: blau, gelbgrün usw., muß man sie mit ihrer Wellenlänge bezeichnen. — Eine Spektralfarbe bestimmter Wellenlänge kann man z. B. dadurch herstellen, daß man aus dem Spektrum des weißen Lichtes (das alle Farben enthält) alle Teile bis auf den gerade gewünschten Wellenlängenbereich abblendet. Auch durch Entladungsröhren (S. 640) oder durch Glühen gewisser Stoffe kann man Farben genau definierter Wellenlänge erzeugen. Bringt man z. B. Kochsalz in die nicht leuchtende Flamme eines Bunsenbrenners, so erhält man gelbes Licht, das die für Natrium charakteristische Wellenlänge 0,000589 mm hat. (Messung von Wellenlängen s. S. 613).

Ein sehr viel reineres Spektrum erhält man, wenn man (Abb. 651, rechts) das Licht in das Prisma durch einen sehr engen *Spalt* (WOLLASTON) eintreten läßt, der der brechenden Prismakante parallel ist, und dafür sorgt, daß die Strahlen des eintretenden Lichtbündels einander parallel sind, und der Abstand zwischen dem Prisma und der auffangenden Wand sehr groß ist. Treten nämlich die Strahlen parallel in das Prisma ein, dann treten die gleichfarbigen Strahlen auch einander parallel aus: die roten einander parallel, die grünen einander parallel usw. Die Strahlen verschiedener Farben mischen sich infolgedessen bei ihrem Austritt aus dem Prisma weniger leicht, als wenn sie divergent austreten. — Man erzielt ein ganz reines Spektrum, wenn man die aus dem Prisma kommenden Strahlen durch eine achromatische (S. 570) Sammellinse gehen läßt. Die getrennt austretenden parallelstrahligen Bündel *bleiben* dann auch getrennt, aber jedes Bündel für sich entwirft wie durch eine Photographenlinse ein seiner Farbe entsprechendes scharfes Spaltbild auf der Wand. Die einzelnen Spaltbilder fallen dicht nebeneinander.

FRAUNHOFERSche Linien (1817¹). Das Sonnenspektrum enthält Tausende *überaus feine* Lücken, die es als schwarze, gerade Linien (FRAUNHOFER) der Quere nach durchziehen. (Über ihren Ursprung s. Spektralanalyse.) Jede einzelne entspricht einer bestimmten, im Spektrum des Sonnenlichtes (anscheinend) *fehlenden*, einfachen Farbe. Man bezeichnet deswegen den Ort jeder FRAUNHOFERSchen Linie durch die Wellenlänge derjenigen *Farbe*, die an jener Stelle zu sehen sein sollte. Die Wellenlängen, die z. B. den ausgeprägtesten Linien A, B, C, D, E, F, G, H (in Abb. 652) entsprechen, sind nach HELMHOLTZ:

¹ Erste Beobachtung dunkler Linien im Sonnenspektrum durch WOLLASTON 1802.

A . . im äußersten Rot:	0,000760 mm	E . . im Grün:	0,000527 mm
B . . „ Rot:	687 „	F . . „ Cyanblau:	486 „
C . . „ Rot-Orange (Grenze)	656 „	G . . „ Indigo-Violett (Grenze)	431 „
D . . „ Goldgelb:	589 „	H . . „ Violett:	397 „

Um die vielen Nullen in den Zahlen für die Wellenlängen zu vermeiden, setzt man (LISTING, 1869) $0,001 \text{ mm} = \mu$ und $0,000001 \text{ mm} = m\mu$. Man nennt auch $0,0000001 \text{ mm}$, also $m\mu/10$ oder mm^{-7} , eine ÅNGSTRÖM-Einheit ($1 \text{ \AA} = \text{E.}$)¹. Der D-Linie entspricht danach eine Wellenlänge von: $\lambda = 0,000589 \text{ mm} = 0,589 \mu = 589 m\mu = 5890 \text{ \AA} = \text{E}$ und (S. 4 m.) die Wellenzahl $\frac{10^8}{5890} \text{ cm}^{-1}$. Man schreibt gewöhnlich: $\lambda \ 5890$.

Der große Wert der FRAUNHOFERSchen Linien besteht darin: sie bezeichnen in dem Spektrum *bestimmte Stellen* und dienen deswegen bei der Untersuchung der Brechungsverhältnisse eines Stoffes als Anhaltspunkte. Um eindeutige Angaben darüber zu erhalten, suchen wir das Brechungsverhältnis des Stoffes für dasjenige Licht, das den Linien A, B . . . entsprechen würde. Die Bezeichnung „grünes“ oder „gelbes“ Licht ist nicht eindeutig, da es „grünes“ und „gelbes“ Licht von verschiedener Brechbarkeit gibt.

Verfahren der gekreuzten Prismen (NEWTON 1672). Die einzelnen Farben eines ganz reinen Spektrums sind nicht noch weiter zerlegbar: Läßt man die Strahlen, die eine bestimmte Farbe des Spektrums, z. B. das oberste Rot der Abb. 651 erzeugen, durch eine Öffnung in der Wand auf ein zweites Prisma hinter der Wand fallen, so wird die Farbe, hier das Rot, durch das Prisma zwar aufs neue abgelenkt, aber nicht noch weiter zerlegt — sie ist *einfarbig*, man sagt auch: einfach oder *homogen*. Legt man das zweite Prisma mit der brechenden Kante parallel zu der des ersten, so lenkt es die Farbe in vertikaler Richtung ab, also *parallel* zu der Längsrichtung des Spektrums (nach unten oder nach oben, je nachdem die Kante, wie in Abb. 651, oben oder unten liegt). Stellt man aber das zweite Prisma *aufrecht*, seine brechende Kante vertikal, so daß sie die des ersten *kreuzt*, so lenkt es die Farbe zur Seite ab und das gilt für *jede* Farbe des Spektrums. So entsteht ein neues Spektrum, *genau so breit* wie das erste — ein Beweis, daß das zweite Prisma die Farben des ersten Spektrums nicht noch weiter zerlegt hat. — Die gekreuzten Prismen spielen eine Hauptrolle bei der Untersuchung der anomalen Dispersion (S. 631, 646). Abb. 653 zeigt: ein Kron-Flint-Prisma B (mit gerader Durchsicht, s. d., um die Figur in eine Ebene zu bringen), die brechende Kante K_1 vertikal gestellt; das zweite Prisma (P), die brechende Kante K_2 horizontal gestellt. Das Licht kommt durch einen Spalt (im Kollimatorrohr F) von rechts, links ist das beobachtende Auge (am Fernrohr C) zu denken. Ohne das Prisma K_2 würde der Beobachter das Spektrum in der gewöhnlichen Form (d) sehen. Durch das zweite Prisma hindurchblickend sieht er die farbigen Spaltbilder je nach ihrer Brechbarkeit mehr oder weniger nach oben (durch das Fernrohr nach unten!) abgelenkt, so daß das Spektrum (c) sich schräg über das Gesichtsfeld hinzieht.

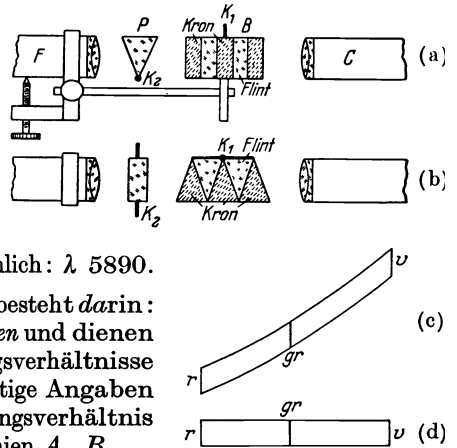


Abb. 653. Gekreuzte Prismen (NEWTON) zur Untersuchung der Reinheit der Spektralfarben: (a) die Beobachtungsvorrichtung von der Seite gesehen, (b) von oben gesehen.

¹ Im Röntgengebiet benutzt man, um noch 1000 mal kürzere Wellenlängen zu bezeichnen, nach dem Vorschlage von SIEGBAHN als Einheit die Länge $\text{mm}^{-10} = \text{cm}^{-11} = 1 \text{ X}$. Für 3,351 Å.-E. schreibt man 3351 X.-E.

Komplementärfarben. Die einfachen Farben sind *sämtlich* (s. aber S. 542 u.) im Spektrum des Sonnenlichtes enthalten (Spektralfarben). *Mischt* man sie wieder, und zwar in dem Verhältnis, in dem sie im Sonnenlicht enthalten sind, so ist das Gemisch *Weiß*. Lassen wir aber aus dem Gemisch auch nur eine einzige Farbe *A* weg, so gibt es wieder eine *Farbe B*, und erst wenn wir die eine fehlende zu *B* hinzutun, bekommen wir Weiß, d. h. *A* ergänzt *B* zu Weiß. Man nennt zwei Farben, die in einem bestimmten Verhältnis gemischt einander zu Weiß ergänzen, *Komplementärfarben*. — Jede einzelne Spektralfarbe ist also Komplementärfarbe zu derjenigen Farbe, die die anderen Spektralfarben zusammen geben. Aber es gibt auch *gewisse* einzelne Spektralfarben, die schon durch *eine* andere zu Weiß ergänzt werden. Komplementär sind nach HELMHOLTZ:

Rot	656,2 $m\mu$	und	Grünblau	492,1 $m\mu$
Orange	607,7 „ „		Zyanblau	489,7 „
Gelb	567,1 „ „		Indigoblau	464,5 „
Grüngelb	563,6 „ „		Violett	433,0 „

Das Grün des Spektrums hat nur eine zusammengesetzte Komplementärfarbe: Purpur.

Wohlgermerkt, es handelt sich hier um *Lichtarten*, nicht um farbige *Stoffe*. Die Mischung einer indigoblauen und einer gelben *Malerfarbe* gibt nicht Weiß, sondern Grün. Die *Farbstoffe* sind farbig, weil sie das auf sie fallende Licht zum Teil verschlucken (S. 629 m.), zum Teil zurückwerfen. — Auf die Lehre von den Farbenempfindungen und die Farbentheorien gehen wir nicht ein, eine oberflächliche Behandlung ist zwecklos, eine eingehende ist Aufgabe der Physiologie, nicht der Physik.

Regenbogen. Ein Sonnenspektrum kosmischen Maßstabes ist der *Regenbogen*. Er bildet einen Kreisbogen aus einem spektralen Farbenbände — innen blau, außen rot — entsteht durch zweimalige Brechung und zwischen beiden liegende einmalige Spiegelung der Sonnenstrahlen in den Regentropfen (und Beugungsinterferenzen [S. 609 ff.]), die es z. B. erklären, daß die Farbenfolge im einzelnen fast in jedem Regenbogen anders ist) und ist daran gebunden, daß der Beobachter die Sonne *hinter* sich und die regnende Wolke *vor* sich hat (Abb. 654). Soweit man nur Brechung und Spiegelung heranzieht (ANTONIUS DE DOMINIS, Erzbischof von Spalato, 1611; DESCARTES, NEWTON), was aber *nicht* zur Erklärung des Ganzen ausreicht (AIRY), erklärt sich das Geometrische daran so: Man sieht bei *s*

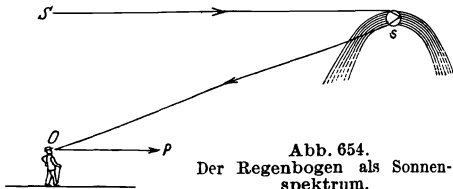


Abb. 654.
Der Regenbogen als Sonnenspektrum.

Sonnenstrahlen, die beim Eintritt in den Tropfen gebrochen, im Tropfen gespiegelt und beim Austritt aus dem Tropfen wieder gebrochen werden. Nur solche Strahlen tragen zur Bildung des Bogens bei, aber auch von ihnen nur ein Bruchteil. Denn die auf die verschiedenen Punkte der Tropfenoberfläche parallel auffallenden Strahlen sind beim Austreten im allgemeinen *nicht* parallel; und die nichtparallelen oder nicht wenigstens *nahezu* parallelen sind für das Auge unwirksam. Nur eine bestimmte Gruppe von Strahlen fällt so ein, daß sie *nahezu* parallel wieder austritt. Ein Sonnenstrahl, der in den Tropfen eintritt, wird durch die Brechung beim Eintritt, die Spiegelung in dem Tropfen und die Brechung beim Austritt von seiner ursprünglichen Bahn abgelenkt. Die endgültige Ablenkung mißt der Winkel zwischen der Eintritts- und der Austrittsrichtung (Abb. 655). In der Richtung desjenigen austretenden Strahles, der *am wenigsten* abgelenkt worden ist (Minimumstrahl), ist die Helligkeit des austretenden Lichtes am größten, weil auch die in der Nachbarschaft dieses Minimumstrahles austretenden Strahlen ihm *nahezu* parallel sind und daher für das Auge wirksam sind (*unter* dem Minimumstrahl treten aus dem Tropfen überhaupt keine Strahlen aus, die *darüber* austretenden bilden Winkel von beträchtlicher Größe und sind für das Auge belanglos). Das Minimum der Rotablenkung beträgt etwa $137^{\circ}58'$. Machen wir daher den Winkel bei *O* in Abb. 654 $42^{\circ}2'$, so erhalten wir die Richtung, in der das hellste Rot strahlt. Für die Violett-Ablenkung ist das Minimum der Ablenkung etwa $139^{\circ}43'$, der entsprechende Winkel bei *O* für die wirksamsten Strahlen des Violett ist daher etwa $40^{\circ}17'$. Für die

übrigen Farben liegen die günstigsten Werte des Eintrittes und der Ablenkung zwischen denen für Rot und für Violett. — Wegen des großen Abstandes der Sonne dürfen alle einfallenden Strahlen als parallel gelten. Ziehen wir parallel zu ihnen durch das Auge die Gerade OP , dann muß längs jeder Geraden, die mit OP einen Winkel von $42^\circ 2'$ bildet ($40^\circ 17'$), rotes Licht (violett) ins Auge fallen; diese Geraden bilden zusammen einen Kegelmantel, dessen Spitze im Auge liegt und der den Himmel in dem roten (violetten) Kreise des Regenbogens schneidet. So erklärt sich die Kreisform des Bogens und die Aufeinanderfolge der Spektralfarben vom Rot zum Violett von oben nach unten. (Die Farben sind nicht scharf getrennt, sie greifen ineinander ein, manche sind kaum erkennbar. Die Ursache: die Sonne hat einen Durchmesser von $33'$ und sendet von jedem Punkt Strahlen aus, daher entstehen eine Reihe von Regenbogen, die einander überlagern und unscharf machen.) Außerhalb dieses Regenbogens sieht man bisweilen einen zweiten, der durch zweimalige Brechung und zweimalige Spiegelung in höher erscheinenden Tropfen entstanden ist, und der viel lichtschwächer ist. Die Reihenfolge seiner Farben ist umgekehrt wie im ersten.

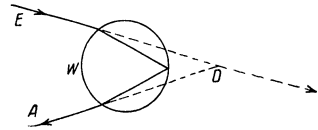


Abb. 655. Zur Entstehung des Regenbogens. Der in den Wassertropfen W in der Richtung E eintretende Lichtstrahl bekommt durch die Brechung bei seinem Eintritt, die Spiegelung an der Tropfenwand und die Brechung bei seinem Austritt die Richtung A . Seine Ablenkung von der Eintrittsrichtung E mißt der Ablenkungswinkel D . Es ist

$$D_{\text{rot}} = 137^\circ 58'$$

$$D_{\text{violett}} = 139^\circ 43'$$

a) Lichtbrechung durch ebene Flächen.

α) Einfache Brechung.

Lichtbrechungsgesetz. Die Brechung (Abb. 647) ist je nach der Farbe des gebrochenen Lichtes verschieden stark. Um die folgenden Betrachtungen zu vereinfachen, benutzen wir deshalb zunächst nur einfarbiges Licht, z. B. gelbes, wie es Kochsalz in der farblosen Flamme eines Bunsenbrenners erzeugt (FRAUNHOFERSche Linie D). Wir erklären zunächst die für die Beschreibung der Brechung eingeführten Begriffe und Benennungen.

Bringt man in den Weg des Lichtbündels AB (Abb. 656) Wasser, das durch Milch getrübt ist — die Milchtröpfchen zeigen den Lichtweg im Wasser an wie Stäubchen in der Luft —, so zeigt sich der Weg des Bündels BC im Wasser nicht als Verlängerung des Bündels AB in der Luft, sondern er bildet einen Winkel mit ihm. (Ein Teil des Lichtes, BR , wird zurückgeworfen; wir lassen ihn unberücksichtigt.)

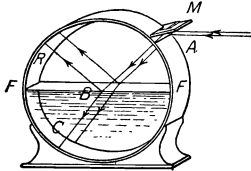


Abb. 656. Brechung des Lichtes.

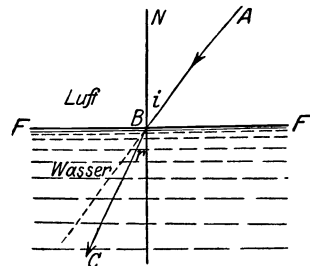
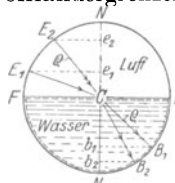


Abb. 657. Zum Brechungsgesetz ($A B$ einfallender Strahl, $B C$ gebrochener Strahl, $N B$ Einfallslot, i Einfallswinkel, r Brechungswinkel).

Den Vorgang nennt man *Brechung*, Refraktion; die Trennungsfäche FF (Abb. 657) zwischen den „Medien“ Wasser und Luft die *brechende Fläche*, den Strahl AB den *einfallenden Strahl*, BC den *gebrochenen*, die Senkrechte BN das *Einfallslot*, den Winkel i den *Einfallswinkel*, r den *Brechungswinkel*, die Ebene, in der das Einfallslot und der einfallende Strahl liegen (hier die Ebene der Zeichnung), die *Einfallsebene*.

Die Richtung der Strahlen bezieht man (wie bei der Spiegelung) auf das Einfallslot. Die Zusammengehörigkeit des einfallenden und des gebrochenen Strahles spricht der Satz aus (SNELLIUS, ca. 1630): Auch der *gebrochene Strahl* liegt in der Einfallsebene, und zwar auf der entgegengesetzten Seite des Einfallslotes wie der einfallende; der Sinus des Einfallswinkels dividiert durch den Sinus des zugehörigen Brechungswinkels, ist eine

festen, unbenannte Zahl n , ihre Größe hängt ab von der Eigenart der aneinandergrenzenden Stoffe (hier Luft und Wasser) und von der Farbe des Lichtes. In eine Formel gebracht heißt dieses Brechungsgesetz:



$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{a,b}$, wo n eine Konstante ist, gleichviel wie groß die beiden zusammengehörigen Winkel sind, und wo a und b die beiden Stoffe bedeuten, die das Licht durchläuft. Beim Übergang des gelben Lichtes (FRAUNHOFERSche Linie D) aus Luft (a) in Wasser (b) ist $n_{a,b} = \frac{4}{3}$, d. h. $\frac{\sin \text{Einfallswinkel in Luft}}{\sin \text{Brechungswinkel in Wasser}} = 1,33$.

Abb. 658. Zum Brechungsgesetz.

Man schreibt dafür: $n_D = 1,33$.

Um sich den Sinn der Gleichung klarzumachen, denke man sich den Schnitt der Einfallsebene durch das mit Wasser gefüllte Gefäß kreisrund (Abb. 658), das Gefäß halb voll und den Versuch so angeordnet, daß ein (von links) einfallender Strahl stets den Mittelpunkt C trifft; errichtet man das Einfallslot NN , so ist, wenn ρ der Radius des Kreises ist, z. B. $e_1 E_1 / \rho : b_1 B_1 / \rho = 4/3$ und ähnlich für $e_2 E_2$ und $b_2 B_2$ usw. Die Eintrittsstelle E_1 oder E_2 ist also von dem Lot NN stets $4/3$ mal so weit entfernt wie die zugehörige Stelle B_1 oder B_2 , in denen der gebrochene Strahl das Gefäß im Wasser trifft.

Brechungsverhältnis. Die Zahl $4/3$ heißt *Brechungsverhältnis* (-index, exponent, -quotient, -koeffizient, -vermögen, -zahl) von Luft gegen Wasser. Das Brechungsverhältnis n_D ist von Luft gegen

Glas (Flint)	1,54—1,8	Schwefelkohlenstoff	1,6204
Diamant	2,4173	Sauerstoff	1,000271
Steinsalz	1,5443	Wasserstoff	1,000139
Wasser	1,3332	Stickstoff	1,000298
Alkohol	1,3617	Luft (CO ₂ -frei)	1,000293

Jede Farbe des Lichtes hat ein anderes n , man muß daher für jedes n angeben, welche Farbe gemeint ist (s. MAXWELLSche Beziehung). So bedeutet n_D das Brechungsverhältnis für das Gelb, das der FRAUNHOFERSchen D -Linie entspricht.

Das Grundgesetz der Brechung entstammt der Erfahrung, läßt sich aber auch aus der Wellentheorie des Lichtes ableiten. Das Gesetz wird bestätigt durch Messung der Brechungsverhältnisse unter verschiedenen Einfallswinkeln und besonders durch die Übereinstimmung der unter seiner Annahme berechneten und der danach genau ausgeführten optischen Geräte.

Umkehrbarkeit der Strahlenwege. Die Erfahrung lehrt ferner: Durchläuft das Licht bei seiner Brechung die beiden Stoffe in umgekehrter Reihenfolge, geht es also (Abb. 659) erst durch Wasser und dann durch Luft, und geht der Strahl im Wasser (jetzt als einfallender) denselben Weg von B nach C , den er vorher als gebrochener von C nach B gehen mußte, so geht er in der Luft als gebrochener denselben Weg von C nach E , den er vorher als einfallender von E nach C durchlaufen hat. Fällt der gebrochene Strahl CB in Abb. 660 senkrecht auf einen Spiegel bei B , so kehrt er in sich selbst zurück und geht den ganzen Weg, den er gekommen ist, zurück. Man nennt diese Tatsache das Prinzip von der Umkehrbarkeit der Strahlenwege.

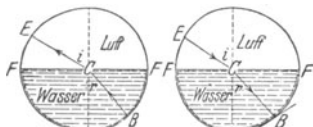


Abb. 659. Abb. 660. Umkehrbarkeit der Strahlenwege.

Bei der Umkehr der Reihenfolge ist Winkel r Einfallswinkel und Winkel i Brechungswinkel geworden. Daher ist folgerichtig $\frac{\sin r}{\sin i} = n_{b,a}$, wobei $n_{b,a}$ das Brechungsverhältnis beim Übergang des Lichtes aus Wasser in Luft bedeutet. Aus $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{a,b}$ folgt aber $\frac{\sin r}{\sin i} = \frac{1}{n_{a,b}}$. Daher ist: $n_{b,a} = \frac{1}{n_{a,b}}$. Ist also $n_{\text{Luft, Wasser}} = 4/3$ so ist $n_{\text{Wasser, Luft}} = 3/4$.

Die Zahlen gelten für den Übergang des Lichtes aus *Luft* in Wasser, aus *Luft* in Glas usw.; sie ergeben aber auch das Brechungsverhältnis zwischen Glas und Wasser. *Die Erfahrung lehrt* nämlich: Ist $n_{a,c}$ das Brechungsverhältnis aus dem Stoffe *a* nach *c* und $n_{b,c}$ das Brechungsverhältnis aus *b* nach demselben *c*, so ist $\frac{n_{a,c}}{n_{b,c}} = n_{a,b}$, d. h. gleich dem Brechungsverhältnis aus *a* nach *b*. Bedeutet *a* Wasser, *b* Glas, *c* Luft, so heißt das

$$\frac{n_{\text{Wasser, Luft}}}{n_{\text{Glas, Luft}}} = n_{\text{Wasser, Glas}} \quad \text{oder auch} \quad \left(\text{da } n_{a,c} = \frac{1}{n_{c,a}} \right),$$

$$\frac{n_{\text{Luft, Glas}}}{n_{\text{Luft, Wasser}}} = n_{\text{Wasser, Glas}}.$$

Für Glas von $n = 1,5$ ist $n_{\text{Luft, Glas}} = 3/2$, $n_{\text{Luft, Wasser}} = 4/3$, also muß $n_{\text{Wasser, Glas}} = 3/2 \cdot 3/4 = 9/8$ sein; die Messung bestätigt das.

Die Beziehung $\frac{n_{a,c}}{n_{b,c}} = n_{a,b}$, oder was dasselbe ist, $\frac{n_{c,b}}{n_{c,a}} = n_{a,b}$ schränkt die Messungen ein, die man anstellen müßte, um die Brechungsverhältnisse der Stoffe zu je zwei *gegeneinander* zu ermitteln: man mißt die Brechung *aller* Stoffe gegen *einen* — gegen die Luft, d. h. man mißt die Brechung *aus* der Luft in diesen Stoff und *berechnet* daraus alle übrigen Brechungsverhältnisse (wie in dem angeführten Beispiel).

Die Brechungszahlen für den Übergang *aus einem Stoff* in einen anderen nennt man *relative*; die *absoluten* gelten für den Übergang des Lichtes *aus dem leeren Raum* in einen Stoff. Ersetzen wir den Stoff *c* durch den leeren Raum, und bezeichnen wir die absoluten Brechungszahlen von *a* und von *b* mit n_a und n_b , so haben wir: $\frac{n_b}{n_a} = n_{a,b}$. Die Gleichung $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{a,b}$ geht dann über in $n_a \cdot \sin i = n_b \cdot \sin r$.

Totalreflexion. Die Wand (aus Glas), auf die das Licht bei seiner Ausbreitung trifft (S. 540 o), sollte *vollkommen durchsichtig* sein. Das heißt: das Licht sollte, an der Oberfläche der Wand angekommen, durch die *Grenzfläche* zwischen Luft und Glas, *ungeschwächt* hindurchgehen. Das geschieht aber niemals, ein *Teil* des Lichtes wird *stets*, selbst an der Grenzfläche so durchsichtiger Stoffe wie Wasser und Glas, zurückgeworfen, zurück in den Stoff, aus dem es herkommt. Die Oberfläche des Wassers spiegelt — daher der Ausdruck *Wasserspiegel* —, jede Fensterscheibe spiegelt, wie die *Spiegelscheiben* der Schaufenster. Hier ist das zurückgeworfene Licht aber *stets* nur ein kleiner Teil des auffallenden Lichtes, wenn er auch desto größer wird, je schiefer das Licht auf die Grenzfläche trifft. Solche Spiegelbilder sind daher *stets* sehr lichtschwach. Bei ihrer Entstehung ist die Spiegelung *stets* von Brechung begleitet, und zwar ist es der *Hauptanteil* des auffallenden Lichtes, der durch die Grenzfläche hindurchgeht (gebrochen wird).

Wohlmerkt: hierbei kommt das Licht aus der Luft und geht *in* das Wasser oder *in* das Glas. Ganz anders aber, wenn es *aus* dem Wasser oder *aus* dem Glase kommt und nach der Luft *hinzielt*. Wenn der Lichtstrahl aus der Luft kommt und *in Wasser* oder *in Glas* tritt, so ist der Brechungswinkel *immer* kleiner als der Einfallswinkel; wie groß auch der Einfallswinkel ist (Abb. 661, links zwischen 0° und 90°), es gibt *stets* einen Brechungswinkel dazu. Anders aber, wenn das Licht *aus dem Wasser* oder *aus dem Glase* kommt, und in die Luft tritt. Die Abb. 661 rechts lehrt: der Einfallswinkel *r* in Wasser ist dann am größten, wenn der Brechungswinkel in der Luft ein Rechter ist; denn dieser ist der größte Winkel,

den der Strahl mit der Normale NN überhaupt in dem Lufthalbkreise bilden kann. Dieser Winkel r ist der *Grenzwinkel*. Die Strahlen (Abb. 662), die einen noch größeren Winkel mit der Normale bilden, z. B. g , können *überhaupt nicht in die Luft austreten*, sie werden in das Wasser zurückgeworfen, d. h. an der Grenzfläche zwischen Wasser und Luft gespiegelt.

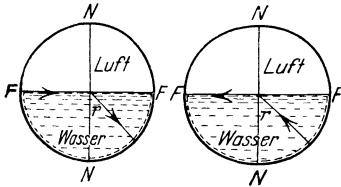


Abb. 661. Zur Totalreflexion.

Man nennt diese Reflexion *totale Reflexion*, weil *alle* Strahlen gespiegelt werden, was man daraus schließt, daß das gespiegelte Licht dieselbe Stärke besitzt, wie das einfallende. Kurz: geht das Licht *aus einem stärker brechenden Stoff in einen schwächer brechenden*, d. h. in einen Stoff, in dem der Strahl vom Lot *weggebrochen* wird, und überschreitet der Einfallswinkel eine gewisse Größe, so wird das Licht ganz und gar in den stärker brechenden Stoff zurückgeworfen. — Wie groß ist der Grenzwinkel? Ist der Einfallswinkel i in der Luft wie in Abb. 661 (links) ein Rechter, so ist

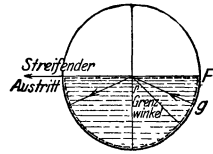


Abb. 662. Zur Totalreflexion.

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin r} = n, \text{ und da } \sin 90^\circ = 1 \text{ ist, ist } \sin r = \frac{1}{n}.$$

Winkel r ist der Grenzwinkel: man denke sich die Reihenfolge, in der der Strahl die Stoffe durchläuft, umgekehrt (Abb. 661, rechts), dann sieht man, daß r der Einfallswinkel ist, zu dem noch eben ein Brechungswinkel gehört: der austretende Strahl *streift* die Oberfläche. Für Wasser ist $n = 1,33$, der Grenzwinkel also derjenige, dessen Sinus $3/4$ ist, d. h. der Winkel $48^\circ 35' 25''$; für eine Glasart (leichtes Kronglas), deren $n = 1,50$ ist, ist der Grenzwinkel $41^\circ 48' 37''$.

Man beobachtet die Totalreflexion leicht an einem Wasserspiegel, den man — wie in den Schaukästen der Aquarien — schräg von unten her anblickt; z. B. auch wenn man den Wasserspiegel eines in die Höhe gehaltenen mit Wasser gefüllten Wasserglases so anblickt. Man kann dann nicht durch die Wasseroberfläche hindurch sehen, und hat den Eindruck, daß sie ein vollkommener Spiegel ist.

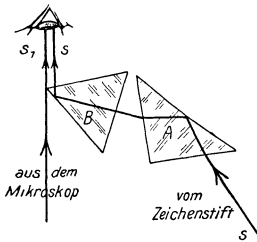


Abb. 663. Die Camera lucida als Zeichenapparat am Mikroskop.

Aus der Totalreflexion des Lichtes erklärt es sich, daß gewisse Dinge, die für *gewöhnlich* glänzend und dabei durchsichtig sind, unter gewissen Bedingungen *undurchsichtig* und *matt* sind: z. B. gepulvertes Glas, gepulvertes Eis, Schnee, Schaum (gleichviel ob auf farbigen oder auf farblosen Flüssigkeiten). Glaspulver ist, strenggenommen, ein Gemisch von Glas und Luft. Daß es *matt* ist, hat dieselbe Ursache, wie daß z. B. auch poliertes Silber, wenn es gepulvert wird, *matt* ist: es wendet spiegelnde Flächen nach *allen möglichen Richtungen*, wirft also das Licht nach *allen* möglichen Richtungen, d. h. diffus, zurück.

Daß es *undurchsichtig* ist, erklärt sich aus der totalen Reflexion des Lichtes in dem Gemisch von Glas und Luft, das Licht kann durch das Gemisch nicht hindurch. Das Glaspulver wird durchsichtig, wenn man ein Öl darauf bringt, das annähernd dasselbe Brechungsverhältnis hat wie das Glas.

Total reflektierende brechende Flächen als Ersatz für Metallspiegel. Die technische Optik benützt total reflektierende brechende Ebenen als Ersatz für Metallspiegel, weil sie viel stärker spiegeln. Wie man sie anwendet, zeigt z. B. Abb. 663 an der Hypotenuse des rechtwinkligen Prismas A oder Abb. 740 (S. 601) an den Katheten jedes der beiden rechtwinkligen Prismen. Man gebraucht Reflexionsprismen, um die Richtung von Lichtstrahlen planmäßig zu ändern. Abb. 663 zeigt das an dem Strahl s , Abb. 740 an dem mit der Pfeilspitze versehenen Strahl. Bisweilen verbindet man zu dem Zweck mehrere Prismen (Abb. 663), oder man stellt Glaskörper her, die einer solchen Verbindung entsprechen (Abb. 664). Das erste tut man in der Camera lucida, die das Zeichnen nach der Natur erlaubt (WOLLASTON, 1809), und die man hierzu z. B. mit dem Mikroskop verbindet. Abb. 663 zeigt das Prismenpaar einer Camera lucida

von ZEISS. Die von der Spitze kommenden Strahlen gelangen nur auf dem Umwege durch die Camera lucida ins Auge, und zwar *aus derselben Endrichtung* kommend, aus der auch die Strahlen aus dem Mikroskop kommen, das Auge projiziert deswegen die Stiftspitze auf das im Mikroskop gesehene Bild. Man sieht durch die Camera hindurch das neben dem Mikroskop liegende Papier und den Zeichenstift auf dem Mikroskopbilde und kann nun dessen Umrisse umfahren. Die Strahlen aus dem Mikroskop gehen nicht durch das Prisma, sondern am Rande vorbei in das Auge, um nicht durch das Prisma gebrochen zu werden. — Einen total reflektierenden Glaskörper, der einer *Verbindung* von drei Prismen entspricht, zeigt Abb. 664: ein gleichschenkliges rechtwinkliges Prisma ABC , begrenzt von zwei anderen rechtwinkligen Prismen, deren jedes einen brechenden Winkel von 30° hat. Das erste dient der totalen Reflexion, die zwei andern der Brechung des ein- und des austretenden Strahles. Trifft der einfallende Strahl unter einem *solchen* Einfallswinkel α auf AF , daß er, gebrochen, AB senkrecht durchsetzt — dazu muß $\sin \alpha / \sin 30^\circ = n$, also $\sin \alpha = n/2$ sein — so durchsetzt er — unter 90° an AC reflektiert — auch BC senkrecht und tritt unter dem Winkel α aus FE aus (die beiden 30° -Prismen liegen ja symmetrisch zu den beiden Strahlhälften). In jedem der beiden 30° -Prismen durchläuft der Strahl das Prisma in der Minimumstellung (s. d.). Das ist für die Anwendung des Glaskörpers im Spektralapparat wichtig. Zu jeder andersfarbigen Lichtart gehört eine andere Brechungszahl n , der Beziehung $\sin \alpha = n/2$ entsprechend, also zu jeder andersfarbigen Lichtart ein anderer Winkel α . Man ändert α dadurch, daß man den Glaskörper dreht und dadurch AF entsprechend anders zu dem einfallenden Strahl richtet. Man benützt den Körper, weil er Strahlen aller Farben um *denselben* Winkel ablenkt, für eine Sonderbauart des Spektralapparates (s. d.). Man kann dann das Kollimatorrohr und das Beobachtungsfernrohr fest miteinander verbinden und kann durch bloßes Drehen des Prismas von einer Farbe zur andern übergehen.

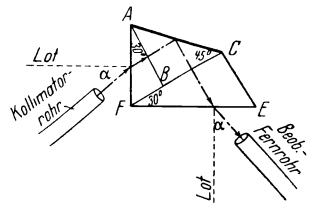


Abb. 664. Anwendung der totalen Reflexion zur Erzeugung einer Strahlenlenkung um 90° .

Daß eine völlig *durchsichtige*, aber total reflektierende Grenzfläche eine Wand ersetzen kann, die völlig *undurchsichtig* ist, das haben LUMMER und BRODHUN (1889) benutzt, um den BUNSENSCHEN Photometerschirm durch einen vollkommeneren zu ersetzen. Unvollkommen ist der BUNSENSCHE Schirm 1., weil der *undurchsichtige* (ungefettete) Teil des Papiers — er soll das auffallende Licht diffus reflektieren, aber nichts davon hindurchlassen — *nicht undurchsichtig genug* ist (seine beiden Seiten werden daher, außer von dem auffallenden Licht, auch etwas von dem durchgelassenen beleuchtet), und 2., weil der *durchsichtige* (gefettete) Teil des Papiers — er soll von dem auffallenden Lichte *gar* nichts reflektieren, sondern alles hindurchlassen — *nicht durchsichtig genug* ist; er reflektiert *doch* etwas, man sieht seine beiden Seiten also *auch* in einem Gemisch beider Beleuchtungen. LUMMER und BRODHUN haben an die Stelle des Papierschirmes eine Verbindung von total reflektierenden (Glas-)Ebenen gesetzt.

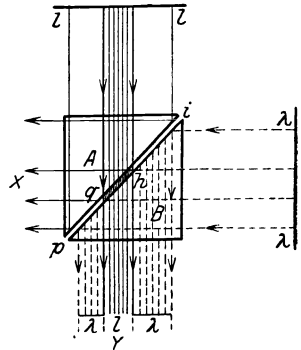


Abb. 665. Anwendung der totalen Reflexion im Photometer von LUMMER-BRODHUN.

A und B (Abb. 665) bedeuten zwei rechtwinklige Glasprismen, Hälften eines Glaswürfels. Bei qh verbindet sie ein Kitt, dessen Brechungszahl gleich ihrem eigenen ist. Im übrigen sind sie durch Luft getrennt. ll und $\lambda\lambda$ bedeuten zwei diffus leuchtende Flächen. Das von $\lambda\lambda$ kommende Licht wird an dem von Luft begrenzten Teil der Hypotenuse des Prismas B total reflektiert, nach der Seite Y hin; an der von dem Kitt begrenzten Stelle qh dagegen wird nichts reflektiert, alles auf sie fallende Licht geht hindurch. Das von ll kommende Licht geht, soweit es auf qh fällt, vollkommen (nach Y hin) hindurch, aber soweit es die an Luft grenzenden Teile der Hypotenuse des Prismas A trifft, wird es total nach der Seite X geworfen. Ein Auge bei Y sieht also qh *nur* in dem Lichte, das von ll herkommt, den umgebenden Teil *nur* in dem Lichte, das von $\lambda\lambda$ herkommt. — Die Prismenverbindung Abb. 665 erläutert nur den Grundgedanken des Photometerschirmes. Für die Ausführung des Photometerkopfes haben LUMMER und BRODHUN die Formen A und B der Abb. 666 gewählt. Die Abbildung gibt auch die Anordnung des ganzen Photometers. Die Gerade mn bedeutet die Photometerbank, m und n die zu vergleichenden Lichtquellen. Zwischen ihnen, senkrecht zur Richtung der Photometerbank, steht eine undurchsichtige möglichst weiße Platte ik , ihre eine Seite empfängt nur von m Licht, die andere nur von n . Die Spiegel j und e werfen das von l und das von λ diffus reflektierte Licht auf die Prismen A und B . Prisma A hat hier eine kugelige Oberfläche, an die eine Kreisfläche rs angeschliffen ist. Mit dieser Kreisfläche ist A an das Prisma B fest angepreßt (ohne Bindemittel).

Blickt man durch das Fernrohr W die Fläche $arsb$ an, so sieht man das Bild, das man vom BUNSEN-Photometer her kennt (Abb. 667): Eine Kreisfläche a umgeben von dem Kreisring b , desto verschiedener hell, je verschiedener stark beleuchtet die beiden Seiten der Platte ik sind. Bei vollkommener Gleichheit dieser Beleuchtung sieht man a ebenso hell wie

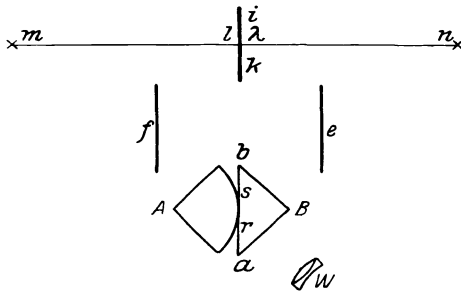


Abb. 666. Anordnung des Photometerkopfes, Abb. 623 zwischen den zu vergleichenden Lichtquellen m und n . (Der Abstand $m n$ ist 2–3 m.)

b , also eine gleichförmig helle Kreisfläche. Um die Kreisfläche und den Ring gleich hell zu machen, verschiebt man den Photometerschirm längs der Bank (s. a. Abb. 623). Er ist 2,5 bis 3,5 mal empfindlicher als der BUNSENSCHE. Der mittlere Fehler einer Einstellung bleibt unter $1/2\%$, bei der Messung einer 50-Kerzen-Lampe also unter 0,25 Kerze.

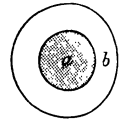


Abb. 667. Anblick des Gesichtsfeldes im Photometerkopf bei ungleicher Beleuchtung von l und l' . (Abb. 666.)

Wichtigkeit der Brechungszahl. Die Ermittlung der Brechungszahl gehört zu den wichtigsten Aufgaben der Optik. Mikroskop, Fernrohr und photographisches Objektiv

verdanken ihre Vervollkommnung der Vervollkommnung der Glasschmelzkunst. Für diese ist die Kenntnis der Brechungszahl eines Glases unerlässlich. Die Brechungszahl von Flüssigkeiten hat für die Chemie dieselbe Bedeutung wie andere Konstanten der Stoffe; sie ermöglicht oft, auf den chemischen Aufbau des Körpers zu schließen (Molekularrefraktion). Viele marktgängige flüssige Stoffe kann man an ihrer Brechungszahl auf Reinheit prüfen, z. B. Fette und ätherische Öle; die Milch, deren Fettgehalt dadurch ermittelt wird, die Naturbutter, die dadurch von Kunstbutter unterschieden wird.

Zur Ermittlung der Brechungszahl gibt es viele Verfahren und Geräte. Wir beschreiben zwei von ABBE stammende: sie bilden die Grundlage für alle späteren, auch für die von PULFRICH, die wohl die weitest verbreiteten sind. Zur Messung an festen durchsichtigen Stoffen dient das ABBESCHE Spektrometer: es beruht auf dem Verfahren des in sich zurückkehrenden Strahles (LITTRÖW). Zur Messung an Flüssigkeiten dient das ABBESCHE Refraktometer: es beruht auf der Totalreflexion.

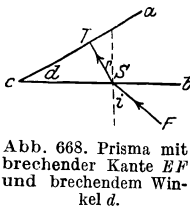


Abb. 668. Prisma mit brechender Kante EF und brechendem Winkel d .

Methode des in sich zurückkehrenden Strahles. Die Ermittlung der Brechungszahl mit dem ABBESCHEN Spektrometer erläutert Abb. 668. Es ist $ABA'B'EF$ (s. Abb. 633 auf S. 534) ein Prisma (der Stoff, den man zum Zwecke der Messung in diese Form gebracht hat), bca ein Schnitt senkrecht durch seine brechende Kante EF , ein Hauptschnitt, der in die Ebene der Zeichnung gelegt ist; FS ein Lichtstrahl; er vertritt ein Bündel von parallelen Lichtstrahlen. Wir machen den Einfallswinkel i , unter dem FS auf cb fällt, so groß, daß der Strahl nach der Brechung senkrecht auf ca trifft. Der zugehörige Brechungswinkel ist r . Seine beiden Schenkel (Strahl und Normale) stehen

dann senkrecht auf den beiden Schenkeln ca und cb des Winkels d . Daher ist $r = d$. Da nun $\sin i / \sin r = n$ ist (wo n die Brechungszahl ist) und $r = d$ ist, so folgt: $\sin i / \sin d = n$. Das heißt: um die Brechungszahl n zu ermitteln, messen wir die Winkel i und d . Wie der brechende Winkel des Prismas gemessen wird, ist S. 535 beschrieben worden. Das „In-sich-Zurückkehren“ des aus dem Fernrohr kommenden Strahles können wir auch benutzen, um i zu messen (S. 546 Abb. 659/60); der Strahl FST läuft in sich zurück, wenn er senkrecht auf die Fläche ac trifft. Um i zu messen, drehen wir daher das Prisma aus der Stellung, in der das Lichtsignal von cb in sich zurückkehrt, so weit, bis wir das Lichtsignal von der Fläche ca in sich zurückkehren sehen, und lesen die Größe der Drehung an dem festen Teilkreise ab (Abb. 635).

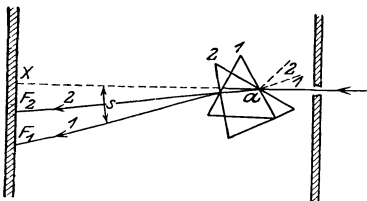


Abb. 669. Zum Verfahren der Minimumablenkung.

Verfahren der Minimumablenkung des gebrochenen Strahles. Wichtig ist eine von FRAUNHOFER erdachte Methode: In den Raum (Abb. 669) vertikal von oben gesehen) tritt ein Bündel paralleler (einfarbiger) Lichtstrahlen horizontal und trifft auf das Prisma, dessen brechende Kante vertikal steht. Das Bündel geht durch das Prisma und — man fasse es als einen Zeiger auf mit F als Endpunkt — zeichnet

trifft auf das Prisma, dessen brechende Kante vertikal steht. Das Bündel geht durch das Prisma und — man fasse es als einen Zeiger auf mit F als Endpunkt — zeichnet

auf der Wand gegenüber einen hellen Fleck, der infolge der Brechung nicht in der Verlängerung des auffallenden Bündels, bei X , liegt, sondern nach der Basis hin (bis F_1) davon um den Winkel s abgelenkt ist. Dreht man das Prisma um eine durch a gehende vertikale Achse, so wandert der Fleck F an der Wand. Wächst der Einfallswinkel dabei, wie in Abb. 669 beim Übergang zur

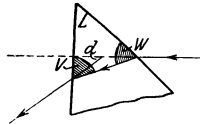


Abb. 670. Minimumablenkung des Strahles bei symmetrischem Durchgang durch das Prisma ($V = W$).

Stellung 2 des Prismas, so wandert F nach der brechenden Kante hin bis F_2 . Die Richtung des austretenden Strahles nähert sich also der des einfallenden, d. h.: die Ablenkung durch das Prisma wird kleiner. Von einer bestimmten Stellung des Prismas an geht

der Fleck aber zurück, d. h. die Ablenkung wird wieder größer. In dieser Umkehrstellung des Prismas ist also die Ablenkung am kleinsten (*Minimumstellung*). Hier bildet der Strahl (den Beweis übergehen wir) im Innern des Prismas gleiche Winkel mit den Prismenseiten (V und W in Abb. 670), und der Ablenkungswinkel d steht mit dem brechenden Winkel L des Prismas und der Brechungszahl n in der Beziehung

$$n = \frac{\sin \frac{1}{2}(d + L)}{\sin \frac{1}{2}L}$$

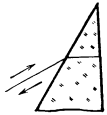


Abb. 672. In sich zurückkehrender Strahl.

Ausgeführt wird die Methode mit einem Spektrometer (MEYERSTEIN), das zwei Fernrohre besitzt (Abb. 671), für die einfallenden und die austretenden Strahlen. Wenn bei der ABBESchen Methode der Strahl aus dem Prisma in sich zurückkehrt (Abb. 672), so ist seine Neigung zu der brechenden Fläche genau dieselbe, wie wenn er im

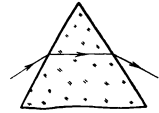


Abb. 673. Strahl in Minimumablenkung.

Minimum der Ablenkung durch ein Prisma mit einem doppelt so großen brechenden Winkel hindurchgeht; also auch bei der ABBESchen Methode geschieht die Messung in der Minimumstellung des Prismas (im Minimum der Ablenkung, Abb. 673). — Das FRAUNHOFERsche Verfahren ist für das Laboratorium bestimmt, das ABBESche für die Werkstatt, aber ebenso genau.

Verfahren der Totalreflexion. Refraktometer von ABBE. Man benützt zur Bestimmung der Brechungszahl einer Flüssigkeit gewöhnlich die Methode der Totalreflexion. Das Refraktometer von ABBE enthält zu diesem Zweck (Abb. 674) zwei rechtwinklige Glasprismen A und B von bekannter Brechungszahl ν , die zusammengelegt ein rechtwinkliges Parallelepiped bilden. Zwischen die Prismen bringt man einen Tropfen der zu messenden Flüssigkeit. Die Brechungszahl ν des Glases muß die der Flüssigkeit übersteigen. Man schneidet die Prismen deswegen aus einem Glase, dessen Brechungszahl ($\nu = 1,75$) größer ist als die der meisten Flüssigkeiten. Bringt man nun das Prismenpaar mit der dazwischen befindlichen Flüssigkeit in den Weg eines Lichtbündels, so geht das Licht nicht immer hindurch, nämlich dann nicht, wenn der Einfallswinkel, unter dem sich die Grenzfläche Glas/Flüssigkeit dem Licht darbietet, den Grenzwinkel der totalen Reflexion erreicht oder überschreitet. Das Licht wird dann beim Übergang aus dem stärker brechenden Glase in die schwächer brechende Flüssigkeit total reflektiert. Den Grenzwinkel γ , bei dem dies eintritt, zeigt das Refraktometer deutlich an (Abb. 676). Aus ihm und der bekannten Brechungszahl ν der Prismen findet man die Brechungszahl der Flüssigkeit $n = \nu \sin \gamma$. Denn: ist ν die Brechungszahl des Glases, d. h. von Luft gegen Glas, und n die der Flüssigkeit, d. h. von Luft gegen die Flüssigkeit, so ist (S. 547 o.) die Brechungszahl der Flüssigkeit gegen Glas ν/n . Für den Grenzwinkel γ der totalen Reflexion beim Übergange des Lichtes aus dem Glase in die schwächer brechende Flüssigkeit ist danach (S. 548) $\sin \gamma = n/\nu$. Der Teilkreis des Refraktometers, an dem man den Grenzwinkel γ abliest, gibt bereits die Größe $\nu \cdot \sin \gamma$ (ν ist ja konstant), man liest also unmittelbar die Brechungszahl ab.

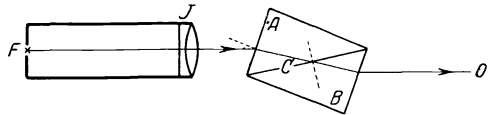


Abb. 674. Zur Wirkungsweise des ABBESchen Refraktometers.

Den Grundgedanken des Refraktometers erläutert Abb. 674. A und B sind zwei rechtwinklige Glasprismen, C ist die zu messende Flüssigkeit, F ist ein leuchtender Punkt; von

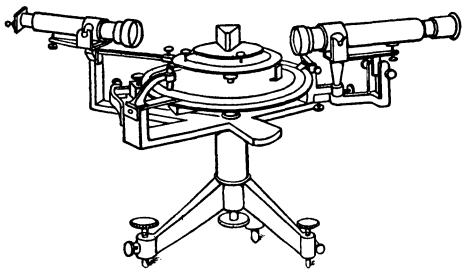


Abb. 671. Spektrometer (MEYERSTEIN) mit feststehendem Spaltfernrohr (links) und um die Tischachse drehbarem Beobachtungsfernrohr. Das Spaltrohr ist nach außen durch einen beleuchteten Spalt abgeschlossen. Der Spalt vertritt ein unendlich fernes leuchtendes Objekt.

ihm ausgelangen Lichtstrahlen zu den Prismen, und zwar (durch Vermittlung der feststehenden Linse *J*) parallele Lichtstrahlen. Die

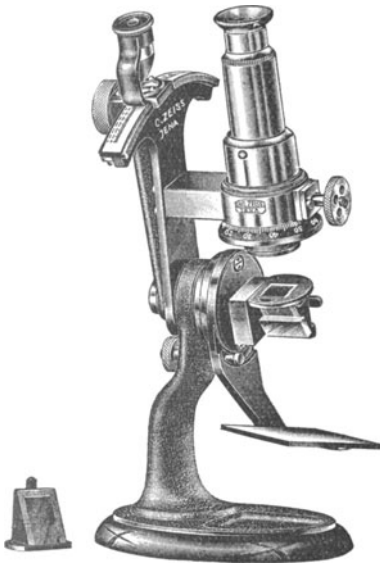


Abb. 675. Refraktometer (ABBE) zur Messung der Brechungszahl von Flüssigkeiten.

Strahlen gehen durch das (drehbare) Prismenpaar *A B* hindurch, solange der Einfallswinkel, unter dem sie aus dem (stärker brechenden) Prisma *A* in die (schwächer brechende) Flüssigkeit *C* treten, *kleiner* ist als der Grenzwinkel — sie gehen aber *nicht* hindurch, sobald man *A B* so weit dreht, daß dieser Grenzwinkel erreicht wird. Wenn die Strahlen überhaupt austreten, so treten sie, falls sie parallel eingefallen sind und durch den planparallelen Körper *A B* gegangen sind, auch *parallel* zueinander aus. Ein Auge bei *O* empfängt das Licht von der Lichtquelle *F* und sieht sie wie ein weitentferntes Objekt. (Nur auf dem durch die Pfeile bezeichneten Wege gelangt Licht zum Auge.) Aber man sieht die Lichtquelle offenbar nur, solange das Licht unter einem Winkel auf die Grenzfläche *C* fällt, der *kleiner* ist als der Grenzwinkel der totalen Reflexion; dreht man das Prismenpaar im Sinne des wachsenden Einfallswinkels, so wird in dem Moment, in dem die dem Grenzwinkel entsprechende Stellung erreicht ist, die Wand *C* undurchsichtig, es tritt Finsternis ein. Den Winkel, bei dem das geschieht, *mißt* das Instrument.

In der gebräuchlichen Refraktometerform (Abb. 675) ist die Anordnung anders: 1. Auge und Lichtquelle haben ihre Plätze miteinander vertauscht. Das Licht geht *erst* durch die Prismen und *dann* durch die Linse. Auf die Abb. 674 bezogen, heißt das: das Licht kommt von rechts, und *F* ist das Auge. Diese Umkehr der Reihenfolge ändert nichts an dem Ergebnis (nach dem Prinzip der Umkehrbarkeit der Strahlenwege). Das Augesieht, in das Rohr blickend, die Lichtquelle *O* in dem Augenblick erlöschen, in dem bei der Drehung der Prismen der Einfallswinkel den Grenzwinkel erreicht. 2. Die Lichtstrahlen treffen die Schicht *C* in allen möglichen Richtungen. Hindurchgehen können aber nur die, deren Einfallswinkel *kleiner* ist als der Grenzwinkel der totalen Reflexion. Hat man die Prismen in diejenige Lage gedreht, bei der ein Strahl, der parallel zur Fernrohrachse auf *B* fällt, unter dem Grenzwinkel auf *C* trifft, so bekommt die eine Hälfte des Gesichtsfeldes — den Grund übergehen wir — überhaupt keine Strahlen und ist finster, die andere ist hell; das Gesichtsfeld sieht daher so aus wie Abb. 676. Die Handhabung des Refraktometers ergibt sich danach von selbst: Man bringt einen Tropfen der zu messenden Flüssigkeit zwischen die beiden Prismen, wirft mit dem Spiegel (homogenes) Licht hinein, sieht in das Rohr und dreht mit Hilfe der Alhidade (links) die Prismen so, daß das Gesichtsfeld wie Abb. 676 aussieht, und liest durch die Lupe an dem Gradbogen die bei dieser Stellung der Alhidade verzeichneten Brechungszahl ab. (Ist das Licht *nicht* homogen, so ist die Grenzlinie farbig und verwaschen, Eine besondere Vorrichtung dient dazu, sie zu entfärben.)

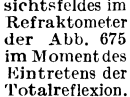


Abb. 676. Anblick des Gesichtsfeldes im Refraktometer der Abb. 675 im Moment des Eintretens der Totalreflexion.

Gang der Dispersion. Daß die zu verschiedenen Farben gehörigen Strahlen verschieden stark gebrochen werden (S. 541 u.), und die Farbenzerstreuung (Dispersion) dadurch entsteht, kann man unmittelbar *sehen*, wenn weißes Licht durch ein Glasprisma geht.

Aber *meßbar* ist die Zerstreung nur an den Brechzahlen für die einzelnen Farben und an den Beziehungen der Brechzahlen zueinander. Besonders Interesse daran, die Größe der Dispersion zu ermitteln, hat die Glasschmelzkunst; die Brauchbarkeit eines Glases für das Mikroskop und das Fernrohr (im besonderen die Vermeidbarkeit farbiger Säume um die Bilder) wird in hohem Grade durch den „Gang“ seiner Dispersion bestimmt.

Um die optischen Eigenschaften von Glasarten zu kennzeichnen, benutzt man (ABBE) die Brechungszahlen für die Linien *A', C, D, F, G'*, neuerdings auch für die Heliumlinie *d* und die Quecksilberlinien *e, g, h*. Den Gang der Dispersion kennzeichnet man durch die Brechungsunterschiede für die Abschnitte *A'-C, C-e, e-F, F-g, g-h*, sowie durch das Verhältnis dieser Teilzerstreungen zur mittleren Farbenzerstreung zwischen den Linien *C* und *F*.

Gang der Dispersion einiger Jenaer Glasarten.

	Mittl. Brech. n_a	Mittl. Zerstr. $C-F$	$A'-C$	$C-e$	$e-F$	$F-g$	$g-h$	Spez. Gew.	Preis M pro kg
Fluor-Kron (FK 1)	1,4707	0,00700	0,00253	0,00383	0,00317	0,00373	0,00307	2,30	500
Phosphat-Kron (PK 1)	5045	752	272	412	340	400	328	42	220
Bor-Kron (BK 1)	5101	805	285	439	366	433	357	48	95
Zink-Kron (ZK 1)	5080	832	296	454	378	447	371	51	130
Barit-Flint (BaF 1)	5569	1148	382	616	532	646	548	3,00	110
Barit-Schwer-Flint (BaSF 1)	6216	1601	513	851	750	927	800	72	115
Schwer-Flint (SF 1)	7174	2431	752	1279	1152	1454	1285	4,44	240

Dispersionsformel. Den Zusammenhang zwischen einer Wellenlänge λ und dem zugehörigen Brechungsverhältnis n_λ versucht man durch eine *Dispersionsformel* auszudrücken. Ob die Formel richtig ist, sieht man daran, ob das nach ihr berechnete und das mit dem Spektrometer gemessene n_λ übereinstimmen. Die älteste Formel (CAUCHY, 1836) für normal dispergierende (Gegensatz: anomal S. 631), isotrope durchsichtige Stoffe heißt $n_\lambda = a + \frac{b}{\lambda^2} + \frac{c}{\lambda^4} + \dots$. Hierin ist λ die gegebene Wellenlänge, und a, b, c, \dots sind gewisse, den Stoff kennzeichnende Konstanten, die man erst ermitteln muß, ehe man mit der Formel rechnen kann. Für die meisten Stoffe stimmt sie schon in der zweigliedrigen Form $n_\lambda = a + b/\lambda^2$ mit den Messungen erträglich überein. Mißt man also an einem gegebenen Stoffe für zwei bestimmte Wellenlängen (Farben), z. B. für λ_C und λ_F , die Brechungsverhältnisse, und berechnet man aus den zwei entsprechenden Gleichungen für n_C und n_F die Konstanten a und b dieses Stoffes, so kann man dann zu jedem gegebenen λ das zugehörige n_λ für diesen Stoff genügend genau ausrechnen, der berechnete Wert stimmt mit der Kontrollmessung erträglich überein.

Aber die Formel von CAUCHY bewährt sich nur für die Wellenlängen etwa zwischen $0,4$ und $0,8 \mu$ (Bereich des sichtbaren Spektrums). Berechnet man nach ihr die Brechzahlen für längere Wellen (im Ultrarot), so ist sie für viele Stoffe schon nahe am sichtbaren Spektrum unzureichend, und sie wird immer weniger brauchbar, auf je längere Wellen man sie anwendet, so z. B. bei Wasser, Glas, Quarz, Flußspat, Steinsalz. Die auf der elektromagnetischen Lichttheorie (S. 504) fußende modernste Dispersionstheorie stellt die Tatsachen der Erfahrung weit besser dar. Sie erklärt die Brechung aus einer Wechselwirkung zwischen dem Äther und den Molekülen der Stoffe, resp. den mit den Molekülen verbundenen Elektronen, also aus einem Einfluß des Moleküls auf die Ätherschwingung. Die einfachste, aus der elektromagnetischen Lichttheorie abgeleitete Dispersionsformel lautet $n^2 = b^2 + \frac{M_1}{\lambda^2 - \lambda_1^2} + \frac{M_2}{\lambda^2 - \lambda_2^2}$ (KETTELER-HELMHOLTZ, 1893). Hierin sind M_1 und M_2 gewisse Konstanten, die von der Natur des dispergierenden Stoffes abhängen und mit dessen Dielektrizitätskonstante (s. d.) eng zusammenhängen; λ_1 und λ_2 sind zwei für den Stoff charakteristische Wellenlängen im Ultraviolett und im Ultrarot (S. 629). Der Stoff *verschluckt* sie, weil sie die in den Molekülen enthaltenen Elektronen zum Mitschwingen anregen (Resonanz); sie lassen sich experimentell genau ermitteln. Für viele Stoffe, so z. B. für Wasser, Flintglas, Steinsalz, Sylvin, Flußspat (NICHOLS, RUBENS), stellt die Formel die Dispersion sehr genau dar. Für Quarz z. B. genügt sie jedoch nicht, sie bedarf dann noch einer Erweiterung.

β) Doppelbrechung (BARTOLINUS 1669).

Lichtbrechung durch den isländischen Doppelspat. Wir kehren zum Anfang der Betrachtungen zurück, die uns zu der Brechung des Lichtes geführt haben. Die lichtbrechende Wand sollte isotrop sein. Die Brechung durch diese Wand spricht sich aus in dem Gesetz von der Erhaltung der Einfallsebene und von der Konstanz des Sinusverhältnisses (S. 546 o.). Wir ersetzen jetzt die Glasplatte

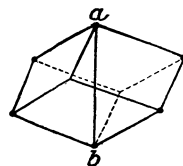


Abb. 677. Isländischer Doppelspat: ab Hauptachse.

durch eine *Kristallplatte*, und zwar — die jetzt zu beschreibenden Erscheinungen werden dann besonders deutlich — durch eine Platte aus *isländischem Doppelspat*: unbearbeitet bildet er gewöhnlich würfelförmliche Körper (Abb. 677). Wir schneiden die Platte parallel zu einer der natürlichen Grenzebenen von dem Kristall ab, fügen sie (Abb. 678) in den Fensterladen eines im übrigen finsternen Zimmers und lassen von draußen ein paralleles Lichtbündel *B* senkrecht auf die Platte fallen. Wäre sie aus Glas, so würden wir aus ihr *ein* Lichtbündel austreten sehen und auf der Wand gegenüber *einen* Lichtfleck; aus dem Kalkspat aber treten *zwei* Bündel

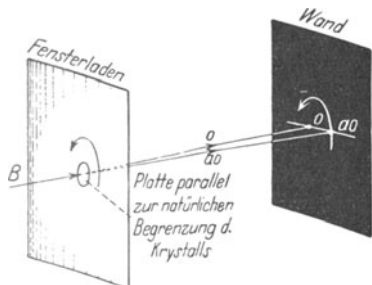


Abb. 678. Zur Doppelbrechung durch den Doppelspat.

aus, und auf der Wand sehen wir *zwei* Flecke, *o* und *ao*. Diese Erscheinung nennt man *Doppelbrechung* des Lichtes. Alle Kristallsysteme, mit Ausnahme des kubischen, zeigen sie, *weitaus* (S. 557 o.) am deutlichsten zeigt sie der *isländische Doppelspat* (Kalkspat).

Die Erfahrung lehrt: Der eine Strahl, *o*, befolgt das *SNELLIUSsche* Brechungsgesetz (geht also senkrecht einfallend ungebrochen hindurch); der andere, *ao*, *im allgemeinen* nicht, er liegt im allgemeinen *nicht* in der durch das Lot und den einfallenden Strahl bestimmten Ebene und das Verhältnis \sin Einfallswinkel

: \sin Brechungswinkel hat im allgemeinen *nicht* für alle Einfallswinkel denselben Zahlenwert; im Kalkspat z. B. ist n_D für den Strahl *o* bei *jedem* Einfallswinkel 1,658; für den Strahl *ao* liegt er, je nach der Größe des Einfallswinkels, zwischen 1,486 und 1,658. Deswegen nennt man den ersten Strahl *ordentlich gebrochen*, den anderen *außerordentlich gebrochen*. (Man sieht: für den außerordentlichen Strahl wird n gelegentlich *gleich* dem für den ordentlichen [1,658], beide Strahlen werden *dann* gleich stark gebrochen.) Wie verschieden sich die zwei Strahlen dem *SNELLIUSschen* Gesetz gegenüber verhalten, zeigt sich z. B. so: Dreht man die Kalkspatplatte im Fensterladen um das Einfallslot (wie ein Rad um seine Achse), so berührt das den ordentlich gebrochenen Strahl und den ihm zugehörigen Lichtfleck auf der Wand überhaupt nicht. Der außerordentliche dagegen rotiert um den ordentlichen Strahl (seine Brechungsebene also *auch*), und der zu ihm gehörende Lichtfleck auf der Wand umkreist dementsprechend den zum ordentlichen Strahl gehörigen. Denken wir uns die Kristallplatte wie das Zifferblatt

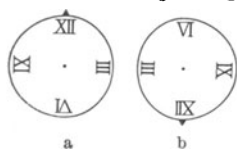


Abb. 679.

einer Uhr beziffert, dann sieht man: für den ordentlich gebrochenen Strahl ist es einerlei, wie die Platte steht — ob so wie Abb. 679a oder so wie Abb. 679b — für den außerordentlich gebrochenen aber nicht. Was ändert sich, wenn man die Platte aus der ersten in die zweite Stellung und in derselben Richtung weiterdrehend, in die erste zurückbringt? Man hat es mit einer *Kristallplatte* zu tun. Schneidet man aus einem isotropen *Glasblock* eine Platte heraus, so ist es für ihre Lichtbrechungsverhältnisse gleichgültig, in welcher Richtung man sie herauschneidet. Bei einem Kristall aber — wenn er nicht zufällig zum kubischen System gehört — kommt es darauf an, unter welchem Winkel der Schnitt die *optische Achse* (S. 152 m.) des Kristalles schneidet. Was versteht man unter der optischen Achse eines Kristalles? In einem doppelt brechenden Kristalle gibt es *eine* bestimmte Richtung (in den Kristallen mancher Systeme sogar *zwei*), längs deren das Licht nur *einfach*, nur *ordentlich* gebrochen wird. *Diese* Richtung ist die Richtung der optischen Achse des Kristalles. Dreht man die Platte aus *a* in *b* (Abb. 679), so ändert sich der Lichteinfall relativ zur optischen Achse

des Kristalles, und *deswegen* umkreist der zu dem außerordentlichen Strahl gehörige Lichtfleck den anderen.

Die Lichtbrechung in den *optisch zweiachsigen* Kristallen ist überaus verwickelt, wir beschäftigen uns nur mit den *optisch einachsigen*, zu denen auch der Kalkspat gehört. — Was versteht man unter der optischen Achse des Kalkspats? Die Doppelspatkristalle sind Rhomboeder (Abb. 677), von Rhomben begrenzte Sechsfächner, die wie windschiefe Würfel aussehen. Verbindet man gleich lange Stäbe zu einem Würfelmodell, dessen Ecken und Seiten durch Gelenke beweglich miteinander verbunden sind, und verformt man den Würfel, indem man auf die Ecken *a* und *b* drückt, so entsteht ein Rhomboeder. In *a* und *b* stoßen *nur* stumpfe Winkel zusammen (in anderen Ecken je zwei spitze und ein stumpfer). Eine Gerade durch *a* und *b*, auch eine zu ihr parallele, nennt man *Hauptachse* — sie ist zugleich die *optische Achse* — *des Kristalls*, einen Schnitt durch den Kristall, der die Hauptachse enthält, und jeden zu ihm parallelen Schnitt nennt man *Hauptschnitt*.

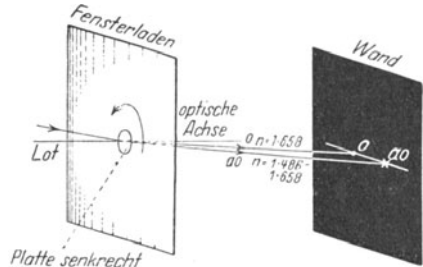





Abb. 680. Zur Doppelbrechung durch den Doppelspat.



Brechung durch eine achsensenkrechte Doppelspatplatte. Wir schneiden aus dem Kristall eine planparallele Platte *senkrecht zur optischen Achse*  und

fügen sie dem Fensterladen ein (Abb. 680). Die Achse liegt dann horizontal. Das Lichtbündel falle unter beliebigem Winkel auf die Platte, die Einfallsebene liege horizontal. Dann entstehen zwei helle Lichtflecke horizontal nebeneinander in der Geraden, in der die Einfallsebene die gegenüberliegende Wand schneidet. Drehen wir die Platte um das Lot, so berührt das keinen der Flecke — ein Zeichen, daß auch der außerordentliche Strahl in der Einfallsebene verläuft, *in dieser Beziehung* also dem SNELLIUSSchen Gesetz gehorcht. Aber *nur* in dieser Beziehung gehorcht er ihm. Ändert man den Einfallswinkel, und mißt man jedesmal seine Größe und die des Brechungswinkels, so findet man zwar für den *einen* Strahl *immer* $n_o = 1,658$, aber nicht für den anderen; je kleiner (größer) der Einfallswinkel ist — es ist der Winkel zwischen Strahl und *Achse*, denn die Achse ist ja (s. o.) senkrecht auf der Platte, also dem Lot parallel — desto größer (kleiner) ist n_{ao} . Für den Einfallswinkel von 90° ist $n_{ao} = 1,486$. Wenn der Einfallswinkel (Strahl/Achse) kleiner wird, dann wird n_{ao} größer, der außerordentliche Strahl nähert sich dann dem ordentlichen, und *beim Einfallswinkel* 0° fällt er mit ihm zusammen, dann ist $n_{ao} = 1,658$. — Für die

 - Kristallplatte ist in geometrischer Beziehung kennzeichnend: ihre Kristallachse liegt *stets* in der Einfallsebene, oder anders ausgedrückt, *die Einfallsebene fällt hier dauernd mit einem Hauptschnitt des Kristalls zusammen*. So oft das eintritt — man erinnere sich an das „so oft“ bei dem sogleich folgenden Falle — gilt *der eine* Teil des SNELLIUSSchen Gesetzes: der von der Erhaltung der Einfallsebene. *Aber nicht auch der zweite*: ändert sich der Winkel Strahl/Achse, dann ändert sich auch *n*, das Sinusverhältnis.

Brechung durch eine achsenparallele Doppelspatplatte. Wir schneiden nun aus dem Kristall eine planparallele Platte *parallel zu Achse*  -Platte; zunächst in der Stellung, bei der die Kristallachse horizontal, also *in* der (vorhin horizontal angenommenen) Einfallsebene liegt. Die Einfallsebene fällt dabei mit einem Haupt-

schnitt zusammen. Dann entstehen *wieder* zwei Flecke o und ao auf der Wand, horizontal nebeneinander. Drehen wir aber *diese* Platte um das Lot, so wandert der eine Fleck — der dem Lot fernere ao von dem außerordentlichen Strahl herrührende — im Drehungssinne der Platte, und wenn die Platte so weit gedreht ist, daß die Achse vertikal steht, also um 90° gedreht ist, so ist er wieder horizontal neben dem anderen angekommen, liegt jetzt aber dem Lot noch ferner als zu Anfang seiner Wanderung. Das bedeutet: der außerordentliche Strahl, zu dem ja der wandernde Fleck gehört, wird *stärker* gebrochen, wenn die Achse in der Einfallsebene liegt und schwächer, wenn die Einfallsebene senkrecht zur Achse steht.

Liegen die beiden Flecke horizontal nebeneinander, so bedeutet das: beide Strahlen verlaufen in der horizontalen Einfallsebene. In dieser Beziehung (Erhaltung der Einfallsebene) unterscheiden sich also die beiden Stellungen — Einfallsebene \perp Achse und Einfallsebene \parallel Achse — nicht voneinander, wohl aber in der, die das Sinusverhältnis angeht. Die Untersuchung lehrt: In der ersten Stellung liegt die Achse in der Einfallsebene. Wir wissen bereits von der -Platte her (S. 555 u.: „so oft“), daß dann je nach der Größe des Winkels (zwischen 90° und 0°), zwischen dem einfallenden Strahl und der Achse, n für den außerordentlichen Strahl zwischen 1,486 und 1,658 liegt. — In der zweiten Stellung liegt die Achse \perp Einfallsebene. Die Untersuchung lehrt, daß bei dieser Stellung auch für den außerordentlich gebrochenen Strahl das Verhältnis \sin Einfallswinkel : \sin Brechungswinkel *stets* 1,486 ist, für jeden Einfallswinkel zwischen 0° und 90° . Bei dieser Lage der Einfallsebene relativ zur Kristallachse befolgt also der außerordentliche Strahl das SNELLIUSSCHE Gesetz vollständig. Ist der Einfallswinkel 0, d. h. der einfallende Strahl senkrecht zur -Kristallplatte, so ist für den ordentlichen wie für den außerordentlichen Strahl der Brechungswinkel 0, wie es das SNELLIUSSCHE Gesetz verlangt, die Strahlen treten also beide in der Richtung des einfallenden Strahles, d. h. senkrecht zur Platte aus, und fallen daher zusammen, auf der Wand entsteht infolgedessen auch nur *ein* Fleck. Genau dasselbe tritt ein, wenn der einfallende Strahl senkrecht auf die -Kristallplatte fällt — wenigstens *subjektiv* — sinnlich wahrnehmbar, dasselbe. Aber es ist *objektiv* nicht dasselbe! Denn im zweiten Falle ist die Brechungszahl für den außerordentlichen Strahl *gleich* der für den ordentlichen. Vorhanden ist also tatsächlich nur *ein* gebrochener Strahl — aber im ersten Falle, wo sie es für den ordentlichen wie immer 1,658 ist, ist sie für den außerordentlichen 1,486. Es entstehen wirklich *zwei* Strahlen, von denen sich der eine, der außerordentliche, schneller fortpflanzt als der andere, sie sind aber *mit dem Auge* nicht unterscheidbar, sie *erscheinen* daher als *ein* Strahl.

Wir fassen zusammen: Der durch optisch einachsige Kristalle außerordentlich gebrochene Strahl befolgt *im allgemeinen* keinen der beiden Sätze, die das SNELLIUSSCHE Gesetz für den ordentlich gebrochenen ausspricht; aber *unter besonderen Bedingungen* — sie betreffen die Lage der Einfallsebene zur Kristallachse — befolgt er *beide* oder wenigstens *einen* von ihnen: er erfüllt beide (die Erhaltung der Einfallsebene und die Konstanz des Sinusverhältnisses), wenn die Einfallsebene senkrecht zur Achse steht, er erfüllt *einen* (die Erhaltung der Einfallsebene), wenn die Achse in der Einfallsebene liegt.

Positiv und negativ einachsige Kristalle. Der Kalkspat bricht den ordentlichen Strahl stärker als den außerordentlichen, es ist $n_o = 1,6585$, $n_{ao} = 1,4864$. Dasselbe tun z. B. Turmalin, Korund, Saphir, Smaragd; sie heißen *negativ* einachsige. Andere, z. B. Bergkristall, Zirkon und Eis, brechen den außerordentlichen Strahl stärker als den ordentlichen, sie heißen *positiv* einachsige. Für Bergkristall — außer dem Kalkspat der am häufigsten in der

Optik angewandte Kristall — ist $n_o = 1,5442$, $n_{ao} = 1,5533$. (Messungen zuerst von RUDBERG [1828] an Prismen; die brechende Kante parallel zur optischen Achse aus dem Kristall geschnitten und bei der Messung senkrecht zur Einfallsebene des Lichtes gestellt, weil dann beide Strahlen das SNELLIUSsche Gesetz befolgen. Die Brechungsahl eines solchen Kristallprismas für beide Strahlen wird ebenso gemessen, wie die eines Glasprismas.)

Die Verschiedenheit der beiden Brechungszahlen ist im Kalkspat (0,1721) viel größer als in *allen* anderen Kristallen, und deswegen läßt sich an ihm die Doppelbrechung am leichtesten beobachten, Abb. 681. Man kann sie unmittelbar sehen, wenn man die Wand der Abb. 678 durch die Netzhaut des Auges ersetzt. Legt man den Kristall — er muß gut durchsichtig sein — z. B. auf das Kreuz (Abb. 682) und sieht man möglichst genau senkrecht hindurch, so sieht man das Kreuz im allgemeinen doppelt; dreht man ihn dabei um die Blicklinie, so sieht man, daß das eine Kreuz stehenbleibt, das andere sich verschiebt, und zwar so, daß sein Kreuzungspunkt den anderen umkreist. Wir beobachten hier virtuell dasselbe, was wir Abb. 678 reell benutzt haben, um die Doppelbrechung zu beschreiben.

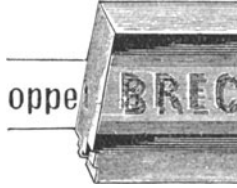


Abb. 681.

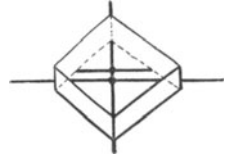


Abb. 682.

Anblick eines durch den doppeltbrechenden Kalkspat gesehenen Gegenstandes.

Charakteristische Eigenschaften des doppelt gebrochenen Lichtes. Wäre die Doppelbrechung in allen *nichtisotropen* Stoffen so stark, daß man sie so leicht wie beim Kalkspat sähe, dann würde man jeden Stoff sofort als isotrop oder als anisotrop erkennen. Fast immer aber ist sie sehr schwach; und sie fordert zu ihrer Erkennbarkeit besondere Hilfsmittel. Trotzdem ist sie stets ein deutlicher Hinweis darauf, ob ein Stoff isotrop ist oder nicht. Das durch doppeltbrechende Stoffe gegangene Licht hat nämlich besondere Eigenschaften, die es von gewöhnlichem grundsätzlich unterscheiden: es ist „polarisiert“. Schickt man „polarisiertes“ Licht durch einen Stoff, so nimmt man gewisse optische Erscheinungen an ihm wahr, die anzeigen, ob er doppelt bricht oder nicht (*Untersuchung im polarisierten Licht*). „Polarisiertes“ Licht bekommt man z. B., wenn man gewöhnliches Licht durch einen Kalkspatkristall schickt. Da aber *zwei* Strahlenbündel austreten, und das gleichzeitige Auftreten zweier stört, so beseitigt man eines davon. Diesem Zwecke dient das NICOLSche Prisma), *eines der wichtigsten optischen Hilfsmittel* (Abb. 683/84).

NICOLSches Prisma (1839). Das NICOLSche Prisma — ein vierseitiges Prisma, das aus zwei dreiseitigen zusammengesetzt ist — läßt nur den außerordentlich gebrochenen Strahl ao austreten, den ordentlich gebrochenen o lenkt es durch Totalreflexion an der Berührungsebene bc der beiden dreiseitigen Prismen derart zur Seite ab , daß er nicht austreten kann; er wird von einem schwarzen Farbstoff verschluckt, der die Seitenflächen des Prismas bedeckt. Hergestellt wird das Prisma Abb. 684 aus einem natürlichen Kalkspatkristall. Man spaltet davon ein Stück ab , das etwa dreimal so lang wie breit ist, und gibt ihm zunächst eine etwas andere Form. Im natürlichen Kristall bilden die Endflächen mit den Kanten bei a und bei d Winkel von 71° . Man macht sie durch Abschleifen schräger, so daß der Winkel nur 68° hat, zerschneidet dieses vierseitige Prisma (längs bc) durch einen Schnitt, der senkrecht auf dem Hauptschnitt steht (hier auf der Ebene der Zeichnung) und gleichzeitig senkrecht steht zu den angeschliffenen Flächen ae und gd , poliert die Schnittflächen bc und

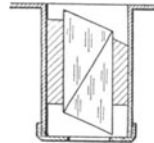


Abb. 683.

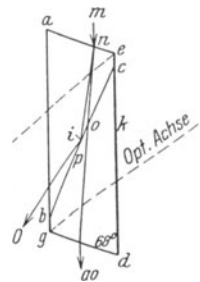


Abb. 684.

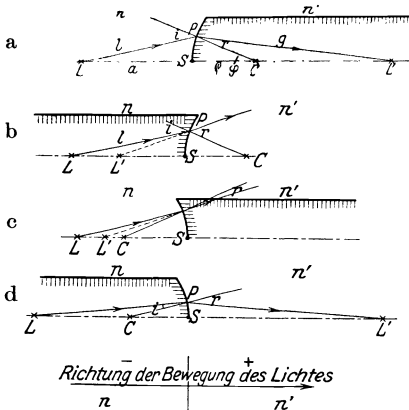
NICOLSches Prisma zur Unterdrückung des ordentlich gebrochenen Strahles (O in Abb. 684). Der Hauptschnitt $aedg$ des Prismas liegt in der Ebene der Zeichnung. Die Richtung der optischen Achse ist die der punktierten Geraden durch e (oder parallel dazu durch g).

klebt an ihnen die beiden Prismenhälften mit *Kanadabalsam* zusammen. Das so zusammengesetzte Prisma ist das *NICOLSche Prisma*. Abb. 684 zeigt den Strahlenverlauf in ihm. Für gelbes Licht ist die Brechzahl des Kalkspats (ordentliche Strahl) 1,658, die des Kanadabalsams 1,536. Der ordentliche Strahl geht somit an der Balsamschicht *bc* aus einem optisch dichteren in einen optisch dünneren Stoff. Der Winkel der Totalreflexion beträgt 68° . Daher werden alle Strahlen an der Balsamschicht total reflektiert, deren Einfallswinkel $> 68^\circ$ ist. Eine Rechnung zeigt: treten die Strahlen parallel zur Kante des Prismas (oder in einer davon nicht gar zu sehr abweichenden Richtung) ein, so ist der Einfallswinkel *i* an der Kanadabalsamschicht größer als 68° . Die Brechzahl der *außerordentlichen* Strahlen ist kleiner als die des Kanadabalsams, sie werden daher hindurchgelassen. Setzt man das *NICOLSche Prisma* an Stelle der früher benutzten Platte in den Fensterladen, so daß die Kante *k* horizontal und senkrecht zum Fenster liegt, und läßt man ein Lichtbündel *mn* parallel zu *k* darauf fallen, so entsteht nur *ein* Fleck auf der Wand, der zum *außerordentlichen* Strahl gehört. — Wir kommen auf das *NICOLSche Prisma* bei den Polarisationserscheinungen des Lichtes zurück.

Wir können auf die verwickelten Verhältnisse der Doppelbrechung nicht noch weiter eingehen. Es handelt sich dabei mehr um mathematische als um physikalische Fragen. Es genüge zu sagen: man kann an der *FRESNELSchen Wellenfläche* für jeden Kristall, einachsigen wie zweiachsigen, zu jedem gegebenen einfallenden Lichtstrahl die beiden gebrochenen Strahlen geometrisch auffinden. — Die Besprechung der Doppelbrechung schließt zwar logisch unmittelbar an die der einfachen Brechung an, wir begegnen ihr aber erst bei der Polarisation des Lichtes wieder. Bis dahin haben wir es nur mit *einfacher* Brechung zu tun.

b) Lichtbrechung durch Kugelflächen.

Geometrische Beziehungen zwischen Objektabstand und Bildabstand von der brechenden Fläche. Die lichtbrechende Wand, auf die das Licht bei seiner Ausbreitung trifft (S. 540 o.) und die seinen weiteren Gang beeinflusst, sollte *eben* sein. Wie beeinflusst eine *gekrümmte* Wand



Zu d: $LC = LS - SC = -a - \rho$
 $L'C = L'S + SC = +a' + \rho$
 $LC \cdot L'S = -a + \rho \cdot +a' = \rho - a \cdot a'$
 $L'C \cdot L'S = +a' - \rho \cdot -a = \rho - a' \cdot a$

Abb. 685. Zur geometrischen Beziehung des Objektabstandes *SL* und des zugehörigen Bildabstandes *SL'* vom Scheitel *S* der brechenden Kugelfläche. Es wird bezeichnet: *LS* mit *a*, *L'S* mit *a'*, *CS* mit ρ .

(Abb. 685 a) seinen Gang? Wir nähern uns mit dieser Frage der Aufgabe, einen Gegenstand durch lichtbrechende Hilfsmittel „abzubilden“, wie durch Photographenkamera und Bildwerfer, und der Aufgabe, das Auge durch Hilfsmittel, wie Brille, Lupe, Mikroskop, Fernrohr zu unterstützen. Von Bedeutung für diese Instrumente sind unter den gekrümmten Flächen überwiegend die kugeligen. Wir beschäftigen uns daher nur mit diesen.

Den Weg, den wir (S. 536/37) eingeschlagen haben, um die Spiegelung des Lichtes an Kugelflächen zu untersuchen, schlagen wir auch hier ein. *L* auf der Geraden *LC* durch den Kugelmittelpunkt *C* sei ein Punkt, der Strahlen aus sendet, der Objektpunkt (Dingpunkt). Wir verfolgen den Weg des Strahles, der bei *P* auf die kugelige Grenze *PS* zwischen Luft und Glas fällt. Das Einfallslot zu *P* ist (S. 536 u.) der Radius *CP*, Winkel *i* der Einfallswinkel. Der Strahl bleibt auch nach der

Brechung in der Ebene der Zeichnung, er wird zu der Achse *hin* gebrochen unter dem Brechungswinkel r und schneidet sie in L' . Denkt man sich die Zeichnung um LC als Achse gedreht, so erkennt man: alle Strahlen auf dem durch die Drehung entstehenden Kegelmantel (mit dem Achsenwinkel PLS) gehen nach der Brechung durch L' . Man nennt L' den zu L gehörigen *Bildpunkt* und nennt L und L' einander *konjugiert*. Da PS eine Kugelfläche ist, und da $n \cdot \sin i = n' \cdot \sin r$ ist, wo n und n' die *absoluten* Brechzahlen der Luft und des Glases bedeuten, können wir den Ort von L' mit Bezug auf S ermitteln. — Es ist

$$\text{im } \triangle PCL \quad \frac{LC}{l} = \frac{\sin i}{\sin \varphi}, \quad \text{im } \triangle PCL' \quad \frac{L'C}{g} = \frac{\sin r}{\sin \varphi}$$

und daher

$$\frac{LC}{L'C} \cdot \frac{g}{l} = \frac{n'}{n} \left(\text{da ja } \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n'}{n} \right).$$

Jetzt nehmen wir an, P liege S so nahe, daß wir l durch LS und g durch $L'S$ ersetzen dürfen. Dann ist

$$\frac{LC}{L'C} \cdot \frac{L'S}{LS} = \frac{n'}{n}. \quad (1)$$

Kann SP als verschwindend klein gelten, so heißt das: die Öffnung des Strahlenbündels ist so klein, daß seine Strahlen *alle* nahezu senkrecht auf die brechende Fläche fallen (wie S. 537 o. auf die spiegelnde). Unter dieser einschränkenden Annahme gilt die Gleichung (1). Sie besteht auch dann, wenn das Licht auf eine konkave brechende Fläche fällt, und auch dann, wenn es aus Glas in Luft (bisher Luft in Glas) tritt, also n zu dem *stärker* brechenden Stoff gehört, n' zu dem *schwächer* brechenden. Das zeigen die Abb. 685a, b, c, d. In allen bedeutet L die Lichtquelle, C den Kugelmittelpunkt, S den Scheitel der brechenden Kugelfläche, LP den einfallenden Strahl, CP das Einfallslot, der zu P *hingehende* Pfeil den Strahl *vor*, der von P *ausgehende* Pfeil den Strahl *nach* der Brechung und L' den *Bildpunkt*, den Durchschnitt des gebrochenen Strahles mit der durch L und C gehenden Achse. Wird der Strahl *zur Achse hin* gebrochen (a und d), so schneidet er selber die Achse *hinter* der brechenden Fläche (reell), wird er *von der Achse weg* gebrochen (b und c), so schneidet seine rückwärtige Verlängerung die Achse, und zwar *vor* der brechenden Fläche (virtuell). In allen vier Fällen bedeutet n die Brechzahl des Stoffes, aus dem das Licht *herkommt*, n' die Brechzahl des Stoffes, in den es *eintritt*. In den Abb. a und c ist n' größer als n (Lichtweg aus Luft in Glas), in den Abb. b und d kleiner als n (Lichtweg aus Glas in Luft). In allen vier Fällen bedeutet i den Einfallswinkel, r den Brechungswinkel, in allen besteht also die Gleichung (1). Den Abstand $L'S$ des Bildpunktes vom Scheitel findet man daher aus den andern Größen in allen Fällen *durch dieselbe Gleichung*. Aber der Bildpunkt L' liegt bald *rechts* vom Scheitel, bald *links* davon. Um sagen zu können, wo er relativ zum Scheitel liegt, muß man *gleichzeitig* wissen, ob der errechnete Abstand nach rechts oder nach links vom Scheitel zu rechnen ist. (Es genügt ja auch nicht zu wissen: „Ein Temperaturgrad liegt soundso weit vom Nullpunkt“, man muß gleichzeitig wissen, ob darüber oder darunter.) Wir bezeichnen auch hier den Gegensatz durch + und —. Wir benützen den *Scheitel S* als Bezugspunkt und rechnen von ihm aus die Abstände nach *links negativ*, nach *rechts positiv*. Bezeichnen wir die Strecken $L'S$ mit a' , LS mit a , CS mit ϱ , so ist für den Fall der Abb. 685 a

$$\frac{-a + \varrho}{+ a' - \varrho} = \frac{+ a'}{- a} = \frac{n'}{n}$$

und ähnlich so für *jeden* Fall der Abb. 685, wenn man nur jedem Abstände das ihm relativ zu S zukommende Vorzeichen gibt (wie z. B.

Fall *d* zeigt). Eine elementare algebraische Umformung der linken Seite ergibt dann in jedem Falle

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$$

Anwendung der Formel für die Brechung an Kugelflächen. Der Einfachheit halber setzen wir jetzt anstatt der absoluten Brechungszahlen die relativen: ist n die absolute Brechungszahl der Luft, n' die des Glases, so ist (siehe die Formeln auf S. 547) die Brechungszahl von Luft in Glas $N = n'/n$. Wir bezeichnen von hier an den Radius mit r und erhalten dann

$$\frac{N}{a'} - \frac{1}{a} = \frac{N - 1}{r}$$

Wir wollen N mit $3/2$ annehmen. Ist wie in Abb. 685 a die Kugelfläche konvex nach links, d. h. der Mittelpunkt *rechts* von S , und der Radius 50 cm, so ist $r = +50$. Liegt der Objektpunkt L *links* von S in einem Abstände von 200 cm, so ist $a = -200$. Suchen wir nun, wo der Bildpunkt zu L liegt, so haben wir:

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{-200} = \frac{3}{2} - \frac{1}{+50} \quad \text{oder anders geschrieben} \quad \frac{3}{2a'} + \frac{1}{200} = \frac{1}{100}$$

Die Ausrechnung ergibt $a' = +300$, d. h. L' liegt 300 cm nach rechts vom Scheitel. — Liegt L nur um 50 cm von S entfernt, dann ist

$$\frac{3}{2a'} + \frac{1}{50} = \frac{1}{100}, \quad \text{also} \quad a' = -150,$$

d. h. L' liegt ebenfalls, wie L , links von S . Da er auf derselben Seite des Scheitels liegt wie der Objektpunkt, so ist er virtuell; nicht die gebrochenen Strahlen selbst schneiden die Achse, sondern ihre rückwärtigen Verlängerungen. Ist die Kugelfläche konkav nach links, dann ist zu setzen: $r = -50$ und $a = -200$, wir erhalten also:

$$\frac{3}{2} - \frac{1}{-200} = \frac{3}{2} - \frac{1}{-50}, \quad \text{also} \quad a' = -100,$$

d. h. auch der Bildpunkt liegt links von S , ist also wie in dem zuletzt besprochenen Zahlenbeispiel virtuell.

Einführung der Brennweite. Es ist oft zweckmäßig, die Formel $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$

umzuformen, indem man die *Brennweiten* in sie einführt. Liegt der Dingpunkt L auf der Achse unendlich weit weg von der brechenden Fläche, d. h. ist $a = \infty$, dann sind die Strahlen, die auf sie fallen, einander und der Achse parallel. Der Bildpunkt, in dem sich diese *vor* der

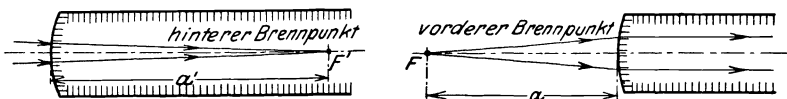


Abb. 686. Die Brennpunkte der konvexen brechenden Kugelfläche (sie sind reell).

Brechung parallelen Strahlen nach ihrer Brechung schneiden, F' in Abb. 686, links, heißt der *hintere Brennpunkt* der brechenden Fläche. Sein Abstand a' von der brechenden Fläche — wir nennen ihn σ' — folgt aus

$$\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}. \quad \text{Da } a = \infty \text{ ist, ist } n/a = 0, \text{ also } a' = \frac{n' \cdot r}{n' - n} \equiv \sigma'.$$

Entsteht dagegen der *Bildpunkt* auf der Achse unendlich weit weg von der Fläche, d. h. ist $a' = \infty$, dann sind die Strahlen, *nachdem* sie durch die brechende Fläche gegangen sind, einander und der Achse parallel. Der Objektpunkt, von dem diese nach der Brechung parallelen Strahlen vor ihrer Brechung herkommen, F in Abb. 665, rechts, heißt der *vordere Brennpunkt* der brechenden Fläche. Sein Abstand a von der brechenden Fläche — wir nennen ihn σ — ist, da $a' = \infty$, also $n'/a' = 0$

$$a = - \frac{n \cdot r}{n' - n} \equiv \sigma.$$

Mit den *Brennweiten* σ und σ' formt man die Gleichung $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$ um. Man multipliziert beide Seiten mit $\frac{r}{n' - n}$ und erhält, indem man σ und σ' einführt, die Gleichung $\frac{\sigma'}{a'} + \frac{\sigma}{a} = 1$.

Der Abstand der Brennpunkte von der brechenden Fläche hängt nur von deren Krümmungsradius r und ihrer Brechungsahl ab. Benützen wir statt der absoluten Brechungsahlen n und n' wieder die relativen, so wird $\sigma' = \frac{N \cdot r}{N - 1}$ und $\sigma = -\frac{r}{N - 1}$. Nehmen wir z. B. $N = 1,5$ an und $r = 3$ cm, die brechende Fläche also konvex (Abb. 686), so ist $\sigma' = \frac{1,5 \cdot 3}{0,5} = +9$ cm, $\sigma = -\frac{3}{0,5} = -6$ cm. Ist die brechende Fläche konkav, also $r = -3$ cm, so ist $\sigma' = \frac{1,5 \cdot -3}{0,5} = -9$ cm, d. h. der hintere Brennpunkt liegt auf derselben

Seite der brechenden Fläche, wie der — unendlich ferne — Objektpunkt: er ist *virtuell*, die rückwärtigen Verlängerungen der gebrochenen Strahlen schneiden einander im Brenn-

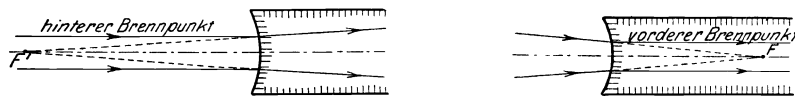


Abb. 687. Die Brennpunkte der konkaven brechenden Kugelfläche (sie sind virtuell)¹.

punkt (Abb. 687, links). Ferner ist $\sigma = +6$ cm, d. h. die Strahlen müssen, um nach der Brechung parallel zu sein, *vor* der Brechung nach einem hinter der brechenden Fläche liegenden Punkt konvergieren (Abb. 687, rechts).

Elementarbündel von Lichtstrahlen. Die Formel $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$ gibt die Lagenbeziehungen zwischen Dingpunkt und Bildpunkt relativ zu der brechenden Fläche. Wir haben bei ihrer Ableitung S. 559 m. den Winkel zwischen dem Strahl LP und der Achse so klein angenommen, daß die Strahlen nahezu senkrecht auf die Kugelfläche fallen. *Nur* unter dieser *Annahme* gilt die Formel. *Ist* sie aber erfüllt, so gilt sie für *jeden* Strahl des von L ausgehenden Strahlenkegels, denn die Strahlen im Innern des Bündels bilden ja noch kleinere Winkel mit der Achse. — Ein Strahlenbündel mit so kleiner Öffnung heißt ein *Elementarbündel*. Fällt sein *Hauptstrahl*, der Strahl LC , den man als eine Schwerlinie ansehen kann, wie hier, senkrecht auf die Kugel, so fällt das ganze Bündel nahezu senkrecht auf die Kugel (*normal* auffallendes Elementarbündel).

Wir sehen: die Strahlen eines normal einfallenden Elementarbündels gehen nach der Brechung sämtlich durch einen gemeinsamen Punkt des Hauptstrahles, d. h. das Bündel ist auch nach der Brechung *homozentrisch*; der Punkt L wird in dem Punkt L' „abgebildet“.

Abbildung von unendlich kleinen Objekten. Was von der Geraden LC durch das Kugelmittelpunkt gilt, gilt auch von *jeder* anderen Geraden durch C : jeder Punkt, der auf einer solchen Geraden im Abstand a vor der brechenden Fläche liegt, wird abgebildet in einem Punkt hinter der brechenden Fläche im Abstand a' von dem zugehörigen Scheitel. Haben also die Punkte $a_1 a_2 \dots a_n$ alle denselben Abstand a von der brechenden Fläche (Abb. 688), so haben ihre Bilder $a'_1 a'_2 \dots a'_n$ auch alle denselben Abstand a' von dem zugehörigen Scheitel. Das heißt aber: liegen die *Objektpunkte* auf einer zur brechenden Kugel konzentrischen *Kugelfläche*, so liegen auch ihre *Bilder* $a'_1 a'_2 \dots a'_n$ auf einer solchen *Kugel*. Beziehen wir uns nur auf die in einer Ebene liegenden Punkte, etwa die in der Ebene der Zeichnung liegenden, so erkennen wir, daß Punkte, die auf einem *Kreisbogen* liegen, auch wieder in einen *Kreisbogen* abgebildet werden. Nun kann aber ein Stück der Kugelfläche, das sehr klein ist, als Ebene gelten, ein Stück Kreisbogen, das sehr kurz ist, als Gerade. Wir schließen also: das zur Achse LC senkrechte *Ebenenelement* oo wird in ein senk-

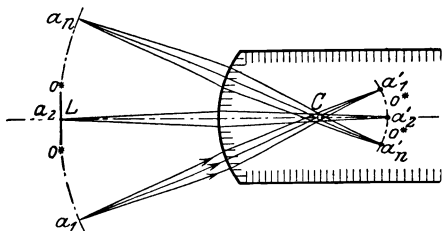


Abb. 688. Zur Abbildung einer unendlich kleinen Ebene durch eine brechende Kugelfläche

¹ Der „hintere“ Brennpunkt der *konkaven* brechenden Fläche liegt also (der Definition gemäß) im Sinne der Lichtbewegung *vor* der Fläche, der „vordere“ Brennpunkt *hinter* der Fläche.

rechtes Ebenenelement $o' o'$ abgebildet. In der Zeichnung sehen wir nur die zwei Geraden, von denen die eine das Bild der anderen ist, wir müssen uns die Zeichnung um die Achse LC einmal herumgedreht denken, um den Vorgang, wie er sich im Raume darstellt, zu übersehen.

Kurz: Unter der bekannten Bedingung für die Öffnung der einfallenden Strahlenbündel und für die Ausdehnung des abzubildenden Objektes — unter Objekt die unendlich kleine Gerade oder auch das Ebenenelement verstanden — wird jeder Punkt, der auf der (durch den Kugelmittelpunkt gehenden) Achse liegt, in einem Punkt abgebildet, der ebenfalls auf der Achse liegt, und eine zur Achse senkrechte Gerade oder Ebene in einer zur Achse senkrechten Geraden oder Ebene.

Brechung durch eine zentrierte Reihe von Flächen. Die Formel $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r}$

bezieht sich nur auf die Brechung an einer Fläche.

In der Wirklichkeit haben wir es fast stets wenigstens mit zweien zu tun, einer Linse, die von zwei Kugelflächen begrenzt ist. Was wird aus dem Strahlenbündel, das, wenn es durch die

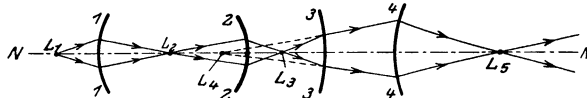


Abb. 689. Eine Reihe von brechenden Kugelflächen ($1, 1 \dots 4, 4$) mit gemeinsamer Achse (NN). Zentriertes System von Kugelflächen.

erste Kugelfläche gegangen ist, auf eine zweite, dritte usw. fällt? Wir benötigen wieder die absolute Brechungszahl und nennen sie für den ersten Stoff n (Abb. 689), für den zweiten n' , für den dritten n'' usw. Die späteren Anwendungen (optische Instrumente) gestatten die Mittelpunkte der Kugelflächen auf einer Geraden NN anzunehmen. Ein solches „brechendes System“ nennt man *zentriert*. Ferner nehmen wir an, daß wir es wieder mit einem Elementarstrahlenbündel zu tun haben, das von einem Punkt L_1 der Achse ausgeht. Dieses Bündel bleibt auch nach der Brechung an der Fläche 1 homozentrisch und gibt den Bildpunkt L_2 auf der Achse. Die Strahlen kreuzen einander alle in L_2 und treffen hierauf die Fläche 2. Der Bildpunkt L_2 ist für die Fläche 2 Objekt und spielt ihr gegenüber dieselbe Rolle, die L_1 der Fläche 1 gegenüber spielt. Das durch L_2 hindurchgehende Elementarstrahlenbündel wird also auch durch Fläche 2 homozentrisch zu einem Punkte der Achse hin gebrochen, zu L_3 . Der Fläche 3 gegenüber spielt nun L_3 die Rolle des Objektpunktes usw. Kommt an einer der Flächen, etwa an 3, ein virtuelles Bild zustande, so spielt für die Fläche 4 der virtuelle Bildpunkt L_4 die Rolle des Objektpunktes auf der Achse. Wir sehen: ein (*homozentrisches*) Strahlenbündel, das von einem Punkt der Achse ausgeht, bleibt auch nach beliebig vielen Brechungen in einem *zentrierten* optischen System homozentrisch, es erzeugt einen Bildpunkt auf der Achse.

Linsenformen. Eine Linse bildet jeder von zwei Kugelflächen begrenzte lichtbrechende Stoff. Uns interessiert nur die *Glaslinse*. Auf ihr beruht die Wirksamkeit der abbildenden optischen Instrumente. Es sind sechs verschiedene Formen der Linse möglich, je nachdem die konvexe und die konkave Fläche miteinander, oder je eine von ihnen mit einer Ebene zusammen den Stoff n' begrenzen; die Ebene gilt als Kugelfläche mit unendlich großem Radius. Man nennt die Linsenformen (Abb. 690):

Allgemeine Linsenformel. Ein Punkt L auf der Achse (Abb. 689) schicke ein Elementarstrahlenbündel auf die Linse. Wo liegt der zu L konjugierte Bildpunkt L' ? Auch er liegt auf der Achse (S. 559 o.). Ob rechts oder links von der Linse und wie weit weg davon, erfahren wir aus der allgemeinen Linsenformel. Um diese zu finden, denken wir uns zunächst die Linse so dünn, daß man ihre Dicke den anderen Strecken gegenüber vernachlässigen darf,

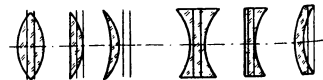


Abb. 690.

Sammellinsen.	Zerstreuungslinsen.
bikonvex,	bikonkav,
plankonvex,	plankonkav,
konkavkonvex,	konvexkonkav.

Die Sammellinsen sind in der Mitte dicker, die Zerstreuungslinsen dünner als am Rande.

d. h. *unendlich* dünn. „Für eine vorläufige ungefähre Veranschlagung der Wirkung eines optischen Systems“ (CZAPSKI) ist das zulässig. Wir rechnen demgemäß von dem Scheitel der ersten Grenzfläche aus *auch* den Radius, den Bild- und den Objektstand, der sich auf die *zweite* Fläche bezieht. Nennen wir a den Abstand des Objektpunktes von der ersten brechenden Fläche, a' den Abstand des Bildes, das durch Brechung an ihr entsteht, und r_1 ihren Radius, so haben wir $\frac{n'}{a'} - \frac{n}{a} = \frac{n' - n}{r_1}$ (1)

Dieses *Bild* im Abstände a' vom Scheitel S ist nun *Objekt* für die zweite Fläche. Da die Scheitel beider Flächen nach unserer Annahme zusammenfallen, hat der *Objekt*punkt von der zweiten Fläche den Abstand a' . Den Abstand des *Bildes*, das durch Brechung an dieser zweiten Fläche entsteht, nennen wir b , den Radius r_2 . Das Licht geht aus dem Stoffe mit der Brechungszahl n' in den Stoff mit der Brechungszahl n'' , daher bekommen wir $\frac{n''}{b} - \frac{n'}{a'} = \frac{n'' - n'}{r_2}$. Da $n'' = n$ ist — die Linse grenzt *beiderseits* an Luft — geht diese Gleichung über in $\frac{n}{b} - \frac{n'}{a'} = \frac{n - n'}{r_2}$. (2)

Durch Addition von (1) und (2) folgt:

$$\frac{n}{b} - \frac{n}{a} = (n' - n) \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\}$$

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{n' - n}{n} \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\}$$

und mit $n'/n = N$ wird *die allgemeine Linsenformel*:

$$\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = (N - 1) \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\}.$$

Die Formel wird einfacher, wenn man die Brennpunkte der Linse in sie einführt — wohlgermerkt: der *Linse*. Derselbe Gedankengang und dieselben Bezeichnungen wie S. 560 für die *Fläche* führen hier zu Brennpunkten der *Linse*. Ist der leuchtende Punkt unendlich weit weg, $a = \infty$, fallen also die Strahlen parallel zueinander und zu der Achse auf die Linse, so entsteht sein Bild im *hinteren Brennpunkt der Linse*. Die Strahlen gehen dann hinter der Linse (bei den Zerstreuungslinsen nach rückwärts verlängert!) sämtlich durch denjenigen Achsenpunkt, dessen Abstand f von ihr (da $1/a = 0$ ist) gegeben ist durch

$$\frac{1}{f} = (N - 1) \left\{ \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right\}.$$

Man kann daher die allgemeine Formel schreiben: $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{1}{f}$.

Der *vordere* Brennpunkt der Linse ist der *Achsenpunkt* F , von dem die Strahlen

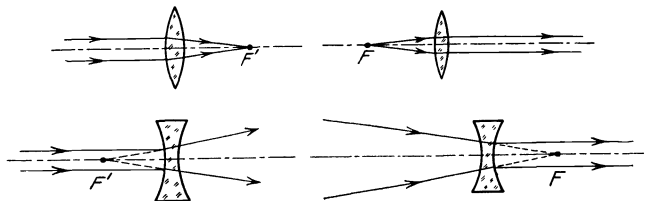


Abb. 691. Die Orte der hinteren (F') und der vorderen (F) Brennpunkte der Bikonvex- und der Bikonkavlinse (s. Fußnote zu Abb. 687).

ausgehen müssen (bei den Zerstreuungslinsen: auf den die Strahlen hinzielen müssen!), damit sie sich hinter der Linse erst in unendlichem Abstände von der Linse schneiden, d. h. durch die Brechung parallel werden (Abb. 691). Die Ebenen senkrecht auf der Achse durch die Brennpunkte heißen die *Brennebenen*. Der Abstand des vorderen (hinteren) Brennpunktes der Linse von der ersten (zweiten) *Hauptebene* (S. 564 o.) heißt *vordere* (*hintere*) *Brennweite* der Linse. In der unendlich dünnen Linse sind *Brennweite* und *Abstand des Brennpunktes* dasselbe.

Die allgemeine Linsenformel ergibt die Gleichung für jede der sechs Linsenarten (Abb. 690) ohne weiteres, man muß nur die Vorzeichen beachten. Liegt der *Dingpunkt links vom Scheitel* auf der Achse, so bekommt a das negative Zeichen. Ist die Linse bikonvex, so ist r_1 positiv, r_2 negativ. Ist sie bikonkav, so ist r_1 negativ, r_2 positiv. Wir haben also für

$$\text{die unendlich dünne } \begin{cases} \text{bikonvexe} \\ \text{bikonkave} \end{cases} \text{ Linse: } \frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \pm (N - 1) \left\{ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right\}.$$

Führen wir ihre Brennweite ein, so wird: $\frac{1}{b} + \frac{1}{a} = \pm \frac{1}{f}$.

Hauptebenen und Hauptpunkte (GAUSS 1841). Knotenpunkte (LISTING 1845). Sechs Kardinalpunkte. Man kommt auch für Linsen endlicher Dicke zu übersichtlichen Formeln, wenn man die Abstände (des Objekts, des Bildes, der Brennpunkte) nicht vom *Scheitel* der brechenden Flächen aus mißt, sondern von den *Hauptpunkten* aus (GAUSS), den zwei Punkten, in denen die zwei *Hauptebenen* die Achse schneiden. Abb. 690 zeigt, wo jede der sechs Linsen ihre Hauptebenen und ihre Hauptpunkte hat. Die auf die Hauptpunkte bezogenen Formeln für Linsen endlicher Dicke abzuleiten, würde zu weit führen. Aber die geometrische Sonderstellung der Hauptebenen zeigen wir, sie verhilft dazu, den Weg auf die Linse fallender Lichtstrahlen durch die Linse hindurch geometrisch zu verfolgen und zu einem gegebenen Objekt Ort und Lage eines Bildes aufzufinden.

Gegeben sei eine Bikonvexlinse mit F und F' als Brennpunkten (Abb. 692). Ein Lichtstrahl S , der *parallel* zur Achse auf die erste Fläche fällt, geht nach der Brechung an der zweiten durch F' , d. h. Strahl S und der Strahl durch F' sind einander konjugiert. Der Schnittpunkt beider Strahlen ist K' . Man denke sich ferner einen zweiten Lichtstrahl S' in derselben Einfallsebene wie S (die Ebene der Zeichnung), parallel zur Achse von der entgegengesetzten Seite einfallend, in derselben Höhe über der Achse, also in der Verlängerung von S . Er geht nach der Brechung durch F . Der Schnittpunkt beider Strahlen ist der Punkt K . Wir benützen nun für den Strahl S' das Prinzip von der Umkehrbarkeit der Strahlenwege, d. h. wir denken ihn uns von F ausgehend:

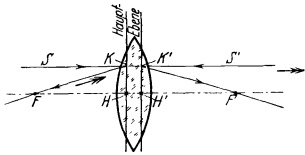


Abb. 692. Geometrische Bedeutung der Hauptpunkte und Hauptebenen.

an den geometrischen Verhältnissen wird dadurch nichts geändert. (Er hat dann die Richtung des Doppelpfeiles \gg .) Wir wenden nun unsere Aufmerksamkeit den Punkten K und K' zu. K ist der Schnittpunkt von S' mit dem Strahl durch F . Er ist aber auch — das ist jetzt wichtiger — der Schnittpunkt von S mit dem Strahl durch F' . Und ebenso ist uns K' wichtig als Durchschnitt des Strahles S' mit dem Strahl durch F' . Wir haben aber bereits gesehen, der Strahl S ist konjugiert zu dem Strahl durch F' , und Strahl S' ist konjugiert zu dem Strahl durch F . Somit ist K' der Schnittpunkt zweier Strahlen, die den von K ausgehenden konjugiert sind. Hierdurch sind aber K und K' als konjugierte Punkte gekennzeichnet, d. h. wenn K Objektpunkt ist, so ist K' sein Bildpunkt und umgekehrt. *Bildpunkt und Objektpunkt liegen hier auf einer zur Achse parallelen Geraden.* Wir haben einen Abstand von der Achse beliebig herausgegriffen, in dem die zu der Achse parallelen Strahlen S und S' verlaufen, und wir haben die Betrachtung nur für diejenige Einfallsebene angestellt, die mit der Ebene der Zeichnung identisch ist. Aber was von den Punkten K und K' gilt, gilt von jedem Punkte der beiden Geraden, die man von ihnen aus senkrecht auf die Achse fällt. Und was von der Einfallsebene gilt, die mit der der Zeichnung identisch ist, gilt von jeder durch die optische Achse FF' gelegten Ebene. Dreht sich die Zeichnung um die Achse einmal ganz herum, so beschreiben die durch K und K' gehenden Geraden zwei Ebenen, in denen je zwei Punkte einander so entsprechen, wie K und K' . Das heißt: jeder

Punkt der einen Ebene hat sein Bild sich gegenüber in der anderen, und zwar in dem gleichen Abstand von der Achse, auf der durch ihn zur Achse parallelen Geraden. — Die so gekennzeichneten Ebenen heißen *Hauptebenen*, und die Punkte H und H' , in denen sie von der Achse geschnitten werden, *Hauptpunkte*. Es läßt sich beweisen, daß jedes optische System *nur* zwei Hauptebenen hat.

Die Brennpunkte und die Hauptpunkte sind geometrisch und rechnerisch wichtig für die Kenntnis eines optischen Systems — sie heißen daher *Kardinalpunkte*. Auch die von LISTING eingeführten *Knotenpunkte* helfen die geometrische Lage eines Bildes finden, wenn die Brennpunkte der Linse und die Lage eines

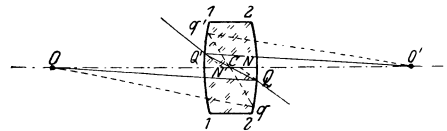


Abb. 693. Geometrische Bedeutung der Knotenpunkte (N, N').

Objektes gegeben sind. In der Bikonvexlinse (Abb. 693) sind N und N' die Knotenpunkte. Folgende geometrische Eigenschaft charakterisiert sie: zielt ein Strahl *vor* der Brechung an der ersten Linsenfläche nach dem ersten Knotenpunkte N , so geht er *nach* der Brechung an der zweiten Linsenfläche parallel zur Einfallsrichtung weiter, und zwar so, wie wenn er von dem zweiten Knotenpunkte N herkäme. — Die *Knotenpunkte* und die *Hauptpunkte* fallen zusammen, wenn der zuerst durchlaufene Stoff und der zuletzt durchlaufene derselbe ist, *der gewöhnliche Fall bei den Linsen unserer optischen Instrumente*, die *beiderseits* von Luft umgeben sind. Wir gehen darum auch nicht näher auf die Knotenpunkte ein. Eine Ausnahme macht das Auge. In ihm ist der erste Stoff die Luft, nicht aber auch der letzte.

Mit Hilfe der Kardinalpunkte geometrisch konstruierte Bilder. Die folgenden Abbildungen veranschaulichen die Bedeutung der Hauptebenen und der Knotenpunkte zusammen mit den Brennpunkten als geometrischer Hilfsmittel. Abb. 694a sei eine Konvexlinse, E und E' ihre Hauptebenen; ihre Hauptpunkte K und K' zugleich ihre Knotenpunkte; B und B' ihre Brennpunkte; OP ein Objekt. Um das Bild von OP zu konstruieren — um sich *geometrisch* darüber klar zu werden, *wo* es liegt, *falls* es entsteht —, um z. B. den zum Objekt-punkt O gehörigen Bildpunkt zu finden, kann man unter den von O ausgehenden Strahlen drei benützen (je zwei genügen), deren Weg man mit Hilfe der sechs *Kardinalpunkte* von dem Objekt bis zum Bilde geometrisch konstruieren kann. Diese drei Strahlen sind:

1. der Strahl 1 , der vor der Brechung parallel zur Achse ist,
2. „ „ 2 , „ „ „ „ durch den vorderen Brennpunkt B geht,
3. „ „ 3 , „ „ „ „ nach dem ersten Knotenpunkt K hinzielt.

Von dem Strahl 1 wissen wir erstens: er geht hinter der Linse durch den Brennpunkt B' , und zweitens: er geht vor der Brechung durch den Punkt h der ersten Hauptebene, in-

folgedessen nach der Brechung durch den zu h konjugierten Punkt h' der zweiten Hauptebene. Sein Weg hinter der Linse ist also die Gerade $1'1'$, auf ihr liegt das Bild von O . Von dem Strahl 2 wissen wir erstens: er geht hinter der Linse parallel zur Achse, und zweitens: er geht vor der Brechung durch den Punkt i der ersten Hauptebene; er geht infolgedessen nach der Brechung durch den zu i konjugierten Punkt i' der zweiten Hauptebene. Sein Weg hinter der Linse ist also die Gerade $2'2'$. Das Bild von O liegt somit auch auf *dieser* Geraden — liegt daher im Durchschnitt von $1'1'$ und $2'2'$. Vom Strahl 3 wissen wir — man erinnere sich an die geometrische Eigenschaft der Knotenpunkte — er geht hinter der Linse parallel zu der Richtung, die er vor der Linse hat, und zwar durch den zweiten Knotenpunkt K' . Sein Weg hinter der Linse ist also die Gerade $3'3'$. Das Bild von O liegt auch auf *dieser* Geraden — es kann somit gefunden werden als Schnittpunkt von $1'1'$ und $2'2'$ oder von $1'1'$ und $3'3'$ oder von $2'2'$ und $3'3'$.

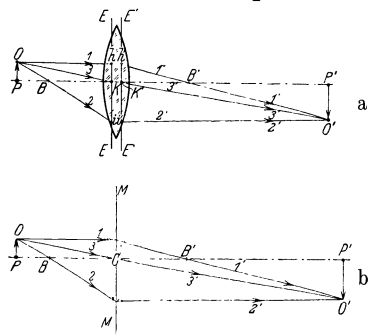


Abb. 694. Geometrische Ermittlung der Lage und der Größe des Bildes $O'P'$ aus der Lage des Objekts OP und den Hauptebenen, Knotenpunkten, Brennpunkten der Bikonvexlinse.

Am einfachsten wird die Konstruktion, wenn die Linse (S. 563 o.) als *unendlich dünn* gelten kann. Je dünner sie wird, desto näher rücken die Hauptpunkte aneinander und an den optischen Mittelpunkt C . Ist sie unendlich dünn, so fallen sie miteinander und mit dem optischen Mittelpunkt C zusammen, und die Hauptebenen fallen in die durch C gehende, auf der optischen Achse senkrechte Symmetrieebene MM . Für eine solche Linse, Abb. 694 b, haben wir also, wenn wir zu einem Objekt-punkt den Bildpunkt konstruieren, nur folgendes zu beachten (Bezeichnungen wie Abb. 694a):

Strahl I' geht hinter der Linse durch den hinteren Brennpunkt, und zwar von demselben Punkt der Ebene MM aus, in dem Strahl I sie geschnitten hat — denselben, weil die beiden Hauptebenen der Abb. 694 a hier in Abb. 694 b in eine Ebene zusammenfallen. Strahl $2'$ geht hinter der Linse parallel zur Achse, und zwar von demselben Punkte der Ebene MM aus, in dem Strahl 2 sie geschnitten hat — aus demselben Grunde. Strahl $3'$ ist die Verlängerung von 3, d. h. 3 geht ungebrochen durch den optischen Mittelpunkt C , denn C vereinigt jetzt beide Knotenpunkte in sich. Die früher parallel auseinandergeschobenen Strahlen 3 und $3'$ bilden daher jetzt einen ungebrochenen Strahl durch den einzigen vorhandenen Knotenpunkt.

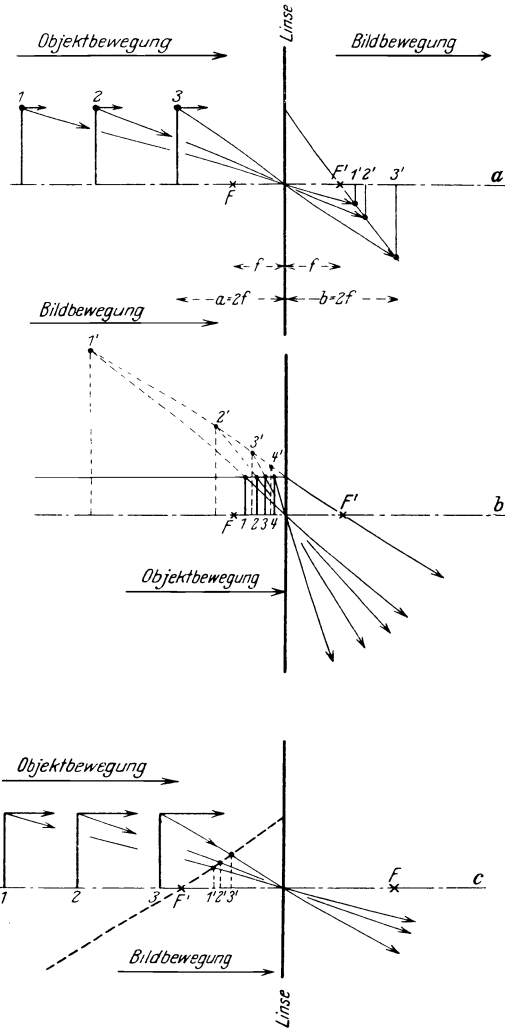


Abb. 695. Wie sich Bildort und Bildgröße ändern, wenn sich das Objekt aus unendlich großem Abstand längs der Achse der (unendlich dünnen) Linse nähert (a und b Bikonvexlinse, c Bikonkavlinse, F und F' die Brennpunkte).

der Linse — „dingseitig“, ist *virtuell, aufrecht* und *kleiner* als das Objekt; nähert sich das Objekt der Linse, so nähert sich auch das Bild der Linse und wird größer, bleibt aber *virtuell, aufrecht* und *kleiner* als das Objekt. Bei der Bikonkavlinse liegt der „vordere“ Brennpunkt *hinter* der Linse, der „hintere“ Brennpunkt *vor* der Linse (Abb. 687).

Aber das alles sind nur Konstruktionszeichnungen, die uns zwar sagen, wo und wie die Bilder liegen, und wie groß im Verhältnis zum Objekt sie sind, *wenn* man die Abbildung verwirklichen kann; sie sagen aber nichts davon, *ob* man sie verwirklichen kann. Wir haben ja immer nur von der Abbildung *unendlich kleiner* Objekte und von *unendlich engen* Strahlenbündeln gesprochen, das haben wir hier aber nicht berücksichtigt. Wir kommen darauf zurück.

Die Abb. 695 zeigen diese Bildkonstruktion, die die Linsendicke außer acht läßt; a und b für die Bikonvex- und c für die Bikonkavlinse. Sie veranschaulichen die Formeln (S. 564 o.) für die beiden Linsen.

Für die Bikonvexlinse (Abb. 695a) ergibt sich: Liegt das Objekt unendlich weit weg von ihr ($a = \infty$), so liegt sein Bild im hinteren Brennpunkt F' der Linse, ist *reell, umgekehrt* und *kleiner* als das Objekt. Nähert sich das Objekt der Linse, so entfernt sich sein Bild von ihr und wächst. Ist das Objekt der Linse so nahe gekommen, daß es nur noch um die doppelte Brennweite von ihr absteht ($a = 2f$), so ist (auch $b = 2f$) das Bild *auch* um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt und gerade so groß wie das Objekt (Abb. 695a: Objekt 5 und Bild 5'). Ist das Objekt im vorderen Brennpunkt F angekommen, so ist das Bild in unendlich großem Abstand von der Linse angekommen. Rückt das Objekt über den Brennpunkt F hinaus noch näher an die Linse (Abb. 695 b), so entsteht überhaupt kein *reelles* Bild von ihm, sondern ein *virtuelles*, das *aufrecht* und *vergrößert* ist und „dingseitig“ liegt. Die Bikonvexlinse wirkt dann als *Vergrößerungsglas* (Lupe).

Für die Bikonkavlinse (Abb. 695c) ergibt sich: Liegt das Objekt unendlich weit weg von der Linse ($a = \infty$), so liegt das Bild im hinteren Brennpunkt

Bikonvexlinse. Bikonkavlinse. Die Bikonvexlinse und die Bikonkavlinse kennt jeder; die bikonvexe als Brennglas, Vergrößerungsglas, Lupe, auch als die große Linse des Opernglases, die bikonkave als die kleine Linse des gewöhnlichen Opernglases. Abb. 695 a zeigt: die bikonvexe Linse veranlaßt die Strahlen, die von greifbaren Gegenständen ausgehen, ein reelles Bild zu erzeugen, jenseits der Linse — „bildseitig“ (Gegensatz: „dingseitig“) wenn nicht etwa [Abb. 695 b] das Objekt der Linse näher liegt als der Brennpunkt; sie *konvergieren* zu *reellen* Schnittpunkten. Die bikonkave Linse dagegen bewirkt, daß die rückwärtigen, d. h. nach der Objektseite hin geführten Verlängerungen der Strahlen, die von greifbaren Gegenständen ausgehen, einander schneiden. Auch die gebrochenen Strahlen *scheinen* daher von einem „dingseitigen“ Punkte auszugehen: sie *divergieren* von *virtuellen* Schnittpunkten. Mit der Bikonvexlinse kann man daher das Bild auf einem Schirm (Mattscheibe) auffangen und wie ein Gemälde zeigen; durch die Bikonkavlinse dagegen kann man zwar, wenn man sein Auge *in die Richtung der Strahlen bringt*, das Bild sehen (wie in Abb. 695 c), aber es läßt sich *nicht* auf einem Schirm auffangen.

Um zu sehen, wie verschieden sich die beiden Linsen auffallenden Strahlen gegenüber verhalten, lasse man Sonnenstrahlen auf ein Blatt Papier fallen und bringe in ihren Weg, *ehe sie das Blatt erreichen*, einmal eine Bikonvexlinse, das andere Mal eine Bikonkavlinse. Bringt man die erste in passenden Abstand von dem Papier, so sieht man: 1. Die Linse wirft, obwohl sie *durchsichtig* ist, einen kreisrunden starken *Schatten*, und 2. der Mittelpunkt (streng: eine ganz kleine Kreisscheibe um den Mittelpunkt) des Schattens ist intensiv hell. Dort entwickelt sich auch starke Hitze, so daß sich das Papier entzündet („Brennpunkt“). Einen Schatten wirft die Linse, weil sie alle auf sie treffenden Lichtstrahlen zu dem Brennpunkt hinlenkt, die anderen Punkte hinter der Linse also nichts davon empfangen. Die helle kleine Kreisscheibe ist ein Bild der Sonne. — Bringt man die Bikonkavlinse zwischen die Sonne und das Papier, so wird die Helligkeit des Papiers etwas geringer, weil die Linse die Strahlen auseinanderwirft, über eine größere Fläche verbreitet. Ein Sonnenbildchen zu erzeugen ist unmöglich. Bringt man aber die Linse vor das Auge, so sieht man das *virtuelle* Bild der Sonne, auf derselben Seite der Linse wie die Sonne (dingseitig) liegen.

Kurz: die Bikonvexlinsen brechen parallel auffallende Strahlen zueinander hin, die Bikonkavlinen voneinander weg — die ersten *sammeln*, die zweiten *zerstreuen* die Strahlen. — Daraus erklärt sich auch der Hauptunterschied der Bilderzeugung. Sehen wir durch die eine oder die andere nach einem *sehr fernen* Gegenstande, an dem wir Einzelheiten unterscheiden können, so sehen wir durch die Bikonvexlinse alles umgekehrt — oben und unten, rechts und links miteinander vertauscht. Einen Reiter, der von rechts nach links reitet, sehen wir von links nach rechts reiten, die Füße des Pferdes oben, den Kopf nach unten, und alles verkleinert. Auch durch die bikonkave Linse sehen wir alles verkleinert, aber alles in der ursprünglichen Lage. Auch dieser Unterschied kommt daher, daß die von der bikonvexen Linse gebrochenen Strahlen einander *hinter* der Linse durchkreuzen; die reelle Kreuzung der Strahlen bewirkt die Umkehrung, wie die Konstruktionszeichnung es zeigt.

Achromasie. Die Brechungszahl N in den Linsenformeln hat je nach der Farbe, zu der sie gehört, ein eandere Größe. Die Brennweite (S. 563 u.) einer Bikonvexlinse $f = \frac{r}{2(N-1)}$ hat danach für Rot eine andere Länge als für Gelb oder für Violett. Mit

$$\begin{array}{l} N_{\text{rot}} = 1,527 \text{ ist } f_{\text{rot}} = 0,949 \cdot r, \\ N_{\text{violett}} = 1,542 \text{ „ } f_{\text{violett}} = 0,922 \cdot r. \end{array}$$

Daraus folgt (Abb. 696): Bringen wir einen Schirm in den Brennpunkt v der violetten Strahlen, so wird das Bild unscharf durch einen verwaschenen außen *roten* Farbensaum. Er entsteht dadurch, daß der Schirm auch von den roten Strahlen geschnitten wird, die zu ihrem bei r liegenden Brennpunkt *hin*zielen, und auch von denjenigen Strahlen, deren Brennpunkte zwischen r und v liegen. Bringen wir dagegen den Schirm nach r , so wird das Bild unscharf durch einen verwaschenen außen *violetten* Farbensaum. Er entsteht aus den andersfarbigen Strahlen, die über ihre zwischen r und v liegenden Brennpunkte bereits hinausgegangen sind. Die Strahlen, deren Brennpunkte zwischen r und v liegen, erzeugen farbige *Zerstreuungskreise* auf dem Schirm — jeder einzelne

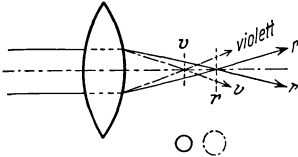


Abb. 696. Farbenabweichung (chromatische Aberration) der Linse. Die Strahlen jeder Farbe haben einen anderen Brennpunkt.

Strahlenkegel wird ja von der Schirmebene in einem Kreise von anderem Durchmesser geschnitten — bei v sind die roten Kreise am größten, bei r die violetten. Die konzentrische Übereinanderlagerung der verschieden großen Zerstreuungskreise erzeugt die farbigen Säume. Die Linsen der optischen Instrumente (Kamera, Mikroskop usw.) würden daher in nicht-homogenem Lichte Bilder mit farbigen verwaschenen Säumen geben, wenn man den aus der Farbenzerstreuung entstehenden Fehler nicht beseitigen könnte. Seine Beseitigung nennt man *Achromatisierung* (Entfärbung), das Ergebnis seiner Beseitigung *Achromasie* (Farblosigkeit).

Die vollkommene Farblosigkeit erfordert es, die Brennpunkte der Strahlen *aller* Farben in *einem* Punkte zu vereinigen, das ist technisch nicht durchführbar, aber auch unnötig — die Helligkeit der verschiedenen Teile des Spektrums ist so verschieden, daß es genügt, die Brennpunkte der *hellsten* Strahlen möglichst nahe aneinanderzurücken. — Um zu erkennen, wie man diese angenäherte Farblosigkeit erzielen kann, kehren wir zurück zu der Farbenzerstreuung des weißen Lichtes durch das Prisma (S. 541f.).

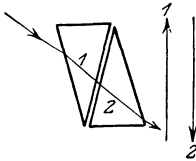


Abb. 697. Verbindung eines Prismas mit einem zweiten, das Farbenzerstreuung und Brechung des ersten aufhebt.

Achromatische Prismen. Das Prisma (Abb. 651) erzeugt eine Reihe von farbigen Bildern der Öffnung o , das rote am wenigsten, das violette am meisten abgelenkt von der Stelle a , an der das weiße Licht die der Öffnung gegenüberliegende Wand (ohne Dazwischenkunft des Prismas) getroffen hätte. Um das violette Bild mit dem roten zusammenfallen zu lassen, brauchen wir nur mit dem Prisma 2 ein anderes zu verbinden, das dem ersten vollkommen gleich ist und die Lage 1 in Abb. 697 hat. Jedes einzelne farbige Bild wird dann durch das Prisma 1 ebenso weit in der Richtung des Pfeiles 1 zurückverschoben, wie es durch Prisma 2 in der Richtung des Pfeiles 2 verschoben worden war. Sämtliche Bilder fallen dann an dieselbe Stelle, die gegen die Stelle a nur

um so viel verschoben ist, wie der Brechung durch die planparallele Platte entspricht — eine solche bilden die Prismen jetzt. Alle austretenden Strahlen von den roten bis zu den violetten sind dann den einfallenden weißen parallel geworden. Die Farbigkeit des Bildes und mit ihr auch die Veränderung seiner Form sind verschwunden — *aber auch die Brechung*. Mit diesem Mittel zur Entfärbung können wir nichts anfangen, denn wenn mit der Farbenzerstreuung auch die Brechung aufgehoben wird, so ist das bis auf die Parallelverschiebung gerade so, wie wenn gar kein Prisma da wäre.

Aber der Versuch zeigt die Richtung, in der die Lösung der Aufgabe liegt: Man muß ein Prisma herstellen, das die Farben ebenso stark zerstreut wie das erste, das aber *schwächer bricht* und infolgedessen, mit dem ersten verbunden, dessen Brechung zwar *vermindert*, aber nicht *aufhebt*. Man macht zu dem Zweck das erste aus Kronglas, das zweite aus Flintglas¹. Der Unterschied (Abb. 698a) der Glasarten bewirkt z. B., daß ein Flintglasprisma, dessen brechender Winkel nur etwa 37° beträgt, ein ebenso langes Spektrum gibt, die Farben also

¹ Kronglas ist bleifrei und steht unter den für Glasscheiben bestimmten Sorten an erster Stelle. Flintglas ist stark bleihaltig, es wurde ursprünglich aus pulverisiertem Flintstein (Feuerstein) hergestellt.

ebenso stark auseinanderwirft, wie *et. par.* ein Kronglasprisma von 60° . Dabei lenkt das Flintprisma die grüngelben Strahlen im Minimum nur um $25^\circ 48'$ ab, das Kronprisma um 40° . Miteinander verbunden, lassen die Prismen eine Ablenkung von $14^\circ 12'$ übrig.

Abb. 698b veranschaulicht, wie ein solches achromatisches System wirkt. Weißes Licht falle durch eine kleine Öffnung in der Richtung des Pfeiles ein. Ungebrochen würde es den Lichtfleck W geben. Stellen wir ihm (Abb. 699) das Prisma C in den Weg, die Basis nach unten, so entwirft es das Spektrum rV , das *Violett unten*, das *Rot oben*. Mit C verbinden

wir nun ein Prisma F (Abb. 700), dessen brechende und farbenzerstreuende Wirkung wir so definieren: fällt weißes Licht in der Richtung r darauf, in der das rote Licht aus dem Prisma C der Abb. 700 austritt — ungebrochen würde es den weißen Fleck W' geben, an der Stelle, an der in Abb. 700 der rote Strahl die Wand trifft —, so soll es das Spektrum $r'V'$ entwerfen (das *Violett oben*, das *Rot unten*), und zwar in derselben Länge wie C , so daß $r'V' = rV$.

Ohne Dazwischenkunft des Prismas F hätte das in der Richtung r einfallende weiße Licht bei W' einen weißen Fleck erzeugt, d. h. ein roter Fleck, ein violetter, und alle die anderen wären in W' aufeinandergefallen. Das Prisma F hat also jeden dieser Flecke gehoben: den roten bis zur Stelle r' und den violetten noch um eine Strecke $r'V'$ höher, die ja gleich rV ist und die anderen Farben um entsprechende Beträge. — Das so definierte Prisma bringen wir in der durch Abb. 698b wiedergegebenen Lage zwischen C und die Wand. Aus C aus-

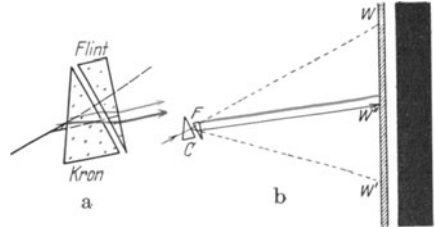


Abb. 698. Achromatisierung eines Prismas.

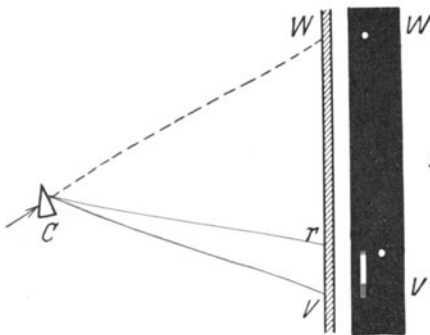


Abb. 699. Wirkung des Kronglasprismas der Abb. 698b.

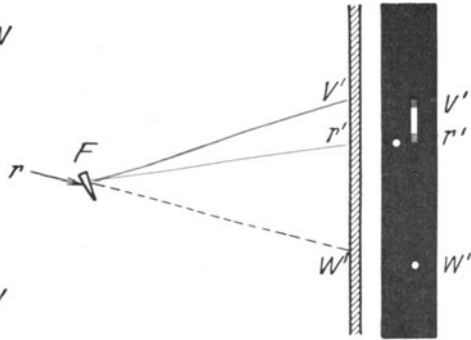


Abb. 700. Wirkung des Flintglasprismas der Abb. 698b.

tretend fällt das (aus dem weißen Licht durch Brechung entstandene) Strahlenbüschel rV (Abb. 699) auf F . Dieses Büschel würde ohne die Dazwischenkunft von F das Spektrum rV von W' an auf der Wand erzeugt haben. Die Flecke, die das Prisma F zu heben hat, liegen also von der Stelle r (in Abb. 699) resp. W' (in Abb. 700) aus untereinander, V unter r also um die Strecke Vr , die ja gleich $V'r'$ ist. Da nun das Prisma V um $V'r'$ höher hebt, als es r hebt, V aber von *unten* um die Strecke $V'r'$ tiefer liegt als r , so hebt es V bis zu demselben Punkt, zu dem es r hebt. Das in die Länge gezogene farbige Bild der Öffnung geht daher in das weiße Bild W' über.

Leistete das Prisma das, was es für Rot und für Violett leistet, für alle Farben des Spektrums gleich vollkommen, so würden alle farbigen Bilder der Öffnung nach W' fallen, der Fleck W' würde also vollkommen farblos und vollkommen scharf werden. Durch die Verbindung von zwei Prismen aus den üblichen Glasarten kann man nur zwei Farben genau zur Deckung bringen. Die Vereinigung zweier vorgeschriebener Farben kommt dadurch zustande, daß man das Spektrum gleichsam so „zusammenklappt“ (nach einem Ausdruck von H. SCHRÖDER), daß diese zwei genau zusammenfallen. Durch diesen Vergleich wird die paarige Zuordnung von kurz- und langwelligen Strahlen unmittelbar ersichtlich. Alle Strahlen anderer Wellenlänge als die für die Achromatisierung ausgewählten haben eine andere Vereinigungsweite. Die Erscheinung, die dadurch zustande kommt, daß Strahlen anderer Wellenlänge nicht die gleiche Vereinigungsweite haben wie die zwei ausgewählten, nennt man sekundäres Spektrum. Es entsteht dadurch, daß im roten Teil des Spektrums die Dispersion des Kronglases überwiegt, im blauen Teil die des Flintglases. Die zur Deckung ausgewählten Farben sind natürlich auch von Einfluß auf die mehr oder weniger enge Vereinigung der andern. Die

Wahl der ersten macht man abhängig von dem Zweck des optischen Instrumentes. Für die physiologische Wirkung des Lichtes auf die Netzhaut sind andere Strahlenarten maßgebend als für die bei der Photographie wichtigen aktinischen Wirkungen. Die optisch wirksamsten Strahlen liegen zwischen den Linien C und F , sie haben ein Helligkeitsmaximum zwischen D und E . Deckt man C und F miteinander, so werden auch gleichzeitig die hellsten Teile des Spektrums zwischen D und E miteinander vereinigt. Infolge dieser guten Vereinigung des hellen Teiles nennt man die Achromasie von C und F oder ähnlich liegender Linien die *optische* und wendet sie bei den zu subjektivem Gebrauch bestimmten Instrumenten an. Für photographische Zwecke ist der violette aktinisch wirksame Teil des Spektrums maßgebend mit dem Maximum der Wirkung ungefähr in der Nähe von G' . Um das Minimum des sekundären Spektrums dorthin zu verlegen, müssen wir die Linien F und Vio_{Hg} vereinigen. Dann erhalten wir eine reine *aktinische* Farbenkorrektur. (Wichtig für die Astrophotographie; die verhältnismäßig lichtschwachen Objekte fordern eine möglichst vollkommene Konzentration der aktinisch wirksamen Strahlen.)

Achromatische Linsen. Wie man ein Kronglas-*Prisma* mit einem Flintglas-*Prisma* verbindet, so verbindet man auch eine Kronglas-*Linse* mit einer Flintglas-*Linse* (Abb. 701). Gewöhnlich verkittet man sie miteinander und gibt der frei bleibenden Fläche der Konkavlinse eine der beabsichtigten Wirkung entsprechende (berechenbare) Krümmung. Wie die Verbindung von zwei *Prismen* nur die Dekkung von zwei Farben ermöglicht, so auch die Verbindung von zwei *Linisen*. Um drei Farben zu vereinigen, muß man im allgemeinen mindestens drei Linsen miteinander verbinden. Nur einige Glasarten des Jenaer Glaswerkes (SCHOTT) machen es möglich, auch mit Systemen aus zwei Linsen drei Farben zu vereinigen, so daß nur ein belangloser Farbenrest übrigbleibt.

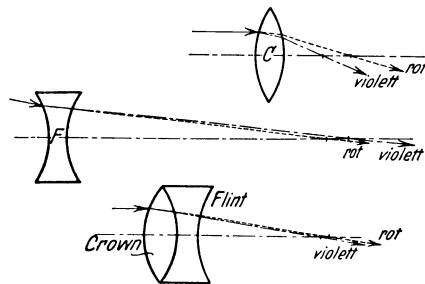


Abb. 701. Achromatisierung der Kronglaslinse C durch die Flintglaslinse F .

Die Achromatisierung der Linsen ist entscheidend für die Vervollkommnung

des Mikroskops, des Fernrohres und des photographischen Objektivs (zuerst CHESTER MOOR HALL, 1733, dann ihm folgend J. DOLLOND). Die Wege zur Glasherstellung zeigte ursprünglich der mit GUINAND (seit 1809) zusammenarbeitende FRAUNHOFER, ganz neue und bis dahin vollkommen verschlossene öffneten um 1885 ABBE und SCHOTT durch die Einführung neuer Stoffe in die Glasmasse. Früher benutzte man allein die Kieselsäure als Grundbestandteil von Glasflüssen, SCHOTT führte auch Phosphorsäure und Borsäure ein, die Phosphatglasarten als Ersatz für Kronglasarten und die Boratglasarten als Ersatz für Flintglasarten. Der Photographie, der gewöhnlichen wie der Mikrophotographie, haben die Linsen aus den neuen Glasarten einen besonderen Vorteil gebracht: die photographisch wirksamen Strahlen schneiden einander an derselben Stelle hinter der Linse, an der auch die physiologisch wirksamen einander schneiden, das photographische Bild entsteht daher an derselben Stelle, an der das Auge das Bild *sieht*, mit dem es den Apparat „einstellt“. Erst das Zusammenfallen des „optischen“ und des „aktinischen“ Bildes hat es möglich gemacht, den Apparat ohne zu probieren auf das zu photographierende Objekt einzustellen.

Wir setzen für die Folge die Linsen, auch wo wir es nicht ausdrücklich hervorheben, als achromatisierte voraus.

5. Die Abbildung und ihre Verwirklichung durch die optischen Instrumente.

Abbildungslehren von GAUSS (1841) und von ABBE (1870/80). Die „Abbildung“ von Dingen ist eine vorwiegend mathematische Aufgabe. Man hat sie auch immer im wesentlichen als solche behandelt, aber man hat ihre physikalische

Seite stets als die Hauptsache angesehen, d. h. die Aufgabe als eine physikalische, die man mathematisch behandeln muß. Erst ABBE hat dieses Rangverhältnis umgekehrt. Er behandelt die Aufgabe *zunächst* als rein mathematische, und erst, *nachdem* er sie gelöst hat, fragt er, ob und wie weit man das mathematische Ergebnis physikalisch, auf optischem Wege, *verwirklichen* kann. GAUSS — die ursprüngliche Art, die Abbildungslehre zu behandeln, wird von ihm abgeschlossen — ging von einem bestimmten Plane, die Abbildung zu *verwirklichen*, aus. Als gegeben sah er eine Kugelfläche an und Lichtstrahlen, die darauf fallen — d. h. ein bestimmtes Mittel, die Abbildung zu verwirklichen; ferner die Tatsache der Brechung des Lichtes — ein weiteres Mittel dazu; ferner ein *durch die Erfahrung gefundenes Brechungsgesetz*, dem die Strahlen gehorchen; lauter Dinge, die mit der Erfahrung rechnen und die *von vornherein* darauf Bedacht nehmen, wie die Abbildung *verwirklicht* werden soll. Von der *einen* brechenden Fläche ging GAUSS zur Behandlung der Aufgabe für *zwei* Flächen, eine Linse; von da zu *Systemen* zentrierter Linsen. Er nahm stets der Systemachse genügend nahe liegende Punkte an. Mit anderen Worten: GAUSS geht von einer bestimmten *Art und Weise* aus, durch die die Abbildung verwirklicht werden soll, und von bestimmten *Bedingungen*, unter denen das geschehen soll; er verallgemeinert dann die Bedingungen immer mehr und kommt so von der Abbildung in einem besonderen Falle zu einer allgemeinen Theorie der Abbildung. Diese Denkweise, die induktive, geht vom Besonderen zum Allgemeinen. — Ein so gefundenes Gesetz lernt man aber niemals vollkommen kennen: man weiß nie, wo die Grenzen für die Verallgemeinerung, also auch für das durch Induktion gefundene Gesetz, liegen. Man kann daher auf diesem Wege, die Abbildungslehre zu behandeln, niemals zu Ergebnissen von wirklicher Allgemeinheit kommen. Die so gefundenen Ergebnisse beruhen ja immer auf besonderen Voraussetzungen, gelten also nur dann, wenn diese erfüllt sind. Die Beziehungen zwischen Bildpunkt und Dingpunkt, die man so findet, brauchen z. B. schon nicht mehr richtig zu sein, falls — ein extremer Fall — es sich herausstellen würde, daß jenes Brechungsgesetz nicht richtig ist, oder daß man es nicht mit Kugelflächen zu tun hat.

ABBE hat einen ganz neuen Weg, die Abbildungslehre zu behandeln, eingeschlagen. Er spricht zunächst nur von geraden Linien und von dem Begriff „Abbildung“. Er behandelt die Abbildung als rein geometrische Aufgabe, indem er ihre *ein-eindeutige* Beziehung postuliert, um den älteren Begriff der Kollinearität anwenden zu können. Er setzt nur voraus, daß sie durch *gerade Linien* — auch sie heißen „Strahlen“ — *punktweise* zustande komme, so daß je *einem* Punkt des Objekts je *ein* (N. B. *nur ein*) Punkt des Bildes entspricht, und zwar derartig, daß einer Strahlengruppe, die durch einen Dingpunkt geht, Strahlen entsprechen, die sämtlich durch den zugehörigen Bildpunkt gehen. Das ist alles, was vorausgesetzt wird. — Gefordert wird von der Abbildung, daß ein gegebener *Punkt* des Objekts durch einen *Punkt* des Bildes wiedergegeben wird; daß Punkte, die im Objekt auf einer *geraden Linie* liegen, auch im Bilde auf einer geraden Linie, und zwar in derselben Reihenfolge nebeneinanderliegen, und daß Punkte, die im Objekt auf einer *Ebene* liegen, auch im Bilde auf einer Ebene liegen. Von der Forderung ausgehend, daß einer Ebene im Objekt auch eine Ebene im Bilde entspricht, untersucht ABBE: Welche *mathematischen* Beziehungen bestehen dann zwischen den Bildpunkten und den Objektpunkten? ABBE findet vier Gleichungen, die *Abbildungsgleichungen*, Formeln, die die wesentlichen Bildeigenschaften zusammenfassen, d. h. die Lagen- und Größenverhältnisse der Bilder. (Sie gelten, ohne Beziehung auf irgendeine besondere Art, die Abbildung zu verwirklichen und geben das *Wesen* der „Abbildung“ wieder. Sie zeigen auch, welche Ansprüche man an ein abbildendes Instrument im Idealfall stellen

darf; offenbar nur solche, die nicht im Widerspruch mit den Abbildungsgleichungen stehen, da sie ja sonst mit dem *Wesen* der optischen Abbildung nicht vereinbar sind.) ABBE geht also vom Allgemeinen zum Besonderen, d. h. er befolgt die *deduktive* Denkweise. Erst nachdem er die *allgemeinen* Abbildungsgleichungen gefunden und ihren Inhalt erörtert hat, geht er an die Frage nach der *Verwirklichung* der Abbildung. Hier hat er (bei seinem Beweise der Sinusbedingung) wichtige Ableitungen gegeben, die vor ihm nicht bekannt waren. GULLSTRAND hat (1907) gegen ABBES Voraussetzung der Kollinearität eingewendet, daß die durch die Wellenfläche vermittelte Beziehung im allgemeinen (für den Zusammenhang zwischen Ding- und Bildraum) ein-zweideutig sei; mithin sei diese Voraussetzung nur für den schon von GAUSS behandelten Sonderfall (des fadenförmigen Raumes um die Achse) allgemein zulässig.

Das *Raumding* auf einer *Fläche* dargestellt (M. v. ROHR 1897). Wenn die Abbildung im Sinne von ABBE als mathematische Aufgabe gelöst ist, also jedem Punkt, jeder Geraden, jeder Ebene im Objekt ein Punkt, eine Gerade, eine Ebene im Bilde entspricht, so entspricht am Ende dem nach Höhe, Breite und Tiefe ausgedehnten *Raumdinge* ein nach Höhe, Breite und Tiefe ausgedehntes *Raumbild*. Ein *Raumbild*! Aber in der Wirklichkeit sind die Bilder samt und sonders *Flächenbilder*, gleichviel ob Bilder von Menschenhand oder ob Bilder aus optischen Instrumenten wie der Photographenkammer und dem Bildwerfer. Trotzdem erkennen wir auf jedem „perspektivisch“ richtigen Bilde außer Höhe und Breite auch Tiefe, mit andern Worten: im *Flächenbilde* — fast immer ist die Fläche eine Ebene — den *Raum*. Also ist *doch* die Abbildung eines *Raumdinges* auf einer Fläche möglich?

Wir nehmen hier vorweg: Nein. Das flächenhafte Bild, in dem wir den Raum *erkennen*, ist nur die Abbildung eines anderen flächenhaften Bildes, und dieses andere *stellt* den Raum nur in einem Projektionsbilde *dar*, es *vertritt* ihn für unser Erkennungsvermögen *bis zu einem gewissen Grade*. Daß das möglich ist, hängt mit dem Bau unseres *Auges* zusammen und mit der Art, wie wir es gebrauchen. Das *optische Instrument* tut nichts weiter, als daß es jenes Projektionsbild (die stellvertretende *Darstellung* des Raumes) vergrößert oder verkleinert.

Das Bild auf der Ebene besteht (S. 573 u.) aus Punkten und Zerstreungskreisen. Nur die *Punkte* sind strenge Bilder von gewissen Punkten des *Raumdinges*; die Zerstreungskreise aber *vertreten* nur gewisse andere seiner Punkte. Die *Punkte* sind die Bilder von Punkten auf der zu der Bildebene konjugierten Ebene — man nennt sie nach M. v. ROHR, der sie in seiner Erweiterung der ABBESchen Grundlehren in die Abbildungslehre eingeführt hat, die *Einstellebene* —, die Zerstreungskreise auf der Bildebene *vertreten* diejenigen Punkte des *Raumdinges*, die (*nicht über eine gewisse Abbildungstiefe hinaus*) vor und hinter der Einstellebene liegen. Aber — und das ist entscheidend für die Verwertung des Bildes durch das Auge — solange die Zerstreungskreise eine gewisse Größe (S. 591 m.) nicht übersteigen, *empfindet* das Auge sie als Punkte, und *so* lange auch (d. h. so lange jene „Tiefe“ nicht überschritten wird) *erscheint* die aus Punkten und Zerstreungskreisen bestehende Figur lediglich als aus Punkten bestehend (*erscheint* daher scharf, obwohl sie es tatsächlich nicht *ist*) und *gilt* dem Auge als „Abbildung“ auch jener vor und jener hinter der Einstellebene liegenden Punkte. In *diesem* Sinne, und *nur* in diesem Sinne, darf man von einer Abbildung eines *Raumdinges* auf eine Ebene sprechen. Das *eigentliche* im Bilde dargestellte *Objekt* ist aber, wie wir sehen werden, eine auf der Einstellebene entstehend gedachte ebene Projektionsfigur, die selber aus Punkten und Zerstreungskreisen besteht, und die dieses *Raumding* vertritt. Man nennt sie nach M. v. ROHR sein *objektseitiges Abbild*.

Wie entstehen nun die Zerstreuungskreise, und welche Beziehung besteht zwischen ihnen und den Punkten, als deren Vertreter sie gelten?

Wir beziehen uns zunächst einmal auf das Auge, das uns wichtigste und vertrauteste optisch abbildende Instrument, wir geben der Darstellung dadurch einen greifbaren Anhalt. Ein Dingpunkt ist der Mittelpunkt einer Strahlen*halbkugel*. In das Auge, das in sie eintaucht, treten aber nur diejenigen Strahlen, die durch seine Pupille¹ gehen. Die andern Strahlen „blendet“ die Iris ab. Die Pupille *grenzt* aus der Strahlenhalbkugel einen Sektor aus, der als Strahlen*bündel* (Strahlenkegel) in das Auge eintritt (treten mehrere Strahlenbündel von verschiedenen Punkten gleichzeitig in das Auge ein, so haben sie in der Pupille einen gemeinsamen Querschnitt). Man nennt eine Vorrichtung zur Strahlen*begrenzung* allgemein eine *Blende*. — Wie das Auge nur begrenzte Strahlenbündel verwertet, so auch jedes andere optisch abbildende Instrument. Jede Linse hat ja doch nur eine begrenzte Größe und ist irgendwie „eingefaßt“. Bei jedem optischen Instrument, gleichviel ob Auge oder Lupe oder Mikroskop oder Fernrohr kann man daher von Blende und Pupille sprechen.

Pupille ist ein allgemeiner Begriff, *abstrahiert* von einem Sonderfall, dem des menschlichen Auges. Die Pupille hat ihre allgemeine Bedeutung aber auch losgelöst

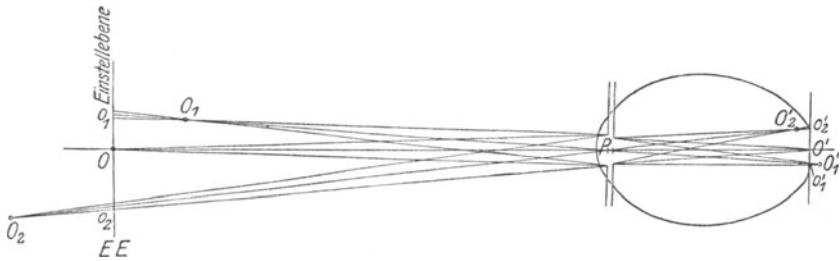


Abb. 702. Das aus Punkten O und Zerstreuungskreisen $O_1, O_2 \dots$ zusammengesetzte Abbild auf der Einstelebene eines stark kurzsichtigen, ruhenden, nichtakkommodierenden Auges.

vom optischen Instrument, sie bedeutet allgemein für alle bei der Benutzung ruhend gedachten Instrumente den gemeinsamen Querschnitt aller derjenigen Strahlenbündel (aus der Strahlenkugel), die wirklich zum Bilde beitragen. Diejenige Pupille, die im *Dingraume* die von den einzelnen *Dingpunkten* herkommen, für die Abbildung tatsächlich wirksamen Strahlenbündel begrenzt, heißt *Eintrittspupille* (EP). Sie ist der gemeinsame Querschnitt aller *dieser* Strahlenkegel. Diejenige Pupille, die im *Bildraume* die zu den einzelnen *Bildpunkten* hingehenden Strahlenkegel begrenzt, heißt die *Austrittspupille* (AP). Sie ist der gemeinsame Querschnitt aller *dieser* Strahlenkegel. Wie die Eintritts- und die Austrittspupille relativ zu dem Objekt und dem Bilde liegen, muß für jedes optische Instrument besonders untersucht werden. Wir kommen in den einzelnen Fällen darauf zurück.

Um auf der Netzhautgrube den Punkt O abzubilden (Abb. 702), müssen alle Strahlen des Bündels zu einem Strahlenkegel zusammenlaufen, dessen Spitze auf der Netzhaut liegt. Die *Netzhautgrube* ist die Stelle, auf der sich der Punkt O abbildet, wenn das Auge ihn *ansieht*. Man kann sich die Netzhautgrube in unmittelbarer Nähe der Augennachse als eine zu ihr senkrechte Ebene vorstellen. Schneiden die Strahlen einander schon *vor* oder erst *hinter* der Netzhaut, so schneiden die Strahlen die Netzhaut in einem *Kreisfleck*, einem *Zerstreuungskreise*. Denken wir uns das Netzhautstück als Ebene und im *Dingraume* die zu dieser Ebene kon-

¹ Genauer (S. 587 m.): durch die Öffnung, die als das *Bild* der Pupille anzusehen ist, das Hornhaut und Kammerwasser von ihr im Kammerwasser entwerfen.

jugierte Ebene EE , so haben die in der EE liegenden Punkte, wie O , ihr Bild auf der Netzhaut (O'). Aber Punkte, die wie O_1 und O_2 *nicht* auf der Ebene liegen, haben ihr Bild *auf* der Netzhaut, sondern *davor* oder *dahinter* (O'_1 und O'_2); sie werden durch Zerstreuungskreise O'_1 und O'_2 auf der Netzhaut *vertreten*. Wird die Pupille kleiner und kleiner, so werden es auch die Zerstreuungskreise. Sie verkleinern sich mehr und mehr zu einem Punkt; er liegt dort, wo die Gerade, die durch die Pupillenmitte und die Kegelspitze geht — sie heißt *Hauptstrahl* des Bündels — die Netzhaut durchstößt.

Das aus Punkten und Zerstreuungskreisen bestehende Bild auf der Netzhaut *nähert* sich also — was die Bildschärfe angeht — infolge der Einengung der Strahlenbündel immer mehr einer wirklichen *Abbildung*, auch der vor und der hinter der EE liegenden Punkte. Die Blende leistet aber noch mehr. Die Ausschneidung eines Kegels aus der Strahlenhalbkugel durch die Blende und die Einengung des Bündels durch Verkleinerung der Blendenöffnung bestimmt auch eine *Richtung*. Vorher haben wir nur ganz allgemein und unbestimmt von „Lagenbeziehungen“ zwischen Ding und Bild sprechen können; jetzt haben wir bestimmte *Richtungen* auf die Blende und auf das Bild zu und von dem Bilde weg. Und das ist für die Art und Weise entscheidend, wie das Auge ein Bild auf seiner Netzhaut *verwertet* und *Richtungen* im Raum voneinander *unterscheidet*. Das Auge verlegt, es „projiziert“ die Ursache des Reizes, den es bei O empfindet, auf der von O durch

dingseitig

bildseitig

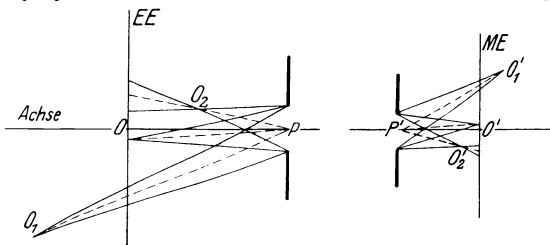


Abb. 703. Die Wirkung einer Blende und einer Mattscheibenebene bei räumlicher Verteilung der Dingpunkte. Die Zerstreuungskreise auf der ME und die ihr ähnliche, die auf der EE konstruierbar ist.

die Pupillenmitte gehen den Geraden (Hauptstrahl) nach vorn und außen. Dadurch wird das möglich, was man *Perspektive* nennt. Wir nähern uns hiermit der Antwort auf die Frage: Wie ist die Abbildung — oder besser: wie ist die *Darstellung* — eines Raumdinges auf einer Fläche möglich ?

Das flächenhafte Bild des Raumdinges (auf ME) und sein dingseitiges Urbild (auf EE). Wir wollen die „Richtung“ schaffende Wirkung der Blende näher untersuchen und gehen dazu von einer im Sinne *ABBES* (ohne Strahlenbegrenzung) *vollkommenen* Abbildung aus. Gegeben sei irgendwo ein Raumd Ding. Wir legen (Abb. 703) eine (vertikale) Ebene hindurch, die *Einstellebene*¹. Ihr Schnitt mit der Druckseite des Buches ist die Gerade EE , die auf ihr senkrechte horizontale Gerade ihre *Achse*. Punkt O liegt in der Einstellebene, die Punkte O_1 und O_2 *hinter* und *vor* ihr. Dieser Ebene ist irgendwo im Bildraume eine andere Ebene konjugiert. Wir denken sie uns dadurch aufgefunden, daß wir sie uns parallel zu EE als Mattscheibe einer photographischen Kammer vorstellen und die Kammer auf den Punkt O gerichtet und so eingestellt, daß O in O' scharf abgebildet wird. Wir finden so diejenige Ebene, deren Durchschnitt mit der Druckseite die Gerade ME bezeichnet. Wir nennen sie nach M. v. ROHR geradezu die *Mattscheibenebene*². (Die photographische Kammer ist hier lediglich *Anhalt* für die Vorstellung des Lernenden, nicht etwa ein „Beispiel“!) Die Punkte O'_1 und O'_2 sind die zu O_1 und O_2 konjugierten Bildpunkte, aber O'_1 und O'_2 , und *überhaupt* die nicht auf ME liegenden Bildpunkte, sind *nicht wahrnehmbar* auf ME , auch nicht durch *Zerstreuungskreise* angedeutet, denn von O_1 und O_2 gehen Strahlen nach *allen*

¹ Zur Abkürzung die EE genannt.

² Zur Abkürzung die ME genannt.

Richtungen, also Strahlenbündel von unbegrenzter Öffnung. (Man denke sich einen Objektpunkt als Mittelpunkt einer Kugel und die Kugelradien als Strahlen.) Daher erzeugen die außerhalb EE liegenden Punkte auf ME *unendlich* große Zerstreuungskreise, und deswegen sind sie auf ME auch nicht *andeutungsweise* bemerkbar. Von Abb. 681 und den anschließenden Erörterungen wissen wir: werden die Zerstreuungskreise *klein genug*, so können sie die zugehörigen Bildpunkte auf der ME *vertreten*, und man kann sie beliebig klein *machen*, wenn man vor ME eine enge Blende setzt, die auf eine entsprechend kleine Pupille führt. Wir tun das jetzt und setzen sie parallel zur ME und zentriert zur Achse. Wir bekommen dann (wie in Abb. 702 auf der Netzhautfläche) auf ME eine Zeichnung aus wirklichen Punkten und genügend kleinen Zerstreuungskreisen (als Bildern der vor und der hinter EE liegenden Punkte). Abb. 703 ist im Anschluß an Abb. 702 und die Erörterungen darüber ohne weiteres verständlich.

Wir haben damit zwar eine aus Punkten und genügend kleinen Zerstreuungskreisen bestehende Projektionsfigur auf der ME , die die Punkte auf der EE und die bis zu einer gewissen Tiefe davor und dahinter liegenden in gewissem Sinne vertritt. Aber eine *Abbildung* davon ist sie doch nicht. Wir suchen deswegen jetzt nach dem *eigentlichen* in der Projektionsfigur auf ME abgebildeten Objekt. Zu diesem Zweck fassen wir jetzt ME als *Ding* auf und die zu ME konjugierte EE als *Bild*, und dann verfolgen wir von der Figur auf ME ausgehend in rückkehrender Lichtrichtung durch die Pupille die Strahlen zur EE hin, um das zu der Figur auf ME konjugierte Gebilde zu finden. Zunächst vergegenwärtigen wir uns: der Pupille im Bildraum (Austrittspupille) ist konjugiert eine ebensolche im Dingraume (Eintrittspupille). Diese verhält sich zu der vor ME befindlichen ganz so wie sich ein Bild zu seinem Objekt verhält: die Mittelpunkte beider Pupillen sind einander konjugiert und auch die Ränder. Aber auch die von der Mitte der *Dingraumpupille* aus zu O und O_1 und O_2 gehenden Strahlen sind konjugiert den von der Mitte der *Bildraumpupille* aus zu O' und O'_1 und O'_2 gehenden. Werden diese Strahlen (Abb. 703) genügend verlängert, so kommt auf der EE eine aus Punkten und Zerstreuungskreisen bestehende Zeichnung zustande, die der auf der ME konjugiert ist und ihr außer im Maßstab völlig gleicht. *Diese Projektionsfigur* auf der EE ist also *das eigentliche* (im *Bilde zur Darstellung kommende*) Objekt. Es heißt nach M. v. ROHR das *dingseitige Abbild*, und die ihr konjugierte Projektionsfigur auf der ME die *Abbildskopie* oder das *Abbildsbild*. Das dingseitige Abbild *vertritt* im Hinblick auf die Schärfe das Raumrelief mit einer Annäherung an die im ABBEschen Sinne *vollkommene* Abbildung, die von der Größe, oder besser: der Kleinheit der Zerstreuungskreise abhängt. *Die Leistung der optischen Instrumente besteht darin, das dingseitige Abbild zu vergrößern oder zu verkleinern*. Im Hinblick auf die Wiedergabe der Form ist zu bemerken, daß der Zerstreuungskreis, den wir uns durch seinen Mittelpunkt vertreten denken können, in der Einstellebene ausgestoßen wird durch die (gegebenenfalls rückwärts verlängerte) Verbindungslinie der Pupillenmitte P mit dem Dingpunkt. Eine solche Darstellung nennt man aber *Zentralprojektion* oder *Perspektive*. Wir können also sagen: Setzt man die Eintrittspupille eines optischen Geräts vor einem Raumdinge fest, d. h. bestimmt man ihren Abstand und die Richtung der Achse des Gerätes, so bestimmt man dadurch die Perspektive des Raumdinges.

Wir wissen jetzt: Das flächenhafte Bild des Raumdinges ist nur die getreue Kopie eines andern flächenhaften Bildes aus Punkten und Zerstreuungskreisen (richtiger: aus Punkten und Kreisflecken), das ein Raumrelief *vertritt*. Wie kommt es, daß das Auge in dem *flächenhaften* Bilde den *Raum* erkennt? Das hängt mit dem Bau des Auges zusammen und mit der Art und Weise, wie es

das Netzhautbild verwertet. Das Auge ist selber ein abbildendes Instrument; auf seiner Netzhaut entsteht von dem Objekt, das es *ansieht*, ein Flächenbild. Mit Hilfe dieses Bildes „sieht“ es das Objekt. Wohlgermerkt, es *sieht nicht das Bild* auf seiner Netzhaut, es weiß gar nichts von ihm, es *sieht mit seiner Hilfe*. Mit Hilfe des flächenhaften Bildes nimmt es auch den Raum wahr. Nämlich so: Das Bild auf der Netzhaut besteht (S. 573 u.) aus Punkten und Zerstreungskreisen; solange die Zerstreungskreise eine gewisse Größe nicht übersteigen, empfindet das Auge auch sie als Punkte.

Perspektive bei unbehindertem Blicken. Den Reiz, den die Netzhaut an einem von Strahlen getroffenen Punkte empfindet (oder an dem Fleck, den sie für einen Punkt gelten läßt), verlegt das Auge auf dem Hauptstrahl (S. 574 o.) durch den betreffenden Netzhautpunkt (resp. den Mittelpunkt des Zerstreungskreises) und die Pupillenmitte nach vorn und außen. Es „projiziert“ so das Netzhautbild Punkt für Punkt *wie an eine Fläche* und konstruiert sich so Punkt für Punkt das objektseitige Abbild, dessen Abbildskopie das Netzhautbild ist, und daraus das Ding, das Raumrelief, das durch das objektseitige Abbild vertreten wird. Abb. 704 zeigt, wie es diese Konstruktion ausführt. Von dem Würfel *B*, den

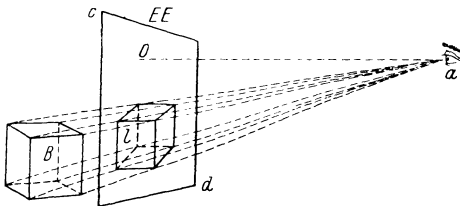


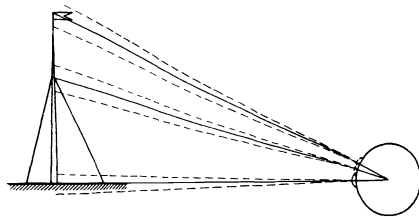
Abb. 704. Abhängigkeit der Perspektive von der Blickrichtung.

das Auge *a* anblickt, entsteht auf der Netzhaut ein flächenhaftes Bild. Die Netzhaut entspricht der Mattscheibenebene *ME* (Abb. 703), das Netzhautbild der Projektionsfigur darauf, die Ebene *cd* entspricht der Einstellebene *EE* in Abb. 703 und die Zeichnung *l* der Projektionsfigur auf der Einstellebene, die das Raumrelief — hier den Würfel *B* — vertritt. Indem das Auge das Netzhautbild, es ist jetzt die Abbildskopie von *l*, nach außen projiziert, bekommt es den *perspektivischen* Eindruck *l* des Würfels *B*. Läge das Auge höher oder tiefer oder weiter nach vorn oder nach hinten als in Abb. 704, so würden die Geraden, die von dem Auge zu den Würflecken oder zu den zwischen den Würflecken liegenden Punkten gehen, die Einstellebene *unter anderen Winkeln* schneiden, es würde eine *andere* Projektionsfigur als *l* entstehen und ebenso ein *anderes* Netzhautbild. Wir sehen: die Lage des Auges relativ zu dem angeblichen Gegenstande entscheidet über das jeweilige Netzhautbild und das dazu gehörige Projektionsbild auf der Einstellebene. Deswegen ist es auch entscheidend, unter welchen Winkeln das Auge die perspektivische Zeichnung, die der Projektionsfigur *l* entspricht, *anblickt*, um den Körper als dasjenige Raumrelief *wiederzuerkennen*, den das jeweilige Projektionsbild vertritt. Jeder weiß, wie verschieden ein Ding aussehen kann, je nachdem, *von wo aus* man es ansieht — noch deutlicher: wie die *Pupille* des Auges relativ zu dem Dinge liegt. Erst die *Strahlenbegrenzung* durch die Blende und die Pupille bringt bevorzugte *Richtungen* zur Geltung und ermöglicht die *Darstellung* eines Raumreliefs auf einer Fläche. Und erst dadurch kommt auch die *perspektivische* Wahrnehmung durch das Auge und die *Erkennung* des Raumes auf einem Flächenbilde zustande.

Hier beim Auge sind zwei prinzipiell verschiedene Fälle möglich. Je nachdem das Auge in seiner Höhle ruht oder sich bewegt („startet“ oder *umherblickt*), sind die Richtungen, die es wahrnimmt, und die Art und Weise, wie es diese verschiedenen Richtungen verwertet, ganz verschieden. Ruht es (Abb. 705, unten), so kann es nur Richtungen wahrnehmen, die sich in der *Mitte der Pupille* kreuzen. Blickt es umher, wobei es sich in seiner Höhle um den *Augendrehpunkt* (etwa

13 mm hinter dem Hornhautscheitel) dreht, so nimmt es innerhalb eines bestimmten Blickfeldes alle Richtungen wahr, die sich in dem Augendrehpunkt kreuzen (Abb. 705, oben). Für das *ruhende* Auge ist daher der Mittelpunkt der Pupille (ganz nach **ABBE**) das Zentrum der Perspektive, für das *umherblickende* (nach **CHR. SCHEINER** 1619 und **J. MÜLLER**, 1826) ist es der Augendrehpunkt.

Um einen Punkt *anzublicken* (zu *fixieren*), dreht man seinen Augapfel so, daß das Bild des Punktes auf einer bestimmten Stelle der Netzhaut (der Netzhautgrube) entsteht. Und das Auge „sieht“ ihn in der Richtung (eigentlich: es sieht ihn in *die* Richtung), die von dem Netzhautbilde durch die Mitte der Pupille nach außen geht. Das *ruhende* Auge sieht *nur* den *angeblickten* (fixierten) Punkt scharf, alles andere nur unscharf (*im indirekten Sehen*): Das sich *bewegende* Auge wird ruckweise auf die verschiedenen Punkte „gerichtet“, es sieht dann den *jeweils* fixierten Punkt scharf. Die Gerade durch den Augendrehpunkt und den fixierten Punkt heißt *Blicklinie*. Fällt sie mit der Augenachse zusammen, eine Voraussetzung, die wir hier als erfüllt ansehen, so schneiden sich alle Blicklinien im Augendrehpunkt, und deswegen dient für das umherblickende Auge der *Augendrehpunkt* als *Zentrum der Perspektive*.



Der Augapfel (in ganz unrichtigen Größenverhältnissen) in drei Lagen dargestellt, wenn nacheinander Fuß, Mitte und Spitze des Flaggenstocks fixiert werden.

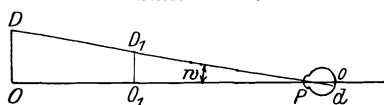


Abb. 705. Zur Perspektive des ruhenden Auges. Das *unbewegte* Auge nimmt nur *Richtungen* wahr, also Winkelgrößen. OD und O_1D_1 bilden von der Mitte der Pupille P aus mit der Augenachse die *gleichen* Winkel w und *erscheinen* gleich groß.

Dadurch, daß man das Auge an einen bestimmten Ort relativ zu dem Objekt bringt, setzt man eine bestimmte *Einstellebene* fest. Sie ist ja konjugiert der durch die Stellung des Auges im Raume festgelegten Netzhaut, die hier die Mattscheibenebene vertritt. Aber auch das *Projektionszentrum* für die *Figur* auf der Einstellebene ist dadurch gegeben.

Ist man sich darüber klar, so versteht man auch (s. Abb. 704), daß man *jedes* Bild, das man als eine Projektionsfigur *aufzufassen* hat, von einem *bestimmten* Punkte aus *anblicken* muß, um *genau* denselben Eindruck zu empfangen, den man beim Anblick des Objektes gehabt haben würde. Die Winkel, unter denen die geraden Linien vom Auge zu den einzelnen Objektpunkten die Einstellebene schneiden, sind andere, wenn wir das Auge relativ zu diesem Punkt heben oder senken oder seitlich verschieben; für die jeweilige Lage des Auges müssen dann also auch die Projektionsbilder andere werden. Die Abb. 704 lehrt aber zugleich, daß, wenn wir das Auge nur *so* verschieben, daß die Winkel *dieselben* oder *nahezu* dieselben bleiben, sich an dem Aussehen des Objektes nichts ändern kann. So erklärt es sich, daß die Projektionsfigur auf der Einstellebene für unsere einäugige Gesichtswahrnehmung das Raumrelief bis zu einem gewissen Grade, d. h. für einen bestimmten Gesichts- oder Standpunkt, vertreten kann. Nicht nur, wenn wir das *unbewaffnete* Auge auf ein Objekt richten, haben wir damit die Einstellebene festgelegt (S. 575 u.), sondern auch, wenn das Auge mit einem optischen Instrument bewaffnet ist. Die zu der Einstellebene gehörige Mitte der Eintrittspupille liegt dann irgendwo in dem optischen Instrument, und zwar kann sie durch den Bau des Instruments fest gegeben sein (wie beim astronomischen Fernrohr und beim Mikroskop) oder erst dadurch bestimmt werden, daß man (wie beim Opernglase und bei der Brille) die Augenpupille in den Bildraum des Instruments bringt. (Die Dingraumpupille fällt in das Auge selbst und ist von der Bildraumpupille nur um wenige Millimeter getrennt.)

Verant. Ist die Perspektive eines fernen Objektes *photographisch* aufgenommen, so liegt ihr Zentrum von der *Bildebene* (Einstellebene) um die Objektivbrennweite entfernt, bei den modernen Handapparaten also nur um 10—15 cm. Normale Augen können auf solche Nähe nicht akkommodieren (S. 592), die *Bilder* machen daher auf sie nicht denselben Eindruck wie die *Objekte* vom Aufnahmeorte aus. Betrachtet man die Bilder aber durch eine *Verantlinse* von der *Brennweite des Aufnahmeobjektivs*, so sieht man ein *in weiter Ferne* liegendes Bild, das dem Lichtbilde und somit auch dem objektseitigen Abbilde *völlig ähnlich* ist und das dem direkten Sehen die gleichen Anhaltspunkte für die Tiefenvorstellung liefert wie das Objekt, wenn man es vom Aufnahmeort aus betrachtet. Die Verantlinse, Abb. 706, ist eine auf Veranlassung von GULLSTRAND (1903) nach Berechnungen von M. v. ROHR bei ZEISS hergestellte Lupe besonderer Bauart aus zwei Linsen.

Gucklochperspektive. Bei der Gestaltung der Perspektive wie in Abb. 704 ist das Auge beim Umherblicken unbehindert. Ganz anders aber kommt die

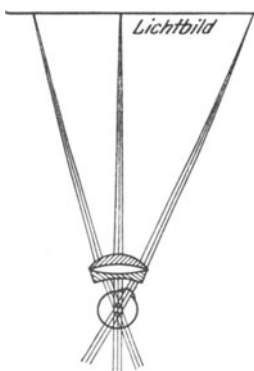


Abb. 706. Zur Wirkung der Verantlinse.

Perspektive zustande, wenn dem Auge der Einblick in einen (nach allen drei Dimensionen ausgedehnten) Raum nur durch ein Guckloch möglich ist. Man legt dann das Auge an die Öffnung und bewegt den Kopf hin und her, richtet das Auge aber, um ein möglichst großes Blickfeld zu haben, so, daß die Gesichtslinie durch die Mitte der lichten Öffnung tritt. Die Drehungen des Auges in seiner Höhle sind dann mit Drehungen des Kopfes gekoppelt, die resultierende Augendrehung geschieht um einen Punkt außerhalb des Augendrehpunktes. Entscheidend für den Blick durch das Guckloch ist: *die Öffnung setzt eine Perspektive fest* und das hin und her bewegte Auge nimmt sie auf. Als Zentrum der Gucklochperspektive gilt der Mittelpunkt der lichten Öffnung, es liegt also *außerhalb des Auges*.

Und nun zu der uns wichtigsten Gucklochperspektive! Genau *wie durch ein Guckloch* blickt unser Auge durch ein es unterstützendes optisches Gerät. Beim astronomischen Fernrohr und beim Mikroskop z. B. schwebt das Guckloch — es ist die Austrittspupille — als eine kleine helle Kreisscheibe nahe vor der Okularfassung in der Luft. Man bewegt das Auge vor der Austrittspupille wie vor einem Guckloch — M. v. ROHR sagt: Schlüsselloch — hin und her und koppelt mit diesen *Verschiebungen* des Drehpunktes *Drehungen* um ihn. An den durch ein astronomisches Fernrohr oder durch ein Mikroskop tretenden Strahlenbündeln kann das Auge nichts ändern. Anders bei der Brille und beim Opernglas (holländisches Fernrohr) — ihr Strahlengang wird erst durch den Drehpunkt des unterstützten Auges *gesetzt*. Indem wir z. B. den Augendrehpunkt in den Bildraum des holländischen Fernrohrs bringen, machen wir die Blicklinien zu Hauptstrahlen des

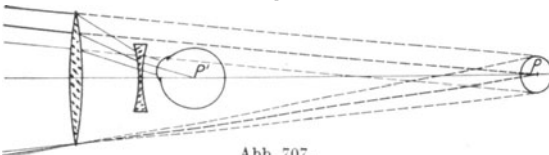


Abb. 707. Das holländische Fernrohr vor dem sich drehenden Auge. P' Augendrehpunkt, P sein von dem Fernrohr entworfenes Bild.

Gerätes und *bestimmen* seinen Strahlengang. Die Abb. 738 ist daher zwar richtig für das ruhende Auge, aber nicht für das blickende. Sie muß durch Abb. 707 ergänzt werden. Beim Blicken nach rechts (links) verschiebt sich der Kopf nach links

(rechts). Beide Bewegungen (Kopfbewegung und Augendrehung) setzen sich zusammen zu einer Drehung um einen Punkt zwischen der Austrittspupille des Gerätes und dem Augendrehpunkt. Wir haben es auch hier mit einer Schlüssellochbeobachtung (nach M. v. ROHRs Ausdrucksweise) zu tun. — Beim Brillenglas wird das Blickfeld durch den Fassungsrand begrenzt. Die Blicklinien des bewegten Auges werden zu bildseitigen Hauptstrahlen am Brillenglas, sie schneiden

einander in dem Dingraum in einem Punkt P , der zum Augendrehpunkt P' konjugiert ist. Die Lage des Augendrehpunktes relativ zum Glase bestimmt die bei der Benutzung auftretenden Fehler schiefer Bündel. — Die Behandlung der optischen Instrumente in Verbindung mit dem *bewegten* Auge ist eine Erweiterung der ABBESCHEN Theorie. Sie verdankt ihre erste Anregung FR. OSWALT (1898) für die Brille, dann aber in weitem Umfange, zunächst besonders für das holländische Fernrohr, A. GULLSTRAND (1902).

Physische Abbildung (Physisches Bild). Wir wenden uns der Frage zu, wie man Abbildungen *verwirklicht*. Um von einem leuchtenden Punkt P (Abb. 708), dessen Bild wir geometrisch in P' gefunden haben, ein wirkliches *Bild* zu erzeugen — also wieder einen leuchtenden Punkt — genügt es offenbar nicht, daß (gerade) *Linien* von P ausgehen und sich schließlich in P' schneiden. Das ist kein physischer Vorgang. (Ob das *physische entstehende* Bild sich mit dem *geometrisch konstruierten* vollkommen deckt oder nicht, darüber entscheidet das Verhältnis der abbildenden Wellenlänge, zu den Abmessungen des abzubildenden Objekts.) Der physische Vorgang verläuft nach der Wellentheorie so: Der leuchtende Punkt P sendet *Lichtwellen* aus, Kugelwellen WW — wie A in Abb. 307 Schallwellen aussendet. Sie treffen bei ihrer Ausbreitung auf eine Vorrichtung (in Abb. 708 auf die Linse L , wie in Abb. 307 auf die Hohlspiegel), die aus der Kugelwelle einen Kegel herauschneidet, ein Strahlenbündel, und die das herausgeschnittene Stück Kugelwelle derart zu einer neuen Kugelwelle $W'W'$ umformt, daß es ein neues *Erschütterungszentrum* P' erzeugt (wie in Abb. 307 das neue Erschütterungszentrum B). Dieses neue Erschütterungszentrum P' ist das *Bild*. (Wir müssen hier vorgreifen und auf die *Beugung* des Lichtes verweisen.) Als *Ganzes* sollte die von P ausgehende Kugelwelle einen *scharfen* Bildpunkt entwerfen. Die Linse schneidet aber einen Teil von ihr ab und der Kugelwellensektor bringt in der Nähe des geometrisch konstruierten Bildpunktes eine *Lichtverteilung* hervor, die z. B. als Bild des Achsenpunktes P statt eines scharfen *Punktes* P' einen kleinen hellen zu PP' senkrechten Kreisfleck erzeugt, den helle und dunkle Ringe umgeben: ein *Beugungsscheibchen*.

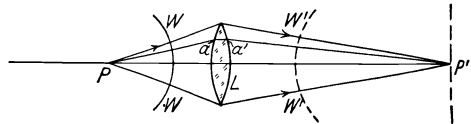


Abb. 708. Zur Entstehung des physischen Bildes P' vom Dingpunkt P .

Statt eines Lichtpunktes erhält man also einen *Lichtfleck*. Eine kreisförmige Linsenöffnung gibt ein zu P' konzentrisches Scheibchen, in dem die Helligkeit randwärts bis Null abnimmt, mit mehreren zu ihm konzentrischen Ringen, in denen die Helligkeit in derselben Richtung jeweils zwischen Null und einem (nach außen schnell kleiner werdenden) Maximum liegt. Abb. 709 zeigt die Helligkeitsverteilung an verschiedenen Stellen des Durchmessers des Beugungsscheibchens. Die Abzissen sind die Abstände der Scheibchenpunkte vom Mittelpunkt, die Ordinaten die Helligkeiten. Von den hellen Ringen hat der erste noch $1/60$ der Helligkeit in der Mitte, die folgenden sind noch viel schwächer. Man kann daher als Bild eines leuchtenden Punktes das *Mittelbild allein* ansehen. (Die *Bilder* von Gegenständen bestehen also nicht aus Punkten, sondern aus kleinen Scheibchen. Das ist in voller Übereinstimmung mit dem Grundsatz der physikalischen Optik: eine *endliche* Lichtmenge in einem mathematischen *Punkt* vereinigt — ob Lichtpunkt oder Bildpunkt — ist undenkbar.) Wir messen die Größe des Beugungsscheibchens durch die Winkelgröße des ersten dunklen Ringes; bei den kleinen Scheibchen, die hier in Betracht kommen, entsteht auf der Netzhaut des Auges bei 5 mm Pupille ein Scheibchen, das angenähert gleich einem *Zapfenquerschnitt* ist (Abb. 725, 726).

Kohärenz von Lichtwellen. Die *Möglichkeit*, das neue Erschütterungszentrum P' zu erzeugen — das Bild, das sich (innerhalb eines gewissen Winkelraumes) selber wie ein leuchtender Punkt verhält — beruht darauf, daß die Lichtwellen, die in P' zusammentreffen, alle *mit gleicher Phase in ihm ankommen*. Damit sie das können und einander dann gemäß der Wellentheorie unterstützen können, müssen sie von Punkt P *mit gleicher Phase ausgehen* (man sagt: sie müssen *kohärent* sein). Diese als *Kohärenz* bezeichnete physikalische Zusammengehörigkeit (Gleichphasigkeit) drückt sich geometrisch so aus: alle Punkte, die von dem Erregungszentrum *gleich weit* abstehen, haben in einem

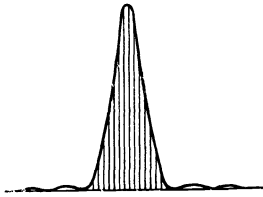


Abb. 709. Lichtverteilung in einem als Punkt geltenden Lichtfleck.

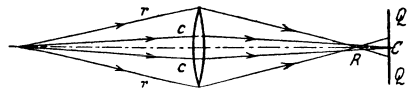
gegebenen Zeitpunkt denselben Schwingungszustand. Und zwar bezieht sich das „gleich weit“ auf die *optische Länge* des Abstandes. (Unter *optischer Länge* versteht man die in dem jeweiligen Stoffe von dem Lichte durchlaufene *geometrische Länge*, multipliziert mit der Brechzahl des Stoffes. Die in Abb. 708 von P über a und a' nach P' führende optische Länge ist: $(Pa \times n_{\text{Luft}}) + (aa' \times n_{\text{Glas}}) + (a'P \times n_{\text{Luft}})$. Diese Punkte liegen dann also auch bei der *Brechung* der Kugelwelle durch die Linse, sämtlich auf einer Kugelfläche, der einhüllenden Kugelfläche der Elementarwellen wie in Abb. 301 und ebenso bei der Umformung der Kugelwelle WW in $W'W'$, und kommen mit der gleichen Phase in P' an. Die *Begrenzung* der Kugelwelle (um P) durch die Linse läßt im Bildraum nur das Stück $W'W'$ übrig, die Wirkung dieses Stückes auf den Punkt P' allein (nach dem Prinzip von HUYGENS) ergibt eine Summierung der Wirkung aller Elementarwellen. Aber in der unmittelbaren Nachbarschaft von P' vernichten die Wirkungen einander teilweise, und daher entsteht die durch Abb. 709 wiedergegebene Lichtverteilung. Die Kohärenz bleibt also trotz Brechung oder Spiegelung bestehen; ja man kann ein System kohärenter Wellen durch Spiegelung oder durch Brechung in zwei gleiche Systeme zerlegen, die ebenfalls kohärent sind (S. 602 o.).

Diese Darstellung setzt stillschweigend etwas voraus, was zwar stets erfüllt ist, worauf wir aber doch besonders hinweisen müssen — den Inhalt des nach MALUS benannten Satzes: steht ein Strahlenbündel senkrecht (Normalenbündel) zu einer Fläche, und daher auch zu allen Parallelen, so behält es diese Eigenschaft auch nach beliebig vielen Brechungen und Spiegelungen, und zwar ist der Lichtweg zwischen zwei solchen Flächen für alle Strahlen derselbe. Die von einem Punkt ausgehenden Strahlen stehen zu allen *Kugelflächen* um diesen Punkt senkrecht, also gibt der Satz von MALUS eine Eigenschaft an, die sie bei allen Brechungen und Spiegelungen an *Kugelflächen* behalten. Der Lichtweg ist die Summe der Produkte aus dem Brechungsverhältnis n je eines Stoffes und der in ihm durchlaufenen Strecke l . Für den Lichtweg, die optische Länge, besteht der von FERMAT aufgestellte Satz: Gelangt ein Lichtstrahl durch eine beliebige Zahl von Spiegelungen und Brechungen von A nach B , so ist die Summe der Produkte nl ein Grenzwert, d. h. sie weicht von der gleichen Summe für alle dem tatsächlichen Wege unendlich nah benachbarten höchstens um unendlich kleine Glieder zweiter Ordnung ab. (Die Beweise für die Sätze von FERMAT und von MALUS liegen außerhalb der Aufgaben dieses Buches.)

Sind die von P in Abb. 708 ausgehenden Wellen nicht kohärent, so erzeugen sie keinen Bildpunkt P' , in dem sich ihre Wirkungen *alle* summieren. ihre Lichtwirkung bei P' verteilt sich vielmehr über einen gewissen *Raum*. Kohärent sind die von P ausgehenden Wellen *dann*, wenn P eine *punktartige selbständige* Lichtquelle ist, etwa ein punktartiger Funke. Sie sind *nicht* kohärent, wenn der leuchtende Punkt dadurch entsteht, daß durch eine punktartige Öffnung Licht von einer räumlich ausgedehnten Lichtquelle her *hindurch* strahlt und die punktartige Öffnung als Lichtquelle wirkt. (Die einzelnen Punkte der *räumlich ausgedehnten* Lichtquelle sind voneinander unabhängig und jeder sendet

Wellen aus, die mit den Wellen aus einem anderen Punkte der Lichtquelle inkohärent sind). Das Bild eines so leuchtenden Punktes — eines *nicht*-selbstständig leuchtenden — entsteht daher auf ganz anderem Wege als das Bild eines selbstständig leuchtenden. So ist es z. B. im Mikroskop: man beobachtet die Objekte gewöhnlich im *durchfallenden* Lichte. Eine räumlich ausgedehnte Lichtquelle strahlt durch den Gegenstand *hindurch*. Der *durchstrahlte* Gegenstand erzeugt eine *Beugungsfigur* (S. 615), das Mikroskopobjektiv bildet sie in der hinteren Brennebene des Objektivs ab, und in der zur Objektebene (in bezug auf das Objekt) konjugierten Ebene entsteht als *sekundäre* Abbildung dem Prinzip von HUYGENS gemäß unter gewissen Bedingungen ein „Bild“ des Gegenstandes. (Die *undurchsichtigen* Objekte, die durch diffus reflektiertes Licht sichtbar werden, dürfen *nahezu* als selbstleuchtend gelten.)

Abbildungsfehler. Um die Abbildung zu verwirklichen, benützt man die Linsen. Aber weder die Objekte noch die Strahlenbündel erfüllen die Bedingungen, die nötig sind, um mit Linsen einen *Punkt* in einen *Punkt* abzubilden; das erfordert unendlich enge Bündel, und einen Punkt in der optischen Achse. Und eine Ebene können wir nur dann wieder als Ebene abbilden, wenn sie unendlich klein ist. Aber unendlich enge Strahlenbündel sind unbrauchbar, weil sie unendlich schwache Bilder geben — abgesehen davon, daß die Beugung (S. 609) sie unbrauchbar macht — und unendlich kleine Ebenen abzubilden ist zwecklos. Jene Bedingungen setzen also der Abbildung zu enge Grenzen. Man kann sie aber erweitern. — Vor allem: das Auge bedarf gar nicht mathematisch scharfer Punkte, um ein Bild *als scharf* zu empfinden, ihm genügen (S. 572 u.) *Lichtflecke*, wenn sie eine gewisse Größe (S. 591 m) nicht übersteigen. Das überhebt uns der unendlich engen Bündel. — Ferner: man erreicht durch Verbindung mehrerer optischer Systeme (im Mikroskop, Fernrohr u. a.), was eines allein nie leisten kann. Man hat dadurch Instrumente geschaffen, die Objekte endlicher Ausdehnung durch Bündel von endlicher Weite sehr scharf abbilden. Aber hierbei stellen sich gewisse Mängel ein; *Abbildungsfehler* nannte sie ABBE, indem er die *ausführbare* Abbildung mit der idealen verglich. Es sind im wesentlichen fünf: 1. Die von einem Objektpunkt auf der Achse ausgehenden Strahlen schneiden einander beim Austritt aus dem Instrument im allgemeinen nicht in demselben Punkte; den Abstand des Schnittpunktes eines (austretenden) Strahles mit der Achse von dem Bildpunkte nennt man *sphärische Abweichung*. 2. Das Bild eines Flächenelementes um den Achsenpunkt liegt im allgemeinen auf *zwei* krummen Flächen, d. h. jedem Punkt des Objekts entsprechen eigentlich zwei Bildpunkte, das nennt man *Astigmatismus*. 3. Selbst wenn man erreicht, daß die Bildpunkte zusammenfallen, so braucht die Bildfläche keine *Ebene* zu sein, das nennt man *Bildkrümmung*. 4. Ist das Bild eben, so kann es noch unähnlich sein, das nennt man *Verzeichnung*. 5. Die den Achsenpunkt betreffenden Fehler können sich durch die von Nachbarpunkten verstärken, und zwar unsymmetrisch, das nennt man *Koma*.



Sphärische Aberration (Kugelabweichung).

Die sphärische Aberration bei den Linsen kommt ebenso wie bei den Hohlspiegeln zustande. Fällt das monochromatische Strahlenbündel der Abb. 710 auf die Linse, so zielen die gebrochenen Strahlen nicht alle nach demselben Punkte der Achse, sondern die der *Achse* näheren *cc* zu *C* hin, die dem *Rande* näheren *rr* zu *R*. Diese Abweichung der Schnittpunkte voneinander heißt die Abweichung infolge der Kugelgestalt der Linse oder: *sphärische Aberration* (besser: *monochromatische*). Die zwischen Rand und Achse auffallenden Strahlen zielen nach Punkten zwischen *R* und *C*. Es kann also kein punktartiges Bild auf der Achse entstehen. Eine Ebene *QQ* in *C* senkrecht zur Achse wird zwar in *C* von

Abb. 710. Sphärische (monochromatische) Aberration. Mangelhafte Strahlenvereinigung einer einzelnen Farbe. (Kugelgestaltfehler; man kann ihn durch Abweichung einer Fläche der Linse von der Kugelgestalt heben.)

der Spitze eines Kegels getroffen, aber C ist von einer Kreisscheibe umgeben, die geschnitten wird von den Strahlen, deren Vereinigungspunkte zwischen R und C liegen, und die nun von diesen Punkten aus nach QQ hin auseinanderfahren. Daher entsteht um C ein von Licht erfüllter *Zerstreuungskreis*. Als Folge der sphärischen Aberration entsteht eine Brennfläche (wie bei den sphärischen Spiegeln, S. 538 o).

Bildkrümmung. ABBESche Sinusbedingung (1873). Die Aufhebung der sphärischen Abweichung *auf der Achse* kennzeichnet die strenge Abbildung eines Achsen-

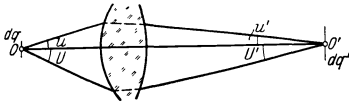


Abb. 711. Zur ABBESchen Sinusbedingung.

punktes O in einen andern O' . Die Erfüllung der ABBESchen Sinusbedingung kennzeichnet die durch Bündel endlicher Öffnung, Abb. 711, bewirkte strenge Abbildung eines in O senkrechten *Flächenelementes* dq in ein ebensolches dq' , und zwar durch Bündel, deren Öffnung durch eine Kreisblende so beschränkt ist, daß die eintretenden Strahlen

Winkel $u \leq U$, die austretenden Winkel $u' \leq U'$ mit der Achse bilden. Die Bedingung (es gibt eine elementare Ableitung von JOHN HOCKIN) lautet: $\frac{\sin u}{\sin u'} = \frac{n'}{n} \cdot \beta$. Das heißt: Das Verhältnis der Sinus konjugierter Achsenwinkel muß *konstant* sein, nämlich gleich der mit dem Quotienten der Brechungszahlen multiplizierten *Lateralvergrößerung* β . Die Vergrößerung dq'/dq spielt eine entscheidende Rolle: damit das abbildende System ein *ebenes* Flächenelement in ein *ebenes* Flächenelement abbildet (man sagt: *aplanatisch* ist), muß es an allen Stellen *gleich* stark vergrößern. *Der Sinussatz ist die Bedingung für die Identität der Vergrößerung durch die verschiedenen Teile der abbildenden Linse.* Welch große praktische Bedeutung die Erfüllung dieser Bedingung hat, zeigt die Tatsache, daß sämtliche brauchbaren Mikroskopobjektive, die ABBE geprüft hatte, *empirisch* auf Erfüllung der Sinusbedingung korrigiert waren, ehe man die Bedingung überhaupt kannte.

Astigmatismus schiefer Bündel. Die Aberration tritt nur bei Bündeln von endlicher Öffnung auf, der Astigmatismus auch bei Bündeln von unendlich kleiner. Ein Punkt, der *endlichen* Abstand von der Achse hat, wie O_w , Abb. 712, schickt ein *schiefes* Bündel auf die Linse; es wird im allgemeinen nicht zu *einem* Punkte hin gebrochen. Man versteht das, wenn man bedenkt: Strahlen sind Normalen zu krummen Flächen (Wellenflächen), und die Normale eines Flächenpunktes O wird von den Normalen der *Nachbarpunkte* im allgemeinen nicht in *demselben* Punkt geschnitten. Strenggenommen müssen wir hier fragen: Wie vereinigen sich die Normalen der zu O_w gehörigen *aus der Linse tretenden* Wellenfläche? Man wird *einen* Bildpunkt erwarten und ihn zunächst auf dem zu O_w gehörigen Hauptstrahl

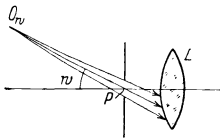


Abb. 712. Ein schief einfallendes Strahlenbündel.

suchen, der die Mitte P der EP unter dem Winkel w durchsetzt. Die Frage: „Wie vereinigen sich mit der in einem Flächenpunkt O gerichteten Hauptnormalen die *benachbarten* Normalen?“ beantwortet die Flächentheorie aber anders. Man denke sich die Punkte A, B, B', A, A' der Abb. 713 zu einem gekrümmten Flächenelement gehörig. Die Antwort heißt dann bezogen auf dieses Flächenelement: *Im allgemeinen* geht die Nachbarnormale an der Hauptnormale O windschief vorbei, aber es gibt *zwei Paar ausgezeichneter Normalen* (in A, A' und in B, B'), die die Hauptnormale (O) wirklich schneiden (in f_1 und in f_2). Jedes dieser Paare liegt in einer auch die Hauptnormale ent-

haltenden Ebene ($A'f_1A$ und $B'f_2B$), einem *Hauptschnitt*, und diese zwei Hauptschnitte stehen stets senkrecht aufeinander. Die Antwort auf die uns hier beschäufigende optische Frage: *Wie vereinigen sich*, Abb. 712, die Normalen der aus der Linse austretenden zu O_w gehörenden Wellenfläche? lautet gemäß der Flächentheorie: *Im allgemeinen*, d. h. bei schiefem Strahleneinfall, gehören zu einem Dingpunkt O_w *zwei* Bildpunkte O'_{w1} und O'_{w2} . Man bringt es durch zweckmäßige Formung der Linsen dahin, daß diese beiden in *einen* O_{w1} zusammenfallen, kann also den Astigmatismus schiefer Bündel beheben. *Im allgemeinen* gibt es also keinen gemeinsamen Vereinigungspunkt, daher der Name *Astigmatismus* (\hat{a} = nicht und $\sigma\tau\iota\gamma\mu\alpha$ = Punkt). Legt man durch ein gebrochenes astigmatishes Strahlenbündel Ebenen senkrecht zum Hauptstrahl, so entstehen je nach dem Ort des Schnittes und je nach der Begrenzung des Bündels auf der brechenden Fläche darauf Figuren verschiedener Gestalt. Abb. 713 zeigt die Formen, die der Querschnitt eines ursprünglich kreisförmig

begrenzten Bündels hintereinander annimmt. Als Bild eines Punktes kann man die zwei Brennl \ddot{u} nen $C_0C'_0$ und CC' betrachten, zwei kurze gerade Linien, senkrecht auf der Achse

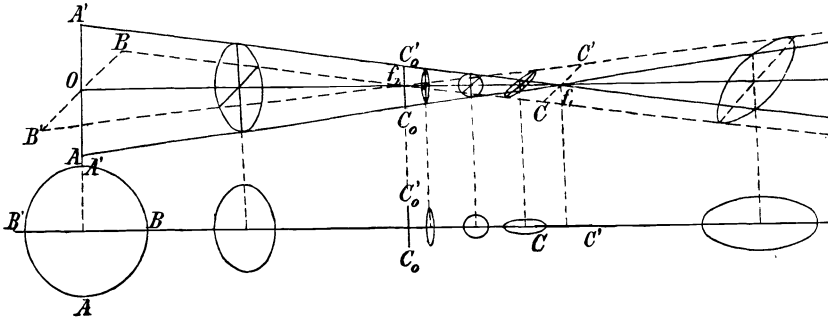


Abb. 713. Astigmatische Deformation eines unendlich d\u00fcnnen Strahlenb\u00fcndels. Obere Darstellung perspektivisch; untere: Aufri\u00df der Schnittfiguren des B\u00fcndels mit einer achsensenkrechten Ebene. Of, f_1 B\u00fcndelachse. $C_0C'_0$ und CC' Brennl \ddot{u} nen.

des B\u00fcndels und senkrecht zueinander, also kreuzf\u00f6rmig. Aber sie sind durch einen gewissen Abstand voneinander getrennt.

Begrenzung der \u00d6ffnung der Strahlenb\u00fcndel (ABBE). Man kann durch Verbindung von mehreren Linsen sph\u00e4rische Aberration und Astigmatismus zwar so weit unterdr\u00fccken, da\u00df sie die Sch\u00e4rfe des Bildes kaum beeinflussen, selbst wenn die B\u00fcndel relativ weit sind und das Objekt betr\u00e4chtlich ausgedehnt ist. Aber man mu\u00df die \u00d6ffnung der B\u00fcndel und die Ausdehnung des Objekts doch auf eine gewisse Gr\u00f6\u00dfe einschr\u00e4nken. Das geschieht durch die *Blenden* (S. 573), undurchsichtige Scheiben mit einer meist kreisf\u00f6rmigen \u00d6ffnung, die man in das optische System so einf\u00fcgt, da\u00df die Achse durch das Zentrum der Kreis\u00f6ffnung senkrecht hindurchgeht. In Abb. 714 begrenzt die Blende BB die \u00d6ffnung des von P ausgehenden B\u00fcndels.

Die Blenden dienen verschiedenen Zwecken. Schon ihr blo\u00dfes Vorhandensein bestimmt (S. 574 m.) *Richtungen* im Bild- wie im Objektraum. Sie bestimmen durch ihre Lage und ihre Gr\u00f6\u00dfe aber auch, welche \u00d6ffnungen die abbildenden B\u00fcndel haben, welche Neigung die Hauptstrahlen zur optischen Achse haben, und an welcher Stelle die brechenden Fl\u00e4chen von den abbildenden Strahlen getroffen werden. Und dadurch wieder bestimmen sie gewisse Eigenschaften der optischen Instrumente, wie den Umfang und die Sichtbarkeit des Bildes, die Richtigkeit der Zeichnung des Bildes, die Vergr\u00f6\u00dferung und die Lichtst\u00e4rke der Instrumente. Und erst der durch die Blenden gegebene Strahlengang unterrichtet vollst\u00e4ndig \u00fcber die Art der Wirksamkeit eines optischen Instrumentes. Die Lehre von der Strahlenbegrenzung geh\u00f6rt daher zu den Grundlagen der praktischen Optik. **ABBE** hat sie zuerst in gro\u00dfer Allgemeinheit entwickelt und technisch verwertet. (Erste zusammenfassende Darstellung **CZAPSKI** 1893.)

Man kann die Blende mit einem kreisrunden Fensterrahmen vergleichen. Nicht der Rahmen interessiert uns, sondern seine \u00d6ffnung. (Die Strahlen, die auf den Rahmen treffen, werden zur\u00fcckgehalten.) Man macht ihn zu einem Bestandteil des optischen Systems und setzt ihn je nach der Zweckm\u00e4\u00dfigkeit zwischen die Linsen oder auch ganz davor oder dahinter. Wo er aber auch im Objektraume steht, er ist selber ein Objekt, das System mu\u00df also ein Bild

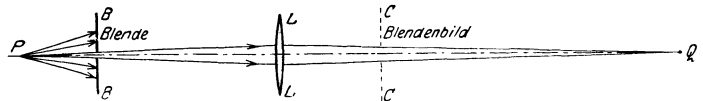


Abb. 714. Das Bild CC' , das die Linse von der Blende BB entwirft, begrenzt die \u00d6ffnung des gebrochenen Strahlenb\u00fcndels. Die Blende B ist in ihrer Funktion durch eine andere ersetzbar, die am Orte des Bildes C steht und mit dem Blendenbilde kongruent ist

von ihm entwerfen. Das ist sehr wichtig, denn auch bei der Blende und ihrem Bilde sind die Objektpunkte den Bildpunkten konjugiert. Die Strahlen, die z. B. das *Bild* des *Öffnungsrandes* erzeugen, sind durch den *Öffnungsrand* gegangen; die Strahlen, die die *Blendenöffnung* abbilden, durch die *Blendenöffnung*. Andere Strahlen können gar nicht zu dem Bilde der *Blendenöffnung* hingelangen. Mit anderen Worten: *das Bild*, das das System von der Blende entwirft, *wirkt selber als Blende* im Bildraume. Abb. 714 zeigt: Mit dem Bilde *C*, das die Linse *L* von der Blende *B* entwirft, schafft sie selber noch eine Blende. Das *Blendenbild* wirkt wie eine körperliche Blende: nur solche Strahlen können zu *Q* gelangen, die durch die Öffnung des *Blendenbildes C* gegangen sind, äußerstenfalls die *Randstrahlen*. Das *Blendenbild C* unterrichtet uns über die Öffnung des *austretenden Strahlenbündels*, wie die Blende *B* selbst uns unterrichtet über die Öffnung des *einfallenden Bündels*.

Nehmen wir die Blende *BB* im Objektraum weg, und setzen wir an den Ort des *Blendenbildes CC* eine mit diesem Bilde kongruente wirkliche Blende, so entwirft die Linse in rückkehrender Lichtrichtung von dieser Blende ein Bild an *der Stelle* im Objektraum und in *der Ausdehnung*, die vorher die Blende *BB* eingenommen hat¹. Auf *LL* fällt dann ein Bündel, so weit geöffnet wie die Linse selber. Aber *Q* erreichen äußerstenfalls wieder nur dieselben Strahlen wie vorher. Blende und *Blendenbild* sind abwechselnd durch eine greifbare Blende dargestellt worden, sonst hat sich nichts geändert.

Ob wir also die *einfallenden* oder ob wir die *austretenden* Strahlen durch eine Blende begrenzen, die Wirkung ist dieselbe; mit der Begrenzung des einfallenden Bündels ist auch die des gebrochenen *gegeben* und umgekehrt. Benützen wir z. B. eine Bikonvexlinse *L* als Lupe, so bringen wir sie dicht vor das Auge (*II* Iris, *pp* Pupille) und den Gegenstand *ab* nahe vor die Linse (Abb. 715). Die von den Objektpunkten, z. B. von *b* auf die Linse fallenden Bündel (in der Abbildung punktiert) sind so weit geöffnet, wie die Größe der Linse es zuläßt. Die ganze dem Objekt zugewendete Linsenfläche empfängt Strahlen, und durch die ganze dem Auge zugewendete treten Strahlen aus. Aber für das

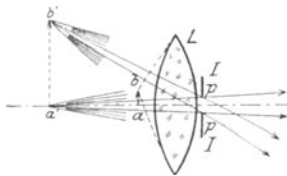


Abb. 715. Zur Begrenzung der Strahlenbündel.

Sehen wirksam werden von den austretenden Strahlen nur diejenigen, die die Pupille *pp* treffen. Die Abbildung zeigt nur die, die noch den *Pupillenrand* treffen. Welche von den aus der Linse austretenden Strahlen wirksam werden, d. h. zum Bilde beitragen, das übersieht man, wenn man zu *ab* das Bild *a'b'* konstruiert (S. 566); das Bild ist virtuell, aufrecht und vergrößert, weil *ab* um weniger als die Brennweite von der Linse absteht. Von jedem Objektpunkt, z. B. von *b*, gehen unendlich viele Strahlen zur Linse, in den ihnen konjugierten Bildpunkten *b'* schneiden sich also auch unendlich viele. Aber wirksam werden nur diejenigen, die durch die Pupille *pp* gehen, also nur der kleine Strahlenkegel, dessen Basis die Pupillenfläche ist. Und was von *b'* gilt, gilt auch von allen anderen Bildpunkten; die gebrochenen Strahlenbündel, die zum Bilde beitragen, im Bilde wirksam werden, sind dadurch charakterisiert. Es sind Kegel, die ihre Spitzen in den einzelnen Bildpunkten haben und die *Augenpupille* zum gemeinsamen Querschnitt also zur *Austrittspupille*. (Die wirksamen Bündel sind die in der Abbildung nicht schraffierten.) — Und nun zu der Rolle, die das *Bild* der Iris und der *Augenpupille* dabei spielt.

Unmittelbar greift die *Augenpupille* erst in die aus der Linse austretenden Strahlen ein, mittelbar aber schon in die zu ihr hingehenden. Denn sie wirkt tatsächlich so, wie wenn aus den zur Linse hingehenden Strahlen alle abgeblendet worden wären, die hinter der Linse das Auge *außerhalb* des *Pupillenrandes* getroffen haben würden. Welche Strahlen unter den z. B. von *a* aus zu der Linse gehenden wirklich zur Entstehung des Bildes beitragen, übersieht man, wenn man (Abb. 716) zu *II*

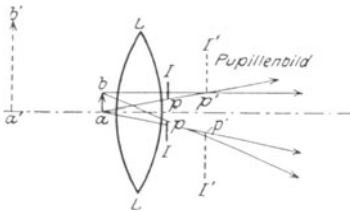


Abb. 716. Die Iris *II* des Auges mit *pp* als Pupille begrenzt unmittelbar die Öffnung der durch *L* hindurchgegangenen Strahlenbündel, mittelbar bereits diejenigen zu *L* hingehenden Strahlenbündel, die wirksam werden, d. h. zum Bilde beitragen.

¹ In dem vorliegenden Falle, in dem beide reell angenommen worden sind, würde man sie bei rückkehrender Lichtrichtung sogar auffangen können.

das Bild $I'I'$ konstruiert. (Die Iris II mit der Pupille ist für die Linse L ein Objekt: ihr Bild ist aufrecht, virtuell und vergrößert, weil sie der Linse näher liegt als der Brennpunkt. Ein Beobachter, der durch die Linse in das Auge sähe, würde die Pupille vergrößert sehen.) Die Randpunktbilder $p'p'$ sind den Randpunkten pp konjugiert, und folglich sind die aus der Linse austretenden Strahlen, die z. B. zu a' gehören und durch die Randpunkte pp gehen, denjenigen konjugiert, die von dem zu a' konjugierten Objektpunkt a ausgehen und nach den Randpunktbildern $p'p'$ zielen. Nach der Brechung treffen also die Pupille nur diejenigen Strahlen, die vor der Brechung nach dem Innern des Pupillenbildes, äußerstenfalls also nach dessen Rande zielen, z. B. unter den von a zur Linse hin gehenden nur der kleine Strahlenkegel, dessen Basis das Pupillenbild $I'I'$ ist. Alle anderen treffen nach der Brechung außerhalb der Pupille auf das Auge, und was von a gilt, gilt von allen Objektpunkten. Dieses Pupillenbild ist der gemeinsame Querschnitt aller einfallenden Strahlenbündel, die zum Bilde beitragen, also die *Eintrittspupille*. In Abb. 715 sind es die von b' und von a' ausgehenden nicht-schraffierten Bündel.

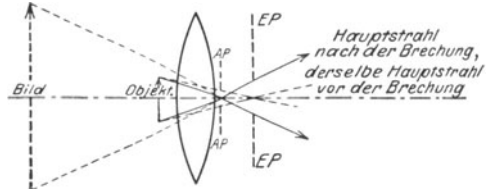


Abb. 717. Veranschaulichung von Eintrittspupille, Austrittspupille, Hauptstrahlen, Strahlengang.

Gesichtsfeld und Gesichtsfeldblende.

Um den Strahlenverlauf durch ein brechendes System hindurch zu übersehen, verfolgt man die Strahlen, die durch die Mittelpunkte der Pupillen gehen. *ABBE* nennt sie (in Abb. 717 stark ausgezogen) *Hauptstrahlen* und ihren Verlauf durch das System den *Strahlengang*. Der Winkel der Strahlen, die vom Achsenpunkt a (Abb. 716) nach zwei diametral einander gegenüberliegenden Randpunkten $p'p'$ der EP gehen, heißt *Öffnungswinkel*, und die Blende, die die Öffnung der abbildenden Bündel einschränkt, *Aperturblende*. — Um ein brauchbares Bild zu bekommen, müssen wir auch die Ausdehnung des *Objektes* begrenzen. Auch das geschieht durch *Blenden*. Wir setzen das Objekt aber bis auf weiteres so klein voraus, daß es keiner besonderen Abblendung bedarf. Nur um den Begriff *Gesichtsfeld* zu erläutern, kehren wir zu dem Beispiel Abb. 715 zurück und zeigen, wodurch die Größe des abbildbaren Objekts bestimmt wird.

Die von einem Objektpunkte ausgehenden Strahlen müssen, um *wirksam* zu werden, nach der EP hinzielen; sie müssen aber die *Linse* auch wirklich treffen. Die Größe der Linse ist begrenzt. Objektpunkte, die relativ zur Linse so liegen, daß die von ihnen nach der EP zielenden Strahlen an der Linse *vorbeigehen*, können auch nicht abgebildet werden. Punkte, die so liegen, daß nur ein *Teil* der von ihnen nach der EP zielenden Strahlen die Linse trifft, werden zwar noch abgebildet, aber *dunkler*, als diejenigen Bildpunkte sind, zu denen *alle* von den zugehörigen Objektpunkten aus nach der EP zielenden Strahlen hingelangen. Diese *Helligkeitsverhältnisse* sind maßgebend für den Umfang des brauchbaren, d. h. genügend hellen Teiles des Bildes und *dadurch* für das *Gesichtsfeld*. Die Größe des Gesichtsfeldes hängt also davon ab, wie man es *mit Bezug auf die in ihm herrschende Helligkeit* definiert.

Das Gesichtsfeld der mit ruhendem Auge benützt gedachten Lupe ist typisch dafür und so übersichtlich, daß wir es zur Erläuterung benützen. Die AP der Lupe ist identisch mit der Pupille des Beobachters. Die zu der Pupille hingehenden Strahlen (Abb. 718) sind die vom Bilde $\alpha\beta$ her aus der Lupe kommenden (sie entsprechen Strahlen der *nicht* schraffierten Bündel der Abb. 715, die in pp eintreten). Das Auge sieht durch die Linsenfassung S wie durch eine kreisrunde Luke das Bild an. Wir nennen den Radius der Fassung p , den der Pupille π , den Abstand der Pupille von der Linse d . Es gilt dann folgendes: 1. Die Geraden, die (ohne einander zwischen Pupille und Lupenrand zu kreuzen) den Pupillenrand und den Linsenrand verbinden und dabei den Winkel $2w$ bilden ($\operatorname{tg} w = \frac{p-\pi}{d}$), begrenzen in dem Bilde die Strecke ab . (Um die Verhältnisse *räumlich* zu übersehen, muß man sich Abb. 718 um die Blicklinie einmal ganz herumgedreht denken: die Gerade ab gibt dann eine Kreisebene, und der Winkel $2w$ wird zum Kegelwinkel.) Von *jedem* Punkt der Zone ab , resp. des Kreises mit dem Durchmesser ab , emp-

fängt die Pupille einen Strahlenkegel, dessen Basis sie ganz ausfüllt — d. h. dessen Öffnung gleich der der ganzen Pupille ist. Der zentrale Teil ab des Objektes $\alpha\beta$ erscheint daher *gleichmäßig hell* und am *hellsten*. — Die Iris des Auges begrenzt die Öffnung der in die Pupille eintretenden von jedem Punkt der Strecke ab kommenden Bündel: die Iris ist Öffnungsblende,

2. Die Geraden, die von der Pupillenmitte durch den Linsenrand führen und dabei den Winkel $2W$ bilden ($\text{tg}W = p/d$), begrenzen in dem Bilde beiderseits von ab die Stücke aA und bB (auf der Einstellebene räumlich einen Kreisring um den Kreis ab): von jedem Punkte dieser Zone empfängt die Pupille einen Strahlenkegel, dessen Öffnung im *günstigsten Falle* (Punkte a und b) *gleich der der Pupille*, im *ungünstigsten Falle* (Punkte A und B) *gleich der der halben Pupille* ist — die *Helligkeit des Bildes nimmt also von a nach A und von b nach B hin stetig ab*, A und B sind nur noch etwa halb so hell wie a und b .

3. Die Geraden, die *übers Kreuz* Pupillenrand und Linsenrand verbinden und dabei den Winkel 2ω bilden ($\text{tg}\omega = \frac{p+\pi}{d}$), begrenzen in dem Bilde beiderseits von A und von B die Stücke $A\alpha$ und $B\beta$ (im Raumwinkel ein Kreisring um den vorigen): von jedem Punkte dieser Zone empfängt die Pupille einen Strahlenkegel, dessen Öffnung im *günstigsten Falle* (Punkte A und B) *gleich ihrer halben eigenen Öffnung* ist, im *ungünstigsten Falle* (Punkte α und β) *empfängt sie einen einzigen Strahl* — die *Helligkeit nimmt von A nach α und von B nach β hin weiter ab bis zur völligen Dunkelheit*.

Als *Gesichtsfeldwinkel* definieren wir nun den Raumwinkel zwischen den *Hauptstrahlen*, d. h. zwischen den Strahlen, die durch den Mittelpunkt der Pupille gehen. Dann sind A und B in Abb. 718 Randpunkte des Gesichtsfeldes, und der Kreis, auf dem sie liegen, ist die Begrenzung der Gesamtheit der Bildpunkte, die mindestens noch etwa halb so hell sind wie der zentrale Teil (ab). Bei dieser Definition bestimmt sich das Gesichtsfeld durch $\text{tg}W = p/d$, d. h. durch den Durchmesser der *Linsenöffnung*, die *Linsenfassung* ist somit *Gesichtsfeldblende*. Das ist sie aber nur dann, wenn die Linsenöffnung wie in Abb. 718 *größer* ist als die Augenpupille. Ist sie *kleiner* (Abb. 719), so wird sie *Öffnungsblende*, und die Iris des Auges wird *Gesichtsfeldblende*. Auch hier bekommt man durch die geradlinige Verbindung des Pupillenrandes resp. der Pupillenmitte mit dem Linsenrande die drei Winkel w , W und ω , und die drei verschiedenen hellen Zonen. Aber,

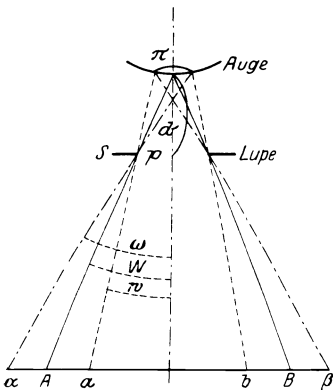


Abb. 718.

Strahlengang in einer Lupe, deren freie Öffnung größer als die Augenpupille ist. Die Augenpupille bestimmt die Öffnung der Bündel, die Linsenöffnung das Gesichtsfeld.

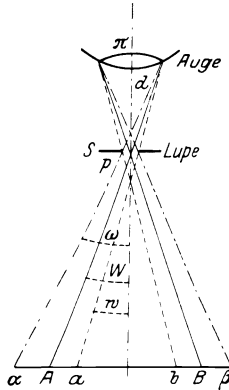


Abb. 719.

deren freie Öffnung kleiner als die Augenpupille ist. Die Linsenöffnung bestimmt die Öffnung der Bündel, die Augenpupille das Gesichtsfeld.

wie die Abbildung zeigt, kann kein Bündel, das von einem Bildpunkte herkommt, weiter geöffnet sein als die *Linsenfassung* — diese ist jetzt also *Öffnungsblende*. Der Gesichtsfeldwinkel W wird jetzt bestimmt durch $\text{tg}W = \pi/d$, also vom Durchmesser der *Pupille*, d. h. die *Iris* ist jetzt die *Gesichtsfeldblende*. — Allemal ist das *Gesichtsfeld* desto größer, je kleiner d ist, d. h. je näher man die *Lupe* dem *Auge* bringt.

Wirksame Blende eines optischen Systems. Bei einer Linse und einer Blende ist auch nur ein Blendenbild vorhanden; Lage und Größe der Eintrittspupille und der Austrittspupille und der Gesichtsfeldblende sind daher eindeutig. Wie aber, wenn mehrere Linsen und mehrere Blenden, also auch mehrere Blendenbilder vorhanden sind? Es sei, Abb. 720, ein optisches System S gegeben.

das wir durch S' und S'' wiedergeben (jede Linse als Vertreter eines Teiles des Systems S zu denken, evtl. also mehrerer Linsen und Blenden), die Blenden seien zwischen den Linsen des Systems S irgendwo angeordnet, wie das z. B. bei photographischen Doppelobjektiven die Regel ist. $B_1 B_2$ ist eine solche. S' vertritt dann denjenigen Teil des optischen Systems S , der dieser Blende nach der Objektseite hin *vorangeht*, S'' denjenigen Teil, der nach der Bildseite hin auf sie *folgt*.

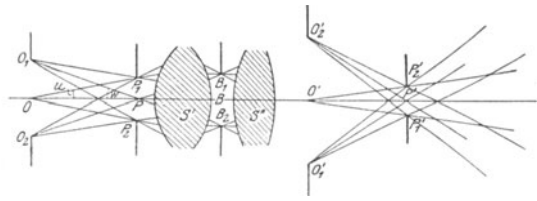


Abb. 720. Zur Ermittlung der wirksamen Blende eines optischen Systems.

Beispiel: Der optische Apparat des Auges (Abb. 724). In dem Gesamtsystem S steht die Iris J mit der Pupillenöffnung als einzige Blende; nach der Objektseite hin geht ihr *voran* das System Kammerwasser A — Hornhaut C (als Systemteil S'), nach dem Bildraume hin *folgt* auf sie das System Kristalllinse L — Glaskörper Q (als Systemteil S''). Das Bild, das Kammerwasser und Hornhaut von ihr nach der Objektseite hin entwerfen, ist die Eintrittspupille des Auges, das Bild das Kristalllinse und Glaskörper von ihr nach der Bildseite hin (im Glaskörper) entwerfen, die Austrittspupille des Auges. Strenggenommen müßten wir „Eintrittspupille“ des Auges sagen, wo wir kurz von „Pupille“ sprechen.

Wie findet man diejenige Blende, die über die Öffnung der abbildenden Bündel entscheidet, die *wirksame* Blende? Antwort: Man denkt sich jede vorhandene Blende durch das ihr zugehörige S' nach der *Objektseite* hin abgebildet, nämlich nach $P_1 P_2$. Dann ist maßgebend für die Öffnung der abbildenden Bündel diejenige Blende, deren *Bild* $P_1 P_2$ von dem zentralen *Objektpunkt* O aus unter dem kleinsten Schwinkel erscheint. Dieser Winkel ($2u$) heißt der *Öffnungswinkel* des Systems und die zu dem Raumwinkel $2u$ gehörige Basis des Strahlenkegels (mit O als Spitze) ist die *Eintrittspupille*. Alle im Objektraum nach ihr zielenden Strahlen können dann durch alle anderen objektseitigen Blendenbilder hindurch. Das durch S'' nach der *Bildseite* erzeugte Bild $P'_1 P'_2$ erscheint dann vor dem zentralen *Bildpunkte* aus ebenfalls unter kleinerem Schwinkel als jede andere, es ist die *Austrittspupille* des Systems. Alle aus der Eintrittspupille in die Austrittspupille gehenden Strahlen können durch die bildseitigen Blendenbilder hindurch.

Um ein brauchbares Bild zu bekommen, muß man auch das Objekt begrenzen. (Bisher bedurfte es nach unserer Voraussetzung S. 585 m. keiner besonderen Abbildung.) Um die in dem System dafür maßgebende Blende zu finden, verfährt man wie soeben beschrieben. Diejenige Blendenöffnung, deren Bild, die *Eintrittsluke*, vom Mittelpunkt der *Eintrittspupille* P aus unter dem kleinsten Schwinkel erscheint, ist die hierfür maßgebende. Dieser Schwinkel ($= 2w$) heißt der *Gesichtsfeldwinkel* des Systems. Die Blende wird die *Gesichtsfeldblende* genannt, sie begrenzt die äußersten Hauptstrahlen. Das Bild derselben Blendenöffnung, durch den ihr nachfolgenden Teil des Systems nach dem Bildraume hin projiziert, erscheint dann vom Mittelpunkt der Austrittspupille P aus ebenfalls unter kleinerem Schwinkel als alle anderen. — Das objektseitige Bild der Gesichtsfeldblende heißt nach M. v. ROHR die *Eintrittsluke* (EL); das bildseitige die *Austrittsluke* (AL), denn sie spielen für das optische Instrument dieselbe Rolle wie Luken für ein aus dem Zimmer ins Freie blickendes Auge. Fällt die Eintrittsluke mit dem Objekt zusammen und die Austrittsluke in die Ebene des Bildes, dann ist das Bild scharf begrenzt. Liegt aber das Objekt um einen gewissen Abstand von der Eintrittsluke entfernt, wie in Abb. 718, wo der Lupenrand die Eintrittsluke abgibt, so ist das Bild in der Mitte am hellsten und dort gleichmäßig hell, wird aber von da an randwärts allmählich dunkler.

6. Die optischen Instrumente.

Photographische Kammer. Zu den optischen Instrumenten, die durch Linsen Bilder erzeugen, gehört vor allem das Auge. Wir besprechen vorher die photographische Kammer (camera obscura), weil der optische Apparat des (nicht bewegten) Auges eine natürliche, nur nicht so einfach gebaute Kamera ist. Die Abb. 721 (links) zeigt eine frühe Form des Photographenkastens. Das Rohr

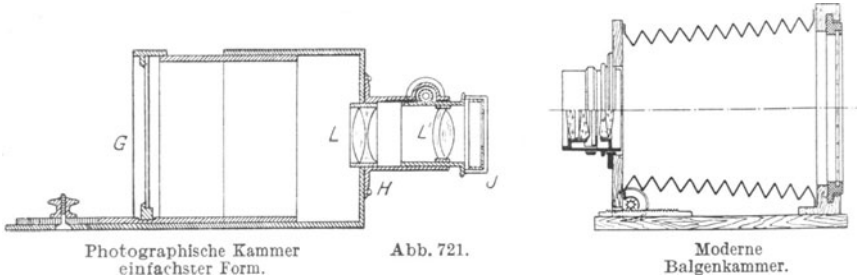
Photographische Kammer
einfachster Form.

Abb. 721.

Moderne
Balgenkammer.

HJ enthält die Linsen L und L' , die das Bild auf der Platte G erzeugen sollen. Da das Bild in anderem Abstände von der Linse entsteht, je nach dem Abstände des Objekts von ihr, muß man den Abstand der Platte G von der Linse ändern können. Deswegen ist die Länge des Kastens veränderbar, und die Linsen sind mit dem Rohre verschiebbar. Ist das Rohr auf den zu photographierenden Gegenstand gerichtet (sein Abstand von der Linse muß größer sein als deren vordere doppelte Brennweite), so rückt man G , eine mattierte Glasscheibe, so zur Linse, daß man auf ihr ein scharfes Bild des Gegenstandes sieht. Es ist ein verkleinertes Bild in den natürlichen Farben, steht aber auf dem Kopf. Rückt der Gegenstand näher an die Linse, so entfernt sich das Bild von ihr; wenn wir die Platte G stehenlassen wollen, müssen wir die Linse von ihr weg zu dem Objekt hinschieben, um auch dann das Bild scharf zu machen, und entsprechend, wenn sich der Gegenstand von der Linse entfernt. Ist die „Einstellung“ erledigt, so ersetzt man die Mattscheibe durch die lichtempfindliche Platte, auf der das Licht das Bild hervorruft. — Die Photographenlinse war ursprünglich die einfache Bikonvexlinse. Von ihr hat eine lange Reihe von Verbesserungen zu Systemen (Anastigmaten) geführt, in denen die Fehler, die die Abbildungen stören, als beseitigt anzusehen sind. Aber kein System genügt allen Anforderungen *auf einmal*: Porträts ver-

langen, da sie in kürzerer Zeit aufgenommen werden müssen als Landschaften, lichtstärkere, also weiter geöffnete Bündel; für Landschaften genügen viel lichtschwächere, also engere Bündel, da man die Aufnahme beliebig ausdehnen kann.

Bildwerfer (Projektionsapparat). Vermöge der Umkehrbarkeit der Lichtwege können Objekt- und Bildpunkt ihre Funktion vertauschen: jeder Bildpunkt, der als *Objekt* Strahlen aussendet (entgegengesetzt zu den Richtungen, in denen solche in ihm vereinigt wurden), wird durch dieselbe optische Vorrichtung genau im vorher ihm als Objektpunkt konjugierten abgebildet. (Statt zu sagen, ein Punkt sei das *Bild* eines andern, nennt man deswegen beide in bezug auf die betreffenden optischen Mittel „konjugierte“ Punkte.) Man denke sich das fertige Bild (G)

Abb. 722. Bildwerfer.
(Kugelepiskop nach BECHSTEIN.)

als *Objekt* und von ihm aus Strahlen durch die Linse gehend. Bringt man dann dort hin, wo *vorher* der zu photographierende Gegenstand gestanden hat, einen Auffangschirm, so erscheint auf ihm das Bild von *G*, eine Vergrößerung von *G*. Das ist dem Strahlengange nach der Hergang im Bildwerfer, dessen Zweck und Wirkung jeder von der *Laterna magica*, vom Vortrag mit Lichtbildern und vom Kinematographen her kennt. Um auf dem Schirm ein genügend helles Bild zu geben, muß das Objekt selber entsprechend hell sein. Das fordert besondere Vorkehrungen. Ein Bildwerfer besteht als Ganzes danach aus der Lichtquelle, der Leuchtfeldlinse (Kondensator), der Bildwerferlinse und dem Auffangschirm. Lichtquelle und Auffangschirm als technische Einzelheiten übergehen wir. Als Bildwerferlinsen benutzt man umgekehrt angeordnete Photosysteme, d. h. die Rückseite des Objektivs dem Objekt zugewandt. Bei einer mäßigen, etwa 15—20 fachen Vergrößerung verteilt sich die von einem Objektelement in das System gestrahlte Lichtmenge auf ein Bildelement von 225—400fachem Flächeninhalt, und dabei soll die Beleuchtungsstärke dort noch groß genug sein, um eine genügend helle zerstreute Strahlung (trotz aller damit verbundenen Verluste) hervorzurufen. Man muß daher das zu vergrößernde Objekt, dessen Bild man auf dem Schirm zeigen will, *sehr stark* beleuchten. Man muß auch die Objekte entsprechend auswählen, undurchsichtige müssen durch auffallendes Licht beleuchtet werden, und je nach ihrer Albedo (oder Weiße) — nach LAMBERT das Verhältnis der reflektierten zur auffallenden Lichtmenge bei einer matten Oberfläche — werfen sie mehr oder weniger davon zurück, im günstigsten Falle (weißes Papier) 40% und davon wieder nur einen Teil *in das System* (die Strahlung geht ja nach allen Seiten). Am besten eignen sich zu solchen Vorführungen *schwarze* Strichzeichnungen, Diagramme, Drucke, Schriften auf *weißem* Grunde wegen der großen Helligkeitsunterschiede. Heller als dieser Bildwurf im auffallenden Licht (Episkopie) ist der im *durchfallenden* (Diaskopie), d. h. die Projektion von Glasbildern (Diapositiv), denn hier gibt es keine Strahlenzerstreuung durch das Objekt. Man muß nur einen Beleuchtungsapparat herstellen, der die Lichtquelle auf die Eintrittspupille der Bildwerferlinse abbildet. Dann werden die Bilder hell genug und man kann sie sehr stark vergrößern. Die Abb. 722 und 723 zeigen Übersichtsbilder für die Episkopie und die Diaskopie.

Das Auge. Das (in seiner Höhle nicht bewegte) Auge wirkt wie eine natürliche camera obscura. Dem innen geschwärzten Kasten entspricht der innen mit der schwarzen *Aderhaut* bedeckte *Augapfel* (Abb. 724). Seine äußerste Wand ist eine starke Haut *S*, die zum Teil als das „Weiße im Auge“ sichtbar ist. Dort, wo der Photographenkasten das Rohr mit den Linsen trägt, ist der Augapfel von der vollkommen durchsichtigen, kugelig hervorgewölbten *Hornhaut C* abgeschlossen. Dahinter liegt (3,5 mm davon) die *Kristalllinse L*; sie und die Hornhaut bilden zusammen den hauptsächlichsten Teil des brechenden Systems, das den Photographenlinsen entspricht. Der Blende vor der Linse im Photographenkasten, die die Schärfe des Bildes steigern soll, entspricht im Auge die *Iris J* oder Regenbogenhaut, nach deren Farbe man das Auge braun, blau usw. nennt. Die Öffnung in der Iris, die Pupille, erweitert und verengt sich automatisch, zunächst je nachdem sie von schwächerem oder stärkerem Licht getroffen wird, außerdem auch bei der Akkommodation (S. 592 o.). Im Mittel

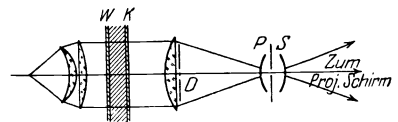


Abb. 723. Bildwerfer für durchfallendes Licht (Diaskop). *P S* Bildwerferlinse, *D* Glasbild, *W K* Wasserammer.

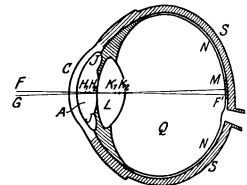


Abb. 724. Horizontalschnitt durch das rechte Auge.

ist ihr Durchmesser 4 mm; er vergrößert sich äußerstenfalls bis zu 10 mm. Der lichtempfindlichen Platte entspricht die zwischen Aderhaut und Glaskörper liegende *Netzhaut N*, die den Augenhintergrund wie eine Tapete überzieht; zwischen ihr und der Kristalllinse, den ganzen Zwischenraum ausfüllend, liegt der gallertartige Glaskörper *Q*. Der Raum zwischen der Kristalllinse und der Hornhaut ist mit Flüssigkeit angefüllt (vordere Augenkammer *A*). Das brechende System des Auges reicht somit von der Hornhaut bis zur Netzhaut und besteht aus etwas verschieden brechenden Medien. Für gewisse theoretische Untersuchungen hat LISTING es ersetzt durch das *reduzierte Auge*, ein homogenes, von einer brechenden Kugelfläche begrenztes Medium, dessen Brechungszahl etwa $103/77$ ist.

Wenn man einen Gegenstand „anblickt“, so entsteht auf der Netzhaut ein umgekehrtes verkleinertes Bild davon. Woher es kommt, daß wir die Dinge aufrecht sehen, trotz der Umkehrung ihrer Netzhautbilder, das ist eine Frage der Erkenntnistheorie¹, nicht der Physik. Das Ergebnis, zu dem die *empiristische Theorie der Gesichtswahrnehmungen* führt, ist im wesentlichen dieses: der Sehende ist sich der Existenz der Netzhaut gar nicht bewußt; er kann daher auch nicht die Lage der vor ihm befindlichen Objekte nach der Netzhautstelle beurteilen, die getroffen wird. (Er empfindet, an welchem Orte des *Sehfeldes* ein Objekt erscheint, nicht aber den Ort der *Netzhaut*, auf dem es abgebildet ist.) Die Netzhautbilder sind nur Mittel, die Lichtstrahlen je eines Punktes des Gesichtsfeldes auf je eine Nervenfasern zu konzentrieren, für die *Beurteilung der Lage der Objekte durch den Sehenden aber kommen sie überhaupt nicht in Betracht*. Die Lokalisation geschieht vielmehr auf ganz anderem Wege. HELMHOLTZ sagt hierüber:

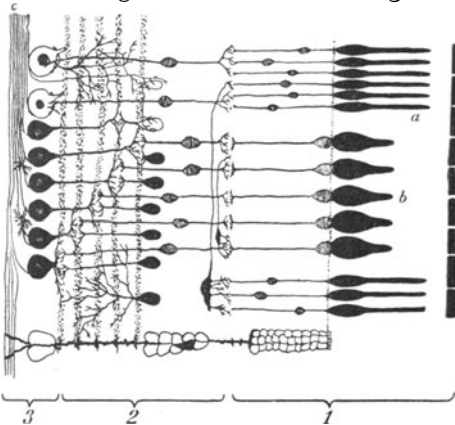


Abb. 725. Schnitt durch die Netzhaut.

Das aus dem Glaskörper kommende Licht durchsetzt zunächst die Schicht 3 mit den Nervenfasern und Ganglienzellen, dann Schicht 2, bestehend aus der inneren und äußeren retikulären Schicht und der davon eingeschlossenen inneren Körnerschicht; die Schicht 1 enthält die Stäbchen *a* und die Zapfen *b*, die auf der linken Seite die feine äußere Grenzmembran von der äußeren Körnerschicht trennt, auf der andern Seite die Pigmentschicht von der nicht dargestellten Aderhaut.

„Wenn zwei helle Punkte im Sehfeld vorhanden sind bei fester Stellung des Auges, so werden zwei verschiedene Sehnervenfasern durch deren Licht erregt und es entstehen zwei Empfindungen, die durch eigentümliche Lokalzeichen *unterschieden* sein müssen, da wir sie in der Empfindung zu *unterscheiden* imstande sind. Welcher Stelle der Netzhaut diese Lokalzeichen angehören, wissen wir von vornherein ebenso wenig, als wo die Sehnervenfasern liegen, die sie leiten, und zu welchen Stellen des Gehirns die Erregung fortgeleitet wird. Wohl aber wissen wir durch tägliche Erfahrung, wie wir den Arm ausstrecken müssen, um einen oder den andern hellen Gegenstand zu berühren oder unserm Auge zu verdecken. Wir können also direkt durch solche Bewegungen die Richtung im Sehfeld ermitteln, wo sich

¹ Was wir ein Bild des Gegenstandes in unserm Auge nennen, ist nichts als die Tatsache, daß in unserem Sinneswerkzeug die nebeneinander liegenden Nervenenden in derselben *Ordnung* von verschiedenfarbigen Lichtstrahlen getroffen werden, in welcher diese Strahlen von den Gegenständen selbst ausgehen. Diese Tatsache eines *geordneten Nebeneinanderseins* verschiedener Erregungen in verschiedenen Nervenfasern ist doch noch nicht die *Wahrnehmung* dieses Vorganges, sondern nur der wahrzunehmende *Vorgang* selbst, dessen Möglichkeit, in seiner ganzen *Ordnung* zum Bewußtsein zu kommen, eben den Gegenstand unserer Frage ausmacht (LOTZE).

die Objekte befinden, und wir *lernen* direkt die besonderen *Lokalzeichen* der Empfindung zu *verbinden* mit dem *Orte* im Sehfelde, in den das Objekt gehört.“ (Unter Lokalzeichen der Empfindung versteht man Momente der Empfindung, durch die wir die Reizung der von dem Lichte des Objektpunktes *A* gereizten Netzhautstelle von der Reizung aller andern Stellen *unterscheiden* können. Von welcher Art die Lokalzeichen sind, darüber wissen wir nichts; daß dergleichen da sein müssen, schließen wir nur aus dem Umstande, daß wir Lichteindrücke auf *verschiedenen* Teilen der Netzhaut zu *unterscheiden* vermögen.)

Das Auge auf einen Gegenstand „richten“, heißt: es so drehen, daß es den Gegenstand am deutlichsten sieht. Das Bild des Gegenstandes liegt dann auf der *Netzhautgrube M*, ihrer Farbe wegen heißt sie *der gelbe Fleck*. Die Netzhaut ist diejenige Stelle des Auges, an der es durch das Licht *erregt* wird. Das folgt aus der Tatsache, daß die schwarze Aderhaut das Licht abschirmt und nicht über die Netzhaut hinausdringen läßt. Die Netzhaut selber ist eine durchsichtige Membran aus Nervenmasse, weniger als 0,5 mm dick, aber aus mehreren Schichten bestehend (Abb. 725). Das Licht durchsetzt, vom dioptrischen Apparat des Auges kommend, die ganze Netzhaut, *erregt* sie aber erst in der (hintersten) Schicht der *Stäbchen* und *Zapfen*. Die Stäbchen, stark lichtbrechende Zylinder, sind ca. 63—81 μ lang und 1,8 μ dick. Die Zapfen, aus ähnlicher Substanz, sind dicker und kürzer. Sie stehen zwischen den Stäbchen zerstreut, an der Peripherie der Netzhaut spärlicher, nach dem gelben Fleck zu dichter, in dem Flecke selber fehlen die Stäbchen fast ganz, d. h. diejenige Stelle der Netzhaut, die wir vorzugsweise zum Sehen benötigen, besteht fast nur aus Zapfen. Von jedem Zapfen geht mutmaßlich eine Nervenfasern durch den Sehnervenstamm isoliert zum Gehirn, um den empfangenen Eindruck dort hinzuleiten, so daß der Erregungszustand jedes einzelnen Zapfens auch einzeln empfunden werden kann. Die Größe des Zapfendurchmessers bestimmt daher die Größe des Lichtfleckes, der dem Auge als „Punkt“, *Zerstreungspunkt*, erscheint (S. 572 u.), und bestimmt auch die *Sehschärfe* des Auges, d. h. den Abstand zweier Punkte, die das Auge noch als *getrennt* — nicht in *einen* Punkt zusammenfließend — erkennt: die Bilder der zwei Punkte müssen auf zwei Zapfen liegen, die mindestens durch *einen nicht* erregten Zapfen *a* getrennt sind (Abb. 726). Man denke sich von jedem aus eine Gerade zur Mitte der Pupille gezogen. Der Winkel, den sie bilden, ist der *Gesichtswinkel*, unter dem der Abstand der zwei Punkte erscheint: er darf eine bestimmte Größe (die für Augen verschiedener Beobachter sehr verschieden sein kann) nicht unterschreiten, damit die beiden Punkte eben noch als *getrennt* erscheinen. Die Grenze liegt in der Netzhautgrube, der Stelle des deutlichsten Sehens, etwa bei einem Winkel von 1 Minute, er entspricht etwa dem 60sten Teile des Winkels, in dem wir die Breite unseres Zeigefingernagels sehen, wenn wir den Arm möglichst weit ausstrecken. Zwei horizontal nebeneinander liegende Punkte, die 1 m vom Auge abstehen, müssen nach HELMHOLTZ mindestens etwa $\frac{1}{3}$ mm, Punkte, die weiter vom Auge abstehen, entsprechend weiter auseinander liegen, um getrennt zu erscheinen, in 100 m Abstand 100 $\cdot \frac{1}{3}$ mm. — Ein Gegenstand unter einem noch kleineren Gesichtswinkel erscheint, wie er auch gestaltet sei, rund und zeigt dem *bloßen* Auge keinerlei Einzelheiten. — Von der Netzhautgrube an sinkt die Sehschärfe *randwärts rapide*¹. Um mit der Stelle des deutlichsten Sehens immer andere Teile des Gesichtsfeldes zur Deckung zu bringen, *bewegen* wir daher das Auge in seiner Höhle wie in einem Kugelgelenk (wir „durchlaufen“ das Gesichtsfeld mit dem „Blicke“). Aus demselben Grunde müssen wir auch optische Geräte mit *blickendem* Auge benutzen, wenn sie ein Gesichtsfeld merklicher Ausdehnung haben; wir verbinden hierdurch ein *festes* optisches Gerät mit einem während des Gebrauches bewegten Auge — man denke an die Brille und an das Opernglas (S. 578).

Etwas „*ansehen*“ heißt noch nicht es *scharf* sehen. Dazu muß das *Bild auf der Netzhaut* selber scharf sein, und *dazu* wieder muß die Linse einen bestimmten Abstand von der Netzhaut und dem Objekt haben. Im Photographenkasten kann man die *Linse* zwischen Platte und Objekt verschieben, um auf nähere oder fernere Gegenstände scharf „ein-

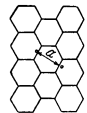


Abb. 726.
Zur Sehschärfe des Auges. *a* der mittlere Abstand zweier Zapfenenden.

¹ Das Auge stellt daher ein optisches Werkzeug von großem Gesichtsfelde dar, aber nur in einer kleinen, sehr eng begrenzten Stelle dieses Gesichtsfeldes sind die Bilder deutlich. Das ganze Bild entspricht einer Zeichnung, in der zwar der wichtigste Teil des Ganzen sorgfältig ausgeführt ist, die Umgebungen aber nur skizziert, und zwar desto roher skizziert sind, je weiter sie von dem Hauptgegenstande abstehen. Durch die Beweglichkeit des Auges wird es aber möglich, nacheinander jeden einzelnen Punkt des Gesichtsfeldes genau zu betrachten (HELMHOLTZ).

zustellen“, oder man kann auch die *Platte* relativ zur Linse verschieben. Ganz anders das Auge! Es ändert die *Form* der Linse, je nachdem sie einen näheren oder einen fernen Gegenstand abbilden soll. Die Vorderseite der Linse krümmt sich stärker, wenn sie einen nahen, und flacht sich ab, wenn sie einen fernen Gegenstand abbildet. Man nennt diese Einstellungsfähigkeit des Auges *Akkommodation*; die Grenzen, innerhalb deren es *akkommodieren* kann, seine *Akkommodationsbreite*. Wir fühlen die Formänderung als Anstrengung, wenn wir kurz nacheinander einen sehr nahen und einen sehr fernen Gegenstand anblicken. Die Akkommodationsbreite nimmt mit zunehmendem Alter des Auges dauernd ab. Messen läßt sie sich durch die Brechkraft derjenigen Konvexlinse, die vor das ruhende auf unendlich eingestellte Auge gesetzt, Strahlen, die aus dem Nahpunkt (s. d.) kommen, achsenparallel macht. Das Auge eines Zwanzigjährigen fordert dazu eine Brennweite von 10 cm (in der jetzt üblichen Bezeichnung 10 dptr, s. Fußnote S. 593). Der Zehnjährige hat 15 dptr, der Fünfzigjährige nur 2,5 dptr Akkommodationsbreite.

GULLSTRANDSche Zahlen für das Übersichtsauge.

Die Zahlen bedeuten Millimeter vom Hornhautscheitel; nach dem Augennern positiv, nach der Luft negativ.

	Akkommodations- ruhe	Maximale Akkommodation
Ort des ersten Hauptpunktes	1,348	1,772
des zweiten	1,602	2,086
des ersten Brennpunktes	—15,707	— 12,397
des zweiten	24,387	21,016
Vordere Brennweite	—17,055	— 14,169
Hintere	22,785	18,930
Ort der Netzhautgrube	24	24
des Nahpunktes	—	—102,3
der Eintrittspupille	3,047	2,668
Austrittspupille	3,667	3,212
Vergrößerungszahl für die Pupillen .	0,909	0,941

Vordere Brennweite ist der Abstand des vorderen Brennpunktes von dem ersten Hauptpunkt (Entsprechendes gilt für die hintere). Die Brennweiten eines brechenden Systems sind einander *gleich*, wenn sich das System in einem und demselben Mittel (etwa Luft) befindet, andernfalls verschieden. Das optische System des Auges grenzt auf der *einen* Seite an Luft, nicht aber an der andern — daher die Verschiedenheit der Brennweiten. Die Pupillenverengung bei der Akkommodation verschärft die Abbildung: sie blendet die Randstrahlen ab, deren sphärische Aberration das Bild unscharf machen würde, und sie verkleinert die Zerstreuungskreise.

Der optische Apparat des Auges leidet an gewissen Fehlern. Die Netzhaut ist dort, wo der Sehnerv eintritt, ohne Stäbchen und Zäpfchen, dort daher blind, der *blinde Fleck* ist aber dem blickenden Auge für gewöhnlich nicht wahrnehmbar. Ferner: die Hornhaut der meisten Augen ist an ihren verschiedenen Meridianen verschieden gekrümmt, überdies sind Hornhaut und Kristalllinse meist nicht für *dieselbe* Achse symmetrisch gebildet (zentriert). Diese beiden Abweichungen erzeugen den meist stärker oder schwächer vorhandenen Astigmatismus des Auges. Er bewirkt, daß das Auge nicht *gleichzeitig* horizontale und vertikale Linien in demselben Abstände vollkommen deutlich sehen kann. Man korrigiert ihn durch Brillengläser, die aus sphärischen und zylindrischen Flächen kombiniert sind. Ferner: Auch das rechtsichtige Auge entwirft scharfe Bilder auf seiner Netzhaut nur von solchen Dingen, die ihm nicht näher als etwa 25 cm liegen (*mittlerer Nahpunkt*), und

sogar im Bereiche des sonst normalen Sehens kann nicht *jedes* Auge ein Ding, z. B. den fernen Punkt O in Abb. 727 *a, b, c*, scharf abbilden. Physikalisch heißt das:

das fehlsichtige (ametropische, Gegensatz: das rechtsichtige, emmetropische) Auge kann die Linse nicht so wölben, daß sie die Strahlen, die von O ausgehen, genau auf der Netzhaut vereinigt. Der Vereinigungspunkt O' liegt dann entweder vor oder hinter der Netzhaut (Abb. 727 *a*). Auf der Netzhaut entsteht beide Male ein Zerstreungskreis. Solche Augen heißen *kurzsichtig* (*c*) und *übersichtig* (*b*): kurzsichtig (myopisch), wenn der Schnittpunkt O' vor die Netzhaut, übersichtig (hyperopisch), wenn er dahinter fällt.

Brille. Man muß, um dem *kurzsichtigen* Auge zu helfen, dafür sorgen, daß die Strahlen

weniger stark gebrochen werden — um dem *weitsichtigen* zu helfen, dafür sorgen, daß sie *stärker* gebrochen werden. Zu dem Zweck setzt man vor das Auge eine Hilfslinse — ein Brillenglas (Abb. 727 *b* und *c*). Es wirkt so: Strahlen, die parallel einfallen, bricht das normalsichtige Auge (*a*) so, daß sie nach ihrer Brechung ihren Vereinigungspunkt auf der Netzhaut haben; das kurzsichtige bricht sie *also* zu stark, das übersichtige zu schwach. Um parallel einfallende Strahlen trotzdem auch in den beiden letzten Fällen alle auf der Netzhaut zu vereinigen, *nimmt* man ihnen, *ehe sie in das Auge treten*, den Parallelismus: man macht sie, ehe sie in ein kurzsichtiges Auge treten, *divergent* (*c*) ehe sie in ein übersichtiges treten, *konvergent* (*b*) — das erste, indem man sie durch eine Konkavlinse gehen läßt (ihre Brennweite ist negativ, daher das Minuszeichen vor der Brillennummer¹ der Kurzsichtigen); das zweite, indem man sie durch eine Konvexlinse gehen läßt. Je nach dem Grade der Kurzsichtigkeit und der Übersichtigkeit muß man die *Stärke* der Linse bemessen, die die Divergenz oder die Konvergenz der Strahlen groß genug macht, um den Vereinigungspunkt auf die Netzhaut zu bringen.

Ein anderer Fehler im optischen Apparat des Auges bewirkt, daß wir einen *Lichtpunkt strahlig* sehen, z. B. ferne Lichtflammen, besonders die Sterne. Wie allgemein der Fehler ist, zeigt die Bezeichnung einer strahligen Figur als sternförmiger. Augen *ohne* Linse (Staroperation) sehen die Sterne *ohne* Strahlen. HELMHOLTZ schloß daraus, daß die Sternstrahlen in der Kristalllinse des Auges entständen und suchte den Grund im Gefüge der Linse. Nach GULLSTRANDS Ansicht lassen sich mit dieser Begründung wohl sechsstrahlige Sternfiguren erklären, nicht aber achtstrahlige, die HELMHOLTZ beschreibt. Nach GULLSTRAND fallen die Strahlen mit

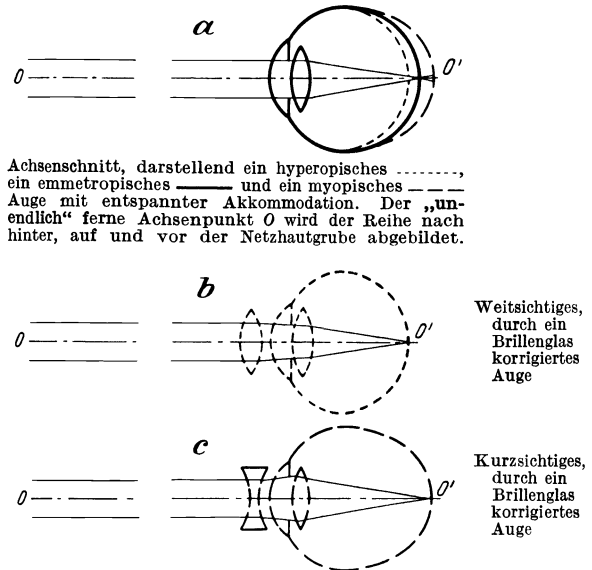


Abb. 727.

¹ Man nennt den Bruch $1/f$ mit f als Brennweite der (gleichseitigen, dünnen) Brillenlinse die *Stärke* der Linse. Früher maß man f in rheinländischen (preußischen) Zoll und nannte die Brillennummer nach der Brennweite, z. B. ein Konkavglas von 10 Zoll Brennweite: —10. Jetzt nennt man die Stärke nach *Dioptrien*. Eine Dioptrie (1 dptr) wird definiert durch eine Linse von 1 m Brennweite; eine Linse von $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, ... $\frac{1}{n}$ m Brennweite nennt man eine Linse von 2, 3 ... n dptr. Genügend genau für die Praxis rechnet man die Zollzahl in die Dioptrizahl um, wenn man die Zahl 40 durch die Zollzahl dividiert. Der früheren Bezeichnung — 8 entspricht die jetzige — 5 dptr.

den Richtungen gewisser Krümmungslinien zusammen, die in einem Punkt auf der Achsenrichtung eines nicht astigmatischen Auges einmünden, er erklärt die entsprechende Beschaffenheit der Kristalllinse aus ihrer nichtspannungsfreien Aufhängung am Ziliarkörper.

Lupe. Je näher wir einen Gegenstand dem Auge bringen, desto größer wird zwar der Gesichtswinkel, aber wenn der Gegenstand dem Auge schließlich näher liegt als der Nahpunkt (S. 592 u.), dann kann das Auge ihn nicht mehr *scharf* auf der Netzhaut abbilden (nicht *akkommodieren*) und bedarf dazu einer Hilfe. Das Hilfsmittel muß das Bild des Gegenstandes in einen Abstand vom Auge bringen, in dem es Dinge deutlich erkennen kann. Diese Aufgabe erfüllt die Lupe (das Vergrößerungsglas), eine Konvexlinse, die man dicht vor das Auge bringt. Das Auge sieht das Objekt dann unter größerem Gesichtswinkel. Das Verhältnis dieses Gesichtswinkels zu dem kleineren, unter dem es dem bloßen Auge an demselben Orte erscheinen *würde*, heißt die subjektive Vergrößerung der Lupe. Das bewaffnete Auge arbeitet am besten, wenn es nicht zu akkommodieren braucht, das normale Auge also dann, wenn das Bild sehr weit von ihm weg liegt (die Strahlen parallel eintreten), der Gegenstand, den man durch die Lupe betrachtet, also dicht an ihrem vorderen Brennpunkt zwischen ihm und der Lupe liegt (Abb. 728, wiederholt aus Abb. 695b). Der Winkel, unter dem das Auge das Bild durch die Lupe erblickt, ist w' ; seine Größe folgt aus $y/f' = \text{tg } w'$.

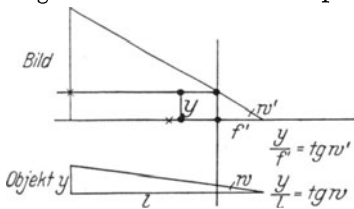


Abb. 728. Zur Lupe Wirkung.

Unbewaffnet blickt das Auge den Gegenstand im Abstände l an, etwa im Nahpunkt, unter dem Winkel w , seine Größe bestimmt sich aus $\text{tg } w = y/l$. Hieraus folgt als *Vergrößerungszahl* der Lupe $N = \text{tg } w' / \text{tg } w = l/f'$. Danach hängt die Vergrößerung N von dem Abstände l ab, auf den man für längere



Abb. 729. Lupe, 120 fach vergrößernd (in vierfachem Maßstabe).

Zeit akkommodieren kann. Als mittleren Nahpunkt Abstand des rechtsichtigen Auges nimmt man 250 mm an (S. 592 u.). Die Vergrößerung der Lupe ist danach

$$N = \frac{250}{f'}. \quad (\text{Bei Vergrößerungen bis } N = 20 \text{ spricht man von Lupen, bei größeren von einfachen Mikroskopen.})$$

Die Formel zeigt, daß die Lupe desto stärker vergrößert, je kleiner f' ist. Macht man aber die Brennweite kleiner und kleiner, so kommt man bald zu Linsen, deren Bilder teils wegen starker Verzeichnung, teils wegen ihrer Dunkelheit unbrauchbar sind. Man kann diese Mängel umgehen, wenn man mehrere Linsen kombiniert wie in Abb. 729, die eine alte Konstruktion von ZEISS von 2mm Brennweite zeigt. — Man benützt im allgemeinen eine Lupe höchstens für 30fache Vergrößerung, für stärkere ausschließlich das zusammengesetzte Mikroskop.

Mikroskop. Das zusammengesetzte Mikroskop (Abb. 730) heißt *zusammengesetzt* im Gegensatz zur Lupe, die man auch *einfaches* Mikroskop nennt. Es besteht aus zwei optischen Systemen Ob und Oc , räumlich getrennt und in der optischen Wirkung ganz verschieden (S. 598, Fußn.) voneinander, aber zu einem System verbunden, etwa so, wie die kleine Linse und die große Linse im Opernglase. Die beiden Systeme — sie heißen Objektiv und Okular, weil das eine dem Objekt, das andere dem Auge zugewendet ist — sitzen in einem zylindrischen Rohr an je einem Ende. Jedes besteht aus mehreren Linsen, beide haben aber eine

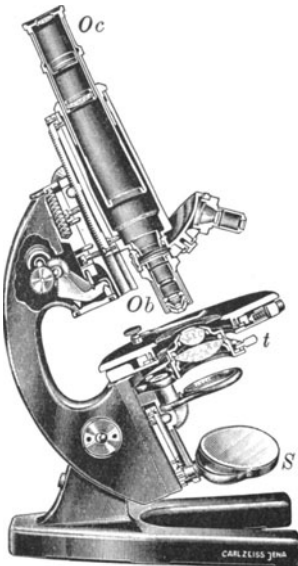


Abb. 730. Zusammengesetztes Mikroskop.

gemeinsame optische Achse die Rohrachse selber. Das Rohr, der *Tubus* (gewöhnlich aus Messing) ist innen matt geschwärzt, um Lichtreflexe zu vermeiden.

Die einander zugewendeten Brennpunkte, der hintere (obere) des Objektivs und der vordere (untere) des Okulars, bekommen einen gewissen Abstand voneinander, in den ZEISS-Mikroskopen etwa 180 mm, die optische Tubuslänge. (Nicht zu verwechseln mit der Tubuslänge selber, d. h. der Länge des Rohres in dessen Enden Objektiv und Okular sitzen, und das bei den ZEISS-Mikroskopen etwa 160 mm lang ist, übrigens aber von Land zu Land zwischen 150 und 300 mm schwankt.)

Schon diese Verbindung von zwei optischen Systemen und das Auseinanderrücken ihrer einander zugewandten Brennpunkte auf einen gewissen Abstand macht das zusammengesetzte Mikroskop der Lupe überlegen. Nennt man die Brennweite der Systeme F und f und den Abstand ihrer Brennpunkte d , so haben sie, verbunden, die Brennweite $F \cdot f/d$. Hat jedes System z. B. die Brennweite 15 mm, und ist die optische Tubuslänge 180 mm, so haben sie verbunden die Brennweite $\frac{1}{4}$ mm. (Um d noch vergrößern, also die Brennweite noch verkleinern zu können, macht man den Tubus wie ein Fernrohr ausziehbar.) Ein Instrument, das eine so kleine Brennweite haben soll, ist einfacher aus zwei Systemen zusammzusetzen, von denen jedes eine viel größere Brennweite hat. — Die Auseinanderrückung der beiden Systeme verlegt das Objekt weiter weg vom Auge als die Lupe es tut, und das ist zum Schutze des Auges oft erwünscht. — Ferner: man ist nicht an ein Objekt und auch nicht an ein Okular gebunden, sondern kann Objektive und Okulare von längerer oder von kürzerer Brennweite in den Tubus einsetzen, kann also mit demselben Mikroskop die verschiedensten Vergrößerungen erzielen.

Wie man das Objekt beleuchten muß, richtet sich danach, ob es durchsichtig ist oder nicht. Undurchsichtige Objekte verlangen im wesentlichen keine andere Beleuchtung als vor der Lupe, durchscheinende — das sind die meisten — muß man durchleuchten (S. 615 m.). Für gewöhnliche Beobachtungen genügt dazu der in allen Richtungen verstellbare Spiegel S unter dem Objektisch t . Die starken Mikroskope aber und die bis an die Grenze der Mikroskopie gehenden Beobachtungen verlangen besondere Beleuchtungssysteme, namentlich den ABBE-Kondensor. Es sind im wesentlichen Objektive, die man wie in Abb. 730 unter dem Objektisch so anbringt, daß sie ihre Linsen dem Lichte in umgekehrter Reihenfolge zum Durchlaufen darbieten wie das Objektiv im Tubus.

Die Wirkung des Mikroskops, Abb. 731, erklärt sich so: Das Objektiv (hier aus zwei Linsen bestehend) verhält sich dem Objekt O_1O_2 gegenüber — wir setzen es als selbstleuchtend voraus¹ — wie eine photographische Linse dem zu photographierenden Objekt gegenüber. Es entwirft (wenn wir zunächst von dem Okular absehen) von dem Objekt ein umgekehrtes Bild $O_2'O_1'$, das reell, also evtl. auf einer Platte auffangbar ist (daher für die Mikrophotographie verwendbar — ein weiterer Vorteil des Mikroskops vor der Lupe). — Aber ein wesentlicher Unterschied besteht zwischen der Pho-

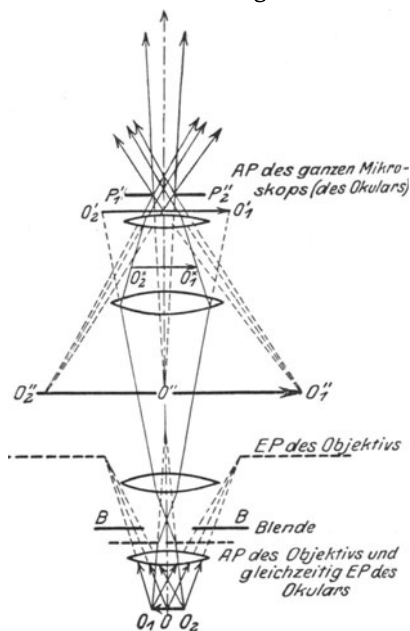


Abb. 731. Der Strahlengang im Mikroskop. Von den Objektpunkten O_1, O_2 sind Strahlen bis zur vordersten Linse hin angegeben; sie zielen nach den Rändern der AP des Okulars gezogen. Von den Bildpunkten O_1', O_2' sind Strahlen nach den Rändern der AP des Okulars gezogen. Durch den Vergleich der Öffnung der vom Objekt und der vom Bild kommenden Strahlenbündel, unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Größe des Objekts und der des Bildes, bekommt man eine Vorstellung von der Verschiedenheit der Objektiv- und der Okularfunktion (s. Fußnote S. 598).

¹ Nur wenn das Objekt ein selbstleuchtendes ist, kommt sein Bild so zustande wie in der photographischen Kammer. Das mikroskopische Bild eines durchleuchteten Objektes ist nach ABBE eine Beugungsfigur (S. 615).

tographenlinse und dem Mikroskopobjektiv: die Photographenlinse entwirft unter normalen Verhältnissen ein *verkleinertes* Bild des Gegenstandes, das Objektivsystem des Mikroskops ein *vergrößertes*. Denn beim Mikroskopieren liegt das Objekt dem Objektiv so nahe, daß es nur um sehr wenig mehr als um die Brennweite davon absteht, aber beim Photographieren ist das Objekt um mehr als um die doppelte Brennweite von der Linse entfernt. Das von dem Objektiv entworfene, in der Luft schwebende reelle Bild dient dem *Okular* als *Objekt*. Das Okular (hier aus zwei Linsen bestehend) wirkt dem Bilde gegenüber als Lupe: es entwirft ein aufrechtes, vergrößertes, virtuelles Bild $O_2''O_1''$ davon, d. h. das von dem Mikroskopobjektiv entworfene Bild *bleibt* umgekehrt: was man also im Mikroskopbilde *rechts* sieht, liegt im Objekt links; was *vor* der Tubusachse zu liegen scheint, liegt tatsächlich dahinter.

Die Abb. 731¹ zeigt den Strahlengang, d. h. den Gang der *Hauptstrahlen* im Mikroskop, die von dem Objekt O_2O_1 ein Bild $O_2''O_1''$ entwerfen, das das Auge sieht: das Objektiv (hier aus zwei Linsen bestehend) würde, wenn das Okular nicht da wäre, ein reelles Bild bei $O_2^*O_1^*$ entwerfen. Die untere Okularlinse bewirkt aber, daß es an die Stelle $O_2^*O_1^*$ fällt. Dieses reelle Bild betrachtet das Auge durch die obere Okularlinse. Es sieht sein virtuelles Bild $O_2''O_1''$. Begrenzt wird die Öffnung der vom Objekt kommenden Strahlenbündel stets im Objektiv. Bei dem Strahlengange der Abb. 731 liegt zu dem Zwecke eine Blende BB zwischen den Objektivlinsen; ihr Bild (punktiert darüber) bildet die EP des Objektivs. Das ist nicht in jedem Mikroskop so. Bei den starken Mikroskopen geschieht die Begrenzung durch die unterste Objektivlinse (Frontlinse) oder auch durch die Fassung einer der anderen Linsen im Objektiv. — Bei $P_2''P_1''$ entsteht die AP des Mikroskops; bringt man das Auge hierhin, so treten die sämtlichen wirksamen aus dem Mikroskop kommenden Strahlen hinein. Wenn man aus einigem Abstände von oben auf das Okular sieht, sieht man die AP als einen hellen Kreis darüber. Das Gesichtsfeld, also die Größe des abgebildeten Objektteils, wird stets durch das Okular begrenzt, und zwar dadurch, daß man an die Stelle, an der das reelle Bild $O_2^*O_1^*$ entsteht, eine Blende legt, die so viel von den Bilde frei läßt, wie bei der Beobachtung durch das Okular als Lupe gleichmäßig hell erscheint, die dunklere Randzone aber bedeckt (S. 586).

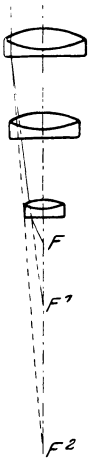


Abb. 732. Die Zusammensetzung eines Mikroskopobjektivs aus achromatischen, sphärisch korrigierten Einzellinsen.

Aus der Brennweite des Mikroskops $F \cdot f/d$ folgt für die *Gesamtvergrößerung* N — wir übergehen den Beweis — die Formel $N = \frac{d}{F} \cdot \frac{l}{f}$, worin l wie bei der Lupe der *mittlere Nahpunkt*-abstand (250 mm) ist. Ein Objektiv von 2 mm Brennweite gibt zusammen mit einem Okular von 10 mm Brennweite die Vergrößerung

$$N = \frac{180}{2} \cdot \frac{250}{10} = 2250.$$

Es ist aber zwecklos, die Vergrößerung über (etwa) $N = 1700$ zu steigern. Teilchen *unter* (etwa) 0,003 mm sind auch unter den günstigsten Umständen nicht zu erkennen. Das hängt mit der *Entstehung* des mikroskopischen Bildes als eines Beugungsbildes zusammen (S. 615). Die Vergrößerung muß in bestimmter Weise auf das Objektiv und das Okular verteilt werden.

Berechnen kann man die Vergrößerung nur, wenn man F und f kennt. Andernfalls muß man sie *messen*, z. B. an einem *Objektmikrometer*, einem in 0,01 mm geteilten Maßstab von 1 mm Länge als mikroskopischem Objekt. Betrachtet man dieses Millimetermaß im Mikroskop und zeichnet man mit einer camera lucida (S. 548 u.) sein Bild, so kann man den Abstand zweier Nachbarstrichstriche des *Bildes* mit einem gewöhnlichen Maßstabe messen, man erfährt dann, wievielfach größer *dieser* Abstand ist als der entsprechende des Millimetermaßes im Mikroskop. Wir wollen das Objekt *möglichst stark* vergrößern; deswegen geben wir dem Objektiv und dem Okular möglichst kurze Brennweiten. Aber das Mikroskop soll die äußersten *Details* eines Objekts erkennbar machen, sie „auflösen“. Erfahrungsgemäß löst *cet. par.* dasjenige Mikroskop am stärksten auf, das den größten *Öffnungswinkel* (Abb. 738 u.) hat, d. h.

¹ Aus CZAPSKI-EPPENSTEIN: Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach ABBE.

bei dem die Öffnung der von den Objektpunkten in das Objektiv geschickten Strahlenbündel am größten ist¹. Durch die Vergrößerung dieser Öffnung erhöht sich aber die Schwierigkeit, das Bild scharf zu machen, d. h. die Schwierigkeit, die *Aberationen* zu beseitigen. Theorie und Erfahrung haben aber dazu geführt, für die starken Mikroskope das Objektiv im wesentlichen so auszuführen, wie die Abb. 732 zeigt. Mit dieser Form (AMICI 1827) beginnt die Entwicklung des modernen Mikroskopobjektivs.

Der Objektpunkt F schiebt ein weitgeöffnetes Strahlenbündel auf die *Frontlinse*. Sie bricht die Strahlen so, daß sie bei ihrem Austritt von dem Punkt F^1 herzukommen scheinen, d. h. sie erzeugt das virtuelle Bild F^1 . Dieses Bild ist Objekt für die zweite Linse; sie entwirft von F^1 das virtuelle Bild F^2 , und erst die dritte Linse entwirft das *reelle* Bild, das man durch das Okular betrachtet. Jede der drei Linsen vermindert die Divergenz der Strahlenbündel, wie die immer spitzer werdenden Winkel bei F , F^1 und F^2 zeigen. Die einzelnen Linsen sind achromatisch, sie bringen die Brennpunkte von zwei Farben des Spektrums an denselben Punkt; für die Beobachtung mit dem Auge Grün und Gelb, für die Photographie Blau und Violett. Sie beseitigen hierdurch (S. 568 o.) die farbigen Säume, die das Bild undeutlich machen würden. — Weit übertroffen werden die *Achromate* durch die *Apochromate* Abb. 738 (ABBE, 1886). Sie bringen (S. 570 m.) die Brennpunkte von *drei* Farben des Spektrums in *einen* Punkt und beseitigen die das Bild fälschende Färbung bis auf einen praktisch unschädlichen Rest. Überdies beseitigen sie die *sphärische* Aberration für *drei* und damit praktisch für alle Farben des sichtbaren Spektrums, in den anderen Objektiven ist sie nur für *eine* Farbe beseitigt.

Um die Leistung des Mikroskops möglichst zu steigern, muß man erstens den Winkel der Strahlenbündel möglichst groß machen, die in die Frontlinse treten (S. 616 m). Eine theoretische Untersuchung (ABBE und HELMHOLTZ unabhängig voneinander, 1873 und 1874) hat ferner gelehrt: der kleinste Abstand d zweier Punkte, die man mit einem optisch vollkommenen Objektiv noch als getrennt erkennt, ist $d = \frac{\lambda}{n \cdot \sin \alpha}$. Hierin ist α der *halbe* Öffnungswinkel (Abb. 738) der eintretenden Bündel, n die Brechungszahl des Stoffes, der das Objekt von der Frontlinse trennt (für *gewöhnlich* also der Luft, $n = 1$) und λ die Wellenlänge des Lichtes, das das Objekt beleuchtet. Der Nenner heißt nach ABBE die *numerische Apertur* — *einer der wichtigsten Begriffe in der Theorie des Mikroskops*. Kurz: Um die Grenze für die Leistungsfähigkeit des Mikroskops so weit wie möglich hinauszuschieben, muß man seine *numerische Apertur* $n \cdot \sin \alpha$ möglichst *groß* und die *Wellenlänge* λ möglichst *klein* machen.

Um $n \sin \alpha$ möglichst *groß* zu machen, muß man n und $\sin \alpha$ möglichst *groß* machen. Während α von 0° bis 90° wächst, wächst $\sin \alpha$ von 0 bis 1. Man kann aber — da zwischen Objektiv und Objekt ein gewisser Abstand bleiben muß — α höchstens ungefähr bis 70° , d. h. $\sin \alpha$ bis 0,95 steigern. *Noch* weiter steigern kann man die Apertur nur dadurch, daß man n vergrößert. Man füllt zu dem Zwecke den Raum zwischen Objekt und Objektiv durch einen Stoff aus, der eine größere Brechungszahl hat als die Luft. Man benützt dazu gewisse Flüssigkeiten, von denen man einen Tropfen zwischen Frontlinse und Deckglas bringt (das das Objekt bedeckt), so daß er beide benetzt. So entsteht das *Immersionssystem* (Gegensatz: Trockensystem). — Zuerst benutzte man — ehe man die Bedeutung der numerischen Apertur erkannt hatte — zwischen Objekt und Objektiv als Immersionsflüssigkeit Wasser (AMICI, 1850) anstatt der Luft, weil das Licht, wenn es vom Objekt zum Objektiv geht, dann weniger Reflexion an der Frontlinse erfährt, also auch weniger geschwächt wird. Später (1877 nach der Anregung durch I. W. STEPHENSON) führte ABBE die *homogene Immersion* ein, d. h. die Immersion, die in *optischer* Hinsicht *homogen* ist. Bei ihr ist die Brechungszahl der Frontlinse, der Immersionsflüssigkeit (Zedernholzöl mit $n = 1,51$ — $1,52$) und des Deckglases *gleich* groß, die schädliche Reflexion dadurch *vollkommen* vermieden, und die Brechungszahl n *noch* größer als die des Wassers. Die Apertur $n \cdot \sin \alpha$ beträgt dann maximal 1,40 (Wasserimmersion 1,25). Die stärkste Apertur, die bisher erzielt worden ist (CZAPSKI), beträgt 1,60 mit Monobromnaphthalin; sie ist wegen der zerstörenden Wirkung des Monobromnaphthalins nur für besondere Fälle benutzbar. — Um die *Wellenlänge* λ möglichst *klein* zu machen, muß man blaues

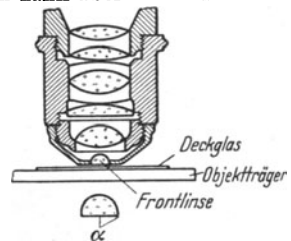


Abb. 733. Oben: Apochromat. Unten: Zur numerischen Apertur α halber Öffnungswinkel.

¹ Die Vergrößerung dieses Winkels ist das erste Postulat beim Bau des Mikroskops für die Steigerung seiner Wirkung (CZAPSKI); über den Grund S. 616 o.

Licht benutzen. Auf kleinere Lichtwellen reagiert die Netzhaut nicht mehr. Man kann zwar das Bild noch mit ultraviolettem Licht photographisch aufnehmen, aber auch dafür ist eine Grenze gezogen, Wellenlängen unter $0,28\mu$ werden von der Luft verschluckt. Man hat jedoch noch weit feinere Strukturen mit Hilfe der Röntgenstrahlen photographiert. — Die Grenzen des mit dem Mikroskop gegenwärtig Erreichbaren ist in gewissem Sinne erweitert worden durch die Sichtbarmachung ultramikroskopischer Teilchen (S. 616 u.).

Das Objektiv ist entscheidend für die Leistung des Mikroskops. Aber auch das Okular muß bestimmte Anforderungen¹ erfüllen, um die geforderte Bildqualität zu liefern. Man benützt fast überall das von HUYGENS (Abb. 734). Das von dem Objektiv entworfene Bild fällt *zwischen* die beiden Linsen. Die dem Objekt zugewandte Linse, die *Kollektivlinse*, greift in einer bestimmten Art in den Gang der vom Objekt kommenden Strahlen ein, um das Bild an einen für die Beobachtung erwünschten Ort zu verlegen. Als Lupe wirkt nur die dem Auge zugewandte Linse, die *Augenlinse*.



Abb. 734. Okular nach HUYGENS.

Fernrohr. Lupe und Mikroskop machen dem Auge Dinge deutlich, die man ihm wegen ihrer *Kleinheit* näher bringen müßte (um sie ihm unter genügend großem Gesichtswinkel zu zeigen) als seine Akkommodation zuläßt. Das Fernrohr dagegen macht ihm solche Dinge deutlich, die es, wie die Gestirne, ihrer *Ferne* wegen unter zu kleinem Gesichtswinkel sieht, deren Annäherung aber unmöglich ist.

Auch ein Fernrohr (wir sehen hier von den Spiegelfernrohren ab) besteht (Abb. 735) aus einer Sammellinse Ob als Objektiv und einem Okular Oc an den Enden eines Zylinderrohres, dessen Achse zugleich die optische Achse der Linsen ist. Das Objektiv verhält sich dem Dinge AB gegenüber, auf das man es richtet, wie eine Photographenlinse: es entwirft von ihm nahe bei seinem hinteren

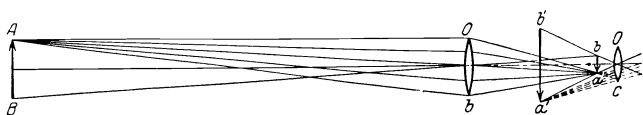


Abb. 735. Astronomisches Fernrohr.

Brennpunkte ein Bild ba , *umgekehrt*, reell und verkleinert (weil das Objekt sehr vielmal weiter von der Linse absteht als der

vordere Brennpunkt). In dem von KEPLER (1611) stammenden Fernrohre wirkt das Okular dem Bilde ba gegenüber (wie im Mikroskop) als Lupe: es entwirft von ihm ein Bild $b'a'$, virtuell, vergrößert und aufrecht. Das Fernrohrbild *bleibt* also umgekehrt. Man sieht daher durch dieses Fernrohr rechts



Abb. 736. Okular des terrestrischen Fernrohrs von FRAUNHOFER.

in links und oben in unten verkehrt und benützt es deswegen nur als *astronomisches Fernrohr*.

Für terrestrische Beobachtungen benützt man ein Fernrohr (meist *Handfernrohr*), das das umgekehrte Bild noch einmal umkehrt, also dem Objekt gleich richtet. Ein Linsensystem (DOLLOND, FRAUNHOFER) zwischen Objektiv und Okular zu diesem Zweck macht das *terrestrische Fernrohr* sehr lang und sehr schwer (Abb. 736). Ein anderer Kunstgriff verhilft uns zu einem aufrechten Bilde. Man benützt (Abb. 738) als

¹ Die Anforderungen an das Objektiv und an das Okular als Bilderzeuger unterscheiden sich so: das Objektiv soll ein Objekt abbilden, das sehr klein ist im Verhältnis zur Objektiv-Brennweite, soll aber sehr weit geöffnete Bündel benützen. Das Okular dagegen soll ein Objekt abbilden, das sehr enge Bündel auf die Linse schickt, das aber groß ist im Vergleich mit der Okular-Brennweite, vgl. hierzu Abb. 731 (Unterschrift).

Okular eine Bikonkavlinse B , und zwar in solchem Abstand von dem Objektiv O , daß die daraus austretenden Strahlen das Okular treffen, *ehe sie einander kreuzen* (zuerst von dem Niederländer LIPPERHEY 1608, ein Jahr später, aber unabhängig, von GALILEI erfunden). Erst dadurch, daß die Strahlen einander kreuzen, kehren sie das Bild um. Dann entsteht ein virtuelles, aufrechtes Bild. Dieses holländische (oder GALILEISCHE) Fernrohr kennt jeder vom Opernglase her als binokulares. Es hat nur noch geschichtliche Bedeutung, das ZEISSISCHE Prismenfernrohr (1893), ein astronomisches, hat es so gut wie vollkommen verdrängt.

Im astronomischen Fernrohr legt man den hinteren Brennpunkt F' des Objektivs fast mit dem vorderen des Okulars zusammen, um das reelle Bild im Brennpunkt des Objektivs mit dem Okular als Lupe betrachten zu können. Seine Länge ist daher fast genau gleich der Summe der beiden Brennweiten. Das Okular [Abb. 737 rechts] ist gewöhnlich das von RAMSDEN, ähnlich dem von HUYGENS Abb. 734 aus zwei plankonvexen Linsen. Man kann es für die folgenden Betrachtungen durch eine Bikonvexlinse ersetzt denken.

Im holländischen Fernrohr legt man den hinteren Brennpunkt des Objektivs fast mit dem vorderen des bikonkaven Okulars zusammen. Seine Länge ist daher fast genau gleich der Differenz der Brennweiten. NB. Der vordere Brennpunkt der Bikonkavlinse liegt rechts, wenn das Licht von links kommt (entgegengesetzt wie bei der Bikonvexlinse).

In das Rohr gelangen die Strahlen nur durch das Objektiv. Dem Okular gegenüber ist die Objektivfassung ein Objekt — und durch das Bild, das das Okular von dem Objektiv, oder besser: dem Fassungsrande entwirft,

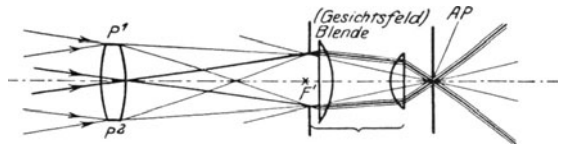


Abb. 737. Strahlengang im astronomischen Fernrohr.

müssen die aus dem Fernrohr austretenden Strahlen hindurch. (Ob sie alle in das Auge des Beobachters treten, ist eine andere Frage, s. unten.) Dieses Bild ist im astronomischen Fernrohr reell und liegt diesseits des Okulars (bei AP), d. h. außerhalb des Rohres, so daß man seine Augenpupille hineinbringen kann. (Sieht man in der Richtung der Fernrohrachse aus einigem Abstand das Okular an, so sieht man es als helle Kreisscheibe vor dem Okular schweben.) Es ist

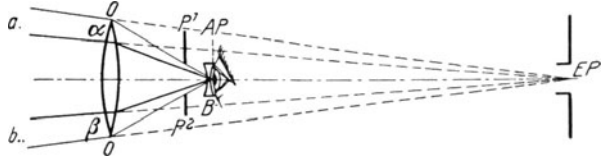


Abb. 738. Strahlengang im holländischen Fernrohr nach CZAPSKI (für das ruhende Auge, vgl. Abb. 707).

kleiner als die Pupille, in das Auge treten daher, wenn es durch das Fernrohr sieht, *alle* in diesem Bilde einander schneidenden Strahlenbündel, also *alle* durch das Objektiv eintretenden Strahlen. Dieses

Bild der Objektivfassung ist die Austrittspupille des astronomischen Fernrohrs, die Objektivöffnung selber daher Eintrittspupille. Ihr Durchmesser bestimmt die Öffnung der vom Objekt kommenden zum Bilde beitragenden Strahlenbündel, und damit im Zusammenhange seine Helligkeit und sein Auflösungsvermögen, er ist für das astronomische Fernrohr das, was die Apertur für das Mikroskop ist. Deswegen die Riesenrefraktoren, wie der Refraktor der Yerkes-Sternwarte mit 102 und der Lick-Sternwarte mit 91 cm Objektivdurchmesser.

Im holländischen Fernrohr ist das Bild der Objektivöffnung virtuell und liegt (Abb. 738) jenseits des Okulars (bei $P^1 P^2$), innerhalb des Rohres, man kann seine Augenpupille daher *nicht* an den Ort dieses Bildes bringen. Das Bild ist größer als die Augenpupille, sie taucht in den Lichtkegel ein und schneidet so viel aus ihm heraus, wie sie aufnehmen kann: daher wird sie zur Austrittspupille und das Bild, das das Fernrohr von ihr er-

zeugt, seine Eintrittspupille, es ist virtuell und vergrößert und liegt weit hinter dem Auge bei EP . Der Strahlengang im holländischen Fernrohr (CZARSKI 1887) ist daher für das ruhende Auge so wie in Abb. 738 dargestellt (für das blickende Auge wie in Abb. 707). Er ist grundverschieden von dem des astronomischen Fernrohres. Eine Folge davon ist z. B.: Im astronomischen durchkreuzen einander die wirksamen Bündel paralleler Strahlen alle im Objektiv, im holländischen dagegen durchkreuzen sie einander im Bild der Augenpupille, sie durchschneiden daher das Objektiv an verschiedenen Stellen (α , β).

Gesichtsfeld des Fernrohres. Unter Gesichtsfeld des Fernrohres schlechtweg versteht man gewöhnlich das *scheinbare* (bildseitige). Das wahre (objektseitige) Gesichtsfeld ist der Winkel, unter dem das Auge von der Mitte der Eintrittspupille aus das Objekt sehen würde. (Das Verhältnis des ersten Winkels zu dem zweiten, des *scheinbaren Gesichtsfeldes* zum wahren, gibt die Vergrößerung des Fernrohres an.) Das bildseitige Gesichtsfeld ist das Gesichtsfeld des Okulars, das als Lupe das reelle Bild in der Brennebene des Objektivs vergrößert. Das Gesichtsfeld der Lupe ist aber (S. 586) nur in einer Kreisscheibe von einem gewissen Durchmesser gleichmäßig hell, es wird randwärts immer dunkler. Man legt deswegen dorthin, wo das reelle Bild entsteht (Abb. 737), eine Blende, die nur den *gleichmäßig* hellen mittleren (hellsten) Teil frei läßt. Sie begrenzt das (scheinbare) bildseitige Gesichtsfeld, es ist der Winkel, unter dem sie von der Austrittspupille aus erscheint. Der Strahlengang im astronomischen Fernrohr — der Gang der *Hauptstrahlen* durch die Mitte der Austrittspupille AP und der Eintrittspupille EP — ergibt sich danach so, wie ihn Abb. 737 zeigt.

Im holländischen Fernrohr ist das wahre Gesichtsfeld der Gesichtswinkel, unter dem die Objektivöffnung erscheint, wenn man sich das Auge in der Eintrittspupille denkt. Das *scheinbare* Gesichtsfeld, d. h. das dem Auge unmittelbar zur Kenntnis kommende, ist gegeben durch den Winkel, unter dem das Auge beim Gebrauch des Fernrohres das *Bild* der Objektivöffnung sieht. Die Gesichtsfeldblende liegt nicht am Orte des Bildes selbst, und das Gesichtsfeld hat daher (wie beim Gesichtsfelde der Lupe erörtert) einen zentralen kreisförmigen Teil von konstanter und maximaler Helligkeit und um diesen einen Ring, in dem die Helligkeit randwärts bis Null abnimmt. Der Strahlengang im holländischen Fernrohr zeigt die Größe des Gesichtsfeldes abhängig von der des Objektivs. Zwei voneinander getrennte Objektpunkte (Abb. 738) wie a und b nehmen zu ihrer Abbildung voneinander getrennte Objektteile α und β in Anspruch. Soll also das Sehfeld nicht gar zu klein sein, so muß man das Objektiv groß machen. Aber aus Gründen, die das Okular angehen, ist die Grenze dafür bald erreicht.

Die Vergrößerung im Fernrohr ist im astronomischen wie im holländischen Fernrohr — wir übergehen den Beweis — gleich der Brennweite F des Objektivs dividiert durch die Brennweite f des Okulars: F/f . Deswegen macht man F möglichst groß und f möglichst klein. Die Vergrößerung der Operngläser macht man etwa dreifach, die der Refraktoren bis 250 fach¹.

ZEISS'SCHES PRISMENFERNROHR (ABBE 1893). Das Gesichtsfeld des holländischen Fernrohres ist *ungleichförmig* hell und bei den gebräuchlichsten Vergrößerungen (für das Theater etwa 3 fach) im Durch-

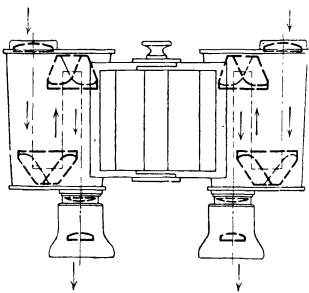


Abb. 739.
Prismendoppelfernrohr nach ABBE.

¹ **Normalvergrößerung** eines gegebenen Himmelsfernrohres heißt diejenige Vergrößerung, bei der das aus dem Okular austretende Strahlenbündel höchstens den gleichen Durchmesser hat wie die Pupille des beobachtenden Auges (im Dunkel der Nacht ca. 8 mm), d. h. bei der das ganze in das Objektiv eintretende Licht die Netzhaut des Auges erreicht. Bei geringerer Vergrößerung hat das austretende Bündel einen größeren Durchmesser als die Pupille, geht ein Teil der Strahlen also an der Pupille vorbei. Bei stärkerer Vergrößerung gelangt ebenfalls das ganze in das Objektiv eintretende Licht zur Netzhaut, die Helligkeit des Sternes sollte also gleich der bei der Normalvergrößerung sein. Tatsächlich werden aber dann noch wesentlich schwächere Sterne sichtbar als bei der Normalvergrößerung (infolge Abschwächung des Himmelsgrundes?). Ein Fernrohr mit einer Objektivöffnung von 16 cm Durchmesser hat z. B. die Normalvergrößerung 20.

messer nur etwa $2/5$ von dem eines gleich stark vergrößernden astronomischen Fernrohrs. Stärkere Vergrößerungen machen sein Gesichtsfeld unbrauchbar klein. Ein terrestrisches Fernrohr, das noch handlicher ist als das holländische, dabei ein ebenso großes und dabei gleichmäßig helles Gesichtsfeld hat und ebenso stark vergrößert wie das astronomische, ist das ZEISSsche Prismenfernrohr (auch als Doppelfernrohr für den Handgebrauch, Abb. 739). Es ist ein astronomisches Fernrohr, in dem ein Prismensystem (PORRO, 1850) das vom Objektiv erzeugte Bild umkehrt (Abb. 740). Sein Grundgedanke: Ein *aufrecht* stehender 90° -Winkelspiegel spiegelt ein vor ihm stehendes Objekt so: seine rechte Hälfte liegt *im Bilde* links und die linke rechts, oben und unten bleiben oben und unten; er bildet also Abb. 741 *a* in *b* ab. Bringt man den Spiegel *horizontal* vor das Objekt, so vertauscht er oben und unten, rechts und links bleiben rechts und links, er bildet also *a* in *c* ab. Spiegelt man daher das Objekt *a* erst an einem vertikalen, dann an einem horizontalen 90° -Winkelspiegel, so kommt es in die Lage *d*. Diesen Kunstgriff hat ABBE benützt. Er spiegelt im astronomischen Fernrohr das durch das Objektiv erzeugte Bild an einer Verbindung von zwei solchen entsprechend gestellten Winkelspiegeln und betrachtet es dann durch das Okular.

In Wirklichkeit läßt man aber nicht erst das umgekehrte Bild entstehen und spiegelt es dann, sondern man läßt (Abb. 739) die Winkelspiegel die Richtung der aus dem Objektiv kommenden Strahlen entsprechend ändern, *ehe* die Strahlen das Bild erzeugen, so daß es *aufrecht entsteht*. Die Spiegel sind Ebenen in total reflektierenden Prismen. Die mehrfachen Spiegelungen machen den Strahlenweg \sqcap -förmig, und das Rohr wird daher sehr kurz. Aber die Umformung des Strahlenweges verschiebt das Bild (und mit ihm das Okular) seitlich gegen die Achse des Objektivs. In einem Prismen-Doppel-

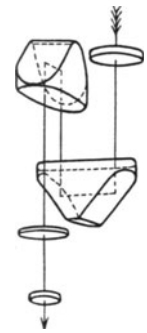


Abb. 740.
Prismenumkehrsystem nach PORRO.

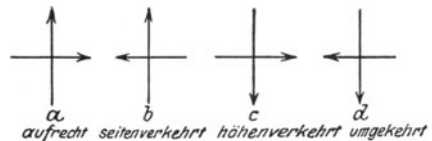


Abb. 741. Zur Wirkung des 90° -Winkelspiegels.
a Objekt.
b Bild von *a*, wenn die Spiegelkante parallel zur Längsrichtung von *a*.
c Bild von *a*, wenn die Spiegelkante quer zur Längsrichtung von *a*.
d Bild von *a*, wenn *a* an einem parallel und an einem quergestellten 90° -Winkelspiegel gespiegelt wird.

fernrohr stehen die Objektive daher weiter auseinander als die Okulare; daher die Form Abb. 739. Das Auseinanderrücken der Objektive erhöht die Tiefenwirkung des Doppelfernrohrs wesentlich.

B. Physikalische Optik.

Bisher haben wir nur von dem Lichtstrahl gesprochen, seiner Richtung und seiner Richtungsänderung durch Spiegelung und durch Brechung. Aber der Strahl, eine Gerade, die erst durch die Wellenfläche (S. 247) physikalische Bedeutung erhält, ist nur ein geometrischer Begriff. Der bisher behandelte Teil der Optik heißt daher *geometrische* Optik. Ihre Ergebnisse beruhen auf der Voraussetzung, daß sich das Licht geradlinig ausbreitet, nach einem bestimmten Gesetz gespiegelt und nach einem bestimmten Gesetz gebrochen wird. Eine Hypothese über den Mechanismus des Lichtes muß daher mit *diesen* Gesetzen der Ausbreitung, der Spiegelung und der Brechung vereinbar sein. Die *Wellentheorie* ist es: die Gesetze für die Brechung und die Spiegelung lassen sich aus dem HUYGENSSchen Prinzip (S. 247) erklären; die Geradlinigkeit der Ausbreitung aus der Kleinheit der Wellenlänge (S. 612). Sie erklärt auch — was der Korpuskulartheorie nicht gelingt — die Interferenz des Lichtes zwang-

los, und gerade das hat sie für ein Jahrhundert zur alleinigen Theorie der *physikalischen* Optik gemacht. Aber die letzten 30 Jahre haben optische Erscheinungen kennen gelehrt, deren Erklärung ihr *nicht* gelingt, wohl aber der Korpuskulartheorie (NEWTONS Emissionstheorie). Die Versöhnung beider Theorien miteinander ist eine Hauptaufgabe der Physik.

1. Die Interferenzerscheinungen und die Beugung des Lichtes.

Kohärente Lichtwellen. Die Vorstellung, daß das Licht eine Wellenbewegung ist, rechtfertigt sich dadurch, daß man planmäßig mit *Licht* einen Vorgang herbeiführen kann, wie ihn die Abb. 297 an *Wasserwellen* beschreibt, und wie wir ihn auch vom Schall (S. 281f.) kennen. Man kann das freilich nicht mit zwei *beliebigen* leuchtenden Punkten erreichen. Man muß nämlich an einem schwingungsfähigen Punkte, der in Ruhe bleiben soll, die Ruhe in *jedem Augenblick* dadurch herbeiführen, daß die beiden Antriebe, die die Wellen dem Punkte

erteilen, beide in *jedem Augenblick* gleich groß und einander *entgegengesetzt* gerichtet sind (an denjenigen Punkten des Interferenzgebietes, an denen andauernd eine *doppelt* so große Senkung oder Hebung stattfinden soll, als wenn der Punkt nur von *einer* der Wellen ergriffen wird, müssen die Antriebe dauernd gleich groß und *gleich gerichtet* sein). Mit andern Worten: um Interferenzerscheinungen zu geben, müssen die *Lichtwellensysteme* *andauernd* derartig miteinander zusammenhängen, daß in *jedem* Moment der Schwingungszustand des einen mit dem des andern *völlig* übereinstimmt, im besonderen so, daß eine Änderung irgendwelcher Art, die in dem *einen* System eintritt, im *gleichen* Moment *genau so* in dem anderen eintritt (*Kohärenz* der Wellensysteme). Zwischen *Lichtwellen*, die aus zwei voneinander *unabhängigen* Lichtpunkten herkommen¹, kann man diese Übereinstimmung niemals herbeiführen.

Lichtwellenkohärenz und -interferenz im FRESNELSchen Spiegelversuch (1824). Man kann kohärente Lichtwellen so erhalten: AS und AS' (Abb. 742) bedeuten zwei Spiegel, die in sehr stumpfem Winkel (fast einem gestreckten) scharf aneinanderstoßen, L bedeutet eine helle, geradlinige Lichtquelle (Spalt). Die Lichtquelle sei monochromatisch, z. B. gelb. Die von L ausgehenden Lichtwellen, die die Spiegel treffen, werden so zurückgeworfen, wie wenn sie von

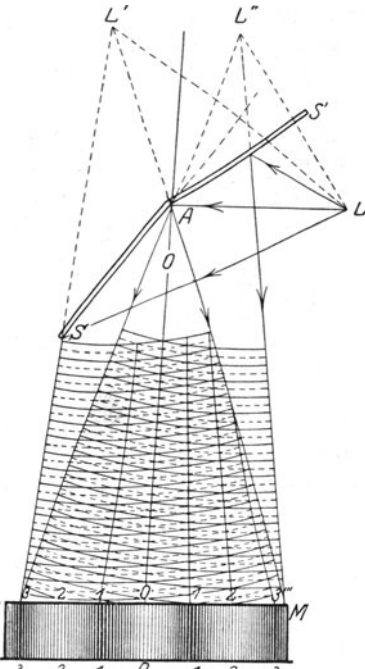


Abb. 742. Lichtwelleninterferenzversuch von FRESNEL. Horizontalschnitt durch die Anordnung, aber der Schirm steht in Wirklichkeit senkrecht zur Ebene der Abbildung. L die Lichtquelle, L' und L'' ihre an den Spiegeln S und S' erzeugten Bilder, 1 und 2 dunkle, 0 und 3 helle Interferenzstreifen auf dem Schirm.

den Spiegelbildern von L kämen: die von AS zurückgeworfenen, wie wenn sie von L' , die von AS' zurückgeworfenen, wie wenn sie von L'' herkämen. L' und L'' sind dadurch *kohärente* Lichtquellen, jede etwaige Änderung in der einen findet im selben Moment auch in der anderen statt, da *beide* in *derselben* Weise von der Lichtquelle L abhängen. Die Wellensysteme um L' und L'' greifen in dem

¹ Daß sie bei dem entsprechenden Wasserwellenvorgang vorhanden ist, hängt mit der Länge der Wellen zusammen.

Winkelraum O ineinander, hier ist das Interferenzgebiet. Man stellt einige Meter vom Spiegel einen Schirm¹ auf, parallel zu der gemeinsamen Spiegelkante und von den beiden Spiegelbildern gleich weit entfernt. Auf dem Stück nm des Schirmes in dem Interferenzgebiet zeigt sich dann — der Zweck der Versuchsanordnung — eine Reihe von schmalen vertikalen Streifen, *helle und dunkle abwechselnd*, symmetrisch zu beiden Seiten eines *hellen* Streifens OO , *mitten* zwischen n und m . (An die Stelle des Schirmes kann man *die Netzhaut* des Auges bringen und die Streifen durch eine Lupe betrachten.) Die Streifen sind nicht scharf begrenzt, die hellen sind in der Mitte am hellsten, die dunklen in der Mitte am dunkelsten, und von der hellsten Stelle des einen Streifens führt eine sanfte Abstufung zur dunkelsten des nächsten. Nähert man den Schirm den Spiegeln, so nähern sich die Streifen einander. Je nach der Farbe der Lichtquelle L haben sie eine andere Breite. Lassen wir an einem feinen Spalt, der bei L als Lichtquelle dient, das Sonnenspektrum vorüberziehen, so daß der Spalt in allen Farben der Reihe nach leuchtet, so sind die Streifen am breitesten, wenn der Spalt rot leuchtet, werden aber bei jeder folgenden Farbe schmaler und sind im Violett am schmalsten.

Abb. 743. Zur Interferenzfigur der Abb. 742.

Das sind die wesentlichsten Tatsachen, die der FRESNELSche Versuch kennen lehrt. Zu ihrer Deutung verhilft uns die Interferenz von zwei Wellensystemen, die sich auf derselben Wasserfläche (Abb. 297) ausbreiten, und sie lassen sich fast ebenso beschreiben, wenn wir uns auch hier nur an das halten, was in einer horizontalen Ebene (sie entspricht dem Wasserspiegel) vor sich geht, wie es Abb. 742 zeigt. Die Gerade NM , in der die Horizontalebene den Schirm schneidet, enthält, Abb. 743, eine Reihe von kurzen horizontalen Linien, helle und dunkle abwechselnd, symmetrisch zu einer hellen mitten zwischen n und m . Die Linien gehen ineinander über, entsprechend den vorhin beschriebenen Streifen. Nähert man den Schirm den Spiegeln, so rücken sie zusammen und vice versa. Bedeuten L' und L'' (Abb. 744) die Spiegelbilder, MN den Schirm, $a \dots b$ die Mitten jener Lichtlinien, so findet man: rückt der Schirm von MN nach $M'N'$, so rücken die Mitten der Linien aus der Lage $a \dots b$ in die Lage $a' \dots b'$ und bewegen sich dabei auf aa' , bb' usw., auf *Hyperbeln* mit den *Brennpunkten* L' und L'' . Und das zeigt die Ähnlichkeit dieser Erscheinung mit der früheren und kennzeichnet sie als Welleninterferenz.

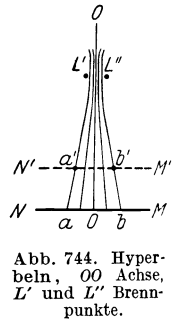


Abb. 744. Hyperbeln, OO Achse, L' und L'' Brennpunkte.

Dieselben Kurven sieht man in Abb. 297 erstens als diejenigen Linien, die die dauernd ruhenden Punkte enthalten, und zweitens als diejenigen Linien, die die Punkte dauernd stärkster Bewegung enthalten. Die Punkte L' und L'' der Abb. 742 entsprechen den Zentren A und B der Wellensysteme. Die Kurven liegen paarweise ($11\ 22\ 33 \dots$) symmetrisch zu einer Geraden OO mitten zwischen den Erregungszentren. Die Kurven $1, 3 \dots$ in Abb. 742 entsprechen den Kurven mit den ruhenden Punkten des Wasserspiegels Abb. 297, die Kurven $0, 2 \dots$ den Kurven mit den Punkten stärkster Bewegung. Charakteristisch ist für jede einzelne Kurve: Jeder ihrer Punkte steht von L' und L'' *verschieden* weit ab, aber der *Unterschied* dieser Abstände ist für jeden Punkt derselben Kurve *gleich* groß, der Unterschied beträgt für jeden Punkt der Kurve

$$\begin{matrix} 1 & 3 & 5 & 2 & 4 & 6 \\ \frac{1}{2}\lambda & \frac{3}{2}\lambda & \frac{5}{2}\lambda \dots & \frac{2}{2}\lambda & \frac{4}{2}\lambda & \frac{6}{2}\lambda \dots \end{matrix}$$

Die ebene Kurve, deren Punkte diese Eigenschaft haben, ist die *Hyperbel* (Abb. 745) wie Parabel und Ellipse ein Kegelschnitt), eine symmetrische Kurve mit zwei Ästen, die ins

¹ In der Abbildung ist der Schirm in die Horizontalebene herumgeklappt, um die auf ihm entstehenden *Streifen* zu zeigen.

Unendliche gehen. F und F' sind ihre *Brennpunkte*; sie entsprechen den Punkten L' und L'' der Abb. 744. Die Kurve ist dadurch charakterisiert, daß

$$P_1F - P_1F' = P_2F - P_2F' = P_3F - P_3F' = \dots = \text{konst.},$$

wo die P Punkte der Kurve bedeuten.

Die Wellennatur des Lichtes. Wir gehen zurück zu Abb. 744. Die Kurven sind Hyperbeln mit L' und L'' als Brennpunkten. Jeder Punkt *derselben* Kurve steht also von L' und L'' um *dieselbe* Größe *verschieden* weit ab. Die Punkte der Geraden OO stehen von L' und L'' *gleich* weit ab, d. h. die *Differenz* ihrer Abstände von L' und L'' ist Null. Der Punkt auf dem Schirm, den OO durchsetzt, ist hell, ebenso beiderseits der 2., der 4., der 6. Dagegen sind beiderseits der 1., 3., 5. dunkel. Die Wellentheorie des Lichtes sieht in dieser regelmäßigen Aufeinanderfolge von *Hell* und *Dunkel* auf dem Schirm ein Seitenstück zu der regelmäßigen Aufeinanderfolge von Stellen stärkster *Bewegung* und Stellen vollkommener *Ruhe* auf der Wasserfläche, Abb. 297, sie deutet die Erscheinung so: Um L' und L'' als Erregungsmittelpunkte breitet sich je ein System von Ätherwellen aus (wie um A und um B die Wasserwellen), wir *sehen* zwar nicht die *Wellen* des Äthers, wir nehmen aber

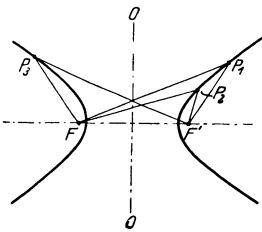


Abb. 745. Hyperbel.

ihre *Wirkung* wahr — als Licht. Das billionenmal in der Sekunde vor sich gehende „Auf und Ab“ der Ätherwelle nehmen wir nicht wahr. (Unser Auge kann dem *Wechsel* nicht folgen, es erfährt von einer Lichtquelle einen *einheitlichen* Eindruck.) Breiten sich aber um zwei getrennte Punkte zwei kohärente (S. 602 m.) Systeme von Ätherwellen aus, die ineinandergreifen, dann müssen sie einander gegenseitig verstärken und gegenseitig schwächen. Wo sie mit gleicher Phase zusammentreffen, müssen sie einander verstärken, also dauernd den Eindruck

gesteigerter Helligkeit hervorrufen; wo sie mit *entgegengesetzter* Phase zusammentreffen, müssen sie einander schwächen, also dauernd den Eindruck *geringerer* Helligkeit hervorrufen. Gesteigerte (verminderte) Helligkeit *vertritt* hier die stärkere (schwächere) Bewegung.

Die Punkte mit der *stärksten* Bewegung, also auch der größten Helligkeit (○), sind diejenigen, deren Abstände von L' und L'' sich um $0, 1, 2, 3 \dots$ ganze Wellenlängen λ unterscheiden — und die Punkte *ohne* Bewegung, also in völliger Dunkelheit (●), diejenigen, deren Abstände von L' und L'' sich um $1, 3, 5 \dots$ halbe λ unterscheiden. An den Punkten *zwischen* je zwei benachbarten ○ und ● treffen die Wellen in solcher Phase zusammen, daß sie irgendeine Helligkeit *zwischen* ○ und ● hervorrufen. Zwischen dem ersten ○ und dem ersten ● liegen z. B. alle Punkte, deren Abstände von L' und L'' sich um mehr als 0 und um weniger als $\frac{1}{2}\lambda$ unterscheiden. Zwischen dem ersten ● und dem zweiten ○ alle diejenigen, deren Abstände von L' und L'' sich um mehr als $\frac{1}{2}\lambda$ und weniger als 1λ unterscheiden usw.

Zuletzt war nur von *Punkten* auf dem Schirme die Rede, vorher von *Streifen*, weil wir zuletzt nur von dem Vorgange in einer Horizontalebene gesprochen haben, die als Schnitt durch die Versuchsanordnung (Abb. 743) und durch den Schirm zu denken war. Was von *dieser* Horizontalebene gilt, gilt aber von *jeder* benachbarten Ebene, die parallel unter oder über ihr liegt. Die Punkte auf dem Schirm, von denen wir zuletzt gesprochen haben, finden sich daher in *jeder* Horizontalebene durch die ganze Versuchsanordnung *an derselben* Stelle, bilden zusammen also vertikale Geraden auf dem Schirm, die sich zu den zuerst beschriebenen Streifen gruppieren.

Der **FRESNELS**che Versuch lehrt: 1. Es gibt Lichtwellen, 2. die Wellen sind von sehr *verschiedener* Länge, 3. je nach der *Farbe* des Lichtes ist die *Wellenlänge* verschieden; oder umgekehrt: es hängt von der Länge der Welle ab, in welcher

Farbe uns das Licht erscheint. Die Zahlenbeziehung zwischen Wellenlänge λ und Streifenbreite β gibt (hier genügend genau) folgende Formel wieder, die wir ohne Beweis anführen:

$$\lambda = \beta \cdot \frac{a}{d} \quad \text{oder auch} \quad \beta = \frac{d}{a} \cdot \lambda,$$

wo a den gegenseitigen Abstand der Spiegelbilder L' und L'' bedeutet, d den Abstand des Schirmes von der Ebene der Spiegelbilder. Hieraus läßt sich die Wellenlänge berechnen, wenn a , d und β bekannt sind (aber das Verfahren wird von anderen an Genauigkeit *weit* übertroffen). Sie ist im Rot etwa 0,000760 mm, im Violett etwa 0,000390 mm, daher muß man a im Verhältnis zu d sehr klein machen, um die Streifen zu erzeugen. Macht man $a = 1$ mm und $d = 5$ m, so ist $\beta = 5000 \cdot \lambda$, d. h. im Rot etwa 3,8 mm, im Violett etwa 2 mm.

Beleuchtet man den Spalt mit *weißem* Licht, d. h. mit *allen* Farben des Spektrums *gleichzeitig*, dann legen sich Systeme von Streifen verschiedener Breite und verschiedener Farbe auf dem Schirme *übereinander*. Seine Mitte durchzieht ein weißer Streifen mit farbigen Rändern. Denn hier liegen *helle* Streifen von sämtlichen Farben übereinander. Die Streifen werden aber vom Rot bis zum Violett immer schmäler, von der Mitte des roten Streifens an nach dem Rande zu summieren sich daher immer weniger Farben hinzu, so daß er sich randwärts immer weiter von Weiß entfernt und am Rande rot ist.

Das FRESNELSche *Bi-prisma* (Abb. 746) und die BILLETSchen *Halblinsen* (Abb. 747) spalten die Lichtquelle L durch *Brechung* in zwei kohärente Lichtquellen L' und L'' und schaffen für sie ein Interferenzgebiet (in der Abbildung schraffiert). Sie haben nur noch geschichtliche und belehrende Bedeutung, eine höchst praktische hat dagegen die von MICHELSON stammende Anordnung einer vertikal stehenden planparallelen Glasplatte zwischen zwei rechtwinklig zueinander und vertikal stehenden Spiegeln, die Platte Winkel von 45° mit den Spiegeln bildend

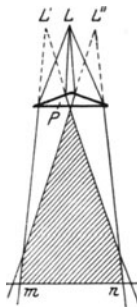


Abb. 746. Bi-prisma (P) (FRESNEL).

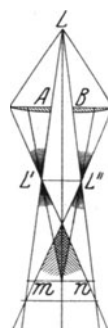


Abb. 747. Halblinsen (A,B) (BILLET).

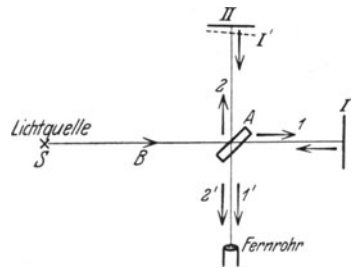


Abb. 748. Planparallele Glasplatte (A) (MICHELSON).

Zur Erzeugung interferenzfähiger (kohärenter) Lichtwellen.

(Abb. 748). Sie ist die Grundlage seines Interferometers (1880), eines der wichtigsten physikalischen Meßgeräte. Das von der Lichtquelle S kommende Licht fällt auf die (leicht versilberte) Oberfläche der planparallelen Glasplatte A . Die Platte läßt die Hälfte hindurch und wirft die andere zurück und spaltet so ein auf sie auffallendes Bündel B in zwei kohärente Bündel 1 und 2 , sie läßt 1 hindurch und wirft 2 zurück. 1 trifft senkrecht auf den Spiegel I , 2 senkrecht auf den Spiegel II . Jedes wird in sich zurückgeworfen und kehrt zu der Platte zurück. Sie läßt 1 zum Teil, zur Lichtquelle hin, hindurch und wirft 2 zum Teil eben dahin zurück. Die von 1 und 2 übrigbleibenden Bündel $1'$ und $2'$ interferieren miteinander, die entstehende Interferenzfigur beobachtet man in einem Fernrohr. Wären I und II *genau* rechtwinklig zueinander, also zu den Bündeln 1 und 2 *genau* senkrecht, so würden diese einfach kongruieren, aber niemals Interferenzen geben. Daß sie interferieren, kommt daher, daß die Spiegel *nicht genau* senkrecht aufeinander stehen: Im Fernrohr sieht man I an der Platte A gespiegelt und I' als dieses Spiegelbild. Es ist *stets* eine Abweichung vorhanden, die es zuwege bringt, daß II und das Spiegelbild I' nicht zusammenfallen, sondern einen Keil mit äußerst kleinem Winkel bilden (von der Ordnung $1''$ oder noch weniger). Dadurch bringen I und II die Bündel $1'$ und $2'$ zur Interferenz (S. 606 u.). Der Abstand b zwischen den Interferenzstreifen ist

$$b = \frac{\lambda}{2\varphi}, \quad \text{wo } \varphi \text{ der soeben erwähnte Keilwinkel ist und } \lambda \text{ die Wellenlänge.}$$

Farben dünner Blättchen. Jeder durchsichtige Stoff erscheint im reflektierten Tageslicht farbig, wenn er eine genügend dünne Schicht bildet, z. B. eine Seifenblase, ein Öltropfen, der sich auf Wasser ausbreitet, Glas, das zu einer sehr dünnen Haut ausgeblaut ist. Man nennt diese Farben *Farben dünner Blättchen*, sie entstehen durch Interferenz: CD (Abb. 749) sei ein sehr dünnes durchsichtiges Blättchen, seine Grenzflächen 1 und 2 seien einander parallel (die Erscheinung hängt auch von der gegenseitigen Neigung der Grenzflächen ab). Das Blättchen werde von homogenem Licht, etwa rein rotem, beleuchtet, und zwar von einem Bündel *paralleler* Lichtstrahlen. Der Lichtstrahl A , der Repräsentant des Bündels, wird von der Fläche 1 zurückgeworfen als Strahl A_1 — aber nur zum Teil; zum

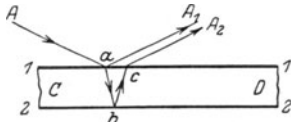


Abb. 749. Entstehung der Farben äußerst dünner durchsichtiger Schichten als Wirkung der Lichtwelleninterferenz (Farben dünner Blättchen).

anderen Teil dringt er in das Blättchen ein, wird gebrochen, dann von der Fläche 2 zurückgeworfen und tritt schließlich parallel zu A_1 wieder aus der Platte aus als Strahl A_2 (das gilt auch von jedem zu A parallelen Strahl). Um den Vorgang deutlich zu machen, zeigt die Abbildung eine dicke Platte, tatsächlich handelt es sich immer nur um Dicken von einigen zehntausendstel Millimeter. A_1 und A_2 fallen dann beinahe zusammen. Sie sind wie beim FRESNELSchen Versuch aus demselben Strahl A hervorgegangen, sind also interferenzfähig. Treffen A_1 und A_2 ein für parallele Strahlen akkommodiertes Auge, d. h. sieht das Auge entgegen der Richtung dieser interferierenden Strahlen die Stelle der Platte an, von der sie herkommen, so sieht es die Stelle in einer Helligkeit, die davon abhängt, wie die beiden Wellensysteme dort zusammentreffen, d. h. ob sie die Stelle zu einer solchen stärkster Bewegung oder völliger Ruhe oder mittlerer Bewegung machen. Heben sie einander auf, so gelangt von dieser Stelle her kein Licht in das Auge, und das Blättchen erscheint dort dunkel. Heben sie einander nicht auf, so liegt die Helligkeit jener Stelle zwischen völliger Dunkelheit und einem Helligkeitsmaximum. Was eintritt, hängt von folgendem ab. Die bei c austretende Welle tritt erst dann zu der bei a gespiegelten hinzu, nachdem sie den Weg abc durchlaufen hat. Ob sie am Ende dieses Weges dieselbe Phase hat wie die von a ausgehende, oder nicht, das hängt von der Länge des Weges ab, d. h. von der Dicke des Blättchens und von dem Einfallswinkel des Lichtes. Angenommen, die beiden Wellen haben entgegengesetzte Phasen, d. h. die Strahlen A_1 und A_2 löschen einander aus. Was von A gilt, gilt auch von jedem zu ihm parallelen Strahl. Ist also das Blättchen, wie wir annehmen, parallelwandig, so legt jeder Strahl, der zu A parallel in das Blättchen eintritt, in dem Blättchen dieselbe Weglänge zurück; jeder wird in zwei gespalten, die einander aufheben, und das ganze Blättchen erscheint dem auf unendlich akkommodierten Auge vollkommen dunkel. Wohlgermerkt: nur bei dieser Richtung des einfallenden Lichtes. Ändert sie sich, so ändert sich auch die Weglänge in dem Blättchen, und die Strahlen brauchen einander nicht mehr zu vernichten. Ein durchsichtiges, dünnes, parallelwandiges Blättchen, das im homogenen Licht hin und her gedreht wird, spiegelt daher (je nach seiner Neigung zu dem einfallenden Lichte) zu dem Auge Licht hin oder nicht und erscheint je nachdem hell oder dunkel. Und ebenso muß ein dünnes Blättchen, das nicht parallelwandig ist, d. h. ungleichmäßig dick ist, auch ohne daß es bewegt wird, an gewissen Stellen Licht reflektieren und hell erscheinen; an anderen nicht, also dunkel erscheinen.

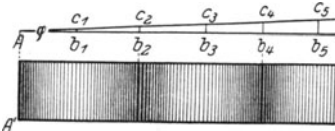


Abb. 750. Keilförmige Luftschicht als keilförmiges dünnes Blättchen.

Das sieht man leicht an einem sehr dünnen keilförmigen Blättchen, z. B. dem kontinuierlichen von A nach b hin an Dicke zunehmenden Blättchen (Abb. 750).

Die Stellen größter Dunkelheit und größter Helligkeit liegen parallel zur Kante AA' des Keiles, weil die zu ihr parallelen Schnitte cb die Stellen gleicher Dicke sind. — Der Einfluß der Schichtdicke wird sehr deutlich, wenn man (NEWTON) eine sehr schwach gekrümmte Konvexlinse AB von mehreren Meter Brennweite auf eine Glasplatte GH legt (Abb. 751) und von oben her betrachtet: man sieht einander umgebende abwechselnd helle und dunkle Kreisringe um den Berührungspunkt als Mittelpunkt (Abb. 752).

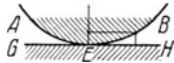


Abb. 751. NEWTONS Farbenglas. (Zur Erzeugung einer keilförmigen Luftschicht).

eine Luftschicht voneinander getrennt, deren Dicke im Berührungspunkte E Null ist und von hier aus wie bei dem keilförmigen Blättchen nach außen sehr langsam zunimmt. Die dünne Luftschicht vertritt die Stelle eines dünnen Blättchens. Die Stellen gleicher Dicke

stehen gleich weit von E ab, bilden also Kreise um E als Mittelpunkt, je dünner oder dicker die Luftschicht, desto kleiner oder größer ist der zugehörige Kreis (NEWTONSche Ringe). Ändert sich der Einfallswinkel des Lichtes, so ändert sich auch der Radius der Ringe.

Man kann an den NEWTONSchen Ringen die Wellenlänge des Lichtes messen; man kann sie aus dem Radius der Linse und aus dem Radius der Ringe berechnen. Die praktische Optik prüft beim Linsenschleifen mit ihrer Hilfe (FRAUNHOFER, LÖBER), ob die zu schleifende Linsenfläche dieselbe Krümmung hat wie die als Norm dienende Probefläche oder nicht. Legt man beide aufeinander — die eine ist konvex, die andere konkav — so treten die Ringe auf, wenn die Krümmung verschieden ist, sie bleiben aus, wenn die Krümmung beider an allen Punkten übereinstimmt.

Die Interferenzerscheinungen des einfarbigen Lichtes (S. 606 u.) an dünnen Blättchen, planparallelen wie keilförmigen, ließen nur Abstufungen der Helligkeit zu. Vernichtung oder Abschwächung dieses Lichtes einer Stelle bedeutet daher Vernichtung oder Abschwächung der Beleuchtung überhaupt. Anders im Tageslicht. Das Tageslicht (*weißes* Licht) enthält Wellen von sämtlichen Längen, auf die unser Auge reagiert. Wird das dünne parallelwandige Blättchen (Abb. 749) mit weißem Licht beleuchtet, und sind Einfallswinkel und Dicke des Blättchens derart, daß es in homogenem roten Licht schwarz aussieht, so wird im *weißen* Licht dieses Rot allerdings auch verschwinden, aber *nur das Rot* verschwindet, die anderen im Weiß enthaltenen Farben bleiben, und in der aus *ihnen resultierenden Farbe* erscheint nun das ganze Blättchen, d. h. in einer Farbe, die von der Dicke des Blättchens und dem Einfallswinkel des einfallenden Lichtes abhängt. Wenn wir es hin und her drehen, so erscheint es nacheinander in verschiedenen Farben; ist es *nicht* parallelwandig, so erscheint es, auch ohne daß wir es hin und her drehen, an den verschieden dicken Stellen verschieden gefärbt. — In derselben Weise erklärt sich, daß die Streifen des keilförmigen Blättchens und ebenso die NEWTONSchen Ringe nicht bloß abwechselnd hell und dunkel, sondern mannigfach gefärbt sind, wenn sie aus weißem Licht entstehen. Nur die Kante des Keiles und nur der Berührungspunkt zwischen Linse und Platte sind schwarz. Dort werden alle Wellen durch Interferenz vernichtet, wird also alles Licht ausgelöscht. — Warum erscheinen nicht auch dicke Platten im Tageslicht gefärbt? Die Antwort kann man mit Hilfe der NEWTONSchen Ringe geben. Entstehen die Ringe aus einfarbigem Licht, so sind sie noch weit vom Berührungspunkt der Linse wahrnehmbar, also an Stellen, an denen die Luftschicht schon ziemlich dick ist. Aber je weiter weg sie vom Scheitel der Linse liegen, d. h. je dicker die Schicht ist, bei deren Durchstrahlung die Interferenz entsteht, desto *enger* liegen die Ringe



Abb. 752. NEWTONSche Ringe im homogenen reflektierten Licht.

beieinander, um schließlich ineinander zu verschwimmen. Benützt man daher anstatt des einfarbigen Lichtes weißes Licht, das ja *alle* Farben enthält, so entstehen an jener Stelle Ringe von allen möglichen Farben eng beieinander, so daß ihr Gemisch zusammen den Eindruck des Weißen, des Farblosen ergibt. Ähnlich erklärt sich, daß eine dicke durchsichtige Platte in Tageslicht farblos ist. Wendet man aber *ein*farbiges Licht an, so kann man auch bei beträchtlicher Dicke der Platte die Interferenz des Lichtes noch wahrnehmen, ja sie wird sogar zum Kriterium dafür, ob eine Glasplatte, die *angeblich* parallelwandig ist, es *wirklich* ist. Ist sie es *nicht*, so zeigt sie Interferenzlinien (FIZEAUSche Streifen) aus einem ähnlichen Grunde, aus dem auch das keilförmige Blättchen sie zeigt. Aber diese Interferenzlinien sind viel schwerer wahrzunehmen als die des keilförmigen Blättchens, und bei einer gewissen Dicke der Platte verschwinden sie auch im *ein*farbigen Licht. Tatsächlich treten sie auch an völlig planparallelen Platten auf (HAIDINGER, 1854), nur fordern sie, um sichtbar zu werden, ganz besondere Versuchsbedingungen (LUMMER). Sind diese aber erfüllt, so liefern die HAIDINGERSchen Ringe

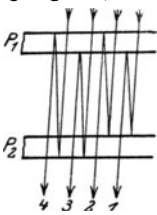


Abb. 753. Entstehung der Interferenzstreifen an zwei planparallelen, einander nicht ganz parallelen Glasplatten (BREWSTERSche Streifen).

die Grundlage für die *Interferenzspektroskopie*, das weitaus empfindlichste Verfahren, eine Lichtquelle — im besonderen eine Spektrallinie — auf ihre Homogenität zu untersuchen (FABRY-PEROT, Luftplattenspektroskop; LUMMER-GEHRCKE, Glasplattenspektroskop).

Anwendung der Interferenzerscheinungen zu physikalischen Messungen. Man benützt die Interferenzkurven z. B. im JAMINSchen Interferenzrefraktometer, um sehr kleine Veränderungen von Brechungsahlen zu ermitteln, und in dem Dilatometer von FIZEAU-ABBE, um Wärmeausdehnungskoeffizienten fester Stoffe zu messen. Das Interferenzrefraktometer benützt die BREWSTERSchen Streifen. Stellt man zwei *gleich* dicke parallelwandige durchsichtige Platten einander parallel gegenüber und läßt man parallele Lichtstrahlen darauf fallen, so wird das Licht beim Durchgange durch die Platten mehrfach gebrochen und mehrfach gespiegelt (Abb. 753). Sind die Platten genau

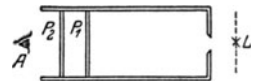


Abb. 754. Beobachtung der BREWSTERSchen Streifen.

gleich dick, genau parallelwandig und einander genau parallel, so treten die parallelen Strahlen aus den Platten in gleicher Phase aus und kommen auch beim Auge so an. Denn was für den einen Strahl gilt, gilt für alle, es kann also kein Unterschied entstehen. Sind aber die Platten einander nicht genau parallel, dann sind die Strahlenwege etwas verschieden voneinander, die Strahlen können infolgedessen interferieren. Sieht man dann durch die Platten nach der Lichtquelle hin, so sieht man gewisse Interferenzkurven (BREWSTERSche Streifen). Die Anordnung Abb. 754 zeigt sie nicht sehr deutlich, viel besser die im JAMINSchen Refraktometer (Abb. 755). Man sieht den einfallenden Strahl sich durch Brechung und Spiegelung (die Platten P_1 und P_2 sind an den Hinterflächen versilbert) in zwei Strahlen 2 und 3 spalten. Die beiden Strahlen, die schließlich miteinander interferieren, sind sehr weit voneinander getrennt. Das ist einer der Hauptvorzüge des Instruments, und er wird durch besondere Kunstgriffe (MACH, ZEHNDER) noch weiter, bis zu 50 cm, vergrößert. Abb. 755 zeigt auch, wie man das in dem Instrument verwertet. JAMIN hat z. B. das Brechungsverhältnis der Luft bei verschiedenen Temperaturen damit untersucht. Man bringt zwei genau gleiche, mit Glasplatten verschlossene Röhren in den Gang der Lichtstrahlen. Solange die Übereinstimmung besteht, bleibt der Gangunterschied der Strahlen

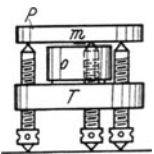


Abb. 756. Zum Dilatometer von FIZEAU-ABBE zur Messung von Wärmeausdehnungskoeffizienten fester Stoffe (des Körpers O).

durch die Röhren hindurch unverändert, also auch die Interferenzfigur. Aber die geringste Änderung in einer der Röhren kündigt sich durch eine Verschiebung der Interferenzstreifen an. Man beobachtet sie von A aus mit einem Fernrohr.

Mit dem FIZEAU-ABBESchen Dilatometer mißt man den Wärmeausdehnungskoeffizienten fester Stoffe. Das Prinzip stammt von FIZEAU, das Instrument und einige Verbesserungen der ursprünglichen Beobachtungsmethode von ABBE. Man benützt die Interferenzkurven, die eine keilförmige, sehr dünne Schicht in parallelem einfarbigem Licht zeigt.

Der wesentliche Teil des Apparates ist das FIZEAUSCHE Tischchen (Abb. 756). Die stählerne Tischplatte T trägt das zu messende, mit nahezu parallelen Endflächen versehene Objekt O . Dicht darüber liegt die planparallele Glasplatte P , deren Abstand von dem Objekt man durch Schrauben reguliert. Man macht den Zwischenraum zwischen beiden keilförmig und kleiner als $\frac{1}{10}$ mm und beleuchtet den Luftkeil von oben her mit parallelem einfarbigem Licht. Dann entstehen (S. 607 o.) Interferenzstreifen, der Keilkante parallel. Dehnt sich das Objekt aus (die Ausdehnung der Schrauben wird besonders berücksichtigt), so ändert sich die Keildicke und die Kurven wandern. Man beobachtet die Streifen durch ein Fernrohr und benützt ihre mikrometrisch gemessene Verschiebung gegen die Marke m zur Rechnung.

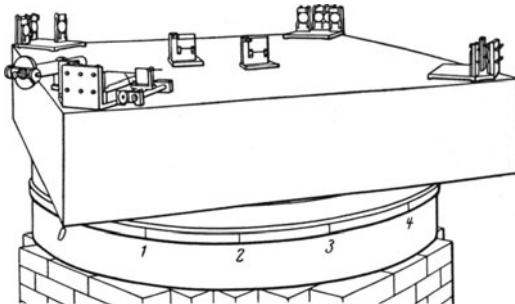


Abb. 757. Anordnung des durch Abb. 758 beschriebenen Versuchs.

Die MICHELSON - Interferometer.

Ungeheuer wichtige Meßinstrumente sind die Interferometer von MICHELSON. Ursprünglich hieß „Interferometer“ nur die Anordnung Abb. 748,

aber je nach der Aufgabe, die es lösen sollte, und nach der man sich mit der Herbeiführung der Interferenz richten mußte, hat MICHELSON es anders angeordnet. Mit der Anordnung der Abb. 748 hat er den zum Schlagwort gewordenen „MICHELSON-Versuch“ ausgeführt (1881), der ermitteln sollte, ob die Erde durch den Lichtäther hindurchfährt (Ätherwind, Ätherdrift) oder ob sie ihn mitnimmt, kurz: ob der Lichtäther die Bewegung der Erde mitmacht oder nicht. Es kam auf die Frage hinaus, ob sich das Licht in der Richtung der Erdbewegung schneller ausbreitet als senkrecht dazu, also auf die Frage, ob das Licht von $A-I$ und zurück schneller läuft, wenn die Strecke $A-I$ in der Richtung der Erdbewegung liegt, als wenn sie senkrecht dazu liegt. Falls die Erfahrung die Frage bejahte, mußten die Interferenzstreifen bei der ersten Lage des Interferometers anders liegen als bei der zweiten; sie mußten sich, wenn man das Interferometer in seiner Ebene um 90° drehte, senkrecht zu ihrer Längsausdehnung verschieben. Der Versuch fiel negativ aus.

Um die Meßgenauigkeit noch zu steigern, ging MICHELSON zu der Anordnung Abb. 757/8 über. Das Ergebnis war dasselbe¹. Was das negative Ergebnis des MICHELSON-Versuches bedeutet, haben wir S. 121/2 besprochen: es ist die unerläßliche Voraussetzung für die Relativitätstheorie. Unter den Anwendungen des Interferometers für Messungen sind neben den Ätherdriftversuchen am bekanntesten geworden die Ausmessung des Meters in Lichtwellenlängen, ferner eine neue Form des FIZEAUSCHEN Versuches (S. 127) und schließlich Winkelmessungen in der Astronomie, die bis dahin wegen der Kleinheit der zu messenden Größe unausführbar waren, im besonderen die Messung einiger Sterndurchmesser und der gegenseitige Abstand von Doppelsternen im Winkelmaß.

Beugung des Lichtes durch einen engen Spalt (GRIMALDI, 1665). Aus dem Zusammenwirken der Elementarwellen (S. 249) erklärt sich (nach FRESNEL, 1819), warum sich das Licht für gewöhnlich geradlinig fortpflanzt, d. h. in Strahlen, die nicht um die Ecke biegen. In ein dunkles Zimmer treten durch einen scharf begrenzten, vertikalen Spalt ($\frac{1}{2}$ mm) im Fensterladen parallele Lichtstrahlen, und in großem Abstände (2—3 m) davon fallen sie auf eine dem Fenster parallele weiße Wand. Wir

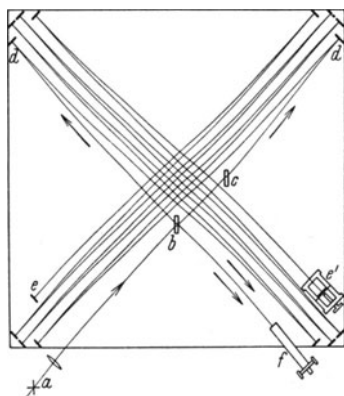


Abb. 758. Interferometer zum Ätherwind-Versuch (MICHELSON und MORLEY 1887); auf einem quadratischen Steinblock von 150 cm Seite und 25 cm Dicke, der auf einem kreisförmigen Holzring sitzt, das Ganze auf Quecksilber schwimmend, um äußere Einwirkungen bei der Drehung des Interferometers möglichst auszuschließen. In den Ecken vier Spiegel $d e e'$. b die planparallele leicht versilberte Glasplatte. α = Argandbrenner, f = Fernrohr, beide an die Bewegung des Steinblocks gebunden. (Strahlenweg ca. 11 m). c Glasplatte zur Kompensation von b .

¹ Wiederholt mit demselben Ergebnis und noch größerer Genauigkeit von Joos (1930) in Jena mit einem von ZEISS gebauten Interferometer.

erwarten dann auf ihr einen scharf begrenzten, vertikalen hellen Streifen von der Breite des Spaltes zu sehen. Die Wand zeigt (Abb. 759 a) aber den hellen Streifen viel breiter und zu seinen beiden Seiten einige ihm parallele schmale Streifen, helle



Abb. 759 a.

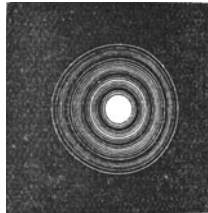


Abb. 759 b.

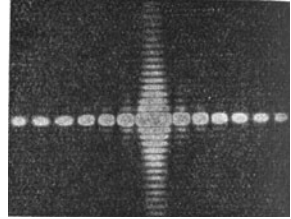


Abb. 759 c.

Durch Beugung des Lichtes entstandene Interferenzfiguren.

und dunkle abwechselnd, die hellen schon in kurzem Abstand von dem mittleren Streifen so sehr an Helligkeit verlierend, daß sie bald unwahrnehmbar sind und nur noch der dunkle Grund wahrnehmbar ist. Ist das Licht einfarbig, so sind die

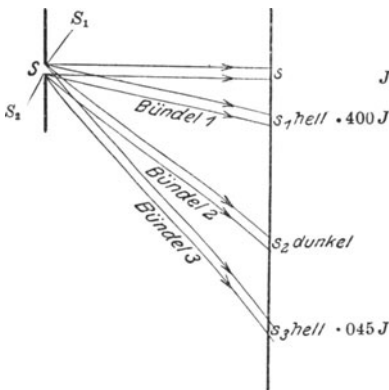


Abb. 760. Entstehung abwechselnder dunkler und heller Streifen als Interferenzfiguren durch Beugung homogenen Lichtes. s_1 muß in s eingreifen. Der mittlere helle Streifen ist doppelt so breit wie jeder andere helle Streifen.

Streifen einfarbig hell und dunkel; sonst sind sie mischfarbig. Abb. 760 ist ein horizontaler Schnitt durch den Spalt und den Schirm. Es bedeutet s den Durchschnitt durch den Lichtstreifen, den wir allein erwartet haben, und s_1, s_2, s_3 den durch andere Streifen. Beim Durchtritt durch S sind die Strahlen also sowohl in ihrer Einfallsrichtung weitergegangen, wie auch um die Spaltränder gebogen. Analog hierzu ist: Stellt man in den Gang von parallelen Lichtstrahlen einen sehr schmalen undurchsichtigen Körper [gerade gespannten Draht] und läßt man ihn auf einen weit entfernten Schirm einen Schatten werfen, so ist der Schatten nicht scharf, sondern beiderseits von sehr feinen, abwechselnd hellen und dunklen Streifen begrenzt. — Diese Ablenkung des Lichtes heißt *Beugung*, der Spalt die *Beugungsöffnung*. Die Form der *Beugungsfigur* auf dem Schirm (Abb. 760 a b, c)

hängt von der der Öffnung ab, für die Folge nehmen wir sie stets als einen geraden, sehr engen, durch zwei Schneiden scharf begrenzten Spalt an — „sehr eng“ heißt: nicht sehr breit im Vergleich zur Lichtwellenlänge.

Wie entstehende Beugungsstreifen? Die Lichtstrahlen, die den Spalt durchsetzen, nehmen wir parallel an, d. h. die Lichtquelle unendlich weit weg von der Beugungsöffnung. Alle Ätherteilchen in der Spaltebene werden dann *gleichzeitig* von der Wellenbewegung erfaßt. Jeder einzelne Punkt des Spaltes wird zum Ausgangspunkt eines Wellensystems (Prinzip von HUYGENS). Alle Wellensysteme entstehen *gleichzeitig*, haben also sämtlich stets dieselbe Phase, d. h. sie sind *interferenzfähig* (S. 602 m.). Ob ein bestimmter Punkt des Schirmes erhellt wird oder nicht, hängt von seinem Abstand vom Spalt ab, weil *davon* abhängt, ob Wellen, die in ihm zusammentreffen, einander unterstützen oder einander mehr oder weniger aufheben. Das aber hängt von dem Winkel ab, unter dem ein vom Spalt ausgehendes Bündel den Spalt verläßt. Die Abbildungen zeigen alles sehr übertrieben, die als *Linien* gegebenen Stellen s bedeuten *Punkte*, in denen sich die zu ihnen hingehenden nahezu parallelen Strahlen schneiden. Der *Mittelpunkt* jeder

Linie s darf als Vereinigungspunkt des betreffenden parallelen Strahlenbündels gelten. Ist er im Verhältnis zur Spaltbreite (ca. $\frac{1}{2}$ mm) sehr weit vom Spalt weg, etwa 2 m, so dürfen die Geraden von den Spalträndern zu ihm als parallel gelten.

Die Strahlen des Bündels s (Abb. 760), die in der Einfallrichtung des Lichtes weitergehen, durchlaufen vom Spalt S bis zu ihrem Vereinigungspunkt alle gleich lange Wege, kommen also alle in derselben Phase bei dem Schirm an und erzeugen daher den hellen Streifen s , die *Mitte* der Beugungsfigur. Anders ist es an dem Punkt s_1 , der dem einen Spaltrande um eine halbe Wellenlänge näher liegt als dem andern. Ginge nur von jedem *Rande* eine Welle aus, so daß nur *zwei* kohärente Wellenzentren vorhanden wären, so wäre s_1 dunkel, da in ihm stets ein Wellenberg des einen Systems mit einem Wellental des anderen zusammenfielen. Aber auch die Punkte *zwischen* den Rändern senden Wellen aus. Daher wird s_1 auch von Wellen getroffen, deren Gangunterschied *weniger* als eine halbe Wellenlänge beträgt, die einander daher nicht ganz vernichten: in s_1 herrscht noch eine *gewisse* Helligkeit. Was von s_1 gilt, gilt von jedem Punkte der vertikalen Geraden, auf der s_1 liegt; Abb. 760 ist ja ein Horizontalschnitt durch Spalt und Schirm. Diese Gerade ist der erste seitliche helle Streifen. Ihre Helligkeit ist 0,4 von der des mittleren, hellen Streifens.

Punkt s_2 , der dem Rande S_2 (Abb. 761) um eine *ganze* Wellenlänge näher liegt als dem Rande S_1 , ist ganz dunkel. Die Welle, die, von S_1 ausgehend, bei ihm ankommt, differiert nämlich von der entsprechenden, die von S_2 ausgeht, um eine *ganze* Wellenlänge. Kommt sie bei s_2 an, so differiert sie mit der, die von der Spaltmitte kommt, um eine *halbe* Wellenlänge; diese beiden Wellen vernichten einander daher, wenn sie auf dem Schirme zusammentreffen. Entsprechend existiert zu *jedem* Punkte zwischen S_1 und m ein um die halbe Spaltbreite davon abstehender Punkt zwischen m und S_2 , so daß sich dieses ganze Bündel selber vernichtet. Daraus folgt: durch denjenigen Punkt, für den die Differenz seiner Abstände von den Spalträndern eine *ganze* Wellenlänge beträgt, geht der *erste dunkle* Streifen. — Wir gehen zu Punkt s_3 , der dem einen Spaltrande um *drei* halbe Wellenlängen näher liegt als dem anderen, und denken uns das Bündel 3 (Abb. 761) in drei gleiche Teile geteilt. Die *Randstrahlen* je zweier *benachbarten* Bündeldrittel,

also der von S_1 und der von m_1 ausgehende	}	Strahl,
ferner „ „ „ m_1 „ „ „ m_2 „		
„ „ „ m_2 „ „ „ S_2 „		

differieren um je eine *halbe* Wellenlänge, und *deswegen* vernichten zwei davon einander, wenn sie bei dem Vereinigungspunkt ankommen, und nur das dritte, also nur *ein* Drittel vom ganzen Bündel, bleibt übrig. Der Vereinigungspunkt s_3 , bzw. die durch ihn gehende vertikale Gerade, hat noch eine gewisse Helligkeit, aber nur noch 0,045 von der des mittleren hellen Streifens. Beträgt der Gangunterschied der Randstrahlen $4\lambda/2$, so vernichtet sich dieses ganze Bündel (genau wie das zu s_2 hingehende) wieder selbst, das Bündel mit dem Gangunterschied $5\lambda/2$ gibt wieder einen hellen Streifen usw. Aber schon der dritte helle Streifen hat nur noch 0,016, also nur $1\frac{1}{2}\%$ der Helligkeit des Mittelbildes. Die „hellen“ Streifen verschwinden in ganz kurzem Abstände von dem mittleren,

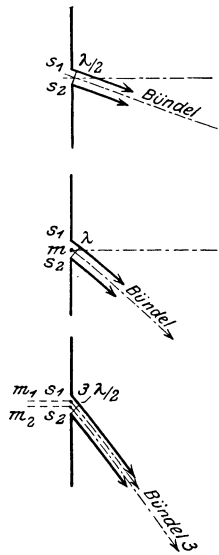


Abb. 761.
Zerlegung der Abb. 760.

nur noch der Schatten ist wahrnehmbar. Daher ist die Wirkung des Lichtes für gewöhnlich nur *in der geradlinigen Fortsetzung* der durch den Spalt tretenden Strahlen wahrnehmbar, das „um die Ecke“ gegangene Licht entgeht der alltäglichen Wahrnehmung. — Die Entstehung der geradlinigen Strahlen bot den Gegnern der Wellentheorie eine wirksame Handhabe. Ihre Enträtselung ist zu einem der stärksten Beweise für die Wellennatur des Lichtes geworden. Die Beugungserscheinungen liefern sogar die beste Methode, die Wellenlänge des Lichtes zu messen.

Man unterscheidet zwischen FRESNELSchen und FRAUNHOFERSchen Beugungserscheinungen. Eine FRESNELSche ist z. B. die Streifung am Rande eines Schattens, den eine hell beleuchtete Nadel auf einen Schirm wirft, auch die, an der wir zuerst beschrieben haben, was unter Beugung zu verstehen ist; eine FRAUNHOFERSche ist z. B. die Streifung, die man sieht, wenn man durch eine Federfahne eine ferne Lichtquelle anblickt, auch der Hof, den man sieht, wenn man eine ferne Lichtquelle (Sonne, Mond, Lampe) durch neblige Luft — hier beugen die Wassertröpfchen — hindurch erblickt, auch die Regenbogenfarben, die man beim Blick auf sonnenbeleuchtetes Spinnengewebe wahrnimmt und — wohlgemerkt! — das Mikroskopbild eines durchleuchteten Präparates. FRAUNHOFERSche Beugungserscheinungen beobachtet man also, indem man die Lichtquelle (mit bewaffnetem oder unbewaffnetem Auge) *anblickt*, FRESNELSche, indem man das durch den beugenden Spalt beeinflusste Licht *auf einem Schirm auffängt*. Um FRAUNHOFERSche Beugungserscheinungen zu erzeugen, muß man sowohl die Lichtquelle wie das Auge „unendlich“ weit weg von der Beugungsöffnung verlegen, z. B. indem man (Abb. 765) die Strahlen einer Lichtquelle durch ein Kollimatorrohr L parallel austreten läßt und (hinter dem Beugungsschirm) die gebeugten parallelstrahligen Bündel in ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr F treten läßt. Um die FRESNELSchen Beugungserscheinungen zu erzeugen, bringt man die Lichtquelle und auch den Auffangschirm in irgendeinen *endlichen* Abstand von den beugenden Rändern. Die FRAUNHOFERSchen Beugungserscheinungen sind also ein Grenzfall der FRESNELSchen.

Beugungsspektrum. Wie weit weg von der Mitte der Beugungsfigur jeder Streifen liegt, hängt von der Wellenlänge des Lichtes ab (Abb. 762). *Je kürzer (länger) die Welle ist, desto kürzer (länger) ist der Abstand des ersten hellen Streifens von der Mitte der Beugungsfigur.* — Oder anders: der Winkel w , unter dem das zu einem bestimmten Streifen gehörige Lichtbündel von dem Spalt wegbiegt, hängt von der Wellenlänge ab. *Je länger (kürzer) die Welle ist, desto spitzer (weniger spitz) ist der Winkel, den das zum ersten hellen Streifen gehende Bündel mit der Spaltebene bildet.* Für kleine Ablenkungswinkel φ (Abb. 763)

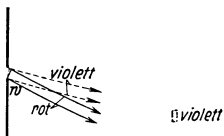


Abb. 762. Zur Entstehung eines Beugungsspektrums.

■violett
■rot

— nur mit Winkeln von wenigen Minuten haben wir es hier zu tun (die Abbildungen sind zur Verdeutlichung übertrieben) — ist der Gangunterschied der Randstrahlen dem Ablenkungswinkel φ proportional. Beträgt für φ die Differenz $\frac{1}{2} \lambda$, so ist sie für $2\varphi, 3\varphi \dots \frac{4}{2} \lambda, \frac{6}{2} \lambda$ usw. Daraus ergibt sich: ist der Abstand des

1. dunkeln Streifens *von der Mitte* n , so ist der des 2., 3., . . . *von der Mitte* $2n, 3n \dots$, der Zwischenraum *zwischen zwei benachbarten* dunkeln Streifen also n . Zwischen je zwei benachbarten dunkeln Streifen liegen die hellen, die seitlichen sind alle gleich breit, der Mittelstreifen doppelt so breit wie jeder seitliche.

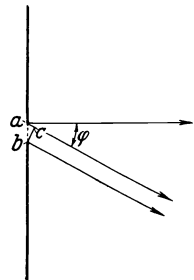


Abb. 763. Zur Messung der Wellenlänge (λ) aus der Breite (β) des Spaltes und dem Ablenkungswinkel (φ) des zum ersten dunkeln Streifen hingebogenen Strahlenbündels.
 $\lambda = \beta \cdot \sin \varphi$.

Leuchtet der Spalt in rotem Licht, so liegt der erste helle (rote) Streifen etwa bei *rot* (Abb. 762), leuchtet er in violetter, so liegt der erste helle (violette) Streifen bei *violett*. Leuchtet er in *weißem* Licht, so entstehen von *rot* bis *violett* sämtliche farbige Streifen, die den im Weiß enthaltenen Farben entsprechen, *gleichzeitig* nebeneinander: es entsteht ein *Beugungsspektrum* (Abb. 764, III, 1).

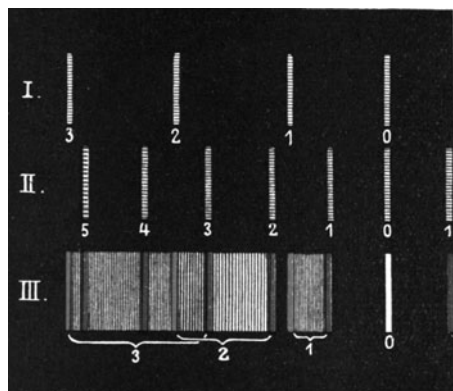


Abb. 764. Beugungsspektrum

Messung der Wellenlänge des Lichtes.

Wir können mit Hilfe der Beugung die Wellenlängen des monochromatischen Lichtes messen: In Abb. 763 bedeuten die parallelen Geraden das zu dem ersten dunkeln Streifen gehende Bündel. In dem Dreieck *abc* ist $ac/ab = \sin abc$. Hier bedeutet *ac* die Wellenlänge λ und *ab* die Spaltbreite β , folglich ist $\lambda = \beta \cdot \sin abc$. Die Breite β kann man messen, und da Winkel *abc* gleich Winkel φ ist, so finden wir λ , wenn wir Winkel φ messen. Man



Abb. 765. Messung der Wellenlänge des Lichtes nach FRAUNHOFER.

verfeinert die Beobachtungsmethoden dazu, soweit sie den Spalt und den Schirm angehen, ganz außerordentlich. Man läßt die Beugungsfigur nicht erst auf einem Schirm entstehen, ehe man sie beobachtet, sondern man läßt (FRAUNHOFER) die von dem Spalt kommenden parallelen Strahlenbündel in ein *Fernrohr* treten, das man auf den Spalt richtet. Die Beugungsfigur entsteht dann (weil die Strahlen parallel sind) in der Brennebene des Objektivs und wird durch das Okular vergrößert (Abb. 765). Als Beugungsöffnung benutzt man dazu aber nicht einen einzelnen Spalt, sondern ein *Gitter*.

Beugungsgitter. Benützt man zwei gleich weite parallele Spalte nebeneinander, die um die Breite eines Spaltes voneinander abstehen, so erhält man als Beugungsfigur Abb. 766. Je nach der *Form* (Kreis, Rechteck, Dreieck) der beugenden Öffnungen und je nach ihrer *Anzahl* entsteht eine andere Beugungsfigur (in weißem Licht farbig, da die Maxima der verschiedenen Farben nicht an dieselbe Stelle fallen, und ebenso die Minima nicht). Besonders wichtig für die messende Optik ist das *Beugungsgitter*. Vermehrt man die Zahl der Spalte immer mehr, so vermehrt sich die Zahl der Minima, sie rücken immer näher aneinander, und die Maxima werden dadurch immer schmaler, die Minima bedecken den Zwischenraum zwischen den Maximis schließlich vollkommen, so daß er ganz dunkel erscheint, und die Maxima selber werden immer heller (was mit der Anzahl der Gitteröffnungen zusammenhängt). Das ist es im wesentlichen, was eintritt, wenn man die Anzahl der Spalten so vermehrt, daß sie ein *Gitter* bilden: ein Gitter ist eine Vielheit von mikroskopisch engen Spalten, die durch ebenso schmale Gitterstäbe voneinander getrennt sind; gerade parallele Linien auf eine Glasplatte eingeritzt, 300—400 auf 1 mm (zuerst der Optiker NOBERT in Greifswald 1846), bilden die Gitterstäbe, die die Spalten begrenzen. Sieht man durch ein auf unendlich eingestelltes Fernrohr nach einem solchen von parallelem *ein*farbigem Licht durchleuchteten Gitter hin, so sieht man (Abb. 764 I u. II) eine Reihe scharfer Lichtlinien: parallel zu den Gitterstreifen, gleich weit voneinander und symmetrisch zu einer in der Mitte, und desto lichtschwächer, je weiter sie von der Mitte entfernt sind. Man erhält im *weißen* Licht mit einem Gitter reine Spektralfarben

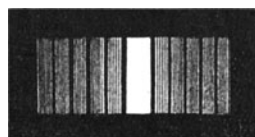


Abb. 766. Beugung des Lichtes durch zwei gleich weite parallele Spalten.

(mit einem einzelnen Spalt nur Mischfarben). Abb. 764 zeigt wieder im Rot die Streifen weiter auseinander als im Violett, und ferner im weißen Licht in der Mitte einen weißen Streifen (weil hier Streifen aller Farben aufeinander fallen) und symmetrisch dazu eine Anzahl Spektren. Das erste steht allein und ist daher rein, das zweite (Spektrum zweiter Ordnung) ist zum größten Teile rein, aber in sein rotes Ende greift schon der blaue Anfang des dritten, und von da an greifen sämtliche Spektren ineinander. Die breit ausgedehnten werden dadurch (z. B. III³ in Abb. 764) für die Beobachtung unbrauchbar. Breitere reine Spektren erzielt man nach MICHELSON mit einer Vorrichtung, Abb. 767, aus treppenartig aufgebauten planparallelen Glasplatten (Stufengitter).

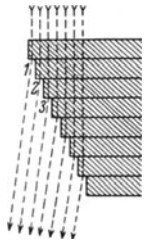


Abb. 767. Stufengitter nach MICHELSON.

Man mißt die Wellenlänge mit einem Beugungsgitter. Hier gilt die Beziehung $\lambda = \beta \cdot \frac{\sin \alpha}{m}$ mit m als *Ordnungszahl* des Spek-

trums. Benützen wir das erste Spektrum, so ist $\lambda = \beta \cdot \sin \alpha$, aber β bedeutet hierin die *Gitterkonstante*, das ist der Abstand der Mitten benachbarter Öffnungen. Die zuverlässigsten Messungen (ROWLAND) der Wellenlänge haben ergeben für die FRAUNHOFERSCHE Linie:

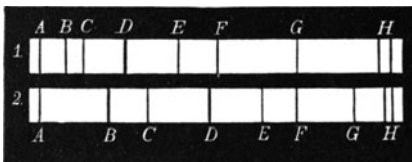


Abb. 768. Spektrum des Sonnenlichtes durch Brechung (1) und durch Beugung (2).

A .. 7594 Å.-E.	E .. 5270 Å.-E.
B .. 6867 „	F .. 4861 „
C .. 6563 „	G .. 4308 „
D ₁ . 5896 „	H . 3968 „
D ₂ . 5890 „	K . 3923 „

Der Ort einer bestimmten Farbe im Beugungsspektrum relativ zu den *anderen* Farben und relativ zu den *Enden* des Spektrums hängt nur von ihrer Wellenlänge ab,

im Brechungsspektrum dagegen auch von der Natur des brechenden (und farbenzerstreuenden) Stoffes. Abb. 768 zeigt beide Spektren des Sonnenlichtes.

Außer den Glasgittern benützt man auch Metallgitter, die Striche sind hier in einen Metallspiegel eingeritzt (bis 1700 auf 1 mm, ROWLAND). Die geritzten Stellen zerstreuen das Licht, die andern wirken als Spiegel, es entsteht dasselbe Beugungsspektrum wie bei den durchsichtigen Gittern (Reflexionsgitter). Besondere Vorteile gewähren die *Konkavgitter* (ROWLAND, 1882), schwach *sphärische* Reflexionsgitter, eingeritzt in die konkave Seite einer Kugelfläche von großem Krümmungsradius (1 bis 6,5 m). Sie vereinigen selber die gebeugten Strahlenbündel (in der Brennebene), machen also das Fernrohrobjektiv entbehrlich und dehnen daher die Spektren weit ins Ultrarot und ins Ultraviolett aus. — Um die mit ebenen Gittern erzeugten Spektren zu beobachten und zu messen, benutzt man wie beim Prismenspektroskop Kollimatorrohr und Fernrohr (oder Kamera) — beim Reflexionsgitter beide auf derselben Seite des Gitters, beim durchsichtigen auf entgegengesetzten Seiten, Abb. 765. Das Konkavgitter verlangt eine besondere Art der Aufstellung. Um bei *größtmöglicher* Dispersion den *gesamten* Spektralbereich in allen zugänglichen Beugungsordnungen *gleichzeitig* darzustellen, benützt man die von RÜNGE und PASCHEN stammende Gitteraufstellung (Abb. 769). Auf den kreisförmigen Tisch stellt man eine große Anzahl von photographischen Platten, um auf ihnen die Spektren der verschiedenen Ordnungen aufzufangen.

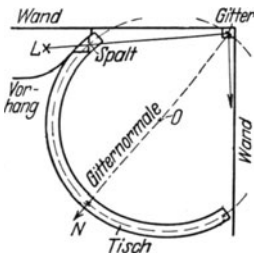


Abb. 769. Aufstellung eines Beugungsgitters nach RÜNGE u. PASCHEN. L Lichtquelle. O Brennpunkt des Gitters.

Gewisse natürliche Farben entstehen aus der Beugung des Lichtes an gitterartigen Flächen, z. B. die Farben der Schmetterlingsflügel und anderer Insektenflügel, die mit feinen Riefen bedeckt sind, die Farbe der Perlmutter, der Perlen u. dgl. BREWSTER erzeugte Glanz und Farbe der Perlen dadurch, daß er die Oberfläche der Perle in Pech abdrückte und das Licht an den im Pech abgedrückten Riefen reflektieren ließ.

Entstehung des Bildes im Mikroskop durch Beugung (ABBE, 1873). Das Bild, das das Objektiv eines Mikroskops von einem in üblicher Weise beleuchteten Objekt entwirft, ist nach ABBE eine FRAUNHOFERSche Beugungserscheinung. Dieses Objekt — das „mikroskopische Präparat“ — ist fast nie *selbstleuchtend*, es wird von einer Lichtquelle meist mit *durchfallendem* Licht *beleuchtet*¹. (Der Kondensator zwischen Lichtquelle und Objekt liefert ein Lichtbündel von beabsichtigter Öffnung und Neigung.) Das von der Lichtquelle herrührende Licht wird beim Durchgang durch das Objekt wie durch ein Gitter *gebeugt*, der Beugungsvorgang aber erzeugt als Beugungsfigur eine Reihe von zusammengehörigen symmetrisch zur Mitte des Spaltes liegenden Spektren. Diese Figur bildet das Objektiv in seiner hinteren Brennebene ab. (Man kann sie sehen, wenn man das Okular des Mikroskopes entfernt und die Brennebene des Objektivs mit einem Hilfsmikroskop betrachtet.) Um sich die Entstehung des Bildes klarzumachen, das wir im Mikroskop *durch das Okular* betrachten, muß man sich die Wirkung des Bildes in der Brennebene nach dem Prinzip von HUYGENS auf die zur Gitterebene konjugierte Bildebene übertragen denken, Abb. 770. Wir können das hier nicht im einzelnen durchführen und beschränken uns auf das Ergebnis: theoretisch besteht das Beugungsbild aus unendlich vielen Spektren. Um ein dem mikroskopischen Objekt geometrisch *völlig* ähnliches (entsprechend vergrößertes) Bild zu bekommen, müßte man also in dieses nach dem Prinzip von HUYGENS zu bewerkstellende Verfahren *unendlich* viele Spektren einbeziehen. In Wirklichkeit entsteht aber nur eine *endliche* Anzahl von Spektren; und von diesen kann das Objektiv nur eine begrenzte Zahl erfassen, je *mehr* es erfäßt, um so *ähnlicher* wird das Bild dem Objekt. Da aber die Spektren von der Mitte der Beugungsfigur nach außen sehr schnell dunkler werden, so braucht nur eine kleine Zahl durch das Objektiv hindurchzugehen, um eine *praktisch ausreichende* Ähnlichkeit zwischen dem Objekt und seinem Bild herzustellen. Geht außer der hellen Mitte auf jeder Seite nur *ein* Spektrum hindurch, so entstehen noch immer die hellen und dunkeln Stellen an den richtigen Orten, wenn auch nicht in voller Schärfe. Geht aber *nur* das Hauptmaximum, „das ungebeugte Bild“, hindurch, so bleibt nichts für den Gegenstand Kennzeichnendes übrig, daher sieht man

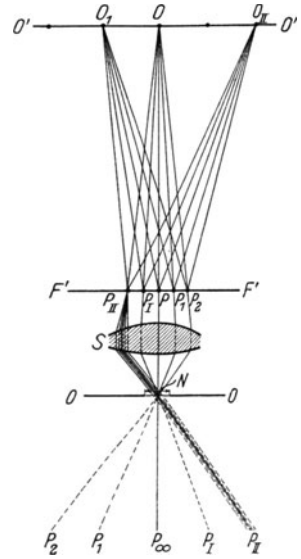


Abb. 770. Zur Entstehung des Bildes im Mikroskop nach ABBE. *S* stellt das Objektivsystem vor, *F'F'* seine hintere Brennebene, *O'O'* die Ebene des Objektes, *N* die abzubildende Gitterstruktur in der Objektebene. In der Ebene *F'F'* ist das ganze Beugungsspektrum der Lichtquelle *P* ausgebreitet. Es besteht aus den der Objektstruktur *N* entsprechenden reellen Beugungsspektren *P, P₁, P₂, ...* Das sind farbige Einzelspektren (FRAUNHOFERSche Maxima zweiter Ordnung), symmetrisch zu beiden Seiten des direkten Bildes der Lichtquelle. Sie entstehen aus parallelstrahligen Lichtbündeln und sind daher konjugiert den *virtuellen* Spektren *P_∞, P₁, P₂, ...* die (wie die Lichtquelle *P*) im Unendlichen zu denken sind. Die Ebene *O'O'* ist die — mit Bezug auf *S* — zur Objektebene *O'O'* konjugierte. Die von der Lichtverteilung in der Ebene *F'F'* (also von dem reellen Beugungsspektrum) auf die Ebene *O'O'* ausgeübte *Interferenzwirkung* hat nach ABBE als das *Bild* des Objektes *N* zu gelten.

¹ Die Objekte, die durch diffus reflektiertes Licht sichtbar werden, dürfen *nahezu* als selbstleuchtend gelten.

nur eine gleichmäßige Beleuchtung des Feldes. Daß das Mikroskopbild in der Tat so zustande kommt, läßt sich experimentell zeigen.

Die Entstehung des Bildes durch Beugung erklärt auch, warum ein möglichst großer Öffnungswinkel des Objektivs (S. 597 m.) das Hauptfordernis für die Leistung des Mikroskopes ist. Je kleiner das mikroskopische Objekt ist, je mehr seine Teile auf kleine Vielfache der Wellenlänge oder gar unter *eine* Wellenlänge herabgehen, desto weiter entfernen sich abgebeugte Strahlen von noch merklicher Stärke aus der Richtung des direkten Strahles. „Mit abnehmenden Dimensionen wird daher ein immer größerer Öffnungswinkel des optischen Apparates nötig, um noch das ganze Beugungsbüschel bis zur Grenze minimaler Intensität aufnehmen zu können; und zuletzt ist auch dem größten herstellbaren Öffnungswinkel unserer Mikroskope nur ein kleiner Teil des abgeugten Lichtes — die zentrale Partie des gesamten Beugungsphänomens — zugänglich. Je kleiner dieser Teil nun wird, desto weiter entfernt sich das mikroskopische Bild von einer bloßen Projektion der wirklichen Struktur, desto mehr verschwinden in ihm die individuellen Merkmale des Objekts Hiernach ist dann der *Öffnungswinkel des Mikroskopes dasjenige Element der Konstruktion, durch welches der Abbildungsprozeß in seinen Grundbedingungen beeinflusst wird*. Seine Größe bestimmt die absoluten Maße, bis zu welchen herab körperliche Gebilde noch eine vollständige, d. h. der Beschaffenheit der Objekte konforme Abbildung zulassen.“ (ABBE, Die optischen Hilfsmittel der Mikroskopie.) Hieraus erklärt sich dann weiter die Bedeutung der numerischen Apertur und die Bedeutung der Immersionssysteme für die Leistungsfähigkeit des Mikroskopes und schließlich die *Grenze* für seine Leistungsfähigkeit überhaupt.

Auch die physische Abbildung *undurchsichtiger* (diffus reflektierender) Körper beruht auf Beugung: die Grenze der Strukturteile des abzubildenden Objektes beugt die Strahlen. Aber je größer die beugenden Teile im Verhältnis zur Länge der Lichtwellen sind, in einem desto *engeren* Winkelraum verlaufen die abgebeugten Strahlen. Solange demnach die Dimensionen der Strukturteile (gleichviel welcher Form und welcher Gliederung) noch ansehnliche Vielfache der Wellenlänge betragen, bleibt alles gebeugte Licht *von merklicher Intensität* in einem kleinen Winkelraum um die Richtung des direkten (ungebeugten) Strahles zusammengedrängt. In diesem Falle genügt ein kleiner Öffnungswinkel des optischen Systems, um das ganze Licht zur Wirkung zu bringen und die Bedingungen einer konformen Abbildung zu erfüllen. Hierauf beruht es, daß z. B. das Auge selbst von Gegenständen, die *sehr* klein sind, wenn sie nur im Vergleich mit Lichtwellen groß sind, völlig konforme Bilder erzeugt (und ebenso die Lupe und das Fernrohr).

Aus der Beugungstheorie der mikroskopischen Bildentstehung hat ABBE erklärt, warum man die Leistung des Mikroskops nicht beliebig dadurch steigern kann, daß man lediglich die Vergrößerung steigert — im wesentlichen, weil bei der Abbildung ein Lichtpunkt infolge der Beugung nicht wieder einen Punkt gibt, sondern eine kleine Scheibe. Stehen nun zwei Lichtpunkte einander so nahe, daß die beiden Beugungsscheiben ineinandergreifen, so können wir die beiden Punkte nicht mehr als getrennt erkennen, sondern nur ineinander verschwommen — daher die Grenze für die Leistungsfähigkeit des Auges, des Mikroskops und des Fernrohrs. Nach ABBE und nach HELMHOLTZ sind Objekte, die kleiner als eine halbe Wellenlänge sind, nicht mehr auflösbar. Diese Grenze haben SIEDENTOPF und ZSIGMONDY (1903) durch die Methode, *ultramikroskopische* Teilchen sichtbar zu machen, erheblich erweitert: man kann danach das Vorhandensein — nicht die wahre *Form* — von Teilchen erkennen, deren Durchmesser kaum 40 Å.-E. beträgt. Die Sichtbarmachung der Teilchen beruht auf der Erzeugung von Beugungsscheibchen an ihnen. Die Teilchen werden mit Hilfe besonderer Kondensoren ungeheuer stark beleuchtet (seitlich, d. h. senkrecht zum Tubus, von Sonnen- oder Bogenlampenlicht). Infolge ihrer Kleinheit beugen sie das Licht und umgeben sich mit Beugungsscheibchen, Lichtkreisen. Diese Lichtkreise, deren Gestalt unabhängig ist von der wahren Gestalt der ultramikroskopischen Teilchen (so daß sie

also kein geometrisch ähnliches „Bild“ geben), sehen wir hell auf dunklem Grunde, so wie wir die Stäubchen im Sonnenlicht sehen. Vorausgesetzt ist dabei nur, daß die *Teilchen* so weit voneinander abstehen, daß das Mikroskop die *Scheibchen* getrennt wiedergibt. Ein Haupterfordernis ist: nur das *gebeugte* Licht darf in das Mikroskop gelangen und keine Spur von dem *beleuchtenden*. — Mit dieser Ultramethode kann man im Mikroskop z. B. scharf unterscheiden zwischen Medien, die völlig homogen und daher „optisch leer“ sind, und solchen, die durch mehr oder minder feine Suspensionen „getrübt“ erscheinen (kolloidale Lösungen, durch Goldteilchen gefärbte Rubingläser); man kann mikrochemische Fällungserscheinungen studieren, bei denen aus einem ursprünglich homogenen Gebilde ein heterogenes entsteht; sehr deutlich die Brownsche Molekularbewegung der Flüssigkeiten u. dgl. m.

2. Die Polarisation des Lichtes.

Die Polarisation des Lichtes durch Doppelbrechung. Transversalität der Wellen. Die Geradlinigkeit der Lichtausbreitung erklärt sich zwanglos aus Interferenz und Beugung der Lichtwellen. Der Unterschied zwischen der Schallausbreitung und der Lichtausbreitung ist danach kein *grundsätzlicher*, er hängt nur von gewissen Raumverhältnissen ab (S. 522f.). Aber es *gibt* andere Lichterscheinungen, die kein Analogon unter den Schallerscheinungen haben und einen *grundsätzlichen* Unterschied zwischen beiden offenbar machen: diejenigen Erscheinungen, die von der *Polarisation* des Lichtes herkommen. Entdeckt (HUYGENS, 1688) wurde die Tatsache, daß es solche Lichtstrahlen gibt, die später als „polarisiert“ erkannt und bezeichnet wurden (MALUS 1808), an den beiden gebrochenen Strahlen, die aus dem isländischen Doppelspat austreten (S. 553). Davon gehen wir aus. Um den Überblick über die grundlegenden Erscheinungen zu erleichtern, benützen wir ein NICOLSches Prisma (S. 557). In den Fensterladen eines *dunklen* Zimmers, Abb. 771, fügen wir das Prisma *N* ein. Wir stellen seinen Hauptschnitt vertikal, seine Längskanten senkrecht zu dem Laden und der ihm parallelen Wand gegenüber, und lassen parallele Lichtstrahlen, den Kanten parallel, von außen darauf fallen. Es tritt ein Lichtbündel aus ihm aus, dem einfallenden parallel, und abgesehen von dem geringen Lichtverlust (durch Absorption) in dem Prisma, *halb* so hell wie das einfallende; auf der Wand entsteht ein Fleck von entsprechender Helligkeit. — Jetzt bringen wir auch in den Weg des austretenden Lichtbündels ein NICOLSches Prisma *N'*, seine Kanten denen des ersten parallel. Dreht man das zweite Prisma um das aus dem ersten kommende Lichtbündel als Achse, so tritt das ein, was uns hier interessiert: der Fleck auf der Wand beschreibt einen Kreis, und *gleichzeitig ändert sich* (die Hauptsache!) *seine Helligkeit*. Bei einer gewissen Lage des Prismas ist er gerade so hell (*12*), wie wenn das Prisma nicht da wäre; dreht man es aber weiter, so wird er dunkler, bis er auf der (ja selber finsternen) Wand verschwindet (*3*). Dreht man immer weiter, so erscheint er wieder, wird heller, bis er wieder die ursprüngliche Helligkeit (*6*) hat, und so fort.

Wie liegt *N'* relativ zu *N*, wenn der Fleck am hellsten ist, und wie, wenn er verschwindet? Antwort: der Fleck ist am hellsten (*12* und *6*) oder anders: ein aus *N* kommender Strahl geht *ungeschwächt* durch *N'*, wenn die Hauptschnitte beider einander *parallel* sind. Der Fleck verschwindet (*3* und *9*) oder anders: der aus *N* kommende Strahl kann durch *N'* *nicht hindurch*, wenn die Hauptschnitte *senkrecht* zueinanderstehen. In den Zwischenstellungen wird ein aus *N* kommender Strahl von *N'* zwar hindurchgelassen, aber mehr oder weniger *geschwächt*. — Das ist die grundlegende durch Abb. 771 u. 772 erläuterte Erscheinung.

Der als Achse benützte Strahl ist der *außerordentliche*; das NICOLSche Prisma läßt ja nur diesen hindurch. Ersetzt man den Nicol *N* im Fensterladen durch ein *natürliches* Kalkspatprisma in derselben Lage, blendet den außerordentlichen Strahl ab und dreht ein zweites Kalkspatprisma um den *ordentlichen* als Achse, so verändert der von ihm erzeugte Fleck seine Helligkeit wie der andere, nur mit dem Unterschied: bei derjenigen Stellung des sich drehenden Prismas,

bei der der außerordentliche Strahl die größte Helligkeit \circ (Dunkelheit \bullet) gibt, gibt der ordentliche die größte Dunkelheit \bullet (Helligkeit \circ), außerdem bleibt er stehen im Gegensatz zu vorher.

Die Abb. 771 und 772 sagen somit: sind die Hauptschnitte einander *parallel*, oder besser: liegen sie in derselben Ebene — —, so geht der aus dem Kalkspat kommende *außerordentliche Strahl ungeschwächt* durch das NICOLsche Prisma, der ordentliche gar nicht; sind die Hauptschnitte *rechtwinklig gekreuzt* — |, so geht der *ordentliche ungeschwächt* hindurch, der außerordentliche gar nicht.

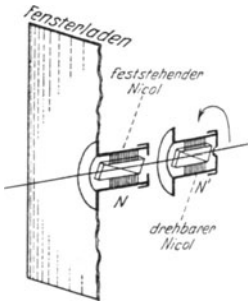


Abb. 771.

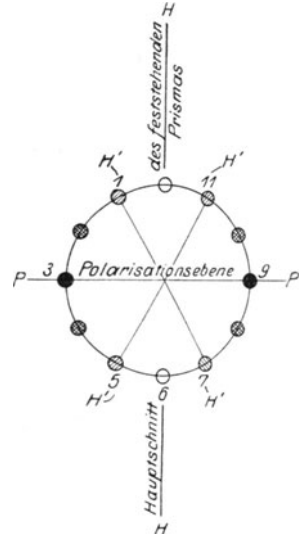
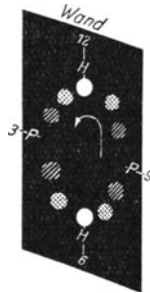


Abb. 772.

Der periodische Helligkeitswechsel eines geradlinig polarisierten Lichtbündels beim Durchgange durch ein NICOLsches Prisma N' , das sich um das Bündel als Achse dreht. Ein Kreis bedeutet den Durchschnitt des austretenden Bündels mit der zu ihm senkrechten Wand. HH' der Hauptschnitt des festen Prismas, $H'H'$ die jeweilige Lage des Hauptschnittes des sich drehenden, die auf HH' Senkrechte PP' seine Lage, bei der der Fleck finster ist — also auf der finsternen Wand *verschwindet* —, die mit HH' zusammenfallende diejenige, bei der er am hellsten ist. Die Ebene PP' , in der der Hauptschnitt des sich drehenden Nicols in dem Moment liegt, wenn der Fleck verschwindet, bildet für die Helligkeitsänderung des Fleckes eine Symmetrieebene. Die Orte *gleicher* Helligkeit, z. B. die durch gleiche Schraffierung bezeichneten Orte 1, 5, 7, 11, liegen symmetrisch zu PP' .

Daß sich die Helligkeit des Fleckes ändert, wenn sich der zweite Nicol N' um das in ihn eintretende Lichtbündel dreht, das verschuldet das Lichtbündel, nicht der Nicol. Setzt man das Prisma N' an Stelle des Prismas N in den *Fensterladen* (man hat dann also wieder nur *ein* NICOLsches Prisma) und dreht man es um das Lichtbündel, das *dann* darin eintritt, so bleibt der Lichtfleck immer *gleich* hell. Die beiden Lichtbündel, die in den beiden Fällen *in das Prisma* treten, unterscheiden sich darin voneinander, daß das erste aus dem NICOLschen Prisma N kommt, also von Doppelbrechung herrührt, das andere aber ein Bündel *natürlichen* Lichtes ist.

Nun zur Deutung des Vorganges. Die Wellentheorie nimmt zu seiner Deutung an (FRESNEL): in den Lichtwellen schwingen die Ätherteilchen transversal, und *senkrecht* zur Fortpflanzungsrichtung; für *gewöhnlich* nach allen Seiten, aber gewisse Vorgänge (*auch* die Doppelbrechung) beschränken die Schwingungen



Abb. 773.

Zwei geradlinig polarisierte Wellen, deren Schwingungsebenen senkrecht zueinander liegen.

auf eine einzige Seite, d. h. eine Schwingungsrichtung, Abb. 773. Dadurch entsteht eine „geradlinig polarisierte“ Welle. Man nimmt nun an, daß die aus dem Kalkspat austretenden Lichtstrahlen *geradlinig polarisiert* sind, und aus der Polarisiertheit erklärt man dann den Helligkeitswechsel des Fleckes so: der Lichtstrahl, der aus N kommt, hat als polarisierter eine bestimmte Schwingungs-

richtung, die mit der Schwingungsrichtung der natürlichen Welle übereinstimmt, so daß der Fleck immer gleich hell ist. Dreht man das Nicol N' um das Lichtbündel, so bleibt der Fleck immer gleich hell. Dreht man das Nicol N' um das Lichtbündel, so bleibt der Fleck immer gleich hell.

ebene. Ob N' wenn man es um ihn als Achse dreht, ihn ungeschwächt hindurchläßt oder nicht, das hängt davon ab (der Hauptpunkt unserer Annahme!), wie diese *Schwingungsebene* relativ zum *Hauptschnitt* von N' liegt. Da er ungeschwächt hindurchgeht, wenn die Hauptschnitte der Prismen *parallel* sind, so nimmt man an, daß in dieser Lage seine Schwingungsebene identisch ist mit dem Hauptschnitt. Man sagt: er schwingt *im Hauptschnitt* oder auch: er ist *im Hauptschnitt polarisiert* (Abb. 772). Man folgert nun: er wird *hindurchgelassen* ungeschwächt, wenn Schwingungsebene und Hauptschnitt parallel zueinander liegen, gar nicht, „ „ „ „ senkrecht zueinander liegen, geschwächt, „ „ „ „ einen anderen Winkel bilden.

Zerlegung der Lichtschwingung in Komponenten. Das Verhalten des polarisierten Strahles dem Nicol N' gegenüber in den *Zwischenstellungen* deutet man so (Abb. 774): der bei N' ankommende Strahl wird in zwei gespalten, der im *Hauptschnitt* schwingende, $s h$, hindurchgelassen, der *senkrecht* dazu schwingende, $s p$, unterdrückt. Je weniger der Hauptschnitt $H'H'$ von der Schwingungsebene SS abweicht, desto *kleiner* ist die unterdrückte Komponente, desto kleiner also der Helligkeitsverlust, je mehr sich die Abweichung einem Rechten nähert (Abb. 775), desto *größer* wird der Helligkeitsverlust, er ist Null bei 0° Abweichung, der Fleck also so hell, wie wenn N' nicht da wäre; er ist total bei der Abweichung um 90° , der Fleck also so finster, wie wenn N' überhaupt kein Licht hindurchließe.

Was von dem außerordentlichen Strahl gilt, gilt auch mit der S. 618 o. ange deuteten Abänderung von dem ordentlichen. Nannten wir den außerordentlichen Strahl, der *im Hauptschnitt* schwingt, *im Hauptschnitt* polarisiert, so müssen wir den ordentlichen Strahl *senkrecht* zum Hauptschnitt polarisiert nennen. Die Symmetrieebene, die zur Schwingungsebene des Strahles senkrecht ist, nennt man seine *Polarisationsebene*. Wir sagen kurz: *die durch Doppelbrechung entstehenden beiden Strahlen sind senkrecht zueinander polarisiert* — *der eine im Hauptschnitt, der andere senkrecht dazu*. — Die durch Doppelbrechung herbeigeführte Zerlegung der Schwingungen in zwei Komponenten, von denen die eine in den Hauptschnitt fällt, die andere in die Ebene senkrecht dazu, wird durch das Folgende bewiesen: wir ersetzen in Abb. 771 das Nicolsche Prisma N' durch ein Prisma aus *natürlichem Kalkspat* in derselben Lage. Das Prisma stehe zunächst so, daß sein Hauptschnitt der Geraden $H6$, $12H$ entspricht. Dann erscheint — wie mit den Nicolschen Prismen — nur *ein* Fleck, und zwar an derselben Stelle der Wand und in voller Helligkeit. Drehen wir das Prisma, so tritt, während der Fleck wandert, ein zweiter Fleck neben ihm auf (Abb. 776), *viel dunkler als er selber*. Drehen wir weiter, so wird der erste immer dunkler, der zweite immer heller. Bei einer bestimmten Stellung des Hauptschnittes sind beide Flecke gleich hell. Von da an ist der zweite der

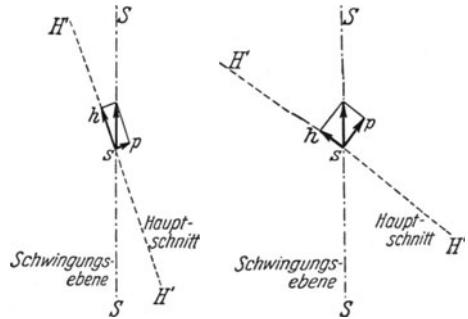


Abb. 774.

Abb. 775.

Zur Entstehung des in Abb. 749 und 750 beschriebenen Helligkeitswechsels: SS Lage des Hauptschnittes von N und der Schwingungsebene des aus N kommenden Strahles, $H'H'$ Lage des Hauptschnittes von N' . Die Schwingung ist in zwei Komponenten zerlegt: sh im Hauptschnitt $H'H'$ und sp senkrecht dazu.

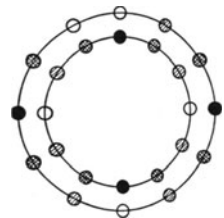


Abb. 776. Derselbe Helligkeitswechsel wie Abb. 749, aber durch einen natürlichen Kalkspat hervorgerufen. Daher zwei Bündel.

hellere, und gelangt der Hauptschnitt des sich drehenden Prismas in die Lage PP (auf der Wand in Abb. 771), so verschwindet der erste auf der finsternen Wand, d. h. er ist vollkommen dunkel; der zweite ist so hell, wie der erste im Anfang war. Dreht man weiter, so wiederholt sich der Vorgang, nur gilt dann von dem ersten Fleck, was bisher von dem zweiten galt, und umgekehrt.

Genauere Messungen zeigen, daß der zweite Fleck an Helligkeit das *gewinnt*, was der erste gleichzeitig verliert, die Summe der Helligkeit beider also konstant ist, und zwar gleich der Helligkeit des ganzen auf den Kalkspatkristall fallenden Lichtes. Das stimmt mit der Zerlegung der Schwingungen überein. Denn bezeichnet (Abb. 777) SS die Schwingungsebene des auf den Kristall fallenden Lichtes und HH den Hauptschnitt, also die Ebene, in der der außerordentliche Strahl schwingt; bezeichnet CD die senkrecht dazu stehende, also die Ebene, in der der *ordentliche* Strahl schwingt, bedeutet ferner $CA = a$ die Amplitude des auf den Kristall auffallenden außerordentlichen Strahles, wenn der Hauptschnitt HH parallel mit SS steht, so ist, wenn HH und SS den Winkel w bilden, die Komponente, die in den Hauptschnitt fällt, $a \cdot \cos w$. Sie wird durchgelassen. In die Ebene senkrecht zum Hauptschnitt fällt die Komponente $a \cdot \sin w$. Auch sie wird jetzt, wo der Kalkspatkristall ein natürlicher ist, durchgelassen, aber nach einer anderen Richtung, nämlich als *ordentlicher* Strahl. Was beim Drehen des Kristalls dem *außerordentlichen* Strahl an Intensität der Schwingung *genommen* wird, wird dem *ordentlichen hinzugefügt*. (Die Intensität wird durch das Quadrat der Amplitude gemessen, hier durch a^2 . Die Summe der Quadrate der beiden Komponenten ist $a^2 \cdot \cos^2 w + a^2 \cdot \sin^2 w = a^2$, also die Intensität beider Strahlen konstant, wie es die Messung ja auch ergibt.) — Gleich hell sind die beiden Flecke dann, wenn Hauptschnitt und Schwingungsebene einen Winkel von 45° bilden, da dann die beiden Komponenten, $a \sin 45^\circ$ und $a \cos 45^\circ$, gleich groß sind.

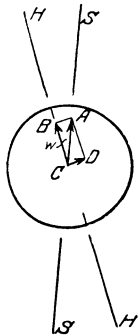


Abb. 777. Zum Mechanismus des durch Abb. 776 beschriebenen Vorganges.

Man kann das aus dem Kalkspat kommende Licht anstatt es auf eine Wand fallen zu lassen, in das Auge treten lassen, also die Wand durch die Netzhaut des Auges ersetzen. Legt man z. B. ein Kalkspatprisma mit einer natürlichen Endfläche auf einen weißen Fleck auf schwarzem Grund, so sieht man den Fleck durch den Kristall doppelt. Legt man auf den Kristall einen zweiten und dreht ihn um die Blicklinie als Achse, so sieht man im allgemeinen vier Flecke, je zwei und zwei gleich hell; — alle vier gleich hell, wenn die Hauptschnitte einen Winkel von 45° miteinander bilden. Benützt man zwei NICOLSche Prismen dazu, so sieht man den Fleck einfach, und

zwar, solange man ihn nur durch ein Prisma betrachtet, immer in gleichbleibender Helligkeit, die gleich der halben Helligkeit ist, die er für das bloße Auge hat. Wenn man ihn durch beide hintereinander gestellt betrachtet, sieht man ihn in einer Helligkeit, die, zwischen einem Maximum und Nullliegend, von dem Winkel zwischen den beiden Hauptebenen abhängt.

Da ein Nicol-Prisma nur solches Licht ungeschwächt hindurchläßt, das gradlinig polarisiert ist, und dessen Schwingungsebene seinem Hauptschnitt parallel ist, so kann man durch ihn die Lage der Schwingungsebene (gegebenen) gradlinig polarisierten Lichtes ermitteln — d. h. ihn als *Analysator* benützen. Und da er andererseits die im natürlichen Licht enthaltenen Schwingungen auf eine einzige bestimmte Richtung beschränkt, dient er auch als *Polarisator*. Uns interessiert er zunächst als *Analysator*.

Polarisation des Lichtes durch Spiegelung und durch Brechung, Polarisationswinkel. Vor allem lehrt das NICOLSche Prisma, wenn man hindurchblickt und es um die Blicklinie dreht, daß auch *einfach* gebrochenes Licht und *gespiegeltes* Licht Polarisationsmerkmale haben, nur sind sie weniger einfach zu beobachten. — Entdeckt hat die Polarisation des gespiegelten Lichtes MALUS (1810) an dem von einer Fensterscheibe zurückgeworfenen Sonnenlicht. Läßt man auf eine spiegelnde Glasplatte, etwa eine schwarze Glasplatte — wohlgemerkt, das *Glas* soll spiegeln, nicht etwa eine *Metallschicht* (S. 622 o.) auf der Rückseite — parallele Lichtstrahlen fallen ungefähr unter 56° (der erforderliche Winkel hängt von dem Stoff ab, für Wasser z. B. ist er 53°), so hat das zurückgeworfene Licht dieselben Eigenschaften, wie wenn es aus Kalkspalt austräte. Läßt man es durch ein NICOLSches Prisma den Kanten parallel ins Auge treten, so gibt es *Helligkeit*, wenn der *Hauptschnitt des Nicols*

senkrecht zur Einfallsebene, Dunkelheit, wenn er mit ihr parallel ist. Daraus folgt: die Schwingungen des unter 56° von dem Glase zurückgeworfenen Strahles geschehen *nur senkrecht* zur Einfallsebene (Abb. 778). Für den Übergang von Hell zu Dunkel und wieder zu Hell ist hier die Einfallsebene eine Symmetrieebene, wir bezeichnen sie daher als *Polarisationsebene des reflektierten Strahles*. Völlige Dunkelheit tritt aber nur dann ein, wenn das Licht gerade unter 56° einfällt, dem *Polarisationswinkel*.

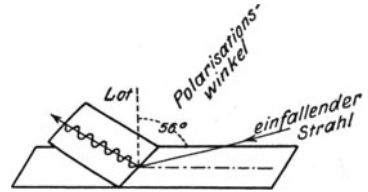


Abb. 778. Geradlinige Polarisation des Lichtes durch Spiegelung unter dem Polarisationswinkel an Glas.

Spiegelung unter dem Polarisationswinkel polarisiert also den Strahl, wie ihn der Durchgang durch ein NICOLSches Prisma polarisiert hat. Ein Strahl, der aus dem Nicol kommt, verhält sich aber ganz anders, wenn er auf einen zweiten Nicol trifft, als ein natürlicher Lichtstrahl. Und so ist es auch hier: ein Strahl, der von einem *Spiegel* unter dem Polarisationswinkel gespiegelt wird, verhält sich, wenn er auf einen *zweiten* Spiegel fällt, ganz anders als ein natürlicher. Wie wir den zweiten Nicol um den (vom ersten) polarisierten Strahl als Achse gedreht haben, so drehen wir jetzt den zweiten Spiegel um den (vom ersten) polarisierten Strahl. Man benützt dazu den Apparat Abb. 779. *A* und *B* sind zwei spiegelnde Glasplatten, die um die Achsen *M* und *N* drehbar sind. *R* ist ein zylindrisches Rohr, um dessen Achse die Fassungen *a* und *b*, an denen die Spiegel sitzen, ebenfalls drehbar sind. Man stellt zunächst die Spiegel einander parallel und läßt ein Bündel paralleler Strahlen unter dem Polarisationswinkel auf *A* und, von *A* reflektiert und polarisiert, der Rohrachse entlang auf *B* fallen. *B* reflektiert nun das auffallende Licht, solange die Spiegel parallel bleiben, d. h. solange (das Charakteristische!) die Einfallsebenen beider Spiegel in *derselben* Ebene liegen, und gibt einen Lichtfleck von entsprechender Helligkeit, wenn das Licht von *B* aus auf eine Wand trifft. Dreht man aber an der Fassung *b* den Spiegel um *R*, d. h. *um das vom Spiegel A reflektierte Bündel*, das ja *R* entlang reflektiert wird, so wird der Fleck auf der Wand dunkler; und er ist *völlig* finster, wenn die Fassung *b* um 90° gedreht ist, d. h. wenn die beiden Einfallsebenen einen rechten Winkel bilden. Die Schwingungen des bei dem zweiten Spiegel unter dem Polarisationswinkel ankommenden Strahls geschehen dabei *in* der Einfallsebene, sie werden dann *nicht* reflektiert. (Aber *gebrochen* werden sie.) Wird das Licht unter einem anderen als dem Polarisationswinkel von dem Spiegel zurückgeworfen, so wird es nur zum *Teil* polarisiert.

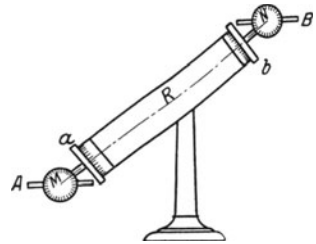


Abb. 779. Zum Nachweis der Eigenschaften des durch Spiegelung polarisierten Lichtes.

Von dem polarisierten Teile ist es auch nur die zur Einfallsebene *senkrechte* Komponente, die zurückgeworfen wird, d. h. nur diejenige, die bei der Doppelbrechung der im Hauptschnitt schwingenden entspricht. Was wird nun aber aus der zur Einfallsebene *parallelen* Komponente, die bei der Doppelbrechung der senkrecht zum Hauptschnitt schwingenden entspricht? Sie findet sich, wie die Erfahrung lehrt, in dem *gebrochenen* Strahl der gleichzeitig mit dem gespiegelten auftritt. Tatsächlich ist Licht, das schief durch eine Glasplatte geht, stets teilweise polarisiert, und zwar sind die Schwingungen, wie die Analyse durch das NICOLSche Prisma lehrt, *parallel* zur Einfallsebene. Das gebrochene Licht ist immer nur *teilweise* polarisiert; aber man kann den Teil vergrößern, wenn man das Licht durch eine größere Anzahl aufeinander liegender paralleler Glasplatten

(*Glasplattensatz*) schiebt (Abb. 780). Jede neue Brechung vergrößert den Teil. Im NÖRRENBURGERSchen Polarisationsapparat als Polarisor benützt.

Trifft ein geradlinig polarisierter Strahl unter dem Polarisationswinkel auf eine spiegelnde Glasfläche, und zwar so, daß seine Schwingungsebene mit der Einfallsebene identisch ist, so wird er nicht reflektiert, aber gebrochen. Was geschieht aber, wenn der Strahl durch die brechende Fläche nicht hindurch kann, wie bei der *totalen* Reflexion? (Abb. 781.) Er wird dann *doch* reflektiert, aber er ist nach der Reflexion zirkular polarisiert (FRESNEL) (Abb. 292). Es sind dann zwei Schwingungen in ihm vereinigt, eine in der Einfallsebene und eine senkrecht dazu, aber die eine ist der anderen um $\frac{1}{4}$ Wellenlänge voraus. — Wenn Licht, gleichviel ob natürliches oder linear polarisiertes, an Metallflächen reflektiert wird, oder an stark brechenden Substanzen, z. B. am Diamant, wird die Schwingung elliptisch. Deswegen wurde für die geradlinige Polarisation durch Spiegelung ausdrücklich gefordert (S. 620 u.), das *Glas* solle spiegeln, nicht etwa eine Metallschicht auf seiner Rückseite.

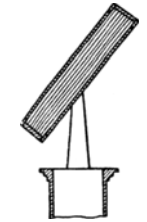


Abb. 780.
Glasplattensatz
zur Polarisierung
des Lichtes durch
einfache Bre-
chung.

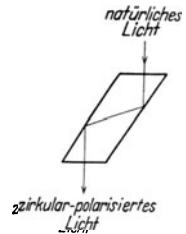


Abb. 781. Parallel-
epiped (FRESNEL),
das das Licht zir-
kular polarisiert.

Aus der Streuung (diffusen Reflexion) an den Wasserbläschen und den Staubteilchen in der Luft erklärt sich auch, daß *das diffuse Tageslicht polarisiert* ist. Aus der Polarisation des Tageslichts erklärt sich dann die sehr auffällige Tatsache, daß eine ausgedehnte ruhende Wasserfläche, ein Teich oder ein See, bald als Spiegel glänzt, bald schwarz und glanzlos erscheint; das zweite dann, wenn wir in einer Richtung danach hinsehen, nach der die Fläche das Tageslicht wegen seiner Polarisiertheit nicht reflektiert.

Der Polarisationswinkel hat für jeden Stoff eine andere Größe (MALUS). Für einen gegebenen Stoff ist (BREWSTER 1815) derjenige Einfallswinkel der Polarisationswinkel, bei dem der gebrochene und der gespiegelte Strahl senkrecht aufeinander stehen (Abb. 782). Der Polarisationswinkel hängt danach mit der Brechungszahl zusammen durch die Beziehung $n = \operatorname{tg} i$, denn da i und r einander zu einem Rechten ergänzen, also $\sin r = \cos i$ ist, so ist $n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\cos i} = \operatorname{tg} i$.

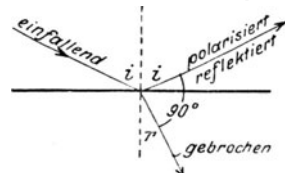


Abb. 782.
Beziehung zwischen Polari-
sationswinkel und Brechungszahl.

Das Gesetz gilt nicht streng, aber mit großer Annäherung. Man kann damit den Polarisationswinkel eines Stoffes für Licht einer bestimmten Farbe vorausberechnen, wenn man ihren Brechungsindex für diese Farbe kennt und umgekehrt. Das zweite ist wertvoll, wo es sich um undurchsichtige Stoffe handelt, außer um Metall. Metalle sind als Polarisierungsspiegel unbrauchbar, weil sie das Licht elliptisch polarisieren.

Das natürliche Licht. Wir hatten an der rotierenden Kompaßnadel verdeutlicht, wie das *natürliche* Licht aus dem *geradlinig polarisierten* entstanden gedacht werden kann: das natürliche Licht war danach geradlinig polarisiertes, dessen Schwingungsebene ungeheuer schnell um den Strahl rotiert. Müßte man dann aber nicht, wenn natürliches Licht durch ein NICOLSches Prisma in das Auge tritt, immer dann das Licht *verlöschen* sehen, wenn die Schwingungsebene den Hauptschnitt senkrecht kreuzt? Nein! Unser Auge gebraucht *wenigstens* $\frac{1}{7}$ Sekunde, um einen Eindruck, hier das Verlöschen, zu empfinden, die Schwingungsebene wechselt aber ihre Lage wenigstens einige Millionen Male in der Sekunde. Andererseits ist diese Wechselzahl auch nicht unbegrenzt. Keinesfalls ist sie so groß, daß, wenn ein bestimmtes Ätherteilchen dabei nur *einmal* hin- und herschwingt,

die rotierende Kompaßnadel (also die Schwingungsebene) schon bei der *nächsten* Schwingung des Teilchens eine andere Richtung hat, d. h. schon bei der *nächste* Welle in einer anderen Ebene liegt als die vorhergehende. Denn dann gäbe es keine Interferenzerscheinungen des natürlichen Lichtes (S. 602f.): Berg und Tal zweier Wellenzüge von der Form Abb. 773 können einander doch nur dann vernichten, wenn die Schwingungen in *dieselbe* Ebene fallen. Und gerade aus den Interferenzerscheinungen folgt, daß *wenigstens* $2\frac{1}{2}$ Millionen Wellenlängen in *derselben* Ebene liegen (LUMMER) und einander vollkommen gleich sind, d. h. wenigstens $2\frac{1}{2}$ Millionen Schwingungen einander folgen, ehe die Schwingungsebene ihre Lage ändert. — Andererseits kann man diese Interferenzerscheinungen unterdrücken, wenn man die Schwingungsebenen der beiden Strahlen an der Interferenzstelle gegeneinander verdreht (ABBE und SOHNCKE).

Interferenz polarisierter Lichtstrahlen. Interferieren zwei polarisierte Lichtstrahlen, die *nicht in derselben Ebene* polarisiert sind, so müssen offenbar andere Interferenzerscheinungen eintreten als beim natürlichen Lichte. Um sie zu sehen, benützt man sehr dünne Blättchen von doppeltbrechenden Kristallen, gewöhnlich von Gips- oder Glimmerkristallen, da diese sich besonders dünn spalten lassen. Wir schneiden das planparallele Blättchen *parallel* zur Achse und schicken *gradlinig polarisiertes Licht* senkrecht darauf — zu folgendem Zweck: der Strahl spaltet sich beim Eintritt in die Platte im *allgemeinen* (d. h. wenn nicht seine Schwingungsebene zufällig eine *bestimmte* Lage hat, die hier ausgeschlossen sein soll) in zwei gradlinig polarisierte Strahlen, deren Schwingungsebenen senkrecht aufeinanderstehen (Abb. 773). Beide Strahlen durchlaufen die Platte in derselben Richtung, *aber verschieden schnell*. Beim Austritt aus der Platte ist der eine dem anderen um einen gewissen Bruchteil einer Wellenlänge

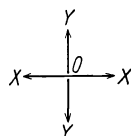


Abb. 783.

voraus, d. h. die Wellen haben verschiedene Phase. Diese Phasendifferenz bezwecken wir. Man nennt eine Platte, die eine Phasendifferenz von einer Viertel-Wellenlänge hervorruft, eine „ $\lambda/4$ -Platte“. Wir haben dann zwei gleichzeitig an derselben Punkteihe entlang laufende transversale Wellen (S. 241), deren Schwingungen senkrecht aufeinanderstehen und die einzelnen Punkte entsprechend angreifen. Sie schwingen den Punkt gradlinig hin und her oder bewegen ihn in einer Ellipse oder in einem Kreise um die Ruhelage, je nach der Größe der Phasendifferenz, mit der die Wellen in ihm zusammentreffen. Wir denken sie uns — wenn wir das Buch horizontal hinlegen — vertikal von unten kommend, die eine längs XX , die andere längs YY schwingend (Abb. 783). Sie bewegen dann den Punkt O in der Ebene des Buches je nach der Phasendifferenz, mit der sie in ihm zusammentreffen, im *allgemeinen* in einer Ellipse; unter besonderen Bedingungen geht die Ellipse in eine gerade Linie, unter anderen in einen Kreis über. Je nachdem wird das Licht *elliptisch*, gradlinig oder *zirkular* polarisiert.

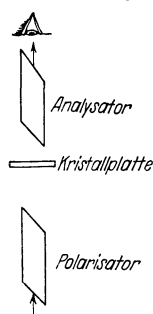


Abb. 784. Verbindung zweier NICOL-Prismen mit einer Kristallplatte zur Analyse polarisierten Lichtes.

Daß wir eine greifbare Masse zwingen können, zwei Schwingungen gleichzeitig auszuführen, können wir beweisen (Abb. 288). Aber dürfen wir daraus auf die Lichtwellen schließen und annehmen, daß die Schwingungen gradlinig, kreisförmig oder elliptisch sind? Wie prüfen wir, welcher Fall vorliegt? Antwort: Mit einem zweiten Nicol, durch das wir die Platte anblicken. Das Licht geht dabei (Abb. 784) durch ein NICOLsches Prisma, durch die Platte und durch das zweite NICOLsche Prisma in das Auge. Im ersten wird es polarisiert, in der Platte wird es in zwei (ebenfalls gradlinig polarisierte) Strahlen gespalten,

und beim Austreten aus der Platte setzen sich die zwei zu geradliniger oder zu kreisförmiger oder zu elliptischer Schwingung zusammen, und dieses Licht trifft den anderen Nicol, den Analysator. Durch dieses NICOLSche Prisma geht nur Licht hindurch, dessen Schwingungsebene mit seinem Hauptschnitt zusammenfällt. Abb. 785 zeigt die Kristallplatte, vertikal von oben gesehen, O ist der Punkt, an dem der von unten kommende polarisierte Strahl in die Platte eintritt, resp. der darüberliegende Punkt, an dem er aus der Platte austritt, OA ist seine Amplitude (in der Schwingungsebene, die durch den Hauptschnitt des Nicols, vertikal unter der Platte, bestimmt ist), OX und OY sind die optische Achse der Kristallplatte und die dazu Senkrechte, zugleich die Schwingungsrichtungen der Komponenten, in die sich die Schwingung von der Amplitude AO beim Eintritt in die Platte zerlegt; die *eine* Richtung ist gegeben durch die optische Achse des Kristalles. OB und OC sind die Amplituden der beiden geradlinig polarisierten Schwingungen, die aus der Platte austreten und sich miteinander zu einer neuen zusammensetzen.

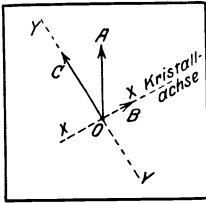


Abb. 785. Zerlegung einer geradlinig polarisierten Schwingung in zwei zueinander senkrechte Komponenten.

In welcher Weise der zu zweit durchlaufene Nicol, der obere (Abb. 784), analysierend wirkt, zeige ein Beispiel. Angenommen, die beiden aus der Platte tretenden Wellen hätten eine solche Phasendifferenz, daß sie bei der Zusammensetzung ihrer Bewegungen die Ätherteilchen zwingen müßten, Kreise um O zu beschreiben, oder anders: die Platte sei eine $\lambda/4$ -Platte. Woran würden wir die Kreisform der Bahn erkennen? Wir wissen: wenn wir (Abb. 786) O nach irgendeiner Richtung, z. B. Nord-Süd, zu Pendelschwingungen antreiben und ihm, wenn er in einem Umkehrpunkt der Schwingungsbahn angekommen ist (in Nord oder in Süd), also nachdem er $1/4$ seiner Schwingungsbahn zurückgelegt hat, in einer zur ursprünglichen Schwingungsrichtung senkrechten Richtung (Ost-West), genau ebenso antreiben, so schwingt er nicht zur Ruhelage zurück, sondern er läuft mit gleichförmiger Geschwindigkeit im Kreise um sie als Mittelpunkt, und zwar *dauernd*, da die von beiden Antrieben ihm erteilten Bewegungen infolge der Trägheit *beide* erhalten bleiben. Würde ihm eine von den beiden Bewegungen plötzlich genommen, *irgendwo*, etwa wenn er in P angekommen ist, so gibt er die *Kreisbewegung auf* und *pendelt* von da an längs PP , dem ihm übriggebliebenen Antrieb entsprechend.

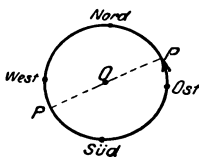


Abb. 786. Zur Zerlegung des zirkular polarisierten Strahles in zwei geradlinig polarisierte.

Der zirkular polarisierte Lichtstrahl. Dieser mechanische Vorgang ähnelt dem mutmaßlichen Vorgange im zirkular polarisierten Lichtstrahl: den senkrecht zueinander gerichteten Schwingungskomponenten am Pendel entsprechen die Schwingungen der geradlinig polarisierten Lichtstrahlen, deren Schwingungsebenen senkrecht zueinanderstehen. Der Kreisbewegung des Pendels entspricht die mutmaßliche Kreisbewegung in der Schwingungsergebnante, d. h. in der zirkular polarisierten Schwingung. Entzieht man also dieser Kreisbewegung im Lichtstrahl die eine Komponente, so muß *stets* die andere übrigbleiben. Das heißt: der zirkular polarisierte Strahl muß in einen geradlinig polarisierten übergehen mit einer Schwingungsebene senkrecht zur Schwingungsebene jener weggenommenen Komponente. *Man kann das durch den zweiten Nicol tatsächlich beobachten*: trifft der zirkular polarisierte Strahl auf diesen Nicol, so *spaltet* er sich in zwei Strahlen, einen, der *senkrecht* zum Hauptschnitt schwingt, und einen, der *im* Hauptschnitt schwingt, den ersten läßt der Nicol nicht durch, wohl aber den zweiten. Und genau so, wie die Kreisbewegung der Abb. 786 in die geradlinige übergeht, *gleichviel an welchem Punkte der Kreisbahn* man ihr die zweite Komponente wegnimmt, und die Rich-

tung der übrigbleibenden Schwingung nur davon abhängt, an welchem Punkte der Kreisbahn das geschieht, so auch hier. Wie man auch den Nicol um die Achse des polarisierten Lichtstrahles dreht, das Gesichtsfeld ist stets gleichmäßig hell, dieser zweite Strahl ist also *stets* vorhanden, wie wenn *natürliches* (unpolarisiertes) Licht hineinfiele. Läßt man aber den zirkular polarisierten Strahl durch eine zweite $\lambda/4$ -Platte gehen, *ehe er in den Analysator tritt*, d. h. erhöht man die Phasendifferenz der im zirkular polarisierten Strahl enthaltenen Komponenten auf $\lambda/2$, dann verwandelt sich der zirkular polarisierte Lichtstrahl in einen geradlinig polarisierten mit einer Schwingungsebene, deren Lage der analysierende Nicol anzeigt. Kurz: Natürliches Licht unterscheidet man von zirkular polarisiertem dadurch, daß man das zu untersuchende Licht durch eine $\lambda/4$ -Platte und einen Nicol wie in Abb. 784 ins Auge treten läßt und den Nicol dreht. Bleibt das Gesichtsfeld gleichmäßig hell, so ist das Licht natürliches; ändert sich die Helligkeit in der bekannten Weise, so ist es zirkular polarisiertes. Das NICOLSche Prisma leistet in diesem Sinne eine Analyse des Lichtes.

Die Interferenzerscheinungen des polarisierten Lichtes beim Durchgange durch Kristallplatten sind unendlich mannigfaltig. Die Mannigfaltigkeit wächst, wenn wir weißes Licht anwenden. Der Analysator kann dann nur *gewisse Farben*, für die die Phasendifferenz eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, auslöschen. Die übrigbleibenden Farben setzen sich zu einer Mischfarbe zusammen (S. 626 o.).

Polarisationsapparate. Das Verhalten eines gegebenen Stoffes polarisiertem Lichte gegenüber zu kennen, ist für viele Zwecke wichtig. Man polarisiert deshalb natürliches Licht durch einfache Apparate, läßt es den zu untersuchenden Stoff durchlaufen und analysiert das aus ihm austretende Licht. Als *Polarisationsapparat* hierzu erwähnen wir den von NÖRRENBURG,

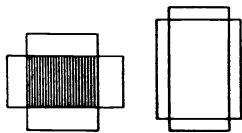


Abb. 787. Zwei achsenparallele Turmalinplatten zur Polarisierung des hindurchgehenden Lichtes (Turmalinzange).

in dem das natürliche Licht durch Brechung und durch Spiegelung polarisiert wird, und die Turmalinzange (Abb. 787), in der das Licht polarisiert wird, indem es durch eine achsenparallele Turmalinkristallplatte geht, die nur den parallel zur Achse schwingenden Strahl austreten läßt, weil sie den anderen verschluckt. Weit aus am wichtigsten aber als Polarisator wie als Analysator ist das NICOLSche Prisma. Eine besonders handliche Vereinigung zweier Prismen gestattet der Mikroskoptubus. Der polarisierende Nicol wird unter das Objektiv gesteckt, der analysierende, um die Tubusachse drehbar über das Okular gestellt (*Polarisationsmikroskop*, Abb. 788).

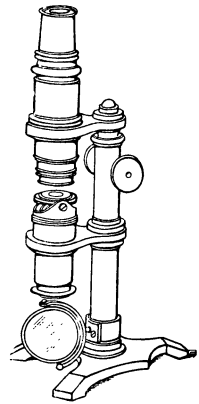


Abb. 788. Zum Mikroskopieren im polarisierten Licht.

gung zweier Prismen gestattet der Mikroskoptubus. Der polarisierende Nicol wird unter das Objektiv gesteckt, der analysierende, um die Tubusachse drehbar über das Okular gestellt (*Polarisationsmikroskop*, Abb. 788).

Drehung der Polarisationsebene (Arago 1811). Ein Sonderfall der Zirkularpolarisation, wichtig für Physik und Chemie, für die Theorie und die Praxis, ist die *Drehung der Polarisationsebene*, *optische Aktivität* genannt — unter den optisch einachsigen Kristallen (S. 556) besonders deutlich am Quarz. Schneidet man aus einem anderen optisch einachsigen Kristall, etwa Kalkspat, eine planparallele Platte *senkrecht* zur optischen Achse, bringt sie zwischen zwei Nicols als Analysator und Polarisator, und schickt paralleles Licht senkrecht hindurch, also parallel zur Achse — *einfarbiges* Licht, z. B. gelbes — dann sieht das Gesichtsfeld im Analysator geradeso aus wie wenn die Platte nicht da wäre; bei rechtwinklig gekreuzten Nicols ist es finster. Ist aber die Platte aus Quarz (Bergkristall), so müssen wir den Analysator über die rechtwinklige Stellung hinausdrehen, um das Licht auszulöschen: um ungefähr $21,7^\circ$, wenn die Platte 1 mm dick ist. Entsprechendes gilt für *jede* Farbe des Spektrums: jede erlischt bei einem *andern bestimmten* Winkel. Er ist der Dicke der Platte proportional und ist bei einer 1-mm-Platte für die FRAUNHOFERSchen Linien:

Rot	Orange	Gelb	Grün	Blau	Indigo	Violett
<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>
15,7°	17,3°	21,7°	27,5°	32,7°	42,6°	51,2°

Abb. 789 zeigt die Winkel für eine 3,75 mm starke Platte. Ist das Licht *weiß*, so erlischt bei einer bestimmten Stellung des Analysators nur *eine* Spektralfarbe *ganz*, das Gesichtsfeld erscheint daher in einer Mischfarbe, deren Helligkeit und Farbenton sich daraus bestimmen, wieviel jede einzelne der *übrigen* Spektralfarben zur Aufhellung des Gesichtsfeldes bei der betreffenden Stellung des Analysators und bei der jeweiligen Dicke der Quarzplatte beiträgt.

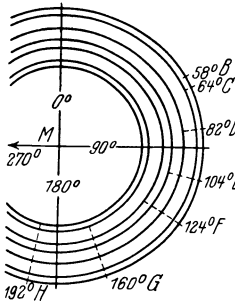


Abb. 789. Rotationsdispersion. Der Winkel zwischen dem vertikalen Durchmesser und z. B. dem bei 58° (FRAUNHOFERSche Linie *B*) ist der Winkel, um den eine 3,75 mm dicke achsenrechte Quarzplatte die Polarisationssebene dieses geradlinig polarisierten Lichtes dreht. Bei der Anordnung Abb. 762 muß der Analysator $90^\circ + 58^\circ$ bilden, um es auszulöschen.

Das ist die grundlegende Erscheinung; FRESNEL (1823) hat sie so erklärt: Der aus dem Polarisator kommende *geradlinig* polarisierte Strahl *spaltet sich* bei seinem *Eintritt* in die Quarzplatte in zwei zirkular polarisierte, der eine rechts, der andere links zirkular. Der eine durchläuft die Platte schneller als der andere. Bei ihrem *Austritt* aus der Platte *setzen* sie sich zu einem *geradlinig* polarisierten Strahl *zusammen*, gerade so wie sie daraus hervorgegangen sind. Aber weil der eine dem anderen vorausgeeilt ist, ist die Schwingungsebene des neuen Strahles nicht identisch mit der des ursprünglichen, sondern ist im Drehungsinne des schnelleren um einen gewissen Winkel gedreht. Die kreisenden Ätherteilchen beider aus der Quarzplatte austretenden zirkular polarisierten Strahlen streben nämlich, die Ätherteilchen, auf die sie jetzt treffen, im Kreise zu bewegen, beide gleichzeitig und beide gleich stark, die des einen rechts, des anderen links herum. Daher erzeugen

sie nicht eine Kreisbewegung, sondern eine geradlinige Schwingung, d. h. die beiden zirkular polarisierten Strahlen setzen sich zu einem geradlinig polarisierten zusammen. Aber da der eine zirkular polarisierte Strahl dem anderen vorausseilt, so hat das Ätherteilchen bereits einen Teil seines Kreises durchlaufen, also (Abb. 790) einen Kreisbogen *AB* beschrieben, ehe der andere Strahl zu dem ersten hinzukommt und ihn zwingt, die Kreisbewegung aufzugeben und mit ihm zusammen den geradlinig polarisierten Lichtstrahl *BB* zu bilden. Würden sie *gleichzeitig* aus der Platte *austreten*, wie sie beide gleichzeitig (im geradlinig polarisierten Strahl in der Schwingungsebene längs *AA* vereinigt) *eingetreten* sind, so würden sie sich auch zu einem Strahl vereinigen, dessen Schwingungsebene dieselbe Lage hat wie *AA*.

Die Phasendifferenz erklärt also die Drehung der Schwingungsebene und mit ihr die der Polarisationssebene. — Es ist genau so, wie wenn der Pendelkörper der Abb. 288 *gleichzeitig* zwei *gleich große* Antriebe zur Kreisbewegung bekäme — den einen *im Uhrzeigersinne*, den anderen *entgegengesetzt*. Dann würden die beiden Tangentialkomponenten einander vernichten, und das Pendel würde dann wieder über einem Durchmesser pendeln; über welchem, das hinge davon ab, an welchem Punkte der Kreisbahn der zweite Tangentialantrieb zu dem ersten hinzugetreten ist.

Optisch aktiv sind außer dem Quarz noch andere Kristalle, Zinnober, Rohrzucker, Weinsäure, auch Terpentinöl. Grundsätzlich sind alle (und nur) diejenigen Kristalle optisch aktiv, deren Symmetriegruppe enantiomorph ist; sie bilden (S.145) stets zwei zueinander enantiomorphe Kristallformen (Rechts- und Linksform). Da diese spiegelbildlich gleich sind, so dreht der Kristall in der einen Form die Polarisationssebene ebensoweit nach rechts wie in der anderen nach links. Jedes Kristallsystem enthält enantiomorphe Kristallklassen; somit kann man z. B.

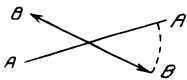


Abb. 790. Zur Mechanik der Drehung der Polarisationssebene.

auch bei kubischen (also optisch isotrop erscheinenden Kristallen) wie z. B. bei chlor- resp. bromsaurem Natrium Drehung der Polarisationsebene finden; sie hat bei diesen Kristallen in allen Richtungen denselben Wert (optische Isotropie). — Bringt man nun zwei zueinander enantiomorphe Kristallformen *getrennt* in Dampf, Lösung oder Schmelze, so zeigt eine Gruppe dieser Stoffe, wie (z. B. Rohrzucker und Weinsäure) auch in den amorphen Phasen die optische Aktivität — sie sind konstitutiv enantiomorph, während sie bei einer anderen Gruppe, z. B. chlor- resp. bromsaurem Natrium, verschwindet — Kristallenantiomorphie (S. 152 u.).

Saccharimeter. Es gibt (LE BEL, VAN'T HOFF) Beziehungen zwischen der chemischen Zusammensetzung und dem Drehungsvermögen. Die Beobachtung und die Messung der Drehung ist dadurch ein wertvolles Hilfsmittel der chemischen Analyse. Das Drehungsvermögen von Lösungen hängt auch von deren Konzentration ab, und man kann aus der Größe der Drehung auf die Konzentration schließen. (Anwendung z. B. in den Zuckerfabriken, um in einer Lösung, ferner in der Medizin, um im Harn der Zuckerkranken den Gehalt an Zucker zu ermitteln.) Die Instrumente dazu heißen *Saccharimeter*. Das einfachste (E. MITSCHERLICH 1844) ist eine Vorrichtung, deren einzelne Teile der Versuchsordnung Abb. 784 entsprechen, nur liegt sie horizontal, Abb. 791, und zwischen den beiden Nicols liegt anstatt der Platte ein Rohr mit der zu untersuchenden Flüssigkeit. Man benutzt homogenes Licht und stellt, ehe man das Rohr einlegt, den Analysator so zu dem Polarisator, daß das Gesichtsfeld finster ist — die *Nullstellung*. Dann legt man das mit der Flüssigkeit gefüllte Rohr zwischen beide. Dadurch wird die Polarisationsebene des aus dem Polarisator kommenden Strahles gedreht, und das Gesichtsfeld wird hell. Man dreht dann den Analysator, bis es wieder finster ist — rechts herum oder links herum, je nachdem die Flüssigkeit nach rechts oder links dreht. Aus dem Drehungswinkel und der Länge der durchstrahlten Schicht (gewöhnlich 20 cm) berechnet man die Konzentration der Lösung. Man liest sie in Prozent der aufgelösten Substanz an dem empirisch geeichten Teilkreise ab. — Benutzt man weißes Licht, so wird das Gesichtsfeld farbig. Drehung des Analysators führt dann auch immer nur eine neue Farbe herbei (niemals Dunkelheit). Man dreht den Analysator, bis man diejenige bekommt, die zu Gelb komplementär ist, also in die Stellung, bei der das Natriumgelb auslicht. Das Gesichtsfeld zeigt dann die *Übergangsfarbe*, ein Blauviolett, das leicht zu finden ist, weil die geringste Drehung des Analysators aus dieser Stellung heraus das Gesichtsfeld rot oder blau färbt, je nach der Richtung der Drehung.

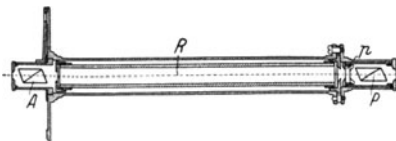


Abb. 791. Saccharimeter (BIOT-MITSCHERLICH) mit Doppelquarz von SOLEIL (p) am Polarisator (P).

Zuverlässiger wird die Beobachtung, wenn man die *Übergangsfarbe als Nullstellung* benutzt, in der Anordnung der Abb. 791. Man stellt zwischen den Polarisator P und die Röhre R eine planparallele Platte p (Abb. 792), die aus zwei Quarzplatten zusammengesetzt ist, jede Platte senkrecht zur optischen Achse geschnitten, aber die eine aus

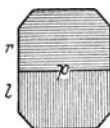


Abb. 792. Doppelquarz von SOLEIL. Zwei aneinandergelittete, rechts (r) und links (l) drehende, achsensenkrechte Quarzplatten.

einem rechts-, die andere aus einem linksdrehenden Kristall, jede so dick (3,75 mm), daß, wenn polarisiertes, *weißes* Licht zwischen den gekreuzten Nicols hindurchgeht, gerade die zur Übergangsfarbe komplementäre Farbe erlischt. Man stellt demgemäß, ehe man die zu untersuchende Flüssigkeit in das Rohr R des Apparats bringt, den Analysator A so, daß man das Gesichtsfeld in der Übergangsfarbe sieht. Legt man dann das Rohr R mit der rechtsdrehenden Zuckerlösung ein, so wird die Drehung nach rechts *vermehrt*, nach links vermindert, die rechte Hälfte des Gesichtsfeldes neigt daher zum Blau, die linke zum Rot. Um zu erfahren, um wieviel sich die Polarisationsebene dabei gedreht hat, dreht man den Nicol, bis man die Übergangsfarbe wiederfindet.

Bei diesen Instrumenten mißt man die Drehung dadurch, daß man der Polarisationsebene mit dem Analysator *nachgeht* und den früheren Zustand wieder herstellt. Man kann aber auch den Analysator stehen lassen und feststellen, um *wieviel* man die Polarisationsebene *zurückdrehen* muß, um den früheren Zustand wieder herzustellen. Wir wissen z. B., eine 3,75 mm dicke Quarzplatte dreht das D -Gelb um etwa 80° nach rechts oder nach links, je nach der Herkunft der Platte. Angenommen, die Polarisationsebene eines Strahles von gelbem Licht sei so stark gedreht worden, daß sie, sobald man den Strahl durch eine 3,75 mm starke *rechtsdrehende* Quarzplatte gehen läßt, gerade aufgehoben wird, d. h. wieder in ihre alte Stellung *zurückgedreht* wird, so heißt das: der Strahl war ursprünglich nach *links* gedreht um etwa 80° . Eine solche Kompensation wendet das SOLEILSche Saccharimeter an. Es hat fast genau die Einrichtung wie der Apparat in Abb. 791, nur steht der Analysator fest, mit seinem Hauptschnitt parallel zu dem des Polarisators. — Die Kompensation einer

stärkeren oder einer schwächeren Drehung fordert natürlich eine dickere oder eine dünnere Quarzplatte. Um jede Drehung kompensieren zu können, müßte man über eine Quarzplatte von beliebig variabler Dicke verfügen, die bald nach rechts, bald nach links dreht. Eine solche

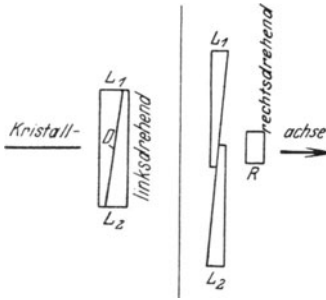


Abb. 793. Keilkompensation von SOLEIL. Eine rechts drehende Quarzplatte (R) und zwei links drehende Quarzkeile (L_1, L_2), die zusammen eine Platte von veränderlicher Dicke bilden.

Platte verschafft man sich so: Man schneidet eine planparallele Platte L aus einem linksdrehenden Quarzkristall senkrecht zur optischen Achse und zerschneidet sie in der Diagonalebene D (Abb. 793) in die zwei keilförmigen Platten L_1 und L_2 . Verschiebt man die Keile in der Richtung der Pfeile gegeneinander, so bilden ihre einander deckenden Teile stets eine planparallele Platte, die senkrecht zur optischen Achse des Kristalles ist, und deren Dicke durch das Verschieben genügend variabel ist. Aber sie dreht nur nach links. Um eine Vorrichtung zu bekommen, die beliebig nach rechts oder nach links dreht, setzen wir vor die linksdrehende Keilplatte L die planparallele Platte R , die auch senkrecht zur Achse geschnitten ist, aber aus einem rechtsdrehenden Kristall, und die so dick ist wie die Platte, die die Keile in ihrer mittleren Stellung bilden. Bei dieser Stellung der Keile, der Nullstellung, heben die Drehungen durch R und durch $L_1 L_2$ einander auf, hat also das Gesichtsfeld, ehe die Röhre eingelegt ist, die

Übergangsfarbe. Macht man die variable Keilplatte *dicker* als R , so drehen R und L zusammen nach links, macht man sie dünner, so drehen sie zusammen nach rechts. Man benützt den Apparat so: Man bringt den Keil auf die Nullstellung (das Gesichtsfeld hat die Übergangsfarbe), dann legt man das Rohr ein (die beiden Gesichtsfeldhälften haben verschiedene Färbung), dann verschiebt man die Keile, bis das Gesichtsfeld wieder die Übergangsfarbe hat; dann liest man die Stellung der Keilplatten an dem mit ihnen verbundenen Maßstabe ab.

Halbschattenapparate. Die Versuchsanordnung Abb. 795 erläutert den Grundgedanken der Halbschattenpolarimeter. Sie benützen *homogenes* Licht und eine planparallele Quarzplatte, *parallel* zur optischen Achse geschnitten. Ist (Abb. 794) XX die optische Achse des Kristalls, YY die dazu senkrechte Richtung, OA die Amplitude des aus dem Polarisator kommenden Strahles, so zerlegt sich OA beim Eintritt in die Platte in zwei geradlinig polarisierte Strahlen mit den Komponenten OB und OC . Sie gehen verschieden schnell durch die Platte, treten also mit einer Phasendifferenz aus. Die Größe der Differenz hängt von der Dicke der Platte und der Wellenlänge des angewendeten Lichtes ab. Man macht die Platte so dick, daß diese Differenz eine *halbe* Wellenlänge des angewendeten gelben Lichtes beträgt. Infolge ihrer Phasendifferenz von einer halben Schwingungsdauer setzen sich die Strahlen jetzt so zusammen, daß die Schwingungsebene des austretenden Strahles gegen die des eintretenden gedreht ist und die entstehende Schwingungsrichtung OA' mit OA symmetrisch zu XX liegt. Eine Quarzplatte, die diese Phasendifferenz hervorruft — eine *Laurentplatte*, nach dem Urheber (LAURENT) des Halbschattenprinzips, legen wir so zwischen die beiden Nicols, daß sie

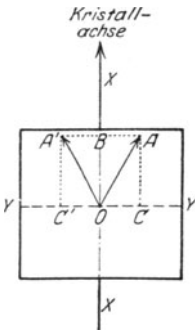


Abb. 794. Zur Erzeugung eines Gangunterschiedes von $\lambda/2$ durch eine achsenparallele Quarzplatte. Fällt die Schwingungsebene des Polarisators mit AA zusammen, also die Kristallachse in die Schwingungsebene, so wirkt die Platte, wie wenn sie gar nicht da wäre: beide Gesichtsfeldhälften sind gleich hell oder gleich dunkel, je nachdem man den Analysator parallel oder senkrecht zu AA stellt. Macht aber die Schwingungsebene des Polarisators einen Winkel mit der Kristallachse, hat sie z. B. die Lage OB , so geht das aus dem Polarisator kommende Licht durch die *freie* Hälfte des Gesichtsfeldes in der *ursprünglichen* Schwingungsrichtung OB , durch die von der Platte *bedeckte* Hälfte aber in der Schwingungsrichtung OC . Stellt man also den Analysator rechtwinklig auf OB in die Stellung 22 , so wird das Licht der freien Hälfte des Gesichtsfeldes nicht durch den Analysator hindurchgelassen, diese Hälfte des Gesichtsfeldes also finster. Die linke, von der Platte bedeckte Hälfte wird nur etwas dunkel, denn die Schwingung OC wird zwar nicht *ganz*, aber die zu $O2$ parallele Komponente

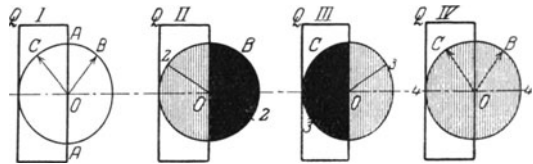


Abb. 795. Gesichtsfeld des Analysators im LAURENT-Halbschattenapparat bei vier Stellungen des Polarisators.

das Gesichtsfeld zur Hälfte verdeckt (Abb. 795). Der Kreis bedeutet das Gesichtsfeld des Analysators, Q die Platte, ihr Rand AA zugleich die Kristallachse. Fällt die Schwingungsebene des Polarisators mit AA zusammen, also die Kristallachse in die Schwingungsebene, so wirkt die Platte, wie wenn sie gar nicht da wäre: beide Gesichtsfeldhälften sind gleich hell oder gleich dunkel, je nachdem man den Analysator parallel oder senkrecht zu AA stellt. Macht aber die Schwingungsebene des Polarisators einen Winkel mit der Kristallachse, hat sie z. B. die Lage OB , so geht das aus dem Polarisator kommende Licht durch die *freie* Hälfte des Gesichtsfeldes in der *ursprünglichen* Schwingungsrichtung OB , durch die von der Platte *bedeckte* Hälfte aber in der Schwingungsrichtung OC . Stellt man also den Analysator rechtwinklig auf OB in die Stellung 22 , so wird das Licht der freien Hälfte des Gesichtsfeldes nicht durch den Analysator hindurchgelassen, diese Hälfte des Gesichtsfeldes also finster. Die linke, von der Platte bedeckte Hälfte wird nur etwas dunkel, denn die Schwingung OC wird zwar nicht *ganz*, aber die zu $O2$ parallele Komponente

der Schwingung *OC* wird vom Analysator hindurchgelassen. Dreht man den Analysator in die Stellung *33*, so wird aus dem analogen Grunde die bedeckte Hälfte finster und die freie nur etwas dunkel: In der Mittelstellung *44* werden beide Hälften etwas dunkel, aber beide *gleich* dunkel.

Aber der Apparat von LAURENT ist kein Präzisionsinstrument. Er tritt weit zurück gegen den von LIPPICH. Die Halbierung des Gesichtsfeldes bewirkt hier ein NICOLSches Prisma, das vor dem Polarisator steht und ihn zur Hälfte verdeckt.

Spezifisches Drehungsvermögen der Lösungen. Die Polarisationssebene des Strahles wird desto stärker gedreht, je länger und je konzentrierter die durchlaufende Flüssigkeitssäule ist; außerdem hängt die Drehung von der Temperatur der Flüssigkeit und von der Wellenlänge des angewendeten Lichtes ab. Enthält 1 cm^3 der Flüssigkeit 1 g gelöste Substanz, hat die Säule 10 cm Länge und eine Temperatur von 20°C , benützt man *D*-gelbes Licht und mißt man dann die Drehung der Polarisationssebene, so findet man einen bestimmten Winkel $(\alpha)_D^{20}$; er gibt das *spezifische Drehungsvermögen der Lösung*.

3. Absorption und Emission.

Ultrarot und Ultraviolett. Wir kehren zu dem Sonnenspektrum zurück. Wir sehen ein Farbenband von begrenzter Länge, am einen Ende rot, am anderen violett. Die *sichtbaren* Enden sind aber, wenn das Licht nicht etwa durch einen es verschluckenden Stoff gegangen ist, was wir hier ausschließen, nicht die *wirklichen* Enden des Spektrums. Wir *sehen* seine Fortsetzung über die Enden hinaus zwar nicht, können sie aber dennoch wahrnehmen. Ein empfindliches Thermometer, in die einzelnen Teile des Spektrums gebracht, zeigt, daß die Temperatur von dem violetten Ende nach der Mitte des Spektrums hin steigt. Auch jenseits des sichtbaren roten Endes, im *Ultrarot*, steht es höher als im *sichtbaren* Rot. Photographiert man das Spektrum unter gewissen Vorsichtsmaßregeln, so entsteht ein Bild, das sich weit über das violette Ende, im *Ultraviolett*, fortsetzt. Die von der „Licht“-Quelle ausgehenden Wellen erzeugen also Licht, Wärme und chemische Zersetzung (aktinische Wirkung). Aber die *Wellen* sind dieselben, *verschieden* ist nur das *Mittel*, an dem sie wahrnehmbar werden. Dasselbe Ultrarot, das, auf das Thermometer fallend, das Quecksilber in die Höhe treibt, und dasselbe Ultraviolett, auf das die photographische Platte mit chemischer Zersetzung reagiert, würde unser Auge als Licht empfinden, wenn die Netzhaut darauf reagieren würde.

Entstehung der Körperfarben durch Lichtabsorption. Aber schon im *sichtbaren* Spektralgebiet können wir wahrnehmen, d. h. *sehen*, daß die Reaktion auf Wellen verschiedener Länge je nach der Natur des reagierenden Stoffes sehr verschieden ausfallen kann. Wir haben bisher stets angenommen, ein Stoff, auf den Licht fällt, solle das Licht *ganz* hindurchlassen oder *ganz* zurückwerfen. Wäre diese Annahme streng erfüllt, so würden alle Stoffe ganz durchsichtig sein oder ganz undurchsichtig. Und die undurchsichtigen würden, wenn sie auffallendes Tageslicht nach *allen* Richtungen hin *gleichmäßig* zurückwerfen, vollkommen weiß aussehen. Aber weder sind die durchsichtigen Stoffe ganz durchsichtig, noch sind die undurchsichtigen Stoffe alle weiß. Die meisten sind farbig. Die Verschiedenheit der Farbigkeit erklärt sich zum größten Teil daraus, daß die Stoffe das auffallende Licht zum Teil verschlucken, zum Teil zurückwerfen, zum Teil hindurchlassen.

Tageslicht ist ein Gemisch von unendlich vielen *einfarbigen* Lichtarten; ihre Verschiedenheit zeigt sich darin, daß jede den Eindruck einer *anderen* Farbe hervorruft. Diese Verschiedenheit ist aber nur für *das Auge* da — physiologisch. Physikalisch unterscheiden sich die Lichtarten verschiedener Farbe durch die

zu ihnen gehörige Wellenlänge. Trifft weißes Licht auf einen Stoff, so trifft ihn eine Flut von Wellen aller möglichen Längen zwischen der des Rot und der des Violett. Die Verschiedenheit im Aussehen der Stoffe erklärt sich nun daraus, wie sich die Stoffe gegen Wellen von verschiedener Länge verhalten. *Weiß* erscheinen uns die Flächen, die alle Wellen nach allen Richtungen zurückwerfen, keine bevorzugen, keine benachteiligen. *Schwarz* erscheinen diejenigen, die *alle* verschlucken, *farbig* diejenigen, die beim Zurückwerfen oder beim Verschlucken der Farben eine oder mehrere bevorzugen (*selektive Absorption*). Ein rein grün aussehender Stoff, wir denken an Grün einer bestimmten Wellenlänge, ist danach ein solcher, der alle anderen Wellenlängen verschluckt und nur die zu diesem Grün gehörenden zurückwirft. Beleuchtet man ihn mit *blauem* Licht, so sieht er schwarz aus, denn dann fallen keine Strahlen auf ihn, die er zurückwerfen könnte. Kurz — die Farbe, in der uns ein undurchsichtiger Stoff im Tageslicht *erscheint*, ist diejenige, die die *verschluckten* Farben zu Weiß ergänzt. Daraus erklärt sich auch, warum farbige Stoffe im Tageslicht andersfarbig aussehen als bei Kerzenlicht oder bei Bogenlicht: in jeder Lichtquelle ist das Gemisch von einfarbigen Lichtarten anders; da nun der farbige Stoff nur bestimmte Wellen zurückwirft, so hängt sein Aussehen davon ab, ob und in welcher Stärke die betreffende Lichtquelle diese Wellen aussendet.

Ähnlich erklärt sich die Farbe durchsichtiger Stoffe. Hier sind es aber die *hindurchgelassenen* Wellen, die das Auge empfindet. Rein blaues Glas erscheint blau, weil es *nur* diejenigen hindurchläßt, auf die das Auge mit Blau-Empfindung reagiert. Es läßt aber *nur* solche durch. Halten wir daher zwischen das blaue Glas und die Lichtquelle ein rotes, so kommt überhaupt kein Licht in unser Auge; denn das rote Glas läßt nur rote Strahlen durch, diese werden aber von dem blauen verschluckt. Die beiden Gläser, von denen jedes für sich durchsichtig ist, sind daher aufeinandergelegt undurchsichtig.

Die Begriffe Durchlässigkeit und Undurchlässigkeit eines Stoffes für Wellen bezieht man als *Durchsichtigkeit* und *Undurchsichtigkeit* des Stoffes stets auf das Auge. Aber das Auge ist nur ein Prüfungsmittel für *solche* Wellen, auf die es überhaupt *reagiert*. Wir müssen, streng genommen, fragen, ob der *Stoff* die Wellen hindurchläßt oder nicht. Wie man die Durchlässigkeit *erkennt*, ob daran, daß die durchgelassenen Wellen auf die Netzhaut einwirken oder auf die photographische Platte oder auf das Thermometer oder wie sonst, das ist eine Frage für sich.

Wie die Brechung des Lichtes, so hängt auch seine Absorption davon ab, ob der Stoff, in den es eintritt, isotrop ist oder nicht. Nur in isotropen Stoffen ist sie unabhängig von der Richtung des Lichtweges. Daher erscheinen farbige *isotrope* Stoffe, in welcher Richtung man auch hindurchsieht, in derselben Farbe. Aber in einachsigen farbigen *Kristallen* ist die Absorption längs der Achse anders als senkrecht dazu (dichroitisch, Basisfarbe und Achsenfarbe) und bei zweiachsigen nach allen anisotropen Richtungen anders (pleochroitisch) und überdies für die verschiedenen Farben in verschiedener Weise (HAIDINGER, auch die Bezeichnungen Dichroismus und Pleochroismus).

Schwächung des Lichtes durch Absorption (BEERSches Gesetz). Die farbigen durchsichtigen Stoffe lassen gewisse Wellenlängen hindurch, andere nicht; die, die sie hindurchlassen, *bestimmen* ihre Farbe. Aber auch die Durchlässigkeit für diese Farbe ist begrenzt. Je dicker die Schicht ist, die die Wellen durchlaufen, desto mehr von ihrer Energie wird unterwegs in *Wärme* umgesetzt, und macht man die durchlaufene Schicht genügend dick, so wird sie undurchsichtig. Die mit der Dicke zunehmende Verschluckung des Lichtes erklärt auch, warum Stoffe, die mischfarbiges Licht hindurchlassen, ganz verschieden gefärbt aussehen, je nachdem man durch eine mehr oder weniger dicke Schicht hindurchsieht: die dünnere Schicht läßt noch alle Farben hindurch, die eine dickere verschluckt (absorbiert). Das BEERSche Gesetz der Absorption lautet: Die verschluckte Lichtstärke ist der auffallenden proportional, und Schichten gleicher Dicke verschlucken gleiche Bruchteile des auffallenden Lichtes. Eine einfallende homogene

Lichtstärke I_0 erleide in der Schichtdicke dx den Verlust dI_0 , dann ist $-dI_0 = \mu I_0 dx$, wo μ der Absorptions- (auch Extinktions-) Koeffizient ist. Die Lichtstärke I_a , die nach dem Durchgange durch die Schichtdicke d übrigbleibt, ist: $I_a = I_0 \cdot e^{-\mu d}$. Hierin ist e die Basis des natürlichen Logarithmensystems. (Die Formel gilt nur angenähert, weil sich fast immer zerstreute Strahlung über das austretende Licht legt, s. S. 649 u.). Welche Wellen ein gegebener Stoff verschluckt, sieht man an den Farben, die er im Spektrum des weißen Lichtes auslöscht, wenn man das Licht durch ihn hindurchschickt. Das Spektrum des austretenden Lichtes nennt man das Absorptionsspektrum des *Stoffes*. Es ist das charakteristische Spektrum eines nichtleuchtenden Körpers. Die Absorptions-Spektralanalyse ist für gewisse physiologische Fragen von großer Bedeutung, weil die zu untersuchenden Stoffe ihrer Natur gemäß nur ein *Absorptionsspektrum* haben (so für Chlorophyll- und Blutprobleme).

Anomale Dispersion. Mit der Absorption hängt eng zusammen die *anomale* Dispersion. Man lösche aus dem Spektrum des weißen Lichtes Grün und Grünblau aus und bringe alles, was links von der Lücke liegt, an das rechte Ende, und was rechts liegt an das linke. Dann entsteht die Reihenfolge: Blau, Violett, Schwarz (*Absorptionsbande*), Rot, Orange, Gelb — das ist ungefähr das Spektrum der alkoholischen Fuchsinlösung (Anilinrot), an der CHRISTIANSEN (1870) die anomale Dispersion (aufs neue) entdeckt hat. LE ROUX hatte sie (1860) am Joddampf entdeckt. Seit 1900 spielt sie eine große Rolle in der Astrophysik durch die Sonnentheorie von JULIUS und neuerdings durch die Erklärung der Breite der FRAUNHOFERSCHEN Linien durch UNSÖLD.

Um den Verlauf der anomalen Dispersion zu übersehen, benützt man seit KUNDT (1871) die Methode der gekreuzten Prismen mit dem zu untersuchenden Stoff als zweitem Prisma (S. 543). Ein einfaches Brechungsspektrum genügt dazu nicht, denn falls mehrere Farben *gleich* stark gebrochen werden sollten — was bei der Unregelmäßigkeit dieser Brechung ja denkbar ist —, so fallen sie *aufeinander*. Im Kreuzspektrum aber, wo jede Stelle des Spektrums noch einmal *rechtwinklig zur Längsrichtung* des Spektrums *zerstreut* wird (durch ein zweites Prisma, dessen Dispersion von der des ersten *verschieden* ist), werden evtl. einander *deckende* Farben voneinander getrennt. Das Kreuzspektrum ist *krümmelinig* und in zwei gegeneinander verschobene Stücke zerrissen, wie Abb. 796 in typischer Form zeigt. Gewisse Farben fehlen ganz (hier Gelb), und das nach der Rot-Seite benachbarte Licht (Rot, Orange) wird stärker (!) abgelenkt als das nach der Blau-Seite benachbarte (Grün, Blau) — das *Charakteristikum der anomalen Dispersion*. So oder ähnlich zerstreuen alle Stoffe, die stark gefärbt sind (Oberflächenfarben haben) und im Spektrum scharfe Absorptionsstreifen haben, so Anilinfarben, Chlorophyll, auch die Metalle. Die Anomalie tritt immer in der Nähe eines Absorptionsstreifens auf: Von der Rot-Seite des normalen Spektrums kommend, wächst die Brechungsahl n mit abnehmender Wellenlänge zunächst normal, kurz vor dem Absorptionsgebiet aber sehr stark, und an dem Streifen selber springt n von einem ungewöhnlich *großen* Wert zu einem ungewöhnlich *kleinen*. Mit diesem setzt es hinter dem Streifen wieder ein, um dann zunächst mit abnehmender Wellenlänge sehr rasch und dann normal zu wachsen. (Das wiederholt sich an *jedem* Absorptionsstreifen.) — Je schärfer der Absorptionsstreifen ist und je näher an ihm man die Brechung beobachten kann, desto verzerrter zeigt sich diese Stelle des Kreuzspektrums. Hat ein Stoff mehrere (Karmin zwei, übermangansaures Kali fünf), so entspricht jedem Streifen eine Lücke in der Dispersionskurve. Die stärksten verschluckenden Stoffe sind die Metalle, und die schärfsten Absorptionsstreifen haben die leuchtenden Gase — an beiden deckt die Brechung des Lichtes ungewöhnliche Beziehungen auf.

In genügend dünnen Schichten sind sogar die Metalle durchsichtig. An Prismen (elektrolytisch hergestellt) mit einem Brechungswinkel, der nach Sekunden zählt, hat KUNDT Brechungszahlen von Metallen ermittelt. Silber, Gold und Kupfer haben Brechungszahlen, die *kleiner als eins* sind, das Licht breitet sich in ihnen (in Silber viermal) also schneller aus¹ als im Vakuum, die Dispersion in Gold und Kupfer ist normal, dagegen in Platin, Wismut, Eisen und Nickel anomal. — Man kann auch glühende Gase durch einen

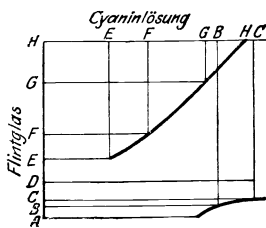


Abb. 796. Anomale Dispersion (Cyaninlösung).

¹ Das widerspricht nicht etwa dem, was wir S. 128 o. über die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit als Grenzgeschwindigkeit gesagt haben. Dort war der *ganze* Raum als Vakuum gedacht, d. h. als ein einziges Medium — in einem einheitlichen Medium ist Lichtbrechung unmöglich. *Hier* ist der Raum von mehreren Stoffen ausgefüllt. In jedem einheitlichen, den *ganzen* Raum ausfüllenden Stoff ist die Geschwindigkeit, mit der sich das Licht *in diesem Stoff* ausbreitet, die Grenzgeschwindigkeit. Ist der *ganze* Raum von Luft erfüllt, so ist die Grenzgeschwindigkeit die Luft-Lichtgeschwindigkeit; ist der ganze Raum von Silber erfüllt, so ist es die Silber-Lichtgeschwindigkeit usw.

Kunstgriff in prismatische Form bringen und in einem Kreuzspektrum ausbreiten; ihre anomale Dispersion hat KUNDT 1880 entdeckt.

KUNDT erkannte die Dispersion durch verschluckende Stoffe als Normalfall und die Dispersion durch völlig durchsichtige Stoffe als Sonderfall — mit anderen Worten: die anomale Dispersion als die Regel und die normale als die Ausnahme. (Dieser singuläre Fall ergibt eine ununterbrochene Kurve als Kreuzspektrum, der nächste, weniger spezielle Fall zwei getrennte krummlinige Kurvenstücke, der allgemeinste Fall viele getrennte krummlinige Kurvenstücke.) Alle neuen Dispersionstheorien rechnen mit einem Zusammenhange zwischen Brechung und Absorption, sie unterstellen eine Wechselwirkung zwischen dem Äther und den Molekeln des absorbierenden Stoffes (resp. den sie beladenden Elektronen), unterstellen also einen Einfluß der Molekeln auf die Ätherbewegung, und für die anomale Dispersion besonders einen Zusammenhang zwischen der Absorption und einer Reibung zwischen den Teilen jeder absorbierenden Molekel. Die Dispersionsformel von SELLMIEER-KETTELER-HELMHOLTZ (S. 553 m.) gilt auch für die anomale Dispersion.

Phosphoreszenz und Fluoreszenz. Die Absorption der Lichtstrahlen wird oft begleitet von *Fluoreszenz* und *Phosphoreszenz*. Es gibt Stoffe, die, wenn sie beleuchtet werden, selber *leuchten* und dabei Licht von anderer Farbe aussenden, als das erregende Licht hat. Die *Fluoreszenz* — nach dem so leuchtenden Flußspat so genannt — hört auf, wenn die Einwirkung des erregenden Lichtes aufhört. Die *Phosphoreszenz* (der Ausdruck knüpft an das Leuchten des Phosphors im Dunkeln an) hält auch nachher noch an, bei manchen Stoffen viele Stunden. Die *Fluoreszenz* ist jedem bekannt von dem blauen Schimmer des Petroleums im Tageslicht, die *Phosphoreszenz* von dem Nachleuchten der Leuchtfarben. Beide Erscheinungen kommen nur von solchem Lichte her, das an der Oberfläche absorbiert wird, sind daher im reflektierten Lichte am deutlichsten. Fluoreszierende Stoffe sind z. B. Petroleum, Flußspat, schwefelsaures Chinin und das Äskulin der Roßkastanie, die alle blau strahlen, und das Bariumplatinzyanür, das grüngelb strahlt (auf den Fluoreszenzschirmen der Röntgenstrahlentechnik). — Besonders bemerkenswert ist: die fluoreszierende Substanz verwandelt das Licht in gewissem Sinne, ehe sie es wieder ausstrahlt. Ist das einstrahlende Licht z. B. gelb, so sendet sie — falls sie im durchgehenden Licht farblos, schwach gelblich oder bräunlich ist, also nur die lichtschwachen Farben vom violetten Ende des Spektrums und die ultravioletten Strahlen absorbiert — nur solches Licht aus, das im Spektrum von *Gelb nach Rot hin* liegt, z. B. orangefarbenes. Ist es violett, so kann sie je nach ihrer Natur jede Farbe aussenden, die von *Violett nach Rot hin* liegt. Kurz: sie verwandelt — im allgemeinen, es gibt auch Abweichungen von dieser STOKESSchen Regel — das Licht in Licht *von größerer Wellenlänge*. — Vergleicht man die zur Fluoreszenz gebrachte Substanz mit einer durch Resonanz zum Tönen gebrachten Tonquelle, so heißt das: sie sendet einen Ton aus, der tiefer ist als der erregende. Ja sogar ultraviolettes Licht, das man nicht *sieht* (weil die Lichtwelle zu kurz ist, um das Auge erregen zu können), wird dadurch nachweisbar, daß eine fluoreszierende Substanz es in violettes oder in blaues Licht verwandeln kann. (Analogon: ein Ton, der zu hoch ist, um noch gehört zu werden, kann durch Verlangsamung seiner Schwingungsdauer zu einem hörbaren Ton vertieft werden.) Die *Fluoreszenz* ist daher ein Hilfsmittel zur Untersuchung des Ultravioletts. Nach der Quantentheorie ist die *Fluoreszenz* an einen Vorgang im Atom gebunden, der nur dann eintritt, wenn das betreffende Atom eine ganz bestimmte Energiemenge aufnimmt. Hat das ausgesandte *Fluoreszenzlicht* die Frequenz $\nu_a = c/\lambda_a$ (c = Lichtgeschwindigkeit), so muß diese Energie mindestens $h\nu_a$ sein (h das PLANCKsche Wirkungsquantum). Hat das eingestrahelte Licht die Wellenlänge λ_e , so kann es einem einzelnen Atom nur die Energie $h\nu_e$ zuführen, da dies die Größe der Quanten ist, aus denen sich die Lichtenergie der Frequenz zusammensetzt. Es kann hiernach, in Übereinstimmung mit der Erfahrung, nur dann *Fluoreszenz* eintreten, wenn $h\nu_e > h\nu_a$ oder wenn $\nu_e > \nu_a$ und $\lambda_e < \lambda_a$ ist.

Die Fluoreszenz und die Phosphoreszenz interessieren uns auch deswegen, weil sie die betreffenden Körper zu selbständigen Lichtquellen machen (das Nachleuchten der Leuchtfarbe). Von den gewöhnlichen Lichtquellen unterscheidet sich eine solche *Photolumineszenz*-Lichtquelle dadurch, daß sie bei verhältnismäßig niedriger Temperatur leuchtet: sie gibt *ohne Temperaturerhöhung* Licht (Chemilumineszenz). Andere Lumineszenzerscheinungen sind das Licht der Leuchtkäfer, das Licht, das elektrische Entladungen in verdünnten Gasen hervorrufen (GEISLERSche Röhren), das Licht, das beim Erwärmen gewisser Kristalle (Flußpat) auftritt, das Licht, das beim Zerbrechen gewisser Kristalle z. B. von Zucker und von *ZnS*-Kriställchen bei der „Szintillation“ auftritt (Tribolumineszenz) u. dgl. Die von ihnen ausgehenden Wellen sind fast ausschließlich Lichtwellen im eigentlichen Sinne, die Lumineszenz-Lichtquellen also überaus ökonomisch.

Die Strahlung der künstlichen Lichtquellen. Könnten wir die Lumineszenz stark genug machen, so wäre sie die wirtschaftlichste Lichtquelle. Wir kennen aber keinen anderen Weg als den Umweg über die Materie, um Licht zu erzeugen, wir müssen den Stoff, der zur Lichtquelle werden soll, erhitzen. Die Mannigfaltigkeit der Wellen, die er dabei aussendet — Mannigfaltigkeit in der *Länge* der Wellen —, wächst mit seiner Erwärmung und gleichzeitig wächst die Amplitude jeder einzelnen Welle. Erwärmt man einen Platindraht durch elektrischen Strom, den man allmählich verstärkt, so sendet er zunächst nur ganz lange Wellen aus, die nur Wärme erzeugen. Mit dem Ansteigen seiner Temperatur treten kürzere Wellen hinzu, er fängt schließlich zu leuchten an, zuerst aschfahl (die *Grauglut*, nur im Finstern bemerkbar), allmählich rot, dann orangefarben, gelb und endlich weiß, die Helligkeit jeder einzelnen Farbe wächst dabei für sich. Zuletzt kommen diejenigen Wellen hinzu, die zu kurz sind, um das Auge zu erregen, und die nur chemisch (aktinisch) wirken. Kurz — von der Lichtquelle, dem leuchtenden Draht, kommen schließlich Wellen von allen möglichen Längen. *Alle* erzeugen Wärme, aber nur sehr wenige *Licht*.

Wie vergeudend diese Art Licht zu erzeugen ist, zeigt ein Vergleich: Eine Orgel habe beliebig viele Pfeifen von allen möglichen Längen, darunter auch die zu langen und die zu kurzen, die angeblasen zwar *schwingen*, aber nicht *tönen*. Bläst man *alle* Pfeifen nacheinander an, die längsten zuerst, die kürzesten zuletzt, so erhebt sich ein Meer von *Luftwellen* aller möglichen Längen — aber nur ein kleiner Teil davon wirkt auf das *Ohr*. Man wendet also eine ungeheure Energie auf, um *alle* Schwingungen zu erzeugen, nur damit man die wenigen *nutzbaren* bekommt. Diese energievergeudende Orgel gleicht den künstlichen Lichtquellen.

Die Sonnenstrahlung enthält *auch* alle *Nicht-Lichtwellen*; die Sonne hat aber die Aufgabe nicht nur zu leuchten. Eine künstliche Lichtquelle jedoch soll *nur* leuchten, sie ist desto wirtschaftlicher, *je mehr* von ihrer Strahlungsenergie auf das Auge wirkt. Das ist aber erschreckend wenig; selbst bei den wirtschaftlich besten (Nernstlampen, Tantallampen, Wolframlampen) sind es nur wenige Prozent. Und doch ist die Lichtentwicklung durch die Erzeugung sehr hoher Temperaturen technisch vorläufig die allein mögliche. Bei Lichtquellen gleicher Art ist die Wirtschaftlichkeit desto größer, je höher die Temperatur ist. — Die untere Grenze, bei der die festen Stoffe Licht auszustrahlen beginnen, ist für die verschiedenen Stoffe verschieden, für Eisen 405°, für Platin 408°, für Gold 423°. Sie liegt um so höher, je stärker der Stoff spiegelt..

Wärmestrahlung. Die durch Erhitzung zu Lichtquellen gemachten Stoffe sind in der Mannigfaltigkeit der von ihnen ausgehenden Wellenlängen (Farben) sehr verschieden. Aber für *alle* Lichtquellen gilt dasselbe Gesetz (KIRCHHOFF), das die *ausgesendeten* Wellen in Beziehung setzt zu denen, die die Stoffe auch *verschlucken* können. *Dieses* Gesetz ist der Sonderfall eines noch allgemeineren (PREVOST), das für die *Wärmestrahlung* gilt. Die *Lichtstrahlung* ist aufzufassen als ein Sonderfall der Wärmestrahlung, darum gilt jenes allgemeinere Gesetz dort wie hier. Wir gehen zu seiner Erläuterung von der Wärmestrahlung aus und ergänzen damit gleichzeitig die Darstellung auf S. 384f.

Lichtwellen und Wärmewellen unterscheiden sich rein physikalisch, d. h. ohne Beziehung auf unsere Sinnesnerven, nur der Länge nach voneinander. Beide sind die elektromagnetischen Wellen der MAXWELLSchen Lichttheorie, „Ätherwellen“, aber diejenigen, die wir *nur* als Wärme empfinden, sind viel länger als die, die wir *auch* als Licht empfinden. Im übrigen sind sie ebensowenig verschieden voneinander wie eine Wasserwelle, die ein fallendes Steinchen erzeugt, von einer, die ein Ozeandampfer erzeugt. — Treffen die verschieden langen Ätherwellen aber unseren Körper und erregen sie unsere Empfindungsnerven, so *empfinden* wir sie verschieden: erregen sie die Hautnerven, so erzeugen sie *alle* Wärmeempfindung; erregen sie den Sehnerven, so erzeugen die längeren gar keine Empfindung („dunkle“ Wärmestrahlen), die kürzeren aber Lichtempfindung (ihre Länge liegt zwischen rund 0,4 und 0,8 μ). Kurz: die *Empfindungen* sind verschieden, mit denen die Hautnerven und die Sehnerven auf die verschieden langen Wellen reagieren, die *Wellen* sind gleicher Art. — Genau so, wie sich das Licht durch Wellen im Raume ausbreitet, so auch die „strahlende“ Wärme. Es gibt Wärmestrahlen, wie es Lichtstrahlen gibt; das Spiegelungs- und das Brechungsgesetz für Lichtstrahlen gelten auch für Wärmestrahlen. Die dunklen Wärmestrahlen geben dieselben Beugungserscheinungen wie die Lichtstrahlen, sie können auch doppelt gebrochen und auch polarisiert werden. Aus den Interferenzerscheinungen kann man die Länge der Wärmewellen ebenso messen wie die der Lichtwellen.

Man nennt (SCHEELE, 1777) die durch Strahlung übertragene Wärme gewöhnlich „strahlende Wärme“ — nicht ganz zutreffend, denn *während* der Strahlung ist von *Wärmewirkung* nicht die Rede. Erst wenn die Strahlung auf einen Stoff trifft, der sie *hemmt*, ist sie als Wärme nachweisbar. Ein Stoff dagegen, der sie hindurchläßt, wie er Lichtstrahlen hindurchläßt, wird ebensowenig warm, so wenig er leuchtend wird. Wenn an einem Wintertage, an dem das Wasser gefriert, die Sonnenstrahlen unsere Haut treffen, fühlen wir sie als Wärme, weil die Haut sie aufhält. Die Luft aber erwärmt sich *nicht*, weil sie sie hindurchläßt. Ein den Strahlen ausgesetztes Thermometer verhält sich wie unsere Haut, es zeigt daher eine höhere Temperatur an, als sie die Luft hat. Um die wahre Lufttemperatur im Freien zu messen, muß man das Thermometer vor Strahlung schützen (S. 384 u.). — Die Erfahrung lehrt nun: die Stoffe verhalten sich den Wärmestrahlen gegenüber so verschieden wie den Lichtstrahlen gegenüber: sie werfen sie zurück, lassen sie hindurch oder verschlucken sie mehr oder weniger. Lampenruß und Platinmoor verschlucken fast alle auffallenden Strahlen, gleichviel von welcher Wellenlänge; poliertes Silber wirft fast alle zurück, Steinsalz und Flußspat lassen fast alle hindurch. Also: Wie es für *Licht* durchlässige (durchsichtige, diaphane) und undurchlässige (undurchsichtige) Stoffe gibt, so auch für *Wärme*; die ersten heißen diatherman, die zweiten atherman.

Ob ein Stoff „Licht“ hindurchläßt und ob er „Wärme“ hindurchläßt, hängt davon ab, wie *lang* die *Wellen* sind, die er hindurchläßt. Farbloses Glas läßt nur sehr wenig von den sehr langen Wellen hindurch, d. h. sehr wenig von den dunklen *Wärmestrahlen* (daher Ofenschirme aus Glasscheiben), von den Wellen mittlerer Länge, den *Lichtwellen*, fast alles, von den sehr kurzen Wellen, den ultravioletten (chemisch wirksamen, aktinischen) nichts. Zur Erzeugung des äußersten ultraroten und des ultravioletten Teiles des Spektrums ist daher ein *Glasprisma* unbrauchbar, man muß für den ersten ein Flußspat- oder ein Sylvinprisma benutzen, für den zweiten ein Quarzprisma.

Wenn nun Wärmewellen von einer Wärmequelle *A* ausgehen und auf einen Stoff *B* treffen, so werden sie je nach seiner Beschaffenheit von ihm zurückgeworfen oder verschluckt oder hindurchgelassen. Aber der Stoff *B* ist *selber*

eine natürliche Wärmequelle, denn *jeder* Stoff ist es, und zwar bei *jeder* Temperatur, weil seine Molekeln bei *jeder* Temperatur die Bewegungen ausführen, die wir als Wärme kennen. Der Stoff *B*, der von den Wärmewellen aus *A* getroffen wird, strahlt also selber stets zu Wärmewellen *A* hin. Das gilt selbst für Eis: Ersetzt man (S. 255) in der Hohlspiegelanordnung der Abb. 307 *A* durch die Kugel eines Quecksilberthermometers und *B* durch ein Stück Eis, so fällt das Quecksilber sofort.

Austausch der Wärmestrahlung (Gesetz von PRÉVOST 1809). Das wechselseitige Verhalten von Stoffen die einander Wärme zustrahlen, beherrscht ein grundlegendes Gesetz. Stoffe in einem geschlossenen Raume (Abb. 797), dessen Wände Wärme weder hinein- noch hinauslassen, haben erfahrungsgemäß *alle* schließlich *dieselbe* Temperatur. Sie strahlen einander nämlich Wärme zu, und dabei werden die anfangs kälteren Stoffe wärmer, die anfangs wärmeren kälter. Aber das ist nicht so zu verstehen, daß nur die wärmeren ausstrahlen und nur die kälteren Wärme aufnehmen; sondern da *jeder* Stoff bei *jeder* Temperatur strahlt, so strahlt auch der kältere, nur bekommt er mehr von dem wärmeren, als der wärmere von ihm empfängt. Haben die Stoffe schließlich alle die gleiche Temperatur, so hören sie dennoch *nicht auf* auszustrahlen, nur verschluckt dann jeder, da seine Temperatur konstant bleibt, gerade so viel, wie er abgibt. „Er verhält sich wie ein See, in den es regnet, während gleichzeitig eine gleiche Menge Wasser verdunstet.“ Und daraus folgt das PRÉVOST-Gesetz: Ein Stoff *strahlt bei einer gegebenen Temperatur genau so viel aus*, wie er *bei derselben Temperatur verschluckt*. — Das Strahlungsgleichgewicht benachbarter Stoffe von gleicher Temperatur ist eine der bestkonstatierten Tatsachen (MACH).

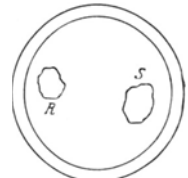


Abb. 797. Veranschaulichung des PRÉVOST-Gesetzes vom Austausch der Wärmestrahlung.

Ein Stoff, der viel (wenig) verschluckt, strahlt also bei derselben Temperatur auch viel (wenig) aus. Lampenruß und Platinmor, die sehr viel verschlucken, strahlen daher sehr viel aus; poliertes Silber, das so gut wie nichts verschluckt, sehr wenig. Oder anders ausgedrückt: Bei *gleicher* Temperatur strahlt Lampenruß sehr viel mehr aus als poliertes Silber.

Es seien in dem Raum mit den für Wärme undurchlässigen Wänden Lampenruß *R* und poliertes Silber *S* vorhanden, und die Temperaturgleichheit sei erreicht. Der Ruß strahlt dauernd sehr viel aus; um seine Temperatur konstant zu erhalten, muß ihm also sehr viel zugestrahlt werden. Das Silber strahlt aber sehr wenig aus, denn es verschluckt sehr wenig; dafür wirft es aber fast alles zurück, was darauf fällt. Die Temperaturgleichheit wird also dadurch konstant erhalten, daß der Ruß die von ihm ausgestrahlte Menge (vom Silber reflektiert) zurückbekommt und verschluckt.

Für die Folge merke man sich: Ein Stoff, der bei gleicher Temperatur mehr (weniger) *verschluckt* als ein anderer, *strahlt* bei gleicher Temperatur auch mehr (weniger) aus als der andere. Solange er nur *Wärmewellen* ausstrahlt, kann man diese Behauptung natürlich nur mit *wärmemessenden* Instrumenten (Thermosäule, Bolometer) kontrollieren. Ist aber seine Temperatur so hoch, daß er auch *Wellen* ausstrahlt, die die Netzhaut erregen (*Lichtwellen*), d. h. Wellen, deren $\lambda < 0,8 \mu$ ist, so kann man den Unterschied in der Strahlung *sehen*: wenn man ein poliertes Platinblech an einer Stelle schwärzt (durch Ruß oder Tinte) und in eine Bunsenflamme hält, so leuchtet der *geschwärzte* Teil *viel heller* als der *nicht* geschwärzte. Ferner: wenn man eine hitzebeständige Platte (Porzellan, Steingut), die schwarz-weiß gemustert ist (Abb. 798), zur Rotglut erhitzt und dann im Dunkeln betrachtet, so sieht man die schwarzen Stellen heller als die weißen,

gleichsam ein Negativ der kalten Platte (Abb. 799), *sichtbare* Beweise dafür, daß der geschwärzte Teil stärker strahlt als der andere bei der gleichen Temperatur.



Abb. 798.

Schwarz-weißer Körper, sichtbare Strahlung verschluckend



Abb. 799.

Schwarz-weißer Körper, sichtbare Strahlung ausstrahlend.

Die schwarzen Stellen absorbieren von auffallender Strahlung mehr als (bei derselben Temperatur) die weißen. Dementsprechend emittieren die schwarzen Stellen des zum Leuchten erhitzten Körpers mehr als (bei derselben Temperatur) die weißen.

Aber das PRÉVOST-Gesetz gilt nicht nur für die *Gesamtstrahlung* eines Stoffes, es gilt auch für jede *einzelne* darin enthaltene Wellenart: Ein Stoff, der ihm zugestrahlte Wellen einer bestimmten Länge (Farbe), verschluckt, strahlt, *erhitzt*, Wellen von dieser Länge (Farbe) *aus*. Ein farbloses Glas, d. h. ein Glas, das so gut wie nichts verschluckt, zu einer Temperatur erhitzt, bei der jeder undurchsichtige Körper rot glüht, leuchtet im Dunkeln kaum, d. h. es strahlt auch so gut wie nichts aus. Ganz anders ein *farbiges* Glas. Erhitzt man ein gelbes Glas, etwa eines, das *blaue*

Strahlen *verschluckt* (S. 630 m.), genügend hoch, so *leuchtet* es im Dunkeln deutlich *blau*. — Bei derselben Temperatur leuchtet deshalb Metall lebhafter als Glas, und dieses mehr als ein Gas. Ein Stoff, der bei den höchsten Temperaturen ganz durchsichtig bliebe, würde auch selbst bei den höchsten Temperaturen nicht leuchten.

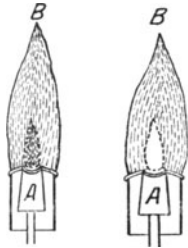


Abb. 800. Zwei glühende Gase (Flammen A und B) im Strahlungsaustausch, die beide nur *eine* und beide *dieselbe* sichtbare Strahlung (Farbe) aussenden.

Und umgekehrt: ein Stoff, der Wellen von einer bestimmten Länge (Farbe) ausstrahlt, *verschluckt* auch Wellen dieser Länge. Drastisch erläutert wird das durch Flammen, die nur *eine* Farbe aussenden. Uns interessiert vor allem die Konsequenz daraus, daß eine Flamme, die z. B. nur gelbe Strahlen *aussendet*, gelbe Strahlen auch *verschluckt*, wenn sie ihr zugestrahlte werden. Strahlt sie von sichtbaren Strahlen *nur* gelbe aus, so *leuchtet* sie, nur *solange* sie gelbe Strahlen aussendet. Werden sie auf dem Wege zum Auge *verschluckt*, so kommen von dieser Flamme überhaupt keine *sichtbaren* Strahlen zum Auge, *und sie erscheint dunkel*.

Wir stellen zwei solche Flammen A und B hintereinander (Abb. 800) und sehen durch A hindurch nach B hin. Jede *sendet* gelbes Licht *aus*, jede kann also Gelb auch verschlucken, somit auch das Licht von der anderen Flamme. Die Strahlung desjenigen Teiles von B, den uns A verdeckt, muß auf dem Wege zu unserem Auge durch A hindurch. Sie wird dabei von A verschluckt, in dieser Blickrichtung bekommen wir also Licht nur von A. Ist A *ebenso* heiß wie B, so strahlt sie uns *ebensoviel* zu, wie die im Gesichtsfelde fehlende Stelle von B uns zugestrahlte hätte, daher sieht A genau so hell aus wie seine Umgebung und hebt sich daher von B als Hintergrund nicht ab. Ist A aber *heißer* als B (etwa A eine Bunsenflamme, B eine Spiritusflamme), so strahlt sie mehr als die im Gesichtsfelde fehlende Stelle von B, daher erscheint A hell auf B als dunklerem Hintergrunde. Ist A dagegen *kälter* als B, so strahlt sie weniger als die im Gesichtsfelde fehlende Stelle von B, daher erscheint A dunkel auf B als hellerem Hintergrunde: der Eindruck des Dunklen wird, wie vorher der des Hellen, durch den *Kontrast mit der Umgebung* hervorgerufen. (Dieser letzte Fall erklärt den Ursprung der FRAUNHOFER-Linien, S. 606 f.)

Verhältnis der Emission zur Absorption (KIRCHHOFF 1860). Schwarzer Körper. Das PRÉVOSTsche Gesetz sagt, daß ein Körper, der „viel“ emittiert, auch „viel“ absorbiert, sagt aber nicht „wie viel“. Das tut das KIRCHHOFFsche Gesetz und das STEFAN-BOLTZMANNsche Gesetz. Das KIRCHHOFF-Gesetz sagt *erstens*: Das Emissionsvermögen E_1 eines Körpers ist seinem Absorptions-

vermögen A_1 *proportional* für dieselbe Wellenlänge und dieselbe Temperatur, d. h. es ist $E_1 = C \cdot A_1$ oder $E_1/A_1 = C$, einer Konstante. Es sagt *zweitens*: die Konstante C ist für alle Stoffe dieselbe, immer dieselbe Wellenlänge und dieselbe Temperatur vorausgesetzt. Bedeuten $E_1, E_2, E_3 \dots$ und $A_1, A_2, A_3 \dots$ Emissionsvermögen und Absorptionsvermögen der Stoffe 1, 2, 3 . . . , immer dieselbe Wellenlänge und dieselbe Temperatur vorausgesetzt, so ist $E_1/A_1 = E_2/A_2 = E_3/A_3 = \dots C$. Nennen wir bei der Temperatur ϑ für die Wellenlänge λ das Emissionsvermögen *irgendeines* Stoffes $E_{\lambda, \vartheta}$ und sein Absorptionsvermögen $A_{\lambda, \vartheta}$, so heißt das Gesetz $\frac{E_{\lambda, \vartheta}}{A_{\lambda, \vartheta}} = C$ oder $E_{\lambda, \vartheta} = C \cdot A_{\lambda, \vartheta}$. Das Gesetz besagt *drittens*

etwas sehr Wichtiges über die Konstante C . KIRCHHOFF führt den *vollkommen schwarzen Körper* ein, den Körper, der *bei unendlich kleiner Dicke alle* Strahlen, die auf ihn fallen, *vollständig* absorbiert. Sein Absorptionsvermögen — unter Absorptionsvermögen das *Verhältnis* der Intensität der absorbierten Strahlen zu der der auffallenden verstanden — ist *stets* $= 1$, denn die Intensität der absorbierten Strahlen ist ja bei ihm stets *gleich* der der auffallenden. Auf den schwarzen Körper angewendet, für den $A_{\lambda, \vartheta} = 1$ ist, ist $E_{\lambda, \vartheta} = C$. Nennen wir den schwarzen Körper S und sein Emissionsvermögen $S_{\lambda, \vartheta}$ (für die Wellenlänge λ bei der Temperatur ϑ), so besagt das Gesetz *drittens*: $\frac{E_{\lambda, \vartheta}}{A_{\lambda, \vartheta}} = S_{\lambda, \vartheta}$, d. h. die Kon-

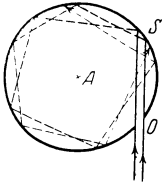
stante C ist gleich dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers. (Eigentlich muß es heißen $E_{\lambda, \vartheta} : A_{\lambda, \vartheta} = S_{\lambda, \vartheta} : 1$, d. h. das Emissionsvermögen irgendeines Körpers verhält sich zu seinem Absorptionsvermögen wie das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers zu seinem — des schwarzen Körpers — Absorptionsvermögen; dieses ist ja aber $= 1$.) Das Gesetz sagt also: das Verhältnis des Emissionsvermögens eines Körpers zu seinem Absorptionsvermögen ist gleich dem Emissionsvermögen des schwarzen Körpers — überall dieselbe Wellenlänge und dieselbe Temperatur vorausgesetzt. — Emissionsvermögen und Absorptionsvermögen *sämtlicher* Körper sind so in Beziehung gesetzt zu dem *eines* bestimmten Körpers, des *schwarzen* Körpers.

Fundamentale Gesetze der schwarzen Strahlung. Strahlungsformel von PLANCK (1900). Die Zahl, die das Verhältnis des Emissionsvermögens zum Absorptionsvermögen eines Körpers für eine gegebene Wellenlänge angibt, ist nur für eine festgehaltene Temperatur eine Konstante. *Wächst* die Temperatur, so wächst auch diese Zahl, denn das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers wächst mit der Temperatur. Will man also für *jede* Temperatur diese Zahl kennenlernen, so muß man wissen, wie das Emissionsvermögen des schwarzen Körpers mit der Temperatur wächst. Darüber belehrt uns das von STEFAN (1879) empirisch aufgestellte, von BOLTZMANN (1884) aus der Thermodynamik abgeleitete Gesetz: $S = \sigma \cdot T^4$, das Emissionsvermögen wächst proportional der 4. Potenz der absoluten Temperatur des schwarzen Körpers. Wächst z. B. die Temperatur T auf das 2-fache, so wächst die Strahlung S auf das 16-fache. Die Konstante σ ist gleich $1,37 \cdot 10^{-12}$, wenn die pro Sekunde und cm^2 ausgestrahlte Wärmemenge in Grammkalorien oder auch $5,75 \cdot 10^{-12}$, falls sie in Watt/cm^2 gemessen wird.

Die Gleichung $S = \sigma \cdot T^4$ gibt die *Gesamtstrahlung* des schwarzen Körpers. Um sein Strahlungsvermögen genau zu kennen, müßte man aber wissen, wie sich sein Strahlungsvermögen für *jede einzelne* Wellenlänge λ mit seiner Temperatur T ändert. Die Erfahrung lehrt: der Energieinhalt der ganz langen und der ganz kurzen Wellen des Spektrums ist sehr gering, und der größte Anteil der Strahlungsenergie entfällt auf gewisse mittlere Wellenlängen. Diejenige Wellenlänge λ_m , auf welche der größte Energiebetrag entfällt, heißt die Wellenlänge maximaler Energie. Bei der Erwär-

mung eines Stoffes wächst die Intensität der kürzeren von ihm ausgesandten Wellen schneller als die der längeren, daher verschiebt sich die Wellenlänge maximaler Energie mit der Temperatur T zu kürzeren Wellen hin. Beide hängen zusammen durch die Gleichung $\lambda_m \cdot T = A$ (Verschiebungsgesetz von W. WIEN, 1893), A ist eine Konstante. Die maximale Energie E_m hängt mit T zusammen durch $E_m = B \cdot T^5$, wo B eine Konstante ist. Aber alles das besagt nichts darüber, wie groß im Spektrum des schwarzen Körpers die Energie E für die Wellenlänge λ bei der Temperatur T ist. Das tut erst die auf Grund der Quantentheorie aufgestellte Gleichung von PLANCK:

$$E = \frac{C \cdot \lambda^{-5}}{e^{\frac{c}{\lambda T}} - 1},$$



worin C und c Konstanten sind. Für das sichtbare Spektrum kann man diese Gleichung in der ursprünglich von PASCHEN und WIEN gegebenen Form schreiben:

$$E = C \lambda^{-5} e^{-\frac{c}{\lambda T}}.$$

Abb. 801. Hohlraumstrahlung. Zur Erzeugung der Strahlung eines schwarzen Körpers durch eine erhitzte Platinhohlkugel, die durch eine kleine Öffnung nach außen strahlt.

Verwirklichung des schwarzen Körpers. Ein vollkommen schwarzer Stoff existiert in der Natur nicht. Trotzdem kann man sich (Abb. 801) einen nahezu idealen schwarzen Körper verschaffen: Die allseitig geschlossene Innenwand S eines Hohlkörpers A ist ein schwarzer Körper, z. B. eine Hohlkugel, deren Wand irgendwo eine kleine Öffnung hat. Selbst wenn die Innenfläche der Hohlkugel hochpoliert ist, sehen wir die Öffnung als schwarzen Fleck (ungefähr aus demselben Grunde, aus dem eine Pupille, in die wir hineinsehen [S. 539 o.], schwarz erscheint). Selbst bei einer *regelmäßig* spiegelnden Oberfläche unterliegt das durch die Öffnung O hineintretende Licht zahllosen Reflexionen; es wird dadurch vollkommen von der Innenwand verschluckt, ehe es wieder die Öffnung erreicht. Ist die Öffnung sehr klein und erhitzt man die Hohlkugel so, daß sie *überall die gleiche Temperatur* hat, so strahlt aus der Öffnung die dieser Temperatur entsprechende „schwarze“ Strahlung; gemessen wird sie z. B. mit dem Bolometer (S. 341). LUMMER und PRINGSHEIM haben auf diese Weise die Gültigkeit des STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetzes bis zu 2300° bestätigt, ebenso die des WIENSchen Verschiebungsgesetzes, und das für die maximale Energie bis 1650° . Sie haben die Konstante $A = 2940$ gefunden, für blankes Platin gleich 2630. Nach den Messungen von WARBURG und MÜLLER (1913) gilt für die Konstante c des PLANCKschen Gesetzes $c = 1,43 \text{ cm} \cdot \text{Grad}$.

Abb. 802 zeigt, wie sich bei einer gegebenen Temperatur die Energie der schwarzen Strahlung von Wellenlänge zu Wellenlänge ändert (LUMMER und PRINGSHEIM [1899]). Für jede Wellenlänge strahlt der schwarze Körper mehr als jeder andre Körper gleicher Temperatur, so daß seine Energiekurven diejenigen aller anderen Strahlen *einbüßen*. Hieraus folgt der wichtige Satz: *Mit keiner, auf reiner Temperaturstrahlung beruhenden Lichtquelle kann man eine größere Helligkeit erzielen, als mit dem schwarzen Körper*. Er selber ist die unwirtschaftlichste Lichtquelle, denn bei den technisch erreichbaren Temperaturen strahlt er die maximale Energie im *unsichtbaren* Gebiet des Spektrums aus. Die Beleuchtungstechnik interessiert besonders die Frage, wie hängt die *Helligkeit* des Strahlers von seiner Temperatur ab, und zwar die Helligkeit einer bestimmten Farbe. Sie steigt rapide mit der Temperatur, viel schneller als die gesamte Strahlung, die mit der 4. Potenz, und als die maximale Energie, die mit der 5. Potenz der Temperatur fortschreitet. Die Helligkeit des Gelb steigt z. B. auf das Doppelte, wenn die Temperatur des schwarzen Körpers auch nur von 1800° (abs.) auf 1875° (abs.), d. h. um ca 4 % zunimmt, und noch schneller steigt die Helligkeit am violetten Ende des Spektrums, langsamer am roten. Auch die *gesamte* als *Licht* empfundene Energie wächst beim Platin und beim schwarzen Körper sehr viel schneller als die maximale Energie; sie

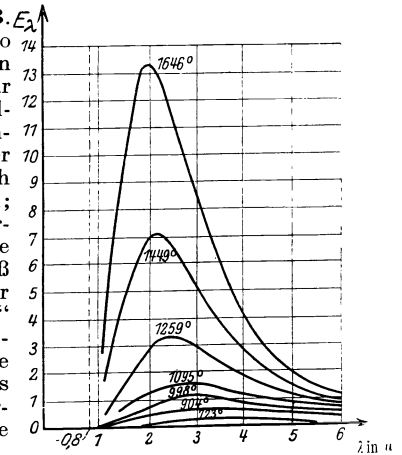


Abb. 802. Die Strahlungsintensität E_λ des schwarzen Körpers als Funktion der Wellenlänge λ bei verschiedenen Temperaturen. Mit dem *Anwachsen* der Temperatur (1095° , 1259° , 1449° abs.) *verkleinert* sich die Wellenlänge λ , bei der für die jeweilige Temperatur T die Strahlungsintensität E_λ am größten ist.

Hieraus folgt der wichtige Satz: *Mit keiner, auf reiner Temperaturstrahlung beruhenden Lichtquelle kann man eine größere Helligkeit erzielen, als mit dem schwarzen Körper*. Er selber ist die unwirtschaftlichste Lichtquelle, denn bei den technisch erreichbaren Temperaturen strahlt er die maximale Energie im *unsichtbaren* Gebiet des Spektrums aus. Die Beleuchtungstechnik interessiert besonders die Frage, wie hängt die *Helligkeit* des Strahlers von seiner Temperatur ab, und zwar die Helligkeit einer bestimmten Farbe. Sie steigt rapide mit der Temperatur, viel schneller als die gesamte Strahlung, die mit der 4. Potenz, und als die maximale Energie, die mit der 5. Potenz der Temperatur fortschreitet. Die Helligkeit des Gelb steigt z. B. auf das Doppelte, wenn die Temperatur des schwarzen Körpers auch nur von 1800° (abs.) auf 1875° (abs.), d. h. um ca 4 % zunimmt, und noch schneller steigt die Helligkeit am violetten Ende des Spektrums, langsamer am roten. Auch die *gesamte* als *Licht* empfundene Energie wächst beim Platin und beim schwarzen Körper sehr viel schneller als die maximale Energie; sie

wächst in der Nähe der Rotglut mit der 30. Potenz und bei hoher Weißglut mit der 14. Potenz der absoluten Temperatur. Auf die Abhängigkeit der Helligkeit von der Temperatur gründet sich eine sehr genaue Temperaturbestimmung im *optischen Pyrometern* (HOLBORN und KURLBAUM, WANNER), die z. B. die Temperatur des Innern eines Ofens durch einen *Helligkeitsvergleich* (mit einem Lämpchen in dem Instrument) messen.

Im Spektrum der Sonne ist (ABBOT und FOWLE) $\lambda_m = 0,433 \mu$. Falls die Strahlungseigenschaften der Sonne mit denen des schwarzen Körpers übereinstimmen, ergibt sich die *wahre* Sonnentemperatur zu 6790° (abs.). — Aus der *Solarkonstante* und dem STEFAN-BOLTZMANNschen Gesetz ergibt sich die *effektive* Sonnentemperatur an der Oberfläche mit 6033° (abs.). Man nimmt die Sonnentemperatur daher neuerdings zwischen 6000 und 6800° (abs.) an. Solarkonstante: die Wärmemenge in cal, die pro Minute auf 1 cm^2 an der Erdoberfläche von der Sonne im mittleren Erdbabstände bei senkrechter Einstrahlung einfallen würde, wenn die Erde keine Atmosphäre hätte. Als wahrscheinlichster Wert gilt $1,939 \text{ cal/min} \cdot \text{cm}^2$ (ABBOT, FOWLE, ALDRICH).

Das Spektrum der Licht strahlenden Stoffe. Die Strahlung der festen und der flüssigen (geschmolzenen) Stoffe erscheint bei hinreichender Temperatur dem Auge fast gleich. (*Dem Auge!* Die Thermosäule verrät Unterschiede sowohl in dem Gesamtbetrage an ausgestrahlter Energie wie auch in den einzelnen Teilen des Spektrums.) Das Spektrum eines weißglühenden festen oder eines flüssigen Körpers verrät daher niemals, woraus der Körper besteht. Ganz anders die glühenden *Gase* und Dämpfe. Sie geben kein kontinuierliches Spektrum wie die flüssigen und festen Stoffe, sondern (Abb. 807) ein Spektrum aus einzelnen durch lichtlose Zwischenräume scharf getrennten Lichtlinien. Glühender Natriumdampf (Kochsalz im Bunsenbrenner) gibt z. B. ein Spektrum, das zwei charakteristische starke gelbe Lichtlinien dicht beieinander enthält; Wasserstoff in einem GEISSLER-Rohr, durch eine elektrische Entladung zum Leuchten gebracht, ein Spektrum, das im Sichtbaren drei charakteristische starke Linien (Rot, Grünblau und Blauviolett) enthält. Jedes leuchtende Gas hat sein charakteristisches *Linienspektrum*, und das ist *unter gewissen Bedingungen* so feststehend, daß es zum Erkennungszeichen des Gases wird. Zu diesen Bedingungen gehört, daß die Schicht des glühenden Gases nur dünn und die Dichte des Gases darin klein ist. Je dicker die Schicht und je dichter das Gas, desto mehr verbreitern sich die Linien zu Bändern. Bei gehöriger Drucksteigerung kann das Spektrum sogar in ein kontinuierliches übergehen. — Wegen ihrer Eigenschaft, einzelne Farben besonders stark auszusenden (auswählende Emission), sind die leuchtenden Gase als Quellen einfarbigen Lichtes verwendbar, ein Natriumsalz im Bunsenbrenner für gelbes Licht, ein Kaliumsalz für violettes, ein Lithiumsalz für rotes. Bei der chemischen Analyse hat man von jeher, wenn die sonst farblose Flamme des Bunsenbrenners durch einen hineingebrachten Stoff charakteristisch gefärbt wird, auf die chemische Beschaffenheit dieses Stoffes geschlossen; aus der Gelbfärbung auf eine Natriumverbindung, aus der Violettfärbung auf eine Kaliumverbindung.

Außer den kontinuierlichen Spektren von festen und flüssig-glühenden Stoffen und den Linienspektren von Gasen (Emissionsspektren mit hellen und Absorptionsspektren mit dunklen Linien) kennt man noch die *Bandenspektren*, die unter *besonderen* Bedingungen entstehen und aus leuchtenden Bändern bestehen, sich aber bei stärkerer Dispersion in Gruppen von sehr vielen Linien auflösen. Zahlreichen experimentellen Ergebnissen gemäß ordnet die BOHRsche Theorie den Linienspektren das Atom als Träger zu, den Bandenspektren das mehratomige Molekül. — Das Emissionslinienspektrum senden Atome oder Moleküle nur aus, wenn sie *angeregt* sind, z. B. durch elektrische Entladung oder durch sehr hohe Temperatur. Das Absorptionslinienspektrum tritt stets auf, wenn unangeregte Atome oder Moleküle von Licht durchstrahlt werden, das kontinuierlich zusammengesetzt ist. Wir beschäftigen uns in der Folge mit dem Emissionsspektrum.

Bogenspektrum. Funkenspektrum. Um ein Element zu verdampfen und zum Leuchten zu bringen, benützt man je nach dem Erfordernis die Bunsenflamme, das Knallgasgebläse, den Lichtbogen, den elektrischen Funken. Das Spektrum eines Elementes hängt aber von der Art seiner Erzeugung ab. Funkenspektrum und Bogenspektrum desselben Elementes sehen ganz verschieden aus und der Verschiedenheit des Aussehens entspricht eine grundsätzliche Ursache: das Bogenspektrum gehört dem *neutralen* Atom, das Funkenspektrum dem *ionisierten* (und dieses ist wieder anders für das *einfach* und für das *mehrfach* ionisierte Atom, je nachdem die Anregung dem neutralen Atom nur *ein* oder *mehrere* Elektronen entrissen hat). Tritt also irgendwo das Funkenspektrum eines Elementes auf, z. B. im Spektrum eines Sternes, so ist das das Zeichen dafür, daß das Element dort *ionisiert* vorkommt. Nun sind aber die Funkenspektren vieler Elemente noch unbekannt, und zum Teil sind die Linien nicht beobachtbar, weil sie im extremen Ultraviolett liegen, das von der Erdatmosphäre verschluckt wird. Daher entziehen sich diese Elemente, *wenn sie ionisiert auftreten*, der Wiedererkennung. Daraus erklärt sich, warum wir von den 92 Elementen des periodischen Systems nur 57 auf der Sonne und überhaupt auf den Fixsternen beobachten — oder besser: *wiedererkennen*. Die Thermodynamik lehrt uns, den Ionisationsgrad eines Gases in Abhängigkeit von Druck und Temperatur zu berechnen. Das experimentelle Ergebnis entspricht den theoretischen Voraussagen (M. N. SAHA, 1920).

Breite der Spektrallinien. Trabanten. Eine Spektrallinie ist keine geometrische „Linie“, sondern hat eine gewisse *Breite*. Das will sagen: sie entspricht nicht einer *einzelnen*, durch *eine* Zahl definierten Wellenlänge, sondern einem *Bereich* von Wellenlängen. Diese verschiedenen Wellenlängen sind nicht alle mit der gleichen Helligkeit vertreten, es herrscht eine gewisse *Helligkeitsverteilung* in der Spektrallinie. Man kann sie mikrophotometrieren (HARTMANN und KOCH). Verstärkung des Druckes in dem leuchtenden Dampf verbreitert die Linie, oft unsymmetrisch, z. B. stärker nach den *größeren* Wellenlängen hin (DOPPLER-Effekt, S. 643 o.). — Eine helle Spektrallinie ist häufig von *Trabanten* begleitet, einer Anzahl mehr oder weniger heller, sehr nah benachbarter Nebenlinien; bisweilen sind so helle darunter, daß in dem Komplex keine als *Hauptlinie* gelten kann.

Die *Cd*-Linien haben nur wenige Trabanten; vor allem ist bei der hellen roten von λ 6439 kein Trabant feststellbar. Deswegen hat die Union Internationale pour les Recherches Solaires sie zur Wellenlängen-Normale für die spektroskopischen Messungen gewählt, in denen man die Spektrogramme in Wellenlängen *relativ* zu den Wellenlängen *bekannter* Linien auswertet. Alle Messungen derartiger Wellenlängen bezieht man jetzt auf diese rote *Cd*-Linie. Sie ist mit einer Genauigkeit von $1 : 10^7$ gemessen (BENOIT, FAREY und PERÔT, 1906).



Abb. 803.
GEISLER-
Rohr für
spektro-
skopische
Untersuchung von
Gasen.

Spektralanalyse. BUNSEN und KIRCHHOFF entdeckten (1859), daß jedes leuchtende Gas ein charakteristisches Spektrum hat. Auf dieser Tatsache beruht die Spektralanalyse, die aus dem Spektrum einer Lichtquelle ihre chemische Beschaffenheit ermittelt. Um feste und flüssige Stoffe spektralanalytisch untersuchen zu können, muß man sie in Gas oder in Dampf verwandeln. Gase untersucht man in Glasröhren von der Form Abb. 803. Man bringt sie zum Leuchten, indem man die Entladung eines Funkeninduktors durch sie hindurch schickt. Die Kapillare gibt dabei eine helle Lichtlinie, die als Lichtquelle dient.

Man beobachtet das Spektrum mit dem Spektralapparat (Abb. 804). Das zu untersuchende Licht der Flamme *B* geht durch einen Spalt in das Kollimatorrohr *C*, wird durch dessen Linse parallel gemacht, trifft das Prisma *P*, geht durch das Prisma gebrochen in das Fernrohr *S* und in das Auge des Beobachters. Damit der Spalt im Fernrohr *S* möglichst

scharf erscheint — seine Abbildung wird nicht allein durch die Linsen vermittelt, das Licht muß ja auch durch das Prisma gehen —, gibt man dem Prisma die Minimumstellung (S. 550 u.). Um den Ort der Linien, die man in dem Spektrum sieht, bezeichnen und mit dem Orte der Linien *bekannt*er Spektren vergleichen zu können, benützt man einen Maßstab, den man im Fernrohr an das Spektrum angelegt sieht. Man erzeugt ihn mit dem Rohr *R*. In die Brennebene der Linse bringt man eine auf Glas photographierte verkleinerte Millimeterskala *s*. Man projiziert

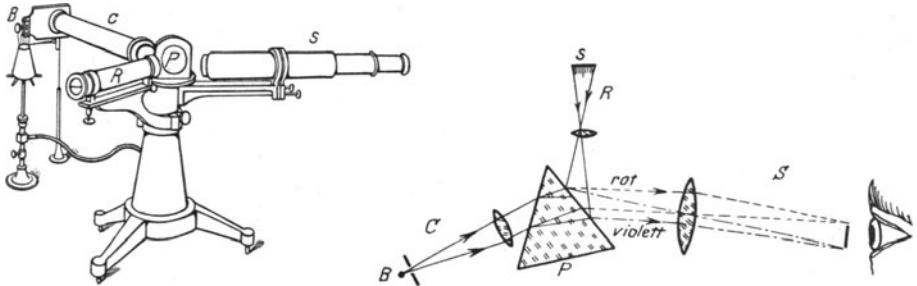


Abb. 804. BUNSENSCHER Spektralapparat mit Spaltrohr *C*, Skalenrohr *R* und Beobachtungsfernrohr *S*.

sie auf die dem Fernrohr zugewandte Prismenfläche und spiegelt sie dadurch in das Fernrohr, so daß man sie mit dem Spektrum gleichzeitig sieht, die Lage der Linien also durch die bei ihnen sichtbaren Ziffern bezeichnen kann. Um das zu untersuchende Spektrum mit einem anderen vergleichen zu können, z. B. es in Wellenlängen relativ zu den Wellenlängen bekannter Linien auswerten zu können, ist eine Vorrichtung getroffen, um gleichzeitig zwei übereinanderliegende Spektren zu erzeugen. — Um das ganze Spektrum im Beobachtungsfernrohr durchlaufen zu können und dabei mühelos das Prisma immer in die Minimumstellung zu bringen, formt man das Prisma so, wie durch Abb. 664 (S. 549) beschrieben, stellt das Spaltrohr *C* und das Fernrohr *S* *unverrückbar* rechtwinklig zueinander und *dreht das Prisma*. Um möglichst große Dispersion zu erzielen, läßt man das Licht mehrere Prismen hintereinander durchlaufen (Abb. 805); jedes einzelne trägt zur Verlängerung des Lichtbandes bei. Um eine Lichtquelle spektroskopisch beobachten zu können, die sich bewegt (Blitze, Meteore u. dgl.) oder gegen die sich der Beobachtungsort verschiebt, wie bisweilen bei astronomischen Spektroskopen, sind die Spektroskope, bei denen Spaltrohr und Fernrohr gegeneinander geneigt sind, zu unhandlich. Für diese Zwecke benützt man Spektroskope *mit gerader Durchsicht*. Abb. 806 zeigt ein *Taschenspektroskop* und seinen wesentlichsten Teil, das *Prisma mit gerader Durchsicht* aus 3 Kron- und 2 Flintglasprismen, die zusammen für eine bestimmte Farbe die Ablenkung des gebrochenen Lichtes vermeiden, aber die Farbenzerstreuung *bestehen* lassen. (Vgl. die achromatisierten Prismen [S. 569], die die Farbenzerstreuung *aufheben*, aber die Ablenkung *bestehen* lassen.) Anstatt eines Prismas benützt man häufig ein *Gitter* (S. 613). Die Ablenkung der einzelnen Farben ist dann proportional den ihnen entsprechenden Wellenlängen.

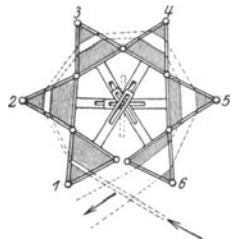


Abb. 805. Prismensatz aus einem veralteten Spektralapparat mit sechs Flintglasprismen zur Verbreiterung der Farbenzerstreuung.



Abb. 806. Geradsichtiges Spektroskop.

DOPPLER-PRINZIP. Den Ort einer bestimmten *Spektrallinie* benennt man durch eine *Zahl* an einer konventionell festgesetzten Skala (s. o.). Der Ort hängt aber nicht allein von der chemischen Beschaffenheit der Lichtquelle ab, sondern

auch von ihrer Geschwindigkeit relativ zum Spektroskop, d. h. zum Beobachter. Wir wissen (DOPPLER-Prinzip, S. 265 m.): die Tonhöhe, das Analogon zur Farbe, ist verschieden je nach der relativen Geschwindigkeit der Tonquelle und des Hörenden. Ersetzt man das Ohr durch das Auge und die Schallquelle durch die Lichtquelle und bedenkt man, daß die Farbe (also die Brechbarkeit) des Lichtes von der Lichtwellenzahl abhängt, die das Auge pro Sekunde von ihm empfängt, wie die Höhe des Tones von der Schallwellenzahl abhängt, so begreift man, daß eine Lichtquelle, die *ruhend* rein gelb erscheint, zum Rot neigen müßte (einer Vertiefung des Tones entsprechend), wenn sie sich schnell genug von uns entfernte, dagegen zum Violett (einer Tonerhöhung entsprechend), wenn sie sich schnell genug uns näherte. Für die wirklich vorkommenden Änderungen ist das bloße Auge nicht empfindlich genug. Aber das Spektroskop verrät schon eine minimale Farbenänderung — das ist ja die *Brechbarkeitsänderung* — dadurch, daß es die Spektrallinien der betreffenden Lichtquelle an einer anderen Skalenstelle zeigt als sonst, zum Rot hin verschoben, wenn sich die Lichtquelle von uns entfernt, zum Violett hin, wenn sie sich uns nähert. Aus der Größe und der Richtung des Abstandes einer Linie von ihrem normalen Ort kann man die Geschwindigkeit der Lichtquelle, ihre Annäherung und ihre Entfernung in der Blickrichtung berechnen. Das gilt auch für die dunklen Linien, da sich ja ihre helle Umgebung auch verschiebt. — In der Nähe der *D*-Linie bedeutet eine Verschiebung um 1 Å.-E. schon eine Geschwindigkeit von 50 km/sec, mit den besten Spektroskopen kann man noch 50 m/sec wahrnehmen.

Die Geschwindigkeit, mit der sich z. B. der Sirius von uns weg bewegt, hat HUGGINS mit 67 km/sec berechnet. In diesen astronomischen Vorgängen wird das aus der Theorie gefolgerte DOPPLER-Prinzip a priori auch für Lichtwellen als zutreffend *angenommen*, den Beweis für seine Richtigkeit hat BELOPOISKY (1901) an irdischen Lichtquellen und an den im Laboratorium verfügbaren Strecken erbracht. Mit einer Reihe von Spiegeln, die sich sehr schnell gegeneinander verschieben und zwischen denen das Licht vielfach hin und her geschickt wird, hat er auf der photographischen Platte zwei Spektren mit FRAUNHOFERSCHEN Linien erzeugt, aus deren gegenseitiger Verschiebung die Messung und die Theorie in vollkommener Übereinstimmung gefunden werden¹. Das DOPPLER-Prinzip hat auch die Drehschnelle der Sonne ermitteln helfen (VOGEL, 1872). Bei der Drehung um ihre Achse *nähert* uns die Sonne ihren Ostrand und *entfernt* von uns ihren Westrand, am Äquator mit etwa 2 km/sec. Daher sieht man in einem Spektroskop von großer Dispersion die FRAUNHOFERSCHEN Linien des Ostrandes zum Violett hin, die des Westrandes zum Rot hin von ihrem normalen Ort verschoben, weil sich die absorbierende Gasschicht am Ostrande auf uns zu, am Westrande von uns weg bewegt. Aus der Größe der Verschiebung kann man die Geschwindigkeit der Stellen berechnen, aus denen die Linien stammen. — Diese Verschiebung entscheidet auch eine andere Frage: Gewisse FRAUNHOFERSCHE Linien entstehen erst aus der Absorption durch die *Erdatmosphäre*, nicht schon aus der durch die *Sonnenatmosphäre*; wie kann man die *tellurischen* Linien von den *solaren* unterscheiden? Antwort: Die Sonnenatmosphäre verschiebt sich relativ zum Beobachter, nicht aber die Erdatmosphäre; daher sind die tellurischen Linien diejenigen, die im Spektrum stillstehen, gleichviel, ob das Sonnenlicht vom Ost- oder vom Westrande kommt, die solaren diejenigen, die sich dabei verschieben (CORNU, 1889). — Der periodische Helligkeitswechsel gewisser Sterne erklärt sich aus dem Vorhandensein eines Doppelsternsystems, von denen der eine Teil unsichtbar ist: die periodische Helligkeitsabnahme des Algol z. B. kommt von seiner periodischen partiellen Verfinsterung durch einen fast gleich großen, und zwar *dunklen* Stern, der ihn umkreist und zur Bewegung um einen gemeinsamen Schwerpunkt zwingt. Die Bewegung des hellen Sternes auf die Erde zu und von der Erde weg verrät sich durch die Linienverschiebung im Spektroskop und zeigt sich in Übereinstimmung mit der Periode des Helligkeitswechsels.

An *irdischen* Lichtquellen kennt man den Dopplereffekt in den Kanalstrahlenteilchen (STARK 1905). Ihre Geschwindigkeit geht bis 10^6 km/sec, führt also auf sehr viel stärkere Verschiebungen als die der Fixsterne. Das Spektrum der leuchtenden Atome und Moleküle der Kanalstrahlen zeigt (bei vorgeschriebener Beobachtungsweise) neben der unverschobenen Linie des *ruhenden* Gases eine im Doppler-

¹ Experimentelle Erzeugung des Dopplereffektes für Licht, 350 m/sec, ZEEMAN und RISCO 1929.

effekt verschobene Linie, zum Violett verschoben, wenn die Strahlen zu dem Spalt des Spektralapparates hin gerichtet sind, zum Rot, wenn sie von ihm weggerichtet sind. Die Größe $\Delta\lambda$ der Verschiebung folgt aus $\Delta\lambda/\lambda = v/c$. Da verschiedene v vorkommen, ist die verschobene Linie unscharf und hat mehrere Maxima. Beobachtet worden ist der Dopplereffekt in Kanalstrahlen, z. B. an Wasserstoff, Helium, Stickstoff, Sauerstoff, Argon, Chlor, Kalium, Natrium. — Auch die allgemeine Wärmebewegung der Moleküle veranlaßt einen Dopplereffekt. In jedem zum Leuchten erhitzten Gase, dessen Licht in den Spektralapparat tritt, zeigt sich der Effekt in der Verbreiterung der Spektrallinien (zuerst LIPPICH, 1870). Die Breite der Spektrallinien ist ein Problem für sich, keine ist streng monochromatisch, jede umfaßt vielmehr einen merklichen Wellenlängenbereich. Aber für die Verbreiterung der Linien lagern sich so viele Ursachen übereinander, daß eine eindeutige Antwort auf die hierher gehörigen Fragen bisher nicht möglich ist.

Spektralserien (BALMER 1885). Kombinationsprinzip (RITZ 1908). Zu den wichtigsten Ergebnissen der Spektralanalyse gehört die Entdeckung der *Serien* von Spektrallinien — zunächst im Wasserstoffspektrum. BALMER fand: multipliziert man die Zahl 3645,6 mit $\frac{3^2}{3^2-4}$, $\frac{4^2}{4^2-4}$, $\frac{5^2}{5^2-4}$, $\frac{6^2}{6^2-4}$, so erhält man die Wellenlänge der ersten vier Wasserstofflinien $H_\alpha \dots H_\delta$ in Ångström-Einheiten. BALMERS allgemeine Formel für die Wellenlänge heißt: $\lambda = h \cdot \frac{m^2}{m^2-4}$ Å.-E., worin $h = 3645,6$ und m eine ganze Zahl ist, die aber nicht kleiner als 3 sein darf, da $\lambda = \infty$ wird für $m = 2$ und sogar negativ wird für $m = 1$, was physikalisch sinnlos ist. Die Abweichung der so *berechneten* Wellenlängen von den durch ÅNGSTRÖM *gemessenen* beträgt noch nicht $1/40000$ Wellenlänge. Die Linien, die eine derartige Formel für ihre Wellenlängen vereinigt, bilden eine *Serie*. Die obige endet mit der Linie, für die $m = 6$ ist. Aber setzt man $m = 7, 8, 9, \dots$, so kann man sie *rechnerisch* fort-

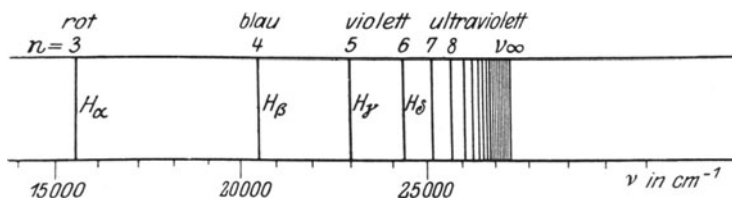


Abb. 807. Spektrum des Wasserstoffs.

setzen bis zu $m = \infty$, dem $\lambda 3645,6$ entspricht, also eine im Endlichen liegende Wellenlänge, da $\lambda = h \frac{1}{1 - \frac{4}{m^2}}$ für $m = \infty$ zu $\lambda = h$ wird. Entsprechen aber den *errechneten*

Wellenlängen auch wirklich *vorhandene* Spektrallinien? Alle Linien, deren Wellenlängen jener Formel bis zu $m=31$ genügen, sind beobachtet worden. Je größer m wird, desto dichter rücken sie aneinander (Abb. 807), und schließlich sind sie mit den bekannten Dispersionsvorrichtungen nicht mehr trennbar, sie bilden ein Kontinuum. Auch das ist beobachtet worden (EVERSHED): sein Anfang fällt wirklich mit der allerletzten (für $m = \infty$) berechneten Linie zusammen. Man benützt jetzt die Formel aus praktischen Gründen in der Form $\frac{1}{\lambda} = \bar{\nu} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)$, wo $\bar{\nu}$ die *Wellenzahl* ist (Anzahl der auf 1 cm entfallenden Wellenlängen), $R = 109678 \text{ cm}^{-1}$ (RYDBERG-Konstante des Wasserstoffs) und $m = 3, 4, 5, \dots$. Sie geht aus der ersten hervor, wenn man $h = 4/R$ setzt. Die verallgemeinerte BALMER-Formel $\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$ führt zu der Frage, ob auch dem Wert $n = 3$ oder dem Wert $n = 1$ Linien

entsprechen (Abb. 829). Auch das ist der Fall. PASCHEN hat die ersten (PASCHEN-Serie) im Ultrarot nachgewiesen, LYMAN die anderen im Ultraviolett (LYMAN-Serie). Andere Linien als die mit ganzen Zahlen für n errechneten kommen dem Wasserstoff nicht zu. Man kann danach die Wellenzahlen aller Linien des Wasserstoffspektrums in der Form $\bar{\nu} = R\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$ schreiben, d. h. als Differenzen zweier Terme der Form R/n^2 . Eine der größten Erfolge der BOHRschen Atomtheorie (S. 680/81) ist die volle Übereinstimmung der aus der Theorie berechneten RYDBERG-Konstante R des Wasserstoffs mit der experimentell ermittelten.

Die Formel für $\bar{\nu}$ ist ein Sonderfall eines allgemeinen spektroskopischen Erfahrungssatzes, des von RITZ (1908) formulierten *Kombinationsprinzips*: beliebige Kombinationen der Frequenzen bekannter Spektrallinien eines chemischen Elements (durch Addition oder Subtraktion) ergeben Frequenzen weiterer Spektrallinien desselben Elements. Dem Kombinationsprinzip äquivalent ist die Frequenzbedingung von BOHR (S. 674 u.).

Der Theorie nach ist die Ordnung der Linien in Serien eine Eigenschaft sämtlicher Spektren, empirisch bekannt ist sie jedoch nur bei einem Teil, z. B. bei den Alkalien Li, Na, K, Rb, Cs und bei den alkalischen Erden Mg, Ca, Sr, Ba (KAYSER und RUNGE, PASCHEN, RYDBERG). Man kommt aber hier nicht mit einer Formel aus, es sind mehrere einander ähnliche erforderlich, um alle Linien zusammenzufassen. Die zu je einer Formel gehörigen bilden je eine Serie. Man unterscheidet danach die Hauptserie, zwei Nebenserien und die BERGMANN-Serie, dabei enthalten die Serien der Alkalien nur Doppellinien (wie die typischen zwei gelben Natriumlinsen), die der alkalischen Erden nur einfache (Singulet-) und dreifache (Triplet-) Linien. Das Wichtigste ist die Entdeckung quantitativer Beziehungen zwischen den Wellenzahlen der verschiedenen Linien eines Spektrums. Im Natriumspektrum z. B. — sein Bau ist typisch für die Gruppe der Alkalien, die erste Gruppe des periodischen Systems der Elemente — sind die zu den beiden *D*-Linien gehörigen Wellenzahlen um $17,2 \text{ cm}^{-1}$ verschieden: dieselbe Differenz besteht auch zwischen den Linien jedes Paares der ersten Nebenserie, und ebenso in der zweiten. Auch in der Gruppe der Erdalkalien finden sich konstante Wellenzahldifferenzen für die Nebenserien. Diese Differenzen sind um so größer, je größer das Atomgewicht des betreffenden Elementes ist. — Die Darstellung der Wellenzahlen als Differenz zweier Terme ist für alle Spektren möglich. Dem System der Linien eines Spektrums läßt sich das System der Terme zuordnen, dies ist im allgemeinen einfacher und übersichtlicher als das der Linien.

Sonnenspektrum. Ursprung der FRAUNHOFERSchen Linien. Zwei Vorteile bietet die Spektralanalyse vor anderen Hilfsmitteln der chemischen Analyse: sie verrät die Anwesenheit eines Stoffes schon in Spuren (oft nur 10^{-5} mg), die der gewöhnlichen Analyse sehr leicht oder stets entgehen, und sie offenbart die Zusammensetzung auch von Körpern, die wir nur *leuchten* sehen, und der üblichen Analyse nicht unterwerfen können. Der erste Vorteil hat es ermöglicht, neue Stoffe zu entdecken, z. B. Caesium, Rubidium und Thallium, der zweite, sogar die Gestirne chemisch zu analysieren.

Besonders interessiert uns das Sonnenspektrum. Das Spektrum ist nicht streng kontinuierlich, es ist von feinen dunklen Linien, den FRAUNHOFERSchen Linien, durchzogen (über 62000 bekannt). Ihren Ursprung hat KIRCHHOFF aus dem Gesetze der Absorption und Emission erklärt. Man rufe sich ins Gedächtnis zurück, was wir S. 636 von den beiden Flammen gesagt haben, die einander Licht nur von *einer* Farbe zustrahlen, und von denen die eine heißer ist. Die Natriumflamme *A* sende, wie dort angenommen, *nur gelbes* Licht aus. Im Spektroskop zeigt *A* für sich allein dann zwei dicht beieinanderstehende gelbe Lichtlinien. *B* sei jetzt aber eine *weiße* Lichtquelle, etwa ein weißglühender Kalk-

zylinder. Da er *alle* Wellenlängen zwischen Rot und Violett aussendet, sendet er auch diejenige Wellenlänge aus, die *auch von A* ausgeht, und die *A* überhaupt sichtbar macht. Nur diese Wellen interessieren uns. Man kann sich die weiße Lichtquelle (das Orgelanalogon S. 633 m.) ersetzt denken durch alle die monochromatischen Flammen, deren Strahlung zusammen die Kalkzylinderstrahlung ersetzt. Unter diesen Flammen ist auch eine, die genau solche Strahlen aussendet wie *A*. Wir stellen nun *A* und *B* hintereinander vor das Spektroskop. Wenn *A* kälter ist als die ihr entsprechende Flamme, so verschluckt sie die gelben Wellen in stärkerem Maße, als sie solche aussendet, löscht also aus dem weißen Licht gerade die gelben Strahlen, die ihren eigenen entsprechen, aus, läßt aber alle anderen durch sich hindurch. Wenn aber aus dem weißen Licht gerade diejenigen Wellen verschluckt werden, die im Spektrum jene zwei scharfen gelben Linien geben, so müssen im Spektrum die Farben der verschluckten Wellen *fehlen* und an der entsprechenden Stelle zwei Lücken entstehen. *A* strahlt zwar selber Gelb aus, aber viel weniger intensiv als *B*; an der Stelle des im Gesichtsfeld fehlenden Gelb von *B* steht also jetzt ein viel schwächeres Gelb: dieses viel schwächere *erscheint im Kontrast mit der hellen Umgebung* dunkel und ruft den Eindruck der schwarzen Lücken hervor. (Umkehr der Spektrallinien.) Vom Rot bis zum Violett sieht man dann alle Farben, aber im Gelb zwei dunkle Linien. Entfernt man das weiße Licht *B*, so erscheinen die gelben Linien im Spektrum der Flamme *A* wieder ganz hell (weil sie dann von fast vollkommener Dunkelheit *umgeben* sind). Die schwarzen Linien sind also dadurch entstanden, daß aus der weißen Flamme gerade diejenigen Farben, die dorthin im Spektrum gehören, durch die kältere Flamme *A* verschluckt worden sind.

Und nun zur Anwendung dieser Tatsache. Im Spektrum der Sonne stehen dicht beieinander zwei dunkle Linien, an derselben Stelle, an der die zwei dunklen Linien im Spektrum des weißglühenden Kalkzylinders entstehen, wenn man die Natriumflamme zwischen den Kalkzylinder und den Spalt des Spektroskopes bringt. KIRCHHOFF schloß nun: Die Sonne ist ein weißglühender Körper (dem Körper *B* entsprechend), und liefert ein kontinuierliches Spektrum; aber er ist von einer glühenden Gasatmosphäre umgeben (der Flamme *A* entsprechend). Durch diese Atmosphäre muß die von ihm ausgehende Wärme- und Lichtstrahlung hindurch, um nach außen zu gelangen. Diese Atmosphäre ist kälter als der Sonnenkörper, strahlt aber selber Licht und Wärme aus. Da sie aber kälter ist, so verschluckt sie — darauf kommt es an — von dem Lichte des weißglühenden Sonnenkörpers einen Teil (wie die kältere Flamme *A*). *Welche* Wellenlängen sie verschluckt, zeigt sich an den Lücken in dem Sonnenspektrum, die ja bestimmten Wellenlängen entsprechen. Da nun die Lage der beiden charakteristischen Linien, die man durch Natriumdampf erzeugen kann, gerade der Lücke der FRAUNHOFERSchen *D*-Linie im Sonnenspektrum entspricht, so schließt man, daß im Sonnenkörper und der umgebenden Atmosphäre *Natrium* enthalten ist. Auf dieselbe Weise erklärt man die anderen FRAUNHOFERSchen Linien aus der Anwesenheit anderer chemischer Elemente. KIRCHHOFF schloß allgemein: die dunklen Linien des Sonnenspektrums entstehen durch diejenigen Stoffe in der Sonnenatmosphäre, die, in einer Flamme verdampfend, *helle* Linien an der entsprechenden Stelle ihres eigenen Spektrums haben. Man hat auf diese Weise festgestellt, daß die Sonnenatmosphäre die meisten der uns bekannten Metalle enthält.

Glänzend bestätigt wird KIRCHHOFFS Ansicht über den Bau der Sonne durch das Flash-Spektrum (vom englischen to flash = aufblitzen): im *Moment* des Beginnes (Aufhörens) der *Totalität* einer Sonnenfinsternis, wo die leuchtende Oberfläche der Sonne (Photosphäre) uns durch den Mond verdeckt ist und der letzte (erste) Lichtstrahl blitzartig aufzuleuchten scheint, sieht man ein Spektrum, in dem die FRAUNHOFER-Linien, die im *gewöhnlichen* Sonnenspektrum dunkel auf hellem Grunde erscheinen (Absorptionsspektrum), hier hell auf dunklem Grunde erscheinen (Emissionsspektrum). Das bedeutet: die FRAUNHOFER-Linien entstehen nicht in

der ganzen (bei der Totalität als Korona sichtbaren) Sonnenatmosphäre, sondern im wesentlichen nur in ihrer innersten die Sonne wie eine Schale berührenden Schicht, die man *umkehrende* Schicht und Chromosphäre nennt. Man schätzt aus der Dauer der Sichtbarkeit ihres Spektrums die Höhe der umkehrenden Schicht auf 600 km, die Höhe der Chromosphäre auf etwa 10 000 km.

Anomale Dispersion der Gase. Auch in glühenden Gasen ist mit der Absorption des Lichtes anomale Dispersion verknüpft, jede FRAUNHOFERSche Linie und jede „umgekehrte“ Spektrallinie ist ein Absorptionsstreifen, gibt also Gelegenheit dazu. Tatsächlich hat KUNDT (1880) sie bei der Umkehrung der Natriumlinie durch die S. 543 beschriebene Anordnung entdeckt. Gerade das beweist die Zuverlässigkeit der Methode der gekreuzten Prismen: die Querdispersion führt zu Verbiegungen des Spektrums von auffallender Form, und gerade die *Form* des Spektrums machte KUNDT hier, wo er an Kreuzung gar nicht dachte, auf eine *tatsächlich vorhandene* Kreuzung aufmerksam und weiter auf ihre Ursache, die Dispersionsanomalie. Die Krümmung, die er, ähnlich wie in Abb. 808, beobachtete, erklärte er aus anomaler Dispersion des Natriumdampfes, der in einer prismatischen Schicht von dem Bunsenbrenner aufgestiegen sein müsse. Die Abb. 809 (BECQUEREL, 1898; JULIUS, 1900) zeigt deutlich, welche sonderbaren Formen das Kreuzspektrum des Natriumdampfes bei geeigneter Herstellung prismatisch geformter Flammen annehmen kann. Das Spektrum zeigt, den zwei Absorptionsstreifen entsprechend — solche sind ja die D-Linien — zwei Lücken, ist also in drei Teile zerrissen. Das Mittelstück der Abb. 809 bedeutet das Spektralgebiet zwischen den D-Linien, die Lücken zwischen ihm und den Seitenstücken bedeuten die D-Linien selber — alles sehr stark dispergiert und sehr stark ver-



Abb. 808. Zur Umkehrung der Natriumlinie.

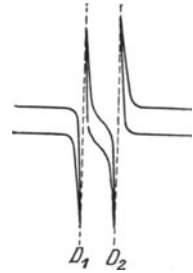


Abb. 809. Zur anomalen Dispersion des Natriumdampfes.

größert. Je schärfer die Absorptionsstreifen sind und je näher an ihnen man die Brechung messen kann, desto verzerrt zeigt sich das Spektralbild des beobachteten Gebietes. Abb. 809 zeigt eines, bei dem man bis auf 0,1 Å.-E. an die Streifen heran konnte. — Natriumdampf dispergiert anomal auch schon bei Temperaturen, bei denen er noch *nicht* leuchtet (WOOD).

Spektrograph. Spektroheliograph (HALE 1892). Man kann das Spektrum photographieren; man ersetzt zu dem Zweck das Okular des Spektroskopfernrohres durch eine Kamera, deren Platte man in die Brennebene des Objektivs bringt (Spektrograph). Im Monochromator setzt man an die Stelle des Okulars einen zweiten Spalt, um eine bestimmte Wellenlänge (Farbe) herauszublenzen. Besonders hergestellte Platten ermöglichen es, bis tief ins Ultrarot zu photographieren, und Linsen und Prismen aus Quarz bis tief ins Ultraviolett. (*Vakuumspektrograph* für die extremen Ultraviolettwellen, die die Luft verschluckt.)

Die Abschwächung des Sonnenlichtes in den FRAUNHOFER-Linien (nur der Kontrast zur Nachbarschaft läßt sie schwarz erscheinen) macht sie zu idealen linienartigen monochromatischen Lichtquellen: die Astrophysik benutzt sie, um

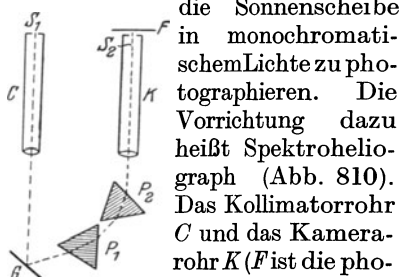


Abb. 810. Spektroheliograph (schematisch).

haben Linsen gleicher Brennweite und

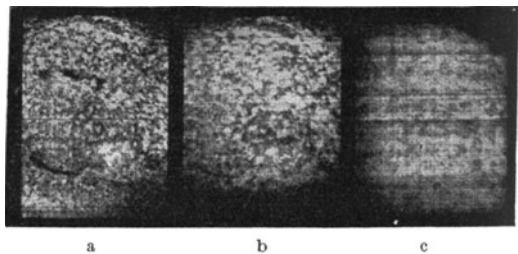


Abb. 811. Spektroheliogramme der Sonne nach Aufnahmen von HRTSCHOK. a und b Einstellung mit wachsendem Abstand von der Mitte der Linie nach violett. c Einstellung im kontinuierlichen Spektrum.

stehen einander parallel. Die Ebene des Kollimatorspaltes S_1 liegt in der Brennebene eines auf die Sonne gerichteten *Fernrohrobjektivs*, der Spalt schneidet also einen Streifen des hier entstehenden Bildes der Sonnenscheibe aus.

Das durch S_1 hindurchgehende Licht tritt aus der Kollimatorlinse parallel aus, fällt auf den Spiegel G und durch die Prismen P_1, P_2 in das Kamerarohr K . Aus dem aus P_2 austretenden Spektrum isoliert ein dicht vor F befindlicher seitlich verschiebbarer Spalt diejenige **FRAUNHOFERSCHE** Linie, die als Lichtquelle dienen soll. Sie wird durch Verdrehen der Prismen P gegeneinander erfaßt. Durch ein Uhrwerk verschiebt man dann den *ganzen* Apparat seitlich. Der Spalt S_1 durchläuft dabei das Bild der Sonnenscheibe, und gleichzeitig verschiebt sich Spalt S_2 vor der feststehenden photographischen Platte, so daß die einzelnen spaltförmigen Ausschnitte der Sonnenscheibe ihre monochromatischen Bilder eines neben dem andern auf die Platte werfen (Abb. 811). Der Helio-graph läßt sich (prinzipiell) in ein Helioskop verwandeln, wenn man die Platte durch die Netzhaut des Auges ersetzt und mit einer auf S_2 eingestellten Lupe beobachtet (HALE 1929).

Spektralklassen der Sterne¹. Die Sonne ist nur ein Glied einer der *Klassen*, in die man die Sterne einteilt. Die meisten helleren Sterne erscheinen rein weiß bis bläulich, viele gelb bis weißlichgelb, manche orange bis rot. Das deutet unmittelbar auf Unterschiede ihrer Spektren, mittelbar auf Unterschiede ihrer Temperatur und weiter auf Unterschiede ihrer physischen Beschaffenheit. Man teilt die Sterne deswegen nach ihren Spektren in *Klassen* (СЕРИИ, PICKERING) — jetzt allgemein in die von Miss A. J. CANNON (Harvard College Observatory) im Anschluß an PICKERING aufgestellten und benannten Klassen P, O, B, A, F, G, K, M, R, N, Q.

O. Weiß bis gelb. Hauptklasse der Sterne mit hellen Linien oder Bändern (Sterne vom WOLF-RAYET-Typus, ζ Puppis).

B. Weiß. Heliumsterne Wasserstofflinien noch nicht so kräftig wie bei Klasse A, daneben Heliumlinien charakteristisches Merkmal (Sterne im Orion, in den Plejaden, im Perseus usw.).

A. Weiß. Siriussterne. Wasserstoffserie in sehr kräftigen verwaschenen Linien vorherrschend. Heliumlinien fehlen, Sonnenlinien, besonders H und K, noch sehr schwach (Sirius, Wega).

F. Gelblich. Wasserstoffserie tritt zurück, Kalziumlinien H und K auffälligstes Kennzeichen (δ Aquilae α Argus).

G. Gelb. Sonnensterne. Zu den bisherigen zahlreiche andere Metalllinien, **FRAUNHOFERSCHE** Linien G, H, K besonders auffallend (Sonne, Capella).

K. Tiefgelb. Linien G, H und K noch kräftiger als in Klasse G, Wasserstofflinien schwach, das violette Ende des Spektrums auffallend lichtarm (Arkturus, β Gemin.).

M. Gelbröt. Die charakteristischen Eigenschaften der Klasse K besonders kräftig, daneben Absorptionsbänder des Titanoxyds besonders kräftig (Betelgeuze, Antares).

N. Gelbröt (19 Piscium).

P enthält die planetarischen Nebel, R einige mit N und K verwandte aber dort nicht unterzubringende Spektren, Q abnorme oder zusammengesetzte Spektren, die sich keiner anderen Klasse einfügen. Es gibt auch Übergänge zwischen den Klassen: z. B. B1A (abgekürzt B1) ist ein Spektrum, das wenig von Klasse B abweicht, aber schon Eigentümlichkeiten der Klasse A, wenn auch sehr schwach, zeigt. Für die Bezeichnung B9A (abgekürzt B9) gilt das Umgekehrte. Eine Null neben dem Klassenbuchstaben bedeutet ein Spektrum, das *genau* zu einer der Klassen gehört, z. B. A0.

Die Einteilung entsprang *formalen* Gründen, erwies sich aber schließlich als *physikalisch* berechtigt: von den weißen Sternen der B-Klasse an geht die Farbigkeit allmählich bis zu den rötlichen und roten Sternen der Klassen M bis N wie bei einem weißglühenden Körper, der bei seiner Abkühlung nach und nach röter wird, bis er zu leuchten aufhört. (Andere als diese „Abkühlungsfarben“ kommen bei den Sternen nicht vor.) Aus dem WIENschen Verschiebungsgesetz kann man folgern, daß die Temperatur von den B-Sternen nach den M-Sternen hin sinkt. Photometriert man die einzelnen Spektralbezirke, so kann man nach der PLANCKSchen Strahlungsformel (wie bei der Sonne) ihre effektive Temperatur berechnen.

Spektralklasse:	B1	A1	F1	G1	K1	Ma	Mb
Temperatur:	$\cong 20\,000^\circ$	$10\,000^\circ$	$7\,000^\circ$	$5\,200^\circ$	$4\,200^\circ$	$3\,300^\circ$	$3\,000^\circ$

Die Verschiedenheit der Spektraltypen spiegelt also in der Hauptsache die Verschiedenheit der Temperaturen ab, ihre Reihenfolge gibt fast eine Temperaturskala. Dadurch wird ein Schluß auf die physische Beschaffenheit der Sterne möglich. Die Astrophysik wendet den kosmogonischen Gedanken auf die Fixsternwelt an und schließt: die verschiedenen Spektralklassen entsprechen den verschiedenen Stufen in der *Entwicklung* eines Sternes, jeder Stern durchläuft in Jahrbillionen eine Reihe von Spektralklassen.

Sie geht dabei von folgender Vorstellung aus. Ein Fixstern ist im wesentlichen eine Gaskugel, anfangs von äußerst kleiner Dichte. Die Wärme, die die Kugel durch Ausstrahlung verliert, wird ersetzt durch diejenige Wärme, die infolge ihrer (bei der Wärmeausstrahlung eintretenden) Kontraktion entsteht. Aber diese Energiequelle reicht nicht aus, es muß außerdem noch eine *atomare* Energiequelle vorhanden sein. Überwiegt die Kontraktion, so steigt die Temperatur der Gaskugel über die frühere hinaus, entsteht mehr Wärme als ausgestrahlt werden kann, so dehnt sich die Gaskugel wieder aus und kühlt sich dementsprechend wieder

¹ Quelle: NEWCOMB-ENGELMANN'S Populäre Astronomie. 6. Aufl. 1921.

Da die Röntgenwellen ihrem Wesen nach Lichtwellen sind, so fragen wir bei ihnen nach denselben Eigenschaften, die wir von den Lichtwellen her kennen: wie entstehen sie, wie breiten sie sich aus, werden sie reflektiert, gebrochen usw.?

Ihre Entstehung haben wir S. 451 beschrieben. Ihre Wellenlänge (Messung s. S. 658) ist gemessen zwischen 75 \AA und $0,1 \text{ \AA}$ (sichtbares Rot ca. $0,8 \cdot 10^4 \text{ \AA}$, sichtbares Violett ca. $0,4 \cdot 10^4 \text{ \AA}$). Sie breiten sich geradlinig aus, wie die Schärfe der Schatten beweist. — Regelmäßig reflektiert werden sie nur an Netzebenen von Kristallen, und das ist kein reiner Oberflächeneffekt, sondern ein Raumeffekt, da sie bis zu einer gewissen Tiefe eindringen. An anderen Oberflächen werden sie diffus zurückgeworfen. — Sie werden gebrochen, aber nur, wenn sie fast streifend auf die brechende Fläche treffen, und zwar werden sie vom Lot weg gebrochen. Die reguläre Brechung der Röntgenstrahlen ist auch in einem Prisma experimentell nachweisbar (LARSSON und SIEGBAHN, 1924). Die Abb. 812 gibt die Anordnung des Versuches schematisch wieder. Der theoretische Wert der Brechungszahl der Strahlen ist um einige Millionstel kleiner als 1, ein einfallender Strahl, der aus Luft oder aus dem Vakuum in einen Stoff eintritt, erleidet also eine Brechung und in gewissen Fällen eine Totalreflexion. An

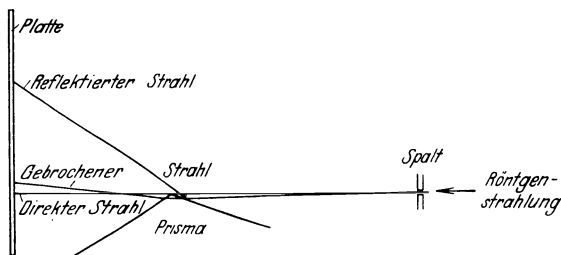


Abb. 812. Brechung von Röntgenstrahlen.

der Vorderfläche des Prismas in Abb. 812 ist ein total reflektierter Strahl sichtbar. — Auch die Dispersion (sogar die anomale), die Polarisation, die Beugung, die Interferenz sind experimentell erwiesen, und alles läßt darauf schließen, daß jede Erscheinung im Gebiete der Lichtwellen im Gebiete der Röntgenwellen ihr Gegenstück hat, wenn auch die experimentellen Hilfsmittel noch nicht überall zu dem Nachweis ausreichen, so z. B. um einen DOPPLER-Effekt oder um die Doppelbrechung der Röntgenstrahlen nachzuweisen.

Verschluckung und Zerstreung der Röntgenstrahlen bei ihrem Durchgange durch Materie. Weitaus die frappanteste Eigenschaft der Röntgenstrahlen ist ihre Fähigkeit, Stoffe zu durchdringen, die — selbst in dünner Schicht — für Licht undurchdringbar sind. Die Intensität der Strahlung wird dabei geschwächt und die Abschwächung hängt, außer von der Dicke der durchstrahlten Schicht, von der chemischen Eigenart des durchstrahlten Stoffes ab (*Ordnungszahl* der ihn bildenden Elemente). Die Schwächung besteht zum Teil in einer Zerstreung durch die Atome des Stoffes (Diffusion), zum andern Teil in einer Verschluckung durch die Atome (Absorption), die *hierbei ionisiert* werden. Gemessen wird die *Gesamtschwächung*. Für diese ist der Massenschwächungskoeffizient $\tau + \sigma$ maßgebend. τ bedeutet den Koeffizienten der Absorption, σ den der Streuung. Definiert ist jeder von beiden durch $J_x = J_0 \cdot e^{-\alpha x}$ analog der Gleichung S. 631 o., worin x die Schichtdicke ist und α das eine Mal τ , das andere Mal σ bedeutet. Man bezieht die Koeffizienten auf die *Masseneinheit* und benutzt sie daher in der Form τ/ρ usw. mit ρ als Dichte. Die Absorption τ/ρ geht bei den chemischen Elementen im allgemeinen proportional $Z^3 \lambda^3$, mit Z als Ordnungszahl des Elementes und mit λ als Wellenlänge. Bei der gewöhnlichen Röntgenstrahlung, die man durch einen beliebigen Stoff schickt, wird $\mu = \tau + \sigma$ mit zunehmender Schichtdicke immer kleiner und nähert sich asymptotisch einem Grenzwert. Die gewöhnliche Röntgenstrahlung erweist sich dadurch als heterogen, liefert aber durch fort-

gesetzte „Filterung“ eine annähernd homogene Reststrahlung. Die Absorptionsgleichung $J_x = J_0 \cdot e^{-\alpha x}$ gilt streng nur für homogene Strahlen. Man benutzt die Filterung häufig geradezu, um eine homogene Strahlung zu erzielen (für medizinische Zwecke). Die Härte mißt man an der Halbwertschicht der Strahlung in Aluminium, d. h. an der Aluminiumschicht (aufeinander geschichtete Aluminiumblätter), die so dick ist, daß sie die Intensität der auffallenden Strahlung auf die Hälfte herabsetzt.

Die Absorption der Röntgenstrahlen offenbart sich demnach in zwei voneinander verschiedenen Wirkungen: die erste besteht in einer Schwächung des *Bündels*, die zweite in einer materiellen Veränderung des durchstrahlten *Stoffes* (photoelektrischer Effekt). Durch diese *Veränderung des durchstrahlten Stoffes* wirken die Röntgenstrahlen auf die photographische Platte, rufen sie Fluoreszenz hervor, ionisieren sie Gase und wirken sie biologisch, d. h. auf die Substanz des lebenden Gewebes. Durch ihre biologische Wirkung sind sie von größter Bedeutung für die Heilkunde, so in der Dermatologie, der Gynäkologie, bei Erkrankungen der Lymphdrüsen, der Milz, des Knochenmarkes, bei Tuberkulose und anderen krankhaften Veränderungen des Organismus. In zu starker Dosis angewendet, können die Strahlen den Organismus auf das schwerste und für immer schädigen, daher auch die Notwendigkeit, beim Arbeiten mit Röntgenstrahlen den eigenen Körper gegen ihre Einwirkung zu schützen, *auch gegen die Streustrahlung*.

Die Abschwächung des Bündels wird aber nicht lediglich durch die Absorption verschuldet, sondern (s. oben) auch durch die Streuung der Strahlen, die Diffusion. Man nahm an, daß die Diffusion, wie es der elektromagnetischen Theorie entspricht, ohne Änderung der Wellenlänge vor sich geht. Aber das ist *nicht* der Fall. Selbst ein *streng monochromatisches* Strahlenbündel spaltet sich bei der Diffusion in zwei Teile, der eine diffundiert unverändert, der andere erfährt eine *Wellenverlängerung* (Frequenzverminderung). Je nach dem Winkel zwischen dem einfallenden Strahlenbündel und dem durch die Streuung abgelenkten Strahl variiert sie *unabhängig von der Wellenlänge* zwischen 0,02 und 0,04 Å (COMPTON-Effekt, 1923). Für die Theorie der Strahlung ist diese Tatsache von großer Bedeutung: sie unterstützt die Lichtquantenhypothese (S. 655 u.).

Das Bild der Hand und des Handskeletts zeigt, wieviel weniger die Strahlen von den Weichteilen geschwächt werden, die sämtlich nur Elemente niedriger Ordnungszahl (H, C, N, O mit 1, 6, 7, 8) enthalten, als von den Knochen (P und Ca mit 15 und 20) oder etwa von einem Fingerringe; je größer die Ordnungszahl des Ringmetalles ist, desto stärker hebt er sich ab von seiner Umgebung, Kupfer mehr als Aluminium, und Platin mehr als Kupfer. Ein Holzsplitter in der Hand wirft vielleicht einen kaum wahrnehmbaren Schatten, eine Metallnadel aber auf alle Fälle einen viel dunkleren. Je kürzer die Wellen sind, desto durchdringender — man sagt: desto *härter* — sind sie; je länger sie sind, desto leichter werden sie von den durchstrahlten Stoffen verschluckt, desto *weicher* sind sie. Der Röntgenschirm und die photographische Platte machen diesen Härteunterschied *sichtbar*: die harten geben ein helleres, an Helligkeitsunterschieden, d. h. Einzelheiten, reicheres Bild, die weicheren ein dunkles und wenig differenziertes.

Nächst der Durchdringungsfähigkeit sind die frappantesten Eigenschaften der Strahlen ihre Fähigkeit, Fluoreszenz zu erzeugen, auf die photographische Platte zu wirken und die durchstrahlte Luft zu ionisieren — alle drei Eigenschaften verhelfen dazu, die Anwesenheit von Röntgenstrahlen zu erkennen. RÖNTGEN wurde durch fluoreszierendes Bariumplatinocyanür auf sie aufmerksam, der photographische Nachweis ist empfindlicher, weil sich die photographische Wirkung mit der Zeit anreichert. Wo es auf Kürze der Expositionsdauer ankommt, läßt

sich die photographische Wirkung erhöhen durch einen dem Leuchtschirm ähnlichen Schirm, der mit Kalziumwolframat bedeckt ist, und auf den man die photographische Platte legt; er fluoresziert unter der Einwirkung der Röntgenstrahlen kräftig violett und addiert seine Wirkung zu der photographischen der Röntgenstrahlen (Verstärkungsschirm) und setzt dadurch die erforderliche Expositionszeit weit herab. — Die Ionisierung durch Röntgenstrahlen, die ebenso empfindlich ist wie das photographische Verfahren, geht in einer zur Verstärkung der Ionisierung meist mit einem schweren Gase (Methyljodid) gefüllten Kammer vor sich (Abb. 820). Das Gas wird leitend im Verhältnis der aufgenommenen Strahlung und zeigt die Leitung an einem mit der Kammer verbundenen Elektrometer.

Beugung der Röntgenstrahlen durch Kristalle (MAX v. LAUE 1912). Das wichtigste Gegenstück in der Physik der Röntgenwellen zu der der Lichtwellen ist die Interferenz. Da sich die Strahlung geradlinig ausbreitet und auf den Magneten nicht reagiert, hielt RÖNTGEN sie von Anfang an für eine Wellenstrahlung. Die Entdeckung der Polarisierung der Strahlen (BARKLA 1905) sprach für Querschwingung, und verschiedene Versuche, Beugung der Strahlen durch einen Spalt nachzuweisen, hatten auf etwa 10000 mal kürzere Wellen als die Lichtwellen hingewiesen (auch darauf, daß der *größeren* Härte die *kürzere* Welle entspricht), aber die genaue Messung der Wellenlänge und hiermit die Möglichkeit einer Spektroskopie der Röntgenstrahlung verdankt die Physik erst MAX VON LAUE (1912). „Der glänzende Gedanke LAUES bestand in der Einsicht, daß die Raumstruktur der Kristalle auf die Wellenlänge der Röntgenstrahlen ebenso abgepaßt sei wie die Struktur eines ROWLAND-Gitters auf die Wellenlänge des gewöhnlichen Lichtes, daß wir also den erforderlichen Beugungsapparat für Röntgenstrahlen unmittelbar aus den Händen der Natur beziehen können, in Gestalt ihres Meisterwerkes, eines regelmäßig gewachsenen Kristalls“ (SOMMERFELD).

Sie verdankt sogar erst ihm den Beweis für die Wellennatur der Röntgenstrahlen, denn *überzeugend* wird eine Wellenbewegung als solche nur durch Interferenz- und Beugungserscheinungen bewiesen. Der Beugungsformel $\lambda = d \sin \varphi$ gemäß muß die Wellenlänge kleiner sein als die Gitterkonstante, damit Beugung eintritt. Sind die Röntgenstrahlenwellen 10000 mal kürzer als Lichtwellen, so fordern sie 10000 mal engere Gitter als die optischen, in diesen Dimensionen bewegen sich die Raumgitter der Kristalle. Abb. 813 zeigt die Anordnung, mit der LAUES Mitarbeiter FRIEDRICH und KNIPPING das erste „LAUE-Diagramm“ erzielt haben. Es zeigt, Abb. 814, rings um den Durch-

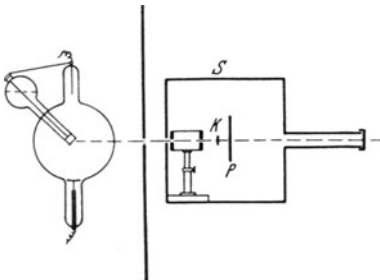


Abb. 813. Zur Erzeugung eines LAUE-Diagramms.
K Kristallblättchen, P photographische Platte,
S Schutzkasten.

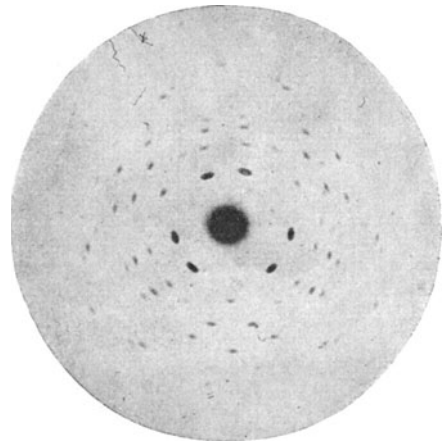


Abb. 814. LAUE-Diagramm der Zinkblende im
Schnitte senkrecht zur dreizähligen Symmetrie-
achse.

stoßpunkt des Primärstrahles den Durchschnitt der abgebeugten sekundären Röntgenstrahlen mit der photographischen Platte, die „LAUE-Interferenzflecke“.

Wir zeigen ihre Entstehung nach der LAUESchen Theorie, einer elementar-geometrischen Darstellung von ERNST WAGNER folgend, an einem kubischen Gitter (Abb 815), und zwar

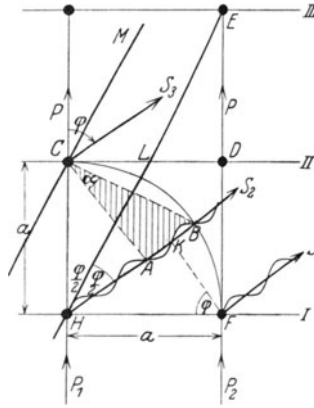


Abb. 815. Die Bildebene enthält die Würfebene mit den Atomen CDE FH (Gitterkonstante $= a$), ferner ihre Durchschnitte I, II, III mit drei zu ihr senkrechten einander benachbarten Gitterebenen, ferner die parallel zur Würfelkante CH einfallenden Primärstrahlen P_1 und P_2 , ferner die an den zerstreuen Atomen CH F abgespaltenen Sekundärstrahlen S_1, S_2, S_3 .

von ERNST WAGNER folgend, an einem kubischen Gitter (Abb 815), und zwar *innerhalb der Bildebene* (was prinzipiell genügt). — Zwei Bedingungen müssen *gleichzeitig* erfüllt sein, damit die Wellen der abgebeugten Strahlen einander unterstützen: die *erste* betrifft die Wellen, die von Nachbaratomen *derselben* Gitterebene *gleichzeitig* ausgehen, die *zweite* betrifft die Wellen, die von *verschiedenen* einander parallelen Gitterebenen *nacheinander* ausgehen. Die erste betrifft z. B. die Wellen der Strahlen HS_2 und FS_1 . Ihr Gangunterschied HK ist (in der Figur in 2. Ordnung gezeichnet, d. h. mit einem Unterschied von 2 Wellenlängen): $HK = 2\lambda = a \sin \varphi$. Die zweite betrifft z. B. die Wellen der Strahlen HS_2 und CS_3 . Ihren Gangunterschied finden wir so: Während die *Primärwelle* vom Atom H bis C um a vorrückt, gelangt die in H entstehende (räumliche) *Sekundärwelle* in der Bildebene auf dem Kreis CBF mit dem Radius a in der Richtung S_2 bis Punkt B . Die in diesem Moment in C entstehende Welle CS_3 ist, wenn $CA \perp HS_2$ ist, gegenüber HS_2 zurück um den gesuchten Gangunterschied

$$AB = HB - HA = a - a \cos \varphi.$$

Die Gangunterschiede HK (der Wellen S_1 und S_2) und AB (der Wellen S_2 und S_3) sind nur für den Beugungswinkel $\varphi = 90^\circ$ einander gleich, im allgemeinen ist $HK > AB$. Die *gleichzeitige* Erfüllung der beiden Interferenzbedingungen scheint für andere φ also ausgeschlossen. Sie wird jedoch möglich, wenn man Interferenzen *höherer* Ordnung heranzieht und auf den größeren Gangunterschied HK eines Strahlenpaares eine größere Zahl (m) ganzer Wellenlängen kommen als (n) auf den kleineren AB des anderen Strahlenpaares, so daß $HK = m \cdot \lambda$ und $AB = n \cdot \lambda$, wo m und n ganze Zahlen sind und $m > n$ ist. In der Figur ist $m = 2$ und $n = 1$. Sie zeigt: 1. die Ordnungszahlen m und n definieren bestimmte Richtungen φ der Sekundärstrahlen; 2. zu jeder bestimmten Richtung φ gehört eine *bestimmte* Wellenlänge, die außerdem proportional a wird. — Diese Sätze charakterisieren den LAUE-Effekt wie die Erfahrung ihn kennen lehrt: 1. es gibt nur *bestimmte* Beugungsrichtungen (keine Spektren wie beim optischen Strichgitter!) und 2. jeder Richtung kommt ihre eigene Wellenlänge zu. Demnach setzt der LAUE-Effekt ein *kontinuierliches* primäres Röntgenspektrum — „weiße“ Röntgenstrahlung — voraus, aus dem die interferierenden Wellen die den Effekt ausmachenden monochromatischen Bereiche auswählen. (Spräche die Netzhaut auf Röntgenstrahlen an, so würden wir jede Punktgruppe des LAUE-Diagramms, Abb. 814, monochromatisch sehen, aber je zwei *verschiedene* Gruppen in *anderer* Farbe.)

Der LAUE-Effekt aus Reflexion an einer Netzebenenchar erklärbar (BRAGG). Der LAUE-Effekt läßt sich aber auch anders als durch Beugung deuten (W. H. und W. L. BRAGG): die Beugungsrichtung hängt lediglich an den Ordnungszahlen m und n ; in der Abb. 815 an den Zahlen $m = 2, n = 1$, so daß also $AB = \lambda$ und $HK = 2\lambda$. Nun ist $HK = CA$. In dem schraffierten Dreieck ABC — wir nennen es Phasendreieck — verhalten sich daher die Katheten wie die Gangunterschiede λ und 2λ . Sein Winkel α ist $= \frac{\varphi}{2}$, denn ein Lot von H auf die Hypotenuse CB

halbiert den Winkel $\varphi = CHB$ und es ist $CHL = \alpha$ (als Winkel mit paarweise aufeinander senkrechten Schenkeln). Und jetzt sehen wir, wie der (halbe) Beugungswinkel und die Ordnungszahlen im Phasendreieck zusammenhängen; es ist

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{AB}{CA = HK} = \frac{\lambda}{2\lambda} = \frac{1}{2} = \frac{n}{m}.$$

Die den Winkel φ zwischen Primär- und Sekundärstrahl Halbierende HL hat eine charakteristische Lage in dem Raumgitter, es ist

$$\frac{CL}{CH} = \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{1}{2} = \frac{n}{m}.$$

Die Richtung der Winkelhalbierenden HL ist also im Raumgitter gegeben durch die Gerade, die irgendein Atom, dessen Koordinaten $n \cdot a$ und $m \cdot a$ sind, mit H verbindet, in der Abb. 815, in der $n = 1$, $m = 2$ ist, durch EH gegeben, da E , auf H bezogen, die Koordinaten $1 \cdot a$ und $2 \cdot a$ hat. Nur solche Atomreihen können also die Beugungswinkel halbieren. Hiernach darf man die „abgebeugten“ Strahlen als an Atomreihen *reflektiert* ansehen (besser an *Atomebenen*, die senkrecht zur Zeichenebene stehen und deren Spur jene Atomreihen darstellen.)

Demzufolge können *alle* Wellenlängen an einer Atomebene reflektiert werden, wenn auch mit verschiedener Intensität. Wie paßt das aber zu der oben erwiesenen monochromatischen Natur der (nach LAUE) abgebeugten Strahlen? Antwort: nicht eine Ebene reflektiert, sondern eine große Zahl paralleler äquidistanter Ebenen — ein *Raumteil*. Die Reflexionen folgen einander zeitlich in gleichem Abstand, und nur solche Wellen verstärken einander, deren Schwingungsdauer hiermit übereinstimmt. Abb. 816 erläutert den Gangunterschied der Strahlen P_1 und P_2 desselben Bündels, die an den Nachbarebenen E_1 und E_2 (Abstand $d =$ Gitterkonstante) nacheinander reflektiert werden. ε sei der „streifende“ Winkel, man nennt ihn *Glanzwinkel* (vom englischen to glance: streifen). Der Gangunterschied ist $ab + bc = 2d \cdot \sin \varepsilon$, wenn Aa und Ac Lote (Wellenfronten) auf die Strahlen sind. Der Gangunterschied muß eine ganze Wellenlänge oder bei n -facher Ordnung das n -fache davon betragen $n\lambda = 2d \sin \varepsilon$.

Dies ist die *Grundgleichung der Röntgenspektroskopie* (W. L. BRAGG). Sie kennzeichnet die Reflexion als *monochromatisch* und als *selektive* Reflexion: bei einem gegebenen Einfallswinkel ε wird nur *eine* bestimmte „Farbe“ reflektiert; und umgekehrt: eine gegebene Wellenlänge wird nur bei *bestimmten Winkeln* von der betrachteten Ebenenschar reflektiert — im übrigen durchgelassen. — Die BRAGGSche Gleichung ist nicht streng erfüllt, eine von EWALD aufgestellte stimmt mit den Messungen vollkommener überein.

Auch in Abb. 815, die die LAUESche Auffassung wiedergibt, ist die Reflexion zu finden. P_1 wird an der Ebene HE als Strahl HS_2 reflektiert, an der folgenden Ebene MC als Strahl CS_3 . Beider Gangunterschied war AB . Die Strecke CB ist der *doppelte* Ebenenabstand $= 2d$. Das Phasendreieck liefert also wieder die BRAGGSche Gleichung ($\alpha = \frac{\varphi}{2} = \varepsilon$): $AB = n \cdot \lambda = 2d \sin \frac{\varphi}{2}$.

Aus der Gleichung $n\lambda = 2d \sin \alpha$ können wir λ berechnen, wenn wir α gemessen haben und wenn wir d kennen, den Netzebenenabstand der zur Reflexion benutzten Ebenen. Den Winkel α mißt man am besten mit dem BRAGG-Spektrometer (Abb. 820). Der Netzebenenabstand d folgt in absolutem Maße aus der Dichte des Kristalles, der LOSCHMIDTSchen Zahl, dem Atomgewicht der den Kristall bildenden Teilchen und aus der Struktur des Raumgitters (S. 154). Für die

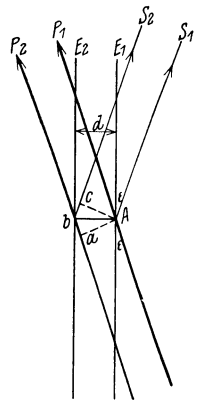


Abb. 816. Zur Grundgleichung $n\lambda = 2d \sin \varepsilon$ der Röntgenspektroskopie.

Messung kleiner Wellenlängen benutzt man Steinsalz und Kalkspat. Das d des Steinsalzkristalles ist für die (in der Spektroskopie stets benutzten) zu den Spaltflächen (Würfebenen) parallelen Netzebenen $2,814 \cdot 10^{-8}$ cm. Die Intensitäten bei Reflexionen in 1., 2. und 3. Ordnung verhalten sich (BRAGG) wie 100:20:7. Man benutzt daher die Spiegelung in 1. Ordnung, d. h. $n = 1$. Kalkspat mit $d = 3,029 \cdot 10^{-8}$ cm ist dem Steinsalz (Kristallfehler) vorzuziehen. Größere Wellenlängen mißt man an Kristallen mit größeren Atomabständen: an Quarz (Prismafläche) $d = 4,427 \cdot 10^{-8}$ cm, Gips (Spaltfläche) $d = 7,578 \cdot 10^{-8}$ cm, Glimmer (Spaltfläche) $d = 10,1 \cdot 10^{-8}$ cm. Man kann auch mit *optischen* Gittern Beugungsspektren der Röntgenstrahlen erzeugen, *wenn sie streifend einfallen* — sowohl mit dem Metallreflexionsgitter (COMPTON, 50 Strich/mm) wie mit dem Glasgitter (THIBAUD, 50 bis 200 Strich/mm). Das ist wichtig wegen der Längenmessung der Röntgenwellen in den gebräuchlichen Einheiten, ohne Zwischenschaltung von Kristallausmessungen. Optische Gitter liefern bei *streifendem* Einfall der Strahlen Beugungsspektren von den Strahlungen in dem Gebiet zwischen den langwelligen Röntgenstrahlen und dem Ultraviolett. Auf derselben Platte hat THIBAUD Ultraviolettlinien und Röntgenlinien von mittlerer Wellenlänge erhalten. Für die Messung extrem langer Röntgenwellen (Linien K_{α} von Sauerstoff, Kohlenstoff, Bor mit 45,5 und 73,5 Å) haben sich gewisse organische Verbindungen verwenden lassen, in denen Schichtungen (40—90 Å) die Netzebenenabstände in den Kristallen vertreten.

Die kürzeste Röntgenwelle ist die der K -Absorptionskante des Uraniums mit 0,1048 Å. Die Fortsetzung der Röntgenstrahlen über diejenigen kürzester Wellen hinaus bilden die mit den Röntgenstrahlen wesensgleichen γ -Strahlen in der Strahlung der radioaktiven Stoffe (VILLARD 1900). Die kürzeste bisher gemessene gehört dem Thorium B an mit 0,052 Å (THIBAUD 1925).

Ultra- γ -Strahlung. Noch zehnmal kürzer als die der γ -Strahlen sind die Wellen der durchdringenden (vermutlich kosmischen) Strahlung — nach ihrem Entdecker auch HESSsche Strahlung genannt —, es sind die kürzesten uns überhaupt bekannten Wellen. — Diese Strahlung tritt aus dem Weltenraum kommend in unsere Atmosphäre ein; sie entsteht vielleicht auf bestimmten Sternen als Begleiterscheinung des dort sich vollziehenden Aufbaus höherer Atome aus einfacheren Einheiten (NERNST).

Das Durchdringungsvermögen dieser Strahlung ist so außerordentlich groß, daß sie z. B. im Bodensee noch in 230 m Wassertiefe mit versenkten und selbst registrierenden Elektroskopen nachgewiesen werden konnte (REGENER). Allerdings ist in dieser Tiefe durch die absorbierende Wirkung des Wassers die Intensität der Strahlung gegenüber der Erdoberfläche auf 1—2 Promille abgesunken. Geht man andererseits von der Erdoberfläche aus in die Höhe, etwa in einem mit Elektroskopen ausgerüsteten Luftballon, so findet man ein starkes Ansteigen der Strahlungsintensität. Dies ist auch nicht verwunderlich, denn — anders als bei sichtbarem Licht — wirkt auf die kosmische Strahlung die Atmosphäre etwa ebenso stark absorbierend wie eine Quecksilberschicht von 76 cm Dicke. Bei Fahrten im Freiballon zeigten die Elektroskope in 9000 m Höhe etwa den 50fachen Betrag des Bodenwertes (KOLHÖRSTER), im Pilotballon in 26 km Höhe den 150 fachen (REGENER).

Die Entdeckung und ersten Untersuchungen der kosmischen Strahlung erfolgten mit Hilfe hochempfindlicher Elektroskope. Solche Messungen sind aber sehr schwierig, da die Intensität (Menge) der Strahlung äußerst gering ist. Neuerdings hat man aber in dem *Elektronenzählrohr* (GEIGER) ein Instrument, das auf die kosmische Strahlung viel stärker anspricht als das empfindlichste Elektroskop. Dieses Zählrohr arbeitet nach demselben Prinzip, wie der S. 467 beschriebene α -Strahlzähler: in einem Metallrohr von etwa 20 cm Länge und 5 cm Durch-

messer ist axial und isoliert ein dünner Draht ausgespannt. Zwischen Draht und Wandung liegt eine hohe elektrische Spannungsdifferenz, durch die auch der schwächste in dem Rohr entstehende Ionisationseffekt so stark vergrößert wird daß er mit gewöhnlichen Meßinstrumenten z. B. auch mit dem S. 390 beschriebenen Fadenelektrometer nachgewiesen werden kann. Ein solches Zählrohr wird an der Erdoberfläche dauernd von kosmischen Strahlen durchsetzt, die, wie überhaupt jede kurzwellige Strahlung, an der Rohrwandung Elektronen großer Geschwindigkeit auslöst. Jedes einzelne dieser Elektronen wird infolge des oben erläuterten Multiplikationseffekts durch einen stoßweißen Ausschlag am Fadenelektrometer bemerkbar. Ein Zählrohr der oben angegebenen Größe gibt an der Erdoberfläche infolge der kosmischen Strahlung etwa 100 solcher Ausschläge pro Minute. In 200 m Wassertiefe ist die Zahl der Ausschläge auf etwa 20 pro Minute, abgesunken, während in tiefen Bergwerken, soweit dort auch jede Strahlung von radioaktiven Substanzen ausgeschaltet ist, praktisch keine Ausschläge mehr auftreten.

Beugung von Elektronenstrahlen. Materiewellen. Neben die Beugung der Röntgenstrahlen tritt die der Elektronenstrahlen, deutlicher: der aus Elektronen bestehenden Strahlen. Durch ihre Fähigkeit, gebeugt zu werden (durch Kristalle und durch Metallgitter, und nach ähnlichen Methoden wie die Röntgenstrahlen) offenbaren sich die Elektronen als mit „Wellen“ verbunden. L. DE BROGLIE hat die Existenz dieser Wellen vorausgesagt (1924): einen von HAMILTON (1833) eingeschlagenen Gedankengang verfolgend, kommt er dazu, jedem bewegten Massenteilchen, also auch den bewegten Elektronen, ein Wellenfeld *zuzuordnen*. In diesem Sinne spricht man von Materiewelle oder auch Massenwelle, wenn man auch dieser Welle keine bestimmte physische Natur zuschreiben kann.

Um zu zeigen, wie man zu dem Doppelwesen Massenwelle kommt, erinnern wir an den Photoeffekt: bestrahlt ultraviolettes Licht (z. B. ein Entladungsfunke) eine Metalloberfläche, dann treten Elektronen aus ihr aus. Die Geschwindigkeit ihres Austrittes ist (LENARD) — das ist hier die Hauptsache — von der Intensität des einfallenden Lichtes unabhängig, sie hängt *nur* von der *Frequenz* des auffallenden Lichtes ab und ist um so größer, je kürzere Wellen auffallen. Solange die Frequenz unverändert ist, bleibt der Photoeffekt unverändert, wie gering auch die Intensität des einfallenden Lichtes sein mag. Mit anderen Worten: wir können die Strahlungsquelle beliebig weit weg von der bestrahlten Metalloberfläche verlegen, ohne den Photoeffekt zu beeinflussen (nur wird mit der Abnahme der Lichtstärke die *Zahl* der in der Sekunde weggeschleuderten Elektronen immer geringer). Dann kann aber die auf die Oberfläche einwirkende Energie nicht durch eine *Welle* auf sie übertragen worden sein, denn je weiter weg die bestrahlte Fläche von der Strahlungsquelle liegt, desto kleiner ist ja die Energie, die die bei ihr ankommende Kugelwelle pro Quadratcentimeter selber noch besitzt und auf sie übertragen kann. Woher nimmt aber ein stets mit der Geschwindigkeit seiner Vorgänger herausfliegendes Elektron seine Bewegungsenergie, wenn der Abstand von der Lichtquelle so groß wird, daß die Lichtintensität fast verschwindet? Die Antwort gibt EINSTEINS *Lichtquantenhypothese*: die von der Lichtquelle ausgesandte Energie bleibt nicht nur zeitlich, sondern auch räumlich, auf gewisse Häufungsstellen konzentriert — oder anders: die Lichtenergie verbreitet sich nicht vollkommen gleichmäßig nach allen Richtungen in endlos fortschreitender Verdünnung, sondern sie bleibt stets in gewissen bestimmten und von der Farbe abhängigen Quanten konzentriert, die mit Lichtgeschwindigkeit nach allen Richtungen auseinanderfliegen. (Dasselbe in anderen Worten: das Licht besteht aus Korpuskeln und die Energie der Korpuskeln im Licht von der Frequenz ν ist $h\nu$.) Ein Quant, das das Metall trifft, überträgt dort einem Elektron seine Energie, und diese ist stets dieselbe, gleichviel wie groß der Abstand von der Lichtquelle

ist. Der Photoeffekt ist aber (S. 655 m.) *tatsächlich* abhängig von einer *Schwingungsfrequenz*, also einem Wellenvorgange, und deswegen bleibt mit dem Lichtquant eine Welle verknüpft. DE BROGLIE geht über diese EINSTEINSche Vorstellung hinaus. Er verfolgt den oben erwähnten Gedanken von HAMILTON und ordnet *jedem bewegten Massenteilchen* ein Wellenfeld zu, wenn er auch dieser Welle keine bestimmte physische Natur zuschreiben kann. Die Bewegung des Massenteilchens hängt mit der Bewegung der es begleitenden Welle nach DE BROGLIE zusammen durch die Gleichung $u \cdot v = c^2$. Hierin bedeutet u die *Gruppengeschwindigkeit* der Welle, v die Geschwindigkeit des Massenteilchens und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit.

Wie groß ist die Energie der Massenwelle? Die Massenwelle ist erstens Welle, zweitens Masse. Die Energie der Massenwelle läßt sich daher erstens als Wellenenergie und zweitens als Massenenergie berechnen. DE BROGLIE setzt die Ergebnisse der beiden Berechnungen einander gleich. Die Energie der Welle wird ausgedrückt durch $h\nu$ mit ν als Schwingungsfrequenz und h als PLANCK-Konstante. Die Energie der Masse m ist nach EINSTEIN mc^2 . DE BROGLIE setzt $h\nu = mc^2$, und da $u = \nu\lambda$ ist, so ist $\lambda = \frac{hu}{mc^2}$. Und da $uv = c^2$, so folgt $\lambda = \frac{h}{mv}$.

Zu einer Masse m , die sich mit der Geschwindigkeit v bewegt, gehört also die Wellenlänge, die gleich der PLANCK-Konstante h , dividiert durch die Bewegungsgröße des Massenteilchens ist.

Das wesentliche Charakteristikum jeglicher Wellenfortpflanzung ist die Beugung. Man wird also auch von dieser Wellengruppe eine Beugung erwarten, wenn das Massenteilchen (in seiner Form als Wellengruppe) am Rande eines Hindernisses vorbei- oder durch eine enge Öffnung hindurchgeht. Diese Beugung ist in der Tat an Elektronenstrahlen gefunden worden. Dies sind die Beugungserscheinungen, die, wie oben erwähnt, neben die Beugung der Röntgenstrahlen treten. Der folgende Gedankengang hat, von der Gleichung $\lambda = h/mv$ ausgehend, zu ihnen geführt. Bei einer Geschwindigkeit wie der der Kathodenstrahlen ist λ von der Größenordnung 10^{-9} ; bei den Elektronen, wie glühende Drähte sie aussenden, von der Größenordnung 10^{-7} , d. h. der Wellenlänge weicher Röntgenstrahlen.

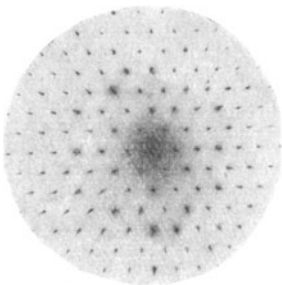


Abb. 817.
Interferenzbild an Glimmerblättchen gebeugter Elektronenwellen (nach EISENHUT und KAUFF).

Ist die Hypothese von DE BROGLIE berechtigt, so muß man an Elektronenstrahlen, die man durch einige 100 Volt beschleunigt, Röntgenwellen von einigen Å.-E. erzeugen können, und das ist tatsächlich der Fall. Man hat die Elektronenstrahlen an Kristallen beugen können (Abb. 817), wie das v. LAUE mit Röntgenstrahlen getan hat, aber auch an Metallfolien, Zellulosefilmen, ja sogar an optischen Gittern hat man sie beugen können und auf diesem Wege das Vorhandensein von Materiewellen nachweisen können. Im Wesentlichen dasselbe zeigen Strahlen von Protonen, Heliumatomen usw., ein unmittelbarer Beweis für die Zugehörigkeit einer Welle zu der Bewegung derartiger Teilchen. Die Hypothese von DE BROGLIE ist der Ursprung der jüngsten Phase der theoretischen Physik,

der Quantenmechanik, die sich bisher hauptsächlich an die Namen BORN, DIRAC, HEISENBERG, JORDAN, SCHRÖDINGER knüpft. Die Entdeckung der Beugung der Elektronenstrahlen und damit der Materiewellen bildet das Seitenstück zu der Entdeckung des Photoeffektes: der Photoeffekt beweist, daß zur Deutung der Lichtwirkungen die Wellentheorie nicht ausreicht, die Welle vielmehr durch die NEWTONSche Lichtkorpusskel ergänzt werden muß — die Beugung der Elektronen

durch die Kristalle beweist andererseits, daß die Bewegung eines materiellen Punktes (in unserer Vorstellung der einfachste aller physikalischen Vorgänge!) mit einem raumerfüllenden Strahlungsprozeß verbunden gedacht werden muß. Die Elektronenbeugungsfigur, das Seitenstück zum LAUE-Diagramm, läßt sich an schnellen Elektronen (10000 Volt) und genügend großen Elektronenströmen auf einem Leuchtschirm (Zink-Silikat mit Mn-Zusatz) sogar *sichtbar* machen.

Die Verwirklichung der Interferenzbedingung für Röntgenstrahlen. Die Interferenz der Röntgenstrahlen ist an die Erfüllung der Forderung $n\lambda = 2d \sin \alpha$ gebunden. Damit λ , d und α dieser Beziehung gemäß zusammentreffen, muß man die Bedingungen dafür planmäßig herbeiführen. LAUE schickt zu diesem Zweck ein dünnes Röntgenstrahlenbündel, das *alle möglichen Wellenlängen* enthält, durch den Kristall (Blättchen von ca. 0,5 mm). Unter den Strahlen des Bündels werden auch so gerichtete sein, d. h. unter solchen Winkeln α einfallende, daß sie bei der Vielheit von vorhandenen Wellenlängen die BRAGGSche Gleichung erfüllen. Die im Kristall demgemäß abgelenkten Strahlen treffen die photographische Platte und erzeugen das LAUE-Diagramm. — DEBYE und SCHERRER schicken (Abb. 818) ein *monochromatisches* Strahlenbündel S durch eine Vielheit regellos orientierter Mikrokristalle (dünnes Stäbchen KP aus feinstem Kristallpulver). Unter ihnen sind auch so orientierte, daß irgendeine Netzebene mit dem einfallenden λ den zur Erfüllung der BRAGGSchen Gleichung notwendigen Reflexionswinkel α bildet. Unter diesem

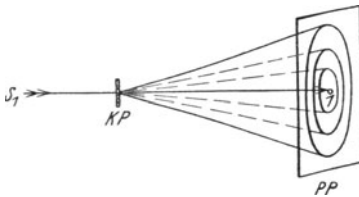


Abb. 818. Entstehung der Röntgenstrahlbeugungsfigur nach DEBYE-SCHERRER.

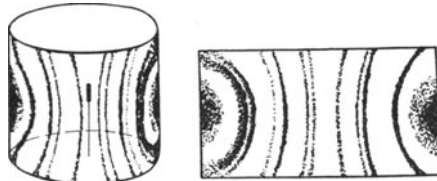


Abb. 819. Röntgenstrahlbeugungsbild nach DEBYE-SCHERRER.

selben Winkel α reflektieren in dem Haufwerk rings um den einfallenden Strahl eine gewisse Anzahl von Kriställchen an einer bestimmten, und zwar in allen *derselben* (d. h. durch dieselben Indizes bezeichneten) Netzebene, so daß um den einfallenden Strahl als Achse ein Kreiskegel reflektierter Strahlen mit der Öffnung 2α entsteht. Gleichzeitig mit ihm entstehen konaxiale Kreiskegel mit anderen Öffnungswinkeln, gebildet aus denjenigen Strahlen, die von *anderen* Netzebenen reflektiert werden und die gegen den einfallenden Strahl einen Gangunterschied von anderer Ordnung haben. Eine photographische Platte PP senkrecht zu dem einfallenden Strahl würde die konaxialen Kegel in konzentrischen Kreisen schneiden, den Zylindermantel, den der Film um das Stäbchen als Achse bildet, schneiden sie in verwickelteren Kurven. Abb. 819 zeigt eine Aufnahme an Quarzpulver. — BRAGG schickt ein *monochromatisches* Bündel auf einen Kristall, den er langsam um eine in der reflektierenden Ebene liegende Achse dreht, und der durch die Drehung alle möglichen Einfallswinkel α herbeiführt. Die Unterschrift unter Abb. 820 enthält die Einzelheiten des Verfahrens. Es bildet die Grundlage der Röntgenspektroskopie.

Röntgenspektroskopie. Die Entdeckung der Röntgenwelleninterferenz hat zwei neue Forschungsgebiete geschaffen: die Röntgenspektroskopie (richtiger: Spektrometrie oder Spektrographie im Röntgengebiet) und die Kristallbauanalyse — beide von höchster Bedeutung für die Erforschung des Aufbaues der Materie: die erste für den Bau des Atoms, die zweite für die Anordnung der Atome im Kristall. Das grundlegende Verfahren der Röntgenspektroskopie ist das dem Spektrometer

Abb. 820 zugrunde liegende. Es ähnelt einem optischen Spektrometerverfahren, das für die Reflexion der Lichtstrahlen eingerichtet ist, aber Fernrohr und Auge sind ersetzt entweder durch Ionisationskammer und Elektrometer oder durch eine photographische Platte.

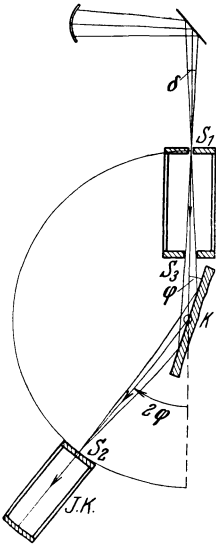


Abb. 820. BRAGG-Spektrometer (schematisch). Die spiegelnde Fläche des Kristalls *K* steht genau in der Achse \circ eines Winkelmeßkreises. Durch die Bleispalte S_1 und S_2 fällt die Primärstrahlung axial unter kleinem Öffnungswinkel δ ein, es ist der Winkel, unter dem der Brennfleck auf der Antikathode von S_1 aus erscheint. Das reflektierte Bündel geht durch den Bleispalt S_2 in die Ionisationskammer *JK*. Der Kristall wird um die Achse \circ und die Kammer um den doppelten Winkel weitergedreht. Die Verbindung zwischen Kammer und Elektrometer geht über die Drehachse.

Benutzt wird die Reflexion eines feinen Röntgenstrahlenbündels an einer einzigen stark reflektierenden Kristallfläche. Ihre Drehung erlaubt, den Winkel ε zwischen 0° und 90° zu ändern. Das reflektierende Bündel stellt so nach und nach den Wellenlängenbereich von $\lambda = 0$ bis $\lambda = 2d$ räumlich getrennt als Spektrum dar. Zur Ausführung des photographischen Verfahrens legt man einen Film um den Teilkreis oder man stellt (für einen kleineren Winkelbereich) eine Platte tangential an den Kreis.

Abb. 821 zeigt ein mit Ionisationskammer und Elektrometer aufgenommenes Spektrogramm von Wolfram (als Antikathode eines COOLIDGE-Röntgenrohres). Die Ordinaten der einzelnen Punkte der Kurve bedeuten Elektrometerausschläge, einige sehr starke Ausschläge, als hohe schmale Zacken, die sich längs der Kurve rhythmisch wiederholen, aber immer schwächer werden, sie entsprechen in 1., 2., 3. Ordnung den Stellen, die wir bei der photographischen Registrierung (s. unten) als Spektrallinien sehen werden, ihre Intensität sinkt im Verhältnis 100:20:7 in den ersten drei Ordnungen. Das Spektrogramm zeigt also die Röntgenstrahlung zusammengesetzt aus einem kontinuierlichen Spektrum und einem darauf geprägten Linienspektrum. Ferner: nach den kürzeren Wellen zu reißt das kontinuierliche Spektrum bei einer bestimmten Wellenlänge scharf ab, nach den längeren zu sinkt seine Intensität allmählich (Absorption durch die Glaswand). — Und nun zu der photographischen Registrierung.

Was zeigt die Platte, nachdem wir sie durch Vermittlung des Drehkristalles bestrahlt und dann entwickelt haben? Sie zeigt ein mehr oder weniger dunkel schattiertes Band, das desto weiter in das Gebiet der kürzeren Wellenlängen reicht, je höher die Spannung an dem Röntgenrohre ist, und auf dem Bande zeigt sie als Abbild des Spaltes einige schwarze gerade Linien, an FRAUNHOFERSche Linien erinnernd (Abb. 807). Das Band ist das kontinuierliche Spektrum der Bremsstrahlung, die Linien

(sie entsprechen den Zacken des elektrometrischen Spektrogrammes) sind die Spektrallinien der charakteristischen Strahlung des Antikathodenmaterials

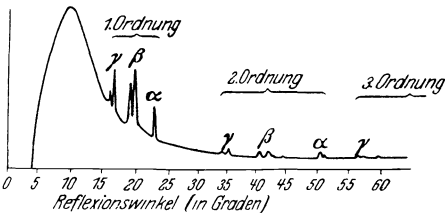


Abb. 821. Wolfram-Röntgenspektrum. Aufgenommen mit Ionisationskammer und Elektrometer.

der Röntgenspektroskopie. Es ist ein Linienspektrum, dessen Linien deutlich voneinander getrennte Gruppen (Serien) bilden, die *K*-, *L*-, *M*-, *N*-

„charakteristisch“ genannt, weil die Eigenschaften der Strahlung (Wellenlänge, Absorbierbarkeit) nur von dem Strahler — deutlicher: dem Element, aus dem der Strahler besteht — abhängen und für dieses Element charakteristisch sind. Diese zweite Strahlung — jede Linie für sich ist homogen und folgt streng der Absorptionsgleichung — ist der Hauptgegenstand

Serie¹. Die *K*-Gruppe besteht aus 4 Linien, $K\alpha_1$, $K\alpha_2$, $K\beta$, $K\gamma$ benannt, die beiden ersten dicht beieinander liegenden sind die stärksten: jede folgende Gruppe enthält mehr Linien. Die Aufnahmen voneinander naheliegenden Elementen (Abb. 822) zeigen, daß jede Gruppe sich von Element zu Element nahezu in derselben Struktur wiederholt, nur sind die Linien eines leichteren Elementes, mit denen eines schwereren verglichen, nach kürzeren Wellenlängen hin verschoben. Die *K*-Serie ist die härteste (gemessen durch den Absorptionskoeffizienten in Aluminium) und hat die kürzesten Wellen. Jede folgende ist weicher und hat längere Wellen, die Härte wächst mit der Atomnummer: mit steigender Atomnummer rücken sämtliche Reihen nach der Seite der kürzeren Wellen (Abb. 822). Von jedem Element kennt man wenigstens die *K*- und die *L*-Strahlung. Die besonders kurzen und die besonders langen Wellen fordern zu ihrer Untersuchung technisch schwer zu erfüllende Bedingungen, die ersten wegen der zu ihrer Erzeugung notwendigen extrem hohen Spannungen an der Röhre, die zweiten, weil sie schon von wenigen Zentimeter Luft verschluckt werden (Vakuumspektrograph erforderlich). Zur Erregung der charakteristischen Strahlung eines Elementes durch Röntgenstrahlen muß die primäre Strahlung härter sein als die charakteristische (daher auch Fluoreszenzstrahlung genannt, als Analogon zur optischen Fluoreszenz, zu deren Erregung ebenfalls kürzere [„härtere“] Wellen nötig sind.) Zur Erregung durch Kathodenstrahlen müssen diese eine entsprechende Geschwindigkeit haben.

Jede Gruppe fordert zu ihrer Erzeugung einen eigenen bestimmten Schwellenwert der Spannung, aber die *K*-Gruppe verhält sich ihrem Schwellenwert gegenüber in einer für sie charakteristischen Weise: bei der Überschreitung des Schwellenwertes erscheinen sofort ihre sämtlichen Linien, in den anderen Gruppen fordert jede einzelne Linie zu ihrer Erzeugung einen eigenen Schwellenwert der Spannung. Der Schwellenwert der *K*-Gruppe entspricht nach der EINSTEINSCHEN Gleichung (S. 672) einer Frequenz, die mit der der kürzestwelligen *K*-Linie nahezu übereinstimmt (zur Röntgenspektralanalyse notwendig, für jedes Element und jede Gruppe die Erregungsgrenzen in Volt zu kennen).

In Absorption kommen die Emissionslinien des Röntgenspektrums *nicht* vor — also im vollen Gegensatz zu den optischen Spektren! — es gibt hier nur *kontinuierliche* Absorption. Untersucht man die Absorption mit einem BRAGG-Spektrometer (Ionisationsmethode) bei verschiedenen Wellenlängen, so ergibt sich die Abb. 823. Statt des Koeffizienten μ und der Wellenlänge λ sind ihre Logarithmen eingetragen. Die Absorption ändert sich linear mit der Wellenlänge, nur bei einer bestimmten Wellenlänge (Absorptions-

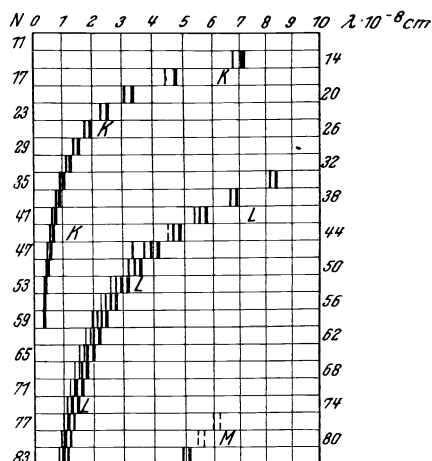


Abb. 822. Die Serien der Röntgenspektren. Z. B.: Bei Wolfram sind die *K*-, die *L*- und die *M*-Reihe gemessen, die Wellen der *M*-Reihe sind zu lang, um mit den bis dahin benutzten Kristallen erfaßt werden zu können. Die Wellenlängen der *K*-Reihe liegen zwischen 0,178 und 0,213 ÅE, dann folgt ein linienfreies Gebiet bis 1,025 ÅE. Hier beginnt die *L*-Reihe, sie reicht bis 1,675 ÅE, dann beginnt wieder ein linienfreies Gebiet. Erst bei 6,066 ÅE liegt die erste bekannte *M*-Linie, die der längsten Welle liegt bei 6,973 ÅE.

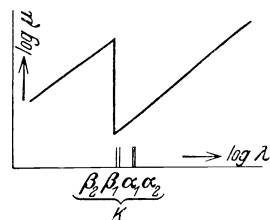


Abb. 823. Absorption abhängig von der Wellenlänge λ ; *K* die charakteristischen λ der *K*-Reihe.

¹ Bei der Entdeckung der beiden ersten Reihen durch BARKLA und SADLER (1908) mit der Mitte des Alphabets bezeichnet, um Anschluß etwaiger anderer Strahlungen nach beiden Seiten zuzulassen; die *M*-Strahlung hat SIEGBAHN entdeckt (1916).

frequenz) macht sie einen Sprung, sehr nahe an der *K*-Gruppe, und zwar an der Seite der kürzeren Wellen. Im Gebiete der *L*-Gruppe findet man drei solche Sprünge, und in der *M*-Gruppe fünf. Diese Grenzfrequenzen charakterisieren die chemischen Elemente ebensogut wie die Spektrallinien und sind ebenso scharf. Photographiert man (in der oben beschriebenen Weise) das von einer Antikathode ausgehende kontinuierliche Spektrum, so erhält man, wenn man einen absorbierenden Stoff in den Strahlengang einschaltet, in der Schwärzung an der Absorptionsgrenze des absorbierten Stoffes eine sprunghafte Änderung. Die langwellige Grenze des Absorptionsgebietes nennt man die Absorptionskante. Man spricht in diesem Sinne von der *K*-, *L*-, *M*-Kante.

Die Röntgenspektren der Elemente und ihre Ordnungszahl im periodischen System (Gesetz von MOSELEY, 1913). Eine grundlegende Gesetzmäßigkeit innerhalb der Röntgenspektren formuliert das Gesetz von MOSELEY: Trägt man in ein Ko-

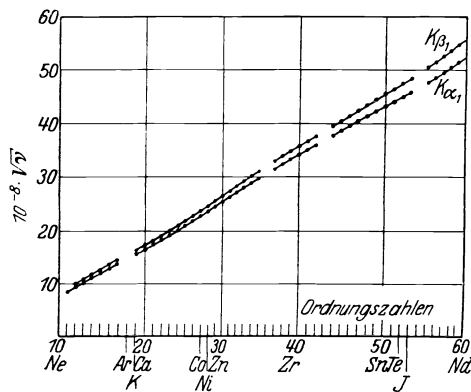


Abb. 824. Zum Gesetz von MOSELEY.

ordinatensystem die Ordnungszahl der Elemente als Abszissen ein und die Quadratwurzel der eben erwähnten Röntgenfrequenzen als Ordinaten, so geben die Frequenzen von homologen Spektrallinien eine Gerade oder wenigstens eine Kurve, die von einer Geraden sehr wenig abweicht. Abb. 824 faßt den Inhalt des Gesetzes graphisch zusammen: Die Quadratwurzel aus der reziproken Wellenlänge einer Linie wächst proportional der Ordnungszahl. Die große Bedeutung des Gesetzes liegt in der Erkenntnis, daß die *Ordnungsnummer* eines Elementes seinen Ort im periodischen System bestimmt — *nicht sein Atomgewicht*, wie

man bis dahin angenommen hatte. Man hat auf Grund dieser Erkenntnis an einigen Stellen des Systems die bisherige Reihenfolge ändern müssen (Argon-Kalium, Kobalt-Nickel, Tellur-Jod). Auch für die Ausfüllung der in dem System noch vorhandenen Lücken leistet das Gesetz wertvolle Hilfe, denn man kann die Wellenlängen auch eines *unbekannten* Elementes aus denen der Nachbarn im periodischen System genau berechnen und an den gemessenen Wellenlängen das neu gefundene als das in die Lücke gehörige identifizieren (so bei der Auffindung der Elemente 43 und 75 durch NODDACK und TACKE, 1925). Bemerkenswert ist ferner: das Röntgenspektrum wird nur durch die in einem Stoffe enthaltenen Elemente bestimmt und ist unabhängig von deren chemischer Bindung. Das Röntgenspektrum von Messing z. B. ist aus dem Zink- und dem Kupferspektrum zusammengesetzt.

COMPTON-Effekt. Der COMPTON-Effekt (S. 650 m.) wird aus der Lichtquantenvorstellung verständlich. Der Photoeffekt kommt durch Absorption zustande, der COMPTON-Effekt durch Absorption und — die Hauptsache — gleichzeitige Streuung. Streuung des *sichtbaren* Lichtes kennen wir von den im Sonnenlicht tanzenden Stäubchen her: daß man Sonnenstrahlen, die in ein verdunkeltes Zimmer durch eine kleine Öffnung fallen, überhaupt *sehen* kann, beruht auf der nach allen Seiten gerichteten *Streuung* des Lichtes an den feinen in der Luft schwebenden Staubeilchen (TYNDALL-Effekt)¹. Bei dem COMPTON-Effekt

¹ Ein TYNDALL-Effekt in kosmischem Maßstabe ist das Blau des Himmels (RAYLEIGH): an die Stelle der Staubeilchen treten hier die Moleküle der Luft. Die Helligkeit des gestreuten Lichtes sinkt zwar mit abnehmendem Querschnitt der streuenden Teilchen, dafür streut

handelt es sich um die Streuung von Röntgenwellen, d. h. Wellen, die etwa 10000mal kürzer sind als Lichtwellen. Trifft ein solches Röntgenquant $h\nu$ auf ein frei bewegliches Elektron und wird es von ihm „gestreut“, so geht es in einer Richtung weiter, die von der ursprünglichen abweicht. Dabei erfährt es, wie die Erfahrung lehrt, eine Veränderung: seine Energie $h \cdot \nu$ wird kleiner, also seine Frequenz ν kleiner. Auf das Gebiet der dem Auge wahrnehmbaren Wellen übertragen hieße das: die *Farbe* des Lichtes verändert sich infolge seiner Streuung, sie verschiebt sich zum roten Ende des Spektrums hin, mit anderen Worten: die z. B. mit gelbem Licht *beleuchteten* Staubteilchen würden einem von der Seite her beobachtenden Auge (Abb. 825) *rot* erscheinen (was bei dem TYNDALL-Effekt tatsächlich *nicht* der Fall ist. Das TYNDALL-Licht enthält ausschließlich Wellenlängen, die auch die Primärstrahlung enthält, wenn auch vorzugsweise die kurzen Wellen).

Wir müssen fragen, was ist aus der Energie geworden, die das Röntgenquant $h \cdot \nu$ bei der Streuung eingebüßt hat? Antwort: Das anfangs ruhende Elektron hat bei der Streuung einen Impuls erhalten, so daß es sich mit einer bestimmten, meßbaren Geschwindigkeit bewegt. Es besitzt nach der Streuung eine kinetische Energie, die gleich dem Energieverlust des Röntgenquants ist.

Man darf den beschriebenen Vorgang, der Lichtquantenvorstellung entsprechend, als Stoß materieller Teilchen auffassen. Wie beim Aufprall einer Kugel auf eine ruhende Kugel diese in Bewegung gerät, während die stoßende Kugel aus ihrer Richtung abgelenkt wird, so auch hier. Das Röntgenquant stößt gegen ein ruhendes frei bewegbares Elektron. Dabei wird das Röntgenquant abgelenkt und das Elektron beschleunigt. Bei dem Stoß des Röntgenquants gegen das Elektron bleibt man in Übereinstimmung mit den Beobachtungen, wenn man so rechnet, wie wenn man es mit elastischen Kugeln zu tun hätte. Man gibt der stoßenden Kugel dieselbe Energie, die das Röntgenquant besitzt und setzt die Masse der ruhenden Kugel gleich der des Elektrons. Abb. 826 zeigt das Ergebnis der Rechnung für den Fall, daß das Röntgenquant beim Auftreffen auf das Elektron um 90° abgelenkt wird. Eine solche Ablenkung kann nach den elementaren Stoßgesetzen — man denke etwa an Billardkugeln — nur dann eintreten, wenn gleichzeitig das Elektron in anderer Richtung weiterfliegt. Die Pfeile $h\nu$ und $h\nu'$ geben die Richtung des Röntgenquants vor und nach dem Stoße, der Pfeil E die Bahn des Elektrons an. Die Rechnung sagt (bei Anwendung des Energie- und Impulssatzes) auch Bestimmtes darüber aus, wie sich die Energie nach dem Stoß auf Quant und Elektron verteilt. Um auch die Energieverhältnisse durch Abb. 826 zu veranschaulichen, sind die Pfeillängen den jeweiligen Energiewerten der Teilchen proportional gemacht. Da die Gesamtenergie durch den Stoß nicht verändert wird, muß die Summe der Pfeillängen $h\nu' + E$ gleich der Pfeillänge $h\nu$ sein. Der Stoß kann natürlich auch so verlaufen, daß das Quant um einen kleineren oder größeren Winkel abgelenkt wird als in der Abbildung dar-

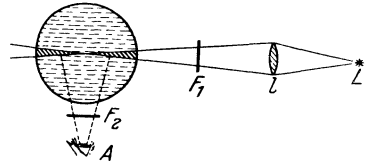


Abb. 825. Zur Beobachtung von TYNDALL-Effekt, Fluoreszenz und RAMAN-Effekt. L Lichtquelle, l Sammellinse, F_1 Violettfilter, F_2 Filter für längere Lichtwellen, A Auge des Beobachters (oder Spektrograph).

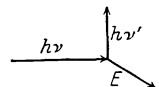


Abb. 826. Zum COMPTON-Effekt.

aber hier die gesamte Tiefe der irdischen Atmosphäre — daher hier die große Intensität des TYNDALL-Effektes. Ohne die Streuung der Sonnenstrahlung in der Luft würde der Himmel auch bei hellem Sonnenschein schwarz aussehen und nur die Sonne auf dunklem Hintergrunde als helle Scheibe hervortreten.

gestellt ist. Für jeden Fall kann das entsprechende Bild für stoßende Kugeln gezeichnet werden, woraus sich wieder der Streuvorgang beim COMPTON-Effekt ableitet.

Theoretisch muß der gleiche Vorgang auch bei der Streuung *sichtbaren Lichtes* an Molekülen vorhanden sein (von SMEKAL vorausgesagt 1923), aber aus den hier mitwirkenden Größen von ν und der Masse eines Moleküls berechnet sich der Rückstoß der Molekel und die Änderung von λ des Streulichtes als unmeßbar klein. Tatsächlich aber gibt es wirklich eine Strahlung, die mit dem TYNDALL-Effekt gekoppelt ist und bis zu ihrer Entdeckung durch den indischen Physiker RAMAN (1928, gleichzeitig LANDSBERG und MANDELSTAM, Moskau) unbekannt war. Sie hat ein großes ganz neues Gebiet für die spektroskopische Erforschung des Molekülbaues erschlossen.

Erzeugt man nämlich die TYNDALL-Strahlung nur mit dem *violetten* Ende des Spektrums (F_1 in Abb. 825), so enthält das Streulicht, wenn auch mit sehr kleiner Intensität, Wellenlängen im *grün gelben* Teil des Spektrums. Das ist an einer großen Zahl sorgfältig gereinigter Flüssigkeiten sehr ungleicher Art (Fettsäuren, Benzol, Wasser usw.) immer wieder beobachtet worden. Das ist nicht etwa eine Fluoreszenzerscheinung. Die Strahlung von veränderter Wellenlänge kommt nicht wie bei der Fluoreszenz dadurch zustande, daß die Primärstrahlung oder ein Quant davon von einem Molekül verschluckt wird, dieses einen Teil der aufgenommenen Energie anderweitig verbraucht und den Rest als Lichtquant kleinerer Energie, d. h. kleinerer Frequenz, wieder aussendet. Im Gegenteil: das einfallende Lichtquant wird zum größten Teil direkt gestreut, und nur ein kleiner Teil geht auf das streuende Molekel über, so daß im Endeffekt wieder die Wellenlänge der Sekundärstrahlung rotwärts verschoben wird. Im Gegensatz zum COMPTON-Effekt wird aber die dem Quant entzogene Energie nicht in kinetische Energie verwandelt, sie wird von ihm in anderer Form aufgenommen. Es handelt sich dabei um Anregung von Atomkernschwingungen in dem Molekül. Die Differenzen zwischen den Wellenzahlen der Primärlinien und den RAMAN-Linien sind wirklich identisch mit Kernschwingungsfrequenzen der betreffenden Stoffe, wie sie aus der Ultrarotforschung bekannt sind.

Ein Beispiel: Bei Einstrahlung der blauen Hg-Linie 4358 \AA in organische Flüssigkeiten mit einer C-H-Bindung (beim Chloroform oder Dichloräthylen so gut wie beim Benzol, Toluol oder Chlorbenzol) tritt im Streulicht bei 5000 \AA eine Linie auf, beim CCl_4 oder C_2Cl_4 dagegen fehlt sie; die Wellenzahldifferenz $\frac{1}{4358} \cdot 10^{-8} - \frac{1}{5000} \cdot 10^{-8} = 2940 \text{ cm}^{-1}$ entspricht der Frequenz einer ultraroten Linie bei der Wellenlänge $3,4 \mu$, die ihrerseits im Ultrarotspektrum all dieser Stoffe bekannt ist und dort der Bindung C—H zugeschrieben wird. Da die komplizierter gebauten organischen Moleküle im allgemeinen eine beträchtliche Anzahl von Kernschwingungsfrequenzen besitzen, so entspricht jeder Primärlinie eine größere Zahl von RAMAN-Linien.

Der RAMAN-Effekt ist von großer Bedeutung für die Erkenntnis des Molekülbaues.

Das Atom der Materie als Aggregat von Atomen der Elektrizität.

1. Das Kernatom (RUTHERFORD 1911).

Berechtigung der Atomtheorie der Materie. Die Ansicht, daß die Materie aus „Atomen“, d. h. nicht weiter teilbaren selbständigen, kleinsten Teilchen aufgebaut ist, rechtfertigt sich zunächst von der Chemie her durch das Gesetz der

konstanten ganzzahligen Proportionen (auch in FARADAYS elektrochemischem Äquivalentgesetz enthalten) und durch die AVOGADROSche Regel. Von der Physik her rechtfertigt sie sich durch die kinetische Gastheorie, die aus der Molekularhypothese die schon bekannten Eigenschaften der Gase erklärt und noch unbekannte Eigenschaften an ihnen aufgedeckt hat. Eine der stärksten Stützen der Hypothese ist die aus der kinetischen Gastheorie berechnete Zahl (LOSCHMIDT) der im Mol eines Stoffes, z. B. 32 g Sauerstoff, enthaltenen Moleküle: sie läßt sich nämlich auch aus anderen, und zwar voneinander völlig verschiedenen physikalischen Erscheinungen berechnen (aus der BROWNSchen Bewegung, der Bewegung geladener Öltröpfchen im elektrischen Felde und im Schwerefelde, ferner aus der PLANCKSchen Strahlungsformel u. dgl. m.), und die Berechnung aus jeder von ihnen führt nahezu auf die gleiche Zahl (als wahrscheinlichste gilt $6,062 \cdot 10^{23}$). Schon das rechtfertigt die Ansicht, daß die Materie aus Atomen aufgebaut ist.

Auf die Erfahrungen der Chemie gestützt, hielt man von jeher 1. die Atome für die Ur-Bausteine im Aufbau der Materie, glaubte 2., daß jedes chemische Element seinen *ihm eigentümlichen* Ur-Baustein hat (das Kupfer seinen eigenen, das Eisen seinen eigenen), glaubte 3., daß die Ur-Bausteine eines bestimmten Elementes einander in *jeder* Beziehung gleich sind, z. B. jedes Chloratom ununterscheidbar *gleich* ist *jedem* anderen Chloratom, und glaubte 4., daß die Ur-Bausteine unveränderlich und 5., daß sie unvergänglich sind. Für das Atom als *Masse chemischer Eigenart* gilt das *fast*¹ alles nach wie vor, für das Atom als *physikalische* Masse ist das alles widerlegt: 1. die Atome sind nicht Ur-Bausteine, sondern Gebäude aus zwei Arten Bausteinen (wenn auch der Bauplan des Gebäudes und die Natur der Bausteine, die *jetzt* als Ur-Bausteine gelten, Elektronen und Protonen, mehr oder weniger hypothetisch sind), 2. aus diesen zweien sind die Atome *aller* Elemente aufgebaut, und 3. die meisten Elemente sind Gemische von *chemisch gleichartigen* (?), aber im *Atomgewicht* ungleichartigen Atomen (Chlor z. B. ein Gemisch von 2, Schwefel von 3, Quecksilber von 7 Atomarten), die Atome sind 4. nicht unveränderlich, wie der radioaktive Zerfall der Elemente und die künstliche Atomkernzertrümmerung beweisen, ferner die Verwandlung der Atome in Ionen (durch Glühtemperaturen, elektrische Entladungen, insbesondere Stoßionisation, lichtelektrische Wirkung, elektrolytische Dissoziation), und sie sind auch 5. vergänglich: die Verwandlung von Atomen in Strahlung — man spricht von Zerstrahlung der Materie — wird höchstwahrscheinlich gemacht durch gewisse astrophysikalische Erscheinungen.

Das Atom ein Gefüge aus Wasserstoffionen und Elektronen. Woher wissen wir, daß die Atome nicht die Ur-Bausteine der Materie sind, und woher, daß sie selber aus *zwei Arten* Bausteinen aufgebaut sind? Die Antwort folgt aus dem FARADAYSchen Äquivalentgesetz oder vielmehr aus dem daraus gezogenen Schlusse (HELMHOLTZ): Jedes einwertige Ion ist mit der gleichen unveränderlichen Elektrizitätsmenge, dem Elementarquantum, beladen, und jedes 2-, 3- n-wertige Ion mit dem 2-, 3- n-fachen davon. Dieser Schluß führt nämlich zu dem weiteren, daß die Elektrizität aus Atomen aufgebaut ist. Die Kathodenstrahlteilchen — durch ihre große Geschwindigkeit täuschen die Teilchen Strahlen vor — sind solche Elektrizitätsatome, freie, für sich existierende, und zwar negative (Elektronen). Die Ladung ϵ ist für alle Elektronen dieselbe, sie wird Elementarquantum genannt. — F. EHRENFEST bestreitet die Existenz eines Elementarquantums der Elektrizität von konstanter Größe (ϵ) auf Grund seiner Messungen von wechselnden kleinsten Ladungen an „Subelektronen“. Seine

¹ s. S. 672: Fußnote über die chemische Verschiedenheit isotoper Atomarten.

Ergebnisse erklären sich aber nach der Ansicht vieler für das Gebiet zuständiger Physiker höchstwahrscheinlich aus der extremen Kleinheit der Teilchen, mit denen er arbeitet (10^{-6} cm Radius; MILLIKAN u. a. 10^{-5} bis 10^{-4} cm), d. h. aus Fehlerquellen, die mit dieser Kleinheit der Teilchen zusammenhängen (Dichte und Form und BROWNSCHE Bewegung der Teilchen). Die Existenz des Elementarquantums ϵ wird allgemein als gesichert angesehen. — Positive Elektrizitätsatome kennt man als freie nicht¹, sondern *nur an Materie gebunden* (so in den Kanalstrahlteilchen). Die kleinste Masse, an die die kleinste positive Ladung (1 Elementarquant) gebunden sein kann, ist das Atom des Wasserstoffs (von allen Elementen hat Wasserstoff ja das leichteste Atom, und es ist einwertig). Deswegen hält man das H-Ion selber für das Atom der positiven Elektrizität: man nennt es Proton. Seine Ladung ist der des Elektrons gleich (die kleinste \oplus -Ladung also ebenso groß wie die kleinste \ominus -Ladung), aber seine träge Masse ist von der des Elektrons verschieden (etwa 1839mal so groß).

Die Atomforschung führt von hier zu der Verallgemeinerung: nicht nur das neutrale H-Atom, sondern auch das neutrale Atom jedes anderen Elementes enthält gleich viel positive und negative Elektrizitätsatome, seine positiv geladene Masse bestimmt sein Atomgewicht (die Masse der Elektronen ist zu klein, um sich darin bemerkbar zu machen). Das allgemeine Charakteristikum des Atomgefüges ist danach dieses: Ein neutrales Atom besteht aus einer positiv geladenen Masse, die die Masse des Atoms ausmacht, und aus so vielen Elektronen, daß ihre Ladung zusammengenommen jener positiven Ladung gleich ist.

Das Atom ein Sonnensystem (Kernatom, RUTHERFORD 1911). Hiernach ist das Atom des Wasserstoffes, das nur *eine* positive und *eine* negative Ladungseinheit enthält, das einfachst gebaute Atom. Wie sind aber die beiden Ladungseinheiten relativ zueinander darin angeordnet, oder anders: wie sieht der Bauplan des H-Atoms aus? Das, was den Bauplänen der Atome aller Elemente gemeinsam ist, zeigt sich in dem Verhalten der Stoffe gegen sie durchsetzende Kathodenstrahlen (LENARD) und α -Strahlen. Diese durchsetzen jeden Stoff, auch den dichtesten, wie wenn er ein weitmäschiges Gefüge wäre. Die Kathodenstrahlteilchen (Elektronen) werden dabei aus ihrer geradlinigen Bahn abgelenkt, was nur von elektrischen oder magnetischen Kräften in den Atomen herkommen

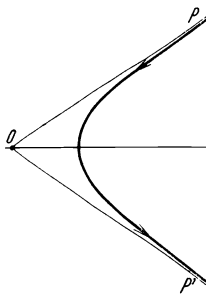


Abb. 827. Ablenkung des stoßenden α -Teilchens durch das Feld des Atomkerns. O Atomkern, PP' Hyperbelbahn des α -Teilchens.

kann, und da magnetische Kräfte gleichbedeutend sind mit bewegter Elektrizität, so läßt die Ablenkung zuverlässig auf elektrische Kräfte im Atom schließen, die Größe der Ablenkung auf sehr große Feldstärke. Die α -Strahlteilchen, also positiv geladene (Helium-) Atome, werden zwar im *allgemeinen nicht* abgelenkt, einige aber, wenn auch *äußerst* wenige (1 auf etwa 8000, GEIGER und MARSDEN), werden abgelenkt, manche sogar um 90° und darüber (Abb. 827). Hieraus schließt RUTHERFORD: Die Mitte des Atomes bildet ein Kraftfeld, herrührend von einer an Masse gebundenen *positiven* Ladung, sie stößt das positiv geladene Heliumatom ab und krümmt seine Bahn dementsprechend. (Photographische Aufnahmen der α -Strahlbahnen nach der WILSONSchen Nebelmethode *zeigen* die scharfen Krümmungen durch *einen* Zusammenstoß.) Diese positiv geladene Masse bildet den *Atomkern*: in ihm ist fast die ganze

Masse des Atoms konzentriert, seine Dimensionen sind sehr klein gegenüber denen des Atoms selbst. Das Proton und das Elektron ziehen einander an, sie

¹ Unter ganz besonderen Versuchsbedingungen sind sie neuerdings beobachtet worden; wir können das hier unberücksichtigt lassen.

würden sich miteinander vereinigen, wenn nicht eine Gegenkraft wirkt, und würden dann auch ihrer etwaigen gewaltsamen Trennung voneinander sehr großen Widerstand entgegensetzen. Tatsächlich läßt sich aber das Elektron von einer relativ kleinen Kraft aus dem H-Atom herausreißen. Also verhindert offenbar eine Kraft das Elektron, in den Kern zu stürzen. Daher schließt RUTHERFORD (1911) auf folgenden Bauplan des Wasserstoffatoms: das H-Atom besteht aus einem positiven H-Kern (Proton) und einem Elektron, und *das Elektron umkreist den Kern* in solchem Abstände und so schnell, daß die hieraus entspringende Zentrifugalkraft es ebenso stark nach außen treibt, wie der Kern es nach innen zieht. Ähnlich gebaut denkt man sich das Atom jedes anderen Elements: Um den Kern kreisen in relativ großen Abständen so viel Elektronen, wie der Kern positive Ladungen trägt¹. Der Bahndurchmesser des *fernsten* Elektrons ist die Länge, die man herkömmlich als *Atomdurchmesser* ansieht. Im H-Atom umkreist das Elektron *E* das Proton *K* in einer Bahn von $1,1 \cdot 10^{-8}$ cm Durchmesser (Abb. 828).

Diese Trennung in Kern und Elektronenschwarm trennt die Eigenschaften der Elemente in zwei Klassen (zuerst bemerkt von BOHR, 1913): in die vom *Atomkern* bedingten und die von der *Atomkernumgebung* bedingten. Die von dem *Atomkern* bedingten Atomeigenschaften wurzeln in seiner Ladung, seiner Masse und seinem Aufbau. Die Ladung bestimmt seinen Platz in der Reihenfolge der chemischen Elemente (Atomnummer), die Masse sein Atomgewicht, der Aufbau seine radioaktiven Zerfalleigenschaften. Die von der *Atomkernumgebung* (Elektronenschwarm) bedingten Atomeigenschaften (d. h. fast *alle* physikalischen und chemischen Eigenschaften) zerfallen selber in zwei Gruppen. Die *Atomkernumgebung* bildet der Elektronenschwarm — im normalen Zustande des Atoms aus 1—92 Elektronen bestehend. Ausschlaggebend für die in ihm wurzelnden Atomeigenschaften ist die Festigkeit der Bindung der Elektronen an den Kern: je näher an dem Kern, desto fester die Bindung. Diese kann so lose sein, daß es nur weniger Volt² bedarf, um ein Elektron von dem Schwarm abzureißen, oder auch so fest, daß viele Tausende Volt, ja Hunderttausende Volt dazu nötig sind. Die so fest an den Kern gebundenen Elektronen bilden den innersten, kernnächsten Teil des Elektronenschwarms. Erreichen können diesen Teil nur α - und β -Strahlen und *sehr* schnelle Kathodenstrahlen, *anderen* uns zur Verfügung stehenden Kräften ist er *völlig unzugänglich*. Aus *diesem* Teil der Atomkernumgebung kommt die Röntgenstrahlung. Die in diesem Teil des Elektronenschwarms wurzelnden Eigenschaften des Atoms kann man *zentrale* Eigenschaften der *Atomkernumgebung* nennen im Gegensatz zu den anderen, die man *periphere* nennen kann. Zu ihnen gehören die chemischen Eigenschaften der Atome, ihre Wertigkeit und die Eigenschaften, wie Atomvolumen, Elastizität und Kohäsion, auch die thermischen, wie Ausdehnung, Schmelztemperatur und spezifische Wärme, ferner die elektrische Leitfähigkeit, magnetische Suszeptibilität und vor allem die optischen Eigen-

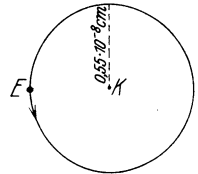


Abb. 828. Bauplan des Wasserstoffatoms nach RUTHERFORD. *K* Atomkern, *E* das ihn umkreisende Elektron.

¹ In der Z. f. wiss. Photogr. Bd. 1, Heft 1, April 1903, heißt es in dem von H. KAYSER unterzeichneten Vorwort (Ziele der Zeitschrift): Denkt man sich nach dem Vorgange RUNGES das Atom unter dem Bilde eines Planetensystems, dessen positiver Kern die Hauptmasse enthält — für das Wasserstoffatom etwa 1500 mal soviel, als ein Elektron — und welches von einer Anzahl negativer Elektronen als Planeten in elliptischen Bahnen umkreist wird, so hätten wir die Änderungen der Spektre durch die gegenseitige Einwirkung solcher Planetensysteme zu erklären (RUNGE hatte den Gedanken nach einer mündlichen Mitteilung an den Verfasser von HELMHOLTZ aussprechen hören).

² Die Erklärungen von Volt als Energie- und als Geschwindigkeitsmaß s. S. 675¹.

schaften, allen voran Emission, Absorption, Dispersion, die Spektren. Die Kernladungszahl eines Atoms bestimmt die Mitgliederzahl des den Kern umgebenden Elektronenschwarms, insofern verbindet sie die Kerneigenschaften mit den Kernumgebungseigenschaften, und insofern *bestimmt der Kern die Eigenschaften des Atomganzen*.

Schon 1903 hatte LENARD eine Theorie des Atombaus entwickelt, die, obwohl sie von ganz anderen Tatsachen ausgeht, im wesentlichen mit der von RUTHERFORD entwickelten übereinstimmt. Aus der Ausbreitungsweise der Kathodenstrahlen in ganz verschiedenen Stoffen hatte LENARD auf den Bau der Materie geschlossen. Er fand, daß die Atome innerhalb ihrer Volumina einen Aufbau aus feineren Bestandteilen — er nannte sie Dynamiden — aufweisen müssen, und zwar mit vielen freien Zwischenräumen, so daß ein genügend schnelles Kathodenstrahlteilchen Tausende von Atomen durchqueren kann, ohne seine Geschwindigkeit nach Größe und Richtung wesentlich zu ändern. Er kam zu dem Schluß: die verschiedenen Atome *aller* Materie sind aus diesen Dynamiden aufgebaut, nur in verschiedener Zahl — alle Dynamiden sind einander ununterscheidbar gleich. Für ein Element von der Ordnungszahl Z nimmt LENARD Z einzelne Dynamiden an, RUTHERFORD den einen Z -fach geladenen Kern. Die Atomphysik hat sich aus dem RUTHERFORDSchen Kernatom weiter entwickelt. — Die Hypothese von PROUT (1815), daß alle Elemente aus Wasserstoff als dem Urstoff aufgebaut seien, weil das Atomgewicht vieler fast genau ein ganzzahliges Vielfaches des Wasserstoffatomgewichtes ist, blieb erfolglos, weil viele andere Elemente *nicht-ganzzahlige* Atomgewichte haben und diese Abweichung damals unerklärlich war.

Ermittlung der Kernladungszahl des Kernatoms. Der Bau des Atomkerns jedes Elementes ist sehr verwickelt (abgesehen von dem des Wasserstoffs). Ehe wir zur Klarheit kommen über seinen Bau und über die Größe seiner Ladung, fragen wir: wie *ermittelt* man die Größe der Ladung eines Atomkerns, z. B. die Kernladung des Goldatoms? Antwort: indem man durch das Goldatom α -Strahlen hindurchschießt und die Ladung aus dem Winkel *berechnet*, um den sie aus der geradlinigen Schußbahn abgelenkt werden. Von etwa 8000 α -Teilchen, die eine dünne Metallfolie, z. B. eine Goldfolie, durchsetzen, wird *eines* aus seiner geradlinigen Bahn stark abgelenkt. Ein α -Teilchen ist ein Heliumatom, von dem zwei Elektronen abgetrennt sind, es ist also ein Heliumkern. Für diesen dahinschießenden Kern, der verschwindend klein ist im Vergleich zu einem Atom, ist die Goldfolie — die selbst im stärksten Mikroskop lückenlos erscheint — ein weitmaschiges Netz von winzigen Kraftzentren, eben den *Atomkernen*. Gerade aber, weil jeder Kern einen winzigen Raum einnimmt, wirkt in seiner nächsten Nähe sein Kraftfeld so ungeheuer, daß alle Kräfte, die von den *Elektronen* ausgehen, dagegen verschwinden und daher auf die α -Teilchen nur unwahrnehmbar wirken. Die Maschen des Netzes sind so weit, d. h. die Kerne sind im Vergleich zu ihrem gegenseitigen Abstände so klein, daß fast alle α -Teilchen die

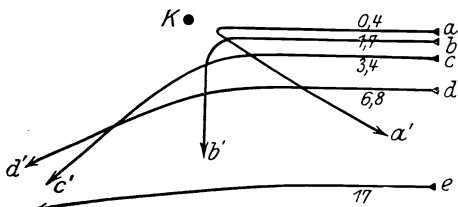


Abb. 829. Krümmungen von α -Strahlen, hervorgerufen durch den Atomkern K .

Atome der Folie durchsetzen, ohne an einen Kern auf wirksame Nähe heranzukommen. Nur wenn sich ein α -Kern mit seinem Kraftfelde dem Goldkern auf 10^{-12} cm (der Größenordnung nach) nähert, d. h. auf etwa $\frac{1}{10\,000}$ Atomdurchmesser, wird er merklich abgelenkt. In Abb. 829 bedeutet K den Kern eines Goldatoms, abc die Bahnen von α -Teilchen, die an dem Kern vorbeifliegen.

Wie selten eines dem Kern so nahe kommt wie bei a , sieht man daran, daß der Atomdurchmesser im Maßstabe der Abbildung etwa 100 m ist. So weit von K weg wären also die Kerne der K benachbarten Atome zu zeichnen.

Berechnen kann man die Bahnkurven, weil man die Kerne als punkartige Ladungen betrachten kann, die nach denselben Gesetzen aufeinander wirken wie

Massenpunkte. Die Berechnung der Bahn eines α -Teilchens, das an einem viel stärker geladenen Kern nahe vorbeifliegt, ist dieselbe Aufgabe, die für die Kometenbahnen längst gelöst ist. Komet und α -Teilchen bewegen sich in elliptischer oder hyperbolischer Bahn mit der Sonne oder dem Atomkern als Brennpunkt. Bei den Kometen lassen sich Rechnung und Theorie durch die Himmelsbeobachtung vergleichen, bei den α -Teilchen durch das Experiment: CHADWICK stellte einen Zinksulfidschirm senkrecht zu den durch die Pfeile gegebenen Richtungen, ließ α -Teilchen in bestimmter Richtung auf eine Goldfolie ($4 \cdot 10^{-5}$ cm) treffen und ermittelte durch Zählung der Szintillationen¹ auf dem ZnS-Schirm, wie viele von 10^5 aus der Folie austretenden Teilchen um 150° , 90° , 40° aus dieser Richtung abgelenkt wurden. Aus Wahrscheinlichkeitsberechnungen folgt dann, wie viele von den 10^5 Teilchen beim Durchgang durch die Folie einem Goldkern, z. B. auf $1,7 \cdot 10^{-12}$ cm nahe kommen (Strahl *b*). Die Wahrscheinlichkeit für einen Ablenkungswinkel beliebiger Größe läßt sich berechnen als Funktion von Kernladungszahl und Dicke des durchsetzten Stoffes sowie als Funktion der Strahlgeschwindigkeit. Daher ergibt sich rechnerisch, wie viele um 90° abgelenkt werden. Die Szintillationszählung ergibt für jeden Winkel gerade die Zahl von abgelenkten α -Teilchen, welche die Kerntheorie voraussagt — die stärkste Stütze der Theorie. Versuche mit anderen Stoffen als Gold führen auf die Größe der Kernladungen anderer Elemente. Auf etwa $1\frac{1}{2}\%$ genau ist sie (CHADWICK, 1920) für Cu, Ag, Pt 29, 47, 78mal so groß wie die Ladung von 1 Elektron. Die Kernladungen aller Elemente durch Szintillationszählung zu ermitteln, ist technisch unmöglich, ist aber auch unnötig. Die mit Szintillationszählung verbundenen Ablenkungsversuche ergaben nämlich als Kernladungszahl eines Elementes ungefähr die Hälfte seiner Atomgewichtszahl — ein Ergebnis, zu dem auch Versuche mit Röntgenstrahlen (Streuung an Elektronen) führen. Die Platznummer (Atomnummer, Ordnungszahl) eines Elementes im periodischen System ist aber auch ungefähr gleich seiner halben Atomgewichtszahl. Bis zur Platznummer 20 (Kalzium, Atomgewicht 40,07) stehen, vom Wasserstoff abgesehen, lauter Elemente, deren Platznummer *rund* die Hälfte ihrer Atomgewichtszahl ist. Von Platz 21 an (Skandium 45,10) bleibt die Ladung *unter* diesem Wert — wahrscheinlich weil sich von hier an die Elektronen am Kernaufbau beteiligen — und mit Zunahme der Platzzahl immer *mehr* darunter. Daraus ließ sich vermuten: die Platznummer ist gleich der Kernladungszahl, für H = 1, He = 2, Li = 3 usw., *also nicht das Atomgewicht eines Elementes bestimmt seinen Platz im periodischen System, sondern seine Kernladung*. Das MOSELEYSche Gesetz führt auf die *genaue* Reihenfolge der Elemente und somit auf die Kernladungszahl und die Zahl der den Kern umkreisenden Elektronen. Die Vermutung, daß die Ordnungszahl mit der Kernladungszahl übereinstimmt, paßt zu den Ergebnissen der Versuche mit Szintillationszählung: beziffert man, bei Cu mit

¹ **Szintillation.** Lichtblitze von rund 10^{-4} sec Dauer, vermutlich durch Tribolumineszenz (smaragdgrüne) der winzigen ZnS-Kriställchen infolge ihrer Zertrümmerung durch aufprallende Korpuskeln (α -, β -Strahlen, H-Kerne). An ihren Bruchflächen entsteht (LENARD) eine elektrische Doppelschicht, die Potentialdifferenz erzeugt in luftverdünnten Spalten Entladungen, begleitet von ultraviolettem Licht, dieses erzeugt die Fluoreszenz. Jedem Blitz entspricht ein Teilchen, daher zur Teilchenzählung benutzt, zuerst (REGENER 1908) auf Zinkblende-Dünnschliff, jetzt auf Glasplatte, die möglichst gleichmäßig und lückenlos mit Kriställchen bedeckt ist. Beobachtung der Zählfläche (rund 40 mm^2) mit Mikroskop schwacher Vergrößerung und großer Helligkeit. SIDOT-Blende: stark lumineszierende Form der Zinkblende, erzeugt (SIDOT, 1866) durch Verflüchtigung der natürlichen bei sehr hoher Temperatur; reines ZnS fluoresziert nicht, es fordert Zusatz einer Spur eines Schwermetalles, wie Cu oder Mn. (Szintillierende technische *Leuchtfarben*: Zinksulfidphosphore + etwa $0,1\%$ Radium oder Mesothor. Szintillierende Zifferblätter!).

seiner Platznummer 29 beginnend, die nach steigendem Atomgewicht geordneten Elemente dem MOSELEYSchen Gesetze gemäß mit 30, 31, so kommt man auch hier für Ag auf 47, für Pt auf 78, wie bei den Versuchen mit Szintillationszählung.

Das COULOMBSche Kraftgesetz gilt auch in sehr kleinem Abstände von der punktiert gedachten Kernladung für Atome hoher Ordnungszahl (Au, Pt, Ag, Cu), nicht aber für die leichten Elemente (Mg, Al), und um so weniger genau, je näher das α -Teilchen an den Kern herankommt. Ein die Ablenkung bewirkendes *schweres* Atom bleibt beim Zusammenstoß in Ruhe, nicht aber der Kern eines *leichten* Atoms, er wird mitbewegt, und das ändert die Streuungsgesetze erheblich. Bei einem zentralen oder nahezu zentralen Aufprall auf einen H-Kern bekommt dieser der Theorie nach eine Geschwindigkeit, die 1,6mal größer ist als die des stoßenden α -Teilchens. (Experimentell bestätigt an der Reichweite der H-Strahlen. Nach RUTHERFORD beträgt nach dem zentralen Aufstoß eines α -Teilchens von 7 cm Reichweite die maximale Reichweite des H-Teilchens 30 cm; die Reichweite der H-Strahlen kann der 3. Potenz ihrer Geschwindigkeit proportional gesetzt werden.)

Das Stoßverfahren führt auch für die Kerngröße auf eine obere Grenze. Der Kernradius eines schweren Atoms, wie des Goldatoms, der Kern als Kugel vorausgesetzt, ist nach RUTHERFORD von der Größenordnung 10^{-12} bis 10^{-13} cm. Erst wenn ein α -Teilchen dem Kernmittelpunkt so nahe gekommen ist, gehorcht die es abstoßende Kraft *nicht* mehr dem COULOMB-Gesetz für die gegenseitige Abstoßung punktierter Ladungen. Die Radien der Atome sind (der kinetischen Gastheorie nach) von der Größenordnung 10^{-8} cm. Der Kernradius eines schweren Atoms ist also noch nicht $1/1000$ des Atomradius, er ist sicher kleiner als $4 \cdot 10^{-12}$ cm (RUTHERFORD). Die positiv geladene träge *Masse* eines Atoms ist also in einen Raum zusammengedrängt, der selbst gegen den Atomdurchmesser winzig ist. Die Wasserstoffkerne (ihre Größe ist nicht unmittelbar aus Stoßversuchen bekannt) sind wahrscheinlich noch viele Male kleiner, also auch viele Male kleiner als die an Masse etwa 2000mal leichteren Elektronen. Der Radius des Elektrons errechnet sich rund zu $3 \cdot 10^{-13}$ cm (aus der Energie $\frac{e^2}{r}$ der als Kugel vom Radius r gedachten abstrakten homogenen elektrischen Ladung e , der relativistischen Massenformel $m = E/c^2$ und den Zahlen¹ für e/m , e und c).

Der Atomkern, sein physikalischer Aufbau aus Protonen und Elektronen. Mit Ausnahme des Wasserstoffatomkernes ist der Atomkern jedes Elementes aus Bausteinen zusammengesetzt, z. B. der des Radium aus 364 Teilchen, der des Uran I aus 384. Die radioaktiven Elemente zeigen das daran, daß sie, zerfallend, α -Teilchen und β -Teilchen aussenden. (Die γ -Strahlung entsteht erst nach dem Zerfall.) Die α -Teilchen als Massenteilchen können *nur* aus dem Kern kommen, die β -Teilchen als Elektronen *können* aus den ihn umkreisenden Elektronen kommen, dann handelt es sich um sogenannte sekundäre β -Strahlen, hervorgerufen dadurch, daß die *gleichzeitige* γ -Strahlung im eigenen Atom, dem *entstehenden*, absorbiert wird, kurz: als Photoeffekt monochromatischer γ -Strahlung (so beim Radium, Radiumthor, Radiumaktinium, die Wellenlänge der γ -Strahlung ist für den jeweiligen Kern charakteristisch). Manche β -Strahlen kommen aber bestimmt aus dem Kern (primäre β -Strahlen; β -Strahler *ohne gleichzeitige γ -Strahlung* strahlen *nur* aus dem Kern) mit Ge-

¹ Mit $e/m = 1,77 \cdot 10^7$ elektromagnetische Einheiten = $5,31 \cdot 10^{17}$ elektrostatische Einheiten, $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten, $c = 2,998 \cdot 10^{10}$ cm · sec⁻¹.

schwindigkeiten bis zu 95% Lichtgeschwindigkeit. Denn bestünde der Kern nur aus α -Teilchen — He-Ionen von der Atommasse 4 und der Kernladung (Ordnungszahl) 2 — so müßte 1. die Kernladungszahl (Atomnummer) *jedes* Elementes genau gleich der halben Atommasse sein; sie ist aber kleiner, was auf (negative) Elektronen im Kern schließen läßt. Und 2. müßten die Atommassen Vielfache von 4 sein, was ebenfalls nicht zutrifft, die Abweichung hiervon — das (ganzzahlige) Atomgewicht ist $A = 4n + p$, wo $p = 1, 2$ oder 3 ist — spricht für weitere positive Bestandteile im Kern. Die Kerne der radioaktiven Elemente sind darnach aufgebaut aus He-Ionen, Elektronen und Protonen. Auch die Kerne der anderen Elemente sind mutmaßlich ähnlich gebaut. In den Kernen von B, N, Fl, Na, Al, P ist der H-Kern als Baueinheit *erwiesen* — dadurch, daß bei ihrer *Zertrümmerung* (S. 670 o.) durch schnelle α -Strahlen Wasserstoffkerne (als solche erkannt durch e/m -Messung) mit großer Geschwindigkeit herausfliegen. Der H-Kern gehört danach ziemlich sicher zu den Baueinheiten des Kernes, und der He-Kern ist höchstwahrscheinlich eine *sekundäre* Baueinheit, die aus der sehr engen Verbindung von 4 Protonen und 2 Elektronen besteht. Man beachte: B, N, Fl, Na, Al, P haben ungerade Atomnummern (5, 7, 9, 11, 13, 15), die Elemente mit gerader Atomnummer *schielen* unberührt zu bleiben. (Die Erdrinde enthält viel reichlicher Elemente mit gerader Atomnummer als mit ungerader, den relativen Mengenverhältnissen der Elemente nach (HARKINS) ein Hinweis auf den Unterschied in der Stabilität der beiden Gruppen.)

Eine für alle Elemente geltende Kernstrukturformel haben wir nicht. Die radioaktiven Elemente lassen aus gewissen Gesetzmäßigkeiten ihrer Umwandlung (in der *Reihenfolge* ihrer α - und β -Umwandlungen) darauf schließen, daß ihre Kerne außer den He^{++} -Kernen auch *neutrale* He-Teilchen enthalten (He^{++} -Kerne, an die je 2 Elektronen gebunden sind), oder anders: daß sie außer den Elektronen, die *in* den He^{++} -Kernen stecken, auch *sonstige* Elektronen enthalten. Wie viele Elektronen sind das? Antwort: Bilden je 4 H^+ -Kerne + 2 Elektronen einen He^{++} -Kern (Masse 4), und enthält das Element n He^{++} -Kerne und p überzählige H^+ -Kerne, so ist sein Atomgewicht $A = 4n + p$, wo $p = 1, 2$ oder 3 . Hat das Element die Atomnummer Z , so enthält sein Kern $A - Z$, also $4n + p - Z$ Elektronen. Von diesen stecken $2n$ *in* den n He^{++} -Kernen, es sind also in dem Atomkern noch *außerdem* $2n + p - Z$ Elektronen vorhanden. Zum Beispiel der Kern des Uran I mit $A = 238$ und $Z = 92$ enthält $238 - 92 = 146$ Elektronen und $238 = (4 \times 59 + 2)$ H^+ -Kerne, also 59 He^{++} -Kerne. Für das Uran I ist somit $n = 59$, $p = 2$, $Z = 92$, also $2n + p - Z = 118 + 2 - 92 = 28$. Es bleiben daher 28 Elektronen übrig, sie sind wahrscheinlich an gewissen Stellen des Kernes paarweise an einen He^{++} -Kern gebunden.

Künstlicher Atomkernzerfall (Atomkernzertrümmerung). Entsprechen diese Anschauungen der Wirklichkeit, so sollte Verkleinerung oder Vergrößerung der Kernladung ein Element in ein anderes umwandeln — das Ziel der Alchemie. Aber den *Atomkern* schützen gegen alle äußeren Angriffe die ihn umkreisenden Elektronen. Auch die stärksten Drucke, die äußersten Temperaturen beeinflussen nur die Elektronen an der Peripherie des Atoms; nur dort spielen sich die chemischen Vorgänge ab. Der *Atomkern* ist unangreifbar. Verändert er sich, wie in radioaktiven Atomen, von selber, so entzieht sich die Veränderung doch unserem Einfluß. Nur die schnellen Kathodenstrahlen und die α - und β -Strahlen dringen tiefer in das Atom ein. Sie können bis dicht zum Kern vordringen. Die Möglichkeit besteht, daß bei dem *Aufprall* eines α -Teilchens auf einen Kern dieser in Trümmer geht. RUTHERFORD hat zuerst (1919) Atomkerne so zertrümmert, d. h. einen künstlichen Atomkernzerfall (Gegensatz:

natürlicher, nämlich radioaktiver) hervorgerufen. Sein grundlegender Versuch verlief etwa so: ein radioaktiver Stoff mit möglichst starker α -Strahlung wurde mit Aluminiumfolie bedeckt — die Folie dick genug, um alle α -Strahlen zu verschlucken. Ermittelt wurde, ob unter dem Trommelfeuer der α -Strahlen gegen die Aluminiumatome etwa Trümmer von Atomkernen aus der Folie heraus-schießen. Solche Atomtrümmer erzeugen auf einem Zinksulfidschirm Szintillationen wie die α -Strahlen, nur *viel schwächere*. In der Tat wurden solche Atomtrümmer — stets *Wasserstoffkerne!* — bei B, N, Fl, Na, Al, P beobachtet und durch die e/m -Messung, die Art ihrer Szintillation und durch Massenbestimmung im Massenspektrographen als Wasserstoff erkannt. Die Versuche begegnen ungeheuren Schwierigkeiten: Man muß viele Millionen Teilchen abschießen, bis eines den Kern trifft und zertrümmert, und es ist schwer, bei den störenden Nebenerscheinungen (infolge der Nähe eines starken radioaktiven Präparates) die Atomtrümmer auf dem Schirm zu erkennen und als solche zu erweisen.

RUTHERFORDS Entdeckung drängt zu den Fragen: 1. Sind die Atome aller Elemente zertrümmerbar oder nur die Atome bestimmter Elemente? 2. Werden nur H-Kerne bei der Zertrümmerung abgespalten oder auch andere Atomtrümmer? 3. Wie verläuft ein wirksamer Zusammenstoß eines α -Teilchens mit einem Atomkern? Stammt die zur Zertrümmerung nötige Energie aus dem stoßenden α -Teilchen oder aus dem zerstörten Atomkern? Die Fragen lassen sich etwa so beantworten: Als zertrümmerbar gelten derzeit die Elemente (Ordnungszahl): Li (3), Be (4), B (5), C (6), N (7), O (8), F (9), Ne (10), Na (11), Mg (12), Al (13), Si (14), P (15), S (16), Cl (17), K (18), Ar (19), Ti (22), Cr (24), Fe (26), Cu (29), Se (34), Br (35), Zr (40), Sn (50), Te (52), J (53); doch sind in einzelnen Fällen die Aussagen vielleicht noch nicht ganz eindeutig.

Bisher hat man nur H-Kerne als Atomtrümmer beobachtet — *ein sicherer Nachweis, daß Wasserstoff ein Elementarbaustein der Materie ist*. Das aufprallende α -Teilchen *kann* von dem Kerne festgehalten werden, d. h. der Kern wächst dann um die Masse 4 und verliert in dem ausgeschleuderten Proton die Masse 1, hat also um 3 Einheiten zugenommen. Die hinausgeschleuderten H-Kerne besitzen in einigen Fällen sehr große Energie. Zum Beispiel können die H-Kernstrahlen aus Aluminium eine Luftschicht von 90 cm Dicke durchsetzen (die schnellsten α -Strahlen nicht einmal 9 cm). Die α -Strahlen müssen, um wirksam zu sein, eine Mindestenergie besitzen, die Energie der herausgeschleuderten H-Kerne ist aber meist größer. Das heißt also: die bei der Zertrümmerung eines Atoms frei werdende Energie entstammt, wenigstens *zum Teil*, dem zerfallenden Atomkern.

Natürlicher Atomkernzerfall (Radioaktivität). Auf natürlichem Wege, „von selbst“, zerfallen die Atomkerne der radioaktiven Stoffe, sie geben dabei Energie ab als korpuskulare oder elektromagnetische Strahlung, s. Radioaktivität S. 461. Die Tabelle (K. W. F. KOHLRAUSCH) zeigt, wie die Glieder der drei (S. 463 o.) Zerfallsreihen genetisch zusammenhängen und zeigt durch ihre Dreiteilung (von oben nach unten) den Parallelismus der drei Reihen. Zum Verständnis ist der Isotopiebegriff nötig.

Das Kernatom als Isotop. Die Kernladungszahl ist ein Vielfaches der Elementarladung, also eine ganze Zahl (!). Wäre sie *gleich* der halben Atomgewichtszahl, dann müßten die Atomgewichtszahlen *ganze* Zahlen sein. Tatsächlich sind das aber nur sehr wenige. Die Abweichung von der Ganzzahligkeit erklärt sich so: Die Kernmasse von Elementen mit ganzzahligem Atomgewicht, wie z. B. Sauerstoff, können wir uns aus Protonen (Wasserstoffkernen) aufgebaut denken, deren Ladung in Summa zum Teil neutralisiert ist durch Elektronen, die *in den Kern* eingebaut sind. Ein Gefüge aus 16 Protonen und

8 Elektronen würde einen Kern bilden, der wie der Sauerstoffkern die Atommasse 16 und die Kernladungszahl (Ordnungszahl) $16 - 8 = 8$ hat, denn die 8 Elektronen ändern die Atommasse nicht wahrnehmbar, verkleinern aber die Ladungssumme der 16 Protonen um 8 Einheiten. Dieser Kern, von 8 Elektronen umkreist, ist also ein Sauerstoffatom, das nur aus 16 Protonen und 8 Elektronen aufgebaut ist. Ähnlich gebaut denken wir uns die Kerne der anderen Atome mit ganzzahligem Atomgewicht (bezogen auf Wasserstoff).

Anders die Kerne der Atome mit *nichtganzzahligem* Atomgewicht, z. B. des Chloratoms mit 35,46. Seine Kernladung 17 läßt schließen auf ein Gefüge aus 35 Protonen und 18 Elektronen, aber auch auf ein Gefüge von 37 Protonen und 20 Elektronen oder auf ähnliche Gefüge. Das erste würde das Atomgewicht 35 haben, das zweite 37, *beide* die Kernladung 17. In beiden Fällen würden 17 Elektronen den Kern umkreisen, darüber entscheidet ja *allein die Kernladung*. Gleiche Anordnung der äußeren Elektronen bewirkt aber *gleiches chemisches Verhalten*, so daß die beiden Chlorarten, wenn sie wirklich existieren, *chemisch untrennbar* sind¹. Verallgemeinert heißt das: Die nichtganzzahlige Atomgewichtszahl eines Elementes erklärt sich aus der Annahme, daß das Element ein *Gemisch aus mehreren Atomarten von verschiedenem Atomgewicht*, also nicht jedes seiner Atome gleich jedem andern ist. Wir müssen dann aber auch annehmen, daß diese Atomarten in solchem Verhältnis miteinander gemischt sind, daß das Gemenge gerade das betreffende Atomgewicht ergibt. Das Chloratomgewicht erklärt sich dann so: bei der Platznummer 17 im System der Elemente stehen *zwei Atomarten* Chlor, die eine hat das Atomgewicht 35, die andere 37, beide zusammen, im Verhältnis 3 : 1 gemischt, bilden das chemisch definierte Chlor mit dem Atomgewicht 35,46. Bei Chlor konnte es sich nur um Atome der Ordnungszahl 17 handeln, da Atome anderer Ordnungszahlen bei der chemischen Reindarstellung davon abgetrennt würden. — Die nichtganzzahligen Atomgewichte überwiegen weitaus; das Ergebnis der experimentellen Untersuchungen (s. unten) zusammenfassend, können wir sagen: fast an jeder Stelle des periodischen Systems stehen *mehrere Atomarten* desselben Elementes, jede mit derselben *Kernladung*, aber jede mit etwas anderem *Atomgewicht*. Weil sie an derselben Stelle (τόπος) des Systems der Elemente stehen, nennt man sie *isotop*.

Erkennung der Isotopen im Kanalstrahlenspektrum. Die Vermutung (SODDY, 1910, gestützt auf die chemische Untrennbarkeit gewisser radioaktiver Elemente), daß dieselbe Platznummer im System der Elemente von mehreren *Abarten* eines und desselben Atoms besetzt sein kann — jede Atomart durch eine etwas größere oder kleinere Atommasse gekennzeichnet —, rechtfertigt sich dadurch, daß die einzelnen Atome derselben Platznummer, wenn sie als Kanalstrahlteilchen auftreten, etwaige Verschiedenheiten ihrer Massen geradezu zeigen und meßbar machen (zuerst J. J. THOMSON, 1913 am Neon, ASTON, seit

¹ Aber durch rein *physikalische* Verfahren ist *Trennbarkeit isotoper Elemente* möglich. So ließ sich Quecksilber, das bei 0° die Dichte 13,5955 hat (durch „ideale Destillation“, bei der alle aus der flüssigen Phase entweichenden Atome sofort festfrieren), in zwei Teile von der Dichte 13,5986 und 13,5920 zerlegen. Seine Isotopen (7) waren in jedem der beiden Teile in etwas verschiedenem Gewichtsverhältnis vorhanden (BRÖNSTEDT, HEVESY, 1920). Die Neonisotopen 20 und 22 haben sich bei ihrer Diffusion durch eine poröse Wand ins Vakuum praktisch vollständig voneinander trennen lassen (HERTZ 1933); jedes enthielt nicht mehr als 1% des andern. Vor kurzem ist ein Wasserstoffisotop vom Atomgewicht 2 entdeckt worden, es wird H² bezeichnet, das gewöhnliche H¹. Auch die Isotope H¹ und H² haben sich trennen lassen. Sie sind nicht nur physikalisch deutlich verschieden (Wasser mit dem Wasserstoffisotop H² hat ein größeres spezifisches Gewicht, höheren Gefrierpunkt, höheren Siedepunkt, eine kleinere Brechungszahl als das gewöhnliche Wasser, seine größte Dichte liegt bei + 11,6°), sondern höchstwahrscheinlich auch chemisch, da Wasser mit dem Isotop H² biologisch ganz anders wirkt als das gewöhnliche Wasser.

1919 an vielen Elementen). ASTONS Meßapparat beruht auf der *Krümmung* der Kanalstrahlen in elektrischen und magnetischen Feldern (sie ist der Atommasse umgekehrt proportional und abhängig von Ladung und Geschwindigkeit der Kanalstrahlteilchen, s. die Gleichungen S. 455). Wären die Kanalstrahlen alle gleich schnell, so würde schon die *Verschiedenheit* ihrer Krümmung die *Verschiedenheit* der *Massen* in einem Strahlenbündel zeigen. Sie sind aber ganz verschieden schnell. Trotzdem führt die Verbindung von elektrischen mit magnetischen Feldern zum Ziel (Fokussierung der Teilchen mit gleichem e/m). Ein sehr feines Bündel erzeugt, wenn es nur Atome *einer* Atommasse enthält, auf einer photographischen Platte (deren *Lage relativ zu dem Bündel* sich aus der Theorie des Apparates ergibt) ein nahezu punktartiges Bild. Strahlenbündel *verschiedener* Atommasse erzeugen *mehrere* Punktbilder, je nach dem Massenunterschied liegen sie mehr oder weniger weit auseinander. Die Bildpunktreihe auf der Platte erinnert an ein optisches Spektrum (Abb. 830), daher nennt man

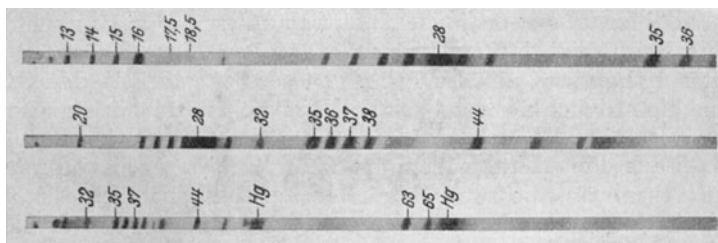


Abb. 830. Massenspektrogramme von Chlor-Isotopen.

sie *Massenspektrum*, die Punktbilder *Linien*, den Apparat *Massenspektrograph*. Ein Chlor-Kanalstrahlenbündel macht auf der Platte zwei Bildpunkte, die den Massen 35 und 37 entsprechen, aber *keinen* Bildpunkt, der dem Atomgewicht 35,46 entspräche — übereinstimmend mit der bereits gegebenen Erklärung.

Es gibt auch radioaktive Elemente, die miteinander oder auch mit inaktiven Elementen isotop sind. Außer durch ihre Atommasse unterscheiden sie sich durch ihre radioaktiven Eigenschaften, z. B. durch Lebensdauer und Art der Teilchen, die sie, zerfallend, aussenden. Die Entstehung radioaktiver isotoper Elemente zeigt die Tabelle auf S. 671. Uran I sendet, zerfallend, ein α -Teilchen aus, einen Heliumkern; das entzieht ihm 2 positive Ladungseinheiten und 4 Masseneinheiten. Der Restkern (Uran X_1) hat daher 2 Einheiten Ladung weniger als die Muttersubstanz. Das Uran X_1 sendet, zerfallend, ein β -Teilchen aus, ein Elektron; das erniedrigt seine Kernladung unter die des folgenden Elementes (Uran X_2) um eine Einheit, ohne aber die Masse zu ändern. Dasselbe wiederholt sich beim Uran X_2 . Aus ihm entsteht Uran II, es hat dieselbe Kernladung wie Uran I, aber 4 Masseinheiten weniger, denn in den 3 Umwandlungsstufen von Uran I zum Uran II wird der Verlust an positiver Ladung (durch den Abgang des α -Teilchens) ausgeglichen durch den Abgang der beiden Elektronen. Der Massenverlust wird nicht ausgeglichen. Uran I und II sind also isotop, tatsächlich sind sie chemisch nicht trennbar.

2. Die Elektronenhülle des Kernatoms, ihre Eigenschaften und ihr Bau (BOHR 1913).

Grundhypothesen (Postulate) für die Anwendbarkeit der Quantenbegriffe auf das Kernatom. Das Kernatom widerspricht der *klassischen elektrodynamischen* Theorie; denn ihr zufolge müßte die Bewegung der Elektronen das Atom veranlassen, ständig Energie auszustrahlen, und die Ausstrahlung müßte mit sich

stetig verändernder (also scharfe Spektrallinien ausschließender) Frequenz andauern, bis alle Elektronen, Spiralen beschreibend, in den Kern gestürzt sein würden. Ferner widerspricht der Bau des Kernatoms (ähnlich dem durch Gravitation zusammengehaltenen Sonnensystem) der *Unveränderlichkeit* der gewöhnlichen physikalischen und chemischen Eigenschaften der (nichtradioaktiven) Elemente: denn ein fremder Himmelskörper, der das Sonnensystem durchqueren und der Erde nahe kommen würde, würde z. B. ihre Achsendrehung und ihren Sonnenlauf (Tageslänge, Jahreslänge) beeinflussen. Dagegen zeigt die Beständigkeit der Eigenschaften der Elemente — ein Gasatom z. B. übersteht unzählige Zusammenstöße, ohne sich zu ändern —, daß der Zustand eines Atoms, auch von hindurchschießenden Elektronen oder α -Teilchen, d. h. durch äußere Einwirkung nur in äußerst seltenen, besonderen Fällen bleibend verändert wird. Am besten zeigt das die Unveränderlichkeit der Strahlung, die die Stoffe unter Umständen aussenden; die Wellenlängen der Spektrallinien bleiben dieselben — unabhängig von der vorangegangenen Behandlung der Stoffe. Gerade hierauf beruht ja die Spektralanalyse und z. B. auch der durch sie erbrachte Nachweis, daß die Elemente auf den Himmelskörpern dieselben Eigenschaften haben wie auf der Erde. Diese Beständigkeit der Atomeigenschaften und die Möglichkeit von Spektrallinien scheinen zunächst also mit dem Kernatom unvereinbar. Durch Anwendung der Quantentheorie aber hat NIELS BOHR sie auch aus dem Kernatom erklären können, ausgehend von zwei Grundhypothesen (Postulate), die zwar willkürlich aussehen, die aber durch das Experiment gerechtfertigt worden sind (zuerst durch die Ergebnisse der Elektronenstoßversuche von FRANCK und HERTZ, 1914). Diese Postulate — das erste betrifft die Beständigkeit der Atomeigenschaften, das zweite die Möglichkeit scharfer Spektrallinien — setzen zweierlei voraus: 1. *gewisse* Elektronenbahnen in dem Kernatom sind dadurch ausgezeichnet, daß das Atom in den durch sie charakterisierten Bewegungszuständen verharren kann, *ohne Energie ausstrahlen*¹; diese Zustände heißen *stationäre*. Energie abgeben oder aufnehmen kann das Atom nur durch einen *Übergang* aus einem stationären Zustande in einen anderen stationären Zustand. — Ein bestimmter stationärer „Zustand“ des Atoms ist charakterisiert durch die Form der Elektronenbahnen, die Lage der Elektronenbahnen im Raum, den Drehimpuls der Elektronen in ihrer Bahn (Revolution), den Spin (Rotation) der Elektronen. Jedes dieser Bestimmungsstücke ist quantisierbar und daher durch eine „Quantenzahl“ ausgezeichnet (S. 694). 2. Das Kernatom kann bei einem *Übergang* zwischen zwei stationären Zuständen elektromagnetische Wellen *ausstrahlen*. Die Schwingungszahl ν ist gegeben² durch $h\nu = E_a - E_e (= \Delta E)$, die BOHRsche „Frequenzbedingung“. E_a und E_e bedeuten die Energie des Atoms in dem stationären Anfangs- und in dem stationären Endzustand. — Dieser Frequenzbedingung entsprechend kann das Atom ihm *eingestrahlt* elektromagnetische Wellen der Schwingungszahl ν auch *absorbieren*³. Die Lichtarten, die das Atom aufnimmt

¹ Für das Dasein „strahlungsloser“ Bahnen spricht auch die Konstanz des Para- und des Ferromagnetismus, der durch kreisende Elektronen erzeugt wird. — Die Strahlungslosigkeit ist eine *Bedingung* für die Stabilität der Atomeigenschaften, sie *erklärt* nicht etwa, *worin* ihr Wesen atombaumäßig besteht; das erklären erst die Röntgenspektren.

² $\nu = 1/\tau$ bedeutet die Schwingungszahl, $\bar{\nu} = 1/\lambda$ die Wellenzahl einer Wellenlänge. ν hat die Dimension sec^{-1} , dagegen $\bar{\nu}$ die Dimension cm^{-1} . Da $\lambda/\tau = c$ (Lichtgeschwindigkeit), so folgt $\nu/\bar{\nu} = c$, also $\nu = \bar{\nu} \cdot c$.

³ Die „Absorption“ von eingestrahltm Licht ist hier nicht Absorption im gewöhnlichen Sinne (S. 630), sondern nur eine Aufspeicherung der aufgenommenen Energie für ganz kurze Zeit (Verweilzeit Größenordnung 10^{-9} bis 10^{-8} sec), das Licht wird *nicht* in Wärme verwandelt. Das Atom kann es unverändert wieder ausstrahlen, wie die Fluoreszenzerscheinungen zeigen.

oder abgibt, je nachdem es von einem energieärmeren in einen energiereicheren Zustand oder umgekehrt übergeht, sind monochromatisch. Ihre Schwingungszahl ν folgt aus $h\nu = \Delta E$. (Die *Häufigkeit* der Übergänge zwischen den verschiedenen Zuständen, die *Übergangswahrscheinlichkeit*, ist sehr verschieden. Gewisse gesetzmäßige Reihen von Übergängen, z. B. solche, die Serien monochromatischer Emissions- oder Absorptionslinien ergeben, treten von selber auf und sehr häufig — die *Helligkeit* der zugehörigen Linien beweist das —, andere Übergänge normalerweise selten oder gar nicht; ein elektrisches oder ein magnetisches Feld oder der Stoß von Elektronen kann sie aber erzwingen.)

Diese Postulate ergänzt ein drittes, das *Korrespondenzprinzip*; es stellt die von Strahlung begleiteten *Übergänge* in Parallele mit den von Strahlung begleiteten *Schwingungen* elektrischer Teilchen der klassischen Elektrodynamik. Es besagt folgendes: ein von Ausstrahlung begleiteter *Übergang* zwischen zwei stationären Zuständen ist eindeutig zugeordnet einer der harmonischen *Schwingungskomponenten*, in die die *Elektronenbewegung* zerlegt werden kann. Diese Zuordnung (Korrespondenz) fordert, daß die *Wahrscheinlichkeit* eines Überganges (anders: seine Häufigkeit — sie bestimmt die Intensität der Strahlung) abhängt von der *Amplitude* der korrespondierenden harmonischen Komponente (diese bestimmt in der klassischen Theorie die Intensität der Strahlung). Wir kommen erst später auf das Korrespondenzprinzip zurück. Vorderhand haben wir es nur mit den zwei ersten Postulaten zu tun.

BOHRs Theorie gilt ausschließlich der Kernumgebung (*Elektronenschwarm*). Die Einzelheiten ihres Bauplanes sind nur aus ihren *Eigenschaften* zu erschließen. Diese Eigenschaften lassen sich in zwei Gruppen teilen: in solche, die an den der *Peripherie* nahen Elektronen haften (periphere Eigenschaften), und in solche, die an den dem *Kern* nahen haften (zentrale). Die ersten sind z. B. die chemischen und die optischen Eigenschaften des Atoms, die zweiten die Röntgeneigenschaften. Die ersten zeigen sich z. B. in den optischen Spektren, die andern in den Röntgenspektren. Die Postulate unterscheiden überhaupt nicht zwischen den Elektronen, sie beziehen sich ebenso auf die der Peripherie wie auf die dem Kern nahen Elektronen.

Experimentelle Rechtfertigung der BOHRschen Postulate. Gerechtfertigt werden die zwei ersten Postulate besonders durch planmäßig herbeigeführte Erscheinungen, die dann eintreten, wenn Elektronen mit Atomen und Molekülen zusammenstoßen, und zwar *unelastisch* mit *Energieaustausch* zusammenstoßen. Stößt ein Elektron mit ausreichender Geschwindigkeit¹ gegen ein Atom — genauer: stößt das Feld eines Elektrons mit ausreichender Energie gegen das Feld eines *Elektrons* der den Kern umgebenden Elektronenhülle, so kann zweierlei eintreten: 1. Der Stoß kann ein Elektron des Atoms aus der ersten Quantenbahn auf eine weiter außen liegende befördern, man sagt: das Atom *anregen*. Dazu muß das stoßende Elektron eine kinetische Energie von gewisser Größe haben, die einer bestimmten Voltzahl, der *Anregungsspannung*, entspricht. (Ist die kinetische Energie kleiner, so prallt das Elektron ohne Energieverlust an dem Atom ab, *ohne* es „anzuregen“.) 2. Der Stoß kann aus der Elektronenhülle ein Elektron absprengen, anders: es auf eine „unendlich ferne“ Quanten-

¹ Ein anfangs ruhendes Elektron durchlaufe in einem elektrischen Felde eine Potentialdifferenz von V Volt. Seine kinetische Energie erreicht dabei die Größe $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{300}eV$. Mit $m = 0,899 \cdot 10^{-27}$ g und $e = 4,77 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten wird die Geschwindigkeit $v = 5,95 \cdot 10^7 \sqrt{V}$ oder $595 \sqrt{\text{Voltzahl}}$ km/sec. Man bezeichnet die Geschwindigkeit eines Elektrons gewöhnlich durch die äquivalente Anzahl Volt. Ein Elektron hat 4 Volt Geschwindigkeit heißt: seine Geschwindigkeit ist $595 \cdot \sqrt{4}$, also 1190 km/sec.

bahn befördern, man sagt: das Atom *ionisieren*. Das erfordert größere Energie und dementsprechend größere Voltgeschwindigkeit.

Nur der *energieärmste* (quantentheoretisch zulässige) Zustand eines Atoms ist stabil, jeder *energiereichere* (höhere) im allgemeinen von kurzer mittlerer Lebensdauer (Verweilzeit). Nach deren Ablauf (10^{-9} bis 10^{-8} sec) geht das Atom unter Aussendung *monochromatischer* Strahlung in einen niedrigeren (energieärmeren) Quantenzustand über. Man nennt den stabilen Zustand des Atoms normal, auch unangeregt, jeden höheren (energiereicheren) Quantenzustand angeregt. (Noch bei einigen 100° C sind alle Atome unangeregt. Im Natrium z. B. sind selbst bei 3000° abs. nur etwa 0,3 Promille angeregt; daß es trotzdem schon in der Bunsenflamme (ca. 1800 C) sichtbar leuchtet, bewirken die Myriaden von Übergängen der überhaupt vorhandenen Moleküle — im Mol im ganzen $6,06 \cdot 10^{23}$, also rund 10^{20} angeregte.) Die „Anregung“ des Atoms zeigt sich also darin, daß das Atom *ausstrahlt*, wenn das auf eine weiter außen liegende Bahn gestoßene Elektron zurückspringt. FRANCK und HERTZ (1914) haben erstens deutlich unterscheidbare stationäre Zustände des Atoms nachgewiesen und zweitens den Zusammenhang zwischen der Energiedifferenz verschiedener Zustände und der Frequenz der Übergangsstrahlung spektrographisch festgestellt und dadurch

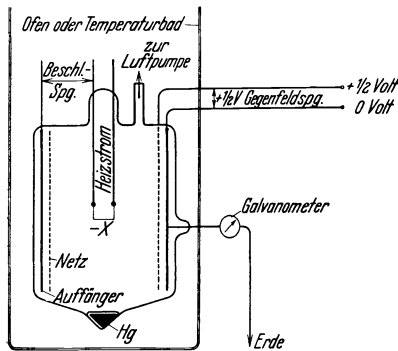


Abb. 831. Anordnung der Elektronenstoßversuche von FRANCK und HERTZ zur Ermittlung der Anregungsspannungen.

die BOHRschen Postulate überhaupt gerechtfertigt. In ihrer Versuchsanordnung (Abb. 831) wird die Stoßwirkung von Elektronen auf Quecksilberatome untersucht. Das Quecksilber als Dampf und eine Elektronenquelle (3—4 mm langer glühender, elektrisch geheizter Pt-Draht) befinden sich in einem zur Erzeugung des erforderlichen Dampfdruckes angeheizten zylindrischen Glasgefäß, das durch eine Vakuumpumpe auf niedrigem Druck erhalten wird. Zwischen der Glühelktrode und einer sie (in etwa 4 cm radialem Abstand) zylindrisch umgebenden *geerdeten* Elektrode (Auffangelektrode, Platinblech) liegt ein elektrisches Feld *veränderbarer* Spannung.

Es beschleunigt die Elektronen zur Auffangelektrode hin und treibt sie dabei gegen die Quecksilberatome. Dicht vor der Auffangelektrode (1—2 mm Abstand) und konaxial mit ihr liegt ein engmaschiges Platindrathnetz, durch das die Elektronen auf dem Wege zu der Auffangelektrode hindurch müssen. Aber zwischen dieser und dem Netz liegt ein elektrisches Feld, dem ersten *entgegengesetzt* gerichtet („Gegenfeld“) und von konstanter Spannung ($1/2$ Volt). Es hält Elektronen von der Auffangelektrode, also auch dem Galvanometer, ab, deren Geschwindigkeit weniger als $1/2$ Volt entspricht (etwa 420 km/sec). In das Galvanometer eintreten sollen ja nur solche Elektronen, die das Atom *elastisch* gestoßen, also ihre Geschwindigkeit *behalten* haben. Wäre das Gegenfeld nicht da, so würden auch diejenigen Elektronen hineingelangen, die das Atom *unelastisch* gestoßen haben und dadurch ihre Geschwindigkeit verloren haben. Das Galvanometer könnte dann nicht *scharf* anzeigen, bei welcher Spannung der Stoß *unelastisch* wird.] Macht man die Spannung des beschleunigenden Feldes größer als $1/2$ Volt, so erreichen die durch das Netz tretenden Elektronen die Auffangelektrode: das Galvanometer schlägt aus. Steigert man die Beschleunigungsspannung weiter, so steigert sie den Galvanometerstrom — *aber nur bis sie 4,9 Volt erreicht hat*, eine geringe

Zunahme der Spannung darüber hinaus läßt ihn jäh abfallen (Abb. 832) bis zu einem niedrigsten (von Null etwas verschiedenen) Wert. Steigert man jetzt die Spannung noch weiter, so wächst der Galvanometerstrom aufs neue, *bis die Spannung $2 \times 4,9$ Volt erreicht*, fällt aber bei kleiner Steigerung der Spannung darüber hinaus wieder auf den niedrigsten Wert, um dann aufs neue zu steigen, *bis die Spannung $3 \times 4,9$ Volt erreicht hat* — und so fort. Das erklärt sich so: Hat die Geschwindigkeit des Elektrons den kritischen Wert erreicht, dem nach der Gleichung $\frac{1}{2}mv^2 = eV$ eine kritische Spannung V_R entspricht, so wird sein Stoß gegen das Atom unelastisch, und es gibt seine *ganze* Energie an das Atom ab. Diese Energie hebt ein Elektron des Atoms auf eine höhere Quantenbahn. Die Stelle in dem Gase (in dem durch die Abbildung dargestellten Schnitt durch den Gasraum), die gegen die Glühelektrode 4,9 Volt Spannung hat, liegt bei 4,9 Volt *Gesamtspannung* dicht an dem Platinnetz. *Hier* verlieren die stoßenden Elektronen ihre Geschwindigkeit, sie können daher das Gegenfeld zwischen Netz und Auffangelektrode nicht überwinden und die Elektrode nicht erreichen. Der Strom der die Elektrode erreichenden Elektronen muß daher abnehmen. *Erhöhen* wir die Gesamtspannung, so rückt die Stelle, die gegen die Glühelektrode nur 4,9 Volt hat (anders: die Stelle, an der die Elektronen die kritische Voltgeschwindigkeit V_R erreicht haben), von dem Netz weg *in den Gasraum*. Die Elektronen, die hier unelastisch gegen Hg-Atome stoßen und ihre Geschwindigkeit hier verlieren, werden von hier an aufs neue beschleunigt und erreichen das Netz mit einer Geschwindigkeit V' , die in Volt gemessen $V' = V - V_R$ ist. Sobald $V' > \frac{1}{2}$ Volt ist, können auch die Elektronen, die durch Stoß 4,9 Volt verloren haben, das Gegenfeld wieder überwinden. Der Strom muß also wieder ansteigen. Erhöhen wir die beschleunigende Spannung V weiter, bis die V' -Geschwindigkeit der Elektronen gleich V_R geworden ist, so stoßen sie dicht vor dem Netz zum *zweiten* Male unelastisch. Das ist der Fall, wenn die beschleunigende Spannung $V = 2V_R$ ist, dicht vor dem Netz entsteht dann eine zweite Stelle, an der die Elektronen *unelastisch* gegen die Hg-Atome stoßen. In diesem Augenblick muß der Strom zum zweiten Male absinken. Die Stoßstelle verschiebt sich mit weiter wachsender Spannung V ebenfalls auf die Kathode zu in den Gasraum, und die erste rückt *noch* näher an die Glühelektrode. Bei $V = 3V_R$ entsteht auf die gleiche Weise eine dritte derartige Stelle, und so fort. Zu erwarten haben wir daher derartige Stoßstellen in Abständen, die je 4,9 Volt entsprechen¹. Unmittelbar *sichtbar* machen kann man sie in dem Quecksilberdampf, *wenn sein Druck hoch genug ist*. Die durch den Elektronenstoß aufgenommene Energie wird dann in einem Bandenspektrum wieder ausstrahlt. Dieses Bandenspektrum hat ein Helligkeitsmaximum im Grün. Man sieht die grün leuchtenden Schichten in Abständen ähnlich wie in Abb. 833

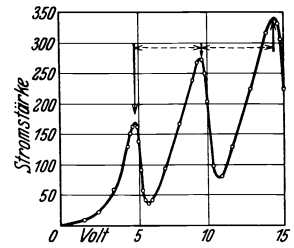


Abb. 832. Zum Beweise der quantenhaften Struktur der Energie: die un stetigen Energiestufen (Anregungsspannungen).

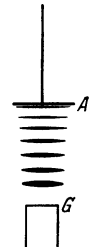


Abb. 833. Grünleuchtende Schicht im Hg-Dampf bei Elektronenstoßanregung. G = Glühkathode, A = Anode. Bei einer zwischen G und A angelegten Spannung von 35 Volt erscheinen 7 Schichten mit einer Spannungsdifferenz von je 4,9 Volt.

¹ Der Abstand benachbarter Maxima mißt in Volt die Energie, die beim unelastischen Stoß auf das Atom übertragen wurde. Der Wirkungsgrad der Stöße ist dabei günstigstenfalls (direkt an einem Maximum der Kurve) nur 1%, d. h. von allen Elektronen, die zum Stoß kommen, gibt nur jedes hundertste seine Energie an das Atom ab (SPONER, 1921).

(GROTRIAN, 1921). — Das Dasein unterschiedlicher stationärer Zustände des Atoms mit bestimmten Energiewerten ist hierdurch höchstwahrscheinlich geworden¹.

Die Versuchsergebnisse rechtfertigen auch das Postulat, das sich in $h\nu = E_a - E_e$ ausspricht. Das Atom muß, um eine Spektrallinie auszustrahlen, aus einem energiereicheren in einen energieärmeren Zustand übergehen. Es muß daher zunächst in den energiereicheren *gebracht* werden. Die Anregungsspannung für eine bestimmte Spektrallinie (die Spannung, welche Elektronen durchlaufen haben müssen, um das Atom zur Aussendung *dieser* Spektrallinie anzuregen), ist also gleich der Anregungsspannung für den höheren der beiden *Zustände*, zwischen denen sich der Übergang vollziehen muß, um die Ausstrahlung *dieser* Spektrallinie herbeizuführen — ist also gegeben durch $e \cdot V = E_a - E_0$, wenn e die Ladung des Elektrons ist und E_0 und E_a die Energie des Atoms im normalen Zustand und im angeregten. Der Vergleich dieser Gleichung mit der BOHRschen Frequenzbedingung $h\nu = E_a - E_e$ zeigt, daß *im allgemeinen* kein Zusammenhang besteht zwischen der Frequenz ν einer Spektrallinie und ihrer Anregungsspannung V . Aber der Zusammenhang besteht für *diejenigen* Linien, die das Atom ausstrahlt, wenn es von dem höheren Zustand E_a in den Normalzustand E_0 übergeht. *Diese* Linien erfordern zu ihrer *Anregung* die Energie $e \cdot V = E_a - E_0$ und strahlen die Energie $h\nu = E_a - E_0$ aus, daher ist $e \cdot V = h\nu$, also V die Anregungsspannung der Spektrallinie der Frequenz ν . Geht das Atom in den Normalzustand E_0 zurück, nachdem es vorher in denjenigen Zustand E_1 gebracht worden war, der dem Normalzustand *am nächsten* liegt, dann *kann* es nur *eine* *einzig*e Linie ausstrahlen, nämlich die durch $\nu = \frac{E_1 - E_0}{h}$ gegebene — es *gibt* keinen anderen Übergang. Und in dieser Linie strahlt das Atom die *ganze* Energie aus, die es vorher aufgenommen hatte, um in den Zustand E_1 zu gelangen. Diese Strahlung heißt *Resonanzstrahlung*, wie wir sie von der Fluoreszenz her kennen, man nennt sie so, weil die klassische Theorie der Optik sie durch die Resonanz quasi elastisch gebundener Elektronen in dem Atom erklärt. Die zugehörige Linie nennt man eine *Resonanzlinie*. [Es ist die erste Linie der *Absorptionsserie des unerregten Atoms*. Das bedeutet folgendes: nicht jede Linie, die wir als *Emissionslinie* kennen, existiert auch als *Absorptionslinie*. Ein Gas oder ein Dampf in *gewöhnlichem* Zustande, d. h. dessen Atome alle im Normalzustande sind („unerregt“), absorbiert nur solche Linien, die in Emission bei einem Übergang des Atoms in den Normalzustand entstehen. Erst bei höherer Temperatur (auch unter elektrischen Entladungen) absorbiert er auch *andere* Linien, weil er dann eine große Zahl Atome *oberhalb* des Normalzustandes („angeregte“) enthält.] In einer Resonanzlinie wird die *gesamte* aus einer Strahlung mit der Frequenz ν aufgenommene Energie wieder als Strahlung mit der Frequenz ν *ausgestrahlt*. Hat das Atom die Energie aus Stößen von *Elektronen* aufgenommen, die gerade die *Anregungsspannung* der Resonanzlinie durchlaufen haben, so muß es also ausschließlich Strahlung von der Frequenz der Resonanzlinie emittieren. Die BOHRsche Theorie läßt also erwarten: die Anregungsspannung der Resonanzlinie folgt nach der $h\nu$ -Beziehung aus ihrer Frequenz; und das Atom, von Elektronen gestoßen, die diese Anregungsspannung frei durchlaufen haben, *emittiert* die Resonanzlinie und *nur* diese. Als Resonanzlinie des Quecksilbers war die Linie λ 2536,7 bekannt (WOOD). FRANCK und HERTZ haben die Erregung dieser Linie

¹ Dasselbe lehrt (STERN-GERLACH 1922) die Spaltung eines Atomstrahles von Silberdampf in einem Magnetfeld in zwei Strahlen, jeder entspricht einer bestimmten Einstellung des magnetischen Moments des Atoms — parallel und antiparallel zum Magnetfeld. „Zwischenzustände“ zwischen diesen beiden gibt es nicht (S. 483).

nachgewiesen (Abb. 834) durch Stoß von Elektronen, deren Energie gleich der mit h multiplizierten Frequenz der Linie ist. Damit das Elektron beim Aufprall auf Hg-Atome diese Strahlung auslöst, muß es nach der Gleichung $eV = h\nu$ beschleunigt werden durch das Potential

$$V = \frac{6,56 \cdot 10^{-27} \times 1,183 \cdot 10^{15}}{4,77 \cdot 10^{-10}} = 0,0162 \quad \text{abs.}$$

elektrost. Einheiten = $0,0162 \cdot 300 = 4,86$ Volt.

Das zur Anregung von λ 2536 erforderliche Potential ist also der Rechnung nach 4,86 Volt, der *Messung* nach 4,9 Volt. — Der Zusammenhang zwischen der Wellenlänge λ einer Resonanzlinie und der für ihre Anregung erforderlichen Spannung ist gegeben durch die einfache Formel: V (in Volt) $\times \lambda$ (in $\mu\mu$) = 1234. Zur

Ableitung der Formel geht man aus von $h \cdot c/\lambda = eV$; für e/c setzt man den in elektromagnetischen cgs-Einheiten gemessenen Wert $1,59 \cdot 10^{-20}$. Z. B. ist die

Resonanzspannung des Quecksilbers $V = \frac{1234}{253,6} = 4,9$ Volt.

[Für die Rechtfertigung der Theorie sind gerade diejenigen Linien wichtig, für die die Beziehungen weniger einfach sind als für die *Resonanzlinie*. HERTZ hat das Auftreten auch der *höheren* Serienlinien (im Neon, Helium, Quecksilber) bei charakteristischen Anregungsspannungen übereinstimmend gefunden mit den berechneten Werten.]

BOHR'S Postulate führen zu einer Erklärung der Spektren der Elemente aus dem Bau ihrer Atome (Wasserstoffatom und Wasserstoffspektrum). Die Postulate sagen nichts über den Bau des Atoms und nichts über die Bahnen der Elektronen aus. Das erste Postulat sieht für die Elektronen nur unendlich viele *diskrete Bahnen* um den Kern vor, das zweite die Möglichkeit von *Spektrallinien*. Die quantentheoretische Fassung des zweiten ermöglicht nun, die Spektren der Elemente mit dem Bau ihrer Atome in Beziehung zu bringen. Die Frequenzformel nach dem *Übergangspostulat* in der Form $\nu = \frac{E_a}{h} - \frac{E_e}{h}$ stimmt nämlich *formal* auffallend überein mit der Wellenzahlformel nach dem empirisch (s. S. 644) gefundenen *Kombinationsprinzip* (RITZ) $\bar{\nu} = \frac{R}{n_2^2} - \frac{R}{n_1^2}$. Das ließ BOHR vermuten, das Spektrum entstehe beim Übergang des Atoms zwischen stationären Zuständen, in denen die *Zahlenwerte der Energie* des Atoms *gleich* sind dem *h -fachen Werte der Spektraltermine* ($E = h \cdot \frac{R}{n^2}$). BOHR verknüpft — kurz gesagt — (mit Hilfe des zweiten Postulates) das Spektrum eines Elementes mit dem Bau seines Atoms dadurch, daß er die Terme R/n^2 als die durch h dividierten *Werte der Energie* des Atoms in seinen verschiedenen Quantenzuständen *deutet*. Diese Deutung des Kombinationsprinzips durch die Postulate *könnte*, da sie nur *formalen* Ursprungs ist, ohne¹ physikalischen Sinn sein, aber die Untersuchung des Wasserstoffspektrums zeigt, daß sich die Deutung *physikalisch* rechtfertigt.

¹ Ohne physikalischen Sinn könnte diese Deutung *deswegen* sein: sie beruht nur auf der *formalen* Übereinstimmung der zwei Ausdrücke für $\bar{\nu}$ und ν und hat nichts von den bewährten Vorstellungen der Elektrodynamik, denn es fehlt darin jegliche Annahme eines *Zusammenhanges* zwischen inneratomarer Bewegung und atomarer *Ausstrahlung*. Überdies bestimmt dieser Deutung nach auch der *Endzustand*, in den das Atom übergeht (nicht bloß der Zustand, von dem es *ausgeht*), die Beschaffenheit der von ihm emittierten Strahlung (Wellenlänge, Helligkeit).

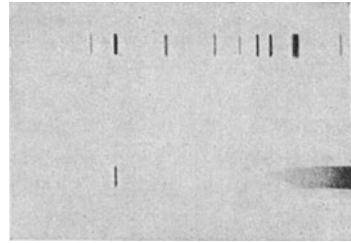


Abb. 834. Zur Anregung der Quecksilber-Resonanzlinie λ 2536 durch Elektronenstoß.

Das Wasserstoffatom — ein Proton und Elektron, das das Proton umkreist — ist das einfachst gebaute, sein Spektrum das einfachste uns bekannte. Die Wellenzahlen $\bar{\nu}$ seiner Linien umfaßt die BALMER-Formel $\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right)$.

BOHRs Deutung nach entsteht jede Linie bei einem Übergang des H-Atoms zwischen zwei stationären Zuständen, in denen seine Energie den numerischen Wert $h \cdot R/n^2$ hat. Die *Berechtigung* dieser Deutung müssen wir aber erst *beweisen*. Der Beweis liegt in dem Folgenden: Von dieser Deutung *ausgehend*, kommt man mit Hilfe des Übergangspostulates zu der Erkenntnis, daß $h \cdot R/n^2$ auch die Arbeit bedeutet, die man an dem Atom leisten muß, um das Elektron von der n ten Quantenbahn aus auf eine „unendlich“ ferne zu befördern, mit anderen Worten: das Elektron aus dem Anziehungsbereich des Kernes zu entfernen, d. h. vom Atom abzutrennen, das Atom in sein Ion zu verwandeln (Abtrennungsarbeit, Ionisierungsarbeit). Nennen wir diese Arbeit A_n , so ist also $A_n = h \cdot R/n^2$. Von hier aus kommen wir *rechnerisch* erstens zu dem Durchmesser der innersten Quantenbahn, d. h. zu dem Durchmesser des unangeregten H-Atoms, ferner zu der Größe der Abtrennungsarbeit (Ionisierungsarbeit) und ferner sogar zur RYDBERG-Konstante des H-Atoms. Alle drei so *errechneten* Größen stimmen mit den *auf ganz anderem Wege* gefundenen Werten überein: der Atomdurchmesser mit dem aus der kinetischen Gastheorie bekannten, die Ionisierungsarbeit mit der *gemessenen*, die RYDBERG-Konstante mit der spektroskopisch ermittelten — das *rechtfertigt* BOHRs Deutung: die Terme sind Energiewerte des Atoms in den stationären Zuständen, und $h\nu$ ist der Energieverlust des Atoms bei der Ausstrahlung (Energiegewinn beim Absorbieren) der zugehörigen Linie der Frequenz ν . Der „unendlich“ fernen Bahn, dem „ionisierten“ Atom, kommt die Abtrennungsarbeit Null, also der Term Null zu. Da nun die Terme die Energiewerte des Atoms in den stationären Zuständen bedeuten sollen, müssen wir der Energie des ionisierten Atoms den Wert Null *zuordnen*. Wir benutzen dadurch den Energiewert des Ions als Nullpunkt und müssen daher die anderen Energiewerte des Atoms negativ in Rechnung setzen — negativ, denn das Atom muß ja Energie aufnehmen, um den Zustand des Ions zu erreichen, sein Energiewert *steigt* bis zu demjenigen, den wir aus formalen Gründen Null nennen. *Streng* muß es also heißen: Die Terme der Spektralserien bedeuten nach BOHR die negativ genommenen und durch h dividierten Werte der Energie des Atoms in seinen verschiedenen Quantenzuständen, die Energie des Atoms als positiven Ions gleich Null gesetzt.

Korrespondenzprinzip. Für die Annahme, daß die Terme Energiewerte des Atoms in den stationären Zuständen sind, spricht unter anderem die Übereinstimmung der *errechneten* RYDBERG-Konstante mit der spektroskopisch ermittelten. Die *rechnerische* Ermittlung der RYDBERG-Konstante fordert besonderes Interesse. Sie wurzelt in einer Überlegung, in der die *Quantentheorie* des Kernatoms sich der *klassischen* Elektrodynamik nähert. Die Überlegung knüpft an an diejenigen strahlungslosen Bahnen, deren Nummern (in der Reihenfolge der Bahnen vom Kern aus) sehr groß sind, und deren Dimensionen und Umlaufzahl sich von Bahn zu Bahn verhältnismäßig wenig ändern. Das ν der Strahlung, die beim Übergang zwischen zwei solchen Nachbarbahnen entsteht, koinzidiert sehr nahe mit dem ν eines der Wellensysteme (Grundton und Obertönen entsprechend) der Strahlung, die das Elektron infolge seiner Bewegung *klassisch* aussenden würde. Die grundsätzliche *Forderung* dieses Zusammenfallens kommt darauf hinaus, daß sich die RYDBERG-Konstante ausdrücken läßt durch $R = \frac{2 \pi^2 e^4 m}{h^3}$. Diese Beziehung besteht nun *tatsächlich* — R errechnet sich mit

den bekannten Größen für e und m und h zu $109737,11 \pm 0,06 \text{ cm}^{-1}$, der spektroskopisch ermittelte Wert ist $109677,69 \pm 0,06 \text{ cm}^{-1}$. Das ergibt sich so: Das 3. KEPLERSche Gesetz führt für die *Umlauffrequenz* ω auf der n ten stationären Bahn — gleichviel, ob Kreis oder Ellipse — zu $\omega = \frac{\rho}{n^3}$. Die BALMER-Formel führt für die *Schwingungsfrequenz* ν bei dem Übergang zwischen zwei Nachbarbahnen n und $n - 1$ bei sehr großem n zu $\nu = \frac{2R}{n^3}$. Für Bahnen mit sehr großem n wird also auch ν umgekehrt proportional zu n^3 . Das ρ ist die Umlaufzahl auf der ersten Bahn, R die RYDBERG-Konstante. Die *Annahme*, daß $\rho = 2R$ ist, bringt für große n die Frequenzen ν und ω einander immer näher. Das bedeutet: für große Bahnnummern wird die Strahlung der BOHRschen Theorie dieselbe, wie sie nach der *klassischen* Theorie wäre. Ist die Annahme $\rho = 2R$ aber berechtigt? Die *Annahme* $\rho = 2R$ führt zu $R^2 = \frac{e^2}{16m a_1^3 \pi^2}$ und hieraus und aus $a_1 = \frac{e^2}{2\hbar R}$ folgt: $R = \frac{2m e^4 \pi^2}{\hbar^3}$. Mit den Werten für e , \hbar und m ergibt sich R , die RYDBERG-Konstante, *in voller Übereinstimmung mit der spektroskopisch ermittelten*¹. Dieses Ergebnis *rechtfertigt* die *Annahme*, daß $\rho = 2R$ ist, *beweist* also die Übereinstimmung der BOHRschen Strahlung mit der klassischen für große Bahnnummern. Das spricht für die Richtigkeit des Gedankenganges. Er führte BOHR zu dem *Korrespondenzprinzip* (1917), *das auch im Gebiete kleiner Quantenzahlen gilt*.

Das Korrespondenzprinzip besagt: ein von Ausstrahlung begleiteter *Übergang* zwischen zwei stationären Zuständen ist eindeutig zugeordnet einer der harmonischen Schwingungskomponenten, in die die Elektronenbewegung zerlegt werden kann. Diese Zuordnung (Korrespondenz) fordert, daß die *Wahrscheinlichkeit* eines Überganges (seine *Häufigkeit* — sie bestimmt die *Intensität* der Strahlung) abhängt von der *Amplitude* der korrespondierenden harmonischen Komponente (sie bestimmt in der klassischen Theorie die Intensität), und zwar derart abhängig, daß für große Quantenzahlen die *Intensität* der (pro Zeiteinheit) ausgesandten Strahlung (im Mittel) *dieselbe* wird, wie sie nach der klassischen Elektrodynamik wäre. Die *Polarisation* der Strahlung soll eine ähnliche Analogie mit der klassischen Elektrodynamik zeigen: ist die korrespondierende harmonische *Schwingung* in allen Zuständen des Atoms geradlinig und parallel (resp. kreisförmig und senkrecht) zu einer festen Geraden, so wird die *Strahlung* ebenso beschaffen sein wie die, welche ein ebenso schwingendes Elektron ausendet (geradlinig polarisiert, resp. zirkular polarisiert).

Wie die beiden ersten Postulate, so wird auch das Korrespondenzprinzip durch die Erfahrung gerechtfertigt, — eindringlich z. B. durch seine Leistung für die Erklärung des STARK-Effektes (S. 701/2). Es erklärt die Polarisation der einzelnen Komponenten, in die die Linien gespalten werden, und die Intensitätsverteilung auf die einzelnen Komponenten. Die Theorie gibt alles Wesentliche der Versuchsergebnisse wieder. Im Lichte des Korrespondenzprinzips zeigt

¹ Für Kreisbahnen und mit $R = \frac{2\pi^2 e^4 m}{\hbar^3}$ errechnet sich das Impulsmoment des Elektrons in seiner n ten strahlungslosen Bahn *proportional* zu n gleich $\frac{n \cdot \hbar}{2\pi}$ — in Worten: unter den unendlich vielen Kreisbahnen, die das Elektron im H-Atom nach der NEWTONschen Mechanik um den Kern beschreiben könnte, sind seine *strahlungslosen* Bahnen dadurch ausgezeichnet, daß auf ihnen sein Impulsmoment ein ganzzahliges Vielfaches von $\frac{\hbar}{2\pi}$ ist, d. h. daß $m \cdot v \cdot a_n = \frac{n \cdot \hbar}{2\pi}$. Das gilt aber *nur* für Kreisbahnen. Für Ellipsen ist die Beziehung verwickelter.

der STARK-Effekt bis in die kleinsten Einzelheiten die Wirkung, die ein äußeres elektrisches Feld auf die Elektronenbahnen im Wasserstoffatom ausübt.

Bau und Spektrum des Wasserstoffatoms. Feinstruktur seiner Linien. Von $A_n = \hbar \cdot R/n^2$ aus ergibt sich die Abtrennungsarbeit von der 1. Bahn aus zu $\hbar R$, von der 2., 3., 4. . . . aus zu $1/4, 1/9, 1/16$. . . davon. Aus der Ladung des Kernes und des Elektrons — beide sind gleich e — und der Abtrennungsarbeit aus einer *gegebenen* Bahn ergibt sich aus einfachen mechanischen Überlegungen¹ der Radius *dieser* Bahn zu $a_n = \frac{e^2 n^2}{2 \cdot \hbar \cdot R}$. Mit den Zahlenwerten für e, \hbar und R folgt z. B. für $n = 1$ der Radius der innersten Quantenbahn zu $a_1 = 0,532 \cdot 10^{-8}$ cm. Für $n = 1, 2, 3$. . . erhalten wir Bahnen, deren Durchmesser sich wie 1 : 4 : 9 verhalten, d. h. wie die Quadrate der Bahnnummern.

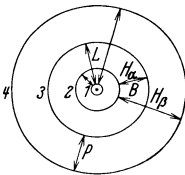


Abb. 835. Die innersten Quantenbahnen im Wasserstoffatom. Die Pfeile B bedeuten die Übergänge mit den Linien H_α (rot) und H_β (grün), ihr ν folgt aus der BALMER-Formel mit $n_2 = 2, n_1 = 3$ und 4. Die Pfeile L bedeuten die drei ersten Linien der LYMAN-Serie im Ultraviolett, ihr ν folgt aus der Formel mit $n_2 = 1$, der Pfeil P die erste Linie der PASCHEN-Serie im Ultrarot, ihr ν folgt aus der Formel mit $n_2 = 3$. Auch Abb. 836 schematisiert den Zusammenhang der Spektrallinien des Wasserstoffatoms mit Übergängen des Elektrons von einem Energieniveau auf ein anderes.

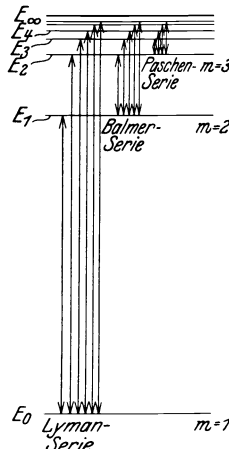
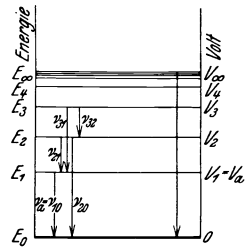


Abb. 836. Energieniveau des Wasserstoffatoms. Die Pfeile entsprechen den Übergangsmöglichkeiten des Atoms. Die der BALMER-Formel (S. 680) gehorchenden Linien bilden mehrere Gruppen (Serien): die LYMAN-Serie im Ultraviolett kürzester Wellenlänge, auf den Normalzustand des Wasserstoffatoms aufgebaut; die BALMER-Serie mit sichtbaren Anfangsgliedern $H_\alpha, H_\beta, H_\gamma, H_\delta$, bekannt sind im ganzen 30 Linien; die PASCHEN-Serie im nahen Ultrarot.



Daß der *Bau* des H-Atoms und die *Linienfolge* seines *Spektrums* zusammenhängen, zeigt sich jetzt so: läßt man in $\bar{\nu} = \frac{R}{n_2^2} - \frac{R}{n_1^2}$ unverändert $n_2 = 2$, und macht man n_1 der Reihe nach gleich 3, 4, 5 . . . , dann erhält man für $\bar{\nu}$ der Reihe nach $R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$, $R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{4^2}\right)$, $R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{5^2}\right)$. . . Das sind rechnerisch *genau die Wellenzahlen*, die uns das Spektroskop für die BALMER-Serie ($H_\alpha H_\beta H_\gamma$) liefert. Nach BOHR sind die Größen $R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$. . . die Wellenzahlen, die das Atom aussendet, während das Elektron von der 3., 4., 5. Bahn auf die 2. Bahn geht, und *es selber* hiermit aus dem 3., 4., 5. stationären Zustande in den 2. übergeht. Wir kommen also zu dem Schlusse: den Elektronenübergängen *von* der 3., 4., 5. Bahn *auf* die 2. Bahn entsprechen im H-Spektrum die $H_\alpha H_\beta H_\gamma$ -Linie. H_α und H_β entsprechen den Atomübergängen 3—2 und 4—2 in Abb. 835.

Aber nur ausnahmsweise sind die Elektronenbahnen Kreise, im allgemeinen sind es Ellipsen. Zu dieser Erkenntnis kommt man so: Das H-Spektrum sieht in einem sehr stark auflösenden Spektroskop anders aus als in Abb. 807. Jede (bisher als Einzelindividuum gesehene) Linie zeigt sich jetzt als *Gruppe dicht beieinanderstehender Linien*, und diese *Gruppen* sind durch die verhältnismäßig weiten Zwischenräume voneinander getrennt, die die Abb. 807 zeigt. Die Spaltung einer Linie in eine *Liniengruppe* nennt man *Feinstruktur*, und diese Feinstruktur hat SOMMERFELD erklärt aus der Annahme der *Ellipsenform* der Elektronenbahnen. [Diese Entdeckung erweitert die BOHRsche Theorie nicht nur in ihrer Bedeutung für die Spektroskopie. Sie eröffnet sogar auch einen Weg zur Erklärung der

Perioden in dem periodischen System der chemischen Elemente.] Auch die Linien der Feinstruktur erklären sich aus Übergängen des Atoms zwischen stationären Zuständen. Die Kleinheit des Unterschiedes ($0,364 \text{ cm}^{-1}$) in den Wellenzahlen der Feinstrukturlinien, z. B. der Linien, die wir an der Stelle der H_α -Linie sehen, kann aber nur von Übergängen zwischen Energiezuständen herkommen, die dicht beieinanderliegen und ganz andere sein müssen als der Übergang 3 → 2, der die *einfache* H_α -Linie erzeugen würde. Nach SOMMERFELDS Deutung der Feinstruktur beschreibt das Elektron in dem Wasserstoffatom eine Ellipse. Infolge seiner ungeheuren und sich von Bahnpunkt zu Bahnpunkt *ändernden* Geschwindigkeit ändert sich seine *Masse* (relativistisch, S. 127¹), und *infolgedessen dreht* sich die Ellipse in ihrer Ebene (Abb. 838). Der Schluß, daß das Elektron eine Ellipse durchläuft, die sich *bewegt*, ist entscheidend für die Erklärung der Feinstruktur. Durchläufe nämlich das Elektron eine *ruhende*

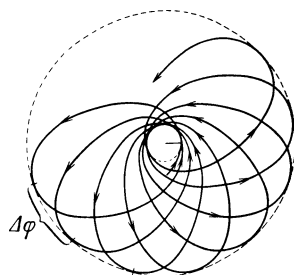
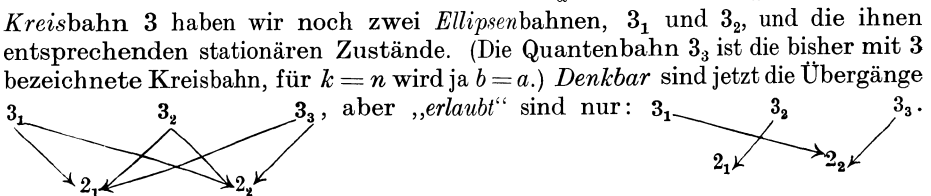


Abb. 838. Rosettenbewegung eines Elektrons: seine Bewegung auf elliptischer Bahn, überlagert durch gleichförmige Drehung des Perihels dieser Bahn. Selbst bei der schnellsten Periheldrehung kommt ein voller Umlauf erst auf 40000 Elektronenumläufe.

¹ Während in den Kreisbahnen die Geschwindigkeit und daher auch die Elektronenmasse konstant bleibt, wechselt sie stark in den Ellipsenbahnen, zumal den Ellipsenbahnen großer Exzentrizität. Die Geschwindigkeit ist im Aphel klein und steigt mit der Annäherung an das Perihel. Wenn das Elektron auf einer solchen Bahn in nächster Nähe des Kernes vorbeisaustr, dem starken Kraftfelde in der Kernnähe ausgesetzt, so steigt mit der Geschwindigkeit auch seine Masse an. Man versteht daher, daß seine Energie von derjenigen der Kreisbahn verschieden ausfällt, um so verschiedener, je exzentrischer die Ellipse ist, und daß sich für die den verschiedenen Bahnen entsprechenden Linienkomponenten eine etwas verschiedene Lage im Spektrum ergeben muß (SOMMERFELD: Atombau und Spektrallinien, 4. Aufl.).

Ellipse, so würde sein Energieinhalt nur von ihrer *großen* Achse a abhängen und würde derselbe sein, wie wenn das Elektron einen Kreis beschriebe vom *Durchmesser* der großen Achse. Ganz anders in der sich *drehenden* Ellipsenbahn! In dieser hängt der Energieinhalt auch von der *Form* der Ellipse ab (ihrer größeren oder geringeren Schlankheit), d. h. von ihrer Exzentrizität ϵ oder — was auf dasselbe herauskommt — auch von der *kleinen* Achse b der Ellipse ($\frac{b}{a} = \sqrt{1 - \epsilon^2}$). Zusammenfassend können wir sagen: 1. Die *Ellipsenform* der Bahn bewirkt Drehung der Bahn, 2. die Drehung der Bahn bewirkt Abhängigkeit des Energieinhaltes von der Exzentrizität ϵ der Bahn. Und nun etwas höchst Wichtiges: 3. nicht jede beliebige Exzentrizität der Ellipsenbahn ist „erlaubt“, sondern nur gewisse, quantenmäßig abgestufte Exzentrizitäten — noch anders: nur *gewisse* kleine Achsen b . Haben wir die Quantenbahnen mit n bezeichnet und mit 1, 2, 3 . . . numeriert, so bezeichnen wir die zulässigen kleinen Achsen mit k und numerieren sie ebenfalls mit 1, 2, 3 . . . Wir nennen n die Hauptquantenzahl, k die Nebenquantenzahl und sprechen von n_k -Bahnen. Die Beziehung zwischen der kleinen (b) und der großen (a) Achse einerseits und den Quantenzahlen k und n andererseits ist $\frac{b}{a} = \sqrt{1 - \epsilon^2} = \frac{k}{n}$. Neben der



Die Übergänge sind nämlich gewissen Bedingungen (Auswahlregeln) unterworfen: sie ergeben sich aus dem Korrespondenzprinzip. Der *hier* geltenden Auswahlregel

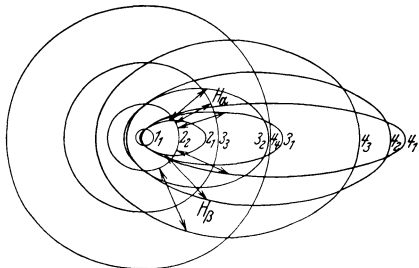


Abb. 839. Relative Größe und Form der Elektronenbahnen in stationären Zuständen des H-Atoms mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit der Elektronenmasse (aber geschlossen, d. h. ohne Rücksicht auf die Drehung der Bahnen). Jede Bahn durch ein Symbol n_k ausgezeichnet, n Haupt-, k Nebenquantenzahl. Bahnen mit demselben n haben nahezu gleich große Achsen, Bahnen mit demselben k denselben Parameter (kleinste Sehne [senkrecht] durch den Brennpunkt), Zustände mit demselben n , aber verschiedenem k sind an Energie *etwas* verschieden. Daher entsprechen jeder H-Linie (mit bestimmten n_2 und n_1 der BALMER-Formel) *mehrere* Übergänge, deren zugehörige ν , aus $h\nu = \Delta E$ berechnet, *etwas* verschieden sind (Feinstruktur). Die Pfeile bedeuten Übergänge mit Komponenten von $H\alpha$ (rot) und $H\beta$ (grün).

nach erscheinen nur solche Linien mit merkbarer Helligkeit, die Übergängen zwischen n_k -Bahnen entsprechen, deren k um ± 1 verschieden ist. Für n ist jede Änderung Δn gestattet, für k nur $\Delta k = \pm 1$.

Stationäre Bahnen mit *derselben* Hauptquantenzahl wie $3_3, 3_2, 3_1$ geben dem Atom fast denselben Energieinhalt — wir bezeichnen ihn mit E_3^3 resp. E_3^2 resp. E_3^1 . Auf Übergängen, wie $3_3 \rightarrow 2_2, 3_2 \rightarrow 2_1, 3_1 \rightarrow 2_2$, ist sein Energieverlust daher fast derselbe, d. h. es ist $E_3^3 - E_2^2$, fast = $E_3^2 - E_2^1$, fast = $E_3^1 - E_2^2$. Und deswegen emittiert das Atom bei allen diesen Übergängen *fast* dasselbe ν . Mit anderen Worten: Zu allen diesen Übergängen gehören *dicht* nebeneinander liegende Spektrallinien. Zu dem Übergang $3_3 \rightarrow 3_2$ gehört eine so winzige Energie $h\nu$, also ein so kleines ν , daß die zugehörige Linie unauffindbar weit im Ultrarot liegt. Tatsächlich zeigt das Spektroskop jede der

Linien $H\alpha, H\beta, H\gamma, \dots$ als Doppellinie (Dublett) — und nicht nur das: dicht neben *jeder* der beiden Linien liegen noch andere symmetrisch angeordnete. Die

Wellenzahlen $\bar{\nu}$ der Doppellinien differieren an allen Stellen des Spektrums der *Theorie* nach (SOMMERFELD) *konstant* um $\Delta\bar{\nu}_H = 0,3636 \text{ cm}^{-1}$. Die *Messungen* ergeben angenähert $0,32 \text{ cm}^{-1}$ (zuerst MICHELSON, 1887).

Symbole für die Terme und Termkombinationen. Die Erkenntnis, daß die Spektraltermine der Serienformel *Energiezustände des Atoms* bedeuten, bestimmt die Aufgabe der Spektroskopie im Dienste der Atomphysik: sie soll die Terme ermitteln. Der Spektroskopiker verfährt hierzu so: Die Linien, die er im Spektrum des Atoms sieht, sind ihrem Aussehen und ihrem Verhalten nach *im allgemeinen* verschieden. (Aussehen: Einfachlinien oder Dublett- oder Triplettssystem, Intensitätsverhältnis, charakteristische Unschärfe, Liniengänge. — Verhalten: bei Temperaturänderung, bei Druckänderung, im magnetischen Felde, der Anregbarkeit nach.) Manche Linien aber haben in *Einzelheiten* manches gemeinsam. Diesem Gemeinsamen nach versucht der Spektroskopiker die Linien zu sortieren, jede einzelne Sorte sucht¹ er in eine „Serie“ zu ordnen. Das Kriterium dafür, daß eine Linienfolge wirklich eine *Serie* bildet, ist ihre Zusammenfaßbarkeit in eine Formel — nämlich eine Formel für die Wellenzahlen ($\bar{\nu} \text{ cm}^{-1}$) ihrer Linien. Das Wesentliche einer solchen Formel ist dem Kombinationsprinzip $\bar{\nu} = T_2 - T_1$ gemäß die Darstellung jeder Wellenzahl als Differenz zweier „Terme“ T , sie gibt die Wellenzahlen wieder. Die *Terme* sind das, was der Atomphysiker braucht.

Im Wasserstoffspektrum lassen sich die Wellenzahlen *sämtlicher* Linien in *eine einzige* Formel zusammenfassen, die Formel $\bar{\nu} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$, in der R die RYDBERG-Konstante ist und n und m ganze Zahlen sind. Die Formel ist ein Sonderfall des Kombinationsprinzips, R/n^2 und R/m^2 sind ihre Terme T_2 und T_1 . Durchläuft n oder m die Reihe der ganzen Zahlen, so entsteht eine unendliche Reihe von T -Werten — eine *Termfolge*. Für den Wasserstoff gibt es nur *eine* Termfolge (denn die m -Termfolge $T(m)$ und die n -Termfolge $T(n)$ sind identisch). Die Formeln für die einzelnen *Serien* (BALMER, LYMAN, PASCHEN u. a.) entstehen, indem wir für T_2 einen Wert $T(n)$ mit *bestimmtem* n ($= n_1$) wählen und gemäß dem Kombinationsprinzip mit einer *Termfolge* $T_1(m)$ kombinieren, in der man für m alle Werte größer als n annehmen kann. Die Frequenz der Seriengrenze ($m = \infty$), der *Grenzterm*, ist gleich T_2 . Der Term T_1 durchläuft eine (mit wachsendem m gegen 0 konvergierende) unendliche Folge von Werten und heißt deshalb *Laufterm*. Die variablen Zahlen heißen *Laufzahlen*.

Das Wasserstoffspektrum läßt sich mit einer einzigen Serienformel beherrschen. Ganz anders die andern Spektren, z. B. die der Alkalimetalle, obwohl diese die größte Ähnlichkeit mit dem Wasserstoffspektrum haben. Die Linien des Spektrums eines Alkalimetalls, z. B. des Li, Na, K, lassen sich im allgemeinen in 4 Serien ordnen. Man nennt sie die Hauptserie, die 1. (diffuse) Nebenserie, die 2. (scharfe) Nebenserie, die BERGMANN-Serie (der Reihe nach p -, d -, s -, f -Serie genannt²). Dem Kombinationsprinzip gemäß soll jede der Formel $\bar{\nu} = T_1 - T(m)$ genügen, wo T_1 einen zur jeweiligen Serie gehörigen *festen* Term bedeutet und $T(m)$ den *Laufterm*. $T(m)$ ist eine Funktion von m , ähnlich der Funktion R/m^2 in der Serienformel des Wasserstoffspektrums. Viele Serien lassen sich (durch Probieren von RYDBERG gefunden) gut darstellen durch die Funktion $T(m) = R/(m + a)^2$ als Laufterme, wo R die RYDBERG-Konstante ist, m die Laufzahl und a ein konstanter echter Bruch. (Es ist ein zu m additives Korrektionsglied, das darüber entscheidet, mit welcher Zahl m zu laufen beginnt. Die Formel bedarf, um *ganz* streng zu sein, noch anderer Korrekturen, für unsern Zweck genügt sie jedoch.) Für jede der 4 Serien hat der Bruch a einen andern Wert, er muß für jede empirisch ermittelt werden. Man bezeichnet ihn in der Hauptserie mit p , in der ersten Nebenserie mit d , in der zweiten mit s , in der BERGMANN-Serie mit f . Der Laufterm der *Hauptserie* heißt darnach $R/(m + p)^2$. Die Grenzterme für jede der 4 Serien hat man *empirisch* gefunden, es sind spezielle Werte der schon bekannten Termfolgen, für die Hauptserie z. B. ein spezieller Wert der Funktion $R/(m + s)^2$, nämlich der Wert, den sie für $m = 1$ annimmt. Die Serienformel für die *Hauptserie* heißt demgemäß

$$\bar{\nu} = \frac{R}{(1 + s)^2} - \frac{R}{(m + p)^2},$$

p ist z. B. bei Lithium noch sehr klein und das bedeutet, daß die entsprechenden Termfolgen nahezu wasserstoffähnlich sind. Dagegen hat s ungefähr den Wert $+0,6$ und das bedeutet eine sehr starke Abweichung von der Wasserstoffähnlichkeit — eine Eigentümlichkeit, die bei den meisten Spektren für die Laufterme der zweiten Nebenserie charakteristisch ist.

¹ Durch Zufall ... sind die meisten Serien entdeckt ... Am schwierigsten findet man Serien von Einfachlinien, besonders bei Vakuumlichtquellen, da hier die Unschärfe fehlt (PASCHEN).

² Übereinstimmend mit der englischen Bezeichnung principal, diffuse, sharp, fundamental.

Die Laufzahl m läuft von $m = 2$ an. Ähnliches ergibt sich für die anderen Serien. Die Terme werden zur Abkürzung durch Symbole bezeichnet. PASCHEN kürzt z. B. $R/(m + a)^2$ ab durch ma . In dieser Abkürzung sehen die Serienformeln so aus:

$\bar{\nu} = 1s - mp$	$m = 2, 3, 4 \dots$	Hauptserie
$\bar{\nu} = 2p - ms$	$m = 2, 3, 4 \dots$	II. Nebenserie
$\bar{\nu} = 2p - md$	$m = 3, 4, 5 \dots$	I. Nebenserie
$\bar{\nu} = 3d - mf$	$m = 4, 5, 6 \dots$	BERGMANN-Serie

In Worten heißt das also z. B. für die Hauptserie: Die Wellenzahl $\bar{\nu}$ der m ten Linie der p -Serie ist gleich dem Werte der Funktion $s(m)$ für $m = 1$, vermindert um den Wert der Funktion $p(m)$ für den Wert m , der zu der m ten Linie der p -Serie gehört — m kann jede ganze Zahl von 2 bis ∞ sein. Abkürzend sagt man: s -Term, f -Term, auch s -Termfolge usw.

Diese Formeln ergeben ein Seriensystem aus einfachen Linien, eine Singulettserie. Um die Dublett-, Triplett- usw. und Multiplettserien wiedergeben zu können, haben die Symbole für die Terme geändert werden müssen. Allgemein üblich ist jetzt die an der obenstehenden Bezeichnung (PASCHEN) von RUSSELL und SAUNDERS eingeführte Abänderung. Die von PASCHEN benützten Symbole nS, nP, nD, nF für die Singulettreihe (große Buchstaben an Stelle der kleinen bisher verwendeten) heißen jetzt $n^1S_0, n^1P_1, n^1D_2, n^1F_3$ (der obere Index 1 weist auf die Singulettserie hin, die Indizes 0, 1, 2, 3 sind Quantenzahlen, auf die wir hier nicht einzugehen brauchen). Die Dubletterme,

	ns			n^2S_1	
in der Bezeichnung	n^1p_1	n^1p_2		n^2P_2	n^2P_1
von PASCHEN	nd_1	nd_2	heißen nach RUSSELL und SAUNDERS	n^2D_3	n^2D_2
	nf_1	nf_2		n^2F_4	n^2F_3

(1 und 2 die Niveaus der Dublettkomponenten.)

Folgerungen aus BOHR'S Deutung der Terme als Energiewerte. Die gerechtfertigte Deutung der Terme des Wasserstoffspektrums legt es nahe, auch die Serienspektren der *anderen* Elemente so zu deuten. Aber den Kern des Wasserstoffatoms (Atomnummer 1) umkreist nur *ein* Elektron, den des Heliumatoms (Atomnummer 2) umkreisen schon zwei Elektronen. Verliert das Heliumatom eines, so daß es ein Heliumion wird (He^+), dann ist es so einfach gebaut wie das neutrale Wasserstoffatom (Abb. 828), und die Frequenzen auch seiner Spektrallinien lassen sich berechnen, übereinstimmend mit der Erfahrung. Müssen wir aber mit mehreren Bahnelektronen rechnen, wie schon beim *neutralen* Heliumatom, so widerspricht das Rechnungsergebnis den Tatsachen, und erst recht, wenn noch mehr Elektronen zu berücksichtigen sind. Aber trotzdem führt der bisherige Weg weiter: auch die Spektren der Elemente mit größerer Atomnummer sind dem H-Spektrum in gewissem Sinne ähnlich: auch ihre Linien lassen sich trotz ihrer scheinbaren Unübersichtlichkeit — zwar nicht einer *einzig*en Reihe von ganzen Zahlen zuordnen, aber doch — in mehrere Serien ordnen, und jede einzelne Serie ist sehr ähnlich der des H-Spektrums. Die Ähnlichkeit zeigt sich objektiv darin, daß der empirische Ausdruck für die Terme sich in jeder einzelnen Serie durch dieselbe Funktion $T(m) = R/(m + a)^2$ darstellen läßt (s. S. 685), und vor allem darin, daß R überall sehr nahe gleich der RYDBERG-Konstante des Wasserstoffs ist.

Die Theorie schreibt deswegen ein Spektrum im wesentlichen *einem* Elektron zu — dem *Leuchtelektron* — und die Terme des Spektrums *seinen* stationären Bahnen. Und um dem Leuchtelektron eine periodische Bewegung (ohne Änderung seiner Energie beim Durchqueren der Elektronenhülle) zuschreiben zu können, ersetzt die Theorie den Atom„rumpf“ durch ein zentralsymmetrisches Kraftfeld mit dem Kern als Mittelpunkt. Für das Leuchtelektron, das einen Kern mit N mal so großer Ladung als der des Wasserstoffkernes umkreist, führt die Rechnung zu dem Schluß: in einem gegebenen stationären Zustand ist die Arbeit, die zur Entfernung des Elektrons aus dem Anziehungsbereich des Kerns erforderlich ist, proportional N^2 . Das Spektrum, das beim Übergang des Atoms

RUTHERFORD dem *Helium*, und nach BOHR kommen die Linien von einem *ionisierten* Heliumatom, im neutralen He-Atom umkreisen zwar *zwei* Elektronen den zweifach geladenen Kern, im He^+ -Atom aber haben wir nur *ein* kreisendes Elektron; als RUTHERFORDSches Kernatom unterscheidet sich das He-Ion von dem H-Atom also nur durch die Kernladung. Man hat dieses He^+ -Spektrum auch experimentell hervorgerufen (FOWLER). Es ist ein Spektrum, wie es die Elemente nur dann aussenden, wenn sie *besonders starken* Entladungen ausgesetzt werden, ein *Funkenspektrum* (Gegensatz: *Bogenspektrum*, zu dessen Erzeugung schwächere elektrische Entladungen genügen). — BOHR sieht — gemäß dem zweiten Postulat — ein Spektrum als Zeichen *dafür* an, daß ein Elektron von dem Kern „eingefangen“ und „gebunden“ wird — „gebunden“ heißt: gebunden an eine bestimmte Bahn, d. h. festgehalten in einem bestimmten stationären Zustande. Ein bestimmter stationärer Zustand bezeichnet darnach eine bestimmte Stufe, eine bestimmte Stärke der Bindung (meßbar an der Ionisierungsspannung, S. 680 m.). Das Spektrum *begleitet* den Vorgang des Einfangens. Nach BOHR verläuft der Aufbau der Elektronenhülle eines neutralen Atoms darnach als die Wirkung eines positiv geladenen Kernes, der nach und nach so viele Elektronen „einfängt“ und „bindet“, wie seine Kernladungszahl angibt; bei diesem Einfangprozeß senden die Elektronen elektromagnetische Strahlung aus. Ein *neutrales* Atom ist *fertig* gebaut, dem *einfach ionisierten* Atom fehlt die letzte Stufe. Das Wasserstoffspektrum begleitet darnach die einzige und *letzte* Phase im Aufbau eines neutralen Wasserstoffatoms, das He^+ -Spektrum begleitet die *vorletzte* Phase im Aufbau eines *neutralen* Heliumatoms, denn das *Heliumatom* entsteht durch die Bindung *zweier* Elektronen an einen zweifach geladenen Kern; es bedarf also der Einfangung eines zweiten Elektrons, um den Aufbau eines neutralen Heliumatoms zu beenden. — Verallgemeinert heißt das: Die optischen Serienbogenspektren bezeugen die letzte Phase der Bildung des neutralen Atoms, der Kern mit der Ladungszahl N hat schon $(N-1)$ Elektronen eingefangen und bindet nun noch das letzte Elektron. Die Funkenspektren dagegen bezeugen die vorletzte Phase der Bildung des neutralen Atoms, der Kern hat bisher nur $(N-2)$ Elektronen eingefangen und bindet jetzt das $(N-1)$ te. Von zwei Nachbar-elementen im periodischen System kann man das mit der größeren Atomnummer aus dem vorangehenden *entstanden* denken — nämlich so: zuerst vergrößert sich die Kernladung des vorangehenden um eine Einheit und das dadurch entstehende Ion neutralisiert sich durch Anlagerung eines neu hinzukommenden Elektrons — BOHR sagt: durch Einfangung und Bindung eines Elektrons.

Die Einwirkung des Kernes auf dieses zuletzt eingefangene Elektron wird durch den schon vorhandenen Elektronenschwarm abgeschwächt, „abgeschirmt“. Um es von dem Atom *abzutrennen*, das Atom des neu entstandenen Elementes also zu ionisieren, genügt eine *kleinere* Arbeit (Ionisierungsspannung), als um das zu *vorletzt* angelagerte abzutrennen, weil das früher angelagerte vom Kern stärker beeinflußt wird — daher die Zunahme der Ionisierungsspannung von der einfachen zur zweifachen Ionisierung, z. B. für Stickstoff von N^+ 14,49 Volt auf N^{++} 25,56 Volt, für Sauerstoff von O^+ 13,56 Volt auf O^{++} 34,99 Volt. Die Erkenntnis, daß die Funkenspektren aus *ionisierten* Atomen stammen und ihre Emission der *vorletzten* Phase in der Bildung des neutralen Atomes (durch Einfang und Bindung der Elektronen) entspricht, die Bogenspektren dagegen der Vollendung des neutralen Atoms, führte BOHR zu einem allgemeinen Aufbauprinzip. Dieses wendet er nun auf die Atome der verschiedenen Elemente an. Der Einfang des *ersten* Elektrons durch den Kern eines jeden Elementes begleitet stets ein wasserstoffähnliches Spektrum (H , He^+ , Li^{++} usw.), der „Fang“ endet

**Die Elektronengruppen im Normalzustande der Atome
der chemischen Elemente.**

N	nk	1 ₁	2 ₁ 2 ₂	3 ₁ 3 ₂ 3 ₃	4 ₁ 4 ₂ 4 ₃ 4 ₄	5 ₁ 5 ₂ 5 ₃ 5 ₄	6 ₁ 6 ₂ 6 ₃	7 ₁ 7 ₂
1 H	1							
2 He	2							
3 Li	2	1						
4 Be	2	2						
5 B	2	2 1						
—	—	—						
10 Ne	2	2 6						
11 Na	2	2 6	1					
12 Mg	2	2 6	2					
13 Al	2	2 6	2 1					
—	—	—	—					
18 A.	2	2 6	2 6					
19 K.	2	2 6	2 6	1				
20 Ca	2	2 6	2 6	2				
21 Sc	2	2 6	2 6 1	2				
22 Ti	2	2 6	2 6 2	2				
—	—	—	—	—				
29 Cu	2	2 6	2 6 10	1				
30 Zn	2	2 6	2 6 10	2				
31 Ga	2	2 6	2 6 10	2 1				
—	—	—	—	—				
36 Kr	2	2 6	2 6 10	2 6				
37 Rb	2	2 6	2 6 10	2 6	1			
38 Sr	2	2 6	2 6 10	2 6	2			
39 Y.	2	2 6	2 6 10	2 6 1	2			
40 Zr	2	2 6	2 6 10	2 6 2	2			
—	—	—	—	—	—			
47 Ag	2	2 6	2 6 10	2 6 10	1			
48 Cd	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2			
49 In	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 1			
—	—	—	—	—	—			
54 X.	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6			
55 Cs	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6	1		
56 Ba	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6	2		
57 La	2	2 6	2 6 10	2 6 10	2 6 1	2		
58 Ce	2	2 6	2 6 10	2 6 10 1	2 6 1	2		
59 Pr	2	2 6	2 6 10	2 6 10 2	2 6 1	2		
—	—	—	—	—	—	—		
71 Cp	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 1	2		
72 Hf	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 2	2		
—	—	—	—	—	—	—		
79 Au	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	1		
80 Hg	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2		
81 Tl	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 1		
—	—	—	—	—	—	—		
86 Em	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6		
87 —	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	1	
88 Ra	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6	2	
89 Ac	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 1	2	
90 Th	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10	2 6 2	2	
—	—	—	—	—	—	—	—	
118?	2	2 6	2 6 10	2 6 10 14	2 6 10 14	2 6 10	2 6	2 6

Die Zahl (z. B. 20) links vom Symbol (Ca) des Elementes ist dessen Atomnummer; zugleich die Anzahl Elektronen in der Hülle des neutralen Atoms. Die Zahlen (2 2 6 2 6 2) rechts vom Symbol (Ca) des Elementes zeigen die Verteilung seiner (20) Elektronen auf (6) Gruppen von Bahnen; die Haupt- und Nebenquantenzahlen (1₁ 2₁ 2₂ 3₁ 3₂ 4₁) der Bahnen jeder Gruppe stehen über und am Fuße der jeweiligen Zahlensäule.

damit, daß das Elektron den Kern auf einer einquantigen Bahn umkreist. Auch der Fang *jedes* auf das erste Elektron *folgenden* Elektrons offenbart sich in der Aussendung eines Serienspektrums, der Fang ist jedesmal beendet, wenn das Serienelektron im Normalzustand angelangt ist. (*Alle* Frequenzen des zugehörigen Spektrums sind nur dann zu erwarten, wenn *viele* Atome entstehen — nicht etwa nur ein einziges! Wie verschieden auch das Binden in den verschiedenen Atomen verlaufen mag, das Endergebnis wird überall dasselbe sein — der Normalzustand.) Von der Bindung des drittletzten, viertletzten usw. Elektron legen die sogenannten höheren Funkenspektren Zeugnis ab, die *Röntgenspektren* sind Zeugen der „Instandhaltung“ des Atomgebäudes in seinem kernnahen Inneren, S. 675 m.). Aber wir dürfen annehmen, daß sich das äußere Elektron bei *allen* Bindungen dieser Art in einer n_k -Bahn bewegt, also einem stationären Zustand angehört, der durch eine Hauptquantenzahl n und eine Nebenquantenzahl k gekennzeichnet ist. Dies gilt auch für den Normalzustand. Wir schließen daher: in dem fertigen Atom umkreist *jedes* der Elektronen den Kern in einer Bahn, die in *erster Näherung* durch zwei Quantenzahlen n und k gekennzeichnet ist. Theoretische Überlegungen auf Grund der Postulate und des Korrespondenzprinzips und spektroskopische Tatsachen haben BOHR zu der Zuordnung der Quantenzahlen n und k zu den einzelnen Elementen geführt. Die Tabelle S. 689 enthält nicht alle Elemente, gibt aber die Zuordnung richtig wieder.

Eine gewichtige Bestätigung der BOHRschen Theorie (im besonderen des Aufbauprinzips) von der Röntgenspektroskopie her ist die Auffindung des chemischen Elements mit der Ordnungsnummer 72 (HEVESY 1923). Die Theorie verbindet das Auftreten von gewissen Unregelmäßigkeiten im periodischen System mit der Ausbildung von „inneren Elektronengruppen“ beim Aufbau des Atoms. Zum Beispiel: das Auftreten der seltenen Erden [(57) bis (71)] entspricht der Entwicklung der vierquantigen Elektronen aus einer (*vorläufig* abgeschlossenen) Gruppe von 18 Elektronen in drei Untergruppen zu einer (*endgültig* abgeschlossenen) Gruppe von 32 in 4 Untergruppen. Nach BOHR ist bei dem Element (71) die vierquantige Elektronengruppe vollständig ausgebildet. Daher muß bei dem Element (72) die Zahl der fünf- oder sechsquantigen Elektronen um eins größer sein als bei den seltenen Erden. Chemisch bedeutet das: das Element 72 gehört *nicht* zu den seltenen Erden, sondern ist vierwertig und homolog mit Zirkon. Da die chemisch homologen Elemente in der Natur sehr oft gemeinsam auftreten, lag es nahe, *angesichts dieser Erkenntnis* nahe, das Element 72 in Zirkonmineralien zu suchen. Dem röntgenspektroskopischen Ergebnis zufolge enthielten alle untersuchten Zirkonmineralien tatsächlich etwa 5–10% vom Elemente 72. Versuche zu seiner Trennung von Zirkon führten einerseits zu dem von dem Element 72 völlig freien Zirkon, andererseits zu Präparaten, die etwa 50% des Elementes enthielten. Die Auffindung des Elements 72 — es erhielt den Namen Hafnium — ist also der BOHRschen Theorie zu danken, im besonderen deren Aufbauprinzip.

Röntgenspektren im Lichte der BOHRschen Theorie. Die Röntgenspektren entstehen zwar wie die optischen (Elektronenstoß, Einstrahlung elektromagnetischer Wellen, hier Röntgenwellen), sind aber von Grund aus verschieden von ihnen. Schon äußerlich: eine optische Serie, z. B. die BALMER-Serie des H-Atoms, hat sehr viele, rechnerisch sogar unendlich viele, Linien und eine Stelle, an der sich die Linien häufen; die Röntgenserien aber haben nur ganz wenige Linien und keine Häufungsstelle. Die optischen Spektren beginnen bei einer bestimmten *Anregungsspannung* mit einer einzigen Linie (Resonanzlinie), und bei der Steigerung der Spannung (Geschwindigkeit der stoßenden Elektronen) vermehren sich die Linien, bis bei der *Ionisierungsspannung* das ganze Spektrum vorhanden

ist. Das Röntgenspektrum dagegen kennt weder Resonanzlinie noch Vermehrung der Linienzahl; beim Überschreiten der Anregungsspannung sind sämtliche Linien gleichzeitig vorhanden. Ferner: das optische Absorptionslinienspektrum ist ein Abbild des Emissionslinienspektrums, das Röntgenabsorptionsspektrum dagegen ist ein kontinuierliches, von einer Absorptionskante zu kürzeren Wellen hin verlaufendes, ohne jegliche Absorptionslinie. Das kontinuierliche Absorptionsröntgenspektrum und seine Kante erinnern jedoch an das von der Häufungsstelle (Seriengrenze) zu kürzeren Wellen hin verlaufende optische kontinuierliche Absorptionsspektrum. Die optische Seriengrenze ähnelt in gewissem Sinne der Röntgenabsorptionskante, um so mehr, als für beide $eV = h\nu$ ist, nur ist ν das eine Mal die Frequenz der optischen Seriengrenze, das andere Mal die Frequenz der Absorptionskante, V ist aber in beiden Fällen eine Ionisierungs- spannung. Die Ionisierungs- spannung für das Lichtspektrum entspricht der Abtrennung eines äußeren Elektrons, die Ionisierungsspannung im Röntgengebiet entspricht (KOSSEL) der Losreißung eines inneren Elektrons aus dem kernnahen Teil der Elektronenhülle, denn zur Anregung des Röntgenspektrums sind tausende bis hunderttausende Volt nötig, zur Anregung des Ionisations-Lichtspektrums nur einige Volt bis einige Zehner Volt. Die Anziehung des Kernes wirkt in seiner Nähe ungeheuer, aber auf ein Peripherieelektron schon des großen Abstandes wegen sehr viel geringer, und diese Anziehung wird noch durch die dazwischenliegenden Elektronen wesentlich abgeschwächt (Abschirmung). In Atomen großer Kernladung liegen die innersten Bahnen infolge der starken Anziehung durch den Kern diesem sehr nahe. Die auf ihnen kreisenden Elektronen sind unerreichbar für äußere Einwirkungen, z. B. chemische, thermische und dergleichen Kräfte, die Elektronen zwischen ihnen und der Atomperipherie wirken wie eine Schutzwand. Nur α -Strahlen, β -Strahlen und sehr schnelle Kathodenstrahlen dringen tief in das Atom und können kernnahe Elektronen von ihren Grundbahnen entfernen.

Die Röntgenspektren der Elemente sind viel übersichtlicher und einander viel ähnlicher als ihre optischen Spektren (Abb. 822 und 842). Auch ihre Linien lassen sich in Serien ordnen (*K*-, *L*-, *M*-, *N*-, *O*-Serie), auch hier läßt sich die Schwingungszahl jeder Linie darstellen als Differenz zweier Terme. Auch hier lassen sich die Spektren mit dem Kernatom durch die Annahme verbinden, daß jeder Term multipliziert mit h — das Röntgen-Energieniveau — gleich ist der Energie, die dem Atom zugeführt werden muß, um eines der Elektronen abzutrennen — hier aber eines der kernnahen Elektronen. Diese Energie, die dem kernnahen Innern des Atoms zugute kommen soll, kann durch *Absorption von Strahlungsenergie* aufgenommen werden, sie löst ein Elektron aus einem bestimmten Energieniveau los und treibt es aus dem Atom aus. Die hierzu erforderliche eingestrahlte Energie muß als Strahlung eine Mindestfrequenz ($\nu = eV/h$) haben. Sobald diese überschritten wird, tritt die Absorption plötzlich ein: die Frequenz, bei der sie einsetzt, markiert in dem Spektrum die *Absorptionskante*, von ihr aus verläuft zu kleineren Wellen hin ein stetiges Absorptionsspektrum.

Die in den Atomen gebundenen Elektronen sondern sich nach der Festigkeit ihrer Kernbindung in Gruppen. Für jedes Mitglied einer bestimmten Gruppe ist die Kernbindung gleich groß, von Gruppe zu Gruppe ist sie verschieden. Die Elektronen, die zwischen ihr und dem Kerne liegen, verkleinern die Kernwirkung auf sie bis zu einem gewissen Grade (Abschirmung). Die Bahnen der Elektronen jeder Gruppe verlaufen innerhalb eines schalenförmigen Raumes, der den Kern konzentrisch umschließt. Jede Schale fordert eine eigene Anregungsspannung, um ihr ein Elektron zu entreißen. Die Schale, die die größte Anregungsspannung fordert, heißt *K*-Schale, die folgenden *L*-, *M*-Schale usw. Die *K*-Elek-

tronen sind also fester gebunden als die L -Elektronen, die L -Elektronen fester als die M -Elektronen und so fort. Die K -Schale ist die dem Kern nächste, dann folgt die L -Schale usw. Je ferner dem Kern, desto größer die Abschirmung der Kernwirkung, desto schwächer also die Bindung. Auf diese schalenförmige Gliederung der Kernumgebung schließt man aus der von KOSEL (1914) aufgestellten und von der Erfahrung gerechtfertigten Theorie der Entstehung der Röntgenspektren.

Auch die $\bar{\nu}$ der Röntgenlinien lassen sich als Termdifferenzen darstellen. Die Wellenzahl der *stärksten* K -Linie, der K_α -Linie, eines Elementes der Atomnummer Z läßt sich annähernd darstellen durch $\bar{\nu}_{K_\alpha} = R(Z-1)^2\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right)$. Das läßt sich nach BOHR so deuten: Die Energie wird ausgestrahlt beim Übergang eines Elektrons von der zweitinnersten Schale zur innersten. Die Kernladung wirkt zwar nicht mit ihrem *vollen* Betrage Z auf das Elektron, aber doch nur um eine Einheit verringert. Anders bei der weicheren L -Strahlung. Die Wellenzahl einer L -Linie gehorcht der Formel $\bar{\nu}_{L_\alpha} = R(Z-7,4)^2\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)$. Die Energie wird ausgestrahlt beim Übergang eines Elektrons von der drittinnersten zur zweitinnersten Schale. Die Kernladung wirkt hier mit einem um mehr als 7 Einheiten verminderten Betrage auf das Elektron. Das erklärt sich so: Die L -Strahlung entsteht weiter draußen als die K -Strahlung, und zwischen das ausstrahlende Elektron und den Kern haben sich andere Elektronen eingeschoben, die (durch ihre negative Ladung) die Wirkung der Kernladung auf das ausstrahlende Elektron *verringern*. Eine *noch* weiter außen entstehende Strahlung verläuft unter noch stärkerer „Abblendung“ oder „Abschirmung“ der Kernwirkung. Im *Innersten* der Kernumgebung müssen wir mit der vollen Kernladung rechnen, an der *Peripherie* nur mit der Ladung 1; denn die Kernladung erscheint dann bis auf *eine* Einheit abgeblendet, der Atomrest als einfach geladenes Ion, wenn aus dem ganzen Elektronenschwarm *ein* äußerstes entfernt wird.

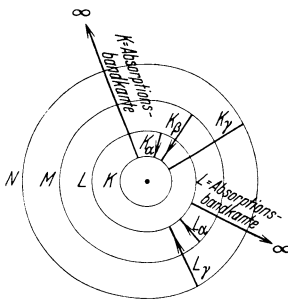


Abb. 841. Zur Entstehung der K -, L -... Röntgenstrahlung.

Abb. 841 schematisiert die K -, L -... Schalen, in denen die K -, L -... Strahlung entsteht. Die K -Strahlung (S. 658) entsteht z. B. so: ein Elektron wird aus der K -Schale herausgerissen und *aus dem Atom ausgetrieben*. In die durch die Abreißung eines Elektrons gestörte Schale stürzt ein Elektron aus der L -Schale. In die L -Schale stürzt dafür ein Elektron aus der M -Schale und so fort. Diese Elektronenübergänge aus der L - in die K -, aus der M - in die L -Schale usw. sind begleitet von Röntgenstrahlung. Die Röntgenstrahlen offenbaren so die *Wiederherstellung* des Atomgebäudes nach einer vorherigen Störung seines

kernnahen Innern. Die Röntgenanregung folgt also unmittelbar auf die Austreibung *zentraler* (die Anregung von *Lichtspektren peripherer!*) Hüllelektronen aus dem Atom. Wohlgemerkt: *dem Kerne nahe* Elektronen werden aus dem Atom *herausgerissen*, d. h. das Atom wird von innen her ionisiert, bei der Ausstrahlung der Röntgenwellen schiebt sich die Ionisierung nach außen. Die Röntgenstrahlung geht also von Atomionen aus. Zur Überwindung der starken Anziehung durch den Kern bedarf es der großen Spannung (bei lichtelektrischer Einstrahlung der großen Frequenz der Absorptionskante, S. 700 u.).

Ist ein K -Elektron ausgetrieben worden, und springt dafür ein L -Elektron in die Bresche, so strahlt das Atom die K_α -Linie aus. Es kann aber auch ein

M - oder ein N -Elektron dafür einspringen, dann strahlt das Atom die K_γ -Linie oder die K_β -Linie aus. Diese Linien sind härter als die K_α -Linie und wesentlich schwächer. Das erste, weil bei dem Fall eines M -Elektrons in die K -Schale mehr Energie frei wird als bei dem Fall eines L -Elektrons dorthin. Das zweite, weil die Übergangswahrscheinlichkeit in die K -Schale von der ihr ferneren M -Schale aus wesentlich geringer ist als von der ihr unmittelbar benachbarten L -Schale aus. Ähnlich liegen die Dinge, wenn ein L -Elektron aus dem Atom ausgetrieben wird und ein M - oder ein N -Elektron dafür einspringt. Dann entstehen die entsprechenden Linien des L -Spektrums. Abb. 842 gibt für Elemente benachbarter Atomnummern die K -Serie. Je größer die Atomnummer ist, d. h. je größer die Kernladung (anders: je schwerer das Element) ist, desto mehr rücken von Element zu Element die Linien in das kurzwellige Gebiet des Spektrums ab. Das entspricht dem Gesetz von MOSELEY (S. 660), denn je größer die Kernladung (Atomnummer) ist, desto näher liegen die Elektronenbahnen dem Kern, desto größer sind die Energieunterschiede zwischen benachbarten Elektronenbahnen und daher die Frequenzen der zu den Übergängen gehörigen Strahlung, desto kürzer also die Wellenlängen.

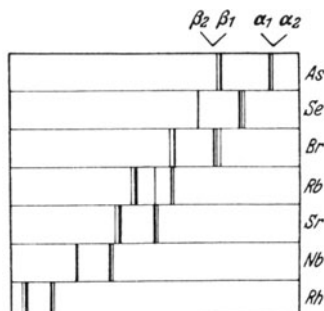


Abb. 842. Röntgenspektren verschiedener Elemente.

Absorptionskante (Absorptionsgrenze) nennt man die auf einer photographischen Spektralaufnahme sichtbare geradlinige Kammgrenze, bis zu der die Schwärzung allmählich ansteigt, um hier jäh zu enden, wenn die Schwärzung von Röntgenstrahlung herrührt nach ihrem Durchgange durch eine absorbierende Schicht, z. B. Aluminiumfolie. Die Kante ist, wenn die Strahlung kontinuierlich ist, die Kammgrenze zwischen allmählichem Schwärzungsanstieg und steilem *Abfall*. Nach BOHR entsteht sie so: Um z. B. aus der K -Schale (des Al-Atoms) ein Elektron zu entfernen, sei die Arbeit W nötig. Von den kontinuierlich verteilten Röntgenfrequenzen ν können diejenigen Strahlen diese Arbeit (photoelektrisch) leisten, für die $\nu > W/h$ ist; sie werden durch die Arbeitsleistung geschwächt (absorbiert). Die Strahlen der Frequenzen $\nu < W/h$ können diese Arbeit nicht leisten, sie durchsetzen die Folie daher viel weniger geschwächt. Die an der Grenze zwischen beiden liegende Frequenz $\nu = W/h$ ist die *Grenzfrequenz*. Mit der Ionisierungsarbeit W verknüpft sie die Gleichung $h\nu = W$. Sie ergibt also die für die Absorptionskante (oder -grenze) charakteristische Frequenz. [Ein Maß für die Frequenz und die Energie bildet auch die Mindest-Potentialdifferenz V , die ein Kathodenstrahlelektron durchlaufen haben muß, um die Schale ionisieren zu können; es ist $V = \frac{h\nu}{e} = \frac{W}{e}$ (e = Elektronenladung)]. Zu jeder Schale (außer der K -Schale) gehören erfahrungsgemäß mehrere Kanten, zur L -Schale 3, M -Schale 5, N -Schale 7, O -Schale 5, P -Schale 3. Die L -Schale enthält darnach 3 Teilschalen, die M -Schale 5 usw. Jede einzelne erfordert ihre *eigene* Anregspannung. Die K -Grenze ist von allen die kurzwelligste (härteste). Die Lage der Absorptionskanten ist für ein Element ebenso charakteristisch wie die der Röntgenemissionslinien und ändert sich ebenso regelmäßig mit der Ordnungszahl des Elementes: die Absorptionskanten stellen gleichzeitig die Seriengrenzen der Emissionslinien dar.

$W = h\nu$ ist also die Energie der Röntgenquanten, die ausreicht, um die K -Schale zu ionisieren. Man erkennt den Zusammenhang zwischen Absorptionskante und Emission der Röntgenstrahlung. Aus der Wellenlänge der Kante

errechnet sich die Mindestspannung zur Anregung des Spektrums aus $V = \frac{12,34}{\lambda}$ (V in Kilovolt, λ in Å-E). Das L -Spektrum hat 3 Kanten (Abb. 843), und ihnen entsprechen 3 Anregenspannungen, die L -Schale zerfällt danach in 3 Teilschalen und 3 Energieniveaus, die M -Schale zerfällt in 5 Teilschalen, N - in 7, O - in 5, P - in 3.

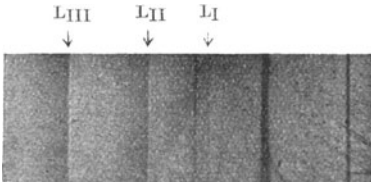


Abb. 843. Absorptionsspektren der L -Reihe. Von G. HERTZ. (Aus SIEGBAHN, Spektroskopie der Röntgenstrahlen. 2. Aufl.: Berlin: Julius Springer 1931.)

Hier ist ein allgemeiner Schluß möglich auf die Beziehung zwischen den Frequenzen der Absorptionskanten und den Frequenzen der Emissionslinien. Das neutrale unerreichte Atom existiert nur in einer einzigen, völlig bestimmten Konfiguration, ein Atom dagegen, aus dessen kernnahem Innern ein Elektron entfernt ist, kann in

mehreren Zuständen mit verschiedenen Energiewerten existieren. Wir beziehen diese Energiewerte auf das neutrale Atom als Nullpunkt (entgegen dem Gebrauch im optischen Gebiet). Dann entspricht jede Absorptionskante einem solchen Zustande des ionisierten Atoms, und die mit h multiplizierte Schwingungszahl dieser Kante gibt direkt den Energiewert des zugehörigen Zustandes an, auf den Nullpunkt bezogen. Diese durch den jeweiligen leeren Platz im Atom gekennzeichneten Zustände bezeichnen wir, wie die zugehörigen Kanten in der Reihenfolge abnehmender Energiewerte, als K -, L - usw. Zustände. Jede Röntgenlinie kann (KOSSEL) als Übergang zwischen zwei solchen Zuständen des ionisierten Atoms aufgefaßt werden, wenn man statt auf das Springen eines Elektrons nunmehr auf das Niveau des leeren Platzes im Atom achtet. Auf Grund der BOHRschen Frequenzbedingung folgt daher unmittelbar, daß die Wellenzahl jeder Röntgenlinie der Differenz der Wellenzahlen zweier Absorptionskanten gleich sein muß, diese spielen demnach im Röntgengebiet die Rolle der spektroskopischen Terme.

Die stationären Zustände des Kernatoms klassifiziert durch die Quantenzahlen. Die Quantenzahlen n und k beschreiben einen stationären Zustand nur in erster Annäherung. Es bedarf noch anderer, um ihn vollständig zu charakterisieren, so z. B. um der Eigenschaften willen, die in der Aufspaltung der Terme in Dubletts, Triplets usw., allgemein Multipletts genannt, in die Erscheinung treten, sowie in der Aufspaltung der Spektrallinien in einem äußeren magnetischen Felde. Man muß berücksichtigen: um den Kern bewegen sich Elektronen, und diese reagieren auf ein magnetisches Feld und geben der Bahn eine bestimmte Lage gegen die Feldrichtung, jedes einzelne Elektron wirkt wie ein Magnet (mit dem Moment 1 Magneton) infolge seiner Rotation selbst. Man benötigt daher 4 Quantenzahlen n, l, j, m (an die Stelle von k tritt $l = k - 1$ als Quantenzahl für das Impulsmoment des um den Kern kreisenden Elektrons, j ist die Quantenzahl für das Gesamtimpulsmoment des Atomes, m bestimmt die Einstellung im äußeren Felde) und Auswahlregeln. Sie hängen untereinander so zusammen:

$$\begin{array}{ll}
 n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots, & \text{I} \\
 l = 0, 1, 2, 3 \dots (n - 1) & 0 \leq l \leq (n - 1), \quad \text{II} \\
 j = l \pm \frac{1}{2} & (\text{für } l = 0 \text{ nur } j = +\frac{1}{2}), \quad \text{III} \\
 m = -j, -j + 1, -j + 2 \dots j - 2, j - 1 & (-j \leq m \leq +j). \quad \text{IV}
 \end{array}$$

Bei gegebenem j sind $2j + 1$ Werte von m möglich.

Diese vier Quantenzahlen definieren den stationären Zustand eines Elektrons. Eingeschränkt wird die ungeheure Mannigfaltigkeit von stationären Zuständen und

zugehörigen Quantenzahlen durch das Ausschließungsprinzip von PAULI (PAULI-Verbot 1925): „niemals haben zwei an dasselbe Atom gebundene Elektronen stationäre Zustände mit denselben vier Quantenzahlen n, l, j, m “. Zum Beispiel:

Wenn $n = 1$ ist, dann ist (gemäß II) nur $l = 0$ möglich, und demnach (gemäß III) $j = +1/2$. Die möglichen Werte von m sind (gemäß IV) also $+1/2$ und $-1/2$. Für $n = 1$ sind nach dem PAULI-Prinzip also nur zwei Viererkombinationen und also zwei Elektronen möglich:

n	l	j	m
1	0	$1/2$	$+1/2$
1	0	$1/2$	$-1/2$

Wenn $n = 2$ ist, dann haben wir $l = 0$ und $l = 1$ zu unterscheiden. Für $l = 0$ ist $j = 1/2$ und $m = \pm 1/2$. Wir haben also mit $n = 2$ und $l = 0$ zwei Viererkombinationen:

n	l	j	m
2	0	$1/2$	$+1/2$
2	0	$1/2$	$-1/2$

Für $n = 2$ und $l = 1$ haben wir (gemäß III) für j die Werte $1/2$ und $3/2$. Für $j = 1/2$ ist $m = \pm 1/2$. Für $j = 3/2$ ist $m = 3/2, +1/2, -1/2, -3/2$. Im ganzen haben wir mit $n = 2$ und $l = 1$ sechs Viererkombinationen:

n	l	j	m
2	1	$1/2$	$+1/2$
2	1	$1/2$	$-1/2$
2	1	$3/2$	$+3/2$
2	1	$3/2$	$+1/2$
2	1	$3/2$	$-1/2$
2	1	$3/2$	$-3/2$

Kurz: das PAULI-Prinzip erlaubt:

für $n = 1$	$2 (= 2 \cdot 1^2)$	Viererkombinationen
$n = 2$	$8 (= 2 \cdot 2^2)$	oder Elektronen
$n = 3$	$18 (= 2 \cdot 3^2)$	
$n = 4$	$32 (= 2 \cdot 4^2)$	

In sinngemäßer Verallgemeinerung dieses Schemas folgt aus dem PAULI-Prinzip: die Zahl der Elektronen, die mit gleichen Werten von n und l an einen Kern gebunden sein können („äquivalente“ Elektronen), ist stets begrenzt. Die Höchstzahl äquivalenter Elektronen mit den Quantenzahlen n und l ist

$$N_l = 2(2l + 1), \quad l = 0, 1, 2, 3 \dots (n - 1)$$

$$= 2, 6, 10, 14 \dots$$

V

Auch die Zahl der Elektronen mit gleichem n ist begrenzt. Ihre Maximalzahl ist

$$N_n = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1)$$

$$N_n = 2n^2 \quad n = 1, 2, 3, 4 \dots$$

$$= 2, 8, 18, 32 \dots$$

VI

Die Periodeneinteilung der chemischen Elemente im Lichte der BOHR'schen Theorie. Das PAULI-Prinzip führt also auf eine 2er Gruppe von Elektronenbahnen mit $n = 1$, eine 8er Gruppe mit $n = 2$, eine 18er Gruppe mit $n = 3$ usw. (s. Tabelle 689). Die „Gruppe“ von Elektronenbahnen entspricht in ihrer Mitglie­derzahl 2, 8, 18 der „Periode“ (Horizontalreihe) im periodischen System der chemischen Elemente (LOTHAR MEYER, MENDELEJEFF, 1869). Die Periodizität der Eigenschaften der Elemente tritt dadurch in Beziehung zu den Aufbaugesetzen der Elektronenhülle um den Atomkern der Elemente.

Was heißt: Periodizität der Natur der chemischen Elemente? Folgendes: Ordnet man, mit Wasserstoff anfangend, die Elemente nach steigendem Atomgewicht (H, He, Li, Be, B, C usw. bis Th, Pa, U), so fordert diese monotone Reihe von selber eine *Gliederung*: gewisse chemische und physikalische Eigenschaften benachbarter Elemente stufen sich nämlich wahrnehmbar ab, und von irgendeinem gegebenen Element (z. B. Na) aus gerechnet folgt nach einer gewissen Zahl (8) von Nachbarn ein jenem gegebenen Element (Na) in seinen Eigenschaften nahe

Periodisches System der chemischen Elemente.
 Atomgewichte der internationalen Atomgewichtskommission 1934.
 Ordnungszahlen, Verbindungsgewichte.

Periode	Gruppe																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
I																	1H 1,0078	2He 4,002
II	3Li 6,940	4Be 9,02											5B 10,82	6C 12,00	7N 14,008	8O 16,0000	9F 19,00	10Ne 20,183
III	11Na 22,997	12Mg 24,32											13Al 26,97	14Si 28,06	15P 31,02	16S 32,06	17Cl 35,457	18Ar 39,944
IV	19K 39,10	20Ca 40,08	21Sc 45,10	22Ti 47,90	23V 50,95	24Cr 52,01	25Mn 54,93	26Fe 55,84	27Co 58,94	28Ni 58,69	29Cu 63,57	30Zn 65,38	31Ga 69,72	32Ge 72,60	33As 74,93	34Se 79,2	35Br 79,916	36Kr 83,7
V	37Rb 85,44	38Sr 87,63	39Y 88,92	40Zr 91,22	41Nb 93,3	42Mo 96,0	43Ma —	44Ru 101,7	45Rh 102,91	46Pd 106,7	47Ag 107,880	48Cd 112,41	49In 114,8	50Sn 118,70	51Sb 121,76	52Te 127,5	53J 126,92	54X 131,3
VI	55Cs 132,81	56Ba 137,36	57—71 Seltene Erden	72Hf 178,6	73Ta 181,4	74W 184,0	75Re 186,31	76Os 190,8	77Ir 193,1	78Pt 195,23	79Au 197,2	80Hg 200,61	81Tl 204,39	82Pb 207,22	83Bi 209,0	84Po 210	85— —	86Rn 222
VII	87— —	88Ra 225,97	89Ac —	90Th 232,12	91Pa —	92U 238,14												
VI 57—71	57La 138,92	58Ce 140,13	59Pr 140,92	60Nd 144,27	61II —	62Sm 150,43	63Eu 152,0	64Gd 157,3	65Tb 159,2	66Dy 162,46	67Ho 163,5	68Er 165,20	69Tm 169,4	70Yb 173,5	71Cp 175,0			

Seltene Erden

der Elemente verbindet mit einer Gruppeneinteilung der Elektronenbahnen nach steigender Quantenzahl. Nach BOHR beruhen diese Eigenschaften vor allem auf den äußersten Elektronengruppen der Atomhülle, und die Periodizität der Eigenschaften beruht auf einer Art *Wiederholung* dieser Gruppen. Die Alkalimetalle (ausgenommen das Lithium) z. B. stimmen samt und sonders in den letzten Elektronengruppen nahezu überein (s. Tabelle S. 689 bei Na, K, Rb, Cs und dem unbekanntem Element 87). Die Hauptquantenzahlen dieser Gruppen wachsen um 1 für jedes folgende Alkalimetall. Die auf langgestreckten Ellipsen kreisenden Elektronen durchqueren auch die dem Kerne näheren Teile der Elektronenhülle, und das beeinflusst den inneren Teil ihrer Bahn. Der Unterschied der äußersten Elektronengruppen homologer Elemente kommt vor allem von dem Unterschied in den inneren Teilen der Bahnen, die äußeren Teile sind einander sehr ähnlich. Wohl am schärfsten zeigt sich eine rein chemische Periodizität in der chemischen Besonderheit der Edelgase (Helium, Neon, Argon, Krypton, Xenon, Emanation; der untere starke Linienzug in Abb. 845 entspricht der Gruppe 18 auf S. 697); sie sind um 8, 8, 18, 18, 32 Elemente voneinander entfernt (entsprechend den Ordnungszahlen 2, 10, 18, 36, 54, 86).

Sie bilden keine chemischen Verbindungen. Für das Kernatom bedeutet das: In einem Edelgas ist der Zusammenhalt der Elektronen untereinander und mit dem Kern *chemisch* nicht angreifbar, die Elektronenhülle läßt sich weder Elektronen entreißen noch fremde aufdrängen. Die Atomnummern 2, 10, 18, 36, 54, 86 bilden deswegen natürliche Einschnitte in der monotonen Reihe der Ordnungszahlen und der Atomgewichte. Die haltbaren Elektronenkonfigurationen entstehen dadurch, daß sich im Aufbau der Atome beim Fortschreiten von einem Edelgas zum nächsten eine neue abgeschlossene, daher besonders stabile Elektronengruppe außerhalb der schon vorhandenen anlagert. Ein Atom baut sich ja nach BOHR (S. 688) dadurch auf, daß der geladene Kern nach und nach Elektronen „einfängt“ und an sich bindet. Jedes Elektron ist nach Beendigung des Einfangprozesses in dem stationären Zustande, dem von allen möglichen die festeste Bindung, also die kleinste Energie, entspricht. Da die Bindung um so fester wird, je kleiner die Hauptquantenzahl n ist, werden die beiden ersten Elektronen mit $n = 1$ gebunden. Damit ist aber bei He gemäß dem PAULI-Prinzip die Gruppe der einquantigen Elektronen voll und abgeschlossen. Weitere Elektronen können nicht mehr mit $n = 1$, sondern nur noch mit $n = 2$ angelagert werden. Von Li an folgt daher die Anlagerung der 8 zweiquantigen Elektronen, die bei dem Edelgase Neon unter Entstehung einer besonders stabilen Konfiguration abgeschlossen ist. Bei der nun folgenden Bindung von 8 dreiquantigen Elektronen ist bei dem Edelgase Argon wiederum eine ganz ähnliche Konfiguration erreicht und analog liegt es bei den übrigen Edelgasen, wie aus Tabelle S. 689 zu ersehen ist.

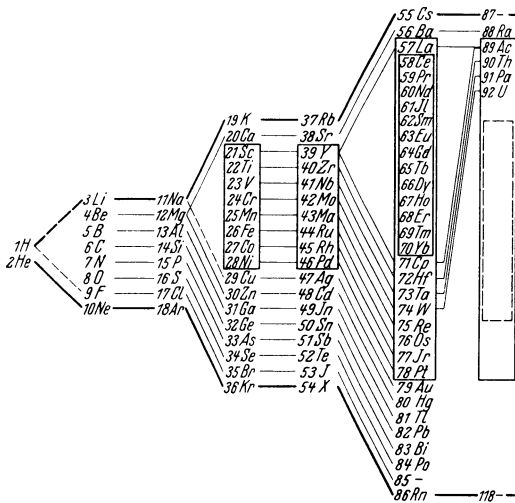


Abb. 845. Das natürliche System der chemischen Elemente nach JULIUS THOMSEN und NIELS BOHR.

Wir erkennen also: Im allgemeinen ist die Reihenfolge der Anlagerung der einzelnen Elektronen die wachsender Hauptquantenzahlen. Aber es gibt Ausnahmen von dieser Regel. Die erste tritt bei Kalium ein. Bis zum vorhergehenden Element Ar sind 8 dreiquantige Elektronen gebunden, es fehlen also noch 10 an der Gesamtzahl 18. Aber ehe diese angelagert werden, kommen bei den Elementen K und Ca ausweislich ihrer Spektren zunächst vierquantige Elektronen an die Reihe. Doch gleich darauf wird bei den Elementen Sc bis Ni dies Manko wieder nachgeholt, so daß vom Cu⁺-Ion an alle dreiquantigen Elektronen gebunden sind. Die Elementgruppen, bei denen sich solche Vorgänge abspielen, sind in Abb. 845 eingerahmt. Durch diese gelegentliche Durchbrechung der normalen Reihenfolge in der Anlagerung der Elektronen erklären sich die scheinbaren Unregelmäßigkeiten des periodischen Systems. Auch für die Erklärung der chemischen Valenzverhältnisse ist diese Erkenntnis von größter Bedeutung (KOSSEL).

Die Frequenzbedingung $\Delta E = h\nu$ eine Form der EINSTEINSchen Gleichung
 $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - P$. Die Frequenzbedingung $E_e - E_a = h\nu$ ergänzt die Gleichung $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - P$, die den lichtelektrischen Effekt regelt (EINSTEIN 1905), d. h. den Austritt von Elektronen aus Metallen, die von kurzwelligem Licht bestrahlt werden. Der Vorgang ist nach EINSTEINS Auffassung dieser: in die Oberflächenschicht des Körpers dringen Energiequanten $h\nu$, ihre Energie verwandelt sich dort (wenigstens zum Teil) in kinetische Energie von Elektronen — die einfachste Vorstellung ist die, daß ein Lichtquant seine ganze Energie an ein einziges Elektron als kinetische Energie abgibt. Kommt ein solches Elektron aus dem Innern des Körpers an die Oberfläche, so wird es einen Teil seiner kinetischen Energie verloren haben. Außerdem leistet jedes Elektron beim Durchtritt durch die Oberfläche eine für den Körper charakteristische Arbeit (Austrittsarbeit). Die größte Geschwindigkeit werden diejenigen Elektronen haben, die, unmittelbar an der Oberfläche erregt, den Körper normal zu dieser verlassen. Ihre kinetische Energie ist $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - P$, mit v als Austrittsgeschwindigkeit, m als Elektronenmasse und P als Austrittsarbeit. Das ist die Energie, die außerhalb der Oberfläche meßbar ist. Die Messungen zeigen das Gesetz streng gültig für den gesamten Spektralbereich. Die Austrittsarbeit liegt für die meisten Metalle zwischen 1 und 3 Volt. Die BOHRsche Theorie des Kernatoms ordnet der Austrittsarbeit P eine Frequenz ν_p zu, indem sie $P = h\nu_p$ setzt; $h\nu_p$ entspricht der Spannung V_p , die gerade ausreicht, das Elektron von dem Atom loszureißen, es zu ionisieren, ν_p ist also die Frequenz der Grenze der Absorptionsserie.

Genügt die verschluckte Strahlungsenergie nicht dazu, um ein Elektron aus einem Atom zu befreien, so *verwandelt* sie doch das Atominnere, indem sie das Elektron auf eine höherquantige Bahn hebt. Die so gewonnene potentielle Energie gibt das Atom, wenn es sich *zurück* verwandelt, als kinetische Energie gemäß der Gleichung $\Delta E = h\nu$ wieder ab. Hier ist keine Austrittsarbeit zu leisten, und es ist daher $\frac{1}{2}mv^2 = h\nu$. Die Energie $\frac{1}{2}mv^2$ können wir dem Elektron auch durch die Arbeit eV erteilen, wir haben also $eV = \frac{1}{2}mv^2 = h\nu$. Diese Gleichung regelt, von rechts nach links gelesen, die Elektronenauslösung durch Licht der Frequenz ν , und von links nach rechts gelesen die Erzeugung von Lichtstrahlung (Ultraviolett, Röntgenstrahlung) durch Elektronen der Voltgeschwindigkeit V .

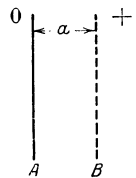


Abb. 846. Zur Beschleunigung von Elektronen durch ein elektrisches Feld.

Den Sinn der von links nach rechts gelesenen Gleichung erläutert zum Beispiel der Elektronenstoßversuch. In Abb. 846 bedeute A eine Metallplatte und in a cm Abstand davon B ein engmaschiges Drahtnetz. A ist ge-

erdet, B auf das Potential V^+ aufgeladen. Zwischen A und B liegt ein gleichförmiges elektrisches Feld von der Stärke V/a Volt/cm. An der Platte A erzeugen wir Elektronen, etwa lichtelektrisch. Sie bewegen sich beschleunigt zum Drahtnetz hin. Die Kraft, die auf ein Elektron wirkt, ist gleich seiner Ladung e mal der Feldstärke V/a . Längs des Weges a leistet sie also die Arbeit $ae \cdot V/a$. Das heißt: eV mißt die kinetische Energie, mit der das Elektron am Drahtnetz ankommt. Die *linke* Seite der Gleichung stellt also Energie dar; notwendig muß dann auch die *rechte* Seite *Energie* bedeuten, es ist die Energie elektromagnetischer Strahlung der Frequenz ν . Die EINSTEINSche Gleichung verknüpft also die Energie eines bewegten Elektrons und die Energie einer Strahlung. Ihr Sinn ist: Verwandelt sich die ganze kinetische Energie eines Elektrons in elektromagnetische Strahlung, so hat diese eine bestimmte, aus der Gleichung $eV = h\nu$ berechenbare Frequenz. Den Stoß genügend schnell bewegter Elektronen benützt man dazu, Quecksilberatome anzuregen, die dann Lichtwellen ausstrahlen. Die für das Spektrum des Hg-Dampfes charakteristische Ultraviolettlinie λ 2536 hat die Frequenz $\nu = 1,183 \cdot 10^{15}$. Das zur Anregung von λ 2536 erforderliche Potential ist der Rechnung nach 4,86 Volt — die *Messung* (FRANCK und HERTZ) ergibt 4,9 Volt. Warum gibt das Elektron aber erst bei 4,86 Volt Energie an das Atom ab, die in Strahlung umgesetzt wird? Die Gleichung bestünde doch auch, wenn z. B. nur der *halbe* Energiebetrag ($V = 2,43$ Volt) übertragen würde, die Strahlung hätte dann die halbe Frequenz, d. h. die doppelte Wellenlänge. Antwort: Das Hg-Atom kann nur solche Energiebeträge aufnehmen, die zur Überführung eines Elektrons in einen höheren Quantenzustand ausreichen. Der kleinste solche Energiebetrag ist 4,9 Volt. Die Linie λ 2536 entsteht durch den Übergang eines zur Elektronenhülle des Quecksilberatoms gehörenden Elektrons, das auf seine Grundbahn zurückkehrt, nachdem ein Stoß von außen es davon entfernt hatte.

Auch ein Vorgang im Gebiet der Röntgenstrahlung macht den Sinn der EINSTEINSchen Gleichung anschaulich. Das kontinuierliche Röntgenspektrum (Bremsstrahlung) endet auf der kurzwelligen Seite *plötzlich* und scharf. Auch das erklärt sich aus $eV = h\nu$. Die von der Kathode des Röntgenrohres ausgehenden Elektronen (Kathodenstrahlen) werden in dem Felde zwischen Kathode und Antikathode beschleunigt. Die Spannung zwischen ihnen bestimmt die Maximalenergie, die die Elektronen erreichen können. Die Rolle des Quecksilberdampfes im vorigen Beispiel übernimmt hier das Metall der Antikathode. Seine Atome strahlen eine Wellenlänge aus, wie die Gleichung $eV = h\nu$ sie fordert. Betreiben wir das Rohr mit $V = 20000$ Volt, so ergibt die Rechnung, daß die Energie der durch $2 \cdot 10^4$ Volt beschleunigten Elektronen sich im günstigsten Falle nur in die Strahlung λ $0,61 \cdot 10^{-8}$ cm umwandeln kann. Noch kürzere Wellenlängen *können* nicht auftreten, da die Energie der Elektronen durch die Spannung begrenzt ist (aber *größere* sind denkbar, da die Elektronen auf dem Wege von der Kathode zur Antikathode an Energie verlieren können, z. B. durch Zusammenstoß mit Gaspartikeln). Die kurzwellige Grenze ist so scharf, daß man durch Messung der Grenzwellenlänge und der Spannung am Rohre das PLANCKsche Wirkungsquantum ermittelt hat. Der so ermittelte Wert gilt als der genaueste.

Die Elektronenhülle um den Atomkern magnetisch beeinflusst (ZEEMAN-Effekt 1896), elektrisch beeinflusst (STARK-Effekt 1913). Die Einstrahlung von Licht und der Elektronenstoß beeinflussen die den Atomkern umkreisenden Elektronen mechanisch. Die Elektronen als *Träger von elektrischen Ladungen* reagieren aber auch auf ein Magnetfeld und auf ein elektrisches Feld von angemessener Stärke (Magnetfeld: einige 10000 Gauß, elektrisches Feld: etliche 10000 Volt/cm). Die zum Leuchten angeregten Atome offenbaren die Ein-

wirkung des Feldes durch eine Veränderung ihrer Spektrallinien (Aufspaltung einer einzelnen in mehrere) -- die Einwirkung des magnetischen Feldes als ZEEMAN-Effekt, die des elektrischen als STARK-Effekt.

Den ZEEMAN-Effekt beobachtet man an dem Linienspektrum leuchtender Gase und Dämpfe. Man bringt die Lichtquelle (am häufigsten, weil am bequemsten, als Funke in Luft, sonst als Vakuumbogen, auch im GEISSLER-Rohr) zwischen die besonders dafür eingerichteten Polschuhe eines Elektromagneten. Das Spektrum erzeugt man mit einem stark auflösenden¹ Konkavgitter oder auch Interferenzspektroskop, jede einzelne Linie möglichst scharf. Schalten wir den Magneten ein, so erscheinen, wenn wir *senkrecht* zu den Kraftlinien beobachten (Quereffekt), statt einer *einzelnen* Linie *drei* (Triplet), die mittlere am Ort der feldlosen Linie, die äußeren um gleichviel rotwärts und violettwärts verschoben, meist um Bruchteile von 1 ÅE, sie sind linear polarisiert. Schalten wir das Magnetfeld aus, so erscheint wieder nur die eine (feldlose) Linie. Beobachten wir den magnetischen Kraftlinien entlang (Längseffekt), so erscheinen beim Erregen des Magnetfeldes zwei Linien, sie sind *einander entgegengesetzt* zirkular polarisiert. Aber nur wenige Linien spalten in „normale Triplets“, die meisten spalten „anomal“, d. h. entweder in ein Triplet mit anderen Abständen $\Delta\nu$ oder in viel mehr Komponenten als nur drei. Die magnetische Aufspaltung von Absorptionslinien heißt *inverser* ZEEMAN-Effekt. Nach der Elektronentheorie von LORENTZ spaltet sich eine Spektrallinie der Frequenz ν in zwei Komponenten der Frequenzen $\nu \pm \Delta\nu$ und eine Komponente der unveränderten Frequenz ν . Die Aufspaltung ist gegeben durch $\Delta\nu = \frac{H \cdot e}{4\pi c \cdot m}$, hier sind e und m Ladung und Masse des schwingenden Teilchens, H die Stärke des äußeren Magnetfeldes, c die Lichtgeschwindigkeit. Die aus der Aufspaltung $\Delta\nu$ berechneten e/m stimmen bei diesen Spektrallinien mit dem auf andere Weise für das Elektron ermittelten e/m gut überein — ein Beweis, daß die Emission der Spektrallinien auf Elektronenbewegungen beruht.

Der ZEEMAN-Effekt erweitert unsere Kenntnis von der Natur der Sonnenflecke. Die Flecke sind wahrscheinlich (FAYE, 1877) Trichter, die durch Wirbel entstehen, den Zyklonen unserer Atmosphäre vergleichbar, auch die Spektroheliographenbilder der Flecken lassen auf Wirbel schließen. Nimmt man nun an, daß die Gase der Photosphäre ionisiert sind, so muß man Wirbel auf der Sonnenoberfläche als kreisende elektrische Ströme ansehen. Ein solcher Strom muß ein magnetisches Feld erzeugen, dessen Kraftlinien im wesentlichen der Wirbelachse parallel sind. Das Spektrum der Sonnenflecke zeigt nun an Eisen-, Titan- und Chromlinien (HALE, 1908) die meisten Erscheinungen, die für den ZEEMAN-Effekt charakteristisch sind. Die Flecke dürften darnach tatsächlich Wirbelgebiete elektrisch geladener Gase sein.

Die *elektrische* Aufspaltung von Spektrallinien (STARK-Effekt) beobachtet man an dem von Kanalstrahlteilchen ausgehenden Licht. Sie ist der Erscheinung nach dem magnetischen Effekt *ähnlich*, aber viel verwickelter. Ihrer Entdeckung

¹ Zur *Definition des Auflösungsvermögens eines Spektralapparates* führt die Frage: Um welchen Bruchteil ihrer mittleren Wellenlänge müssen sich benachbarte Wellenlängen λ und $\lambda + \delta\lambda$ *wenigstens* unterscheiden, damit man die ihnen entsprechenden Linien deutlich voneinander getrennt sieht? Das Auflösungsvermögen ist gegeben durch $\lambda/\delta\lambda$ (LORD RAYLEIGH). Diese (unbenannte) Zahl ermöglicht es, die Leistung verschiedener Spektralapparate miteinander zu vergleichen. Ein kleiner Prismenapparat zeigt gewöhnlich die D -Linien des Natrium ($\lambda_{D_1} = 5895,932$ ÅE, $\lambda_{D_2} = 5889,965$ ÅE, $\delta\lambda = 5,967 \approx 6$ ÅE) noch eben als Doppellinie, seine Auflösungskraft ist: $\frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{5893}{5,967}$, rund $\frac{6000}{6} = 1000$. Die magnetische Auflösung der D -Linien erfordert ein Auflösungsvermögen von rund 100000.

standen ungewöhnliche experimentelle Schwierigkeiten im Wege: Leuchtende Gase und Dämpfe leiten normalerweise zu gut, als daß sich ein elektrisches Feld merklicher Stärke in ihnen erhalten könnte. Anders bei äußerst niedrigem Druck. STARK erzeugte deswegen (Abb. 847) das Feld in einem weit genug evakuierten Entladungsrohr, in dem Raume *hinter der Kathode*. Die durch die Löcher der Kathode in ihn eintretenden Kanalstrahlen benutzte er als Lichtquelle. Er konnte zwischen zwei um höchstens 3 mm voneinander abstehenden Platten 10000 V/cm erzeugen, ohne daß eine Entladung einsetzte. (LO SURDO benutzt das Hochspannungsfeld innerhalb des Kathodendunkelraumes; es ist inhomogen und erlaubt nur qualitative Beobachtung.) Das elektrische Feld beeinflusst die verschiedenen Spektrallinien sehr verschieden (im Gegensatz zum magnetischen). Den stärksten Effekt zeigen die Wasserstoff- und die „wasserstoffähnlichen“ Linien des ionisierten Heliums (He^+). Die H_δ -Linie zeigt in einem Felde von 30000 V/cm etwa 30 Komponenten, die äußersten etwa 18 Å voneinander entfernt, im ZEEEMAN-Effekt beträgt bei 30000 Gauß der Abstand für eine Linie gleicher Wellenlänge etwa 0,6 Å.

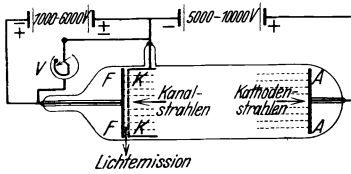


Abb. 847. Anordnung zur Beobachtung des transversalen Starkeffekts (zwischen F und K liegt das wirksame elektrische Feld), dessen Spannung durch V gemessen wird. A ist Anode der Entladung.

* * *

Mit der BOHRschen Theorie kommt man zwar zu einer fast vollständigen *qualitativen* Beschreibung des *Atombaues*, nicht aber zu einer *quantitativen* der *Atomvorgänge*. Die Theorie stößt z. B. bei der Anwendung auf die Dispersion oder auf die Helligkeit der Spektrallinien auf große Schwierigkeiten — im wesentlichen, weil sie eine Synthese aus Quantenphysik und klassischer Physik ist, und diese beiden nicht vollkommen in Übereinstimmung zu bringen vermag. Aus derartigen Überlegungen sind die Quantenmechanik (HEISENBERG 1925) und die Wellenmechanik (SCHRÖDINGER 1926) entstanden. Beide verzichten auf anschauliche Vorstellung, wie z. B. die Elektronenbahnen. Die Bahnen der BOHRschen Theorie und die damit zusammenhängenden elektromagnetischen Schwingungen erinnern an das Verhalten schwingender elastischer Gebilde (mit Grundton und Obertönen). Die Wellenmechanik hat diese Analogie weiter durchgeführt. An die Stelle der Elektronenbahnen setzt sie Schwingungen mit Knotenlinien, deren Anzahl der BOHRschen Bahnnummer 1, 2, 3, . . . der Abb. 835 entspricht. Diese Theorie ergibt die Frequenz der Wasserstofflinien, ihre Helligkeit und andere Eigenschaften des Atoms im Einklang mit der Erfahrung, deren Behandlung der BOHRschen Theorie nicht möglich ist. Aber welche Fortschritte die neue Quantenmechanik und die Wellenmechanik über das frühere hinaus auch bringen (ihre Darstellung liegt außerhalb der Grenzen dieses Buches), und „welche Wandlungen unsere Grundanschauungen in nächster Zeit auch durchmachen mögen, sicher wird die Quantentheorie in irgendeiner Form und sicher werden BOHRs Atommodelle in irgendeiner Form ein unveräußerlicher Besitz der Physik bleiben“ (SOMMERFELD).

Namenverzeichnis.

Zeichenerklärung.

470†	bedeutet	Abbildung auf S. 470.
292 †357	„	Abbildung 357 auf S. 292.
135 ²	„	Fußnote 2 auf S. 135.
11°	„	Fußnote, von S. 10 fortgesetzt.

- ABBE** (1840—1905), Spaltokular, Spektrometer 535†, 550†; Refraktometer 551†, 552†; Gang der Dispersion 552/3; (mit O. SCHOTT) Neue Glasarten 570; Abbildungslehre 571/2; Abbildungsfehler 581; Sinusbedingung 582†; Strahlenbegrenzung 583; Kondensor 595; Leistungsgrenze des Mikroskops (auch 616), Apochromate 597; Homogene Immersion, Numerische Apertur, Prismenfernrohr 600†, 601; (mit FIZEAU) Dilatometer 608†; Theorie der Bildentstehung im Mikroskop 615†; Bedeutung großer Öffnungswinkel 616; (mit SOHNCKE) Interferenzversuch 623.
- ABBOT**, (mit FOWLE) Wellenlänge maximaler Energie im Sonnenspektrum, Solarkonstante 639.
- AIRY** (1801—92), Isostasie der Erdrinde 173; Regenbogen 544.
- ALDRICH**, Solarkonstante 639.
- D'ALEMBERT** (1717—83), Allgemeines Prinzip der Dynamik 115, 117/8.
- AMICI** (1786—1863), Beginn der Entwicklung des modernen Mikroskopobjektivs 597.
- AMONTONS** (1663—1705), Einführung der absoluten Temperatur 177.
- AMPÈRE** (1775—1836), Molekularströme im Magneten 115, 472, 482; Richtung der Magnethadel im Kraftfeld des elektr. Stroms (Schwimmregel) 469; Wechselwirkung zwischen stromdurchflossenen Leitern 470†.
- ANDREWS** (1813—85), Kritische Temperatur 372.
- ÅNGSTRÖM** (1857—1910), Einführung der Einheit der Lichtwellenlänge = $m\mu/10$ 543.
- ANSCHÜTZ** (1872—1931), sein Kreiselkompaß 114.
- ARAGO** (1786—1853), Drehung der Polarisationsebene 625.
- ARCHIMEDES** (287—12), Prinzip des Auftriebs in Flüssigkeiten 169/70; Dichtemessung danach 173.
- v. **ARCO**, Hochfrequenz-Wechselstrommaschine, Frequenzwandler 515.
- ARONS** (1860—1919), Stehende elektromagn. Drahtwellen in einer GEISSLER-Röhre 511.
- ARRHENIUS** (1859—1927), Elektrolyt. Dissoziation 429ff.
- D'ARSONVAL**, Drehspulengalvanometer 480†.
- ASSMANN** (1845—1918), Verbesserung des AUGUST-Psychrometers durch Aspiration 378; Temperaturmessung im Freien 384.
- ASTON**, Arbeiten mit Kanalstrahlen 461; erkennt seit 1919 Isotopen an vielen Elementen 672; sein Meßapparat 673.
- ATWOOD** (1745—1807), Fallmaschine 26/7, 29; Zur Untersuchung der Erddrehung auf den freien Fall 34.
- AUERBACH** (1856—1933), Physik in graphischer Darstellung 292 †357.
- AUGUST** (1795—1870), Psychrometer 378†.
- AVOGADRO** (1776—1856), Weiterentwicklung der Atomvorstellung 135²; die nach ihm benannte Zahl 136, 179, 223, 369, 663.
- BABINET** (1794—1872), Lichtwelle als Längeneinheit 4.
- BAER**, v. (1792—1876), Uferbildung meridional verlaufender Flüsse 75.
- BALMER** (1825—98), Formel des Serienspektrums beim Wasserstoff 643, 680, 681, 682 †835 u. †836, 683, 684†, 685; Serienspektrum des H-Atoms 690.
- BARKLA**, Entdecker der Polarisation der Röntgenstrahlung 651; (mit SADLER) Röntgenspektroskopie 659¹.
- BARNETT**, Experimenteller Nachweis der Molekularmagnete 482.
- BARTHOLINUS** (1625—98), Doppelbrechung 553ff.
- BAUER**, Magnetische Vermessung der Erde (eisenfreies Schiff) 477.
- BAUMÉ** (1728—1804), Skalennaräometer mit willkürlicher Teilung für Säuren 175.
- BECHSTEIN**, Photometer für Beleuchtungsstärke 530; Kugelepiskop 588†.
- BECKMANN** (1853—1923), Thermometer zur Messung von Festpunktänderungen 340†.
- BECQUEREL** (1852—1908), Entdecker der Radioaktivität 461/2; Beobachtungen zur anomalen Dispersion des Natriumdampfes 646†.
- BEER** (1825—1863), Gesetz der Lichtschwächung durch Absorption 630/1.

- BEHM, Echolot 255.
 BELL (1847—1922), Telephon 487.
 BELOPOLSKY, Optisch experimentelle Prüfung des DOPPLER-Prinzips 642.
 BENOIT (1844—1922), FABRY u. PEROT, Genaue Messungen der roten Cd-Linie 640.
 BENSON, Kritische Temperatur des Wassers für Hochdruckdampfturbinen 313, 372.
 BERGMANN, Serie FRAUNHOFERSCHER Linien 644, 685, 686.
 BERNOULLI, DANIEL (1700—82), Gleichung für den Druck in strömender Flüssigkeit 197/8.
 BERNOULLI, JOH. (1667—1748), sein Prinzip der virtuellen Verschiebungen 116.
 BERTHELOT (1827—1907), Kalorimetrische Bombe 321.
 BERTHOLLET (1748—1822), Reaktionsgeschwindigkeit, Explosion 323.
 BESSEL (1784—1846), Schwere = Träge 26.
 BETZ, Theorie der Flugzeugtragflügel 207.
 BILLET, Halbblinsen, Interferenz 605†.
 BIOT (1774—1862) -SAVART, Elektrodyn. Grundgesetz 478; Änderungen am MITSCHERLICH-Saccharimeter 627†.
 BLACK (1728—99), Spezifische Wärme (Begriff) 341; Ansicht zur Unterkühlung des Wassers 363.
 BOAS, Quecksilberstrahlunterbrecher 488.
 BOHNENBERGER (1765—1831), sein Reversionspendel 103.
 BOHR, Sprachliche Bem. zu Wärmetönung 318¹; Atomstruktur 482; Magneton 483; Atomtheorie 644; seine Arbeiten zum Bau der Elektronenhülle des Kernatoms 673 ff., 699; seine beiden Postulate 674; ihre experimentelle Rechtfertigung 675ff.; ihre Möglichkeit, die Spektren der Elemente aus dem Bau der Atome zu erklären 679; das Korrespondenzprinzip 680; zum Bau und Spektrum des H-Atoms 682¹, 683; Folgerungen aus der Deutung der Terme als Energiewerte 686, 687; Aufbau eines chemischen Elements 687, 688; ordnet die Quantenzahlen den einzelnen Elementen zu 690; die Auffindung des Elements Hafnium ist der BOHRschen Theorie zu danken 690; Röntgenspektren im Lichte der BOHRschen Theorie 690ff.; Periodeneinteilung der chemischen Elemente im Lichte der BOHRschen Theorie 695ff., 698†.
 DU BOIS (1863—1918) (mit RUBENS), Panzer galvanometer 481; Messungen mit Reststrahlen 514.
 BOLTZMANN (1844—1906), Statistische Mechanik 52; Kinetische Gastheorie 176; Konstante k 179; Entropie, Maß der Wahrscheinlichkeit des Zustandes eines Systems 309; Klassische Theorie der Atomwärme 342ff.; Gleichverteilungssatz 343; Emissionsvermögen und Temperatur, theoretisch begründetes Gesetz 637/8.
 BORDA (1733—99), Doppelte Wägung 69.
 BORN (mit v. KÁRMÁN), Quantentheorie der Atomwärme 345; Raumgittertheorie der spezifischen Wärme 349; Quantenmechanik 656.
 BOUGUER (1698—1758), Photometer 528†.
 BOUTIGNY (1798—1884), Sphäroidaler Zustand 382.
 BOYLE (1627—91), Gasgesetz (Druck, Volumen) 175, 175¹, 179, s. d. a. MARIOTTE; Ergänzung durch VAN DER WAALS 180; BOYLE-Punkt, -Kurve, -Temperatur 337.
 BOYS, Schallwellenaufnahmen 253.
 BRADLEY (1692—1762), Aberration der Fixsterne 8¹; Lichtgeschwindigkeit 519.
 BRAGG, Zur Gruppierung der Atome im Kristall 154.
 BRAGG, W. H. (mit W. L. BR.), Abweichende Erklärung des LAUE-Effekts 652/4†.
 BRAGG, W. L., s. a. unter BRAGG, W. H. 652; Grundgleichung der Röntgenspektroskopie 653, 657; Spektrometer 653†, 654, 657/8†, 659.
 BRAHE s. u. TYCHO.
 BRAMAH (1749—1814), Verbesserung der hydraulischen Presse 163.
 BRANLY, Kohärer, Detektor 419†.
 BRAUN (1850—1918), Gekoppelte elektrische Schwingungen 109; Elektrometer 391†; Hitzdrahtstrommesser (Luftthermometer nach RIESS) 413†; Kathodenstrahlrohr 455†; Oszillograph 456†; Offener Schwingungskreis f. drahtl. Telegraphie 515.
 BRAVAIS (1811—63), Gittertheorie der Kristalle 145; Ableitung weiterer Gitter 146.
 BRÉGUET (1747—1823), Metallbandthermometer 340†.
 BREWSTER (1781—1868), Marmorpendelstange unveränderlicher Länge 331; Interferenzstreifen 608†; Glanz der Perlen, Beugungerscheinung, Nachahmung durch Abdruck in Pech 615; Beziehung zwischen Polarisationswinkel und Brechzahl 622.
 BRINELL, Härtemessung durch die Kugeldruckprobe 161.
 BROENSTED, Umwandlungstemperatur, Schwefel 320, 329; trennt Quecksilberisotope durch Destillation 672¹.
 DE BROGLIE, Materiewellen 655/6.
 BROWN (1773—1858), Molekularbewegung im Wasser sichtbar 288/9, 663.
 BUNGE, seine Präzisionswaagen 69.
 BUNSEN (1811—99), Wasserluftpumpe 200†; Messung der Dichte eines Gases an der Ausflugeschwindigkeit 204; Absorptionskoeffizient, Gase in Flüssigkeiten 224; Bunsenflamme 324; Eiskalorimeter 350†; Schmelzpunkt druckabhängig (Paraffin) 354; Galvan. Elemente 439; Photometer 528†, 529/30; (mit KIRCHHOFF) Spektralanalyse 640/1†.
 CAGNIARD DE LA TOUR (1777—1859), Sirene 260; Verflüssigung von Gasen 373.
 CALLETET (1832—1913), Verflüssigung von Gasen 373.
 CALLENDAR (1863—1930), Platinthermometer,

- Formel 340; Messung spez. Wärme von Flüssigkeiten 351.
- CAMPBELL-TRUMPLER, Sonnenfinsternisbeobachtungen im Jahre 1922 133.
- CANNON, Spektralklassen der Sterne 647.
- CARDANO (1501—76), sein Gehänge 50, 51; beim Kreiselkompaß 114.
- CARNOT (1796—1832), Kreisprozeß 300/1, †363; Einwirkung auf CLAPEYRON 353¹.
- CASSEGRAIN, Spiegelteleskop 539.
- CAUCHY (1789—1857), Dispersionsformel 553.
- CAVENDISH (1731—1810), Massenanziehung (Laboratoriumsmessung), Dichte der Erde 86, s. a. u. NEWTON; Oberflächenladung, elektrische, Versuch 405[†].
- CELSIUS (1701—44), Temperaturskala 286.
- CHADWICK, Szintillationszählung 667.
- CHAPERON, Drahtspulenwicklung für elektrische Widerstände 494[†].
- CHARLES (1746—1823), Gasgesetz bei konstantem Volumen 179, 287; Gasdruck temperaturabhängig, Gesetz 335.
- CHLADNI (1756—1827), Klangfiguren 271[†].
- CHRISTIANSEN (1843—1917), Zweiter Entdecker der anomalen Dispersion 631.
- CLAPEYRON (1799—1864), Anschluss an CARNOTSche Arbeiten 353¹.
- CLAPEYRON-CLAUSIUS, Gleichung zur Änderung des Aggregatzustandes der Stoffe mit dem Wärmeinhalt 303, 352ff.
- CLARK, Normalelement 440.
- CLAUSIUS (1822—88), Kinetische Gastheorie 176; seine mathematische Form des ersten Hauptsatzes 297; Schema der Kondensationsmaschine 300[†]; Erweiterung des zweiten Hauptsatzes für umkehrbare Kreisprozesse 305; Einführung der Entropie 308; Translationsenergie K im Verhältnis zur Gesamtenergie H am Gasmolekül 344; Strenge Begründung der Gleichung von CLAUUSIUS-CLAPEYRON 353¹; Temperaturabhängigkeit der Schmelzwärme 355.
- CLÉMENT (mit DÉSORMES), Spezifische Wärme eines Gases (c_p/c_v) 352.
- COHN, HERM. (1838—1906), Beleuchtungsstärke eines Arbeitsplatzes 530.
- COMPTON, Beugungsspektren der Röntgenstrahlen am Metallreflexionsgitter 654; -Effekt (Streuung von Röntgen-Wellen) 660, 661[†], 662.
- COOLIDGE, Kathodenstrahlrohr LENARDScher Art mit ungeheuren Strahlwirkungen 454; Röntgenröhre 458/9[†], 658.
- COOPER-HEWITT, Wechselstromgleichrichter 421.
- CORIOLIS (1792—1843), Ablenkung eines Geschosses durch die Erddrehung 34; Bewegung eines Massenpunktes auf der Oberfläche eines rotierenden Körpers 73 und 74[†].
- CORNU (1841—1902), Drehschnelle der Sonne, DOPPLER-Prinzip 642.
- CORTI (1822—76), Resonanzorgan im inneren Ohr 258; Quantenhafte Erregung 346¹.
- COTTRELL, Elektrofilter 449.
- COULOMB (1736—1806), seine Drehwaage für elektrostatische Untersuchungen 107, 391[†]; Fundamentalgesetz der Elektrostatik 392/3; Magnetismus, Grundgesetz 473/4; Grenzen der Gültigkeit des COULOMBSchen Kraftgesetzes 668.
- CROMMELIN, Supraleitfähigkeit 418.
- CURIE, Frau, Untersuchung natürlicher Uranerze 461/2; Entdeckung des Radiums 462.
- CURIE, P. (1859—1906), Umwandlungstemperatur (magnet.) 482.
- CZAPSKI (1861—1907), Zur Geradlinigkeit der Lichtausbreitung 523; Erste zusammenfassende Darstellung der ABBESchen Strahlenbegrenzung 583; Größte bisher erreichte numerische Apertur 597; Strahlengang im holländischen Fernrohr für das ruhende Auge 599[†].
- CZAPSKI-EPPENSTEIN, Grundzüge der Theorie der optischen Instrumente nach ABBE 596¹.
- DAIMLER (1834—1900), Benzinmotor 185; Leichtölmotor 314.
- DALTON (1766—1844), sein chemisches Grundgesetz der konstanten Proportionen 135; angewandt auf kristallisierte chemische Verbindungen 153; Diffusion der Gase 182; Gesetz über Partialdrucke der Gase 182; Zur Löslichkeit der Gase in Flüssigkeiten 224; Druckabhängigkeit des Siedepunktes 360; Dampfdruckmessung, statisches Verfahren 364[†].
- DANIELL (1790—1845), Taupunkthygrometer 377[†]; Galvan. Element 438[†], 439, 440, 493.
- DARWIN, G. H. (1845—1912), Ebbe und Flut 88/9[†].
- DAVY (1766—1829), Eis durch Reibung geschmolzt 288; Grubenlampe 381[†].
- DEBYE, Spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen 330; Quantentheorie der Atomwärme 345; Festkörper als Kontinuum 348/9; Röntgenaufnahmen im kalt gereckten Metall 357; Richtungsquantelung vorausgesagt 483; (mit SCHERRER), Verwirklichung der Interferenzbedingung für Röntgenstrahlen 657[†].
- DEMOKRIT (460—370), sein Atombegriff kein Vorläufer des neuzeitlichen 135².
- DESCARTES (1596—1650), Regenbogen 544.
- DÉSORMES s. u. CLÉMENT 352.
- DEWAR (1842—1923), Thermosflasche 351, 374.
- DIESEL (1858—1913), Verbrennungskraftmaschinen, Nutzeffekt 314[†].
- DIRAC, Quantenmechanik 656.
- DÖBEREINER (1780—1849), Feuerzeug, Adsorption, Wasserstoff-Platinmoor 225.
- DOLOND, J. (1706—61), Einführung achromatischer Fernrohre 570; Terrestr. Fernrohr 598.
- DE DOMINIS (1566—1624), Erklärung des Regenbogens 544.

- DOPPLER (1803—53), Abhängigkeit der Tonhöhe von der relativen Geschwindigkeit der Tonquelle 265/6; Bewegte Lichtquelle, Brechbarkeitsänderung 641/2.
- DOVE (1803—79), Natürliches Licht aus geradlinig polarisiertem, Versuch mit rotierendem Kalkspat 242; Sirenenform 261; zur Doppelsirene von HELMHOLTZ verwandt 282.
- DRUDE (1863—1906), Sichtbarmachung stehender Lichtwellen 247^o.
- DUDELL, Entladung über den Gleichstromlichtbogen POULSENS 515.
- DULONG (1785—1838) s. u. PETIT 5, 168, 334†, 342.
- DUMAS (1800—84), Dampfdichtemessung 368.
- DUTTON (1841—1912), Isostasie der Erdrinde 173.
- DYSON-EDDINGTON-DAVIDSON, ihre Sonnenfinsternisbeobachtungen 1919 133.
- EARNSHAW, Chronometerkompensation 332 und 333.
- ECKENER, Erste Luftschiffahrt nach den Ver. St. A. (Lakehurst) 185¹.
- EDDINGTON, Gleichnis zum Gravitationsgesetz 132; s. a. u. DYSON 133.
- EDISON (1847—1931), Phonograph 252, 259†, 266; Nickel-Eisen-Akkumulator 443.
- EHRENSHAFT, Molekularbewegung in Gasen 289; Verfahren zur Elementarladung 447; bestreitet die Existenz des Elementarquantums der Elektrizität von konstanter Größe 663.
- EINSTEIN, seine Erklärung der Störung der Merkbewegung 83; Nachweis der Kreiseigenschaften der Molekularmagnete mit DE HAAS 115, 472, 482; sein umfassenderes Relativitätsprinzip 121; Die Definition der Gleichzeitigkeit 123; sein spezielles Relativitätsprinzip 125; sein Massenbegriff 127; Äquivalenzprinzip 130; seine Gravitationstheorie 131/2; ihre Prüfung 133; Schema zur speziellen und zur allgemeinen Relativitätstheorie 133; Erklärung der BROWN-Bewegung 289; Quantentheorie der Atomwärme 345, 347; Lichtquantenhypothese 655/6; Gleichung $eV = h\nu$ 659, 699, 700.
- ELSTER (1854—1920) u. GEITEL (1855 bis 1923), Stromrichtung bei Blitzen 450; Photozelle 457†, 458.
- EMDEN, Gaskugel, Sternentwicklung 647.
- EMMET, Zweistoffturbine (Quecksilber, Wasser) 313.
- ÉÖTVÖS (1848—1919), Schwere = Träge 26; seine Drehwaage 106/7; Oberflächenspannung und Molekularvolumen 227.
- EPPENSTEIN s. u. CZAPSKI-EPPENSTEIN 596.
- EUCKEN, Spezifische Wärme des Wasserstoffs 345; Stationärer elektr. geheizter Gasstrom zur Messung 351.
- EULER (1707—83), Trägheitsmoment 91.
- EVERSHED, seine Feststellung der von EINSTEIN geforderten Rotverschiebung der FRAUNHOFERSchen Linien im Schwerefeld der Sonne 133; Beobachtungen am Wasserstoffspektrum 643.
- EWING, Versuch zur Erklärung des Magnetismus 482; Energievergeudung beim Umagnetisieren (Messung) 486.
- FABRY-PEROT, Interferenzspektroskop, Luftplatte 608; s. a. u. BENOIT 640.
- FAHRENHEIT (1686—1736), Gewichtsäräometer 174; Temperaturskala 287.
- FARADAY (1791—1867), Feldbegriff 25; Krafffeld 85; Weiterentwicklung der Atomvorstellung 135²; Vorführung der Unterschiede im Gasgewicht 183†; Erklärung der Klangfiguren von SAVART 271; Regolation des Eises 355; Verflüssigung von Gasen 372, 373; Sphäroidaler Zustand, Vorlesungsversuch 382; Entstehung elektrischer Ladung 387; Reibungselektrizität identisch mit anders erzeugter 389; Eimerversuch 393, 405†; Elektrisierung durch Influenz 399; Dielektrikum, dielektrische Polarisation 403/4; Oberflächenladung, Versuchsanordnung 405; Dielektrizitätskonstante 406/7; Elektrolyse 428; Anion, Kation, Anode, Kathode 429; Elektrochem. Äquivalentgesetz 431ff., 663; Dunkelraum, Gasentladung 450; Wechselwirkung zwischen Magnet und stromführendem Leiter 470; Magn. Krafflinien 474†; Induktionsröhren (magnetisch) 475; Diamagnetismus, Paramagnetismus 480; Induktionsstrom 486; Unabhängigkeit vom Leitungsmaterial 492; Selbstinduktion 494.
- FAURE, Bleiakкумуляtor 442.
- FAYE erkennt die Sonnenflecke als wirbel erzeugte Trichter 701.
- FECHNER (1801—87), (mit W. WEBER) Psychophysisches Grundgesetz 260; Bedeutung für die Größenklassen der Sterne 531^o.
- FEDDERSEN (1832—1918), Struktur des elektrischen Funkens im rotierenden Spiegel 276, 502†.
- v. FEDOROW, Symmetrielehre für Kristalle 145; Gittertheorie für sie 145; Feinste Unterscheidung durch 230 Raumgruppen 147.
- FERMAT (1608—65), Satz vom kürzesten Lichtweg 580.
- FERRARIS (1847—97), Magnetisches Drehfeld 239, 496.
- FERREL (1817—91), Ablenkung der Windrichtung durch die Erddrehung 75.
- FESSENDEN, Hochfrequenz-Wechselstrommaschine für ungedämpfte Wellen 515.
- FIZEAU (1819—96), Lichtgeschwindigkeit in strömender Flüssigkeit 127; Kondensator im Funkeninduktor 488; Lichtgeschwindigkeit, terrestr. gemessen 519; Interferenzstreifen, (mit ABBE) Dilatometer 608†.

- FLAMMARION, Wirkung d. Erddrehung a. d. freien Fall 34.
- FLETTNER, Segelwirkung eines rotierenden Zylinders 215.
- FOUCAULT (1819—68), sein Pendelversuch 76, 103; gleichstimmiger Parallelismus beim Kreisel 113; Wirbelströme 495; Lichtgeschwindigkeit, terrestrisch gemessen 519.
- FOURIER (1768—1830), Dimensionsformel eingef. 13; Zerlegbarkeit nicht-sinusförmiger Schwingungen in sinusförmige 267.
- FOWLE s. u. ABBOT 639.
- FOWLER ruft das He⁺-Spektrum experimentell hervor 688.
- FRAHM, sein Schlingertank 109/10.
- FRANCIS (1815—92), Wasserturbine 219†.
- FRANCK u. HERTZ, ihre Elektronenstoßversuche 1914 zu den BOHRSchen Postulaten 674, 676, 676†, 678, 700; Erregung der Resonanzlinie des Quecksilbers durch Elektronenstoß 679.
- FRANZ s. u. WIEDEMANN 379†, 380/1.
- FRAUNHOFER (1787—1826), Parallaxistische Fernrohraufstellung 6²; Aufnahme der (FRAUNHOFERSchen) Linien 542†; Helligkeitsverteilung im Sonnenspektrum 542†; Messung der Brechung in Minimalablenkung 550/1; Verdienste um die Herstellung optischen Glases 570; Terrestr. Fernrohr, Okular 598†; Techn. Anwendung von NEWTON-Ringen 607; Beugungserscheinungen 612; Messung der Wellenlängen des Lichts, Beugung 613†.
- FRAUNHOFERSche Linien, Erklärung 644/5, 658.
- FRESNEL (1788—1827), Verbesserung des Prinzips von HUYGENS 249; Elastische Wellen-Theorie des Lichts 518; Ableitung des Spiegelungsgesetzes aus der Wellentheorie 532; Interferenz im Spiegelversuch 602†; Biprisma 605†; Beugungserscheinungen 612; Deutung des polarisierten Lichts 618; Zirkular polarisiertes Licht aus total reflektiertem 622†; Erklärung der Drehung der Polarisations-ebene 626.
- FREUNDLICH-V. KLÜBER-BRUNN, Sonnenfinsternisbeobachtungen 1929 133.
- FRIEDRICH (mit KNIPPING), Herstellung des ersten „LAUE-Diagramms“ 651†.
- FROUDE, Kennzahl für den Wellenwiderstand 216.
- GAEDE, Rotierende Quecksilberluftpumpe 189/90, 189†; Quecksilberdampfdiffusions-Luftpumpe 205†.
- GALILEI (1564—1642), Grundl. d. wiss. Physik 1, 2, nach ihm ben. Koordinatentransformation 9, 120; seine Defin. der Massengleichheit 18; Fallgesetze 23/4, 25; Fallrinne (schiefe Ebene) 45; Terrestrisches Fernrohr 599.
- GALVANI (1737—98), Berührungselektrizität (Galvanismus) 438.
- GARCÍA (1805—1906), Kehlkopfspiegel 279.
- GAUSS (1777—1855) (mit WEBER), Absolute Maße 20; Genaue Messungen des Erdmagnetismus 477; Hauptebenen und Hauptpunkte, Linsen 564; Abbildungslehre 570/1.
- GAY-LUSSAC (1778—1850), Aräometer als Alkoholometer 175; Gesetz über das Gasvolumen bei konstantem Druck 179, 294, 335; Messung des Dampfvolumens einer gewogenen Flüssigkeitsmenge 369.
- GEIGER, Elektr. Zählung von α -Teilchen 467; Halbwertszeit des Radiums 468/9; Elektronenzählrohr 654/5; Ablenkung der α -Teilchen (mit MARSDEN) 664.
- GEISSLER (1815—79) Quecksilberluftpumpe 188†, Lumineszenzerscheinungen in GEISSLER-Röhren 633; Zur Beobachtung des ZEEMAN-Effekts 701.
- GETTEL s. u. ELSTER 450, 457†, 458.
- GERLACH s. u. STERN 483†, 484, 678¹.
- GIBBS (1839—1903), Statistische Mechanik 52; Zur adiabatischen Volumenänderung von Gasen 298; Wärmefunktion bei konstantem Druck 318; Klassische Theorie der Atomwärme 342ff.
- GOLDSCHMIDT, Hochfrequenz-Wechselstrommaschine 515.
- GOLDSCHMIDT, H., Aluminothermie 322.
- GOLDSTEIN (1850—1930), Ablenkung der Kathodenstrahlen im elektrischen Felde 455; Entdecker der Kanalstrahlen 460/1.
- GRAHAM (1805—69), Zusammenhang von Dichte und Ausflußgeschwindigkeit eines Gases 204; Gesetz der Diffusionsgeschwindigkeit 205; Kristalloide, Kolloide 222; Dialyse 222; Okklusion von Gasen 225; Kompensationspendel (durch Quecksilber) 332.
- GRAMME (1826—1901), Ringanker 491†.
- GREGORY (1638—75), Spiegelfernrohr 539†.
- GRIMALDI (1618—63), Entdecker der Beugung des Lichts 609.
- GROTRIAN, grünleuchtende Schichten im Hg-Dampf bei Elektronenstoßanregung 678.
- GROVE (1811—96), Dissoziation durch Wärme, erste Beobachtung 371; Galvan. Element 439.
- GRÜNEISEN, Spezifische Wärme bei tiefen Temperaturen 330. [280.]
- GRÜTZMACHER, Automatische Klanganalyse v. GUERICKE (1602—86), Kolbenluftpumpe 190; Elektrisiermaschine durch Reibung 410.
- GUIDO (von Arezzo) (990—1050), ut, re, mi usw. 263².
- GUILLAUME, Invar-, Elinvar-Nickelstahl 332, 333.
- GUINAND (1748—1824), Erster Hersteller optischen Glases 570.
- GULLSTRAND (1862—1930), Kritik an ABBES Abbildungslehre 572; Anregung zur Verantlinse 578; Zur Berechnung des holländischen Fernrohrs für das blickende Auge 579; Zahlenwerte für das Über-

- sichtsauge 592; Erklärung der Sternstrahlen aus der nicht spannungsfreien Aufhängung der Kristalllinse 593/4.
- DE HAAS, Nachweis der Kreiseigenschaften der Molekularmagnete (mit EINSTEIN) 115, 472, 482; Tiefste bisher künstlich erzeugte Temperatur 374.
- HABER (1868—1934), Bunsenflamme (mit BONHOEFFER u. QUASEBARTH) 325; Messung der spezifischen Wärme der Gase bei hohen Temperaturen 351.
- HADLEY (?—1744), Sextant 535.
- HAGEN, I. G. (1847—1930), Wirkung d. Erddrehg. a. d. freien Fall 34; Nachweis der Erddrehung mit dem Isotomeographen 76, 96.
- HAHN, Entdecker von Mesothor 463.
- HÄDINGER (1795—1871), Interferenzringe 608.
- HALE, Turmteleskop 6², Spektroheliograph 646†, 647; untersucht das Spektrum der Sonnenflecke 701.
- HALL (1829—1907), Wirkung d. Erddrehg. a. d. freien Fall 34.
- HALL, CH. MOOR (1703—71), Erfinder des ersten achromatischen Fernrohrobjectivs 570.
- HALLEY (1656—1724), Barometrische Höhenmessung 187.
- HALLWACHS (1859—1922), Entdecker des Photoeffekts 457.
- HAMILTON (1805—65), Einführung von Vektor und Skalar 35; Gedankengang auf die Massenwellen hin 655.
- HARKINS zur Stabilität der Elemente mit geraden und mit ungeraden Atomnummern 669.
- HARRIS (1797—1867), Absolutes Waageelektrometer 391.
- HARRISON (1693—1776), Rostpendel zur Kompensation der Wärmeausdehnung 332†.
- HARTMANN (mit KOCH), Arbeiten zur Intensitätsverteilung in den Spektrallinien 640.
- HAÜY (1743—1822), Grundgesetz der Kristallmorphologie (Gesetz der rationalen Indizes) 147, 150.
- HEAVISIDE, Schicht stark verdünnter ionisierter Lufträume in großer Höhe 449.
- v. HEFNER-ALTENECK (1845—1904), Trommelanker 491†; Amylazetatlampe, Normalkerze 530.
- HEISENBERG, Quantenmechanik 656, 702.
- HELLMANN, Schneekristalle 376†.
- HELMHOLTZ (1821—94), Aufgabe der phys. Naturw. I; Erhaltung der (wirkungsfäh. Kraft) Energie 43, 43¹; Weiterentwicklung der Atomvorstellung 135²; Arbeiten an der Lehre von der Strömung 206; Lehre von der Wirbelbewegung 214; Definition der Schallempfindung 251; Einteilung der Tonwerkzeuge 255; Resonator 257†, 258; Resonanztheorie des Hörens 258; Ursprung der Bezeichnungen Dur und Moll 263²; Tongrenzen für die musikalische Verwertbarkeit 265; Fassung des Gesetzes von FOURIER 267; Obertöne, charakteristisch für die Klangfarbe 267; Stärke der Obertöne 267¹; Analyse und Synthese der Klangfarbe 268; Schwingungsform der gezupften Saite 269, 270†; Vibrationsmikroskop 270; Vokaltheorie 279; Obertöne der Vokale (Formanten) 280; Doppelsirene 282; Rauigkeit des Zusammenklangs 283; Entstehung der Kombinationstöne 284; Gleichwertigkeit von Wärme und Arbeit in allgemeiner Form 293/4; Freie und gebundene Energie 327; Sonne als kosmische Wärmequelle 385; Fassung des FARADAY-Äquivalentgesetzes 432; Atomistik der Elektrizität 433; Verbesserung des DANIELL-Elements 438/9; Sichtbarmachung ganz schwacher Polarisationswirkungen 441; Erschließung der Funkenentladung als eines oszillierenden Vorganges 502; Augenspiegel 539; Ausdehnung des sichtbaren Spektrums 542/3; Komplementärfarben (Zahlen) 544; (mit KETTELER) Dispersionsformel 553; Aufrechtsehen, empirist. Theorie der Gesichtswahrnehmung 590; Verteilung der Sehschärfe über die Netzhaut 591¹; Verlegung der Sternstrahlen in die Kristalllinse des Auges 593; Leistungsgrenze des Mikroskops 597, 616; Schluß aus dem FARADAYschen Äquivalentgesetz 663; Mündliche Äußerung, daß er sich das Atom unter dem Bilde des Planetensystems vorstelle 665¹.
- HENGLER (1806—1858), seine astronomische Pendelwaage 105.
- HENNING (u. HEUSE), Messungen zur absoluten Temperatur des Eispunktes 288; zum *pv*-Gesetz 337; Verdampfungswärme des Wassers 363.
- HENRY, J. (1797—1828), Magnetisierung durch Funkenentladung 502.
- HENRY, W. (1774—1836), Löslichkeit der Gase, Absorptionsgesetz 223/4.
- HERMANN (1838—1914), Formanten, den Vokal kennzeichnend 280†.
- HERO (zw. 284 u. 221 v. Chr. lebend), Heronsball 194†.
- HERTZ, G., trennt Neonisotopen 20 und 22 vollständig voneinander 672†; s. a. u. FRANCK 674, 676, 678, 700; Zur Rechtfertigung der BOHRschen Theorie 679; Absorptionsspektren der L-Reihe 694†.
- HERTZ, H. (1857—94), Schwimmen beschwerter elastischer Platten 171; sein Resonator 246; Ablenkung der Kathodenstrahlen im elektrischen Felde 455; Funkenentladung in sehr schnellen elektr. Schwingungen 502, 503†, 505; Oszillator 505†; Ausbreitung der elektromagn. Welle 506ff., 508†; Experimentelle Bestätigung der elektromagnet. Lichttheorie 509/10; Absorption, Reflexion und Brechung elektrischer Wellen 510†; Bestätigung des skin-Effekts elektromagn. Drahtwellen

- 512; Grundlage zur drahtlosen Telegraphie 514.
- HESS, V. F.**, Durchdringende Höhenstrahlung 449; Ultra- γ -Strahlung von ganz kurzer Wellenlänge 654.
- HESS (1802—50)**, Gesetz der konstanten Wärmesummen 320.
- HESSE**, Schwimmen der Fische 171.
- HESSEL (1796—1872)**, Theorie der Kristallstruktur (Symmetriegesetze) 147.
- HEVESY** trennt Quecksilberisotope durch Destillation 672¹, findet Element 72 (Hafnium) auf 690.
- HEUSLER**, Legierungen mit Mangan (zur ferromagnetischen Gruppe) 484.
- HIGGINS**, (Arbeiten zwischen 1776 und 1801), Singende Flamme 278†.
- HIRN (1815—90)**, Zum Umsatz von Wärme in Arbeit, früher Versuch 293.
- HITCHCOCK**, Spektroheliogramme 646†.
- HITTOFF (1824—1915)**, Überföhrungszahl 429; Dunkelraum, Gasentladung 451; Ablenkung der Kathodenstrahlen im magnetischen Felde 454/5.
- VAN'T HOFF (1852—1911)**, Osmotischer Druck und Gasgesetz 223; Veranschaulichung 223; Maß der Affinität 328; Chemische Zusammensetzung und Drehungsvermögen 627.
- HOFMANN, A. W. (1818—92)**, Dampfdichtemessung 369†.
- HOLBORN (mit KURLBAUM)**, Optisches Pyrometer 639.
- HOLTZ (1836—1913)**, Influenzelektroskopmaschine 411†.
- HOOKE (1635—1703)**, Gesetz der Formänderung und formändernden Kraft 157, 234; Abweichungen davon 159.
- HOPE (1766—1844)**, Dichteschichtung des Wassers bei Temperaturänderungen, Versuchsordnung 333†, 382.
- HOPKINS**, Schmelzpunkt druckabhängig (Wachs) 354.
- HUGGINS (1824—1910)**, Siriusgeschwindigkeit aus dem DOPPLER-Prinzip 642.
- HUGHES (1831—1900)**, Typendrucker 472; Mikrophon 487.
- v. HUMBOLDT, A. (1769—1859)**, Begründer erdmagnetischer Observatorien 477.
- HUYGENS (1629—95)**, erkennt die Zykloide als Tautochrone 45; sein Zykloidenpendel 100; sein Uhrenpendel 103; Prinzip der Lichtausbreitung 247ff., 248†; Wellentheorie des Lichts 518; Ableitung des Spiegelungsgesetzes aus der Wellentheorie 532; Okular 599; Entdeckung der Polarisation des Lichts 617.
- JAEGER u. STEINWEHR**, Wahrscheinlichster Wert des mechanischen Wärmeäquivalents 292.
- JAMIN (1818—86)**, Interferenz-Refraktometer 608†.
- JOFFÉ**, Durchschlagfestigkeit von Isolatoren 448/9.
- JOHNSTON STONEY**, Elektronen 457.
- JOLLY (1809—84)**, Doppelwaage 86; Gewichtsänderung mit der Höhe über der Erde 87; Federwaage 173.
- Joos**, Ätherwindversuch 609¹.
- JORDAN**, Quantenmechanik 656.
- JOULE (1818—89)**, Mechanisches Wärmeäquivalent; Frühe Messung 292/3; Erster Überströmungsversuch (bei idealen Gasen) 295†; Verbesserung des Verfahrens durch W. THOMSONS porösen Stopfen 296†; Lufttemperaturmessung im Freien, Strahlungsschutz 384; Wärmewirkung des elektrischen Stromes 418, 424 ff.
- JOULE-THOMSON-Effekt** 296/7, 303, 338.
- JULIUS**, Anomale Dispersion der Gase, Sonnenphysik 646.
- JURIN (1684—1750)**, Kapillarkonstante 232.
- KAMERLINGH ONNES (1853—1926)**, Verflüssigung von Helium 374; Supraleitfähigkeit, elektr. 418.
- KANT (1724—1804)**, Nebularhypothese 81, 229.
- KAPITZA**, Stärkstes Magnetfeld erzeugt 475.
- v. KÁRMÁN s. u. BORN** 345, 349.
- KATER (1777—1835)**, sein Reversionspendel 103.
- KAUFMANN**, Elektronenmasse abhängig von ihrer Geschwindigkeit 128.
- KAYSER (mit RUNGE)**, Zur Kenntnis der Serienanordnung der FRAUNHOFERSchen Linien 644; sein Hinweis auf die RUNGESche Auffassung des Atoms als eines Planetensystems 665¹.
- KELVIN s. u. W. THOMSON.** °K = Grad Kelvin 339.
- KEPLER (1571—1630)**, Entdeckung der elliptischen Marsbahn 79/80; Erstes 80, zweites 81, drittes KEPLER-Gesetz 83, 681; Astronomisches Fernrohr 598.
- KETTELER (1836—1900) s. u. HELMHOLTZ** 553.
- KIRCHHOFF (1824—87)**, Verbesserung des Prinzips von HUYGENS-FRESNEL 250; Sätze über Stromverzweigung 421ff.; Verhältnis der Emission zur Absorption (Strahlung) 633; Schwarzer Körper 636 bis 637, s. a. u. BUNSEN 640/1; Ursprung der FRAUNHOFERSchen Linien erklärt 645; Bestätigung seiner Ansicht durch das Flashspektrum 645¹.
- KOHLRAUSCH, F. (1840—1910)**, Ionenwanderung 429; Wasservoltmeter 434.
- KOHLRAUSCH, K. W. F.**, Tabelle der radioaktiven Stoffe in genetischem Zusammenhang 670/1.
- KOLHÖRSTER**, Durchdringende Höhenstrahlung 449/50; Beobachtung auf Ballonfahrten 654.
- KÖNIG, RUDOLF (1832—1901)**, Manometrische Flamme zur Untersuchung schwingender Luftsäulen 275 †336, †337, 312, 511; Besondere Membran 278; Vorrichtung zur Erzeugung von Schallinterferenzen 281†; Kombinationstöne scheinen der

- Resonanztheorie des Hörens zu widersprechen 284.
- KOPERNIKUS (1473—1543), Widerstand gegen ihn 3¹; sein heliozentrisches System 79/80.
- KOSSEL, Deutung der Röntgenspektren im Sinne der BOHRschen Theorie 691, 692, 699.
- KRARUP, Kabel mit erhöhter Selbstinduktion 501/2.
- KRIGAR-MENZEL (1861—1929), Messung der Erddichte (mit RICHARZ) 86; (mit RAFS) Aufnahme von Saitenschwingungen 270.
- KROGH, Zum Stoffaustausch in den Kapillaren des Menschenkörpers 221.
- KRÖNING (1822—79), Mitbegründer der kinetischen Gastheorie 176.
- KRÜGER, Zum Anblasen von Lippenpfeifen 277.
- KUNDT (1838—94), Staubfiguren in schwingenden Luftsäulen 276†; (mit WARBURG) Einatomigkeit von Quecksilberdampf 344; Influenzelektroskopmaschine 411†; Anomale Dispersion 631; Dispersion von Metallen 631; Anomale Dispersion von Gasen 632, 646.
- KURLBAUM s. u. HOLBORN 639.
- LAMBERT (1728—77), Photometr. Grundgesetz 526†, 527, 530; Albedo 589.
- LANDSBERG (mit MANDELSTAM) s. u. RAMAN-Effekt 662.
- LANE, Gaskugel, Sternentwicklung 647.
- LANGLEY (1834—1906), Bolometer 340/1†.
- LANGMUIR, Quecksilberdampfstrahl-Luftpumpe 200†, 201.
- LAPLACE (1749—1827), Nebularhypothese 81/2, 229; Schallausbreitung in Luft, c_p/c_v 298.
- LARSSON (mit SIEGBAHN), Brechung der Röntgenstrahlen an einem Prisma 649.
- v. LAUE, Weiterentwicklung der Atomvorstellung 135²; Gittertheorie der Kristalle 145; Nachweis der periodischen Homogenität der Materie durch Röntgenstrahlen 151; Rationalitätsgesetz 151; Röntgen-Strahlung als elektromagnetische Wellen erkannt 648; Röntgen-Spektroskopie 651; Analyse des Kristallbaues 651/2†; LAUE-Effekt s. u. W. H. BRAGG 652/4; Verwirklichung der Interferenzbedingung für Röntgenstrahlung 657; -Diagramm 657.
- LAURENT, Saccharimeter, Halbschattenapparat 628†, 629.
- LAVAL, frühe Dampfturbine 313.
- LAVOISIER (1743—94), Eiskalorimeter 349, 350†.
- LEBEDEW (1866—1911), Strahlungsdruck 128.
- LE BEL (1847—1930), Chemische Zusammensetzung und Drehungsvermögen, Saccharimeter 627.
- LE BLANC, Zersetzungsspannung 440; Theorie 441.
- LE CHATELIER, Thermolement, Pyrometer 427.
- LECHER (1856—1926), Elektromagnetische Drahtwellen 510†.
- LECLANCHÉ (1839—82), Galvan. Element 439.
- LEHMANN (1855—1922), flüssige Kristalle 144.
- LEIDENFROST (1715—94), Wassertropfen auf heißer Metallfläche 382†.
- LENARD, Wasserfallelektrizität 388; Aluminiumfenster im Kathodenstrahlrohr 454†; Auslösung von Photoelektronen durch ultraviolette Licht 457†; Atomstruktur 482, 655; Materie durchsetzende Kathodenstrahlen 664; seine Theorie des Atombaus 666; Zur Szintillation auf dem ZnS-Schirm 667¹.
- LENZ (1804—65), Richtung der Induktionsströme, Gesetz 490, 494.
- LE ROUX (1832—1907), erster Entdecker der anomalen Dispersion 631.
- LEVERRIER (1811—77), Unauflösbare Restglied der Bewegung des Merkurperihels nach seinen und NEWCOMBS Beobachtungen 133.
- LICHTENBERG (1742—99), Elektrische Figuren 388¹†.
- v. LIEBEN (1878—1913), Verstärkerröhre 459.
- LILIENTHAL (1848—96), Erforscher des Segelflugs 207.
- v. LINDE, Luftverflüssigungsmaschine auf den JOULE-THOMSON-Effekt gegründet 297; Kältemaschine 314/5†; Drosselungskühlung 373/4†.
- LINDEMANN, s. u. NEERNST 345, 348; Charakteristische Schwingungszahl ν 348.
- LIPPERHEY (?—1619), Holländisches Fernrohr 599.
- LIPPICH (1838—1913), Saccharimeter, Halbschattenapparat 629; Erster Beobachter der Verbreiterung der Spektrallinien bei jedem zum Leuchten erhitzten Gase 643.
- LIPPMANN (1845—1921), Zölostat 6²; Elektrometer mit elektrisch polarisiertem Quecksilbertropfen 229.
- LISTING (1808—82), Einführung der Abkürzung $\mu = 0,001$ mm 543, der Knotenpunkte, Linse 564.
- LITROW (1781—1840), Verfahren des in sich zurückkehrenden Strahls 550.
- LO SURDO, Arbeiten zum Starkeffekt 702.
- LÖBER (1830—1912), Technische Anwendung der NEWTON-Ringe 607.
- LODGE, Kohärer, Detektor 419.
- LORENTZ, H. A. (1853—1928), seine Transformationsformeln 125; Erweiterung der MAXWELL-Theorie (Elektronentheorie der Dispersion) 519; Zur Spaltung der Spektrallinien 701.
- LORENZ, L., Verhältnis des Wärmeleitvermögens zum elektr. Leitvermögen 380.
- LOSCHMIDT (1821—95) berechnet die Molekülzahl N im Mol 137, 179, 347, 654, 663.
- LOTZE (1817—81), Theorie der Gesichtswahrnehmung 590¹.
- LUMMER (1860—1925), (mit BRODHUN)

- Photometerschirm, Totalreflexion 530, 549 †; (mit GHERCKE) Interferenzspektroskop, Glasplatte 608; Lagenänderung der Schwingungsebene natürlichen Lichts 623; (mit PRINGSHEIM) Strahlungsmessungen 638.
- LYMAN, Spektralserien, Wasserstoff, ultraviolet 644, 682 †835 u. †836, 685.
- MACH, E. (1838—1916), Folge der Vorstellung von Trägheitskräften 129; Schallwellenaufnahmen 253; Auffassung des Begriffes Temperatur 285¹; Ausspruch zum Strahlungsgleichgewicht 635.
- MACH, L., Verbesserung des Interferenz-Refraktometers 608.
- MCLEOD (1841—1923), Vakuummeter 192†.
- MAGNUS (1802—70), Wirbelbewegung um rotierende Zylinder 215.
- MALUS (1775—1812), Erhaltung der Orthogonalität von Lichtbündeln 580; Entdeckung der Polarisation des Lichtes durch Spiegelung 617, 620.
- MÄLZEL (1772—1838), sein Metronom 104.
- MANDELSTAM s. u. LANDSBERG 662.
- MARCONI, Schwingungskreis für drahtlose Telegraphie 515.
- MARIOTTE (1620—1684) s. u. BOYLE 175, 175¹, 179; Gefäß zur Konstanterhaltung der Ausfließgeschwindigkeit 195†, 196.
- MARSDEN s. u. GEIGER 664.
- MAXWELL (1831—79), Zum 1. NEWTON-Bewegungsgesetz 15; Seine Definition von Arbeit 37; Zum Prinzip der Erhaltung der Energie 44; Statistische Mechanik 52; Weiterentwicklung der Atomvorstellung 135²; Kinetische Gastheorie 176; Erläuterung der absoluten Temperatur 177; Elektromagnetische Welle 243†; Seine Darstellung der thermodynamischen Temperaturskala 302¹, 303†; Siedeverzug des Wassers 359¹; Verschiebungsstrom 409, 412; Begründung der elektromagn. Theorie des Lichts 504; Beziehungen zwischen Dielektr. Konst. und optischer Brechzahl 512/3; Elektromagn. Theorie d. Lichts 518.
- MAYER, JUL. ROB. (1814—71), Allgem. Gültigkeit d. Gesetzes von der Erhaltung der Energie 43; Erste Berechnung des mech. Wärmeäquivalents 292; Umwandlung der Oxydationswärme der Nahrungsmittel in mechanische Energie 293.
- MEISSNER, Ungedämpfte Wellen f. drahtl. Telegr. durch Elektronenröhren (Rückkoppelung) 515/6†.
- MELDE (1832—1901), Staböne 273.
- MELLONI (1798—1854), Thermosäule 427†.
- MENDELEJEFF (1834—1907) Periodisches System der chemischen Elemente 695.
- VAN DER MENSBRUGGHE (1835—1911), Oberflächenspannung in ebener Flüssigkeitshaut. Nachweis 226.
- MERCIER, Fortpflanzungsgeschwindigkeit der elektr. Wellen, Messung 511.
- MEYER, E., Messung der Schallstärke mit einer RAYLEIGH-Scheibe 260.
- MEYER, LOTHAR (1830—95), Periodisches System der chemischen Elemente 695.
- MEYER, O. E. (1834—1909), Mitbegründer der kinet. Gastheorie 176; Transpiration Gase durch Kapillarrohr 204.
- MEYER, VICTOR (1848—97), Dampfdichtemessung 369†.
- MEYER, ST. (mit HESS), Messung der Wärmewirkung von α -Strahlen 467.
- MEYERSTEIN (1808—82), Spektrometer 551†.
- MICHELSON (1852—1931), Ausmessung des Meters in Lichtwellen 4; Lichtgeschwindigkeit, unabhängig vom Bezugssystem 121; Lichtgeschwindigkeit terrestr. gemessen 519/20†; Interferometer 605†; (mit MORLEY) Bedeutung für den Ätherwindversuch 609†; Stufengitter, Beugung 614†; Wellenzahl der Feinstruktur 685.
- MILLIKAN, Messung der Elementarladung, Abänderung des EHRENFEST-Versuchs 447, 664.
- MINKOWSKI (1864—1909), Welt-Punkt 14; -Linie 13/4; Begriffe der Relativitätstheorie 15; Geometrische Darstellung der relativen Gleichzeitigkeit 124, s. a. u. EINSTEIN.
- MITSCHERLICH (1794—1863), Saccharimeter 627†.
- MOHR (1806—79), Hydrostatische Waage zum spez. Gew. von Flüssigkeiten 174†.
- MOHS (1773—1839), Härteskala 160.
- MOOR, Röhre für Reklamebeleuchtung 451.
- MORSE (1791—1872), Schreibtelegraph 472.
- MOSELEY (1887—1915), Kernladung und Ordnungszahl der Elemente, Gesetz 660†, 693; Bestimmung der Reihenfolge der Elemente 667.
- MOUSSON (1805—90), Erniedrigung des Eisschmelzpunktes unter ganz hohem Druck 354.
- MÜLLER, KARL, Durchsichtige Metallfolien 525.
- MÜLLER, J. (1801—58), Augendrehpunkt, Zentrum der Perspektive beim Blicken 577.
- NATTERER (1821—1901), Verflüssigung permanenter Gase 372.
- NERNST, seine Mikrowaage 69; Ansatz zur Molekulartheorie der Kristalle 153; Sichtbarmachung stehender Lichtwellen 247⁰; Klangsynthese mit Hilfe von Verstärker-röhren 268; Klavier mit Verstärker-röhren an Stelle des Resonanzbodens 269; Wärmetönung beim Übergang von Graphit in Diamant 320/1; Reaktionsisochore 326¹; Dritter Hauptsatz 328, 329†; Bleidrahtthermometer 340; (mit LINDEMANN) Quantentheorie der Atomwärme 345; Atomwärme des Diamanten 348; Metallblockkalorimeter für sehr tiefe Temperaturen 351†; Dampfdruckformel und chemische Konstante 366; Dissoziation 370; Elektrolytglühlampe 419, 425†;

- Elektromot. Wirksamkeit von Ionen 435 ff., Mechanismus des galvanischen Elements 437 ff., †497; Ursprung der Höhenstrahlung 450; Erklärung der Höhenstrahlung 654.
- NEUMANN, FRANZ (1798—1895), Grundgesetz der Kristallmorphologie (Gesetz der rationalen Indizes) 147, 150; Molekularwärme der Verbindungen, Gesetz 342.
- v. NEUMAYER (1826—1900), Geographische Bedeutung des Erdmagnetismus 477.
- NEWCOMB (1835—1909), Beobachtungen der Merkurbewegung 133.
- NEWCOMEN, TH. (1663—1729), Dampfmaschine frühester Konstruktion 311.
- NEWTON (1642—1727), Erstes 15, 28, zweites 19, 28, 48, drittes Bewegungsgesetz 27, 28, 29; Scheinbarer Widerspruch gegen sie 29; Schwere = Träge 26; Gegenseitige Anziehung von Sonne und Planeten 82, 82¹; Zentralbewegung der Gestirne (des Mondes) 83; Gravitationsgesetz 84/5, 681; dessen Prüfung durch CAVENDISH 86; Gewichtsabnahme in der Höhe 86; Anziehung einer Vollkugel und einer Kugelschale 87; Theorie von der fluterzeugenden Kraft 87; Korpuskulartheorie des Lichts 517; Spiegelteleskop 539; Farbenzerstreuung 541; Ursprüngliche Bedeutung des Wortes Spectrum 541¹; Gedanke, mit gekreuzten Prismen die Reinheit der Spektralfarben zu prüfen 543; Regenbogen 544; Interferenzringe, Farbensglas 607†.
- NICHOLS (mit TEAR), Erzeugung kürzester elektromagnetischer Wellen 510.
- NICHOLSON, Gewichtsaräometer 173, †194.
- NICOL (1768—1851), Prisma, Doppelbrechung 557†, 558.
- NOBERT (1806—81), Beugungsgitter, Glas 613.
- NODDACK (mit TACKE), Auffindung der Elemente 43 und 75 660.
- NOLLET (1700—70), Entdecker der Osmose 222.
- NÖRRENBERG (1787—1862), Polarisationsapparat 625.
- ÖBERBECK (1846—1900), Gekoppelte Pendel 108.
- ÖBERMEYER, Hartes Pech eine Flüssigkeit; Versuch dazu 161/2.
- ÖERSTED (1777—1851), Zusammendrückbarkeit von Flüssigkeiten, Piezometer 164; Entdecker der Ablenkung der Magnethadel im Stromfeld 469.
- OHM (1787—1854), Einheitlicher Ton und pendelartige Schwingung zusammengehörig 267; Spannung, Stromstärke, Widerstand, Grundgesetz 414 ff.
- OLSZEWSKI, Verflüssigung von Gasen 372.
- OSTWALD, W. (1853—1932), Perpetuum mobile zweiter Art 299.
- OSTWALT, FR., Bedeutung des Augendrehpunktes bei der Benützung des Brillenglases 579.
- OTTO (1832—1891), Gasmaschine 313.
- PACINOTTI (1841—1912), Erfinder des Ringankers (s. u. GRAMME) 491.
- PAPIN (1647—1714), Dampfkochtopf 365.
- PARSONS (1854—1931), Früheste Dampfturbine 313.
- PASCAL (1623—62), Hydraulische Presse 163.
- PASCHEN s. u. RUNGE 614†; (mit WIEN) Strahlungsformel für das sichtbare Spektrum 638; Spektralserie, Wasserstoff, Ultrarot 644, 682 †835 u. †836, 685, 685¹; seine Termbezeichnungen, durch RUSSELL u. SAUNDERS abgeändert 686.
- PASTEUR (1822—95), Beständigkeit der Enantiomorphie 153.
- PAULI, sein Ausschließungsprinzip (PAULI-Verbot) 695, 698.
- PELTIER (1785—1845), Thermoelektrizität (PELTIER-Effekt) 426.
- PETIT (1791—1820), (mit DULONG) Kathetometer erf. 5; Bestimmung des spez. Gewichts des Quecksilbers bei sehr verschiedenen Temperaturen 168, 334†; Atomwärme der Elemente (Gesetz) 342.
- PFEFFER (1845—1920), Osmotischer Druck, Messung 221, 222†.
- PFEIFFER, Chemische Deutung von Kristallstrukturen 154.
- PICKERING (1846—1919), Spektralklassen 647.
- PICTET, Entdecker des Gesetzes über die Verdampfungswärme 363; Verflüssigung von Gasen (Kaskadenmethode) 372/3.
- PIER, Argon, Messung der Molwärme 344.
- PIGOT, Darstellung der Schwingung eines FOUCAULT-Pendels 103.
- PITOT (1695—1771), Staugerät 201†, s. a. u. PRANDTL.
- PLANCK, Wirkungsquantum 22¹; Konstante h 52³, 346, 700; Erster Hauptsatz in mathematischer Fassung 295; Definition des idealen Gases 297; Zweiter Hauptsatz 298/9; Bezeichnung des zweiten Hauptsatzes als das Prinzip von der Vermehrung der Entropie 310; Fassung des dritten Hauptsatzes 330; Quantentheorie begründet 345; Strahlungsformel 637/8, 663.
- PLANTÉ (1834—89), Bleiakкумуляtor 442.
- PLATEAU (1801—83), Achsendrehung flüssiger Kugeln 78, 162, 229.
- PLÜCKER (1801—68), Entdecker der Kathodenstrahlen 451.
- POCKELS (1865—1913), Stromstärke im Blitz 450.
- POETSCH, Gefrieranlagen für Schachtabteufung im schwimmenden Gebirge 315.
- POGGENDORFF (1796—1877), Fallmaschine 29; seine Winkelmessung mit Spiegel und Skala 107, 535/6†.
- POINSON (1777—1859), Kräftepaar 61; sein Trägheitsellipsoid 93; Die Kreisbewegung 110—112.
- POISEUILLE (1799—1869), Flüssigkeitsbewegung in engen zylindrischen Röhren 208.

- POISSON (1781—1840), Elastizitätszahl 159.
- POLLITZER, Kritik des ersten JOULE-Überströmungsversuchs 296.
- PORRO (1801—75), Bildumkehrendes Prismensystem 601†.
- POULSEN, Ungedämpfte Wellen f. drahtl. Telegr., Lichtbogen 515†.
- POYNTING (1852—1914), Strömung der elektromagnet. Energie 507.
- PRANDTL, Kreiselaufhängung 50, 51; Bedingung für die Volumbeständigkeit von strömenden Gasen 196; Staugerät mit PITOT-Rohr 201†; Grenzschichttheorie in strömenden Flüssigkeiten 211; Eigentliche Strömungswiderstände *hinter* dem Körper 215.
- PRÉVOST (1751—1839), Strahlungsgleichgewicht 633, 635†.
- PREYER (1841—97), Klangfarbe in 5-gestrichener Oktave identisch 267.
- PRINGSHEIM, E. (1859—1917) s. a. u. LUMMER 638.
- PRONY (1755—1839), Bremsdynamometer 70/1, 313.
- PROUT (1785—1850), seine Atomhypothese blieb erfolglos 666.
- PULFRICH (1858—1927), Geräte zur Bestimmung von Brechung und Zerstreung 550.
- PUPIN, Selbstinduktionsspule für Kabel 501/2.
- QUINCKE (1834—1924), Randwinkel, Quecksilber 231.
- QUINTENZ, Brückenwaage 69/70.
- QUINTUS ICIUS (1824—85), Mechanisches Wärmeäquivalent aus der elektrischen Stromwärme gemessen 292.
- RAMAN-Effekt 661†, 662; -Linien 662.
- RAMSAY (1852—1916), (mit RAYLEIGH) Entdeckung der Edelgase 375.
- RAMSDEN (1735—1800), Okular 599.
- RAOULT (1830—1901), Molekulargewicht aus Gefrierpunktserniedrigung 361; Satz zur Gefrierpunktserniedrigung (mit COPPET) 362.
- RAPS (1865—1920), (mit KRIGAR-MENZEL) Aufnahmen von Saitenschwingungen 270.
- RAYLEIGH (1842—1919), Messung der Schallstärke mit der Scheibe 260; Einatomigkeit der Edelgase 344; s. u. RAMSAY 375; Wellengruppengeschwindigkeit, Einführung des Begriffs 521; Himmelsblau als TYNDALL-Effekt erklärt 660¹; Auflösungsvermögen eines Spektralapparats 701¹.
- RÉAUMUR (1683—1757), Temperaturskala 287.
- REGENER, Optische Zählung der α -Teilchen 468†; Nachweis der durchdringenden Strahlung in 200 m Wassertiefe 654; Szintillationszählung 667¹.
- REGNAULT (1810—78), Messungen zur Gaskonstante 297; Ausdehnung des Quecksilbers, verbesserte Meßanordnung 334†; Wasserkalorimeter 350†; Dampfdruckmessung bei verschiedenen Temperaturen 364; (mit ALLUARD) Verbesserung des Taupunkthygrometers 377.
- REYNOLDS (1842—1912), nach ihm benannte Zahl 22¹, 209.
- RICHARDSON, Austritt von Elektronen aus glühenden Stoffen 458.
- RICHARZ (1860—1920), (mit KRIGAR-MENZEL) Messung der Erddichte 86.
- RICHMANN (1711—53), Mischungsregel (Wärme) 351.
- RICHTER, Tiefseethermometer 340.
- RIEFLER (1847—1912), Kompensationspendel aus Nickelstahl 332.
- RIEGGER (1883—1926), Elektrodynamischer Lautsprecher 272†.
- RIESS (1805—83), Kondensator der Elektrizität 402†, 407; Luftthermometer, Hitzdrahtstrommesser 413†.
- RITCHIE, Photometer 528†, 529.
- RITTER, A. (1826—1908), Gaskugel, Sternentwicklung 647.
- RITTER, JOH. WILH. (1776—1810), Galvan. Polarisation 441.
- RITZ (1878—1909), Unrichtige Annahme über die Lichtgeschwindigkeit aus bewegten Lichtquellen 522; sein empirisch gefundenes Kombinationsprinzip 644, 679.
- ROBERVAL (1602—75), eigentlicher Erfinder des FAHRENHEIT-Aräometers 174.
- v. ROHR, Einstellebene und objektseitiges Abbild 572; Eintritts-, Austrittspupille 573; Mattscheibenebene 574; Abbildsbild 575; Berechnung der Verantlinse 578; Schlüssellochbeobachtung 578; Eintritts-, Austrittsluke 587.
- ROMÉ DE L'ISLE (1736—90), Konstanz der Kristallwinkel 150.
- RÖMER, OLAF (1644—1710), Geschwindigkeit des Lichts, Jupitermonde 519.
- RÖNTGEN (1845—1923), Entdecker der nach ihm benannten Strahlen 451†; durch fluoreszierendes Bariumplatinocyanür aufmerksam gemacht 650; glaubt anfänglich an eine Wellenstrahlung 651.
- ROWLAND (1848—1901), Metallgitter, Beugung, genaue Messung der Wellenlängen des Lichts 614; Konkavgitter 614.
- RUBENS (1865—1922), Thermosäule 427†; s. a. u. DU BOIS 481, 514; (mit ASCHKINASS), Isolierung von ganz langwelligen Strahlen aus dem Licht des Auerbrenners 514; Darstellung der Dispersion mit der Formel von KETTELER-HELMHOLTZ 553.
- RUBNER (1854—1932), Angabe über die Bestimmung der Oberfläche eines Erwachsenen 186; Gesetz der konstanten Wärmesummen gilt auch für den Organismus des Tieres 321¹.
- RUDBERG (1800—39), Bergkristall, Brechzahl 557.
- RUETE (1810—67), Augenspiegel mit durchbohrtem Hohlspiegel 539.
- RÜHMKORFF (1803—77), Funkeninduktor 488†, 488¹.

- RUMFORD (1753—1814), Wärme planmäßig durch Arbeit erzeugt 288; Messungen zum Wärmeleitvermögen von Bekleidungsstoffen 381¹; Unhaltbare Ansicht über die Wärmeleitfähigkeit der Gase 382.
- RUNGE (1856—1927), (mit PASCHEN) Gitteraufstellung 614†; s. a. u. KAYSER 644; Frühe Anregung durch HELMHOLTZ, sich das Atom unter dem Bilde eines Planetensystems vorzustellen 665¹.
- RUSSELL, Sterne, Entwicklungshypothese 647.
- RUSSELL u. SAUNDERS, Umänderung der PASCHENSCHEN Termbezeichnung 686.
- RUTHERFORD, (mit SODDY), Radioaktive Zerfallstheorie 462; Versuche mit α -Strahlen 466/7; Zählung der α -Teilchen (s. a. GEIGER) 469; Atomstruktur 482; Kernatom 662ff., 688; als Sonnensystem 664; Atombau 664, 665†, 666; Zum physikalischen Aufbau des Atomkerns 668; Zertrümmert Atomkerne 669.
- RUTHS, Energiespeicherung in Hochdruckdampf 365.
- RYDBERG (1854—1919), Wasserstoffserienformel, Konstante 643/4, 680, 681, 685, 686; Kenntnis der Serienanordnung FRAUNHOFERSCHER Linien 644; Empirisch gefundene Funktion zur Darstellung von Serien 685.
- SAHA, Ionisierte Elemente, Spektrum 640.
- ST. JOHN, seine Feststellung der von EINSTEIN geforderten Rotverschiebung der FRAUNHOFERSCHEN Linien im Sonnenspektrum 133.
- ST. CLAIRE DEVILLE (1818—81), Dissoziation durch Wärme, erste Untersuchung 371.
- SALCHER, Schallwellenaufnahmen 253.
- SAUSSURE (1740—99), Haarhygrometer 378†.
- SAVART (1791—1841), Knoten und Bäuche am Flüssigkeitsstrahl 202; Schwingungsbäuche von Klangfiguren 271†; s. a. u. BIOT 478.
- SCHEEL s. u. THIESEN 334; Messung der spez. Wärme der Gase bei tiefen Temperaturen 351.
- SCHEELE (1742—86), Strahlende Wärme, Bezeichnung 634.
- SCHNEIDER, CHR. (1575—1650), Arbeiten zum blickenden Auge 577.
- SCHERRER, Röntgenaufnahmen im kalt gereckten Metall 357; s. a. u. DEBYE 657†.
- SCHLICK (1840—1913), Schiffsreise 115.
- SCHOENFLIES (1853—1928), Symmetriellehre für Kristalle 145; seine Gittertheorie für sie 145; sein Rationalitätsgesetz 146; Feinste Unterscheidung der Kristalle durch 230 Raumgruppen 147.
- SCHOENTJES, Baroskop 184†.
- SCHOTT, G., Klimatischer Einfluß des Atlantischen Stromes 383/4.
- SCHOTT, O., Drahtschmelzung in Vakuumgefäße 332; (mit ABBE) Erschmelzung neuer Glasarten 356, 570; Elektrizitätszähler (Stia) 434.
- SCHRÖDINGER, Quantenmechanik 656, 702.
- SCHUCKERT (1846—1895), Parabolspiegel als Scheinwerfer 539.
- SCHULER, Erklärung der Wirkung des Schlingertanks 110.
- SCOTT, Phonautograph 252, 266†.
- SCOTT RUSSELL, Wellengruppen hinter dem Schiffe, Gleitboot 218.
- SECCHI (1818—78), Spektralklassen der Sterne 647.
- SEEBECK, A. (1805—49), Sklerometer 161; Sirene 260/1.
- SEEBECK, TH. I. (1770—1831), Thermoelektrizität 426.
- SELLMEIER, Erweiterung der Dispersionsformel von KETTELER-HELMHOLTZ 632.
- SENARMONT (1808—62), Wärmeleitung, isotrope und anisotrope, Versuchsanordnung 380.
- SIDOT erzeugt eine stark lumineszierende Form der Zinkblende 667.
- SIEDENTOPF (mit ZSIGMONDY), Ultramikroskop 616/7.
- SIEGBAHN, Röntgenröhre für physikalische Untersuchungen 451¹†; Längeneinheit im Röntgengebiet = $\frac{1}{1000}$ der Å-Einheit 543¹; s. a. u. LARSSON 649; Entdecker der *M*-Serie bei der Röntgenspektroskopie 659¹.
- SIEMENS, FR. (1826—1904), Regenerativgasofen 322¹.
- SIEMENS, WERNER (1816—92), Platinthermometer 340†; Elektrodynamometer 471; Doppel-T-Anker 491†; Elektrodynam. Prinzip 496.
- SIMON, Schmelzkurve des Heliums 354.
- SINSTEDEN, Entdeckung des Akkumulatorprinzips 442.
- DE SITTER, Geschwindigkeit des Lichts unabhängig von der der Lichtquelle 122, 521.
- SMEKAL sagt den später gefundenen RAMAN-Effekt voraus 662.
- SMOLUCHOWSKI (1872—1917), Erklärung der BROWNSCHEN Bewegung 289.
- SNELL (1591—1626), Lichtbrechungsgesetz 545/6, 554.
- SODDY s. u. RUTHERFORD 462; Vermutung des Vorhandenseins isotoper Atomarten desselben Elements 672.
- SOHNCKE (1842—97), Gittertheorie der Kristalle 145; s. a. u. ABBE 623.
- SOLEIL (1798—1878), Saccharimeter, Doppelquarzplatte 627†; Keilkompensation 628†.
- SOMMERFELD, Theorie des Wärme- und elektr. Leitvermögens 381; Würdigung der LAUESCHEN Entdeckung 651; Erklärung der Feinstruktur der Spektrallinien 683, 683¹, 685; s. a. u. BOHR 702.
- SORGE (1703—78), Entdecker der Differenztöne 284.
- SPONER, Zum Wirkungsgrad der Elektronenstöße auf das Atom 677¹.
- STARK, Dopplereffekt an Kanalstrahlen 642/43; Spektrallinien, Spaltung im elek-

- trischen Feld (STARK-Effekt) 700, 701, 702†; Transversaler STARK-Effekt 702†.
- STEFAN (1835—93), Emissionsvermögen und Temperatur, empirisches Gesetz 637/8.
- STEINER, Trägheitsmoment um Schwerpunktsachse am kleinsten 93.
- STEINWEHR s. u. JAEGER 292.
- STEPHENSON, Anregung der homogenen Immersion 597.
- STERN (mit GERLACH), Richtungsquantelung der Atome im Magnetfelde 483†, 484, 678¹.
- STEVIN (1548—1620), Hydrostatisches Paradoxon zum Bodendruck von Flüssigkeiten 166.
- STOKES (1819—1903), Schwere sehr kleine Kugel in Flüssigkeit fallend 210; Fluoreszenz, Regel 632.
- STRAUBEL, Glasparabolspiegel 539.
- STROUHAL (1850—1922), Ältere Auffassung des Anblasens von Lippenpfeifen 277.
- TAMMANN, Unterscheidung der Aggregatzustände in iso- und anisotrope 144¹; Natur der Schmelzkurve als druckabhängig 354; Rekristallisation 357.
- TARTINI (1692—1770), Differenztöne 284.
- TAYLOR (1685—1731), Formel für Saitenschwingungen 268.
- TESLA, Transformator für Hochfrequenzwechselströme 489.
- THALES (640—550), Erste elektrische Beobachtung 399.
- THÉVENOT (1620—92), Wasserwaage (Libelle) 185†.
- THIBAUD, Beugungsspektren der Röntgenstrahlen mit dem Glasgitter, kürzeste Welle von Thorium B mit 0,052 Å. 654.
- THIESEN, Ausdehnungsmessungen von Quecksilber und Wasser 334, s. a. u. SCHEEL.
- THOMSEN, JUL., Wärmetönung 318 (s. a. 318¹); Das natürliche System der chemischen Elemente 698†.
- THOMSON, J., s. u. W. THOMSON 354.
- THOMSON, J. J., Elektr. Gasentladungen (Verfein. des WILSON-Versuchs) 447; Arbeiten mit Kanalstrahlen 461; Erkennt Isotopen des Neons im Kanalstrahlenspektrum 672.
- THOMSON, W. (1824—1907), Harmonische Analyse der Gezeiten 88; Veranschaulicht die Inhomogenität des Wassers 144; Arbeiten an der Lehre von der Strömung 206; Verbesserung des JOULEschen Überströmungsversuchs durch Einführung des porösen Stopfens 296; Thermodynamische Temperaturskala 302ff.; Schmelzpunkt druckabhängig, Erdinneres 354; Sinken des Eisschmelzpunktes mit zunehmendem Druck (mit J. THOMSON) 354; Temperaturleitung der Erdrinde 381; Absolutes Waageelektrometer 391†; Quadrantelektrometer 391/2†; Galvanometer für Kabeltelegraphie 472†; Magnetische Permeabilität 481; Funkenentladung oszillierend, Theorie 503.
- TOMASCHEK, MICHELSON-Versuch am Fixsternlicht 122².
- TOEPLER (1836—1912), Quecksilberluftpumpe mit selbsttätigem Ventil 189; Schätzung der Stromstärke bei büschelförmigem Elmsfeuer 449.
- TORRICELLI (1608—47), Versuch zum Atmosphärendruck 185†; Grundlage für die Quecksilberbarometer 187; Gesetz zur Ausfluggeschwindigkeit 202.
- TRAUBE, L., Semipermeable Membran 222.
- TROUTON (1863—1922), (mit NOBLE) Prüfung des MICHELSONSchen Versuchs 122¹; Wiederfindung der PICTETSchen Regel 363.
- TYCHO BRAHE (1546—1601), Langjährige Marsbeobachtungen 80.
- TYNDALL (1820—93), Wärme eine Form der mech. Energie 52²; schallempfindliche Flamme 258†; Erklärung der singenden Flamme 278; Wärmeleitung, innere, Versuchsordnung 380; Mitteilung RUMFORDScher Messungen zum Wärmeleitvermögen von Bekleidungsstoffen 381¹; Elektr. Reibzeug mit Metallspitzen 401†; -Effekt (Streuung sichtbaren Lichts) 660, 660¹, 661, 661†, 662; -Strahlung 661, 662.
- ULBRICHT, Kugelphotometer 530†.
- VENTURI (1746—1822), Saugwirkung strömender Flüssigkeit zur Sumpfwässerung 200†; Messung der Strömungsgeschwindigkeit in einer Rohrleitung 201†, 202.
- VIDIE, Aneroidbarometer 187†.
- VILLARD, Strahlung der radioaktiven Stoffe 654.
- VOGEL (1841—1907), Drehschnelle der Sonne, DOPPLER-Prinzip 642.
- VOLTA (1745—1827), Gasgesetz, Entdeckung 335; Elektrophor 410†; Entdeckung der Berührungselektrizität 438.
- VAN DER WAALS (1837—1923), Ergänzung des BOYLE-Gesetzes 180; Zustandsgleichung von Gasen nahe ihrer Verflüssigung 294.
- WACHSMUTH, Neueste Auffassung des Anblasens von Lippenpfeifen 277.
- WÄETZMANN, Resonanztheorie des Hörens, Kombinationstöne 284.
- WAGNER, ERNST, Elementargeometrische Darstellung der Interferenz der Röntgenstrahlen 652†.
- WAGNER, K. W., Unterdrückung der Oberschwingungen eines Wechselstromkreises (Tonsieb) 501.
- WANNER, Optisches Pytometer 639.
- WARBURG, E. (1846—1931), Elastische Hysteresis 155; s. u. KUNDT 344; Erste Messung des Kathodenfalls 453; Magnetische Hysteresis 484; (mit KARL MÜLLER) Strahlungsmessungen 638.

- WATT (1736—1819), Zentrifugalregulator 78; Kolbendampfmaschine 311; Indikator, Dampfmaschinenleistung 312; Versuch zur Wärmespeicherung 365².
- WEBER, H. F., Atomwärme des Diamanten 348.
- WEBER, L. (1848—1919), Photometer für Beleuchtungsstärke 530.
- WEBER, W. (1804—91), (mit GAUSS) absolute Maße 20; Bifilaraufhängung am Elektrodynamometer 65; (mit ERNST HEINRICH WEBER) Nachweis der Bewegungsform der Teilchen in einer Wasserwelle 238; (mit FECHNER) Psycho-physisches Grundgesetz 260; Monochord für Saitenschwingungen 268, 269†; Interferenz an Stimmgabelzinken 282†; Absolute Messung der Stromstärke (Stromeinheit) 478; Molekulartheorie des Magnetismus 482.
- WEHNELT, Oxydkathode 458; Elektrolytunterbrecher 488.
- WEINHOLD (1841—1917), Thermosflasche 374.
- WEINTRAUB, Drosselspule bei dem Hg-Dampf-Gleichrichter 421.
- WEISS, Magneton 483.
- WEISSENBERG, Symmetriestimmung am gegebenen Körper 141; Gittertheorie der Kristalle 145; Gesetz aus den zusammengesetzten Gittertypen 154.
- WERCKMEISTER (1645—1706), Temperierte Stimmung 264.
- WERNER (1866—1919), Koordinationslehre 154.
- WESTON, Normalelement 440; Volt- und Amperemeter (technisch) 480.
- WEYL, Was ist Materie? 135.
- WHEATSTONE (1802—75), Untersuchung schneller Bewegungsvorgänge im rotierenden Spiegelprisma 275; Elektr. Widerstand, Meßvorrichtung (Brücke) 341, 422†.
- WIEDEMANN (1826—99) (mit FRANZ), Temperaturverteilung bei stationärer Wärmeströmung 379†, 380†; Wärmeleitvermögen, elektr. Leitvermögen, Gesetz 380/1.
- WIEN, M., Schallstärke, Meßvorrichtung (Vibrationsmanometer) 260; Stoßfunken, drahtl. Telegraphie 515.
- WIEN, W. (1864—1928), Arbeiten an Kanalstrahlen 461; Strahlung, Verschiebungsgesetz 638; s. a. u. PASCHEN 638.
- WIENER (1862—1927), Stehende Lichtwellen 246; Versuch dazu 246¹.
- WILSING, Messung der Sternhelligkeit 531.
- WILSON, α -Teilchen, Sichtbarmachung (Nebelmethode) 444, 664.
- WOLLASTON (1766—1828), Kryophor 376†; Elektrolyse des Wassers durch Funkenentladung 502; Herstellung eines reineren Spektrums 542; Camera lucida, Zeichenapparat 548.
- WOOD, Dispersion des Natriumdampfes 646; Bestimmung der Resonanzlinie d. Quecksilbers als λ 2536,7 678.
- WRIGHT, Gebrüder, Doppeldecker 207.
- WROBLEWSKI (1845—88), Verflüssigung von Gasen 372.
- YOUNG (1773—1829), Einführung des Begriffes Energie 39; Dehnungsmodul 158; Elast. Wellentheorie des Lichts 518.
- ZAMBONI (1776—1846), Trockene Säule, galvanisches Element 440†.
- ZEEMAN, Lichtgeschwindigkeit in strömender Flüssigkeit 127; Gesetz der übereinstimmenden Zustände 295; (mit RISCO) Prüfung des DOPPLER-Prinzips für Licht 642¹; -Effekt 700; Inverser ZEEMAN-Effekt 701; Beziehung zu den Sonnenflecken 701; Messung an der H β -Linie 702.
- ZEHNDER, Verbesserung des Interferenz-Refraktometers 608.
- ZEISS, Optische Werkstätte, Prismenfernrohr (Winkelspiegel von 90°) 534, 599, 600/1; Prismenpaar einer Camera lucida am Mikroskop 548†, 549; Verantlinse 578; Einfaches Mikroskop alter Art 594†; Zusammengesetztes Mikroskop neuer Art 594†, 595.
- ZENNECK, Schwingungen gekoppelter Systeme 109†.
- v. ZEPPELIN (1838—1917), Erste große Luftfahrt 185¹.
- ZSIGMONDY (1865—1929) s. u. SIEDENTOPF 616/17.
- ZÖLLNER (1834—1882), seine unstrengere Bezeichnung Horizontalpendel 104; seine Pendelaufhängung 105; Messung der Sternhelligkeit am künstlichen Stern 531.
- ZÖPPRITZ (1838—85), Meeresströmungen 383.

Sachverzeichnis.

Stichwörter, die mit Eigennamen gebildet sind, sind im Namenverzeichnis enthalten, z. B. CORIOLIS-Bewegung, KEPLERSche Gesetze, LAUE-Diagramm, NERNSTscher Wärmesatz, PLANCKSche Konstante, STARK-Effekt.

- Ä.-E.** = mm^{-7} 543.
 α -Strahlen, Geschwindigkeit 463.
 — Reichweite 465.
 — Sonden des Atombaues 664.
 — Wärmewirkung 467.
 α -Teilchen, Heliumatom 466.
 — Zählung 467, 468.
Abbild, objektseitiges 572.
Abbildsbild 575.
Abbildung, Aufgabe 570ff.
 — unendlich kleine Objekte 561.
 — physische 579.
 — sekundäre 581.
Abbildungsfehler 581.
Abbildungsgleichungen 571.
Abbildungstiefe 572.
Aberration, Fixsterne 8^1 , 519.
 — Strahlenvereinigung 581.
Abplattung, Rotations- 78.
absolut s. Maße, Temperatur usw.
Absorption und Emission, Wärmestrahlung, Verhältnis 636ff.
 — des Lichtes, Schwächung 630.
 — selektive 630.
Absorptionsbande 631.
Absorptionsfarbe 629.
Absorptionsgesetz, Gaslöslichkeit 224.
Absorptionskältemaschine 315.
Absorptionskanten, Röntgenspektrum 691.
 — — Terme 694.
Absorptionskoeffizient, Gaslöslichkeit 224.
Absorptionsserie, unerregtes Atom 678.
Absorptionsspektrum 631, 639, 645.
Abstoßung, Anziehung, elektrische 387.
 — — magnetische 473.
Abweichung, sphärische, monochromatische 581.
Achromasie 567.
achromatische Linsen 570.
achromatische Prismen 568.
Achse, freie 110.
 — resultierende 75.
Achsenfarbe 630.
Achsenverhältnis, Kristall 150.
Actinium-Reihe 463.
Additionstheorem, Geschwindigkeit 127.
adiabatische Zustandsänderung 297.
Adsorption, Gase 225.
Affinität, chemisch 317.
 — Maß 328.
 — physikalisch-chemisch 327.
Aggregatzustand, Formen 138, 144¹.
 — glasiger 355.
 — und Wärmehalt 352.
Agonen 477.
Ähnlichkeitsgesetz, Strömung, Kennzahl 216.
Akkommodation, Auge 592.
Akkumulator, elektrisch 442, 443.
aktinisches Bild 570.
Aktion, Reaktion 28.
Akustik, physikalisch, physiologisch 251, 252.
 — Raum- 254.
Albedo 589.
Alkalimeter 175.
Alkarazza 376.
Alkoholometer 174.
Alkoholthermometer 339.
Aluminothermie 322.
ametropisch 593.
amorph 139, 153.
Ampère, Maß elektrischer Stromstärke 415, 434, 478.
Ampèremeter 434.
Amplitude, Pendel 98.
 — Wechselstrom 497.
 — Welle 235.
Amylacetatlampe 530.
Analysator, polarisiertes Licht 623, 624.
Aneroidbarometer 186, 187.
angeregter Zustand, Atom 676.
Angriffspunkt, Kraft 27.
 — — Verlegung 57, 61.
Ängströmeinheit 543.
Anion 429.
anisotrop 144.
Anker, Dynamomaschine 491.
Anlaßwiderstand, Elektromotor 497.
Anode 429.
Anodenfall 452.
Anodenstrom, Verstärkeröhre 420, 459.
anomale Dispersion, zur Beobachtung der — 543.
 — — Charakteristikum 631.
 — — Gase 646.
Ansatzrohr, Pfeife 277, 278.
Ansatzstutzen, Ausfluß 203.
Anstellwinkel 207.
Antenne 516.
Antikathode 451.
antiparallele Kräfte 61.
Anziehung, Abstoßung, elektrische 387.
 — — magnetische 473.
 —, Massen-, allgemeine 84, 85.
aperiodisch, Pendelschwingung 101.
 — elektrische Schwingung 501.
Aperturblende 583ff.
Aphel 80.
aplanatische Abbildung 582.
Apochromat 597.
appzipieren, Ton 267.
Äquator, magnetischer 476.
Äquatorealsystem, Koordinaten 6.
äquimolekular 223.
Äquipotentialfläche s. Niveaufläche.
Äquivalenzgesetz, elektrochemisches 431.
Äquivalentgewicht 432.
Äquivalenz, Wärme und Arbeit 292ff.
Äquivalenzprinzip, Relativitätstheorie 130.
Aräometer, Gewichts- 174.
 — Skalen- 173.
Arbeit, Definition, Einheit 37, 38.
 — maximale, chemisches Gleichgewicht 328.

- Argon, in 1 m^3 Luft 375.
 — Leuchtröhre 451.
 — Photozelle 458.
 astatisch 479.
 Astigmatismus, Auge 592.
 — schiefer Bündel 581, 582.
 astronomische Kenntnis eines Vorganges 2.
 at, Atm s. Atmosphäre.
 Äther 513.
 — hat unvereinbare Eigenschaften 518.
 Ätherwind 609, 609¹.
 atherman 384.
 atlantischer Strom s. Golfstrom.
 Atmolyse 205.
 Atmosphäre, Druckmaß 179, 186, 364.
 — reduzierte Höhe 188.
 — Ionisationszustand 449.
 — Luftmeer, ihr Druck 185.
 atmosphärische Elektrizität 388.
 Atom der Elektrizität 433.
 — der Materie, Atomgewicht 136.
 — Planetensystem 664, 665¹.
 Atombau aus Elektrizitätsatomen 662ff.
 — Gruppen von Elektronen 689.
 — H-Ionen und Elektronen 663ff.
 Atomkern, bewegt durch α -Stoß 668.
 — aus Ionen, Protonen, Elektronen 668ff.
 Atomkerngröße 668.
 Atomkernzerfall, künstlicher 669ff.
 — natürlicher 670.
 Atomkernzertrümmerung 669ff.
 Atomtheorie, Berechtigung 662ff.
 Atomvolumen 696.
 Atomwärme 342.
 — feste Elemente, Gesetz 342.
 — Quantentheorie 345ff.
 — klassische Theorie 342ff.
 — tiefe Temperatur 347.
 Aufbauprinzip, chemisches Element 687, 688, 689.
 Auftrieb, aerodynamisch, -statisch 185.
 — Flüssigkeit 165.
 — Gas 183.
 Auge, Blende und Pupille 587.
 — optischer Apparat 589ff.
 — reduziertes 590.
 Augendrehpunkt und Perspektive 576.
- Augenlinse, Mikroskopokular 598.
 Augenspiegel 539.
 Ausdehnungskoeffizient, Wärme 331.
 Ausfließgeschwindigkeit, Flüssigkeit 202.
 — Gas 203, 204.
 — konstante, Flüssigkeit 195.
 Ausgleichsfläche, Isostasie 173.
 Aufpuffmaschine, Dampf 312.
 Ausschließungsprinzip, PAULI 695.
 außerordentlich gebrochener Strahl 152, 554.
 Austrittsarbeit, lichtelektrisch 699.
 Austrittsluke 587.
 Austrittspupille, Definition 573.
 — Himmelsfernrohr 599.
 — holländisches Fernrohr 599.
 — Mikroskop 595.
 Auswahlregeln, Quantenzahlen 684, 694.
 autogen schneiden, Metall 322.
 Autokollimation s. LITROW.
 axialer Vektor 75.
 azimutal, Fernrohr 6.
 Azimutalsystem 6.
- β -Strahlen, Eigenschaften 465.
 Bahngeschwindigkeit, Kurve 72.
 ballistisches Problem 33.
 Bandenspektrum 639.
 Bariumplatinzyanür 632.
 Barometer, Aneroid-, Gefäß-, Heber-, Phiolen-, Quecksilber- 186, 187.
 — verkürztes 192.
 Baroskop 184.
 Basisfarbe 630.
 Batterie, galvanische 439.
 Bäuche s. Knoten u. Bäuche.
 Beharrungsvermögen 15.
 Beleuchtungsstärke 526.
 — Einheit 528.
 Bergkristall, Doppelbrechung 556, 557.
 Bergufer 75.
 Bernstein, elektrisiert 386.
 Berührungselektrizität 438.
 Beschleunigung einer Bewegung 16, 17.
 Beugung des Lichtes 249, 523, 609ff.
 Beugungerscheinungen, FRAUNHOFER, FRESNEL 612.
 Beugungsfarben 612ff.
- Beugungsfigur 610.
 — Mikroskopbild 615.
 Beugungsgitter 613.
 Beugungsöffnung 611.
 Beugungsscheibchen 579, 616.
 Beugungsspektrum 612, 614.
 Beugung der Röntgenstrahlen 651ff.
 Bewegung, vorgeschriebene Bahn 44, 49.
 — beschleunigt, verzögert 15, 16.
 — Definition 3.
 — der Erde, geradlinig, gleichförmig 119, 120.
 — gleichförmig, ungleichförmig 11, 12, 119.
 — krummlinig, Richtung 9, 10.
 — relativ 3, 118, 119.
 Bewegungsfreiheit, unbeschränkt, beschränkt 49.
 Bewegungsgesetze, drei 15, 19, 27.
 — ideal und wirklich 29.
 — veranschaulicht 26.
 Bewegungsgröße 22.
 — Erhaltung 53.
 Bezugssystem 3.
 Bezugssysteme, physikalisch gleichwertig 131.
 bifilare Aufhängung 64.
 — Wicklung, Drahtspule 494.
 Bikonkavlinse 566, 567.
 Bikonvexlinse 566, 567.
 Bild, physisches 579.
 — reelles 532.
 — virtuelles 532.
 Bildfindung, Kardinalpunkte 565.
 Bildkrümmung 581, 582.
 Bildungswärme 319.
 Bildwerfer 588.
 Bindung, Influenzelektrizität 401.
 Binnendruck, Oberflächenspannung 229.
 Biprisma 605.
 Blasinstrumente s. Luftsäule, schwingende.
 Blättchen, dünne, Farben 606.
 — keilförmiges, Farben 606.
 Blei, stabiles, U-Ra-Reihe, Ende 464.
 Bleiakkumulator 442.
 Bleidraththermometer 340.
 Blende 573ff.
 — und Blendenbild 583, 584.
 — wirksame, im System 586.
 Blicklinie 577.
 blinder Fleck 592.
 Blitz, Funken-, Linien- 450.
 Blitzableiter 450.
 Bodendruck, Flüssigkeit (Kraft/cm²) 166.

- Bodenkraft, Flüssigkeit,
 Wägung 167.
 Bogenlampe 425.
 — drahtlose Telegraphie 515.
 Bogenspektrum 640, 688.
 Bolometer 340.
 Böschungswinkel 48.
 Brechung, Licht, einfache
 540 ff.
 — — doppelte 553 ff.
 Brechungswinkel, Licht- 545.
 Brechungszahl, absolute, re-
 lative 547.
 — technisch wichtig 550.
 —, -verhältnis 546.
 — — Ermittlung 520 ff.
 Bremsdynamometer 70.
 — Wirbelstrom 496.
 Bremsstrahlung, RÖNTGEN
 700.
 Brennfläche, Hohlspiegel 538.
 Brennfleck, Röntgenrohr 451.
 Brennpunkt, Hohlspiegel 537.
 — Linse 563.
 — vorderer, hinterer 560.
 — Wortsinn 567.
 Brennweite, brechende
 Fläche 560.
 Brille 593.
 Brillennummer 593.
 Bruchgrenze, -last 160.
 Bunsenbrenner 200.
 Bunsenflamme, Struktur 324.
 — chemische Wirkung 325.
 Bureau International des
 Poids et Mesures, Kilo-
 gramm 19¹.
 — Meter 4, 4¹.
 — Thermometer 338.
 Büschelentladung, -licht 409.
 Bussole 473.

 c g s-Maßsystem 21.
 C_p, Molwärme, Druck kon-
 stant 342.
 c_p, spezifische Wärme, Druck
 konstant 290.
 C_v, Molwärme, Volumen
 konstant 342.
 c_v, spezifische Wärme, Volu-
 men konstant 290.
 Cadmiumlinie, rot, λ-Normal
 640.
 camera lucida 548.
 chemische Elemente, System
 696, 697.
 — Konstante 366.
 — Verbindung 317.
 chemisches Element, Aufbau,
 Kern fängt Elektronen
 687, 689.
 — Gleichgewicht 325.
 — Grundgesetz, konstante
 Proportionen 135.
 Chlorisotopen 673.

 chromatisch (Tonleiter),
 Wortsinn 264¹.
 Chromosphäre, Sonne 645.
 Chronometer 332.
 Compoundmaschine, Dampf
 312.
 Coulomb, Elektrizitätsmenge
 433.

 Dampf, gesättigt 360.
 — überhitzt 367.
 Dampfdichte, Definition 368.
 — Messung 368, 369.
 — und Molekulargewicht 369.
 Dampfdruckformel 365, 366.
 Dampfdruckkurve 366.
 Dampfdruckmessung 364.
 Dampfheizung 375.
 Dampfkessel, Hochdruck-
 (BENSON) 313, 372.
 Dampfkochtopf 365.
 Dampfmaschine, Kolben-311.
 — Kreisprozeß, idealisiert
 300.
 Dampfstrahlpumpe 200.
 Dampfturbine 313.
 — Nutzeffekt 311.
 Dämpfung, Schwingung
 101.
 — im Telephonkabel, ver-
 kleinert 501.
 Daniell, Einheit der EMK
 417¹.
 Deckoperation, Symmetrie-
 140.
 Deformation, proportional
 der Kraft 158.
 Dehnungskoeffizient, -modul
 159.
 Deklination, astronomisch 6.
 — magnetisch 475.
 Deklinationssachse, Fernrohr
 Deklinationkreise 6. [6¹.
 Dekrement, logarithmisches
 101.
 Deplacement 171.
 Depolarisator, elektro-
 chemisch, Tabelle 439.
 depolarisierender Strom 441.
 destillieren 375.
 Detektor 419, 420, 516.
 diatherman 222.
 Dialysemagnetisch 480.
 Diamant, Atomwärme 348.
 — Molwärme 348.
 diaphan 525.
 Diapositiv 589.
 Diaskopie, Bildwurf 589.
 diatherman 384.
 Dichroismus 630.
 Dichte, Elektrizität 400.
 — Gas- 183.
 — Massen- 138, 139.
 Dichtemessung, Flüssig-
 keiten 174.

 Dichtemessung, Gase 204.
 — feste Stoffe 173, 174.
 Dielektrikum, seine theoreti-
 sche Bedeutung 403, 404.
 Dielektrizitätskonstante 406.
 — und Lichtbrechungszahl
 513.
 — elektrostatisch gemessen
 514.
 — mit HERTZschen Wellen
 gemessen 514.
 Dieselmaschine 314.
 — Nutzeffekt 311.
 Differentialquotient 11¹.
 Differenztöne 284.
 diffus reflektiert, Licht 526.
 Diffusion, Gase 182.
 — — poröse Körper 204,
 205.
 — physiologische Rolle 220.
 — wässrige, Lösung 220,
 221.
 Diffusionspumpe, Hg-Dampf
 205.
 Diffusor 212.
 Dilatometer, Interferenz- 608.
 Dimensionsformel 13, 20.
 — und Maßeinheiten, Ta-
 belle 21.
 Dioptrie 593¹.
 Dispersion, anomale s. ano-
 male Dispersion.
 — der Farben 541.
 — Gang 552.
 — Wasserwellen 217.
 Dispersionsformel 553.
 Dissonanz, Konsonanz 283.
 Dissoziation, elektrolytisch
 429.
 — thermisch 370.
 Dissoziationsgrad, elektro-
 lytisch 430.
 — thermisch 371.
 Dissoziationstemperatur 370.
 D.-K. = Dielektrizitätskon-
 stante 406.
 Docht, Zweck 324.
 Dominante s. Quinte.
 Doppelbrechung 553 ff.
 Doppeldecker 207.
 Doppelquarzplatte 627.
 Doppelschicht, elektrische
 436.
 Doppelspat, isländischer 553.
 Doppelsterne, Helligkeits-
 wechsel 642.
 — spektroskopische 521.
 Doppel-T-Anker 491.
 doppelt gebrochenes Licht,
 Eigenschaften 557.
 DOPPLER-Effekt, Kanal-
 strahlen 642.
 — Licht 641.
 — — Laboratoriumsver-
 such 642, 642¹.

DOPPLER-Effekt, Schall 265.
Dosenkompaß 473.
Drachenfläche 207.
Drahtwellen, elektromagnetische 510.
Drehachse im Gleichgewicht 90.
 — **n-zählige, Symmetrielement** 140.
 — **permanente** 93, 113.
Drehfeld, magnetisches 239, 496.
Drehimpuls 94.
Drehkondensator 407.
Drehmoment, Erhaltung 95.
 — **subjektiv spürbar** 96.
Drehschnelle s. Winkelgeschwindigkeit.
Drehspiegelung, Symmetrioperation 140.
Drehspulengalvanometer 480.
Drehstrommotor 496.
Drehung um feste Achse, festen Punkt 50.
 — **Symmetrioperation** 140.
 — **Zusammensetzung** 76.
Drehungsvermögen, spezifisches, Lösung 629.
Drehvektor 75.
Drehwaage, Elektrostatik 391.
 — **Schwere** 106, 108.
Drehzahl, Tourenzahl 72.
Dreiklang 263.
Drosselkette 501.
Drosselpule 421, 498.
Drosselströmung, Gas 296.
Druck in Flüssigkeit, ruhend 164.
 — **strömend** 201.
Druckfestigkeit, Zug-, Tabelle 160.
Druckfortpflanzung, Flüssigkeit 162, 163.
Druckgleichung, Strömung 198.
Druckhöhe 198.
Druckmessung, Strömung 201.
Drucksonde, Strömung 201.
Druckwaage 192.
Druckwiderstand, gegen Strömung 216.
Dunkelraum, FARADAY 450.
 — **HITTORF** 451.
dur, moll, Wortsinn 263¹.
durchdringende Strahlung 449, 654.
durchscheinend 525.
Durchschlagfestigkeit 448, 449.
durchsichtig 525.
Dyn 20.
Dynamiden 666.
Dynamik, Aufgabe 115.

Dynamik, Definition 36.
Dynamomaschine, Grundgedanke 491.
Dynamometer, Brems- 70, 496.
 — **Feder-** 158.
 $E = mc^2$ 128.
Ebbe und Flut 87.
Echo 254.
Echolot 255.
Edelgase, chemische Besonderheit 698.
 — **Marksteine im Periodensystem** 698.
 — **Mengen in 1 m³ Luft** 375.
effektive PS 313.
 — **Spannung und Stromstärke, Wechselstrom** 497.
Effektivkraft 117.
Eigenperiode, Pendel 109.
Eigenschwingung, Stromkreis 515.
Eigenton 257.
Eimerversuch, Oberflächenladung 405.
Einfallebene, -lot, -winkel, Lichtbrechung 545.
 — — **Lichtspiegelung** 532.
eingeprägte Kraft 117.
Einheit s. Länge, Masse, Zeit usw.
Einheiten, willkürliche, abgeleitete 13.
einhängende Fläche 248.
Einkristalldraht 150, 159¹.
Einlochbrenner 324.
Einschienenbahn 115.
Einstellebene 572, 574.
Eintrittsluke 587.
Eintrittspupille, Definition 573.
 — **astronomisches Fernrohr** 599.
 — **holländisches Fernrohr** 600.
Eis, Ausdehnung, Wärme 331.
 — **Dichte, Süßwasser, Meerwasser** 170.
 — **Doppelbrechung, positiv, einachsig** 556.
 — **Härte** 161.
 — **Kristallsystem** 148, 149, 376.
 — **Plastizität** 355, 357.
 — **Regelation** 354.
 — **Schmelzpunkt, Druckabhängigkeit** 354.
 — **Schmelzwärme** 353.
 — **Verdunstung** 363.
 — **spezifisches Volumen** 354.
 — **spezifische Wärme** 341.
Eisberg, Tauchtiefe 170, 170¹.

Eisen, elektromagnetische Eigenschaften 484.
 — **ferromagnetische Eigenschaften** 481, 482.
 — — **induktive Eigenschaften** 486.
 — **Festigkeit, Druck, Zug** 160.
 — **spezifisches Gewicht** 139.
 — **elektrische Leitfähigkeit** 418.
 — **Schmelzpunkt** 353.
 — **spezifische Wärme** 341.
 — **Wärmeleitung** 379, 380.
Eiskalorimeter 349, 350.
Eispunkt des Wassers 286.
Ekliptik 6.
Elastizität, Biegungs- 157.
 — **Definition** 155.
 — **Drehungs-** 157.
 — **Druck-** 156.
 — **Gleit-** 156.
 — **Scher-** 156.
 — **Schub-** 156.
 — **Torsions-** 157.
 — **Zug-** 156.
Elastizitätsgrenze 155.
Elastizitätskoeffizient 158.
 — **akustisch meßbar** 253.
Elastizitätskonstanten 159.
Elastizitätsmodul 159.
 — **akustisch meßbar** 273.
Elastizitätszahl 159.
elektrischer Strom 412.
Elektrisiemaschine, Influenz- 411, 412.
 — **Reibung** 409, 410.
Elektrisierung durch Influenz 399.
 — **durch Reibung** 386.
Elektrizität, atomistischer Bau 404.
 — **Berührungs-** 438.
 — **Dichte** 400.
Elektrizitätsladung, +, -, Unterschied 388.
Elektrizitätsmenge, Dimension 393.
 — **Einheit** 392.
Elektrizitätssteilchen 387¹.
Elektrizitätszähler, elektrolitisch 434.
Elektrizität- und Wärmeleitfähigkeit, Metalle 380.
elektrochemisches Äquivalentgesetz 431.
Elektrode, allgemeiner Begriff 428.
 —, **unpolarisierbar** 441.
elektrodynamische Wechselwirkung, Ströme 470.
elektrodynamisches Grundgesetz 478.
 — **Prinzip, SIEMENS** 496.

- Elektrodynamometer 471.
 Elektrofilter 449.
 Elektrolyse 428.
 — technische Anwendungen 434.
 — durch Funkenentladung 502.
 Elektrolyt, allgemeiner Begriff 428.
 — schwacher, starker 430.
 Elektrolytglühlampe 425.
 Elektromagnet 471.
 — technische Anwendung 472.
 elektromagnetisch s. auch Energie, Schwingung, Welle usw.
 elektromagnetische Lichttheorie 503ff., 518.
 — Strahlung 507.
 — Welle, ihr Bild 243.
 — — Brechung 512.
 — — Entstehung, Ausbreitung 506ff.
 — — Geschwindigkeit der Lichtwelle 511.
 — — Lichtwelleneigenschaften 509, 510.
 Elektromotor 496.
 elektromotorische Kraft s. EMK.
 Elektron 457.
 Elektronenemission, hohe Temperatur (s. a. Photoeffekt) 458.
 Elektronengeschwindigkeit 675¹.
 Elektronenmasse, geschwindigkeitsabhängig 128.
 — relativistisch, Ellipsenbahn 683, 683¹.
 Elektronenröhre, Verstärker- röhre 459.
 Elektronenstoßversuche 675ff.
 Elektronenstrahlen, Beugung 655ff.
 Elektronenzählrohr 654.
 Elektrophor 410.
 Elektroskop 390ff.
 Elektrostatik 386ff.
 elektrostatisch gebunden, rückgebunden 400.
 elektrostatisches Grundgesetz im Kernatom 668.
 Element, galvanisches, Mechanismus 437.
 Elementarbundle, Lichtstrahlen 561.
 Elementarkörper, Kristallgitter 146, 148, 149.
 Elementarladung, einwertiges Ion 433.
 — Messung 446.
 Elementarquantum, elektrisches 433.
 — des magnetischen Moments 483.
 Elementarteilchen, elektrische 387¹, 404.
 Elementarwellen, Äther 249.
 Elemente, chemische 135.
 — galvanische, Tabelle 439.
 Elevationswinkel, Wurf 33.
 Elinvar 333.
 Elmsfeuer 409, 449.
 e/m , Kathodenstrahlteilchen 456.
 e/m , spezifische Ladung, H-Ion 433.
 Emission und Absorption, Wärmestrahlung, Verhältnis 636ff.
 Emissionsspektrum 639, 645.
 Emissionstheorie, Licht 517.
 EMK 424.
 — Berechnung, Wärmetheorem 329.
 — Einheit, absolute, praktische 493.
 — induzierte, Größe 491ff.
 — — durch Magnetbewegung 486.
 — — durch Stromkreisbewegung 486, 487.
 — der Polarisation 441.
 — Zersetzungszelle, Gegenkraft 441.
 emmetropisch 593.
 enantiomorph 141.
 endotherm 318.
 Energie, „atomistischer“ Aufbau 346.
 — Definition, kinetische, potentielle 39.
 — elektrisch übertragen 413.
 — elektromagnetische, fließend 507.
 — — schwingend 500.
 — Erhaltung 42ff.
 — frei, gebunden 327.
 — pro Freiheitsgrad, Gleichverteilungssatz 52.
 — — Quantentheorie 52¹, 346.
 — Quantennatur, Nachweis 677.
 — besitzt Trägheit 128.
 Energieelemente $h\nu$ 346.
 Energieform (Licht, Wärme usw.) 43.
 Energieniveau, angeregtes Atom, graphisch 682.
 Energiespeicher, Elektrizität 442.
 — Wärme 322, 365.
 Entartung der Gase 330.
 Entflammungstemperatur 323.
 Entglasung 356.
 Entropie, Definition 308.
 — Diagramm 310, 311.
 — technische Bedeutung 310.
 Episkopie, Bildwurf 589.
 Erdachse, Nutation 115.
 — Präzession 115.
 Erdbebenwelle 251.
 Erde, Abplattung 106.
 — Achsendrehung, Rotation 11, 80.
 — — Einfluß auf Flußufer, auf Windrichtung 75.
 — — Azimutal-, Vertikal- komponente 76.
 — geologisches Alter 385.
 — Äquatorialhalbmesser 73.
 — mittlere Dichte 86.
 — Inertialbewegung 119, 120.
 — Magnetfeld 476.
 — Magnetpole 475.
 — Potential 395.
 — Schwerefeld 25.
 — Sonnenumlauf, Revolution 80.
 — Wärmehaushalt 383.
 — ihr Zentrifugalfeld 86.
 erden, zur Erde ableiten 390.
 Erdfernröhre 598.
 Erdkoordinaten 3.
 Erdmagnetismus, Elemente 476.
 Erdrinde, Gehalt an Radio- stoffen 467.
 — hydrostatisches Gleichgewicht 172.
 — Temperaturleitung 381.
 — Wärme, Ursprung 467.
 Erg, Arbeit, Einheit 38.
 Erhaltung des Drehmomentes 95.
 — der Energie 128.
 — des Impulses 53.
 — der lebendigen Kraft 40.
 — der Masse 128.
 — des Schwerpunktes 62.
 — der Schwingungsebene 103.
 Erstarrung 355.
 evakuieren 188.
 exotherm 318.
 Expansionsmaschine, Dampf 312.
 Explosion 323.
 Extinktionskoeffizient 631.
 Exzentrizität, lineare, numerische 80.
 Extrastrom 494.
 Fadenkreuz 5.
 Fahnen, flattern 200.
 Fahrstrahl 35.
 Fall, freier 23, 24.

- Fall, längs schiefer Ebene 45.
 — in Flüssigkeit (Kügelchen) 210. [118.]
 Fallmaschine, ARWOOD 26,
 — POGGENDORFF 29.
 Fallrichtung und Erd-
 drehung 33.
 Farad, elektrische Kapazität
 408.
 Farbenfehler, optische Ab-
 bildung 568.
 Farbenglas, Interferenzringe
 607. [531.]
 Farbenindex, Sternhelligkeit
 Farbenzerstreuung 541.
 Farbigkeit, abhängig von Be-
 leuchtung 629.
 — durch Beugung des Lich-
 tes 615.
 — durch Brechung des Lich-
 tes 541.
 — der Farbstoffe, Ursache
 544.
 — durch Interferenz, dünne
 Blättchen 606.
 — durch Absorption und Re-
 flexion des Lichtes 629.
 Fata Morgana 541.
 Federdynamometer 158.
 fehsichtig 593.
 Feinstruktur, Spektrallinien
 682.
 Feld, elektrisches 386, 394.
 — — eines Stromes 469.
 — Gravitations-, Schwere-
 25.
 — Kraft-, allgemeiner Be-
 griff 85.
 — magnetisches 480.
 Feldgleichungen, Relativi-
 tätstheorie 131.
 Feldstärke, magnetische,
 Kraftliniendichte 474.
 Fernrohr, astronomisches 598.
 — Doppel-, Handgebrauch
 600, 601.
 — holländisches (GALILEI)
 599.
 — Perspektive 578.
 — terrestrisches, Erdfern-
 rohr 598.
 Fernrohraufstellung 6.
 Fernthermometer 340.
 Fernwirkung 85.
 — elektrische 403.
 Ferromagnetismus 481.
 Festigkeit, Biegungs- 157.
 — Definition 155.
 — Drehungs- 157.
 — Druck- 156.
 — Gleit- 156.
 — Scher- 156.
 — Schub- 156.
 — Torsions- 157.
 — Zug- 156.
 Festkegel 111.
 Festpunkte, Thermometer
 286.
 Fettfleckphotometer 529.
 Feuerspritze 194.
 Feuerzeug, H-Adsorption 225.
 Fieberthermometer 339.
 Figurenachse, ihre Drehung
 — Kreisel 111. [76.]
 Flächenhelle, Definition 527.
 — Einheit 528.
 Flächensatz, Erhaltung des
 Drehmomentes 95.
 Flachschuß 33.
 Flageoletttöne 269.
 Flamme, Definition 323.
 — manometrische 275.
 — schallempfindliche 258.
 — singende 278.
 Flaschenzug 65, 66.
 — Differential- 117.
 flash-Spektrum 645.
 Flattern der Fahnen 200.
 Fließen kristalliner Stoffe
 356.
 Flintglas 568¹.
 Flöte 276, 277.
 Flugzeug, -tragflügel 207.
 Fluoreszenz 632.
 flüssig, elastisch-, tropfbar-
 161.
 Flüssigkeit s. auch Strömung.
 — Ausdehnungskoeffizient,
 Wärme 333.
 — Definition 161.
 — Druck im Innern 164.
 — Druckfortpflanzung 162.
 — Gleichgewichtsform 162.
 — ideale, wirkliche 162.
 — Oberfläche, Binnendruck
 228.
 — im Regenbogen 229.
 — Reibung, innere 208.
 — — am festen Körper 210.
 — Wärmeleitfähigkeit 382.
 — Zusammendrückbarkeit
 164.
 Flüssigkeitsstrahl 202.
 Flüstergewölbe 255.
 Flut erzeugende Kraft 88.
 Formanten, Vokale 280.
 Formwiderstand gegen Strö-
 mung 216.
 freie Achse 110.
 — Energie, gebundene 327.
 — Weglänge, Gas 181.
 Freiheitsgrad, Bewegung 51.
 Frequenzbedingung, BOHR
 674.
 — und lichtelektrische
 Gleichung 699.
 Frühlingspunkt 6.
 Führungskraft 117.
 Fundamentaldruck, -tempe-
 ratur 366.
 Funkenentladung, elektrische
 409.
 — schwingt 502.
 Funkeninduktor 488.
 Funkspektrum 640, 688.
 — höheres 690.
 γ -Strahlen, Eigenschaften
 466.
g, Fallbeschleunigung 24.
g im Erdinnern 87.
g, wächst polwärts 105.
g, Gramm-Masse 19.
*g**, Gramm-Gewicht 37.
 galvanisches Element, Me-
 chanismus 437.
 Galvanismus 438.
 Galvanometer 479.
 Galvanoplastik 434.
 Galvanoskop 479.
 Galvanostegie 434.
 Gas, ideales 178 ff., 297.
 — — Energie, Entropie 308.
 — — Zustandsgleichung
 295, 335. [192.]
 Gasdruckmesser, technisch
 Gase, anomale Dispersion 646.
 — Ausdehnungskoeffizient
 335, 335¹.
 — Ausdehnungsbestreben
 175.
 — Ausströmung, Überdruck
 203, 204.
 — überhitzte Dämpfe 367.
 — Dichte 183.
 — Dichtemessung 204.
 — Diffusion 180, 182.
 — — poröse Körper 204,
 205.
 — einatomig, c_p/c_v 344.
 — Gewicht 183.
 — Ionisation 444.
 — Löslichkeit 223.
 — Molekülzahl im Mol 181.
 — Partialdruck 182.
 — permanente 372.
 — *p.v.*-Gesetz 175, 176.
 — Reibung 180.
 — Spannungskoeffizient 335.
 — Transpiration, kapillare
 204.
 — Verflüssigung 371, 373.
 — spezifische Wärme, Mes-
 sung 351.
 — Wärmeleitung 180, 382.
 — Zusammendrückbarkeit
 175.
 — Zustandsgleichung
 (*p, v, t*) 336.
 — zweiatomig, Molwärme
 345.
 Gasentartung 330.
 Gasentladung, Formen 450.
 — geschichtete, Spannungs-
 verteilung 452.

- Gasgesetze 179.
 — Versagen, absoluter Nullpunkt 330.
 Gaskonstante R 179.
 Gasofen, Regenerativ- 322.
 Gasmaschine 313.
 Gasmolekül, Bau, Rotationsenergie, Schwingungsenergie 344.
 Gasteilchen, Durchmesser 181.
 — Geschwindigkeit 180.
 — Stoßzahl 180.
 — freie Weglänge 180.
 Gastheorie, kinetische 176ff.
 Gasthermometer 337, 338.
 Gasverflüssigung, Kaskadenmethode 373.
 Gauß, Einheit der magnetischen Feldstärke 475.
 Gefrierpunkt s. Eispunkt.
 Gefrierpunktserniedrigung, reduzierte, Lösung 362.
 Gegenströmer, Luftverflüssigung 374.
 gegenwärtige Abbildung 533.
 Gehör, Resonanz 258.
 GEISSLER-Rohr, Spektroskopie 640.
 gekreuzte Prismen 543.
 gelber Fleck 591.
 Gemisch, mechanisches, physikalisches 219, 220.
 geodätische Linie 131.
 Geoid 106.
 geologisches Alter, Radio-mineralien 464, 467.
 geometrische Optik 517.
 geothermische Tiefenstufe 382.
 Geräusch 252.
 gerichtete Größe, Vektor 35.
 Gerüst, Symmetrieelemente 141.
 Geschoßgeschwindigkeit 250.
 Geschwindigkeit, Definition 12.
 — Dimension 13.
 — Einheit 17.
 — krummlinige 17.
 Geschwindigkeitshöhe 198.
 Gesichtsfeld 585.
 — und Helligkeit 585.
 — Lupe 585, 586.
 — scheinbares, wahres, Fernrohr 600.
 Gesichtswahrnehmungen, empiristische Theorie 590.
 Gesichtswinkel 591.
 Gestaltelastizität 155.
 Gewicht 24, 25.
 — abhängig von Erddrehung 105.
 — über, unter der Erdoberfläche 86, 87.
 — spezifisches 138.
 Gewicht, Vakuumkorrektion 184.
 Gewitter, Ladung 389.
 — magnetische 477.
 Gezeiten, -analyse, -tafeln 87, 88.
 Giftheber 195.
 Giganten 648.
 Gitter, Kristallbau 145.
 — Verstärkerröhre 420, 459.
 Gitteraufstellung, Beugung 614.
 Gitterkonstante, Atombau 154.
 — Beugungsgitter 614.
 Gittertypen, einfache 153.
 — zusammengesetzte 154.
 Glanzwinkel 653.
 Glas, atherman, lange Wellen 384.
 — Brechungsanzahl 553.
 — Dielektrizitätskonstante 406.
 — ein Elektrolyt 439.
 — Festigkeit, Zug, Druck 160.
 — unterkühlte Flüssigkeit 355, 356.
 — spezifisches Gewicht 553.
 — Grundstoffe 356.
 — Härte 161.
 — Wärmeausdehnung 331, 332.
 — Wärmeleitung, innere 380.
 — elektrischer Widerstand 418.
 Glasarten, Jenaer 553.
 Glaselektrizität 388.
 glasiger Zustand eines Stoffes 144¹, 355, 356.
 Glasplattensatz, Lichtpolarisation 622.
 Glasplattenspektroskop 608.
 Glatteis 376.
 Gleichgewicht, chemisches 325.
 — — Berechnung, Wärmetheorem 329.
 — am drehbaren Körper 57.
 — indifferent, labil, stabil 63, 64.
 — von Kräften 35, 36.
 — radioaktives 464, 465.
 — thermodynamisch 360, 363.
 Gleichgewichtskonstante K , chemisch 326.
 gleichschwebend, Tonreihe 264.
 gleichstimmiger Parallelismus 113.
 Gleichstrommaschine 496.
 Gleichverteilungssatz, Energie 52, 52¹, 343.
 Gleichzeitigkeit, relativ 123.
 Gleichzeitigkeit, geometrisch dargestellt 124.
 Gleitboot 218.
 Gleitebene, -richtung 159.
 — kristalline 356.
 Gleitmodul 159.
 Gleitspiegelung, Symmetrioperation 140.
 Gletscher, Entstehung, Wandern 355, 357.
 Gletscherkorn 357.
 Glimmentladung 409.
 Glimmlicht 409.
 — -Leuchtröhre 450.
 — negatives, technisch 450.
 — positives, technisch 451.
 Glocke 272.
 Glühelktroden, Ba-, Sr-, Ca-Oxyde 458.
 Glühlampe, Einkristalldraht 150¹.
 — Kohle, Wolfram 425.
 Goldblattelektroskop 390.
 Golfstrom, Wärmemitführung, Klima 383.
 Grad, Celsius 287.
 — Fahrenheit 287.
 — Kelvin 339.
 — Réaumur 287.
 Gramm, Definition 19.
 Grammatom, -molekül 342.
 Grammophon 259.
 Grauglut 633.
 Graupeln 376.
 Gravitationsfeld 25.
 Gravitationsgesetz, -konstante 84, 85.
 — an der Erfahrung geprüft 86.
 Gravitationstheorie, EINSTEIN 131.
 — — prüfbare Folgerungen 132, 133.
 Grenzfläche, Flüssigkeit, Spannung 225.
 Grenzgeschwindigkeit, Licht 128, 631¹.
 Grenzschicht, Strömung, Struktur, Theorie 211 ff.
 Grenzwinkel, Totalreflexion 548.
 Größenklasse, Sterne 531.
 Grubenlampe 381.
 Grundeis 334.
 Grundgesetz, chemisches, konstante Proportionen 135.
 — elektrodynamisches 478.
 — elektrostatisches 392.
 — Kreiselwirkung 113.
 — magnetisches 473.
 — Massenanziehung 84, 85.
 — photometrisches 527.
 — psycho-physisches 530¹.

Grundgesetz, schwarze Strahlung 637 ff.
 — Wärmestrahlung, Austausch 635 ff.
 Grundton, Tonika 262.
 Grundzirkulation, Atmosphäre 74, 75, 383.
 Gruppe, Symmetrie- 141.
 — periodisches System 696.
 — Wellen-, Wasser 217.
 Gruppengeschwindigkeit, Lichtwellen 521.
 — Materiewellen 656.
 Gucklochperspektive 578.

h, PLANCKSche Konstante 346.
 H-Strahlen, Reichweite 668.
 $h\nu$, Energieelement 346.
 Hafnium, Auffindung 690.
 Haftintensität elektrischer Ladung 432.
 Haftungskoeffizient, -winkel Hagel 376. [48.
 halbdurchlässige Membran 222.
 Halblinsen 605.
 Halbschattenapparat 628.
 Halbwertszeit 462, 463.
 Hammerunterbrecher 488.
 Handfernrohr 598, 600.
 Harmonische Analyse, Gezeiten 88.
 Harmonika, chemische 278.
 — Harmonium 277.
 Härte, -skala 160.
 Harzelektrizität, negativ 388.
 Hauptachse, optische, Kristall 555.
 Hauptebenen, -punkte 564.
 Hauptlichtgeschwindigkeiten 152.
 Hauptquantenzahl 684.
 Hauptsatz, erster 291 ff.
 — zweiter 298 ff.
 — dritter 328 ff.
 Hauptschnitt, Prisma 550.
 Hauptstrahlen durch Pupillenmitten 585.
 Hauptträgheitsachse, -ellipsoid 90.
 Hebel, einarmig, zwei-, gerade, Winkel- 66.
 — als Waage s. Waage.
 — als Werkzeug 67.
 Heber 194.
 HEFNER-Kerze 527, 530.
 Heizapparate, elektrische 425.
 Heizstoffe, Verbrennungswärme 322.
 Heizungsanlagen, Verluste 322.
 Helium in Glimmlampen 451.
 — in 1 m^3 Luft 375.
 Heliumatom, α -Strahlen 462.

Heliumthermometer 339.
 Helligkeit 526, 527.
 — und Temperatur 638.
 Hemiedrie 150.
 Hemmung, Pendeluhr 104.
 Henry, Maß der Selbstinduktion 495.
 Heronsball 194.
 Herpolhodie = Laufkegel 111.
 Hertz = Schwingungszahl/sec 261.
 Herzmuskel, Tagesarbeit 293¹.
 heterogen, Symmetriebegriff 143.
 hexagonal, Kristallsystem 148, 149. [660¹.
 Himmel, Ursache des Blau Himmelsäquator 6.
 Himmelsfernrohr 598.
 Himmelskoordinaten 5.
 hintereinander geschaltet 428, 439.
 Hitzdraht-Strommesser 413.
 Hitzewelle 378.
 HK, HEFNER-Kerze 527.
 Hochdruckdampfkessel 313, 372.
 Hochfrequenztelefonie 516.
 Hochspannungsleitung, Korona 449.
 Höhe, barometrisch 187.
 — thermobarometrisch 359².
 — eines Gestirns 6.
 Höhenkreise 6.
 Höhenstrahlung s. durchdringende Strahlung.
 Hohlspiegel 536.
 — Anwendung 538.
 Holoedrie 150.
 homogen, Symmetrieeigenschaft 143.
 homogene Immersion 597.
 homogenes Licht 543.
 homozenrische Strahlen 537, 561.
 Hörbarkeit, Höhengrenze 265.
 Horizont, scheinbarer, wahrer 6.
 Horizontalisodynamen, Erdmagnetismus 476.
 Horizontalkomponente, Erdmagnetismus 475, 476, 479, 479¹.
 Horizontalpendel 104, 105.
 Horizontalsystem s. Azimutalsystem.
 horror vacui 188.
 hydraulische Presse 163.
 Hydrodynamik, -statik, definiert 162.
 hydrostatisches Paradoxon 166.

Hygrometer, Haar- 378.
 — Kondensations-, Taupunkt- 377.
 Hygrometrie 377.
 hygroskopisch 225.
 Hyperbel 604.
 hyperbolische Spiegel 540.
 hyperopisch 593.
 Hypsothermometer 359².
 Hysteresis, elastisch 155.
 — magnetisch 484.

ideal s. Flüssigkeit, Gas usw.
 Idealkristall 145¹.
 Immersion, Mikroskop 597.
 Impuls 22.
 Impulsgröße 53.
 Impulsmoment 94.
 Impulsatz, Hydrodynamik 199.
 Indikator, Maschinenleistung 312.
 indirektes Sehen 577.
 Indizes, rationale, Kristall 147.
 indizierte PS 312.
 Induktanz 498.
 Induktion, elektrostatische s. Influenzelektrizität.
 Induktionsapparat 488.
 Induktionsröhren 475.
 Induktionsspannung 480, 481.
 Induktionsströme 486 ff.
 induktiver elektrischer Widerstand 498.
 Induktivität, Wechselstromkreis 498.
 Inertialsysteme, physikalisch gleichwertig 120.
 Influenzelektrizität 399.
 Influenzmaschine 411.
 inhomogen 143.
 Injektor 200.
 Inklination, magnetisch 476.
 Inlandsis 170.
 innere Kräfte, Punktsystem 53.
 Interferenz, Lichtwellen 517, 602.
 — polarisierter Lichtwellen 623.
 — Röntgenwellen 651, 657.
 — Schallwellen 281.
 — Wasserwellen 244.
 Interferenzzeugung, Lichtwellen 605.
 — Röntgenwellen 657.
 Interferenzrefraktometer 608.
 Interferenzspektroskopie 608.
 Interferenzstreifen, planparallele Platten 608.
 Interferometer 609.
 Intervall, akustisch 261.
 Invar, Nickelstahl 332.

- Invarianz, geometrisch 7.
 — mechanisch 9.
 Inversion, -temperatur, gedrosselte Gasströmung 297.
 Ionen, elektrolytisch 429.
 — elektromotorisch wirksam 435.
 — cm/Stunde in Gas, im Elektrolyten 446.
 — als Kondensationskerne 446.
 Ionenwanderung, Unabhängigkeit 429.
 Ionenwege, sichtbar gemacht 446.
 Ionisation der Gase 444.
 Ionisationskammer 445.
 — Röntgenspektroskopie 658.
 Ionisationsstrom, Messung 444.
 — verstärkt durch Stoßionisation 448.
 Ionisatoren 444.
 — Stärke, Messung 446.
 ionisiertes Atom, Spektrum 640.
 Ionisierungsarbeit, Elektronenstoß 680.
 Ionisierungsspannung 688.
 irreversibler Vorgang 300, 302, 306.
 Isobare 336.
 Isochore 336.
 isochron 100.
 Isodynamen 476.
 Isogammen 106.
 Isogonen 476.
 Isoklinen 476.
 Isolator, Durchschlag 448.
 — Elektrizität 389.
 isomagnetische Linien 476.
 isomere Verbindungen, Verbrennungswärme 321.
 Isostasie 172, 173.
 Isotherme 336.
 isotherme Zustandsänderung 298.
 Isotomeograph 96.
 Isotopen, physikalisch trennbar 672¹.
 Isotopie 670 ff.
 isotrop, Symmetrieeigenschaft 144.
 Jenaer Glasarten 553.
 Joule, Arbeitsmaß 38.
 Joulesche Wärme 424.
 Jupitermonde, Verfinsterung 519.
 $\kappa = c_p/c_v$, Ermittlung 351.
 k , BOLZMANNsche Konstante 179.
 K-Schale, Kernatom 691.
 K-Serie, Röntgenstrahlen 658.
 Kadmiumlinie, rote, λ Normal 640.
 Käfigversuch, Oberflächenladung 405.
 Kalkspat, optisch einachsig, Doppelbrechung 555.
 Kalorie, Gramm-, Kilogramm- 290, 341.
 Kalorimetrie 341 ff.
 — Verfahren 349.
 kalorimetrische Bombe 321.
 Kaltdampf- (Kälte-) Maschine 314, 315.
 Kältemaschine, Absorptions- 315.
 Kältemischung 315.
 Kältepunkte der Haut 284¹.
 Kaltreckung 356.
 Kammerton 264.
 Kanadabalsam 558.
 Kanalstrahlen, DOPPLER-Effekt 642.
 — Eigenschaften 460, 461.
 — Geschwindigkeit 642.
 Kanalstrahlenspektrum, zeigt Isotopen 672 ff.
 Kanalwaage 168.
 Kapazität, elektrostatische, Definition, Einheit 408.
 — Wechselstromkreis 499.
 Kapillarelektrometer 229.
 Kapillarererscheinungen 231.
 Kapillarkonstante 232.
 Kapillarwellen 217.
 Kardinalpunkte, Linse 565.
 Kaskadenmethode, Gasverflüssigung 373.
 Kastenversuch, EINSTEIN 130.
 Kathetometer 5.
 Kathode 429.
 Kathodenfall 452, 453.
 — in Edelgas-Leuchtröhren 453.
 — an Glühelktroden 458.
 Kathodenstrahlen 451.
 — Eigenschaften 453 ff.
 — Sonden des Atombaues 664.
 Kation 429.
 Kehlkopf 278.
 Kehlkopfspiegel 279.
 Keil als Maschine 46.
 Keilkompensation, Saccharimeter 628.
 Kelvin, Temperaturgrad 339.
 Kelvinskala, Verwirklichung 338, 339.
 Kennzahl, Strömung 209.
 Kentern 172.
 Kernatom 662 ff.
 — Elektronenhülle, Eigenschaften, Bau 673 ff.
 Kernatom, Quantentheorie 673.
 Kernladung, Ordnungszahl des Elementes 667.
 Kernladungszahl, Ermittlung 666.
 Kerze, fester Brennstoff 324.
 kinetische Gastheorie 176 ff.
 Klang, musikalischer 252.
 Klanganalyse 257, 268, 280.
 Klangfarbe 266.
 Klangfiguren, Platte 271.
 — Luftsäule 276.
 Klangsynthese 268.
 Klarinette, Zungenpfeife 278.
 Klavier, Resonanzboden, ersetzt durch Verstärkerrohren 269.
 Knickfestigkeit 160.
 Knoten und Bäuche, Flüssigkeitstrahl 202.
 — — — stehende Lichtwelle 246.
 — — — schwingende Luftsäule 273.
 — — — elektromagnetische Welle, Draht 511.
 — — — stehende Welle 245.
 — Schiffsgeschwindigkeit 13.
 Knotenlinie, astronomisch 111.
 — schwingender Stab 270.
 Knotenpunkte, Linse 565.
 Kobalt, ferromagnetisch 484.
 Koerzitivkraft, magnetische 482.
 kohärente Lichtwellen, Mittel zur Erzeugung 602, 605.
 Kohärenz, Lichtwellen, Begriff 580.
 Kohärer, Detektor 419.
 Kohäsion der Materie 138, 161.
 Kohlenfaden, metallisierter 419.
 Kohlenstoff, Atomwärme 348.
 Kolbendampfmaschine 311.
 Kolbenmembran 272.
 Kollektivlinse, Mikroskopokular 598.
 Kolloide 222.
 Koma 581.
 Kombinationsprinzip für Röntgenlinien 692.
 — Spektroskopie 644, 679.
 Kombinationstöne 284.
 kommunizierende Gefäße 167.
 — — als Meßgerät 168, 334.
 Kommutator 496.
 Komparator 5.
 Kompaß 473.

- Kompensation, Spannungsmessung 440.
 Kompensationspendel 332.
 Kompensationsunruhe 332.
 Komplementärfarben 544.
 Komponente, Kraft, Bewegung 31.
 Kompressionsdauer, Stoß 54, 55.
 Kompressionsmodul 159.
 Kompressor, Ammoniak 315. — Luft 191.
 komprimierte Gase, technisch 191.
 Kondensationskerne 444.
 Kondensationsmaschine, Dampf 312.
 Kondensator, Elektrizität 402. — im Funkeninduktor 488. — verschiedene Formen 407. — im Wechselstromkreis 499.
 Kondensatorkette 501.
 Kondensatormikrophon, -telefon 272.
 kondensierte Systeme 328.
 Kondensator, Mikroobjekt-durchleuchter 595.
 konjugierte Punkte 537.
 Konkavgitter 614.
 Konkavspiegel, Kugel-, Parabol- 536, 539.
 konservative Kräfte 42.
 Konsonanz, Dissonanz 283.
 Konstantan 418. [126.
 Kontraktion, relativistisch
 Konvektion, Wärme 382.
 Konkavspiegel, Kugel 539.
 Konzentration, Reaktionsteilnehmer 326.
 Konzentrationskette 435.
 Koordinatensysteme, verschiedene 7.
 Koordinationslehre 154.
 Kopfwelle, Geschoß 250.
 Koppelung, induktive 511. — mechanische, technisch 109, 110. — Schwingungskreise, galvanisch 511.
 Korona, Hochspannungseitung 449.
 — Sonnenatmosphäre 645.
 Korpuskulartheorie, Licht 517.
 Korrespondenzprinzip 675, 680. — Rechtfertigung 681.
 Kostmaß, Kalorien 293¹.
 Kraft, Definition 12. — Masse \times Beschleunigung 20. — Parallelverschiebung 61. — Richtungsänderung, Drehscheibe 59.
 Krafteinheit 19, 20.
 Kräftepaar, Moment 61.
 Kraftfeld 85.
 Kraftlinien, elektrische 394, 396. — sichtbar 399. — magnetische, sichtbar 474. — Schwererichtung 106.
 Kraftmesser, Bremszaum 70. — Federdynamometer 158. — Wirbelstrombremse 496.
 Kraftübertragung, elektrische 413.
 Kreisbewegung, in Pendelungen zerlegt 238.
 Kreisel 110ff. — technische Anwendung 114. — symmetrischer, kräftefreier 111.
 Kreiselauflhängung (CARDANO, PRANDTL) 50.
 Kreiselkompaß 114.
 Kreiselmoment 113.
 Kreiselwirkung, Grundgesetz 113.
 Kreisfrequenz, Wechselstrom 497.
 Kreisprozeß, Nutzeffekt 302. — viertaktig dargestellt 301. — Wärme 295.
 Kristall, Anisotropie 151. — Definition 145, 145¹. — Elastizität 152. — Enantiomorphie 152. — flüssiger 144. — Gittertheorie 145. — Homogenität 151. — Molekulartheorie 153. — Morphologie 147. — optisch einachsig, positiv, negativ 556. — optisch zweiachsig 556. — Orthomorphie 152. — Spaltbarkeit 151.
 Kristallchemie 153.
 Kristallisationsgeschwindigkeit, lineare 356.
 Kristallisationskeim, -kern 356.
 Kristallisationskerne 150.
 Kristallisationswärme 363.
 Kristallklassen 147.
 Kristallmorphologie, Grundgesetz 147.
 Kristalloide 222.
 Kristallphysik 151.
 Kristallstruktur 145.
 Kristallsysteme 148, 149.
 Kristalltrachten 148.
 Kristallwinkel, konstante 150.
 kritische Temperatur 371.
 kritischer Druck 372. — Zustand 371.
 Kronglas 568¹.
 Krümmung des Raumes 131.
 Kryophor 376.
 Krypton in 1m³ Luft 375.
 kubisch, Kristallsystem 148, 149.
 Kugelabweichung, optische Abbildung 581. — Hohlspiegelbrennpunkt 538.
 Kugeldruckprobe 161.
 Kugellager 48.
 Kugelphotometer 530.
 Kugelspiegel 536, 539.
 Kulmination 11.
 künstliches Schwimmen 169.
 kurzsichtig 593.
 $\lambda/2$ -Platte, Phasendifferenz 623.
 $\lambda/4$ -Platte, Phasendifferenz 629.
 L-Schale, Kernatom 691.
 L-Serie, Röntgenstrahlen 658.
 labiles Gleichgewicht 64.
 Ladung, elektrische 422. — Ion, $4,77 \cdot 10^{-10}$ 433. — spezifische, e/m 433.
 Laktometer 175.
 Laminarbewegung 208.
 Lampen, Flächenhelle 528.
 Landwind, Landbrise 383.
 Längeneinheit, cm 4. — Lichtwellenlänge 4.
 Längenmessung 4, 5.
 Längswelle 236.
 Last, mechanisch 37.
 laterna magica 589.
 Lateralvergrößerung 582.
 Laufkegel, Kreisel 111.
 Laufrad, Dampfturbine 313. — Wasserturbine 219.
 Lautsprecher 272.
 lebendige Kraft 40.
 leerer Raum 186. — magnetisch permeabel 481. [484.
 Legierungen, magnetische
 Leidener Flasche 407. — — Entladung in Schwingungen 502.
 Leistung, effektiv, indiziert 312, 313. — mechanisch, erg/sec, PS 38.
 Leistungsfaktor, Wechselstrom 499.
 Leitapparat, Dampfturbine 313. — Wasserturbine 219.
 Leiter zweiter Klasse 428.
 Leitfähigkeit, elektrische 416. — — Gase und Dämpfe 419. — — im Magnetfelde 419. — — abhängig von Stromrichtung 419.

- Leitfähigkeit, elektrische, von Temperatur abhängig 418.
 — — Verhältnis zur thermischen 380.
 — Wärme 379.
 Leitung, elektrolytisch, metallisch 418ff.
 Leitungswiderstand, elektrischer 416.
 Leitvermögen, elektrisches 418.
 LENARD-Fenster 454.
 Leuchtdichte 527.
 Leuchtelektron 686.
 Leuchtfarben 667¹.
 Leuchtgasflamme 324.
 Leuchtröhre, Edelgase 453.
 Libelle 185.
 Licht, Ablenkung, Schwerfeld der Sonne 133.
 — geradlinige Ausbreitung 249, 522.
 — — bedingt 523, 524.
 — Beugung 249, 523, 609ff.
 — Brechung 540ff.
 — durch Kugelflächen 558.
 — Brechungsgesetz 545, 553.
 — Emissionstheorie 517.
 — Entstehung, Ausbreitung 517.
 — elektromagnetische Theorie 518.
 — Korpuskulartheorie 517.
 — Quantentheorie 518.
 — Wellennatur, Nachweis 604.
 — Wellentheorie 518.
 Lichtbogen, elektrischer, Beleuchtung 425.
 — — drahtlose Telegraphie 515.
 Lichtbrechungszahl 520.
 — und Dielektrizitätskonstante 513.
 Lichtbündel 523.
 Lichtelektrizität s. Photoeffekt. [517.
 Lichtempfindung, Definition 121.
 Lichtgeschwindigkeit, unabhängig vom Bezugssystem 121.
 — Grenzggeschwindigkeit 128, 631¹.
 — Gruppe 521.
 — Konstanz 121.
 — bewegte Lichtquelle 521.
 — Messung 519ff.
 Lichtlinie, Weltlinie 124.
 Lichtquantenhypothese 655.
 Lichtquellen, künstliche 633.
 Lichtstärke 526.
 — Einheit 527.
 Lichtstrahl, zirkular polarisiert 624.
 Lichtstrahlen, polarisierte, Interferenz 623.
 Lichtstrom 526.
 — Einheit 527.
 Lichtwelle, stehende 246, 246¹.
 Lichtwellen mit elektromagnetischen Eigenschaften 514.
 — Querwellen 618.
 Lichtwellenlänge, Messung 613.
 — Tabelle 614.
 Linienspektrum 639.
 Linkskordinatensystem 141.
 Linse, achromatische 570.
 — endlicher Dicke 564.
 — Formen 562.
 — Kardinalpunkte 565.
 — Stärke, dioptrische 593¹.
 — unendlich dünne 563, 565.
 Linsenformel, allgemeine 562, 563.
 Lippenpfeife, Flöte, Orgel 276, 277.
 Literatmosphäre, Arbeit 180.
 Lokalzeichen der Empfindung 591.
 Longitudinalwelle s. Längswelle.
 Lösung, spezifisches Drehvermögen 629.
 — physikalisches Gemisch 220.
 — Konzentration 220.
 — elektrische Leitfähigkeit, konzentrationsabhängig 419.
 — verdünnte, Dampfdruck, Siede-, Gefrierpunkt 361.
 — — Gefrierpunktniedrigung 361.
 Lösungsdruck, elektrolytischer 435.
 — Metall, Tabelle 438.
 Lösungskälte 362.
 Lösungstension eines Metalls 437.
 Lösungsvermögen 220.
 Lotrichtung 106.
 Luft, Auftrieb, Wägung 184.
 — Dielektrizitätskonstante 407.
 — flüssige, Temperatur 374.
 — Gewicht, 1 l 183.
 — spezifisches Gewicht 183.
 — Ionenbeweglichkeit 449.
 — Geschwindigkeit der Moleküle 180.
 — magnetische Permeabilität 481.
 — spezifische Wärme 351.
 — Wärmeleitfähigkeit 379, 382.
 Luftballon, -schiff 184, 185.
 Lufterlektrizität 388, 449.
 Luftfeuchtigkeit, relative 377.
 Luftleere 186.
 Luftpumpe, Hg-Dampf, Diffusion 205.
 — Hg-Dampfstrahl, Kondensation 200.
 — Öl- 191.
 — — Quecksilber, Kolben 188, 189.
 — — rotierend 189.
 — trocken, Hahn-, Kolben-, Schieber-, Ventil- 190.
 — Wasserstrahl- 200.
 Luftsäule, schwingende 273.
 — — manometrische Vorführung 275.
 Lufttemperatur, richtige Messung 384.
 Luftthermometer, elektrisches 413.
 Luftverflüssigung 374.
 Luftwiderstand, bewegter Körper 215.
 Luke, Gesichtsfeld 587.
 Lumen, Maß des Lichtstromes 527.
 Lumineszenz, Chemi-, Photo-, Tribo- 633.
 Lupe, Gesichtsfeld, Helligkeit 585, 586.
 — Vergrößerung 594.
 Lux, Maß der Beleuchtungsstärke 528.
 $\mu = 0,001$ mm 543.
 $m\mu = \text{mm}^{-6}$ 543.
 M-Schale, Kernatom 691.
 Magnet, Grundgesetz der Kraftwirkung 473.
 — künstlicher 471.
 — natürlicher 473.
 — permanenter 484.
 magnetisches Grundgesetz 473.
 — Moment s. Moment, magnetisches.
 Magnetisierung durch Funkenentladung 502.
 Magnetisierungskurven 484.
 Magnetismus, Molekulartheorie 481.
 — remanenter 482.
 Magnetismusmenge, Einheit 474.
 Magnetnadel 473.
 Magneton 482, 483.
 Magnetpol und Stromelement, Wechselwirkung 478.
 Manganin 418.
 Manometer 191, 192.
 Maschine, einfache, Definition 46.
 Masse 17, 19.

- Masse, relativistisch 127.
 — schwere, träge 18.
 Massenanziehung, allgemeine 84, 85.
 — Kugelschale, Vollkugel 87.
 Massendichte 138, 139.
 Masseneinheit, g 19.
 Massengleichheit, Definition 18.
 Massenmessung, Wägung 19.
 Massenmittelpunkt 53.
 Massenspektrograph, Massenspektrum 673.
 Maße, absolute 20.
 Maßstab, Gebrauchs- 4.
 Maßsystem, cm-g-sec 21.
 Masurium, Auffindung 660.
 Materie 18.
 — atomistischer Aufbau 135.
 — Eigenschaften 133, 134.
 — was ist — ? 134.
 — Wellennatur 655, 656.
 materieller Körper 49.
 — Punkt, Ort 3.
 Mattscheibenebene 574.
 maximale Arbeit, chemisches Gleichgewicht 328.
 Maximum-, Minimumthermometer 339.
 Mechanik 3.
 — statistische, Beispiel 52.
 mechanische Naturanschauung 1.
 mechanisches Wärmeäquivalent 292.
 Meeresströmung, Wärmeführung 383.
 Meerestiefe, barometrisch 188.
 Membran, halbdurchlässig 222.
 — schwingende 271.
 Meniskus, Kapillarität 231.
 Meridian, magnetischer 475.
 Merkurperihel 83.
 Merkurperihelbewegung 133.
 Mesothor 463.
 Meßkondensator 409.
 Metallbandthermometer 340.
 Metalle, Brechungszahl 631.
 — plastische Eigenschaften 356.
 — ferromagnetische 484.
 — Wärme- und Elektrizitätsvermögen 380.
 Metallfolie, durchsichtige 525.
 Metazentrum 171, 172.
 Meter, Definition 4.
 Meterkerze 530.
 Meter-Kilogramm 37, 38.
 Metrik 140.
 Metronom 104.
 MICHELSON-Versuch 609.
 Mikrofarad s. Farad.
 Mikrophon, Kondensator 272.
 Mikrophon, Körner-, Walzen- 487, 488.
 Mikroskop, Bildentstehung 615.
 — einfach, zusammengesetzt 594.
 — Leistungsgrenze 616.
 — Öffnungswinkel 596, 616.
 — Wirkungsweise 595, 596.
 Minimumablenkung, Lichtbrechung, Meßverfahren 550.
 Minimumstellung, Sonderprisma 641.
 — Spektralapparat 641.
 Minimumthermometer, Maximum- 339.
 Mischtemperatur 350.
 Mischverfahren, Kalorimetrie 350.
 Mitschwingung, akustisch 256.
 — elektromagnetisch 502.
 Mittaglinie 6.
 Mittelkraft paralleler Kräfte 61, 62.
 Mittelpunkt paralleler Kräfte 61.
 Modul, Elastizität, Dehnung, Kompression 159.
 Modulation, Schwingungen 244.
 Molekül, Molekulargewicht 136.
 Molekularbewegung, Wärme, Flüssigkeit, Gas 288, 289.
 molekulare Wirkungssphäre 228.
 Molekulargeschwindigkeit, Gase 180, 182.
 Molekulargewicht, $29 \times$ Dampfdichte 369.
 — Messung 228, 361, 368, 369.
 Molekularmagnete 482.
 — ideale Unordnung 482.
 Molekularrefraktion 550.
 Molekularströme, Magnetismus 115, 482.
 Molekularvolumen und Oberflächenspannung 227.
 Molekülbau, Erforschung, RAMAN-Effekt 662.
 Molekülgitter 153.
 Molekülstrahlen, Kanal- 461.
 Molvolumen, Gasteilchenzahl 179.
 — normales 370.
 Molwärme 342.
 Moment, magnetisches 474.
 — — Elementarquantum 483.
 — — induziert 483.
 — statisches 57.
 Momentachse 111.
 Mond, fällt zur Erde 84.
 Monobromnaphthalin, Immersion 597.
 Monochord 269.
 monoklin, Kristallsystem 148, 149.
 Monsun 383.
 Morsealphabet 472.
 Multiplikator 479.
 Musikinstrumente, Arten 255.
 Muttersubstanz, radioaktiv 462.
 myopisch 593.
 ν Schwingungszahl/sec 674².
 $\bar{\nu}$ Wellenzahl/cm 4, 643, 674².
 $n^2 = \epsilon$ 512.
 n_k -Bahnen 684.
 Nachtgleichpunkte 6.
 Nachwirkung, elastische 155.
 Nadir 6.
 Nahpunkt, mittlerer 592.
 Nahrungsmittel, Energiequelle 44.
 — Kalorienwert 293.
 — oxydierbare 44, 44¹.
 Naturgesetz 1.
 natürliches Licht 622.
 Nebel, atmosphärisch 376.
 — an Ionen 444.
 Nebenquantenzahl 684.
 Nebenschluß, Strom und Spannung 421.
 Nebularhypothese, Planetensystem 81.
 negative (Harz-) Elektrizität 388.
 Neon, Isotopentrennung 672¹.
 — in 1 m³ Luft 375.
 Neonglimmlampen 451.
 Neonleuchtöhre 450.
 Nernstlampe 425.
 Netz, Kristall, Translation 146.
 Netzebene, Kristall 146, 652, 653.
 Netzhautbild, Umkehrung 590.
 Netzhautgrube 573.
 nichtumkehrbarer Vorgang 300, 302, 306.
 Nichtleiter, Elektrizität 389.
 Nickel, Curie-Punkt 482.
 — ferromagnetisch 484.
 Nickel-Eisen-Akkumulator 443.
 Nickelstahl, Invar 332.
 Niederschläge, atmosphärische 376.
 — — geladen 389.
 Nippflut 87.
 Niveaufläche, elektrisches Feld 394, 396.
 — Geoid 106.
 Nonius 4.

- Nordpunkt 6.
 Normaldruck, 0° C, 760 mm
 191, 335.
 Normalelement, galvanisch
 440.
 Normalkerze 530.
 Normalkilogramm 19.
 Normalmeter 4.
 Normalstimmgabel 271.
 Normalthermometer, Queck-
 silber, Wasserstoff 338.
 Normalvergrößerung, Him-
 melsfernrohr 600¹.
 Nullpunkt, absoluter, Tem-
 peratur 288, 338.
 — Potential, Erde 395.
 — Wasser gefriert 286.
 Nullpunktenergie 288¹.
 numerische Apertur 597.
 Nutation, Erdachse 115.
 — Kreisel 112.
 Nutzeffekt, thermischer 302,
 311.

 Oberflächenfarbe 631.
 Oberflächenladung, elektro-
 statische 405.
 — Wechselstromleiter 512.
 Oberflächenspannung 225.
 — und Molekularvolumen
 227.
 Obertöne 267.
 — Stärke 267¹.
 — Vokale, Stärke 280.
 Objektmikrometer 596.
 Ofen, elektrischer 426.
 Öffnungsblende 583ff.
 Öffnungstrom, Induktor 487.
 Öffnungswinkel, Mikroskop
 596, 616.
 Ohm, Widerstandseinheit
 494.
 Okklusion 225.
 Oktave 261, 262.
 Okular, Fernrohr 598.
 — Mikroskop 598.
 Öltropfen, Luft und Wasser
 berührend 230.
 Opernglas, Perspektive 578.
 Optik, geometrische 517.
 — physikalische 601.
 optisch aktive Stoffe 626.
 — ein- (zwei-) achsig 152.
 — isotrop 152.
 — leer 617.
 optische Aktivität 625.
 — Instrumente 588.
 — — Aufgabe 575.
 — Länge 580.
 — Täuschung, Lichtbre-
 chung 540.
 ordentlich gebrochener Strahl
 152, 554.
 Ordnungszahl, Beugungs-
 spektrum 614.

 Ordnungszahl, chemisches
 Element 660.
 „Organ“, Stimme 279.
 Orgelpfeife 277.
 orthomorph, Symmetrie 144,
 145. [198.
 Ortshöhe, Druckgleichung
 Osmose, Druck 221.
 osmotischer Druck und Gas-
 druck 223.
 Oszillator, elektromagne-
 tischer 505.
 Oszillograph, BRAUNsche
 Röhre 456.
 Oxydationswärme der Heiz-
 stoffe 322.
 — der Nahrungsmittel 293.

*p*v-Diagramm 310.
 — überhitzter Dampf 367.
 p-v-Gesetz, Abweichung 176.
 — Gase 175, 176.
 — Geltungsbereich 337.
 — graphisch 176.
 — mechanisch begründet
 176.
 — Volumkorrektur 180.
 Panzergalvanometer 481.
 Parabolspiegel 539.
 parallaxisch, Fernrohr 6.
 Parallaxe, Sternabstand 8.
 parallel schalten, Elemente
 440.
 parallele Kräfte am dreh-
 baren Körper 59, 60.
 — — Zusammensetzung 59.
 Parallelismus, gleichstim-
 miger 113.
 Parallelkreise, Koordinaten 6.
 — auf rotierendem Körper
 56.
 Parallelogramm, Be-
 wegungen, Kräfte 30, 31.
 paramagnetisch 480, 481.
 Parsec 8¹.
 Partialdruck, Gase 182.
 Partialtöne, Obertöne 267.
 Partialwellen, Flut 88.
 Passat, Antipassat 383.
 Pechblende 461.
 Pendel, ballistisches 100.
 — elektrisches 387.
 — gekoppelt 108.
 — Horizontal- 104.
 — Kompensations- 332.
 — mathematisches, ein-
 faches 96.
 — physisches 101.
 — Reversions- 102.
 — Schwingungsdauer 98.
 — Sekunden- 104, 106.
 — Zykloiden- 100.
 Pendellänge, reduzierte 101.
 Pendelstange, thermisch un-
 empfindliche 332.

 Pendeluhr 103.
 Pendelungswinkel, Kreisel
 112.
 Pendelwaage, astronomische
 s. Horizontalpendel.
 Perihel 80, 83.
 Periode, System der chemi-
 schen Elemente 696, 697.
 — Wechselstrom 497.
 periodisches System, Un-
 regelmäßigkeiten, schein-
 bare 699.
 Periodizität der chemischen
 Elemente 695.
 Perlmutterfarben 615.
 Permanente Drehachse 93,
 113.
 Permeabilität, magnetische
 481.
 Perpetuum mobile 43.
 — — unmöglich 295.
 — — 2. Art, unmöglich 298.
 Perspektive 574.
 — abhängig von Blickrich-
 tung 576.
 — Guckloch 578.
 — Zentrum 577.
 perzipieren, Ton 267.
 Pfeife, gedeckt, offen 274.
 — Blech- und Holzblas-
 instrumente 277, 278.
 Pferdestärke, Definition 38.
 — effektive, indizierte 312,
 313.
 Phase, Wechselstrom 497.
 — amorphe, Dampf, Lösung
 153.
 — momentaner Bewegungszu-
 stand eines schwingenden
 Punktes 235.
 Phasen im Gleichgewicht 366.
 Phasengeschwindigkeit,
 Welle 237.
 Phasenwinkel, Wechselstrom
 498.
 Phlogiston 288.
 Phonautograph 266.
 Phonograph 259.
 Phosphoreszenz 632.
 Photoeffekt 457, 655.
 — Messung 457.
 photographische Kammer
 588.
 Photometer, Grundgesetz
 527.
 Photometerschirm, Total-
 reflexion 549.
 Photometrie 528.
 photometrisches Grundgesetz
 527.
 Photosphäre 645.
 Photozelle 457, 458.
 physikalische Optik 601ff.
 Piezoelektrizität 388, 388¹.
 Piezometer, Flüssigkeit 164.

- Pipette 195.
 Planetenbewegung, Bahnform 80.
 — Geschwindigkeit 81.
 — Umlaufdauer 82.
 Planetensystem, Entstehung 81.
 Planspiegel s. Spiegel, eben.
 Plastizität, Werkstoffe 356.
 Platinmoor, H-Adsorption 225.
 Platinthermometer 340.
 Platte, schwingende, akustisch 271.
 Pleochroismus 630.
 Polachse, Fernrohr 61.
 polarer Vektor 35.
 Polarisation, dielektrische 403.
 — einer Elektrode 441.
 — galvanische 440.
 — des Lichtes durch Brechung 621, 622.
 — — — durch Doppelbrechung, grundlegende Erscheinungen 617ff.
 — — — durch Spiegelung 620, 621.
 Polarisationsapparate 625.
 Polarisationsebene 242.
 — Drehung 625.
 Polarisationsmikroskop 625.
 Polarisationsspannung 432.
 Polarisationswinkel 621.
 — und Brechungszahl 622.
 Polarisator 623.
 polarisiert, geradlinig, zirkular, elliptisch 242, 243.
 — Welle 241.
 polarisiertes Licht als Untersuchungsmittel 557.
 Polarstern, Helligkeit 531.
 Pole, Drehungsachse 56.
 — magnetische, der Erde 475.
 Polhodie = Festkegel.
 Polonium, radioaktiv 462.
 Porosität, Adsorption 225.
 positive (Glas-) Elektrizität 388.
 Postulate, BOHR s. Kernatom, Quantentheorie.
 — — Rechtfertigung 675.
 Potential, elektrisches 393.
 — Null 395.
 Potentialdifferenz s. EMK.
 — Einheit, Definition 396.
 Potentialströmung 206.
 Potenz, Symmetrieoperation 140.
 Präzession, Erdachse 115.
 — reguläre, pseudo- 112.
 Präzessionswinkel 112.
 primärer Strom, induzierend 487.
 Prinzip, Archimedisches 169.
 — d'ALEMBERT 117.
 — elektrodynamisches, Siemens 496.
 — Erhaltung der Energie 42.
 — Erhaltung der lebendigen Kraft 41.
 — Vermehrung der Entropie 310.
 — virtuelle Geschwindigkeiten 116.
 — HUYGENS, Wellenausbreitung 248.
 — Konstanz der Lichtgeschwindigkeit 121, 122.
 — Vakuumlichtgeschwindigkeit, unabhängig von Lichtquellenbewegung 522.
 Prinzipie der Mechanik 115.
 Prisma fester Ablenkung 549.
 — achromatisch 568, 569.
 — gradsichtig 641.
 — NICOL 557.
 Prismen, gekreuzte 543.
 Prismenfernrohr 600.
 Prismensystem, Bildumkehrung 601.
 Projektionsapparat 588.
 Proportionen, konstante, chemisches Grundgesetz 135.
 Proton 457.
 PS = Pferdestärke.
 psycho-physisches Grundgesetz 530¹.
 Psychrometer 378.
 Punktgitter, -kette, -netz 146.
 Pupille, allgemeiner Begriff 573.
 Pyrheliometer 385.
 Pyroelektrizität 388.
 Pyrometer, optisches 639.
 — thermoelektrisches 427.
 Quadrantelektrometer 391, 392.
 Quantentheorie 52³.
 — Grundgedanke 345.
 — s. a. Licht und Wärme, spezifische.
 Quantenzahlen 674, 684, 694.
 Quarte 262.
 Quarz, Drehung der Polarisationsebene 625.
 — Piezoelektrizität 388¹.
 Quecksilber, Ausdehnung, Wärme 334.
 — Dichte, schmelzend, siedend 368.
 — Isotopentrennung 672¹.
 — Oberflächenspannung 226.
 — Randwinkel 231.
 — innere Reibung, Zähigkeit 208.
 Quecksilber, Schmelzpunkt 353.
 — — bei 15000 Atm. 354.
 — Siedepunkt 360.
 — supraleitfähig 418.
 — spezifische Wärme 341.
 — elektrischer Widerstand 418.
 Quecksilberbarometer 186, 187.
 Quecksilberdampfgleichrichter 421.
 Quecksilberdampfturbine 313.
 Quecksilberluftpumpe s. Luftpumpe.
 Quecksilberstrahlunterbrecher 488.
 Quecksilberthermometer 339.
 Querwelle 235.
 Quinte 262.
 R, Gaskonstante 179.
 Racemkristall 153.
 Rad an der Welle 65.
 Radikalgitter 153, 154.
 Radio 420, 516.
 radioaktive Stoffe 461, 464.
 — — innerer Zusammenhang 671.
 radioaktives Gleichgewicht 464, 465.
 Radium, Halbwertszeit 468, 469.
 Radiumemanation 462.
 Radiusvektor, Planetenbahn 35.
 Randwinkel 231.
 Rationalitätsgesetz, Translationsgitter 146.
 Rauigkeit des Zusammenklanges 283.
 Reif 376.
 Rauming im Flächenbilde Raumbitter 146. [572].
 Raumgruppen, Kristallsymmetrie 147.
 Raumkrümmung 131.
 — vortauscht Anziehung 132.
 Raumladung 389, 452, 453.
 — Elektronenstrom 453.
 Reaktanz 498.
 Reaktion, Aktion 28.
 Reaktionsisochore 326¹.
 Reaktionsgeschwindigkeit 323.
 — temperaturabhängig 326.
 Reaktionsteilnehmer, Konzentration 326.
 Reaktionswärme 319.
 rechtsichtig 593.
 Rechtskoordinatensystem 141.
 Rechtsschraube, Drehvektor 75.

- rechtwendig, Bild 534.
 reduzierte Masse s. Trägheits-
 halbmesser.
 Reflexionsgitter 614.
 Reflexionswinkel, Spiegel
 532.
 Refraktometer, Totalrefle-
 xion 551.
 Regulation 354, 355.
 Regen 376.
 Regenbogen 544.
 — beweist Tropfenkugeln
 229.
 Regenerativgasofen 322.
 Reibung, Bewegungshinder-
 nis 47.
 — Flüssigkeit, Koeffizient,
 innerer 208.
 — — — kinematischer 210.
 — gleitende, rollende 48.
 reibungselektrische Reihe
 387.
 Reibungselektrizität 386.
 Reibungskoeffizient, Ruhe
 48.
 — kinematisch, Flüssigkeit
 210.
 Reibungswiderstand, Ober-
 fläche, Strömung 216.
 Reibzeug 401.
 Reif 376.
 Rekombination von Ionen
 445.
 Rekristallisation 357.
 Rektaszension 6.
 Rektaszensionsachse, Fern-
 rohr 61.
 Relativität der Bewegung
 8, 119.
 — der Gleichzeitigkeit 123.
 Relativitätsprinzip, allgemei-
 nes 129.
 — klassisches 120.
 — spezielles 122.
 Relaxation 155.
 Remanenz, Magnetismus 485.
 Resonanz, akustisch 256.
 — elektromagnetisch 503.
 Resonanzboden, -kasten 269.
 — ersetzt durch Verstärker-
 röhren 269.
 Resonanzlinie, -strahlung
 678.
 Resonanztheorie, Hören 284.
 Resonator, akustisch 257.
 — elektromagnetisch 503.
 Restitution, Stoß 54.
 Reststrahlen 514.
 resultierende Achse 75.
 Resultierende (Bewegung,
 Kraft) 31.
 reversibler Vorgang 300, 302,
 306.
 Reversionspendel 102.
 Rhenium, Auffindung 660.
- Revolution, Gestirne 80.
 rhombisch, Kristallsystem
 148, 149.
 Richtungsquantelung, ma-
 gnetische, Winkel zwischen
 Moment und Kraftlinien
 483.
 Riesensterne 648.
 Ringanker 491.
 Ringe, NEWTON, Lichtinter-
 ferenz 607.
 Röhrensender 516.
 Rolle, feste, lose 65, 66.
 Röntgenenergieniveau 691.
 Röntgenröhre, Glühlekt-
 ronen 458.
 — Ionen- 451.
 Röntgenspektren, BOHRsche
 Theorie 690.
 — Ordnungszahl der Ele-
 mente 660.
 — und optische Spektren,
 Verschiedenheit 690.
 Röntgenspektroskopie,
 Grundgleichung 653.
 — Verfahren 657.
 Röntgenstrahlen, Absorp-
 tion 649, 659.
 — Beugung 651.
 — biologisch, medizinisch
 650.
 — Diffusion 649.
 — Interferenz, Verwirk-
 lichung 657ff.
 — Optik 648.
 — Reflexion an Netzebenen
 652.
 — Wellennatur 651.
 Rostpendel 332.
 Rotationsdispersion 626.
 Rotor 496.
 Rotverschiebung 133.
 Rubinglas, Goldteilchen,
 sichtbar 617.
 Rückbindung, elektrische
 402.
 Rückkoppelung 515.
 Ruhemasse 128.
 Rundfunk 420, 516.
- Saccharimeter 627.
 Saite, Schwingungsform 270.
 — Tonwerkzeug 268.
 Sal 173.
 Sammellinsen 562.
 Sättigungsdruck 360.
 Sättigungsstrom, Gasionen
 446.
 saugen, physiologisch 193.
 Saugwirkung, Strömung
 200.
 Schädlicher Raum, Gas-
 thermometer 337.
 — — — Luftpumpe 190.
 Schall, Ausbreitung 253.
- Schall, Entstehung, Fort-
 pflanzung, Wahrnehmung
 251ff.
 Schallgeschwindigkeit, Luft-,
 Einfluß spezifischer Wär-
 me 253.
 — Messung, Staubfiguren
 276.
 — im Wasser 255.
 Schallreflexion, Echo, Wider-
 hall 254.
 — am Hohlspiegel 255.
 Schallschatten 525.
 Schallschreiber 266.
 Schallstärke, Messung 260.
 Schatten 524.
 Scheinwerfer 538, 539.
 Schiebung, Symmetrieope-
 ration 140.
 Schiebungskoeffizient 159.
 Schiefe Ebene, Maschine 44.
 Schiffskreisell 115.
 Schiffswellen 217.
 Schirmwirkung, elektrisch
 406.
 — magnetisch 481.
 schlagende Wetter 381.
 Schließstrom 487.
 Schlingertank 109.
 Schlittschuhlauf, Möglich-
 keit 355.
 Schlüssellochperspektive s.
 Gucklochperspektive.
 Schmelzdruckkurve 354.
 Schmelze, unterkühlt 355.
 Schmelzpunkt, definiert 353.
 — druckabhängig 353, 354.
 — und charakteristische
 Schwingung 348.
 Schmelzwärme 353.
 — temperaturabhängig 355.
 Schmiermittel, Reibung 210.
 Schnee 376.
 Schneekristalle 376.
 Schornstein, Zweck 322, 383.
 Schraube als Maschine 46.
 Schraubung, Symmetrie-
 operation 140.
 schwarz, weiß, farbig, physi-
 kalischer Unterschied 630.
 schwarze Strahlung, Grund-
 gesetze 637ff.
 schwarzer Körper, Strahlung,
 abhängig von λ 638.
 — — — Verwirklichung 638.
 Schwebung, akustisch 282.
 — gekoppelt 109.
 Schwebungsempfang, draht-
 lose Telephonie 283.
 schwere Masse 25.
 Schwerefeld, Erde 25.
 — Sonne 133.
 Schwerewellen, Wasser 217.
 Schwerkraft 24, 25.
 — Gradient 108.

- Schwerpunkt 53.
 — seine Erhaltung 62.
 schwimmen, elastische
 Platte, belastet 171.
 — künstlich, natürlich 169.
 — Mensch, Vogel, Fisch 171.
 Schwimmregel, Kompaß-
 ablenkung 469.
 Schwingung, allgemeiner Be-
 griff 108.
 — elastische 232.
 — elektromagnetische 500.
 — — 10^9 /sec, erzeugt 505.
 — — allgemeine 502ff.
 — Modulation 244.
 — Übereinanderlagerung
 243.
 Schwingungsebene, Pendel,
 Drehung 103.
 Schwingungsform, zerlegbar
 in pendelartige 266.
 Schwingungskreise, elektro-
 magnetisch 515.
 — gekoppelt 515.
 Schwingungslinie, -punkt 102.
 Schwingungsweite, Pendel 98.
 — Welle 235.
 Schwingungszahl $\nu = 1/\tau$
 (sec^{-1}) 674^2 .
 — charakteristische 347.
 — Ton 260.
 Schwungachse, Kreisel 112.
 Seemeile 13.
 Seewind, Seebrise 383.
 Sehschärfe 591, 591^1 ,
 seicht, relativ zur Wellen-
 länge 217.
 Seifenblase 226.
 Seismometer 104.
 Seitendruck, Flüssigkeit 165,
 168.
 Sekundärelement, galvanisch
 442.
 sekundärer Strom, depolari-
 sierend 441.
 — induziert 487.
 Sekunde, Tonintervall 262.
 — Zeiteinheit 11.
 Sekundenpendel, Länge 104.
 — — wächst polwärts 106.
 Selbstinduktion 494.
 — Einfluß auf Funkenent-
 ladung 503, 504.
 Selbstinduktionskoeffizient
 495.
 selektive Absorption 630.
 Selen, elektrischer Wider-
 stand 419.
 semipermeabel 222.
 Septime 262.
 Serien im Röntgenspektrum
 659.
 — im optischen Spektrum
 643, 679, 685.
 Seriegrenze 687.
- Sextant 535.
 Sexte 262.
 shunt s. Nebenschluß.
 Siebkette 501.
 sieden 358.
 Siedepunkt, Definition 359,
 361.
 — druckabhängig 359.
 Siedeverzug 359.
 Siemens, Widerstandseinheit
 417^2 .
 Sima 173.
 Sinusbedingung, aplanatische
 Abbildung 582.
 Siphonflasche 194.
 Sirene, Tonwerkzeug 260.
 Skalar 35.
 skin-Effekt 512.
 Sklerometer 161.
 Solarkonstante 385, 639.
 Solenoid 471.
 Sonne, Bau 645.
 — Helligkeit 531.
 — — der Spektralfarben
 542.
 — Schwerefeld, Lichtablen-
 kung 133.
 — Spektrum 614, 644.
 — — dunkle Linien 542.
 — Temperatur 639.
 — Wärme, Ursprung 385.
 — kosmische Wärmequelle
 385.
 Sonnenflecke, Magnetfelder
 701.
 Sonnenphotographie 732.
 Sonntag, mittlerer 11.
 Spaltbarkeit, Kristall 151.
 Spaltokular 535.
 Spannung- und Strommesser,
 technischer 480.
 Spannungsdifferenz s. EMK.
 Spannungsreihe, Metalle, Lö-
 sungsdruck 438.
 Spannungsumwandler, Wech-
 selstrom 489.
 Spektralanalyse 640.
 Spektralapparat, Auflösungs-
 vermögen 701^1 .
 Spektralfarben, Einfarbigkeit
 543.
 Spektralklassen der Sterne
 647.
 Spektrallinien, Breite 640.
 — verbreitert, Dopplereffekt
 643ff.
 — Umkehr 645.
 — Zerspaltung, magnetische,
 elektrische 701.
 Spektralserien s. Serien.
 Spektralserien, ihre Deutung,
 BOHR 679.
 — Folgerungen daraus 686ff.
 — Rechtfertigung der Deu-
 tung 680.
- Spektrograph 646.
 Spektroheliograph 646.
 Spektrohelioskop 647.
 Spektrometer 535, 551.
 Spektroskop 640.
 — geradsichtiges 641.
 — mühelose Minimumein-
 stellung 549.
 Spektrum durch Beugung
 614.
 — durch Brechung 541, 541^1 .
 spezifisch s. a. Ladung, Wär-
 me usw.
 spezifisches Gewicht, Defi-
 nition, Tabelle 138, 139.
 — Volumen 294.
 sphärische Abweichung 581.
 sphäroidaler Zustand 382.
 Spiegel, eben (plan) 531.
 — hyperbol 540.
 — konkav 536.
 — konvex 539.
 — parabol 539.
 — und Skala, Winkelmess-
 ung 535, 536.
 Spiegelebene, Symmetrieele-
 ment 140.
 Spiegelteleskop 539.
 Spiegelung, Symmetrieepera-
 tion 140.
 — Totalreflexion 547f.
 Spiegelversuch, Interferenz
 602.
 Spin, Elektronen 674.
 Spitze, elektrisch geladen 401.
 Springflut 87.
 Springpunkttemperatur 418.
 Spritzflasche 194.
 Stab, längsschwingend 272.
 — Tonwerkzeug 270.
 stabil, Drehachse 113.
 — Gleichgewicht 63, 172.
 stabiler Zustand, Atom 676.
 Stahl, Koerzitivkraft 486.
 Stammfigur, Kristallgitter
 146.
 Stärke einer Linse 593.
 starrer Körper, Definition
 49.
 Statik, Aufgabe 115.
 — Definition 36.
 stationäre Atomzustände,
 Quantennatur nachweis-
 bar 677, 678^1 .
 — Strömung 197.
 — Zustände, Kernatom 674.
 — — — Quantenzahlen
 694ff.
 statisches Moment 57.
 statistische Mechanik, Bei-
 spiel 52.
 Stator 496.
 Staubfiguren, Luftsäulen 276.
 Staubteilchen, Kondensa-
 tionskerne 444.

- Staudruck, -gerät, -scheibe 201.
 Staupunkt 201.
 stehende Welle, elastisch 244.
 — — elektromagnetisch 511.
 — — Licht 246.
 — — Schall 273.
 Steighöhe, kapillare 232.
 Steigrad, Pendeluhr 104.
 Steilschuß 33.
 Stereochemie 152.
 Sterne, Durchmesser, Interferometer 609.
 — Farbe 647.
 — Helligkeit, absolute 531.
 — — Messung 531.
 — — scheinbare 530.
 — hellste 531.
 — Lebenslauf 648.
 — Parallaxe 8¹.
 — Spektralklassen 647.
 — Temperatur 647, 648.
 Sternntag 11.
 Sternweite 8.
 „steuern“ s. Anodenstrom.
 Stia-Elektrizitätszähler 434.
 Stimmbänder 279.
 Stimme, menschliche 278.
 Stimmgabel 271.
 — Interferenzerscheinung 282.
 Stimmritze 279.
 Stimmtonkonferenz 264.
 Stimmung, Stimmgabel 271.
 Störrigkeit, Kreisel 114.
 Störungen, Planetenbewegung 83.
 Stoß, Impuls 22.
 — zentral, gerade, elastisch, unelastisch 54, 55.
 Stöße, Schwebungen 283.
 Stoßen, Siedeverzug 359¹.
 Stoßerregung, Koppelschwingung 109.
 Stoßionisation 448.
 Strahl, geometrischer Begriff 571.
 Strahlen, Licht 523.
 Strahlenbegrenzung 534, 583.
 Strahlenbrechung, atmosphärische 540.
 Strahlenbündel, Begrenzung 583.
 Strahlenfläche 152.
 Strahlengang, Definition 584.
 — astronomisches Fernrohr 599.
 — holländisches Fernrohr 599.
 — Mikroskop 595.
 Strahligkeit punkartiger Lichtquellen 593.
 Strahlung, durchdringende 449, 654.
 — elektromagnetische 507.
 Strahlung, Wärme 633.
 Strahlungsdruck 128.
 Strahlungsformel, PLANCK 637, 638.
 Strahlungsgleichgewicht 635.
 strahlungslose Elektronenbahnen 674, 674¹.
 Stratosphäre 449.
 Streckgrenze 155.
 Streichinstrumente 270.
 Streuung, Licht, an Molekülen 662.
 — — an Stäubchen 660.
 — Röntgenwellen 661.
 Strom, elektrischer 412.
 — — Arbeitsleistung 423.
 — — Wärmeezeugung 424.
 — induzierter, Richtung 490.
 Stromelement und Magnetpol, Wechselwirkung 478.
 Stromfaden, -linie, -röhre 197.
 Stromkreis 413.
 Stromstärke, effektive, Wechselstrom 497.
 — Einheit, absolut, elektromagnetisch 478.
 — — elektrostatisch 414.
 — — technisch 478.
 — elektrische 414, 415.
 — Grundgesetz (Ohm) 413 ff.
 — erdmagnetisches Maß 477.
 — voltametrisch 434.
 Strömung ohne Drehung 206.
 — Druck, Geschwindigkeit 199.
 — Druck- und Geschwindigkeitsmessung 201.
 — Flüssigkeiten, Gase 196 ff.
 — Formen 206.
 — stationäre 197.
 — turbulente 210.
 Struktur, geometrische, fester Körper 139.
 Stufengitter 614.
 Stundenachse, Fernrohr 6¹.
 Sublimation 363.
 Substanz 18.
 Südpunkt 6.
 Summationstöne 284.
 Supraleitfähigkeit 418.
 Suszeptibilität, magnetische 481.
 Swanspektrum, Bunsenflamme 325.
 Symmetrie, Definition 139.
 — innere, atomare 142.
 — sichtbare 142.
 Symmetrieelement 140.
 Symmetriegerüst 148, 149.
 Symmetriegruppe 141.
 — symbolisch dargestellt 148, 149.
 Symmetrieeoperation 140.
 Symmetrische Koordinatensysteme 140.
 Systeme, kondensierte 328.
 Szintillation 468, 667¹.
 Tag 11.
 Tageslicht, diffus, polarisiert 622.
 Tangentenbusssole 477.
 Tangentialbeschleunigung 17.
 Taschenspektroskop 641.
 Tau 376.
 Tauchelement 439.
 Taucherglocke 188.
 Taupunkt 376.
 Tautochrone 45.
 Teiltöne 267.
 Telegraph, Schreibapparat 472.
 Telegraphie, Telephonie, drahtlose 514.
 Telephon 272, 487, 488.
 Telephonie, Hochfrequenz- 516.
 Telephonkabeldämpfung 501.
 Teleskop, Spiegel- 539.
 Temperatur, absolute 177, 288.
 — charakteristische 347.
 — — Diamant, Al, Ag, Pb 348.
 — Definition 285¹.
 — kritische 371.
 — Tonreihe, gleichschwebend 264.
 — und Volumen, Flüssigkeit 333, 334.
 — — — Gase 334.
 — — — feste Stoffe 330.
 Temperaturkoeffizients, Temperatur und Volumen.
 — des elektrischen Widerstandes 418.
 Temperaturleitzahl 380.
 Temperaturmessung 337.
 Temperaturskala 287.
 — thermodynamisch 302.
 Terme, Spektrum 644.
 — und Termkombinationen, Symbole 685 ff.
 Terz 262.
 Tesla-Transformator 489.
 Tetartoedrie 150.
 tetragonal, Kristallsystem 148, 149.
 Theodolith 6.
 Thermitmischung 322.
 thermochemische Gleichung 317.
 — Konstante 321.
 Thermodynamik, Hauptsätze 291.
 thermodynamische Temperaturskala 302.
 thermodynamisches Gleichgewicht, Dampf, Flüssigkeit 360.

- thermodynamisches Gleichgewicht, feste und geschmolzene Phase 363.
thermoelektrischer Strom, Richtung 426.
Thermoelektrizität 426.
Thermoelement 427.
Thermohypsometrie 359².
Thermometer 337.
Thermometerskala 287, 302.
Thermometrie 337.
thermometrische Substanz 177.
Thermosäule 427.
Thermosflasche 375.
Thermoskop 285.
Thor-Reihe 463.
Ticken der Uhr 104.
Tiefenstufe, geothermische 382.
Tiefseethermometer 340.
Ton und Klang 259.
Tonhöhe, bewegte Tonquelle 265, 266.
— ruhende Tonquelle 260.
Tonika s. Grundton.
Tonleiter, chromatisch, diatonisch, Dur-, Moll-, temperiert 262.
Tonsieb 501.
Tonstärke 259.
— Messung 260.
Tonwerkzeuge, Formen 268.
— Werkstoffe 255.
Torpedo, Geradlauf 115.
Totalreflexion 547.
— Anwendung 548.
— polarisiertes Licht 622.
toter Punkt 312.
Totlage 312.
Trabanten, Spektrallinien 640.
träge Masse 18.
— gleich schwerer 25, 26.
Trägheit 18, 26.
— der Energie 128.
— Wechselwirkung von Massen 129.
Trägheitsellipsoid, Zentral- 93.
Trägheitsfeld äquivalent Schwerfeld 130.
Trägheitshalbmesser 93, 94.
Trägheitskräfte 117, 129.
Trägheitsmoment 90ff.
— Beispiel 92.
— um Schwerpunktsachse 93.
Trägheitsradius 102.
Trägheitsvermögen 15.
Trägheitswiderstand s. Prinzip D'ALEMBERT.
Transformation, Koordinaten 7.
Transformationsformeln, LORENTZ 125.
Transformationsgleichungen 7.
Transformator, Wechselstrom 489.
Translation, Symmetrieeoperation 140.
Translationsgitter, Bilder 148, 149.
— -kette, -netz 146.
Translationskette, Symmetrieelement 140.
Transpiration 204.
Transversalwelles, Querwelle. Treibmittel 310.
trigonal, Kristallsystem 148, 149.
triklin, Kristallsystem 148, 149.
Tripelpunkt 366.
trockene Säule 440.
Trommelanker 491.
Trommelfell 251, 271.
Troposphäre 449.
T/S-Diagramm 310.
Tubuslänge, optische 595.
turbulente Strömung 210.
Turmalinze 625.
Turmteleskop 6.
Typendrucker 472.
Überführungszahlen 429.
Übergangsfarbe 627.
Übergangswahrscheinlichkeit 675.
überhitzt, Dampf 367.
übersättigt, Lösung 363.
übersichtlich 593.
Übersichtsaug, Zahlenwerte 592.
Überströmung, Gas, Drosselstelle 296.
— — ins Vakuum 296.
Uferbildung, Erddrehung 75.
Uhr, Pendeluhr 103.
— Unruhe 332.
Ultra- γ -Strahlung s. durchdringende Strahlung.
ultramikroskopisch 616.
Ultrarot 629.
Ultraviolett 629.
Ultrazentrifuge 79.
umkehrbare Vorgänge, Nutzeffekt 302.
— und nichtumkehrbare Vorgänge 300, 302, 306.
Umkehrbarkeit der Strahlenwege 546.
umkehrende Schicht, Sonne 645.
Umkehrung der Spektrallinien 645.
Umkippthermometer 340.
Umladung s. Kanalstrahlen.
Umwandlungstemperatur, Magnetismus 482.
Umwandlungstemperatur, Schwefel, Wärmetheorem 329.
undurchdringbar, Materie 137.
undurchsichtig 525.
ungedämpfte elektrische Schwingungen 515, 516.
Unordnung, ideale 139, 482.
unpolarisierbar, Elektrode 441.
Unruhe, Chronometer 332.
Unterbrecher, Elektrolyt-, Hammer- 488.
Unterkühlung, Flüssigkeit 363.
— Schmelze 355.
Unterseetelegraphie 472.
Uran-Radium-Reihe 462.
Urnormale, Länge 4.
— Masse 19.
Vakuum 186.
Vakuumlichtgeschwindigkeit 520.
— als Grenzeschwindigkeit 128, 631¹.
Vakuummeter 192.
Vakuumspektrograph 646.
Valenz, chemisch 430.
Vektor, axialer 75.
— polarer 35.
Vektordiagramm 35.
vektorielles Produkt 75.
vena contracta 203.
Ventile, elektrische 419.
Verant 578.
Verbindung, chemische 317.
Verbindungswärme 319.
Verbrennung 323.
Verbrennungskraftmaschine 311, 313, 314.
Verbrennungswärme, Definition 321.
— der Heizstoffe 322.
Verbindmaschine, Dampf 312.
Verdampfungswärme 363.
— latente 358.
— empirische Regel 363.
verdunsten 358.
Verdunstungskälte, technisch 375.
Verflüssigung der Gase 371, 373.
Verflüssigungswärme, technisch 375.
Vergrößerung, Sinusbedingung 582.
Vergrößerungsglas 566.
Vergrößerungsspiegel 538.
Vergrößerungszahl, Fernrohr 600.
— Lupe 594.
— Mikroskop 594.

- Verschiebung, virtuelle 116.
 Verschiebungsgesetz, Strahlung 638.
 Verschiebungsstrom 412.
 Verstärkerröhre 459.
 — s. a. Elektronenröhre.
 — Charakteristik 460.
 — Elektronenrelais 420.
 — statt Resonanzboden 260.
 — Verstärkung von Ober-
 tönen zur Klangsynthese
 268.
 Verwandtschaft, chemische
 317.
 Verweilzeit, Atomzustand
 674¹.
 Verzeichnung 581.
 Verzweigungsstrom 421.
 Vibrationsmanometer 260.
 Vibrationsmikroskop 270.
 vierdimensionale Welt 14.
 Viertaktmotor 314.
 virtuelle Verschiebung 116.
 virtuelles Bild 532.
 — Moment 116.
 Visierinstrument, Kanal-
 waage 168.
 Vokale, Entstehung 279.
 Vokalf Flamme 258.
 Volt, Einheit der EMK 493.
 — elektrostatisch definiert
 396.
 Voltameter, Cu-, Ag-, H₂O-
 434.
 Voltampère 424.
 Voltmeter, elektromagnetisch
 396.
 — elektrostatisch 396.
 Volumelastizität 155.
 Volumen, spezifisches 294.
 Vorwärmer, Dampfkessel 375.
- Waage, Brief- 158.
 — Brücken-, Dezimal- 69.
 — Empfindlichkeit 69.
 — Feder- 158.
 — Hebel- 68.
 — hydrostatische 170.
 — Mikro-, Neigungs-, Präzi-
 sions-, Schnell- 69.
 Waageelektrometer, absolu-
 tes 391.
 Wägung, doppelte 69.
 — auf Luftleere bezogen
 184.
 Wahrscheinlichkeit eines Zu-
 standes 309.
 Wärme, Molekularbewegung
 288.
 — spezifische 341.
 — s. a. Atomwärme.
 — — Druck konstant 342.
 — — Messung 349.
 — — Volumen konstant 342.
 — tierische 293.
- Wärme, tierische, konstante
 Wärmesummen 321¹.
 Wärmeäquivalent, mecha-
 nisches 292.
 — physikalisch-chemisches
 s. Wärmetönung.
 Wärmeausbreitung durch
 Leitung 378.
 — — Mitführung 382.
 — — Strahlung 384.
 Wärmedurchgangszahl 381.
 Wärmeinheit, Definition
 290.
 Wärmeempfindung, -zustand
 284.
 Wärmezeugung, chemisch
 317.
 — elektrisch 424.
 — mechanisch 288, 291.
 Wärmefunktion, Gibbs 318.
 Wärmeleichheit 285.
 Wärmekapazität 290.
 Wärmekraftmaschine 311.
 Wärmeleiter, gute, schlechte,
 technisch 381.
 Wärmeleitfähigkeit, innere,
 äußere 379.
 — isotrope, anisotrope Stoffe
 380.
 — Maß 379.
 Wärme- und Elektrizitätsleit-
 fähigkeit, Metalle 380.
 Wärmeleitzahl 379.
 Wärmepumpe 316.
 Wärmepunkte der Haut 284¹.
 Wärmespeicher 365.
 Wärmestoff 288.
 Wärmestrahlung 633.
 — Austausch, Grundgesetz
 635.
 Wärmeströmung, stationäre
 379.
 Wärmesummen, konstante
 320.
 Wärmethorem, 3. Hauptsatz
 328.
 Wärmetönung 316, 318, 318¹.
 — temperaturabhängig 319,
 320.
 Wärmeübergangszahl 379.
 Wärmewiderstandszahl 381¹.
 Wasser, Absorption von Gas-
 en 224.
 — Ausdehnung, Wärme 334.
 — Brechungszahl 546.
 — destilliert, Isolator 419.
 — Dichte und Temperatur
 333.
 — Dielektrizitätskonstante
 406, 514.
 — Elektrolyse 433.
 — Erstarrungstemperatur
 363.
 — Immersionssystem 597.
 — $n^2 = \epsilon$ 514.
- Wasser, Oberflächenspan-
 nung 226.
 — Reibung, innere, Zähig-
 keit 208.
 — Schallgeschwindigkeit
 255.
 — Siedepunkt 359.
 — Siedeverzug 359¹.
 — spezifisches Volumen 354.
 — spezifische Wärme 341.
 — Tripelpunkt 366.
 — unterkühlt 363.
 — Verdampfungswärme 364.
 — mit Isotop H² 672¹.
 Wasserdampf, Bildungs-
 wärme 319.
 — kritischer Druck 372.
 — Entropie 310.
 — Sättigungsdruck, Tabelle
 360, 365.
 — spezifische Wärme 341.
 Wasserfallelektrizität 388.
 Wasserkalorimeter 350.
 Wasserpumpe, Druck-, Saug-
 193.
 Wasserrad, oberflächlich 218.
 — unterschlächtig 219.
 Wassersäulenmaschine 219.
 Wasserstandglas 167.
 Wasserstoff, Baustein aller
 Materie, Nachweis 670.
 — Baustoff aller Elemente
 666.
 — Inversionstemperatur 374.
 — Isotopentrennung 672¹.
 — Kühlmittel 382.
 — Lichtbogen, drahtlose Te-
 legraphie 515.
 — Molwärme 345.
 — Temperaturskala, inter-
 nationale 338.
 Wasserstoffatom, Bau und
 Spektrum 682.
 — Bauplan 665.
 Wasserstoffion, spezifische
 Ladung 433.
 Wasserstoffspektrum 643.
 Wasserturbine 219.
 Wasserwaage 185.
 Wasserwelle, Struktur, Ge-
 schwindigkeit 216.
 Wasserwert, Kalorimeter 350.
 Watt, Leistung, Definition
 38.
 wattloser Strom 499.
 Wattsekunde = Joule.
 Weber, Maß der Stromstärke
 478.
 Wechselstrom, Allgemeines
 497.
 Wechselstromgleichrichter
 420, 421.
 Wechselstrommaschine 496.
 Wechselwirkung, stromfüh-
 rende Leiter 470, 471.

- Wechselwirkung, Magnet und stromführender Leiter 470.
 — Magnetpol und Stromelement 478.
 — Mechaniks. Aktion, Reaktion.
 weiß, Definition 630.
 weitsichtig 593.
 Welle, elastische, Geschwindigkeit 250, 251.
 — elektromagnetische 243.
 — — Entstehung, Ausbreitung 506 ff.
 — — ungedämpft, Erzeugung 515, 516.
 — — stehende 244.
 — — elektromagnetisch 511.
 — — Licht 246.
 — — Schall 273.
 — Wasser, Zurückwerfung 251.
 — Entstehung 233.
 Wellenfläche 247, 558.
 Wellengruppe, Licht 521.
 — Wasser 217.
 Wellenlänge, Definition 237.
 — elektromagnetisch 510.
 — des Lichts als Längeneinheit 4.
 — Licht 614.
 — Röntgenstrahlen 649.
 — Schall 265.
 Wellenlängennormal, Cd-Linie 640.
 Wellenwiderstand, Strömung 216.
 Wellenzahl $\bar{\nu} = 1/\lambda$ 674¹, 674².
 Welt, -linie, -punkt 13, 14.
 Werkstoffe, technische Eigenschaften 356.
 Wertigkeit, chemisch 432.
 Widderpunkt 6.
 Wiederhall 254.
 Widerstand, elektrischer, Definition 416.
 — — Einheit, absolut, technisch 417.
 — — Einheit, Ohm 494.
 — — induktiver 498.
 — — Messung, Brücke 422.
 — — spezifischer 418.
 — — Temperaturkoeffizient 418.
 — induzierter, Flugzeug 207.
 — mechanisch 37.
 Widerstandkasten, -satz 494.
 Widerstandszahl, Luftreibung 215.
 Wiedervereinigung von Ionen 445.
 Wiesenufer 75.
 Wind, Wärmemitführung 383.
 Windablenkung, Erddrehung 75.
 Windkessel 194.
 Winkelgeschwindigkeit 71.
 Winkelgröße, Bogenmaß 71.
 Winkelmessung, Spiegel 534.
 — — und Skala 535, 536.
 Winkelspiegel 534.
 90° Winkelspiegel, Prismenfernrohr 601.
 Wirbel, -faden, -linie, -röhre 213.
 Wirbelring 214.
 Wirbelstrombremse, Kraftmesser 496.
 Wirbelströme 495.
 Wirkung, Energie mal Zeit 346.
 wirkungsfähige Kraft 43, 43¹.
 Wirkungssphäre, molekulare 228.
 Wirkungsquantum, elementares 346.
 wohltemperiert, Tonleiter 264.
 Wolframdraht, Glühlampe 150¹.
 Wolkenbildung 376.
 Wurf 32.
 Wurfbahn, -höhe, -weite 33.
 $X = \text{cm}^{-11}$ 543¹.
 Xenon in 1 m³ Luft 375.
 Zähigkeit, Flüssigkeit 208.
 — Kristallachse 141, 146.
 Zedernholzöl, Immersion 597.
 Zeichengerät, camera lucida 548.
 Zeiteinheit 11.
 Zelle, lichtelektrische s. Photozelle.
 Zenit 6.
 Zentimeter, Längeneinheit 4.
 Zentralachse, Trägheitsmoment 93.
 Zentralbewegung 79.
 Zentralkraft 41.
 Zentralprojektion s. Perspektive.
 zentriert, brechende Kugelflächen 562.
 — ein- (drei-) fach flächenzentriert 146.
 — Kristallgitter 146.
 Zentrifugalfeld 79.
 — als Schwerefeld 129.
 Zentrifugalkraft, Definition 76, 77.
 — Größe 78, 79.
 Zentrifugalkraft, Vorführung 78.
 Zentrifugalregulator, Dampfmaschine 78.
 Zentripetalbeschleunigung 17.
 Zentripetalkraft, Definition 76, 77.
 — Größe 78, 79.
 Zerfallskonstante 463.
 Zerfallstheorie 462.
 Zerfallszeit s. Halbwertszeit.
 Zerlegung einer Bewegung 34, 35.
 — einer Drehung 76.
 — einer Kraft 34.
 Zerrspiegel, Zylinder, Kegel 540.
 Zersetzungsspannung, Elektrolyt 432, 440, 442.
 Zersetzungszelle 428, 441, 442.
 Zerstreungskreis 572.
 Zerstreungslinse 562.
 Zerstreungspunkt 591.
 zirkular polarisiert 242.
 Zirkulation, Strömung 206.
 Zölost 6.
 Zunge, Tonwerkzeug 277.
 Zungenpfeife 276, 277.
 zurückkehrender Strahl, Winkelmessung 550.
 Zurückwerfung, elektromagnetische Wellen 509.
 — Lichtwellen 246¹.
 — Röntgenwellen 652, 653.
 — Schallwellen 254, 255.
 — Wasserwellen 251.
 Zusammensetzung von Bewegungen 30.
 — von Drehungen 76.
 — von Kräften 34.
 — von Schwingungen 240.
 Zustand, angeregter, Atom 676.
 — eines Körpers 294.
 — kritischer 372.
 — molekularer, seine Wahrscheinlichkeit 309.
 — sphäroidaler 382.
 Zustände, übereinstimmende 295.
 Zustandsänderung, isotherme 298.
 Zustandsfläche, idealisiert 336.
 Zustandsgleichung 294.
 Zwangskraft 117.
 Zweistoffturbine 313.
 Zwergsterne 648.
 Zwischenreaktionen, Bildungswärme 321.
 Zykloide 45.
 Zykloidenpendel 100.